



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
INGENIERÍA AUTOMOTRIZ - MECÁNICA

CARACTERIZACIÓN Y MEJORA AERODINÁMICA DE UN VEHÍCULO TIPO ATV

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
JUAN ALBERTO CAMACHO BOLAÑOS

TUTOR PRINCIPAL:
DR. MARCELO LÓPEZ PARRA
FACULTAD DE INGENIERÍA

JURIQUILLA, QRO.. SEPTIEMBRE 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

PRESIDENTE: DR. ALEJANDRO C. RAMÍREZ REIVICH

SECRETARIO: DR. JORGE A. FERRER PÉREZ

VOCAL: DR. MARCELO LÓPEZ PARRA

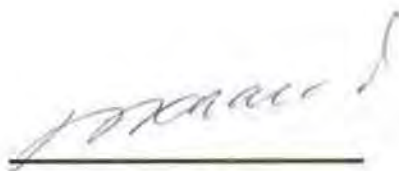
1^{er}. SUPLENTE: M.I. ANTONIO ZEPEDA SÁNCHEZ

2^{do}. SUPLENTE: M.I. MARIANO GARCÍA DEL GÁLLEGO

LUGAR DONDE SE REALIZÓ LA TESIS: UNIDAD DE ALTA
TECNOLOGÍA, FACULTAD DE INGENIERÍA, JURIQUILLA,
QUERÉTARO.

TUTOR DE TESIS:

DR. MARCELO LÓPEZ PARRA

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Marcelo López Parra', is written over a solid black horizontal line.

FIRMA

Resumen

En los años recientes se han buscado formas para aumentar la eficiencia en el consumo energético de los vehículos, ya sea optimizando los motores de combustión interna o implementando formas de propulsión alternativas; sin importar cuál método de propulsión se utilice, todos los vehículos deben interactuar con el medio que los rodea, una de las fuerzas que siempre está presente para el caso de los vehículos terrestres es la ejercida por el aire sobre la superficie del vehículo. Este documento tiene como objetivo analizar el efecto que tiene dicha fuerza sobre el comportamiento dinámico de un vehículo terrestre, proponer una mejora sobre el diseño del vehículo para minimizar el impacto negativo que el aire pueda tener sobre éste y simular el comportamiento que tendría el vehículo con la mejora incluida, específicamente se tratará: la caracterización aerodinámica de un vehículo tipo ATV (de forma física y computacional), propuestas de mejora a la carrocería y simular computacionalmente el desempeño del ATV con dichas mejoras para realizar una comparación entre el comportamiento original y el comportamiento con mejoras. Para finalizar se declara el propósito del documento: *Reducir el consumo de combustible de un vehículo tipo ATV a través de modificaciones a la carrocería que reduzcan el arrastre generado por el mismo.*

Índice general

Resumen	III
Nomenclatura	XI
Agradecimientos	XIV
1. Introducción	1
1.1. ATV's	1
1.1.1. Historia	1
1.1.2. Italika ATV 180	4
2. Descripción del problema	5
2.0.1. Objetivo	6
3. Marco Teórico	7
3.1. Aerodinámica	7
3.1.1. Hipótesis del continuo	10
3.1.2. Arrastre	11
3.1.3. Capa límite	11
3.2. Perfiles alares	12
3.2.1. Efectos de la geometría del perfil en el desempeño aerodinámico	14
3.3. Navier-Stokes	17
3.3.1. Derivación de las ecuaciones de Navier-Stokes	18
3.3.2. Derivación del número de Reynolds	24
3.3.3. Turbulencia	28
4. Desarrollo	36
4.1. Modelado	36

4.2. Simulación	37
4.2.1. Resultado la simulación	38
4.3. Instrumentación	44
4.3.1. Selección de sensores	44
4.3.2. Medición del error	48
4.3.3. Diseño y fabricación de instrumentos	52
5. Pruebas	59
5.1. Mediciones	59
5.1.1. Resultado de las pruebas	60
5.2. Correlación	62
5.2.1. Discusión de los resultados	63
6. Resultados	67
6.1. Propuestas de mejora	67
7. Conclusiones	71
A. Programas utilizados	74
A.1. Simulación	74
A.1.1. Parte superior	74
A.1.2. Parte inferior	75
A.2. Código del sensor	76
B. Recursos matemáticos	79
C. Esquemas de apoyo	81
C.1. CAD	81
C.2. Planos	81
C.3. Simulación	89
C.4. Electrónica	102
Bibliografía	111

Índice de figuras

1.1. Los primeros vehículos tipo ATV.	2
1.2. Modelos precursores que marcaron el mercado.	3
1.3. Modelos recientes que marcaron tendencia.	3
1.4. Italika ATV 180	4
2.1. Resumen del trabajo	6
3.1. Esfuerzo cortante sobre una superficie	8
3.2. Fuerzas sobre un perfil alar	8
3.3. Perturbación de un flujo debido a medición	10
3.4. C_d vs número de Reynolds	11
3.5. C_d según Re	12
3.6. Perfil alar	12
3.7. Líneas de corriente alrededor de un perfil alar.	13
3.8. Cambio de régimen en un fluido	14
3.9. Separación en los bordes de un perfil alar	15
3.11. Desplazamiento de una burbuja	17
3.12. Tipos de flujo	30
4.1. Malla sobre la frontera del vehículo.	38
4.2. Perfil de velocidad	39
4.3. Vehículo a 50 km/h	40
4.4. Diferencia de velocidades	41
4.5. Presión estática	41
4.6. Malla sobre la frontera del vehículo.	46
4.7. Sensor de aire MS5525	46
4.8. Conexión entre el Arduino Mega y el sensor MS5525DSO.	47

4.9. Calibración del sensor.	49
4.10. Información recolectada durante el experimento inicial.	50
4.11. Perfil NREL S815.	52
4.12. Coeficiente de presión (vista lateral)	53
4.13. Coeficiente de presión (vista superior)	53
4.14. Vorticidad (vista lateral)	54
4.15. Vorticidad (vista superior)	54
4.16. Perfil simétrico basado en NREL S815.	55
4.17. Coeficiente de presión del ala simétrica (vista lateral).	55
4.18. Coeficiente de presión del ala simétrica (vista superior).	56
4.19. Vorticidad en ala simétrica (vista lateral).	57
4.20. Vorticidad en ala simétrica (vista superior).	57
4.21. Diseño final del ensamble.	58
5.1. Ubicación de los sensores	64
5.2. Ruta de viaje	64
5.3. Limitador de velocidad	65
5.4. Punto referenciado en la discusión (punto amarillo).	65
5.5. Resultados	66
6.1. Propuestas de mejora	68
6.2. Mallado de propuestas.	70
7.1. Comparación del arrastre de las propuestas contra el diseño original.	73
C.1. Dibujos CAD de los elementos de la ATV	82
C.2. Ensamble utilizado para el modelo CFD.	83
C.3. Plano del interior de agarradera	84
C.4. Plano del exterior de agarradera	85
C.5. Plano de la cama para electrónica.	86
C.6. Plano del ala asimétrica.	87
C.7. Plano del ala simétrica.	88
C.8. Vectores velocidad (50 km/h)	89
C.9. Campo de velocidad (50 km/h, corte superior).	90
C.10. Campo de velocidad (50 km/h, corte frontal)	90
C.11. Campo de velocidad (50 km/h, corte lateral)	91

C.12. Campo de velocidad (50 km/h, corte superior).	92
C.13. Campo de velocidad (50 km/h, corte frontal).	92
C.14. Comparativa de la magnitud del vector velocidad en el plano medio longitudinal (eje Y) del vehículo para la parte superior.	93
C.15. Plano de corte lateral que muestra el campo de velocidad cuando éste viaja a 15 km/h.	93
C.16. Plano de corte lateral que muestra el campo de velocidad cuando éste viaja a 20 km/h.	94
C.17. Plano de corte lateral que muestra el campo de velocidad cuando éste viaja a 25 km/h.	94
C.18. Coeficiente de presión calculado a partir del plano de corte lateral, la imagen muestra los distintos valores que toma el coeficiente a partir de los distintos escenarios.	95
C.19. Plano de corte lateral que muestra el campo de velocidad cuando éste viaja a 30 km/h.	95
C.20. Velocidad absoluta de los puntos inferiores del vehículo (15 km/h)	96
C.21. Velocidad absoluta de los puntos inferiores del vehículo (20 km/h)	96
C.22. Velocidad absoluta de los puntos inferiores del vehículo (25 km/h)	97
C.23. Velocidad absoluta de los puntos inferiores del vehículo (50 km/h)	97
C.24. Gráfica que muestra el valor de la presión estática en la parte inferior del vehículo (15 km/h)	98
C.25. Gráfica que muestra el valor de la presión estática en la parte inferior del vehículo (50 km/h)	98
C.26. Gráfica que muestra el la magnitud de la turbulencia en la parte inferior del vehículo (50 km/h)	99
C.27. Gráfica que muestra el la magnitud de la turbulencia en la parte superior del vehículo (50 km/h)	99
C.28. Plano de corte que muestra el coeficiente de presión (50 km/h)	100
C.29. Plano de corte que muestra la vorticidad (15 km/h)	100
C.30. Mejora 1 (50 km/h)	101
C.31. Mejora 2 (50 km/h)	101
C.32. Esquemático del sensor MS5525DSO.	102
C.33. Pistas presión	103
C.34. Visualización placa	103

C.35. Proceso final de manufactura para las placas.	104
C.36. Polares de eficiencia de sustentación y arrastre para el perfil NREL S815	105
C.37. Agarradera	106
C.38. Cama electrónica	106
C.39. Ala simétrica (S815)	107
C.40. Ala asimétrica (basada en el perfil S815)	107
C.41. Esfuerzo de Von Mises para el ensamble.	108
C.42. Comparación de esfuerzos entre sólido original y la optimización topológica.	109
C.43. Ejemplo de la malla resultado de la optimización topológica.	110
C.44. Optimización topológica de la parte exterior de la agarradera.	110

Índice de tablas

1.1. Características de la Italika ATV 180	4
4.1. Condiciones de la simulación CFD.	36
4.1. Condiciones de la simulación CFD.	37
4.2. Cálculo del coeficiente de arrastre C_D	42
4.3. Condiciones de la simulación CFD.	42
4.4. Cálculo del coeficiente de arrastre C_D para el caso con el piloto.	43
4.4. Cálculo del coeficiente de arrastre C_D para el caso con el piloto.	44
4.5. Sensor de presión	44
4.5. Sensor de presión	45
4.7. Pruebas de normalidad realizadas (9 m/s).	51
4.8. Pruebas de normalidad realizadas (13 m/s).	51
5.1. Resultados de las mediciones en ruta.	60
5.1. Resultados de las mediciones en ruta.	61
5.1. Resultados de las mediciones en ruta.	62
6.1. Mallado de mejoras	68
6.2. Arrastre de mejoras	69

Nomenclatura

- α Ángulo de ataque.
- $\nabla \cdot T = \nabla \cdot \sigma$ Tensor de desviaciones.
- ϵ Taza de disipación de la energía cinética turbulenta.
- μ Viscosidad dinámica fluido.
- ν Viscosidad del fluido.
- Ω Volumen de referencia arbitrario.
- ρ Densidad del aire.
- σ Tensor de esfuerzos.
- \vec{f} Fuerzas externas que actúan sobre el fluido.
- \vec{n} Vector normal a la trayectoria de integración.
- \vec{u} Vector velocidad.
- \vec{V} Diferencial del volumen de integración.
- A Fuerza axial.
- c Longitud de cuerda.
- C_A Coeficiente de fuerza axial.
- C_D Coeficiente de arrastre.
- C_f Coeficiente de fricción.
- C_L Coeficiente de sustentación.

C_l	Coeficiente de sustentación.
C_M	Coeficiente de momento.
C_N	Coeficiente de fuerza normal.
C_p	Coeficiente de presión.
D	Fuerza de arrastre.
I	Matriz identidad.
k	Energía cinética turbulenta.
L	Fuerza de sustentación.
l	Ancho de ala.
L_o	Dimensión linear característica del objeto.
M	Momento resultante.
m	Masa.
N	Fuerza normal.
P	Propiedad intensiva.
p	Presión absoluta sobre un punto del fluido.
p_∞	Presión del flujo libre.
q_∞	Presión dinámica.
R	Fuerza resultante.
Re	Número de Reynolds
S	Área de referencia.
T	Tensor de esfuerzos volumétricos.
t_i	Tiempo discreto específico, $t \in \mathbb{N}$.
v	Velocidad.

v_0 Velocidad actual del objeto.

v_∞ Velocidad del flujo libre.

Agradecimientos

Quiero agradecer el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) que a través de su Programa de becas para cursos de Maestría me permitió mantenerme a lo largo de mi estudio. A la D.G.A.P.A.-UNAM por el apoyo brindado por medio del programa PAPIIT No. IT102717 y a la UAT-Facultad de Ingeniería por su apoyo para la adquisición de materiales varios, a la infraestructura del Laboratorio Nacional de Ingeniería Espacial y Automotriz (LN-INGEA) por permitirme realizar las simulaciones y experimentos de medición, así como las enseñanzas aportadas por su extraordinario capital humano, en especial al Dr. Marcelo López Parra por su paciencia, consejos y tiempo dedicado a mi persona con la única finalidad de desarrollarme como ser humano.

A mi esposa, gracias por el apoyo que me diste desde que inició este proyecto, el cambio abrupto de vida, soportar semanas sin poder hacer algo que te gustara con el fin de que me concentrara en escribir, vivir situaciones difíciles y tratar de ver lo mejor de ello, y, sobre todo por creer en mí, te Amo. A mi papás por estar siempre presentes ante toda situación, por sacrificarse durante toda mi vida para poder llegar hasta donde he llegado sin necesidad de esperar nada a cambio, gracias.

1.1. Vehículos todo terreno

Un vehículo todo terreno (ATV)¹² es un medio de transporte de cuatro ruedas, de uno o más pasajeros que es utilizado en gran medida como medio de entretenimiento y trabajo, este tipo de vehículos son conocidos por ser máquinas de uso rudo de ahí que se utilicen para maniobrar sobre terrenos de difícil acceso con diferentes condiciones climatológicas. En el mercado existe una gran oferta, que van desde aplicaciones recreativas, de emergencia, hasta conceptos que utilizan fuentes alternativas de propulsión (eléctrica, por ejemplo.) [64].

Aunque son muy populares, los vehículos todo terreno presentan muchos aspectos de diseño susceptibles a mejora, la mayor parte de la investigación se centra en generar vehículos autónomos [20, 84, 65, 7], contabilizar el número de accidentes relacionados [90, 46, 88], su aplicación militar[32], impacto ambiental[41] y la legislación sobre su uso[10] [61]; por lo que estudiar diversas formas de mejorar su eficiencia de consumo energético es un área de oportunidad que puede ser aprovechada. Este documento, en particular, se busca disminuir la cantidad de energía necesaria para vencer la resistencia del viento mientras el vehículo se encuentra en movimiento.

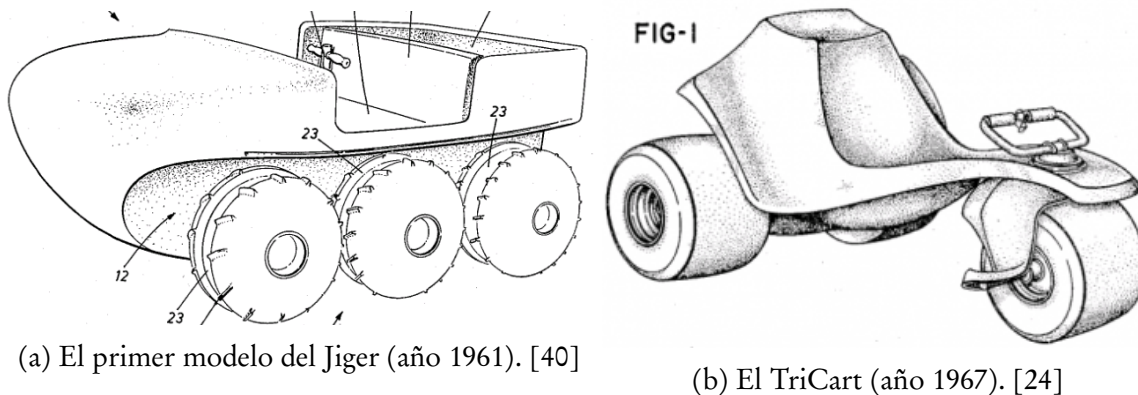
1.1.1. Historia de los vehículos tipo ATV

Los primeros vehículos tipo ATV surgieron en la década de 1960 [62], apareciendo como vehículos anfibios de seis ruedas (conocidos en aquella época con el acrónimo AATV³), el primer AATV conocido es el **Jiger** (Fig. 1.1a), inventado por el canadiense John Gower bajo la premisa de tener un vehículo capaz de moverse con facilidad a través de la nieve en el bosque; el Jiger

¹All Terrain Vehicle, quad, quad-bike, four-wheeler o quadricycle en inglés.

²También conocidos como cuatrimotos, cuatriciclo, cuatrimoto o fourtrack en distintas partes de habla hispana.

³Amphibious All-Terrain Vehicle



(a) El primer modelo del Jiger (año 1961). [40]

(b) El TriCart (año 1967). [24]

Figura 1.1: Los primeros vehículos tipo ATV.

era impulsado por un par de motores provenientes de motosierras (un motor por cada lado del vehículo) que le daban una potencia de 11 caballos de fuerza, operado a través de un mecanismo de embrague, cadena y acelerador. En cuanto a sus prestaciones, el Jiger podía alcanzar los 48 km/h sobre tierra y los 13 km/h sobre el agua. Dicha versatilidad de desplazamiento lo convirtió en un éxito comercial tan popular que la demanda de unidades excedía la capacidad de producción por lo que la empresa (JGR Gunsport) quebró después de un tiempo [40].

Tiempo después (1967) surgió el primer ATV de tres ruedas conocido como **TriCart** diseñado por John Plessinger y fabricado por la compañía estadounidense Sperry Rand, este vehículo carecía de suspensión y era impulsado por un motor de 5 caballos de fuerza proveniente de una motosierra [24] (Fig. 1.1b). Aunque el TriCart fue el primer ATV de tres ruedas Honda fue la compañía responsable de popularizar este tipo de vehículos, en 1970 se introdujo al mercado el Honda US90 mejor conocido como **Honda ATC90**⁴ (Fig. 1.2a) y vendido como un vehículo totalmente recreacional cuya popularidad fue impulsada por aparecer en películas y series de televisión, poseía llantas tipo globo que reemplazaban la suspensión, transmisión automática y un motor de 89 centímetros cúbicos de cuatro tiempos que desarrollaba una potencia de 9 caballos de fuerza [63]. A partir de esta época los fabricantes continuaron experimentando con los ATV de tres ruedas, añadiendo características atractivas para los entusiastas no fue hasta que en 1982 Suzuki introdujo el primer ATV de cuatro ruedas, llamado **QuadRunner LT125** (Fig. 1.2b) poseía un motor de 125 centímetros cúbicos con una potencia de 11 caballos de fuerza y una transmisión automática de 5 velocidades [26]

En el año 1987 se firmó un decreto entre los mayores fabricantes de ATV's para dejar de producir nuevos modelos con tres ruedas durante diez años debido a la preocupación causada por la estabilidad de dichos vehículos [1], ese decreto impulso el desarrollo de los ATV con cuatro

⁴All Terrain Cycle



(a) Honda ATC90 (año 1970). [63]. (b) Suzuki QuadRunner LT125 (año 1982). [26]

Figura 1.2: Modelos precursores que marcaron el mercado.



(a) Outlander 800 (año 2000). [14] (b) Thunder Cat 1000 (año 2009). [5]

Figura 1.3: Modelos recientes que marcaron tendencia.

ruedas, desplazando casi por completo a los de tres. Ese mismo año Honda introdujo al mercado su primer modelo 4x4 y todos los fabricantes comenzaron a seguir esa tendencia, dejando en el olvido aquellos diseños de antaño. Para el año 2000 Bombardier introduce al mercado su modelo **Outlander 800** siendo así el primer ATV con un motor de dos cilindros en V, las características de este vehículo son: transmisión continua variable con reversa, motor de cuatro tiempos en V de 800cc que produce una potencia de 71 hp [14]. En el año 2009 la empresa Arctic Cat comenzó a comercializar el **Thunder Cat 1000**, este ATV posee una transmisión continua variable, motor de cuatro tiempos con dos cilindros en V y un desplazamiento de 951 cc que proporciona una potencia de 172 hp [5]. como se puede apreciar hay una tendencia a crear ATV's con mayores prestaciones.

Aunque las ATV se siguen produciendo, desde el año 2004 ha habido un incremento en la producción y diseño de otro tipo de vehículos inspirados en las ATV, esos vehículos son conocidos



Figura 1.4: Italka ATV 180 vista frontal 1.4a y lateral 1.4b. [55]

como UTV⁵ donde la principal diferencia es la capacidad de transporte de pasajeros, ya que los UTV tienen espacio suficiente para cuatro personas.

1.1.2. Italka ATV 180

El vehículo sobre el cual se realizarán las mediciones, pruebas y propuestas de mejora es una cuatrimoto fabricada por la marca Italka modelo ATV 180, este vehículo tiene un motor monocilíndrico de cuatro tiempos con una capacidad de desplazamiento de 177 cc, potencia de 9.38 caballos de fuerza a 6500 rpm, el par máximo que el motor entrega es de 11 Nm a 5500 rpm. A forma de referencia, un par fotografías de la cuatrimoto se muestran en la Fig. 1.4, las dimensiones y capacidad máxima de carga se encuentran listadas en la Tabla 1.1. Toda esta información se obtuvo del manual de usuario oficial del vehículo [55].

Tabla 1.1: Características de la Italka ATV 180

Dimensiones generales del vehículo		Capacidad de carga	
Largo × ancho × alto	1700 mm × 950 mm × 1120 mm	Peso total del vehículo	170 kg
Distancia entre ejes	1100 mm	Peso máximo combinado	150 kg
Vía	850 mm	Velocidad máxima	50 km/h

⁵Utility Terrain Vehicle, Utility Task Vehicle

Descripción del problema

Desde su invención hasta el día de hoy el uso de vehículos todo terreno ha aumentado en popularidad [73] entre los usuarios de vehículos recreacionales y de trabajo, de acuerdo al estudio [56] el segmento de vehículos para uso recreativo tendrá un crecimiento proyectado anual del 2% anual, haciendo de este segmento un lugar atractivo para inversionistas y, por lo tanto, para ingenieros y diseñadores. La tendencia actual es crear ATV's con mayores prestaciones que las generaciones pasadas, este comportamiento del mercado puede ser utilizado para invertir tiempo en la generación de nuevo conocimiento aplicado a este tipo de vehículos. Si bien los ATV's han estado mucho tiempo en el mercado, no fue hasta finales de la década de 1980 que se empezó a popularizar el modelo de cuatro ruedas [1], a pesar de tener una mejor estabilidad que sus contrapartes de tres ruedas, su centro de masa se encuentra muy por encima del centro de masa de un vehículo terrestre promedio [11, 2] esta característica tiende a causar heridas a los usuarios de estos vehículos [73, 23, 27, 12]. El uso eficiente de combustible es otro punto a mejorar, tan sólo en el año 1997 se destinaron $4.58e^8$ litros de combustible para el uso de este tipo de vehículos [30], la mayoría de ellos utilizados para uso recreativo. El tema de eficiencia de combustible ha sido tocado en diversos estudios [27, 11] donde se explora el uso de energías alternativas para evitar el uso de hidrocarburos como método de propulsión [54], materiales compuestos para reducir el peso [2] y la investigación aerodinámica para reducir el consumo energético del vehículo [77]. Como en gran parte de la industria automotriz, la investigación está siendo encausada a la creación de vehículos autónomos [28] utilizando técnicas de aprendizaje automático [11].

Este documento pretende explorar conceptos para mejorar el comportamiento aerodinámico del ATV 180, para comenzar se establecerá un marco teórico que describe los fundamentos teóricos de la dinámica de fluidos, muestra cuáles son los métodos de modelado matemático para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes y presenta un desarrollo de uno de ellos. La simulación con métodos de dinámica de fluidos es presentada posteriormente, presentando el comportamiento del vehículo

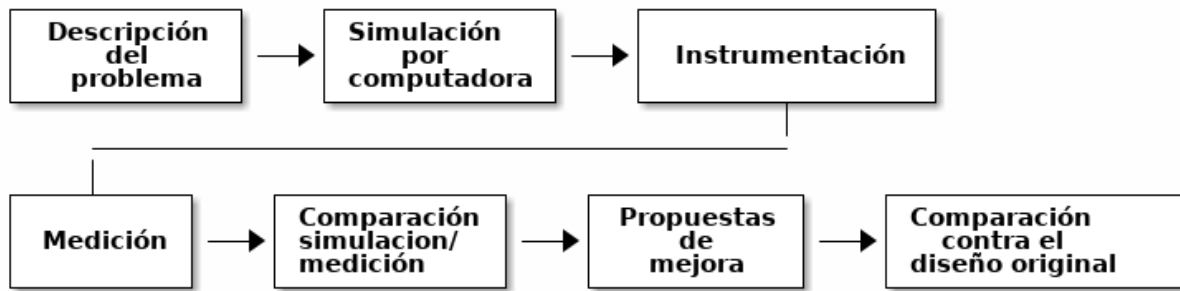


Figura 2.1: Mapa de los puntos a exponer en este trabajo.

a distintas velocidades. Seguido de esto se muestra la instrumentación elegida para la obtención de información. Después se describe el experimento de medición que se realizó sobre el vehículo y se comparan los resultados contra los datos obtenidos en la simulación por computadora. Por último se presentan las propuestas de diseño y su desempeño respecto al modelo original. Al final se da una discusión reflexionando sobre los resultados obtenidos y lo aprendido en el proceso. A modo de resumen se presenta una lista con los pasos a desarrollar en este documento:

1. Introducción
2. Descripción del problema.
3. Simulación por computadora.
4. Selección de la instrumentación.
5. Medición a bordo del vehículo.
6. Comparación de resultados.
7. Propuestas de diseño.
8. Comparación con el modelo original.

La Fig. 2.1 muestra una representación visual de los puntos que se exponen en este documento.

2.0.1. Objetivo

El objetivo específico del trabajo es disminuir el consumo de combustible del vehículo por medio de la modificación a la superficie de la carrocería del ATV.

Todos los vehículos terrestres que se encuentran dentro del planeta tierra están sujetos a condiciones de las cuales no pueden escapar, por el simple hecho de moverse, un vehículo desplaza el aire que se encuentra a su alrededor, dicho desplazamiento ocasiona un cambio en la velocidad del aire, esta aceleración genera un incremento (o decremento) en la presión estática propagando modificaciones a las condiciones iniciales del aire, mismas que generan fuerzas que afectan la superficie del vehículo, modificando el desempeño dinámico del mismo [3].

3.1. Aerodinámica

La aerodinámica es una rama de la física que trata de predecir las fuerzas, momentos, transferencia de calor hacia cuerpos que viajan a través de un fluido (usualmente aire) y determinar cómo el flujo se mueve a través de una superficie contenedora [3]. Para poder estudiar estos fenómenos es necesario definir algunas propiedades del fluido:

- Presión. Fuerza por unidad de area ejercida en una superficie debido a la tasa de cambio de momento de las moléculas del fluido que pasan a través de la superficie. La presión en un punto l del fluido está dada por: $p = \lim_{dA \rightarrow 0} \left(\frac{d\vec{f}}{dS} \right)$
- Densidad. Masa por unidad de volumen: $\rho = \lim_{dv \rightarrow 0} \left(\frac{dm}{dv} \right)$
- Fricción. En un fluido newtoniano, el esfuerzo cortante de las moléculas es proporcional al coeficiente de viscosidad μ y al gradiente de velocidad $\frac{d\vec{V}}{dy}$, se define como: $\tau = \mu \frac{d\vec{V}}{dy}$

La viscosidad es una medida de resistencia a la deformación gradual causada por un esfuerzo (cortante o de tensión), es decir, la viscosidad es la propiedad de un fluido que se opone al

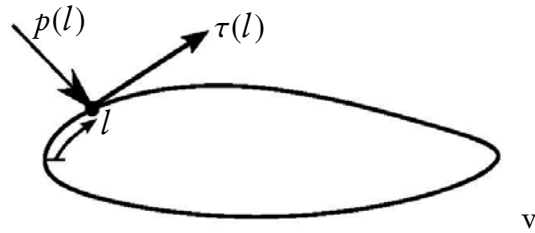


Figura 3.1: Ilustración de presión y esfuerzo cortante en una superficie. $p(l) = p$ se conoce como distribución de presión sobre el punto l , $\tau(l) = \tau$ es la distribución de esfuerzo cortante. [3]

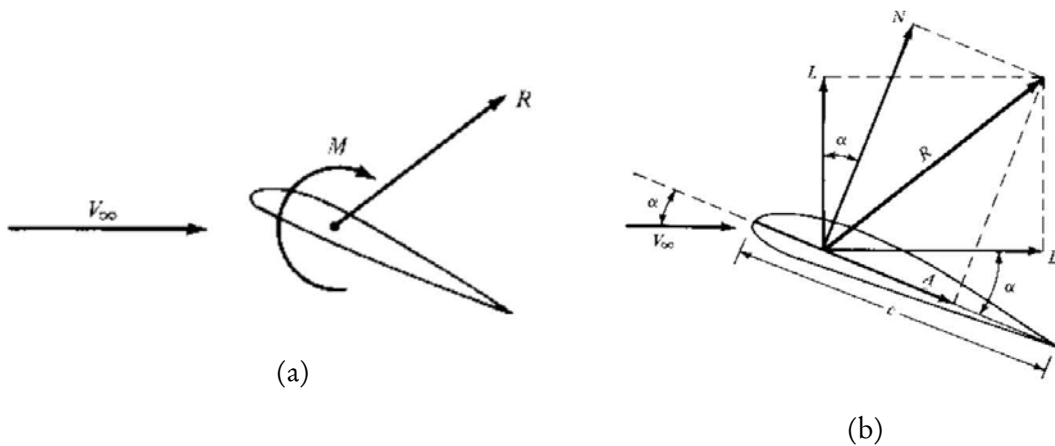


Figura 3.2: Fuerzas presentes sobre un perfil alar. [3]

movimiento relativo entre dos partes del fluido que se mueven a diferentes velocidades. Un fluido que no se opone al esfuerzo cortante se conoce como *fluido no viscoso*.

Las fuerzas y momentos aerodinámicos que actúan sobre un cuerpo son causados por (Fig 3.1):

1. Distribución de presión sobre la superficie del cuerpo.
2. Distribución de esfuerzos cortantes sobre la superficie del cuerpo.

No importa la geometría del cuerpo en cuestión, la única forma en la que un fluido puede transmitir energía a un cuerpo externo es a través de la presión y el esfuerzo cortante. La integración de estas fuerzas da como resultado una fuerza resultante R y un momento M sobre el cuerpo (Fig. 3.2a).

La velocidad relativa del viento respecto al cuerpo se denota como v_{∞} y se conoce como *velocidad del flujo libre*, se entiende por flujo libre como aquel flujo que no ha sido perturbado por el cuerpo. Como se puede ver en la Fig. 3.2b, las fuerzas R y M pueden ser expresadas mediante sus componentes:

$$L = N \cos \alpha - A \sin \alpha \quad (3.1)$$

$$D = N \sin \alpha + A \cos \alpha \quad (3.2)$$

Donde L se conoce como *sustentación*, D se le llama *arrastre*, N es la *fuerza normal* y A es la *fuerza axial*

Para caracterizar el comportamiento de un fluido es necesario definir las siguientes cantidades:

Presión dinámica	$q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2$
Coficiente de sustentación	$C_L = \frac{L}{q_{\infty} S}$
Coficiente de arrastre	$C_D = \frac{D}{q_{\infty} S}$
Coficiente de fuerza normal	$C_N = \frac{N}{q_{\infty} S}$
Coficiente de fuerza axial	$C_A = \frac{A}{q_{\infty} S}$
Coficiente de momento	$C_M = \frac{M}{q_{\infty} S l}$
Coficiente de presión	$C_p = \frac{p - p_{\infty}}{q_{\infty}}$
Coficiente de fricción	$c_f = \frac{\tau}{q_{\infty}}$

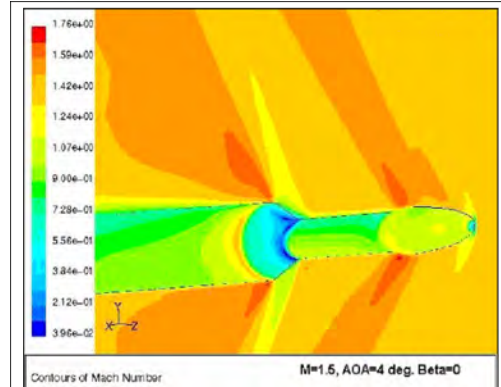


Figura 3.3: Perturbación de la velocidad del flujo al ser medido por un instrumento. [57]

Donde S es el área de referencia, l es una longitud de referencia y p_∞ es la presión del flujo libre. Estos coeficientes sirven para calcular de manera rápida la magnitud de las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre un cuerpo, dos de estos coeficientes son utilizados para obtener las fuerzas aerodinámicas resultantes: arrastre y sustentación, las cuales se presentan en las ecuaciones 3.3 y 3.4.

$$L = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_L \quad (3.3)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_D \quad (3.4)$$

3.1.1. Hipótesis del continuo

Si consideramos un gas ideal podemos suponer que existe un vacío entre las moléculas que componen al gas, creando vecindades de moléculas de gas separadas por un vacío de mayor tamaño por esta razón las propiedades como velocidad y presión tienen una distribución no uniforme alrededor del fluido, esta característica física supone un gran desafío para el desarrollo de modelos que puedan predecir el comportamiento dinámico del fluido.

La teoría utilizada en este trabajo supone que la estructura molecular de los fluidos es perfectamente continua, es decir, no existe vacío entre los cúmulos que componen al fluido. Por lo tanto todas las propiedades físicas como masa y momento se encuentran distribuidas de manera uniforme a través de todo el volumen ocupado por el fluido. Esta simplificación llamada *hipótesis del continuo* permite generar modelos que predicen el comportamiento dinámico hasta cierta resolución [3].

Cuando se realiza una medición dentro de un fluido se debe insertar un instrumento de

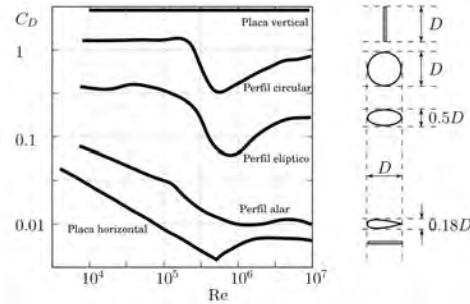


Figura 3.4: Cambio en el coeficiente de arrastre (C_D) respecto al número de Reynolds (Re) de distintas figuras. [3]

medición, la mera existencia del instrumento provoca una perturbación alrededor del mismo (Fig. 3.3), afortunadamente dicha perturbación es pequeña por lo que es considerada como una perturbación local, es decir, la perturbación afecta de manera poco significativa a la medición.

Debido a las consideraciones expuestas anteriormente se puede decir que los modelos y métodos desarrollados para predecir el comportamiento de un fluido están limitados por la hipótesis del continuo.

3.1.2. Arrastre

Como se comentó en la sección 3.1, el arrastre es una fuerza que se opone al movimiento de un objeto que se desplaza dentro de un fluido, la magnitud de esta fuerza depende del área del objeto, la velocidad del fluido, su densidad y el coeficiente de arrastre. Dado que esta fuerza actúa en contra del empuje se debe tener en cuenta al momento de desarrollar las ecuaciones de movimiento de nuestros vehículos.

Como se puede observar en la Fig. 3.4, el coeficiente de arrastre C_D está directamente relacionado con el número de Reynolds del fluido.

La potencia necesaria para vencer esta fuerza es:

$$P_d = D \cdot \mathbf{v}_0 = \frac{1}{2} C_D S \rho (v_\infty + v_0)^2 v_0 \quad (3.5)$$

Donde v_0 es la velocidad del objeto relativo al suelo.

3.1.3. Capa límite

Mientras un objeto se mueve a través de un fluido o visceversa, las moléculas del fluido cerca del objeto se ven perturbadas a medida que se mueven alrededor del objeto. Esto genera fuerzas

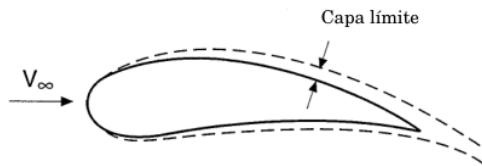


Figura 3.5: Coeficiente de arrastre de una esfera en un fluido variando su número de Reynolds. [3]

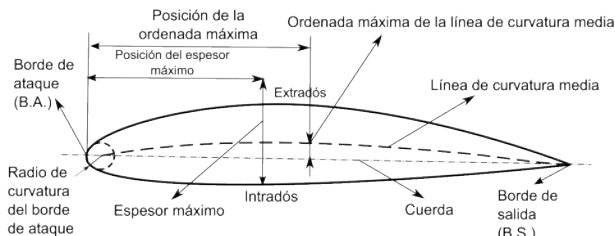


Figura 3.6: Definición de los componentes de un perfil alar. [49]

entre el fluido y el objeto, dichas fuerzas dependen de la geometría, la velocidad y la cantidad de masa que fluye a través del objeto, además de la viscosidad y compresibilidad del objeto.

Entre más lejos se encuentre una molécula del cuerpo el número de perturbaciones inducidas por el objeto se acercan a cero, esta propiedad genera una capa delgada de fluido cerca de la superficie del objeto en la que la velocidad de la molécula (viajando a una velocidad inicial sin perturbaciones) cambia, dicha capa es llamada *capa límite* y se ve ilustrada en la Fig. 3.5, el flujo libre¹ tiene una velocidad u_0 que se ve perturbada en cuanto el flujo hace contacto con el objeto, cambiando su velocidad a $u(y)$. Como resumen se puede decir que la capa límite es aquella vecindad del fluido alrededor de una superficie donde los efectos de viscosidad son importantes. Las ecuaciones de capa límite permiten simplificar las ecuaciones de Navier-Stokes² (de ahí su importancia), con estas ecuaciones un fluido se puede dividir en una parte no viscosa y la capa límite.

3.2. Perfiles alares

Si creamos un corte entre un plano y un ala de manera transversal la curva resultante es un perfil alar (Fig. 3.6), el ángulo que se forma entre el vector velocidad del flujo libre v_∞ y la cuerda del ala se le llama *ángulo de ataque*, la letra c se utiliza para hacer referencia a la cuerda mientras que t se usa para determinar el grosor máximo del perfil, al borde de ataque se le refiere como le y al borde de salida te .

Mientras el ala se mueve a través del aire éste se desplaza alrededor de ella, generando una

¹Sin perturbaciones

²De las que se hablará más adelante.

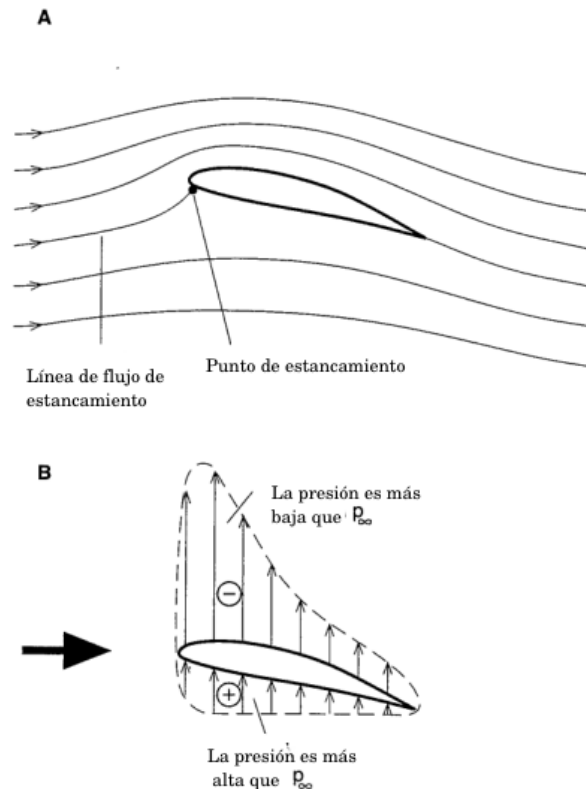


Figura 3.7: Líneas de corriente cerca del perfil alar, la figura **A** muestra el punto de estancamiento. **B** muestra la distribución de presión alrededor del perfil. [3]

diferencia de velocidades y por lo tanto de presión, la línea de corriente que se detiene bajo el borde de ataque se le llama línea de estancamiento debido a que el flujo se estanca en ese punto (Fig. 3.7). La ecuación de Bernoulli describe la diferencia de velocidades del fluido mientras viaja sobre el perfil alar, dicha diferencia de velocidades genera fuerzas que actúan sobre el ala.

La forma de la distribución de presiones es consecuencia del cambio de velocidad del fluido cerca del perfil alar, como ejemplo supóngase que una partícula se encuentra viajando sobre el flujo libre del fluido en un tiempo t_0 , al seguir su trayectoria eventualmente colisionará con el borde de ataque en el tiempo t_1 al colisionar con el borde la velocidad de la partícula disminuirá de manera abrupta ejerciendo una gran presión sobre la superficie del ala, la suma de fuerzas hará que la partícula se mueva lejos del borde de ataque si la partícula se mueve hacia el extradós³ la velocidad comenzará a elevarse ejerciendo una menor presión sobre la superficie del ala. Si la partícula decide tomar el camino del intradós⁴ su velocidad comenzará a disminuir ejerciendo una mayor presión sobre la cara inferior del ala (Fig. 3.7).

³Del latín *extra* (fuera) y *dorsum* (dorso). Superficie exterior y convexa de un arco o bóveda.

⁴Del latín *intra* (dentro de) y *dorsum* (dorso). Superficie interior y cóncava de un arco o bóveda.

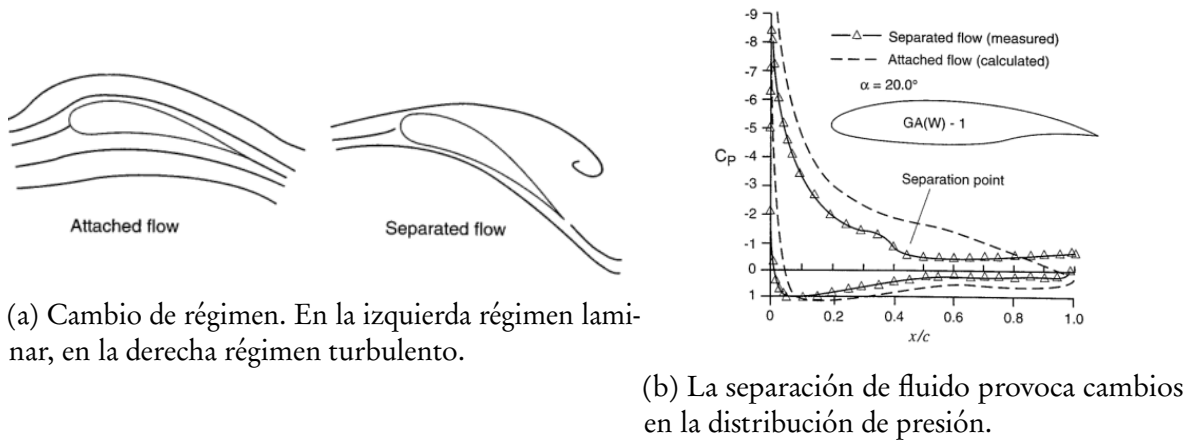


Figura 3.8: Cambio de régimen de operación en un fluido. [49]

3.2.1. Efectos de la geometría del perfil en el desempeño aerodinámico

El coeficiente de sustentación de un perfil alar se define como:

$$C_l = \frac{l}{\frac{1}{2} \rho v_{\infty}^2 c} \quad (3.6)$$

Donde l es el ancho del ala, c es la longitud de cuerda, ρ es la densidad del flujo y v_{∞} es la velocidad del flujo libre. El cambio en el ángulo de ataque α modifica el coeficiente de sustentación de acuerdo a la siguiente relación:

$$C_l = 2\pi\alpha \quad (3.7)$$

Para perfiles alares simétricos, mientras que para un perfil alar asimétrico es:

$$C_l = 2\pi(\alpha + \alpha_{L_0}) \quad (3.8)$$

Considerando el efecto del grosor del ala $\frac{t}{c}$ modifica el coeficiente de la siguiente manera:

$$C_l = 2\pi \left(1 + 0.77 \frac{t}{c}\right) \sin \alpha \quad (3.9)$$

El borde de salida afecta en mayor medida la sustentación, por esta razón la sustentación puede ser alterada al cambiar la forma del borde de salida (usando aletas como en los aviones comerciales), mientras más cercano del borde de salida mayor será el cambio en la sustentación.

Sin embargo esta suposición es válida mientras el flujo se encuentre cercano a la superficie del ala, conforme el ángulo de ataque de un perfil aumenta el flujo irá separándose de la superficie,

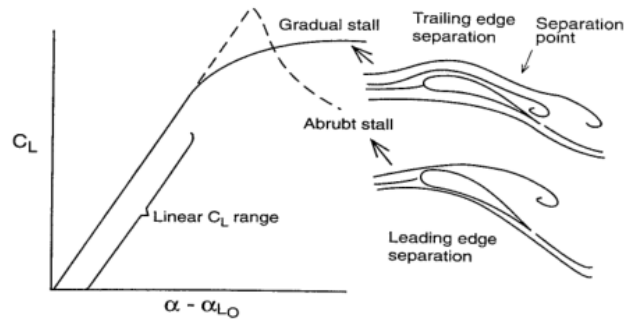


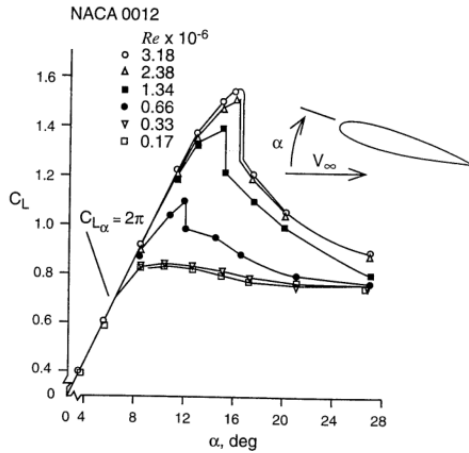
Figura 3.9: Separación en los bordes del perfil alar. [3]

hasta llegar a un punto de separación total, el cambio de comportamiento de las líneas de corriente se le conoce como *cambio de régimen* (Fig. 3.8a), la separación de fluido altera la distribución de presión limitando la cantidad de partículas que viajan sobre el extradador, aumentando el arrastre y disminuyendo la sustentación (Fig. 3.8b). Como se mencionó anteriormente, la separación de flujo comienza cuando se alcanza el ángulo de estancamiento, es por esta razón que la mayoría de las alas trabajan en un rango reducido del ángulo de ataque.

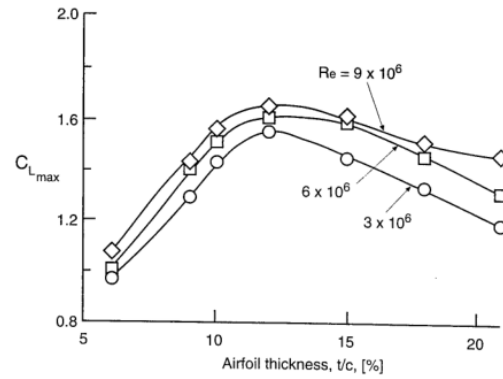
Cuando el borde de ataque del perfil alar es demasiado delgado o muy puntiagudo la interacción entre el fluido y el perfil alar es demasiado abrupta, causando separación de flujo, este comportamiento se conoce como *separación del borde de ataque*, además si el grosor del perfil alar es lo suficientemente grande la separación se desarrollará cercano en el borde de salida, este caso se llama *separación del borde de salida* y en este caso la separación es menos abrupta (Fig. 3.9).

El arrastre de un perfil alar en el caso de flujo laminar es el resultado de una fuerza de fricción causada por la viscosidad de la capa límite. Esto se muestra en la Fig. 3.4. Mientras más grande sea esa capa límite mayor es la fuerza que se opone al movimiento por lo tanto se genera más arrastre, mientras el régimen del fluido sea laminar, la cantidad de arrastre generado será menor al arrastre generado por el mismo perfil pero en un régimen turbulento. Hacer esta diferencia permite generar un modelo simple que asocie el efecto del número de Reynolds en un flujo laminar. También es posible observar que el flujo inicia con un régimen laminar cercano al borde de ataque, mientras las partículas viajan a través del cuerpo del perfil ocurre un cambio de velocidad (o cambio en el número de Reynolds) induciendo una transición entre el régimen laminar hacia el régimen turbulento.

Es posible concluir que una transición temprana entre el régimen laminar al turbulento (usualmente causada por un incremento en el número de Reynolds) provoca una región turbulenta de fluido viscoso, aumentando el arrastre (viscoso) que siente el ala. Es importante considerar el acabado superficial del perfil alar ya que la rugosidad promueve la transición de la capa límite



(a) Efecto del número de Reynolds en el coeficiente de sustentación.



(b) Efecto del ancho del perfil en el coeficiente de sustentación.

entre regímenes.

Efecto del número de Reynolds

La gran variación de velocidades a las que está sometida un vehículo pueden ser categorizadas por su número de Reynolds ¿Por qué es valiosa esta información? La clave está en la extrapolación de la información, cuando una escudería desea probar la aerodinámica de un vehículo usualmente lo hace mediante un túnel de viento, sin embargo los túneles de viento están limitados a un tamaño máximo de muestra y a una velocidad de operación limitada, es aquí donde el número de Reynolds se convierte en algo muy importante: permite caracterizar el comportamiento de un fluido bajo condiciones de operación específicas, así se puede utilizar un modelo a escala del vehículo y obtener el mismo comportamiento que el vehículo real.

El grosor de la capa límite y el coeficiente de fricción usualmente disminuye cuando el número de Reynolds aumenta (para régimen laminar y turbulento), los números de Reynolds para un vehículo usualmente rondan los valores $3 \times 10^6 \rightarrow 9 \times 10^6$ por lo que el arrastre de un perfil alar no suele ser grande y disminuye mientras el número de Reynolds aumenta.

Para flujos con un número de Reynolds mayor la capa límite es más delgada y el flujo fuera de la capa límite posee un momento mayor, esta combinación retrasa la separación de flujo y el estancamiento del ala. La Fig. 3.10a muestra el estancamiento del perfil a un ángulo $\alpha = 8$ y un número de Reynolds $Re = 0.17 \times 10^6$, mientras que para $Re = 3.18 \times 10^6$ el estancamiento se retarda hasta un ángulo $\alpha = 14$, en el último caso el coeficiente de sustentación máximo C_{Lmax} incrementa considerablemente (Fig. 3.10b). Cuando se tiene un número de Reynolds más pequeño la separación de flujo sucede cerca del borde de ataque, cuando es alto la separación ocurre del

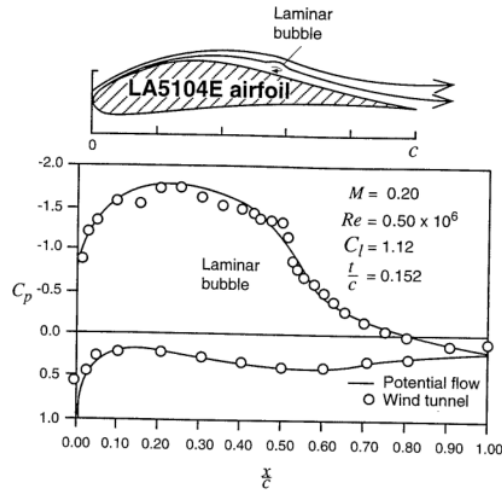


Figura 3.11: Movimiento de la burbuja de aire en una distribución de presión. C_p es el coeficiente de presión que experimenta la burbuja viajante, mientras que $\frac{x}{c}$ es la posición relativa de dicha burbuja (x) respecto a la longitud de cuerda c .

lado del borde de salida.

Otro fenómeno que afecta a los vehículos es la generación de burbujas laminares dentro de la capa límite. El fenómeno comienza cuando la capa límite se forma en el borde de ataque y comienza una transición de régimen, cuando el número de Reynolds es aproximadamente $Re > 0.2 \times 10^6$ una transición a régimen turbulento ocurre en el extrador (lado de succión) y la capa límite comienza a separarse (esto pasa usualmente en perfiles muy curvos), sin embargo el flujo turbulento es menos sensible al estancamiento lo cual hace que esos pequeños remolinos se peguen a la superficie del perfil alar creando una burbuja de flujo recirculante (Fig. 3.11), la línea sólida hace referencia al comportamiento esperado sin burbuja, mientras que los símbolos señalan el decaimiento abrupto en la distribución debido a dicha burbuja. Es importante conocer este fenómeno: el uso de modelos a escala donde el número de Reynolds es $Re = 0.2 \times 10^6 \rightarrow 0.5 \times 10^6$ resultará en alas diseñadas para una carga aerodinámica ligera y al ser construidas en escala real no se desempeñarán como se esperaba.

3.3. Ecuaciones de Navier-Stokes

El estudio del comportamiento de los fluidos le corresponde a la dinámica de fluidos, rama derivada de la mecánica clásica, la cual utiliza los conceptos de fuerza, momento, velocidad, y energía para poder explicar los fenómenos que estudia. Aunque la mecánica clásica a sido la base para poder obtener un mejor entendimiento del universo hay un problema que no ha podido

solucionar: ¿Existe una solución para el caso general a las ecuaciones de Navier-Stokes?

Las ecuaciones desarrolladas por Claude-Louis Navier y George Gabriel Stokes⁵ son utilizadas para determinar el campo de vectores velocidad que desarrolla un fluido dadas unas condiciones iniciales, básicamente son la aplicación de la segunda ley de Newton tomando en cuenta términos de presión y esfuerzos ocasionados por la viscosidad del fluido. Estas características resultan en un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales no lineales por lo que garantizar una solución resulta difícil, aunque bajo ciertas condiciones dichas ecuaciones pueden ser simplificadas a otro conjunto de ecuaciones diferenciales lineales (sin embargo, en la mayoría de los casos dichas simplificaciones resultan ser no lineales).

3.3.1. Derivación de las ecuaciones de Navier-Stokes

Una manera muy común de derivar el sistema se muestra en [3, 9], en este documento se sigue la misma forma de derivar las ecuaciones de Navier-Stokes haciendo uso de de las ecuaciones de continuidad y de conservación de una propiedad dentro de un sistema, aplicar estas características a la masa y momento para finalmente unir las entendiendo qué es lo que conforma un fluido. Antes de comenzar con la derivación se avisa al lector que los teoremas de transporte de Reynolds, teorema de la divergencia, teorema de integración de Leibniz y definición de la derivada material se encuentran en el Anexo B

Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad describe el cambio de una propiedad intensiva P , una propiedad intensiva es independiente de la cantidad de material que tiene dicha propiedad dentro de un sistema, por ejemplo: la temperatura puede ser una propiedad intensiva, mientras que el calor sería la propiedad extensiva. Para desarrollar el análisis de la propiedad es necesario imaginar un volumen Ω cuya frontera será referenciada como $\partial\Omega$.

Al hacer uso de la densidad como propiedad intensiva y aplicar el teorema B.1 obtenemos de manera natural la ley de conservación de masa: el cambio en la masa es la suma de la materia que sale a través de la frontera más aquella que se agrega al interior.

Así, aplicando el teorema B.2 al término de flujo de la ecuación B.1 obtenemos:

$$\int_{\partial\Omega} P\vec{u} \cdot \vec{n} dS = \int_{\Omega} \nabla \cdot (P\vec{u}) dV \quad (3.10)$$

Sustituyendo la ecuación 3.10 en el término descrito por la ecuación B.1:

⁵Desarrolladas en 1822.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} P dV = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (P \vec{u}) dV - \int_{\Omega} Q dV \quad (3.11)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} P dV = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (P \vec{u}) + Q dV \quad (3.12)$$

Aplicando la regla de integración B.3 a la ecuación 3.12 y simplificando términos se obtiene:

$$\int_{\Omega} \frac{d}{dt} P dV = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (P \vec{u}) + Q dV \quad (3.13)$$

$$\int_{\Omega} \frac{d}{dt} P dV + \int_{\Omega} \nabla \cdot (P \vec{u}) + Q dV = 0 \quad (3.14)$$

$$\int_{\Omega} \frac{d}{dt} P + \nabla \cdot (P \vec{u}) + Q dV = 0 \quad (3.15)$$

Dado que la integración se hizo para cualquier volumen Ω la única manera que la integral 3.15 sea cero es que el integrando lo sea, así pues obtenemos la forma general de la ecuación de continuidad:

$$\frac{d}{dt} P + \nabla \cdot (P \vec{u}) + Q = 0 \quad (3.16)$$

Conservación de masa

Aplicando la ecuación de continuidad a la densidad (que es la propiedad intensiva equivalente a la masa) se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) + Q = 0 \quad (3.17)$$

Dado que el volumen de control que se utilizó es constante implica que no existen fuentes o sumideros ($Q = 0$):

$$\frac{d}{dt} \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.18)$$

La ecuación 3.18 es conocida como *ecuación de conservación de masa*, cabe señalar que existen situaciones en las que se desea agregar más masa al sistema, en este caso se debe suponer una función que caracterize a Q , por lo que dicha ecuación se deja como en 3.17. En ocasiones es útil simplificar aún más la ecuación 3.18, como es el caso de los fluidos incompresibles donde su

densidad es una constante. Estableciendo la derivada de la densidad igual a cero y dividiendo todo sobre la constante ρ se obtiene la forma más simple de esta ecuación:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.19)$$

Conservación de momento

La segunda ley de Newton establece que $\vec{F} = ma$, sustituyendo $\vec{F} = \vec{b}$ y la masa por la densidad⁶ se obtiene algo similar:

$$\vec{b} = \rho \frac{d}{dt} \vec{u}(x, y, z, t) \quad (3.20)$$

La fuerza \vec{b} actúa a través de todo el cuerpo del fluido, aplicando la regla de la cadena al lado derecho de la ecuación 3.20:

$$\vec{b} = \rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \right) \quad (3.21)$$

$$\vec{b} = \rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) \quad (3.22)$$

Sustituyendo la definición B.4 en 3.22:

$$\vec{b} = \rho \left(\frac{D\vec{u}}{Dt} \right) \quad (3.23)$$

Ecuaciones de movimiento

Las ecuaciones de conservación listadas anteriormente más un conjunto de suposiciones sobre el comportamiento de los fluidos permite desarrollar las ecuaciones de movimiento de los mismos. Utilizando esto último suponemos que la fuerza que interactúa con el fluido es generada a partir de dos fuentes: los esfuerzos internos del fluido y fuerzas externas:

$$\vec{u} = \underbrace{\nabla \cdot \sigma}_{\text{esfuerzos}} + \underbrace{\vec{f}}_{\text{otros}} \quad (3.24)$$

⁶Se supone un volumen infinitesimal de fluido, por lo que se puede intercambiar la masa por la densidad

En la ecuación 3.24 σ representa el tensor de esfuerzos y \vec{f} las fuerzas externas que actúan sobre el fluido, la divergencia del tensor de esfuerzos representa, de manera intuitiva, todos los esfuerzos que actúan sobre el fluido⁷. Para la mayoría de los casos las fuerzas externas están constituidas por la gravedad ($\vec{f} = g$), para no perder generalidad se dejará f sin definir.

El tensor de esfuerzos está definido de la siguiente manera:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \sigma_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \sigma_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

El tensor de esfuerzos definido en 3.25 generalmente se muestra como una suma de dos términos de interés en la forma más general de las ecuaciones de Navier-Stokes: el primer término es conocido como *tensor de esfuerzos volumétrico*, encargado de cambiar el volumen del cuerpo del fluido, el segundo término se conoce como *tensor de esfuerzos de desviación* que tiende a deformar el cuerpo del fluido. El tensor de esfuerzos volumétrico representa la fuerza que se posa sobre el volumen del cuerpo (también conocida como fuerza presión). El tensor de esfuerzos de desviación determina la deformación y movimiento ya que está compuesto por los esfuerzos cortantes presentes dentro del fluido. De esta forma σ se descompone en:

$$\sigma = \underbrace{\begin{pmatrix} \sigma_{xx} + p & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \sigma_{yx} & \tau_{yy} + p & \tau_{yz} \\ \sigma_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} + p \end{pmatrix}}_{\text{Tensor de esfuerzos de desviaciones}} - \underbrace{\begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix}}_{\text{Tensor de esfuerzos volumétrico}} \quad (3.26)$$

Se puede notar que la presión mecánica es igual a $p = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ ⁸. La ecuación 3.26 suele escribirse de la siguiente manera:

$$\sigma = -pI + T \quad (3.27)$$

Donde I es la matriz identidad y T el tensor de esfuerzos volumétrico, sustituyendo la ecuación 3.27 y 3.23 en la ecuación 3.23 se obtiene:

⁷Ya que la divergencia es una medida que indica si el tensor actúa como una fuente o un sumidero[9], en otras palabras la divergencia del tensor da como resultado un momento fuente o un momento sumidero, también conocido como fuerza.

⁸La razón de describir así la presión es que facilita su estudio

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \vec{\mathbf{f}} \quad \text{Sustituyendo 3.27} \quad (3.28)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \nabla \cdot (-p\mathbf{I} + T) + \vec{\mathbf{f}} \quad (3.29)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla \cdot p + \nabla \cdot T + \vec{\mathbf{f}} \quad (3.30)$$

La ecuación 3.30 es conocida como la forma general de las ecuaciones de Navier-Stokes, cabe señalar que 3.30 está constituida por un conjunto de ecuaciones en tres dimensiones. La forma general de las ecuaciones de Navier-Stokes no puede ser aplicada de manera inmediata a un fluido puesto que se deben hacer suposiciones sobre éste para poder simplificar las ecuaciones y poder resolverlas. Dependiendo del tipo de fluido se deberán insertar expresiones para determinar el tensor de esfuerzos, además de ecuaciones de estado y de conservación de energía, las cuales dependen de las características físicas de cada fluido.

El lado izquierdo de la ecuación 3.30 $\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt}$ es la fuerza en cada partícula del fluido, $-\nabla \cdot p$ es la presión que se opone al movimiento debido a los esfuerzos normales, es decir, el fluido se presiona a sí mismo para evitar comprimirse. $\nabla \cdot T$ contiene la información de los esfuerzos que generan movimiento a causa de la fricción horizontal y los esfuerzos cortantes. El esfuerzo cortante causa turbulencia y flujo viscoso. Por último $\vec{\mathbf{f}}$ es el término de fuerzas externas que actúan sobre cada una de las partículas del fluido. De esta forma la ecuación 3.30 puede verse de la siguiente manera:

$$\boxed{\underbrace{\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt}}_{\text{fuerza}} = \underbrace{-\nabla \cdot p}_{\text{presión}} + \underbrace{\nabla \cdot T}_{\text{esfuerzos}} + \underbrace{\vec{\mathbf{f}}}_{\text{fuerzas externas}}} \quad (3.31)$$

Los términos sin especificar de la ecuación 3.30 sólo pueden ser especificados fijando las características del fluido a modelar, aunque existen modelos que pretenden simplificar las ecuaciones, dichos modelos varían el tensor de desviaciones T y la ecuación de estado (para fluidos compresibles). A partir del término izquierdo de la ecuación 3.30 se puede definir el concepto de vorticidad, si se toma el tensor de velocidades $\frac{\partial u_i}{\partial x_k}$ con $i, k \in \mathbb{N}$ y se divide en sus partes simétricas $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$ y $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$ se puede ver que el término asimétrico es la torsión del vector velocidad $\nabla \times \vec{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\omega}$, así pues la vorticidad queda definida como:

$$\omega_1 = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \omega_2 = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \omega_3 = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.32)$$

Fluidos newtonianos

Por simplicidad se supondrá que un fluido newtoniano es aquel fluido incompresible, aunque se sabe que el aire es compresible [3], para el régimen de operación que se estudiará, el aire se comporta como un fluido newtoniano. La suposición básica de los fluidos newtonianos se encuentra en el tensor de esfuerzos: el esfuerzo es proporcional a la tasa de cambio de la deformación⁹:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.33)$$

La constante de proporcionalidad μ es llamada *viscosidad dinámica del fluido*, define la capacidad de resistencia al movimiento cuando el fluido se somete a fuerzas. De esta forma el tensor de desviaciones $\nabla \cdot T = \nabla \cdot \sigma$ queda definido como:

$$\nabla \cdot \sigma = \mu \nabla \cdot \sigma \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \sigma_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \sigma_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

$$= \mu \begin{pmatrix} 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2 \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} & 2 \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

A continuación se muestra el cálculo del término x de la divergencia:

⁹Cambio de la velocidad en las direcciones del esfuerzo.

$$(\nabla \cdot \sigma_i) = \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (3.36)$$

$$= \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \quad (3.37)$$

$$= \mu \nabla^2 u + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (3.38)$$

$$= \mu \nabla^2 u + \mu \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (3.39)$$

$$= \mu \nabla^2 u + 0 \quad \text{El fluido es incompresible} \quad (3.40)$$

$$= \mu \nabla^2 u \quad (3.41)$$

Extendiendo 3.41 a los otros términos de la divergencia obtenemos una expresión que reemplaza al tensor de esfuerzos de desviaciones por un laplaciano:

$$\nabla \cdot T = \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (3.42)$$

Sustituyendo 3.42 en la ecuación 3.30 obtenemos la ecuación de Navier-Stokes para fluidos newtonianos:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla \cdot p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \vec{\mathbf{f}} \quad (3.43)$$

3.3.2. Derivación del número de Reynolds

A continuación se presenta la ecuación de Navier-Stokes para un fluido Newtoniano incompresible suponiendo que la única fuerza exterior que actúa sobre el fluido es la gravedad $\vec{\mathbf{f}} = \rho \mathbf{g}$:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} \quad (3.44)$$

Donde $\nabla p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right)$, $\mathbf{g} = (g_x, g_y, g_z)$ y $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$, consideremos un fluido newtoniano incompresible de densidad constante, es decir $\rho = k$, $\mu = l$, donde $k, l \in \mathfrak{R}$.

Sabemos que el número de Reynolds es una cantidad adimensional que clasifica el comportamiento de flujo de los fluidos, se define como el radio entre las fuerzas internas y viscosas del fluido. El estudio de esta propiedad nos permite dividir el comportamiento dinámico de los fluidos en dos regímenes: regimen laminar (número de Reynolds pequeños) y regimen turbulento (número de Reynolds grande). Matemáticamente el número de Reynolds se caracteriza por:

$$\text{Re} = \frac{\rho v L_o}{\mu} \quad (3.45)$$

Donde ρ es la densidad del fluido, v es su velocidad, L es la dimensión linear característica del objeto¹⁰ y μ es la viscosidad dinámica del fluido.

Para obtener el número de Reynolds se debe obtener una expresión adimensional de la ecuación 3.44, primero definiremos valores escalares fijos de referencia llamados *valores característicos*, así pues definimos el tiempo característico (t^c), gravedad característica (g^c), posición característica (L), velocidad característica (v^c) y presión característica (P^c). A continuación se reescribirán cada una de las variables (tiempo, gravedad, posición, velocidad y presión) tomando en cuenta esos valores de referencia:

$$\begin{aligned} t^* &= f t = \frac{t}{c} & \mathbf{g}^* &= \frac{\mathbf{g}}{g^c} \\ x^* &= \frac{\mathbf{x}}{L} & P^* &= \frac{P}{P^c} \\ \mathbf{v}^* &= \frac{\mathbf{v}}{v^c} & \nabla^* &= L \nabla \end{aligned}$$

De esta manera las variables originales son: $t = \frac{t^*}{f}$, $\mathbf{x} = x^* L$, $\mathbf{v} = v^* v^c$, $\mathbf{g} = g^* g^c$, partiendo de la definición de presión dinámica $P = P_0 - P_\infty$ tenemos $P = P^*(P_0 - P_\infty) + P_\infty$ y $\nabla = \frac{\nabla^*}{L}$. Expandiendo el lado izquierdo de la ecuación 3.44 tenemos:

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} &= \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{v} \\ &= -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Sustituyendo las variables ponderadas en $\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$ tenemos:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \rho \frac{\partial (v^c \mathbf{v}^*)}{\partial \left(\frac{t^*}{f}\right)} = \rho v^c \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial \left(\frac{1}{f}\right) t^*} = \rho f v^c \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} \quad (3.47)$$

Sustituyendo los valores en $\rho(\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{v}$:

¹⁰En perfiles alares esta dimensión es la longitud de cuerda c

$$\begin{aligned}
\rho(\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{v} &= \rho(\nabla \cdot v^c \mathbf{v}^*)(v^c \mathbf{v}^*) = \rho\left(\frac{\nabla^*}{L} \cdot v^c \mathbf{v}^*\right)(v^c \mathbf{v}^*) \\
&= \rho \frac{(v^c)^2}{L} (\nabla^* \cdot \mathbf{v}^*) \mathbf{v}^*
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Ahora empezaremos a sustituir los valores dentro de la parte derecha de la ecuación 3.44:

$$\begin{aligned}
-\nabla P &= -\frac{\nabla^*}{L} P = -\frac{\nabla^*}{L} (P_\infty + [P_0 - P_\infty]) \\
&= -\frac{(P_0 - P_\infty)}{L} \nabla^* P^*
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Seguimos con las sustituciones:

$$\rho \mathbf{g} = \rho(g^c \mathbf{g}^*) = \rho g^c \mathbf{g}^* \tag{3.50}$$

Por último:

$$\mu \nabla^2 \mathbf{v} = \mu \frac{\nabla^{*2}}{L^2} (v^c \mathbf{v}^*) = \frac{\mu v^c}{L^2} \nabla^{*2} \mathbf{v}^* \tag{3.51}$$

Recordando la ecuación 3.44 y las ecuaciones 3.47,3.48,3.49, 3.50 y 3.51 obtenemos:

$$\rho f v^c \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + \rho \frac{(v^c)^2}{L} (\nabla^* \cdot \mathbf{v}^*) \mathbf{v}^* = -\frac{(P_0 - P_\infty)}{L} \nabla^* P^* + \rho g^c \mathbf{g}^* + \frac{\mu v^c}{L^2} \nabla^{*2} \mathbf{v}^*$$

Dividiendo todo entre ρ :

$$f v^c \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + \frac{(v^c)^2}{L} (\nabla^* \cdot \mathbf{v}^*) \mathbf{v}^* = -\frac{1}{L} \left(\frac{(P_0 - P_\infty)}{\rho} \right) \nabla^* P^* + g^c \mathbf{g}^* + \frac{\mu v^c}{L^2 \rho} \nabla^{*2} \mathbf{v}^*$$

Dividiendo todo entre v^{c2} y multiplicando por L :

$$\frac{fL}{v^c} \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + (\nabla^* \cdot \mathbf{v}^*) \mathbf{v}^* = -\left(\frac{(P_0 - P_\infty)}{\rho v^{c2}} \right) \nabla^* P^* + \frac{L}{v^{c2}} g^c \mathbf{g}^* + \frac{\mu}{L \rho v^c} \nabla^{*2} \mathbf{v}^* \tag{3.52}$$

Si vemos el último término de la ecuación 3.52 y lo comparamos con la ecuación 3.45 podemos ver que:

$$\frac{\mu}{L\rho v^c} = \frac{1}{\frac{L\rho v^c}{\mu}} = \frac{1}{\text{Re}} \quad (3.53)$$

Por lo tanto podemos hablar de dos regímenes de comportamiento:

1. *Flujo laminar* donde el número de Reynolds es pequeño, las líneas de corriente son suaves y regulares, los elementos de un fluido se mueven con gracia por la línea de corriente.
2. *Flujo turbulento* donde las líneas de corriente se rompen y los elementos del fluido se mueven en una manera aleatoria.

Distribución de presión deseable

Como resumen se listarán algunos puntos importantes:

- La fricción en la superficie y el arrastre siempre es menor en la capa límite de un régimen laminar.
- Un gradiente de presión favorable implica que existe una capa límite laminar que durará una mayor distancia sobre la superficie del perfil alar.
- En una capa límite turbulenta la separación del flujo se retarda mucho más (comparado con un régimen laminar).
- Un gradiente de presión favorable retrasa la separación de flujo.

Las conclusiones anteriores sugieren que una capa límite laminar se debe mantener sobre toda la superficie para obtener un arrastre pequeño. Sin embargo la conclusión contraria es verdadera cuando existen coeficientes de sustentación muy grandes. En el último caso una transición temprana del flujo ayuda a obtener el máximo coeficiente de sustentación. Por esta razón los vehículos de competencia utilizan dos tipos de perfiles alares: el primero es un perfil de bajo arrastre (utilizado en circuitos de velocidad muy alta), y el segundo que es un perfil de gran sustentación (utilizado en circuitos con muchas curvas).

3.3.3. Turbulencia

El entendimiento de la turbulencia es uno de los problemas científicos que más se ha abordado y de los más antiguos que aún no son resueltos del todo [83, 70]. Desde el siglo XIV se comenzó el proceso de formalización de las características básicas de los flujos turbulentos (con los trabajos de Boussinesq¹¹ y Reynolds). La turbulencia posee un gran impacto en la vida humana [29]: desde predicción del clima [71], suministro de agua [16], generación de energía [35], navegación, hasta procesos biológicos [48, 29]. Un flujo turbulento es catalogado como un sistema caótico [68, 13], el cual posee una gran cantidad de variables cuya interacción es no lineal, esta característica ha forzado a crear métodos de solución numérica que permitan describir parcialmente el comportamiento del flujo en este régimen de operación [45], impidiendo conseguir una simulación numérica total de las ecuaciones de Navier-Stokes en un tiempo y costos razonables [83]; para reducir la complejidad computacional del problema se utilizan los modelos de turbulencia, lo cual implica una necesaria pérdida de la precisión en los resultados obtenidos.

La turbulencia es un fenómeno natural en los fluidos y ocurre cuando el gradiente de velocidad es elevado, implicando cambios en el dominio del flujo como una función del tiempo y el espacio. El humo de un cigarrillo en el aire, la condensación del agua en una pared, el intercambio de gases en una cámara de combustión, las olas del mar, una tormenta, las atmósferas de los planetas y la interacción del viento solar con la magnetósfera son ejemplos de flujos turbulentos. En los flujos turbulentos se mezclan cantidades grandes y pequeñas de energía de distintos niveles, las cuales son proporcionales a la magnitud del desplazamiento de los remolinos. Este fenómeno es intrínsecamente tridimensional, por lo que es posible que un remolino se sobreponga a otro (generalmente los remolinos de mayor magnitud atrapan a remolinos más pequeños), en este proceso la energía cinética turbulenta se transfiere de los remolinos más grandes a los más pequeños haciendo que éstos se disipen en calor gracias a la viscosidad molecular del fluido. Para poder obtener toda esa información se necesita crear una malla fina dentro del dominio del fluido, hacer la simulación numérica directa y obtener el resultado, desafortunadamente este proceso es computacionalmente intensivo e impráctico para problemas reales [22].

Matemáticamente la turbulencia está asociada al tensor de esfuerzos de Reynolds:

¹¹Que realizó una gran aportación a la hidrodinámica [15]

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \begin{pmatrix} -\rho \overline{u'^2} & -\rho \overline{v' u'} & -\rho \overline{\omega' u'} \\ -\rho \overline{u' v'} & -\rho \overline{v'^2} & -\rho \overline{\omega' v'} \\ -\rho \overline{u' \omega'} & -\rho \overline{v' \omega'} & -\rho \overline{\omega'^2} \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

El tensor de esfuerzos totales τ_{ij} consta de una parte laminar más una parte turbulenta:

$$\tau_{ij} = \underbrace{\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}_{\text{Parte laminar}} - \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j}}_{\text{Parte turbulenta}} \quad (3.55)$$

Si el número de Reynolds es muy grande la parte turbulenta es la que define el comportamiento del fluido, teniendo que calcular el tensor de esfuerzos, complicando así el cálculo.

Modelos de turbulencia

Las ecuaciones de Navier-Stokes (Ecuación 3.30) no pueden ser resueltas en su forma general, por lo que se debe realizar un tratamiento previo para poder ser utilizadas, dichos tratamientos simplifican el sistema de ecuaciones ya sea eliminando algunos términos o reduciendo el número de ecuaciones a resolver, como ejemplo se encuentran [22]:

- Sistema de ecuaciones de Euler. Obtenidos a partir de la eliminación de los términos viscosos.
- Sistema de Burger. Tomar la ecuación de momento sin los gradientes de presión.

Existen muchas formas de modificar las ecuaciones de Navier-Stokes para realizar un estudio específico dependiendo del fenómeno que se esté tratando, algunos de los campos más estudiados son: flujo viscoso compresible (sistema de ecuaciones de Navier-Stokes), flujo no viscoso compresible (los términos de difusión son descartados), flujo viscoso incompresible (las variaciones espaciales y temporales de densidad son descartadas), flujo no viscoso incompresible (difusión y variaciones de densidad son descartadas), flujo de vórtices en términos de vorticidad y corriente, flujos no viscosos incompresibles en términos de velocidad potencial, turbulencia, flujos químicamente reactivos y combustión, acústica, transferencia de calor irradiante, y flujos en cambio de fase. Todas estas modificaciones pueden apreciarse en la Fig. 3.12

Dado que la turbulencia está caracterizada por fluctuaciones aleatorias se debe hacer uso de métodos estadísticos, uno de ellos es generar un promedio de los valores mientras se está resolviendo el problema (con el fin de eliminar las fluctuaciones), al utilizar este tipo de ponderaciones nos

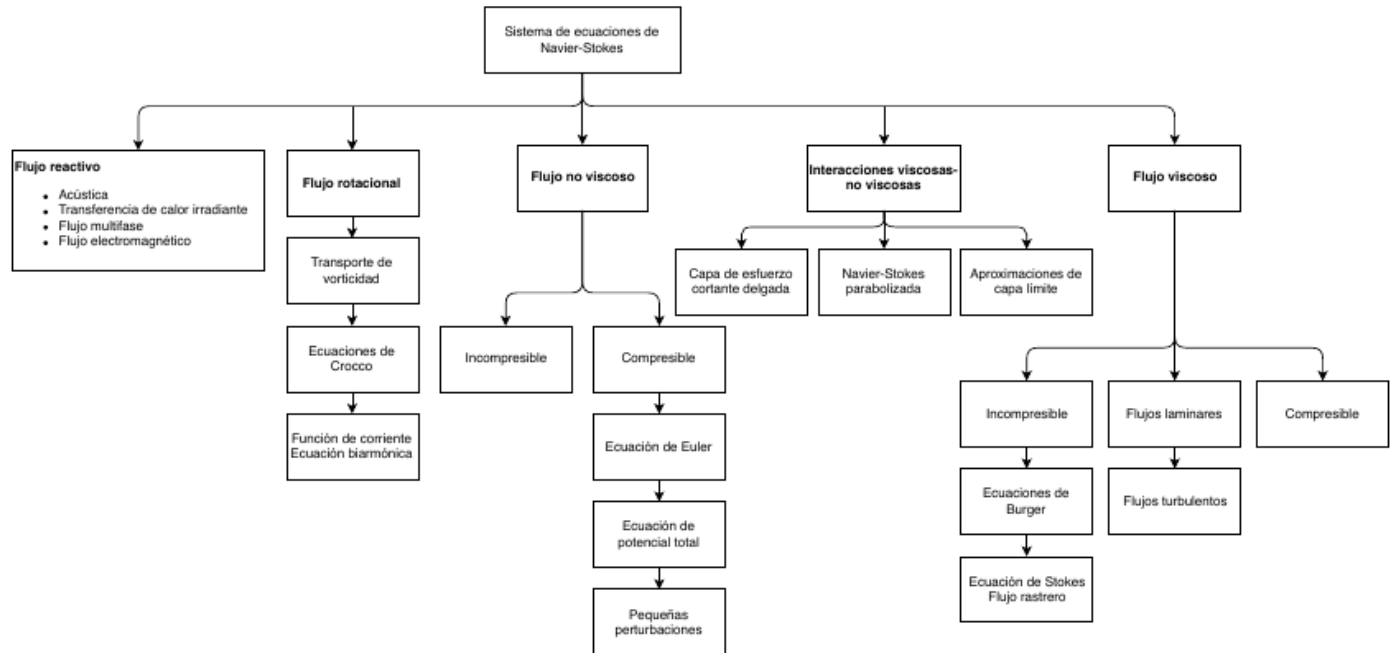


Figura 3.12: Modificaciones a las ecuaciones de Navier-Stokes que permiten describir distintos tipos de flujo. [22]

enfrentamos a otro problema: se agregan variables extras al sistema de ecuaciones, lo que fuerza la introducción de una ecuación más para poder tener un sistema cerrado, este tipo de procesos son conocidos como modelado de turbulencia o RANS¹². Usando estos métodos, los costos restrictivos de las simulaciones numéricas directas ya no son un problema aunque el comportamiento de los remolinos queda limitado a la capacidad del modelo para predecirlos. Un compromiso intermedio entre la simulación numérica directa y los modelos RANS es la simulación de remolinos grandes (LES¹³) donde los remolinos grandes son simulados directamente mientras que los pequeños son modelados debido a que generalmente están asociados al grado de disipación turbulenta isotrópica (cuyo modelado es más simple que el RANS). Dado que se simularán remolinos grandes la malla necesaria debe ser más fina que en RANS pero no tan estricta como la simulación numérica directa.

Así pues, los métodos computacionales para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes pueden categorizarse en modelos de cero ecuaciones (algebraicos), de una ecuación, dos ecuaciones, cerraduras de segundo orden (esfuerzos de Reynolds) y modelos algebraicos de esfuerzos aplicados a flujos incompresibles, los cuales se presentan a continuación:

■ RANS

¹²Reynolds averaged Navier-Stokes

¹³Large Eddy Simulation

- **Modelos de cero ecuaciones**

El propósito de estos modelos es el cerrar el sistema de ecuaciones sin agregar una ecuación nueva.

- Mezcla mixta de Prandtl [85].
- Cebeci-Smith [19].
- Baldwin-Lomax [8].
- Flujo del vector turbulento de calor.

- **Modelos de una ecuación**

En los modelos de una ecuación la viscosidad de los remolinos se define como $\nu_T = C_\mu l \sqrt{K}$, $c_\mu = 0.09$, donde K es la energía cinética turbulenta $\left(K = \frac{1}{2} \overline{v'_i v'_i}\right)$. De ahí se introduce una ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta.

- **Modelos de dos ecuaciones**

- $k - \epsilon$.
- $k - \epsilon$ anisotrópico [79].
- $k - \omega$ [51].
- *Funciones de pared, plaunder.*

- **Modelos de segundo orden (esfuerzos de Reynolds)**

Los efectos de la curvatura de las líneas de corriente, cambios deformativos, movimientos secundarios, etc. No pueden ser detectados por los modelos de dos ecuaciones. Los modelos de segundo orden están diseñados para detectar dichos cambios.

- Tensor de disipación.
- Tensor de transporte de difusión [75].
- Tensor de correlación presión-esfuerzo de deformación.

- **LES**

- Viscosidad de remolino SGS con promedio de tiempo [81].
- Viscosidad de remolino SGS con promedio de Favre [80].
- Función de estructura SGS [58].
- Viscosidad de remolino SGS dinámica con promedio de tiempo [37].
- Cerradura del flujo de calor SGS con promedio de Favre.
- Cerradura de difusión turbulenta y viscosa SGS [86].

Derivación de las ecuaciones RANS

El método básico para la derivación del modelo RANS es la llamada *descomposición de Reynolds*, la cual hace referencia a la separación de una variable del fluido (por ejemplo velocidad \vec{u}) en componentes promediados \hat{u} más una variación u' . De esta forma, la turbulencia se describe como una superposición de las velocidades promediadas con el tiempo más una variación:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= \hat{u}(x, y, z, t) + u'(x, y, z, t) \\ v(x, y, z, t) &= \hat{v}(x, y, z, t) + v'(x, y, z, t) \\ w(x, y, z, t) &= \hat{w}(x, y, z, t) + w'(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (3.56)$$

Utilizando la componente x de la ecuación 3.43 y suponiendo la ausencia de fuerzas exteriores se tiene:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(uv) + \frac{\partial}{\partial z}(uw) \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3.57)$$

Donde se ha agregado un término $\frac{\partial u}{\partial t}$ para tomar en cuenta la inestabilidad inherente del flujo turbulento, sustituyendo 3.56 en este término:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + \frac{\partial u'}{\partial t} = \frac{\partial u'}{\partial t} \quad (3.58)$$

Debido que el fluido se supuso newtoniano $\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} = 0$, tomando en cuenta el segundo término de lado izquierdo la ecuación 3.57:

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial(\hat{u} + u')^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\hat{u}^2 + 2\hat{u}u' + u'^2 \right) \quad (3.59)$$

El paso crucial para el desarrollo del modelo RANS es tomar el promedio del tiempo de la ecuación 3.59:

$$\overline{\frac{\partial u^2}{\partial x}} = \overline{\frac{\partial}{\partial(\hat{u} + u')^2}} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\hat{u}^2 + 2\hat{u}u' + \overline{u'^2} \right) \quad (3.60)$$

El siguiente término del lado izquierdo de la ecuación 3.57 a considerar es $\frac{\partial}{\partial y}(uv)$, después de tomar la descomposición anterior y promediar:

$$\frac{\partial}{\partial y}(uv) = \frac{\partial}{\partial y}((\hat{\mathbf{u}} + u') \times (\hat{\mathbf{u}} + v')) = \frac{\partial}{\partial y}(\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}} + \hat{\mathbf{u}}v' + u'\hat{\mathbf{u}} + u'v') \quad (3.61)$$

$$\overline{\frac{\partial}{\partial y}} = \overline{\frac{\partial}{\partial y}((\hat{\mathbf{u}} + u') \times (\hat{\mathbf{u}} + v'))} = \frac{\partial}{\partial y}(\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}} + \overline{u'v'}) \quad (3.62)$$

El último término del lado izquierdo de la ecuación 3.57 se convierte en:

$$\overline{\frac{\partial}{\partial z}(uw)} = \frac{\partial}{\partial z}(\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{w}} + \overline{u'v'}) \quad (3.63)$$

El lado derecho de la ecuación 3.57 hace uso de las descomposiciones 3.56, por lo que ese lado de la ecuación se vuelve:

$$-\frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \hat{\mathbf{u}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{v}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{w}}}{\partial z^2} \right) \quad (3.64)$$

Juntando las ecuaciones 3.59, 3.60, 3.62 y 3.63:

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial x}(\hat{\mathbf{u}}^2 + \overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial y}(\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{v}} + \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z}(\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{w}} + \overline{u'w'}) \right) = \quad (3.65)$$

$$-\frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \hat{\mathbf{u}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{v}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{w}}}{\partial z^2} \right)$$

La ecuación 3.64 difiere de 3.57 en los términos que toman en cuenta la fluctuación de velocidades, de manera tradicional [34] estos términos se pasan al otro lado de la ecuación:

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial x}(\hat{\mathbf{u}}^2) + p d v y(\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{v}}) + \frac{\partial}{\partial z}(\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{w}}) \right) = \quad (3.66)$$

$$-\frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \hat{\mathbf{u}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{v}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{w}}}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho u'^2}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\rho u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{\rho u'w'}) \right)$$

Tomando el último término de la ecuación 3.66 $\left[- \left(\frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho u'^2}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\rho u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{\rho u'w'}) \right) \right]$ y comparándolo con el tensor de Reynolds mostrado en la ecuación 3.54 podemos llegar a la conclusión que son iguales, como nota se debe saber que el tensor de Reynolds es responsable de causar alteraciones turbulentas en el flujo. La forma más citada [34] del modelo RANS es una reescritura de la ecuación 3.67, la cual se muestra a continuación:

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial x} (\hat{u}^2) + \frac{\partial}{\partial y} (\hat{u}\hat{v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\hat{u}\hat{w}) \right) = \quad (3.67)$$

$$-\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} \right)$$

Modelo de turbulencia $k - \epsilon$

Los flujos turbulentos son sistemas caóticos [76], poseen una gran sensibilidad a pequeños cambios en sus condiciones iniciales, es decir, una variación en alguna de las fuerzas iniciales se traduce en una evolución totalmente distinta del sistema mientras el tiempo pasa. Si se pudiera hacer un experimento que mide la velocidad de un flujo turbulento sobre un fluido n veces y cada uno de las mediciones se hiciera bajo las mismas condiciones iniciales, el experimento mostraría n distintos resultados debido a que ocurren cambios infinitesimales dentro del sistema que no pueden ser controlados [76]. Aunque los resultados son distintos, la estadística de éstos dan información importante: sea \vec{u}_k el resultado de la k -ésima medición en un punto (t, \vec{x}) , el promedio de dichas mediciones se define como:

$$\vec{u}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \vec{u}_k \quad (3.68)$$

La ecuación 3.68 converge a una velocidad $\bar{\mathbf{u}}$ cuando n es grande [76], se tomara a $\bar{\mathbf{u}}$ como la parte estable de la descomposición de Reynolds mostrada en la sección anterior. Se definirá la energía cinética turbulenta¹⁴ como:

$$k = \frac{\overline{\mathbf{u}'^2}}{2} \quad (3.69)$$

Siguiendo una línea de razonamiento mostrada en [83] y [59] se define la media de la tasa de disipación de la energía turbulenta como:

$$\epsilon = 2\nu \overline{|\mathbf{u}'|^2} \quad (3.70)$$

Así pues el modelo de turbulencia $k - \epsilon$ toma en cuenta la evolución de la tasa de cambio de la energía cinética del fluido (k), mientras que sigue el trazo de la transferencia de la energía por medio de fluctuaciones turbulentas dentro del fluido. El sistema de ecuaciones $k - \epsilon$ es [59]:

¹⁴TKE en inglés

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \frac{\partial k}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{2} \overline{u'^2 v'} + \frac{1}{\rho} \overline{v' p'} - \nu \frac{\partial k}{\partial y} \right) - \overline{v' u'} \frac{\partial}{\partial \bar{\mathbf{u}}} - \epsilon \quad (3.71)$$

El primer término del lado derecho $\left(\frac{1}{2} \overline{u'^2 v'} \right)$ es conocido como transporte turbulento (taza de cambio en la que la energía es transportada a través del fluido por fluctuaciones turbulentas). El segundo término del lado derecho corresponde a la difusión de la presión (correlación entre la fluctuación de velocidad y presión). El tercer término representa la difusión de energía turbulenta causada por el proceso de transporte molecular del fluido. El cuarto término es conocido como producción y representa la tasa en la que la energía cinética se transfiere del flujo estable a la turbulencia. Finalmente ϵ describe la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta. La derivación a detalle de este modelo de turbulencia puede ser encontrado en [36, 59].

4.1. Modelado

El primer paso tomado para lograr la carterización aerodinámica del vehículo ATV 180 fue crear un conjunto de dibujos CAD que sirvieran como base para el software de análisis de fluidos por computadora. Para lograr esto se desarmó el vehículo, una vez desarmado se procedió a tomar las dimensiones de las piezas, posteriormente se crearon los dibujos y se generó un ensamble que sirvió como base para los análisis, las piezas y el ensamble se muestran en las figuras C.1 y C.2. Sólomente se dibujaron los elementos más representativos, dejando fuera cables, tubos de escape, etc. Otra consideración que se tomó al momento de recrear los elementos del vehículo fue la geometría irregular de la carrocería, ésta se aproximó utilizando fotos desde distintos puntos de vista. Antes de iniciar las simulaciones, el dibujo de la figura C.2 se definieron las condiciones de la simulación:

Tabla 4.1: Condiciones de la simulación CFD.

Nombre de la condición	Valor
Velocidad	15 km/h, 20 km/h, 25 km/h, 30 km/h y 50 km/h
Nodos sobre la superficie del ensamble	210,706
Número de elementos de los sólidos	1,676,859
Nodos de fluido	1,157,605
Número de elementos del fluido	63,49,446
Número total de nodos	1,368,311
Número total de elementos	8,026,305

Tabla 4.1: Condiciones de la simulación CFD.

Nombre de la condición	Valor
Tipo de simulación	Estado estable
Modelo de turbulencia	k- ϵ
Coefficientes del modelo de turbulencia	$\mu = 0.09, C_{1E} = 1.44, C_{2E} = 1.92$
Dimensiones del volumen del fluido	$5.5m \times 15m \times 3.8861m$
Volumen del área de solución	$3.206433e^{02} m^2$
Criterio de convergencia	Convergencia inteligente del software

La información presentada en la tabla 4.1 es el resultado de simulaciones previas para garantizar que los resultados son independientes de la malla. La figura 4.1 muestra una imagen del mallado que se generó sobre la superficie del vehículo. El software utilizado para la creación del mallado y la solución de las ecuaciones fue Autodesk CFD 2019. Las ecuaciones explícitas que utiliza este software para fluidos se encuentran en [42], mientras que las correspondientes a los modelos de turbulencia están en [43] y [44].

4.2. Simulación

Como se mostró en la tabla 4.1, la simulación consistió en cinco escenarios cada uno con su velocidad respectiva, el problema fue resuelto con una máquina del laboratorio de cómputo de la Unidad de Alta Tecnología de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, las características del equipo son: Intel Xeon E5-1620 v3 con 8 núcleos físicos, 16 hilos de ejecución y 3.50 GHz de velocidad de reloj; 16 GB de memoria ram DDR4 ECC a una velocidad de 2000 MHz, tarjeta gráfica Nvidia Quadro K2200 con 4 GB de memoria ram GDDR5 y un disco duro de 1 TB en combinación con una sola instancia de la nube de Autodesk, las instancias (llamadas CFD Cloud solve) tienen acceso a 8 procesadores físicos corriendo a 2.50 GHz, 122 GB de memoria ram y 320 GB de disco de estado sólido [82]. Para resolver el análisis de 10 m/s el equipo tardó 5.30 horas, para el de 20 tomó 6.05 horas, para el de 25 fueron 5.81 horas, 5.6 horas para el de 30, mientras que el análisis de 50 m/s el tiempo fue de 3.78 horas. El tiempo total de simulación fue de **26.46** horas.

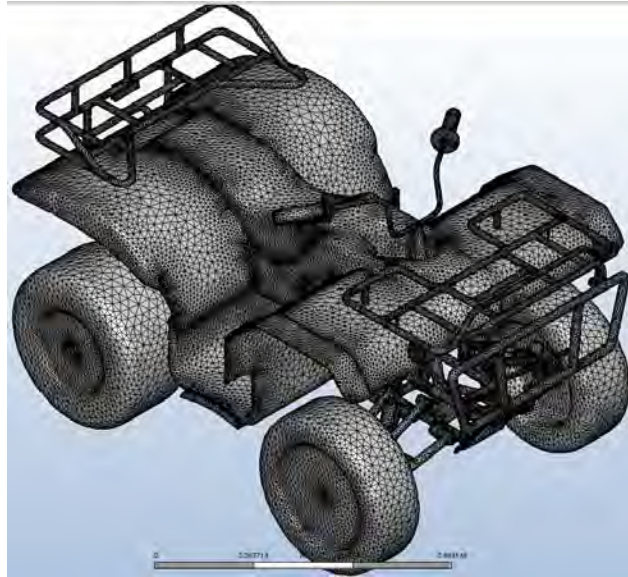


Figura 4.1: Malla sobre la frontera del vehículo.

4.2.1. Resultados de la simulación por computadora

La información obtenida está basada en un conjunto de puntos seleccionados de manera conveniente para poder compararlos con las mediciones físicas. De esta forma se obtuvo un mapa lateral del vehículo (figura 1.4b) tanto para la parte superior como para la parte inferior del mismo. Los puntos son relativos al volumen que envuelve al fluido, donde el origen está en la esquina inferior derecha de la cara más próxima a la parte delantera del vehículo, la lista de puntos puede ser consultada en A.1.1 y A.1.2.

Dicha lista de puntos fue utilizada para obtener mediciones bajo distintas condiciones con la intención de poder compararlas posteriormente, un ejemplo de dichas mediciones fue la generación de un mapa que permite conocer las secciones del vehículo que disminuyen la velocidad del viento de manera considerable (Fig. 4.2). La parte superior del vehículo es la primera en hacer contacto con el aire percibiendo una pérdida de velocidad del mismo debido al aumento de la presión en ese punto de contacto, caso contrario a su contraparte inferior donde la velocidad del aire se mantiene semejante a la velocidad del flujo libre, sin embargo este comportamiento cambia totalmente mientras las partículas de aire viajan hacia la parte trasera de la misma (Fig. C.8, C.9, C.10). Los resultados discutidos anteriormente solamente aplican para el caso en que el vehículo viaja a 50 km/h, una discusión de cada escenario alargaría de manera innecesaria esta sección, esta es la razón por lo que se optó por la generación de gráficas resumen que sirven para comprar el comportamiento del vehículo a distintas velocidades, dándonos una idea de cuál es su comportamiento.

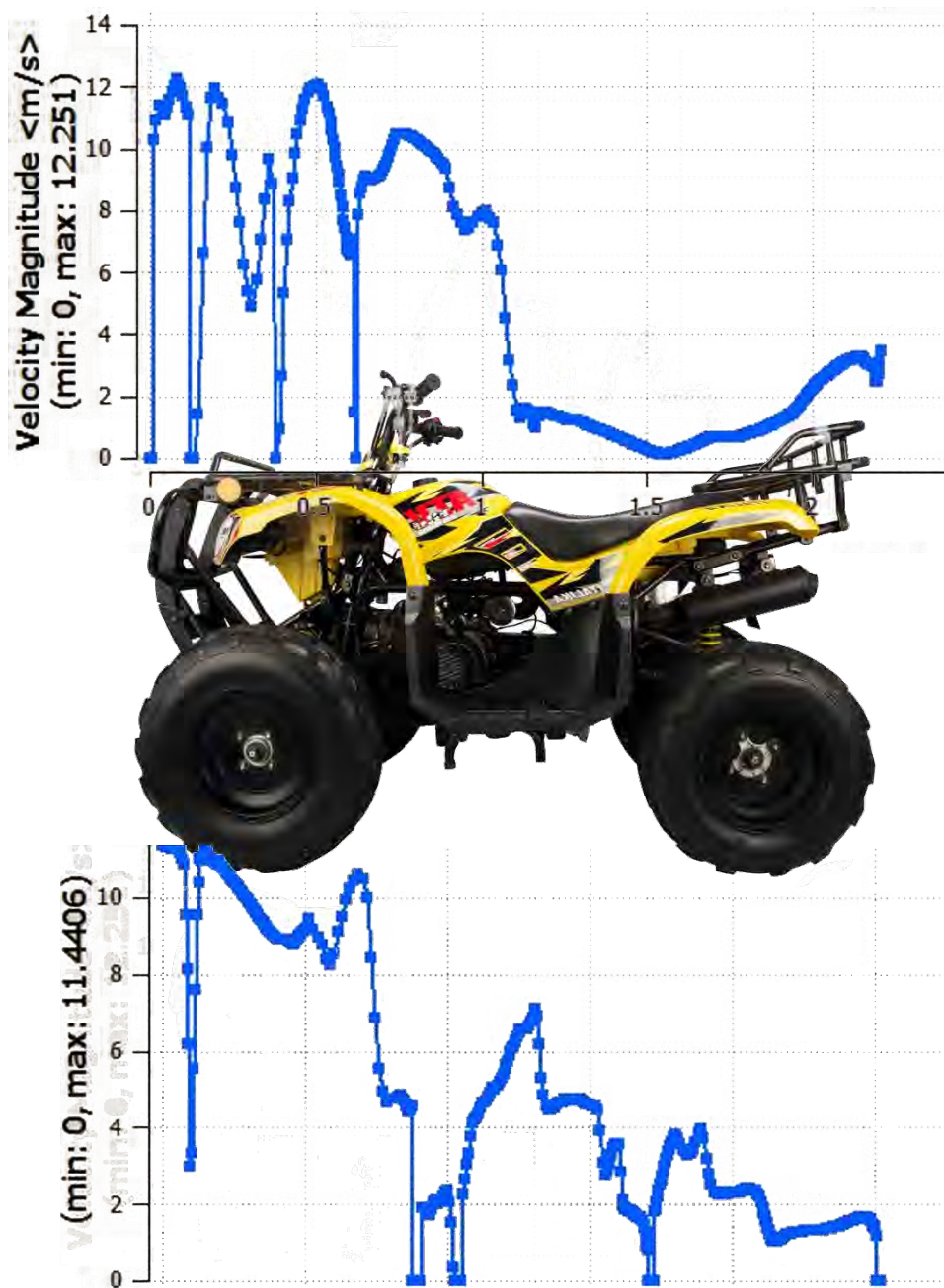


Figura 4.2: Ejemplo del perfil de velocidad que se genera al obtener la información en puntos específicos a lo largo del vehículo. Las dos gráficas muestran la velocidad absoluta (en m/s) cuando el vehículo viaja a 50 km/h (13.88 m/s). Se puede apreciar la caída y recuperación de la velocidad al inicio de la parte superior mientras que en la parte inferior la caída ocurre después, sin embargo la velocidad no vuelve a elevarse debido al aumento de presión en la parte inferior.

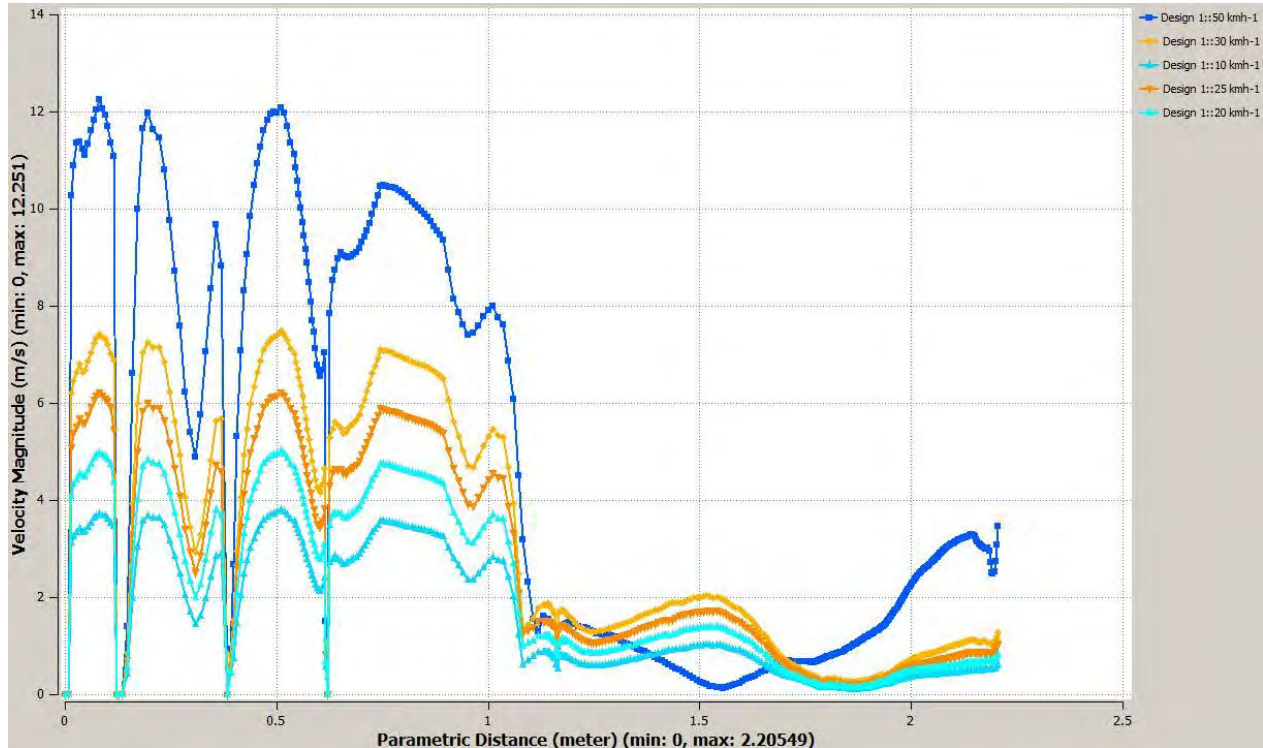


Figura 4.3: Plano de corte que muestra la velocidad y los vectores velocidad a 50 km/h, se puede observar que la estela se genera desde la primer cuarta parte del vehículo, la perturbación al medio es considerable, rebazando más de 3 veces la longitud del mismo.

La figura 4.2 muestra la magnitud del vector velocidad del aire a lo largo del vehículo a distintas velocidades, lo que se puede observar es la diferencia en la magnitud de la velocidad en la parte trasera del vehículo: a 50 km/h la gráfica de la velocidad superior comienza a presentar un comportamiento distinto entre 1 y 1.2 metros desde la parte delantera del vehículo, bajando su magnitud y después elevándola para separarse de los demás casos, concordando con la ecuación 3.4. Este comportamiento es resultado de la componente z (que apunta hacia la parte trasera del vehículo), si se compara la figura 4.3 con la figura 4.4 se puede ver la similitud, puesto que ésta componente aporta la mayor parte de la vorticidad en este caso (a comparación de la figura C.14, donde sólo en la parte delantera del vehículo hay una contribución al cambio del vector velocidad). El mapa de la presión estática de la parte superior se muestra en la figura 4.5, naturalmente al hacer contacto con el vehículo aumenta la presión de manera considerable para caer en la parte trasera del vehículo, nuevamente mientras más alta es la velocidad a la que el vehículo se mueve los efectos son mayores.

Con la información recabada es posible determinar un coeficiente de presión y un coeficiente de arrastre para el vehículo. El coeficiente de presión se puede tomar promediando los valores obtenidos en la figura C.18, mientras que el coeficiente de arrastre se calcula utilizando:

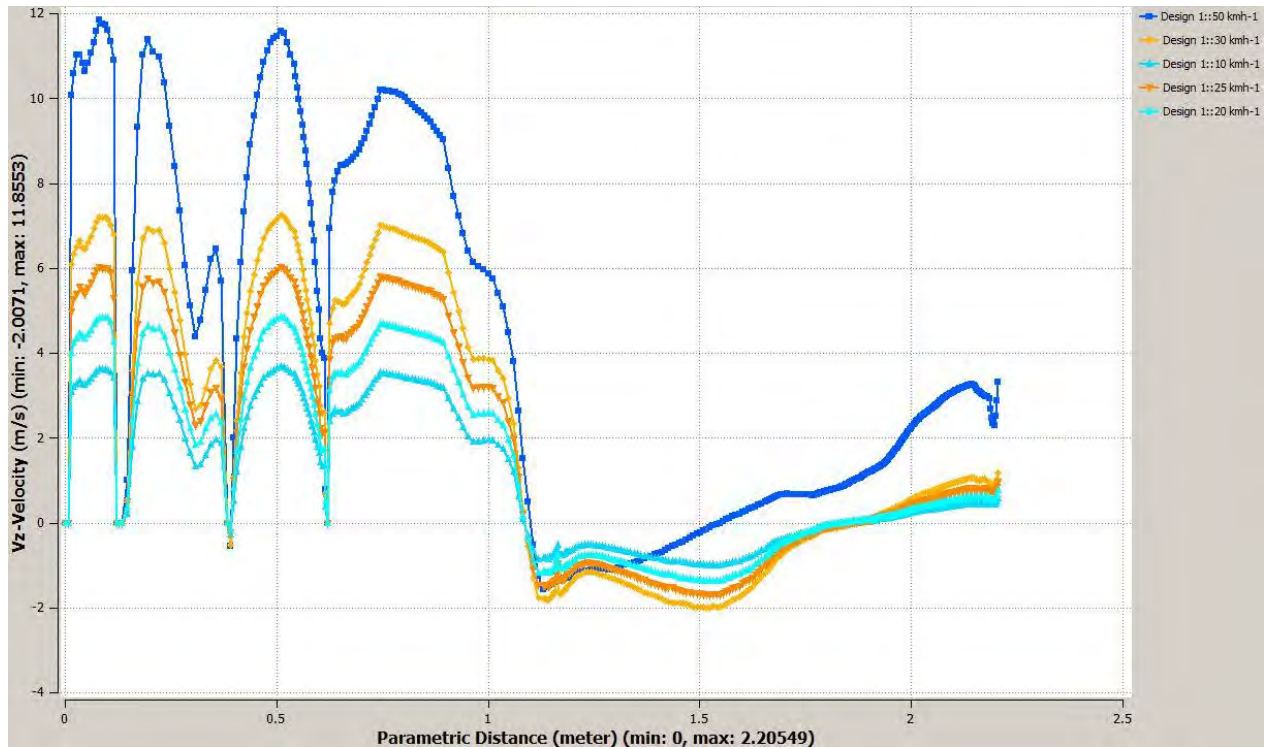


Figura 4.4: Comparativa de la magnitud del vector velocidad en el plano medio longitudinal (eje Z) del vehículo para la parte superior.

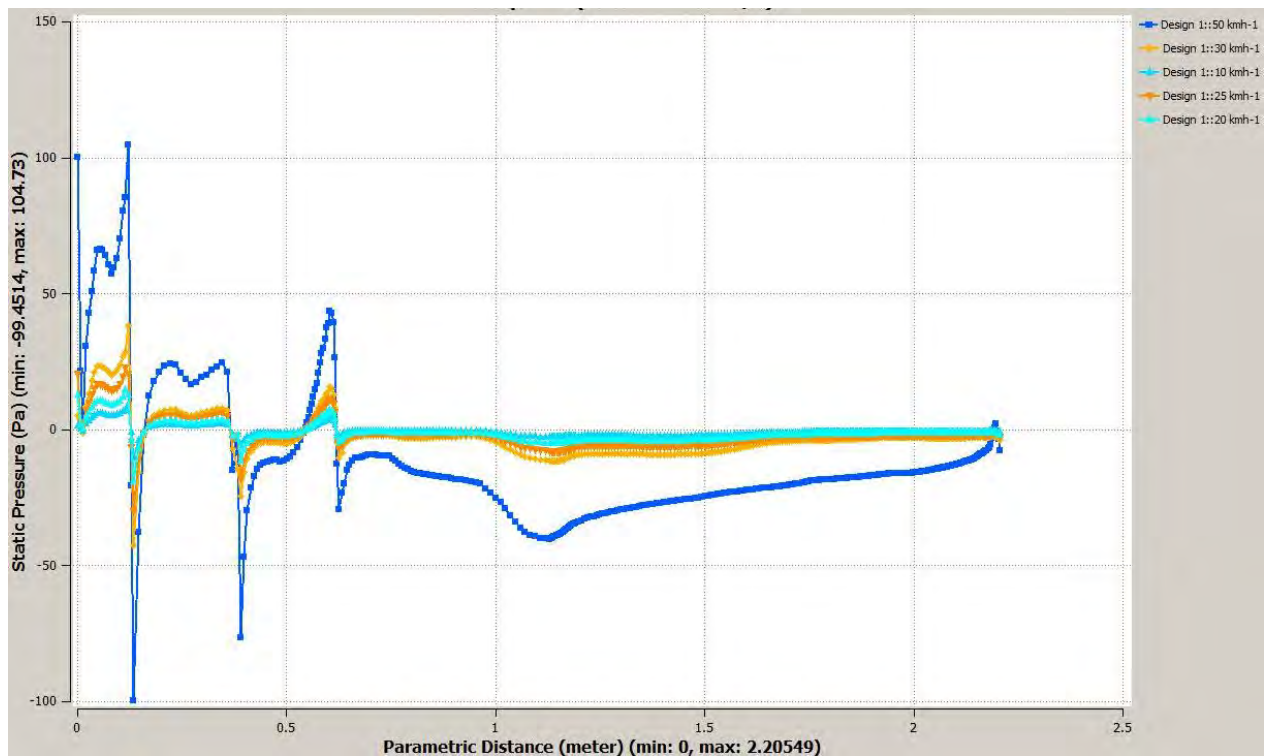


Figura 4.5: Comparativa de la presión estática.

$$C_D = \frac{2F_d}{\rho v^2 A} \quad (4.1)$$

Donde A es el área frontal del vehículo, F_d es la fuerza que ejerce el aire sobre la superficie, ρ es la densidad del aire y v es la velocidad relativa al fluido. La densidad del aire se toma a presión y temperatura estándar $\rho = 1.2041 \text{ kg/m}^3$, $A = 0.8465 \text{ m}^2$ se calculó a través del programa de diseño, así el coeficiente de arrastre (a distintas velocidades) queda definido como:

Tabla 4.2: Cálculo del coeficiente de arrastre C_D

Velocidad	F_d	C_D
15 km/h = 4.16 m/s	24.749 N	2.7621
20 km/h = 5.55 m/s	43.953 N	2.7559
25 km/h = 6.94 m/s	71.9957 N	2.8870
30 km/h = 8.33 m/s	104.306 N	2.9032
40 km/h = 11.11 m/s	194.345 N	3.0409
50 km/h = 13.88 m/s	223.618 N	2.2417

Utilizando como referencia la tabla 4.2, se puede suponer que el vehículo tiene un coeficiente de arrastre de $C_D = 2.74$, mientras que el coeficiente de presión $C_p = -0.3$. Antes de terminar con esta sección se avisa al lector que todas las figuras obtenidas a partir del análisis CFD se encuentran en el primer anexo (anexo C.3).

Simulación del vehículo con piloto

En este apartado se realizará el análisis del vehículo incluyendo a un modelo de piloto con el fin de generar resultados más confiables, esto no implica que la discusión anterior sea inútil, puesto que la información generada puede ser utilizada como parámetros para la adaptación de un sistema autónomo de movimiento [39]. A continuación se muestran las condiciones de frontera, los cambios a considerar afectaron al número de elementos de la malla (puesto que hay más volumen que mallar) y el área transversal del vehículo.

Tabla 4.3: Condiciones de la simulación CFD.

Nombre de la condición	Valor
Velocidad	15 km/h, 20 km/h, 25 km/h, 30 km/h y 50 km/h
Nodos sobre la superficie del ensamble	403,742
Número de elementos de los sólidos	3,119,547
Nodos de fluido	1,979,671
Número de elementos del fluido	10,814,485
Número total de nodos	2,383,413
Número total de elementos	13,934,032
Tipo de simulación	Estado estable
Modelo de turbulencia	k- ϵ
Coefficientes del modelo de turbulencia	$\mu = 0.09, C_{1E} = 1.44, C_{2E} = 1.92$
Dimensiones del volumen del fluido	$5.5m \times 15m \times 3.8861m$
Volumen del área de solución	271 m ³
Criterio de convergencia	Convergencia inteligente del software

Al igual que la tabla 4.1, la tabla 4.3 muestra el resultado de varias simulaciones previas que garantizan la independencia del mallado. La figura 4.6 muestra la malla que se generó sobre la superficie del objeto de estudio.

El área de proyección frontal del vehículo tomando en cuenta al piloto es de $A = 1.0956 \text{ m}^2$.

Tabla 4.4: Cálculo del coeficiente de arrastre C_D para el caso con el piloto.

Velocidad	F_d	C_D
10 km/h = 2.77 m/s	9.425 N	1.8587
15 km/h = 4.16 m/s	18.164 N	1.5882
20 km/h = 5.55 m/s	32.282 N	1.5858
25 km/h = 6.94 m/s	42.61 N	1.3387
30 km/h = 8.33 m/s	51.792 N	1.1294
35 km/h = 9.72 m/s	66.817 N	1.0600
40 km/h = 11.11 m/s	96.227 N	1.1796

Tabla 4.4: Cálculo del coeficiente de arrastre C_D para el caso con el piloto.

Velocidad	F_d	C_D
50 km/h = 13.88 m/s	185.845 N	1.8818

Las Fig.s C.11, C.12 y C.13 muestran planos donde se representa la velocidad del aire cuando vehículo viaja a 50 km/h. Como se comentó anteriormente, el coeficiente de arrastre es un número adimensional que depende de la velocidad a la que se obtenga, es por ello que no se puede dar un número pero sí una función que nos permita aproximarlos.

4.3. Instrumentación

De manera ideal, la caracterización aerodinámica de un vehículo se tiene como parámetro de diseño, sin embargo, existen objetos que no fueron diseñados desde una perspectiva aerodinámica lo cual dificulta su tratamiento desde este punto de vista, obligando a utilizar técnicas indirectas [17, 66, 69, 72] para la obtención de parámetros que ayuden a determinar de manera general el desempeño aerodinámico del vehículo.

Dadas las dimensiones y ubicación física de la cuatrimoto, el uso del túnel de viento que se encuentra en las instalaciones de Ciudad Universitaria no fue considerado como una opción para caracterizar el vehículo, así pues, se optó por instrumentar el vehículo para obtener información acerca de su comportamiento aerodinámico, este tipo de tácticas han sido utilizadas anteriormente con resultados aceptables [17, 72].

4.3.1. Selección de sensores

Como se discutió en el marco teórico, la distribución de presión alrededor del vehículo es un indicio del comportamiento del aire, no es de extrañar que, a lo largo de la historia surgieran sensores e instrumentos los cuales utilicen la presión como entrada para hacer algún tipo de cálculo o medición: altímetros, sensores de velocidad de aire y varioaltímetro son ejemplos de ello.

Tabla 4.5: Características del sensor de presión MS5525DSO a 20° C.

Parámetro	Valor Mínimo	Valor Máximo
Voltaje de entrada	-0.3 V	3.6 V

Tabla 4.5: Características del sensor de presión MS5525DSO a 20° C.

Parámetro	Valor Mínimo	Valor Máximo
Voltaje de operación	1.8 V	3.6 V
ADC ¹		24 bits
Banda de error	-2.5 %	2.5 %
Precisión de temperatura		± 1.5° C
Precisión de temperatura (referencia)		± 2.5° C
Temperatura de operación	-40° C	125° C
Presión máxima		60 psi
Presión máxima (ráfaga)		50 psi
Precisión de presión		± 0.50 psi
Peso		3 gr

Para obtener una lectura de presión en un punto dado se optó por utilizar el sensor de presión MS5525DSO en su variante SB005G, catalogado como: sensor digital de presión al vacío con una interfaz analógica-digital de 24 bits, rápida conversión y bajo consumo energético[25]. Las características técnicas del sensor se encuentra listadas en la Tabla 4.5. Este sensor implementa los protocolos de comunicación I²C y SPI, en el primer caso puede procesar la señal a 2 MHz, mientras que en el segundo lo hace a 400 KHz.

El empaquetado está compuesto por un sensor piezorresistivo y una interfaz de circuito integrado. La función principal del MS5525DSO es convertir la entrada analógica del componente piezorresistivo a un valor digital de 24 bits, proveyendo lecturas de temperatura y presión. Una ventaja de este modelo es su calibración de fábrica². Una imagen del circuito y su diagrama electrónico pueden ser vistos en la Fig. 4.7

Si bien el sensor incluye un convertidor analógico digital es necesario conectar el pin nueve y trece del empaquetado a un capacitor de 0.1 µF, por esta razón se debió esquematizar, diseñar y construir una placa de circuito impresa que sirviera de conexión entre el sensor y el sistema Arduino (Fig.s C.32, C.33 y C.34). La placa (Fig. C.34) está compuesta por un fenolito con recubrimiento de cobre más una capa fotosensible color morado que ayudó a la transferencia de la

¹Conversión analógica digital.

²Calibrado a dos temperaturas y tres presiones distintas[25].

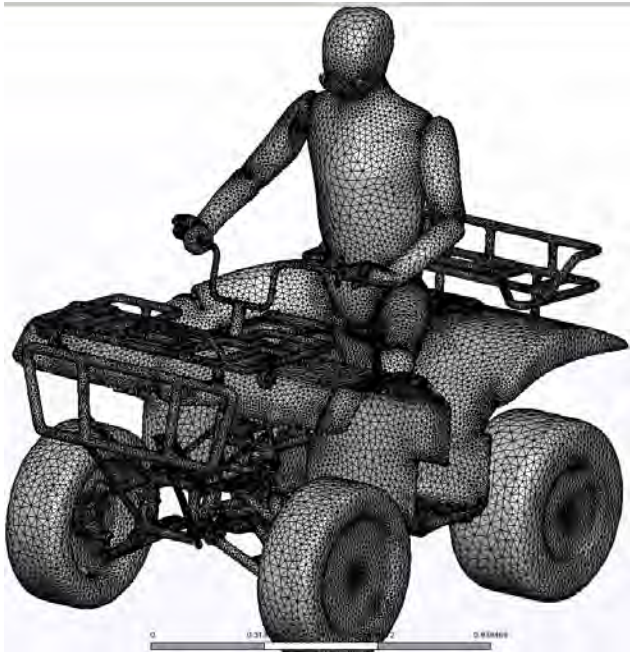


Figura 4.6: Malla sobre la frontera del vehículo.

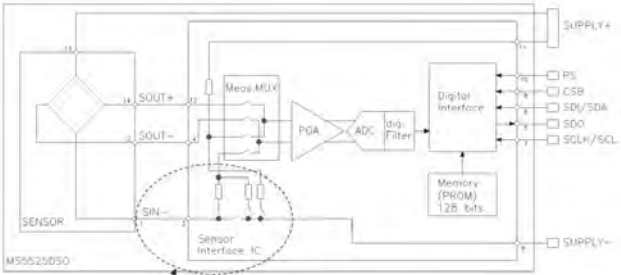


Figura 4.7: Sensor de aire MS5525DSO. [25].

pista (Fig. C.33) hacía el fenolito, para poder hacer dicha transferencia fue necesario imprimir las pistas y transferirlas con un equipo especial que proyecta luz sobre el fenolito y la impresión, después se desbastó el material con ácido y por último se cortaron las placas individualmente (Fig. C.35).

Para tener una lectura más confiable se optó por utilizar dos de estos sensores sobre el mismo plano en distintas partes del vehículo. La salida de estos sensores será leída, procesada y almacenada por una placa Arduino Mega mediante el protocolo I²C utilizando una memoria microSD de clase 10 para almacenar la información que será analizada posterior al experimento de medición. Todo el circuito estará alimentado por un banco de baterías de ion litio tipo AA recargables. La Fig. 4.8 muestra la conexión entre el sensor, lector de tarjetas microSD y el Arduino (sin el banco de baterías).

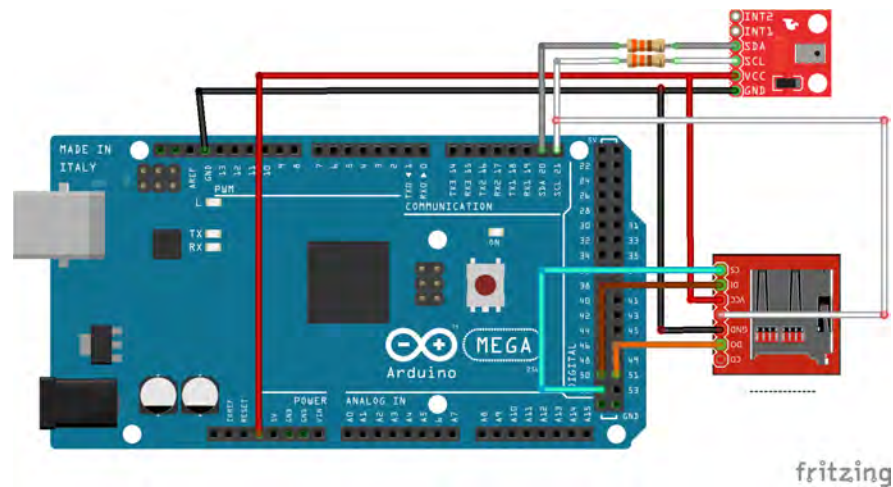


Figura 4.8: Conexión entre el Arduino Mega y el sensor MS5525DSO.

4.3.2. Medición del error

Para la medición del error se creó un pequeño experimento en el que se usó una secadora de cabello y el tubo de pitot con el fin de obtener una medida cualitativa de la precisión del instrumento. Las características de la secadora utilizada son las siguientes[78]:

Modelo	Parlux 3800
Diámetro de boquilla	45 mm
Flujo volumétrico	75 m ³ /h

Para confinar el flujo de aire se optó por utilizar un tubo de P.V.C. con un diámetro igual a $1 \frac{3}{4}$ in ≈ 44.45 mm, con esta información es posible aproximar la velocidad del aire sobre el tubo:

$$\begin{aligned}
 Q &= AV \rightarrow V = \frac{Q}{A} \\
 V &= \left(75 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right) \left(\frac{1}{\pi(0.044/2)^2 \text{m}^2}\right) \\
 V &= \left(0.020 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right) \left(\frac{1}{0.001 \text{m}^2}\right) \\
 V &= 13.099 \text{ m/s}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

La ecuación 4.2 nos da un valor teórico que debe ser detectado por el sensor cuando se utiliza la secadora en su velocidad más alta.

El experimento consiste en colocar el tubo de pitot a una distancia de 6 cm³ (Fig. ??) de la boquilla de la secadora y encender dicha secadora en su régimen de trabajo máximo durante un minuto, las mediciones se almacenan mediante un programa cargado en el arduino. Para poder contrastar resultados se hicieron varios ciclos de medición. Posterior a las mediciones se realizó un procesamiento estadístico de la información recaudada, para ello se tomaron en cuenta los siguientes puntos:

1. Media, desviación estándar, moda y promedio.
2. Normalidad de la información.
3. Pruebas de correlación de la información.

³Distancia que el fabricante estableció para determinar el flujo volumétrico de aire.

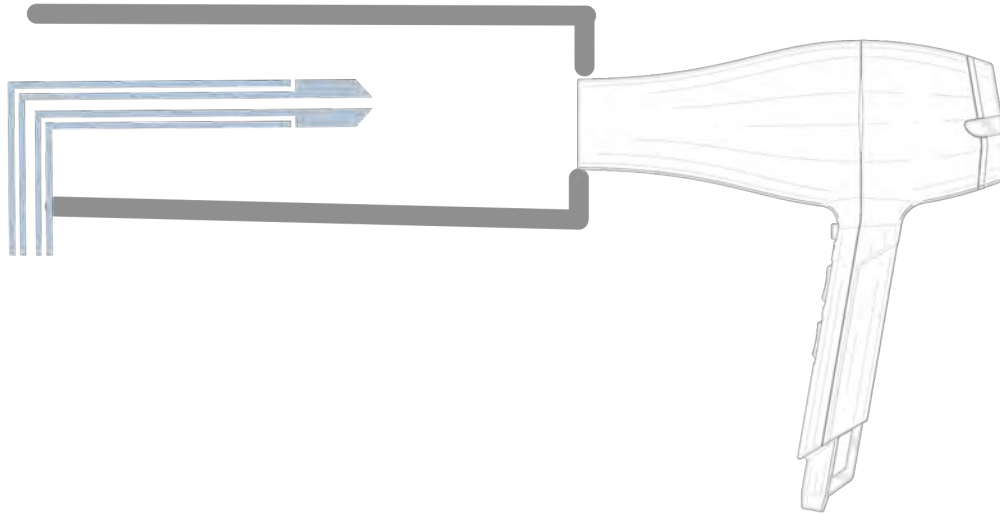
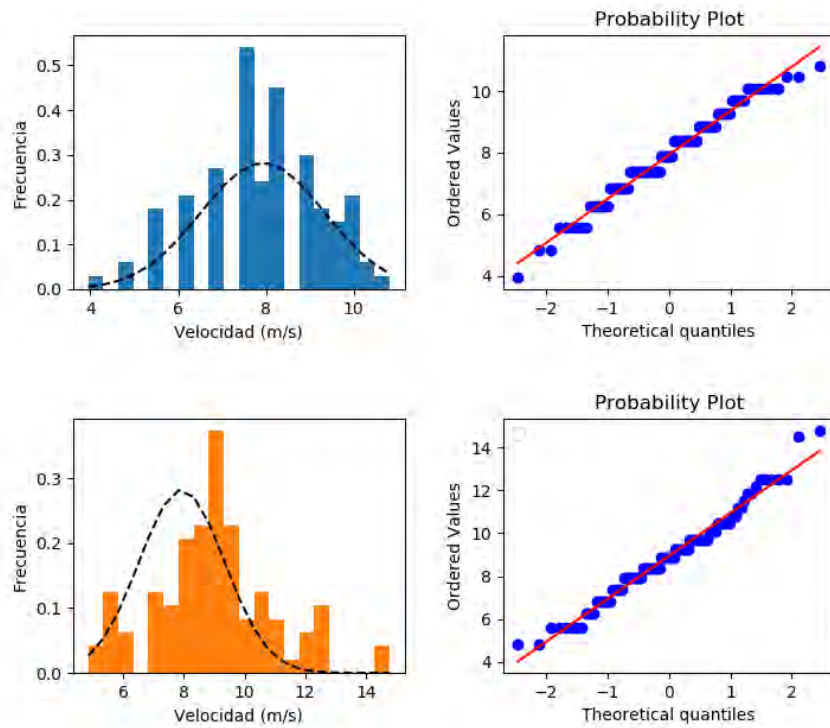


Figura 4.9: Calibración del sensor.

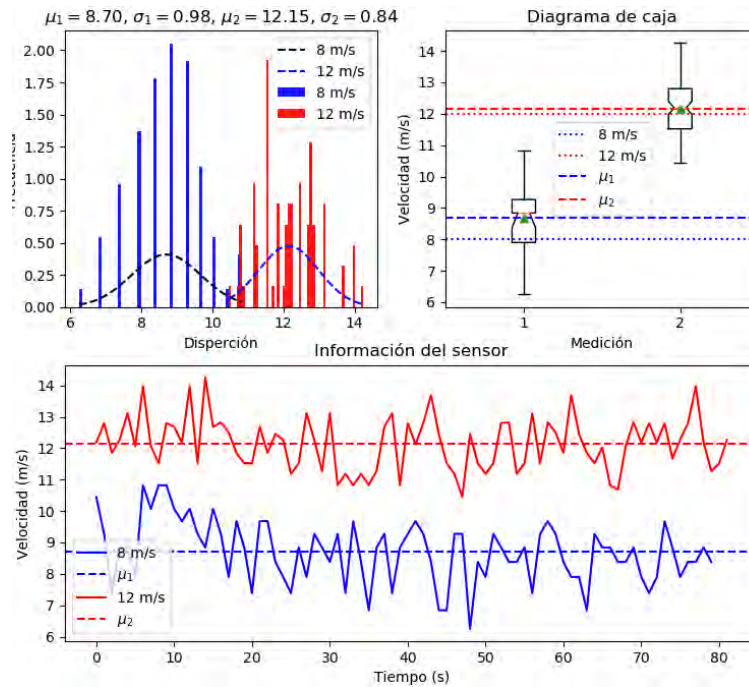
4. Dependiendo de la normalidad:

- a)* Pruebas de hipótesis paramétricas.
- b)* Pruebas de hipótesis no paramétricas.

La Fig. 4.10a muestra gráficamente la distribución de dos mediciones, la parte izquierda contiene un histograma mostrando la distribución de los valores sentidos, mientras que la derecha muestra una gráfica de probabilidad tipo QQ. La Fig. 4.10b describe de manera gráfica la velocidad detectada en los dos ciclos de trabajo (azul = 9 m/s y rojo = 13 m/s), en ambos casos la desviación estándar es menor que 1 y el error máximo no excede los 2 m/s.



(a) Visualización de normalidad.



(b) La información obtenida desde el sensor en dos ciclos de muestreo distintos.

Figura 4.10: Información recolectada durante el experimento inicial.

Tabla 4.7: Pruebas de normalidad realizadas (9 m/s).

Nombre de la prueba	Estadística	valor p	Dist. Gaussiana
Shaphiro-Wilk	0.98	0.107	Sí
D.Agostino	1.331	0.514	Sí
Anderson-Darlign	0.734		Sí

Tabla 4.8: Pruebas de normalidad realizadas (13 m/s).

Nombre de la prueba	Estadística	Valor p	Dist. Gaussiana
Shaphiro-Wilk	0.981	0.155	Sí
D.Agostino	0.057	0.972	Sí
Anderson-Darlign	0.707		Sí

Pruebas de normalidad

El primer paso realizado para obtener una idea de la calidad de la información obtenida por el sensor fue aplicar pruebas de normalidad a cada conjunto de datos que se obtuvo por prueba.

La Tabla 4.7 muestra el resultado de las tres pruebas de normalidad realizadas sobre la información recabada para el ciclo de trabajo de 9 m/s. La media es de $\mu = 7.928$, la desviación estándar de $\sigma = 1.414$ y un valor $\alpha = 0.01$. Cuando la secadora se puso a trabajar a su máxima velocidad (13 m/s) los valores obtenidos fueron: $\mu = 12.397$, $\sigma = 0.927$ y un valor $\alpha = 0.01$, los resultados de las pruebas de normalidad están establecidos en la Tabla 4.8.

Con la información anterior se pudo corroborar la precisión del sensor: ± 1 m/s, lo cual concuerda con lo reportado por el fabricante (Tabla 4.5)

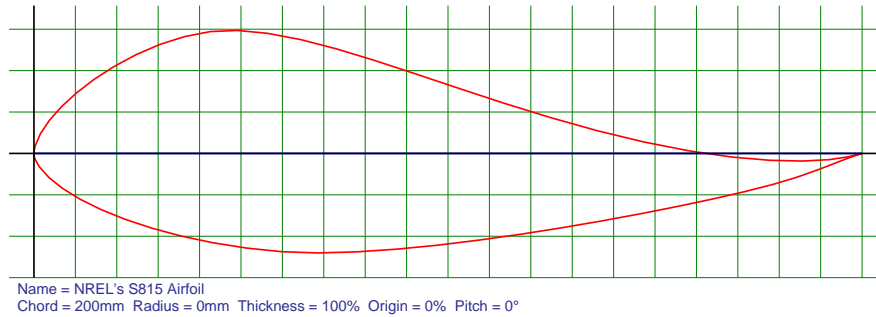


Figura 4.11: Perfil NREL S815.

4.3.3. Diseño y fabricación de instrumentos

Para poder medir la presión sobre el vehículo el sensor debe estar montado sobre un soporte que contenga toda la electrónica asociada para poder operar. Esta montura tiene como objetivo minimizar el impacto aerodinámico para tener una lectura más confiable.

Antes de iniciar con el diseño se tuvo que calcular el número de Reynolds que se tiene cuando el aire viaja a una velocidad de $v = 25$ m/s, para dicho cálculo se utilizó una temperatura de 20° C, una viscosidad cinemática de $\nu = 1.5111E - 5$ m²/s, densidad de $\rho = 1.2041$ kg/m³ y una longitud de cuerda de 200 mm, lo cual se transforma en:

$$v = \frac{\rho v l}{\mu} = \frac{v l}{\nu} = \frac{(25\text{m/s})(0.2\text{m})}{1.5111e^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 330,885 \quad (4.3)$$

Con esta información se inició una búsqueda de perfiles alares que tuvieran una baja eficiencia de sustentación en el un rango cercano al número de Reynolds calculado (Fig. C.36), esta búsqueda arrojó un candidato: el perfil **NREL S815** (Fig. 4.11), el coeficiente de arrastre es prácticamente cero en el rango donde actuará el perfil⁴. El siguiente paso fue el crear el modelo CAD del soporte considerando el perfil alar seleccionado, para ello se tomó en cuenta el grosor del tubo que compone el bastidor de la cuatrimoto (1 y 3/4 de pulgada), esto se muestra en la Fig. C.37. Los componentes electrónicos se posarán sobre una cama especialmente diseñada para almacenar el circuito mostrado en la Fig. 4.8 (Fig. C.38), para facilitar la manufactura y el diseño se separó la cama del ala, dicha ala contiene un tubo de pitot simple que será utilizado para sensar la presión en dicho punto (Fig. C.40), las dimensiones del ala son: 200 mm × 208 mm × 53.7 mm; el tubo de pitot tiene un diámetro exterior de 6 mm, diámetro interior de 3 mm y una longitud de 120 mm. El diámetro interior coincide con el diámetro exterior de una manguera de vacío estándar utilizada por la industria automotriz, el diámetro interior de dicha manguera coincide con el diámetro de la boquilla del sensor.

⁴Cabe mencionar que el perfil operará a un ángulo de ataque cero.

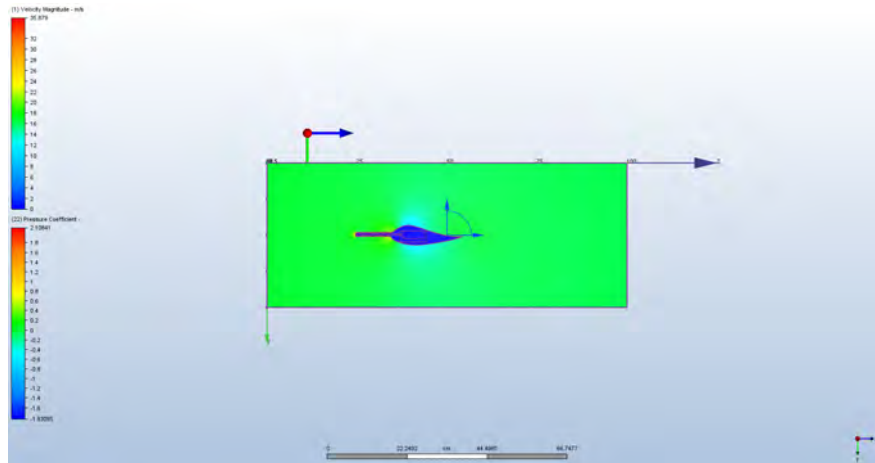


Figura 4.12: Coeficiente de presión (vista lateral)

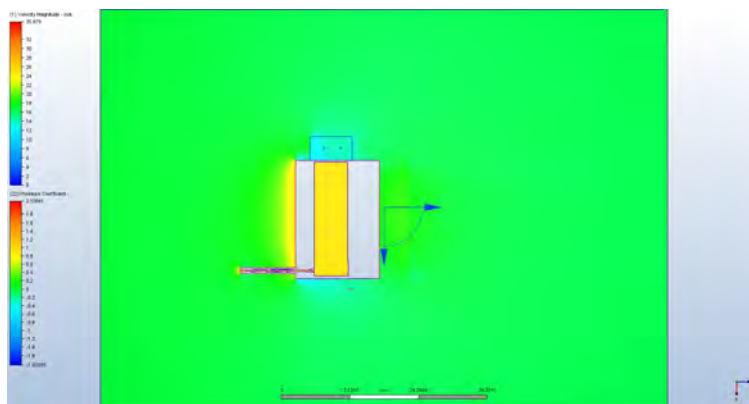


Figura 4.13: Coeficiente de presión (vista superior)

Después de haber diseñado el soporte se procedió a realizar una simulación de dinámica de fluidos para obtener el comportamiento aerodinámico de la pieza y así poder verificar la hipótesis de mínima intrusión.

Simulación de la pieza

Para simular la pieza se estableció una velocidad del aire de 25 m/s, temperatura y presión estándar, suponiendo que el flujo laminar. Se creó una malla de aproximadamente un millón y medio de elementos con un tamaño promedio de 0.1 mm, la simulación fue de 600 iteraciones. Al crear distintos planos de corte para visualizar el coeficiente de presión se obtuvo un valor de $c_p = 2.1$ (Fig.s 4.12 y 4.13 respectivamente).

Por último se calculó la vorticidad de la pieza, resultado en un mínimo de 800 s⁻¹ y un máximo de 3333 s⁻¹ (Fig. 4.14 y 4.15). Es importante visualizar la formación de vórtices en la parte anterior, en la vista superior se puede apreciar de mejor manera la longitud de dichos vórtices.

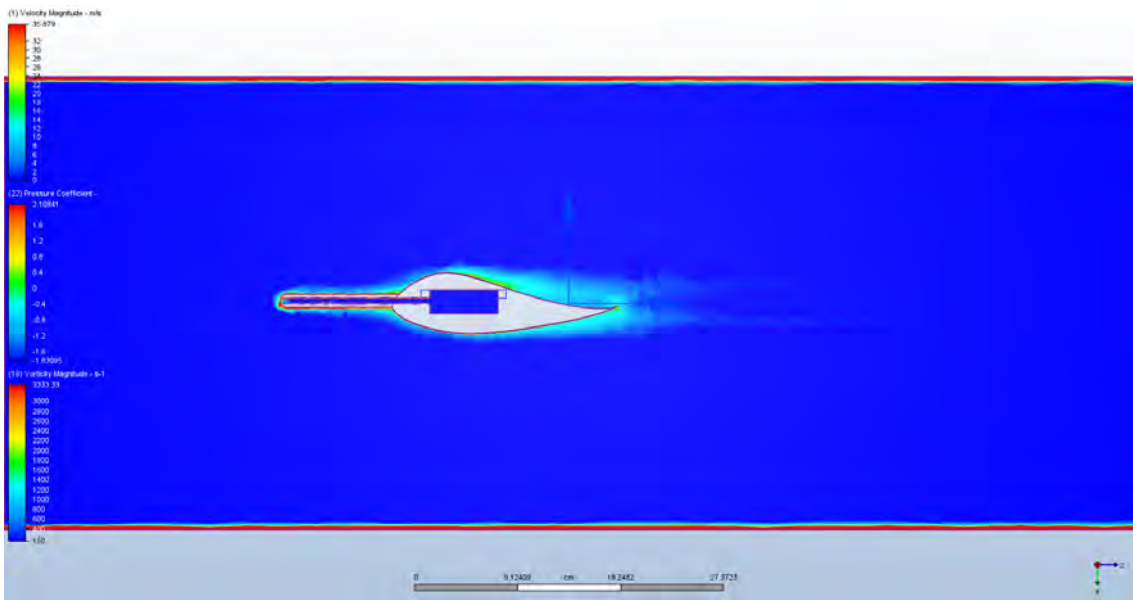


Figura 4.14: Vorticidad (vista lateral)

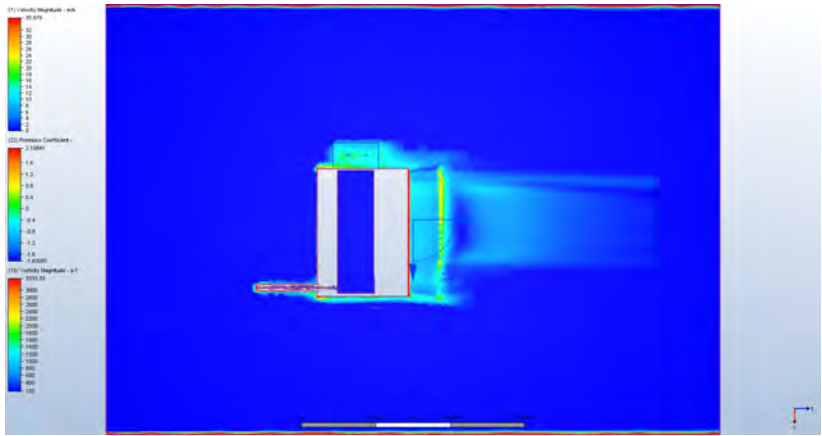


Figura 4.15: Vorticidad (vista superior)

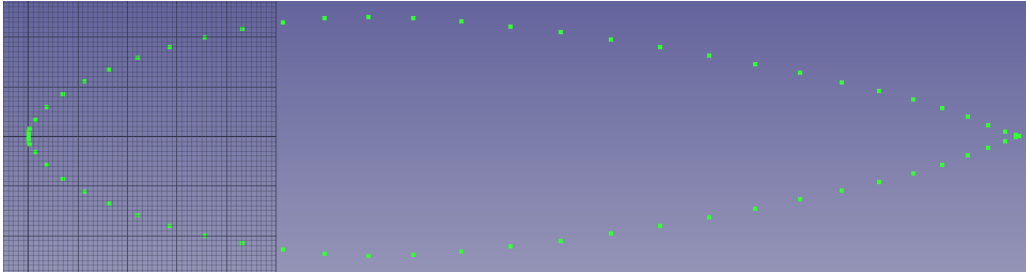


Figura 4.16: Perfil simétrico basado en NREL S815.

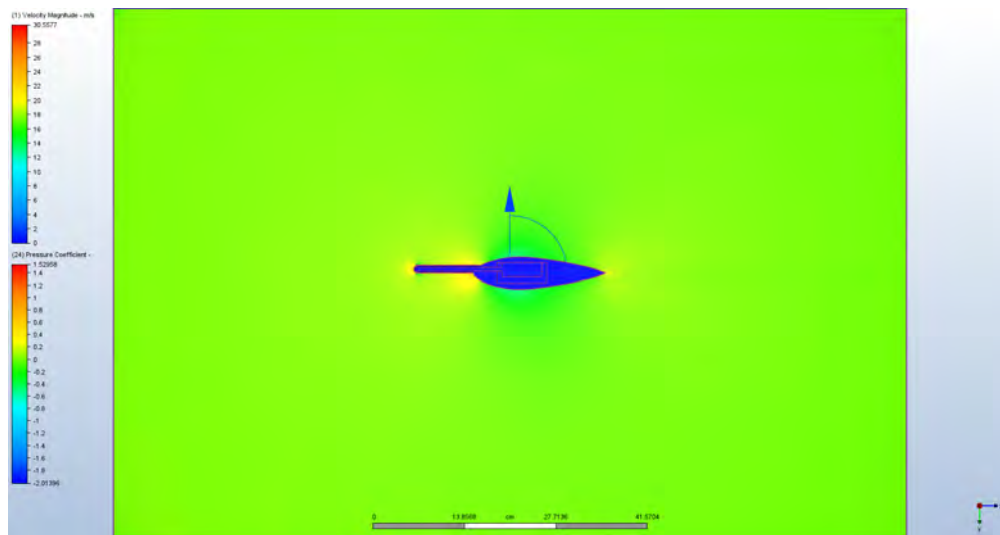


Figura 4.17: Coeficiente de presión del ala simétrica (vista lateral).

El perfil alar S815 se creó para generar mucha sustentación, pero esa sustentación genera arrastre que alterará el comportamiento aerodinámico del vehículo, por esta razón se consideró un diseño alternativo de perfil alar, tomando en cuenta la parte inferior del perfil S815 y generando una curva simétrica con respecto a la cuerda del perfil (Fig. 4.16).

Se procedió a generar el sólido que contiene el tubo de pitot con las mismas dimensiones que el perfil asimétrico (Fig. C.40), posteriormente se realizó una simulación respetando las mismas condiciones iniciales, de frontera y de mallado utilizadas en la simulación anterior; pudiendo obtener resultados comparables permitiendo hacer una mejor elección. Las Figs 4.17 y 4.18 muestran planos de corte en donde se muestra el coeficiente de presión, que en este caso es de $c_p = 1.52$ un decremento de -0.6 respecto al ala con forma asimétrica; cabe señalar la falta de pérdida de presión en la parte intermedia del ala, indicando que no hay generación de sustentación.

En cuanto a la vorticidad (Figs 4.19 y 4.20), la mínima encontrada es de 600 s^{-1} , mientras que la máxima es de 3600 s^{-1} habiendo una diferencia de -200 en el valor mínimo y de 667 en el máximo. Si bien la vorticidad máxima aumenta, el largo de los vórtices generados se reducen

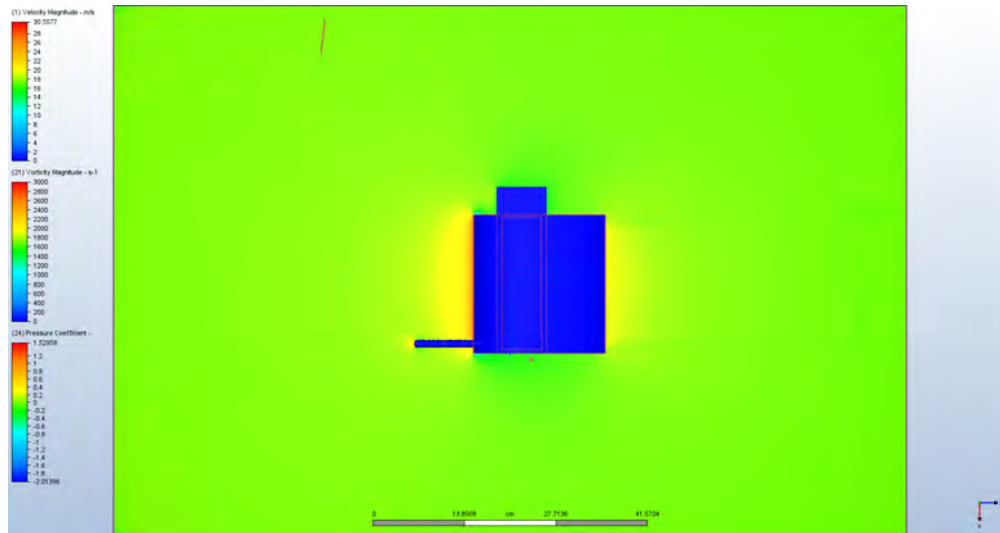


Figura 4.18: Coeficiente de presión del ala simétrica (vista superior).

aproximadamente en 10 cm y su ancho no sobrepasa el ancho total de la pieza, generando un menor impacto en el aire que fluye a través de esta.

Por estas razones se eligió utilizar el soporte basado en el perfil simétrico, procediendo a realizar un análisis de elemento finito para determinar los esfuerzos a los que está sometida la pieza que se manufacturará en plástico ABS. Para realizar el análisis de elemento finito se utilizó el software Nastran In-CAD junto con Autodesk Inventor para importar el modelo dentro del simulador. Utilizando los gradientes de presión que se obtuvieron a partir de la simulación CFD se generó el análisis de elemento finito, para el análisis se creó una malla con elementos de 1 mm de longitud, la unión de las piezas del ensamble se idealizó con pernos pasantes, se verificó la ausencia de colisiones geométricas y posteriormente se realizó la simulación, la cual arrojó como resultado un esfuerzo máximo de $1.38e^{-02}$ MPa, lo cual está muy por debajo del límite de falla del material[18] (Fig. C.41). Este resultado se tomó como base para realizar una optimización topológica[33, 38, 31] del 60 por ciento de la masa de cada pieza del ensamble que se había diseñado; el resultado de la optimización es una malla de tres dimensiones que contiene la masa mínima necesaria para cumplir con lo solicitado, la malla puede verse en la Fig. C.43, la validación de la optimización se muestra en la Fig. C.42. Como ejemplo se muestra una parte del ensamble después de haber sido sujeta a la optimización topológica (Fig. C.44). Así pues el diseño final del ensamble se muestra en la Fig. 4.21, posteriormente se manufacturó aditivamente cada uno de los componentes que lo conforman, a excepción del tubo de pitot ya que éste presentó problemas en su manufactura por lo que se prefirió maquinar esa pieza.

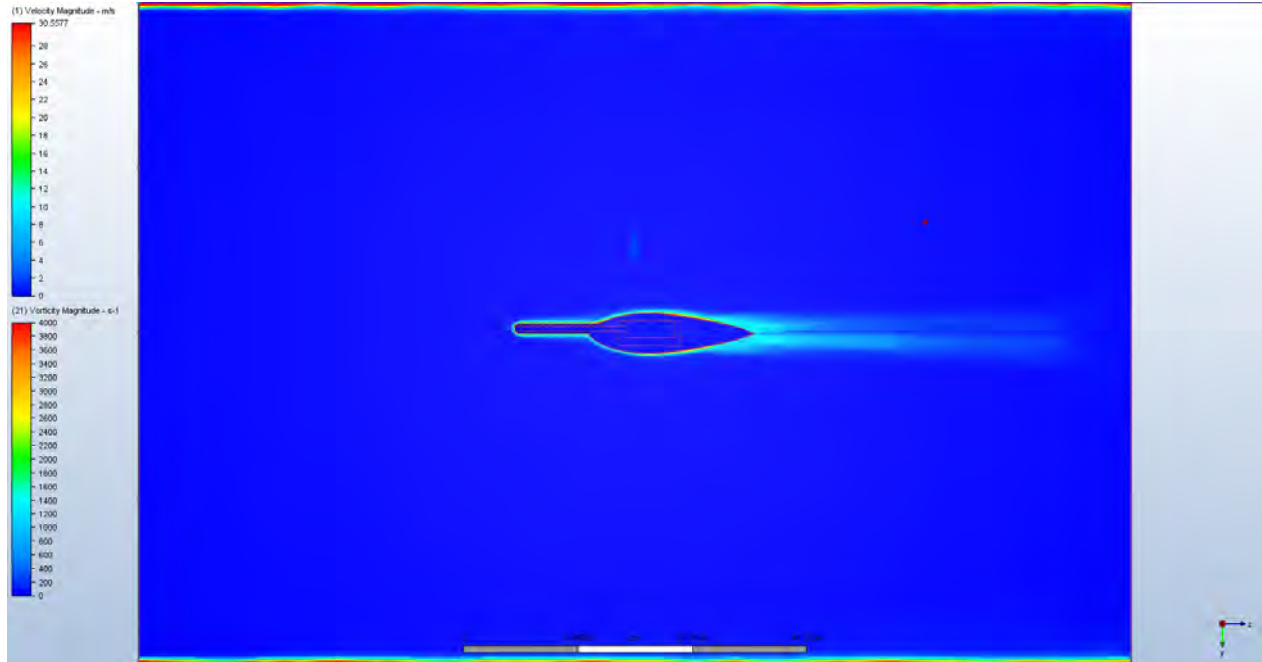


Figura 4.19: Vorticidad en ala simétrica (vista lateral).

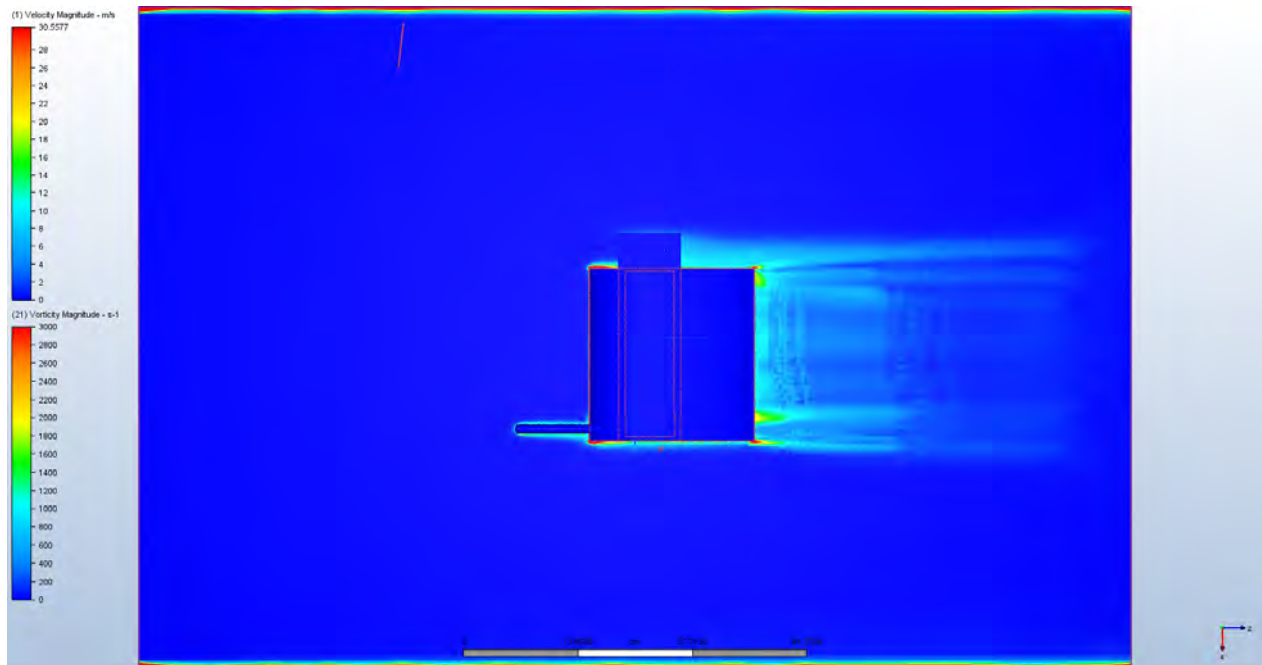


Figura 4.20: Vorticidad en ala simétrica (vista superior).

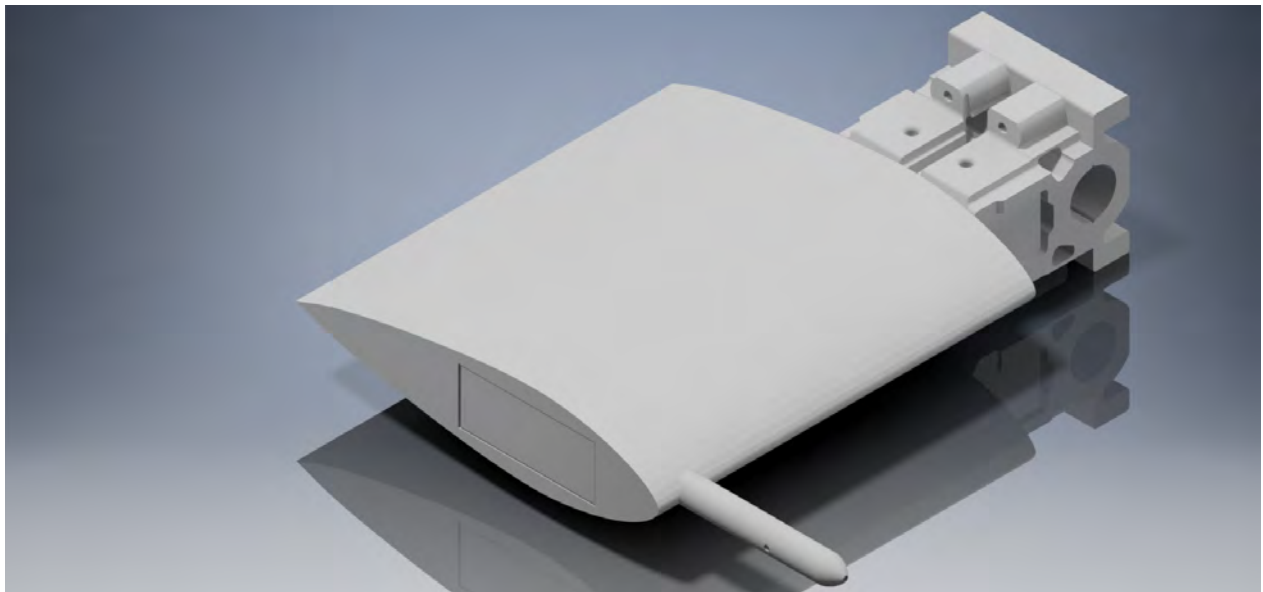


Figura 4.21: Diseño final del ensamble.

5.1. Mediciones

La caracterización del vehículo se realizó por medio de los sensores discutidos anteriormente, dichos sensores fueron colocados en distintos puntos del vehículo para obtener el comportamiento del plano transversal medio del mismo tomando en cuenta al conductor, en total 8 puntos fueron seleccionados (Fig. 5.1).

La intención de este experimento es obtener el comportamiento aerodinámico del vehículo, para ello se medirá la presión y velocidad relativa del aire en cada uno de los puntos antes señalados mientras el ATV se desplaza a través de una ruta predefinida a velocidad constante (Fig. 5.2), dicha ruta se encuentra en el circuito interior de la Unidad de Alta Tecnología de la Facultad de Ingeniería de la UAT y está constituida por cuatro etapas: primer etapa (color rojo) inicia con una curva suave que se convierte en una línea casi recta, segunda etapa (color verde) es la más larga y tiene como propósito la aceleración del vehículo y termina con una vuelta de 360 grados, tercer etapa (azul) creada para comparar los resultados obtenidos en la etapa anterior, la última etapa (morada) contiene parte de la primer etapa y termina en la entrada de los talleres para guardar el vehículo.

Para poder controlar la velocidad máxima del vehículo y poder compararla con los resultados de las simulaciones CFD se utilizó el limitador de velocidad incorporado del vehículo junto con un GPS para obtener una velocidad similar a la de las simulaciones. El limitador de velocidad se encuentra en el lado derecho del manubrio y se ajusta utilizando un desarmador (Fig. 5.3).

Cada uno de los recorridos se acompañó con el registro de la posición del vehículo con ayuda de una aplicación móvil¹ que hace uso del GPS integrado, la información obtenida desde esta fuente incluye la fecha (día, hora, segundo, centésima de segundo) en el que se realizó la

¹Speed View GPS Pro

muestra, coordenadas geográficas, elevación, rapidez y promedio de rapidez por cada unidad de medición [53]. Las velocidades objetivo de cada ciclo fueron (10, 20, 30, 40 y 50 km/h), para cada una de estas velocidades se realizaron dos ciclos de manejo por punto de sensado dando así un total de 80 ciclos de manejo. Cada vez que la velocidad objetivo sufría un cambio, se debía ajustar el limitador de velocidad para que la velocidad objetivo coincidiera con la información que el gps mostraba.

5.1.1. Resultado de las pruebas

Cada uno de los puntos de sensado pudo ser tratado de acuerdo al experimento y para cada conjunto de resultados se realizó un análisis estadístico tomando en cuenta la media de la información para dejar a un lado las fluctuaciones que pudieran existir (por ejemplo, condiciones climatológicas). Para dar una mejor perspectiva se comentará lo encontrado cuando se tomó en cuenta el punto amarillo de la Fig. 5.4. El primer resultado obtenido se encontró al revisar la información de los recorridos realizados a 10 km/h, estos recorridos no pudieron ser analizados debido a que se encontraban por debajo del umbral de activación del sensor (3 m/s) la mayor parte de la información marcaba valores nulos lo que dificultó su categorización por lo que fueron descartados. Las Fig.s 5.5a y 5.5b muestran un subconjunto de los resultados de forma gráfica, además se muestra el análisis estadístico realizado a la información, la Fig. 5.5a se realizó cuando el vehículo viajaba a 15 km/h sin embargo el sensor tuvo una media de 4.1 m/s \approx 14.4 km/h, una desviación de 0.3 m/s \approx 1 km/h, una variación máxima de 1.5 m/s sobre la media y una mínima de 0.5 m/s bajo la media. Para el caso de la ruta a 20 km/h se tuvo una variación mayor por encima de la media (de hasta 3 m/s), su media fue $\mu = 4.35$ con una $\sigma = 0.7$ quedando por debajo del valor objetivo. Los resultados son consistentes con lo declarado por el fabricante, dicha declaración puede verse en la Tabla 4.5.

La Tabla 5.1 muestra los resultados de todas las mediciones realizadas en ruta, la primer columna muestra el punto sobre el cual se hizo la medición, la segunda describe la velocidad objetivo que se alcanzó (tomando como referencia la velocidad reportada por el GPS), la tercer columna muestra la velocidad relativa del viento sensada por el punto en cuestión y la cuarta columna muestra la diferencia entre la velocidad esperada y la velocidad relativa del viento.

Tabla 5.1: Resultados de las mediciones en ruta.

Punto	Velocidad objetivo (m/s)	Velocidad medida (m/s)	Diferencia (m/s)
1	15 km/h \approx 4.16 m/s	4.1 m/s	0.06 m/s

Tabla 5.1: Resultados de las mediciones en ruta.

Punto	Velocidad objetivo (m/s)	Velocidad medida (m/s)	Diferencia (m/s)
1	20 km/h \approx 5.55 m/s	4.35 m/s	1.20 m/s
1	30 km/h \approx 8.33 m/s	7.72 m/s	0.61 m/s
1	40 km/h \approx 11.11 m/s	10.97 m/s	0.14 m/s
1	50 km/h \approx 13.88 m/s	13.58 m/s	0.30 m/s
2	15 km/h \approx 4.16 m/s	4.1 m/s	0.06 m/s
2	20 km/h \approx 5.55 m/s	4.32 m/s	1.23 m/s
2	30 km/h \approx 8.33 m/s	7.41 m/s	0.92 m/s
2	40 km/h \approx 11.11 m/s	10.87 m/s	0.24 m/s
2	50 km/h \approx 13.88 m/s	12.93 m/s	0.95 m/s
3	15 km/h \approx 4.16 m/s	4.02 m/s	0.14 m/s
3	20 km/h \approx 5.55 m/s	4.23 m/s	1.32 m/s
3	30 km/h \approx 8.33 m/s	7.21 m/s	1.12 m/s
3	40 km/h \approx 11.11 m/s	10.43 m/s	0.68 m/s
3	50 km/h \approx 13.88 m/s	12.78 m/s	1.10 m/s
4	15 km/h \approx 4.16 m/s	3.15 m/s	0.06 m/s
4	20 km/h \approx 5.55 m/s	4.01 m/s	1.54 m/s
4	30 km/h \approx 8.33 m/s	7.12 m/s	1.21 m/s
4	40 km/h \approx 11.11 m/s	10.20 m/s	0.91 m/s
4	50 km/h \approx 13.88 m/s	12.40 m/s	1.48 m/s
5	15 km/h \approx 4.16 m/s	3.03 m/s	1.13 m/s
5	20 km/h \approx 5.55 m/s	3.35 m/s	2.20 m/s
5	30 km/h \approx 8.33 m/s	6.49 m/s	1.84 m/s
5	40 km/h \approx 11.11 m/s	9.87 m/s	1.24 m/s
5	50 km/h \approx 13.88 m/s	11.91 m/s	1.97 m/s
6	15 km/h \approx 4.16 m/s	4.16 m/s	0.0066 m/s

Tabla 5.1: Resultados de las mediciones en ruta.

Punto	Velocidad objetivo (m/s)	Velocidad medida (m/s)	Diferencia (m/s)
6	20 km/h \approx 5.55 m/s	5.55 m/s	0.0055 m/s
6	30 km/h \approx 8.33 m/s	8.33 m/s	0.0033 m/s
6	40 km/h \approx 11.11 m/s	11.11 m/s	0.0011 m/s
6	50 km/h \approx 13.88 m/s	13.88 m/s	0.0088 m/s
7	15 km/h \approx 4.16 m/s	0 m/s	4.16 m/s
7	20 km/h \approx 5.55 m/s	0 m/s	5.55 m/s
7	30 km/h \approx 8.33 m/s	0 m/s	8.33 m/s
7	40 km/h \approx 11.11 m/s	0 m/s	11.11 m/s
7	50 km/h \approx 13.88 m/s	0.001 m/s	13.88m/s
8	15 km/h \approx 4.16 m/s	0 m/s	4.16 m/s
8	20 km/h \approx 5.55 m/s	0 m/s	5.55 m/s
8	30 km/h \approx 8.33 m/s	0 m/s	8.33 m/s
8	40 km/h \approx 11.11 m/s	0 m/s	11.11 m/s
8	50 km/h \approx 13.88 m/s	0.004 m/s	13.88 m/s

5.2. Correlación

Por cada renglón de la Tabla 5.1 se creó un análogo con información proveniente de las simulaciones. Se utilizó la correlación de Pearson [47]. La generación del conjunto de datos correspondientes a la simulación pudo ser posible gracias a la capacidad de poder guardar información de cada iteración de la simulación, aprovechando esta característica se generaron dichos conjuntos de datos después de que la solución había convergido, eliminando así el riesgo de obtener información del estado transitorio.

Punto	Correlación de Pearson
1	0.944
2	0.936
3	0.693
4	0.734
5	0.821
6	0.988
7	0.957
8	0.934

Debido a que la correlación de Pearson fue mayor a 0.5 se descartó la posibilidad de realizar una prueba de correlación no lineal como la Spearman.

5.2.1. Discusión de los resultados

Tanto las mediciones en ruta tuvieron un error promedio de $e = 1.561$ m/s, los resultados del análisis de fluido por computadora pudieron ser correlacionados de manera exitosa, con un promedio de correlación del 0.875875. Con esta información podemos concluir que las simulaciones por computadora son confiables en un 87% respecto a las mediciones que se tomaron, cabe señalar que esta confiabilidad depende del mallado de la pieza, las condiciones de frontera indicadas y el tipo de modelado de turbulencia utilizado, para aumentar la confiabilidad se deberá hacer uso de un modelo que sea menos sensible a la separación de capa sobre la superficie² ($k - \omega$, SST Y+ o métodos LES por ejemplo), simular el movimiento a las ruedas del vehículo obtendría una mejor aproximación [77, 74] y añadir el desplazamiento relativo entre la llanta y el suelo. Sin embargo es indispensable contar con un equipo de cómputo más potente para este tipo de simulaciones. Para finalizar se puede anotar que el uso de técnicas de solución para problemas de fluidos con la computadora son útiles para generar múltiples escenarios de prueba, disminuyendo el tiempo y costo de los experimentos sobre el vehículo en marcha, como toda herramienta, las simulaciones CFD deben ser escogidas de acuerdo al tipo del problema que se quiere resolver.

²Fig. 3.12

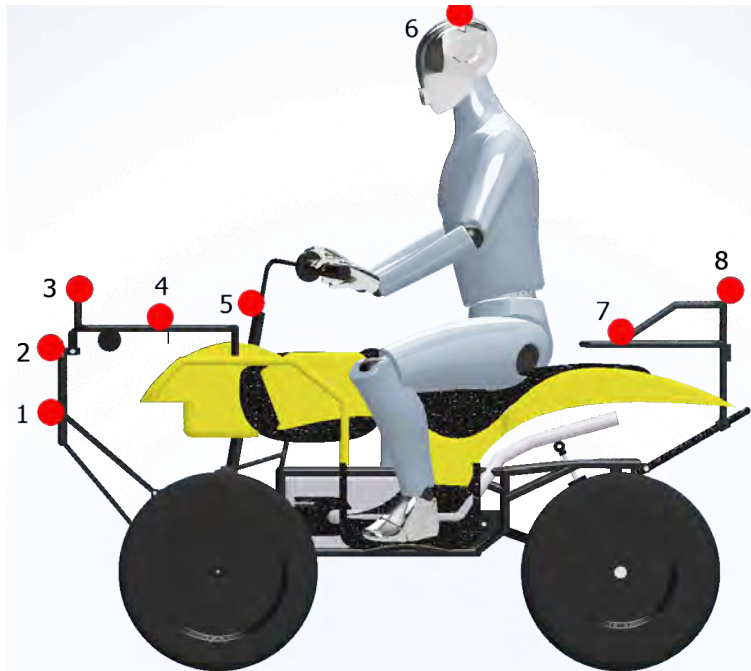


Figura 5.1: Puntos en los que se colocó el sensor de presión.

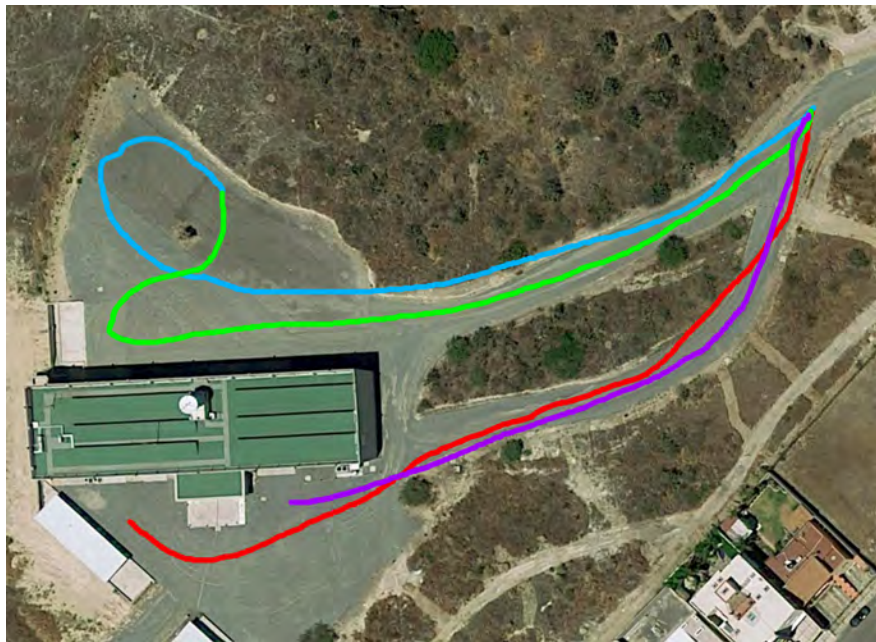


Figura 5.2: Ruta recorrida durante la medición.

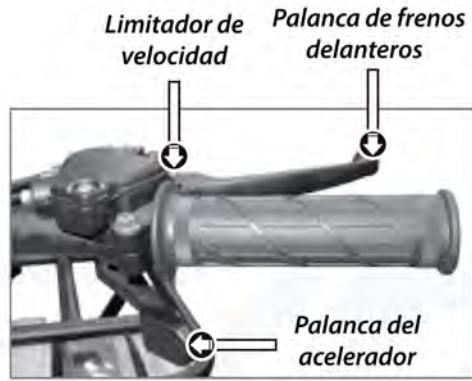


Figura 5.3: Ubicación del limitador de velocidad.

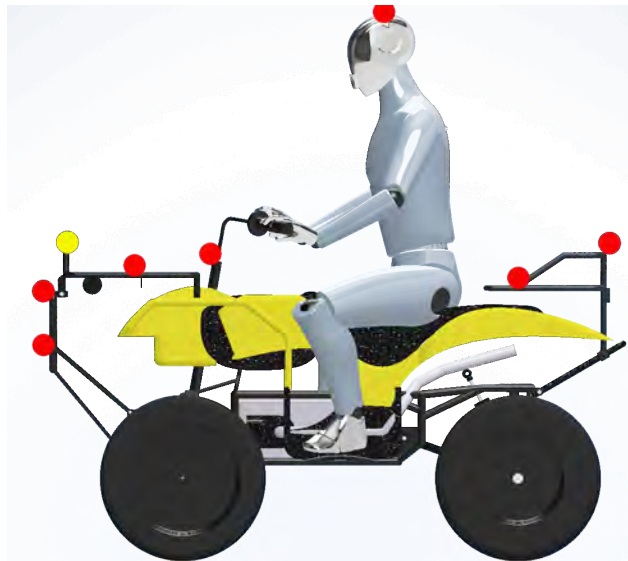


Figura 5.4: Punto referenciado en la discusión (punto amarillo).

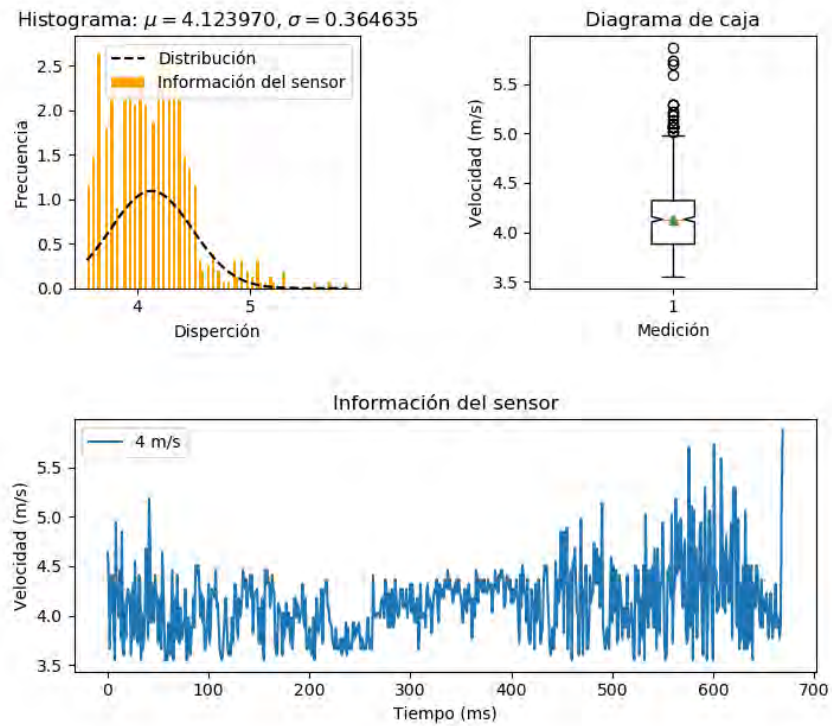
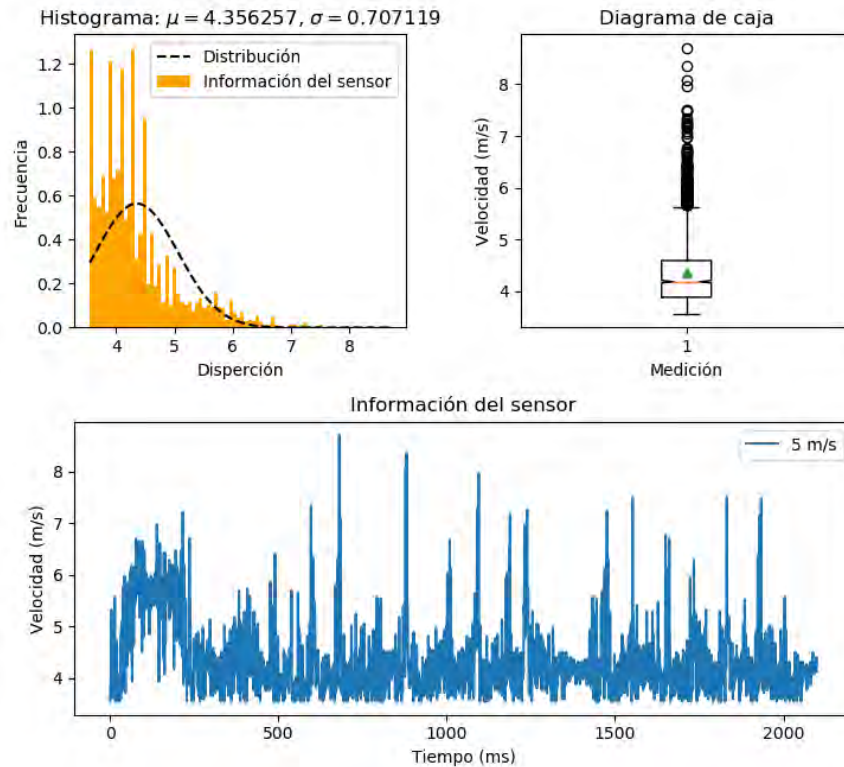
(a) Valores obtenidos de la prueba a 15km/h (b) Valores obtenidos de la prueba a 20km/h

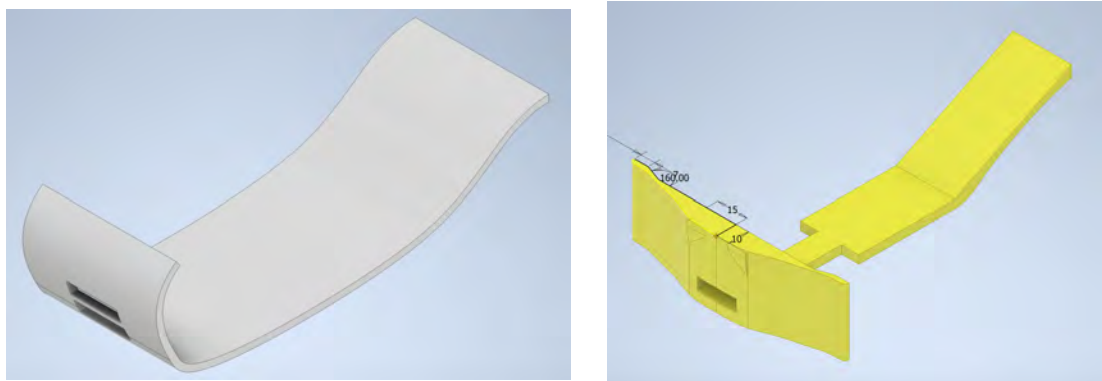
Figura 5.5: Muestra estadística gráfica de los valores obtenidos por el sensor en el punto indicado (Fig: 5.4)

Con base en los resultados obtenidos en la sección anterior, se pudieron identificar zonas que permiten una mejora en el diseño de la carrocería, la mayor parte del arrastre se genera en la parte delantera (entre el parachoques y la parte trasera de las llantas delanteras) e inferior del vehículo. Por esta razón se propone modificar la parte inferior de la carrocería (Underbody en inglés) que inicie en el parachoques para recorrer de adelante hacia atrás todo el vehículo, con el fin de evitar la separación del flujo en la superficie inferior del vehículo. La elección de modificar la carrocería inferior fue influenciada por distintos estudios que muestran una disminución del arrastre cuando se modifica esta parte de la carrocería presentando un decrecimiento de hasta el 20% [91, 89, 67, 52, 21] en el coeficiente de arrastre, empero la modificación de la parte inferior de la carrocería típicamente viene acompañada con la adhesión de difusores [6], faldones [50], ventilas [52] y exclusas [87] juegan un papel importante al reducir este coeficiente puesto que permiten simplificar la geometría inferior del vehículo mientras que se minimiza la separación de la capa de aire.

6.1. Propuestas de mejora

La primer propuesta que se realizó (Figura 6.1a) toma como referencia la curva del perfil alar NREL S815 (Figura 4.11), contiene un par de ventilas que permitirían el paso de líneas de corriente hacia el radiador y el múltiple de entrada del ATV 180. La segunda propuesta de mejora (Figura 6.1b) es una variante mucho más fácil de manufacturar, posee líneas rectas y la única curvatura existente deriva de un círculo, al igual que en la primer propuesta se añadió una ventila para permitir el paso de aire.

Para comparar el desempeño del diseño con mejoras contra el original se crearon 5 escenarios de simulación sobre los cuales se probaron las mejoras. El fluido fue confinado en un paralelepípedo



(a) Primer propuesta de mejora

(b) Segunda propuesta de mejora.

Figura 6.1: Propuestas de mejora

que tiene las siguientes dimensiones: 15 metros de profundidad, 5.5 metros de anchura y 3.88861 metros de altura, creando un volumen de 271 m³, las distintas velocidades simuladas fueron: 10, 20, 30, 40 y 50 km/h. Las demás variables coinciden con las condiciones de frontera que se describen en la Tabla 4.3 (modelo de turbulencia, coeficientes del modelo y método de convergencia), sin embargo el número de nodos y elementos de la malla se muestra en la Tabla 6.1. El mallado de los modelos (incluyendo pieza propuesta y el vehículo junto con el conductor) utilizado para la simulación tuvo las siguientes características (la representación visual de la malla puede verse en la Figura 6.2):

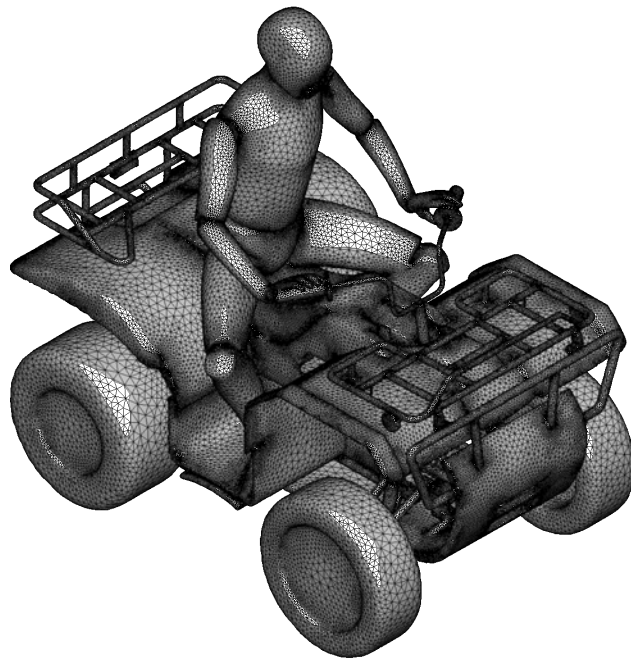
Tabla 6.1: Distribución del mallado en las mejoras.

Número	Mejora 1	Mejora 2
Nodos de fluido	5,491,856	5,854,628
Nodos de sólido	475,631	533,344
Total de nodos	5,967,487	6,387,972
Elementos de fluido	31,907,845	34,030,706
Elementos de sólido	3,576,737	3,973,139
Total de elementos	35,484,582	38,003,845

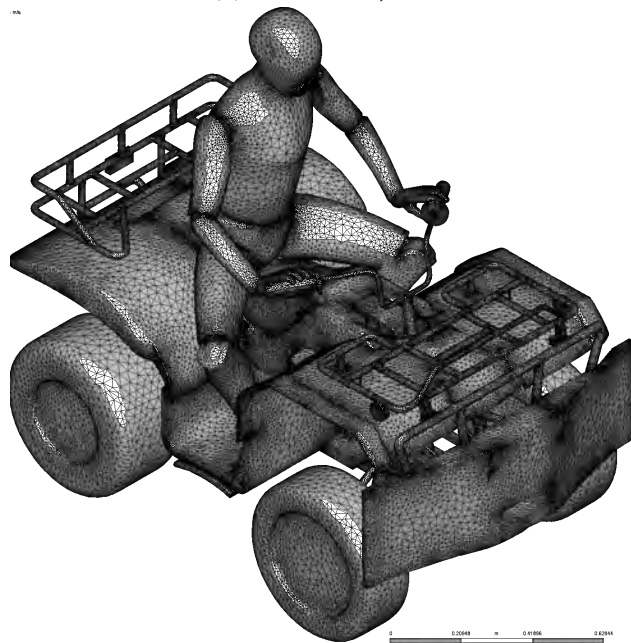
La Tabla 6.2 muestra los resultados de la simulación de las dos propuestas junto al valor original que se obtuvo en la simulación con piloto (Tabla 4.4), las Figuras C.30 y C.31 muestran una representación gráfica del gradiente de velocidad simulado. La discusión de los resultados se pospone hasta el capítulo 7.

Tabla 6.2: Arrastre generado con las mejoras propuestas.

Velocidad (m/s)	Arrastre en Mejora 1 (N)	Arrastre en Mejora2 (N)	Arrastre original
10 km/h	8.36656 N	3.18073 N	9.425 N
20 km/h	14.6823 N	12.5475 N	32.282 N
30 km/h	35.6063 N	28.4658 N	51.792 N
40 km/h	68.3508 N	64.8611 N	96.227 N
50 km/h	94.4919 N	99.7999 N	185.845 N



(a) Primer mejora.



(b) Segunda mejora.

Figura 6.2: Mallado del modelo con las mejoras propuestas.

En este trabajo se caracterizó el comportamiento del vehículo haciendo uso de técnicas de fluidos por computadora, se encontró el coeficiente de arrastre $C_D = 0.38$, presión $C_P = -0.3$ puntos probables de mejora y se hizo una comparación con mediciones físicas, éstas últimas necesitan refinamiento puesto que no se tiene la instrumentación necesaria para calcular el error de la medición y así poder comparar efectivamente los resultados de la simulación por computadora, en un trabajo futuro se puede comenzar con la instrumentación del vehículo y realizar pruebas en un medio controlado para poder obtener información confiable. Los problemas que se presentaron al momento de medir fueron: imprecisión entre el ángulo de entrada del aire y el tubo de pitot, falta de velocímetro en el vehículo, terreno de prueba desnivelado, condiciones climatológicas (lluvia, viento excesivo). Para mejorar las situaciones descritas anteriormente se aconseja hacer uso de más de un tubo de pitot para poder obtener información sobre distintos puntos dentro del mismo experimento, evitando así discrepancias al momento de procesar la información, de ser posible, hacer uso de un túnel de viento para tener una caracterización completa del vehículo en el rango de operación habitual (10 - 35 km/h) controlado y así poder verificar con un mayor grado de certidumbre los resultados de la simulación.

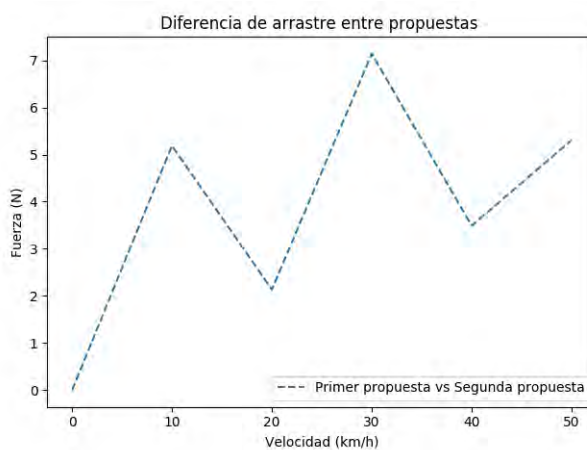
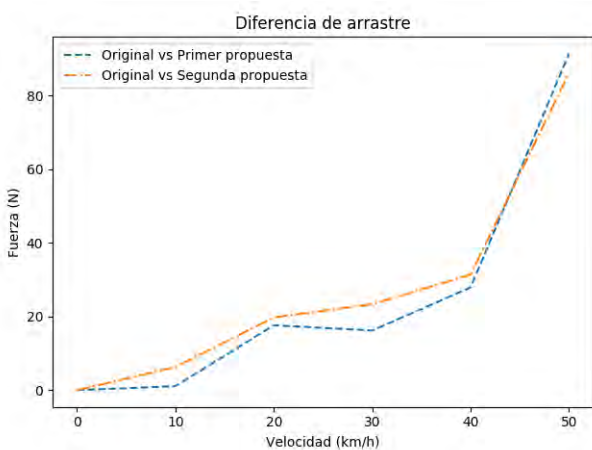
El desempeño de las mejoras propuestas (Tabla 6.2) fue satisfactorio, a bajas velocidades (≤ 30 km/h) la segunda propuesta de mejora reduce el arrastre en poco más de la mitad, teniendo en cuenta el rango de velocidades en las que el ATV es utilizado la implementación de esta propuesta reduciría el consumo de combustible. Por otro lado, la primer propuesta reduce el arrastre en un 25 % cuando el ATV es manejado a mayores velocidades ($u \geq 40$ km/h), esta información es representada visualmente en la Fig. 7.1d.

En cuanto a la mejora aerodinámica se podría concentrar la atención en la búsqueda de difusores, ventilas y otros artefactos para poder mejorar (en mayor medida) el comportamiento aerodinámico del vehículo en trabajos futuros. En conclusión este trabajo logró hacer una caracterización del

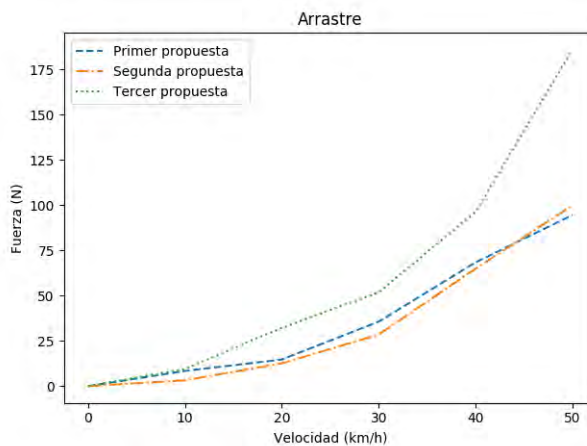
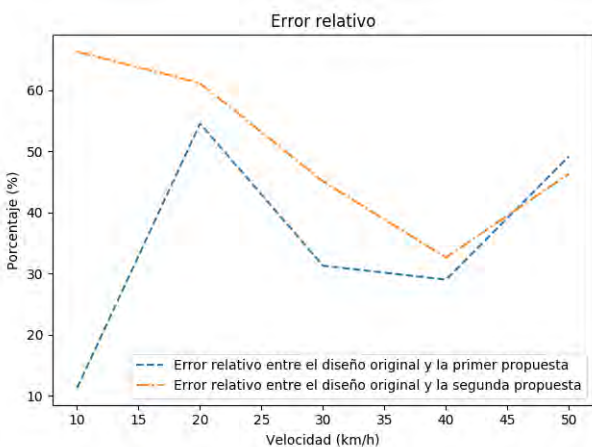
CONCLUSIONES

comportamiento aerodinámico utilizando un sensor de presión absoluto, se simuló el comportamiento utilizando técnicas CFD comparando los resultados obtenidos contra las mediciones realizadas obteniendo resultados cercanos a las mediciones físicas, se propusieron dos mejoras y se simuló el comportamiento del vehículo con las mejoras, finalmente se comparó el nuevo comportamiento con la información obtenida anteriormente resultando en una disminución del arrastre de hasta el 50% en el mejor de los casos. Para lograr estos resultados tuve que aprender a diseñar circuitos electrónicos, transferir dichos circuitos a placas de cobre, diseñar elementos en software CAD, aplicar optimización topológica, manejar máquinas de manufactura aditiva, realizar análisis estadístico y acercarme al fascinante mundo de la ingeniería.

CONCLUSIONES



(a) Diferencia de fuerza entre las propuestas y el diseño original. (b) Diferencia absoluta entre la fuerza de arrastre generada por las dos propuestas.



(c) Error relativo entre la simulación original y las simulaciones de las propuestas de mejora. (d) Arrastre del ATV en distintas configuraciones.

Figura 7.1: Comparación del arrastre de las propuestas contra el diseño original.

A.1. Simulación

A.1.1. Lista de puntos de la parte lateral superior del vehículo

```
1 x, y, z
2 0,0.261384,-0.877015
3 0,0.153354,-0.883767
4 0,0.0723311,-0.78924
5 0,0.00143617,-0.728473
6 0,-0.0593309,-0.68121
7 0,-0.167361,-0.714969
8 0,0.0351957,-0.512412
9 0,0.0453235,-0.411134
10 0,-0.0289474,-0.27272
11 0,-0.147106,-0.195073
12 0,-0.160609,-0.100546
13 0,-0.163985,0.0581235
14 0,-0.157234,0.216793
15 0,-0.157234,0.267432
16 -3.03473e-11,-0.160609,0.324824
17 0,-0.167361,0.399095
```

```
18 -2.17337e-10, -0.0762107, 0.557764
19 -9.78542e-11, 0.0284438, 0.628659
20 4.89653e-11, 0.0588273, 0.659043
21 0, 0.112843, 0.787329
22 0, 0.126346, 0.848096
23 0, 0.160106, 0.932495
24 0, 0.180362, 1.00339
```

A.1.2. Lista de puntos de la parte lateral inferior del vehículo

```
1 x, y, z
2 3.26761e-11, 0.396422, -0.873639
3 0, 0.517957, -0.816248
4 -5.15321e-11, 0.433558, -0.583307
5 0, 0.433558, -0.424637
6 0, 0.474069, -0.357118
7 0, 0.595604, -0.326735
8 0, 0.602355, -0.178193
9 0, 0.382919, -0.0904183
10 0, 0.379543, -0.0296512
11 0, 0.318776, 0.102011
12 0, 0.312024, 0.267432
13 0, 0.328903, 0.41935
14 0, 0.339031, 0.524005
15 0, 0.372791, 0.571268
16 0, 0.382919, 0.635411
17 0, 0.386295, 0.689426
18 0, 0.420054, 0.726562
19 0, 0.453814, 0.780577
20 0, 0.463941, 0.807585
21 0, 0.477445, 0.871728
22 -2.11513e-10, 0.477445, 0.932495
```

A.2. Código del sensor

sensores.ino

```
1 #include <SPI.h>
2 #include <SD.h>
3
4 // set up variables using the SD utility library functions:
5 Sd2Card card;
6 SdVolume volume;
7 SdFile root;
8
9 // The Sparkfun microSD shield uses pin 8 for CS
10 const int chipSelect = 8;
11
12 float V_0 = 5.0; // supply voltage to the pressure sensor
13 float rho = 1.204; // air density
14
15 // parameters for averaging and offset
16 int offset = 0;
17 int offset_size = 10;
18 int veloc_mean_size = 20;
19 int zero_span = 2;
20
21 // File name for the airspeed log
22 String file_name = "airspeed.txt";
23
24 void setup()
25 {
26     // Open serial communications and wait for port to open:
27     Serial.begin(9600);
28
29     Serial.print("\nInitializing_SD_card...");
30
31     // Note that even if it's not used as the CS pin, the hardware
```

```
    SS pin
32 // (10 on most Arduino boards, 53 on the Mega) must be left as
    an output
33 // or the SD library functions will not work.
34
35 pinMode(chipSelect, OUTPUT);
36
37 if (!SD.begin(chipSelect)) {
38     Serial.println("Card_failed,_or_not_present.");
39     return;
40 }
41 Serial.println("Card_initialized.");
42
43 // Offset calculation for the pressure sensor
44 for (int ii=0;ii<offset_size;ii++){
45     offset += analogRead(A0)-(1023/2);
46 }
47 offset /= offset_size;
48 }
49
50 void loop(void) {
51     float adc_avg = 0; float veloc = 0.0;
52
53     // average a few ADC readings for stability
54     for (int ii=0; ii < veloc_mean_size; ii++){
55         adc_avg += analogRead(A0) - offset;
56     }
57     adc_avg /= veloc_mean_size;
58
59     // Adjusting for the offset and velocity sign
60     if (adc_avg < 512-zero_span || adc_avg > 512 + zero_span){
61         if (adc_avg<512){
62             veloc = -sqrt((-10000.0*((adc_avg/1023.0)-0.5))/rho);
63         } else{
```

A.2. CÓDIGO DEL SENSORPROGRAMAS UTILIZADOS

```
64     veloc = sqrt((10000.0*((adc_avg/1023.0)-0.5))/rho);
65     }
66 }
67
68 // The datalogging proccess start now
69 File data = SD.open(file_name, FILE_WRITE);
70
71 if (data) {
72     unsigned long timeStamp = millis();
73     data.print(timeStamp);
74     data.print("_ms,");
75
76     data.print(adc_avg);
77     data.print("_Pa,");
78
79     data.print(veloc);
80     data.println("_m/s");
81
82     data.close();
83
84     Serial.print(veloc);
85     Serial.println("_m/s");
86 } else {
87     Serial.print("Error_opening_");
88     Serial.println(file_name);
89 }
90
91 delay(10);
92 }
```

Este anexo contiene los recursos matemáticos (teoremas, técnicas de integración, etc.) necesarios para el desarrollo de las ecuaciones de Navier-Stokes, mejorando el flujo de la lectura en el Capítulo 3

Teorema de transporte de Reynolds

Este teorema explica la relación entre el cambio en la cantidad total de la propiedad debido a fuentes o sumideros dentro del volumen y al flujo de la propiedad que sale a través de la frontera de dicho volumen.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} P \, dV = - \int_{\partial\Omega} P \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS - \int_{\Omega} Q \, dV \tag{B.1}$$

El lado izquierdo de la ecuación describe la tasa de cambio de una propiedad P contenida en un volumen Ω [60], el lado derecho de la ecuación está constituido por dos términos:

- Un término de flujo $\int_{\partial\Omega} P \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS$, que determina cuánta propiedad P sale del volumen a través de la frontera $\partial\Omega$.
- Un término de adición o pérdida de propiedad $\int_{\Omega} Q \, dV$, que describe la cantidad de propiedad P que entra o sale debido a fuentes o sumideros dentro del volumen.

Teorema de divergencia

Este teorema permite transformar una integral de superficie a una integral de volumen (como es el caso del término de flujo de la ecuación B.1)[60]:

$$\int_{\partial B} \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} \, dS = \int_B \nabla \cdot \mathbf{P} \, dV \tag{B.2}$$

Regla de integración de Leibniz

Esta regla de integración[4] (que es una generalización del teorema fundamental del cálculo aplicado a varias variables) permite intercambiar el diferencial de una integral por la integral del diferencial:

$$\frac{d}{dt} \int_a^b f(x,y) dy = \int_a^b \frac{d}{dt} f(x,y) dy \quad (\text{B.3})$$

Derivada material

Para poder derivar las ecuaciones de momento es necesario definir el concepto de derivada material, que es el cambio de una propiedad intensiva sobre una partícula en un campo de velocidades, la derivada material debe incorporar dos conceptos:

- La tasa de cambio de la propiedad $\frac{dP}{dt}$.
- El cambio en la posición de la partícula dentro del campo de velocidad \vec{u} .

La derivada material se define como:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{du}{dt} + (\vec{u} \cdot \nabla)u \quad (\text{B.4})$$

Donde $(\vec{u} \cdot \nabla)u$ representa la derivada direccional de u en dirección del vector velocidad \vec{u} .

Este anexo sirve como referencia para el texto principal. Aquí se encuentran a detalle los planos, esquemas, tablas de datos, código y figuras que ayudan a comprender mejor el texto, evitando cortar el flujo del documento.

C.1. Dibujos CAD

C.2. Planos para construcción

Esta sección contiene los dibujos técnicos de todos los objetos construidos durante la elaboración de este documento. La mayor parte de los dibujos tiene una escala 1 : 2 o 1 : 3.



(a) Chasis



(b) Parrilla trasera.



(c) Parrilla delantera.



(d) Parachoques.



(e) Posa pies.



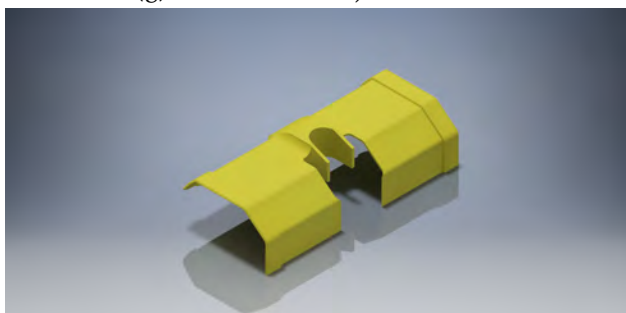
(f) Manubrio.



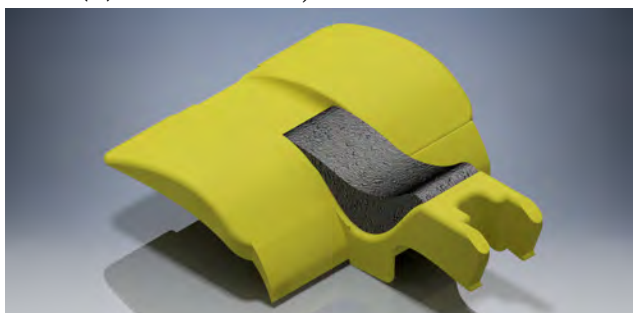
(g) Ensamble del eje delantero.



(h) Ensamble del eje trasero con ruedas.



(i) Carrocería frontal.



(j) Carrocería principal.

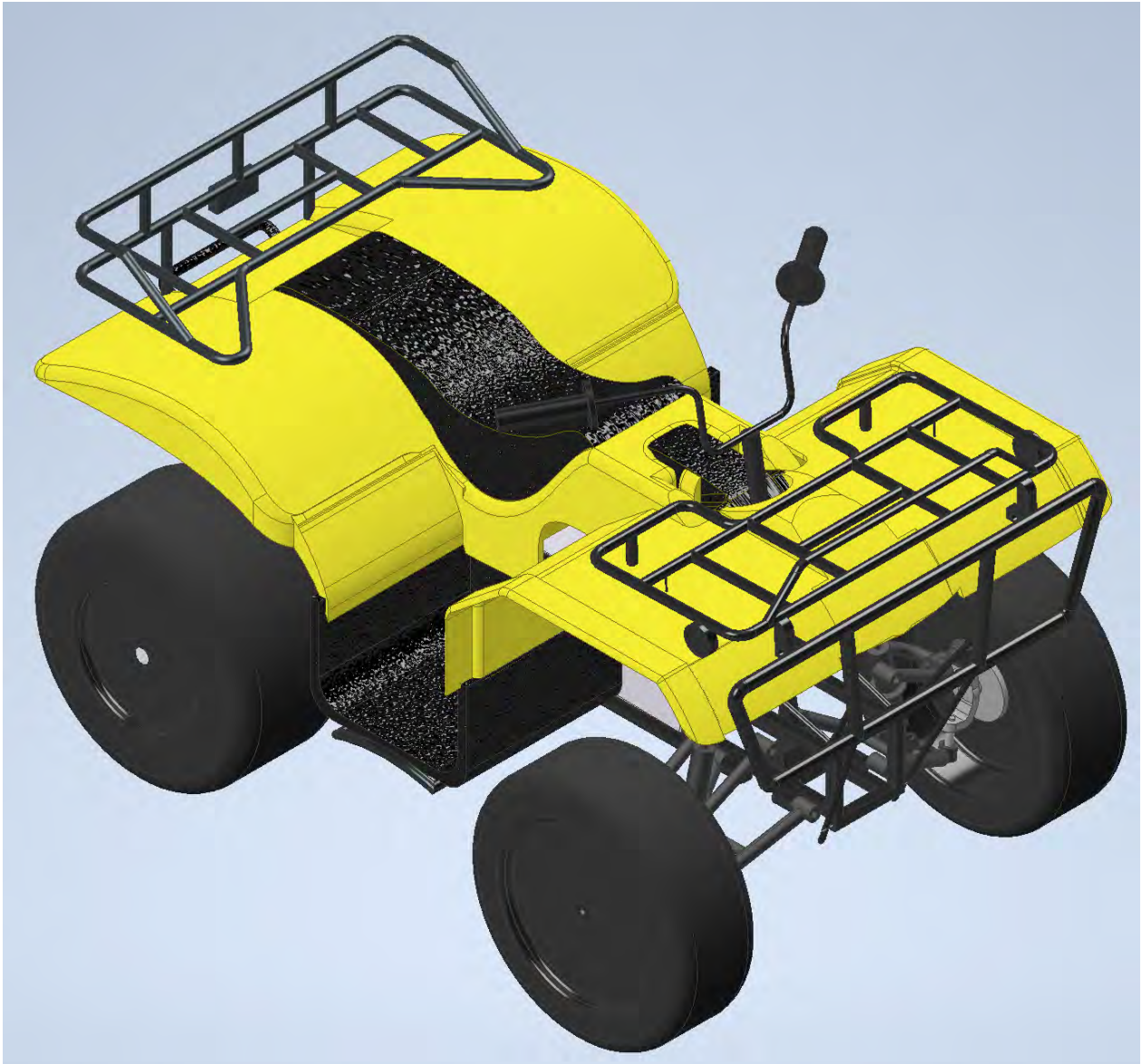


Figura C.2: Ensamble utilizado para el modelo CFD.

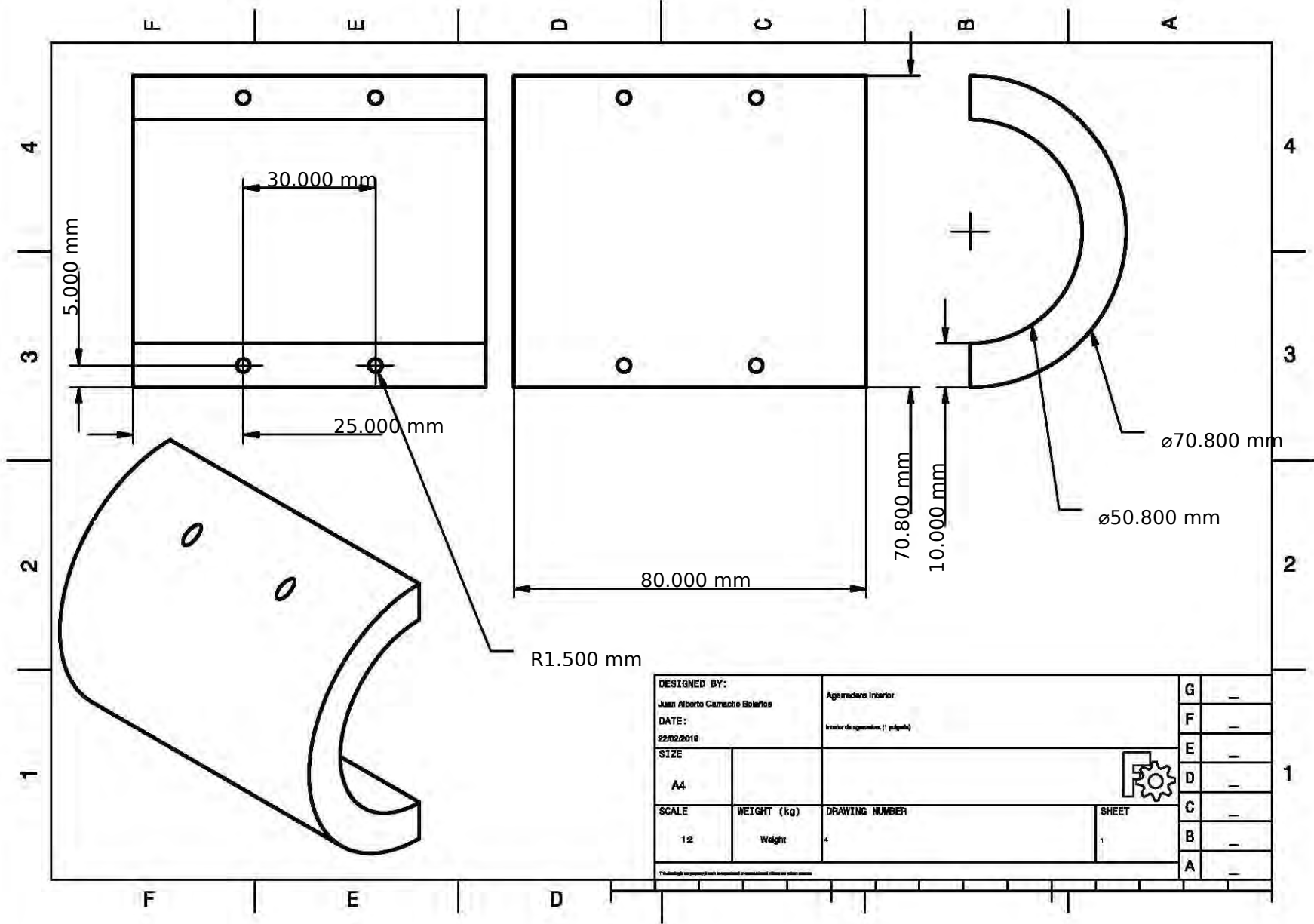
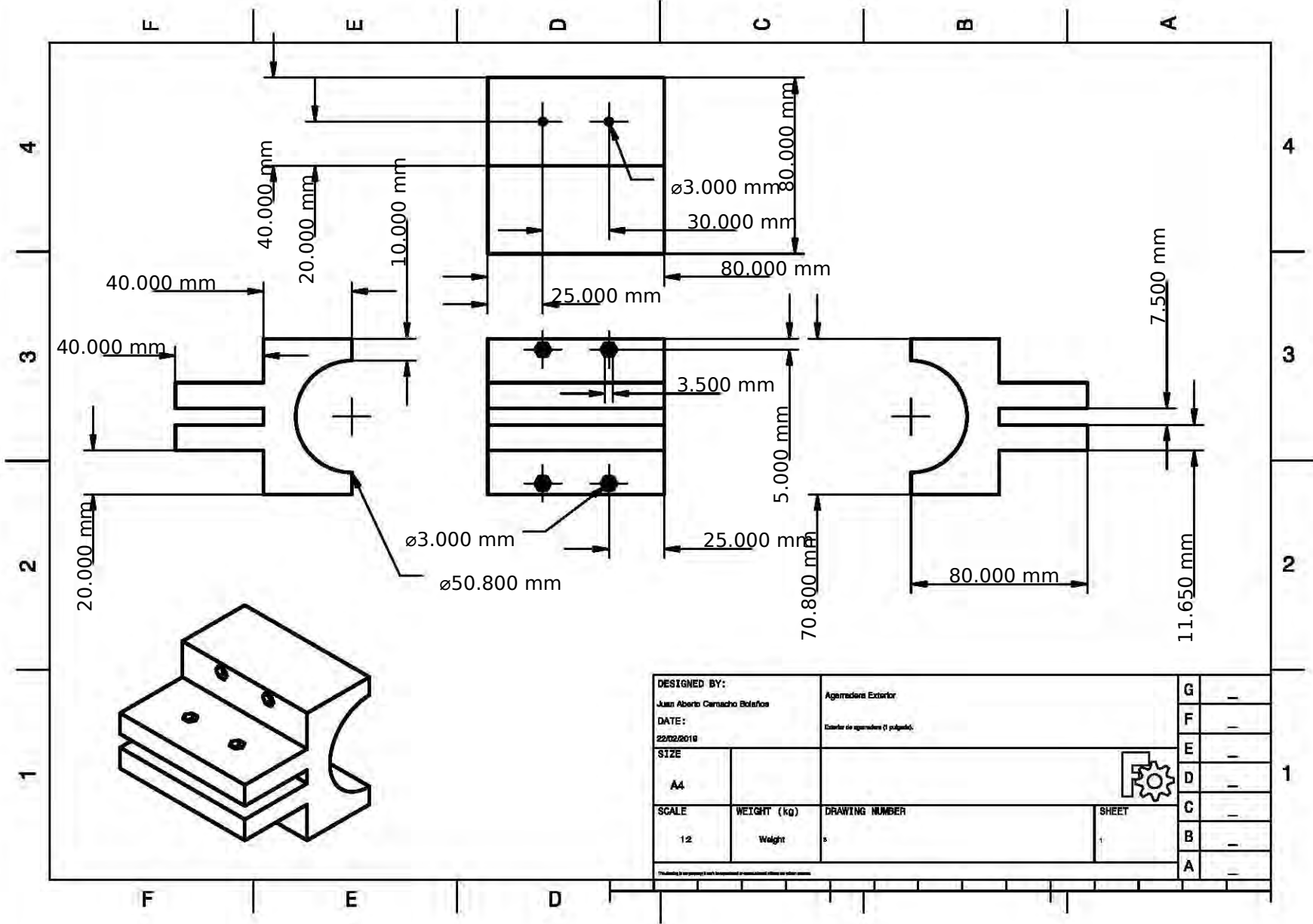


Figura C.3: Plano del interior de agarradera



DESIGNED BY: Juan Alberto Carrasco Bolaños		Agarradera Exterior		G	-
DATE: 22/02/2018		Cortar de agarradera (1 pulgada)		F	-
SIZE A4				E	-
SCALE 1:2	WEIGHT (kg) Weight	DRAWING NUMBER 5	SHEET 1	D	-
				C	-
				B	-
				A	-

Figura C.4: Plano del exterior de agarradera

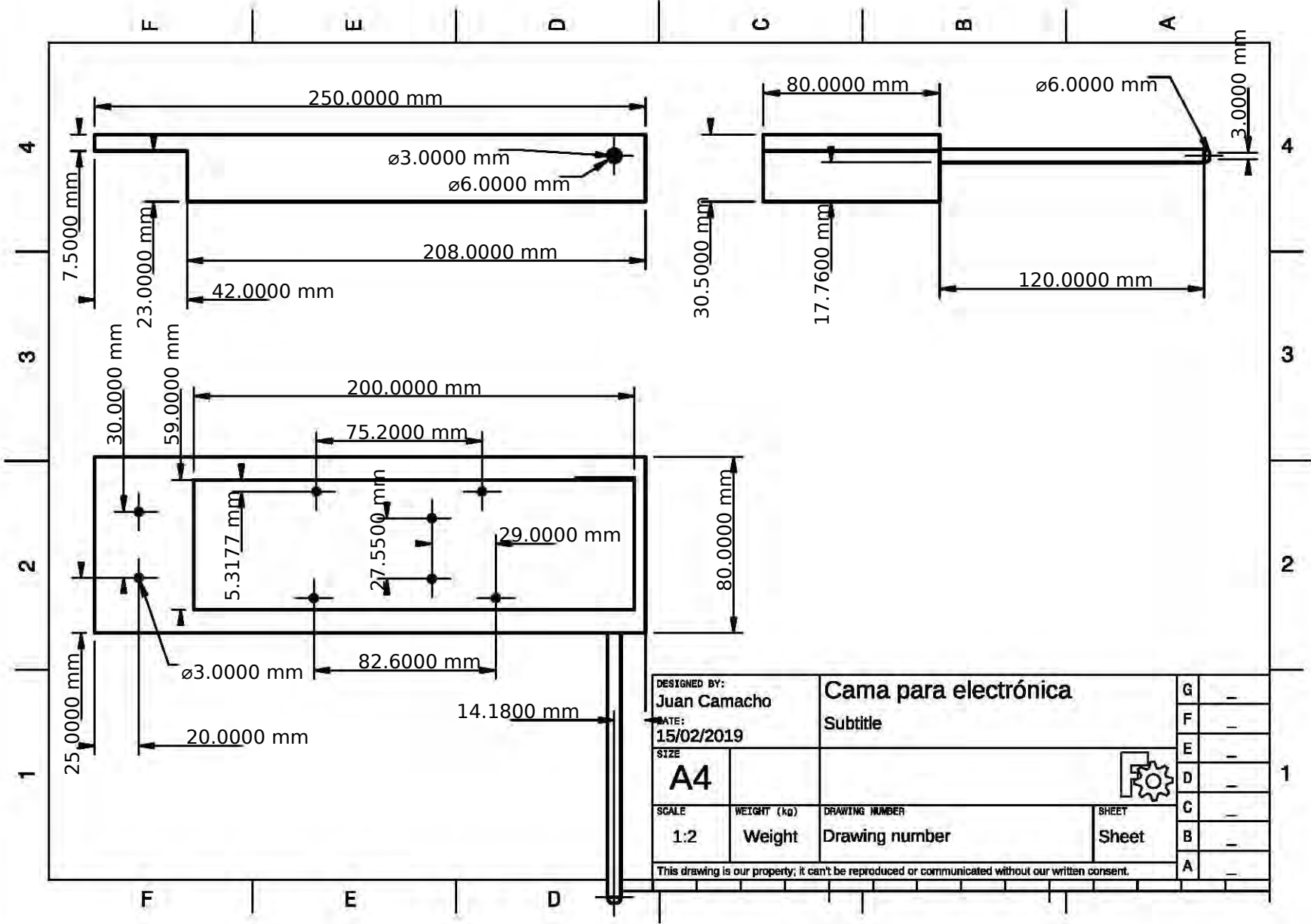
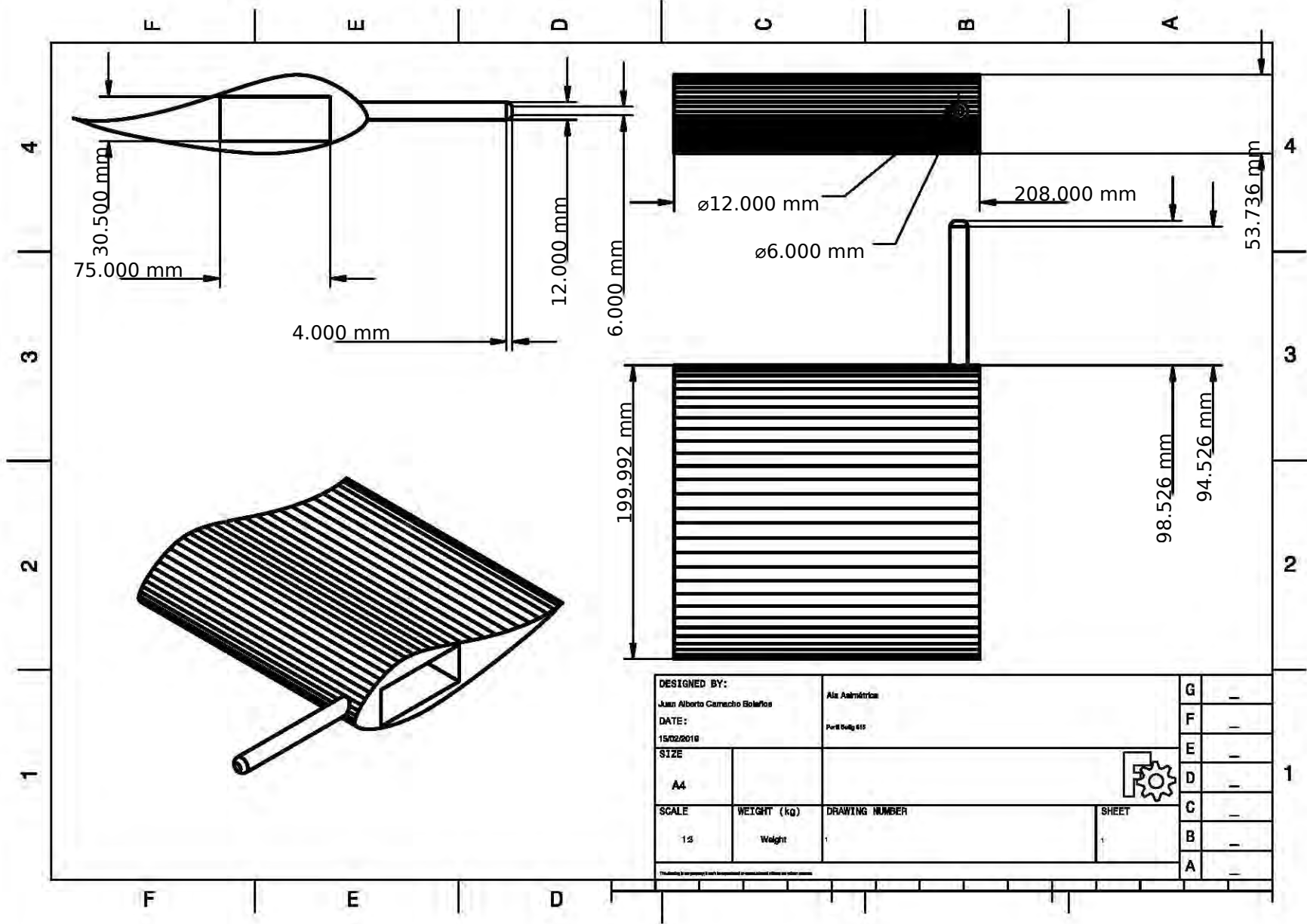



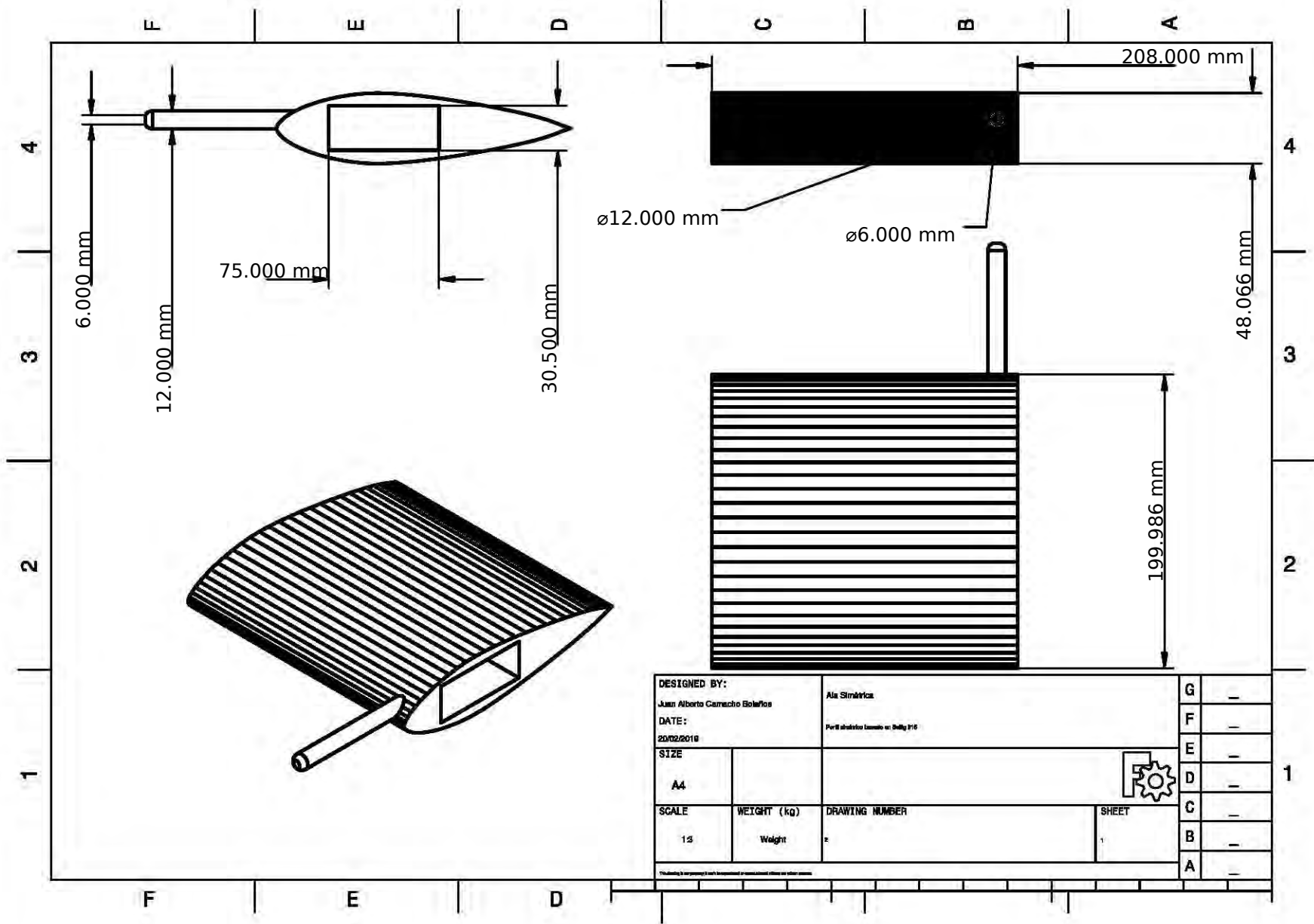
Figura C.5: Plano de la cama para electrónica.
86




DESIGNED BY:		Alo Asimétrica	
Juan Alberto Camacho Bolaños		Perfil Bulgo 610	
DATE:		15/02/2018	
SIZE	A4		
SCALE	1:3		
WEIGHT (kg)	Weight	DRAWING NUMBER	1
SHEET		1	

G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

Figura C.6: Plano del ala asimétrica.



DESIGNED BY: Juan Alberto Carrasco Bolaños		Ala Simétrica	
DATE: 20/02/2018		Perfil estándar tamaño en Daltip 316	
SIZE A4			
SCALE 1:1	WEIGHT (kg) Weight		

G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

Figura C.7: Plano del ala simétrica.

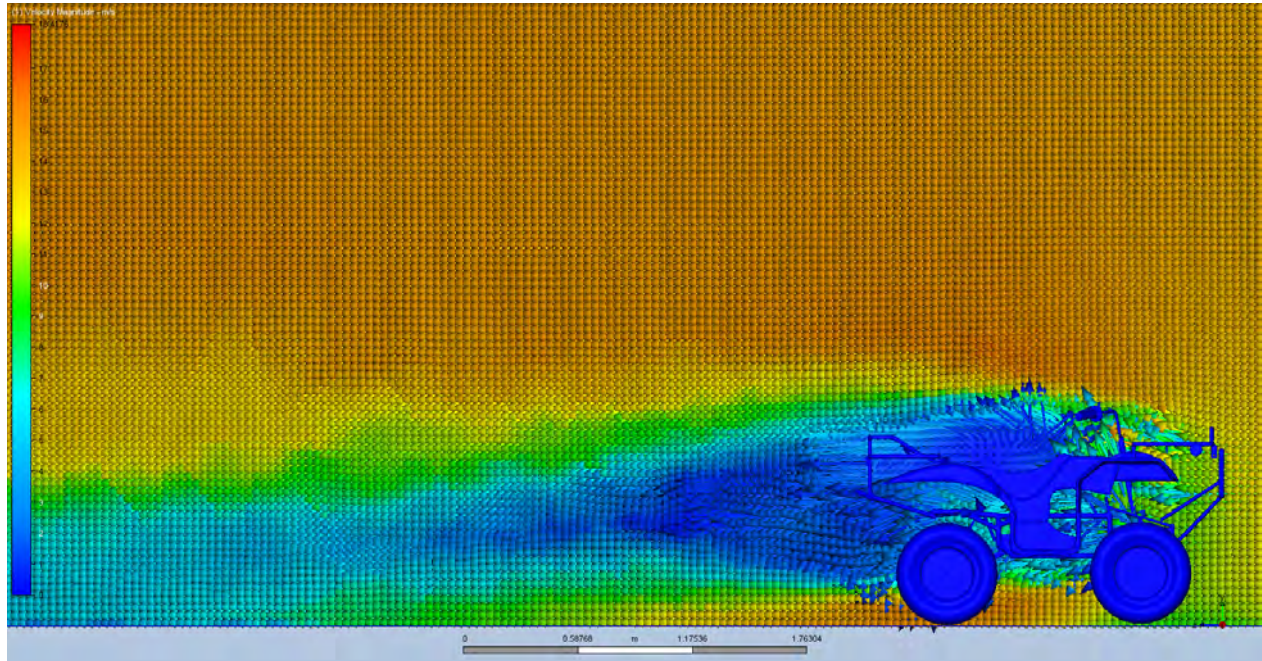


Figura C.8: Plano de corte lateral, mostrando el campo velocidad cuando el vehículo viaja a 50 km/h.

C.3. Simulación

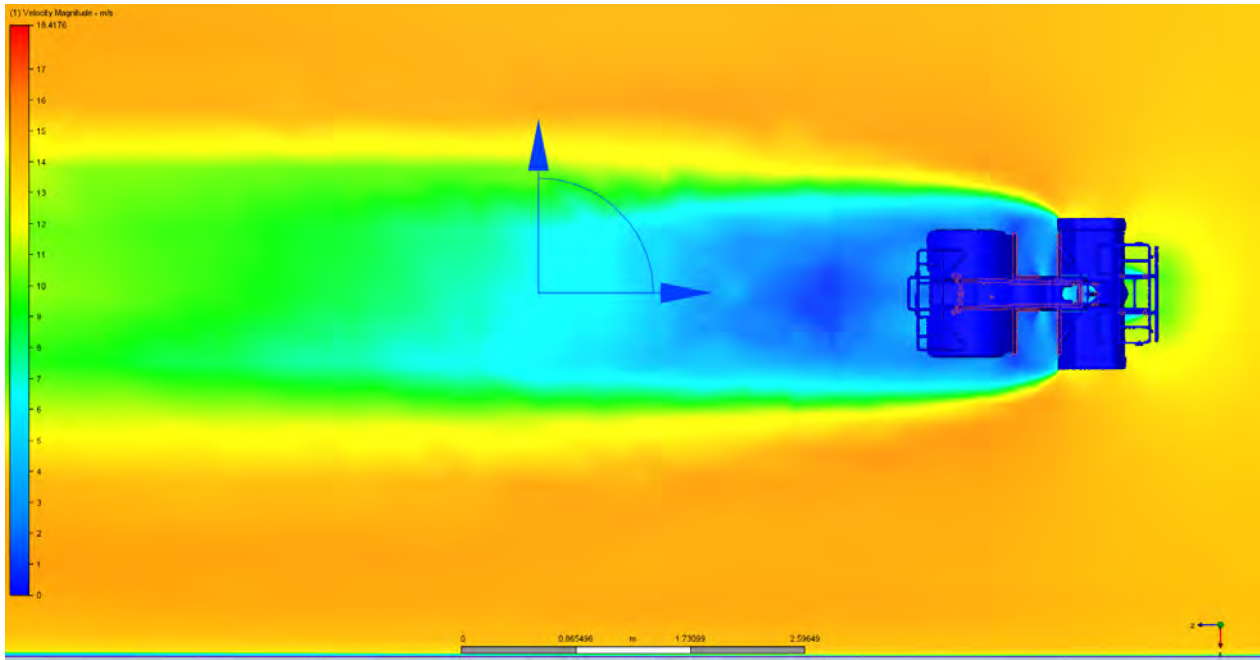


Figura C.9: Plano de corte superior que muestra el campo de velocidad cuando el vehículo viaja a 50 km/h, la estela generada muestra un decremento de velocidad, se pueden apreciar remolinos en la parte lateral del vehículo.

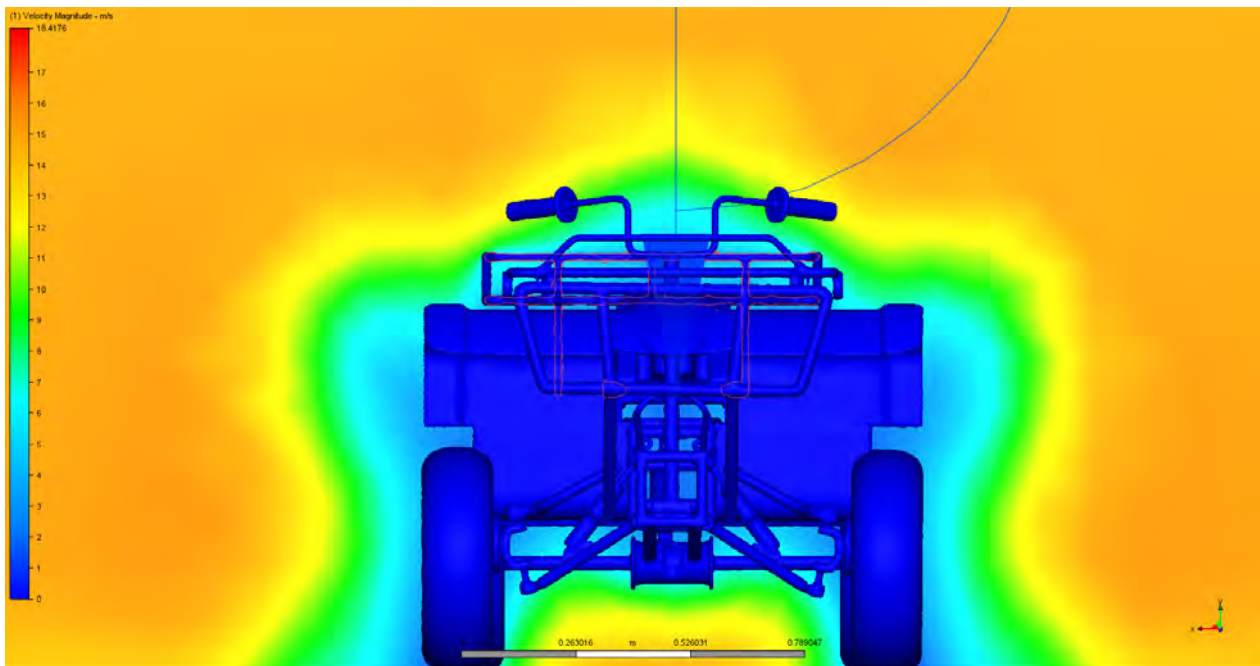


Figura C.10: Plano de corte frontal situado en la parte trasera del vehículo que muestra el campo de velocidad cuando éste viaja a 50 km/h, el flujo alrededor del vehículo muestra una compactación de capas.

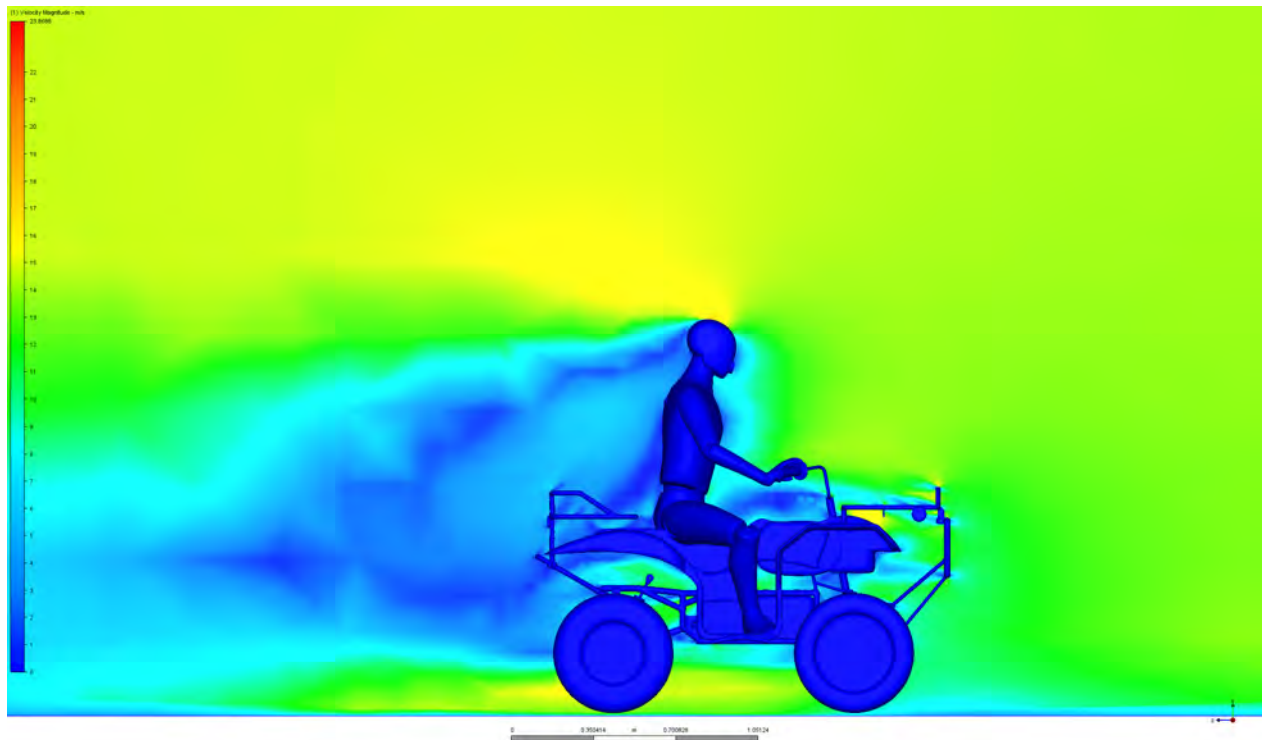


Figura C.11: Plano de corte lateral que muestra el campo de velocidad cuando el vehículo viaja a 50 km/h con un piloto, la diferencia más notable entre esta Figura y la Figura C.8 es la anchura de la estela.

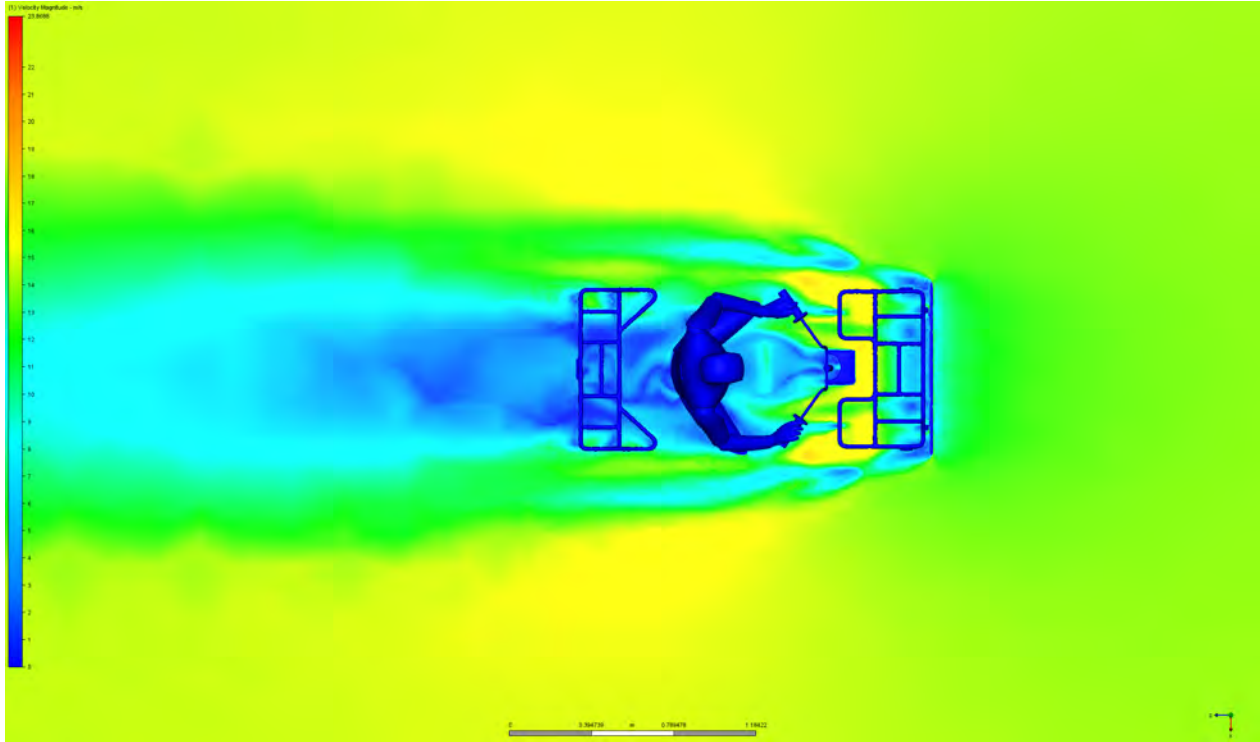


Figura C.12: Plano de corte superior que muestra el campo de velocidad cuando el vehículo viaja a 50 km/h con un piloto. Se puede apreciar la formación de vórtices junto a la espalda del piloto.

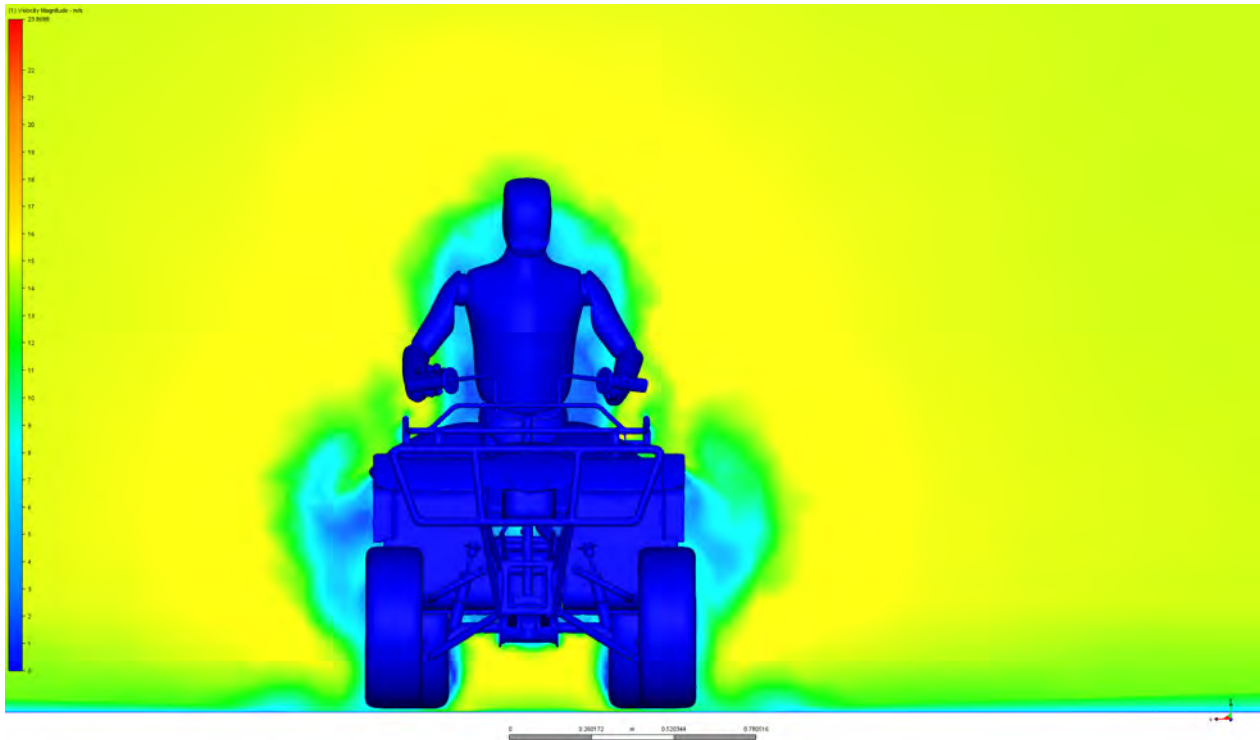


Figura C.13: Plano de corte frontal que muestra el campo de velocidad cuando el vehículo viaja a 50 km/h con un piloto. A los costados se comienzan a generar vórtices.

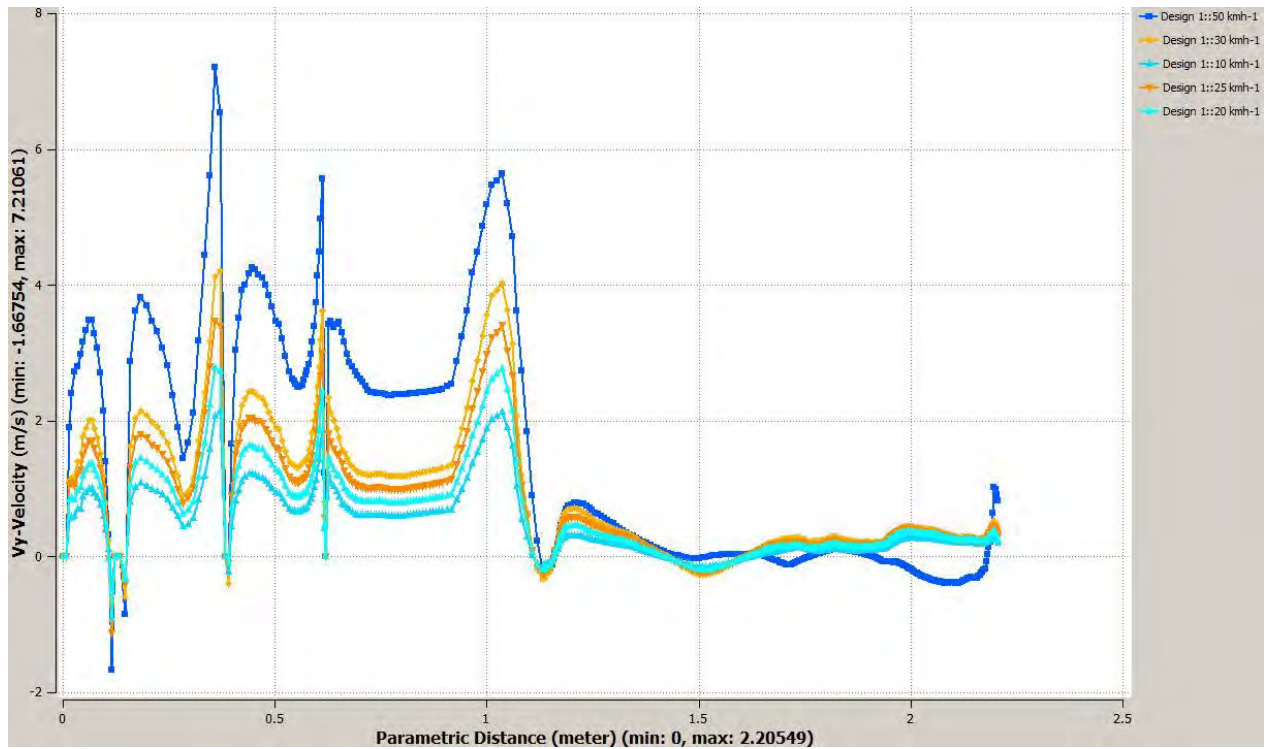


Figura C.14: Comparativa de la magnitud del vector velocidad en el plano medio longitudinal (eje Y) del vehículo para la parte superior.

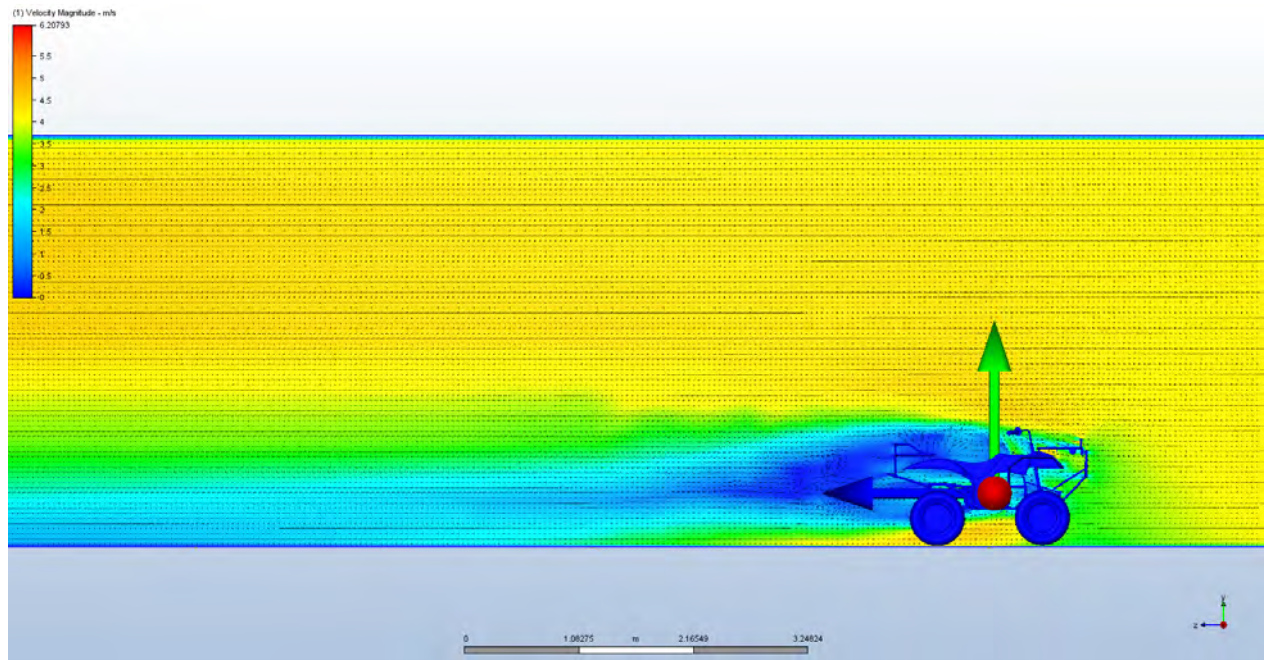


Figura C.15: Plano de corte lateral que muestra el campo de velocidad cuando éste viaja a 15 km/h.

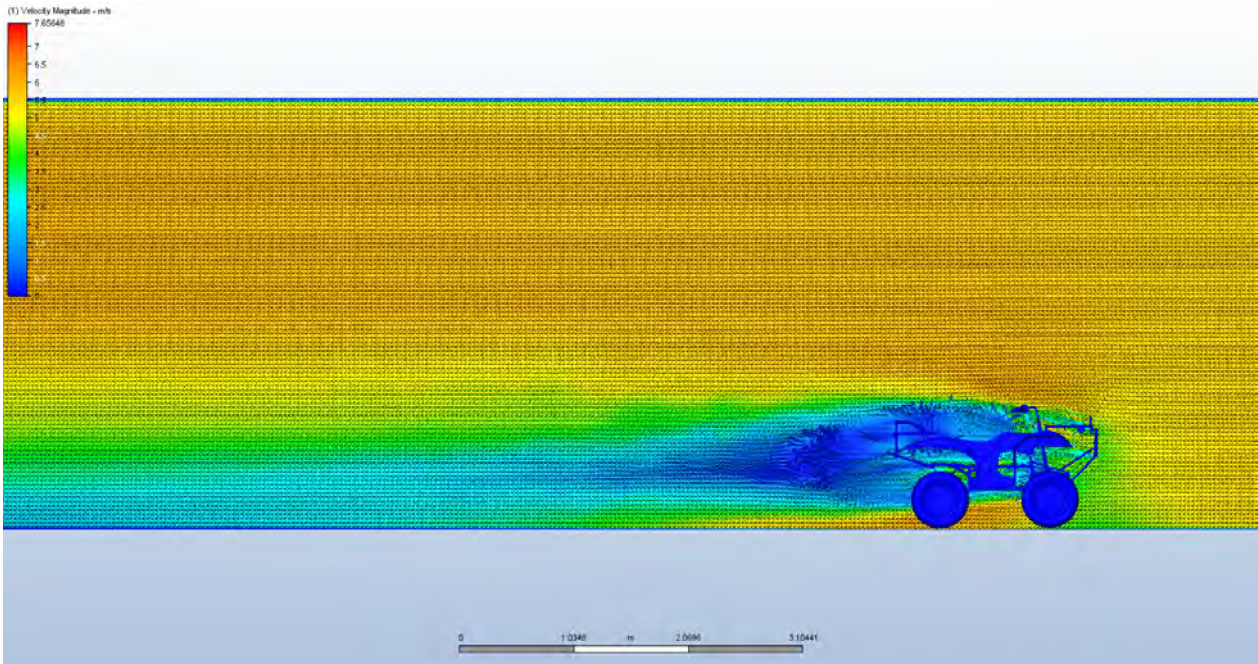


Figura C.16: Plano de corte lateral que muestra el campo de velocidad cuando éste viaja a 20 km/h.

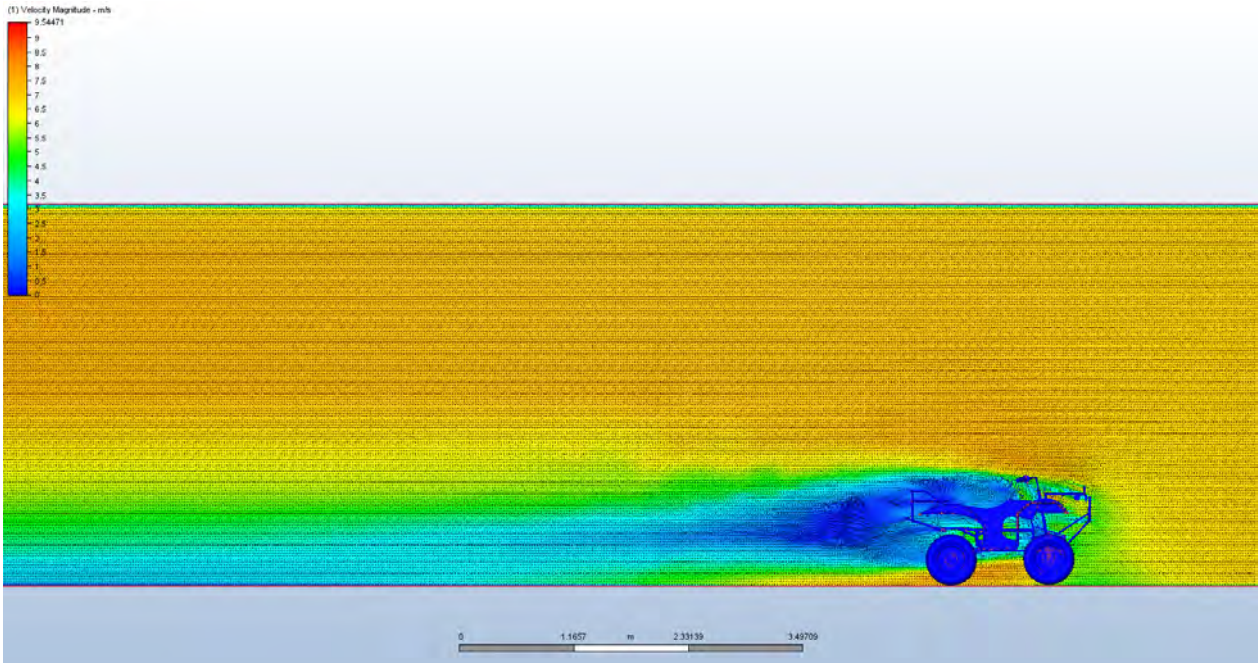


Figura C.17: Plano de corte lateral que muestra el campo de velocidad cuando éste viaja a 25 km/h.

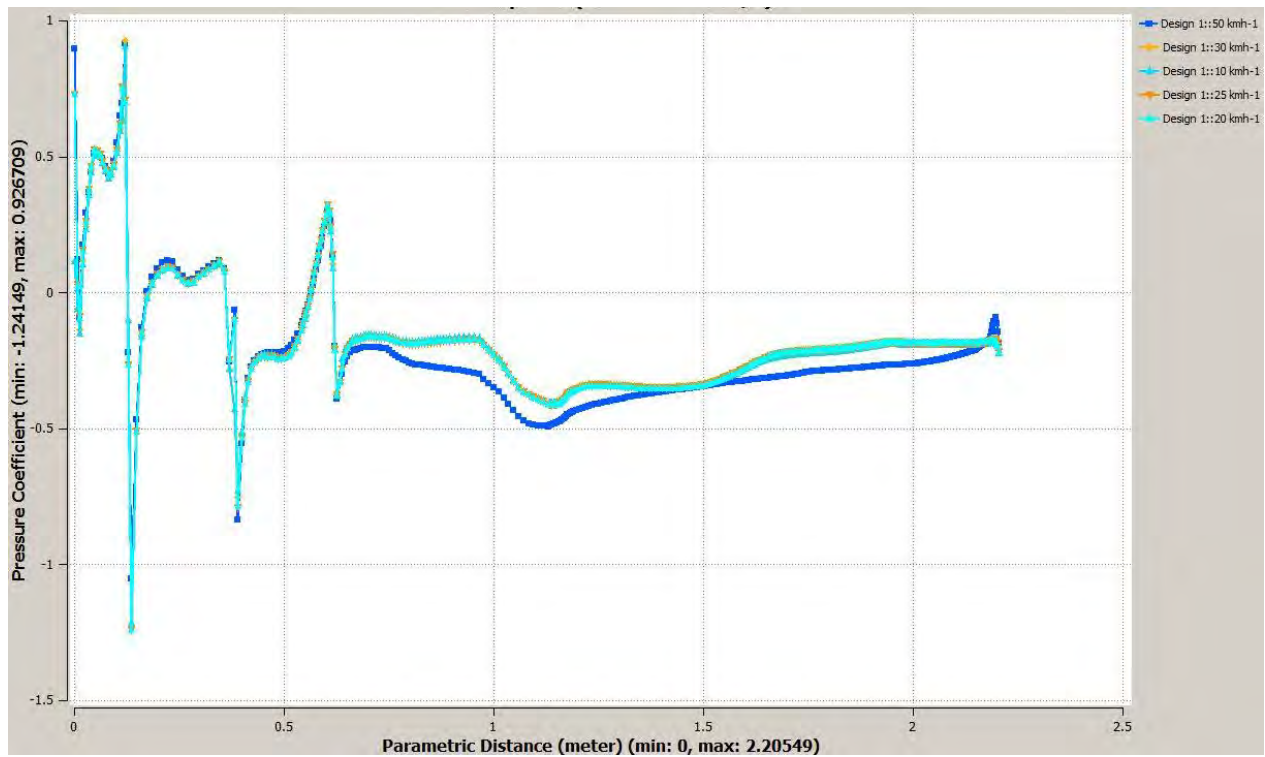


Figura C.18: Coeficiente de presión calculado a partir del plano de corte lateral, la imagen muestra los distintos valores que toma el coeficiente a partir de los distintos escenarios.

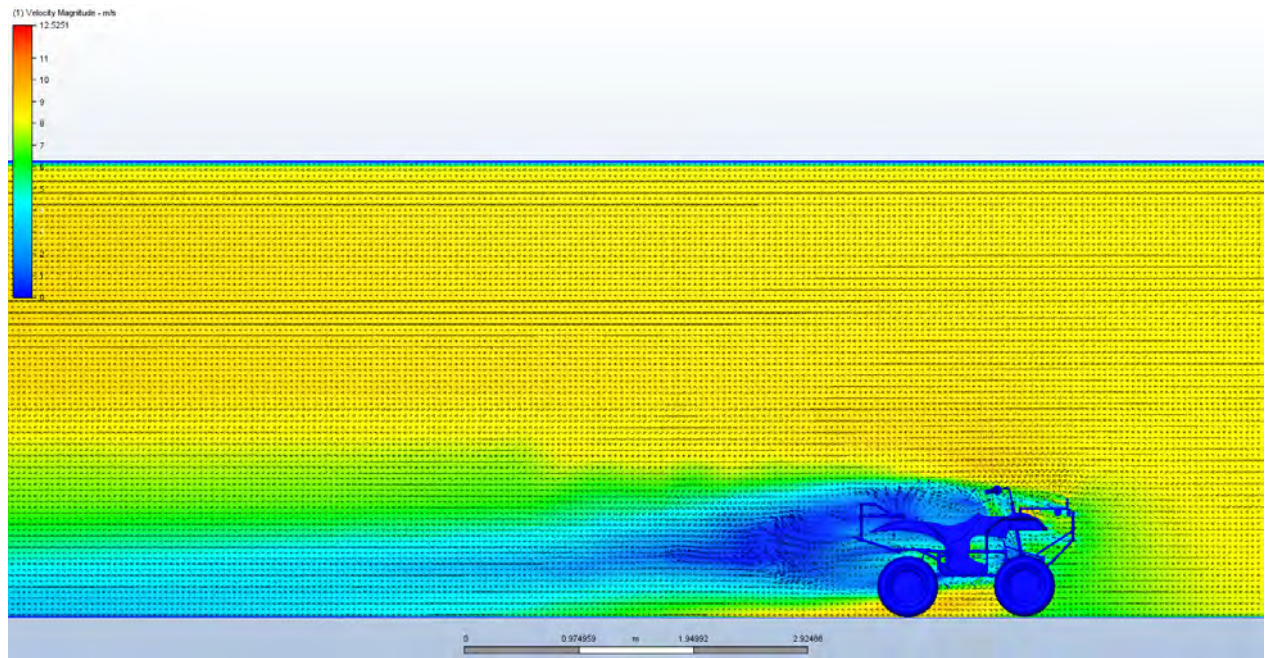


Figura C.19: Plano de corte lateral que muestra el campo de velocidad cuando éste viaja a 30 km/h.

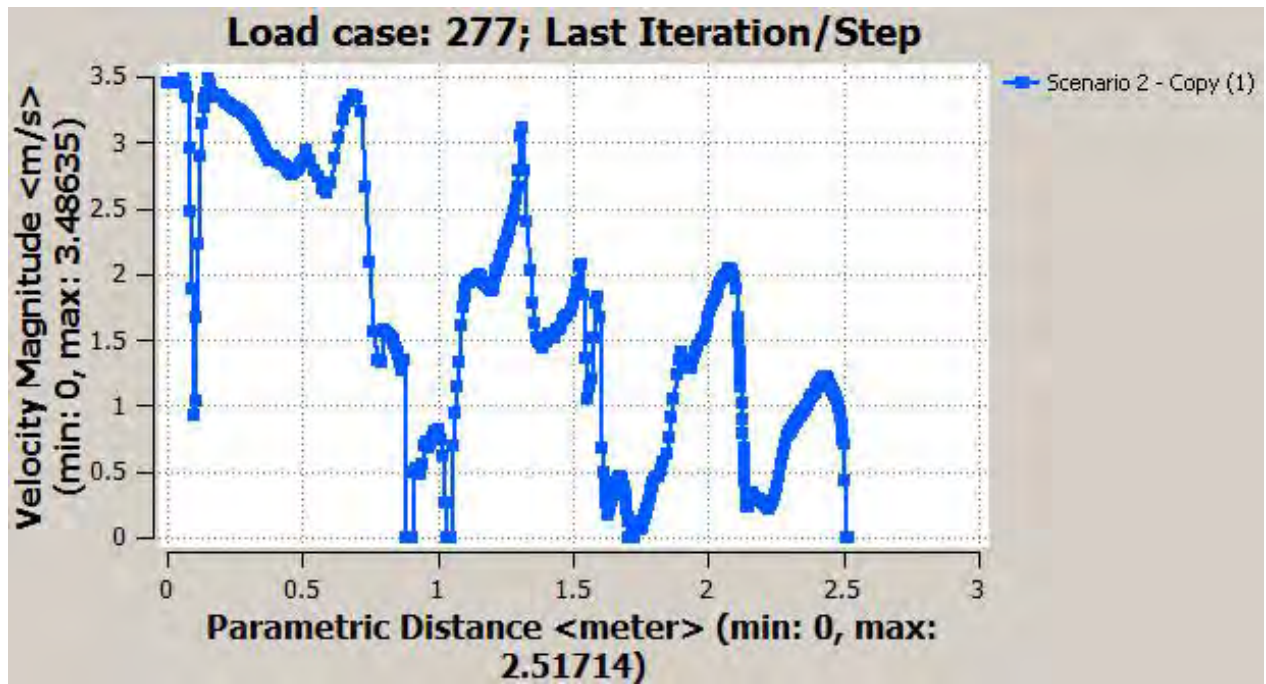


Figura C.20: Velocidad absoluta de los puntos inferiores del vehículo (15 km/h)

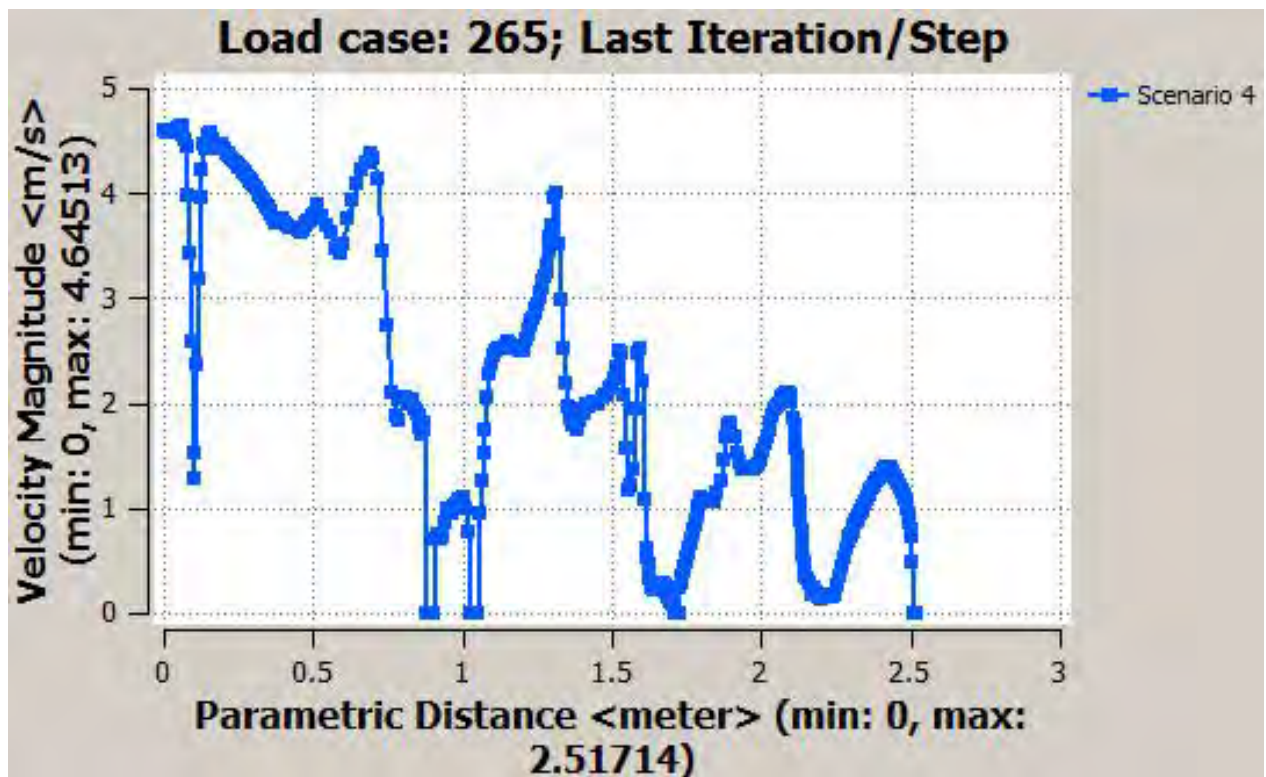


Figura C.21: Velocidad absoluta de los puntos inferiores del vehículo (20 km/h)

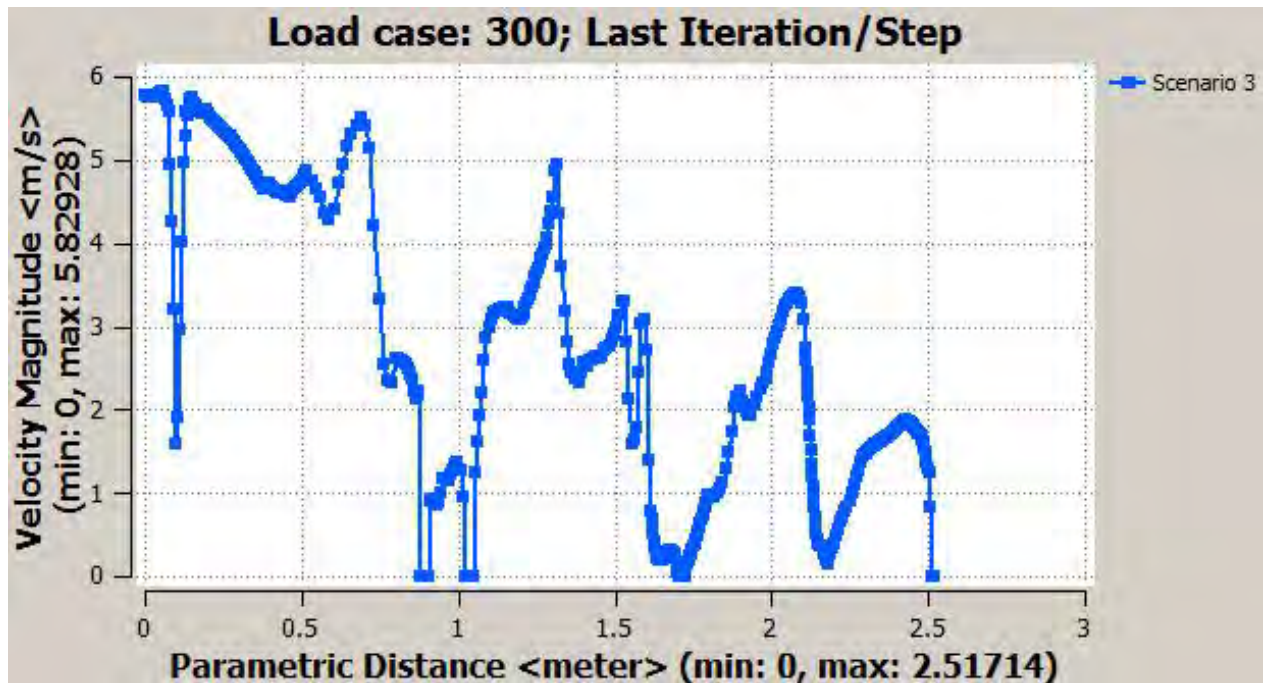


Figura C.22: Velocidad absoluta de los puntos inferiores del vehículo (25 km/h)

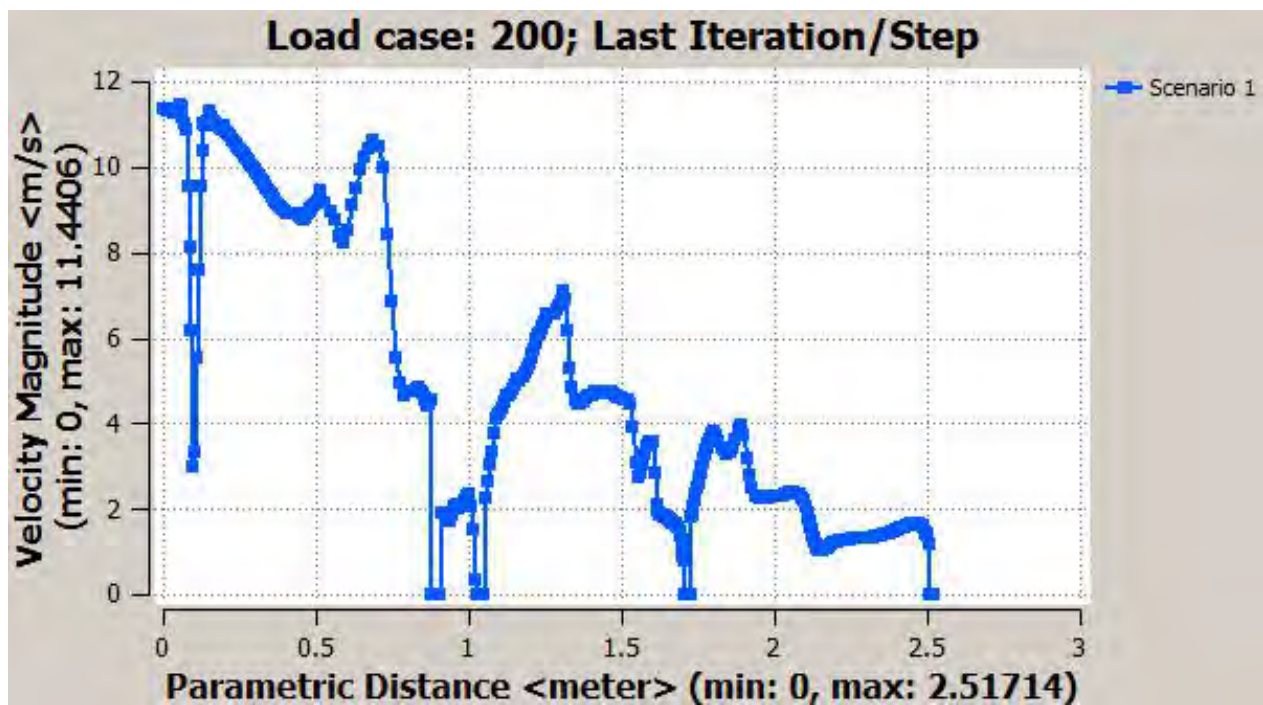


Figura C.23: Velocidad absoluta de los puntos inferiores del vehículo (50 km/h)

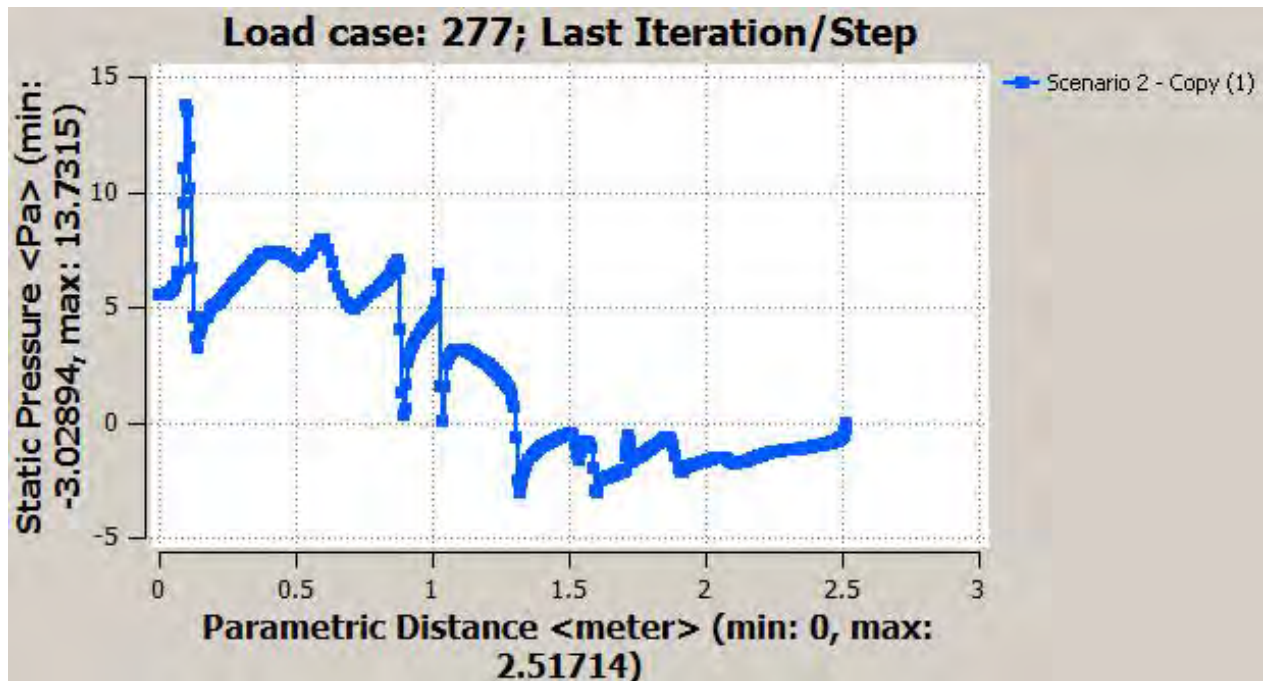


Figura C.24: Gráfica que muestra el valor de la presión estática en la parte inferior del vehículo (15 km/h)

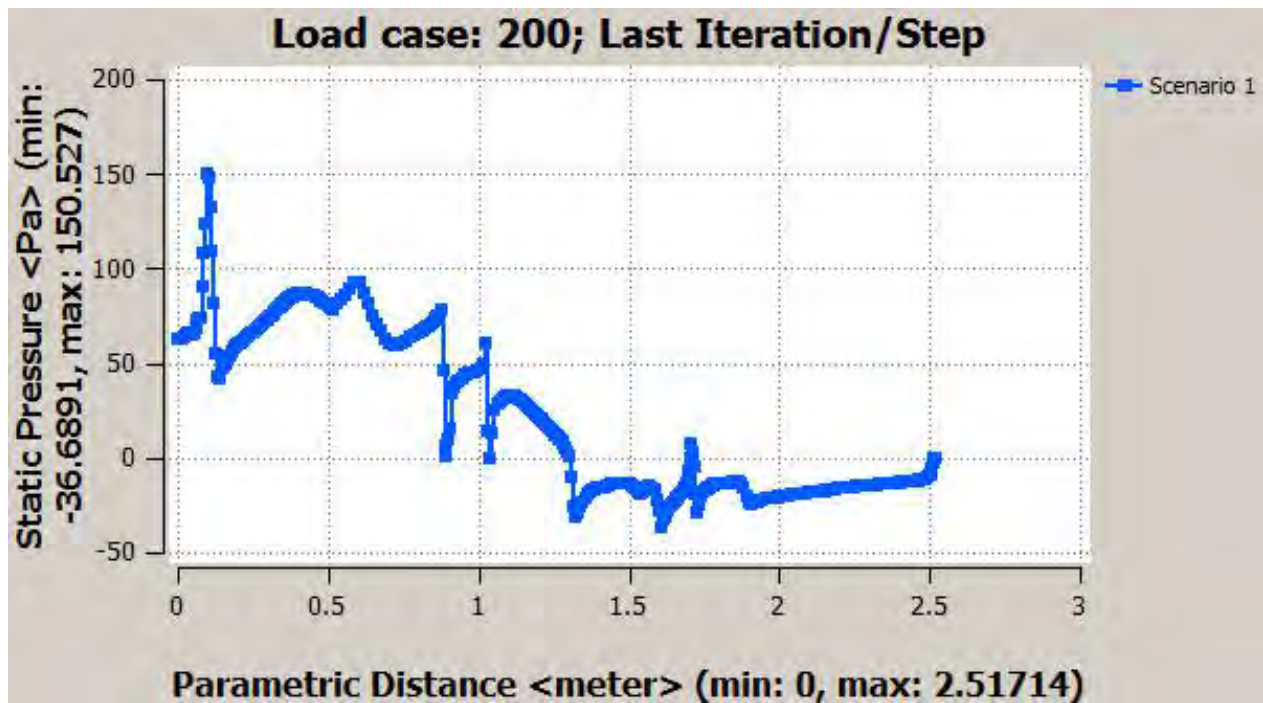


Figura C.25: Gráfica que muestra el valor de la presión estática en la parte inferior del vehículo (50 km/h)

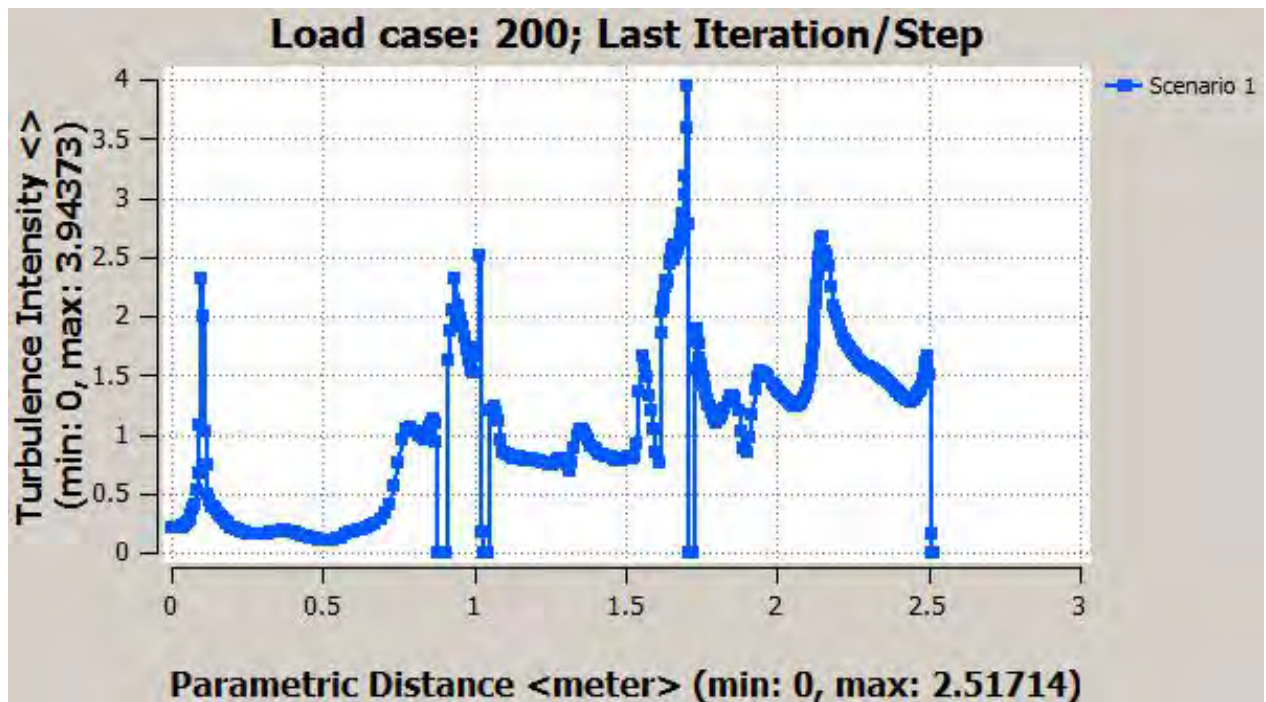


Figura C.26: Gráfica que muestra el la magnitud de la turbulencia en la parte inferior del vehículo (50 km/h)

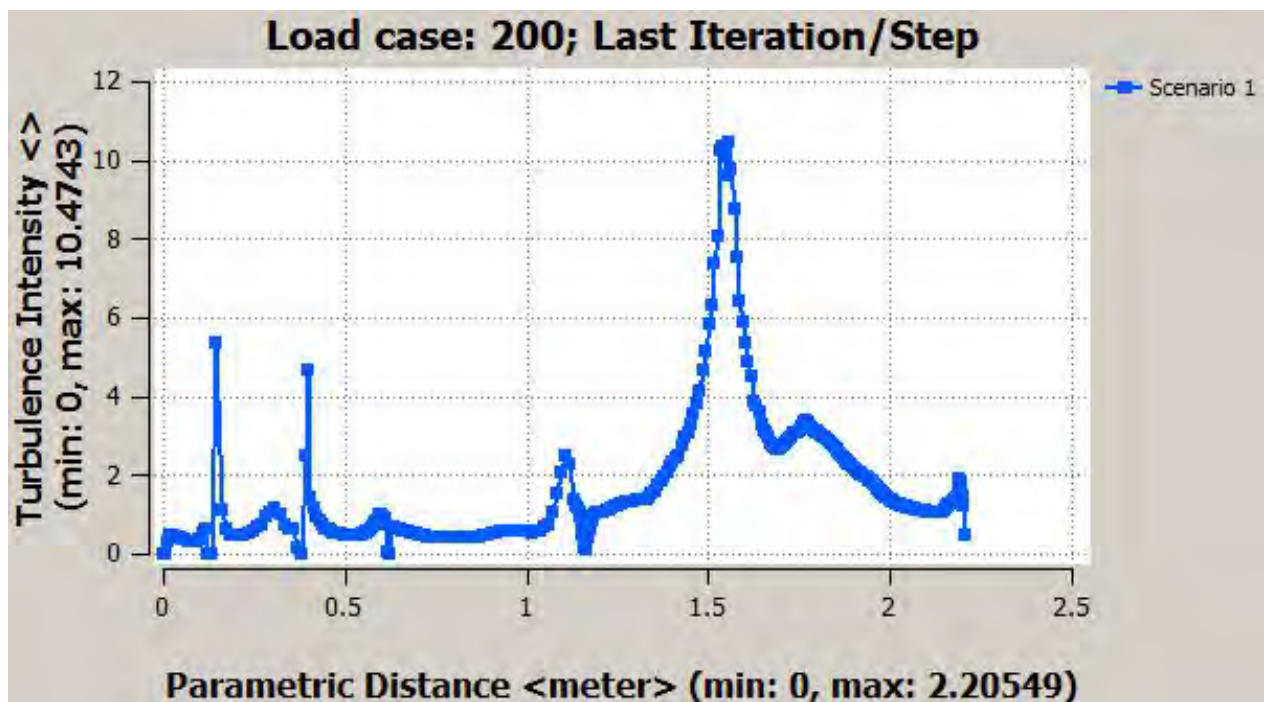


Figura C.27: Gráfica que muestra el la magnitud de la turbulencia en la parte superior del vehículo (50 km/h)

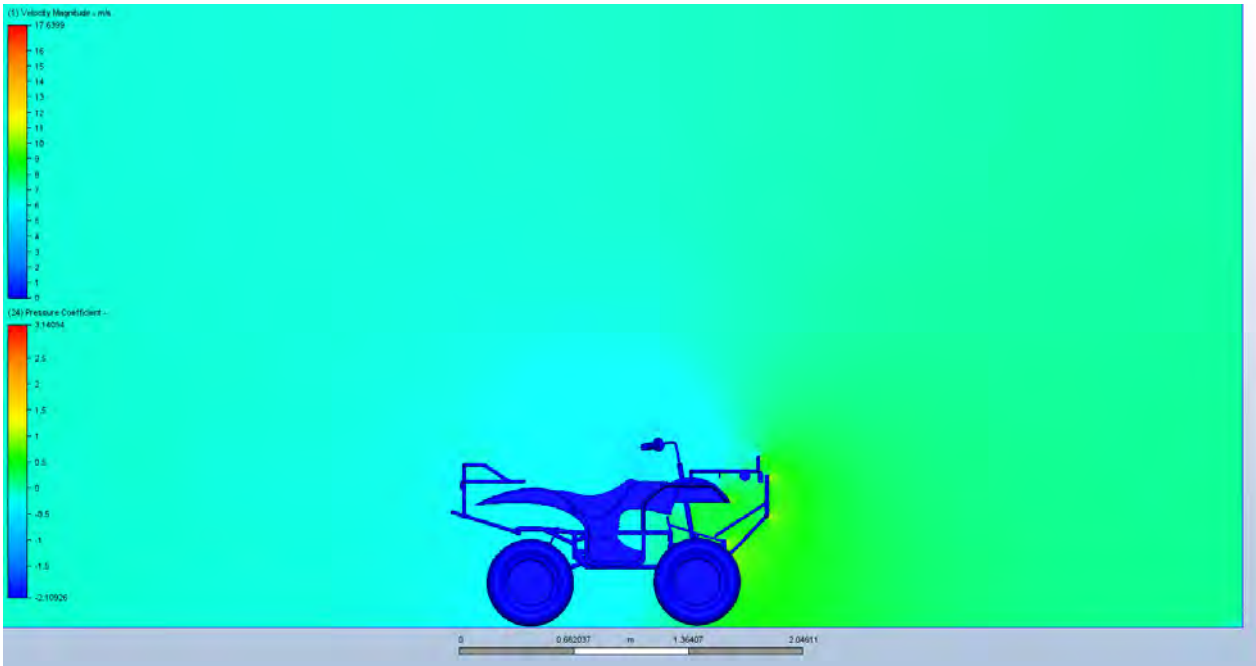


Figura C.28: Plano de corte que muestra el coeficiente de presión (50 km/h)

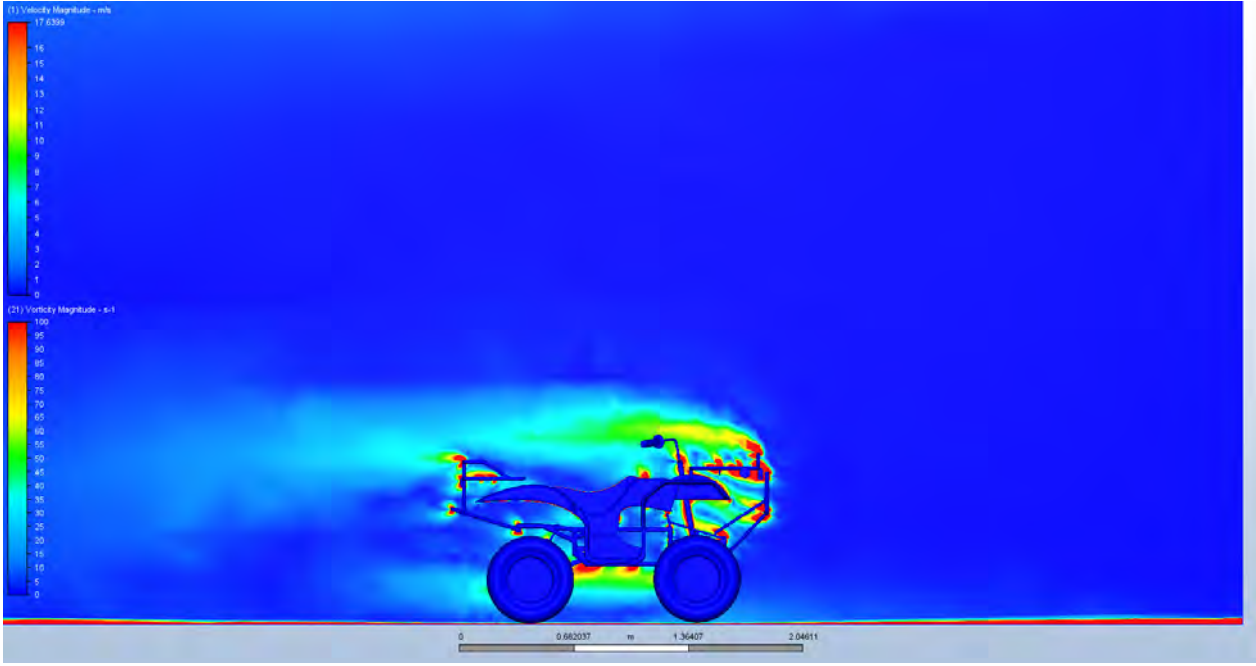


Figura C.29: Plano de corte que muestra la vorticidad (15 km/h)

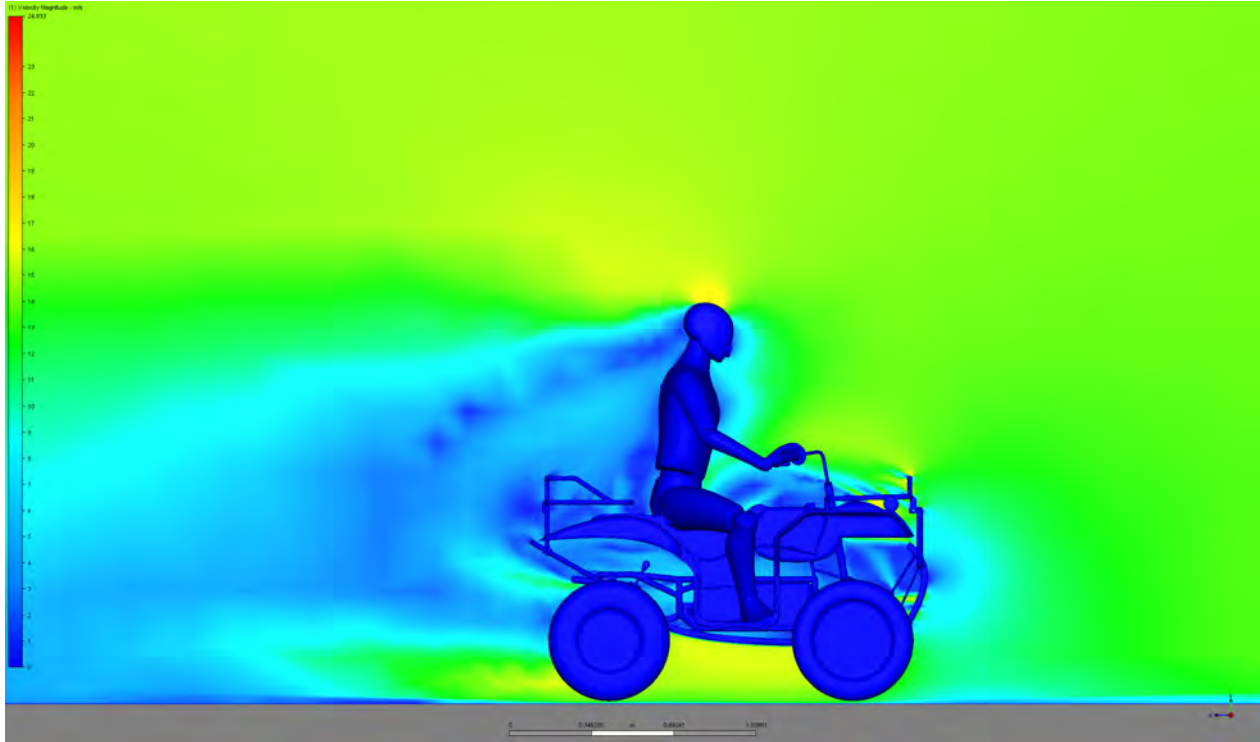


Figura C.30: Primer propuesta de mejora.Plano de corte lateral que muestra la magnitud de la velocidad a 50 km/h.

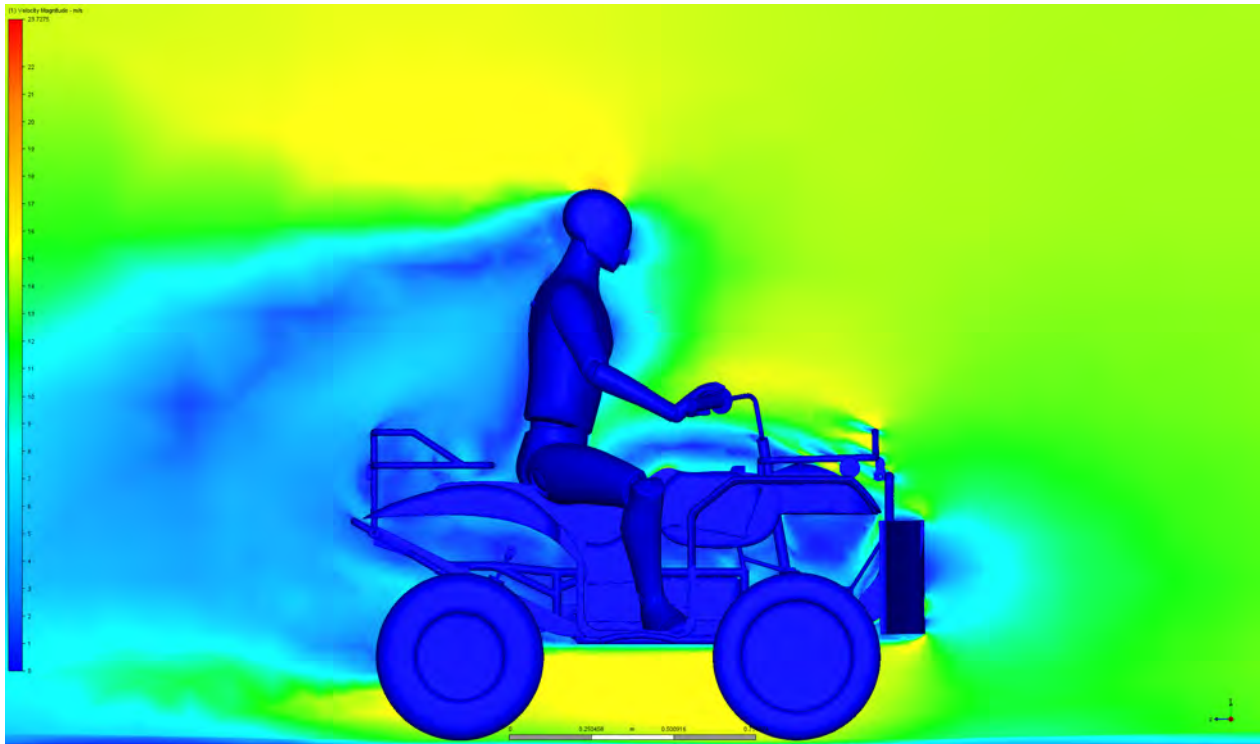


Figura C.31: Segunda propuesta de mejora.Plano de corte lateral que muestra la magnitud de la velocidad a 50 km/h.

C.4. Electrónica

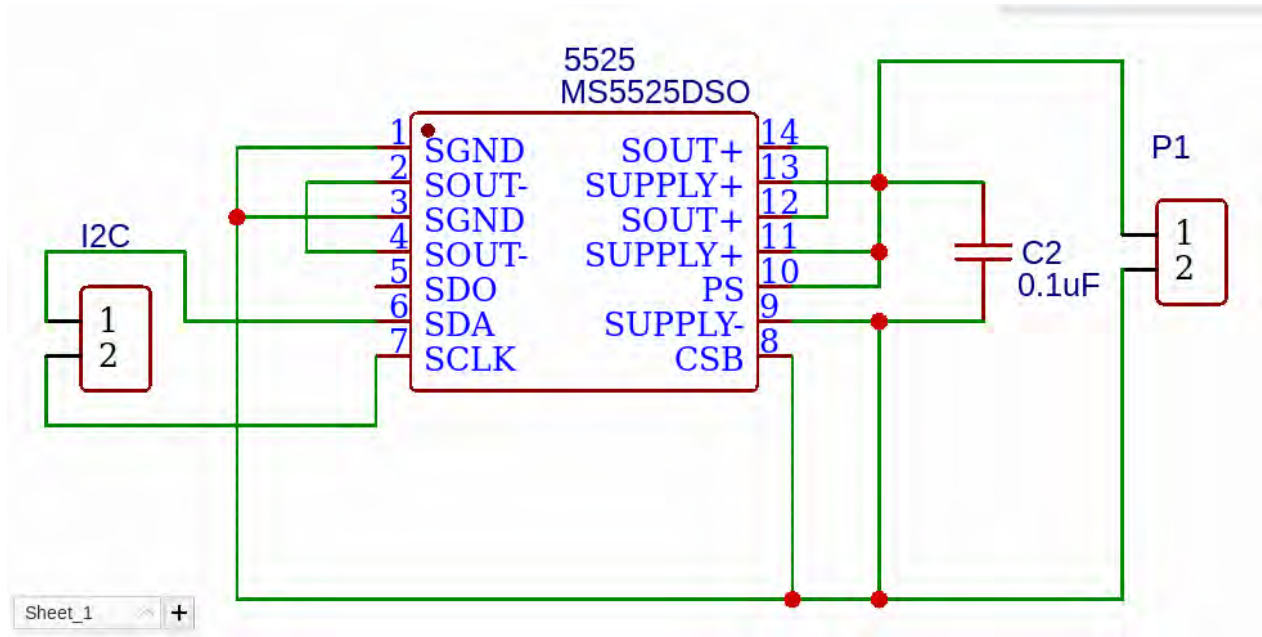


Figura C.32: Esquemático del sensor MS5525DSO.

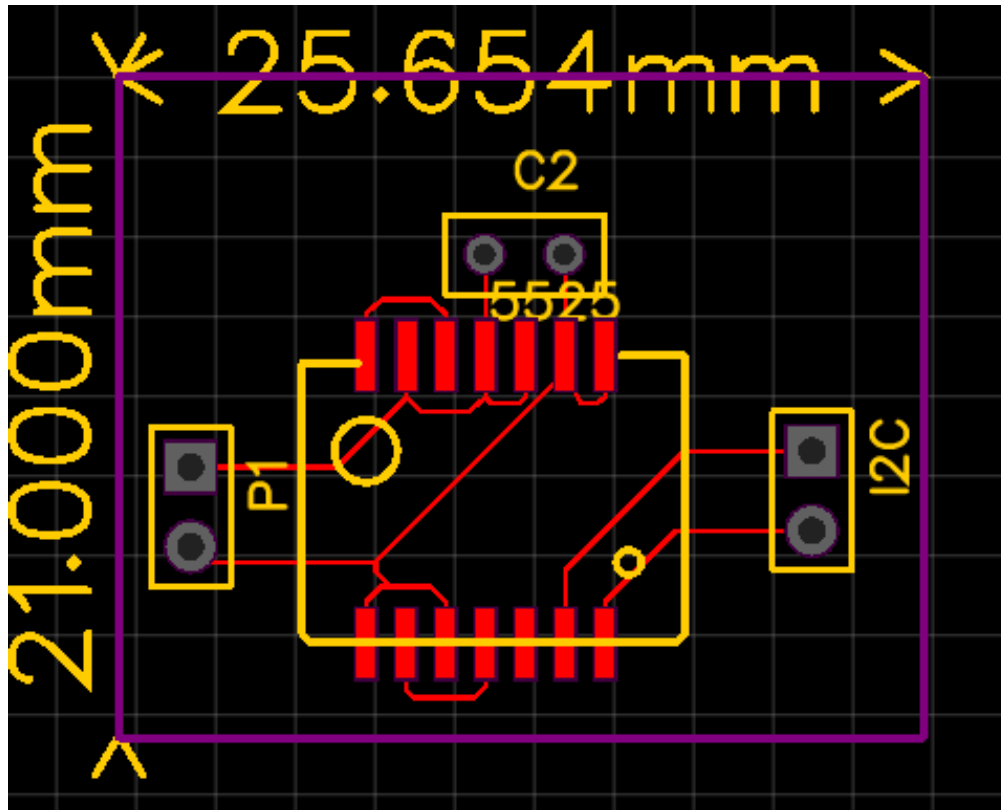


Figura C.33: Diseño de pistas para el sensor MS5525DSO.

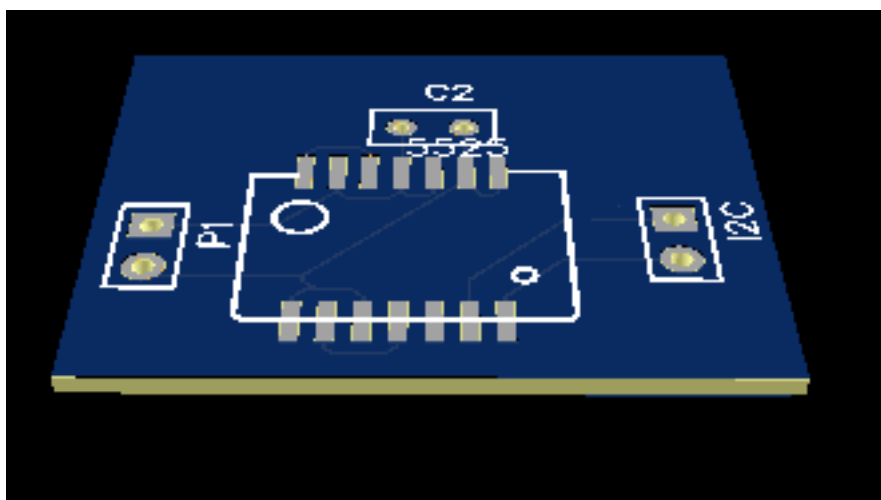


Figura C.34: Visualización en computadora de la placa.

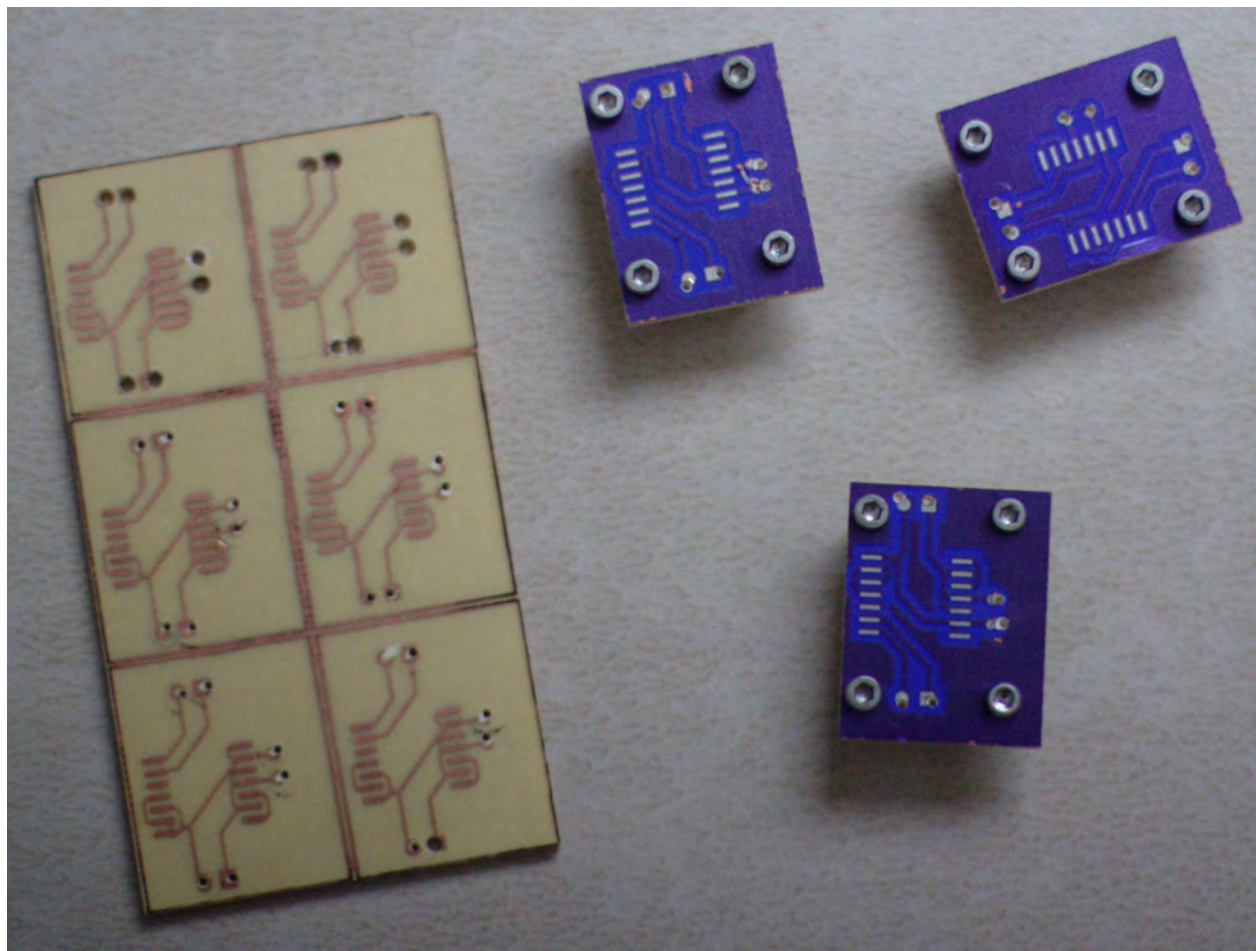


Figura C.35: Proceso final de manufactura para las placas.

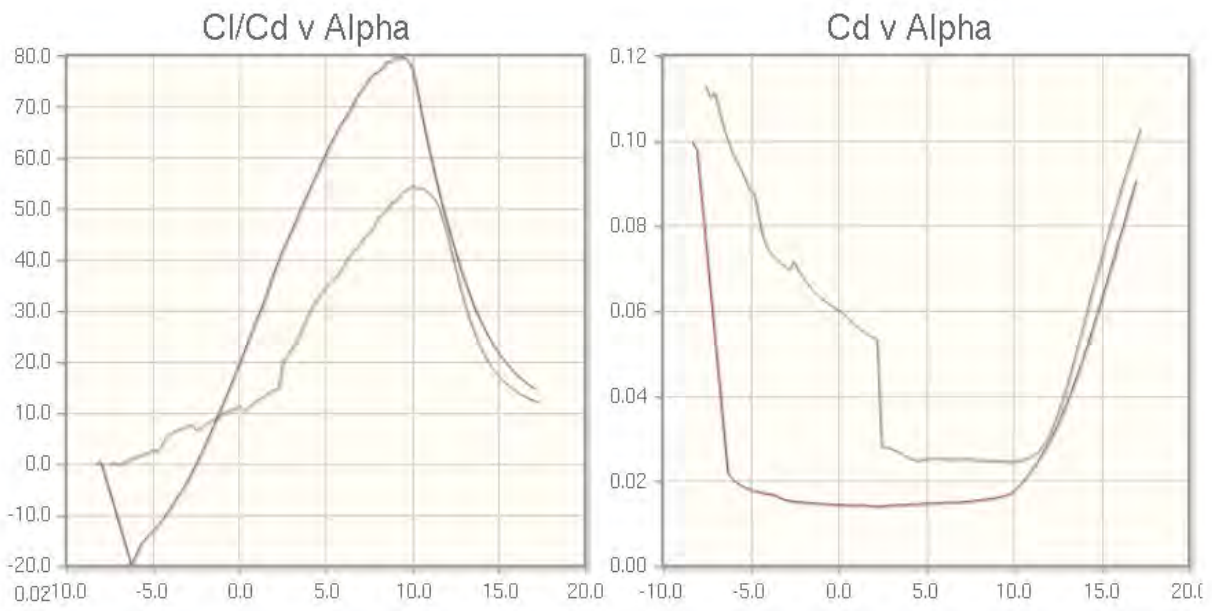


Figura C.36: Polares de eficiencia de sustentación y arrastre para el perfil NREL S815. La línea verde es para $Re = 200,000$ y la rosa para $Re = 500,000$.

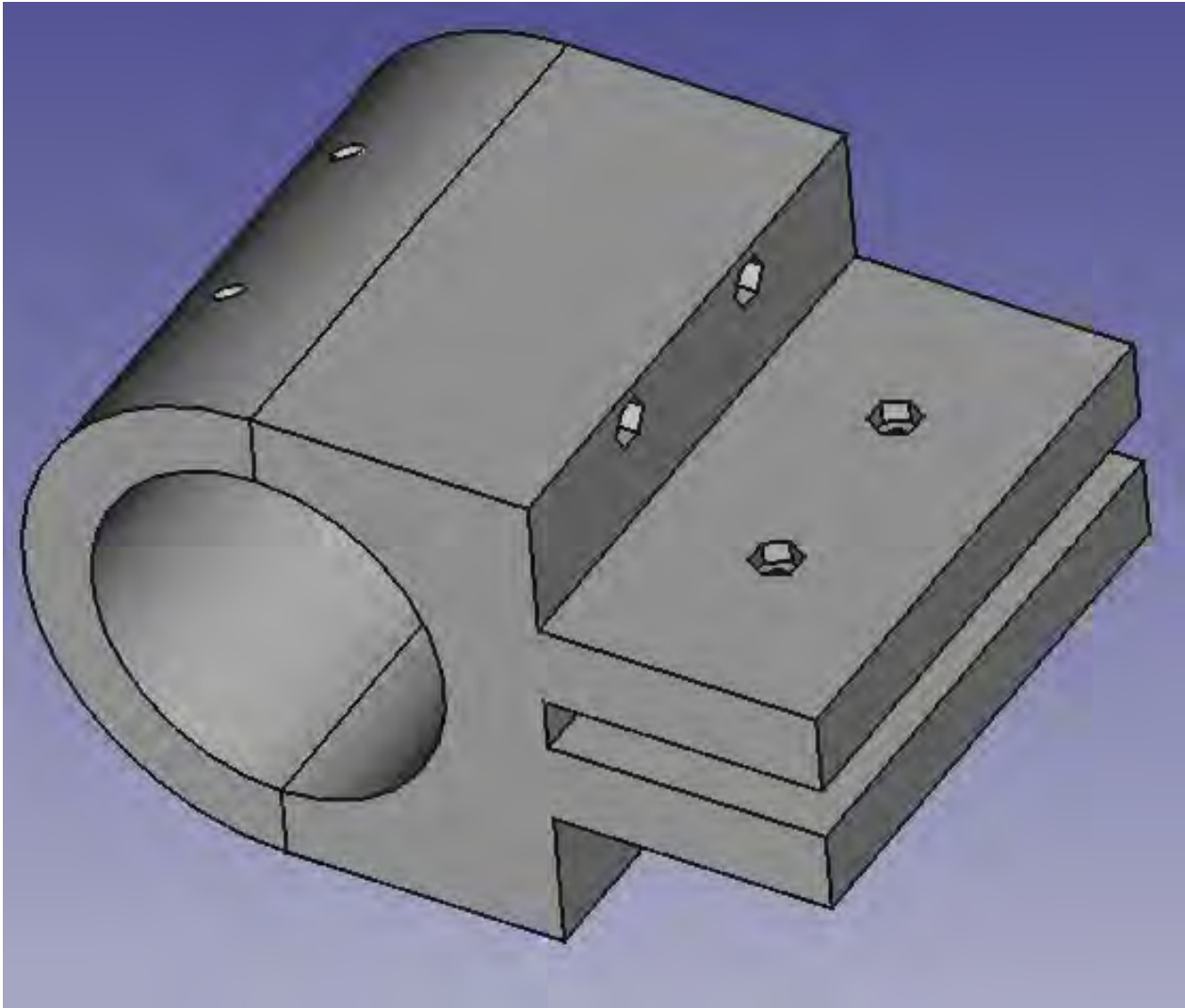


Figura C.37: Agarradera

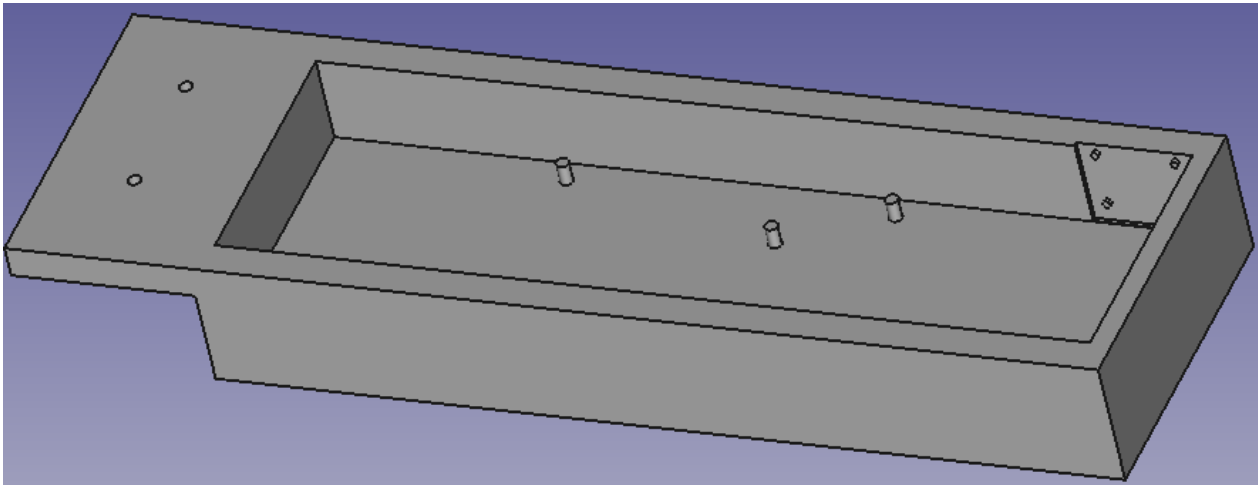


Figura C.38: Cama electrónica

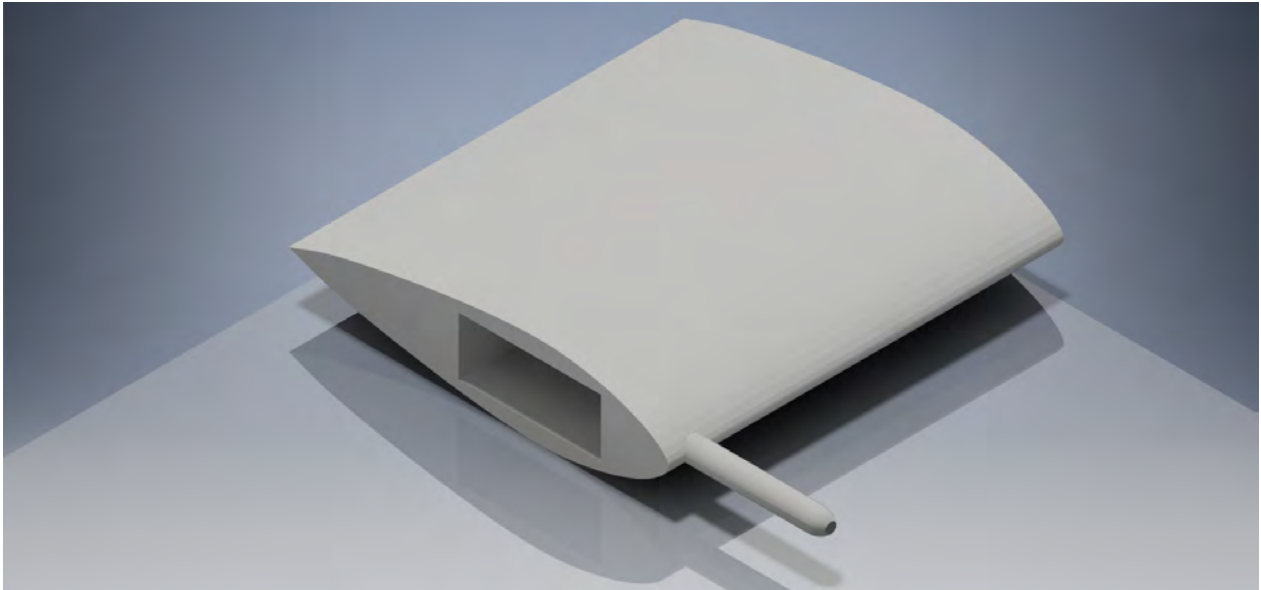


Figura C.39: Ala simétrica (S815)

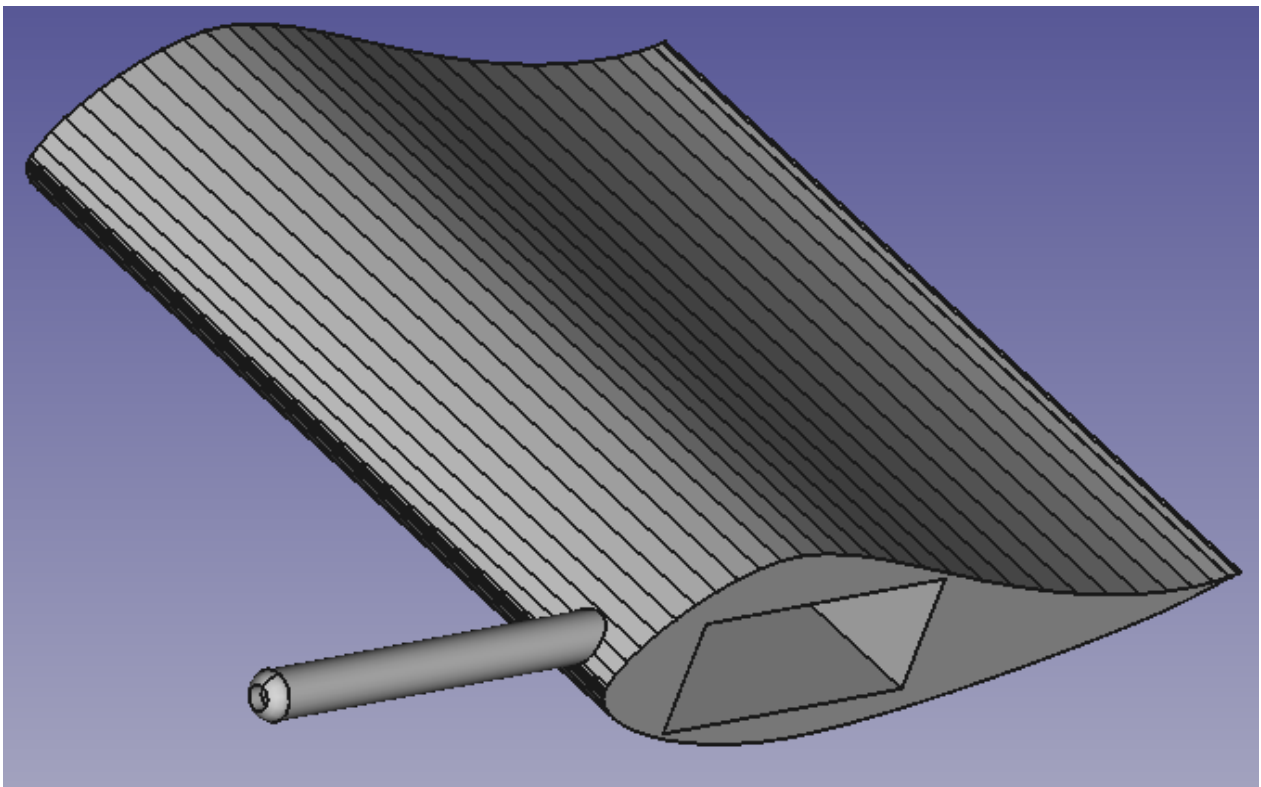


Figura C.40: Ala asimétrica (basada en el perfil S815)

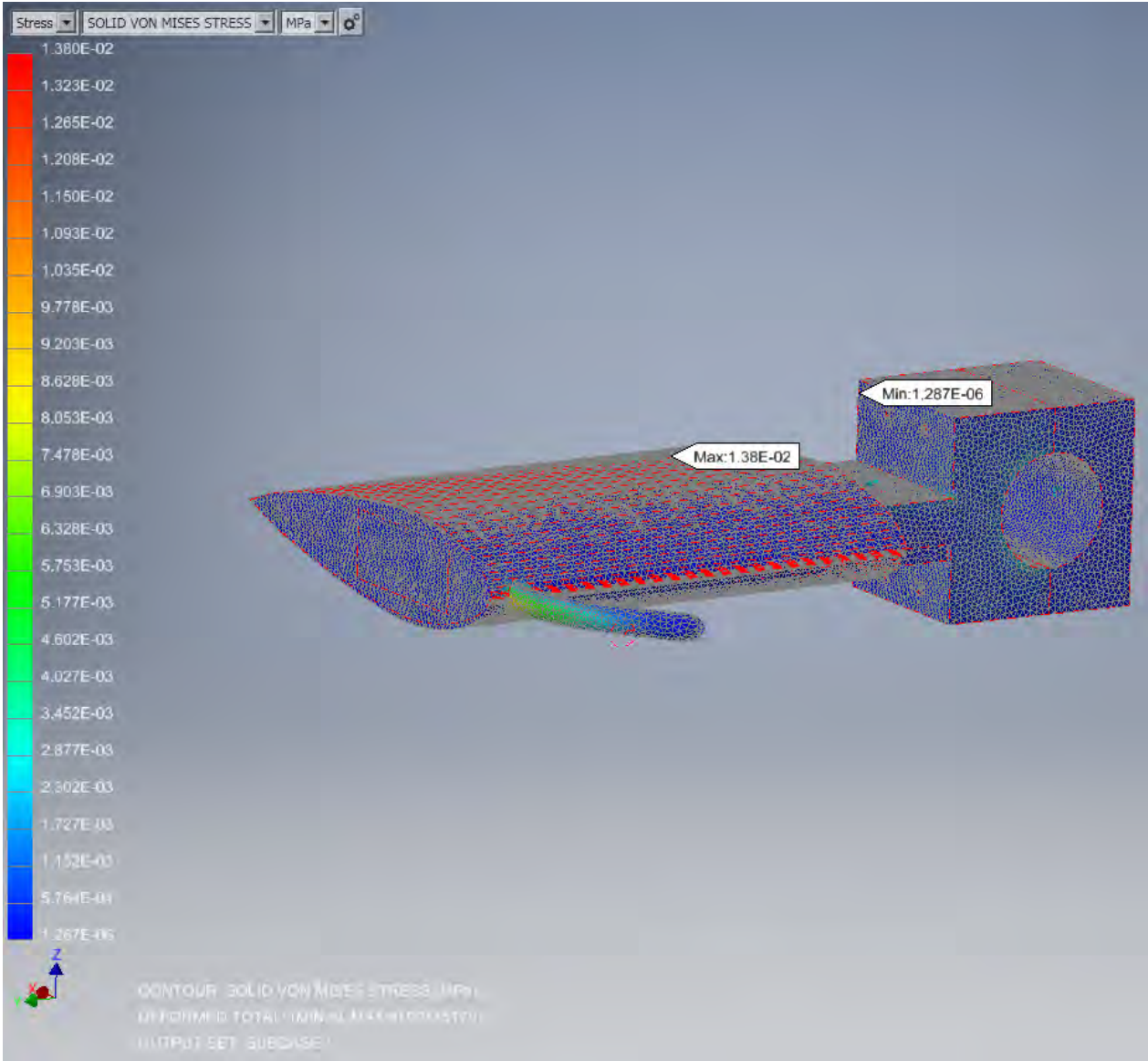


Figura C.41: Esfuerzo de Von Mises para el ensamble.

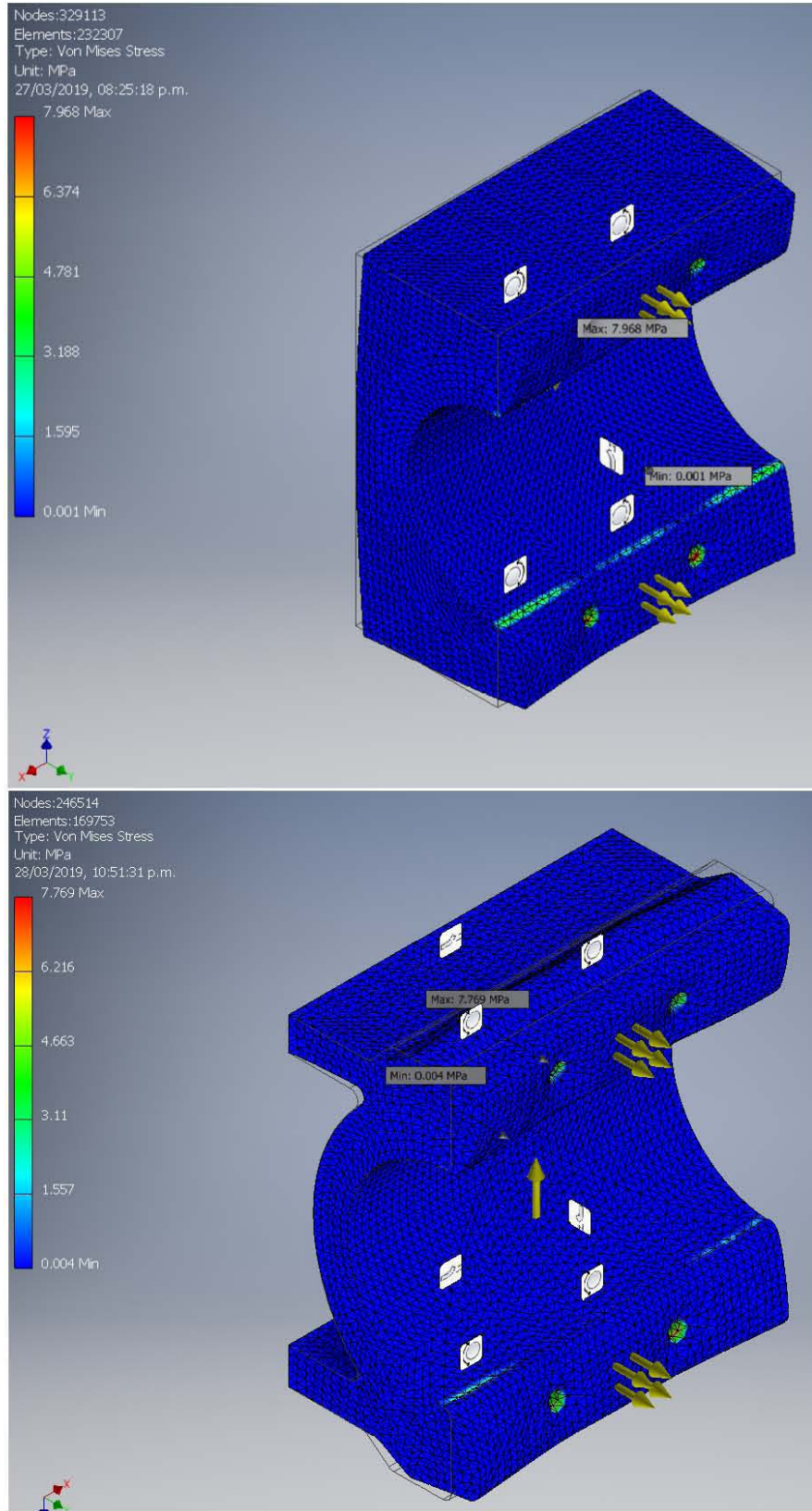


Figura C.42: Comparación de esfuerzos entre sólido original y la optimización topológica.

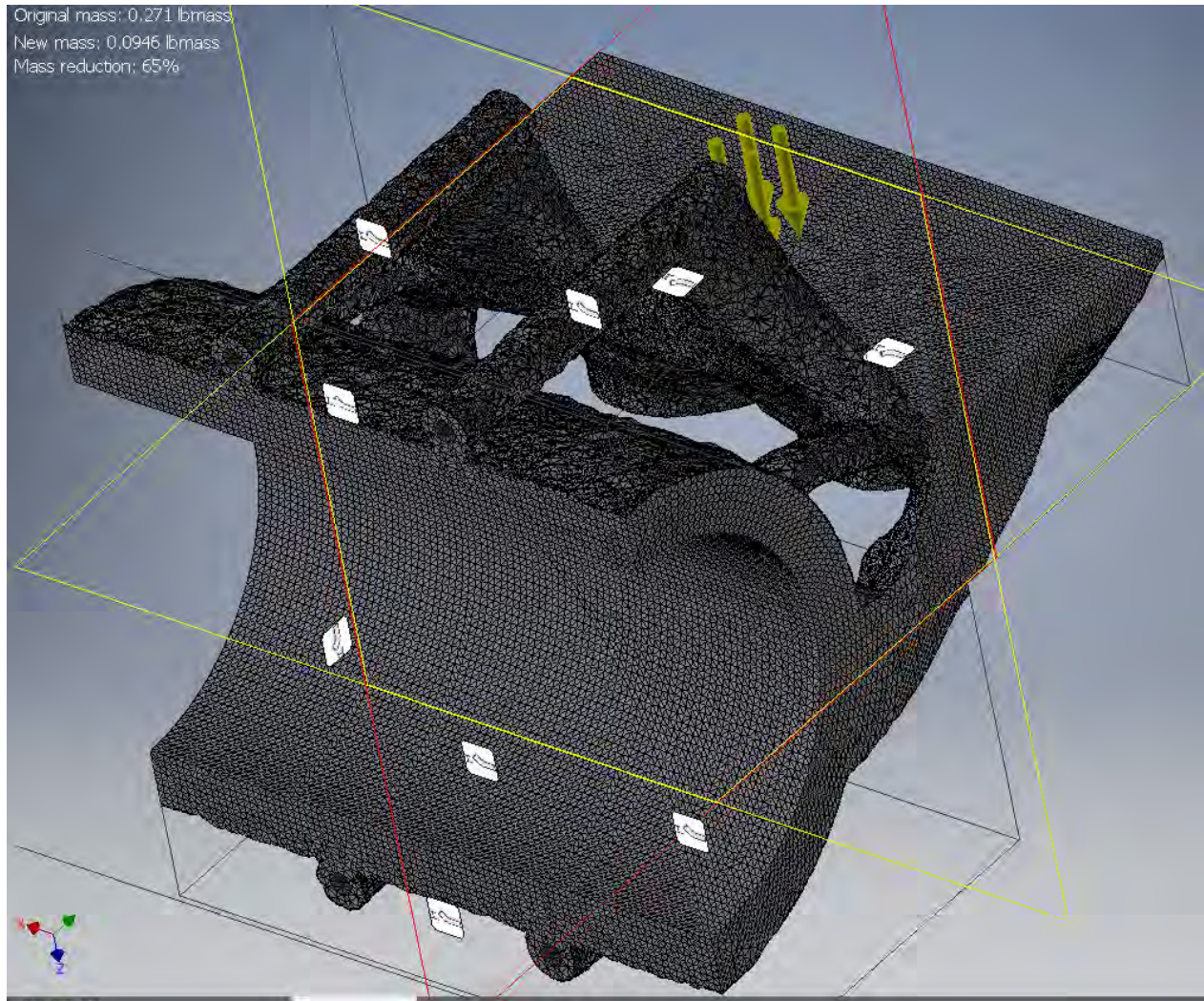


Figura C.43: Ejemplo de la malla resultado de la optimización topológica.

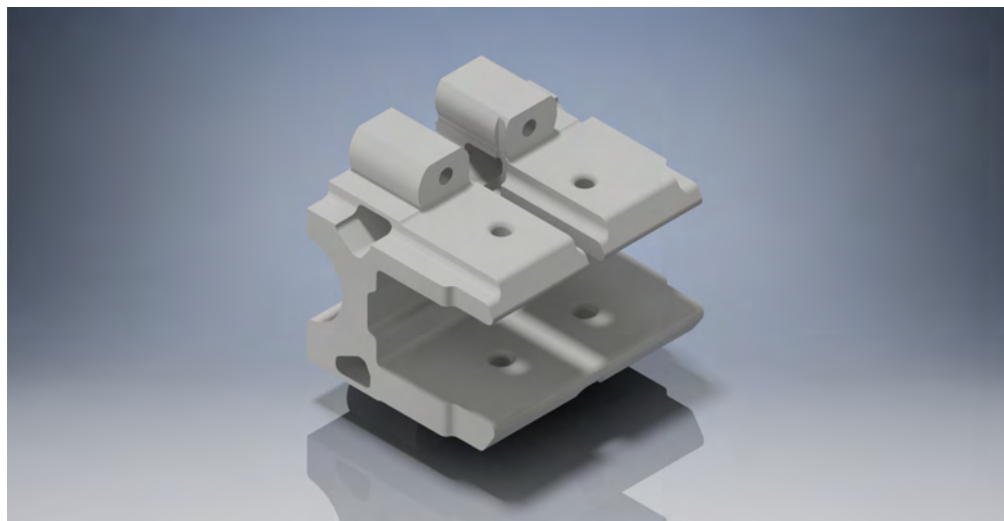


Figura C.44: Optimización topológica de la parte exterior de la agarradera.

Bibliografía

- ¹3WheelerWorld.com, *ATV Consent Decree*, [http://www.3wheelerworld.com/content.php/248-ATV-Consent-Decree-\(Trike-Ban\)](http://www.3wheelerworld.com/content.php/248-ATV-Consent-Decree-(Trike-Ban)).
- ²M. A. Abdullah, N. Tamaldin, F. R. Ramli, M. N. Sudin y M. A. M. Mu'in, «Design and Development of Low Cost All Terrain Vehicle (ATV)», en (2014).
- ³J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics* (McGraw-Hill Education, 2016).
- ⁴T. M. Apostol, *Calculus, Vol. 2: Multi-Variable Calculus and Linear Algebra with Applications to Differential Equations and Probability* (Wiley, 1969).
- ⁵*Artic Cat. Thunder Cat 1000 Service Manual* (Artic Cat, 2009), 162 págs.
- ⁶D. J. S. Aulakh, «Effect of Underbody Diffuser on the Aerodynamic Drag of Vehicles in Convoy», en (2017).
- ⁷W. Baek, S. Jang, H. Song, S. Kim y B. Song, «A CAN-based Distributed Control System for Autonomous All-Terrain Vehicle (ATV)», en (2008).
- ⁸B. S. Baldwin y H. Lomax, «Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows», AIAA, 78-257 (1978).
- ⁹G. K. Batchelor, *An Introduction to Fluid Dynamics* (Cambridge University Press, 2000).
- ¹⁰S. K. Beidler, S. Kromhout-Schiro, C. D. Douillet, P. J. Riesenman y P. B. Rich, «North Carolina all-terrain vehicle (ATV) safety legislation: an assessment of the short-term impact on ATV-related morbidity and mortality.», *North Carolina medical journal* **70** **6**, 503-6 (2009).
- ¹¹V. V. Belyakov, P. Beresnev, D. Zeziulin, A. Kurkin, V. S. Makarov y V. I. Filatov, «Development of a Multifunctional All-Terrain Vehicle Equipped with Intelligent Wheel-Drive System for Providing Increased Level of Energy Efficiency and Improved Fuel Economy», en (2018).
- ¹²E. C. Benham, S. W. Ross, M. Mavilia, P. E. Fischer, A. B. Christmas y R. F. Sing, «Injuries from all-terrain vehicles: An opportunity for injury prevention.», *American journal of surgery* **214** **2**, 211-216 (2017).

-
- ¹³G. Boffetta y A. Celani, «Predictability in chaotic systems and turbulence», en (1998).
- ¹⁴*Bombardier Outlander 800 Operator's Manual* (Bombardier Recreational Products, 2000), 140 págs.
- ¹⁵J. V. Boussinesq, *Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes a grande section* (Gauthier-Villars et fils, 1897).
- ¹⁶J. Bridgeman, B. Jefferson y S. A. Parsons, «The development and application of CFD models for water treatment flocculators», *Advances in Engineering Software* **41**, 99-109 (2010).
- ¹⁷M. Bronz y G. Hattenberger, «Aerodynamic Characterization of an Off-the-Shelf Aircraft via Flight Test and Numerical Simulation»,
- ¹⁸G. Burriesci, C. Capelli, D. M. Kalaskar y E. Provaggi, «3D printing assisted finite element analysis for optimising the manufacturing parameters of a lumbar fusion cage», *Materials and Design* (2019).
- ¹⁹T. Cebeci y A. M. O. Smith, «Analysis of turbulent boundary layer», *Applied Mathematical Mechanics*, 504-539.
- ²⁰A. R. Chevrefils y S. Filizadeh, «Modeling and Transient Simulation of an All-Electric All-Terrain Vehicle (ATV)», 2007 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 401-404 (2007).
- ²¹J. H. Cho, T.-K. Kim, K.-h. Kim y K. Yee, «Comparative investigation on the aerodynamic effects of combined use of underbody drag reduction devices applied to real sedan», *International Journal of Automotive Technology* **18**, 959-971 (2017).
- ²²T. J. Chung, *Computational Fluid Dynamics* (Cambridge University Press, 2002).
- ²³C. Clare, D. Whalen, S. Alani, P. Rogers y C. MacLean, «All-terrain vehicle-related injuries and deaths in Newfoundland and Labrador between 2003 and 2013: a retrospective trauma registry review.», *CJEM* **20** **2**, 207-215 (2018).
- ²⁴A. Connection, *Blast from the Past: Sperry Rand TriCart*, <https://atvconnection.com/articles/blast-from-the-past-sperry-rand-tricart/>.
- ²⁵T. Connectivity, *MS5525DSO Datasheet* (noviembre de 2018), 23 págs.
- ²⁶S. Corporation, *Suzuki Motorcycle History*, https://web.archive.org/web/20150102153918/http://www.globalsuzuki.com/motorcycle/history/products/products_1980s.html.
- ²⁷H. R. Cowell, «All-terrain vehicles.», *The Journal of bone and joint surgery. American volume* **70** **2**, 159 (1988).

-
- ²⁸P. N. Dave y J. B. Patil, «Modeling and control of nonlinear unmanned ground all terrain vehicle», 2015 International Conference on Trends in Automation, Communications and Computing Technology (I-TACT-15) **01**, 1-7 (2015).
- ²⁹P. F. Davies, A. Remuzzi, E. J. Gordon, C. F. Dewey y M. A. Gimbrone, «Turbulent fluid shear stress induces vascular endothelial cell turnover in vitro.», *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* **83** **7**, 2114-7 (1986).
- ³⁰S. C. Davis, L. F. Truett y P. S. Hu, «FUEL USED FOR OFF-ROAD RECREATION: A REASSESSMENT OF THE FUEL USE MODEL», en (1999).
- ³¹L. Dede, M. Borden y T. Hughes, «Isogeometric Analysis for Topology Optimization with a Phase Field Model», *Archives of Computational Methods in Engineering*, 427-465 (2012).
- ³²J. M. Dolan, A. Trebi-Ollennu, A. Soto y P. K. Khosla, «Distributed Tactical Surveillance with ATVs», en (1999).
- ³³N. Eschenauer y N. Olhoff, «Topology Optimization of Continuum Structures», *Journal of Applied Mechanics Reviews*, 372 (2001).
- ³⁴J. H. Ferziger, *Computational Methods for Fluid Dynamics* (Springer, 2001).
- ³⁵A. Foley, P. Leahy, A. Marvuglia y E. McKeogh, «Current methods and advances in forecasting of wind power generation», en (2012).
- ³⁶E. Furbo, «Evaluation of RANS turbulence models for flow problems with significant impact of boundary layers», Tesis de maestría (UPPSALA Universitet, 2010).
- ³⁷M. Germano, U. Piomelli, P. Moin y W. H. Cabot, «A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model», *Physical Flows*, 1760-1765.
- ³⁸J. Guest, J. Prevost y T. Belytschko, «Achieving Minimum Length Scale in Topology Optimization Using Nodal Design Variables and Projection Functions», *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 238-254 (2004).
- ³⁹M. Guiggiani, *The Science of Vehicle Dynamics* (Springer, 2014).
- ⁴⁰J. Gunsport, *Jiguer AATV*, <https://jiger.ca/Jiger/History-Main.html>.
- ⁴¹M. Hannaford y V. H. Resh, «Impact of all-terrain vehicles (ATVs) on pickleweed (*Salicornia virginica* L.) in a San Francisco Bay wetland», *Wetlands Ecology and Management* **7**, 225-233 (2004).

-
- ⁴²A. Help, *General Fluid Flow and Heat Transfer Equations*, <https://knowledge.autodesk.com/support/cfd/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2014/ENU/SimCFD/files/GUID-BBA4E008-8346-465B-9FD3-D193CF108AF0-hm.html>, Accesado en enero de 2019, 2017.
- ⁴³A. Help, *Turbulent Flow*, <https://knowledge.autodesk.com/support/cfd/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2014/ENU/SimCFD/files/GUID-BBA4E008-8346-465B-9FD3-D193CF108AF0-hm.html>, Accesado en enero de 2019, 2015.
- ⁴⁴A. Help, *Two Equation Turbulence Models (TKE and TED)*, <https://knowledge.autodesk.com/support/cfd/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2014/ENU/SimCFD/files/GUID-61C4EB55-362C-48A0-8B22-20F9148D190D-hm.html>, Accesado en enero de 2019, 2015.
- ⁴⁵P. Holmes, J. L. Lumley y G. Berkooz, «Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry», en (2012).
- ⁴⁶T. House, D. C. Schwebel, S. H. Mullins, A. J. Sutton, C. J. Swearingen, S. Bai y M. E. Aitken, «Video intervention changes parent perception of all-terrain vehicle (ATV) safety for children.», *Injury prevention : journal of the International Society for Child and Adolescent Injury Prevention* **22** 5, 328-33 (2016).
- ⁴⁷G. James, T. Hastie, R. Tibshirani y D. Witten, *An Introduction to Statistical Learning: With Applications in R* (Springer, 2013).
- ⁴⁸C. Kasai, K. Namekawa, A. Koyano y R. Omoto, «Real-Time Two-Dimensional Blood Flow Imaging Using an Autocorrelation Technique», *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics* **32**, 458-464 (1985).
- ⁴⁹J. Katz, *Race car aerodynamics: designing for speed* (Bentley, 1994).
- ⁵⁰J. J. Kim y S. J. Lee, «Drag-reducing underbody flow of a heavy vehicle with side skirts», *Journal of Visualization* **20**, 369-378 (2017).
- ⁵¹A. N. Kolmogorov, «Local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number», *Doklady AN.*, 299-303.
- ⁵²J. N. Levin y R. Rigdal, «Aerodynamic analysis of drag reduction devices on the underbody for SAAB 9-3 by using CFD», en (2011).
- ⁵³luozirui, *Speed View GPS Pro*, https://play.google.com/store/apps/details?id=luo.speedviewgpspro&hl=en_US.

-
- ⁵⁴F. R. Malik, «System design of a hydrogen-powered fuel cell for all terrain-vehicles (ATVs)», en (2017).
- ⁵⁵*Manual De Usuario. ATV 180 Con Reversa.* (Italika, 2016).
- ⁵⁶Markets y Markets, *All-Terrain-Vehicle Market by Type and Application, Forecast to 2027*, https://www.marketsandmarkets.com/Market-Reports/all-terrain-vehicle-market-255821381.html?utm_source=PRnewswires&utm_medium=Referral&utm_campaign=PRnewswire, 2019.
- ⁵⁷J. Masud y I. Afgan, «Performance Characteristics of Flush Angle-of-Attack Measurement System Integrated on a Pitot Tube», en (enero de 2009).
- ⁵⁸O. Metais y M. Lesieur, «Spectral large eddy simulations of isotropic an stably stratified turbulence», *Journal of Fluid Mechanics*, 157-194.
- ⁵⁹B. Mohammadi y O. PIRONNEAU, «Analysis of the K-Epsilon Turbulence Model», (1993).
- ⁶⁰G. Monsivais y S. de Neymet, *Teoremas de Green, Gauss y Stokes para funciones continuas y discontinuas.* (Prensas de Ciencias).
- ⁶¹P. J. Moroney, M. S. Doyle y K. Mealy, «All-terrain vehicles—unstable, unsafe and unregulated. A prospective study of ATV-related trauma in rural Ireland.», *Injury* **34** **3**, 203-5 (2003).
- ⁶²MotoSport.COM, *Fun Facts - ATV History*, <https://www.motosport.com/blog/fun-facts-atv-history>.
- ⁶³N. M. Museum, *1972 Honda ATC90*, <https://nationalmcmuseum.org/2017/09/22/1972-honda-atc90/>.
- ⁶⁴D. Nagarjuna, J. A. Farooq, A. S. N. Saiteja y P. Teja, «Optimization of Chassis of an All Terrain Vehicle», en, vol. 2 (2013), pp. 55-57.
- ⁶⁵D. Nistér, O. Naroditsky y J. R. Bergen, «Visual odometry for ground vehicle applications», *J. Field Robotics* **23**, 3-20 (2006).
- ⁶⁶J. Oehler y R. Schmehl, «Aerodynamic characterization of a soft kite», *Wind Energy Science* **4**, 1-21 (2019).
- ⁶⁷J. Q. R. Ortega y K. Salari, «An Experimental Study of Drag Reduction Devices for a Trailer Underbody and Base», en (2004).
- ⁶⁸J. M. Ottino, «MIXING, CHAOTIC ADVECTION, AND TURBULENCE», en (1990).

-
- ⁶⁹Y. Pandya, Y. G. Sreevanshu, A. Sharma, K. Jain, S. Jena, A. A. Pawar, K. S. Ranjan y S. Saha, «Aerodynamic characterization of a model aircraft using wind-tunnel testing and numerical simulations», 2017 First International Conference on Recent Advances in Aerospace Engineering (ICRAAE), 1-6 (2017).
- ⁷⁰S. B. Pope, *Turbulent Flows* (Cambridge University Press, 2000).
- ⁷¹L. Pretorius, S. J. Benade y S. A. Kruger, «Technology forecasting: The case of Computational Fluid Dynamics (CFD)», 2008 4th IEEE International Conference on Management of Innovation and Technology, 7-11 (2008).
- ⁷²R. Que y R. Zhu, «Aircraft Aerodynamic Parameter Detection Using Micro Hot-film Flow Sensor Array and BP Neural Network Identification», *Sensors* **12**, 10920-10929 (2012).
- ⁷³R. Rattan, D. K. Joseph, C. J. Dente, E. N. Klein, M. K. Kimbrough, J. T. Nguyen, J. D. Simmons, T. S. Okeeffe y M. C. Crandall, «Prevention of all-terrain vehicle injuries: A systematic review from The Eastern Association for the Surgery of Trauma.», *The journal of trauma and acute care surgery* **84** **6**, 1017-1026 (2018).
- ⁷⁴T. Régert, «INVESTIGATION OF FLOW FIELD PAST ROTATING WHEELS OF CARS», en (2003).
- ⁷⁵W. Rodi, «A new algebraic relation for calculating Reynolds stresses», *ZAMM*, 547-572.
- ⁷⁶D. Ruelle, *Chance and Chaos* (Princeton University Press, 1991).
- ⁷⁷A. L. Sayers y P. Stanley, «Drag force on rotating racing cycle wheels», en (1994).
- ⁷⁸P. SPA, *Parlux 3800 EcoFriendly*, <https://www.parlux.it/en/hairdryers/parlux-3800-ecofriendly>.
- ⁷⁹C. G. Speziale, «On non-linear $k-l$ and $k-\epsilon$ model of turbulence», *Journal of Fluid Mechanics*, 459-475.
- ⁸⁰C. G. Speziale, T. A. Zang y M. Y. Hussaini, «The subgrid scale modeling of compressible turbulence», *Physical Flows*, 90.
- ⁸¹K. D. Squires, «Dynamic subgrid-scale modeling of compressible turbulence», *Annual Research Brief*, 207-223 (1991).
- ⁸²A. Support, *Autodesk CFD Cloud Solving Hardware*, <https://knowledge.autodesk.com/support/cfd/troubleshooting/caas/sfdcarticles/sfdcarticles/Autodesk-CFD-Cloud-Solving-Hardware.html>, Accesado en febrero de 2019, 2017.

-
- ⁸³C. R. Tomás y L. Roger, *Mathematical and Numerical Foundations of Turbulence Models and Applications* (Springer, 2014).
- ⁸⁴W. Travis, R. Daily, D. M. Bevly, K. Knoedler, R. Behringer, H. Hemetsberger, J. Kogler, W. Kubinger y B. Alefs, «SciAutonics-Auburn Engineering's low-cost high-speed ATV for the 2005 DARPA grand challenge», *J. Field Robotics* **23**, 579-597 (2006).
- ⁸⁵U. die ausgebildete turbulenz, «Prandtl, L.», *Z. Angew. Math. Mech.*, 136-139.
- ⁸⁶B. Vreman, B. Geurts y H. Kerten, «Subgrid-modeling in LES of compressible flows», *Applied Science Res.*, 191-203.
- ⁸⁷J. Y. Wang, B. Y. Wang, X. J. Hu y L. Liao, «Aerodynamic Drag Reduction of SUV Based on Underbody Cover Board», en (2014).
- ⁸⁸A. F. Williams, S. L. Oesch, A. T. McCartt, E. R. Teoh y L. B. Sims, «On-road all-terrain vehicle (ATV) fatalities in the United States.», *Journal of safety research* **50**, 117-23 (2014).
- ⁸⁹J. Xu y S. Zhou, «Flow field analysis of trucks and a design of an additional drag reduction device», en (2018).
- ⁹⁰N. L. Yanchar, R. Kennedy y C. Russell, «ATVs: motorized toys or vehicles for children?», *Injury prevention : journal of the International Society for Child and Adolescent Injury Prevention* **12** **1**, 30-4 (2006).
- ⁹¹A. Yang, «Aerodynamic drag reduction of van based on underbody skirt», en (2011).