UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN FILOSOFÍA DE LA CIENCIA
FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

LA PROBABILIDAD COMO FACTOR DE APOYO EN PROBLEMAS DE DECISIÓN DE CASOS ÚNICOS E INDIVIDUALES: EL PROBLEMA DEL JUEGO DE MONTY HALL.

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

PRESENTA:

NAYELI RODRÍGUEZ DE JESÚS

TUTOR PRINCIPAL:

DR. ALFONSO ARROYO SANTOS
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS, UNAM.

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:
PROF. EN CIENCIAS. ALEJANDRO BRAVO MOJICA, FACULTAD DE CIENCIAS UNAM
DRA. MARÍA ASUNCIÓN BEGOÑA FERNÁNDEZ FERNÁNDEZ, FACULTAD DE CIENCIAS UNAM
DR. ELÍAS ÓKON GURVICH, IIF UNAM
DR. CRISTIAN ALEJANDRO GUTIÉRREZ RAMÍREZ, F F y L UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, MARZO DEL 2020

Agradecimientos:

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada durante la realización de mis estudios de posgrado, que comprendió el periodo 2012 - 2014. Agradezco a todas las personas involucradas en este trabajo, específicamente a mis lectores: Dr. Elías Okón Gurvich, Dr. Cristian Alejandro Gutiérrez Ramírez, Prof. en Ciencias Alejandro Bravo Mojica, Dra. María Asunción Begoña Fernández Fernández, gracias por su paciencia y críticas. A mi tutor de tesis el Dr. Alfonso Arroyo Santos quien acepto la responsabilidad de dirigir esta tesis, gracias. Agradezco al Dr. Mauricio Eduardo Bieletto Bueno, quien me apoyo en todo momento, sus críticas y discusiones han sido fundamentales en este trabajo. Si hay algo de verdadero en este texto se debe a todos ellos.

Índice

Introducción General

La teoría de la probabilidad es considerada como una herramienta rigurosa, formal y muy útil desde sus orígenes en los juegos de azar. Desde los juegos de azar hasta su uso en la vida diaria como en el ámbito científico[1] la probabilidad nos da información que puede influenciar de manera relevante en nuestra decisión en una situación de incertidumbre. Por un lado, los científicos asignan valores de probabilidad a eventos que ocurren en un fenómeno de su interés con el fin de obtener información relevante que les pueda ayudar a tomar decisiones sobre qué hipótesis debe ser corroborada y cuál refutada. Por otro lado, en la cotidianidad siempre nos enfrentamos a situaciones de incertidumbre unas más riesgosas que otras, cuando esto sucede es común que nos apoyemos en la información que nos arroja el cálculo de la probabilidad. De este modo, cuando estamos ante una situación de incertidumbre la información que nos da la probabilidad sobre todos los posibles resultados de dicha situación puede ayudarnos a decidir qué rumbo de acción me conducirá para obtener lo deseado, y por ende, debería de considerar llevar a cabo dicho rumbo de acción más probable dependiendo también de qué esté arriesgando.

En otras palabras, cuando nos enfrentarnos a problemas de decisión, por lo general entendemos (como personas racionales) y sopesamos cuáles son las consecuencias de las posibles acciones que podemos llevar a cabo. Entendemos los riesgos y lo que deseamos obtener cuando adoptamos el rumbo de acción que hallamos decidido llevar a cabo para poder obtener nuestro objetivo.

Un caso especial de los problemas de decisión que nos podemos enfrentar es el caso único e individual, esto es, cuando un individuo racional se enfrenta a una situación de incertidumbre irrepetible (irrepetible en el sentido de que sólo se presentará una única vez el caso donde puede tomar una decisión). La decisión que tomemos en casos únicos es una situación de incertidumbre única y por eso debemos sopesar bien qué curso de acción es mejor que otro para obtener lo deseado. ¿Qué debemos elegir dada la probabilidad de todos los posibles resultados, los riesgos y beneficios que podemos obtener en cada uno de los posibles rumbos de acción que podemos llevar a cabo?

Lo que está en duda y escudriñamiento en este texto es si la probabilidad nos ayuda a decidir qué hacer cuando estamos en una única e individual situación de incertidumbre.

Hacemos la aclaración de que no estamos cuestionando el cálculo de la probabilidad, este

1 Casi todas las ciencias usan la teoría de la probabilidad, por ejemplo, en física una de las teorías más exitosas de esta ciencia es la teoría de la mecánica cuántica. La cuántica usa la teoría de la probabilidad para realizar predicciones.

texto es de carácter epistemológico en el sentido de que no dudaremos si los resultados numéricos que arroja el cálculo de la probabilidad son correctos sabiendo que son calculados de manera correcta, sino que nos preguntaremos por la interpretación epistemológica de dichos números para tomar decisiones en especificas situaciones de incertidumbre como la planteada en el problema del juego de Monty Hall.

En el capítulo 2 veremos a autores como Rosenhouse (2009), que explican por qué en ocasiones la probabilidad no es suficiente o en su defecto útil para tomar decisiones en casos únicos de decisión. Por ejemplo, cuando la probabilidad nos dicta que debemos elegir, un evento *X* sobre el evento *Y*, nuestra elección final puede ser *Y* y no *X*, por varias razones, entre ellas puede ser que me sea más útil *Y* que *X* dada cierta situación, a pesar de las probabilidades. La decisión está basada en lo que creemos y lo que deseamos obtener, la probabilidad nos puede dar razones para cambiar nuestras creencias, pero sólo nos puede decir cuál es el evento que debemos elegir dadas las probabilidades. Aparentemente la probabilidad no puede decirnos cuál será la mejor decisión que podemos tomar en nuestro caso único que tiene características especificas. P*ara discutir el problema que hemos planteado, estudiaremos el problema conocido como "Juego de Monty Hall" que es un problema de decisión.*

El problema de decisión planteado en el juego de Monty, a pesar de que podemos saber cuál es la correcta probabilidad de los eventos, aparentemente no es suficiente para tomar una decisión con respecto a qué debe hacer el concursante (racional) del juego para ganar el premio. Lo que la probabilidad dicta qué debe hacer el concursante para ganar el premio parece que no es suficiente para que pueda tomar una decisión en un caso único de éste juego. Esto último es el tema de discusión en esta tesis, expondremos la discusión que generó el problema de decisión que hay en la situación de incertidumbre planteada en el juego de Monty Hall y el papel que desempeña la probabilidad en el problema de decisión del juego de Monty Hall. Por último una vez analizado el problema de decisión, podremos formarnos una opinión sobre la utilidad de la probabilidad para resolver el problema de decisión del juego de Monty.

La pregunta clave que guiara este texto es:
¿La información que nos puede proporcionar la probabilidad es útil o de ayuda para decidir qué hacer en una única e individual situación de incertidumbre, específicamente en la situación descrita en el juego de Monty Hall, dado que somos personas racionales y deseamos ganar el premio? A lo largo

de este texto encontraremos varias paráfrasis de la pregunta, por ejemplo: *¿Saber la probabilidad nos ayuda o es información útil para decidir qué hacer en el juego de Monty Hall como caso único de decisión?* Al igual que preguntas vinculadas estrechamente a nuestra pregunta principal, éstas preguntas serán abordadas y unas serán el centro de discusión de los autores que citaremos en los capítulo 2 y 3. Una de las preguntas que guiará la discusión de lo autores que expondremos es: ¿Es universalmente verdadero que la probabilidad nos puede ayudar a tomar decisiones en casos únicos de incertidumbre? Así como nuestra preguntar clave encontraremos varias paráfrasis y preguntas aledañas a su pregunta principal que guiaran el desarrollo de sus argumentos.

La situación de incertidumbre que plantea el juego de Monty Hall puede ser descrita de muchas maneras, pero nosotros asumiremos la versión1 de la versión canónica del juego, a saber:
Un presentador – al que llamaremos Monty – te pide elegir una puerta de tres puertas que te muestra. Detrás de una de ellas hay un premio (un coche), mientras que las dos puertas restantes hay cabras (considerados como no premios). Después de que elegiste una de las puertas, Monty abre una de las puertas restantes, mostrándote que escondía una cabra. Posteriormente, Monty te pregunta - ¿Deseas quedarte con tu elección o quieres cambiarla por la puerta que no ha sido abierta ni elegida?- Suponiendo que eres una persona racional y deseas ganar el premio, el dilema al que te enfrentas es el siguiente: ¿debes mantener tu elección original, o elegir la otra puerta? En esta versión canónica del juego hemos supuesto que Monty sabe qué puerta oculta el premio, además si se da el caso que el concursante eligió inicialmente (sin saberlo) la puerta con premio, entonces Monty abrirá una de las puertas restantes de manera aleatoria. Pero si el concursante no eligió inicialmente el premio, entonces Monty está forzado a abrir una de las puertas restantes que no oculta el premio.[2]

La versión clásica del juego de Monty Hall adopta los supuestos siguientes:

(i) La manera en la que el premio ha sido puesto detrás de las tres puertas es aleatoria.

(ii) Monty nunca abrirá la puerta elegida inicialmente (y/o con premio,) y siempre abrirá una puerta vacía.

2 Cf. Rosenhouse 2009, p. 36: "The Canonical Version. Version One: You are shown three identical doors. Behind one of them is a car. The other two conceal goats. You are asked to choose, but not open, one of the doors. After doing so, Monty, who knows where the car is, opens one of the two remaining doors. He always opens a door he knows to be incorrect, and randomly chooses which door to open when he has more than one option (which happens on those occasions where your initial choice conceals conceals the car). After opening an incorrect door, Monty gives you the option of either switching to the other unopened door or sticking with your original choice. You then receive whatever is behind the door you choose. What should you do?"

(iii) Si el jugador ha elegido inicialmente la puerta del premio y Monty puede abrir una de dos puertas vacías, entonces Monty elegirá cuál puerta abrir de manera aleatoria.

Como podemos observar las preguntas planteadas en el juego refieren a una situación de incertidumbre que es irrepetible para el jugador que sólo tiene una oportunidad para jugar y plantea un problema de decisión, cuando diga que es una situación irrepetible me refiero a que el concursante sólo tiene una oportunidad de jugar por eso su problema de decisión es único e irrepetibe, no estoy diciendo que el juego no se puede repetir[3] . En cambio cuando el juego es modelado éste puede ser repetido en un experimento con el fin de obtener una aproximación de su probabilidad, como se muestra al final de este capítulo en las gráficas 2.2 y 2.3 . Si el concursante sabe cuál es la probabilidad de ganar eligiendo una de las dos posibles estrategias (o bien la estrategia de cambiar su elección inicial o bien la estrategia de quedarse con su elección inicial), esta información ¿puede ayudarle en una situación única, a pesar de ser información que no especifica su caso único sino que refiere a un colectivo de eventos repetibles?

La versión canónica del juego nos dice claramente que el concursante tiene dos formas o estrategias de ganar, una si elige cambiar su elección inicial y la otra si elige permanecer con su elección inicial. Suponiendo que es una persona racional lo mejor que puede hacer es elegir la estrategia que le de lo deseado. En este texto debemos aclarar que entenderemos por *persona racional aquella que sabe cuales son las posibles estrategias que le pueden conducir a obtener lo que desea y puede evaluarlas*[4] *para poder elegir aquella que le dé lo deseado, en este caso sería el premio (un automóvil).* Una vez aclarado cuándo es racional una persona, el concursante del juego de Monty Hall debe ser capaz de entender cuales son las posibles estrategias que lo pueden conducir al premio y poder evaluarlas con el fin de obtener el premio. Pero veremos si las probabilidades le pueden ser útiles o no.

Si bien la asignación correcta de probabilidad para ganar siguiendo una de las dos posibles estrategias que puede adoptar el concursante es de 2/3 siguiendo la estrategia de *cambiar* de puerta, ¿basta esta asignación de probabilidad para saber qué hacer cuando nos enfrentamos a una serie de juegos? o bien ¿basta cuando se trata de un juego único, individual y aislado?, ¿podemos basarnos en

3 Cuando diga que es una situación irrepetible me refiero a que el concursante sólo tiene una oportunidad de jugar por eso su problema de decisión es único e irrepetible, no estoy diciendo que el juego no se puede repetir, pues cuando el juego de Monty es modelado es un hecho que en experimentos el juego es repetible, pero la situación de decisión no, pues sólo puede jugar una sola vez.

4 No necesariamente me refiero a una evaluación formal sino aun procedimiento que puede ser llevado acabo por el individuo para decidir si su proceder es adecuado para obtener lo deseado.

esta asignación de probabilidad para decidir qué hacer?[5]

Los autores que expondremos dirán que esta pregunta ha de responderse de manera negativa. Entre los autores que han ofrecido argumentos a favor de esta postura hallamos a Moser y Mulder (1994), Baumann (2005, 2008) y Rosenhouse (2009). Aunque Rosenhouse concluirá que *una solución adecuada al problema de Monty Hall requiere ofrecer la probabilidad de que cada puerta tenga el premio en cada etapa del juego, esta solución la vamos a asumir y daremos nuestras razones en las conclusiones generales sobre nuestra decisión*.

Tenemos la hipótesis de que los argumentos ofrecidos por Moser y Mulder, Rosenhouse y Baumann no tienen éxito en sostener que la asignación de probabilidad no es útil para decidir qué hacer cuando nos enfrentamos a un caso único y aislado de una situación de decisión como la especificada en el juego de Monty Hall. Es decir, creemos que la asignación de probabilidad es útil para tomar decisiones en casos únicos y aislados.

La discusión que veremos en este texto se enfrasca en dicha pregunta, aunque expondremos varias preguntas similares y vinculadas con la pregunta clave de nuestro escrito. La manera de argumentar de los autores que expondremos se fundará en modificaciones del juego original de Monty Hall. Analizaremos las posturas de estos autores (Moser y Mulder, Baumann y Rosenhouse) que discuten sobre el papel que desempeña la probabilidad estadística en situaciones únicas de incertidumbre. Se enfocan en la situación descrita en el juego de Monty Hall como ejemplo de un único caso que implica una situación de incertidumbre.

Los capítulos de este texto estarán estructurados de la siguiente manera:

En el primer capítulo mostraremos los argumentos que inicialmente fueron dados para argumentar que el espacio muestral del juego de Monty Hall tiene una partición de 1/2 y 1/2 para las dos posibles

5 A grandes rasgos la postura subjetiva de la probabilidad afirma que el sujeto quien realiza el cálculo de la probabilidad, cuando asigna valores numéricos a los posibles resultados lo hace atribuyéndoles su creencia personal sobre el valor numérico que cree que sucederá un posible resultado. La probabilidad subjetiva no sólo habla de la creencia que tiene el sujeto al asignar valores numéricos de probabilidad, sino que afirman que el sujeto atribuye grados de creencia a los posibles resultados basados en sus creencias personales, en este sentido es más detallista la postura epistémica de la probabilidad. A lo largo de este texto, veremos varias definiciones sobre la probabilidad epistemológica, todas son similares y la diferencia que encontremos en ellas es casi nula y no afecta en la discusión que analizaremos. Los mismo sucederá con la definición de probabilidad objetiva es casi la misma con diferencias irrelevantes para la discusión que desarrollan. La postura objetiva de la probabilidad en general puede entenderse como aquella que no cree que las creencias del sujeto quien realiza el cálculo de la probabilidad sean vinculados a la asignación de valores numéricos a los posibles resultados. Simplemente el sujeto sólo se limita a usar el cálculo de la probabilidad para asignar valores numéricos independientemente de sus creencias o grados de creencias personal.

estrategias que el concursante puede elegir con el fin de obtener el premio. Después veremos con métodos rigurosos y cálculo de probabilidad que la correcta asignación de probabilidad de ganar siguiendo la estrategia *cambiar* o la estrategia *permanecer* es de 2/3 y 1/3 respectivamente. El objetivo de este capítulo es mostrar cuál es la correcta asignación de probabilidad a los posibles resultados del juego de Monty Hall bajo el modelo del juego de Monty Hall descrito como la versión canónica. Una vez demostrada la asignación correcta de probabilidad, en el capítulo 2 mostraremos los argumentos de los autores Moser y Mulder, Rosenhouse que analizan la utilidad de la probabilidad en casos únicos de incertidumbre. Comenzaremos por mencionar algunos de los argumentos dados por Moser y Mulder, son varios los argumentos, por eso sólo vamos a mencionar algunos que consideramos más claros, desde el punto de vista de Rosenhouse, representan un posible argumento general de Moser y Mulder. Después, continuaremos con Rosenhouse quien critica la manera de argumentar de Moser y Mulder por ser poco clara y dispersa ya que nunca da un argumento general[6], a falta de dicho argumento Rosenhouse construirá un argumento general tratando de apegarse lo más posible a la postura de Moser y Mulder, con el propósito de analizar y sostener las tesis de ellos. Una vez vistos estos argumentos concluiremos que sus argumentos sostienen que la probabilidad (por lo menos la probabilidad estadística) no es útil en casos únicos, no es conclusiva, pues sus argumentos no apoyan su hipótesis, pero sí muestran que el número que nos arroja el cálculo de la probabilidad puede ser interpretado de distintas maneras epistemológicas. En el tercer capítulo expondremos el intento de Baumann por sostener que las probabilidades tanto objetivas como epistémicas no serán útiles para decidir que hacer en un caso único de incertidumbre. Después de exponer las razones de Baumann objetaremos su argumento, pues daremos razones para pensar que no logra apoyar satisfactoriamente su tesis. Por último, en las conclusiones generales veremos que los argumentos dados por los autores vistos en este texto, a pesar de que no logran sostener sus tesis de manera satisfactoria, sí dejan muy claro que el problema de decisión no es un problema que se solucione con probabilidad. Esto se debe a que el problema refiere a cómo interpreto como individuo los valores numéricos de probabilidad obtenidos para aplicarlos en mi decisión única y particular.

---

6 Una de las complicaciones de entender la postura de Moser y Mulder es su manera de sostener sus tesis, pues como nunca dan un argumento general para defenderlas sino que discute caso por caso particular que le plantean o él mismo construye. Uno de estos casos que mostraremos es el del silogismo probabilístico disyuntivo expuesto en el capítulo 2 de este escrito. Dado que nunca dan un argumento general que pueda apoyar sus tesis, Rosenhouse se da a la tarea de construirlo tratando de ser caritativo y apegarse lo mas posible a la postura de Moser y Mulder. Una vez construido el argumento que representará la postura de Moser y Mulder, Rosenhouse se da a la tarea de tratar de defenderlo apelando a una versión del juego Modificado de Monty Hall, no obstante veremos que no logra apoyar satisfactoriamente la postura de Moser y Mulder.

Capítulo 1:

LA PROBABILIDAD DE GANAR SIGUIENDO *LA ESTRATEGIA CAMBIAR*.

Introducción

En este capítulo nuestro objetivo es mostrar cuál es la asignación correcta de probabilidad a los posibles resultados del juego de Monty Hall, mostraremos la asignación correcta de probabilidad y de este modo la información que el concursante puede tomar en cuenta para decidir qué debe hacer ante la situación de incertidumbre que se encuentra. El concursante como persona racional desea ganar, es decir desea obtener el premio por eso elegirá la acción o estrategia que lo conduzca al premio. Es relevante mencionar la asignación correcta de probabilidad pues históricamente Vos savant dio la asignación correcta de probabilidad a los posibles resultados del juego, su solución fue muy criticada, pues no era clara a primera vista por qué esa era la asignación correcta de probabilidad[7]. No obstante, se mantuvo en su asignación de probabilidad y explicó porque el concursante debía elegir la estrategia cambiar, uso un versión modificada del juego de Monty Hall que refiere a muchas puertas y no sólo a tres puertas[8]. Si la probabilidad puede dar información relevante al concursante para decidir qué hacer, debe tener la asignación correcta de probabilidad, sino es así, entonces en primera instancia la probabilidad no le va a servir de nada por error de cálculo y no porque sea una herramienta inconsistente, por eso debemos aclarar cuál es la asignación correcta de probabilidad, al igual qué debemos mostrar que cuando un sujeto usa la teoría de la probabilidad está modelando un fenómeno, en este caso, estamos modelando el juego de Monty Hall. Cuando se realiza dicho modelo corremos el riesgo de no modelar de manera adecuada, esto es podemos dejar de lado factores o información que puede ser relevante en el cálculo de la probabilidad que cambiarían de manera considerable la

7 Primera respuesta polémica y criticada de Vos savant al problema de decisión planteado en el juego de Monty Hall: "Yes, you should switch. The first door has a 1/3 chance of winning, but the second door has a 2/3 chance" Cf. Rosenhouse 2009, p. 29.

8 Segunda respuesta de Vos savant a sus críticos: "I'm receiving thousands of letters nearly all insisting I'm wrong. ... Of the letters from the general public, 92% are against my answer; and of letters from universities, 65% are against my answer". Cf. Rosenhouse 2009, p. 29.
Vos savant en su segunda respuesta ejemplifica su respuesta usando un juego modificado de la versión1 canónica del juego de Monty Hall para persuadir a la gente que lo mejor que pueden hacer es cambiar. Dicho juego modificado es conocido como el experimento de las mil puertas o argumento de las puertas múltiples, este juego lo expondremos en este capítulo.

asignación de valores numéricos asignada a los eventos de nuestro interés. De modo que si la asignación de valores cambia esto causaría que nuestra decisión no sea la más adecuada, puesto que dicho modelo podría no ser el mejor construido para que se asemeje o represente mejor el fenómeno a estudiar.

Antes de mostrar los capítulos debemos exponer conceptos, axiomas y reglas básicas de la teoría de la probabilidad, puesto que los argumentos apelan a dichas nociones técnicas.

Conceptos y Nociones Básicas de la Teoría de la Probabilidad

La teoría de la probabilidad es una teoría matemática muy útil para modelar matemáticamente fenómenos que vinculan el azar como elemento principal del modelo. "Así, la probabilidad puede definirse como aquella parte de las matemáticas que se encarga del estudio de los fenómenos aleatorios ." (Rincón Luis 2014, p. 2.) Cuando dichos fenómenos son estudiados y observados en experimentos estos experimentos son conocidos como experimentos aleatorios. Un *experimento*[9] *aleatorio* es definido como "...aquel que, cuando se le repite bajo las mismas condiciones, el resultado que se observa no siempre es el mismo y tampoco es predecible [...] es variable su resultado y depende del azar." (Rincón Luis 2014, p. 2.) Por ejemplo, cuando lanzamos un dado al aire no podemos saber con certeza qué cara del dado caerá arriba hasta que se realice el lanzamiento y observemos la posición en la que cayó el dado. Como no sabemos cuál será el resultado antes de realizar el experimento es importante en probabilidad agrupar en un conjunto a todos los posibles resultados del experimento, en probabilidad dicho conjunto que contiene todos los posibles resultados es llamado *espacio muestral.*
La definición de *espacio muestral* es la siguiente:

"Definición 1.1 El espacio muestral de un experimento aleatorio es el conjunto de todos los posibles resultados del experimento y se le denota, generalmente, por la letra griega Ω (omega mayúscula). A un resultado particular del experimento se le denota por la letra ω (omega minúscula)." [Rincón Luis 2014, p.5]

Hemos de decir que el espacio muestral depende de lo que desea estudiar el sujeto que realiza el experimento aleatorio. Una vez definido que es el espacio muestral, ahora debemos mencionar que de todos los posibles resultados que podemos obtener del experimento puede que sólo nos interesen

9 Un experimento será considerado como un proceso que nos conduce a un resultado en especifico.

algunos en particular, los cuales en probabilidad son referidos como *eventos* y son denotados por las letras: *A, B, C,* ... Ahora bien, dichos subconjuntos son agrupados en una colección denotada como sigma álgebra en probabilidad. Es importante definir qué es una sigma álgebra para poder medir la probabilidad de los eventos de nuestro interés, por eso a continuación mencionamos su definición.

Para definir una *sigma álgebra* debemos mencionar qué es un álgebra.

Un álgebra

Una á*lgebra* es definida como:

"Definición 1.6 Una colección f de subconjuntos de un espacio muestral Ω es una álgebra si cumple las tres condiciones siguientes:

1.- $\Omega \in f$.

2.- Si $A \in f$, entonces $A^c \in f$.

3.- Si $A_1, A_2, \ldots, An \in f$ entonces $\bigcup_{k=1}^{n} A_k \in f$." [Rincón Luis 2014, p.47]

La primera condición refiere a que el *espacio muestral* en su totalidad debe pertenecer a la colección f. La segunda condición asegura que si algún subconjunto A es *de nuestro interés* y por lo tanto lo consideramos como un *evento,* entonces el complemento de tal conjunto también debe ser un evento. Por último, la tercera condición establece que "si se tiene una sucesión *finita* de eventos, entonces la unión de todos ellos también debe ser un evento, el cual corresponde a la ocurrencia de por lo menos uno de los eventos de la sucesión." (Rincón Luis 2014, p.48) Ahora bien, esta última definición también es válida para sucesiones *infinitas* de eventos, a la correspondiente colección de subconjuntos de Ω se le llama σ - *álgebra*, donde el prefijo σ refiere a la operación *infinita* vinculada.

Una sigma álgebra

σ - *álgebra* es definida como:

"Definición 1.7 Una colección f de subconjuntos de un espacio muestral Ω es una σ - *álgebra* si cumple las tres condiciones siguientes:

1.- $\Omega \in f$.

2.- Si $A \in f$, entonces $A^c \in f$.

3.- Si $A_1, A_2, \ldots \in f$ entonces $\overset{\infty}{\underset{n=1}{U}} A_n \in f$

A los elementos de *f* se les llama eventos." [Rincón Luis 2014, p.48]

Notemos que la definición de σ - *álgebra* es importante en probabilidad para delimitar el estudio de sólo aquellos eventos que nos interesa destacar de un fenómeno aleatorio. Por ello, ahora que hemos definido una sigma álgebra, no cualquier subconjunto del espacio muestral será denotado como *evento. S*ólo los subconjuntos serán eventos si son de nuestro interés y son elementos que pertenecen a una sigma álgebra asociada con el espacio muestral Ω que definamos. De manera que pueden existir muchas σ - álgebras asociadas a un mismo espacio muestral. Pero, por lo general sólo trabajaremos con una sigma álgebra de eventos.

En probabilidad decimos que se observa la ocurrencia de un evento (digamos *A*) cuando sucede como resultado de una instancia del experimento aleatorio definido, pero si no sucede entonces no se observo la ocurrencia del evento *A*. Otra característica de los eventos es que pueden ser simples o complejos "se dice que un evento es simple cuando consta de un elemento del espacio muestral, en cambio se llama compuesto cuando consta de más de un elemento del espacio muestral." De modo que la teoría de la probabilidad tiene como objetivo calcular la probabilidad de la ocurrencia de los diversos eventos definidos en un experimento aleatorio.

No obstante recordemos que una sigma álgebra *f* agrupa a todos los subconjuntos (*eventos*) de Ω para los que estamos interesados en calcular su probabilidad. Dicha colección constituye el *dominio* sobre el cual se define *medida* en probabilidad, que es otra noción importante. En teoría de la probabilidad se define *medida de probabilidad* de la siguiente manera:

Se le llama *probabilidad* o *medida de probabilidad* a cualquier *función P* definida sobre una σ - *álgebra f,* que satisfaga los *axiomas de Kolmogorov*. Dado que P: $f \rightarrow \boldsymbol{R}$ es una función de la σ - álgebra en *f* que satisface los siguientes tres axiomas.

Teoría axiomática de la probabilidad

La teoría de la probabilidad acepta como válidos los siguientes axiomas[10]:

1. $1 \geq P(A) \geq 0$.

2. $P(\Omega) = 1$.

3. $P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} Ak \right) = \sum_{k=1}^{\infty} P\left(Ak\right)$ cuando A_1, A_2, ... son ajenos dos a dos (es decir la intersección de los conjuntos A_1 y A_2 es igual al conjunto vacío)

[Rincón Luis 2014, p. 35]

Ahora que hemos explicado qué es una sigma álgebra, una medida de probabilidad P y el espacio muestral Ω como un conjunto arbitrario, podemos definir un *espacio de probabilidad,* puesto que un espacio de probabilidad esta constituido por estos tres conceptos.

Espacio de probabilidad

En probabilidad se dice que un *espacio de probabilidad* es referido como una estructura matemática diseñada para modelar un experimento aleatorio, este espacio de probabilidad es definido en probabilidad de la siguiente manera:

"Definición 1.9 Un espacio de probabilidad es una terna (Ω, f, P) en donde Ω es un conjunto arbitrario, f es una σ - *álgebra* de subconjuntos de Ω y P es una medida de probabilidad definida sobre f." [Rincón Luis 2014, p.53]

De modo que en probabilidad para cada experimento aleatorio existe un espacio de probabilidad asociado (Ω, f, P) esta terna es un modelo matemático que tiene como objetivo *capturar los elementos de interés* del científico que realiza el experimento aleatorio al que se le vincula un espacio de probabilidad. Para la mayoría de los experimentos aleatorios que citamos en esta tesis no se especifica con detalle cada uno de los elementos del espacio de probabilidad, sino que son supuestos. Nuestro objetivo es pensar en los experimentos aleatorios que son modelados y no el estudio de las consecuencias del modelo matemático. Damos por hecho que las pruebas citadas en esta tesis son desarrolladas de manera correcta y sus resultados son correctos. Lo que nos interesa es profundizar sobre la interpretación de dicho número que arroja el cálculo de la probabilidad como evidencia

10 La teoría de la probabilidad es definida por tres principales axiomas postulados por A. N. Kolmogorov (1903-1987). Estos axiomas son las reglas que el cálculo de probabilidades debe satisfacer, aunque no establece la manera explícita de calcular las probabilidades.

relevante para tomar decisiones en casos únicos e individuales, los elementos *metaprobabilísticos* son los que reflexionaremos en la tesis.

Una vez vistos los axiomas de Kolmogorov y el espacio de probabilidad, ahora podemos mostrar un método usado para calcular la probabilidad, dicho método es conocido como el método bayesiano de la probabilidad. El método bayesiano está constituido por la probabilidad condicional y probabilidad total que a continuación mencionaremos.

Probabilidad condicional

> "Definición 1.10 Sean A y B dos eventos y supongamos que B tiene probabilidad estrictamente positiva [P(B)>0]. La probabilidad condicional del evento A, dado el evento B, se denota por el símbolo P(AIB) y se define como el cociente
>
> $P(A|B)= \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$." [Rincón Luis 2014, p.71]

La probabilidad de A dado B es la probabilidad modificada de A con la información adicional de que B ha ocurrido. Podemos inferir que el espacio muestral del experimento aleatorio ha sido reducido al evento B de manera que todo lo que esté fuera de B tiene probabilidad condicional 0[11].

Teorema de la probabilidad total

Dado un conjunto se dice que la colección de eventos {B1, B2, ..., Bn} es una partición finita de Ω si se cumplen las siguientes condiciones:

11 También en probabilidad hay un concepto usado para referirnos a la situación en donde la ocurrencia de un evento no afecta en la *probabilidad* de ocurrencia de otro evento. Por definición "Se dice que los eventos A y B son independientes si cumple la igualdad $P(A\cap B) = P(A)\,P(B)$" [Rincón Luis 2014, p.89]

De modo que si deseamos calcular la probabilidad de dos eventos A y B independientes debemos usar la regla del producto. Por ejemplo: Cuando en un experimento aleatorio lanzamos un dado con el objetivo de definir los eventos A (obtener un número par) y los eventos B (obtener un número impar). En este caso, los eventos A y B son ajenos puesto que no comparten ningún elemento en común (ya que sólo podemos obtener o bien un número par o un número impar). Pero los eventos no son independientes pues por definición:

$P(A\cap B) = 0$ (ya que no comparten ningún elemento A y B), luego

$P(A)\,P(B) = (1/2)\,(1/2)$

Por ello, podemos observar que $P(A\cap B) = 0$ no es igual a $P(A)\,P(B) = (1/2)\,(1/2)$

También, podemos encontrar casos donde los eventos puede ser independientes pero no ajenos. De modo que las propiedades de ser ajenos e independientes no están necesariamente relacionadas, puesto que puede haber eventos independientes y no ajenos, o eventos independientes y ajenos, o eventos ajenos y no independientes o eventos no independientes y no ajenos.

a) $B_i \neq \Phi$, $i = 1, 2, ..., n$.

b) $B_i \cap B_j = \Phi$ para $i \neq j$.

c) $\bigcup_{i=1}^{n} B_i = \Omega$

Cada uno de los elementos de la partición son distintos al conjunto vacío, son ajenos de dos a dos y la unión de todos ellos es igual al conjunto. El teorema de la probabilidad total formalmente presentado es el siguiente:

Sea $B_1, ..., B_n$ una partición de Ω tal que $P(B_i) \neq 0$, $i = 1, ..., n$. Para cualquier evento A,

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$$

Finalmente mencionaremos el teorema de Bayes que será usado en uno de los siguientes argumentos.

El teorema de Bayes se define formalmente como:
Sea $B_1, ..., B_n$ una partición de Ω tal que $P(B_i) \neq 0$, $i = 1, ..., n$. Sea A un evento tal que $P(A) \neq 0$.
Entonces para cada $j = 1, 2, ..., n$,

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)\ P(B_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)}$$

[Rincón Luis 2014, p.84]

Una vez presentada de manera general en qué consiste la teoría de la probabilidad, ahora podemos exponer los argumentos que han sido dados para apoyar sus hipótesis con respecto al juego de Monty Hall. Dichos argumentos son tomados de Rosenhouse (2009) con el fin de mostrar cuáles son los argumentos que comúnmente se han dado con respecto al problema de decisión planteado en el juego de Monty Hall y explicar porqué creemos que en cada uno de ellos no es la mejor manera de argumentar ya sea porque no modelan de manera adecuada el juego de Monty Hall o porque no son detallistas cuando usan la teoría de la probabilidad lo que provocaría confusiones.

SECCIÓN 1. ARGUMENTOS INICIALES Y SUS PROBLEMAS

1.1 Argumentos a favor de que las probabilidades de tener el premio son de 1/2 para cada una de las puertas restantes

Para comenzar deseo presentar, de manera muy breve, tres argumentos a favor de la idea de que las puertas que restan después de que Monty abre una puerta vacía tienen una probabilidad de 1/2 de tener el premio. Me parece importante considerarlos porque la mayor parte de nosotros, al enfrentarnos por primera vez con el problema de Monty Hall, fundamos nuestra conclusión en esta asignación equivocada de probabilidad.

1.1.1 Primer argumento: de posibilidades a probabilidades

El primer argumento es el siguiente: una vez que Monty ha abierto una puerta y nos muestra que se halla vacía, quedan dos puertas. Llamémoslas las puertas A y B. Ahora, es evidente que el premio se halla o bien en la puerta A o bien en la puerta B. De ahí se sigue que las probabilidades de que el premio se halle en alguna de estas puertas es de 1/2. Este argumento comete el error de confundir *posibilidades* con *probabilidades*: consideremos la siguiente analogía: o bien los extraterrestres me contagiaron ayer de una enfermedad mortal, o bien no lo hicieron. ¿De ahí se sigue que hay un 1/2 de probabilidades de que yo posea una enfermedad mortal? No. Las dos posibilidades son exhaustivas y excluyentes, pero eso no implica que la distribución de probabilidades deba de ser de 1/2 para cada una de ellas.

1.1.2 Segundo argumento: llega un nuevo jugador

Consideremos ahora el segundo argumento: supongamos que inmediatamente después de que Monty abre una puerta vacía llega un nuevo jugador y se enfrenta a dos puertas cerradas. Monty entonces le pide al nuevo jugador que elija entre ellas, diciéndole que detrás de una puerta hay un premio y que la otra se halla vacía. Es obvio que en esta situación el nuevo jugador tiene 1/2 de probabilidades de elegir la puerta del premio. ¿No deberíamos concluir entonces que cada una de las puertas tiene una probabilidad de 1/2 de tener el premio? No. El error en este argumento inicial consiste en que su conclusión no se sigue de sus premisas. Es cierto que el segundo jugador tiene 1/2 de probabilidades de elegir la puerta correcta, pero eso sucede porque carece de información relevante que sí posee el primer jugador, a saber, el número de puerta elegido inicialmente (junto con las reglas del juego). Esta elección inicial determina, en parte, la puerta abierta por Monty, y como quedará claro en la tercera sección de este capítulo, es información importante para determinar la probabilidad condicional que cada una de las puertas restantes tiene de ocultar el premio.

1.1.3 Tercer argumento: Monty abre una puerta vacía antes de que el jugador haga su elección inicial

Veamos a continuación el tercer argumento. Imaginemos una versión alternativa del juego en la que Monty abre una puerta vacía *antes* de que el jugador haga su elección inicial, y entonces le pide que elija entre las dos puertas restantes. En ese caso, nos enfrentamos a una situación muy similar a la planteada en el problema original: tenemos dos puertas, una oculta el premio y la otra se halla vacía. Notemos que aquí es muy claro que las probabilidades de tener el premio para las dos puertas son de 1/2. Lo único que ha cambiado en esta versión es el orden de los eventos. Pero si la situación a la que se enfrenta el jugador al final es idéntica ¿no deberían las probabilidades ser también de 1/2 para las dos puertas en la versión original del juego? No. El error de este tercer argumento consiste en asumir equivocadamente que el orden de los eventos carece de relevancia para la asignación de probabilidades. Cuando Monty elimina una de las puertas al inicio del juego, las probabilidades no son las mismas que en la versión original. Como mencionamos en la introducción, u*na solución adecuada al problema de Monty Hall requiere ofrecer una asignación de probabilidades de tener el premio a las puertas en cada etapa del juego*. [12] Pero si es así, lo que nos interesa es la probabilidad de que un evento ocurra dado que otro evento (o conjunto de eventos) ha sucedido. En otras palabras, estamos considerando la probabilidad *condicional*: ¿qué probabilidad hay de que el premio se halle en una puerta determinada dado que Monty ha abierto tal otra? Si el orden de los eventos es modificado, es posible que las probabilidades de un evento dado cambien también.

He presentado estos argumentos iniciales únicamente porque la mayor parte de las personas, al enfrentarnos con el problema de Monty Hall por primera vez, concluimos que la asignación de probabilidades correcta es de 1/2. Hay, por supuesto, argumentos adicionales que tienen ésta conclusión equivocada, y es obvio que no podemos evaluarlos todos. A continuación, presentaré algunos argumentos iniciales a favor de que al cambiar de puerta, las probabilidades de ganar es de 2/3 (esto es la probabilidad de que el premio se encuentre en la puerta no elegida inicialmente y no abierta es de 2/3).

1.2 Argumentos a favor de que las probabilidades de ganar cambiando son de 2/3

1.2.1 Argumento de las puertas múltiples

Uno de los argumentos más discutidos a favor de la estrategia de cambiar comienza imaginando que en

12 Cf. Rosenhouse 2009, p. 36: "Consideraremos el problema [de Monty Hall] resuelto cuando podamos asignar la probabilidad correcta a cada puerta en cada etapa del juego."

lugar de tres puertas cerradas, tenemos frente a nosotros un millón de ellas. Monty nos dice que una de esas puertas oculta un costoso premio, y que las otras 999,999 restantes se hallan vacías. Imaginemos ahora que elegimos inicialmente la puerta número 1. Monty entonces procederá a abrir las puertas restantes *excepto una de ellas*. Si nuestra elección inicial fue una puerta vacía, entonces Monty abrirá 999,998 de ellas, dejando cerrada la puerta que elegimos inicialmente y la puerta del premio. Si, por el contrario, elegimos inicialmente la puerta con el premio, Monty abrirá también 999,998 puertas, pero en este caso elegirá aleatoriamente dejar cerrada una de las puertas que no elegimos inicialmente. Debería de ser obvio que, en este caso, lo mejor que debemos hacer si deseamos ganar dado que sólo tenemos una oportunidad de jugar es cambiar de puerta, pues la única manera en la que ganaríamos si no lo hiciéramos es haber elegido inicialmente la puerta que esconde el premio, algo que sólo sucede en 1 de 1,000,000 de casos. Marilyn vos Savant propuso este argumento al inicio del debate mencionado en la introducción:

> Sí, tú debes cambiar. La primera puerta tiene una oportunidad de ganar de 1/3, pero la segunda puerta tiene una oportunidad de 2/3. Aquí hay una buena manera de visualizar qué sucedió. Supongamos que hay un millón de puertas, y tú eliges la número 1. Entonces el anfitrión, que sabe qué se halla detrás de las puertas y siempre evitará la que tiene el premio, abrirá todas excepto aquella con el número 777,777. En ese caso cambiarías rápidamente a esa puerta, ¿o no? (vos Savant,)

El argumento anterior motiva la idea de que cambiar de puerta es la estrategia más adecuada, pero no nos ofrece, por sí mismo, ninguna justificación para asignar una probabilidad de 2/3 a la estrategia de cambiar de puerta. Por otro lado, el argumento de las puertas múltiples es propenso a la objeción siguiente: después de que Monty abre las puertas vacías, nos quedamos finalmente con dos de ellas, una con premio y otra sin premio. ¿Por qué no sucede que Monty, al abrir las puertas, hace que las probabilidades de tener el premio para las dos puertas que quedan al final cambien a 1/2 para cada una? Por lo anterior, me parece que es preferible encontrar mejores razones para argumentar que la estrategia de cambiar es la que me conducirá al premio.

1.2.2 Argumento de la transferencia de probabilidades

Otro argumento que tiene como conclusión la asignación correcta de probabilidades es el siguiente: en tanto el premio se ha puesto de manera aleatoria detrás de las tres puertas, la probabilidad de que se halle detrás de la puerta elegida inicialmente es de 1/3. En cambio, la probabilidad de que no se halle en esa puerta, sino en alguna de las dos puertas restantes no elegidas, es de 2/3. En el momento en el que Monty abre una puerta vacía y nos muestra que la probabilidad de que se encuentre allí es de 0, los

2/3 de probabilidades se *transfieren* a la puerta vacía que no ha sido elegida y que aún está cerrada. En consecuencia, y dado que la puerta elegida inicialmente tiene 1/3 de probabilidades de ganar, debo de elegir la puerta que no escogí inicialmente y que permanece cerrada.

> ...la probabilidad de que el premio esté detrás de la puerta que has elegido inicialmente es de 1/3, y la probabilidad de que se halle en una puerta cerrada, no elegida, es de 2/3. Uno puede decir así (i) que la puerta elegida (llamémosla C) tiene 1/3 de probabilidades de tener el premio, (ii) que las dos puertas no elegidas tienen una probabilidad combinada de 2/3 de ganar, y que (iii) cuando Monty abre una puerta (llamémosla O), los 2/3 de probabilidades se transfieren a la puerta restante que no ha sido elegida y permanece cerrada. En consecuencia, U gana una probabilidad de 2/3 de ganar. (Moser y Mulder 1994, p. 111) [13]

Versiones de este argumento se hallan también en Martin (1992). El problema con este argumento es que asume, sin justificación alguna, que si un número n de eventos equiprobables tienen entre ellos una probabilidad de p, y que si información adicional nos muestra que la probabilidad de uno de esos eventos es de 0, entonces los eventos restantes deben de ser vistos como equiprobables y tienen, entre ellos, una probabilidad también de p. Cuando elegimos una de las puertas, sabemos que la probabilidad de que el premio se encuentre allí es de 1/3. Sabemos también que la probabilidad de que el premio se halle en el conjunto formado por las dos puertas restantes no elegidas es de 2/3, y que al abrir Monty una de las puertas de ese conjunto la probabilidad de que el premio se halle en esa puerta es de 0. ¿Qué quiere decir entonces que las probabilidades se transfieren a la puerta que permanece cerrada? La idea de transferencia es una metáfora que necesita una aclaración más detallada.

¿Qué nos garantiza que Monty, al momento de abrir la puerta vacía, no hace que las probabilidades de las dos puertas restantes sean ahora de 1/2 para cada una?

> En la situación presente, tenemos que antes de que Monty abra una puerta, las puertas uno y dos son equiprobables y tienen probabilidades que suman 2/3. De esto no se sigue que cuando Monty abre una de las puertas, las probabilidades de 2/3 pasen a la puerta restante. Se necesita más para justificar esta conclusión. (Rosenhouse 2009, p. 38) [14]

Hasta ahora en esta sección hemos visto que los primeros argumentos asignan una probabilidad errónea de 1/2 y 1/2 a cada una de las dos puertas respectivamente, sus razones para justificar su asignación de probabilidad no son muy convincentes. Después hemos visto argumentos que apoyan la asignación

13 ...the probability that the prize is behind the door of your initial choice is 1/3, and the probability that the prize is behind an unchosen unopened door is 2/3. One might thus say (i) that the chosen door (call it C) has a 1/3 probability of holding the prize, (ii) that the two doors not chosen have a 2/3 combined probability of wining, and (iii) that when Monty opens a door (call it O), the 2/3 probability transfers to the remaning unchosen unopened door (call it U). Consequently, U gains a 2/3 probability of wining. (Moser y Mulder 1994, p. 111)

14 In the present situation, we have that prior to Monty's opening a door, doors one and two are equiprobable and have probabilities summing to 2/3. It does not follow from this that when Monty opens one of the doors, the entire 2/3 probability then shifts to the one remaning door. More is needed to justify this conclusion. (Rosenhouse 2009, p. 38)

correcta de probabilidad argumentando que todos los eventos que suceden en el juego y el orden en que suceden son importantes para asignar probabilidades a las puertas restantes, pero no han explicado por qué la asignación de probabilidad debe ser de 1/3 y 2/3. En el argumento de las múltiples puertas no justifican cuál es la asignación correcta de probabilidad de que las puertas restantes tengan el premio en el juego original de Monty Hall, sino que su argumento da razones para creer por qué la mejor estrategia a seguir para ganar es la estrategia de cambiar de puerta. En cambio el argumento de transferencia sólo menciona que la probabilidades se transfieren de una puerta a otra, pero no explica por qué se transfieren.

A continuación veremos argumentos que justifican la asignación correcta de probabilidad usando métodos de probabilidad como el bayesianismo o el método frecuentista.

SECCIÓN 2: MODELOS MATEMÁTICOS Y ÁRBOL DE PROBABILIDAD

2.1 Un pequeño modelo matemático

Hasta ahora hemos visto argumentos poco convincentes para sostener que la distribución de probabilidad correcta para los dos posibles resultados del juego de Monty Hall es de 1/3 Y 2/3. A continuación veremos una manera de justificar dicha asignación de probabilidad.

2.1.1 Espacio muestral para el lanzamiento de una moneda

Podemos construir un modelo matemático muy sencillo para evaluar las probabilidades de que caiga águila o sol en una moneda sin truco. En este caso, el espacio muestral M tendrá como eventos exhaustivos y excluyentes A y S, esto es M = {A, S}, y la distribución de probabilidades será de 1/2 para los resultados A y S. Un caso más complicado puede ilustrarse al preguntarnos cuál es la probabilidad de que caiga sol exactamente dos veces si hacemos tres lanzamientos consecutivos de la moneda. En este caso, nuestro espacio muestral será el siguiente:

$M_T = \{\langle AAA\rangle, \langle AAS\rangle, \langle ASA\rangle, \langle ASS\rangle, \langle SAA\rangle, \langle SAS\rangle, \langle SSA\rangle, \langle SSS\rangle\}$

Nuestro espacio muestral se compone así de ocho secuencias que representan los lanzamientos consecutivos de la moneda. La distribución de probabilidad para este espacio muestral será de 1/8 para cada uno de estos resultados (pues en cada lanzamiento tenemos que la probabilidad de que salga águila o sol es de 1/2, de manera que 1/2 * 1/2 * 1/2 = 1/8). Ahora, el evento que nos interesa es el de que caiga sol exactamente dos veces, evento que es representado por las secuencias que damos a continuación:

S_D = {<ASS, <SAS>, <SSA>}

Por lo tanto, el evento de que caiga sol exactamente dos veces (el evento S_D) tiene una probabilidad de darse de 1/8 + 1/8 + 1/8 = 3/8.

2.1.2 Espacio muestral para el juego de Monty Hall

Consideremos ahora la manera en la que debemos de construir el espacio muestral para la versión de juego de Monty Hall que estamos evaluando. A diferencia del ejemplo de la moneda, será un poco más complicado determinar la distribución de probabilidades en este caso. Al inicio de este capítulo, habíamos mencionado la importancia de considerar el orden de los eventos del juego de Monty Hall para hacer una asignación correcta de probabilidad a los posibles resultados. Podemos considerar tres etapas distintas en el juego de Monty Hall que corresponden con los eventos siguientes: (i) la puerta elegida inicialmente por el jugador; (ii) la puerta abierta por Monty, y (iii) la puerta en la que se localiza el automóvil. Podemos describir los resultados en nuestro espacio muestral a partir de secuencias que tendrán la forma siguiente:

<puerta elegida inicialmente, *puerta abierta por Monty*, *puerta en la que se halla el premio* >

Nuestro espacio muestral puede entonces construirse así:

E_{MH} = {<1, 2, 1>, <1, 3, 1>, <1, 2, 3>, <1, 3, 2>, <2, 1, 2>, <2, 3, 2>, <2, 1, 3>, <2, 3, 1>, <3, 1, 3>, <3, 2, 3>, <3, 1, 2>, <3, 2, 1>}

El conjunto E_{MH} ("E_{MH}" refiere a eventos de Monty Hall) contiene así doce secuencias que representan posibles situaciones distintas. Hay que advertir que en seis de estas secuencias el primer y el último número son idénticos, y representan circunstancias en las que el jugador perdería si decide cambiar su elección inicial; en las otras seis secuencias restantes el primer y el último número son distintos, y corresponden a situaciones en las que el jugador ganaría si cambia. Podemos notar que si decidimos cambiar nuestra elección inicial, esto es si cambiamos, las posibles situaciones en las que podemos ganar son 6, pero también son 6 posibles situaciones en las que podemos perder. El hecho de que sea el mismo número de posibles casos de ganar que perder, crea la ilusión de que las probabilidades de ganar eligiendo cambiar es de 1/2 y 1/2. Esta información podría hacernos pensar que la estrategia de cambiar de puerta es, después de todo, irrelevante si es que deseamos ganar el premio. Sin embargo, la distribución de probabilidad para estos resultados nos mostrará que esto no es así, pues no son equiprobables.

Para simplificar el problema, asumiremos que la puerta que elegimos inicialmente es la puerta número 1. En este caso, el espacio muestral está representado por el conjunto siguiente:

E_1 = {<1, 2, 1>, <1, 3, 1>, <1, 2, 3>, <1, 3, 2>}

Podemos ver que las situaciones en las que el jugador pierde si cambia están representadas por las secuencias <1, 2, 1> y <1, 3, 1>, mientras que las situaciones en las que gana si cambia corresponden a las secuencias <1, 2, 3> y <1, 3, 2>. ¿Pero cómo se distribuye la probabilidad entre estas situaciones? Una asunción inicial es que el premio se halla repartido aleatoriamente entre las tres puertas. Por esa razón, debemos de asignar una probabilidad de 1/3 a la situación representada por la secuencia <1, 2, 3> – esto es, a la situación en donde el premio se halla en la puerta 3 – así como a la situación representada por la secuencia <1, 3, 2> – es decir, a la situación en la que el premio se halla en la puerta 2. ¿Qué sucede ahora con las situaciones representadas por las secuencias <1, 2, 1> y <1, 3, 1>? Estas secuencias representan el evento en el que el premio se halla en la puerta 1, lo que sucede 1/3 parte de las veces. Ahora bien, estas secuencias representan las veces en las que el jugador elige inicialmente la puerta con el premio, y son situaciones en las que Monty puede elegir entre dos puertas vacías. En este caso, hemos dicho que Monty elegirá qué puerta abrir *de manera aleatoria*, por ejemplo, arrojando al aire una moneda sin truco. Por lo anterior, la probabilidad de 1/3 debe de repartirse de manera uniforme entre las situaciones representadas por las secuencias <1, 2, 1> y <1, 3, 1>, o en otras palabras, cada una tendrá una probabilidad de 1/6. En conclusión, la asignación de probabilidades de ganar para la estrategia de cambiar será la siguiente:

El jugador gana cambiando = { <1, 2, 3>, <1, 3, 2>}

En tanto a cada una de las secuencias <1, 2, 3> y <1, 3, 2> se le asignará una probabilidad de 1/3, y su suma es de 2/3, Si el jugador elige cambiar, tendrá 2/3 oportunidades de ganar en el juego**.**
Por otro lado,

El jugador pierde cambiando = { <1, 2, 1>, <1, 3, 1>}

A cada una de las secuencias se le ha asignado una probabilidad de 1/6, y su suma es de 1/3. Por tanto, el jugador perderá 1/3 parte de los juegos si cambia. En consecuencia, lo que debe de hacer el jugador si desea ganar es *cambiar de puerta*, pues las probabilidades de ganar si lo hace son de 2/3. Notemos que asumir que el jugador ha elegido inicialmente la puerta 1 es irrelevante, pues si hubiéramos elegido la puerta 2 o la puerta 3 el resultado final habría sido exactamente el mismo.

2.2 El árbol de probabilidad

Otra manera de comprobar que la probabilidad de ganar para la estrategia de cambiar son de 2/3 es considerando el árbol de probabilidad de la tabla 1.1:

Tabla 1.1

Localización del premio	Elección inicial del invitado	Puerta abierta por Monty	Puerta elegida finalmente	Resultado de cambiar	
Puerta 1 Pr. 1/3	Puerta 1 Pr. 1/3	Puerta 2 Pr.1/2	Puerta 3 Pr.1/2	PIERDE	1/3 * 1/3 * 1/2 * 1 = 1/18
		Puerta 3 Pr.1/2	Puerta 2 Pr.1/2	PIERDE	1/3 * 1/3 * 1/2 * 1 = 1/18
	Puerta 2 Pr. 1/3	Puerta 3 Pr. 1	Puerta 1 Pr. 1	GANA	1/3 * 1/3 * 1 * 1 = 1/9
	Puerta 3 Pr. 1/3	Puerta 2 Pr. 1	Puerta 1 Pr. 1	GANA	1/3 * 1/3 * 1 * 1 = 1/9
Puerta 2 Pr. 1/3	Puerta 1 Pr. 1/3	Puerta 3 Pr.1	Puerta 2 Pr. 1	GANA	1/3 * 1/3 * 1 * 1 = 1/9
	Puerta 2 Pr. 1/3	Puerta 1 Pr.1/2	Puerta 3 Pr.1/2	PIERDE	1/3 * 1/3 * 1/2 * 1 = 1/18
		Puerta 3 Pr.1/2	Puerta 1 Pr.1/2	PIERDE	1/3 * 1/3 * 1/2 * 1 = 1/18
	Puerta 3 Pr. 1/3	Puerta 1 Pr. 1	Puerta 2 Pr. 1	GANA	1/3 * 1/3 * 1 * 1 = 1/9
Puerta 3 Pr. 1/3	Puerta 1 Pr. 1/3	Puerta 2 Pr. 1	Puerta 3 Pr.1	GANA	1/3 * 1/3 * 1 * 1 = 1/9
	Puerta 2 Pr. 1/3	Puerta 1 Pr. 1	Puerta 3 Pr.1	GANA	1/3 * 1/3 * 1 * 1 = 1/9
	Puerta 3 Pr. 1/3	Puerta 1 Pr.1/2	Puerta 2 Pr.1/2	PIERDE	1/3 * 1/3 * 1/2 * 1 = 1/18
		Puerta 2 Pr.1/2	Puerta 1 Pr. 1/2	PIERDE	1/3 * 1/3 * 1/2 * 1 = 1/18
Probabilidades de PERDER cambiando					**1/18 * 6 = 6/18 = 1/3**
Probabilidades de GANAR cambiando					**1/9 * 6 = 6/9 = 2/3**

Como podemos observar el árbol es muy sencillo y expone todos los posibles resultados y las probabilidades de cada posible evento del juego de Monty Hall. Con este árbol podemos concluir de manera correcta y justificada que la asignación correcta de probabilidad es de 2/3 de que la puerta no elegida ni abierta tenga el premio.

SECCIÓN 3: MÉTODO BAYESIANO

3.1 Teorema de Bayes

Si bien recordamos al inicio de este capítulo hemos definido el teorema de Bayes como:

Sea $B_1, \ldots, B_n$ una partición de Ω tal que $P(B_i) \neq 0$, $i = 1, \ldots, n$. Sea A un evento tal que $P(A) \neq 0$. Entonces para cada $j = 1, 2, \ldots, n$,

$$P(B_j \mid A) = \frac{P(A \mid B_j)\; P(B_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i) P(B_i)}$$

Por medio del teorema de Bayes Horgan calcula la probabilidad de un evento de nuestro interés en el juego de Monty Hall[15].

3.2 Aplicación de la Regla de Bayes al juego de Monty Hall.

En el juego de Monty Hall tenemos información clave que debemos de introducir en la regla de Bayes para calcular la probabilidad de los posibles resultados del juego. Esta información es la siguiente:

(i) Hay tres puertas 1, 2, 3 y sabemos que sólo una de ellas esconde el premio.

(ii) Elegimos inicialmente la puerta 3

(iii) Monty abre la puerta 2

La pregunta que deseamos responder es la siguiente: dado que elegimos inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2, ¿cuál es la probabilidad de que el premio se halle en la puerta 1 y cuál es la probabilidad de que se halle en la puerta 3?[16] Usaremos la expresión Hj para denotar que el premio se halla en la puerta j, y la expresión Mi para denotar que Monty abre la puerta i. Con esto en mente, podemos hacer las siguientes sustituciones en la regla de Bayes:

15 Debemos mencionar que la manera en la que hemos empleado esta versión para asignar probabilidades a los posibles resultados del juego no es la única manera, pues pudimos elegir otra variante de supuestos iniciales, por ejemplo, pudimos haber supuesto que elegimos la puerta 2 y Monty abrió la puerta 3, o bien, pudimos preguntarnos por la probabilidad de que el premio no esté en la puerta 1.

16 Debemos aclarar que se pudo haber elegido la puerta *2* o *1*, pero si el lector lo desea puede hacer las otras versiones o combinaciones de posibles situaciones en donde se ha elegido otra puerta y/o Monty ha abierto otra puerta, puede agotar todos los posibles casos y encontrará que son las mismas asignaciones de valores de probabilidad.

(I) $P(H3|M2) = P(M2|H3)\ P(H3) / P(M2)$

(II) $P(H1|M2) = P(M2|H1)\ P(H1) / P(M2)$

A continuación asignaremos los valores a las variables de la fórmula (1):

(a) $P(M2|H3) = 1/2$

(b) $P(H3) = 1/3$

(c) $P(M2) = 1/2$

Justifiquemos ahora esta asignación de valores a estas variables. Veamos primero por qué $P(M2|H3) = 1/2$: si el premio se halla en la puerta 3, entonces Monty puede abrir o bien la puerta 1 o bien la puerta 2. Dado que ambas puertas están vacías, Monty elegirá cuál puerta abrir de manera aleatoria (por ejemplo, arrojando al aire una moneda no trucada). Luego, $P(M2|H3) = 1/2$. Veamos ahora por qué $P(H3) = 1/3$: estamos asumiendo que el premio se ha colocado de manera aleatoria en una de las tres puertas, de manera que si no tenemos razones para que sea más probable que una de las puertas contenga el premio, entonces son equiprobables. Finalmente, veamos por qué $P(M2) = 1/2$. Esto será un poco más complejo: aquí usaremos la fórmula de la *probabilidad total*:

$$P(B) = P(B|A_1)\ P(A_1)\ , \ldots\ P(B|A_n)\ P(A_n)$$

en donde n es el número de eventos que componen nuestro espacio muestral, de modo que la suma de todos los eventos es igual a 1. Aplicando la fórmula al caso que nos interesa:

$$P(M2) = P(M2|H1)\ P(H1) + P(M2|H2)\ P(H2) + P(M2|H3)\ P(H3)$$

Para aplicar la fórmula de la probabilidad total necesitamos saber los valores de $P(M2|H1)$, de $P(M2|H2)$ y de $P(M2|H3)$. El valor de esta última expresión ya lo sabemos. Ahora bien, en tanto asumimos que elegimos inicialmente la puerta 3, la probabilidad de que Monty abra la puerta 2 cuando el premio está en la puerta 1 es de 1, por lo que $P(M2|H1) = 1$. Sabemos además que la probabilidad de que Monty abra la puerta 2 cuando el premio está en la puerta 1 es de 0, de manera que $P(M2|H2) = 0$. Sustituyendo los valores de las variables obtenemos:

$$P(M2) = (1 \times 1/3) + (0 \times 1/3) + (1/2 \times 1/3)$$

Calculando:

$$P(M2) = 1/3 + 0 + 1/6$$

$$P(M2) = 1/2$$

Sustituyendo los valores ya definidos, podemos sustituir los valores en las fórmulas (I) y (II):

(I) $P(H3|M2) = (1/2 \times 1/3) / (1/2)$

(II) $P(H1|M2) = (1 \times 1/3) / (1/2)$

Resolviendo

(I) $P(H3|M2) = (1/2 \times 1/3) / (1/2)$

$P(H3|M2) = (1/6) / (1/2)$

$P(H3|M2) = 1/3$

(II) $P(H1|M2) = (1 \times 1/3) / (1/2)$

$P(H1|M2) = (1/3) / (1/2)$

$P(H1|M2) = 2/3$

En tanto $P(H1|M2) > P(H3|M2)$, la elección más racional para el jugador si desea ganar el premio es cambiar de puerta dadas las probabilidades.

De manera similar puede calcularse la probabilidad a partir de la regla de Bayes si el concursante eligió otra puerta o bien si Monty abrió otra puerta, siempre y cuando se mantengan las condiciones iniciales del juego, al igual que I e II. Si mantenemos dichas condiciones, obtendremos los mismos resultados 2/3 de probabilidad de ganar si seguimos la estrategia *CAMBIAR* y 1/3 de probabilidad de ganar si seguimos la estrategia *PERMANECER*. Como hemos dicho esta respuesta parece poco clara para mucha gente, pero por ahora sólo mostraremos que podemos calcular la probabilidad de ganar en el juego de Monty a partir de usar la regla de Bayes. Debemos mencionar que la manera en que hemos empleado la regla de Bayes para asignar probabilidades a las dos estrategias del juego de Monty Hall, no es la única forma en que se puede aplicar la regla de Bayes.

Ahora veamos una última prueba usando un método de probabilidad, este método de probabilidad convenció a más personas que era mejor elegir la estrategia *cambiar* que la estrategia *permanecer*. Una razón de su poder de convencimiento es la adecuación empírica y la simplicidad del método. Este método es conocido como el método frecuentista.

SECCIÓN 4: MÉTODO FRECUENTISTA DE LA PROBABILIDAD

Este método se basa en la frecuencia con la que sucede un evento que nos interesa destacar en una serie grande de instancias de un fenómeno en donde acontece de manera aleatoria dicho evento. Para usar el método frecuentista se necesita de una colección de eventos, que es definida por Von Mises (1964) como una secuencia de eventos o procesos que difieren entre sí en ciertos atributos observables.

Por ejemplo, el juego de Monty Hall puede ser simulado de manera que podamos realizar varias veces el juego, repetirlo. En este caso podemos considerar como una colección todos los ensayos que hagamos del juego. Cada juego puede ser considerado como un evento de una colección donde nos interesa observar la característica de ganar cada vez que sigamos la estrategia *cambiar* o bien la estrategia *permanecer* en los ensayos. Debemos aclarar que cuando definimos colecciones en el método frecuentista no debemos pensar en individuos o casos únicos, sino más bien en una cierta clase considerada como un todo, esta aclaración será clave en el siguiente capítulo.

De modo que en una frecuencia de experimentos se puede tener éxito o fracaso, es decir de que ocurra o que no ocurra el evento esperado. En el juego de Monty Hall el evento que esperamos y nos interesa observar en los ensayos o experimentos es ver cuantas veces obtenemos el premio cuando seguimos la estrategia *cambiar* o bien si seguimos la estrategia *permanecer*. Una vez que sé las probabilidades de obtener el premio siguiendo alguna de las dos estrategias exhaustivas y excluyentes entre ellas, puedo inferir que si cierta estrategia tiene más probabilidad de conducirme al premio, entonces es la que me hará ganador, por lo menos en una serie larga de juegos de Monty Hall, por ello, sería prudente decidir elegir dicha estrategia.

Otro concepto importante en el método frecuentista es la frecuencia *relativa*, definida como:
El cociente de m/n, donde m es el número de veces en que ocurre el atributo que queremos reconocer en el evento que se repite n veces.

Conforme se repite más veces el experimento podemos notar que los posibles resultados en un experimento aleatorio convergen hacia una constante, es decir cuando la serie n de experimentos es cada vez mas grande se dice que tiende a infinito y la frecuencia va regulándose, convergiendo a una constante. Cuando el experimento se repite n veces, de las cuales m ocurre el evento que nos interesa destacar, entonces la probabilidad se define como el límite de la frecuencia relativa *m/n*, cuando *n* tiende a infinito, esto es: La probabilidad de que suceda el evento *m* es igual a *m/n*.

En el caso de Monty Hall, cuando se realizan varios juegos del juego de Monty Hall un gran número de veces, decimos que cada experimento es un evento de una colección de juegos de Monty Hall, de manera que *n* en la fórmula del frecuentismo es el número de veces en que se lleva a cabo el experimento. Por otra parte, cada vez que se lleva a cabo el experimento se desea destacar el evento obtener el premio (denotado por *m*) y saber cuál es la probabilidad de que se obtenga el coche, es decir ganar, dado que en cada experimento siempre se lleva a cabo la estrategia *cambiar* o bien siempre se lleva a cabo la estrategia *permanecer*.

4.1 Aplicación del método frecuentista al Juego de Monty Hall.

Cuando se repitió el juego un gran número de veces, la probabilidad de que el concursante ganara el premio eligiendo la *estrategia cambiar* en cada repetición del juego se aproximaba más a 2/3 conforme aumentaba el número de repeticiones del juego.

Rosenhouse (2009, p.51) nos muestra dos gráficas: en la primera gráfica (2.3) muestra que si seguimos siempre la estrategia *cambiar,* las probabilidades de ganar en *n* ensayos convergen a 2/3, esto es, la probabilidad de ganar siguiendo la estrategia *cambiar* tiende a 2/3. En cambio la gráfica (2.2) nos muestra que la probabilidad de ganar en *n* ensayos eligiendo siempre la estrategia *permanecer* se acercaba cada vez más a una probabilidad de 1/3.

Las gráficas muestran los resultados obtenidos cuando se repitió 500 veces el juego.

Table 2.3:Data from Monty Hall simulation with a uniform switching strategy				Table 2.2: Data from Monty Hall simulation with a uniform sticking strategy		
Trials	Wins	Percentage		Trials	Wins	Percentage
5	5	1.00		5	3	.600
10	8	0.800		10	3	.300
15	11	0.733		15	5	.333
20	14	0.700		20	8	.400
25	17	0.680		25	10	.400
30	19	0.633		30	12	.400
50	33	0.660		50	20	.400
70	44	.629		70	26	.371

90	58	.644		90	31	.344
100	65	.650		100	35	.350
120	78	.650		120	43	.358
140	90	.643		140	49	.350
160	105	.656		160	56	.350
180	118	.656		180	63	.350
220	147	.668		220	75	.341
260	169	.650		260	88	.338
300	190	.633		300	105	.350
340	219	.644		340	117	.344
380	242	.637		380	128	.337
420	267	.636		420	141	.336
460	294	.639		460	156	.339
500	321	.642		500	170	.340

Lo que podemos concluir de la tabla 2.3 es que cuando el número de repeticiones aumenta, las probabilidades de ganar adoptando la estrategia *cambiar* tiende a 2/3. Pero cuando adoptamos la estrategia *permanecer* tiende a 1/3 de probabilidad de ganar. Por eso, dadas las probabilidades es mejor seguir la estrategia *cambiar*, si queremos ganar, pues cuando se realiza varias veces el juego, la probabilidad de ganar favorece a la estrategia *cambiar* en el método frecuentista.

Conclusiones del capítulo 1

Debemos aclarar que algunos de los argumentos vistos que usan un método de probabilidad no detallan o especifican el espacio de probabilidad, tampoco se demuestra que los métodos de probabilidad satisfagan los axiomas de Kolmogorov, pues no es uno de nuestros objetivos. Sin embargo en cada uno de los argumentos que apelan al cálculo de la probabilidad sea supuesto que para cada experimento o juego de Monty Hall que mencionan existe un espacio de probabilidad (Ω, f, P) el cual no es necesariamente único. Esta terna es un modelo matemático cuyo objetivo es capturar los elementos esenciales para el estudio del experimento o en este caso el juego de Monty Hall. Como hemos notado en algunos argumentos vistos y que veremos no se especifica con total detalle cada uno de los elementos del espacio de probabilidad, sino que son entendidos de manera implícita, lo que puede causar confusión. Podría pensarse que el cálculo de la probabilidad no es usado de manera correcta o peor aun creer que el mismo cálculo de la probabilidad no es una herramienta rigurosa y confiable, cuando en realidad el problema es que dicho modelo no representa de manera correcta el juego de Monty Hall, en el sentido de que no toma en cuenta o recupera mejor los factores que deben ser considerados en el modelo para obtener una asignación correcta de la probabilidad que se asemeje a los resultados empíricos, me refiero a que el modelo sea exitoso porque su asignación de probabilidad se asemeja mucho a los hechos empíricos como los mostrados en las tablas 2.2 y 2.3.

En este capítulo, uno de los objetivos ha sido justificar una solución al problema de Monty Hall tal y como lo he planteado en esta tesis [Recordemos que no todos los autores definen el problema de la misma manera, lo que da pie a numerosas confusiones. Aquí hemos considerado el planteamiento original de vos Savant y el de Rosenhouse], esto es, adoptamos los supuestos (i), (ii) y (iii) [(i) El premio se ha colocado inicialmente de manera aleatoria (por el principio de indiferencia); Monty nunca abre la puerta que elegimos inicialmente y siempre abre una puerta vacía, y (iii) cuando Monty puede abrir una de dos puertas vacías (esto es, cuando elegimos inicialmente la puerta del premio) Monty elige cuál abrir de manera aleatoria.

Rosenhouse tiene la hipótesis de que *el problema de Monty Hall se resuelve* cuando podemos atribuir probabilidades de tener el premio a cada una de las puertas en cada etapa del juego.

> He seguido la tradición de presentar el problema de Monty Hall como un ejercicio en teoría de la decisión. Esto es, buscamos la decisión más racional que puede tomar el concursante dada la información disponible. Cuando hablamos de resolver el problema, sin embargo, tenemos algo ligeramente distinto en mente. *Consideraremos el problema como resuelto cuando podamos asignar la probabilidad correcta a cada puerta en cada etapa del juego. Si tenemos éxito, entonces podremos seguramente ser capaces de determinar el curso de acción más razonable*. (Rosenhouse 2009, p. 37)

Bajo esta versión clásica del juego de Monty Hall hemos mostrado varios argumentos que han dado razones para apoyar una asignación de probabilidad distinta a las puertas en cada etapa del juego. En la primera sección, consideramos tres argumentos iniciales que pretenden mostrar que la puerta elegida inicialmente y la puerta no abierta por Monty y no elegida tienen la misma probabilidad de tener el premio. Hemos concluido que estos argumentos iniciales fallan. Posteriormente, consideramos dos argumentos a favor de que la probabilidad de ganar cambiando de puerta es efectivamente de 2/3. Estos fueron los argumentos de las Puertas Múltiples y el Argumento de la Transferencia. A pesar de su aparente fuerza, hemos sugerido que no son suficientes para hacer esta atribución a la estrategia de cambiar, y que es preferible adoptar argumentos más precisos.

En la segunda sección presentamos un pequeño modelo matemático para mostrar que la probabilidad de ganar cambiando es de 2/3. Este modelo matemático está basado en el modelo ofrecido por Isaac (1995) y el modelo propuesto por Rosenhouse en (2009). La conclusión es que la puerta elegida inicialmente tiene una probabilidad de ocultar el premio de 1/3, mientras que la puerta no abierta por Monty y no elegida inicialmente tiene una probabilidad de ocultar el premio de 2/3. En consecuencia, "...cambiar da una probabilidad de 2/3 de ganar el automóvil, y no cambiar da una probabilidad de 1/3 de ganarlo. Así, tienes el doble de oportunidades de ganar si cambias que si no lo haces." [17] En esta misma sección elaboramos el árbol de probabilidades para la versión clásica del Juego de Monty Hall. Nuevamente, las probabilidades de ganar cambiando de puerta son de 2/3, mientras que las probabilidades de perder cambiando son de 1/3. Luego, la mejor estrategia si lo que deseamos es ganar el premio es la de cambiar de puerta.

En la tercera sección aplicamos la regla de Bayes al juego de Monty Hall. Dicha regla nos permite calcular la probabilidad de eventos dependientes como los que acontecen en el juego de Monty Hall. Recordemos que lo que nos muestran los primeros argumentos de este capítulo es la importancia de los eventos que suceden en el juego de Monty Hall y el orden en que suceden, pues si cambiamos los eventos o el orden en que suceden cambian las probabilidades condicionales. No sólo la regla de Bayes nos muestra la importancia de los eventos condicionados, sino también nos muestra que las probabilidades se pueden calcular sin apelar a una serie larga de instancias del fenómeno a estudiar, en este caso el juego de Monty Hall.

Lo mismo podemos decir del árbol de probabilidad: no hemos usado en ningún momento un método que apele a las frecuencias para calcular la probabilidad.

Finalmente, en la cuarta sección de este capítulo hemos presentado el método frecuentista de la probabilidad. Este método toma como punto de partida una serie larga de experimentos para obtener la probabilidad de que la estrategia de cambiar sea exitosa. En este caso, lo que queremos es obtener la probabilidad de que el concursante gane cambiando. El resultado de estos experimentos se presenta en la tabla 2.3 y en la tabla 2.2, donde observamos que la asignación de probabilidad se aproxima a la obtenida usando los otros métodos de probabilidad mencionados en este mismo capítulo. La virtud de este método es que apela a la experiencia, a los hechos, lo que apoya esta asignación de probabilidades.

17 Isaac 1994, p. 10

Por lo que hemos visto en este capítulo, podemos concluir que si consideramos la versión canónica del juego de Monty Hall (es decir, la versión que adopta los supuestos (i) - (iii)), la mejor estrategia – entendida como la estrategia que me hará ganar el premio – es precisamente la de cambiar de puerta.

Luego, dado que hemos asignado la probabilidad correcta a cada puerta en cada etapa del juego, y somos capaces de inferir que el curso de acción más racional es el que me dicta la probabilidad, entonces debemos elegir la estrategia cambiar para ganar el premio. Puesto que hemos considerado que el problema de Monty Hall se resuelve como Rosenhouse ha mencionado en la versión canónica del juego de Monty Hall.

Por lo tanto, podemos concluir que en esta versión canónica del juego de Monty Hall está resuelto el problema de decisión, bajo los supuestos y condiciones iniciales que hemos explicado y asumido, pues creemos que el modelo del juego de Monty Hall presentado por Rosenhouse recupera mejor los factores que intuitivamente deben ser considerados en el modelo, muy distinto al modelo de los argumentos iniciales los cuales olvidan factores relevantes que suceden en el juego y por ello obtiene una asignación de probabilidad a los dos posibles resultados de 1/2 y 1/2. El modelo de Rosenhouse nos parece correcto porque sí recupera mejor los factores que deben ser considerados en este caso los eventos dependientes en el juego de Monty Hall es importante que en el modelo del juego sean considerados factores relevantes. Sin embargo en los argumentos iniciales no consideran importantes dichos eventos, lo que nos parece que es un error en su modelo por eso las probabilidad que obtienen no se asemejan a lo que se obtiene en los experimentos, pues como vimos en las tablas 2.3 y 2.2 los resultados se aproximan más a una asignación de probabilidad de 2/3 de que el premio se encuentra en la puerta no elegida ni abierta, y no una asignación de 1/2 de probabilidad como se cree en los argumentos iniciales de este capítulo.

A pesar de nuestra posición con respecto a una solución al problema de decisión del juego de Monty Hall, el problema de decisión de Monty Hall motivo a autores como Moser y Mulder (1994) a preguntarse por el papel que desempeña la probabilidad tanto objetiva como subjetiva en problemas de decisión de casos únicos como el problema del juego de Monty Hall. Dichos autores llegaron a postular dos hipótesis con respecto al problema de decisión que les interesó. A continuación evaluaremos sus argumentos para apoyar dichas hipótesis con el fin de concluir si la probabilidad es útil para tomar decisiones en problemas de decisión como el planteado en el juego de Monty Hall.

Capítulo 2: ¿AQUELLO QUE ES RACIONALMENTE PREFERIBLE HACER EN UNA SERIE DE CASOS NO ES NECESARIAMENTE LO MÁS RACIONAL EN UN CASO ÚNICO E INDIVIDUAL?

Introducción

En el capítulo anterior hemos visto varias maneras de mostrar que la asignación de probabilidades de ganar para la estrategia de cambiar es de 2/3. El debate con el que continuaré esta tesis plantea una versión modificada del juego de Monty Hall distinta a la versión canónica del juego de Monty Hall vista en el capítulo 1, por ello lo que se concluya en esta versión del juego no afecta en la asignación correcta de probabilidades en el juego de Monty Hall versión canónica. Asumiré, como los autores que discutiré en los capítulos siguientes, que los cálculos que nos llevan a las cantidades citadas son correctos. La pregunta que nos haremos ahora es más bien la siguiente: una vez que hemos visto que la probabilidad de ganar cambiando es de 2/3 frente a una probabilidad de perder de 1/3 ¿cómo puedo resolver el problema de decisión del juego de Monty Hall (su versión canónica)?

Para algunas personas la respuesta parece ser obvia: el hecho de que 2/3 sea mayor a 1/3 basta para mostrarnos que una estrategia es superior a la otra, de manera que si soy una persona racional que desea ganar el premio entonces lo que debo de hacer es cambiar de puerta. ¿Pero qué es lo que me dicen estos números? Por lo menos, sabemos que si jugáramos la versión canónica del juego de Monty Hall un número de veces lo suficientemente grande, entonces ganaría aproximadamente la tercera parte de ellos si cambiara mi elección inicial, mientras que perdería aproximadamente una tercera parte de estos juegos. Pero recordemos que el problema de Monty Hall no está planteado para una serie de juegos; lo que nos preguntamos es si en un caso único y aislado – que de hecho fue definido indicando que el jugador elige inicialmente la puerta 3 y Monty abre entonces la puerta 2 – lo que debe de hacer el jugador es cambiar de puerta.

En Moser y Mulder (1994), los autores formulan la pregunta siguiente: "¿Cuál es el papel que la probabilidad estadística[18], basada en una distribución predecible de resultados en una larga serie de casos, debe de jugar en una situación de decisión concerniente a un caso único?" [19] La respuesta que estos autores dan es que la probabilidad estadística puede decirnos que cierta estrategia es preferible racionalmente cuando se trata de una serie larga de casos de una misma situación de decisión, pero esa misma probabilidad estadística puede no bastar para decidir que hacer en un caso único de esa misma situación de decisión. Adicionalmente, no siempre es verdad que la acción racionalmente preferible en una serie larga de casos de una situación de decisión sea también preferible en un caso aislado de esa misma situación de decisión. En este segundo capítulo, discutiremos las razones ofrecidas por Moser y Mulder para responder así a las preguntas planteadas arriba. Más precisamente, evaluaremos los argumentos ofrecidos a favor de sus hipótesis siguientes:

> [*H1*] La probabilidad estadística de que cierta estrategia sea racionalmente preferible en una serie de casos de una situación de decisión no nos indica que esa misma estrategia sea racionalmente preferible en un caso único de esa misma situación de decisión. [20]

> [*H2*] No es universalmente verdadero que la acción preferible racionalmente en una serie de repeticiones de una particular situación de decisión sea, de igual manera, preferible racionalmente en un caso individual de esa misma situación de decisión. [21]

Es importante advertir que la estrategia empleada por Moser y Mulder para argumentar a favor de su postura se basa en la descripción de una versión alternativa del juego de Monty Hall. Esta versión es distinta a la versión canónica del juego discutida en el primer capítulo de esta tesis, versión que, como hemos visto, asume los supuestos (i) - (iii). Adicionalmente, en esta versión se ofrece un extra de $100 por quedarnos con la puerta elegida primero. Esto es importante, pues la conclusión de Moser y Mulder será que, para la versión que ellos definen, las probabilidades estadísticas no serán de utilidad para

18 Los autores que hemos leído usan el término de "probabilidades estadísticas" para referirse a la probabilidad frecuentista.

19 "What role should statistical probability, based on a predictable distribution of outcomes in a hypotesized long run of trials, play in a decision-situation involving an individual case?" (Moser y Mulder 1994, p. 109)

20 Cf. *ibid*, p. 116.

21 Cf. Moser y Mulder 1994, p. 110: "...no es universalmente verdadero que la acción preferible racionalmente en una serie adecuada de repeticiones de una situación de decisión particular sea preferible racionalmente en un caso individual de esa misma situación de decisión". ("...it is not universally true that the rationally preferable action in a suitable long run of reprtitions of a particular decision-situation is likewise rationally preferable in an isolated individual case of that decision-situation.")

tomar una decisión en un caso aislado.

En la primera sección de este capítulo, presentaré la versión de Moser y Mulder del juego de Monty Hall – que llamaré aquí la versión MM – y expondré de manera más detallada las tesis defendidas por estos autores. Posteriormente, discutiré la diferencia dada por Moser y Mulder entre probabilidad estadística y probabilidad epistémica, distinción que es crucial para comprender el argumento que ellos ofrecen.

En la segunda sección de este capítulo, presentaré el Argumento del Cambio y el Argumento de la Permanencia, que tienen como objetivo respectivo apoyar (a) que en tanto la probabilidad estadística de ganar cambiando en la versión MM del juego de Monty Hall es de 2/3, la estrategia más racional que puede adoptar el jugador si se enfrenta a una serie de juegos lo suficientemente larga es la de cambiar de puerta, y (b) que en un caso único de esta misma versión del juego de Monty Hall (o más precisamente, en un caso en el que el jugador elige la puerta número 3 y Monty abre la puerta 2) la probabilidad de que el premio se halle en la puerta elegida inicialmente es de 1/2, y la probabilidad de que el premio se halle en la puerta que permanece cerrada y no fue elegida es también de 1/2, por lo que la mejor estrategia es, en este único caso, quedarnos con la puerta elegida primero (pues la versión MM ofrece un bonus de $100 por quedarnos con la puerta elegida primero).

En la tercera sección, discutiré muy brevemente el Silogismo Probabilístico Disyuntivo (SPD), que se propone como un argumento para rechazar la idea que es posible decidir qué hacer en un caso único dadas las probabilidades. En la cuarta sección, discutiré un problema inicial del Argumento de la Permanencia, a saber, la asignación de probabilidades estadísticas arriba mencionada. Para resolver este problema, expondré un argumento originalmente propuesto en Rosenhouse (2009) que tiene como objetivo dar apoyo a las tesis H1 y H2. El argumento parte de la idea de que en la versión MM no es explícito el método seguido por Monty para abrir puertas, por lo que el jugador carecerá de evidencia para asignar probabilidades condicionales de ganar a las puertas en cada etapa del juego. Sin embargo, y en tanto las probabilidades estadísticas de ganar cambiando son también de 2/3 para la versión MM del juego de Monty Hall, el jugador puede saber perfectamente cuáles son estas probabilidades estadísticas y sin embargo no saber qué estrategia es la más racional en un juego aislado de la versión MM.

En la quinta sección, expondré tres objeciones al argumento de Rosenhouse: la primera señalan que este argumento no parece dar un apoyo claro a la tesis H2. La segunda nos muestra que la tesis H2 se enfrenta a una paradoja *sorites*. Finalmente, la última objeción señala que la serie de casos considerada en el caso general del argumento de Monty Hall no es la serie de casos relevante para evaluar el caso único descrito.

SECCIÓN 1: LOS ARGUMENTOS DE MOSER Y MULDER

1.1 La versión de Moser y Mulder del juego de Monty Hall

Moser y Mulder presentan su versión del juego de Monty Hall como se cita a continuación:

> Se te presentan tres puertas en el programa de televisión "Let's Make a Deal' y te dicen que hay un premio – un automóvil nuevo – detrás de una de las puertas y ningún premio detrás de las otras dos. El presentador, Monty Hall, te dice que tendrás la oportunidad de elegir una puerta para ganar lo que sea que esté detrás de ella. Monty te dice que después de que elijas una puerta, abrirá una puerta sin premio de las dos restantes, y que te dará la opción de quedarte con tu elección original y recibir un extra de $100 o cambiar a la puerta que sigue vacía sin recibir ningún extra.
>
> Digamos que eliges la puerta número 3 y que Monty abre entonces la puerta sin premio número 2. Te dejan ahora con las puertas cerradas 1 y 3. Monty te ofrece la oportunidad de quedarte con tu elección original (tomando cualquier cosa que esté detrás de la puerta 3 y recibiendo el extra de $100) o cambiar a la puerta cerrada restante (tomando lo que sea que esté detrás de ella sin ningún extra). ¿Es racional para ti quedarte con tu elección original (puerta 3) en lugar de cambiar a la otra puerta cerrada (puerta 1)? [22]

1.2 Los tres supuestos

Es muy importante enfatizar desde ahora que la versión del juego de Monty Hall descrita por Moser y Mulder (que llamaremos a partir de este momento la versión MM) es diferente a la versión clásica del juego que hemos descrito en el primer capítulo de esta tesis, y para la que se ha establecido que la probabilidad estadística de ganar cambiando es de 2/3. Por un lado, el jugador recibe un extra o bonus de $100 cuando decide quedarse con su elección inicial, cosa que, como veremos, tendrá consecuencias importantes en el proceso de elección racional del jugador. Por otro lado, los supuestos de la versión MM y de la versión clásica son diferentes. Recordemos que la versión clásica del juego de Monty Hall

22 Moser y Mulder 1994, p. 110

adopta los supuestos siguientes:

(i) La manera en la que el premio ha sido puesto detrás de las tres puertas es aleatoria.

(ii) Monty nunca abrirá la puerta elegida inicialmente, y siempre abrirá una puerta vacía. (porque Monty sabe donde está el premio y también sabe que no debe de abrir la puerta que contiene el premio, ya que el juego se acaba más pronto de lo establecido.)

(iii) Si el jugador ha elegido inicialmente la puerta del premio y Monty puede abrir una de dos puertas vacías, entonces Monty elegirá cuál puerta abrir *de manera aleatoria*.

Es crucial notar que, si cualquiera de los supuestos (i)-(iii) es modificado, entonces no puede asegurarse que la probabilidad de ganar cambiando de puerta sea de 2/3. Para ver por qué, consideremos brevemente una versión del juego en la que modificamos la condición (ii) permitiendo a Monty abrir cualquiera de las dos puertas restantes de manera aleatoria, pero sin importar si oculta o no el premio. Podríamos llamar a ésta la *Versión Aleatoria* del juego de Monty Hall para contrastarla con la versión clásica que adopta los supuestos (i) - (iii). Para la Versión Aleatoria, las probabilidades de ganar cambiando de puerta no son de 2/3, sino de 1/2, de manera que es irrelevante que el jugador cambie o no de puerta si lo que desea es ganar el premio.[23] Ahora bien, la versión MM exhibe una diferencia importante con respecto a la versión clásica discutida en el capítulo anterior. La versión MM adopta los supuestos (i) y (ii) descritos arriba: la probabilidad inicial de que el premio se halle en alguna de las tres puertas es de 1/3, Monty nunca abrirá la puerta elegida inicialmente por el jugador, y siempre abrirá una puerta vacía. Sin embargo, la versión MM no adopta el supuesto (iii). De hecho, en la versión MM *no se hace explícito el procedimiento seguido por Monty para abrir una puerta cuando el jugador elige inicialmente la puerta con el premio y Monty puede abrir una de dos puertas vacías*. Como veremos más adelante, las probabilidades *estadísticas* de ganar cambiando son también, para la versión MM, de 2/3. Sin embargo, no adoptar el supuesto (iii) traerá consecuencias muy importantes para la asignación de probabilidades *condicionales* para esta versión. Más adelante, veremos que Monty puede seguir procedimientos alternativos para abrir puertas cuando se halla en la situación descrita arriba, y la asignación de probabilidades condicionales en la versión MM podrá cambiar

23 Para un argumento detallado de por qué las probabilidades de ganar para la estrategia son de 1/2 en la versión aleatoria, el lector puede remitirse a Rosnehouse 2009, pp. 57-65.

dependiendo del procedimiento seguido por Monty.

Lo que Moser y Mulder arguyen es que son precisamente las probabilidades condicionales que cada una de las puertas tiene de tener el premio son *las probabilidades que son relevantes* para tomar una decisión en un caso único y aislado. Ahora bien, el hecho de que estas probabilidades condicionales sean diferentes en la versión MM tiene la consecuencia siguiente: los argumentos que señalan que la estrategia más racional en la versión clásica es la de cambiar de puerta, no son argumentos que puedan aplicarse, de manera automática, a la versión MM. [24] La razón, nuevamente, es que la versión MM, a diferencia de la versión clásica, rechaza el supuesto (iii), y aunque las probabilidades estadísticas de ganar cambiando sean de 2/3 en ambas versiones, las probabilidades condicionales (epistémicas) de ganar para cada una de las puertas diferirán en estas dos versiones.

1.3 La diferencia entre probabilidad epistémica y probabilidad estadística

Moser y Mulder adoptan una distinción entre probabilidad *estadística* y probabilidad *epistémica*. Por un lado, definen como probabilidad estadística como aquella interpretación de la "probabilidad" que toma en consideración lo que von Mises (1957) llama *fenómenos masivos* o *colectividades*, esto es, fenómenos que ocurren en grandes cantidades [25] o series de casos lo suficientemente largas. De acuerdo a la Teoría de Frecuencia Relativa, la probabilidad puede atribuirse únicamente a este tipo de fenómenos.

> El concepto racional de probabilidad, que es la única base del cálculo de probabilidad, se aplica únicamente a problemas en los que el mismo evento se repite una y otra vez, o en los que un gran número de eventos uniformes se ven envueltos al mismo tiempo. Usando el lenguaje de la física, podemos decir que para aplicar la teoría de probabilidades debemos de tener una secuencia prácticamente ilimitada de observaciones uniformes. [26] (von Mises

24 Cf. Rosenhouse 2009. p. 159: ...debemos considerar a ésta como una nueva versión del problema y no una en la que nuestro argumento para cambiar tenga peso alguno. (...we should regard this as simply a new version of the problem and not one un which our previous switching argument carries any weight.)

25 Por ejemplo, estos fenómenos pueden ser juegos de azar (lanzamientos de monedas, dados, juegos como el de Monty Hall, etc.), fenómenos sociales masivos (mujeres de cierta edad que se embarazan, muertes, contagio de enfermedades, etc.) o fenómenos físicos o mecánicos (choques de partículas en un acelerador, explosiones volcánicas, terremotos, etc.).

26 von Mises 1957, p. 11. The rational concept of probability, which is the only basis of probability calculus, applies only to problems in which either the same event repeats itself again and again, or a great number of uniform events are involved at the same time. Using the language of physics, we may say that in order to apply the theory of probability we must have a practically unlimited sequence of uniform observations.

1957, p. 11)

En contraste, tal teoría no se aplica a fenómenos o eventos que no forman parte de una colectividad. Preguntas como "¿cuál es la probabilidad de que Alemania le declare la guerra a Liberia?" o "¿qué probabilidad hay de que esta interpretación de los Anales de Tácito sea la correcta?" no son de interés de esta teoría, pues los eventos mencionados "...tienen un carácter demasiado individual para ser tratados como fenómenos masivos". [27]

La probabilidad epistémica, por otro lado, es entendida por Moser y Mulder como "...una medida de la cantidad de apoyo que una hipótesis deriva a partir de toda la evidencia disponible que uno posee". La probabilidad epistémica es siempre relativa a la evidencia que una persona tiene con respecto a la verdad de una proposición. Si dos personas tienen información distinta con respecto al mismo fenómeno o a la misma situación, es posible que su atribución de probabilidad sea distinta. Esto no sucede con las probabilidades estadísticas, pues son derivadas de datos objetivos concernientes a fenómenos que suceden en grandes cantidades, y no cambian de persona a persona.[28] Rosenhouse sugiere que en el contexto del problema de Monty Hall existe una conexión entre la probabilidad estadística y la probabilidad epistémica, y que representa lo que creemos sucederá en una serie de juegos dada la información disponible. Supongamos que jugamos la versión clásica, que elegimos la puerta 3 y que Monty abre la puerta 2. Dada la información que poseemos, asignaremos ahora una probabilidad de tener el premio de 2/3 a la puerta 1. Esto nos permite saber lo siguiente: en una serie de juegos en la que inicialmente elegimos la puerta 3 y Monty abre la puerta 2, el premio se hallará en la puerta 1 en dos terceras partes de esa serie de juegos. A este tipo de probabilidad, Rosenhouse la llama la probabilidad *epistémico-estadística*.

Ahora bien, la asignación de probabilidades parece ser, sin duda, una condición necesaria para resolver el problema de decisión del juego de Monty Hall. La solución a este problema dependerá de la respuesta que demos a una pregunta como la siguiente: ¿cuál es la probabilidad de ganar cambiando de puerta, y cuál es la probabilidad de perder si cambiamos? Sin embargo, autores como Rosenhouse

27 "...too individual character of them to be reated as mass phenomena". (von Mises 1957, p. 10)

28 Si bien las probabilidades epistémicas son subjetivas en tanto cambian de persona a persona, esto no quiere decir que sean arbitrarias: si dos personas poseen la misma información, y si esta información es suficiente para asignar valores a las variables relevantes, entonces la atribución de probabilidades hecha por estas personas debe de ser la misma. Este principio de no arbitrariedad será relevante en el siguiente capítulo de esta tesis.

(2009) sugieren que la pregunta, planteada de esta manera, *es ambigua*. Podemos, por un lado, hacer referencia a la probabilidad *estadística*: si jugáramos una serie de juegos que sea lo suficientemente grande y adoptáramos la estrategia de cambiar de puerta de manera consistente (es decir, en cada uno de los juegos de esta serie), ¿en cuántos juegos podemos esperar ganar el premio? Por otro lado, la segunda interpretación está relacionada con *un caso único e individual*: imaginemos que participamos en el juego de Monty Hall, elegimos inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2. En este caso, la pregunta refiere a la probabilidad epistémica, es decir, al *grado de creencia* asignado a la respuesta a una pregunta como la siguiente: ¿cuál es la probabilidad de ganar si cambiamos a la puerta 1, dado lo que sabemos acerca del procedimiento seguido por Monty para abrir puertas, la puerta que escogimos primero, y la puerta abierta por Monty? En otras palabras, la asignación de probabilidad epistémica estará condicionada a la información disponible con respecto a este caso *único*.

La *hipótesis* sugerida por *Rosenhouse* es que la relación entre estas dos preguntas es más débil de lo que parece en una primera aproximación: l*a probabilidad epistémica de obtener el premio que asignamos a las puertas en un caso único no representan nuestras creencias con respecto a lo que sucederá en una serie de casos lo suficientemente larga. De ahí que se sugiera que la información que está a nuestra disposición nos puede servir para asignar probabilidades con respecto a series de casos, pero no nos será útil para decidir qué hacer en un caso único y aislado.*

> ...estas interpretaciones tienen entre sí poca conexión necesaria. La información que tienes puede permitirte una conclusión acerca de frecuencias a largo plazo, pero sin embargo dejarte en la oscuridad con respecto al mejor curso de acción en un juego único. O quizá querrías asignar probabilidades epistémicas en un caso único que no representan tus creencias acerca de lo que sucederá en una larga serie de juegos. [29]

SECCIÓN 2: El ARGUMENTO DEL CAMBIO Y EL DE LA PERMANENCIA

2.1 El Argumento del Cambio (o estadístico)

La estrategia de Moser y Mulder consiste en la presentación de dos argumentos – el Argumento del Cambio y el Argumento de la Permanencia – para apoyar las tesis *H1* y *H 2* expuestas en la

29 Rosenhouse 2009, p. 157. "...these interpretations have little necessary connection to each other. The information you have might permit a conclusion about certain long-run frequencies, yet leave you in the dark as to the best course in a single play. Or you might wish to assign epistemic probabilities in a single case that do not represent your beliefs about what will happen in long runs of plays."

introducción de este capítulo. El Argumento del Cambio tiene como objetivo mostrar que en la versión MM, las probabilidades *estadísticas* de ganar cambiando de puerta son de 2/3, lo que nos muestra que si participáramos en *una serie larga* de juegos de la versión MM, cambiar de puerta es la mejor elección si lo que deseamos es ganar el premio.

> La probabilidad de que tu primera elección (de entre las tres puertas) gane el premio es de 1/3. Esto implica que si jugaras el juego 300 veces, por ejemplo, tus primeras elecciones en esos juegos probablemente ganarían el premio aproximadamente 100 veces. Si usaras consistentemente la estrategia de quedarte con tu primera elección cada vez que juegas, ganarías aproximadamente 100 juegos (mas los 300 bonus) [30] de 300 juegos. Esto implica que si usaras consistentemente la estrategia de cambiar en cada juego, ganarías en todos los otros juegos: esto es, los 200 juegos que habrías perdido con la estrategia de quedarte con tu elección inicial. Esto es porque si tu elección inicial está equivocada y cambias, entonces ganarás el premio. Por tanto, la probabilidad de que el premio esté detrás de la puerta que elegiste inicialmente es de 1/3, y la probabilidad de que el premio esté detrás de una puerta no elegida y que no ha sido abierta es de 2/3. [31]

El punto de partida es notar que al inicio del juego no tenemos evidencia alguna que justifique que alguna de las puertas tiene una probabilidad mayor de tener el premio, por lo que debemos asumir que éste ha sido colocado de manera aleatoria en alguna de las tres puertas. La probabilidad de que la puerta elegida primero sea la puerta que oculta el premio es, por tanto, de 1/3. De esto se sigue que si jugáramos 300 juegos de la versión MM, quedarnos con la puerta elegida inicialmente nos haría ganar aproximadamente 100 de estos 300 juegos (adicionalmente, ganaríamos el extra o bonus de $100 por quedarnos con la puerta elegida primero en cada uno de estos 300 juegos). Si en cambio adoptáramos la estrategia de cambiar de puerta en cada uno de estos 300 juegos, ganaríamos aquellos juegos que habríamos perdido al adoptar la estrategia alternativa, esto es, ganaríamos aproximadamente 200 de 300 juegos: la razón es que si mi primera elección es equivocada, el cambiar de puerta nos haría ganar el premio. Por lo tanto, la probabilidad de que el premio se halle detrás de la puerta elegida inicialmente es de 1/3, mientras que la probabilidad de que el premio se encuentre en la puerta no

30 Esto es, 300 bonus cada uno consiste en $100 que el jugador recibirá por quedarse con su elección original en la versión MM.

31 The probability that your first choice (from among the three doors) will win the prize is 1/3. This entails that if you were to play the game 300 times, for example, your first choices in those games would probably win the prize about 100 times. If you were consistently to use the strategy of staying with your first choice every time you play, you would win about 100 prizes (plus the 300 bonuses) out of 300 games. This entails that if you were consistently using the other strategy of switching in every game, you would win all the other games: that is, the 200 games you would have lost with the strategy of staying with your initial choice. This is because if your first choice is wrong and you switch, then you will win the prize. Hence, the probability that the prize is behind the door of your initial choice is 1/ 3, and the probability that the prize is behind an unchosen unopened door is 2/3." (Moser y Mulder 1994, pp. 111)

elegida primero y que permanece cerrada es de 2/3. La conclusión es entonces que debemos cambiar de puerta, pues hacerlo duplica nuestras oportunidades de ganar el premio. El Argumento del Cambio puede reconstruirse como sigue:

> [Pr1] La probabilidad de que la puerta elegida primero sea la que tenga el premio es de 1/3.
>
> [Pr2] Si en 300 juegos usaras consistentemente la estrategia de quedarte con la puerta elegida inicialmente, ganarías aproximadamente 100 juegos (mas los 300 extra (bonus) que te dan por quedarte con la puerta inicial)
>
> [Pr3] Si en 300 juegos usaras consistentemente la estrategia de cambiar de puerta, ganarías los 200 juegos que habrías perdido con la estrategia de quedarte con la puerta inicial.
>
> [Con1] Por lo tanto, la probabilidad de que el premio se halle detrás de la puerta que elegiste primero es de 1/3, y la probabilidad de que el premio se halle en la puerta que no elegiste al principio es de 2/3.
>
> [Con2] En tanto la probabilidad de ganar es mayor para la puerta no elegida inicialmente, debemos de cambiar de puerta para ganar el premio.

El Argumento del Cambio permite que estemos seguros de una cosa: si jugáramos la versión MM del juego de Monty Hall un número de veces lo suficientemente grande (300 juegos, quizá), entonces la estrategia más racional es la de cambiar de puerta de manera consistente, esto es, cambiar en cada una de estas veces. Pero supongamos ahora que nos enfrentamos no a una serie larga de juegos sino a un *único* juego *de la versión MM* en donde elegimos inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2. ¿La asignación de probabilidad *estadística* dada por el Argumento del Cambio nos compromete racionalmente a cambiar de puerta? ¿Hay una estrategia alternativa que sea más racional en el caso único que hemos descrito? La postura de Moser y Mulder es la de responder de manera negativa a la primera de estas dos preguntas, y de manera positiva a la segunda: por un lado, el que las probabilidades *estadísticas* de ganar cambiando de puerta sean de 2/3 para la versión MM del juego de Monty Hall *no comprometen racionalmente al jugador a cambiar* de puerta en un juego aislado de esta versión; por otro lado, cuando nos enfrentamos a un juego único e individual de la versión MM como el que hemos definido aquí, la estrategia más racional puede no ser la de cambiar, sino la de quedarse con la puerta elegida inicialmente. Veamos ahora un argumento que apoya la hipótesis anterior.

2.2 El Argumento de la Permanencia (o de simetría)

El Argumento de la Permanencia tiene como objetivo mostrar que en un caso único y aislado de la versión MM del juego de Monty Hall, la mejor estrategia puede no ser la de cambiar de puerta, sino la de quedarnos con nuestra elección inicial. La razón es que probabilidades *epistémicas* asignadas a cada una de las puertas *difieren* de las probabilidades *estadísticas* para la estrategia de cambiar de puerta. Esto sería suficiente para mostrar la verdad de la tesis H1: La estrategia más racional en una serie de casos de una situación de decisión puede no ser la estrategia más racional cuando se trata de un caso único de esa misma situación de decisión. Moser y Mulder presentan como sigue el Argumento de la Permanencia:

> ...en el punto de tu segunda decisión, encaras dos puertas, sabiendo que el premio se halla detrás de una de ellas. No tienes evidencia disponible que favorezca una elección sobre la otra; las dos puertas tienen, desde el punto de vista de la evidencia de la que dispones, una misma probabilidad de recibir el premio. No tienes evidencia disponible de que sea más probable que el premio haya sido puesto detrás de una de las puertas que detrás de cualquiera de las otras, y tu subsecuente elección de la puerta 3, junto con la eliminación de la puerta 2, no cambia la aparente equiprobabilidad de que el premio haya sido puesto detrás de la puerta 1 o haya sido puesto detrás de la puerta 3. Tú evalúas entonces que la probabilidad de que el premio esté en la puerta 1 es de 1/2, y de la misma manera, que la probabilidad de que el premio esté en la puerta 3 es de 1/2. Hay sin embargo un incentivo extra de $100 por quedarte con tu elección original. Esta línea de razonamiento recomienda, por tanto, que te quedes con la elección original, la puerta 3.[32]

Ensayemos una paráfrasis de este argumento: cuando el jugador elige inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2, el jugador tiene enfrente las puertas cerradas 1 y 3. El jugador sabe perfectamente que

32 [A]t the point of your second decision, you face only two doors, knowing that the prize is behind one of them. You have no available evidence to favor one choice over the other; the two doors have, from the standpoint of your available evidence, an equal likelihood of having received the prize. You had no available evidence that the prize was any more likely to have been placed behind one of the three doors than behind any one of the others; and your subsequent choice of door 3, together with the elimination of door 2, does not change the apparently equal likelihood that the prize has been placed behind door 1 or has been placed behind door 3. You will then assess the probability that the prize is behind door 1 to be 1/2 and likewise the probability that the prize is behind door 3 to be 112. There is, however, an incentive in the form of a $100 bonus to stay with your original choice. This line of reasoning recommends, therefore, that you stay with your original choice, door 3. (Moser y Mulder 1994, p. 110-111)

detrás de una de ellas hay un premio, y que detrás de la otra no hay nada. Aparte de eso, el jugador no tiene información adicional acerca de la localización del premio: la evidencia que tiene a su disposición no le permite decir que es más probable que el premio se halle detrás de la puerta 3 que detrás de la puerta 1, o viceversa. Pero si esto es así, el jugador debe de atribuir, tanto a la puerta 1 como a la puerta 3, una probabilidad *epistémica* de 1/2 de tener el premio. Pero como en la versión MM se ofrecen $100 por quedarse con la puerta elegida inicialmente, la mejor decisión para el jugador es precisamente la de quedarse con la puerta elegida primero. El Argumento de la Permanencia puede reconstruirse como sigue:

> [Pr1] Al momento de hacer la segunda elección, hay únicamente dos puertas, y sabes que el premio se halla detrás de una de ellas.
>
> [Pr2] Desde la perspectiva de la evidencia que posees, las dos puertas tienen la misma probabilidad de ocultar el premio.
>
> [Pr3] El que hayas elegido la puerta 3, junto con la eliminación de la puerta 2, no cambia la aparente equiprobabilidad de que el premio se halle en la puerta 1 o en la puerta 3.
>
> [Con1] La probabilidad de que el premio se halle detrás de la puerta 1 es de 1/2, y la probabilidad de que el premio se halle detrás de la puerta 3 es de 1/2.
>
> [Pr4] Hay un incentivo de $100 por quedarse con la puerta original. [Con2] Debes de quedarte con la puerta elegida inicialmente.
>
> [Con2] Debes de quedarte con la puerta elegida inicialmente.

2.3 ¿Qué es lo que muestran los argumentos de esta sección?

Una vez que hemos presentado el Argumento del Cambio y el Argumento de la Permanencia, podemos ver cómo Moser y Mulder pretenden apoyar las tesis H1 y H2 presentadas al inicio de este capítulo. De acuerdo a estos autores, existen problemas de decisión en los que las probabilidades estadísticas (que conciernen a series de casos lo suficientemente grandes de estos problemas de decisión) y las probabilidades epistémicas (que tienen que ver con los grados de creencia atribuidos a casos únicos de estos problemas de decisión) *no coinciden*. Cuando nos enfrentamos a un número lo suficientemente grande de casos de una cierta situación de decisión, las probabilidades estadísticas pueden mostrarnos que hay una acción que es preferible racionalmente sobre otras. Un ejemplo es una serie de juegos de la versión MM del juego de Monty Hall: aquí, el Argumento del Cambio nos muestra que la estrategia racionalmente más recomendable es la de cambiar de puerta en cada uno de los juegos de esta serie, pues esa estrategia nos hará ganar el premio aproximadamente en 2/3 partes de los juegos de esa serie. Pero cuando se trata de un juego único y aislado de esa misma situación de decisión, las probabilidades *estadísticas* no nos garantizan que esa misma estrategia sea la más racionalmente preferible. Lo que nos muestra el Argumento de la Permanencia, de acuerdo a Moser y Mulder, es que si nos enfrentamos a un caso único y aislado de la versión MM del juego de Monty Hall, la elección más racional no es la de cambiar de puerta, sino la de quedarse con la puerta elegida inicialmente.

A continuación en toda la sección 3 haremos un paréntesis para exponer el argumento del Silogismo probabilístico Disyuntivo con el objetivo de mostrar uno de los tantos argumentos que Moser y Mulder exponían con el propósito de apoyar sus hipótesis. Una vez visto este argumento continuaremos con las objeciones al argumento de la permanencia.

SECCIÓN 3: EL SILOGISMO PROBABILÍSTICO DISYUNTIVO (SPD)

3.1 El Silogismo Disyuntivo de la Lógica Proposicional y el Silogismo Probabilístico Disyuntivo

Tanto las conclusiones como las premisas del Argumento de la Simetría *(o el Argumento para Quedarse)* son sin duda controversiales y exigen la elaboración de un análisis y de una crítica más detallados. Sin embargo, antes de continuar con la discusión de ese argumento quiero discutir brevemente la estrategia empleada por Moser y Mulder para negar que las probabilidades estadísticas sean de utilidad para decidir qué hacer en un caso único de una situación de decisión. Moser y Mulder presentan y evalúan varios argumentos que pretenden concluir que las consideraciones estadísticas pueden ser aplicadas a un caso único y aislado, justificando así la estrategia de cambiar de puerta. La conclusión de Moser y Mulder es la de que ninguno de estos argumentos es exitoso: aquellos que sugieren que debemos cambiar en un juego aislado en individual "...tendrán dificultades en aplicar las probabilidades estadísticas mencionadas de manera directa". [33] Dada la cantidad de estos argumentos y de las objeciones ofrecidas por estos autores, no podemos presentarlos todos. [34] Hay sin embargo un argumento que es importante mencionar debido a su aparente validez y a que inicialmente puede ser bastante convincente. Este argumento es el llamado *Silogismo Probabilístico Disyuntivo* (SPD). Para entenderlo, es pertinente recordar que en la lógica proposicional, una forma de argumentación lógicamente válida es el *silogismo disyuntivo*: si tenemos una disyunción verdadera y uno de los disyuntos es falso, se sigue que el otro disyunto debe de ser verdadero. Formalmente:

$(A \vee B), \neg B$

$\therefore A$

En tanto el silogismo disyuntivo es una forma de argumentación lógicamente válida, si las premisas $(A \vee B)$ y $(\neg B)$ son verdaderas, entonces no es posible que su conclusión (A) sea falsa. [35]SPD se presenta como una forma de argumentación análoga al silogismo disyuntivo, pero aplicada a probabilidades estadísticas. Imaginemos de nuevo que participamos en el programa de Monty Hall y elegimos inicialmente la puerta 3. En tanto asumimos que el premio se halla colocado detrás de las tres puertas de manera aleatoria, sabemos que el enunciado

"La puerta 3 tiene el premio."

tiene una probabilidad de 1/3 de ser un enunciado verdadero. La información con la que disponemos nos permite saber también cuáles son las probabilidades de que el premio *no* se halle en la puerta 3. O dicho de otra manera, sabemos que el enunciado

"La puerta 1 tiene el premio o la puerta 2 tiene el premio."

tiene una probabilidad de 2/3 de ser un enunciado verdadero. Ahora bien, cuando Monty abre la puerta 2 y nos muestra que se halla vacía, sabemos que el enunciado

"La puerta 2 tiene el premio"

tiene una probabilidad de 0 de ser un enunciado verdadero. Tomando en cuenta esta información,

33 "A defender of switching will have a hard time applying the aforementioned statistical probabilities to an isolated individual case in any straightforward way." (Moser y Mulder 1994, p. 118)

34 Para una presentación más detallada de estos argumentos y de sus objeciones, véase Moser y Mulder 1994, pp. 118-123

35 Cf. Copi *y otros*, 2016: en un silogismo p. 285.

podemos construir una instancia de SPD de la manera siguiente:

> [Pr1] La disyunción "La puerta 1 tiene el premio o la puerta 2 tiene el premio" tiene una probabilidad de 2/3 de tener el premio.
>
> [Pr2] Cuando Monty abre la puerta 2 y nos enseña que está vacía, nos muestra que el disyunto "la puerta 2 tiene el premio" tiene una probabilidad de 0.
>
> [Con] El disyunto "la puerta 1 tiene el premio" tiene una probabilidad de 2/3.

3.2 El Primer Problema de SPD

¿Es SPD una forma válida de argumentación? La respuesta es negativa. A continuación veremos dos razones que nos muestran por qué. Es sin duda cierto que de acuerdo a la información inicial con la que contamos, el enunciado "La puerta 1 tiene el premio o la puerta 2 tiene el premio" tiene una probabilidad de 2/3 de ser verdadero. Sin embargo, la información inicial también nos indica que el enunciado

> "La puerta 3 tiene el premio o la puerta 2 tiene el premio"

tiene *también* una probabilidad de 2/3 de ser verdadero. En el momento en el que Monty abre la puerta 2 y nos muestra que se halla vacía, SPD nos dice que la probabilidad de que la disyunción completa sea verdadera debe de ser ahora la probabilidad de que el primer disyunto sea verdadero. Pero si esto es así, deberíamos de concluir que los enunciados "La puerta 1 tiene el premio" y "La puerta 3 tiene el premio" tienen ambos una probabilidad de 2/3 de ser verdaderos. En tanto SPD nos lleva a esta asignación inconsistente de probabilidades, no puede ser una forma de argumentación válida.

3.3 El Segundo Problema de SPD

El segundo problema con SPD es que en ocasiones nos dará conclusiones que son claramente erróneas. Para ver por qué, consideremos una variación del juego de Monty Hall (que llamaremos la *Versión Aleatoria*) que tiene las siguientes características: (i) Monty ignora en qué puerta está el premio; (ii) Monty abre aleatoriamente una de las dos puertas no elegidas por el concursante; (iii) el concursante sabe (i) y (ii) y finalmente (iv) cuando la puerta que abre Monty no tiene premio, el concursante puede cambiar a la otra puerta, o quedarse con la original recibiendo $100 por hacerlo. Supongamos ahora que al jugar la Versión Aleatoria, eliges inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2, mostrándote que se halla vacía. Te ofrecen ahora entre quedarte con la puerta 3 (y ganar $100) o cambiar a la puerta 1. ¿Qué es lo que debes hacer?

En la Versión Aleatoria, las probabilidades de que la puerta 1 sea la puerta que oculta el premio son idénticas a las probabilidades de la puerta 3: 1/2 para cada una de ellas. [36] ¿Pero qué sucede si pretendemos aplicar SPD a esta versión?

> Pr1] La disyunción "la puerta 1 tiene el premio o la puerta 2 tiene el premio" tiene una probabilidad de 2/3
>
> [Pr2] Cuando Monty abre la puerta 2 y nos enseña que está vacía, nos muestra que el disyunto "la puerta 2 tiene el premio" tiene una probabilidad de 0.

Notemos primero que las premisas son verdaderas también en la Versión Aleatoria. Sin embargo, las probabilidades de que el enunciado "la puerta 1 tiene el premio" no son de 2/3. En palabras de Horgan: "Aquí es obvio y no controversial que hay las mismas oportunidades de que el premio se halle detrás de la puerta 1 o detrás de la puerta 3. Sin embargo, el silogismo probabilístico disyuntivo nos lleva a la conclusión de que el concursante tiene una probabilidad de 2/3 de ganar cambiando y sólo de 1/3 de ganar quedándose. Así, el silogismo probabilístico disyuntivo es una falacia." [37]

SECCIÓN 4: EQUIPROBABILIDAD EN EL CASO ÚNICO DE LA VERSIÓN *MM* DEL JUEGO DE MONTY HALL

4.1 Objeciones al Argumento de la Permanencia

36 Para entender por qué esto es así, consideremos un pequeño modelo probabilístico para la Versión Aleatoria. Nuevamente, consideraremos secuencias de la forma <puerta elegida inicialmente, puerta abierta por Monty, puerta en la que se halla el premio> para construir nuestro espacio muestral (asumiendo que el jugador ha elegido inicialmente la puerta número 3): EM = {<3, 1, 1>, <3, 1, 2>, <3, 1, 3>, <3, 2, 1>, <3, 2, 2>, <3, 2, 3>}. Cada una de estas secuencias tiene una probabilidad de 1/6 (pues 1 * 1/2 * 1/3 = 1/6). Si consideramos ahora el caso en el que el jugador elige inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2, las únicas secuencias posibles a partir de este momento son <3, 2, 1> y <3, 2, 3>. En tanto cada una tiene una probabilidad de 1/6, se sigue que el premio tiene la misma probabilidad de hallarse en la puerta 1 o en la puerta 3.

37 Cf. Horgan 1995, p. 2013: "Here it is obvious and uncontroversial that there are equal chances of the prize being behind door 1 or behind door 3. Yet, probabilistic disjunctive syllogism leads to the conclusion that the contestant has a 2/3 chance of winning by switching and only a 1/3 chance of winning by staying. So, probabilistic disjunctive syllogism is a fallacy."

En la sección anterior hemos visto que no podemos apelar a SPD para aplicar las correlaciones estadísticas mencionadas al caso único descrito del juego de Monty Hall. El objetivo de esta sección es el de señalar algunos problemas iniciales con el Argumento de la Permanencia que se presentó en la segunda sección de este capítulo. Recordemos de nuevo que la primera conclusión de este argumento es que la probabilidad de que el premio se halle detrás de la puerta 1 es de 1/2, y la probabilidad de que el premio se halle detrás de la puerta 3 es también de 1/2. ¿Pero no es esta conclusión evidentemente falsa, sobre todo considerando las razones que, a lo largo del primer capítulo de esta tesis, nos indican que la probabilidad de ganar cambiando de puerta es de 2/3? En Horgan (1995), el autor enfatiza – en contra de Moser y Mulder – que la probabilidad de ganar cambiando *en este caso único* es de 2/3, mientras que la probabilidad de perder es sólo de 1/3.

> ...bajo la manera correcta de razonar probabilísticamente acerca del problema de Monty Hall original [...], la probabilidad de caso único de ganar cambiando es efectivamente de 2/3, y la probabilidad de caso único de ganar quedándose es efectivamente de 1/3. [38]

Notemos que las probabilidades de casos únicos mencionadas por Horgan no pueden ser probabilidades estadísticas tal y como las hemos definido al principio de este capítulo. La razón es que estas probabilidades se atribuyen no a series de casos largas, sino a la probabilidad de que el premio se halle en la puerta 1 o en la puerta 3 dadas las condiciones que definen a el caso único descrito. Las probabilidades son en este caso probabilidades epistémicas. De acuerdo a Horgan, las probabilidades estadísticas no pueden ser diferentes de las probabilidades epistémicas, en contra de Moser y Mulder.

> ...probabilidades de casos únicos no pueden diferir de las correspondientes probabilidades estadísticas. Más precisamente, el tipo de probabilidades de casos únicos y de probabilidades estadísticas que son relevantes para la decisión racional – esto es, probabilidades epistémicas de casos únicos y probabilidades epistémico-estadísticas – no pueden diferir una de otra.[39] (Horgan 1995, p. 219)

No repetiré aquí la solución dada por Horgan, [40] solución dada a partir del cálculo de las probabilidades

38 ...under the correct way of reasoning probabilistically about the original Monty Hall Problem [...], the single-case probability of winning by switching is indeed 2/3, and the single-case probability of winning by staying is indeed 1/3. (Horgan 1995, p. 214)

39 ...single case probabilities cannot ever diverge from the corresponding statistical probabilities. More precisely, the kinds of single-case and statistical probabilities that are relevant to rational decision-making – viz., epistemic single-case probabilities and epistemic statistical probabilities – cannot ever diverge from one another. (Horgan 1995, p. 219)

40 Si desea revisar el argumento de Horgan, el lector puede remitirse a Horgan (1995), pp. 214-218.

condicionales es similar a la dada por la regla de Bayes en el capítulo 1. El problema es que la asignación de probabilidades considerada por Horgan concierne *no a la versión MM* del juego de Monty Hall, sino a la versión clásica, esto es, a una versión en la que los supuestos (i)-(iii) descritas al principio de este capítulo son satisfechos. [41] Como hemos sugerido, una modificación de estos supuestos puede llevar consigo una modificación de las probabilidades condicionales. Los argumentos de Horgan son correctos si lo que queremos es determinar las probabilidades epistémicas de ganar, para cada una de las puertas, en un caso único de la versión clásica; estos argumentos no pueden ser aplicados, sin embargo, en un caso único específico de la versión MM del problema de Monty Hall. Veremos ahora que en la versión MM – en la que el supuesto (iii) no es adoptado – es perfectamente posible concebir una situación en la que elegimos inicialmente la puerta 3, Monty abre la puerta 2 y la probabilidad epistémica de que se halle el premio en la puerta 1 es de 1/2, mientras que la probabilidad epistémica de que el premio se halle en la puerta 3 es también de 1/2.

Moser y Mulder, desafortunadamente, no desarrollan argumento alguno para apoyar la tesis de que, en la versión del juego de Monty Hall que ellos consideran (esto es, la versión MM) las probabilidades *epistémicas* de tener el premio para la puerta 1 y para la puerta 3 *dado que elegimos inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2*, son de 1/2 para ambas.

4.2 El Argumento *R*

En la versión *MM* del juego de Monty Hall, lo único que Monty nos garantiza es que abrirá una puerta vacía. El jugador, sin embargo, ignora cuál es el procedimiento seguido por Monty para abrir una de dos puertas vacías. Consideremos únicamente dos de ellos:

> **[Procedimiento A]** Cuando el jugador elige inicialmente la puerta del premio y Monty puede abrir una de dos puertas, lo hace de manera *aleatoria*.

> **[Procedimiento B]** Cuando el jugador elige inicialmente la puerta del premio y Monty puede abrir una de dos puertas, elige siempre la puerta con el *número más grande.*

41 Cf. Rosenhouse 2009, p. 164, en donde el autor sugiere que la estrategia de Horgan "...es irrelevante para los argumentos elaborados por [Moser y Mulder], en tanto ellos no consideraron la versión clásica. Horgan usó los supuestos estándar hechas al resolver el problema, pero [Moser y Mulder] han creado específicamente su versión para hacer esos supuestos no razonables.

La versión clásica del juego de Monty Hall asume el supuesto (iii), que corresponde al Procedimiento A. Sabemos bien que la probabilidad estadística de ganar cambiando de puerta es de 2/3 para la versión clásica. La tabla siguiente muestra que la probabilidad estadística de ganar cambiando de puerta es también de 2/3 cuando Monty sigue el Procedimiento B.

Tabla 3.1

	Puerta en la que se halla el premio	**Puerta elegida por el concursante**	**Puerta abierta por Monty**	**Resultado de cambiar**
Caso 1	Puerta 1	Puerta 1	Puerta 3	Pierde
Caso 2	Puerta 1	Puerta 2	Puerta 3	Gana
Caso 3	Puerta 1	Puerta 3	Puerta 2	Gana
Caso 4	Puerta 2	Puerta 1	Puerta 3	Gana
Caso 5	Puerta 2	Puerta 2	Puerta 3	Pierde
Caso 6	Puerta 2	Puerta 3	Puerta 1	Gana
Caso 7	Puerta 3	Puerta 1	Puerta 2	Gana
Caso 8	Puerta 3	Puerta 2	Puerta 1	Gana
Caso 9	Puerta 3	Puerta 3	Puerta 2	Pierde
	Probabilidad estadística de ganar cambiando cuando Monty sigue el Procedimiento B = 2/3 [42]			

No obstante cuando Monty sigue el procedimiento B y calculamos la probabilidad *epistémico estadística* de que el concursante gane cambiando sabemos que va ser distinta a la probabilidad estadística, puesto que en este caso vamos a calcular la probabilidad bajo los supuestos de que Monty ha abierto la puerta dos y el concursante ha elegido inicialmente la puerta 3.

Sabemos bien que la probabilidad estadística de ganar cambiando es, para la versión clásica del juego de Monty Hall es de 2/3. Veamos ahora que esto no es cierto cuando Monty sigue el Procedimiento B : supongamos que el jugador participa en una serie 300 juegos y que (para simplificar) elige inicialmente la puerta 3 en cada uno de ellos. Cuando esto sucede, sólo consideraremos los casos en donde Monty abre la puerta 2, lo que sucederá en dos casos distintos: cuando el premio se halle en la

42 Los casos marcados con (*) son aquellos que difieren con respecto a la versión clásica del juego de Monty Hall. En ellos, Monty puede abrir una de dos puertas vacías, y en tanto emplea el Procedimiento B, elige siempre la puerta con el número más grande.

puerta 1 o cuando el premio se halle en la puerta 3. En tanto hemos asumido que el premio se ha colocado de manera aleatoria, esto sucederá en aproximadamente 200 casos (100 casos para la puerta 1 y 100 casos para la puerta 3). En consecuencia, en estos 200 casos el premio se hallará en la puerta 1 y en la puerta 3 de manera equiprobable: el jugador ganará cambiando en 100 de estos casos, y perderá en los otros 100. Notemos que ahora sí es claro por qué, para este caso único de la versión MM, las probabilidades de tener el premio son de 1/2 para la puerta 3 y de 1/2 para la puerta 1. Esto nos deja con aquellos 100 casos en los que el premio se halla en la puerta 2. Dado que el jugador elige inicialmente la puerta 3, Monty estará obligado a abrir la puerta 1, y por lo tanto el jugador siempre ganará cambiando.

4.2.1 ¿Por qué las probabilidades epistémicas son de 1/2 y 1/2 cuando Monty sigue el procedimiento B?

Asumamos ahora que el concursante sabe que Monty sigue el Procedimiento B en su caso único y específico. En esa situación, si elige inicialmente la puerta número 3 y Monty abre la puerta 2, entonces la probabilidad *epistémica* de que el premio se halle en la puerta 1 es de 1/2, y la probabilidad *epistémica* de que el premio se halle en la puerta 3 es también de 1/2. Puesto que las condiciones han cambiado en el procedimiento B, sabemos que aplicando la regla de Bayes, las probabilidades en el procedimiento B son de 1/2 y 1/2.

Aplicación de la regla de Bayes al procedimiento B

La versión de la regla de Bayes que emplearé aquí es la siguiente:

$$P(A|B) = P(B|A)\, P(A) / P(B)$$

De la misma manera que calculamos la probabilidad que el premio estuviera en una de las dos puertas no abiertas, cuando Monty seguía el procedimiento A en el capítulo 1. Ahora calcularemos la probabilidad de ganar cuando Monty sigue el procedimiento B.

Supongamos que la expresión Hj está por "el premio se halla en la puerta j" y la expresión Mi está por "Monty abre la puerta i". Lo que queremos calcular con esta regla es la probabilidad de que el premio se halle en la puerta 3 dado que Monty abrió la puerta 2 cuando Monty sigue el Procedimiento B, esto es,

$P(H3|M2) = P(M2|H3)\, P(H3) / P(M2)$

Asignando valores a las variables correspondientes:

$P(M2|H3) = 1$ (Si el premio está en la puerta 3 y hemos asumido que esa es la puerta elegida inicialmente por el jugador en esto 300 juegos, Monty tendrá que abrir la puerta 2 con probabilidad 1, esto es, la puerta con el número más grande, pues está siguiendo el Procedimiento B)

$P(H1) = 1/3$ (En tanto el premio se ha colocado de manera aleatoria detrás de las puertas, hay una probabilidad de 1/3 de que al inicio se halle en la puerta 1)

$P(M2) = 2/3$ (Este resultado se obtiene aplicando la regla de la Probabilidad Total de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P(M2) &= P(M2IH1)\, P(H1) + P(M2IH2)\, P(H2) + P(M2IH3)\, P(H3) \\ &= (1)\,(1/3) + (0)\,(1/3) + (1)\,(1/3) \\ &= 1/3 + 0 + 1/3 \\ &= 2/3 \end{aligned}$$

Sustituyendo en la fórmula:

$P(H3|M2) = 1 \times (1/3) / (2/3) = 1/2$

Un cálculo análogo nos hará ver que la probabilidad de que el premio se halle en la puerta 1 dado que Monty abrió la puerta 2 es también de 1/2.

En conclusión si el concursante estuviera en el procedimiento B bajo las condiciones mencionadas de su caso único, a saber que Monty abre la puerta 2 y la elección inicial fue la puerta 3. Además de que Monty ha garantizado al concursante un bonus de $100 por quedarse con su elección inicial. Sólo bajo esta descripción del juego parece que lo mejor que puede hacer el concursante es quedarse dado que las probabilidades no favorecen ninguna de las dos estrategias.

Sin embargo, recordemos que en la versión MM del juego de Monty Hall, el jugador en su juego único e individual ya especificado ignora qué procedimiento ha adoptado Monty para abrir puertas; aún más, carece de evidencia alguna que le permita saber si Monty sigue el Procedimiento A o el Procedimiento B. Hemos visto también que la probabilidad estadística de ganar cambiando es la misma sin importar cuál de estos dos procedimientos es seguido por Monty: el jugador ganará cambiando en 2/3 partes de una serie de juegos lo suficientemente larga. Sin embargo, la estrategia que debe de seguir el jugador es distinta cuando participa en un juego único y aislado, y depende del procedimiento seguido por Monty. Por lo tanto, las probabilidades estadísticas, por sí mismas, no le dicen al jugador qué hacer en un caso único, individual y aislado. Al argumento desarrollado en esta sección lo llamaremos el *Argumento R*, que podemos reconstruir como sigue:

> [Premisa 1] De acuerdo a la manera en la que Moser y Mulder describen el juego de Monty Hall, no tenemos conocimiento alguno del procedimiento empleado por Monty para abrir las puertas (aparte del hecho de que nos garantiza no abrir la puerta que elegimos inicialmente y que abrirá una puerta vacía).
>
> [Conclusión 1] No sabemos si Monty emplea el Procedimiento A o el Procedimiento B para abrir puertas.
>
> [Premisa 2] Las probabilidad estadística de ganar cambiando son de 2/3 para la versión MM, esto es, es de 2/3 sin importar si Monty sigue el Procedimiento A o el Procedimiento B.
>
> [Premisa 3] En un juego único, cuando Monty sigue el Procedimiento A, si elijo inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2, lo que tengo que hacer es cambiar a la puerta 1, pues el premio se halla en esa puerta con una probabilidad de 2/3.
>
> [Premisa 4] En un juego único, cuando Monty sigue el Procedimiento B, si elijo inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2, lo que tengo que hacer es quedarme con la puerta 3, pues aunque la probabilidad de que el premio se encuentre en esa puerta es de 1/2, me darán un bonus de $100 por quedarme con la puerta que elegí inicialmente.
>
> [Conclusión 2] Dado que ignoramos si Monty sigue el Procedimiento A o el Procedimiento B, saber que las probabilidades estadísticas de ganar cambiando son de 2/3 en la versión MM no es útil para saber qué estrategia elegir en el caso único e individual descrito.

Ahora bien, esto último puede resultar confuso porque si el concursante sabe que:

-Monty sigue el procedimiento B

-Monty ha abierto la puerta 2

-Ha elegido inicialmente la puerta 3

-Le garantizan $100 por quedarse con su elección inicial.

A primera vista la probabilidad de ganar cambiando en el procedimiento B es igual a 1/2, pero si calculamos el valor esperado veremos que la probabilidad de ganar cambiando es de 2/3. Por lo tanto, parecería que lo que debo hacer es cambiar, puesto que 2/3 es mayor que 1/2. En palabras de Rosenhouse:

> "The point is that our long-run statistical probability of 2/3 for winning by switching can come about in at least two different ways. It might, as in version one [Monty abre la puerta de manera aleatoria], reflect an underlying causal process that assigns a probability of 2/3 to winning by switching in each individual play of the game. Alternatively, it might, as in version two [Monty abre la puerta con el número más grande siempre y cuando pueda], reflect the average behavior of individual trials whose probabilities are sometimes greater and sometimes smaller than 2/3. In version two of the game, the unopened, unchosen door has probability 1/2 with probability 2/3, and has probability 1 with probability 1/3. Indeed, if X denotes the probability of the remaining unopened door, then we have that the expected value of X is
>
> $E(X)= (2/3)\ 1/2 + (1/3)\ 1 = 2/3.$
>
> "So I agree that in MM's version of the game, we can be confident about the statistical probability of winning by switching, and I also agree that this information is not relevant to deciding what to do in an individual case. Does this mean that I am accepting their argument that it can be rational to do in a single case what would not be rational in a long run of cases? No, it does not." (Rosenhouse 2009 p.162)

El valor esperado es igual a 2/3, lo que debería ser una buena razón para cambiar independientemente de que estemos jugando en el procedimiento donde Monty abre la puerta con el número más grande siempre y cuando pueda, o bien donde Monty abre la puerta de manera aleatoria. Siguiendo el texto de Rosenhouse continua diciendo que:

> To see why, go back to the version of the Monty Hall game provided by MM. At that time I noted there were two paragraphs to their description. In the first they outlined the general situation. In the second they described specific events taking place in an individual run of the game. The statistical correlations outlined in the switching argument

> applied only to the general scenario. In every play of the game one door becomes "our initial choice," while another later becomes "the unopened, unchosen door." (Rosenhouse 2009 p.162)

No obstante, lo que ha mostrado Rosenhouse es que calculando la probabilidad lo mejor que podemos hacer es cambiar, a pesar de que Rosenhouse tenía como objetivo mostrar un caso modificado del juego de Monty Hall donde las probabilidades estadísticas no me son útiles para decidir qué hacer en un caso único e individual con ciertas especificaciones dadas. Por qué a pesar de saber el valor esperado está de acuerdo que en la versión de MM del juego las probabilidades estadísticas de ganar cambiando no es información relevante para decidir qué hacer en un caso único e individual. En la ultima cita anterior nos ha dicho que las correlaciones estadística sólo aplican al caso general porque se refieren a la "puerta no abierta ni elegida inicialmente" y "la puerta elegida inicialmente" estas referencias no tienen una correlación necesaria con "la puerta numero 1 no elegida ni abierta inicialmente" y "la puerta numero 3 elegida inicialmente". En el siguiente capítulo profundizaremos más sobre esta distinción entre referencias y connotaciones a partir de Baumann.

A pesar de la explicación que Rosenhouse nos da aun puede no ser claro por qué a pesar de saber el valor esperado sigue creyendo que lo mejor que podemos hacer es quedarnos con nuestra elección inicial en el caso único y especificado, si estamos en el procedimiento B. Lo que Rosenhouse me parece que quería mostrar con el procedimiento B es que sabemos que las probabilidades de ganar cambiando en el juego especifico donde Monty sigue el procedimiento B es de 1/2, por lo tanto parece que las probabilidades no me ayudan a decidir qué hacer en este caso único específico, pero como me dan un bonus de $100 lo mejor que puedo hacer es quedarme con mi elección inicial. No obstante como el concursante no sabe qué procedimiento sigue Monty y dado que ambos procedimientos planteados nos arrojan distintas probabilidades. Concluimos que no nos ayuda saber el valor esperado para decidir qué debe hacer el concursante pues el valor esperado es un promedio de una situación general y no son las probabilidades estadísticas especificas del caso especificado por Rosenhouse en su juego.

Podemos entender y hasta coincidir con Rosenhouse en no estar de acuerdo con el argumento de permanencia dado por Moser y Mulder para sustentar que lo que puede ser racional hacer en un único caso no puede ser racional hacer en una serie larga de casos. En primer lugar no estamos confiados en el argumento de permanencia de Moser y Mulder porque no es claro cómo demuestra que las probabilidades de ganar cambiando lleguen a ser de 1/2, no hay demostración ni una explicación lo suficientemente detallada para entender por qué asigna una probabilidad de 1/2 y 1/2 respectivamente a las posibles estrategias que puede elegir el jugador en el caso especifico que ha descrito.

A pesar de que la probabilidad de ganar cambiando me da el doble de probabilidades de ganar que eligiendo la otra estrategia (independientemente que procedimiento siga Monty), Rosenhouse tenía como objetivo principal argumentar que hay casos únicos y específicos donde las probabilidades epistémicas pueden ser distintas a las probabilidades estadísticas, no obstante a mi parecer no logra de manera clara exponer su punto. Siendo caritativos con Rosenhouse lo que desea exponer es un problema de decisión, un problema que independientemente de qué probabilidad se tenga en una situación de decisión, no puede ser solucionado sabiendo el valor esperado o la probabilidad de cada procedimiento que siga Monty.

Ahora que hemos explicado los motivos por los que creemos que Moser y Mulder, Rosenhouse no son claros en sus juegos modificados para mostrar el problema de decisión que vincula las probabilidades. Mencionaremos algunas otras objeciones al Argumento R. Por último concluiré éste capítulo y mencionare de nuevo la dificultad de los juegos modificados dados por Muser y Molder, Rosenhouse para mostrar el problema de decisión que vincula la probabilidad.

SECCIÓN 5: OBJECIONES AL ARGUMENTO *R*

Es así como el Argumento *R* ofrece apoyo a la tesis H1: sabemos que las probabilidades estadísticas de ganar cambiando son de 2/3 en la versión *MM* del juego de Monty Hall, pero esto no nos basta para decidir qué hacer en un caso único de esta versión del juego. Sin embargo, ¿este argumento da apoyo a la tesis H2? Las siguientes objeciones tienen como objetivo mostrar que no es así.

5.1 Primera Objeción: No hay un Apoyo Claro a la Tesis *H2*

Aún si el argumento R es exitoso apoyando la tesis H1, no es claro que nos muestre que la mejor estrategia en una serie larga de casos sea distinta a la estrategia que sería mejor usar en un caso único. Lo que el argumento R nos dice es que debemos de cambiar si Monty sigue el Procedimiento A, y debemos de quedarnos si Monty sigue el procedimiento B. Pero la manera en la que se define la versión MM es, precisamente, la versión en la que el jugador ignora cuál es el procedimiento seguido por Monty. Pero si el jugador ignora esto, entonces la evidencia de la que dispone no le dice qué es lo que hay que hacer. El argumento R, por tanto, no me muestra que la mejor estrategia en un caso único sea la de quedarme con la puerta elegida inicialmente, en contraste con la estrategia de cambiar que es adoptada en una serie larga de casos.

5.2 Segunda Objeción: La tesis *H2* nos lleva a una Paradoja Sorites

Supongamos, sin embargo, que Moser y Mulder están en lo correcto al decir que la estrategia adoptada en el caso único descrito debe ser la de quedarnos con la puerta elegida inicialmente, en contraste con lo que debemos de hacer si jugamos una serie larga de casos, que sería cambiar de puerta. El problema es que esta tesis parece llevarnos muy fácilmente a una paradoja *sorites*[43], en tanto la expresión "serie de casos lo suficientemente larga" es una expresión vaga. Si aceptamos la tesis H2, entonces aceptamos [Pr1]:

> [Pr1] En un caso aislado debo de quedarme con la puerta elegida inicialmente.

Pero si aceptamos [Pr1], parece que deberíamos aceptar también las premisas dadas a continuación:

> [Pr2] Si debo de quedarme con la puerta elegida inicialmente en un caso aislado, debo de quedarme con la puerta elegida inicialmente en dos casos aislados.
>
> [Pr3] Si debo de quedarme con la puerta elegida inicialmente en dos casos aislados, debo de quedarme con la puerta elegida inicialmente en tres casos aislados.
>
> ...
>
> [Pr300] Si debo de quedarme con la puerta elegida inicialmente en 299 casos aislados, entonces debo de quedarme con la puerta elegida inicialmente en 300 casos aislados.

Por modus ponens y silogismo hipotético, la conclusión de este argumento sería la de que debo de quedarme con la puerta elegida inicialmente en 300 casos aislados. Pero esto no parece ser adecuado: hemos visto que en 300 juegos cambiar es la estrategia más adecuada. ¿Cuántos juegos debemos de jugar para dejar de ver varios casos aislados y empezar a ver un colectivo o una serie de casos lo

43 La paradoja es descrita como aquella en la que partes de premisas verdaderas pero la conclusión aparentemente se puede inferir de las premisas. Por ejemplo, cuando decimos que una persona es calva, sino tiene cabello. No obstante podemos decir lo mismo si afirmamos que una persona es calva cuando sólo tiene un cabello, pero que pasa si podemos seguir así hasta *n* cabello. La pregunta es ¿Hasta que *n* cabello podemos decir que una persona no es calva o sigue siendo calva?

suficientemente larga?

> Si debemos de cambiar cuando sólo jugamos el juego una vez, ¿qué sucede cuando lo jugamos dos veces? ¿Tres veces? Por sus argumentos debemos de cambiar si jugamos una vez, pero debemos de quedarnos con la puerta elegida primero si jugamos trescientas veces. [...] ¿Cuál es el número mágico en donde las correlaciones estadísticas se apliquen por primera vez? (Rosenhouse 2009, p. 164)

5.3 Tercera Objeción: Las Correlaciones Estadísticas concernientes al escenario general no son las Consideraciones Estadísticas que deben ser tomadas en cuenta al tomar una decisión en el Caso Aislado Descrito por Moser y Mulder

Las objeciones anteriores sugieren que el argumento R no da un apoyo efectivo a la tesis H2. La objeción siguiente pretende mostrar que el argumento R no es efectivo tampoco para apoyar la tesis H1. Recordemos nuevamente la versión del juego de Monty Hall descrita por Moser y Mulder. Las correlaciones estadísticas mencionadas en el Argumento del Cambio (que nos dicen que cambiar de puerta tiene una probabilidad estadística de ganar de 2/3) se aplican únicamente al escenario general del juego de Monty Hall, esto es, a una serie de casos en los que la puerta elegida inicialmente será la puerta ganadora en 1/3 parte de los juegos, mientras que la puerta no elegida inicialmente y que permanece cerrada ocultará el premio en las 2/3 partes restantes. Sin embargo, esta no es la serie de casos relevante cuando se trata del caso único tal y como ha sido definido, esto es, como un caso en el que elegimos inicialmente la puerta número 3 y Monty abre la puerta número 2. Si lo que quisiéramos hacer es apelar a las probabilidades estadísticas para tomar una decisión adecuada en este caso único, entonces debemos de considerar no las probabilidades estadísticas concernientes al caso general. Más bien, deberíamos de considerar las probabilidades estadísticas de ganar cambiando en una serie de juegos en las que estas dos condiciones se cumplan: (a) que el jugador elija inicialmente la puerta 3, y (b) que Monty abra la puerta 2. En tanto la serie de casos considerada incluye juegos en los que Monty abre la puerta 1, esa serie no es relevante para tomar una decisión en el caso único descrito.

> El caso individual, como es definido por [Moser y Mulder], tiene que ver con Monty abriendo la puerta dos después de que elegimos la puerta tres. No sabemos nada acerca de lo que sucederá en una serie larga de casos en las que se asume que estas dos condiciones se cumplen. Sabemos que en una serie larga de juegos: "la puerta no abierta y no elegida" contendrá el premio aproximadamente el doble que "la puerta elegida inicialmente", pero en tanto esta serie de juegos incluye casos en los que Monty abre la puerta uno, no son relevantes para nuestra decisión en el juego individual (Rosenhouse 2009, p. 163)

Esta objeción puede reconstruirse como sigue:

[Pr1] En el caso general de la versión MM del juego de Monty Hall, la probabilidad estadística de ganar cambiando de puerta es de 2/3.

[Pr2] Estas probabilidades estadísticas se aplican únicamente al escenario general.

[Pr3] En el juego único descrito por Moser y Mulder se asume que suceden dos eventos: el jugador elige inicialmente la puerta 3 y Monty abre la puerta 2.

[Con1] La serie de juegos relevante para una decisión con respecto al juego único descrito debe de ser una serie de juegos que considere estos dos eventos, no la serie que concierne únicamente al caso general.

Conclusiones del capítulo 2

Para apoyar las tesis H1 y H2, Moser y Mulder proponen una versión modificada del juego de Monty Hall en la que no se describe la manera en la que Monty elige qué puerta abrir cuando puede abrir una de entre dos puertas vacías. Hemos visto que, en estas circunstancias, cambiar de puerta tiene una probabilidad estadística de ganar de 2/3, lo mismo que en la versión clásica. Sin embargo, en esta versión las probabilidades condicionales – esto es, las probabilidades que cada una de las puertas tiene de tener el premio en cada etapa del juego – son distintas a las de la versión clásica. De acuerdo al Argumento del Cambio, y en tanto las probabilidades estadísticas de ganar cambiando son de 2/3 en la versión MM, lo que debe de hacer el jugador es cambiar cuando se enfrenta a una serie larga de juegos. De acuerdo al Argumento de la Permanencia, y en tanto en el caso único e individual descrito aparentemente no hay evidencia alguna que indique que una puerta tiene más probabilidades que otra de tener el premio, lo que debe de hacer el jugador es quedarse con la puerta elegida primero, pues así podrá ganar el extra de $100 y aún así tendrá oportunidad de ganar el premio. Podemos ver entonces cómo es que estos argumentos dan apoyo a la tesis H1: el jugador puede saber perfectamente que las probabilidades estadísticas de ganar cambiando de puerta son de 2/3, pero esto no le dice qué estrategia adoptar cuando se enfrenta a un juego único de la versión MM. Con respecto a la tesis H2, el Argumento del Cambio nos dice que la estrategia más racional en una serie de casos es la de cambiar de puerta, mientras que el Argumento de la Permanencia nos dice que en un caso aislado lo mejor que puede hacer el jugador es quedarse con su elección inicia.

Hemos visto también que el Silogismo Probabilístico Disyuntivo no es una forma correcta de razonar, a pesar de su aparente validez. Hemos visto que un problema con el Argumento de la Permanencia es que la premisa [Pr3] parece falsa: el que Monty abra la puerta 2 nos indica que la probabilidad de la puerta

El argumento R está diseñado para apoyar la tesis H1: las probabilidades estadísticas, por sí mismas, no siempre nos dicen qué hacer cuando nos enfrentamos a un caso aislado de una situación de decisión. Sabemos que las probabilidades estadísticas de ganar cambiando son de 2/3 tanto si Monty emplea el Procedimiento A o el Procedimiento B, por lo que en una serie de casos de la versión MM lo que debemos de hacer es cambiar. Sin embargo, en un caso único la estrategia más racional diferirá , pero no siempre debido al procedimiento que sigue Monty. En tanto en la versión MM ignoramos cuál es este procedimiento, las probabilidades estadísticas no me dirán qué hacer en un caso único y aislado. Sin embargo, es cuestionable que el Argumento R apoye la tesis H2.

Rosenhouse nos ha mostrado que la probabilidad entendida desde el método frecuentista tiene serias deficiencias que no ayudan en nada al concursante para tomar una decisión sobre qué debe hacer para ganar. Parecería que en última instancia todo depende del concursante, es decir de su criterio sobre qué debe considerar como serie larga de casos y qué unos cuantos casos aislados. Por ello, podríamos conjeturar que el problema de decisión planteado en el juego de Monty Hall y en cualquier situación de incertidumbre donde se tiene que tomar una decisión es problema de índole epistemológico y no de probabilidad (por lo menos probabilidad objetiva).

Sin embargo, cuando Moser y Mulder, Rosenhouse introducen juegos modificados del juego clásico de Monty Hall tienen como objetivo mostrar que en un problema de decisión no es suficiente con saber las probabilidades correctas para decidir qué hacer en un caso único de probabilidad como el planteado en el Juego de Monty Hall. Los problemas de decisión pueden clasificarse como problemas que necesitan elementos metaprobabilísticos para solucionar problemas como el problema de decisión del juego de Monty Hall y las múltiples modificaciones que han expuesto y expondrán los siguientes autores. Cuando Rosenhouse introduce el juego Modificado donde Monty puede abrir la puerta con el número más grande y en donde me dan $100 por quedarme, el problema de decisión no tiene que ver con si entiendo o no como concursante no que la probabilidad de ganar cambiando es mucho más alta que ganar permaneciendo. De hecho en algún momento, tanto Rosenhouse como Moser y Mulder han afirmado que no ponen en duda las probabilidades siempre y cuando sea la correcta asignación de probabilidad. Sino que su pregunta va más allá del simple hecho de saber la correcta asignación de probabilidad y conforme a ello decidir qué hacer. Ellos se preguntan por las razones que justifican una decisión como la mejor decisión que alguien puede tomar en un caso único e individual como al que refieren, razones que pueden llamarse como elementos metaprobabilísticos. Aunque a mi parecer sus argumentos no son del todo claros puesto que a primera vista sus argumentos parecen poner en duda la asignación correcta de probabilidad cuando en realidad nos han dicho que no cuestionaran la probabilidad sino si la probabilidad me es útil para decidir qué hacer en un caso único individual como el que describen.

Por ejemplo: Digamos que yo soy una mujer de 34 años y sé muy bien que las estadísticas han demostrado que las mujeres que no tienen hijos tienen una probabilidad de 66.666 % de desarrollar cáncer. Qué debo hacer, debo tener hijos, a pesar de que no está en mis planes de vida. Este problema puede mostrar más claramente que un problema de decisión puede no ser suficiente saber las probabilidades para decidir qué hacer o mejor cuál es la mejor decisión. A pesar de las estadísticas y la correcta asignación de probabilidad no me es suficiente para decidir. Ahora, alguien me podría decir que puedo calcular la probabilidad de desarrollar cáncer en mi caso único e individual. Digamos que he calculado la probabilidad de que yo como caso único e individual puedo desarrollar cáncer y es una probabilidad muy alta, ¿qué debo hacer? ¿aun sería una persona irracional y no estaría justificada mi decisión de no tener hijos, a pesar de las estadísticas? Estos son problemas de decisión que están vinculados con probabilidad, pero no son problemas de cálculo de la probabilidad.

A continuación mostraremos otro juego modificado de la versión clásica del juego de Mony Hall cuyo fin es mostrar que la probabilidad tanto epistémica como estadística no son suficientes o utiles para tomar decisiones en un único caso.

Capítulo 3: ¿LA PROBABILIDAD EPISTEMOLÓGICA NOS ES ÚTIL PARA DECIDIR QUÉ HACER EN UN ÚNICO CASO DE UNA SITUACIÓN DE INCERTIDUMBRE?

Introducción

Una vez vistos los argumentos de Moser y Mulder que intentaron mostrar que en un caso único e irrepetible de un problema de decisión no es de ayuda apelar a la probabilidad para decidir qué hacer, veremos un conjunto más reciente de argumentos con un objetivo similar. La pregunta guía de este capítulo es la siguiente: asumiendo que podemos apelar a las probabilidades para tomar una decisión con respecto a una serie de casos lo suficientemente grande de una misma situación de decisión, ¿podemos apelar también a ellas cuando se trata de un caso único o aislado de esta misma situación de decisión? Baumann (2005, 2008) acepta lo siguiente: cuando el participante puede jugar el juego de Monty Hall una serie larga lo suficientemente grande y adopta siempre la estrategia de cambiar su elección inicial, ganará el premio en aproximadamente dos terceras partes de los juegos de esa serie, mientras que si decide no cambiar, ganará en aproximadamente una tercera parte de ellos. ¿Esta información basta para decidir que la mejor acción a realizar para obtener lo deseado en una serie de juegos lo suficientemente grande es cambiar nuestra elección inicial? Baumann nos dice por un lado que la aplicación de probabilidades a casos únicos o individuales carece de sentido, y por el otro, que es posible que la elección más racional cuando se trata de una serie larga de casos de una misma situación de decisión no sea la elección más racional cuando se trata de un único caso de esa misma situación. En el caso del juego de Monty Hall, es posible que si se trata de un juego único y aislado, la decisión más racional no sea necesariamente la de cambiar de puerta. Las tesis defendidas por Baumann son las siguientes:

> [BH1] No podemos aplicar nociones o argumentos estadísticos cuando se trata de juegos únicos. [44]
>
> [BH2] A partir de la teoría de la probabilidad, no podemos responder a la pregunta de qué es lo que un jugador racional debe de hacer cuando se enfrenta a un único juego. [45]

La estrategia de Baumann para dar apoyo a [BH1] y [BH2] es la descripción de una versión modificada del juego de Monty Hall, que llamaremos aquí la *versión de los dos jugadores*. En la primera sección de este capítulo, presentaré las características de esta nueva versión, así como sus consideraciones estadísticas. Discutiré también, muy brevemente, una objeción inicial a estas consideraciones ofrecida por Levy (2007). En la segunda sección de este capítulo, presentaré los argumentos de Baumann a favor de las tesis (BH1) y (BH2). En la tercera sección, veremos dos objeciones en contra del

44 The application of [probablistic] notions and arguments to a single case (a single game) does not make sense... (Baumann 2008, p. 266)

45 Cf. Baumann 2008, p. 71: "No debe de haber duda que con respecto a una serie lo suficientemente grande de juegos, la estrategia de cambiar es la mejor. Sin embargo, hay serias dudas de que esto implique algo acerca de lo que es racional hacer en un caso aislado e individual." Cf. también Baumann 2005, p. 71: no hay respuesta a la pregunta de qué debe de hacer un jugador racional en un caso aislado, por lo menos no hay una respuesta probabilística. (...there is no answer to the question what the rational player should do in an isolated case, at least no probabilistic answer.)

argumento de Baumann.

SECCIÓN 1: LA VERSIÓN DE LOS DOS JUGADORES DEL JUEGO DE MONTY HALL

1.1 Descripción de la versión de los dos jugadores

Veamos inicialmente cómo se describe la versión de los dos jugadores: en esta versión, hay dos concursantes, que asumimos son racionales y desean ganar, a los que nos referiremos como el jugador A y el jugador B. Como en la versión original, Monty ofrece a cada uno de los dos jugadores elegir entre tres puertas cerradas, dos de las cuales se hallan vacías y una contiene un premio. Los jugadores pueden elegir inicialmente la misma puerta, y al momento de que Monty les pregunta si desean cambiar, ellos pueden quedarse con la misma puerta o cambiar a la puerta que ha elegido el otro jugador. Hay que enfatizar que en ningún momento los jugadores saben qué puerta ha elegido el otro jugador. El proceso de apertura de puerta seguido por Monty después de que los jugadores han hecho su elección inicial será similar a la versión original, pero tendrá una diferencia importante. Para empezar, Monty nunca abrirá una puerta que haya sido elegida por uno de los jugadores. Si los dos jugadores eligen la misma puerta vacía, Monty abrirá la puerta vacía restante. Si los dos jugadores eligen, respectivamente, una puerta vacía y una puerta con premio, Monty elegirá la puerta vacía que queda. Si los dos jugadores eligen la puerta con el premio, entonces Monty elegirá al azar entre las dos puertas vacías restantes. La diferencia que hay que subrayar tiene que ver con e*l caso en el que los dos jugadores eligen puertas vacías di*stintas. Cuando eso sucede, Monty abrirá la única puerta restante, es decir, la puerta que tiene el premio y consecutivamente ambos jugadores al ver que el premio está en la puerta abierta, cambiarán su elección inicial a la puerta con premio, si esto sucede, entonces ambos recibirán en su totalidad el premio (es decir, el premio no se repartirá, sino que se le dará uno igual a cada jugador). En la versión de los dos jugadores del juego de Monty Hall, ambos participantes tendrán la opción de elegir entre dos estrategias distintas: un jugador podrá elegir la estrategia *de permanecer condicional* cuando se quede con su opción original a menos que Monty abra la puerta del premio, y si esto último es lo que sucede, entonces el jugador cambiará a esta puerta para ganar el premio; un jugador elegirá más bien "podrá elegir" la estrategia *de cambiar condicional* cuando cambiara sin duda a la puerta abierta cuando vea que Monty abra la puerta con el premio, dado que son personas racionales elegirán la estrategia que les hará ganar.

Supongamos que somos el jugador A y que el premio se halla en la puerta número 1. La tabla 3.1 nos muestra que si en esta versión del juego decidiéramos adoptar la estrategia de cambiar de puerta en una serie de juegos lo suficientemente larga, ganaríamos el premio en aproximadamente 6/9 partes de los juegos de esa serie, mientras que ganaríamos en 5/9 partes si decidiéramos adoptar la estrategia de quedarnos con la puerta elegida inicialmente. Esta información nos basta para saber que la mejor estrategia que podemos elegir, si jugáramos una serie de juegos lo suficientemente grande de la versión de los dos jugadores, es la de cambiar condicional.

Tabla 3.1 (asumimos que el premio está en la puerta 1)

	Elección inicial del jugador A	Elección inicial del jugador B	Puerta abierta por Monty	Resultado de *cambiar condicional* para A	Resultado de *permanecer condicional* para A
1	1	1	2 o 3	*pierde*	*gana*
2.	1	2	3	*pierde*	*gana*
3.	1	3	2	*pierde*	*gana*
4.	2	1	3	*gana*	*pierde*
5	2	2	3	*gana*	*pierde*
6	2	3	1	*gana*	*gana**
7.	3	1	2	*gana*	*pierde*
8	3	2	1	*gana*	*gana** [46]
9	3	3	2	*gana*	*pierde*
Prob. de ganar para cada estrategia				**6/9**	**5/9**
Prob. de ganar cuando Monty abre una puerta vacía				**4/7**	**3/7**
Prob. de ganar cuando A y B eligen puertas distintas				**1/2**	**1/2**

La pregunta que queremos responder ahora es si en un caso único o aislado de esta versión del juego de Monty Hall, las probabilidades de ganar el premio cambiando de puerta son también de 6/9 [47], y si más bien "y si estas asignaciones de valores numéricos dados por la probabilidad estadística" - nos

46 Levy sugiere erróneamente que estas asignación de probabilidades a la estrategia de quedarse son equivocadas. El jugador A o gana quedándose con su elección original en los casos 6 y 8 de la tabla 1, sino que necesita cambiar esta elección original (de la puerta 2 a la puerta 1 en el caso 6 y de la puerta 3 a la puerta 1 en el caso 8) para ganar. La tabla de Baumann parece entonces contener estos dos errores. Cf. Levy 2007, p. 143

47 Cf. Baumann 2007, p. 72: ¿Debe uno entonces decir que para ambos jugadores las oportunidades de ganar cambiando son de 6/9 *en un juego individual* (y no únicamente en una serie larga de juegos)? (Should one then say that for both players the chances of winning by switching are 6/9 *in an individual game* (not just in a long enough series of games)?)

pueden ayudar a decidir qué hacer en este caso único y aislado. Como mencionamos más arriba, la postura de Baumann será que en la versión de dos jugadores, intentar aplicar probabilidades estadísticas a un único caso nos llevará a problemas de arbitrariedad. De acuerdo a este autor, de ahí podemos inferir que tampoco tiene caso atribuir probabilidades a casos únicos en la versión original.

1.2 Consideraciones estadísticas de la versión de dos jugadores del juego de Monty Hall

Es importante considerar inicialmente los casos que marcan una diferencia interesante e importante con respecto a la versión original del juego. Estos casos corresponden con las situaciones en las que ambos jugadores eligen puertas vacías distintas. Cuando esto sucede, las reglas de la versión de los dos jugadores indican que Monty está obligado a abrir una puerta, y en tanto la única puerta que queda (pues los jugadores han elegido, cada uno, una puerta vacía) es la puerta que contiene el premio. Veamos que estos casos corresponden con los renglones 6 y 8 de la tabla 3.1. Notemos que de acuerdo a la manera en la que Baumann construye estos casos, ambos jugadores ganarán el premio sin importar cuál haya sido la estrategia adoptada. Si esto es así, los resultados para ambas estrategias *se traslapan*, esto es, hay por lo menos dos casos en los *que ambos jugadores ganarán* sin importar la estrategia que hayan elegido. Las probabilidades de obtener el premio si cambio son de 6/9, mientras que las probabilidades de obtener el premio si me quedo con la puerta inicial son de 5/9. Notemos que la suma de las probabilidades de ganar para las dos estrategias es de 11/9, lo que es mayor a 1, esto se debe a que hay un traslape en los resultados para las dos estrategias, por eso podemos entender por qué la suma de probabilidades es mayor a 1.

No obstante Levy (2007) cree que las probabilidades no suman 1 porque Baumann se equivoco, Baumann replica a Levy contestando que se deben restar los casos en donde los dos jugadores ganan para que los posibles resultados sumen 1. Una vez aclaradas la objeción que Levy le hizo al juego modificado de Baumann, veamos la asignación de probabilidades de la tabla 3.1. Si dejamos de lado los renglones 6, 8 y consideramos únicamente las situaciones en las que Monty ha abierto una puerta vacía, la estrategia de cambiar condicional aún nos da una probabilidad de ganar más alta que la estrategia de permanecer condicional. Concretamente, y como podemos ver en la tabla 3.1, hay una probabilidad de ganar de 4/7 para la estrategia de cambiar condicional y sólo de 3/7 para la estrategia de permanecer condicional. Nuevamente, si consideramos únicamente estos casos y si jugáramos una serie de juegos lo suficientemente grande, adoptar la estrategia de cambiar condicional es lo más racional que podemos hacer si es que queremos ganar.

Veamos ahora una restricción más, que será relevante para la discusión del argumento central de Baumann. Concentrémonos únicamente en aquellos casos en los que Monty abre una puerta vacía y los jugadores, adicionalmente, eligen puertas distintas. Estos casos corresponden con los renglones 2, 3, 4, y 7 de la tabla 3.1. Notemos que en estos casos, la probabilidad de ganar el premio adoptando cualquiera de las dos estrategias es ahora de 1/2, y en ausencia de una motivación adicional (como la de que nos ofrezcan $100 por mantener nuestra elección inicial), ninguna de las estrategias discutidas es preferible a la otra. Por supuesto, hay que enfatizar que de acuerdo a las características de la versión de los dos jugadores, *ninguno de ellos sabe qué es lo que ha elegido el otro*, de forma que no hay manera de que sepan que se hallan en alguna de las circunstancias correspondientes a los renglones 2, 3, 4 y 7. La tabla 3.2 muestra cuáles serán las asignaciones de probabilidades a las estrategias cambiar condicional y permanecer condicional para estos cuatro casos.

Tabla 3.2

	Elección inicial del jugador A	Elección inicial del jugador B	Puerta abierta por Monty	Resultado de cambiar condicional	Resultado de permanecer condicional
2	1	2	3	*pierde*	*gana*
3	1	3	2	*pierde*	*gana*
4	2	1	3	*gana*	*pierde*
7	3	1	2	*gana*	*pierde*
Prob. de ganar cuando A y B eligen puertas distintas				***1/2***	***1/2***

SECCIÓN 2: EL ARGUMENTO DE BAUMANN

2.1 Reconstrucción del argumento de Baumann

Con lo anterior en mente, podemos ahora presentar de manera puntual el argumento de Baumann a favor de la primera hipótesis controversial, a saber, que no tiene sentido aplicar probabilidades a casos únicos. El argumento tendrá la forma de una *reducción al absurdo*, esto es, se partirá inicialmente de la hipótesis arriba mencionada para mostrar que ésta lleva a una inconsistencia. Consideremos en primer lugar la descripción de un caso único en el que dos personas, A y B, son invitadas a jugar la versión de los dos jugadores del juego de Monty Hall. Ya en el escenario, el jugador A elige inicialmente la puerta número 1, y el jugador B elige la puerta número 2. Recordemos nuevamente que ninguno de los dos jugadores sabe qué puerta ha elegido el otro jugador. Inmediatamente después, Monty abre la puerta 3, mostrando que esta vacía, y hace la pregunta a los dos jugadores: "¿Desean mantener su elección original o cambian a la puerta que permanece cerrada y que no han elegido?" No olvidemos que Baumann acepta que las consideraciones estadísticas expuestas en la tabla 3.1 son correctas y que corresponden a las probabilidades de ganar para las dos estrategias en una serie de juegos lo suficientemente larga. Si nos enfrentáramos a una de estas series, la tabla 3.1 nos permite inferir que la mejor estrategia es la de cambiar condicional, pues nos hará ganar en aproximadamente 6/9 partes de esta serie de juegos. Pero supongamos ahora que somos el jugador A y nos hallamos en esta situación única que acabamos de definir. En este caso, ¿esta asignación de probabilidades nos muestra que la mejor decisión, si es que queremos ganar, es la de cambiar a la puerta número 2?

¿Cuáles serán las asignaciones de probabilidades que harían los jugadores A y B en estos casos únicos? En tanto ambos jugadores han visto que Monty ha abierto una puerta vacía, los nueve casos ilustrados en la tabla 3.1 se reducen a siete. [48] Veamos ahora que, considerando únicamente los casos en los que Monty abre una puerta sin premio, la probabilidad de ganar quedándonos con la puerta elegida inicialmente es de 3/7, mientras que la probabilidad de ganar cambiando es de 4/7. En este punto, hay que advertir que si los jugadores supieran que han elegido puertas distintas, entonces sabrían que las probabilidades *objetivas* (no epistémicas) de ganar para ambas estrategias cambiarían, y serían de 1/2 para cada una de ellas (por lo que en ausencia de una motivación adicional, como la de recibir $100 por quedarse con la puerta original, ninguna de ellas sería preferible). Estas situaciones están ilustradas en la tabla 3.2. Por supuesto, las reglas del juego indican que los jugadores ignoran, en todo momento, cuál ha sido la elección original del otro jugador. De ahí que, para tomar la decisión final, atribuyen las siguientes probabilidades *epistémicas* a las puertas restantes: [49]

> (1) La probabilidad epistémica de ganar asignada por A al elegir finalmente la puerta 2 es de 4/7.

48 Cf. Baumann 2005, p. 72.

49 Cf. Baumann 2005, p. 72: "Si uno hace la asunción adicional de que A y B han elegido puertas distintas (pero no saben que lo han hecho, de acuerdo a las reglas del juego), entonces las probabilidades objetivas o no epistémicas de ganar serían de 1/2 tanto para cambiar como para permanecer. Sin embargo, en tanto A y B no saben que han elegido puertas distintas, sus probabilidades epistémicas serán de 4/7 de ganar si cambian y de 3/7 de ganar si permanecen."

"If one makes the further assumption that A and B have chosen different doors (but they don't know that they have, according to the rules of the game), then the objective or non-epistemic probabilities of winning would be 1/2 for both switching, and sticking. However, since A and B don't know they have chosen different doors, their epistemic probabilities will remain 4/7 for winning if they switch and 3/7 for winning if they stick." (Baumann 2005, p. 72)

(2) La probabilidad epistémica de ganar asignada por A al elegir finalmente la puerta 1 es de 3/7.

(3) La probabilidad epistémica de ganar asignada por B al elegir finalmente la puerta 1 es de 4/7.

(4) La probabilidad epistémica de ganar asignada por B al elegir finalmente la puerta 2 es de 3/7.

Tabla 3.3

	Probabilidad de que la puerta 1 sea la puerta ganadora	*Probabilidad de que la puerta 2 sea la puerta ganadora*
Jugador A	3/7	4/7
Jugador B	4/7	3/7

Estas asignaciones, que son mostradas en la tabla 3.3, son problemáticas, pues nos llevan a dos consecuencias inaceptables. La primera de ellas es que un mismo evento – en este caso, el evento de que el premio se halle en la puerta número 1 – no deberían de tener una probabilidad tanto de 3/7 como de 4/7. La segunda es que la suma de las probabilidades de dos eventos exhaustivos y excluyentes – que el premio se halle en la puerta número 1 y que el premio se halle en la puerta número 2 – debe de ser igual a 1, pero esto no es así en las asignaciones en cuestión: A asigna al primer evento una probabilidad de 3/7, mientras que B asigna al segundo evento una probabilidad de 3/7; de manera similar, B asigna al primer evento una probabilidad de 4/7, mientras que A asigna al segundo evento una probabilidad de 4/7. Baumann continúa su razonamiento como sigue: si asumimos que se pueden aplicar probabilidades a casos únicos (en particular, a un único juego de la versión de los dos jugadores) nos lleva a estas dos consecuencias absurdas, entonces tenemos que rechazar esta asunción.[50] Por tanto, las probabilidades pueden aplicarse únicamente a situaciones en las que se juegan series de casos lo suficientemente largas, y aquello que puede ser racional hacer en esas situaciones puede que no sea lo más racional cuando se trata de un caso individual y aislado.

Es adecuado hacer una reconstrucción puntual, premisa por premisa, del argumento de Baumann:

[Pr1] Asumamos que podemos asignar probabilidades a un juego único (asunción para la reducción al absurdo).

50 Cf. Baumann 2005, pp. 72-73:

[Pr2] Las probabilidades de ganar cambiando son de 4/7, mientras que las probabilidades de ganar quedándonos con nuestra elección original son de 3/7.

[Con1] La probabilidad de ganar para la puerta 1 es tanto de 3/7 como de 4/7, y la probabilidad de ganar para la puerta 2 es tanto de 3/7 como de 4/7.

[Pr3] Dado un evento arbitrario (en este caso, que el premio se halle detrás de la puerta 1 o que el premio se halle detrás de la puerta 2), éste no puede tener dos diferentes probabilidades.

[Pr4] La probabilidad total para las puertas cerradas (la puerta 1 y la puerta 2) debe de sumar 1.

[Con2] La conclusión [Con1] es inconsistente con las premisas [Pr3] y [Pr4].

[Con3] Es falso que podamos asignar probabilidades a un juego único.

2.2 Probabilidad estadística (objetiva) vs. probabilidad epistémica (subjetiva)

Ahora bien, una manera de dejar de lado esta dificultad, y que parece obvia, es sugerir que esta diferencia no concierne a una asignación de probabilidades estadísticas, es decir, de probabilidades objetivas independientes de la evaluación de observadores, sino que se trata de una evaluación dada en términos de probabilidades epistémicas o subjetivas que pueden cambiar de persona a persona. Recordemos que las probabilidades epistémicas representan el grado de creencia en una proposición que un individuo tiene a partir de una determinada evidencia. En este caso, las proposiciones a evaluar serían "la puerta 1 es la que oculta el premio" y "la puerta 2 es la que oculta el premio". La probabilidad epistémica es subjetiva en tanto dependen de qué información tiene disponible un individuo: si ocurre que dos individuos se hallan en posesión de información distinta, entonces sus asignaciones de probabilidad epistémica pueden diferir. Es esto precisamente lo que parece suceder en este caso. Pero en tanto esta diferencia no concierne a una asignación objetiva de probabilidades, sino a una asignación epistémica, los problemas que menciona Baumann no parecerían ser graves. Podemos apelar a la idea de que para este caso individual (esto es, cuando el jugador A elige inicialmente la puerta 1 y el jugador B elige inicialmente la puerta 2) esta asignación de probabilidades está hecha desde dos perspectivas diferentes: desde la perspectiva del jugador A, la adopción de la puerta 2 como elección final tiene una probabilidad de ganar de 4/7, mientras que desde la perspectiva del jugador B, elegir la puerta 2 tiene una probabilidad de ganar de 3/7. En tanto esta es una asignación de probabilidades epistémicas, depende de la perspectiva de cada uno de los jugadores, por lo que no deberían sorprendernos los supuestos problemas descritos más arriba. Sin embargo, para que esta explicación con respecto a la diferencia de asignación de probabilidades epistémicas hecha por A y B funcione, es necesario dejar en claro en qué consiste esta diferencia en perspectiva y cómo es que arroja este contraste entre la asignación de probabilidades.

Veamos: por un lado es claro que el jugador A sabe que ha elegido la puerta 1, pero ignora qué puerta ha elegido el jugador B. Por otro lado, el jugador B sabe que ha elegido la puerta 2, e ignora cuál es la puerta elegida por el jugador A. Esta diferencia es obvia e indiscutible. ¿Pero es esta una diferencia que implique una asignación diferente de probabilidades epistémicas? O en otras palabras, ¿es una diferencia relevante para este contraste entre asignaciones de probabilidad epistémica? Baumann sugiere que dar una respuesta afirmativa a la pregunta anterior nos llevaría a contradecir un importante principio de no arbitrariedad (que Baumann llama el principio (N)) con respecto a la asignación de probabilidades epistémicas:

> (N) Si (a) las asignaciones de probabilidad epistémica con respecto a p (en este caso, con respecto a que el premio se halle detrás de una puerta particular) hechas por dos individuos racionales (en este caso, los participantes A y B) son no arbitrarias y respaldadas por la evidencia, y si (b) ambos comparten la misma información relevante, entonces las probabilidades subjetivas o epistémicas de que p son las mismas.

Lo que nos dice el principio (N) es muy importante si es que queremos que la probabilidad epistémica sea una noción significativa. Como hemos visto, la probabilidad epistémica es subjetiva, esto es, consiste en una asignación de grados de creencia a una proposición. Esto abre la posibilidad de que la asignación epistémica de probabilidades varíe de persona a persona. Sin embargo, es difícil ver la utilidad de una noción de probabilidad que varíe sin ningún tipo de motivación: si dos observadores dan una asignación de probabilidad distinta a un mismo evento, debe ser porque hay una diferencia importante y relevante con respecto a las condiciones bajo las cuales hacen esa asignación. De no ser así, la asignación de probabilidades epistémicas sería arbitraria, y difícilmente sería útil para adoptar una decisión. Lo que nos dice el principio (N) es que si la asignación de probabilidades epistémicas atribuidas a un mismo evento por dos personas P1 y P2 es diferente, entonces no puede ser el caso de que hayan partido de la misma información relevante. Rosenhouse (2009) también apoya esta idea y sugiere una versión distinta del principio de no arbitrariedad: "Las probabilidades epistémicas pueden ser subjetivas en el sentido de que dos personas pueden asignar valores distintos si es que tienen información distinta, pero no son arbitrarias. Esto es, si dos personas tienen la misma información y si esta información es lo suficientemente rica para permitir que se asignen valores definidos a todas las variables relevantes, entonces estas personas deben de coincidir en las probabilidades correctas para esa situación." (Rosenhouse 2009, pp. 156-157) [51]

Recapitulemos. Recordemos que el objetivo de Baumann es mostrar que las probabilidades no pueden ser aplicadas a un único juego. Para construir el argumento por reducción al absurdo, se asume que podemos aplicar probabilidades a casos únicos y aislados de la versión de los dos jugadores del juego de Monty Hall. Recordemos ahora que estamos considerando únicamente aquellos casos en los que Monty abre una puerta sin premio, de manera que podemos dejar de lado los renglones 6 y 8 de la tabla 3.1. En estas circunstancias, la probabilidad de ganar cambiando de puerta es de 4/7, mientras que la probabilidad de ganar quedándonos con la elección original es sólo de 3/7. Consideremos a continuación un caso único y aislado en el que el jugador A elige la puerta 1, el jugador B elige la puerta 2 y Monty abre la puerta 3. Si aceptáramos que las probabilidades pueden ser aplicadas a casos únicos, entonces tendríamos que concluir que la puerta 1 tiene una probabilidad (epistémica) de ganar tanto de 3/7 como de 4/7, y también que la probabilidad (epistémica) de ganar de la puerta 2 es tanto de 3/7 como de 4/7. Este resultado debería de ser rechazado, pues por un lado, un mismo evento no puede tener dos probabilidades distintas, y por el otro, la probabilidad total de las puertas restantes debe de sumar 1. El paso crucial es que, de acuerdo a Baumann, este resultado no puede ser rechazado sugiriendo que esta asignación de probabilidades tiene origen en perspectivas distintas. Si bien Baumann acepta que A y B se hallan en posesión de información distinta, niega que esa información sea relevante para admitir una diferencia en la asignación de probabilidades. De acuerdo al principio de no arbitrariedad, la asignación de probabilidades está completamente determinada por la información relevante. Pero si los jugadores se hallan en posesión de la misma información relevante, entonces no puede haber diferencia alguna en la asignación de probabilidades. Dado que asumir que las probabilidades pueden aplicarse a casos únicos e individuales nos lleva a este absurdo, debemos rechazar esta hipótesis.

51 Epistemic probabilities may be subjective in the sense that two people might assign different values if they have different information, but they are not arbitrary. That is, if two people have the same information and if this information is rich enough to permit definite values to be assigned to all of the relevant variables, then these people should agree on the correct probabilities for the situation. (Rosenhouse 2009, pp. 156-157)

SECCIÓN 3: OBJECIONES AL ARGUMENTO DE BAUMANN

3.1 Primera Objeción

Baumann admite que los jugadores A y B poseen información que el otro jugador no tiene: el jugador A sabe que ha elegido la puerta 1, lo que no sabe el jugador B; el jugador B sabe que ha elegido la puerta número 2, lo que ignora el jugador A. La pregunta es si esa información es en verdad relevante para la asignación de probabilidades estadísticas a las puertas 1 y 2 hechas por los jugadores. En esta sección, consideraremos una serie de objeciones iniciales que pretenden apoyar la idea de que la información que poseen los jugadores A y B es (en contra de lo que dice Baumann) relevante para la asignación de probabilidades que ellos hacen. Si esto es cierto, entonces podríamos explicar esta diferencia concerniente a esta asignación de probabilidades apelando a una diferencia de información, y por tanto, el argumento de Baumann en contra de la idea de que pueden serle asignadas probabilidades a casos únicos no funcionaría.

Veamos la primera objeción: recordemos que, en el caso único y aislado que nos concierne, el jugador A ha elegido inicialmente la puerta número 1. Sabemos además que esa es información que A tiene, pero que no es compartida por el jugador B. Ahora bien, en este punto el jugador A puede emplear el razonamiento que favorece la estrategia de cambiar: dado que Monty abrió una puerta vacía, la puerta que A ha elegido originalmente, que es la puerta 1,tiene una probabilidad de 3/7 de ser la puerta que oculta el premio, mientras que la puerta 2, que es la puerta que no se eligió inicialmente y que permanece cerrada, tiene una probabilidad de 4/7 de ser la que contiene el premio. En consecuencia, la mejor elección es la puerta número 2. ¿Qué es lo que justifica la idea de que la información que A posee pero que B no comparte es relevante para llegar a esta conclusión? Pues que A no podría llegar a ella si no la tuviera. De ahí se concluye que hay información relevante que A tiene, pero que B no, y esta información permite explicar por qué hay una diferencia en la asignación de probabilidades para las puertas 1 y 2 hechas por los jugadores. El argumento anterior puede ser reconstruido como sigue:

[Pr1] La *puerta 1* es *la puerta que A ha elegido inicialmente*, algo que A obviamente sabe.

[Pr2] La información de que A ha elegido originalmente la puerta 1, junto con la información de que Monty ha abierto la puerta 3, añadida a cierto razonamiento probabilístico, sugiere que A debe de elegir finalmente la puerta 2.

[Pr3] A no podría llegar a esta conclusión (es decir, no podría elegir finalmente la puerta 2) si no tuviera la información de que ha elegido, inicialmente, la puerta 1, por lo que esa es información relevante.

[Pr4] Hay información relevante que B no tiene y que A sí, a saber, que A ha elegido inicialmente la puerta 1.

[Con1] A y B no tienen la misma información, y la información que no comparten es relevante para la asignación de probabilidades epistémicas.

[Con2] En tanto A y B poseen información distinta y relevante, puede explicarse por qué la asignación de probabilidades epistémicas es distinta.

3.2 Argumento semántico de Baumann

Baumann nos dice que las expresiones "la probabilidad de que la otra puerta gane" y "la probabilidad de que la puerta 2 gane" son expresiones que, a pesar de su aparente similaridad, poseen significados distintos. Esto tiene consecuencias importantes para este debate: la información relevante para que el jugador haga la asignación de probabilidades en cuestión puede expresarse con los términos singulares "la puerta elegida inicialmente" y "la otra puerta", pero para hacer esta asignación, no es necesario apelar a la información de que en un caso único y aislado, un jugador haya elegido la puerta 1, la puerta 2 o la puerta 3, algo que únicamente sabría ese jugador, pero no el otro. Pero si esto es así, los jugadores asignan probabilidad a partir de la misma información relevante.

> ...una expresión como "la probabilidad de que la otra puerta gane" y una expresión como "la probabilidad de que la puerta 2 gane" tienen significados distintos, y esta diferencia importa aquí. Toda la información relevante que posee aquel que elige puede ser expresada en términos de "la puerta original" y "la otra puerta". No hay información relevante relacionada con el hecho de que una puerta es, digamos, la puerta 1. Por tanto, A y B poseen la misma información relevante. (Baumann 2005, p. 74)

¿Pero por qué los significados de las expresiones "la probabilidad de que la otra puerta gane" y "la probabilidad de que la puerta 2 gane" son distintos? Veamos. Hay por lo menos dos maneras diferentes de referirnos a las puertas dentro del juego de Monty Hall. Por un lado, podemos emplear descripciones definidas, como "la puerta elegida inicialmente", "la otra puerta", "la puerta abierta por Monty", etc. Por el otro lado, podemos usar nombres propios: "puerta 1", "puerta 2" o "puerta 3". Hay argumentos muy fuertes a favor de la sugerencia de que las descripciones definidas y los nombres propios pertenecen a diferentes categorías semánticas, lo que será de importancia crucial para la manera en que Baumann responde a esta primera objeción. Consideremos los enunciados siguientes:

(1) Carlos Fuentes nació en 1928.

(2) El autor de *La Silla del Águila* nació en 1928.

En tanto los términos singulares "Carlos Fuentes" y "El Autor de *La Silla del Águila*" son correferenciales, el principio de sustitución *salva veritate* nos dice que podemos sustituir el primero por el segundo en el enunciado (1) para obtener el enunciado (2) con el mismo valor de verdad. Sin embargo, el principio de sustitución *salva veritate* no funciona en circunstancias distintas. Por ejemplo:

(3) Enrique Peña Nieto sabe que Carlos Fuentes es Carlos Fuentes.

Lo que el enunciado (3) dice de Enrique Peña Nieto es que sabe que una persona es ella misma, algo que es un conocimiento trivial. Pero la oración siguiente

(4) Enrique Peña Nieto sabe que Carlos Fuentes es el autor de *La Silla del Águila*.

le atribuye a Enrique Peña Nieto algo que puede no saber, y que depende de su conocimiento de la literatura mexicana. El principio de sustitución salva veritate no funciona en contextos intensionales como los contextos de creencia: no podemos sustituir el término "Carlos Fuentes" en la oración (3) de manera que podamos asegura que la oración obtenida (4) posea el mismo valor de verdad. La importancia que esto tiene en el debate que nos incumbe es que los contextos en los que se atribuyen probabilidades epistémicas son también contextos intensionales, en donde no sólo importa la extensión de los términos involucrados:

> "...la probabilidad epistémica es *intensional*, en el sentido de que los contextos de enunciado creados por el operador de probabilidades epistémicas no permiten una sustitución irrestricta *salva veritate* de términos singulares correferenciales." (Horgan 2000, p. 589)

3.3 Segunda objeción

El segundo argumento es el siguiente: hay información que B tiene pero que A no posee, a saber, que B ha elegido inicialmente la puerta número 2. ¿Qué sucedería si A pudiera obtener esa información antes de decidir sí cambiar o no cambiar de puerta? Hemos visto que en aquellos casos en los que A y B eligen puertas distintas, la probabilidad de ganar cambiando de puerta y la probabilidad de ganar quedándose con la elección original son ambas de 1/2. Si A supiera que B ha elegido la puerta 2, entonces sabrá que se halla en uno de esos casos, y por tanto, que la probabilidad de que la puerta 2 sea la ganadora no es de 4/7, sino de 1/2. Pero si esto es así, entonces la información que B posee, pero que A no tiene, es relevante para la asignación de probabilidades epistémicas, y podemos apelar a ella para explicar por qué hay una diferencia en la asignación de probabilidades hecha por A y B. Este argumento puede reconstruirse como sigue:

[Pr1] A no sabe que B ha elegido inicialmente la puerta 2.

[Pr2] Si A recibiera la información de que B ha elegido inicialmente la puerta 2, entonces podría saber que él y B eligieron puertas distintas.

[Pr3] Eso le permitiría saber a A que las probabilidades subjetivas de ganar cambiando y de ganar no cambiando cambiarían a 1/2.

[Con1] La información que B tiene y que A no tiene – esto es, la información de que B ha elegido inicialmente la puerta 2 – es información relevante.

[Con2] Por tanto, B tiene información que A no tiene, es distinta y es relevante.

[Con3] Por tanto, podemos explicar por qué la asignación de probabilidades epistémicas difiere.

3.4 El argumento del olvido

Debe ser claro que A y B poseen información distinta y no compartida: el jugador A sabe que ha elegido la puerta 1, cosa que ignora el jugador B; el jugador B sabe que ha elegido la puerta 2, lo que no sabe el jugador A. La pregunta crucial en esta etapa del debate es si esa información es relevante o no para hacer la asignación de probabilidades que Baumann considera problemática, y que le permite construir el argumento mostrado más arriba. ¿De qué manera justifica Baumann que esta información no es relevante para la asignación de probabilidades a las puertas 1 y 2 hechas por los dos jugadores? Baumann construye un argumento a partir de un sencillo experimento mental. Imaginemos primero que después de que han hecho su elección inicial, y antes de que Monty abra la puerta vacía, los jugadores A y B han olvidado completamente qué puerta han elegido. Monty, sin embargo, lo recuerda perfectamente, de manera que después de abrir una puerta vacía le pregunta a los jugadores por su decisión final, éstos pueden responder "cambio" o "no cambio" y Monty abrirá la puerta correspondiente, entregándoles aquello que esté detrás de las puertas elegidas en la última etapa del juego. Baumann enfatiza que los jugadores son perfectamente capaces de tomar una decisión ignorando cuál es la puerta elegida inicialmente: A puede decidir cambiar de puerta sin emplear la información de que ha elegido inicialmente la puerta número 1; análogamente, B puede decidir cambiar de puerta aún si ignora que ha elegido inicialmente la puerta número 2. La consecuencia es que la información no compartida por los jugadores A y B no es empleada para tomar una decisión final, o dicho de otra manera, esta información es irrelevante, pues A y B pueden tomar una decisión aún si ignoran qué puerta han elegido al principio del juego.

> ...esta variación no introduce ninguna diferencia relevante dentro del juego. Sin embargo, la diferencia en la información que A y B poseen con respecto a sus elecciones iniciales desaparece del panorama. Por lo tanto, la información acerca de las elecciones iniciales no puede ser relevante. En otras palabras, no parece haber diferencia alguna, para la elección final, si uno recuerda o no qué puerta en particular uno ha elegido inicialmente. Por lo tanto, esa información no es relevante. [52] (Baumann 2007, p. 74)

La siguiente es la reconstrucción del argumento del olvido:

[Pr1] Imaginemos que después de que han hecho su elección inicial y de que Monty ha abierto una puerta vacía, los jugadores A y B olvidan la puerta que eligieron inicialmente.

[Pr2] En tanto Monty recuerda perfectamente las elecciones iniciales de A y B, puede abrir las puertas elegidas al final por los jugadores cuando éstos dicen "cambio" o "no cambio".

[Pr3] Los jugadores pueden tomar la decisión de cambiar o no cambiar aún si ignoran qué puerta han elegido inicialmente.

[Con] La información con respecto a la puerta elegida inicialmente no es relevante.

52 Baumann 2007, p. 74

No obstante recordemos que en el capitulo dos también se quería concluir que la probabilidad de ganar el premio siguiendo una de los estrategias el mismo numero de renglones para ganar o permanecer, por eso se podía concluir de manera equivocada que dado que son el mismo numero de renglones para ganar y permanecer en la tabla mostrada, entonces podemos decir que las estrategias tienen una probabilidad de 1/2 cada una. Para evitar esta inferencia equivocada, Baumann debió de justificar porqué la probabilidad cambia a 1/2 y no se mantiene, y no argumentar que: dado que en la tabla se ve que hay cuatro posibles resultados en donde dos de ellos el concursante gana siguiendo la estrategia cambiar condicional, pero en los otros dos el concursante pierde permaneciendo. Por esta falta de justificación en su argumento y porque no logra sustentar lo que deseaba en un inicio Baumann no logra explicar por qué las probabilidades no se pueden aplicar a casos únicos, pero no por ello, negare su hipótesis. Sólo diré que no esta demostrada ni su negación ni la hipótesis de Baumann.

Aunque sea cierto que no necesitamos las probabilidades para tomar decisiones, creo que sí serían útiles para poder considerar qué estrategia me podría hacer ganar si la llevo a a cabo.

Conclusiones del capítulo 3

En este capítulo, hemos presentado la versión de los dos jugadores del juego de Monty Hall. A partir de esta versión, Baumann pretende defender la hipótesis de que no podemos aplicar nociones o argumentos estadísticos cuando se trata de juegos únicos. En esta versión, los jugadores tienen dos estrategias a su disposición, el *cambiar condicional* y el *permanecer condicional*, y las probabilidades de ganar el premio para ambas estrategias son de 6/9 y de 5/9, respectivamente. Hemos visto inicialmente que una objeción inicial propuesta por Levy a esta asignación de probabilidades no es exitosa. En primer lugar, Baumann no pretende argumentar a favor de su hipótesis sugiriendo que, en tanto las probabilidades mencionadas no suman 1, es absurdo asignar probabilidades a casos únicos. En segundo lugar, una vez que se aclara que las estrategias son cambiar condicional y permanecer condicional, los resultados para ambas estrategias se traslapan, por lo que puede explicarse por qué la suma de probabilidades es mayor a 1.

Brevemente, el argumento de Baumann es que pretender asignar probabilidades a juegos únicos en esta versión del juego de Monty Hall nos lleva a una inconsistencia. Si suponemos que A asigna una probabilidad de ganar de 4/7 a la puerta 2 y de 3/7 a la puerta uno, y que B asigna una probabilidad de ganar de 4/7 a la puerta 1 y de 3/7 a la puerta 2, nos enfrentamos con dos problemas graves: el primero es que a una misma puerta (a un mismo evento) se le asignan probabilidades distintas, el segundo es que las probabilidades asignadas a dos eventos que son excluyentes y exhaustivos no suman 1.

Baumann en este capitulo ha intentado dar un argumento para apoyar su hipótesis: no se pueden aplicar probabilidades a casos únicos. No obstante no logró argumentar bien, pues algunas de sus premisas no se cumplen, intenta salvar su juego modificado para tratar de apoyar su hipótesis. Aunque termina por concluir otra hipótesis que no es la que al inicio deseaba mostrar. Termina argumentando que no es necesario saber las probabilidades para que sea posible que una persona racional puede tomar y llevar a cabo decisiones. Si bien la segunda hipótesis es: para tomar una decisión no es necesario asignar probabilidades a las puertas de su juego Modificado de Monty Hall. A partir de esta segunda hipótesis Baumann quiere concluir la información con respecto a la puerta elegida inicialmente no es relevante para asignar probabilidades. Sin embargo, no se sigue la ultima conclusión de la primera de Bauman, pues del hecho de que no se necesite la información para poder cambiar o quedarnos con la puerta inicial, no se sigue que no sea necesaria dicha información para asignar probabilidades, por lo menos en su versión modificada del juego no logra apoyar de manera satisfactoria su hipótesis principal.

Para asignar probabilidades a las puertas es equivocado asumir que basta con saber que las oraciones: "la otra puerta no elegida ni abierta", "la puerta elegida inicialmente"y ni "la puerta abierta por Monty" en un caso de decisión como el mostrado por Bauman.

No obstante Bauman afirma que con dichas oraciones podemos asignar probabilidades, pues para él es claro que la asignación correcta para cada oración dicha es: 2/3, 1/3 respectivamente. De modo que no necesitamos saber qué número de puerta le corresponde a cada oración.

Sin embargo, las descripciones referenciales como las tres oraciones mencionadas y los nombres propios en probabilidad sí es importante distinguir, porque en primer lugar si asignamos este tipo de probabilidad a las tres oraciones podemos atribuir esta misma probabilidad a la versión original del juego y la modificación del juego propuesta por Baumann que refiere a dos jugadores no se vería aquí, sino que muy bien podría ser confundida por su versión del juego de Monty con la versión original del juego.

Baumann no ha explicado qué pasaría si uno de los jugadores supiera que tanto él como el otro concursante han elegido inicialmente la misma puerta, en este caso es importante enfatizar que sí esto sucede, volvemos a la situación de la versión original del juego de Monty. Si lo anterior sucede, entonces, al igual que en la versión original del juego, Monty tiene a su disposición dos puertas para poder elegir abrir una. De esta manera, si Baumann tiene la misma versión del juego original, entonces la asignación de probabilidad para las puertas va ser igual a la versión original del juego y no las que había asignado en su versión del juego de Monty Hall, a saber la versión de los dos jugadores.

El argumento de Baumann no es exitoso para sostener que las probabilidad epistémicas no nos pueden ayudar a decidir que hacer en un caso único.

No obstante a pesar de que Baumann no logra sostener sus tesis, el juego modificado de Bauman muestra que las probabilidades epistémicas por lo menos solas no pueden solucionar el problema de decisión, pero sí nos muestran porqué no puede solucionarse con sólo probabilidad. La ventaja de la interpretación bayesiana de la probabilidad es que acepta que las probabilidades (epistemicamente hablando) pueden ser distintas de sujeto en sujeto, pues cada sujeto puede atribuir una probabilidad distinta a un mismo evento, por ende aclara que las probabilidades pueden ser interpretadas y dicha interpretación depende sobre qué tanta importancia o no le de el sujeto que realiza la asignación de probabilidad al evento estudiado. Pero una vez que el sujeto ha asignado una interpretación de probabilidad que representan sus grados de creencia. Aun queda la tarea de decidir si dicha probabilidad me es relevante o no para tomar una decisión en una situación de incertidumbre dado que desea obtener algo. En este caso, en el juego de Monty Hall canónico es un caso único de incertidumbre donde el concursante desea obtener el premio (el automóvil).

Por ejemplo la tabla 3.1 vista en este capítulo nos muestra que la probabilidad de ganar es de 6/9 siguiendo la estrategia cambiar condicional y es de 5/9 siguiendo la estrategia permanecer condicional. El concursante al ver estos valores de probabilidad tal vez no le sean suficientemente grandes o diferentes para decidir cambiar o quedarse con su elección inicial, esto es, las probabilidades no le ayudan a decidir qué debe hacer, no obstante a pesar de que las probabilidades de ganar eligiendo alguna de las estrategias no son muy distintas. En este caso las probabilidades pueden ayudarle a decidir qué hacer siempre y cuando el sujeto pueda evaluarlas de manera correcta y en su caso único y

especifico considere bajo su criterio racional que son útiles.
En ultima instancia todo depende del sujeto para tomar una decisión y evaluar si las probabilidades le dicen algo o no. Claro que su decisión debe estar justificada dado que es una persona racional.

Conclusiones generales

Debemos aclarar que la pregunta principal y guía a lo largo de este texto es una pregunta epistemológica de la probabilidad, no hemos cuestionado en ningún momento si el cálculo de la probabilidad es consistente. La pregunta principal de este texto es:

¿La información que nos puede proporcionar la probabilidad es útil o de ayuda para decidir qué hacer en una única e individual situación de incertidumbre, específicamente en la situación descrita en el juego de Monty Hall, dado que somos personas racionales y deseamos ganar el premio?

En el primer capítulo de este texto hemos mostrado cuál es la asignación correcta de probabilidad a los eventos que ocurren en el juego de Monty Hall versión clásica o canónica. Hemos concluido que la mejor estrategia a seguir es cambiar pues coincidimos con las condiciones justificadas de Rosenhouse en ese capítulo, creemos que recupera mejor los factores del juego de Monty Hall deben ser importantes en el juego. Condiciones que creemos que asumen un mejor criterio para modelar el juego de Monty, pues recordemos que hay otros modelos que no recuperan factores que deben ser considerados. Por ejemplo los modelos que tienen como resultados de probabilidad 1/2 y 1/2 no consideran importantes las acciones que se llevan acabo en el transcurso del juego su modelo no recupera mejor los factores que intuitivamente deben ser considerados en el modelo.
No obstante, no es sino hasta en el capítulo dos cuando Moser y Mulder nos han dado argumentos hasta cierto punto claros para dudar que la probabilidad me es útil parar decidir qué hacer en un caso único de decisión.

Moser y Mulder, Baumann y Rosenhouse nos han querido dar razones para afirmar que la pregunta planteada en el juego de Monty Hall es ambigua, ya que la pregunta en primera instancia puede ser asimilada desde distintas posturas de la probabilidad. Una vez que han aclarado que la pregunta puede ser interpretada de distinta manera, recordemos que Moser y Mulder tratan de sostener unas tesis, dichas afirmaciones si hubieran sido satisfactoriamente argumentadas, podríamos haber respondido nuestra pregunta. No obstante, no lograron apoyar las tesis de manera satisfactoria, pero sí dieron origen a una discusión sobre el papel que desempeña la probabilidad en un problema de decisión como el descrito en el juego de Monty Hall.

Como mencionamos el valor numérico de probabilidad dado por el cálculo puede ser entendido desde una postura epistemológica de la probabilidad (bayesianismo) o una objetiva de la probabilidad (frecuentista o estadística). Desde las varias versiones del juego de Monty Hall que propusieron han mostrado los autores que en cualquier interpretación de la probabilidad que adoptemos para contextualizar el valor numérico que me arroja el cálculo tienen problemas de índole epistemológico pues la probabilidad puede ser entendida de maneras radicalmente distintas (interpretación subjetiva y objetiva de la probabilidad).

Por lo dicho anteriormente, la ambigüedad sobre qué debemos entender por "probabilidad" esta abierta a interpretaciones, siempre y cuando dichas interpretaciones satisfagan los axiomas de la teoría de la probabilidad. Podríamos pensar que el sujeto que usa los resultados numéricos de probabilidad en última instancia depende de él si los considera como información relevante en su caso de incertidumbre donde debe de decidir qué hacer para obtener lo deseado. No obstante, el sujeto como persona racional debe justificar su decisión. Los problemas que hemos visto en cada interpretación de probabilidad, no sólo nos han mostrado las deficiencias de dichas interpretaciones de probabilidad, sino también nos han mostrado por qué un problema de decisión no puede ser respondido o solucionado, por lo menos, sólo con probabilidad, han mostrado que no hay una correlación necesaria entre lo que me dicta que haga la teoría de la probabilidad y lo que racionalmente puedo hacer en un problema de decisión.

¿Las probabilidades estadísticas nos pueden ayudar a decidir que hacer en un caso único de problema de decisión?

Recordemos que Rosenhouse presentó un juego modificado donde hay dos maneras de jugar: en la primera Monty elige de manera aleatoria la puerta a abrir siempre y cuando el concursante haya elegido la puerta del premio al inicio del juego. La segunda Monty abre la puerta que tiene el numero más grande siempre y cuando pueda, esto es cuando el concursante haya elegido inicialmente la puerta del premio. Aunque parecen ser el mismo juego no lo son, pues el concursante puede estar jugando la versión donde Monty abre la puerta con el número más grande siempre que pueda o bien puede estar jugando la versión del juego donde Monty abre la puerta de manera aleatoria siempre y cuando tenga opción, esto sucederá cuando el concursante haya elegido la puerta con el premio. Con este juego modificado Rosenhouse quiere mostrar que no son útiles los resultados del cálculo de la probabilidad en un único caso ante una situación de incertidumbre, la razón que nos da a partir de su versión del juego de Monty es que como no podemos saber que versión del juego estamos jugando, entonces tampoco podemos saber qué hacer. No podemos saber qué hacer debido a que las dos maneras de jugar tiene distintas asignaciones de probabilidad y (si bien recordamos) esto se debe a que tienen distintas reglas. El problema con su argumento es que no han logrado mostrar de manera clara que el problema de decisión planteado en sus juegos modificados tienen la intención de mostrar que no me es útil o por lo menos suficiente saber las probabilidades estadísticas ni epistémicas para tomar una decisión en un caso único e individual. Por lo ultimo dicho, su argumento muestra más de lo que quería sostener y está es razón suficiente para dudar de que las probabilidades no sean útiles en casos únicos. Lo que sí muestra es que el número que nos arroja el cálculo de la probabilidad independientemente bajo qué interpretación de la probabilidad asumamos el problema es un problema de decisión y no de interpretación de la probabilidad aunque está vinculado. Por eso la solución que podamos encontrar al problema de decisión no puede, por lo menos, ser solucionado sólo con probabilidad.

Otro problema que concluimos cuando fueron expuestos los argumentos de Moser y Mulder fue que el frecuentismo (refiriéndome al método frecuentista) como probabilidad objetiva nos dice que el valor numérico de probabilidad que nos arroja sobre un evento estudiado es una probabilidad objetiva, no obstante comete el error de creer que una serie larga o grande de casos tiene toda la información del infinito, cuando en realidad no es así. El frecuentismo no tiene una respuesta a la pregunta hasta qué punto unos cuantos casos únicos dejan de serlo y pasan a ser una serie larga de casos, o viceversa.

Por lo mencionado anteriormente, cuando el frecuentismo afirma que ganaremos aproximadamente 2/3 en el juego de Monty Hall si cambio, lo dice a partir de una serie larga de casos que puede ser visto como unos cuantos casos aislados porque la serie tiende a infinito y la serie larga de casos a comparación del infinito es muy pequeña tanto que se puede pensar que estamos hablando de unos cuantos casos aislados. Otro problema que se deriva de usar el método frecuentista es que yo como concursante no sé en qué parte de la serie larga de casos está mi caso único, es decir, no sé si soy parte de las personas que ganan cambiando (probabilidad de 2/3 de ganar cambiando) o bien estoy en las personas que pierden cambiando (probabilidad de 1/3 de perder cambiando). Por eso, saber que ganaré aproximadamente 2/3 dada una serie de instancias que tiende a infinito, no me es útil cuando mi caso es único e individual. Por ejemplo, digamos que estoy en un casino y que en todo el día he observado que en la ruleta ha caído la bola en las casillas rojas, pero la probabilidades frecuentistas me han mostrado que en una serie larga de juegos tomada desde hace una semana la probabilidad de que caiga la bola en la casilla negra es de 2/3 y la probabilidad de que caiga la bola en una casilla roja es de 1/3. No obstante ese mismo día me ha advertido un jugador que los juegos están trucados no son justos. Sabiendo esta información que es un elemento metaprobabilístico ¿sería una decisión irracional de mi parte apostarle a la bola negra? Estaría justificada mi decisión cuando apelo a las probabilidades frecuentistas al igual que estaría justificada mi decisión como decisión racional si apelo a la razón que ya fueron varias veces que cayó rojo ahora debe de caer en negro. Pero qué pasa si decido apostar a que la bola caerá en la casilla roja y sucede que cayó, ¿mi decisión fue racional? En este caso único e individual ¿mi decisión está justificada racionalmente? Este es el tipo de problemas de decisión que están vinculados con la probabilidad, pero debemos distinguir e insistir que no pueden solucionarse con probabilidad porque no son problemas de cálculo de probabilidad, sino problemas epistemológicos.

¿La probabilidad epistemológica me pueden ayudar a decidir que hacer en una situación de incertidumbre?

Por otra parte, vimos que Baumann también argumentó a partir de su versión del juego modificado de Monty Hall que las probabilidades epistémicas no son útiles en casos únicos de decisión. Termina por concluir que los jugadores no necesitan saber qué número de puerta eligieron al inicio para tomar la decisión de cambiar de puerta. Cuando en realidad quería concluir que no se necesita saber qué número de puerta eligió el jugador para que pueda asignar probabilidades a los eventos del juego.

Sin embargo, el concursante sí necesita saber qué puerta eligió al inicio para asignar probabilidades a cada puerta en específico, por eso es información relevante saber qué puerta eligió y como son dos jugadores la información sobre qué puerta eligieron es distinta y relevante. De esta manera, como tienen distinta información relevante, entonces llegan a distinta asignación de probabilidad, según el principio *N*.

Pero más allá de que se cumpla el principio *N*, el problema con la probabilidad epistémica es que asume que en algún momento las probabilidades convergerán a un número en particular idealizado como la asignación correcta de probabilidad, si es que han partido de la misma información relevante.

No obstante lo interesante de la postura epistemológica de la probabilidad vista en los argumentos de Baumann es que acepta que los números que nos arroja la probabilidad pueden ser interpretados de distinta manera por distintos sujetos, de modo que el sujeto decide también si dichos números son información relevante para decidir qué hacer en una situación de incertidumbre.

En el caso de incertidumbre planteado en el juego de Monty Hall, el concursante se encuentra en una situación de incertidumbre única y especifica donde él debe decidir si las probabilidades numéricas 2/3 y 1/3 son información relevante y suficiente para motivarlo a cambiar o quedarse con su elección inicial.

Por lo dicho hasta ahora, podemos cuestionarnos si la probabilidad en un problema de decisión basta con saber la asignación correcta de probabilidad a los posibles resultados para tomar una decisión. No obstante, los valores numéricos que arroja el cálculo de la probabilidad creo que deben ser considerados en una situación de incertidumbre no sólo por el simple hecho de ser resultados de un cálculo consistente y riguroso. Sino también porque hay situaciones de decisión donde la probabilidad de que suceda un evento saber dicha probabilidad me puede ayudar a decidir.

¿Cuando las probabilidades podrían ser útiles?

Hay situaciones de incertidumbre donde es más claro qué debemos decidir hacer dadas las probabilidades y la situación en la que nos encontramos, estos casos son aquellos que tienen probabilidades extremas. Un ejemplo de probabilidades extremas es:

Si en el juego de Monty Hall el cálculo de la probabilidad hubiera sido una asignación de probabilidad de 8/9 de ganar, si elijo cambiar de puerta y 1/9 de ganar si elijo no cambiar de puerta. En estos casos extremos de probabilidad es claro que debemos cambiar si tuviéramos una probabilidad de 8/9 por que es muy alta la probabilidad de ganar es casi seguro que ganaremos. En cambio si tuviéramos una probabilidad de 1/9 de ganar usando la estrategia cambiar en ese caso es casi seguro que no ganó por eso debería preferir quedarme con mi elección inicial. No obstante cuando no es mucha la diferencia de probabilidades entre cambiar o quedarnos, por ejemplo si la probabilidad de ganar usando la estrategia cambiar es de 4/7 y la probabilidad de ganar usando la estrategia permanecer es de 3/7, en este caso no es mucha la diferencia entre las probabilidades asignadas a cada estrategia. Por eso podría considerar que no sería irracional si elijo quedarme en vez de cambiar porque la diferencia no es muy grande o extrema.

Pero si las probabilidades fueran de 1/2 y 1/2 respectivamente a cada estrategia, aquí si es claro que no importa lo que haga ya que ambas estrategias que puedo llevar a cabo tienen la misma probabilidad de llevarme al premio. Sin embargo, el caso que nos interesa (es decir el juego de Monty Hall canónico o clásico) tiene una asignación de probabilidad a las dos estrategias que es discutible pues es 1/3 y 2/3. En este caso las probabilidades no son tan extremas en el sentido de que no están tan cerca de 0 y tampoco están tan cerca de 1. Esta es una razón más para afirmar que la pregunta que hemos planteado en este texto no es fácil de responder, por que no sabemos qué hacer cuando sólo sabemos que las probabilidades no son extremas. Creemos que, a pesar de que las probabilidades no son extremas, no por ello consideramos que son inútiles para decidir que hacer, pues si no supiera que las probabilidades son de 1/3 y 2/3, sería irracional mi decisión de quedarme o no, porque no consideré los resultados de probabilidad que me arroja una herramienta formal y rigurosa como es el cálculo de la probabilidad. En ese sentido las probabilidades creo que sí me pueden servir para tomar una decisión.

Por lo dicho anteriormente, la partición del espacio muestral: 1/3 y 2/3 no nos dice si en mi caso único e individual donde yo debo de decidir si me basta con saber dicha probabilidad para decidir ganar que lo mejor que puedo hacer es cambiar en mi caso particular. Puede ser que a mi como concursante no me baste para decidir cambiar saber las probabilidades, sino que también necesito tener más información sobre el juego que se lleva a acabo en dicho programa donde voy a concursar. No me basta con calcular la probabilidad de ganar con la estrategia ganar. Si esto es cierto, mi decisión de no cambiar sino tengo dicha información metaprobabilistica puede ser considerada como una decisión racional.

Recordemos un ejemplo que hemos mostrado en el capítulo 2:
Supongamos que se sabe (a partir del calculo de la probabilidad) que un 98% de las mujeres que no

tienen hijos pueden desarrollar algún tipo de cáncer. En este caso si yo que soy mujer no le hago caso a esta encuesta sería considerada como una persona irracional, ya que no estoy reconociendo un número que es casi seguro que me de cáncer si no tengo hijos. Pero, si le hiciera caso, entonces soy una persona racional, porque estoy evaluando las opciones que tengo y dadas las probabilidades que son extremas, lo mejor que debo hacer es tener hijos cuando puedo. En este caso estos saber estas probabilidades sí me sirven cuando aun puedo tener hijos, pero cuando ya no puedo tener hijos ya no me sirven saber estas probabilidades, pues mi caso único y particular no se abstrae a las probabilidades señaladas.

De modo que los números me pueden decir algo siempre y cuando el sujeto que usa dichos números le son valiosos o es información relevante, en el ejemplo anterior es claro que cuando la probabilidad se abstrae a mi caso y dadas las probabilidades, podemos decir que soy una persona racional sí hago lo que me dictan hacer las probabilidades extremas. El número me dice que es casi seguro que me de cáncer si no tengo hijos, entonces lo más racional es tener hijos dado que lo que me dicta la probabilidad me es importante y como es una probabilidad muy alta de que me de cáncer, sí debería tener hijos. No obstante debemos aclarar que las situaciones de incertidumbre que constantemente nos estamos enfrentando no son tan simples como los ejemplificados aquí, son mucho más complejos que involucran supuestos y condiciones iniciales en cada caso único y particular.

Una solución a un problema de decisión debe de estar fundada en razones.

Hemos asumido que una persona racional es aquella que conoce *cuales son las posibles estrategias que puedo llevar a cabo que me pueden dar lo que deseo..* Debo tener un criterio lo suficientemente riguroso y consistente para convencerme de que la mejor estrategia es cambiar o quedarme dado que soy un sujeto racional. Sólo hasta este momento el número que me arroja el calculo para mi se vuelve epistemológicamente importante hasta que yo como sujeto racional decido que lo son o no a partir de mi criterio.

Por lo dicho hasta ahora, la respuesta a nuestra pregunta principal es que la probabilidad me es útil en un caso único del juego de Monty Hall, si yo como sujeto que esta en esa situación de incertidumbre decido bajo mi criterio si los números son lo suficientemente relevantes para persuadirme a cambiar mi elección inicial o para quedarme.

Una vez que hemos explicado a partir de las razones dadas por los autores por qué el problema de decisión planteado en el juego de Monty Hall no es fácil de contestar, ahora debo dar mis razones por las que yo creo que debería cambiar en el juego de Monty Hall, si estuviera en esa situación única de decisión.

Si estuviera jugando en el juego de Monty Hall, mi decisión sería cambiar mi elección inicial.

Debo concluir por lo dicho hasta ahora que la solución en última instancia a la pregunta clave de este texto es la que yo como concursante que se encuentra jugando en el juego de Monty Hall considero que es, bajo un criterio personal racional que construya. Así pues, si yo estuviera en el juego de Monty Hall (la versión canónica del juego de Monty Hall[53] supuesta) cambiaría, porque para mi sí son relevantes los números que me arroja el cálculo, sí me persuaden a pesar de no ser lo suficientemente grandes o extremos. Mi criterio en el que se funda mi decisión final de cambiar se debe a:

I. Los resultados de probabilidad son obtenidos de un cálculo riguroso y formal que conozco.

II. Me parece que el criterio de Rosenhouse es un criterio razonable para decidir qué hacer. Por eso lo asumiré en mi criterio de decisión. Dicho criterio es:

> "Como soy una persona racional y puedo asignar probabilidades a las puertas en cada momento del juego, entonces podré seguramente ser capaz de determinar que el curso de acción más razonable es cambiar" (Rosenhouse)

Dado que en este texto he podido asignar probabilidades a las puertas en cada momento del juego he sido capaz de darme cuenta que es más razonable cambiar, puesto que las probabilidades de ganar siguiendo la estrategia cambiar son 2/3 y es más ventajoso que el 1/3 que tiene la estrategia quedarme para ganar.

III. La información que Rosenhouse nos muestra en sus tablas me corroboran que hay casos donde es notoria la ventaja de ganar si se elige la estrategia cambiar, a pesar de que no me puede asegurar que siempre será así de ventajosa en casos únicos, específicos e individuales o en otras tablas.

---

53 Si bien recordamos las condiciones y supuestos iniciales son: primer que las puertas al inicio del juego son equiprobables, Monty abre las puertas de manera aleatoria cuando tiene opción y las reglas de juego.

IV. No he sabido de gráficas que muestren que la estrategia de cambiar no sea ventajosa para ganar, aunque sé que es posible que pueden darse los casos, por las conclusiones del capítulo 2 y 3 (estoy consciente que lo que es racionalmente preferible hacer en una serie los suficientemente de casos no necesariamente es racionalmente preferible hacer en un único caso de esa misma situación de decisión).

V. Todas las gráficas que conozco hasta ahora sobre el juego de Monty Hall han mostrado que es aproximadamente 2/3 ventajoso cambiar.

VI. La probabilidad que me ha dado el método bayesiano ha coincidido con el método frecuentista, lo que para mi es importante para creer que es correcta la asignación de probabilidad vista como probabilidad objetiva o subjetiva. Al igual que el árbol de probabilidad hemos obtenido la misma asignación de probabilidad. Aunque estoy consciente que pudieron no haber coincidido.

Por las razones enumeradas yo cambiaría. Por último debo enfatizar que éste es un criterio personal para decidir qué haría si estuviera como concursante en el juego canónico de Monty Hall. Por lo que hemos concluido hasta ahora en esta tesis puedo decir que es un criterio válido ya que cumplen los requisitos de ser un criterio que tiene coherencia. No obstante, puede haber muchos criterios igual o mejores para decidir cambiar o quedarnos algunos pueden ser racionales y otros no. Por ejemplo, alguien podría decir que su criterio para cambiar es usar un objeto (perinola) considerado como un objeto ideal no trucado para decidir si cambia o no. Dado que el sujeto considera que las puertas son equiprobables al inicio del juego el objeto tendría tres lados iguales que representarían las tres puertas. Dos lados del objeto estarían sólo representando la puerta no elegida ni abierta y el lado restante representaría la puerta elegida inicialmente, puesto que el hecho de que Monty ha abierto una puerta es importante para calcular las probabilidad de las puertas restantes. Con este criterio de decisión el sujeto ha simulado la situación azarosa que representa el juego de Monty Hall y ha evitado introducir cualquier información que no pueda ser cuantificable.

Bibliografía

Baumann, P., 2005, "Three Doors, Two Players And Single Case Probabilities", *American Philosophical Quarterly*, pp.71-79.

Baumann, P., 2008, Single case probabilities and the case of Monty Hall: Levy's view. *Synthese, 162*, 265–273.

Childers, T., 2013, *Philosophy and Probability*, Oxford University Press.

García Álvarez, M.A. 2005. Introducción a la teoría de la probabilidad. Primer curso. México. FCE.

________________.2005. Introducción a la teoría de la probabilidad. Segundo curso. México. FCE.

Moser Paul K & Mulder Hudson D, 1994, "Probability In Rational Decision- Making", *Philosophical Papers*, 23:2, 109-128.

Hacking Ian. 1995. An Introducción to Probability and Inductive Logic. Cambridge University Press. New York.

Horgan, T. The Two-Envelope Paradox, Nonstandard Expected Utility, and the Intensionality of Probability, *Noûs*, 34:4, 578-603

Levy, K. 2007. Single case probabilities and the case of Monty Hall: Baumann's view. *Synthese, 158*, 139–151.

Richard, Isaac. 1995, *The Pleasures of Probability*, Springer-Verlag New York.

Rincón Luis. 2014, Introducción a la Probabilidad. Facultad de Ciencias. UNAM.

Rosenhouse, J. 2009, *The Monty Hall Problem. The Remarkable Story of Math's Most Conteniuos Brainteaser,* Oxford University Press.

Smullyan, Raymond M., 1997, *The Riddle of Scheherazade And Other Amazing Puzzles*, Alber A. Knopf, New York.

Sprenger, J. 2010, "Probability Rational Single Case Decisions And The Monty Hall Problem" *Synthese*. 174(3):331–340.

Vos Savant, M., 1996, The Power of Logical Thinking, St. Martin's Press, New York.

Von Mises, Richard. 1981. Probability, Statistics and Truth. New York: Academic. (editada y compilada por Hilda Geiringer)

_________________. 1964. Mathematical theory of probability and statistics. New York: academic. (editada y compilada por Hilda Geiringer)