



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
INSTITUTO DE CIENCIAS APLICADAS Y TECNOLOGÍA

EVALUACIÓN DE SUPERFICIES ASFÉRICAS PLANO CONVEXAS
MEDIANTE INTERFEROMETRÍA DE CAMBIO DE FASE

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
JAIME LEOVIGILDO TINOCO CAMPUZANO

TUTOR PRINCIPAL
DR. MANUEL CAMPOS GARCÍA, ICAT-UNAM
COMITÉ TUTOR
DR. OLEG V. KOLOKOLTSEV, ICAT-UNAM
DRA. GABRIELA MURGUÍA ROMERO, FC-UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, ENERO 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Dr. Manuel Campos García

Dr. Mario Francisco González Cardel

Dr. Jesús Garduño Mejía

Dr. Víctor Manuel Velázquez Aguilar

Dr. Alejandro Cornejo Rodríguez

La tesis se realizó en el Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología ICAT, UNAM.

Ciertamente más rudo soy yo que ninguno, Ni tengo entendimiento de hombre.

Yo ni aprendí sabiduría, Ni conozco la ciencia del Santo.

¿Quién subió al cielo, y descendió? ¿Quién encerró los vientos en sus puños?

¿Quién ató las aguas en un paño? ¿Quién afirmó todos los términos de la tierra?

¿Cuál es su nombre, y el nombre de su hijo, si sabes?

Proverbios 30 2-4

*A Dios, a mis padres, a Ivett, a mi familia, a mis amigos, a Ecuador, a México.
Es por ustedes que estoy de pie.*

Agradecimientos

Quiero extender un sincero agradecimiento a las siguientes personas e instituciones:

Al Dr. Manuel Campos García, por su paciencia y apoyo; aun cuando ni siquiera entraba al posgrado.

Al Dr. Jorge Alejandro Reyes Esqueda y al Posgrado en Ciencias Físicas, por su atención y dedicación.

Al Dr. Rufino Diaz Uribe, por el apoyo brindado, y por las tazas de café vespertinas.

A Oliver Huerta, Cesar Cossio, Pedro Cebrián, Isaías Rodríguez, por su apoyo y consejos en esta empresa.

Al Dr. Maximino Avendaño Alejo y a Jesús del Olmo Márquez por su apoyo en la implementación del experimento.

A la Universidad Nacional Autónoma de México UNAM por ser mi segunda Alma Mater.

Al Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología ICAT, por haber sido mi hogar durante estos años.

A Eddie, Andrés, Victor, Celestino, Francisco, Arturo, Antonio; por hacer amena la estancia en el Laboratorio de Metrología Óptica.

A la Escuela Superior Politécnica del Litoral ESPOL por haberme introducido en el fascinante mundo del conocimiento.

A la Secretaría Nacional de Educación Superior Ciencia Y Tecnología SENESCYT, y a su programa de becas “Convocatoria Abierta 2014 segunda fase”. Lo que por gracia se recibe por gracia se dona.

Al Consejo Nacional de Ciencia Y Tecnología CONACYT por la beca CVU 794250 para el 2016 segundo periodo.

Al Programa de Apoyo a los Estudios de Posgrado PAEP 2018, por el apoyo económico para la compra de materiales para armar el experimento.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Academico (DGAPA), por su apoyo en los fondos asignados por el proyecto PAPIME 2019 No. PE110419 para la adquisición de material para el Laboratorio de Metrología Óptica del proyecto “Herramientas adicionales sobre el curso de óptica”.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Academico (DGAPA), por su apoyo en los fondos asignados por el proyecto PAPIME 2020 No. PE101120 para la adquisición de material para el Laboratorio de Metrología Óptica del proyecto “Herramientas didácticas para la enseñanza de la óptica”.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Academico (DGAPA), por su apoyo en los fondos asignados por el proyecto PAPIIT 2019 No. TA100519 para realizar la compra de material del proyecto “Topografía Corneal basada en pantallas nulas: Desarrollo y caracterización de prototipos”, parte del cual se utilizó para desarrollo de este trabajo

A la Dra. Gabriela Murguía y el Dr. Oleg Kolokoltsev por su paciencia y siempre buena disposición a atender mis problemas académicos.

A mis sinodales los doctores: Alejandro Cornejo, Mario González, Víctor Velázquez y Jesús Garduño, por la atención a mis correos, y sus correcciones y recomendaciones para llevar a buen término la consecución de este trabajo.

A tantas personas que me faltó mencionar pero que siempre tengo presente.

Mil gracias.

Declaración de autenticidad

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Jaime Leovigildo Tinoco Campuzano. Ciudad de México, Enero 2020

Resumen

En este trabajo se detalla la evaluación de superficies planas, esféricas y esféricas mediante interferometría haciendo un análisis cuantitativo de interferogramas obtenidos en un interferómetro de Twyman-Green usando Interferometría de Cambio de Fase (PSI).

Comenzamos aplicando el método PSI sobre interferogramas simulados para superficies, planas, esféricas y esféricas obteniendo así mapas de fase $\phi(x, y)$ envuelta. Posteriormente usando un algoritmo numérico se hace el desenvolvimiento de fase correspondiente para recuperar los frentes de onda propuestos en la simulación, presentando gráficas de mapas de elevación y sus correspondientes interpretaciones.

Luego se realiza la evaluación de superficies esféricas y esféricas reales obtenidas con el arreglo experimental, y se realiza un procedimiento de ajuste de las superficies por medio de polinomios de Zernike para obtener el conjunto de aberraciones presentes en las superficies como, pistón, defoco, aberración esférica, hasta tercer orden.

Finalmente se anotan las conclusiones a las que se llegó como fruto del trabajo realizado y los posibles trabajos a futuro consecuencia de la investigación realizada.

Índice general

Índice de figuras	XIII
Índice de tablas	XVII
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Clasificación de las Pruebas Ópticas	3
1.2.1. Pruebas Interferométricas	3
1.2.2. Pruebas geométricas	5
1.2.3. Pruebas con perfilómetros	7
1.3. Motivación del trabajo	9
1.3.1. Formas de realizar el cambio de fase	11
1.3.2. Aplicaciones de la PSI	14
1.4. Las aberraciones principales	15
1.5. Coherencia de una fuente de luz	16
1.5.1. Requisitos para la fuente de luz	16
1.6. Lentes esféricas	17
1.6.1. Pruebas de superficies esféricas	18
2. Fundamentos Teóricos	21
2.1. Interferencia de las Ondas de Luz	21
2.1.1. Interferómetro de Young	22
2.1.2. Interferómetro de Newton y Fizeau	24
2.1.3. Interferómetro de Michelson	27
2.1.4. Tamaño y forma del patrón	30
2.1.5. Interferómetro de Twyman-Green	33
2.1.6. Aberración óptica de componentes	34
2.1.7. Contribución de ambos espejos	36
2.1.8. Expresión general del interferograma	37
2.1.9. Interferograma con un sistema óptico perfecto	38
2.1.10. Interferograma con espejo inclinado	38
2.1.11. Interferograma de una superficie esférica plano convexa	39
2.2. Interferometría de cambio de fase	39

ÍNDICE GENERAL

2.2.1. Conceptos y revisión general	40
2.2.2. Principios de la medición de superficie mediante interferometría .	41
2.2.3. Método de Cambio de Fase	42
2.2.4. Algoritmos para PSI con cuatro pasos de separación	45
2.2.5. Algoritmo de Hariharan	46
2.3. Desenvolvimiento de la fase	48
2.4. Análisis del Error en Interferometría de Cambio de Fase	49
2.4.1. Errores en PSI	49
3. Simulación para la evaluación de superficies	53
3.1. ¿Cómo simulamos el interferómetro de Twyman-Green?	54
3.1.1. Simulación de interferómetro T.G. con espejos ortogonales(Sin inclinación)	56
3.1.2. Simulación de interferómetro T.G. con espejo M2 inclinado en uno de sus ejes	59
3.1.3. Obtención de la fase y algoritmo de desenvolvimiento	60
3.1.4. Simulación de evaluación de superficie esférica con interferómetro T.G.	65
3.1.5. Simulación de evaluación de superficie esférica con interferómetro T.G.	66
3.2. Ajuste de las superficies esféricas evaluadas	70
3.3. Ajuste de superficies con ecuación de la cónica y polinomios de Zernike .	72
3.3.1. Obtención de coeficientes Zernike de las superficies de ajuste . . .	73
4. Montaje experimental	77
4.1. Descripción del arreglo	78
4.2. Evaluación preliminar del montaje experimental	80
4.3. Evaluación de lente esférica plano convexa	84
4.4. Evaluación de superficie esférica plano convexa	89
4.5. Análisis de resultados	96
4.5.1. Aberración esférica en las superficies plano convexas	96
4.5.2. Acerca del desenvolvimiento de fase	97
4.6. Conclusiones	97
4.6.1. Trabajo a futuro	98
A. Conceptos y definiciones necesarios	101
B. Aproximación en serie de Taylor para la ecuación de la cónica	105
C. Cálculo de fase e irradiancia para un interferómetro Twyman-Green con espejo inclinado	107
Bibliografía	111

Índice de figuras

1.1.	<i>Prueba de rastreo de franjas.</i>	4
1.2.	<i>Transformada de Fourier.</i>	4
1.3.	<i>Prueba de Ronchi.</i>	5
1.4.	<i>Prueba de Hartmann.</i>	6
1.5.	<i>Prueba de Roddier.</i>	6
1.6.	<i>Prueba de pantallas nulas.</i>	7
1.7.	<i>Perfilómetro de contacto.</i>	8
1.8.	<i>Perfilómetro óptico confocal.</i>	9
1.9.	<i>Distribución de intensidad de un campo de interferencia.</i>	10
1.10.	<i>Actuador piezo eléctrico.</i>	12
1.11.	<i>Placa plano paralela.</i>	12
1.12.	<i>Rejilla de difracción y modulador acusto-óptico.</i>	13
1.13.	<i>Lente asférica vista de perfil.</i>	18
2.1.	<i>Diagrama del interferómetro de Young.</i>	22
2.2.	<i>Interferómetro de Newton.</i>	24
2.3.	<i>Interferómetro de Fizeau.</i>	25
2.4.	<i>Interferencia con 2 placas paralelas en el interferómetro de Fizeau.</i>	26
2.5.	<i>Diagrama del interferómetro de Michelson.</i>	27
2.6.	<i>Funcionamiento del divisor de haz.</i>	29
2.7.	<i>Cambios de fase introducidos por el divisor de haz.</i>	30
2.8.	<i>Traza de rayos del interferómetro de Michelson.</i>	31
2.9.	<i>Patrón de franjas de igual inclinación a la salida del IM.</i>	32
2.10.	<i>Efecto debido a espejo inclinado.</i>	32
2.11.	<i>Traza de rayos para el IM con uno de los espejos inclinados</i>	33
2.12.	<i>Interferómetro de Twyman-Green</i>	34
2.13.	<i>Desviación entre el frente de onda real y el ideal</i>	35
2.14.	<i>Interferogramas para las aberraciones primarias producto de la desviación entre el frente de onda real y el ideal.</i>	36
2.15.	<i>Contribución de los espejos M_1 y M_2 a la fase del interferograma.</i>	37
2.16.	<i>Espejo M_1 inclinado α desde el eje X.</i>	38
2.17.	<i>Interferograma de frente de onda inclinado.</i>	39
2.18.	<i>Cambio de fase de 90° producido por el desplazamiento del espejo en $\lambda/8$.</i>	41

ÍNDICE DE FIGURAS

2.19.	<i>Intensidad para desplazamientos del espejo de referencia.</i>	42
2.20.	<i>Fase envuelta para un frente de onda inclinado.</i>	48
3.1.	<i>Arreglo experimental propuesto para realizar la evaluación de superficies</i>	53
3.2.	<i>Simulación de interferogramas</i>	55
3.3.	<i>ITG con espejos ortogonales y sin superficie de prueba</i>	56
3.4.	<i>Interferogramas obtenidos para el ITG con espejos ortogonales desplazando el espejo de referencia a pasos regulares de $\lambda/16$.</i>	58
3.5.	<i>Interferómetro TG con espejo M2 inclinado.</i>	59
3.6.	<i>Interferogramas obtenidos para el ITG con espejo M2 inclinado para desplazamientos a pasos de $\lambda/8$ del espejo de referencia.</i>	60
3.7.	<i>Mapa de fase envuelta.</i>	61
3.8.	<i>Diagrama de flujo en pseudocódigo del algoritmo de desenvolvimiento de fase.</i>	62
3.9.	<i>Obtención de la función de las discontinuidades de una fase(x) envuelta.</i>	63
3.10.	<i>Mapa de fase desenvuelta.</i>	64
3.11.	<i>Mapa de elevación para un frente de onda inclinado.</i>	65
3.12.	<i>Trazo de rayos para simulación frente de onda esférico.</i>	65
3.13.	<i>Paraboloide a ser evaluado.</i>	67
3.14.	<i>Interferogramas obtenidos para una superficie parabólica.</i>	68
3.15.	<i>Mapas de fase y elevación para un frente hiperbólico.</i>	68
3.16.	<i>Hiperboloide a ser evaluado.</i>	69
3.17.	<i>Interferogramas obtenidos para una superficie hiperbólica.</i>	69
3.18.	<i>Mapas de fase y elevación para un frente hiperbólico.</i>	70
3.19.	<i>Ajuste de resultados a un polinomio mediante cftool: Los puntos negros corresponden a la superficie recuperada, y debido a su gran densidad ocultan visualmente la superficie del ajuste. El borde en color azulado es parte de la superficie con la que se ajustan dichos puntos.</i>	71
3.20.	<i>Ajuste de la superficie parabólica evaluada.</i>	72
3.21.	<i>Ajuste de la superficie hiperbólica evaluada.</i>	73
3.22.	<i>Ajuste de la superficie paraboloides evaluada utilizando Polinomios de Zernike.</i>	74
3.23.	<i>Ajuste de la superficie hiperboloides evaluada utilizando Polinomios de Zernike.</i>	76
4.1.	<i>Montaje experimental del Interferómetro de Twyman Green: L_HeNe láser helio neón; DN filtro de densidad neutra; LO lente objetivo; PH pinhole; LC lente colimadora; BS divisor de haz; LT lente bajo prueba; M2 espejo de prueba; M1 espejo de referencia; PV placa de vidrio; LE lente de enfoque; CMOS cámara CMOS.</i>	77
4.2.	<i>Funcionamiento del filtro espacial.</i>	79
4.3.	<i>Funcionamiento del arreglo experimental.</i>	80
4.4.	<i>Interferogramas obtenidos para una superficie plana.</i>	81
4.5.	<i>Mapas de fase y elevación para un frente de onda plano.</i>	82
4.6.	<i>Ajuste del frente de onda de la lente placa de vidrio con polinomios de Zernike.</i>	84
4.7.	<i>Lente plano convexa esférica EO49887.</i>	84

4.8. <i>Interferogramas obtenidos para una superficie plano convexa esférica a distancia focal.</i>	85
4.9. <i>Interferogramas obtenidos para una superficie plano convexa esférica a distancia focal.</i>	86
4.10. <i>Mapas de fase y elevación correspondientes a la lente esférica a distancia focal.</i>	87
4.11. <i>Ajuste de las aberraciones del frente de onda esférico.</i>	88
4.12. <i>Ajuste de las aberraciones del frente de onda esférico (Sin términos A1, A2, A3 y A4).</i>	89
4.13. <i>Espejo del brazo de prueba, cóncavo o convexo para prueba de superficies esféricas.</i>	89
4.14. <i>Lente plano convexa asférica AHL12-10.</i>	90
4.15. <i>Interferogramas obtenidos para una superficie plano convexa asférica a distancia focal.</i>	91
4.16. <i>Interferogramas obtenidos para una superficie plano convexa asférica a distancia focal después de realizar el filtrado.</i>	92
4.17. <i>Mapas de fase y elevación correspondientes a la lente asférica a distancia focal.</i>	93
4.18. <i>Ajuste de las aberraciones del frente de onda asférico.</i>	94
4.19. <i>Ajuste de las aberraciones del frente de onda de la superficie asférica suprimiendo los coeficientes de Zernike correspondientes a: Pistón, defoco, e inclinaciones.</i>	95
4.20. <i>Convergencia de rayos para lentes plano convexas.</i>	96
4.21. <i>Configuración para un trabajo a futuro.</i>	99
C.1. <i>Interferómetro de Twyman-Green con espejo inclinado</i>	107
C.2. <i>Componentes vectoriales del vector de propagación k.</i>	108

Índice de tablas

1.1. Constantes de conicidad de diversos tipos superficies.	17
2.1. Algunos algoritmos para PSI con cambio de fase uniforme.	45
3.1. Listado de los 11 primeros polinomios de Zernike.	74
3.2. Coeficientes de Zernike del ajuste de la superficie paraboloidal.	75
3.3. Coeficientes de Zernike del ajuste de la superficie paraboloidal.	76
4.1. Lista de partes del interferómetro TG.	78
4.2. Coeficientes de Zernike para el frente de onda de la superficie.	83
4.3. Especificaciones para la lente EO49887.	85
4.4. Coeficientes de Zernike para el frente de onda de la superficie esférica a distancia focal.	86
4.5. Especificaciones para la lente AHL12-10.	90
4.6. Coeficientes de Zernike: superficie esférica a distancia focal.	94
4.7. Aberración Esférica para superficies evaluadas.	96
4.8. Error RMS para superficies evaluadas.	97

Introducción

Las superficies esféricas son superficies cuya forma se desvía de la forma de una esfera, éstas se utilizan en instrumentos ópticos para cambiar las trayectorias de la luz y mejorar la calidad de la imagen, todo esto con la gran ventaja de una menor cantidad de componentes y como consecuencia, la disminución del volumen y peso del sistema. Estas superficies aparecen cada vez más en sofisticados sistemas ópticos para un sin número de aplicaciones, como por ejemplo, cámaras de teléfonos inteligentes, equipos médicos e industriales, entre otros; los cuales requieren de pruebas ópticas que ofrezcan mejores precisiones y resoluciones.

Los sistemas de gran precisión, son generalmente probados usando interferometría o sensores del frente de onda, esto debido a que son los más adecuados para alcanzar las precisiones deseadas en las mediciones que se desea realizar.

El uso de la computadora en la interferometría estática representa un gran salto en cuanto a la rapidez de las mediciones; por lo cual durante los últimos treinta años la integración de computadoras cada vez más potentes, ha ido en aumento. Sin embargo, se presenta el problema del envío de la información del patrón de franjas capturado hacia la computadora sin perder la exactitud intrínseca contenida en el patrón de interferencia capturado. La información se recolecta sólo a lo largo de los centros de las franjas, y la mayoría de los métodos de análisis se realizan sobre una retícula cuadrada por lo que se requiere de interpolación entre puntos, lo que introduce errores en los resultados. Este tipo de análisis, hace poco muestreo de los datos obtenidos, lo que limita la resolución del método. De modo que para incrementar la densidad de puntos medidos, se adquieren interferogramas con mayor número de franjas, introduciendo inclinaciones ya sea a la superficie bajo prueba o a la superficie de referencia, pero conforme se aumenta el número de franjas se requiere de una mayor densidad de píxeles del sistema de captura utilizado.

La Interferometría de Cambio de Fase (PSI), captura un conjunto de interferogramas con la fase de referencia desplazada, por lo que la fase asociada al frente de onda se

encuentra codificada en los patrones de intensidad de los interferogramas capturados y puede ser recuperada mediante un cálculo punto a punto realizado por un algoritmo computacional sobre los interferogramas. Debido a esto, la necesidad de localizar los centros de las franjas del patrón de interferencia es eliminada. Adicionalmente, la PSI no necesita de un interferómetro específico por lo que la técnica se puede aplicar para probar superficies en una variedad de situaciones y con diversas configuraciones.

Se puede notar que a diferencia de trabajar con sólo una parte de la información del patrón de interferencia (centroides), en PSI se procesa toda la información capturada; razón por la cual la precisión de la técnica interferométrica se multiplica entre 100 y 1000 veces^[1] ^[2] con relación a la interferometría estática.

1.1. Planteamiento del problema

El problema sobre el que versará esta tesis, consiste en probar una lente plano convexa esférica, con un interferómetro de Twyman-Green obteniendo interferogramas los cuales son adquiridos realizando desplazamientos a pasos fijos sobre los cuales se realizará la técnica de cambio de fase para recuperar el frente de onda y una posterior evaluación de la superficie.

Los objetivos puntuales que se plantean para esta tesis son:

- + Elaborar simulaciones para frentes de onda esféricos.
- + Recuperación de frente de onda para interferogramas simulados.
- + Hacer el montaje experimental de un interferómetro de Twyman-Green.
- + Probar una placa de vidrio plano paralela con el arreglo interferométrico.
- + Aplicar el método de cambio de fase para probar superficies esféricas.
- + Realizar la recuperación de los frentes de onda de superficies plano convexas reales.

A continuación se describe la manera en la que está organizado este trabajo de tesis, donde se hace una breve reseña de lo que tratará cada capítulo.

En el capítulo uno se presenta el contexto en el que se desarrolla el trabajo de tesis y su importancia, además se hace una introducción al trabajo de tesis, donde se narra los avances realizados en los últimos años en la interferometría de cambio de fase (PSI). Se describen además las ventajas que esta técnica ofrece respecto al análisis de un solo interferograma.

El capítulo dos explica los fundamentos teóricos tanto del fenómeno de interferencia y del interferómetro de Twyman-Green utilizado en el arreglo experimental, así como del

metodo de cambio de fase utilizado para la recuperación del frente de onda.

El capítulo tres propone las expresiones matemáticas que se utilizaron para elaborar simulaciones de interferogramas de superficies esféricas las cuales se prueban con los algoritmos desarrollados, los mismos que serán empleados también en el montaje experimental; así como los resultados producto de la evaluación dichas simulaciones.

En el capítulo cuatro se muestran las imágenes del montaje experimental realizado para la evaluación de superficies reales. Pasando por la recuperación de los frentes de onda y la obtención de los coeficientes de Zernike para las distintas aberraciones presentes en cada superficie, además de el análisis de resultados obtenidos y las conclusiones resultantes del trabajo realizado.

1.2. Clasificación de las Pruebas Ópticas

Los instrumentos ópticos son herramientas de precisión constituidos por sistemas ópticos que deben ser fabricados con tolerancias muy bajas. Una desviación de la forma correcta de las superficies de las lentes individuales de unas cuantas fracciones de micra puede resultar en un nivel de desempeño inaceptable en el instrumento final. Por lo tanto es esencial el poder probar el desempeño de cada elemento óptico; así como el final del sistema en conjunto.

A continuación se recogen algunas de las pruebas más relevantes a la hora de realizar pruebas sobre superficies ópticas^[3].

1.2.1. Pruebas Interferométricas

Rastreo de franjas - Esta prueba^[4] se basa en la suposición de que los extremos locales de la distribución de intensidad en el interferograma corresponden a los extremos de la función armónica asumida, de la señal de interferencia detectada. En este caso la diferencia de fase del campo de interferencia en los pixeles, donde un máximo o mínimo de intensidad se localiza, es igual a un múltiplo entero par o impar de π .

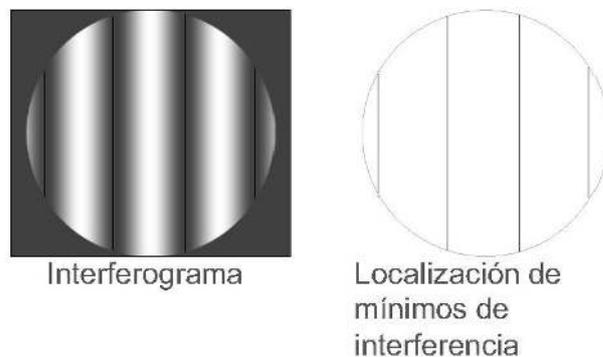


Figura 1.1: *Prueba de rastreo de franjas.*

Transformada de Fourier - Esta prueba^[4] se basa en la transformada de Fourier de la distribución de intensidad del campo de interferencia. La transformada de Fourier bidimensional del patrón de interferencia es una función hermítica, de modo que el espectro de amplitud por lo tanto luce simétrico con respecto al término constante de intensidad. Un pico espectral a frecuencia cero representa la componente espectral que aparece de la modulación de la intensidad de fondo del interferograma. Los dos lóbulos simétricos lleva la misma información sobre los valores la fase $\Delta\varphi$. Utilizando los filtros pasabanda apropiados en el dominio de la frecuencia espacial podemos extraer uno de los lóbulos. Los valores de fase desenvuelta pueden entonces ser calculados realizando la transformada inversa de Fourier del espectro filtrado.



Figura 1.2: *Transformada de Fourier.*

Interferometría de cambio de fase (PSI) - Esta prueba^[4] se basa en la evaluación del campo de interferencia a partir de varias mediciones de intensidad con fase desplazada. Los valores de fase pueden ser determinados sin ambigüedad, a partir de estos patrones desplazados, con alta precisión en todos los píxeles del detector debido al proceso específico para la evaluación de fase.

1.2.2. Pruebas geométricas

Prueba de Ronchi - Este esquema se usa para la detección de aberraciones de espejos y lentes, esféricos y esféricos lentos^[5]. El procedimiento de la prueba se detalla a continuación: la luz parte de una fuente puntual, alcanza la superficie que se quiere probar y se refleja en el mismo. El frente de onda reflejado pasa a través de una rejilla de Ronchi que lo divide en varios frentes de onda idénticos desplazados por una cierta cantidad. El siguiente elemento es un diafragma que separa solamente el máximo central m_0 ; y los máximos m_1 y $-m_1$. Posteriormente estos picos se traslapan y forman un patrón de interferencia que se puede ver en una pantalla. Si la superficie bajo prueba está hecha apropiadamente y sin defectos, en la pantalla se observarán patrones de interferencia, en los cuales las franjas son del mismo ancho y paralelas entre sí. Pero si la superficie bajo prueba presenta defectos, las franjas de interferencia se presentan curvadas.

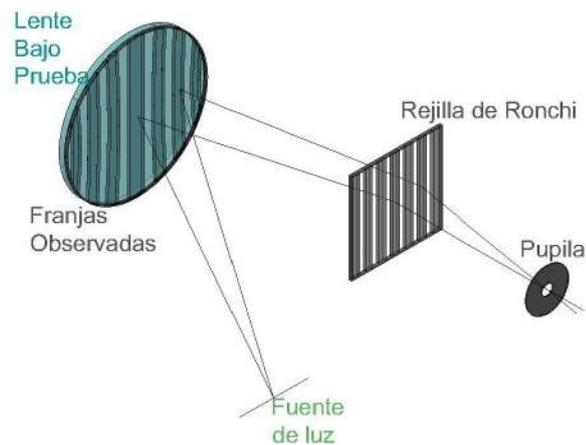


Figura 1.3: Prueba de Ronchi.

Prueba de Hartmann - Esta prueba^[5] fue inventada por el astrónomo alemán Johannes Hartmann en 1900 para el telescopio Gran Refractor en Postdam, y tiene su antecedente en las mediciones de los defectos refractivos del ojo usando una pantalla con dos agujeros en frente del ojo. Se utiliza una pantalla con un arreglo de agujeros colocados cercano a la pupila de entrada o de salida del sistema bajo prueba. La pantalla de uso más común es un arreglo rectangular de agujeros estando uno de ellos en el centro de la pantalla. Los patrones de Hartmann no son más que los diagramas de puntos obtenidos en la evaluación del diseño de la lente. Cuando se mide un frente de onda, los errores se pueden reducir si el procedimiento de prueba utilizado permite obtener un resultado determinado a través de varios medios independientes. Un patrón de prueba que permita varias formas independientes de obtener una desviación de superficie en un punto de muestra es probable que dé una aproximación más cercana al valor real de la desviación, que un patrón que carece de tal característica.

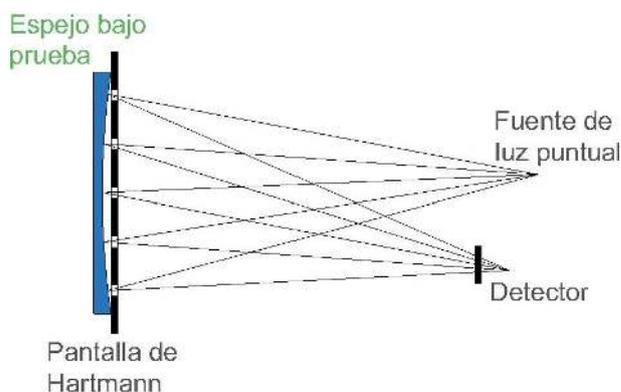


Figura 1.4: Prueba de Hartmann.

Las deformaciones del frente de onda $W(x, y)$ se calculan de las mediciones de las aberraciones transversales TA_x y TA_y relacionadas por las siguientes expresiones.

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = -\frac{TA_x(x, y)}{r} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial y} = -\frac{TA_y(x, y)}{r} \quad (1.2)$$

Sensores de curvatura - Los métodos de sensores de curvatura^[6] se basan en las observaciones cualitativas de imágenes desenfocadas cuyas variaciones de intensidad reflejan los cambios en la curvatura del frente de onda. Consiste básicamente en efectuar mediciones de la distribución de irradiancia en al menos dos planos desenfocados simétricamente colocados a ambos lados del plano focal del sistema óptico que se desea probar. La diferencia en las mediciones de la distribución de irradiancia proporciona información sobre de la curvatura del frente de onda. Este procedimiento se usa principalmente para la alineación de telescopios, y es fácil de instrumentar comparado con otros métodos cuantitativos tradicionales. De la diferencia de mediciones se obtiene una ecuación cuya solución proporciona cuantitativamente el frente de onda.

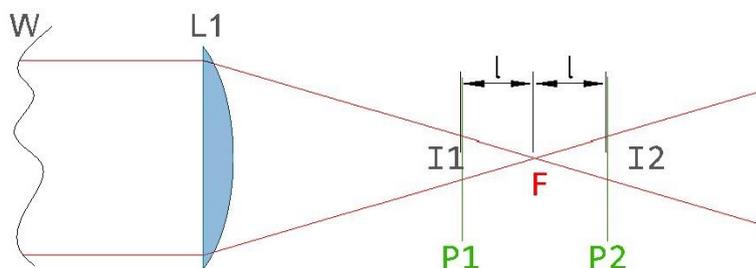


Figura 1.5: Prueba de Roddier.

Prueba de pantallas nulas - Una pantalla nula^[7] es un objeto que se diseña para producir una imagen de un patrón ordenado de puntos o líneas después de reflejarse sobre una superficie óptica. Una vez que se construye la pantalla nula y se coloca una superficie de prueba en la posición adecuada, se obtendrá una imagen idéntica al patrón original, sólo si la superficie colocada es idéntica a la superficie de diseño. Si la superficie de prueba difiere de la superficie de diseño, entonces la imagen obtenida mostrará un patrón distinto a un patrón original, y por lo tanto, la superficie a probar presenta deformaciones, o el sistema óptico presenta desalineaciones. Esta configuración recibe el nombre de prueba nula^[8]. Este método permite la evaluación de superficies rápidas, cóncavas y convexas y ha sido aplicado en la evaluación de colectores solares parabólicos, espejos parabólicos, superficies esféricas y esféricas, espejos planos y córneas humanas. La forma de la pantalla nula depende de la aplicación deseada, de la superficie de referencia empleada en su diseño y de la posición y de la posición en la cual se coloque.

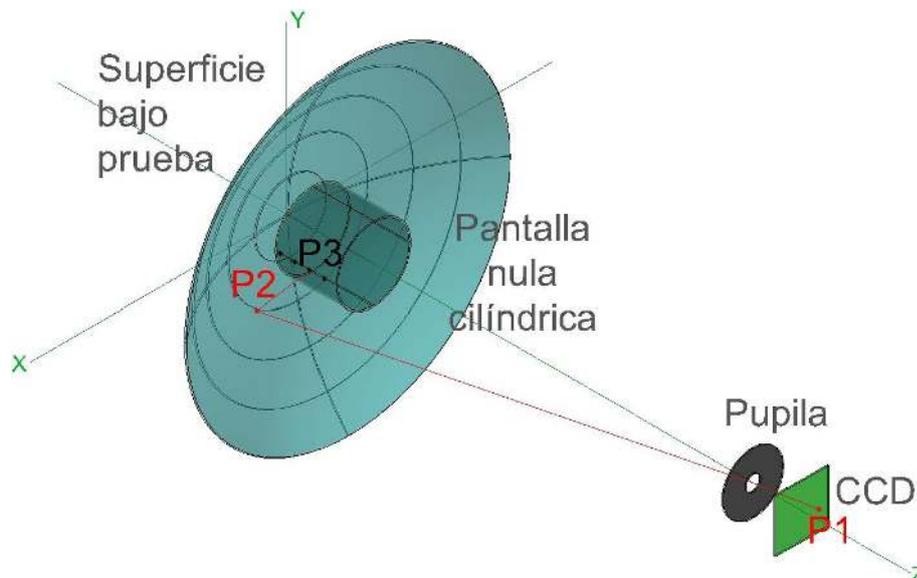


Figura 1.6: Prueba de pantallas nulas.

1.2.3. Pruebas con perfilómetros

Esta es la prueba^[5] más comúnmente usada para formas esféricas. Este dispositivo mide la altura como una función del movimiento a lo largo de un eje produciendo una matriz de datos. Utilizando la información de la superficie ideal y la configuración del perfilómetro, se analizan los datos, mostrando el error a partir de la forma teórica con respecto de forma que está siendo analizada. La incertidumbre más pequeña en esta prueba es aproximadamente de $0.1\mu m$, y se incrementa para superficies extremadamente planas o inclinadas.

1. INTRODUCCIÓN

Perfilómetros de contacto^[5] - Estos instrumentos a menudo son descritos como perfilómetros de contacto o sensores táctiles, porque usan una sonda para barrer la superficie de un objeto. Las fuerzas aplicadas a las puntas de estas sondas son tan diminutas que resulta difícil llamarlos instrumentos de contacto. Estos instrumentos comprometen la velocidad de medición a beneficio de una excelente resolución lateral, muchas veces incluso por debajo de la resolución de los microscopios ópticos. El perfilómetro *stylus*, uno de los primeros en ser desarrollado, es barato de construir y fácil de utilizar; por esta razón es el estándar en muchos talleres ópticos y mecánicos. El *microscopio de barrido* fue desarrollado posteriormente pero ahora es común tanto en laboratorio como en la industria de semiconductores y de microsistemas electromecánicos, debido a su resolución vertical y lateral por debajo del nanómetro y su habilidad para medir diferentes propiedades materiales.

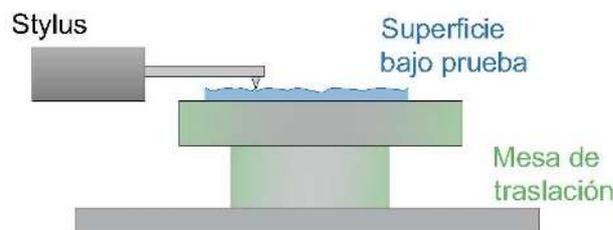


Figura 1.7: *Perfilómetro de contacto.*

Perfilómetros ópticos^[5] - En el caso de los sensores ópticos, en lugar de utilizar una sonda como los perfilómetros de contacto, estos instrumentos usan un sensor óptico para obtener mediciones de perfil.

Por otro lado los microscopios confocales, que fueron inicialmente desarrollados para examinar muestras biológicas, han encontrado aplicaciones para probar superficies ópticas. El microscopio confocal (fig. 1.8) detecta la luz reflejada por la superficie bajo prueba con su detector. Por el diseño del microscopio confocal, la luz emitida de una fuente puntual y reflejada por la superficie de prueba, alcanza el detector solamente si la superficie de prueba y el detector están en foco; de ahí el uso del término ‘confocal’.

Cuando la superficie de prueba se encuentra en la posición de foco, la luz reflejada por la superficie de prueba es enfocada en el detector y casi todos los rayos de luz reflejada pasan a través del pinhole y llegan al detector. Por el contrario, si la superficie bajo prueba no está en el foco, los rayos de luz reflejada dejan de alcanzar el detector porque ellos no convergen. Por lo tanto, la óptica confocal detecta solamente información que se halle en foco.

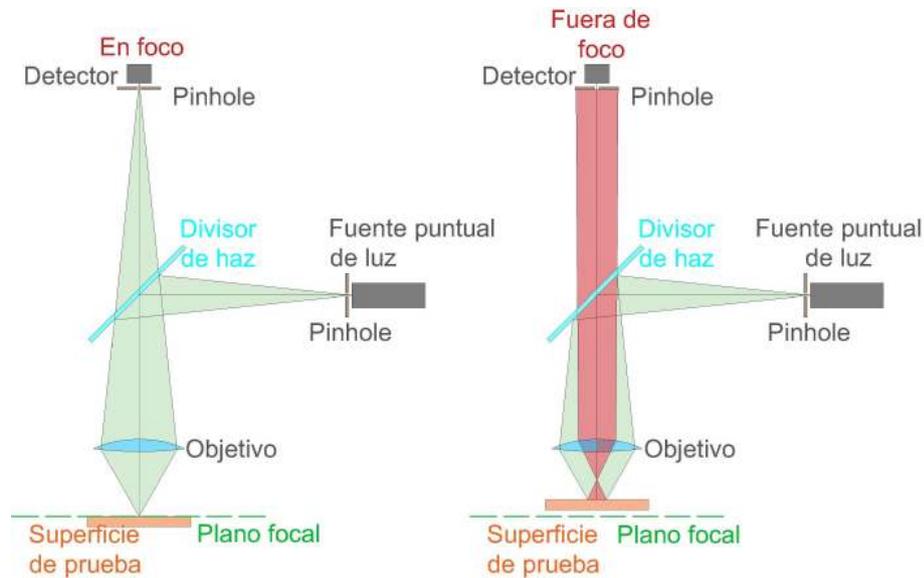


Figura 1.8: Perfilómetro óptico confocal.

1.3. Motivación del trabajo

En las pruebas interferométricas existen dos tipos de análisis: el cualitativo y el cuantitativo^[4]. En el caso del cualitativo se analiza el tipo de franjas en el interferograma para luego inferir el tipo de defectos que se encuentran presentes en la superficie que se está probando; como en el caso de los técnicos de pulido de superficies, que observando las franjas realizan correcciones sobre ellas hasta obtener el resultado deseado. En el análisis cuantitativo, por otra parte, se determina en cada punto del interferograma la diferencia de fase $\Delta\phi$ entre un haz de referencia y otro haz de prueba proveniente del objeto que está siendo probado.

Para el análisis cualitativo son más apropiados interferómetros cuyos haces viajan por un mismo camino, dada su sencillez de implementación; en el caso del análisis cuantitativo, es conveniente tener los haces de prueba y de referencia en caminos separados. Las principales técnicas para realizar el análisis cuantitativo son: el rastreo de franjas, la transformada de Fourier, e Interferometría de Cambio de Fase (PSI)^[4].

Realizar una evaluación cuantitativa de mediciones mediante interferometría consiste en la determinación en cada punto del interferograma de la diferencia de fase $\Delta\varphi$ entre un frente de referencia y otro bajo prueba. Los valores de fase obtenidos se relacionan

1. INTRODUCCIÓN

con la diferencia de camino óptico entre estos dos haces por medio de la expresión.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} DCO \quad (1.3)$$

donde λ es la longitud de onda de la fuente de luz.

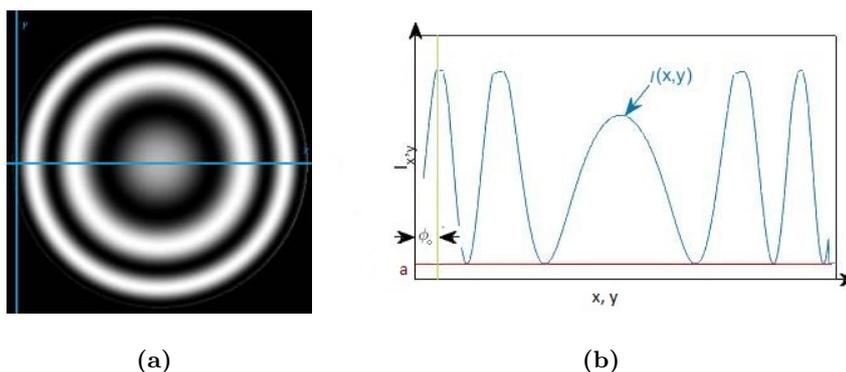


Figura 1.9: *Distribución de intensidad de un campo de interferencia.*

Cantidades como el desplazamiento, se pueden determinar a partir de la distribución de fase. La distribución de intensidad del campo de interferencia detectado en plano del detector se puede expresar como (ver fig.1.9):

$$I(x,y) = a + b \cos(\phi(x,y) + \phi_0) \quad (1.4)$$

En base a trabajos previos^{[9] [10]} se considera que el método de Cambio de Fase es más preciso que el de Transformada de Fourier o que el de Rastreo de Franjas, por lo cual se consideró el más idóneo para este trabajo^[4].

El objetivo general de este trabajo es aplicar PSI en interferogramas de superficies plano convexas esféricas y asféricas para recuperar el frente de onda bajo prueba. El cambio de fase se logra modificando la longitud de camino óptico del brazo de referencia en un interferómetro de Twyman-Green.

El interferómetro de Twyman-Green (TG) es un interferómetro que de manera similar a un interferómetro de Fizeau (ver Capítulo 2), compara una superficie de prueba con una superficie de referencia utilizando un frente de onda plano. El interferómetro de Fizeau usa la suma de las ondas que se producen entre las caras enfrentadas de las superficies de prueba y referencia^[11].

En el interferómetro TG, a diferencia del interferómetro de Fizeau, las ondas de prueba y de referencia viajan por caminos separados, y la superposición entre ellas es adquirida a la salida del divisor de haz.

1.3.1. Formas de realizar el cambio de fase

La adquisición de interferogramas para la recuperación de frente de onda mediante interferometría de cambio de fase (PSI) se realiza mediante la variación a pasos regulares de la fase de uno de los brazos (el de referencia) del interferómetro TG; esto causa que el interferograma en la pantalla de observación cambie en cada desplazamiento realizado. Luego cada interferograma se representa por la ec. 1.4 con su respectiva fase inicial; de modo que es posible resolver un sistema de ecuaciones en el cual, la fase del frente de onda de la superficie de prueba es la incógnita a despejar^[1]. Por ejemplo, en el caso de cuatro interferogramas desplazados entre sí 90 grados, la fase $\phi(x, y)$ en función de los interferogramas queda dada por ec. 1.5.

$$\tan(\phi(x, y)) = \frac{I_4(x, y) - I_2(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)} \quad (1.5)$$

Los componentes que se usan para realizar el cambio de fase, tales como espejos móviles, placas de vidrio, o componentes de polarización pueden producir desplazamientos de fase tanto continuos como discretos entre los haces de referencia y de prueba. Todos estos métodos desplazan la frecuencia temporal del frente de referencia en el interferómetro con respecto del frente de prueba, para introducir una diferencia de fase entre ambos.

Si el interferograma se observa moviéndose durante el procedimiento de cambio de fase, el patrón de franjas parecerá moverse a través de la región. Esto es análogo al movimiento de franjas generado al presionar el plano de prueba cuando se verifican puntos altos y bajos en una superficie usando anillos de Newton. El movimiento mencionado de las franjas es producto de variaciones de intensidad sinusoidal que ocurren a una misma frecuencia temporal pero con diferentes fases en cada punto del interferograma.

La literatura sobre la forma en la cual se puede realizar el cambio en la fase del frente de onda es variada^[12]. A continuación se resumen algunas de las formas más comunes para realizar este proceso.

Transductores piezoeléctricos^[13] - Esta técnica consiste en desplazar el espejo del haz de referencia, esto mediante un transductor piezoeléctrico. El transductor desplaza el espejo, por lo que la fase es cambiada a un nuevo valor. Un transductor piezoeléctrico (PZT) tiene un desplazamiento lineal de 0 a algunos cientos de micras^[14], y utiliza un rango de voltajes desde cero a algunos cientos de voltios para producir los desplazamientos, ver fig. 1.10.

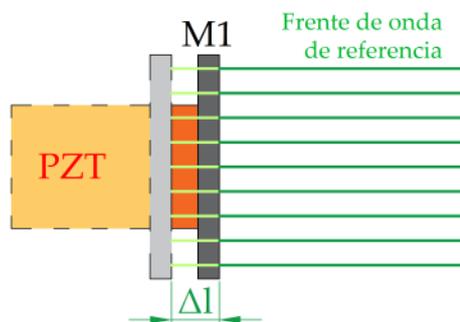


Figura 1.10: Actuador piezo eléctrico.

Cambiar la diferencia de camino óptico mediante la rotación de una placa de vidrio^[1] - Consiste en introducir una placa plano-paralela de vidrio en una de las trayectorias del haz de luz. La placa se inclina a un ángulo α con la horizontal, y este ángulo está dado por la ecuación

$$\alpha = \arcsin\left[n \sin\left(\arccos\left(\frac{4\pi nt}{\phi\lambda}\right)\right)\right] \quad (1.6)$$

en donde t es el espesor de la placa y n es el índice de refracción. Esta ecuación se evalúa para ϕ la cual será la fase que vamos a cambiar en el interferograma, ver fig 1.11.

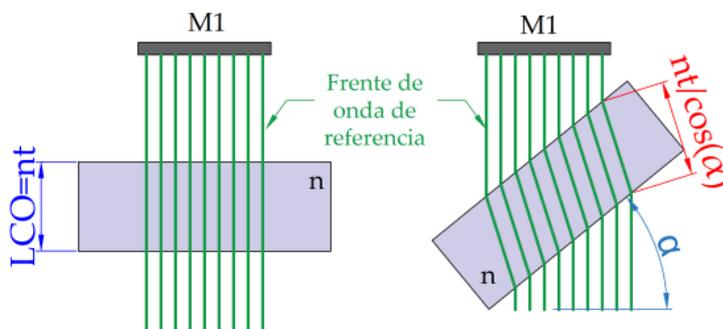


Figura 1.11: Placa plano paralela.

Rejillas de Difracción, Celdas de Bragg, y Moduladores acusto-ópticos^[15]

- Otra técnica para realizar el cambio de la fase consiste en desplazar continuamente una rejilla de difracción en un brazo del interferómetro perpendicular al haz de luz. La fase del haz difractado es desplazada $2\pi n$ del número de rendijas que pasan a través de un punto fijo, en donde n representa el orden de difracción. Por lo que, el desplazamiento en la frecuencia es igual a n veces el número de rendijas que pasan a través de un punto

fijo por unidad de tiempo. Si la rejilla de difracción se desplaza una distancia pequeña Δy , entonces la fase cambia una cantidad α dada por:

$$\alpha = \frac{2\pi n}{d} \Delta y \quad (1.7)$$

donde d es el periodo de la rejilla y n es el orden de difracción. En el caso de rejillas de Bragg y moduladores acusto ópticos, el ángulo de fase desplazado estará dado por^[15]

$$\alpha = 2\pi m f_s \quad (1.8)$$

donde m es orden de difracción y f_s es la frecuencia de sonido utilizada por el modulador acusto óptico, ver fig 1.12.

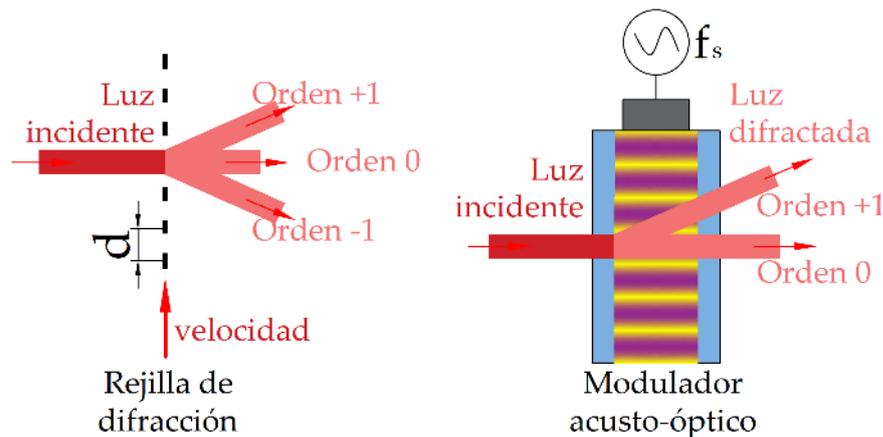


Figura 1.12: Rejilla de difracción y modulador acusto-óptico.

Retardadores de cristal líquido^[16] - Se usa el haz de entrada linealmente polarizado a 45° incidente en un retardador de cristal líquido a 0° . A medida que la longitud de retardo cambia, la fase del haz linealmente polarizado a 0° se cambia relativamente con el haz a 90° . Los haces son divididos por un divisor de haz polarizado. Finalmente otro polarizador se usa cerca del detector para recombinar los haces de modo que ambos interfieran.

Cambio en la frecuencia de la fuente^[1] - Consiste en desplazar la frecuencia de la fuente de luz láser. El desplazamiento puede hacerse utilizando un laser Zeeman con división de frecuencia de aproximadamente 2.0MHz. La frecuencia del láser se divide en dos frecuencias de salida polarizadas ortogonalmente. La frecuencia de separación de las dos líneas espectrales es del orden de 2 a 5 MHz en un láser de He-Ne. En el interferómetro, las dos líneas espectrales recorren diferentes caminos y el plano de polarización de una de ellas se rota para producir la interferencia.

Modulador espacial de luz - Un modulador espacial de luz por transmisión consiste en una matriz activa de cristal líquido sobre silicio el cual es capaz de reproducir distintos niveles de grises, donde cada tono de gris corresponde a distintos retardos de fase^[17]. El modulador permite modificar la fase en tiempo real, y se pueden realizar variaciones de fase que van de 0 a $3\pi/2$; adicionalmente, la configuración pixelada del modulador permite hacer cambio de fase únicamente en las zonas donde se presenta el defecto a ser estudiado^[16].

Interferómetro con divisor de haz polarizado^[5] - Se usa un interferómetro polarizado donde cada una de las dos polarizaciones se envían a cada uno de los dos brazos del interferómetro. Los haces a su regreso son decodificados mediante un arreglo de divisores de haz y retardadores de $\lambda/2$ y $\lambda/4$. Dos conjuntos de franjas de interferencia se forman con un desplazamiento en la fase de 180 grados debido a la conservación de la energía. El otro haz pasa a través de un retardador de cuarto de onda, cuyo eje rápido se alinea con una de las polarizaciones ortogonales; esto introduce un cambio de fase de 90 grados entre las dos polarizaciones. Cuando este haz pasa por el segundo divisor de haz polarizado los dos interferogramas estarán desfasados 180 grados y desplazados 90 grados con respecto del primer juego de franjas. De modo que se obtienen cuatro interferogramas desplazados 90 grados entre sí que pueden ser utilizados para hacer PSI con un algoritmo a cuatro pasos.

En este trabajo se realizarán los cambios de fase, inclinando una placa de vidrio en uno de los brazos del interferómetro, cambiando así la fase de los interferogramas. La técnica propuesta desplaza la fase a conforme se incrementa el espesor que experimenta el frente de onda y en consecuencia la longitud de camino óptico. Se eligió esta manera de obtener variaciones de fase debido a su facilidad de implementación y la disponibilidad del elemento.

1.3.2. Aplicaciones de la PSI

Entre algunas de las posibles aplicaciones de la PSI tenemos:

La PSI se utiliza para medir superficies esféricas utilizando una combinación de holografía^[18] de dos longitudes de onda. Esta técnica permite la medición de superficies esféricas calculando la fase del holograma final a partir de los datos del interferograma primario en la computadora, obteniendo así una mayor sensibilidad en la prueba.

Otra técnica combina PSI con interferometría de *speckle* ^[19] para medir superficies rugosas, consiste en iluminar con luz coherente y dos longitudes de onda diferentes la superficie rugosa que se desea medir. La diferencia de fase entre los moteados producidos por la superficie, contendrán información acerca del perfil macroscópico de la superficie bajo prueba. El perfil de la superficie rugosa se determina de las diferencias de fase, calculando la longitud de onda efectiva; siempre y cuando ésta sea mayor que

las desviaciones del perfil rugoso de la superficie bajo prueba.

1.4. Las aberraciones principales

Se llama aberraciones a las desviaciones del desempeño de un sistema óptico de las predicciones de la óptica paraxial^[20] ^[21]. Las aberraciones llevan a imágenes borrosas producto de un sistema formador de imagen con imperfecciones. Esto ocurre cuando la luz de un punto de un objeto después de la transmisión a través del sistema no converge en (o diverge de) un único punto. La mayoría de instrumentos ópticos necesitan corregir sus componentes ópticas para compensar aberración.

Es imposible remover todas las aberraciones, y muchas de las componentes correctoras pueden también introducir aberraciones adicionales, así pues el diseño óptico siempre es un intercambio entre ventajas y desventajas de los componentes. Esto conduce a grandes arreglos con diferentes lentes objetivos.

Las principales aberraciones de lentes son las que ocurren debido a la ruptura de la aproximación paraxial, y se conocen como aberraciones de tercer orden o de Seidel^[22] y se describen brevemente a continuación:

Aberración cromática - Esta aberración es causada por una lente que refracta la luz de diferentes longitudes de onda en diferentes cantidades. Esto causa imágenes borrosas, dado que cada longitud de onda se enfoca a diferentes distancias desde la lente, también hay diferencia en la magnificación para diferentes colores. Para compensar la aberración cromática, se hacen lentes compuestas de vidrios con diferentes propiedades de dispersión.

Aberración esférica - Esta aberración ocurre debido a incremento de refracción de los rayos de luz cuando inciden en la lente (o una reflexión de los rayos de luz de un espejo) cerca de su borde, en comparación de los que inciden más cercanos del centro. Por lo tanto no hay un punto focal bien definido para una fuente puntual y la calidad de la imagen se ve afectada. Para compensar la aberración esférica, se puede usar superficies cóncavas y convexas de diferentes espesores o geometrías.

Aberración comática - Esta aberración usualmente conocida simplemente como coma, es inherente a ciertos diseños ópticos o debida a las imperfecciones de la lente, u otros componentes los cuales resultan en fuentes puntuales fuera del eje óptico. La coma causa que un punto del objeto tenga la apariencia de un cometa con la cola extendiéndose hacia la periferia del campo. La corrección de la coma se hace para acomodar el diámetro del campo objeto para una lente dada.

Astigmatismo - Esta aberración ocurre cuando los rayos que se propagan en dos

planos perpendiculares tienen diferentes focos. Si un sistema con astigmatismo se usa para formar la imagen de una cruz, las líneas vertical y horizontal serán nítidas en diferentes distancias focales. Como con la coma, el astigmatismo es una aberración fuera del eje óptico.

Curvatura de campo - Esta aberración ocurre cuando el plano imagen no es plano sino que tiene la forma de una superficie esférica usualmente cóncava.

Distorsión - Esta aberración causa que la posición focal de la imagen óptica se desplace lateralmente en el plano imagen al incrementar el desplazamiento del objeto respecto del eje óptico. La distorsión resulta en una magnificación no lineal de la imagen desde el centro a la periferia del campo.

1.5. Coherencia de una fuente de luz

Al usar una fuente monocromática perfecta, las variaciones del campo eléctrico en dos puntos del espacio están correlacionadas por completo. A esta situación se conoce como coherencia^[23]. En el caso de una fuente térmica como en el caso de una lámpara de vapor, aun cuando tiene una sola línea espectral, no es del todo monocromática ya que el campo eléctrico presenta cambios aleatorios en su amplitud como en su fase. En el caso de fuentes de onda ubicadas en puntos distintos, las fluctuaciones no tienen correlación; en consecuencia la luz es sólo parcialmente coherente. La coherencia de la iluminación es importante porque determina la visibilidad de las franjas de interferencia.

En el caso de luz monocromática, la correlación de los campos en dos puntos distintos de un frente de onda es una medida de la coherencia espacial de la luz. Cuando la fuente es extendida, la localización de las franjas brillantes de interferencia corresponde al lugar de los puntos de intersección de los rayos derivados de un único punto en la fuente, este lugar donde interfieren los campos es un máximo.

La extensión de la región de localización de las franjas, está relacionada con la coherencia espacial de la iluminación; la correlación de los campos en el mismo punto a diferentes tiempos, es una medida de la coherencia temporal y está relacionado a su ancho de banda espectral^[24].

El máximo valor de diferencia de camino óptico en la cual se pueden observar franjas de interferencia es una medida de la coherencia temporal de la iluminación.

1.5.1. Requisitos para la fuente de luz

Para observar franjas de interferencia es necesario que la diferencia de camino óptico (DCO) sea menor a la longitud de coherencia, podemos notar entonces que utilizando

un laser de gas He-Ne operando en modo TEM₀₀ a 632.8nm, el interferómetro puede tolerar diferencias de camino óptico máximas de 2 metros; obteniendo así franjas de alto contraste^[11].

Adicionalmente es posible obtener franjas a mayores DCO si el láser es estabilizado, y además se aísla apropiadamente el interferómetro contra vibraciones. Una consecuencia no deseada de una fuente de gran coherencia es la aparición de franjas espurias debido a las reflexiones en las superficies del sistema óptico, una solución a este problema es el uso de superficies con cubiertas antirreflejanas las cuales minimizan dichas reflexiones en las superficies.

1.6. Lentes esféricas

Una lente esférica^[21] es una lente cuyo perfil no sigue la curva de una esfera (fig. 1.13), en el caso de los sistemas ópticos, cuando hablamos de asferas nos referimos únicamente a elementos con simetría de revolución, los cuales presentan un radio de curvatura que varía radialmente desde el centro de la lente. Estas lentes son importantes porque reducen la cantidad de elementos de un sistema, a la vez que mejoran la calidad de la imagen y disminuyen el costo de los dispositivos, que pueden ser desde cámaras domésticas hasta microscopios de precisión.

Las lentes esféricas contienen al menos una superficie óptica de radio de curvatura no constante. La variabilidad del radio es el diferenciador primario de la lente esférica. El estandar ISO-10110 parte 12^[25], describe la función de superficie de segundo orden con simetría axial como:

$$Z(s) = \frac{Cs^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)C^2s^2}} + \sum_{n=2}^m A_{2n}s^{2n} \quad (1.9)$$

Donde Z es la sagita de la superficie paralela al eje óptico, s es la distancia radial del eje óptico, C es la curvatura en el vértice (el inverso del radio) y k es la constante de conicidad. Los términos A son constantes de deformación de asfericidad. En caso que las constantes de deformación sean cero nos encontramos ante superficies cónicas, las cuales dependiendo de la constante de conicidad k serán:

Tabla 1.1: Constantes de conicidad de diversos tipos superficies.

$k=0$	Esfera
$0 > k > -1$	Elipsoide prolato
$k=-1$	Paraboloide
$k < -1$	Hiperboloide

1. INTRODUCCIÓN

El beneficio más importante de la lente esférica es su habilidad para corregir la aberración esférica^[26]. La aberración esférica es el resultado de usar una superficie esférica sea para enfocar o colimar la luz; todas las superficies esféricas sufren de aberración esférica sin importar errores de alineación o de construcción. Ajustando las constantes de conicidad y de deformación en una lente esférica, se puede minimizar esta aberración. Una lente esférica concentra los rayos de luz en diferentes puntos a lo largo del eje óptico, lo cual produce una imagen borrosa, por el contrario una lente esférica concentra la luz en un solo punto, lo cual mejora la calidad de la imagen.

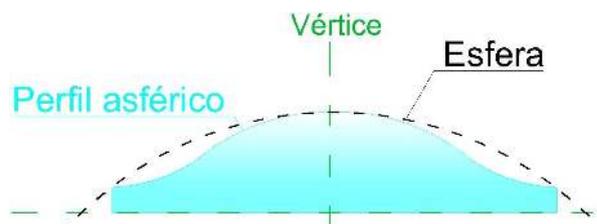


Figura 1.13: *Lente esférica vista de perfil.*

1.6.1. Pruebas de superficies esféricas

En años recientes la producción de estos elementos ha visto un notable incremento, en parte debido al desarrollo de nuevas tecnologías de fabricación como el pulido controlado por computadora, el acabado magnetoreológico y el tallado por haz de iones. Estas técnicas permiten el pulido determinístico de superficies precisas en menor tiempo de lo que era posible anteriormente. Así como la fabricación de superficies extremadamente precisas ha proliferado, también lo ha hecho la demanda por mediciones de alta precisión. Debido a que no puede producir superficies mejores de lo que es posible medir. Las tres principales opciones de metrología son perfilometría, interferometría por reflexión e interferometría por transmisión.

Perfilometría^{[21] [27]} - Esta es la opción más utilizada en metrología para formas esféricas. El dispositivo mide la altura de la superficie como función del movimiento a lo largo de un eje, produciendo una matriz de datos. Utilizando la información sobre la forma ideal y como está configurado el perfilómetro, se analizan los datos, mostrando el error de la forma teórica con la configuración relacionada. La certeza en la medición es de aproximadamente $0.1\mu m$, y decrece para superficies extremadamente escarpadas o extremadamente planas.

Interferometría en reflexión^{[21] [27]} - La interferometría reflectiva para asferas funciona de la misma manera para asferas o planos, excepto que la superficie de referencia es única para cada superficie esférica específica. Hay cuatro técnicas reflectivas: medición en eje para superficies suaves, interferometría de subapertura por partes (stitching)

para formas más complejas, pruebas holográficas para formas más complejas, y técnicas de medición flexibles.

Interferometría por transmisión [27] [28] [29] - Para lentes esféricas, hay algunos casos específicos donde el probar por transmisión en lugar de por reflexión ofrece una solución más simple. Es posible utilizar una sola pieza óptica auxiliar, o incluso ninguna, y realizar la prueba de una esfera, ahorrando tiempo y dinero en comparación a una prueba por reflexión. La prueba mide literalmente el error del frente de onda transmitido (TWE), mirando la suma de todos los errores. Esta es la suma de las contribuciones en centrado, forma y material. Entonces esta suma es medida y puede ser corregida. Este es un caso especial en el cual la lente debe de ser una esfera bien comportada.

Fundamentos Teóricos

El fenómeno de interferencia se conoce desde el periodo de Newton. Ha sido observado en lo cotidiano en manchas de gasolina y burbujas de jabón. No es un fenómeno exclusivo a la luz sino que se observa en todo tipo de ondas. Cuando dos o más ondas se superponen, las variaciones de intensidad como resultado de la interferencia se observan en la región donde ocurre la superposición. El fenómeno provee de una muy alta magnificación de diferencias de distancia, ésto debido al pequeño tamaño de las longitudes de onda de la luz visible en comparación de las longitudes que se miden en lo cotidiano, convirtiéndose en una poderosa herramienta de medición. Para observar el efecto de interferencia, se tienen que cumplir ciertas condiciones. Estas condiciones dependen tanto de la fuente como del observador; sin embargo, para observar un patrón de interferencia estacionario, las dos ondas que interfieren deben ser coherente una con la otra, tener la misma longitud de onda, y deberían no estar ortogonalmente polarizadas. La interferencia sobre una gran diferencia de camino solamente puede ser observada cuando las ondas son monocromáticas o casi monocromáticas.

Los interferómetros aprovechan la ventaja de las propiedades ondulatorias de la luz para analizar características de superficies, incluyendo en particular variaciones en altura de superficie. A continuación revisamos los conceptos de interferometría y de la técnica para recuperación de fase más relevantes para el desarrollo de este trabajo.

2.1. Interferencia de las Ondas de Luz

Durante los siglos XVII y XVIII, los científicos discutían respecto a si la luz era un fenómeno ondulatorio o un flujo de partículas. La mayoría de los efectos conocidos podían explicarse mediante cualquiera de los dos modelos. Sin embargo, la interferencia es un fenómeno inherentemente ondulatorio. La pregunta era si era posible producir los efectos de interferencia en que interviene la luz.

En 1800, el físico británico Thomas Young realizó su famoso experimento de la doble

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

rendija con el que demostró la interferencia de ondas de luz. Debido a las longitudes de onda muy cortas de la luz visible, el efecto se hacía muy difícil de observar en la cotidianidad. Una vez fue reconocida y esquivada esta dificultad, se abrió la puerta a una serie de experimentos y predicciones que dejaron firmemente establecida la naturaleza ondulatoria que posee la luz^[15].

2.1.1. Interferómetro de Young

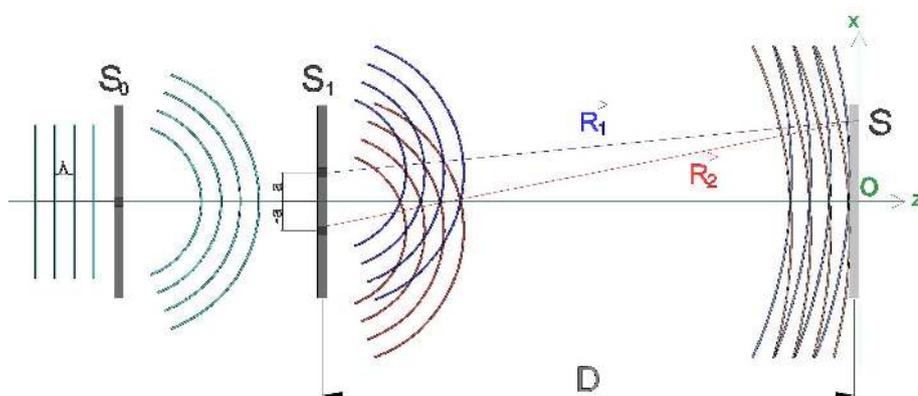


Figura 2.1: Diagrama del interferómetro de Young.

La fig. 2.1 corresponde a la disposición clásica del experimento de Young, la pantalla S_0 tiene un agujero del cual a la salida genera un frente coherente. La pantalla S tiene dos rendijas a distancias $\pm a$ del centro. La pantalla de observación se coloca a una distancia D al frente de S sobre un eje al cual rotulamos como eje X . La diferencia de fase en un punto arbitrario x de la pantalla estará dada por la ec. 2.1

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} DCO \quad (2.1)$$

y donde la diferencia de camino óptico (DCO) entre las fuentes de cada rendija en S se escribe como:

$$DCO = n||\vec{R}_1| - |\vec{R}_2|| \quad (2.2)$$

donde n es el índice de refracción del medio. Si $D \gg a$ podemos decir que R_1 y R_2 tienen la misma inclinación θ de modo que

$$\sin\theta = \frac{||\vec{R}_1| - |\vec{R}_2||}{2a} \quad (2.3)$$

$$\tan\theta = \frac{x}{D} \quad (2.4)$$

Utilizando la aproximación para ángulos pequeños tenemos que

$$\theta \approx \sin \theta = \frac{||\vec{R}_1| - |\vec{R}_2||}{2a} \quad (2.5)$$

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{x}{d} \quad (2.6)$$

Igualando 2.5 con 2.6 y despejando para $||\vec{R}_1| - |\vec{R}_2||$ obtenemos

$$||\vec{R}_1| - |\vec{R}_2|| = 2a \frac{x}{D} \quad (2.7)$$

y por lo tanto la DCO resulta

$$DCO = 2an \frac{x}{D} \quad (2.8)$$

finalmente de la ec.2.1 la diferencia de fase será:

$$\Delta\phi = \frac{4an\pi}{\lambda} \frac{x}{D} \quad (2.9)$$

Las condiciones para interferencia constructiva es que la *DCO* sea un múltiplo entero m de la longitud de onda de la onda de luz utilizada para el experimento; un lugar en el cual cada punto de ambas ondas será idéntico y por tanto será aditivo. Tenemos entonces para interferencia constructiva

$$2\pi m = \frac{4an\pi}{\lambda} \frac{x}{D} \quad (2.10)$$

y por lo tanto

$$x_{max} = m \frac{D\lambda}{2an}; \quad m = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (2.11)$$

Para interferencia totalmente destructiva es necesario que la *DCO* sea un múltiplo semi-entero de la longitud de onda de la luz utilizada, de modo que cada punto de ambas ondas serán restados de la otra perfectamente. Entonces las posiciones x donde se encontrarán franjas de mínima irradiancia serán:

$$x_{min} = (m + \frac{1}{2}) \frac{D\lambda}{2an}; \quad m = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (2.12)$$

Si el patrón de interferencia permanece fijo, esto quiere decir que la diferencia de fase entre las dos fuentes permanece constante en el tiempo. Se dice de tales tipos de fuente son coherentes. Si los dos haces provinieran de dos emisores separados éstas interferirán, pero el patrón resultante no se sostendrá un tiempo suficiente para ser observable. Una fuente de luz común contendrá una gran cantidad de átomos excitados, cada uno irradiando un tren de ondas aproximadamente durante 10^{-8} segundos; entonces el patrón se mantendría constante a lo mucho durante ese lapso de tiempo, antes de que varíe al volver a cambiar la fase y de ahí permacer estable por otro momento. Por lo tanto si las fuentes no son lo suficientemente coherentes no será posible ver o adquirir el patrón de interferencia.

función de la forma de las superficies y de las posibles inclinaciones de la superficie bajo prueba, donde visto desde el ojo del observador, tendremos máximos de interferencia para múltiplos semienteros de longitud de onda, y mínimos para múltiplos enteros, debido al cambio de fase de 180 grados en la reflexión sobre la superficie de referencia. La desventaja que presenta este arreglo sin embargo, es el peligro de rayar las superficies en contacto.

Si modificamos este arreglo de modo que tanto las superficies de prueba y de referencia no estén en contacto; deberemos asegurarnos que la DCO sea menor que la longitud de coherencia de la fuente de luz, todo esto para que las franjas de interferencia sean visibles para una separación mayor entre las superficies. Para lograr esto, la fuente de luz necesita ser altamente coherente y monocromática. Por lo tanto se añade al arreglo una lente colimadora después de la fuente puntual que en el caso de separaciones de unos cuantos milímetros puede ser una lámpara de descarga; y para separaciones mayores, debido a la mayor DCO se usa fuentes láseres, el cual consigue longitudes de coherencia aun mayores.

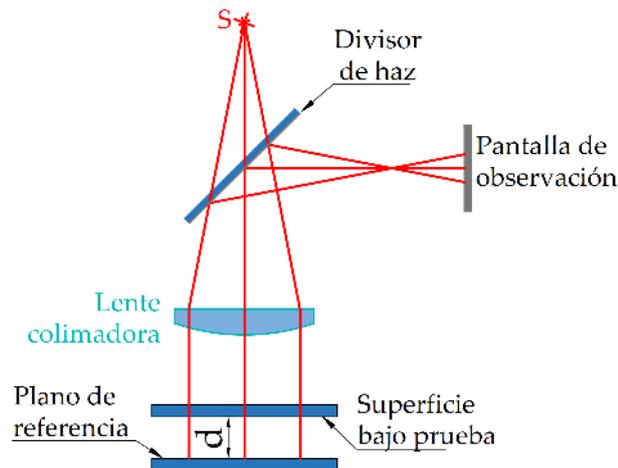


Figura 2.3: *Interferómetro de Fizeau.*

El arreglo mencionado con estas modificaciones recibe el nombre de Inteferómetro de Fizeau (IF), ver fig. 2.3; si consideramos un rayo que parte de una fuente puntual S que incide sobre dos placas de vidrio como se muestra en la fig. 2.4 separadas una distancia d la DCO entre los rayos de salida estaría dada por:

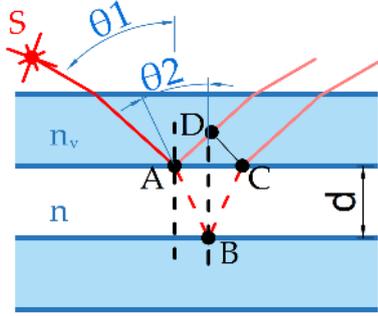


Figura 2.4: Interferencia con 2 placas paralelas en el interferómetro de Fizeau.

$$DCO = n\overline{AB} + n\overline{BC} - n_v\overline{AD} - \lambda/2 \quad (2.13)$$

donde las distancias \overline{AB} y \overline{BC} son idénticas y el término $\lambda/2$ es resultado del cambio de fase introducido por la reflexión en la superficie de la placa inferior. Por lo tanto la expresión 2.13 se reduce a:

$$DCO = n2\overline{AB} - n_v\overline{AD} - \lambda/2 \quad (2.14)$$

$$DCO = n2\frac{d}{\cos\theta_2} - n_v\overline{AC} \text{sen}\theta_1 - \lambda/2 \quad (2.15)$$

Usando la ley de Snell en la interfase con índices de refracción n_v y n obtenemos el sen θ_1 en función de θ_2

$$\text{sen}\theta_1 = \frac{n}{n_v} \text{sen}\theta_2 \quad (2.16)$$

y calculando la tangente de θ_2

$$\tan\theta_2 = \frac{\overline{AC}/2}{d} \quad (2.17)$$

reemplazando las ecuaciones 2.16 y 2.17 en la expresión para la diferencia de camino óptico ec.2.15

$$DCO = n2\frac{d}{\cos\theta_2} - n_v2d \tan\theta_2 \frac{n}{n_v} \text{sen}\theta_2 - \lambda/2 \quad (2.18)$$

reescribiendo

$$DCO = n2\frac{d}{\cos\theta_2} - n2d\frac{1 - \cos^2\theta_2}{\cos\theta_2} - \lambda/2 \quad (2.19)$$

Tomando el índice de refracción del aire $n = 1$ y simplificando finalmente se obtiene

$$DCO = 2d \cos\theta_2 - \lambda/2 \quad (2.20)$$

Por lo tanto, si la incidencia del rayo es normal a las superficies, la expresión para la diferencia de camino óptico se reduce nuevamente a dos veces la distancia de separación entre las superficies; mientras que en la pantalla de observación, los máximos de interferencia serán vistos para múltiplos semienteros de longitud de onda, de la misma manera que en el interferómetro de Newton.

2.1.3. Interferómetro de Michelson

El interferómetro de Michelson (IM) es un interferómetro de división de amplitud^[30] que se usa cuando la aplicación exige que los haces de prueba y de referencia viajen por caminos separados. Esta condición puede ser cumplida utilizando un elemento semi-reflejante en donde un haz luminoso será dividido para su posterior recombinación^[31]. El arreglo experimental se ilustra en la figura 2.5.

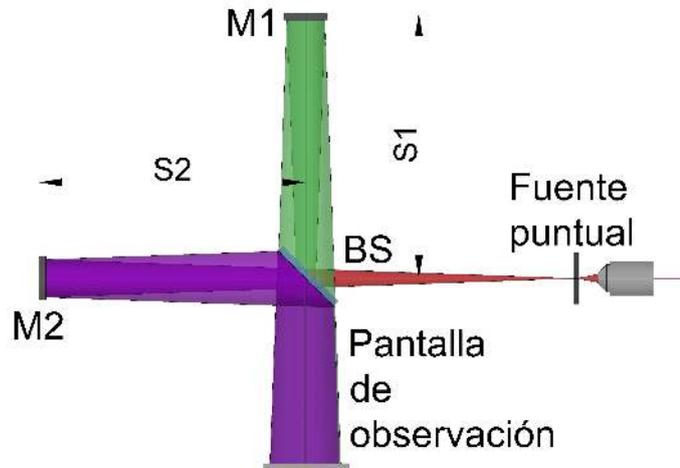


Figura 2.5: Diagrama del interferómetro de Michelson.

El haz proveniente de la fuente de luz se divide en el divisor de haz, y los haces reflejados por los espejos se traslapan de nuevo en el divisor de haz y continúan su viaje hacia la pantalla de observación. Naturalmente la mitad restante de la luz viaja de nuevo hacia la dirección del laser. Podemos matemáticamente describir cómo la intensidad de la luz en la pantalla depende de la diferencia de camino óptico Δs entre los dos caminos s_1 y s_2 , ver fig. 2.5. Limitándonos a examinar una onda plana incidente a lo largo del eje óptico:

$$E_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \quad (2.21)$$

Aquí ω es la frecuencia angular del haz, t el tiempo, k el número de onda (es decir $2\pi/\lambda$) y x la variable local. En esta deducción, representamos la capacidad de transmisión del divisor de haz con T y la capacidad de reflexión con R . Ahora examinemos la amplitud de la onda parcial de un brazo del interferómetro en un lugar de la pantalla.

$$|E_1| = \sqrt{RT} E_0 \cos(\omega t - \varphi_1) \quad (2.22)$$

Aquí φ_1 es la fase, el valor de la cual se establece por el camino óptico real. El factor \sqrt{RT} es por lo tanto explicado porque el haz en el camino 1 es primero transmitido y luego reflejado. La descripción del haz del camino 2 es similar, pero el haz es primero

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

reflejado y luego transmitido. Esto resulta en el mismo factor, y la amplitud de la onda parcial del segundo brazo del interferómetro estará dada en la pantalla por:

$$|E_2| = \sqrt{RT}E_0 \cos(\omega t - \varphi_2) \quad (2.23)$$

donde φ_2 es la fase correspondiente para el segundo camino. La intensidad en la pantalla entonces está determinada por

$$I = c\epsilon|E_1 + E_2|^2 = c\epsilon RT E_0^2 [\cos(\omega t - \varphi_1) + \cos(\omega t - \varphi_2)]^2 \quad (2.24)$$

Naturalmente sólo percibimos el promedio temporal de la oscilación del campo de luz en la pantalla, así que solamente el promedio

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)]^2 \cdot d(\omega t) = 1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (2.25)$$

se incorpora en la intensidad observada. Adicionalmente, se hace la suposición que tanto la capacidad de transmisión y la reflexión tienen el valor de 0.5, el cual es una buena aproximación para el divisor de haz que será utilizado. Por lo tanto encontramos \bar{I} como la intensidad promedio,

$$\bar{I} = \frac{1}{4} c\epsilon RT E_0^2 [1 + \cos(\Delta\varphi)] \quad (2.26)$$

donde la diferencia de fase de las dos ondas parciales se traducen directamente en la diferencia de la longitud de camino Δs entre ellos:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n\Delta s \quad (2.27)$$

Por lo tanto la dependencia de la intensidad con la diferencia de camino óptico entre los dos brazos del interferómetro se describe por una función coseno. Un cuestionamiento fundamental aparece en este análisis cuando la intensidad de la luz se reduce a cero: ¿Dónde se va la luz y en consecuencia la energía? Para responder esta pregunta es importante recordar el interferómetro presenta dos salidas: Una en dirección de la pantalla y otra en la dirección de la fuente de luz. Así que cuando la intensidad cae a cero en la pantalla de observación, se observará interferencia constructiva en la otra salida del interferómetro. Esto quiere decir que toda la energía se propaga en la dirección de la fuente.

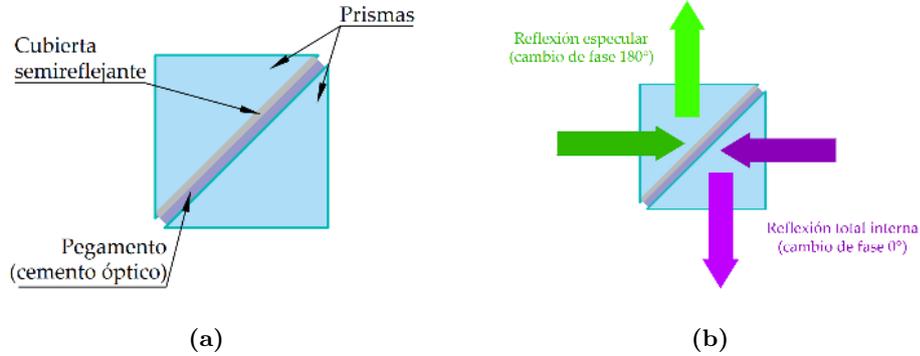


Figura 2.6: *Funcionamiento del divisor de haz.*

Para entender esto es necesario conocer cómo funciona el divisor de haz. El divisor de haz BS de cubo consiste de un arreglo de dos prismas en el que uno de ellos en su hipotenusa, tiene una película semirreflejante. Ambos prismas están unidos por medio de pegamento, de modo que su diseño queda estructurado como se observa en la fig. 2.6(a). Al atravesar el BS de izquierda a derecha, como se muestra en color verde en la fig 2.6(b), la luz se reflejará en la interfaz vidrio-cubierta semirreflejante lo que producirá un cambio de fase de 180° en la luz reflejada. En cambio, si la luz viaja de derecha a izquierda como se muestra en color rojo en la fig. 2.6(b) la luz experimentará una reflexión total interna producto de la interfaz vidrio-pegamento sin que el haz reflejado experimente alteración en su fase.

La para la diferencia de fase entre las dos salidas se detalla a continuación: Para la salida correspondiente a la pantalla de observación, ver fig.2.7(a), el frente proveniente de la fuente se divide en partes iguales, siendo una parte reflejada (color rojo) y otra parte transmitida (color verde). La parte reflejada es producto de reflexión interna de modo que no experimenta ningún cambio de fase, luego se refleja en el espejo M1 experimentando un cambio de fase π finalmente vuelve a ser transmitida de modo que la fase para esta porción del frente es de π . El haz transmitido, en cambio, se refleja en el espejo M2 donde su fase cambia π luego se refleja en la película semirreflejante y su fase vuelve a cambiar otros π teniendo en total un cambio de fase 2π . La fase de la superposición será la diferencia de fase entre ambos frentes, y tendrá un valor de π .

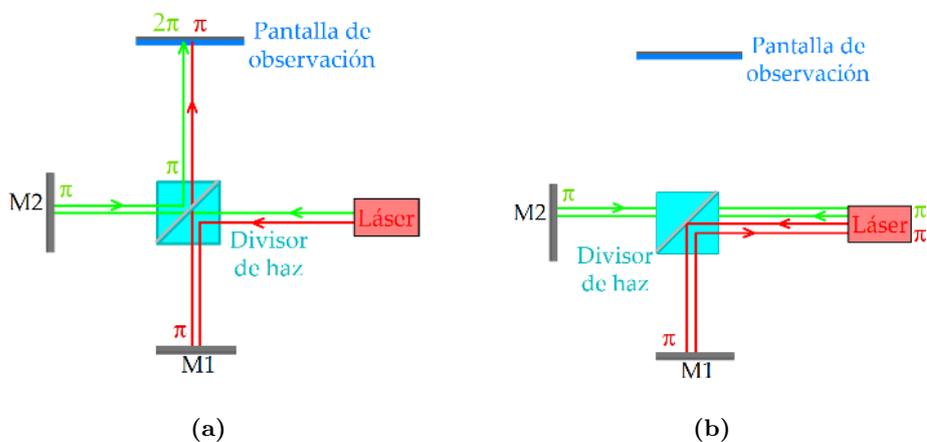


Figura 2.7: Cambios de fase introducidos por el divisor de haz.

Para la salida en dirección a la fuente de luz, como se muestra en la fig.2.7(b) en cambio el frente de onda reflejado por el divisor de haz (color rojo), se refleja sobre M1 y experimenta un cambio de fase de π luego sufre una reflexión total interna en el divisor de haz de modo que no ocurre cambio de fase alguno. Entonces la fase para este frente de onda es de π . El haz transmitido (color verde), a su vez, se refleja en M2 experimentado un cambio de fase de π , vuelve a transmitirse a través del divisor hacia la salida en dirección a la fuente de luz de modo que la fase de este frente de onda es de π . La fase total para la superposición de ambos frentes es por lo tanto de 0.

Esto demuestra que las dos salidas siempre difieren en π lo cual resulta en patrones de interferencia complementarios.

2.1.4. Tamaño y forma del patrón

Hasta ahora hemos clarificado cómo luce el patrón de interferencia de una onda plana en el punto central (ec. 2.26). Naturalmente el patrón de interferencia real del IM aparece diferente del de una onda plana.

La figura 2.8 representa el IM visto en una sola dirección. El trazo de rayos ejemplifica un rayo que parte de la fuente extendida Σ con un ángulo de inclinación θ desde el punto S e incide sobre los espejos $M1$ y $M2$ donde reflejándose en los mismos e interfiriendo en la pantalla de observación. El origen de ambos rayos reflejados son dos fuentes virtuales $S1$ y $S2$ separadas una distancia $2d$ entre si.

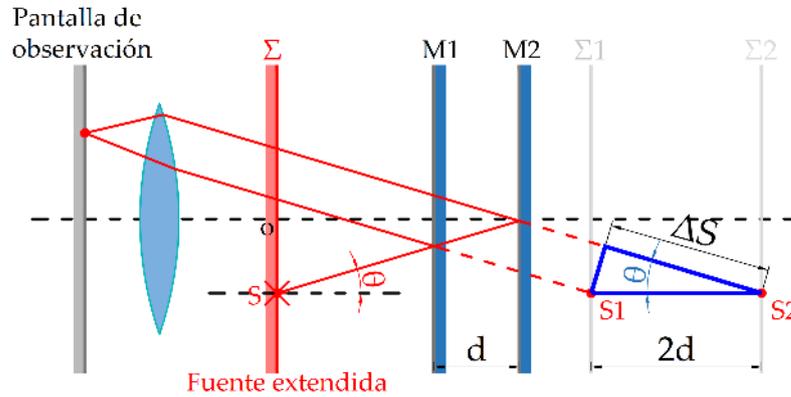


Figura 2.8: Trazo de rayos del interferómetro de Michelson.

La diferencia de camino óptico entre ambas está dada por la ec. 2.28

$$DCO = n\Delta S \tag{2.28}$$

donde n es el índice de refracción del medio; y ΔS por la ec. 2.29

$$\Delta S = 2d \cos \theta \tag{2.29}$$

La fase, tomando por índice refracción n el del aire, estará dada por la ec. 2.30

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi d}{\lambda} \cos \theta \tag{2.30}$$

A partir de la ec. 2.30 se puede notar que el patrón de franjas sólo dependerá de la inclinación del rayo, de modo que el patrón de franjas tendrá simetría de revolución para una inclinación definida para cada rayo. De ahí el nombre de franjas de igual inclinación. Los máximos de intensidad ocurrirán siempre que $\Delta\varphi$ sea múltiplo entero de 2π . Como en todos los patrones de interferencia (al igual que el interferómetro de Young), ahora se puede determinar la diferencia de camino óptico entre la trayectoria de la fuente de luz A al punto X y la trayectoria de la fuente de luz B al punto X (como se muestra en la figura) lo cual se traduce luego en interferencia constructiva o destructiva.

Si los brazos del interferómetro tienen longitudes muy diferentes, las dos fuentes virtuales de luz van a estar muy separadas. En este caso, un pequeño cambio de posición en la pantalla corresponde a un gran cambio en la diferencia de longitud de camino, lo cual de nuevo se traduce en un espaciado más pequeño entre las franjas. Esto explica por qué el patrón de interferencia se vuelve más denso cuando los brazos del interferómetro tienen longitudes muy diferentes.

Esta conclusión se aplica para todos los puntos en la pantalla. Y dado que los frentes divergen del haz simétricamente alrededor del eje óptico, el patrón de interferencia va

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

a ser necesariamente simétrico, es decir, concéntrico.

Cuando los dos brazos del interferómetro tienen una longitud casi idéntica, el patrón de interferencia presentará anillos muy grandes. Esto se puede usar para ajustar el interferómetro. Para encontrar una configuración con brazos casi idénticos, el máximo central necesita ser lo más grande posible.

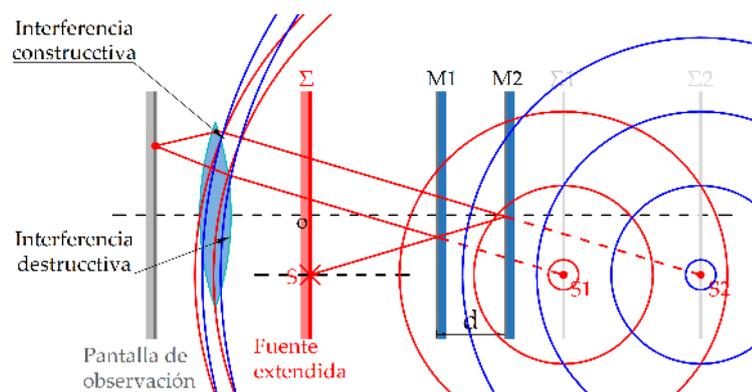


Figura 2.9: Patrón de franjas de igual inclinación a la salida del IM.

Una forma de visualizar la formación del patrón de anillos es traslapar dos frentes de onda esféricas. En la práctica no tenemos una onda plana sino una onda esférica debido a la divergencia del haz. Dado que el haz se divide en dos, tenemos dos ondas esféricas desde dos fuentes virtuales que se traslapan. El resultado se muestra en la fig. 2.9. Cuando los centros de las ondas esféricas se empiezan a juntar, los brazos del interferómetro tienen una longitud casi igual, y entonces las franjas centrales se vuelven más grandes.

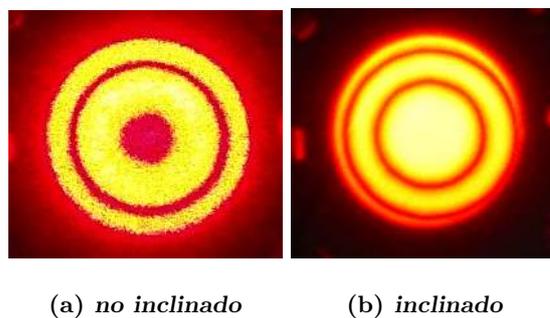


Figura 2.10: Efecto debido a espejo inclinado.

Cuando uno de los espejos del interferómetro es inclinado, el frente de onda de

este espejo cambia, y así altera el patrón de interferencia. Las imágenes de la fig. 2.11 muestra el patrón cuando el espejo se inclina hacia arriba con respecto al eje del poste. A primera vista, se observa que el patrón se ha movido hacia abajo. Sin embargo mientras se inclina el espejo, la franja central cambia de brillante a oscuro y de nuevo a brillante varias veces. Esto demuestra que el patrón observado depende sólo de cuál brazo del interferómetro es el más largo, sin importar la dirección de la inclinación del espejo causante del movimiento del patrón.

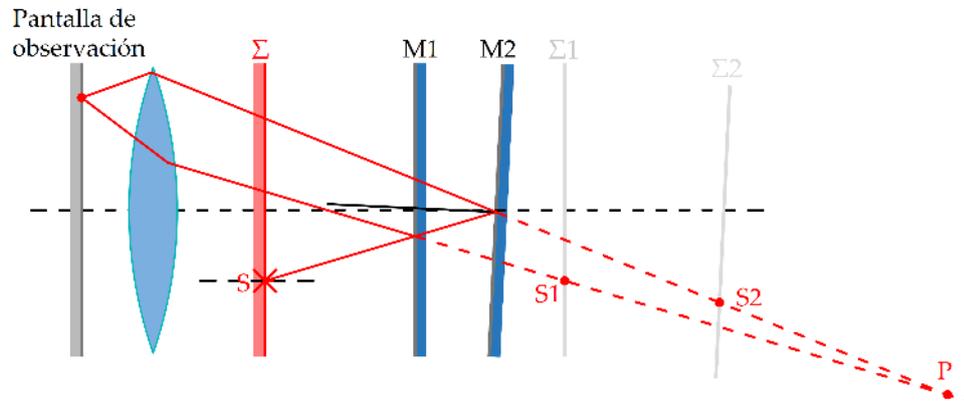


Figura 2.11: Trazo de rayos para el IM con uno de los espejos inclinados

2.1.5. Interferómetro de Twyman-Green

El interferómetro de Twyman-Green (ITG), ver fig. 2.12 es una variante del interferómetro de Michelson, que se usa industrialmente para el control de calidad interferométrico de superficies ópticas no planas y espejos o lentes objetivos. Lo que diferencia al ITG del IM es que en lugar de utilizar frentes de onda esféricos utiliza frentes de onda planos, los cuales se obtienen al colimar un frente de onda esférico mediante la lente colimadora LC. Es decir, utiliza una fuente puntual monocromática y una lente colimadora.

El espejo plano del ITG M_2 se coloca en el foco F'_0 de la lente que se quiere probar, de forma que los rayos se reflejan en éste para obtener un frente de onda invertido a la salida de la lente. Hacia adelante y hacia atrás en el interferómetro, las franjas son visibles en una pantalla que ahora es reemplazada por la lente formadora de imagen que enfoca las franjas en el detector CCD o CMOS.

En el brazo del espejo de referencia plano M_1 se coloca una placa de vidrio la cual hace posible incrementar la diferencia de camino óptico y aplicar el método desplazamiento de fase para calcular la fase óptica de la interferencia. Este aspecto del interferómetro se detalla en el epígrafe 1.3.1.

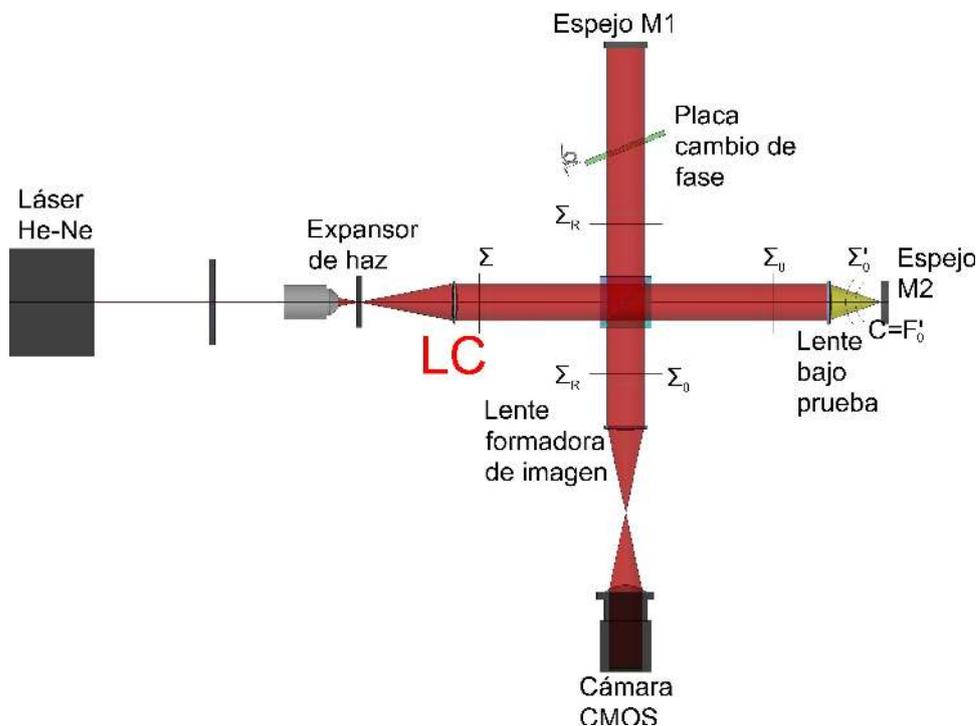


Figura 2.12: Interferómetro de Twyman-Green

El frente de onda Σ que parte del láser se divide en dos frentes de onda planos, el de referencia Σ_R y el de observación Σ_O . Incrementando la LCO del brazo del espejo M_1 , el frente de onda de referencia Σ_R permanece plano, pero puede posiblemente ser inclinado por una inclinación del espejo M_1 . El frente de onda del objeto bajo prueba Σ_O se transforma en una onda esférica al atravesar la lente bajo prueba, si esta es perfecta, entonces por reflexión en el espejo y atrás de la lente objeto, se vuelve plana de nuevo. La interferencia entre el frente de onda plano ideal viajando por el brazo del espejo M_1 y el frente de onda producido debido a la presencia de la lente bajo prueba ocurrirá en la salida del interferómetro TG.

El análisis de franjas de interferencia hace posible cuantificar los defectos introducidos por la lente bajo prueba. En ausencia de franjas en los interferogramas, la superficie es esférica. En caso contrario la lente presenta aberraciones ópticas.

2.1.6. Aberración óptica de componentes

Si el sistema óptico bajo prueba es perfecto entonces el frente de onda viajando por el brazo del espejo 2 del sistema en movimiento hacia adelante y hacia atrás es plano. En el caso opuesto, tiene aberración debido al sistema óptico. Si el sistema óptico

presenta aberraciones entonces el frente onda a la salida del sistema no es esférico sino que tiene una aberración (una desviación respecto del frente de onda esperado) que es la diferencia entre el frente de onda real y el frente de onda esférico ideal. La diferencia de fase se puede escribir como resultado de éstas (ec. 2.31).

$$\Delta_O = \Sigma'_0 - \Sigma'_{esf} \quad (2.31)$$

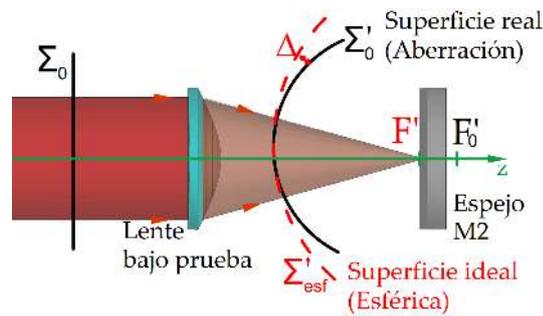


Figura 2.13: Desviación entre el frente de onda real y el ideal

La desviación del frente aberrado depende del tipo de aberración del componente. Un interferómetro TG fácilmente resalta las aberraciones primarias; y el patrón de franjas podría tener las siguientes características

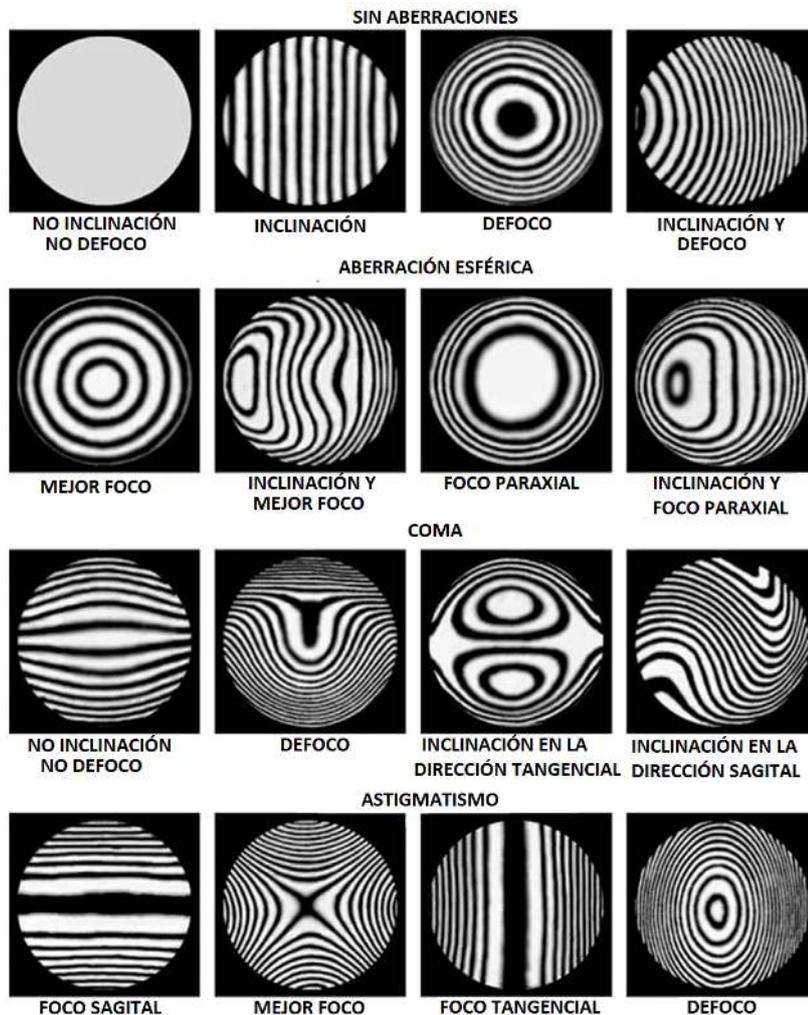


Figura 2.14: *Interferogramas para las aberraciones primarias producto de la desviación entre el frente de onda real y el ideal.*

2.1.7. Contribución de ambos espejos

El brazo de referencia está compuesto de un espejo plano M_1 en el cual se introduce una placa de vidrio plano paralela. A priori, el frente reflejado que interfiere con el frente de onda de medición es plano pero puede ser inclinado en relación del plano ideal. Esa inclinación se puede hacer al inclinar el espejo M_1 . El lector puede observar que lo mismo ocurre con una inclinación en el espejo M_2 . Si la longitud de camino óptico del brazo del espejo M_1 es ligeramente alterada entonces ocurrirá un cambio de fase de todos los puntos del frente de onda de referencia. Δ_R es el frente de onda que parte

desde el brazo de referencia, ver fig. 2.15.

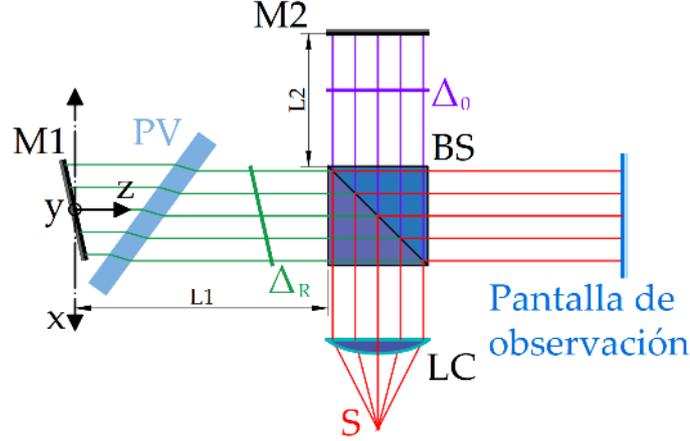


Figura 2.15: Contribución de los espejos M_1 y M_2 a la fase del interferograma.

2.1.8. Expresión general del interferograma

Supongamos que la polarización de los brazos del interferómetro es paralela (fig. 2.15) de modo que el interferograma se escribe:

$$I(x, y) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}(\Delta_O - \Delta_R) + \varphi_0\right) \quad (2.32)$$

Esta expresión es producto del cuadrado de la superposición de dos ondas de luz:

$$\begin{aligned} E_R(x, y) &= \sqrt{I_1} e^{-i(kz - \omega t + 2L_1 + 2\Delta_R)} \\ E_O(x, y) &= \sqrt{I_2} e^{-i(kz - \omega t + 2L_2 + 2\Delta_O)} \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$I(x, y) = (E_R + E_O)(E_R^* + E_O^*) \quad (2.34)$$

en donde:

Δ_O es la desviación del frente de onda que viaja en el brazo de medición (sistema óptico + M_2)

Δ_R es la desviación del frente de onda que parte del brazo de referencia (M_1 +PZT)

φ_0 es la fase óptica que corresponde a la diferencia total de camino óptico de ambos brazos del interferómetro, evaluada en el sensor de imágenes.

De acuerdo a las contribuciones dada por los varios elementos, las franjas del interferómetro tendrán diferentes formas. Para los siguientes epígrafes, suponemos que $I_1 = I_2 = I_0$, es decir que las franjas tienen un máximo contraste igual a 1.

$$\gamma = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{I_0 - 0}{I_0 + 0} = 1 \quad (2.35)$$

2.1.9. Interferograma con un sistema óptico perfecto

Consideremos que todo es perfecto: un sistema óptico, con el espejo M_1 perpendicular al eje óptico y el espejo M_2 perpendicular al eje, y que no está desenfocado. Las contribuciones a las desviación estandar serían $\Delta_0 = \Delta_R = 0$ y el interferograma es:

$$I(x, y) = 2I_0(1 + \cos \varphi_0) \quad (2.36)$$

Así que no hay franjas sino un color apagado uniforme. Como dijimos antes, la misma cosa pasará con una inclinación del espejo M_1 o M_2 : una inclinación del frente de onda a la salida.

2.1.10. Interferograma con espejo inclinado

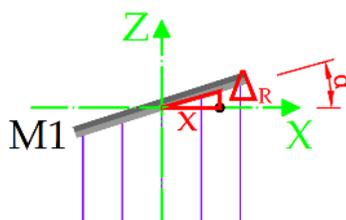


Figura 2.16: Espejo $M1$ inclinado α desde el eje X .

Supongamos ahora que una inclinación es causada por el espejo M_1 . Suponiendo una inclinación α desde el eje X , barriéndose hacia el eje óptico Z como se muestra en la fig. 2.16 al despejar la desviación Δ_R para la $\tan \alpha$ da como resultado

$$\Delta_{Rx} = x \tan \alpha \quad (2.37)$$

Al hacer la aproximación de ángulos pequeños

$$\Delta_R = x \tan \alpha \simeq x \sin \alpha \quad (2.38)$$

Por lo tanto si el espejo tiene inclinación en ambos ejes se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta_{Rx} &= x \sin \alpha_x \\ \Delta_{Ry} &= y \sin \alpha_y \end{aligned} \quad (2.39)$$

resultando la desviación Δ_R en la ecuación del plano de modo que:

$$\Delta_R(x, y) = x \sin \alpha_x + y \sin \alpha_y \quad (2.40)$$

donde α_x , y α_y son los ángulos de inclinación respectivamente en las direcciones (x, y) . Así que el interferograma tiene franjas rectas como se ilustra en la figura 2.17.

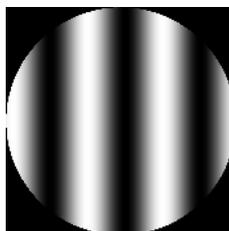


Figura 2.17: *Interferograma de frente de onda inclinado.*

2.1.11. Interferograma de una superficie esférica plano convexa

Consideremos una lente objeto plano convexa esférica en el brazo de prueba la cual es colocada a la distancia focal del espejo de prueba. La expresión para la desviación estandar del frente de onda objeto se medirá respecto del un frente de onda esférico colocada a la misma distancia focal de la superficie que se está probando, por lo tanto

$$\Delta_O(x, y) = W_{Oasf}(x, y) - W_{Oesf}(x, y) \quad (2.41)$$

donde $W_{Oasf}(x, y)$ es un frente de onda esférico viajando por el brazo de prueba, y $W_{Oesf}(x, y)$ un frente de onda esférico.

2.2. Interferometría de cambio de fase

La interferometría de cambio de fase (PSI) es una técnica bien establecida para caracterización de superficies que mediante la digitalización de datos de interferencia adquiridos durante un cambio de fase controlado, más a menudo introducida por el desplazamiento de un objeto que altera la longitud de camino óptico del brazo de referencia de un interferómetro. La técnica proporciona imágenes tridimensionales con alturas típicas de medición menores a 1nm independiente del tamaño del campo.

Desde 1980 a 1990, se han realizado desarrollos significativos de estos instrumentos de medición interferométricos utilizando los principios de interferometría de cambio de fase (PSI), por primera vez se desarrollaron en el contexto de las pruebas ópticas de lentes y espejos. La PSI adquiere una secuencia de imágenes con un cambio de fase controlado, así cuando unas cuantas franjas son visibles en la superficie, se manifiestan como un desplazamiento de la posición de las franjas entre las imágenes capturadas por una cámara.

En el procedimiento de cambio de fase, el interferograma se obtiene por medio de un detector de luz bidimensional, por ejemplo una cámara CCD. Luego, la irradiancia $I(x, y)$ en cada pixel se mide para varios valores de diferencia de fase $\varphi(x, y)$ entre los

dos frentes de onda.

Esta sección discute las formas más comunes de PSI para medición de superficies 3D. La característica más común de los instrumentos para PSI es que, a diferencia de métodos diferenciales o de contraste de fase, la altura de la superficie es directamente proporcional a la fase de la interferencia.

2.2.1. Conceptos y revisión general

La digitalización de un interferograma con la ayuda de una computadora utilizando una cámara fue un importante paso para incrementar la resolución de la interferometría. La información contenida en las franjas de un solo interferograma da información sobre la forma de la superficie, pero más información se necesita para determinar el signo de los defectos presentes (pico-valle). Adicionalmente, la determinación de los centros de las franjas es sensible a variaciones de intensidad, a la no uniformidad del detector y al espaciado de pixeles. Con la interferometría de cambio de fase PSI se obtienen una serie de interferogramas donde la fase de uno de los dos haces que interfieren se cambian por una cantidad conocida y dirección entre imágenes. Las mejoras sobre la interferometría estática incluyen mucha mayor precisión (mejor que 1/1000 franjas) y buenos resultados de franjas de bajo contraste. Las variaciones de intensidad a través de la pupila, ya sean estas debidas a no uniformidades de pixel a pixel o a la distribución de la fuente, ya no importan dado que la fase se calcula en cada pixel independientemente.

La irradiancia I se mide en cada pixel por cada imagen de interferograma. El término I_{DC} es su intensidad de fondo, I_{AC} es el término de intensidad que es modulado por la función periódica, y $\phi(x, y)$ es su fase. Todas éstas son variables desconocidas, de modo que al menos tres interferogramas se necesitan para determinar $\phi(x, y)$. El cambio de fase entre las imágenes es $\phi(t)$. El cambio de fase más común entre imágenes es 90° .

Para crear múltiples interferogramas, se necesita un método para introducir el cambio de fase apropiado. La forma más directa de realizar esto es utilizando un espejo movable. Un cambio de fase de 90° en un ITG es equivalente a mover el espejo de referencia $\lambda/8$, ver fig. 2.18. Para el caso de un láser HeNe de 632.8nm, esto requiere mover el espejo cerca de 79.1nm. Entre los métodos más comunes para hacer cambio de fase se encuentra el uso de un actuador piezo electrico que desplace el espejo de referencia, o en nuestro caso el uso de una placa plano paralela cuya inclinación se va cambiando para alterar el camino óptico del brazo de referencia.

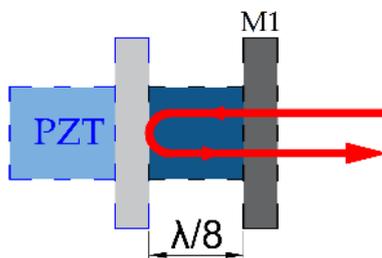


Figura 2.18: Cambio de fase de 90° producido por el desplazamiento del espejo en $\lambda/8$.

2.2.2. Principios de la medición de superficie mediante interferometría

El fenómeno de interferencia se puede entender al considerar el Interferómetro de Twyman-Green (ITG). Siguiendo el usual análisis de interferencia de dos haces^[20], la señal de interferencia observada en el detector se puede escribir como

$$I(h, \zeta) = I_{DC} + I_{AC} \cos [K(h - \zeta) + \xi] \quad (2.42)$$

donde I_{DC} y $I_{AC} < I_{DC}$ son coeficientes fijos. La cantidad

$$K = 4\pi/\lambda \quad (2.43)$$

es a veces llamada la frecuencia de las franjas, corresponde a la tasa a la cual la señal de interferencia oscila sinusoidalmente como una función de los cambios en la altura h de la superficie de la muestra o en la posición ζ del espejo de referencia. En las ecuaciones 2.43 y 2.42, λ es la longitud de onda de la fuente y ξ es una fase de defase relacionada a las propiedades reflexión y transmisión de los componentes del interferómetro. La figura 2.19 muestra la variación en la intensidad detectada como una función de la diferencia $h - \zeta$. Las modulaciones periódicas son características del fenómeno de interferencia, con un ciclo completo de modulación, cada media longitud de onda del espejo de referencia.

La adición de lentes y cámara electrónica crea una imagen digital de modo que cada pixel de la cámara corresponde a un punto conjugado de la superficie objeto. Una pequeña cantidad inclinación en el objeto introduce una altura h continuamente variable en la superficie en la dirección horizontal, el cual aparece como unas bandas de luz oscuridad, o llamadas también franjas de interferencia.

Las franjas de interferencia pueden ser interpretadas directamente, dado que las franjas mapean áreas de igual altura de superficie. Así que, las franjas brillantes corresponden a áreas donde el argumento del coseno en la ecuación 2.42 es un múltiplo entero de 2π , el cual de la ecuación 2.43 significa que los cambios en la altura h en la superficie entre franjas vecinas es $\lambda/2$. Este método de caracterización de superficies por interferometría

tiene su origen en las interpretaciones visuales de los patrones de franjas, y tiene su continuación en los métodos computarizados basados en el análisis de franjas de alta densidad.

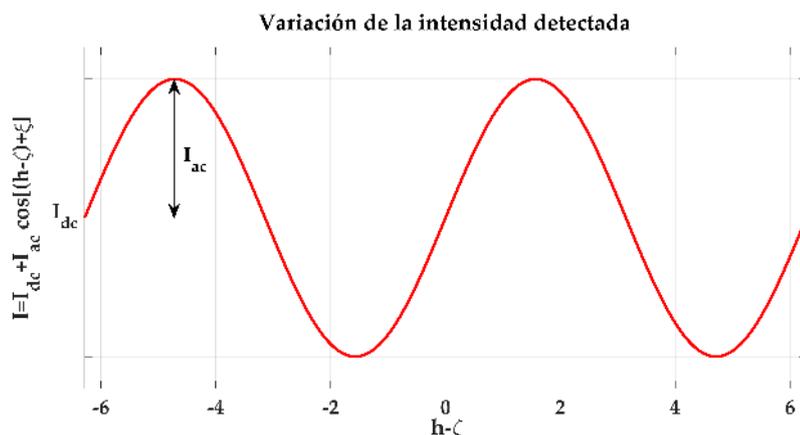


Figura 2.19: *Intensidad para desplazamientos del espejo de referencia.*

2.2.3. Método de Cambio de Fase

La necesidad por mediciones de superficies de alta precisión requiere un enfoque mucho más sofisticados que la sola interpretación visual de los patrones de franjas^[32] [33]. Por lo tanto, un procesamiento digital de imágenes refina el estimado de la fase en el argumento del coseno de la ecuación 2.42. Al argumento de dicha función a continuación lo llamaremos Θ como se observa en la ec. 2.44.

$$\Theta = kh + \xi \quad (2.44)$$

Suponiendo que el defasamiento ξ debido a las reflexiones y transmisiones en el sistema óptico es constante a través del campo de visión, este puede ser fijado a cero, y el mapa de altura de la superficie proviene de la siguiente expresión

$$h = \Theta/k \quad (2.45)$$

La PSI cuenta con desplazamientos de fase controlados usualmente impartidos por el movimiento mecánico ζ del espejo de referencia. A veces nos referimos a la PSI como Interferometría de Cambio de Fase Temporal para distinguir el método de la interpretación espacial del patrón de franjas individuales, la PSI analiza las señales de interferencia de cada pixel individualmente utilizando el equivalente a una detección heterodina. Para el caso de un espejo de referencia móvil, la señal de interferencia en la ecuación 2.42 se vuelve

$$I(\phi) = I_{DC} + I_{AC} \cos(\Theta + \phi) \quad (2.46)$$

donde $\phi = -\zeta/4\pi$ es el cambio de fase en términos del desplazamiento del espejo de referencia ζ .

En los métodos PSI comunes, el espejo de referencia (o dispositivo de desplazamiento de fase equivalente) imparte un cambio lineal en la fase ϕ durante la adquisición de datos, llevando a una señal de intensidad similar a la que se muestra en la fig.2.19 para cada imagen de pixel, pero con un defasamiento inicial Θ que depende de la altura de la superficie local. Para analizar la obtención de la fase de la señal se puede utilizar algoritmos basados en la solución de un sistema de ecuaciones, sin embargo, se puede utilizar un tratamiento analítico utilizando el análisis de Fourier^{[32] [33]}. En general se escribe el procedimiento como correlaciones de una señal real $I(\phi(t))$ con dos funciones $f_1(t)$ y $f_2(t)$:

$$\begin{aligned} N(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} I(\phi(t))f_1(t)dt \\ D(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} I(\phi(t))f_2(t)dt \end{aligned} \quad (2.47)$$

$N(t)$ y $D(t)$ son correlaciones en $t = 0$. Aplicando la transformada de Fourier y utilizando el teorema de convolución

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{N(t)\} &= I(\nu)F_1^*(\nu) \\ \mathcal{F}\{D(t)\} &= I(\nu)F_2^*(\nu) \end{aligned} \quad (2.48)$$

y la propiedad Hermítica de las funciones reales se obtiene de la ec. 2.49

$$\begin{aligned} N &= 2\text{Re}\left\{\int_0^{\infty} I(\nu)F_1^*(\nu)\right\} \\ D &= 2\text{Re}\left\{\int_0^{\infty} I(\nu)F_2^*(\nu)\right\} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Para determinar la fase de la señal de entrada respecto de las funciones de filtrado, la razón de las dos correlaciones se define como

$$r = \frac{2\text{Re}\left\{\int_0^{\infty} I(\nu)F_1^*(\nu)\right\}}{2\text{Re}\left\{\int_0^{\infty} I(\nu)F_2^*(\nu)\right\}} \quad (2.50)$$

Como la señal $I(\nu)$ es periódica, ésta se compone de un espectro discreto, ver ec. 2.51.

$$I(\nu) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} I_n \delta(\nu - n\nu_s); \quad I_n = |I_n|e^{i\Theta_n} \quad (2.51)$$

donde ν_s es la frecuencia fundamental de la señal. Reemplazando la ec. 2.51 en la ec.2.50; ésta se reescribe como:

$$r = \frac{2|I_n|\text{Re}\left\{\sum_{i=-\infty}^{\infty} e^{i\Theta_n} F_1^*(\nu)\right\}}{2|I_n|\text{Re}\left\{\sum_{i=-\infty}^{\infty} e^{i\Theta_n} F_2^*(\nu)\right\}} \quad (2.52)$$

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Para hallar fase del m -ésimo armónico Θ_m de la señal, se requiere que se cumplan las siguientes condiciones para las funciones F_1 y F_2 :

$$\begin{aligned} I_n F_1^*(n\nu_s) &= -iA\delta_{n,m} \\ I_n F_2^*(n\nu_s) &= A\delta_{n,m} \end{aligned} \quad (2.53)$$

Donde A es una constante arbitraria $\delta_{m,n}$ es la función delta de Kronecker; que tomará valor unitario sólo cuando $n = m$ y en los restantes será cero. Bajo estas condiciones el espectro de las señales I_n y las funciones F_1 o F_2 se traslapan en un punto común $m\nu_s$ y todas las demás componentes de la señal son eliminadas. Por lo tanto F_1 o F_2 a frecuencia $m\nu_s$ se encuentran en desfasadas 90° (en cuadratura) así que:

$$F_1(m\nu_s) = iF_2(m\nu_s); \quad F_2(\nu) = |F_2|e^{i\Psi(\nu)} \quad (2.54)$$

Remplazando 2.54 en 2.55 para sólo la frecuencia $m\nu_s$

$$r = \frac{2|I_m||F_2(m\nu_s)|\operatorname{Re}\{ie^{i\Theta_m}e^{-i\Psi}\}}{2|I_m||F_2(m\nu_s)|\operatorname{Re}\{e^{i\Theta_m}e^{-i\Psi}\}} \quad (2.55)$$

Utilizando la fórmula de Euler

$$r = \frac{\operatorname{Re}\{i(\cos(\Theta_m - \Psi) - i\operatorname{sen}(\Theta_m - \Psi))\}}{\operatorname{Re}\{(\cos(\Theta_m - \Psi) - i\operatorname{sen}(\Theta_m - \Psi))\}} \quad (2.56)$$

tomando la parte real de las expresiones entre corchetes de la ec. 2.56

$$r = \frac{\operatorname{sen}(\Theta_m - \Psi)}{\cos(\Theta_m - \Psi)} = \tan(\Theta_m - \Psi) \quad (2.57)$$

de modo que finalmente

$$\Theta_m = \arctan(r) + \Psi(m\nu_s) \quad (2.58)$$

donde $r = N/D$ y Ψ es una constante de defase despreciable que aparece producto la definición del origen del parámetro t . La fase Θ entonces se obtiene de

$$\tan(\Theta) = N/D \quad (2.59)$$

Esta autocorrelación o técnica de detección síncrona es equivalente al análisis de Fourier en una sola frecuencia determinado por la tasa de movimiento del espejo de referencia.

En la práctica, la señal $I(\phi)$ se muestrea discretamente como una secuencia de imágenes digitalmente capturadas por una cámara. Como un ejemplo, se asume que la adquisición de cuatro muestras de intensidad I_0, I_1, I_2, I_3 que corresponden a cuatro cambios de fase $\phi_{0,1,2,3}$ empezando desde $\phi_0 = -3\pi/4$ y espaciados por un $\Delta\phi = \pi/2$ de modo que la ecuación se convierte en

$$\begin{aligned} N &= I_0 + I_1 - I_2 + I_3 \\ D &= -I_0 + I_1 + I_2 - I_3 \end{aligned} \quad (2.60)$$

El número de imágenes de muestreo que utilizan los algoritmos de PSI, van desde un mínimo de tres muestras hasta tantos como muestras de intensidad se quiera incluir. El muestreo discreto requiere de normalización, la ortogonalidad entre N y D, y la supresión del término de defase I_{DC} . Las reglas de diseño para algoritmos de PSI cubren un amplio rango de métodos matemáticos. La tabla 2.1 da algunos ejemplos de algoritmos para PSI empleando una constante $\Delta\phi$ de paso de cambio de fase entre las muestras de intensidad, estos algoritmos están pensados para cambios de fase lineales.

Tabla 2.1: Algunos algoritmos para PSI con cambio de fase uniforme.

P	$\Delta\phi$	$\tan(\theta)$
3	$\pi/2$	$\frac{I_0 - I_2}{-I_0 + 2I_1 - I_2}$
5	$\pi/2$	$\frac{2I_1 - 2I_3}{-I_0 + 2I_2 - I_4}$
7	$\pi/2$	$\frac{-I_0 + 7I_2 - 7I_4 + I_6}{-4I_1 + 8I_3 - 4I_5}$
13	$\pi/4$	$\frac{3(I_0 - 2I_1) - 4(I_1 - 2I_2) + 12(I_3 - 2I_4) + 21(I_5 - I_6) + 16(I_7 - 2I_8)}{-4(I_1 + I_2) - 12(I_3 + I_4 + I_5 + I_6) + 16(I_7 - I_8) + 24I_9}$

Los algoritmos de la tabla están diseñados para cambios de fase lineales. Cambios de fase alternativos también es posible de realizar. Adicionalmente, existen métodos que utilizan cambios de fase no lineales, una alternativa es realizar un cambio de fase el cual es en si mismo sinusoidal, esta técnica tiene la ventaja de ser menos demandante sobre los mecanismos para el cambio de fase en comparación de las rampas lineales repetidas.

Los métodos de cambio de fase no necesariamente requieren de un cambio de fase preciso de cualquier forma particular. Si los cambios de fase se conocen o pueden ser medidos por un sensor de desplazamiento separado, y la altura de la superficie se obtiene de un ajuste de mínimos cuadrados generalizado. Alternativamente, si hay suficiente información en cada interferograma individual para inferir el cambio de fase entre cada imagen de interferograma, el procesamiento de datos puede acomodar un cierto grado de movimiento aleatorio generado por vibraciones mecánicas. Adicionalmente a esta alternativa los métodos de cambio de fase dependientes del tiempo, se ha propuesto utilizar múltiples detectores para adquirir imágenes con cambio de fase simultáneamente en un interferómetro utilizando, por ejemplo, codificación de la polarización de los haces de referencia y de medición.

2.2.4. Algoritmos para PSI con cuatro pasos de separación

Una forma natural de entender cómo funciona el método de cambio de fase, es empezar por el estudio de los algoritmos para PSI de cuatro pasos de separación^[23] [1]

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

[34] [12] con pasos de $\pi/2$ de cambio de fase. Al obtener las cuatro muestras basados en la ec. 2.42 obtenemos un sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} I_1 &= I(h, 0) = I_{DC} + I_{AC} \cos [Kh - 0] \\ I_2 &= I(h, \lambda/4) = I_{DC} + I_{AC} \cos [Kh - \pi/2] \\ I_3 &= I(h, 2\lambda/4) = I_{DC} + I_{AC} \cos [Kh - \pi] \\ I_4 &= I(h, 3\lambda/4) = I_{DC} + I_{AC} \cos [Kh - 3\pi/2] \end{aligned} \quad (2.61)$$

estas se pueden reescribir como

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{DC} + I_{AC} \cos [Kh] \\ I_2 &= I_{DC} + I_{AC} \sin [Kh] \\ I_3 &= I_{DC} - I_{AC} \cos [Kh] \\ I_4 &= I_{DC} - I_{AC} \sin [Kh] \end{aligned} \quad (2.62)$$

El número mínimo de interferogramas que se necesitan para determinar la fase $\phi(h, \zeta)$ es tres, pero un cuarto ayuda a reducir el error debido a fases incorrectas. Si realizamos la resta entre los interferogramas I_4 e I_2 , y la dividimos entre la resta del I_1 e I_3 , obtenemos la siguiente expresión:

$$\tan(\phi) = \frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \quad (2.63)$$

donde $\phi = hK$ y $K = 2k$, al realizar la operación inversa se obtiene un mapa de fase en función de las intensidades de cada punto de los interferogramas utilizados.

Si el cambio de fase no es exactamente 90° entre imágenes, se presentan errores en la fase al doble de frecuencia de las franjas de interferencia. Para resolver este inconveniente se puede añadir más interferogramas^[35] para reducir aun más el error debido a cambios de fase incorrectos.

2.2.5. Algoritmo de Hariharan

Otro enfoque para producir un algoritmo para hacer interferometría de cambio de fase, que es insensible a errores de calibración en la fase de referencia fue propuesto por Hariharan en 1987^[36]. Se utilizan cinco mediciones de intensidad en los interferogramas, e inicialmente se asume un cambio de fase lineal de α entre los interferogramas.

$$\delta_i = -2\alpha, -\alpha, 0, \alpha, 2\alpha \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (2.64)$$

Entonces

$$\begin{aligned} I_1 &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos \phi(x, y) - 2\alpha \\ I_2 &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos \phi(x, y) - \alpha \\ I_3 &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos \phi(x, y) \\ I_4 &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos \phi(x, y) + \alpha \\ I_5 &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos \phi(x, y) + 2\alpha \end{aligned} \quad (2.65)$$

Estas cinco ecuaciones se expanden y combinan para producir el resultado intermedio:

$$\frac{\tan[\phi(x, y)]}{2 \sin(\alpha)} = \frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_5 - I_1} \quad (2.66)$$

Como la elección del cambio de fase α es abierta, podemos escoger minimizar la variación de esta expresión a errores en el cambio de fase. Al diferenciar esta expresión respecto de α , se obtiene la ec. 2.67

$$\frac{d}{d\alpha} \frac{\tan[\phi(x, y)]}{2 \sin(\alpha)} = \frac{-\cos(\alpha) \tan[\phi(x, y)]}{2 \sin^2(\alpha)} \quad (2.67)$$

La cual se va a cero cuando $\alpha = \pi/2$. Cuando se usa este valor para realizar los cambios de fase la ecuación 2.66 se vuelve insensible a errores de calibración en el cambio de fase, de modo que despejando la fase, ésta se reduce a

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_5 - I_1} \quad (2.68)$$

El mínimo de la ec. 2.66 está centrado en $\pi/2$ y es bastante amplio. Como resultado, el algoritmo de Hariharan puede tolerar relativamente grandes errores en el cambio de fase antes de que aparezcan errores significativos en la fase del frente de onda calculado. Si el cambio de fase real entre las mediciones es $\pi/2 + \varepsilon$ entonces hay una fase medida correspondiente $\phi'(x, y) = \phi(x, y) + \Delta\phi(x, y)$ el cual puede ser aproximado utilizando la ec. 2.69 y asumiendo que ε es muy pequeña:

$$\tan[(\phi'(x, y))] \cong [1 + (\varepsilon^2/2)] \tan[\phi(x, y)] \quad (2.69)$$

El error en la medición de la fase ε ahora puede ser determinado

$$\Delta\phi(x, y) = \phi'(x, y) - \phi(x, y) \cong (\varepsilon^2/4) \sin [2\phi(x, y)] \quad (2.70)$$

El error es una función de la fase del frente de onda, y el error máximo para un cambio de 2° en cambio de fase lineal entre mediciones es de cerca de 0.02° . Este mismo error en un algoritmo estandar, como el de tres pasos, resulta en errores de medición del orden de 1° .

2.3. Desenvolvimiento de la fase

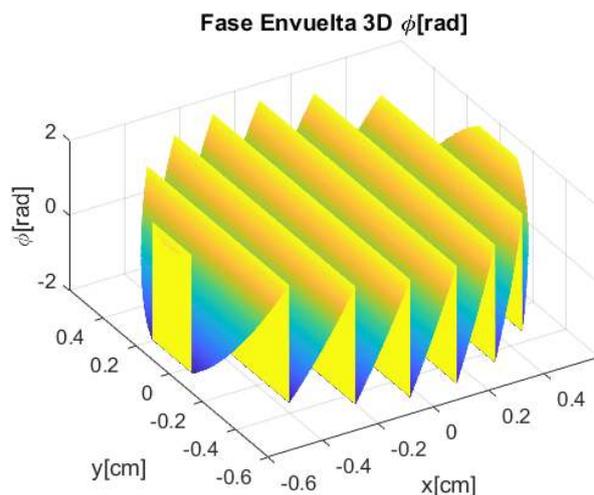


Figura 2.20: Fase envuelta para un frente de onda inclinado.

Los algoritmos para PSI recuperan un valor de fase en el rango de $-\pi/2$ a $\pi/2$ de la función arcotangente^[37]. Como una consecuencia, el resultado de una medición de PSI incluye una ambigüedad en la altura de la superficie, de un valor entero desconocido de veces el cambio de altura correspondiente a una franja de interferencia. La tarea básica para remover esta ambigüedad se ilustra en la fig. 2.20. La escala vertical está en radianes, donde se observa que los datos envueltos presentan un intervalo de fase de π , equivalente a un módulo $1/2$ la longitud de onda de la luz utilizada.

El algoritmo deberá revisar la trayectoria de la fase a través de la imagen y cuando la fase salte una cantidad mayor a π , sumar o restar N veces π hasta que la diferencia de fase entre valores adyacentes regrese a ser menos de π . El otro requisito es que la fase sea continua, lo cual es cierto para la mayoría de los componentes ópticos.

Los métodos para desenvolver imágenes generadas por interferometría forman una disciplina en si mismos^{[38] [35]}. Usuarios experimentados de interferómetros rápidamente confirman que una de las fallas más comunes para este método es un orden de franjas incorrecto^{[39] [40] [41]}, este error usualmente se conoce como error 2π , a menudo resultado de la textura de la superficie u otras propiedades que excedan la habilidad del software para realizar un correcto desenvolvimiento. Los errores de 2π se manifiestan como picos o falsos pasos en las imágenes 3D con una altura igual al espaciado de la altura correspondiente a una franja de interferencia.

2.4. Análisis del Error en Interferometría de Cambio de Fase

La PSI es una técnica madura con una literatura abundante al respecto de fuentes de errores en las mediciones, enfocadas en la tarea de indentificar la mejor metodología de diseño de algoritmos en la presencia de no linealidad del detector, ruido en el interferograma y errores en el cambio de fase. La literatura especializada compara el rendimiento de los algoritmos para PSI frente a errores de calibración y vibraciones mecánicas donde se puede concluir que a una mayor cantidad de pasos tenga el algoritmo de PSI, menores serán estos errores.

2.4.1. Errores en PSI

Para cualquier combinación de técnicas de cambio de fase y algoritmo asociado para calcular $\phi(x, y)$, se presentarán errores en los datos^{[34] [1]}. Entre las más comunes fuentes de errores tenemos reflexiones parásitas, errores de cuantización, no linealidad en el detector, inestabilidad en la amplitud y la frecuencia de la fuente de luz, y cambios de fase incorrectos entre cada toma de datos.

Los láseres son excelentes para interferómetros en los que su gran longitud de coherencia lo que permite separación óptica entre el brazo de prueba y el de referencia. Las reflexiones parásitas que provienen de las varias superficies que componen un interferómetro también interferirán y crearán franjas espurias. Estas franjas extras añaden irradiancia adicional y fase al haz de prueba y pueden causar grandes errores de fase. La mejor forma de eliminar estos errores es utilizar una fuente de luz de baja coherencia o diseñar el sistema de modo que las reflexiones adicionales sean bloqueadas.

Los interferogramas son señales analógicas, sin embargo, para procesarlas en una computadora deben ser digitalizadas. Cuantizar la señal causará un error de fase el cual decrece mientras más bits sean utilizados. El número de bits b en esta ecuación, es la profundidad de bit utilizada en la modulación de franjas (no de la cámara). $\sigma_{\phi,q}$ es el error RMS de la fase, debido a la cuantización de los interferogramas; y N es el número de pasos en el algoritmo.

$$\sigma_{\phi,q} = \frac{2}{2^b \sqrt{3N}} \quad (2.71)$$

Este error se puede reducir al promediar el conjunto de datos si el ruido en la señal es mayor que un bit.

Las no linealidades del detector pueden causar errores en la fase en una medición, así que se debe tener cuidado al ajustar el tiempo de exposición así como no operar cerca de la región de saturación o a muy bajos niveles de intensidad. La mayoría de los detectores son extremadamente lineales en la mayoría de su rango dinámico, así que no

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

es una fuente de error muy grande en PSI.

La inestabilidad en la fuente de luz introducirá un cambio de fase si la diferencia de camino óptico entre los brazos es diferente de cero. Si $\Delta\nu$ es la variación de frecuencia en la fuente, $\Delta\phi_{freq}$ es el error en la fase

$$\Delta\phi_{freq} = 2\pi \frac{d}{c} \Delta\nu \quad (2.72)$$

Las fluctuaciones de la irradiancia en la fuente de luz también introducirán errores en la fase medida. Si N es el número de pasos en el algoritmo y la razón señal-ruido SNR , entonces la desviación estándar de la fase está dada por

$$\sigma_{\phi, I} = \frac{1}{SNR\sqrt{N}} \quad (2.73)$$

Los cambios de fase incorrectos vienen de dos formas. El primero es el mecanismo de fase mal calibrado, de modo que el error es un error lineal ε

$$i\frac{\pi}{2} \longrightarrow (i+1)\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon\right); \quad i = 0, 1, 2 \quad (2.74)$$

Un error de fase entre los pasos del algoritmo resulta de un error de fase que es sinusoidal con una frecuencia del doble de la frecuencia de las franjas de interferencia. Si el error en el cambio de fase es debido solamente a un 5% de mala calibración, entonces ir de 5 a 7 pasos reduce el error por tres órdenes de magnitud. La verificación de este error en los pasos de fase se hace al calcular el desplazamiento promedio entre las imágenes adquiridas. Para un conjunto de cinco interferogramas, el cambio de fase promedio entre imágenes, a , se puede calcular para cada pixel

$$a(x, y) = \arccos \frac{1}{2} \frac{I_5(x, y) - I_1(x, y)}{I_4(x, y) - I_2(x, y)} \quad (2.75)$$

Este algoritmo a menudo tiene singularidades y se pueden introducir franjas de inclinación para ayudar a evitarlas. Los puntos de datos malos se pueden remover utilizando un valor de umbral.

Otra causa de cambios de fase incorrectos es la vibración en el interferómetro. Las vibraciones son el más serio impedimento para un mayor uso de la PSI. Debido a que la PSI toma múltiples imágenes sobre un periodo de tiempo finito, es sensible a cambios de fase dependientes del tiempo debido a vibraciones. Estas vibraciones son difíciles de corregir dado que el algoritmo óptimo depende de la frecuencia y la fase de la vibración. Para una amplitud de una vibración dada, el error de fase es una función de la razón de la frecuencia de vibración respecto de la tasa de captura de las fotos. Las vibraciones a la mitad de la velocidad de captura de cada foto causan un error de fase mayor.

Para evitar vibraciones, algunos métodos han sido usados para disminuir el problema de la vibración en PSI. Acelerar la velocidad de adquisición de datos usando una

fase en forma de rampa ayuda, pero hay límites en la electrónica para la velocidad a la que pueden ser capturados. El ambiente podría ser controlado, pero esto incrementa el costo de realizar el experimento. En los interferómetros de trayectoria común es difícil de utilizar la PSI. Todas las imágenes pueden ser tomadas simultáneamente pero este tipo de sistema puede ser difícil de alinear y calibrar.

Simulación para la evaluación de superficies

En este capítulo se presentan las simulaciones que se propusieron previo al montaje del experimento. El montaje con el se realizará la prueba interferométrica consiste de un interferómetro TG montado como se muestra en la fig. 3.1.

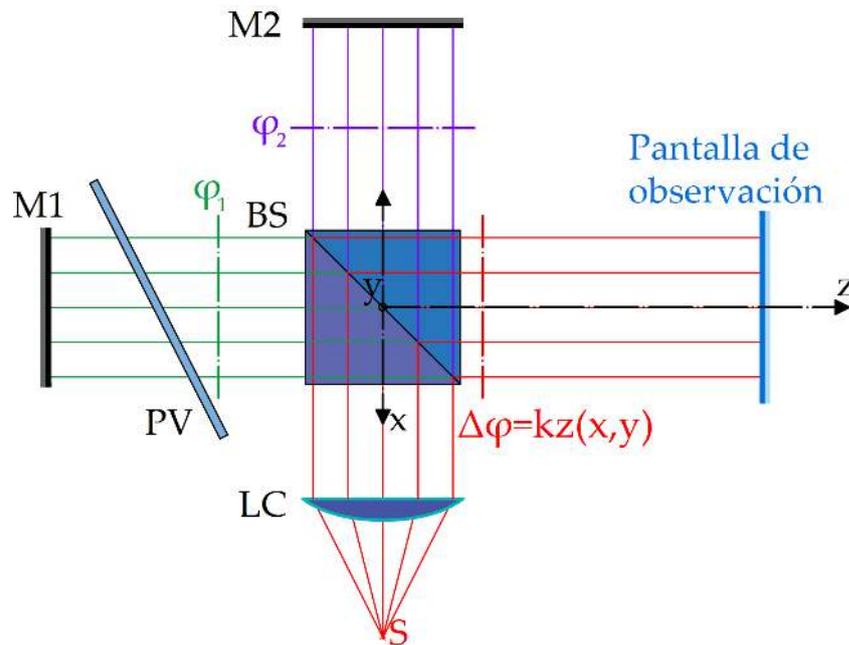


Figura 3.1: Arreglo experimental propuesto para realizar la evaluación de superficies

El procedimiento para realizar las simulaciones consiste en hacer el cálculo de la

intensidad a la salida del divisor de haz BS utilizando la base teórica del capítulo 2, para diferentes superficies bajo prueba y pequeñas alteraciones del arreglo. Estos se ingresan en un algoritmo computacional que grafica interferogramas para cada una de estas funciones. Al sumar 90 grados a la fase en la expresión para los interferogramas se obtendrá el conjunto de interferogramas con los que se va a calcular la fase correspondiente a cada superficie.

Adicionalmente se presenta el diagrama de flujo del algoritmo para la recuperación y desenvolvimiento de fase. A continuación pasamos a ver las simulaciones de interferogramas y la recuperación de la fase envuelta de los mismos.

3.1. ¿Cómo simulamos el interferómetro de Twyman-Green?

Para realizar la simulación de interferogramas nos remitimos a la teoría que vimos para el interferómetro de Michelson y Twyman-Green en el Capítulo 2. La propuesta es considerar la salida del divisor de haz, como el origen de dos fuentes de luz cuyas expresiones son

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{10} \exp i(f + \varphi_1(x, y)) \\ E_2 &= E_{20} \exp i(f + \varphi_2(x, y)) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Donde $f = kz - \omega t$, y φ_1 y φ_2 son las fases correspondientes a las desviaciones en los brazos de referencia y de prueba respectivamente, ver fig. 3.1. La expresión para los interferogramas que se van a simular, se obtienen por medio de la expresión para la intensidad.

$$I(x, y) = (E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*) \quad (3.2)$$

La cual después una manipulación algebraica

$$\begin{aligned} I(x, y) &= E_{10}^2 + E_{10} \exp [i(f + \varphi_1(x, y))] E_{20} \exp [-i(f + \varphi_2(x, y))] \\ &\quad + E_{10} \exp [-i(f + \varphi_1(x, y))] E_{20} \exp [i(f + \varphi_2(x, y))] + E_{20}^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

y del uso de la identidad de Euler

$$I(x, y) = E_{10}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos (\varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y)) + E_{20}^2 \quad (3.4)$$

haciendo que $E_{10} = E_{20} = E$ da como resultado:

$$I(x, y) = 2E^2 [1 + \cos (\Delta\varphi)] \quad (3.5)$$

Donde

$$\Delta\varphi = \varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y) = kz(x, y) \quad (3.6)$$

Siendo k el número de onda, y $z(x, y)$ el frente de onda. A partir de la ec. 3.2 se elabora un algoritmo que genera imágenes de interferogramas simulados, ver fig. 3.6.

El algoritmo comienza por definir el valor de longitud de onda $\lambda = 0.0006328mm$, el número de pixeles horizontales y verticales: $pixelH = 999$ y $pixelV = 999$ para la imagen del interferograma; y la distancia radial $radio = 6mm$. A continuación se generan dos vectores x y y , para las filas y las columnas de la imagen; del tamaño del número de pixeles horizontales y verticales respectivamente, linealmente espaciados y equidistantes de $-radio$ a $+radio$. Usando las coordenadas de los vectores x y y se obtiene una cuadrícula en 2-D de coordenadas con la que será evaluada la expresión para el patrón del intensidad.

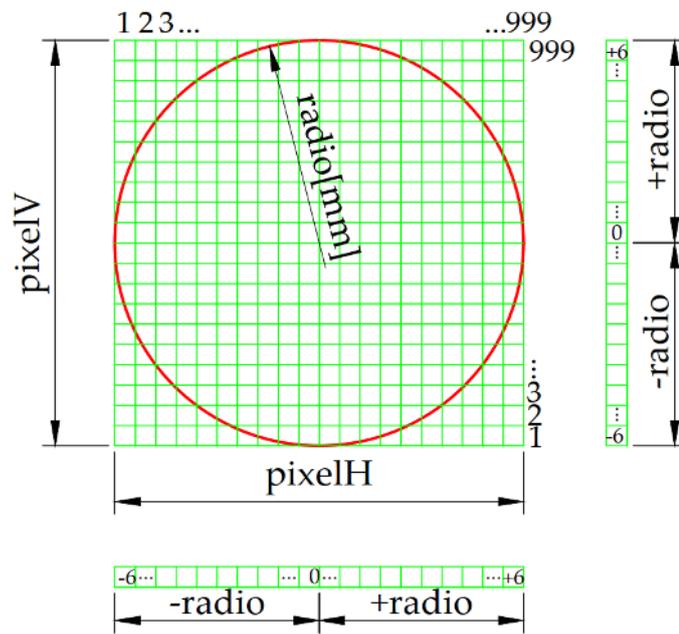


Figura 3.2: Simulación de interferogramas

A continuación se selecciona la expresión para el frente de onda $z(x, y)$ del cual queremos hacer la simulación. Para este trabajo se simuló la ecuación de las cónicas y planos inclinados. Se evalúa la ec. 3.2 con la cuadrícula 2-D obteniendo finalmente el interferograma.

Los interferogramas obtenidos serán imágenes en blanco y negro cuyos niveles de grises van de 0 a 255. Estas imágenes son guardadas en formato TIF con dimensiones $pixelH \times pixelV$.

Al realizar estas simulaciones se debe considerar que los defectos pertenecientes a la superficie bajo prueba son suficientemente pequeños para considerar que el frente de onda va a comportarse como un frente de onda plano con una leve deformación.

3. SIMULACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE SUPERFICIES

A continuación detallamos diversas simulaciones realizadas para el interferómetro TG el primer caso de estudio consiste en analizar qué patrón de interferencia se obtiene en ausencia de LT y dos espejos ortogonales. Luego se propone realizar una leve inclinación al espejo de prueba M2 para después añadir algunos defectos a la superficie del espejo; y finalmente se realiza la simulación de una lente superficie esférica LT.

3.1.1. Simulación de interferómetro T.G. con espejos ortogonales(Sin inclinación)

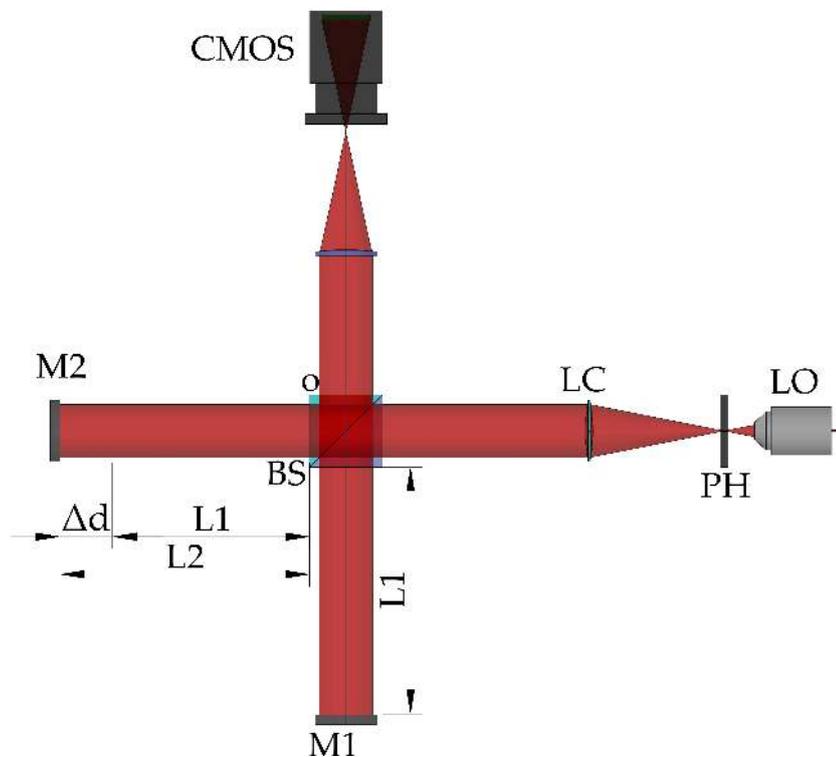


Figura 3.3: *ITG con espejos ortogonales y sin superficie de prueba*

Para el caso de espejos ortogonales consideramos dos ondas electromagnéticas para las cuales usamos como referencia el origen el divisor de haz, viajando en dirección a la pantalla de observación.

Como los espejos se encuentran perpendiculares al vector de propagación, el problema se reduce al de dos ondas planas que viajan en una misma dirección hacia la pantalla de observación pero con distintas fases iniciales.

El frente de onda incidente con que se alimenta interferómetro de Twyman-Green es una onda plana; la cual interactúa con el divisor de haz y los espejos, mientras recorre las longitudes correspondientes a cada brazo.

Para la onda viajando por el brazo del espejo M1, la fase inicial comprende las siguientes contribuciones:

$$\phi_1 = \phi_{rDHaz} + \phi_{brazo1} + \phi_{rM1} + \phi_{brazo1} + \phi_{rDHaz} \quad (3.7)$$

Considerando el origen del sistema a la salida del divisor de haz, la onda de luz viaja en dirección del brazo de M1 recorriendo la distancia L_1 del origen del sistema al centro del espejo M1, se refleja en M1, vuelve a recorrer L_1 para finalmente reflejarse en el divisor de haz hacia la pantalla donde se observa el patrón de interferencia.

En este brazo la onda de luz atraviesa el divisor de haz de índice de refracción n y espesor t por lo que la expresión para la fase se reduce a:

$$\phi_1 = k(2nt + 2L_1 + \lambda) \quad (3.8)$$

Para la onda viajando por el brazo del espejo M2, la fase inicial es producto de las siguientes contribuciones:

$$\phi_2 = \phi_{DHaz} + \phi_{brazo2} + \phi_{rM2} + \phi_{brazo2} + \phi_{DHaz} \quad (3.9)$$

Donde la onda de luz se transmite desde la cara de entrada del divisor de haz, viaja a través del cristal del divisor de haz, recorre la distancia restante del brazo al espejo M2, luego se refleja en el espejo M2; recorre nuevamente la distancia del espejo al brazo por el aire y finalmente atraviesa nuevamente el cristal del divisor de haz.

La expresión para la fase inicial en este caso es:

$$\phi_2 = k(2nt + 2L_2 + \lambda) \quad (3.10)$$

El término λ presente en ϕ_1 y ϕ_2 es producto de las reflexiones en las superficies reflectivas del arreglo (espejos y divisor de haz) Finalmente, 3.9 y 3.10 son las fases iniciales correspondientes a las dos ondas de luz que viajan desde el divisor camino hacia la pantalla donde se observará la interferencia.

Utilizando la expresión para la interferencia de dos ondas planas tenemos:

$$I = \frac{1}{2}E^2 \left[1 + \cos k(2L_2 - 2L_1) \right] \quad (3.11)$$

o

$$I = \frac{1}{2}E^2 \left[1 + \cos k(2\Delta d) \right] \quad (3.12)$$

donde Δd es la diferencia de longitud entre los brazos del interferómetro como se muestra en la fig. 3.3, podemos notar que el interferograma será una mancha central de

3. SIMULACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE SUPERFICIES

intensidad uniforme que varía cuando la diferencia entre las longitudes de ambos brazos es alterada.

El resultado de la simulación corresponde a un patrón de intensidad uniforme en la pantalla de observación como se observa en la fig. 3.4. Cuando la longitud de los brazos de ITG es la misma, la diferencia de camino óptico es cero, de modo que la intensidad observada a la salida es máxima. Este máximo se repetirá cada vez que la diferencia de longitud entre los brazos del interferómetro sea múltiplo entero de $\lambda/2$.

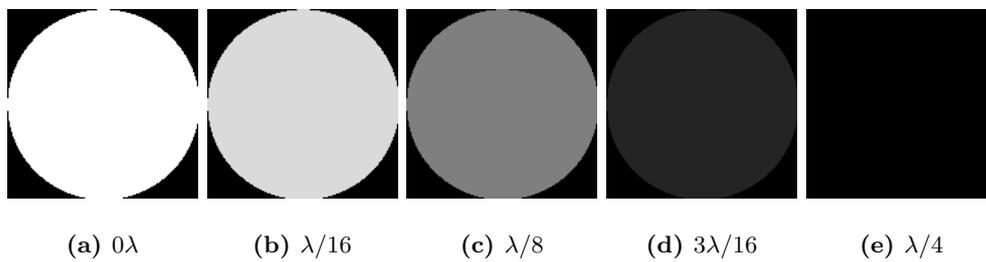


Figura 3.4: *Interferogramas obtenidos para el ITG con espejos ortogonales desplazando el espejo de referencia a pasos regulares de $\lambda/16$.*

3.1.2. Simulación de interferómetro T.G. con espejo M2 inclinado en uno de sus ejes

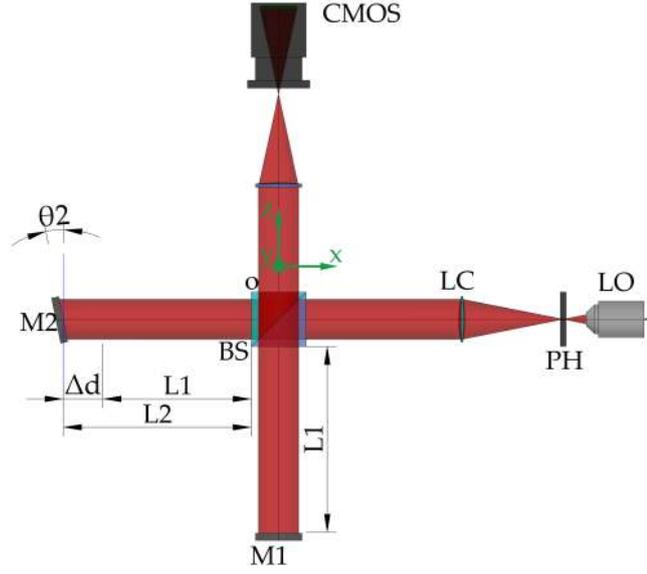


Figura 3.5: Interferómetro TG con espejo M2 inclinado.

A continuación se realiza la simulación del arreglo con la modificación de que el espejo M_2 del brazo de prueba ha sido inclinado en el eje x a un ángulo θ_2 teniendo una longitud de brazo de L_2 ; tomando como origen el divisor de haz (BS) hasta el centro del espejo, ver fig. 3.5. Para la onda viajando por el brazo del espejo M1, la expresión para la fase inicial es la ec. 3.9; dado que la configuración de este brazo permanece inalterada.

Ahora consideraremos el brazo M2. En este caso el vector de onda ya no viaja en la misma dirección en la que se encuentra el brazo de prueba, sino que debido a la inclinación en el espejo habrán dos componentes para el vector de propagación los cuales darán como resultado un campo eléctrico de la siguiente forma:

$$E_2 = \frac{1}{2} E \cos \theta_2 e^{i(k_z z - k_x x - \omega t + \phi_2)} \quad (3.13)$$

donde k_x y k_z son proyecciones del vector de propagación sobre los ejes x y z respectivamente. Finalmente, del mismo modo la fase inicial ϕ_2 tendrá componentes en ambos ejes de coordenadas:

$$\phi_2 = \phi_{Dhaz} + \phi_{\lambda/2} + \phi_{Brazo2} + \phi_{2z} + \phi_{2x} \quad (3.14)$$

3. SIMULACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE SUPERFICIES

La expresión para ϕ_2 en este caso es

$$\phi_2 = knt + \pi + k(L_2 + x \tan \theta_2) + [k \cos \theta_2(L_2 + x \tan \theta_2 + nt)] + [k \sin \theta_2(L_2 \tan \theta_2 + nt)] \quad (3.15)$$

Finalmente la expresión calculada para la irradiancia en el plano de la pantalla de observación es:

$$I = \frac{1}{4} E^2 \left[1 + 2 \cos \theta_2 \cos k \left(x(1 - \cos \theta_2) - z \sin \theta_2 - (\phi_2 - \phi_1) \right) + \cos^2 \theta_2 \right] \quad (3.16)$$

donde ϕ_1 y ϕ_2 son las ecuaciones 3.9 y 3.15 respectivamente.

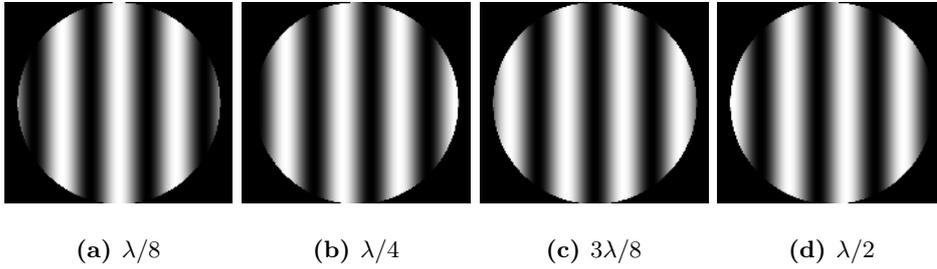


Figura 3.6: Interferogramas obtenidos para el ITG con espejo $M2$ inclinado para desplazamientos a pasos de $\lambda/8$ del espejo de referencia.

Los interferogramas obtenidos en la simulación presentan un patrón de franjas verticales como los que se muestra en la fig. 3.6, estos inteferogramas están desplazados $\lambda/4$ entre ellos. Estos interferogramas serán utilizados en la recuperación de fase. Los interferogramas de la figura 3.6 (a), (b), (c) y (d) serán la I_1, I_2, I_3 y I_4 , (ver Apéndice C).

3.1.3. Obtención de la fase y algoritmo de desenvolvimiento

A continuación haremos la recuperación de la fase del frente de onda inclinado asociada a los interferogramas simulados. Para realizar estos desplazamientos de fase en la simulación, añadimos al camino óptico en la fase del coseno de la ec. 3.16, múltiplos enteros de $\lambda/4$, esto da como resultado interferogramas con desplazamientos de 90° entre si. Como la evaluación realizada se hace sobre interferogramas simulados, no existe la presencia de error entre cada cambio de fase, por lo que se hace el uso de un algoritmo de cuatro pasos donde la fase envuelta está dada por la ecuación 3.17.

$$\phi(x, y) = \arctan \left[\frac{I_2 - I_4}{I_3 - I_1} \right] \quad (3.17)$$

El mapa de fase envuelta obtenido para el frente de onda inclinado se muestra en la fig.3.7

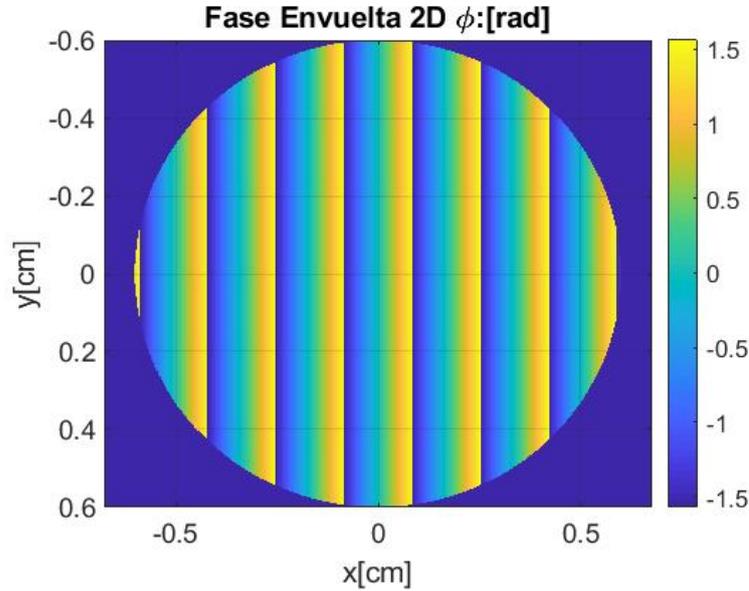


Figura 3.7: Mapa de fase envuelta.

Los valores de fase envuelta se almacenan en una matriz $phase(x, y)$ de dimensiones $pixelH \times pixelV$. Siendo los valores de fase resultado de una función *arcotangente* cuyos rango va de $-\pi/2$ a $\pi/2$, la fase estará envuelta en múltiplos de π ; por lo que es necesario sumar $N\pi$ a la fase envuelta para corregirla^[18]. El diagrama de flujo del algoritmo se ilustra en la fig. 3.8.

El algoritmo desenvuelve los valores de fase de la matriz $phase(x, y)$ (ver fig. 3.8) fila por fila; empieza tomando un vector fila primero lo deriva y luego lo normaliza como se ilustra en las fig.3.9(a) y (b), lo cual hace que en cada discontinuidad, la derivada sea una función semejante a la función impulso unitario.

Para poder utilizar esta función se necesita que sus valores sean $-1, 0, 1$, por lo cual se hacen redondeos de la misma hacia arriba o hacia cero (fig 3.9(c)), dependiendo de si el valor absoluto de la función está por encima o por debajo del valor medio; este paso es necesario dado que sólo necesitamos saber donde está la discontinuidad, y si va de mayor a menor o viceversa para, poder añadir el salto en la fase correspondiente. Esta función es integrada y multiplicada por el valor de la discontinuidad (en nuestro caso π), y finalmente se suma a la función con la fase envuelta, obteniendo así la fase desenvuelta necesitada.

3. SIMULACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE SUPERFICIES

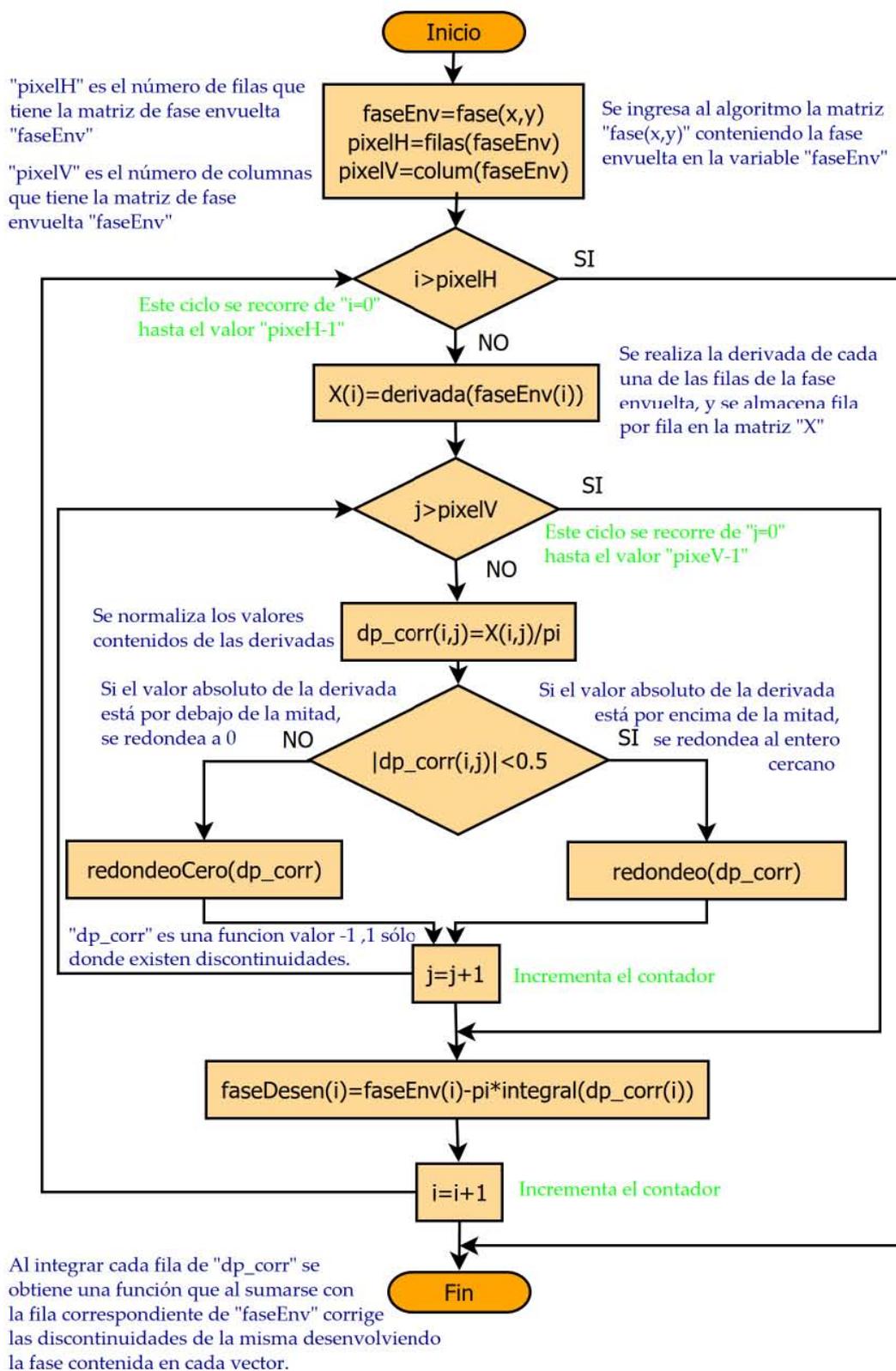
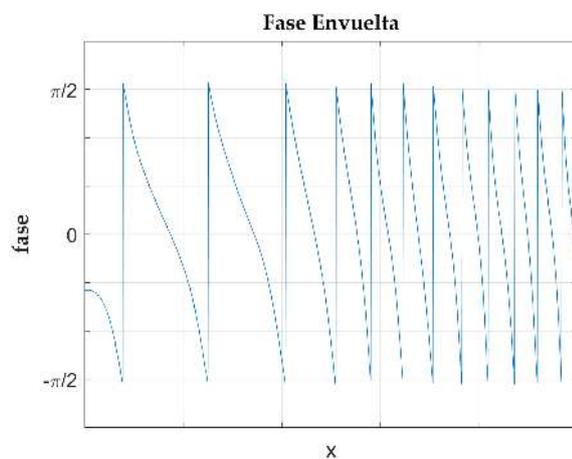
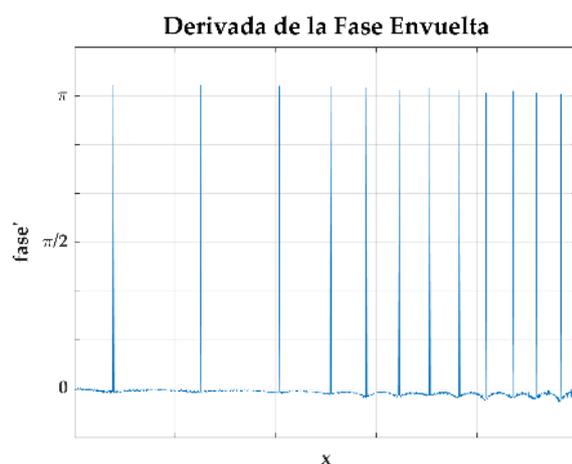


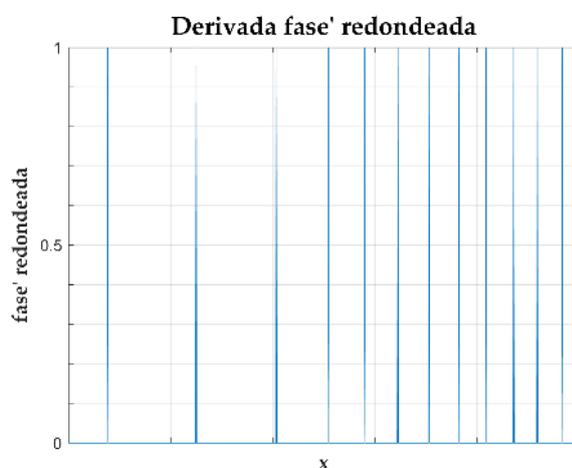
Figura 3.8: Diagrama de flujo en pseudocódigo del algoritmo de desvolvemento de fase.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.9: Obtención de la función de las discontinuidades de una fase(x) envuelta.

3. SIMULACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE SUPERFICIES

En la fig. 3.10 podemos notar que la discontinuidad en la fase fue eliminada y para este caso particular, va de cero a 23 radianes aproximadamente.

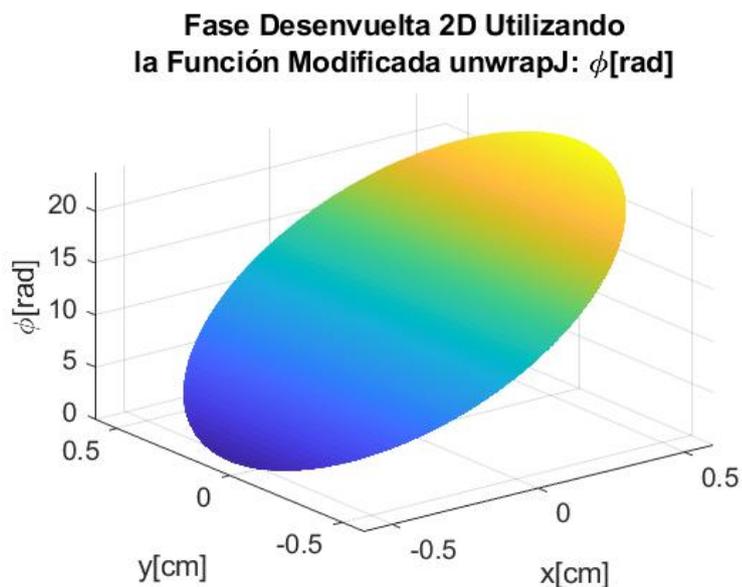


Figura 3.10: Mapa de fase desenvuelta.

Utilizando la expresión para la fase en función de la diferencia de camino óptico

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} DCO(x, y) \quad (3.18)$$

y sabiendo que $DCO = 2h(x, y)$, se despeja $h(x, y)$ a partir de la expresión 3.18 para obtener un mapa de las elevaciones presentes en la superficie que está siendo evaluada.

$$h(x, y) = \frac{\lambda}{4\pi} \phi(x, y) \quad (3.19)$$

Si contamos las franjas de los interferogramas de la fig. 3.16 podemos notar cualitativamente que la altura máxima de extremo a extremo del espejo es de poco más de $4\lambda/2$ respecto del otro. Al evaluar para una longitud de onda ($\lambda = 633nm$) la ec. 3.19 se obtiene que el máximo de altura es aproximadamente 1200nm, lo que coincide con el resultado cualitativo del conteo de franjas.

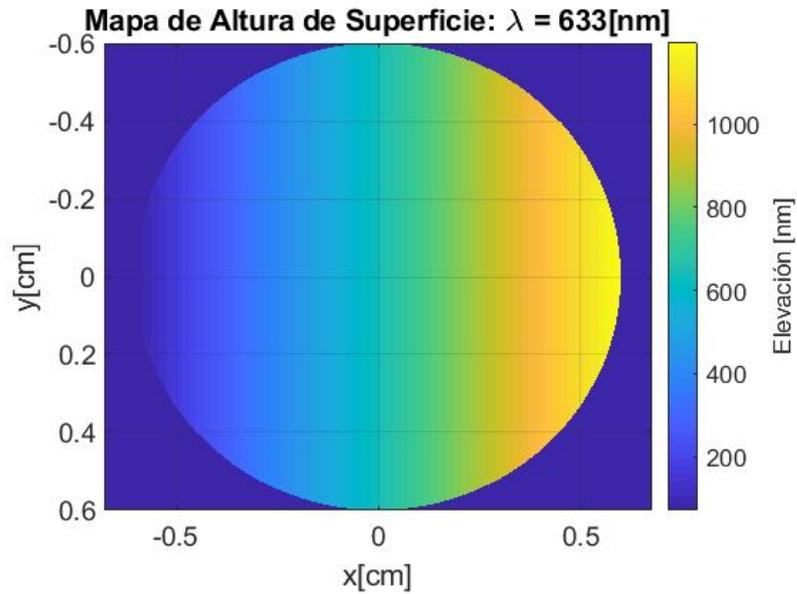


Figura 3.11: Mapa de elevación para un frente de onda inclinado.

3.1.4. Simulación de evaluación de superficie esférica con interferómetro T.G.

Para probar un frente de onda esférico, se modifica el brazo de prueba del arreglo como se muestra en la figura 3.12.

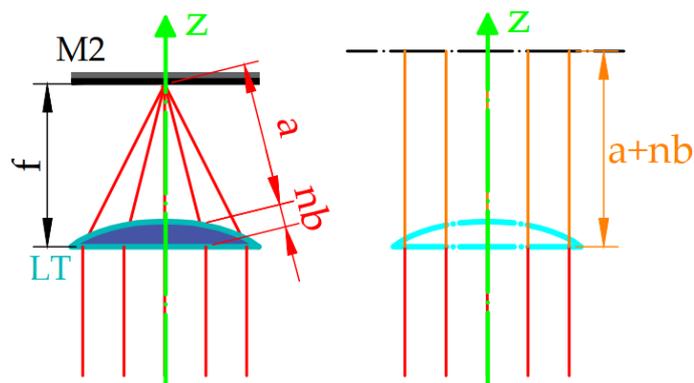


Figura 3.12: Trazo de rayos para simulación frente de onda esférico.

La lente bajo prueba LT se coloca a su distancia focal desde el espejo M2. Cuando el frente de onda de LT es perfectamente esférico la desviación del frente de onda respecto

de un frente esférico a dicha distancia focal es $\Delta_O = 0$, obteniendo así un frente de onda plano en el brazo de prueba; y a la salida del interferómetro un patrón de intensidad uniforme dado por la ec. 3.20 y los interferogramas serán como se muestran en la fig. 3.4.

$$I = \frac{1}{2}E^2 \left[1 + \cos k(2\Delta d) \right] \quad (3.20)$$

De modo que volvemos al caso de un sistema óptico perfecto.

Cualquier interferograma obtenido cuyo patrón diverja de uno uniforme, será producto de las diferencias entre una frente de onda esférico y el frente de onda de la superficie LT que se está probando, donde Δ_O está dada por la ec. 2.31.

3.1.5. Simulación de evaluación de superficie esférica con interferómetro T.G.

A continuación vamos a simular la evaluación de un frente de onda esférico viajando por el brazo de prueba utilizando la ecuación de las cónicas (ec. 3.21).

$$z = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K)c^2}} \quad (3.21)$$

para la simulación vamos a definir el frente de onda aberrado $\Sigma'_O(x, y)$ de la superficie bajo prueba como

$$\Sigma'_O(x, y) = z(x, y) + \Sigma'_{esf}(x, y) \quad (3.22)$$

Como vimos en el capítulo 2 sección 2.1.6 el frente de onda del brazo del objeto de prueba esta dado por

$$\Delta_O(x, y) = \Sigma'_O(x, y) - \Sigma'_{esf}(x, y) \quad (3.23)$$

de modo que al introducir 3.23 en 3.22 el frente de onda producto de las desviaciones del frente con aberraciones en el brazo de prueba estará dado por la ecuación 3.24

$$\Delta_O = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k)c^2}} \quad (3.24)$$

y la expresión para los interferogramas de dicha aberración, al considerar que no hay desviaciones en el frente de referencia ($\Delta_R = 0$), y que Δd es la diferencia entre la longitud de los brazos del interferómetro (ver epígrafe 2.1.8); será:

$$I = \frac{1}{2}E^2 \left[1 + \cos k(2(\Delta d - \Delta_O)) \right] \quad (3.25)$$

Para facilitar el trabajo computacional, y evitar una posible aparición de valores complejos (debido a la raíz en el denominador de ec. 3.21), se hace aproximación de la misma mediante una expansión de Taylor^[26], (ver apéndice B).

$$\Delta_O = \frac{\rho^2}{2R} + \frac{(1 + K)\rho^4}{8R^3} + \frac{(1 + K)^2\rho^6}{16R^5} \quad (3.26)$$

donde $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, K es la constante de conicidad vértice y $R = 1/c$ es el radio de curvatura de la superficie en el vértice. El error máximo porcentual de la aproximación, respecto de la ecuación exacta es del orden de 10^{-4} . Introducimos este frente de onda en la expresión para los interferogramas, y así obtenemos:

$$I = \frac{1}{2}E^2 \left[1 + \cos k \left(2 \left(\Delta d - \frac{\rho^2}{2R} - \frac{(1+K)\rho^4}{8R^3} - \frac{(1+K)^2\rho^6}{16R^5} \right) \right) \right] \quad (3.27)$$

con la cual vamos a realizar la simulación de la evaluación superficies esféricas. A fin de simplificar el análisis se presentan simulaciones de superficies de frentes de ondas esféricas sin coeficientes de asfericidad. Estas son un paraboloide y un hiperboloide con constantes de conicidad $K = -1$ y $K = -1.25$ respectivamente, ambas con un radio de curvatura de $R = 70$ centímetros.

El paraboloide que se va a evaluar está graficado en la fig. 3.13.

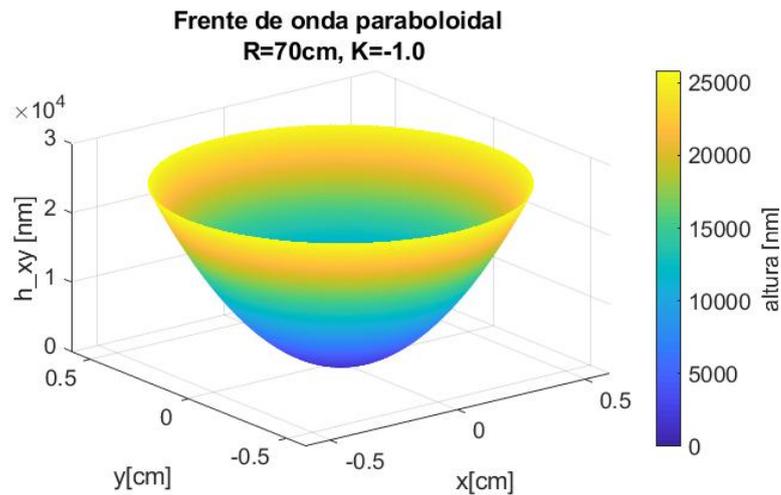


Figura 3.13: Paraboloide a ser evaluado.

Se puede observar que la superficie en cuestión tiene un altura de 24000nm, y 1.2cm de diametro. Los interferogramas de esta superficie se se observan en la fig. 3.14, y se simulan a partir de la ec. 3.27 evaluada para $K = -1.0$ y $R = 70cm$.

3. SIMULACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE SUPERFICIES

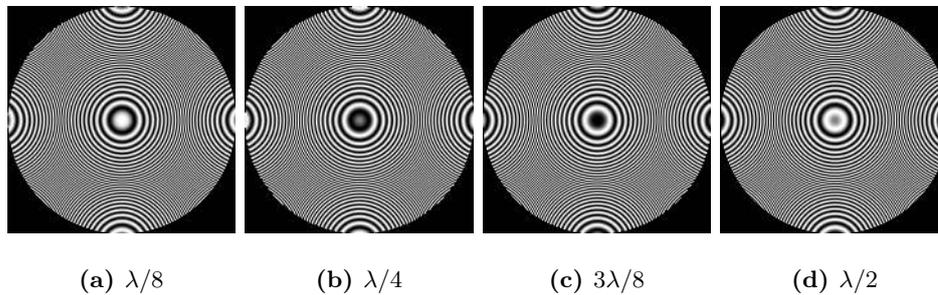


Figura 3.14: Interferogramas obtenidos para una superficie parabólica.

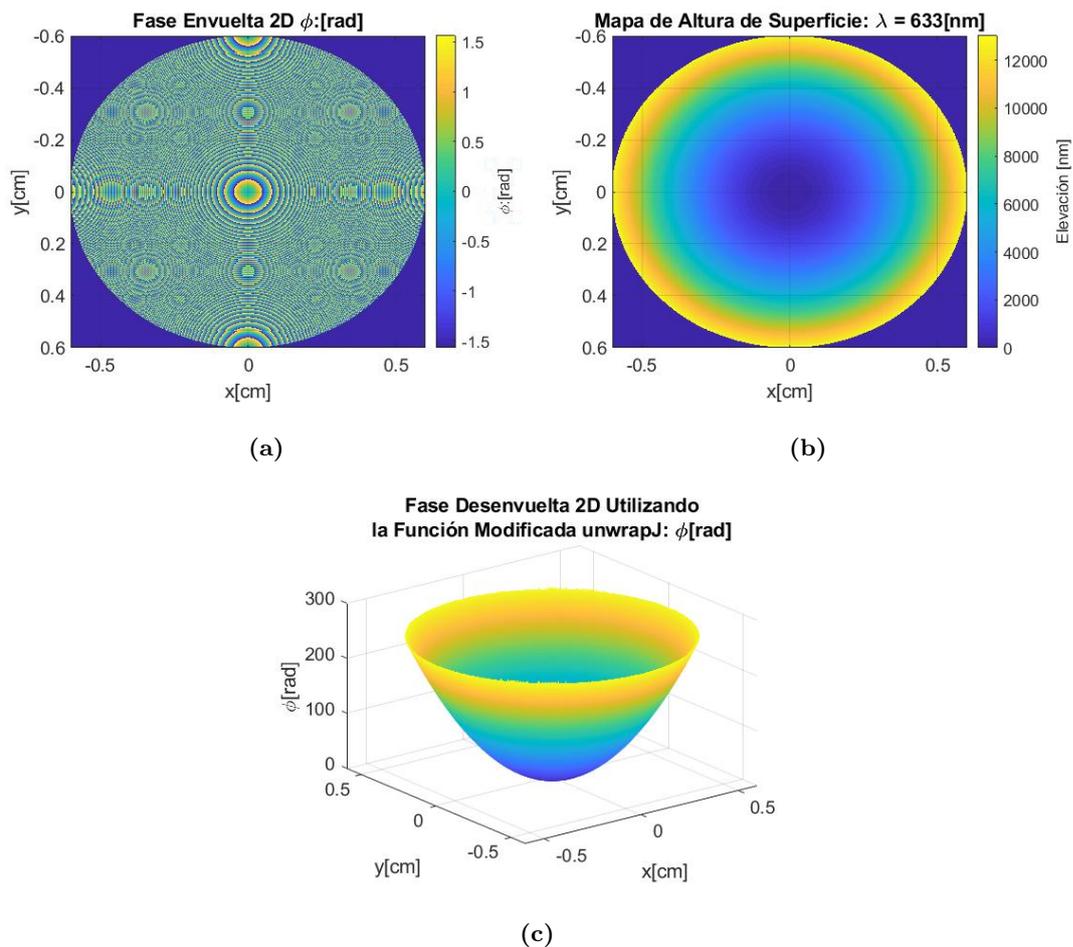


Figura 3.15: Mapas de fase y elevación para un frente hiperbólico.

Utilizando el algoritmo de desenvolvimiento de fase y la ec. 3.19, obtenemos los mapas fase desenredada y de elevación del elemento bajo prueba de la fig. 3.15. En la fig. 3.15(b) podemos observar que las alturas del elemento bajo prueba corresponden a la mitad de las alturas del frente de onda de la fig. 3.13 que estamos simulando.

La siguiente superficie a evaluar, es el hiperboloide que se observa en la fig. 3.16.

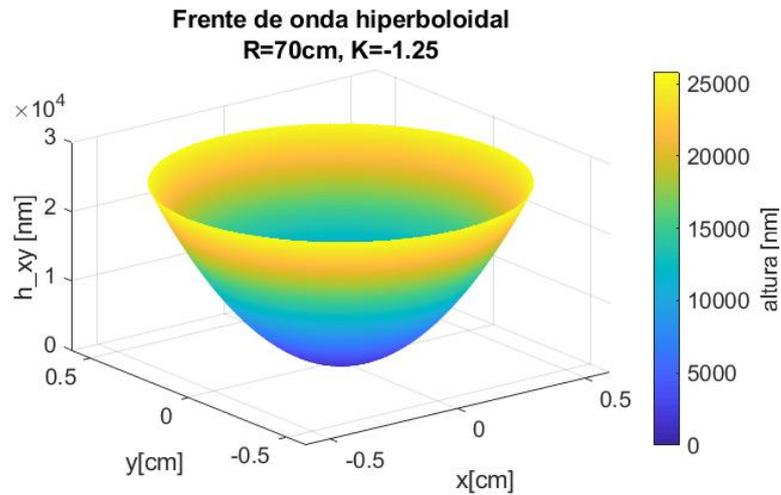


Figura 3.16: Hiperboloide a ser evaluado.

Los interferogramas simulados obtenidos para la superficie hiperbólica fueron los siguientes:

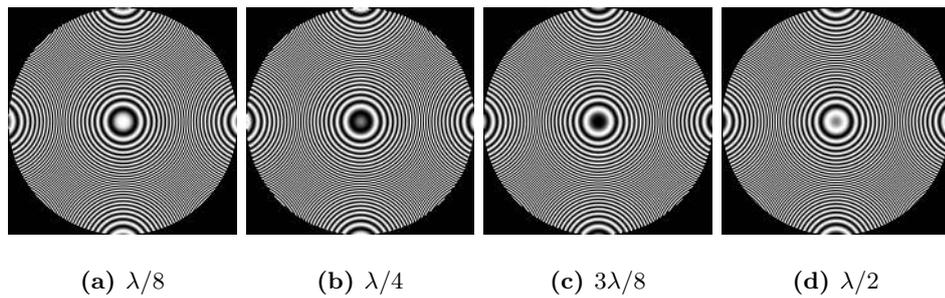


Figura 3.17: Interferogramas obtenidos para una superficie hiperbólica.

mientras que los mapas de fase envuelta, el mapa de elevación resultante y la fase desenuelta se muestran en la fig. 3.18(a), (b) y (c) respectivamente:

3. SIMULACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE SUPERFICIES

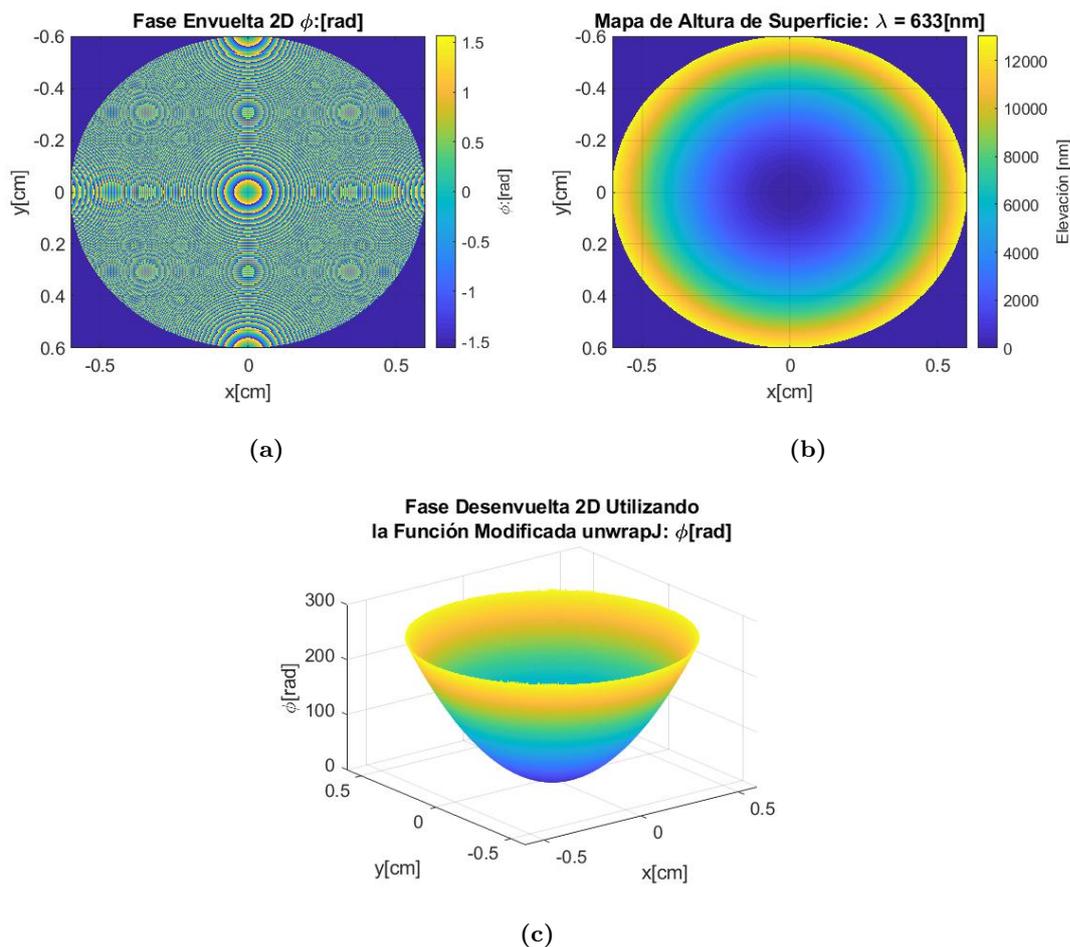


Figura 3.18: Mapas de fase y elevación para un frente hiperbólico.

Como podemos observar cualitativamente, la evaluación de ambas superficies no presentan grandes diferencias; a continuación vamos a hacer realizar el ajuste de ambas superficies por medio de la ecuación de la cónica y poder corroborar las constantes de conicidad y radios de curvatura de ambos frentes de onda.

3.2. Ajuste de las superficies esféricas evaluadas

Como vimos en la sección anterior las diferencias entre los mapas de alturas y las fases desenvueltas de ambas superficies son prácticamente imperceptibles; para obtener más información de estas superficies, se realiza el ajuste de éstas a la ecuación de las cónicas; de este modo podemos hallar las constantes de conicidad y los radios de

curvatura de las mismas.

Para obtener los parámetros geométricos de interés de las superficies obtenidas del epígrafe anterior, se utiliza el toolbox *cftool* de MATLAB®. Esta es una aplicación de ajustes de curvas que proporciona una interfase muy sencilla mediante la cual se pueden realizar ajustes de curvas y de superficies y la observación de las gráficas resultantes del ajuste.

El programa permite crear, graficar y comparar múltiples ajustes; utilizar regresiones lineales, interpolación, suavizado, y el uso de ecuaciones propias ingresadas por el usuario. Adicionalmente, se puede realizar análisis estadísticos, calidad del ajuste, e intervalos de confianza.

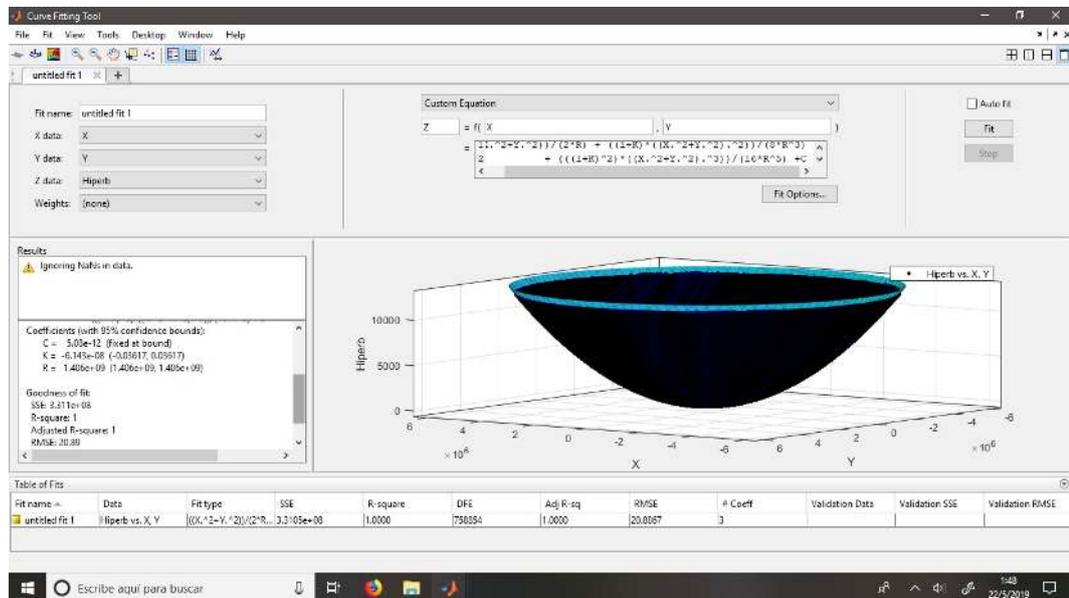


Figura 3.19: Ajuste de resultados a un polinomio mediante *cftool*: Los puntos negros corresponden a la superficie recuperada, y debido a su gran densidad ocultan visualmente la superficie del ajuste. El borde en color azulado es parte de la superficie con la que se ajustan dichos puntos.

3.3. Ajuste de superficies con ecuación de la cónica y polinomios de Zernike

El ajuste empieza por ingresar a *cftool* las matrices de las variables independientes, y la matriz que contiene los datos de las alturas de la superficie. A continuación se elige el tipo de ajuste que se desea hacer para nuestro conjunto de datos, utilizamos la opción *Custom Equation*; después se ajustan los datos de la superficie en la matriz ingresando la ec. 3.26 para obtener parámetros de la cónica; o con la ec. 3.28 si necesitamos hacer una representación de la superficie en polinomios de Zernike. Ingresando estas expresiones el programa grafica el polinomio de ajuste, y devuelve los coeficientes del mismo.

Para la superficie de la fig. 3.13 el ajuste realizado se puede observar en la fig. 3.20.

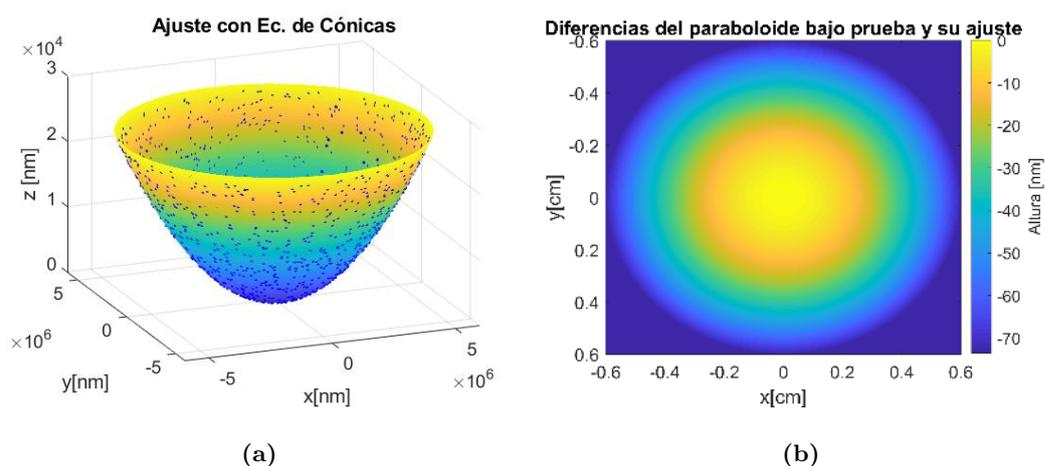


Figura 3.20: Ajuste de la superficie parabólica evaluada.

Los puntos azules que se observan en la fig. 3.20(a), son 1500 puntos escogidos aleatoriamente de la recuperación del frente de onda; y corresponden a los puntos obtenidos para la longitud de camino óptico inherente a las alturas de la superficie del paraboloide, que se obtuvo de la evaluación utilizando la interferometría de cambio de fase. Los valores para el radio de curvatura y constante de conicidad fueron $R = 70.2\text{cm}$ y $K = -0.999$ respectivamente; donde el error es del 0.29% para el radio de curvatura y de 0.1% para la constante de conicidad. Estos resultados ajustan de forma apropiada de acuerdo con cómo fue planteada la superficie, de simulación con una diferencia máxima respecto del ajuste de -70nm ; tal como se observa en la fig. 3.20(b).

Para la superficie de la fig. 3.16 el ajuste realizado se puede observar en la fig. 3.21(a).

Los valores para el radio de curvatura y constante de conicidad, a diferencia del caso anterior fueron $R = 69.98\text{cm}$ y $K = -1.229$; el error es de 0.03% para el radio de curvatura, y del 1.6% para la constante de conicidad, con una diferencia máxima respecto del ajuste de 7.39nm , ver fig.3.21(b). Por lo cual se concluye que el ajuste coincide de forma apropiada con la superficie de simulación propuesta.

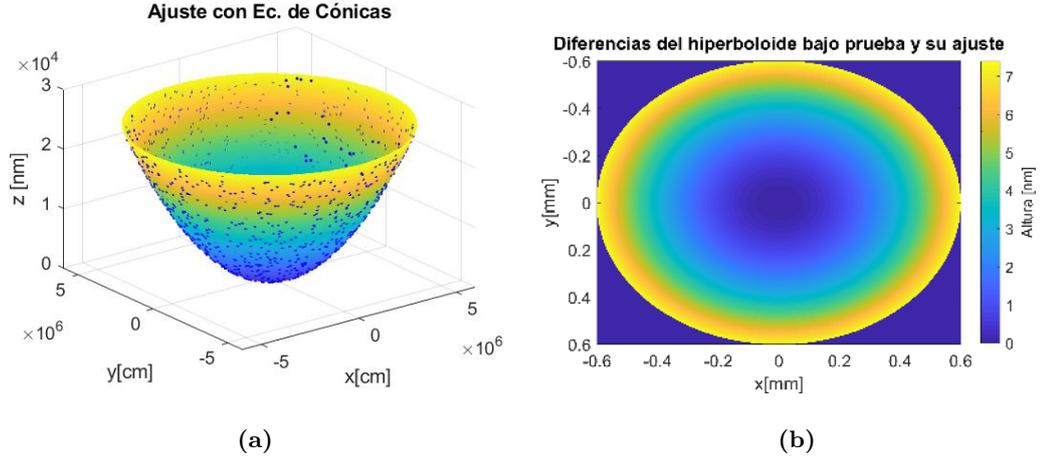


Figura 3.21: Ajuste de la superficie hiperbólica evaluada.

3.3.1. Obtención de coeficientes Zernike de las superficies de ajuste

El ajuste usando polinomios de Zernike^[42] se realiza hasta tercer orden ingresando la ec. 3.28 en la caja de ecuación. Esta expresión es una combinación de los once primeros polinomios:

$$\begin{aligned}
 OPD(x, y) = & A_1 + A_2x + A_3y + A_4(x^2 + y^2 - 0.5) + A_5xy + A_6(x^2 - y^2) + \\
 & A_7y(3x^2 + 3y^2 - 2) + A_8x(3x^2 + 3y^2 - 2) + A_9y(3x^2 - y^2) \quad (3.28) \\
 & + A_{10}x(x^2 - 3y^2) + A_{11}[6(x^2 + y^2)^2 + 6(x^2 + y^2) + 1]
 \end{aligned}$$

Donde el coeficiente A_1 corresponde al término de pistón, A_2 y A_3 a las inclinaciones en el eje x y y respectivamente, A_4 corresponde al término de defoco, el término A_5 corresponde al astigmatismo a ± 45 grados y el término A_6 astigmatismo a 0 o 90 grados. El término A_7 es el coeficiente de aberración de coma a lo largo del eje x , y A_8 el coeficiente de coma a lo largo del eje y ; A_9 astigmatismo triangular con base en eje x , A_{10} es el coeficiente del astigmatismo triangular con base en el eje y . Finalmente el coeficiente A_{11} recoge la aberración esférica presente en la evaluación.

3. SIMULACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE SUPERFICIES

Tabla 3.1: Listado de los 11 primeros polinomios de Zernike.

Aberración	Polinomio
Pistón	1
Inclinación eje y	x
Inclinación eje x	y
Defoco	$x^2 + y^2 - 0.5$
Astigmatismo +/-45 grados	xy
Astigmatismo 0-90 grados	$x^2 - y^2$
Coma eje x	$y(3x^2 + 3y^2 - 2)$
Coma eje y	$x(3x^2 + 3y^2 - 2)$
Astigmatismo triangular, base x	$y(3x^2 - y^2)$
Astigmatismo triangular, base y	$x(x^2 - 3y^2)$
Aberración esférica	$6(x^2 + y^2)^2 + 6(x^2 + y^2) + 1$

Para la evaluación del paraboloide los coeficientes del ajuste están anotados en la tabla 3.2, la superficie del ajuste se observa en la fig.3.22(a); y las diferencias entre el ajuste y la superficie bajo prueba simulada se observan en la fig.3.22(b).

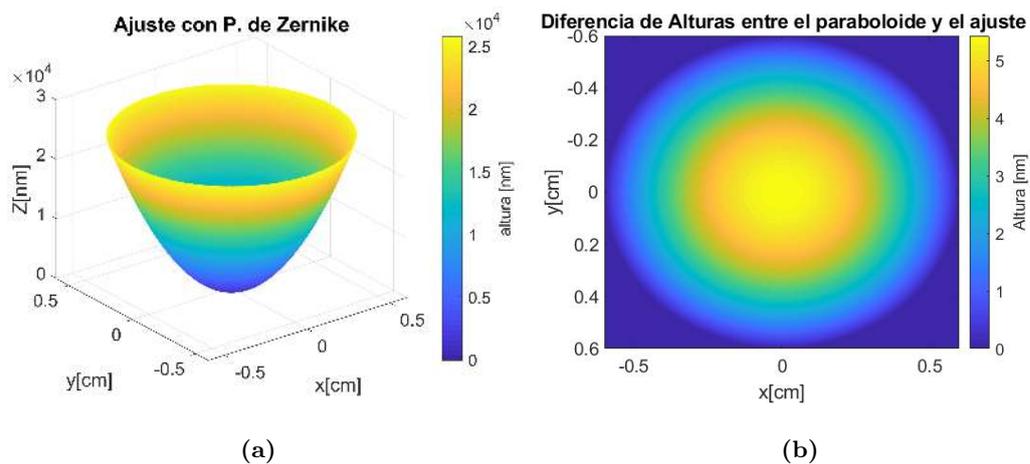


Figura 3.22: Ajuste de la superficie paraboloide evaluada utilizando Polinomios de Zernike.

Los coeficientes de Zernike de la tabla 3.2 nos muestran que los términos de pistón, defoco, y aberración esférica son los que más influyen en la forma del ajuste.

Tabla 3.2: Coeficientes de Zernike del ajuste de la superficie paraboloidal.

Coeficiente	Valor
A1 (Pistón)	1.279×10^4
A2 (Inclinación eje y)	0.0001363
A3 (Inclinación eje x)	-0.0001185
A4 (Defoco)	2.572×10^4
A5 (Astigmatismo +/-45 grados)	5.523×10^{-05}
A6 (Astigmatismo 0-90 grados)	-0.0002844
A7 (Coma eje x)	-0.0002096
A8 (Coma eje y)	-0.0001218
A9 (Astigmatismo triangular, base x)	-9.842×10^{-05}
A10 (Astigmatismo triangular, base y)	0.000427
A11 (Aberración esférica)	-0.02541

Se puede observar que el ajuste con polinomios de Zernike se aleja de la superficie evaluada en un valor máximo de aproximadamente $5nm$ en su centro y presenta un error RMS calculado en *cftool* para el paraboloides evaluado respecto del ajuste de $0.882nm$.

El ajuste con polinomios de Zernike para la evaluación del hiperboloide simulado se muestra en la fig. 3.23(a) cuyas diferencias con la superficie evaluada se grafican en la fig.3.23(b), las cuales indican una diferencia máxima de $6nm$ entre ellas. El error RMS del ajuste obtenido con *cftool* es de $0.8555nm$. La tabla 3.3 muestra que los términos más significativos del ajuste son los de pistón y defoco.

3. SIMULACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE SUPERFICIES

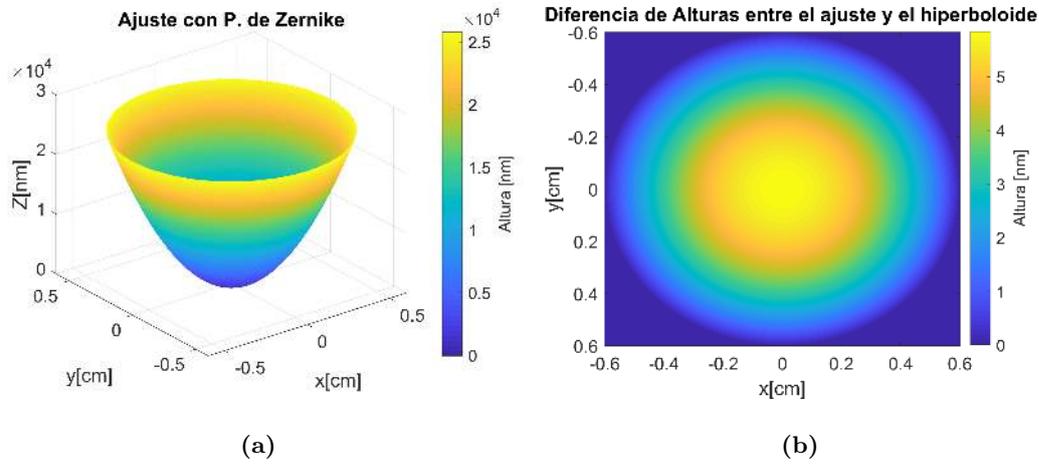


Figura 3.23: Ajuste de la superficie hiperboloide utilizando Polinomios de Zernike.

Tabla 3.3: Coeficientes de Zernike del ajuste de la superficie paraboloidal.

Coeficiente	Valor
A1 (Pistón)	1.279×10^{04}
A2 (Inclinación eje y)	0.0003066
A3 (Inclinación eje x)	-4.647×10^{-07}
A4 (Defoco)	2.572×10^{04}
A5 (Astigmatismo +/-45 grados)	-2.103×10^{-05}
A6 (Astigmatismo 0-90 grados)	-0.0002494
A7 (Coma eje x)	3.248×10^{-06}
A8 (Coma eje y)	0.0003557
A9 (Astigmatismo triangular, base x)	-9.894×10^{-05}
A10 (Astigmatismo triangular, base y)	0.0001223
A11 (Aberración esférica)	-0.001908

Montaje experimental

En este capítulo, se presenta en detalle el procedimiento llevado a cabo durante el montaje del interferómetro; adicionalmente se realizaron pruebas sobre superficies planas, esféricas y esféricas, realizando el análisis cuantitativo de los interferogramas obtenidos con estas superficies. También se explica cómo se realizó el procedimiento para la adquisición de interferogramas de la superficie esférica, y el uso de la técnica de cambio de fase.

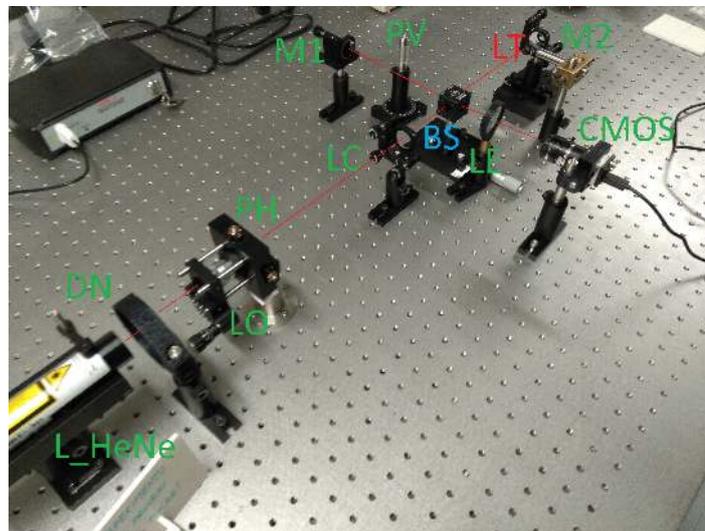


Figura 4.1: Montaje experimental del Interferómetro de Twyman Green: L_HeNe láser helio neón; DN filtro de densidad neutra; LO lente objetivo; PH pinhole; LC lente colimadora; BS divisor de haz; LT lente bajo prueba; M2 espejo de prueba; M1 espejo de referencia; PV placa de vidrio; LE lente de enfoque; CMOS cámara CMOS.

4.1. Descripción del arreglo

El arreglo experimental consiste en un interferómetro de Twyman-Green montado sobre una mesa óptica (sistema imperial de unidades) constituido de las componentes que se muestran en la tabla 4.1:

Tabla 4.1: Lista de partes del interferómetro TG.

Abreviatura	Parte	Fabricante/Código
L_HeNe	Laser He-Ne	ThorLabs/HNL008LB
DN	Filtro Densidad Neutra 58mm	Estandar ROHS
LO	Objetivo 20x DIN	Edmund Optics
PH	Pinhole 25 μ	Edmund Optics/EO56280
LC	Lente plano-convexa	ThorLabs/AC254
BS	Divisor de Haz 50:50	ThorLabs/CCM5-BS016
LT	Lente plano convexa $\phi 1/2''$	ThorLabs KM100
M2	Espejo $\phi 1''$	ThorLabs/BB1_E02
M1	Espejo $\phi 1''$	ThorLabs/BB1_E02
PV	Placa portaobjetos t=0.8mm	—
LE	Lente plano convexa $\phi 40\text{mm}$ f=40cm	—
CMOS	Cámara 4912 x 3684	Edmund Optics/EO18112

La fuente primaria de luz es un láser de helio neón *L_HeNe* con potencia entre 0.8 y 4mW y longitud de onda $\lambda = 632.8\text{nm}$, diámetro del haz a la salida de 0.48mm y una divergencia de haz de 1.7 miliradianes. Debido a la direccionalidad del láser, se puede considerar el haz como un frente de onda plano en una región perpendicular a su dirección de propagación; el cual necesita ser expandido antes de poder ser usado como fuente primaria. El filtro de densidad neutra *DN* es utilizado para reducir la intensidad de la luz proveniente del láser y es una protección para la cámara digital CMOS que adquiere los valores de irradiancia, ver fig 4.1.

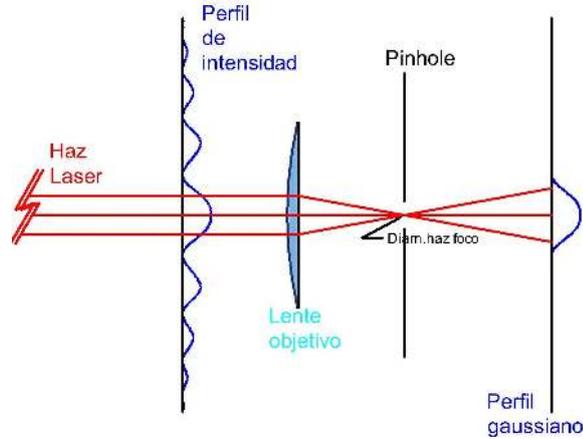


Figura 4.2: *Funcionamiento del filtro espacial.*

La lente LO es una lente objetivo de microscopio de 20x que es la encargada de expandir el haz del láser antes de ser utilizada por el interferómetro. El pinhole PH se encarga de realizar el filtrado espacial del haz expandido por LO . Teóricamente el haz del láser es un haz gaussiano [43]; sin embargo, en la práctica, el haz del láser no es necesariamente gaussiano por lo que se hace necesario el filtrado espacial, ver fig 4.2. Otra de las razones de este fenómeno, se debe a la dispersión que la luz experimenta cuando interactúa con las partículas de polvo y con misma lente LO . La apertura del pinhole del arreglo se dimensiona en función de la distancia focal de LO y el diámetro del haz del láser. El fabricante da la expresión

$$\text{Diámetro en Punto Focal}[\mu\text{m}] = 1.27 \frac{\lambda f}{D} \quad (4.1)$$

para calcular el diámetro del haz en el punto focal, el cual se sobredimensiona en aproximadamente un 20% para obtener el diámetro del pinhole.

$$\text{Diámetro de Pinhole}[\mu\text{m}] = 1.5 \text{Diámetro en Punto Focal}[\mu\text{m}] \quad (4.2)$$

A continuación, como se muestra en la fig. 4.3, el haz filtrado expandido es colimado en la lente LC , convirtiéndose a la salida en la fuente del interferómetro. Este frente de onda plano atraviesa el divisor de haz BS donde la mitad del mismo es reflejado hacia el espejo de referencia $M1$ y la otra mitad es transmitido hacia el espejo de prueba $M2$. En el brazo de referencia se inserta una placa plano paralela PV , la cual ajustando su inclinación altera la LCO del brazo; y en el brazo de prueba se coloca la superficie LT que se desea probar colocada a su distancia focal del espejo $M2$.

Ambos frentes, de prueba y de referencia, se reflejan en $M2$ y $M1$ respectivamente, para recombinarse en el divisor de haz, donde se produce la superposición del frente de onda plano proveniente del brazo de referencia, con el frente de onda plano deformado proveniente del brazo de prueba.

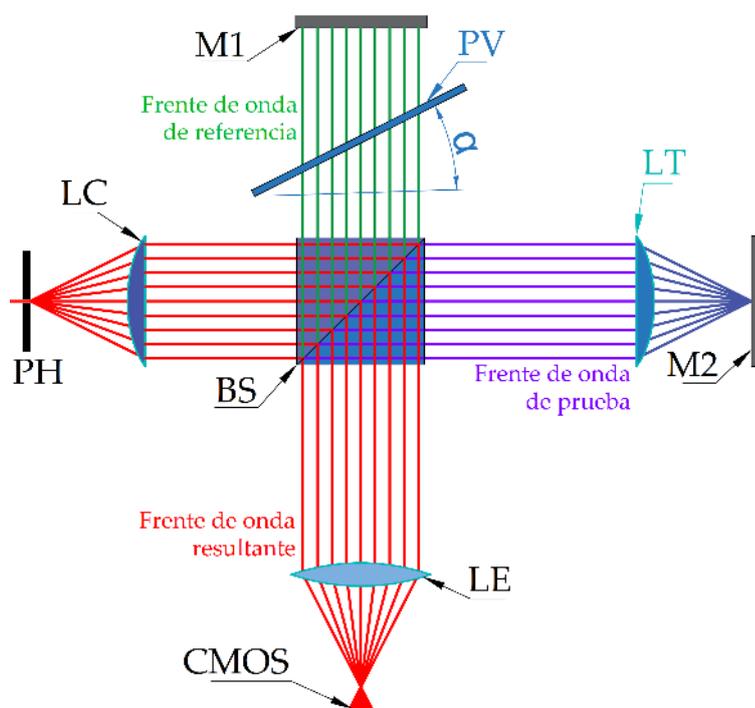


Figura 4.3: Funcionamiento del arreglo experimental.

Este frente de onda resultante, produce una imagen virtual del interferograma producto de la superposición, la cual se hace incidir sobre la lente LE, la misma crea una imagen real del interferograma que se recoge con la cámara CMOS^[44].

4.2. Evaluación preliminar del montaje experimental

Antes de empezar en la evaluación de superficies plano convexas, se realizó una prueba del interferómetro TG sin ninguna superficie en el brazo de prueba, realizando solamente inclinaciones en la placa de vidrio PV.

Las imágenes de la fig. 4.4 fueron obtenidas con la cámara CMOS recibieron un tratamiento de recorte, monocromatización y filtrado gaussiano, antes de alimentar a los algoritmos de obtención y de desenvolvimiento de fase desarrollados en el capítulo 3.

El algoritmo utilizado para obtener la fase del frente de onda fue el algoritmo de Hariharan^[36] que se explica en la sección 2.2.5; ésto con la finalidad de minimizar el error en la fase, debido a los cambios de fase realizados entre los interferogramas.

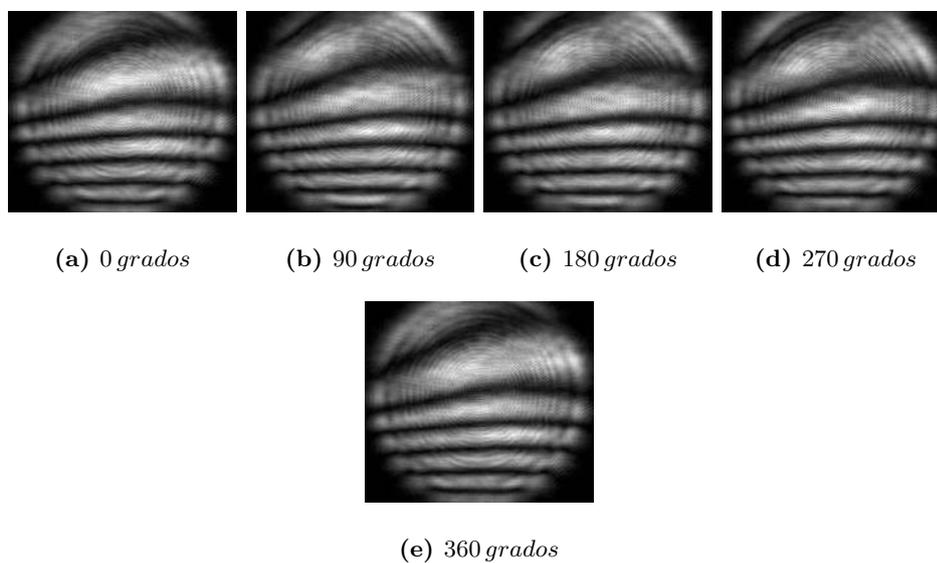


Figura 4.4: *Interferogramas obtenidos para una superficie plana.*

Los mapas de fase, y elevación se observan en la fig. 4.5. Realizando un análisis cualitativo de la fig. 4.5(a) se observa que la superficie de la placa PV presenta una leve inclinación vertical. Al realizar el desenvolvimiento de la fase y la obtención del mapa de elevación 4.5(b) y (c), se puede corroborar definitivamente que el defecto obtenido en el mapa de fase es producto de una mayor cantidad de material en la parte superior de la placa PV; con un máximo en altura de aproximadamente 1900nm. Este valor coincide con el análisis cuantitativo de los interferogramas de la fig.4.4, el conteo de las franjas nos da un valor de 6, por lo que se puede notar que la altura del lugar con mayor inclinación será de aproximadamente 3 longitudes de onda, $3\lambda = 1899\text{nm}$ lo cual coincide con los valores encontrados con la técnica de cambio de fase.

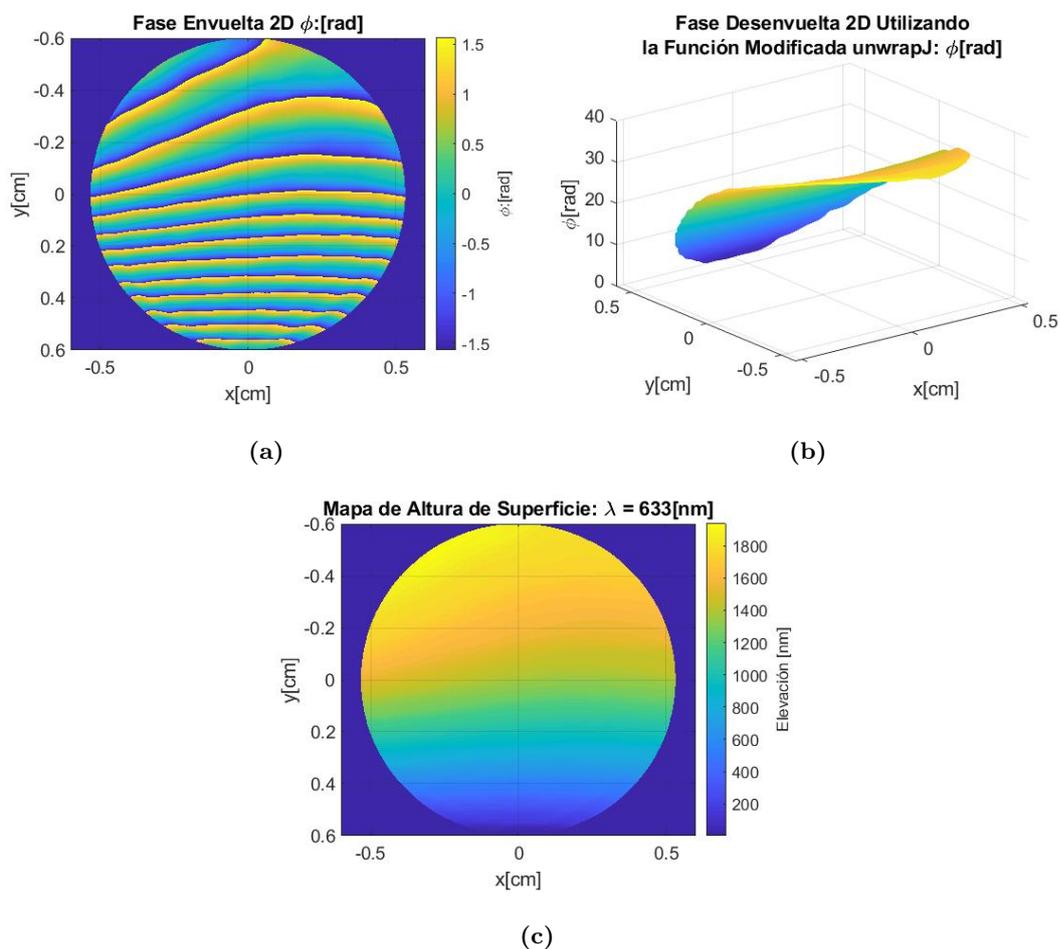


Figura 4.5: Mapas de fase y elevación para un frente de onda plano.

Como los elementos ópticos que vamos a evaluar tienen un eje de simetría rotacional, y su pupila es circular, vamos a realizar el ajuste de las superficies de los frentes de onda obtenidos, utilizando polinomios de Zernike.

La función de los frentes de onda de aberración de tales sistemas se puede expandir en serie de potencias de un conjunto de polinomios ortogonales.

Los polinomios de Zernike son ideales para el trabajo que se está realizando, debido a que los mapas de fase y frentes de onda forman una base de puntos muy densa y uniforme (los mapas son de 1126x999 píxeles), por lo tanto las aberraciones son independientes unas de otras (no interaccionan entre sí), por lo que si se altera un parámetro del sistema, en el ajuste sólo se alterará el término asociado a dicho parámetro.

Los polinomios de Zernike son frecuentemente representados en coordenadas polares por el producto de dos funciones, una de ellas es una función de la distancia radial de la pupila y la otra como función del ángulo θ . En nuestros ajustes hemos escrito estos polinomios en coordenadas rectangulares para facilitar el trabajo con los valores de las filas y columnas de las matrices de las alturas de los frentes de onda obtenidos.

Los coeficientes de Zernike obtenidos para la placa de vidrio de la tabla 4.2, nos indican la presencia principalmente de defectos de pistón, inclinación alrededor del eje X, defoco, y la presencia de aberración esférica. Los restantes defectos presentes se consideran despreciables con respecto de los ya mencionados, debido a su orden de magnitud inferior. La gráfica del ajuste realizado se muestra en la fig. 4.6 donde se observa que el error RMS de los datos experimentales, respecto del ajuste es de 16.32nm.

Tabla 4.2: Coeficientes de Zernike para el frente de onda de la superficie.

Coeficiente	Valor
A1 (Pistón)	1177
A2 (Inclinación eje y)	-85.31
A3 (Inclinación eje x)	-922.4
A4 (Defoco)	-333.8
A5 (Astigmatismo +/-45 grados)	91.19
A6 (Astigmatismo 0-90 grados)	273.4
A7 (Coma eje x)	-15.6
A8 (Coma eje y)	9.138
A9 (Astigmatismo triangular, base x)	-3.13
A10 (Astigmatismo triangular, base y)	-7.08
A11 (Aberración esférica)	12.93

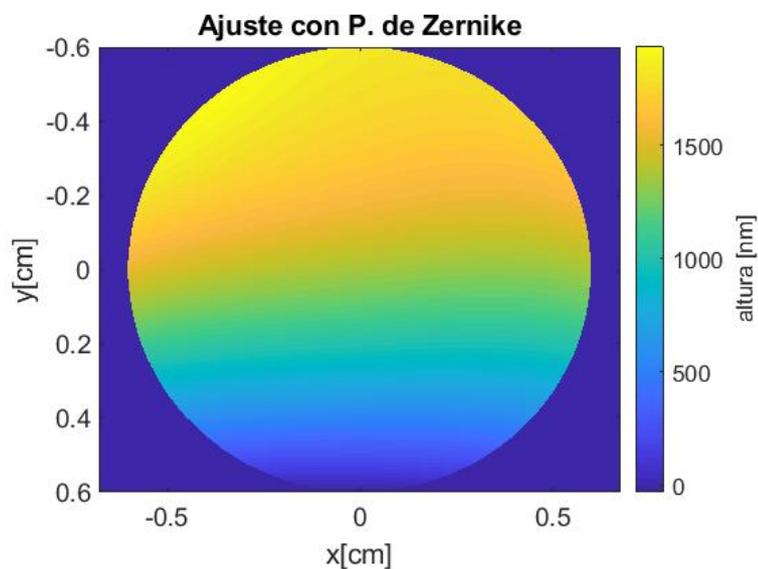


Figura 4.6: Ajuste del frente de onda de la lente placa de vidrio con polinomios de Zernike.

4.3. Evaluación de lente esférica plano convexa

La superficie utilizada para realizar esta prueba fue una lente esférica plano convexa de fabricante *Edmund Optics* EO49887, cuyas especificaciones están incluidas en la tabla 4.3.



Figura 4.7: Lente plano convexa esférica EO49887.

Tabla 4.3: Especificaciones para la lente EO49887.

Tipo	Lente Plano Convexa
Diámetro [mm]	12 +/-0.025
Distancia focal posterior [mm]	17,69
Irregularidades P-V (638.2nm)	$\lambda/4$
Radio de curvatura [mm]	10.34
Apertura Numérica	0.3
Número f	f/1.36

La lente se probó a su distancia focal (17.69mm) y los interferogramas obtenidos se muestran en la fig. 4.8:

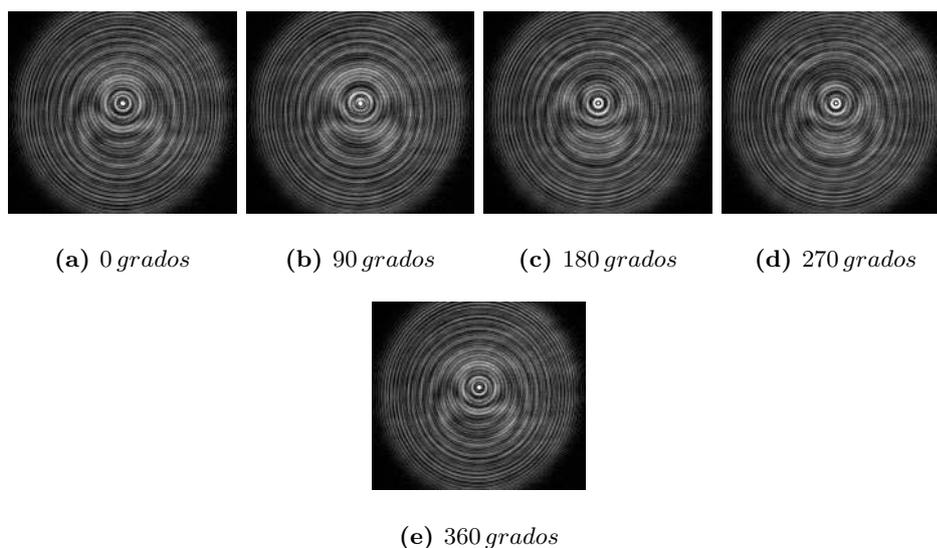


Figura 4.8: *Interferogramas obtenidos para una superficie plano convexa esférica a distancia focal.*

Los interferogramas presentan gran cantidad de franjas debidas al aliasing de la cámara, y al ruido introducido por la placa de vidrio utilizada para realizar los cambios de fase; razón por la cual se realiza un tratamiento de filtrado sobre los interferogramas. Para la superficie esférica colocada a la distancia focal, obtenemos los interferogramas de la fig. 4.9.

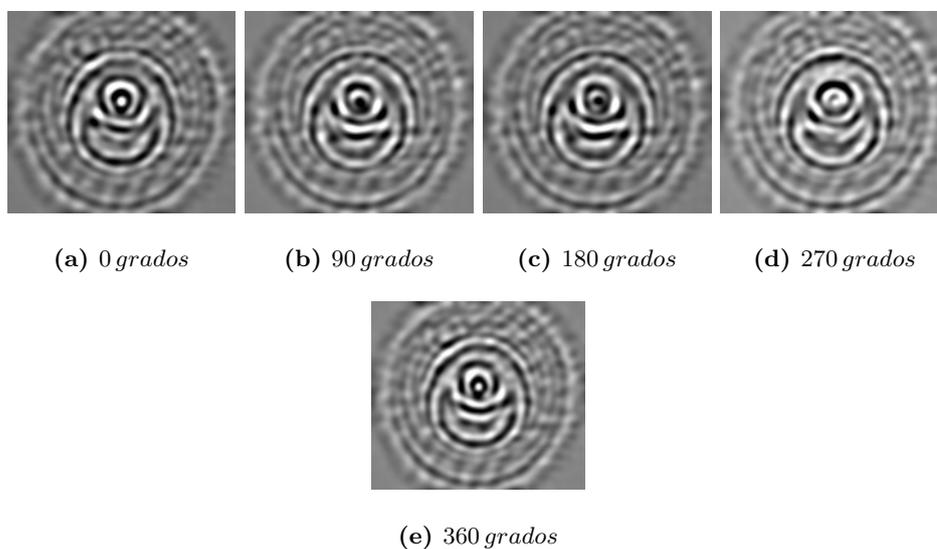


Figura 4.9: *Interferogramas obtenidos para una superficie plano convexa esférica a distancia focal.*

Tabla 4.4: Coeficientes de Zernike para el frente de onda de la superficie esférica a distancia focal.

Coeficiente	valor
A1 (Pistón)	1533
A2 (Inclinación eje y)	-694.6
A3 (Inclinación eje x)	-194
A4 (Defoco)	-1903
A5 (Astigmatismo +/-45 grados)	-474
A6 (Astigmatismo 0-90 grados)	-721.2
A7 (Coma eje x)	0.9157
A8 (Coma eje y)	0.7922
A9 (Astigmatismo triangular, base x)	0.9595
A10 (Astigmatismo triangular, base y)	0.1576
A11 (Aberración esférica)	0.9706

El análisis cualitativo de los interferogramas filtrados muestran la presencia de inclinación alrededor del eje X. Al realizar el conteo en las franjas podemos notar que la altura máxima del frente de onda es de unas 4 o 5 medias longitudes de onda (aproximadamente unos 1582nm). Y utilizando la técnica de cambio de fase obtenemos la fase desenvuelta y los mapas de elevación mostrados en la fig. 4.10.

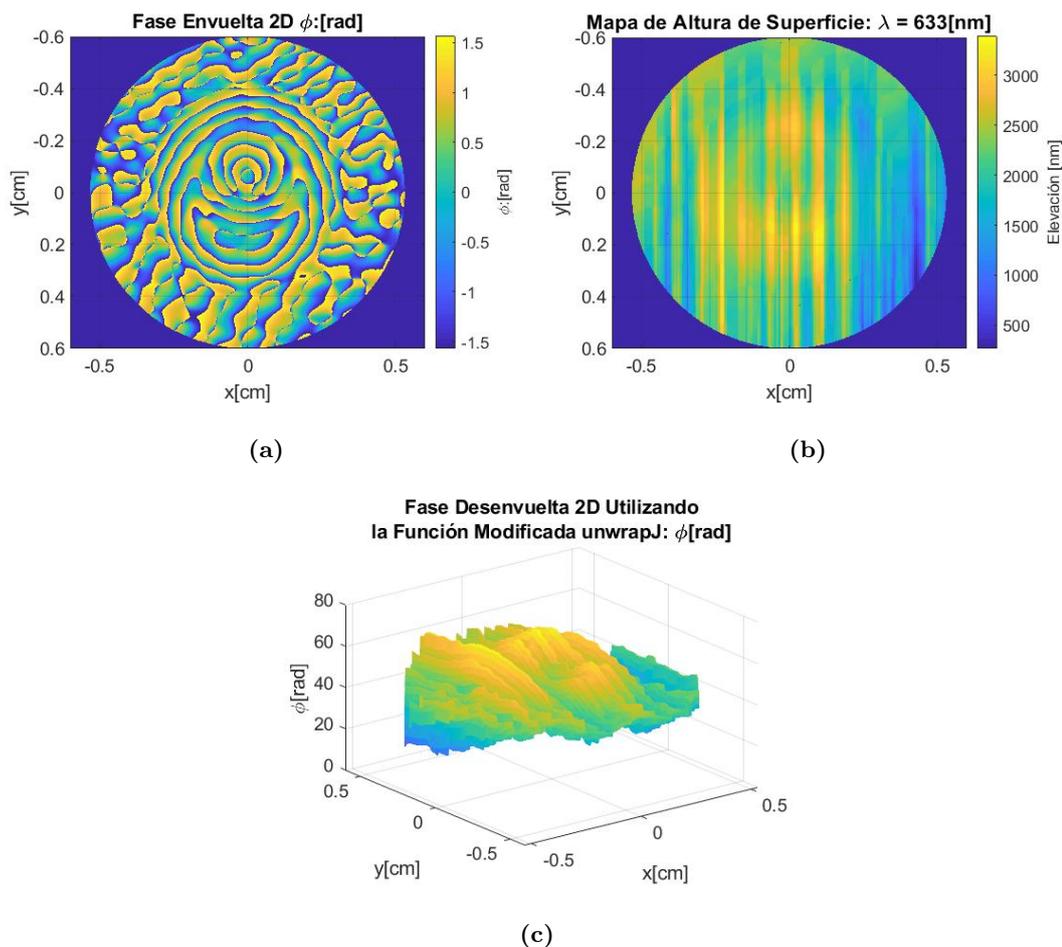


Figura 4.10: Mapas de fase y elevación correspondientes a la lente esférica a distancia focal.

La altura máxima de la fase desenvuelta es de 3500nm, este valor se aleja del estimado obtenido cualitativamente en 2000nm. Esto se debe a la falta de suavidad en el mapa desenvolvimiento y al error introducido por la placa de cambio de fase.

La gráfica 4.11 muestra el ajuste con polinomios de Zernike del mapa de elevación

4. MONTAJE EXPERIMENTAL

del frente de onda, usando los coeficientes de la tabla 4.4. El error RMS de los datos respecto del ajuste es de 372.4nm. Se puede notar que la altura máxima de las aberraciones es de 2500nm; a diferencia del mapa sin ajustar. Leyendo los coeficientes de la tabla podemos notar que las aberraciones más presentes en la lente son pistón, inclinaciones, defoco, y astigmatismos a 0 y 45 grados. En menor medida también hallamos las aberraciones restantes siendo estas tres órdenes de magnitud más pequeñas que las antes mencionadas.

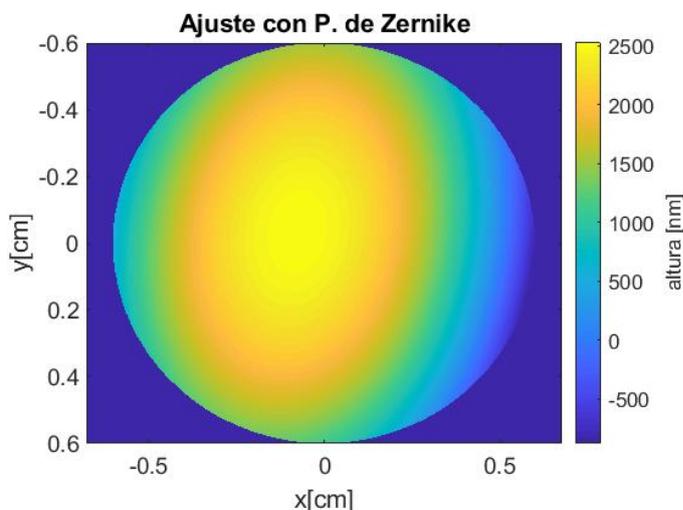


Figura 4.11: Ajuste de las aberraciones del frente de onda esférico.

Los términos nombrados A1, A2, A3 y A4, corresponden a aberraciones de pistón, inclinaciones y defoco respectivamente; éstos son producto de los errores en la alineaciones del sistema. Debido a la independencia entre los términos del ajuste es posible eliminar estos términos obteniendo en mapa de la aberración del frente de onda, mostrado en la fig. 4.12. El error pico valle máximo como podemos notar es de unos 1400nm, lo cual coincide con el análisis cualitativo de las franjas visto con anterioridad.

Sin embargo, los resultados obtenidos del análisis P-V realizado, son 9 veces mayor que el valor que el dado por el fabricante. Este error se debe a la aberración esférica de la lente. La lente esférica plano convexa hace converger los rayos en distintos puntos sobre el eje óptico del sistema, por lo que los rayos que inciden sobre el espejo plano M2 no regresan en su totalidad al interferómetro sino que son deflectados fuera del sistema. Por lo tanto la prueba propuesta en este trabajo no es la más apropiada para la evaluación de superficies plano convexas esféricas.

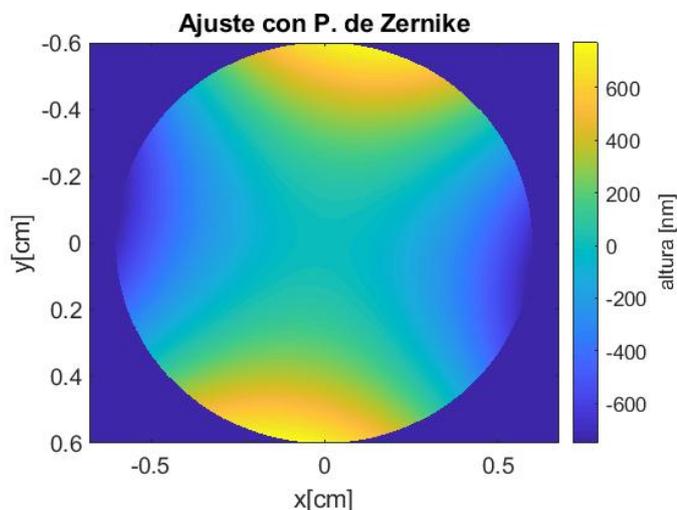


Figura 4.12: Ajuste de las aberraciones del frente de onda esférico (Sin términos $A1$, $A2$, $A3$ y $A4$).

Una solución práctica a este problema consiste en el reemplazo del espejo plano del brazo de prueba, por un espejo esférico cóncavo o convexo^[45], colocado después o antes del punto focal respectivamente; de este modo se evita la reflexión de los rayos en la región donde aparecen los problemas de convergencia, ver fig 4.13.

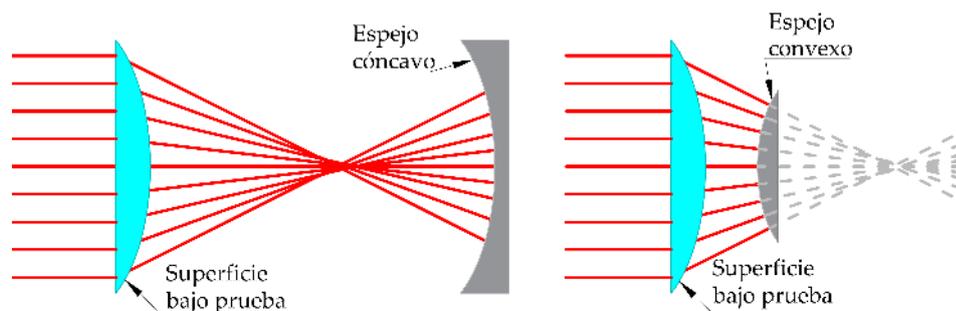


Figura 4.13: Espejo del brazo de prueba, cóncavo o convexo para prueba de superficies esféricas.

4.4. Evaluación de superficie esférica plano convexa

A continuación se presenta la evaluación de una superficie esférica plano convexa; la configuración presentada en este documento obtiene las aberraciones respecto de un

4. MONTAJE EXPERIMENTAL

frente de onda esférico, de modo que si la superficie presenta aberración, sólo será posible realizar su evaluación siempre que el tamaño de las franjas en los interferogramas no sean menor que 2 veces la separación entre pixeles (criterio de muestreo de Nyquist).

La superficie esférica a ser evaluada es una lente esférica *Asphericon* AHL12-10 cuyas especificaciones se anotan en la tabla 4.5, la cual fue probada a su distancia focal.



Figura 4.14: Lente plano convexa esférica AHL12-10.

Tabla 4.5: Especificaciones para la lente AHL12-10.

Tipo	Lente Plano Convexa
Diámetro [mm]	12.5
Distancia focal efectiva[mm]	10
Desviación de la superficie RMS [nm]	500
Apertura Numérica	0.55
Constante de conicidad	-1
Número f	f/0.8
Radio de curvatura en vértice [mm]	$7.77 \pm 0.5 \%$
Coefficiente de asfericidad A_4	9.8464319e-05
Coefficiente de asfericidad A_6	-6.9905851e-08
Coefficiente de asfericidad A_8	-2.3874994e-09
Coefficiente de asfericidad A_{10}	-1.1328583e-11
Coefficiente de asfericidad A_{12}	8.7255438e-14
Coefficiente de asfericidad A_{14}	2.8967313e-16
Coefficiente de asfericidad A_{16}	1.7632112e-18

El conjunto de interferogramas obtenidos se muestran en la fig.4.15.

Los interferogramas de la fig. 4.15 presentan franjas espurias debido al aliasing producto de la separación de pixeles de la cámara, para corregir esto, se realiza el filtrado del aliasing de las imágenes, eliminando las franjas de alta frecuencia. Los interferogramas filtrados se observan en la fig. 4.16. Éstos ofrecen información preliminar de la superficie a ser evaluada, se hace el conteo de 6 franjas lo que indica un error de P-V de 3 longitudes de onda ($\sim 1900nm$) para el frente obtenido.

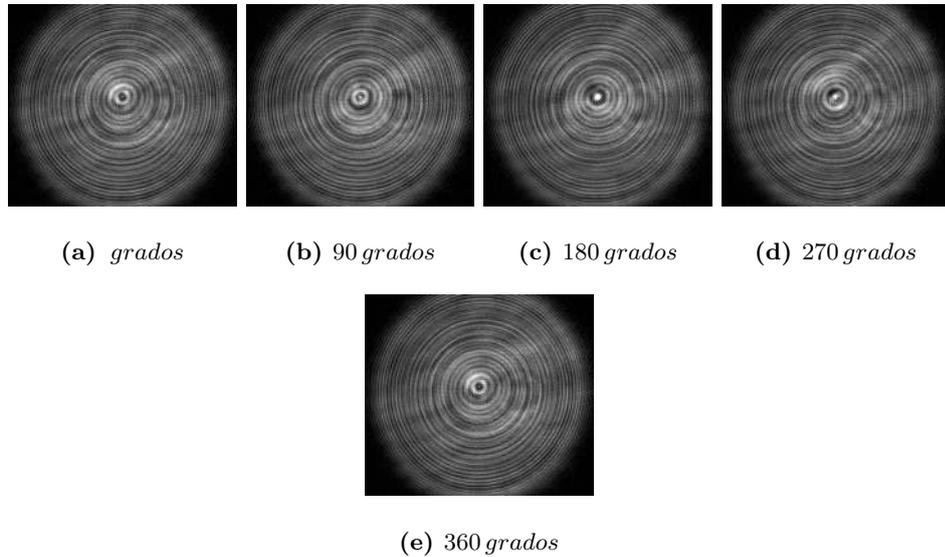


Figura 4.15: *Interferogramas obtenidos para una superficie plano convexa esférica a distancia focal.*

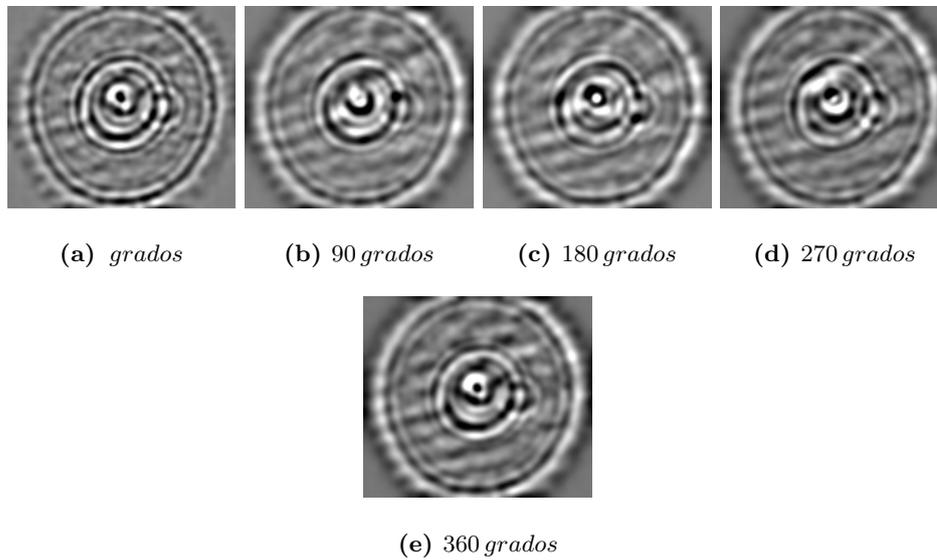


Figura 4.16: *Interferogramas obtenidos para una superficie plano convexa esférica a distancia focal después de realizar el filtrado.*

Se ingresan los interferogramas filtrados en el algoritmo de cambio de fase para recuperar los mapas de fase de la fig. 4.17.

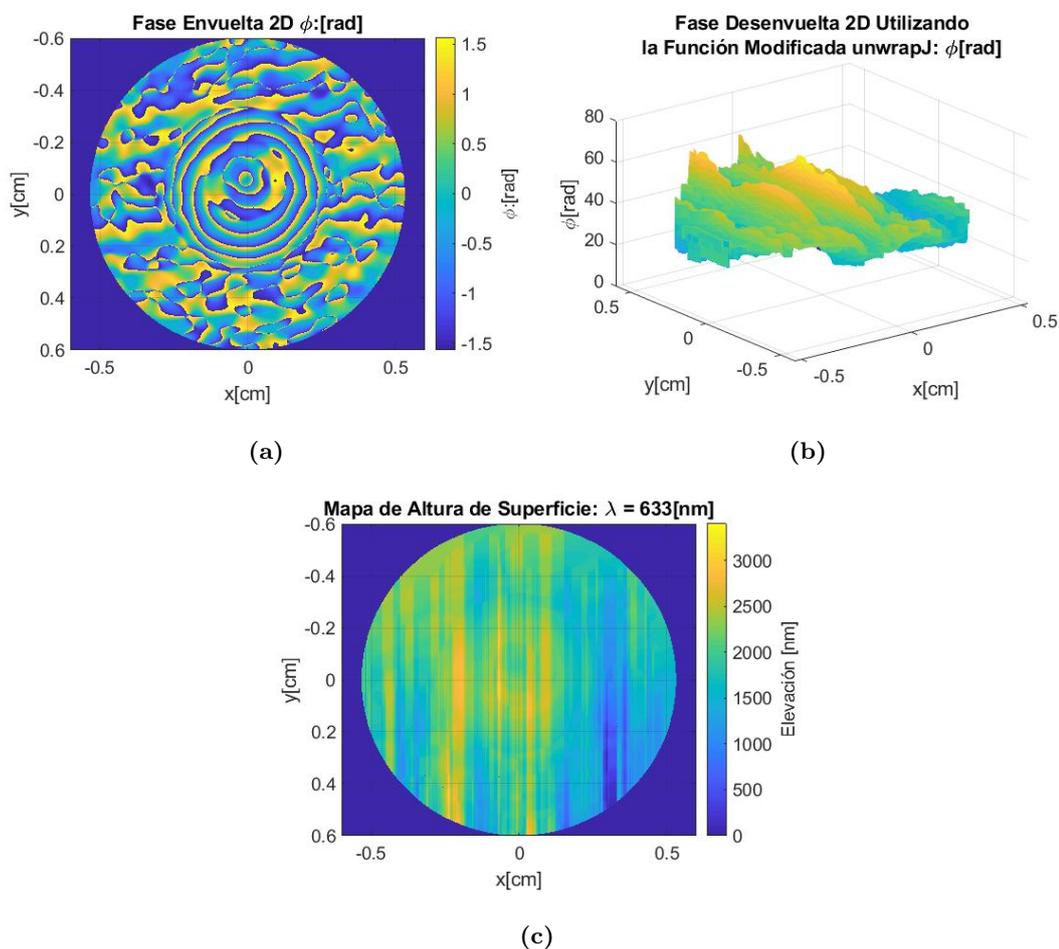


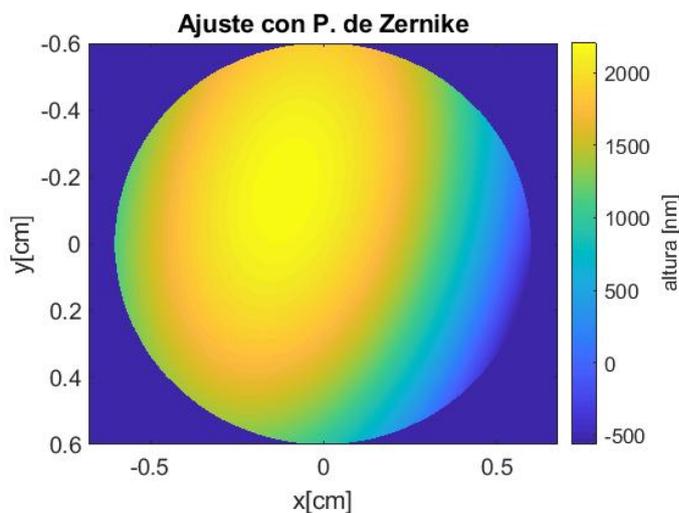
Figura 4.17: Mapas de fase y elevación correspondientes a la lente esférica a distancia focal.

Del mapa de elevación del frente de onda desenvuelto, se observa que la altura máxima del frente es de 3500nm; esto se aleja del análisis cualitativo de los interferogramas por 1100nm, sin embargo, notamos que el mapa de fase desenvuelto presenta muchos saltos bruscos. Estos saltos son eliminados al realizar el ajuste polinomial. Los valores de los coeficientes del ajuste se anotan en la tabla 4.6.

Tabla 4.6: Coeficientes de Zernike: superficie esférica a distancia focal.

Coeficiente	valor
A1 (Pistón)	1484
A2 (Inclinación eje y)	-763.4
A3 (Inclinación eje x)	-457
A4 (Defoco)	-1192
A5 (Astigmatismo +/-45 grados)	-553.2
A6 (Astigmatismo 0-90 grados)	-526.8
A7 (Coma eje x)	0.9706
A8 (Coma eje y)	0.9572
A9 (Astigmatismo triangular, base x)	0.4854
A10 (Astigmatismo triangular, base y)	0.6324
A11 (Aberración esférica)	0.09754

La gráfica del ajuste (fig.4.18) muestra para el frente de onda presenta un error RMS respecto de los datos experimentales fue de 360.2nm, y un error P-V de 2200nm. Los términos más significativos del ajuste son los términos de pistón, defoco, inclinaciones y astigmatismos. Los términos restantes son tres ordenes de magnitud más pequeños.

**Figura 4.18:** Ajuste de las aberraciones del frente de onda esférico.

Este es el ajuste correspondiente a la información obtenida de los interferogramas. A continuación quitamos de la superficie de ajuste los términos que corresponden a desalineaciones y a la placa de cambio de fase PV; el mapa del frente de onda resultante se muestra en la fig.4.19 se observa que el error P-V es de 600nm, y el error RMS calculado para la superficie $RMS = 459.7nm$.

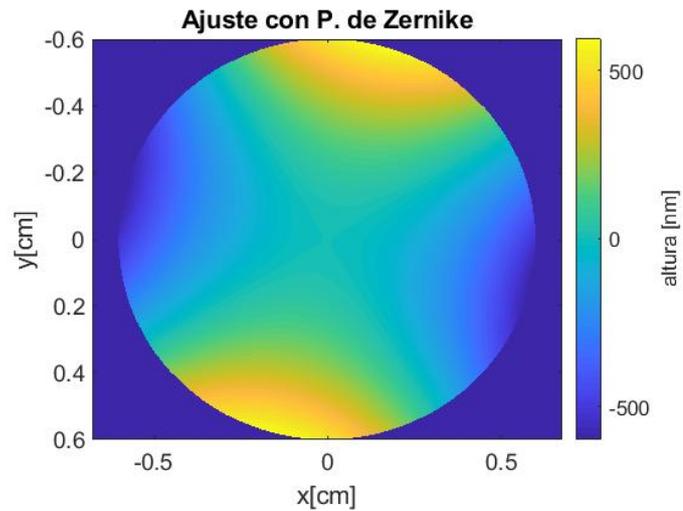


Figura 4.19: Ajuste de las aberraciones del frente de onda de la superficie esférica suprimiendo los coeficientes de Zernike correspondientes a: Pistón, defoco, e inclinaciones.

4.5. Análisis de resultados

4.5.1. Aberración esférica en las superficies plano convexas

En los ajustes con polinomios de Zernike realizados, un término de especial importancia en el análisis de superficies plano convexas, es el de aberración esférica.

La evaluación de las superficies esférica y asférica, nos entregan como resultado los siguientes valores para esta aberración.

Tabla 4.7: Aberración Esférica para superficies evaluadas.

Lente	Coef. Abe. Esférica
EO49887 (Esférica)	0.9706
AHL12-10 (Asférica)	0.09754

Podemos ver que en la tabla 4.7 que la aberración esférica en el caso de la superficie asférica, es 10 veces menor que para su contraparte esférica. Por lo tanto, este tipo de lentes hacen que los rayos converjan en un sólo punto focal mejorando la calidad de las imágenes formadas, sin necesidad de añadir elementos de corrección adicional al sistema (fig.4.20(b)).

En el caso de la lente esférica la evaluación no pudo realizarse apropiadamente con este método debido a la aberración esférica inherente a este tipo de superficies; sin embargo permite comparar la efectividad de la configuración para evaluar superficies asféricas cuya aplicación sea la corrección de dicha aberración.

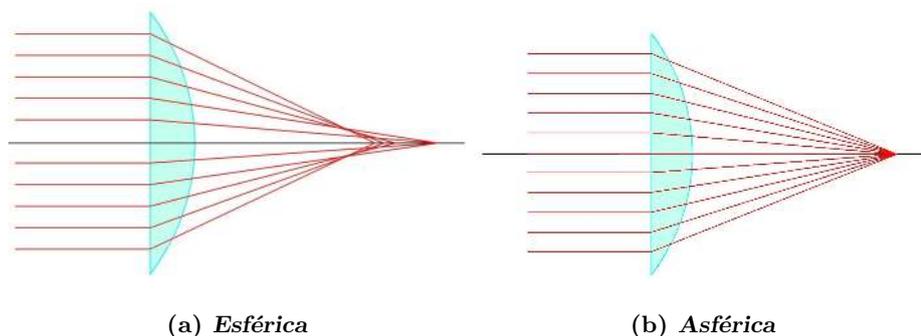


Figura 4.20: Convergencia de rayos para lentes plano convexas.

El espejo plano al estar colocado a la distancia focal, debería reflejar los rayos de

manera simétrica hasta cubrir la superficie que se está probando; para la lente esférica, al haber más de un punto focal donde convergen los rayos, estos se reflejan sin regresar al sistema. Este inconveniente puede ser sorteado utilizando en lugar de un espejo plano un espejo cóncavo de tal forma que el espejo pueda ser colocado fuera de la región de confusión de los rayos (fig.4.20(a)) regresando así por el mismo camino hacia el brazo del interferómetro.

4.5.2. Acerca del desenvolvimiento de fase

En la tabla 4.8 recogemos los valores del error RMS de los datos experimentales respecto del ajuste realizado para cada una de las superficies evaluadas.

Tabla 4.8: Error RMS para superficies evaluadas.

Lente	Error RMS [nm]
Placa PV	16.32
EO49887 (Esférica)	372.4
AHL12-10 (Asférica)	360.2

Podemos observar que la evaluación de la placa PV es la que presenta menos desviación respecto de su ajuste, lo cual demuestra que el algoritmo construido funciona mejor siempre que los interferogramas presenten formas definidas; en el caso de las lentes plano convexas este error alcanza la media longitud de onda. Esto se debe principalmente a la forma de los interferogramas y cómo el algoritmo realiza el desenvolvimiento de fase.

4.6. Conclusiones

Se ha realizado la prueba superficies plano convexas esféricas utilizando interferometría de cambio de fase.

Se realizaron algoritmos para la simulación de interferogramas de superficies planas, con inclinación y cónicas. Adicionalmente se diseñó un algoritmo de desenvolvimiento de fase, con el cual se realizó la evaluación de superficies simuladas y reales.

La evaluación realizada para la lente esférica nos entrega un error RMS para la superficie 459.7nm, lo cual concluye un error del 8% en la medición realizada, respecto del valor dado por el fabricante.

Al realizar inclinaciones pequeñas de una placa de vidrio en el camino de uno de los brazos del interferómetro, se puede realizar la evaluación de calidad de la superficie de

la misma. Esto es una forma alternativa de probar superficies planas por transmisión.

Se ha realizado el montaje experimental de un arreglo interferométrico que permite realizar la evaluación de superficies planas, esféricas, y asféricas plano convexas.

Los valores de fase obtenidos del algoritmo de cuatro pasos o de Hariharan son resultado de una función tangente inversa, por lo que la fase presentará una discontinuidad cada vez que ésta alcance un valor de π . Por lo tanto, para desenvolver la fase se tiene que sumar múltiplos de π cada que ocurre un salto en la fase envuelta obtenida.

Se consiguió realizar cambios de fase de interferogramas para superficies planas, esféricas y asféricas variando la inclinación de una placa plano paralela de vidrio colocada en el brazo de referencia.

Se obtuvo los frentes de onda de superficies plano convexas producto de las aberraciones presentes en las mismas, representadas por una combinación de polinomios de Zernike.

El montaje experimental propuesto presenta gran versatilidad para probar superficies plano convexas asféricas cuya finalidad sea proporcionar frentes de onda libres de aberración esférica. En combinación con interferometría de cambio de fase la capacidad para la evaluación de superficies se expande hasta poder realizar de mediciones de frente de onda, con una gran resolución en la medición.

4.6.1. Trabajo a futuro

Una propuesta para la continuación y mejora de este trabajo consiste en realizar el cambio de fase entre interferogramas aprovechando el fenómeno de expansión térmica.

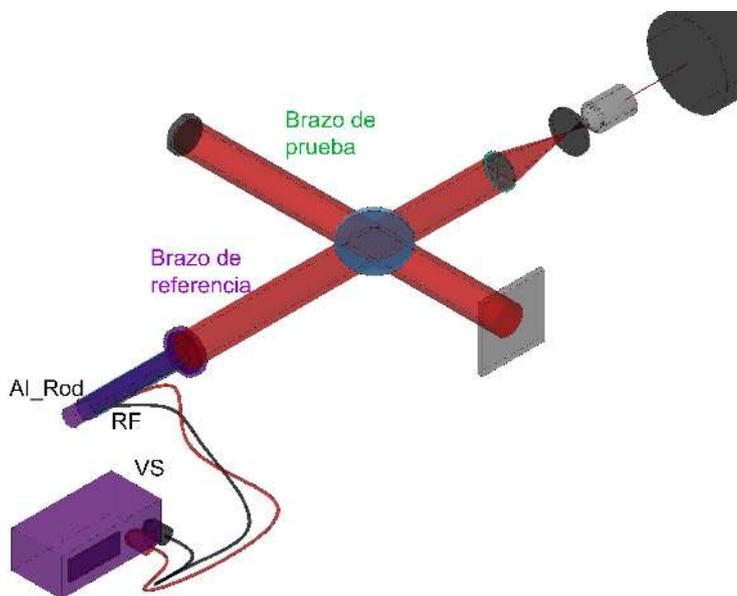


Figura 4.21: Configuración para un trabajo a futuro.

En la fig. 4.21 se observa el Interferómetro TG con un adaptador en el brazo de referencia para realizar el cambio de fase. Este aditamento consiste de una montura para el espejo a la cual se le adapta una barra de aluminio^[46]. Al_Rod está cubierta por una hoja resistor RF que se conecta a una fuente de voltaje VS. Resultado de la ley de Ohm y de Joule, varía la temperatura de Al_rod en función de la corriente que atraviesa a RF, haciendo que la longitud de la barra se incremente o disminuya en función de la temperatura.

Siendo la temperatura una variable que varía muy lentamente en un ambiente de laboratorio, es posible implementar un controlador electrónico^[47] de lazo cerrado de temperatura en alguna tarjeta de desarrollo (NiDaq, Arduino, RedPitaya, etc) disponible en el mercado.

Esta propuesta permitiría el realizar desplazamientos de fase más precisos, evitando introducir ruido como el producido por los defectos en la placa de vidrio como la usada en la etapa experimental de este trabajo. A la fecha de realización de este trabajo, el Laboratorio de Metrología Óptica realizó la adquisición de las partes necesarias para implementar mejora en el montaje experimental; la cual podrá realizarse en un próximo trabajo.

Conceptos y definiciones necesarios

A continuación se anotan los conceptos y definiciones que es necesario tener a mano para comprender la física y la matemática inherente al trabajo que describe este documento.

Ecuación de onda - Toda onda en mecánica clásica se puede describir por medio de la ecuación diferencial de onda^[48].

$$\frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial t^2} \quad (\text{A.1})$$

Para demostrar que una función de onda describe una onda clásica es necesario demostrar que esta función satisface [A.1](#) Las ondas electromagnéticas (EM) son ondas clásicas transversales las cuales difieren de las ondas mecánicas en que no requieren de un medio material para propagarse, en lugar de eso se propagan como perturbaciones en el campo electromagnético. La ecuación de onda que deben satisfacer las ondas electromagnéticas, si el medio es homogéneo, para el caso de campos eléctricos es:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \ddot{\mathbf{E}} \quad (\text{A.2})$$

o para el caso de campos magnéticos

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \ddot{\mathbf{H}} \quad (\text{A.3})$$

donde se puede observar que la velocidad de propagación de las ondas EM es:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \quad (\text{A.4})$$

Superposición - La ecuación diferencial de la onda [A.1](#) es una ecuación diferencial lineal. Si una ecuación diferencial es lineal, el principio de superposición para sus soluciones se mantiene. Para el caso de dos ondas electromagnéticas E_1 y E_2 que individualmente satisfacen la ecuación de onda, la suma $E_1 + E_2$ es una solución que también

la satisfará dicha ecuación^[22].

Intensidad luminosa e irradiancia - La irradiancia es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico de una onda de luz. La rapidez de flujo de la energía radiante es la potencia óptica o flujo radiante, expresado en vatios. Si dividimos el flujo radiante que incide en una superficie, por el área de dicha superficie, tenemos la densidad de flujo radiante. Al hablar de la cantidad de luz que ilumina una superficie estamos haciendo referencia a algo que se llama irradiancia, designada por I . Se define como la energía radiante promedio por unidad de área por unidad de tiempo^[48]. El valor promedio en un intervalo de tiempo de la magnitud del vector de Poynting ($\langle S \rangle_T$), es una medición de I .

Fase de una onda - Una onda armónica cualquiera en su representación más básica esta definida como:

$$\phi(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad (\text{A.5})$$

Donde A es la amplitud y el argumento de la función periódica es la fase. La fase de la onda es el ángulo que indica cómo tiene que ser modificada la magnitud a la cual corresponda el término de la amplitud^[48].

Índice de refracción - Las características ópticas de la materia están completamente definidas mediante el índice de refracción; y éste está definido en términos geométricos por

$$n = \frac{\text{velocidad de la luz en el vacío}}{\text{velocidad de la luz en el medio}} = \frac{c}{v} \quad (\text{A.6})$$

Un **medio homogéneo** es uno en el cual n es el mismo en todas partes. En un **medio inhomogéneo o heterogéneo** el índice varía con la posición. En un **medio isotrópico** n es el mismo en cada punto para la luz que viaja en todas direcciones y en todas las polarizaciones, de modo que el índice se describe como una función escalar de posición. El índice de refracción de un medio, varía con la longitud de onda de la luz que lo atraviesa^[48].

Frente de onda - Es una superficie trazada en los puntos de una onda los cuales tienen la misma fase. En otras palabras, es la superficie dibujada por los puntos de una onda que han partido en un mismo instante desde una fuente^[48].

Longitud de camino óptico - De manera formal, la longitud de camino óptico entre dos puntos x_1 y x_2 a través de la cual pasa un rayo se define como:

$$OPL(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \int_{x_1}^{x_2} n(\mathbf{x}) ds = c \int \frac{ds}{v} = c \int dt \quad (\text{A.7})$$

La integral se toma a lo largo de la trayectoria del rayo, el cual puede atravesar medios homogéneos e inhomogéneos, e incluir cualquier número de reflexiones y refracciones.

En otras palabras, es la distancia equivalente que la luz hubiera recorrido en el vacío durante el mismo intervalo de tiempo a través del medio^[48].

Diferencia de camino óptico - Para hacer mediciones mediante interferencia, se necesita que se haga interferir dos haces que recorren trayectorias separadas; una será la trayectoria de referencia y la otra será la trayectoria de prueba. La diferencia de camino óptico será entonces

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \Sigma(n_1 d_1) - \Sigma(n_2 d_2) \quad (\text{A.8})$$

donde n es el índice de refracción, y d la longitud de las trayectorias. Para que se produzca un patrón de interferencia estacionario la diferencia de fase entre los dos haces que interfieren no debe cambiar con el tiempo; para que se cumpla este requisito ambos haces deberán derivarse de la misma fuente^[23].

Aproximación en serie de Taylor para la ecuación de la cónica

En este anexo se presenta en detalle la aproximación de la ecuación de la cónica (ec. B.1) por medio de un polinomio de Taylor de grado 6, cuando se escoge la raíz cuadrada de signo negativo

$$z(\rho) = \frac{R \pm \sqrt{R^2 - \rho^2(1+K)}}{1+K} \quad (\text{B.1})$$

donde R es el radio de curvatura en el vértice, ρ es el radio medido desde el vértice a la superficie y K es la constante de conicidad.

La aproximación se hace en la cercanía del vértice de la superficie ($\rho = 0$) de modo que la expresión para aproximación sería la ec. B.2.

$$z(\rho) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{(n)}(0)}{n!} \rho^n \quad (\text{B.2})$$

y a sexto orden se tendría la ec. B.3

$$z(\rho) \approx \frac{z^{(0)}(0)}{0!} \rho^0 + \frac{z^{(1)}(0)}{1!} \rho + \frac{z^{(2)}(0)}{2!} \rho^2 + \frac{z^{(3)}(0)}{3!} \rho^3 + \frac{z^{(4)}(0)}{4!} \rho^4 + \frac{z^{(5)}(0)}{5!} \rho^5 + \frac{z^{(6)}(0)}{6!} \rho^6 \quad (\text{B.3})$$

B. APROXIMACIÓN EN SERIE DE TAYLOR PARA LA ECUACIÓN DE LA CÓNICA

las expresiones para las derivadas de la ecuación de la cónica se anotan en la ec. B.4

$$\begin{aligned}
 z^{(1)}(\rho) &= \frac{\rho}{\sqrt{R^2 - \rho^2(1+K)}} \\
 z^{(2)}(\rho) &= \frac{R^2}{(R^2 - \rho^2(1+K))^{3/2}} \\
 z^{(3)}(\rho) &= \frac{3(K+1)\rho R^2}{(R^2 - \rho^2(1+K))^{5/2}} \\
 z^{(4)}(\rho) &= \frac{3(K+1)R^2(4(K+1)\rho^2 + R^2)}{(R^2 - \rho^2(1+K))^{7/2}} \\
 z^{(5)}(\rho) &= \frac{15(K+1)^2\rho R^2(4(K+1)\rho^2 + 3R^2)}{(R^2 - \rho^2(1+K))^{9/2}} \\
 z^{(6)}(\rho) &= \frac{45(K+1)^2R^2(8(K+1)^2\rho^4 + 12(K+1)\rho^2R^2) + R^4}{(R^2 - \rho^2(1+K))^{11/2}}
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

Las cuales evaluadas en $\rho = 0$ resultan en B.5

$$\begin{aligned}
 z^{(0)}(0) &= 0 \\
 z^{(1)}(0) &= 0 \\
 z^{(2)}(0) &= \frac{1}{R} \\
 z^{(3)}(0) &= 0 \\
 z^{(4)}(0) &= \frac{3(K+1)}{R^3} \\
 z^{(5)}(0) &= 0 \\
 z^{(6)}(0) &= \frac{45(K+1)^2}{R^5}
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

y evaluándolas en B.3 tenemos la ec. B.6

$$z(\rho) \approx \frac{1}{2R}\rho^2 + \frac{3(K+1)}{24R^3}\rho^4 + \frac{45(K+1)^2}{720R^5}\rho^6 \tag{B.6}$$

obteniendo finalmente la expresión B.7 como aproximación a sexto orden para la ecuación de las cónicas.

$$z(\rho) \approx \frac{1}{2R}\rho^2 + \frac{(K+1)}{8R^3}\rho^4 + \frac{(K+1)^2}{16R^5}\rho^6 \tag{B.7}$$

Cálculo de fase e irradiancia para un interferómetro Twyman-Green con espejo inclinado

Consideremos un interferómetro de Twyman-Green con una inclinación θ_2 del espejo de prueba M2 como el de la fig. C.1.

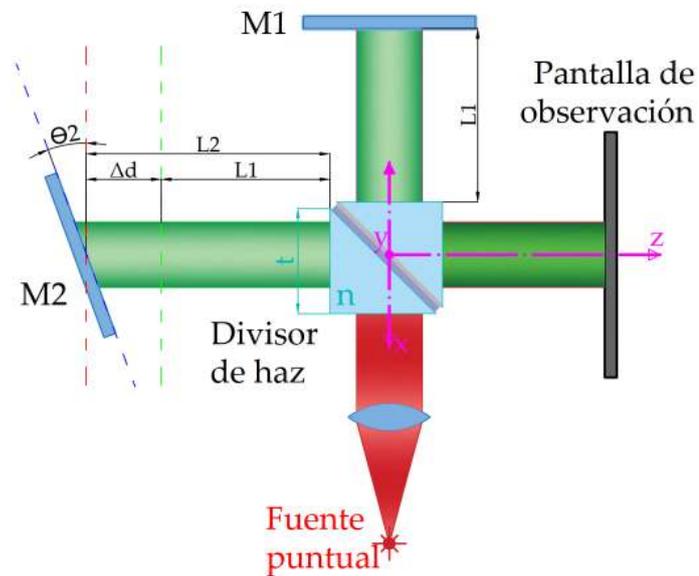


Figura C.1: Interferómetro de Twyman-Green con espejo inclinado

El patrón de interferencia será el resultado de la superposición de dos ondas electro-

C. CÁLCULO DE FASE E IRRADIANCIA PARA UN INTERFERÓMETRO TWYMAN-GREEN CON ESPEJO INCLINADO

magnéticas: una E_1 viajando por el brazo de referencia y otra E_2 a lo largo del brazo de prueba del interferómetro. La inclinación de M2 producen un cambio de dirección en la luz reflejada la cual se representa en la ec. C.1.

$$E_e = \frac{1}{2} E e^{i(k_z z - k_x x - \omega t + \phi_2)} \quad (\text{C.1})$$

donde $k_x = k \cos \theta_2$ y $k_x = k \cos \theta_2$ como se observa en la fig. C.2. Por lo tanto, el vector de propagación de la onda E_2 será solamente la componente que viaja a lo largo del brazo de prueba, de manera que E_1 y E_2 estarán dadas por la ec. C.2.

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2} E e^{i(kz - \omega t + \phi_1)} \\ E_2 &= \frac{1}{2} E \cos \theta_2 e^{i(k_z z - k_x x - \omega t + \phi_2)} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

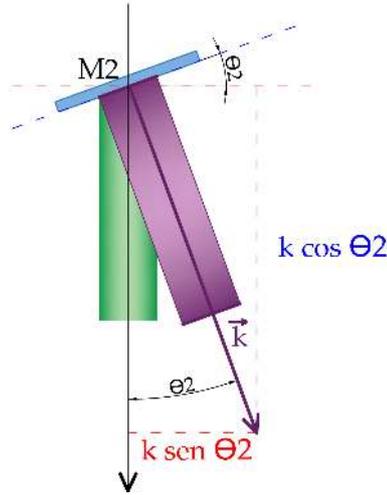


Figura C.2: Componentes vectoriales del vector de propagación k .

El patrón de irradiancia estará dada por la ec. C.3

$$I = |E_1 + E_2|^2 = (E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*) \quad (\text{C.3})$$

Remplazando la ec. C.2 en la ec. C.3

$$\begin{aligned} I &= \left(\frac{1}{2} E e^{i(kz - \omega t + \phi_1)} + \frac{1}{2} E \cos \theta_2 e^{i(k_z z - k_x x - \omega t + \phi_2)} \right) \\ &\quad \left(\frac{1}{2} E e^{-i(kz - \omega t + \phi_1)} + \frac{1}{2} E \cos \theta_2 e^{-i(k_z z - k_x x - \omega t + \phi_2)} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

da como resultado la ec. C.5

$$I = \frac{1}{4} E^2 \left[1 + 2 \cos \theta_2 \cos k \left(x(1 - \cos \theta_2) - z \sin \theta_2 - (\phi_2 - \phi_1) \right) + \cos^2 \theta_2 \right] \quad (\text{C.5})$$

A continuación, las fases ϕ_1 y ϕ_2 dependerán de la diferencia de camino óptico que la luz recorra en cada brazo del interferómetro y de las reflexiones en las superficies.

De manera que la fase ϕ_1 partiendo del divisor de haz comprende: el espesor del en la película semirreflejante del divisor, la distancia L_1 recorrida en el brazo de referencia, el cambio de fase producto de la reflexión en el espejo M_1 ; nuevamente la distancia L_1 y finalmente el espesor del divisor de haz. Ver la ecuación C.6.

$$\phi_1 = \phi_{Dhaz} + \phi_{\lambda/2} + \phi_{Brazo1} + \phi_{\lambda/2} + \phi_{Brazo1} + \phi_{Dhaz} \quad (C.6)$$

Resolviendo la ec. C.6 obtenemos como resultado para ϕ_1 la ec.C.7

$$\phi_1 = knt + \pi + kL_1 + \pi + knt + \pi + kL_1 = k[2nt + 2\lambda + 2L_1] \quad (C.7)$$

Y la fase ϕ_2 partiendo también del divisor de haz comprenderá las siguientes contribuciones: el espesor del divisor de haz, el cambio de fase producto de la reflexión en el espejo M_2 , y a continuación las componentes a lo largo de los ejes z y x de la luz viajando en el brazo de prueba. Ver ec. C.8.

$$\phi_2 = \phi_{Dhaz} + \phi_{\lambda/2} + \phi_{Brazo2} + \phi_{2z} + \phi_{2x} \quad (C.8)$$

La cual al evaluar las contribuciones da como resultado

$$\begin{aligned} \phi_2 &= knt + \pi + k(L_2 + x \tan \theta_2) + [k \cos \theta_2 (L_2 + x \tan \theta_2 + nt)] + [k \sin \theta_2 (L_2 \tan \theta_2 + nt)] \\ &= knt(1 + \cos \theta_2 + \sin \theta_2) + kx(\tan \theta_2 + \sin \theta_2) + kL_2(\cos \theta_2 + \sin \theta_2 \tan \theta_2) + \pi \\ &= k[nt(1 + \cos \theta_2 + \sin \theta_2) + x(\tan \theta_2 + \sin \theta_2) + L_2(\cos \theta_2 + \sin \theta_2 \tan \theta_2) + \lambda/2] \end{aligned} \quad (C.9)$$

Por lo tanto, la diferencia de fase inicial $\phi_2 - \phi_1$ da como resultado

$$\phi_2 - \phi_1 = k[nt(-1 + \cos \theta_2 + \sin \theta_2) + x(\tan \theta_2 + \sin \theta_2) + L_2(\cos \theta_2 + \sin \theta_2 \tan \theta_2) - 2L_1 - \lambda/2] \quad (C.10)$$

Bibliografía

- [1] Eric P. Goodwin James C. Wyant. *Field Guide to Interferometric Optical Testing*. SPIE, Bellingham, Washington, 2006. [2](#), [11](#), [12](#), [13](#), [45](#), [49](#)
- [2] Gustavo Rodríguez Zurita. *Interferometría Óptica Contemporánea ideas fundamentales*. BUAP, Puebla, México, 2013. [2](#)
- [3] J. David Briers. Optical testing: a review and tutorial for optical engineers. *Optics and Lasers in Engineering*, 32:111–138, 1999. [3](#)
- [4] Jiri Novak. Computer analysis of interference fields using matlab. *Dept.of Physics, Faculty of Civil Engineering, CTU Prague*, 2002. [3](#), [4](#), [9](#), [10](#)
- [5] Daniel Malacara. *Optical Shop Testing*. John Wiley & sons, New Yersey, 2007. [5](#), [7](#), [8](#), [14](#)
- [6] Manuel Campos-García. *Prueba de Roddier. Una Revisión Roddier*. UNAM, Ciudad de México, México, 1995. [6](#)
- [7] Arturo Ioan Osorio Infante. *Desarrollo y Caracterización de un Topógrafo Corneal Cónico Básico Basado en el Método de Pantallas Nulas*. UNAM, Ciudad de México, México, 2017. [7](#)
- [8] Rufino Díaz-Uribe, Manuel Campos-García. Null-screen testing of fast convex aspheric surfaces. *Applied Optics*, 39-No 16:2670–2677, 2000. [7](#)
- [9] Sridhar Krishnaswamy. Algorithm for computer tracing of interference fringes. *Applied Optics*, 30-No 13:1624–1628, 1991. [10](#)
- [10] Claude Roddier, François Roddier. Interferogram analysis using Fourier transform techniques. *Applied Optics*, 26-No 9:1668–1673, 1987. [10](#)
- [11] Daniel Malacara. *Optical Shop Testing*, volume cap 11.6. John Wiley & sons, New Yersey, 2007. [10](#), [17](#)
- [12] Daniel Malacara H. Daniel Malacara D. *Progress in Optics*, volume 62. Elsevier, Amsterdam, Netherlands, 2017. [11](#), [46](#)

BIBLIOGRAFÍA

- [13] Yeou-Yen Cheng, James C. Wyant. Phase shifter calibration in phase-shifting interferometry. *Applied Optics*, 24, No18:3049, 1985. [11](#)
- [14] ThorLabs. *Piezo Actuators*. ThorLabs, 2019. [11](#)
- [15] Bahaa E. A. Saleh, Marvin Carl Teich. *Fundamental of Photonics, 2nd Ed.* Wiley, Hoboken, New Jersey, 2007. [12](#), [13](#), [22](#)
- [16] Brenda Villalobos-Mendoza. *Análisis de la Fase en Sistemas Ópticos*. INAOE, Puebla, México, 2015. [13](#), [14](#)
- [17] Jesús Del Olmo Márquez. *Interferómetro Utilizando un Modulador de Fase Para Evaluar Lentes Asféricas*. UNAM, Ciudad de México, México, 2017. [14](#)
- [18] Georges T. Nehmetallah, Rola Aylo, Logan A. Williams. *Analog and Digital Holography with MATLAB*. SPIE, Bellingham, Washington USA, 2015. [14](#), [61](#)
- [19] Katherine Kreath. Phase-shifting speckle interferometry. *Applied Optics*, 24 No18:3053–3058, 1985. [14](#)
- [20] Richard Leach. *Optical Measurement of Surface Topography, 1st Ed.* Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2011. [15](#), [41](#)
- [21] Edmund Optics. *All About Aspheric Lenses*. Application Notes, <https://www.edmundoptics.com/resources/application-notes/optics/all-about-aspheric-lenses/>, 2019. [15](#), [17](#), [18](#)
- [22] Eugene Hecht. *Óptica, 3ra Ed.* Addison-Wesley Iberoamericana, Madrid, España, 2000. [15](#), [102](#)
- [23] P. Hariharan. *Basics of Interferometry, 2nd Ed.* Academic Press, San Diego, USA, 2007. [16](#), [45](#), [103](#)
- [24] Orazio Svelto. *Principles of Lasers, 4th. Ed.* Springer, New York, USA, 2010. [16](#)
- [25] Chia-Ling Li. Design, Fabrication, and Testing of Aspheric surfaces. *Tutorial OPTI-521, The University of Arizona*, page 1, 2013. [17](#)
- [26] Antonio Romano, Roberto Cavaliere. *Geometric Optics, Theory and Design of Astronomical Optical Systems Using Mathematica, 2nd Ed.* Springer, Cham, Switzerland, 2016. [18](#), [66](#)
- [27] Optimax. *Aspheres Superior Performances for High Precision Optics*. Asphere Metrology Matrix, https://www.optimaxsi.com/wp-content/uploads/2014/01/Aspheres_web.pdf, 2014. [18](#), [19](#)
- [28] Brent C. Bergner, Angela Davis. Self-calibration for transmitted wavefront measurements. *Applied Optics*, 46-No 1:18–24, 2007. [19](#)

-
- [29] Jian-Peng Cui, Ning Zhang, Jie Liu, Di-Long Wu, Hua Xu, Ding-Yao Yan, Ping Ma. Testing the transmitted wavefront of large aperture and long-focal-length lens with computer-generated hologram. *Optics Express*, 26-No 21, 2018. [19](#)
- [30] Kjell J. Gåsviks. *Optical Metrology, 3rd Ed.* John Wiley & Sons, West Sussex, England, 2002. [27](#)
- [31] Max Born Emil Wolf. *Principles of Optics, 7th Expanded Ed.* Cambridge, Cambridge, United Kingdom, 1999. [27](#)
- [32] Klaus Freischlad, Chris L. Koliopoulos. Fourier description of digital phase-measuring interferometry. *Journal of the Optical Society of America*, 7-No 4:542–551, 1990. [42](#), [43](#)
- [33] J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White, D. J. Brangaccio. Digital Wavefront Measuring Interferometer for Testing Optical Surfaces and Lenses. *Applied Optics*, 13-No 11:2693–2703, 1974. [42](#), [43](#)
- [34] Horst Schreiber John H. Bruning and John Greivenkamp, “Phase Shifting Interferometry” in. *Optical Shop Testing, 3rd edition: Cap. 2.* John Wiley & sons, New Jersey, 2007. [46](#), [49](#)
- [35] Jiri Novak. Five-step phase-shifting algorithms with unknown values of phase-shift. *Optik: International Journal for Light and Electron Optics*, 114-2:63–68, 2003. [46](#), [48](#)
- [36] P. Hariharan, B. F. Oreb, T. Eiju. Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm. *Applied Optics*, 26-No 13:2504–2506, 1987. [46](#), [80](#)
- [37] Peter de Groot, “Phase Shifting Interferometry” in. *Optical Measurement of Surface Topography, 1st Ed.* Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2011. [48](#)
- [38] Hyug-Gyo Rhee Phan Huy Phuc and Young-Sik Ghim†. Denoising Phase Unwrapping Algorithm for Precise Phase Shifting Interferometry. *Journal of the Korean Physical Society*, 71-2:82–87, 2017. [48](#)
- [39] Peter de Groot, Xavier Colonna de Lega, Jim Kramer, Michael Turzhitsky. Determination of fringe order in white-lightinterference microscopy. *Applied Optics*, 41-No 22:4571–4578, 2002. [48](#)
- [40] Chunwey Zhang,Hong Zhao,Lu Zhang. Fringe order error in multifrequency fringe-projection phase unwrapping: reason andcorrection. *Applied Optics*, 54-No 32:9390–9399, 2015. [48](#)
- [41] SeongRyong Kim, JungHwan Kim, HeuiJae Pahk. Fringe-Order Determination Method in White-Light Phase-Shifting Interferometry for the Compensation of the Phase Delay and the Suppression of Excessive Phase Unwrapping. *Journal of the Optical Society of Korea*, 17-No 5:415–422, 2013. [48](#)
-

BIBLIOGRAFÍA

- [42] Yobani Mejía Barbosa. El frente de onda y su representación con polinomios de Zernike. *Ciencia y Tecnología para la Salud Visual y Ocular*, 9-No 2:145–166, 2011. [73](#)
- [43] Enrique J. Galvez. Gaussian Beams. *Course Notes Optics, Colgate University*, pages 1–2, 2014. [79](#)
- [44] IDS Imaging Development Systems GmbH. *uEye Camera Manual*. IDS, 2019. [80](#)
- [45] Daniel Malacara, “Twyman-Green Interferometer”. *Optical Shop Testing, 3rd edition: Cap. 2*. John Wiley & sons, New Jersey, 2007. [89](#)
- [46] ThorLabs Discovery. *Michelson Interferometer Kit, User Guide*. ThorLabs, 2018. [99](#)
- [47] Alexius J. Hebra. *The Physics of Metrology, All about Instruments: From Trundle Wheels to Atomic Clocks. 1st ed.* Springer Verlag/Wien, Mörlenbach, Germany, 2016. [99](#)
- [48] Michael Bass Erick Van Stryland David R. Williams William L. Wolfe, 2nd Ed. *Handbook of Optics, Volume I*. McGraw-Hill, USA, 1995. [101](#), [102](#), [103](#)