



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Análisis experimental del fenómeno de  
desprendimiento de vórtices aplicado a  
un aerogenerador tipo Vortex**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Mecánico**

**P R E S E N T A**

Ulises Naranjo Vázquez

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Adrián Pozos Estrada



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## DEDICATORIAS

Esta tesis va dirigida a todos aquellos que me han acompañado en mi formación tanto personal como profesional, hacia todos los que llegaron a mi vida y permanecieron en ella.

A mi madre Celia, por darme tanto con tanto esfuerzo y dedicación sin pedirme nada a cambio, ni un millón de tesis pagarían la vida que me has dado.

A César, quien llegó en mi niñez y me ha acompañado en mi madurez, apoyándome en cada decisión que he tomado.

A mis hermanas Karen y Brenda, las cuales me han brindado felicidad y apoyo cuando más lo he necesitado.

A mi sobrina Regina, de quien aprendo más de lo que yo le he podido enseñar.

A mi familia, los cuales han observado cada paso que he dado.

A Montse, la mujer que ha estado a mi lado durante mi crecimiento personal y laboral. La persona que me llena de felicidad y me ha acompañado en todas las dificultades.

Gracias por todo su apoyo.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México y al Instituto de Ingeniería por proporcionarme los medios y recursos necesarios para llevar a cabo este proyecto de investigación.

Agradezco a mi asesor de tesis, el Dr. Adrián Pozos, por todo el apoyo que me brindó como persona y como investigador, por su orientación científica, y por darme la posibilidad de realizar esta tesis bajo su tutela.

Agradezco a mis colegas de Ingeniería de Viento, los cuales me brindaron sus conocimientos para poder conducir este trabajo adecuadamente y a el M.I. Vladimir Guzmán que me brindó una ayuda especial en su área de conocimiento, lo que hizo posible concluir de forma exitosa el presente trabajo.

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica UNAM-PAPIIT IN101318.

## RESUMEN

La sociedad contemporánea ha incrementado de manera exponencial su cantidad de población en las últimas décadas y debido a los avances tecnológicos, se ha aumentado la longevidad de los seres humanos. Aunado a esto, se ha combatido el crecimiento desmedido con la educación sexual temprana para controlar la natalidad.

El crecimiento mencionado conlleva un aumento en la demanda de energía, la cual, año con año aumentará de la misma manera. Antes de poder proponer una solución biológica, como ingeniero se puede intentar satisfacer la demanda de energía con base en soluciones de energía autosustentable.

Se presenta una de las soluciones viables para instalar aerogeneradores de tipo Vortex en zonas que previamente no podrían ser consideradas como “aptas” debido a condiciones orográficas o sociales y se hace un análisis mecánico sobre la viabilidad de su funcionamiento bajo estándares controlados.

Finalmente, se hace un experimento en el túnel de viento de la Alianza Fiidem de la UNAM con un modelo a escala de un aerogenerador tipo Vortex para poder corroborar la concordancia entre el diseño teórico y el funcionamiento real.

## **ABSTRACT**

The contemporary society has increased in an exponential way its population in the last decades and due to the technological advances, human's life expectation has also increased. Due to the latter, birth control strategies have been implemented to prevent any disproportionate increase.

This increase generates a growth in energy demand, which will keep growing each year. Before suggesting a biological solution, as engineer, one can try to satisfy the energy demand based on sustainable energy solutions.

A viable solution to install Vortex wind turbines in zones that could be considered not suitable due to orographic and social conditions is presented, and a mechanical analysis about the adequacy of its performance under controlled standards is carried out.

Lastly, a wind tunnel test at the UNAM wind tunnel of a scale model of a Vortex wind turbine is carried out in order to evaluate the performance between the theoretical design and the actual functioning.

## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b> .....	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>v</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>vi</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>xi</b>
<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>xi</b>
<b>Organización de la tesis</b> .....	<b>xi</b>
<b>CAPITULO 1</b> .....	<b>13</b>
<b>1.1 Naturaleza de la energía eólica</b> .....	<b>13</b>
<b>1.2 Ventajas y desventajas de la energía eólica</b> .....	<b>15</b>
<b>1.3 Cronología de la energía eólica</b> .....	<b>15</b>
<b>1.4 Clasificación de aerogeneradores</b> .....	<b>19</b>
1.4.1 Según la orientación del eje .....	<b>19</b>
1.4.1.1 Aerogeneradores de eje horizontal (HAWTS) .....	<b>19</b>
1.4.1.2 Aerogeneradores de eje vertical (VAWT).....	<b>19</b>
1.4.2 Según su potencia nominal.....	<b>20</b>
1.4.2.1 Equipos de baja potencia.....	<b>20</b>
1.4.2.2 Equipos de media potencia.....	<b>20</b>
1.4.2.3 Equipos de alta potencia.....	<b>20</b>
1.4.3 Según el número de palas .....	<b>20</b>
1.4.3.1 Tripala .....	<b>20</b>
1.4.3.2 Bipala .....	<b>20</b>
1.4.3.3 Monopala.....	<b>21</b>
<b>1.5 Aerogenerador tipo Vortex</b> .....	<b>21</b>
<b>1.5.1 Partes del aerogenerador tipo Vortex</b> .....	<b>22</b>
<b>1.6 Panorama de la energía eólica en México</b> .....	<b>23</b>
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>26</b>
<b>2.1 Capa límite</b> .....	<b>26</b>
<b>2.2 Número de Reynolds (Re)</b> .....	<b>27</b>
<b>2.3 Flujo potencial alrededor de cuerpos</b> .....	<b>29</b>
<b>2.4 Desprendimiento de la capa límite</b> .....	<b>31</b>
<b>2.5 Desprendimiento de la capa límite en cuerpos con aristas</b> .....	<b>33</b>
<b>2.6 Desprendimiento de capa límite en cuerpos sin aristas</b> .....	<b>34</b>

2.7 La calle de vórtices de Von Kármán.....	36
2.8 Vibración inducida por vórtices (VIV).....	38
2.8.1 Acoplamiento (lock-in).....	41
<b>CAPÍTULO 3.....</b>	<b>43</b>
<b>3.1 Estrategia e hipótesis de modelación .....</b>	<b>43</b>
3.1.1 Modos de desprendimiento de vórtices .....	43
3.1.2 Capa límite atmosférica.....	44
<b>3.2 Geometría del aerogenerador .....</b>	<b>45</b>
<b>3.3 Desarrollo del modelo sólido y obtención de la frecuencia natural .....</b>	<b>51</b>
<b>CAPÍTULO 4.....</b>	<b>56</b>
<b>4.1 Aeroelasticidad .....</b>	<b>56</b>
<b>4.2 Escalamiento del modelo .....</b>	<b>58</b>
<b>4.3 Manufactura del modelo.....</b>	<b>65</b>
<b>4.4 Túnel de viento .....</b>	<b>66</b>
4.4.1 Túnel de viento de circuito abierto.....	66
4.4.2 Túnel de viento de circuito cerrado.....	66
<b>4.5 Descripción de pruebas en el túnel de viento .....</b>	<b>69</b>
<b>CAPÍTULO 5.....</b>	<b>74</b>
<b>5.1 Identificación de la frecuencia de desprendimiento de vórtices.....</b>	<b>74</b>
5.1.1 Análisis espectral.....	74
<b>5.2 Comparación de la frecuencia de desprendimiento calculada y la medida en pruebas experimentales.....</b>	<b>75</b>
<b>CAPÍTULO 6.....</b>	<b>78</b>
<b>6.1 Conclusiones .....</b>	<b>78</b>
<b>6.2 Recomendaciones .....</b>	<b>79</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>80</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>84</b>
ANEXO 1.....	84
ANEXO 2.....	86
ANEXO 3.....	87
ANEXO 4.....	88

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Descripción</b>
<b>CAPITULO 1</b>	
Figura 1.1	Circulación del viento
Figura 1.2	Mapa de la temperatura del aire global
Figura 1.3	Cronología de los aerogeneradores
Figura 1.4	Evolución del tamaño y potencia de los aerogeneradores desde 1984 hasta 2021
Figura 1.5	Partes de un aerogenerador
Figura 1.6	Clasificación de los aerogeneradores según su número de palas
Figura 1.7	Aerogenerador tipo Vortex
Figura 1.8	Potencial de generación eléctrica actual por energías limpias
Figura 1.9	Parques eólicos en operación – septiembre 2018
<b>CAPÍTULO 2</b>	
Figura 2.1	Patrones de flujo a diferentes números de Reynolds
Figura 2.2	Comparación entre el comportamiento de un flujo viscoso y uno potencial
Figura 2.3	Comportamiento de un flujo potencial contra el comportamiento real
Figura 2.4	Desprendimiento de capa límite en un cilindro
Figura 2.5	Sucesión del mecanismo de desprendimiento de capa límite
Figura 2.6	Comportamiento del flujo de aire alrededor de estructuras con aristas
Figura 2.7	Comportamiento de un flujo alrededor de un tubo de sección circular
Figura 2.8	Comportamiento del desprendimiento de capa límite a diversos Re
Figura 2.9	Comportamiento del coeficiente de presiones a lo largo de un ciclo de desprendimiento de vórtices.
Figura 2.10	Bosquejo de las fuerzas en la región de formación de vórtices
Figura 2.11	Desprendimiento alternado de vórtices
Figura 2.12	Generación de vórtices en función de la velocidad reducida
Figura 2.13	Frecuencia y amplitud del desprendimiento de vórtices
<b>CAPÍTULO 3</b>	
Figura 3.1	Modos de desprendimiento en función de la amplitud y la frecuencia relativa

- Figura 3.2 Bosquejo de modelo híbrido de modos de desprendimiento de vórtices
- Figura 3.3 Movimiento de una varilla empotrada ante el efecto de un esfuerzo
- Figura 3.4 Coordenadas de un punto P
- Figura 3.5 Varilla L flexionada a un punto P de una circunferencia
- Figura 3.6 Gráfica del perfil de velocidad del viento vs altura
- Figura 3.7 Modelo geométrico
- Figura 3.8 Piezas y frecuencias de modelo sólido en Inventor. Opción 1.
- Figura 3.9 Piezas y frecuencias de modelo sólido en Inventor. Opción 2.
- Figura 3.10 Piezas y frecuencias de modelo sólido en Inventor. Opción 3.

#### **CAPÍTULO 4**

- Figura 4.1 Inestabilidades aeroelásticas
- Figura 4.2 Secciones del modelo sólido de escala real
- Figura 4.3 Descripción y características del modelo escalado
- Figura 4.4 Manufactura 3D del modelo
- Figura 4.5 Espina estructural después de proceso de extracción de material
- Figura 4.6 Diagrama del túnel de circuito cerrado de la UNAM
- Figura 4.7 Cámara de pruebas en el túnel de viento de la UNAM
- Figura 4.8 Ventilador y difusor del túnel de viento de la UNAM
- Figura 4.9 Estabilizador de flujo y pantalla de turbulencia
- Figura 4.10 Cono de contracción visto desde fuera y dentro
- Figura 4.11 Medición de peso de las piezas
- Figura 4.12 Prueba 1: Modelo completo empotrado y sensor utilizado
- Figura 4.13 Gráfica aceleración vs tiempo de la espina estructural
- Figura 4.14 Frecuencia natural de la espina estructural
- Figura 4.15 Gráfica aceleración vs tiempo del dispositivo totalmente armado
- Figura 4.16 Frecuencia natural del dispositivo totalmente armado
- Figura 4.17 Proceso de armado del aerogenerador tipo Vortex dentro del túnel de viento
- Figura 4.18 Respuestas dinámicas a diferentes aceleraciones de viento
- Figura 4.19 Frecuencia de desprendimiento de vórtices a diferentes velocidades del viento

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla</b>	<b>Descripción</b>
<b>CAPÍTULO 3</b>	
Tabla 3.1	Parámetros para perfil de viento
Tabla 3.2	Parámetros críticos de diseño
Tabla 3.3	Tabla de propiedades físicas de materiales usados en el modelo
<b>CAPÍTULO 4</b>	
Tabla 4.1	Tabla de radios en cada sección de la geometría
Tabla 4.2	Radios de espina estructural utilizados para el escalamiento dinámico
Tabla 4.3	Propiedades de los diversos modelos obtenidos

## INTRODUCCIÓN

Uno de los grandes problemas a los que se han enfrentado los ingenieros encargados de diseñar estructuras de gran tamaño desde el principio de la ingeniería como disciplina, es la de crear una forma eficaz de disipar los efectos del viento sobre éstos. Sin embargo, en las últimas décadas se ha tomado una nueva perspectiva del problema, planteando una forma de aprovechar la energía del viento incidente para generar movimiento oscilatorio que puede generar energía eléctrica. En el presente trabajo se plantea una alternativa de aerogenerador que no funciona con aspas, supliendo varios problemas que conlleva la instalación de grandes parques eólicos, tales como la inversión inicial, el tiempo de vida, la polución auditiva y visual que se presentan para aquellos que viven en las cercanías.

## OBJETIVOS

El objetivo principal de esta tesis es determinar las condiciones necesarias para lograr una resonancia entre los vórtices generados por el fenómeno de desprendimiento de vórtices y la frecuencia natural de un modelo a escala de un aerogenerador tipo Vortex. Para poder realizar de manera exitosa dicho objetivo, se plantean los siguientes objetivos particulares:

- Diseñar un aerogenerador tipo Vortex de funcionalidad limitada considerando las patentes que la empresa dueña del producto ha hecho públicas.
- Determinar la frecuencia natural de un prototipo de aerogenerador tipo Vortex mediante un análisis modal asistido por computadora.
- Escalar y manufacturar el aerogenerador para que sea estudiado en el túnel de viento de la Alianza Fiidem de la UNAM.
- Realizar pruebas experimentales en túnel de viento para identificar la velocidad del viento que induce movimiento debido al desprendimiento de vórtices en el aerogenerador.

## Organización de la tesis

El primer capítulo presenta un breve panorama de la energía eólica, los dispositivos de recolección, su significado y su desarrollo a lo largo del tiempo, llegando hasta la situación mexicana actual y en cómo es relevante este trabajo para cumplir con leyes en las que se encuentra México actualmente.

El segundo capítulo describe los antecedentes del fenómeno conocido como La Calle de Vórtices de Von Kármán o desprendimiento de vórtices y las condiciones a las que se presenta este fenómeno.

El tercer capítulo de la tesis trata sobre el procedimiento que se realizó para poder diseñar de forma adecuada el aerogenerador tipo Vortex utilizando como base la investigación de la empresa Deutechno para poder estudiar su prototipo.

El cuarto capítulo detalla algunos conceptos requeridos para lograr el escalamiento del diseño del aerogenerador y la forma en que se llevaron a cabo los experimentos en el túnel de viento.

El quinto capítulo trata sobre los análisis que se realizaron, incluyendo el tratamiento dado a los datos para poder analizarlos. En este capítulo también se comparan los resultados teóricos esperados con los obtenidos en las pruebas experimentales.

El último capítulo presenta las conclusiones del trabajo y algunas recomendaciones para trabajos futuro.

# CAPITULO 1

## ENERGÍA EÓLICA

### 1.1 Naturaleza de la energía eólica

La energía eólica es aquella que se obtiene de la energía cinética del viento (aire en movimiento), y al igual que la mayoría de las energías renovables, ésta obtiene su naturaleza debido a la interacción entre la Tierra y el Sol.

La superficie terrestre recibe la energía que emite el Sol en forma de radiación solar de onda corta. Dicha energía es absorbida en un 45% por la Tierra [1] y fomenta el aumento de temperatura en el planeta. Pese a que la Tierra también irradie energía<sup>1</sup>, es inevitable que se produzcan variaciones en la temperatura terrestre, la cual también se puede ver afectada por diversos factores meteorológicos tales como la velocidad del viento, la región, la latitud, etc. A partir de este gradiente de temperatura alrededor del globo terráqueo se produce el fenómeno de convección, por lo que el aire que se ha calentado comienza a ascender verticalmente, generando un cambio de presiones alrededor del globo terráqueo. En la figura 1.1 se observa un esquema básico sobre el movimiento de las masas de aire ocasionado por estos gradientes.

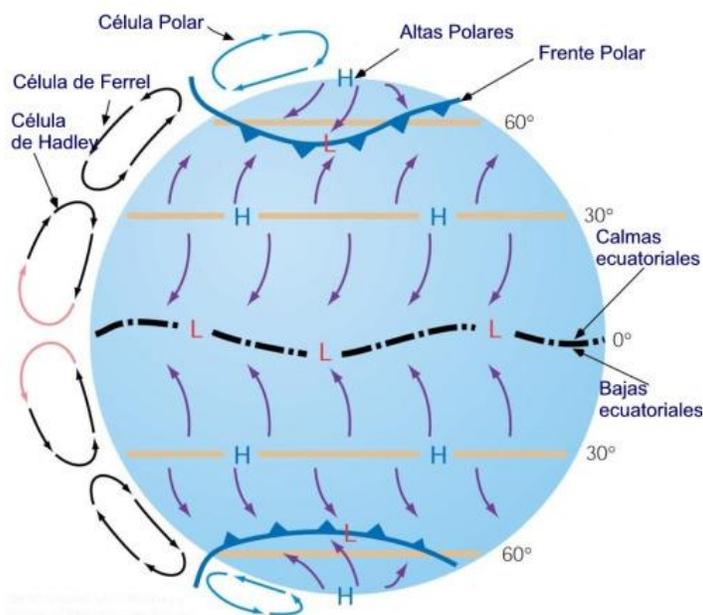


Figura 1.1 Circulación del viento.

Recuperado de: <https://bit.ly/2GoBt4G> el 5 de febrero, 2019.

<sup>1</sup> La Tierra emite su propia energía emitida en onda larga, en forma de radiación denominada radiación terrestre.

En la figura 1.2 se muestra un mapa de la temperatura promedio del aire alrededor de todo el mundo. En ella se puede observar que las temperaturas máximas (32 °C) se alcanzan en las zonas cercanas al ecuador terrestre, y de la misma manera se puede observar la magnitud del gradiente de temperatura en la dirección de los ejes meridianos terrestres.

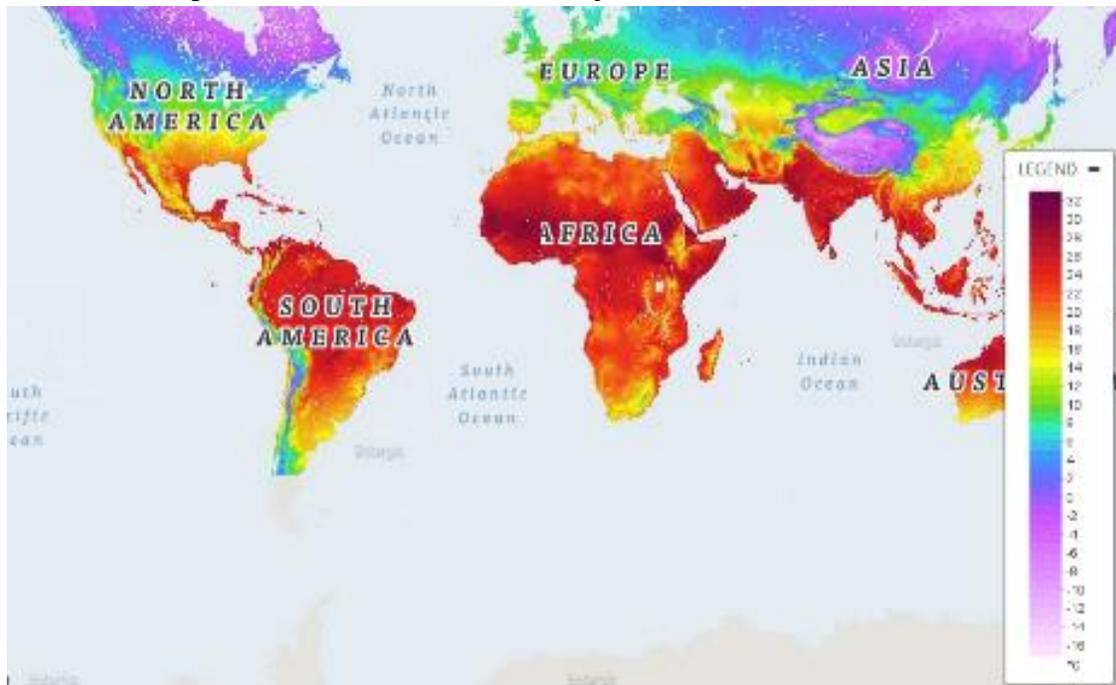


Figura 1.2 Mapa de la temperatura del aire global.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2U6nmog> el 21 de enero, 2018.

Tomando en cuenta la figura 1.2, se puede observar que el gradiente de temperaturas entre el ecuador y los polos ocasiona el movimiento de los vientos alrededor del planeta. Dichas masas de viento no llegan de forma directa desde el ecuador hasta los extremos polares ya que estas masas que comienzan cerca de la línea ecuatorial pierden fuerza gradualmente retornando a su origen. Este primer ciclo de circulación se conoce como Célula de Hadley.

Del lado opuesto en cada uno de los hemisferios ocurre un fenómeno similar. Las masas de aire que se dirigen desde los polos hacia latitudes menores comienzan a obtener energía suficiente para ascender. Al aumentar su temperatura se dirigen de retorno a los polos, generando la Célula Polar.

Finalmente ocurre un último fenómeno ocasionado de forma natural por la existencia de las dos células anteriores, mientras los vientos provenientes de la zona ecuatorial se enfrían conforme van subiendo, los que descienden de los polos se calientan generando un gradiente de presión natural, el cual ocasiona una tercer célula denominada Célula de Ferrel.

Según la definición del *Manual de energía eólica*, “se denomina viento a la corriente de aire que se desplaza en sentido horizontal, reservándose la denominación de “corriente de convección” para los movimientos de aire en sentido vertical” [1].

## 1.2 Ventajas y desventajas de la energía eólica

Las principales ventajas de la energía eólica son:

- Disminución del uso de combustibles fósiles para la obtención de energía.
- Proporciona diversificación de suministro energético al mercado.
- Generación de energía “limpia”, ya que no genera contaminantes al momento de su obtención.
- Los dispositivos de recolección (aerogeneradores) no utilizan un proceso de combustión o una etapa de transformación térmica.
- No presenta incidencia sobre las características fisicoquímicas del suelo.
- Los costos de mantenimiento son relativamente bajos en comparación con las plantas termoeléctricas.

Las principales desventajas de la energía eólica son:

- Altos costos de inversión en la instalación de los aerogeneradores y tiempo de recuperación de inversión lento, desmotivando potenciales inversionistas.
- Generación de polución visual debido al efecto de sombras generada por las palas.
- Generación de polución auditiva debido a la interacción entre las palas y el viento.
- Interferencias en transmisiones electromagnéticas a causa de los rotores centrales.
- Se requieren grandes cantidades de área superficial para instalar un aerogenerador, utilizando únicamente un porcentaje muy bajo de dicha área.
- Debido a la altura en que se encuentran girando las palas de las turbinas, interfieren con la trayectoria de algunas aves.

## 1.3 Cronología de la energía eólica

Baker (2007) [2] toma una postura eurocentrista debido a que considera que el mayor desarrollo comienza en esa zona y se expande a lo largo del mundo, por lo que para poder estudiar el comienzo de una rama se debe comenzar con la raíz; y cataloga cinco periodos esenciales en el desarrollo de la ingeniería del viento: el periodo “tradicional” (hasta 1750), el periodo “empírico” (1750-1900), el periodo de “establecimiento” (1900-1960), el periodo de madurez (1960-1980) y el periodo moderno (1980 en adelante). En cada uno de ellos se presentan avances importantes y el nombre se adopta por la forma en que se desarrollan. Debido a la extensión y alcance del trabajo, se hará un breve resumen de los comienzos de la visualización de los efectos del viento sobre estructuras, y el desarrollo que se ha tenido en cuestión de tecnología eólica a partir de la revolución industrial.

Durante los primeros periodos relatados de la humanidad no se tuvo un avance tecnológico, no obstante, se obtuvo un gran entendimiento sobre el funcionamiento del viento y los impactos que se tienen ante los diferentes diseños de las estructuras, uno de estos casos viene con la construcción de capillas cada vez más grandes para mostrar la devoción a Dios en los

siglos XII y XIII [2]. Después de construir techos de formas prismáticas en zonas altas, al tener la necesidad de resistir velocidades de viento más altas, dichos techos empezaron a optar por estructuras cónicas, las cuales experimentan cargas menores por efectos de viento.

Debido a que la energía cinética del viento puede ser transformada de manera relativamente sencilla, se diseñaron dispositivos de transformación de energía para poder aprovechar estos efectos de forma productiva. El ejemplo más claro es el de los molinos de viento, los cuales utilizaban la energía del viento para mover las palas a “altas” velocidades, pero con un área superficial de gran masa para poder crear un volante de inercia en el dispositivo, transformando la energía cinética en energía rotacional. El primer dato que existe de la utilización de un molino de eje horizontal con estos fines sucede en Persia, en el siglo VII y a partir del siglo XII en Europa, especialmente en Bélgica y los Países Bajos. Es importante recalcar que incluso en esas épocas, los diseños variaban entre regiones, mientras los molinos de Holanda constaban de 4 aspas, los de Baleares y Portugal de 6 [3].

Con la llegada de la revolución industrial a la sociedad, los molinos de viento perdieron popularidad debido al desarrollo de máquinas que podían generar más potencia a menor costo y tiempo. En aquellos inicios de época los combustibles fósiles abundaban y no había problema con utilizarlos como fuente primaria.

Durante el periodo de transición entre la revolución industrial y los inicios de la energía eólica, existieron diversos inventos base para generar las energías no convencionales, uno de estos casos se presenta en 1870 con el invento de un generador eléctrico denominado La Dinamo de Gramme.

En 1888 Charles F. Brush (1849-1929) construyó el primer aerogenerador con el fin de obtener energía eléctrica y que obtenía corriente de forma continua. Su diseño se asemejaba a un molino con dimensiones sumamente grandes. Tenía 17 metros de altura y 144 palas. Este tipo de aerogeneradores se denominan “multipala americano” [4].

Poul la Cour (1846-1908), meteorólogo danés considerado como el padre de la energía eólica moderna llevó al sector industrial el diseño de sus aerogeneradores y redujo el número de palas para aumentar la eficiencia de los aerogeneradores. Suplió la necesidad de energía por escasez de petróleo después de la primera guerra mundial, misma que brindó diseños óptimos debido a las mejoras aerodinámicas de las hélices de aviación.

En 1941 el ingeniero americano Palmer Cosslett Putnam (1910-1986) desarrolla el aerogenerador Smith Putnam con la capacidad nominal de 1.25 [MW]. Este dispositivo funcionó sin interrupciones hasta 1945 debido a una falla en el material. Es importante recalcar que el material se va desarrollando a la par de los diseños, es por ello que en esa época no se contaba con el material propicio para la fabricación de aerogeneradores [5].

A mediados del siglo XX el ingeniero Johannes Juul (1887-1969) en Dinamarca construye un aerogenerador de corriente alterna de 200 kW denominado “aerogenerador de Gedser”. Esta turbina fue la más grande durante su época y era una turbina tripala con rotor a barlovento. Funcionó 11 años sin mantenimiento y es una máquina predecesora de las turbinas modernas [6]. Los aerogeneradores descritos se muestran en la figura 1.3 en orden cronológico.

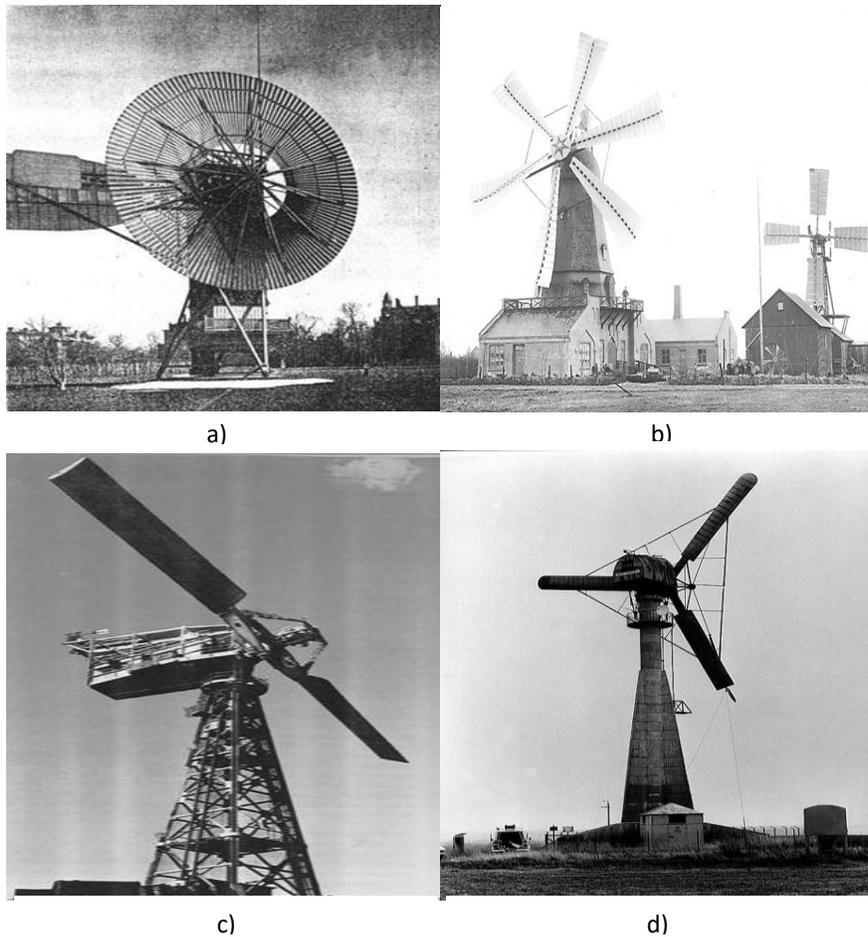


Figura 1.3 Cronología de los aerogeneradores. a) Molino americano; b) Primer aerogenerador moderno; c) Aerogenerador bipala (1941); d) Aerogenerador el Gedser. (Fotografías recuperadas de: <https://bit.ly/2UcefSG> el 23 de enero, 2019)

Otros ejemplos sobre la investigación y construcción de aerogeneradores en años anteriores incluyen los construidos por la NASA en 1941 y los estudios realizados por Francia patrocinados por la Electricité de France [6]. Sin embargo, pese al esfuerzo por los ingenieros y científicos especializados en la energía eólica, el petróleo seguía dominando el mercado de las energías alrededor de todo el mundo hasta la primera crisis del petróleo en los años 70. Es entonces donde una nueva etapa de la energía eólica comienza gracias a la necesidad de una gama más amplia de abastecimiento energética, el avance tecnológico en comparación a siglos anteriores y al comienzo de programas especializados en la investigación de optimizar los aerogeneradores, un ejemplo se obtiene de los diseños de las aspas, los cuales dejaron de obtenerse de la serie NACA y comenzaron a producirse los diseños especializados para aerogeneradores por parte de NREL (National Renewable Energy Laboratory), Risø, etc. El avance tecnológico incluye aumentar el área de barrido, e inclusive la fabricación de estructuras deformables para “palas inteligentes” [7].

De forma paralela, a lo largo del tiempo se han empleado un sinnúmero de rotores pequeños con el fin de suministrar energía eléctrica y calefacción a todo tipo de edificios, desde granjas

hasta casas situadas en lugares lejanos, y de la misma manera, para abastecer centrales de retransmisión y estaciones meteorológicas. De esta forma se le ha dado una gran gama de aplicaciones a la energía eólica, tales como sistemas de bombeo y ventilación para pequeños estanques de piscicultura, etc.

El potencial que se puede obtener de esta energía va en aumento debido a la mejora en la tecnología y en los materiales empleados para la construcción e instalación de los dispositivos, así como el aumento de los precios de los hidrocarburos y la reciente preocupación por el cambio climático. Es por ello que la energía eólica es una fuente de energía que se muestra sumamente ventajosa para suplir una necesidad que se ha creado de forma gradual.

En la actualidad, la mejora en los aerogeneradores en comparación con un siglo antes es inimaginable. Se han generado empresas que producen aerogeneradores en masa, se han desplazado al área marítima, etc. En la figura 1.4 se muestra el aumento en la potencia desde 1984 hasta la actualidad. El aumento en esta característica implica un menor número de turbinas para generar la misma potencia o la capacidad de generar mayor energía en una misma área. De la misma manera se han mejorado los materiales de construcción, las técnicas de cimentación y los métodos de diseño de las aspas, solucionado problemas que venían arrastrándose desde el inicio del uso de esta energía. Estos factores han fomentado que hoy en día exista una gran cantidad de aerogeneradores acorde a lo que el consumidor necesite.

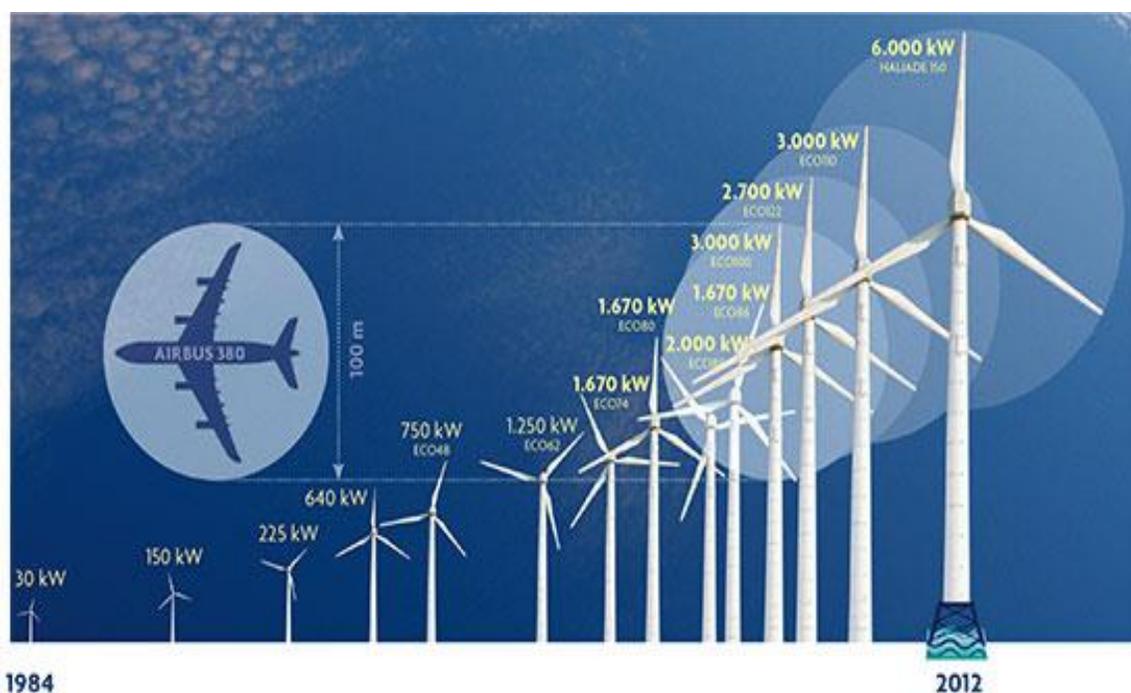


Figura 1.4 Evolución del tamaño y potencia de los aerogeneradores desde 1984 hasta 2012. Recuperado de: <https://bit.ly/2CGh2N7> el 23 de enero, 2019.

## 1.4 Clasificación de aerogeneradores

Existen diversas clasificaciones para los aerogeneradores de eje horizontal, ya sea en función de la potencia nominal que tienen, la velocidad de trabajo, etc. A continuación, se presenta una breve descripción de los diferentes tipos de aerogeneradores.

### 1.4.1 Según la orientación del eje

#### 1.4.1.1 Aerogeneradores de eje horizontal (HAWTS)

Este tipo de dispositivos son distinguidos por ser los captadores de energía más desarrollados a lo largo del tiempo, en el tema “Cronología de la energía eólica” se mencionaron algunos de los precedentes para lograr diseñar este tipo de aerogeneradores.

Los aerogeneradores de eje horizontal constan (de forma simplificada) de un rotor que contiene un número impar de palas que captan la energía del viento, las cuales transmiten la energía cinética mediante el eje principal de la máquina hacia la caja de velocidades, la encargada de modificar la velocidad del giro para lograr conectar con un generador eléctrico. El comportamiento de las masas de viento varía en función de la altura, entre más alta esté colocada la góndola del aerogenerador, mayor energía podrá obtener<sup>2</sup>. Para poder colocarse de forma firme, los aerogeneradores constan de una torre cimentada a los suelos en que se sitúa. En la figura 1.5 se observan las partes de un aerogenerador acoplados para su funcionamiento.

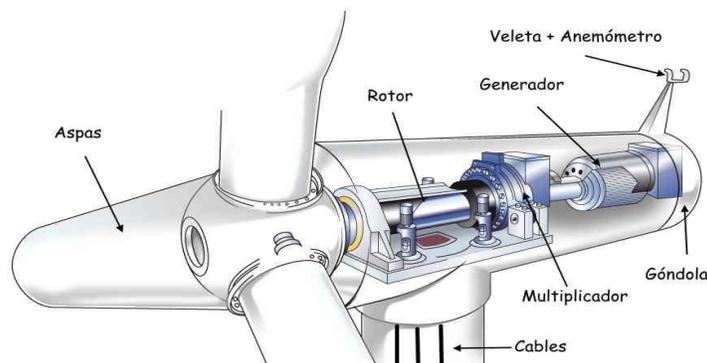


Figura 1.5 Partes de un aerogenerador.

Recuperado de: <https://bit.ly/2Ug2Wsh> el 24 de enero, 2019.

#### 1.4.1.2 Aerogeneradores de eje vertical (VAWT)

Las turbinas de eje vertical son dispositivos de recolección de energía cinética del viento con su eje principal perpendicular al suelo, dichos aerogeneradores producen menos potencia que sus homónimos convencionales; sin embargo, fueron diseñados para suplir necesidades diferentes a los de eje horizontal. Los VAWT no requieren estar orientados hacia el viento, ya que la forma geométrica de las palas genera un movimiento cíclico alrededor del eje sin importar el ángulo de ataque. Dicha característica de captación omnidireccional permite que

---

<sup>2</sup> La cantidad de energía siempre estará limitada por la ley de Betz.

su instalación no requiera de una gran elevación (las torres de los aerogeneradores) disminuyendo el costo y ampliando las zonas en las que pueden ser instalados.

#### 1.4.2 Según su potencia nominal

##### *1.4.2.1 Equipos de baja potencia*

Máquinas de tamaño reducido, empleado para cargar baterías de almacenamiento. Utilizada en bombas hidráulicas o extracción de aguas de pozos. No suelen tener caja multiplicadora de velocidades debido a que las velocidades de rotación con las que se trabaja son elevadas y suficientes para producir la energía requerida.

Generalmente son HAWT (aerogeneradores de eje horizontal) con tres palas. Producen energía alterna que eventualmente se transforma a continua para poder ser almacenada y proporcionan potencias del orden de 50 [KW].

##### *1.4.2.2 Equipos de media potencia*

Son dispositivos cuya potencia se encuentra alrededor de los 150 [KW], además de la capacidad de generación, se distinguen de los equipos de baja potencia por estar conectados mediante la red eléctrica y no por baterías de almacenamiento. Se emplean para tareas similares de los de baja potencia, pero con mayor requerimiento energético.

##### *1.4.2.3 Equipos de alta potencia*

Son los aerogeneradores comerciales, cuya potencia nominal alcanza los Giga watts [GW]. Se constituyen por aerogeneradores de eje horizontal de grandes dimensiones y, por lo tanto, grandes alturas en las que la energía que se puede obtener del viento es óptima. Son conectados a la red y usualmente conforman centrales eoloeléctricas. Pueden ser instalados tanto en tierra como en el mar<sup>3</sup>.

#### 1.4.3 Según el número de palas

##### *1.4.3.1 Tripala*

Es el aerogenerador empleado en la actualidad debido a la gran estabilidad que ofrece, como su nombre lo indica, consta de tres palas a 120° entre ellas. Se utilizan tres palas debido a que la energía que se puede extraer del viento alcanza un máximo del 59% definido por la ley de Betz [6], haciendo que sea indiferente si se agregan más palas al dispositivo y al mismo tiempo reduciendo el costo de fabricación en este ámbito al mínimo. Los rotores de tres palas suelen tener velocidades de rotación relativamente bajas, fomentando la disminución en la generación de ruido.

##### *1.4.3.2 Bipala*

Son aerogeneradores que cuentan con dos aspas que forman un ángulo de 180° entre sí, fueron diseñados para reducir costos de producción. Pese a la mejora en el costo, conlleva grandes desventajas, tales como un diseño más complejo para evitar el efecto desestabilizador con un rotor especial y amortiguadores que eviten el choque entre las palas contra la torre.

---

<sup>3</sup> Todos los datos nominales de potencia y dimensiones se obtuvieron de Opex-Energy [8].

### 1.4.3.3 Monopala

Los primeros aerogeneradores de este tipo fueron creados en 1941 por la NASA [5]. La búsqueda de reducción de costos de fabricación y material se llevaron a cabo con el diseño de este aerogenerador, consta de una pala con un contrapeso. El rotor gira a altas velocidades, por lo que se eliminan algunos costos como la caja multiplicadora. Pese a sus ventajas, mantiene las mismas contras que la bipala, teniendo un efecto desestabilizador de forma continua, generando esfuerzos de fatiga bastante altos y aunado a esto, las grandes velocidades de giro generan una gran polución sonora.

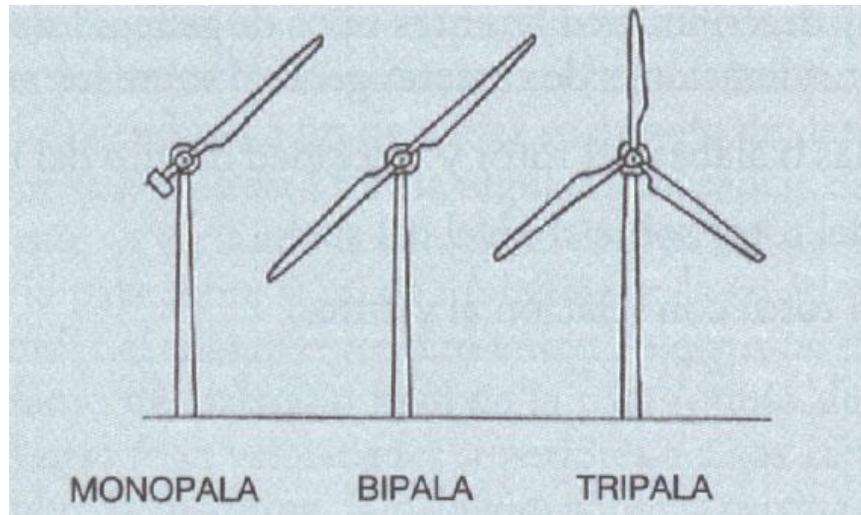


Figura 1.6 Clasificación de los aerogeneradores según su número de palas.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2DwcZ7E> el 24 de enero, 2019.

## 1.5 Aerogenerador tipo Vortex

A pesar de la gran variedad de aerogeneradores que existen en el mercado hoy día, se ha mantenido el desarrollo en nuevas tecnologías que permitan optimizar la ingeniería del viento y solventar las grandes desventajas que se presentan al momento de recurrir a esta energía.

Trabajos recientes [9] han implementado una técnica para lograr analizar el desprendimiento de la capa límite en objetos sumergidos en un fluido mediante la medición de la turbulencia que se produce alrededor de dicho cuerpo utilizando un anemómetro en el sotavento del cuerpo, en los cuales se logra afirmar que dicha técnica es apropiada y permite determinar la frecuencia de desprendimiento de los vórtices y, por ende, el número de Strouhal de forma bastante acertada. A partir de estos estudios comienza una nueva era en la innovación de la energía eólica.

La modificación en la forma de percibir la interacción entre el viento y los dispositivos comienza a darse mediante diversas patentes que intentan crear aerogeneradores que, en vez de hacer girar aspas con el movimiento mecánico, generen movimientos oscilatorios con la ayuda del desprendimiento de capa límite.

Un ejemplo de dichas patentes se muestra en la JP-2006-132397-A: “*Método de generación de energía eléctrica mediante un aparato con piezoeléctricos que utiliza la vibración inducida por el flujo*”, en donde se hace una descripción sobre la obtención de energía mediante la vibración de columna sumergida en agua, la cual está acoplada a una placa piezoeléctrica [10].

En 2006, los fundadores de la empresa Deutechno presentaron la primera patente de un proyecto para diseñar aerogeneradores eólicos sin aspas, libres de la generación de ruido.

Para crear su prototipo utilizaron un túnel de viento y un primer aerogenerador de 3 metros. El dispositivo consiste en un cilindro vertical semirrígido, anclado en el terreno, y que incluye materiales piezoeléctricos. La energía se genera por la deformación que sufren esos materiales al entrar en resonancia con el viento.

Lo que intenta aprovechar el dispositivo es el efecto de “La calle de vórtices Von Kármán” para que el mecanismo oscile de un lado a otro y poder convertir la energía cinética en energía eléctrica al igual que sus antecesores; sin embargo, proponen diversas características muy específicas en el aerogenerador para poder aprovechar alrededor de 40% de la energía del viento [11].

### **1.5.1 Partes del aerogenerador tipo Vortex**

El aerogenerador se compone de 5 partes principales:

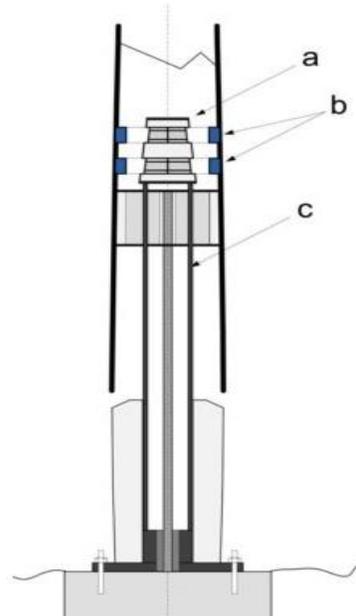
**Cubierta superior:** Es el cilindro superior, el cual interactúa directamente con el viento y tendrá todo el impacto al momento de determinar la frecuencia de desprendimiento de vórtices. Está anclado al núcleo del dispositivo y está diseñado para oscilar. El movimiento de la parte superior no tiene restricción de ningún tipo, por lo que la máxima amplitud de oscilación tendrá lugar en la punta. Esta parte está construida con resina reforzada con fibra de carbono o fibra de vidrio.

**Núcleo:** Es una varilla anclada al suelo y sujeta el cilindro exterior. Es una de las partes más importantes del dispositivo ya que requiere una gran resistencia a la fatiga debido a la carga dinámica producida por el viento, es por ello que está constituido de polímero reforzado con fibra de carbono, material que minimiza la disipación de energía.

**Sistema de generación:** Alternador lineal incorporado que convierte la energía cinética del viento en energía con la deformación de los materiales piezoeléctricos.

**Sistema de sintonización:** La frecuencia de desprendimiento de vórtices varía en función de la velocidad del viento; sin embargo, cada estructura tiene una única frecuencia natural que depende de su geometría, rigidez y material de construcción. Para poder modificar y sincronizar ambas frecuencias, el aerogenerador utiliza un sistema de confinamiento magnético con imanes permanentes que aumentan la rigidez aparente del sistema.

Cimentación: Preparación del suelo para anclar el núcleo. Esta no debe ser tan profunda como la convencional debido a la ligereza del generador. La figura 1.7 muestra un esquema de un aerogenerador tipo Vortex.



A. Estator, parte fija  
B. Oscilador, parte móvil  
C. Soporte del alternador

Figura 1.7 Aerogenerador tipo Vortex.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2WfIH0d>  
el 24 de enero, 2019.

En capítulos posteriores se explicará de forma más detallada el mecanismo de funcionamiento requerido para lograr una sincronización entre el dispositivo y el desprendimiento de vórtices.

## 1.6 Panorama de la energía eólica en México

De la misma manera que el resto del mundo, México ha tomado una iniciativa propia con respecto a las energías renovables impulsada por la Ley para el Aprovechamiento de Energías Limpias y el Financiamiento de la Transición Energética, en la cual se compromete a reducir la generación eléctrica por fuentes fósiles a 65% del 80% actual para el 2024. Es importante recalcar que en el artículo 3o de la ley previamente mencionada, se toman en cuenta todas las energías renovables para alcanzar dicha meta (eólica, solar, oceánica, geotérmica, biomasa, etc.) y todas aquellas cuya fuente de energía provenga de fenómenos naturales o de fuentes que se encuentren de forma continua. Sin embargo, uno de los recursos renovables más utilizables en territorio mexicano es el viento y en la cual se está invirtiendo una gran cantidad de dinero en ampliar el número de parques eólicos instalados.

En la figura 1.8 se puede observar que en México hay un potencial de generación de 25,821.43 [GWh/a] registrada en 2017. Posicionándose como la segunda fuente de energía limpia de la que más energía se puede obtener. Aunado a las cifras recolectadas de la base de datos de la secretaría de energía, las asociaciones de energía eólica mencionan que la capacidad potencial nominal de instalación es más de 50,000 MW [12].

Potencial de generación eléctrica actual por energías limpias		
Generación (GWh/a)	Capacidad instalada (MW)	
Energía	Probado	Probable
Biomasa	1,050.88	679.67
Cogeneración eficiente	18,619.01	Sin información
Eólica	25,821.43	Sin información
Geotérmica	2,610.13	45,207.05
Hidráulica	4,239.37	39,059.84
Oceánica	Sin información	1,057.44
Otro	43.36	Sin información
Solar	39,527.89	Sin información

Información actualizada al 30 de septiembre de 2017.

Figura 1.8 Potencial de generación eléctrica actual por energías limpias.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2S6XqeV> el 21 de enero, 2019.

Pese a lo mencionado anteriormente, la energía generada anualmente alcanza aproximadamente la tercera parte de lo que se podría obtener, lo cual genera que actualmente exista un registro con más de 76 proyectos [13] para que este tipo de energía pueda aumentar la producción actual. En la Asociación Mexicana de Energía Eólica se proponen acciones clave para poder explotar el potencial que puede alcanzar México en cuestiones de obtención energética mediante este tipo de energía a través de la publicación denominada “El potencial eólico mexicano” [12], entre las que se encuentran:

- a) Convocar subastas exclusivas para energía limpia
- b) Establecer mecanismos de Certificados de Energía Limpia
- c) Elaborar mecanismos que fomenten la expansión y fortalecimiento de la red eléctrica hacia zonas de alto potencial de energía eólica.

Actualmente México cuenta con 49 parques eólicos alrededor de 12 estados en toda la república mexicana teniendo una capacidad instalada de 4,176 [MW], como se ilustra en la figura 1.9.



Figura 1.9 Parques eólicos en operación- septiembre 2018.  
 Recuperado de: <https://bit.ly/2FGU0th> el 22 de enero, 2019.

El estado con mayor proliferación de energía eólica es Oaxaca, contando con más de la mitad de los parques eólicos instalados en toda la república y teniendo una capacidad nominal de producción del 75%.

Las expectativas para poder cumplir la Ley de Aprovechamiento de Energías Limpias pueden recaer directamente en la energía eólica, ya que como se mencionó anteriormente, el potencial eólico en México es extremadamente alto, haciendo que utilizando el 35% de la energía potencial esperada baste para cumplir con las metas propuestas y en la que este proyecto se enfoca.

## CAPÍTULO 2

### MECANISMO DE DESPRENDIMIENTO DE LA CAPA LÍMITE

#### 2.1 Capa límite

El estudio de la mecánica de fluidos alrededor de cuerpos es de vital importancia para el avance tecnológico de la ingeniería aeronáutica debido a la constante interacción que tienen los flujos externos con las diversas partes de la aeronave. A pesar de ello, no sólo compete a esta rama de la ingeniería estudiar los fenómenos que se presentan en los flujos. En este trabajo se ahondará en el fenómeno de desprendimiento de la capa límite, formación de vórtices en cuerpos sin aristas y la frecuencia de desprendimiento de estos vórtices. Todos ellos hacen posible el funcionamiento del aerogenerador tipo Vórtex.

Al final del siglo XIX, la ciencia de la mecánica de fluidos tomaba dos direcciones sin punto en común, los métodos teóricos que lograban desarrollarse exitosamente, aunque no tenían una gran importancia práctica, y los métodos experimentales, los cuales intentaban solventar los problemas más inmediatos que aparecían con la tecnología [14].

En 1904, Ludwig Prandtl logra unir ambas corrientes de la hidrodinámica en “*Fluid Motion with Very Small Friction*” debido a que con ayuda de consideraciones teóricas y una gran cantidad de experimentos simples, logró demostrar que el flujo alrededor de un cuerpo sólido puede dividirse en dos regiones: una delgada capa en el área perimetral del cuerpo donde la fricción toma un rol esencial (capa límite) y la región externa a ella en la cual la fricción puede ser omitida [14].

El análisis de la capa límite permite aproximar los efectos viscosos cerca de las paredes de objetos sólidos y poder englobarlos con el movimiento exterior no viscoso. Conforme aumenta el número de Reynolds, aumenta la precisión del análisis. Sin embargo, realizar este análisis es una tarea muy complicada hasta en geometrías “simples”, y para poder llevar a cabo un buen análisis es necesario definir las características del sistema [15].

El mecanismo de desprendimiento de la capa límite para casos en los que el número de Reynolds es alto, los efectos viscosos sólo se mantienen vigentes en una ligera capa de fluido llamada capa límite. La capa límite comienza, a velocidades bajas (como un flujo laminar), con espesor cero en un punto de estancamiento en el contacto entre un cuerpo y un fluido. Una vez recorrida una distancia  $x$ , que depende de las propiedades del fluido tales como: la viscosidad, gradiente de presión, la velocidad de corriente libre, etc., la capa límite laminar hace una transición a capa límite turbulenta y a partir de este punto, el fluido puede separarse del cuerpo, y formar una región de baja presión (región separada). Finalmente se tiene la estela, la zona límite entre la separación de la capa límite y la región separada, la cual crece a causa de la difusión [15].

En el trabajo se estudiará el caso de flujos sumergidos incompresibles con número de Reynolds alto. Dicho tema se divide en dos casos particulares: flujo alrededor de cuerpos con aristas y flujo alrededor de cuerpos fuselados (formas suaves y redondeadas), los cuales se tratarán brevemente más adelante.

## 2.2 Número de Reynolds (Re)

El flujo alrededor de cualquier obstáculo puede ser descrito por las ecuaciones de Navier-Stokes (NS) y las ecuaciones fundamentales de equilibrio. Dichas ecuaciones expresan el principio de conservación de la cantidad de movimiento, la conservación de masa en un volumen de control y la conservación de energía. Para poder caracterizar un fluido de forma adimensional, se requieren de parámetros adimensionales que junto a los parámetros geométricos del cuerpo otorgan la posibilidad de conocer el comportamiento bajo ciertas condiciones iniciales y de frontera. Sin embargo, obtener soluciones analíticas de las ecuaciones de NS es una tarea sumamente complicada, haciendo que la comunidad científica opte por el desarrollo de métodos experimentales y computacionales (CFD) para tener una mayor comprensión en esta área.

En aerodinámica, uno de los términos más importantes que se necesitan conocer es la presión, debido a que puede considerarse una fuerza de reacción cuya magnitud está determinada de tal forma que pueda contrarrestar los efectos de la fricción y la variación de la cantidad de movimiento. Además de los términos en los que se incluye la presión, la cual siempre se mantiene presente, para poder realizar adecuadamente el análisis de un fluido, se debe conocer la fuerza dominante entre la fricción y la inercia para poder conocer cuál tiene mayor impacto en el comportamiento del sistema [16].

De esta manera, para poder conocer el impacto que tienen las fuerzas, se requiere hacer una comparación entre magnitudes de ambos términos en un volumen de control. El orden de magnitud de las fuerzas inerciales estará dado por el producto de la masa del volumen por su aceleración y, por otro lado, el orden de magnitud de las fuerzas viscosas puede ser determinado con el teorema de la viscosidad de Newton, en el que define que la fuerza viscosa es igual a la viscosidad del fluido  $\mu$  por la derivada transversal de la velocidad, la cual es proporcional al cociente entre la velocidad característica y la longitud característica<sup>4</sup> D.

El cociente entre ambas fuerzas se conoce como el número de Reynolds, uno de los números adimensionales más importantes para la mecánica de fluidos y representa la importancia de los términos inerciales frente a los viscosos [16].

$$Re = \frac{\rho DU}{\mu} \quad (1)$$

Es importante resaltar la importancia de este número adimensional debido a que el comportamiento del sistema podrá tomar simplificaciones importantes, a grandes números de Reynolds, las fuerzas inerciales son tan altas que las fuerzas viscosas pueden ser casi insignificantes y se podría analizar como un análisis de fenómenos potenciales. Sin embargo, pese a la simplificación que supone, no todo el fluido puede considerarse potencial, puesto que hay una pequeña región en la que todavía rigen las fuerzas de fricción.

---

<sup>4</sup> Debido a que el presente trabajo se enfoca en figuras cilíndricas, la longitud característica se define como el diámetro.

El régimen en que se encuentra un fluido estará ligado directamente con su valor de número de Reynolds, según White (2008) [17] se clasifica de la siguiente manera:

$0 < Re < 1$ :	movimiento laminar “lento” altamente viscoso
$1 < Re < 100$ :	laminar, fuerte dependencia del número de Reynolds
$100 < Re < 10^3$ :	laminar, es útil la teoría de capa límite
$10^3 < Re < 10^4$ :	transición a la turbulencia
$10^4 < Re < 10^6$ :	turbulento, moderada dependencia del número de Reynolds
$10^6 < Re < \infty$ :	turbulento, débil dependencia del número de Reynolds

Es importante conocer el régimen en que se encuentra el fluido y el número de Reynolds asociado para poder determinar el comportamiento que tendrá el flujo alrededor de un obstáculo ya que los fenómenos que se presentan están relacionados de la misma manera a este número adimensional y más adelante se discutirán brevemente los diferentes mecanismos de desprendimiento de capa límite en función del número de Reynolds alrededor de cuerpos sin aristas. En la siguiente figura se muestran los fenómenos asociados al desprendimiento de capa límite en un cilindro en función de este número adimensional.

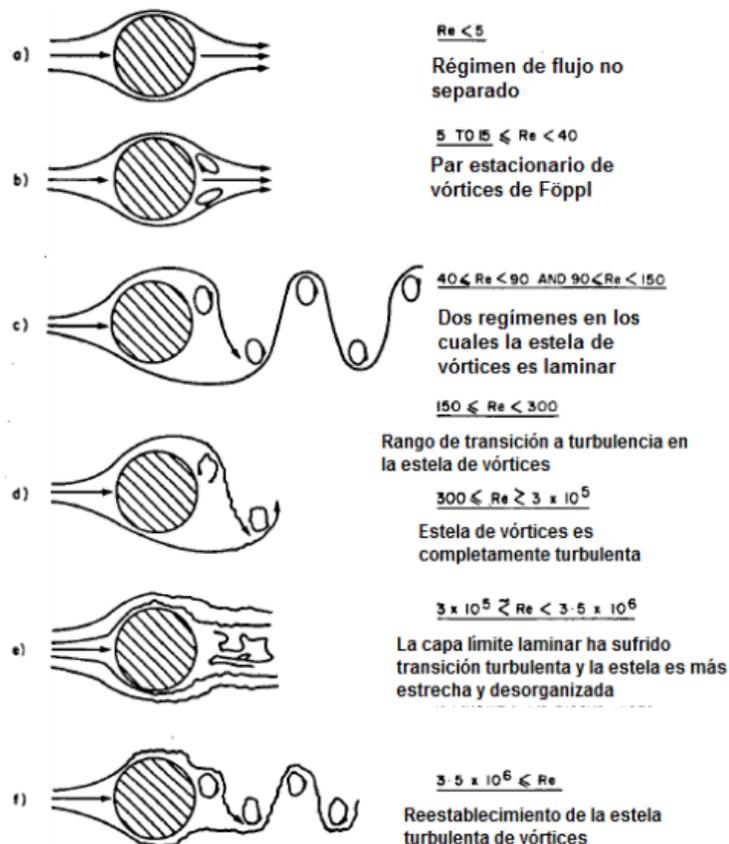


Figura 2.1 Patrones de flujo a diferentes números de Reynolds.  
 Ilustración obtenida de: <http://159.90.80.55/tesis/000155355.pdf> el 14 de febrero, 2019.

En 2001, Blevins [18] ofrece una clasificación más detallada al comportamiento de los patrones de flujo conforme aumenta el número de Reynolds. En la figura anterior se puede observar que con Re bajos el flujo no se desprende del cuerpo debido a la importancia que toman los esfuerzos viscosos sobre los inerciales y conforme se incrementa este parámetro se comienzan a producir diversos tipos de fenómenos relacionados al desprendimiento de capa límite. El trabajo presente se enfocará en aquellos intervalos en los que se produce la “Calle de vórtices de Von Kármán” (figura 2.1 inciso c) del cual se hablará más adelante. Es importante denotar la importancia en caracterizar el fluido con un número adimensional, ya que en otras zonas se producen diferentes fenómenos.

### 2.3 Flujo potencial alrededor de cuerpos

Un flujo potencial es aquel que es inviscido (no presenta oposición al movimiento) y no tiene gradientes de densidad (la masa es constante en el espacio, y es estacionario). Tomando en cuenta estas consideraciones, se puede afirmar que se tiene un flujo irrotacional. En un flujo irrotacional, la vorticidad es cero en todas sus partes [19]:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v} = 0 \quad (2)$$

Lo que significa que el fluido en vez de tener una oposición debida a la viscosidad, éste *resbala* y por tanto no existen gradientes de velocidad.

En la siguiente figura se observa la diferencia de comportamiento entre un flujo en el que se consideran los efectos viscosos y en el que se desprecian (flujo potencial). En la primera parte de la imagen se observa un perfil de velocidades de forma didáctica para entender el gradiente de velocidades que se genera por la viscosidad y la forma en que modifican el fluido. En la parte de la derecha se observa el comportamiento homogéneo del campo de velocidades del fluido.

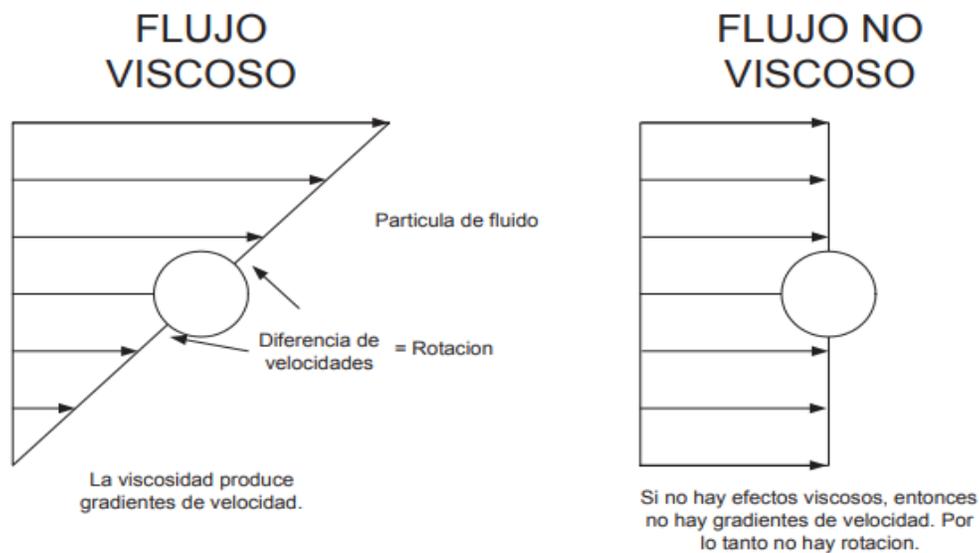


Figura 2.2 Comparación entre el comportamiento de un flujo viscoso y un flujo potencial. Recuperado de: <https://bit.ly/2ICQrGI> el 8 de febrero, 2019.

La teoría de flujo potencial nos ayuda a entender el comportamiento de un fluido con un obstáculo inmerso en él, empleando ecuaciones que describen los comportamientos de los fluidos; sin embargo, debido a las grandes simplificaciones que se deben tomar en cuenta para lograr obtener este tipo de comportamientos, la realidad no se asemeja con las teorías obtenidas, aunque sean matemáticamente adecuadas o implican ecuaciones matemáticas muy complejas para simular un comportamiento real.

En la siguiente imagen se presenta un esquema del comportamiento teórico de un flujo potencial y el contraste con el comportamiento real que se tiene en un flujo alrededor de un cilindro. Debido al comportamiento esperado, todo el campo de presión que se encuentra alrededor de un cilindro de sección circular (de forma teórica) genera un estado de estabilidad en el que no aparece ninguna fuerza vertical (sustentación) ni fuerza horizontal (arrastre o resistencia aerodinámica), este último hecho en el que no aparece la fuerza de oposición al movimiento en un flujo alrededor de un cilindro se le conoce como paradoja de D'Alembert [Ver anexo 1].

Este comportamiento sólo se presenta aguas arriba del cuerpo sumergido; sin embargo, el mecanismo que modifica el comportamiento es el desprendimiento de la capa límite.

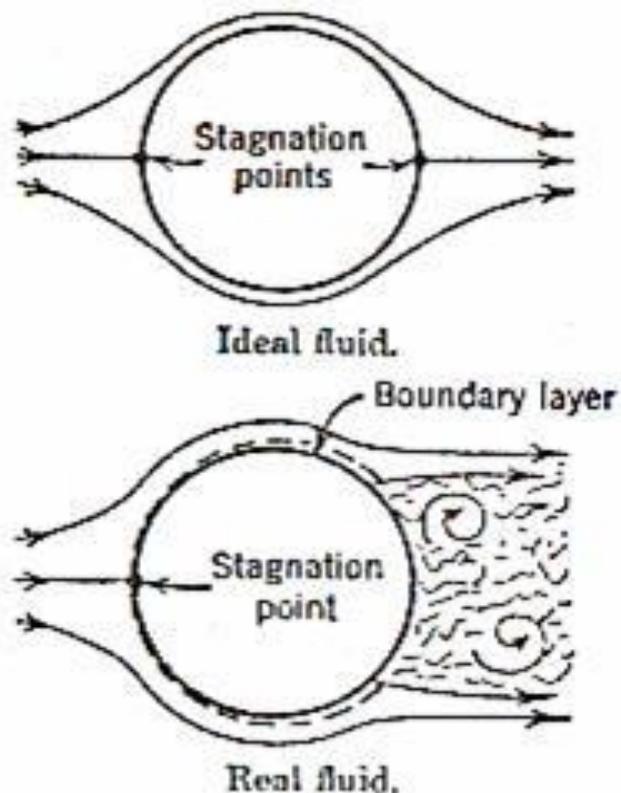


Figura 2.3 Comportamiento de un fluido potencial contra el comportamiento real.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2GEDQjF> el 11 de febrero, 2019.

## 2.4 Desprendimiento de la capa límite

Como se mencionó en la introducción al tema, existe una región cerca del obstáculo en la que las fuerzas de fricción siguen estando vigentes, esta región es llamada capa límite. Dicho fenómeno existe debido a la condición de contorno de no deslizamiento, la cual implica que no existe movimiento entre las partículas de fluido y el sólido (es decir que la velocidad es cero en los bordes del obstáculo). Antes de presentar los fenómenos relacionados al desprendimiento de capa límite en cuerpos romos, se analizará la naturaleza del desprendimiento.

La ubicación del punto de separación del flujo depende principalmente de la geometría del cuerpo, si hay cambios abruptos en la geometría ocurrirá una separación cerca del cambio abrupto o en sus alrededores y en seguida se encontrará su punto de readhesión. Entre ambos puntos se encuentra flujo recirculando a bajas presiones. Este mecanismo está presente en cuerpos con aristas y geometrías con ángulos obtusos.

El mecanismo para predecir la ubicación del punto de separación sin un cambio abrupto de geometría se muestra en la figura 2.4. Prandtl demostró que el desprendimiento de capa límite se debe a la pérdida de cantidad de movimiento del fluido de la capa límite cerca de las paredes del objeto. Esto debido a la distribución de presiones en los cuerpos [15]. Aguas arriba, en la primera interacción entre el fluido y el cuerpo (borde de ataque) se tendrá el primer punto de estancamiento con la mayor presión del fluido y conforme se desarrolla la capa límite irá disminuyendo paulatinamente. Dicho gradiente de presiones genera un movimiento del flujo cerca de la pared favorable en el flujo, denominado *gradiente favorable* ( $dp/dx < 0$ ). Aguas abajo del material que interactúa con el fluido, debido al constante contacto entre el cuerpo y el flujo, dentro de la capa límite en donde el comportamiento viscoso toma relevancia (capa límite) debido a la condición de no deslizamiento, se pierde gradualmente la velocidad, aumentando consigo la presión hasta que el gradiente de presiones vuelve a tomar un carácter positivo, haciendo que sea contraproducente al movimiento deseado y provocando el desprendimiento de la capa límite. A este gradiente se le llama *gradiente adverso de presión* ( $dp/dx > 0$ ).

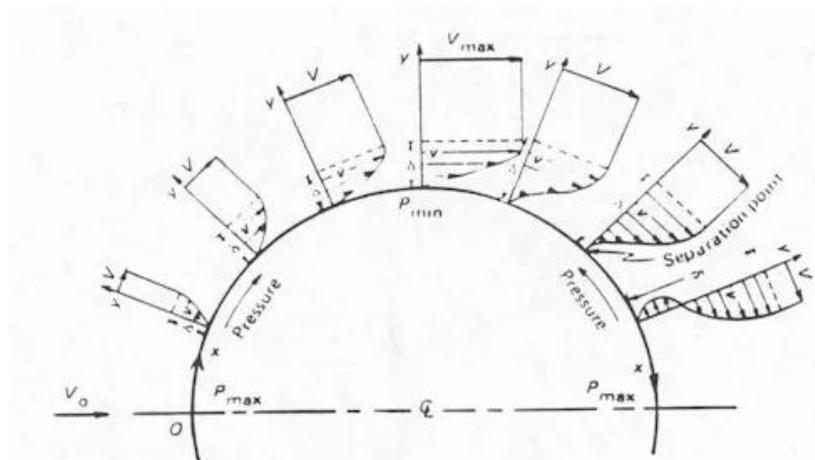


Figura 2.4 Desprendimiento de la capa límite en un cilindro.  
Imagen recuperada de: <https://bit.ly/2DENf84> el 14 de febrero, 2019.

Otra importante aportación de la figura anterior es el comportamiento del campo de velocidades alrededor del cilindro, la cual va ligada directamente a los cambios de la presión en el flujo, alcanzando sus valores pico antes de la presencia del gradiente adverso y, por consiguiente, la desaceleración del fluido en la parte posterior del cilindro. La forma de “S” que toma el perfil de velocidades del fluido se debe a que la parte que pierde la cantidad de movimiento se enfoca únicamente a la que está en contacto con la superficie que está regida por la condición de no deslizamiento, por ello, aunque esa parte empieza a moverse en contracorriente, el resto se mantiene en la dirección que requiere acoplarse con el flujo en el que no se consideran los efectos viscosos [20]. En la imagen 2.5 se observa el mecanismo de desprendimiento de la capa límite, en el que se comienza con un gradiente favorable a la entrada sin puntos de inflexión y en el inciso (c) comienza a presentarse un punto de inflexión que modifica la forma natural de la capa hasta llegar a un punto de equilibrio en el que se da la separación. En el caso de una capa límite que avanza en presencia de un gradiente adverso, la pérdida de *momentum lineal* será debida a dos razones: la primera consiste en que una parte de energía se utilizará en contrarrestar el rozamiento que tiene con la pared y el otro en vencer dicho gradiente adverso de presión. Es importante destacar la dirección del fluido debido al gradiente adverso, ya que los efectos que se generan son de vital importancia para el presente estudio.

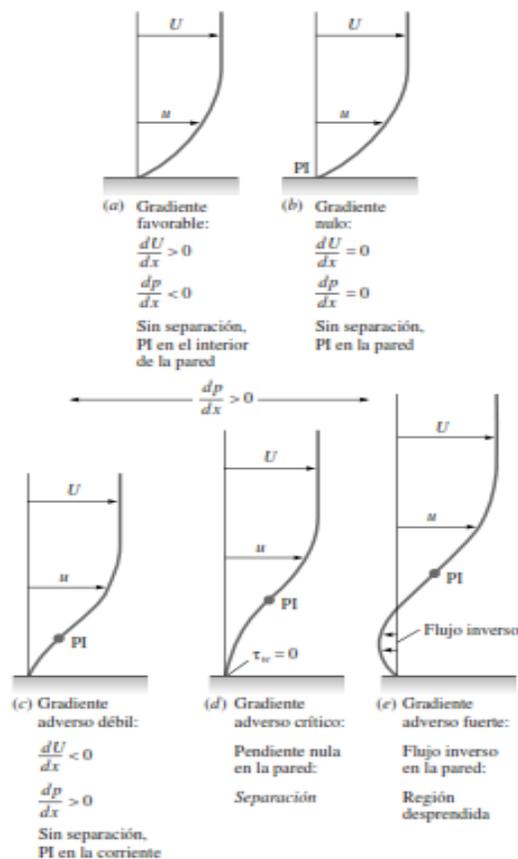


Figura 2.5 Sucesión del mecanismo de desprendimiento de capa límite. PI= punto de inflexión.  
 (Imagen recuperada de Mecánica de fluidos, F. White. sexta edición)

## 2.5 Desprendimiento de la capa límite en cuerpos con aristas

Uno de los fenómenos más estudiados referente al desprendimiento de la capa límite y sus aplicaciones incluyen el comportamiento de dicha separación en estructuras civiles. Cuando el viento incide en algún edificio se generan áreas de succión y sobrepresión, las cuales, a diferencia de los cuerpos fuselados, pueden ser ubicados en función de la geometría del cuerpo haciendo que se pueda obtener un aproximado de la ubicación del lugar en que se encontrará la recirculación del fluido de forma “estacionaria” [16]. Todo el flujo de fluidos y distribución de presiones siguen el comportamiento que se describirá a continuación debido al desprendimiento que se produce, ya que, sin este efecto, la presión sería estática en todas las partes de la estructura analizada.

El coeficiente de presión está establecido como la diferencia entre la presión en un punto específico  $p(x,y,z)$  y la presión de referencia (usualmente se asocia a la presión atmosférica), la cual es una presión estática de la corriente incidente dividida por la presión dinámica:

$$c_p(x, y, z) = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (3)$$

en donde  $P_\infty$  es la presión de referencia,  $\rho$  es la densidad del aire y  $U_\infty$  es la velocidad del flujo no perturbado o de referencia.

Este coeficiente sirve para conocer la relación que existe entre la presión estática y la dinámica medida en un tiempo específico para ambos casos y poder conocer el comportamiento del viento en las estructuras. Un caso práctico puede observarse en la figura 2.6 en la que el campo de fluido al incidir sobre los elementos de la edificación se modifica en función de la geometría dada. En la cara que da directo al viento en el punto de estancamiento se crea una zona de sobrepresión en la que el coeficiente de presión es positivo, mientras que en la cubierta y en la parte trasera del edificio la carga aerodinámica es de succión (coeficiente de presión negativo). Es importante denotar que el comportamiento (como se ha mencionado en reiteradas ocasiones) del viento se modificará en función de la geometría, así pues, en el inciso b) de la imagen se puede observar que se genera una zona de succión en el tejado debido a que el ángulo del techo es mayor a  $90^\circ$ , generando que la separación en la parte frontal se divida con respecto a la siguiente sección por el cambio brusco en la curvatura. Caso contrario es el siguiente inciso en el que el ángulo en el tejado es menor a  $90^\circ$  y la curva más pronunciada se encuentra en la punta de la estructura, haciendo que la separación del fluido se fomente en esta parte y la succión se produzca en la parte posterior de la estructura [16].

El comportamiento que se observa en este tipo de estructuras está altamente ligado a la forma de los edificios, y gracias a manuales de construcción, se tengan procedimientos analíticos o formas probadas en túneles de viento para determinar los esfuerzos más grandes que pueden presentarse. Sin embargo, en cuerpos fuselados, no existen cambios de geometría abruptos, haciendo que se tenga que estudiar el comportamiento del viento alrededor de estos de forma experimental y computacional; sin embargo, las expresiones que se utilizan para analizar el flujo son las mismas para ambos casos.

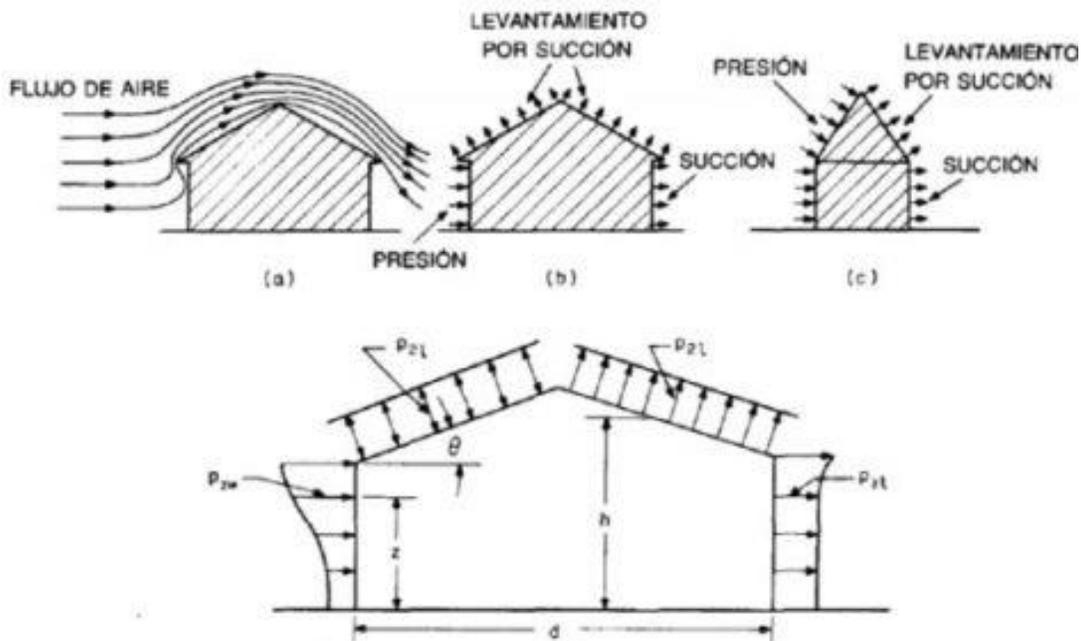


Figura 2.6 Comportamiento de flujo de aire alrededor de estructuras con aristas.  
 Recuperado de: <https://bit.ly/2E7aKYR> el 11 de febrero, 2019.

## 2.6 Desprendimiento de capa límite en cuerpos sin aristas

Aunque el mecanismo de capa límite sea aplicable para diversas geometrías, los casos más analizados por la ingeniería mecánica hacen referencia a los cuerpos que no contienen aristas. Entre este tipo de geometrías se encuentran esferas, círculos y cilindros. En esta sección se mostrarán los efectos del desprendimiento de la capa límite en la parte adversa de un cilindro, ya que la distribución aguas arriba de este tipo de geometrías pueden compararse a las de flujo potencial (zona previa al desprendimiento de la capa límite), y aguas abajo aparecen diversos fenómenos relacionados al número de Reynolds.

La distribución de presiones de forma ideal se deriva de la teoría de flujo potencial previamente comentado en el que el campo de presiones generadas por el flujo es homogéneo alrededor de toda la superficie; sin embargo, en la figura 2.7 se observa cómo se comporta la presión en la superficie del cilindro en función del ángulo en el que se encuentra y así mismo, se puede apreciar la simetría que presenta en su forma ideal (modelo proporcionado por la teoría no viscosa). En contraste, se muestra el comportamiento real del coeficiente de presiones considerando una separación laminar y turbulenta. Debido a que el comportamiento turbulento genera un comportamiento homogéneo en el flujo, es más resistente a fluctuaciones del entorno, lo que se traduce en el retraso de la separación de la capa límite comparado con la separación laminar. En la misma imagen se observa dicho comportamiento de forma gráfica en la que la estela generada en separación turbulenta tiene un menor tamaño ya que el desprendimiento se genera aproximadamente en un ángulo de  $120^\circ$ , esto produce que la fuerza de arrastre (fuerza horizontal presentada en oposición al movimiento) sea menor en ese caso [17].

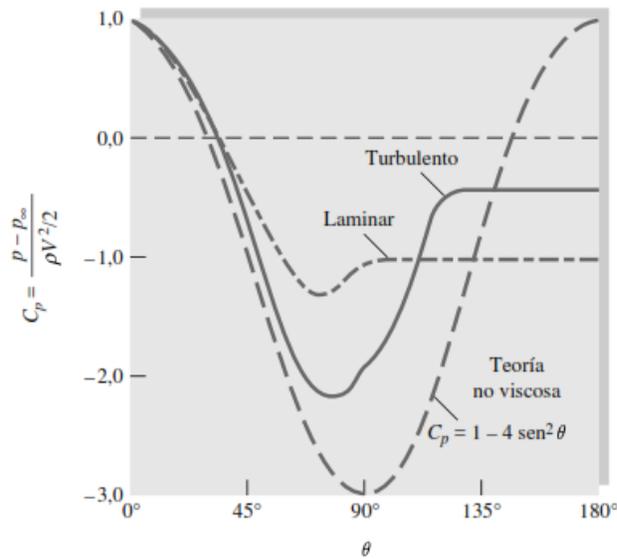
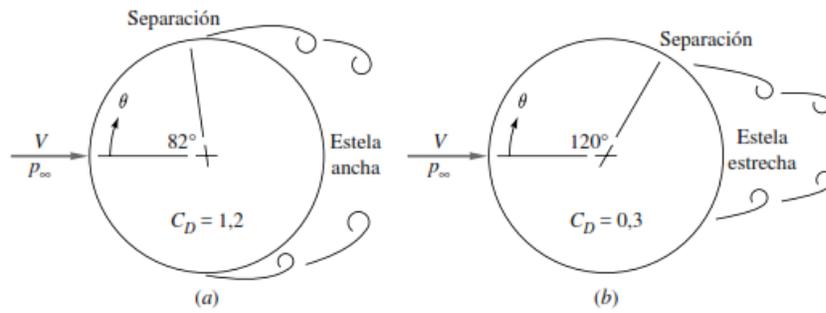


Figura 2.7 Comportamiento de un flujo alrededor de un tubo de sección circular. Recuperado de: *Mecánica de fluidos*, F. White. sexta edición

Al igual que en el comportamiento del fluido, el número de Reynolds modifica la forma en que se presenta la separación de la capa límite. En la figura 2.8 se muestran los diferentes mecanismos de desprendimiento. A números de Reynolds bajos (a) se realiza una separación de capa límite laminar a  $80^\circ$ . Una vez separada, se realiza la transición a flujo turbulento lejos de la superficie. En la siguiente sección, se muestra la separación de un flujo en transición (b) en la que se realiza la separación laminar en un intervalo aproximado al anterior, se realiza una inmediata transición cerca de la superficie, provocando un aumento local en la velocidad del fluido por la distribución que se crea por la mezcla del fluido exterior con el cercano a la superficie debido a la turbulencia, lo que genera una readhesión del flujo al cilindro. Eventualmente se crea una segunda etapa de separación; sin embargo, se realiza la separación turbulenta y finalmente, se presenta el caso (c) en que llega un flujo turbulento a la zona de desprendimiento, el cual llega a  $110^\circ$  aproximadamente por la resistencia a cambios bruscos de la presión debido a la continua mezcla que presenta este tipo de régimen [21].

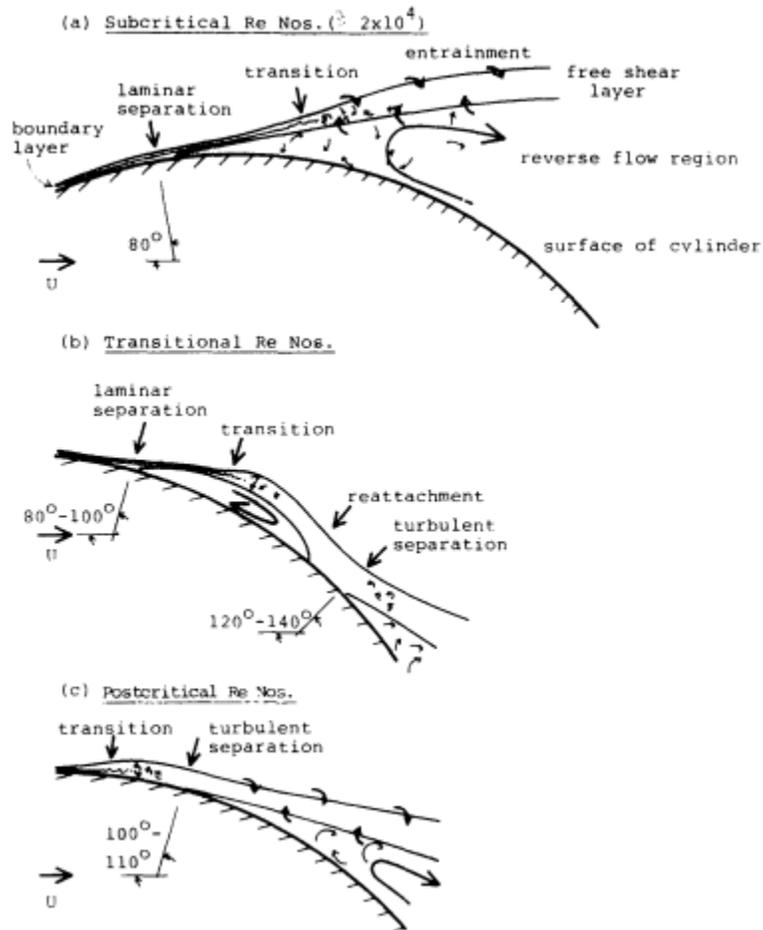


Figura 2.8 Comportamiento del desprendimiento de capa límite a diversos  $Re$ .  
 Imagen recuperada de: Basu, R. I. (1985) [23]

## 2.7 La calle de vórtices de Von Kármán

Para que el fluido sea forzado a moverse alrededor del cilindro y que el fenómeno de desprendimiento de vórtices tenga lugar, es necesaria más energía de la que se proporciona por la diferencia de presión creada por la transformación de energía cinética en el punto de estancamiento, donde la velocidad tiende a cero y se tiene una presión máxima (Blevins, 2001) [18].

Aunque los fenómenos ocasionados por un fluido alrededor de un obstáculo han sido estudiados desde las primeras fases de la ingeniería del viento, fue hasta 1912 que el investigador húngaro Teodoro Von Kármán logra plantear las bases para el análisis de uno de los fenómenos principales. La idea básica planteada es que el fenómeno se presenta con la superposición de vórtices irrotacionales que se forman al paso de un fluido alrededor de un obstáculo, los cuales viajan aguas abajo con el fluido de forma ordenada, similar a las huellas dejadas al caminar por una calle [22].

Este fenómeno se presenta debido a la separación de la capa límite, como se mencionó en la sección anterior y la figura 2.9 muestra la naturaleza de la dirección de los vórtices generados. Es importante resaltar que este fenómeno es simétrico con respecto al eje del cuerpo, haciendo que a Reynolds bajos se presenten los remolinos de forma simultánea y conforme aumenta, los vórtices son arrastrados aguas abajo de forma alternada [23]. Al igual que en los cuerpos con aristas, la aparición de los vórtices y la interacción con el cuerpo generan un campo de presiones fluctuantes a lo largo del cilindro, las cuales pueden provocar oscilaciones si el cuerpo sumergido es flexible. Cabe resaltar que los mayores coeficientes de presión que ocurren en este fenómeno se dan en dirección normal al campo de velocidades del fluido, haciendo que la naturaleza de las vibraciones generadas por la separación de los remolinos sea en dicha dirección [24]. Las oscilaciones que presentan los cuerpos flexibles se deben al desbalance de presiones que existe debido al desprendimiento de los vórtices, es decir, una vez que un vórtice se desprende del cuerpo la velocidad del fluido se incrementa en el lado opuesto, lo que genera una sección de baja presión, la cual se compensa con el movimiento del cuerpo en esa dirección, y así da pie a la generación del siguiente vórtice, generando así un ciclo de desprendimiento de forma alternada (figura 2.9) [25] [26].

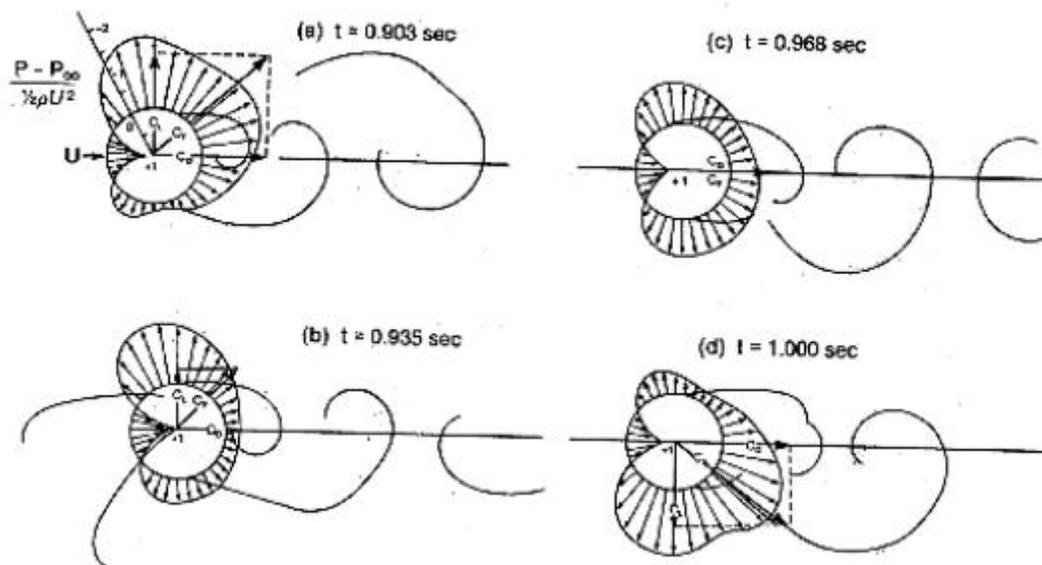


Figura 2.9 Comportamiento del coeficiente de presiones a lo largo de un ciclo de desprendimiento de vórtices.  $Re=112000$ .

Recuperado de: <https://on.doi.gov/255e22j> el 15 de febrero, 2019.

Uno de los primeros modelos de explicación para la forma alternante de la generación de vórtices es dada por Gerrard (1965) [27]. La aparición y consiguiente separación de los vórtices está completamente ligada al número de Reynolds, es decir, a números muy bajos el fluido no se desprende del cuerpo ya que las fuerzas viscosas dominan la región, conforme aumenta la velocidad del fluido (suponiendo una sección, presión y viscosidad constante),

las fuerzas de inercia comienzan a dominar y es en este punto cuando surge una pequeña recirculación debido a que la presión aguas abajo del objeto es mayor (figura 2.8), provocando un flujo en dirección opuesta al del fluido libre. A números de Reynolds más altos, los vórtices obtienen más *energía* de la interacción entre las dos capas cortantes (*shear layers*), haciendo que los vórtices puedan separarse. En la figura 2.10 se observa el movimiento del fluido una vez que el vórtice se desprende del cuerpo. En la dirección a, se muestra una rotación con signo opuesto al de generación de vórtices y es la que lo lleva a la separación del cuerpo y eventualmente lo arrastra a la estela hasta que se disuelve, la dirección b cruza hasta la otra capa de corte y la dirección c presenta una recirculación en esa zona [28].

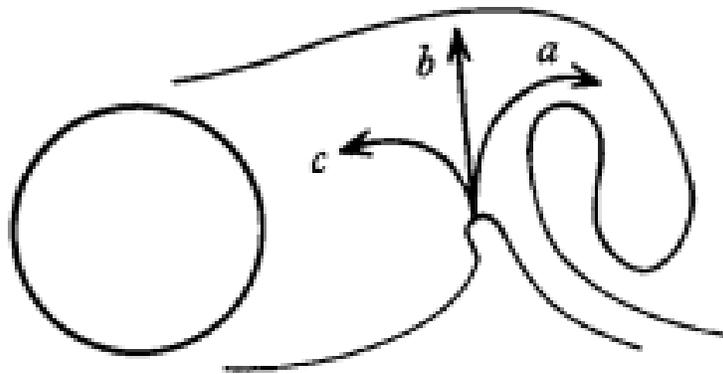


Figura 2.10 Bosquejo de las fuerzas en la región de formación de vórtices.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2GVQcEn> el 21 de febrero, 2019.

Una vez realizados diversos estudios del fenómeno de desprendimiento de vórtices, se encontró que en una estructura cilíndrica esbelta la frecuencia de la separación es diferente para cada sección debido a la velocidad del viento, la cual difiere en función de la altura, es decir, la estructura no tiene una frecuencia homogénea de desprendimiento de vórtices [29].

## 2.8 Vibración inducida por vórtices (VIV)

En 1940 se produjo uno de los más grandes acontecimientos que revolucionó la forma de diseñar estructuras de las grandes obras de ingeniería, el colapso del Puente de Tacoma Narrows. Aunque el fenómeno que se presentó fue una divergencia torsional, permitió entrever la importancia del viento en la ingeniería del diseño y las repercusiones que tenía no contemplar la energía que absorbían las estructuras al estar en constante interacción con el viento. Por ello, investigaciones recientes [29] [30] han intentado aprovechar de la energía que provee el viento, la cual siempre ha buscado ser disminuida y poder transformarla en electricidad con la ayuda de “La calle de vórtices de Von Kármán”.

En función del desprendimiento alternante de los vórtices (figura 2.11), se establece una fuerza lateral armónica con la misma frecuencia que la frecuencia de desprendimiento de los

vórtices. La velocidad del fluido  $U_1$  de los vórtices es aproximadamente el 85% de la velocidad del flujo libre. Para una estructura que tiene una restricción de movimiento, la distancia  $l_v$  entre los vórtices debe ser proporcional al ancho de la estructura ( $d$ ) perpendicular a la dirección del fluido. Finalmente, el tiempo que transcurre entre vórtices es igual a la distancia  $l_v$  dividida por la velocidad  $U_1$  a la que viajan los vórtices. Es por ello que la frecuencia de desprendimiento  $f_s$  es  $U_1/l_v$ , que a su vez es proporcional a  $U/d$ , el factor de proporcionalidad es el número de Strouhal [26].

$$\frac{U_1}{l_v} \propto \frac{U}{d} \quad (4)$$

$$f_s = \frac{U_1}{l_v} = S_t \frac{U}{d} \quad (4.1)$$

El número adimensional de Strouhal (ecuación 4.2) representa las fuerzas inerciales debido a los cambios de velocidad de un punto a otro (oscilaciones) en un campo de flujo, y depende de la sección transversal de la estructura, de la rugosidad de la superficie, la turbulencia del viento, del movimiento de la estructura y del número de Reynolds [23].

$$S_t = \frac{f_s D}{U_\infty} \quad (4.2)$$

Donde:

$S_t \triangleq$  Número de Strouhal

$f_s \triangleq$  Frecuencia de generación de vórtices

$D \triangleq$  Longitud característica de la geometría del obstáculo

$U_\infty \triangleq$  Velocidad media del flujo

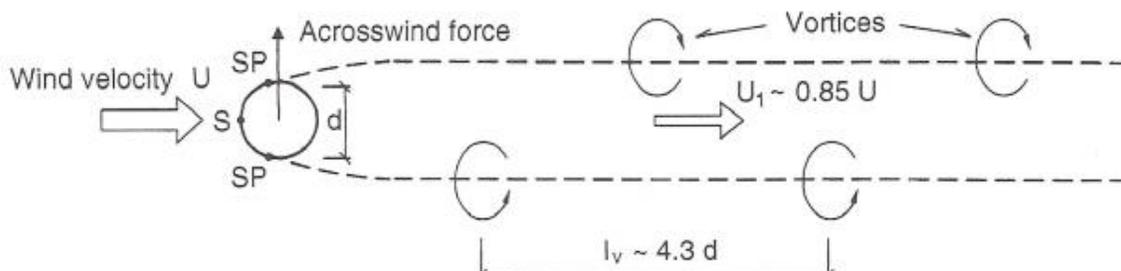


Figura 2.11 Desprendimiento alternado de vórtices.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2VdqU8w> el 25 de febrero, 2019.

En estructuras de ingeniería civil pueden ocurrir grandes vibraciones si la frecuencia dominante del desprendimiento de torbellinos  $f_s$ , esta próxima o coincide con una frecuencia natural de la estructura  $f_e$ , asociada a un modo de vibración en la dirección transversal del viento. Para ello se define la velocidad crítica del viento  $V_{cr}$ , para  $f_s = f_e$  como [26]:

$$V_{cr} = f_e \frac{d}{S_t} \quad (5)$$

Así mismo, la velocidad crítica del viento a la que se generan vórtices en estructuras de sección circular definida por el MTCDV (20017) [31] como:

$$V_{cr} = 5f_e d \quad (6)$$

Donde:

$V_{cr} \triangleq$  Velocidad crítica del viento

$f_e \triangleq$  Frecuencia natural de vibración de la estructura

$d \triangleq$  Dimensión de la estructura paralela a la dirección del viento

A medida que incrementa la velocidad del flujo, la frecuencia de desprendimiento de vórtices aumenta de tal forma que habrá una velocidad a la cual el desprendimiento tendrá una frecuencia cercana a la frecuencia natural de oscilación del cuerpo. Cuando el cuerpo está en oscilación, comienza una interacción compleja entre el cuerpo y el campo de flujo a su alrededor, donde se pueden obtener dos características: a) existe un intervalo de velocidades de flujo donde la frecuencia de desprendimiento de vórtices se sincroniza con la frecuencia de oscilación (lock in), y b) la respuesta del cilindro puede exhibir histéresis<sup>5</sup>, con saltos en la amplitud de oscilación y en las fuerzas de fluido que actúan sobre el cuerpo, dicho fenómeno de resonancia no lineal se conoce como vibración inducida por vórtices [23].

Las VIV son vibraciones perpendiculares inducidas en un objeto cuando un fluido fluye alrededor de él, para poder obtener la respuesta adecuada en el sistema se requiere de un número adimensional denominado *velocidad reducida*, el cual sirve para relacionar la velocidad del flujo libre con características propias de un objeto en cuestión. En este caso, la frecuencia natural del objeto sumergido [18].

$$V_r = \frac{U_\infty}{f_N \cdot D} \quad (7)$$

Donde:

$f_N \triangleq$  Frecuencia natural de oscilación del material

La importancia del número para este caso recae en el empleo del número de Strouhal en la ecuación (4.2) para dejar la velocidad en función de dicho número y las frecuencias de oscilación natural y de desprendimiento de vórtices:

$$V_r = \frac{1}{S} \frac{f_s}{f_N} \quad (8)$$

Debido a que la velocidad reducida está en función del número de Strouhal y las frecuencias, el comportamiento del fluido en función de esta variable es similar a la presentada por el número de Reynolds. Conforme aumenta la velocidad reducida, se presentan diferentes respuestas [23]. En la figura 2.12 se muestra que en coeficientes entre 1.5 y 2.5 la generación

---

<sup>5</sup> Tendencia de un material a conservar una de sus propiedades, en ausencia del estímulo que la ha generado. Definición recuperada de: EcuRed el 18 de febrero, 2019.

de vórtices alrededor del cilindro es prácticamente simétrica, uno por cada lado en cada ciclo. Sin embargo, el patrón es inestable y aguas abajo los vórtices se juntan y terminan formando una estela escalonada. En el siguiente intervalo se presenta “La calle de vórtices de Von Kármán”, un par de vórtices a cada costado del cilindro de forma alternada, los cuales componen la estela de la estructura.

Finalmente se presenta un fenómeno en el que aún se generan los vórtices alternados; sin embargo, la respuesta predominante del cilindro se da en el eje perpendicular al de la velocidad de flujo libre y es este intervalo en que las principales vibraciones ocurren, siendo 10 veces mayores a las respuestas que se obtenían en los intervalos anteriores (figura 2.13).

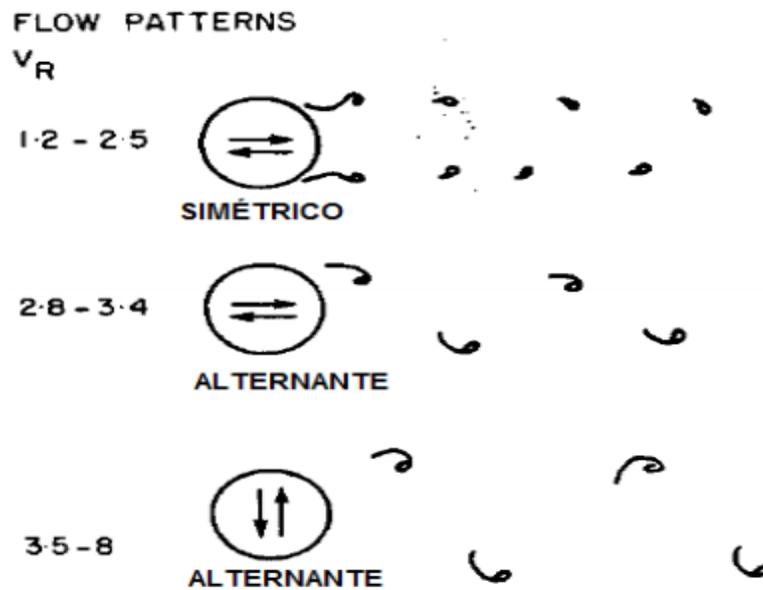


Figura 2.12 Generación de vórtices en función de la velocidad reducida.  
Recuperado de: <http://159.90.80.55/tesis/000155355.pdf> el 18 de febrero, 2019.

### 2.8.1 Acoplamiento (lock-in)

La calle de vórtices de Von Kármán presentado anteriormente, se caracteriza por el desprendimiento alternado y periódico de torbellinos aguas abajo del cuerpo en el que se sumerge un fluido. Dichos desprendimientos generan fuerzas laterales de forma periódica, las cuales son la causa de vibraciones laterales del cuerpo [26].

De forma didáctica, se considerará un cilindro de sección circular rígido inmerso en una corriente de aire con una velocidad media uniforme, el cual está elásticamente apoyado y posee un amortiguamiento mecánico en dirección perpendicular a la incidencia del viento y tiene una restricción en la dirección paralela al flujo.

Bajo las condiciones anteriores el desprendimiento de vórtices genera un movimiento periódico que aumentará conforme se aproxime a la frecuencia natural del cilindro. En las cercanías de esta frecuencia, las vibraciones del cuerpo incrementan y el cuerpo comienza a

interactuar con la corriente. De forma experimental, se observa que en ese punto la frecuencia mecánica del cuerpo controla el desprendimiento de vórtices aún con fluctuaciones en la velocidad media de la corriente que alejan la frecuencia nominal de Strouhal con la frecuencia natural del cilindro. Este control del fenómeno por las fuerzas mecánicas se conoce como *lock-in* o sincronización [26].

El fenómeno de sincronización no sigue la función lineal de la velocidad que establece la ley de Strouhal, sino que existe un intervalo de velocidades (banda de bloque) de la corriente en la cual la frecuencia de desprendimiento de vórtices se sincroniza con la frecuencia natural del cuerpo. El intervalo de velocidades queda expresado en función de la velocidad reducida (ecuación 7) como:

$$4 < V_r < 8 \tag{9}$$

En la figura 2.13 se muestran datos experimentales de la oscilación de un cilindro. Bajo el fenómeno de sincronización se observa que ante el aumento en el número de Strouhal se mantiene constante en el intervalo de valores previamente escrito. Así mismo, se aprecia el aumento en la amplitud en la zona de lock-in. En el presente trabajo se hará una optimización en el diseño del aerogenerador Vortex para obtener una sincronización homogénea en todo el material.

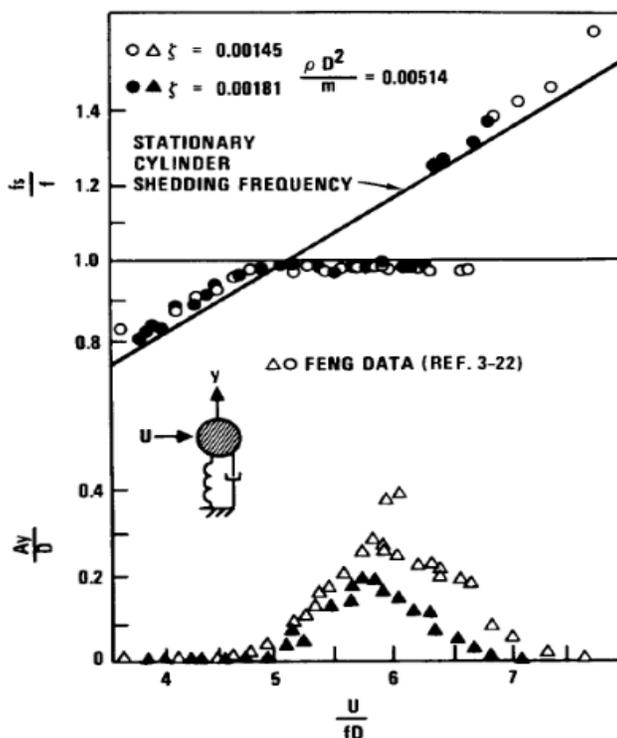


Figura 2.13 Frecuencia y amplitud del desprendimiento de vórtices. Recuperado de: <https://bit.ly/2VdqU8w> el 25 de febrero, 2019.

### CAPÍTULO 3

## DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO DE UN AEROGENERADOR TIPO VORTEX

### 3.1 Estrategia e hipótesis de modelación

Para poder realizar el modelo se requieren ciertas consideraciones que se han mencionado anteriormente de forma breve en cada uno de los temas que se asociaban a ellas. Entre las más importantes están: la selección de la geometría, la obtención del perfil de velocidades del viento y los materiales que se utilizarán. A continuación, se presentarán algunos precedentes teóricos para comprender la forma en que se plantea el desarrollo del modelo.

#### 3.1.1 Modos de desprendimiento de vórtices

Debido a que el fenómeno de desprendimiento de vórtices tiene grandes repercusiones en el diseño de estructuras civiles, existe una gran base de datos experimentales de fuerzas, los cuales se han obtenido mediante ensayos de cilindros sometidos a una oscilación sinusoidal controlada dentro de una corriente libre [26]. En 1988, Williamson y Roshko [32] realizaron un estudio de diversos modelos de desprendimiento de vórtices de un cilindro con una trayectoria sinusoidal a diferentes intervalos de amplitudes de onda, de los cuales se realizó una definición de cada una de las zonas cercanas a la región de acoplamiento. En la figura 3.1 se muestran los diferentes mecanismos que encontraron. En cada ciclo de desprendimiento de vórtices se observa la aparición de vórtices simples (S) y parejas de ellos (P) a cada costado de la estructura, dando lugar a modelos como 2S, 2P y P + S, siendo las principales formas de desprendimiento en la zona de acoplamiento [26].

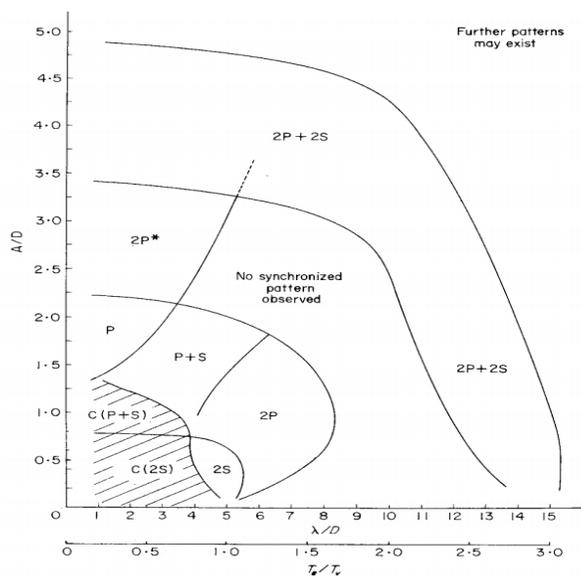


Figura 3.1 Modos de desprendimiento en función de la amplitud y la frecuencia relativa.

Recuperado de: <https://bit.ly/2TPS7Cb> el 19 de marzo, 2019

El esquema anterior muestra que, ante amplitudes y longitudes de onda iguales, si el diámetro del cilindro se modifica, se presentarán diferentes tipos de desprendimiento a lo largo del cuerpo. Es por ello que se debe tener especial cuidado con la relación entre diámetros mínimo y máximo para poder caracterizarlo en un mismo modo de desprendimiento. En la figura 3.2 se muestran los resultados de Techet *et al.* [33] en el que se analizó la formación de un nuevo modo 2S-2P, la cual es una combinación de “modos básicos” y se debe por la formación de vórtices para diferentes secciones a lo largo de la longitud de un cilindro de sección variable sometido a una vibración transversal.

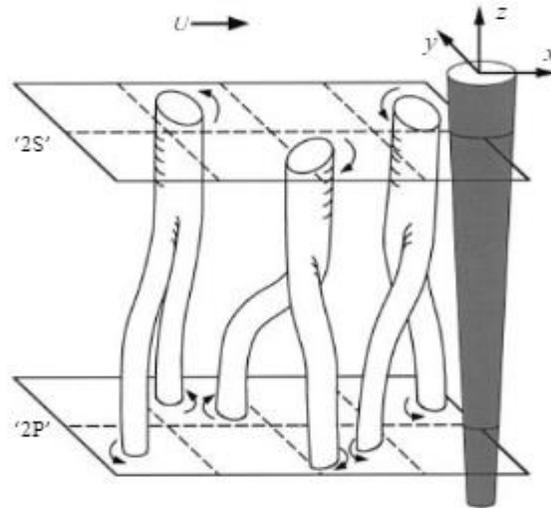


Figura 3.2 Bosquejo de modelo híbrido de modos de desprendimiento de vórtices.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2HICtBi> el 20 de marzo, 2019.

De esta manera, uno de los desafíos en el diseño será obtener un perfil adecuado para fomentar un único tipo de separación a lo largo de todo el cilindro cónico sin obtener un modelo híbrido que se modifique en función de la altura.

### 3.1.2 Capa límite atmosférica

Como se mencionó anteriormente, el movimiento del aire alrededor de la tierra depende directamente de la diferencia de presiones que se crea alrededor del globo terrestre por el calentamiento no uniforme; sin embargo, hay más fenómenos asociados al viento, entre los que destaca el fenómeno de arrastre provocado por la superficie terrestre en los movimientos de las masas de aire. A esta zona se le conoce como capa límite atmosférica y es similar a la capa límite de un cuerpo sumergido en un fluido, pero a gran escala. Se puede analizar el fluido con las ecuaciones de N-S para obtener el perfil de velocidades utilizando relaciones auxiliares que dependen del fenómeno (tales como las relaciones de la viscosidad de un vórtice  $K$  y la longitud máxima de mezcla  $L$ ). Es importante denotar que el desarrollo de los perfiles de velocidad no puede ser modelado de la misma manera debido a que en la atmósfera se presenta la fuerza Coriolis, la cual le vuelve a proveer energía al viento para afrontar durante más tiempo la fricción del fluido con la superficie, modificando los modelos que no consideran dicha fuerza [34].

La primera ley para modelar el perfil de velocidades fue propuesta en 1916 por Hellman [34], y se conoce como la ley de potencia, la cual está determinada matemáticamente como:

$$\bar{U}(z) = \bar{U}_{g2} \left( \frac{Z_{g1}}{Z_{g2}} \right)^\alpha \quad (10)$$

Donde:

$\bar{U}_{g2} \triangleq$  Velocidad media a una altura  $Z_{g2}$   
 $Z_{g1}$  y  $Z_{g2} \triangleq$  Alturas encima del terreno  
 $\alpha \triangleq$  Exponente que depende de la rugosidad del terreno

De forma general se ha determinado que la altura  $Z_{g2}$  es de 10 metros debido a que se estima que a esa altura la turbulencia generada por la superficie deja de afectar de forma relevante.

Tomando en cuenta el perfil de velocidades utilizando como base la ley de potencia, la geometría del modelo deberá corresponder con el cambio de velocidades en función de la altura, haciendo que coincida la forma geométrica para obtener una resonancia máxima a lo largo de todo el dispositivo.

Para reducir gastos de mantenimiento, la sección transversal del mástil es circular con la cautela de obtener un comportamiento continuo que no dependa de la dirección del viento, evitando dispositivos que orienten el equipo [29].

Tomando en cuenta todas las consideraciones anteriores, se espera un modelo que conste de dos partes principales, una varilla compuesta de materiales que sean resistentes a la flexión empotrada al suelo y una carcasa exterior que estará unida a la varilla en la parte libre, la cual aporte rigidez a la estructura, lo que permitirá al modelo asemejarse al modelo propuesto por Simiu y Scanlan [34] (un oscilador auto-excitado no lineal en el que se considerarán parámetros de excitación, amortiguamiento y rigidez) que consta de los mismos parámetros, pero se tratará como un modelo aeroelástico debido a que la solución se dará de forma experimental en un túnel de viento.

En una primera iteración se realizará un modelo a escala real, se obtendrán los parámetros permisibles utilizando una versión educacional del programa *Inventor Autodesk* con los materiales que contiene la paquetería de diseño y eventualmente se realizarán los ajustes necesarios para hacer un modelo a escala.

### 3.2 Geometría del aerogenerador

Para obtener el desarrollo matemático de la geometría se utilizó el contenido de la patente publicada por *World Intellectual Property Organization* [35] a nombre de la empresa Vortex Bladeless<sup>6</sup>.

Debido a que el dispositivo principal se compone de dos partes principales, se debe analizar por separado la forma en que se produzca un correcto funcionamiento de ambas piezas y

---

<sup>6</sup> El modelo más reciente incluye ecuaciones más complejas con parámetros que varían en función de la frecuencia de vibración; sin embargo, debido a que la tesis busca analizar el desprendimiento de la capa límite de forma didáctica, se optará por el uso de una versión anterior de su modelo.

posteriormente, obtener los parámetros de la estructura en conjunto. Para ello, se requieren ciertas suposiciones para poder continuar con la metodología con el fin de cumplir con las características previamente descritas:

1. El número de Strouhal permanece constante.
2. La velocidad obtenida es la resultante de la combinación de velocidad de viento y la velocidad de oscilación (la velocidad relativa).
3. El diámetro variará en función de la altura.

Para que la ecuación de Strouhal pueda ser aplicada, el desplazamiento de la varilla debe tender a cero para que la única velocidad que afecte sea la del viento, de forma opuesta se tendría una combinación de la velocidad del viento y la velocidad de oscilación de la estructura. Es por ello que el primer objetivo será encontrar esa distancia a la cual se cumple esta restricción [35].

Considerando una varilla de longitud  $L$  empotrada al suelo que se flexiona bajo una fuerza hasta una posición cualquiera  $(x,y)$ , debido a su condición de empotramiento, sigue un arco de circunferencia donde se forma un ángulo  $\theta$  entre la tangente al arco con respecto al eje horizontal (figura 3.5).

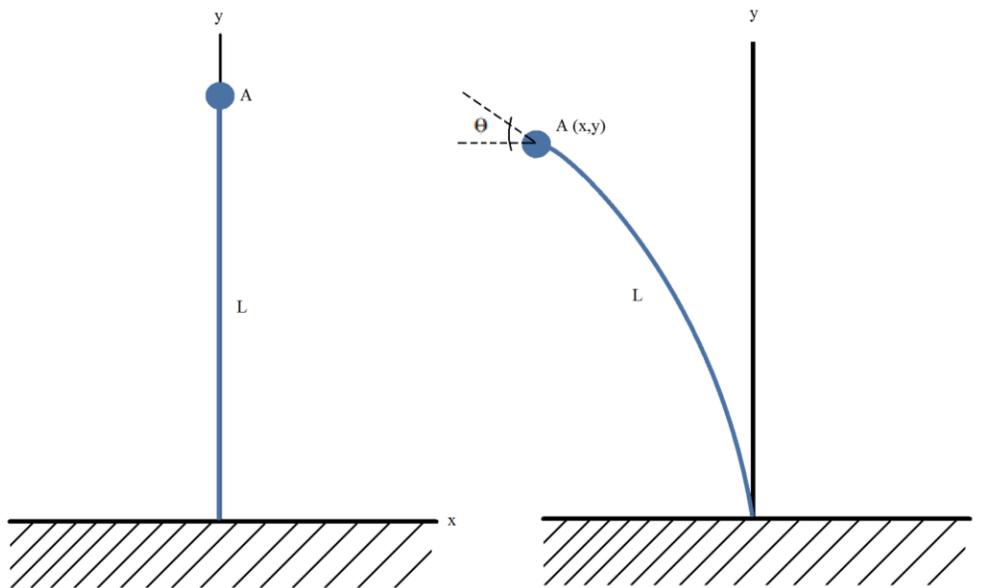


Figura 3.3 Movimiento de una varilla empotrada ante el efecto de un esfuerzo.

Para obtener dichas coordenadas en función de cualquier posición que tome se debe hacer una analogía con la ecuación de una circunferencia, la cual tiene el eje  $x$  coordenado con el centro de la circunferencia y el eje  $y$  es tangente al borde izquierdo (figura 3.4). Cuya ecuación está definida de la siguiente manera:

$$R^2 = (x - x_0)^2 + y^2 \quad (11)$$

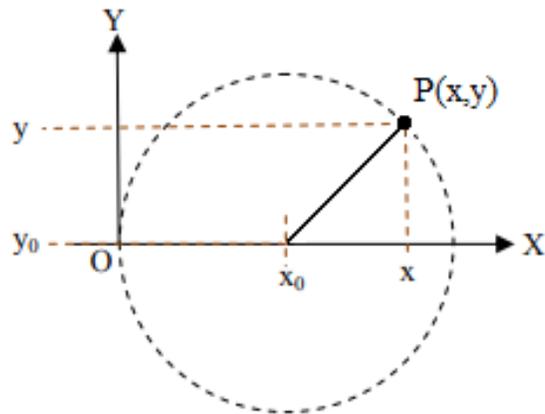


Figura 3.4 Coordenadas de un punto P.  
 Recuperado de: <https://bit.ly/2FvFrro> el 22 de marzo, 2019.

De esta manera cualquier distancia entre un punto en la circunferencia con respecto a  $x_0$  será equivalente a la medida del radio, R, como se ilustra en la figura 3.5.

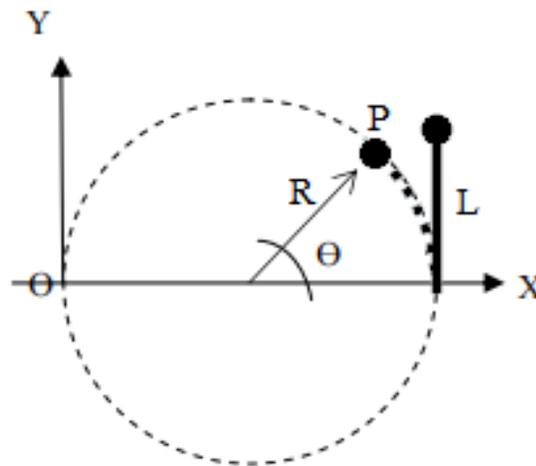


Figura 3.5 Varilla L flexionada a un punto P de una circunferencia.  
 Recuperado de: <https://bit.ly/2FvFrro> el 22 de marzo, 2019.

Utilizando la ecuación (11) y fórmulas que detallan la relación entre la superficie de circunferencia y el radio, se desarrollan las ecuaciones que determinan las coordenadas del punto P(x,y):

$$x = \frac{2L}{\theta \left( 1 + \frac{(\sin\theta)^2}{(1 - \cos\theta)^2} \right)} \quad (12)$$

$$y = \frac{2L}{\theta \left(1 + \frac{(\sin\theta)^2}{(1 - \cos\theta)^2}\right)} \cdot \frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta} \quad (13)$$

En el trabajo propuesto por Yañez *et al.* (2017) se logra obtener una ecuación similar a las ecs. (12) y (13) previamente descritas en las que se obtienen las coordenadas de la tangente que se crea en la flexión de la varilla a una distancia  $l$  ubicada entre el centro y la punta de la varilla. Una vez obteniendo ambas coordenadas, se graficaron diversos puntos en función de diferentes grados de flexión, concluyendo que el punto de equilibrio en el que el desplazamiento de la varilla es despreciable se alcanza en  $L/2$  para grados de flexiones menores a 10, lugar en que la ecuación de Strouhal puede ser aplicada y tendrá la frecuencia de vibración de referencia.

Para la parte del diseño de la carcasa exterior se requerirá el resultado anterior y aplicarlo a la ecuación 4.2, haciendo que la frecuencia que varía en función de la altura por la ley de potencia de velocidad del viento permanezca constante (una de las primeras suposiciones que se tomaron para poder llevar a cabo el desarrollo). Así mismo, se propone la descomposición de la velocidad relativa en sus componentes oscilatorio y velocidad del viento, en donde la velocidad de oscilación se obtiene de un movimiento cosenoidal. Tomando en cuenta que la velocidad describe la distancia que se recorre entre el tiempo que tarda en hacerlo, se define la distancia como la amplitud de onda ( $4A$ ) entre el periodo (tiempo), de tal forma que queda la siguiente ecuación:

$$V_{oscilación} = \frac{4A}{T} \quad (14)$$

Por otra parte, se define una variable que asocia la amplitud de oscilación del equipo con el diámetro, siendo en la altura  $y=H$  donde se encuentra la oscilación máxima, la cual corresponde a  $\beta$  veces el diámetro en esa coordenada, expresado de forma matemática:

$$X(H) = \beta \cdot D(H) \quad (15)$$

Finalmente, utilizando las ecuaciones 4.2, 14 y 15, empleando las premisas comentadas anteriormente<sup>7</sup> se llega a la ecuación que describe el diámetro del cilindro de perfil variable:

$$D(y) = \sqrt{\frac{d^2}{V^2\left(\frac{L}{2}\right)} \cdot \left[ V^2(y) + \frac{16 \cdot S^2 \cdot \beta^2 \cdot V^2(H)}{1 - 16 \cdot S^2 \cdot \beta^2} \cdot \left( \frac{Y - \frac{L}{2}}{H - \frac{L}{2}} \right)^2 \right]} \quad (16)$$

---

<sup>7</sup> Para ver de forma detalla el desarrollo matemático se recomienda revisar las referencias [30] y [35] de este trabajo.

Se observa que la ecuación que determina la forma geométrica del equipo está en función de la altura y de la velocidad del viento (cuya parametrización está en función de la altura misma).

Para poder estimar una velocidad de diseño se requieren determinar ciertos parámetros que podrán cambiar en función de los resultados del experimento; sin embargo, se requieren determinar de forma inicial para comenzar a diseñar en función del perfil que se obtenga para condiciones arbitrarias. Para el caso del trabajo se determinaron los siguientes parámetros [30]:

Tabla 3.1 Parámetros para perfil de viento.

$V(L/2)$	8.69 m/s
$V(H)$	11.17 m/s
$U_{10}$	12 m/s
$\alpha$	0.14

El perfil de velocidades se determinó con la consideración de que el equipo se instale en un terreno predominantemente plano o con pocas obstrucciones ( $\alpha = 0.14$ ) y una velocidad de 12 [m/s] a 10 metros de altura como velocidad de referencia. En el anexo 2 se muestran las tablas correspondientes a estos cálculos y a los que determinan el diámetro del equipo.

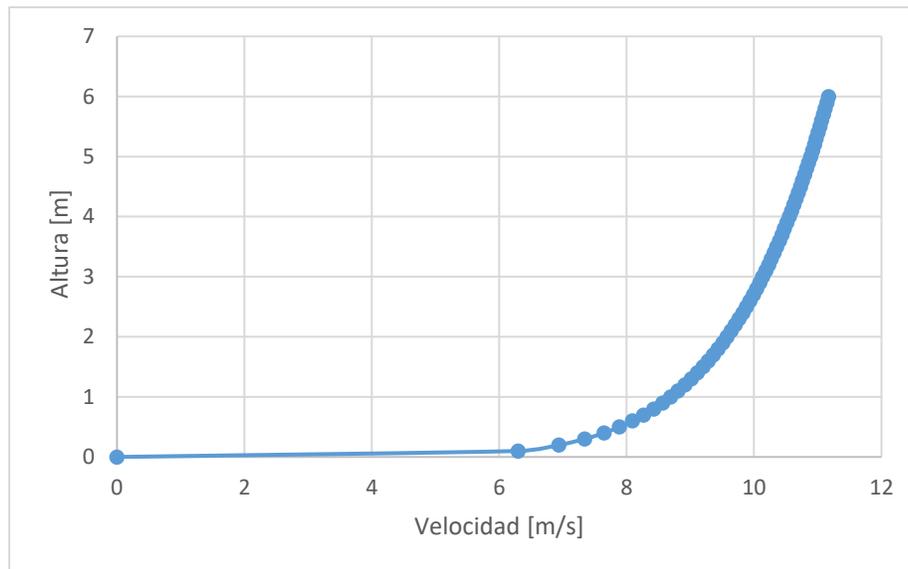


Figura 3.6 Gráfica del perfil de velocidad del viento vs altura. Ilustración de elaboración propia.

Una vez con el perfil obtenido bajo ciertos criterios arbitrarios se pueden obtener las velocidades que requiere la ecuación (15) y determinar los parámetros de diseño. Para el número de Strouhal se determina un coeficiente de 0.21 debido a que es el valor en el que se puede considerar constante para un Reynolds en flujos de baja velocidad como los que se desean. El valor  $\beta$  se considera unitario debido a que se espera que la distancia máxima que recorra el dispositivo al oscilar sea el mismo que el diámetro en la parte superior del

dispositivo. Cada uno de los parámetros definidos están contenidos en la figura 3.7 y el perfil de diámetros se adjunta en la sección de anexo. La siguiente tabla presenta los parámetros de diseño empleados.

Tabla 3.2 Parámetros críticos de diseño.

d	0.18 m
H	6 m
L	2 m
St	0.21
B	1

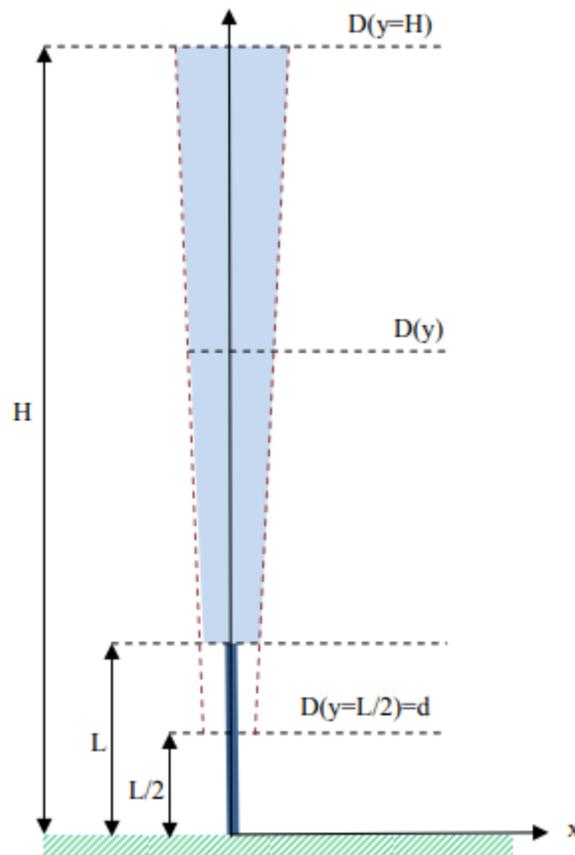


Figura 3.7 Modelo geométrico.

Recuperado de: <https://bit.ly/2DORX38> el 25 de marzo, 2019.

La última etapa del desarrollo es la obtención de la frecuencia a la que se desprenderán los vórtices, para ello se sustituyen los valores correspondientes a la altura  $L/2$  en la ecuación 4.2 quedando de la siguiente forma:

$$f_s = \frac{S_t \cdot U_\infty}{D} = \frac{0.21 \cdot 8.69}{0.18} = 10.14 \text{ [Hz]}$$

Manteniendo constante la frecuencia de desprendimiento en la zona en que el movimiento relativo es igual al movimiento del viento se puede obtener la relación entre magnitudes de movimientos; sin embargo, debido a que el fin del trabajo es experimental, son valores que

no se pueden modificar de forma arbitraria, por lo que únicamente el trabajo se enfocará en intentar obtener el fenómeno de desprendimiento de vórtices en la mayor parte del cilindro dadas las condiciones previas.

### 3.3 Desarrollo del modelo sólido y obtención de la frecuencia natural

Debido a que se busca obtener un acoplamiento para obtener la máxima energía del viento, una vez que se obtiene la frecuencia de desprendimiento de vórtices, se debe realizar un modelo computacional en el que se puedan obtener las características físicas del modelo en función del material utilizado y las dimensiones de diseño. La frecuencia natural se puede calcular de forma analítica con parámetros que permitan hacerlo o utilizando un software auxiliar que permita hacer un análisis modal. En este caso se optó por la opción de utilizar el programa Inventor, una paquetería especializada en diseño en la que se utilizaron los datos obtenidos anteriormente. Para los primeros bosquejos del diseño se realizaron diversos cambios en la geometría para simular un acople entre la varilla y la carcasa exterior de tal forma que el elemento compuesto por dos piezas se analice como uno mismo. El diámetro del mástil fue dado de forma arbitraria de tal forma que la frecuencia natural del equipo se acerque lo más posible al intervalo de velocidades reducidas características del acoplamiento. La figura 3.8 muestra algunas imágenes del modelo desarrollado en Inventor.

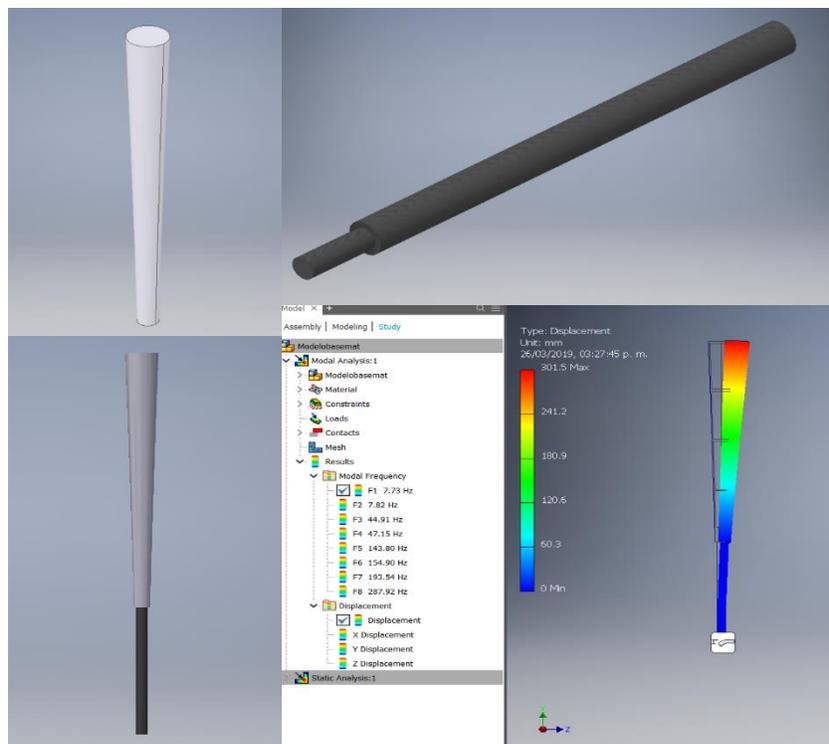


Figura 3.8. Piezas y frecuencias de modelo sólido en Inventor. Opción 1.

Aunado a los pasos anteriores, en una de las opciones de diseño, se agregó un soporte en la base para modificar la frecuencia natural del equipo, ya que se encuentra alrededor de la parte empotrada de la varilla, y sirve para amortiguar cualquier esfuerzo extra que se produzca en

el equipo por un esfuerzo que exceda el desplazamiento permisible. Sin embargo, se aumenta la masa del equipo casi el doble por ser un sólido rígido. Esta opción se muestra en la figura 3.9.

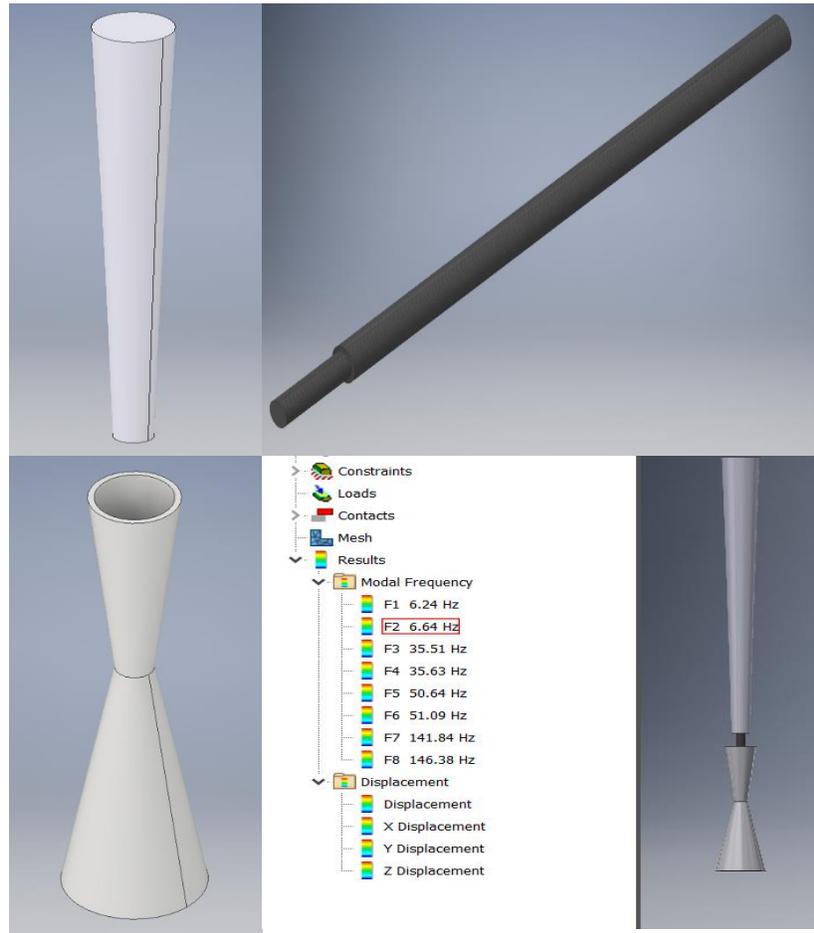


Figura 3.9 Piezas y frecuencias de modelo sólido en Inventor. Opción 2.

Otra opción de diseño que se desarrolló fue omitir el mástil del modelo una vez que se realizaron los cálculos adecuados para el diseño debido a que la parte que se encontrará en contaste interacción con el fluido es la carcasa exterior, por lo que el mástil puede ser despreciado con el fin de hacer más asequible el experimento y no exceder la relación de bloqueo del túnel de viento. Para este diseño se optó por utilizar únicamente la carcasa exterior de forma hueca con costillas que aumenten su rigidez, utilizando aluminio 6061 como único material y empotrando la base de la carcasa al suelo. Debido a las limitaciones del trabajo, la función de potencia que simula el perfil medio del viento dentro de la capa límite atmosférica no será simulada, sino que el modelo se encontrará sumergido dentro de un flujo de aire uniforme, por lo que reducir la altura del prototipo no afecta al propósito de la investigación.

Una característica sumamente importante del modelo es su ligereza, ya que para obtener una frecuencia de vibración tan alta se requiere que el equipo sea muy rígido o que el dispositivo

sea altamente ligero. Utilizando la segunda opción como la única viable debido a la fatiga que tendrán que soportar los materiales, se espera que el equipo pese alrededor de 150 kg en la escala real tomando en cuenta únicamente el mástil y la carcasa exterior. Inicialmente, los materiales que se utilizaron para realizar el primer modelo serán los especificados en la página oficial de Vortex [11], siendo el polímero reforzado con fibra de carbono altamente utilizado en el diseño de las aspas de los aerogeneradores convencionales y considerando como propuesta alternativa el aluminio como un material altamente viable debido a su bajo costo y densidad en comparación con otros metales. La figura 3.10 presenta la opción 3 de modelación.

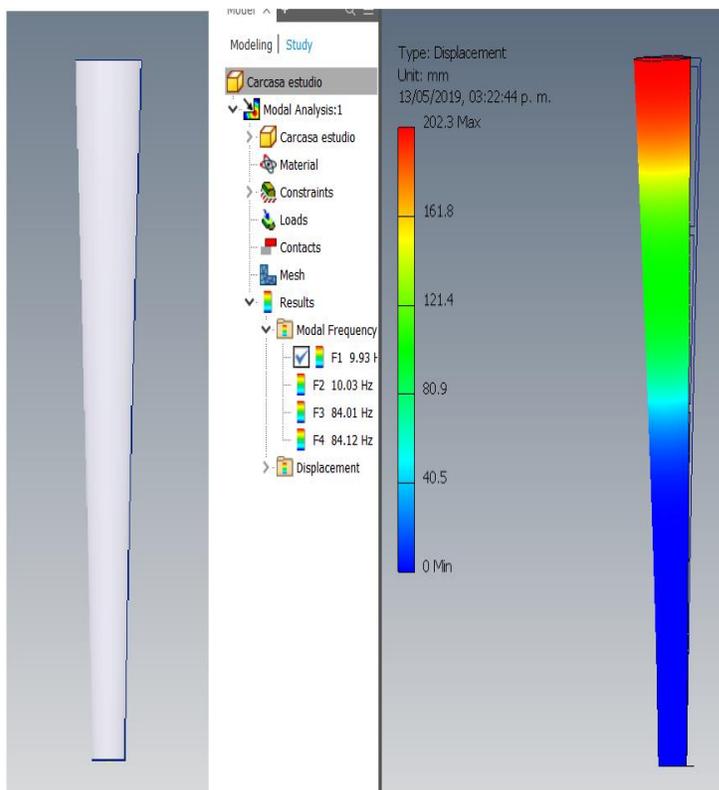


Figura 3.10 Piezas y frecuencias de modelo sólido en Inventor. Opción 3.

A continuación, se presenta una tabla con los materiales considerados y sus correspondientes características físicas obtenidas directamente de la paquetería de diseño.

Tabla 3.3 Tabla de propiedades físicas de materiales en el modelo.

Características	Polímero reforzado con fibra de carbono	Polímero reforzado con fibra de cristal	Aluminio 6061
Densidad	1,439 $kg/m^3$	1,744 $kg/m^3$	2,700 $kg/m^3$
Módulo de Young	133 $GPa$	13.89 $GPa$	71.7 $GPa$
Coefficiente de Poisson	0.39	0.39	0.33

Sin embargo, con esta distribución de materiales la frecuencia natural del equipo en conjunto es demasiado baja para los dos primeros diseños, por lo que se optó por modificar el material de la carcasa exterior para que se aumentara la rigidez sin disminuir tanto la ligereza del equipo. Cabe mencionar que los materiales no fueron definitivos al momento de realizar el modelo a escala, debido a que sólo se requiere escalar la masa y la frecuencia natural del equipo. El uso de este tipo de materiales en la escala real recae en sus propiedades mecánicas, las cuales permiten una combinación adecuada de resistencia y densidad, su bajo costo y a su alta maleabilidad [36]. Pese a estas características necesarias en un equipo funcional, para una prueba experimental en la que únicamente se busque replicar el fenómeno de desprendimiento de vórtices, no se requiere utilizar de forma estricta esos materiales y se modificaron acorde a las necesidades del experimento.

En las figuras 3.8, 3.9 y 3.10 se muestran las diferentes partes del modelo computacional con los materiales correspondientes a cada una de las secciones junto a las dos opciones de geometría que se obtuvieron después de diversos intentos por obtener una frecuencia natural que entre en un intervalo aceptable del ancho de banda de acoplamiento. Para el segundo modelo se utilizó una base de PVC que controla el desplazamiento máximo del mástil, haciendo que la frecuencia aumente, dando una opción extra a la parte experimental para resolver problemas en el acoplamiento de frecuencias.

Finalmente se desechó la segunda opción debido a que la frecuencia natural de la estructura se modificaba de forma abrupta y la distribución de masas centrada totalmente en la base hacía que el escalamiento no se hiciera de forma adecuada. Las otras dos opciones son aceptables para obtener los números adimensionales a los que se entrará en detalle en el siguiente capítulo; sin embargo, la arbitrariedad que supone proponer un radio para el mástil que hace de base hace que el experimento se deba realizar en repetidas ocasiones para poder obtener el radio adecuado para poder conseguir un resultado adecuado. Es por ello que por practicidad se optó por utilizar el tercer diseño.

Uno de los problemas que supone el tercer diseño es la necesidad de asumir una idealización más al trabajo, el mástil del modelo no aporta un movimiento determinante al comportamiento aeroelástico del modelo bajo movimientos angulares o baja velocidad, como es el caso del trabajo.

Utilizando como base la opción tres, se obtuvieron los siguientes datos:

- Masa del modelo: 255.171 kg
- Frecuencia natural del equipo en conjunto:
  - 9.93 Hz en el primer modo (movimiento lateral del modelo)
  - 9.98 Hz en el segundo modo (movimiento de adelante hacia atrás del modelo).

Dada la ecuación (8), la velocidad reducida se obtiene de la siguiente manera:

$$V_{r1} = \frac{1}{S} \frac{f_s}{f_{N1}} = \frac{1}{0.21} \frac{10.14}{9.93} = 4.86 \text{ m/s}$$

$$V_{r2} = \frac{1}{S} \frac{f_s}{f_{N2}} = \frac{1}{0.21} \frac{10.14}{9.98} = 4.83 \text{ m/s}$$

Dichos valores entran dentro de la banda de acoplamiento, haciendo que el modelo sea teóricamente aceptable en los parámetros descritos y se pueda realizar un modelo a menor escala para pruebas experimentales.

## CAPÍTULO 4

### PRUEBAS EXPERIMENTALES DE UN MODELO A ESCALA DE UN AEROGENERADOR TIPO VORTEX

#### 4.1 Aeroelasticidad

La interacción entre una corriente de aire y un cuerpo provoca presiones fluctuantes sobre la superficie debido a la naturaleza aleatoria del flujo. Si el cuerpo presenta una reacción significativa a las presiones fluctuantes, las condiciones de contorno de la corriente de aire variarán, haciendo que cambien las fuerzas ejercidas por el fluido, dando cabida a nuevos comportamientos en el cuerpo [36]. La disciplina dedicada al estudio de dichos fenómenos (interacción entre fuerzas producidas por el viento y las fuerzas que provoca en un sólido deformable inmerso en él, tomando en cuenta los movimientos que son modificados debido a la presencia del viento) se conoce como aeroelasticidad [37].

La aeroelasticidad como rama de la ingeniería aeronáutica nace a principio de los años 20. Sin embargo, uno de los fenómenos que mostró la necesidad de aplicar los conceptos propios de la aeroelasticidad en las estructuras fue el derrumbe del puente Tacoma Narrows, como se ha mencionado anteriormente en el trabajo. La interacción que existe entre la estructura y el fluido da lugar a fenómenos denominados aeroelásticos, los cuales pueden ser oscilatorios o crecientes en el tiempo que dan lugar a inestabilidades en la estructura [37].

Los fenómenos más importantes de estructuras según Simiu y Scanlan [37] son:

- Desprendimiento de vórtices (*vortex shedding*)
- Galopeo transversal (*galloping*)
- Galopeo inducido por una estela (*wake galloping*)
- Flameo (*flutter*)
- Bataneo (*buffeting*)

#### *Desprendimiento de vórtices*

Como ya se ha mencionado y explicado a lo largo del desarrollo de este trabajo, el fenómeno aeroelástico ocasionado por la generación y desprendimiento de vórtices se debe a la separación entre un fluido y la superficie de un objeto que se encuentra sumergido dentro del mismo, en la parte posterior del mismo, provocando la generación de vórtices alternados y en sentidos opuestos en los costados del objeto llamados vórtices de Von Kármán, haciendo que en un intervalo determinado (lock-in, ver capítulo 2) la frecuencia de desprendimiento se mantenga constante y sea determinado por el movimiento del objeto en vez de que dominen las condiciones del flujo. Una característica de este fenómeno es que el movimiento que produce la energía predominante se genera normal al flujo que incide en la estructura.

### ***Galopeo transversal (galloping)***

El galopeo transversal es una inestabilidad típica de estructuras flexibles poco amortiguadas que genera movimientos perpendiculares al flujo a una frecuencia menor a la del desprendimiento de vórtices con una amplitud hasta diez veces mayores a la sección transversal de la estructura. El galope se origina cuando, durante el movimiento de alguna estructura, una perturbación se acopla a la resultante entre las fuerzas de sustentación y arrastre existentes, haciendo que dicho acoplamiento refuerce las oscilaciones iniciales. Este tipo de fenómenos se presenta en cables de tendido eléctrico al que se le adhiere hielo, obteniendo una forma de “D” o en cables de gran longitud de puentes atirantados [37].

### ***Galope inducido por una estela (wake galloping)***

El galopeo inducido por una estela, como su nombre la indica, es una inestabilidad que se genera cuando un obstáculo se encuentra en la estela de otro. Debido a los vórtices que se generan con la separación de capa límite del primer obstáculo, el segundo se encuentra bajo una corriente fluctuante que varía en intensidad y sentido en función del tiempo, por lo que aquel objeto tenderá a oscilar. Los parámetros principales de este tipo de fenómeno son la separación entre cada uno de ellos y el alineamiento entre ellos. El galope inducido por una estela se presenta en catenarias de ferrocarril y en líneas de transmisión de energía eléctrica [38].

### ***Flameo o aleteo (flutter)***

Inestabilidad aeroelástica que se produce a cierta velocidad crítica en la que las fuerzas del viento se ven modificadas por el movimiento de la estructura, lo que da paso a modificaciones en los modos de vibración y el amortiguamiento de la estructura. Una vez que la estructura se encuentra en el seno de una corriente y alcanza una velocidad en que sumada a los movimientos de la estructura provocan una amortiguación negativa, la cual provoca que un pequeño movimiento oscilatorio se amplifique exponencialmente, el cual (contrario al *vortex shedding*) no deja de amplificarse con el aumento de velocidad, sino que una vez rebasada la velocidad crítica de flameo se incrementa hasta producir un colapso estructural [37].

Debido a la cantidad de inestabilidades que pueden tener las características previamente mencionadas, se pueden clasificar diversos tipos de flameo:

- *Flameo clásico*
- *Flameo por pérdida de sustentación*
- *Flameo de un grado de libertad*
- *Flameo de paneles*

### ***Bataneo (buffeting)***

La vibración por bataneo es aquella que se produce cuando existen fluctuaciones de presión debido a la incidencia del flujo alrededor de una estructura esbelta. El viento turbulento puede deberse a la formación de una estela de un cuerpo situado aguas arriba (conocido como

bataneo de estela o interferencia) o a la propia fricción del suelo con el aire, produciendo una capa límite turbulenta la que conlleva a cargas cuasiestáticas o dinámicas sobre la estructura.

A continuación, se presenta una figura en la que se muestran de forma gráfica las inestabilidades aeroelásticas descritas en este trabajo.

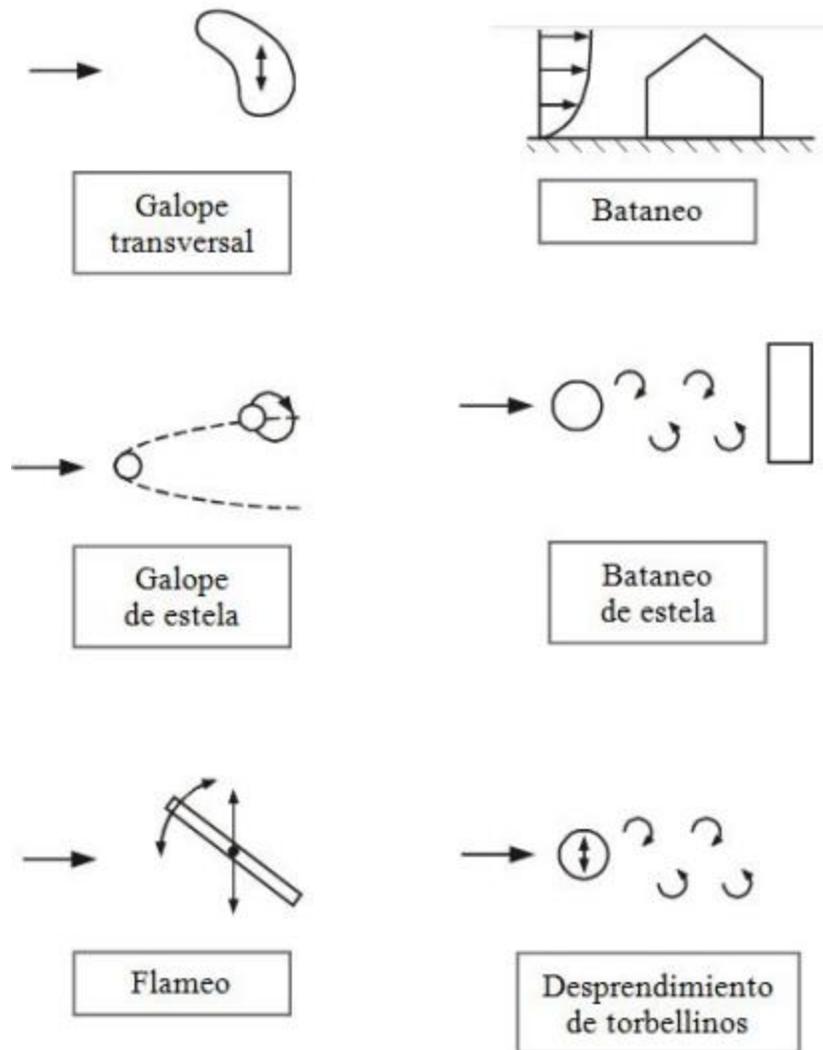


Figura 4.1 Inestabilidades aeroelásticas.  
 Recuperada de: <https://bit.ly/2PWftRI> el 08 de mayo, 2019.

#### 4.2 Escalamiento del modelo

Como se menciona en el trabajo de Alonz (1996) [39], las características que debe tener un modelo de una estructura dependen de tres componentes principales: el fenómeno que se estudiará, la estructura misma y el tipo de comportamiento que se espera tener. De esta manera, el diseño de un modelo requiere la identificación de las variables que más influyen en el comportamiento de la estructura. Entre las más importantes para el estudio de inestabilidad aeroelástica se encuentran:

- La geometría
- La distribución de masas y rigideces
- Las frecuencias de vibrar
- El amortiguamiento

Escalando todas las condiciones enlistadas se asegura el correcto escalamiento del modelo dinámico, de tal forma que las inestabilidades aeroelásticas se presenten bajo las mismas condiciones a las que se presentarían en la escala real.

En la construcción de un modelo aeroelástico de una estructura se requieren dos aspectos generales muy importantes:

- 1) La espina estructural, el elemento que provee rigidez al sistema. Dicho elemento generalmente no tiene la forma geométrica exacta escalada.
- 2) Revestimientos exteriores que no proveen rigidez al modelo, pero ayudan a cumplir con la similitud de las masas debido a la escasez de elementos estructurales que representen la geometría escalada exterior.

Para poder obtener las medidas de la espina estructural necesaria para continuar con el escalamiento se siguieron las recomendaciones propuestas por Guzmán et al. (2017) [40] en el que se plantea una metodología para obtener algunos números adimensionales que sirven como una herramienta para mantener relaciones de similitud entre los modos (frecuencias), rigidez, masa, longitud y velocidad media del viento de la estructura original a la que será escalada.

- Relación geométrica (semejanza)  
Relación entre longitudes características del modelo al prototipo.

$$\frac{L_m}{L_p} = \lambda_L \quad (17)$$

- Número de Froude  
Parámetro que muestra la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de gravedad (el peso propio) que actúan sobre un fluido.

$$F_r = \frac{gL}{V^2} \quad (18)$$

Donde:

$g \triangleq$  Aceleración de la gravedad

$L \triangleq$  Longitud característica de la estructura

$V \triangleq$  Velocidad promedio del viento

Considerando que el número de Froude debe ser el mismo tanto en el prototipo como en el modelo se puede desarrollar la siguiente relación:

$$F_{rp} = F_{rm} \rightarrow \frac{gL_p}{V_p^2} = \frac{gL_m}{V_m^2} \rightarrow \frac{L_m}{L_p} = \frac{V_m^2}{V_p^2}$$

$$\therefore \lambda_L = \lambda_v^2 \quad (19)$$

- Número de Cauchy

Parámetro utilizado para representar la relación entre fuerzas elásticas de la estructura y las fuerzas inerciales que actúan por el viento.

$$C_a = \frac{EI}{\rho L^5} \quad (20)$$

Donde:

$E \triangleq$  Número de Young

$I \triangleq$  Momento de inercia de una sección

$\rho \triangleq$  Densidad del aire

Tomando las mismas consideraciones que en el número anterior se puede desarrollar que:

$$C_{ap} = C_{am} \rightarrow \frac{E_p I_p}{\rho L_p^5} = \frac{E_m I_m}{\rho L_m^5} \rightarrow \frac{E_m I_m}{E_p I_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^5$$

$$\therefore \lambda_E \lambda_I = \lambda_L^5 \quad (20.1)$$

- Relación de densidad

Es la relación que mantiene la densidad estructural respecto a la densidad del aire.

$$\lambda_{\rho_s} = \lambda_{\rho} \quad (21)$$

Debido a que la densidad del aire permanece constante en el modelo como en el prototipo, las densidades estructurales deben ser iguales.

$$\rho_s = \rho_m \quad (21.1)$$

- Relación de masa estructural

Para poder obtener de manera adecuada las propiedades dinámicas de la estructura escalada, es de suma importancia mantener la similitud entre masas estructurales.

$$\lambda_m = \lambda_L^3 \quad (22)$$

- Relación de frecuencias

Los modos de vibración se pueden obtener considerando las relaciones geométricas, de tiempo y de velocidad promedio entre el modelo y la escala real.

$$\lambda_{f_0} = \frac{\lambda_v}{\lambda_L} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_L}} \quad (23)$$

A continuación, se presenta el proceso que se siguió para realizar el escalamiento tomando en cuenta estas relaciones.

1. Definir la escala de trabajo

$$\lambda_L = \frac{600 [mm]}{6000 [mm]} = \frac{1}{10}$$

2. Definir el material de la espina estructural

Debido a la dificultad que representa utilizar un material como la fibra de carbono reforzada, se optó utilizar únicamente metales, los cuales son fáciles de trabajar y de obtener. Debido a su ligereza y bajo costo se utilizó el aluminio como material de trabajo. Las propiedades mecánicas del aluminio 6061 se encuentran en la tabla 3.

3. Seccionar el modelo en partes adecuadas para el análisis del momento inercial

El modelo se seccionó en 4 partes de un metro cada una de ellas, en la siguiente figura se muestra de forma gráfica

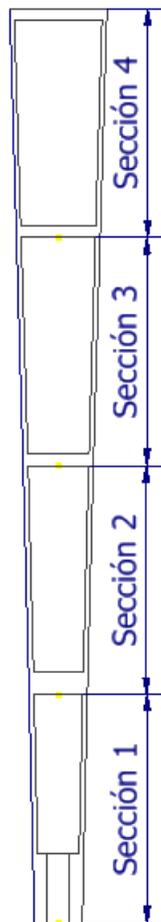


Figura 4.2 Secciones del modelo sólido de escala real.

4. Determinar la velocidad media escalada con ayuda del número de Froude  
Utilizando la ecuación (18.1) se obtiene que

$$V_m = V_p * \sqrt{\lambda_L} = 12 \left[ \frac{m}{s} \right] * \sqrt{0.1}$$

$$V_m = 3.79 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

5. Determinar características y geometría de cada sección del prototipo  
Debido al diseño simplificado que se busca obtener, las secciones del prototipo son un cono hueco invertido, como el área va aumentando en función de la altura, se debe hacer un promedio de las medidas en cada uno de los puntos que dividen las secciones mostradas en el punto 3 y la obtención de los momentos de inercia utilizando como geometría un cilindro hueco. La tabla con los radios utilizados se muestra a continuación.

Tabla 4.1 Tabla de radios en cada sección de la geometría.

Secciones del prototipo	Radios exteriores [mm]	Radios interiores [mm]	Momentos de Inercia [mm <sup>4</sup> ]
0	105.439	50	92,164,685.69
1	127.072	107.072	101,553,732.25
2	153.244	133.244	185,576,895.65
3	182.294	162.294	322,440,767.03
4	213.164	193.164	528,170,249.79

6. Determinar las secciones de la espina con base en el número de Cauchy  
Utilizando la ecuación (20) y considerando la sección transversal de la espina como un cilindro debido a la simetría con respecto al origen que tiene el círculo, el cual provee que la frecuencia a la cual se presente el fenómeno no se vea afectado por la dirección del viento se tiene lo siguiente:

$$\lambda_E \frac{I_m}{I_p} = \lambda_L^5 \rightarrow \lambda_E \frac{\frac{\pi}{4} r^4}{I_p} = \lambda_L^5$$

$$r = \sqrt[4]{\frac{4\lambda_L^5 I_p}{\pi\lambda_E}} \quad (24)$$

Con dicha ecuación y empleando los momentos de inercia promediados para las cuatro secciones del modelo se obtuvieron los radios de las secciones, los cuales se presentan en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 Radios de espina estructural utilizados para el escalamiento dinámico.

Radios de espina estructural	[mm]
R1	5.93
R2	6.54
R3	7.54
R4	*8.58

7. Obtener la masa escalada y cumplir de forma aproximada con la masa deseada del modelo. Usualmente la masa que se obtiene no es la misma que se obtiene con la relación de densidades, es por ello que se suele agregar masa para cumplir con la condición.

El material utilizado para diseñar el revestimiento fue plástico ABS, y se fabricó mediante impresión 3D. Este material tiene una baja densidad, aportando muy poca masa al recrear el volumen deseado.

Utilizando la ecuación (22) se obtiene que:

$$M_m = M_p \left( \frac{L_m}{L_p} \right)^3$$

$$M_m = 255.171 [Kg] \left( \frac{1}{10} \right)^3$$

$$M_m = 0.255 [Kg]$$

8. Calcular la frecuencia teórica y replicarla de forma aproximada en el modelo. Debido a que la rigidez es dada únicamente por la espina estructural, este parámetro se considera constante, haciendo que la frecuencia dependa de la masa que tiene la estructura. Se debe balancear la masa agregada en el prototipo con la frecuencia esperada para poder aproximar las cantidades de forma adecuada. Para obtener la frecuencia teórica se emplea la ecuación (23) de forma explícita, obteniendo:

$$f_{0m} = \frac{f_{0p}}{\sqrt{\lambda_L}} \quad (23.1)$$

$$f_{0m} = 9.93 [Hz] \sqrt{10}$$

$$f_{0m} = 31.4 [Hz]$$

En la siguiente tabla se presentan las propiedades de cada una de las fases de escalamiento para poder obtener una réplica escalada del fenómeno de desprendimiento de vórtices.

Tabla 4.3 Propiedades de los diversos modelos obtenidos.

Propiedades	Masa [Kg]	Longitud característica [mm]	Módulo de Young [GPa]	Frecuencia [Hz]
<b>Prototipo</b>	255.17	6000	71.7	9.93
<b>Modelo teórico</b>	0.255	600	71.7	31.40
<b>Espina estructural</b>	0.176	600	71.7	40.46
<b>Modelo escalado</b>	0.297	600	71.7	31.84
<b>Error obtenido</b>	16.39%	-	-	0.46%

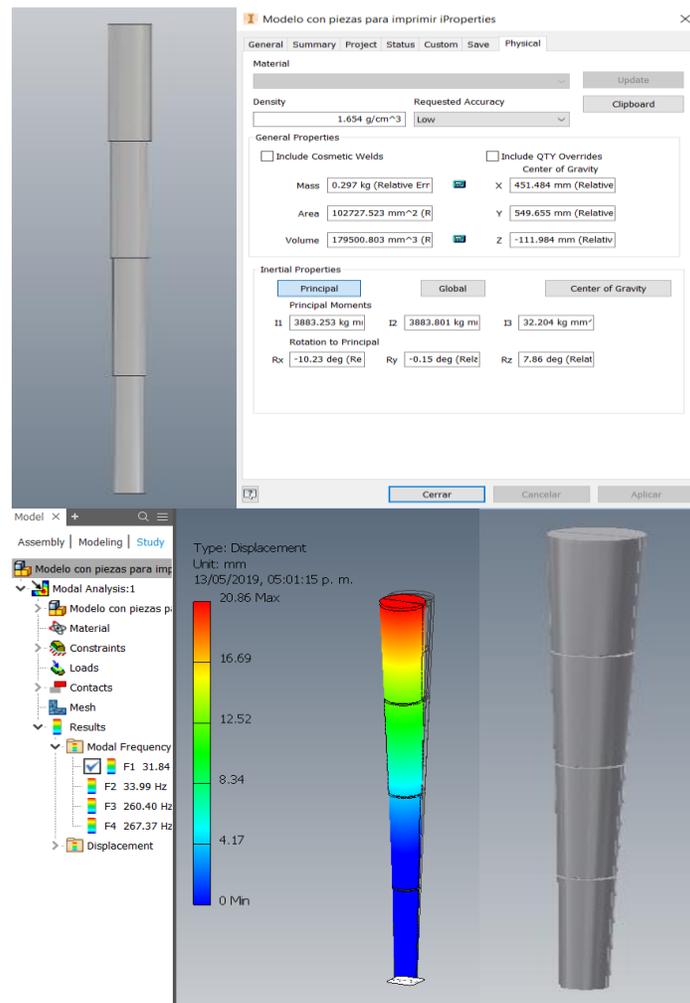


Figura 4.3 a) Espina estructural, b) Propiedades del modelo, c) Modos de vibración del modelo, d) Revestimiento.

En la figura 4.3 se presenta la espina estructural, el revestimiento y el conjunto escalado con las propiedades correspondientes a la tabla.

### 4.3 Manufactura del modelo

Una vez teniendo todas las bases teóricas del modelo, se procedió a realizar un modelo escalado del prototipo para evaluar que la geometría fuera adecuada.

Posteriormente, el revestimiento exterior del modelo se fabricó mediante impresión 3D debido a la precisión que requiere el perfil para poder funcionar de forma adecuada. Para ello, al modelo anterior hecho en cuatro secciones, se le redujeron dos milímetros en la base y en la parte superior, para que el material no aportara ningún tipo de rigidez al momento de ensamblarse. Así mismo, se le agregaron acoples a lo largo de las piezas para facilitar el manejo del modelo y unas costillas internas que sirven como unión a la espina estructural.

El espesor del revestimiento tuvo que aumentar de 2 [mm] a 3 [mm] debido a que la impresora presenta dificultades al tratar con espesores menores. Esto causó que la masa del modelo sobrepasara el error aceptable de 10% en el método experimental; sin embargo, fomentó la minimización de error en la frecuencia obtenida. A continuación, se muestra un ejemplo de una de las secciones diseñadas y fabricadas.



Figura 4.4 a) Croquis de una sección del modelo, b) Piezas impresas en 3D.

Para manufacturar la espina estructural se obtuvieron piezas redondas de aluminio de  $\frac{3}{4}$ ", las cuales se maquinaron en un torno para realizar un proceso de reducción de volumen, con el fin de obtener los radios de las diferentes secciones del modelo creado. A la espina se le agregó una parte extra en la base para poder empotrar el modelo en el túnel de viento, la cual fue del mismo radio de la pieza redonda y con una herramienta de corte se hicieron dos secciones planas en ésta para poder utilizarlas como zonas de apoyo. En el anexo 3 se presenta el plano con el que se fabricaron las piezas, cabe resaltar que debido a que la carcasa

fue realizada en 3D y se hará un ensamble, no se requirieron tolerancias explícitas, ya que el intervalo que se podía cubrir era muy amplio.



*Figura 4.5 Espina estructural después de proceso de extracción de material.*

#### **4.4 Túnel de viento**

El objetivo principal de este trabajo es poder analizar experimentalmente la existencia del fenómeno de desprendimiento de vórtices con los parámetros establecidos, es por ello que las pruebas se realizaron en un túnel de viento, una herramienta que ayuda a estudiar los efectos del flujo de aire sobre cuerpos que están inmersos. El mecanismo de funcionamiento se basa en un ventilador (ya sea de tiro forzado o inducido) que recrea un flujo dentro de una cámara de pruebas en la que se encontrará el modelo a estudiar. El túnel utilizado fue el túnel de viento de la UNAM, operado por el Grupo de Ingeniería de Viento del IIUNAM (GIV-IIUNAM).

Existe una clasificación para los diferentes tipos de túneles de viento, el cual depende del tipo de circuito con el que esté diseñado.

##### **4.4.1 Túnel de viento de circuito abierto**

Como su nombre lo indica, el túnel abierto consta de un circuito abierto en el que se le induce aire de la atmósfera directamente. Es principalmente utilizado para analizar secciones de tableros de puentes de gran tamaño o para hacer pruebas de visualización con humo, ya que el sistema no requiere un sistema de extracción. Sin embargo, la principal desventaja consiste en que requiere mayor energía para su funcionamiento a una velocidad definida y usualmente los túneles de viento de circuito abierto tienden a ser ruidosos.

##### **4.4.2 Túnel de viento de circuito cerrado**

El control sobre el fluido es mayor que en el túnel abierto. No se requiere tanta energía una vez que se empieza a circular la corriente. El sistema de propulsión (ventilador y equipo regulador) se encarga de hacer circular el aire. La función principal de los difusores es uniformizar la corriente para disminuir la pérdida de energía por turbulencia. Las desventajas de este tipo de túneles es el aumento en el costo debido a los ductos de retorno y el acondicionamiento que se tiene en las esquinas, así como la implementación de un sistema de refrigeración y un sistema de purgado para tratar los humos en pruebas de visualización. La figura 4.6. muestra un croquis con los elementos del túnel de viento de la UNAM.

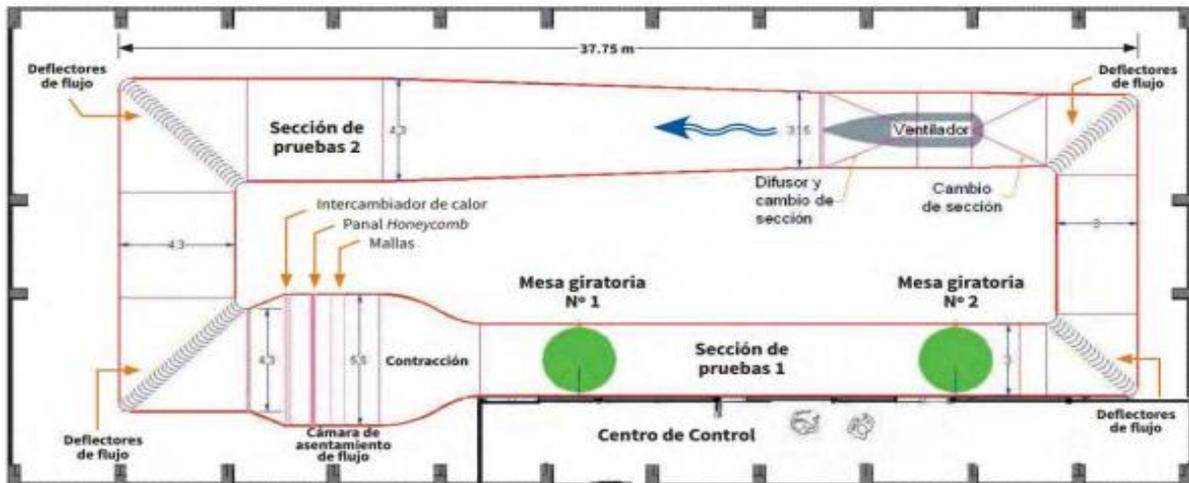


Figura 4.6 Diagrama del túnel de circuito cerrado de la UNAM.  
 Recuperado de: <https://bit.ly/2PVA9YZ> el 23 de mayo, 2019.

Los túneles de viento se componen generalmente de las mismas partes, independientemente de la clasificación a la que corresponda. A continuación, se hace una breve descripción de cada una.

#### Cámara de pruebas

La cámara de pruebas es el núcleo y objetivo de los túneles de viento, ya que las condiciones que se preparan son para poder visualizar el comportamiento del viento en esta única sección. Es por ello que en esta zona se busca que el flujo de aire sea paralelo y de velocidad constante. El túnel de viento de la UNAM cuenta con dos secciones de pruebas. La primera tiene una sección transversal de 3 metros de ancho y 2 de alto, cuenta con dos mesas giratorias separadas por 14 metros. La segunda mide 5 metros de ancho y 4 metros de altura. La mesa uniforme giratoria 1 se utiliza para pruebas con flujo uniforme, mientras que en la mesa 2 se realizan las pruebas de capa límite atmosférica debido a que cuenta con 14 metros de sección para agregar componentes que simulen la rugosidad de acuerdo al tipo de entorno que se pretende investigar [41].



Figura 4.7 Cámara de pruebas de túnel de viento de la UNAM.  
 Recuperado de: <https://bit.ly/2PVA9YZ> el 23 de mayo, 2019.

### *Ventilador*

El ventilador se encarga de aumentar la energía en el fluido expandiéndolo y disminuyendo la presión, entregando un flujo de aire con un volumen grande. En la sección de pruebas 1, el ventilador del túnel de la UNAM puede generar un flujo de hasta 100 km/h [41].

### *Difusor*

El difusor es un dispositivo que se encarga de reducir la velocidad de un fluido y el aumento de la presión en el mismo. En un túnel de viento ayuda a disminuir la turbulencia por exceso de energía.



Figura 4.8 Ventilador y difusor del túnel de viento de la UNAM.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2PVA9YZ> el 23 de mayo, 2019.

### *Estabilizador de flujo o mallas correctoras de velocidad*

Una malla se dispone en la entrada del flujo antes de la cámara de visualización para poder controlar la circulación del aire. Las mallas logran hacer la velocidad más uniforme mediante la caída de presión y reduce la intensidad de turbulencia en todo el campo del flujo. El túnel de la UNAM cuenta con un arreglo hexagonal de aluminio de 15 cm de espesor con dos pantallas de turbulencia, las cuales regulan el flujo a un estado cercano al laminar [41].

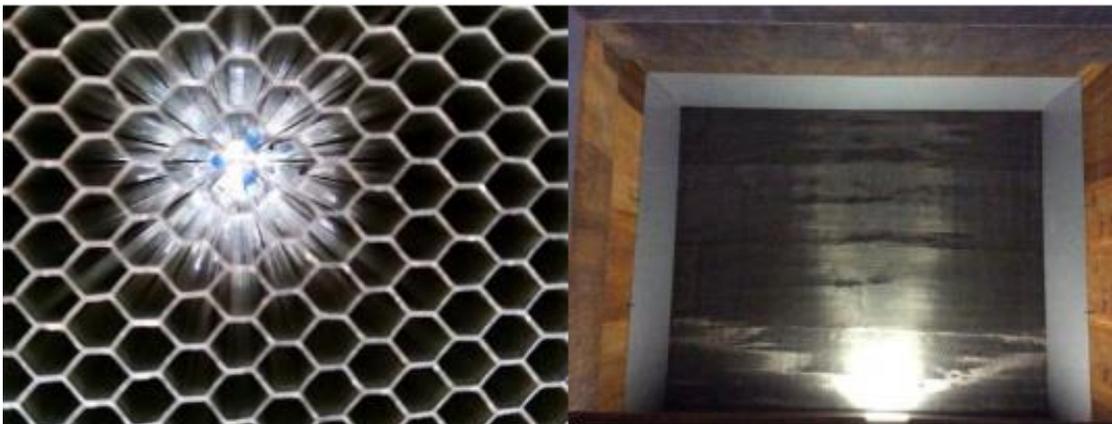


Figura 4.9. Estabilizador de flujo y pantalla de turbulencia.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2PVA9YZ> el 23 de mayo, 2019.

### *Cono de contracción*

El cono de contracción tiene dos funciones principales: El incremento de la velocidad del aire y la reducción de la variación de velocidad. El diseño del cono se centra en lograr la uniformidad y estabilidad del flujo en el momento en que sale de esta sección, evitando la separación del flujo. La existencia del cono de contracción permite reducir las pérdidas de energía debido a que la zona anterior al cono puede ser de baja velocidad (ideal para el estabilizador de flujo y las mallas).



*Figura 4.10 Cono de contracción visto desde fuera y dentro.  
Recuperado de: <https://bit.ly/2PVA9YZ> el 23 de mayo, 2019.*

#### **4.5 Descripción de pruebas en el túnel de viento**

Las pruebas experimentales se realizaron cerca de la mesa giratoria 1, en la salida del cono de contracción para poder obtener un flujo uniforme en la cámara de pruebas. Uno de los problemas principales con la simulación de la separación de capa límite atmosférica es la escala a la que se encuentra el modelo. La mayoría de las pruebas en el túnel de viento están enfocadas a estructuras civiles como puentes o naves industriales de un tamaño considerable, haciendo que la escala que se maneja no se acople al modelo realizado. Es por eso que se decidió verificar el objetivo principal del trabajo con un flujo uniforme.

El paso previo a comenzar la experimentación fue obtener las dimensiones de la espina, y el peso de cada uno de los elementos manufacturados para corroborar la exactitud y poder prever algún cambio en los resultados esperados (figura 4.11).

Para poder realizar el experimento se utilizó una unidad de medición inercial (IMU), el cual es un sensor (ADXL335) que tiene 3 grados de libertad en cada uno de los 3 ejes del plano cartesiano y una placa microcontroladora arduino UNO para poder analizar las señales provenientes del sensor. Con fines prácticos solamente se midió la aceleración perpendicular al flujo inducido en el túnel, ya que con la existencia de dicha aceleración se comprueba la hipótesis del trabajo. En el anexo 4 se muestra el código empleado para poder calcular la aceleración que presenta el modelo desarrollado por Guzmán [40].



Figura 4.11 Medición de peso de las piezas.

El experimento se realizó en dos fases principales. La obtención de los requeridos datos para poder calcular frecuencia natural de la espina estructural, y las pruebas en el túnel de viento.

En la primera fase de las pruebas, la espina estructural se empotró en un tornillo de banco y se empujó con una fuerza aleatoria para observar su comportamiento dinámico, es decir, se obtuvieron las frecuencias de vibración utilizando un método visual como guía y eventualmente se hizo un tratamiento de los datos con el programa Matlab. En las siguientes ilustraciones se muestra la espina empotrada, el sensor utilizado y los resultados que se obtuvieron. En un principio las gráficas del comportamiento distaban mucho de los datos esperados; sin embargo, se mejoró la obtención del muestreo aumentando la frecuencia con la que se tomaban los datos, debido a que el sensor no era capaz de captar las señales emitidas por la vibración de la espina.

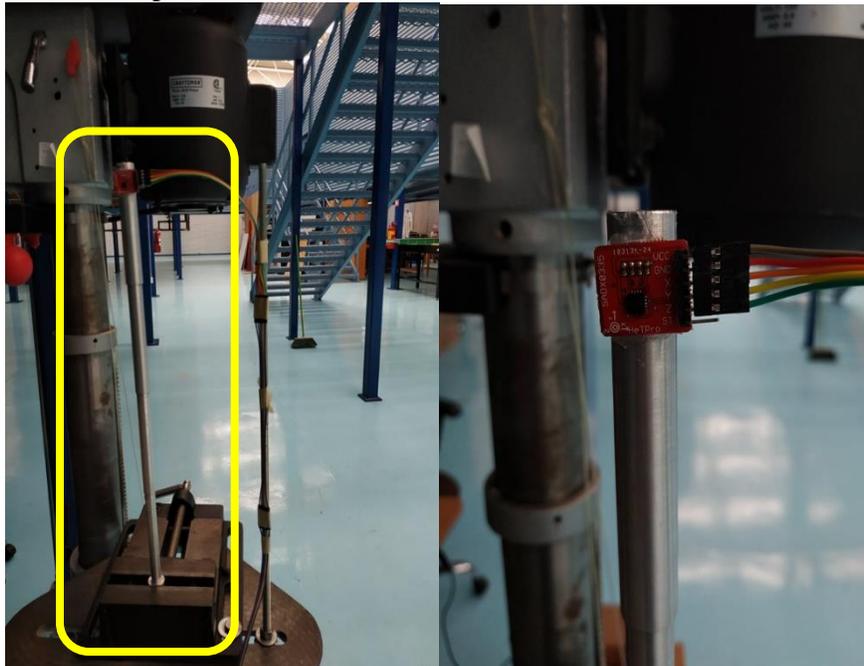


Figura 4.12 Prueba 1: Modelo completo empotrado y sensor utilizado.

Para la primera fase experimental se realizaron pruebas para obtener la frecuencia natural de la espina estructural sin peso adicional y con el peso agregado para obtener ambas cantidades de forma independiente. En las figuras se puede observar el comportamiento de las aceleraciones de la espina y sus correspondientes frecuencias naturales, siendo 44.18 [Hz] para la espina estructural sin agregar masas y 27.7 [Hz] para el dispositivo armado, lo que corresponde a la teoría y se acerca a las frecuencias calculadas teóricamente. Más adelante se hará una breve introducción a la forma en que se trataron los datos para obtener las frecuencias con las señales obtenidas en función del tiempo.

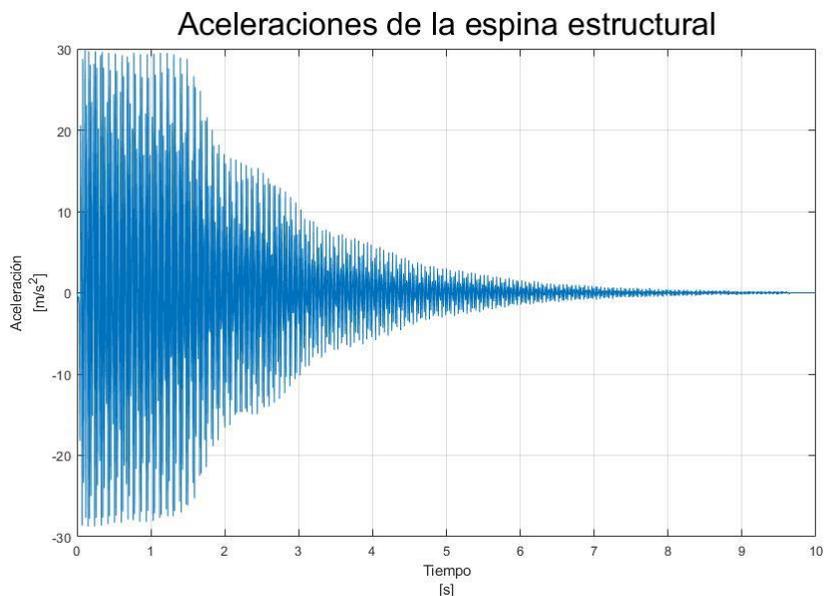


Figura 4.13 Gráfica aceleración vs tiempo de la espina estructural

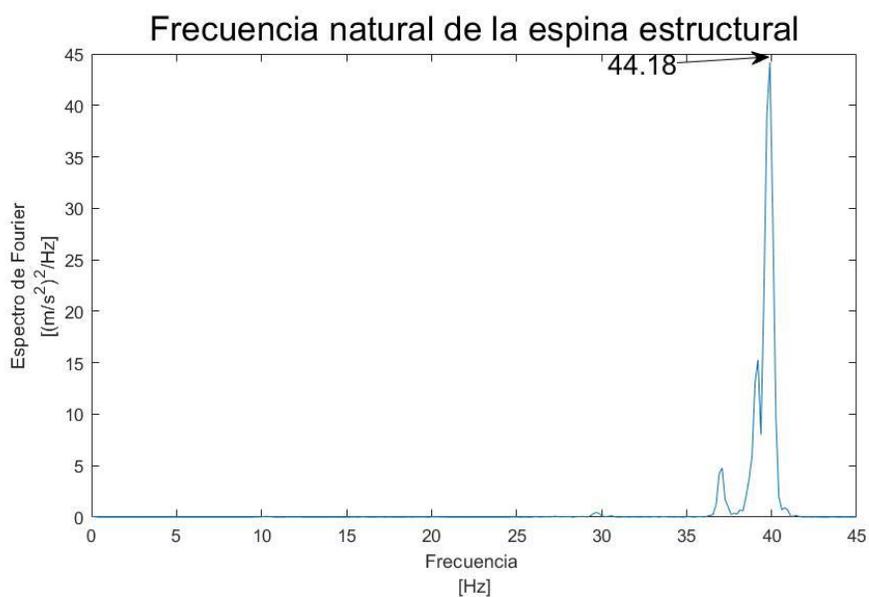


Figura 4.14 Frecuencia natural de la espina estructural

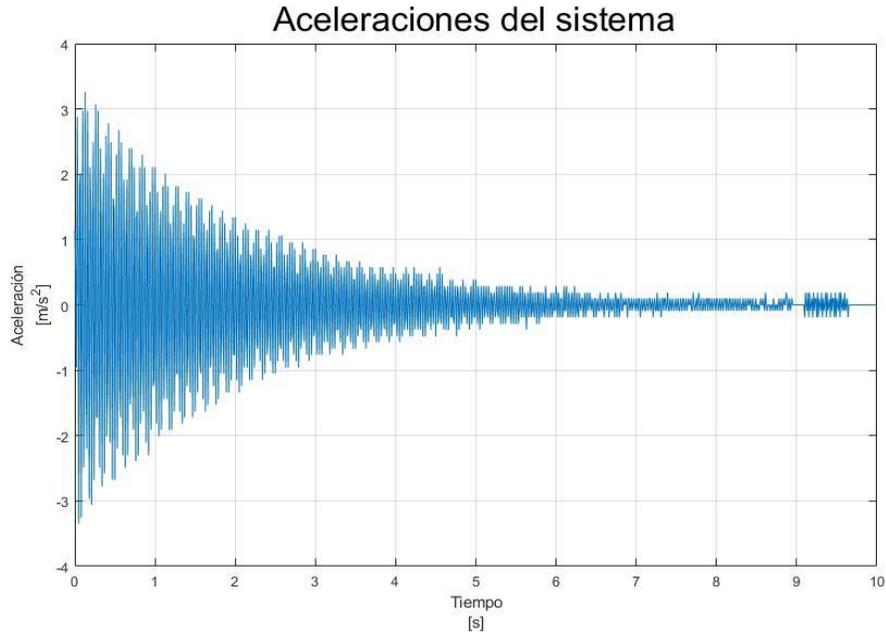


Figura 4.15 Gráfica aceleración vs tiempo del dispositivo totalmente armado.

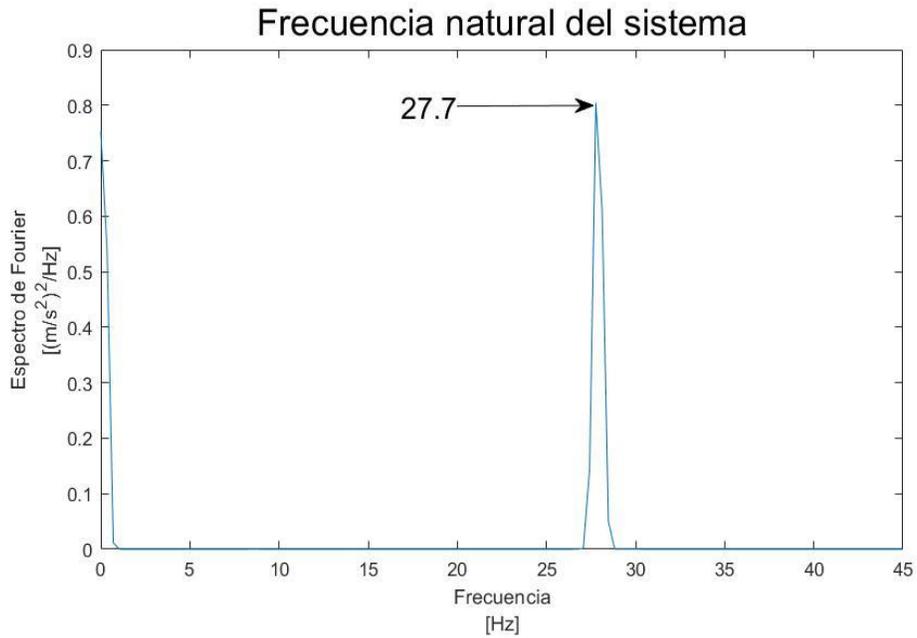


Figura 4.16 Frecuencia natural del dispositivo totalmente armado.

En la segunda fase de las pruebas se empotró la base de la espina estructural en el túnel de viento. Se realizó la prueba de frecuencia natural para observar el comportamiento y una vez preparada, se agregó la masa adicional para obtener la frecuencia requerida, así como el acelerómetro nuevamente en posición normal al flujo.

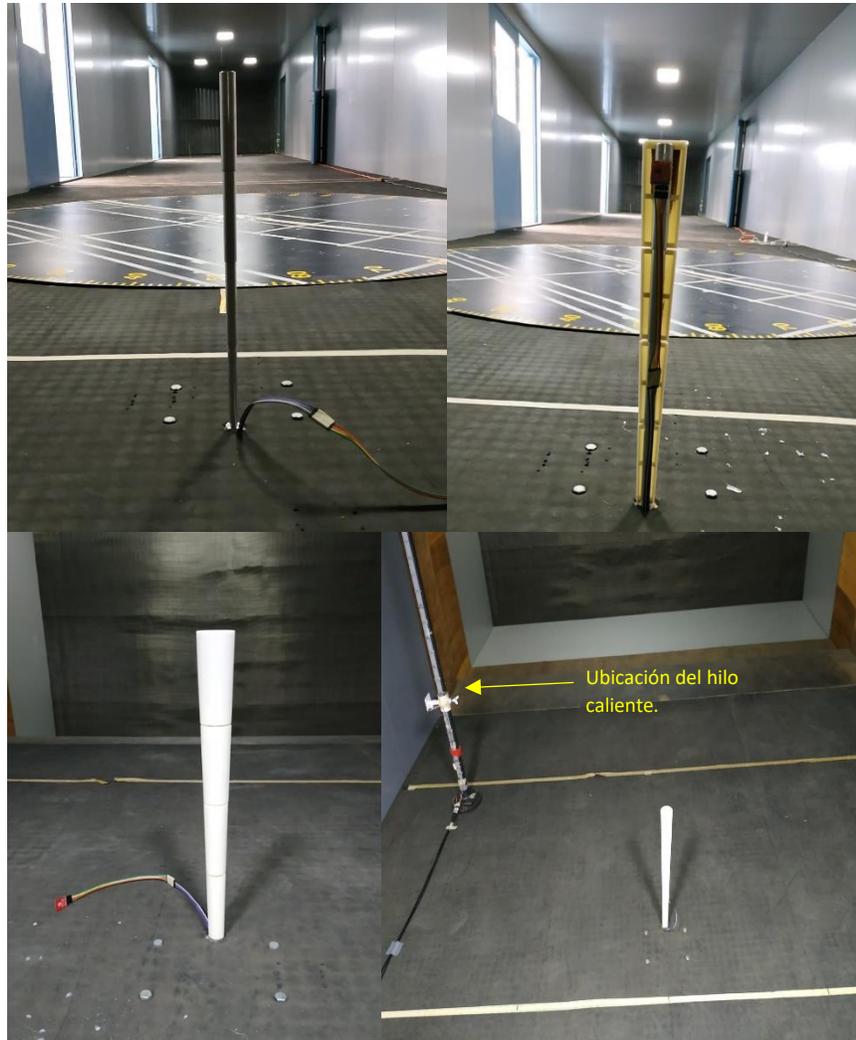


Figura 4.17 Proceso de armado del aerogenerador tipo Vortex dentro del túnel de viento.

La velocidad del viento en el túnel se midió con un anemómetro de hilo caliente para corroborar la velocidad exacta a 40 cm del suelo del túnel y las fluctuaciones que se presentaban, en la última imagen de la figura 4.17 se puede observar su ubicación. Las pruebas realizadas consistieron en incrementar gradualmente las revoluciones del ventilador comenzando en 50 hasta 200 rpm para lograr identificar un movimiento perpendicular en la estructura, demostrando que se presenta el fenómeno de desprendimiento de vórtices.

## CAPÍTULO 5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 5.1 Identificación de la frecuencia de desprendimiento de vórtices

Para analizar las señales registradas en las pruebas, se requiere un procesamiento adecuado con el que se pueda mostrar la respuesta otorgada por la estructura en el dominio de la frecuencia, con el fin de determinar la frecuencia dominante en la que se alcanza la sincronización del desprendimiento de los vórtices. A continuación, se presentan algunos conceptos básicos de dicho proceso, denominado análisis espectral.

#### 5.1.1 Análisis espectral

*El análisis espectral tiene por objeto descomponer una serie de tiempo estacionaria en una suma, posiblemente infinita, de componentes senoidales de diversas frecuencias y amplitudes. Las frecuencias más significativas sirven para explicar ciclos económicos, estacionalidad o características estadísticas generales del proceso aleatorio. Aunque contiene la misma información que el análisis en el dominio del tiempo, el análisis en el dominio de la frecuencia puede facilitar la identificación de frecuencias [42].*

El análisis espectral se basa en un método de descomposición de una sola señal continua a un conjunto de series de componentes periódicos con propiedades específicas y simples. Las componentes de la señal más simple que se conocen son las funciones senoidales y cosenoidales con amplitudes variables, de tal forma que una señal en función del tiempo puede ser simulada mediante un conjunto infinito de dichas funciones expresadas matemáticamente como:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n) \quad (25)$$

donde

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$
$$\varphi_n = -\arctg\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

La expresión anterior se conoce como la Transformada de Fourier y expresa un conjunto infinito de funciones coseno las cuales reciben el nombre de armónicos, siendo  $n=1$  el primer armónico, de la misma frecuencia que la frecuencia dominante de la estructura y el resto a las frecuencias superiores. Conociendo que la frecuencia fundamental de una onda  $f(t)$  es  $\omega_1$ , solamente se requiere conocer la amplitud ( $A_n$ ) y la fase ( $\varphi_n$ ) de cada una de las parciales para construir la onda (señal). El conjunto de estos valores se conoce como espectro [43].

Para realizar el procesamiento de los resultados se utilizó como herramienta el software Matlab, con el cual se pudieron transformar las señales al dominio de la frecuencia para poder identificar de forma visual de la frecuencia dominante.

## 5.2 Comparación de la frecuencia de desprendimiento calculada y la medida en pruebas experimentales

Los resultados obtenidos mediante las pruebas experimentales son las aceleraciones medidas con el sensor instalado en la parte alta de la espina estructural, es por ello que se muestran gráficas de aceleración contra tiempo. Sin embargo, para poder encontrar de manera explícita la frecuencia a la que se desprenden los vórtices se requiere representar la señal en el dominio de la frecuencia, como se mencionó anteriormente.

En la figura 4.18 se muestran las respuestas obtenidas por el aerogenerador a diferentes velocidades de revolución dentro del túnel de viento a condiciones normales de presión y temperatura.

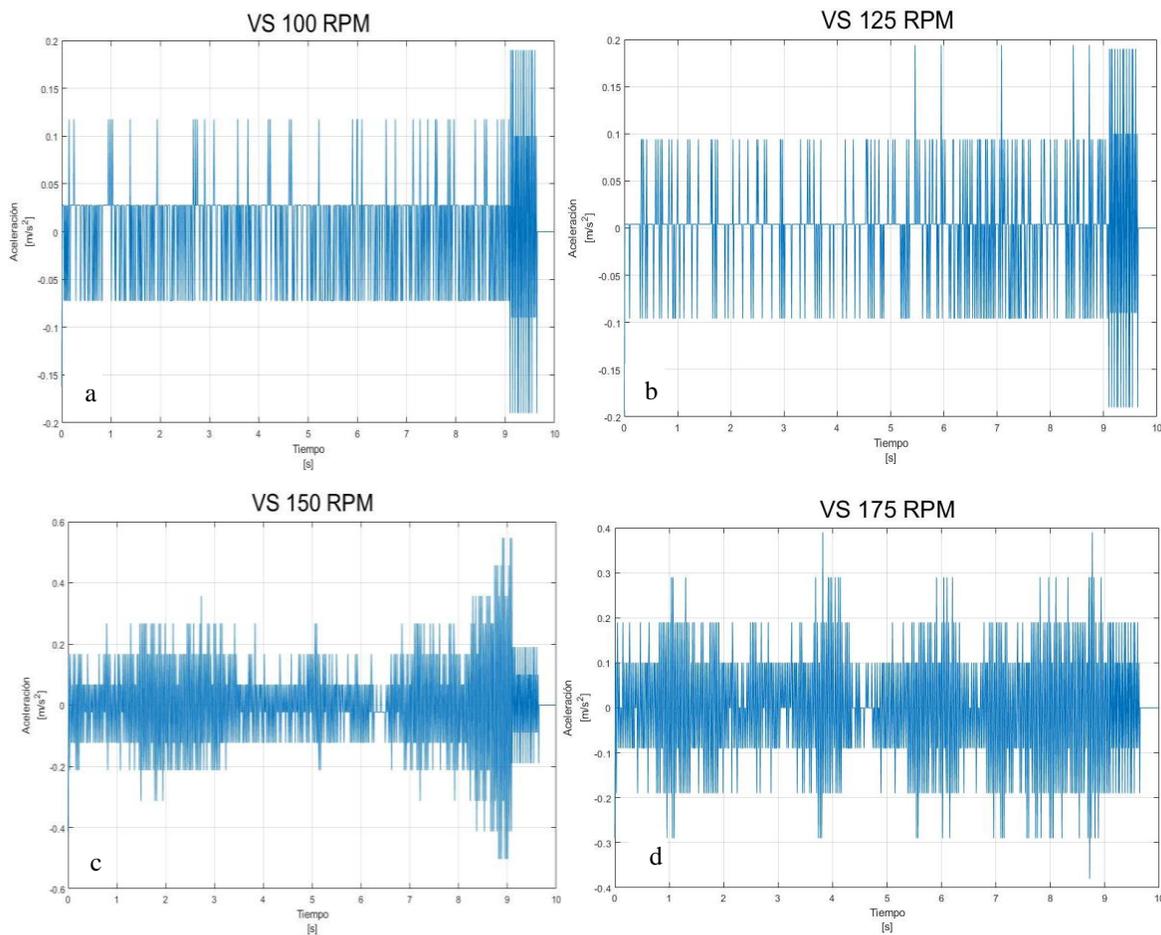


Figura 4.18 Respuestas dinámicas a diferentes aceleraciones [m/s<sup>2</sup>]. a) 4, b) 4.8, c) 5.7, d) 6.63

A continuación, se muestran las señales obtenidas expresadas como espectro de Fourier, el cual ayuda a medir la energía, la cual se encuentra bajo el área de la curva, que se encuentra en una frecuencia dada.

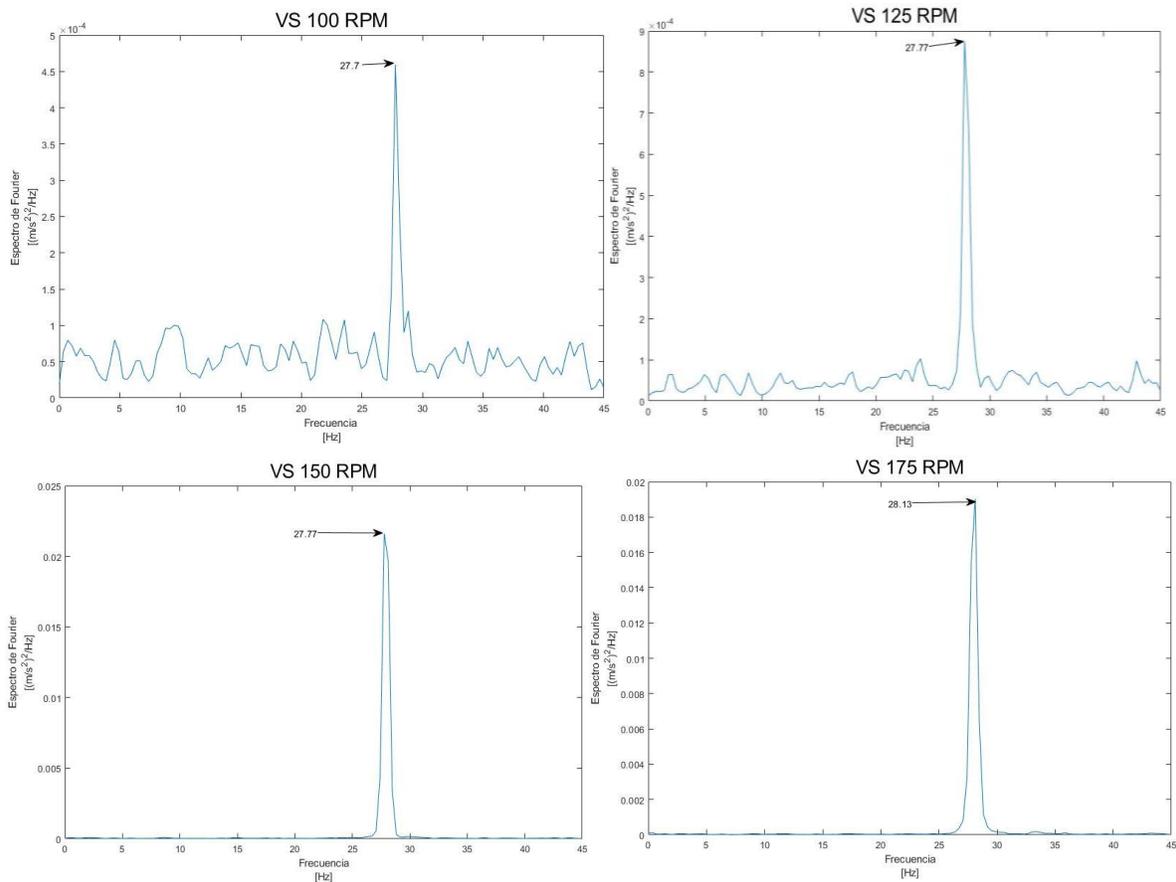


Figura 4.19 Frecuencia de desprendimiento de vórtices a diferentes velocidades del viento.

El intervalo de velocidades en que la frecuencia se mantiene constante puede ser considerada como el intervalo de bloqueo (*lock-in*), razón por la cual la frecuencia de desprendimiento se mantiene constante, aunque aumente la velocidad del flujo en cuestión.

De manera teórica se obtuvo que la frecuencia se encontraba alrededor de los 31.84 [Hz] con ayuda de los parámetros adimensionales; sin embargo, con la fórmula para calcular la frecuencia de una estructura en la que se consideran los momentos de inercia y la distribución de masas en el modelo, la frecuencia es 31.39 [Hz]. La frecuencia en el ancho de banda admisible para el *lock-in* fue de 27.77 [Hz], teniendo un error de 12% con respecto a la teórica obtenida de ambas maneras.

Cabe resaltar que, para poder obtener una respuesta teórica más cercana a la obtenida, se debe considerar la tolerancia geométrica obtenida por el torno y la impresión 3D, ya que se obtuvieron algunos errores en los pesos y ajustes en las geometrías para lograr un acople adecuado. El peso total de la barra maquinada fue de 0.265 kg. Con esta masa, la frecuencia que se obtuvo fue de 30.79 [Hz], produciendo un error de 9.8%.

Aunque la frecuencia obtenida no se acerque de forma exacta a la teórica, el comportamiento del Vortex fue el esperado, tuvo un movimiento perpendicular a la dirección del fluido en las diferentes velocidades muestreadas. Conforme se aumentaron las revoluciones por minuto en el viento, la señal se volvió más estable y se redujo el intervalo de frecuencias en el que se presentaba el fenómeno, demostrando que es susceptible a sincronizarse a diversas velocidades sin importar que entren o no en el intervalo calculado.

En las figuras correspondientes a la obtención de las frecuencias naturales del dispositivo se observó que el comportamiento del dispositivo se asemeja a lo esperado, ya que, tras una pequeña perturbación, ésta era disipada en un lapso de tiempo de 10 [s] como máximo, lo que indica que la espina estructural se puede considerar como un elemento robusto con amortiguamiento.

Los porcentajes de error obtenidos en la primera fase experimental fueron de 9.19%, aproximadamente, para la espina estructural con respecto a los calculados teóricamente y de 14.65% para el dispositivo ensamblado. Aunque el error relativo es relativamente alto, al realizar los experimentos de la segunda fase, se obtuvieron los resultados esperados para el desprendimiento de vórtices, por lo que el error experimental se redujo a 0% prácticamente, bajo las condiciones experimentales consideradas (i.e., no se considera la misma masa en el diseño que en el modelo real por las modificaciones a las piezas 3D para un buen acople, etc.).

El tipo de comportamiento que presentó la estructura según la figura 4.19, demuestra que se tiene un sistema amortiguado y robusto, lo esperado por el diseño correspondiente. A velocidades menores a los 3.8 [m/s] no se observaron perturbaciones en el acelerómetro, contrario a lo calculado teóricamente en donde se muestra que la velocidad idónea de trabajo se presenta a los 3.29 [m/s]. Lo anterior puede deberse a la sensibilidad del acelerómetro empleado.

## **CAPÍTULO 6**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

#### **6.1 Conclusiones**

El objetivo principal de este trabajo consistió en comprobar la existencia del desprendimiento de vórtices en un aerogenerador tipo Vortex, para poder llevar a cabo esta premisa se realizaron dos tipos de experimentos en el túnel de viento, obteniendo valores cercanos a los esperados en ambas partes.

Durante el diseño se observó que aún hay muchas variables para modificar un modelo final del aerogenerador Vortex, tales como el espesor de las paredes internas del dispositivo, el material utilizado, la altura (H) a la que se maneja la velocidad máxima y el espesor de la varilla que lo sostiene. Con fines prácticos, se decidió optar por la omisión de la varilla que sirve como soporte, asumiendo que la flexión que ofrece a la estructura tiene a cero, lo que permitió acercar la frecuencia obtenida en el diseño con aquella del modelo a escala, lo que ayudó a obtener resultados favorables; sin embargo, en un entorno real se debe considerar la altura a la que se posicionará la varilla y la rigidez que ésta aporta al sistema.

Durante las pruebas de vibración libre, se obtuvieron errores inferiores al 15%, lo que permite tomar como adecuada el proceso de experimentación.

En la fase de experimentación se determinó que la frecuencia de muestreo del acelerómetro debe tener cuando menos el doble de valor de la frecuencia a muestrear para poder obtener las fluctuaciones adecuadas siguiendo un teorema de muestreo utilizado en informática. De manera similar a la fase de diseño, se optó por omitir la velocidad registrada en la dirección del flujo por no aportar datos significantes para el objetivo del trabajo, no obstante, se puede obtener una correlación entre ambos tipos de movimientos (longitudinal y transversal) si se consiguiera muestrear de manera simultánea ambas señales.

Debido a los resultados obtenidos, se puede confirmar que se cumplió con éxito el objetivo del trabajo, ya que el modelo presentó un movimiento normal al flujo a partir de 75 RPM, todas con una frecuencia cercana a la natural, tanto calculada como experimental.

Con los experimentos realizados se puede demostrar que en el diseño obtenido existe desprendimiento de vórtices a más de una velocidad del viento; sin embargo, el movimiento que se generó en el modelo no fue suficiente para que se pudiera percibir sin ayuda de un dispositivo especializado.

## **6.2 Recomendaciones**

Debido al alcance del trabajo, se decidieron omitir una gran cantidad de variables que pueden modificar los resultados (aunque sea en un porcentaje bajo) al momento de diseñar un modelo totalmente funcional, por lo que para futuras investigaciones se recomienda en primer instancia, utilizar el tipo de suelo propuesto en la investigación para poder determinar si el aerogenerador cumple con la homogeneización de la frecuencia a lo largo del mismo, para ello se pueden hacer pruebas con la rugosidad deseada y sin ella para hacer una comparación, o utilizar un método de visualización que permita ver el desprendimiento de vórtices. De la misma manera, se hace hincapié en la necesidad de colocar a la altura en que se encontrará realmente el dispositivo al momento de la instalación de éste para poder obtener las velocidades idóneas a esa altura, así como agregar el poste al que está sujeta la estructura diseñada.

También se recomienda verificar que existe homogeneización del desprendimiento de vórtices a lo largo del aerogenerador tipo Vortex, como se muestra en la figura 3.2.

Finalmente, se recomienda instrumentar el modelo del Vortex con un dispositivo para medir desplazamientos, lo que permitiría verificar si el movimiento que se presenta debido al desprendimiento de vórtices puede aportar la potencia suficiente para que sea viable un proceso de fabricación y producción de éste.

## REFERENCIAS

- [1] Escudero, J. M., (2003). *Manual de energía eólica*. España (Segunda edición). Recuperado de: <https://bit.ly/2T4DK8G> el 21 de enero de 2019.
- [2] Baker, C. K. (2007). *Wind engineering – Past, present and future*. Reino Unido, Universidad de Birmingham.
- [3] Antezana, J. C. (2004). *Diseño y construcción de un prototipo de generador eólico de un eje vertical*. Recuperado de: <https://bit.ly/2HoEPXk> el 23 de enero, 2019.
- [4] Román, A. (2013). *Diseño de un aerogenerador para uso particular*. Recuperado de: <https://bit.ly/2sJg1PK> el 16 de enero, 2019.
- [5] EKIDOM. (Desconocido). *Historia de la energía eólica*. Recuperado de: <http://www.ekidom.com/historia-de-la-energia-eolica> el 16 de enero, 2019.
- [6] Asociación danesa de energía eólica. (2003). *Pioneros de la energía eólica: el aerogenerador de Gedser*. Recuperado de: <https://bit.ly/2F7HUMa> el 23 de enero, 2019.
- [7] Franco, J.A. & Jauregui, J.C. (2015). *Optimizing Wind Turbine Efficiency by Deformable Structures in Smart Blades*. JERT-14-1411; doi: 10.1115/1.4030445
- [8] OPEX energy. (Desconocido). *Tipos de aerogeneradores*. Recuperado de: [http://opex-energy.com/eolica/tipos\\_aerogeneradores.html](http://opex-energy.com/eolica/tipos_aerogeneradores.html) el 24 de enero, 2019.
- [9] Witter, A.R., Moller, S.V. & Natalino, M. B., (Desconocido). *Análisis experimental del desprendimiento de vórtices de Kármán*. Recuperado de: <http://www.unne.edu.ar/unnevieja/Web/cyt/cyt/2001/7-Tecnologicas/T-023.pdf> el 24 de enero, 2019.
- [10] Flores, E. (2019). *Estudio numérico de un aerogenerador por vibración inducida mediante vórtices de von Kármán*. Recuperado de: <http://132.248.9.195/ptd2019/enero/0784115/Index.html> el 24 de enero, 2019.
- [11] Vortex Bladeless. (2006). *How it works*. Recuperado de: <https://vortexbladeless.com/technology-design/> el 17 de enero, 2019.
- [12] AMDEE. (2018). *El potencial eólico mexicano*. Recuperado de: <https://bit.ly/2QH1PS8> el 22 de enero, 2018.
- [13] Secretaría de Energía. (2006). *Inventario de proyectos potenciales para la generación de electricidad por energías limpias*. Recuperado de: <https://bit.ly/2S6XqeV> el 21 de enero, 2019.

- [14] Schlichting, H. (1968). *Boundary-Layer Theory* (séptima edición), Estados Unidos. Págs. 11-13.
- [15] Potter, M. & Wigger, D. (2002). *Mecánica de fluidos* (tercera edición), España. Págs 319-321
- [16] Meseguer, J., Sanz A., Perales, J. M. & Pinado, S. (2001). *Aerodinámica civil* (primera edición), España, Págs 1-15 y 85-123.
- [17] White, F. (2008). *Mecánica de Fluidos* (sexta edición), Estados Unidos, Págs 449-528.
- [18] Rodríguez, A. (2012) *Simulación numérica del flujo alrededor de un cilindro móvil utilizando ANSYS-CFX*. Recuperado de: <http://159.90.80.55/tesis/000155355.pdf> el 13 de febrero, 2019.
- [19] Zenit, J. R. (2017). *Apuntes de Mecánica de Fluidos*. Recuperado de: <https://bit.ly/2ShMPyx> el 8 de febrero, 2019.
- [20] Galsworthy, J.K., (2000). *Aspects of across-wind loads and effects on large reinforced concrete chimneys*. Ontario, Págs: 5-28.
- [21] Basu, R. I. (1985). *Aerodynamic forces on structures of circular cross-section. Part I. Model-Scale data obtained under two-dimensional conditions in low-turbulence streams*. Recuperado de: <https://bit.ly/2S0aezB> el 13 de febrero, 2019.
- [22] López, O. D. (2002). *Modelamiento computacional de la calle de vórtices de Kármán dinámica de vorticidad*. Recuperado de: <https://bit.ly/2S2igHY> el 13 de febrero, 2019.
- [23] Flores, E. (2019). *Estudio numérico de un aerogenerador por vibración inducida mediante vórtices de Von Kármán*. Recuperado de: <https://bit.ly/2H52ev2> el 13 de febrero, 2019.
- [24] Bearman, P. W. (1984). *Vortex Shedding from oscillating bluff bodies*. Annual Review of Fluid Mechanics. Págs. 195-200.
- [25] Soto, R. A. (2016). *Conversión de energía eólica mediante vibraciones inducidas*. Recuperado de: <https://bit.ly/2BPVqOD> el 22 de febrero, 2019.
- [26] Vasallo, A. (2005). *Análisis de vibraciones aeroelásticas en estructuras esbeltas sometidas a cargas de viento*. Recuperado de: <https://bit.ly/2VdqU8w> el 22 de febrero, 2019.

- [27] Gerrard, J.H. (1965). *The mechanics of the formation region of vórtices behind bluff bodies*. Recuperado de: <https://bit.ly/2GVQcEn> el 21 de febrero, 2019.
- [28] Naudascher, E. & Rockwell, D. (2005). *Flow-induced vibrations*. Holanda (primera edición). Págs. 120-130
- [29] Atienza, R. & Sánchez, M. A. (2017). *Nuevo concepto de generación eólica. Aerogenerador sin palas por vorticidad*. Recuperado de: <https://bit.ly/2FYZ8sM> el 18 de febrero, 2019.
- [30] Atienza, R., Sánchez, M. A. & Yañez, D. (2017). *Diseño y optimización de una estructura geométrica cilíndrica para un desprendimiento uniforme de vórtices de Von Kármán*. Recuperado de: <https://bit.ly/2DORX38> el 18 de febrero, 2019.
- [31] SMIE. (2017). *Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento*. Recuperado de: <https://bit.ly/2TV2sJ1> el 18 de febrero, 2018.
- [32] Williamson, C.H.K. & Roshko, A. (1988). *Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder*. Recuperado de: <https://bit.ly/2TPS7Cb> el 19 de marzo, 2019.
- [33] Techet, A. H., Hover, F. S. & Triantafyllou, M. S. (1997). *Vortical patterns behind a tapered cylinder oscillating transversely to a uniform flow*. Recuperado de: <https://bit.ly/2HICtBi> el 20 de marzo, 2019.
- [34] Simiu, E. & Scanlan R. (1996). *Wind effects on structures*. Canadá (tercera edición). Págs: 56-71
- [35] Yañez, D. J. (2015). *An electrical power generator and an electrical power generation method*. Número de publicación: WO 2016/0555370 A2. Recuperado de: <https://bit.ly/2FIAQXp> el 20 de marzo, 2019.
- [36] Farrés, J. (Desconocido). *Respuesta aeroelástica de diversos tipos de puentes de tirantes*. Recuperado de: <https://bit.ly/2j3ZJvj> el 26 de abril, 2019.
- [37] Nieto, F. (2006). *Análisis de sensibilidad y optimización aeroelástica de puentes colgantes en de computación distribuida*. Recuperado de: <https://bit.ly/2vpZAJi> el 26 de abril, 2019.
- [38] Gómez, I. (2014). *Investigación de fenómenos de galope en cuerpos de diversa sección transversal*. Recuperado de: <https://bit.ly/2PWftRl> el 08 de mayo, 2019.
- [39] Alonz, G. A. (1996). *Inestabilidad aeroelástica de un edificio esbelto de planta triangular*. Recuperado de: <https://bit.ly/2CL0Jzc> el 28 de marzo, 2019.

- [40] Guzmán, V., Pozos, A. & Gómez, A. (2017). *Design of an aeroelastic scale model of a pylon of a cable-stayed bridge for wind tunnel testing*. Recuperado de: <https://bit.ly/2Hb46lU> el 08 de mayo, 2019.
- [41] Cruz, D. (2017). *Análisis de los efectos del viento en naves industriales a causa de edificaciones vecinas realizando pruebas experimentales en túnel de viento*. Recuperado de: <https://bit.ly/2PVA9YZ> el 23 de mayo, 2019.
- [42] Montenegro, A. (2009). *Análisis espectral*. Recuperado de <https://bit.ly/2EHugLa> el 29 de mayo, 2019.
- [43] Samperio, F. (2017). *Evaluación de las propiedades dinámicas de los tirantes de un puente, empleando vibración forzada*. Recuperado de: <https://bit.ly/2EXLe8q> el 05 de junio, 2019.

**ANEXOS**  
**ANEXO 1**  
**PARADOJA DE D'ALAMBERT**

Breve desarrollo obtenido de *Apuntes de clase* de Roberto Zenit Camacho [16]

Para obtener la fuerza de arrastre sobre un cilindro se debe integrar el esfuerzo sobre el área. Debido a que esta paradoja solo existe en el caso de flujo potencial, significa que los esfuerzos viscosos son despreciables y por ello, el único esfuerzo que actúa sobre la superficie es la presión.

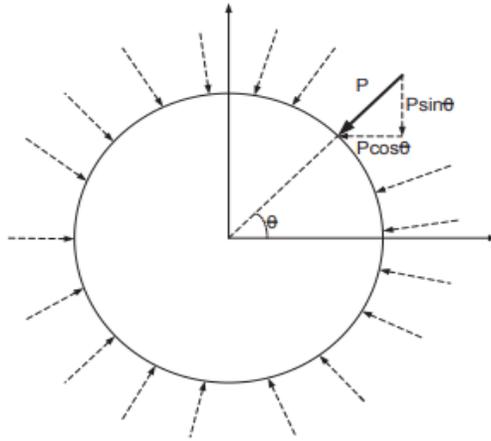


Figura A1. Presión ejercida en la superficie de una circunferencia.

En la imagen A1 se muestra la distribución de presiones alrededor de dicha geometría, de la cual se puede obtener que las componentes en  $x$  y  $y$  de cada una de las fuerzas se compone de la siguiente manera:

$$P_x = P \cos \theta$$

$$P_y = P \sin \theta$$

La fuerza de arrastre queda definida como la integral de todas las presiones en la dirección  $x$  al o largo de toda la superficie ( $dS$ ).

$$F_D = \int_S (P(\theta) \cos \theta) dS = \int_S (P_s - P_\infty) \cos \theta dS$$

Sin embargo, para poder adecuar realizar la integral, se debe presentar  $dS$  en términos de  $\theta$ . Para ángulo pequeños ( $d\theta$ ) se idealizar la relación trigonométrica que relaciona el radio  $R$  de la circunferencia con la fracción de superficie, es decir:

$$\tan(d\theta) \approx d\theta = \frac{dS}{R}$$

En un flujo que cumple con las características necesarias para ser considerado un flujo potencial, se puede inferir que el campo de velocidades viene dado por las expresiones

$$U = 2U_{\infty}\sin^2\theta, \quad W = 2U_{\infty}\sin\theta\cos\theta$$

Donde U y W son las componentes horizontal y vertical de la velocidad y  $U_{\infty}$  es el flujo alejado de la corriente que incide en el cilindro con dicha velocidad de forma constante (expresiones obtenidas de *Aerodinámica Civil*, pág. 10).

Utilizando la expresión de Bernoulli para un punto lejos del cilindro y un punto en la superficie del fluido se determina:

$$P_s + \frac{1}{2}\rho V^2 = P_{\infty} + \frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2$$

Donde V es el campo de velocidades, el cual al ser sustituido por las componentes anteriores se determina que:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{(2U_{\infty}\sin^2\theta)^2 + (2U_{\infty}\sin\theta\cos\theta)^2} \\ V &= \sqrt{4U_{\infty}^2\sin^2\theta(\sin^2\theta + \cos^2\theta)} \\ V^2 &= 4U_{\infty}^2\sin^2\theta \end{aligned}$$

Expresando la integral para la fuerza de arrastre en función de  $d\theta$  y sustituyendo el gradiente de presiones alrededor de todo el cilindro:

$$F_D = \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2(1 - 4\sin^2\theta) \right) \cos\theta LR d\theta$$

Finalmente

$$F_D = \frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 LR \int_0^{2\pi} (1 - 4\sin^2\theta)\cos\theta d\theta = \frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 LR \left\{ \sin\theta - \frac{4}{3}\sin^3\theta \right\}_0^{2\pi}$$

Para los valores de evaluación en los ángulos seleccionados (alrededor de todo el cilindro) el seno siempre toma el valor de 0 en ambos casos, por lo que:

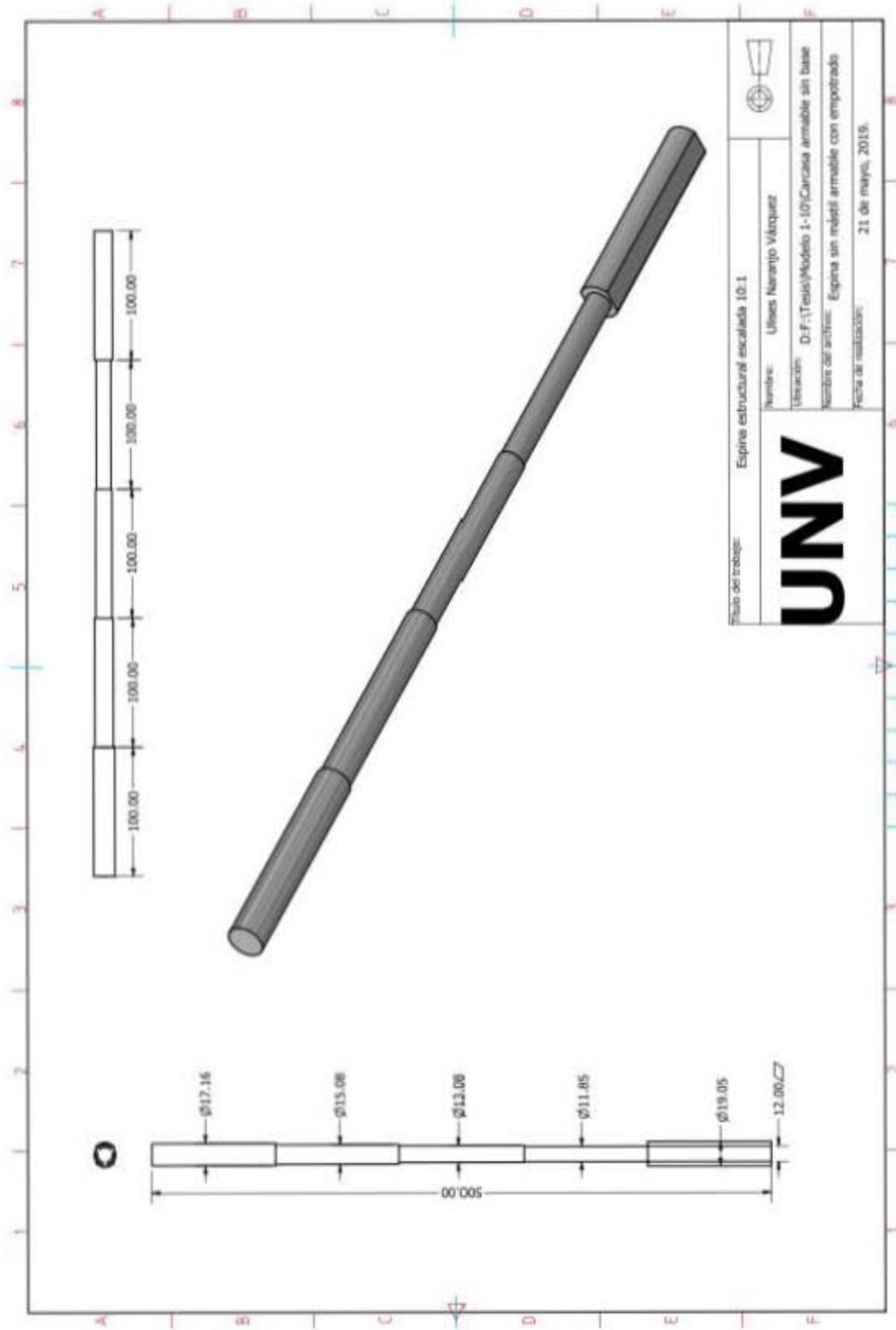
$$F_D = 0$$

A este resultado se le es conocido como la paradoja de D'Alambert. De forma física se puede observar que las componentes de las fuerzas en flujo potencial que tenga una simetría en los ejes tendrán esta solución debido a que las componentes del campo de fuerzas se anularán entre sí, creando un error al no considerar la disminución de presiones por el desprendimiento de capa límite. De manera análoga se puede hacer un análisis para calcular la fuerza de sustentación en la que ocurre una situación similar.

ANEXO 2  
TABLAS DE CÁLCULO DEL PERFIL DE VELOCIDADES Y DIÁMETRO DEL EQUIPO

Y	D(Y)	V(Y)	Y	D(Y)	V(Y)
0	0.071623256	0	3.7	0.290054861	10.4406969
0.1	0.145461243	6.29768952	3.8	0.29547173	10.4797507
0.2	0.154690047	6.9394563	3.9	0.300950638	10.5179304
0.3	0.160130239	7.34477036	4	0.306488727	10.5552772
0.4	0.16405756	7.6466224	4.1	0.312083275	10.5918296
0.5	0.167232837	7.88927413	4.2	0.317731694	10.6276232
0.6	0.170008055	8.09324003	4.3	0.323431524	10.6626911
0.7	0.172575386	8.26979934	4.4	0.329180428	10.6970647
0.8	0.175050797	8.42585234	4.5	0.334976187	10.7307728
0.9	0.177508956	8.56594334	4.6	0.340816695	10.7638427
1	0.18	8.69323152	4.7	0.346699954	10.7963001
1.1	0.182558466	8.81000636	4.8	0.352624067	10.8281688
1.2	0.185208432	8.9179826	4.9	0.358587236	10.8594717
1.3	0.187966661	9.01847935	5	0.364587755	10.8902299
1.4	0.19084463	9.1125342	5.1	0.370624005	10.9204635
1.5	0.193849909	9.20097864	5.2	0.376694451	10.9501915
1.6	0.196987111	9.2844898	5.3	0.382797636	10.9794319
1.7	0.200258599	9.36362678	5.4	0.388932179	11.0082015
1.8	0.203664998	9.43885679	5.5	0.395096765	11.0365166
1.9	0.207205596	9.51057446	5.6	0.401290151	11.0643924
2	0.21087865	9.57911629	5.7	0.407511154	11.0918433
2.1	0.21468163	9.6447716	5.8	0.413758649	11.1188831
2.2	0.218611412	9.70779108	5.9	0.420031571	11.1455249
2.3	0.222664438	9.76839344	6	0.426328904	11.1717812
2.4	0.226836835	9.82677065			
2.5	0.231124524	9.88309221			
2.6	0.235523296	9.93750854			
2.7	0.240028883	9.99015377			
2.8	0.244637007	10.041148			
2.9	0.249343422	10.0905994			
3	0.254143952	10.1386054			
3.1	0.259034507	10.1852545			
3.2	0.264011113	10.2306268			
3.3	0.269069915	10.2747958			
3.4	0.274207196	10.3178283			
3.5	0.279419379	10.3597857			
3.6	0.28470303	10.4007246			

ANEXO 3  
 PLANO DE LA ESPINA ESTRUCTURAL



ANEXO 4  
CÓDIGO ARDUINO PARA DETERMINAR LAS ACELERACIONES DEL MODELO  
AEROELÁSTICO

```
//Constantes asignadas a los pines analógicos conectados al Arduino
const float PinZ = A2;

//Constantes del voltaje de referencia, para una aceleración de 0g y sensibilidad radiométrica
(Ficha técnica del acelerómetro ADXL335)
const float Vref = 3.0;
const float VceroG = 1.5;
const float Sens = 0.3;

//Frecuencia de muestreo de las aceleraciones (En segundos) "DATO REQUERIDO"
const float incremento_tiempo = 0.011;
const int segundos_muestra = 10; //Tiempo de registro de las aceleraciones
const int sin_muestreo = 60; //Tiempo en que no se muestrean aceleraciones
const int muestras= (1/incremento_tiempo)*segundos_muestra;

//Variables que guardan el valor de la aceleración para cada tiempo de muestreo
float AceZ = 0; //Variable que guarda la lectura del acelerómetro en las tres direcciones
float EjeZ = 0;

//Para salidas analógicas (Implementando un Arduino UNO para procesamiento de datos).
void setup()
{
  Serial.begin(9600);
}
void loop(){

// Lecturas directas de los ejes
for (int i=0;i<=muestras;i++){
  EjeZ= analogRead(A2);
  AceZ=(((EjeZ/1024.0)*Vref)-VceroG)/Sens)*9.81+15.33;
  Serial.print (i*incremento_tiempo);
  Serial.print("\t");
  Serial.println(AceZ);
  delay(incremento_tiempo*1000);
} delay(sin_muestreo*1000); }
```