

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

Tomografía Doppler de la Variable Cataclísmica AE Aquarii

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

 $P \quad R \quad E \quad S \quad E \quad N \quad T \quad A \quad :$

Sergio Humberto Ramírez Ramírez

TUTOR

Dr. Juan Manuel Echevarría Roman



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2020



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

Ramírez Ramírez Sergio Humberto 664-579-29-87 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 414003552

2. Datos del tutor

Dr. Juan Manuel Echevarría Román

3. Datos del sinodal 1 Dr.

Leonardo Javier Sánchez Peniche

4. Datos del sinodal 2

Dr. José Alberto Flandes Mendoza

5. Datos del sinodal 3

Dr. José Ernesto Marquina Fábrega

6. Datos del sinodal 4

Dr. Roberto Alejandro Ruelas Mayorga

7. Datos del trabajo

Tomografía Doppler de la Variable Cataclísmica AE Aquarii 69 p 2020

Resumen

El sistema AE Aquarii es una variable cataclísmica cuya componente primaria es una enana blanca magnética y su componente secundaria es una estrella de tipo espectral K0-K4, con un período orbital de 9.88 horas y un período rotacional de la enana blanca de 33 segundos. La estrella secundaria llena su Lóbulo de Roche y transfiere material a la componente primaria. El presente trabajo consistió en realizar un estudio de la velocidad radial de las líneas de emisión de dicho sistema, utilizando las observaciones reportadas por Echevarría et al. (2008), con el fin de encontrar la semiamplitud de la curva de velocidad radial, K_1 , de la componente primaria, y compararla con el valor obtenido en dicho artículo $(K_1 = 101 \pm 3 km s^{-1})$, en el cual emplearon un método indirecto usando las líneas de absorción asociadas a la componente secundaria. De las cinco temporadas analizadas, dos de ellas presentaron los valores de $K_1 = 117.10 \pm 77.23$ y $K_1 = 119.07 \pm$ 76.67, respectivamente, los cuales coinciden con el valor obtenido por Echevarría et al. (2008). Además se realizó un estudio utilizando el método de Tomografía Doppler, desarrollado por Marsh and Horne (1988). Se presentan tomogramas correspondientes a la línea de emisión H_{α} . Éstos muestran imagenes consistentes con los resultados de Wynn et al. (1997), cuya interpretación indica que el sistema puede encontrarse en el régimen de hélice, en el cual el material transferido a la enana blanca es eyectado debido a la rápida rotación de esta componente.

Agradecimientos

Agradezco a DGAPA (Universidad Nacional Autónoma de México) por el apoyo financiero brindado a través del proyecto PAPIIT IN114917.

Quiero agradecer sinceramente a los sinodales por sus valiosos comentarios que enriquecieron el contenido de esta tesis. A mi asesor y amigo Juan Echevarría, quien me apoyó constantemente a lo largo del proyecto y que a pesar de mi calidad como novato investigador, me trata como colega. No puedo dejar de mencionar al Mtro. Omar Segura y al Dr. Venancio Santisteban, quienes en más de una ocasión dejaron su trabajo a un lado para ofrecerme consejo y ayuda.

A continuación me propongo una tarea complicada, que es listar a los amigos que han estado a mi lado durante este proceso. Sépase que cualquier descuido u olvido no se debe a despecho o querella alguna, sino a la prisa con que redacto esta sección.

Comienzo por mis amigos de Tijuana, listados en mero orden alfabético y no de importancia (el primero es fácil, el segundo quizá imposible): Arturo Mochis, Barbara, Gabo, Héctor(Pepe), Javier, Jubal, Neto, Omfe, Orlando, Tisca.

Prosigo con los amigos que me encontré en la UNAM: Áviña, Cedric (Alexander), Emmanuel, Gustavo Alejandro Fuentes Garay, Jaz, Jorge B., Paulanco, Rello.

Agradezco muy especialmente a los tres sabios: Oscar Cortés, Oscar Ramos y Paulo Carrillo, sus consejos trascienden lo académico.

Doy comienzo con la parte más importante en mi vida, mi familia: A mi abuela Tina, a mi abuelo Dimas... su cariño y amor, siempre invaluable.

A mis primos: Zayra, Oscar, Victor, Marko, Shantal, Talissa, Kevin y Sasha. Cada uno con cualidades que admiro, crecimos como hermanos y así los considero. A mis tías y segundas madres: Irene, Sara, Yoly, Elsa, Paty, Ime, Oli. A mis tíos Walter y George. Ejemplos vivos del hombre que quiero llegar a ser.

A mi hermano Pico, quien a pesar de ser el menor, posee las cualidades de un protector. No le digo con la frecuencia que merece, pero lo admiro (incluso su terquedad!) y lo quiero mucho. La vida me regaló un mejor amigo que comparte mi sangre.

Agradezco profundamente a Rossana. Sé que la fortuna me sonríe cuando está conmigo. Una mujer que admiro por su inteligencia, y que amo por su esencia. Que además tiene una familia espectacular a quienes agradezco por hacerme sentir parte.

A mi papá, a quien la vida le puso retos que sólo Dios sabe cómo superó.

Llego al final, para agradecer a quien me ha apoyado desde el comienzo, no de la tesis, sino de la vida. Bien dicen que a la madre nunca se le alcanza a pagar la deuda. ¿Y cómo? ¡si lo entrega todo y pide nada! Al menos así es la mía, la señora Imelda. Aquí cambio la conjugación para hablarle sin los filtros tan propios de la narrativa, y expresarle en poco lo tanto que siento: Mamá te agradezco todo y te quiero aún más!

Índice general

| A | grade | ecimientos | III | | |
|----|--|---|-----|--|--|
| Ín | dice | de figuras | VII | | |
| 1. | 1. Introducción 2. Estrellas Binarias | | | | |
| 2. | | | | | |
| | 2.1. | Estrellas Binarias Visuales | 3 | | |
| | 2.2. | Estrellas Binarias Espectroscópicas | 4 | | |
| | 2.3. | Masas Estelares de los Sistemas Binarios Ligados | 4 | | |
| | 2.4. | Lóbulos de Roche | 6 | | |
| | 2.5. | Sistemas separados, Semi-separados y en Contacto | 7 | | |
| 3. | Var | iables Cataclísmicas | 8 | | |
| | 3.1. | Espectro de las componentes estelares y sus corrimientos debidos al movi- | | | |
| | | miento radial cíclico | 9 | | |
| | 3.2. | Discos de Acreción | 11 | | |
| | | 3.2.1. Características de los Discos de Acreción | 12 | | |
| | | 3.2.2. Líneas de doble pico | 13 | | |
| | 3.3. | Variables Cataclísmicas Magnéticas | 14 | | |
| | | 3.3.1. Sistemas Polares | 14 | | |
| | | 3.3.2. Polares intermedias o DQ Herculis | 16 | | |
| | | 3.3.3. Hélices (Propellers) | 18 | | |
| | 3.4. | Tomografía Doppler y velocidades radiales | 18 | | |

| | | 3.4.1. | Principios de la Tomografía Doppler | 19 | | |
|----------------------------------|---|--------|---|----|--|--|
| 3.4.2. Métodos de Inversión | | | | | | |
| 3.4.3. Método de Máxima Entropía | | | | | | |
| | | 3.4.4. | Axiomas de la Tomografía Doppler | 24 | | |
| | | 3.4.5. | Interpretación del Mapa de Velocidades | 25 | | |
| 4. | AE | Aquar | ii | 27 | | |
| | 4.1. | Parám | etros de AE Aqr | 28 | | |
| | 4.2. | AE Ac | qr, el arquetipo de un <i>propeller</i> | 30 | | |
| 5. | Obs | ervaci | ones | 32 | | |
| | 5.1. Observaciones del Telescopio Anglo-Australiano | | | | | |
| | 5.2. | Observ | vaciones del Telescopio de San Pedro Mártir | 33 | | |
| 6. | Resultados | | | | | |
| 6.1. Curvas de Velocidad Radial | | | | | | |
| | 6.2. | Discus | ión sobre las Curvas de Velocidad Radial | 39 | | |
| | 6.3. | Tomog | grafías Doppler de AE Aquarii | 42 | | |
| | 6.4. | Discus | ión sobre las Tomografías Doppler | 49 | | |
| 7. | Dise | cusión | General | 53 | | |
| 8. | Con | clusio | nes | 55 | | |
| Bi | bliog | grafía | | 56 | | |

Índice de figuras

| 2.1. | Curvas Equipotenciales de Roche | 6 |
|------|---|----|
| 3.1. | Modelo esquemático de una variable cataclísmica con disco de acreción $\ .\ .$ | 8 |
| 3.2. | Los espectros de una estrella caliente, una fría y el espectro compuesto de una | |
| | estrella binaria | 9 |
| 3.3. | Movimiento cíclico en una variable cataclísmica y sus corrimientos Doppler $% {\mathbb{C}}$. | 10 |
| 3.4. | Perfil de línea de doble pico | 13 |
| 3.5. | Jorobas de Ciclotrón en el espectro de un sistema AM Herculis | 16 |
| 3.6. | Representación artística de un sistema DQ Herculis | 17 |
| 3.7. | Senoide producida por la emisión de una fuente puntual en una variable ca- | |
| | taclísmica | 19 |
| 3.8. | Transformación de coordenadas espaciales a coordenadas de velocidad en una | |
| | Binaria Interactiva | 21 |
| 3.9. | Proyecciones de un sistema en el espacio de velocidades | 22 |
| 3.10 | . Diagrama de una Tomografía Doppler | 25 |
| 4.1. | Curva de Luz de AE Aqr en el visible | 27 |
| 4.2. | Gráficas de Velocidad Radial y rotacional del sistema AE Aqr | 29 |
| 4.3. | Hélice magnética en AE Aquarii | 30 |
| 4.4. | Tomografía Doppler de AE Aqr | 31 |
| 6.1. | Curva de velocidad radial de la temporada 1991 | 36 |
| 6.2. | Curva de velocidad radial de la temporada 1997 | 37 |
| 6.3. | Curva de velocidad radial de la temporada 2000 | 37 |

| 6.4. | Curva de velocidad radial de la temporada 2001 | 38 |
|-------|--|----|
| 6.5. | Curva de velocidad radial de la temporada 2008 | 38 |
| 6.6. | Curva de velocidad radial de las temporadas 1997 y 2001 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots | 39 |
| 6.7. | Trailed spectra, Tomografía Doppler y reconstrucción de los datos de la tem- | |
| | porada 1997 | 44 |
| 6.8. | Trailed spectra, Tomografía Doppler y reconstrucción de los datos de la tem- | |
| | porada 2000 | 45 |
| 6.9. | Trailed spectra, Tomografía Doppler y reconstrucción de los datos de la tem- | |
| | porada 2001 | 46 |
| 6.10. | Trailed spectra, Tomografía Doppler y reconstrucción de los datos de la tem- | |
| | porada 2008 | 47 |
| 6.11. | Trailed spectra, Tomografía Doppler y reconstrucción de los datos de las tem- | |
| | poradas 1997 y 2001 | 48 |

Capítulo 1

Introducción

El estudio de las estrellas binarias es de gran importancia ya que su dinámica revela mucha información sobre las estrellas en general. Estos sistemas están compuestos por dos estrellas que orbitan alrededor de un centro de masa común. Dicho movimiento característico permite conocer propiedades físicas del sistema como período e inclinación orbital; y de sus componentes como masa, radio, temperatura, luminosidad, etc. (Wood, 1971).

Las componentes de las estrellas binarias presentan distintos niveles de interacción según su distancia y tamaño. En general se dividen en sistemas separados, semi-separados y en contacto. Existen binarias visuales que no son sistemas físicamente ligados, sino que en realidad están muy lejos una de otra y aparecen juntas debido a un efecto de proyección. Este tipo de binarias visuales no se discuten con profundidad en esta tesis, pero se hace una breve referencia a ellas en la Sección 2.1. Fundamentalmente, en este trabajo nos orientaremos a un tipo particular de estrellas semi-separadas, las variables cataclísmicas, cuya cercanía permite el intercambio de material estelar de una estrella a la otra. Estos objetos son de particular interés pues presentan variaciones continuas en sus curvas de luz, debidas a distintos fenómenos ocurridos durante el proceso de acreción (transferencia de materia). Dado, que AE Aquarii es una variable cataclísmica, dedicamos el Capítulo 3 a una descripción detallada de estas binarias.

Un factor importante en la interacción de estos sistemas es la presencia de campos magnéticos, especialmente en la estrella primaria. Cuando el campo magnético de la estrella receptora de materia es débil, los efectos del campo son despreciables, y el flujo transferido gira alrededor de la estrella formando un disco de acreción. Por otro lado, cuando la magnitud de este campo es intensa, las interacciones magnéticas tienen efectos observables, no solo en la acreción de material, sino incluso en la rotación de las componentes del sistema. Las variables cataclísmicas magnéticas se cubren en el Capítulo 3.

La binaria AE Aquarii, una variable cataclísmica magnética, está modulada tanto por la presencia de una campo magnético de intensidad media, como por la alta velocidad de giro de la estrella primaria. Esta última presenta un período rotacional muy corto de 33 segundos, mientras que el período orbital es de 9.87 horas. La enorme disparidad entre dichos períodos, como se detalla en el Capítulo 4, provoca que las líneas del campo magnético de la componente primaria impidan la formación de un disco de acreción estable, expulsando gran cantidad del material transferido fuera del sistema.

El presente trabajo consiste en la realización de un estudio de Tomografía Doppler de AE Aqr. Este método consiste en convertir perfiles de línea en diferentes fases orbitales, a una distribución de emisión de la binaria, en el espacio de velocidades (Marsh, 2001). Por otro lado se reportan los resultados de un análisis del comportamiento de la velocidad radial del material acretado, cuya presencia se detecta a través de líneas de emisión del Hidrógeno en la serie de Balmer. Estas velocidades radiales, como veremos más adelante, son básicas para la obtención de la Tomografía Doppler.

Para ello se utilizaron los datos obtenidos por Echevarría et al. (2008) en el Observatorio Anglo-Australiano y en el Observatorio Astronómico Nacional San Pedro Mártir. Estos autores realizaron un estudio detallado de las líneas de absorción de la componente secundaria, dejando de lado las líneas de emisión provenientes de la primaria. De manera que el objetivo de esta tesis es complementar dicho estudio y determinar el efecto de la rápida rotación de la estrella primaria y sus consecuencias generales en el sistema binario.

Capítulo 2

Estrellas Binarias

Las estrellas binarias son sistemas compuestos por dos estrellas que giran alrededor de un centro de masa común. En general a la estrella más brillante se le decribe como la primaria, y a la segunda componente se le conoce como la secundaria.

Cuando los sistemas están ligados gravitacionalmente, se puede observar un movimiento orbital, ya sea mediante cambios de la posición de las estrellas que revelan dicho movimiento (binarias visuales); o mediante corrimientos periódicos de sus líneas de emisión y absorción (binarias espectroscópicas), es decir corrimientos del azul al rojo y viceversa. Nótese que cuando un sistema es aparente, sus líneas de emisión no presentarán corrimientos periódicos. De manera que el estudio de los espectros provee las herramientas para determinar cuáles sistemas son ligados y cuáles son aparentes.

La clasificación convencional de las estrellas binarias se da dependiendo de cómo son observadas y medidas. Aparecen en esta clasificación, fundamentalmente, las binarias visuales y espectroscópicas. (Heintz, 1978).

2.1. Estrellas Binarias Visuales

Las binarias visuales son sistemas estelares ligados gravitacionalmente, que se resuelven con observaciones de telescopio en imagen directa. Por esta razón fueron los primeros sistemas en ser estudiados. Sus períodos orbitales son desde un año hasta miles de años (del orden de 10^5 y 10^6 años). La mayoría de las binarias visuales no han completado una órbita desde su descubrimiento (Heintz, 1978).

2.2. Estrellas Binarias Espectroscópicas

Se trata de sistemas cuya naturaleza binaria se puede mostrar en sus espectros. En estos casos se observa la sobreposición de dos espectros distintos, cuyas líneas espectrales oscilan periódicamente en longitud de onda. Cuando se detectan espectros de ambas componentes, se observará que mientras las líneas de una estrella se corren al rojo, las de la otra componente se corren al azul, y viceversa. Estos corrimientos son consecuencia del efecto Doppler de la luz.

A partir de los desplazamientos se obtiene la velocidad radial, es decir, la componente de la velocidad con dirección al observador. La ecuación que las relaciona es la siguiente:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} \tag{2.1}$$

Donde λ es la longitud de onda central de la línea espectral, $\Delta\lambda$ es el desplazamiento de la longitud de onda de la línea medida respecto a la posición λ de la línea central, v_r es la velocidad radial y c es la velocidad de la luz. La ecuación 2.1 muestra que el corrimiento Doppler es directamente proporcional a la velocidad a la cual el material se mueve en la dirección de la línea de observación (nótese que la velocidad radial es sólo una de las dos componentes de la velocidad total del objeto, siendo la otra componente la velocidad tangencial). Esta relación es de suma importancia pues permite conocer la componente radial del movimiento del material emisor, simplemente midiendo las variaciones de la longitud de onda de una línea espectral.

2.3. Masas Estelares de los Sistemas Binarios Ligados

Suponiendo un sistema binario cuyo período orbital es P_{orb} y su separación es $a = a_1 + a_2$, donde a_1 y a_2 , son la separación respectiva del centro de masa de cada componente al centro de masa del sistema, entonces, si el plano de la órbita está a una inclinación *i* con respecto al observador, las semi amplitudes de la curva de velocidad orbital de cada estrella K_1 y K_2 , están dadas por (Hellier, 2001):

$$K_1 = \frac{2\pi a_1}{P_{orb}}\sin(i)$$
 Y $K_2 = \frac{2\pi a_2}{P_{orb}}\sin(i)$ (2.2)

Si utilizamos la Tercera Ley de Kepler (donde M_1 y M_2 son las masas estelares y G es la constante de gravitación universal) de la forma:

$$a^{3} = \frac{G(M_{1} + M_{2})4\pi^{2}}{4\pi^{2}}P_{orb}^{2}$$
(2.3)

y la relación:

$$a = a_1 \frac{M_1 + M_2}{M_2} \tag{2.4}$$

Se obtiene:

$$\frac{[M_2\sin(i)]^3}{(M_1+M_2)^2} = \frac{P_{orb}K_1^3}{2\pi G} \quad \text{y} \quad \frac{[M_1\sin(i)]^3}{(M_1+M_2)^2} = \frac{P_{orb}K_2^3}{2\pi G}$$
(2.5)

Dividiendo las dos ecuaciones de 2.5 se obtiene que la razón de masas q es:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{M_2}{M_1} = q \tag{2.6}$$

Haciendo uso de las ecuaciones 2.5 y 2.6 se obtienen:

$$M_1 \sin^3(i) = \frac{P_{orb} K_2 (K_1 + K_2)^2}{2\pi G}$$
(2.7)

$$M_2 \sin^3(i) = \frac{P_{orb} K_1 (K_1 + K_2)^2}{2\pi G}$$
(2.8)

Y finalmente sustituyendo las ecuaciones 2.7 y 2.8 en 2.4 se obtiene:

$$a\sin(i) = \frac{P_{orb}(K_1 + K_2)}{2\pi}$$
(2.9)

2.4. Lóbulos de Roche



Figura 2.1: Curvas Equipotenciales de Roche graficadas para un sistema binario con $q = M_2/M_1 = 0.6$. Se encuentran marcados los cinco puntos Lagrangianos L_1 a L_5 y los centros de masa de ambas componentes M_1 y M_2 . Para detalles ver el texto. La imagen fue graficada en MATHEMATICA utilizando un código basado en Jeffrey M. Bryant (2005)

El modelo de Roche define dos volúmenes o lóbulos alrededor de los centros de masa de cada componente de un sistema binario. Para encontrar la geometría de los lóbulos se tienen que hallar las Curvas Equipotenciales de Roche, es decir, aquellas curvas donde el Potencial Total de Roche (Ec. 2.10) es constante. Esto se facilita tomando en cuenta las siguientes aproximaciones: a) asumir que la masa de cada estrella se concentra en su centro respectivo y b) que las órbitas son circulares debido a efectos de marea ¹.

Si el origen de un marco de referencia cartesiano que rota con el sistema binario se fija en la estrella primaria; dónde el eje x corre a lo largo de la línea que une los centros de masa de ambas estrellas; el eje z es paralelo al eje de rotación orbital; y el eje y es perpendicular a ambos; y si además se supone (como en la sección 2.3), que la distancia entre los centros de

¹Los efectos de marea, en las estrellas binarias, ocurren cuando una estrella interactúa con el campo gravitacional de otra. Como la fuerza gravitacional depende de la distancia, la influencia de dicha fuerza es diferente dependiendo de la cercanía al campo gravitacional de cada región de la estrella afectada. Este efecto distorsiona la geometría de la estrella, pero además, su órbita estelar también puede ser modificada.

masas de ambas componentes es a, entonces la posición de la secundaria es (a, 0, 0) y la del centro de masa del sistema es $(\mu a, 0, 0)$, con $\mu = M_2/(M_1 + M_2)$, que es la masa reducida.

Tomando en cuenta las condiciones anteriores el potencial total de Roche se expresa de la siguiente manera (Warner, 2003):

$$\Phi_R = -\frac{GM_1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{GM_2}{\left[(x - a)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{1}{2}}} - \frac{\Omega^2}{2} \left[(x - \mu a)^2 + y^2\right]$$
(2.10)

Los dos primeros términos expresan los potenciales de atracción de cada estrella, donde M_1 y M_2 son sus masas y G es la constante de gravitación universal. El tercer término se debe a la fuerza centrífuga causada por el movimiento orbital, donde $\Omega = 2\pi/P_{orb}$ es la frecuencia angular de la órbita.

La Figura 2.1 muestra algunas curvas equipotenciales de Roche ($\phi_R = C$). Se encuentran marcados los 5 puntos Lagrangianos del sistema, que corresponden a los puntos de equilibrio del potencial total de Roche. El punto crítico donde las equipotenciales de ambas estrellas entran en contacto, se conoce como el punto interior de Lagrange o L_1 . La curva equipotencial que contiene al punto L_1 , define dos volúmenes o lóbulos conocidos como Lóbulos de Roche.

2.5. Sistemas separados, Semi-separados y en Contacto

Los Lóbulos de Roche (descritos en la sección 2.4), definen un límite máximo del volumen que pueden ocupar las estrellas binarias para definir si hay o no intercambio de materia entre ellas. Si los radios estelares de ambas componentes son menores a dichos lóbulos, no hay intercambio de materia entre ellas y se dice que tenemos un sistema binario separado; si una de las componentes llena su Lóbulo de Roche, a la binaria se le conoce como semiseparada y; finalmente si el radio de ambas estrellas es mayor al de sus lóbulos, se dice que el sistema está en contacto (Hilditch, 2001). Los sistemas semi-separados y en contacto se conocen como estrellas binarias interactivas, ya que en éstos ocurre intercambio de materia.

Capítulo 3

Variables Cataclísmicas



Figura 3.1: Modelo esquemático de una variable cataclísmica con disco de acreción¹.

Las estrellas variables cataclísmicas (VC) son sistemas binarios interactivos semi-separados, cuya estrella primaria es una enana blanca (EB), y la secundaria es una estrella de tipo espectral tardío que, al llenar su Lóbulo de Roche, transfiere material a la primaria a través del punto interior de Lagrange. La superficie de la estrella secundaria se deforma debido a las fuerzas de marea de la EB sobre la estrella secundaria, y por ello se tiende a generar una circularización de la órbita alrededor de la primaria (Pringle, 1981).

Las propiedades fundamentales que caracterizan a las VC's son: el período órbital, la tasa

¹http://www.lewcook.com/mvly1999.htm

de transferencia de masa (tasa de acreción) y el campo magnético de la EB. En caso de que este último sea de baja intensidad (<1 MG) se tendrá una VC en la cual la transferencia de materia permite la formación de un disco de acreción alrededor de la primaria. Cuando éste ya ha sido formado, el flujo de material proveniente de la secundaria impacta en su borde exterior, provocando un aumento de luminosidad en un área conocida como punto caliente o *bright spot*, como se muestra en la Figura 3.1. Esta descripión es lo que conocemos como modelo clásico (Smak, 1971, Warner and Nather, 1971).

Sin embargo, como se discute en la Sección 3.3, existen los casos de los sistemas polares intermedios y de los sistemas polares. En el primer caso, la intensidad del campo magnético (0.1 - 10 MG) de la estrella compacta permite la formación parcial de un disco, mientras que el segundo caso la intensidad del campo magnético (>10 MG) es tan grande, que no se puede formar un disco de acreción, ni siquiera parcial y el material acretado es canalizado hacia los polos magnéticos.

3.1. Espectro de las componentes estelares y sus corrimientos debidos al movimiento radial cíclico



Figura 3.2: Los espectros de una estrella caliente, una fría y el espectro compuesto de una estrella binaria. En un sistema binario el objeto muestra la superposición de los espectros de sus dos componentes estelares.

En la Figura 3.2, se observa el diagrama del espectro de una estrella binaria, donde



Figura 3.3: Corrimientos Doppler en una variable cataclísmica, debidos al movimiento cíclico de las componentes. En la sección de arriba se muestran 4 fases del sistema binario. Debajo de las fases se muestra una gráfica de los corrimientos de cada componente a lo largo de la órbita, y en la sección inferior se muestran 4 esquemas que representan la posición de las líneas espectrales de las componentes en cada una de las 4 fases mostradas.

se puede observar que está compuesto de las líneas espectrales de sus componentes. Es importante mencionar que en el caso de las VCs el espectro de la estrella caliente que se muestra en la Figura 3.2 es en realidad el disco de acreción, que muestra líneas en emisión y no en absorción. Suponemos que dicha emisión es simétrica y por lo tanto, respresenta el movimiento de la enana blanca que por ser muy débil no se observa directamente.

Debido al movimiento orbital de las dos estrellas de una VC, alrededor de un centro de masa común, es claro, en particular en sistemas de alta inclinación que, cuando una componente se acerca hacia el observador, la otra se aleja. En la Figura 3.3 se muestran cuatro fases orbitales de una variable cataclísmica que ilustran el fenómeno. Se señala con un vector la dirección de las velocidades orbitales de cada componente estelar. Definimos la fase 0.0 cuando la estrella secundaria se encuentra en la posición más cercana hacia nosotros. A esta configuración le llamamos conjunción inferior. También en la figura se observa en la parte inferior un esquema que representa la posición de las líneas espectrales de cada estrella, dependiendo de la fase.

Podemos observar en la Figura 3.3 que la velocidad radial, cambia en cada fase. Por

ejemplo en las fases 0.0 y 0.50, la velocidad radial de ambas componentes estelares es cero, con respecto al centro de masa y solo vemos la velocidad sistémica, también conocida como velocidad γ , es decir el movimiento de la binaria con respecto al observador. En la fase 0.25 la estrella secundaria alcanza su velocidad radial máxima negativa, lo que provoca el corrimiento máximo hacia el rojo de sus líneas espectrales. En esta misma fase la velocidad radial de la enana blanca muestra su valor máximo positivo, es decir, el corrimiento máximo hacia el azul de sus líneas espectrales. El caso de la fase 0.75 es análogo al de la fase 0.25, con la diferencia de que en la fase 0.75 las velocidades de la primaria y la secundaria tienen direcciones opuestas al caso de la fase 0.25.

A partir de dichos corrimientos, y utilizando la Ecuación 2.1 se construyen curvas de velocidad radial. Nótese, que cuando el ángulo de inclinación sea bajo, sólo veremos una componente de la velocidad radial total y esto se toma en cuenta en las Eqs. 2.7 y 2.8.

3.2. Discos de Acreción

Los discos de acreción son una consecuencia de la transferencia de masa hacia una estrella con campo gravitacional dominante en el que el momento ángular de la materia acretada se expulsa mediante procesos viscosos y la energía potencial gravitacional se transforma en calor y posteriormente en radiación (Frank et al., 1992). Los discos aparecen con frecuencia en Astrofísica, desde el nacimiento de estrellas hasta los cuásares. Sin embargo, su estudio más amplio se ha dado en las variables cataclísmicas.

Cuando la superficie de la estrella secundaria llena su Lóbulo de Roche, se inicia una transferencia de materia que entra en el pozo de potencial de la primaria, a través del punto interior L_1 . Sin embargo, debido a que todo el sistema se encuentra girando, la trayectoria del gas no será balística, sino que orbitará de manera Kepleriana alrededor de la estrella primaria, a una distancia conocida como radio de circularización, en la cual se conservará el momento angular que tenía el material al pasar por L_1 . Al completar una órbita, el material se reencontrará con el flujo proveniente de la estrella donadora, formándose entonces un anillo. En este reencuentro se provocan choques turbulentos, que disipan energía y ocasionan que el material adquiera una órbita circular de menor radio. Debido a la segunda ley de Kepler, el material a un radio de órbita menor, tendrá una velocidad mayor que el material circulando en una órbita de mayor radio. Esto causará fricción entre el material en distintas órbitas, que, junto con procesos turbulentos, provoca que el material acretado se mueva a órbitas menores. Para conservar el momento angular durante este proceso, una pequeña cantidad de materia tiene que ser expulsada del sistema. De esta manera, lo que inicialmente era un anillo girando a la distancia del radio de circularización, se convierte en un disco de acreción delgado que se forma de afuera hacia adentro. Una vez que el material está cerca de la superficie de la enana blanca, las órbitas se vuelven inestables y se produce una acumulación de material en un borde muy cercano a la superficie de la estrella primaria. A esta zona se le conoce como *boundary layer* (González, 2010).

3.2.1. Características de los Discos de Acreción

El espectro de un disco de acreción es más complicado que el de una estrella. Esto se debe a que los discos de acreción no muestran una temperatura superficial única, como es el caso de una estrella, sino que muestran un gradiente de temperatura. En su borde exterior la temperatura es relativamente fría, alrededor de 5,000 K, y existe un gradiente positivo hacia la enana blanca central, tal que en las regiones interiores el material se calienta hasta \sim 30,000 K.

Una aproximación que puede realizarse para modelar su espectro total es asumir que el disco está formado por anillos que emiten radiación de cuerpo negro a la correspondiente temperatura, y posteriormente sumar la contribución de cada anillo (Hellier, 2001). La temperatura de cada anillo es función del radio y está dada por la siguiente expresión (Puebla et al., 2007) :

$$T(r) = \left(\frac{3GM_1M_2}{8\pi\sigma R_1^3}\right) \left(\frac{R_1}{r}\right)^{3/4} \left[1 - \left(\frac{R_1}{r}\right)^{1/4}\right]$$
(3.1)

Donde R_1 es el radio de la estrella primaria, r es el radio del anillo y σ es la constante de Stefan-Boltzmann.

3.2.2. Líneas de doble pico



Figura 3.4: El panel superior muestra dos fases de una variable cataclísmica, vista con un ángulo de inclinación cercano a 90°. En cada una de ellas se observan las regiones de igual velocidad radial del disco de acreción, que, como puede verse, no son regiones anulares, sino regiones más complejas. El panel inferior muestra las velocidades correspondientes en el perfil de línea. Como puede observarse este patrón de velocidades produce un perfil que muestra un doble pico (Marsh, 2005). Para inclinaciones más bajas la separación del doble pico disminuye y, dependiendo de la resolución espectral con la que se observa, puede verse como una línea simple.

El perfil total de la línea de un disco de acreción se forma como se muestra en la Figura 3.4. En el panel superior aparece un esquema de una variable cataclísmica en dos fases distintas. El disco está dividido en regiones donde la velocidad radial es la misma respecto a un observador. Como puede verse, las zonas de igual velocidad radial no son regiones anulares como lo sería para la velocidad orbital en el marco de referencia de la binaria, sino que son regiones más complejas. Es importante mencionar que este patrón es fijo para el observador durante toda la órbita, independientemente de la fase a la que se le observe (Marsh, 2005). Tomando la contribución de área de cada región se forma un perfil como el que se muestra en el panel inferior. En particular se encuentran marcadas tres zonas. La región roja representa un sector donde la velocidad radial es cercana a cero. Se observa que la región azul es una región de máxima contribución la cual forma un pico en el perfil de línea. Finalmente aparece de color amarillo, una región que debido a la segunda ley de Kepler, tiene mayor velocidad que el lóbulo azul. Esta región tiene menor contribución al perfil de línea. Entre mayor velocidad tengan las regiones, menor será su contribución al perfil. El patrón total, considerando las velocidades positivas y negativas, produce un perfil de emisión de doble pico.

3.3. Variables Cataclísmicas Magnéticas

Las variables cataclísmicas magnéticas (VCM) comprenden el $\sim 10\%$ de las VCs conocidas (Warner, 2003). Cuando el campo magnético de la enana blanca es del orden de B $\sim 1-200$ MG, éste es suficientemente fuerte para controlar la acreción, ya sea parcial o totalmente (Wang et al., 2017). Aunque la forma del campo puede ser complicada, generalmente la aproximación de un dipolo magnético centrado en la EB es adecuada (Hellier, 2001).

Las VCMs se dividen en dos clases, de acuerdo a la intensidad e influencia del campo: Polares o AM Her, y Polares intermedias o DQ Her.

3.3.1. Sistemas Polares

En los sistemas polares el campo magnético de la EB es del orden de 10 <B <200 MG. En estos casos, el campo es lo suficientemente fuerte para controlar el flujo proveniente de la secundaria desde el punto L_1 . Como la magnetósfera se extiende más allá del radio de circularización, el material acretado no puede orbitar libremente en órbitas Keplerianas, por lo que no se forma un disco de acreción. El material transferido sale del plano orbital y fluye a lo largo de las líneas del campo moviéndose hacia las regiones polares de la EB. Debido a que sacar el material del plano orbital requiere energía, el eje de rotación magnético tiende a inclinarse, de manera que el material fluye preferencialmente hacia el polo más cercano, aunque en algunos casos, se observa acreción en ambos polos (Liebert and Stockman, 1985). En estos sistemas, la interacción del campo magnético de la EB con la secundaria provoca una rotación sincrónica, es decir, el período rotacional de ambas componentes es igual al período orbital del sistema (Pringle, 1981).

Movimiento de Ciclotrón y Polarización

Las partículas con carga eléctrica en movimiento proveniente de la secundaria, provocan una corriente eléctrica, de manera que al interactuar con el campo magnético, se experimenta una fuerza perpendicular a la dirección del campo y del movimiento. Esto causa que las partículas viajen en una trayectoria espiral a lo largo de las líneas de campo. El movimiento circular de la espiral, implica una constante aceleración que se traduce en la emisión de fotones. A esta radiación se le conoce como emisión de ciclotrón, la cual ocurre con una frecuencia característica llamada frecuencia de ciclotrón, y/o en múltiplos enteros de ella, conocidos como ármonicos de ciclotrón. La frecuencia de ciclotrón ω_c de un electrón en un campo magnético *B* está dada por $eB/m_e \ rad^{-1}$, donde *e* es la carga del electrón y m_e su masa. Entonces la frecuencia de la luz emitida es (Warner, 2003):

$$\nu_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{eB}{2\pi m_e} \tag{3.2}$$

Debido a este movimiento espiral, la emisión observada en las VCMs, exhiben una fuerte polarización linear y circular.

Características espectrales

Siendo que la materia es conducida principalmente por el campo magnético, el flujo llega a la EB, por los polos magnéticos prácticamente en caída libre. Como consecuencia de este choque, la energía cinética se convierte en rayos X (Heise et al., 1985). De modo que las variables cataclísmicas magnéticas emiten la mayoría de su energía en este tipo de radiación, lo cual ha sido confirmado por múltiples observaciones (Bunner et al., 1978, Rothschild et al., 1981, Tuohy et al., 1981).

Como se observa en la Figura 3.5, los espectros de las estrellas polares contienen las



Figura 3.5: Espectro de una estrella AM Her donde se observan las jorobas de ciclotrón. Imagen tomada de Worpel and Schwope (2015).

llamadas jorobas de ciclotrón², las cuales son consecuencia de los armónicos anteriormente mencionados (Cropper et al., 1990).

Sus espectros muestran gran intensidad en las líneas de emisión de Balmer así como en las de He I y He II. (Fuchs et al., 2016). Además las líneas espectrales presentan divisiones causadas por el efecto Zeeman (Szkody and Gaensicke, 2012).

3.3.2. Polares intermedias o DQ Herculis

Las EBs de los sistemas polares intermedios tienen un campo magnético del orden de ~ 0.1 -10 MG (Cropper, 1986). A diferencia de los sistemas polares, en los cuales la transferencia ocurre a lo largo de las líneas magnéticas, en la Polar Intermedia (IP), el material logra formar un disco de acreción en las partes externas. Existe evidencia contundente de la presencia de dichos discos parciales (Buckley et al., 1995). La baja intensidad del campo magnético es tal que el radio de circularización (donde comienza a formarse el disco de acreción) es mucho mayor al radio de la magnetósfera, lo que permite la formación del disco externo. A medida que el material transferido se acerca hacia la enana blanca, el campo magnético comienza a tener mayor relevancia, hasta que inhibe por completo la acreción, quedando el disco

²Traducción del término en inglés cyclotron humps



Figura 3.6: Imagen artística de un sistema DQ Herculis: Se observa la formación de un disco exterior alrededor de la enana blanca, mientras que en su parte interna el campo magnético domina la acreción.

truncado a un cierto radio interno, como se observa en la ilustración de la Figura 3.6^3 . A partir de este radio interno del disco de acreción, el material sólo puede fluir hacia la EB a través de los polos magnéticos, como en el caso de las estrellas polares. Esto también se ilustra en la Figura 3.6.

De manera formal podemos decir que el flujo de plasma acretado, que orbita libremente alrededor de la EB llega a un punto en el que la presión de dicho flujo, que trata de acercarse a la primaria es del mismo orden que la presión magnética, lo que ocurre cuando (Davidson and Ostriker, 1973):

$$\rho(r)v(r)^2 \sim \frac{B(r)^2}{8\pi}$$
(3.3)

Donde ρ es la densidad del flujo, v es su velocidad y B es la intensidad de campo magnético local. Esta condición determina el radio de la magnetósfera R_B , que es igual al radio interno del truncado disco de acreción (Wynn et al., 1997).

Otra particularidad de las polares intermedias es que la rotación de la enana blanca no tiene sincronía con la órbita del sistema. Esto se debe a la presencia del disco externo, que interfiere con la sincronización en este tipo de sistemas. En la mayoría de las polares intermedias la EB presenta un período de espín de $P_{spin} = 0.1P_{orb}$ (González, 2010), aunque

³Imagen modificada de https://rkm.com.au/ASTRONOMY/DQ-HERS.html

existen algunos sistemas como EX Hya, donde el período de espín es cercano a 2/3 del período orbital (Kruszewski et al., 1981, Vogt et al., 1980).

3.3.3. Hélices (Propellers)

El periodo de espín de la enana blanca tiende a ajustarse de tal manera que el movimiento Kepleriano que se encuentra justo dentro de la magnetósfera sea igual al movimiento circular justo fuera de ella (Hellier, 2001). Sin embargo, en algunos sistemas el spin de la EB es muchísimo mayor mayor a esta rotación de equilibrio, y se forman los sistemas llamados de Hélice.

Tal es el caso de AE Aqr, que tiene un rotación de tan solo 33 seg, mientras que su período orbital es de 9.87 horas. En este caso, las líneas de campo magnético se encuentran rotando tan rapidamente, que el material acretado, al interaccionar con dicho campo, aumenta su energía cinética de manera considerable, de tal forma que llega incluso a ser expulsado del sistema binario, sin poder formar un disco de acreción. (Eracleous and Horne, 2009). En el Capítulo 4 veremos con más detalle el caso particular de AE Aqr.

3.4. Tomografía Doppler y velocidades radiales

La emisión del espectro de la enana blanca es muy débil comparado con el del disco de acreción y por lo tanto, no se puede obtener una curva de velocidad radial directamente de la estrella primaria. Por esta razón, para determinar su curva de velocidad radial, utilizamos un método indirecto, que es medir las líneas de emisión provenientes del disco. Si esta emisión es simétrica, podemos adscribir o asociar directamente su curva de velocidad radial a la de la enana blanca. En particular es conveniente estudiar la emisión proveniente de la región interior del disco, la cual tiene una alta velocidad y que corresponde a las alas del perfil de la línea. De esta manera se evitan zonas asimétricas como puede ser el *hotspot* que se produce en la orilla externa del disco, en una zona de baja velocidad.

Además de esto, podemos *reconstruir* una imágen del disco con el método de la Tomografía Doppler desarrollado por Marsh and Horne (1988). Este método utiliza una serie de perfiles de línea a diferentes fases orbitales, los cuales interpreta como un conjunto de proyecciones en diferentes ángulos (que dependen de la fase de cada perfil) de la imagen del disco de acreción, en el espacio de velocidades. La inversión de estas proyecciones para reconstruir una imagen del disco de acreción consiste en interpretar las variaciones de los perfiles de línea a lo largo de la órbita, y transformarlas a una distribución de intensidad en el espacio de velocidades (Marsh, 2005). La Tomografía Doppler está basada en la Tomografía Médica.



3.4.1. Principios de la Tomografía Doppler

Figura 3.7: Senoide producida por las variaciones de los perfiles de la línea de emisión de una fuente puntal que orbita alrededor de la velocidad sistémica de una variable cataclísmica. Este tipo de diagramas se conoce como *Trailed spectra* o SPEC.

La Tomografía Doppler consiste en interpretar las variaciones del perfil de las líneas de emisión del disco de acreción en función de la fase orbital. La clave para entender este proceso puede verse con el ejemplo trivial de tratar una sola fuente puntual de emisión moviéndose alrededor de la estrella primaria (más formalmente alrededor de la velocidad sistémica de la binaria) que se mueve en el plano orbital. Los perfiles de línea de esta fuente de emisión trazan una curva sinusoidal o senoide alrededor de la velocidad promedio del sistema (velocidad sistémica) como la que se observa en la Figura 3.7, y que puede asociarse con un vector de velocidad que depende de la fase y la amplitud.

El fundamento de la Tomografía consiste en trabajar con cualquier número de senoides, aún cuando se traslapen y se mezclen unas con otras. Para entender esto último es conveniente pensar en la formación de perfiles como una proyección matemática en el sentido de integrar en una dimensión un espacio N-dimensional para producir una espacio de N-1 dimensiones.

Formación de Perfiles mediante Proyección

Cualquier punto en la binaria puede definirse por su posición (x,y) en el espacio geométrico, pero en este caso, conviene elaborar una transformación al espacio de velocidades (V_x, V_y) , como se observa en la Figura 3.8. Definimos estas velocidades en el sistema inercial de referencia y no en el sistema de rotación de la binaria. Las velocidades en el marco de referencia inercial cambian constantemente debido a la rotación de la binaria, de manera que para asignar valores únicos de V_x y V_y a cada punto, estas deben ser medidas en una fase orbital particular. Por convención esta fase se toma cuando el sistema inercial se alinea con el sistema rotacional, el cual se observa en la Figura 3.8, con el observador debajo del diagrama.

En el caso de las CVs, se define el eje x (en el marco de rotación) en la dirección positiva del centro de masa de la binaria hacia la estrella donadora, y el eje y en la dirección positiva del vector de velocidad de esta misma estrella.

Con las convenciones adoptadas, y definiendo la fase orbital $\phi = 0$ como la conjunción inferior de la estrella secundaria, se tiene que la velocidad radial de cualquier punto en el espacio de velocidades está dado por:

$$V_R = \gamma - V_x \cos\left(2\pi\phi\right) + V_y \sin(2\pi\phi) \tag{3.4}$$

donde γ es la velocidad promedio del sistema o velocidad sistémica de la binaria. De esta forma, la imagen en el espacio de velocidades del sistema, a la que nos referiremos como imagen-V, la definimos como la cantidad de la emisión en función de su velocidad $I(V_x, V_y)$. Por lo tanto, la intensidad observada en el sistema que proviene de una región que va de V_x



Figura 3.8: Transformación de coordenadas espaciales a coordenadas de velocidad en una Binaria Interactiva con un cociente de masas q = 0.5. La imagen izquierda muestra el sistema binario en coordenadas de velocidades, mientras que la imagen derecha es el mismo sistema en coordenadas espaciales. Se muestra en cada imagen las regiones de igual velocidad radial correspondientes a a la fase 0.25 (El observador se encuentra debajo del diagrama). En el espacio de velocidades, las regiones de velocidad radial constante son líneas rectas, mientras que en coordenadas espaciales, forman un patrón complejo.

a
$$V_x + dV_x$$
, y de V_y a $V_y + dV_y$ es:

$$I(V_x, V_y) \ dV_x dV_y \tag{3.5}$$

El flujo de la línea observada en el sistema, entre velocidades V y V + dV en la fase orbital ϕ se obtiene integrando sobre todas las regiones de la imagen-V que tienen la velocidad radial adecuada:

$$\int_{\infty}^{\infty} \int_{\infty}^{\infty} I(V_x, V_y) [g(V - V_R)dV] dV_x dV_y$$
(3.6)

donde g es una función de la velocidad que representa el perfil de la línea en cualquier punto de la imagen. Idealmente g es el mismo en todos los puntos, aunque es posible dejarlo variar. De preferencia es una función estrecha (una función delta). Si dividimos esta ecuación por el ancho de velocidad, obtenemos la densidad de flujo, por lo que el perfil de línea se puede escribir como:

$$f(V,\phi) = \int_{\infty}^{\infty} \int_{\infty}^{\infty} I(V_x, V_y) [g(V - V_R)] dV_x dV_y$$
(3.7)

De esta manera $f(V, \phi)$, es una ecuación que recoge todos los puntos que están cerca de la



Figura 3.9: Ejemplo de perfiles de línea formados en dos fases orbitales distintas como proyecciones de la imagen en los ángulos correspondientes. Esta imagen artificial ha sido creada con una mancha que se proyecta en diferentes partes del perfil de la línea en diferentes fases.

línea recta:

$$V = V_R = \gamma - V_x \cos(2\pi\phi) + V_y \sin(2\pi\phi)$$
(3.8)

Esta es una línea recta en coordenadas (V_x, V_y) . Diferentes valores de V definen una familia completa de líneas rectas paralelas a lo largo de la imagen, cuya dirección depende de la fase orbital. Con las definiciones de velocidad y fase antes descritas es fácil ver que para la fase orbital 0.00 esto corresponde a un colapso en la dirección positiva V_y ; la fase 0.25 corresponde a la dirección positiva V_x ; la fase 0.5 corresponde a la dirección negativa V_y ; y la fase 0.75 corresponde a la dirección negativa V_x , con el ángulo rotando con las manecillas del reloj. Por lo tanto el perfil de la línea se puede pensar como la proyección (o colapso) de la imagen a lo largo de la dirección definida por la fase, como se observa en la Figura 3.9.

Nótese que si este modelo es correcto, dos perfiles de línea obtenidos media orbita aparte, deben ser imagen espejo una de la otra.

La inversión de las proyecciones para reconstruir la imagen, es lo que se conoce como Tomografía Doppler. A continuación se presentan los métodos de reconstrucción de la imagen.

3.4.2. Métodos de Inversión

La matemática de la inversión de proyecciones data desde el trabajo de Radon en 1917. Si uno conoce la función $f(V, \phi)$, para toda $V \neq \phi$, una transformación lineal – la Transformada de Radon- nos puede dar el producto final deseado $I(V_x, V_y)$. En la práctica, la transformada es difícil de obtener ya que, por un lado, no siempre se tiene un adecuado cubrimiento en fase orbital y además los espectros no tienen un buen cociente señal a ruido, y por otro lado, ejecutar la transformada requiere de computadoras rápidas y con memoria muy grande y, al mismo tiempo un sistema de cómputo interactivo donde los resultados de la imagen-V se puedan ver y modificar de manera rápida y eficaz. Entre los métodos más utilizados se encuentran: a) Método de Proyección Posterior Filtrada y b) Método de Máxima Entropía. A continuación se presenta en detalle el método de máxima entropía, siendo este el método de inversión implementado en el software desarrollado por Spruit (1998), mismo que fue utilizado para realizar las Tomografías de AE Aqr de la presente Tesis.

3.4.3. Método de Máxima Entropía

La Inversión por el Método de Máxima Entropía consiste en ajustar una matriz de pixeles I(Vx, Vy), con un parámetro de control estadístico como χ^2 . En general existen un número infinito de soluciones, por lo que se requiere de un parámetro adicional que seleccione una en particular. Esta condición consiste en seleccionar la imagen que tenga máxima entropía.

La base de este método, desarrollado por Marsh and Horne (1988), es la siguiente: A partir de la Tomografía construida se pueden predecir teóricamente los datos para cada fase orbital, tomando las proyecciones del tomograma en los ángulos correspondientes. Entonces dichas proyecciones se comparan con los datos observados utilizando una estadistica χ^2 , que mide la diferencia entre el perfil observado (en n fases orbitales k), O(k), y el predicho por las proyecciones, C(k)(Warner, 2003):

$$\chi^{2} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{O(K) - C(k)}{\sigma_{k}} \right)^{2}$$
(3.9)

donde σ_k es la desviación estándar en O(k).

En principio se puede minimizar χ^2 para aproximarse tanto como se quiera a los datos observados. Sin embargo, en la práctica esto no es óptimo pues se amplifica el ruido a tal grado que la imagen se torna imposible de interpretar. Lo que se hace entonces es reducir χ^2 sólo lo suficiente hasta que los datos proyecciones y los observados sean consistentes. En general esto lo cumplen muchas tomografías por lo que se selecciona la imagen de maxima entropía (Marsh and Horne, 1988).

La definición estándar de entropía de una imagen es $S = -\sum p_i lnp_i$, con $p_i = I_i / \sum_j I_j$, donde I_i es el valor de la imagen en el pixel *i*. Esta definición selecciona la imagen más uniforme posible, pero esto implica imponer demasiadas restricciones. Entonces se modifica la definición a una que mide la desviación con respecto a una imagen patrón *default*:

$$S = -\sum_{i=1}^{M} p_i ln \frac{p_i}{q_i} \tag{3.10}$$

donde p_i mantiene la definición anterior y $q_i = D_i / \sum_j D_j$, con D_j el valor de la imagen default en el pixel *i*. La default usualmente es una versión desenfocada o suavizada de la imagen de los datos observados (Spruit, 1998). En terminos generales, S mide la similitud entre ambas distribuciones de intensidad, y en ausencia de restricciones en I_i , la entropía es máxima cuando I_i y D_i son idénticas para toda *i* (Warner, 2003).

Se realizan entonces las iteraciones necesarias para maximizar S pero sujeto a la restricción de que χ^2 no sea mayor a un valor χ^2_0 (Warner, 2003). Esto suaviza el mapeo para escalas menores que el desenfoque, pero depende solo de los datos para escalas mayores.

Para datos razonablemente buenos, la selección de la imagen *default* tiene poco efecto en el resultado final. De hecho la forma de la entropía tampoco tiene un efecto decisivo en la imagen final, siendo su papel más importante el de proveernos de una solución única (Marsh, 2005).

3.4.4. Axiomas de la Tomografía Doppler

Este método supone como ciertos los siguientes axiomas (Marsh and Horne, 1988):

1. Todos los puntos de la binaria son visibles en cada instante de tiempo.

- 2. En el marco de referencia del disco en rotación, el flujo de cada punto fijo es constante
- 3. El movimiento de todo el sistema ocurre en dirección paralela al plano orbital.
- 4. Los vectores de velocidad rotan con el sistema binario
- 5. El ancho intrínseco de una línea emitido desde cualquier punto es despreciable.

Estos supuestos no siempre se cumplen. Por ejemplo, el tercer axioma se viola en las variables cataclísmicas magnéticas, como se discute en la sección 3.3. El primero no se cumple rigurosamente en sistemas eclipsantes. Estas irregularidades causan efectos espurios en los tomogramas, por lo que deben tenerse en cuenta durante la interpretación de los mismos.

3.4.5. Interpretación del Mapa de Velocidades



Figura 3.10: Diagrama de una Tomografía Doppler

Sobre la base del modelo clásico de variables cataclísmicas, se puede predecir con cierta precisión el lugar de las distintas componentes en el espacio de velocidades, como por ejemplo: la estrella donadora, el punto caliente, el disco, entre otras.

La estrella donadora, que se observa en la Figura 3.10, rodeada por su Lóbulo de Roche, co-rota con la binaria por lo que aparece con la misma forma en coordenadas de velocidad y de posición aunque girada 90° debido a la relación entre velocidad y posición de un cuerpo sólido.

El disco de acreción, que definitivamente no está co-rotando con la binaria, sino que orbita de manera Kepleriana alrededor de la enana blanca, se muestra en el tomograma de adentro hacia fuera o invertido, de manera que las zonas internas del disco, que están a alta velocidad se ven aquí en la parte externa, mientras que la zona externa del disco, que está girando a baja velocidad se muestra hacia el centro del diagrama.

El material se puede eyectar bajo dos condiciones distintas. Por un lado, en la ausencia de un disco de acreción, la trayectioria del chorro de gas, que parte del punto interior de Lagrange, puede seguir la velocidad real del gas o trayectoria balística. Esta trayectoria se muestra en la Figura 3.10, como la línea punteada inferior. Este podría ser el caso de las CVs polares cuyo campo magnético inhibe la formación de un disco.

Por otro lado, si el material acretado interacciona con el disco de acreción ya formado, entonces la velocidad puede adquirir rápidamente una velocidad kepleriana. Este caso se muestra en la Figura 3.10 como la línea punteada superior que aparenta salir cerca del centro de masa de la secundaria. En este caso se espera que la trayectoria intercepte al punto caliente.

Capítulo 4

AE Aquarii



Figura 4.1: Curva de luz de AE Aqr en el visible obtenida en el Observatorio McDonald por Patterson (1979).

Desde su descubrimiento en placas fotográficas en la banda óptica por Zinner (1938), el sistema AE Aquarii ha sido ampliamente estudiado y observado en diferenes longitudes de

onda debido a sus peculiares características.

Los estudios espectroscópicos realizados por Joy (1954) proporcionaron la evidencia para determinar la naturaleza binaria de AE Aqr, al mostrar fuertes líneas de absorción asociadas a una estrella de secuencia principal tardía, y líneas de emsión de H, He I, y Ca II producidas por una segunda componente. El sistema consiste de una enana blanca magnética y una compañera de tipo espectral K0-K4 (Echevarría et al., 2008), que llena su lóbulo de Roche y transfiere materia a la enana blanca (Crawford and Kraft, 1956). La tasa de transferencia de masa ha sido estimada entre $6 \times 10^{-11} M_{\odot}$ — $6 \times 10^{-10} M_{\odot}$.

Los estudios fotométricos del sistema realizados por Patterson (1979), que se muestran en la Figura 4.1, revelan oscilaciones coherentes de 16.5 s y 33 s.

Patterson (1979) explica las pulsaciones registradas utilizando un modelo que consiste de una enana blanca con campo magnético de $10^6 - 10^7$ G, donde la acreción ocurre en uno o ambos polos, produciendo regiones calientes que entran y salen del campo de observación debido a la rotación períodica de 33s de la enana blanca. Caracterizándola por primera vez como un sistema DQ Her. Sin embargo, como se discute en la sección 4.2, explicar el comportamiento de AE Aqr como una polar intermedia resulta en una descripción incompleta. De cualquier manera, el campo magnético utilizado en el modelo de Patterson (1979) fue confirmado por Cropper (1986), que reportó polarización circular, a un nivel de (0.05 ± 0.01) porciento, la cual de ser producida por emisión de ciclotrón, corresponde a un campo del orden de $B \sim 10^6$ G. Esta intensidad de campo sería suficiente para alterar el flujo del plasma significativamente, pero no el necesario para sincronizar los periodos de rotación de la EB con el de la órbita de la binaria mediante las fuerzas de marea (Wynn et al., 1997).

4.1. Parámetros de AE Aqr

Un estudio de velocidad radial de las intensas líneas de absorción de la estrella secundaria, realizado por Echevarría et al. (2008), muestra que la semi-amplitud de velocidad radial de la secundaria es de $K_2 = 168.7 \pm 1 km s^{-1}$. Estos autores obtienen además la curva de velocidad rotacional de la secundaria, en función de la fase orbital. A partir de ella, y junto con el valor de K_2 , deducen un ángulo de inclinación de la binaria de 70°. Así mismo, utilizando los valores mínimos y máximos de la velocidad rotacional derivan de manera indirecta un cociente de masas $q = M_2/M_1 = 0.6$ y una semi-amplitud de la velocidad radial de la enana blanca de $K_1 = 101 \pm 3 \ km \ s^{-1}$. La curva de velocidad radial y la de velocidad rotacional se pueden apreciar en la Figura 4.2. A partir de estos datos — y utilizando las ecuaciones 2.7, 2.8, y 2.9 — calculan las masas estelares y la separación de las componentes: $M_1 = 0.63 \pm 0.05 \ M_{\odot}$, $M_2 = 0.37 \pm 0.04 \ M_{\odot}$ y $a = 2.33 \pm 0.02 \ R_{\odot}$.

En este mismo artículo se encuentra un periodo orbital de 0.4116554800 días y un HJD_0 de 2439030.78496. Este último valor se entiende como el momento de la conjunción inferior de la secundaria.



Figura 4.2: El panel superior muestra una curva de velocidad radial como función de fase órbital, de las líneas de absorción de la componente secundaria de AE Aqr. Los datos fueron observados en el observatorio de San Pedro Mártir durante las temporadas de 1997, 2000 y 2001. El panel inferior es la curva de velocidad rotacional de la secundaria. Ambas curvas están en función de la fase órbital. Imagen modificada de Echevarría et al. (2008).





Figura 4.3: Simulación del flujo del gas diamagnético en AE Aqr, donde se presenta el efecto que provoca un sistema de hélice magnética sobre el material acretado. El panel superior muestra el sistema visto en el plano orbital, mientras que el panel inferior muestra una vista perpendicular al mismo plano. Imagen adaptada de Wynn et al. (1997).

AE Aqr tiene un período orbital grande de 9.88 hrs (Walker, 1965). Este período es particularmente alto respecto al período de espín que es inusualmente rápido . Si la acreción del sistema estuviera en equilibrio, como en el caso de la polares intermedias, la asincronía de los períodos permitiría una enana blanca con una magnetósfera pequeña, rodeada por un disco (Hellier, 2001). La moderada intensidad de campo magnético del sistema ciertamente debería permitir la formación de uno (Blinova et al., 2019, Wynn et al., 1997). Sin embargo, la evidencia observacional indica que el material acretado no forma dicho disco estable, ya que las líneas de emisión de Balmer, no presentan el doble pico característico de sistemas con disco en alta inclinación, ni un perfil de velocidades muy estable (Robinson et al., 1991). Wynn et al. (1997) interpreta esto como evidencia de que la materia transferida por la secundaria

es expulsada debido a la rotación rápida de la enana blanca, como se observa en la Figura 4.3. El efecto del campo magnético que gira tan rápido provoca que este campo actúe como una hélice, que tiende a expulsar al material acretado fuera del campo gravitacional de la primaria.



Figura 4.4: El panel izquierdo muestra una tomografía Doppler de la línea de emisión H α de AE Aqr, realizada a partir de observaciones. El panel derecho muestra una simulación de una tomografía Doppler de un sistema de hélice tomando los parametros de AE Aqr y asumiendo una inclinación de 55°. Para mayores detalles ver el texto. Imagen adaptada de Wynn et al. (1997).

Wynn et al. (1997) realizó una tomografía Doppler de la línea de H α y la comparó con una simulación numérica de un tomograma del mismo sistema, asumiendo la existencia de una hélice magnética (ver Figura 4.4). A pesar de que los resultados no son totalmente concluyentes, los autores de este artículo sugieren que la tomografía de las observaciones podría ser una versión extremadamente borrosa de la simulación numérica.

El modelo descrito muestra que AE Aqr probablemente alterna entre un estado que permite la formación de un disco y el regimen de helice. Esto sucedería porque en el primer estado, la EB adquiere momento ángular del material que orbita en el borde interior del disco, acelerando su rotación a tal grado que ocurre una transición al segundo estado. En este último, el frenado magnético desacelera la rotación para permitir nuevamente la formación de un disco inestable.

Capítulo 5

Observaciones

Las observaciones, objeto de esta tesis, han sido en parte descritas en Echevarría et al. (2008). Esta publicación estuvo centrada en el análisis de las líneas de absorción provenientes de la estrella secundaria, dejando de lado el comportamiento complejo de las líneas de emisión. Por completez de esta tesis y dado que se observaron más temporadas no reportadas en dicho artículo, describimos en detalle todas las temporadas analizadas.

Tabla 5.1: Bitácora de Observaciones

| Obser- | Temporada | HJD^1 Inicio | HJD Final | Intervalo | No. de | Tiempo de |
|----------------------|----------------------|-------------------------|------------------|-------------|-----------|--------------------|
| vatorio | | | | Å | Espectros | Exposición |
| AAT | Aug 1991 | 2448470.94916660 | 2448472.2562605 | 4000-5100 | 102 | $360 \mathrm{~s}$ |
| SPM | $\mathrm{Sep}\ 1997$ | 2450713.72391501 | 2450714.80849058 | 3400 - 7300 | 18 | $600 \mathrm{\ s}$ |
| SPM | Aug 2000 | 2451773.72626967 | 2451775.94022371 | 3700 - 7700 | 81 | $600 \mathrm{\ s}$ |
| SPM | Aug 2001 | 2452150.84036717 | 2452150.93625517 | 3900 - 7100 | 47 | $180 \mathrm{~s}$ |
| SPM | Aug 2008 | 2454692.78634905 | 2454699.48276641 | 3970 - 6650 | 171 | $600 \mathrm{\ s}$ |

5.1. Observaciones del Telescopio Anglo-Australiano

Las observaciones del Telescopio Anglo-Australiano (AAT, por sus siglas en inglés) fueron llevadas a cabo utilizando el foco coudé del espectografo Echelle de University College London (UCLES), el 2 y 3 de agosto de 1991. Se obtuvieron 102 espectros, con 360 s de exposición.

 $^{^{1}}Heliocentric$ Julian Date

El cociente señal a ruido fue de 17 (alrededor de H_{β}). Se utilizó la rejilla de 31.6 líneas por milímetro y un CCD Blue Thomson de 1024 x 1024 pixeles con la cámara de 700 mm. Se cubrió la región espectral de λ 4000 Å a λ 5100 Å. Se observaron casi dos periodos orbitales completos.

5.2. Observaciones del Telescopio de San Pedro Mártir

Se realizaron cuatro temporadas de observación adicionales en el Observatorio Nacional de San Pedro Mártir, utilizando el telescopio de 2.1m y Espectrógrafo Echelle.

La primera se realizó durante las noches de Septiembre 22 y 23 de 1997, en las que se obtuvieron tan solo 18 espectros, con 600 s de exposición, y un cociente señal a ruido de 23 (alrededor de λ 5450 Å). Se usó el detector de 15 μ m Thomson 2048 x 2048, con la rejilla echellette de 300 líneas por milímetro, cubriendo el intervalo espectral de λ 3400 Å a λ 7300 Å. Se cubrieron las fases orbitales de 0.37 - 0.55 (el primer día) y de 0.58 - 1.00 (segundo día). La segunda corrida de observaciones fue realizada durante las noches del 17 al 19 de Agosto del 2000. Se obtuvieron 81 espectros, con 600 s de exposición. La configuración instrumental fue similar a la primera, con la excepción de que el intervalo espectral cubierto fue de $\lambda 3700$ a λ 7700 Å. Se observaron las fases 0.35 - 0.90, 0.58 - 1.36, y 0.0 - 0.73. El cociente señal a ruido en este caso fue de 42 (alrededor de λ 5450 Å). La tercera corrida fue llevada a cabo el 29 de Agosto de 2001. Recopilandose un total de 47 espectros con una exposición más corta de 180 s y un cociente señal a ruido típico de 28 (alrededor de λ 5450 Å). Se utilizó el detector de $24\mu m$ SITe 1024 x 1024, con una configuración que permitiera cubrir un intervalo espectral de λ 3900 a λ 7100 Å. Las fases observadas fueron de 0.34 - 0.67 . La cuarta corrida se realizó en las noches 14 y 16 - 20 de Agosto del 2008, obteniéndose 171 espectros con una exposición de 600 s. Se utilizó el detector de $15\mu m$ SITe3 1024 x 1024, cubriendo el intervalo espectral de λ 3970 a λ 6650 Å. El cociente señal a ruido fue alrededor de 30 (alrededor de $\lambda 5450$ Å).

Solo dos estandares de tipo espectral tardío, 61 Cygni A y B, fueron observadas durante las cuatro temporadas.

Capítulo 6

Resultados

En primer lugar, se realizó un análisis de la velocidad radial de las líneas de emisión H_{α} y H_{β} (ver Sección 6.1), de las temporadas descritas en el Capítulo 5, de los años 1991, 1997, 2000, 2001, y 2008. Adicionalmente, se combinaron los datos de las temporadas 1997 y 2001, debido a que la cantidad de espectros de cada una de estas temporadas individuales era escasa. Esto se hizo con la intención de mejorar el ajuste de la curva de velocidad radial de dichas temporadas, ampliando el intervalo de fases.

Estas líneas, en general, provienen del disco de acreción que orbita la enana blanca y nos pueden dar información de la velocidad radial dicha componente.

Además, se obtuvieron los tomogramas de las temporadas de 1997, 2000, 2001, y 2008. En estas temporadas se analizó la línea de emisión H_{α} (detalles en Sección 6.3). La temporada de 1991, en la cual se analizó la línea de emisión H_{β} , presentó mucha inestabilidad, como se ve en su curva de velocidad (Sección 6.1), por lo que no pudimos obtener una solución para su Tomografía. De igual manera que en el análisis de las curvas de velocidad radial, también se realizó una tomografía combinando los datos de las temporadas 1997 y 2001.

6.1. Curvas de Velocidad Radial

El cálculo de las velocidades radiales de nuestros espectros han sido obtenidos con IRAF¹, que es una plataforma compleja para el análisis de datos astronómicos, escrita en un lenguaje propio llamado SPP (Subset Pre-Processor) que el usuario ve en un ambiente conocido como CL o command language. Para obtener la velocidad radial de cada espectro, se utilizó la rutina *convrv*, dentro del paquete *rvsao* de IRAF, la cual calcula la velocidad radial y el tiempo juliano heliocéntrico de cada espectro.

En la rutina *convrv* se implementó la opción GAU2 que utiliza dos curvas gaussianas del mismo ancho, separadas por una cierta distancia. Para utilizar esta opción es necesario especificar estos dos parametros: a) LINWID, el cual determina la separación entre ambas gaussianas y b) SAMWID, que determina el ancho de cada gaussiana.

Una vez determinadas las velocidades radiales de las líneas H_{α} y H_{β} de las temporadas descritas en el Capítulo 5, realizamos a cada temporada, un ajuste no lineal de mínimos cuadrados. Para ello se utilizó una rutina escrita en Python, basada en la rutina MPFIT escrita para IDL por Markwardt (2009). Para realizar el ajuste asumimos una órbita circular. La función a ajustar fue la siguiente:

$$V(t) = \gamma + K \sin\left(2\pi \frac{t - t_0}{P_{orb}}\right) \tag{6.1}$$

donde V(t) son las velocidades radiales medidas de los espectros individuales, γ es la velocidad sistémica, K es la semiamplitud de la curva de velocidad radial, t_0 es el tiempo de la conjunción inferior de la secundaria², y P_{orb} es el período orbital.

La curva que mejor se ajuste a los datos, es aquella que minimice el valor de χ^2_{ν} , la cual se define en función de los residuos:

$$\chi_{\nu}^{2} = \sum_{k=1}^{n} r_{k}^{2} = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{Y_{k} - V(t_{k})}{Err_{k}} \right)^{2}$$
(6.2)

Donde r_k son los residuos, t_k representa los valores de la variable independiente, Y_k son

¹Image Reduction Analysis Facility, desarrollado y distribuido por el National Optical Astonomical Observatory (NOAO).

²Posición del Sistema Binario en la que la componente secundaria se encuentra más próxima a la Tierra

los valores medidos para cada punto k, Err_k son los errores en la medición (que dependen de los instrumentos de medición) y V es la función analítica que representa el modelo (Ec 6.1).

Aunque mediante la rutina se pueden obtener los 4 parámetros orbitales (γ , K, t_0 y P_{orb}), en este trabajo nos interesa particularmente el valor de la semiamplitud para cada temporada, por lo que no discutiremos los otros tres valores. Las semiamplitudes obtenidas del ajuste se muestran en la Tabla 6.1 (ver Sección 6.2).

A continuación se muestran las curvas de velocidad radial correspondientes a los datos de las temporadas 1991, 1997, 2000, 2001, y 2008, descritas a detalle en el Capítulo 5. Además se muestra la curva que corresponde a la combinación de las temporadas 1997 y 2001. En cada una de ellas los puntos representan las observaciones, y la línea continua es el mejor ajuste a los datos. También se encuentran graficados los residuos en la parte inferior de cada figura. Al graficar, los errores de los puntos individuales son escalados por la rutina, de tal forma que $\chi^2_{\nu} = 1$ (ver Ec. 6.2).



Figura 6.1: Curva de velocidad radial de la línea de emisión H_{β} correspondiente a los datos de la temporada 1991.



Figura 6.2: Curva de velocidad radial de la línea de emisión H_{α} correspondiente a los datos de la temporada 1997. Nótese que este ajuste está basado en muy pocos puntos.



Figura 6.3: Curva de velocidad radial de la línea de emisión H_{α} correspondiente a los datos de la temporada 2000.



Figura 6.4: Curva de velocidad radial de la línea de emisión H_{α} correspondiente a los datos de la temporada 2001. Al igual que la temporada 1997 este ajuste se basa en muy pocos puntos y concentrados en un intervalo muy reducido.



Figura 6.5: Curva de velocidad radial de la línea de emisión H_{α} correspondiente a los datos de la temporada 2008.



Análisis Conjunto de las Temporadas de 1997 y 2001

Figura 6.6: Curva de velocidad radial de la temporadas 1997 y 2001. Esta combinación intenta mejorar el cubrimiento de fase para tratar de obtener un mejor ajuste.

6.2. Discusión sobre las Curvas de Velocidad Radial

| Tabla 0.1: valores de Λ_1 de cada Temporada | | | | | |
|---|----------------------|--------------|-----------|--------------------|--|
| Observatorio | Temporada | Línea | No. de | Valor de K_1 | |
| | | Analizada | Espectros | (kms^{-1}) | |
| AAT | Aug 1991 | H_{eta} | 102 | 185.67 ± 11.46 | |
| SPM | $\mathrm{Sep}\ 1997$ | H_{α} | 18 | 52.26 ± 34.65 | |
| SPM | Aug 2000 | H_{α} | 81 | 117.10 ± 77.23 | |
| SPM | Aug 2001 | H_{α} | 47 | 50.66 ± 40.56 | |
| SPM | Aug 2008 | H_{lpha} | 171 | 119.07 ± 76.67 | |
| SPM | 1997 - 2001 | H_{α} | 65 | 65.71 ± 4.67 | |

Tabla 6.1: Valores de K_1 de cada Temporada

Se puede observar de las curvas de velocidad radial que, aunque los datos presentan una oscilación periódica, un ajuste sinusoidal no es una aproximación óptima. Se nota incluso que los datos presentan oscilaciones complicadas, y que en algunos casos, no se repite el mismo valor de velocidad radial para la misma fase orbital. Este comportamiento se refleja claramente en los valores obtenidos de K_1 listados en la Tabla 6.1. Se observa que los valores varían con cada temporada. A continuación se discute con más detalle la curva obtenida de cada temporada.

Temporada de 1991

En la Temporada de 1991 (Figura 6.1), se analizó la velocidad radial de la línea de Balmer H_{β} , para un total de 102 espectros. En esta Temporada se obtuvó un valor para la semiamplitud de la curva de velocidad radial de $K_1 = 185.67 \pm 11.46 \ km s^{-1}$. Este es un valor muy alto en comparación del valor obtenido por Echevarría et al. (2008) ($K_1 = 101 \pm 3 \ km s^{-1}$), presentando un error relativo entre los valores centrales de 83.1%. Los datos muestran los mayores residuos alrededor de las fase 0.25 y en el intervalo de fases de 0.60 a 0.75. Creemos que en esta temporada estamos incluyendo velocidades del material eyectado por el efecto hélice que crea la alta rotación de la enana blanca, lo que puede explicar la distorsion de la curva de velocidad radial.

Temporada de 1997

Para la Temporada de 1997 (Figura 6.2) se analizaron 18 espectros, en los que se estudió la velocidad radial de la línea de Balmer H_{α} . Los datos cubren los intervalos fase de 0.00 a 0.10 y de 0.60 a 1.00. Para esta temporada se obtuvo un valor de $K_1 = 52.26 \pm 34.65 \ kms^{-1}$ que tiene un error relativo con respecto al valor esperado de $K_1 = 101 \pm 3 \ kms^{-1}$ de 48.2% (entre los valores centrales).

Temporada de 2000

En la Temporada del 2000 (Figura 6.3) se estudió la velocidad radial de la línea H_{α} en un total de 81 espectros. Los datos cubren toda la órbita. En esta temporada se obtuvo un valor de $K_1 = 117.10 \pm 77.23 \ km s^{-1}$, que considerando el intervalo de error de K_1 , coincide con el obtenido por Echevarría et al. (2008). Sin embargo el error relativo entre los valores centrales es de 15.9%. Los mayores residuos en esta temporada aparecen en el intervalo de fases de 0.50 a 0.75.

Temporada de 2001

En la Temporada 2001 (Figura 6.4) se estudió la velocidad radial de la línea H_{α} en 47 espectros. En esta temporada los datos cubren el intervalo de fases de 0.60 a 0.95. El valor

obtenido de la semiamplitud fue de $K_1 = 50.66 \pm 40.56 \ km s^{-1}$. Este valor es el que presentó el mayor error en K_1 . Esto se debe a que el ajuste se hizo con apenas un tercio de la órbita, aunado a los residuos tan pronunciados que presentó el ajuste. El error relativo respecto al valor central de $K_1 = 101 \pm 3 \ km s^{-1}$, fue de 49.8 %

Temporada de 2008

En la Temporada 2008 (Figura 6.5) se estudió la velocidad radial de la línea H_{α} de un total de 171 espectros. Se tienen datos que cubren toda la órbita. Presenta residuos considerables en los intervalos de fase de 0.00 a 0.10 y de 0.80 a 1.00. En esta temporada se obtuvo un valor de la semiamplitud de $K_1 = 119.07 \pm 76.67 \ km s^{-1}$, y tomando en cuenta el intervalo de error de K_1 , la semiamplitud de esta temporada coincide con el de $K_1 = 101 \pm 3 \ km^{-1}$ obtenido por Echevarría et al. (2008). El error relativo entre los valores centrales de la K_1 obtenida y la esperada es de 17.8 %.

Análisis Conjunto de las Temporadas de 1997 y 2001

En el Análisis Conjunto (Figura 6.6) se obtuvo un valor de la semiamplitud de $K_1 = 65.71 \pm 4.67 \ km s^{-1}$, a partir de los 65 espectros correspondientes a las temporadas de 1997 y 2001. Dicho valor es más cercano a $101 \pm 3 \ km s^{-1}$, que el valor obtenido en cada Temporada individualmente. Su error relativo fue de 34.9%.

Discusión General de las Curvas de Velocidad Obtenidas

Los valores más cercanos a aquel obtenido por Echevarría et al. (2008) (de $K_1 = 101 \pm 3 \, km \, s^{-1}$), fueron los de las temporadas 2000 y 2008, donde $K_1 = 117 \pm 77.23 \, km s^{-1}$ y $K_1 = 119.07 \pm 76.67 \, km s^{-1}$, respectivamente.

Es importante notar que los datos de las temporadas 2000 y 2008 cubren toda la órbita , a diferencia de las temporadas de 1997 y 2001, cuyos datos se concentran en intervalos de fase muy limitados, como se discutió en cada temporada. Este hecho hace que los valores de $K_1 = 52.26 \pm 34.65 \ km s^{-1}$, obtenido para 1997; y $K_1 = 50.66 \pm 40.56 \ km s^{-1}$, obtenido para 2001; tengan una desviación considerable del valor esperado (48.2 % y 49.84 % respectivamente). Aún así, se intentó realizar un mejor análisis combinando estas dos temporadas, pero la semiamplitud de los datos combinados de 1997 y 2001 dan un valor de $K_1 = 65.71 \pm 4.67 \ km s^{-1}$, que sigue siendo considerablemente menor respecto al valor obtenido por Echevarría et al. (2008) de $K_1 = 101 \pm 3 \ km s^{-1}$, con un error relativo de 34.9%.

Se puede ver en las curvas de velocidad radial de las temporadas 1991, 2001 y 2008, que en ciertas fases, hay puntos muy por arriba de la curva calculada, así como puntos en las mismas fases que aparecen muy por debajo de la curva calculada. Estas variaciones tan pronunciadas pueden ser indicadores de la presencia de material eyectado del sistema.

6.3. Tomografías Doppler de AE Aquarii

Las Tomografías Doppler fueron realizadas para las Temporadas descritas en el Capítulo 5, No logramos obtener una solución a la Tomografía de 1991, pero su curva de velocidad radial muestra que en esa temporada el material parece estar muy inestable. Para realizar los Tomogramas, utilizamos las rutinas desarrolladas por el Dr. Hernández Santisteban³ en un ambiente Python (PyDoppler⁴), que están basadas en el software desarrollado por Spruit (1998), las cuales fueron escritas en FORTRAN y manejadas dentro de un ambiente IDL. Estos programas hacen uso del Método de Máxima Entropía (descrito en la sección 3.4.3).

Las rutinas generan, en primera instancia, el *trailed spectra* (también conocido como SPEC). Dicho *trailed spectra* consiste en un diagrama que muestra la intensidad de emisión (en código de colores) de cada uno de los perfiles de línea en función de la fase a lo largo de la órbita. El programa repite los perfiles para una segunda órbita.

En segundo lugar, el programa genera la imagen de la Tomografía Doppler, en el espacio de velocidades, construido a partir de los datos del *trailed spectra*. Finalmente la rutina hace una reconstrucción del *trailed spectra* a partir del tomograma, para compararlos con los datos originales. Esta reconstrución la denominamos RECO.

El software, de manera estándar, selecciona el máximo flujo del tomograma como punto

³Juan Venancio Hernández Santisteban—jvhs1@st-andrews.ac.uk

⁴Rutina de tomografía Doppler: https://github.com/Alymantara/pydoppler.git

de corte superior para graficar y asignar un código de color. Las zonas de color negro son las de mayor intensidad, pasando por el rojo, el azul y el amarillo que es el de menor intensidad (ver Figuras 6.7–6.11).

Para la construcción de los tomogramas se adoptaron los siguientes valores: velocidad sistémica $\gamma = -69.35$, inclinación $i = 70.0^{\circ}$, masa de la primaria $M_1 = 0.63 M_{\odot}$, cociente de masas q = 0.6, y periodo orbital $P_{orb} = 9.87$ horas, de acuerdo a los resultados publicados por Echevarría et al. (2008).

Los tomogramas además de la distribución del material muestran distintos símbolos para facilitar su interpretación: El signo + localizado en $(V_x, V_y) = (0, 0) \ kms^{-1}$ representa el centro de masa del sistema, la cruz localizada en $(V_x, V_y) = (0, -K_1) \ kms^{-1}$ representa la velocidad de la enana blanca, la estrella secundaria se encuentra marcada por otra cruz en $(V_x, V_y) = (0, K_2) \ kms^{-1}$, alrededor de la cual se presenta su Lóbulo de Roche. También se pueden observar dos curvas que representan dos trayectorias distintas. Como se explica en la Sección 3.4.5, la curva inferior es la trayectoria balística del flujo de gas al salir del punto Lagrangiano L_1 , mientras que la trayectoria superior representa la velocidad Kepleriana del disco a lo largo del flujo de gas. La trayectoria balística se da cuando no hay disco de acreción, mientras que la trayectoria Kepleriana se da cuando el material acretado se encuentra con un disco ya formado que está girando en órbitas Keplerianas.



Figura 6.7: El panel superior izquierdo muestra el *trailed spectra* (SPEC) obtenido a partir de los datos de la línea de emisión H_{α} correspondientes a la temporada 1997. El panel inferior es la tomografía Doppler, y el panel superior derecho es la reconstrucción del *trailed spectra* a partir de la tomografía.



Figura 6.8: El panel superior izquierdo muestra el trailed spectra (SPEC) obtenido a partir de los datos de la línea de emisión H_{α} correspondientes a la temporada 2000. El panel inferior es la tomografía Doppler, y el panel superior derecho es la reconstrucción del trailed spectra a partir de la tomografía.



Figura 6.9: El panel superior izquierdo muestra el *trailed spectra* (SPEC) obtenido a partir de los datos de la línea de emisión H_{α} correspondientes a la temporada 2001. El panel inferior es la tomografía Doppler, y el panel superior derecho es la reconstrucción del *trailed spectra* a partir de la tomografía.



Figura 6.10: El panel superior izquierdo muestra el *trailed spectra* (SPEC) obtenido a partir de los datos de la línea de emisión H_{α} correspondientes a la temporada 2008. El panel inferior es la tomografía Doppler, y el panel superior derecho es la reconstrucción del *trailed spectra* a partir de la tomografía.



Análisis Conjunto de las Temporadas de 1997 y 2001

Figura 6.11: El panel superior izquierdo muestra el *trailed spectra* (SPEC) obtenido a partir de los datos de las temporadas 1997 y 2001. El panel inferior es la tomografía Doppler, y el panel superior derecho es la reconstrucción del *trailed spectra* a partir de la tomografía.

6.4. Discusión sobre las Tomografías Doppler

A continuación se hace una descripción de los Tomogramas de cada una de las temporadas analizadas, así como de sus diagramas de SPEC y RECO (definidos en la Sección 6.3). En la tabla 6.2 se muestran los valores aproximados alrededor de los cuales se centra la región de máxima intensidad y los valores de χ_0^2 (Ver Ecuación 3.10) para los cuales convergió cada una de las Tomografías.

| $\frac{1}{1}$ | | | | | | |
|---------------|----------------------|--------------|------------|--------------------------|--|--|
| Observatorio | Temporada | Línea | χ_0^2 | Coordenadas | | |
| | | Analizada | | $(V_x, V_y) \ km s^{-1}$ | | |
| SPM | $\mathrm{Sep}\ 1997$ | H_{α} | 1.6 | $\sim (-200, -100)$ | | |
| SPM | Aug 2000 | H_{α} | 2.4 | $\sim (-100, -100)$ | | |
| SPM | Aug 2001 | H_{α} | 2.9 | $\sim (0,0)$ | | |
| SPM | Aug 2008 | H_{α} | 2.4 | $\sim (-100, +100)$ | | |
| SPM | 1997 - 2001 | H_{α} | 2.4 | $\sim (0,0)$ | | |

Tabla 6.2: Coordenadas de mayor intensidad y χ_0^2

Temporada 1997

La Temporada 1997 (Figura 6.7), presenta un SPEC que cubre poco más de media órbita, aunque esto lo hace con tan solo 18 perfiles de línea. Se observa que los perfiles tienen una oscilación en la velocidad, y resalta una región roja cercana a la fase 0.50. Se observa además que las zonas de mayor intensidad de emisión se encuentran en las regiones de velocidad baja, y que la intensidad disminuye para velocidades altas.

En el Tomograma de esta temporada se observa una región de máxima intensidad (color negro) alrededor de las coordenadas $(V_x, V_y) \sim (-200, -100) \ km s^{-1}$. Se nota que la intensidad de la emisión disminuye conforme nos alejamos radialmente de este punto. La región de mayor intensidad rodea por completo la posición de la enana blanca.

Finalmente, el RECO presenta también una oscilación en sus perfiles y la mayor intensidad se concentra en las regiones de baja velocidad. La variación entre los perfiles del SPEC y del RECO es menor al valor $\chi_0^2 = 1.6$ (Estadística definida en la sección 3.4.3). La principal diferencia que se observa, es que en el RECO la región roja aparece en más fases alrededor de la fase 0.50.

En la Temporada 2000 los 81 perfiles de línea cubren toda la órbita (Figura 6.8). Se puede observar en el SPEC, que los pérfiles oscilan en velocidad formando una senoide. Las regiones de mayor intensidad se encuentran en el centro de cada perfil y disminuye para velocidades altas. Resalta una región de intensidad alta (en color rojo y negro) que aparece cerca del comienzo de cada órbita.

La Tomografía presenta una región de máxima intensidad (color negro) alrededor de las coordenadas $(V_x, V_y) \sim (-100, -100) \ km s^{-1}$. Al alejarnos radialmente de estas coordenadas la intensidad de la emisión disminuye. Se observa que la posición de la enana blanca en el espacio de velocidades se encuentra rodeada por dicha región.

La variación entre los perfiles del SPEC y RECO es menor al valor de $\chi_0^2 = 2.4$. La principal diferencia entre los diagramas es que en el RECO, la región roja aparece a lo largo de la órbita. Sin embargo se nota que tanto la posición de la emisión a lo largo de la órbita, como la posición de los máximos relativos y la distribución general de la emisión, son consistentes.

Temporada 2001

En la Temporada 2001 (Figura 6.9), los 47 perfiles de línea cubren menos de media órbita. En el SPEC resalta una región negra central de máxima intensidad y alargada que aparece en las fases alrededor de la fase 0.50 y está rodeada por otra región roja que aparece en casi toda la órbita. Estas regiones de máxima intensidad aparecen en las zonas de baja velocidad. Aparentemente la intensidad de la emisión se carga más hacia velocidades negativas, pero esto se debe a que los perfiles no cubren el suficiente intervalo de la orbita para que la oscilación de la senoide (ver Figura 3.7)) sea perceptible.

Sin embargo, dicha asimetría debida al corto intervalo de fases cubierto en el SPEC, tiene efectos visibles en la Tomografía Doppler: Tanto la región azul como la región roja, muestran una protuberancia en las zonas de velocidades negativas ($V_x < 0$ y $V_y < 0$). También en la Tomografía se observa que la máxima intensidad, visible en color negro está centrada en las coordenadas (V_x, V_y) ~ (0,0) kms^{-1} , y como en los Tomogramas de las Temporadas 1997 y 2001, la intensidad de la emisión disminuye al alejarnos radialmente de dicha posición. También la posición en el espacio de velocidades de la enana blanca es cubierto por la región de máxima intensidad.

La variación entre el SPEC y el RECO es menor al valor $\chi_0^2 = 2.9$. La principal diferencia entre estos diagramas, es que en el RECO, la región negra no aparece en todas las fases.

Temporada 2008

En la Temporada 2008 (Figura 6.10), los 171 perfiles disponibles cubren toda la órbita. Se observa en el SPEC una zona de máxima intensdad de color negro, que aparece intermitentemente a lo largo de toda la órbita. Los perfiles de línea presentan oscilaciones propias de una senoide. La mayor intensidad se concentra en las regiones de baja velocidad de los perfiles, y disminuye para velocidades altas.

La Tomografía Doppler presenta su máxima intensidad (En color negro) alrededor de las coordenadas $(V_x, V_y) \sim (-100, +100) \ km s^{-1}$, y la intensidad de la emisión disminuye conforme nos alejamos radialmente de estas coordenadas. La posición de la enana blanca se encuentra justo en el borde de la región de máxima intensidad.

La variación entre los perfiles de linea del SPEC y del RECO es menor al valor $\chi_0^2 = 2.4$.

Análisis Conjunto de las Temporadas 1997 y 2001

En este análisis (Figura 6.11), se observa que el SPEC es muy similar al de la Temporada 2001. La mayor intensidad de los perfiles de línea se encuentra en las regiones de velocidad baja, y disminuye para velocidades mayores. La Tomografía Doppler presenta una protuberancia en las regiones azul y roja (cuyo posible origen se discutió en la Temporada 2001). La posición de mayor intensidad se centra alrededor de las coordenadas (V_x, V_y) ~ (0,0) kms^{-1} , y la intensidad disminuye conforme nos alejamos radialmente de esta posición. Las coordenadas de la enana blanca también son cubiertas por la región negra. El Tomograma del Análisis Conjunto es muy parecido a la Tomografía de la Temporada 2001, lo que significa que los 47 perfiles de esta temporada dominaron sobre los 18 perfiles de la Temporada de 1997

La variación entre los perfiles de linea del SPEC y del RECO es menor al valor $\chi_0^2 = 2.4$.

Discusión General de las 5 Tomografás

Los SPEC y RECO de todas las temporadas muestran que las zonas de mayor intensidad se concentran en las regiones de velocidades bajas, y esta disminuye para velocidades altas.

Las regiones de la emisión en las Tomografías Doppler para todas las temporadas son similares aunque presentan ciertas variaciones entre ellas, tanto en su intensidad relativa como en la posición central de la máxima emisión.

Un resultado general de la Tomografía es que no se ven, discos de acreción, como se apreciarían en sistemas como U Gem, (ver Echevarría et al. (2007)).

En el caso de los Tomogramas de AE Aqr, obtenidos en este trabajo, se ve más bien una emisión con un máximo central que va disminuyendo de adentro hacia afuera, similar a los resultados de Wynn et al. (1997), mostrados en la Figura 4.4.

Todas las Tomografías presentan dicha región de máxima emisión (mostrada en color negro). En todos los Tomogramas, el flujo de la emisión parece disminuir conforme aumenta el radio a partir del centro de máxima intensidad. Esto se puede observar como las regiones rojas y azules que rodean la máxima emisión. Este hecho puede ser indicador de que las emisiones se concentran en un centro de masa, que parece asociarse a la enana blanca, puesto que las regiónes de máxima intensidad rodean la posición de la velocidad de la EB.

Capítulo 7

Discusión General

En los Capítulos 2, 3 y 4 de esta tesis, se desarrolló el marco teórico que fundamenta el trabajo; para ello se realizó una presentación general de las estrellas binarias incluyendo una detallada explicación de los llamados Lóbulos de Roche, asi como la clasificación de las binarias en términos de dichos Lóbulos. Esta clasificación divide los sistemas en tres categorías: Sistemas Separados, Semi-separados y en contacto.

En el Capítulo 3, se dió una exposición de las Variables Cataclísmicas, las cuales son sistemas semi-separados, y se explicó en detalle, la velocidad radial cíclica de sus componentes, la formación de discos de acreción y sus características, así como la descripción de los llamados sistemas magnéticos. Se explicó que estos últimos generalmente se dividen en dos dependiendo de la influencia e intensidad del campo magnético de la enana blanca: los sistemas polares y los polares intermedios. Además se mencionó que existe el caso de las VCs que presentan un mecanismo adicional, llamado de hélice o *propeller*, y que es causado por la rápida rotación de la enana blanca.

También en el Capítulo 3 se explicó en detalle el tema de las velocidades radiales y el rol que juegan en el método de Tomografía Doppler. Este útil método emplea los pérfiles de línea en función de la fase orbital y los integra para construir una *imagen* de la distribución total de la intensidad del flujo de la emisión en el espacio de velocidades.

En el Capítulo 4 se describió al sistema AE Aquario, sus parámetros básicos, y se hizo énfasis en su condición de sistema tipo hélice o propeller.

En el Capítulo 5 se presentaron las observaciones espectroscópicas del objeto en las tem-

poradas de 1991, 1997, 2000, 2001 y 2008 obtenidas por Echevarría et al. (2008).

En el Capítulo 6 se mostraron las curvas de velocidad radial de dichas temporadas. En particular, las temporadas 1991, 1997 y 2001, presentaron valores muy distintos del valor de K_1 obtenido por Echevarría et al. (2008). Se discutió que para las temporadas de 1997 y 2001, la falta de datos en muchas fases a lo largo de la órbita pudiera ser un factor importante. Por esta razón se combinaron las dos temporadas. El resultado del análisis conjunto tampoco fue satisfactorio, siendo que el valor de $K_1 = 65.71 \pm 4.67 \ km s^{-1}$ se encuentra muy por debajo del valor esperado de $101 \pm 3 \ km s^{-1}$

La curva de la velocidad radial de 1991, muestra que en esa temporada el material acretado parece estar bastante inestable, y creemos que esto se refleja en un alto valor de $K_1 =$ $185 \pm 11.46 \ kms^{-1}$. Por otro lado, los resultados obtenidos para las temporadas 2000 y 2008 $(K_1 = 117 \pm 77.23 kms^{-1} \text{ y } K_1 = 119.07 \pm 76.67 kms^{-1}$, respectivamente) son consistentes dentro del error, con el valor publicado por Echevarría et al. (2008) $(K_1 = 101 \pm 3 kms^{-1})$. Esto muestra que el valor obtenido en dicho artículo fue reproducible en esta tesis. Sin embargo, para concluir esto con mayor satisfacción, se requiere más profundidad en el estudio, ya que, como se mencionó en la Sección 6.2, las curvas presentan mucha inestabilidad y residuos considerables. Dicha inestabilidad puede ser explicada por la presencia de un sistema de hélice en AE Aqr, pero los resultados obtenidos en esta Tesis no son concluyentes en ese respecto.

Por otro lado, se utilizó la técnica de Tomografía Doppler en la línea de emisión H_{α} para identificar el origen de dicha emisión. Los tomogramas muestran la presencia de una región alrededor de un centro de máximo flujo de emisión, rodeado por otras zonas en las que el flujo disminuye conforme los valores de la velocidad se alejan de dicho valor central. Esta distribución de emisión es consistente con los resultados de Wynn et al. (1997) mostrados en la Figura 4.4. Es importante notar que la región de máxima emisión en todas las tomografías obtenidas, rodea la posición de la enana blanca. Eso puede significar que el material acretado se concentra alrededor de la primaria. Si este es el caso, los valores de K_1 de las líneas de emisión estudiadas, pueden representar la semi-amplitud de la velocidad radial de la enana blanca, en particular en las temporadas del 2000 y del 2008.

Capítulo 8

Conclusiones

Después de analizar la velocidad radial de las líneas de emisión H_{α} y H_{β} de AE Aqr para las temporadas de observación descritas en el Capítulo 5, se logró reproducir el valor obtenido por Echevarría et al. (2008) de $K_1 = 101 \pm 3 km s^{-1}$, en las temporadas de los años 2000 y 2008, en las cuales se obtuvieron los valores de $K_1 = 117.10 \pm 77.23$ y $K_1 = 119.07 \pm 76.67$. Sin embargo la principal limitante de esta conclusión, como se discutió en las Sección 6.2 y en el Capítulo 7, son las oscilaciones pronunciadas que generaron residuos considerables de las curvas de ajuste con respecto a los datos. Estas oscilaciones nos lleva a suponer que el material acretado presenta mucha inestabilidad. La discrepancia de los valores de K_1 en el resto de las temporadas, también son un indicador de inestabilidad del material acretado.

Se utilizó la técnica de Tomografía Doppler en la línea de emisión H_{α} , con la cual identificamos que la región de máxima emisión rodea la posición de la enana blanca en el espacio de velocidades. Esto puede significar que la mayor parte del material acretado se encuentra alrededor de la componente primaria. Este resultado es un indicador de que los valores de K_1 obtenidos en el análisis de velocidad radial, pueden ser asociados a la enana blanca, lo que corrobora la validez del estudio.

Finalmente, después de analizar la distribución de emisión de los tomogramas, no encontramos señal de la presencia de un disco de acreción estable alrededor de la estrella primaria de AE Aqr. Sin embargo, las tomografías que obtuvimos tienen mucha consistencia con los resultados reportados por Wynn et al. (1997), publicación en la cual interpretaron la distribución de la emisión, atribuyéndola a la posible presencia de una *Propeller* en el sistema.

Bibliografía

- Blinova, A. A., Romanova, M. M., Ustyugova, G. V., Koldoba, A. V. and Lovelace, R. V. E. (2019). Comparisons of MHD propeller model with observations of cataclysmic variable AE Aqr, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 487(2): 1754–1763.
- Buckley, D. A. H., Sekiguchi, K., Motch, C., O'Donoghue, D., Chen, A.-L., Schwarzenberg-Czerny, A., Pietsch, W. and Harrop-Allin, M. K. (1995). RX J1712.6-2414: a polarized intermediate polar from the ROSAT Galactic Plane Survey, *Monthly Notices of the Royal* Astronomical Society 275: 1028–1048.
- Bunner, A. N., Sanders, W. T., Nousek, J. A. and Kraushaar, W. L. (1978). Observation of Soft X-ray Emission from SMC X-1, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 10: 389.
- Casares, J., Mouchet, M., Martínez-Pais, I. G. and Harlaftis, E. T. (1996). A coordinated campaign on the intermediate polar AE Aqr — I. The system parameters, *Monthly Notices* of the Royal Astronomical Society 282(1): 182–190.
- Chincarini, G. and Walker, M. F. (1981). Image tube spectroscopic studies of rapid variables. IV - Spectroscopic and photometric observations of AE Aquarii, Astronomy and Astrophysics 104: 24–32.
- Crawford, J. A. and Kraft, R. P. (1956). An Intrepretation of AE Aquarii., The Astrophysical Journal 123: 44.
- Cropper, M. (1986). Polarization observations of DQ HER stars and other cataclysmic variables, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 222: 225–233.

- Cropper, M., Mukai, K., Mason, K., Smale, A., Charles, P., Mittaz, J., Machin, G., Hassall,
 B., Callanan, P., Naylor, T. and Paradijs, J. (1990). Cyclotron humps in am-herculis systems variations around the orbit in dp-leonis, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 245: 760.
- Davidson, K. and Ostriker, J. P. (1973). Neutron-Star Accretion in a Stellar Wind: Model for a Pulsed X-Ray Source, *The Astrophysical Journal* 179: 585–598.
- Echevarría, J., de la Fuente, E. and Costero, R. (2007). U Geminorum: A Test Case for Orbital Parameter Determination, *The Astronomical Journal* 134(1): 262–273.
- Echevarría, J., Smith, R. C., Costero, R., Zharikov, S. and Michel, R. (2008). High-dispersion absorption-line spectroscopy of AE Aqr, *Montly Notices of the Royal Astronomical Society* 387: 1563–1574.
- Echevarría, J. (1983). Are the Secondary Stars in Cataclysmic Variables Main Sequence Stars, *Rev. Mex. AA* 8: 109–114.
- Echevarría, J. (2002). Estrellas Binarias Interactivas, Fondo de Cultura Economica.
- Echevarría, J., Ramírez-Torres, A., Michel, R. and Hernández Santisteban, J. V. (2016). A radial velocity study of the intermediate polar EX Hydrae, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 461(2): 1576–1589.
- Eracleous, M. and Horne, K. (2009). The speedy magnetic propeller in the cataclysmic variable ae aquarii, *The Astrophysical Journal* **471**: 427.
- Frank, J., King, A. and Raine, D. (1992). Accretion Power in Astrophysics, Cambridge University Press, Cambridge.
- Fuchs, J. T., Dunlap, B. H., Dennihy, E., O'Donoghue, D., Clemens, J. C., Reichart, D. E., Moore, J. P., LaCluyze, A. P., Haislipand, J. B. and Ivarsen, K. V. (2016). The magnetic cataclysmic variable LSQ1725-6, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 462: 2382–2395.

- González, D. H. (2010). SDSS J0018+3454 Una Variable Cataclísmica de Un Gran Largo Período Orbital, Master's thesis, Universidad Nacional Autonóma de México, Baja California.
- Heintz, W. D. (1978). *Double Stars*, D. Reidel Publishing Company.
- Heise, J., Brinkman, A. C., Gronenschild, E., Watson, M., King, A. R., Stella, L. and Kieboom, K. (1985). An X-ray study of AM Herculis. I. Discovery of a new mode of soft X-ray emission., Astronomy and Astrophysics 148: L14–L16.
- Hellier, C. (2001). Cataclysmic Variable Stars-How And Why They Vary, Springer-Praxis.
- Hernández Santisteban, J. V. (2011). Estudio Fotométrico y Espectroscópico de la Variable Cataclísmica J0644+3344, Master's thesis, Universidad Nacional Autonóma de México, Ciudad de México.
- Hilditch, R. W. (2001). An Introduction to Close Binary Stars, Cambridge University Press.
- Jeffrey M. Bryant (2005). Plotting the roche potential surface of a cataclysmic binary star system. Accessed 16-July-2019.

URL: http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/756/

- Joy, A. H. (1954). Spectroscopic Observations of AE Aquarii., The Astrophysical Journal 120: 377.
- Kruszewski, A., Mewe, R., Heise, J., Chlebowski, T., van Dijk, W. and Bakker, R. (1981). Variability of Soft X-Ray Emission of Ex-Hydrae Observed with Einstein Observatory, *Space Science Reviews* **30**(1-4): 221–229.
- Lamb, D. Q. and Patterson, J. (1983). Spin-up and magnetic fields in dq her stars, Cataclysmic Variables and Related Objects, Springer Netherlands, pp. 229–237.
- Liebert, J. and Stockman, H. S. (1985). The AM Herculis Magnetic Variables, Cataclysmic Variables and Low-Mass X-ray Binaries; Proceedings of the Seventh North American Workshop 113: 151–177.

- Markwardt, C. B. (2009). Non-linear Least-squares Fitting in IDL with MPFIT, 411: 251.
- Marsh, T. R. (2001). Doppler tomography, Lect. Notes Phys. 573: 1–26.
- Marsh, T. R. (2005). Doppler tomography, *Europhysics News* **36**: 403–415.
- Marsh, T. R. and Horne, K. (1988). Images of accretion discs II. Doppler tomography, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 235(1): 269–286.
- Meintjes, P. J. and de Jager, O. C. (2000). Propeller spin-down and the non-thermal emission from AE Aquarii, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **311**(3): 611–620.
- Oruru, B. and Meintjes, P. J. (2012). X-ray characteristics and the spectral energy distribution of AE Aquarii, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **421**(2): 1557–1568.
- Patterson, J. (1979). Rapid oscillations in cataclysmic variables. III. an oblique rotator in AE Aqr., The Astrophysical Journal 234: 978–992.
- Pringle, J. E. (1981). Accretion discs in astrophysics, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 19: 137– 162.
- Puebla, R. E., Diaz, M. P. and Hubeny, I. (2007). A statistical study of accretion disk model spectra for cataclysmic variables, *The Astronomical Journal* 134(5): 1923–1933.
- Robinson, E. L., Shafter, A. W. and Balachandran, S. (1991). The pulse-timing and emissionline orbits of the white dwarf in the cataclysmic variable AE Aquarii, *The Astrophysical Journal* 374: 298–306.
- Rothschild, R. E., Gruber, D. E., Knight, F. K., Matteson, J. L., Nolan, P. L., Swank, J. H., Holt, S. S., Serlemitsos, P. J., Mason, K. O. and Tuohy, I. R. (1981). The X-ray sxpectrum of AM HER from 0.1 to 150 KEV., *The Astrophysical Journal* 250: 723–732.
- Shafter, A. W., Szkody, P. and Thorstensen, J. R. (1986). X-Ray and Optical Observations of the Ultrashort Period Dwarf Nova SW Ursae Majoris: A Likely New DQ Herculis Star, *The Astrophysical Journal* 308: 765.
- Smak, J. (1971). Eruptive Binaries. II. U Geminorum, Acta Astronomica 21: 15.

- Spruit, H. C. (1998). Fast maximum entropy Doppler mapping, *arXiv e-prints* pp. astro-ph/9806141.
- Szkody, P. and Gaensicke, B. T. (2012). Cataclysmic variables, JAAVSO 40: 563–571.
- Tuohy, I. R., Mason, K. O., Garmire, G. P. and Lamb, F. K. (1981). Pointed soft X-ray observations of AM Her., *The Astrophysical Journal* 245: 183–194.
- Vogt, N., Krzeminski, W. and Sterken, C. (1980). Periodic and secular variations in the lightcurve of dwarf nova EX Hya., *Astronomy and Astrophysics* **85**: 106–112.
- Walker, M. F. (1965). Sky & Telescope, **29**: 23–25.
- Wang, S., Bai, Y., Zhang, C.-P. and Liu, J.-F. (2017). An investigation of a magnetic cataclysmic variable with a period of 14.1 ks, *Research in Astronomy and Astrophysics* 17(1): 10.
- Warner, B. (2003). Cataclysmic Variable Stars, Cambridge University Press.
- Warner, B. and Nather, R. E. (1971). Observations of rapid blue variables II. U Geminorum., Monthly Notices of The Royal Astronomical Society 152: 219–229.
- Wood, D. B. (1971). An Analytical Model Of Eclipsing Binary Systems-Technical Memorandum, Bellcom, Inc.
- Worpel, H. and Schwope, A. D. (2015). XMM-Newton and optical observations of the eclipsing polar CSS081231:071126+440405, Astronomy & Astrophysics 583: A130.
- Wynn, G. A., King, A. R. and Horne, K. (1997). A magnetic propeller in the cataclysmic variable AE Aquarii, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **286**(2): 436–446.
- Zinner, E. (1938). Mitteilungen über veränderliche und verdächtige Sterne, Astronomische Nachrichten 265: 345.