



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**ESTUDIO DE LOS PATRONES DE INTERFERENCIA
EN CAMPOS ULTRASÓNICOS TRANSITORIOS**

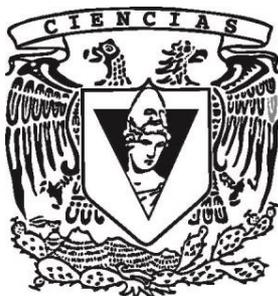
T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

P R E S E N T A:

GABRIELA BERENICE GARCÍA VEGA



**DIRECTOR DE TESIS:
FÍS. ANDRÉS VALENTÍN PORTA CONTRERAS**

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., Enero 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

García

Vega

Gabriela Berenice

26 50 18 50

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

307054807

2. Datos del tutor

Fís.

Andrés Valentín

Porta

Contreras

3. Datos del sinodal 1

Dr.

Guillermo Cirano

Espinosa

García

4. Datos del sinodal 2

Dr.

Francisco

Morales

Leal

5. Datos del sinodal 3

Dra.

Susana

Orozco

Segovia

6. Datos del sinodal 4

Dr.

Pablo Luis

Rendón

Garrido

7. Datos del trabajo escrito

Estudio de los Patrones de Interferencia
en Campos Ultrasónicos Transitorios

91 p.

2020

Agradecimientos

La presente tesis representa la culminación de una etapa llena de grandes retos académicos y personales en la que varias personas han estado presentes de manera concreta y positiva acompañándome a lo largo de este camino brindándome su apoyo, enseñanzas y su cariño.

Primero, agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme la oportunidad de pertenecer a su comunidad, por contribuir en gran medida a mi formación profesional y personal, y por darme muchos de los momentos más intensos y felices de mi vida.

Quiero expresar mi enorme agradecimiento al profesor Andrés Porta, gracias por la confianza, el gran apoyo, la dedicación, el tiempo, por todo el conocimiento compartido y por los innumerables consejos brindados desde el inicio de nuestra colaboración, su orientación y respaldo sin duda han sido fundamentales para la elaboración del presente trabajo y para los demás proyectos en los que hemos trabajado en conjunto.

Agradezco al Dr. Guillermo Espinosa, al Dr. Francisco Morales, a la Dra. Susana Orozco y al Dr. Pablo Rendón por su atención, orientación y por la revisión realizada de este trabajo, así como por sus valiosas sugerencias, agradezco también al Laboratorio de Acústica de la Facultad de Ciencias por permitirme realizar los experimentos necesarios en esta tesis y a todos los profesores que me han impulsado con sus enseñanzas a siempre seguir adelante.

Quiero agradecer profundamente a las personas cuyo apoyo es completamente vital, que son mi principal motivación, la fuerza y lo que me anima más que otra cosa a crecer no solo profesionalmente, sino como persona; mi familia. Doy gracias a mis padres por siempre guiarme, aconsejarme y cuidarme, por ser los impulsores de mis anhelos, gracias por confiar en mí, por su paciencia, comprensión y su amor incondicional. Agradezco a mi hermana por siempre estar a mi lado, por todo el cariño y por hacer mi camino más alegre y ameno.

Doy las gracias a los amigos que me han acompañado a lo largo de la carrera y que han sido un gran soporte académico, moral y humano, gracias por la sincera amistad que ha enriquecido mi vida y que siempre valoraré con mucho cariño. Quiero dar las gracias A Tonatihu Arteaga por compartir conmigo gran cantidad de momentos prácticamente desde que iniciamos la carrera, gracias por todas las veces que estudiamos juntos y por acompañarme en estos años con mucho aprecio y apoyo.

A todos ustedes, gracias por todo.

Índice general

Resumen	1
Lista de Figuras	3
Introduccion	9
1. Análisis del problema	13
1.1. Ecuación de onda acústica y soluciones	13
1.2. Ondas armónicas planas; velocidad de fase y velocidad de grupo	17
1.3. Principio de Huygens-Fresnel	19
1.4. Interferencia	21
1.5. Coherencia	22
1.5.1. Coherencia temporal y espacial	23
1.5.2. Experimento de Thomas Young	24
1.5.3. Teoría de la coherencia parcial. Observación de franjas	29
1.6. Campos estacionarios y transitorios	33
1.7. Descripción de Pulsos a partir del análisis de Fourier	34
1.8. Difracción	36
2. Transductores ultrasónicos y características de propagación	37
2.1. Características de los transductores piezoeléctricos	38
2.2. Circuito Amplificador con Filtro	40
2.3. Características de la propagación	41
2.3.1. Respuesta en función de la distancia	41
2.3.2. Diferencia de fase en función de la distancia	47
2.3.3. Velocidad de fase y velocidad de grupo de las ondas ultrasónicas	48
3. Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos	53
3.1. Producción y detección de Patrones de Interferencia	53
3.2. Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios	54
3.3. Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios	59
4. Espectros de Fourier	67
4.1. Transformada Rápida de Fourier (FFT)	67

Conclusiones	85
A. Apéndice	89
A.1. Señales discretas y periódicas	89
A.1.1. Teorema de muestreo	89
A.1.2. Transformada Discreta de Fourier	90
A.1.3. Transformada Rápida de Fourier; algoritmo de Cooley y Tukey	90
Bibliografía	91

Resumen

En este trabajo se utilizaron transductores piezoeléctricos para la producción y el estudio del fenómeno de interferencia en campos ultrasonicos estacionarios y transitorios. Primero, los transductores se sometieron a diferentes pruebas de caracterización para conocer algunas propiedades de los mismos y de la propagación de las ondas en el medio. Se construyó un circuito amplificador con un filtro centrado en la frecuencia de resonancia de los transductores y con un ancho de banda angosto, suficiente para aumentar la sensibilidad de los sistemas montados en este trabajo. Se determinó la respuesta de los transductores en función de la distancia (para desplazamientos longitudinal y transversal del receptor respecto al emisor) obteniendo información acerca de la distribución de la energía conforme las ondas se propagan en el espacio. Se encontró cómo es la diferencia de fase con la distancia y con esta característica se calculó el valor de la longitud de onda con el patrón estacionario que se forma a distancias cercanas, luego se obtuvieron los valores de la velocidad de fase y de grupo para diferentes casos, con la finalidad de comparar estos valores y asociarlos a un factor de dispersión de las ondas ultrasónicas, concluyendo que la dispersión en el medio es baja y que el valor de la velocidad del sonido reportado en la literatura es válido para estados estacionarios y transitorios.

Se obtuvieron patrones propios del fenómeno de interferencia; se determinaron las posiciones de los máximos de interferencia en la pantalla simulada por el receptor desplazándose a lo largo de un riel colocado de manera perpendicular a la línea que une el punto central entre los dos emisores y el receptor. Se compararon los valores obtenidos con los valores de las posiciones de los máximos calculados a partir de la formulación matemática descrita para el experimento de Young de la doble rendija, encontrando que dicha formulación sigue teniendo validez siempre y cuando el ángulo de apertura del receptor con respecto al centro de la línea que une a los emisores tenga un valor que permita que la aproximación para ángulos pequeños siga siendo aplicable. Se resalta que la proporcionalidad de las distancias con las que se trabajó en el caso del ultrasonido con el valor de λ es mucho menor que en el caso óptico, sin embargo, con los resultados obtenidos es posible saber como es el comportamiento en casos análogos, como el de las ondas electromagnéticas.

Se comparó el comportamiento de los campos estacionarios con el de los campos transitorios al interferir en el espacio. Se obtuvieron los espectros de Fourier a partir de la transformada senoidal de Fourier y de la transformada rápida de Fourier para cada una de las ráfagas seleccionadas, se observó que una ráfaga formada por un determinado número de ciclos senoidales de única frecuencia se dispersa, mostrando componentes de diferentes frecuencias y con amplitudes asociadas a cada una de ellas. A partir del cálculo realizado con la transformada senoidal de Fourier se tiene que para

ráfagas cortas existe un mayor número de componentes de frecuencias distintas a la frecuencia de excitación, por lo que el espectro tiene un ancho de banda más amplio que las ráfagas compuestas con un mayor número de ciclos activos. Para las ráfagas seleccionadas en este trabajo, aplicando la transformada rápida de Fourier no logra observarse claramente este ensanchamiento del ancho de banda, pero a pesar de esta observación, la transformada rápida de Fourier calculada con los métodos empleados es confiable para describir campos transitorios, ya que se tiene concordancia con la transformada senoidal en la mayoría de los aspectos, además de que es posible observar en los espectros presentados los efectos producidos por el fenómeno de interferencia.

Lista de Figuras

- 1.3.1.** Construcción de un frente de onda por el método de Huygens.
- 1.5.1.** Esquema del interferómetro de Michelson. El observador mira un patrón de interferencia que es resultado de la diferencia de las longitudes de las trayectorias de los haces 1 y 2.
- 1.5.2.** Experimento de Young para demostrar la interferencia de la luz que pasa por dos ranuras. En la pantalla aparece un patrón de áreas brillantes y oscuras.
- 1.5.3.** Análisis geométrico del experimento de Young.
- 1.6.1.** (a) Campo estacionario, (b) Campo transitorio.
- 1.7.1.** Espectro de Fourier de un tren de pulsos senoidales finito.
- 2.1.1.** Transductores piezoeléctricos utilizados para generar y detectar ondas ultrasónicas.
- 2.1.2.** Diagrama del interior de los transductores piezoeléctricos.
- 2.1.3.** Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la frecuencia de los transductores ultrasónicos. Serie azul: par (A Emisor, B Receptor), serie roja: par (D Emisor, B Receptor).
- 2.2.1.** Diagrama del circuito amplificador con filtro. La etapa I corresponde a un filtro activo de paso de banda y a la salida de dicha etapa se añade un amplificador de 10 veces. Se utilizó un Amplificador Operacional TL082.
- 2.2.2.** Caracterización de la etapa I del circuito amplificador con filtro. Se muestra la función de transferencia del filtro activo de paso de banda; a la izquierda se muestra el diagrama de amplitud y la derecha el diagrama de diferencia de fase.
- 2.2.3.** Caracterización del circuito amplificador con filtro. Se muestra la función de transferencia del circuito completo; a la izquierda se muestra el diagrama de amplitud y la derecha el diagrama de diferencia de fase.
- 2.3.1.** Montaje experimental para determinar la respuesta en función de la distancia, variando la distancia entre emisor y receptor de manera longitudinal.
- 2.3.2.** Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia para el par (A Emisor, B Receptor), para excitación del emisor con una onda senoidal continua. Se muestra la serie que proporciona la caracterización con ajustes realizados con una función polinomial y una función asociada a una potencia.

2.3.3. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia para el par (A Emisor, B Receptor), para excitación del emisor con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000. Se muestran las series que proporcionan la caracterización correspondiente a cada duración de las ráfagas con sus respectivos ajustes realizados con una función asociada a una potencia.

2.3.4. Montaje experimental para determinar la respuesta en función de la distancia, variando la posición del receptor de manera transversal.

2.3.5. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia, para excitación del emisor con una onda senoidal continua. Serie azul: par (A Emisor, B Receptor), serie roja: par (D Emisor, B Receptor), considerando una distancia inicial entre transductores de $(53 \pm 0.05)cm$.

2.3.6. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia, para excitación del emisor con una onda senoidal continua. Serie azul: par (A Emisor, B Receptor), serie roja: par (D Emisor, B Receptor), considerando una distancia inicial entre transductores de $(102 \pm 0.05)cm$.

2.3.7. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia para los pares (A Emisor, B Receptor) y (D Emisor, B Receptor), para excitación del emisor con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000. Se muestran las series que proporcionan la caracterización correspondiente a cada duración de las ráfagas, considerando una distancia inicial entre transductores de $(53 \pm 0.05)cm$.

2.3.8. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia para los pares (A Emisor, B Receptor) y (D Emisor, B Receptor), para excitación del emisor con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000. Se muestran las series que proporcionan la caracterización correspondiente a cada duración de las ráfagas, considerando una distancia inicial entre transductores de $(102 \pm 0.05)cm$.

2.3.9. Diferencia de fase en función de la distancia para el par (A Emisor, B Receptor). Se muestra la serie que proporciona la caracterización con un ajuste realizado con una función lineal.

2.3.10. Velocidad de fase variando la posición del receptor de manera longitudinal, para excitación del emisor con una onda senoidal continua.

2.3.11. Velocidad de grupo variando la posición del receptor manera longitudinal, para excitación del emisor con ráfagas de diferentes duraciones.

2.3.12. Velocidad de fase variando la posición del receptor de manera transversal, para excitación del emisor con una onda senoidal continua.

2.3.13. Velocidad de grupo variando la posición del receptor de manera transversal, para excitación del emisor con ráfagas de diferentes duraciones.

3.1.1. Montaje experimental utilizado para obtener Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos.

3.2.1. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(54 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados,

diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor.

3.2.2. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(54 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor.

3.2.3. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(104 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor.

3.2.4. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(104 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor.

3.3.1. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

3.3.2. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

3.3.3. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

3.3.4. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de

(102 ± 0.05)*cm*. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

3.3.5. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de (8.8 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (102 ± 0.05)*cm*. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

3.3.6. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de (11 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (102 ± 0.05)*cm*. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

4.1.1. Transformada de Fourier para 1 ciclo activo.

4.1.2. Transformada de Fourier para 4 ciclos activos.

4.1.3. Transformada de Fourier para 10 ciclos activos.

4.1.4. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de (6.6 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (53 ± 0.05)*cm*.

4.1.5. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de (6.6 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (102 ± 0.05)*cm*.

4.1.6. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de (8.8 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (53 ± 0.05)*cm*.

4.1.7. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de (8.8 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (102 ± 0.05)*cm*.

4.1.8. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de (11 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (53 ± 0.05)*cm*.

4.1.9. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de (11 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (102 ± 0.05)*cm*.

4.1.10. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de (6.6 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (53 ± 0.05)*cm*.

4.1.11. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de (6.6 ± 0.05)*cm* y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de (102 ± 0.05)*cm*.

4.1.12. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

4.1.13. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1.14. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

4.1.15. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1.16. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

4.1.17. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1.18. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

4.1.19. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1.20. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

4.1.21. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1.22. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

4.1.23. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1.24. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

4.1.25. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1.26. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

4.1.27. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

Introducción

Muchos estudios relacionados con ondas son esencialmente unidireccionales, en el sentido que hay un solo camino por el cual una onda emitida puede ir de un lugar a otro, pero es de gran importancia también considerar casos donde hay diferentes caminos posibles desde un emisor a un receptor. Cuando una onda choca contra las fronteras de su medio, se refleja parcial o totalmente. Si alguien grita hacia la pared de un edificio o hacia un acantilado que está a cierta distancia, la onda sonora se refleja en la superficie rígida y es posible escuchar un eco. Cuando se sacude el extremo de una cuerda cuyo extremo contrario se encuentra atado a un soporte rígido, la onda o pulsación viaja a lo largo de la cuerda y se refleja. En estos casos, la onda inicial y la reflejada se traslapan en la misma región del medio; este traslape de ondas conlleva al *fenómeno de interferencia*, que en general se refiere al efecto producido cuando dos o más ondas pasan por la misma región al mismo tiempo [1, 2]. Este fenómeno puede ocurrir con ondas de diferente tipo, como las que se forman en el agua, con ondas sonoras o electromagnéticas, y los efectos de la interferencia son más fáciles de observar cuando se superponen ondas senoidales con una sola frecuencia y longitud de onda y que vibren al unísono, es decir, con una relación de fase constante. Es importante resaltar que el fenómeno de interferencia no es estrictamente válido para todas las ondas; si se consideran las propiedades que cumple el principio de superposición, se tiene que dicho principio sólo es válido para ondas lineales. En particular, el principio de superposición no es aplicable en los casos de perturbaciones cuya amplitud sea lo suficientemente grande como para afectar las propiedades del medio donde se propagan.

El experimento de la doble rendija realizado por Thomas Young fue una de las primeras corroboraciones experimentales del comportamiento ondulatorio de la luz a partir de la observación de la interferencia de la luz proveniente de dos fuentes [1, 3, 4, 2]. Este experimento es uno de los más interesantes y aunque muchas veces se presenta en el contexto de la mecánica cuántica, se diseñó mucho antes de esta teoría para dar una explicación respecto a la naturaleza de la luz, tratando de responder a la pregunta de si la luz tenía naturaleza corpuscular o si consistía en ondas viajando por un medio (éter) de forma análoga a como lo hacen las ondas sonoras en el aire. Los patrones de interferencia observados en el experimento de Young hicieron que la teoría ondulatoria se mostrara más robusta frente a la teoría corpuscular hasta inicios del siglo XX, cuando comenzaron a realizarse nuevos experimentos cuyos resultados solo podían explicarse considerando la naturaleza corpuscular de la luz. De este modo, el experimento de Young y sus múltiples variantes se consideran experimentos clásicos por su claridad al momento de mostrar las principales características de algunas partículas, desde el punto de vista de la mecánica cuántica.

Después del experimento de Young, se han realizado diferentes estudios sobre el fenómeno de interferencia en campos ondulatorios estacionarios, en donde estos campos se producen por fuentes prácticamente monocromáticas. No obstante, no son suficientes las explicaciones sobre que es lo que sucede en un estado de transición entre el valor nulo del campo ondulatorio y el estado estacionario que se alcanza después de la transición. Para llevar a cabo un estudio bajo estas condiciones, se necesita trabajar con fuentes que generen pulsos o ráfagas de duración determinada. Si en este caso se consideraran ondas electromagnéticas, suponiendo que quisiera producirse un pulso de la misma duración que el periodo de una onda en el espectro visible, tendrían que controlarse pulsos del orden de femtosegundos debido a que la frecuencia de las ondas para la luz visible es del orden de $10^{14} Hz$. El desafío técnico para lograr lo anterior es grande, sobre todo si se busca manipular pulsos compuestos por ondas senoidales monocromáticas.

Entonces, para facilitar el estudio del fenómeno de interferencia en campos ondulatorios en estados transitorios, resulta de gran utilidad recurrir a ondas cuyo periodo sea mayor que el de las ondas electromagnéticas, pensando en que los resultados son análogos para las diferentes regiones del espectro conformado por ondas, aun cuando la naturaleza de éstas sea distinta.

De las ondas presentes en la naturaleza, de las más importantes en nuestra vida diaria son las ondas sonoras. La razón es que el oído humano es muy sensible y puede detectar ondas de este tipo incluso de muy baja intensidad. Además de su uso en la comunicación, nuestro oído permite captar una gran cantidad de señales acerca del entorno, desde los sonidos de los animales, las olas del mar o la música hasta sonidos de advertencia sobre algún riesgo para nuestra supervivencia. Las ondas sonoras más sencillas son las senoidales, las cuales tienen frecuencia, amplitud y longitud de onda completamente definidas. El oído humano es sensible a las ondas sonoras que se encuentran en el intervalo de frecuencias de 20 a $20000 Hz$, llamada gama audible, pero el sonido abarca ondas con frecuencias menores a $20 Hz$ (infrasonido) y mayores a $20000 Hz$ (ultrasonido). El ultrasonido permite realizar experimentos bajo condiciones adecuadas para estudiar el fenómeno de interferencia y otros relacionados, sin necesidad de contar con material demasiado sofisticado.

El objetivo principal de este trabajo es el estudio del fenómeno de interferencia en campos ultrasónicos en estados estacionarios y en estados de transición, encontrar las diferencias entre los comportamientos observados para ambos estados y determinar que información no es posible descifrar al utilizar campos ondulatorios de este tipo. Para ello se obtienen patrones de interferencia similares a los observados en los experimentos basados en el de Thomas Young para la luz, determinando la validez de la formulación de Young para el caso del ultrasonido, en particular en el análisis del comportamiento para campos transitorios. Además, estos resultados muestran la relación que existe entre la interferencia y las condiciones de coherencia, permitiendo encontrar información más precisa acerca de los campos ondulatorios y comparar dicho comportamiento entre el caso estacionario y de transición.

Utilizando ondas ultrasónicas con una frecuencia de $40 KHz$ y considerando que el campo se produce en el aire, se tiene que el periodo de las ondas es de $25 \mu s$ y la longitud de onda es de aproximadamente $8.58 mm = 0.858 cm$, así, es posible observar patrones de interferencia colocando una “pantalla” a una

distancia de decenas de longitudes de onda ($\approx cm$) de las fuentes que producen las ondas ultrasónicas. En el caso de ondas electromagnéticas en el espectro visible, al realizar experimentos de este tipo con campos que no se consideran lejanos (campos ultracercanos por ejemplo) implica manipular distancias de emisores a pantalla demasiado pequeñas (del orden de decenas o cientos de micras), lo cuál conlleva a un reto experimental complejo.

Para la producción de los campos ultrasónicos, se usaron dos transductores piezoeléctricos como emisores de ondas coherentes cuasimonocromáticas y para crear una pantalla que detectara las perturbaciones ultrasónicas, se conectó un transductor receptor a un osciloscopio y el receptor se desplazó a lo largo de un riel colocado de manera perpendicular a la línea que une el punto central entre los dos emisores y el receptor, a una distancia de las fuentes de algunas decenas de longitudes de onda.

Con estas herramientas se registraron los valores asociados al cuadrado de la amplitud máxima de los campos ondulatorios haciendo posible la construcción de los patrones de interferencia para estados estacionarios. Para campos ultrasónicos transitorios, la amplitud máxima de oscilación presenta variaciones temporales, sin embargo, para poder construir los patrones de interferencia, se registró la amplitud máxima en un punto temporal específico de la ráfaga, así que lo que se hizo en realidad fue obtener un patrón de interferencia espacial en dicho punto.

El hecho de trabajar con campos transitorios lleva a la necesidad de utilizar la descripción de Fourier para justamente, realizar un análisis más extenso del comportamiento de los campos ondulatorios. Como se verá en este trabajo, es posible describir una ráfaga de diferente duración como una combinación de ondas senoidales de varias frecuencias, cuya información puede integrarse en los distintos espectros construidos a partir de la transformada senoidal de Fourier y además, utilizando la transformada rápida de Fourier. Si la aplicación del análisis de Fourier a campos transitorios es capaz de mostrar la existencia de una dispersión de frecuencias, cuyo valor se encuentra asociado a las componentes espectrales de Fourier del campo en cuestión, considerando un comportamiento análogo en ondas electromagnéticas, esto conllevaría a que si se generara una ráfaga cuya longitud fuera comparable a solo algunas longitudes de onda de alguna frecuencia en el visible, conforme esta ráfaga se propague en el espacio sería posible observar una descomposición del pulso original en diferentes frecuencias, que se pondría en manifiesto al ver una dispersión de colores en una pantalla.

Lo planteado antes resulta difícil de hacer debido a las condiciones que deben tenerse para llevar a cabo un experimento análogo a este, como se mencionó en párrafos anteriores. Por esta razón las observaciones realizadas en este trabajo pueden dar suficiente idea de como es el comportamiento en el caso de las ondas electromagnéticas.

La importancia del estudio de campos transitorios en el fenómeno de interferencia recae en las aplicaciones que esto pueda tener en la ciencia y en el desarrollo tecnológico e industrial, ya que en muchas de estas aplicaciones se utilizan ráfagas o pulsos en lugar de una onda continua para llevar a cabo los propósitos correspondientes, como es el caso de la formación de imágenes con fines biomédicos o para el análisis estructural de diversos materiales, entre otros.

En el capítulo 1 se presenta el análisis del problema y sustento teórico de la descripción del fenómeno de interferencia, partiendo de algunas propiedades básicas de la propagación de ondas y hasta llegar a analizar las condiciones para que el fenómeno de interferencia sea observable, es decir, se introduce el concepto de coherencia. En este capítulo también se mencionan las diferencias entre los campos estacionarios y transitorios y se incluye el cálculo de la transformada de Fourier para un pulso compuesto por un número entero de ondas senoidales de determinada frecuencia.

La caracterización de los transductores utilizados y de la propagación de las ondas en el medio, así como del sistema electrónico construido para aumentar la sensibilidad del sistema a lo largo de este trabajo se incluye en el capítulo 2. En este capítulo se detallan características importantes tales como la frecuencia de resonancia de los transductores y la construcción de un circuito amplificador con filtro centrado en el valor de la frecuencia de resonancia de los transductores y pensado para utilizarlo para trabajar con distancias grandes entre emisor(es) y receptor. Se especifican aspectos relacionados con la propagación de las ondas ultrasónicas en el medio (en el caso de ondas senoidales continuas y ráfagas de distintas duraciones), tales como la respuesta de los transductores con la distancia (para desplazamientos longitudinal y transversal del receptor respecto al emisor), que proporcionan información acerca de la distribución de la energía conforme las ondas se propagan en el espacio, diferencia de fase en función de la distancia, que es una de las características más importantes porque permite determinar el valor de la longitud de onda, y por último se incluyen los datos obtenidos para la velocidad de fase y de grupo para diferentes casos, con la finalidad de comparar estos valores y asociarlos a un factor de dispersión de las ondas ultrasónicas, sobre todo en el caso de campos transitorios.

Los patrones de interferencia obtenidos con campos estacionarios y con campos transitorios, así como el montaje experimental utilizado para encontrarlos se presentan en el capítulo 3. Además de los resultados gráficos, se incluyen tablas asociadas en donde se especifican los valores de las posiciones de los máximos de interferencia encontrados experimentalmente y los calculados con base en la formulación de Young; se realiza una comparación entre estos valores determinando la validez de esta formulación en cada uno de los casos.

En el capítulo 4 se muestran los espectros de Fourier obtenidos a partir de la transformada senoidal y con los dos métodos empleados para la transformada rápida de Fourier (FFT). Se realiza una comparación entre los espectros y se asocian los resultados con los efectos observados por el fenómeno de interferencia y con la coherencia de las ondas ultrasónicas.

Finalmente se incluyen las conclusiones de este trabajo y se sugieren algunas actividades a futuro que surgen a partir de los resultados y las observaciones. El Apéndice A contiene información que fue necesario considerar para los resultados del capítulo 4; se incluyen características de las señales discretas y periódicas, el Teorema de muestreo, y el algoritmo de Cooley y Tukey utilizado para el cálculo de la transformada rápida de Fourier.

1. Análisis del problema

Con la finalidad de entender el fenómeno que se estudia en este trabajo, es preciso considerar algunos conceptos de gran importancia relacionados con diversos fenómenos ondulatorios presentes en la naturaleza. Con base en estos conceptos, se realiza un análisis en donde es posible comparar los resultados teóricos con el comportamiento observado experimentalmente, en particular, para el caso de ondas acústicas.

1.1. Ecuación de onda acústica y soluciones

Las ondas acústicas son parte de una variedad de perturbaciones de presión que se pueden propagar a través de un fluido compresible o de un sólido elástico. Las ondas acústicas en fluidos son ondas longitudinales; las moléculas se mueven de un lado a otro en la dirección de propagación de la onda, produciendo regiones adyacentes de compresión y rarefacción similares a las producidas por las ondas longitudinales en una barra. Los fluidos tienen menos restricciones a las deformaciones que los sólidos, como resultado, el cambio de presión que ocurre cuando un fluido se expande o se comprime es la única fuerza restauradora capaz de propagar una onda [5]. Se sabe que para un fluido determinado el módulo de compresibilidad depende de la ecuación de estado y del tipo de proceso llevado a cabo, por ejemplo si en el caso de un gas se realiza un proceso de manera adiabática, el módulo de compresibilidad en condiciones normales es mucho menor que el de los líquidos, pues los gases se comprimen con más facilidad que los líquidos [6].

A continuación, se discute el comportamiento de las ondas acústicas para el caso de un gas, aunque debe considerarse que los mismos argumentos pueden aplicarse de manera análoga para el caso de un líquido, considerando el correspondiente módulo de compresibilidad.

Supóngase un gas “perfecto”, que no hay fuerzas externas y que en el estado no perturbado la presión P_0 , la densidad ρ_0 , y por lo tanto la temperatura T_0 son uniformes y el gas está en reposo. Supóngase que se perturba este estado tal que la presión esta dada por $P = P_0 + \delta P_0$, donde δP_0 es una función del espacio y del tiempo. Por efecto de la compresibilidad del medio hay una variación de la densidad, que ahora es $\rho = \rho_0 + \delta \rho_0$. En virtud de la ecuación de estado de un gas “perfecto”, también ocurre un cambio en la temperatura. En este caso, se considera que las perturbaciones producidas son de magnitud mucho menor que los valores de equilibrio de la presión y la densidad. Como resultado de estas perturbaciones, el gas no está en equilibrio pues se generan gradientes de

presión que provocan la aceleración de las partículas del fluido, que comenzarán a moverse con una velocidad $\vec{u} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y} + u_z\hat{z}$.

Ahora debe determinarse como es este movimiento relacionando las variaciones de la densidad con las variaciones de la presión, para lo cual es necesario conocer el módulo de compresibilidad, que depende de cómo se realiza el proceso de cambio de volumen en el gas. Considerando que la conductividad térmica de los gases es baja y que las variaciones en cuestión son rápidas, y por tanto el intercambio de energía térmica entre las partículas del gas no es significativo durante el tiempo de la perturbación, puede suponerse que el proceso llevado a cabo es adiabático [7], es decir:

$$P\rho^{-\gamma} = P_0\rho_0^{-\gamma} = cte \quad (1.1.1)$$

donde γ es el coeficiente adiabático del gas. Diferenciando la expresión anterior se tiene que:

$$dP = \frac{\gamma P}{\rho} d\rho = \frac{k_s}{\rho} d\rho \quad (1.1.2)$$

donde k_s es el módulo de compresibilidad adiabático. La expresión anterior muestra el vínculo que existe entre las variaciones de la presión con las variaciones de la densidad.

Para relacionar el movimiento del gas con su compresión o dilatación, se necesita una relación funcional entre la velocidad de las partículas de fluido \vec{u} y la densidad ρ . Considérese un elemento de volumen dado por $dV = dx dy dz$, el cuál está fijo en el espacio y a través del cual viajan los elementos del fluido. La rapidez neta con que la masa fluye en el volumen a través de su superficie debe ser igual a la rapidez con que aumenta la masa dentro del volumen. Entonces el flujo neto de masa en este volumen espacialmente fijo resultante del flujo en la dirección x , es:

$$\left\{ \rho u_x - \left[\rho u_x + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dx \right] \right\} dy dz = - \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dV \quad (1.1.3)$$

Análogamente, puede calcularse el flujo neto para las direcciones y y z , de modo que el flujo total está dado por:

$$- \left[\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} \right] dV = - [\nabla \cdot (\rho \vec{u})] dV \quad (1.1.4)$$

La rapidez con la que la masa aumenta en el volumen es $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dV$ y puesto que el flujo neto debe ser igual a la rapidez de aumento se tiene que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (1.1.5)$$

que corresponde a la ecuación de continuidad [7]. Para obtener la ecuación de continuidad linealizada,

puede escribirse $\rho = \rho_0(1 + s)$, donde ρ_0 es una constante en el espacio y el tiempo y s es la condensación en cualquier punto cuyo valor se considera muy pequeño, de modo que:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1.1.6)$$

En fluidos reales en general, la existencia de viscosidad y el hecho de que los procesos acústicos no son procesos adiabáticos perfectos, introducen términos disipativos. Sin embargo, puesto que se han pasado por alto los efectos de conductividad térmica en la ecuación de estado, también se ignoran los efectos de la viscosidad y se considera al gas como no viscoso. Considérese un elemento de fluido $dV = dx dy dz$ que se mueve con el gas, que contiene una masa dm del mismo. La fuerza neta $d\vec{f}$ en el elemento lo acelerará de acuerdo con la segunda Ley de Newton $d\vec{f} = \vec{a}dm$. En ausencia de viscosidad, la fuerza neta que experimenta el elemento en la dirección x es:

$$df_x = \left[P - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) \right] dy dz = -\frac{\partial P}{\partial x} dV \quad (1.1.7)$$

De manera análoga puede calcularse la fuerza neta que experimenta el elemento en las direcciones y y z , de modo que la fuerza neta está dada por:

$$d\vec{f} = -\nabla P dV \quad (1.1.8)$$

La aceleración del gas es un poco más complicada, la velocidad de las partículas de fluido \vec{u} es una función tanto del espacio como del tiempo. El movimiento de una posición a otra nueva permite relacionar los incrementos a través de las componentes de velocidad del elemento de la forma $dx = u_x dt$, $dy = u_y dt$, $dz = u_z dt$.

Suponiendo que los incrementos son muy pequeños puede expresarse la velocidad por los primeros términos de su expansión de Taylor de modo que:

$$\vec{u}(x + u_x dt, y + u_y dt, z + u_z dt, t + dt) = \vec{u}(x, y, z, t) + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dt \quad (1.1.9)$$

y la aceleración del elemento del fluido es:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \quad (1.1.10)$$

Considerando que la masa dm del elemento es ρdV , y utilizando la segunda Ley de Newton, se tiene que:

$$-\nabla P = \rho \left[(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right] \quad (1.1.11)$$

que corresponde a la ecuación de Euler no lineal y no viscosa [7]. Esta expresión puede simplificarse por medio de la linealización para pequeñas amplitudes, que consiste en realizar algunas aproximaciones válidas para procesos acústicos de pequeña amplitud, por ejemplo, se considera el caso en que $|s| \ll 1$ y $|(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}| \ll \left| \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right|$ y que además no hay fuerzas externas de modo que se obtiene:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{\nabla P}{\rho_0} \quad (1.1.12)$$

Calculando la divergencia de la ecuación anterior, se tiene:

$$\rho_0 \nabla \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\nabla P) = -\nabla^2 P = -\Delta P \quad (1.1.13)$$

luego, derivando con respecto del tiempo la ecuación (1.1.6) y utilizando $\frac{\partial(\nabla \cdot \vec{u})}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right)$ se tiene que

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \nabla \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0 \quad (1.1.14)$$

combinando ambos resultados se obtiene

$$\Delta P = \rho_0 \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \quad (1.1.15)$$

Esta expresión puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\Delta P = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (1.1.16)$$

donde $s = \frac{P}{\rho_0 v^2}$ o bien, $v = \sqrt{\frac{P}{s \rho_0}}$, que corresponde a la velocidad del sonido. La ecuación (1.1.16) corresponde a la *Ecuación de Onda linealizada y sin pérdidas* que describe la propagación del sonido en el gas supuesto al inicio de este análisis, pero puede aplicarse de manera análoga en el caso de fluidos en donde el comportamiento sea lineal [7]. Como p y s son proporcionales, la condensación satisface la ecuación de onda, y dado que la densidad ρ y la condensación están relacionadas linealmente, la densidad también satisface la ecuación de onda.

En virtud de que el rotacional del gradiente de una función debe ser cero, de la ecuación (1.1.12) se debe cumplir que la velocidad de las partículas debe ser irrotacional; $\nabla \times \vec{u} = 0$. Esto significa que se puede expresar como el gradiente de una función escalar Φ tal que:

$$\vec{u} = \nabla \Phi \quad (1.1.17)$$

donde Φ se define como el potencial de velocidad. Este resultado puede interpretarse físicamente pensando en que la excitación acústica de un fluido no viscoso no implica flujo rotacional; no hay efectos tales como ondas cortantes o turbulencia. Realizando las sustituciones correspondientes, claramente Φ también satisface la ecuación de onda.

Considérese la ecuación de onda (1.1.16) para el caso de un frente de onda plano, en el cuál la perturbación depende solamente de la coordenada x tal que:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (1.1.18)$$

La forma compleja de la solución armónica para la presión acústica de una onda plana es [7]:

$$P = Ae^{j(kx-\omega t)} + Be^{j(kx+\omega t)} \quad (1.1.19)$$

y considerando la ecuación (1.1.12), la velocidad de partícula asociada es:

$$\vec{u} = \left[\frac{A}{\rho_0 v} e^{j(kx-\omega t)} - \frac{B}{\rho_0 v} e^{j(kx+\omega t)} \right] \hat{x} \quad (1.1.20)$$

que tiene totalmente la dirección de propagación considerando que $P_+ = Ae^{j(kx-\omega t)}$ y $P_- = Be^{j(kx+\omega t)}$.

1.2. Ondas armónicas planas; velocidad de fase y velocidad de grupo

Una función de onda describe la propagación de una onda, su forma y la posición en el tiempo que ésta tiene.

Considérese que la variación espacial ocurre en la dirección x y que la función de onda compleja es:

$$P = Ae^{j(kx-\omega t)} \quad (1.2.1)$$

Sustituyendo la ecuación (1.2.1) en (1.1.18) se obtiene

$$k^2 Ae^{j(kx-\omega t)} = \frac{1}{v^2} \left(\omega^2 Ae^{j(kx-\omega t)} \right) \quad (1.2.2)$$

de modo que

$$v = v_f = \frac{\omega}{k} \quad (1.2.3)$$

que corresponde a la *velocidad de fase* para una onda armónica plana [1, 4]. Para el caso de una onda plana que viaja en cierta dirección arbitraria, la solución puede proponerse de la siguiente forma:

$$P = Ae^{j(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} = Ae^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (1.2.4)$$

donde $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ y $|\vec{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \frac{\omega}{v}$ que corresponde al vector de onda. Las superficies de fase constante, que son un conjunto de planos en el espacio que se mueven en la dirección del

vector de propagación, están dadas por $\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t = k_x x + k_y y + k_z z - \omega t = \text{constante}$. Tomando esto en cuenta, se tiene que la velocidad de fase está dada por

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}} \quad (1.2.5)$$

La velocidad de fase representa la velocidad asociada a un valor fijo de la fase en la perturbación de una onda armónica plana.

Ahora supóngase que se tienen dos ondas armónicas planas con la misma amplitud, que viajan en la dirección x , con frecuencias $\omega + \Delta\omega$ y $\omega - \Delta\omega$ y números de onda $k + \Delta k$ y $k - \Delta k$ respectivamente. Se tiene entonces que

$$P = Ae^{j[(k+\Delta k)x - (\omega+\Delta\omega)t]} + Ae^{j[(k-\Delta k)x - (\omega-\Delta\omega)t]} = 2Ae^{j[(kx-\omega t)]} \cos((\Delta k)x - (\Delta\omega)t) \quad (1.2.6)$$

Esta última expresión puede interpretarse como una sola onda con una modulación dada por $\cos((\Delta k)x - (\Delta\omega)t)$. Debido a que la envolvente moduladora encierra un grupo de ondas, la velocidad con la que se desplaza esta envolvente se denomina *velocidad de grupo*, y está dada por [1, 3]:

$$v = v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \quad (1.2.7)$$

La velocidad de grupo es de gran importancia física, ya que todo tren de ondas tiene una extensión finita y excepto en algunos casos en donde se sigue el movimiento de una cresta de orden individual, lo que se observa es el movimiento de un grupo de ondas. Además, resulta que el transporte de energía en una perturbación ondulatoria puede dar lugar a una velocidad de grupo. Para el estudio eficaz de estas situaciones, se necesita un espectro completo, suficiente para definir un pulso aislado o un grupo de ondas en el modo que se ha planteado, y al hacer esto, la velocidad de grupo sigue estando dada por la ecuación (1.2.7).

Una onda senoidal puede propagarse en un medio que no obedece a la ecuación general de onda. Esta onda específica puede propagarse entonces sin cambio de forma, pero es de esperarse que una onda de forma más complicada, constituida por diferentes frecuencias, cambie al propagarse. En este caso se dice que el medio es dispersivo, y la forma de onda de cualquier onda distinta a una senoidal pura cambiará progresivamente conforme se propaga la onda.

La existencia de la dispersión conduce a implicaciones importantes al analizar un pulso arbitrario compuesto por ondas senoidales puras, si estas senoidales tienen diferentes velocidades características, la forma de la perturbación debe variar con el tiempo [8]. En particular, un pulso que esté altamente localizado inicialmente resultará cada vez más disperso, es decir, existirá una variación de la velocidad de propagación con la longitud de onda. Como consecuencia de la dispersión, la velocidad de fase y la velocidad de grupo pueden ser diferentes, pero existe una relación entre ellas en términos de la razón del cambio de velocidad con la longitud de onda. Las ondas sonoras en gases, en algunos

casos se consideran como no dispersivas, siempre y cuando al propagarse no sufran alteraciones, y considerando además que las dimensiones de las ondas sean pequeñas comparando con las dimensiones del medio de propagación.

1.3. Principio de Huygens-Fresnel

Para dedicar suficiente atención a algunos fenómenos, es necesario pensar en ondas por lo menos bidimensionales, por ejemplo ondas que se propagan en una superficie. En principio, una solución completa y exacta a cualquier problema de propagación de ondas exigirá resolver la ecuación diferencial básica sometida a las restricciones representadas por las condiciones particulares en todos los límites. Muy pocos casos pueden analizarse exactamente de este modo, así que se recurre a ciertas aproximaciones físicamente razonables que en la mayoría de los casos se encuentran justificadas en concordancia con datos experimentales. En la mayoría de estos tratamientos aproximados reside un concepto que fue primeramente introducido por C. Huygens en 1678 y desarrollado posteriormente por J. A. Fresnel en 1816 y años posteriores. Este concepto se refiere a que, cuando una onda se propaga a través de un medio, se puede considerar cada punto sobre el frente de ondas que avanza como una nueva fuente puntual.

Supóngase que se produce una perturbación en un cierto punto de una región determinada del espacio, entonces se crea un pulso de onda circular en expansión. Ignorando los efectos de la dispersión, puede decirse que el pulso se expande con una velocidad v , y si el pulso se crea en el origen para $t = 0$, entonces las partículas del medio a una distancia r del origen se ponen en movimiento cuando $t = \frac{r}{v}$. El punto de vista de Huygens era que los efectos que se producían en $r + \Delta r$ en el instante $t + \frac{\Delta r}{v}$ podían atribuirse a la agitación del medio en r en el instante t , tratando así a la perturbación como algo que se traslada de un punto a otro adyacente a través del medio. Tanto Huygens como Fresnel aplicaron esta idea a la propagación de la luz, en la cual el comportamiento del medio está más allá de la observación.

En particular, si las ondas que se mueven alejándose de una fuente o foco se encuentran con una barrera que posee sólo una pequeña apertura (grande en comparación con la longitud de onda), esta apertura parece actuar exactamente como una fuente puntual, a partir de la cual se extienden ondas en general circulares, esto significa que no importa que las ondas originales sean rectas o circulares; lo que hace la apertura es actuar como fuente de ondas circulares en cualquier caso. Esto resulta razonable, porque el efecto de la barrera es suprimir toda la propagación de la perturbación original excepto la que se propaga a través de la apertura en la cual el desplazamiento del medio está libre para comunicarse al otro lado. En la Fig. 1.3.1, tomada del libro original de Huygens, se indica cómo para un frente de onda circular $HBGI$, se desarrolla un frente de onda circular $DCEF$ en un tiempo posterior [8, 9].

Entonces con base en la construcción de un frente de ondas por el método de Huygens, este principio establece que cada punto de un frente de ondas puede tratarse como una fuente de una pequeña onda

circular, o esférica en el caso tridimensional. Está onda es llamada onda secundaria o de Huygens. La envolvente de esas ondas, a cualquier tiempo posterior, se construye al encontrar la tangente a las ondas secundarias, dicha envolvente se considera como un nuevo frente de ondas.

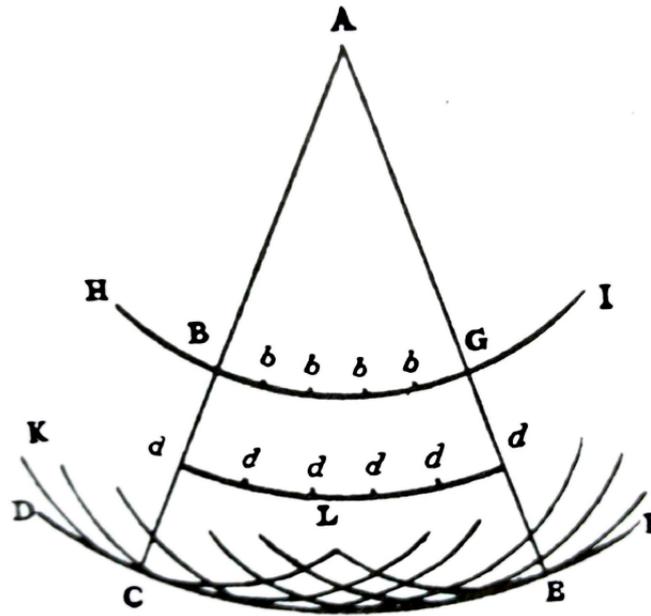


Fig. 1.3.1. Construcción de un frente de onda por el método de Huygens. (Según C. Huygens, Treatise on Light (traducido por S.P. Thompson), Dover, NEW York, 1962).

Sin embargo, la construcción de Huygens como se acaba de describir, implica que además de un frente de onda nuevo que se aleja de la fuente, debería existir otro correspondiente a un frente de ondas que se mueve hacia la fuente. Si el modo de Huygens de visualizar la propagación de la onda ha de ser aceptable, debe incorporar la propiedad unidireccional de una onda móvil, esto puede obtenerse exigiendo que la perturbación iniciada a partir de un punto dado en el medio en un instante determinado no es igualmente intensa en todas las direcciones. La construcción de Huygens ofrece una contribución útil pero esencialmente cualitativa al análisis de la propagación de una onda. Fresnel complementó lo establecido por Huygens al postular que las ondas secundarias interfieren entre sí. La combinación de la construcción de Huygens con el postulado de interferencia es conocido como el principio de Huygens-Fresnel [10].

Las propiedades de las fuentes secundarias deben definirse sobre un frente de ondas que avanza, de tal modo que produzcan el efecto que se requiere. Una formulación matemática del principio de Huygens en estos términos la publicó H. Helmholtz en 1859 y la complementó G. Kirchhoff en 1882. Este método resulta de gran valor en el análisis de la interferencia óptica que se produce cuando un haz de luz se interrumpe parcialmente por obstáculos. Aún sin el rigor matemático, se puede utilizar el principio de Huygens como guía para el estudio de varios fenómenos.

1.4. Interferencia

En muchos fenómenos físicos interviene la aplicación simultánea de dos o más vibraciones sobre el mismo sistema, en particular en óptica y acústica se presentan ejemplos de este tipo frecuentemente.

El *fenómeno de interferencia*, se basa esencialmente en el principio de superposición lineal de campos ondulatorios [1, 2]. De acuerdo con este principio, el campo ondulatorio producido en un punto determinado como consecuencia de la interacción conjunta de distintas fuentes de campos ondulatorios está dado por:

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = U_{(1)}(\vec{r}, t) + U_{(2)}(\vec{r}, t) + U_{(3)}(\vec{r}, t) + \dots + U_{(N)}(\vec{r}, t) \quad (1.4.1)$$

donde $U_{(1)}(\vec{r}, t), U_{(2)}(\vec{r}, t), U_{(3)}(\vec{r}, t), \dots, U_{(N)}(\vec{r}, t)$ son los campos producidos por fuentes distintas, que se superponen en dicho punto.

Considérese ahora que dos campos ondulatorios $U_{(1)}(\vec{r}, t) = U_1 e^{j(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_1)}$ y $U_{(2)}(\vec{r}, t) = U_2 e^{j(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_2)}$ se superponen, de modo que:

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = U_{(1)}(\vec{r}, t) + U_{(2)}(\vec{r}, t) = U_1 e^{j(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_1)} + U_2 e^{j(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_2)} \quad (1.4.2)$$

En esta expresión se introducen φ_1 y φ_2 para poder permitir cualquier diferencia de fase entre las fuentes de los dos campos.

La superposición de estos dos campos puede expresarse en términos de la intensidad, tal que:

$$I = |\vec{U}|^2 = \vec{U} \cdot \vec{U}^* = (U_{(1)} + U_{(2)}) \cdot (U_{(1)}^* + U_{(2)}^*) = |U_1|^2 + |U_2|^2 + 2U_1 \cdot U_2 \cos\theta \quad (1.4.3)$$

entonces la intensidad está dada por:

$$I = I_1 + I_2 + 2U_1 \cdot U_2 \cos\theta \quad (1.4.4)$$

Si ahora se considera el hecho de que la intensidad es una magnitud proporcional al promedio del cuadrado que la amplitud, es decir, $I = \langle |\vec{U}|^2 \rangle = \langle \vec{U} \cdot \vec{U}^* \rangle$, la expresión (1.4.4) se reescribe como:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\theta \quad (1.4.5)$$

donde $\theta = \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_1 - \varphi_2$.

El término $\sqrt{I_1 I_2} \cos\theta$ se conoce como *término de interferencia*, este indica que la intensidad I puede ser mayor o menor que la suma de las intensidades I_1 e I_2 , dependiendo del valor del ángulo θ formado entre los vectores $U_{(1)}$ y $U_{(2)}$, y dado que θ depende de \vec{r} , es de esperarse que haya variaciones

espaciales periódicas de la intensidad. Estas variaciones en la intensidad pueden determinarse cuando se analizan las franjas producidas por la interferencia, que dependiendo del valor de la fase entre las ondas y de su amplitud, se tiene que la interferencia es constructiva, cuando las ondas llegan en fase a un punto determinado o destructiva cuando las ondas llegan medio ciclo fuera fase, y entonces pueden observarse regiones con máximos y mínimos de intensidad respectivamente. Para que estas franjas se observen adecuadamente, deben cumplirse las condiciones necesarias que están relacionadas con el concepto de *coherencia*.

1.5. Coherencia

Los efectos de la interferencia se ven con más facilidad cuando se combinan ondas senoidales con una sola frecuencia f y una longitud de onda λ . Si bien es relativamente fácil generar ondas acústicas de una sola frecuencia, para asegurar que esto ocurra puede recurrirse al uso de filtros que bloquean todas las frecuencias, salvo un intervalo muy angosto.

Supóngase que se tienen dos fuentes idénticas S_1 y S_2 que generan ondas de la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud, donde dichas fuentes pueden ser dos agitadores sincronizados en un tanque de agua, dos altavoces alimentados por el mismo amplificador, dos antenas energizadas por el mismo transmisor o en el caso óptico, dos agujeros pequeños o ranuras en una pantalla opaca, iluminada por la misma fuente de luz monocromática.

Cuando las dos fuentes producen ondas por separado que se superponen en una región determinada, pero éstas se consideran como secundarias respecto a una fuente original (fuente primaria), se tiene que están vibrando permanentemente con una diferencia de fase constante entre ellas; esta condición se denomina *coherencia*. Como resultado, existe un diagrama de interferencia característico en la región donde ocurre la superposición.

Dicho de otra forma, si para una región ocupada por dos campos $U_{(1)}(\vec{r}, t)$ y $U_{(2)}(\vec{r}, t)$, considerando el término de interferencia dado por la expresión (1.4.5), la coherencia se tiene bajo la condición [1]:

$$\sqrt{I_1 I_2} \cos \theta \neq 0 \quad (1.5.1)$$

con $\theta = cte$.

Con base en lo anterior, cuando el término de interferencia es distinto a cero, las ondas se consideran mutuamente coherentes, así que es posible observar el fenómeno de interferencia. Los términos coherente o incoherente pueden asociarse a la presencia o ausencia de interferencia, respectivamente.

Para el caso de una onda, se dice que dos puntos son coherentes cuando guardan una relación de fase constante, es decir, cuando conocido el valor instantáneo del campo ondulatorio en uno de los puntos, es posible predecir el otro. Entonces la medición de la coherencia es una comparación entre la fase relativa de dos ondas o de dos puntos de una misma onda. Dicha comparación puede hacerse

en términos de la dependencia espacial o temporal, siendo por lo tanto una propiedad vista como una función del espacio y del tiempo.

1.5.1. Coherencia temporal y espacial

En cierto sentido, la coherencia es una medida de la capacidad que tiene un conjunto de ondas para producir interferencia. Para que esta capacidad sea óptima, la coherencia debe darse espacial y temporalmente.

Se llama *coherencia temporal* a la relacionada con la monocromaticidad de un haz; se asocia con las propiedades de la onda a lo largo de la dirección de propagación, esto es, con la correlación de fase de la onda en un punto espacial determinado alcanzado por la onda en dos instantes de tiempo diferentes. Entonces, cuánto más estrecho sea el intervalo de longitudes de onda, mayor será su coherencia temporal.

El interferómetro de Michelson (Fig. 1.5.1) es un dispositivo experimental importante que utiliza la interferencia en el caso óptico [2]. En la actualidad, este interferómetro se emplea para obtener medidas precisas de longitudes de onda y de distancias muy pequeñas.

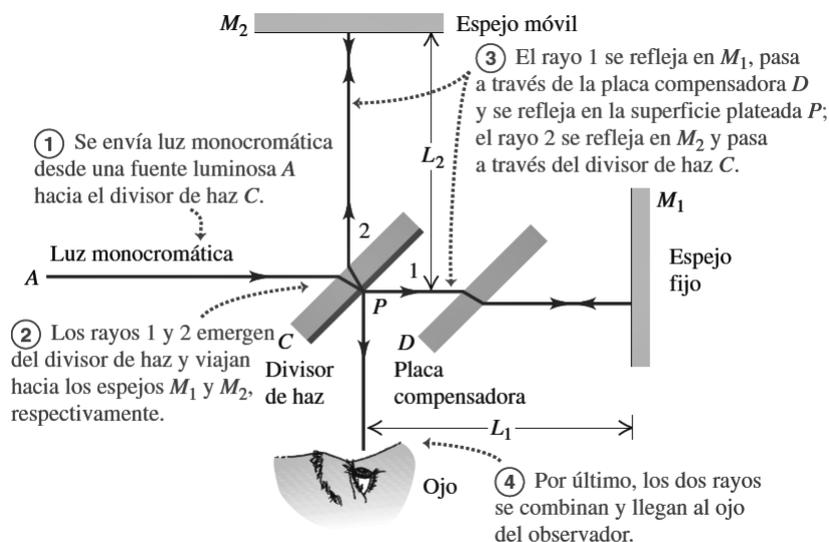


Fig. 1.5.1. Esquema del interferómetro de Michelson. El observador mira un patrón de interferencia que es resultado de la diferencia de las longitudes de las trayectorias de los haces 1 y 2. (Imagen obtenida de R. A. Freedman H. D. Young. Física universitaria con física moderna, Vol. II. Pearson Educación, decimosegunda edición, México, 2009).

Este interferómetro toma un haz monocromático de una sola fuente y la divide en dos ondas que siguen trayectorias distintas por medio de un divisor de haz, los brazos del interferómetro, en donde están los espejos fijo y móvil actúan como líneas de retardo, permitiendo que ondas generadas a diferentes tiempos interfieran. Dado que el tiempo de origen de las ondas que interfieren son diferentes, la coherencia medida por el interferómetro de Michelson es la coherencia temporal. El parámetro usado

para caracterizar la coherencia temporal es un tiempo característico, llamado tiempo de coherencia, que es el tiempo en el que una onda mantiene una relación de fase constante.

Por otro lado, la *coherencia espacial* hace referencia a una relación de fase definida entre dos puntos espaciales diferentes en la dirección transversal a la dirección de propagación. Si la diferencia de fase entre esos puntos permanece constante para cualquier instante de tiempo, se dice que entre ambos puntos existe una coherencia espacial perfecta. La coherencia espacial, es inversamente proporcional al tamaño de la fuente emisora, por lo que se hace máxima para fuentes puntuales, es decir, para un tamaño mínimo del emisor, en donde la dispersión espacial del haz emitido es mínima. La coherencia espacial puede caracterizarse mediante longitudes características. Como primer punto, puede definirse una longitud de coherencia longitudinal, que en el caso del interferómetro de Michelson es igual a la diferencia de longitud entre los brazos del interferómetro cuando la visibilidad de las franjas de interferencia sea nula. Luego, puede definirse una longitud de coherencia transversal asociada a la distancia en un plano normal a la dirección de propagación en la que la diferencia de fase entre dos puntos permanece constante en el tiempo. Esta longitud es igual a la separación entre dos rendijas en la que la visibilidad de franjas desaparece, como en el caso del *experimento de la doble rendija de Thomas Young*, del cual se hablará en el apartado siguiente.

1.5.2. Experimento de Thomas Young

Se considera ahora más explícitamente lo que ocurre cuando una onda que avanza se ve obstruida por un obstáculo, barrera o rendija. Desde el punto de vista del principio de Huygens, cada punto sin obstruir en un frente de onda original actúa como una nueva fuente y la perturbación más allá de la barrera es la superposición de todas las ondas que se extienden a partir de estas fuentes secundarias.

Uno de los primeros experimentos cuantitativos encaminados a poner de manifiesto la interferencia en el caso de la luz proveniente de dos fuentes fue el de Thomas Young en 1802 [1, 3, 4]. A lo largo de este trabajo se hará referencia varias veces a este experimento, así que es importante entenderlo con detalle.

En la Fig. 1.5.2 se muestra en perspectiva el experimento de Young para el caso óptico [2]. Una fuente primaria emite un haz monocromático, sin embargo este haz no es apropiado para usarlo en un experimento de interferencia porque las emisiones de las diferentes partes de una fuente ordinaria no están sincronizadas. Para remediar esto, se dirige el haz hacia una ranura angosta S_0 , la onda que sale de la ranura proviene sólo de una pequeña región luminosa, de manera que la ranura S_0 se comporta de manera muy parecida a una fuente ideal. La onda proveniente de S_0 incide en una pantalla con otras dos ranuras S_1 y S_2 también angostas, separadas una distancia determinada. En el caso óptico, el ancho de las ranuras es de aproximadamente $1\mu\text{m}$, y la separación entre S_1 y S_2 es de algunas decenas o centenas de micrómetros. A partir de S_0 se propagan frentes de onda que llegan a S_1 y S_2 en fase, porque recorren distancias iguales desde S_0 , así que las ondas que emergen de S_1 y S_2 siempre guardan una relación de fase constante, por lo tanto S_1 y S_2 son fuentes coherentes. La

interferencia de las ondas generadas por S_1 y S_2 producen un patrón en el espacio, que en el caso óptico puede visualizarse colocando una pantalla de manera que las ondas procedentes de S_1 y S_2 incidan sobre ella. En este caso, el patrón de interferencia se observa como un conjunto de franjas o bandas brillantes y oscuras, dependiendo de si la intensidad es máxima o mínima, en cada punto de la pantalla.

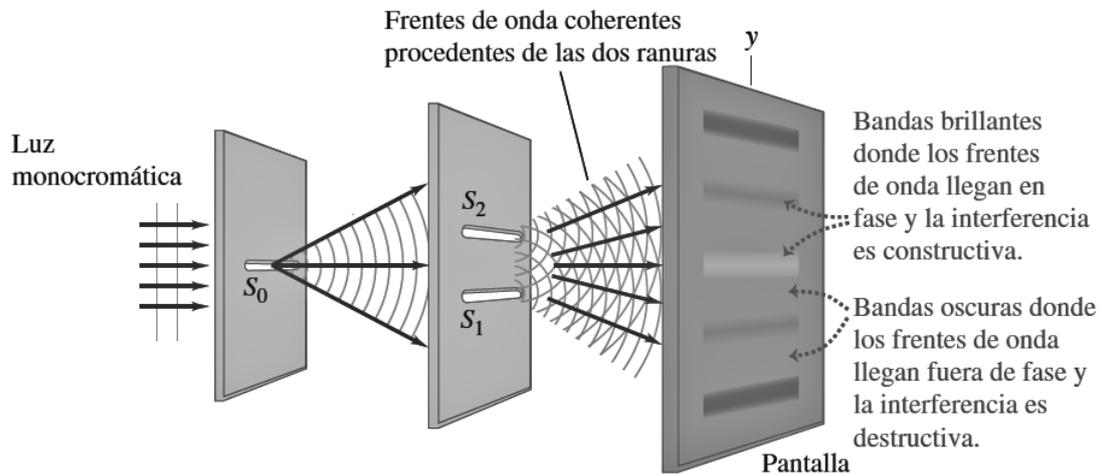


Fig. 1.5.2. Experimento de Young para demostrar la interferencia de la luz que pasa por dos ranuras. En la pantalla aparece un patrón de áreas brillantes y oscuras. (Imagen obtenida de R. A. Freedman H. D. Young. Física universitaria con física moderna, Vol. II. Pearson Educación, decimosegunda edición, México, 2009).

Para realizar un análisis más detallado del experimento de Young, se recurre al modelo geométrico que se muestra en la Fig. 1.5.3.

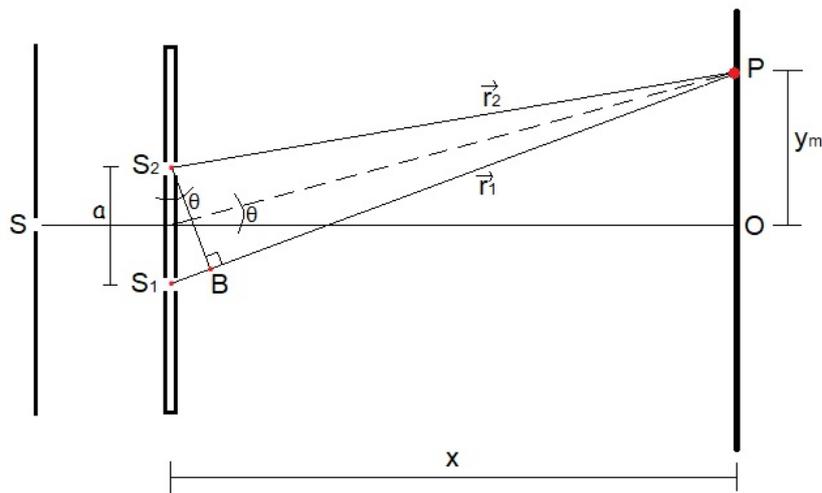


Fig. 1.5.3. Análisis geométrico del experimento de Young. (Diagrama diseñado por autor de este trabajo).

En el caso más simple, se supone una onda plana monocromática que incide sobre S_0 , luego, si la distancia entre S_0 y las ranuras S_1 y S_2 es pequeña, la onda que llega a estas dos ranuras es esférica. Como se dijo anteriormente que las fuentes S_1 y S_2 son coherentes, puede suponerse que donde quiera

que las ondas procedentes de S_1 y S_2 se superpongan, se producirá interferencia, siempre y cuando la longitud del camino ondulatorio sea menor que la longitud de coherencia, cuya definición se dará más adelante.

La distancia entre S_1 y S_2 es a , y si $a \ll x$, casi todas las franjas estarán muy cerca de O (centro de la pantalla).

Considerando este modelo geométrico, se tiene que

$$(\overline{S_1B}) = (\overline{S_1P}) - (\overline{S_2P}) = |r_1 - r_2| \tag{1.5.2}$$

donde

$$\text{sen}\theta = \frac{|r_1 - r_2|}{a} \tag{1.5.3}$$

siendo θ el ángulo entre una línea de las ranuras a la pantalla y la normal al plano de las ranuras. Considerando el hecho de que la distancia de S_1 y S_2 a la pantalla es muy grande en comparación con la distancia que hay entre las ranuras, se supone que las líneas de S_1 y S_2 a P son casi paralelas, de modo que puede hacerse la aproximación $\text{sen}\theta \approx \theta$ (ya que $\theta \ll 1$) y por tanto

$$|r_1 - r_2| \simeq a\theta \tag{1.5.4}$$

En general, cuando las ondas de dos o más fuentes llegan en fase a un punto, la amplitud de la onda resultante puede verse como la suma de las amplitudes de las ondas individuales, entonces se tiene interferencia constructiva. En este caso, para que en el punto P ocurra la interferencia constructiva, la diferencia de las trayectorias $|r_1 - r_2|$ para las dos fuentes debe ser un múltiplo entero de la longitud de onda, tal que

$$|r_1 - r_2| = m\lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \tag{1.5.5}$$

Por otro lado, cuando las ondas de dos o más fuentes llegan medio ciclo fuera fase a un punto, la amplitud de la onda resultante puede verse como la diferencia de las amplitudes de las ondas individuales, entonces se tiene interferencia destructiva. Por lo tanto, cuando hay interferencia destructiva, la diferencia de las trayectorias $|r_1 - r_2|$ para las dos fuentes es un múltiplo impar de $\frac{\lambda}{2}$, de modo que

$$|r_1 - r_2| = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \tag{1.5.6}$$

Considerando las expresiones (1.5.4) y (1.5.5), se tiene que cuando hay interferencia constructiva, las franjas con máximos de intensidad en la pantalla se presentan en ángulos θ en los que se cumple que

$$\theta = \frac{m\lambda}{a} \quad (1.5.7)$$

De manera similar, ocurre la interferencia destructiva que forma las franjas con mínimos de intensidad en la pantalla.

Así, el patrón en la pantalla resulta ser una sucesión de franjas con máximos y mínimos de intensidad, paralelas a las ranuras S_1 y S_2 . En general, el centro del patrón resulta ser un máximo que corresponde a $m = 0$ en la ecuación (1.5.5).

Es posible obtener expresiones para las posiciones de los centros de las franjas que aparecen en la pantalla. Considérese y_m como la distancia entre el centro del patrón y el centro de la m -ésima franja con un máximo de intensidad. A partir de la Fig. 1.5.3 puede verse que

$$\tan\theta = \frac{y_m}{x} \quad (1.5.8)$$

En experimentos como este, la distancia y_m a menudo es mucho más pequeña que la distancia de las ranuras a la pantalla, entonces considerando $y_m \ll x$, puede hacerse la aproximación $\tan\theta \approx \theta$ y por tanto

$$\theta \simeq \frac{y_m}{x} \quad (1.5.9)$$

Igualando las ecuaciones (1.5.7) y (1.5.9), se tiene que

$$\frac{m\lambda}{a} = \frac{y_m}{x} \quad (1.5.10)$$

así que la posición de la m -ésima franja con un máximo de intensidad en la pantalla, considerando el máximo en cero como la franja cero (centro del patrón), está dada por

$$y_m = \frac{m\lambda x}{a} \quad (1.5.11)$$

El espacio entre las franjas con máximos de intensidad en la pantalla puede obtenerse de la expresión (1.5.11). La diferencia en las posiciones de dos máximos consecutivos es

$$y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda x}{a} - \frac{m\lambda x}{a} \quad (1.5.12)$$

De manera análoga, se obtiene la expresión para la posición de las franjas con mínimos de intensidad, siendo ésta

$$y_m = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda x}{a} \quad (1.5.13)$$

Es importante resaltar que las últimas expresiones obtenidas son válidas para ángulos pequeños. Es posible medir x y a , así como las posiciones y_m de las franjas con máximos de intensidad, por lo que este experimento permite medir la longitud de onda.

La distancia entre franjas con máximos de intensidad adyacentes en el patrón es inversamente proporcional a la distancia a entre las ranuras. Cuanto más cerca estén las ranuras, más disperso será el patrón. Cuando las ranuras están muy separadas, las franjas del patrón de interferencia están más próximas unas de otras.

El experimento de Young se realiza con más frecuencia para el caso de luz visible, pero los resultados pueden ser válidos para cualquier fenómeno ondulatorio, siempre y cuando se tomen en cuenta adecuadamente las aproximaciones utilizadas en este análisis, ya que, para casos como el de ondas sonoras en el aire, resulta más difícil lograr que $a \ll x$ y $y_m \ll x$, y por tanto la aproximación para ángulos muy pequeños puede no ser aplicable.

Hasta ahora se han encontrado las posiciones de la intensidad máxima y mínima en un patrón de interferencia. A continuación se verá como encontrar la intensidad en cualquier punto P del patrón debido a la diferencia de fase de las dos ondas que interfieren. Como primer punto, supóngase que las ondas provenientes de las dos fuentes tienen la misma intensidad inicial $I_0 = I_1 = I_2$, y considerando la ecuación (1.4.5) se tiene que

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta = 2I_0 + 2I_0 \cos \delta = 2I_0 (1 + \cos \delta) \quad (1.5.14)$$

aplicando la identidad trigonométrica correspondiente, la intensidad está dada por

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (1.5.15)$$

donde $\delta = k(r_1 - r_2)$. Ahora, la relación que tiene la diferencia de fase δ entre los dos campos en el punto P se obtiene considerando la geometría del sistema. Se sabe que δ es proporcional a la diferencia de trayectorias desde las dos fuentes al punto P . Cuando la diferencia de trayectoria es una longitud de onda, la diferencia de fase es de un ciclo y entonces $\delta = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$. Por otro lado, cuando la diferencia de fase es de medio ciclo, entonces $\delta = 180^\circ = \pi \text{ rad}$, y así sucesivamente. Así que la razón de la diferencia de fase δ con respecto a 2π es igual a la razón de la diferencia de trayectorias $r_1 - r_2$ con respecto a λ , de modo que

$$\delta = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) \quad (1.5.16)$$

Entonces, sustituyendo la ecuación (1.5.16) en (1.5.15) se obtiene

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi (r_1 - r_2)}{\lambda} \right) \quad (1.5.17)$$

y tomando en cuenta la ecuación (1.5.3) se tiene que la intensidad esta dada por

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \right) \quad (1.5.18)$$

A partir de la expresión anterior, se observa que los puntos de máxima intensidad se presentan cuando $\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta = m\pi$, con $m = 0, 1, 2, \dots$

Como se mencionó anteriormente, las posiciones de las franjas en la pantalla están determinadas por y_m , donde $y_m \ll x$. En este caso, se considera nuevamente la aproximación de ángulos pequeños, de modo que la expresión para la intensidad en cualquier punto sobre la pantalla como función de y_m es:

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi a y_m}{\lambda x} \right) \quad (1.5.19)$$

Entonces, los máximos de intensidad en este caso, disminuyen conforme se alejan del centro del patrón de interferencia en la pantalla. Al analizar el experimento de Young, se encontraron expresiones para determinar las características de un patrón de interferencia en una pantalla colocada lejos de las fuentes, con esta información se infiere que en general dos haces coherentes provenientes de dos fuentes producen un patrón de interferencia estacionario en términos de la separación entre las franjas, pero no necesariamente en la energía. La salida total de energía de las dos fuentes no se ve alterada por los efectos de la interferencia, pero la energía se redistribuye en el espacio conforme se van propagando las ondas y conforme interfieren en puntos determinados.

A continuación se mencionan algunas condiciones importantes que determinan la manera en que los patrones de interferencia pueden observarse, aun cuando las amplitudes y las fases de las ondas varíen con el tiempo de manera arbitraria, para esto es necesario introducir el concepto de coherencia parcial, que se relaciona con la forma en que las fuentes emiten energía y cómo ésta se distribuye en el espacio, para valores diferentes de tiempo.

1.5.3. Teoría de la coherencia parcial. Observación de franjas

En gran parte del estudio del fenómeno de interferencia y otros asociados a éste, la atención se centra en ondas monocromáticas producidas por una fuente puntual o en porciones de frentes de onda producidos por esa fuente. En esos frentes de onda monocromáticos la amplitud de la vibración en cualquier punto en ella es constante en tanto que la fase varía linealmente con el tiempo. Tan fundamental es este concepto que casi siempre se trabaja en términos de una amplitud compleja independiente del tiempo pero espacialmente variable $A(x, y, z)$; este es el coeficiente de $e^{i\omega t}$, que da la variación monocromática en el tiempo, de modo que [1, 3]:

$$U(x, y, z, t) = A(x, y, z) e^{i\omega t} + A^*(x, y, z) e^{-i\omega t} \quad (1.5.20)$$

Una onda emitida por una fuente ideal monocromática es una onda senoidal perfecta que se extiende indefinidamente en el espacio o en el tiempo. Sin embargo, las fuentes convencionales no producen ondas estrictamente monocromáticas, sino que están constituidas por paquetes finitos de ondas senoidales, cada una de las cuales tiene aproximadamente la misma longitud de onda, pero pueden diferir en la fase. La longitud de cada uno de estos paquetes se denomina *longitud de coherencia* de la onda y el tiempo que tarda en pasar completamente uno de estos paquetes por un punto dado se denomina *tiempo de coherencia*.

La pérdida de coherencia a lo largo del camino ondulatorio de una onda proveniente de una fuente que es cuasimonocromática puede entenderse suponiendo que la onda está formada por un gran número de trenes de ondas de longitud finita, cada uno producido por un solo emisor, y que un gran número de esos trenes de ondas pasa por un punto en el tiempo en que se hace una observación de la intensidad. Cuando la diferencia de caminos se hace más larga que el tren de ondas, no es posible ver efectos de interferencia. Cada uno de esos trenes de onda está formado en sí mismo por un espectro de frecuencia, de manera que se puede expresar en función de la transformada de Fourier, pero eso se verá más adelante.

En un punto específico (x, y, z) , el escalar $U(x, y, z, t)$, que por ahora se escribirá como $U_p(t)$, está formado por un número N grande de perturbaciones, tal que

$$U_p(t) = \sum_{n=1}^N F_n(t - t_n) \quad (1.5.21)$$

donde t_n es la duración de cada tren de ondas. Si ahora se mide la intensidad en el punto P , en la práctica lo que se mide es el promedio de tiempo de $(U_p(t))^2$. El tiempo en el cual se lleva a cabo ese promedio será muy largo en comparación con el tiempo para que uno de los trenes de ondas pase por P . En consecuencia, la intensidad en P está dada por

$$I_p = \langle (U_p(t))^2 \rangle = \left\langle \left(\sum_{n=1}^N F_n(t - t_n) \right)^2 \right\rangle = \left\langle (F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_N^2) + 2(F_1F_2 + \dots) \right\rangle \quad (1.5.22)$$

Cada uno de los trenes de ondas tiene fase diferente, de manera que el promedio temporal de los términos cruzados F_1F_2 , etc. es cero. Los términos cuadráticos F_1^2, F_2^2 , etc. representan trenes de ondas senoidales elevados al cuadrado, que desde luego son todos positivos y por lo tanto se suman para dar una intensidad resultante proporcional al número de esos trenes de ondas que pasan frente al punto de observación en cualquier instante de tiempo. Con base en los conceptos de longitud y tiempo de coherencia, así como en lo mencionado en algunas líneas anteriores, se puede llegar a la idea de que alrededor de cualquier punto en el campo producido por una fuente real existe una región llamada *región de coherencia*, con un tamaño transversal que depende del diámetro angular de la fuente, y un tamaño longitudinal que depende del ancho de banda de la radiación desde la fuente. A continuación se realiza un análisis para cuantificar esta idea [1].

Sean $A_1(t)$ y $A_2(t)$ las amplitudes en los puntos P_1 y P_2 en un campo. Entonces la intensidad en función de un retraso relativo τ está dada por

$$I(\tau) = \langle \{ (A_1(t + \tau) + A_2(t)) (A_1^*(t + \tau) + A_2^*(t)) \} \rangle \quad (1.5.23)$$

Desarrollando la multiplicación, la expresión puede reescribirse como:

$$I(\tau) = \langle A_1(t + \tau)A_1^*(t + \tau) \rangle + \langle A_2(t)A_2^*(t) \rangle + \langle A_1(t + \tau)A_2^*(t) \rangle + \langle A_1^*(t + \tau)A_2(t) \rangle \quad (1.5.24)$$

Los dos primeros términos corresponden a las intensidades en P_1 y P_2 , y no son funciones de τ . La variación con τ de los dos segundos términos es la que produce las franjas. Supóngase que el campo en P_1 y P_2 se genera por una fuente puntual monocromática de periodo T . Entonces cuando $\tau = NT$ (siendo N un número entero), los cuatro términos son iguales y la intensidad es cuatro veces mayor que la correspondiente a P_1 ó P_2 . Por otro lado, cuando $\tau = \left(N + \frac{1}{2}\right)T$, el segundo par de términos es negativo, puesto que cada uno es el promedio del producto de los cosenos en contrafase y cancelan exactamente el primer par de términos. Dado lo anterior, se producen franjas con un factor de 100 %.

Es importante notar que el segundo par de términos es el de mayor interés, ya que expresa la relación entre las amplitudes complejas en los dos puntos. Y puesto que son conjugados recíprocos, cada uno tiene la misma información que el otro por lo que convencionalmente se toma en cuenta el primero. Matemáticamente, esta es la *correlación cruzada* de $A_1(t)$ y $A_2(t)$, considerándolas como funciones complejas del tiempo; en el caso óptico corresponde a la *coherencia mutua* $\Gamma_{12}(\tau)$. En consecuencia;

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle A_1(t + \tau)A_2^*(t) \rangle \quad (1.5.25)$$

Si se correlaciona la amplitud $A_1(t)$ consigo misma en vez de con la amplitud en otro punto, se obtiene una función $\Gamma_{11}(\tau)$ llamada *función de autocorrelación* o de *autocoherencia* de $A_1(t)$. Por tanto

$$\Gamma_{11}(\tau) = \langle A_1(t + \tau)A_1^*(t) \rangle \quad (1.5.26)$$

La situación es completamente análoga en el caso de la correlación de la amplitud $A_2(t)$ consigo misma. La función de autocorrelación es una cantidad muy útil debido a que está relacionada con el *espectro de potencia* de la radiación por medio de la transformada de Fourier.

En este caso si $F(\omega)$ es el espectro relacionado con $A(t)$, el espectro de potencia es $F(\omega)F^*(\omega)$, es decir, el espectro de intensidad. En realidad $F(\omega)F^*(\omega)d\omega$ es la potencia en el intervalo espectral $d\omega$, que en general es la cantidad deseada. Esto último puede demostrarse utilizando el Teorema de Convulsión, que establece que la transformada de Fourier de la convulsión de dos funciones en un dominio (por ejemplo en el dominio temporal) es el producto punto a punto de las transformadas de

dichas funciones (producto de las funciones representadas en el dominio transformado, que en este caso corresponde al dominio de las frecuencias) [11, 12].

Volviendo a la expresión para la coherencia mutua, debe considerarse que cuando P_1 y P_2 coinciden y $\tau = 0$, la coherencia mutua se reduce a $\langle A_1(t)A_1^*(t) \rangle$, que es simplemente la intensidad. Luego, para obtener la *correlación normalizada* o *grado de coherencia parcial*, se normaliza $\Gamma_{12}(\tau)$ de modo que

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}} \quad (1.5.27)$$

donde $\Gamma_{11}(0)$ y $\Gamma_{22}(0)$ son las funciones de autocorrelación de $A_1(t)$ y $A_2(t)$ respectivamente, cuando $\tau = 0$. Si $\Gamma_{11}(0) = I_1$ y $\Gamma_{22}(0) = I_2$, entonces

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} = \frac{\langle A_1(t + \tau)A_2^*(t) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}} \quad (1.5.28)$$

El término $\gamma_{12}(\tau)$ es una función compleja periódica que está estrechamente relacionada con el término de interferencia obtenido en la ecuación (1.4.5), de modo que considerando dicha ecuación, la intensidad puede reescribirse como [1]:

$$I = I_1 + I_2 + 2Re \langle A_1(t + \tau)A_2^*(t) \rangle = I_1 + I_2 + 2Re\Gamma_{12}(\tau) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} Re\gamma_{12}(\tau) \quad (1.5.29)$$

Ahora, los niveles de coherencia se determinan tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

- Cuando $|\gamma_{12}(\tau)| = 1$, se tiene que la coherencia es completa, por lo que es posible observar en una pantalla las franjas producidas por la interferencia en los límites de intensidad.
- Cuando $0 < |\gamma_{12}(\tau)| < 1$, se tiene que la coherencia es parcial, las ondas están fuera de fase pero el fenómeno de interferencia sigue siendo observable.
- Cuando $|\gamma_{12}(\tau)| = 0$, se tiene incoherencia completa, por lo que en una pantalla no es posible observar franjas.

Para patrones de interferencia, la intensidad varía entre los límites $I_{mín}$ (interferencia destructiva total) e $I_{máx}$ (interferencia constructiva total) dados por:

$$I_{mín} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (1.5.30)$$

$$I_{máx} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (1.5.31)$$

La detección de las franjas está relacionada con el grado de coherencia. El factor de “visibilidad” o calidad de las franjas se determina considerando la siguiente expresión:

$$\mathcal{V} = \frac{I_{m\acute{a}x} - I_{m\acute{i}n}}{I_{m\acute{a}x} + I_{m\acute{i}n}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}(\tau)|}{I_1 + I_2} \quad (1.5.32)$$

y si $I_1 = I_2$, entonces $\mathcal{V} = |\gamma_{12}(\tau)|$.

Si se considera a P_1 fijo y que P_2 explora el espacio a su alrededor, hay en general un número complejo $\gamma_{12}(\tau)$ para cada posición de P_2 y valor de τ . Casi todos los fenómenos de interferencia estudiados se interpretan en estos términos. Por ejemplo, en el caso del experimento de la doble rendija de Young, donde P_1 y P_2 son las ranuras y las distintas longitudes de caminos hasta los diferentes puntos donde se mide la intensidad permiten que τ varíe. Si la onda que incide en las ranuras es monocromática y proviene de una fuente puntual, las ondas provenientes de cada ranura serán completamente coherentes y $\gamma_{12}(\tau)$ será la unidad obteniéndose franjas de visibilidad unitaria. Si se usa una fuente monocromática ancha, las ondas provenientes de cada ranura sólo son coherentes en parte, y $\gamma_{12}(\tau)$ es menor que la unidad (pero distinta de cero) al igual que la visibilidad. Recíprocamente, si se usa una fuente puntual “blanca”, la franja en el eje donde $\tau = 0$ será visible, pero la visibilidad de aquellas alejadas del eje donde $\tau \neq 0$ disminuye rápidamente. Es posible explicar esas dos reducciones de visibilidad por el traslape de franjas, en el caso de la fuente extensa, de las producidas por distintas partes de la fuente, y en el caso de la fuente puntual “blanca” de aquellas producidas por distintas longitudes de onda de la fuente.

1.6. Campos estacionarios y transitorios

Con la finalidad de simplificar la descripción de campos ondulatorios, se consideran algunas hipótesis, por ejemplo el hecho de que los campos sean monocromáticos, completamente coherentes y constantes en amplitud.

De acuerdo con el modelo geométrico que describe cómo se propaga la energía por medio de ondas, se tiene que la energía por unidad de tiempo que se propaga a través de una región determinada es proporcional al promedio temporal de la amplitud cuadrática de la perturbación en dicha región, es decir, la intensidad en un punto (la irradiancia en el caso óptico) es proporcional a la amplitud cuadrática del campo en el punto en cuestión. Se denota el valor promedio temporal de una función como sigue [1]:

$$\langle f \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (1.6.1)$$

donde T es el intervalo temporal de integración.

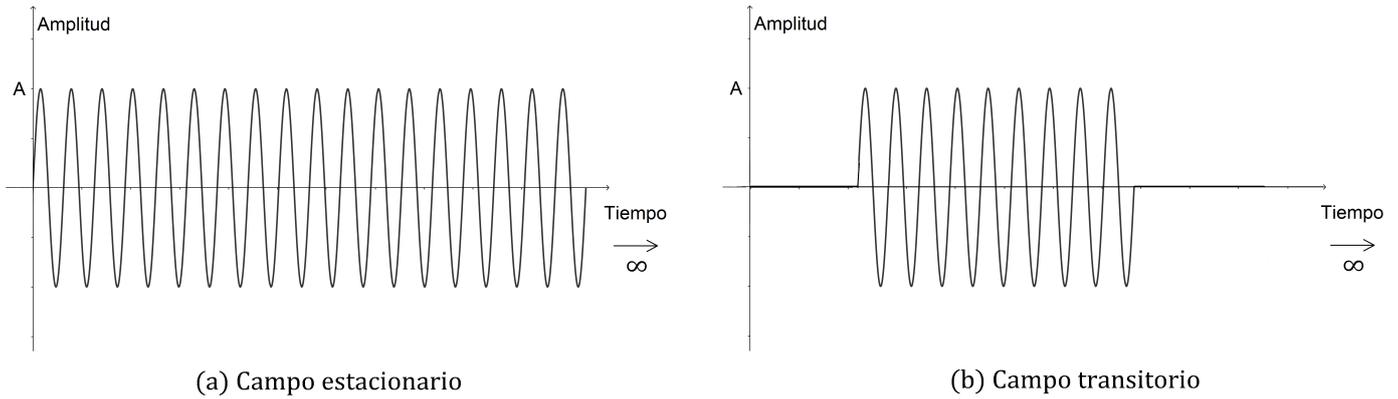


Fig. 1.6.1. (a) Campo estacionario, (b) Campo transitorio. (Diseñado por autor de este trabajo).

Cuando se trata de *campos estacionarios*, las variables que definen su comportamiento respecto del tiempo permanecen invariantes, esto es, las cantidades que involucran promedios temporales son independientes del tiempo que se selecciona como origen. Los campos para los que no se cumplen estas condiciones se llaman *campos transitorios*. Por ejemplo, la propiedad característica de un pulso o ráfaga que lo distingue de una onda periódica de una sola frecuencia que se extiende infinitamente, es que la ráfaga tiene un principio y un final específicos, mientras que para la onda continua no importa que intervalo de tiempo se tome, el comportamiento observado será el mismo (Ver Fig. 1.6.1).

1.7. Descripción de Pulsos a partir del análisis de Fourier

Los conceptos de correlación y convolución resultan de gran utilidad cuando se relacionan con el espectro de potencia de la radiación por medio de la transformada de Fourier; con estas herramientas puede obtenerse información sobre algunos aspectos relevantes, como el grado de visibilidad de patrones de interferencia cuando dos campos ondulatorios interactúan. En particular, esto resultaría útil al querer describir que es lo que sucede en campos transitorios.

Se sabe que para obtener una representación de funciones o señales en términos de la superposición de ondas armónicas, se recurre al análisis de Fourier. Supóngase un tren de pulsos finito de frecuencia ω_0 , cuya función asociada puede representarse por [11]:

$$f(t) = \begin{cases} A \text{sen} \omega_0 t, & |t| < \frac{n\pi}{\omega_0} \\ 0, & |t| > \frac{n\pi}{\omega_0} \end{cases} \tag{1.7.1}$$

que corresponde a n ciclos de una onda senoidal. Puesto que $f(t)$ es impar, basta con obtener la transformada senoidal de Fourier dada por

$$g_s(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty f(t) \text{sen}(\omega t) dt \tag{1.7.2}$$

de modo que

$$g_s(\omega) = A\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\frac{n\pi}{\omega_0}} \text{sen}(\omega_0 t) \text{sen}(\omega t) dt \tag{1.7.3}$$

Luego, sabiendo que $\text{sen}(x)\text{sen}(y) = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}$, entonces la ecuación (1.7.3) queda como

$$\begin{aligned} g_s(\omega) &= A\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\frac{n\pi}{\omega_0}} \frac{\cos((\omega_0 - \omega)t) - \cos((\omega_0 + \omega)t)}{2} dt \\ &= A\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\frac{\text{sen}((\omega_0 - \omega)t)}{2(\omega_0 - \omega)} - \frac{\text{sen}((\omega_0 + \omega)t)}{2(\omega_0 + \omega)} \right]_0^{\frac{n\pi}{\omega_0}} \end{aligned} \tag{1.7.4}$$

Así que la transformada de Fourier senoidal es

$$g_s(\omega) = A\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\frac{\text{sen}\left((\omega_0 - \omega)\frac{n\pi}{\omega_0}\right)}{2(\omega_0 - \omega)} - \frac{\text{sen}\left((\omega_0 + \omega)\frac{n\pi}{\omega_0}\right)}{2(\omega_0 + \omega)} \right] \tag{1.7.5}$$

Es importante notar la dependencia que tiene la transformada de Fourier con la frecuencia. Debe observarse en este caso que para valores muy grandes de ω_0 y para el caso en que $\omega_0 \approx \omega$, el término que realmente es de interés es el primero, de modo que puede reescribirse la transformada como

$$F(\omega) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{(\omega_0 - \omega)n\pi}{\omega_0}\right)}{(\omega_0 - \omega)} \right] \tag{1.7.6}$$

En la Fig. 1.7.1 se muestra el comportamiento de la transformada de Fourier obtenida, asociada al espectro de Fourier de un tren de pulsos.

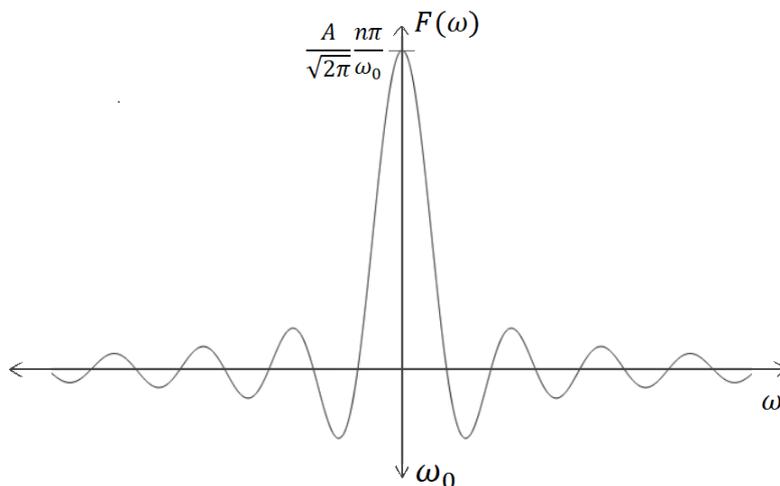


Fig. 1.7.1. Espectro de Fourier de un tren de pulsos senoidales finito. (Calculado por autor de este trabajo).

Los ceros de esta función se encuentran en

$$\frac{(\omega_0 - \omega)}{\omega_0} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \pm \frac{1}{n}, \pm \frac{2}{n}, \pm \frac{3}{n}, \dots, \pm \frac{m}{n} \quad m \in \mathbb{N} \quad (1.7.7)$$

Dado que las contribuciones fuera del máximo central se consideran pequeñas, puede tomarse

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{n} \quad (1.7.8)$$

como una medida adecuada de la distribución de frecuencias del tren de pulsos. Para valores muy grandes de n que corresponde a un pulso demasiado largo, la distribución de frecuencias se hará más pequeña, por otro lado si se tienen valores muy pequeños de n , entonces el pulso es corto y la distribución de frecuencias será más amplia.

1.8. Difracción

A partir del principio de Huygens, es posible obtener la posición futura de un frente de ondas de una posición anterior considerando cada punto del frente de ondas como una fuente secundaria. El avance del frente de ondas puede escribirse utilizando el modelo geométrico de rayos, pero existen casos en que este modelo da una descripción inadecuada.

Los frentes de ondas considerados algunas veces son de extensión lateral muy grande en comparación con la longitud de onda. Cuando parte del frente de ondas se elimina por un obstáculo en un frente de ondas que, de otro modo, sería infinito o cuando se elimina todo menos una parte del frente de ondas mediante una apertura o diafragma, ocurren efectos de *difracción*. La importancia de los efectos de difracción depende de las dimensiones del obstáculo o apertura, en comparación con la longitud de onda.

La teoría corpuscular no tuvo éxito al describir este fenómeno y Fresnel demostró que la difracción puede explicarse por medio de la teoría ondulatoria; argumentó que la aplicación del principio de Huygens combinado con el postulado de interferencia puede describir el fenómeno de difracción.

La diferencia entre la difracción y la interferencia radica en lo siguiente: El término de interferencia se usa cuando se reúnen dos o más ondas generadas por separado, para mostrar franjas. El término de difracción se utiliza cuando el fenómeno observado se provoca por la interferencia como consecuencia de tomar una parte continua de un frente de ondas al pasar por un obstáculo. En la naturaleza es común observar los efectos de difracción como “franjas de luz” (franjas con máximos de intensidad) en el borde de una “sombra” (región con intensidad mínima) [3].

2. Transductores ultrasónicos y características de propagación

Para facilitar el estudio del fenómeno de interferencia en campos ondulatorios en estados transitorios, resulta conveniente recurrir a la producción de ondas cuyo periodo es mayor que el de las ondas electromagnéticas, y con las cuales sea posible trabajar bajo condiciones fáciles de controlar desde el punto de vista práctico, esto es, considerando un montaje experimental que favorezca las condiciones de reproducibilidad y en donde los materiales utilizados sean accesibles y suficientemente útiles para obtener resultados que puedan considerarse análogos en las diferentes regiones del espectro conformado por ondas, aún cuando la naturaleza de éstas sea distinta.

Para los propósitos de este trabajo, se decidió realizar cada experimento utilizando ondas sonoras, en particular ondas ultrasónicas generadas por medio de transductores piezoeléctricos. Los experimentos efectuados para obtener los resultados presentados en este trabajo se llevaron a cabo en la Cámara Sonoamortiguada del Laboratorio de Acústica, de la Facultad de Ciencias, UNAM.

Se llama *ultrasonido* a las ondas mecánicas cuyas frecuencias de oscilación se encuentran más arriba de la gama que puede detectar el oído humano, esto es, aproximadamente mayores a 20000Hz . Pueden usarse ondas de ultrasonido para penetrar en diferentes materiales y producir imágenes al reflejarse en las superficies, dando información estructural valiosa del medio en donde estas ondas se propagan. Para la producción de estas ondas, es necesario utilizar dispositivos capaces de generar vibraciones mecánicas con frecuencias por arriba de los 20000Hz [13].

Se denomina *piezoelectricidad* a la propiedad de algunos materiales con estructura cristalina asimétrica, de generar una carga eléctrica al someterlos a un esfuerzo mecánico (efecto piezoeléctrico directo), y recíprocamente, de experimentar una deformación cuando se les aplica una diferencia de potencial eléctrico (efecto piezoeléctrico inverso) [14]. Estos materiales pueden utilizarse para la transducción mecánica-eléctrica, en ambos sentidos. Para ello se disponen dos superficies metálicas entre las que se coloca el material piezoeléctrico que puede ser cristalino (cuarzo), cerámico (titanato de bario), polímero, etc., de modo que permiten aplicar la tensión o recoger las cargas generadas. Por su pequeño tamaño y bajo costo, los transductores piezoeléctricos se utilizan en numerosas aplicaciones, aparte de la generación y detección de ultrasonido. Las oscilaciones que producen los piezoeléctricos pueden controlarse por medio de la diferencia de potencial aplicada. Al utilizar una onda senoidal eléctrica en los materiales piezoeléctricos, éstos producen perturbaciones mecánicas de la misma frecuencia que la señal eléctrica aplicada, de este modo, con un generador de señales y transductores

piezoeléctricos es posible producir ondas mecánicas de distintas frecuencias. En este trabajo se utilizaron tres transductores piezoeléctricos de titanato de bario, dos como emisores etiquetados como A y D y uno como receptor etiquetado como B. Éstos transductores se caracterizaron previamente, como se mostrará más adelante.

2.1. Características de los transductores piezoeléctricos

El encapsulado de los transductores utilizados es metálico y de forma cilíndrica, como se muestra en la Fig. 2.1.1. En una de las bases del encapsulado se encuentra una pastilla piezoeléctrica, en la parte inferior de ésta se encuentran los electrodos por donde se transmite la señal eléctrica, y en la parte superior de la pastilla piezoeléctrica se encuentra un cono difusor. La otra base del encapsulado está cubierta por una malla delgada, que es la región por donde se transmiten las ondas ultrasónicas.

En la Fig. 2.1.2 puede verse una representación de la estructura del transductor, así como las dimensiones de éste.



Fig. 2.1.1. Transductores piezoeléctricos utilizados para generar y detectar ondas ultrasónicas. (Fotografías tomadas por autor de este trabajo).

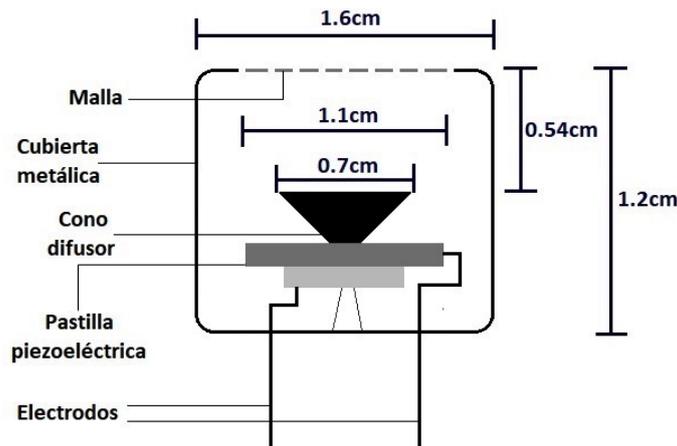


Fig. 2.1.2. Diagrama del interior de los transductores piezoeléctricos. (Diseñado por autor de este trabajo).

A continuación se mencionan algunas características importantes de los transductores que son útiles para determinar su comportamiento. Una de estas características corresponde a la *frecuencia de resonancia*, es decir, la frecuencia a la que los transductores responden con mayor amplitud. Para

esto, es necesario utilizar una cantidad llamada *respuesta*, que resulta del cociente entre el voltaje pico-pico que recibe un transductor que se utiliza como detector, entre el voltaje pico-pico con el que se excita un transductor que se utiliza como emisor [15].

La respuesta de los transductores en función de la frecuencia se obtuvo al enfrentar cada emisor con el receptor, a una distancia fija de $(7 \pm 0.05)cm$. Se utilizó un generador de señales con un voltaje pico-pico constante y con éste se varió la frecuencia de la señal de excitación entregada al emisor, y para cada valor de frecuencia, se registró con un osciloscopio el valor del voltaje pico-pico en el emisor y el receptor. Los resultados asociados a la frecuencia de resonancia para los emisores A y D con B como detector se muestran en la Fig. 2.1.3.

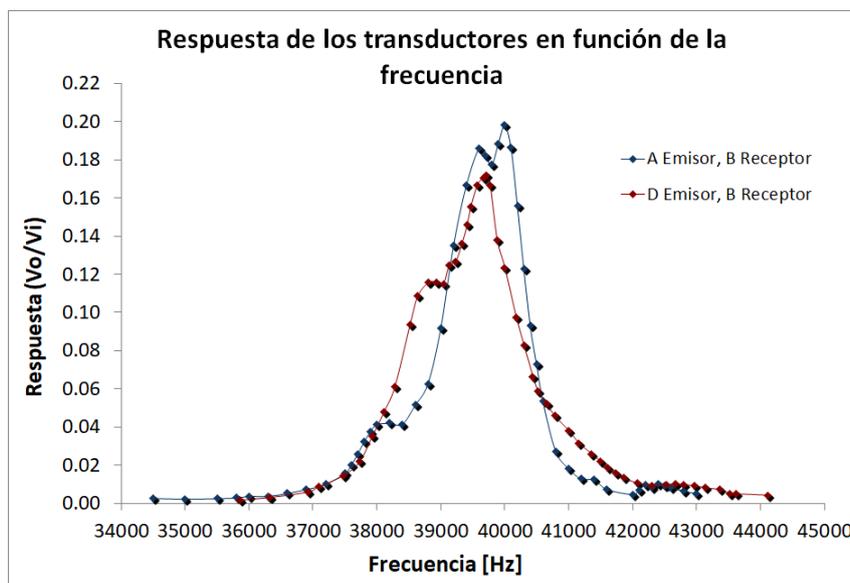


Fig. 2.1.3. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la frecuencia de los transductores ultrasónicos.

Serie azul: par (A Emisor, B Receptor), serie roja: par (D Emisor, B Receptor).

A partir de los resultados anteriores, se tiene que para el par (A Emisor, B Receptor) la frecuencia de resonancia se encuentra principalmente en $40000Hz = 40KHz$, con una respuesta de 0.20, mientras que para el par (D Emisor, B Receptor) la frecuencia de resonancia se encuentra en $39710Hz = 39.71KHz$, con una respuesta de 0.17. La diferencia porcentual entre los valores de la frecuencia de resonancia obtenidos para cada par es de 0.73 %, así que resulta adecuado utilizar la frecuencia de $40KHz$ para los experimentos siguientes.

Esta caracterización se realizó considerando una distancia entre transductores de $(7 \pm 0.05)cm$, obteniendo los valores de la frecuencia de resonancia en el límite de resolución del instrumento. Para conocer con mayor precisión otras características de los transductores y de la propagación de las ondas transmitidas, cuando las distancias entre transductores son mucho mayores, se aumentó la sensibilidad del sistema; se construyó un circuito amplificador con filtro, cuya caracterización se presenta a continuación. En los experimentos realizados en el resto de este trabajo se utilizó dicho circuito conectándolo al transductor receptor.

2.2. Circuito Amplificador con Filtro

Los filtros activos se caracterizan por seleccionar un intervalo determinado de frecuencias y además por tener la capacidad de amplificar una señal por medio del uso de componentes activos, como los amplificadores operacionales. En este trabajo, se construyó un circuito amplificador con un filtro de paso de banda cuya frecuencia con la mayor respuesta es muy cercana a la frecuencia de resonancia de los transductores, de modo que el ruido proporcionado por las señales de frecuencias aledañas a los 40KHz , no resulta significativo en las medidas en los experimentos posteriores. El diagrama del circuito construido se muestra en la Fig. 2.2.1.

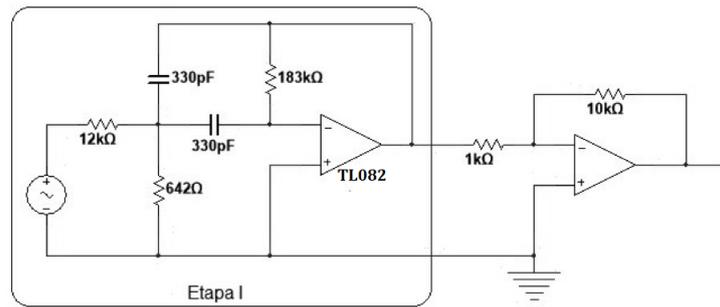


Fig. 2.2.1. Diagrama del circuito amplificador con filtro. La etapa I corresponde a un filtro activo de paso de banda y a la salida de dicha etapa se añade un amplificador de 10 veces. Se utilizó un Amplificador Operacional TL082. (Diseñado por autor de este trabajo).

Para obtener la función de transferencia de este circuito, como entrada en la etapa I se utilizó un generador de señales con un voltaje pico-pico constante, se varió la frecuencia de la señal de excitación y para cada valor de frecuencia, se registró con un osciloscopio el valor del voltaje pico-pico en la salida de la etapa I y después en la salida del circuito completo. También se midió el retardo para obtener el diagrama de diferencia de fase correspondiente. Los resultados obtenidos para la etapa I se muestran en la Fig. 2.2.2.

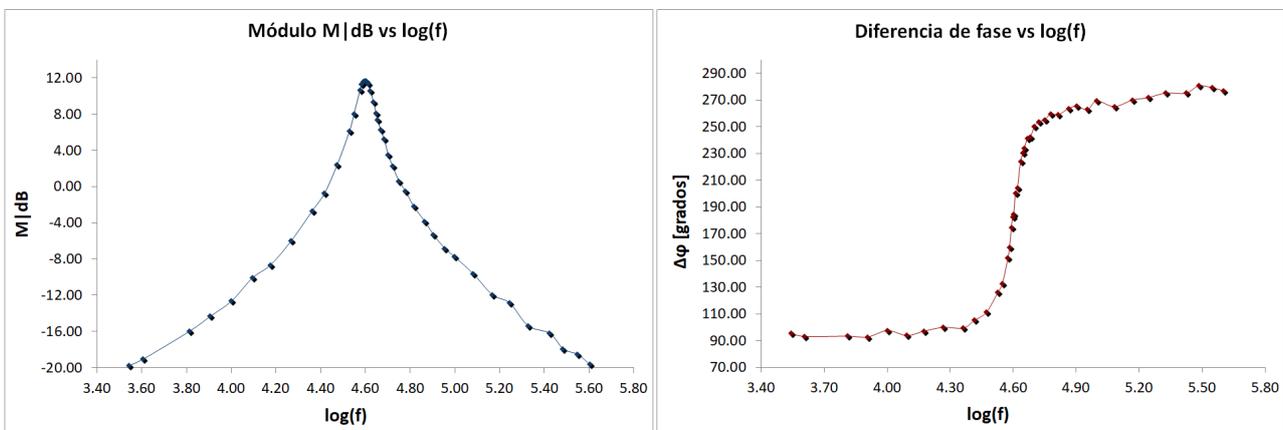


Fig. 2.2.2. Caracterización de la etapa I del circuito amplificador con filtro. Se muestra la función de transferencia del filtro activo de paso de banda; a la izquierda se muestra el diagrama de amplitud y la derecha el diagrama de diferencia de fase.

2.3 Características de la propagación

Para la etapa I del circuito, se tiene que el filtro de paso de banda se encuentra centrado en una frecuencia de 39.83KHz , y el ancho de banda está dado por las frecuencias 35.36KHz y 44.40KHz cuya diferencia es de 9.04KHz . La amplificación está dada por 11.67dB que corresponde a aproximadamente 3.83 veces. El desfase en la frecuencia central es cerca de 183.54 grados.

Ahora, los resultados obtenidos para el circuito completo se muestran en la Fig. 2.2.3.

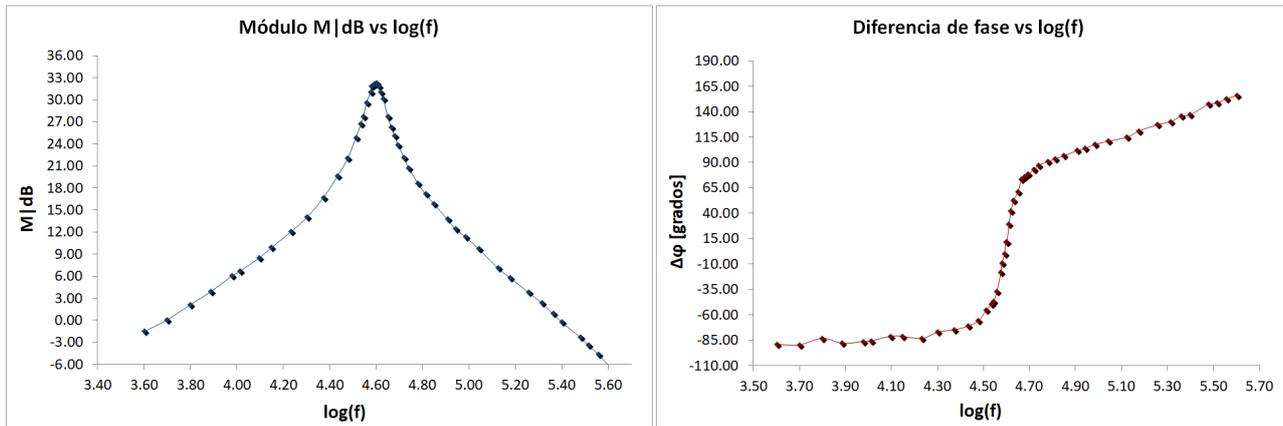


Fig. 2.2.3. Caracterización del circuito amplificador con filtro. Se muestra la función de transferencia del circuito completo; a la izquierda se muestra el diagrama de amplitud y la derecha el diagrama de diferencia de fase.

Ahora, para el circuito completo, se tiene que el intervalo de frecuencias seleccionado se encuentra centrado en 39.55KHz , y el ancho de banda está dado por las frecuencias de aproximadamente 35KHz y 44KHz cuya diferencia es de 9KHz . La amplificación está dada por 32.20dB que corresponde a aproximadamente 40.75 veces. El desfase en la frecuencia central se encuentra alrededor de 11.39 grados.

2.3. Características de la propagación

Aunque las características físicas de los transductores son muy similares, pueden esperarse algunas variaciones en su comportamiento, así que es necesario conocer algunas propiedades más para obtener una caracterización más completa.

2.3.1. Respuesta en función de la distancia

Una característica que es importante conocer es la respuesta en función de la distancia entre los transductores emisor y receptor. Esto permite determinar cuál es la región espacial óptima para realizar experimentos relacionados con la interferencia. Para determinar la respuesta de los transductores en función de la distancia se realizaron dos experimentos; uno variando la distancia entre emisor y receptor de manera longitudinal y luego variando la distancia entre emisor y receptor de

manera transversal. Resulta de gran interés determinar el comportamiento para estados estacionarios, pero más aún para estados transitorios, así que esta caracterización se realizó para el caso cuando el emisor se excitó con una onda senoidal continua y para la excitación del emisor con ráfagas de distintas duraciones.

Para seleccionar la duración de las ráfagas, se realizaron algunas pruebas previas utilizando el emisor A y el receptor B enfrentados considerando distancias fijas entre ellos de $(53 \pm 0.05)cm$ y $(102 \pm 0.05)cm$. Primero se excitó al emisor con ráfagas variando el número de ciclos activos, dejando fijo el número de ciclos totales y después se varió el número de ciclos totales dejando fijo el número de ciclos activos. Se observó el comportamiento de las ráfagas a partir de la amplitud y el tiempo de vuelo registrado en el osciloscopio y entonces se seleccionaron las duraciones de las ráfagas para los casos en donde la envolvente de éstas presentó la menor distorsión posible. Para los propósitos de este trabajo, se seleccionaron los siguientes casos para la excitación del emisor con ráfagas: 1de200 (1 ciclo activo, 200 ciclos totales), 4de200 (4 ciclos activos, 200 ciclos totales), 10de200 (10 ciclos activos, 200 ciclos totales) y 4de2000 (4 ciclos activos, 2000 ciclos totales).

A continuación se presentan los resultados que corresponden a la respuesta en función de la distancia, variando la distancia entre emisor y receptor de manera longitudinal.

Para los distintos casos seleccionados, se realizó esta caracterización utilizando solo dos transductores. Se colocó al emisor A enfrentado con el receptor B; ambos transductores se montaron en un riel de modo que el emisor permaneciera fijo mientras se variaba la distancia entre transductores desplazando el receptor a lo largo del riel. Se utilizó un generador de señales para excitar al emisor con una onda senoidal continua y con ráfagas de distintas duraciones, y para cada posición del receptor en el riel, se registró con un osciloscopio el valor del voltaje pico-pico en el emisor y voltaje pico-pico detectado. El receptor se conectó a la entrada del circuito amplificador con filtro, y en este caso, para la excitación senoidal continua se utilizó solamente la etapa I del circuito, así que la salida de la etapa I se conectó al osciloscopio. Para la excitación con ráfagas de distintas duraciones se utilizó el circuito completo. El montaje experimental correspondiente a esta parte se muestra en la Fig. 2.3.1.

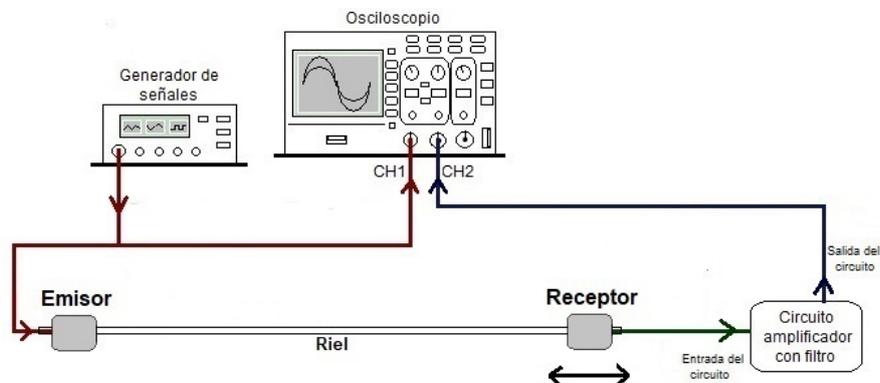


Fig. 2.3.1. Montaje experimental para determinar la respuesta en función de la distancia, variando la distancia entre emisor y receptor de manera longitudinal. (Diseñado por autor de este trabajo).

2.3 Características de la propagación

Los resultados que corresponden a la excitación del emisor con una onda senoidal continua se muestran en la Fig. 2.3.2.

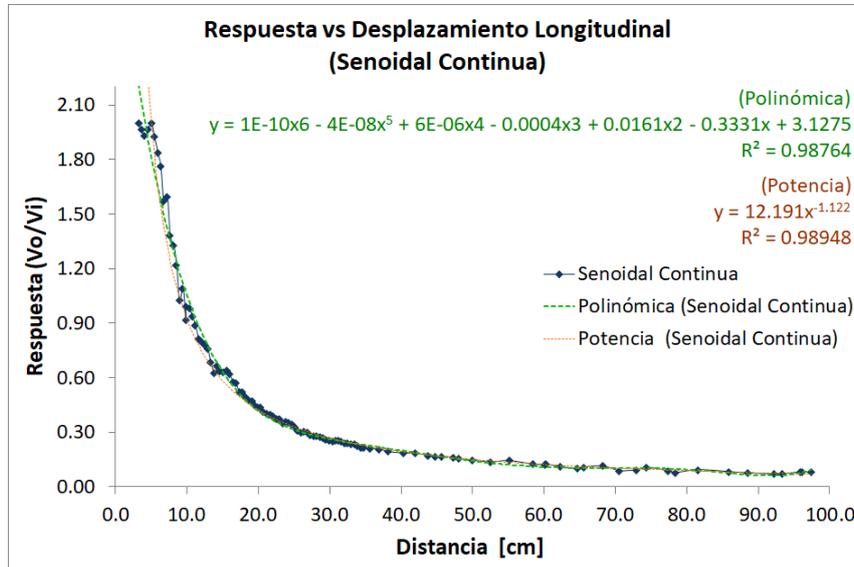


Fig. 2.3.2. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia para el par (A Emisor, B Receptor), para excitación del emisor con una onda senoidal continua. Se muestra la serie que proporciona la caracterización con ajustes realizados con una función polinomial y una función asociada a una potencia.

Los resultados para el caso de la excitación del emisor con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000 se muestran en la Fig. 2.3.3.

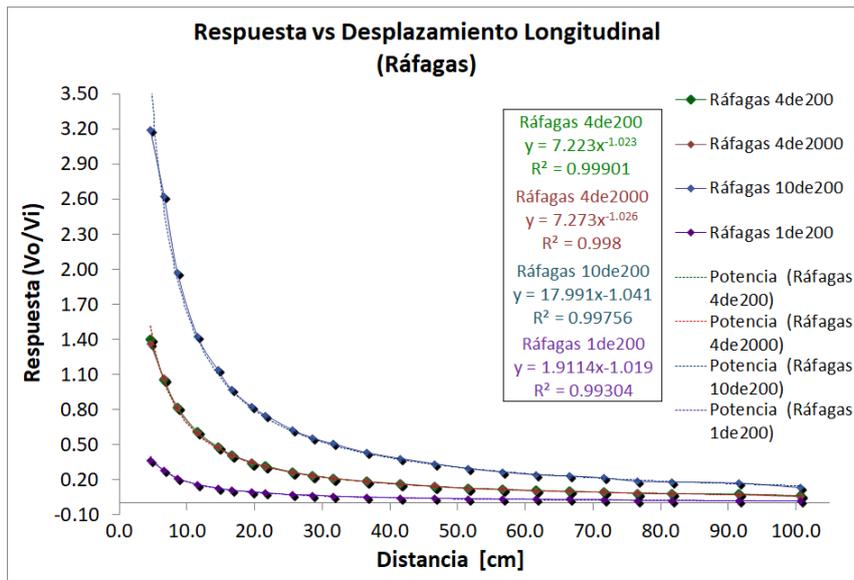


Fig. 2.3.3. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia para el par (A Emisor, B Receptor), para excitación del emisor con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000. Se muestran las series que proporcionan la caracterización correspondiente a cada duración de las ráfagas con sus respectivos ajustes realizados con una función asociada a una potencia.

Como puede observarse en la Fig. 2.3.2, la función dada por $12.191x^{-1.122}$ es la que mejor se ajusta al comportamiento registrado para la respuesta en función de la distancia, para el caso de la excitación del emisor con una onda senoidal continua, teniendo un coeficiente de determinación de 0.98948.

A partir de la Fig. 2.3.3, puede verse que para el caso de la excitación del emisor con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000 se obtuvo que el comportamiento se ajusta a las funciones $1.9114x^{-1.019}$ con un coeficiente de determinación 0.99304, $7.223x^{-1.023}$ con un coeficiente de determinación 0.99901, $17.991x^{-1.041}$ con un coeficiente de determinación de 0.99756 y $7.273x^{-1.026}$ con un coeficiente de determinación 0.998, respectivamente.

Los resultados obtenidos para todos los casos se relacionan con un factor de atenuación de la amplitud de la forma $x^{-1} \rightarrow r^{-1}$, que corresponde a un factor de atenuación asociado a ondas cilíndricas al propagarse en un espacio determinado, aunque si se consideran los puntos después de los 50cm, la variación se hace más pequeña, por lo que las ondas se aproximan a ondas planas.

Ahora se presentan los resultados que corresponden a la respuesta en función de la distancia, variando la posición del receptor de manera transversal.

Para los distintos casos seleccionados anteriormente, se realizó la caracterización utilizando los pares de transductores (A Emisor, B Receptor) y (D Emisor, B Receptor). Se colocó cada emisor frente a frente con el receptor inicialmente a una distancia fija; se consideraron las distancias $(53 \pm 0.05)cm$ y $(102 \pm 0.05)cm$. Se montó el receptor en un riel de modo que fuera posible variar la distancia entre transductores desplazando el receptor de manera transversal. Se utilizó un generador de señales para excitar al emisor con una onda senoidal continua y después con ráfagas de distintas duraciones, y para cada posición del receptor en el riel, se registró con un osciloscopio el valor del voltaje pico-pico en el emisor y voltaje pico-pico detectado. El receptor se conectó a la entrada del circuito amplificador con filtro, y la salida de éste se conectó al osciloscopio. El montaje experimental utilizado se muestra en la Fig. 2.3.4.

Los resultados que corresponden a la excitación del emisor con una onda senoidal continua se muestran en las Fig. 2.3.5 y 2.3.6, y para el caso de la excitación del emisor con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000, los resultados se muestran en las Fig. 2.3.7 y 2.3.8.

Las curvas obtenidas se asocian a la forma que tienen los frentes de ondas que se propagan en el espacio mientras el emisor produce el ultrasonido. El comportamiento observado proporciona información acerca de la distribución de la energía total de las ondas emitidas en una región transversal respecto a la línea que une al emisor y al receptor inicialmente, a esta región transversal se le llamará “*pantalla*” a partir de ahora.

La intensidad de los campos detectados disminuye conforme el receptor se aleja del centro de la pantalla, como es de esperarse, siendo esta disminución más abrupta para una distancia inicial de $(53 \pm 0.05)cm$ entre emisor y receptor. Se obtuvo que para una distancia inicial más grande entre el emisor y receptor ($(102 \pm 0.05)cm$), la distribución de energía en la pantalla es más uniforme, es decir, los frentes de onda son más planos que en el caso de la distancia de $(53 \pm 0.05)cm$. Se observa

2.3 Características de la propagación

además que para el caso de la excitación del emisor con ráfagas la diferencia entre la respuesta para los pares (A Emisor, B Receptor) y (D Emisor, B Receptor) es considerablemente más pequeña que en el caso de la excitación del emisor con una onda senoidal continua, esto puede asociarse con la cantidad de energía emitida en cada caso y su relación con la respuesta en función de la frecuencia que tiene cada par Emisor - Receptor.

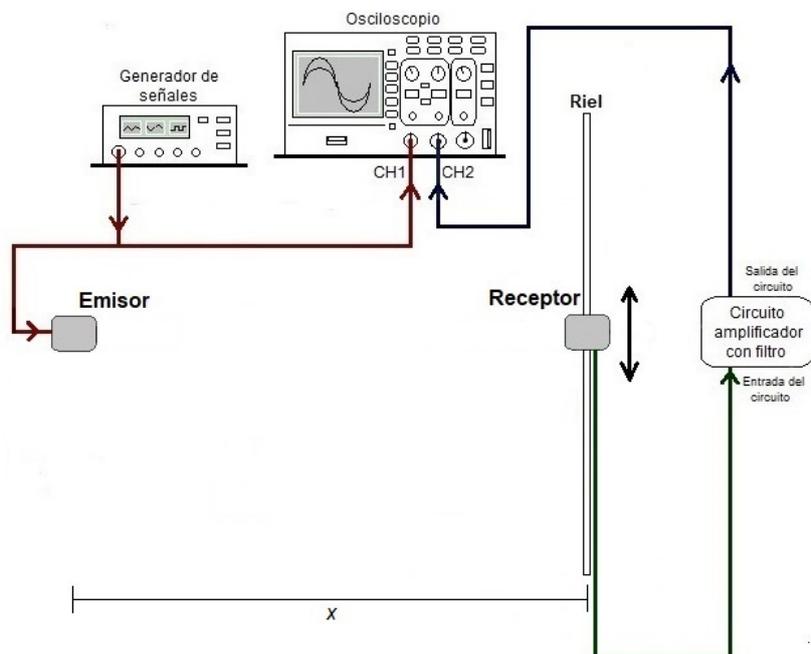


Fig. 2.3.4. Montaje experimental para determinar la respuesta en función de la distancia, variando la posición del receptor de manera transversal. (Diseñado por autor de este trabajo).

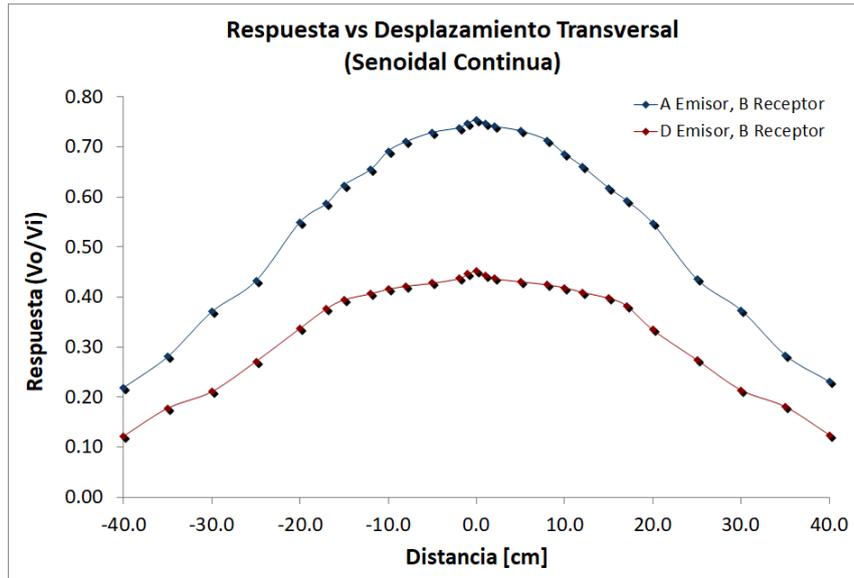


Fig. 2.3.5. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia, para excitación del emisor con una onda senoidal continua. Serie azul: par (A Emisor, B Receptor), serie roja: par (D Emisor, B Receptor), considerando una distancia inicial entre transductores de $(53 \pm 0.05)cm$.

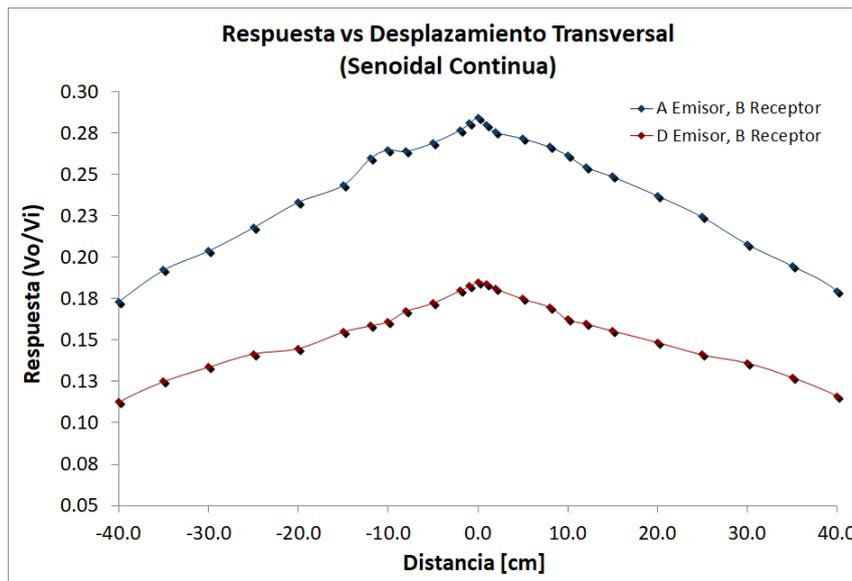


Fig. 2.3.6. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia, para excitación del emisor con una onda senoidal continua. Serie azul: par (A Emisor, B Receptor), serie roja: par (D Emisor, B Receptor), considerando una distancia inicial entre transductores de $(102 \pm 0.05)cm$.

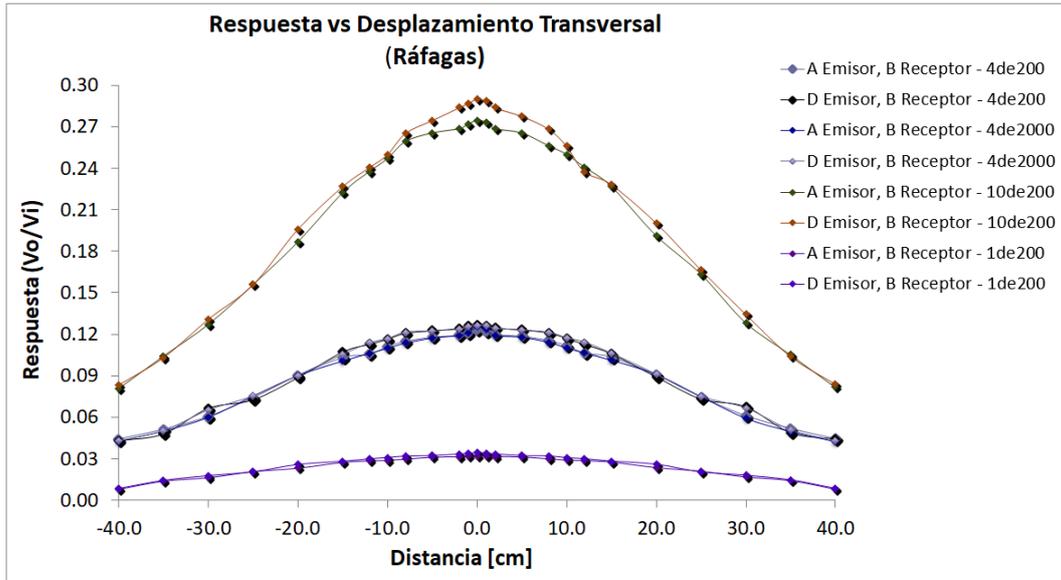


Fig. 2.3.7. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia para los pares (A Emisor, B Receptor) y (D Emisor, B Receptor), para excitación del emisor con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000. Se muestran las series que proporcionan la caracterización correspondiente a cada duración de las ráfagas, considerando una distancia inicial entre transductores de $(53 \pm 0.05)cm$.

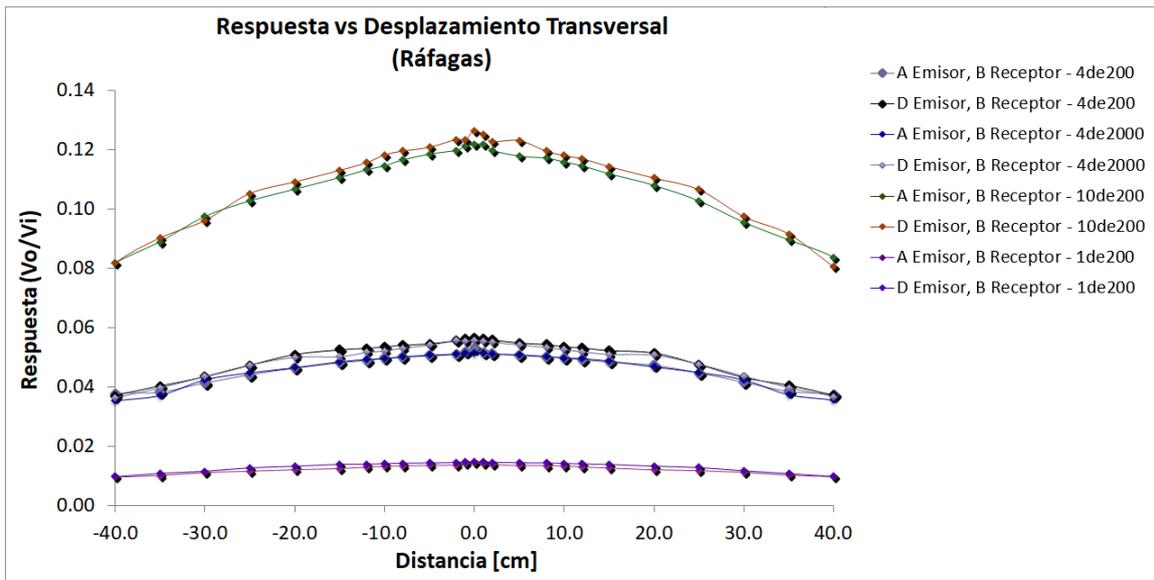


Fig. 2.3.8. Respuesta $\left(\frac{V_o}{V_i}\right) = \left(\frac{V_{salida}}{V_{entrada}}\right)$ en función de la distancia para los pares (A Emisor, B Receptor) y (D Emisor, B Receptor), para excitación del emisor con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000. Se muestran las series que proporcionan la caracterización correspondiente a cada duración de las ráfagas, considerando una distancia inicial entre transductores de $(102 \pm 0.05)cm$.

2.3.2. Diferencia de fase en función de la distancia

Se determinó anteriormente cómo es el comportamiento de la amplitud de las ondas al propagarse en el medio. A continuación se verá la relación que existe entre la diferencia de fase de las ondas registradas con la variación de la distancia entre emisor y receptor. Esta información es de gran utilidad, pues proporciona una característica esencial de las ondas ultrasónicas; la longitud de onda.

Para determinar la relación entre la diferencia de fase con las variaciones en la distancia, se utilizó un montaje experimental como el de la Fig. 2.3.1, excitando al emisor con una onda senoidal continua, con un voltaje pico-pico constante. Se utilizó el par (A Emisor, B Receptor). Para cada variación en la distancia entre los transductores, se midió con un osciloscopio el retardo Δt entre las señales del emisor y el receptor y con este valor de Δt , se calculó la diferencia de fase $\Delta\varphi$ correspondiente. En la Fig. 2.3.9 se muestran los resultados.

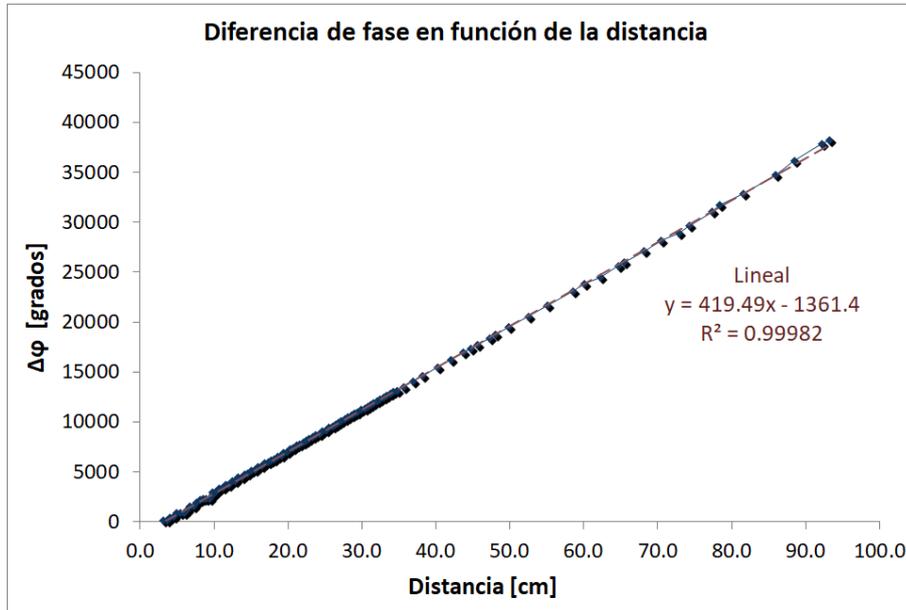


Fig. 2.3.9. Diferencia de fase en función de la distancia para el par (A Emisor, B Receptor). Se muestra la serie que proporciona la caracterización con un ajuste realizado con una función lineal.

Se observa a partir de la Fig. 2.3.9 que la relación existente entre la diferencia de fase con las variaciones en la distancia es lineal, ya que se ajusta de buena forma a la función $419.49x - 1361.4$, donde el coeficiente de determinación está dado por 0.99982.

Para obtener el valor de la longitud de onda debe considerarse lo siguiente: supóngase que al inicio de la medición la diferencia de fase entre las ondas emitidas y recibidas es δ . Para volver a obtener un mismo valor de la diferencia de fase entre las ondas, es decir, $\delta + 2\pi$ ó $\delta + 360^\circ$ se necesita variar la distancia entre emisor y receptor una cantidad igual a la longitud de onda λ . Dado que la pendiente de la recta ajustada en la Fig. 2.3.9 es $m = 419.49$, y tomando en cuenta que $\lambda = \frac{2\pi}{m}$, entonces el valor de λ de las ondas ultrasónicas en este experimento es igual a $(0.858 \pm 0.002) \text{ cm} \approx (8.58 \pm 0.02) \text{ mm}$.

2.3.3. Velocidad de fase y velocidad de grupo de las ondas ultrasónicas

En el apartado anterior se obtuvo que la longitud de onda de las perturbaciones ultrasónicas, cuya frecuencia es de 40KHz, es $\lambda = (0.858 \pm 0.002) \text{ cm} \approx (8.58 \pm 0.02) \text{ mm}$. Como $f = 40000 \text{ Hz}$ significa que el periodo de la onda es $T = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 25 \mu\text{s}$, entonces utilizando esta información puede obtenerse una cantidad muy importante para el análisis de la propagación de las ondas; la velocidad.

Considerando que $v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$, a partir de los datos anteriores se obtiene que $v = (343.2 \pm 0.8) \text{ m/s}$, que en este caso corresponde a la velocidad de fase de las ondas ultrasónicas. Este valor de la velocidad es muy cercano al valor de la velocidad del sonido reportado en algunos textos, a 20°C con condiciones normales de presión [16].

Los experimentos que se realizaron en este trabajo se llevaron a cabo con temperaturas dentro del intervalo ($19^\circ\text{C} - 26^\circ\text{C}$), donde el valor de la temperatura inicial y final en cada experimento realizado dependía del tiempo de trabajo. Durante los experimentos se monitorearon las variaciones de la temperatura con el tiempo y se observó que la temperatura variaba cerca de 1°C por hora.

El sonido es una forma de energía que se propaga a través de un medio. Las características del medio definen su velocidad, las pérdidas por transmisión e incluso su dirección. La velocidad del sonido se determina por las características del aire, siendo la temperatura una de ellas. Si la velocidad varía cerca de 0.6 m/s por cada grado centígrado, se tiene que en el intervalo de trabajo existe una variación máxima en la velocidad del sonido de aproximadamente 4.2 m/s . En casos cuando la temperatura no es homogénea, los gradientes de temperatura tienen efectos sobre la propagación del sonido. Debido a que el sonido se desplaza más rápido en el aire caliente que en el aire frío, la variación de la temperatura genera una curvatura en la propagación produciendo atenuación en algunas regiones del medio. La absorción, que depende de la humedad en el ambiente, también interviene en el efecto de atenuación en la propagación de las ondas. Al valor de $v = 343.2 \text{ m/s}$ se le llama desde ahora valor teórico de la velocidad del sonido.

A partir de los experimentos realizados con el montaje de las Fig. 2.3.1 y 2.3.4, para la excitación del emisor con una onda senoidal continua y excitación con ráfagas, se determinó la longitud del camino ondulatorio de las ondas ultrasónicas y el tiempo de recorrido. Para obtener la longitud del camino ondulatorio, se consideró la distancia entre emisor y receptor, para cada desplazamiento del transductor receptor a lo largo del riel. En el caso de la excitación del emisor con una onda senoidal continua, se midió con un osciloscopio el retardo Δt entre las ondas emitidas y recibidas y se calculó el tiempo de recorrido considerando el número de ciclos transcurridos en función de la longitud de onda $\lambda = (0.858 \pm 0.002) \text{ cm} \approx (8.58 \pm 0.02) \text{ mm}$. Para el caso de la excitación del emisor con ráfagas, el tiempo de recorrido se midió directamente con el osciloscopio; se colocó uno de los cursores del instrumento al inicio de la ráfaga de entrada y otro cursor al inicio de la ráfaga de salida, midiendo la diferencia temporal entre éstos. Con los datos obtenidos a partir de lo descrito anteriormente, se calculó el promedio de la velocidad de fase y la velocidad de grupo, para excitación del emisor con una onda senoidal continua y para el caso de la excitación con ráfagas, respectivamente.

Para el experimento realizado utilizando el montaje de la Fig. 2.3.1, para excitación del emisor con una onda senoidal continua se encontró anteriormente la velocidad de fase a partir de la longitud de onda, cuyo valor resultó ser $v = (343.2 \pm 0.8) \text{ m/s}$. Ahora, por medio del cálculo del promedio de las velocidades por cada punto seleccionado del riel, se obtuvieron los resultados de la Fig. 2.3.10, en donde el promedio de la velocidad de fase es $(339.16 \pm 0.45) \text{ m/s}$, y entonces la diferencia porcentual de este valor con 343.2 m/s es de 1.18 %.

Los resultados obtenidos para la velocidad, variando la posición del receptor de manera longitudinal, se muestran a continuación:

Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de fase [m/s]	Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de fase [m/s]	Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de fase [m/s]
0.032	0.0000997	320.83	0.191	0.0005648	338.16	0.356	0.0010490	339.37
0.036	0.0001132	318.03	0.194	0.0005696	340.61	0.369	0.0010765	342.79
0.040	0.0001187	337.13	0.199	0.0005901	337.21	0.382	0.0011236	339.99
0.045	0.0001392	323.23	0.203	0.0005944	341.53	0.403	0.0011747	343.05
0.050	0.0001522	328.54	0.207	0.0006110	338.76	0.420	0.0012251	342.84
0.054	0.0001648	327.59	0.212	0.0006198	342.04	0.437	0.0012750	342.74
0.059	0.0001798	328.12	0.216	0.0006383	338.41	0.447	0.0013037	342.86
0.063	0.0001893	332.86	0.221	0.0006446	342.08	0.456	0.0013310	342.61
0.067	0.0001993	336.14	0.225	0.0006663	337.69	0.473	0.0013793	342.93
0.072	0.0002155	334.12	0.229	0.0006701	341.71	0.481	0.0014024	342.98
0.076	0.0002263	335.77	0.234	0.0006941	337.12	0.499	0.0014569	342.52
0.081	0.0002399	337.62	0.238	0.0006946	342.66	0.525	0.0015312	342.86
0.085	0.0002542	334.42	0.242	0.0007146	338.64	0.551	0.0016078	342.71
0.089	0.0002670	333.30	0.247	0.0007203	342.20	0.585	0.0017054	343.02
0.094	0.0002830	332.16	0.251	0.0007419	338.34	0.601	0.0017543	342.59
0.098	0.0002924	335.10	0.255	0.0007451	342.23	0.602	0.0017544	343.14
0.098	0.0002904	338.12	0.260	0.0007695	337.89	0.623	0.0018168	342.92
0.103	0.0003096	332.67	0.264	0.0007695	343.07	0.647	0.0018907	342.20
0.107	0.0003158	339.18	0.268	0.0007914	338.65	0.655	0.0019122	342.54
0.112	0.0003334	334.45	0.272	0.0007946	342.55	0.682	0.0019927	342.25
0.116	0.0003413	339.88	0.277	0.0008192	338.13	0.705	0.0020577	342.62
0.120	0.0003562	336.94	0.282	0.0008207	342.99	0.729	0.0021328	341.80
0.125	0.0003681	339.56	0.286	0.0008456	338.21	0.743	0.0021716	342.14
0.129	0.0003840	335.96	0.290	0.0008455	343.00	0.774	0.0022601	342.46
0.133	0.0003936	337.88	0.294	0.0008675	338.89	0.784	0.0022853	343.06
0.138	0.0004124	334.63	0.299	0.0008715	343.08	0.816	0.0023861	341.98
0.142	0.0004173	340.32	0.304	0.0008971	338.88	0.859	0.0025138	341.71
0.146	0.0004323	337.72	0.308	0.0008977	343.09	0.885	0.0025896	341.76
0.151	0.0004423	341.42	0.312	0.0009208	338.84	0.922	0.0026896	342.80
0.155	0.0004597	337.15	0.316	0.0009228	342.42	0.933	0.0027226	342.68
0.159	0.0004676	340.48	0.321	0.0009474	338.82	0.959	0.0027982	342.72
0.164	0.0004872	336.65	0.325	0.0009481	342.80	0.962	0.0028137	341.89
0.168	0.0004932	340.63	0.330	0.0009726	339.28	0.974	0.0028421	342.70
0.173	0.0005142	336.46	0.334	0.0009735	343.09			
0.177	0.0005180	341.68	0.338	0.0009961	339.31			
0.181	0.0005353	338.13	0.343	0.0010003	342.89			
0.186	0.0005443	341.75	0.347	0.0010228	339.27			

Velocidad de fase (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
339.16±0.45	343.2	1.18%

Fig. 2.3.10. Velocidad de fase variando la posición del receptor de manera longitudinal, para excitación del emisor con una onda senoidal continua.

Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de Grupo [m/s]	Velocidad de grupo (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
0.256	0.00085	301.18	323.61±2.94	343.2	5.71%
0.286	0.00093	307.53			
0.316	0.00103	306.80			
0.366	0.00117	312.82			
0.416	0.00130	320.00			
0.466	0.00144	323.61			
0.516	0.00158	326.58			
0.566	0.00174	325.29			
0.616	0.00184	334.78			
0.666	0.00202	329.70			
0.716	0.00216	331.48			
0.766	0.00230	333.04			
0.816	0.00246	331.71			
0.916	0.00274	334.31			
1.006	0.00300	335.33			

Fig. 2.3.11. Velocidad de grupo variando la posición del receptor manera longitudinal, para excitación del emisor con ráfagas de diferentes duraciones.

2.3 Características de la propagación

Como puede observarse en las Fig. 2.3.10 y 2.3.11, en el caso de la variación de la distancia entre transductores de manera longitudinal, la velocidad de grupo resulta ser menor que la velocidad de fase con valores $(323.61 \pm 2.94) \text{ m/s}$ y $(339.16 \pm 0.45) \text{ m/s}$, respectivamente. La diferencia porcentual entre estos dos valores es de 4.58 %.

<i>(A Emisor, B Receptor)</i> Distancia inicial entre A y B = 53cm			<i>(D Emisor, B Receptor)</i> Distancia inicial entre D y B = 53cm			<i>(A Emisor, B Receptor)</i> Distancia inicial entre A y B = 102cm			<i>(D Emisor, B Receptor)</i> Distancia inicial entre D y B = 102cm		
Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de fase [m/s]	Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de fase [m/s]	Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de fase [m/s]	Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de fase [m/s]
0.664	0.00193	343.16	0.664	0.00196	338.99	1.115	0.00325	343.20	1.115	0.00327	341.27
0.635	0.00187	339.82	0.635	0.00187	339.97	1.096	0.00321	341.40	1.096	0.00320	341.87
0.609	0.00179	339.60	0.609	0.00179	339.75	1.078	0.00316	340.90	1.078	0.00316	341.68
0.586	0.00171	342.08	0.586	0.00171	342.16	1.063	0.00310	343.07	1.063	0.00312	340.87
0.566	0.00167	338.20	0.566	0.00165	343.20	1.050	0.00307	341.68	1.050	0.00307	342.26
0.557	0.00164	339.27	0.557	0.00163	342.27	1.039	0.00304	342.25	1.039	0.00303	342.88
0.551	0.00161	342.18	0.551	0.00161	341.58	1.031	0.00301	342.11	1.031	0.00301	342.56
0.543	0.00159	340.96	0.543	0.00159	340.70	1.027	0.00302	340.49	1.027	0.00301	340.92
0.539	0.00158	340.51	0.539	0.00159	340.00	1.025	0.00299	342.47	1.025	0.00300	341.58
0.536	0.00157	340.32	0.536	0.00158	339.63	1.023	0.00299	341.96	1.023	0.00299	342.42
0.532	0.00155	342.58	0.532	0.00156	341.88	1.021	0.00298	342.46	1.021	0.00298	342.97
0.530	0.00157	338.30	0.530	0.00155	343.02	1.020	0.00300	340.45	1.020	0.00300	340.41
0.530	0.00157	338.55	0.530	0.00157	337.86	1.020	0.00298	342.78	1.020	0.00299	340.59
0.530	0.00157	338.47	0.530	0.00154	343.11	1.020	0.00298	342.60	1.020	0.00300	340.45
0.530	0.00157	338.60	0.530	0.00157	338.16	1.020	0.00298	342.83	1.020	0.00299	340.63
0.530	0.00157	338.17	0.530	0.00155	342.93	1.020	0.00300	340.52	1.020	0.00300	340.47
0.532	0.00155	342.63	0.532	0.00156	341.97	1.021	0.00298	342.51	1.021	0.00298	343.02
0.536	0.00157	340.50	0.536	0.00158	339.76	1.023	0.00299	342.03	1.023	0.00299	342.33
0.539	0.00158	340.60	0.539	0.00159	340.17	1.025	0.00300	341.53	1.025	0.00300	341.64
0.543	0.00159	341.05	0.543	0.00159	340.79	1.027	0.00302	340.58	1.027	0.00301	340.97
0.551	0.00161	342.39	0.551	0.00161	341.75	1.031	0.00301	342.20	1.031	0.00301	342.61
0.557	0.00164	339.31	0.557	0.00163	342.31	1.039	0.00304	342.30	1.039	0.00303	342.95
0.566	0.00167	338.28	0.566	0.00168	338.16	1.050	0.00307	341.77	1.050	0.00307	342.33
0.586	0.00171	342.24	0.586	0.00171	342.28	1.063	0.00310	343.18	1.063	0.00312	340.87
0.609	0.00179	339.75	0.609	0.00179	339.91	1.078	0.00316	340.73	1.078	0.00316	341.72
0.635	0.00187	339.86	0.635	0.00187	340.08	1.096	0.00321	341.45	1.096	0.00320	341.89
0.664	0.00193	343.20	0.664	0.00196	339.17	1.115	0.00325	343.19	1.115	0.00327	341.33

Velocidad de fase (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
340.39±0.32	343.2	0.82%

Velocidad de fase (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
340.80±0.31	343.2	0.70%

Velocidad de fase (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
341.95±0.17	343.2	0.36%

Velocidad de fase (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
341.68±0.17	343.2	0.44%

Fig. 2.3.12. Velocidad de fase variando la posición del receptor de manera transversal, para excitación del emisor con una onda senoidal continua.

Para el experimento realizado con el montaje de la Fig. 2.3.4, se utilizaron los dos pares de transductores. Para la excitación del emisor con una onda senoidal continua se encontraron los promedios de la velocidad de fase mostrados en la Fig. 2.3.12 y para la excitación del emisor con ráfagas de diferentes duraciones, se obtuvieron los resultados de la Fig. 2.3.13.

Se observa que los valores promedio de las velocidades de fase y de grupo son más cercanos al valor teórico con diferencias porcentuales menores al 1 %, excepto para el caso de la excitación del emisor con ráfagas, con una distancia entre emisor y receptor de $(53 \pm 0.05) \text{ cm}$, donde la diferencia porcentual entre el valor teórico y el valor promedio obtenido es de 7.25 %.

Las diferencias porcentuales entre los valores de la velocidad de fase y de grupo, considerando los mismos pares de transductores y las mismas distancias, son las siguientes: Para el par (A Emisor, B Receptor), a una distancia inicial de $(53 \pm 0.05) \text{ cm}$, la diferencia porcentual entre el valor de la

velocidad de fase y de grupo es de 6.48%, y a una distancia inicial de $(102 \pm 0.05)cm$ es de 0.34%. Para el par (D Emisor, B Receptor), la diferencia porcentual entre el valor de la velocidad de fase y de grupo, a distancias iniciales de $(53 \pm 0.05)cm$ y $(102 \pm 0.05)cm$, es de 6.60% y de 0.26%, respectivamente.

<i>(A Emisor, B Receptor)</i> Distancia inicial entre A y B = 53cm			<i>(D Emisor, B Receptor)</i> Distancia inicial entre D y B = 53cm			<i>(A Emisor, B Receptor)</i> Distancia inicial entre A y B = 102cm			<i>(D Emisor, B Receptor)</i> Distancia inicial entre D y B = 102cm		
Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de Grupo [m/s]	Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de Grupo [m/s]	Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de Grupo [m/s]	Longitud de Camino Ondulatorio [m]	Tiempo de recorrido [s]	Velocidad de Grupo [m/s]
0.664	0.00206	322.33	0.664	0.00206	322.33	1.115	0.00326	341.98	1.115	0.00326	341.98
0.635	0.00198	320.78	0.635	0.00198	320.78	1.096	0.00320	342.38	1.096	0.00320	342.38
0.609	0.00192	317.20	0.609	0.00192	317.20	1.078	0.00316	341.26	1.078	0.00316	341.26
0.586	0.00184	318.48	0.586	0.00184	318.48	1.063	0.00310	342.97	1.063	0.00310	342.97
0.566	0.00176	321.86	0.566	0.00176	321.86	1.050	0.00308	340.97	1.050	0.00308	340.97
0.551	0.00172	320.24	0.551	0.00172	320.24	1.039	0.00306	339.68	1.039	0.00306	339.68
0.543	0.00170	319.66	0.543	0.00170	319.66	1.031	0.00304	339.14	1.031	0.00304	339.14
0.539	0.00170	317.27	0.539	0.00170	317.27	1.027	0.00302	340.08	1.027	0.00302	340.08
0.536	0.00170	315.30	0.536	0.00170	315.30	1.025	0.00301	340.50	1.025	0.00301	340.50
0.532	0.00168	316.88	0.532	0.00168	316.88	1.023	0.00300	341.04	1.023	0.00300	341.04
0.530	0.00168	315.70	0.530	0.00168	315.70	1.021	0.00300	340.41	1.021	0.00300	340.41
0.530	0.00168	315.53	0.530	0.00168	315.53	1.020	0.00300	340.07	1.020	0.00300	340.07
0.530	0.00168	315.48	0.530	0.00168	315.48	1.020	0.00300	340.02	1.020	0.00300	340.02
0.530	0.00168	315.53	0.530	0.00168	315.53	1.020	0.00300	340.00	1.020	0.00300	340.00
0.530	0.00168	315.70	0.530	0.00168	315.70	1.020	0.00300	340.02	1.020	0.00300	340.02
0.532	0.00168	316.88	0.532	0.00168	316.88	1.020	0.00300	340.07	1.020	0.00300	340.07
0.536	0.00170	315.30	0.536	0.00170	315.30	1.021	0.00300	340.41	1.021	0.00300	340.41
0.539	0.00170	317.27	0.539	0.00170	317.27	1.023	0.00300	341.04	1.023	0.00300	341.04
0.543	0.00170	319.66	0.543	0.00170	319.66	1.025	0.00301	340.50	1.025	0.00301	340.50
0.551	0.00172	320.24	0.551	0.00172	320.24	1.027	0.00302	340.08	1.027	0.00302	340.08
0.566	0.00176	321.86	0.566	0.00176	321.86	1.031	0.00304	339.14	1.031	0.00304	339.14
0.586	0.00184	318.48	0.586	0.00184	318.48	1.039	0.00306	339.68	1.039	0.00306	339.68
0.609	0.00192	317.20	0.609	0.00192	317.20	1.050	0.00308	340.97	1.050	0.00308	340.97
0.635	0.00198	320.78	0.635	0.00198	320.78	1.063	0.00310	342.97	1.063	0.00310	342.97
0.664	0.00206	322.33	0.664	0.00206	322.33	1.078	0.00316	341.26	1.078	0.00316	341.26
						1.096	0.00320	342.38	1.096	0.00320	342.38
						1.115	0.00326	341.98	1.115	0.00326	341.98

Velocidad de grupo (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
318.32±0.49	343.2	7.25%

Velocidad de grupo (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
318.32±0.49	343.2	7.25%

Velocidad de grupo (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
340.78±0.21	343.2	0.71%

Velocidad de grupo (valor experimental promedio) [m/s]	Velocidad del sonido (valor teórico) [m/s]	Diferencia porcentual
340.78±0.21	343.2	0.71%

Fig. 2.3.13. Velocidad de grupo variando la posición del receptor de manera transversal, para excitación del emisor con ráfagas de diferentes duraciones.

3. Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos

En el capítulo 1 se mencionaron las condiciones necesarias para observar patrones de interferencia; Las ondas que producen interferencia deben ser coherentes, es decir, los haces provenientes de cada una de las fuentes deben mantener una relación de fase constante en el tiempo, además de tener la misma frecuencia (aunque esta última condición no es estrictamente necesaria ya que el experimento también, en el caso óptico, puede realizarse con luz blanca). A continuación se realiza un estudio del fenómeno de interferencia en campos ultrasónicos estacionarios y en estados de transición, obteniendo patrones de interferencia tomando como referencia el experimento realizado por Thomas Young para la luz.

3.1. Producción y detección de Patrones de Interferencia

En muchos casos, para observar los patrones de interferencia producidos por ondas provenientes de dos fuentes, se requiere detectar el campo ondulatorio por medio de una pantalla colocada transversalmente a la dirección de la normal que une dichas fuentes. En el caso de las ondas ultrasónicas consideradas en este trabajo, se utilizó una pantalla como la que se mencionó en el capítulo 2, sección 2.3.1, en donde el transductor B es el receptor y se desplaza a lo largo del riel.

En la Fig. 3.1.1 se muestra el montaje experimental empleado para obtener los patrones de interferencia en campos ultrasónicos estacionarios y transitorios; se utilizaron dos transductores (A y D) como emisores y el transductor B como receptor. En este caso, los emisores funcionaron como dos fuentes coherentes de ultrasonido que se mantienen fijas, ya que los transductores A y D se excitaron con el mismo generador de señales. Los emisores se colocaron separados una distancia a entre sí, mientras que el receptor se montó en el riel ubicándolo frente a los emisores, a una distancia inicial fija x .

Los emisores se excitaron con un generador de señales, primero con una onda senoidal continua para el caso de campos estacionarios y después con ráfagas de distintas duraciones para campos transitorios. Se varió la distancia entre emisores y receptor desplazando el receptor a lo largo del riel (en la dirección perpendicular a la normal que une a los emisores), y para cada posición del receptor, se registró con un osciloscopio el valor del voltaje pico-pico con el cual se excitó a los emisores, así como el detectado

por el receptor como consecuencia de la interferencia producida en diferentes puntos de la pantalla. Como se mencionó en el capítulo 2, para aumentar la resolución en las medidas, el receptor se conectó a la entrada del circuito amplificador con filtro, y la salida de éste se conectó al osciloscopio. Con los valores del voltaje pico-pico medidos, que están asociados al cuadrado de la amplitud máxima de los campos ondulatorios, es posible construir los patrones de interferencia correspondientes a los campos estacionarios. Para campos transitorios, la forma detectada de los paquetes de ondas cambia respecto a la posición del receptor en la pantalla, obteniendo formas diferentes para los casos de interferencia constructiva y destructiva. Dado esto, se decidió tomar el valor del voltaje pico-pico máximo registrado por el osciloscopio para cada posición del receptor. Las formas de los paquetes para las diferentes duraciones de las ráfagas fueron muy similares, sin embargo al analizar el espectro de Fourier para cada caso, se observaron algunas diferencias, las cuales se mencionan más adelante.

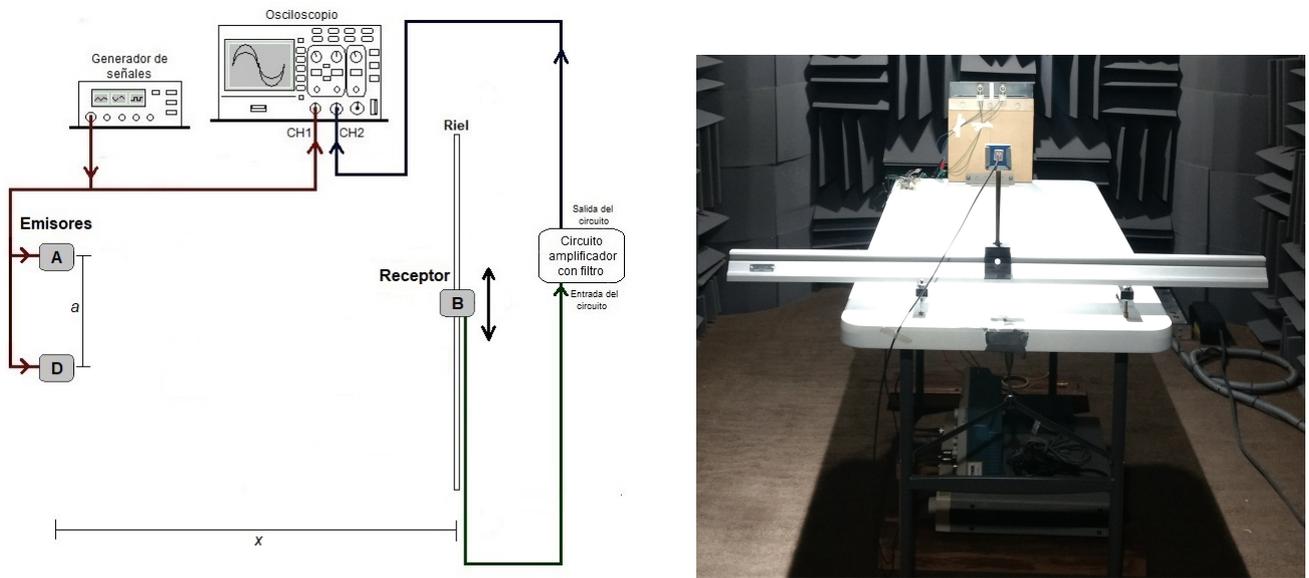


Fig. 3.1.1. Montaje experimental utilizado para obtener Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos. (Esquema y fotografía tomada en la Cámara Sonoamortiguada del Laboratorio de Acústica, Facultad de Ciencias, UNAM).

3.2. Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios

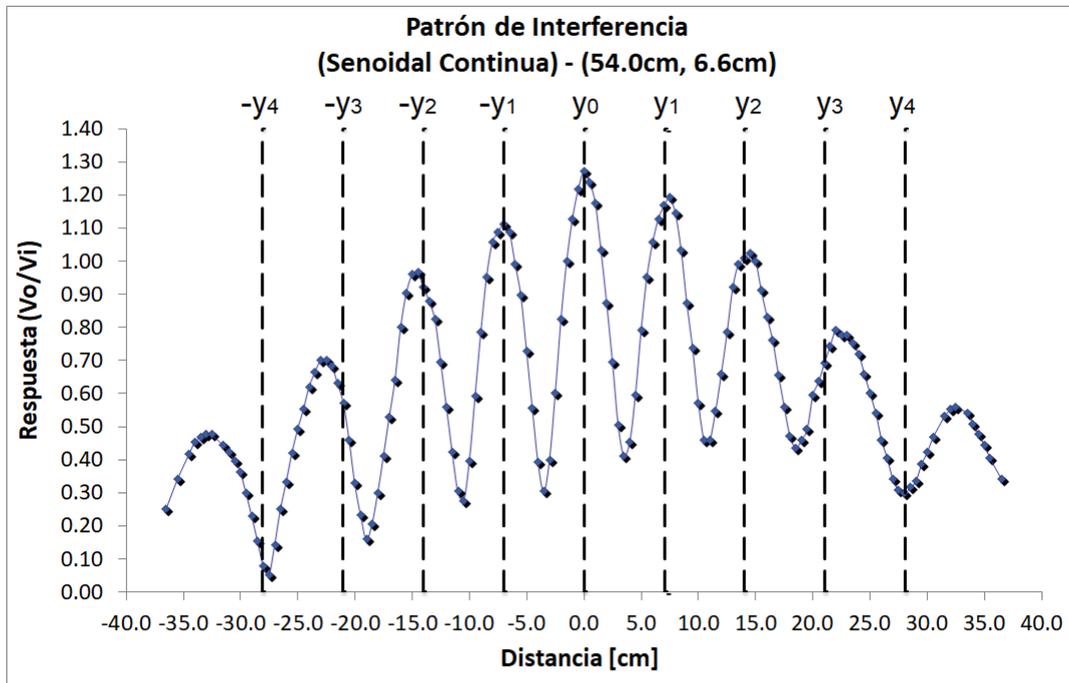
Con el procedimiento mencionado en la sección anterior, se construyeron los patrones de interferencia para el caso de campos ultrasónicos estacionarios. Se realizó el experimento para diferentes separaciones entre emisores ($(6.6 \pm 0.05)cm$ y $(8.8 \pm 0.05)cm$) y diferentes distancias inicialmente fijas entre emisores y receptor ($(54 \pm 0.05)cm$ y $(104 \pm 0.05)cm$). Los resultados se muestran en las Fig. 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 y 3.2.4.

Debajo de cada gráfica, se presenta una tabla que incluye las posiciones espaciales en donde se observaron máximos de interferencia (interferencia constructiva) en la pantalla. Con la finalidad

3.2 Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios

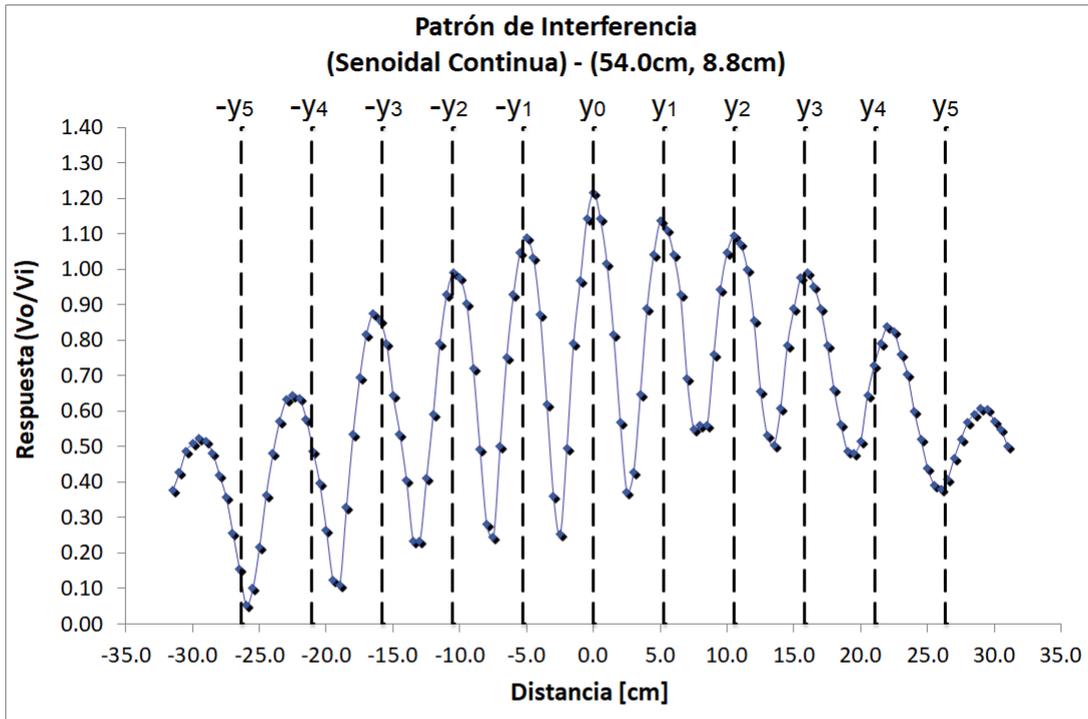
de contrastar lo obtenido a partir de la construcción de los patrones de interferencia durante este experimento con los resultados del análisis realizado en el capítulo 1, sección 1.5.2, que corresponde al análisis del experimento de Young para la luz, también se incorporan los valores de las posiciones calculadas utilizando la expresión (1.5.11), para los máximos de interferencia, y los correspondientes ángulos de apertura del receptor con respecto al centro del eje en donde están posicionados los emisores, cuyo valor se determinó considerando la expresión (1.5.8).

Las posiciones de los máximos de interferencia calculadas con la expresión (1.5.11) se encuentran marcadas en cada gráfica por medio de las líneas punteadas verticales, y cada línea tiene una etiqueta que corresponde a cierto valor de y_m . Considerando la posición del riel en el montaje experimental mostrado en la fotografía de la Fig. 3.1.1, se tiene que los valores de y_m negativos corresponden a las posiciones en donde se observó interferencia constructiva del lado izquierdo y los valores de y_m positivos corresponden a las posiciones en donde se observó interferencia constructiva del lado derecho, respecto al centro del riel.



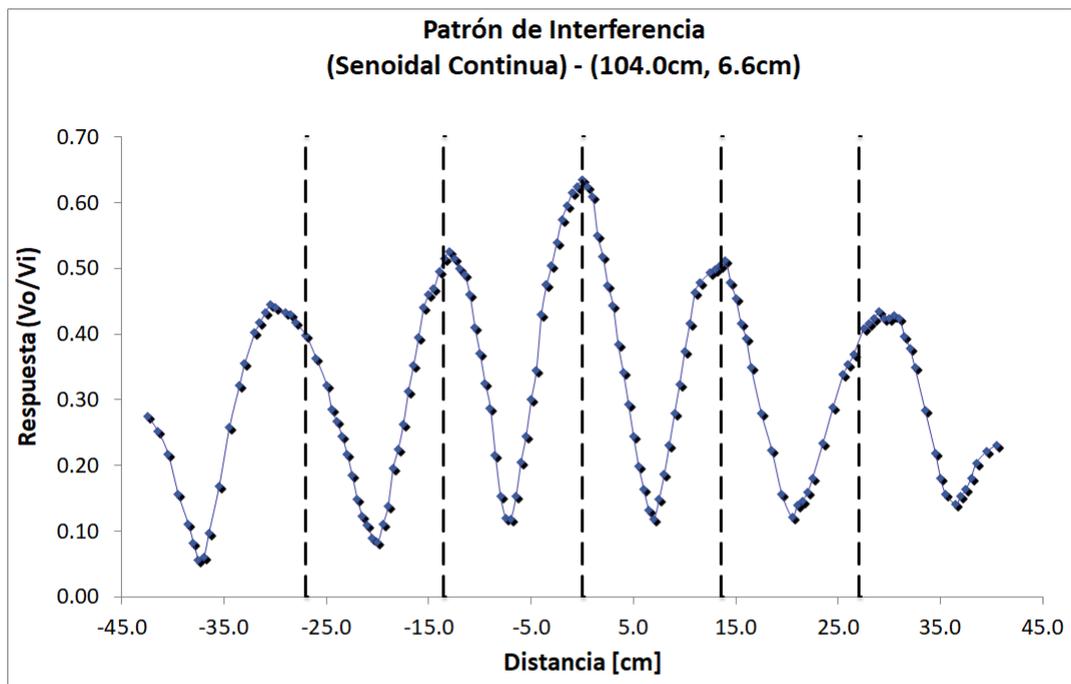
Senoidal continua (54.0cm, 6.6cm)									
	A LA IZQUIERDA				MÁXIMO CENTRAL	A LA DERECHA			
MÁXIMOS	Y4	Y3	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4
Teórico [cm]	-28.08	-21.06	-14.04	-7.02	0.00	7.02	14.04	21.06	28.08
Experimental [cm]	-33.00±0.30	-22.50±0.23	-14.50±0.15	-7.00±0.08	0.00	7.00±0.08	14.50±0.15	22.50±0.23	32.50±0.30
Diferencia Porcentual	17.52%	6.84%	3.28%	0.28%	0.00%	0.28%	3.28%	6.84%	15.74%
Ángulo de apertura θ [grados]	31.43±0.35	22.62±0.26	15.03±0.17	7.39±0.09	0.00	7.39±0.09	15.03±0.17	22.62±0.26	31.04±0.35

Fig. 3.2.1. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(54 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor.



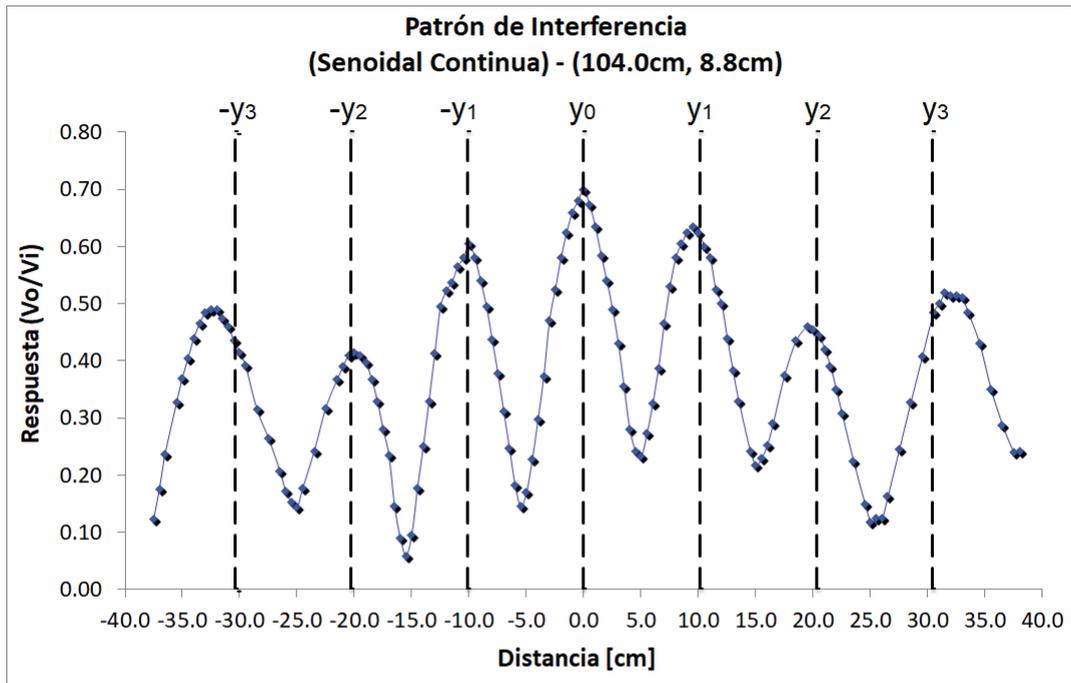
Senoidal continua (54.0cm, 8.8cm)											
	A LA IZQUIERDA					MÁXIMO CENTRAL	A LA DERECHA				
MÁXIMOS	Y5	Y4	Y3	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
Teórico [cm]	-26.33	-21.06	-15.80	-10.53	-5.27	0.00	5.27	10.53	15.80	21.06	26.33
Experimental [cm]	-29.50±0.24	-22.50±0.19	-16.50±0.14	-10.50±0.09	-5.00±0.05	0.00	5.00±0.05	10.50±0.09	16.00±0.14	22.00±0.19	29.00±0.24
Diferencia Porcentual	12.04%	6.84%	4.43%	0.28%	5.12%	0.00%	5.12%	0.28%	1.27%	4.46%	10.14%
Ángulo de abertura θ [grados]	28.65±0.27	22.62±0.22	16.99±0.16	11.00±0.11	5.29±0.05	0.00	5.29±0.05	11.00±0.11	16.50±0.16	22.17±0.22	28.24±0.27

Fig. 3.2.2. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(54 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor.



Senoidal continua (104.0cm, 6.6cm)					
	A LA IZQUIERDA		MÁXIMO CENTRAL	A LA DERECHA	
MÁXIMOS	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2
Teórico [cm]	-27.04	-13.52	0.00	13.52	27.04
Experimental [cm]	-30.50±1.58	-13.00±0.14	0.00	13.50±0.14	30.50±1.58
Diferencia Porcentual	12.80%	3.85%	0.00%	0.15%	12.80%
Ángulo de abertura θ [grados]	16.34±0.88	7.13±0.08	0.00	7.40±0.08	16.34±0.88

Fig. 3.2.3. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(104 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor.



Senoidal continua (104.0cm, 8.8cm)							
	A LA IZQUIERDA			MÁXIMO CENTRAL	A LA DERECHA		
MÁXIMOS	Y3	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2	Y3
Teórico [cm]	-30.42	-20.28	-10.14	0.00	10.14	20.28	30.42
Experimental [cm]	-32.50±0.26	-20.00±0.17	-10.00±0.09	0.00	9.50±0.09	20.00±0.17	32.00±0.26
Diferencia Porcentual	6.84%	1.38%	1.38%	0.00%	6.31%	1.38%	5.19%
Ángulo de abertura θ [grados]	17.35±0.15	10.89±0.10	5.49±0.05	0.00	5.22±0.05	10.89±0.10	17.10±0.15

Fig. 3.2.4. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Estacionarios, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(104 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor.

De los resultados obtenidos se observa que si se mantiene una distancia fija entre los emisores y el receptor (de fuentes a pantalla) y se aumenta la distancia entre emisores, es posible construir un patrón de interferencia más amplio, es decir, con un mayor número de órdenes de interferencia considerando las mismas dimensiones de la pantalla en todos los casos. Por otro lado, si la distancia entre emisores es la que se considera fija, para una distancia menor entre emisores y receptor se tiene un mayor número de órdenes de interferencia. De hecho, es fácil notarlo si se considera que $y_m = \frac{m\lambda x}{a}$, para los órdenes de interferencia constructiva o $y_m = \frac{(m+\frac{1}{2})\lambda x}{a}$ para interferencia destructiva, aunque es suficiente por ahora considerar solamente los máximos de interferencia para el análisis, pensando que es completamente análogo para los mínimos.

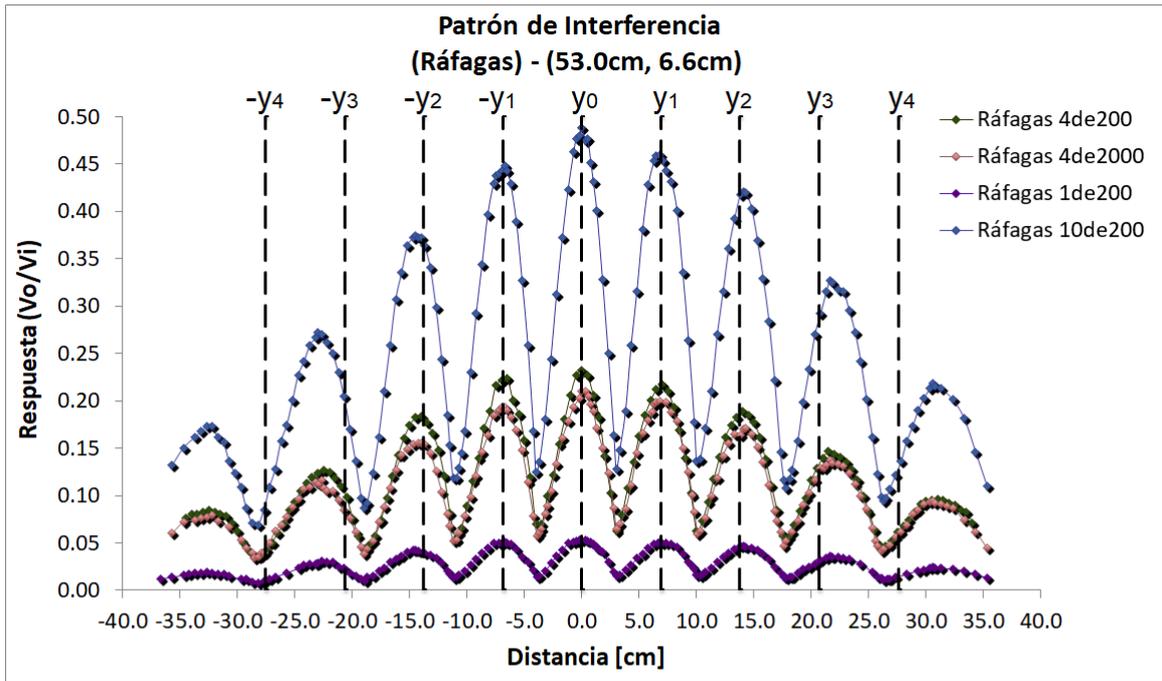
Ahora, el cono difusor de los transductores tiene un diámetro de $0.7cm$ que es ligeramente menor a la longitud de onda de las ondas ultrasónicas. Si se toma en cuenta que $\lambda = (0.858 \pm 0.002) cm$, en el caso de una distancia fija de las fuentes a la pantalla de $(54 \pm 0.05)cm$ se tiene una equivalencia en longitudes de onda de aproximadamente $63 \cdot \lambda$, mientras que para una distancia fija de las fuentes

a la pantalla de $(104 \pm 0.05)cm$ se tiene una equivalencia cerca de $121 \cdot \lambda$. Para las distancias entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y $(8.8 \pm 0.05)cm$ se tiene que son equivalentes a aproximadamente $8 \cdot \lambda$ y $10 \cdot \lambda$, respectivamente. Si se comparan estas distancias en términos de la longitud de onda con lo que es usual en el caso óptico, esto es, donde el ancho de las fuentes es de aproximadamente $1\mu m$ y la separación entre éstas es de algunas decenas o centenas de micrómetros, con $a \ll x$ y $y_m \ll x$, se infiere que el experimento realizado para observar el fenómeno de interferencia en campos ultrasónicos presenta algunos inconvenientes, considerando sobre todo que la aproximación para ángulos muy pequeños utilizada en la formulación de Young puede no ser aplicable en todos los casos. Precisamente esto se observa en las Fig. 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 y 3.2.4; en los primeros órdenes de interferencia se tienen diferencias porcentuales pequeñas entre los valores teóricos y experimentales para la posición de los máximos, que es cuando el valor del ángulo de apertura es lo suficientemente pequeño para que la aproximación de ángulos pequeños siga teniendo validez, pero conforme el ángulo de apertura aumenta, la desviación entre los valores teóricos y experimentales para la posición de los máximos de interferencia es mayor y entonces la formulación de Young como se manejó en la sección 1.5.2 comienza a perder su utilidad para esta situación. Dado esto, para todos los casos, podemos decir que no se produjo un patrón en donde la distribución espacial de los ordenes de interferencia se diera de manera uniforme o lineal.

La energía total se distribuye en el espacio conforme se van propagando las ondas ultrasónicas y conforme interfieren en puntos determinados. Los patrones de interferencia se construyeron con los valores del voltaje pico-pico medidos en diferentes posiciones en la pantalla, que como se mencionó anteriormente están asociados al cuadrado de la amplitud máxima de los campos ondulatorios. En general se observa que la amplitud de los máximos de interferencia disminuye conforme se alejan del centro del patrón de interferencia en la pantalla, salvo en los casos en donde la amplitud vuelve a aumentar para órdenes de interferencia superiores. Es posible que este efecto se haya presentado debido a reflexiones provocadas por la misma superficie de trabajo o algún elemento cerca del área donde se llevó a cabo el experimento, o incluso simplemente a la respuesta que tienen los transductores para el caso de excitación con una señal senoidal continua.

3.3. Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios

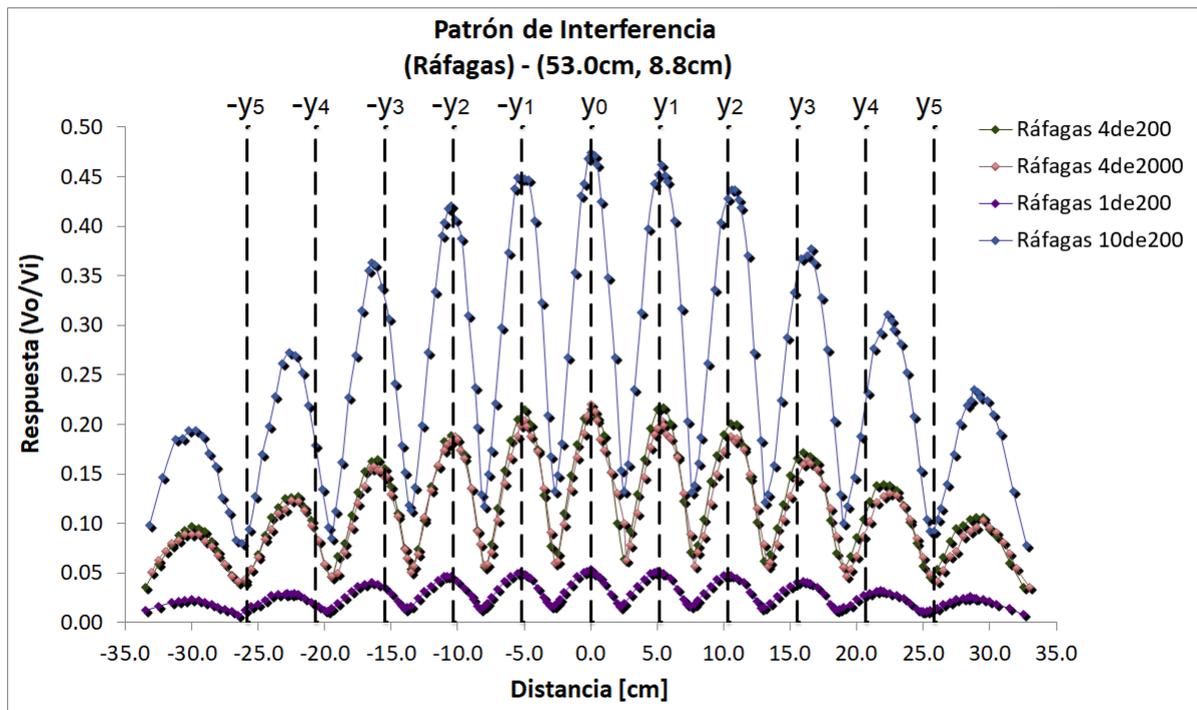
De la misma manera, utilizando el montaje de la Fig. 3.1.1, se obtuvieron los patrones de interferencia para el caso de campos ultrasónicos transitorios. Además de realizar el experimento para diferentes separaciones entre emisores ($(6.6 \pm 0.05)cm$, $(8.8 \pm 0.05)cm$ y $(11 \pm 0.05)cm$) y diferentes distancias inicialmente fijas entre emisores y receptor ($(53 \pm 0.05)cm$ y $(102 \pm 0.05)cm$), los emisores se excitaron con ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 10de200 y 4de2000, que corresponden a las ráfagas seleccionadas en el capítulo 2. Los resultados se muestran en las Fig. 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3, 3.3.4, 3.3.5 y 3.3.6.



Ráfagas (53.0cm, 6.6cm)									
	A LA IZQUIERDA				MÁXIMO CENTRAL	A LA DERECHA			
MÁXIMOS	Y4	Y3	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4
Teórico [cm]	-27.56	-20.67	-13.78	-6.89	0.00	6.89	13.78	20.67	27.56
Experimental 4de200 [cm]	-32.50±0.30	-22.50±0.22	-14.00±0.15	-7.00±0.07	0.00	7.00±0.07	14.00±0.15	22.00±0.22	31.00±0.30
Experimental 4de2000 [cm]	-32.20±0.30	-22.70±0.22	-14.20±0.15	-7.00±0.07	0.00	6.80±0.07	14.30±0.15	21.80±0.22	30.60±0.30
Experimental 1de200 [cm]	-32.70±0.30	-22.70±0.22	-14.50±0.15	-7.20±0.07	0.00	7.00±0.07	14.10±0.15	21.80±0.22	30.60±0.30
Experimental 10de200 [cm]	-32.70±0.30	-23.00±0.22	-14.50±0.15	-7.00±0.07	0.00	6.80±0.07	14.10±0.15	21.80±0.22	30.60±0.30
Diferencia Porcentual 4de200	17.92%	8.85%	1.60%	1.60%	0.00%	1.60%	1.60%	6.43%	12.48%
Diferencia Porcentual 4de2000	16.84%	9.82%	3.05%	1.60%	0.00%	1.31%	3.77%	5.47%	11.03%
Diferencia Porcentual 1de200	18.65%	9.82%	5.22%	4.50%	0.00%	1.60%	2.32%	5.47%	11.03%
Diferencia Porcentual 10de200	18.65%	11.27%	5.22%	1.60%	0.00%	1.31%	2.32%	5.47%	11.03%
Ángulo de abertura θ 4de200 [grados]	31.52±0.35	23.00±0.26	14.80±0.18	7.52±0.09	0.00	7.52±0.09	14.80±0.18	22.54±0.26	30.32±0.35
Ángulo de abertura θ 4de2000 [grados]	31.28±0.35	23.19±0.26	15.00±0.18	7.52±0.09	0.00	7.31±0.09	15.10±0.18	22.36±0.26	30.00±0.35
Ángulo de abertura θ 1de200 [grados]	31.67±0.35	23.19±0.26	15.30±0.18	7.74±0.09	0.00	7.52±0.09	14.90±0.18	22.36±0.26	30.00±0.35
Ángulo de abertura θ 10de200 [grados]	31.67±0.35	23.46±0.26	15.30±0.18	7.52±0.09	0.00	7.31±0.09	14.90±0.18	22.36±0.26	30.00±0.35

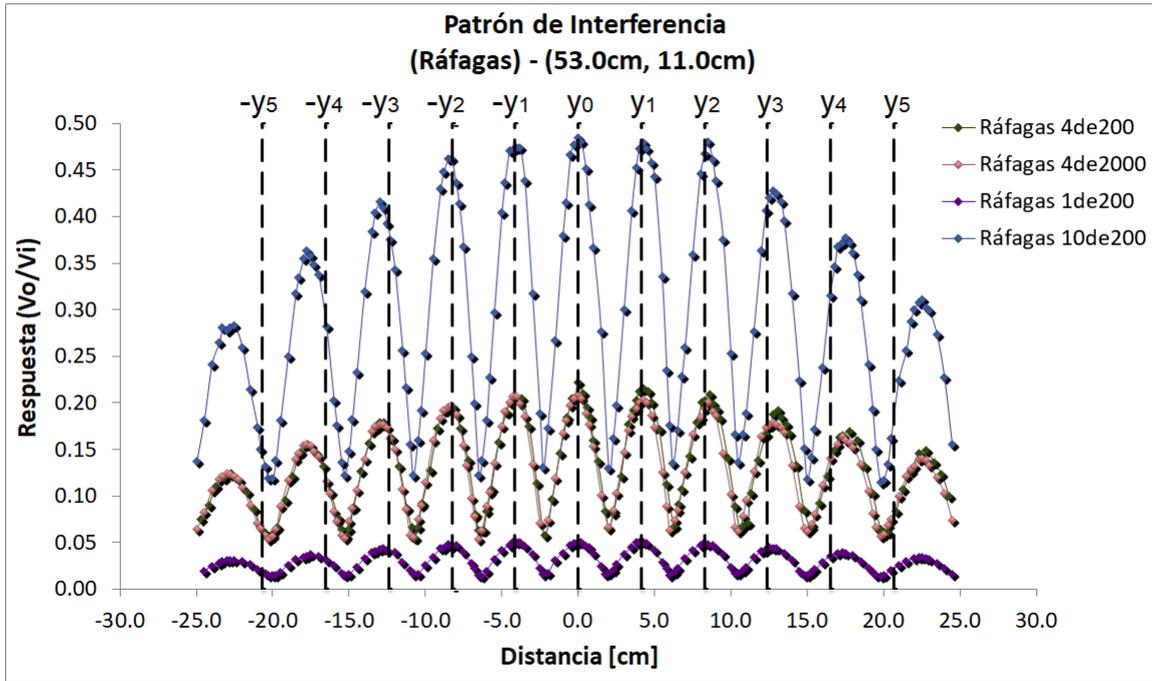
Fig. 3.3.1. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

3.3 Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios



Ráfagas (53.0cm, 8.8cm)											
	A LA IZQUIERDA					MÁXIMO CENTRAL	A LA DERECHA				
MÁXIMOS	Y5	Y4	Y3	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
Teórico [cm]	-25.84	-20.67	-15.50	-10.34	-5.17	0.00	5.17	10.34	15.50	20.67	25.84
Experimental 4de200 [cm]	-30.00±0.23	-22.50±0.19	-16.00±0.14	-10.50±0.09	-5.00±0.05	0.00	5.00±0.05	10.50±0.09	16.00±0.14	22.00±0.19	29.00±0.23
Experimental 4de2000 [cm]	-30.00±0.23	-22.50±0.19	-16.30±0.14	-10.20±0.09	-5.00±0.05	0.00	5.30±0.05	10.50±0.09	16.30±0.14	22.50±0.19	29.50±0.23
Experimental 1de200 [cm]	-30.00±0.23	-22.80±0.19	-16.50±0.14	-10.50±0.09	-5.30±0.05	0.00	5.00±0.05	10.30±0.09	16.00±0.14	22.00±0.19	28.50±0.23
Experimental 10de200 [cm]	-29.70±0.23	-22.70±0.19	-16.50±0.14	-10.50±0.09	-5.20±0.05	0.00	5.30±0.05	10.60±0.09	16.30±0.14	22.30±0.19	28.80±0.23
Diferencia Porcentual 4de200	16.10%	8.85%	3.23%	1.55%	3.29%	0.00%	3.29%	1.55%	3.23%	6.43%	12.23%
Diferencia Porcentual 4de2000	16.10%	8.85%	5.16%	1.35%	3.29%	0.00%	2.51%	1.55%	5.16%	8.85%	14.16%
Diferencia Porcentual 1de200	16.10%	10.30%	6.45%	1.55%	2.51%	0.00%	3.29%	0.39%	3.23%	6.43%	10.29%
Diferencia Porcentual 10de200	14.94%	9.82%	6.45%	1.55%	0.58%	0.00%	2.51%	2.51%	5.16%	7.89%	11.46%
Ángulo de abertura θ 4de200 [grados]	29.51±0.27	23.00±0.22	16.80±0.17	11.21±0.11	5.39±0.06	0.00	5.39±0.06	11.21±0.11	16.80±0.17	22.54±0.22	28.69±0.27
Ángulo de abertura θ 4de2000 [grados]	29.51±0.27	23.00±0.22	17.10±0.17	10.89±0.11	5.39±0.06	0.00	5.71±0.06	11.21±0.11	17.10±0.17	23.00±0.22	29.10±0.27
Ángulo de abertura θ 1de200 [grados]	29.51±0.27	23.28±0.22	17.29±0.17	11.21±0.11	5.71±0.06	0.00	5.39±0.06	11.00±0.11	16.80±0.17	22.54±0.22	28.27±0.27
Ángulo de abertura θ 10de200 [grados]	29.27±0.27	23.19±0.22	17.29±0.17	11.21±0.11	5.60±0.06	0.00	5.71±0.06	11.31±0.11	17.10±0.17	22.82±0.22	28.52±0.27

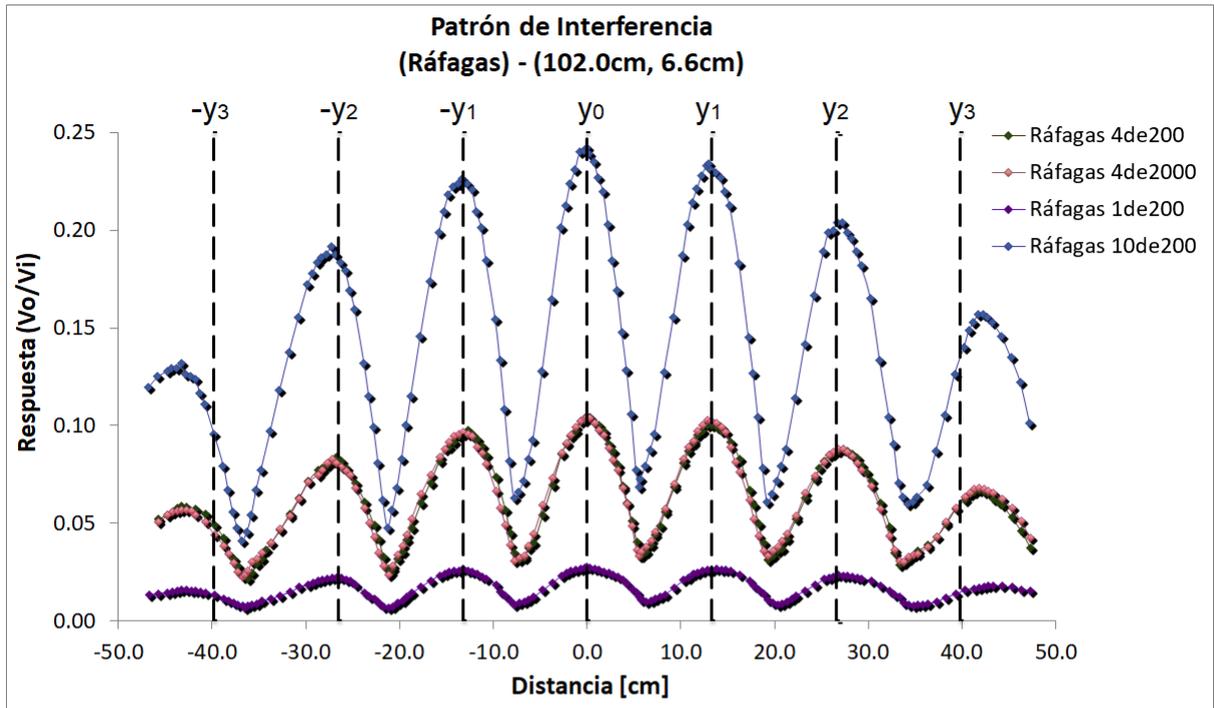
Fig. 3.3.2. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.



Ráfagas (53.0cm, 11.0cm)											
	A LA IZQUIERDA					MÁXIMO CENTRAL	ALA DERECHA				
MÁXIMOS	Y5	Y4	Y3	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
Teórico [cm]	-20.67	-16.54	-12.40	-8.27	-4.13	0.00	4.13	8.27	12.40	16.54	20.67
Experimental 4de200 [cm]	-22.70±0.16	-17.70±0.13	-13.00±0.10	-8.50±0.06	-4.20±0.03	0.00	4.30±0.03	8.60±0.06	13.10±0.10	17.80±0.13	22.80±0.16
Experimental 4de2000 [cm]	-23.00±0.16	-17.80±0.13	-13.00±0.10	-8.30±0.06	-4.30±0.03	0.00	4.30±0.03	8.50±0.06	12.80±0.10	17.50±0.13	22.50±0.16
Experimental 1de200 [cm]	-23.00±0.16	-17.50±0.13	-12.80±0.10	-8.50±0.06	-4.00±0.03	0.00	4.00±0.03	8.20±0.06	12.50±0.10	17.30±0.13	22.50±0.16
Experimental 10de200 [cm]	-22.80±0.16	-17.80±0.13	-13.00±0.10	-8.50±0.06	-4.00±0.03	0.00	4.30±0.03	8.50±0.06	12.80±0.10	17.50±0.13	22.50±0.16
Diferencia Porcentual 4de200	9.82%	7.01%	4.84%	2.78%	1.69%	0.00%	4.12%	3.99%	5.65%	7.62%	10.30%
Diferencia Porcentual 4de2000	11.27%	7.62%	4.84%	0.36%	4.12%	0.00%	4.12%	2.78%	3.23%	5.80%	8.85%
Diferencia Porcentual 1de200	11.27%	5.80%	3.23%	2.78%	3.15%	0.00%	3.15%	0.85%	0.81%	4.59%	8.85%
Diferencia Porcentual 10de200	10.30%	7.62%	4.84%	2.78%	3.15%	0.00%	4.12%	2.78%	3.23%	5.80%	8.85%
Ángulo de abertura θ 4de200 [grados]	23.19±0.19	18.47±0.16	13.78±0.12	9.11±0.08	4.53±0.04	0.00	4.64±0.04	9.22±0.08	13.88±0.12	18.56±0.16	23.28±0.19
Ángulo de abertura θ 4de2000 [grados]	23.46±0.19	18.56±0.16	13.78±0.12	8.90±0.08	4.64±0.04	0.00	4.64±0.04	9.11±0.08	13.58±0.12	18.27±0.16	23.00±0.19
Ángulo de abertura θ 1de200 [grados]	23.46±0.19	18.27±0.16	13.58±0.12	9.11±0.08	4.32±0.04	0.00	4.32±0.04	8.79±0.08	13.27±0.12	18.08±0.16	23.00±0.19
Ángulo de abertura θ 10de200 [grados]	23.28±0.19	18.56±0.16	13.78±0.12	9.11±0.08	4.32±0.04	0.00	4.64±0.04	9.11±0.08	13.58±0.12	18.27±0.16	23.00±0.19

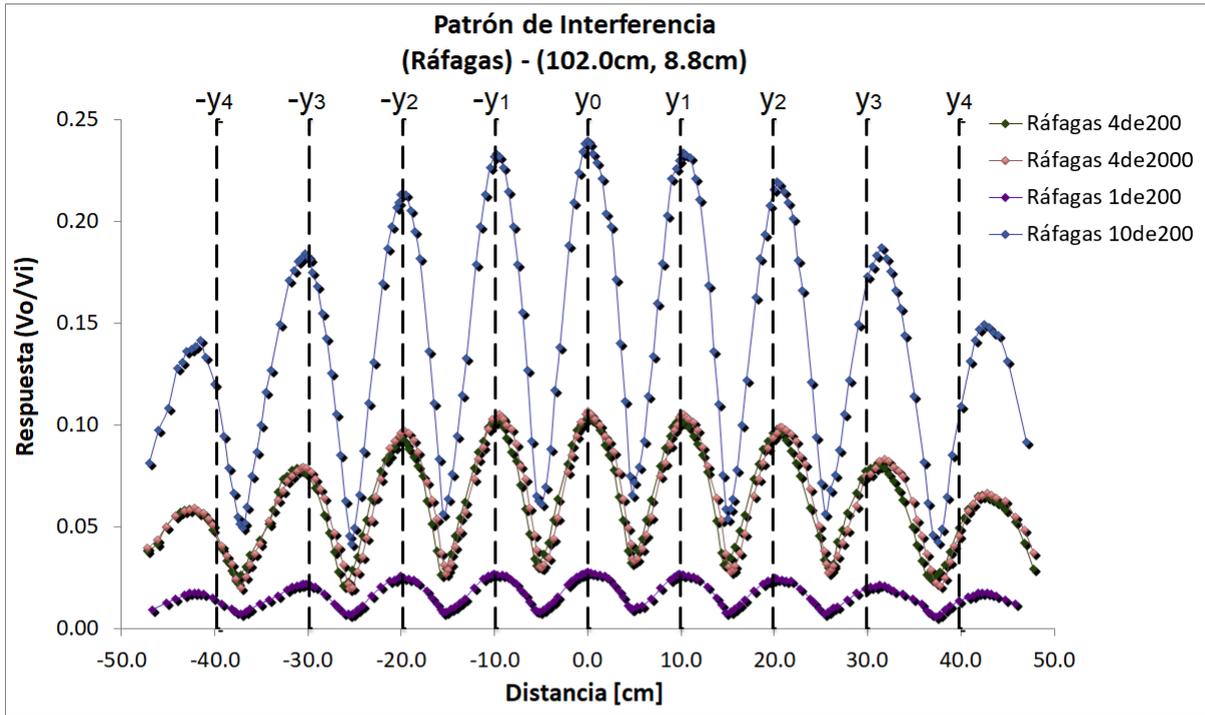
Fig. 3.3.3. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

3.3 Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios



Ráfagas (102.0cm, 6.6cm)							
	A LA IZQUIERDA			MÁXIMO CENTRAL	A LA DERECHA		
MÁXIMOS	Y3	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2	Y3
Teórico [cm]	-39.78	-26.52	-13.26	0.00	13.26	26.52	39.78
Experimental 4de200 [cm]	-43.20±0.41	-26.70±0.28	-12.70±0.14	0.00	13.00±0.14	27.30±0.28	41.80±0.41
Experimental 4de2000 [cm]	-43.20±0.41	-27.20±0.28	-13.20±0.14	0.00	12.80±0.14	26.80±0.28	41.80±0.41
Experimental 1de200 [cm]	-42.70±0.41	-26.70±0.28	-13.20±0.14	0.00	13.30±0.14	26.80±0.28	43.30±0.41
Experimental 10de200 [cm]	-43.30±0.41	-27.30±0.28	-13.30±0.14	0.00	13.00±0.14	26.70±0.28	42.20±0.41
Diferencia Porcentual 4de200	8.60%	0.68%	4.22%	0.00%	1.96%	2.94%	5.08%
Diferencia Porcentual 4de2000	8.60%	2.56%	0.45%	0.00%	3.47%	1.06%	5.08%
Diferencia Porcentual 1de200	7.34%	0.68%	0.45%	0.00%	0.30%	1.06%	8.85%
Diferencia Porcentual 10de200	8.85%	2.94%	0.30%	0.00%	1.96%	0.68%	6.08%
Ángulo de abertura θ 4de200 [grados]	22.95±0.24	14.67±0.16	7.10±0.08	0.00	7.26±0.08	14.98±0.16	22.28±0.24
Ángulo de abertura θ 4de2000 [grados]	22.95±0.24	14.93±0.16	7.37±0.08	0.00	7.15±0.08	14.72±0.16	22.28±0.24
Ángulo de abertura θ 1de200 [grados]	22.72±0.24	14.67±0.16	7.37±0.08	0.00	7.43±0.08	14.72±0.16	23.00±0.24
Ángulo de abertura θ 10de200 [grados]	23.00±0.24	14.98±0.16	7.43±0.08	0.00	7.26±0.08	14.67±0.16	22.48±0.24

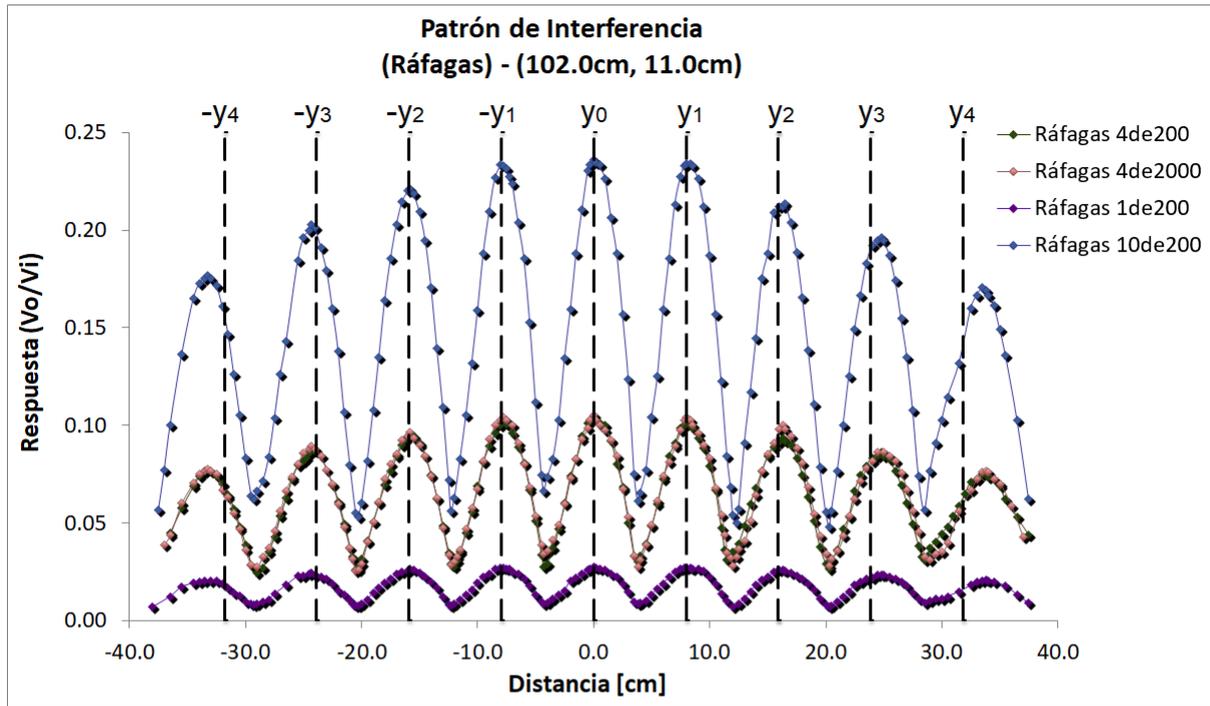
Fig. 3.3.4. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.



Ráfagas (102.0cm, 8.8cm)									
	A LA IZQUIERDA				MÁXIMO CENTRAL	A LA DERECHA			
MÁXIMOS	Y4	Y3	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4
Teórico [cm]	-39.78	-29.84	-19.89	-9.95	0.00	9.95	19.89	29.84	39.78
Experimental 4de200 [cm]	-42.70±0.34	-31.20±0.25	-20.00±0.17	-10.20±0.08	0.00	9.80±0.08	20.30±0.17	31.10±0.25	42.30±0.34
Experimental 4de2000 [cm]	-42.20±0.34	-30.50±0.25	-19.70±0.17	-9.50±0.08	0.00	10.00±0.08	20.60±0.17	31.80±0.25	42.80±0.34
Experimental 1de200 [cm]	-42.20±0.34	-30.50±0.25	-20.00±0.17	-10.00±0.08	0.00	9.80±0.08	20.10±0.17	31.30±0.25	42.30±0.34
Experimental 10de200 [cm]	-42.00±0.34	-30.30±0.25	-20.00±0.17	-9.80±0.08	0.00	10.30±0.08	20.30±0.17	31.50±0.25	42.50±0.34
Diferencia Porcentual 4de200	7.34%	4.56%	0.55%	2.51%	0.00%	1.51%	2.06%	4.22%	6.33%
Diferencia Porcentual 4de2000	6.08%	2.21%	0.96%	4.52%	0.00%	0.50%	3.57%	6.57%	7.59%
Diferencia Porcentual 1de200	6.08%	2.21%	0.55%	0.50%	0.00%	1.51%	1.06%	4.89%	6.33%
Diferencia Porcentual 10de200	5.58%	1.54%	0.55%	1.51%	0.00%	3.52%	2.06%	5.56%	6.84%
Ángulo de abertura θ 4de200 [grados]	22.72±0.40	17.01±0.30	11.09±0.20	5.71±0.10	0.00	5.49±0.10	11.26±0.20	16.96±0.30	22.52±0.40
Ángulo de abertura θ 4de2000 [grados]	22.48±0.40	16.65±0.30	10.93±0.20	5.32±0.10	0.00	5.60±0.10	11.42±0.20	17.32±0.30	22.76±0.40
Ángulo de abertura θ 1de200 [grados]	22.48±0.40	16.65±0.30	11.09±0.20	5.60±0.10	0.00	5.49±0.10	11.15±0.20	17.06±0.30	22.52±0.40
Ángulo de abertura θ 10de200 [grados]	22.38±0.40	16.54±0.30	11.09±0.20	5.49±0.10	0.00	5.77±0.10	11.26±0.20	17.16±0.30	22.62±0.40

Fig. 3.3.5. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

3.3 Patrones de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios



Ráfagas (102.0cm, 11.0cm)									
	A LA IZQUIERDA				MÁXIMO CENTRAL	A LA DERECHA			
MÁXIMOS	Y4	Y3	Y2	Y1	Y0	Y1	Y2	Y3	Y4
Teórico [cm]	-31.82	-23.87	-15.91	-7.96	0.00	7.96	15.91	23.87	31.82
Experimental 4de200 [cm]	-33.00±0.23	-24.30±0.18	-16.00±0.12	-7.80±0.06	0.00	8.00±0.06	16.30±0.12	24.80±0.18	33.50±0.23
Experimental 4de2000 [cm]	-33.30±0.23	-24.30±0.18	-15.80±0.12	-7.80±0.06	0.00	8.00±0.06	16.30±0.12	24.50±0.18	33.80±0.23
Experimental 1de200 [cm]	-33.00±0.23	-24.30±0.18	-15.80±0.12	-7.80±0.06	0.00	8.00±0.06	16.00±0.12	24.80±0.18	33.80±0.23
Experimental 10de200 [cm]	-33.30±0.23	-24.30±0.18	-15.80±0.12	-8.00±0.06	0.00	8.00±0.06	16.30±0.12	24.80±0.18	33.50±0.23
Diferencia Porcentual 4de200	3.71%	1.80%	0.57%	2.01%	0.00%	0.50%	2.45%	3.90%	5.28%
Diferencia Porcentual 4de2000	4.65%	1.80%	0.69%	2.01%	0.00%	0.50%	2.45%	2.64%	6.22%
Diferencia Porcentual 1de200	3.71%	1.80%	0.69%	2.01%	0.00%	0.50%	0.57%	3.90%	6.22%
Diferencia Porcentual 10de200	4.65%	1.80%	0.69%	0.50%	0.00%	0.50%	2.45%	3.90%	5.28%
Ángulo de abertura θ 4de200 [grados]	17.93±0.28	13.40±0.21	8.91±0.14	4.37±0.07	0.00	4.48±0.07	9.08±0.14	13.67±0.21	18.18±0.28
Ángulo de abertura θ 4de2000 [grados]	18.08±0.28	13.40±0.21	8.81±0.14	4.37±0.07	0.00	4.48±0.07	9.08±0.14	13.51±0.21	18.33±0.28
Ángulo de abertura θ 1de200 [grados]	17.93±0.28	13.40±0.21	8.81±0.14	4.37±0.07	0.00	4.48±0.07	8.91±0.14	13.67±0.21	18.33±0.28
Ángulo de abertura θ 10de200 [grados]	18.08±0.28	13.40±0.21	8.81±0.14	4.48±0.07	0.00	4.48±0.07	9.08±0.14	13.67±0.21	18.18±0.28

Fig. 3.3.6. (a) Patrón de Interferencia en Campos Ultrasónicos Transitorios, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$. (b) Valores teóricos y experimentales de los máximos de interferencia encontrados, diferencias porcentuales entre el valor teórico y experimental para cada máximo y ángulo de apertura θ medido desde el punto central entre emisores a la posición del transductor receptor, para ráfagas de duraciones 4de200, 4de2000, 1de200 y 10de200.

A diferencia de los campos ultrasónicos estacionarios, en los campos ultrasónicos transitorios la amplitud máxima de oscilación presenta variaciones temporales, sin embargo, para poder construir los patrones de interferencia en cada caso, se decidió registrar el valor máximo del voltaje pico-pico

de la envolvente de cada ráfaga. Para cada ráfaga resultante de la interferencia entre los campos transitorios producidos, el valor máximo del voltaje pico-pico está relacionado con la amplitud en un punto temporal específico de la ráfaga, así que lo que se hizo en realidad fue obtener un patrón de interferencia espacial en dicho punto. Es posible construir patrones de interferencia para diferentes tiempos, pero implica una tarea colosal debido a la cantidad de valores que contiene cada ráfaga y que el osciloscopio es capaz de registrar.

Con este método fue posible obtener patrones de interferencia claros y con resultados que concuerdan con lo que ocurre también para campos estacionarios, no obstante, el costo es no tener suficiente información sobre la fase de los campos ondulatorios para todos los puntos temporales. Aún con esto, el hecho de que se observara la variación de la amplitud de las oscilaciones en función de la posición en la pantalla y que además se lograran construir los patrones de interferencia en todos los casos, permite afirmar que para los campos transitorios producidos, sigue existiendo la condición de coherencia, en particular, coherencia espacial.

Respecto a la posición de los máximos y mínimos en los patrones obtenidos para campos transitorios, se tienen resultados similares al caso de campos estacionarios, es decir, conforme se van considerando órdenes de interferencia cada vez más alejados del centro de cada patrón, la separación entre estos órdenes va aumentando de manera no lineal.

Ahora, desde el punto de vista de la distribución de la energía en la pantalla, para campos transitorios también se observa que al alejarse del centro del patrón de interferencia, la amplitud de los máximos disminuye. La distribución de energía en los órdenes de interferencia en el caso de campos transitorios resultó ser más uniforme del lado izquierdo y derecho con respecto al centro de cada patrón que en el caso estacionario, de hecho, si se observan las gráficas de caracterización realizadas para obtener la respuesta en función de la distancia, variando la posición del receptor de manera transversal con respecto a la posición de los emisores (Fig. 2.3.5, 2.3.6, 2.3.7 y 2.3.8), en el capítulo 2, sección 2.3.1, es fácil notar que la diferencia que existe en la distribución de energía en la pantalla para cada par Emisor - Receptor en el caso de campos estacionarios es mayor que cuando se realizó dicha caracterización con campos transitorios, así que al momento de hacer interferir ambos campos, se espera que en el caso de la excitación de los emisores con una onda senoidal continua, la amplitud detectada por el receptor sea mayor del lado del emisor que tiene una mayor respuesta en función de la distancia, en el caso del desplazamiento a lo largo de la pantalla, algo diferente a lo esperado cuando la excitación de los emisores se realiza con las distintas ráfagas seleccionadas para este experimento.

Para seguir con el análisis de la producción de campos ultrasónicos transitorios y los efectos generados por el fenómeno de interferencia, en el siguiente capítulo se realiza un estudio desde el punto de vista del análisis de Fourier, pues como se mostró en el capítulo 1, sección 1.7, un tren de pulsos finito puede describirse aplicando la transformada de Fourier, es decir, haciendo una transformación entre el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia.

4. Espectros de Fourier

La transformada de Fourier juega un papel fundamental en el procesamiento de señales, pues con esta herramienta puede representarse una señal en componentes de frecuencias diferentes. Algunas señales muestran componentes periódicos que se repiten a intervalos fijos; estos se estudian convenientemente a partir del análisis armónico basado en series de Fourier. Por ejemplo, el oído humano percibe distintas frecuencias a medida que pasa el tiempo, sin embargo, la transformada de Fourier contiene todas las frecuencias asociadas al tiempo durante el cual existió la señal; es decir, en la transformada de Fourier se obtiene un solo espectro de frecuencias para toda la función.

Esta herramienta es útil para obtener información acerca de como se distribuye la energía de una señal en cada una de los componentes de frecuencia que conforman dicha señal y permite determinar como es el espectro de potencia asociado.

En este capítulo se muestra una aplicación de la transformada de Fourier en las señales observadas durante el experimento llevado a cabo para obtener los distintos patrones de interferencia mostrados en el capítulo 3, con las ráfagas de duraciones 1de200, 4de200, 4de2000 y 10de200, esto con la finalidad de encontrar diferencias entre el comportamiento de los campos ondulatorios estacionarios y en estados de transición por medio de la observación de características propias de cada campo y su interacción, en particular cuando se presenta el fenómeno de interferencia.

4.1. Transformada Rápida de Fourier (FFT)

Primero, se obtuvieron los espectros de Fourier para las ráfagas con 1, 4 y 10 ciclos activos utilizando la expresión (1.7.6), de la sección 1.7 del capítulo 1, que corresponde a la transformada senoidal de Fourier. En dicha ecuación, no se considera el tiempo transcurrido de los ciclos no activos, así que solo se sustituyeron los valores de $\omega_0 = 40000Hz$, que es la frecuencia de cada oscilación en las ráfagas, n el número de ciclos activos en las ráfagas y para A se tomó un valor unitario. Las gráficas correspondientes se muestran a continuación.

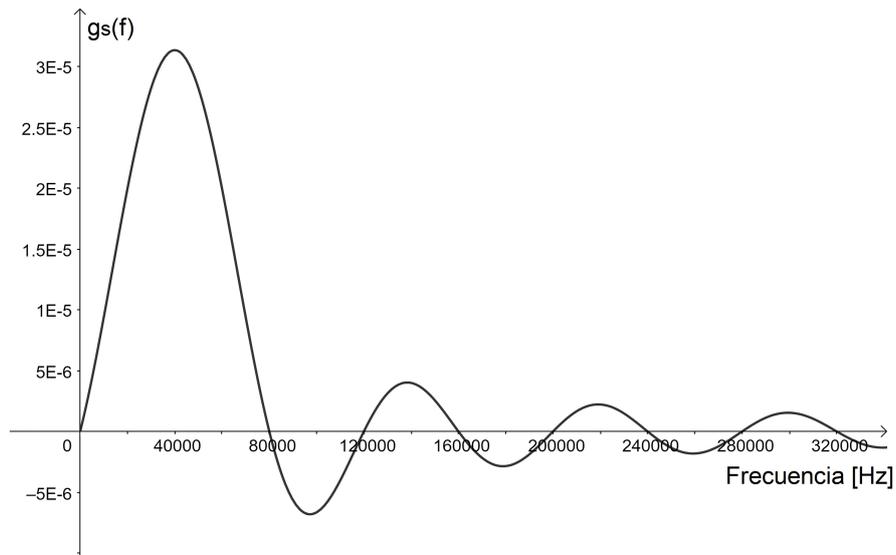


Fig. 4.1.1. Transformada de Fourier para 1 ciclo activo. (Calculada por autor de este trabajo).

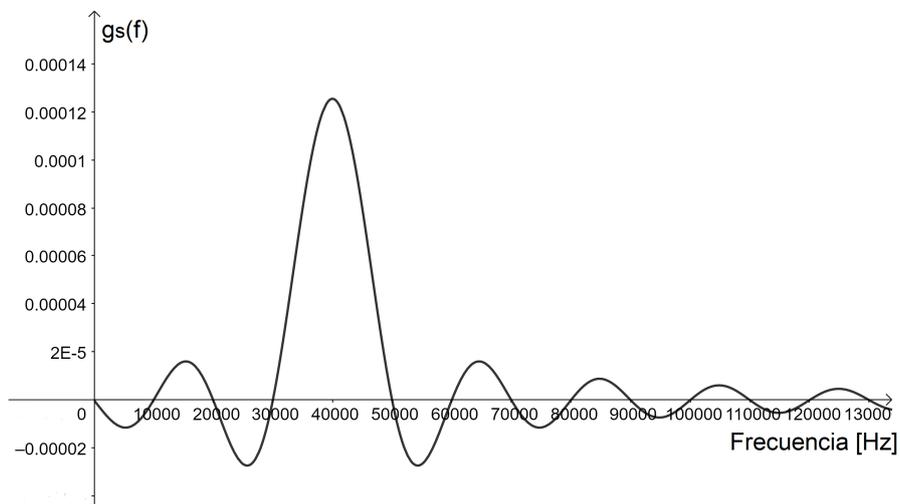


Fig. 4.1.2. Transformada de Fourier para 4 ciclos activos. (Calculada por autor de este trabajo).

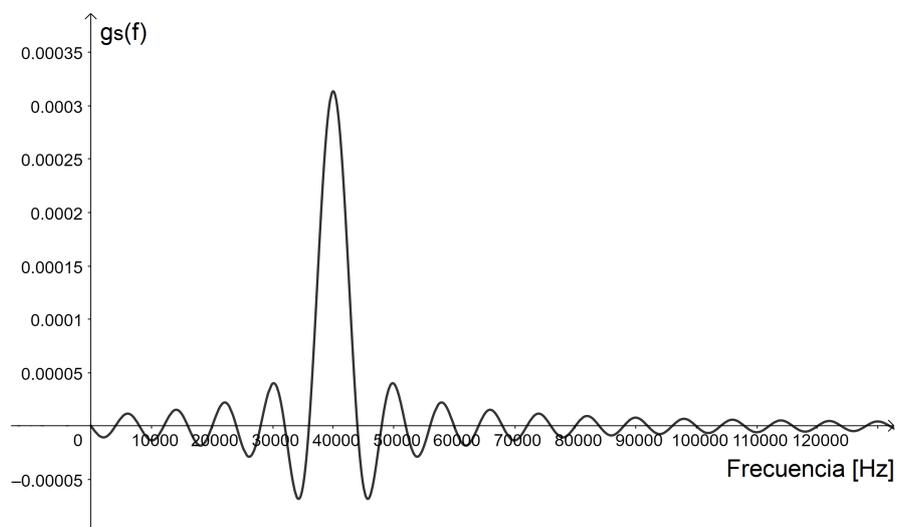


Fig. 4.1.3. Transformada de Fourier para 10 ciclos activos. (Calculada por autor de este trabajo).

Se observa de las gráficas anteriores que la frecuencia en donde se tiene una amplitud mayor es justamente $40000Hz$, y que conforme aumenta el número de ciclos activos (número de periodos), aparecen más componentes en la frecuencia considerando un mismo intervalo, y que el ancho de banda alrededor de la frecuencia central se reduce.

A continuación se presentan los resultados de la FFT de las ráfagas con duraciones 1de200, 4de200, 4de2000 y 10de200, considerando las distancias inicialmente fijas entre emisores y receptor ($(53 \pm 0.05)cm$ y $(102 \pm 0.05)cm$) y las separaciones entre emisores ($(6.6 \pm 0.05)cm$, $(8.8 \pm 0.05)cm$ y $(11 \pm 0.05)cm$). Debido a la gran cantidad de datos recabados para cada patrón de interferencia, se obtuvo la FFT en los siguientes casos: en el centro de cada patrón de interferencia, en el primer mínimo y en el primer máximo, tomando los órdenes que se encuentran del lado derecho respecto al centro.

La FFT convierte una señal dada en el dominio del tiempo en sus componentes de frecuencia (espectro). Los espectros de Fourier se generaron utilizando dos métodos, pero en ambos se consideraron algunos aspectos de gran importancia relacionados principalmente con el algoritmo de Cooley y Tukey, el Teorema de Muestreo y la frecuencia de Nyquist, cuyas características se encuentran en el Apéndice. El primer método consistió en capturar archivos de datos de cada señal en el dominio del tiempo y con ayuda de un complemento en Excel para análisis de Fourier, se calculó la FFT tomando un número de muestras igual a una potencia de 2 (el número de muestras tomadas fue de 1024 o 2048, dependiendo de la ventana seleccionada al capturar la información de la señal).

Por otro lado, se calculó la FFT directamente con la herramienta del osciloscopio [17]; el espectro de Fourier se calculó utilizando los 2048 puntos centrales de la forma de la onda correspondiente en el dominio del tiempo, obteniendo un espectro resultante que contiene 1024 puntos que transcurren desde CC ($0Hz$) hasta la frecuencia de Nyquist. La frecuencia máxima que cualquier osciloscopio digitalizador puede medir sin errores y en tiempo real se asocia a la velocidad de muestreo; justamente, esta es la frecuencia de Nyquist. En este caso, el muestreo debe realizarse considerando una frecuencia igual o mayor al doble de la frecuencia fundamental de la señal analizada. Por ejemplo, si se desea analizar una señal con una frecuencia de $40KHz$, según este criterio la frecuencia de Nyquist debe ser al menos de $80KHz$ para reconstruir la señal en el dominio transformado de manera aceptable.

La información de frecuencias superiores a la frecuencia de Nyquist se muestrea de manera deficiente (inframuestreo) aumentando el riesgo de obtener una “representación falsa” de la FFT; lo que ocurre es que los componentes de frecuencia por encima de la frecuencia de Nyquist aparecen como componentes de frecuencia menor que “se retienen” cerca de la frecuencia de Nyquist, produciendo un fenómeno de Aliasing. Para evitar estos problemas, es necesario establecer la velocidad de muestreo en un valor suficientemente rápido para incrementar el valor de la frecuencia de Nyquist y así, los componentes de frecuencia que sean proclives a presentar un fenómeno de Aliasing, aparezcan en las frecuencias correctas. En el caso de los espectros de Fourier obtenidos directamente con el osciloscopio, la frecuencia de Nyquist se encontró alrededor de los $51KHz$, y aunque se lograron obtener los espectros de Fourier con la información para cada componente de manera correcta, se recomienda

aumentar el valor de la velocidad de muestreo y así averiguar si hay información que se esté perdiendo para frecuencias superiores.

Los resultados de la FFT obtenidos para cada patrón, calculados con el complemento de Excel y con el osciloscopio se encuentran en las Fig.4.1.4 - Fig. 4.1.27.

En la parte superior de cada una de las figuras presentadas a continuación, se muestran los resultados de la FFT calculada con el complemento de Excel y en la parte inferior se muestra la FFT obtenida directamente con el osciloscopio. De izquierda a derecha se tienen los espectros para el centro, el primer mínimo y el primer máximo de cada patrón de interferencia. En los espectros de Fourier la amplitud está dada en decibeles, así que cada componente de frecuencia observado, aunque tenga una amplitud pequeña continúa siendo relevante. En las gráficas no se tiene una representación del espectro con líneas verticales para cada componente de la señal como suele ser común en un espectro de este tipo; lo que se está mostrando es “la envolvente” de todas esas componentes, y con el propósito de mostrar estos resultados con mayor detalle y poder compararlos entre si con mayor facilidad, se seleccionó un intervalo de frecuencias adecuado, que va desde $30000Hz$ a $50000Hz$.

Con base en los espectros de Fourier calculados con el complemento de Excel y los obtenidos directamente con la herramienta del osciloscopio, se infiere que la transformada rápida de Fourier es precisa en cada uno de los casos en los que se calculó, ya que comparando estos resultados con los de la transformada senoidal de Fourier se observa la concordancia existente en la forma del espectro y en la frecuencia en donde se tiene la componente con la amplitud máxima; en la transformada senoidal, el armónico con mayor amplitud se encuentra en $40000Hz$ y en la transformada rápida de Fourier se encuentra alrededor de ese valor. Resulta importante mencionar que, aunque las discrepancias entre los valores de la frecuencia del componente que tiene mayor amplitud son pequeñas, estas diferencias pueden deberse a la forma en que se capturaron los datos, ya que conforme el osciloscopio detecta la señal, ésta se reconstruye en el dominio transformado tomando valores en amplitud y frecuencia que varían ligeramente en función de la respuesta que tiene el osciloscopio en el instante en el que se capturan los datos.

Ahora, haciendo una comparación entre la transformada rápida de Fourier obtenida por ambos métodos, se observa que la forma del espectro de Fourier para cada caso es muy similar; las variaciones en el valor de la amplitud y de las frecuencias son pequeñas, y el ancho de banda en todos los casos se encuentra prácticamente dentro del mismo intervalo de frecuencias. En estos espectros no es apreciable la reducción del ancho de banda con respecto al aumento de número de ciclos activos de la señal, por lo que es recomendable realizar el experimento para un número más grande de ciclos activos y contrastar los resultados con los obtenidos en este trabajo.

La forma de la envolvente de la transformada rápida de Fourier varía en función de la diferencia de fase que existe entre los campos transitorios que interfieren; cuando la interferencia es constructiva, los componentes del espectro de Fourier tienen mayor amplitud y la forma de la envolvente es más parecida a la transformada senoidal, ya que ambas ráfagas se encuentran en fase y se considera una señal compuesta por una sola ráfaga, pero cuando la interferencia es destructiva la amplitud de los

componentes de cada espectro disminuye y además en la mayoría de los casos es posible observar una separación del espectro en dos partes, así que en este caso se tiene la transformada de Fourier de dos ráfagas fuera de fase.

En la sección 1.6 del capítulo 1 se mencionaron algunas diferencias que existen entre los campos estacionarios y transitorios. El grado de monocromaticidad, coherencia y la amplitud ciertamente se relacionan con el tipo de campo ondulatorio que se describe. En un campo estacionario las variables que definen su comportamiento respecto del tiempo permanecen invariantes, es decir, las cantidades que involucran promedios temporales son independientes del tiempo que se selecciona como origen. Entonces, cuando dos campos de este tipo se superponen, vibran permanentemente con una diferencia de fase constante entre ellas permitiendo que la condición de coherencia se cumpla y por tanto, sea posible observar el fenómeno de interferencia, como se verificó en el experimento realizado con la excitación de los emisores con una onda sonoidal continua.

Cuando se trata de campos transitorios es preciso realizar un análisis más cuidadoso. Por un lado, debe considerarse que cada ráfaga está constituida por paquetes finitos de ondas senoidales, donde cada una tiene la misma longitud de onda, pero pueden existir variaciones aleatorias en la diferencia de fase. Entonces para determinar que sucede cuando se superponen dos campos de este tipo, se acude al siguiente razonamiento: de cierta forma la coherencia es una medida de la capacidad que tiene un conjunto de ondas para producir interferencia, así que si este fenómeno es observable, existe un grado de coherencia en los campos que están interactuando, y si la observación de un patrón de interferencia es óptima, el grado de coherencia es elevado y puede darse de manera espacial y temporal.

Según los resultados presentados en el capítulo 3, se tiene en todos los casos que la condición de coherencia se cumple, específicamente se tiene que existe coherencia espacial. Ahora, si se examinan los espectros de Fourier es posible obtener más información acerca del grado de dispersión de los campos transitorios producidos; esta característica se relaciona justamente con la coherencia temporal. A diferencia de los campos estacionarios, el ancho de banda de los campos transitorios no es realmente angosto, ya que existe cierto grado de dispersión de frecuencias alrededor de los 40000Hz . El ancho de banda de la transformada rápida de Fourier de las ráfagas es de entre 3000Hz y 4000Hz . Cualquier fenómeno de interferencia con una fuente aproximadamente monocromática conduce a una modulación de la amplitud resultante en función de la longitud de onda. En el caso de una fuente compuesta por varias frecuencias implica combinar ondas de diferentes periodos por lo que las condiciones de coherencia temporal comienzan a perderse y por tanto la observación de patrones de interferencia disminuye conforme aumenta el intervalo espectral de la señal.

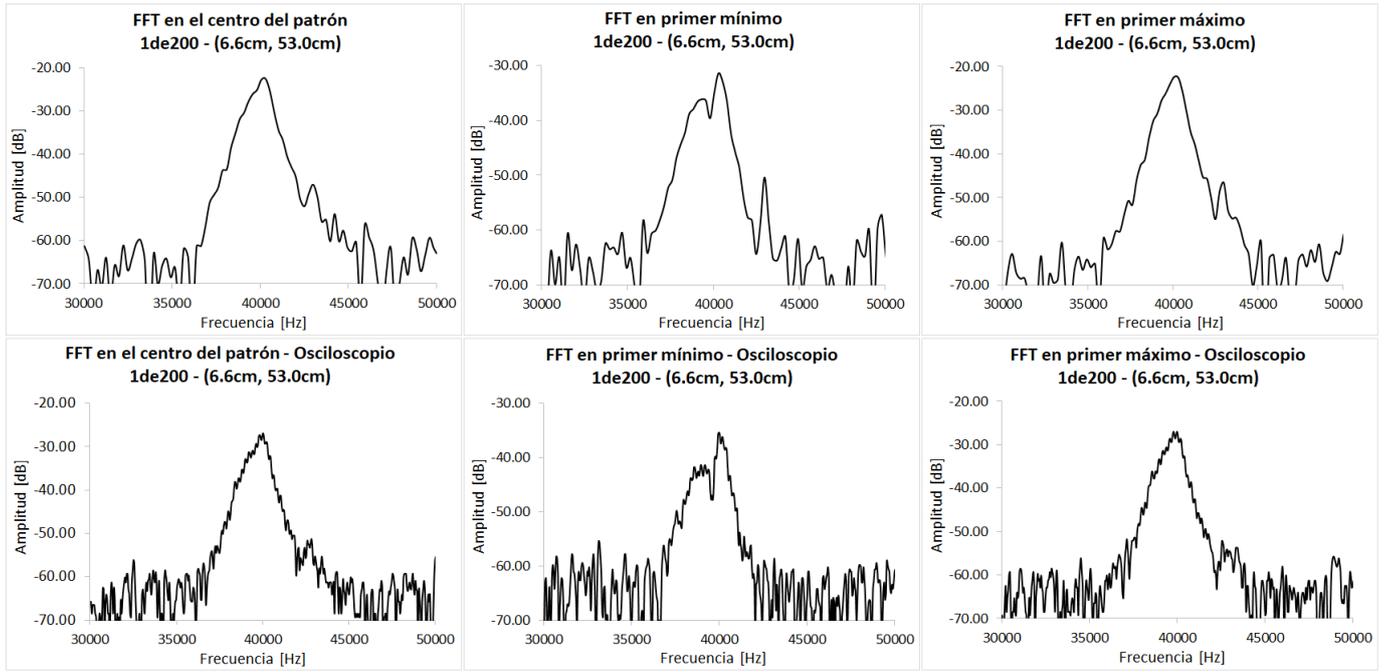


Fig. 4.1.4. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

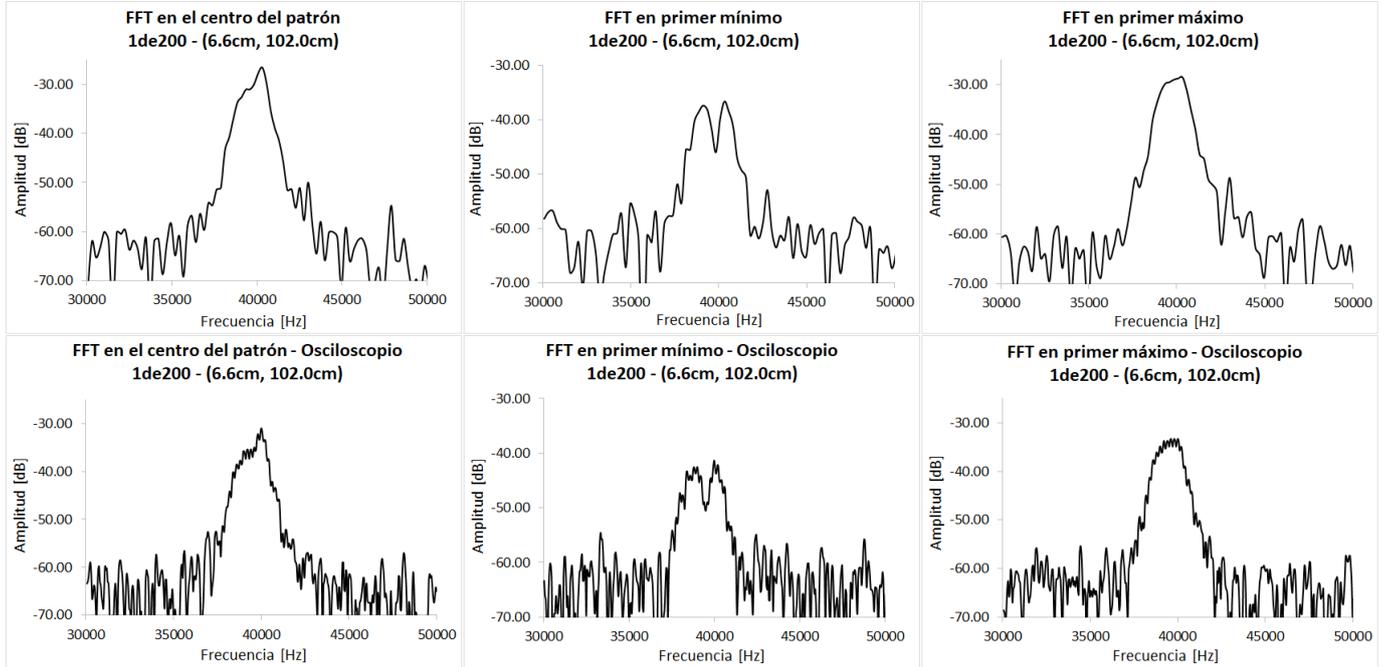


Fig. 4.1.5. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

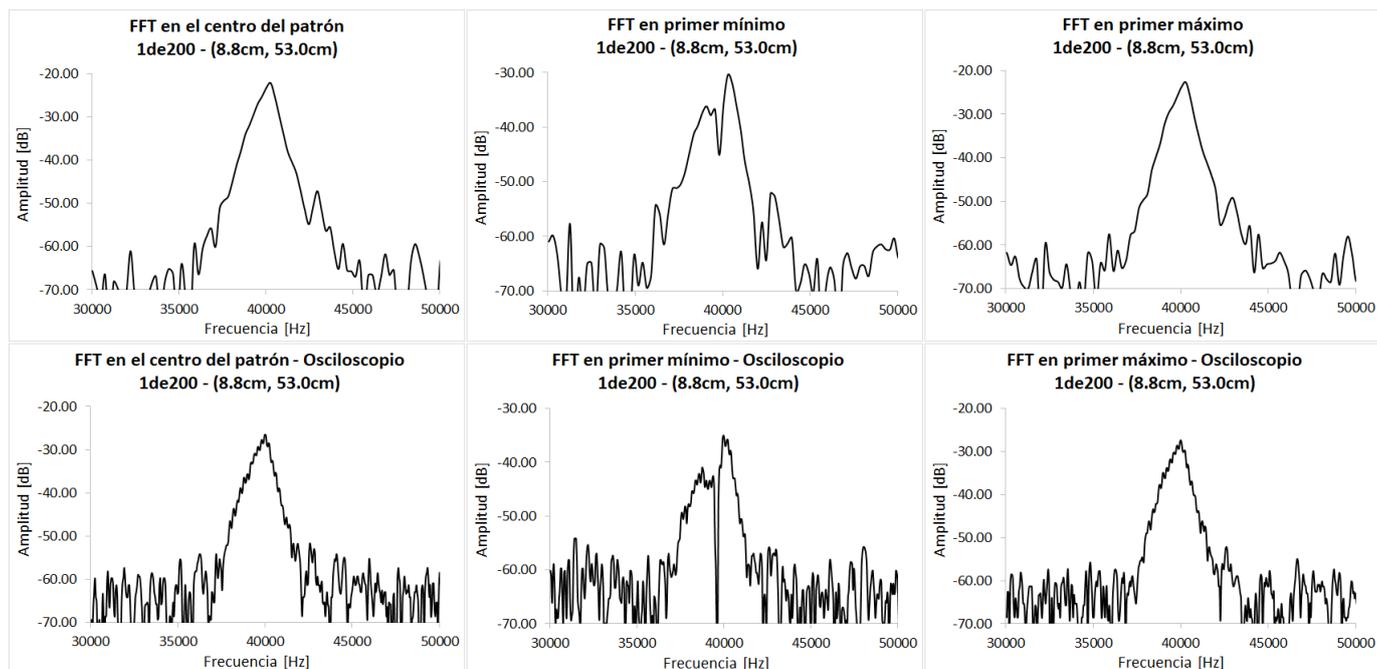


Fig. 4.1.6. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

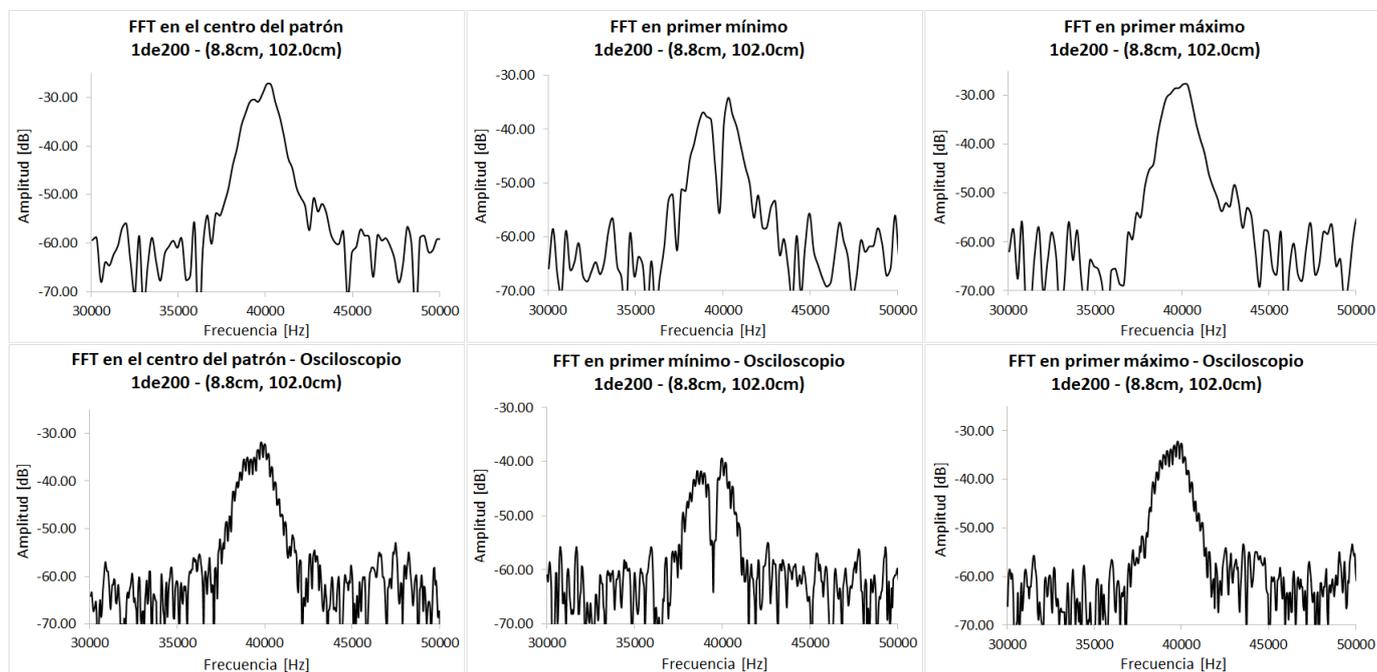


Fig. 4.1.7. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

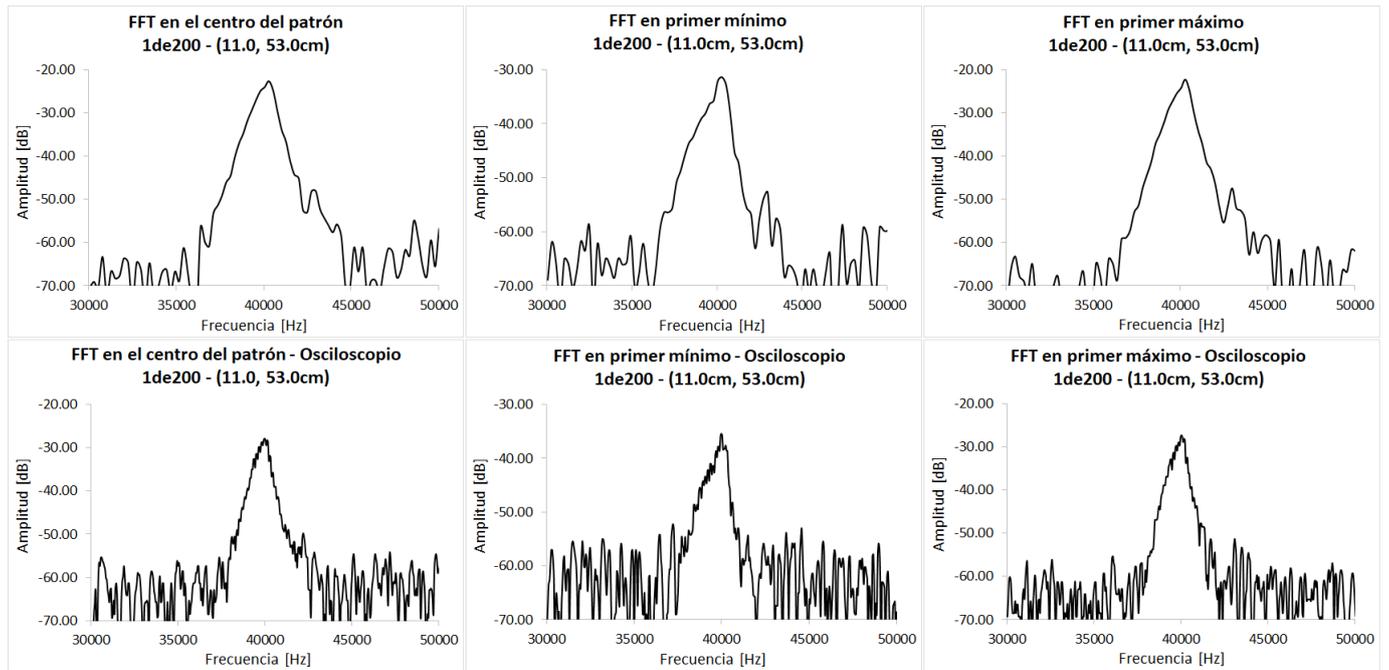


Fig. 4.1.8. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

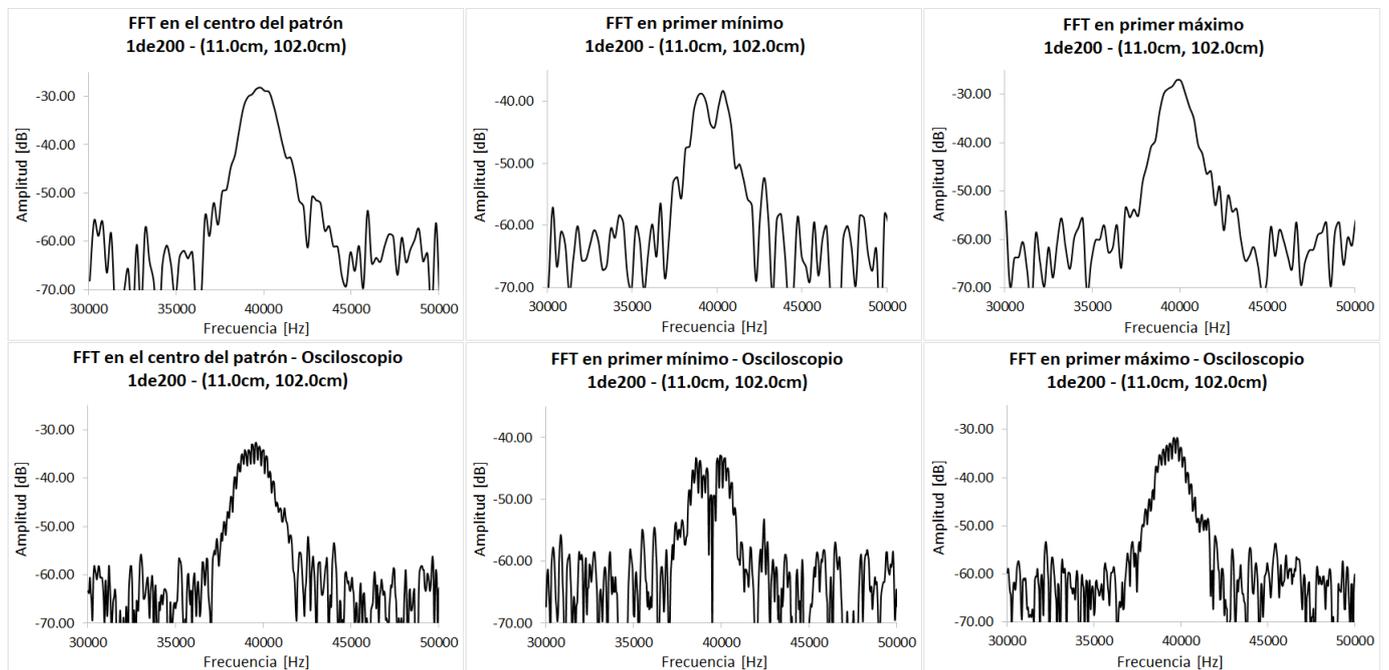


Fig. 4.1.9. FFT de ráfagas de duración 1de200, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

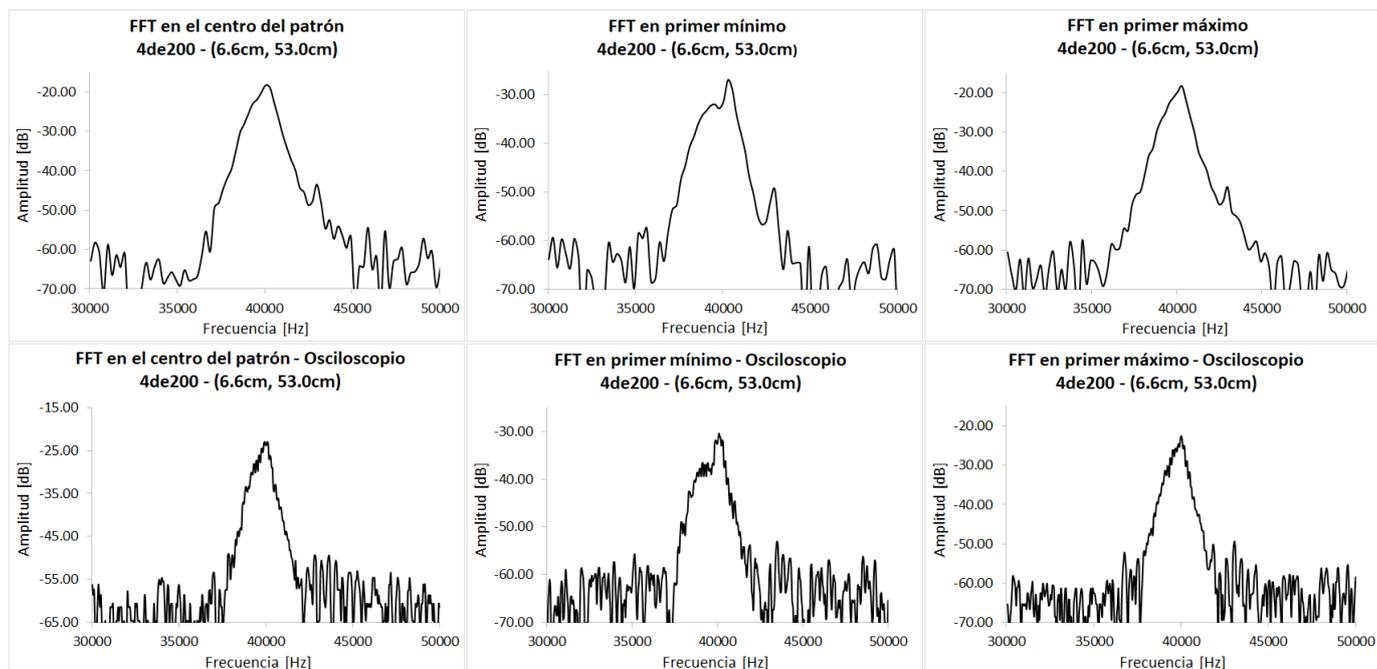


Fig. 4.1.10. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

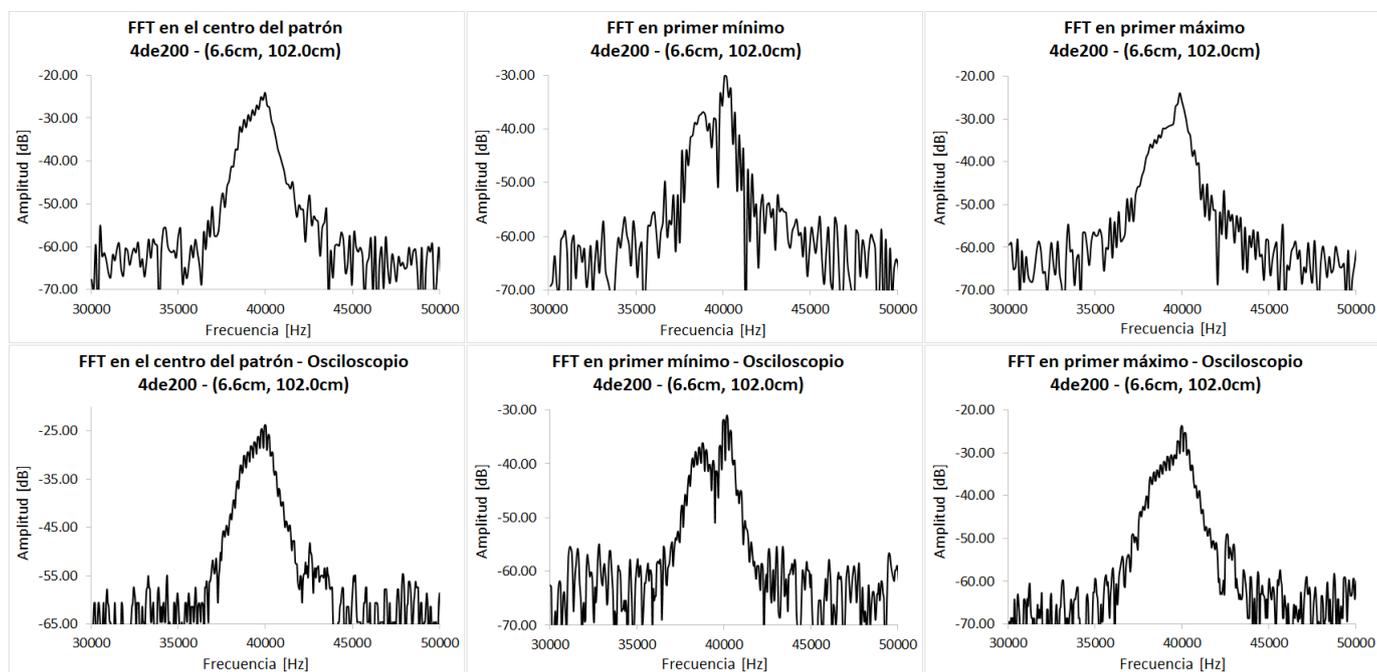


Fig. 4.1.11. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

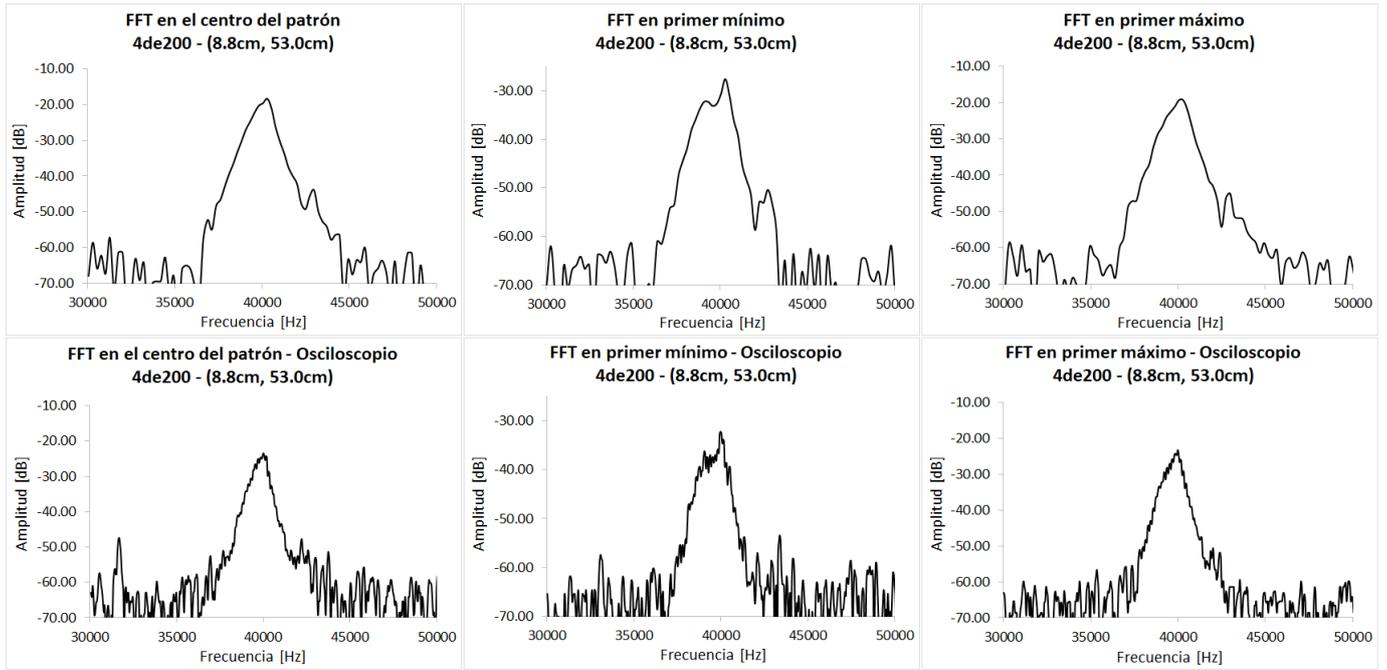


Fig. 4.1.12. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

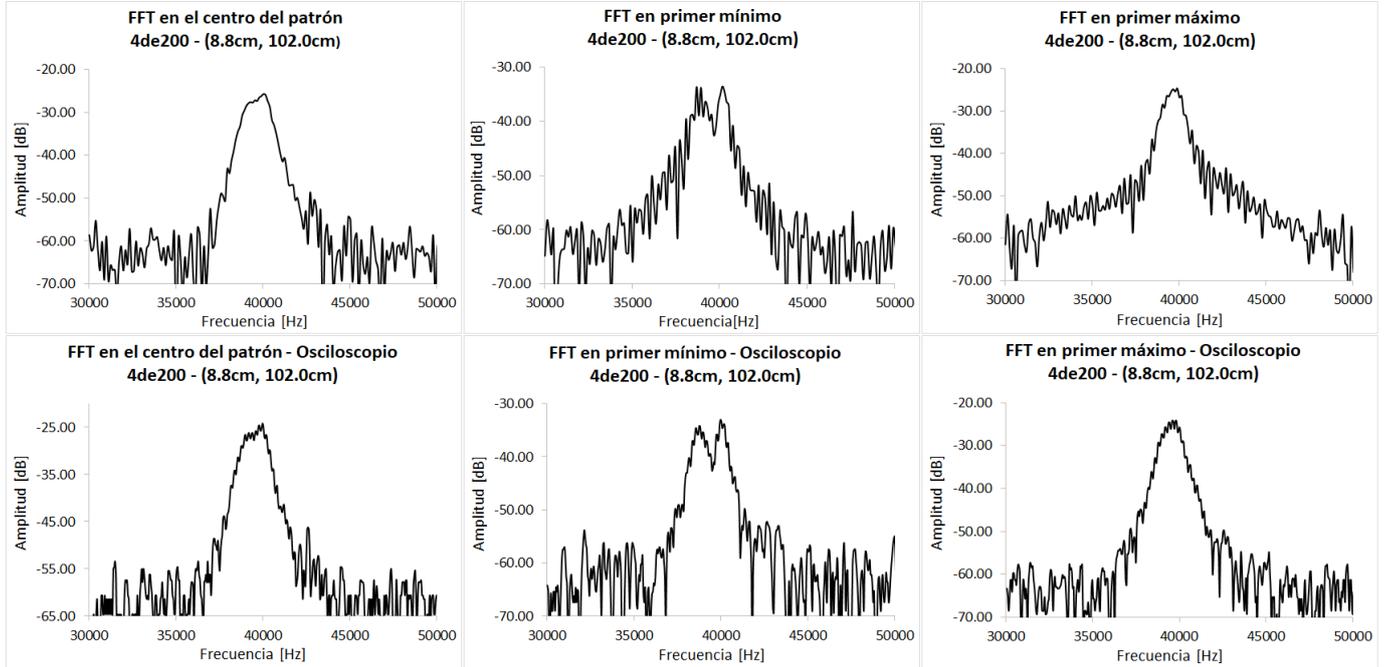


Fig. 4.1.13. FFT de ráfagas de duración 4de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

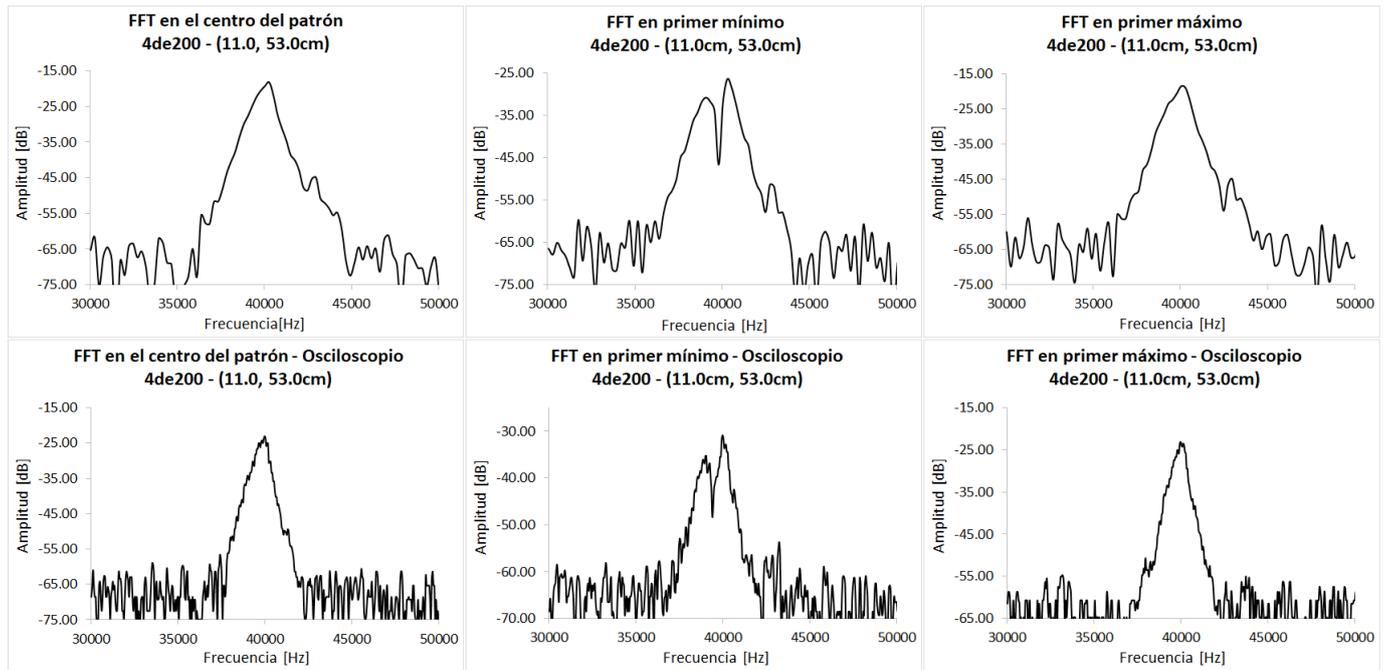


Fig. 4.1.14. FFT de ráfagas de duración $4e200$, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

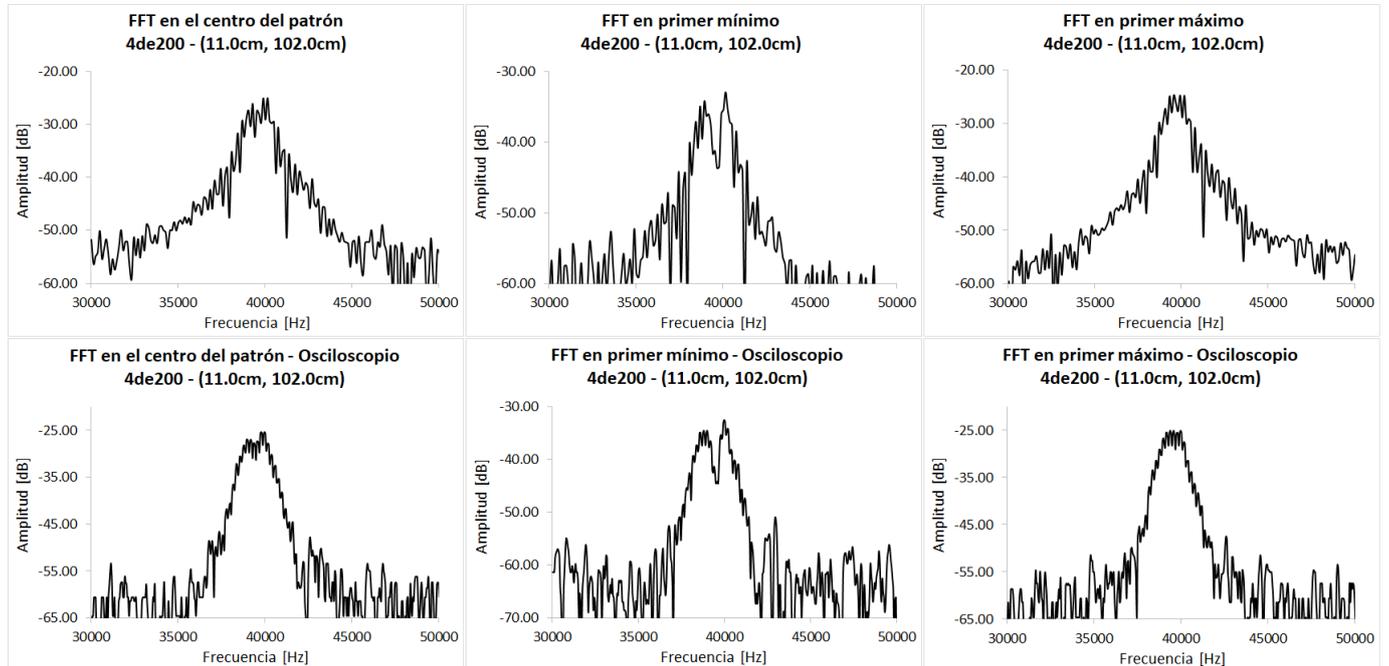


Fig. 4.1.15. FFT de ráfagas de duración $4e200$, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

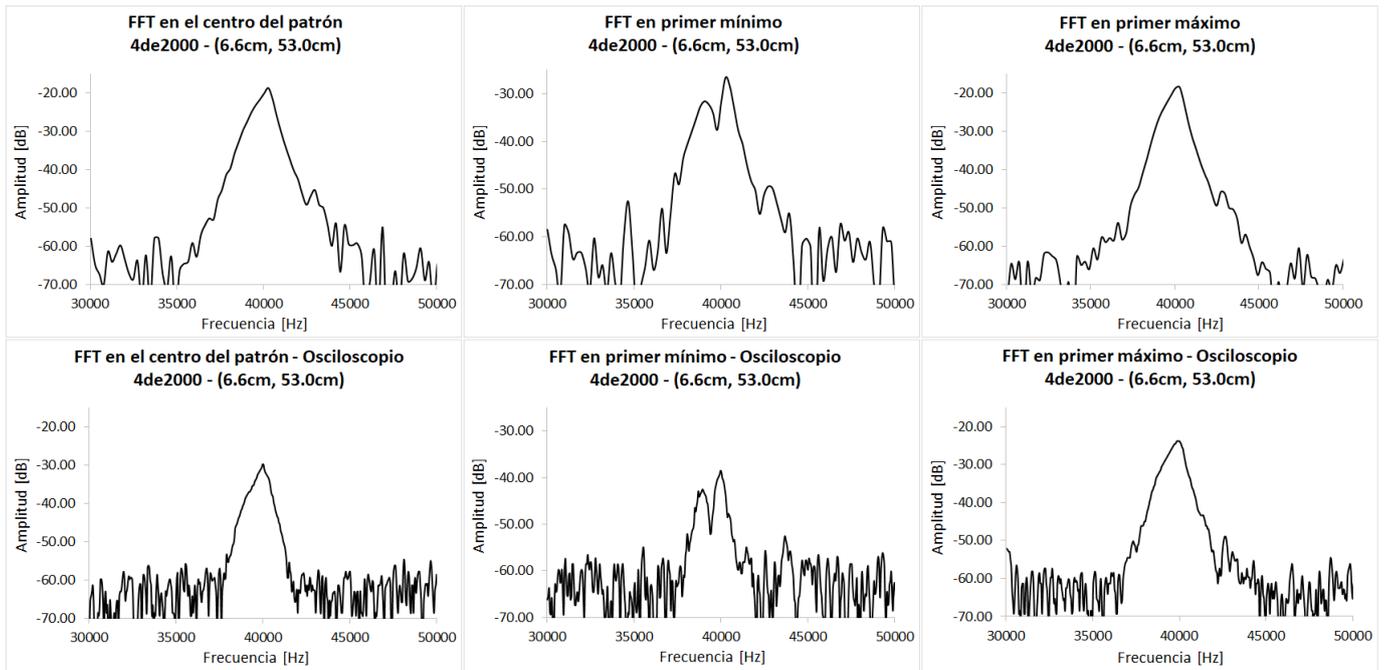


Fig. 4.1.16. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

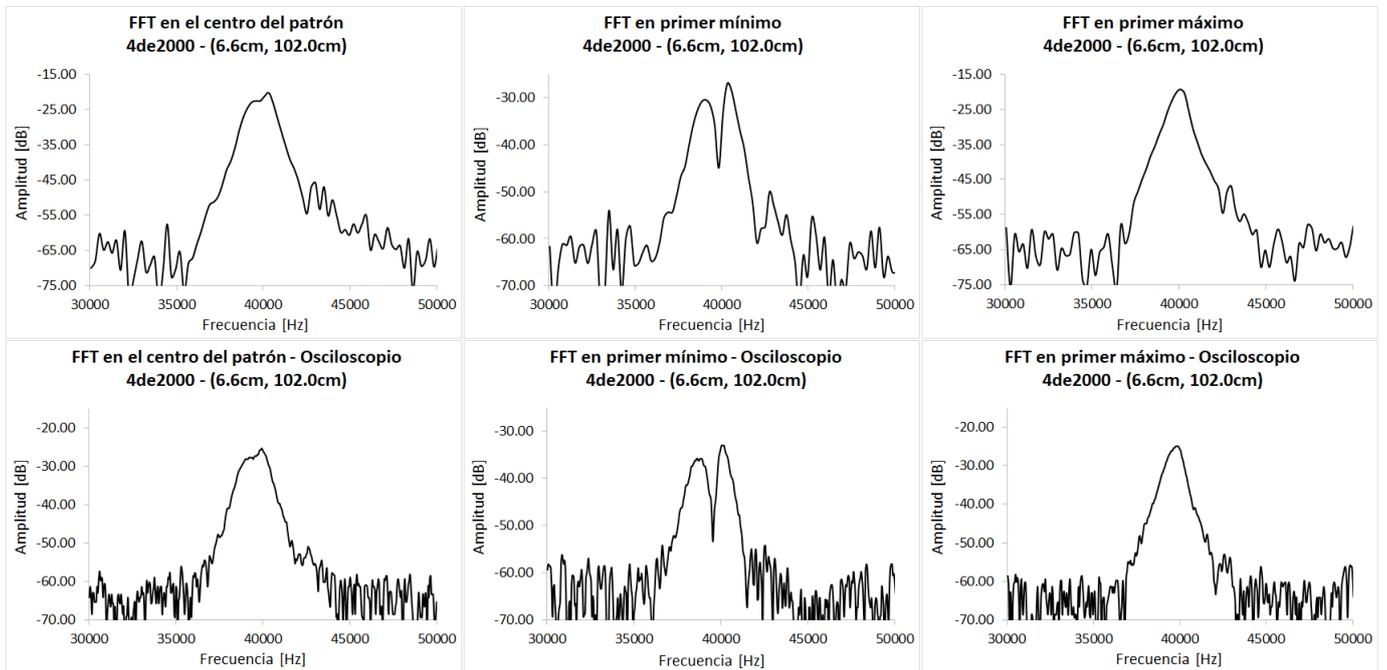


Fig. 4.1.17. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

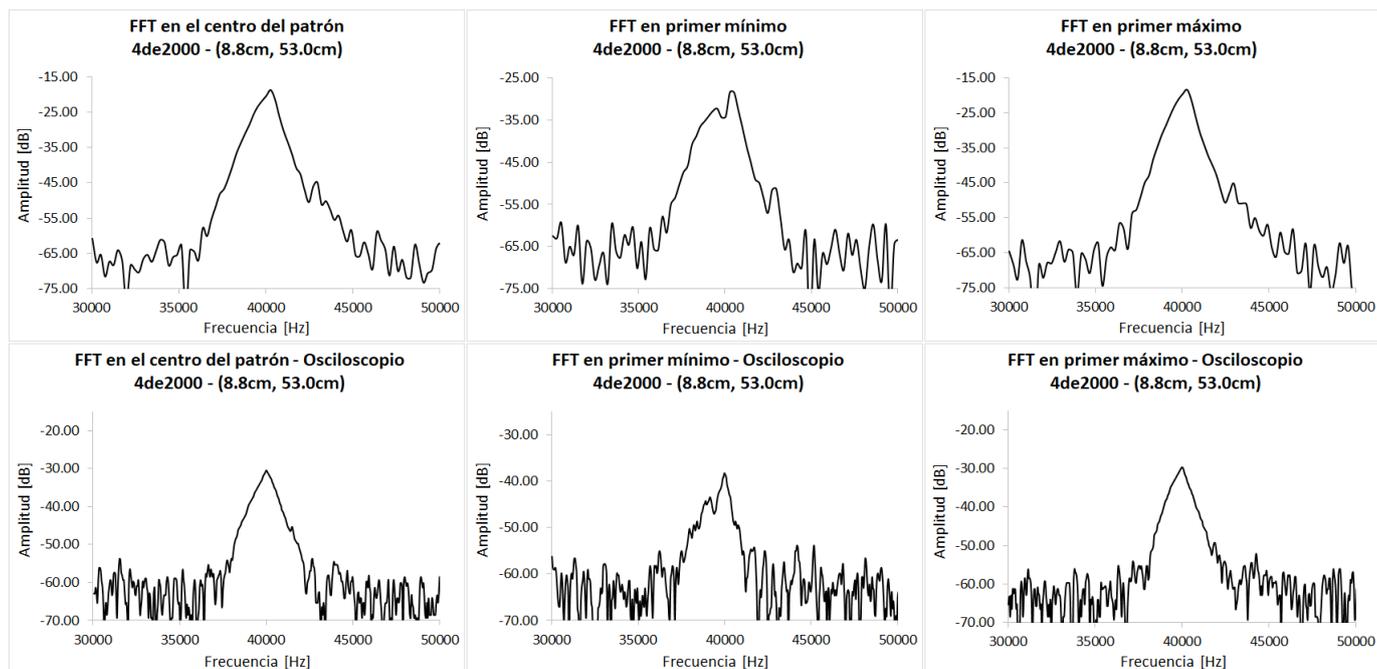


Fig. 4.1.18. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

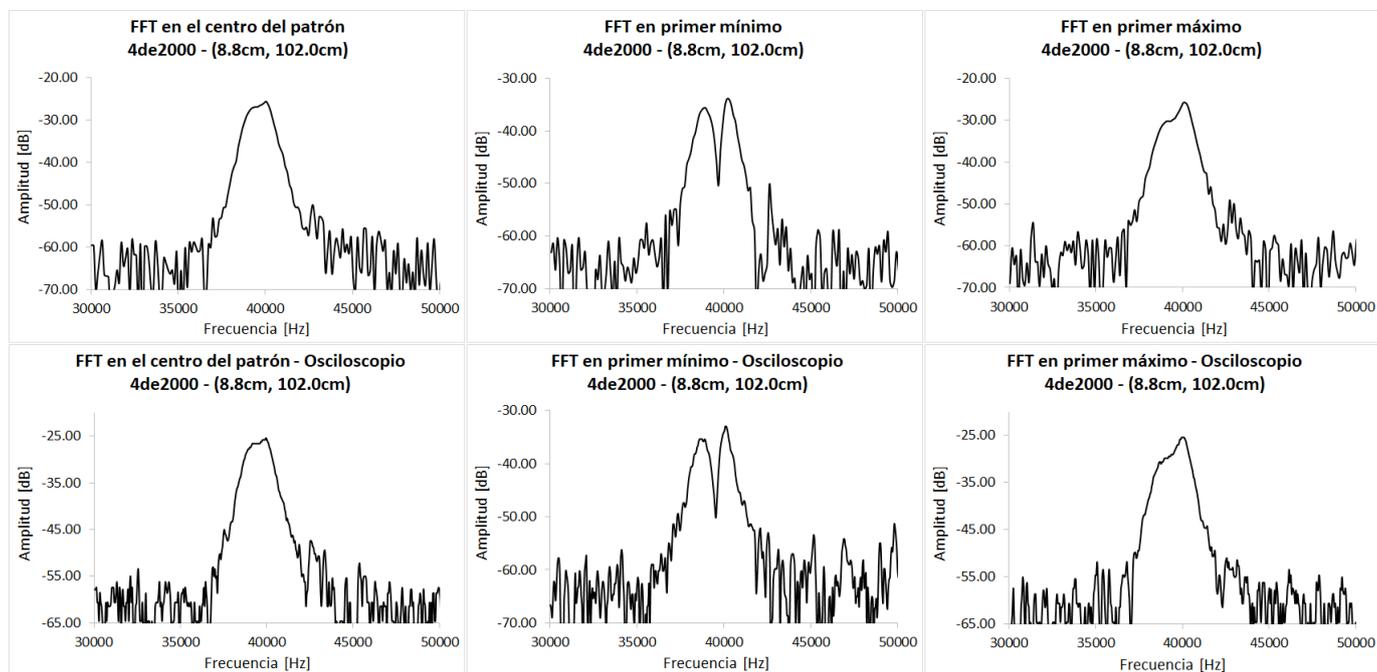


Fig. 4.1.19. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

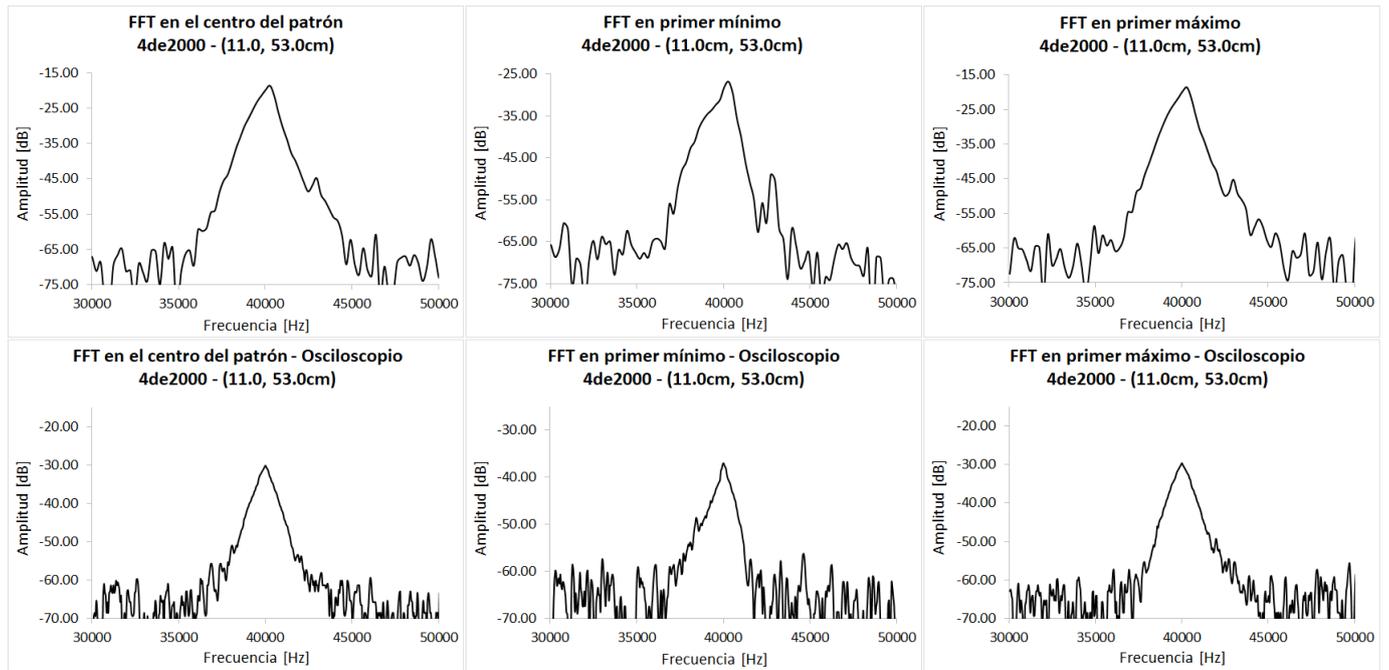


Fig. 4.1.20. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

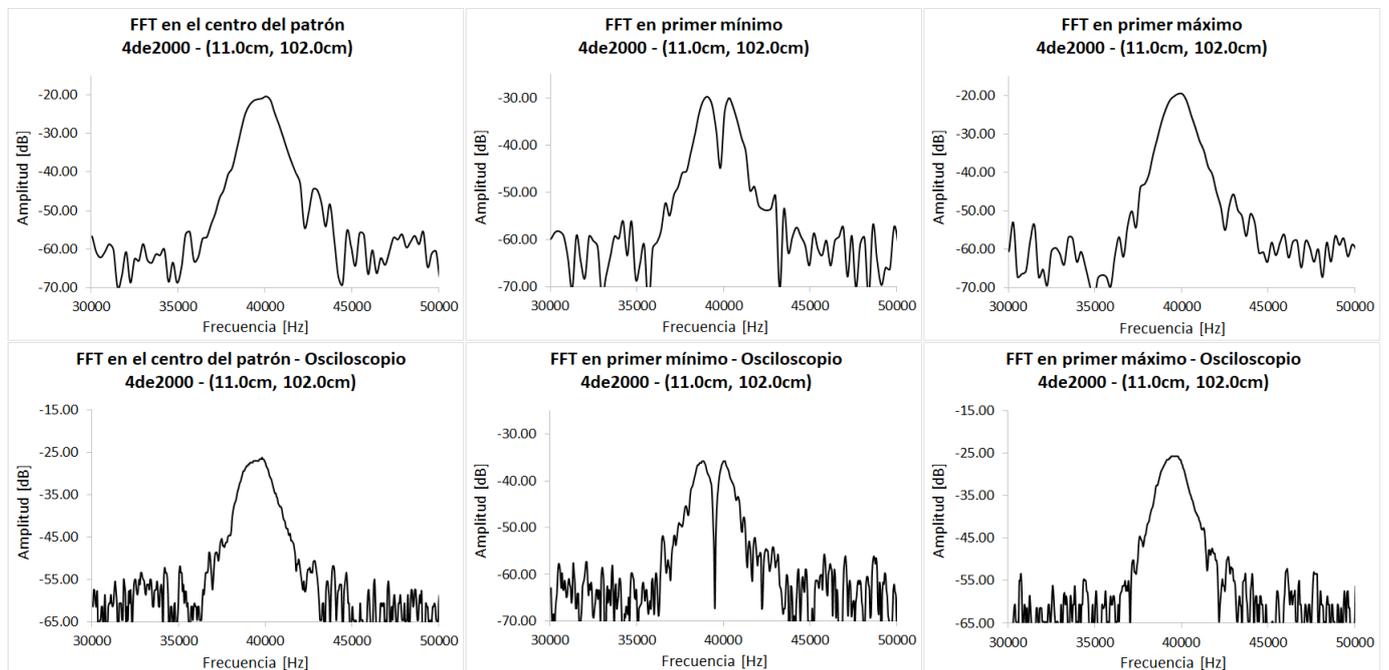


Fig. 4.1.21. FFT de ráfagas de duración 4de2000, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

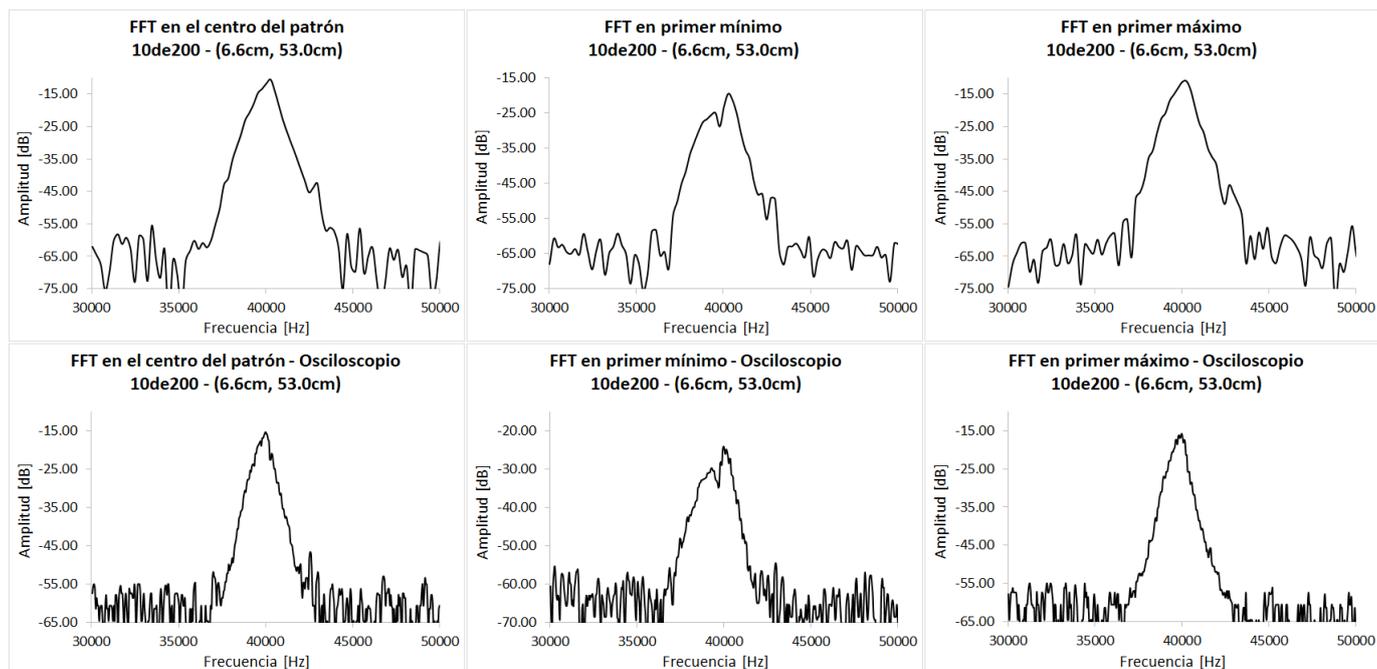


Fig. 4.1.22. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

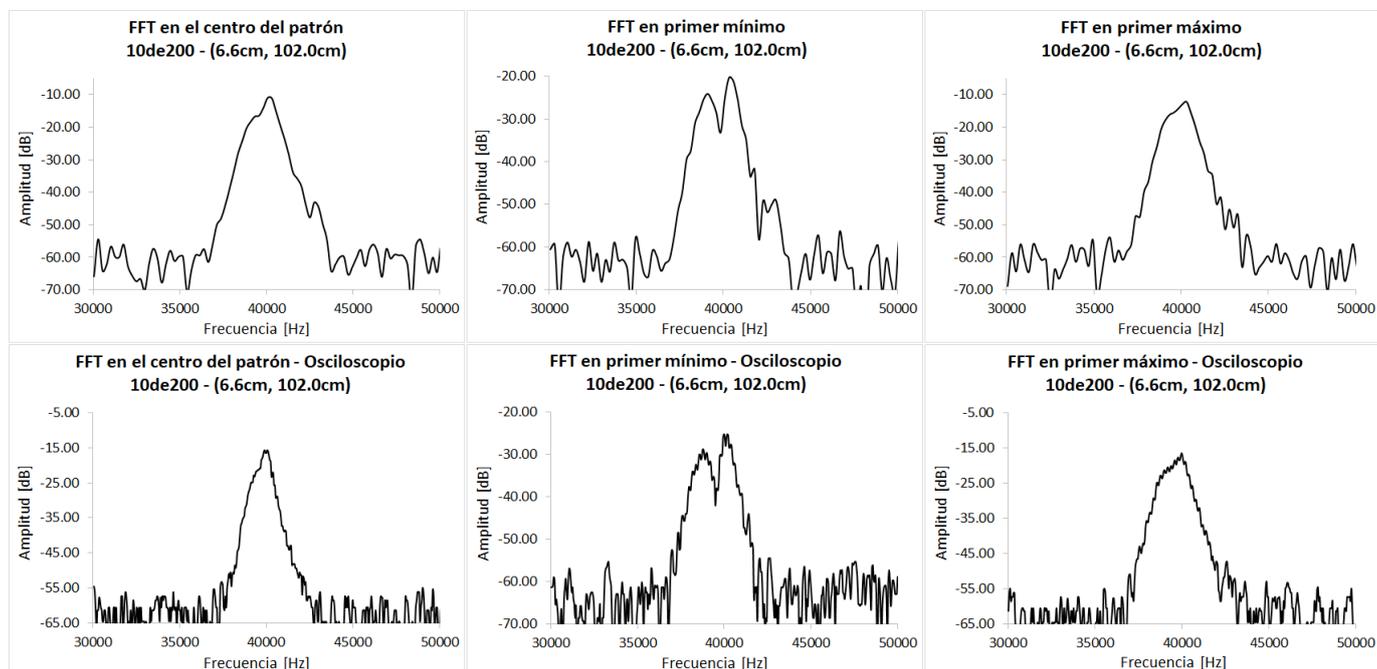


Fig. 4.1.23. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(6.6 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

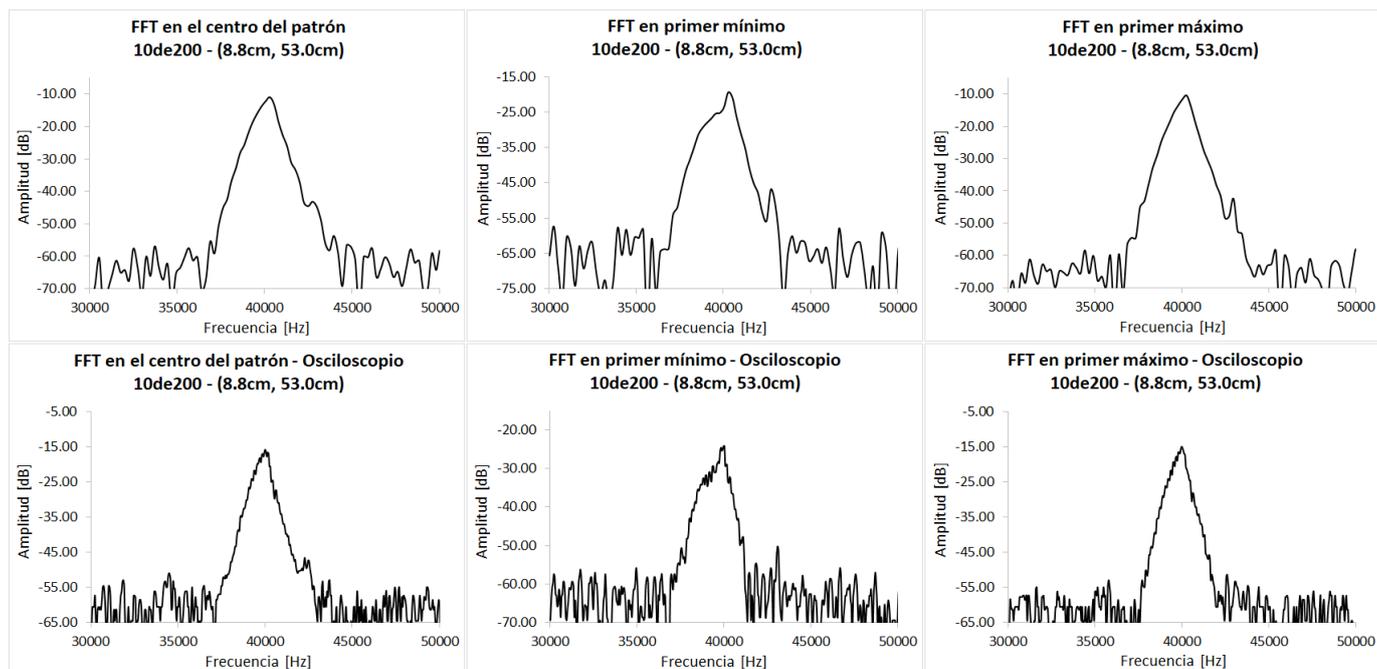


Fig. 4.1.24. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

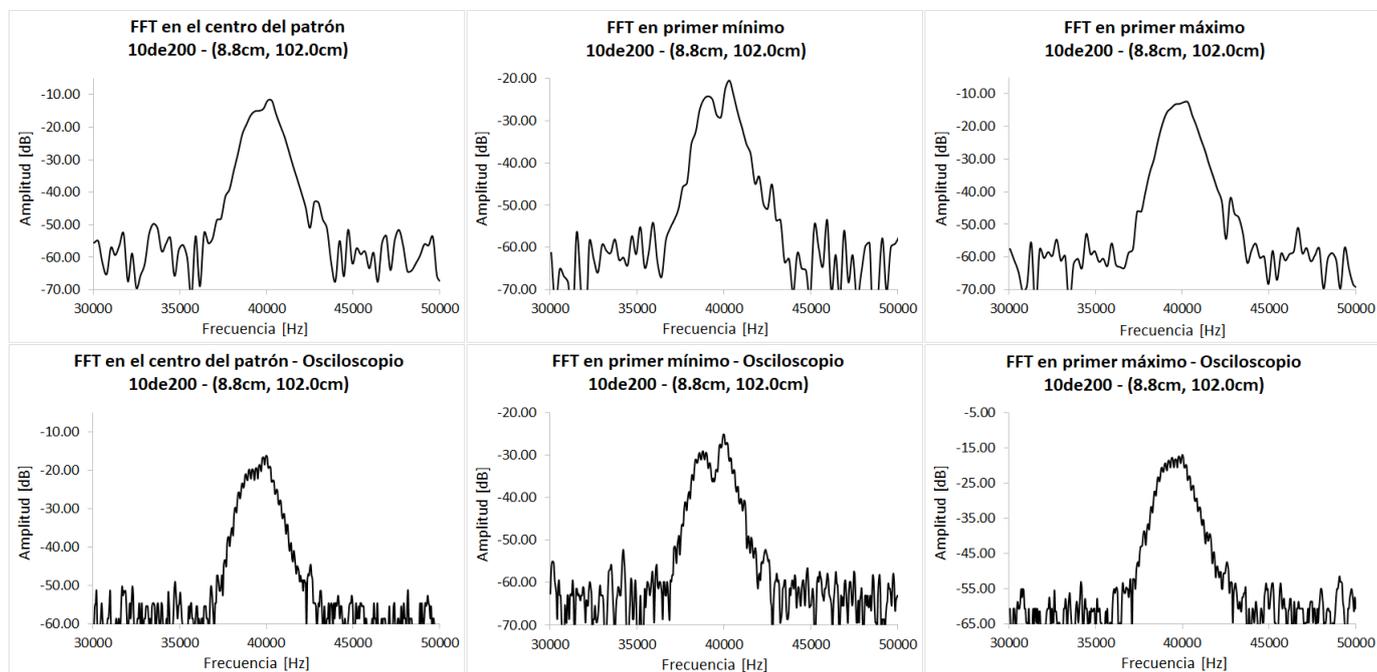


Fig. 4.1.25. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(8.8 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

4.1 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

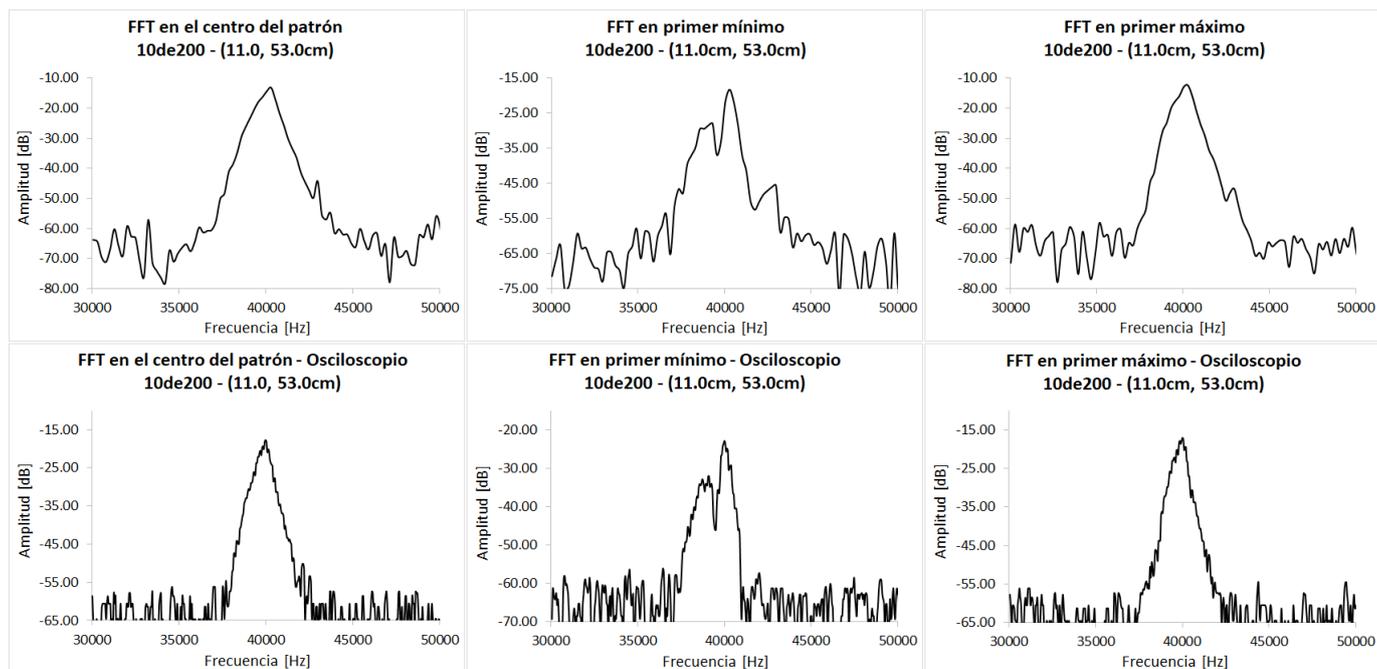


Fig. 4.1.26. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(53 \pm 0.05)cm$.

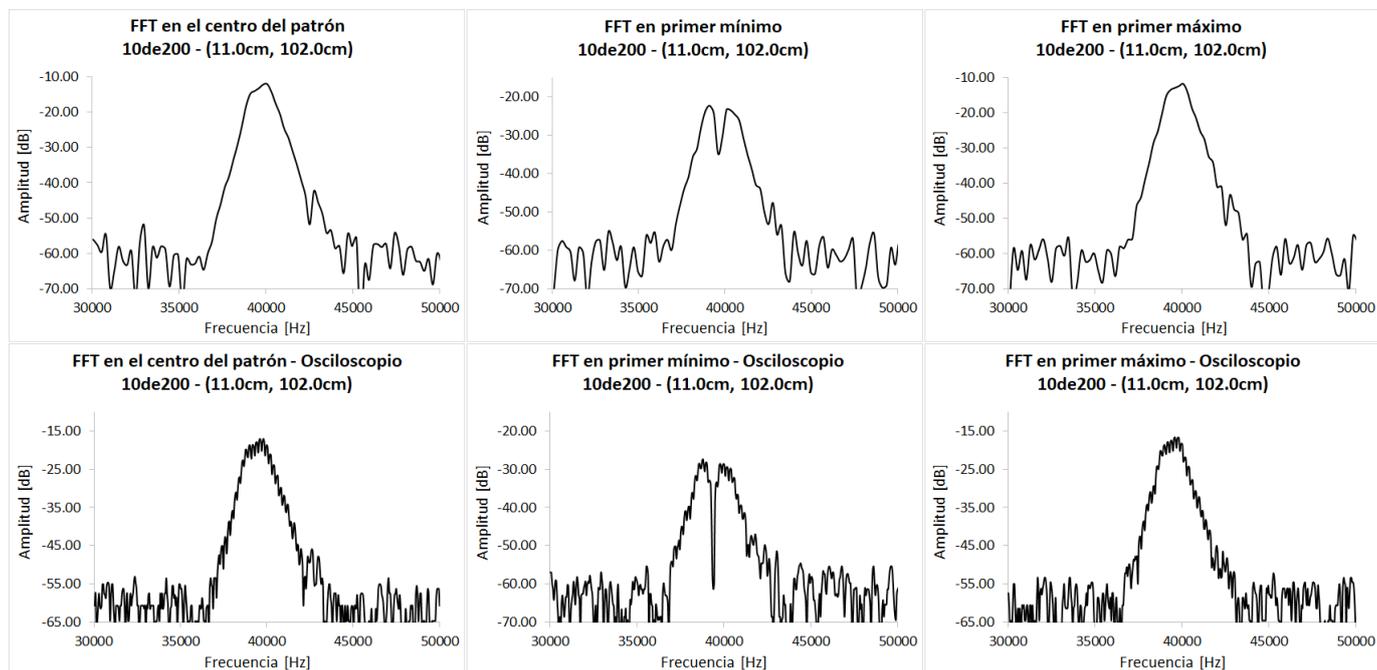


Fig. 4.1.27. FFT de ráfagas de duración 10de200, para una separación entre emisores de $(11 \pm 0.05)cm$ y una distancia del punto central entre emisores a la pantalla de $(102 \pm 0.05)cm$.

Conclusiones

Se utilizaron transductores piezoeléctricos de titanato de bario para la producción y el estudio del fenómeno de interferencia en campos ultrasonicos. Con ayuda del circuito amplificador con filtro construido e implementado para aumentar la sensibilidad de los sistemas montados en este trabajo, se realizó una caracterización de los transductores para determinar su comportamiento y para conocer las características del medio de propagación obteniendo resultados importantes: Primero, realizando un desplazamiento longitudinal del receptor respecto al emisor, se observó que la respuesta en función de la distancia se relaciona con un factor de atenuación de la amplitud de la forma $x^{-1} \rightarrow r^{-1}$, que corresponde a un factor de atenuación asociado a ondas cilíndricas al propagarse en el espacio, pero, si se consideran los puntos después de los 50cm , la variación de la amplitud es menor y entonces las ondas se aproximan mejor a ondas planas. Luego, cuando se desplazó el receptor respecto al emisor de forma transversal, se observó que para una distancia inicial más grande entre el emisor y receptor, la distribución de energía en la pantalla es más uniforme, es decir, los frentes de onda son más planos. Esta característica fue más evidente al considerar el caso de la excitación del emisor con ráfagas, ya que además en este caso, la diferencia entre la respuesta para los dos pares Emisor - Receptor fue considerablemente más pequeña que en el caso de la excitación del emisor con una onda senoidal continua.

Se determinó que la relación entre la diferencia de fase y la distancia es lineal, pues al tomar los datos correspondientes y realizar un ajuste a una recta se obtuvo un coeficiente de determinación de 0.99982. Con la información de la recta de ajuste, se calculó la longitud de onda de las ondas producidas, cuyo valor es $\lambda = (0.858 \pm 0.002)\text{cm} \approx (8.58 \pm 0.02)\text{mm}$. A partir de los valores de la longitud de onda y la frecuencia, se calculó la velocidad de las ondas ultrasónicas obteniendo que $v = (343.2 \pm 0.8)\text{m/s}$, que coincide con el valor de la velocidad del sonido reportado en la literatura.

Posteriormente se calcularon y compararon las velocidades de fase (velocidad del sonido en campos estacionarios) y de grupo (velocidad del sonido en campos transitorios) con la velocidad del sonido teórica, obteniendo diferencias porcentuales pequeñas (la diferencia más grande fue de 7.25%), sin embargo la comparación más relevante resulta ser entre los valores de la velocidad de fase y de grupo en los casos especificados a continuación debido a la relación con la existencia de dispersión en el medio de propagación; al realizar dichas comparaciones, considerando los mismos pares de transductores y las mismas distancias, se obtuvieron las siguientes diferencias porcentuales: Para el par (A Emisor, B Receptor), a una distancia inicial de $(53 \pm 0.05)\text{cm}$, la diferencia porcentual entre los valores de la velocidad de fase y de grupo fue de 6.48%, y a una distancia inicial de $(102 \pm 0.05)\text{cm}$ fue de

0.34 %. Para el par (D Emisor, B Receptor), la diferencia porcentual entre el valor de la velocidad de fase y de grupo, a distancias iniciales de $(53 \pm 0.05)cm$ y $(102 \pm 0.05)cm$, fue de 6.60 % y de 0.26 %, respectivamente. Las diferencias porcentuales entre los valores de la velocidad de fase y de grupo siguen siendo pequeñas, por lo que puede concluirse que la dispersión en el medio es baja y que el valor de la velocidad del sonido reportado en la literatura es válido para estados estacionarios y transitorios.

Como se mencionó en la sección 1.2 del capítulo 1, el hecho de que exista dispersión conlleva a implicaciones importantes al analizar una ráfaga compuesta por ondas senoidales puras; si estas senoidales tienen velocidades características distintas, la forma de la perturbación debería variar con el tiempo. Si una ráfaga es cada vez más dispersa, sería posible observar una variación de la velocidad de propagación con la longitud de onda. Como consecuencia de la dispersión, la velocidad de fase y la velocidad de grupo suelen ser diferentes, pero puede encontrarse una relación entre ellas en términos de la razón del cambio de velocidad con la longitud de onda o bien, con la frecuencia. No obstante, dado que los valores de las velocidades de fase y de grupo en los casos analizados en este trabajo difieren poco con la velocidad del sonido teórica y como además las dimensiones de las ondas en campos ultrasónicos son pequeñas comparando con las dimensiones del medio de propagación, es suficiente justificación para utilizar el valor de la velocidad de fase cuando se realicen experimentos posteriores en donde intervengan campos ondulatorios con estas características. A pesar de lo anterior, se recomienda determinar la velocidad de fase y de grupo considerando variaciones de algunos parámetros, por ejemplo la frecuencia, ya que esto permitiría obtener resultados más concluyentes acerca de la dependencia existente entre dicho parámetro, la velocidad del sonido y su relación con la temperatura, pues como se mencionó en el capítulo 2, una de las características que determinan la velocidad del sonido es justamente la temperatura, y al modificar el valor de la frecuencia de las ondas, el periodo de las vibraciones se ve afectado propiciando un posible cambio en las propiedades termodinámicas del medio, y por tanto, cambios en otras características de la propagación. Otro parámetro que puede modificarse es la duración de las ráfagas y así poder comparar los valores de la velocidad de fase y de grupo obtenidos en todos los casos para determinar en qué condiciones la dispersión es mayor y cómo es la variación de la velocidad con la longitud de onda.

Los diferentes patrones obtenidos presentaron variaciones en la amplitud que es necesario resaltar, pues muestran máximos y mínimos propios del fenómeno de interferencia; se determinaron las posiciones de los máximos de interferencia en la pantalla simulada por el receptor Desplazándose de manera perpendicular a la normal que une a los emisores, y se compararon con los valores de las posiciones de los máximos calculadas a partir del modelo surgido del experimento de Young de la doble rendija. Las diferencias porcentuales entre los valores teóricos y experimentales de los distintos órdenes de interferencia de cada patrón depende del ángulo de apertura del receptor con respecto al centro de la línea que une a los emisores; cuando el ángulo de apertura es pequeño, los valores de las posiciones de los máximos de interferencia tienen mayor concordancia de acuerdo a lo esperado aplicando la formulación de Young, pero conforme el ángulo de apertura aumenta, la diferencia entre

dichos valores crece, por lo tanto los patrones no presentan órdenes de interferencia espaciados de manera lineal. Ahora, respecto a la distribución de la energía en la pantalla se notaron varias cosas; se observó que al alejarse del centro de la pantalla, la amplitud de los máximos de interferencia disminuye gradualmente, como era de esperarse según lo mencionado en la sección 1.5.2 del capítulo 1, salvo en los casos con campos estacionarios en donde se observó un aumento en la amplitud en órdenes superiores de interferencia. Como se mencionó en el capítulo 3, este efecto se atribuye en gran parte a la respuesta que tiene cada par Emisor - Receptor, por lo que es conveniente optar por utilizar pares Emisor - Receptor con respuestas similares respecto a parámetros como la frecuencia y la distancia. Otra característica notable en todos los casos respecto a la distribución de la energía en la pantalla es que la anchura de los órdenes de interferencia crece al ir alejándose del centro de la pantalla, sin embargo, considerando distancias fijas entre emisores y receptor y aumentando la distancia entre emisores, se observa que el ensanchamiento de los órdenes de interferencia es menor para distancias más grandes entre emisores. Esto último también puede asociarse con el ángulo de apertura del receptor con respecto al centro de la línea que une a los emisores y con el patrón de directividad de cada par Emisor - Receptor, ya que la intensidad de los campos producidos y detectados varía en función del ángulo. Por lo tanto, se concluye que la formulación de Young tiene validez en todos los casos (campos estacionarios y transitorios), siempre y cuando el ángulo de apertura tenga un valor que permita que la aproximación a ángulos pequeños siga siendo aplicable. Es importante resaltar que la proporcionalidad de las distancias con las que se trabajó en el caso del ultrasonido con el valor de λ (algunas decenas de longitud de onda) es mucho menor que en el caso óptico, sin embargo, este experimento permitió además de construir patrones de interferencia, realizar comparaciones entre los comportamientos observados para campos ultracercanos, lo cual puede resultar útil a la hora de querer describir que pasa en casos análogos como el de las ondas electromagnéticas.

Los espectros de Fourier obtenidos proporcionan información acerca de las componentes espectrales de los campos ondulatorios, en particular de los campos transitorios. Se observa que una ráfaga compuesta por un determinado número de ciclos senoidales de única frecuencia se dispersa, mostrando componentes con diferentes frecuencias y amplitudes asociadas a cada una. A partir del cálculo realizado con la transformada senoidal de Fourier se tiene que para ráfagas cortas (como es el caso de 1 ciclo activo de 200 totales), existe un mayor número de componentes de frecuencias distintas a la frecuencia de oscilación, por lo que el espectro tiene un ancho de banda más amplio que las ráfagas compuestas con un mayor número de ciclos activos. Para las ráfagas seleccionadas en este trabajo, aplicando la transformada rápida de Fourier no logra observarse claramente este ensanchamiento del ancho de banda, así que se recomienda realizar el experimento con ráfagas que contengan números distintos de ciclos senoidales activos y comparar con los resultados obtenidos, de modo que sea posible determinar el grado de dispersión temporal de las ráfagas con mayor precisión. A pesar de esta observación, se infiere que la transformada rápida de Fourier (calculada con el complemento de Excel y directamente con el osciloscopio) es confiable para describir campos transitorios, ya que se tiene concordancia con la transformada senoidal en la mayoría de los aspectos, además de que es posible observar en los espectros presentados los efectos producidos por el fenómeno de interferencia.

El circuito amplificador con filtro construido para aumentar la sensibilidad de los sistemas montados resultó ser de gran utilidad a lo largo de este trabajo, pues con él se lograron determinar algunas características de los transductores y del medio de propagación donde fue necesario considerar distancias en las que el valor de la amplitud no es fácilmente detectable sin un amplificador adecuado. Además, esta herramienta facilitó la obtención de los patrones de interferencia y de los espectros de Fourier para los diferentes órdenes de interferencia con mayor resolución. El circuito construido tiene un filtro de paso de banda centrado en 39.55KHz , el ancho de banda se encuentra entre 35KHz y 44KHz y la amplificación del circuito completo en la frecuencia de resonancia está dada por 32.20dB que corresponde a aproximadamente 40.75 veces. Si se observa la función de transferencia asociada al módulo (amplitud), puede notarse que la respuesta en las frecuencias dentro del ancho de banda no es plana, y aunque esto no tiene repercusiones significativas en los datos obtenidos, se sugiere construir un circuito amplificador con filtro con una respuesta constante (que amplifique de manera constante) dentro del ancho de banda para evitar la pérdida de información que pueda ser relevante.

Finalmente, se concluye que los objetivos de este trabajo se cumplieron satisfactoriamente al lograr realizar una comparación entre el comportamiento de los campos ultrasónicos estacionarios y en estado de transición, encontrando que la diferencia más grande está en la forma en que se distribuye la energía en la pantalla y en la dispersión (aunque baja) que presentan los campos transitorios. Se sugieren algunas actividades a desarrollar a futuro para lograr un mayor entendimiento del fenómeno de interferencia y de sus aplicaciones. Se propone llevar a cabo un estudio de todos los fenómenos relacionados con la propagación de ondas en el caso de campos transitorios, con la finalidad de enlazar resultados obtenidos de experimentos como éste con la descripción realizada por los diferentes modelos propuestos para el análisis de la propagación de ondas. En muchas aplicaciones, como en diagnósticos biomédicos por ultrasonido, análisis estructural de materiales, entre otros, esto permitiría de gran manera tener una interpretación más clara, eficiente y con mayor calidad de las imágenes construidas a partir de la interacción de campos transitorios.

A. Apéndice

A.1. Señales discretas y periódicas

Es posible reemplazar una señal continua por una discreta, de esta manera se tiene una sucesión de muestras en lugar de la señal completa. La digitalización de una señal $h(t)$ se realiza multiplicando ésta por un tren de pulsos unitario $\delta_k(t)$, de periodo T (intervalo de muestreo); la consecuencia de este proceso se observa en el dominio de las frecuencias. Aplicando el Teorema de Convolución se define lo siguiente:

$$h(t)\delta_k(t) \leftrightarrow H(f) * \Delta_k(f) \quad (\text{A.1.1})$$

ésta operación hace que la función $h(t)$ se describa sobre pulsos a intervalos constantes de $\Delta_k(f)$; como el tren de pulsos está definido en un dominio infinito el resultado es una función periódica en el dominio de las frecuencias.

A.1.1. Teorema de muestreo

Este teorema establece que una señal se muestrea de manera que se cumple la condición de Nyquist; esta condición dice que la frecuencia de muestreo tiene que ser mayor que la frecuencia contenida en la señal, de otra manera no se capturará la señal por completo. Considérese lo siguiente:

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} \quad (\text{A.1.2})$$

Esto significa que para cada valor Δt empleado en el muestreo de una señal el espectro que describe es diferente; para recuperar la señal se debe muestrear con una frecuencia mayor o igual a la frecuencia de Nyquist.

Matemáticamente el Teorema de Muestreo se expresa como sigue:

$$h(t)\delta_k(t) = h(t) \sum_{-\infty}^{*\infty} \delta(t - k\Delta t) = \sum_{-\infty}^{*\infty} h(k\Delta t)\delta(t - k\Delta t) = h_m(t) \quad (\text{A.1.3})$$

donde $h_m(t)$ representa la señal muestreada en el tiempo; con una convolución se puede realizar la misma operación en el dominio de las frecuencias.

A.1.2. Transformada Discreta de Fourier

La transformada discreta de Fourier surge al tender el periodo fundamental al infinito; esto sucede al tratar con señales transitorias y suponer una discretización desde menos infinito a infinito.

Para programar este tipo de señales se consideran transitorias y finitas, de esta forma se evita el concepto de infinito definiendo la transformada de Fourier de la siguiente manera:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi kn/N} \quad (\text{A.1.4})$$

con $k = 0, 1, 2, 3, \dots, N - 1$

A.1.3. Transformada Rápida de Fourier; algoritmo de Cooley y Tukey

La implementación de la transformada de Fourier involucra $N \times N$ multiplicaciones y sumas complejas; para cada uno de los N valores de k se necesitan N multiplicaciones por $f(n)$ y $N - 1$ sumas de resultados.

El algoritmo de FFT permite reducir el número de operaciones a $N \log_2 N$; basándose en las propiedades de separabilidad, simetría y periodicidad se elimina información redundante, así que se puede calcular la transformada de Fourier de dos variables por la aplicación sucesiva de la transformada de Fourier de una variable.

Dado esto, se tiene como resultado que el algoritmo trabaja de manera eficiente cuando la cantidad de puntos de una señal es una potencia de dos.

Realizando un análisis cuidadoso, se puede dividir la transformada de Fourier en una parte par y otra impar:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n)W_N^{2nk} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n+1)W_N^{(2n+1)k} \quad (\text{A.1.5})$$

En la expresión anterior se observa que la transformada de Fourier discreta de N elementos se convierte en la transformada de dos series de $\frac{N}{2}$ elementos; estas series se pueden subdividir a su vez en dos partes y continuar con esta acción hasta llegar a la etapa $\log_2 N$ y finalmente tener $N \log_2 N$ sumas complejas. Este proceso de descomposición se denomina “decimación”, y se puede realizar en el espacio del tiempo o en frecuencias.

Bibliografía

- [1] G. R. Fowles. *Introduction to modern optics*. Dover Publications, segunda edición, NY, USA, 1975.
- [2] R. A. Freedman H. D. Young. *Física universitaria con física moderna, Vol. I y II*. Pearson Educación, decimosegunda edición, México, 2009.
- [3] M. Born y E. Wolf. *Principles of optics*. Pergamon Press, cuarta edición, 1970.
- [4] E. Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, cuarta edición, San Francisco, USA, 2002.
- [5] H. F. Pollard. *Sound waves in solids*. Pion, Londres, 1977.
- [6] F. B. Stumpf. *Analytical acoustics*. Ann Arbor Science Publishers, 1980.
- [7] L. E. Kinsler. *Fundamentos de acústica*. Editorial Limusa, tercera edición, México, 1988.
- [8] A. P. French. *Vibraciones y ondas*. Editorial Reverté, España, 1974.
- [9] F. G. Smith y J. H. Thompson. *Óptica*. Editorial Limusa, primera edición, México, 1979.
- [10] E. T. Copson B. B. Baker. *The mathematical theory of Huygens's principle*. American Mathematical Society, 2003.
- [11] H. P. Hsu. *Fourier analysis*. Addison-Wesley, NY, USA, 1970.
- [12] H. J. Weber G. B. Arfken. *Mathematical methods for physicist*. Elsevier Academic Press, sexta edición, 2005.
- [13] J. D. N. Cheeke. *Fundamentals and applications of ultrasonic waves*. CRC series in pure and applied physics, 2002.
- [14] W. Tomasi. *Sistemas de comunicaciones electrónicas*. Pearson Educación, cuarta edición, México, 2003.
- [15] M. Velázquez Rizo. *Análisis del comportamiento de la difracción de campos ultrasónicos transitorios*. Tesis de Licenciatura, Física, Facultad de Ciencias, UNAM, junio del 2014.
- [16] INIFED (Infraestructura educativa). Normas y especificaciones para estudios, proyectos, construcción e instalaciones, volumen 3; habilidad y funcionamiento, tomo iv; acondicionamiento acústico. Technical report, Secretaría de Educación Pública (SEP), 2014.
- [17] *TBS1000B and TBS1000B-EDU Series Digital Storage Oscilloscopes (User Manual)*. Tektronix.
- [18] E. Beltrán Albertí. *Procesado digital de señales. Fundamentos para comunicaciones y control - II*. Univ. Politèc. de Catalunya, primera edición, España, 2006.

