



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Diseño y manufactura de
dispositivo para medir
conductividad y difusividad
térmica de forma simultánea**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Neftali Campos Figueroa

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Rafael Chávez Martínez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales

Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Glosario

k	— Conductividad térmica
α	— Difusividad térmica
ν	— Viscosidad cinématica
Re	— Número de Reynolds
Nu	— Número de Nusselt
h	— Coeficiente convectivo
T_H	— Temperatura ambiente
V	— Voltaje eléctrico
I	— Corriente eléctrica
R	— Resistencia eléctrica
W	— Potencia eléctrica suministrada
L	— Espesor del espécimen
a	— área del espécimen
a_i	— área del aislante
k_s	— Conductividad térmica del aislante
T_e	— Temperatura de la cara caliente del espécimen
T_i	— Temperatura de la cara fría del espécimen
dx_1	— Espesor del espécimen 1
dx_2	— Espesor del espécimen 2
ΔT	— Diferencia de temperaturas
PID	— Controlador proporcional, integral y derivativo
IR	— Radiación infrarroja
RMSE	— Error cuadrático medio

Agradecimientos

Agradezco por sus consejos, tiempo y paciencia a mi asesor el Dr. Rafael Chávez, quien estuvo a mi lado en el sinuoso, incierto y por momentos oscuro camino que puede representar el hacer un trabajo de tesis

Agradezco a mis compañeros de tesis con los que compartí experiencias, conocimientos y en ocasiones frustraciones y quienes me dieron algunos consejos en las diferentes etapas del desarrollo de este trabajo

A mis padres quienes por su compañía y apoyo incondicional durante toda mi vida.

Un agradecimiento particular al Laboratorio de Termofluidos, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por haber facilitado el uso de sus instalaciones y equipo..

Índice general

1. Antecedentes	1
1.1. Ley de Fourier	3
1.2. Ecuación general de difusión de calor	7
1.3. Planteamiento del problema	8
1.4. Técnicas para medir propiedades térmicas	9
1.5. Objetivos	17
2. Diseño y manufactura	18
2.1. En qué se basa. Normas y otros dispositivos	18
2.2. Descripción del dispositivo experimental	24
2.3. Diseño del dispositivo	26
2.4. Materiales y su manufactura	30
2.5. Termopares	42
2.6. Hardware y Software	43
2.6.1. Control a distancia	47
3. Metodología utilizada	50
3.1. Metodología	50
3.2. Modificaciones a la norma para medir conductividad y difusividad al mismo tiempo	54
4. Solución de la ecuación de difusión	56
4.1. Solución de la ecuación de difusión	56
4.2. Programación en Matlab	64
5. Resultados y conclusiones	66
5.1. Selección de materiales de prueba	66
5.2. Pruebas preliminares	67

5.3. Conductividad térmica	72
5.4. Difusividad térmica	77
5.5. Conclusiones	81
A. Material aislante	82
B. Termopar tipo T	83
C. Esquema tarjeta NI- SCB-100	84
D. Cálculo de la incertidumbre	85
E. Datos de la conductividad térmica	89
F. Datos de la difusividad térmica	94
Bibliografía	96

Capítulo 1

Antecedentes

“El hecho es que la tecnología es parte de lo que nos hace humanos. En simbiosis con nuestra tecnología, nuestros poderes se están expandiendo exponencialmente y, por lo tanto, también nuestras posibilidades.” - Ronan Roberts

El ser humano desde el principio de su historia se ha apoyado en los materiales, extraídos de la naturaleza para el desarrollo de la civilización. De esta forma se puede considerar a las piedras talladas una de las primeras maneras de la caracterización de los materiales. Ya que aunque de forma empírica, nuestros ancestros sabían cual era el material adecuado para tallar las piedras reconociendo la dureza de un material sobre otro, y consecuentemente reconocieron con el paso del tiempo otras propiedades de los diferentes materiales. Años más tarde el ser humano aprendió a manipular los materiales para crear otros materiales con propiedades mejoradas para campos que requerían de un desarrollo tecnológico más complejo.

Los materiales tienen características particulares que los hacen únicos y útiles para diferentes aplicaciones. Estos rasgos se pueden clasificar en propiedades químicas o físicas, dentro de estas últimas podemos encontrar las propiedades ópticas, acústicas, eléctricas y mecánicas. Las propiedades que se estudian en el presente trabajo son las propiedades térmicas, que se relacionan con la transferencia de calor; que se define como energía en tránsito debido a diferencia de temperaturas [1]. El proyecto se enfocó en medir la **conductividad térmica**, la cual es una

propiedad de transporte que refleja la capacidad de los materiales de transferir energía cinética entre sus moléculas, y la **difusividad térmica** la cual es un reflejo de la cantidad de energía que puede almacenar un material antes de ser transmitido al medio, de esta forma en materiales con alta difusividad térmica, el calor se transmitirá mas rápido hacia sus alrededores pasando lo contrario con materiales de baja difusividad .

Una descripción completa de las propiedades térmicas de materiales requiere de la determinación de la conductividad térmica y la difusividad [2]. Desde que Joseph Fourier propuso el concepto de ondas térmicas se pensaba que estas podían utilizarse para obtener las propiedades térmicas de materiales. Uno de los primeros métodos para medir la difusividad utilizando este concepto fue desarrollado por Angstrom en 1861 [3], el cual consiste en calentar una barra alternadamente a una frecuencia definida hasta que se alcance el equilibrio térmico, la difusividad se obtiene del análisis de la amplitud de onda y la velocidad de fase. Además, Angstrom también encontró que existe una relación entre la conductividad térmica y el voltaje eléctrico.

Posterior a esto, se desarrollaron otras técnicas en las que se obtienen la conductividad y la difusividad térmica mediante pruebas independientes para cada una de ellas. Para medir la difusividad la prueba se hace en el estado transitorio y uno de los métodos con más antigüedad es el Método Flash que fue desarrollado en 1961 [4], en el cual un pulso de energía de alta intensidad y corta duración es absorbido por la parte frontal de una muestra. La difusividad térmica, se supone independiente de la temperatura, se determina mediante la pendiente de la curva Temperatura contra Tiempo medida en la parte posterior de la muestra.

La conductividad térmica se mide considerando la ecuación de difusión unidimensional en estado estable. Uno de los métodos más documentados es el de Gustafsson [5], quien inició sus estudios para determinar propiedades térmicas en 1979 con el método de tira caliente. Este consiste en utilizar un material como fuente de energía y sensor al mismo tiempo, el material se coloca en medio de los especímenes que se estudian y se suministra energía hasta alcanzar el estado permanente. Una vez en el estado permanente se compara el voltaje que se suministró al iniciar la prueba con el voltaje en el estado permanente, el cual cambia debido a las diferencias de temperatura y esta a su vez relacionado con la conduc-

tividad térmica del espécimen.

En la actualidad, se puede obtener la difusividad y la conductividad térmica de forma independiente y se tienen normas estandarizadas que especifican detalladamente el diseño de dispositivos y la metodología utilizada para la medición de estas propiedades en los materiales. A su vez se están realizando investigaciones para obtención simultánea de la conductividad y la difusividad térmica en diversos materiales, estos métodos al estar en desarrollo no están estandarizados, algunos de estos trabajos se mencionaran en una sección posterior. Actualmente podemos encontrar, por ejemplo: métodos no invasivos, métodos para materiales blandos, polímeros, materiales a granel, así como métodos para materiales nanoscópicos y orgánicos, por mencionar algunos.

1.1. Ley de Fourier

La ley que gobierna la conducción de calor es conocida como Ley de Fourier y está basada en el concepto del medio continuo. Fue originada en un principio por las observaciones experimentales de J. B. Biot, pero fue el renombrado científico francés Joseph Fourier quien lo dio a conocer en su libro *Theorie Analytique de la Chaleur*. [6]

La Ley de Fourier se puede explicar mejor con un ejemplo. Si se considera una placa plana con un ancho igual a L , y sus otras dos dimensiones consideradas demasiado extensas en comparación al ancho. A será la cara de la placa con un área específica, y T_1 y T_2 serán las temperaturas en los extremos de cada cara de la placa donde, T_1 es mayor a T_2 . Por lo que habrá una diferencia de temperaturas. Lo anterior se ilustra en la Fig.1.1.

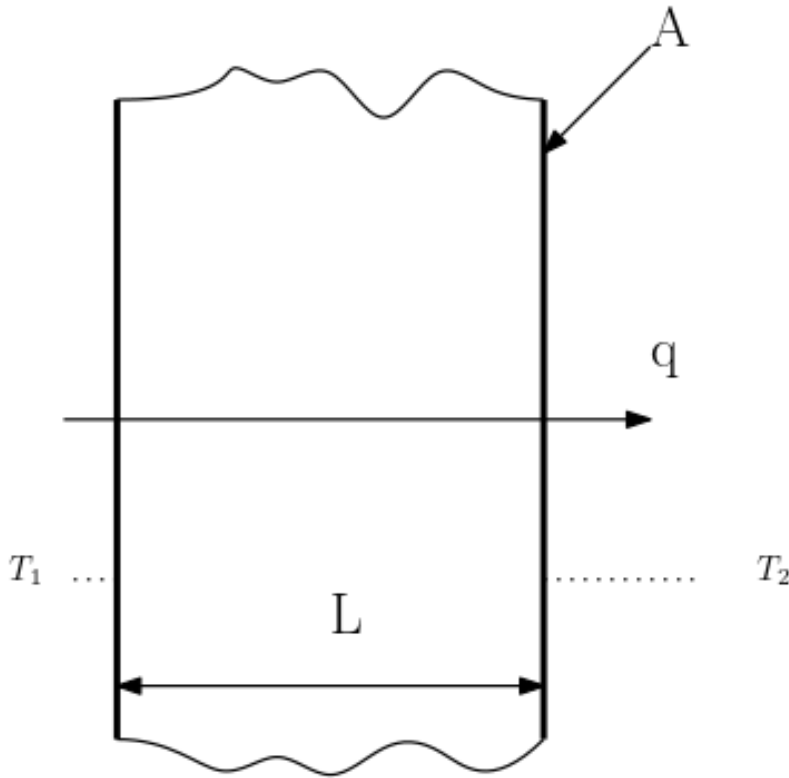


Figura 1.1: Representación esquemática de la Ley de Fourier para una placa plana Kakac et al. [6]

Por la segunda ley de la termodinámica sabemos que el flujo de energía irá de la zona de mayor temperatura a la de menor temperatura y por la primera ley de la termodinámica, bajo condiciones estables, sabemos que el flujo es constante. Diferentes experimentos con sólidos han mostrado que la tasa de flujo de calor es directamente proporcional a la diferencia de temperaturas y a la superficie de la cara e inversamente proporcional al ancho de la placa. [6]

$$q \sim A \frac{T_1 - T_2}{L} \quad (1.1)$$

La ecuación se puede reescribir agregando la constante de proporcionalidad quedando como:

$$q = kA \frac{T_1 - T_2}{L} \quad (1.2)$$

Aquí es donde aparece la primera de las propiedades de interés de la investigación una constante de proporcionalidad positiva k , llamada conductividad térmica. Esta es una propiedad termofísica y sus unidades son $\frac{W}{m \cdot K}$ en el sistema internacional de unidades. Se podría definir a la conductividad térmica como la tasa de transferencia de calor que pasa a través de un área transversal de un material con un espesor definido debido a una diferencia de temperaturas. Además, la conductividad térmica varía para cada material.

Despejando la conductividad de la ecuación anterior obtenemos lo siguiente:

$$k = \frac{qL}{A(T_1 - T_2)} \quad (1.3)$$

El valor de la conductividad térmica por si solo es difícil que nos revele la naturaleza de un material, debido a esto lo más conveniente es prestar atención a los gradientes de temperatura que se presentan en cada material ya que por ejemplo un material como el cobre puro tendrá gradientes de temperatura que variaran poco en cada sección del material mientras que en materiales compuestos estos gradientes tenderán a ser mayores y variaran en cada sección. Sin embargo, con la conductividad térmica podemos saber si un material es isotrópico si el valor de la conductividad es el mismo en todas las direcciones o anisotrópico si es diferente en cada dirección. La ecuación anterior solo sirve para materiales homogéneos e isotrópicos.

Si ahora en la placa antes mencionada se considera una franja diferencial que empieza en un punto $\mathbf{x}$ con una temperatura $T(x)$ y termina en un punto Δx con una temperatura $T(x + \Delta x)$, véase **Fig.1.2**. La tasa de transferencia de calor a través de la placa se puede escribir como:

$$q = -kA \frac{T(x) - T(x + \Delta x)}{\Delta x} \quad (1.4)$$

Y si se reescribe la ecuación usando límites y haciendo que $\Delta x \rightarrow 0$

$$q = -kA \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{T(x) - T(x + \Delta x)}{\Delta x} \right) \quad (1.5)$$

La cual es la ecuación de Fourier de conducción de calor para un sistema unidimensional. La Ley de Fourier resulta importante para este trabajo ya que es usada para el cálculo de la conductividad térmica con una aproximación discreta.

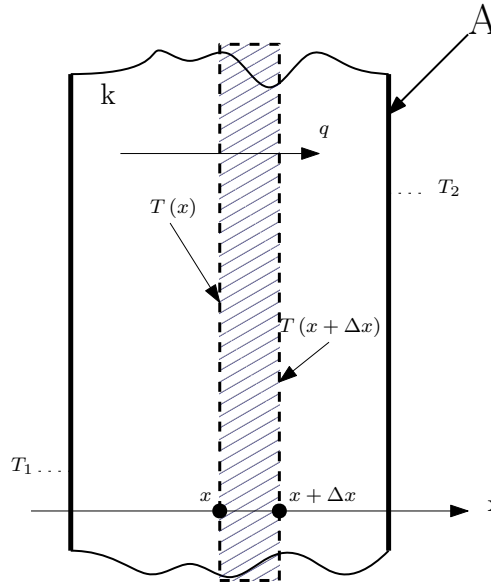


Figura 1.2: Esquema de la conducción de calor a través de un área infinitesimal Kakac et al. [6]

Algunos aspectos más que se pueden resaltar de la conductividad térmica es que esta es una propiedad que depende de la composición química, la estructura física y el estado del material. También varía con la temperatura y la presión a la que un material es sometido sin embargo es más dependiente de la temperatura que de la presión.

La conducción de calor en los sólidos con una estructura cristalina definida depende de la energía de transferencia debido a las vibraciones moleculares y reticulares, además de los electrones libres. Por lo general la energía transportada por los electrones libres es mucho mayor que la energía reticular o molecular y esta es la razón de que un buen conductor térmico es a la vez un buen conductor eléctrico. Los materiales con una conductividad térmica alta son llamados conductores mientras que si tiene una conductividad térmica baja son llamados aislantes. En materiales

sólidos amorfos la conducción de calor depende del transporte de energía molecular. Además, la conductividad térmica en este tipo de materiales aumenta con la temperatura. En general la conductividad térmica de los sólidos aumenta en relación con su densidad también se incrementa con el contenido de humedad, sin embargo, la presencia de humedad crea gradientes de temperatura que cambian la conductividad térmica y pueden dañar al material.

1.2. Ecuación general de difusión de calor

La razón del estudio de la conductividad térmica es para determinar la distribución de temperatura en un medio, la cual resulta de la imposición de condiciones en sus fronteras. Una vez conociendo esta distribución el flujo de calor por conducción se puede calcular con la Ley de Fourier. Este análisis se puede realizar a través de la ecuación general de difusión.

La ecuación general de difusión de calor se puede definir como en la ecuación 1.6. La cual se puede obtener aplicando la conservación de la energía a un volumen de control en un instante dado, después se consideran los procesos de energía que son relevantes, como la transferencia de calor a través de las paredes, además en el medio puede haber un termino de fuente de energía ($\dot{q}$) y otro asociado a los cambios en la cantidad de energía térmica interna almacenada. Si el material no experimenta un cambio de fase, este termino se puede expresar como: $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.6)$$

Considerando que en el medio las propiedades de la densidad (ρ), la conductividad térmica (k) y la capacidad térmica específica (C_p) son constantes, características de un material isotrópico, entonces la ecuación 1.6 queda como:

$$k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.7)$$

Por otra parte no hay generación de calor en el medio y si se pasa la conductividad térmica al lado derecho de la ecuación **1.7**, usando la relación $\alpha = k/\rho C_p$ entonces la ecuación se escribe como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.8)$$

Finalmente el sistema se analizara en una sola dimensión por lo que la distribución de temperaturas en las coordenadas y y z se pueden descartar:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.9)$$

Y esta es la ecuación de difusión de calor sin generación interna de calor y es la ecuación que se estudio y adapto de acuerdo a las condiciones de nuestro sistema para su posterior solución y análisis con el programa de *MATLAB*.

1.3. Planteamiento del problema

La Facultad de Ingeniería de la UNAM no cuenta con un dispositivo que pueda medir las propiedades térmicas de materiales. Adquirir los dispositivos resulta un gasto excesivo. Además, hay que tomar en cuenta que se deben de comprar dos dispositivos, una para la conductividad y otro para la difusividad. Si se toma en consideración la cantidad de investigaciones, proyectos o actividades de laboratorio dentro de la Facultad de Ingeniería, en las áreas de Manufactura, Termofluidos y Materiales podemos visualizar el beneficio potencial que podría generar este dispositivo tan solo en la Facultad de Ingeniería.

La importancia de un dispositivo capaz de medir las propiedades térmicas radica en que la caracterización de los materiales es uno de los factores de mayor importancia, ya que conociendo las propiedades de un material se puede predecir su comportamiento y al mismo tiempo asignarle una aplicación adecuada en el proyecto o investigación, lo cual reduciría el tiempo que se tiene que dedicar a esta tarea por métodos empíricos y que en ocasiones su exactitud no se puede asegurar.

Finalmente se puede destacar que el mercado ofrece dispositivos capaces de medir las propiedades térmicas, y el valor de estos dispositivos varía entre \$80,000.00 y \$200,000.00, como el modelo *DHR300* del fabricante *Hunan Zhenhua*. Lo cual se puede contrastar con la propuesta del proyecto ya que está pensada para obtener datos confiables sin derrochar recursos y cuyo mayor costo sea el de las horas de diseño y prueba.

De esta forma con el desarrollo del proyecto se espera que el dispositivo diseñado sea adecuado para obtener las propiedades térmicas de los materiales, con un grado de incertidumbre bajo, y se use para futuras investigaciones que requieran la caracterización de distintos materiales. A su vez el dispositivo podría ser adquirido por instituciones publicas o equipos de investigación que lo necesiten.

1.4. Técnicas para medir propiedades térmicas

En la búsqueda de métodos novedosos y diferentes a los convencionales (tira caliente y pulso laser) para obtener las propiedades térmicas de un material podemos encontrar en el 2003 una investigación desarrollada por Boudenne et al. [2] en la que presento un método periódico que consiste en un arreglo de sándwich en el que el espécimen que se estudiará se encuentra entre dos materiales específicos, como se muestra en la **Fig.1.3**. Se calienta y se enfría solo, por un lado, modulando estas intermitencias a diferentes frecuencias, y todo el arreglo se encentra dentro de una cámara de vacío para evitar lo mejor posible los efectos de la convección del aire. Se miden las temperaturas de la placa delantera (a la que se suministra energía) y trasera por medio de termopares. La medición de la temperatura permite obtener la función de transferencia de calor de cada cara a una frecuencia especificada y se relacionan mediante las transformadas de Fourier. La conductividad térmica y la difusividad se identifican simultáneamente a partir de partes reales e imaginarias de la función de transferencia experimental. A su vez el método tiene la ventaja de que no es necesario saber la densidad del material o su capacidad térmica específica. El método se basa en una configuración de sándwich en el que la muestra se encuentra entre dos materiales específicos.

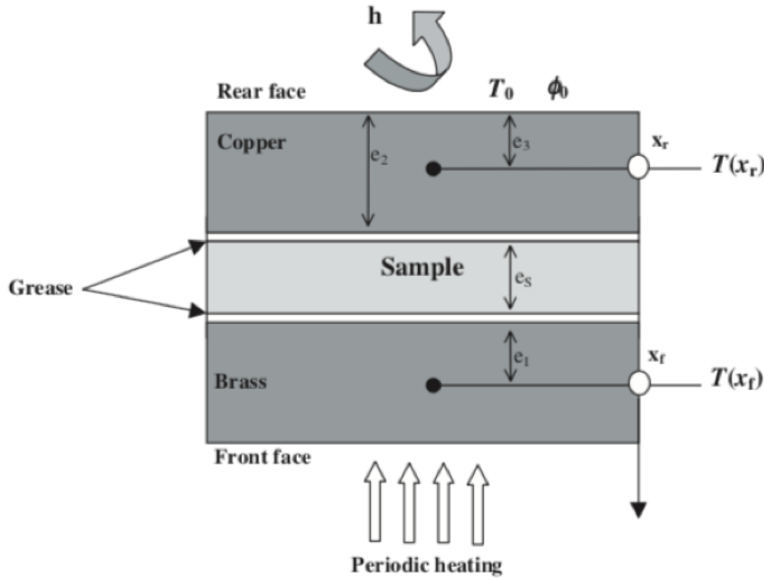


Figura 1.3: Vista esquemática del modelo utilizado, conformado por el espécimen en medio de dos placas a los extremos y la fuente de energía suministrada en un solo lado. Boudenne et al. [2]

De lo que se puede destacar de esta investigación es que la resistencia térmica entre las placas y la muestra tiene gran relevancia en el cálculo de la función de transferencia por lo que se busca evitar el efecto de la resistencia térmica, el uso de una grasa térmica resultó útil. Este método es sensible en función de las frecuencias de la modulación de temperatura que se aplica en un lado del espécimen, ya que a bajas frecuencias el valor de la conductividad presentaba un mayor error y por otra parte, mayores frecuencias de modulación de temperatura, la difusividad térmica tendrá un mayor error. Por otro lado, el grosor de los especímenes también influye en los resultados de tal manera que el espécimen más delgado tuvo errores que alcanzaron el 26 % en el cálculo de la difusividad comparándolo con el valor teórico. Por ultimo las frecuencias elegidas para hacer el experimento tuvieron que encontrarse sin un fundamento teórico, estas fueron escogidas de forma empírica.

Otra área preocupada por el conocimiento de las propiedades térmicas de los materiales es la electrónica. Conocer las propiedades térmicas

en ésta área es de gran importancia ya que uno de los retos más relevantes es resolver la necesidad de disipar calor en espacios pequeños para evitar dañar los dispositivos. En el 2008 Weglarski [7] presentó un método para medir simultáneamente la conductividad y la difusividad en capas resistivas y conductoras. El método utilizado tiene semejanza con el *Flash Method* (1961), y consiste en la generación de un pulso de excitación eléctrico, con una corta duración de tiempo, el intercambio de calor transitorio se registra utilizando un detector de infrarrojos en la superficie de la capa excitada. Entre una de sus ventajas es que es un método no destructivo.

En los campos de obtención de propiedades térmicas de materiales muy delgados, como los materiales de películas delgadas, también se han desarrollado investigaciones al respecto. En el 2011 Zhigang Zeng et al. [8] desarrollo una metodología que combina dos métodos anteriormente estudiados: (a) el método de flujo de calor comparativo-longitudinal en estado estacionario y (b) el método de Angstrom. El método consiste en colocar las muestras delgadas entre dos cilindros de cobre idénticos. Una serie de termopares detectan la fluctuación de la temperatura en las barras de cobre. De la relación lineal entre la caída de la temperatura y la diferencia de fase con la distancia a lo largo de los cilindros de cobre, la caída de la temperatura de equilibrio y la diferencia de fase en las muestras pueden extrapolarse. La conductividad térmica y la difusividad térmica se deducen de la caída de temperatura y la diferencia de fase en las muestras, respectivamente. Al resolver las ecuaciones de conducción de calor unidimensionales, la difusividad térmica y la conductividad térmica se pueden deducir simultáneamente. Se midieron la difusividad térmica y la conductividad térmica de las películas de politetrafluoroetileno (PTFE) con diferentes espesores, y los resultados concuerdan con el valor estándar de la literatura.

La ventaja de este método es que los datos obtenidos servirán para obtener la difusividad en el estado transitorio y una vez que se llegue al estado estable se obtendrán los resultados para la conductividad térmica, lo cual evitara el uso de la relación $\alpha = k/\rho c$ en donde los valores de la densidad y la capacidad térmica específica regularmente se toman de la literatura lo cual incurre en errores al momento de la obtención de

las propiedades térmicas ya que se toman como propiedades constantes y que por lo regular varia un tanto con la realidad, especialmente en materiales poco homogéneos o porosos.

Además de métodos para medir propiedades de manera simultánea se han desarrollado sensores específicamente con este fin. En el año 2014 Syamsul Hadi et al. [9] desarrollo un sensor para medir la conductividad y la difusividad térmica. Este sensor aunque se podría utilizar con cualquier material sólido se dice que está pensado para materiales blandos y también biológicos, además otra de sus ventajas es que la muestra que se estudia no se tiene que preparar lo cual es una ventaja para este tipo de materiales pues para usar un método de tipo flash se pueden presentar problemas al dimensionar un material de este tipo o bien un método de contacto deformaría el material y provocaría errores en los resultados. Las propiedades de transporte térmico se miden presionando un pequeño sensor de película delgada. El esquema del sensor se puede observar en la **Fig.1.4**. La singularidad de este método es colocar un gel entre el sensor y una muestra para eliminar la resistencia térmica de contacto. Además, se ha preparado una cavidad poco profunda con dimensiones dadas alrededor del sensor para el gel. La conductividad térmica y la difusividad térmica de una muestra, así como el grosor de la capa de gel, se determinaron a partir de un aumento de temperatura teórico obtenido iterativamente que coincidía con el aumento de temperatura medido. Los resultados obtenidos por los experimentos con cuatro materiales diferentes indicaron que la conductividad térmica podría determinarse con errores del 10 % y se muestran en las gráficas de la **Fig.1.5**.

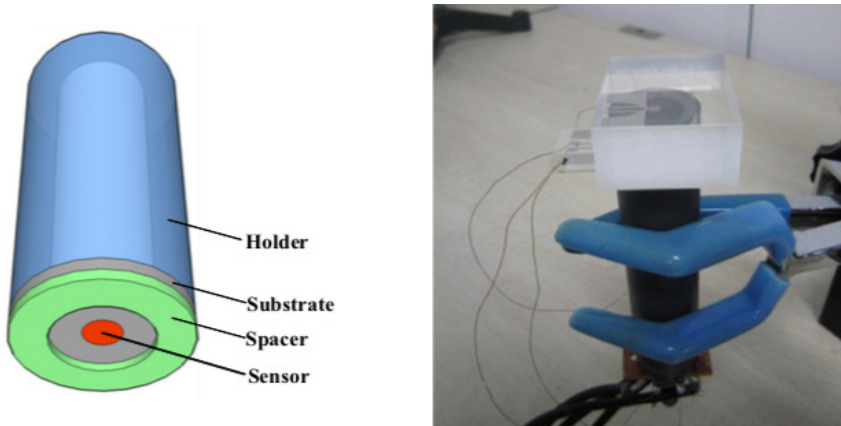


Figura 1.4: Esquema del sensor desarrollado y su apariencia física. Hadi et al. [9]

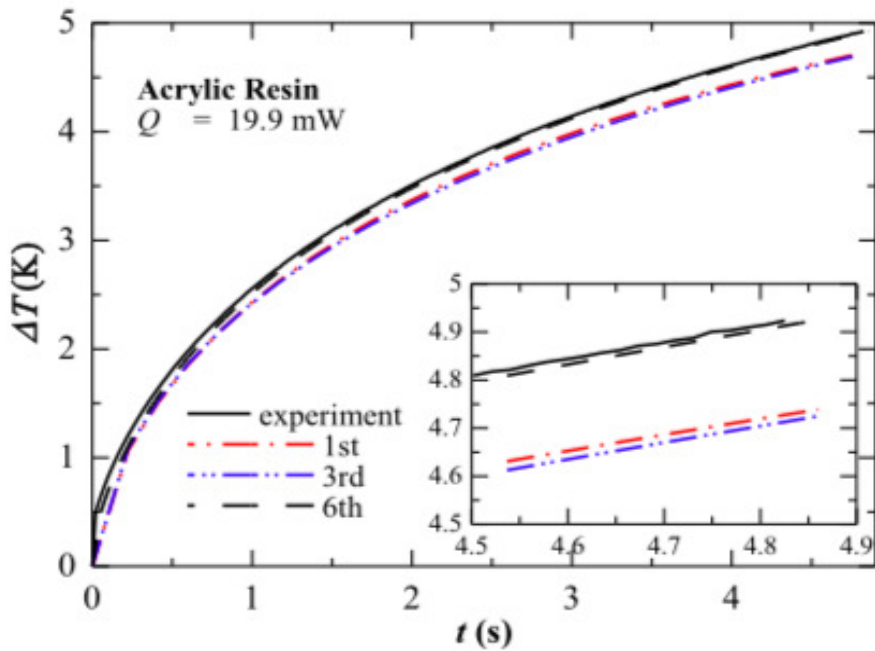


Figura 1.5: Medición del cambio de temperatura experimental en una muestra de acrílico (en negro) y obtención teórica de la curva de calentamiento por un método iterativo (rojo y azul). Hadi et al. [9]

Nuestro mundo está lleno de una variedad infinita de materiales, los materiales orgánicos son un ejemplo de ellos que, a diferencia de los materiales tecnológicos (que se usan usualmente en procesos de manufactura o ingeniería) presentan una mayor heterogeneidad en su composición y estructura. A pesar de esto la determinación de sus propiedades térmicas resulta importante para algunas aplicaciones. Un ejemplo de esto es el campo de los alimentos y su refrigeración. En el año 2014 Ferruh Erdoğdu [10] presento un método para obtener las propiedades térmicas de bananas. El método consistió en idealizar a esta fruta como un cilindro infinito, en la que se consideró a la banana como un material homogéneo, las pérdidas de calor como resultado de la respiración de la fruta se despreciaron y las pérdidas de masa se consideraron insignificantes, para obtener una solución analítica de la difusividad y la conductividad. Después se compararon los resultados con datos experimentales que se obtuvieron directamente de la medición de temperatura de las bananas al estar expuestas a un proceso de transferencia de calor (refrigeración), los resultados se pueden observar en las gráficas de la **Fig.1.6**

Entre las conclusiones de este estudio, a los materiales orgánicos se les puede acercar una solución analítica cercana a la realidad, sin embargo, al ser un material no-homogéneo, se encontraran diferencias entre los valores obtenidos experimentalmente y la literatura. En el caso de las bananas un factor importante fue la cascara. La presencia de la cascara condujo a obtener valores de conductividad más bajos a los reportados en la literatura además otro aspecto que influye en el estudio de materiales orgánicos y específicamente la fruta es el periodo de maduración, por lo que la instrumentación de esta clase de materiales es importante. En el caso de este estudio la instrumentación se puede observar en la **Fig.1.7**.

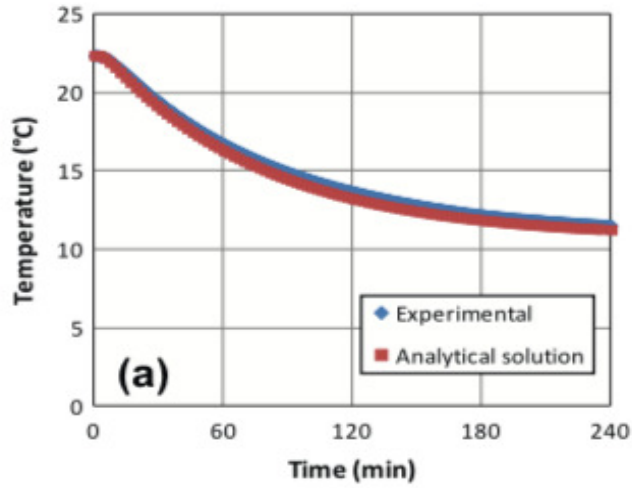


Figura 1.6: Datos de la curva de enfriamiento de forma experimental (azul) y su comparación con la solución analítica encontrada (rojo). Erdogdu et al. [10]

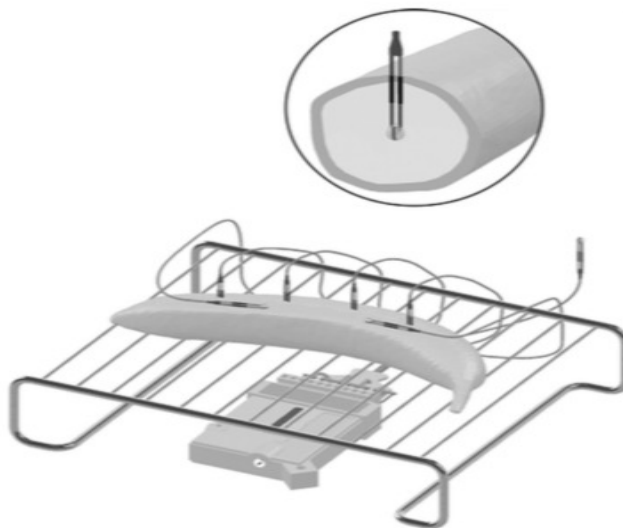


Figura 1.7: Muestra la disposición del experimento y la colocación de los sensores en el material orgánico. Erdogdu et al. [10]

Además del desarrollo de nuevos métodos o sensores para la medición de propiedades térmicas también se ha buscado mejorar los métodos anteriormente desarrollados, algo que se puede corroborar en la investigación del 2016, *Heat-loss modified Angstrom* [11]. En esta investigación se toma en cuenta uno de los métodos más antiguos para la medición de propiedades térmicas, el método de Angstrom (1861) [3] y toma en consideración las pérdidas de calor, que si bien afectan mínimamente a los resultados antes encontrados, también ayudan a mejorar la precisión de los resultados obtenidos. En la investigación se utilizó láminas de grafito, un material que tiene la ventaja de ser anisotrópico además de que su difusividad es mucho mayor en un plano que en el otro. Después a la ecuación de difusión se le agregan los términos de pérdidas de calor, pérdidas por conducción, convección y radiación. El arreglo experimental se instrumentó adecuadamente para obtener la solución de la ecuación de difusión y asimismo medir todas las pérdidas de calor antes mencionadas.

Entre los resultados obtenidos se mostró que el método de Angstrom presenta mayores pérdidas de calor debido a la convección y la radiación en la superficie de la muestra y esto es debido a factores como la difusividad del material, amplitud de la onda térmica, frecuencia de la onda y la geometría de la muestra entre otras. Incluir el término de las pérdidas de calor en la ecuación de difusión permitió mejorar el método de Angstrom, con el cual solo se media difusividad, obteniendo simultáneamente la difusividad y la conductividad. Por último, los valores obtenidos para las láminas de grafito están en concordancia con lo reportado en la literatura.

El conocer los factores que más afectan a un experimento sirve como referencia en el diseño de posteriores dispositivos que puedan evitar las pérdidas de calor y a su vez simplifican las soluciones analíticas en las que se apoyan el desarrollo de los distintos métodos.

En estudios más recientes podemos encontrar el propuesto en 2017 por Cifuentes et al. [12]. El cual es un método sin contacto y los beneficios de acuerdo con los autores es que es un método dirigido particularmente a materiales sólidos de pared plana por lo que se puede analizar la anisotropía térmica del material en un solo experimento además de que el método es ilimitado en relación al grosor del material por lo que

los estudios pueden extenderse a laminas delgadas y hasta filamentos. El método es llamado *Optically excited lock-in infrared thermography* y consiste iluminar la muestra mediante un haz de luz de intensidad modulada y detectar el componente oscilante del aumento de temperatura mediante una cámara de video IR. En particular, al enfocar firmemente un rayo láser sobre la superficie de la muestra y registrar la temperatura en función de la distancia radial al punto láser, se puede recuperar la difusividad térmica. Para encontrar la conductividad térmica se requería de un conocimiento preciso de la energía absorbida y del cambio de temperatura absoluto en el espécimen.

Entre las conclusiones que se pueden destacar de este trabajo son que trabajar con una cámara IR requiere del conocimiento de la emisividad del material y transparencia, el análisis de sensibilidad demuestra que la precisión del valor de la conductividad aumenta a medida que este se aproxima al valor de la conductividad del aire por lo que es un método recomendando para materiales aislantes. También aumenta la precisión cuando el experimento se realiza a bajas frecuencias (<0.1 Hz).

1.5. Objetivos

- Diseñar y construir un dispositivo para determinar las propiedades térmicas, conductividad y difusividad, de materiales de baja conductividad térmica.
- Hacer una comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura tomando en cuenta que puede haber una diferencia debido a la manufactura del propio material independiente del método de medición de propiedades.

Capítulo 2

Diseño y manufactura

c“La ciencia ofrece la posibilidad de un bienestar mucho mayor para la humanidad como nunca antes.”- Bertrand Russell

En esta sección se presentaran los pasos que se siguieron para el diseño y manufactura del dispositivo, además de su instrumentación y la conexión con una interfaz gráfica.

La parte más desafiante del proyecto es pasar de la parte teórica y conceptual a la parte real, ya que el diseño debe de parecerse lo más posible a lo que se tenía idealizado, debe de cumplir con ciertos parámetros para su funcionamiento y debe de estar pensado para que se pueda medir, estudiar y analizar todo lo que pasa en el proceso, lo cual se hace a través de sensores y software especializado. Por lo anterior, se siguió todo un proceso de diseño que incluyó revisión de normas, comparación con otros dispositivos, diseños CAD, modelado 3D para pasar posteriormente a su manufactura y su instrumentación.

2.1. En qué se basa. Normas y otros dispositivos

La principal fuente de información en la que se basó el dispositivo experimental es la norma *ASTM C177-13*, cuyo método fue nombrado como, *Standard test method for steady-state heat flux measurements and thermal transmission properties by means of the guarded-hot-plate*

apparatus, con este método se puede obtener la conductividad térmica en materiales de baja conductividad. [13]

Esta fuente fue importante ya que los parámetros de diseño que se encuentran ahí garantizan que el flujo de calor sea unidireccional, lo cual para la investigación era lo más importante para resolver la ecuación que se planteó en el capítulo anterior. Un esquema del arreglo propuesto por la norma es presentado en **Fig.2.1**.

Los aspectos ocupados de la norma que tomaron mayor relevancia en el diseño del dispositivo fueron:

- La disposición general de los componentes en el dispositivo de placa caliente protegida. En este arreglo se muestra la localización de los especímenes, los cuales deben de ser dos, localizados en caras opuestas de la resistencia. La resistencia provee el calor. Los aislantes, se posicionan alrededor de la resistencia y los especímenes, y servirán para evitar por un lado el efecto de borde y por el otro la transmisión de calor hacia los resguardos primarios y secundarios del arreglo, y el dispositivo de enfriamiento el cual ira a los extremos de los especímenes y es el que hará posible mantener un gradiente de temperatura en las caras de los especímenes. Un punto importante a tomar en cuenta es que debido a el diseño propuesto se descartaron los resguardos primarios.

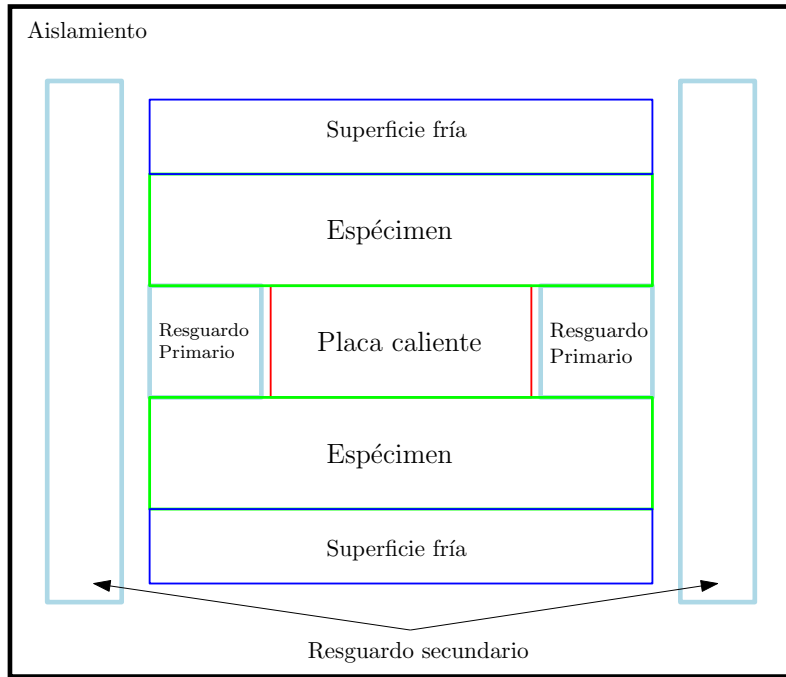


Figura 2.1: Disposición general de los componentes mecánicos en el dispositivo de placa caliente de acuerdo con norma *ASTM C177 – 13*

- Medición de temperatura. Se debe de instrumentar adecuadamente el dispositivo para encontrar el gradiente de temperaturas, por medición de las temperaturas, en las caras de los especímenes. Por otra parte, también se debe de instrumentar en las caras de los aislantes para encontrar brechas o fugas de energía a través de esas caras. Las posiciones más representativas para detectar el balance promedio de la temperatura de los sensores son aquellas a una distancia de las esquinas igual a una cuarta parte del lado del área de medición. Además, se deben de evitar las esquinas y los ejes. Lo anterior se ilustra en la **Fig.2.2**.

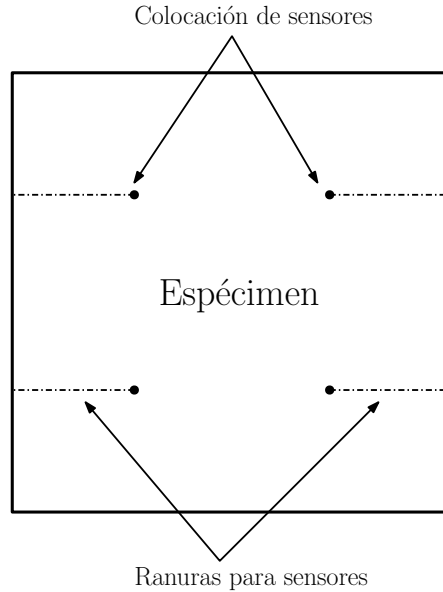


Figura 2.2: Posiciones de los termopares en el espécimen

- **Espécimen.** El dispositivo se debe diseñar en relación con el tamaño de espécimen que se piensa estudiar. El espesor del espécimen depende de algunos factores en relación a lo que se quiera estudiar o al material disponible; sin embargo el grosor máximo recomendado de la muestra es un tercio de la dimensión lineal máxima de la sección medida. El tamaño del espécimen debe dimensionarse para cubrir toda la sección medida.
- La limitación práctica del dispositivo para medir la conductividad térmica es de $16 \frac{W}{m \cdot K}$, lo cual es la relación que se tiene entre el espesor y la conductividad térmica del espécimen.
- Para medir y obtener los datos en el experimento la norma recomienda el uso de termopares. Un número mayor de termopares aumenta la sensibilidad en la medición de temperaturas, aunque no se recomienda usar más de 10. Los termopares escogidos fueron el modelo *TT-T-30-SLE* los cuales son termopares tipo T del fabricante *Omega*. En la Tabla 2.1 se hace una comparación del rango de temperatura y error de los distintos tipos de termopares. En esta Tabla se puede observar que los termopares tipo T son los que

presentan una menor incertidumbre en la medición de la temperatura, y fue el motivo por el cual se instrumentaron en el dispositivo experimental.



Figura 2.3: Termopar tipo T compuesto de cobre (azul) y constantán (rojo). Los cuales tienen polaridad azul-positivo y rojo- negativo

Tabla 2.1: Rango de temperaturas de los termopares más comunes. *Omega* [14]

Type	Temperature Range [°C]	Standard Limits of Error	Special Limits of Error
J	0 a 750	Greater of 2.2° C or 0.75 %	Greater of 1.1° C or 0.4 %
K	−200 a 1250	Greater of 2.2° C or 0.75 %	Greater of 1.1° C or 0.4 %
E	−200 a 900	Greater of 1.7° C or 0.5 %	Greater of 1° C or 0.4 %
T	−250 a 350	Greater of 1° C or 0.75 %	Greater of 0.5° C or 0.4 %

Como una forma de validar la idea de diseño que se proponía, se indagó acerca del diseño de dispositivos que emplean el método de placa caliente para obtener las propiedades térmicas de los materiales. Una de estas investigaciones se encontró en el trabajo desarrollado por Yang et al. [15] entre los aspectos más importantes que se pueden destacar de la investigación es que primeramente se usa la misma norma (*ASTM C177–13*) para el diseño del dispositivo. Las dimensiones reportadas de su muestra son 300 mm x 300 mm y el espesor máximo que reportan es de 100

mm , lo que dio más evidencia de cuáles deben ser las características del espécimen del cual se pensaba utilizar. El número de sensores utilizados fue de 16 en donde se destacó una mayor utilización de sensores para la cara caliente en comparación con la cara fría.

Uno de los aspectos importantes que sobresalió de esta investigación es la adición de diferentes elementos para obtener mejores resultados en la medición de las propiedades térmicas, en relación a esto se distinguió una cámara hermética al vacío, un sistema hidráulico para ajustar los especímenes al dispositivo y reducir la resistencia térmica entre materiales, protección contra radiación y su método de refrigeración es a través de circulación de agua fría. Con todos los aditamentos anteriores reportan perdidas a través de las paredes menores al 0.1 %, con lo que se puede notar la importancia de tener estos dispositivos y su posible inclusión en futuros desarrollos del dispositivo.

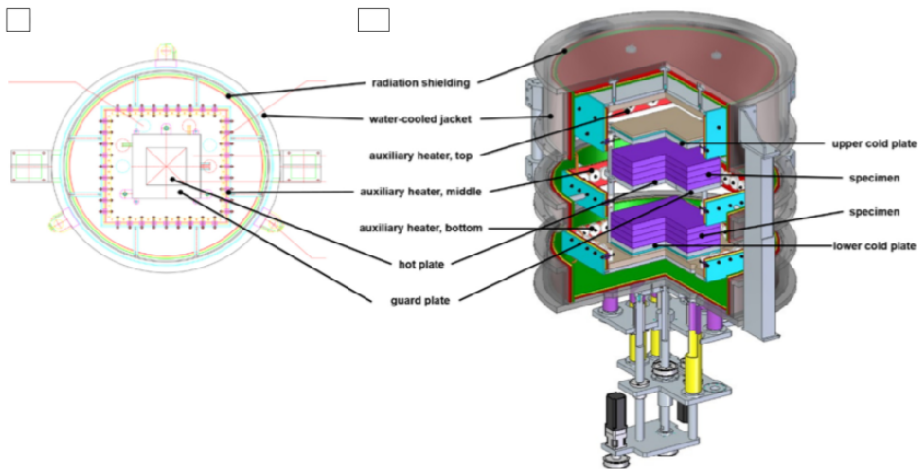


Figura 2.4: Esquema de la distribución de componentes mecánicos del dispositivo de placa caliente para medir la conductividad térmica Yang et al. [15]

Reddy et al. [16], desarrollo un dispositivo similar al anterior sin embargo la diferencia esta en el sistema de control que se desarrolló para controlar la temperatura de la placa caliente y el sistema de refrigeración ya que fue a través del monitoreo de las temperaturas en los ejemplares.

El control fue del tipo PID y tanto para la placa caliente como para el sistema de refrigeración se monitorearon las temperaturas, las cuales servirían como retroalimentación para el sistema de control, para que una vez alcanzada cierta temperatura esta no tuviera gradientes mayores a 0.5 K . Además, el sistema de control también podía modificar el voltaje otorgado a la placa caliente para mantener constante la temperatura deseada.

Las pérdidas reportadas en esta investigación fueron mayores que en la anterior sin embargo son poco significativas ya que alcanzaron 3% y si se consideran en el cálculo de las propiedades térmicas se pueden obtener buenos resultados. Por lo anterior parece ser una opción viable aplicable en el proyecto que se desarrolla.

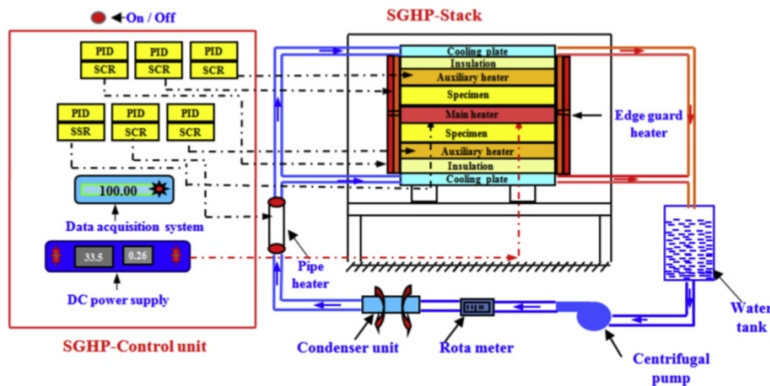


Figura 2.5: Esquema de dispositivo y la aplicación de un sistema de control en este. Reddy, K. et al. [16]

2.2. Descripción del dispositivo experimental

El software utilizado para hacer las iteraciones del diseño del dispositivo fue *Tinkercad*, el cual es un software desarrollado por Autodesk y es una colección de herramientas para el diseño 3D, además es de libre acceso y se puede obtener el código para imprimir los diseños en una impresora 3D o en láser. Este software fue escogido por su uso intuitivo,

además de que al encontrarse en línea el espacio ocupado en la computadora es nulo y las representaciones obtenidas son muy ilustrativas y fiables con lo que se piensa diseñar.

Como se mencionó en el apartado anterior, el diseño del modelo depende del tamaño de la muestra que se piensa estudiar. Tomando esto en cuenta, el dispositivo está pensado para obtener la medición de las propiedades térmicas de los materiales con el menor gasto de material posible y considerando una cantidad mínima de material al que se van a realizar las pruebas. Debido a lo anterior el ejemplar tuvo dimensiones de $105\text{ mm} \times 105\text{ mm}$ y un área de medición de $100\text{ mm} \times 100\text{ mm}$, en color rojo en la **Fig.2.6**, además el espesor máximo de los materiales puede ser de hasta 30 mm .

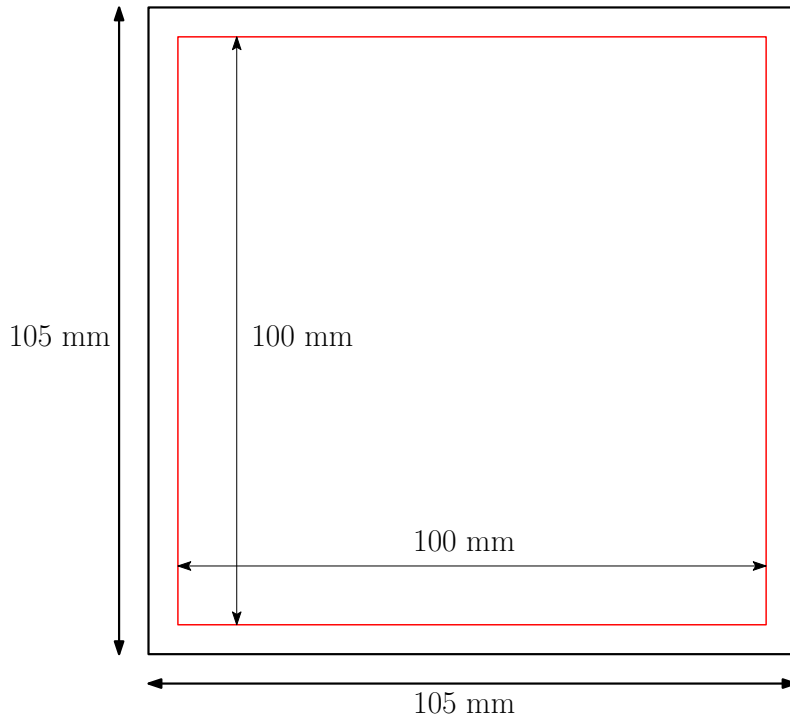


Figura 2.6: Esquema de dimensiones del espécimen

El arreglo que se usó para el diseño del dispositivo fue un arreglo de tipo sándwich en el que una resistencia calefactora suministra calor a los

especímenes. Después a cada cara de la resistencia se le coloca una placa de cobre de espesor de 3 mm , debido a su alta conductividad térmica sirve para homogeneizar la temperatura suministrada por la resistencia, reduciendo los gradientes de temperatura en una misma cara haciéndolos mínimos o nulos. Se acomodó una muestra a cada lado de forma simétrica. Finalmente, a cada lado se colocan nuevamente dos placas de cobre para homogeneizar la temperatura en la cara fría. El espesor de todo el arreglo podría tener una longitud máxima de 75 mm . El arreglo se puede observar en la **Fig.2.7**.

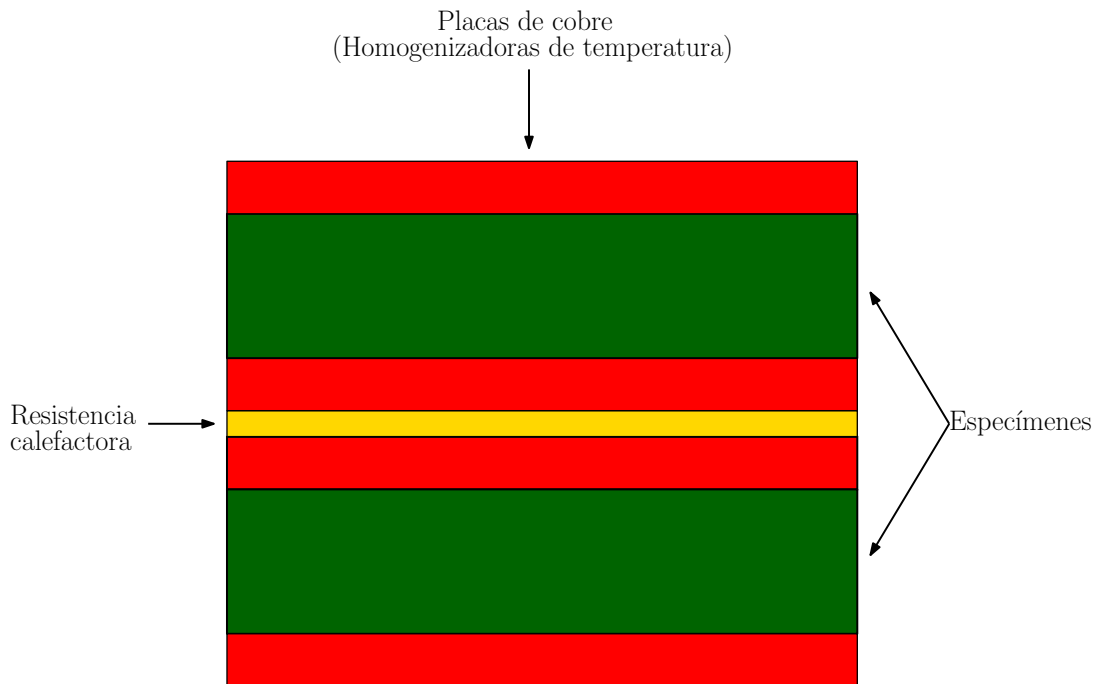


Figura 2.7: Esquema de arreglo experimental considerado para el dispositivo

2.3. Diseño del dispositivo

Se trabajó con un diseño inspirado en una cavidad hueca rectangular, en la cual se podría acomodar el arreglo de *sándwich* a su vez los huecos servirían para ser el medio por el cual se pudiera refrigerar el espécimen,

ya que se hizo a través de ventiladores. A mismo tiempo la estructura fue idealizada para que fuera portable por lo que sus dimensiones no sobrepasan los 30 *cm* de longitud por lado y también es desarmable pensando en las diferentes probetas que se pueden estudiar. Por otra parte, se diseñaron piezas las cuales se colocaron en las esquinas de la cavidad, teniendo un total de 8, cuyo objetivo es guiar y sostener a los tornillos que ajustan el arreglo en relación al grosor de la muestra que se estudiará a la par de reducir la resistencia térmica entre los materiales, las piezas antes mencionadas se pueden observar en color lila en la **Fig.2.8**. También se pensó desde este momento en la instrumentación del dispositivo por lo que se dibujaron orificios en sus caras laterales por los que se introducirán los termopares como se observa en la **Fig.2.9**. Se tomó en cuenta la colocación de los ventiladores por lo que en el diseño se incluyeron un par de orificios en la carcasa exterior, donde se colocarán piezas de separación para los ventiladores. Además, se contempla un espacio para el aislante que se colocara alrededor de la resistencia, los especímenes y las placas de cobre, lo cual se ilustra en la **Fig.2.10** y **Fig.2.11**.

Por último, la disposición del dispositivo se pensó que fuera vertical, como se ilustra en la **Fig.2.11**, ya que de acuerdo con el sistema de refrigeración propuesto una disposición horizontal provocaría un diseño más elaborado. De esta forma las dimensiones finales del artefacto son: 250 *mm* de largo, 250 *mm* de ancho y 76 *mm* de altura.

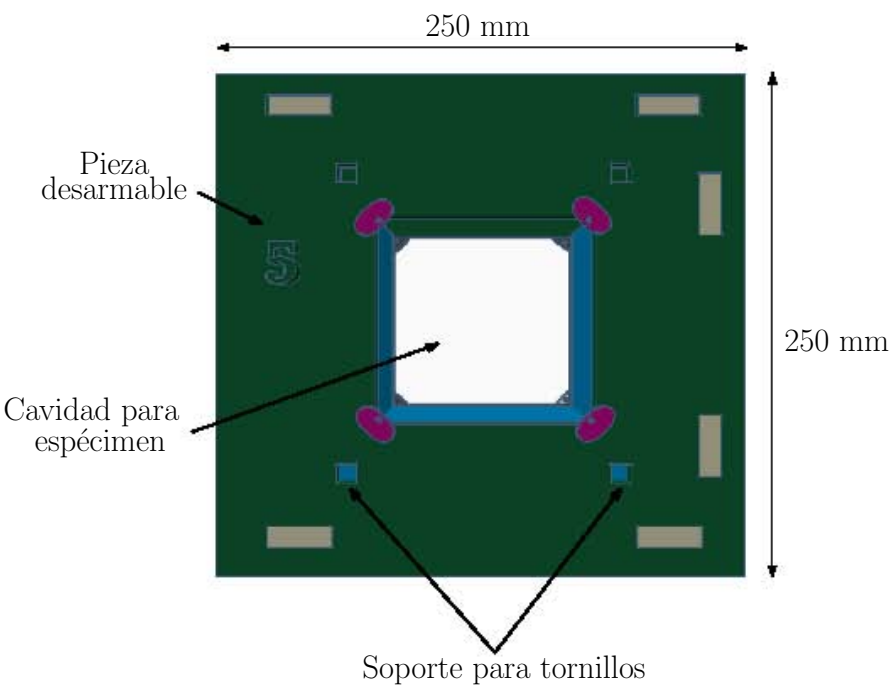


Figura 2.8: Vista frontal

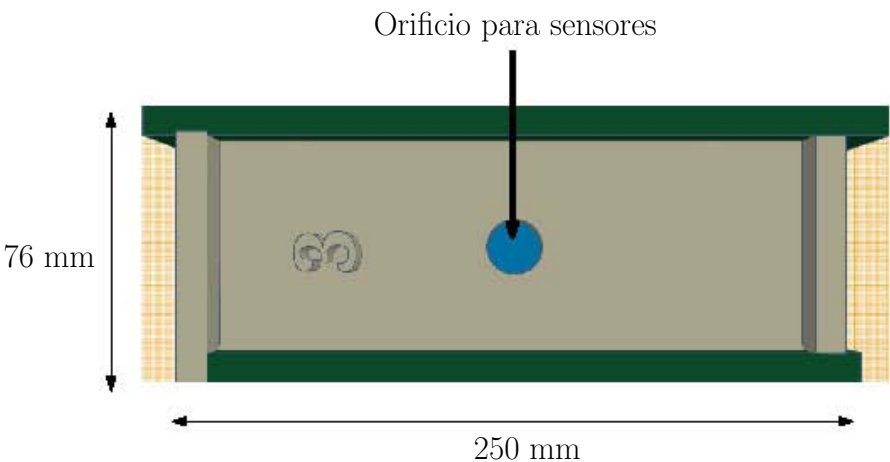


Figura 2.9: Vista lateral

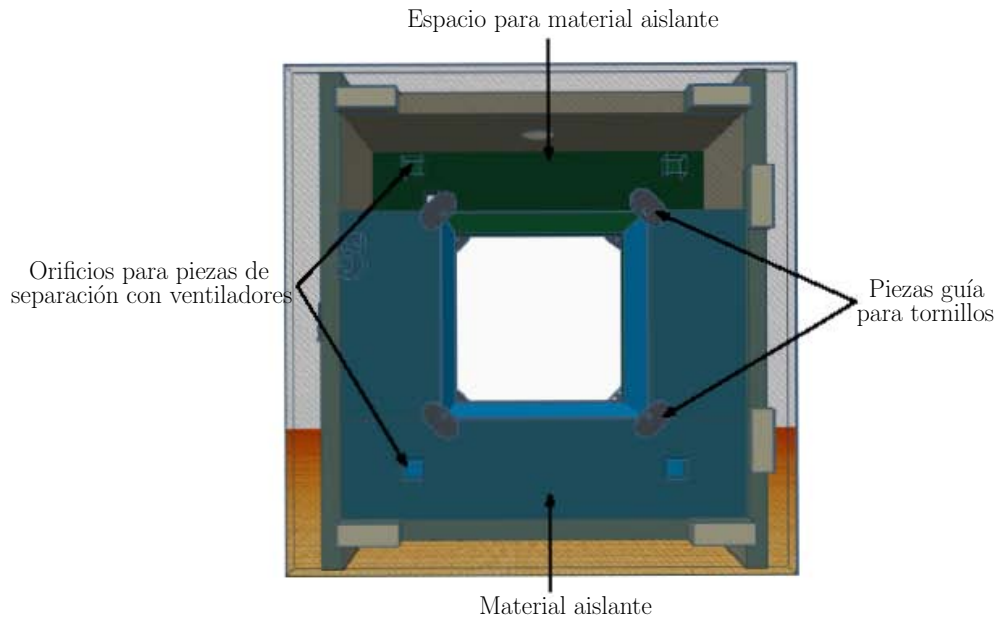


Figura 2.10: Vista del dispositivo sin la tapa desarmable

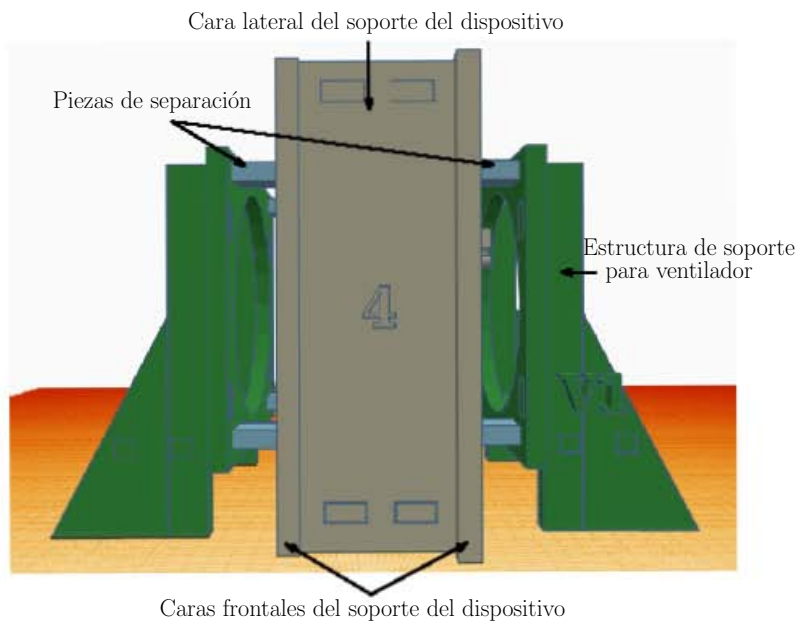


Figura 2.11: Modelado 3D del dispositivo con todos sus componentes

2.4. Materiales y su manufactura

Una vez concluido la etapa de diseño se pasó a identificar los materiales disponibles para la manufactura del dispositivo. Estos materiales se podrían clasificar en, aquellos que tienen que ver con la estructura del dispositivo, los que están involucrados con el arreglo de sándwich y los aditamentos adicionales para el funcionamiento del dispositivo.

- Los materiales utilizados para la estructura del dispositivo fueron:
 - Placa plana acrílico de 10 *mm* de espesor
- Para el arreglo de sándwich:
 - Placa de cobre de 3 *mm* de espesor
 - Mica aislante eléctrica
 - Nicromel de 4 Ω por metro
 - Pasta térmica de alta conductividad *Omega OB-200-16*
- Aditamentos adicionales:
 - Ventiladores
 - Material aislante (Poliestireno extruido)
 - Tornillos de $\frac{1}{4}$ de pulgada y 2 pulgadas de longitud

La distribución de los materiales en el dispositivo se puede ver en el siguiente esquema:

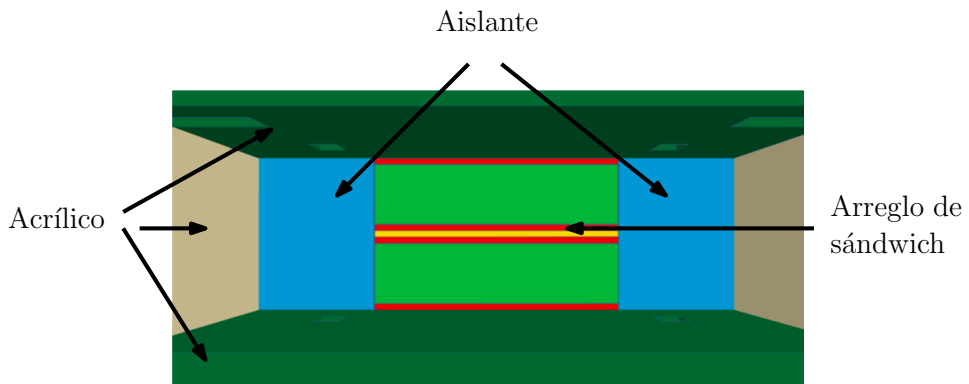


Figura 2.12: Distribución de los materiales en el dispositivo

Lo primero que se manufacturó fue la estructura del dispositivo y el material utilizado fue acrílico de 10 *mm*, las piezas fueron manufacturadas en una cortadora láser para obtener cortes precisos. Para esto fue necesario hacer planos en 2D de la trayectoria que tendría que seguir el láser para obtener la figura. El software utilizado para este propósito fue *AutoCAD*. Uno de los planos realizados con este programa se muestra en la **Fig.2.13**. Cabe señalar que se tuvieron que ajustar las dimensiones de las piezas en 0.1 *mm*, esto se debe a que la cortadora láser "quema" 0.1 *mm* del material que corresponden al diámetro del láser. También se hizo un ajuste en los orificios de cada pieza del dispositivo, este ajuste fue de 0.01 *mm*, con el objetivo de obtener una unión mecánica de las piezas sin tener que depender de un adhesivo o tornillería para el ensamble de las piezas. Se puede resaltar que la cara frontal y lateral que se muestran en la **Fig.2.14** son las únicas piezas desprendibles del dispositivo. Otras piezas que también requirieron planos para su manufactura con láser fueron las bases de los ventiladores, las piezas que separaran los ventiladores del dispositivo y los soportes para los tornillos que ejercerán presión sobre el arreglo. Estas piezas se pueden observar junto a todo el dispositivo en la **Fig.2.23** la cual se muestra un poco más adelante de esta sección.



Figura 2.13: Plano frontal del dispositivo realizado con *AutoCAD*

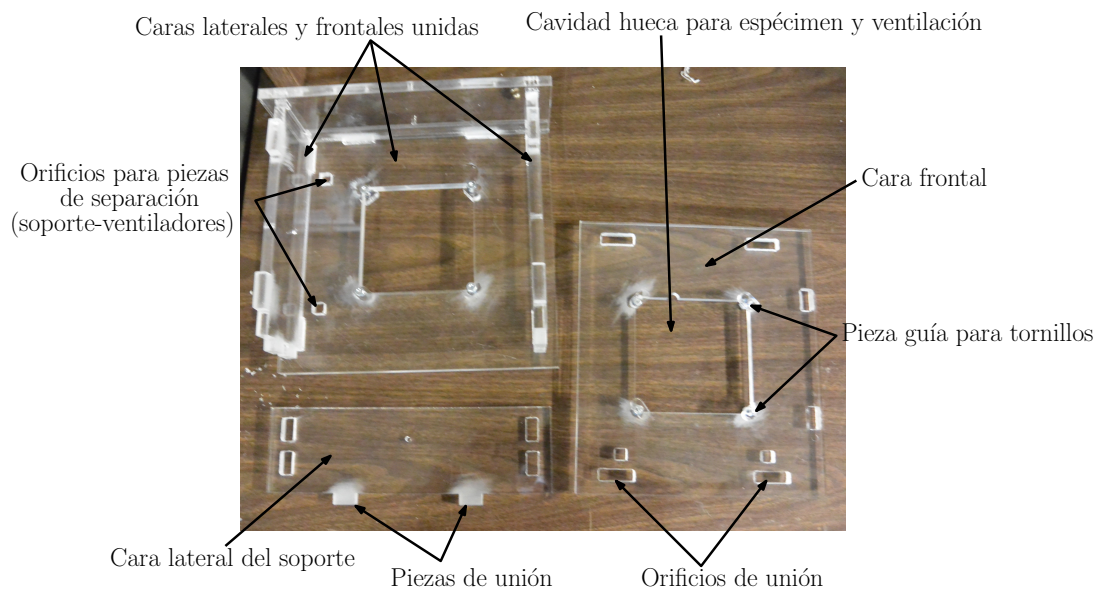


Figura 2.14: Piezas obtenidas con el corte láser

Las placas de cobre fueron el siguiente paso en el proceso de manufactura, y el único objetivo era obtener placas planas cuadradas de 105 mm por 105 mm . Sin embargo, el desarrollo de manufactura detrás de una tarea que parecía simple conllevó en realidad una complejidad interesante. El material en bruto con el que se contaba para empezar a trabajar era una placa de cobre de 900 mm por 300 mm el primer corte que se obtuvo de estas piezas fue con una segueta, a las piezas se les dejó una tolerancia de 2 mm por cada lado para un posterior perfeccionamiento. De esta forma a las placas obtenidas se les comenzó a rebajar material de sus lados con una lima plana, una vez cerca de las dimensiones preestablecidas se usó un *Mototool* y una lija fina para obtener un acabado recto y liso en cada lado de la placa de cobre el resultado se puede observar en la **Fig.2.15**. El último paso fue quitarle los sobrantes de material que pudieran haber quedado después de todos los procesos. Además para la colocación de los termopares se manufacturaron ranuras con una profundidad de 0.8 mm , con el objetivo de que los termopares tuvieran una nula interferencia entre los elementos del arreglo de sandwich, estas ranuras se muestran en la **Fig.2.25** más adelante en esta sección.

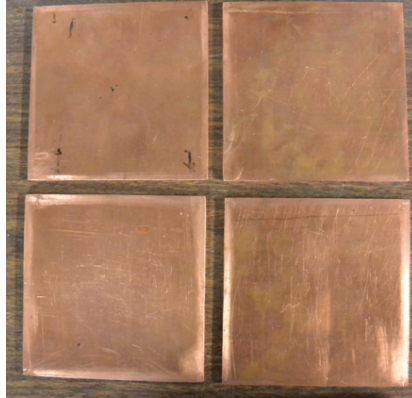


Figura 2.15: Placas finales obtenidas después del proceso de corte en la placa de cobre

Para el diseño y manufactura de la resistencia calefactora el primer paso fue realizar un análisis de nuestro sistema para obtener una estimación de la cantidad de energía que se deberá suministrar y en base a ello los materiales a utilizar.

El sistema que se analizó para este fin es el que involucra al arreglo de sándwich. Este se puede analizar como un flujo de energía unidimensional y perpendicular a las superficies de las paredes que lo conforman, se presenta en la **Fig.2.16**. La **Fig.2.17** muestra el arreglo de resistencias térmicas.

Como se ha mencionado anteriormente las placas de cobre servirán para homogeneizar la temperatura de modo que para el análisis se considera que estas tendrán la misma temperatura de la resistencia (temperatura caliente) y la temperatura ambiente (temperatura fría). De este modo el análisis se puede reducir a la resistencia y los especímenes donde la diferencia de temperaturas entre las caras caliente y fría permite el flujo de energía a través de las muestras. El esquema simplificado se observa en la **Fig.2.16**.

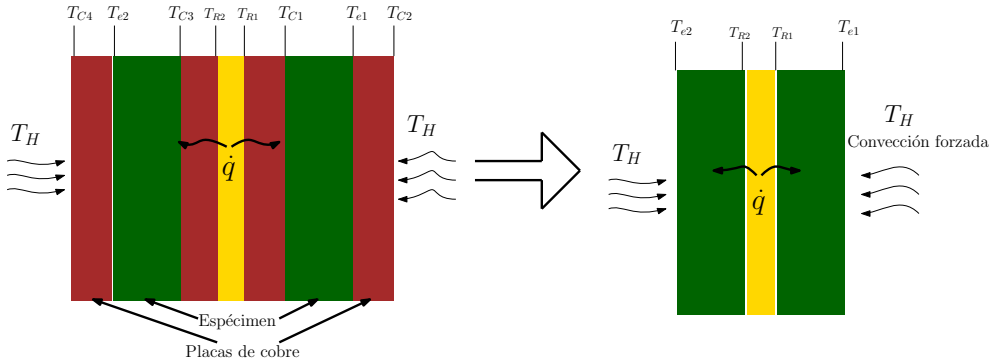


Figura 2.16: Esquema de sistema analizado para el diseño y manufactura de la resistencia calefactora. Izquierda: arreglo experimental, derecha: simplificación del arreglo para el calculo de la potencia eléctrica

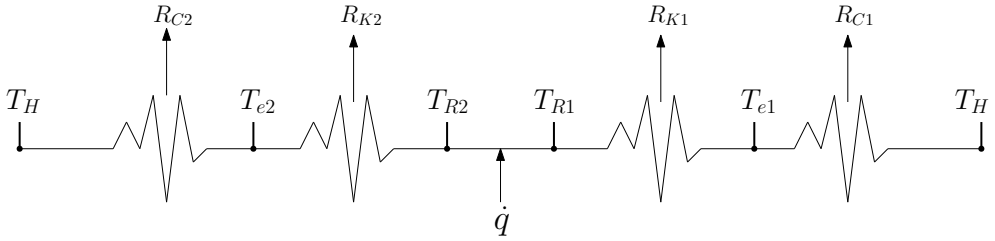


Figura 2.17: Símil del sistema analizado como resistencias eléctricas

Al ser un arreglo simétrico es suficiente con analizar uno de los lados por el que fluye el calor ($\dot{q}$). Las consideraciones que se tomaron en cuenta para el análisis es que hay convección forzada en la cara fría, la velocidad del aire debido al ventilador es de $v = 7.5 \frac{m}{s}$, que es la velocidad máxima que se midió en varias pruebas utilizando un anemómetro de hilo caliente. La temperatura ambiente del laboratorio se considero de $T_H = 20^\circ C$, con este dato se obtuvieron las propiedades termofísicas del aire, usando la Tabla A.4 de Incropera [1], obteniendo el numero de Prandtl igual a 0.7088, una viscosidad cinemática (ν) de $15.28 \times 10^{-6} m^2/s$ y la conductividad térmica de $25.76 \times 10^{-3} W/m \cdot K$. Con estos datos se obtuvo el número de Reynolds calculado con la longitud de uno de los lados de la placa obteniendo, $Re = 51536.61$, se encuentra en el regimen laminar. Por lo anterior, se utiliza la siguiente correlación para calcular el numero de Nusselt

$$Nu = 0.664Re^{1/2}Pr^{1/3} \quad (2.1)$$

Obteniendo un valor de $Nu = 134.34$. El coeficiente convectivo estimado es de $h = 32.96 \frac{W}{m^2 K}$.

Se supuso una conductividad para el espécimen de $20 \frac{W}{m K}$ la cual es un valor promedio entre los posibles muestras que se pretende estudiar. El espesor de la probeta se toma como si fuera el máximo, es decir, $L=30 mm$ y su área se forma con las dimensiones anteriormente establecidas, las cuales fueron: $105 mm$ por $105 mm$. El último dato necesario para el análisis fue que la diferencia de temperaturas entre la cara fría y la cara caliente tendría que ser de $5^\circ C$ ($\Delta T = 5^\circ C$). Ya que este sería la diferencia de temperaturas que se buscaría obtener en la experimentación.

La ecuación planteada para el flujo de calor fue:

$$\dot{q} = \frac{T_R - T_e}{R_k} = \frac{T_e - T_H}{R_c} = \frac{T_R - T_H}{R_{Tot}} \quad (2.2)$$

Donde $T_e = T_R - 5$

Sustituyendo T_e en la ecuación **2.2**

$$\frac{T_R - [T_R - 5]}{R_k} = \frac{[T_R - 5] - T_H}{R_C} \quad (2.3)$$

$$\frac{5}{R_k} = \frac{T_R - [5 + T_H]}{R_C} \quad (2.4)$$

Despejando T_R de la ecuación **2.4**

$$T_R = \frac{5 R_C}{R_k} + [T_H + 5] \quad (2.5)$$

Ahora se calcula R_k (Resistencia debido al espesor del espécimen) y R_C (Resistencia debido a la convección)

$$R_k = \frac{L}{kA} = \frac{0.03 (m)}{20 (\frac{W}{mK}) 0.105^2 (m^2)} \quad (2.6)$$

$$R_C = \frac{1}{hA} = \frac{1}{32.96 (\frac{W}{m^2K}) 0.105^2 (m^2)} \quad (2.7)$$

Sustituyendo los valores de las resistencias térmicas y la temperatura ambiente en la ecuación **2.5**

$$T_R = 121.14^\circ\text{C}$$

Una vez obtenida la temperatura de la resistencia se puede sustituir en la ecuación para obtener el flujo de calor de la forma:

$$\dot{q} = \frac{T_R - T_H}{R_{Tot}} = \frac{(121.14 - 15)^\circ\text{C}}{2.88 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}} = 36.75 \text{ W} \quad (2.8)$$

La cual es la potencia que la resistencia tendría que aplicar hacia una dirección, por lo que para saber la potencia total se multiplica el resultado por dos. Obteniendo una potencia total de 73.5 W . Con este resultado se procedió a calcular la corriente máxima que necesitaría el dispositivo. Para realizar este cálculo se tomó en cuenta las limitaciones de la fuente de poder, las cuales fueron 36 V para el voltaje y 10 A para la corriente. Se propuso un valor de resistencia de 1.5Ω y se procedió al calculo de la corriente máxima con la relación que existe en la resistencia eléctrica y la corriente: $P = R I^2$.

Despejando la corriente

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{73.5}{1.5}} = 7 \text{ A} \quad (2.9)$$

El valor de la corriente obtenido garantizaba no forzar la fuente de poder a su límite ni con la corriente ni tampoco con el voltaje.

Una vez obtenida la potencia necesaria para alcanzar la temperatura deseada se paso a su manufactura. La resistencia se formo por capas en las que se utilizaron 3 micas de aislante eléctrico, en la mica de en medio se enrolló la cinta de nicromel, y con las otras dos micas se cubrieron cada una de las caras y se mantuvieron unidas con la pasta térmica *OB-200-16* de *Omega*, un epoxi adhesivo cuya función es incrementar la conducción de calor en superficies que pueden ser irregulares ademas de unirlos permanentemente y cuya conductividad térmica es de aproximadamente $1384 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$.

El primer paso para la manufactura de la resistencia calefactora fue cortar las micas aisladoras eléctricas al tamaño requerido para nuestro dispositivo, por lo que estas micas se cortaron con dimensiones de 105 mm por 105 mm además la mica que ira en medio se corto con dimensiones menores para garantizar que una vez formado el arreglo la resistencia de nicromel no sobresalga. De este modo la placa de en medio se corto con dimensiones de 103 mm por 103 mm . El siguiente paso consistió en fijar la resistencia de nicromel a la mica, esto se hizo limpiando perfectamente la placa y para fijar el nicromel se utilizo adhesivo instantáneo marca *Kola Loka*, el nicromel se enrolló cuidadosamente alrededor de la placa de mica dejando un espacio entre cada vuelta de 3 mm , en nuestra placa alcanzo a dar 14 vueltas usando una cantidad cercana a los 3 m de nicromel. El valor de la resistencia fue de $8.5\ \Omega$.

Una vez fijado el nicromel se preparo la pasta térmica. Para prepararla es necesario mezclarla con un catalizador el cual reacciona con la pasta y la hace endurecer una vez pasado el periodo de secado. Las porciones para preparar la pasta fueron: por cada 100 g de pasta se utilizan 10 g de catalizador. Estas sustancias se mezclaron perfectamente hasta alcanzar una consistencia parecida a la pasta de dientes. La pasta se aplico uniformemente cuidando que en todas las zonas de la placa hubiera la misma cantidad de material, se colocaron las otras dos placas construidas, y se aplico un poco de presión la cual se mantuvo hasta que la pasta se seco. La pasta empieza a secar después de 24 horas a una temperatura promedio de 21° C . Lo anterior antes mencionado se ilustra en la **Fig.2.18**.

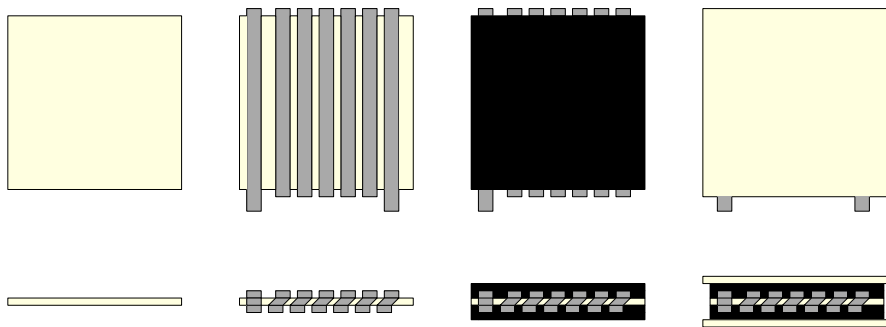


Figura 2.18: Pasos en la construcción de resistencia

Para comprobar que la resistencia construida era adecuada para el

dispositivo se tomaron termografías de la placa, las cuales sirvieron para comprobar la homogeneidad de la temperatura a diferentes potencias. Las condiciones bajo las cuales se realizaron estas pruebas fueron: $T_{amb} = 17.2^\circ \text{C}$, humedad relativa = 58 %, se colocó a sus alrededores materiales aislantes para reducir el efecto de borde, por último, se le suministró 9 V y 1 A a la resistencia. Lo primero que se comprobó fue que la resistencia pudiera alcanzar la temperatura obtenida en el análisis. La termografía de la **Fig.2.19** muestra los resultados obtenidos. Aun colocando material aislante a los alrededores se puede notar el efecto de borde.

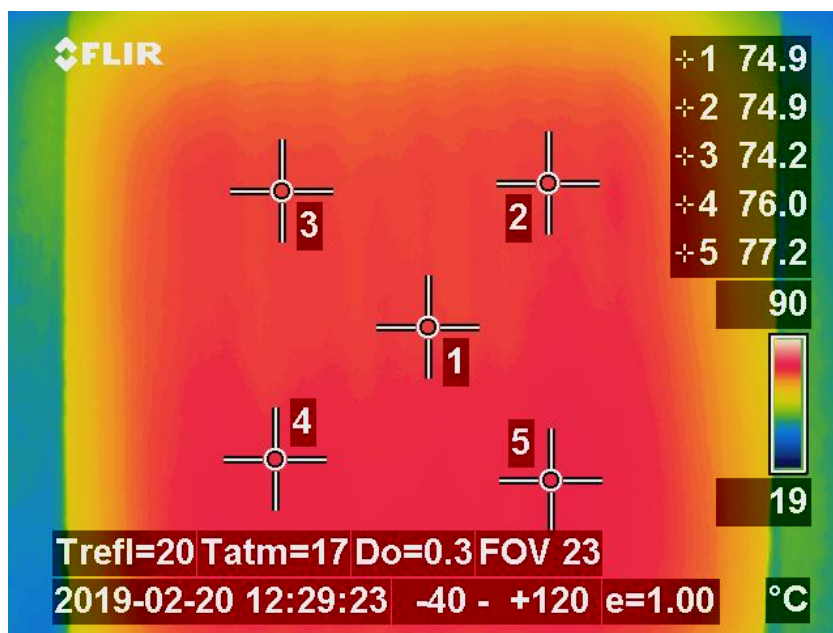


Figura 2.19: Análisis con cámara termográfica en la resistencia calefactora

Por la parte de los aditamentos adicionales se puede mencionar que lo único que se manufacturó fueron las paredes aislantes las cuales se cortaron con un instrumento con filo con las medidas de: 205 x 75 x 50.8 mm y de 105 x 75 x 50.8 mm. Este material es Poliestireno extruido adquirido por el fabricante *eko-therm* es del tipo IV y las características de acuerdo con el fabricante son: $\rho = 23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $k = 0.0288 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$ y un espesor de 5.08 cm. Para ver más características de este material ver Apéndice A. Los dos tipos de paredes que se diseñaron se muestran en la **Fig.2.20**.



Figura 2.20: Tipos aislantes manufacturados y su lugar en el dispositivo

Respecto a los dos aditamentos restantes se puede decir que son accesorios que se adquirieron de acuerdo con las dimensiones del modelo y su localización en el dispositivo es de vital importancia. Por un lado, los ventiladores deben de estar alineados con la cavidad en donde se localizará el arreglo para que la refrigeración se de forma homogénea. Además, los tornillos se localizan lo más cercano a las esquinas para tener poca interferencia con el flujo de aire de los ventiladores. Debido a esto se colocaron tuercas alineadas con el aditamento de soporte y guían del tornillo para proveer la fuerza al tornillo y este pueda ejercer presión sobre el arreglo, el cual cuya área de contacto con la placa de cobre es muy pequeña para evitar en la medida de lo posible la transferencia de calor hacia los tornillos. En la **Fig.2.21** se observa la colocación de las tuercas y su alineación con la pieza de guía del tornillo.

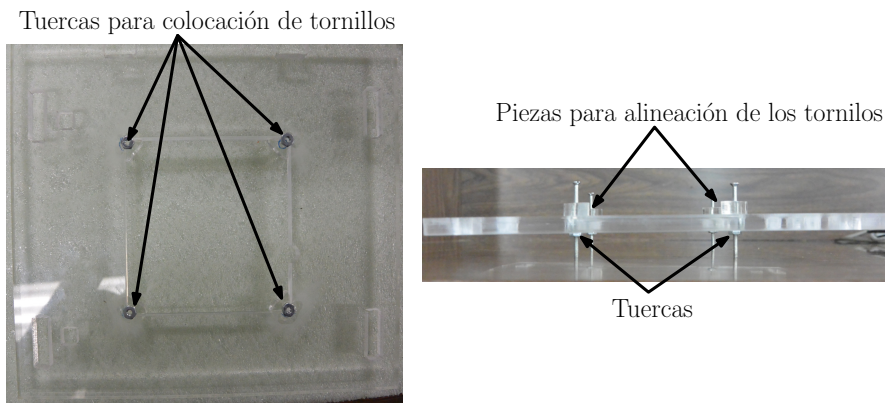


Figura 2.21: Colocación de las tuercas para soporte de los tornillos

Por último el ventilador escogido es el modelo *OA109LFG111T* de

OrionFans, una de las características que se buscaba era que la energía necesaria para su funcionamiento proviniera de corriente alterna, es decir, que se pudiera conectar a un enchufe de 120 V . El esquema y las dimensiones del ventilador se pueden observar en la **Fig.2.22**. Por otra parte también se buscó que las revoluciones por minuto fueran consideradas lo suficientemente altas para proveer de un caudal de aire suficiente para la refrigeración del arreglo. Por lo que las características reportadas de este dispositivo son: funciona con un voltaje de 115 V, funciona a 3100 RPM y su caudal es de $0.05 \frac{m^3}{s}$, y una velocidad promedio de $5.07 \frac{m}{s}$.

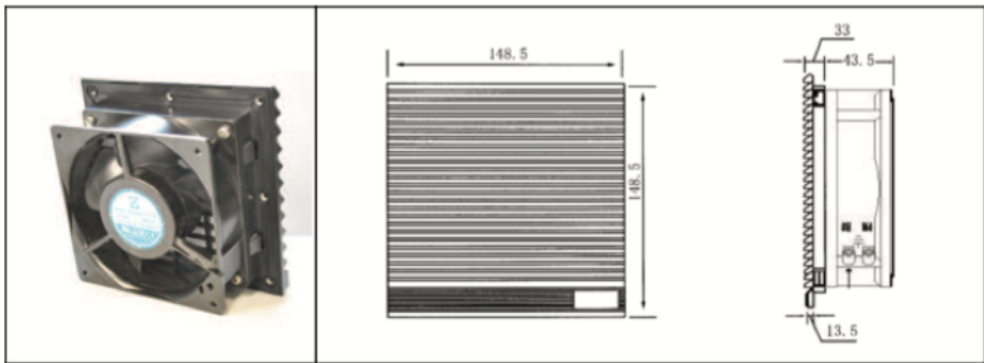


Figura 2.22: Ventilador utilizado en el dispositivo. Orion Fans [17].

El dispositivo con todas sus partes ensambladas incluyendo el arreglo de sándwich se muestra en la figura **Fig.2.23**, además el dispositivo instrumentado lo podemos observar en la **Fig.2.24**.

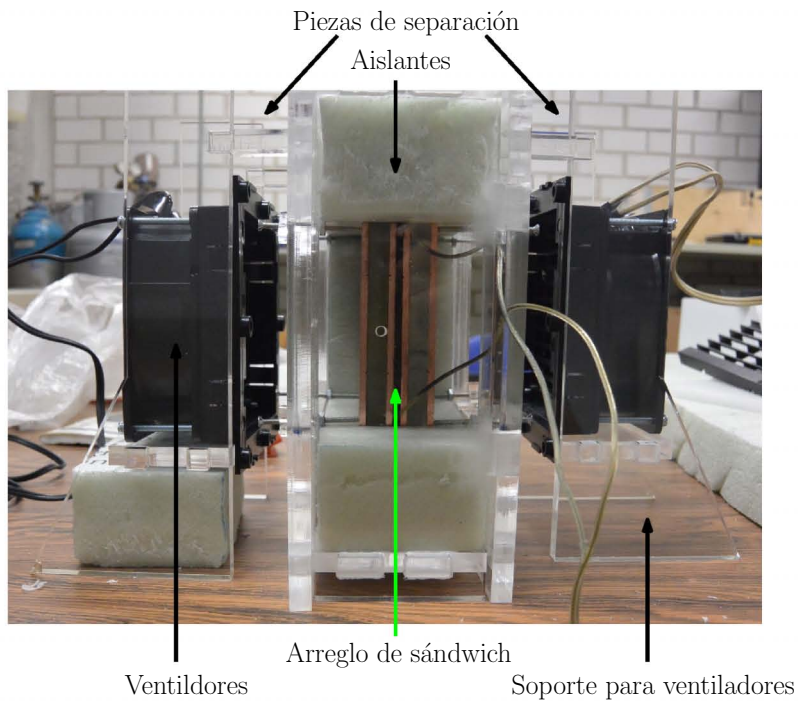


Figura 2.23: Vista lateral del dispositivo

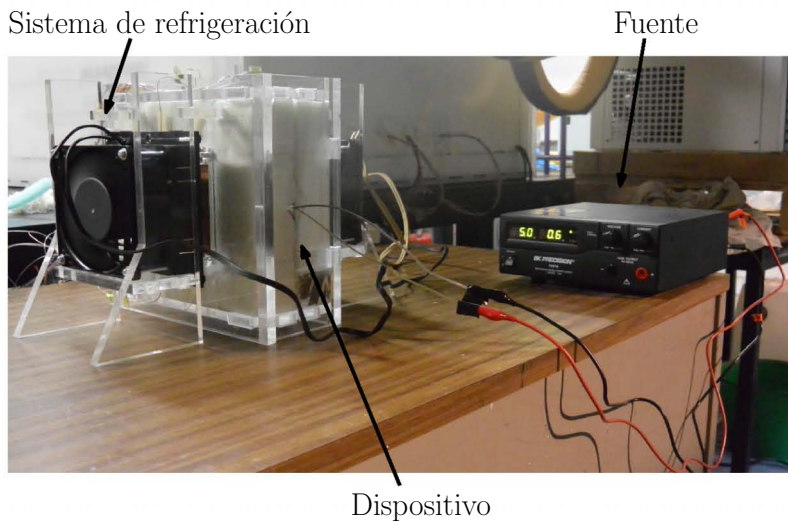


Figura 2.24: Vista general de la disposición del dispositivo con todos sus componentes

2.5. Termopares

La medición de la temperatura es de vital importancia para el experimento ya que es un indicador del flujo de energía y de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica el flujo de energía va de una zona de mayor temperatura a la zona de menor temperatura.

La unidad utilizada para medir la temperatura en el experimento son los grados Celsius. Cabe destacar que toda medida de la temperatura se hace de manera indirecta, es decir, se hace una cuantificación a través de dispositivos externos los cuales tienen una respuesta al estar en contacto con un cuerpo a diferente temperatura. Algunas de las formas de medir la temperatura son a través de efectos mecánicos, como en los termómetros en donde el líquido al interior del termómetro tiene un cambio en su volumen en relación con la temperatura con la que este en contacto. Otra forma es a través de efectos eléctricos, como en los termistores, el cual es un semiconductor cuya resistencia varía en relación con la temperatura.

En el experimento, la medición de temperatura se realizó con termopares tipo T, Cobre-Constantán, los cuales tienen un rango de medición de -184°C hasta los 260°C ; la información técnica se incluye en el Apéndice **B**. Como se menciona en la sección 2.1 éstos termopares presentan una menor incertidumbre en la medición de temperatura que fue el principal motivo de su selección.

De acuerdo con la norma *ASTM C177-13* la colocación de los sensores debe de ser un cuarto de la distancia lineal del área medida, por lo que los termopares se colocaron a 27.5 mm desde la esquina tanto hacia un lado como hacia abajo. Para colocar los termopares sin que interfieran con el arreglo de *sándwich*, lo que se hizo fue manufacturar ranuras en donde se pudieran colocar los termopares. La ranura se hizo con un diámetro de 0.8 mm y una profundidad de 0.8 mm , como se muestra en la **Fig.2.25**.

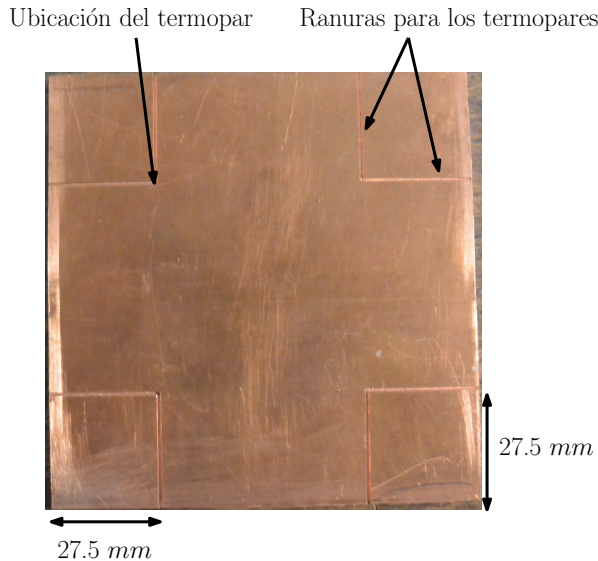


Figura 2.25: Esquema de ubicación de termopares

Cabe mencionar que se determinó la constante de tiempo de los termopares, el resultado obtenido fue de $\tau = 5.3 \text{ s}$ medido en aire estático de 0° C a 23° C . Este valor nos indica que la reacción al medir la temperatura de los termopares escogidos es muy rápida y al tener un experimento cuya duración es mucho mayor que la constante de tiempo los termopares pueden sentir de forma efectiva los cambios de temperatura en el experimento.

2.6. Hardware y Software

La instrumentación del experimento consistió en distintas etapas: calibración de los termopares, diseño de programa para recolección de datos, programa para control a distancia y la instrumentación para el control a distancia.

Para la calibración de los termopares se tomó en cuenta el número de termopares que se ocuparían, en el experimento fueron un total de 24, 16 para los especímenes y 8 para la cuantificación de las pérdidas por los bordes. La calibración se realizó a través del software de *LabVIEW*15 y consistió en tener una temperatura de referencia independiente para

compararla con los termopares, el software por si solo hacia la corrección en las diferencias que había entre los termopares de acuerdo con las temperaturas de referencia introducidas, utilizando 5 temperaturas de referencia en la cual la primera correspondió a una mezcla de agua con hielo a 0° C y la última a la temperatura máxima que los termopares podrían medir, en las pruebas se considera una temperatura máxima de 70° C. Las otras temperaturas de referencia son: 21° C (temperatura ambiente en el laboratorio, 40° C y 60° C).

Una vez calibrados los termopares se pasó a colocarlos en las placas de cobre. Posteriormente se procedió a fijar los termopares lo cual se hizo con silicon transparente y que requería de un día de reposo para obtener la máxima fijación posible. En las puntas de los termopares se colocó un elastómero para mantener el contacto entre el termopar y el espécimen. Este material no interfirió con el arreglo de sándwich ya que era comprimible. Por último, a cada termopar se le colocó en su punta pasta de alta conductividad *OT-201* de *Omega*, cuya conductividad termica es aproximadamente $2306 \frac{W}{m \cdot K}$, para reducir la resistencia térmica entre los materiales y obtener lecturas confiables en los termopares. Para su colocación en el dispositivo hay que proceder de manera cuidadosa y colocar de manera individual cada elemento para formar el arreglo de sándwich, si se hace de manera descuidada los termopares se pueden desprender o cambiar su posición e interferir en el arreglo. Finalmente se colocan dos termopares por cada borde del espécimen para medir la diferencia de temperatura en el material aislante y cuantificar las pérdidas.

Los termopares se conectan a la tarjeta de adquisición de datos *NITB-4353*, instrumentada específicamente para la adquisición de temperatura. En la **Fig.2.26** se pueden observar los elementos necesarios para la instrumentación de los termopares. a) Fijación de los termopares a la placa de cobre colocándolo en la ranura con silicon transparente b) colocación de pasta térmica de alta conductividad c) elastómero colocado para garantizar el contacto termopar-espécimen d) conexión de los termopares en la tarjeta de adquisición de datos.

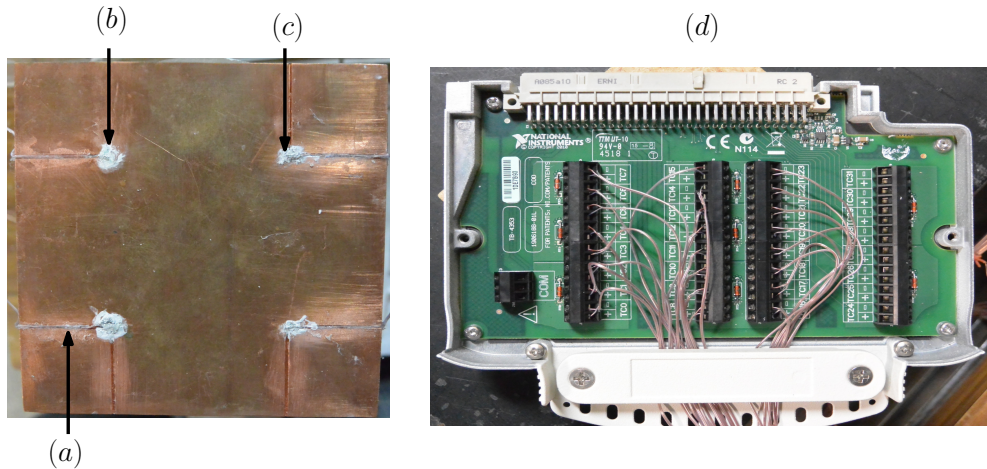


Figura 2.26: Instrumentación de los termopares en la placa de cobre y su conexión a la tarjeta de adquisición de datos

El último paso que se realizó fue el diseño de un programa con el cual se pudiera recolectar los datos de cada experimento para su posterior análisis y obtener las propiedades térmicas de interés y se pudiera controlar el experimento a distancia. Este se hizo con el software LabVIEW 15, el cual es un software de ingeniería de sistemas que requieren pruebas, medidas y control de acceso rápido a hardware e información de datos. Es un software bastante amigable ya que la programación es gráfica. Lo que se hizo con este software fue el monitoreo de la temperatura de los especímenes, en el cual la temperatura varía debido al calor que está generando la resistencia eléctrica. El sistema guarda la temperatura de todos los termopares a una tasa de $1 \frac{\text{dato}}{\text{s}}$. Los datos obtenidos se utilizan para obtener la conductividad y difusividad térmica por medio del método de RMSE. La **Fig.2.27** muestra lo anteriormente descrito.

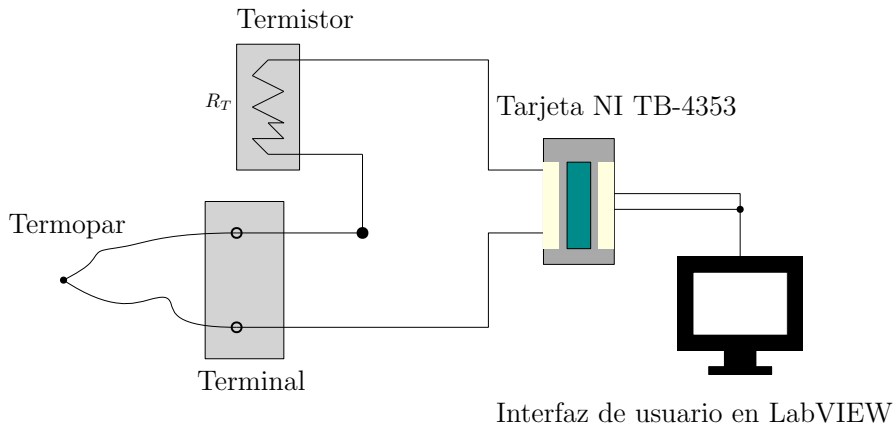


Figura 2.27: Sistema hardware-software para la adquisición de datos

Por otra parte, al trabajar en un entorno gráfico se simuló el sistema dentro del mismo software y con esto sabremos la temperatura en los distintos puntos en los que se colocaron los termopares además de las paredes aislantes las cuales también son importantes para cuantificar las pérdidas a través de ellas. Además se colocaron interruptores dentro del programa para mandar las señales a una tarjeta terminal con la cual se controlaron los distintos dispositivos dentro del experimento. La interfaz de usuario del programa se presenta en la **Fig.2.28** y la representación del dispositivo experimental en la **Fig.2.29**.

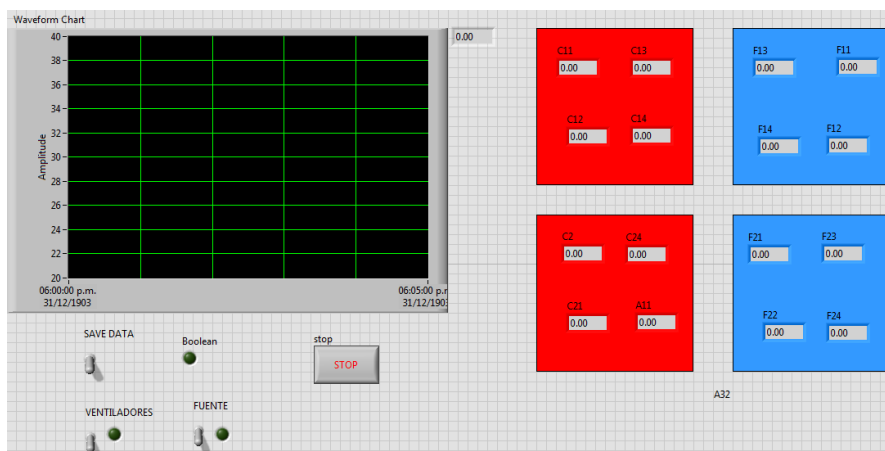


Figura 2.28: Panel de control diseñado con LabVIEW 15

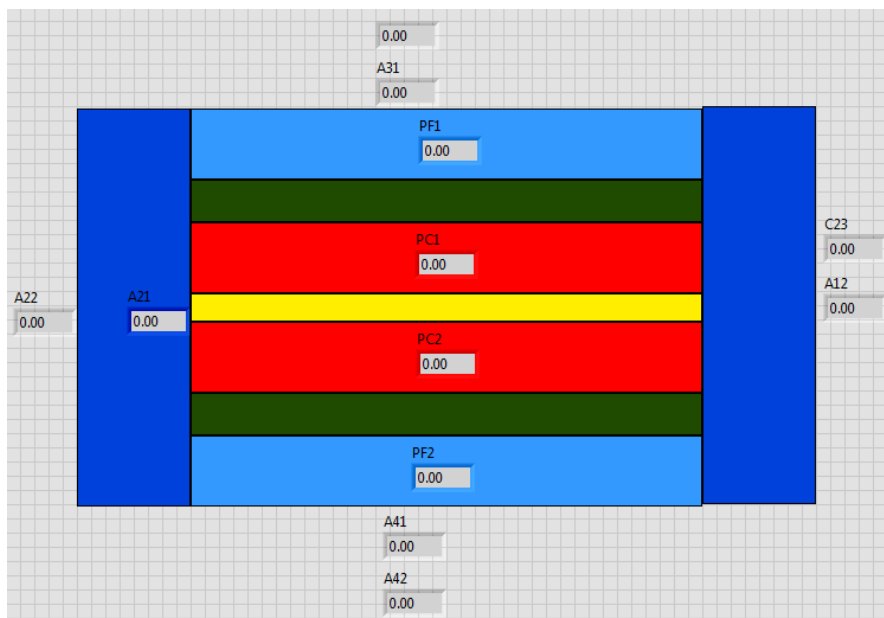


Figura 2.29: Representación del arreglo experimental

2.6.1. Control a distancia

Con el objetivo de experimentar con la menor cantidad de perturbaciones aleatorias posibles el dispositivo se instrumentó para poder controlarlo remotamente y obtener las muestras de datos en el horario con menor perturbación: la noche. Para lograrlo se utilizó la tarjeta *NI-SCB-100* el cual es un bloque terminal de *National Instruments* que permite generar y conectar señales analógicas y digitales, crear prototipos y realizar circuitos personalizados. En esta tarjeta se conectaron tres dispositivos: los ventiladores, la resistencia calefactora y la fuente de poder. Cada terminal tiene su polaridad por lo que se recurrió al esquema del apéndice C, para colocarlos correctamente. El objetivo de esta tarjeta es la de otorgar las señales digitales de prendido y apagado para los distintos dispositivos antes mencionados, en la **Fig.2.30** se pueden notar las conexiones realizadas.

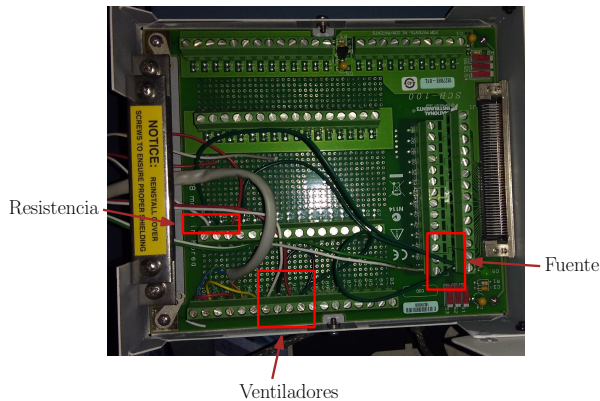


Figura 2.30: Tarjeta terminal y sus conexiones

La tarjeta terminal fue necesario conectarla a una tarjeta de relevadores, los cuales cumplen la función de interruptores y dependiendo de la orden de control enviada desde la interfaz del usuario se encenderían los distintos dispositivos. Dispositivos como la fuente de alimentación y los ventiladores además de estar conectados a esta tarjeta tenían que conectarse a una corriente eléctrica. A su vez la tarjeta necesita de una fuente externa de alimentación para su funcionamiento y puede otorgar señales de hasta 24 V y 10 A , lo cual superaba lo que necesitamos para el experimento. Las conexiones para la tarjeta de relevadores se puede observar en la **Fig.2.31**.

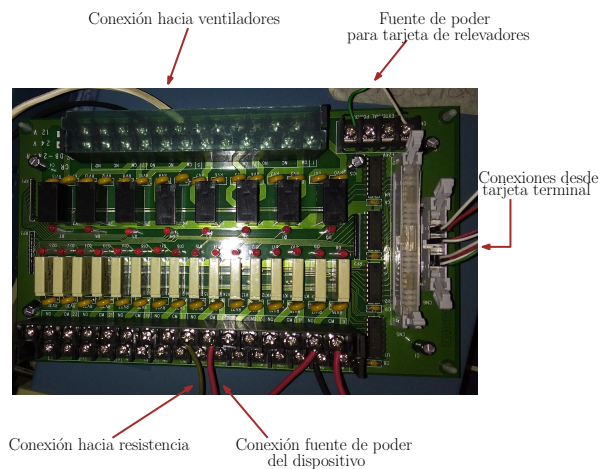


Figura 2.31: Conexiones en la tarjeta de relevadores

De esta forma en **Fig.2.32**, podemos ver el ciclo de experimentación, el cual consiste en enviar las señales de control desde la interfaz del usuario, mandar las señales digitales desde la tarjeta terminal, prender y apagar los dispositivos con la tarjeta de relevadores, experimentar y recolectar los datos de las muestras. Por ultimo en la **Fig.2.33** se muestran las conexiones realizadas para los ventiladores, la resistencia calefactora y la fuente de alimentación.

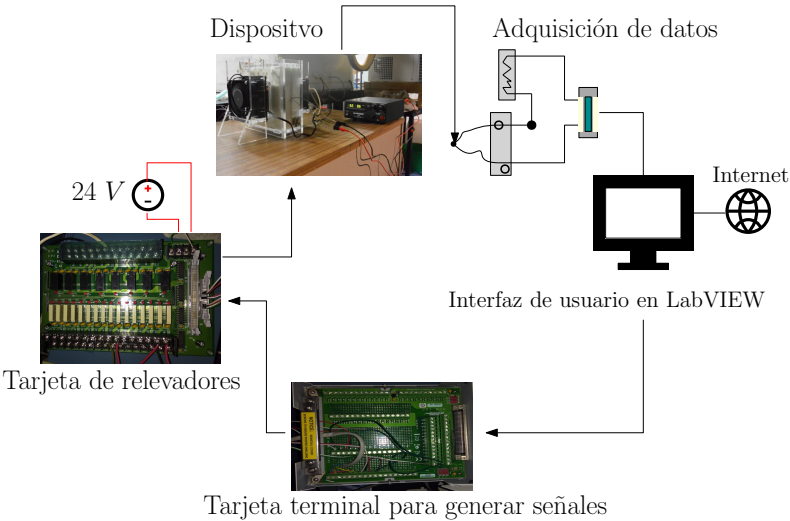


Figura 2.32: Ciclo de experimentación

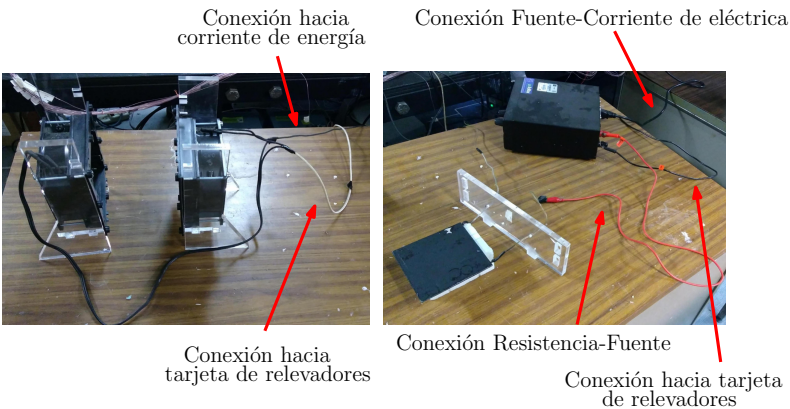


Figura 2.33: Conexiones para los distintos dispositivos

Capítulo 3

Metodología utilizada

“Toma el riesgo de pensar por ti mismo. Mucho más felicidad, verdad, belleza, sabiduría y comprensión vendrán de esa manera.”- Christopher Hitchens

En el presente capítulo se mostrara la metodología utilizada para la experimentación con el dispositivo, la recolección de datos, su análisis. Además de la identificación de limitaciones o modificaciones en el dispositivo.

3.1. Metodología

Para el diseño de este dispositivo se tomó como referencia la norma ASTM C177-13, la cual es una norma para el desarrollo de una prueba estándar para la medición de flujo de calor en estado estacionario y las propiedades de transmisión térmicas por medio de un aparato de placa caliente. Una vez manufacturado el diseño se tomaron las acciones para experimentar, obtener los datos y analizarlos:

1. Primeras pruebas

- Parte de las primeras pruebas son el montar el arreglo experimental en forma de sándwich. La primera iteración resulto ser insatisfactoria debido a que el empalme entre las placas de cobre y las muestras del material de prueba no era uniforme,

por lo que se hicieron distintas modificaciones en el dispositivo: la ranura en las placas de cobre se modificó para que el termopar ocupara ese espacio sin que interfiera en el arreglo, se fijaron los termopares con adhesivo y se hicieron ranuras en el material aislante para colocar los termopares.

- Se colocan los ventiladores y la fuente que alimentara la resistencia para verificar su adecuado funcionamiento. Aquí el usuario tiene encender cada uno de estos dispositivos de forma manual.
- Se realizan pruebas preliminares las cuales servirán para identificar la potencia requerida, el mejor horario para la realización del experimento y el adecuado funcionamiento de todos los componentes.
- Se identifican deficiencias en el diseño para su solución. Las deficiencias identificadas fueron la presencia de un hueco significativo entre uno de los bordes del arreglo y el material aislante, se procedió a colocar material aislante rellenar el hueco. Además, el dispositivo requiere de tornillos para garantizar que la tapa (cara frontal del soporte) se mantenga unido a todo el soporte. Lo anteriormente descrito se ilustra en la **Fig.3.1**.

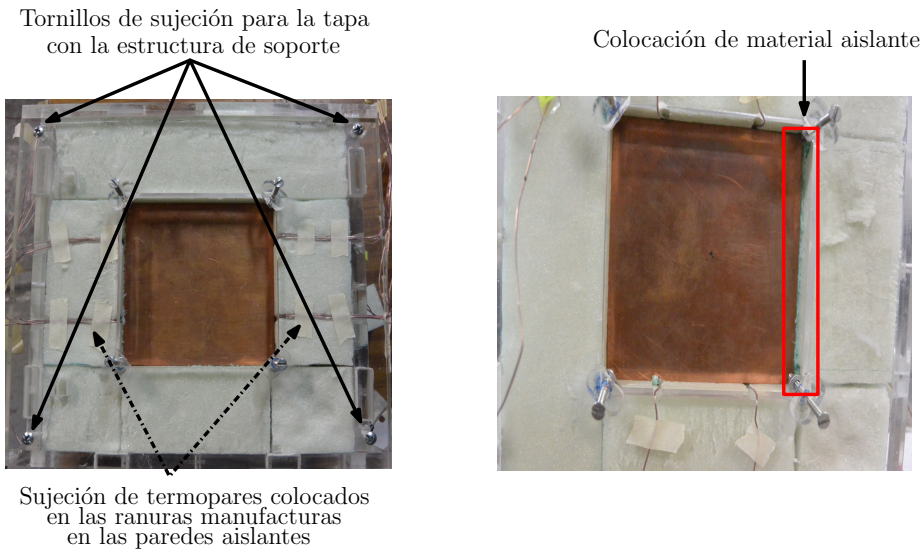


Figura 3.1: Esquemas de las deficiencias en el dispositivo y su solución

- Se procede a automatizar el proceso de forma que el usuario puede controlar todo el experimento desde la interfaz gráfica en LabVIEW.
- Se procede a programar la adquisición de datos y se verifica que se haga de forma adecuada

2. Experimentación

- Para experimentar, cada muestra se debe manufacturar con las dimensiones antes especificadas en el apartado de diseño.
- Se procede a verificar el estado de los termopares, que ocupen su espacio designado, además un elastómero permitirá que el termopar tenga contacto con la probeta. Ver **Fig.3.2**. Por último se colocará suficiente pasta de alta conductividad, en caso de detectar alguna anomalía se procede a corregirla.

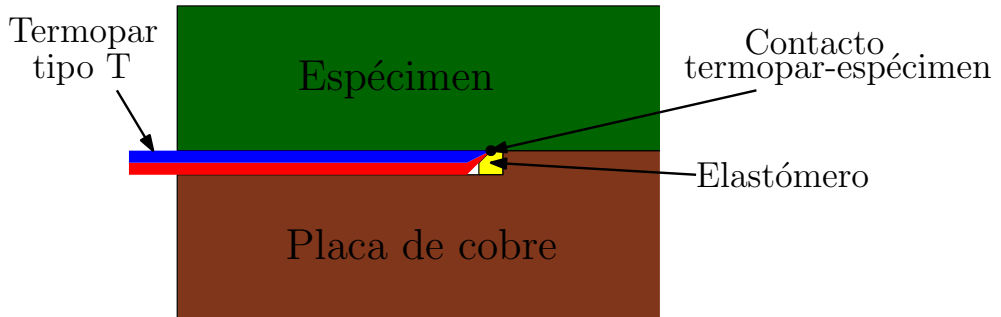


Figura 3.2: Uso del elastomero para garantizar el contacto termopar-espécimen

- Se forma el arreglo de sándwich cuidando que cada capa tenga un contacto adecuado entre sí, lo que se verifica con la ausencia de huecos entre las capas. Si se hayan deficiencias de contacto habrá que identificar la causa.
- Se fijan los termopares en las ranuras designadas para que no interfieran en la colocación de las caras frontal y lateral del dispositivo.
- Se colocan la cara frontal y lateral del soporte y se fijan con tornillos para evitar que se separen del resto del soporte.

- Se colocan los ventiladores cuidando la distancia entre estos y el arreglo con ayuda de las piezas de separación, además su posición debe de estar centrada con la cavidad del dispositivo.
- Se hacen 10 experimentos por cada espécimen para obtener la incertidumbre entre los datos
- Se experimentarán con 4 especímenes y la característica de los especímenes es que su conductividad térmica es baja.

3. Análisis de los datos

- Para el análisis de los experimentos se extraen los datos obtenidos en un archivo *.dat*
- El análisis de datos se divide en dos: cálculo de la conductividad y cálculo de la difusividad térmica

Conductividad termica

1. Para el cálculo de la conductividad térmica se utilizan los datos de la temperatura cuando el espécimen ha llegado al estado permanente, es decir, cuando ya no hay cambio en la temperatura en el espécimen.
2. Se programan las pérdidas a través de las paredes del material aislante que están colocados en los 4 bordes del arreglo, esto servirá para restarlo a la potencia ideal y obtener un resultado más cercano a la realidad. La fórmula para calcular las perdidas en las paredes es:

$$q_x = \frac{a_i k_s \Delta T}{L} \quad (3.1)$$

Donde a_i representa el área de la cara del aislante, L su espesor, K_s su conductividad térmica y ΔT la diferencia de temperaturas entre una cara del aislante y la otra.

3. Se programa la formula en Matlab que se utilizara para encontrar la conductividad térmica:

$$k = \frac{q_x}{a \left(\frac{dT_1}{dx_1} + \frac{dT_2}{dx_2} \right)} \quad (3.2)$$

La fórmula se divide en T_1 y T_2 ya que se considera que el flujo hacia un lado como hacia el otro puede variar, además debido a la manufactura de los materiales también pueden presentar un espesor diferente. La potencia q está definida por el voltaje y la corriente suministrada depende de cada espécimen y se le restan las pérdidas calculadas anteriormente. El área se promedia entre los dos especímenes y es la que se utiliza para el cálculo de conductividad térmica.

4. Se procede a calcular la incertidumbre de los datos debidos a la resolución de los instrumentos o efectos aleatorios provocados por cambios de temperatura en el laboratorio o corrientes de aire entre otros.

Difusividad térmica

1. Los resultados de la temperatura nos ayudaran a comparar la curva de temperatura experimental, con la obtenida de la solución analítica de la ecuación de difusión
2. La solución analítica de la ecuación de difusión se programó en Matlab, en donde se le asigna un primer valor de la difusividad térmica para empezar a iterar
3. Mediante iteraciones con los valores de la difusividad térmica y con el proceso de mínimos cuadrados se encuentra la curva que mejor se acople a los resultados experimentales
4. Se compararán los resultados con los reportados en la literatura

3.2. Modificaciones a la norma para medir conductividad y difusividad al mismo tiempo

La norma ASTM, como se mencionó anteriormente, se utiliza para diseñar dispositivos capaces de medir la conductividad térmica sin embargo en este proyecto lo que se busca además de obtener la conductividad térmica es encontrar la difusividad térmica con los datos obtenidos

del mismo experimento. Por lo anterior la modificación que se le hace a la norma para dicho objetivo es tomar en cuenta toda la historia de la temperatura desde que el material empieza a cambiar su temperatura (estado transitorio) y hasta que alcanza el estado estable. La diferencia con la norma es que esta solo toma en cuenta la historia de la temperatura cuando está en el estado estable.

Capítulo 4

Solución de la ecuación de difusión

“Los sueños no carecen de realidad. Son patrones reales de información.” - Richard Doyle

4.1. Solución de la ecuación de difusión

Para calcular la difusividad térmica es necesario resolver la ecuación de difusión con las siguientes simplificaciones: no hay generación interna de calor, el flujo de calor es unidimensional. La **Fig.4.1** muestra un esquema del problema a resolver. Al espécimen se le suministrará calor por una de sus caras con una potencia constante, al mismo tiempo en la otra cara se enfriará el espécimen, debido a esto en el espécimen habrá un flujo de calor descrito como una función $f(x, t)$, cada una de las caras tendrá una temperatura diferente T_e (cara de mayor temperatura) y T_i (cara de menor temperatura) y además la variable de tiempo está presente.

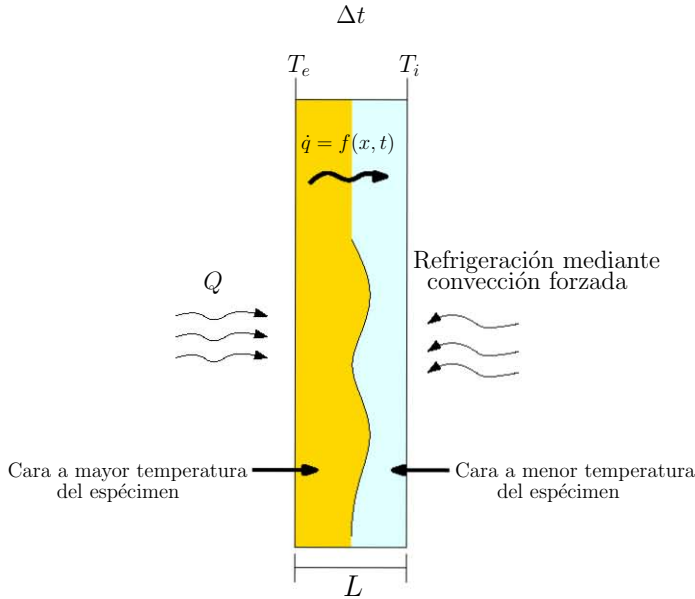


Figura 4.1: El esquema representa el sistema que se estudia hacia uno de los lados, esto se puede hacer debido a que el sistema es simétrico

La ecuación que se resolvió tiene las siguientes características:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.1)$$

Condiciones de frontera

- $T(0, t) = T_e$
- $T(L, t) = T_i$

Condiciones iniciales

- $T(x, 0) = f(x)$

Para resolver esta ecuación hay que tomar en cuenta algunas consideraciones. Debido a que la ecuación que se va a resolver es no homogénea (ya que las condiciones de frontera son diferentes de cero) entonces el método de separación de variables se tiene que aplicar de manera diferente. Si se dibuja la gráfica de Temperatura (T) contra tiempo (t) esta gráfica se parecería a la función $f(x)$ de acuerdo con nuestra condición inicial,

conforme avanza el tiempo y tomando en cuenta que las condiciones de frontera siempre se encuentran presentes entonces se alcanzara el estado estable y la función que relaciona la temperatura y el tiempo se vuelve lineal. De esta forma se puede pensar que la solución de la ecuación de difusión es entonces la suma de la solución de estado permanente más la solución del estado transitorio. La idea de esta suposición es que en $t = 0$ la solución del estado transitorio tiene una mayor influencia, pero conforme pasa el tiempo los efectos de esta solución se vuelven cada vez más pequeños hasta que solo queda la solución en el estado permanente. Quedando de la forma:

$$T(x, t) = T_{ee}(x) + T_{tr}(x, t) \quad (4.2)$$

Donde T_{ee} representa la temperatura en el estado estable y T_{tr} la temperatura en el estado transitorio.

Resolviendo para el estado estable tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 T_{ee}}{\partial x^2} = 0 \quad (4.3)$$

Esta ecuación debe de obedecer las condiciones de frontera ya que estas siempre están presentes por lo que:

- $T_{ee}(0) = T_e$
- $T_{ee}(L) = T_i$

Esta ecuación se puede resolver por una integración doble quedando de la forma:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = C_1 \quad (4.4)$$

$$T(x) = C_1 x + C_2 \quad (4.5)$$

Evaluando las condiciones iniciales y obteniendo el valor de las constantes:

$$T(0) = C_2 = T_e \quad (4.6)$$

$$T(L) = C_1 L + T_e = T_i \quad (4.7)$$

Donde:

$$C_1 = \frac{T_i - T_e}{L} \quad (4.8)$$

$$C_2 = T_e \quad (4.9)$$

Sustituyendo las constantes en la ecuación

$$T_{ee}(x) = T_e - \left[(T_e - T_i) \frac{x}{L} \right] \quad (4.10)$$

Ahora transformamos nuestra ecuación inicial en su separación del estado estable y el estado transitorio:

$$\frac{\partial(T_{ee} + T_{tr})}{\partial t} = \frac{\partial^2(T_{ee} + T_{tr})}{\partial x^2} \quad (4.11)$$

Condiciones de frontera

$$T_{ee}(0, t) + T_{tr}(0, t) = T_e \quad (4.12)$$

$$T_{ee}(L, t) + T_{tr}(L, t) = T_i \quad (4.13)$$

Sin embargo, de la ecuación que se resolvió en el estado permanente sabemos que $T_{ee}(0) = T_e$ y que $T_{ee}(L) = T_i$. Por lo que las condiciones iniciales quedarían como:

$$T_{tr}(0, t) = 0 \quad (4.14)$$

$$T_{tr}(L, t) = 0 \quad (4.15)$$

Y la condición inicial se escribiría de la forma:

$$T_{ee}(x, 0) + T_{tr}(x, 0) = f(x) \quad (4.16)$$

Por lo que:

$$T_{tr}(x, 0) = f(x) - T_{ee}(x, 0) \quad (4.17)$$

De esta forma se puede hacer uso del método de separación de variables para la ecuación con condiciones iniciales homogéneas.

Por separación de variables tenemos que:

$$T(x, t) = F(t) G(x) \quad (4.18)$$

En donde:

- $\frac{\partial(T)}{\partial t} = F'(t) G(x)$
- $\frac{\partial(T)}{\partial x} = F(t) G'(x)$
- $\frac{\partial^2(T)}{\partial x^2} = F(t) G''(x)$

Sustituyendo en la ecuación original

$$F(t) G''(x) = \frac{1}{\alpha} F'(t) G(x)$$

Separando variables

$$\frac{G''(x)}{G(x)} = \frac{1}{\alpha} \frac{F'(t)}{F(t)} = \gamma$$

Donde γ es una constante y equivale a K^2

Se resuelve la ecuación para la solución no trivial

$$\frac{G''(x)}{G(x)} = -K^2 \quad (4.19)$$

$$G''(x) + K^2 G(x) = 0 \quad (4.20)$$

La cual es una ecuación diferencial homogénea de segundo orden. Obteniendo la ecuación característica y sacando las raíces la solución para $G(x)$ es:

$$G(x) = C_1 \cos(kx) + C_2 \sen(kx) \quad (4.21)$$

Se hace lo mismo para $F(t)$ quedando de la siguiente forma:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{F'(t)}{F(t)} = -K^2 \quad (4.22)$$

$$F'(t) + K^2 \alpha F(t) = 0 \quad (4.23)$$

Obteniendo la ecuación característica y sacando las raíces tenemos que la solución para $F(t)$ es:

$$F(t) = C_3 e^{-\alpha K^2 t} \quad (4.24)$$

Sustituyendo las soluciones tenemos que la solución de la parte transitoria para $T(x, t)$ es:

$$T(x, t) = [C_1 \cos(kx) + C_2 \sen(kx)] C_3 e^{-\alpha K^2 t} \quad (4.25)$$

Y también se puede escribir como:

$$T(x, t) = \left[A_n e^{-\alpha K^2 t} \cos(kx) + B_n e^{-\alpha K^2 t} \sen(kx) \right] \quad (4.26)$$

Sustituyendo las condiciones de frontera

$$T_{tr}(0, t) = A_n e^{-\alpha K^2 t} = 0 \quad (4.27)$$

De donde se concluye que $A_n = 0$

$$T_{tr}(L, t) = B_n e^{-\alpha K^2 t} \sen(kL) = 0 \quad (4.28)$$

De aquí se sabe que B_n tiene que ser diferente de 0 o de lo contrario sería una solución trivial. Por lo que se buscara igualar $\sen(kL)$ a cero. Haciendo las operaciones adecuadas obtenemos que:

$$\sen(kL) = 0$$

$$kL = \text{angsen}(0)$$

$$k = \frac{n\pi}{L}$$

Sustituyendo los resultados obtenidos tenemos que la solución transitoria queda como:

$$T(x, t) = B_n e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) \quad (4.29)$$

Evalutando la condición inicial obtenemos:

$$T(x, 0) = f(x) - T_{ee} = B_n \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) \quad (4.30)$$

Donde se iguala $B_n = [f(x) - T_{ee}] \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right)$

Finalmente, la expresión $B_n e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right)$ se puede escribir por el principio de superposición como una combinación lineal quedando la solución para la temperatura de la siguiente forma:

$$T(x, t) = T_e - \left[(T_e - T_i) \frac{x}{L} \right] + \sum_{i=1}^{\infty} B_n e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) \quad (4.31)$$

Para el calculo de B_n se tiene que proceder de la siguiente manera:

A su vez $B_n = [f(x) - T_{ee}] \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right)$ sería igual a:

$$\sum_{i=1}^{\infty} [f(x) - T_{ee}] \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right)$$

B_n por expansión de coeficientes puede tomar la forma de:

$$B_n = \frac{2}{L} \int_0^L [f(x) - T_{ee}] \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) dx = E_n(0) \quad (4.32)$$

Y se nombrara $E_n(0)$ ya que es una función evaluada en el $t = 0$ de acuerdo a nuestra condición inicial.

De esta forma hemos llegado a la solución de la ecuación de difusión unidimensional sin generación de calor y por el método de separación de variables, sin embargo en nuestro problema en particular hay que considerar que ademas las condiciones de frontera son a la vez no homogéneas, es decir cambian con el tiempo $T_e(t)$ y $T_i(t)$. Para tomar en cuenta este aspecto en la solución se puede considerar a la ecuación como una

suma de sub-funciones en la que $u_n = T_n(t)X_n(x)$, aplicando el Teorema de *Sturm-Liouville* entonces $u_n = T_n(t) \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right)$ entonces la ecuación de difusión se podría escribir como:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial T}{\partial t} \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) = -\frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sum_{i=1}^{\infty} T_n \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) + \sum_{i=1}^{\infty} f_n(t) \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) \quad (4.33)$$

Pasando todos los términos al mismo lado obtenemos:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{n^2 \pi^2}{L^2} T_n - f_n(t) \right] \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) = 0 \quad (4.34)$$

La cual es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden, cuya solución es:

$$T_n(t) = \left[\frac{2}{L} \int_0^L B_n \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) dx \right] e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} + e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} \int_0^t e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} f_n(\theta) d\theta \quad (4.35)$$

Si sustituimos $T_n(t)$ en u_n , definido anteriormente, entonces para la primera parte de la solución tenemos:

$$\left[\frac{2}{L} \int_0^L B_n \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) dx \right] e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) \quad (4.36)$$

La cual es la solución obtenida en la ecuación 4.29 y corresponde a la parte transitoria, mientras que la segunda parte corresponde a la parte espacial del sistema es decir a las condiciones de frontera que cambian con respecto del tiempo y se escribiría como:

$$\text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} \int_0^t e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} f_n(\theta) d\theta \quad (4.37)$$

Por lo anterior la solución para nuestro sistema considera: la solución para el estado permanente $A(x)$, la solución para el estado transitorio $B(x,t)$ y la solución para el estado temporal $C(t)$ por lo que la solución total se escribe como la suma de las anteriores:

$$T(x, t) = A(x) + B(x, t) + C(t) \quad (4.38)$$

Escribiéndola de la forma:

$$T(x, t) = T_e - \left[(T_e - T_i) \frac{x}{L} \right] + \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} \left[E_n(0) - \int_0^t f_n(\theta) e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} d\theta \right] \quad (4.39)$$

Donde B_n ya se ha definido en la ecuación 4.32 y $f_n(\theta)$ corresponde a:

$$f_n(\theta) = \frac{2}{L} \int_0^L \left[\frac{\partial T_e(\theta)}{\partial t} - \frac{x}{L} \left(\frac{\partial T_e(\theta)}{\partial t} - \frac{\partial T_i(\theta)}{\partial t} \right) \right] \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) \quad (4.40)$$

Donde θ corresponde a los cambios de temperatura en cada instante de tiempo, es decir la diferencia de temperatura entre el tiempo futuro menos el tiempo pasado ($T_1 - T_0$).

4.2. Programación en Matlab

El programa en Matlab se diseñó para obtener tanto la conductividad térmica como la difusividad térmica. Lo primero que se consideró en el programa es cargar los datos obtenidos en el experimento ya que estos datos servirán tanto para obtener la conductividad como la difusividad.

Para obtener la conductividad hay que declarar las características del espécimen necesarias para calcular la propiedad térmica. Estas fueron el espesor del material y el área superficial por la cual se transfirió el calor. Después de esto se obtiene la diferencia de temperaturas entre la placa caliente y la fría de ambos especímenes, la cual deberá ser mayor a 5°C con el objetivo de reducir el error y la incertidumbre en el calculo de las propiedades térmicas. Además se guardarán los datos de la linea de temperatura de cada espécimen hasta que este llegue al estado permanente. Por último se declara una variable para la potencia suministrada al espécimen, esta será igual al producto del *Voltaje* por la *Corriente* suministrada por la fuente de alimentación, a la cual se le deberán restar las pérdidas de calor por las cuatro paredes que rodean el espécimen, y se calculan mediante la fórmula 3.1 presentada en la parte de metodología del capítulo 3.1, y este último resultado es el que se considera para el

cálculo de la conductividad. La conductividad se obtuvo por medio de la fórmula 3.2 presentada en la metodología del capítulo 3.1.

Para el cálculo de la difusividad se utilizaron algunas de las variables creadas con anterioridad como la conductividad térmica (k) y las diferencias de temperatura para la placa caliente y la fría en cada instante de tiempo, estas se estimaron restando la temperatura del tiempo siguiente (T_1) menos el anterior (T_0) de la forma $T_1 - T_0$ para la placa caliente y la fría. Con esto se empezó a programar la solución de la ecuación de difusión. Véase ecuación 4.39. La cual se dividió en 3 partes, la primera parte que se programó correspondía a la solución del estado permanente (parte A), ecuación 4.41, la segunda parte al del estado transitorio (parte B), ecuación 4.42, y una tercera parte correspondiente al estado temporal del sistema que es como las condiciones de frontera, $T_e(t)$ y $T_i(t)$ cambian con el tiempo (parte C), véase ecuación 4.43. La primera (A) y la tercera parte (C) requirieron de los datos de las temperaturas de la placa fría y la placa caliente. Además para la solución del estado transitorio se le dio un valor de la difusividad para su cálculo inicial. Se obtuvo la solución para cada instante de tiempo. Posteriormente la solución se obtiene de la sumatoria de los resultados para cada instante de tiempo de A, B y C y se suman las partes $T(x, t) = A + B + C$. Con esta solución se pasó a obtener el calor transmitido calculado analíticamente para compararlo posteriormente con su símil en la parte experimental. El programa se ejecutó con un rango de valores de la difusividad térmica hasta obtener el error cuadrático medio más bajo posible.

$$A = T_e - \left[(T_e - T_i) \frac{x}{L} \right] \quad (4.41)$$

$$B = \sum_{i=1}^{\infty} B_n e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2}} \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) \quad (4.42)$$

$$C = \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2}} \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right) \int_0^t f_n(\theta) e^{-\alpha \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \theta} d\theta \quad (4.43)$$

Capítulo 5

Resultados y conclusiones

“Los educadores no son neurocientíficos, pero son miembros de la única profesión la cual cuyo trabajo es cambiar la mente humana todos los días.” - David A. Sousa

5.1. Selección de materiales de prueba

Los materiales de prueba fueron elegidos en base a las características del dispositivo construido además de su disponibilidad y el espesor de la muestra. Para hacer más fácil la selección de los materiales que se podían probar se elaboró la Tabla **5.1** en la cual se considero principalmente el parámetro que nos dice que el dispositivo tendrá problemas si el material tiene una relación de conductividad contra espesor mayor a $16 \text{ W/m}^2 \text{ K}$. En la Tabla **5.1** se muestran los datos de la conductividad que podría tener el material y el espesor mínimo para cumplir con la restricción.

Tabla 5.1: Cálculo de espesor mínimo para diferentes materiales

Conductividad del material [W/m K]	Material	Espesor mínimo requerido [m]	Espesor en centímetros [cm]	Relación 1/RT [W/m ² K]
236	Aluminio	14.75	1475	16
401	Cobre	25.06	2506	16
83.5	Acero	5.22	522	16
18.5	Cromo-Niquel	1.16	116	16
1.73	Mortero	0.108	10.8	16
1.05	Vidrio	0.066	6.6	16
0.55	Papa cruda	0.0344	3.44	16
0.147	Pino amarillo	9.19×10^{-3}	0.92	16
0.13	Contrachapado	8.13×10^{-3}	0.81	16
4.3×10^{-2}	Polystrol	2.69×10^{-3}	0.27	16
0.03	Poliestireno expandido	1.88×10^{-3}	0.19	16
0.3	Cemento Portland	1.88×10^{-2}	1.88	16
0.7	Grava	4.38×10^{-2}	4.38	16
0.15	Nogal	9.38×10^{-3}	0.94	16
0.75	Asfalto	4.69×10^{-2}	4.69	16
0.47	Ladrillo de chimenea	2.94×10^{-2}	2.94	16
4.5×10^{-2}	Caucho	2.81×10^{-3}	0.28	16

Con los resultados obtenidos en esta Tabla se pudo determinar que los materiales en los que el dispositivo tendría un funcionamiento más satisfactorio serían aquellos cuya conductividad fuera de 0.5 [W/mK] o menor. Ya que de esa forma se podría cumplir con la relación de un tercio entre el espesor del espécimen y el lado del área que se está estudiando, parámetro mencionado en el apartado de diseño.

Entre los materiales que se pueden estudiar son maderas, materiales aislantes, algunos materiales orgánicos, así como materiales para la construcción como concretos y ladrillo.

5.2. Pruebas preliminares

Se realizaron pruebas preliminares con el dispositivo para garantizar su funcionamiento y determinar los procedimientos necesarios para experimentar con cada espécimen.

El material con el que se empezó a experimentar fue acrílico cuya muestra tiene las siguientes características:

■ Espécimen 1

- Espesor: 0.98 *cm*, 0.99 *cm*, 0.97 *cm*, 0.98 *cm*
- Espesor promedio: 0.98 *cm*
- Área de la cara frontal = 10.41 *cm* x 10.4 *cm*
- Masa: 124 *g*
- Densidad = 1168.72 *Kg/m*³

■ Espécimen 2

- Espesor: 0.96 *cm*, 0.96 *cm*, 0.97 *cm*, 0.98 *cm*
- Espesor promedio: 0.97 *cm*
- Área de la cara frontal = 10.43 *cm* x 10.43 *cm*
- Masa: 125.5 *g*
- Densidad = 1192.4 *Kg/m*³

En el desarrollo de las pruebas, lo primero que se verificó fue que el arreglo de sándwich tuviera una temperatura uniforme, lo cual se pudo visualizar en tiempo real con la interfaz del usuario y se confirmó con el análisis de datos. Posteriormente se obtuvo la potencia necesaria para tener una diferencia de temperaturas por encima de 5° C, esto para garantizar una mejor obtención de las propiedades de acuerdo con la norma *ASTM C177-13*. También se comprobó que se pudiera llegar al estado permanente y cuál era la mejor hora del día para lograrlo y de esta forma garantizar una distribución de temperatura similar en ambas muestras. En la **Fig.5.1** se puede ver la diferencia entre los termopares. Los termopares de la placa caliente están señalizados con la letra *C*, en donde el primer número corresponde al espécimen en el que se colocó (1 ó 2) y el segundo número su posición en el espécimen, de la misma manera los termopares de la placa fría están indicados con la letra *F*.

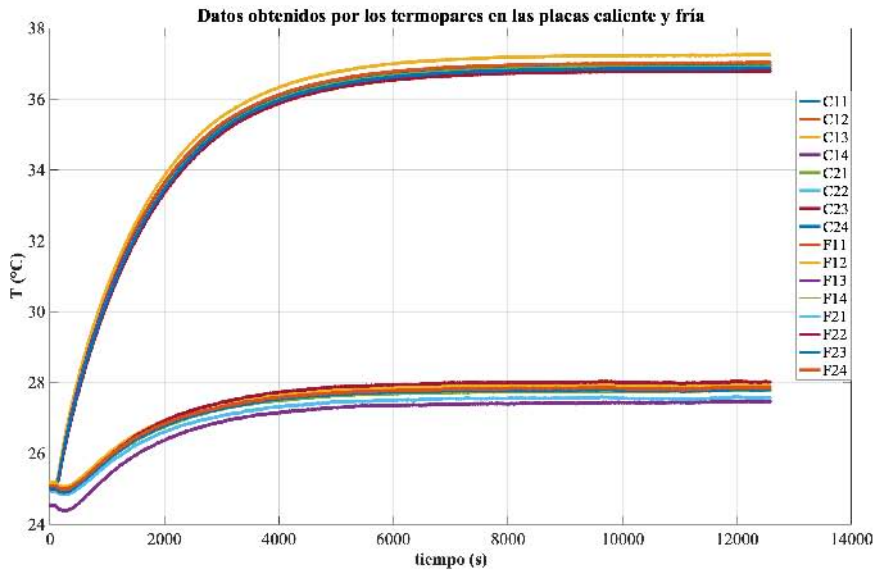


Figura 5.1: Gráfica en donde se observan las diferencias entre todos los termopares en las placas caliente y fría

La **Fig.5.1** muestra los resultados de una prueba preliminar, la cual demoró aproximadamente 3 horas comenzando a las 9:00 horas. Con los siguientes parámetros:

- Temperatura ambiente promedio: 24.65°C
- Humedad relativa: 52 %
- Potencia suministrada: 4.2 W (6 V y 0.7 A)

La prueba arrojó los siguientes resultados.

1. Se logró una diferencia de temperatura superior a los 5°C , suministrando 6 V y 0.7 A , esto puede variar con los diferentes especímenes. La mayor diferencia de temperatura se dio entre la placa caliente 1 y la placa fría 1, la cual fue en promedio de 9.18°C . En comparación en la placa caliente 2 y fría 2 se tuvo un diferencia de 8.77°C .

2. Después de estas primeras pruebas preliminares se noto que hubo un diferencia considerablemente grande entre los termopares de las placas frías mayor a 0.5° C . Esto se debió a que uno de los termopares presentaba una mayor discrepancia respecto a los demás; para corregir la diferencia se decidió recalibrar nuevamente todo el sistema. Por otra parte se notó que había una pequeña abertura en uno de los lados del dispositivo, lo cual causaba un mayor enfriamiento en esos termopares, provocando que la diferencia de temperaturas fuera mayor. Lo cual se corrigió cubriendo la abertura con material aislante.
3. El comportamiento en las placas calientes fue bastante similar, con una diferencia de temperatura de apenas 0.02° C , con lo que se pudo concluir que la resistencia térmica está suministrando casi la misma cantidad de calor hacia un lado como hacia el otro.
4. Respecto a los datos que se calcularon en el capítulo 2 para la resistencia calefactora, se puede decir que el coeficiente convectivo h se sobrestimo en los cálculos ya que se necesito de un voltaje y una corriente mucho menor a la propuesta para alcanzar la diferencia de 5° C entre la placa caliente y fría.

Posteriormente, se promedian las lecturas de los termopares, ya que aunque se considera que se puede transferir un poco más de calor hacia un lado, la diferencia entre las temperaturas medidas no tendría que ser tan grande. En la **Fig.5.2** se puede ver el promedio de las temperaturas de la placa caliente 1 (punteado naranja) y la placa caliente 2 (punteado azul), del mismo modo en la placa fría 1 (línea continua rojo) y placa fría 2 (línea continua azul). En una de las pruebas se puede ver mayor discrepancia debido a factores aleatorios. Esta prueba fue realizada durante el día entre las 9:00 y las 12:00 horas.

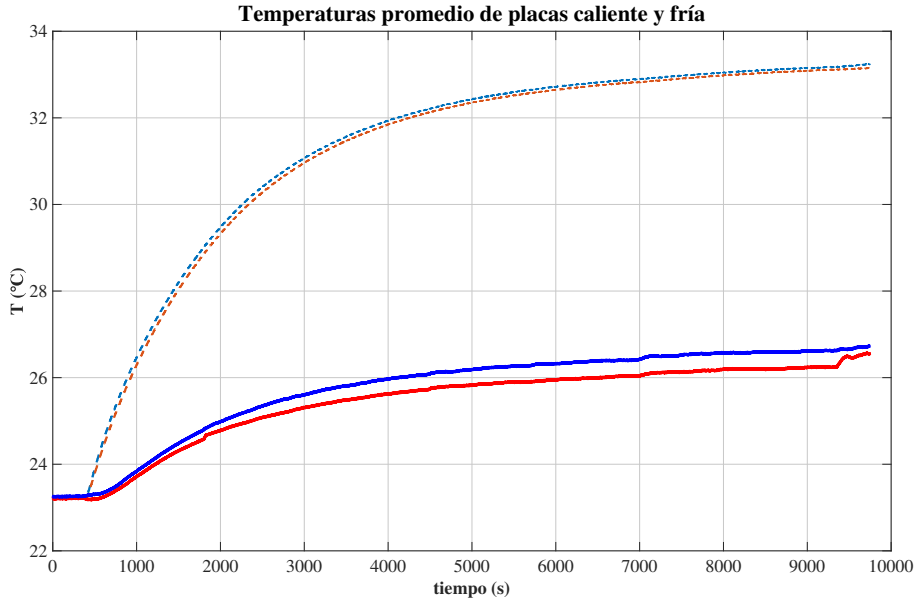


Figura 5.2: Pruebas hechas durante la día. — — Representan la temperatura promedio en las placas calientes, — representa la temperatura promedio de las placas frías

En la noche se efectuó una prueba, obteniendo los resultados mostrados en la **Fig.5.3**:

1. Distribución de temperatura con un 0.23 % de diferencia entre las placas calientes y 0.08 % entre las placas frías
2. Reducción de factores aleatorios
3. Estado estable perfectamente identificable

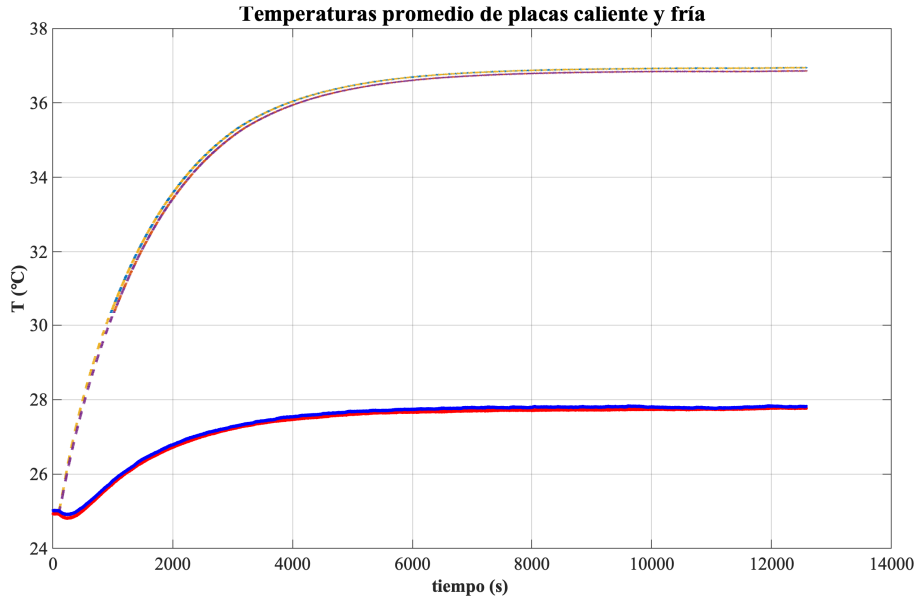


Figura 5.3: Pruebas hechas durante el noche. — — Representan la temperatura promedio en las placas calientes, — representa la temperatura promedio de las placas frías

Finalmente para cada espécimen se tuvo que verificar la potencia necesaria que se debe suministrar para alcanzar la diferencia de temperaturas mayor a 5°C .

5.3. Conductividad térmica

Se determino la conductividad térmica de 5 materiales: acrílico, madera, uncel, aserrín comprimido y vidrio. Este ultimo con la finalidad de corroborar las limitaciones del dispositivo.

A continuación se muestra el procedimiento que se siguió para obtener la conductividad térmica para el acrílico.

El primer material estudiado fue el acrílico, suministrando una potencia de 4.2 W , es decir 6 V y 0.7 A y cuyas características se mencionaron

anteriormente.

El procedimiento para obtener la conductividad térmica se muestra a continuación, este cálculo corresponde a la primera prueba que se realizó con el acrílico:

Los parámetros necesarios para el cálculo y que se obtuvieron antes de los experimentos fueron: el área transversal promedio de los especímenes (a), el espesor del espécimen 1 (dx_1) y el espesor del espécimen 2 (dx_2), para el cálculo corresponden a $1.09 \times 10^{-2} m^2$, $9.8 \times 10^{-3} m$ y $9.68 \times 10^{-3} m$ respectivamente.

Se obtiene la temperatura promedio para la cara caliente 1, cara caliente 2, cara fría 1 y cara fría 2, donde los números 1 y 2 corresponden a los especímenes, el resultado de este cálculo fue:

- Cara caliente 1: $37.98^\circ C$
- Cara caliente 2: $37.87^\circ C$
- Cara fría 1: $29.00^\circ C$
- Cara fría 2: $29.12^\circ C$

A continuación, se calcula la diferencia entre las temperaturas promedio de la cara caliente 1 y la cara fría 1 y la cara caliente 2 y la cara fría 2.

$$\Delta T_1 = Temp. \text{ cara caliente } 1 - Temp. \text{ cara fría } 1 = 8.98^\circ C \quad (5.1)$$

$$\Delta T_2 = Temp. \text{ cara caliente } 2 - Temp. \text{ cara fría } 2 = 8.75^\circ C \quad (5.2)$$

Antes de conseguir el valor de la conductividad térmica se cuantificaron las pérdidas a través de las paredes aislantes. Al igual que con los especímenes, se calculó la temperatura promedio de la cara caliente y fría de las cuatro paredes aislantes. El promedio fue:

- Cara aislante caliente 1: 29.82° C
- Cara aislante caliente 2: 28.74° C
- Cara aislante caliente 3: 29.81° C
- Cara aislante caliente 4: 29.81° C
- Cara aislante fria 1: 26.97° C
- Cara aislante fria 2: 26.82° C
- Cara aislante fria 3: 26.48° C
- Cara aislante fria 4: 26.48° C

Las pérdidas se obtienen con la ecuación **3.1**:

$$q_p = 5.58 \times 10^{-2} \text{ W} \quad (5.3)$$

La potencia total suministrada (q_x) se obtiene de la diferencia entre la potencia ideal ($q = 4.2 \text{ W}$) y el calculo de las perdidas a través de las paredes aislantes (q_p)

$$q_x = 4.14 \text{ W} \quad (5.4)$$

Dato para el calculo de la conductividad térmica a través de la ecuación **3.2**. Sustituyendo los datos, el valor de la conductividad es:

$$k = 20.96 \times 10^{-2} \text{ [W/m K]} \quad (5.5)$$

Los resultados para 10 experimentos se muestran en Tabla **5.2**.

Experimento	$T_{amb} [^{\circ}C]$	$k [W/m\ k]$
1	24.45	20.96×10^{-2}
2	24.63	20.57×10^{-2}
3	24.31	20.62×10^{-2}
4	24.86	20.69×10^{-2}
5	25.07	20.66×10^{-2}
6	24.67	21.05×10^{-2}
7	24.67	21.08×10^{-2}
8	24.42	20.65×10^{-2}
9	23.85	20.61×10^{-2}
10	23.93	20.63×10^{-2}
	Promedio	20.75×10^{-2}
	Desviación estandar	0.002

Tabla 5.2

Una vez obtenido los resultados se calculo la incertidumbre de los datos obtenidos. La incertidumbre en los datos se pueda dar por diferentes factores entre los que se encuentran: la sensibilidad de los instrumentos de medición, factores aleatorios, como el cambio de temperatura o las corrientes de aire, y factores sistemáticos, es decir la forma en la que se procede al realizar el experimento.

En el experimento, la incertidumbre que más pesa es la de la sensibilidad de los instrumentos, ya que se utilizan muchos dispositivos para obtener los datos necesarios en el cálculo de la conductividad térmica. Por lo anterior se hizo el cálculo de la incertidumbre en:

- La potencia suministrada
- El area del espécimen
- La obtención de las temperaturas
- El espesor del espécimen

Justo después de obtener la incertidumbre para estos datos se cálculo la incertidumbre para el calculo de la conductividad térmica, estos cálculos se pueden observar en el Apéndice **D**. La incertidumbre obtenida para el espécimen del acrílico debido a la sensibilidad de los instrumentos es:

$\pm 0.01 \text{ W/m K}$.

También se realizó el cálculo de incertidumbre de factores aleatorios, este dato se obtiene mediante el cálculo de la desviación estándar de los datos obtenidos. La incertidumbre por factores aleatorios es de: $\pm 0.002 \text{ W/m K}$.

La incertidumbre total tomando en consideración los factores aleatorios y la sensibilidad de los instrumentos es de: $\pm 0.01 \text{ W/m K}$. Este valor corresponde a una incertidumbre de $\pm 4.82 \%$ en los datos obtenidos.

De esta forma el valor de la conductividad térmica para el acrílico tomando en consideración la incertidumbre es:

$$20.75 \times 10^{-2} \text{ W/m K} \pm 0.01 \text{ W/m K}.$$

O bien

$$20.75 \times 10^{-2} \text{ W/m K} \pm 4.82 \%.$$

Todos los cálculos de la incertidumbre se pueden consultar en el Apéndice **D**.

El mismo procedimiento fue utilizado para los demás materiales. Los resultados obtenidos se condensan en la siguiente Tabla. Todos los datos calculados se pueden observar en el Apéndice **E**.

Material	$k \text{ [W/m K]}$	Desviación estandar	Incertidumbre
Acrílico	20.75×10^{-2}	2×10^{-3}	$\pm 4.82 \%$
Madera	13.57×10^{-2}	7×10^{-4}	$\pm 4.42 \%$
Unicel	7.43×10^{-2}	9×10^{-4}	$\pm 6.73 \%$
Aserrín comprimido	16.98×10^{-2}	6×10^{-4}	$\pm 4.12 \%$

Tabla 5.3

Se compararon los resultados obtenidos con dos diferentes fuentes Bejan et al. [18] y *The engineering toolbox* [19] para comprobar que los resultados obtenidos estuvieran dentro de lo esperado. Por otra parte para

el aserrín comprimido, se busco una fuente extra ya que no se encontraba en las fuentes antes mencionadas. La comparación de los resultados se resume en la Tabla 5.7. Todos los datos están en las unidades de la conductividad térmica $[W/m\ K]$.

Tabla 5.4: Comparación de los resultados obtenidos con distintas fuentes

Material	Datos obtenidos	Bejan et al. [18]	The engineering toolbox [19]	Megchun et al. [20]
Acrílico	0.2075	0.184	0.17-0.25	-
Madera	0.1357	0.15	0.147	-
Unicel	0.0743	0.157	0.03	-
Aserrín comprimido	0.1698	-	0.1-0.15	0.11-0.45
Vidrio	0.3620	0.81	1.09	-

El cálculo de la conductividad térmica depende de las condiciones bajo las que se realiza el experimento. Es debido a esto que los valores calculados de la conductividad térmica, para el mismo material, pueden variar de una región y otra. Otro aspecto que se puede destacar es la manufactura del material, ya que cada fabricante tiene un proceso particular y secreto en la manufactura de los materiales, esto cambia las características del material y por consiguiente sus propiedades.

En el caso de materiales como la madera y sus derivados un factor que cobra gran relevancia es la humedad de los alrededores, ya que al ser un material muy poroso absorbe la humedad, y cambian sus propiedades. Se registro la humedad relativa en el laboratorio durante el desarrollo de los experimentos, obteniendo una humedad relativa maxima de 57 % y minima de 52 %.

5.4. Difusividad térmica

La difusividad térmica se calculó para el acrílico, la madera, el unicel, el aserrín comprimido y la muestra de vidrio. Para obtener el valor de esta

propiedad se hizo uso de la solución analítica de la ecuación de difusión, presentada en el capítulo 4. Por lo que una vez obtenida la solución y programación en *Matlab* lo único que había que hacer era sustituir datos y de las diferentes muestras. Entre los datos requeridos se encuentran las diferencias de temperatura entre la cara caliente y fría en cada instante de tiempo, el valor de la conductividad térmica obtenido para cada muestra, el espesor de la muestra, la potencia suministrada y un valor inicial de la difusividad térmica. Se comienza a iterar hasta encontrar el menor valor de RMSE (Error cuadrático medio). Estos datos ingresan a la solución ya programada buscando el valor de la difusividad en donde se encuentre el valor mínimo. En la **Fig.5.4** se puede notar un ejemplo de lo antes descrito en donde se encontró el valor de la difusividad térmica. Este valor fue de 1.7×10^{-7} para la primera muestra de la madera.

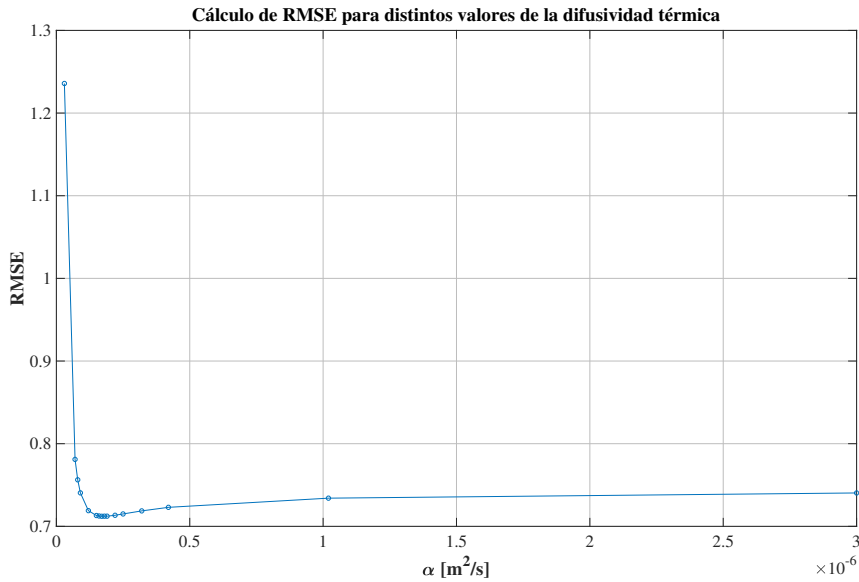


Figura 5.4: Cálculo del RMSE para diferentes valores de $\alpha[\text{m}^2/\text{s}]$

Los resultados obtenidos para la muestra de acrílico se muestran en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5: Difusividad térmica para el material de acrílico

Experimento	<i>Difusividad</i> [m^2/s]
1	2.8×10^{-7}
2	3.2×10^{-7}
3	3.5×10^{-7}
4	3.3×10^{-7}
5	2.9×10^{-7}
6	3×10^{-7}
7	2.3×10^{-7}
8	2.7×10^{-7}
9	3.5×10^{-7}
10	2.7×10^{-7}
Promedio	2.99×10^{-7}

Los valores obtenidos para la difusividad térmica de todos los materiales observados se presentan en la Tabla **5.6**. Para consultar todos los valores de difusividad obtenidos para las distintas muestras ver el Apéndice **F**.

Tabla 5.6: Valores obtenidos de la difusividad térmica

Material	<i>Difusividad</i> [m^2/s]
Acrílico	2.99×10^{-7}
Madera	1.81×10^{-7}
Unicel	2.95×10^{-7}
Aserrín comprimido	4.85×10^{-7}

Al igual que con la conductividad térmica la difusividad térmica se comparo con distintas fuentes, a diferencia de la conductividad térmica, esta propiedad carece de fuentes para su consulta por lo que los datos de comparación se toman de algunos estudios hechos por otros equipos de investigadores.

Tabla 5.7: Comparación de los resultados obtenidos en distintas fuentes para la difusividad térmica

Material	Datos obtenidos [m ² /s]	Bejan et al. [18] [m ² /s]	Barrera Castro et al. [21] [m ² /s]	Adl-Zarrabi et al. [22] [m ² /s]
Acrílico	2.99×10^{-7}	1.1×10^{-7}	-	-
Madera	1.81×10^{-7}	1.2×10^{-7}	-	-
Unicel	2.95×10^{-7}	-	2.8×10^{-9} - 6.4×10^{-9}	-
Aserrín comprimido	4.85×10^{-7}	-	-	1.79×10^{-7}
Vidrio	1.07×10^{-7}	3.4×10^{-7}	-	-

Para reducir el tiempo de cómputo se propuso un análisis de datos cada minuto, sin embargo, este análisis afectó la solución de la ecuación de difusión ya que se pierden una gran cantidad de datos de la parte transitoria, los efectos de este análisis se pueden notar en la Tabla 5.8. Los resultados se alejan hasta dos ordenes de magnitud entre sí. Por lo anterior, aunque el tiempo de cómputo es un poco más largo, el análisis cada segundo es el que arrpja mejores resultados.

Tabla 5.8: Comparación de análisis de datos cada segundo y cada minuto

Material	Datos obtenidos cada segundo [m ² /s]	Datos obtenidos cada minuto [m ² /s]
Acrilico	2.99×10^{-7}	1.069×10^{-8}
Madera	1.81×10^{-7}	7.53×10^{-9}
Unicel	2.95×10^{-7}	7.56×10^{-9}
Aserrín comprimido	4.85×10^{-7}	1.40×10^{-8}
Vidrio	1.07×10^{-7}	3.4×10^{-7}

5.5. Conclusiones

- De acuerdo a la incertidumbre calculada para los distintos materiales y a su posterior comparación con valores reportados en distintas fuentes, podemos confiar en los resultados obtenidos para la conductividad térmica con una incertidumbre menor al 5 % a excepción del uniceL.
- Los principales factores por lo que se obtienen valores diferentes en comparación con los revisados en las distintas fuentes son debido: a la manufactura del material, las condiciones bajo las cuales se realiza el experimento y la metodología que se usa para el cálculo de las propiedades térmicas.
- En relación a la difusividad térmica los valores se encuentran en el mismo orden de magnitud en relación con las fuentes consultadas a excepción del uniceL. Al igual que con la conductividad térmica estas diferencias se pueden deber a la metodología de experimentación, la manufactura del material y las condiciones del laboratorio que pueden afectar a los materiales.
- Se pueden conseguir resultados con menor porcentaje de incertidumbre si se realizan con un mínimo de perturbaciones aleatorias posibles (cambio de temperatura, ruido exterior o corrientes de aire), lo cual se puede notar con los resultados del material de aserrín comprimido, en el cual todos los experimentos se realizaron durante la noche y presento la menor incertidumbre con 4.12 %. En comparación con el acrílico cuya incertidumbre fue de 4.82 % en donde algunas de las muestras se tomaron durante el día cuando se realizan las actividades de investigadores y tesisas en el laboratorio.
- Uno de los aspectos que se puede mejorar en relación a todo el trabajo es el diseño del dispositivo, en particular, la colocación de las tuercas para los tornillos.

Apéndice A

Material aislante

Edición Julio 2018

Eko-Therm® (XP-POL-C-1807)

Página 1

Eko-Therm®, Placas de poliestireno extruido (XPS).

Hoja de datos técnicos

eko-therm

Resumen descriptivo

Placas termoaislantes de espuma de poliestireno. Formadas por extrusión (poliestireno tipo XPS, por sus siglas en inglés). Se fabrican utilizando exclusivamente agentes que protegen la capa de ozono, es decir: a diferencia de las placas convencionales, las placas Eko-Therm® no contienen gas freón, HCFCs, ni CFCs.

Y a esta característica a favor del medio ambiente se suma su alta resistencia a la transmisión del calor (valor R), que a la par de producir ahorros significativos de energía en las edificaciones contribuye a reducir las emisiones de Gases Efecto Invernadero (GEIS).

Su eficacia termoaislante se complementa, a su vez, con el grado superior de **resistencia a la humedad** que distingue a la espuma de poliestireno extruido con respecto al resto de las espumas plásticas. Esto obedece a 4 factores: a) las millones de celdas de aire que aloja se encuentran selladas en forma individual, b) no tiene vasos capilares, c) su contenido de poros es extremadamente bajo y, d) es repelente del agua.

De manera más específica, su alta resistencia a la humedad deriva en una serie de **calidades de funcionalidad y durabilidad a largo plazo** porque: a) en ausencia de humedad interna el valor R de las placas se mantiene estable en los ambientes húmedos, b) no las afectan las temperaturas de congelamiento, ni los ciclos repetidos de congelamiento y deshielo, por ejemplo en cámaras de refrigeración o en

climas con temperaturas bajo cero, c) mantienen intactas sus propiedades y características bajo condiciones permanentes de inmersión en agua, por ejemplo en estructuras subacuáticas o en sub suelos con presencia constante de aguas freáticas, d) ofrecen alta resistencia a la transmisión de vapor.

En cuanto a propiedades mecánicas: su estructura interna es matricial, lo que aunado a la fuerza de cohesión de sus moléculas produce excelentes resistencias a la compresión, la flexión y la tensión.

La suma de sus propiedades térmicas, mecánicas y de resistencia al vapor y la humedad las hacen idóneas para **diferentes áreas de aplicación**, como son: a) protección de las impermeabilizaciones de los techos y cubiertas, b) protección de las impermeabilizaciones de elementos subterráneos: muros de contención, cimentaciones, etc., c) termoaislamiento y/o bloqueo de la humedad bajo los pisos y pavimentos, d) refuerzo estructural de paneles y sistemas constructivos de peso ligero, y e) aligeramiento de elementos de concreto esquistos a la intemperie y condiciones de humedad en general.

Disponibles en densidades de 23 y 32 kg/m³ (tipos IV y VI); en dimensiones estándar de 122 x 244 cm; y en espesores de 1 a 2 pulgadas; también disponibles en diferentes acabados (contacta a nuestro equipo técnico para más información).

Proyectos



Propiedades y características del producto

Dimensiones estándar

122 x 244 cm (48 x 96 in)

! *Aloja pedido especial podemos suministrar placas de hasta 6 m de longitud.*

Espesores estándar

cm (in) 2.54 (1) 3.81 (1.5) 5.08 (2)

Propiedad^{a1}

	Valor para tipo IV	Valor para tipo VI	ASTM
Densidades (mínimas)	23 kg/m³ (1.45 lb/ft³)	32 kg/m³ (2.0 lb/ft³)	C 303
Peso unitario nominal	0.508 kg/m² (2.67 lb/ft²)	0.787 kg/m² (4.27 lb/ft²)	---
Temperatura de uso constante (máxima)	74 °C (165 °F)	74 °C (165 °F)	C 578
Temperatura de uso constante (mínima)	-53.9 °C (-65 °F)	-53.9 °C (-65 °F)	C 578
Coefficiente de expansión térmica lineal (máximo)	0.63 mm/m·°C (35 x 10⁻⁶ in/in·°F)	0.63 mm/m·°C (35 x 10⁻⁶ in/in·°F)	D 696
Expansión lineal a la máxima temperatura de uso	2%	2%	D2126
Conductividad térmica (máxima)	0.0288 W/m·K (0.20 Btu-in/h·ft²·°F)	0.0288 W/m·K (0.20 Btu-in/h·ft²·°F)	C 518
Resistencia térmica (mínima)^{a2}	0.88 m²·K/W (5 R²-h·°F/Btu)	0.88 m²·K/W (5 R²-h·°F/Btu)	C 518
Hidroclorofluorocarbonos - HCFCs - (no contienen)	0	0	---
Clorofluorocarbonos - CFCs - (no contienen)	0	0	---
Gas Freón (no contienen)	0	0	---

Beneficios



www.rolan.com

f Rolan Asiamientos | t @RolanMexico

ventas@rolan.com.mx

Apéndice B

Termopar tipo T

T

Dúplex con aislamiento cobre-constantán dúplex ANSI tipo T

Disponibilidad de "SLE" Límites de error especiales

Se muestra el código de color ANSI Para solicitar el código de color IEC visite mx.omega.com

Código de color ANSI: cable positivo, azul; cable negativo, rojo; conjunto, café
OMEGA Engineering no usa PFA o PVC reproducidos en la fabricación de alambre de termopar.

Para hacer su pedido, visite mx.omega.com/gg_t_fc_wire para consultar precios y obtener más información

Aislamiento	N.º AWG	Número de modelo	Tipo de cable	Aislamiento		Temp. máx.	Tamaño nominal	Peso ¹ kg/300 m
			Conductor	Total	°C	°F	mm (pulg.)	(libras/1000')
Vidrio	20	GG-T-20	Macizo	Trenzado de vidrio	260	500	1.5 x 2.4 (0.060 x 0.095)	4 (9)
	20	GG-T-20S	Macizo	Trenzado de vidrio	260	500	1.5 x 2.5 (0.060 x 0.100)	4 (9)
	24	GG-T-24	Macizo	Trenzado de vidrio	200	400	1.3 x 2.0 (0.050 x 0.080)	3 (5)
	24	GG-T-24S	Macizo	Trenzado de vidrio	200	400	1.3 x 2.2 (0.050 x 0.085)	3 (5)
	26	GG-T-26	Macizo	Trenzado de vidrio	200	400	1.1 x 1.9 (0.045 x 0.075)	2 (4)
	26	GG-T-26	Macizo	Envoltura de vidrio	200	400	1.0 x 1.4 (0.040 x 0.055)	2 (3)
	30	GG-T-30	Macizo	Envoltura de vidrio	150	300	0.9 x 1.3 (0.037 x 0.050)	2 (3)
Vidrio con trenzado exterior de acero inoxidable	20	GG-T-20-SB	Macizo	Trenzado de acero inoxidable sobre vidrio	260	500	2.2 x 3.0 (0.090 x 0.120)	6 (14)
	20S	GG-T-20S-SB	Macizo		260	500	2.2 x 3.0 (0.085 x 0.117)	5 (11)
	24	GG-T-24-SB	Macizo		200	400	2.2 x 3.0 (0.085 x 0.117)	5 (11)
	24S	GG-T-24S-SB	Macizo		200	400	2.2 x 3.0 (0.085 x 0.117)	5 (11)
Cinta de polimida Kapton	20	KK-T-20	Macizo	Cinta de polimida fundida	260	500	1.5 x 2.5 (0.060 x 0.100)	5 (11)
	24	KK-T-24	Macizo	Cinta de polimida fundida	260	500	1.3 x 1.9 (0.050 x 0.075)	3 (6)
	30	KK-T-30	Macizo	Cinta de polimida fundida	260	500	1.0 x 1.4 (0.040 x 0.055)	3 (5)
Vidrio PFA	30	TG-T-30	Macizo	Trenzado de vidrio	150	300	0.9 x 1.2 (0.034 x 0.047)	1 (2)
	36	TG-T-36	Macizo		150	300	0.7 x 1.0 (0.028 x 0.039)	1 (2)
	40	TG-T-40	Macizo		150	300	0.7 x 0.9 (0.028 x 0.035)	1 (2)
Neoflon PFA (alto rendimiento)	20	TT-T-20	Macizo	PFA	260	500	1.7 x 3.0 (0.068 x 0.116)	5 (11)
	20	TT-T-20S	Macizo		260	500	1.9 x 3.2 (0.073 x 0.126)	5 (11)
	22	TT-T-22S	Macizo		260	500	1.7 x 3.4 (0.065 x 0.133)	4 (9)
	24	TT-T-24	Macizo		200	400	1.4 x 2.4 (0.055 x 0.092)	3 (7)
	24	TT-T-24S	Macizo		200	400	1.6 x 2.6 (0.063 x 0.102)	3 (7)
	30	TT-T-30††	Macizo		150	300	0.6 x 1.0 (0.024 x 0.040)	1 (2)
	40	TT-T-36††	Macizo		150	300	0.5 x 0.8 (0.019 x 0.030)	1 (2)
	40	TT-T-40††	Macizo		150	300	0.4 x 0.7 (0.017 x 0.028)	1 (2)
Polímero PFA con conductores trenzados	20	TT-T-20-TWSH	Macizo	Polímero PFA y blindado	260	500	3.7 (0.15)	9 (20)
	20S	TT-T-20S-TWSH	Macizo		260	500	3.8 (0.15)	9 (20)
	24	TT-T-24-TWSH	Macizo		260	500	2.7 (0.11)	4 (9)
	24S	TT-T-24S-TWSH	Macizo		260	500	2.9 (0.12)	4 (9)
Neoflon FEP	20	FF-T-20	Macizo	FEP	200	392	1.7 x 3.0 (0.068 x 0.116)	5 (11)
	24	FF-T-24	Macizo		200	392	1.4 x 2.4 (0.055 x 0.092)	3 (7)
	20	FF-T-20-TWSH	Macizo		200	392	3.7 (0.15)	9 (20)
Polímero PFA con conductores trenzados y blindados	20S	FF-T-20S-TWSH	Macizo	Polímero PFA y blindado	200	392	3.8 (0.15)	9 (20)
	24	FF-T-24-TWSH	Macizo		200	392	2.7 (0.11)	4 (9)
	24S	FF-T-24S-TWSH	Macizo		200	392	2.9 (0.12)	4 (9)
	20	TFE-T-20	Macizo		260	500	1.5 x 2.5 (0.060 x 0.100)	5 (11)
Polímero de cinta de TFE	20S	TFE-T-20S	Macizo	Polímero de cinta de TFE	260	500	1.5 x 2.7 (0.060 x 0.105)	5 (11)
	24	TFE-T-24	Macizo		260	500	1.3 x 1.9 (0.050 x 0.075)	3 (6)
	24S	TFE-T-24S	Macizo		260	500	1.3 x 2.2 (0.050 x 0.085)	3 (6)
	24	PR-T-24	Macizo		105	221	1.9 x 3 (0.075 x 0.120)	5 (10)
Poliéster	24	PR-T-24S	Macizo	Poliéster (cable de extremo "A")	105	221	1.9 x 3.1 (0.080 x 0.130)	5 (10)
	24	PR-T-24	Macizo		105	221	1.3 x 2.2 (0.050 x 0.086)	3 (5)

Vea TFE aislado con cinta fundida serie T.

** Dos conectores aislados adiabáticos, pero sin revestimiento.

† Los pesos del cable y del cable están redondeados hacia arriba al siguiente valor de kg o lb (no incluye el material de embalaje).

†† Color del conjunto transparente. ††† Para solicitar cable con límites de error especiales, agregue "SLE" al número de modelo antes de la longitud del cable.

Ejemplo de pedido: TT-T-24-SLE-1000, 1000 (300 m) de alambre de termopar de tipo T dúplex aislado con límites de error especiales.

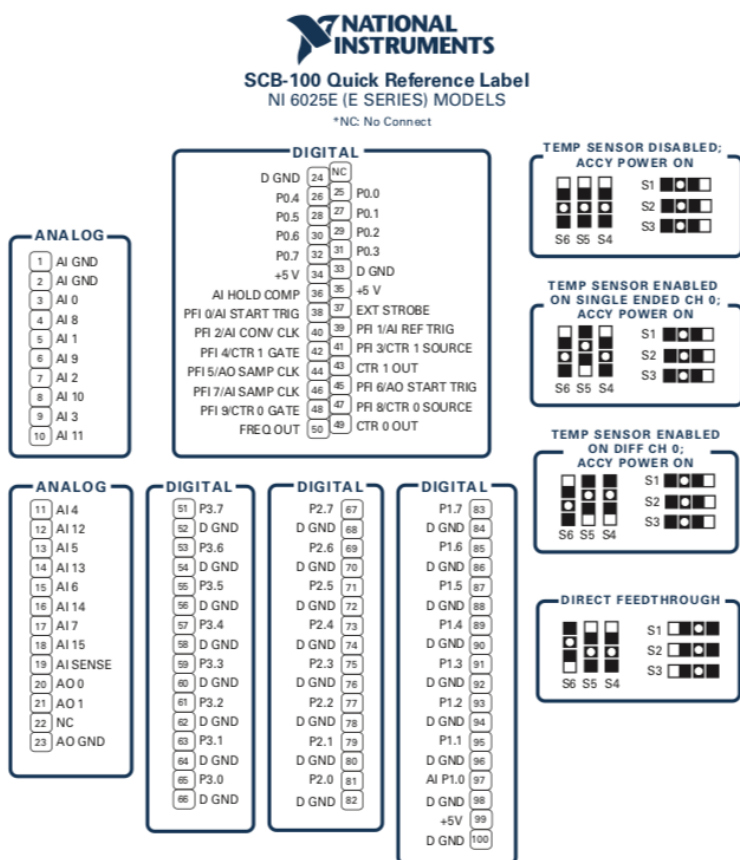
Tabla de descuento (solo cables de 1000')	
3 a 4 carretes	10%
5 a 9 carretes	15%
10 a 19 carretes	20%

Nota: los precios publicados se basan en el valor de mercado en el momento de la impresión y están sujetos a cambios debido a recargos de níquel y a fluctuaciones en el mercado del oro y los metales preciosos.

H-31

Apêndice C

Esquema tarjeta NI- SCB-100



Apéndice D

Cálculo de la incertidumbre

El calculo de la incertidumbre presentado en este apartado corresponde a la incertidumbre de la muestra de acrílico, para el resto de las muestras el procedimiento se repite.

1. Incertidumbre de la fuente de poder

La primera incertidumbre que se considero fue la de la fuente de poder y se consulto el manual de la fuente para obtenerla, siendo de $\pm 5 \text{ mV}$ para el voltaje y $\pm 30 \text{ mA}$ para la corriente. Posteriormente se calcula la incertidumbre debido al calculo de la potencia.

$$q = V * I = (6 \pm 0.005) * (0.7 \pm 0.03) \quad (\text{D.1})$$

La incertidumbre se calcula de la forma

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\delta I}{I}\right)^2} * q \quad (\text{D.2})$$

Donde δV y δI son las incertidumbres debido a la resolución para el voltaje y la corriente antes mencionadas y q es el producto de la $V * I$.

El calculo debido a la potencia fue igual a:

$$\delta q = \pm 0.18$$

De modo que la potencia tiene una incertidumbre de:

$$q = (4.2 \pm 0.18) \text{ W}$$

2. Incertidumbre debido al área del espécimen

Debido a que los lados del espécimen se midieron con un escalímetro y este tiene una resolución de 0.01 cm la incertidumbre de la resolución de este instrumento se calculo con:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{2} = \frac{0.01}{2} = 0.005 \quad (\text{D.3})$$

Posteriormente la incertidumbre se calcula siguiendo el procedimiento de la ecuación **D.2**. Teniendo una incertidumbre debido al calculo del área del espécimen de:

$$a = (108.52 \pm 0.07) \text{ cm}^2$$

3. Incertidumbre por el espesor del espécimen

Para el espesor de ambos especímenes la única incertidumbre que se presenta es la de la resolución del instrumento la cual se mostró en el punto anterior. Debido a esto la incertidumbre para los espesores son:

$$\begin{aligned} L_1 &= (0.98 \pm 0.005) \\ L_2 &= (0.97 \pm 0.005) \end{aligned}$$

4. Incertidumbre debido a la sensibilidad de los termopares

Al igual que con la fuente de poder el fabricante menciona que hay una incertidumbre de $\pm 0.1^\circ \text{ C}$ en la medición de temperaturas con los termopares.

El siguiente calculo de incertidumbre que se hizo fue el de la diferencia de temperaturas entre la placa caliente y la fría para el espécimen 1 y 2. Para calcular la incertidumbre debido a la operación de la resta se utiliza la ecuación:

$$\delta T = \sqrt{(\delta C)^2 + (\delta F)^2} = \sqrt{(0.1)^2 + (0.1)^2} = 0.14 \quad (\text{D.4})$$

Donde δC es la incertidumbre de los termopares en la placa caliente y δF la incertidumbre de los termopares en la placa fría. De esta

forma el calculo de la diferencia de temperatura tomando en cuenta la incertidumbre para los dos especimenes se presenta de la siguiente manera:

$$dT_1 = (37.08 \pm 0.1) - (27.96 \pm 0.1) = 9.12 \pm 0.14$$

$$dT_2 = (37.06 \pm 0.1) - (28.29 \pm 0.1) = 8.77 \pm 0.14$$

Todos los calculo anteriores fueron necesarios ya que son parámetros usados en el calculo de la conductividad térmica con la ecuación **3.2**. Por lo que el siguiente paso es calcular la incertidumbre debido al calculo de la conductividad térmica. La primera parte que se calcula es la división de la diferencia de temperaturas y el espesor del espécimen ($\frac{dT}{dx}$). El cálculo de la incertidumbre para la división es igual al de la multiplicación. Ecuación **D.2** y su única diferencia es que la división se sustituye por la multiplicación en la formula. De este modo la incertidumbre debido a la división de estas cantidades es:

$$\frac{dT_1}{dx_1} = \frac{9.12 \pm 0.14}{0.0098 \pm 0.00005} = (930.3 \pm 15.05) \quad (\text{D.5})$$

$$\frac{dT_2}{dx_2} = \frac{8.77 \pm 0.14}{0.0097 \pm 0.00005} = (906.75 \pm 15.21) \quad (\text{D.6})$$

Estas dos cantidades se tienen que sumar por lo que se calcula la incertidumbre debido a la suma de dos cantidades. Esta incertidumbre calcula igual que la formula **D.4**. Por lo que la incertidumbre debido a las cantidades **D.5** y **D.6** es:

$$\frac{dT_1}{dx_1} + \frac{dT_2}{dx_2} = 1837.05 \pm 21.40 \quad (\text{D.7})$$

Posteriormente la cantidad obtenida se multiplica por el área (a) nuevamente se utiliza la ecuación **D.2** para el calculo de incertidumbre debido a la multiplicación de dos cantidades obteniendo:

$$a * \left(\frac{dT_1}{dx_1} + \frac{dT_2}{dx_2} \right) = (0.0108243 \pm 0.000007) * (1837.05 \pm 21.40) = 19.95 \pm 0.23 \quad (\text{D.8})$$

Finalmente se divide la potencia suministrada entre la cantidad anteriormente obtenida, el resultado es el valor de conductividad térmica (k) y la incertidumbre debido a la resolución de los instrumentos:

$$k = (0.2075 \pm 0.01) \text{ W/m } k$$

El calculo debido a factores aleatorios se hace a través del cálculo de la desviación estándar cuya formula es:

$$\delta a = \sqrt{\frac{\sum |x - \mu|^2}{N}} \quad (\text{D.9})$$

Donde x es el valor de la conductividad térmica para cada muestra del acrílico, μ es el promedio del valor de la conductividad térmica de todas las muestras obtenidas y N es el número de muestras, en nuestro caso son 10.

De esta forma la incertidumbre debido a factores aleatorios es:

$$\delta a = 0.002$$

Por ultimo se pueden sumar la incertidumbre debido a la resolución de los instrumentos con la incertidumbre debido a factores aleatorios por medio de la formula:

$$\delta T_{total} = \sqrt{\delta R^2 + \delta a^2} = 0.01 \quad (\text{D.10})$$

Por lo que finalmente el valor de la conductividad teniendo en cuenta la incertidumbre por resolución de los instrumentos y factores aleatorios es:

$$k = (0.2075 \pm 0.01) \text{ W/m } k$$

Apéndice E

Datos de la conductividad térmica

La madera presento las siguientes características

■ Espécimen 1

- Espesor: 0.85 *cm*, 0.9 *cm*, 0.88 *cm*, 0.9 *cm*
- Espesor promedio: 0.88 *cm*
- Área de la cara frontal = 10.49 *cm* x 10.59 *cm*
- Masa: 54.6 *g*
- Densidad = 556.94 *Kg/m*³

■ Espécimen 2

- Espesor: 0.87 *cm*, 0.9 *cm*, 0.92 *cm*, 0.88 *cm*
- Espesor promedio: 0.89 *cm*
- Área de la cara frontal = 10.6 *cm* x 10.45 *cm*
- Masa: 55.3 *g*
- Densidad = 559.36 *Kg/m*³

La tabla **E.1** muestra los resultados obtenidos en el calculo de se conductividad para 5 experimentos:

Tabla E.1: Datos obtenidos para la conductividad térmica de la madera

Experimento	$T_{amb} [^{\circ}C]$	$k [W/m\ k]$
1	25.79	13.68×10^{-2}
2	25.36	13.59×10^{-2}
3	25.68	13.55×10^{-2}
4	24.88	13.53×10^{-2}
5	24.53	13.49×10^{-2}
	Promedio	13.57×10^{-2}
	Desviación estandar	0.0007

Al igual que con el acrílico se realizo el calculo de la incertidumbre obteniendo para la madera una incertidumbre de:

$$13.57 \times 10^{-2} W/m\ K \pm 0.006 W/m\ K.$$

O bien

$$13.57 \times 10^{-2} W/m\ K \pm 4.42 \%.$$

El tercer material fue el Unicel el cual presento las siguientes características:

■ Espécimen 1

- Espesor: 1.59 *cm*, 1.65 *cm*, 1.64 *cm*, 1.6 *cm*
- Espesor promedio: 1.62 *cm*
- Área de la cara frontal = 10.19 *cm* x 10.46 *cm*
- Masa: 1.7 *g*
- Densidad = 9.85 *Kg/m*³

■ Espécimen 2

- Espesor: 1.64 *cm*, 1.64 *cm*, 1.68 *cm*, 1.67 *cm*

- Espesor promedio: 1.66 *cm*
- Área de la cara frontal = 10.33 *cm* x 10.29 *cm*
- Masa: 1.8 *g*
- Densidad = 10.22 *Kg/m*³

Tabla E.2: Datos obtenidos para la conductividad térmica del unice

Experimento	T_{amb} [$^{\circ}C$]	k [$W/m\ K$]
1	22.92	7.31×10^{-2}
2	22.60	7.34×10^{-2}
3	22.55	7.37×10^{-2}
4	22.57	7.42×10^{-2}
5	22.36	7.44×10^{-2}
6	22.22	7.44×10^{-2}
7	22.13	7.44×10^{-2}
8	22.17	7.47×10^{-2}
9	22.50	7.51×10^{-2}
10	23.01	7.60×10^{-2}
	Promedio	7.43×10^{-2}
	Desviación estandar	0.0009

La incertidumbre obtenida para este material es de:

$$7.43 \times 10^{-2} \text{ W/m K} \pm 0.005 \text{ W/m K}.$$

O bien

$$7.43 \times 10^{-2} \text{ W/m K} \pm 6.73 \%.$$

El aserrín comprimido es un material poroso el cual le otorga una conductividad térmica muy baja. A pesar de esa característica el dispositivo es capaz de obtener su conductividad térmica. Las características de las muestras para este material fueron:

■ Espécimen 1

- Espesor: 1.72 *cm*, 1.73 *cm*, 1.72 *cm*, 1.73 *cm*
- Espesor promedio: 1.73 *cm*
- Área de la cara frontal = 10.39 *cm* x 10.43 *cm*
- Masa: 136.07 *g*
- Densidad = 727.90 *Kg/m*³

■ Espécimen 2

- Espesor: 1.75 *cm*, 1.75 *cm*, 1.73 *cm*, 1.74 *cm*
- Espesor promedio: 1.74 *cm*
- Área de la cara frontal = 10.46 *cm* x 10.44 *cm*
- Masa: 145.83 *g*
- Densidad = 766.38 *Kg/m*³

Tabla E.3: Datos obtenidos para la conductividad térmica del aserrín comprimido

Experimento	$T_{amb} [^{\circ}C]$	$k [W/m\ k]$
1	22.59	17.12×10^{-2}
2	22.14	16.99×10^{-2}
3	21.92	16.94×10^{-2}
4	21.79	16.95×10^{-2}
5	21.80	16.96×10^{-2}
6	21.92	16.95×10^{-2}
7	21.99	17.01×10^{-2}
8	21.79	16.97×10^{-2}
9	21.76	16.93×10^{-2}
10	21.71	16.94×10^{-2}
	Promedio	16.98×10^{-2}
	Desviación estandar	0.0006

La incertidumbre de los resultados para este material son:

$$16.98 \times 10^{-2} \text{ W/m K} \pm 0.007 \text{ W/m K}.$$

O bien

$$16.98 \times 10^{-2} \text{ W/m K} \pm 4.12 \%.$$

Por ultimo se escogió el vidrio cuya conductividad térmica ronda entre $0.8\text{-}1 \text{ W/mK}$ lo cual es superior al limite que se menciona en el aparato de diseño. Se escogió este material como una forma de comprobar las limitaciones del dispositivo. Las características de este material fueron:

■ Espécimen 1

- Espesor: 0.56 cm , 0.57 cm , 0.57 cm , 0.57 cm
- Espesor promedio: 0.57 cm
- Área de la cara frontal = $10.42 \text{ cm} \times 10.43 \text{ cm}$
- Masa: 154.90 g
- Densidad = 2511.50 Kg/m^3

■ Espécimen 2

- Espesor: 0.56 cm , 0.56 cm , 0.57 cm , 0.57 cm
- Espesor promedio: 0.57 cm
- Área de la cara frontal = $10.37 \text{ cm} \times 10.40 \text{ cm}$
- Masa: 154.50 g
- Densidad = 2535.52 Kg/m^3

Experimento	$T_{amb} [^{\circ}\text{C}]$	$k [\text{W/m K}]$
1	25.34	36.27×10^{-2}
2	25.35	36.35×10^{-2}
3	24.05	35.72×10^{-2}

Tabla E.4

Apéndice F

Datos de la difusividad térmica

Tabla F.1: Difusividad térmica para el material de madera

Experimento	<i>Difusividad</i> [m^2/s]
1	1.7×10^{-7}
2	1.75×10^{-7}
3	2.1×10^{-7}
4	1.8×10^{-7}
5	1.7×10^{-7}
Promedio	1.81×10^{-7}

Tabla F.2: Difusividad térmica para el vidrio

Experimento	<i>Difusividad</i> [m^2/s]
1	1×10^{-7}
2	1.1×10^{-7}
3	1.1×10^{-7}
Promedio	1.07×10^{-7}

Tabla F.3: Difusividad térmica para el material del aserrín comprimido

Experimento	<i>Difusividad</i> [m^2/s]
1	5.8×10^{-7}
2	6×10^{-7}
3	5×10^{-7}
4	4.7×10^{-7}
5	4.5×10^{-7}
6	5.5×10^{-7}
7	4×10^{-7}
8	4.5×10^{-7}
9	4.3×10^{-7}
10	4.2×10^{-7}
Promedio	4.85×10^{-7}

Tabla F.4: Difusividad térmica para el material del unicel

Experimento	<i>Difusividad</i> [m^2/s]
1	2.6×10^{-7}
2	2.5×10^{-7}
3	3.1×10^{-7}
4	3.6×10^{-7}
5	2.7×10^{-7}
6	2.9×10^{-7}
7	2.8×10^{-7}
8	3.3×10^{-7}
9	3×10^{-7}
10	3×10^{-7}
Promedio	2.95×10^{-7}

Bibliografía

- [1] F.P. Incropera and D. P. DeWitt. *Fundamentos de transferencia de calor y masa*. John Wiley & Sons, Inc., New York City, New York, 4th edition edition, 1996.
- [2] A. Boudenne, L. Ibos, E. Gehin, and Y. Candau. A simultaneous characterization of thermal conductivity and diffusivity of polymer materials by a periodic method. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 37(1):132, 2003.
- [3] J. Bermejo Arenas and E. Marin. Detección de ondas térmicas mediante mediciones en el modo de barrido en longitud. 2013.
- [4] S. Larsen and G. Garrido. Medición de la difusividad térmica de materiales de construcción. *Revista de la Construcción*, 3(1):21–29, 2004.
- [5] S. E. Gustafsson, E. Karawacki, and M. N. Khan. Transient hot-strip method for simultaneously measuring thermal conductivity and thermal diffusivity of solids and fluids. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 12(9):1411, 1979.
- [6] S. Kakaç and Y. Yener. *Heat conduction*. Washington:Taylor and Francis, 3th edition edition, 1993.
- [7] M. Weglarski. Thermal diffusivity and thermal conductivity measurement in thick—film microsystems. In *2008 31st International Spring Seminar on Electronics Technology*, pages 139–144. IEEE, 2008.

- [8] Z. Zeng, C. Shen, B. Shen, and Z. Hu. Cross-plane thermal conductivity and thermal diffusivity measurement in thin-films by one-dimensional thermal wave method. In *2011 6th IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems*, pages 1080–1084. IEEE, 2011.
- [9] S. Hadi, M. Nishitani, A. T. Wijayanta, T. Fukunaga, K. Kurata, and H. Takamatsu. Contact measurement of thermal conductivity and thermal diffusivity of solid materials: Experimental validation of feasibility with a prototype sensor. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 69:256–263, 2014.
- [10] F. Erdoğdu, M. Linke, U. Praeger, M. Geyer, and O. Schlüter. Experimental determination of thermal conductivity and thermal diffusivity of whole green (unripe) and yellow (ripe) cavendish bananas under cooling conditions. *Journal of food engineering*, 128:46–52, 2014.
- [11] Y. Zhu. Heat-loss modified angstrom method for simultaneous measurements of thermal diffusivity and conductivity of graphite sheets: The origins of heat loss in angstrom method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 92:784–791, 2016.
- [12] Á. Cifuentes, A. Mendioroz, and A. Salazar. Simultaneous measurements of the thermal diffusivity and conductivity of thermal insulators using lock-in infrared thermography. *International Journal of Thermal Sciences*, 121:305–312, 2017.
- [13] ASTM Standard et al. Standard test method for steady-state heat flux measurements and thermal transmission properties by means of the guarded-hot-plate apparatus. *Designation: C177–13*, 2004.
- [14] OMEGA. Common thermocouple temperature ranges. <https://www.omega.ca/en/resources/thermocouple-types>.
- [15] G. Karp and C. Lankton. A guarded-hot-plate thermal-conductivity apparatus for multilayer cryogenic insulation. In *Thermal Conductivity Measurements of Insulating Materials at Cryogenic Temperatures*. ASTM International, 1967.

- [16] KS. Reddy and S. Jayachandran. Investigations on design and construction of a square guarded hot plate (sghp) apparatus for thermal conductivity measurement of insulation materials. *International Journal of Thermal Sciences*, 120:136–147, 2017.
- [17] Orion Fans. Datasheet oa109lfg series. <https://orionfans.com/productFiles/datasheet/OA109LFG.pdf>.
- [18] A. Bejan and A. D. Kraus. *Heat transfer handbook*, volume 1. John Wiley & Sons, 2003.
- [19] The Engineering ToolBox. Thermal conductivity of common materials and gases. <https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d429.html>.
- [20] J. Megchum, F. Robles, M. Macías, and A. Osorio. Determinación de la conductividad térmica de materiales para biosecado mediante el método de placa caliente. *México: Instituto Politécnico Nacional*, 2012.
- [21] G. Barrera Castro, L. Ocampo Carmona, and J. Olaya Florez. Production and characterization of the mechanical and thermal properties of expanded polystyrene with recycled material. *Colombia: Pontificia Universidad Javeriana*, 21(2), 2017.
- [22] B. Adl-Zarrabi. Determination of thermal properties of wood based products by using transient plane source. <http://support.sbcindustry.com/Archive/2004/jun/Paper137.pdf>, 062004.