



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESPECTROSCOPIA DE FLUORESCENCIA SATURADA
DE LA LÍNEA D2 EN RUBIDIO ATÓMICO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

GERSAIN GABRIEL QUIROZ SÁNCHEZ

Director de Tesis:

DR. JOSÉ IGNACIO JIMÉNEZ MIER Y TERÁN



CIUDAD UNIVERSITARIA, Cd. Mx., 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1.- Datos del alumno

Quiroz

Sánchez

Gersain Gabriel

5582320825

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

305213428

2.- Datos del tutor

Dr.

Jiménez

Mier y Terán

José Ignacio

3.- Datos del sinodal 1

Dr.

Ramírez

Martínez

Fernando

4.- Datos del sinodal 2

Dr.

Paris

Mandoki

Asaf

5.- Datos del sinodal 3

Dr.

Velázquez

Aguilar

Víctor Manuel

6.- Datos del sinodal 4

Dra.

Rosete

Aguilar

Martha

6.- Datos del trabajo escrito

Espectroscopia de fluorescencia saturada de la línea D2 en rubidio atómico

100 p

2020

A Jatzirit, a mi mamá y a mi papá...

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México por la formación que me brindó y por mantener las puertas abiertas durante el tiempo que fue necesario y así darme la posibilidad para no renunciar a este proyecto. Agradezco especialmente a mi tutor el Dr. José Ignacio Jiménez por permitirme ser parte de los proyectos que él dirige en el laboratorio de átomos fríos del ICN, por el tiempo que me ha dedicado y por confiar en mí. Así mismo agradezco a los doctores Jesús Flores y al Dr. Fernando Ramírez por el apoyo que me brindaron y su disposición para resolver mis dudas. De la misma manera agradezco a la Dra. Lina a quien recuerdo con mucho cariño por su gran calidez, sus consejos y su apoyo en el laboratorio. Agradezco también a mis sinodales, los doctores, Asaf, Víctor y Martha, por su tiempo y por aceptar participar en este trabajo.

Por supuesto agradezco a mis compañeros y amigos del laboratorio, Griselda, Alejandra, Diego, Dai, José Luis, Erick, Lalo, Luis y Roberto. Sin duda uno de los mejores equipos con los que he tenido la oportunidad de colaborar.

Agradezco a mi mamá y a mi papá, quienes me enseñaron que el éxito no es resultado de la casualidad. Gracias a ustedes aprendí a trabajar y con ello a valorar cada segundo que la vida me da. Es verdad que este trabajo no sería posible sin su gran ayuda. Por ello agradezco el esfuerzo que dedicaron en cada etapa de mi formación. Agradezco también a mis hermanos, Tania y Einstein y a todos los miembros de mi familia.

A Jatzirit, porque la perspectiva que me has mostrado me ha enseñado nuevas formas de aprender y así también ser una mejor persona. Por alimentarme con tus pensamientos y con ellos motivarme a alcanzar mis metas. El apoyo incondicional que me has brindado ha sido muy importante. Te lo agradezco infinitamente.

Agradezco también a la DGAPA por el apoyo otorgada a través de los proyectos PAPPIT IN114719 “Interferometría con materia fría” y PAPIIT IN107317 “Espectroscopia de precisión en átomos fríos” así como el apoyo económico otorgado mediante de la beca PAPIIT. Al CONACYT por el apoyo con el programa SEP-CONACYT CB-2016-01 285289 “Espectroscopias láser de precisión en rubidio atómico” y “Consolidación del laboratorio nacional de materia cuántica: Materia ultrafría e información cuántica (LANMAC)” No. 299057.

Índice general

Índice de figuras	VI
Índice de tablas	X
1. Introducción	1
I Marco Teórico	4
2. Átomo de rubidio	5
2.1. Propiedades físicas relevantes	5
2.2. Estructura atómica	6
2.2.1. Estructura fina	6
2.2.2. Estructura hiperfina	7
2.3. Transiciones ópticas para la línea D2	8
3. Emisión y absorción de la radiación	11
3.1. Interacción semiclásica átomo-campo	11
3.2. Coeficientes de Einstein	13
3.3. Sistema efectivo de dos niveles	15
3.4. Vida media de un estado excitado	17
3.5. Fluorescencia en función la intensidad del campo de radiación	17
3.6. Relación entre absorción y emisión	22
3.7. Intensidad de saturación en función de la sintonía	25
4. Espectroscopia de Fluorescencia	26
4.1. Perfil de línea natural de la fluorescencia	26
4.2. Modelo de fluorescencia	27
4.3. Ensanchamiento Doppler	29
4.4. Espectroscopia de fluorescencia Saturada	32
4.5. Señales cruzadas	36
II Espectroscopia Experimental	40
5. Desarrollo Experimental	41

5.1.	Esquema para la espectroscopía de fluorescencia saturada	41
5.2.	Detección con fotodiodo	43
5.2.1.	Fotodiodo	43
5.2.2.	Caracterización	45
5.2.3.	Señal de la fluorescencia	46
5.3.	Amplificador para fotodiodo	48
5.3.1.	Amplificador de transresistencia	48
5.3.2.	Diseño y construcción del Amplificador	50
5.3.3.	Señal de la fluorescencia con amplificador	51
5.4.	Láser de 780 nm	53
6.	Datos, calibración y análisis	55
6.1.	Datos obtenidos	55
6.2.	Calibración de tiempo a frecuencia.	56
6.2.1.	Calibración preliminar.	57
6.2.2.	Calibración definitiva.	58
6.3.	Espectro sub-Doppler.	59
6.4.	Componentes lorentzianas del espectro sub-Doppler.	61
6.4.1.	Caso $F = 1$	61
6.4.2.	Caso $F = 2$	62
6.4.3.	Ancho Espacial del Láser	63
7.	Resultados	64
7.1.	Resultados ^{87}Rb ($F=1$)	64
7.1.1.	Componentes gaussianas de la fluorescencia saturada ^{87}Rb ($F=1$)	64
7.1.2.	Componentes lorentzianas del espectro sub-Doppler ^{87}Rb ($F=1$)	66
7.2.	Resultados ^{87}Rb ($F=2$)	70
7.2.1.	Componentes gaussianas de la fluorescencia saturada ^{87}Rb ($F=2$)	70
7.2.2.	Componentes lorentzianas del espectro sub-Doppler ^{87}Rb ($F=2$)	71
8.	Conclusiones	77
A.	Relación entre ancho de línea y tiempo de vida media	79
B.	Programas	80
B.1.	Calibración de tiempo a frecuencia	80
B.2.	Componentes Lorentzianas del espectro sub-Doppler	88
C.	Hoja de datos del BPW34	93
D.	Hoja de datos del LM358	96
	Bibliografía	99

Índice de figuras

2.1. Línea D2 del ^{85}Rb . La línea sólida roja con doble flecha (primer línea a la izquierda) indica la transición entre los estados finos $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ en donde se especifica que para lograr la transición se requiere energía equivalente a radiación electromagnética con longitud de onda de 780.24 nm. Los grupos de flechas sólidas rojas que apuntan hacia arriba denotan procesos de absorción mientras que las flechas punteadas anaranjadas que apuntan hacia abajo denotan procesos de emisión. Las líneas horizontales en color gris punteadas corresponden a los centros de gravedad de los niveles finos $5^2S_{1/2}$ y $5^2P_{3/2}$. La posición de cada F está dada en MHz medida respecto del centro de gravedad en valor absoluto.	9
2.2. Línea D2 del ^{87}Rb . La línea sólida roja con doble flecha (primer línea a la izquierda) indica la transición entre los estados finos $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ en donde se especifica que para lograr la transición se requiere energía equivalente a radiación electromagnética con longitud de onda de 780.24 nm. Los grupos de flechas sólidas rojas que apuntan hacia arriba denotan procesos de absorción mientras que las flechas punteadas anaranjadas que apuntan hacia abajo denotan procesos de emisión. Las líneas horizontales en color gris punteadas corresponden a los centros de gravedad de los niveles finos $5^2S_{1/2}$ y $5^2P_{3/2}$. La posición de cada F está dada en MHz medida respecto del centro de gravedad en valor absoluto.	10
3.1. Esquema de un sistema de dos niveles que interacciona con radiación.	14
3.2. Diferencia entre la frecuencia de resonancia ω_0 y la frecuencia central de emisión del láser ω'_0	19
3.3. Perfil espectral lorentziano de la emisión de un láser y aproximación rectangular.	20
3.4. Gráfica de la fluorescencia en función de la intensidad del campo de radiación $R(I)$	21
3.5. Representación gráfica de una rebanada de espesor Δz y área A de un medio que tiene N átomos por unidad de volumen.	23
3.6. Gráfica del coeficiente de absorción σ en función de la sintonía ω	24
4.1. Aspecto de la función $R(I, \omega)$ en 3D.	28
4.2. Esquema para una espectroscopia de fluorescencia simple.	29
4.3. Comparación entre los perfiles Voigt, gaussiano y lorentziano.	31
4.4. Fluorescencia Doppler con $\omega = \omega_0$	31

4.5.	Aspecto de la función $R_D(I, \omega)$ en 3D.	32
4.6.	Esquema para una espectroscopia de fluorescencia saturada.	33
4.7.	Esquema de interacción de diferentes grupos de átomos que sintonizan a dos láseres contrapropagantes.	34
4.8.	Comparación entre las aproximaciones R_{D1} , R_{D3} , R_{Dsat} y el espectro sub-Doppler.	36
4.9.	Esquema de un sistema de tres niveles.	37
4.10.	diagrama ω vs v_z	38
4.11.	Espectro de fluorescencia saturada ilustrativo para un sistema de 3 niveles.	39
5.1.	Dispositivo experimental para realizar espectroscopia de fluorescencia saturada. la letra A indica el amplificador, C la celda con vapor de rubidio, PBS cubo divisor polarizador, L la lente, $\lambda/2$ retardador de media onda, M espejo, O para el osciloscopio y PD para el fotodiodo.	42
5.2.	Arreglo experimental donde se muestra el amplificador A, la celda con vapor de rubidio C, el cubo divisor polarizador PBS, la lente L, la placa retardadora de media onda $\lambda/2$, el espejo M1 y el fotodiodo PD.	43
5.3.	Esquema y símbolo de un diodo conectado en polarización directa a un fuente de voltaje.	44
5.4.	Curva característica de un diodo semiconductor.	44
5.5.	Esquema eléctrico del circuito utilizado para caracterizar al fotodiodo BPW34	45
5.6.	Datos de caracterización del fotodiodo y ajuste lineal.	46
5.7.	Ejemplo de un espectro de fluorescencia saturada tomada con el fotodiodo BPW34 utilizando en circuito de la figura 5.12.	47
5.8.	Espectroscopia de fluorescencia saturada en ^{87}Rb . A) ^{87}Rb ($F = 2 \rightarrow F'$). B) ^{87}Rb ($F = 1 \rightarrow F'$).	47
5.9.	Comparación de la señal observada en $^{87}\text{Rb}(F=2)$. A) Señal de la fluorescencia sin promedios. B) La misma señal utilizando la función de promediado de ciclos.	48
5.10.	Esquema eléctrico básico de un amplificador de transresistencia.	49
5.11.	Esquema eléctrico de un amplificador de transresistencia con malla T.	49
5.12.	Diagrama eléctrico del circuito amplificador de transimpedancia.	50
5.13.	Comparación entre los espectros de fluorescencia saturada y simple.(A) Espectro de fluorescencia simple. (B) Espectro de fluorescencia saturada.	52
5.14.	Espectroscopia de Fluorescencia saturada en ^{87}Rb con amplificador. A) ^{87}Rb ($F = 2 \rightarrow F'$). B) ^{87}Rb ($F = 1 \rightarrow F'$).	52
5.15.	a)Esquema de los componentes de un láser. b)Inversión de población (curva punteada) y comparación con la distribución de Boltzman en equilibrio térmico. Tomada de [6]	53
5.16.	Diagrama esquemático del ECDL. Imagen tomada de [1]	54
6.1.	Datos representativos obtenidos.	56
6.2.	Procedimiento para calibración definitiva. (A) Espectro de fluorescencia saturada. (B) Espectro recortado. (C) Fondo gaussiano y sus 3 componentes. (D) Residuo, espectro sub-Doppler.	58

6.3.	Ajustes y obtención del espectro sub-Doppler para las transiciones $^{87}\text{Rb}(F = 1)5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. (A) Ajuste del fondo gaussiano con sus tres componentes. (B) Espectro sub-Doppler.	59
6.4.	Ajustes y obtención del espectro sub-Doppler para las transiciones $^{87}\text{Rb}(F = 2)5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. (A) Ajuste del fondo gaussiano con sus tres componentes. (B) Espectro sub-Doppler.	60
6.5.	Espectro sub-Doppler para las transiciones $^{87}\text{Rb}(F = 1 \rightarrow F')$ con sus componentes lorentzianas.	61
6.6.	Espectro sub-Doppler para las transiciones $^{87}\text{Rb}(F = 2 \rightarrow F')$ con sus componentes lorentzianas.	62
6.7.	Esquema experimental para medición del área de un haz con el método de la navaja.	63
7.1.	Amplitudes vs potencia de las componentes gaussianas del caso $F=1$ y comparación con el modelo teórico.	65
7.2.	Ancho vs potencia de las componentes gaussianas en los espectros de fluorescencia saturada con $F = 1$	65
7.3.	Amplitudes vs potencia de las transiciones atómicas y comparación con el modelo. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$	67
7.4.	Amplitudes vs potencia de los entrecruzamientos y comparación con el modelo. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$	67
7.5.	Ancho vs potencia de las transiciones atómicas. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$	68
7.6.	Ancho vs potencia de los entrecruzamientos. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$	68
7.7.	Área vs potencia de las transiciones atómicas. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$	69
7.8.	Área vs potencia de los entrecruzamientos. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$	69
7.9.	Amplitudes vs potencia de las componentes gaussianas del caso $F = 2$ y comparación con el modelo teórico.	70
7.10.	Ancho vs potencia de las componentes gaussianas en los espectros de fluorescencia saturada con $F = 2$	71
7.11.	Amplitudes vs potencia de las transiciones atómicas y comparación con el modelo. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F=2$	73
7.12.	Amplitudes vs potencia de los entrecruzamientos y comparación con el modelo. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F=2$	73
7.13.	Ancho vs potencia de las transiciones atómicas. Componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler con $F = 2$	74
7.14.	Ancho vs potencia de los entrecruzamientos. Componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler con $F = 2$	74
7.15.	Área vs potencia de las transiciones atómicas. Componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler con $F = 2$	75
7.16.	Área vs potencia de los entrecruzamientos. Componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler con $F = 2$	75

7.17. Componentes lorentzianas secundarias de los entrecruzamientos (2-3) y (1-3) en los espectros sub-Doppler con $F = 2$ en función de la potencia. 76

Índice de tablas

2.1.	Propiedades físicas relevantes de los isotopos naturales del rubidio[25][24]. . .	5
2.2.	Valores de n , S , L , J y notación espectroscópica del estado base y primer estado excitado del átomo de rubidio.	7
2.3.	Valores que puede tomar F para la línea D2	8
6.1.	Posiciones relativas en frecuencia de las transiciones y entrecruzamientos centrados en las transiciones de mayor frecuencia.	57
6.2.	Tabla de ejemplo para realizar las calibraciones.	58
6.3.	Datos obtenidos en la medición de la sección transversal del haz.	63
7.1.	Valores en saturación de los coeficientes R_s e I_s para las amplitudes de las componentes gaussianas con $F = 1$ correspondientes a los datos mostrados en la figura 7.1.	65
7.2.	Valores en saturación de los coeficientes R_s e I_s para las amplitudes de las componentes lorentzianas con $F = 1$ correspondientes a los datos mostrados en las figuras 7.3 y 7.4.	66
7.3.	Valores en saturación de los coeficientes R_s e I_s para las amplitudes de las componentes gaussianas con $F = 2$ correspondientes a los datos mostrados en la figura 7.9.	70
7.4.	Valores en saturación de los coeficientes R_s e I_s para las amplitudes de las componentes lorentzianas con $F = 2$ correspondientes a los datos mostrados en las figuras 7.11 y 7.12.	72

Capítulo 1

Introducción

El uso de la espectroscopia como herramienta para el estudio de la materia tiene sus orígenes en el lejano 1860 con técnicas desarrolladas por los científicos alemanes R. Bunsen y G. Kirchhoff [27]. Sus trabajos en espectroscopia abrieron una nueva línea de investigación y condujeron al descubrimientos de nuevos elementos químicos. Por aquella época anterior a la espectroscopia, el descubrimiento de nuevos elementos se había estancado debido a que las técnicas utilizadas consistían en aislar los componentes que conformaban ciertos minerales mediante métodos químicos analíticos. La efectividad de estos métodos dependía en buena medida de la abundancia de los componentes en los minerales por lo que si la presencia de sustancias puras era muy pequeña estas no podían ser aisladas. La llegada de la espectroscopia jugó entonces un papel importante en la historia de los elementos químicos. El primer elemento en ser descubierto por métodos espectroscópicos fue el cesio en 1860 y un año después el rubidio. En 1869 el químico ruso Dmitri Mendeléyev publicó su primera versión de la tabla periódica de los elementos químicos. Para celebrar el 150 aniversario de este acontecimiento y con el propósito de fomentar las ciencias básicas a nivel mundial, la asamblea general de la ONU proclamó al 2019 como el año internacional de la tabla periódica de los elementos químicos[29]. Este trabajo trata sobre espectroscopia de fluorescencia saturada y fue realizado al mismo tiempo que en diversos países se llevaban a cabo eventos por el año internacional de la tabla periódica. La espectroscopia de fluorescencia saturada es una técnica para obtener espectros libres de ensanchamiento Doppler en muestras de gases diluidos. Para obtener los espectros Bunsen y Kirchhoff debían calentar sus muestras incluso al grado de la combustión pero en este trabajo se hizo uso de un láser sintonizable de onda continua de 780 nm de construido en el laboratorio de átomos fríos del ICN.

En el principio este trabajo se pensó como un proyecto puramente experimental para estudiar la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ en rubidio atómico a temperatura ambiente por medio de la fluorescencia emitida cuando los átomos decaen del estado excitado al estado base. Surge en parte como complemento de experimentos más complejos que se llevaban a cabo en el laboratorio de átomos fríos del ICN de la UNAM. Estos son, la producción de átomos de Rydberg[20] utilizando las transiciones $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$, la espectroscopia de dos fotones[11] $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$ y por otro lado el estudio de la transición cuadrupolar eléctrica[3] $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Aunque la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ es compartida con dos de estos experimentos no había sido estudiada desde el punto de vista de la fluorescencia.

Además, los fenómenos involucrados en las transiciones antes mencionadas resultan bastante complejos de entender. Debido a que involucran muchos niveles no es fácil desarrollar modelos matemáticos simples que los describan. En cambio la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ aun manejable desde el punto de vista en que se pueden utilizar modelos simples para describir los fenómenos de fluorescencia o absorción. Por lo tanto la realización de este trabajo, es esencial para alcanzar una comprensión de lo que ocurre en situaciones más complicadas.

En la primera parte de este trabajo se desarrolla la teoría relacionada con la espectroscopia de fluorescencia saturada para el caso especial en el que el objeto de estudio es un sistema de dos niveles. Como punto de partida en el capítulo dos se presentan las propiedades y características más relevantes del átomo de rubidio. A partir de su configuración electrónica y de la teoría de acoplamientos angulares se repasa su estructura fina e hiperfina para luego presentar los diagramas de niveles de energía involucrados en la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. En el capítulo tres se introduce el problema de la interacción átomo-campo para un sistema de dos niveles desde el punto de vista semi-clásico. Esto permite entender el problema como resultado de la evolución temporal de los estados fundamentales lo que a su vez puede ser tratado con el enfoque de las ecuaciones de población de Einstein. La dinámica de poblaciones se caracteriza mediante las probabilidades de transición las cuales se relacionan estrechamente con los coeficientes de Einstein[6]. Las ecuaciones de población para un sistema de dos niveles se plantean en la sección 3.3 y a partir de estas se construye un primer modelo para la fluorescencia. En este, la variable independiente es la intensidad del campo a la que se exponen los átomos mientras que la variable dependiente es la tasa con la que se emiten fotones por el decaimiento del estado excitado al estado base. Este modelo permite definir una intensidad a partir del cual la transición se considera saturada. En el capítulo 4 se desarrolla un modelo para la espectroscopia de fluorescencia simple pero agregando ahora la frecuencia del campo como variable independiente. Con esto se tiene el juego de variables que pueden controlarse experimentalmente, intensidad y sintonía. Posteriormente aunque no era el propósito de este trabajo, en la sección 4.4 se construye un modelo con el que se propone explicar la espectroscopia de fluorescencia saturada para las transiciones atómicas. Este modelo surgió de manera un tanto accidental y aunque tiene sus limitaciones abre de alguna manera una forma alternativa de estudiar la espectroscopia de fluorescencia saturada.

En la segunda parte de este trabajo se aborda el experimento el cual consistió en realizar la espectroscopia de fluorescencia saturada en átomos de rubidio utilizando como fuente de radiación un láser unimodo sintonizable de fabricación casera. Se obtuvieron diversos espectros modificando la intensidad del haz emitido por el láser. Cabe señalar que para este trabajo sólo se estudió el isotopo 87 del rubidio. El esquema experimental se describe en la sección 5.1. Para poder estudiar la fluorescencia emitida se desarrollo un sistema de detección basado en un fotodiodo y dado que las señales observadas eran muy pequeñas en comparación con el ruido de fondo, fue necesario diseñar y construir un amplificador. La caracterización del fotodiodo y diseño del amplificador se describen ampliamente en las secciones 5.2 y 5.3. En el capítulo seis se presentan algunos espectros y se describe cómo fueron analizados. Para el análisis se escribieron programas en lenguaje python los cuales se encargaban de realizar la calibración de la escala de tiempo a escala de frecuencias, obtener las componentes gaussianas y los espectros sub-Doppler. Los resultados de estos análisis

son presentados en el capítulo 7 y las conclusiones en el capítulo 8. Adicionalmente en los apéndices se incluyeron las partes más relevantes de los programas utilizados así como hojas técnicas del amplificador y el fotodiodo.

Parte I
Marco Teórico

Capítulo 2

Átomo de rubidio

El rubidio es un elemento químico cuyo descubrimiento fue posible gracias a las técnicas de espectroscopia implementadas por R. Bunsen y G. Kirchhoff en 1861. Su nombre y símbolo provienen de la palabra “rubidius” que era utilizada en la antigüedad para referirse a un profundo color rojo[27]. Cobró especial relevancia en 1995 cuando fue utilizado por Cornell y Weiman para demostrar un nuevo estado de la materia denominado condensado de Bose-Einstein. Por estos trabajos Cornell y Weiman recibieron el premio Nobel de física 2001[21] junto a Ketterle quien utilizó sodio. En este capítulo se darán las propiedades físicas de los isótopos 87 y 85 del rubidio que son relevantes para este trabajo. Se analiza brevemente la estructura fina e hiperfina y las transiciones dadas por la aproximación dipolar eléctrica entre los estados que definen la línea D2.

2.1. Propiedades físicas relevantes

El rubidio se encuentra presente en la naturaleza como una mezcla de dos isótopos, rubidio 87 y 85, cuyas características de abundancia relativa, masa atómica y espín nuclear se muestran en la tabla 2.1. Se trata del elemento químico con número atómico 37 y símbolo químico “Rb” que se encuentra en la primera columna de la tabla periódica. Es un metal alcalino de color blanco plateado cuya configuración electrónica es:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 4s^2 3p^6 3d^{10} 4p^6 5s^1 \quad (2.1)$$

	Abundancia	Masa [u]	I
^{85}Rb	72.17 %	84.911 789 732	5/2
^{87}Rb	27.83 %	86.909 180 520	3/2

Tabla 2.1: Propiedades físicas relevantes de los isótopos naturales del rubidio[25][24].

Dado que todas sus capas son cerradas excepto por la más externa (la capa 5s) que sólo contiene un electrón su descripción puede hacerse usando la aproximación de átomos hidrogenoides. Para un átomo hidrogenoide el hamiltoniano se puede escribir como:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{\text{LS}} + \mathbf{H}_{\text{IJ}} \quad (2.2)$$

Donde \mathbf{H}_0 contiene a la energía potencial y cinética del electrón en la capa 5s interactuando con el núcleo y el resto de los electrones, $\mathbf{H}_{\mathbf{L}\mathbf{S}}$ es el término que contiene la interacción de acoplamiento espín-órbita y el término $\mathbf{H}_{\mathbf{I}\mathbf{J}}$ es la interacción entre el momento angular electrónico y el espín nuclear que da lugar a la estructura hiperfina.

2.2. Estructura atómica

En la ecuación 2.2 el término \mathbf{H}_0 es el hamiltoniano correspondiente a la energía debida a la interacción coulombiana entre el electrón de la capa más externa y el resto del átomo. Esta es una interacción de tipo fuerza central cuantizada por lo que el átomo sólo puede encontrarse en determinados estados con energías bien definidas dando lugar a la estructura atómica. Estos estados quedan especificados por los números cuánticos n y l denominados número cuántico principal y orbital respectivamente. Los valores permitidos para estos números son[10]:

$$\begin{aligned} n &= 1, 2, 3, \dots \\ l &= 0, 1, 2, 3, \dots, (n - 1) \end{aligned}$$

2.2.1. Estructura fina

La primer modificación a los estados de la estructura atómica viene dada por el término $\mathbf{H}_{\mathbf{L}\mathbf{S}}$ que corresponde la energía debida a la interacción entre los momentos magnéticos producidos por el espín del electrón \mathbf{S} y su momento angular orbital \mathbf{L} . Esta interacción se describe mediante el acoplamiento L-S y es la responsable del desdoblamiento de energías en niveles denominados estructura fina. Estos nuevos niveles de energía pueden ser calculados utilizando la teoría de momento angular de la mecánica cuántica para lo cual se define el momento angular \mathbf{J} como[10]:

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \quad (2.3)$$

y tiene los valores permitidos:

$$|L - S| \leq J \leq L + S \quad (2.4)$$

Con lo expuesto anteriormente resulta conveniente desarrollar una notación que sirva para especificar el nivel energético en el que se encuentra el átomo hasta su estructura fina. Para ello se utiliza la notación espectroscópica que se escribe como:

$$^{2S+1}L_J \quad (2.5)$$

Donde el valor del momento angular se representa por medio de una letra mayúscula que está asociada al valor numérico de L de la siguiente forma:

$$S = 0, P = 1, D = 2, F = 3, G = 4, H = 5, \dots$$

Esta notación es especialmente fácil de escribir cuando se trata de átomos hidrogenoides ya que el valor del espín S y el del momento angular L están dados por el único electrón que se encuentra en la capa exterior. De la configuración electrónica para el átomo de rubidio en

su estado base, ecuación (2.1), se ve que el electrón de valencia se encuentra en un orbital tipo s el cual tiene momento angular $l = 0$ y dado que sólo hay un electrón el valor de L es 0 y el de S es 1/2. Utilizando la ecuación (2.4) resulta que el único valor posible para J es 1/2. De esta forma el estado base del átomo de rubidio queda determinado en notación espectroscópica como: $^2S_{1/2}$. Ahora bien el primer estado excitado ocurre cuando el electrón pasa del orbital tipo s a uno tipo p que tiene momento angular $l = 1$. En este caso el valor de L es 1 y el de S sigue siendo 1/2 por lo cual los posibles valores de J son, usando la ecuación (2.4), 1/2 y 3/2 dando lugar a los estados excitados $^2P_{1/2}$ y $^2P_{3/2}$. Cuando el electrón de valencia pasa de una capa a otra, es decir hay un cambio en el número cuántico principal, es conveniente además incluir el valor de n a la notación espectroscópica. En este caso el estado base del rubidio se escribe como $5^2S_{1/2}$ y los estados excitados como $5^2P_{1/2}$ y $5^2P_{3/2}$. Estos resultados se resumen en la tabla 2.2. En el átomo de rubidio el electrón de valencia

Estado	n	S	L	J	Notación
Base	5	1/2	0	1/2	$5^2S_{1/2}$
E. Excitado	5	1/2	1	1/2, 3/2	$5^2P_{1/2}, 5^2P_{3/2}$

Tabla 2.2: Valores de n, S, L, J y notación espectroscópica del estado base y primer estado excitado del átomo de rubidio.

puede ser excitado tanto al estado $5^2P_{1/2}$ como al $5^2P_{3/2}$. Estas transiciones dan lugar a la aparición de dos líneas en la espectroscopia que se han denominado D1 para las transiciones que van del estado base al estado $5^2P_{1/2}$ y D2 para aquellas que parten del estado base al $5^2P_{3/2}$. En este trabajo se estudia únicamente la línea D2.

2.2.2. Estructura hiperfina

El último término $\mathbf{H}_{\mathbf{IJ}}$ en la ecuación (2.2) corresponde a la interacción entre el momento angular \mathbf{J} y el espín nuclear \mathbf{I} . En primera aproximación se considera al núcleo con geometría esférica y densidad de carga uniforme de manera que el término $\mathbf{H}_{\mathbf{IJ}}$ modifica los estados de la estructura atómica de la misma forma en que lo hace el término $\mathbf{H}_{\mathbf{LS}}$, con la diferencia de que ahora el acoplamiento está dado entre el momento angular \mathbf{J} y el espín nuclear \mathbf{I} . Para ello se define el momento angular total:

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I} \quad (2.6)$$

y tiene los valores permitidos:

$$|J - I| \leq F \leq J + I \quad (2.7)$$

Como puede verse en la tabla 2.1 el valor del espín nuclear I para el isótopo 85 es 5/2 mientras que para el isótopo 87 es 3/2. Esto ocasiona un nuevo desdoblamiento en los niveles de energía que se denomina estructura hiperfina. Los posibles valores de F para cada isotopo en la línea D2 se ordenan en la tabla 2.3. Para distinguir entre los valores de F en el estado base de sus homólogos en el estado excitado se ha utilizado la notación F y F' respectivamente, notación que se seguirá a lo largo de este trabajo.

Estado base	J	I	F
^{85}Rb	1/2	5/2	2, 3
^{87}Rb	1/2	3/2	1, 2
1 ^{er} E. Excitado (D2)	J	I	F'
^{85}Rb	3/2	5/2	1, 2, 3, 4
^{87}Rb	3/2	3/2	0, 1, 2, 3

Tabla 2.3: Valores que puede tomar F para la línea D2

2.3. Transiciones ópticas para la línea D2

En las secciones anteriores se ha dicho que a nivel de estructura fina las transiciones entre el estado base y el estado excitado $5^2P_{3/2}$ dan origen la línea D2 que puede ser estudiada mediante espectroscopia. A nivel de la estructura hiperfina podría pensarse que las transiciones entre el estado base y el estado excitado $5^2P_{3/2}$ dan origen a ocho líneas pues se tiene dos niveles hiperfinos en el estado base y cuatro en el estado excitado, sin embargo no ocurre así. Esto se debe a que existen ciertas reglas que rigen las transiciones entre niveles finos e hiperfinos. Estas reglas pueden ser deducidas a partir de la teoría y para este trabajo será suficiente considerar las llamadas reglas de selección en la aproximación dipolar eléctrica dadas por [2][13]:

$$\Delta L = \pm 1 \quad \Delta F = 0, \pm 1 \quad (2.8)$$

Siguiendo estas reglas se han construido los diagramas de niveles de energía para los isotopos 85 y 87 del rubidio de la línea D2 que se muestran en las figuras 2.1 y 2.2. La línea sólida roja con doble flecha (primer línea a la izquierda) indica la transición entre los estados finos $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ en donde se especifica que para lograr la transición se requiere energía equivalente a radiación electromagnética con longitud de onda de 780.24 nm. Los grupos de flechas sólidas rojas que apuntan hacia arriba denotan procesos de absorción mientras que las flechas punteadas anaranjadas que apuntan hacia abajo denotan procesos de emisión. Las líneas horizontales en color gris punteadas corresponden a los centros de gravedad de los niveles finos $5^2S_{1/2}$ y $5^2P_{3/2}$. La posición de cada F está dada en MHz medida respecto del centro de gravedad en valor absoluto. Se puede ver en cada caso (^{85}Rb y ^{87}Rb) que existen dos transiciones que siempre vuelven al mismo estado en el que empiezan, estas son la transición $F = 3 \rightarrow F' = 4$ y $F = 2 \rightarrow F' = 1$ del isótopo 85 y $F = 2 \rightarrow F' = 3$ junto con $F = 1 \rightarrow F' = 0$ para el isótopo 87. Estas transiciones son llamadas cíclicas y son de especial interés para el confinamiento de átomos en trampas magneto-ópticas.

Grosso modo la espectroscopia puede revelar que la línea D2 está compuesta en realidad por seis líneas que pueden ser observadas por el fenómeno de absorción (flechas sólidas en color rojo apuntando hacia arriba) pero también pueden ser observadas mediante la fluorescencia emitida durante el decaimiento de los estados excitados al los estados base (flechas punteadas en color anaranjado apuntando hacia abajo). Hasta aquí se han presentado datos para los dos isótopos del rubidio, sin embargo este trabajo está dedicado al estudio de la fluorescencia únicamente del isótopo 87.

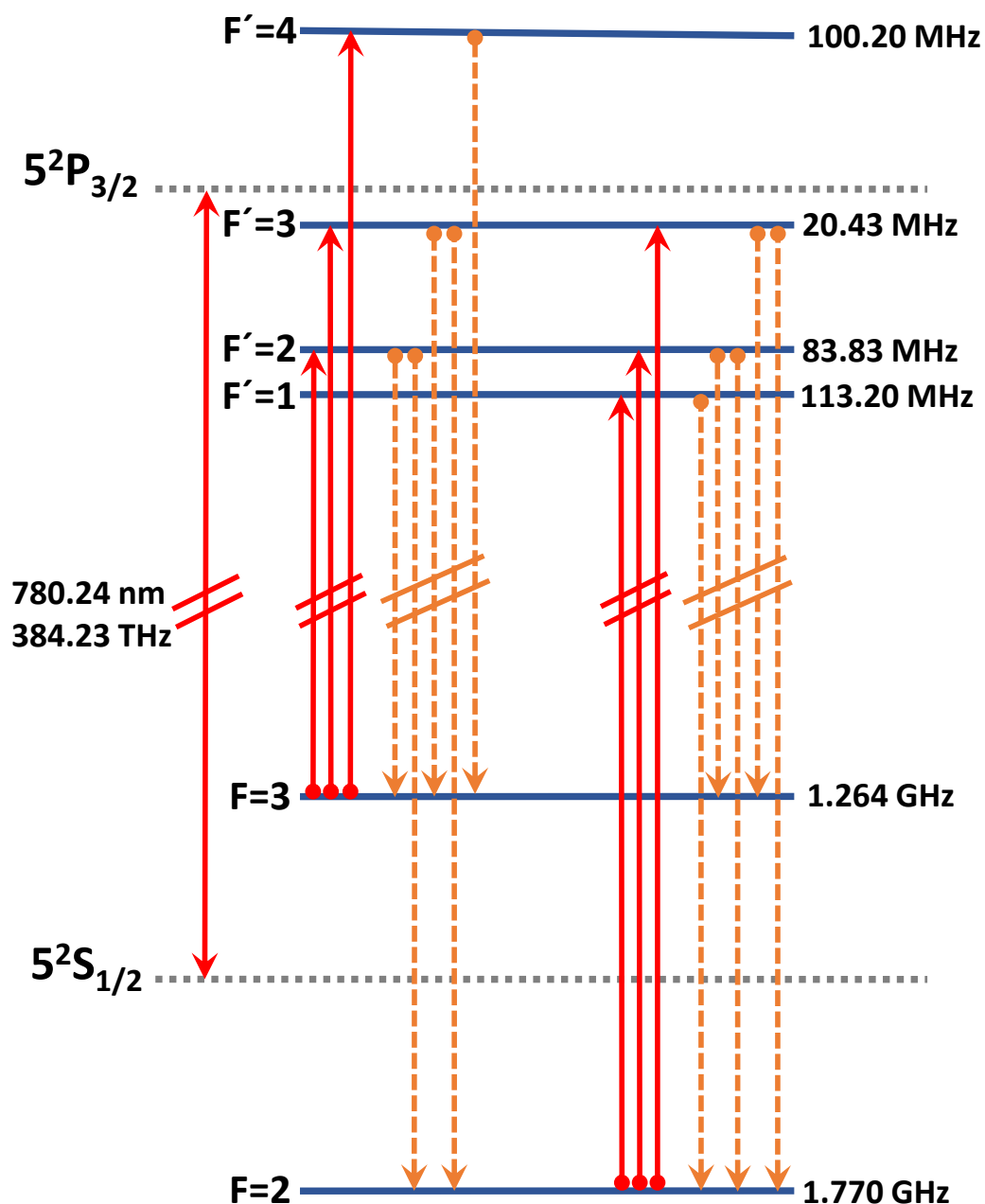


Figura 2.1: Línea D2 del ^{85}Rb . La línea sólida roja con doble flecha (primer línea a la izquierda) indica la transición entre los estados finos $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ en donde se especifica que para lograr la transición se requiere energía equivalente a radiación electromagnética con longitud de onda de 780.24 nm . Los grupos de flechas sólidas rojas que apuntan hacia arriba denotan procesos de absorción mientras que las flechas punteadas anaranjadas que apuntan hacia abajo denotan procesos de emisión. Las líneas horizontales en color gris punteadas corresponden a los centros de gravedad de los niveles finos $5^2S_{1/2}$ y $5^2P_{3/2}$. La posición de cada F está dada en MHz medida respecto del centro de gravedad en valor absoluto.

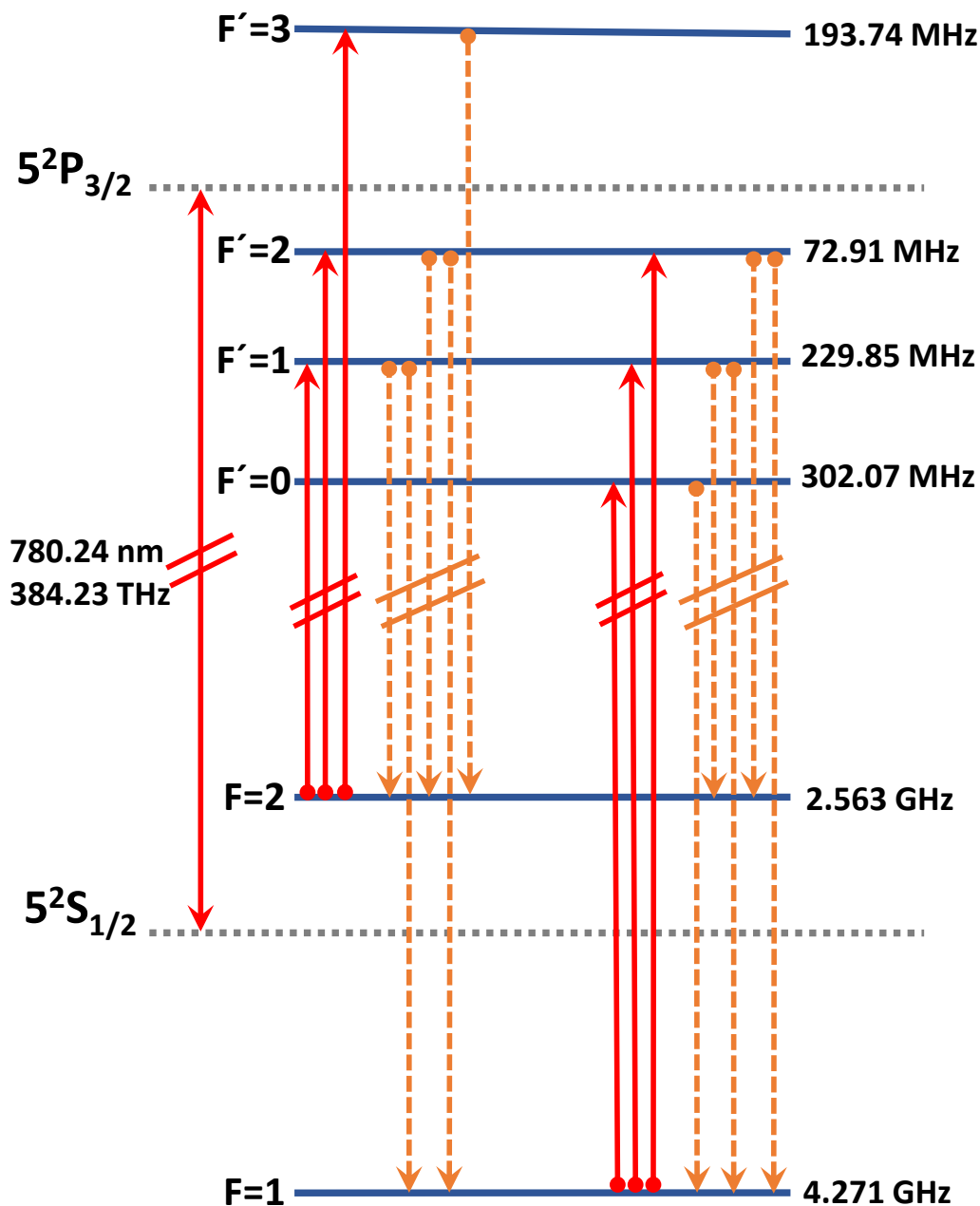


Figura 2.2: Línea D2 del ^{87}Rb . La línea sólida roja con doble flecha (primer línea a la izquierda) indica la transición entre los estados finos $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ en donde se especifica que para lograr la transición se requiere energía equivalente a radiación electromagnética con longitud de onda de 780.24 nm. Los grupos de flechas sólidas rojas que apuntan hacia arriba denotan procesos de absorción mientras que las flechas punteadas anaranjadas que apuntan hacia abajo denotan procesos de emisión. Las líneas horizontales en color gris punteadas corresponden a los centros de gravedad de los niveles finos $5^2S_{1/2}$ y $5^2P_{3/2}$. La posición de cada F está dada en MHz medida respecto del centro de gravedad en valor absoluto.

Capítulo 3

Emisión y absorción de la radiación

En este capítulo se da una introducción a las ideas básicas en las que se fundamenta la espectroscopia. Para comenzar se plantea el problema de la interacción átomo-campo desde el punto de vista semiclásico, tratando al átomo como un sistema cuántico mientras que el campo se describe utilizando la teoría clásica del electromagnetismo. Lo anterior permite distinguir entre tres procesos mediante los cuales un sistema puede pasar de un estado a otro y esto a su vez da pie para construir un sistema de ecuaciones que describan la dinámica entre los estados. Esta dinámica será tratada desde el punto de vista de las ecuaciones de población de Einstein. Las ecuaciones son planteadas para un sistema de dos niveles y partir de estas se deducen los parámetros tasa de emisión de saturación R_s y la intensidad de saturación I_s que como se verá en el capítulo 7 serán obtenidos experimentalmente para las transiciones relacionadas con la línea D2 del rubidio.

3.1. Interacción semiclásica átomo-campo

Para plantear el problema de la interacción semiclásica átomo-campo se va a considerar un sistema de dos niveles que posee los estados $|a\rangle$ y $|b\rangle$ que son eigenfunciones del hamiltoniano \mathbf{H}^0 sin perturbaciones. De modo que satisfacen las ecuaciones en estado estacionario:

$$\mathbf{H}^0|a\rangle = E_a|a\rangle \quad \mathbf{H}^0|b\rangle = E_b|b\rangle \quad (3.1)$$

y que además son estados ortonormales:

$$\langle\psi_a|\psi_b\rangle = \delta_{ab} \quad (3.2)$$

Por lo que cualquier estado puede ser expresado como una combinación lineal de la base:

$$|\Psi_0\rangle = c_a|a\rangle + c_b|b\rangle \quad (3.3)$$

Entonces la evolución en el tiempo del estado $|\Psi(t)\rangle$ está dada por:

$$|\Psi(t)\rangle = c_a|a\rangle e^{-iE_a t/\hbar} + c_b|b\rangle e^{-iE_b t/\hbar} \quad (3.4)$$

En donde $|c_a|^2$ y $|c_b|^2$ son las probabilidades de encontrar al sistema en el estado $|a\rangle$ y $|b\rangle$ respectivamente, por lo cual deben satisfacer la relación de normalización :

$$|c_a|^2 + |c_b|^2 = 1 \quad (3.5)$$

Hasta aquí se ha presentado el sistema de dos niveles sin ningún tipo de perturbación, sin embargo si el sistema se pone a interactuar con un campo externo dependiente del tiempo $\mathbf{H}'(t)$ se puede ver que la evolución de $|\Psi(t)\rangle$ tiene la misma forma que en (3.4) pero con los coeficientes c_a y c_b dependientes del tiempo[10]:

$$|\Psi(t)\rangle = c_a(t)|a\rangle e^{-iE_a t/\hbar} + c_b(t)|b\rangle e^{-iE_b t/\hbar} \quad (3.6)$$

En este caso $|\Psi\rangle$ debe satisfacer la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo

$$\mathbf{H}|\Psi\rangle = i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} \quad \text{con} \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^0 + \mathbf{H}'(t) \quad (3.7)$$

Entonces la evolución de los coeficientes $c_a(t)$ y $c_b(t)$ puede obtenerse sustituyendo (3.6) en (3.7) y utilizando apropiadamente la condición de ortonormalidad (3.2). Además, si ocurre que los elementos de la diagonal de \mathbf{H}' son cero, es decir $H'_{aa} = 0 = H'_{bb}$, las expresiones para \dot{c}_a y \dot{c}_b pueden simplificarse resultando en[10]:

$$\dot{c}_a = -\frac{i}{\hbar} H'_{ab} e^{-i\omega_0 t} c_b \quad \dot{c}_b = -\frac{i}{\hbar} H'_{ba} e^{i\omega_0 t} c_a \quad (3.8)$$

donde ω_0 es la frecuencia de resonancia dada por:

$$\omega_0 \equiv \frac{E_b - E_a}{\hbar} \quad \text{con} \quad E_b \geq E_a \quad (3.9)$$

Ahora bien, si la perturbación es un campo eléctrico oscilante:

$$\mathbf{E} = E_0 \cos(\omega t) \hat{k} \quad (3.10)$$

y el sistema es un átomo hidrogenoide, entonces el hamiltoniano \mathbf{H}' es:

$$\mathbf{H}' = -qE_0 z \cos(\omega t) \quad (3.11)$$

con q la carga del electrón. Los elementos fuera de la diagonal de \mathbf{H}' son[10]:

$$H'_{ab} = -\varphi E_0 \cos(\omega t) = H'_{ba} \quad \text{con} \quad \varphi \equiv q\langle b|z|a\rangle \quad (3.12)$$

La igualdad de los elementos H'_{ab} y H'_{ba} viene de considerar al sistema con φ real. Por otro lado los elementos de la diagonal son cero, ya que $|\Psi\rangle$ es solución de un hamiltoniano con potencial radial y por tanto es una función par o impar de z por lo que $z|\psi|^2$ es impar e integra a cero. Por lo anterior la evolución de los coeficientes se describe mediante las ecuaciones (3.8) con H'_{ab} y H'_{ba} dadas por (3.12) resultando en el sistema de ecuaciones:

$$\dot{c}_a = \frac{i\varphi E_0}{\hbar} \cos(\omega t) e^{-i\omega_0 t} c_b \quad \dot{c}_b = \frac{i\varphi E_0}{\hbar} \cos(\omega t) e^{i\omega_0 t} c_a \quad (3.13)$$

La evolución del sistema está dado por las ecuaciones (3.13) cuyo tratamiento puede hacerse utilizando el formalismo de la matriz de densidad[8] lo cual queda fuera de los alcances de este trabajo. Sin embargo, se puede hablar ahora de la probabilidad de transición de $|a\rangle$ a $|b\rangle$ como la probabilidad de encontrar al sistema en el estado $|b(t)\rangle$ al tiempo t cuando

inicialmente se encontraba en el estado $|a\rangle$, o viceversa. Las probabilidades de transición están dadas por:

$$P_{a \rightarrow b} = |c_b|^2 \quad P_{b \rightarrow a} = |c_a|^2 \quad (3.14)$$

Cuando estas probabilidades son distintas de cero y la perturbación mediada por el campo está presente se dice que son transiciones estimuladas[10]. Estos procesos estimulados pueden ser de absorción si el sistema pasa de un estado de energía menor a uno con mayor energía y emisión cuando ocurre lo contrario. En tales casos hay un intercambio de energía del sistema con la radiación. Sin embargo es posible que, aun en ausencia de la interacción, la probabilidad de que ocurra la emisión sea distinta de cero y en tal caso el proceso se denomina emisión espontánea¹. Estos tres procesos están caracterizados por los coeficientes de Einstein y como se verá en las siguientes secciones es posible construir modelos de la dinámica de los estados a partir de ellos.

3.2. Coeficientes de Einstein

En la sección anterior se mencionó tres tipos de procesos mediante los cuales un sistema, en este caso un átomo, puede interactuar con la radiación pasando de un estado inicial a uno final. Estos procesos, también llamados transiciones, tienen una probabilidad de ocurrir dada por los coeficientes de evolución que resultan de resolver la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo. Sin embargo, como se ha mencionado, estas probabilidades pueden describirse utilizando los llamados coeficientes de Einstein. Los coeficientes relacionados con la absorción y emisión estimulada son denotados por la letra B, mientras que aquellos relacionados con la emisión espontánea se denotan con la letra A. Como estos procesos pueden ocurrir entre estados con diferentes energías es conveniente hacer uso de subíndices que indiquen los estados involucrados así como la dirección en la que ocurre la transición. En este trabajo se utilizará la notación B_{ik} para denotar un coeficiente relacionado con un proceso estimulado en el cual el sistema se encontraba inicialmente en el estado con energía E_i para alcanzar finalmente el estado con energía E_k . Es claro que si la energía E_i es menor que E_k se trata de un proceso de absorción, de lo contrario se habla de un proceso de emisión. La notación A_{ik} será utilizada para procesos relacionados con la emisión espontánea siguiendo la misma lógica. Lo anterior ha sido ilustrado en la figura 3.1, donde se muestra el esquema de un sistema de dos niveles que interacciona con radiación.

¹La denominación de proceso espontáneo es en realidad una forma de describir un mecanismo responsable de producir la transición que no puede evitarse, ya que un sistema en estado estacionario debería permanecer en dicho estado en ausencia de perturbaciones externas. Esto implica que sin importar lo bien que se aisle el sistema los campos nunca son cero. Por lo tanto las transiciones espontáneas son en realidad estimuladas por campos que no pueden ser aislados.[10]

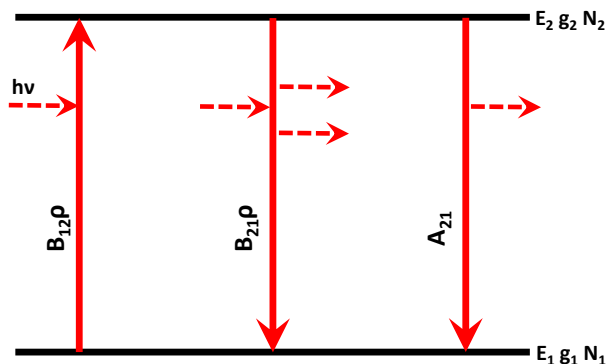


Figura 3.1: Esquema de un sistema de dos niveles que interactúa con radiación.

Dado que el sistema está cuantizado la interacción se da de manera discreta mediante el intercambio de paquetes de energía $h\nu$, también llamados fotones, tal y como lo postula Planck[6]. De esta forma el sistema interactúa con radiación únicamente si tiene la frecuencia de resonancia dada por la ecuación (3.9). La probabilidad por unidad de tiempo dP_{12}/dt de que el sistema absorba un fotón es proporcional al número de fotones por unidad de volumen y puede expresarse en términos de la densidad de energía espectral $\rho(\nu)$ del campo como:

$$\frac{dP_{12}}{dt} = B_{12}\rho(\nu) \quad (3.15)$$

Donde la constante B_{12} es el coeficiente de Einstein para la absorción y depende de la estructura electrónica del átomo. Entonces la cantidad $B_{12}\rho(\nu)$ puede interpretarse como la tasa de absorción del sistema. De la misma forma, la probabilidad por unidad de tiempo dP_{21}/dt de que el sistema emita un fotón debida a su interacción con el campo se puede escribir como:

$$\frac{dP_{21}}{dt} = B_{21}\rho(\nu) \quad (3.16)$$

donde el factor constante B_{21} es el coeficiente de Einstein para la emisión estimulada el cual al igual que el coeficiente B_{12} , depende de la estructura electrónica del átomo. Similarmente, la cantidad $B_{21}\rho(\nu)$ se puede ver como la tasa con la que ocurre el proceso de emisión estimulada.

Por otro lado la emisión espontánea ocurre aun cuando el campo externo sea cero por lo que la probabilidad por unidad de tiempo de este proceso no depende explícitamente de ρ y está dada sólo por:

$$\frac{dP_{21}^*}{dt} = A_{21} \quad (3.17)$$

Con A_{21} el coeficiente de Einstein para la emisión espontánea. En esta ecuación se ha utilizado el superíndice * para distinguir la probabilidad P_{21}^* de emisión espontánea de la probabilidad P_{21} de emisión estimulada. Al igual que en los casos anteriores puede entenderse como la tasa con la que ocurre el proceso de emisión espontánea.

Como se verá en la siguiente sección cuando se tiene un ensamble de átomos interactuando

con radiación es posible describir la dinámica entre los estados a partir de las tasas con las que ocurren los procesos de absorción y emisión. Además puesto que un ensamble de átomos que tiene una temperatura T sigue una distribución de energías, también será posible establecer relaciones entre los coeficientes de Einstein.

3.3. Sistema efectivo de dos niveles

Para establecer las ecuaciones que rigen la dinámica de estados se va a considerar un ensamble cerrado de átomos de dos niveles que siguen una distribución de energías de Boltzmann. El número de átomos energía E_1 es N_1 y el de átomos con energía E_2 es N_2 . Como el sistema es cerrado el número total de átomos $N = N_1 + N_2$ es constante, sin embargo estas cantidades, N_1 y N_2 pueden variar en el tiempo. Entonces el problema consiste en encontrar las funciones $N_1(t)$ y $N_2(t)$ dando como resultado un problema de dinámica de poblaciones. Se mencionó anteriormente que las cantidades dP_{12}/dt , dP_{21}/dt y dP_{21}^*/dt pueden interpretarse como las tasas con las que ocurren los procesos de absorción, emisión estimulada y emisión espontánea respectivamente. Esto significa que el número de átomos que cambia de un estado a otro en un intervalo de tiempo Δt según el proceso es:

$$B_{12}\rho(\nu)N_1\Delta t \equiv \text{No. de átomos excitados en el intervalo } \Delta t$$

$$B_{21}\rho(\nu)N_2\Delta t \equiv \text{No. de átomos que decaen por estimulación en el intervalo } \Delta t$$

$$A_{21}N_2\Delta t \equiv \text{No. de átomos que decaen espontáneamente en el intervalo } \Delta t$$

De modo que el número de átomos en el nivel N_2 al tiempo t cuando transcurre el intervalo de tiempo $\Delta t = t - t_0$ es:

$$N_2(t) = N_2(t_0) + B_{12}\rho(\nu)N_1(t)\Delta t - B_{21}\rho(\nu)N_2(t)\Delta t - A_{21}N_2(t)\Delta t \quad (3.18)$$

donde los tres últimos términos del lado derecho de (3.18) no son más que el conteo de átomos que pueblan el nivel N_2 por absorción menos aquellos que lo despueblan por emisión ya sea estimulada o espontánea en el intervalo de tiempo Δt . Si este conteo se suma al número de átomos $N_2(t_0)$ que ya se encontraban desde un inicio en el nivel N_2 se obtiene por supuesto el número de átomos en el nivel N_2 al tiempo t . La ecuación (3.18) puede reescribirse en una forma más familiar como:

$$\frac{N_2(t) - N_2(t_0)}{\Delta t} = B_{12}\rho(\nu)N_1(t) - B_{21}\rho(\nu)N_2(t) - A_{21}N_2(t) \quad (3.19)$$

en donde el lado derecho es la tasa de cambio por unidad de tiempo de átomos en el nivel N_2 y tomando el límite cuando Δt tiende a cero se obtiene:

$$\frac{dN_2}{dt} = B_{12}\rho(\nu)N_1 - B_{21}\rho(\nu)N_2 - A_{21}N_2 \quad (3.20)$$

La ecuación (3.20) es una idealización a la dinámica de población del nivel N_2 cuando el número total de átomos es infinito ya que en tal caso la función $N_2(t)$ es continua. En la

práctica es una buena aproximación cuando se tienen muestras gaseosas de átomos como es el caso para este trabajo ya que el número total de átomos es varias veces el número de Avogadro. El mismo procedimiento puede hacerse para obtener la ecuación correspondiente al nivel N_1 , sin embargo para este caso, dado que el sistema se ha supuesto cerrado y sólo hay dos niveles se debe satisfacer que:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} \quad (3.21)$$

Ahora bien si el ensamble de átomos se encuentra en equilibrio térmico y sólo interactúa con la radiación, entonces puede alcanzar un estado estacionario para tiempos suficientemente largos. En estado estacionario $dN_2/dt = 0 = dN_1/dt$ se obtiene la relación:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12}\rho(\nu)}{B_{21}\rho(\nu) + A_{21}} \quad (3.22)$$

Pero ya que el ensamble sigue la distribución de Boltzman, en equilibrio térmico el número de átomos N_i con energía E_i es[6]:

$$N_i = N \frac{g_i}{Z} e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (3.23)$$

donde $g_i = 2F_i + 1$ es la degeneración del nivel con energía E_i y F_i es el momento angular total en ese nivel. Por otro lado Z es la función de partición definida como[6]:

$$Z = \sum_i g_i e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (3.24)$$

Utilizando la ecuación 3.23 con $i=1$ y 2 se puede obtener el cociente de N_2/N_1 como:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{(E_2-E_1)}{kT}} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (3.25)$$

A partir de la ecuación (3.22) y (3.25) se puede obtener $\rho(\nu)$ como:

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}/B_{21}}{\frac{g_2 B_{12}}{g_1 B_{21}} e^{-\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (3.26)$$

Pero si la radiación se encuentra en equilibrio térmico con sus alrededores debe seguir la ley de radiación de Plack[6]:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{-\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (3.27)$$

Las ecuaciones (3.26) y (3.27) son validas para cualquier temperatura y todas las frecuencias ν por lo que comparándolas se puede concluir las siguientes relaciones entre los coeficientes de Einstein para un sistema de dos niveles:

$$B_{12} = \frac{g_2}{g_1} B_{21} \quad (3.28)$$

$$A_{21} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{21} \quad (3.29)$$

Los efectos de la absorción y emisión pueden ser medidos experimentalmente como cambios en la intensidad de la radiación. Dado que en este trabajo se estudia la fluorescencia resulta útil tener un modelo que describa cómo debe ser la radiación emitida por procesos de emisión estimulada o espontánea. Las relaciones entre los coeficientes de Einstein (3.28) y (3.29) serán de gran utilidad para construir un modelo de intensidad de la fluorescencia y establecer parámetros que pueden ser medidos experimentalmente.

3.4. Vida media de un estado excitado

En la sección 3.2 se mencionó que la ecuación 3.17 proporciona la tasa con la que decaen espontáneamente átomos del nivel excitado. Como resultado de ello se emiten fotones y el número de átomos en dicho nivel disminuye conforme transcurre el tiempo. El número de átomos que decaen por emisión espontánea en el intervalo de tiempo Δt está dado por:

$$\Delta N_2 = -A_{21} N_2 \Delta t \quad (3.30)$$

Entonces sin ningún tipo de rebombado o mecanismo que vuelva a excitar a los átomos esta expresión puede escribirse como ecuación diferencial tomando $\Delta t \rightarrow dt$ y por lo tanto $\Delta N_2 \rightarrow dN_2$ cuya solución es:

$$N_2(t) = N_2(0)e^{-A_{21}t} \quad (3.31)$$

Lo que indica que la cantidad de átomos en el estado excitado disminuye exponencialmente. La vida media del estado excitado se define entonces como la constante temporal:

$$\tau_2 = \frac{1}{A_{21}} \quad (3.32)$$

El cual es el tiempo que toma a la población en el nivel N_2 alcanzar $1/e \approx 0.368$ de su valor inicial.

En este cálculo se ha considerado un sistema de dos niveles por lo que el estado excitado puede decaer únicamente al estado base, sin embargo típicamente un átomo excitado puede decaer en diferentes estados con energías menores. En tal caso las tasas de transición se suman y el tiempo de vida media neto es:

$$\tau_e = \frac{1}{\sum_i A_{ei}} \quad (3.33)$$

3.5. Fluorescencia en función la intensidad del campo de radiación

La radiación emitida debido al decaimiento de átomos excitados, también llamada fluorescencia, tiene que ser proporcional a la población de átomos en el nivel N_2 . Pero ya que esta cantidad satisface que $0 \leq N_2 < N$ entonces la fluorescencia emitida debe estar acotada.

Además N_2 depende de la densidad de energía espectral $\rho(\nu)$ y por supuesto la dependencia debe estar dada por una función monótona creciente. Lo anterior implica que la fluorescencia en función de la densidad espectral de energía crece asintóticamente a algún valor. Este valor será denominado R_s y es la tasa de emisión de saturación.

En esta sección se construirá una función que caracteriza la fluorescencia y satisface todo lo dicho anteriormente. Para ello se utilizarán los resultados de las secciones previas y se supondrá que ν está fija, es decir, que la radiación con la que interactúan los átomos es totalmente monocromática y su frecuencia no cambia con el tiempo. De este modo en las siguientes líneas se utilizará ρ en lugar de $\rho(\nu)$. Dicho lo anterior, en el sistema de dos niveles la tasa con la que se emiten fotones por unidad de tiempo en función de ρ , denominada $R(\rho)$ está dada por la razón entre el número de átomos en el nivel N_2 con el total N multiplicada por el coeficiente A_{21} [17]:

$$R(\rho) = \frac{N_2}{N} A_{21} \quad (3.34)$$

Para expresar $R(\rho)$ en términos de los coeficientes de Einstein y las degeneraciones g_1 y g_2 se procede de la siguiente manera. De la ecuación (3.22) deducida para el estado estacionario y tomando en cuenta que el sistema es cerrado, es decir que $N = N_1 + N_2$, se puede concluir que:

$$N = \left(1 + \frac{B_{21}\rho + A_{21}}{B_{12}\rho} \right) N_2 \quad (3.35)$$

por lo que el cociente N_2/N puede escribirse como:

$$\frac{N_2}{N} = \frac{B_{12}\rho}{B_{12}\rho + B_{21}\rho + A_{21}} \quad (3.36)$$

y sustituyendo (3.36) en (3.34) se obtiene:

$$R(\rho) = \frac{B_{12}\rho A_{21}}{B_{12}\rho + B_{21}\rho + A_{21}} \quad (3.37)$$

que puede reescribirse haciendo uso de la relación entre los coeficientes B_{12} y B_{21} dada por la ecuación (3.28) como:

$$R(\rho) = \frac{\frac{g_2}{g_1} B_{21}\rho}{\left(1 + \frac{g_2}{g_1} \right) \frac{B_{21}}{A_{21}}\rho + 1} \quad (3.38)$$

si se multiplica y divide a la ecuación (3.38) por $A_{21}g_2/(g_1 + g_2)$ y acomodando términos se obtiene:

$$R(\rho) = \frac{A_{21} \frac{g_2}{g_1 + g_2} B_{21}\rho}{A_{21} \frac{g_1}{g_1 + g_2} \left[\left(1 + \frac{g_2}{g_1} \right) \frac{B_{21}}{A_{21}}\rho + 1 \right]} \quad (3.39)$$

si ahora se multiplica y divide a (3.39) por $(g_1 + g_2)/A_{21}g_1$ y se reordena nuevamente se obtiene:

$$R(\rho) = \frac{A_{21} \frac{g_2}{g_1 + g_2} \frac{B_{21}}{A_{21}} \left(1 + \frac{g_2}{g_1} \right) \rho}{1 + \frac{B_{21}}{A_{21}} \left(1 + \frac{g_2}{g_1} \right) \rho} \quad (3.40)$$

y a partir de la ecuación (3.40) se definen los parámetros de saturación:

$$R_s \equiv \frac{g_2}{g_1 + g_2} A_{21} \quad (3.41)$$

$$\rho_s \equiv \frac{A_{21}}{B_{21} \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right)} \quad (3.42)$$

por lo que (3.40) se reescribe en términos de R_s y ρ_s como:

$$R(\rho) = R_s \frac{\rho/\rho_s}{1 + \rho/\rho_s} \quad (3.43)$$

Entonces $R(\rho)$ es una función que caracteriza la fluorescencia y que satisface todo lo dicho en

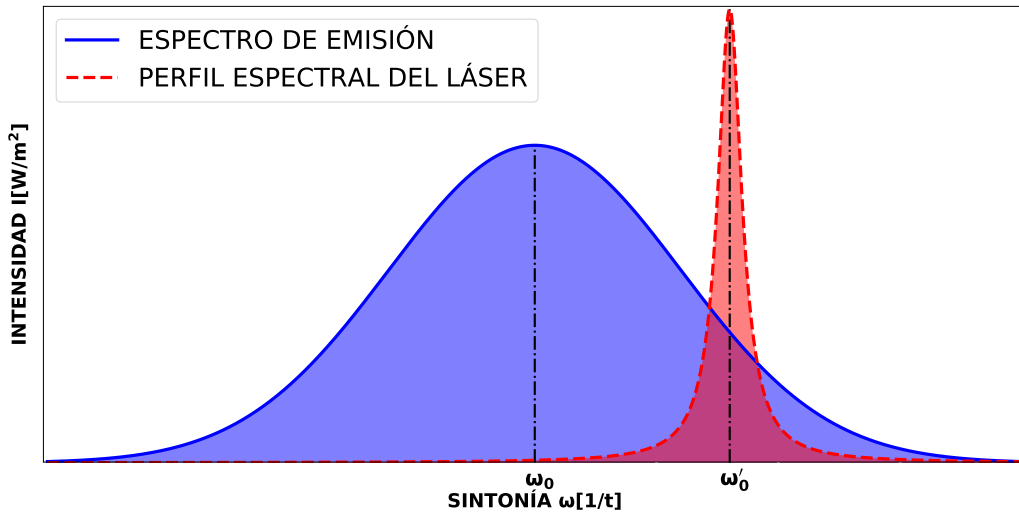


Figura 3.2: Diferencia entre la frecuencia de resonancia ω_0 y la frecuencia central de emisión del láser ω'_0

el primer párrafo de esta sección. En el laboratorio, sin embargo, resulta conveniente expresar a R en función de cantidades que puedan medirse de forma simple y directa como lo es la intensidad del campo de radiación. Para ello se hace necesario realizar ciertas precisiones acerca de las cantidades involucradas y algunas indicaciones sobre cómo es la radiación con la que se interactúa. En lo que sigue se hará uso de la frecuencia angular ω en vez de ν ya que esta elección será ventajosa tomando en cuenta la relación $\omega = 2\pi\nu$. La intensidad del campo electromagnético es la energía radiada por unidad de tiempo y por unidad de área, por lo que tiene unidades de $[I] = J/sm^2$, mientras que la densidad espectral de energía del mismo campo es la energía radiada por unidad de volumen y por unidad de frecuencia, es decir que sus unidades son $[\rho] = Js/m^3$. Estas dos cantidades conceptualmente diferentes pueden relacionarse para una onda plana esencialmente monocromática de la siguiente manera[12]:

$$i(\omega) = c\rho(\omega) \quad (3.44)$$

Donde $i(\omega)$ es la densidad de intensidad por unidad de frecuencia y tiene unidades de $[i] = J/m^2$. Esta cantidad puede escribirse en términos de la intensidad como:

$$i(\omega) = I g(\omega - \omega'_0) \quad \text{con} \quad g(\omega - \omega'_0) \quad \text{tal que} \quad \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega - \omega'_0) d\omega = 1 \quad (3.45)$$

entonces $g(\omega - \omega'_0)$ es una distribución normalizada que proporciona el perfil de línea al campo de radiación. Nótese que la función $g(\omega - \omega'_0)$ debe tener unidades de tiempo $[1/\omega] = s$ para que la ecuación (3.45) sea dimensionalmente consistente. En este trabajo se utilizó como fuente de radiación un láser sintonizable por lo que de acuerdo con [17] y [19] el perfil de línea puede ajustarse a una distribución lorentziana y por tanto ω'_0 corresponde a la frecuencia central de emisión del láser. El hecho de que la fuente sea sintonizable significa que ω'_0 puede ajustarse dentro de un intervalo de frecuencias y bajo ciertas condiciones llegar a coincidir con la frecuencia de resonancia ω_0 . La notación primada tiene sentido aquí ya que evita la confusión entre ω'_0 y ω_0 pues ω_0 es una cantidad fija y determinada por la naturaleza mientras que ω'_0 no. Esta diferencia se ilustra en la figura 3.2 donde se ha superpuesto el perfil espectral de un láser y el de un espectro de emisión con sus centros desfasados, $\omega_0 \neq \omega'_0$. El control de la frecuencia central de emisión del láser se explica con detalle en la sección 5.4.

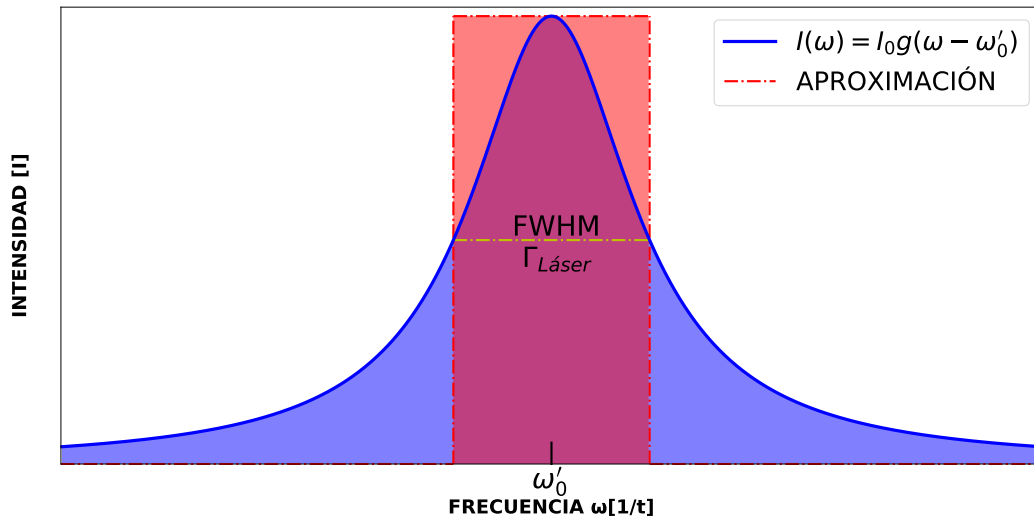


Figura 3.3: Perfil espectral lorentziano de la emisión de un láser y aproximación rectangular.

Para simplificar los cálculos en este trabajo será suficiente suponer que la intensidad $I(\omega)$ se distribuye uniformemente dentro del ancho de la lorentziana lo cual es equivalente a aproximar $g(\omega - \omega'_0)$ como un rectángulo de base $\Gamma_{Láser}$ y altura $1/\Gamma_{Láser}$. La comparación entre el perfil lorentziano de emisión para un láser y la aproximación por un rectángulo se ilustra en la figura 3.3. De esta forma la densidad de intensidad por unidad de frecuencia resulta ser:

$$i(\omega) = \frac{I}{\Gamma_{Láser}} \quad (3.46)$$

y sustituyendo (3.46) en (3.44) resulta que:

$$\rho(\omega) = \frac{I}{c\Gamma_{Láser}} \quad (3.47)$$

utilizando ahora la definición de ρ_s dada en (3.42) y de la relación en (3.47) se puede definir la intensidad de saturación como:

$$I_s \equiv \frac{A_{21}c\Gamma_{Láser}}{B_{21}\left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right)} \quad (3.48)$$

y por tanto R en función de I es:

$$R(I) = R_s \frac{I/I_s}{1 + I/I_s} \quad (3.49)$$

En ausencia de radiación, cuando $I = 0$ la fluorescencia $R(I)$ es cero, en cambio cuando la intensidad de la radiación es grande comparada con la intensidad de saturación, es decir $I \gg I_s$ el cociente $(I/I_s)/(1 + I/I_s) \approx 1$ por lo que para campos muy intensos el valor de $R(I)$ crece acercándose asintóticamente a R_s . Por otro lado cuando $I = I_s$ se obtiene que $R(I_s) = R_s/2$ lo que significa que el parámetro I_s es la intensidad para la cuál la fluorescencia es exactamente la mitad del valor máximo que puede tener. Lo anterior se ilustra en la figura 3.4. Experimentalmente la intensidad de la fluorescencia medida con algún tipo de detector

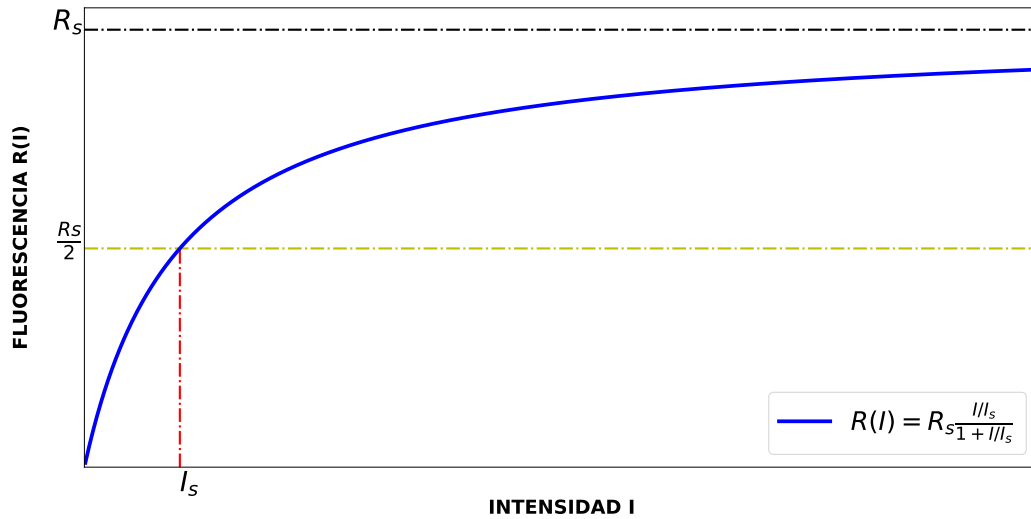


Figura 3.4: Gráfica de la fluorescencia en función de la intensidad del campo de radiación $R(I)$.

es proporcional a $R(I)$, es decir se tiene que:

$$I_f(I) = CR_s \frac{I/I_s}{1 + I/I_s} \quad (3.50)$$

donde I_f es la intensidad de la radiación emitida y C es el factor de proporcionalidad que depende del sistema de medición, por lo que el parámetro R_s puede conocerse experimentalmente hasta un factor constante. Por otro lado, la intensidad de saturación I_s puede determinarse experimentalmente sin necesidad de conocer el factor C . Además la definición dada para I_s en (3.48) tiene la ventaja de que arroja información acerca del ancho de banda

del láser.

Las definiciones de R_s , ρ_s e I_s en (3.41), (3.42) y (3.48) respectivamente, han sido construidas partiendo de la expresión (3.34) para la fluorescencia que mide la tasa con la que se emiten fotones. Sin embargo, autores como Foot, Demtröder y Metcalf ([8], [6] y [22] respectivamente) abordan el concepto de saturación desde el punto de vista de la diferencia entre poblaciones. En sus respectivos textos definen una función llamada parámetro de saturación cuya forma analítica depende de las suposiciones que hacen y pueden ser diferentes unas de otras, pero en todos los casos siguen el mismo procedimiento. La idea detrás de las definiciones dadas por los mencionados autores consiste en verificar para que situaciones se satisface la condición:

$$N_1 - N_2 = \frac{1}{2}N \quad (3.51)$$

Esta expresión se puede encontrar de forma más general como:

$$\Delta N = \frac{N}{1 + S} \quad (3.52)$$

Donde S es la función que llaman parámetro de saturación y la ecuación (3.51) se satisface cuando $S = 1$. Ahora bien la función S puede escribirse en términos de la intensidad o la densidad de energía como:

$$S = \frac{I}{I'_s} = \frac{\rho}{\rho'_s} \quad (3.53)$$

De modo que la intensidad de saturación I'_s se define a partir de el parámetro S como el valor de la intensidad para el cual $S = 1$ y por tanto se satisface la ecuación (3.51). Análogamente se define la densidad energética de saturación ρ'_s . Se ha utilizado la notación primada para enfatizar el hecho de que estas intensidades son diferentes a las dadas en (3.42) y (3.48), es decir, se tiene que $I'_s \neq I_s$ y $\rho'_s \neq \rho_s$. Lo anterior implica que el concepto de saturación puede abordarse en el mismo contexto desde diferentes enfoques lo que resulta en valores distintos. Además los valores para los parámetros de saturación son elegidos de acuerdo a criterios que están sujetos más que nada a la conveniencia y no realmente a la naturaleza. Sin embargo una vez establecidos resultan muy útiles y siempre es posible encontrar equivalencias entre los diferentes criterios. Hasta aquí se ha utilizado el enfoque de la fluorescencia sin embargo como se verá en las siguientes secciones el punto de vista de la diferencia de poblaciones resultará útil para obtener una nueva expresión de I_s .

3.6. Relación entre absorción y emisión

Los procesos de emisión y absorción se relacionan por medio del principio de conservación de la energía. Conviene entonces analizar con cierto detalle el proceso de absorción haciendo uso del concepto de sección transversal óptica que mide la probabilidad de interacción de la radiación con el átomo. Para ello considérese un haz de luz monocromática e isotrópica que atraviesa una rebanada de material que tiene un área A y espesor Δz la cual contiene N átomos, por lo que el área efectiva que cubren los átomos es $n\sigma\Delta z$ siendo σ la sección transversal de cada átomo y $n = N/A\Delta z$ es la densidad. De este modo el parámetro σ

caracteriza la probabilidad de interacción entre el átomo y la radiación. Esta situación se ilustra en la figura 3.5. Cuando la radiación con intensidad inicial I_0 haya atravesado la

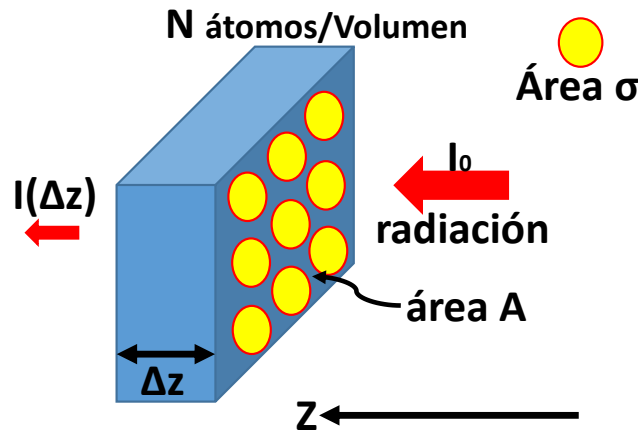


Figura 3.5: Representación gráfica de una rebanada de espesor Δz y área A de un medio que tiene N átomos por unidad de volumen.

distancia Δz del medio se habrá atenuado por la cantidad ΔI debido a la absorción. Entonces la tasa de absorción tiene que igualar a la fracción de radiación perdida, es decir:

$$\frac{\Delta I}{I_0} = -n\sigma\Delta z \quad (3.54)$$

y haciendo $\Delta z \rightarrow dz$ resulta en la ecuación diferencial:

$$\frac{dI}{dz} = -n\sigma(\omega)I_0 \quad (3.55)$$

la solución a esta ecuación es:

$$I(z) = I_0 e^{-n\sigma(\omega)z} \quad (3.56)$$

esta relación se conoce como la ley de Beer-Lambert y el factor $n\sigma(\omega)$ se denomina coeficiente de absorción. Se ha hecho explícita la dependencia en ω de la sección transversal ya que si $\omega - \omega_0$ es muy grande se está fuera de resonancia y los átomos no absorben por lo que el medio se vuelve transparente a la radiación. La absorción máxima se alcanza cuando $\omega = \omega_0$ y en tal caso el medio se vuelve opaco. Debido a que las poblaciones N_1 y N_2 cambian significativamente cuando se aumenta la intensidad la ley falla si I_0 es muy grande. En este caso la ecuación diferencial (3.55) se debe modificar tomando en cuenta no sólo el proceso de absorción sino también el de la emisión estimulada de modo que resulta en[8]:

$$\frac{dI}{dz} = -(n_1 - n_2)\sigma(\omega)I_0 \quad (3.57)$$

en la que se ha asociado la misma sección transversal para el proceso de absorción y el de emisión estimulada. Por supuesto, n_1 y n_2 son las densidades de las poblaciones en los niveles N_1 y N_2 respectivamente en el volumen $\sigma\Delta z$. Dado que la densidad total n se conserva a lo

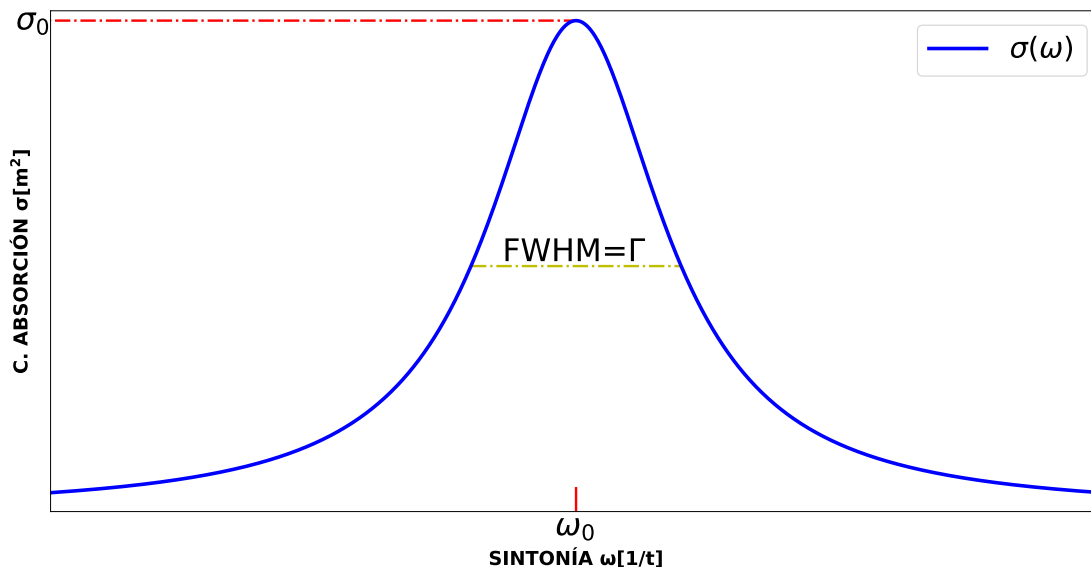


Figura 3.6: Gráfica del coeficiente de absorción σ en función de la sintonía ω .

largo del tiempo, en estado estacionario la conservación de energía por unidad de volumen implica que[8]:

$$(n_1 - n_2)\sigma(\omega)I = n_2 A_{21} \hbar \omega_0 \quad (3.58)$$

el lado izquierdo de esta ecuación da la tasa efectiva de energía absorbida por unidad de volumen mientras que el lado derecho es la tasa con la que se emite energía por unidad de volumen. Esta relación es muy importante pues a partir de ella serán deducidos los resultados de las siguientes secciones. Antes, sin embargo es necesario conocer la forma funcional de la sección transversal. La deducción de la forma analítica de $\sigma(\omega)$ no se realizará en este trabajo a pesar de que constituye una parte importante para los resultados que le preceden. La razón de ello está en que la forma que ha convenido se deduce utilizando el formalismo de la matriz de densidad a través de la ecuaciones ópticas de Bloch lo cual queda fuera de los alcances de este trabajo. Esta deducción y lo relacionado a las ecuaciones ópticas de Bloch se puede estudiar en el capítulo 7 del libro de Foot[8]. También es importante señalar que la deducción de $\sigma(\omega)$ se puede hacer desde el punto de vista clásico utilizando solamente electromagnetismo maxwelliano a través de las relaciones de dispersión de Kramers-Kronig. Este camino es el que sigue Demtröder y puede estudiarse en el capítulo 3 de su volumen 1[6]. El resultado principal que se obtiene en ambas deducciones radica en que $\sigma(\omega)$ sigue una distribución lorentziano. El perfil lorentziano de σ se muestra en la figura 3.6. Dicho lo anterior, la forma analítica de la sección transversal que será utilizada en este trabajo tomada de [8] es:

$$\sigma(\omega) = \frac{g_2}{g_1} \frac{\pi^2 c^2}{\omega_0^2} A_{21} g_L(\omega, \Gamma) \quad (3.59)$$

donde $g_L(\omega, \Gamma)$ es la distribución lorentziana de ancho Γ normalizada:

$$g_L(\omega, \Gamma) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (3.60)$$

En la siguiente sección se verá cómo es la dependencia de la intensidad de saturación I_s en función de ω , lo cual es una adaptación de lo que hace Foot con su propia definición de I'_s .

3.7. Intensidad de saturación en función de la sintonía

De la definición dada para la fluorescencia en la ecuación (3.34) y la ecuación (3.49) escritas en términos de las densidades, n y n_2 se tiene que:

$$\frac{n_2}{n} A_{21} = R_s \frac{I/I_s(\omega)}{1 + I/I_s(\omega)} \quad (3.61)$$

por lo que si $I = I_s(\omega)$ entonces:

$$n_2 = \frac{R_s}{2} n \quad (3.62)$$

y como $N = N_1 + N_2$ para el mismo elemento de volumen resulta que $n = n_1 + n_2$ por lo que en condiciones de saturación:

$$n_1 = \frac{2A_{21} - R_s}{2A_{21}} n \quad (3.63)$$

ahora bien, la diferencia de poblaciones en términos de n es:

$$n_1 - n_2 = \frac{A_{21} - R_s}{A_{21}} n \quad (3.64)$$

y sustituyendo las ecuaciones (3.62) y (3.64) en la relación entre absorción y emisión dada por la ecuación (3.58) cuando $I = I_s(\omega)$ se obtiene:

$$(A_{21} - R_s)\sigma(\omega)I_s(\omega) = \frac{1}{2}R_sA_{21}\hbar\omega_0 \quad (3.65)$$

de donde se llega a que:

$$I_s(\omega) = \frac{K}{\sigma(\omega)} \quad \text{con} \quad K = \frac{R_sA_{21}\hbar\omega_0}{2(A_{21} - R_s)} \quad (3.66)$$

y utilizando la forma analítica de $\sigma(\omega)$ (3.59), la definición de R_s dada en (3.41), la relación $c = \lambda\omega/2\pi$ y la relación entre tiempo de vida media y ancho de línea $A_{21} = 1/\tau$ obtenida en el apéndice A, se puede concluir que cuando $\omega = \omega_0$:

$$I_{sat} \equiv I_s(\omega_0) = \frac{\pi\hbar c}{\lambda_0^3\tau} \quad (3.67)$$

lo cual define a la intensidad de saturación en resonancia.

Los resultados presentados hasta aquí serán utilizados en el siguiente capítulo para inferir el modelo que sigue la intensidad de la fluorescencia para el caso más general en el que se toma en cuenta la temperatura de los átomos y aplicarlo a la espectroscopia de fluorescencia.

Capítulo 4

Espectroscopia de Fluorescencia

En este capítulo se analizará cómo son los perfiles de línea para la espectroscopia de fluorescencia. Se verá cómo es el perfil de emisión de un ensamble de átomos que se encuentran en reposo y cómo es afectado a causa de los cambios en la potencia del campo de radiación. En seguida se pasará a estudiar cómo se ve afectado el perfil para una situación más realista cuando los átomos están a una temperatura dada y por tanto se encuentran en movimiento. Con lo anterior se procederá a realizar una descripción de la espectroscopia de fluorescencia saturada esto es, cuando la muestra de átomos es expuesta a dos haces colineales contrapropagantes. Esta espectroscopia elimina los efectos de la temperatura sobre los perfiles permitiendo tener una resolución sub-Doppler y que en átomos a temperatura ambiente da lugar a nuevas líneas llamadas señales cruzadas.

4.1. Perfil de línea natural de la fluorescencia

El objetivo de esta sección es mostrar que el perfil de línea natural de la radiación debida a la emisión espontánea es de tipo lorentziano. Como se vio en el capítulo anterior, el coeficiente de absorción tiene una distribución lorentziana (3.59), sin embargo el proceso a describir en esta sección es la emisión. Dado que los procesos de absorción y la emisión están relacionados es de esperarse que este último tenga un perfil lorentziano. Para ello se hará uso del modelo clásico de oscilador amortiguado para el sistema formado por el núcleo y el electrón. Cuando un átomo hidrogenoide se encuentra excitado su electrón de valencia está en una capa u orbital mayor a la del estado base, por lo que su distancia al núcleo es mayor. Esta condición sin embargo resulta inestable y el átomo tiende a regresar a un estado de menor energía emitiendo radiación. La oscilación del electrón respecto a una posición de equilibrio se describe mediante la ecuación del oscilador amortiguado:

$$\ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (4.1)$$

La energía radiada está descrita por la constante de amortiguación Γ y ω_0 es la frecuencia de resonancia. La parte real de la solución a esta ecuación con condiciones iniciales $x(0) = x_0$ y $\dot{x}(0) = 0$ es:

$$x(t) = x_0 e^{-(\Gamma/2)t} [\cos \omega t + (\Gamma/2\omega) \sin \omega t] \quad (4.2)$$

Donde $\omega = (\omega_0^2 - \Gamma^2/4)^{1/2}$. Esta solución puede simplificarse realizando la siguiente aproximación[6]:

$$\Gamma \ll \omega_0 \quad \text{implica que} \quad \omega \simeq \omega_0 \quad (4.3)$$

El resultado de aplicar esta aproximación es:

$$x(t) = x_0 e^{-(\Gamma/2)t} \cos \omega_0 t \quad (4.4)$$

Debido a que la amplitud de la oscilación decrece, la frecuencia de la radiación emitida deja de ser monocromática y en su lugar muestra una distribución en ω que puede hallarse por medio de la transformada de Fourier. Si la oscilación amortiguada $x(t)$ es una superposición de oscilaciones monocromáticas de frecuencia ω y amplitud $A(\omega)$ entonces:

$$x(t) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty A(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4.5)$$

y tomando la transformada inversa se tiene:

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty x(t) e^{i\omega t} dt \quad (4.6)$$

lo que resulta en:

$$A(\omega) = \frac{x_0}{\sqrt{8\pi}} \left(\frac{1}{i(\omega - \omega_0) + \Gamma/2} + \frac{1}{i(\omega + \omega_0) + \Gamma/2} \right) \quad (4.7)$$

La tasa de fotones emitidos $R(\omega)$ es proporcional al modulo al cuadrado de $A(\omega)$. Si se utiliza la aproximación cuando $\omega \approx \omega_0$ de modo que $(\omega - \omega_0)^2 \ll \omega_0^2$ entonces la fluorescencia resulta[6]:

$$R(\omega) \propto |A(\omega)|^2 = \frac{C}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (4.8)$$

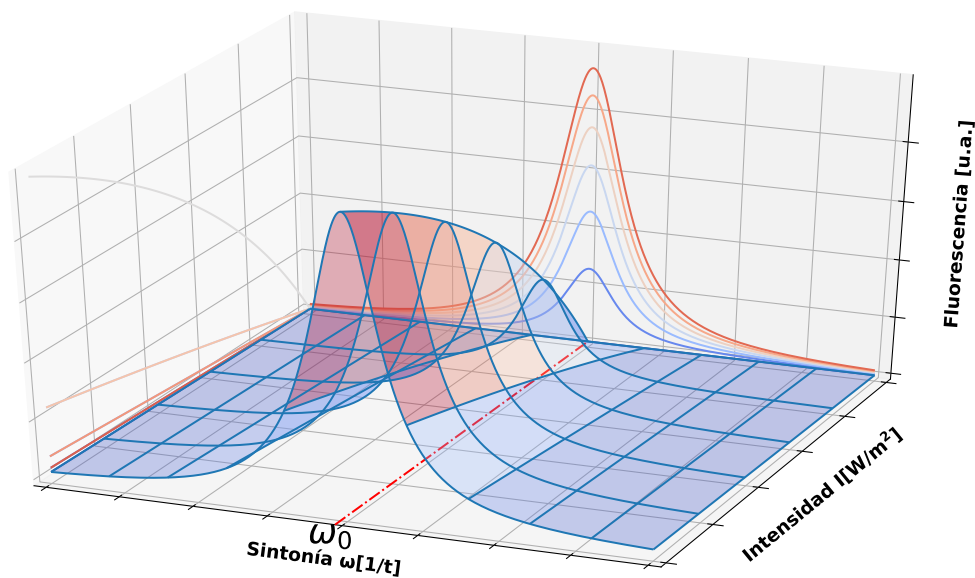
por lo que $R(\omega)$ puede escribirse como:

$$R(\omega) = R_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (4.9)$$

donde $R_0 = R(\omega_0)$ contiene al factor de proporcionalidad. Lo anterior implica que la dependencia en la intensidad de la fluorescencia es una función lorentzianna con ancho completo a la mitad del máximo $FWHM(\omega) = \Gamma$. Este ancho también es llamado el ancho de banda natural y como se muestra en el apéndice A, $\Gamma = A_{21}$.

4.2. Modelo de fluorescencia

Hasta ahora se ha visto que la fluorescencia puede depender de dos variables, estas son la intensidad y la frecuencia del campo de radiación. Además se conoce la dependencia de la fluorescencia en ambas variables cuando se mantiene alguna de las dos fija. Para secciones transversales de frecuencia constante la fluorescencia está determinada por la ecuación (3.49)


 Figura 4.1: Aspecto de la función $R(I, \omega)$ en 3D.

mientras los cortes transversales con intensidad constante deben resultar en perfiles tipo lorentziano. Esto permite inferir cómo debe verse la función de la fluorescencia $R(I, \omega)$ en un espacio de tres dimensiones. La deducción del modelo se puede realizar introduciendo la dependencia en ω de la intensidad de saturación dada por la ecuación (3.66) en la ecuación (3.49) de la siguiente manera:

$$R(I, \omega) = R_s \frac{I/I_s(\omega)}{1 + I/I_s(\omega)} = \frac{R_s I}{K} \frac{\sigma(\omega)}{1 + I\sigma(\omega)/K} \quad (4.10)$$

pero $\sigma(\omega)$ puede escribirse como:

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (4.11)$$

con $\sigma_0 = \sigma(\omega_0) = g_2 \lambda_0^2 / g_1 2\pi$. Sustituyendo la ecuación (4.11) en (4.10) y simplificando se obtiene:

$$R(I, \omega) = \frac{R_s I \sigma_0}{K} \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2 (1 + I\sigma_0/K)} \quad (4.12)$$

pero la definición de I_{sat} dada en (3.67) se puede ver que $I_{sat}^{-1} = \sigma_0/K$, por lo que la ecuación 4.12 se simplifica a:

$$R(I, \omega) = \frac{R_s I}{I_{sat}} \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2 (1 + I/I_{sat})} \quad (4.13)$$

Los cortes transversales de intensidad constante resultan ser efectivamente perfiles lorentzianos pero cuyo ancho es función de la intensidad resultando en:

$$\Gamma_s(I) = \Gamma \sqrt{1 + I/I_{sat}} \quad (4.14)$$

El aspecto de la función completa $R(I, \omega)$ se muestra en la figura 4.1.

4.3. Ensanchamiento Doppler

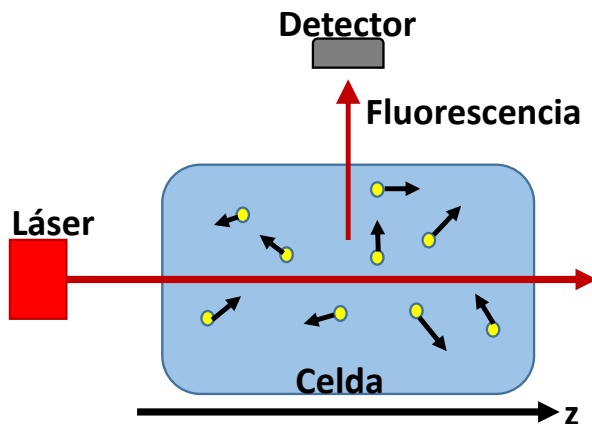


Figura 4.2: Esquema para una espectroscopia de fluorescencia simple.

En los cálculos hechos hasta ahora se ha considerado a los átomos inmóviles desde el punto de vista del sistema de referencia del laboratorio. Esto sin embargo, es una situación idealizada cuando el ensamble de átomos se encuentra a una temperatura cercana al cero absoluto. En esta sección se desarrollará un nuevo modelo para la fluorescencia cuando se tiene en cuenta átomos a temperatura ambiente que tienen movimiento debido a su energía térmica y que interactúan con una sola fuente de radiación. Experimentalmente esta situación se ilustra en la figura 4.2 donde se muestra una celda que contiene átomos en movimiento en estado gaseoso y que están en interacción con radiación emitida por un láser. A esta técnica para obtener espectros de fluorescencia también se le denomina espectroscopia de fluorescencia simple. Como se mencionó en el capítulo anterior, se ha supuesto que el ensamble de átomos sigue una distribución de energías de Boltzman por lo que la distribución de velocidades de los átomos es maxwelliana. Si se considera únicamente la componente de la velocidad en la dirección de propagación del haz esta distribución se simplifica para una dimensión como[8]:

$$f(v_z) = \frac{1}{u\sqrt{\pi}} \exp(-v_z^2/u^2) \quad (4.15)$$

con $u = \sqrt{2K_b T/m}$ la velocidad más probable, K_b la constante de Boltzman, T la temperatura del gas y m es la masa de las partículas. Debido a este movimiento cada átomo interactúa con radiación cuya frecuencia ha sufrido un corrimiento por efecto Doppler. En el sistema de referencia del átomo la radiación tiene frecuencia (aproximación a primer orden de efecto Doppler [8]):

$$\omega(v_z) = \omega \pm kv_z \quad (4.16)$$

con el signo $-$ para los átomos que se mueven en la misma dirección en la que se propaga el haz y $+$ para aquellos que lo hacen en sentido contrario. Lo anterior implica que un grupo de átomos con una velocidad dada producirá una fluorescencia distinta a la de otro grupo de átomos con diferente velocidad. Debe notarse además que, debido a que todas las velocidades

son posibles siempre existe un grupo de átomos que está en resonancia aun cuando $\omega \neq \omega_0$ por lo que el nuevo perfil espectral, también llamado perfil Doppler, tendrá que verse más ancho. Lo anterior también es equivalente a decir que la frecuencia de resonancia para átomos con velocidad v_z es[6]:

$$\omega_a = \omega_0 \pm kv_z \quad (4.17)$$

Para verificar que forma tiene el nuevo perfil bastará con identificar cómo contribuye cada grupo átomos con velocidades entre v_z y $v_z + dv_z$ a la fluorescencia y entonces sumar cada contribución. La fracción de átomos tienen velocidades entre v_z y $v_z + dv_z$ es:

$$N(v_z)dv_z = Nf(v_z)dv_z = \frac{N}{u\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_z^2}{u^2}\right) dv_z \quad (4.18)$$

y por lo tanto la fluorescencia debida a esta fracción de átomos es:

$$R_D(I, \omega, v_z)dv_z = N(v_z)R(I, \omega, v_z)dv_z = R(I, \omega, v_z) \frac{N}{u\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_z^2}{u^2}\right) dv_z \quad (4.19)$$

donde por supuesto $R(I, \omega, v_z)$ se obtiene de sustituir la frecuencia de resonancia dada en (4.17) en la expresión (4.13) resultando en:

$$R(I, \omega, v_z) = \frac{R_s I}{I_{sat}} \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0 \pm kv_z)^2 + (\Gamma/2)^2(1 + I/I_{sat})} \quad (4.20)$$

Por lo que la fluorescencia total resulta ser:

$$R_D(I, \omega, v_z) = \int_{-\infty}^{\infty} R(I, \omega, v_z) \frac{N}{u\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_z^2}{u^2}\right) dv_z \quad (4.21)$$

La ecuación (4.21) es un perfil conocido como distribución Voigt el cual es la convolución de un perfil lorentziano con uno gaussiano[6]. El perfil tipo Voigt no posee una forma analítica por lo que en la práctica es común realizar aproximaciones. Una aproximación muy simple desde el punto de vista matemático puede hacerse si se supone que $\Gamma \ll \Gamma_D$, donde Γ_D denota el ancho del perfil Doppler, ya que en tal caso el perfil lorentziano puede ser aproximado como una delta de Dirac. Para encontrar el nuevo perfil de manera aproximada primero debe notarse que $R(I, \omega, v_z)$ puede escribirse en términos de $g_L(\omega - \omega_0 - kv_z, \Gamma_s(I))$ (ecuación 3.60) con $\Gamma_s(I)$ dada por (4.14) como:

$$R(I, \omega) = \frac{R_s \pi \Gamma}{2} \frac{I/I_{sat}}{(1 + I/I_{sat})^{1/2}} g_L(\omega - \omega_0 - kv_z, \Gamma_s(I)) \quad (4.22)$$

Si $\Gamma_s(I) \ll \Gamma_D$ entonces puede tomarse $g_L(\omega - \omega_0 - kv_z, \Gamma_s(I)) \approx \delta(\omega - \omega_0 - kv_z)$ con lo cual la ecuación (4.21) se reescribe como:

$$R_D(I, \omega, v_z) \approx \frac{R_s \sqrt{\pi} \Gamma N}{2u} \frac{I/I_{sat}}{(1 + I/I_{sat})^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \omega_0 - kv_z) \exp\left(-\frac{v_z^2}{u^2}\right) dv_z \quad (4.23)$$

ya que la delta es diferente de cero cuando $v_z = (\omega - \omega_0)/k$ y utilizando que $k = \omega/c$ e integrando se obtiene que el perfil Doppler aproximado:

$$R_D(I, \omega) \approx \frac{R_s \sqrt{\pi} \Gamma N}{2u} \frac{I/I_{sat}}{(1 + I/I_{sat})^{1/2}} \exp\left(\frac{-c^2(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2 u^2}\right) \quad (4.24)$$

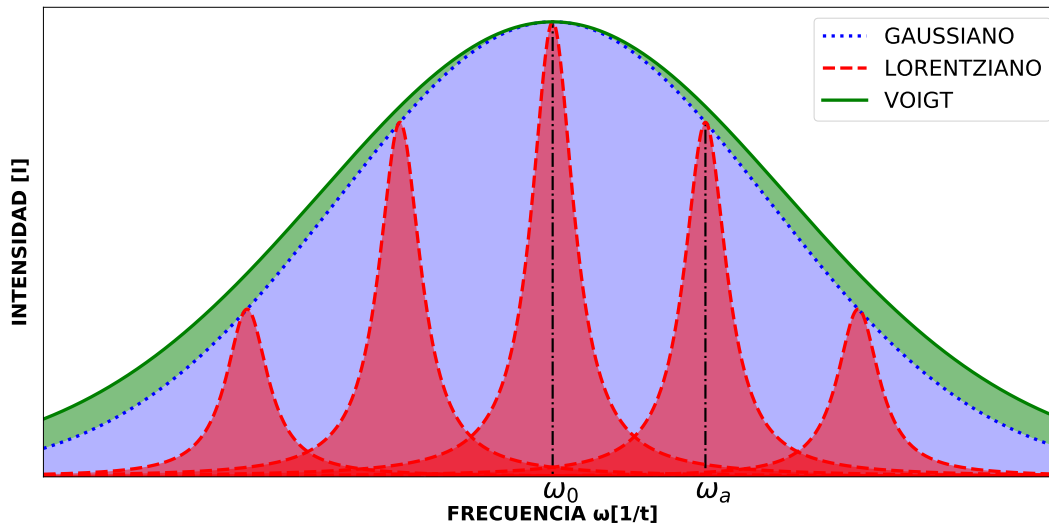


Figura 4.3: Comparación entre los perfiles Voigt, gaussiano y lorentziano.

De la aproximación hecha para $R_D(I, \omega)$ en (4.24) se puede ver que ahora los cortes transversales para intensidad constante son perfiles gaussianos. El ancho completo a la mitad del máximo para los perfiles gaussianos ya no depende de la intensidad sino solamente de la temperatura a través la velocidad más probable u y es:

$$\Gamma_D = 2\sqrt{\ln(2)} \frac{\omega_0 u}{c} \quad (4.25)$$

En la figura 4.3 se ilustra la comparación entre el perfil lorentziano, gaussiano y Voigt. Es de notar que si el ancho del perfil lorentziano se hace más angosto en comparación con el ancho gaussiano entonces el perfil Voigt se parecerá mucho más al gaussiano. Por otro lado la figura 4.4 ilustra que pasa con los cortes transversales a frecuencia constante. Esto puede

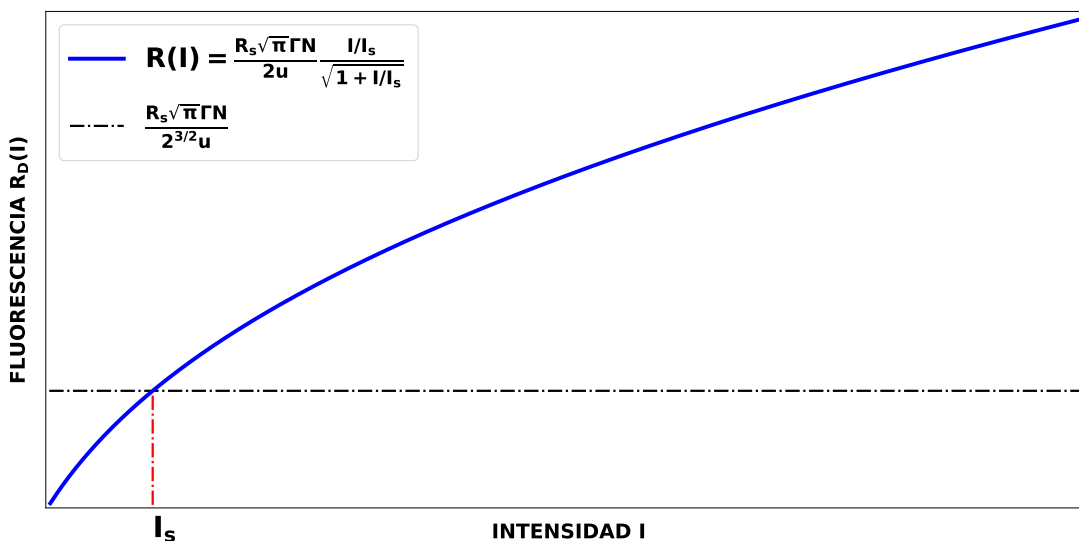


Figura 4.4: Fluorescencia Doppler con $\omega = \omega_0$.

verse tomando $\omega = \omega_0$ en la ecuación (4.24) lo que resulta en:

$$R_D(I) = R_D \frac{I/I_{sat}}{(1 + I/I_{sat})^{1/2}} \quad \text{con} \quad R_D = \frac{R_s \sqrt{\pi} \Gamma N}{2u} \quad (4.26)$$

El aspecto de la gráfica de $R_D(I, \omega)$ en 3 dimensiones se muestra en la figura 4.5.

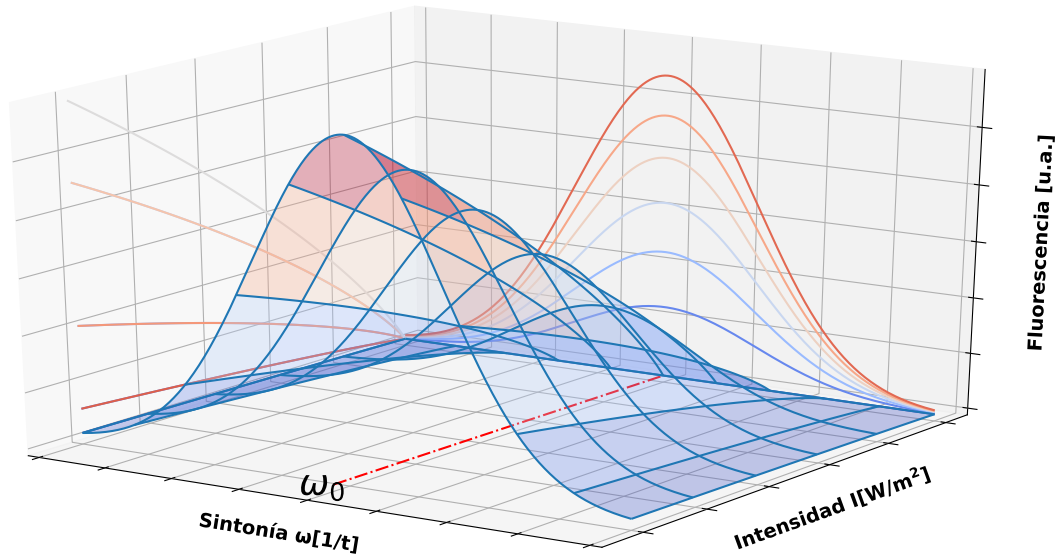


Figura 4.5: Aspecto de la función $R_D(I, \omega)$ en 3D.

4.4. Espectroscopia de fluorescencia Saturada

En la sección anterior se mostró cómo es el perfil de un espectro de fluorescencia simple, es decir cuando los átomos interactúan con una única fuente de radiación unidireccional. En la presente sección se verá cómo es la fluorescencia cuando se utilizan dos fuentes idénticas pero en configuración contrapropagantes, situación que se ilustra en la figura 4.6. Al igual que antes se tiene una celda que contiene átomos a temperatura ambiente en estado gaseoso. En este caso existen dos fuentes idénticas cuya radiación se propaga en sentidos opuestos y la fluorescencia emitida dependerá de su sintonía. Para ver esto se va a considerar tres casos en los que la frecuencia de emisión del láser es diferente:

1. $\omega_1 \neq \omega_0$
2. $\omega_2 \neq \omega_0$ y $\omega_1 > \omega_2$
3. $\omega = \omega_0$

y lo que ocurre en cada caso se ilustra en la figura 4.7. Como se mencionó en la sección anterior cuando se tiene un solo haz, siempre existe un grupo de átomos cuya velocidad es

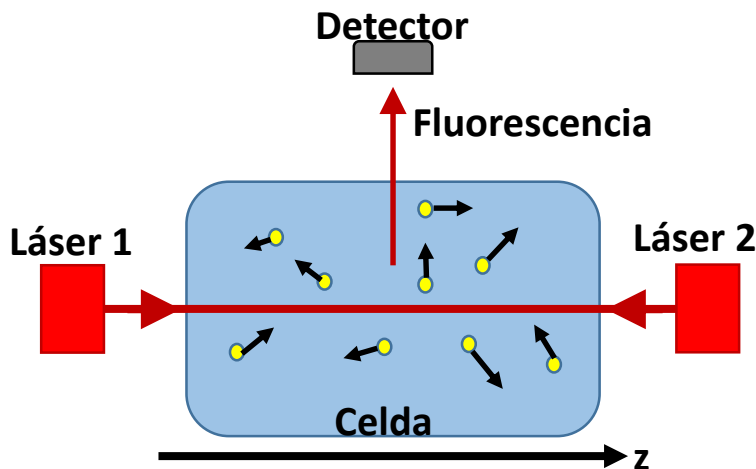


Figura 4.6: Esquema para una espectroscopia de fluorescencia saturada.

tal que sintonizan la transición. Siguiendo esta idea para el caso 1, se puede ver que ahora existen dos grupos de átomos, el grupo A y el grupo B, tales que el grupo A sintoniza la transición con el láser 1 y el grupo B sintoniza la transición con el láser 2. Dado que los haces se propagan en sentidos opuestos, se puede concluir que las velocidades de estos dos grupos de átomos tienen la misma magnitud pero direcciones opuestas por lo que si v_{zA} es la velocidad de los átomos en el grupo A y v_{zB} la de los átomos en el grupo B entonces $v_{zA} = -v_{zB}$. Esto es lo que ilustra el caso 1 en la figura 4.7. Ahora bien, todo lo dicho para el caso 1 es esencialmente igual para el caso 2 pero ahora los grupos de átomos que sintonizan cada fuente son distintos, por lo que se van a denotar como el grupo C y el grupo D, con velocidades v_{zC} y v_{zD} respectivamente. Por supuesto se cumple que $v_{zC} = -v_{zD}$, sin embargo lo interesante aquí es que debido a que $\omega_1 > \omega_2$ se puede concluir que $|v_{zC}| < |v_{zA}|$, es decir los grupos C y D se mueven más lento que los A y B. Lo anterior significa que conforme ω se acerca a ω_0 la velocidad de los nuevos grupos de átomos tiene que disminuir y si el proceso continúa hasta llegar al caso en el que $\omega = \omega_0$ (el caso 3) entonces el único grupo de átomos que puede sintonizar ambos láseres es aquel que se encuentra en reposo, este es el grupo F. Por supuesto, si ahora la frecuencia de las fuentes sigue aumentando el proceso ocurre igual pero en sentido inverso. En la figura 4.7 el proceso se representa con una "X" para ilustrar que los grupos de átomos en la banda roja sintonizan al láser 1 mientras que los de la banda azul sintonizan al láser 2. En el cruce, la velocidad de los átomos es cero y $\omega = \omega_0$. Ahora bien, en el caso 1, el grupo A interactúa con el láser 1 mientras que el B lo hace con el láser 2 y ya que ambas fuentes emiten radiación de la misma intensidad y frecuencia, la fluorescencia debida al grupo A tiene que ser igual a la fluorescencia que emite el grupo B. En consecuencia la fluorescencia emitida total será la suma $R_1 = 2R(I, \omega)$. Por otro lado, para el caso 3, cuando $\omega = \omega_0$, el grupo de átomos F interactúa al mismo tiempo con ambos láseres por lo que la intensidad neta incidente es el doble y la fluorescencia emitida en este caso será $R_3 = R(2I, \omega)$. Haciendo exactamente lo mismo que en la sección anterior, es decir

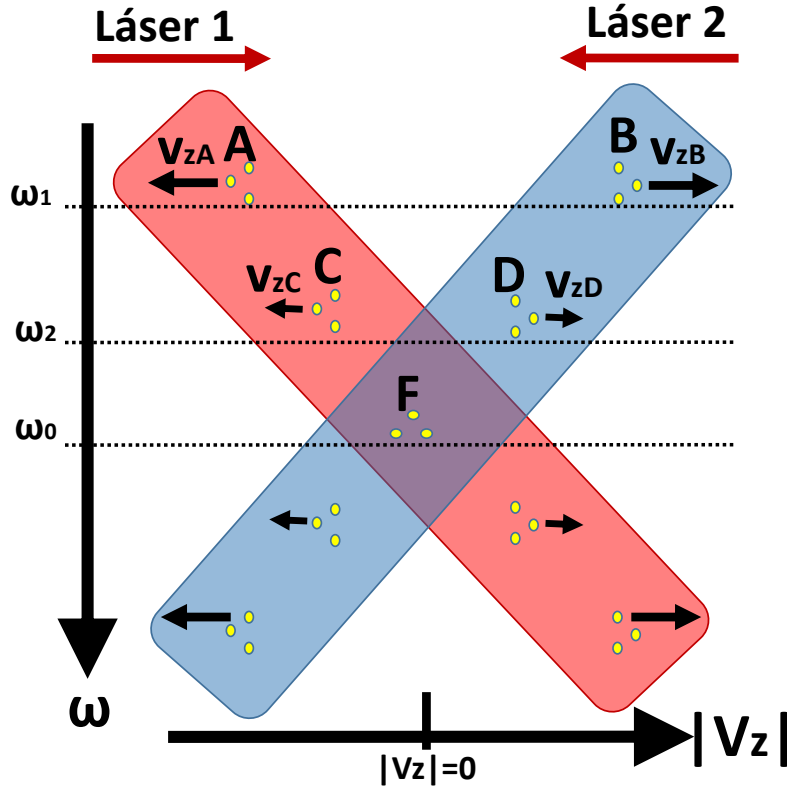


Figura 4.7: Esquema de interacción de diferentes grupos de átomos que sintonizan a dos láseres contrapropagantes.

usando que $\Gamma_s(I) \ll \Gamma_D$ se puede calcular 2 aproximaciones. Para el caso 1 se obtiene:

$$R_{D1}(I, \omega) \approx \frac{R_s \sqrt{\pi} \Gamma N}{u} \frac{I/I_{sat}}{\sqrt{1 + I/I_{sat}}} \exp\left(\frac{-c^2(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2 u^2}\right) \quad (4.27)$$

mientras que para el caso 3 se obtiene:

$$R_{D3}(I, \omega) \approx \frac{R_s \sqrt{\pi} \Gamma N}{u} \frac{I/I_{sat}}{\sqrt{1 + 2I/I_{sat}}} \exp\left(\frac{-c^2(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2 u^2}\right) \quad (4.28)$$

Puede probarse que $R_{D3} < R_{D1}$ para todo valor de ω , sin embargo R_{D3} debería ser válida únicamente cuando $\omega = \omega_0$ mientras que R_{D1} es válida cuando $|\omega - \omega_0| \geq 2\Gamma$. Lo que ocurre para valores cercanos a la frecuencia de resonancia es por ahora desconocido. Ahora bien, se puede construir un modelo para la fluorescencia de un espectro saturado a partir de las siguientes observaciones:

- La fluorescencia se puede caracterizar mediante una función continua y diferenciable $R_{Dsat}(I, \omega)$.
- Tiene un mínimo local en $\omega = \omega_0$.
- Si $|\omega - \omega_0| > 2\Gamma$ entonces R_{D1} es una buena aproximación.

Se argumentó anteriormente que la intensidad con la que interactúan los grupos de átomos en el caso 1 era diferente de la intensidad con la que interactúa el grupo de átomos en reposo del caso 3. Esto sugiere que cuando se tienen dos fuentes de excitación la intensidad efectiva con la que interactúan los átomos es función de su velocidad. Observando las expresiones para R_{D1} y R_{D3} en las ecuaciones (4.27) y (4.28) respectivamente se puede ver que la intensidad dentro de la raíz en el numerador cambia de I a $2I$, mientras que la intensidad en el numerador es la misma para ambos casos. Basado en estas observaciones se puede proponer que la fluorescencia debida a átomos con velocidades entre v_z y $v_z + dv_z$ tiene la forma:

$$R_{Dsat}(I, \omega, v_z)dv_z = \frac{R_s \sqrt{\pi} \Gamma N}{u} \frac{I/I_{sat}}{\left(1 + \frac{I_{eff}(v_z)}{I_{sat}}\right)^{1/2}} g_L(\omega - \omega_0 - kv_z, \Gamma_s) e^{\left(-\frac{v_z^2}{u^2}\right)} dv_z \quad (4.29)$$

donde $I_{eff}(v_z)$ es la intensidad efectiva. Para poder establecer la forma analítica de $I_{eff}(v_z)$ se puede partir de argumentos físicos. Debe notarse que los valores de la intensidad efectiva han de estar acotados por $I \leq I_{eff} \leq 2I$ y la igualdad $I_{eff} = 2I$ se da cuando $v_z = 0$, es decir, cuando $\omega = \omega_0$, además debe ocurrir que $I_{eff} \approx I$ cuando $|\omega - \omega_0| \geq 2\Gamma_s$. Todo lo anterior se satisface si se elige una función lorentziana adecuadamente. Como una aproximación se propone:

$$I_{eff}(v_z) = I \left(1 + \frac{\Gamma_s^2/4}{k^2 v_z^2 + \Gamma_s^2/4}\right) \quad (4.30)$$

sustituyendo (4.30) en (4.29) y utilizando nuevamente la aproximación $\Gamma_s(I) \ll \Gamma_D$ para integrar se obtiene la aproximación para el perfil saturado R_{Dsat} como:

$$R_{Dsat} \approx \frac{R_s \sqrt{\pi} \Gamma N I}{u I_{sat}} \left[1 + \frac{I}{I_{sat}} \left(1 + \frac{\Gamma_s^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma_s^2/4}\right)\right]^{-1/2} e^{-z^2} \quad (4.31)$$

donde z es:

$$z = \frac{c(\omega - \omega_0)}{\omega_0 u} \quad (4.32)$$

Antes de proseguir conviene hacer algunas definiciones. Al perfil dado por R_{D1} se le llama fondo Doppler, y dado que en este caso se utiliza la aproximación de un perfil gaussiano también es válido llamarlo fondo gaussiano. Un espectro sub-Doppler es aquel que se obtiene de restar el fondo Doppler al espectro saturado. En la figura 4.8 se muestran a manera de comparación las gráficas de R_{D1} , R_{D3} , R_{Dsat} y el espectro sub-Doppler. Se puede ver que la expresión (4.31) para R_{Dsat} satisface todos los puntos que se mencionaron antes. La depresión que ocurre cerca de la frecuencia de resonancia se denomina “dip” y la causa de este es que hay una saturación relativa al fondo gaussiano debida al aumento de la intensidad en la región lo cual también es conocido como saturación inhomogénea[6].

Ahora bien, los espectros sub-Doppler que a primera vista se asemejan a un perfil lorentziano son en realidad algo más complicado:

$$R_{Dsub}(I, \omega) = \frac{R_s \sqrt{\pi} \Gamma N I}{u I_{sat}} e^{-z^2} \left[\left(1 + \frac{I}{I_{sat}}\right)^{-1/2} - \left(1 + \frac{I}{I_{sat}} \left(1 + \frac{\Gamma_s^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma_s^2/4}\right)\right)^{-1/2} \right] \quad (4.33)$$

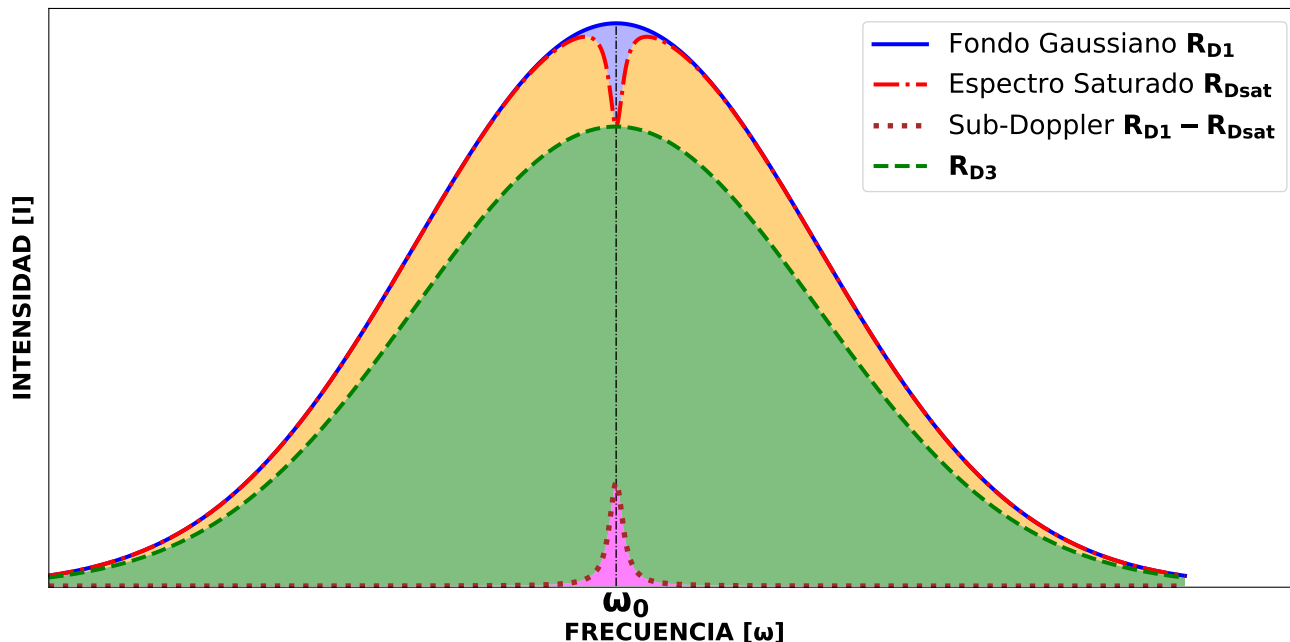


Figura 4.8: Comparación entre las aproximaciones R_{D1} , R_{D3} , R_{Dsat} y el espectro sub-Doppler.

y en resonancia la altura del espectro sub-Doppler es:

$$R_{Dsub}(I, \omega_0) = \frac{R_s \sqrt{\pi} \Gamma N I}{u I_{sat}} \left[\left(1 + \frac{I}{I_{sat}}\right)^{-1/2} - \left(1 + \frac{2I}{I_{sat}}\right)^{-1/2} \right] \quad (4.34)$$

En contraste, se verá en el capítulo de resultados que los espectros obtenidos experimentalmente se apegan aun mejor al modelo más simple dado por la ecuación (3.49) en lugar de al obtenido en la ecuación (4.34). A pesar de ello el modelo para la fluorescencia saturada aquí obtenido ha servido para definir a los espectros ilustrados en la figura 4.8. Sus alcances y limitaciones es algo que sin embargo se discute en las conclusiones de este trabajo. Cabe mencionar que en este punto ya se ha hecho todo lo que se puede hacer con un sistema de dos niveles. Lo que sigue consiste en revisar un fenómeno conocido como señales cruzadas que aunque puede introducirse artificialmente con el modelo de 2 niveles, ocurre de forma natural para sistemas de 3 o más niveles.

4.5. Señales cruzadas

Toda la teoría expuesta en las secciones anteriores se ha desarrollado explícitamente para un sistema de dos niveles, sin embargo un sistema real presenta normalmente más niveles. Esto se hace patente para el átomo de rubidio, el cual como se mencionó en la sección de estructura hiperfina del capítulo 2 el estado base $5S_{1/2}$ del isótopo 87 consta de dos niveles, con degeneraciones $F = 1$ y $F = 2$, mientras el estado excitado $5P_{3/2}$ posee 4 niveles con degeneraciones $F' = 0$, $F' = 1$, $F' = 2$ y $F' = 3$. Aplicando las reglas de selección (2.8) se obtienen 3 líneas para las transiciones ópticas que parten del estado base con $F = 1$ y tres más para las que parten del estado base con $F = 2$. Desarrollar la teoría para modelar la dinámica

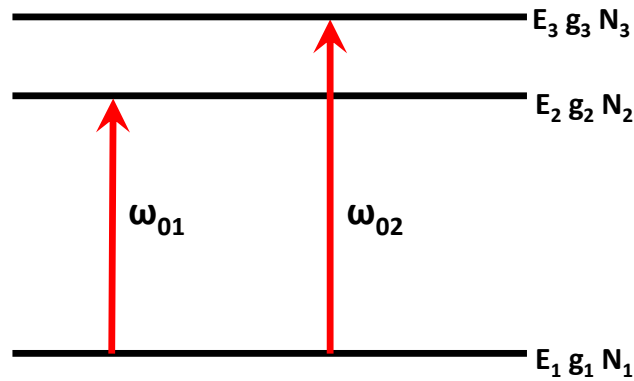
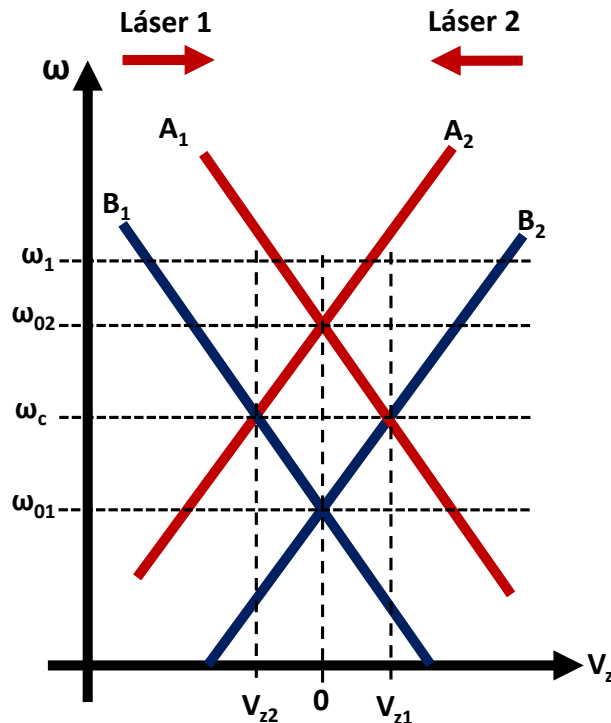


Figura 4.9: Esquema de un sistema de tres niveles.

de poblaciones de los 6 niveles es algo que queda fuera de los alcances de este trabajo. En cierto modo cada transición puede tratarse en primera aproximación como un modelo de 2 niveles. Ahora bien como se verá en los próximos capítulos los espectros de fluorescencia saturada obtenidos experimentalmente muestran en realidad 6 líneas para transiciones que parten del estado base con $F = 1$ y otras 6 para las que parten con $F = 2$, esto es, el doble de las que se esperan. Para explicar la existencia de las líneas adicionales no es suficiente el modelo de dos niveles, por lo que en esta sección se va a considerar la espectroscopia de fluorescencia saturada de un ensamble de átomos a temperatura ambiente cuyo sistema es de 3 niveles como el mostrado en la figura 4.9. Al igual que en la sección anterior, para la espectroscopia de fluorescencia saturada se utiliza el sistema de haces contrapropagantes mostrado en la figura 4.6. Se supone que las transiciones $N_1 \rightarrow N_2$ y $N_1 \rightarrow N_3$ son posibles y tienen frecuencias de resonancia ω_{01} y ω_{02} respectivamente. Para ver cómo surgen las líneas adicionales se utilizará nuevamente un diagrama de frecuencia vs velocidad, similar al mostrado en la figura 4.7. Esta vez sin embargo, se tendrán dos “X” superpuestas una para átomos que sintonizan la resonancia ω_{01} y otra para aquellos que sintonizan en la resonancia ω_{02} . Esta situación se ilustra en la figura 4.10, donde la primer “X” está formada por las líneas denotadas como A_1 y A_2 mientras que la segunda “X” está formada por las líneas denotadas como B_1 y B_2 . Las líneas A_1 y A_2 representan grupos de átomos que sintonizan la frecuencia de resonancia ω_{02} mientras que las líneas B_1 y B_2 sintonizan en la resonancia ω_{01} . Además los grupos de átomos en A_1 y B_1 sintonizan con el láser 1 mientras que los grupos en A_2 y B_2 sintonizan con el láser 2. Ahora bien, utilizando la expresión (4.17) para la frecuencia de resonancia en el sistema de referencia de los átomos con velocidad v_z , se puede concluir que las ecuaciones de cada línea son:

- $A_1: \omega = \omega_{02} + kv_z$
- $A_2: \omega = \omega_{02} - kv_z$
- $B_1: \omega = \omega_{01} + kv_z$
- $B_2: \omega = \omega_{01} - kv_z$

Figura 4.10: diagrama ω vs v_z .

Además de las intersecciones previamente reconocidas cuando $v_z = 0$ hay dos intersecciones adicionales que ocurren en v_{z1} y v_{z2} . Con ayuda de las ecuaciones de cada recta y por la simetría que presentan se puede demostrar que $v_{z1} = -v_{z2}$ y la frecuencia en estos cruces es $\omega_c = (\omega_{02} + \omega_{01})/2$.

Ahora bien, no se tiene un modelo de fluorescencia para el sistema de 3 niveles sin embargo cada transición puede verse como un modelo de 2 niveles por lo que la fluorescencia para este caso sería aproximadamente:

$$R_3(I, \omega) = R_A(I, \omega) + R_B(I, \omega) \quad (4.35)$$

donde $R_A(I, \omega)$ y $R_B(I, \omega)$ tienen la forma dada en la ecuación (4.13) cada una con sus propias constantes de saturación. Con esta suposición en mente se puede ver qué pasa con la fluorescencia emitida cuando se realizan cambios en la frecuencia de los láseres. Siguiendo los mismos argumentos que en la sección anterior, pero ahora para los casos en que $\omega = \omega_1$, $\omega = \omega_{01}$, $\omega = \omega_c$ y $\omega = \omega_{02}$ vistos en la figura 4.10. La fluorescencia emitida resulta ser en cada caso:

$$R_3(I, \omega_1) = 2R_A(I, \omega_1) + 2R_B(I, \omega_1) \quad (4.36)$$

$$R_3(I, \omega_{01}) = 2R_B(I, \omega_{01}) + R_A(2I, \omega_{01}) \quad (4.37)$$

$$R_3(I, \omega_c) = 2R_A(I, \omega_c) + 2R_B(I, \omega_c) \quad (4.38)$$

$$R_3(I, \omega_{02}) = 2R_A(I, \omega_{02}) + R_B(2I, \omega_{02}) \quad (4.39)$$

como es de esperarse en los casos $\omega = \omega_{01}$, $\omega = \omega_c$ y $\omega = \omega_{02}$ se produce una saturación relativa al fondo Doppler, donde ahora el fondo será la suma de los fondos de cada resonancia. Lo anterior significa que en el espectro de fluorescencia saturada se formaran dips en las frecuencias ω_{01} , ω_c y ω_{02} . A los dips que se originan en las resonancias se les denomina transiciones atómicas mientras que los que se forman en las frecuencias intermedias se les llama señales cruzadas o entrecruzamientos. Experimentalmente se encuentra que los dips formados por transiciones atómicas son siempre depresiones, mientras que los dips formados por las señales cruzadas pueden formar picos, es decir que en estas regiones la fluorescencia puede ser mayor a la del fondo Doppler. La figura 4.11 muestra un ejemplo de espectro saturado para un sistema de 3 niveles 4.10. La relación entre los diagramas de frecuencia vs velocidad puede estudiarse en la sección 2.3.2 del libro de Demtröder[7].

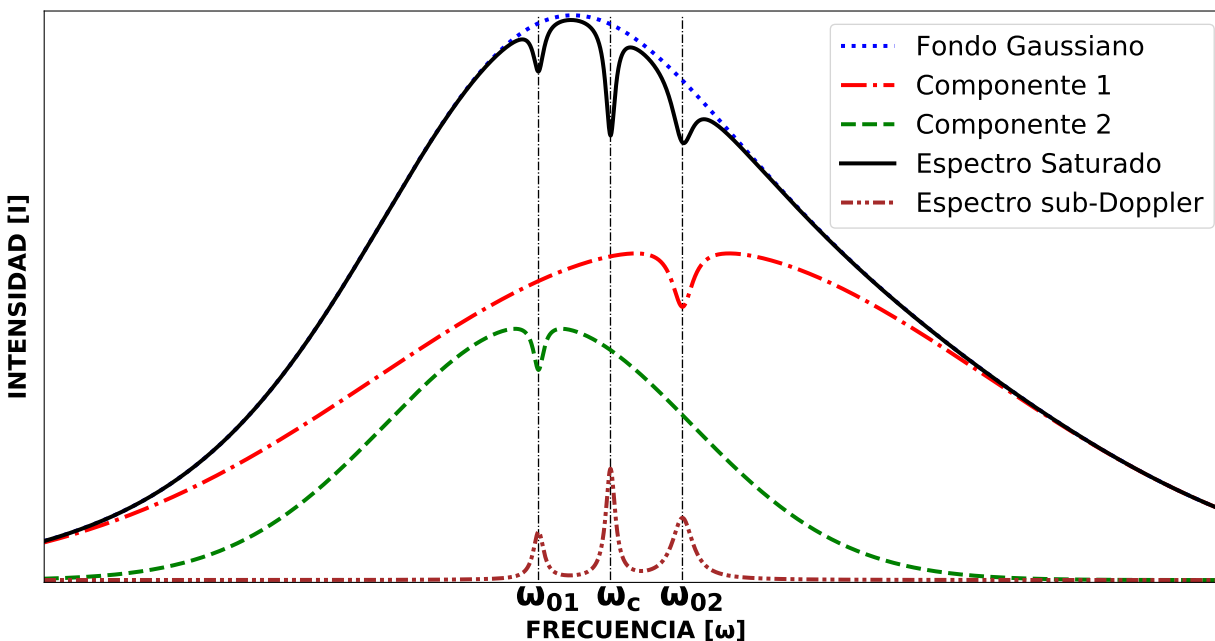


Figura 4.11: Espectro de fluorescencia saturada ilustrativo para un sistema de 3 niveles.

Parte II

Espectroscopia Experimental

Capítulo 5

Desarrollo Experimental

En este capítulo se presenta un esquema experimental para realizar la espectroscopia de fluorescencia libre de ensanchamiento Doppler (espectroscopia de fluorescencia saturada) de la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ con una longitud de onda de 780 nm en vapor de rubidio atómico a temperatura ambiente. Los detalles del arreglo experimental se describen en la sección 5.1 para luego pasar los puntos clave de las partes que lo componen, en particular las relacionadas con la fuente de excitación y el dispositivo de detección de la fluorescencia. Para producir la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ se utiliza un láser de diodo de cavidad extendida (ECDL por sus siglas en inglés) de 780 nm construido en el laboratorio de Átomos Fríos del ICN cuyo funcionamiento y características relevantes se describen en la sección 5.4. La detección por otro lado se realizó utilizando un fotodiodo cuya característica principal es su bajo costo. Debido a que la fluorescencia se detecta sólo en la superficie del fotodiodo, la señal es débil y fue necesario diseñar y construir un amplificador de transresistencia. La caracterización del fotodiodo y el tratamiento posterior de la señal se describen en las secciones 5.2 y 5.3.

5.1. Esquema para la espectroscopía de fluorescencia saturada

El esquema experimental para realizar la espectroscopia de fluorescencia saturada de la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ se muestra en la figura 5.1. La transición es inducida por la exposición de átomos de rubidio al haz que produce el láser **ECDL** de 780 nm. El haz de este láser se hace pasar dos veces en configuración contra-propagante a través de la celda **C** de vidrio que contiene vapor de rubidio. El haz incide por primera vez en la celda con una potencia y polarización controladas mediante el arreglo de cubo divisor polarizador **PBS** y la placa retardadora de media onda $\lambda/2$. Luego, el mismo haz incide normalmente en el espejo **M1** el cual se encarga de reflejarlo de vuelta a la celda formándose así la configuración de haces contra-propagantes. La fluorescencia producto del decaimiento del estado $5P_{3/2}$ al estado $5S_{1/2}$ es detectada por el fotodiodo de silicio **PD** colocado en dirección perpendicular a los haces de excitación. La corriente eléctrica generada por el fotodiodo debida a la fluorescencia es amplificada por el circuito conversor de corriente a voltaje **A**. La luz que emite el láser tiene una polarización lineal vertical que es girada al pasar a través de la placa retardadora $\lambda/2$ por lo que el eje de polarización forma un ángulo respecto a la vertical al incidir sobre el

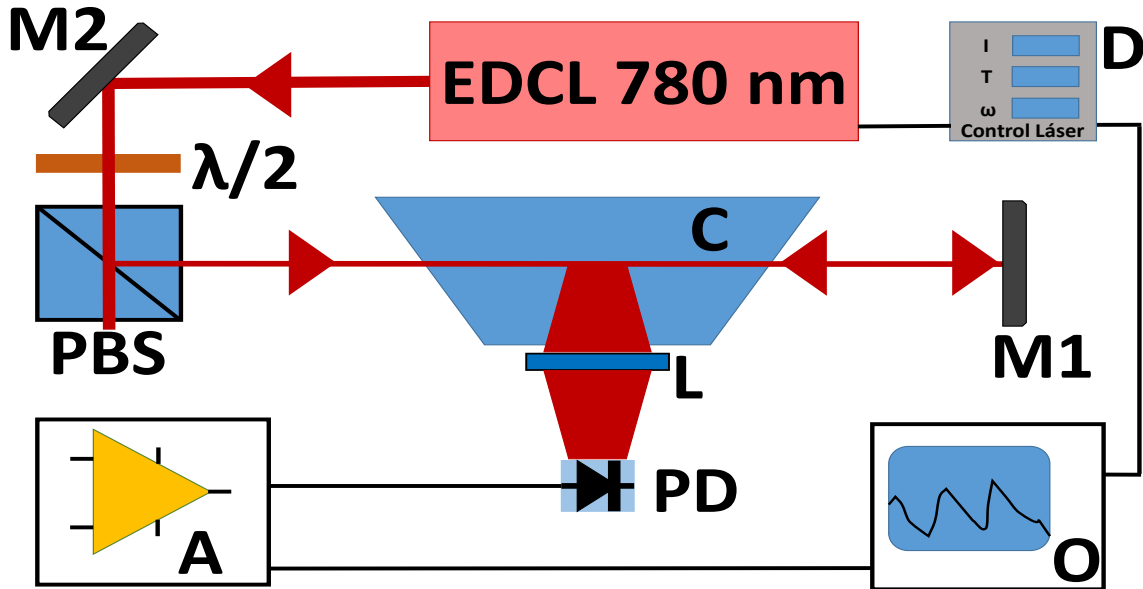


Figura 5.1: Dispositivo experimental para realizar espectroscopia de fluorescencia saturada. la letra A indica el amplificador, C la celda con vapor de rubidio, PBS cubo divisor polarizador, L la lente, $\lambda/2$ retardador de media onda, M espejo, O para el osciloscopio y PD para el fotodiodo.

cubo **PBS**. Este último divide el haz en sus componentes horizontal y vertical de forma que la componente horizontal se transmite mientras que la vertical es reflejada. De este modo la polarización del haz que incide sobre la celda es siempre vertical pero con la ventaja de que su intensidad puede ser regulada modificando el ángulo en la placa retardadora $\lambda/2$. El haz que refleja el espejo **M1** tiene la misma polarización vertical debido a que la incidencia es normal a la superficie del espejo. Lo anterior significa que el juego de haces contrapropagantes además inciden en la celda con polarización vertical-vertical. El control de la corriente, temperatura y frecuencia de emisión del láser se realiza con la fuente **D**.

La celda **C** se muestra en forma de trapecio para enfatizar el hecho que así se eligió. Las caras no paralelas y oblicuas respecto a los haces de excitación tienen la función de desviar las reflexiones internas que pueden saturar a los átomos de rubidio cuando se desea obtener espectros de fluorescencia simple. Un espectro de fluorescencia simple se obtiene bloqueando el espejo **M1** con algún material opaco. Si las caras de la celda son paralelas y perpendiculares a los haces de excitación cada cara produce reflexiones internas que forman un sistema de haces contra-propagantes. Los haces reflejados internamente tienen una intensidad de aproximadamente el 5% de la intensidad con la que inciden y puede ser suficiente para saturar las transiciones y notar sus efectos en la espectroscopia. Para evitar estos efectos también puede utilizarse una celda de caras paralelas siempre y cuando la incidencia de los haces no sea normal a las caras y en consecuencia es necesario girar adecuadamente la celda.

Además de lo mencionado anteriormente, la celda fue colocada dentro de una estructura de PVC con recubrimiento de metal μ [4] para atenuar campos magnéticos externos. En esta estructura se fijó una lente para captar la fluorescencia y enfocarla en la superficie del foto-

diodo. Esto se hizo utilizando una configuración 4F. El aspecto final del arreglo experimental se muestra en la figura 5.2.

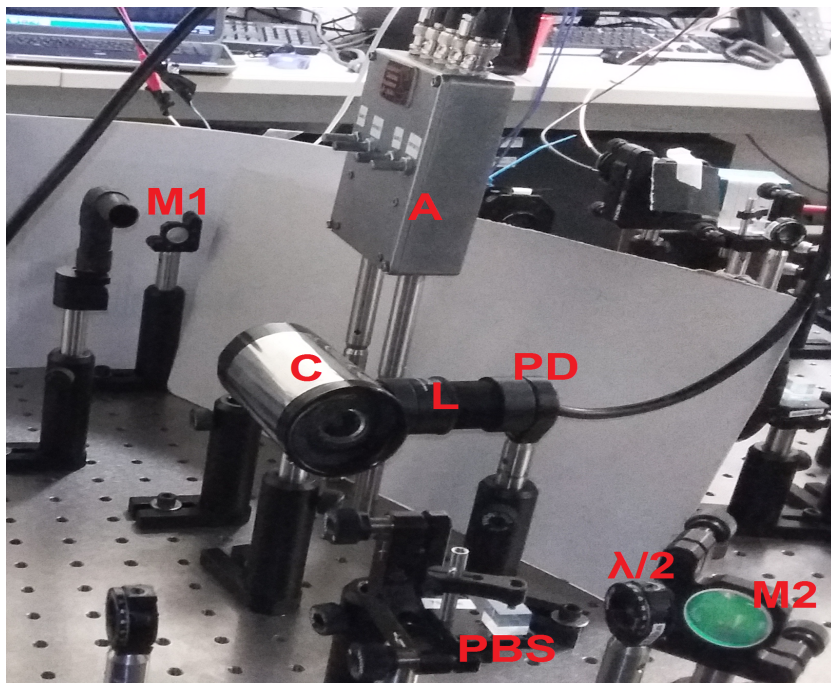


Figura 5.2: Arreglo experimental donde se muestra el amplificador A, la celda con vapor de rubidio C, el cubo divisor polarizador PBS, la lente L, la placa retardadora de media onda $\lambda/2$, el espejo M1 y el fotodiodo PD.

5.2. Detección con fotodiodo

5.2.1. Fotodiodo

Un fotodiodo es un tipo especial de diodo cuyo propósito es utilizarse como sensor de luz. Son fabricados con materiales semiconductores como pueden ser el arseniuro de indio y galio (InGaAs), fosfuro de Galio (GaP), silicio (Si) y Germanio (Ge)[26]. Cada material ofrece características especiales como tiempos de respuesta, frecuencia de operación e intervalo espectral al que son sensibles que los hacen adecuados para usos específicos. Para entender el funcionamiento de los fotodiodos es necesario conocer los principios físicos de los semiconductores. Estos principios quedan fuera del alcance de este trabajo, por lo que en esta sección se se dará una breve explicación y de manera superficial. La información aquí presentada puede complementarse con las fuentes que se irán citando.

Un diodo consiste de la unión de dos materiales semiconductores en el cual uno tiene un exceso de cargas libres (electrones) también llamados portadores, mientras que en el otro existen enlaces entre átomos en los cuales falta un electrón[18]. A los enlaces que les falta un electrón también se le llama hueco. De esta forma puede hablarse de dos tipos de semiconductores: Los tipo N con exceso de portadores y los tipo P con exceso de huecos. En un diodo, la región en la cual se unen se llama junta PN. Un semiconductor por si mismo

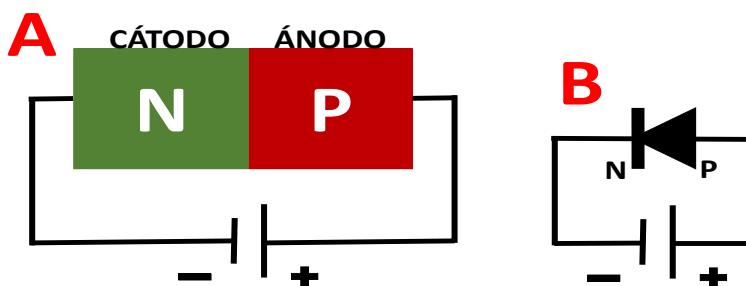


Figura 5.3: Esquema y símbolo de un diodo conectado en polarización directa a un fuente de voltaje.

no es más que un conductor con una resistencia dada similar a una resistencia de carbón, sin embargo cuando se tienen uniones PN se observan características que no pueden ser igualadas por materiales conductores ordinarios. El esquema de un diodo conectado a una fuente de voltaje en polarización directa se muestra en la figura 5.3. La curva de corriente contra voltaje de un diodo se muestra en la gráfica de la figura 5.4, en la cual se muestran dos zonas de operación, la zona directa ocurre cuando el potencial en el ánodo es mayor que el del cátodo mientras que la zona inversa ocurre en el caso contrario. Los portadores de

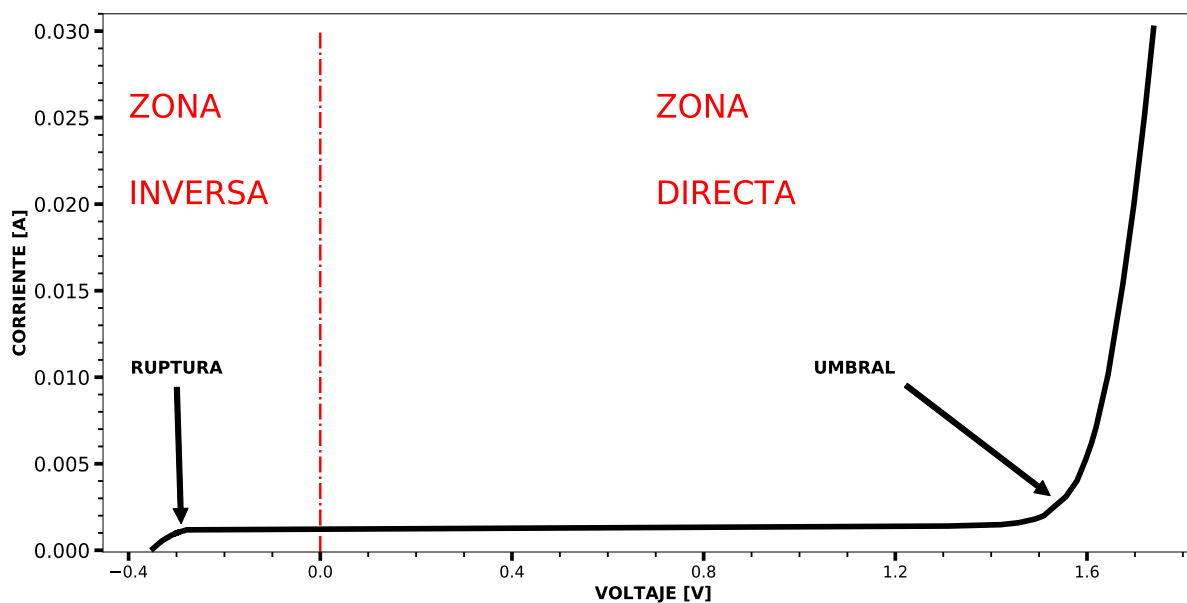


Figura 5.4: Curva característica de un diodo semiconductor.

carga que se mueven libremente pueden alcanzar la región P y recombinarse con los huecos que están cerca de la unión PN. Sin embargo este proceso tiene un límite ya que cuando demasiados electrones alcanzan la unión se forma un campo eléctrico que impide que más electrones se recombinen alcanzándose así el equilibrio electrostático. En polarización directa la corriente que puede circular es función del voltaje, habiendo un potencial a partir del cual

la corriente aumenta significativamente y tiene un comportamiento lineal. Este potencial se denomina potencial de umbral. Cuando el diodo se encuentra polarizado inversamente aún puede existir una corriente inversa. Esta corriente inversa es muy pequeña, del orden de nanoamperios, y no depende del potencial aplicado, sino que se debe a la energía térmica del material que puede ser suficiente para liberar electrones en los enlaces formados cerca de la unión. Sin embargo, la energía necesaria para liberar electrones en estos enlaces puede provenir de otras fuentes, por ejemplo de la luz. Cuando la unión es expuesta a algún tipo de radiación existen electrones que pueden ser liberados por efecto fotoeléctrico, produciendo una corriente inversa que depende de la intensidad de la radiación y por supuesto de su longitud de onda. En estas condiciones el diodo es denominado fotodiodo. Así entonces un fotodiodo es un tipo especial de diodo diseñado para trabajar en la zona inversa y cuya unión está expuesta a radiación electromagnética a través de una ventana.

El potencial en polarización inversa no puede exceder cierto límite. Este límite se conoce como potencial de ruptura y cuando es alcanzado ocurre un fenómeno denominado efecto avalancha en el cual la corriente crece abruptamente pudiendo destruir al diodo.

5.2.2. Caracterización

Para la detección se utilizó el fotodiodo de la marca Vishay modelo BPW34[28] el cual está hecho de silicio, tiene tiempos de respuesta al rededor de los 100 ns y posee una sensibilidad en la banda espectral de los 430 a los 1100 nm con sensibilidad máxima en 900 nm. Otras características relevantes pueden verse en el apéndice C. El fotodiodo BPW34 colocado sobre una montura se muestra en la figura 5.5A y el esquema del circuito utilizado para realizar la caracterización es mostrado en la figura 5.5B. Este circuito se basó en información tomada de la página web de la empresa Thorlabs[26]. La resistencia de 1 k Ω junto con el capacitor

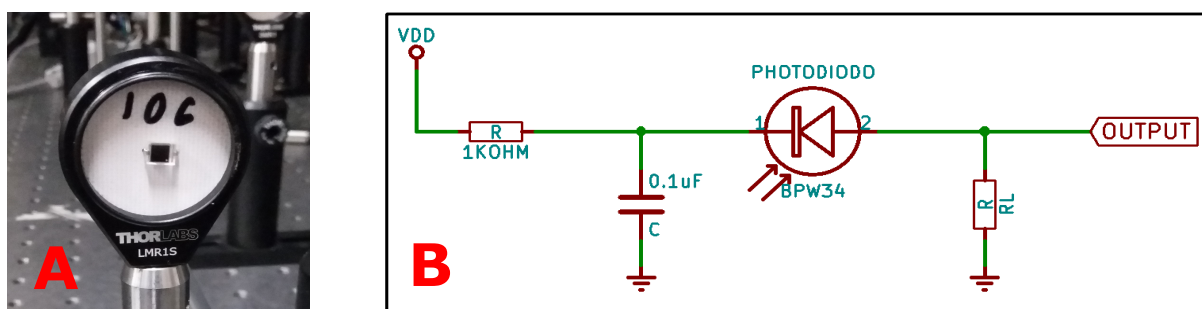


Figura 5.5: Esquema eléctrico del circuito utilizado para caracterizar al fotodiodo BPW34

de 0.1 μF , forman un filtro pasa-bajos que sirve para evitar frecuencias altas que pudieran provenir de la fuente de voltaje (potencial VDD), mientras que el conjunto fotodiodo con la resistencia de carga R_L forman un divisor de voltaje. El principio de funcionamiento aprovecha que la corriente que circula a través del fotodiodo depende de la intensidad de luz a la que se expone lo cual es equivalente a modificar su resistencia, es decir, puede pensarse en el fotodiodo operando como una fotoresistencia. Puesto que el fotodiodo y la resistencia de carga están conectados en serie la corriente que circula a través del fotodiodo es igual a la que circula a través de la resistencia de carga. Dado que la resistencia de carga es constante

la corriente puede determinarse midiendo la caída de potencial entre las terminales de la resistencia. Utilizando leyes de Kirchhoff y la ley de Ohm[16] puede deducirse la caída de potencial a través de la resistencia de carga la cual queda determinada por la ecuación:

$$V_o = \frac{V_{DD}R_L}{R_{PD} + R_L} \quad (5.1)$$

Donde V_o es el potencial entre las terminales de la resistencia de carga y R_{PD} la es resistencia total del fotodiodo. Si R_L y V_{DD} se mantienen constantes entonces V_o depende únicamente de R_{PD} que es proporcional a la intensidad de la luz. En consecuencia basta conocer el valor de V_o para tener una medición indirecta de la intensidad de la luz.

Las caracterización se realizó con el circuito montado en una tabllilla de pruebas haciendo

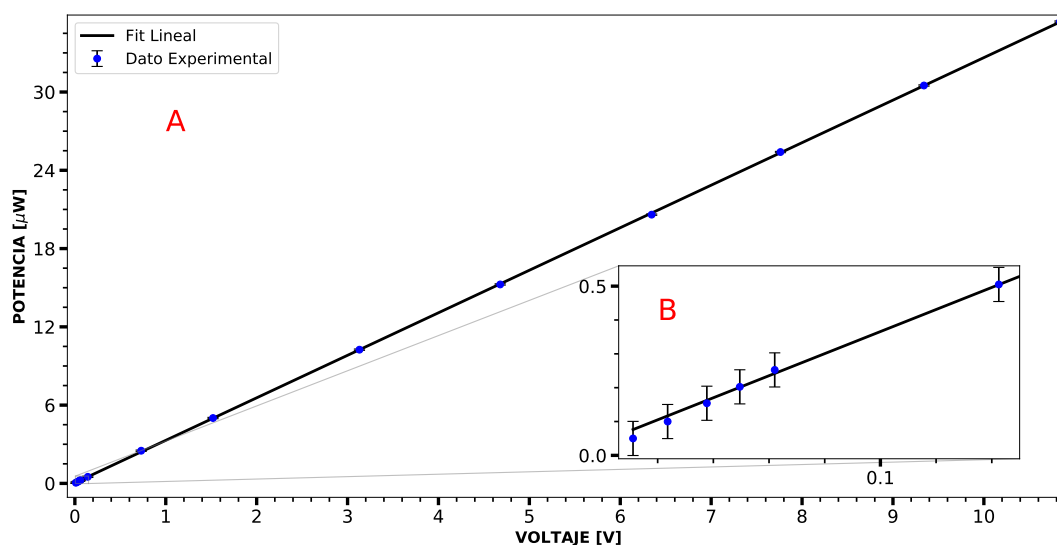


Figura 5.6: Datos de caracterización del fotodiodo y ajuste lineal.

incidir el haz de 780 nm del láser en el fotodiodo con las luces del laboratorio completamente apagadas. La resistencia de carga fue de $10 M\Omega$ y el voltaje se fijó en 30 V. La potencia del láser se varió desde 0.05 hasta $35 \mu\text{W}$. Los datos obtenidos junto con la recta de regresión lineal se muestran en la gráfica de la figura 5.6, donde se observa una respuesta altamente lineal con un factor de correlación de 0.999. Los datos mostrados en el acercamiento (cuadro B figura 5.6) corresponden a potencias inferiores a $0.5 \mu\text{W}$. Esto se hizo así para comprobar la linealidad en regiones en las que la potencia fuera menor que $1 \mu\text{W}$ debido a que la fluorescencia que se esperaba medir podía estar dentro de esos valores.

5.2.3. Señal de la fluorescencia

Como se mencionó en la sección anterior, en las pruebas realizadas durante la caracterización, el haz del láser se hacía incidir directamente sobre la superficie del fotodiodo controlando la intensidad con el sistema cubo divisor polarizador y placa retardadora de media onda. Lo anterior mostró la alta sensibilidad y linealidad en su respuesta por lo que el siguiente paso consistió en realizar espectroscopia utilizando exactamente el mismo circuito (figura 5.5B).

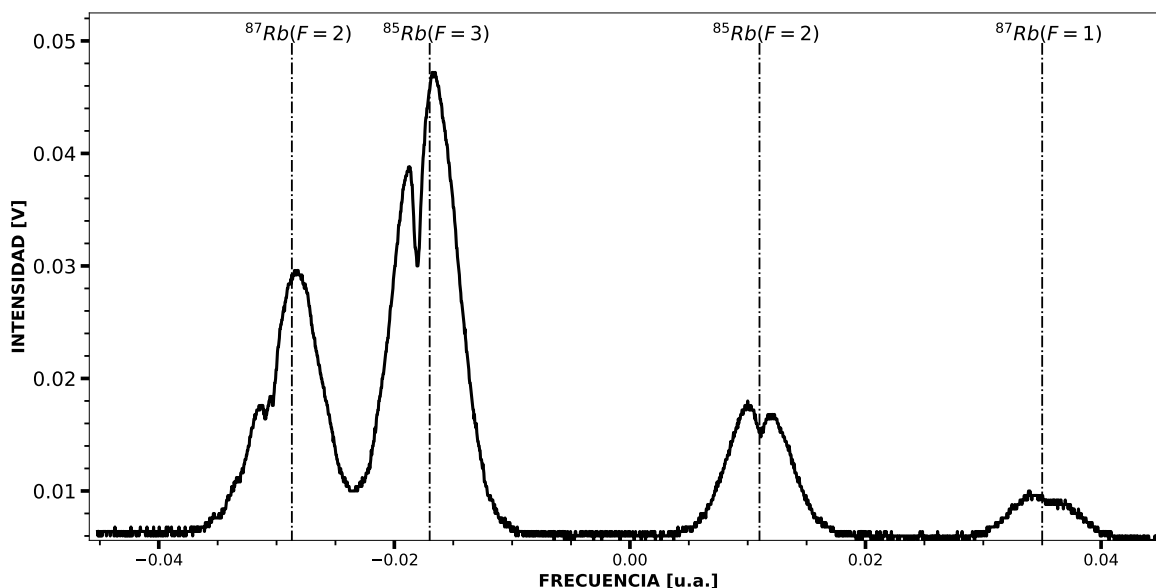


Figura 5.7: Ejemplo de un espectro de fluorescencia saturada tomada con el fotodiodo BPW34 utilizando en circuito de la figura 5.12.

Esto se hizo utilizando el esquema de la figura 5.1 pero omitiendo el amplificador, es decir conectando la señal del circuito directamente a un osciloscopio. El resultado de algunas pruebas pueden verse en los espectros mostrados en las figuras 5.7 y 5.8. En la figura 5.7

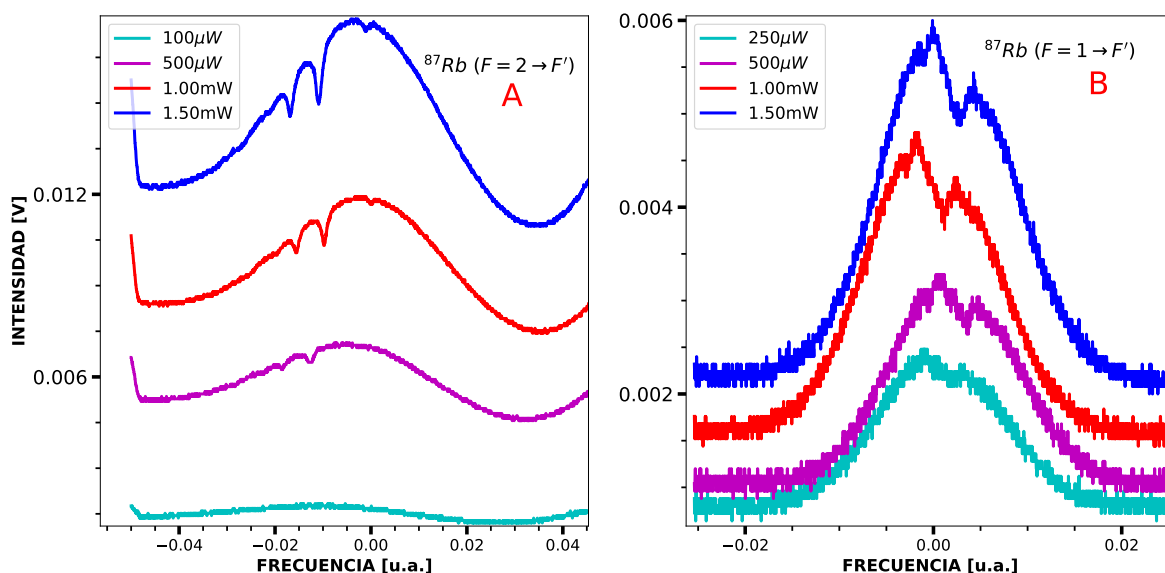


Figura 5.8: Espectroscopia de fluorescencia saturada en ^{87}Rb . A) ^{87}Rb ($F = 2 \rightarrow F'$). B) ^{87}Rb ($F = 1 \rightarrow F'$).

se muestra un ejemplo del espectro de fluorescencia saturada donde se observa la estructura hiperfina del nivel $5S_{1/2}$ así como ligeros detalles de la estructura hiperfina del nivel $5P_{3/2}$ de ambos isotopos. En la figura 5.8 se muestra con más de detalle sólo el isotopo 87.

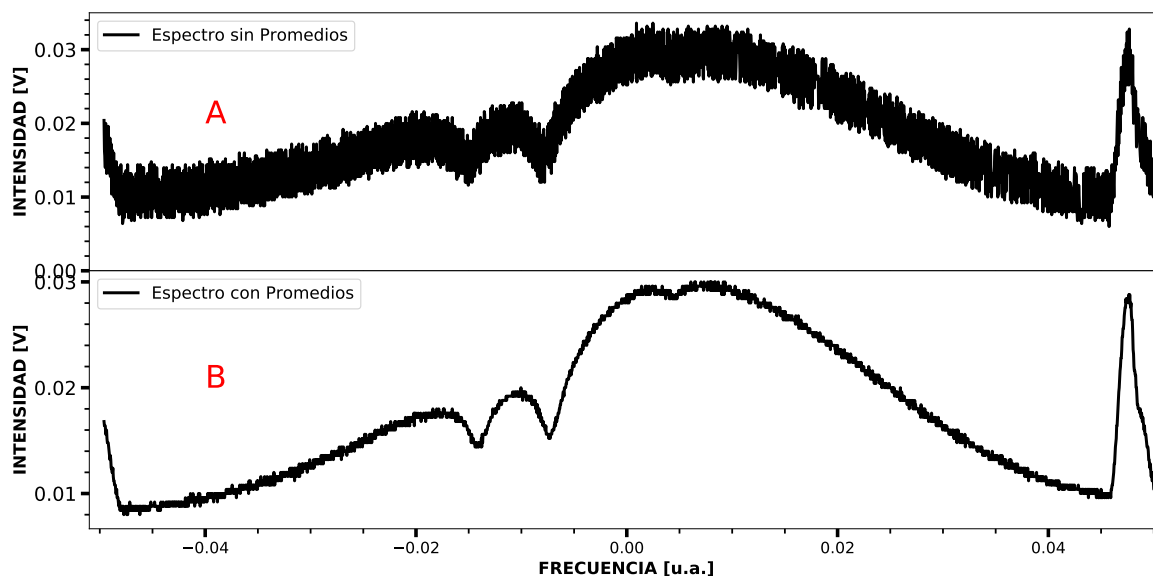


Figura 5.9: Comparación de la señal observada en $^{87}\text{Rb}(F=2)$. A) Señal de la fluorescencia sin promedios. B) La misma señal utilizando la función de promediado de ciclos.

Las pruebas se realizaron modificando la potencia del haz que incidía en la celda y como se observa en las gráficas la señal obtenida era del orden de mV. La potencia utilizada para obtener el espectro en la gráfica 5.7 fue de alrededor de 7 mW mientras que las potencias para obtener los espectros de la figura 5.8 se muestran en cada gráfica estando en el intervalo de 0.1 y 1.5 mW. Fue necesario utilizar, a manera de filtro, la función de promediado de ciclos del osciloscopio para obtener los espectros aquí presentados. En el caso del espectro en la figura 5.7 se utilizaron 4 ciclos y para los espectros en las gráficas A y B de la figura 5.8 se usaron 16 y 32 ciclos respectivamente. De no utilizar la función de promediar ciclos del osciloscopio, los espectros se veían con poca claridad debido a las componentes de ruido presentes en la señal. La figura 5.9 muestra una comparación entre la señal cuando se tiene activada la función de promediado de ciclos y cuando no. Aun utilizando esta función de filtrado los espectros mostrados en la gráfica de la figura 5.8B aparecen con baja calidad. Lo anterior dejó en claro que la fluorescencia captada por el fotodiodo estaba en el orden de los nW y a pesar de ello podía ser utilizada para realizar un estudio de espectroscopia pero con ciertas limitaciones. Con el fin de soslayar estas limitantes se procedió a diseñar un amplificador que pudiera mejorar la relación señal a ruido.

5.3. Amplificador para fotodiodo

5.3.1. Amplificador de transresistencia

En las secciones anteriores se ha mencionado que el principio de funcionamiento de un fotodiodo consiste en producir una corriente inversa a partir de electrones que son desligados de los enlaces en la unión PN. Un amplificador de transresistencia es un convertidor de corriente a voltaje basado en la aplicación de amplificadores operacionales por lo que su uso

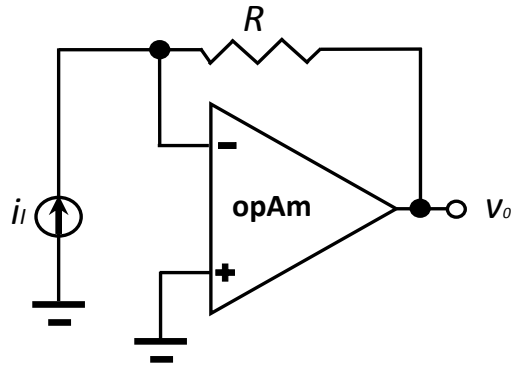


Figura 5.10: Esquema eléctrico básico de un amplificador de transresistencia.

con fotodiodos resulta ideal[9]. El esquema eléctrico de un amplificador de transresistencia básico se muestra en la figura 5.10. Siguiendo las reglas de los amplificadores[9], al sumar las corrientes en el nodo de la patilla inversora se tiene que $i_I + (V_o - 0)/R = 0$ y en consecuencia el voltaje de salida está dado por:

$$V_o = -Ri_I \quad (5.2)$$

A modo de ejemplo, si se desea que el amplificador tenga una sensibilidad de 1V/mA la resistencia debe ser de 1k Ω . Sin embargo, de las pruebas reportadas en la sección anterior puede deducirse que la corriente producida en el fotodiodo debida a la fluorescencia puede llegar a ser del orden de 10⁻¹⁰A (tomando una señal de 1mV y ya que la resistencia de carga utilizada era de 10M Ω). Una señal así de pequeña requeriría una resistencia extremadamente grande. Si por ejemplo, se desea tener una sensibilidad de 1V/nA la resistencia requerida sería de 1000M Ω . Esto resulta en un problema ya que el valor comercial de la resistencia más grande es justamente la de 10M Ω , que está dos ordenes de magnitud por debajo de lo deseado. La solución a este problema consiste en un circuito conocido como resistencias en malla T[9]. El esquema de un circuito amplificador con malla T se muestra en la figura 5.11. El resultado es un convertor de corriente a voltaje de muy alta sensibilidad. El análisis

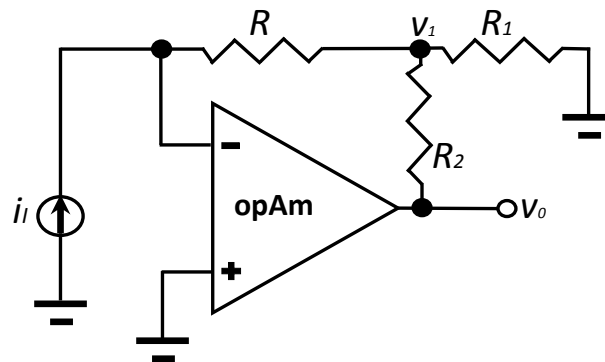


Figura 5.11: Esquema eléctrico de un amplificador de transresistencia con malla T.

para determinar el potencial de salida V_o se realiza nuevamente aplicando las reglas de los amplificadores y determinando las corrientes en el nodo V_1 . De este modo el potencial de salida V_o para el circuito de la figura 5.11 está dado por:[9]

$$V_0 = -kRi_I \quad (5.3)$$

donde

$$k = 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R} \quad (5.4)$$

En este caso el potencial de salida V_0 está escalado por el factor k que puede ajustarse eligiendo adecuadamente los valores de cada resistencia y así obtener la sensibilidad deseada.

5.3.2. Diseño y construcción del Amplificador

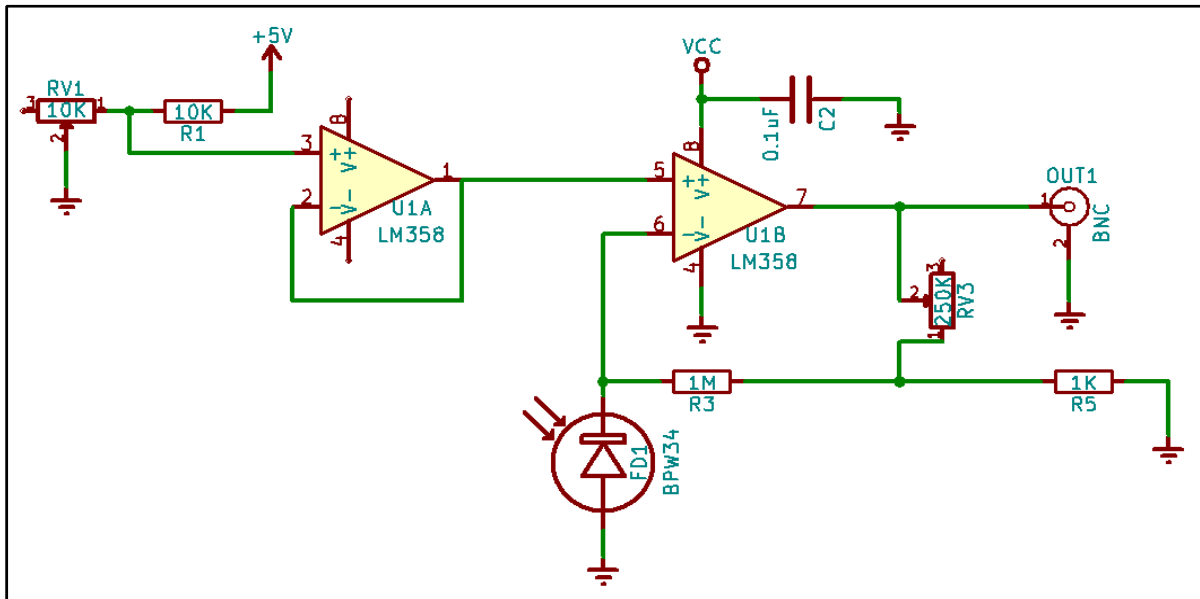


Figura 5.12: Diagrama eléctrico del circuito amplificador de transimpedancia.

Con las ideas presentadas en la sección anterior se procedió a diseñar un amplificador específicamente para la señal de la fluorescencia obtenida en las pruebas realizadas. El amplificador operacional elegido para este propósito fue el LM358[15]. Las razones para esta elección fueron por un lado su bajo costo y por otro la posibilidad de ser utilizado en modo de fuente única (single supply) sin la necesidad que crear tierras virtuales¹. Además dentro del encapsulado del LM358 hay en realidad dos amplificadores que pueden aprovecharse reduciendo el espacio ventajosamente (ver el apéndice D). La propuesta de amplificador se muestra en el esquema eléctrico de la figura 5.12. Las resistencias R , R_1 y R_2 en la ecuación 5.4 se corresponden con las resistencias R_3 , R_5 y RV_3 respectivamente, siendo $R_3 = 1M\Omega$, $R_5 = 1k\Omega$ y RV_3 es una resistencia variable de $250k\Omega$. Con estos valores la ganancia teórica máxima ocurre cuando $RV_3 = 250k\Omega$ y es aproximadamente de $1V/4nA$ y la mínima ocurre cuando $RV_3 = 0\Omega$ es de $1V/\mu A$. Estos valores son ideales ya que en la práctica todos los

¹La mayoría de los amplificadores operacionales deben utilizarse con fuentes dobles, también conocidas como fuentes simétricas, lo cual no representa un problema grave pero utilizar un amplificador con característica single supply simplifica mucho las conexiones.

componentes se ven afectados por factores externos, como la temperatura, que modifican su comportamiento.

En el esquema de la figura 5.12 aparecen dos amplificadores etiquetados como U1A y U1B, ambos están dentro del encapsulado del LM358. El U1B es usado como amplificador de transresistencia mientras que el U1A se utiliza en configuración de seguidor de voltaje. El potencial aplicado en la patilla no inversora del U1B introduce un offset en su voltaje de salida. Este offset es necesario y muy útil a la hora de ver la señal en el osciloscopio. El potencial del offset es ajustado con la resistencia variable $RV1$ que forma un divisor de voltaje con la resistencia $R1$. El amplificador U1A acopla la impedancia entre el divisor de voltaje y el amplificador U1B. Este acoplamiento puede ser innecesario ya que la impedancia de entrada de un operacional es teóricamente infinita, sin embargo se aprovecha el hecho de que se tienen los dos operacionales en el LM358. El capacitor C2, opera como filtro para frecuencias altas que pudieran provenir de la fuente de voltaje. El voltaje de operación del circuito puede estar entre los 3 y los 28V. El potencial de 5V para el divisor de voltaje se obtenía del mismo potencial de alimentación con el uso de un regulador de voltaje LM7805[14].

La propuesta de amplificador para fotodiodos aquí que aquí se presenta no incluye ningún tipo de filtrado de la señal proveniente del fotodiodo. Esto es así para simplificar el diseño ya que el trabajo de diseñar los filtros adecuados representa una tarea que por ahora no se a incluido y que además queda fuera de los alcances de este trabajo. El diseño de filtros implica conocer con mayor profundidad la señal y sus componentes armónicos, sin embargo cuando se diseña un amplificador se debe pensar en dos tipos de fuentes de ruido: aquellas que pertenecen a la señal a amplificar y aquellas que se suman a la señal de forma externa. En las primeras el ruido debe ser filtrado de alguna forma ya que de no hacerlo es amplificado junto con la señal y el efecto final es que no se mejora la relación señal a ruido. En las segundas se puede buscar aislar el sistema del ruido externo, de tal forma que sólo se amplifica la señal de interés. En este caso se blindó todo el sistema colocando el amplificador dentro de una caja metálica y utilizando cables coaxiales. En la siguiente sección se muestra que las componentes de ruido en la señal son debidas más que nada a factores externos por lo que en este trabajo fue suficiente el blindaje eléctrico.

5.3.3. Señal de la fluorescencia con amplificador

Para verificar el funcionamiento del amplificador se realizaron pruebas similares a las descritas en la sección 5.2.3. Con el esquema visto en la figura 5.1 se procedió a tomar espectros fijando el amplificador en la máxima sensibilidad y modificando el offset según fuera requerido. La figura 5.13 muestra los espectros de fluorescencia simple (A) y saturada (B) de los dos isotopos con la potencia del haz fijado a una potencia de 1mW. A manera de comparación con la figura 5.7 de la sección 5.2.3 donde la potencia utilizada fue de 7mW se nota una clara diferencia en el tamaño de la señal. Sin embargo las diferencias menos obvias se aprecian cuando se examina de cerca cada F. En las gráficas de la figura 5.14 se muestra a detalle los casos $F = 1$ y $F = 2$ del isótopo 87, las cuales pueden compararse con las de la figura 5.8 de la sección 5.2.3. En este caso se aprecia una gran diferencia en la definición de la señal sobre todo para el caso $F = 1$ mostrado en las gráficas B. Con el uso del amplificador se puede ver con detalle la estructura hiperfina del nivel $5P_{3/2}$ incluso para

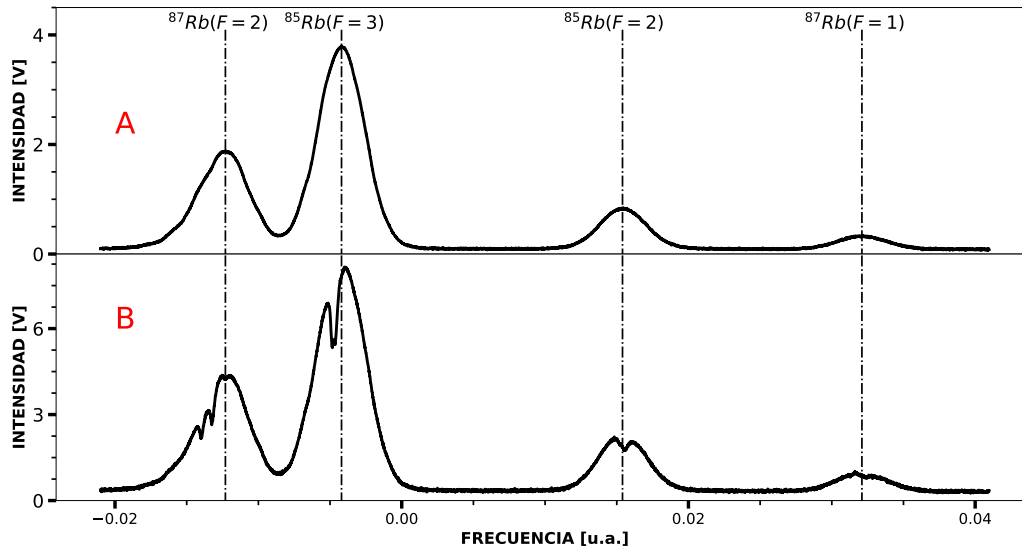


Figura 5.13: Comparación entre los espectros de fluorescencia saturada y simple. (A) Espectro de fluorescencia simple. (B) Espectro de fluorescencia saturada.

una fluorescencia debida a la exposición de los átomos a un haz con potencia de $40\mu\text{W}$. Sin embargo cabe mencionar que cuando se utilizan potencias en el haz inferiores a los $200\mu\text{W}$, es necesario hacer uso de la función de promediado de ciclos del osciloscopio ya que en estos casos la fluorescencia captada por el fotodiodo es sumamente débil y el ruido presente en la señal es comparable con su tamaño. A pesar de ello el resultado sigue siendo mucho mejor que el obtenido sin el amplificador.

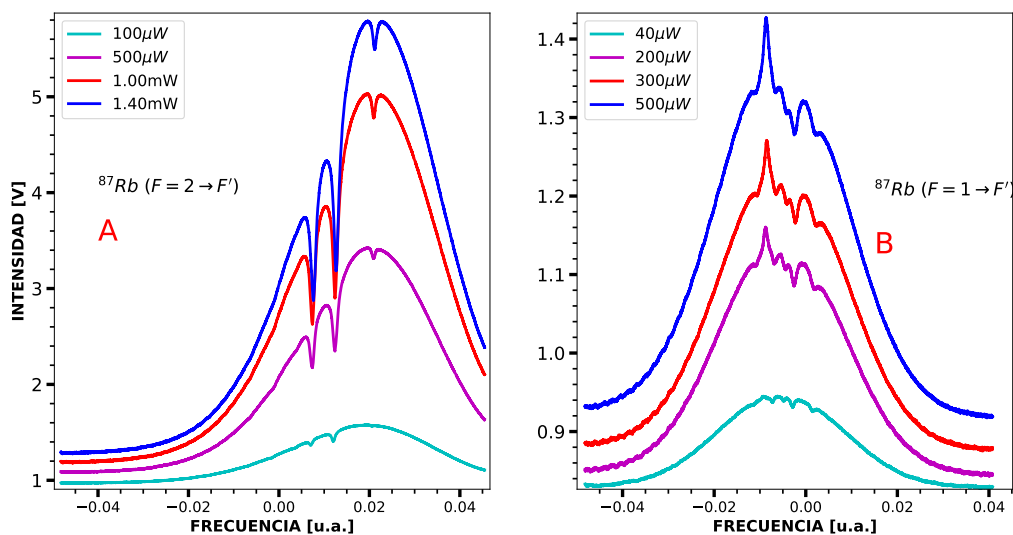


Figura 5.14: Espectroscopia de Fluorescencia saturada en ^{87}Rb con amplificador. A) $^{87}\text{Rb}(F=2 \rightarrow F')$. B) $^{87}\text{Rb}(F=1 \rightarrow F')$.

5.4. Láser de 780 nm

Para producir la transición del nivel $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ se utilizó un láser de diodo de cavidad extendida de 780 nm cuyo diseño está basado en el presentado por el grupo de Sussex[1]. Este fue construido en el laboratorio de átomos fríos y la información completa sobre su construcción y características técnicas pueden encontrarse en la tesis[23].

Un láser esta compuesto de tres elementos básicos:[6]

- Medio activo, para amplificar una onda electromagnética incidente.
- Bombeo de energía, para poblar selectivamente niveles en el medio activo y lograr la inversión de población.
- Resonador óptico, normalmente compuesto por dos espejos opuestos cuya función es mantener la radiación por emisión estimulada dentro de un modo resonante estrecho.

Estos elementos se ilustran en la figura 5.15a). La energía emitida por la fuente de bombeo, excita los átomos en el medio causando una desviación en la población $N(E)$ que se desvía de la distribución de Boltzman cuando hay equilibrio térmico (figura 5.15b). Si la potencia con la que se bombea energía al medio es muy grande, la población $N(E_k)$ de moléculas en el nivel E_k puede exceder a la población $N(E_i)$ de moléculas en el nivel E_i cómo se ilustra en la figura 5.15b). De esta forma una onda electromagnética que pasa a través del medio es amplificada en lugar de ser atenuada. El resonador óptico selecciona la retroalimentación a partir de la radiación emitida. La radiación emitida a través del espejo semitransparente M2 en la figura 5.15a resulta ser una haz coherente. En el caso de los diodos láser, el medio activo

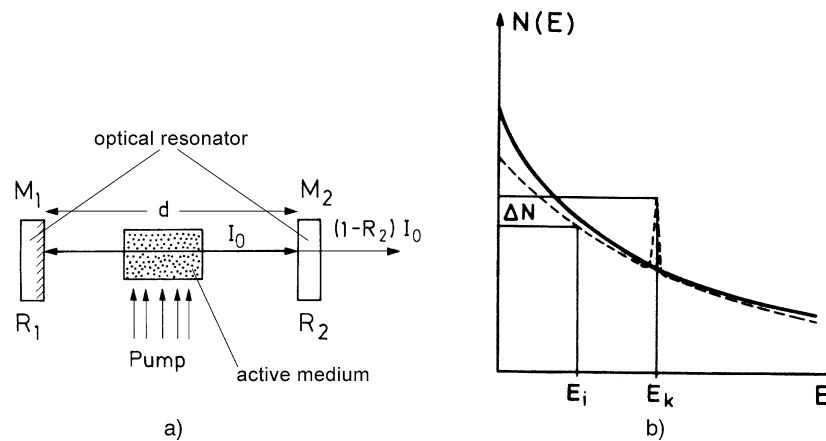


Figura 5.15: a)Esquema de los componentes de un láser. b)Inversión de población (curva punteada) y comparación con la distribución de Boltzman en equilibrio térmico. Tomada de [6]

es algún material semiconductor en la zona de la unión PN, y el bombeo es proporcionado por la corriente que circula a través del diodo cuando se encuentra en polarización directa. La cavidad está formada por superficies planas paralelas que se encuentran en lados opuestos del medio activo. Debido a que la densidad espectral de la radiación emitida depende fuertemente

de las dimensiones de la cavidad, cualquier perturbación en esta produce cambios notables en la frecuencia de la radiación emitida. El tamaño de la cavidad depende de su temperatura y de la corriente. Debido a esto un diodo láser por sí sólo suele tener anchos de banda de alrededor de los 100 MHz[1] y no puede ser sintonizado simplemente ajustando la corriente. Es posible obtener anchos de banda tan angostos como 1MHz e incluso menores si se utiliza una cavidad extendida que permita seleccionar con mayor eficiencia los modos que van a ser amplificados en el medio. Esto es precisamente lo que se logra con los láseres de cavidad extendida. En la

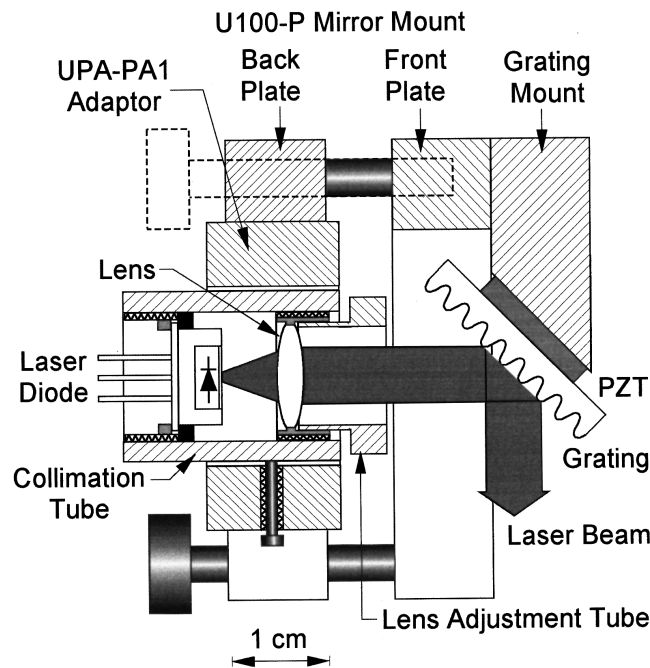


Figura 5.16: Diagrama esquemático del ECDL. Imagen tomada de [1]

figura 5.16 se muestra el diagrama esquemático de un láser de diodo de cavidad extendida. La cavidad extendida está formada por la rejilla de difracción y el propio diodo. El haz que emite el diodo es colimado por una lente y dirigido hacia la rejilla de difracción. Esta se encuentra colocada de forma que refleja el orden 1 (condición conocida como configuración Littrow[23][1]) con longitud de onda λ_0 de vuelta al diodo forzándolo a emitir en dicha longitud y estrechando su ancho de banda. La rejilla además se encuentra montada sobre un elemento piezoeléctrico. Cuando un voltaje es aplicado a dos puntos del piezo se modifica su longitud causando un ligero desplazamiento de la rejilla. Este desplazamiento es función del potencial aplicado y permite un ajuste fino en la sintonía del láser. Aplicando una rampa de voltaje a este elemento se logra tener un haz que realiza un barrido de frecuencias que puede sintonizar las transiciones atómicas del rubidio. Para lograr que la banda de emisión del láser sea lo más estrecha y estable es necesario cuidar de manera rigurosa la corriente que se suministra al diodo así como su temperatura. De no hacerlo el diodo puede aumentar su ancho de banda e incluso operar en varios modos. Para garantizar la estabilidad de estas variables se utilizan fuentes de especialmente diseñadas usualmente basadas en controladores PID.

Capítulo 6

Datos, calibración y análisis

La descripción de los datos obtenidos se hace en la primera sección de este capítulo. El análisis de éstos se realizó mediante el uso de programas escritos en lenguaje python. Para ello se utilizaron seis diferentes scripts cuyas funciones específicas fueron la calibración en escala de frecuencias, obtener los espectros sub-Doppler y por último realizar los ajustes de las componentes lorentzianas para cada espectro sub-Doppler. Tres de estos desarrollados para el análisis de las transiciones que parten del nivel $5S_{1/2}$ con $F = 1$ y los otros tres para las que parten del nivel con $F = 2$. Con el espíritu de verificar la confiabilidad de los resultados de los programas, algunos de los datos fueron analizados igualmente utilizando el programa especializado Origin sin encontrar diferencias significativas en los resultados. Los programas encargados de la calibración son esencialmente iguales tanto para las transiciones que parten del nivel $5S_{1/2}$ con $F = 1$ y $F = 2$ por lo que las descripciones hechas de estos programas en la sección 6.2 valen para cualquiera de los dos casos. En contraste, los programas dedicados a encontrar los espectros sub-Doppler y los encargados de obtener sus componentes lorentzianas contienen diferencias de mayor significado por lo que cuando sea el caso se especificarán los detalles importantes. A continuación se describen los datos así como los aspectos más relevantes de estos programas.

6.1. Datos obtenidos

Con el esquema mostrado en la figura 5.1 se tomaron espectros de fluorescencia simple y saturada de las transiciones del $^{87}\text{Rb}F = 2 \rightarrow F'$ y $^{87}\text{Rb}F = 1 \rightarrow F'$. En cada espectro la potencia del láser se fue variando de modo que para las transiciones con $F=2$ en el intervalo de potencias abarcado fue de $40\mu\text{W}$ a 2mW mientras que para las transiciones con $F=1$ el intervalo fue de $20\mu\text{W}$ a 0.8mW . En cada intervalo se tomaron 20 espectros de fluorescencia simple y 20 de fluorescencia saturada por lo que se obtuvieron un total de 80 espectros. Al mismo tiempo en un canal independiente del osciloscopio se registraba la rampa de voltaje que gobernaba al piezo. En la gráfica A de la figura 6.1 se muestran a manera de ejemplo los espectros de fluorescencia simple y saturada junto con la rampa para la transición $^{87}\text{Rb}F = 2 \rightarrow F'$ cuando la potencia del láser se había fijado en $200\mu\text{W}$. En la gráfica B se muestran los espectros junto con su rampa para el caso de la transición $^{87}\text{Rb}F = 1 \rightarrow F'$ utilizando la misma potencia. Cabe señalar que el offset y ganancia del

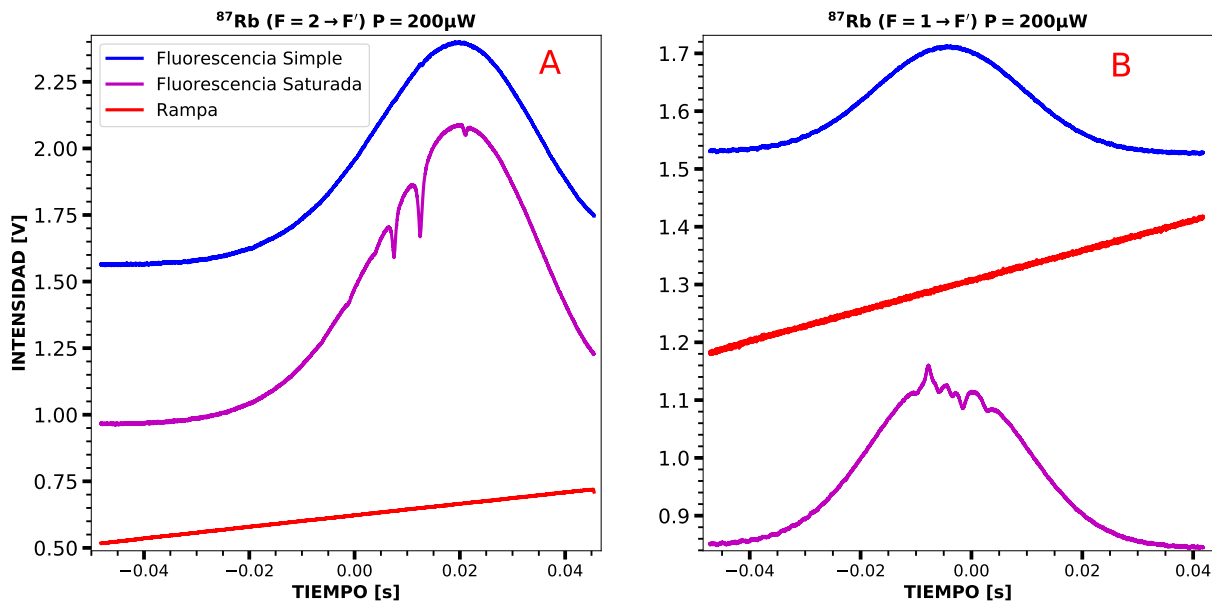


Figura 6.1: Datos representativos obtenidos.

amplificador fueron ajustados de forma diferente para los espectros con $F=2$ y aquellos con $F=1$. Esto es debido a que a señal que producen los espectros con $F=2$ es varias veces mayor que la que producen los espectros con $F=1$. Utilizar la misma ganancia para ambos casos implicaba una de dos situaciones, ya fuera que los espectros con $F=2$ saturaran al amplificador o bien que los espectros con $F=1$ no se amplificaran lo suficiente para observar detalladamente la estructura hiperfina del nivel $5P_{3/2}$.

Como se puede observar en la figura 6.1 cada espectro muestra un fondo diferente mismo que debe ser restado. Para ello es importante que los espectros muestren cierta porción de sus faldas que son las regiones en las que la señal se aplanan. Estos espectros además se encuentran en una escala de tiempo dada por el osciloscopio pero gracias a que se tiene también la rampa de voltage del piezoeléctrico, esta puede ser transformada en una escala de frecuencias. La razón de haber obtenido los espectros simples era porque se pensaba utilizarlos para obtener el fondo gaussiano de los espectros saturados. Sin embargo, se encontró durante los análisis que estos no reproducen adecuadamente el fondo gaussiano por lo que resulto mejor ajustar sumas de gaussianas mediante métodos de minimización de cuadrados. Los procedimientos para la calibración en frecuencia y cómo se obtuvieron los fondos gaussianos se describe en las siguientes secciones.

6.2. Calibración de tiempo a frecuencia.

Resulta de suma importancia tener los espectros lo mejor calibrados, ya que los resultados finales dependen fuertemente de la calidad de la calibración. Esto se demuestra al realizar los ajustes en los programas posteriores, por lo cual el primer paso para realizar los análisis consiste en calibrar. El tipo de calibración que se hizo fue relativa utilizando las separaciones de la estructura hiperfina del nivel $5P_{3/2}$. Estas separaciones fueron tomadas de [25] y el

origen fue centrado en las transiciones de mayor frecuencia. Esto ocurre en la transición cíclica $F = 2 \rightarrow F' = 3$ para el caso de $F = 2$ y en la transición $F = 1 \rightarrow F' = 2$ para el caso $F = 1$. Las posiciones en frecuencia relativas a estos centros se muestran en la tabla 6.1. Puesto que el osciloscopio DPO4054 entrega por cada espectro un archivo de extensión .csv el programa debe abrir dicho archivo y verificar los datos que contiene. Estos son la cabecera con información de la configuración interna y en columnas los datos correspondientes al tiempo, rampa de voltaje del piezo y la señal del fotodiodo. Es importante notar que para la calibración puede utilizarse tanto la escala de tiempo como el voltaje de la rampa. Para este trabajo se utilizaron ambas pero dando un mayor peso a la señal de la rampa. El procedimiento consistió en hacer un ajuste lineal de la rampa usando como eje x al tiempo y como eje y la señal de la rampa de forma que este ajuste se utilizaba para realizar la calibración a frecuencia. Este procedimiento elimina completamente cualquier tipo de ruido que pueda estar presente en la señal de la rampa. Es de notar también que en la escala de tiempo el osciloscopio proporciona datos con un máximo de 5 cifras significativas mientras que para la escala de voltaje en la señal de rampa proporciona 6 lo cual resulta mejor para la calibración. Para ajustar las componentes gaussianas de los espectros se debe proporcionar

$^{87}\text{Rb}(F = 1)$	Frecuencia [MHz]	$^{87}\text{Rb}(F = 2)$	Frecuencia [MHz]
$F = 1 \rightarrow F' = 2$	0	$F = 2 \rightarrow F' = 3$	0
$F = 1 \rightarrow (1 - 2)$	-78.4735	$F = 2 \rightarrow (2 - 3)$	-133.325
$F = 1 \rightarrow (0 - 2)$	-114.5825	$F = 2 \rightarrow (1 - 3)$	-211.7985
$F = 1 \rightarrow F' = 1$	-156.947	$F = 2 \rightarrow F' = 2$	-266.65
$F = 1 \rightarrow (0 - 1)$	-193.056	$F = 2 \rightarrow (1 - 2)$	-345.1235
$F = 1 \rightarrow F' = 0$	-229.165	$F = 2 \rightarrow F' = 1$	-423.597

Tabla 6.1: Posiciones relativas en frecuencia de las transiciones y entrecruzamientos centrados en las transiciones de mayor frecuencia.

un ancho aproximado al programa que permita optimizar el ajuste. Este ancho se estimó con la ecuación (4.25) utilizando la masa del isótopo 87 del rubidio dado en la tabla 2.1. Para una temperatura ambiente de 17°C se obtiene un ancho de:

$$\Gamma_D(17) = 505\text{MHz} \quad (6.1)$$

El programa para realizar la calibración para el caso de las transiciones con $F = 2$ puede ser consultado en el apéndice B.1.

6.2.1. Calibración preliminar.

Para obtener los mejores resultados el programa realiza dos calibraciones. La primera es una calibración preliminar que sirve como base para obtener la calibración definitiva. Esta calibración preliminar consiste en identificar los puntos máximos y mínimos del espectro de fluorescencia saturada, de modo que se crea una serie de datos como la que se muestra en la tabla de ejemplo 6.2 para el caso $F = 1$ en la cual se relaciona la transición, con su posición en frecuencia y el voltaje de la rampa para el cual se da dicha transición. Con los

$^{87}\text{Rb}(F = 1)5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$	Frecuencia [MHz]	Voltaje[V]
$F = 1 \rightarrow F' = 2$	0	V1
$F = 1 \rightarrow (1 - 2)$	-78.4735	V2
$F = 1 \rightarrow (0 - 2)$	-114.5825	V3
$F = 1 \rightarrow F' = 1$	-156.947	V4
$F = 1 \rightarrow (0 - 1)$	-193.056	V5
$F = 1 \rightarrow F' = 0$	-229.165	V6

Tabla 6.2: Tabla de ejemplo para realizar las calibraciones.

datos mostrados en la tabla de ejemplo 6.2 se realiza un ajuste lineal y se obtiene la relación entre el voltaje de la rampa y la frecuencia. Cabe mencionar que de los seis puntos posibles para realizar la calibración preliminar, no todos son usados, esto debido a que no todos son distinguibles a partir del espectro de fluorescencia saturada, en especial para las transiciones que parten del nivel con $F = 2$. Es claro que a pesar de ello para una calibración preliminar bastan dos puntos en el espectro que estén plenamente identificados con alguna transición.

6.2.2. Calibración definitiva.

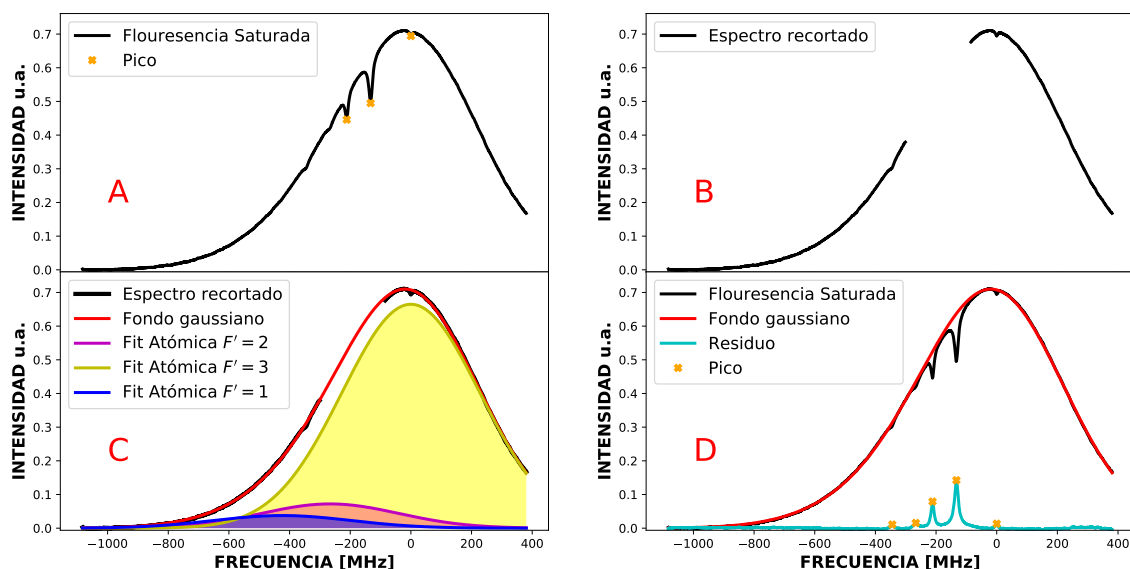


Figura 6.2: Procedimiento para calibración definitiva. (A) Espectro de fluorescencia saturada. (B) Espectro recortado. (C) Fondo gaussiano y sus 3 componentes. (D) Residuo, espectro sub-Doppler.

Como se mencionó en la sección anterior, la calibración preliminar puede realizarse tomando en cuenta únicamente dos puntos aunque por lo general se pueden identificar al menos tres. El siguiente paso consiste en identificar las posiciones en la escala de voltaje de la rampa para los puntos que no se pueden identificar a partir del espectro de fluorescencia saturada, siendo necesario obtener un primer espectro sub-Doppler. Esto se logra restando el fondo

gaussiano del espectro de fluorescencia saturada, el cual se obtiene de realizar un ajuste de tres gaussianas a una parte de los datos el espectro saturado.

La parte del espectro a la cual se ajustan las tres gaussianas son las alas, es decir, se ignora la parte central que contiene el detalle de la estructura hiperfina del nivel $5P_{3/2}$. Esto se ilustra en la figura 6.2 para el caso de las transiciones con $F = 2$. En la gráfica D se obtiene el residuo el cual revela claramente la posición de cinco picos, de los cuales sólo tres son claros en el espectro de fluorescencia saturada (gráfica A).

La calibración definitiva consiste ahora en encontrar las posiciones de los picos en el voltaje de la rampa revelados por el residuo. Estos se relacionan con la transición que les corresponde y se construye una nueva tabla como la de ejemplo (tabla 6.2) que contiene una cantidad de puntos mayor a la realizada para la calibración preliminar. Finalmente se realiza el ajuste lineal y se obtiene la nueva escala. Esto se realizó para cada espectro por separado.

6.3. Espectro sub-Doppler.

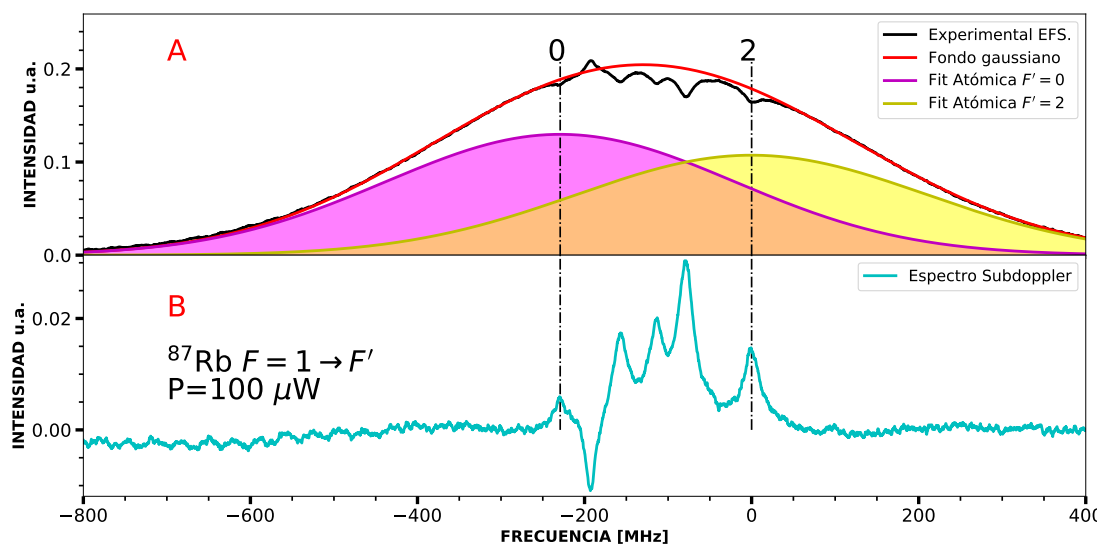


Figura 6.3: Ajustes y obtención del espectro sub-Doppler para las transiciones $^{87}\text{Rb}(F = 1)5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. (A) Ajuste del fondo gaussiano con sus tres componentes. (B) Espectro sub-Doppler.

Cuando se realiza la calibración definitiva se obtiene un primer espectro sub-Doppler, sin embargo, este se genera a partir de la calibración preliminar por lo que no se toma en cuenta para realizar análisis posteriores. Para obtener un espectro sub-Doppler de mejor calidad se utiliza la calibración definitiva y por tanto parte del procedimiento hecho anteriormente se repite. En particular se obtiene nuevamente el fondo gaussiano a partir de sus componentes gaussianas siguiendo los métodos ilustrados en la figura 6.2. Para el caso en que $F = 1$ se utilizaron sólo dos componentes gaussianas que corresponden a las transiciones $F = 1 \rightarrow F' = 0$ y $F = 1 \rightarrow F' = 2$, mientras que para el caso $F = 3$ se utilizaron las tres. El resultado de esta repetición se muestra a detalle en la figura 6.3 para el caso $F = 1$ y en la figura 6.4 para el caso $F = 2$. La razón de que se hayan utilizado sólo dos componentes gaussianas

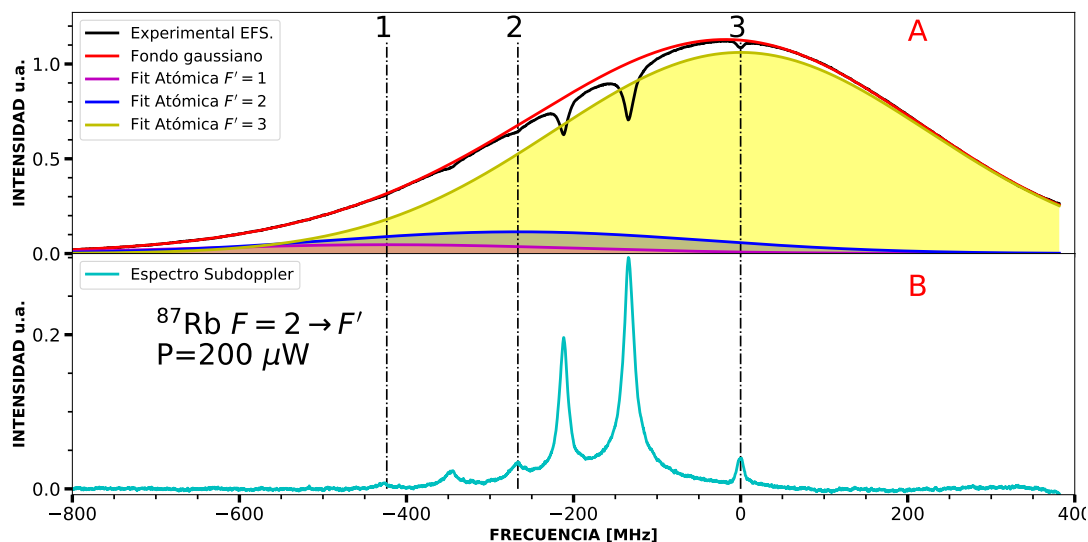


Figura 6.4: Ajustes y obtención del espectro sub-Doppler para las transiciones $^{87}\text{Rb}(F = 2)5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. (A) Ajuste del fondo gaussiano con sus tres componentes. (B) Espectro sub-Doppler.

para el fondo de los espectros con $F = 1$ está en que se obtuvieron mejores resultados en comparación con usar las tres componentes. Esto no se hace visible en las gráficas pero sí en las amplitudes de la componente correspondiente a la transición $F = 1 \rightarrow F' = 1$ que en algunos casos eran positivas, en otros negativas y en ocasiones se hacían cero. Esto ocasionaba que los comportamientos de las amplitudes fueran erráticos cuando se graficaban en función de la potencia de forma que el modelo de intensidad dado por (3.49) resultaba totalmente incompatible. Se probó de igual forma obtener el fondo gaussiano con dos componentes en todas las combinaciones posibles, es decir utilizando además del reportado, los casos $F' = 0$ con $F = 1$ y $F' = 1$ con $F = 2$. De estos últimos los resultados fueron significativamente diferentes tanto en las amplitudes como en los anchos. Particularmente los anchos en estos últimos casos resultaban ser superiores a los 600 MHz por lo que fueron descartados. Cabe mencionar que en todos los casos el fondo gaussiano obtenido era igual de válido para generar el espectro sub-Doppler por lo que los resultados que se obtenían para las componentes lorentzianas eran esencialmente los mismos.

En el caso de los espectros de fluorescencia saturada con $F = 2$ también se probó obtener el fondo gaussiano con sólo dos componentes, sin embargo en este caso el resultado final se veía sumamente alterado por lo que se hizo notorio desde el principio la necesidad de utilizar las tres componentes. Cabe mencionar que aun con las tres componentes, en el principio los resultados que se obtenían no eran satisfactorios, por lo que incluso se optó por utilizar una cuarta componente gaussiana, la cual se centró en la transición $F = 3 \rightarrow F' = 4$ que corresponde a la transición cíclica del ^{85}Rb . Esto debido a que la estructura hiperfina $F = 2$ del ^{87}Rb y la $F = 3$ del ^{85}Rb se encuentran relativamente cerca por lo que es posible que la fluorescencia de la $F = 3$ del ^{85}Rb esté presente en las componentes $F = 2$ del ^{87}Rb . Sin embargo, utilizar la cuarta componente gaussiana no fue necesario ya que en los ajustes ésta no producía cambios que pudieran observarse.

6.4. Componentes lorentzianas del espectro sub-Doppler.

En cuanto a las componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler se encontraron diferencias significativas para los casos $F = 1$ y $F = 2$. En el caso $F = 1$ se utilizaron seis lorentzianas para realizar los ajustes, mientras que para el caso $F = 2$ fueron necesarias ocho. De las ocho lorentzianas necesarias en el caso $F = 2$, seis se han denominado componentes primarias y corresponden tres a las transiciones atómicas y tres a los entrecruzamientos. Las dos lorentzianas restantes fueron denominadas componentes secundarias y sólo aparecen en los entrecruzamientos $(2 - 3)$ y $(1 - 3)$. De este modo se puede decir que los espectros sub-Doppler del caso $F = 1$ contienen seis componentes primarias mientras el caso $F = 2$ posee seis componentes primarias y dos secundarias. Las características de estas componentes secundarias se verán en la sección 7.2.2 del capítulo de resultados por lo que esta sección se limitará a justificar su uso (justificación en un sentido computacional o numérico para realizar los ajustes de los espectros) y describir cómo fueron obtenidas. El programa para obtener las componentes lorentzianas en los espectros sub-Doppler en el caso de las transiciones con $F = 2$ puede ser consultado en el apéndice B.2.

6.4.1. Caso $F = 1$

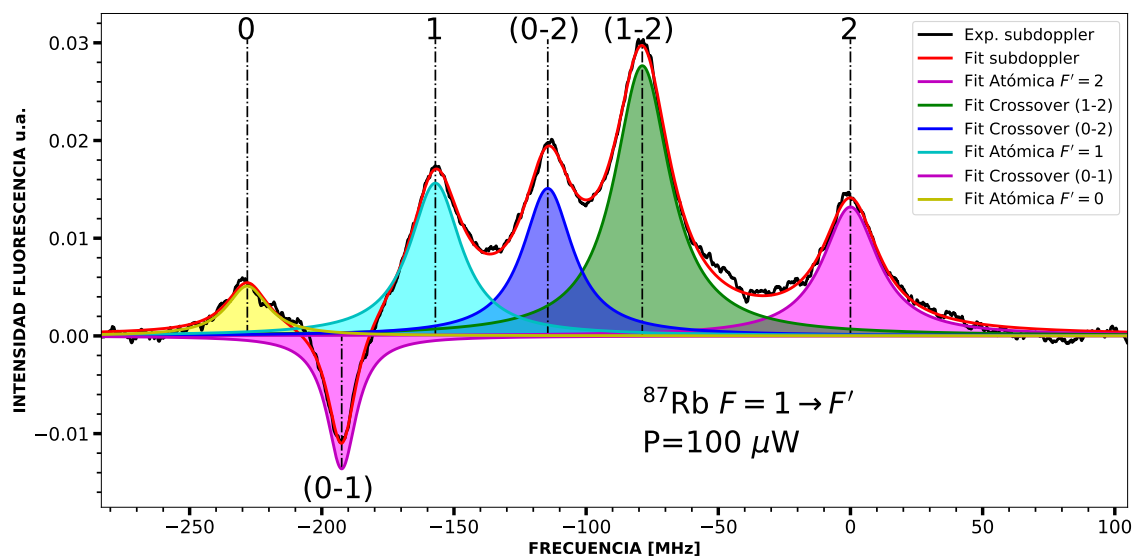


Figura 6.5: Espectro sub-Doppler para las transiciones $^{87}\text{Rb}(F = 1 \rightarrow F')$ con sus componentes lorentzianas.

El ajuste del espectro sub-Doppler para el caso $F = 1$ se obtiene de la suma de seis lorentzianas habiendo tres para las transiciones atómicas y tres para los entrecruzamientos. Los centros de estas componentes se fijan en la posición que les corresponde de acuerdo a la tabla 6.1. En el programa se utilizó la función básica:

$$I(\nu) = \frac{A * W^2}{(\nu - (\mu + \delta\mu))^2 + W^2} \quad (6.2)$$

que corresponde a una distribución lorentziana no normalizada con amplitud A , ancho HWHM W y centrada en $\mu + \delta\mu$. El parámetro $\delta\mu$ es de suma importancia ya que permite mover el centro en caso de que este no coincida precisamente con el asignado por la tabla 6.1, lo cual ocurre en la mayoría de los casos debido a la incertidumbre asociada por la calibración en frecuencia la cual está entre 1 y 3 MHz. De este modo el resultado final en el ajuste es significativamente mejor. Otro punto importante que se tomó en cuenta fue permitir que el programa asignara anchos distintos a cada componente según se requiriera ya que asignar anchos iguales a todas las componentes producía errores de convergencia en los ajustes. Como ejemplo de los resultados obtenidos se puede ver en la gráfica de la figura 6.5 el espectro sub-Doppler junto con todas sus seis componentes lorentzianas y el ajuste para el caso en que la potencia del láser se mantenía en $100\mu\text{W}$.

6.4.2. Caso $F = 2$

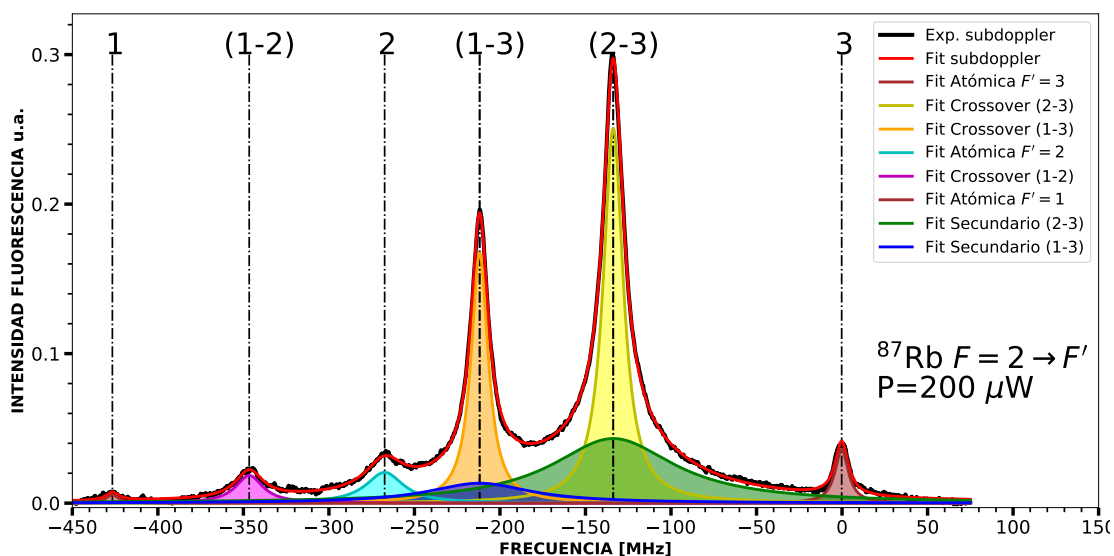


Figura 6.6: Espectro sub-Doppler para las transiciones $^{87}\text{Rb}(F = 2 \rightarrow F')$ con sus componentes lorentzianas.

El caso $F = 2$ es un tanto más complicado por dos razones: La primera es que la transición atómica $F = 2 \rightarrow F' = 1$ es muy débil y a medida que se aumenta la potencia del láser, esta crece tan rápido como lo hace el fondo gaussiano provocando que sea muy difícil distinguirla. La segunda razón es que para obtener un ajuste razonablemente bueno es necesario agregar lorentzianas secundarias para los entrecruzamientos $F = 2 \rightarrow (2 - 3)$ y $F = 2 \rightarrow (1 - 3)$. Sin estas componentes extras el programa de ajuste puede no converger y en caso de hacerlo lo hará produciendo una curva cuya desviación respecto a los datos es grande. En las primeras versiones del programa se utilizaban sólo seis lorentzianas, sin embargo se observó que si se eliminaba la restricción de los centros, es decir, si se permitía que los parámetros $\delta\mu$ fuesen tan grandes como el programa lo necesitara, entonces las componentes que originalmente estaban centradas en las transiciones con $F' = 1$ y en el entrecruzamiento $(1 - 2)$ eran trasladadas a posiciones muy cercanas a las de los entrecruzamientos $(1 - 3)$ y $(2 - 3)$. Esto

producía ajustes que parecían buenos pero que les faltaba los dos picos de menor frecuencia (los correspondientes a $F' = 1$ y el entrecruzamiento $(1 - 2)$). Lo anterior fue motivo para utilizar las ocho lorentzianas en lugar de seis con lo cual el espectro completo se reproduce con bastante fidelidad.

Como ejemplo de los resultados obtenidos se puede ver en la gráfica de la figura 6.6 el espectro sub-Doppler junto con todas sus ocho componentes lorentzianas y el ajuste para el caso en que la potencia del láser se mantenía en $200\mu\text{W}$.

6.4.3. Ancho Espacial del Láser

Para obtener la intensidad óptica a partir de la potencia también fue necesario medir el área de la sección transversal del haz. Esto se hizo utilizando el método de la navaja que se describe en [5]. El método consiste en medir la potencia del haz cuando éste es parcialmente bloqueado por el filo de una navaja. La navaja es colocada en un sistema que puede ser desplazado mediante un tornillo micrométrico. De este modo el haz puede bloquearse de forma controlada en diferentes secciones. Lo anterior se ilustra en el esquema de la figura 6.7. El conjunto de mediciones hechas girando el tornillo desde que el haz está completamente

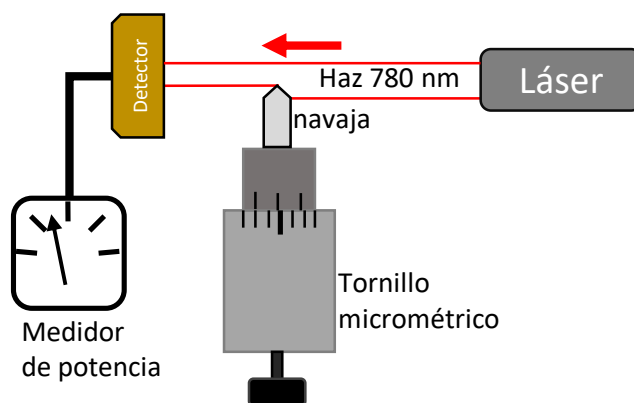


Figura 6.7: Esquema experimental para medición del área de un haz con el método de la navaja.

descubierto y hasta que esta completamente bloqueado produce la llamada función de error, cuya derivada tiene aproximadamente una distribución gaussiana. A partir de lo anterior es posible asociar un ancho a la sección transversal del haz utilizando el propio ancho de la gaussiana. Si el haz tiene sección transversal circular, el resultado es que se mide el diámetro. Sin embargo como es el caso, cuando la sección transversal es elíptica, el procedimiento puede repetirse a lo largo de los ejes mayor y menor de la elipse y así obtener sus dimensiones. Para el láser utilizado en este trabajo se obtuvieron las dimensiones mostradas en la tabla 6.3:

Eje mayor [mm]	Eje menor [mm]	Área [mm^2]
1.92 ± 0.003	1.32 ± 0.003	1.99 ± 0.01

Tabla 6.3: Datos obtenidos en la medición de la sección transversal del haz.

Capítulo 7

Resultados

Los resultados obtenidos a partir de los análisis que fueron descritos en el capítulo anterior han sido ordenados en dos secciones, la primera referente a las transiciones que parten del nivel $5S_{1/2}$ con $F = 1$ y la segunda con $F = 2$. A su vez cada sección se dividió en subsecciones en las que se presentan por separado los resultados de los ajustes hechos para obtener el fondo gaussiano de los espectros de fluorescencia saturada y los resultados concernientes a los ajustes hechos para obtener las componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler. Para cada componente (gaussianas y lorentzianas) se muestran gráficas de las amplitudes, anchos y áreas como función de la potencia óptica divididos en transiciones atómicas y entrecruzamientos. Para las amplitudes de las componentes gaussianas y lorentzianas se realizaron ajustes utilizando el modelo (3.49). Los coeficientes obtenidos de estos ajustes se organizan en tablas.

7.1. Resultados ^{87}Rb ($F=1$)

7.1.1. Componentes gaussianas de la fluorescencia saturada ^{87}Rb ($F=1$)

Como se mencionó en el capítulo 6, el fondo gaussiano de los espectros de fluorescencia saturada para el caso $F = 1$ se obtuvo ajustando solamente dos de sus tres componentes, las cuales corresponden a las transiciones $F = 1 \rightarrow F' = 0$ y $F = 1 \rightarrow F' = 2$. La evolución sus amplitudes en función de la potencia y el ajuste realizado utilizando el modelo teórico se muestra en la figura 7.1. Puede observarse que la tendencia es clara y muy suave conforme se aumenta la potencia. Se nota que los datos con potencias inferiores a los $150 \mu W$ caen por encima del modelo y siguen una marcada tendencia lineal para potencias superiores a los $150 \mu W$, esto tanto para el caso $F' = 0$ como para el caso $F' = 2$ (cuadros A y B respectivamente en la figura 7.1). A pesar de ello, las incertidumbres de los coeficientes obtenidos en los ajustes son no mayores al 7%. Estos coeficientes se muestran en la tabla 7.1.

Por otro lado la evolución de los anchos conforme se aumenta la potencia se muestra en la figura 7.2. En estos se observa una tendencia de crecimiento en todo el intervalo de potencias analizado. Se calculó el ancho promedio el cual se marcó con la línea roja y la desviación estándar de estos datos se distingue por la franja amarilla. El ancho promedio obtenido fue

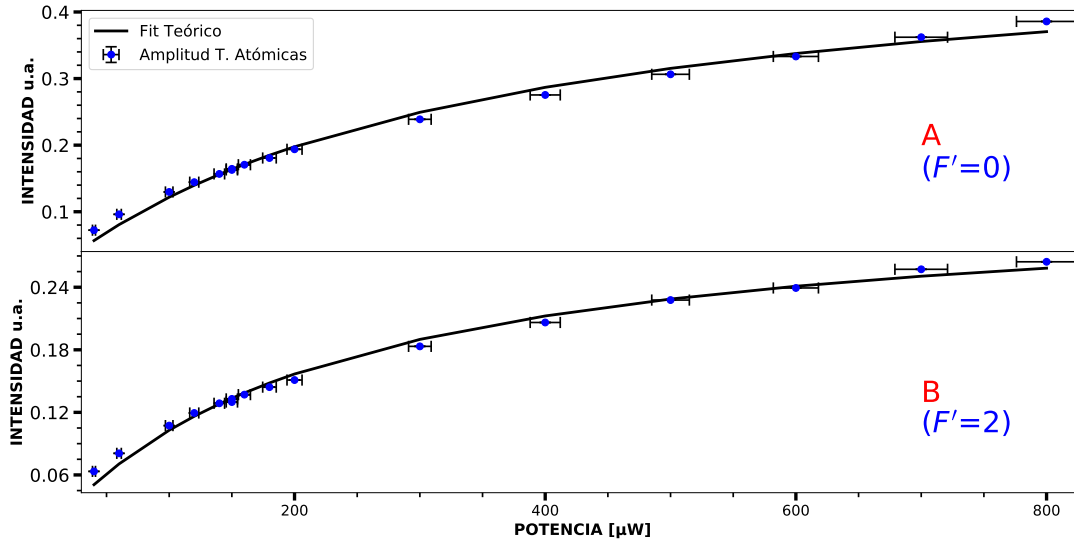


Figura 7.1: Amplitudes vs potencia de las componentes gaussianas del caso $F=1$ y comparación con el modelo teórico.

$^{87}\text{Rb}(F=1)5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$	Tasa de emisión R_s [u.a]	Potencia P_s [μW]	Intensidad I_s [W/m^2]
(A)($F=1 \rightarrow F'=0$)	0.5229 ± 0.016	329 ± 22	165 ± 11
(B)($F=1 \rightarrow F'=2$)	0.3294 ± 0.0078	220 ± 12	111 ± 6

Tabla 7.1: Valores en saturación de los coeficientes R_s e I_s para las amplitudes de las componentes gaussianas con $F=1$ correspondientes a los datos mostrados en la figura 7.1.

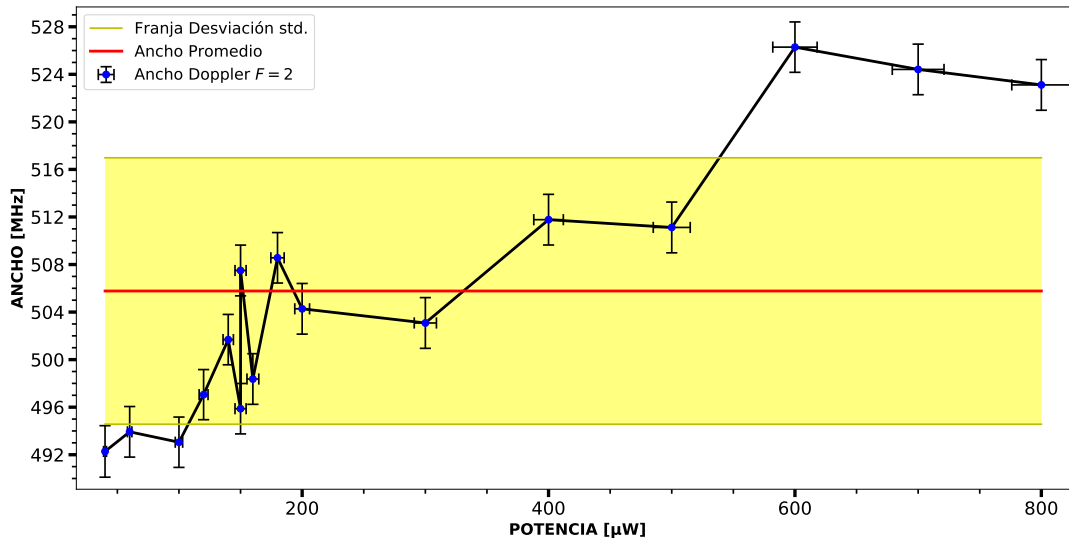


Figura 7.2: Ancho vs potencia de las componentes gaussianas en los espectros de fluorescencia saturada con $F=1$.

de:

$$\Gamma_D(F = 1) = 506 \pm 12 \text{ MHz} \quad (7.1)$$

Este valor difiere menos del 0.2% del esperado (6.1).

7.1.2. Componentes lorentzianas del espectro sub-Doppler ^{87}Rb ($F=1$)

Para las componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler se obtuvieron los mismos parámetros, amplitudes y anchos, pero además se agregó la evolución de las áreas como función de la potencia para cada transición. En este caso se logró estudiar la estructura completa y los resultados se muestran en gráficas separadas, unas específicamente para las transiciones atómicas y las otras para los entrecruzamientos. La evolución de las amplitudes con respecto a la potencia de las transiciones atómicas se muestra en la figura 7.3 y en la figura 7.4 para los entrecruzamientos. Los valores de los coeficientes calculados se muestran en la tabla 7.2. Con la particularidad de que el entrecruzamiento (0-1) aparece invertido (figura 7.4.F). En este caso el modelo de intensidad se ajusta igualmente pero con el parámetro de R_s negativo.

$^{87}\text{Rb}(F = 1)5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$	Tasa de emisión R_s [u.a]	Potencia P_s [μW]	Intensidad I_s [W/m^2]
(A)($F = 1 \rightarrow F' = 2$)	0.0542 ± 0.0006	296 ± 8	149 ± 4
(B)($F = 1 \rightarrow F' = 1$)	0.0678 ± 0.0019	305 ± 18	153 ± 9
(C)($F = 1 \rightarrow F' = 0$)	0.0417 ± 0.0017	541 ± 38	272 ± 19
(D)($F = 1 \rightarrow (1 - 2)$)	0.1497 ± 0.0037	431 ± 20	217 ± 10
(E)($F = 1 \rightarrow (0 - 2)$)	0.0822 ± 0.0025	417 ± 24	210 ± 12
(F)($F = 1 \rightarrow (0 - 1)$)	-0.2848 ± 0.0421	1630 ± 318	819 ± 159

Tabla 7.2: Valores en saturación de los coeficientes R_s e I_s para las amplitudes de las componentes lorentzianas con $F = 1$ correspondientes a los datos mostrados en las figuras 7.3 y 7.4.

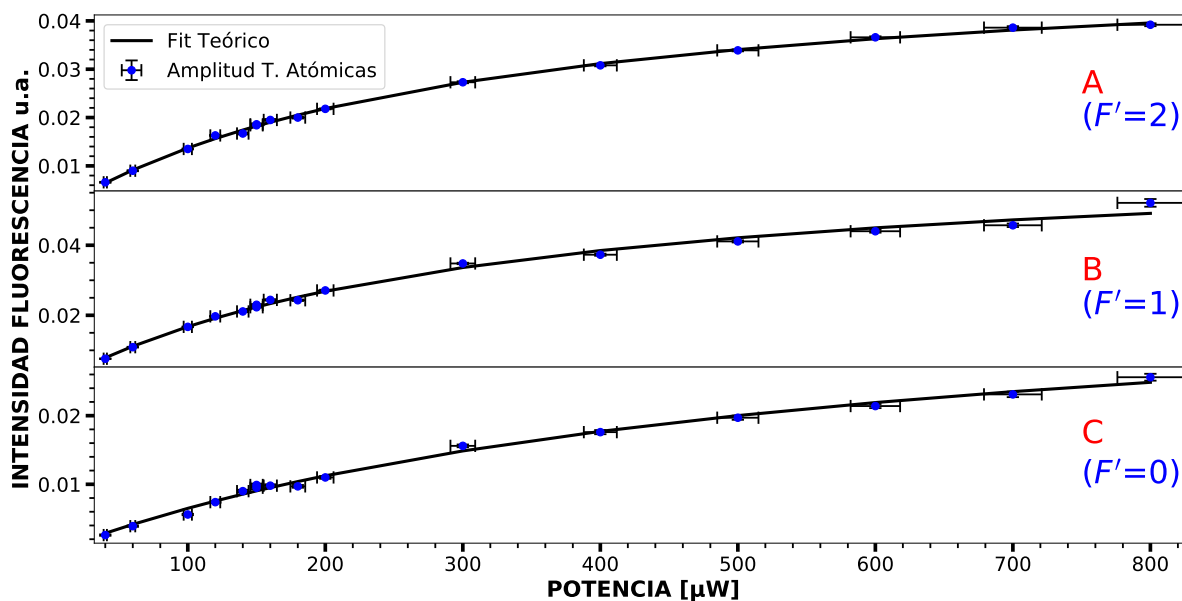


Figura 7.3: Amplitudes vs potencia de las transiciones atómicas y comparación con el modelo. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$

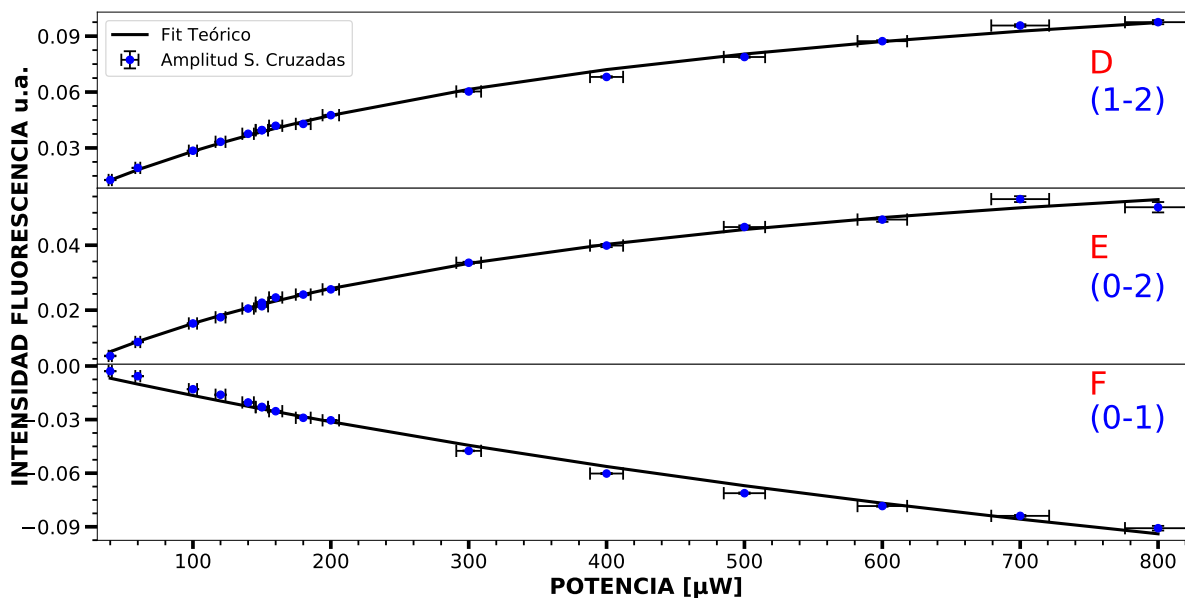


Figura 7.4: Amplitudes vs potencia de los entrecruzamientos y comparación con el modelo. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$

El comportamiento de los anchos como función de la potencia se muestran en las figuras 7.5 y 7.6 para las transiciones atómicas y los entrecruzamientos respectivamente.

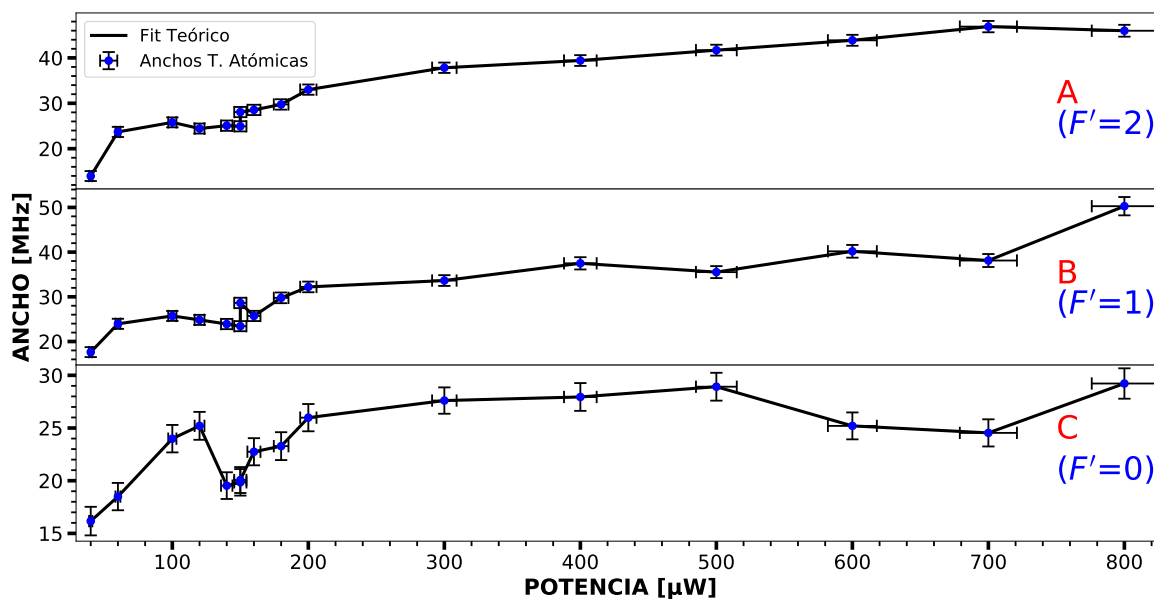


Figura 7.5: Ancho vs potencia de las transiciones atómicas. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$

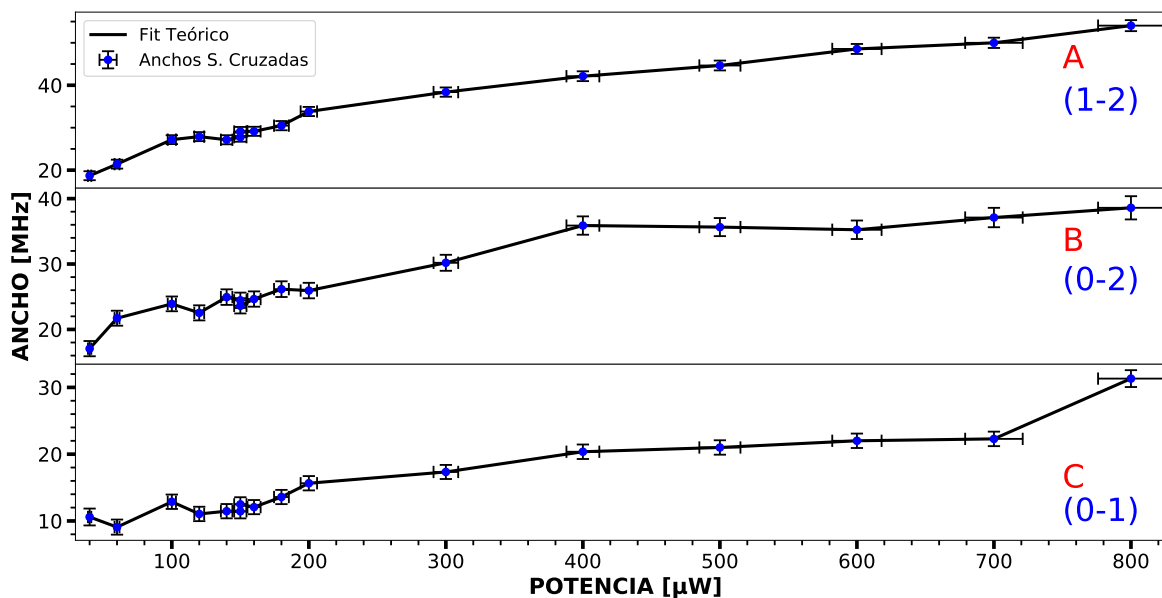


Figura 7.6: Ancho vs potencia de los entrecruzamientos. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$

Por otro lado las áreas de las componentes de los espectros sub-Doppler se muestran en las gráficas 7.7 y 7.8 para transiciones atómicas y entrecruzamientos respectivamente.

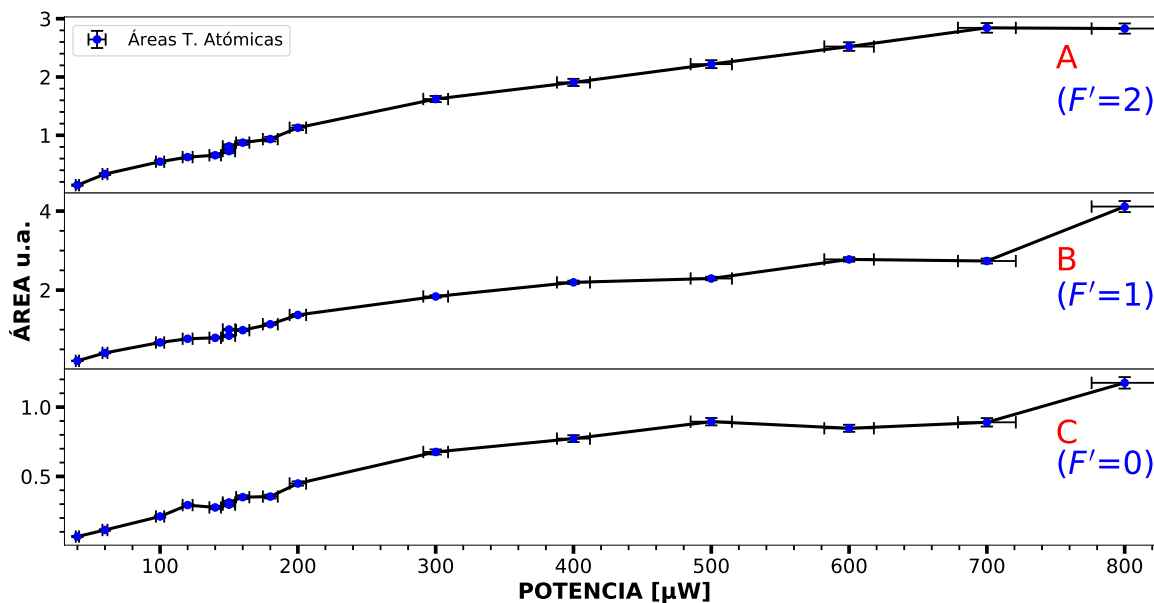


Figura 7.7: Área vs potencia de las transiciones atómicas. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$.

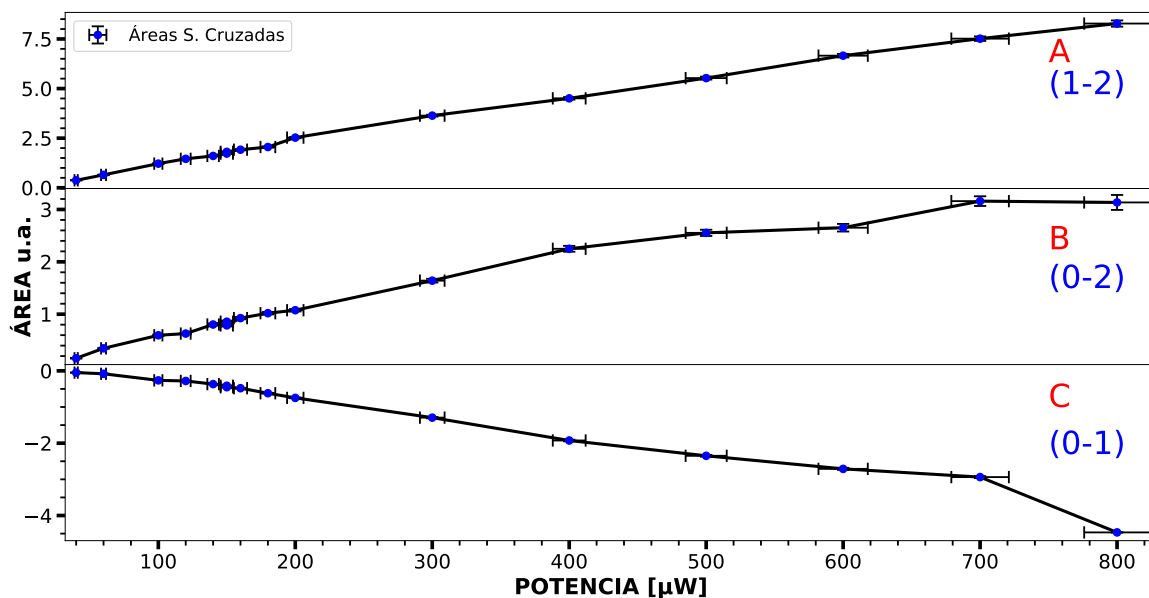


Figura 7.8: Área vs potencia de los entrecruzamientos. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F = 1$.

7.2. Resultados ^{87}Rb ($F=2$)

7.2.1. Componentes gaussianas de la fluorescencia saturada ^{87}Rb ($F=2$)

Para el caso $F = 2$ el fondo gaussiano de la fluorescencia saturada se obtuvo con sus tres componentes. La gráfica de las amplitudes en función de la potencia se muestran en la figura 7.9 junto con las curvas calculadas con el modelo de intensidad. Los parámetros R_s e I_s de los ajustes realizados se muestran en la tabla 7.3. Puede verse que la transición $F = 2 \rightarrow F' = 2$ (cuadro B de la gráfica 7.9) se curva mucho más rápido y alcanza el valor de saturación dentro del intervalo de potencias analizado. Las incertidumbres de las intensidades de saturación para los casos $F' = 3$ y $F' = 2$ son de alrededor del 5% y 7% respectivamente y son muy diferentes a la incertidumbre en el caso de la $F' = 2$ la cual es de más del 20% y a pesar de ello el modelo se ajusta razonablemente bien. Por otro

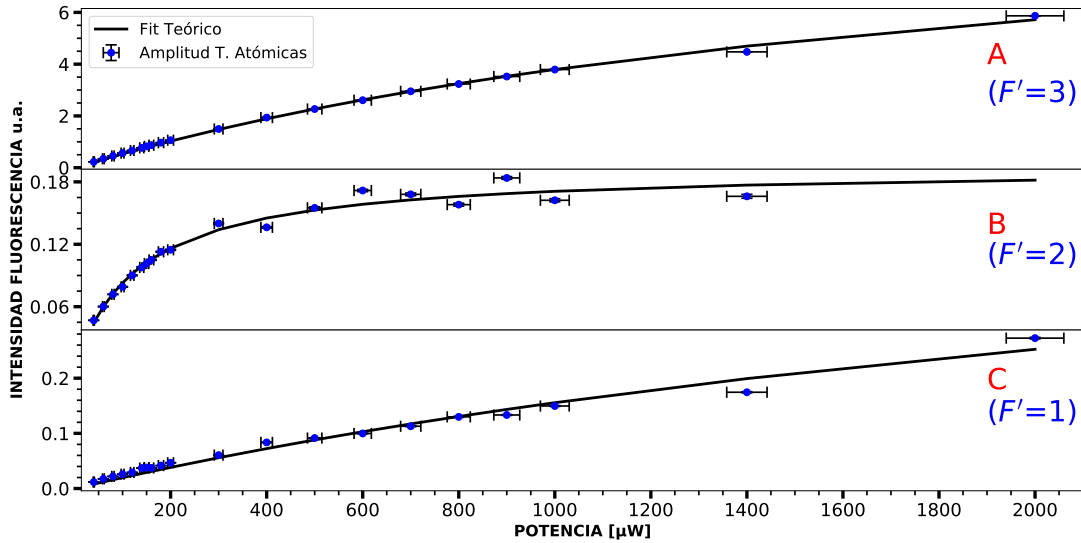


Figura 7.9: Amplitudes vs potencia de las componentes gaussianas del caso $F = 2$ y comparación con el modelo teórico.

$^{87}\text{Rb}(F = 2)5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$	Tasa de emisión $R_s[\text{u.a}]$	Potencia $P_s[\mu\text{W}]$	Intensidad $I_s[\text{W}/\text{m}^2]$
(A)($F = 2 \rightarrow F' = 3$)	11.5893 ± 0.3952	2050 ± 105	1030 ± 53
(B)($F = 2 \rightarrow F' = 2$)	0.1938 ± 0.0045	134 ± 10	67.3 ± 5
(C)($F = 2 \rightarrow F' = 1$)	0.6673 ± 0.1139	3290 ± 754	1653 ± 377

Tabla 7.3: Valores en saturación de los coeficientes R_s e I_s para las amplitudes de las componentes gaussianas con $F = 2$ correspondientes a los datos mostrados en la figura 7.9.

lado, la evolución de los anchos con respecto a los cambios en potencia se muestran en la figura 7.10 y a diferencia del caso $F = 1$ no se observa una tendencia de crecimiento. Esto se

confirma al calcular el ancho promedio y la desviación estándar de los datos. En la gráfica el ancho promedio se muestra mediante la línea roja solida y la franja amarilla representa la desviación estándar. El ancho gaussiano promedio fue de:

$$\Gamma_D(F = 2) = 531 \pm 4 \text{ MHz} \quad (7.2)$$

que es aproximadamente un 5% mayor al ancho promedio del valor esperado (6.1). En comparación con el ancho obtenido para el caso $F = 1$ aquí la incertidumbre es unas tres veces menor. Esto puede deberse a que la fluorescencia para el caso de $F = 1$ es menos intensa que la del caso $F = 2$ lo que provocaría la diferencia en el ancho promedio y el aumento en la incertidumbre. Los datos sugieren que no es posible detectar cambios significativos en el ancho Doppler en potencias inferiores a los 2 mW con el sistema de detección utilizado.

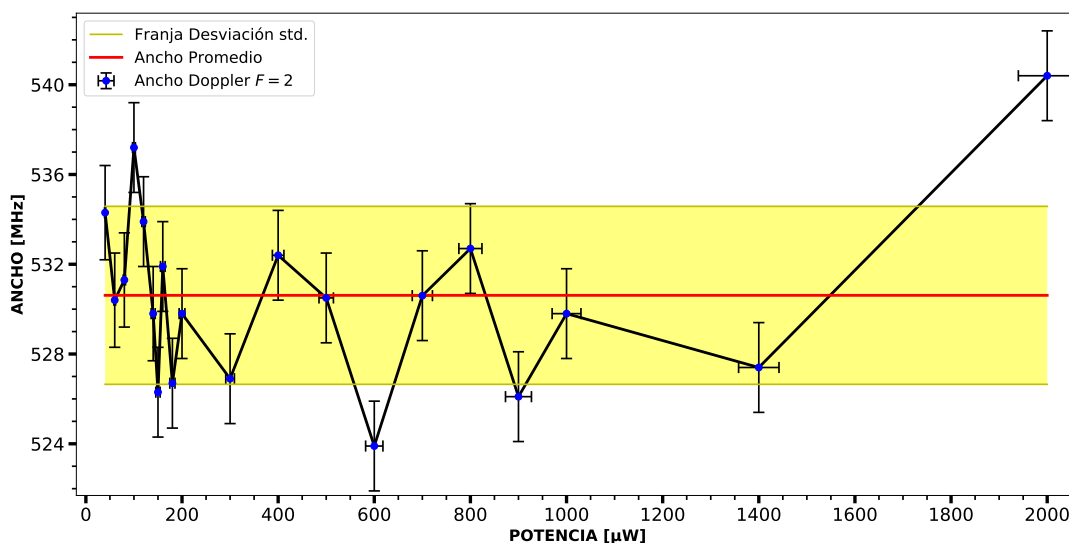


Figura 7.10: Ancho vs potencia de las componentes gaussianas en los espectros de fluorescencia saturada con $F = 2$.

7.2.2. Componentes lorentzianas del espectro sub-Doppler ^{87}Rb ($F=2$)

Como se mencionó en el capítulo 6 para el caso $F = 2$ fueron necesarias ocho componentes lorentzianas en los ajustes en los espectros sub-Doppler. Estas son las seis componentes primarias y dos componentes secundarias que aparecen centradas en los entrecruzamientos $(2-3)$ y $(1-3)$. Cómo se verá en las siguientes gráficas la principal diferencia entre las componentes primarias y las secundarias está en sus anchos, siendo las componentes primarias más delgadas respecto a la componentes secundarias.

Las gráficas en las figuras 7.11 y 7.12, muestran la evolución en potencia de las amplitudes de todas las componentes primarias, atómicas y entrecruzamientos respectivamente, junto con las curvas del modelo de intensidad. Los valores de los parámetros R_s e I_s obtenidos de los ajustes se muestran en la tabla 7.4. De estos, los parámetros para la transición cíclica ($F' = 3$) poseen las mayores incertidumbres, siendo de al rededor del 47% para el coeficiente R_s y de casi el 53% para el coeficiente I_s . Este hecho contrasta con los valores

obtenidos para la misma transición en el caso de las componentes gaussianas en el cual las incertidumbres resultan ser menores al 6%. En los datos mostrados en la gráfica A de la figura 7.11 se observa una tendencia bastante lineal y todos los datos tienen incertidumbres en el eje de intensidad inferiores al punto que los representa. Esto concuerda con el hecho de que la transición $F = 2 \rightarrow F' = 3$ a pesar de no tener el pico de mayor intensidad aparece muy bien definida en todos los espectros (como puede verse en la figura 6.6). Por lo anterior, se esperaría que sus incertidumbres fueran mucho menores, al menos comparables (porcentualmente) a las de los demás coeficientes en la tabla 7.4. Esta diferencia puede ser debido a que efectivamente la potencia de saturación para esta transición ($F = 2 \rightarrow F' = 3$) es de alrededor de cinco veces mayor de la potencia máxima alcanzada durante los experimentos y al tener una tasa de crecimiento lenta, se observa un comportamiento muy lineal. Lo anterior podría confirmarse tomando datos con potencias mayores a 5 mW.

Por otro lado para las componentes atómicas, sólo la transición $F = 2 \rightarrow F' = 2$ posee una intensidad de saturación semejante a la obtenida en su homóloga componente gaussiana de los espectros de fluorescencia saturada. La transición $F = 2 \rightarrow F' = 1$ es la más débil y en consecuencia los datos obtenidos para esta se ven con barras de error mucho mayores en la gráfica C de la figura 7.11. Esto también se refleja en los parámetros R_s e I_s ya que esta transición es la segunda con mayor incertidumbre.

$^{87}\text{Rb}(F = 2)5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$	Tasa de emisión $R_s[\text{u.a}]$	Potencia $P_s[\text{mW}]$	Intensidad $I_s[\text{mW}/\text{mm}^2]$
(A)($F = 2 \rightarrow F' = 3$)	3.031 ± 1.441	10.80 ± 5.70	5.40 ± 2.87
(B)($F = 2 \rightarrow F' = 2$)	0.0506 ± 0.0036	0.25 ± 0.05	0.13 ± 0.03
(C)($F = 2 \rightarrow F' = 1$)	0.0104 ± 0.0015	0.20 ± 0.10	0.10 ± 0.05
(D)($F = 2 \rightarrow (2 - 3)$)	2.482 ± 0.221	1.45 ± 0.22	0.73 ± 0.11
(E)($F = 2 \rightarrow (1 - 3)$)	3.291 ± 0.528	2.61 ± 0.60	1.31 ± 0.30
(F)($F = 2 \rightarrow (1 - 2)$)	0.0535 ± 0.0041	0.32 ± 0.70	0.16 ± 0.03

Tabla 7.4: Valores en saturación de los coeficientes R_s e I_s para las amplitudes de las componentes lorentzianas con $F = 2$ correspondientes a los datos mostrados en las figuras 7.11 y 7.12.

En cuanto las amplitudes de los entrecruzamientos sus coeficientes se muestran con incertidumbres de entre el 7 y el 22 por ciento, lo cual se ve reflejado en las gráficas de la figura 7.12 con curvas del modelo de intensidad mejor ajustadas.

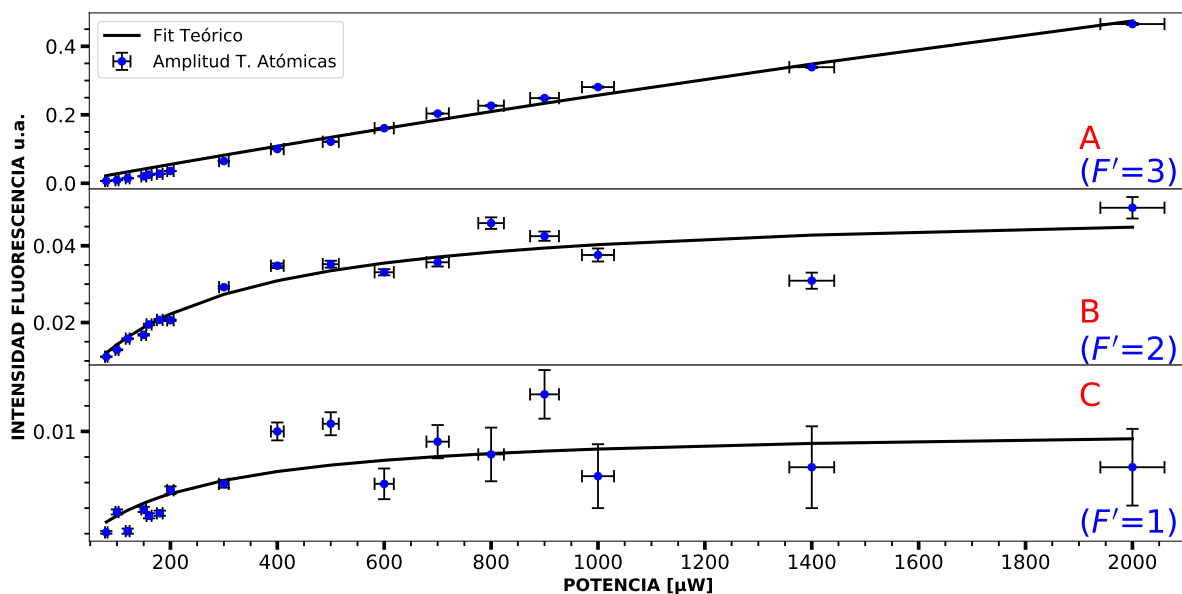


Figura 7.11: Amplitudes vs potencia de las transiciones atómicas y comparación con el modelo. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F=2$

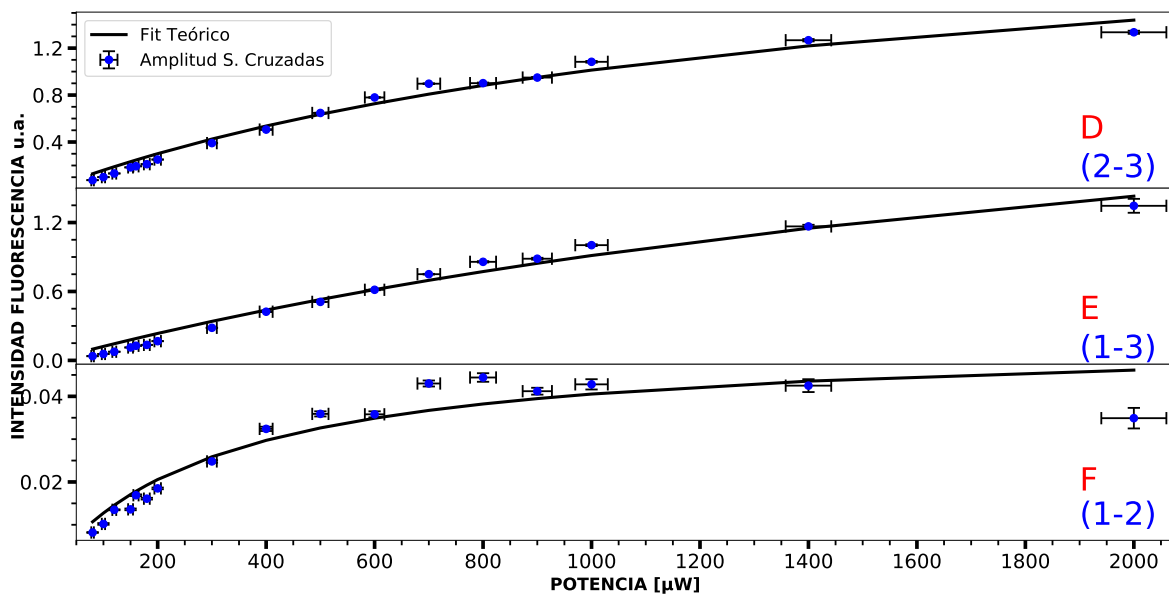


Figura 7.12: Amplitudes vs potencia de los entrecruzamientos y comparación con el modelo. Componentes lorentzianas en espectros sub-Doppler con $F=2$

Los anchos de las componentes lorentzianas primarias en función de la potencia se muestran en las gráficas 7.13 y 7.14. En estas se observa una tendencia general de crecimiento, excepto para la transición $F = 2 \rightarrow F' = 1$, gráfica C de la figura 7.13. Esto nuevamente puede explicarse tomando en cuenta que esta transición es la de menor intensidad y puede contener todavía algo del fondo gaussiano.

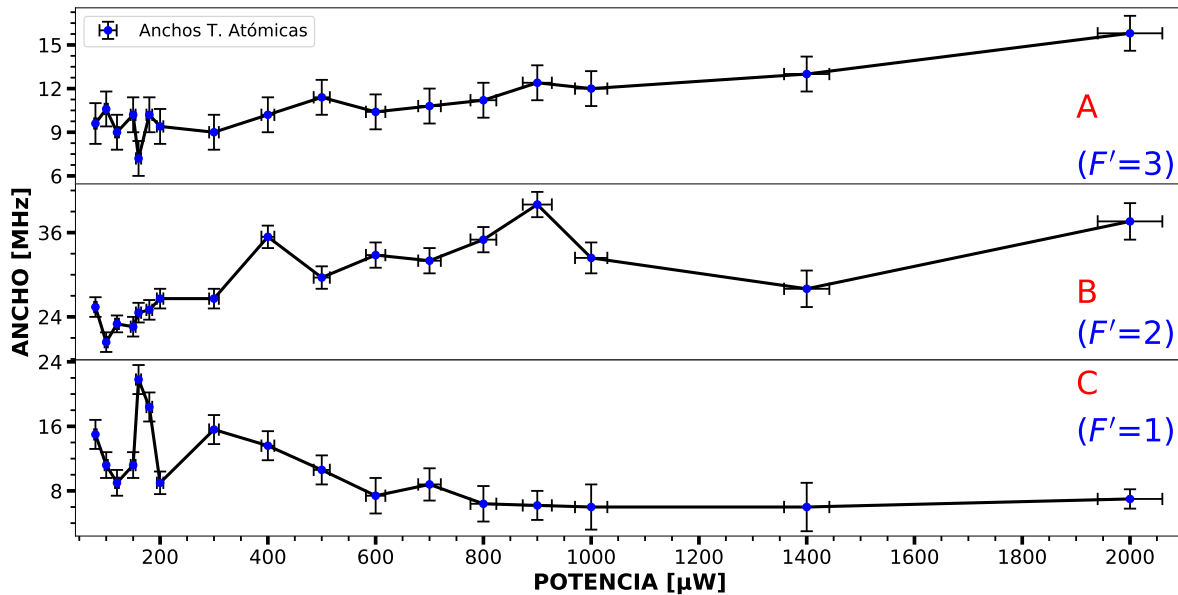


Figura 7.13: Ancho vs potencia de las transiciones atómicas. Componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler con $F = 2$.

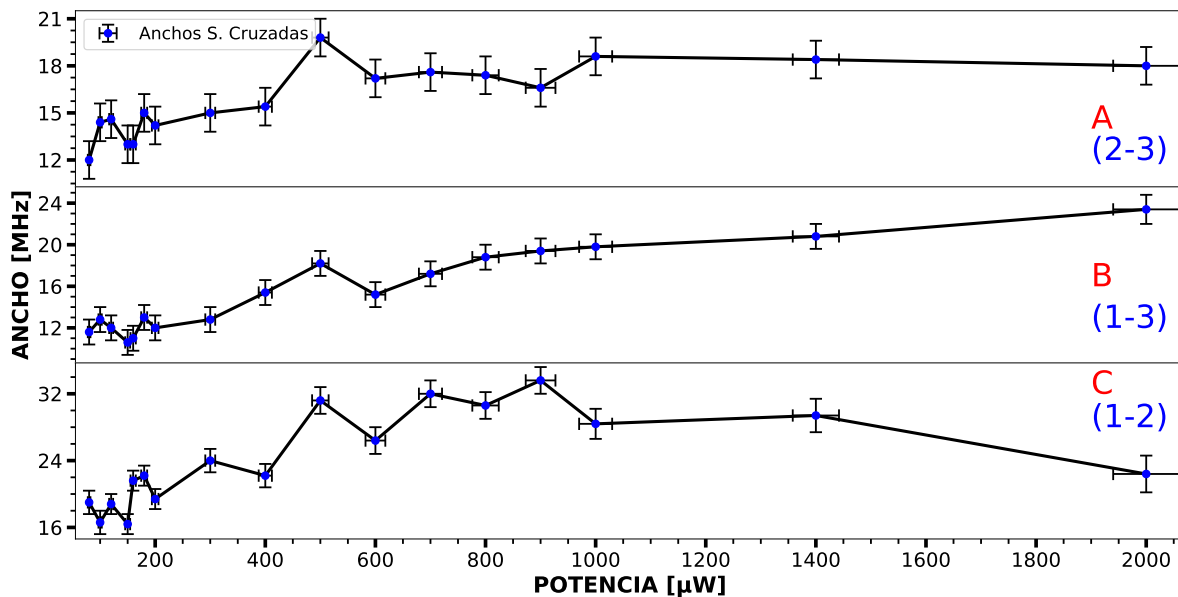


Figura 7.14: Ancho vs potencia de los entrecruzamientos. Componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler con $F = 2$.

Por otro lado el comportamiento de las áreas de las componentes lorentzianas primarias en función de la potencia se muestran en las gráficas de las figuras 7.15 y 7.16.

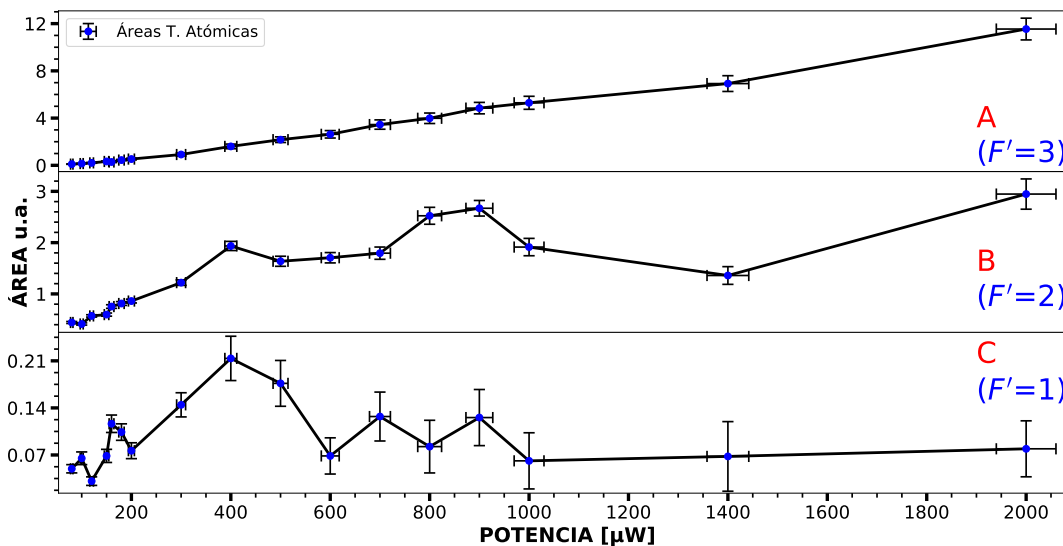


Figura 7.15: Área vs potencia de las transiciones atómicas. Componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler con $F = 2$.

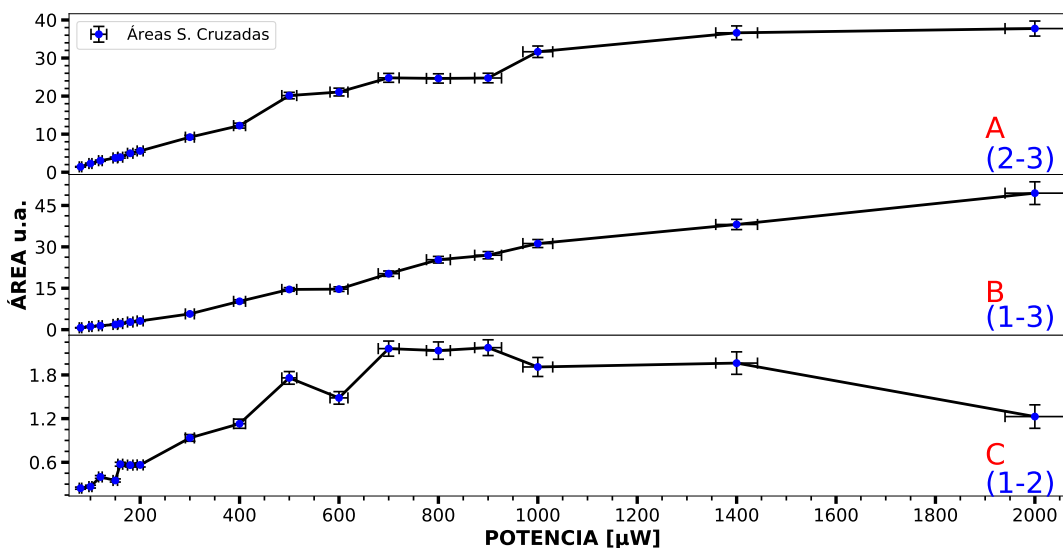


Figura 7.16: Área vs potencia de los entrecruzamientos. Componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler con $F = 2$.

En las gráficas de la figura 7.17 se muestra la evolución en potencia de las componentes lorentzianas secundarias. En este caso las amplitudes tiene un comportamiento creciente pero que no concuerda con el modelo (3.49). Esto puede verse en la gráfica A en la cual se distingue una forma cóncava, opuesta a la forma convexa de las componentes primarias. Por otro lado los anchos parecen permanecer constantes para potencias por encima de los 150 μW y en ambos casos con anchos FWHM al rededor de los 80 MHz, aunque para potencias bajas son mayores. Lo anterior tiene como consecuencias que las gráficas de las áreas sean esencialmente replicas de las de las amplitudes.

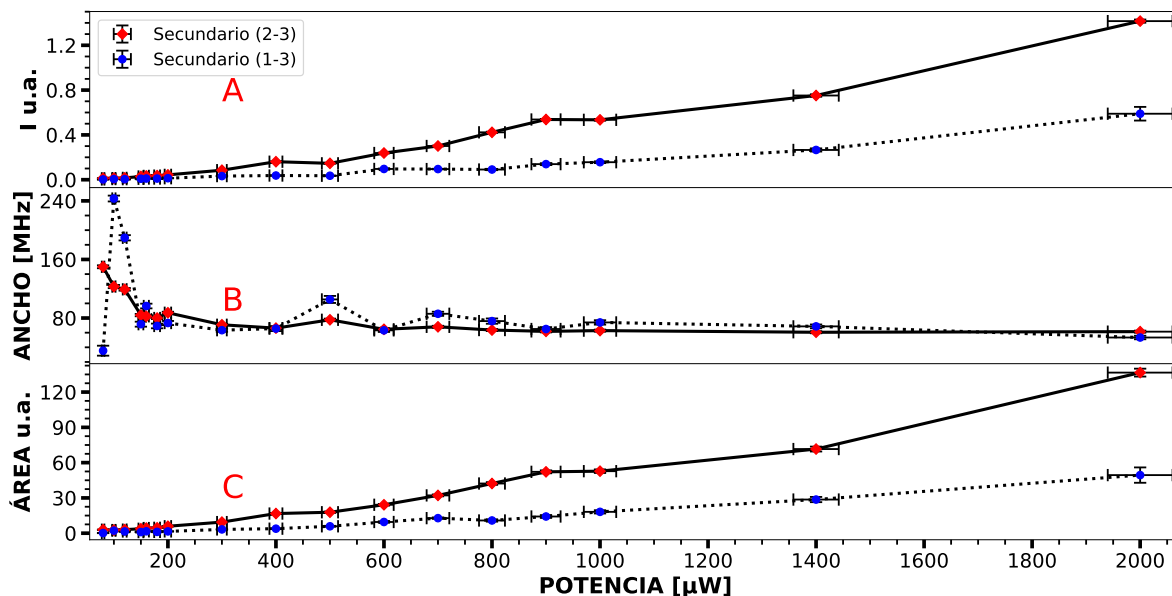


Figura 7.17: Componentes lorentzianas secundarias de los entrecruzamientos (2 – 3) y (1 – 3) en los espectros sub-Doppler con $F = 2$ en función de la potencia.

Capítulo 8

Conclusiones

Utilizando el montaje experimental propuesto en la figura 5.1 se logró obtener espectros con resolución sub-Doppler para la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. Los datos obtenidos fueron útiles para determinar experimentalmente las intensidades de saturación para cada una de las transiciones involucradas. El uso del amplificador para aumentar la señal de la fluorescencia detectada con el fotodiodo fue indispensable para mejorar significativamente calidad de los espectros que se obtuvieron. En comparación con el uso de sistemas de detección basados en tubos fotomultiplicadores el método de detección aquí presentado es mucho más económico y los componentes utilizados, fotodiodos y amplificador, son fáciles de adquirir. Además ya que el láser utilizado, es de construcción casera y bajo costo, el experimento aquí presentado puede ser implementado y reproducido en laboratorios de enseñanza, en dónde puede servir para enriquecer la formación de futuros científicos. Por supuesto este experimento también puede ser utilizado en laboratorios avanzados para la implementación de un sistema de anclado de láseres. Esto último es muy utilizado para experimentos donde se requiere mantener la frecuencia de los láseres fija. Lo anterior muestra que el trabajo aquí presentado puede tener utilidad dentro y fuera de las aulas.

Utilizar un perfil lorentziano para ajustar las componentes de los espectros sub-Doppler facilitó realizar los ajustes y reprodujo en buena medida los espectros. Sin embargo no se puede decir que estas sean lorentzianas lo cual se hace patente en los espectros para el caso de las transiciones $F = 2 \rightarrow F'$ donde fue necesario utilizar lorentzianas secundarias para ajustar adecuadamente los espectros. La razón de esto es por ahora desconocida, sin embargo, el modelo propuesto para la fluorescencia saturada (4.24) en la sección 4.4 del capítulo 4 da una pista pues la incógnita que debe resolverse aquí es cómo interactúan los átomos cuando están presentes los dos haces y estos se encuentran sintonizados cerca de la resonancia. El resultado de esta interacción es la formación de los dips en los espectros cuya forma es en realidad una combinación del perfil natural de línea con el perfil de distribución de velocidades y además lo que se sugiere en este trabajo, una distribución adicional dada por la intensidad de interacción efectiva. Por supuesto no se puede esperar que este modelo se ajuste a los datos aquí presentados, pues se trata de una sobre simplificación de lo que ocurre en realidad. La conclusión de esto es que se puede utilizar lorentzianas para realizar los ajustes en los espectros sub-Doppler aunque no lo son. Por otro lado el comportamiento de las amplitudes de las componentes de los espectros sub-Doppler se reproduce razonable-

mente bien utilizando el modelo más simple de todos que es el que muestra en la ecuación (3.49) de la sección 3.5. Esto a pesar de que éste no toma en cuenta ni la distribución de velocidades de los átomos ni la presencia de los dos haces contrapropagantes.

Por último se recalca el papel que juega a polarización en las transiciones ópticas. Toda la teoría expuesta en este trabajo deja de lado polarización de los haces sin embargo esta variable adicional desempeña un papel importante a la hora de explicar las amplitudes de los entrecruzamientos. Como puede verse en la figura 6.5 el entrecruzamiento entre $F' = 0$ y $F' = 1$ está volteado respecto a las demás componentes. Este hecho está ligado a las reglas de transición para las proyecciones magnéticas de momento angular M_F ya que para polarización lineal la transición de $M_F = 0 \rightarrow M'_F = 0$ está prohibida[22]. Tomando en cuenta todas las proyecciones de cada nivel se modifica la dinámica de las poblaciones lo que propicia que los entrecruzamientos puedan tener amplitudes negativas. Lo anterior implica que para estar completo un modelo debe tomar en cuenta las polarizaciones de los haces. Esto último queda fuera de los alcances de esta tesis.

Apéndice A

Relación entre ancho de línea y tiempo de vida media

Para obtener la relación entre el ancho del perfil de la fluorescencia y el tiempo de vida media del estado excitado se puede multiplicar la ecuación (4.1) por $m\dot{x}$ y reescribirse como[6]:

$$m\ddot{x}\dot{x} + m\omega_0^2 x\dot{x} = -\Gamma m\dot{x}^2 \quad (\text{A.1})$$

y esta ecuación puede reescribirse como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2} \dot{x}^2 + \frac{m}{2} \omega_0^2 x^2 \right) = \frac{dW}{dt} = -\Gamma m\dot{x}^2 \quad (\text{A.2})$$

lo cual da la derivada temporal de la potencia total radiada y sustituyendo la ecuación (4.4) en (A.2) se obtiene

$$\frac{dW}{dt} = -\Gamma m x_0^2 \omega_0^2 e^{-\Gamma t} \sin^2 \omega_0 t \quad (\text{A.3})$$

y el promedio temporal de esta cantidad es:

$$\overline{\frac{dW}{dt}} = -\frac{\Gamma}{2} m x_0^2 \omega_0^2 e^{-\Gamma t} \quad (\text{A.4})$$

Esta ecuación muestra que la potencia promedio y por tanto la intensidad radiada decae exponencialmente con constante de decaimiento Γ por lo que la intensidad decae a $1/e$ de su valor inicial al tiempo $\tau = 1/\Gamma$.

En la sección 3.4 se mostró que la vida media del estado excitado era $\tau_2 = 1/A_{21}$ en un sistema de dos niveles. Como la intensidad de la radiación emitida por emisión espontánea es proporcional a la población del nivel N_2 se tiene que:

$$\tau = \tau_2 \quad \text{i.e.} \quad \Gamma = A_{21} \quad (\text{A.5})$$

esta relación resulta muy útil ya que permite obtener de forma experimental el coeficiente de Einstein A_{21} y será utilizada en la siguiente sección para realizar simplificaciones puede obtenerse igual utilizando el principio de incertidumbre de Heisenberg.

Apéndice B

Programas

Los siguientes programas fueron escritos en el lenguaje python. Se muestran sólo los utilizados para analizar los datos de las transiciones con $F=2$. Los programas escritos para las transiciones con $F=1$ contienen modificaciones ligeras que no modifican en forma alguna el funcionamiento de los aquí presentados. Cabe señalar que especialmente para el programa de calibración de tiempo a frecuencia, cada espectro requería una inspección para obtener los mejores resultados. Esto se hace patente sobre todo cuando se definen intervalos en los que se buscan picos mediante la función `find_peaks()` a la cual hay que darle parámetros manualmente para cada espectro.

Como se mencionó en la sección 6.3 del capítulo 6 el programa para obtener los espectros sub-Doppler es en gran medida una repetición de lo realizado en el programa de calibración por lo que se ha omitido. Este programa es una repetición de las líneas 216 a la 279 del programa de calibración pero utilizando la calibración en frecuencia definitiva.

El programa para obtener las componentes lorentzianas de los espectros sub-Doppler se muestra en la sección B.2 de este apéndice.

B.1. Calibración de tiempo a frecuencia

```
1 import pandas as pd
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.signal import find_peaks
4 from scipy.optimize import curve_fit
5 from scipy import optimize
6 from scipy import signal
7 import numpy as np
8 import math
9 from io import open
10 from math import pi
11
12
13 data=pd.read_csv("F2RB87.txt",header=0,delim_whitespace=1)
14 Time0=data.iloc[:,0] #Datos Tiempo
15 Sat=data.iloc[:,2] #Datos Espectro Saturado
```

```

16 Sim=data.iloc[:,1]      #Datos Espectro simple
17 Rampa0=data.iloc[:,3] #Datos Rampa
18 n=len(Time0)          #Número de datos
19
20
21 #####
22 #DEFINICION DE LAS FUNCIONES PRINCIPALES:
23 def linear(x,A,B):      #Función Lineal
24     return B*x+A
25
26
27 def gaus1(x,A,c,w):     #Función Gaussiana 1 PEAK
28     return A1*np.exp(-0.5*((x-c)/w1)**2)
29
30
31
32 def gaus(x,A1,A2,A3,w1): #Función Gaussiana 3 PEAKS
33     return A1*np.exp(-0.5*((x+423.597)/w1)**2)+\
34           A2*np.exp(-0.5*((x+266.65)/w1)**2)+\
35           A3*np.exp(-0.5*((x)/w1)**2)
36
37 #*****FILTRADO*****
38 def filtro(x):
39     l=len(x)
40     yfiltro=np.zeros(n)
41     i=0
42     j=0
43     k=0
44     sumx=0
45     rango=5
46     for i in range(n-rango):
47         for j in range(rango):
48             sumx+=x[k]
49             k=k+1
50         promedio=sumx/rango
51         yfiltro[i+int(rango/2)]=promedio
52         promedio=0
53         k=k-rango+1
54         sumx=0
55     return(yfiltro)
56 #*****
57
58 #####
59 print("Linealización_de_la_Rampa")
60 print("")
61 #Cálculo de coeficientes
62 popt,pcov = curve_fit(linear,Time0,Rampa0)

```

```

63 #Cálculo de los errores
64 perr=np.sqrt(np.diag(pcov))
65
66 A=popt[0]
67 B=popt[1]
68  $\delta\_A$ =perr[0]
69  $\delta\_B$ =perr[1]
70
71 print(f'Pendiente:_{B:3.5f}+-{ $\delta\_B$ :3.5f}')
72 print(f'Ordenada:_{A:3.5f}+-{ $\delta\_A$ :3.5f}')
73
74 Rampa1=np.zeros(n)
75 Rampa1=B*Time0+A #Nueva variable linealizada
76 print("")
77 #####
78 print("Calculo_de_fondo_de_los_espectros_simple_y_saturado")
79 print("")
80 Fondo1=0 #Fondo para el espectro saturado
81 Fondo2=0 #Fondo para el espectro simple
82 rango=500 #Número de datos que componene el fondo plano
83 sumf1=0 #Suma del fondo1
84 sumf2=0 #Suma del fondo1
85 j=0 #contador
86
87 for j in range(rango):
88     sumf1+=Sat[j]
89     sumf2+=Sim[j]
90
91 Fondo1=sumf1/rango #Fondo promedio en el rango plano
92 Fondo2=sumf2/rango #Fondo promedio en el rango plano
93
94 print("Fondo_Espectro_Saturado_f1=",Fondo1)
95 print("Fondo_Espectro_Simple_f2=",Fondo2)
96 print("")
97 #####
98 #SUAVIZADO DE LAS SEÑALES
99 SaturadaF=np.zeros(n) #Definición de las señales filtradas
100 SimpleF=np.zeros(n)
101 SaturadaF=filtro(Sat) #Aplicación del filtro
102 SimpleF=filtro(Sim)
103 n=n-10 #Redefine el rango de datos
104 Saturada=np.zeros(n) #Definición de señales filtradas
105 Simple=np.zeros(n) #sin colas
106 Time=np.zeros(n)
107 Rampa=np.zeros(n)
108
109

```

```

110 #Resta del fondo y redefinición de las variables rampa
111 #y tiempo al nuevo intervalo de datos.
112 j=0
113 for j in range(n):
114     Saturada[j]=SaturadaF[j+5]-Fondo1
115     Simple[j]=SimpleF[j+5]-Fondo2
116     Time[j]=Time0[j+5]
117     Rampa[j]=Rampa1[j+5]
118
119 #####
120 #DETERMINA LA POSICIÓN DE LOS TRES PRINCIPALES DIPS
121 #Primer atómica F3
122 #Crossover entre F3 y F2
123 #Crossover entre F3 y F1
124 print ("////////////////////////////////////")
125 print ("Posición_en_voltaje_de_los_3_principales_deeps")
126 print ("")
127
128 alto=np.max(Saturada) #Altura máxima del espectro saturado
129
130 #LIMITES DEL ESPECTRO QUE SE VA A INVERTIR, LO DEMÁS
131 #SE IGNORA Y SE HACE CERO
132 L1=5075
133 L2=7536
134
135 r0=L2-L1
136
137 Saturadam=np.zeros(n)
138 j=0
139 for j in range(L1):
140     Saturadam[j]=0
141 j=0
142 for j in range(r0):
143     Saturadam[j+L1]=(Saturada[j+L1]*-1)+alto
144 j=0
145 for j in range(n-L2):
146     Saturadam[j+L2]=0
147
148 #Función para encontrar máximos locales
149 peaks, _=find_peaks(Saturadam, height=0.009, width=20)
150 print ("Dips_en_voltaje")
151 print (Rampa[peaks])
152 ("")
153 #####
154 #CONVERSIÓN TIEMPO A FRECUENCIA PRELIMINAR
155
156 print ("////////////////////////////////////")

```

```

157 print("VOLTAJE_A_FRECUENCIA_CALIBRACIÓN_PRELIMINAR")
158
159 #Posición en frecuencia centrada de F=3 tabla Daniel Steck
160 ytrans=np.zeros(3)
161 xpeak=np.zeros(3)
162 ytrans[0]=0 #Primer atómica F3
163 ytrans[1]=133.325 #Crossover entre F3 y F2
164 ytrans[2]=211.7985 #Crossover entre F3 y F1
165 xpeak[0]=Rampa[peaks[3]] #Primer atómica F3
166 xpeak[1]=Rampa[peaks[2]] #Crossover entre F3 y F2
167 xpeak[2]=Rampa[peaks[1]] #Crossover entre F3 y F1
168
169 popt,pcov = curve_fit(linear ,xpeak ,ytrans)
170 perr=np.sqrt(np.diag(pcov))
171
172 A=popt[0]
173 B=popt[1]
174  $\delta\_A$ =perr[0]
175  $\delta\_B$ =perr[1]
176
177 print(f'Pendiente:_{B:3.5f}+-{ $\delta\_B$ :3.5f}')
178 print(f'Ordenada:_{A:3.5f}+-{ $\delta\_A$ :3.5f}')
179
180 frec=np.zeros(n)
181 frec=-B*Rampa-A
182 ("")
183 %%%%%%%%%%
184 #RECORTE DE DIPS EN EL ESPECTRO SATURADO
185
186 k1=5000 #Límite izquierdo
187 k2=6380 #Límite derecho
188 l=k2-k1
189 Saturada2=np.zeros(n-1) #Espectro saturado sin dips
190 Sat1=np.zeros(k1) #redefinición de variables
191 Sat2=np.zeros(n-k2) #al intervalo actual
192 f1=np.zeros(k1)
193 f2=np.zeros(n-k2)
194 Time2=np.zeros(n-1)
195 Rampa2=np.zeros(n-1)
196 frec2=np.zeros(n-1)
197 j=0
198
199 #Recorta el espectro saturado para quitar los dips
200 for j in range(k1):
201     Saturada2[j]=Saturada[j]
202     Sat1[j]=Saturada[j]
203     Time2[j]=Time[j]

```



```

204 Rampa2[j]=Rampa[j]
205 frec2[j]=frec[j]
206 f1[j]=frec[j]
207
208 for j in range(n-k2):
209     Saturada2[j+k1]=Saturada[j+k2]
210     Sat2[j]=Saturada[j+k2]
211     Time2[j+k1]=Time[j+k2]
212     Rampa2[j+k1]=Rampa[j+k2]
213     frec2[j+k1]=frec[j+k2]
214     f2[j]=frec[j+k2]
215     #####
216     #AJUSTE DE LAS COMPONENTES GAUSSIANAS DEL ESPECTRO SATURADO
217     print("////////////////////////////////////")
218     print("Ajuste_de_espectro_saturado_con_tres_gaussianas")
219     print("")
220
221     GausFit=np.zeros(n)    #Definición de las componentes
222     GausFit1=np.zeros(n)
223     GausFit2=np.zeros(n)
224     GausFit3=np.zeros(n)
225
226     #Valores iniciales empíricos
227     M=np.max(Sat)-Fondo1
228     A1=M*0.055003    #alturas
229     A2=M*0.127176
230     A3=M*0.920187
231     c1=-423.597    #centros
232     c2=-266.65
233     c3=0
234     w1=224    #sigma
235
236
237     #Definición de los límites para los coeficientes
238     p_b=( [0,0,0,w1-5], \
239           [A1+0.05,A2+0.05,A3+0.5,w1+10])
240
241     #Cálculo de los coeficientes
242     popt,pcov = curve_fit(gaus,frec2,Saturada2,p0=[A1,A2,A3,w1],bounds=p_b←
243     )
244     perr=np.sqrt(np.diag(pcov)) #Cálculo de los errores
245
246     A1=popt[0]
247     A2=popt[1]
248     A3=popt[2]
249     w1=popt[3]

```

```

250  $\delta\_A1$ =perr [0]
251  $\delta\_A2$ =perr [1]
252  $\delta\_A3$ =perr [2]
253  $\delta\_w1$ =perr [3]
254
255 fwhm=2*w1*np.sqrt((np.log(4))) #Cálculo del ancho FWHM
256  $\delta\_fwhm$ =2* $\delta\_w1$ *np.sqrt((np.log(4))) #Error en el FWHM
257
258 #Coeficientes de las componentes gaussianas y ancho
259 print (f 'GausFit1:  $\_A1$ : {A1:3.7f}+-{ $\delta\_A1$ :3.7f} ')
260 print (f 'GausFit2:  $\_A2$ : {A2:3.7f}+-{ $\delta\_A2$ :3.7f} ')
261 print (f 'GausFit3:  $\_A3$ : {A3:3.7f}+-{ $\delta\_A3$ :3.7f} ')
262 print (f 'Sigma:  $\_ \sigma$ : {w1:3.7f}+-{ $\delta\_w1$ :3.7f} ')
263 print (f 'FWHM: {fwhm:3.7f}+-{ $\delta\_fwhm$ :3.7f} ')
264 print (f 'Maximo:  $\_M$ : {M:3.7f} ')
265 print (" ")
266
267
268 GausFit=gaus(frec,*popt)
269 GausFit1=gaus1(frec,A1,c1,w1)
270 GausFit2=gaus1(frec,A2,c2,w1)
271 GausFit3=gaus1(frec,A3,c3,w1)
272 #####
273 #ESPECTRO SUB-DOPPLER
274 Resta=np.zeros(n)
275 Resta=GausFit-Saturada
276 RestaF=np.zeros(n)
277 RestaF=filtro(Resta)
278 alto2=np.max(Resta)
279 #####
280 print ("////////////////////")
281 print ("Máximos Resta ")
282 print (" ")
283
284 #Intervalo para búsqueda de picos
285 peakLim1=3800
286 peakLim2=7350
287 r=peakLim2-peakLim1
288
289 RestaP=np.zeros(n)
290 j=0
291 for j in range(peakLim1):
292     RestaP[j]=0
293 j=0
294 for j in range(r):
295     RestaP[j+peakLim1]=Resta[j+peakLim1]
296 j=0

```

```

297 for j in range(n-peakLim2):
298     RestaP [j+peakLim2]=0
299
300 #Picos del espectro sub-Dppler
301 peaks1 ,_=find_peaks (RestaP ,height=0.006,width=30)
302 m=len (peaks1)
303 print ("Picos_en_frecuencia_1")
304 print (frec [peaks1])
305 print ("")
306
307
308 %%% % %
309
310 #CONVERSIÓN TIEMPO A FRECUENCIA DEFINITIVA
311
312 print ("////////////////////")
313 print ("CALIBRACIÓN_DEFINITIVA")
314
315 #Posición en frecuencia centrada de F=3 tabla Daniel Steck
316 trans=np. zeros (5)
317 trans [0]=0 #Primer atómica F3
318 trans [1]=133.325 #Crossover entre F3 y F2
319 trans [2]=211.7985 #Crossover entre F3 y F1
320 trans [3]=266.65 #Segunda Atómica F2
321 trans [4]=345.1235 #Crossover entre F2 y F1
322 #trans [5]=423.597 #Tercera atómica F1
323
324 #Voltaje de los picos encontrados
325 Vi=np. zeros (m)
326 for i in range(m):
327     Vi [i]=Rampa [peaks1 [m-i - 1]]
328
329 popt ,pcov = curve_fit (linear ,Vi ,trans) #Cálculo de coeficientes
330 perr=np. sqrt (np. diag (pcov)) #Cálculo de los errores
331
332 A=popt [0]
333 B=popt [1]
334  $\delta\_A$ =perr [0]
335  $\delta\_B$ =perr [1]
336
337 print (f 'Pendiente :_{B:3.5 f}+-{\delta_B:3.5 f} ')
338 print (f 'Ordenada :_{A:3.5 f}+-{\delta_A:3.5 f} ')
339
340 frec5=np. zeros (n)
341 frec5=-B*Rampa-A
342
343 #Incertidumbre de la frecuencia en calibración final

```

```

344  $\delta\_frec5=frec5[100]-frec5[99]$ 
345 print ("Incertidumbre_frecuencia")
346 print (" $\delta\_frec5$ ", $\delta\_frec5$ )
347 print (" ")
348 #####

```

B.2. Componentes Lorentzianas del espectro sub-Doppler

```

1 import pandas as pd
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.signal import find_peaks
4 from scipy.optimize import curve_fit
5 from scipy import optimize
6 from scipy import signal
7 import numpy as np
8 import math
9 from io import open
10 from math import pi
11
12 data=pd.read_csv("RESTA.txt",header=0,delim_whitespace=1)
13 frec=data.iloc[:,0] #Datos Frecuencia
14 Sat=data.iloc[:,1] #Datos Espectro Saturado
15 Resta=data.iloc[:,2] #Datos Sub_Doppler
16 n=len(frec) #Número de datos
17 #####
18 #FUNCIONES PRINCIPALES
19
20 #Lorentziana 8 Picos centrados en las transiciones
21 def lorentz2(x,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,\
22     dc1,dc2,dc3,dc4,dc5,dc6,\
23     w1,w2,w3,w4,w5,w6,w7,w8):
24     return (A1*w1**2/((x+dc1)**2+w1**2)) +\
25         (A2*w2**2/((x+133.325+dc2)**2+w2**2)) +\
26         (A3*w3**2/((x+211.7985+dc3)**2+w3**2)) +\
27         (A4*w4**2/((x+266.65+dc4)**2+w4**2)) +\
28         (A5*w5**2/((x+345.1235+dc5)**2+w5**2)) +\
29         (A6*w6**2/((x+423.597+dc6)**2+w6**2)) +\
30         (A7*w7**2/((x+133.325+dc2)**2+w7**2)) +\
31         (A8*w8**2/((x+211.7985+dc3)**2+w8**2))
32
33 #####
34 #INTERVALO DE AJUSTE
35 k1=4000
36 k2=7400
37 m=k2-k1
38 f2=np.zeros(m)
39 R2=np.zeros(m)

```

```

40 Sat2=np.zeros(m)
41
42 j=0
43 for j in range(m):
44     f2[j]=frec[j+k1]
45     R2[j]=Resta[j+k1]
46     Sat2[j]=Sat[j+k1]
47
48 Max=np.max(Resta)
49 w=5 #IWHM INICIAL
50
51 #####
52 #AJUSTE LORENTZIANO DEL ESPECTRO SUBDOPPLER
53 print("////////////////////")
54 print("Ajuste_Lorentziano_espectro_subdoppler_con_8_Lorentzianas")
55 print("")
56
57 #Definición de las componentes lorentzianas
58 LorFit=np.zeros(m)
59 LorFit1=np.zeros(m)
60 LorFit2=np.zeros(m)
61 LorFit3=np.zeros(m)
62 LorFit4=np.zeros(m)
63 LorFit5=np.zeros(m)
64 LorFit6=np.zeros(m)
65 LorFit7=np.zeros(m)
66 LorFit8=np.zeros(m)
67
68 #Valores iniciales empíricos
69 A1=Max*0.4
70 A2=Max*1.0
71 A3=Max*0.8
72 A4=Max*0.2
73 A5=Max*0.2
74 A6=Max*0.2
75 A7=Max*0.5
76 A8=Max*0.5
77  $\sigma_8 = -211.7985$ 
78  $\sigma_7 = -133.325$ 
79  $\sigma_6 = -423.597$ 
80  $\sigma_5 = -345.1235$ 
81  $\sigma_4 = -266.65$ 
82  $\sigma_3 = -211.7985$ 
83  $\sigma_2 = -133.325$ 
84  $\sigma_1 = 0$ 
85 dc1=0
86 dc2=0

```

```

87 dc3=0
88 dc4=0
89 dc5=0
90 dc6=0
91 w1=w
92 w2=w
93 w3=w
94 w4=w
95 w5=w
96 w6=w
97 w7=45
98 w8=35
99
100 #Definición de los límites para los coeficientes
101 p_b=( [0,0,0,0,0,0,0,0,-3,-3,-3,-3,-3,-3,w1-2,w2-2,w3-2,w4-2,w5-2,w6↔
      -2,0,0] , \
102      [A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,3,3,3,3,3,3,w1+15,w2+15,w3+15,w4+15,w5+15,↔
      w6+15,w7+30,w8+100])
103 #Cálculo de los coeficientes
104 popt ,pcov = curve_fit ( lorentz2 , f2 , R2 , p0=[A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,dc1 ,↔
      dc2 ,dc3 ,dc4 ,dc5 ,dc6 ,w1,w2,w3,w4,w5,w6,w7,w8] , bounds=p_b)
105 #Cálculo de los errores
106 perr=np.sqrt(np.diag(pcov))
107
108 #Coeficientes
109 A1=popt [0]
110 A2=popt [1]
111 A3=popt [2]
112 A4=popt [3]
113 A5=popt [4]
114 A6=popt [5]
115 A7=popt [6]
116 A8=popt [7]
117 dc1=popt [8]
118 dc2=popt [9]
119 dc3=popt [10]
120 dc4=popt [11]
121 dc5=popt [12]
122 dc6=popt [13]
123 w1=popt [14]
124 w2=popt [15]
125 w3=popt [16]
126 w4=popt [17]
127 w5=popt [18]
128 w6=popt [19]
129 w7=popt [20]
130 w8=popt [21]

```

```

131
132 #Errores
133  $\delta\_A1 = \text{perr}[0]$ 
134  $\delta\_A2 = \text{perr}[1]$ 
135  $\delta\_A3 = \text{perr}[2]$ 
136  $\delta\_A4 = \text{perr}[3]$ 
137  $\delta\_A5 = \text{perr}[4]$ 
138  $\delta\_A6 = \text{perr}[5]$ 
139  $\delta\_A7 = \text{perr}[6]$ 
140  $\delta\_A8 = \text{perr}[7]$ 
141  $\delta\_dc1 = \text{perr}[8]$ 
142  $\delta\_dc2 = \text{perr}[9]$ 
143  $\delta\_dc3 = \text{perr}[10]$ 
144  $\delta\_dc4 = \text{perr}[11]$ 
145  $\delta\_dc5 = \text{perr}[12]$ 
146  $\delta\_dc6 = \text{perr}[13]$ 
147  $\delta\_w1 = \text{perr}[14]$ 
148  $\delta\_w2 = \text{perr}[15]$ 
149  $\delta\_w3 = \text{perr}[16]$ 
150  $\delta\_w4 = \text{perr}[17]$ 
151  $\delta\_w5 = \text{perr}[18]$ 
152  $\delta\_w6 = \text{perr}[19]$ 
153  $\delta\_w7 = \text{perr}[20]$ 
154  $\delta\_w8 = \text{perr}[21]$ 
155
156 #Centros
157  $\sigma8 = -211.7985 - dc3$ 
158  $\sigma7 = -133.325 - dc2$ 
159  $\sigma6 = -423.597 - dc6$ 
160  $\sigma5 = -345.1235 - dc5$ 
161  $\sigma4 = -266.65 - dc4$ 
162  $\sigma3 = -211.7985 - dc3$ 
163  $\sigma2 = -133.325 - dc2$ 
164  $\sigma1 = 0 - dc1$ 
165  $\delta\_sigma8 = 0.8 + \delta\_dc3$ 
166  $\delta\_sigma7 = 0.8 + \delta\_dc2$ 
167  $\delta\_sigma6 = 0.8 + \delta\_dc6$ 
168  $\delta\_sigma5 = 0.8 + \delta\_dc5$ 
169  $\delta\_sigma4 = 0.8 + \delta\_dc4$ 
170  $\delta\_sigma3 = 0.8 + \delta\_dc3$ 
171  $\delta\_sigma2 = 0.8 + \delta\_dc2$ 
172  $\delta\_sigma1 = 0.8 + \delta\_dc1$ 
173
174 #Datos de las componentes sub-Doppler
175 print(f ' LorentzFit1 :  $\cup A1 : \cup \{A1 : 3.7 f\} + - \{ \delta\_A1 : 3.7 f \} \cup \sigma 1 : \cup \{ \sigma 1 : 3.7 f \} + - \{ \delta\_sigma \leftrightarrow$ 
    1 : 3.7 f \} \cup w1 : \cup \{ w1 : 3.7 f \} + - \{ \delta\_w1 : 3.7 f \} ' )
176 print(f ' LorentzFit2 :  $\cup A2 : \cup \{A2 : 3.7 f\} + - \{ \delta\_A2 : 3.7 f \} \cup \sigma 2 : \cup \{ \sigma 2 : 3.7 f \} + - \{ \delta\_sigma \leftrightarrow$ 

```

```

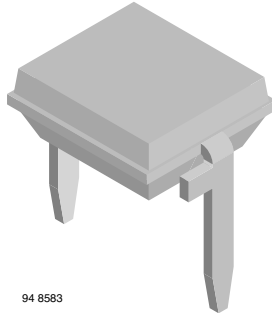
2:3.7f}_w2:_{w2:3.7f}+-{\delta_w2:3.7f}')
177 print(f'LorentzFit3:_A3:_{A3:3.7f}+-{\delta_A3:3.7f}_\sigma3:_{\sigma3:3.7f}+-{\delta_\sigma\leftrightarrow
3:3.7f}_w3:_{w3:3.7f}+-{\delta_w3:3.7f}')
178 print(f'LorentzFit4:_A4:_{A4:3.7f}+-{\delta_A4:3.7f}_\sigma4:_{\sigma4:3.7f}+-{\delta_\sigma\leftrightarrow
4:3.7f}_w4:_{w4:3.7f}+-{\delta_w4:3.7f}')
179 print(f'LorentzFit5:_A5:_{A5:3.7f}+-{\delta_A5:3.7f}_\sigma5:_{\sigma5:3.7f}+-{\delta_\sigma\leftrightarrow
5:3.7f}_w5:_{w5:3.7f}+-{\delta_w5:3.7f}')
180 print(f'LorentzFit6:_A6:_{A6:3.7f}+-{\delta_A6:3.7f}_\sigma6:_{\sigma6:3.7f}+-{\delta_\sigma\leftrightarrow
6:3.7f}_w6:_{w6:3.7f}+-{\delta_w6:3.7f}')
181 print(f'LorentzFit7:_A7:_{A7:3.7f}+-{\delta_A7:3.7f}_\sigma7:_{\sigma7:3.7f}+-{\delta_\sigma\leftrightarrow
7:3.7f}_w7:_{w7:3.7f}+-{\delta_w7:3.7f}')
182 print(f'LorentzFit8:_A8:_{A8:3.7f}+-{\delta_A8:3.7f}_\sigma7:_{\sigma8:3.7f}+-{\delta_\sigma\leftrightarrow
8:3.7f}_w8:_{w8:3.7f}+-{\delta_w8:3.7f}')
183 print(f'dcentros:_dc1:_{dc1:3.7f}+-{\delta_dc1:3.7f}')
184 print(f'dcentros:_dc2:_{dc2:3.7f}+-{\delta_dc2:3.7f}')
185 print(f'dcentros:_dc3:_{dc3:3.7f}+-{\delta_dc3:3.7f}')
186 print(f'dcentros:_dc4:_{dc4:3.7f}+-{\delta_dc4:3.7f}')
187 print(f'dcentros:_dc5:_{dc5:3.7f}+-{\delta_dc5:3.7f}')
188 print(f'dcentros:_dc5:_{dc6:3.7f}+-{\delta_dc6:3.7f}')

```


Apéndice C

Hoja de datos del BPW34

Silicon PIN Photodiode



94 8583

DESCRIPTION

BPW34 is a PIN photodiode with high speed and high radiant sensitivity in miniature, flat, top view, clear plastic package. It is sensitive to visible and near infrared radiation. BPW34S is packed in tubes, specifications like BPW34.

FEATURES

- Package type: leaded
- Package form: top view
- Dimensions (L x W x H in mm): 5.4 x 4.3 x 3.2
- Radiant sensitive area (in mm²): 7.5
- High photo sensitivity
- High radiant sensitivity
- Suitable for visible and near infrared radiation
- Fast response times
- Angle of half sensitivity: $\phi = \pm 65^\circ$
- Compliant to RoHS Directive 2002/95/EC and in accordance to WEEE 2002/96/EC



Note

** Please see document "Vishay Material Category Policy":
www.vishay.com/doc?99902

APPLICATIONS

- High speed photo detector

PRODUCT SUMMARY			
COMPONENT	I_{ra} (μA)	ϕ (deg)	$\lambda_{0.1}$ (nm)
BPW34	50	± 65	430 to 1100
BPW34S	50	± 65	430 to 1100

Note

- Test condition see table "Basic Characteristics"

ORDERING INFORMATION			
ORDERING CODE	PACKAGING	REMARKS	PACKAGE FORM
BPW34	Bulk	MOQ: 3000 pcs, 3000 pcs/bulk	Top view
BPW34S	Tube	MOQ: 1800 pcs, 45 pcs/tube	Top view

Note

- MOQ: minimum order quantity

ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS ($T_{amb} = 25^\circ C$, unless otherwise specified)				
PARAMETER	TEST CONDITION	SYMBOL	VALUE	UNIT
Reverse voltage		V_R	60	V
Power dissipation	$T_{amb} \leq 25^\circ C$	P_V	215	mW
Junction temperature		T_j	100	$^\circ C$
Operating temperature range		T_{amb}	- 40 to + 100	$^\circ C$
Storage temperature range		T_{stg}	- 40 to + 100	$^\circ C$
Soldering temperature	$t \leq 3$ s	T_{sd}	260	$^\circ C$
Thermal resistance junction/ambient	Connected with Cu wire, 0.14 mm ²	R_{thJA}	350	K/W

BASIC CHARACTERISTICS ($T_{amb} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$, unless otherwise specified)						
PARAMETER	TEST CONDITION	SYMBOL	MIN.	TYP.	MAX.	UNIT
Breakdown voltage	$I_R = 100\text{ }\mu\text{A}$, $E = 0$	$V_{(BR)}$	60			V
Reverse dark current	$V_R = 10\text{ V}$, $E = 0$	I_{ro}		2	30	nA
Diode capacitance	$V_R = 0\text{ V}$, $f = 1\text{ MHz}$, $E = 0$	C_D		70		pF
	$V_R = 3\text{ V}$, $f = 1\text{ MHz}$, $E = 0$	C_D		25	40	pF
Open circuit voltage	$E_e = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 950\text{ nm}$	V_o		350		mV
Temperature coefficient of V_o	$E_e = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 950\text{ nm}$	TK_{V_o}		-2.6		mV/K
Short circuit current	$E_A = 1\text{ klx}$	I_k		70		μA
	$E_e = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 950\text{ nm}$	I_k		47		μA
Temperature coefficient of I_k	$E_e = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 950\text{ nm}$	TK_{I_k}		0.1		%/K
Reverse light current	$E_A = 1\text{ klx}$, $V_R = 5\text{ V}$	I_{ra}		75		μA
	$E_e = 1\text{ mW/cm}^2$, $\lambda = 950\text{ nm}$, $V_R = 5\text{ V}$	I_{ra}	40	50		μA
Angle of half sensitivity		ϕ		± 65		deg
Wavelength of peak sensitivity		λ_p		900		nm
Range of spectral bandwidth		$\lambda_{0.1}$		430 to 1100		nm
Noise equivalent power	$V_R = 10\text{ V}$, $\lambda = 950\text{ nm}$	NEP		4×10^{-14}		$\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}$
Rise time	$V_R = 10\text{ V}$, $R_L = 1\text{ k}\Omega$, $\lambda = 820\text{ nm}$	t_r		100		ns
Fall time	$V_R = 10\text{ V}$, $R_L = 1\text{ k}\Omega$, $\lambda = 820\text{ nm}$	t_f		100		ns

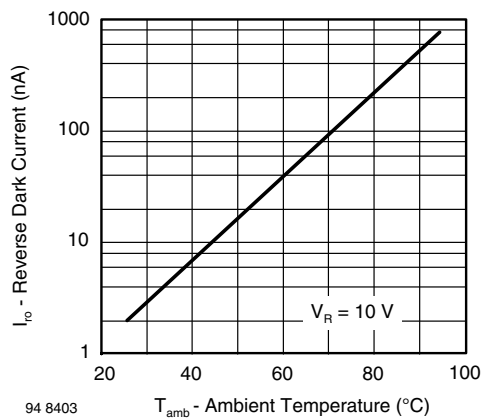
BASIC CHARACTERISTICS ($T_{amb} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$, unless otherwise specified)


Fig. 1 - Reverse Dark Current vs. Ambient Temperature

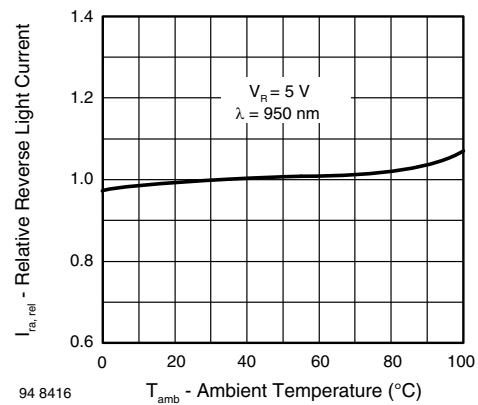


Fig. 2 - Relative Reverse Light Current vs. Ambient Temperature

Apéndice D

Hoja de datos del LM358

LMx58-N Low-Power, Dual-Operational Amplifiers

1 Features

- Available in 8-Bump DSBGA Chip-Sized Package, (See AN-1112, [SNVA009](#))
- Internally Frequency Compensated for Unity Gain
- Large DC Voltage Gain: 100 dB
- Wide Bandwidth (Unity Gain): 1 MHz (Temperature Compensated)
- Wide Power Supply Range:
 - Single Supply: 3V to 32V
 - Or Dual Supplies: $\pm 1.5V$ to $\pm 16V$
- Very Low Supply Current Drain (500 μA)—Essentially Independent of Supply Voltage
- Low Input Offset Voltage: 2 mV
- Input Common-Mode Voltage Range Includes Ground
- Differential Input Voltage Range Equal to the Power Supply Voltage
- Large Output Voltage Swing
- Unique Characteristics:
 - In the Linear Mode the Input Common-Mode Voltage Range Includes Ground and the Output Voltage Can Also Swing to Ground, even though Operated from Only a Single Power Supply Voltage.
 - The Unity Gain Cross Frequency is Temperature Compensated.
 - The Input Bias Current is also Temperature Compensated.
- Advantages:
 - Two Internally Compensated Op Amps
 - Eliminates Need for Dual Supplies
 - Allows Direct Sensing Near GND and V_{OUT} Also Goes to GND
 - Compatible with All Forms of Logic
 - Power Drain Suitable for Battery Operation

2 Applications

- Active Filters
- General Signal Conditioning and Amplification
- 4- to 20-mA Current Loop Transmitters

3 Description

The LM158 series consists of two independent, high gain, internally frequency compensated operational amplifiers which were designed specifically to operate from a single power supply over a wide range of voltages. Operation from split power supplies is also possible and the low power supply current drain is independent of the magnitude of the power supply voltage.

Application areas include transducer amplifiers, dc gain blocks and all the conventional op-amp circuits which now can be more easily implemented in single power supply systems. For example, the LM158 series can be directly operated off of the standard 3.3-V power supply voltage which is used in digital systems and will easily provide the required interface electronics without requiring the additional $\pm 15V$ power supplies.

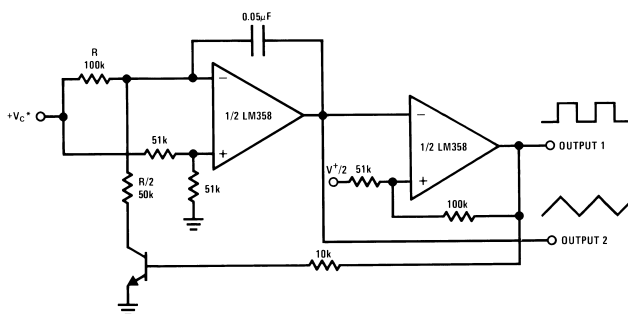
The LM358 and LM2904 are available in a chip sized package (8-Bump DSBGA) using TI's DSBGA package technology.

Device Information⁽¹⁾

PART NUMBER	PACKAGE	BODY SIZE (NOM)
LM158-N	TO-CAN (8)	9.08 mm x 9.09 mm
	CDIP (8)	10.16 mm x 6.502 mm
LM258-N	TO-CAN (8)	9.08 mm x 9.09 mm
	DSBGA (8)	1.31 mm x 1.31 mm
LM2904-N	SOIC (8)	4.90 mm x 3.91 mm
	PDIP (8)	9.81 mm x 6.35 mm
	TO-CAN (8)	9.08 mm x 9.09 mm
LM358-N	DSBGA (8)	1.31 mm x 1.31 mm
	SOIC (8)	4.90 mm x 3.91 mm
	PDIP (8)	9.81 mm x 6.35 mm
	TO-CAN (8)	9.08 mm x 9.09 mm

(1) For all available packages, see the orderable addendum at the end of the datasheet.

Voltage Controlled Oscillator (VCO)



6 Specifications

6.1 Absolute Maximum Ratings

 See ⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾.

		LM158, LM258, LM358, LM158A, LM258A, LM358A		LM2904		UNIT		
		MIN	MAX	MIN	MAX			
Supply Voltage, V ⁺		32		26		V		
Differential Input Voltage		32		26		V		
Input Voltage		-0.3	32	-0.3	26	V		
Power Dissipation ⁽⁴⁾	PDIP (P)	830		830		mW		
	TO-99 (LMC)	550				mW		
	SOIC (D)	530		530		mW		
	DSBGA (YPB)	435				mW		
Output Short-Circuit to GND (One Amplifier) ⁽⁵⁾	V ⁺ ≤ 15 V and T _A = 25°C		Continuous		Continuou s			
Input Current (V _{IN} < -0.3V) ⁽⁶⁾		50		50		mA		
Temperature			-55	125			°C	
	PDIP Package (P): Soldering (10 seconds)		260		260		°C	
	SOIC Package (D)	Vapor Phase (60 seconds)		215		215		°C
		Infrared (15 seconds)		220		220		°C
Lead Temperature	PDIP (P): (Soldering, 10 seconds)		260		260		°C	
	TO-99 (LMC): (Soldering, 10 seconds)		300		300		°C	
Storage temperature, T _{stg}		-65	150	-65	150	°C		

- (1) *Absolute Maximum Ratings* indicate limits beyond which damage to the device may occur. *Recommended Operating Conditions* indicate conditions for which the device is intended to be functional, but specific performance is not ensured. For ensured specifications and the test conditions, see the Electrical Characteristics.
- (2) Refer to RETS158AX for LM158A military specifications and to RETS158X for LM158 military specifications.
- (3) If Military/Aerospace specified devices are required, please contact the TI Sales Office/Distributors for availability and specifications.
- (4) For operating at high temperatures, the LM358/LM358A, LM2904 must be derated based on a 125°C maximum junction temperature and a thermal resistance of 120°C/W for PDIP, 182°C/W for TO-99, 189°C/W for SOIC package, and 230°C/W for DSBGA, which applies for the device soldered in a printed circuit board, operating in a still air ambient. The LM258/LM258A and LM158/LM158A can be derated based on a +150°C maximum junction temperature. The dissipation is the total of both amplifiers—use external resistors, where possible, to allow the amplifier to saturate or to reduce the power which is dissipated in the integrated circuit.
- (5) Short circuits from the output to V⁺ can cause excessive heating and eventual destruction. When considering short circuits to ground, the maximum output current is approximately 40 mA independent of the magnitude of V⁺. At values of supply voltage in excess of +15 V, continuous short-circuits can exceed the power dissipation ratings and cause eventual destruction. Destructive dissipation can result from simultaneous shorts on all amplifiers.
- (6) This input current will only exist when the voltage at any of the input leads is driven negative. It is due to the collector-base junction of the input PNP transistors becoming forward biased and thereby acting as input diode clamps. In addition to this diode action, there is also lateral NPN parasitic transistor action on the IC chip. This transistor action can cause the output voltages of the op amps to go to the V⁺ voltage level (or to ground for a large overdrive) for the time duration that an input is driven negative. This is not destructive and normal output states will re-establish when the input voltage, which was negative, again returns to a value greater than -0.3 V (at 25°C).

6.2 ESD Ratings

		VALUE	UNIT	
V _(ESD)	Electrostatic discharge	Human-body model (HBM), per ANSI/ESDA/JEDEC JS-001 ⁽¹⁾	±250	V

- (1) JEDEC document JEP155 states that 500-V HBM allows safe manufacturing with a standard ESD control process.

Bibliografía

- [1] J. S. Wilson A. S. Arnold y M. G. Boshier. “A simple extended-cavity diode laser”. En: *Review of scientific instruments* 69.3 (1998), págs. 1236-1239.
- [2] C. A. Mojica Casique. “Control digital de los láseres de enfriamiento y atrapamiento utilizados en una trampa magneto-óptica”. Tesis de Maestría. México: Posgrado en Ciencias Físicas, UNAM, 2011.
- [3] C. A. Mojica Casique. “Espectroscopia libre de Doppler en el sistema en escalera $5S \rightarrow 5P \rightarrow 6P$ en rubidio atómico: efectos de la polarización de la luz en la transición cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ ”. Tesis de Doctorado. México: Posgrado en Ciencias Físicas, UNAM, 2016.
- [4] Magnetic Shield Corp. *MuMetal*. Accedido 14-08-2019, URL: <http://www.magnetic-shield.com/pdf/mu-2.pdf>.
- [5] J. Magnes y D. Odera. “Quantitative and Qualitative Study of Gaussian Beam Visualization Techniques”. En: *arXiv preprint physics 0605102* (2008).
- [6] W. Demtröder. *Laser spectroscopy*. Fourth edition. Vol. 1: Basic principles. Berlín: Springer, 2008.
- [7] W. Demtröder. *Laser spectroscopy*. Fourth edition. Vol. 2: Experimental Techniques. Berlín: Springer, 2008.
- [8] C. J. Foot. *Atomic physics*. Great Britain: Oxford University Press, 2005.
- [9] S. Franco. *Diseño con amplificadores operacionales y circuitos integrados*. Tercera edición. México: McGrawHill, 2005.
- [10] D. J. Griffiths. *Introduction to quantum mechanics*. Second edition. USA: Pearson Prentice Hall, 2005.
- [11] O. López Hernández. “Contribución a un estudio completo de la transición de dos fotones $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$ en rubidio 87 a temperatura ambiente”. Tesis de Maestría. México: Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM, 2019.
- [12] R. C. Hilborn. “Einstein coefficients, cross sections, f values, dipole moments, and all that”. En: *American Journal of Physics* 50.11 (1982), págs. 982-986.
- [13] A. Beiser e I. Berg. *Concepts of modern physics*. Second edition. USA: McGraw-Hill, 2003.
- [14] Texas Instruments. *Fixed Voltage Regulators LM7800*. Accedido 17-08-2019, URL: <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm7800.pdf>.

- [15] Texas Instruments. *LMx58-N Low-Power, Dual-Operational Amplifiers*. Accedido 10-08-2019, URL: <http://www.ti.com/document-viewer/LM358-N/datasheet/abstract#snosbt30025>.
- [16] R. C. Dorf y J. A. Svoboda. *Circuitos Eléctricos*. Ed. por Alfaomega. Octava edición. México, 2013.
- [17] C. Y. She y J. R. Yu. “Doppler-free saturation fluorescence spectroscopy of Na atoms for atmospheric application”. En: *Applied Optics* 34.6 (1995), págs. 1063-1075.
- [18] A. P. Malvino. *Principios de Electrónica*. Sexta edición. España: McGrawHill, 2000.
- [19] J. E. Navarro Navarrete. “Diseño, construcción y caracterización de un láser de diodo de cavidad extendida de 1049 nm para producir estados de Rydberg en átomos de rubidio.” Tesis de licenciatura. México: Facultad de Ciencias, UNAM, 2015.
- [20] J. E. Navarro Navarrete. “Sistema completo de espectroscopia de doble resonancia óptica $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$ para la producción de átomos de Rydberg.” Tesis de Maestría. México: Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM, 2019.
- [21] Nobel Prize Organization. *The Nobel Prize in Physics 2001*. Accedido 26-08-2019, URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2001/summary/>.
- [22] H. J. Metcalf y P. Van Der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Graduate Texts in Contemporary Physics. USA: Springer New York, 2012.
- [23] A. Reyes Reyes. “Espectroscopia de polarización en vapor de rubidio utilizando un diodo laser con cavidad extendida”. Tesis de licenciatura. México: Facultad de Ciencias, UNAM, 2008.
- [24] D. A. Steck. *Rubidium 85 D Line Data*. revision 2.1.6, Accedido 15-12-2018, URL: <http://steck.us/alkalidata>.
- [25] D. A. Steck. *Rubidium 87 D Line Data*. revision 2.1.5, Accedido 15-12-2018, URL: <http://steck.us/alkalidata>.
- [26] Thorlabs. *Photodiode Tutorial*. Accedido 14-08-2019, URL: https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=285.
- [27] D. N. Trifonov y V. D. Trifonov. *Cómo fueron descubiertos los elementos químicos*. Moscú: MIR, 1984.
- [28] VISHAY. *BPW34 Data Sheet*. Accedido 14-08-2019, URL: <https://www.vishay.com/docs/81521/bpw34.pdf>.
- [29] UNESCO WEB. *International Year of the Periodic Table of Chemical Elements 2019*. Accedido 6-11-2019, URL: <https://en.unesco.org/commemorations/iypt2019>.