



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
FACULTAD DE INGENIERÍA**

***CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL MOVIMIENTO DE UNA BARRA DE MATERIAL CON MEMORIA DE FORMA MAGNÉTICA EN CAMPOS MAGNÉTICOS VARIABLES Y CONSECUENTES DESARROLLOS TEÓRICOS.***

**TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA MECÁNICA**

**PRESENTA:  
M. I. JUAN MANUEL HERNÁNDEZ CALDERÓN**

**TUTOR  
DR. JORGE CARRERA BOLAÑOS  
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR**

**DR. ARTURO BARBA PINGARRÓN, FACULTAD DE INGENIERÍA  
DR. JACINTO CORTÉS PÉREZ, FES ARAGÓN  
DR. CUENCA JIMÉNEZ FRANCISCO, FACULTAD DE INGENIERÍA  
DR. FLORES ZÚÑIGA HORACIO. IPICYT**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. OCTUBRE 2019**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Jurado

### JURADO ASIGNADO:

Presidente: **Dr. Arturo Barba Pingarrón**

Secretario: **Dr. Jacinto Cortés Pérez**

Vocal: **Dr. Jorge Carrera Bolaños**

1<sup>er</sup> Suplente: **Dr. Horacio Flores Zúñiga**

2<sup>do</sup> Suplente: **Dr. Francisco Cuenca Jiménez**

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, Ciudad de México

Boise, Idaho. Estados Unidos

TUTOR DE TESIS

**Dr. Jorge Carrera Bolaños**

-----

FIRMA

## DEDICATORIAS

El presente trabajo está dedicado a:

### **MIS PADRES:**

Al señor Roberto Hernández Alvarado y a la señora Irene Calderón Rangel, por su apoyo incondicional, cariño y amor. Por enseñarme a ser fuerte.

### **A MI PEQUEÑO BALAM:**

“Halló en ti un centro mi gravitación...”

### **A MIS HERMANAS:**

María, Irene y Ana, por el cariño inmenso que cada una, a su manera, me profesas. Las quiero...

### **A MI SOBRINA:**

Amaya, por darme la lección de vida más grande...

### **A MI TÍO:**

Al señor Ángel Calderón Rangel (q.e.p.d). Con este trabajo te agradezco lo que hiciste por mí, y al fin me despidió de ti...

## RECONOCIMIENTOS.

### **Dr. Jorge Carrera Bolaños**

Por la inmensa enseñanza, comentarios y por dirigir este trabajo siempre con una visión distinta, profunda y muy profesional.

Gracias por ayudarme a descubrir mi pasión por las matemáticas.

### **Dr. Peter Müllner**

Por la inmensa asesoría brindada durante mi estancia en la Universidad Estatal de Boise, Idaho. Por los consejos, las charlas caminando sobre la nieve y por brindarme la oportunidad de utilizar sus maravillosos laboratorios.

### **Dr. Paul Lindquist**

Por brindarme su ayuda y guía en todo lo que conlleva la caracterización magneto-mecánica de la aleación Ni-Mn-Ga. Por la amistad que durará el resto de nuestras vidas.

### **Dr. Jacinto Cortés Pérez, Dr. Horacio Flores Zúñiga, Dr. Arturo Barba Pingarrón, Dr. Francisco Cuenca Jiménez.**

Por su inmensa ayuda durante todo el doctorado y excelentes comentarios a la tesis. Por la disposición y paciencia.

**Universidad Nacional Autónoma de México y División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.**

Por permitirme estudiar mi posgrado y poner a mi disposición aulas, bibliotecas e institutos.

**Coordinación de estudios de posgrado y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)**

Por el apoyo económico durante el doctorado y la estancia en la Universidad Estatal de Boise, Idaho. E.U.

## **AGRADECIMIENTOS**

### **Universidad Estatal de Boise (Boise State University, Idaho. E.U.)**

Por permitirme realizar una estancia y brindarme todas las facilidades académicas, sociales y culturales.

**Equipo de trabajo del Dr. Peter Müllner: Link Patrick, Justina Freilich, Tammy Jackson, Andrew Armstrong, Ted Lawrence, Jeff Huntsinger, Danielle Nichols, Aaron Smith.**

Por todo el apoyo incondicional dentro de la Universidad Estatal de Boise, Idaho.

### **Compañeros del posgrado y amigos**

Elena Martínez y Gustavo Castillo por su amistad y apoyo incondicional en los buenos y malos momentos. Por escucharme...

### **A mis alumnos**

Por creer en mí.

## Tabla de contenido

Capítulo 1. Introducción.....	10
Capítulo 2. Aspectos generales y teóricos.....	13
2.1 Aleaciones con memoria de forma magnética. Caso básico de estudio .....	13
2.1.1. El fenómeno empírico de memoria de forma magnética. Definición del caso de estudio en sus aspectos geométricos y físicos. ....	15
2.1.2. Transformaciones martensíticas.....	17
2.1.3 Aleaciones tipo Heusler .....	23
2.1.4 Modelación del comportamiento de los materiales con memoria de forma magnética. ....	28
2.2 Magnetismo.....	30
2.2.1 Modelos considerando el magnético. ....	30
2.2.2 Deformación inducida por campo magnético en aleaciones ferromagnéticas con memoria de forma. ....	31
2.3 Teoría del medio elástico .....	33
2.3.1 Definición de cuerpo en la mecánica del medio continuo. ....	34
2.3.2 Deformación y desplazamiento.....	35
2.3.3 Representación vectorial de las deformaciones.....	35
2.3.4 Deformaciones infinitesimales. ....	37
2.3.5 Concepto de Fuerza .....	37
2.3.6 Elasticidad. ....	39
2.4. Deformación plástica en cristales.....	40
2.4.1 Cinemática y relaciones constitutivas. Formulación de R. Asaro. [33]...42	
2.4.2. Dislocaciones.....	42
Capítulo 3. Experimentación.....	47



3.1 Procedimiento experimental.....	49
3.2 Campo magnético giratorio .....	51
3.3 Análisis de imágenes.....	53
3.4 Resultados experimentales. ....	54
3.4.1 Análisis de resultados y discusión .....	62
3.5 Conclusiones experimentales.....	66
Capítulo 4. Descripción matemática de la deformación de una viga en voladizo sometida a flexión por campo magnético.....	71
4.1 Planteamiento del problema.....	71
4.2 Caso 1: Comportamiento elástico utilizando la solución de Landau para flexión y datos experimentales para materiales con memoria de forma magnética (MMFM).....	73
4.3 Caso 2: Comportamiento pseudoelástico utilizando la solución de Landau para flexión, datos experimentales y la descomposición del campo tensorial de deformaciones (Strain tensor) .....	87
Capítulo 5. Geometría del material con MFM en fase martensítica y simulaciones de movimientos de cuerpos comparables a las muestras experimentales. ....	94
5.1 Cambio de base .....	97
5.2 Cambio de base del campo tensorial de desplazamientos (tensor de deformación). ....	99
5.3 Análisis numérico de la Martensita modulada 10M. ....	104
5.4 Simulaciones en Java.....	112
5.4.1 Martensita 10M con dos sistemas de deslizamiento.....	114
5.4.2 Martensita No-Modulada con 4 sistemas de deslizamiento.....	118
5.4.3 Martensita 10M con 12 sistemas de deslizamiento.....	120
Capítulo 6. Conclusiones .....	121

6.1 Conclusiones experimentales:.....	121
6.2 Conclusiones teóricas: .....	122
6.3 Perspectivas .....	123
BIBLIOGRAFÍA .....	129

## **Capítulo 1. Introducción.**

En las últimas décadas la investigación sobre nuevos materiales, ya sean metales, polímeros, cerámico, etc., se ha venido intensificando dado las exigencias que los avances tecnológicos imponen. Dentro de los materiales más prometedores y que en la actualidad son una excelente opción principalmente para aplicaciones médicas, en aeronáutica o robótica, son los denominados materiales inteligentes.

Este tipo de materiales a menudo se denominan también materiales multifuncionales, cuya principal característica es que son capaces de responder de modo reversible y controlable ante diferentes estímulos físicos o químicos externos, modificando alguna de sus propiedades.

Estos materiales pueden ser inorgánicos, metálicos o orgánicos. Su comportamiento es muy diverso, siendo sensibles a una amplia variedad de fenómenos físicos y químicos.

Entre estos materiales están los materiales con memoria de forma, que por cierto son de gran interés desde el punto de vista tecnológico e ingenieril. Estos tienen la capacidad peculiar de recordar su forma y regresar a ella incluso después de haber sido deformados. Este efecto se puede producir por un esfuerzo, un cambio en la temperatura, y también bajo la influencia de un campo magnético.

Bajo el término de materiales con memoria de forma existen cuatro clases diferentes, según la naturaleza, o del material en sí, o del estímulo externo al que responden. Las cuatro clases en las que se pueden dividir son:

- Aleaciones con Memoria de Forma (Shape Memory Alloys, SMA-s)
- Cerámicas con memoria de forma (Shape Memory Ceramics, SMC-s)
- Polímeros con memoria de Forma (Shape Memory Polymers, SMP-s)
- Aleaciones Ferromagnéticas con Memoria de Forma (Ferromagnetic Shape Memory Alloys, FSMA-s).

El presente trabajo se enfoca en el estudio de materiales con memoria de forma magnética, específicamente en la caracterización mecánica de la aleación Ni-Mn-Ga y el análisis del comportamiento de dicho material sometido a flexión por medio de un campo magnético.

El objetivo específico de los capítulos 2 y 3 es el de presentar el problema experimental concreto, el tipo de material, el tipo de probeta, las condiciones de frontera, las fuerzas ejercidas por un campo magnético variable, etc. Se presentan también los experimentos realizados en la **Universidad de Boise State, Idaho**, y se ubican estos experimentos en el contexto teórico de la mecánica del medio continuo

En el capítulo 4 se aplicó el método de Cortés Pérez para el análisis de la transformación martensítica. Éste fue aplicado a la aleación Cu-Al-Be desde el punto de vista geométrico y se llevaron a cabo una serie sistemática de simulaciones, desde el caso homogéneo e isotrópico hasta el material anisotrópico. Para este último, se utilizó la representación de la anisotropía producida por un campo vectorial, y desarrollada por Lev. Landau. Estas simulaciones se comparan con digitalizaciones de fotografías del movimiento tomadas durante los experimentos. Las conclusiones más importantes de estas dos etapas son:

1. Una serie de tablas e imágenes mostradas en capítulo 3, permiten observar que la recuperación de la forma original no es completa al pasar el campo magnético por magnitud cero, manifestando el material un carácter pseudoelástico.
2. La deformación del material puede aproximarse, en primera instancia, por la combinación de rotaciones centradas en un punto que se desplaza linealmente, exterior al cuerpo, con elongaciones. El análisis geométrico de la deformación durante los experimentos muestra secciones, volúmenes definidos, aparentemente de elongación pura, hasta donde la precisión del experimento y la definición de las fotografías permiten afirmar.

Finalmente, se pudo constatar que, en la proyección del movimiento sobre el plano bidimensional hay direcciones de máxima elongación y máxima deformación debida a la flexión (Bending Strain), y una caracterización magneto-mecánica más completa se pudo realizar, como la caracterización de la variación del radio de curvatura de la probeta como función del campo magnético aplicado. Esto se puede constatar en la serie de gráficas presentadas en una serie de imágenes en el capítulo 3.

## **Capítulo 2. Aspectos generales y teóricos**

En este capítulo el problema fue planteado inicialmente en forma empírica, basado en experiencias previas y en el conocimiento práctico de la situación. La presentación del problema práctico da la pauta para presentar los conocimientos teóricos de que se dispone hasta el momento. En especial se profundiza en los aspectos de la transición austenita-martensita y de la fase martensítica, y se dan los elementos teóricos de los que se dispone.

Este capítulo tiene como objetivo establecer el marco bajo el cual, en el siguiente capítulo, se realizan los experimentos para, finalmente, en el capítulo 4 contrastar éstos con el conocimiento de que se dispone.

En el capítulo 5 se presentan entonces los resultados de la modelación matemática, lo que, junto con los aspectos presentados en este capítulo y la experiencia y contraste con la experimentación, permiten plantear nuevas hipótesis acerca de los mecanismos macroscópicos, microscópicos (estructura cristalina) y su interrelación.

Finalmente, bajo la premisa de nuevos experimentos que aquí se proponen, es posible generar una nueva y más profunda visión del comportamiento de estos materiales y su posible utilización práctica.

### **2.1 Aleaciones con memoria de forma magnética. Caso básico de estudio**

En este trabajo se analiza el comportamiento mecánico de ciertas aleaciones *metálicas* llamadas aleaciones con memoria de forma magnética (MSMA) que tienen tres características fundamentales para este estudio:

- Son sensibles a campos magnéticos, esto es, campos magnéticos inducen movimientos (o bien, deformaciones) en el material.
- Presentan el fenómeno denominado “memoria de forma magnética”.

En el caso de las aleaciones ferromagnéticas con memoria de forma (FSMA), las deformaciones se presentan como resultado de una reorientación de variantes (maclas) de martensita, dichas variantes son móviles y se pueden reorientar mediante la aplicación de un campo magnético externo. Las propiedades de superelasticidad que presentan estos materiales y efecto de memoria de forma derivan del hecho de que este tipo de materiales sufren una transformación termoelástica denominada martensítica, en la que intervienen tanto los esfuerzos como la temperatura.

- son de tipo martensítico en el intervalo de temperaturas en que se ensayaron.

Además del interés en sí del fenómeno, el estudio de estos materiales tiene gran potencial práctico, como ya se ha visto en aplicaciones recientes [1] y en aplicaciones de memoria de forma de otros tipos.

La hipótesis básica que se plantea en este trabajo para entender el funcionamiento mecánico de estos materiales es que dicho comportamiento es una manifestación macroscópica de la estructuración dinámica de su estructura cristalina, en especial en lo concerniente al papel que juegan las dislocaciones de esa estructura. Debido a la complejidad de la situación, el planteamiento estricto de esta hipótesis se dará una vez presentado formalmente el problema. Se da primero una presentación intuitiva del fenómeno, usando como caso de estudio aleaciones de Ni-Mn-Ga, esta es la aleación con memoria de forma más ampliamente estudiada y cuya primera investigación se reportó en 1996 [2]. Después se presenta, desde nuestro punto de vista, lo esencial de las transformaciones martensíticas.

Debido a su capacidad de reacción estos materiales han sido llamados “materiales inteligentes” o “activos”. Para evitar connotaciones no técnicas, proponemos llamarlos materiales “dinámicos” o dinámicamente activos”. Lo inteligente no es el material, sino la manera de usarlo.

### 2.1.1. El fenómeno empírico de memoria de forma magnética. Definición del caso de estudio en sus aspectos geométricos y físicos.

En este trabajo se utilizaron probetas con forma prismática y con sección transversal cuadrada de la aleación Ni-Mn Ga, con las siguientes dimensiones (Figura 2.1):

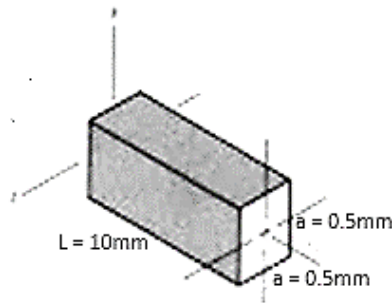


Figura 2.1 Configuración básica.

Consideraciones:

Nota 01.

1. Los experimentos se realizaron con tres tipos de geometrías. Sin embargo, la geometría presentada aquí se asume como básica para la comprensión de otras geometrías y por lo tanto la modelación matemática se basó en esta geometría.
2. La probeta se encuentra en cantiléver. Llamaremos “base” de la probeta a la cara cuadrada sometida a una condición Dirichlet de inmovilidad. La otra cara cuadrada es entonces el extremo “libre” de la probeta.
3. El material se somete a la acción de un campo magnético orientado y cuya intensidad varía periódicamente. Bajo estas condiciones el material presenta deformaciones máximas cuando el campo alcanza su mayor valor y, aparentemente, “recupera” su forma original al desaparecer el campo, esto es, su intensidad se reduce a cero.

Lo interesante es que, comparadas con materiales cuyo comportamiento se puede considerar isotrópico y homogéneo, e inclusive con materiales cristalinos “puros”



(en los cuales no se considera el papel de las dislocaciones sino sólo la anisotropía que caracteriza macroscópicamente la estructura cristalina [3]) la deformación es “muy grande”, es decir, deformaciones del mismo orden de magnitud en materiales análogos no martensíticos son plásticas (no hay recuperación de forma). En capítulo 4 y 5 se presenta esta situación usando mecánica del medio continuo para definir los problemas no de MFM y se comparan con las deformaciones obtenidas experimentalmente en MMFM. El estudio sistemático de estos materiales es relativamente nuevo y ha sido principalmente de tipo experimental y en el contexto y tipo presentado en el inciso anterior.

A lo largo de este proyecto se ha visto, conforme se conocía mejor el fenómeno y se proponían aspectos teóricos que deben ir llevando a una teoría de los MMFM, que hay aspectos que no pueden ser estudiados adecuadamente en ese contexto. Por ejemplo, se tienen muy pocos datos acerca de situaciones estacionarias, como la aplicación de una fuerza continua no periódica paralela al eje mayor de la probeta para determinar la elongación de la probeta en esa dirección y también en otras.

Carecemos también de datos que permitan establecer los límites de la deformación “elástica”, es decir, que permitan establecer cuando el material se deforma plásticamente. Esto debido al hecho de que son materiales frágiles y es difícil alcanzar el esfuerzo de cedencia.

También se pudo constatar que la recuperación de forma no es total, pero debido a la naturaleza periódica del campo magnético el material obtiene energía que le permite llegar a lo que podríamos llamar “recuperación total de forma” y continuar su deformación conforme crece el campo.

Es decir, el objetivo principal de este trabajo, sentar bases teóricas para comprender por qué funcionan así estos materiales, se establecen a lo largo de esta tesis no sólo la necesidad de ciertos datos, sino se plantean diseños de experimentos para obtenerlos. Esto se convirtió en el segundo objetivo general de la investigación.

### 2.1.2. Transformaciones martensíticas.

Por hipótesis, para que se presente el efecto de memoria de forma magnética, se requiere que esté presente en el material una microestructura especial. Dicha microestructura se produce mediante transformaciones de tipo martensítico [4]. Por lo general, la transformación martensítica se da desde una fase de alta temperatura llamada Austenita la cual está representada por una celda cúbica centrada en el cuerpo o una celda centrada en las caras, hasta una fase de menor temperatura representada por una celda con una menor simetría cristalográfica (por lo general estructuras tetragonales).

Los materiales con memoria de forma magnética (MMFM) así como los materiales con memoria de forma convencional (o térmica) tienen, desde el punto de vista cristalográfico, algo en común: que sufren una la transformación martensítica. La mayoría de los materiales metálicos y cerámicos de la actualidad tienen la peculiaridad de sufrir una transformación o cambio de fase de este tipo, generando una estructura cristalina, así como propiedades mecánicas diferentes, en la mayoría de los casos mejores, a las que presenta el material antes de la transformación.

La transformación martensítica es una transformación que involucra un movimiento cooperativo de átomos, cuyos desplazamientos son menores al parámetro de red, produciendo otra estructura cristalina (Fig 2.2).

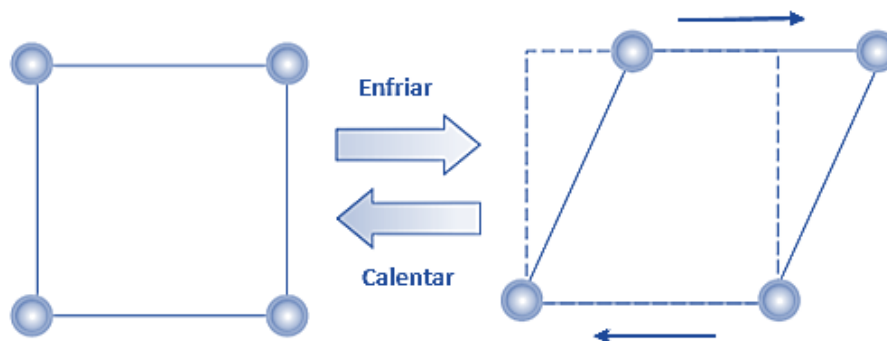


Fig 2.4. Esquema del cambio de la celda unitaria cuando sufre una transformación martensítica.

La transformación martensítica se caracteriza por un desplazamiento atómico coordinado el cual se presenta por medio de una deformación de corte o por medio de cortantes sucesivos. La transformación martensítica se define como un cambio estructural de primer orden en estado sólido, que presenta las siguientes características:

- (a) Es de tipo displacivo
- (b) Se produce sin que tenga lugar la difusión de especies químicas
- (c) Está dominada cinética y morfológicamente por la energía de deformación que proviene de desplazamientos de tipo corte.

La transformación martensítica entraña un movimiento cooperativo de átomos que da lugar a un cambio de forma en la región en la que se transforma. El hecho de que sea una transformación no difusiva implica que no existe una mezcla aleatoria de átomos durante el cambio estructural, por lo tanto, la fase producto hereda la misma composición, orden atómico y defectos cristalinos que estaban presentes en la fase original.

Como la transformación no requiere difusión, muchas transformaciones martensíticas ocurren a muy bajas temperaturas, incluso cerca del cero absoluto [5]. Las temperaturas a las cuales ocurre la transformación martensítica dependen de la composición química, del orden químico, entre otros. En las aleaciones con memoria de forma magnética la deformación se produce por una reorientación de variantes (maclas) de martensita. Generalmente las fronteras de macla son móviles y pueden ser reorientadas bajo la acción de un campo magnético.

En los materiales ferromagnéticos estas variantes están consideradas como dominios magnéticos, teniendo una orientación magnética diferente respecto a las otras, por lo que al aplicar un campo magnético externo los momentos magnéticos de las variantes tratan de alinearse en la dirección del campo magnético (Fig 2.3).

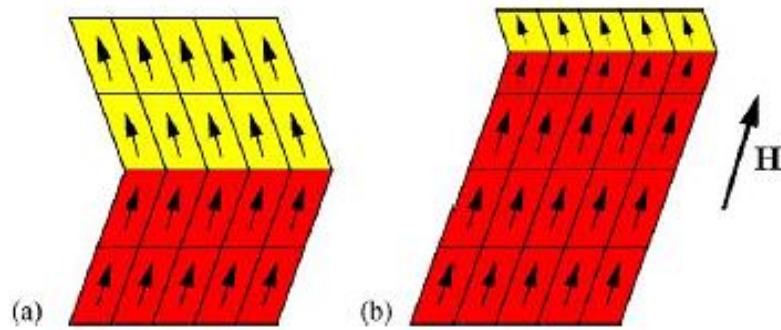


Fig 2.3 (a) Momentos magnéticos sin campo externo. (b) Redistribución de variantes con la aplicación de un campo [4].

Al momento que se deja de aplicar el campo, los dominios magnéticos se acomodan de tal forma que evitan la formación de superficie, teniendo que anular cualquier magnetización neta. Debido al fácil movimiento de la frontera de macla el material puede ser deformado fácilmente en la fase martensítica. Cuando el material se calienta y regresa a la fase austenítica, éste recobra su forma original, es decir, recuerda la forma que tenía antes del tratamiento térmico (templado) [4].

La anisotropía magnética es de suma importancia en estos materiales ya que debe ser mayor a la energía necesaria para generar el movimiento de las fronteras de macla, ya que ejerce una cierta presión, permitiendo hacer crecer las maclas favorablemente orientadas debido a la fuerza de magnetización, completamente dentro del estado martensítico (Fig. 2.4).

Las aleaciones Ni-Mn-Ga muestran una estructura ortorrómbica, las cuales tienen más posibilidad de orientar una macla que una estructura tetragonal [6].

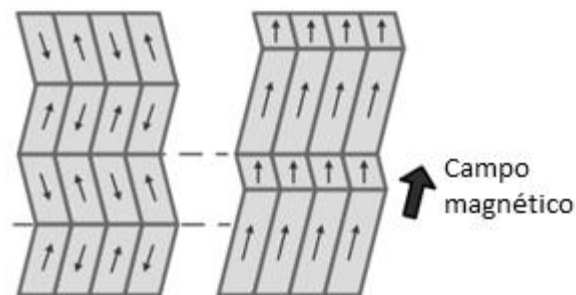


Fig. 2.4 Campo magnético inducido en el movimiento de una macla

Para que el efecto de memoria de forma magnética se presente el material debe presentar las siguientes características:

- El material debe ser ferromagnético
- La aleación debe encontrarse en fase martensítica
- Las temperaturas de trabajo deben ser inferiores a las de transformación martensítica
- No se debe sobrepasar la temperatura de Curie, dado que la aleación se comportará como paramagnética.

Las aleaciones con memoria de forma magnética presentan significativas ventajas frente a otras tecnologías para la construcción de actuadores, en biomédica, aeronáutica y robótica principalmente. El hecho de que estos materiales produzcan un desplazamiento y fuerza por la acción de un campo magnético, permite, por una parte, un tiempo de respuesta bajo, y por otra, la posibilidad de acción sin contacto.

Los materiales con memoria de forma magnética tienen la habilidad de convertir energía magnética en energía mecánica, lo que permite usarlos como sensores o actuadores principalmente. La principal desventaja que se presenta, principalmente en las aleaciones del tipo Ni-Mn-Ga, es su alta fragilidad.

Entre las características más importantes de este tipo de transformación se encuentran las siguientes:

- La transformación induce una deformación cortante muy grande, pese a que el desplazamiento de cada átomo suele ser muy pequeño, por lo general, mucho menor a la distancia interatómica.
- El cambio de volumen a lo largo de la transformación es muy pequeño y se puede considerar insignificante [7].

La transformación martensítica ocurre a temperaturas que ahora en la actualidad se pueden determinar mediante diversas técnicas, casi de manera exacta. Se ha podido constatar mediante experimentos que las temperaturas de transformación

pueden variar de acuerdo a la composición química del material. En el caso de la aleación con memoria de forma magnética del sistema Ni-Mn-Ga, un cambio de al menos 5% en el contenido atómico de cada elemento representa un cambio en las temperaturas de transformación Austenita-Martensita de entre 150K y 458K [8].

La técnica de Calorimetría de Barrido Diferencial (CBD) es una técnica en la cual la diferencia en la cantidad de calor requerida para aumentar la temperatura de una muestra, respecto a una referencia, se mide como una función de la temperatura. Las temperaturas de transformación están dadas por  $M_s$  y  $M_f$ , que representan las temperaturas de inicio y fin de la transformación martensítica, y por las temperaturas  $A_s$  y  $A_f$ , las cuales representan el inicio y fin del proceso de transformación Martensita-Austenita.

La figura 2.5 representa una curva típica de la medición de las temperaturas de transformación obtenidas mediante la técnica de Calorimetría de Barrido Diferencial (CBD) [7].

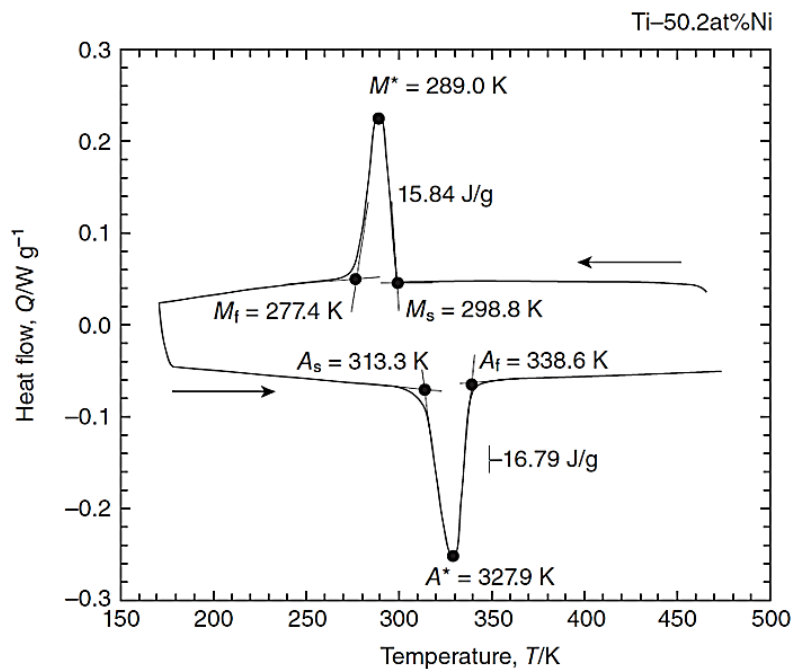


Fig 2.5. Temperaturas de transformación mediante la técnica CBD para una aleación de Titanio [7]

Por otro lado, los cambios desde el punto de vista cristalográfico resultan de peculiar interés debido a las alteraciones mecánicas que generan en el material. Dichos cambios se pueden analizar en dos momentos a lo largo de la transformación Austenita-Martensita.

Primero, en la figura se muestra que al enfriar la aleación desde alta temperatura (austenita), la transformación de fase comienza a 298 K ( $M_s$ ). Por debajo de esta temperatura, una pequeña porción de Martensita (generalmente en forma de agujas) comienza a formarse dentro de la Austenita a una temperatura  $M_s$ . A medida que el material se enfría aumenta la cantidad de martensita dentro la austenita dentro de un intervalo de temperaturas entre  $M_s$  y  $M_f$ .

Finalmente, a una temperatura por debajo de  $M_f$  cuando se tiene un material con una estructura martensítica en su totalidad. La martensita tiene diferentes orientaciones llamadas variantes, las cuales se forman de manera equiprobable durante la transformación. En la Figura 2.6 muestra la simplificación considerando sólo dos posibles variantes [7].

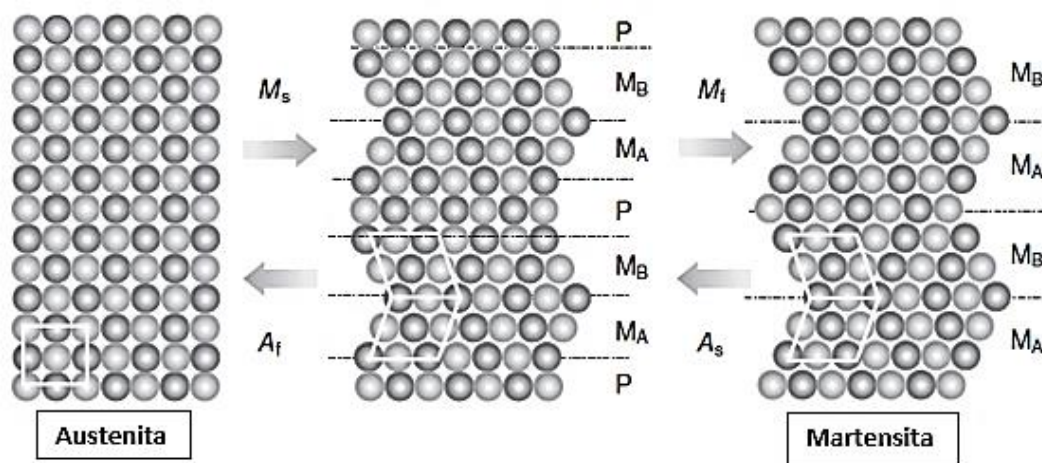


Fig. 2.6. Esquema del reordenamiento atómico durante la transformación martensítica: P: Fase original (Austenita), M: Martensita,  $M_A$  y  $M_B$  representan las variantes de martensita generadas por las deformaciones de corte a lo largo de la transformación [7].

### 2.1.3 Aleaciones tipo Heusler

A principios del año de 1898, el alemán Friedrich Heusler descubrió una serie de aleaciones ferromagnéticas, que contenían principalmente cobre, manganeso y aluminio. La característica fundamental que observó es que presentaban propiedades magnéticas interesantes, pese a que ninguno de sus elementos presenta carácter ferromagnético [9].

Las aleaciones del tipo Ni-Mn-Ga se denominan aleaciones tipo Heusler, son compuestos intermetálicos ternarios que presentan una estructura ordenada principalmente del tipo  $L2_1$ . Tienen, además, la peculiaridad de presentar carácter ferromagnético a pesar de que ninguno de los componentes presentes en la aleación sea ferromagnético por sí solo, carácter que se pone de manifiesto cuando la aleación sufre una transformación de tipo martensítica [4].

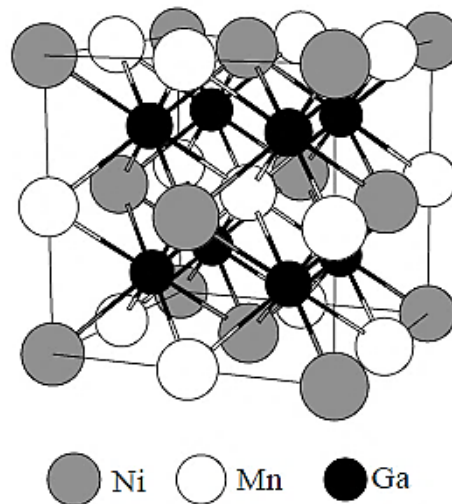


Fig. 2.7 Estructura cúbica  $L2_1$  de las aleaciones Ni – Mn – Ga (fase de alta temperatura, austenita) [4].

La transformación Cúbica-Tetragonal suele ser la más estudiada en el caso de la aleación Ni-Mn-Ga, Fig 2.7. En esta aleación aparecen tres variantes de martensita con su eje corto (de fácil magnetización) paralelo respectivamente a los ejes x-y-z de la fase de alta energía (Austenita), figura 2.8.



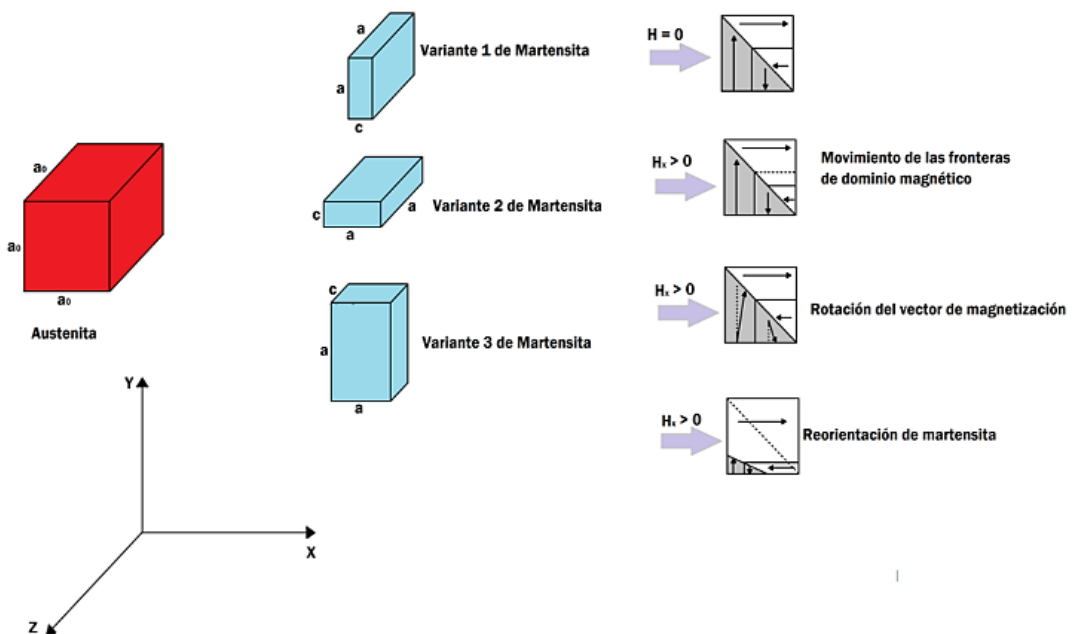


Fig. 2.8 Variantes de martensita con estructura en dominios [5].

En cuanto a la deformación máxima inducida en presencia del campo magnético se ha podido constatar que para valores de 1200 kA/m en estructuras 5M y 7M ésta alcanza entre el 10% y 12% de su tamaño respectivamente [10]. Las deformaciones significativas y motivo del amplio estudio de estos materiales se pueden presentar por medio de dos mecanismos principales:

- Reorientación de variantes.
- Movimiento de la frontera del dominio magnético

Los dominios magnéticos se definen como regiones donde la magnetización del material ferromagnético se encuentra en determinadas direcciones, de tal manera que un material ferromagnético sin la acción de un campo magnético externo presenta una estructura equilibrada. Las fronteras de dichos dominios, en los materiales con memoria de forma magnéticos coinciden con las fronteras de las variantes de martensita por lo cual el movimiento de dichas fronteras está íntimamente relacionado con el mecanismo de deformación en dichos materiales, Fig 2.9.

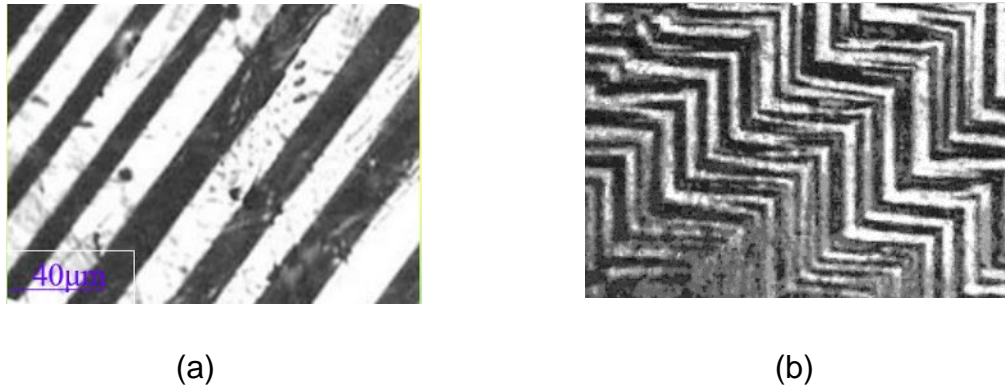


Fig 2.9. Dominios magnéticos a 90°. a) Imagen óptica, b) imagen magneto-óptica [63].

También es importante considerar que bajo la acción de campos magnéticos pequeños la imanación de las variantes de martensita que se encuentren fuera de su eje fácil de magnetización, únicamente rotará generando una deformación de apenas 0.012% aproximadamente, pero a campos más elevados las variantes magnetizadas en dirección del eje fácil iniciarán el proceso de reorientación de variantes lo cual significa una deformación más grande. Para estas aleaciones, los intervalos en las temperaturas de transformación martensítica van desde los 160 hasta los 620 K [4], las cuales varían principalmente con la composición del material.

En los monocristales de tipo Ni-Mn-Ga la fase martensítica aparece en tres diferentes variantes, las cuales corresponden a las tres posibles direcciones cristalográficas. De las tres posibles estructuras martensíticas, dos de ellas poseen una estructura cristalina del tipo tetragonal y la restante es del tipo ortorrómbica. Las primeras dos tetragonales se designan 10M (5M) y NM en función su modulación y los periodos en los planos atómicos, finalmente la estructura ortorrómbica se designa como 14M (7M). Siendo la estructura NM la más estable de las tres, Fig 2.10. Las estructuras moduladas o martensitas moduladas representan la periodicidad más corta (en el maclado) dada por el parámetro de red. Las estructuras moduladas se consideran metaestables esto debido a que defectos microestructurales (como las fronteras de macla) presentan cantidades de energía

considerables que pueden derivar en una transición hacia una estructura principalmente tetragonal.

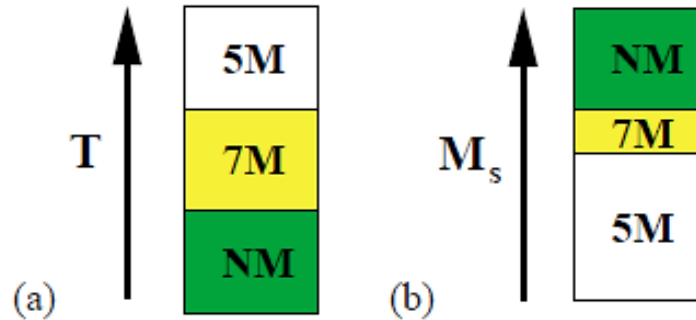


Fig. 2.10 a) Estabilidad de las fases martensíticas. b) relación entre la primera estructura de martensita (variante) y la temperatura de transformación  $M_s$  [4].

Variaciones en los porcentajes de Ni (entre 48% y 51%), Mn (entre 28% y 31%) y Ga (entre 21% y 24%) se han propuesto [10], para analizarse bajo la acción de un campo magnético. A 300kA/m durante 5 segundos con 3 repeticiones se han obtenido resultados de interés. El incremento en los porcentajes del Ni, Mn y Ga han demostrado que incrementan las temperaturas de transformación [10].

La adición de metales ferromagnéticos como el hierro y el cobalto en aleaciones como Ni-Mn-Ga ha demostrado que modifica de manera trascendente las propiedades magnéticas de la aleación [12, 13], modificando, por tanto, sus propiedades como aleación con memoria de forma magnética. La presencia de Fe en estos compuestos intermetálicos genera una interacción magnética elevada, generando con esto que la temperatura de Curie para la aleación se incremente. Así como también sus temperaturas de transformación.

En aleaciones a las cuales se les adicionan porcentajes pequeños de hierro se ha podido demostrar que al exponer el material a la acción de un campo magnético de entre 0T y 5T [14], la deformación inducida se incrementa a medida que el campo magnético aumenta. El cambio en la deformación obtenida a 1T es de

aproximadamente 40% del total que se llega a obtener a 5T, y es aún más grande que la deformación que se puede inducir en aleaciones Ni-Mn-Ga sin la adición de hierro [15, 16]. Entre otros resultados de relevancia, se ha podido observar que a medida que la cantidad de hierro se incrementa la temperatura de transformación martensítica ( $M_T$ ) disminuye mientras que la temperatura de Curie ( $T_C$ ) aumenta [14].

Se ha podido demostrar, además, mediante estudios recientes, que la diferencia en la composición, estructura, defectos estructurales y tamaño y frontera de grano tienen una influencia trascendental principalmente en la deformación máxima que se pueda alcanzar en aleaciones de tipo Ni-Mn-Ga. En materiales policristalinos se llegan a alcanzar deformaciones muy pequeñas (entre 1% y 2%) esto debido a las muy diversas orientaciones de los granos, lo reduce la movilidad de las fronteras de macla, limitando así la deformación [17].

Las estructuras martensíticas más ampliamente reportadas son las estructuras de tipo monoclinicas, dichas estructuras presentan variaciones en los ángulos de los ejes que forman la celda unitaria, por lo general presentan ángulos ligeramente mayores a  $90^\circ$ . En el caso concreto de la aleación Ni-Mn-Ga se presentan tres estructuras principalmente, la denominada 14M a la cual está asociada hasta una deformación máxima de 12%, una estructura martensítica denominada 10M la cual alcanza hasta deformaciones máximas de 6% su tamaño y una no modulada (NM) la cual puede llegar alcanzar deformaciones de hasta 20%, pero en la cual no se ha podido observar aún el efecto de memoria de forma magnética.

Jin et al [18] realizaron una serie de estudios en los cuales obtuvieron diversas estructuras martensíticas dependiendo de la composición de cada una, así como su relación con sus temperaturas de transformación. La figura 2.11 muestra algunos de sus resultados.

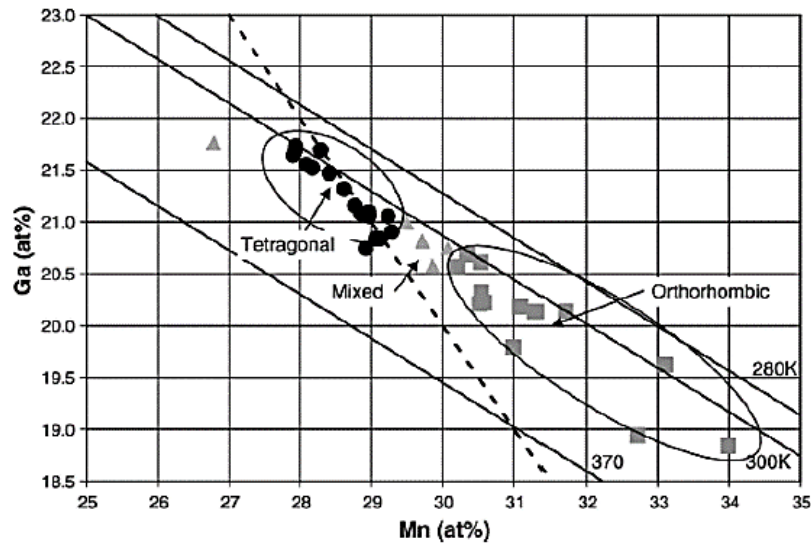


Fig 2.11. Estructuras martensíticas como función de la composición. Los círculos representan la estructura 10M, los triángulos una mezcla entre la 10M y 14M, las líneas sólidas representan las temperaturas de transformación martensíticas y la línea punteada indica una composición atómica de 50% en el Níquel. [18]

#### 2.1.4 Modelación del comportamiento de los materiales con memoria de forma magnética.

La modelación del comportamiento de materiales con memoria de forma se ha realizado en los últimos años considerando primero materiales con memoria de forma convencional (térmica), tomando en consideración aspectos muy diversos como:

- Crecimiento de variante
- Relación cinética
- Las tres bases cristalinas de trabajo
- Cambio de base de un campo lineal

Dichos términos son empleados después para definir campos de desplazamientos que describan la formación y crecimiento de una variante de martensita en el material en función de la orientación del cristal, el esfuerzo aplicado y la temperatura de prueba., tal es el caso del modelo propuesto por Jacinto Cortés Pérez [19]. Dicho trabajo propone un modelo matemático que permite simular el comportamiento de

las aleaciones con memoria de forma desde el nivel de la estructura atómica, hasta el nivel macroscópico.

Este tipo de modelos van desde el análisis de la relación entre las temperaturas y esfuerzos bajo la acción de un campo externo, hasta el estudio del comportamiento magnético de aleaciones del tipo Ni-Mn-Ga, pero también el interés va cambiando de horizontes y se han comenzado a estudiar las propiedades de aleaciones de tipo Fe-Mn-Cr-Si-Tb-B [20].

Se han propuesto muy diversos modelos para determinar la respuesta tanto magnética, mecánica e incluso térmica de los materiales con memoria de forma magnética, considerando aspectos fenomenológicos, principalmente [21].

Aunque se presentan varios modelos con características muy peculiares, dos son las posibles teorías que pueden utilizarse en el modelado del comportamiento de los materiales con memoria de forma magnética [22]: La primera, basada en las propiedades microscópicas y la física de sólidos. Esencialmente empleada por físicos y teóricos, algunos artículos relevantes que se encuentran en la literatura se pueden consultar en [23 – 26]. La segunda teoría de modelaje está basada principalmente en el análisis de las propiedades macroscópicas y termodinámicas. Enfocada principalmente en la dinámica de sistemas, utilizada principalmente en el desarrollo y fabricación de actuadores. Esta teoría es utilizada principalmente por ingenieros. Algunos modelos de este tipo que se pueden encontrar en la literatura son [27 – 29].

Aunque varios modelos se han propuesto en la actualidad, los materiales con memoria de forma magnética requieren de un estudio aún más amplio, además de generar nuevos campos de aplicación y poner al alcance la manufactura de estos materiales.

## 2.2 Magnetismo.

Las deformaciones inducidas por campo magnético en aleaciones ferromagnéticas con memoria de forma se deben principalmente a la estructura de variantes de martensita que presentan estos materiales. Para describir el comportamiento de dichas aleaciones bajo la acción de campos magnéticos es fundamental desarrollar modelos cada vez más complejos, atendiendo tanto aspectos mecánicos como energéticos y magnéticos.

### 2.2.1 Modelos considerando el campo magnético.

La acción de un campo magnético externo sobre un material ferromagnético representa un aumento en la magnetización del material, propiamente el material adquiere momento magnético, generando zonas denominadas dominios magnéticos. En el caso de los materiales con memoria de forma magnética esto está determinado por direcciones preferenciales, dado que dichos materiales son altamente anisotrópicos.

Considerando un análisis estático (sin corrientes y sin campos eléctricos) de un material ferromagnético dentro de un campo, éste se rige por las siguientes ecuaciones de Maxwell.

$$\nabla B = 0$$

$$B: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad (2.2.1)$$

$$\nabla H = 0$$

$$H: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad (2.2.2)$$

Donde B representa la densidad de flujo magnético, tal que:

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 (H + M), \text{ en el cuerpo.} \\ B &= \mu_0, \text{ en el aire.} \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Aquí  $M$  representa la densidad de momento magnético o vector de magnetización del material, la magnetización del material juega un papel fundamental dado que una saturación en la magnetización supone un movimiento de las fronteras de dominio. La magnetización está definida como:

$$M = \sum_k^n (p_m)_k$$

$$M: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad (2.2.4)$$

En este punto vuelven a ser de gran importancia las condiciones de frontera, condiciones de frontera Neumann se deben considerar en las fronteras de  $\Omega$ , de tal manera que éstas estén representadas por las tracciones magnéticas. La fuerza magnética que actúa sobre  $\Omega$  puede representarse por.

$$f_k = \mu_0 M_j H_{k,j} \quad (2.2.5)$$

## **2.2.2 Deformación inducida por campo magnético en aleaciones ferromagnéticas con memoria de forma.**

Introducción.

Para que un material con memoria de forma magnética experimente una deformación inducida por un campo magnético deberá encontrarse en su fase martensita (de modo que haya variantes) y estar en estado ferromagnético, es decir, por debajo de la temperatura de Curie.

Los materiales ferromagnéticos presentan una imanación macroscópica  $M$ , pero ésta puede ser mucho menor que la imanación de saturación  $M_s$ , que se da cuando todos los momentos magnéticos están alineados, debido a que en un material ferromagnético los momentos magnéticos se distribuyen en dominios en los que la



imanación está saturada, pero que tienen orientaciones distintas entre sí. El proceso de saturación depende del material, a veces se requieren campos pequeños para saturar 1T, por ejemplo, y otros a 14 T no han saturado.

En un material en estado martensítico se tienen diversas orientaciones de las variantes, que presentan una dirección de fácil imanación. En esa dirección de fácil imanación la susceptibilidad magnética es máxima. Al aplicar un campo externo H a una variante con imanación M, la energía magnetostática está dada por:

$$E_{\text{magnetostática}} = -\mu_0 H \cdot M \quad (2.2.6)$$

Siendo  $\mu_0$  la permeabilidad magnética del vacío. En los materiales ferromagnéticos con memoria de forma el campo tiende a alinear los momentos magnéticos en su dirección y además, si el valor de M es grande, bastará sólo un campo pequeño para alinear esos momentos.

Por otro lado, las aleaciones magnéticas presentan una energía de anisotropía magnética, que es la responsable de que la imanación se mantenga en la dirección del eje fácil. Esta energía está relacionada con una constante de anisotropía (Ku) propia de cada material por la siguiente expresión:

$$E_{\text{anisotropía}} = Ku \text{sen}(2\Theta) \quad (2.2.7)$$

La constante de anisotropía deberá ser grande para que la reorientación de variantes en la martensita sea energéticamente favorable al aplicar un campo externo y que no tenga lugar un simple cambio en la dirección de imanación con respecto a la orientación cristalina. Es decir, que si el campo tiende a mover la imanación fuera del eje y la imanación tiende a mantenerse en dicho eje, podría llegar a mover físicamente la celda, dando lugar a la reorientación de variantes.

Si el material es ferromagnético y presenta una constante de anisotropía grande, al aplicar un campo el porcentaje de variantes con su imanación alineada con el campo crecerá, a expensas de aquellas que presenten otras direcciones.

Esto producirá un cambio en la forma macroscópica del material en la dirección del campo, produciendo el efecto de deformación inducido por campo magnético [38]. Este efecto se muestra en la Figura 2.12.

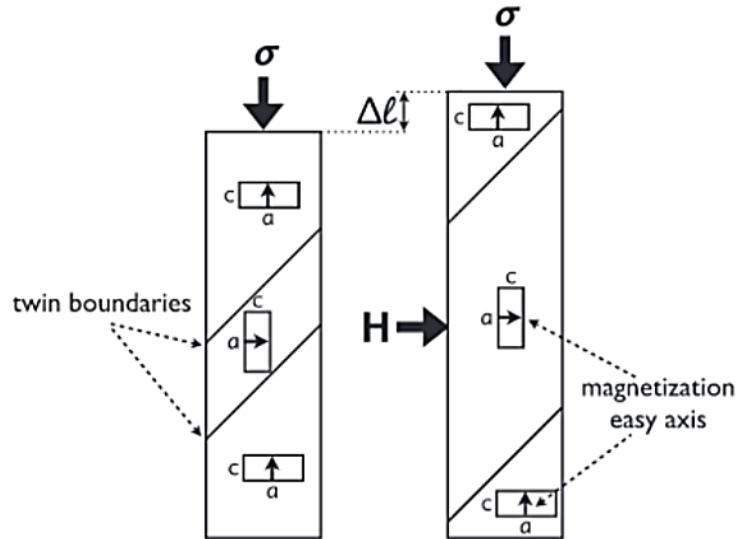


Fig 2.12 Deformación generada por la reorientación de variantes en un material ferromagnético, generando una deformación [38].

### 2.3 Teoría del medio elástico

En el presente capítulo se abordan los aspectos cinemáticos fundamentales, considerados desde el punto de vista de la mecánica de los medios continuos. Las ecuaciones fundamentales de la teoría de la elasticidad que constituyen la base matemática de la mecánica del medio continuo fueron establecidas por A. L. Cauchy en su artículo: *Recherches sur l'équilibre et le mouvement intérieur des corps solides ou fluides, élastiques ou non élastiques* (1823).

Es el concepto de cuerpo, desde el punto de vista matemático, el cual permite establecer una diferencia fundamental entre la mecánica clásica (de la partícula o cuerpo rígido) y la mecánica o física del estado sólido. Es esencial para establecer las ecuaciones de movimiento bajo la consideración de pequeñas deformaciones y para materiales con propiedades elásticas o semi-elásticas.

Dicho concepto permite generar una noción vectorial de la deformación de un medio continuo y establecer por medio de esta el campo tensorial de esfuerzos de Cauchy, así como el campo tensorial de Piola-Kirchhoff.

### 2.3.1 Definición de cuerpo en la mecánica del medio continuo.

Sea  $\Omega$  una región regular del espacio geométrico  $E^i$ , donde  $i = 1, \dots, 3$  con fronteras  $\partial\Omega_i$  tal que;  $\partial\Omega_i$ , admite representaciones analíticas. Dicha región admite los siguientes aspectos fundamentales:

(a)  $\Omega$  está acotado.

**Definición:**  $\Omega \subseteq E^i$  es acotado si existe  $\alpha < 0, \alpha \in \mathbb{R}$ , tal que dados cualesquiera 2 puntos de  $\Omega$ ,  $p_1, p_2$ , se cumple:

$$\|p_1 - p_2\| < \alpha$$

(b)  $\Omega$  es conexo.

**Definición:**  $\Omega \subseteq E^i$  es conexo si dados 2 puntos diferentes  $p_1, p_2 \in \Omega$ , existe una curva  $C$ , tal que:

$$C: [a, b] \rightarrow E^3$$

tal que:

$$C(a) = p_1$$

$$C(b) = p_2$$

$C$ : continua

c) La frontera de  $\Omega$ ,  $\partial\Omega$ , se puede representar de forma analítica y está formada por la unión de un número finito de subconjuntos  $\partial\Omega_i \subseteq \partial\Omega$  tal que:

$$\partial\Omega = \bigcup_{i=1}^n \partial\Omega_i, n \geq 1,$$

### 2.3.2 Deformación y desplazamiento.

Una deformación es una función definida en  $\Omega$  cuyo rango es  $E^i$ , donde  $i = 1, \dots, 3$ , con las siguientes características:

$$f: \Omega \rightarrow E^i$$

La función  $f$  representa la imagen de un punto  $\mathbb{p}$  de la configuración original (no deformada o material) en una nueva configuración llamada configuración deformada (o espacial).

$$f(\mathbb{p}) = \mathbb{x}$$

- $f$  es biunívoca (impenetrabilidad del cuerpo  $\Omega$ ).
- $f$  es al menos 2 veces continuamente diferenciable.
- Dado el gradiente  $\nabla f$ , para todo punto  $\mathbb{p} \in \Omega$  se cumple:

$$\det \nabla f(\mathbb{p}) > 0$$

Comentario1: Esto implica que dos puntos no colapsen en uno solo ocasionando un cambio significativo en el volumen del cuerpo. En mecánica del medio continuo el volumen de un cuerpo tiene una relación directa con el gradiente de deformación.

### 2.3.3 Representación vectorial de las deformaciones.

**Definición:** Dado  $\Omega$  y una deformación de  $\Omega$ , el campo vectorial  $\mathbf{u}$ , donde  $\mathbf{u}: \Omega \rightarrow \mathbf{V}$  tal que

$$u(\mathbb{p}) = \mathbf{f}(\mathbb{p}) - \mathbb{p} \quad \dots (2.3.1)$$

se llama campo vectorial de desplazamientos o forma vectorial de la deformación (Fig 2.13).

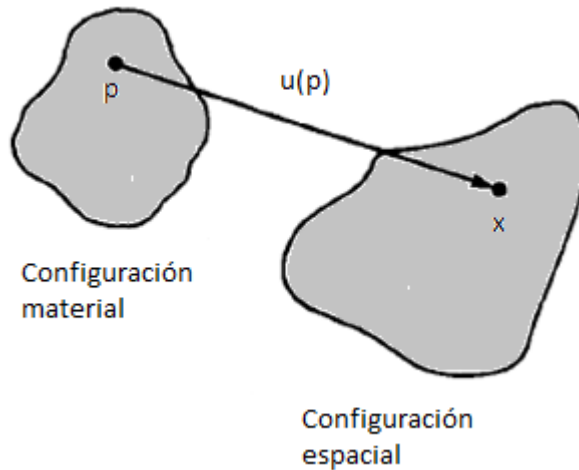


Fig 2.13 Campo vectorial de desplazamientos [30].

Comentario 2. El campo vectorial de desplazamientos se encarga de describir cómo es que se da el desplazamiento de cada uno de los puntos del sólido, debido a la acción de un campo externo sobre el cuerpo (una fuerza, por ejemplo)

Si se denota  $\nabla u(\mathbb{p})$  como la primera derivada del campo vectorial  $u(\mathbb{p})$ , la expresión (2.3.1) se puede escribir de la siguiente forma:

$$F(\mathbb{p}) = I(\mathbb{p}) + \nabla u(\mathbb{p}) \dots (2.3.2)$$

El campo tensorial  $F(\mathbb{p})$  se denomina **gradiente de deformación**. Si  $\mathbf{F}$  es un campo tensorial constante para todo punto material  $\mathbb{p}$ , es decir:

$$F(\mathbb{p}) = \beta$$

se dice que la deformación es **homogénea** y admite la representación:

$$\mathbf{f}(\mathbb{p}) = \mathbf{f}(\mathbb{q}) + F(\mathbb{q})(\mathbb{p} - \mathbb{q}) \dots (2.3.3)$$

para todo  $\mathbb{p}$  y  $\mathbb{q} \in \Omega$ .

Las deformaciones homogéneas más comunes y de amplio uso en la mecánica del medio continuo son: con un punto  $\mathbb{p}$  fijo son [30, pp. 43-44].

### 2.3.4 Deformaciones infinitesimales.

Bajo la hipótesis de que el gradiente de desplazamiento  $\nabla u(\mathbb{p})$  es pequeño. Se puede definir el siguiente campo tensorial

$$E(\mathbb{p}, t) = \frac{1}{2}(\nabla u(\mathbb{p}) + \nabla u(\mathbb{p})^T) \dots (2.3.4)$$

como el **campo tensorial de deformaciones unitarias infinitesimales o campo tensorial de desplazamientos** [30, p.55]. La deformación unitaria infinitesimal  $E$  depende estrictamente del gradiente de desplazamientos  $\nabla u(\mathbb{p})$ , el cual está definido de la siguiente manera.

### 2.3.5 Concepto de Fuerza

Si bien de manera intuitiva a lo largo de nuestra vida hemos utilizado el concepto de fuerza de manera eficaz, dentro del estudio formal del comportamiento de los materiales en la ingeniería, se requiere un concepto que permita utilizar o interpretar las herramientas matemáticas que a lo largo de nuestra formación académica se adquieren, bajo esta consideración es posible definir el concepto de fuerza de la siguiente manera:

**Definición:** Una fuerza es un campo vectorial (o se puede representar por medio de uno) que actúa en una parte de la frontera de un medio continuo o en todos y cada uno de los puntos internos y externos.

Considerando lo anterior es posible clasificar a las fuerzas de la siguiente manera:

**Fuerzas de contacto:** interacciones en la frontera de un medio continuo o en una parte de ella.

**Fuerzas de cuerpo:** fuerzas que se ejercen sobre todos y cada uno de los puntos del cuerpo (por ejemplo, la gravedad, campos magnéticos, etc).

Dentro de la mecánica del medio continuo y sobretodo en el estudio de las propiedades mecánicas y el comportamiento de los materiales en la ingeniería, las fuerzas de contacto son de suma importancia ya que permiten, a través de una formulación adecuada, definir el concepto de esfuerzos o campo tensorial de esfuerzos. Concepto pilar en el desarrollo actual de la mecánica tanto teórica como aplicada.

**Hipótesis de Cauchy.** Existe una densidad de fuerza  $\mathfrak{s}$  (la cual tiene sentido físico) tal que:

$$\mathfrak{s}(n, \mathbf{x}, t): \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

definida para cada vector unitario  $n(p)$  y cada par ordenado  $(\mathbf{x}, t)$  del movimiento del cuerpo  $\Omega$ .

Se denomina sistema de fuerzas definido en un cuerpo al par  $(\mathfrak{s}, \mathfrak{b})$  tal que:

- $\mathfrak{s}(n, \mathbf{x}, t)$  para cada  $n \in \mathcal{N}$ , es una función diferenciable de  $\mathbf{x}$  en  $\Omega_t$
- $\mathfrak{b}(\mathbf{x}, t)$ , para cada  $t$ , una función continua de  $\mathbf{x}$  en  $\Omega_t$

donde:

$$\mathfrak{b}: \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

se le llamará fuerza de cuerpo

**Teorema de Cauchy** [30. p 101]. Sea  $(\mathfrak{s}, \mathfrak{b})$  un sistema de fuerzas definido sobre  $\Omega$  durante un movimiento. Una condición necesaria y suficiente para que las leyes de balance de momento se cumplan es que exista un campo tensorial espacial  $T$  llamado el tensor de esfuerzo de Cauchy, tal que

$$(a) \mathfrak{s}(n, \mathbf{x}, t) = T(\mathbf{x}, t)[\mathbf{n}(p)];$$

(b)  $T(\mathbf{x}, t)$  es simétrico;

(c)  $T(\mathbf{x}, t)$  satisface la ecuación de movimiento:

$$\operatorname{div} T(\mathbf{x}, t) + \mathbb{b}(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t)\dot{\mathbf{v}}(\mathbf{x}, t)$$

### 2.3.6 Elasticidad.

Un *cuerpo o material elástico* tiene como axioma fundamental que su respuesta es invariante del observador y además el campo tensorial de esfuerzos definido mediante la hipótesis de Cauchy depende o es función del gradiente de deformación del movimiento y de los puntos de la configuración de referencia. Lo anterior permite establecer la ecuación constitutiva de la elasticidad finita:

$$T(\mathbf{x}, t) = \hat{T}(F(\mathbb{p}, t), \mathbb{p})$$

donde  $\hat{T}: \operatorname{Lin}^+ \times \Omega \rightarrow \operatorname{Sim}$ , y  $T$  es un tensor simétrico que sigue cumpliendo con lo establecido en el teorema de Cauchy.

Finalmente, sea  $(\mathbf{x}, T)$  un proceso dinámico. Sea  $\mathfrak{B}_0$  una parte de  $\Omega_0$ , la fuerza de superficie total en  $\mathfrak{B}_0$  en un tiempo  $t$  está dada por:

$$\int_{\partial\mathfrak{B}_t} T(\mathbf{x}, t) n dA = \int_{\partial\mathfrak{B}_0} (\det F(\mathbb{p}, t)) T_m F^{-T}(\mathbb{p}, t) m dA$$

donde:

$$S(\mathbb{p}, t) = (\det F(\mathbb{p}, t)) T_m F^{-T}(\mathbb{p}, t), \quad \text{tal que, } S: \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \operatorname{Lin} \dots (2.3.5)$$

es el llamado primer **tensor de Piola-Kirchhoff**;  $n$  y  $m$  son, respectivamente, los campos de vectores normales en  $\partial\mathfrak{B}_t$  y  $\partial\mathfrak{B}_0$ , mientras  $T_m$  es la descripción material del tensor de Cauchy  $T$ .

El campo tensorial de Piola-Kirchhoff es fundamental para el planteamiento y desarrollo de las ecuaciones constitutivas para el comportamiento elástico de los



materiales. La llamada Ley de Hooke generalizada que relaciona la proporcionalidad entre los esfuerzos y las deformaciones en los materiales elásticos se puede establecer de la siguiente manera [30, p. 200].

$$S(\mathbb{p}, t) = C[E(\mathbb{p}, t)] \dots (2.3.6)$$

Donde  $C$  representa el tensor de elasticidad o de constantes elásticas en la cual se encuentra condensada la respuesta mecánica de cada material, bajo ciertas consideraciones específicas.

1. El material está libre de esfuerzos residuales, es decir;  $S(I) = 0$
2. El gradiente de desplazamientos  $\nabla u$  es pequeño (régimen de pequeñas deformaciones).

#### **2.4. Deformación plástica en cristales.**

El primer modelo conocido para el análisis del comportamiento plástico de materiales desde un punto de vista isotrópico fue propuesto por Schmid [31]. En éste el proceso de deformación se da en un sistema de deslizamiento conocido, ocasionando en algunos de los casos una rotación en la estructura cristalina. Fig 2.14.

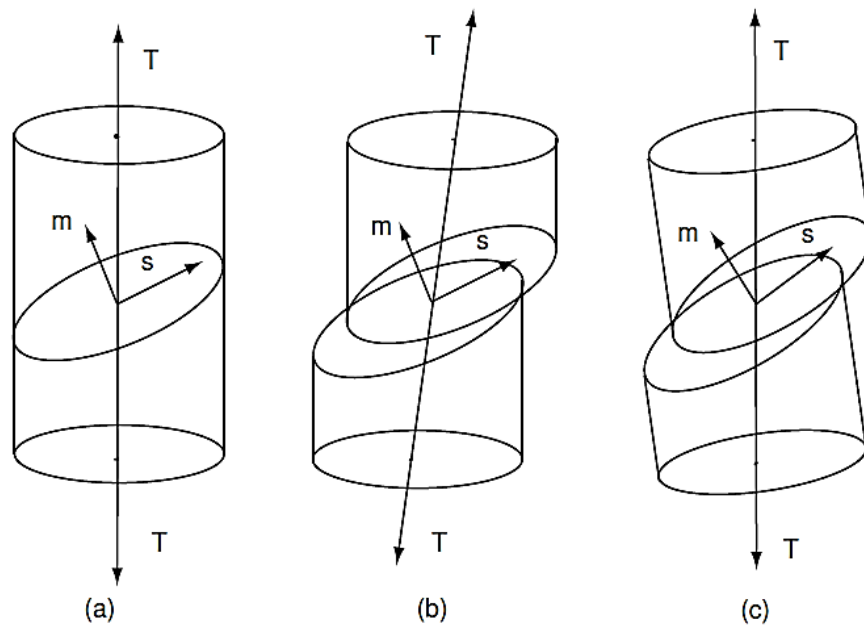


Fig 2.14. Deformación de un cristal sometido a tensión, con un único sistema de deslizamiento [31].

Las propiedades mecánicas de los materiales metálicos, en particular la capacidad de deformarse plásticamente, están íntimamente ligadas a la forma o comportamiento de la estructura cristalina. El fenómeno de plasticidad se presenta cuando los átomos de la estructura cristalina se deslizan en ciertos planos (bien definidos) y en direcciones específicas, esto propiciado por la mínima resistencia que ciertas regiones generan.

Cada plano y dirección de deslizamiento conforma lo que se conoce como sistema de deslizamiento. Las diferentes estructuras cristalinas poseen diferente número de sistemas de deslizamiento. Las estructuras cristalinas fcc poseen 12 sistemas de deslizamiento como resultado de la combinación de la familia de planos  $\{111\}$  y la familia de direcciones  $\langle 110 \rangle$ . Las estructuras bcc poseen 48 sistemas de deslizamiento conocidos.

El desarrollo de metodologías con una fuerte base teórica y los avances en la experimentación siempre han generado una controversia cuando se trata de

explicar el comportamiento de un fenómeno nuevo o poco conocido. Desde los primeros estudios realizados dentro de la ciencia de los materiales enfocados en el análisis de las propiedades mecánicas de materiales cristalinos existió una importante discrepancia ya que en la mayoría de los casos los desarrollos matemáticos y los datos experimentales llegaban a tener diferencias fundamentales.

#### **2.4.1 Cinemática y relaciones constitutivas. Formulación de R. Asaro. [33]**

El efecto de plasticidad en un material cristalino se presenta, esencialmente, como respuesta al movimiento de las dislocaciones internas del material sobre los planos cristalográficos y en las direcciones de deslizamiento. Dentro de la teoría del medio continuo la deformación (strain) de un material puramente elástica está perfectamente caracterizada por la forma del campo tensorial de desplazamientos:

$$E^E = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$$

La expresión anterior se utiliza bajo las siguientes premisas:

- El material se considera homogéneo.
- El material se considera isotrópico.
- El material presenta un comportamiento elástico y lineal.

Sin embargo, al considerar la existencia de dislocaciones, la mecánica del medio continuo no es suficiente para analizar el comportamiento del material, una teoría más extensa es requerida.

#### **2.4.2. Dislocaciones**

La gran mayoría de los materiales cristalinos que se utilizan en la ingeniería moderna suelen sufrir deformaciones elásticas considerables debido no sólo a la acción de fuerzas externas, sino a la existencia de defectos. Estos defectos internos

los cuales tienen repercusión macroscópica en el comportamiento de los materiales se llaman dislocaciones.

Durante la década de 1930 la discrepancia entre las posibles explicaciones del comportamiento plástico de los cristales se zanjó postulando la existencia de defectos estructurales conocidos como dislocaciones. Una dislocación es un defecto lineal dentro del material, pueden ser dislocaciones de borde (Edge dislocations) o dislocaciones tipo tornillo (screw dislocation).

Este tipo de defectos generan una distorsión en la estructura cristalina con una dirección  $\mathbf{u}$  vector de línea y así como el vector de Burgers, ( $\mathbf{b}$ ). Fig 2.15

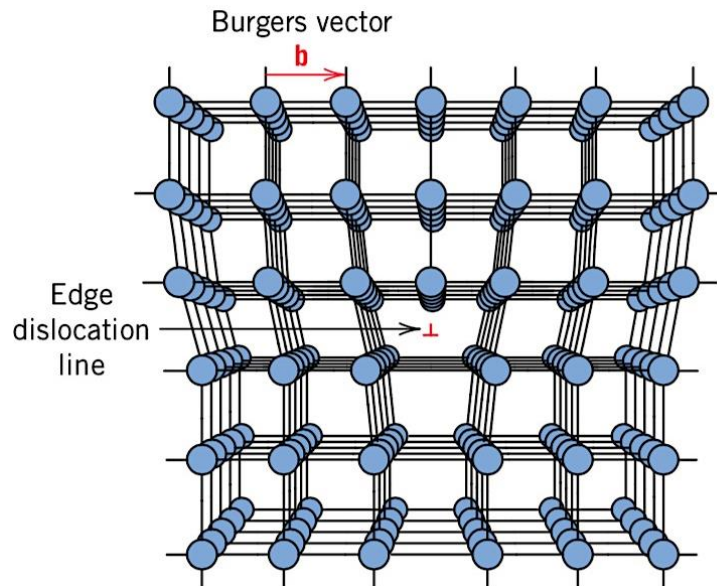


Fig 2.15. Dislocación de borde (edge dislocation) [32].

La teoría de dislocación no lineal, TDNL, se basa en la premisa de que la respuesta plástica está relacionada con un proceso mediante el cual en el material se presentan una serie de dislocaciones y en consecuencia es posible usar una descomposición del gradiente de deformación de la siguiente manera [33]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}, t) = \mathbf{F}(\mathbf{p}, t)^E \circ \mathbf{F}(\mathbf{p}, t)^P \quad (2.4.1)$$

Donde el término  $F(\mathbf{p}, t)^P$  está asociado con el proceso de dislocación que caracteriza la cinemática de la estructura cristalina a lo largo de la deformación.  $F(\mathbf{p}, t)$  representa el gradiente de deformación y  $F(\mathbf{p}, t)^E$  está relacionado con el comportamiento elástico puro. Fig 14.

La expresión (2.4.1) tiene la consecuencia inmediata para el campo del tensorial de desplazamientos (strain):

$$E(\mathbf{p}, t) = E(\mathbf{p}, t)^E + E(\mathbf{p}, t)^P \quad (2.4.2)$$

donde:

$E^E$  Representa la parte elástica del campo tensorial de desplazamientos, ésta la parte que causa esfuerzos en el material.

$E^P$  Representa la parte del campo tensorial de desplazamientos relacionada con el comportamiento plástico del material. Es conveniente mencionar que éste término también se puede definir mediante cambios de temperatura o deslizamientos atómicos, pero por el momento y para nuestro análisis solo consideraremos que dicho término queda completamente definido por las dislocaciones que sufre el material.

Siendo:

$$\det F^P > 0$$

$$\det F^P = 1, \text{ para el caso puramente elástico}$$

La representación del gradiente de distorsión plástica  $E^P$  está dada por la siguiente expresión [33]:

$$E^P(\mathbf{p}, t) = \gamma(\mathbf{p}, t) \mathbf{s}(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}(\mathbf{p}) \quad (2.4.3)$$

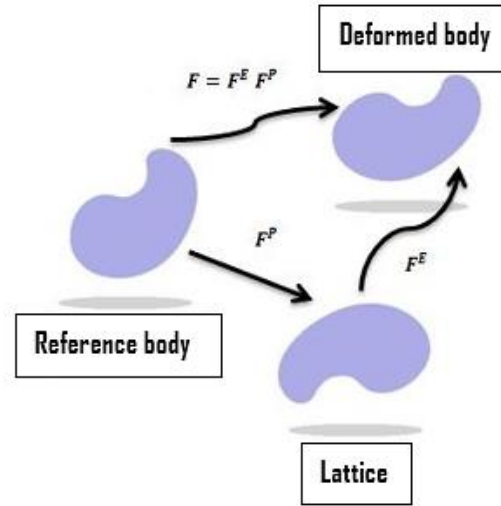


Fig 2.16. Esquema de la descomposición multiplicativa del gradiente de deformación [47].

Donde los vectores  $\mathbf{s}(\mathbf{p})$  y  $\mathbf{m}(\mathbf{p})$  constituyen un sistema de deslizamiento,  $\mathbf{s}(\mathbf{p})$  representa la dirección de deslizamiento y  $\gamma(\mathbf{p}, t)$  es la tasa de deslizamiento escalar cortante. La expresión (3) representa el caso para el cual se define un solo sistema de deslizamiento. De manera general, para el caso en el que se manifiestan, a lo largo de la deformación, varios sistemas de deslizamiento están dada por [34]:

$$E^P(\mathbf{p}, t) = \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) \mathbf{s}^{\alpha}(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}^{\alpha}(\mathbf{p}) \quad (2.4.4)$$

Finalmente, el gradiente de deformación elasto-plástica total está dado por la expresión siguiente:

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}, t) = \mathbf{F}(\mathbf{p}, t)^E \circ \mathbf{F}(\mathbf{p}, t)^P = \mathbf{F}(\mathbf{p}, t)^E \left[ \mathbf{I} + \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) \mathbf{s}^{\alpha}(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}^{\alpha}(\mathbf{p}) \right] \quad (2.4.5)$$

Pese a que las relaciones anteriores que establecen los aspectos esenciales de la cinemática de la deformación plástica de un material cristalino han sido bien

estudiadas a lo largo de las últimas décadas, la moderna visión de la teoría de la deformación de cristales presenta tres problemas principales. El primero consiste en determinar cuál de los posibles sistemas de deslizamiento está activo, o cuales lo están. El no poder tener certeza sobre esto ha obligado a la mayoría de los trabajos actuales a generar una serie de simulaciones en las cuales dichos sistemas son propuestos. El segundo consiste en determinar el incremento de la deformación plástica en cada sistema de deslizamiento a medida que la deformación evoluciona en el tiempo.

Finalmente, el tercero consiste en que dada la multiplicidad de los sistemas de deslizamiento dentro de los cristales las soluciones en la mayoría de los casos no suelen ser únicas, por lo cual condiciones iniciales y de frontera, o restricciones de algún otro tipo se requieren para poder establecer una posible solución particular [35].

### **Capítulo 3. Experimentación.**

Pequeñas muestras de un monocristal de la aleación Ni-Mn-Ga de tres geometrías diferentes se sometieron a flexión mediante la aplicación de un campo magnético giratorio. El objetivo fundamental de los siguientes experimentos fue analizar el comportamiento magneto-mecánico de las muestras en voladizo (cantiléver) con la finalidad de obtener más información sobre el proceso de deformación (dinámico) experimentado por el material, como consecuencia de la evolución del proceso de dislocaciones internas sufridas por el material.

Además, se realizó la captura de 3000 imágenes a lo largo de todo el proceso de deformación, haciendo uso de una cámara de alta resolución y los datos obtenidos se analizaron con un código en Matlab.

El comportamiento plástico de un material cristalino se presenta esencialmente como una respuesta al movimiento de las dislocaciones del material en los planos cristalográficos y en las direcciones de deslizamiento [34], por esta razón gran parte de los experimentos realizados están enfocados a la obtención de información relacionada con la evolución del comportamiento de los sistemas de deslizamiento propios del material analizado. Dada la naturaleza cristalina de los metales, es posible atribuir el comportamiento plástico puramente a la cinemática de las dislocaciones durante el proceso de deformación.

Los recientes avances en el procesamiento y análisis de imágenes han permitido a la ciencia de los materiales hacer uso de varias técnicas para estudiar el comportamiento de los materiales utilizados en la ingeniería actual. Rothenbühler et al [36] utilizaron la transformación de Hough para caracterizar la aleación de Ni-Mn-Ga y extraer información cuantitativa sobre la ubicación y el movimiento de las fronteras de macla (Twin boundaries) de martensita a medida que se aplica un campo magnético y el material se deforma.



Varios estudios realizados con la aleación Ni-Mn-Ga en voladizo y sometida a flexión con un campo magnético tanto variable como constante se han llevado a cabo en los últimos 5 años. Kucza et al [37] utilizaron un código en Matlab para analizar cerca de 35,000 imágenes y extraer información sobre el comportamiento de muestras con dimensiones de sección transversal de  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  y entre 2 y 10 mm de longitud a un campo magnético giratorio variable.

Además del estudio experimental de las propiedades de las aleaciones con memoria de forma magnética, los investigadores han propuesto algunos modelos matemáticos para comprender mejor el comportamiento de estos materiales. El tipo de modelos de este tipo abarca desde el análisis de la relación entre las temperaturas y las tensiones bajo la acción de un campo externo, hasta el estudio del comportamiento magnético de las aleaciones de Ni-Mn-Ga y otros.

Se han propuesto modelos relacionados con la respuesta exclusivamente en el proceso de magnetización [21]. Existen dos teorías posibles que pueden usarse para modelar el comportamiento de los materiales de memoria de forma magnética [22].

El primero, basado en las propiedades microscópicas y la física de los sólidos. Esencialmente utilizado por físicos y teóricos. Algunos artículos relevantes se pueden encontrar en [23-26]. El segundo se basa principalmente en el análisis de propiedades macroscópicas y termodinámicas. Enfocado en sistemas dinámicos y desarrollo y fabricación de actuadores. Este tipo de modelos son utilizados principalmente por ingenieros. Tales modelos se pueden encontrar en [27, 28].

También se han propuesto varios modelos para el estudio del comportamiento plástico de materiales basados en propiedades cristalográficas y termodinámicas [38], o relacionados con la descomposición polar del gradiente de deformación [39 - 41]. Pocos modelos se centraron en el análisis del proceso de dislocaciones en materiales de memoria de forma magnética [41, 42].

El análisis de los posibles modelos y el uso de algunos de ellos, complementados con la información experimental presentada en el presente capítulo, se analizarán en la sección 4 del presente trabajo. Si bien el presente trabajo considera leves aspectos anisotrópicos y semi lineales, la obtención de datos experimentales permitirá adaptar las teorías analizadas a su vez para generar una mejor aproximación al comportamiento observado.

### 3.1 Procedimiento experimental.

La aplicabilidad de las teorías de elasticidad, o de dislocaciones requiere de la obtención de evidencia experimental del comportamiento elástico, plástico o elasto-plástico en los materiales con memoria de forma magnética. Por esta razón, se llevó a cabo una serie de experimentos en los que pequeños haces de la aleación Ni-Mn-Ga se sometieron a flexión aplicando un campo magnético variable. Las dimensiones de la muestra se muestran en la tabla 1. La totalidad de los experimentos se llevaron a cabo con un monocristal proporcionado por la Universidad de Boise State, Idaho. La totalidad de los experimentos realizados en el presente trabajo se llevaron a cabo utilizando probetas de la aleación Ni-Mn-Ga con una estructura 10M

Las probetas utilizadas mostraron poseer una composición atómica de  $Ni_{51.04}Mn_{27.45}Ga_{21.50}$ . Todas las probetas utilizadas se fabricaron en la universidad antes mencionada utilizando el método Bridgman-Stockbarger, descrito a detalle en [22].

Tabla 1: Dimensiones de probetas.

<i>Probeta</i>	<i>Sección (mm<sup>2</sup>)</i>	<i>Longitud (mm)</i>
1	1 x 1	10
2	1 X 1	5
3	5 X 4	6

La composición de las muestras se midió con un microscopio electrónico de barrido analógico Hitachi 3400-N-II (Scanning Electron Microscope, SEM) Fig 3.1, equipado con un espectrómetro de rayos X de dispersión de energía. La estructura cristalina se determinó utilizando un difractor de rayos x AXS D8 Discover Fig 3.2.



Fig 3.1. Hitachi-3400-N-II Analytical Scanning Electron Microscope, SEM (Boise State University).

Una probeta de dimensiones  $0.8 \times 1.1 \times 2.2 \text{ mm}^3$  se analizó a incrementos de  $5^\circ$  del haz incidente cubriendo un rango de  $60^\circ$  a  $80^\circ$ . Una estructura pseudo tetragonal (10M) se obtuvo como resultado del análisis con el difractor. Las temperaturas de transformación, así como las curvas de magnetización no se obtuvieron ya que la finalidad al momento de realizar las pruebas mencionadas era la de conocer el equipo y su funcionamiento. Sin embargo, en la universidad de Boise State se cuenta con la caracterización completa del material, y el completo proceso preparación y de caracterización de las probetas está descrito en [43]

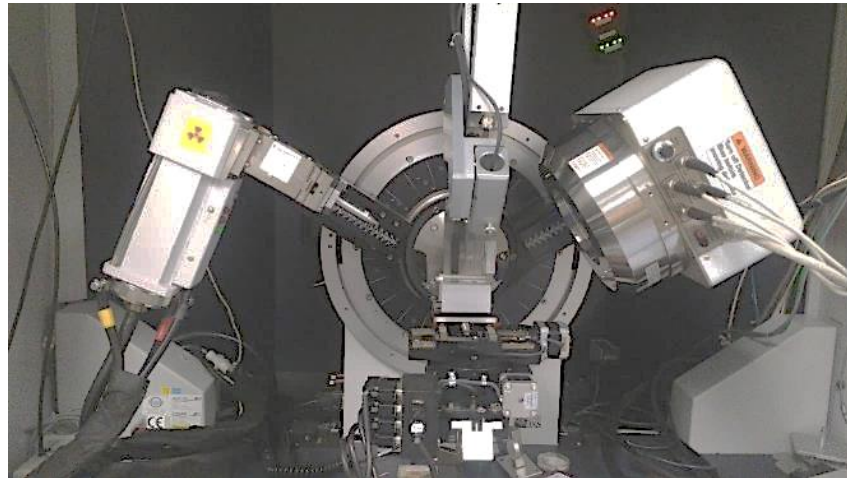


Fig 3.2. AXS D8 Discover X-ray Diffractometer, XRD (Boise State University)

### 3.2 Campo magnético giratorio

Los experimentos con el campo giratorio se llevaron a cabo con un dispositivo magneto-mecánico óptico construido a medida (OMMD, Fig. 3.3) y descrito en detalle en la [37]. El OMMD se usó para obtener una imagen de la muestra a medida que gira cada grado dentro del campo magnético de un electroimán. Una vez que los datos se registran en forma de imágenes, el análisis de imágenes se realiza utilizando un código en Matlab para obtener resultados numéricos.

Una probeta con dimensiones  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  de sección transversal y 10mm de longitud se colocó en una porta probetas Fig 3.4, de tal manera que se pudiera aplicar el campo magnético generado en el VSM con una dirección de  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$ . Establecida la dirección del campo magnético con ayuda del OMMD se aplicó un campo variable de 0mT hasta 1.2T con mediciones cada 100mT con el objetivo de poder apreciar la variación de la flexión de la probeta a medida que el campo magnético fue variando.



Fig 3.3. Optical Magneto-Mechanical Device, OMMD (Boise State University)

Una vez que se alcanzó el campo magnético de 1,2mT éste se eliminó gradualmente de tal manera que se pudiera realizar una medición cada 100mT con el objetivo principal de observar la capacidad de recuperación del material, es decir, tener una idea del margen elástico que posee el material.

Esta serie de pruebas se llevó a cabo también para la geometría  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  de sección transversal y 5mm de longitud.



Fig 3.4. Probetas del monocristal Ni-Mn-Ga con distinta geometría (Boise State University).

### 3.3 Análisis de imágenes.

Después de las pruebas realizadas se obtuvieron cerca de 10000 imágenes se utilizó un código de Matlab para analizar las imágenes y obtener, entre otras cosas, el valor de la deformación debida a la flexión (Bending strain,  $\epsilon_B$ ). El bending strain puede calcularse relacionando algunos parámetros de las dimensiones de la probeta y el radio de curvatura observado.

El bending strain se puede calcular de la siguiente manera:

$$\epsilon_B = \frac{d * k}{2}$$

donde

d es el ancho de la muestra

$$k = 1 / R$$

R representa el radio de curvatura.

La Figura 3.5 muestra un ejemplo del análisis de datos para la muestra 1 y los parámetros del campo magnético son 45° de inclinación y 1.2T de intensidad de campo. Las líneas rojas y verdes representan la frontera superior de la probeta y el valor de la deformación debida a la flexión (Bending strain,  $\epsilon_B$ ), respectivamente.

Cabe mencionar que el bending strain ( $\epsilon_B$ ) representa la componente normal del campo tensorial de deformaciones, ubicado en la frontera inferior de la probeta.

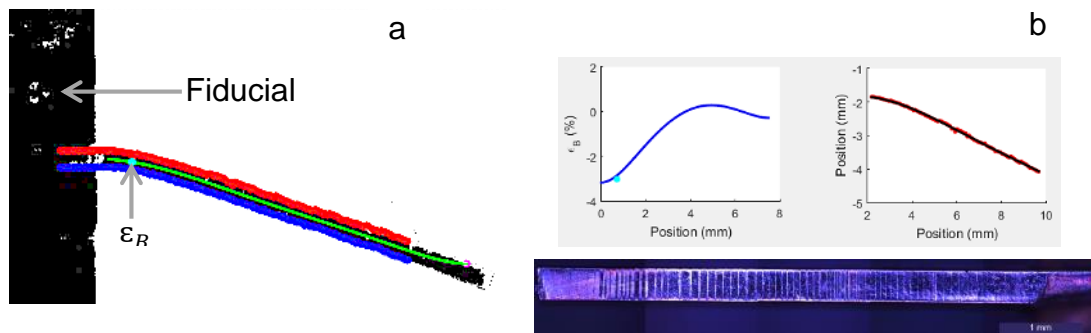


Figura 3.5. Análisis de imágenes con Matlab. (a) Viga de Ni-Mn-Ga de 10 mm con un campo magnético aplicado de 955 kA / m [1.2 T] a  $\theta = 45^\circ$ . (b) Diagrama de la posición del borde superior de la viga (línea roja en a) y la variación del Bending strain a lo largo de la longitud de la viga.

Después de que se realizaron los experimentos de campo, se ha podido constatar que la deformación inducida con el campo magnético en el monocristal  $\text{Ni}_{51.04}\text{Mn}_{27.45}\text{Ga}_{21.50}$  solo es significativa en aquellos casos en que la sección transversal de la muestra es al menos un orden de magnitud menor que la longitud total [37]. Cuando esto no se cumple (es decir, para muestras cortas), el material tiende a deformarse evidenciando la presencia de importantes esfuerzos normales y cortantes [44].

### 3.4 Resultados experimentales.

Después del análisis de la imagen de cerca de 3000 fotos con el programa de Matlab y un código de análisis proporcionado por la universidad de Boise State, Idaho ver [37], la variación del bending strain a lo largo de todo el experimento y el grado de recuperación del material después de llegar a la deformación máxima y retirar el campo magnético de manera gradual fue el principal objeto de análisis.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos:

**Nota:** para las probetas de longitud de 10mm y 5mm se ha designado como bending strain back al medido una vez que se ha ido quitando en campo magnético

1) Probeta con dimensiones de 6 mm de longitud y  $5 \times 4 \text{ mm}^2$  de sección transversal.

Para el caso de la probeta con una sección transversal de 6 mm y  $5 \times 4 \text{ mm}^2$ , se obtuvieron un conjunto de configuraciones deformadas mostradas en la Fig. 3.6. En primera instancia se puede observar que existe un componente de esfuerzo cortante interno muy evidente generado en la muestra. Como se puede observar, en el material no se presenta una deformación o deflexión muy grande, esto debido principalmente debido a las dimensiones de la sección transversal de la muestra.

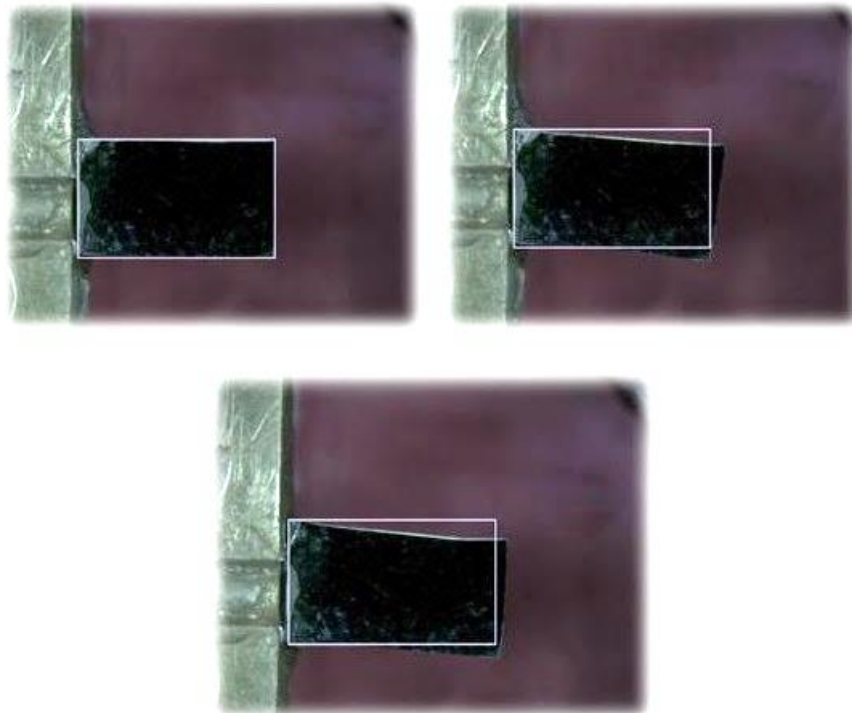


Figura 3.6: Deformación de un monocristal Ni-Mn-Ga, con una longitud de 6 mm y una sección transversal de  $5 \times 4 \text{ mm}^2$ , en un campo magnético de  $318.3 \text{ kA / m}$  [400mT].

2) Probeta con dimensiones de 10 mm de longitud y  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  de sección transversal.

Para el estudio de esta geometría se realizaron pruebas variando el campo cada 100mT y se aplicó un campo magnético con una inclinación de  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$ . A continuación, se presentan los resultados.



$\Theta = 45^\circ$

Bending strain ( $\epsilon_B$ )	Campo magnético (T)	K (mm)
-0.25	0.1	1
-0.67	0.2	2.68
-1.29	0.3	5.16
-1.49	0.4	5.96
-1.56	0.5	6.24
-1.87	0.6	7.48
-2.26	0.7	9.04
-2.49	0.8	9.96
-2.7	0.9	10.8
-2.93	1	11.72
-3.02	1.1	12.08
-3.2	1.2	12.8

$\Theta = 45^\circ$  (quitando el campo)

Bending strain ( $\epsilon_B$ )	Campo magnético (T)	K (mm)
<b>Back</b>		
-2.18	0.1	8.72
-2.41	0.2	9.64
-2.6	0.3	10.4
-2.72	0.4	10.88
-2.69	0.5	10.76
-2.83	0.6	11.32
-2.93	0.7	11.72
-3.05	0.8	12.2
-3.19	0.9	12.76
-3.14	1	12.56
-3.23	1.1	12.92
-3.2	1.2	12.8

Tabla 2. Bending strain ( $\epsilon_B$ ) vs campo magnético (T),  $\Theta = 45^\circ$

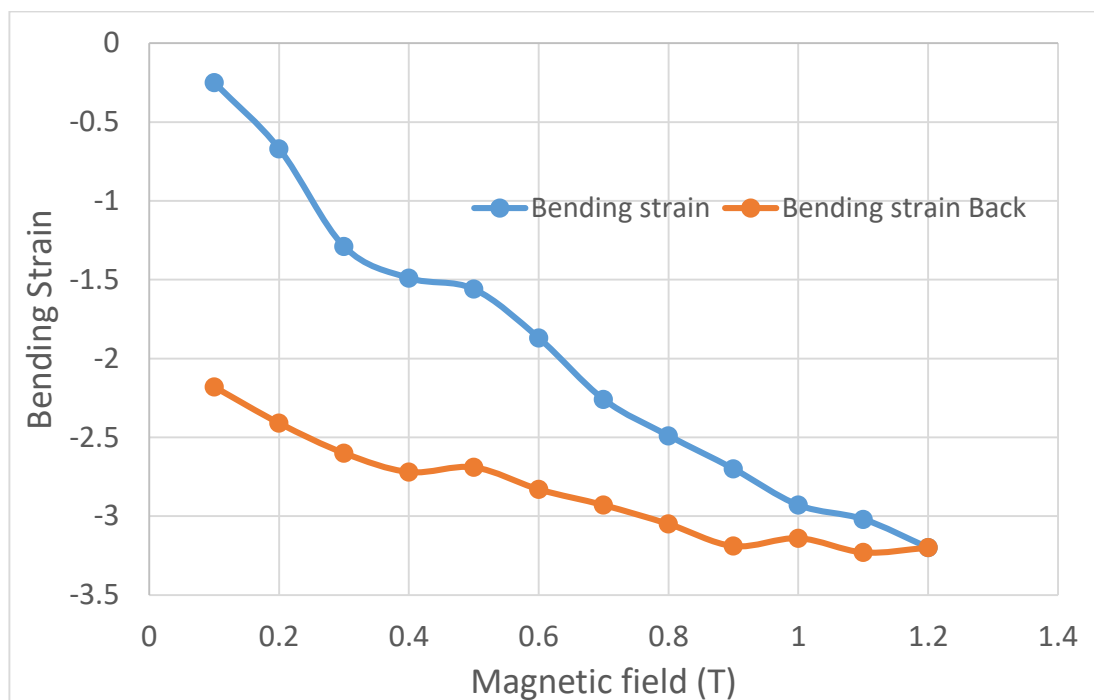


Fig. 3.7 Bending strain y bending strain back,  $\Theta = 45^\circ$ .

$\Theta = 90^\circ$

Bending strain ( $\epsilon_B$ )	Campo magnético (T)	K (mm)
-0.92	0.1	3.68
-3.96	0.2	15.84
-3.67	0.3	14.68
-3.7	0.4	14.8
-3.28	0.5	13.12
-3.49	0.6	13.96
-3.54	0.7	14.16
-3.25	0.8	13
-3.47	0.9	13.88
-2.82	1	11.28
-2.66	1.1	10.64
-2.84	1.2	11.36

$\Theta = 90^\circ$  (quitando el campo)

Bending strain ( $\epsilon_B$ ) Back	Campo magnético (T)	K (mm)
-2.7	0.1	10.8
-2.72	0.2	10.88
-2.92	0.3	11.68
-2.85	0.4	11.4
-2.86	0.5	11.44
-2.61	0.6	10.44
-2.79	0.7	11.16
-2.7	0.8	10.8
-2.73	0.9	10.92
-2.85	1	11.4
-2.85	1.1	11.4
-2.84	1.2	11.36

Tabla 3. Bending strain ( $\epsilon_B$ ) vs campo magnético (T),  $\Theta = 90^\circ$

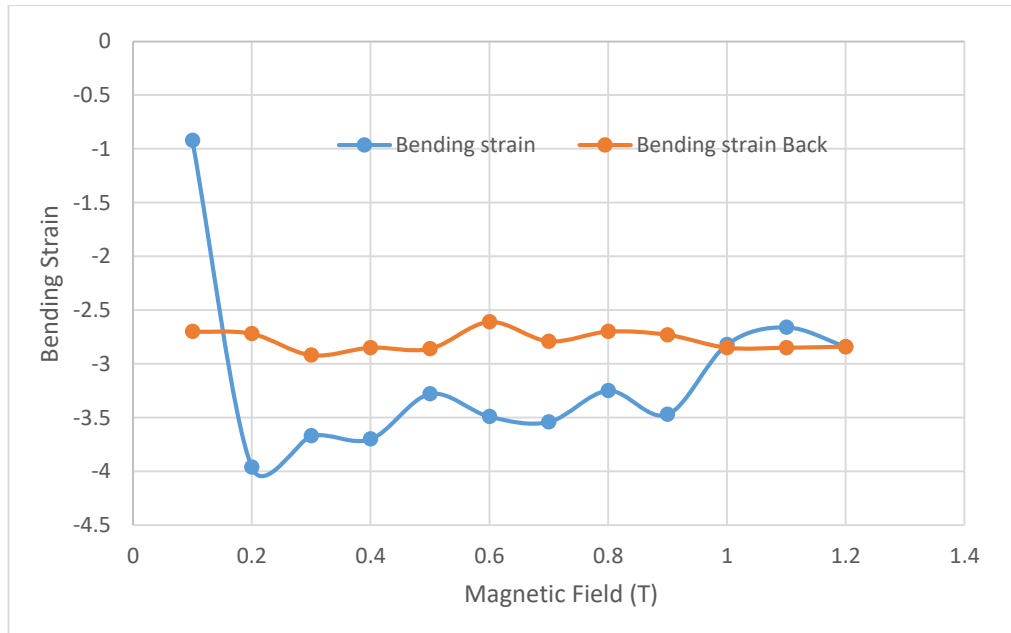


Fig. 3.8 Bending strain y bending strain back,  $\Theta = 90^\circ$ .

$\Theta = 135^\circ$

Bending strain ( $\epsilon_B$ )	Campo magnético (T)	K (mm)
-0.25	0.1	1
-0.19	0.2	0.76
-0.16	0.3	0.64
-0.04	0.4	0.4
0.19	0.5	0.76
1.19	0.6	4.76
1.96	0.7	7.84
2.29	0.8	9.16
2.47	0.9	9.88
2.67	1	10.68
2.7	1.1	10.8
2.82	1.2	11.28

$\Theta = 135^\circ$  (quitando el campo)

Bending strain ( $\epsilon_B$ ) Back	Campo magnético (T)	K (mm)
1.8	0.1	7.2
2.06	0.2	8.24
2.32	0.3	9.28
2.35	0.4	9.4
2.6	0.5	10.4
2.68	0.6	10.72
2.69	0.7	10.76
2.86	0.8	11.44
2.85	0.9	11.4
2.67	1	10.68
2.88	1.1	11.52
2.82	1.2	11.28

Tabla 4. Bending strain ( $\epsilon_B$ ) vs campo magnético (T),  $\Theta = 135^\circ$

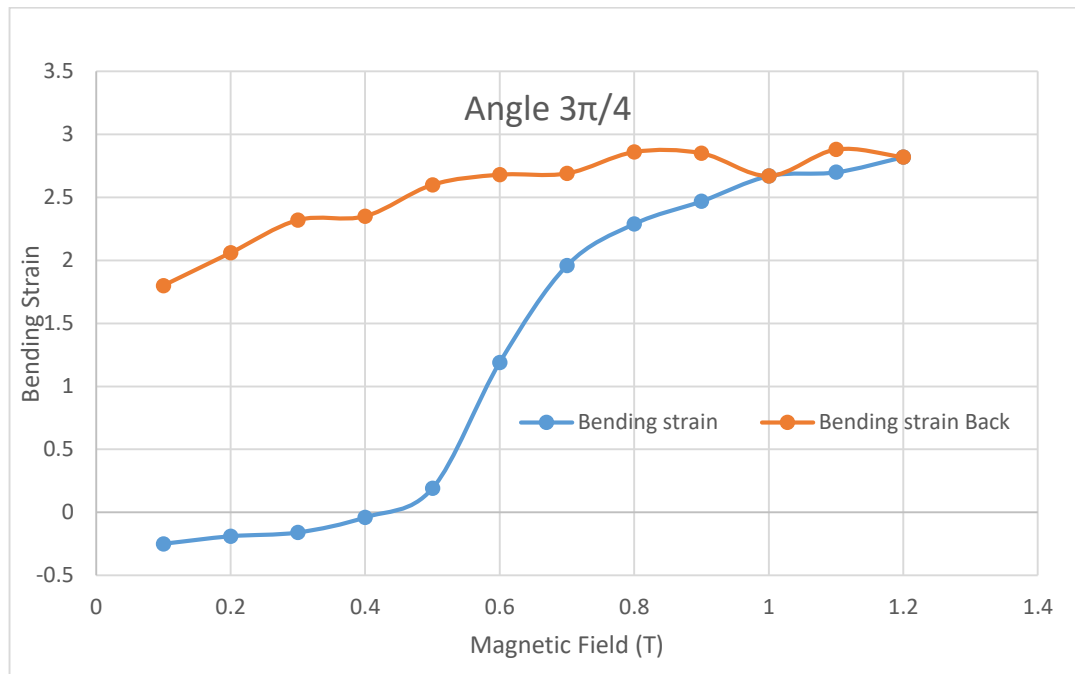


Fig. 3.9 Bending strain y bending strain back,  $\Theta = 135^\circ$

3) Probeta con dimensiones de 5 mm de longitud y 1x1 mm<sup>2</sup> de sección transversal.

Para el estudio de esta geometría se realizaron pruebas variando el campo cada 100mT y se aplicó un campo magnético con una inclinación de 45°, 90° y 135°. A continuación, se presentan los resultados.

$\Theta = 45^\circ$

Bending strain ( $\epsilon_B$ )	Campo magnético (T)	K (mm)
-0.59	0.1	2.36
-0.58	0.2	2.32
-0.58	0.3	2.32
-0.66	0.4	2.64
-0.7	0.5	2.8
-0.61	0.6	2.44
-1	0.7	4
-1.29	0.8	5.16
-1.67	0.9	6.68
-1.91	1	7.64
-1.91	1.1	7.64
-2.05	1.2	8.2

$\Theta = 45^\circ$  (quitando el campo)

Bending strain ( $\epsilon_B$ ) Back	Campo magnético (T)	K (mm)
-1.46	0.1	5.84
-1.56	0.2	6.24
-1.7	0.3	6.8
-1.76	0.4	7.04
-1.87	0.5	7.48
-1.87	0.6	7.48
-1.87	0.7	7.48
-1.95	0.8	7.8
-2.09	0.9	8.36
-2.21	1	8.84
-2.08	1.1	8.32
-2.05	1.2	8.2

Tabla 5. Bending strain ( $\epsilon_B$ ) vs campo magnético (T),  $\Theta = 45^\circ$

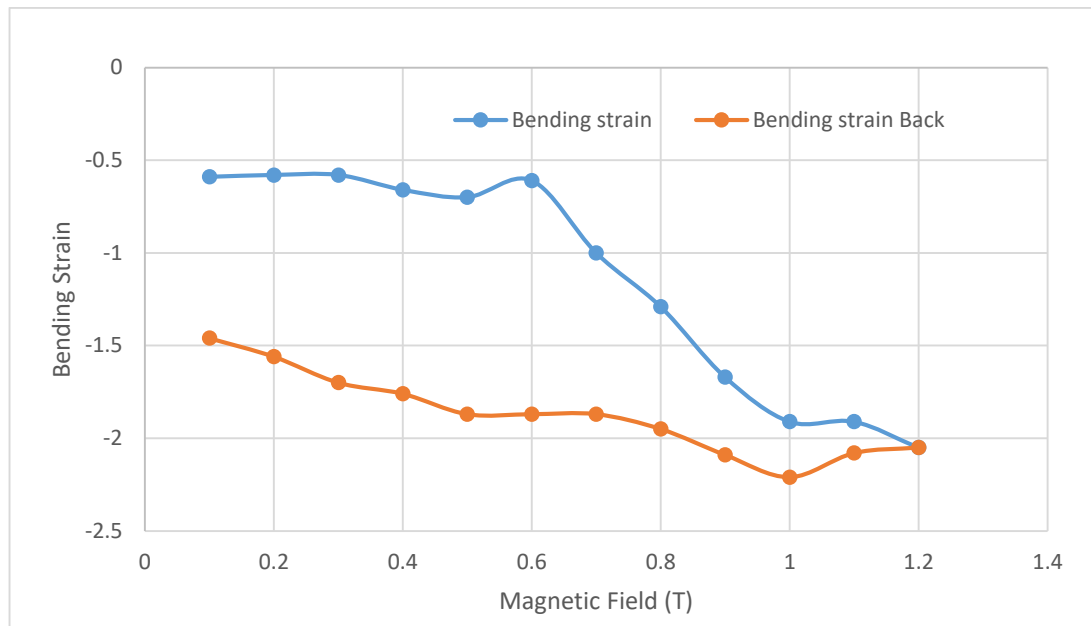


Fig. 3.10 Bending strain y bending strain back,  $\Theta = 45^\circ$

$\Theta = 90^\circ$

Bending strain ( $\epsilon_B$ )	Campo magnético (T)	K (mm)
-0.29	0.1	1.16
-0.22	0.2	0.88
-0.13	0.3	0.52
3.04	0.4	12.16
3.12	0.5	12.48
3.337	0.6	13.36
3.74	0.7	14.96
3.57	0.8	14.28
3.68	0.9	14.72
3.67	1	14.68
3.58	1.1	14.32
3.91	1.2	15.64

$\Theta = 90^\circ$  (quitando el campo)

Bending strain ( $\epsilon_B$ ) Back	Campo magnético (T)	K (mm)
3.45	0.1	13.8
3.61	0.2	14.44
3.61	0.3	14.44
3.6	0.4	14.4
3.65	0.5	14.6
3.8	0.6	15.2
3.83	0.7	15.32
3.75	0.8	15
3.68	0.9	14.72
3.86	1	15.44
3.84	1.1	15.36
3.91	1.2	15.64

Tabla 6. Bending strain ( $\epsilon_B$ ) vs campo magnético (T),  $\Theta = 90^\circ$

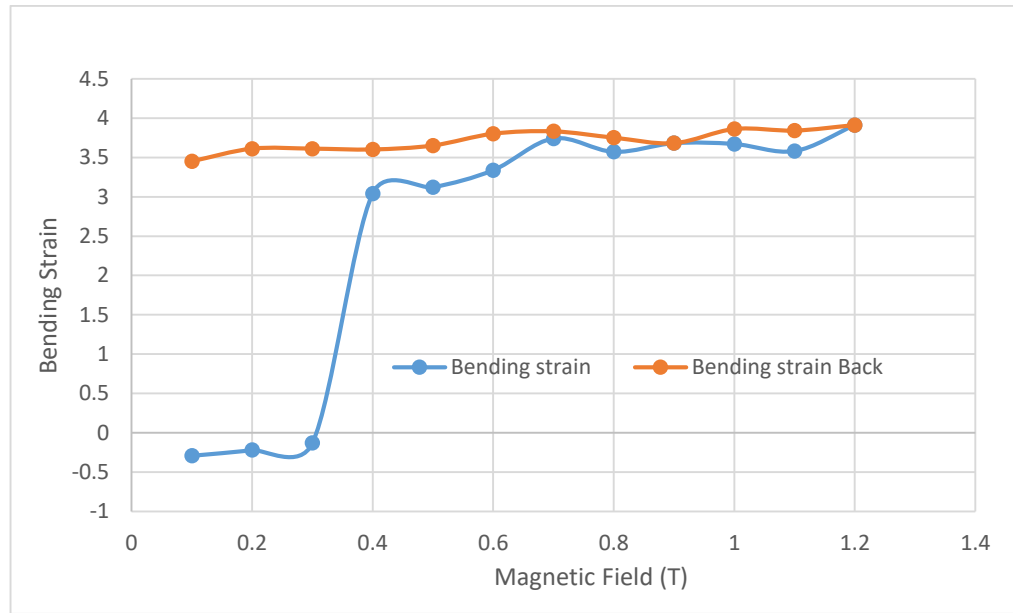


Fig. 3.11 Bending strain y bending strain back,  $\Theta = 90^\circ$

$\Theta = 135^\circ$

Bending strain ( $\epsilon_B$ )	Campo magnético (T)	K (mm)
-0.37	0.1	1.48
-0.26	0.2	1.04
-0.38	0.3	1.52
0	0.4	0
0.04	0.5	0.16
0.1	0.6	0.4
0.08	0.7	0.32
0.2	0.8	0.8
0.21	0.9	0.84
0.21	1	0.84
0.43	1.1	1.72
0.67	1.2	2.68

$\Theta = 135^\circ$  (quitando el campo)

Bending strain ( $\epsilon_B$ ) Back	Campo magnético (T)	K (mm)
0.53	0.1	2.12
0.6	0.2	2.4
0.63	0.3	2.52
0.72	0.4	2.88
0.75	0.5	3
0.67	0.6	2.68
0.74	0.7	2.96
0.74	0.8	2.96
0.76	0.9	3.04
0.53	1	2.12
0.82	1.1	3.28
0.67	1.2	2.68

Tabla 7. Bending strain ( $\epsilon_B$ ) vs campo magnético (T),  $\Theta = 135^\circ$

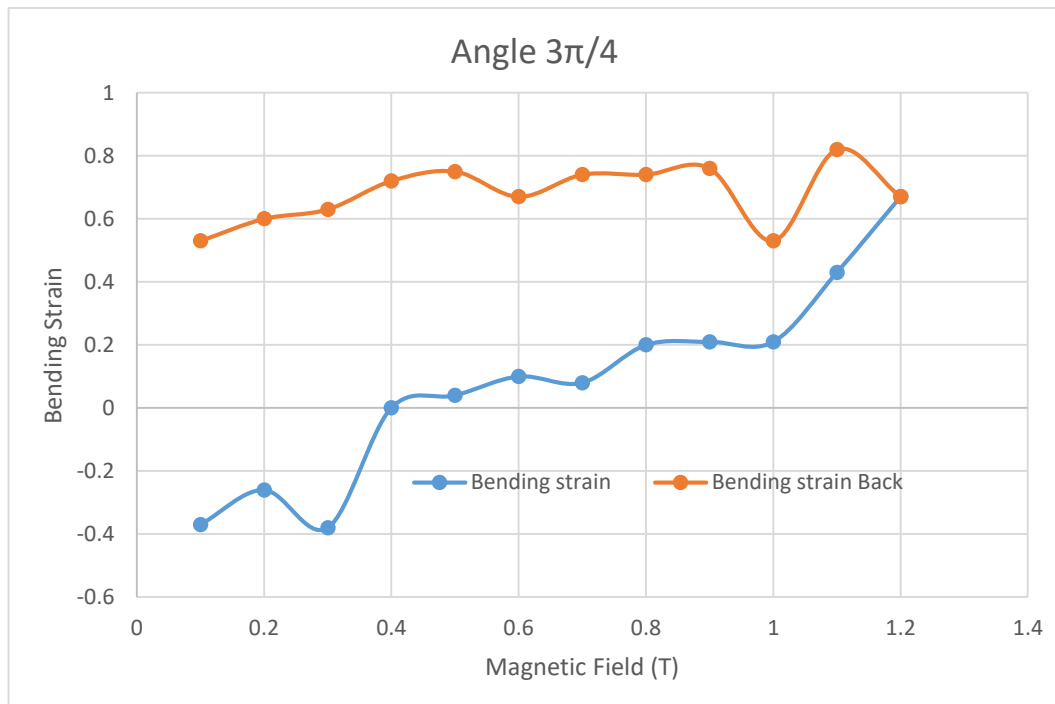


Fig. 3.12 Bending strain y bending strain back,  $\Theta = 135^\circ$ .

### 3.4.1 Análisis de resultados y discusión

Para el caso de la muestra con una longitud de 10 mm y  $1 \times 1 \text{ mm}^2$ , durante todo el proceso de deformación de la muestra sometida a un campo magnético que produce una flexión se puede observar que la longitud inicial de la muestra no se mantiene constante.

Esta es la razón por la cual el análisis clásico para el cálculo de la curvatura del material presentado por Feynman no se aplica [45]. En el caso de los monocristales  $\text{Ni}_{51.04}\text{Mn}_{27.45}\text{Ga}_{21.50}$ , se ha podido verificar que existe una variación  $\delta x = 22\%$  en la longitud horizontal total de la probeta para un campo magnético de 1.2 T y una dirección de  $45^\circ$  con respecto al eje de la viga.

En la Fig. 3.13 se presenta una probeta sobre la cual se aplica un campo magnético con una inclinación de  $\theta = 90^\circ$ , se puede observar una variación ( $\delta x$ ) de la longitud horizontal.

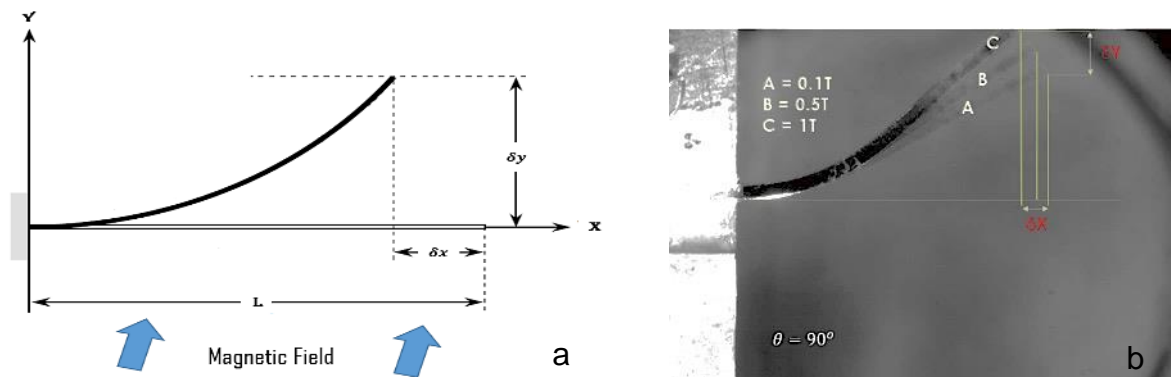


Figura 3.13: (a) Esquema de la variación de la longitud horizontal de la muestra a medida que aumenta el campo magnético. (b) Variación  $\delta_x$  de la muestra de Ni-Mn-Ga.

Esto supone, según [36] que en esta y otras direcciones específicas hay un movimiento de las fronteras de las variantes de martensita, en las cuales se produce el número máximo de dislocaciones en el material. En otras palabras, la densidad de las dislocaciones tiene que es mayor para ciertas direcciones.

Por otro lado, ha sido posible verificar que la deformación de la muestra consiste en una parte pseudoelástica (deformación de la red por medio de rotaciones y elongaciones) y una parte puramente plástica (dislocaciones debido al desplazamiento de las fronteras de las variantes de martensita). Ver la figura 3.14.

En la figura 3.14 se puede observar que la probeta a lo largo del proceso de deformación manifiesta un comportamiento tanto elástico como plástico que puede ser reversible en presencia de un nuevo campo magnético.

En este trabajo, uno de los principales objetivos ha sido encontrar evidencia experimental del comportamiento elasto-plástico de la aleación con memoria de forma magnética, por esta razón, tanto la capacidad del material para recuperarse después de someterse a deformación fue motivo de constante análisis. A su vez, la



variación en la magnitud y la dirección del campo magnético aplicado reveló una de las características más notorias de estos materiales, su carácter anisotrópico.

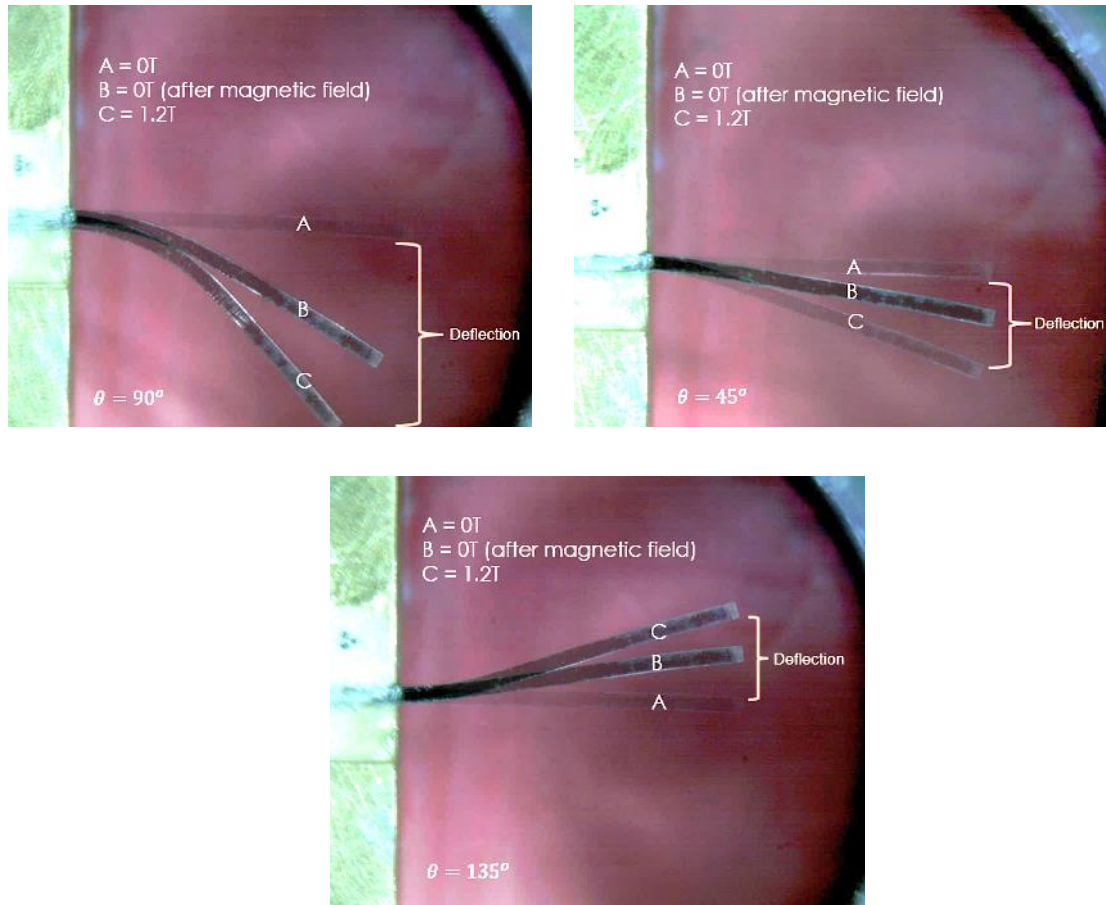


Fig. 3.14: Campo magnético con una dirección de  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  aplicado a una muestra, de 0 a 955 kA / m [1.2 T] en incrementos de 100mT, y de 1.2T a 0T. Una vez que se elimina el campo magnético, el material se "recupera" de la posición C a la posición B. Esto puede entenderse como un comportamiento pseudoelástico de acuerdo con la discusión en la ref [46]. La muestra puede volver a la posición inicial A hasta que se aplique un nuevo campo, por lo que esto también puede entenderse como un comportamiento elasto-plástico reversible.

La deformación induce el desplazamiento de las variantes de martensita generando una serie de patrones a medida que ésta progresa en la muestra. Como se puede observar en la figura 3.15, patrones de tipo triangulares se definen cada vez más de

acuerdo con la intensidad del campo magnético. Esto confirma la idealización hecha en [37]. Como puede verse en las figuras 3.16a y 3.16c, la variación de la deformación es más evidente con una dirección de campo magnético de  $45^\circ$  y  $135^\circ$ . El material llega a para recuperar su forma hasta en un 32% y el 37.5% respectivamente. Esto resalta el comportamiento pseudoelástico de la muestra, el cual puede deberse a la energía liberada por las dislocaciones en movimiento según [46].

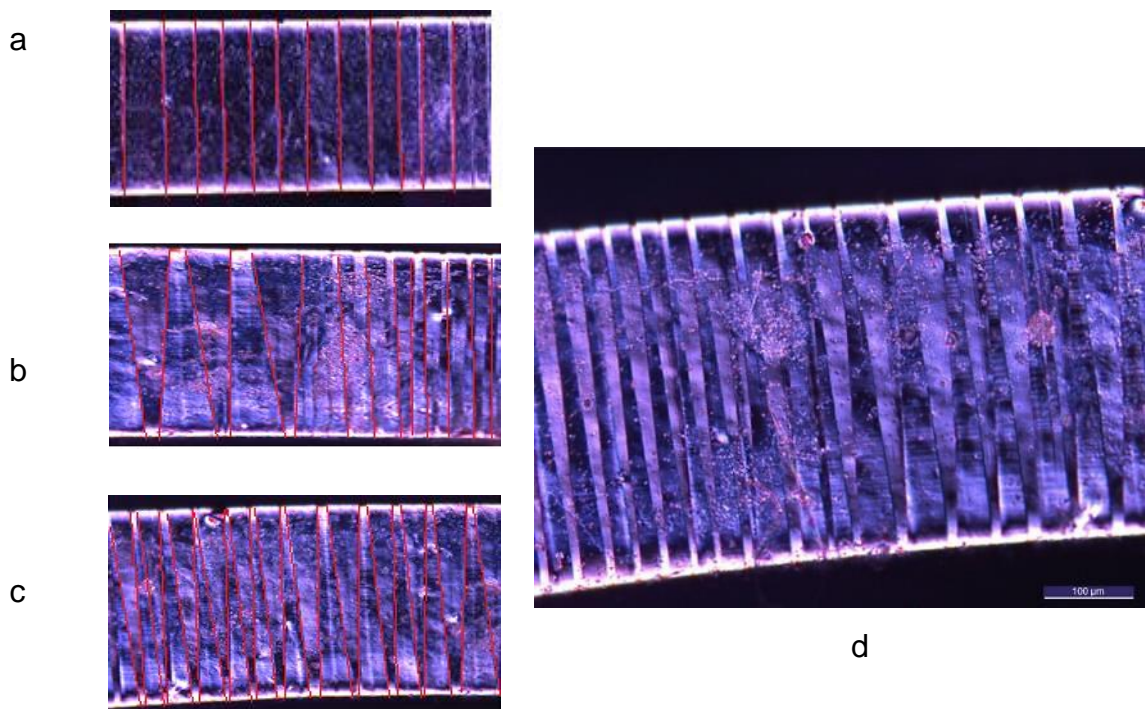


Figura 3.15: Patrones de variantes de martensita en la aleación Ni<sub>2</sub>MnGa a lo largo de la flexión. (a) Casi iguales fracciones de maclas sin flexión. (b) Combinación de flexión y tensión axial, en este punto la tensión de flexión comienza a aumentar. (c) Maclas triangulares inducidas por flexión. (d) Se pueden ver pequeños patrones triangulares como resultado de la combinación de flexión y deformación axial. Se alcanza una deformación por flexión del 2,5%.

Al mismo tiempo se puede observar que dado que no recupera su forma en absoluto, la deformación que se produce una vez que el material se recupera

elásticamente corresponde a una deformación plástica que, como se observó a lo largo de los experimentos, esta deformación plástica se puede eliminar por completo si se aplica un campo adicional.

Se puede decir entonces que la deformación elástico-plástica es reversible y mecánicamente activa gracias al movimiento organizado de las dislocaciones a lo largo del proceso de deformación. Con respecto al comportamiento de la probeta cuando el campo tiene una dirección de  $90^\circ$ , en figura 3.16b, se puede deducir que la densidad de las dislocaciones para esta muestra es mínima, lo que provoca una pequeña deformación en el material.

Se puede deducir entonces un comportamiento mucho más ordenado cuando la dirección del campo magnético es de  $45^\circ$  pero la recuperación elástica es mucho mayor para una dirección de  $135^\circ$ . Estas dos direcciones ofrecen un mejor comportamiento magneto-mecánico y solo depende de la aplicación para elegir en qué dirección trabajar.

En las figuras 3.17a, 3.17b y 3.17c, se puede observar la variación del radio de curvatura para cada una de las direcciones analizadas a medida que el campo magnético aumenta y disminuye. Es a  $45^\circ$  donde se puede observar una variación más uniforme, se supone una mejor organización de las dislocaciones internas del material desde el inicio de la deformación hasta que recupera su margen elástico. Es evidente que la variación del radio de curvatura es proporcional tanto al aumento como a la disminución del campo magnético.

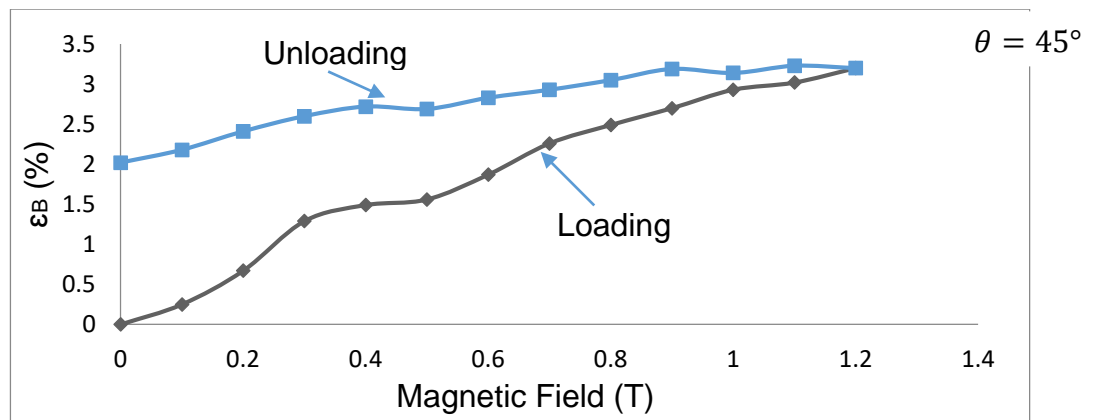
### **3.5 Conclusiones experimentales.**

Después del análisis de los resultados anteriores, se puede concluir que el mejor comportamiento pseudoelástico del material ocurre cuando la dirección del campo magnético es de  $45^\circ$  o  $135^\circ$ .

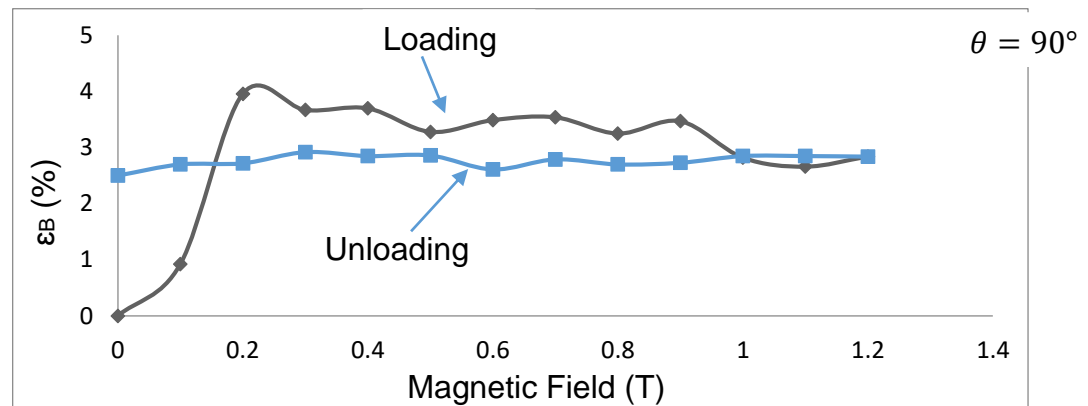
A lo largo del proceso de deformación del material sometido a flexión con un campo magnético se ha podido verificar que la longitud inicial de la muestra no se mantiene

constante, por lo que no se puede utilizar el análisis clásico para el cálculo de la curvatura del material presentado por Feynman [45] y debe ser modificado.

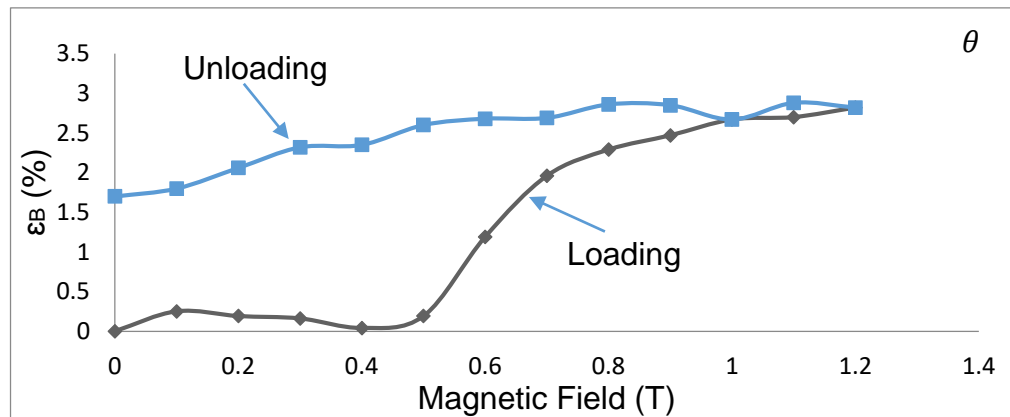
La deformación del material consiste en una parte elástica y una parte puramente plástica (debida al mecanismo interno de dislocaciones). El campo magnético induce una deformación pseudoelástica como resultado del movimiento interno de dislocaciones estructuradas que presenta la aleación  $\text{Ni}_2\text{MnGa}$ .



(a)

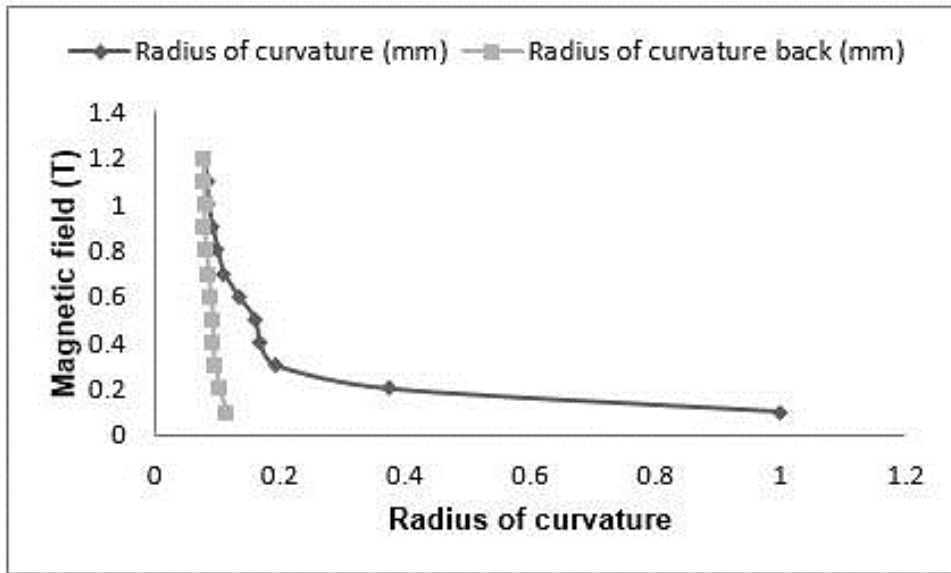


(b)

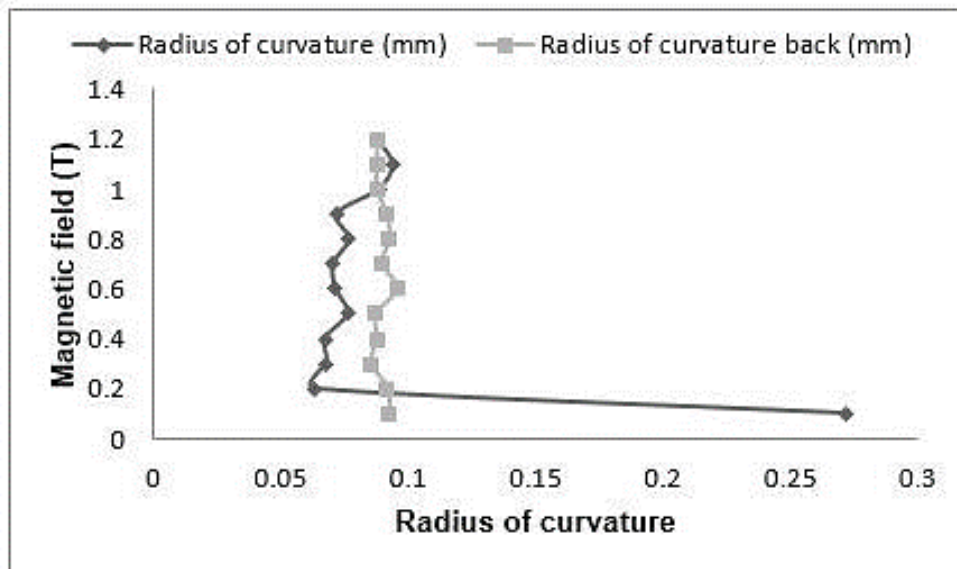


(c)

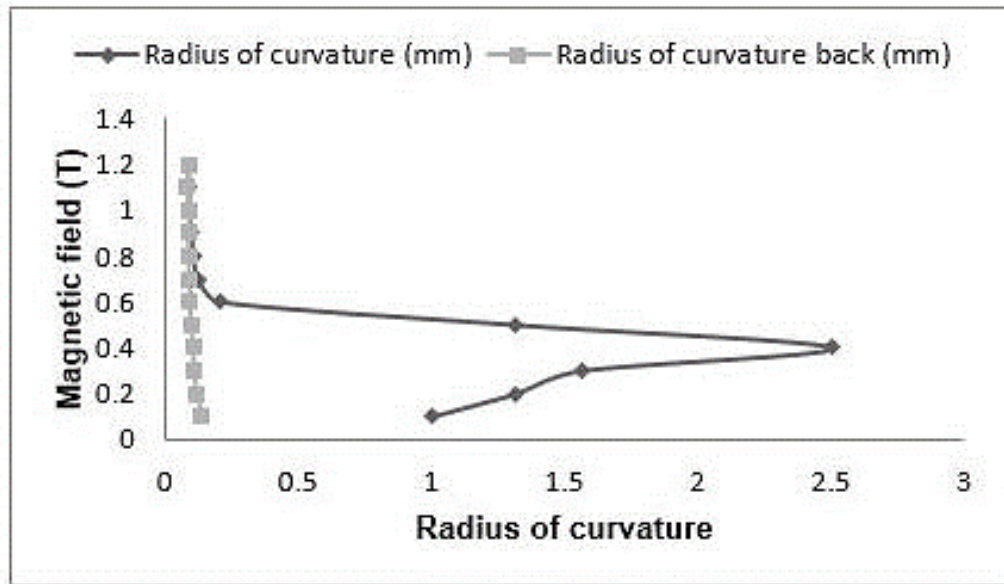
Figura 3.16: (a) La dirección del campo magnético es de  $45^\circ$ , la intensidad aumenta desde 0T hasta 1.2 T. En este caso, se alcanza un Bending strain máximo de 3.2% y la recuperación máxima después de que el campo magnético alcanza 0T es 32 %. b) En este caso, la dirección del campo magnético es de  $90^\circ$ , en contraste con la imagen (a) la variación del Bending strain comienza a disminuir a medida que aumenta el campo magnético, lo que significa que la densidad de las dislocaciones generadas con la acción del campo magnético es mucho menor que en la imagen (a) y c). Finalmente, en este caso, la dirección del campo magnético es de  $135^\circ$  con un Bending strain máximo del 2,88% y la recuperación máxima después de que el campo magnético alcance 0T es del 37,5%.



a)



b)



c)

Figura 3.17: a) Gráfica del radio de curvatura en función del campo magnético para una sección transversal de 1x1 mm<sup>2</sup> y una muestra de 10 mm. La dirección del campo magnético es de 45 ° con respecto al eje de la viga. b) Gráfica del radio de curvatura en función del campo magnético con 90 ° con respecto al eje del haz c). En este caso, la dirección del campo magnético es de 135 °.

## **Capítulo 4. Descripción matemática de la deformación de una viga en voladizo sometida a flexión por campo magnético.**

Una viga en voladizo (o cantiléver) sujeta a flexión debido a la acción de una carga puntual, una carga distribuida o la combinación de ambas representa un problema común y de amplio estudio en el comportamiento mecánico de los sólidos (metales, específicamente). Generalmente, se suele considerar que el sólido sometido a la flexión es homogéneo e isotrópico.

El estudio de la viga en voladizo se realiza generalmente desde el punto de vista de Feynman [45], pero a veces esta teoría no es suficiente, especialmente cuando el comportamiento de algunos materiales es anisotrópico. El uso de los puntos de vista desarrollados por [3, 30], permite, entre otras cosas, establecer el sistema de ecuaciones diferenciales que representan el movimiento del cuerpo en el espacio, así como el análisis de los correspondientes campos de esfuerzos.

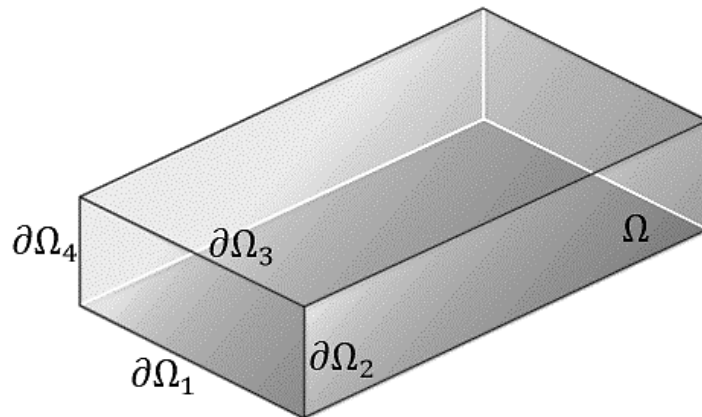
El objetivo de este capítulo es analizar desde un punto de vista geométrico los movimientos y deformaciones que un material con memoria de forma magnética (MMFM) en cantiléver puede presentar.

Entre las características fundamentales de las aleaciones de memoria de forma magnética, dados los datos experimentales, se encuentra su naturaleza cristalina y la presencia de dislocaciones localizadas, dicha información permitirá desarrollar una serie de simulaciones enfocadas a obtener un mejor entendimiento del fenómeno.

### **4.1 Planteamiento del problema.**

Sea  $\Omega$  (Fig. 4.1) la región regular acotada del espacio geométrico  $E^i$ , donde  $i = 1, 2, 3$ , con fronteras analíticas  $\partial\Omega_i$ , de modo que  $\partial\Omega_i$  tenga representación paramétrica. La base del prisma rectangular se denota por  $\partial\Omega_1$  y se asume cuadrada. Llamamos “extremo de la muestra” a la cara opuesta a la base.





**Fig.4.1** Región regular  $\Omega$

La configuración de referencia se denota por  $\Omega$ , o por  $\Omega_0$ , si se enfatiza  $t = 0$ . La configuración espacial en el instante  $t > 0$  se denota  $\Omega_t$ .

La condición de frontera tipo Dirichlet que expresa la condición definitoria del cantiléver es:

$$u(\mathbf{p}, t) = \mathbf{p}, \quad \mathbf{p} \in \partial\Omega_1, \quad \text{para todo } t > t_0$$

Se asume que en el momento inicial la barra está en reposo, no se ejercen fuerzas sobre ella y en una primera instancia se asume como libre de esfuerzos residuales.

Nota 01. Es importante poner en claro que no se consideran aspectos termodinámicos.

Nota 02. Aunque a lo largo de la experimentación se pudo constatar que el material es frágil y con relativa poca resistencia a la fatiga, estos aspectos no se consideran aquí. Se asume que el movimiento es suficientemente suave entre puntos de inflexión tiene lugar antes de que cualquier manifestación de fatiga tenga lugar.

Donde  $u(\mathbf{p}, t)$  es la función que describe el desplazamiento de  $\Omega$  para todo  $t \geq 0$ .

La acción mecánica es el único aspecto que se considera del campo magnético. Esta acción está representada por un campo vectorial variable, continuo y, con la excepción de un número finito de puntos, también derivable. Se estudiaron sobre todo campos vectoriales periódicos. Se denota por  $h(\mathbf{p}, t)$  ese campo vectorial, definido sobre todo  $\Omega$ :

$$h(\mathbf{p}, t): \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

Se iguala la fuerza de cuerpo a ese campo vectorial:

$$B(\mathbf{p}, t) = h(\mathbf{p}, t)$$

#### **4.2 Caso 1: Comportamiento elástico utilizando la solución de Landau para flexión y datos experimentales para materiales con memoria de forma magnética (MMFM).**

Mediante el análisis de las teorías desarrolladas por [3, 30] se puede establecer el conjunto de ecuaciones diferenciales que representan la forma del movimiento y la deformación de un cuerpo en voladizo o cantiléver, bajo la acción de cierto campo vectorial  $h(\mathbf{p}, t)$  y condiciones de frontera.

La respuesta puramente elástica de un material puramente elástico suele tomarse como punto de inicio en el análisis tanto del comportamiento como de la caracterización de los materiales y está perfectamente determinada por el campo tensorial:

$$E(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u}(\mathbf{p}, t) + \nabla \mathbf{u}(\mathbf{p}, t)^T) \quad (4.1)$$

La expresión (1) determina el comportamiento elástico bajo las siguientes premisas:

- A) El material se considera homogéneo.
- B) El material se considera isotrópico.
- C) El material tiene un comportamiento elástico y lineal.

En ese caso se pueden establecer las ecuaciones de movimiento y deformación experimentadas por el material.

A lo largo del presente capítulo y para todos los análisis posteriores se utilizará como una posible forma vectorial de la deformación la solución establecida por Landau [3] y se caracterizará con parte de los datos obtenidos de los experimentos realizados y mostrados en el capítulo 3 del presente trabajo. Tanto el campo vectorial como el campo tensorial de desplazamiento para el caso en el que el material se considera un medio cristalino con ciertas direcciones preferenciales, están dados por:

$$u(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -\frac{(P_3^2 + v(P_1^2 + P_2^2))}{2R} \\ -\frac{vP_1P_2}{R} \\ \frac{P_1P_3}{R} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Donde R representa el radio de curvatura de la viga en función de  $h(\mathbf{p}, t)$  y  $v$  es la proporción de Poisson. Considerando el campo vectorial anterior, el gradiente del campo está dado por el Jacobiano de  $u$ :

$$\nabla u(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1(\mathbf{p})}{\partial P_1} & \frac{\partial u_1(\mathbf{p})}{\partial P_2} & \frac{\partial u_1(\mathbf{p})}{\partial P_3} \\ \frac{\partial u_2(\mathbf{p})}{\partial P_1} & \frac{\partial u_2(\mathbf{p})}{\partial P_2} & \frac{\partial u_2(\mathbf{p})}{\partial P_3} \\ \frac{\partial u_3(\mathbf{p})}{\partial P_1} & \frac{\partial u_3(\mathbf{p})}{\partial P_2} & \frac{\partial u_3(\mathbf{p})}{\partial P_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & -\frac{P_3}{R} \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ \frac{P_3}{R} & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

De las dos expresiones anteriores se puede obtener el campo tensorial de desplazamientos (Strain tensor) para la forma del movimiento propuesta y una viga en condiciones de voladizo:

$$E(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2} [\nabla u(\mathbf{p}, t) + \nabla u(\mathbf{p}, t)^T]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & -\frac{P_3}{R} \\ \frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ \frac{P_3}{R} & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & \frac{P_3}{R} \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ -\frac{P_3}{R} & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix}^T \right]$$

Entonces:

$$E(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & 0 \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Se deben establecer las condiciones de frontera tipo Dirichlet y Neumann:

1)  $u(\mathbf{p}, t) = \mathbf{p}$ , en  $s_0$ , para todo  $t > t_0$

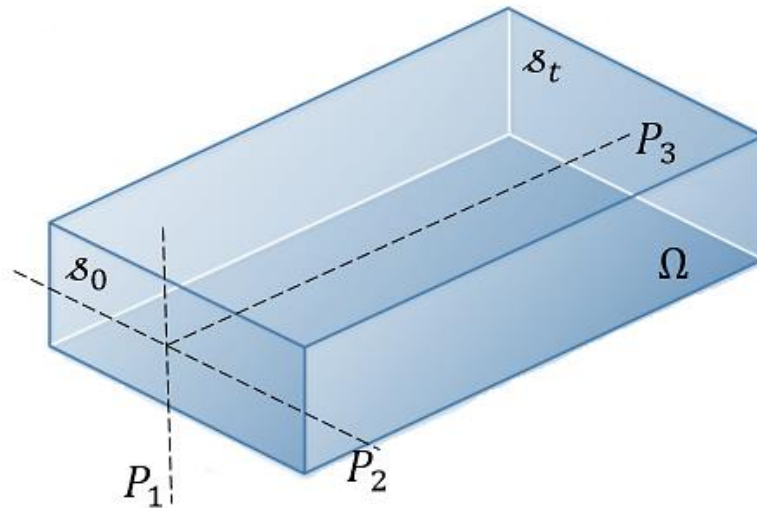
$\nabla u(\mathbf{p}, t) = 0$ , en  $s_0$ , para todo  $t > t_0$

Donde:

$P_1 = P_2 = 0, 0 \leq P_3 \leq L, L = \text{longitud de la viga}$  (Fig. 4.2)

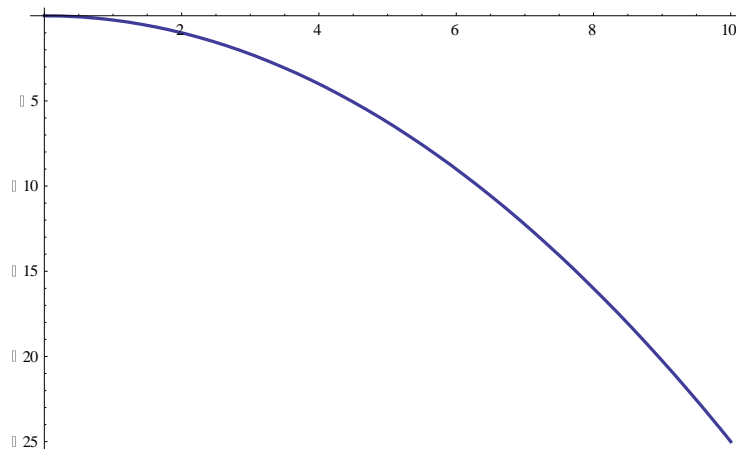
Es decir, un extremo de la viga se encuentra libre, las condiciones de frontera anteriores dan como resultado inmediato la siguiente forma del campo vectorial  $u(\mathbf{p}, t)$ :

$$u(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -\frac{P_3^2}{2R} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$



**Fig. 4.2.** Viga fija con condiciones de frontera en  $s_0$

El movimiento de la muestra depende tanto del radio de curvatura ( $R$ ) como de la posición, a lo largo de la viga en la que se analiza la flexión. Es evidente a partir de (4.5) que la flexión máxima del plano neutro de la línea del haz (paralela al eje de la viga) se produce cuando  $P_3 = L$  (Fig. 4.3)



**Fig. 4.3.** Máxima deflexión en  $P_3 = L$

Para realizar una serie de simulaciones usando soluciones  $u(\mathbf{p}, t)$  ya conocidas [3, 30], se procedió de acuerdo a las siguientes consideraciones:

- Los datos del radio de curvatura obtenidos en el capítulo 3 se utilizan en la función  $u(\mathbf{p}, t)$  y también en la el campo tensorial de deformación (Strain tensor).
- Se considera un material cristalino con una estructura tetragonal en fase martensítica, cuya matriz de rigidez tiene la siguiente forma:

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & -C_{26} \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ C_{16} & -C_{16} & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

- A efecto de homogeneizar las simulaciones, en todas ellas se ha utilizado un valor para la relación de Poisson  $\nu = 0.33$ , obtenido para materiales con memoria de forma magnética y aleaciones Ni-Mn-Ga con las características establecidas en [38] donde básicamente se considera una aleación con estructura tetragonal en la fase martensítica y con estructuras no moduladas.
- Luego, una posible forma de la ley generalizada de Hooke utiliza la notación matricial de Voigt, se puede establecer:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & -C_{26} \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ C_{16} & -C_{16} & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ 2E_{yz} \\ 2E_{zx} \\ 2E_{xy} \end{bmatrix}$$

Utilizando el campo tensorial  $E(\mathbf{p}, t)$ :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & -C_{26} \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ C_{16} & -C_{16} & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -vP_1/R \\ -vP_1/R \\ P_1/R \\ 0 \\ 0 \\ -2vP_2/R \end{bmatrix}$$

Finalmente, el esfuerzo en función del radio de curvatura y las constantes elásticas está dado por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} \left(-\frac{vP_1}{R}\right) + C_{12} \left(-\frac{vP_1}{R}\right) + C_{13} \left(\frac{P_1}{R}\right) + C_{16} \left(\frac{-2vP_2}{R}\right) \\ C_{12} \left(-\frac{vP_1}{R}\right) + C_{11} \left(-\frac{vP_1}{R}\right) + C_{13} \left(\frac{P_1}{R}\right) + C_{26} \left(\frac{2vP_2}{R}\right) \\ C_{13} \left(-\frac{vP_1}{R}\right) + C_{13} \left(-\frac{vP_1}{R}\right) + C_{33} \left(\frac{P_1}{R}\right) \\ 0 \\ 0 \\ C_{66} \left(-\frac{2vP_2}{R}\right) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Bajo toda la serie de consideraciones anteriores se realizó una simulación en el programa de diseño y análisis de elemento finito **ABAQUS** para obtener una serie de representaciones de la deformación del material. Esta serie de representaciones muestran el comportamiento de materiales con restricciones cada vez mayores: primero se considera el material homogéneo e isotrópico, Luego se considera anisotrópico y se hace uso de la propuesta de [3] de representar la anisotropía como un campo vectorial de direcciones preferenciales.

Para poder utilizar esta idea se utilizó una propuesta geométrica de *J. Carrera*, aún no publicada, para calcular la alteración del movimiento debida a ese campo vectorial. Esta técnica es también útil para calcular efectos de esfuerzos residuales, aunque este aspecto aún está en desarrollo debido a que es un campo tensorial.

Estas simulaciones se cotejaron con digitalizaciones de movimientos reales de muestras equivalentes de MMFM, a partir de fotos obtenidas en el laboratorio de materiales avanzados en la universidad de Boise State, Idaho.

El objetivo principal de las simulaciones y resultados siguientes, así como de su análisis, es poder establecer un punto de partida para la justificación experimental y teórica de la siguiente hipótesis de trabajo.

**Hipótesis básica de trabajo.** Si bien en el MMFM interviene de manera decisiva su estructura cristalina, el factor que altera de manera fundamental el comportamiento de este tipo de materiales con respecto a otros no martensíticos, es no sólo la densidad de dislocación, sino la estructuración geométrica y direccional de las dislocaciones. De ser así, debería ser posible considerar la densidad de dislocaciones no como un campo escalar, sino como un campo vectorial.

Por el momento nuestros esfuerzos se han concentrado en la obtención de datos geométricos que permitan inducir como funciona dinámicamente la estructura cristalina con una alta densidad de dislocaciones.

Al respecto se ha empezado a analizar una posible analogía entre la acción de las dislocaciones con el campo de esfuerzos residuales.

**Consideración:** A lo largo de los meses en que se desarrolló el presente capítulo se tuvieron muy diversas pláticas con los doctores Jorge Carrera y Peter Mullner para tratar de establecer la mejor posible explicación e interpretación de lo presentado. Una importante discusión surgió respecto a la forma (con valores reales medidos) de la matriz de constantes elásticas y se llegó a la conclusión de que hasta el momento en que este trabajo se redactó, no existía información suficiente para establecer en su totalidad la forma de dicha matriz, por lo que ciertos valores se han tenido que proponer (basados en los datos de materiales con propiedades similares que cuentan con una mejor caracterización) a espera de que los experimentos

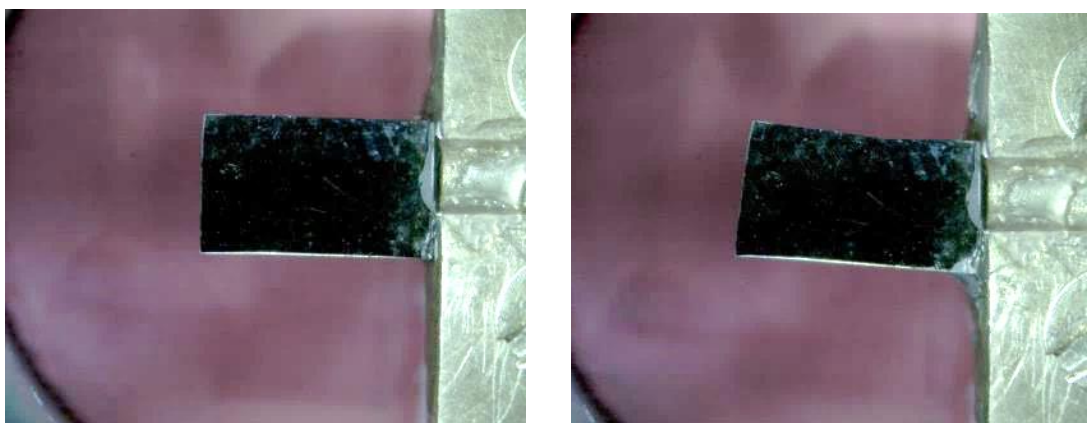


requeridos en la aleación Ni-Mn-Ga se realicen y se pueda obtener una mejor aproximación a su comportamiento. -

1) Probeta con dimensiones de 6 mm de longitud y  $5 \times 4 \text{ mm}^2$  de sección transversal.

Una probeta con idéntica geometría se estableció en el software **ABAQUS** y se aplicó el campo vectorial  $u(\mathbf{p}, t)$  utilizando la opción (que el software tiene definida) de introducir dicho campo como un campo vectorial que genera una fuerza o una acción de cuerpo, es decir, no sólo en la frontera de la probeta sino en todos y cada uno de los puntos internos y externos de ella. Además, se generó una malla con elementos finitos cuadrados.

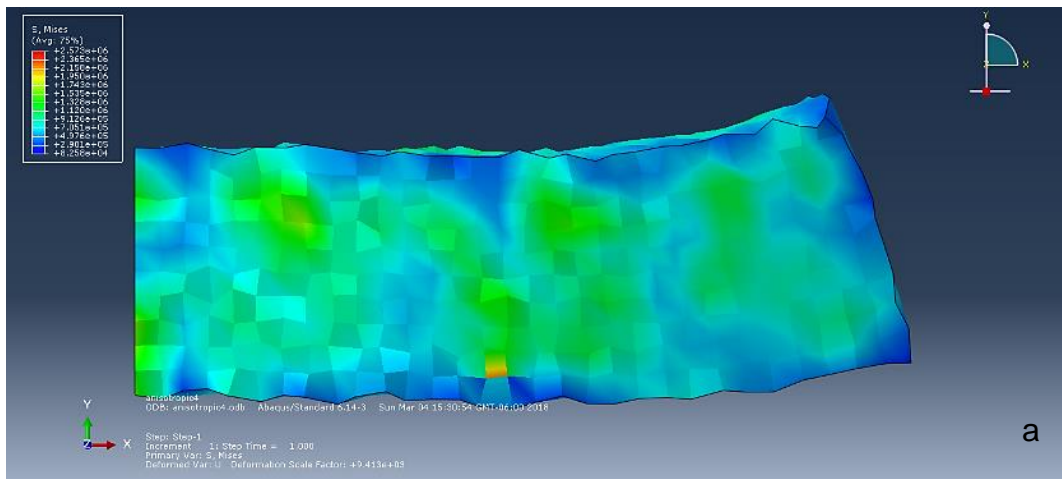
En la figura 4.4 se muestra la probeta real de la aleación Ni-Mn-Ga antes de ser deformada en 0T y una vez deformada con un campo magnético giratorio de 400mT y un ángulo de  $200^\circ$ . Es evidente en dicha imagen que la deformación inducida tiende a generar una deflexión que no se presenta debido principalmente a las dimensiones de la probeta, y según lo establecido en el capítulo 3 para dicha geometría, debido a la diferencia en el orden de magnitud que existe entre la longitud total de la probeta y su área de sección transversal. En la figura 4.5 se muestran los resultados de la simulación en distintas vistas.



**Figura 4.4** Probeta de Ni-Mn-Ga a 0T y 400mT y un ángulo de  $200^\circ$ .

Como se puede observar en las figuras 4.5a, 4.5b y 4.5c, el comportamiento es en cierto modo similar al observado experimentalmente, sin embargo, el material simulado presenta una característica importante. Tanto en la figura 4.5a como en la 4.5c es claro que en algún momento el material, a la vez que se deforma o intenta generarse una deflexión, tiende a torsionarse. Este resultado experimental está de acuerdo con lo establecido por [3] respecto al hecho de que, bajo un régimen de deformaciones constante, los materiales sometidos a flexión en cantiléver tienden a torsionarse.

Desafortunadamente este tipo de comportamiento no se pudo verificar de manera experimental ya que el equipo en el cual se desarrollaron la totalidad de los experimentos no está diseñado para verificar dicha información. Es precisamente la obtención de información experimental de la presencia de una acción torsionante en estos materiales la que queda pendiente como uno de los experimentos propuestos para realizarse en un futuro próximo.



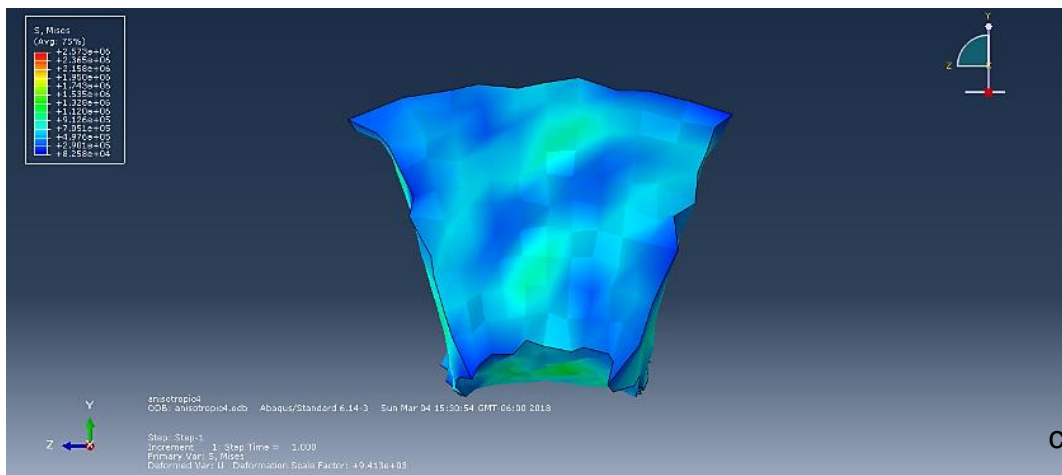
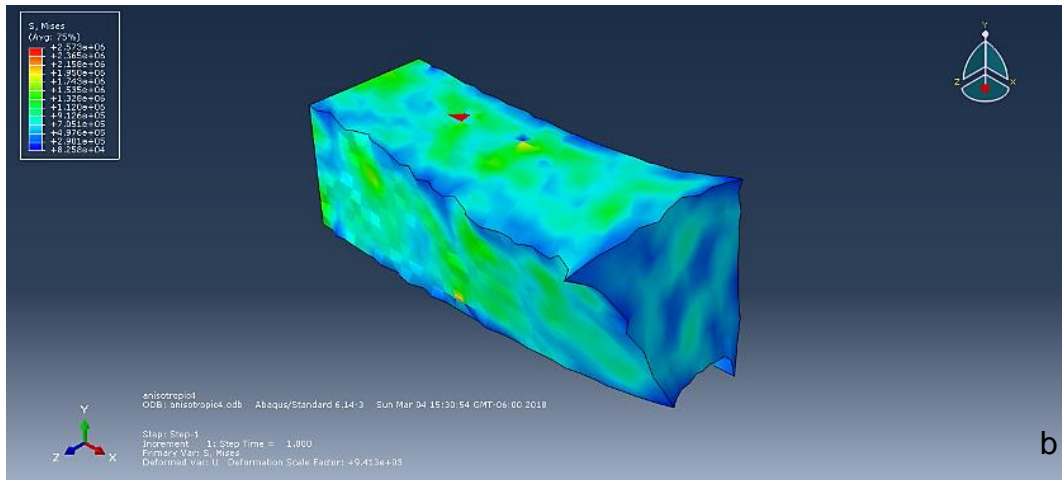
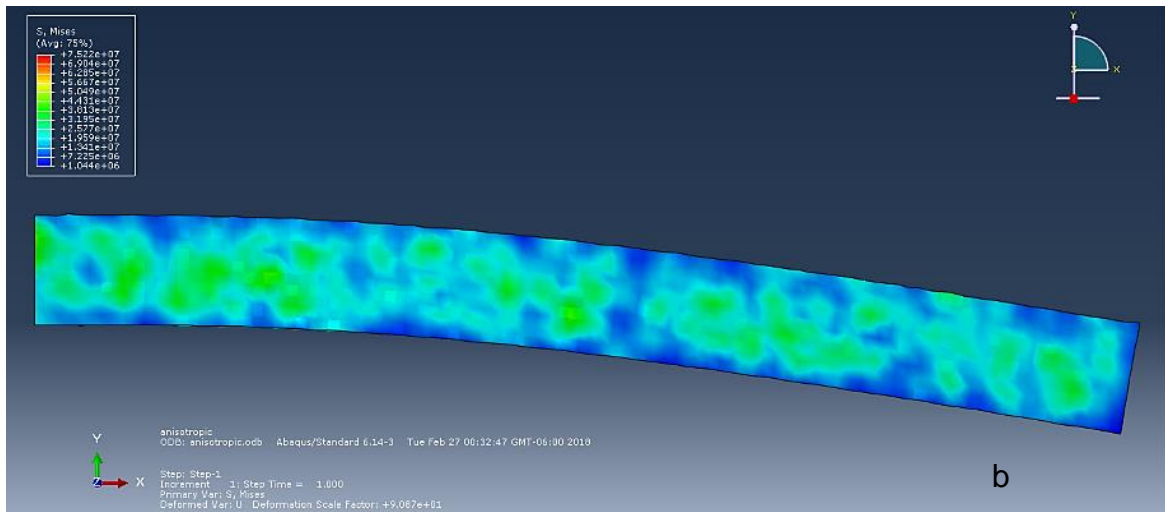
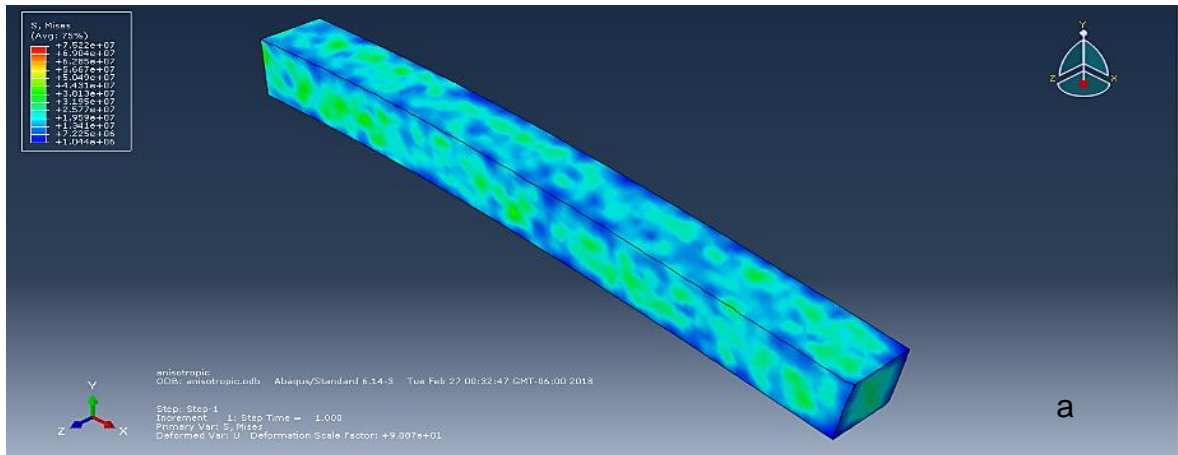


Figura 4.5. Simulación en ABAQUS de probeta Ni-Mn-Ga con dimensiones de 6 mm de longitud y  $5 \times 4 \text{ mm}^2$  de sección transversal

2) Probeta con dimensiones de 10 mm de longitud y  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  de sección transversal.

Para dicha probeta se utilizó la información del radio de curvatura obtenido con el código de Matlab utilizado, dichos valores están presentados en el capítulo 3, y se utilizó un valor de para la relación de Poisson de 0.33. El mismo campo  $u(\mathbf{p}, t)$  se aplicó, estableciendo las condiciones de fronteras planteadas al inicio del capítulo, y se simuló como un campo vectorial que define una acción de cuerpo. En la figura 4.6 se muestran los resultados de las simulaciones.



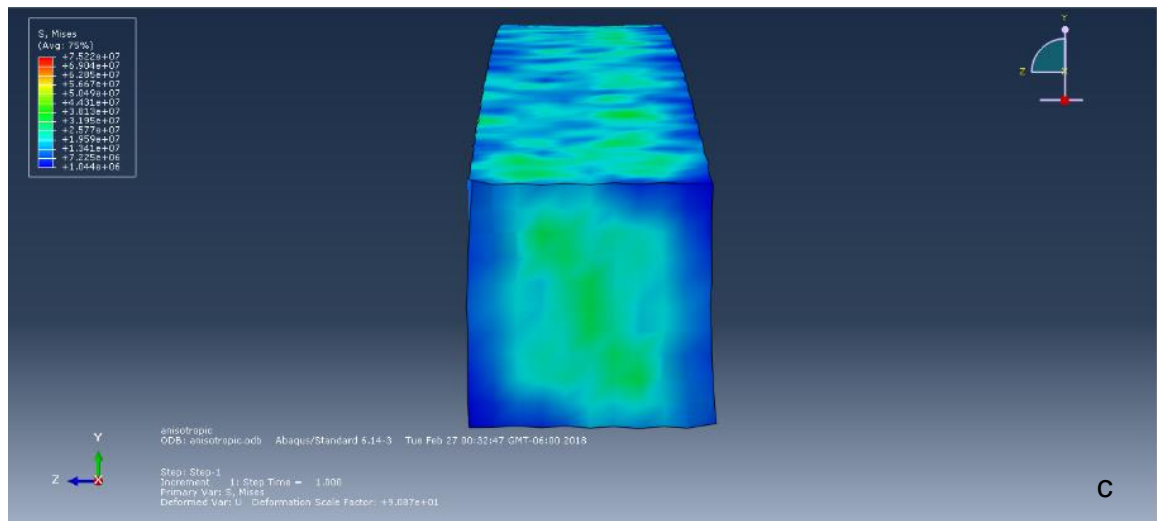


Figura 4.6. Simulación de probeta sometida a flexión para valores de radio de curvatura debidos a la acción de un campo magnético de  $0T - 1.2T$

Como complemento a lo antes presentado, se aprovecharon los resultados arrojados por el software para poder establecer si realmente la simulación se aproxima al comportamiento real observado durante las experimentaciones. Como era de esperarse, dado que los materiales con memoria de forma magnética sufren deformaciones elasto-plásticas considerables, y dado que hasta ahora se ha intentado aproximar desde un punto de vista elástico, existe una gran diferencia entre el comportamiento real y el simulado, aunque los resultados arrojan conclusiones importantes. El análisis de dichos resultados se presentará en el próximo capítulo, así como las conclusiones finales.

En las figuras 4.7 y 4.8 se muestran los resultados después de analizar una serie de puntos tanto en la probeta original como en la probeta arrojada por la simulación. Estos puntos se seleccionaron sin una consideración concreta, es decir, aleatoriamente y se ubicaron por medio del valor en pixeles sobre la imagen una vez digitalizada. Dichos puntos se graficaron para contrastar comportamientos en dos direcciones, a  $45^\circ$  y  $90^\circ$ .

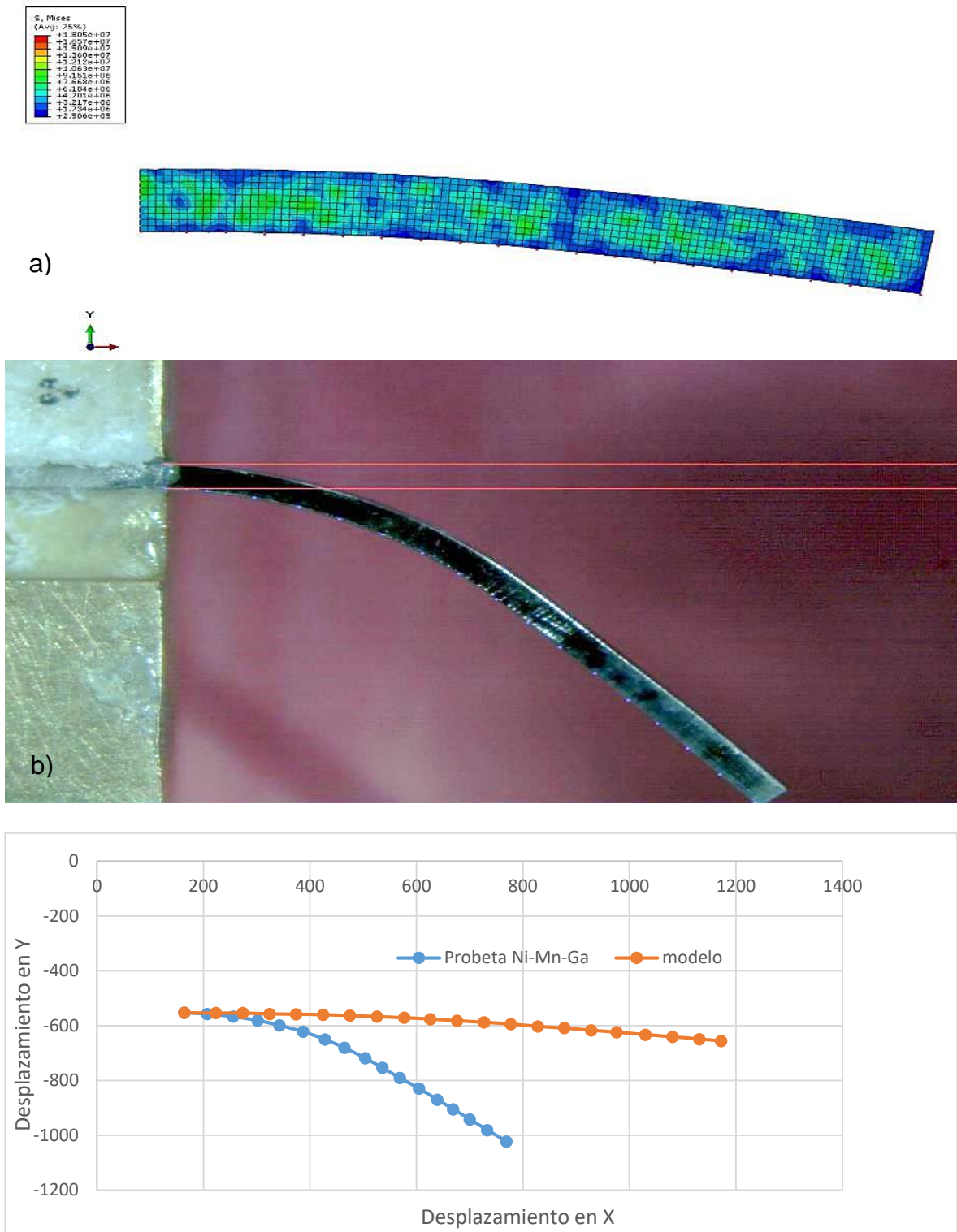


Figura 4.7. Comparación de comportamiento con campo a 90°. a) Modelo, b) probeta de Ni-Mn-Ga, c) desplazamiento real vs. modelo.

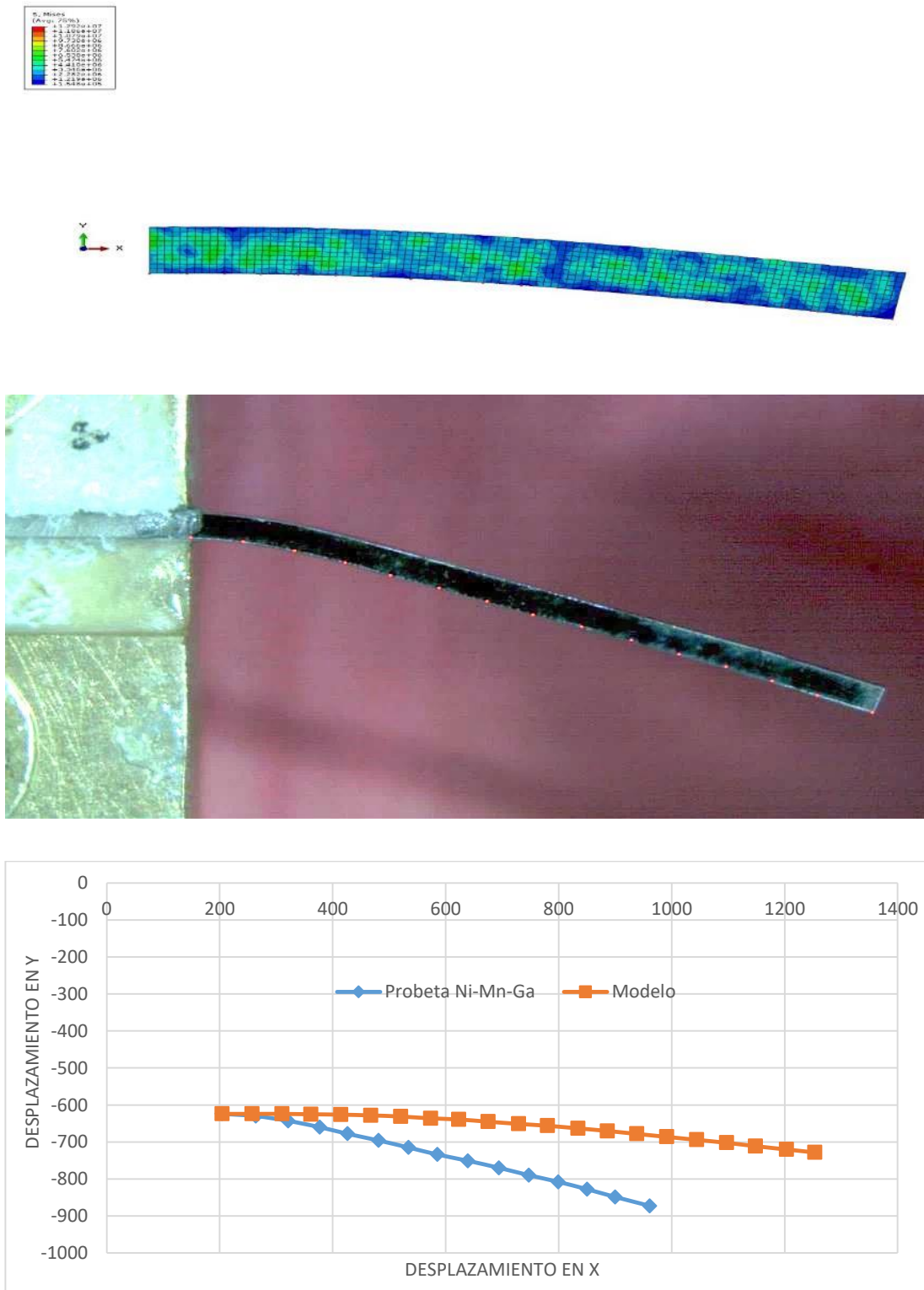


Figura 4.8. Comparación de comportamiento con campo a 45°. a) Modelo, b) probeta de Ni-Mn-Ga, c) desplazamiento real vs modelo.

### **4.3 Caso 2: Comportamiento pseudoelástico utilizando la solución de Landau para flexión, datos experimentales y la descomposición del campo tensorial de deformaciones (Strain tensor).**

El objetivo principal de la presente sección es poder encontrar una aproximación a la forma del campo tensorial de deformaciones para los (MMFM) utilizando los datos experimentales del capítulo 3, y no tanto la descripción gráfica de la simulación con el software.

El efecto de plasticidad en un material cristalino se presenta esencialmente como una respuesta al movimiento de las dislocaciones internas del material en los planos cristalográficos y en las direcciones de deslizamiento [34]. El movimiento de las dislocaciones se acompaña, además de una deformación elástica, de una deformación del cristal que no está vinculada a la aparición de tensiones internas, generando una deformación plástica [3]. Teniendo en cuenta esto, la naturaleza cristalina y los aspectos fenomenológicos observados en los materiales con memoria de forma magnética, se ha verificado que la cinemática del proceso de deformación de estos materiales, específicamente la aleación de Ni-Mn-Ga presenta un comportamiento tanto elástico como el plástico. Si se considera la existencia de dislocaciones en el material se puede establecer la siguiente premisa de trabajo:

**Premisa 1:** Dada la naturaleza cristalina del material (aleación Ni-Mn-Ga), es posible atribuir el comportamiento plástico puramente a la cinemática de las dislocaciones internas del material durante el proceso de deformación. Una vez considerado un comportamiento plástico del material debido a la propagación de las dislocaciones internas del material, no es factible utilizar la teoría del continuo únicamente. Por esta razón, es necesario ampliar los aspectos teóricos fundamentales de la mecánica del medio continuo considerando un componente plástico importante del material, la descomposición del tensor de deformaciones en una parte elástica y una plástica parece ser un primer acercamiento razonable



Bajo esta premisa es factible utilizar las siguientes descomposiciones del gradiente de deformación y el tensor de deformaciones [47]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}, t) = \mathbf{F}(\mathbf{p}, t)^E \circ \mathbf{F}(\mathbf{p}, t)^P$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{p}, t)^E + \mathbf{E}(\mathbf{p}, t)^P$$

Donde

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u}(\mathbf{p}, t) + \nabla \mathbf{u}(\mathbf{p}, t)^T) + \mathbf{E}(\mathbf{p}, t)^P$$

Teniendo en cuenta que los planos deslizantes en los que se producen las dislocaciones en los materiales de la memoria magnética están representados por los planos que representan el límite entre las variantes de martensita, la siguiente representación del gradiente de plasticidad puede considerarse [33]:

$$\mathbf{E}^P(\mathbf{p}, t) = \gamma(\mathbf{p}, t) \mathbf{s}(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}(\mathbf{p})$$

Donde los vectores  $\mathbf{s}(\mathbf{p})$  y  $\mathbf{m}(\mathbf{p})$  pertenecen, en el caso de materiales con memoria de forma magnética, la frontera entre una variante de martensita y otra, y  $\gamma(\mathbf{p}, t)$  es la tasa escalar de deformación cortante, figura 4.9.

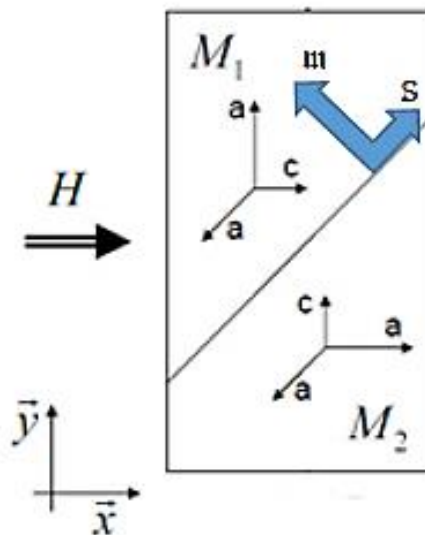


Figura 4.9. Sistema de deslizamiento en MMFM

La expresión anterior representa el caso para el cual en el material se encuentra definida una sola frontera de macla, un solo plano de deslizamiento. En general, si se consideran  $\alpha$  sistemas (planos) de deslizamiento, donde  $\alpha = 1, \dots, n$ . Dicha expresión se puede establecer de la siguiente manera (expresión (2.4.4)):

$$E^P(\mathbf{p}, t) = \sum_{\alpha=1}^n \gamma^\alpha(\mathbf{p}, t) \mathbf{s}^\alpha(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}^\alpha(\mathbf{p})$$

Finalmente, se puede obtener la forma del campo tensorial de deformaciones:

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u}(\mathbf{p}, t) + \nabla \mathbf{u}(\mathbf{p}, t)^T) + \sum_{\alpha=1}^n \gamma^\alpha(\mathbf{p}, t) \mathbf{s}^\alpha(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}^\alpha(\mathbf{p}) \quad (4.7)$$

**Consideración:** En los monocristales la deformación plástica tiene lugar en ciertos planos de cristal y ciertas direcciones, los cuales crean un sistema de deslizamiento. Si el cristal único está sujeto a un campo externo, la proyección del campo tensorial de esfuerzos a lo largo de un sistema de deslizamiento específico es el llamado tensor de Schmid.

**Consideración:** La expresión (4.7) se puede asociar al proceso de las dislocaciones internas que sufre el material, sin embargo, estas dislocaciones suelen ser totales, es decir, que alcanzan la totalidad del vector de Burgers en términos de desplazamiento. En MSMM son dislocaciones parciales las que predominan, es decir, son aquellas que se limitan a moverse al menos  $b = a/2$ .

dónde:

b: vector de Burgers

a: Parámetro de red

Se trabajará bajo la siguiente premisa:

**Premisa 2:** Las dislocaciones funcionan, geoméricamente, de la misma manera independientemente de si se trata de una dislocación - total - parcial. Dado que en ambos casos existe un sistema de planos y direcciones (Slip system) en el que opera la dislocación y la evolución del proceso se rige por la variación de la tasa de deformación cortante  $\gamma(\mathbf{p}, t)$ .

Es importante señalar que hasta este punto no se ha hecho nada más que utilizar las teorías existentes para los fenómenos de elasticidad y plasticidad, y ponerlas en términos de un material (en este caso nuestro) que cumpla con las premisas básicas de tales teorías.

La expresión (4.7) es importante en el contexto de este trabajo, ya que se asume que se puede asociar al proceso de dislocación y también se obtiene una expresión que es operativa y está bien definida para la aleación Ni-Mn-Ga ya que afortunadamente se cuenta con una gran cantidad de datos sobre las propiedades mecánicas, así como los planos y las direcciones en las que se produce el movimiento de las dislocaciones en el monocristal, gracias a los trabajos realizados por Mullner. Et al. [1, 25, 36, 37, 46, 48].

Utilizando la solución en la forma en la que la propone [3] para un material sometido a flexión (expresión 4.1), la expresión (4.7) toma la siguiente forma:

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & 0 \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix} + \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) \mathbf{s}^{\alpha}(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}^{\alpha}(\mathbf{p}) \quad (4.8)$$

Esta expresión es de gran importancia para este trabajo ya que permite por un lado utilizar una solución conocida que permita conocer mejor el comportamiento elástico del material y por otro lado, en la parte plástica, permite incorporar información concreta sobre los planos y direcciones de deslizamientos sobre los cuales, en principio, se puede suponer actúa la dislocación.

Una consecuencia inmediata de plantear la expresión (4.8) así es que implica poner en relación - el termino elástico, que se define sobre una base de observación y representa parte de los aspectos fenomenológicos del problema, y otro a nivel de la estructura cristalina, ya que los planos y las direcciones de deslizamiento, y en consecuencia las dislocaciones, actúan en ella.

En conclusión, el fenómeno de deformación de una viga en cantiléver por la acción de un campo que genera una fuerza de cuerpo sobre el material se puede ver como un problema de escala, se pretende deducir aspectos a nivel microscópico a partir de inferencias de datos macroscópicos. Para poder enfrentar esta situación es necesario establecer varios sistemas sobre los cuales se presenta el fenómeno, de manera simultánea.

Para poder solucionar esto, se ha optado por seguir un método similar al utilizada por Cortes Pérez [19] el cual consiste en establecer un sistema de bases ortonormales, figura 4.10, y su relación entre ellas por medio de una serie de cambios de base. El método consiste en expresar una forma conocida de  $u(\mathbf{p}, t)$  en cada una de las bases y poder tener una representación de este campo vectorial en la base de observación.

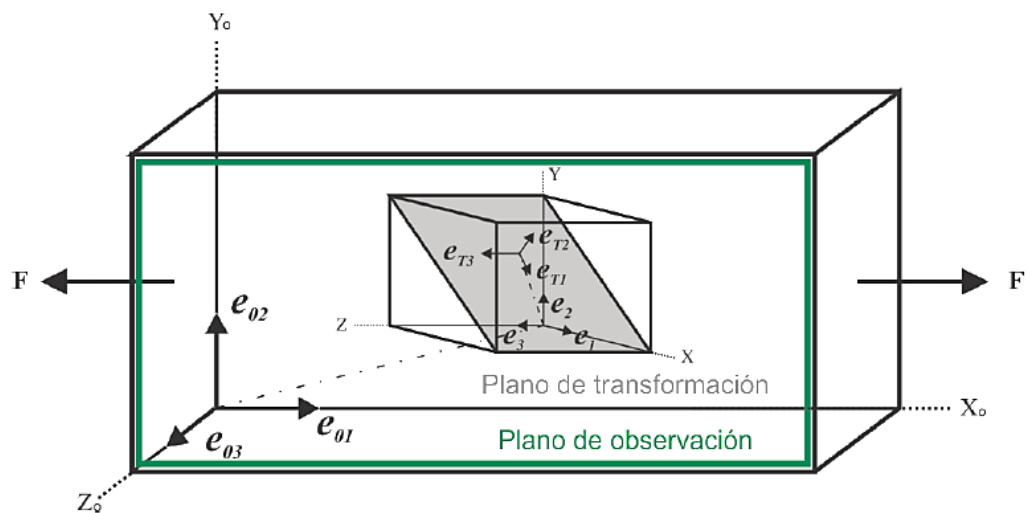


Figura4.10 Sistemas de referencia usados en el modelo de Cortes-Pérez.

A diferencia del método empleado por Cortes Pérez [19], la propuesta central de este trabajo consiste en representar la forma del termino elástico en la expresión (4.8) en cada una de las bases y por medio de una serie de cambios de base, trasladar el efecto de dicho termino hasta la base de observación, donde es evidente actúa la parte fenomenológica asociada al término elástico y en consecuencia la expresión (4.8) se puede operar sin problemas relacionados a la escala.

Los desarrollos relacionados al cambio de base y la aplicación de algunos sistemas de deslizamientos propios de la aleación Ni-Mn-Ga se presentarán en el próximo capítulo.

Finalmente, si se utiliza la matriz de rigidez (4.5) se puede obtener una expresión para los esfuerzos considerando la expresión (4.8) representada en la base de observación.

$$T(\mathbf{p}, t) = C_{ij}(\mathbf{p}, t) \left[ \begin{array}{ccc} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & 0 \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_1}{R} \end{array} \right] + \left( \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) s^{\alpha}(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}^{\alpha}(\mathbf{p}) \right)_{e_0} \quad (4.9)$$

Donde:

$$\left( \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) s^{\alpha}(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}^{\alpha}(\mathbf{p}) \right)_{e_0}$$

Representa el término asociado al comportamiento plástico (y donde operan las dislocaciones internas) expresado en la base de observación  $e_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$ .

La finalidad del presente capítulo ha sido poder llegar a obtener las (4.8) y (4.9), las cuales asocian los dos términos presentes, según los resultados experimentales, en los MMFM, específicamente en la aleación Ni-Mn-Ga. En el siguiente capítulo se presentarán los desarrollos de cambio de base, se analizará la aleación Ni-Mn-Ga

del Tipo I, para el cual existen sistemas de deslizamiento conocidos y se obtendrá una forma de la expresión (4.9) basada en dichos sistemas y en la información experimental obtenida en el capítulo 3.

## **Capítulo 5. Geometría del material con MFM en fase martensítica y simulaciones de movimientos de cuerpos comparables a las muestras experimentales.**

El objetivo específico de los capítulos previos ha sido presentar el problema experimental concreto, tipo de material, tipo de probeta, condiciones de frontera, fuerzas ejercidas por un campo magnético variable, etc. En este marco se presentan los experimentos realizados dentro de este proyecto y se ubican estos experimentos en el contexto teórico de [3, 30].

Los objetivos de este capítulo son:

- a) Utilizar el método de Cortés Pérez [19] para el análisis de la transformación martensítica, aplicado a la aleación Cu-Al-Be desde el punto de vista geométrico.
- b) Realizar una serie sistemática de simulaciones, desde el caso homogéneo e isotrópico hasta el material anisotrópico, para este último caso se utilizó la representación de la anisotropía por un campo vectorial, desarrollada en [3]. Estas simulaciones se comparan con digitalizaciones de fotografías del movimiento tomadas durante los experimentos. La idea básica es encontrar los aspectos específicos del comportamiento de los MMFM que permitan avanzar a una caracterización de estos materiales.

Después de presentar los capítulos anteriores se puede hacer el siguiente análisis:

1. Como se puede ver en las tablas (3.2 – 3.7) y en la serie de imágenes mostradas en la figura 3.14, la recuperación de la forma original no es completa al pasar el campo magnético por magnitud cero.
2. La deformación del material puede aproximarse, en primera instancia, por la combinación de rotaciones centradas en un punto que se desplaza linealmente, exterior al cuerpo, con elongaciones. El análisis geométrico de la deformación durante los experimentos muestra secciones, volúmenes definidos, aparentemente

de elongación pura, hasta donde la precisión del experimento y la definición de las fotografías permiten afirmar.

3. Se pudo constatar que, en la proyección del movimiento sobre el plano bidimensional hay direcciones de máxima elongación y máxima deformación debida a la flexión (Bending Strain). Esto se puede constatar en la serie de gráficas presentadas en imagen 3.16.

Para evaluar lo anterior es conveniente volver a establecer la hipótesis general de trabajo que guía esta tesis.

**Hipótesis 0.** En MMFM, y probablemente en otros MMF (materiales con memoria de forma térmica o convencional), el cambio de fase austenita-martensita genera una estructura geométrica del conjunto de dislocaciones que permite una acción mecánica manifestada macroscópica. Esta acción se incrementa por el correspondiente aumento estructurado de la densidad de dislocaciones [49 – 51]. La energía acumulada por las deformaciones durante el proceso de suministro de energía por el campo magnético mantiene también a las dislocaciones, a veces alcanzando magnitudes mayores a la del vector de Burgers en un estado de equilibrio dinámico inestable que se rompe al cesar o disminuir el campo magnético, provocando la reacción del material de manera estructurada [Carrera Bolaños, J., Notas sin publicar, 2018].

Sin embargo, está perfectamente establecido que en MMFM y más concretamente en aleaciones Ni-Mn-Ga, únicamente se presentan dislocaciones parciales [48, 52], Lo anterior, de ser cuantificado y expresado matemáticamente, representaría una condición necesaria para caracterizar mecánicamente al material, aunque otros factores pueden estar en juego.

Dado que el campo magnético genera una fuerza, es factible asumir la existencia de un campo tensorial análogo al campo tensorial de esfuerzos, y la reacción del



cuerpo podría asimilarse a los esfuerzos puramente mecánicos. Desde el punto de vista metodológico, este capítulo se centra en:

Como obtener información geométrica dinámica que pueda ser representativa de los procesos también geométricos a nivel cristalino. Esto se lleva a cabo usando técnicas desarrolladas teórica y experimentalmente en [19], ya muy cercano a nuestro marco teórico. Se aplican a los materiales concretos usados experimentalmente.

A lo largo de los procesos anteriores se discute el papel de propuestas de representación tensorial de las características de los MMFM. Como relacionar esta situación con algunos aspectos de una posible propuesta para el campo tensorial mencionado. Los desarrollos son del autor.

Se plantea, en un experimento concreto, como obtener información específica sobre la densidad de dislocaciones. Los resultados de este experimento, una vez contrastados con el resto de los resultados, permitirán un avance sustantivo en la dirección señalada por Hipótesis 0.

### **Parte 1.** Descripción del análisis empleado por Cortes-Pérez [19] en aleaciones Cu-Al-Be

A continuación, se hará una breve explicación del procedimiento empleado por Cortés Pérez [19] para realizar los cambios de base y poder tener una representación del comportamiento del material en diversos sistemas de bases ortonormales. Cabe resaltar que el modelo desarrollado por Cortés Pérez [19] se emplea para poder realizar un análisis de la transformación martensítica inducida por medio de un esfuerzo en materiales con memoria de forma convencionales (térmicas) y se centra en encontrar una representación del campo tensorial de desplazamientos (o tensor de deformación) en cada una de la serie de bases que define

Una vez establecidos los aspectos más fundamentales del desarrollo hecho por [Jacinto], dicho procedimiento se utilizará para encontrar una representación de la parte plástica de la expresión (4.8) en cada una de la serie de bases ortonormales que se definirán para establecer tanto la orientación de los sistemas de deslizamientos en los cuales dicho término evoluciona, así como los sistemas de observación que permitirán analizar el comportamiento del cuerpo desde un punto de vista fenomenológico. Una vez establecida la forma de la parte plástica de dicha expresión se analizará la expresión (4.8) en su totalidad.

Una vez establecida la forma de la expresión (4.8) en la base de estudio requerida (base de observación), se utilizará para analizar el caso de martensita Tipo 1 reportada en [53] para la cual se encuentran ya definidos los sistemas de planos y direcciones de transformación para la aleación Ni-Mn-Ga en fase martensítica a temperatura ambiente.

Finalmente se mostrarán una serie de resultados numéricos sobre la forma del campo tensorial de desplazamientos para diversos sistemas de deslizamiento de un MMFM, utilizando datos empíricos y mediante el uso de un código desarrollado en el sistema Java.

## 5.1 Cambio de base

Dada la figura 10 en el capítulo anterior, son tres sistemas de bases ortonormales los que se consideran. El primero denominado sistema de transformación que tiene como base al conjunto  $e_T = \{e_{T1}, e_{T2}, e_{T3}\}$ , es en este sistema donde evoluciona el comportamiento plástico del fenómeno de deformación y donde se definen los sistemas de deslizamiento los cuales, a lo largo de la deformación, manifestarán la evolución del proceso de dislocaciones internas que sufre el material. El siguiente sistema,  $e_i = \{e_1, e_2, e_3\}$ , está definido por las tres direcciones que definen la orientación cristalina de la muestra, dicha base representa la base canónica. Y finalmente la base definida por  $e_o = \{e_{o1}, e_{o2}, e_{o3}\}$  que define al sistema de

observación, el cual representa el sistema en el cual se efectúan todas las mediciones sobre el comportamiento del material cuando sufre deformaciones.

Cortés Pérez [19] realiza los diversos cambios de base utilizando los métodos clásicos, es decir, aplicando un tensor de transformación, digamos en términos de las bases antes mencionadas, un tensor  $A_{XT-XO}$  que representa el cambio desde la base de transformación hasta la base de observación y cuyos elementos se pueden obtener de la siguiente manera:

$$A_{XT-XO} = \sum_{i=1}^3 \{e_{Ti}\}_{XO} \otimes e_{Ti} \quad (5.1)$$

donde:

$\{e_{Ti}\}_{XO}$  son los vectores de la base  $e_T$  referidos a la base  $e_O$ , ahora bien si tanto  $e_T$  como  $e_O$  son referidos a la base canónica  $e$ , el tensor  $A_{XT-XO}$  puede quedar expresado como:

$$A_{XT-XO} = A_{X-XO} A_{XT-X}$$

Donde los tensores del lado derecho permiten realizar el cambio de la base canónica a la base de observación y de la base de transformación a la base canónica respectivamente. Los tensores  $A_{XT-X}$  y  $A_{XO-X}$  se definen de la siguiente manera:

$$A_{XT-X} = \sum_{i=1}^3 \{e_{Ti}\}_X \otimes e_{Ti} \quad (5.2)$$

$$A_{XO-X} = \sum_{i=1}^3 \{e_{Oi}\}_X \otimes e_{Oi} \quad (5.3)$$

de igual manera se puede definir  $A_{X-XO}$  como sigue:

$$A_{X-XO} = \sum_{i=1}^3 \{e_i\}_{XO} \otimes e_i \quad (5.4)$$

Las tres expresiones anteriores permiten entonces realizar los cambios de bases entre los tres sistemas de interés. Es además sabido que dichos tensores aplicados a una función lineal arrojarían como resultado directo el cambio de base a al sistema ortonormal deseado, sin embargo, es aquí donde surge un primer problema para utilizar lo antes mencionado ya que el término que representa el comportamiento plástico está representado por una función no lineal. Sin embargo, para solucionar esto es factible realizar una descomposición de funciones en lugar de los productos de matrices.

Así, por ejemplo, es factible hacer variar la orientación de la base  $e_o = \{e_{o1}, e_{o2}, e_{o3}\}$  entre las otras dos orientaciones realizando una rotación rígida a partir de una base de referencia  $e_{Xr}$ . Dicha rotación puede hacerse respecto a cualquiera de los ejes de la base  $e_o = \{e_{o1}, e_{o2}, e_{o3}\}$ . Si se considera por ejemplo una rotación rígida referida a la base  $e_i = \{e_1, e, e_3\}$  se obtiene lo siguiente:

$$R_X = A_{Xr-X} R_{Xr} A_{X-Xr}$$

Finalmente, es importante mencionar que los desarrollos completos para obtener las matrices de cambio de base son ampliamente conocidos, y debido a eso en el presente trabajo su desarrollo no es uno de los objetivos, por tal motivo se han utilizado los resultados reportados por Cortés Pérez [19] y simplemente se adecuaran para analizar los comportamientos en las bases deseadas.

## **5.2 Cambio de base del campo tensorial de desplazamientos (tensor de deformación).**

De acuerdo a lo establecido en el capítulo 4 y en concordancia con los datos (numéricos y gráficos) es evidente que la simple representación del campo tensorial

(4.8) no puede utilizarse para describir el comportamiento elasto-plástico bajo el movimiento  $u(\mathbf{p}, t)$  definido, sin antes hacer las siguientes consideraciones:

- La forma del movimiento propuesta [3, 30] está dada por una función no lineal.
- La representación del campo tensorial (4.8) está dada por dos términos que representan dos aspectos importantes de la deformación bajo la aplicación de dicho campo tensorial, los cuales evolucionan, con la evolución de la deformación, a diferentes escalas. Por un lado, el término elástico, el cual se encuentra definido en la base de observación, está dado por:

$$E(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2} (\nabla u(\mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{02}, \mathbf{p}_{03}) + \nabla u(\mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{02}, \mathbf{p}_{03})^T)$$

**Nota:** Se ha omitido el tiempo en el argumento de la función para evitar una posible confusión de que la función  $u(\mathbf{p}, t)$  depende de cuatro variables.

- El término que representa la parte plástica en el campo tensorial (4.8), dado que depende de la forma de los sistemas de deslizamiento propios de cada material, es evidente que se encuentra definido en el sistema de transformación definido por la base  $e_T = \{e_{T1}, e_{T2}, e_{T3}\}$ , según la figura 10. Esto es:

$$\sum_{\alpha=1}^n \gamma^\alpha(\mathbf{p}, t) s^\alpha(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3}) \otimes \text{mm}^\alpha(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3})$$

Bajo las consideraciones anteriores resulta evidente que la expresión (4.8) no se puede utilizar a menos que los dos términos se encuentren actuando a la misma escala, en otras palabras, ambos términos deben estar representados en la misma base ortonormal.

Uno de los objetivos teóricos fundamentales de la presente tesis es poder establecer una forma adecuada, en términos operativos, de la expresión (4.8), la cual pueda dar pie a la propuesta de desarrollos experimentales futuros. Por tal motivo, establecer dicho campo tensorial se presentará más adelante como uno de los resultados principales de este trabajo.

Lo primero que se debe definir, entonces, es el sistema o la base sobre la cual se desea trabajar. A diferencia de trabajos recientes [19, 54], en los cuales se tiene como principal interés el presentar el comportamiento del fenómeno en cada una de las bases definidas según lo requerido, para el presente trabajo se ha optado por definir toda la forma del campo tensorial mencionada en la base de observación. Esto supone lo siguiente:

- Si se asume que el término elástico lineal está definido en la base de observación  $e_o = \{e_{o1}, e_{o2}, e_{o3}\}$ , no es necesario efectuar ningún cambio de base sobre dicho término.
- Es necesario realizar los cambios de base necesarios que permitan establecer la forma del término plástico en la base de observación.

En consecuencia, a continuación se realizará el cambio de base correspondiente sobre el término del comportamiento plástico, basado enteramente en el desarrollo ya antes mencionado.

Utilizando las expresiones (5.2), (5.3) y (5.4) se requiere en primera instancia hacer el cambio de base de la base de transformación  $e_T = \{e_{T1}, e_{T2}, e_{T3}\}$  a la base que define la orientación cristalina del material  $e_i = \{e_1, e_2, e_3\}$  y posteriormente llevarla a la base de observación.

Sea:

$$\mathbb{S} = \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) \mathbb{S}^{\alpha}(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3}) \otimes \mathbb{m}^{\alpha}(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3})$$

Entonces su representación en  $e_o = \{e_{o1}, e_{o2}, e_{o3}\}$  está dada por:

$$\mathbb{S}_{XO} = C_{X-XO} C_{XT-X} \mathbb{S}_{XT} C_{X-XT} C_{XO-X} \quad (5.5)$$

Esto es:

$$\begin{aligned}
& S_{XO} \\
& = C_{X-XO} C_{XT-X} \left[ \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) \mathbb{S}^{\alpha}(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3}) \otimes \mathbb{mm}^{\alpha}(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3}) \right] C_{X-XT} C_{XO-X} \quad (5.6)
\end{aligned}$$

Donde los tensores  $C_{X-XO}$  y  $C_{XT-X}$  permiten realizar el cambio de la base canónica a la base de observación y de la base de transformación a la base canónica respectivamente. Considerando la forma de la expresión (5.7) se puede establecer la nueva representación de la expresión (4.8). Esto es:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{E}(\mathbf{p}, t) = \\
& \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u}(\mathbf{p}_{O1}, \mathbf{p}_{O2}, \mathbf{p}_{O3}) + \nabla \mathbf{u}(\mathbf{p}_{O1}, \mathbf{p}_{O2}, \mathbf{p}_{O3})^T) \\
& + C_{X-XO} C_{XT-X} \left[ \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) \mathbb{S}^{\alpha}(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3}) \otimes \mathbb{mm}^{\alpha}(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3}) \right] C_{X-XT} C_{XO-X} \quad (5.7)
\end{aligned}$$

Como puede observarse, con los cambios de base anteriores se puede considerar que tanto el comportamiento elástico lineal como el comportamiento plástico se encuentran ahora definidos sobre la misma base, en este caso sobre el sistema de observación. Es la expresión (5.7), utilizando la solución propuesta por [3, 30] un de los principales resultados teóricos de éste trabajo. Utilizando la forma del movimiento que describe el caso de flexión de una viga en cantiléver, la expresión (5.7) queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{E}(\mathbf{p}, t) = \\
& \begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & 0 \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix} \\
& + C_{X-XO} C_{XT-X} \left[ \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) \mathbb{S}^{\alpha}(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3}) \otimes \mathbb{mm}^{\alpha}(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3}) \right] C_{X-XT} C_{XO-X} \quad (5.8)
\end{aligned}$$

El tensor  $C_{XT-X}$  el cual permite cambiar la base del sistema de transformación al de observación está definido como:

$$C_{XT-X} = \sum_{i=1}^3 \{e_{Ti}\}_X \otimes e_{Ti} = \begin{bmatrix} m_1 & p_1 & n_1 \\ m_2 & p_2 & n_2 \\ m_3 & p_3 & n_3 \end{bmatrix}$$

$$C_{XO-X} = \sum_{i=1}^3 \{e_{Oi}\}_X \otimes e_{Oi} = \begin{bmatrix} u & c_1 & h \\ v & c_2 & k \\ w & c_3 & l \end{bmatrix}$$

donde  $(n_1, n_2, n_3)$  corresponden al plano invariante durante el proceso de transformación y  $[m_1, m_2, m_3]$  la dirección de corte definida en la base de transformación  $e_T = \{e_{T1}, e_{T2}, e_{T3}\}$ . Y finalmente:

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$$

Finalmente, la propia definición de los otros tensores de cambio de base se puede consultar en [54]

Una vez establecida la expresión anterior se puede concluir lo siguiente:

- El término elástico contiene información como el radio de curvatura y la relación de Poisson, ambos definidos en la base  $e_O = \{e_{O1}, e_{O2}, e_{O3}\}$  y para el caso de la aleación Ni-Mn-Ga, el radio de curvatura como función del campo magnético aplicado ya fue medido y presentado dentro de los resultados del capítulo 3.
- En el término plástico la información requerida es el sistema de deslizamiento ( $s^\alpha, m^\alpha$ ) propio de cada material.
- Es importante resaltar que mientras un término de la expresión (5.8) requiere una serie de datos relacionados con la física del fenómeno, y más concretamente, con la forma del movimiento que defina a la deformación a nivel macroscópico, el otro término requiere de información relacionada con la geometría, en este caso, planos y direcciones de deslizamiento.



- La evolución del término plástico es de sumo interés para este trabajo ya que está relacionado con el proceso de dislocaciones internas que sufre el material a medida que se va dando la deformación, y son las dislocaciones (bajo las premisas establecidas en el capítulo 4) la característica fundamental de la aleación con memoria de forma Ni-Mn-Ga.

### 5.3 Análisis numérico de la Martensita modulada 10M.

A lo largo de todo el proceso de experimentación se exploró la posibilidad de realizar las pruebas utilizando varios monocristales con muy diversa microestructura. Datos para microestructuras moduladas y no moduladas se obtuvieron y se presentan a continuación.

Austenita  
Parámetros de  
red (nm)

$a =$	0.582

$$d = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2}}}$$

$h$	$k$	$l$	d spacing	$2\Theta$
0	2	2	0.2057681	44.0050592
0	0	4	0.1455	63.9881569
2	2	4	0.1188003	80.9187239
0	4	4	0.102884	97.0587006

Taba 5.1 Parámetros de red [55]

Martensita Tetragonal No  
Modulada  
Parámetros de  
red (nm)

$a =$	0.5509
$b =$	0.5509
$c =$	0.66228

$$d = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2 + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2}}}$$

$h$	$k$	$l$	d spacing	$2\Theta$
1	1	1	0.3357692	26.5463058

0	2	2	0.2117637	42.6970495
2	2	0	0.1947726	46.6314469
0	0	4	0.16557	55.4989864
0	4	0	0.137725	68.0759476
2	2	4	0.12615	75.3384105
2	4	2	0.1154551	83.7811301
0	4	4	0.1058819	93.4514037
0	2	6	0.1024596	97.597252

Taba 5.2 Parámetros de red [56]

Pseudo-Tetragonal  
"10M"

Parámetros de red (nm)

$a =$	0.594
$b =$	0.594
$c =$	0.559

$$d = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2 + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2}}}$$

$h$	$k$	$l$	d spacing	$2\Theta$
1	1	1	0.3357946	26.5442642
2	2	0	0.2100107	43.0711547
0	2	2	0.203542	44.5119342
0	4	0	0.1485	62.547548
0	0	4	0.13975	66.9580236
2	4	2	0.1199655	79.9727351
2	2	4	0.1163447	82.9975615
4	4	0	0.1050054	94.4721952
0	4	4	0.101771	98.4868397

Taba 5.3 Parámetros de red [56]

Pseudo-Orthorhombic "14M"

Lattice Parameters (nm)

$a =$	0.619
$b =$	0.58
$c =$	0.553

$$d = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}}}$$

$h$	$k$	$l$	d spacing	$2\Theta$
1	1	1	0.3360982	26.51985
2	0	0	0.3095	28.84625
0	2	0	0.29	30.83247
0	0	2	0.2765	32.37819
2	2	0	0.2116191	42.72766
2	0	2	0.2061986	43.90841
0	2	2	0.2001174	45.31558
2	2	2	0.1680491	54.6114
3	1	1	0.1833968	49.71314
1	3	1	0.1750518	52.25713
1	1	3	0.1690003	54.27868
2	2	2	0.1680491	54.6114
4	0	0	0.15475	59.75689
0	4	0	0.145	64.23518
0	0	4	0.13825	67.78226
4	2	0	0.1365278	68.75605
4	0	2	0.135039	69.62262
2	4	0	0.1313043	71.90486
0	4	2	0.1284137	73.78694
2	0	4	0.1262291	75.283
0	2	4	0.1247946	76.30243
4	2	2	0.1224177	78.06092
2	4	2	0.1186097	81.0758

Tabla 5.4 Parámetros de red [56]

Basados en los datos anteriores, la disponibilidad de material (monocristales de Ni-Mn-Ga) al momento de realizar la estancia en la Universidad de Boise State, y tomando en consideración las recomendaciones del Dr. Peter Mullner respecto a las excelentes propiedades de la microestructura modulada 10 M, se optó por realizar la totalidad de los experimentos con dicha microestructura.

La red cristalina tetragonal de martensita 10M (Five layers) con  $a_T = b_T > c_T$  expresado en términos de la red correspondiente a la austenita original (Fig. 5.1a) sirve para describir el fenómeno conocido como “Reorientación inducida magnéticamente” (Magnetically Induced Reorientation, MIR), de absoluta importancia para para experimentos magnéticos y modelos fenomenológicos [57]. La martensita 10 M puede presentar una ligera distorsión monoclinica ( $\gamma \neq 90^\circ$ ) y una ligera distorsión ortorrómbica, lo que hace que sea necesario distinguir entre los ejes a y b. En la Fig. 5.1b se muestra dicha situación. La orientación y la longitud del eje c corto siguen siendo las mismas que en el caso de la aproximación tetragonal [57].

Finalmente, la modulación de la red cristalina puede expresarse mediante cambios periódicos a lo largo del siguiente sistema de planos y direcciones  $(110) [1\bar{1}0]$ . Estos planos y direcciones se analizarán en la siguiente sección mediante el uso de un código en Java para obtener los sistemas de deslizamiento y en consecuencia el término plástico de la expresión (5.8).

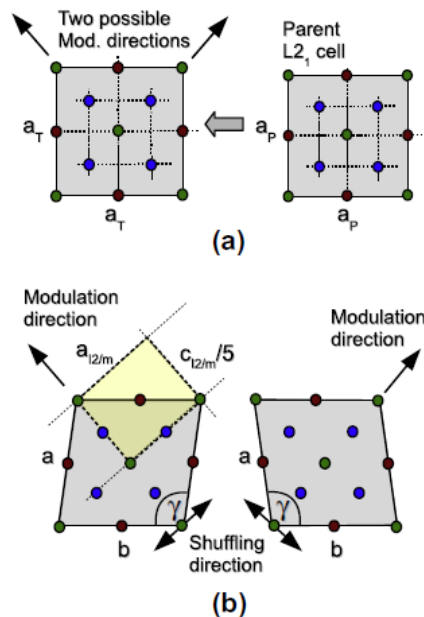


Figura 5.1 Orientación de los ejes cristalográficos y la dirección de modulación. a) Aproximación tetragonal. La dirección de la modulación se puede en dos posibles

direcciones equivalentes. b) Aproximación monoclinica. La dirección de la modulación es casi paralela a la diagonal más corta del paralelogramo formado por los ejes cristalográficos a y b. [57].

Finalmente, es importante mencionar que la fase 10M tiene una red monoclinica, que da como resultado varios sistemas denominados twinning systems, de los cuales dos funcionan para producir deformación inducida por campo magnético (Magnetic Field Induced Stress. MFIS) [58].

Los elementos correspondientes a los twinning systems en la red tetragonal y en la red monoclinica para los dos tipos que producen (MFIS) se muestran en la tabla 5.5

Twinning element	Tetragonal	Monoclinic Type I	Monoclinic Type II
$K_1$	(011)	(011)	(0.1058 1 1)
$\eta_1$	[011]	Irrational	[011]
$K_2$	(011)	Irrational	(011)
$\eta_2$	[011]	[011]	[0.0924 1 1]
$s$	(100)	(100)	(1 0.0462 0.0462)

Tabla 5.5 Elementos de los “twinning systems” para las estructuras monoclinicas tipo I y tipo II. [58]

En la tabla anterior, los elementos  $K_1$  y  $K_2$  representan un plano invariante del sistema y su conjugado respectivamente,  $n_1$  y  $n_2$  representan la dirección paralela al plano invariante  $K_1$  y plano  $K_2$  respectivamente y final mente  $s$  representa el plano de corte que contiene a  $n_1$  y  $n_2$  . Ver figura 5.2

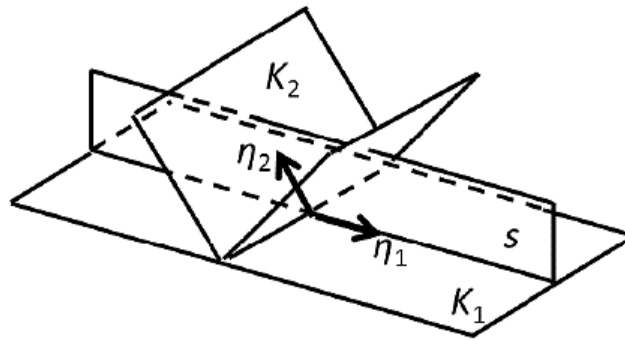


Figura 5.2 Elementos de un sistema de transformación por maclado (Twinning System).

Si bien el objetivo del presente trabajo no es determinar los sistemas de transformación, los cuales algunos ya se encuentran reportados [58] se ha optado que el análisis del comportamiento elasto-plástico de la aleación Ni-Mn-Ga con memoria de forma magnética se efectúe tomando en consideración únicamente la información para la microestructura 10M Tipo I, ya que fue la que se ha utilizado a lo largo de todos los experimentos mencionados en el capítulo 3 del presente trabajo.

Cabe resaltar también que uno de los objetivos principales del presente trabajo fue, por un lado, obtener evidencia experimental del comportamiento pseudoelástico del material para el caso en el cual pequeñas vigas de la aleación, en cantiléver, que se sometieron a flexión aplicando un campo magnético, y por otro, el establecer una posible forma de la deformación utilizando una función vectorial definida por [3, 30], para finalmente utilizar dicha información experimental en la expresión (5.8) con miras a obtener datos numéricos que puedan, en cierta medida, aproximar el comportamiento mostrado en el capítulo 3.

A continuación, en la sección de resultados se analizarán una serie de casos propuestos, utilizando un código desarrollado en Java y los datos experimentales obtenidos en el capítulo 3 y se mostrará una posible forma de la expresión (5.8).

## Parte 2. Resultados.

Para el desarrollo de la presente sección se hará en primera instancia una breve descripción de los sistemas de deslizamiento y datos experimentales que se utilizarán dentro de las expresiones que se modelarán mediante el uso de un código en Java. Cabe mencionar que dicho código se desarrolló en colaboración con el Estudiante de la Universidad del Valle de México (UVM), Demetrio Herrera Cobos. Quién se encargó de la escritura del código en Java y que dicho trabajo forma parte de un proyecto de investigación coordinado por el autor de la presente tesis.

La correcta definición de las funciones matemáticas y el planteamiento formal de la lógica de programación estuvo a cargo del sustentante del presente trabajo, quien es el tutor de dicho estudiante.

### Previas consideraciones:

- Primero, se debe dejar muy claro que en la presente sección se utilizarán datos reportados de los sistemas de transformación para la estructura 10M, y que dichos datos no son, concretamente, los del material utilizado durante la estancia de investigación, ya que, por muy diversas cuestiones, no académicas, no se tuvo el tiempo necesario para poder obtener dicha información. Sin embargo, la información que se utilizará representa una primera aproximación importante al mecanismo real de deformación experimentado por las probetas utilizadas en el capítulo 3.
- Segundo, los datos reales que se utilizarán dentro del código de programación serán los datos experimentales obtenidos en el capítulo 3, concretamente, los valores del radio de curvatura, las intensidades de campo magnético y las direcciones de aplicación del campo.

- Tercero, en el capítulo 2 en sección 2.4.2 se mencionó que en la actualidad existen una serie de problemas perfectamente definidos para cuando se desea modelar el comportamiento plástico de un material los cuales deben tomarse en consideración durante el proceso de simulación. Estos problemas son:
  1. Determinar cuál de los posibles sistemas de deslizamiento está activo, o cuales lo están. El no poder tener certeza sobre esto ha obligado a la mayoría de los trabajos actuales a generar una serie de simulaciones en las cuales dichos sistemas son propuestos.
  2. Determinar el incremento de la deformación plástica  $\gamma(\mathbf{p}, t)$  en cada sistema de deslizamiento a medida que la deformación evoluciona en el tiempo. En la actualidad, en la gran mayoría de los trabajos reportado dicho término se asume constante a lo largo de todo el proceso sin considerar el número de sistemas de deslizamiento que pueda presentar el material. Es importante mencionar que en el presente trabajo, y concretamente, en el código desarrollado, se ha planteado la situación en la cual el término  $\gamma(\mathbf{p}, t)$  sea variable, lo cual obliga a obtener información real, concreta, de dicho término. Esta será una de las propuestas finales del presente trabajo, con miras a realizarse en un futuro cercano.
  3. Finalmente, el tercero consiste en que dada la multiplicidad de los sistemas de deslizamiento dentro de los cristales las soluciones en la mayoría de los casos no suelen ser únicas, por lo cual condiciones iniciales y de frontera, o restricciones de algún otro tipo se requieren para poder establecer una posible solución particular [59].

Dichos problemas se consideran en el siguiente proceso de modelación, y es importante mencionar que algunos de los datos requeridos se dejarán expresados



en forma de incógnita, como un recordatorio de la importancia de obtener cada vez más datos precisos y muy concretos basados, no en suposiciones o intuiciones, sino en exigencias teóricas.

#### 5.4 Simulaciones en Java.

En la esta sección se presentan las simulaciones realizadas para los datos de la estructura martensítica 10M monoclinica Tipo I y Tipo II reportados en [57], y utilizando los valores de  $K_1$  y  $K_2$  y  $n_1$  y  $n_2$  reportados por [48]. Además, se realizará el cálculo de la expresión (5.8) para la estructura martensítica no modulada descrita en [38] ya que se cuenta con la serie de planos y direcciones “posibles” en donde se presentan una serie de dislocaciones parciales. Como es sabido, en la estructura tetragonal no modulada no ha sido observado el fenómeno de memora de forma magnética, sin embargo, la motivación principal para realizar la simulación utilizando los datos de dicha estructura tiene la finalidad de conocer más sobre el proceso de dislocaciones parciales internas que sufre dicha estructura.

El código escrito por el estudiante *Demetrio Herrera Cobos*, tiene como objetivo fundamental obtener la forma de la expresión (5.8):

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, t) =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & 0 \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix} +$$

$$C_{X-XO} C_{XT-X} [\sum_{\alpha=1}^n \gamma^\alpha(\mathbf{p}, t) \mathbb{S}^\alpha(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3}) \otimes_{mm}^\alpha(\mathbf{p}_{T1}, \mathbf{p}_{T2}, \mathbf{p}_{T3})] C_{X-XT} C_{XO-X}$$

Para una serie de iteraciones dadas por los sistemas de deslizamiento seleccionados para la simulación del proceso. Dicho código consiste primero en la obtención de la forma del componente elástico de la expresión anterior, solicitando como entrada el valor de la función  $\gamma(\mathbf{p}, t)$  y el número de iteraciones. El código acumula, iteración con iteración, el valor escalar de  $\gamma(\mathbf{p}, t)$ .

Si bien se requiere una definición adecuada para la tasa de deslizamiento de corte, el cual normalmente evoluciona asociando dicha tasa con variables internas ( $q$ ) que describen el estado termodinámico en un momento dado y también con el estado de estrés a través del esfuerzo de corte denominado resolved Stress  $\tau^\alpha$ . El resolved stress está definido como [60]:

$$\tau^\alpha = \mathcal{S}(\mathbf{p}, t)[\gamma^\alpha(\mathbf{p}, t)\mathbf{s}^\alpha(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}^\alpha(\mathbf{p})] \quad (5.9)$$

Donde  $\mathcal{S}(\mathbf{p}, t)$  representa el segundo campo tensorial de Piola-Kirchoff.

Finalmente:  $\gamma^\alpha = \gamma^\alpha(\mathbf{q}, \tau^\alpha)$  *para un sistema concreto  $\alpha$*

Dado que el presente análisis no considera un desarrollo termodinámico, sino más bien un análisis magneto-mecánico del proceso de deformación, se ha optado por introducir los valores de  $\gamma(\mathbf{p}, t)$  directamente en el código de programación. *Los valores de la variación de  $\gamma(p, t)$  entre cada iteración, en el presente trabajo, se han propuesto. Esperando en un futuro cercano realizar las mediciones pertinentes que permitan tener un valor más aproximado de dicha función.*

Una vez calculado el término plástico con los sistemas de deslizamiento propuestos, el código calcula el valor de la parte elástica haciendo uso de la solución establecida por [3, 30] y los valores de radio de curvatura y relación de Poisson reportados en el capítulo 3.

Finalmente, se obtiene una representación tanto de la parte elástica como la parte plástica de la expresión (5.8) referenciadas a la base de observación.

**Nota:** al igual que para el caso de la obtención de la función  $\gamma(p, t)$ , los diversos sistemas ortonormales que definen las tres bases mencionadas al inicio del presente capítulo, requieren de evidencia experimental concreta para la aleación Ni-Mn-Ga 10M. Esto en la actualidad no supone ningún problema ya que existen técnicas perfectamente conocidas para obtener dichos datos. En la universidad de Boise State esto se puede realizar y se ha propuesto, con miras a seguir la

colaboración científica, realizar los experimentos por parte del autor de esta tesis en el futuro próximo.

La manera de proceder del código desarrollado se puede describir de la siguiente manera:

1. Obtención de la parte plástica de la expresión (5.8) para n iteraciones y utilizando como datos de entrada el valor de  $\gamma(\mathbf{p}, t)$  en cada iteración, así como los sistemas de deslizamiento.
2. Obtención de la parte elástica utilizando como datos de entrada la función:

$$u(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -\frac{(P_3^2 + \nu(P_1^2 + P_2^2))}{2R} \\ \frac{\nu P_1 P_2}{R} \\ \frac{P_1 P_3}{R} \end{bmatrix}$$

Y los valores de los radios de curvatura en función de la intensidad de campo magnético obtenidos en el capítulo 3, así como el valor de la relación de Poisson propuesto de  $\nu = 0.33$ .

3. La representación de los dos términos en la base definida de observación.

Finalmente, en el anexo I del presente trabajo se mostrará de manera muy general la forma del código de programación antes descrito. Esto con la finalidad de que se pueda verificar en cualquier momento la veracidad de los resultados que a continuación se presentarán.

#### **5.4.1 Martensita 10M con dos sistemas de deslizamiento.**

En [57] se reporta que la modulación de la red cristalina puede expresarse mediante cambios periódicos a lo largo del siguiente sistema de planos y direcciones (110)  $[\bar{1}\bar{1}0]$ , bajo esa consideración, a continuación se realiza la simulación para el caso

en que para este sistema de planos y direcciones se consideran 2 sistemas de deslizamiento activos, figura 5.3.

En la tabla 5.6 se presenta los datos de ambos sistemas.

$\alpha$	$s^\alpha$	$m^\alpha$
1	$[\bar{1}\bar{1}0]$	(110)
2	[110]	( $1\bar{1}0$ )

Tabla 5.6 Sistemas de deslizamiento para la estructura10M

En la tabla 5.7 se muestran los datos utilizados de relación de Poisson, los valores de  $\gamma(\mathbf{p}, t)$  iniciales y su incremento  $\gamma_0(\mathbf{p}, t)$  y los valores geométricos de la viga. Cabe mencionar que las siguientes simulaciones están enfocadas a analizar la viga con dimensiones de 10 mm de longitud y 1x1 mm<sup>2</sup> de sección transversal.

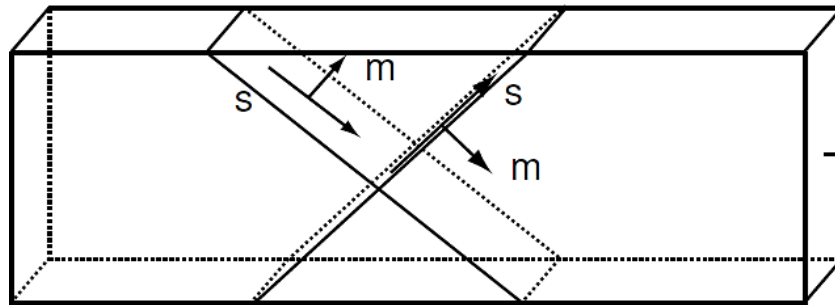
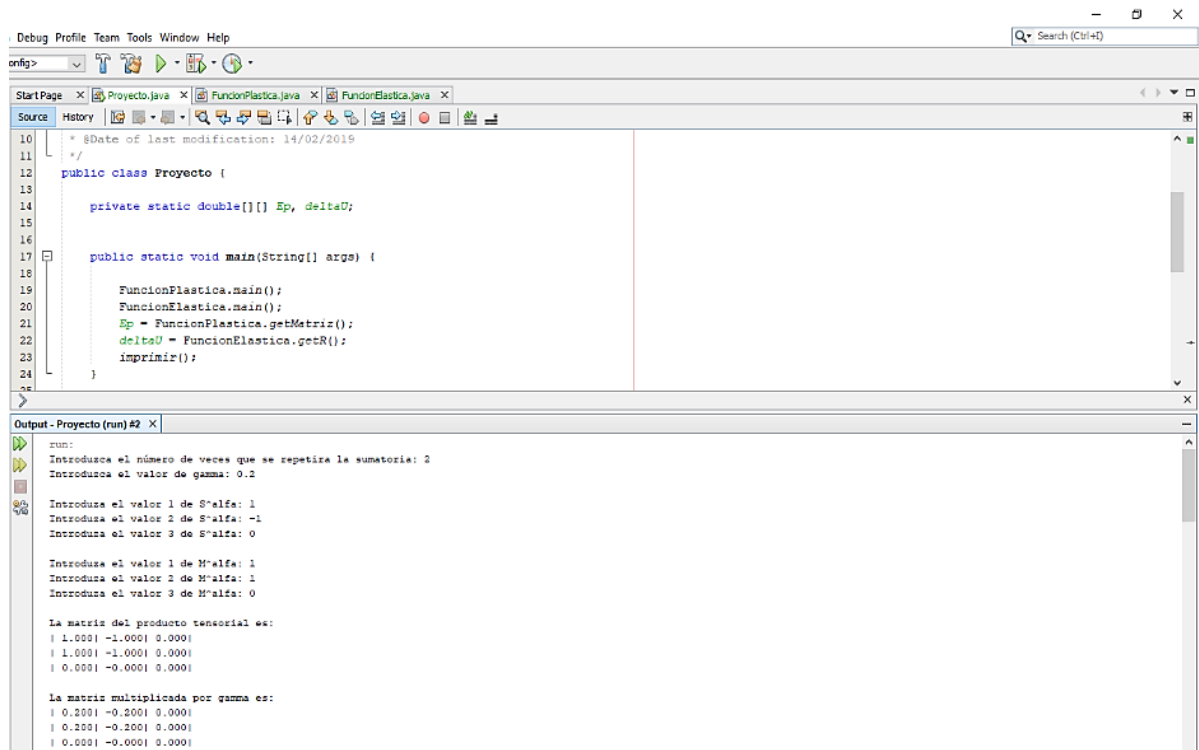


Figura 5.3 Dirección y plano de deslizamiento de 2 sistemas activos [59].

$\gamma(\mathbf{p}, t)$	$\gamma_0(\mathbf{p}, t)$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$\nu$
0.2	0.05	0.1	0.1	1	0.33

Tabla 5.7 Datos de simulación.

Una vez realizada la simulación se obtuvo el siguiente resultado:



The screenshot shows an IDE window with the following content:

```
10  * @Date of last modification: 14/02/2019
11  */
12  public class Proyecto {
13
14      private static double[][] Ep, deltaU;
15
16
17      public static void main(String[] args) {
18
19          FuncionPlastica.main();
20          FuncionElastica.main();
21          Ep = FuncionPlastica.getMatriz();
22          deltaU = FuncionElastica.getR();
23          imprimir();
24      }
25  }
```

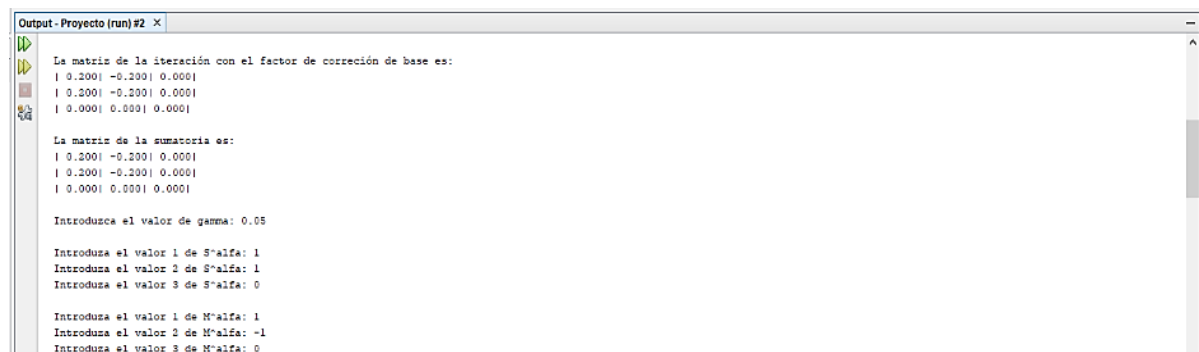
The output window shows the following text:

```
run:
Introduzca el número de veces que se repite la sumatoria: 2
Introduzca el valor de gamma: 0.2
Introduzca el valor 1 de S'alfa: 1
Introduzca el valor 2 de S'alfa: -1
Introduzca el valor 3 de S'alfa: 0

Introduzca el valor 1 de M'alfa: 1
Introduzca el valor 2 de M'alfa: 1
Introduzca el valor 3 de M'alfa: 0

La matriz del producto tensorial es:
| 1.000| -1.000| 0.000|
| 1.000| -1.000| 0.000|
| 0.000| -0.000| 0.000|

La matriz multiplicada por gamma es:
| 0.200| -0.200| 0.000|
| 0.200| -0.200| 0.000|
| 0.000| -0.000| 0.000|
```



The screenshot shows the output window with the following text:

```
La matriz de la iteración con el factor de corrección de base es:
| 0.200| -0.200| 0.000|
| 0.200| -0.200| 0.000|
| 0.000| 0.000| 0.000|

La matriz de la sumatoria es:
| 0.200| -0.200| 0.000|
| 0.200| -0.200| 0.000|
| 0.000| 0.000| 0.000|

Introduzca el valor de gamma: 0.05

Introduzca el valor 1 de S'alfa: 1
Introduzca el valor 2 de S'alfa: 1
Introduzca el valor 3 de S'alfa: 0

Introduzca el valor 1 de M'alfa: 1
Introduzca el valor 2 de M'alfa: -1
Introduzca el valor 3 de M'alfa: 0
```

```

Output - Proyecto (run) #2 X
La matriz del producto tensorial es:
| 1.000| 1.000| 0.000|
| -1.000| -1.000| -0.000|
| 0.000| 0.000| 0.000|

La matriz multiplicada por gamma es:
| 0.250| 0.250| 0.000|
| -0.250| -0.250| -0.000|
| 0.000| 0.000| 0.000|

La matriz de la iteración con el factor de corrección de base es:
| 0.250| 0.250| 0.000|
| -0.250| -0.250| 0.000|
| 0.000| 0.000| 0.000|

La matriz de la sumatoria ** :
| 0.450| 0.050| 0.000|
| -0.050| -0.450| 0.000|
| 0.000| 0.000| 0.000|

```

```

Output - Proyecto (run) #2 X
La matriz con el factor de corrección de base es:
| -1.391| -12.615| -1.935|
| -0.032| -0.327| -0.025|
| 1.250| 11.365| 1.718|

Digite la ecuación 1 : -(z^2+0.33*(x^2+y^2))/0.1562
Digite la ecuación 2 : -(0.33*(x*y))/0.0781
Digite la ecuación 3 : (x*z)/0.0781

Digite el valor de x :0.1
Digite el valor de y :0.1
Digite el valor de z :1

El vector U es:
|z^2+0.33*(x^2+y^2))/0.1562
|-(0.33*(x*y))/0.0781
|x*z/0.0781

Gradiente U es:
| -0.423| -0.423| -12.804|
| -0.423| -0.423| -0.000|
| 12.804| 0.000| 1.280|

```

```

Output - Proyecto (run) #2 X
Gradiente U es:
| -0.423| -0.423| -12.804|
| -0.423| -0.423| -0.000|
| 12.804| 0.000| 1.280|

La transpuesta de Gradiente U es:
| -0.423| -0.423| 12.804|
| -0.423| -0.423| 0.000|
| -12.804| -0.000| 1.280|

La suma es:
| -0.423| -0.423| 0.000|
| -0.423| -0.423| 0.000|
| 0.000| 0.000| 1.280|

La matriz generada es:
| -1.814 | -12.038 | -1.935 |
| -0.455 | -0.745 | -0.025 |
| 1.250 | 11.365 | 2.595 |

BUILD SUCCESSFUL (total time: 2 minutes 18 seconds)

```

De la simulación anterior se obtuvo la siguiente forma de cada término de la expresión (5.8)

$$E(\mathbf{p}, t)_P = \sum_{\alpha=1}^n \gamma^\alpha(\mathbf{p}, t) \mathbf{s}^\alpha(\mathbf{p}) \otimes \mathbf{m}^\alpha(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} -1.391 & -12.615 & -1.935 \\ -0.032 & -0.327 & -0.025 \\ 1.250 & 11.365 & 1.718 \end{bmatrix}$$

$$E(\mathbf{p}, t)_E = \begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & 0 \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.423 & -0.423 & 0 \\ -0.423 & -0.423 & 0 \\ 0 & 0 & 1.280 \end{bmatrix}$$

Finalmente, la expresión (5.8) queda:

$$E(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -0.423 & -0.423 & 0 \\ -0.423 & -0.423 & 0 \\ 0 & 0 & 1.280 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.391 & -12.615 & -1.935 \\ -0.032 & -0.327 & -0.025 \\ 1.250 & 11.365 & 1.718 \end{bmatrix}$$

$$E(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -1.814 & -13.038 & -1.935 \\ -0.455 & -0.749 & -0.025 \\ 1.250 & 11.365 & 2.999 \end{bmatrix}$$

#### 5.4.2 Martensita No-Modulada con 4 sistemas de deslizamiento.

En la tabla 5.8 se muestran los cuatro sistemas de deslizamientos tomados de [38]. La simulación se efectuará utilizando los mismos datos de la tabla 5.7, con un valor de radio de curvatura  $R = 0.0781$ , el cual se utilizó en la simulación de la estructura 10M y representa el máximo valor medido (capítulo 3) para una dirección de campo magnético de  $45^\circ$  y una intensidad de campo de 1.2 Teslas.

$\alpha$	$s^\alpha$	$m^\alpha$
1	$[\bar{1}11]$	$(1\bar{1}2)$
2	$[\bar{1}\bar{1}1]$	$(\bar{1}12)$
3	$[11\bar{1}]$	$(11\bar{2})$
4	$[111]$	$(112)$

Tabla 5.8 Sistemas de deslizamiento para la estructura NM

Una vez realizada la simulación se obtuvo la siguiente forma de cada término de la expresión (5.8):

$$E(\mathbf{p}, t)_P = \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) s^{\alpha}(\mathbf{p}) \otimes_{\text{mm}}^{\alpha}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} -7.354 & -98.222 & -6.998 \\ -0.069 & 1.489 & -0.091 \\ 8.454 & 86.856 & 8.465 \end{bmatrix}$$

$$E(\mathbf{p}, t)_E = \begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & 0 \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.423 & -0.423 & 0 \\ -0.423 & -0.423 & 0 \\ 0 & 0 & 1.280 \end{bmatrix}$$

Finalmente, la expresión (5.8) queda:

$$E(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -0.423 & -0.423 & 0 \\ -0.423 & -0.423 & 0 \\ 0 & 0 & 1.280 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7.354 & -98.222 & -6.998 \\ -0.069 & 1.489 & -0.091 \\ 8.454 & 86.856 & 8.465 \end{bmatrix}$$

$$E(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -7.776 & -98.645 & -6.998 \\ -0.492 & -1.066 & -0.091 \\ 8.454 & 86.856 & 9.745 \end{bmatrix}$$

$\alpha$	$s^{\alpha}$	$\text{mm}^{\alpha}$
1	[01 $\bar{1}$ ]	(111)
2	[ $\bar{1}$ 01]	(111)
3	[1 $\bar{1}$ 0]	(111)
4	[01 $\bar{1}$ ]	( $\bar{1}$ 11)
5	[101]	( $\bar{1}$ 11)
6	[ $\bar{1}$ $\bar{1}$ 1]	( $\bar{1}$ 11)
7	[011]	( $\bar{1}$ $\bar{1}$ $\bar{1}$ )
8	[10 $\bar{1}$ ]	( $\bar{1}$ 1 $\bar{1}$ )
9	[ $\bar{1}$ $\bar{1}$ 0]	( $\bar{1}$ 1 $\bar{1}$ )
10	[011]	(11 $\bar{1}$ )
11	[1 $\bar{1}$ 0]	(11 $\bar{1}$ )
12	[101]	(11 $\bar{1}$ )

Tabla 5.9 Sistemas de deslizamiento para la estructura 10M



### 5.4.3 Martensita 10M con 12 sistemas de deslizamiento.

Finalmente, como una propuesta final de este trabajo, se realizará la simulación de la estructura analizada en la sección (5.4.1), proponiendo una serie de 12 sistemas de deslizamiento. Los sistemas se muestran en la tabla 5.9

Una vez realizada la simulación se obtuvo la siguiente forma de cada término de la expresión (5.8):

$$E(\mathbf{p}, t)_P = \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{\alpha}(\mathbf{p}, t) \mathbb{S}^{\alpha}(\mathbf{p}) \otimes \mathbb{m}^{\alpha}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} -11.183 & -35.310 & -14.568 \\ 0.435 & 0.799 & 0.562 \\ 8.450 & 27.610 & 11.034 \end{bmatrix}$$

$$E(\mathbf{p}, t)_E = \begin{bmatrix} -\frac{vP_1}{R} & -\frac{vP_2}{R} & 0 \\ -\frac{vP_2}{R} & -\frac{vP_1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_1}{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.423 & -0.423 & 0 \\ -0.423 & -0.423 & 0 \\ 0 & 0 & 1.280 \end{bmatrix}$$

Finalmente, la expresión (5.8) queda:

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -0.423 & -0.423 & 0 \\ -0.423 & -0.423 & 0 \\ 0 & 0 & 1.280 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -11.183 & -35.310 & -14.568 \\ 0.435 & 0.799 & 0.562 \\ 8.450 & 27.610 & 11.034 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} -11.605 & -35.733 & -14.568 \\ 0.013 & 0.376 & 0.562 \\ 8.450 & 27.610 & 12.315 \end{bmatrix}$$

La serie de simulaciones anteriores tienen como finalidad poder obtener una forma concreta del capo tensorial  $\mathbf{E}(\mathbf{p}, t)$ , para datos específicos obtenidos en la parte experimental, el cual es de vital importancia para el análisis de esfuerzos. Dicho análisis se deja para trabajos futuros.

## **Capítulo 6. Conclusiones.**

Uno de los principales objetivos de este trabajo ha sido poner de manifiesto la importancia de los planteamientos teóricos como directrices del proceso de experimentación actual. Basado en esto, a continuación, se presentan las conclusiones tanto teóricas como experimentales.

### **6.1 Conclusiones experimentales:**

1. Las probetas sometidas a flexión por medio de un campo magnético analizadas proporcionaron datos como el radio de curvatura en función de la intensidad del campo magnético, datos que han permitido establecer una forma definida, particular para estos experimentos, de la deformación inducida en la aleación Ni-Mn-Ga analizada. Otro dato importante obtenido después de los experimentos realizados ha sido la variación de la deformación debida a la flexión (Bending strain) como función de la variación del campo magnético. Dichos datos permitieron verificar que existen al menos dos direcciones de interés, en las cuales los aspectos fenomenológicos (como las deformaciones máximas) se pueden apreciar. Estas direcciones fueron  $45^\circ$  y  $135^\circ$ .
2. Mediante la digitalización de las imágenes tomadas del fenómeno, se pudo verificar que existe una variación de la longitud horizontal de la probeta de casi un 23% su longitud original, lo cual verifica que las teorías clásicas que se enfocan al estudio de vigas en cantiléver, y las cuales no consideran una variación de la longitud a lo largo de la deformación, son insuficientes o requieren una serie de consideraciones extra.
3. De las gráficas, tablas e imágenes obtenidas (en el capítulo 3) se ha podido verificar el carácter elasto-plástico de la deformación sufrida por la aleación Ni-Mn-Ga. La evidencia empírica de este comportamiento es uno de los

resultados principales del presente trabajo ya que permite hacer, al menos hipotéticamente, la suposición de que el comportamiento de estos materiales se puede analizar como una composición de dos procesos, uno elástico lineal y uno puramente plástico, el cual considera información relevante de la estructura cristalina (planos, direcciones, parámetros de red, etc).

## **6.2 Conclusiones teóricas:**

1. La descomposición del campo tensorial de deformaciones ha permitido establecer o poner de manifiesto la importancia de considerar, en el estudio del fenómeno analizado, el factor de escala en el cual evoluciona cada término de dicho campo tensorial. El fenómeno de memoria de forma magnética, característico en la aleación Ni-Mn-Ga exhibe (dados los resultados experimentales) un comportamiento pseudoelasto importante. Sin embargo, y basados en las premisas básicas de la mecánica del medio continuo, es evidente que cada uno de los términos que determinan dicho comportamiento se encuentran definidos a escalas distintas. El término elástico lineal se encuentra definido en una base que permite apreciar los aspectos fenomenológicos a los que da lugar. Dicho de otra manera, el término elástico lineal es un término macroscópico.
2. Como una primera solución al problema de escala que pone de manifiesto el comportamiento de los MMFM, se utilizaron funciones matemáticas, obtenidas por medio de desarrollos perfectamente conocidos, que permiten establecer una posible relación entre estos dos mundos.
3. La expresión (5.8) representa uno de los resultados teóricos fundamentales de esta tesis, obviamente dicha expresión requiere una serie de consideraciones teóricas más profundas, como establecer las adecuadas condiciones iniciales y de frontera. Sin embargo, el análisis numérico realizado es un primer intento que con trabajos posteriores se irá afinando.

Una conclusión final importante es que la obtención de la forma del término elástico y la información de los sistemas de deslizamiento están relacionados con el proceso de dislocaciones internas que sufre el material a lo largo de la deformación, y es precisamente este hecho, caracterizado totalmente por la estructura cristalina, el que permite que los MMFM tengan el comportamiento tan peculiar observado.

### 6.3 Perspectivas

Finalmente, el análisis teórico del comportamiento de estos materiales ha permitido postular una serie de hipótesis y posibles experimentos con miras a desarrollarse como un trabajo posterior, y con la finalidad de que a futuro se pueda tener una mejor caracterización y entendimiento del comportamiento de dichos materiales.

A continuación, se mencionan.

**Hipótesis 1:** El comportamiento de los materiales con memoria de forma magnética y los materiales con memoria de forma (convencionales) puede- analizarse de manera similar al comportamiento de otros MMF, por ejemplo, usando el método de Cortés-Pérez, considerando tanto deformaciones elásticas como la presencia de dislocaciones internas perfectamente definidas. El factor primordial que caracteriza el comportamiento de cada tipo de material es la densidad de dislocaciones.

**Premisa 1:** Una alta densidad de dislocaciones en un material puede cambiar la velocidad de propagación de una onda elástica que se propague a través de él. Esto quiere decir que dos muestras de un mismo material que difieran en su densidad de dislocaciones, tendrán también diferentes constantes elásticas, y en consecuencia una respuesta diferente [49 - 51].

Además, existen ciertos planos y direcciones, propios de cada material, sobre los cuales la dislocación actúa [61], ver figura 5.4. Tanto en materiales con memoria de forma térmica estos planos y direcciones son conocidos.

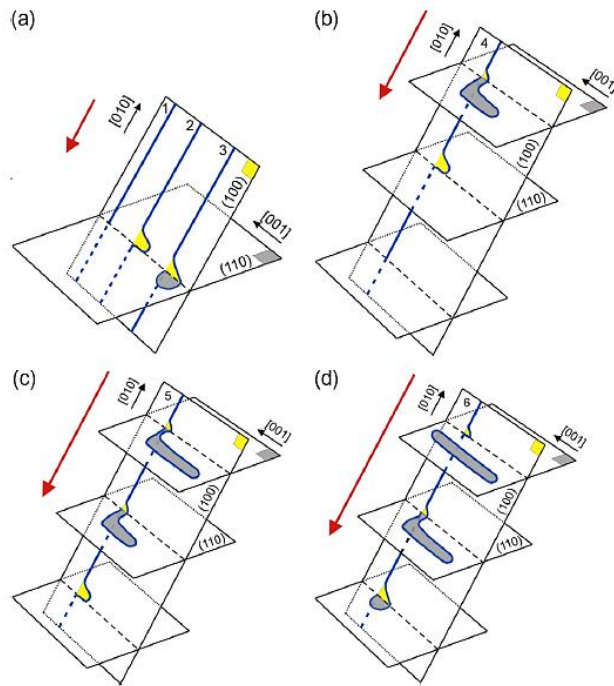


Figura 5.4. Ilustración esquemática de un mecanismo fuente de dislocación. (a) Etapas 1, 2 y 3: etapa 1, segmento recto de dislocación en crecimiento en el plano  $(1\ 0\ 0)_{B2}$  se dobla hacia afuera y se desliza sobre  $(1\ 10)_{B2}$ . (b) En la etapa 4, se formó el primer bucle estrecho y alargado en  $(110)_{B2}$ . Y se produce un segundo crecimiento. (c) Etapa 5, el primer bucle se expande y comienza a separarse del segmento fuente. Un segundo evento de deslizamiento cruzado seguido de una expansión crea un segundo bucle alargado en  $(110)_{B2}$ . (d) El primer bucle se ha separado completamente del segmento fuente en crecimiento. El segundo bucle ha crecido en  $(110)_{B2}$ . El tercer bucle ha comenzado a deslizarse.

En la figura 5.4 se puede observar la geometría sobre la cual se propaga la dislocación. Cada plano y dirección forman un sistema de deslizamiento. Es evidente (en la figura1) que para un mayor número de sistemas de deslizamiento presentes en el material la densidad de dislocaciones que se va dando tiende a ser mayor.

**Hipótesis 2:** Las deformaciones tan altas experimentadas por los materiales con memoria de forma magnética (entre 6% y 12% su tamaño), en comparación con las deformaciones experimentadas por los materiales con memoria de forma térmica (hasta 7%), se deben principalmente a que existe una densidad de dislocaciones

distinta entre ambos materiales, en consecuencia, existe un mayor número de sistemas de planos y direcciones en un material que en otro.

**Hipótesis 3.** La no recuperación de la forma (o la deformación) se debe a que, un momento antes y después de retirar el campo magnético existe una diferencia en la densidad de dislocaciones.

De la premisa 1 se deriva el hecho de que la deformación en los MMFM una vez que se retira el campo magnético, y que el material no recupera su forma en su totalidad, se debe al hecho de que antes y después de la aplicación del campo existe una densidad de dislocaciones distinta, ya que la velocidad de propagación de la onda elástica se ve afectada, hasta el punto de detenerla. Está puede ser una posible explicación del comportamiento observado durante los experimentos realizados. Esta suposición se debe verificar experimentalmente.

Con la finalidad de poder confirmar las tres hipótesis anteriores, y tomando en consideración la premisa 1, se propone la siguiente serie de experimentos.

### **Experimento 1.**

Mediante el uso de técnicas como la Espectroscopía de Resonancia Ultrasónica (RUS), la Microscopía Electrónica de Transmisión (TEM) y Difracción de Rayos-X (XRD) realizar la caracterización de la densidad de dislocaciones presente en uno y otro material (MMFM y MMFT), antes y después de alcanzar su deformación máxima y realizar una comparación entre ambos materiales. Se propone la técnica (RUS) para efectuar dicho análisis, y las otras dos técnicas (TEM y XRD) para caracterizar los sistemas de deslizamiento y el número de ellos en cada material, y correlacionarlos con los resultados, en términos de densidad de dislocaciones, obtenidos con la técnica (RUS)

La técnica (RUS) se basa en el envío, a determinada frecuencia, de una señal ultrasónica a través de cierto material, cuyo espectro de resonancia proporcionan la información suficiente para la determinar, entre otras cosas, sus constantes

elásticas, independiente de si se trata de un medio isotrópico o no. Ver figura 5.5 y 5.6.

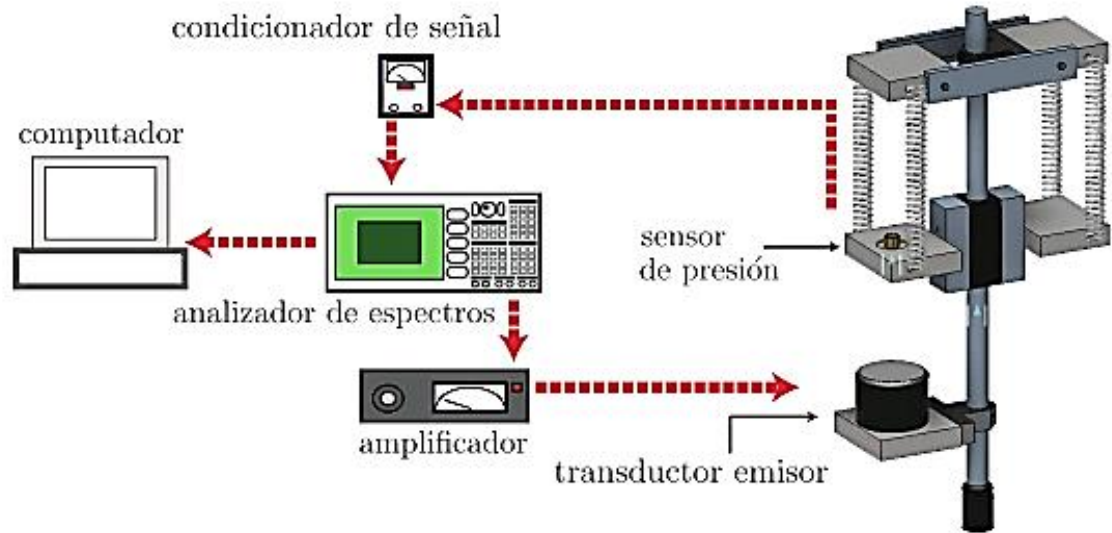


Figura 5.5 Configuración experimental de la técnica (RUS)-no lineal [62]

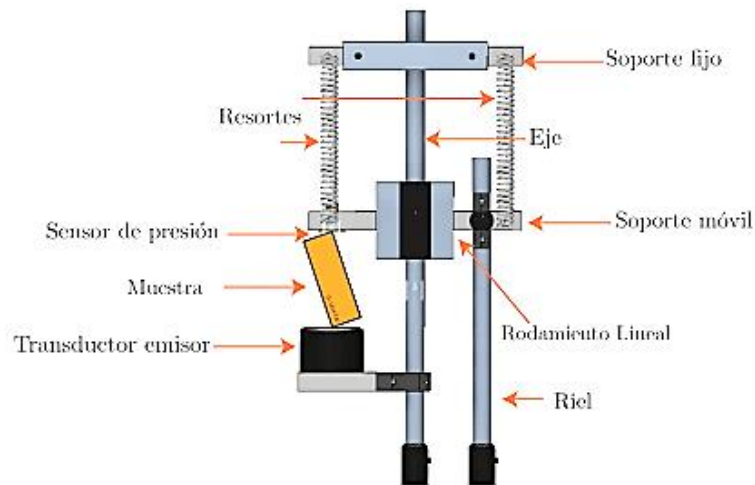


Figura 5.6. Montaje de la probeta

Esta técnica relaciona sus resultados con la densidad de dislocaciones mediante la siguiente expresión [49].

$$\frac{\Delta v_t}{v_t} = -\frac{8\mu b_s^2 \cdot \Delta(n_s L_s^3)}{5\pi^4 \Gamma_s} - \frac{4\mu b_e^2 \cdot \Delta(n_e L_e^3)}{5\pi^4 \Gamma_e}$$

Donde

$\frac{\Delta v_t}{v_t}$  representa el cambio el cambio relativo en la velocidad de propagación de onda entre dos materiales con diferente densidad de dislocaciones. El índice “e” hace referencia a dislocaciones de borde, y “s” a dislocaciones tipo tornillo.

$v_t$  representa la velocidad de onda.

$$\Gamma_e = \mu b_e^2 \left(1 - \frac{v_t}{v_l}\right)$$

$$\Gamma_s = \mu b_s^2$$

El cambio en la velocidad de la onda elástica consiste en el hecho de que ésta incide en un segmento de dislocación de largo L, con sus bordes fijos y como resultado, en consecuencia, la dislocación tiende a oscilar generando ondas secundarias. Estas ondas secundarias interfieren con la onda incidente generando una onda coherente con una velocidad de propagación efectiva, llamada también velocidad renormalizada.

## **Experimento 2.**

Realizar el experimento anterior pero únicamente para los MMFM, con la finalidad de poder verificar (o no) la hipótesis 3. Efectuar la prueba una antes, una vez aplicado el campo máximo y finalmente, una vez que el campo se ha retirado. Y verificar la densidad de dislocaciones en cada momento y relacionar dicha densidad con la capacidad de recuperación (de deformación) del material.

Finalmente, una caracterización mecánica más profunda se hace evidentemente necesaria para poder generar simulaciones cada vez más precisas. La obtención experimental de la matriz de constantes elásticas para la aleación Ni-Mn-Ga es fundamental ya permitirá poder realizar un análisis de esfuerzo mucho muy preciso.



Se requiere también obtener evidencia experimental de los elementos de cada base. De la base de transformación, de la canónica y la base de observación establecidas en el capítulo 5. Lo cual garantice una fiel caracterización del material y un más acertado análisis numérico del comportamiento del material.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Barker, E. Rhoads, P. Lindquist, M. Vreugdenhil, P. Müllner *J. Med. Devices* 10(4), 041009 (Sep 12, 2016) (6 pages)
- [2] K. Ullakko, J.K Huang, C. Kantner, R.C. O`Handley, and V.V. Kokorin "Large magnetic-field-induced strains in Ni<sub>2</sub>MnGa single crystals" in *applied Physics letters*, vol. 69, no. 13, 1996.
- [3] L.D. Landau & E.M. Lifshitz. *Theory of Elasticity* (Volume 7 of a Course of Theoretical Physics) Pergamon Press (1963).
- [4] J. Enkovaara, A. Ayuela, "Magnetically driven shape memory alloys" *Materials science and engineering* (2004).
- [5] M. J. Osendi, J.S. Moya "Fundamentos de la transformación martensítica. Su importancia en el diseño de futuros materiales cerámicos" Instituto de cerámica y vidrio. Argonda del Rey, Madrid.
- [6] M. V. Isaac "Efecto de la adición de Gd en las propiedades de la aleación ferromagnética con memoria de forma Ni-Fe-Ga." Tesis profesional. Universidad Autónoma de Zacatecas. 2012.
- [7] K.Tsuchiya. *Shape Memory and Superelastic Alloys Applications and Technologies* Woodhead Publishing Series in Metals and Surface Engineering 2011, Pages 3-14
- [8] S. K. Wu and S. T. Yang, *Materials Letters* 57, 4291 (2003).
- [9] A. j. Bradley and J. W. Rodgers, "The crystal structure of the Heusler Alloys" *Proc. R. Soc. Lond.* March 1934.
- [10] F. Ahmad Khalid, S, Zameer Abbas, "Characterization and properties of ferromagnetic shape memory alloys" *Faculty of materials science and engineering*, 2011.
- [11] N. Glavatska, I. Glavatsky, G. Mogilny, V. Gavriljuk, *appl. Phys. Lett* 80 (2002)
- [12] Z. H. Liu, M. Zhang, W. Q. Wang, J.L. Chen, G. H. Wu, F. B. Meng, H. Y. Liu, B. D. Liu. J. P. Qu, Y. X. Li, *J. appl. Phys.* 92 (2002).
- [13] D. Kikuchi, T. Kanomata, Y. Yamaguchi, H. Nishihara, K. Koyama, K. Watanabe, *J. Alloy Compd.* 383 (2004)
- [14] Makoto Ohtsuka, Hiroyuki Katsuyama, Miniro Matsumoto, Toshiyuki Takagi, Kimioltagaki "Martensitic transformation and shape memory effect under magnetic field for Ni<sub>2</sub>MnGa sputtered films containing iron" *Materials Science and Engineering A.* 481-482 (2008).

- [15] M. Ohtsuka, M. Sanada, M. Matsumoto, T. Takagi, K. Itagaki, Mater. Trans 44 (2003) 2513-2519.
- [16] M. Ohtsuka, Y. Konno, M. Matsumoto, T. Takagi, K. Hagaki, Mater Trans. 47 (2006) 625-630.
- [17] Pötschke M, Weiss S, Gaitzsch U, Cong D, Hurrich C, Roth S, et al. "Magnetically resettable o.16% free strain in polycrystalline NiMnGa plates" Scr. Mater. 2010.
- [18] X. Jin, M. Marioni, D. Bono, S. M. Allen, R. C. O'Handley, and T. Y. Hsu, Journal of Applied Physics 91, 8222 (2002).
- [19] C. P. Jacinto, "Modelación matemática de la transformación martensítica inducida por esfuerzo", Tesis Doctoral. UNAM (2007).
- [20] Yoshiaki Tani, Takashi Todaka, Masato. E. "Development of an engineering model for ferromagnetic shape memory alloys" Journal of Magnetism and magnetic Materials (2008).
- [21] Dimitris C. Lagoudas, Bjoern Kiefer "Constitutive modeling of magnetic shape memory alloys with magneto-mechanical coupling" 6<sup>th</sup> International Symposium on Advanced Composites. Cortu, Greece. (2007).
- [22] A. Hubert, N. Calchond, Y. Le Gorrec, J-Y. Gauthier "Magnetic shape memory alloys as smart materials for micro-positioning devices" Advances Electromagnetics Symposium, Telecom Paristech, Paris, France (2012).
- [23] R. Tickle and R.D. James "Magnetic and magnetomechanical properties of Ni<sub>2</sub>MnGa" Journal of the Magnetism and Magnetics Materials, vol, 195, 1999.
- [24] A. DeSimone and R.D. James "A constrained theory of magnetoelasticity" Journal of the Mechanics and Physics of solids, vol, 50, no.2. 2002.
- [25] P. Müllner, V. Chernenko, and G. Kostorz "A microscopi approach to the magnetic-field-induced deformation of martensite (magneto plasticity)" Journal of the Magnetism and Magnetics Materials, vol. 267, 2003.
- [26] R. Ahluwalia, T. Lookman, and A. Saxena "Dynamic strain loading of cubic to tetragonal martensites" Actamaterialia, vol. 54 (2006).
- [27] N.N. Sarawate and M.J. Dapino "A continuum thermodynamics model for the sensing affectinferromagnetic shape memory NiMnGa" Journal of applied physics, (2007).
- [28] J.Y. Gauthier, C. Lexcellent, A. Hubert, J. Abadie, and N. Chaillet "Modeling rearrangement process of martensite platelets in a magnetic shape memory alloy Ni<sub>2</sub>MnGa single crystal under magnetic field and (or) stress action" Journal of intelligent Material Systems and structures, vol. 18, 2007.
- [29] J.Y. Gauthier, C. Lexcellent, A. Hubert, J. Abadie "Magneto-thermo-mechanical modeling of a magnetic shape memory alloy NiMnGa single crystals" Annals of Solid and Structural Mechanics, vol. 2 (2011).

- [30] Morton E. Gurtin. *An introduction to continuum mechanics*. Mathematics in science and engineering, vol 158. 1981.
- [31] E. Schmid. Proc. Int. Congr. Appl. Mech. (Drift), page 342, 1924.
- [32] A. G. Guy. *Essentials of Materials Science*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1976.
- [33] R. J. Asaro. Crystal plasticity. ASME J. Appl. Mech., 50:921–934, 1983.
- [34] M. E. Gurtin. *The Mechanics and Thermodynamics of Continua*. Cambridge University Press (pages 583-640). (2010)
- [35] C. Liu. Dislocation-Based Crystal Plasticity Finite Element Modelling of Polycrystalline Material Deformation. A dissertation submitted in partial satisfaction of the requirements for the degree Doctor of Philosophy in Material Science and Engineering. California, 2006.
- [36] A. Rothenbühler, E. Barney, P. Müllner. SPIE-IS&T, (2012).
- [37] N. J. Kucza, C. L. Patrick & P. Müllner. Acta Materialia 95. (2015). 284-290.
- [38] S. Rajasekhara, P. J. Ferreira. Scripta materialia, 53, (2005). 817-822
- [39] S. Bohua. Results in Physics, 12, (2019), 886-887
- [40] S. Kweon, D. Raja. International Journal of Plasticity, 112, (2018) 1-17.
- [41] K. C. Le, International Journal Of Plasticity, 76 (2015) 201-230.
- [42] J. Wang. “*Dislocation slip and twinning stress in shape memory alloys theory and experiments*” (Dissertation). University of Illinois (2013).
- [43] Kellis et al., Journal of Crystal Growth 359 (2012) 64-68
- [44] Chmielus, Glavatsky, Hoffmann, Chernenko, Schneider, Müllner, Scripta Mater. 64(2011) 888-891
- [45] R. Feynman “*Lectures on Physics*”, Vol II, Chapter 38-4 (1964).
- [46] Chmielus, Witherspoon, Ullakko, Müllner, Acta Mater 59 (2011) 2948-2956
- [47] M. E. Gurtin. & B. D. Reddy. Journal of the mechanics and physics of solids 95 (2015).
- [48] Pond, Muntifering, Müllner, Acta Mater. 60 (2012) 3976-3984
- [49] N. Mujica, M. T. Cerda, R. Espinoza, J. Lisoni, and F. Lund. Ultrasound as a probe of dislocation density in aluminum. Acta Materialia, 60:5828–5837, 2012.

- [50] A. Maurel, V. Pagneux, F. Barra, and F. Lund. Interaction between an elastic wave and a single pinned dislocation. *Phys. Rev. B*, 72:174110, 2005.
- [51] A. Maurel, V. Pagneux, F. Barra, and F. Lund. Wave propagation through a random array of pinned dislocations: Velocity change and attenuation in a generalized granato and lücke theory. *Phys. Rev. B*, 72:174111, 2005.
- [52] P. Mullner and Waltraud M. Kriven (1997) *Journal of materials research*
- [53] A. Hobza. Effects of the internal magnetic field on the magneto-mechanical properties of magnetic shape memory alloys. Dissertation (2017)
- [54] F. N. García Castillo. Estudio de las interacciones intergranulares durante la Transformación Martensítica Inducida por Esfuerzo en materiales con memoria de forma policristalinos. Tesis (2015).
- [55] Richard M. et al *Scripta Mat.* 2006 vol. 54
- [56] Sozinov et al 2002 *IEEE trans.* 38 (5)
- [57] L. Straka et al, 2011 *acta materialia* 59
- [58] A. Sozinov et al 2011 *Applied Physics Letters* 99
- [59] C. Liu. Dislocation-Based Crystal Plasticity Finite Element Modelling of Polycrystalline Material Deformation. A dissertation submitted in partial satisfaction of the requirements for the degree Doctor of Philosophy in Material Science and Engineering. California, 2006.
- [60] A. Cuitiño, M. Ortiz, *Browse journals & books*, 9,(1992).
- [61] T. Simon et al (2010) *Acta materialia* 58
- [62] Espinoza Oñate, Carolina Andrea, Caracterización de densidad de dislocaciones mediante espectroscopía de resonancia ultrasónica no lineal. Tesis de maestría. (2013)
- [63] N. Glavatska. Redistribution of Twin Martensitic Domains in Magnetic Shape Memory Ni<sub>2</sub>MnGa Alloys Caused by External Magnetic Field. *Ferroelectrics*, 292: 93–102, 2003