



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS SUPERIORES UNIDAD MORELIA
CIENCIAS ATMOSFÉRICAS ESPACIALES Y PLANETARIAS

**Desarrollo de un modelo analítico para el
estudio de impactos por asteroides sobre
territorio mexicano**

T E S I S

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

PRESENTA:

Raúl Gutiérrez Zalapa

Director de Tesis:

Dr. Mario Rodríguez Martínez

Escuela Nacional de Estudios Superiores unidad Morelia

Miembros del comité tutorial:

Dr. Joaquín Estevez Delgado

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas U.M.S.N.H.

Dr. Sinuhé Amos Refugio Haro Corzo

Escuela Nacional de Estudios Superiores unidad Morelia

Morelia Michoacán julio de 2019.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Quiero expresar mis agradecimientos en primer lugar al Posgrado en Ciencias de la Tierra por todo el apoyo recibido para desarrollar este trabajo de investigación.

También agradecer a la Escuela Nacional de Estudios Superiores unidad Morelia así como a la Universidad Nacional Autónoma de México, por la estancia permitida para el desarrollo de esta tesis.

Agradezco también al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca de maestría otorgada para la realización de mis estudios.

De la misma manera agradezco infinitamente a mi tutor, el Dr. Mario Rodríguez Martínez por toda su dedicación hacia mi persona, por sus consejos, por su incondicionalidad de apoyo, por su destacado profesionalismo así como por las facilidades prestadas para la realización de este código y de su implementación en el Laboratorio de Ciencias Geoespaciales ([LACIGE](#)), muchas gracias Dr. Mario.

Quiero agradecer también, por la infraestructura en cómputo brindada desde el LACIGE para el desarrollo de este trabajo de investigación, al Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza (PAPIME) de la UNAM PE: 103419, *Fotografía Científica: una herramienta para el aprendizaje situado*, así como al proyecto de Infraestructura de CONACyT INFR-2015-253691, *Propuesta para equipar el Laboratorio de Ciencias GeoEspaciales de la ENES-UNAM unidad Morelia*, ambos a cargo del Dr. Mario Rodríguez Martínez.

Deseo agradecer también a los miembros de mi comité tutorial, al Dr. Joaquín Estevez Delgado y al Dr. Sinuhé Amos Refugio Haro Corzo, que junto con mi asesor, han sabido guiarme durante estos 2 años de estudio, mil gracias doctores.

Expreso mi gratitud al comité sinodal que ha sido seleccionado para la revisión de mi trabajo, a la Dra. Karina Cervantes, Dr. Héctor Durand, Dr. Lorenzo Olguin, Dr. Joaquín Estevez. Muchas gracias por el tiempo invertido y por sus deseos de contribuir al mejoramiento de mi investigación.

Finalmente deseo agradecer a todos y cada uno de los profesores de los cuales recibí cátedra durante mi formación, al Dr. Ernesto Aguilar, Dr. Julio César Ambríz, Dra. Maria Sergeeva, Dr. José Juan González, Dr. Pedro Corona y Dr. Francisco Domínguez-Mota. A todos muchísimas ¡gracias!

II

Gracias por ser tú el principio de todo esfuerzo
así como la finalidad del mismo, ALONDRA...

RAÚL GUTIÉRREZ ZALAPA

Resumen

El estudio de objetos cercanos a la Tierra (NEO's por sus siglas en inglés), es un tema de interés actual en el campo de las Ciencias Espaciales. Este trabajo se enfoca en conocer cómo podría ser afectado el territorio mexicano por la colisión por objetos de este tipo. El trabajo consta de la adaptación y adecuación de rutinas para la generación de un código numérico, escrito en PYTHON, que permita abordar los efectos del impacto de NEOs en territorio mexicano. En una primera fase, se ha desarrollado un mapa de las densidades superficiales del territorio mexicano con una resolución de 0.5° de longitud por 0.5° de latitud terrestre, el cual nos permite conocer el valor de la densidad superficial en una cierta zona geológica del país. A partir de este valor, que será reconocido como *blanco* o *target*, es incluido en las ecuaciones que describen el diámetro así como la profundidad del cráter creado por el impacto. Adicionalmente se presenta un análisis cuantitativo de 10 casos posibles de colisiones en escenarios sobre el territorio mexicano. Dicho código hace uso de parámetros fijos como: la longitud del NEO, su densidad, su velocidad, su ángulo de incidencia y el valor de la densidad en el lugar de impacto, con la finalidad de estudiar efectos posibles, durante y después de la colisión tales como la energía liberada en el impacto, el diámetro y la profundidad del cráter, la magnitud del sismo, el daño a la población así como el daño a la superficie del país. El análisis cuantitativo consta de utilizar como *impactores*, es decir, aquellos objetos de prueba que impactarían una cierta región, a NEO's de la base de datos de SENTRY CNEOS NASA así como sus respectivos parámetros. Finalmente, para probar la fidelidad del código, se tomaron datos generales de tres cráteres existentes, con la finalidad de determinar los posibles parámetros físicos de sus *impactores*, es decir, velocidad de impacto, su diámetro y densidad. Finalmente los parámetros obtenidos por el código al ser comparados con parámetros en la literatura, muestran que éstos son consistentes en todos los casos.

Abstract

The study of Near Earth Objects (NEO's for its acronym in English), is a topic of current interest in the field of Space Sciences. This work focuses on knowing how the Mexican territory could be affected by the collision by objects of this type. The work consists of the adaptation of routines for the generation of a numerical code, written in Python, that allows to address the effects of the impact of NEOs in Mexican territory. In a first phase, a map of the surface densities of the Mexican territory with a resolution of 0.5° longitude by 0.5° of latitude of the Earth has been developed, which allows us to know the value of the surface density in a certain geological zone of the country. From this value, which will be recognized as *target*, it is included in the equations that describe the diameter as well as the depth of the crater created by the impact. Additionally, a quantitative analysis of 10 possible cases of collisions in scenarios over the Mexican territory is presented. This code makes use of fixed parameters such as: the length of the NEO, density, speed, angle of incidence and the value of the density at the impact site, in order to study possible effects, during and after the collision such as the energy released in the impact, the diameter and depth of the crater, the magnitude of the earthquake, the damage to the population as well as the damage to the surface of the country. The quantitative analysis consists of using as *impactors*, that is, those test objects that would impact a certain region, NEO's of the SENTRY CNEOS NASA data base as well as its respective parameters. Finally, to prove the fidelity of the code, general data of three existing craters were taken, with the purpose of determining the possible physical parameters of its *impactors*, that is, impact speed, diameter and density. Finally, the parameters obtained by the code when compared with parameters in the literature, show that these are consistent in all cases.

Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	III
Abstract	IV
1. Características generales	9
1.1. Introducción	9
1.2. Objetos cercanos a la Tierra, NEO's	10
1.3. Tipos de NEO's y bases de datos	11
1.4. ¿Qué sabemos de los NEO's?	15
1.4.1. Composición	16
1.4.2. Origen	16
1.4.3. Estadísticas	19
2. Gravitación y fuerzas no gravitacionales	25
2.1. Gravitación	25
2.2. Problema de los tres cuerpos	26
2.2.1. Puntos de estabilidad de Lagrange	28
2.3. Descripción de órbitas	32
2.4. Análisis de órbitas	35
2.5. Efecto Yarkovsky	37
2.5.1. Componente diurno	37
2.5.2. Componente estacional	38
3. Código de análisis para territorio mexicano	41
3.1. Introducción	41
3.2. Modelos analíticos	42
3.2.1. Cráteres de impacto	45
3.2.2. Remanentes del proceso de impacto	46
3.3. Componentes adicionales al modelo	50
3.4. Adaptación del código al problema de México	51
3.4.1. Mallas	53
3.4.2. Imágenes	53

4. Análisis	59
4.1. Casos de estudio	59
4.2. Análisis del NEO 29075 (1950 DA)	60
4.3. Análisis de comparación	63
4.4. Análisis de cráteres	70
4.4.1. Cráter Arizona	71
4.4.2. Cráter Chesapeake	74
4.4.3. Cráter Chicxulub	76
5. Conclusiones y trabajo a futuro	81
5.1. Conclusiones	81
5.2. Trabajo a futuro	82
A. Apéndice	85
Bibliografía	89

Índice de figuras

1.1.	Gráfica relativa al porcentaje de asteroides mostrado en la tabla 1.1.	12
1.2.	Gráfico descriptivo de la situación de los asteroides Atiras. <i>Imagen tomada de: NASA document (2018)</i>	13
1.3.	Gráfico descriptivo de la situación de los asteroides. Aten, Sol, Mercurio H, Venus V, Tierra E, Marte M. En esta imagen el área sombreada en color verde corresponde a la región donde se distribuyen los NEA del tipo Atenas	14
1.4.	Gráfico de las órbitas de los NEO's Atenas, Apolo y Amor. <i>Imagen tomada de: (NASA document, 2018).</i>	15
1.5.	Principales regiones de procedencia de los NEO's dentro del cinturón principal. En esta imagen se puede observar que los mayores lugares de procedencia de los NEO's son de la tercer resonancia con Júpiter así como de la ν_6 resonancia secular. <i>Imagen tomada de: Harris et al. (2017).</i>	17
1.6.	Ejemplo de resonancias orbitales para el caso de Júpiter y tres de sus satélites, Io, Europa y Ganímedes.	18
1.7.	Brechas de Kirkwood. <i>Imagen tomada de: NASA/JPL.</i>	18
1.8.	Gráfica del diámetro del NEO en función de su albedo y magnitud absoluta construida con la ecuación 1.1.	20
1.9.	NEA descubiertos desde 1980 hasta la fecha, incluyendo población de PHA. <i>Imagen tomada de NASA/JPL.</i>	20
1.10.	Gráfica del total de NEA's descubiertos en función de su diámetro estimado. <i>Imagen tomada de NASA/JPL.</i>	21
1.11.	Escala Torino que nos permite conocer la probabilidad de impacto en función de la energía liberada y del tamaño del impactor. <i>Imagen tomada de: (NASA/JPL-CNEOS, 2017).</i>	21
2.1.	Problema restringido de los 3 cuerpos. Imagen tomada de Cornish (1998).	29
2.2.	Gráfica del potencial generalizado. Imagen tomada de Cornish (1998).	30
2.3.	Los cinco puntos de estabilidad de Lagrange.	32
2.4.	Gráfica con $\varepsilon < 1$ la cual describe una elipse	35
2.5.	Gráfica con $\varepsilon = 1$ la cual describe una parábola	36
2.6.	Gráfica con $\varepsilon > 1$ la cual describe una hipérbola	37
2.7.	Efecto Yarkovsky del componente diurno. Imagen tomada de Bottke, W. et al. (2006).	38

2.8. Efecto Yarkovsky del componente estacional. Imagen tomada de Bottke, W. et al. (2006)	39
3.1. Bóolidos que han ingresado al planeta y han sido detectados. Imagen tomada de: NASA/JPL.	42
3.2. Frecuencia de impacto de un NEO y energía que podría liberar en relación con su tamaño. Imagen tomada de: (National Research Council, 2010).	42
3.3. Análisis del impacto de un NEO, considerando su tamaño, población e implicaciones del impacto. Imagen tomada de: (National Science & Technology Council, 2018).	43
3.4. Gráfica de la resistencia del impactor en función de su densidad.	44
3.5. Gráfica del factor If en función de la velocidad (m/s) y de la densidad (kg/m^3), con valor de diámetro de $d = 10 m$.	45
3.6. Distintos tipos de cráteres: a) Cráter transitorio, b) Cráter simple y c) Cráter complejo. Imagen tomada de: Collins et al. (2011).	47
3.7. Gráfica comparativa de Φ' contra Φ , en cual se puede ver que la curva Φ' sólo se corre el valor f con respecto a Φ .	49
3.8. Gráfica comparativa de Φ' en función de la distancia r .	50
3.9. Gráfica comparativa entre las escalas Kanamori y Richter.	51
3.10. Análisis gráfico de la ecuación 3.4	52
3.11. Gráfica de la velocidad final de un objeto en función de su densidad y su diámetro correspondiente a la ecuación 3.19.	52
3.12. Mapa de la densidad superficial del territorio mexicano utilizando el grid desarrollado en el LACIGE.	54
3.13. Ejemplo de la aplicación del polígono del Atlas Nacional de Riesgos, la densidad de población que aparece en el lado izquierdo de la imagen pertenece al polígono romboide que luce en el centro del territorio mexicano. Imagen tomada de: Captura de pantalla de la página del Atlas Nacional de Riesgos correspondiente al 4 de Marzo de 2019.	54
3.14. Gráfica de la interpolación hecha para los datos de la tabla 3.2, los puntos señalados en azul corresponden a los valores de la tabla antes mencionada.	56
3.15. Gráfica de la población del país seriamente afectada en función de la energía liberada.	56
3.16. Gráfica de la superficie del país afectada en función de la energía liberada.	57
4.1. Análisis gráfico del NEO 29075 (1950 DA). Energía liberada y diámetro del cráter.	61
4.2. Análisis gráfico del NEO 29075 (1950 DA). Profundidad del cráter y lentes de brecha.	62
4.3. Análisis gráfico del NEO 29075 (1950 DA). Factor de ignición y radio de fuego.	62
4.4. Análisis gráfico del NEO 29075 (1950 DA). Magnitud del sismo y superficie afectada.	63
4.5. Gráfico comparativo del radio de fuego de los objetos de la tabla 4.1.	64
4.6. Gráfico comparativo de la magnitud del sismo ocasionado por los objetos de la tabla 4.1.	65
4.7. Gráfico comparativo de la superficie afectada por los objetos de la tabla 4.1.	66
4.8. Gráfica de los posibles diámetros en función de la velocidad para el caso del cráter de Arizona.	71
4.9. Gráfica de las posibles velocidades en función del diámetro para el caso del cráter de Arizona.	72

4.10. Gráfica de las posibles densidades en función de la velocidad para el caso del cráter de Arizona.	73
4.11. Gráfica de los posibles diámetros en función de la velocidad para el caso del cráter de Chesapeake.	74
4.12. Gráfica de las posibles velocidades en función del diámetro para el caso del cráter de Chesapeake.	75
4.13. Gráfica de las posibles densidades en función de la velocidad para el caso del cráter de Chesapeake.	75
4.14. Gráfica de las posibles diámetros en función de la velocidad para el caso del cráter de Chicxulub.	77
4.15. Gráfica de las posibles velocidades en función del diámetro para el caso del cráter de Chicxulub.	77
4.16. Gráfica de las posibles densidades en función de la velocidad para el caso del cráter de Chicxulub.	78
A.1. Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 <i>Psi</i> debido al impacto del objeto Bennu (1999 RQ36).	85
A.2. Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 <i>Psi</i> debido al impacto del objeto Apophis (2004 MN4).	86
A.3. Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 <i>Psi</i> debido al impacto del objeto 410777 (2009 FD).	86
A.4. Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 <i>Psi</i> debido al impacto del objeto (2019 CM4).	86
A.5. Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 <i>Psi</i> debido al impacto del objeto (2018 XB4).	87
A.6. Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 <i>Psi</i> debido al impacto del objeto (2000 SB45).	87
A.7. Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 <i>Psi</i> debido al impacto del objeto (2000 SG344).	88
A.8. Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 <i>Psi</i> debido al impacto del objeto (2006 QV89).	88
A.9. Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 <i>Psi</i> debido al impacto del objeto (2008 HJ).	88

Índice de tablas

1.1. Porcentaje de población de los NEO's. Tabla obtenida de (Lupshiko et al., 2006).	12
3.1. Factores de ignición para diversos materiales, datos tomados y traducidos de Glasstone & Dolan (1977).	49
3.2. Energía liberada (reescalada) por el impacto en relación con la población seriamente afectada, datos tomados de Harris et al. (2017).	55
4.1. Tabla de objetos potencialmente peligrosos que fungirán como <i>impactores</i> para el análisis de nuestro código. Estos valores fueron obtenidos de Sentry CNEO's NASA.	60
4.2. Valores del radio de fuego.	64
4.3. Valores de la magnitud del sismo.	65
4.4. Valores de la superficie afectada a al menos 4 <i>Psi</i> de presión.	66
4.5. Parámetros físicos debido al impacto de los objetos de la tabla 4.1. Valores obtenidos por la ejecución del código antes mencionado.	68
4.6. Parámetros físicos debido al impacto de los objetos de la tabla 4.1. Valores obtenidos por la ejecución del código antes mencionado.	69
4.7. Tabla de valores de los cráteres de estudio.	70
4.8. Posibles parámetros y efectos físicos del impacto del asteroide Arizona	73
4.9. Posibles parámetros y efectos físicos del impacto del asteroide Chesapeake	76
4.10. Posibles parámetros y efectos físicos del impacto del asteroide Chicxulub	79

Capítulo 1

Características generales

En este primer capítulo se abordan las características básicas relacionadas con los **Objetos Cercanos a la Tierra** o **NEO's** (por sus siglas en inglés), como lo son sus orígenes, su definición, clasificación, así como su composición química. Posteriormente se describirán estadísticas relacionadas con su tamaño y población, para finalmente obtener información acerca de los peligros que, dado su tamaño y probabilidad de impacto, estos objetos significan para la humanidad.

1.1. Introducción

Existen diversas teorías acerca de la formación del sistema solar, pero la más aceptable hasta ahora propone que la formación y evolución del sistema solar comenzó hace 4,568 millones de años con el colapso gravitacional de una pequeña parte de una nube molecular gigante. La mayor parte del material colapsante se aglutinó en el centro, formando el proto-Sol, mientras que el resto se aplanó en un disco protoplanetario a partir del cual se formaron los planetas (Larson, 1994). La formación de los planetas, interiores y exteriores, se debió a la unión del material que quedó restante después de la formación de la estrella, los cuerpos que no pudieron conformar un planeta como tal, quedaron únicamente como cuerpos errantes atrapados, debido a la interacción gravitacional, en órbitas alrededor del Sol, los cuerpos que no pudieron constituir un planeta se les llamó asteroides o cometas, es en esta clase de cuerpos errantes en donde se centra la atención de este trabajo. Sobretudo en aquellos cuya órbita los sitúa muy cerca de la Tierra, es decir, los **NEO's**, pues por las implicaciones de su cercanía o posible colisión, se considera que han generado cambios sustanciales en la historia del planeta, como por ejemplo en la configuración de la historia geológica y biológica (Alvarez, 1980).

Los NEO's se han convertido en un tema de interés creciente desde la década de 1980 debido a una mayor conciencia del peligro potencial que algunos de los asteroides o cometas plantean. Por citar un ejemplo, al impactar la Tierra, los asteroides más pequeños que 20 m causan ondas de choque y calor suficientemente fuertes como para dañar el entorno y poblaciones de cientos de habitantes (Rumpf et al., 2017).

El descubrimiento de (433) Eros, asteroide tipo Amor (véase sección 1.3), en 1898 estableció la existencia de una población de cuerpos parecidos a asteroides en órbitas que intersecan las de los

planetas internos. No fue sino hasta el programa *Apolo* en los años sesenta y setenta del siglo XX, que mostraron los cráteres lunares como una consecuencia de impactos en lugar de vulcanismo. Con esta evidencia en la mano, finalmente se reconoció que el sistema Tierra-Luna ha sido bombardeado incesantemente por asteroides (Morbidei et al., 2000).

Desde 1998, los Estados Unidos, la Unión Europea y otras naciones están buscando NEO's en un esfuerzo llamado *Spaceguard* (NASA document, 2018). El objetivo inicial de catalogar al menos el 90% de los NEO's que tienen tamaños de alrededor de 1 kilómetro (0,62 millas) de diámetro, tamaño que podría causar una catástrofe global en caso de un impacto con la Tierra. En años posteriores, el esfuerzo se ha ampliado a objetos tan pequeños como unos 140 metros (460 pies) de diámetro, que aún tienen potencial para generar daños a gran escala, aunque no globales (NASA document, 2018).

México es un país que cuenta con un área aproximada de $1,964,375 \text{ km}^2$. En términos físicos, esta área representa una sección considerable y nada despreciable para que un objeto proveniente del espacio (cometas o asteroides), con cierta masa, velocidad y dirección, puedan impactar en nuestro territorio. Es importante contar con modelos que permitan hacer predicciones, con base en las condiciones iniciales generadas a partir de las observaciones, para saber qué tipo de daño pudieran causar a nuestro territorio. De este modo, el objetivo final de este trabajo será construir un código en PYTHON que permita calcular o hacer predicciones cuantitativas sobre los efectos del impacto de estos objetos en territorio mexicano. Cabe mencionar que la tesis está dividida de la siguiente forma: a) Capítulo 1 responde a la pregunta ¿qué es un NEO? Así como todo lo relacionado con la clasificación de estos objetos, sus orígenes, estadísticas sobre su población así como las escalas que nos permiten determinar qué tan peligrosos son para la población, b) el Capítulo 2 se enfoca en estudio de fuerzas que definen la órbita de estos objetos, c) en el Capítulo 3 se definen los modelos matemáticos a emplear, las implementaciones novedosas a dichos modelos así como la adaptación al territorio mexicano, d) en el Capítulo 4 se reportan los casos de estudio así como los casos que sirven de *prueba* para nuestro código y finalmente e) Capítulo 5, en el que se aborda la discusión del modelo empleado del mismo modo que se analizan los resultados obtenidos.

1.2. Objetos cercanos a la Tierra, NEO's

Por definición, un cuerpo menor del sistema solar es un NEO si su aproximación más cercana al Sol q (perihelio) es menor que 1.3 unidades astronómicas (AU), donde una unidad astronómica AU , por sus siglas en inglés, equivale a $149\,597\,870\,700 \text{ m}$ o a la distancia media entre la Tierra y el Sol (Morbidei et al., 2000). Si la órbita de un NEO cruza la de la Tierra, su **Distancia de Intersección Orbital Mínima** (MOID por sus siglas en inglés) con la Tierra es 0.05 UA o menos y el objeto tiene más de 140 metros (460 pies) de diámetro, se considera un **Objeto Potencialmente Peligroso** o **PHO**, por sus siglas en inglés (JPL-NASA, 2018), de esta clase de objetos (PHO) hablaremos en la siguiente subsección.

Como ya se mencionó en la sección anterior, los objetos cercanos a la Tierra (NEO's) son cometas y asteroides que, al ser remanentes de la formación del sistema solar, han sido empujados por la atracción gravitacional del Sol así como de los planetas exteriores, principalmente Saturno y Júpiter, hacia órbitas que les permiten entrar al vecindario de la Tierra. Los planetas gigantes exteriores, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno se formaron a partir de una aglomeración de miles de millones de

cuerpos y los restos de piezas de este proceso de formación son los cometas que vemos hoy, éstos están compuestos principalmente de hielo de agua mezclados con partículas de polvo, los cometas se formaron originalmente en el frío sistema planetario externo, de ahí que su periodo orbital sea tan pronunciado o largo. De la misma manera, los asteroides de hoy son las partes restantes de la aglomeración y formación inicial de los planetas interiores que incluyen a Mercurio, Venus, la Tierra y Marte (JPL-NASA, 2018), cuerpos rocosos que sustentan esta teoría, se sitúan entre las órbitas de Marte y Júpiter, cuerpos que en su conjunto son llamados, cinturón de asteroides Morbidelli et al. (2000).

Es importante señalar que el estudio de estos cuerpos errantes es trascendental si queremos conocer más sobre el universo, ya que estos son los remanentes del proceso de formación del sistema solar, los cometas y los asteroides ofrecen pistas sobre la mezcla química de la que se formaron los planetas (JPL-NASA, 2018).

1.3. Tipos de NEO's y bases de datos

Los objetos cercanos a la Tierra se clasifican como meteoroides, cometas o asteroides, según el tamaño y la composición. Los asteroides, así como los cometas, al acercarse lo suficiente a la Tierra (1.2 AU, aproximadamente) crean “corrientes” (objetos menores que acompañan al asteroide o cometa) de meteoroides que pueden generar lluvias de meteoritos. Definamos entonces los conceptos anteriormente planteados:

- Meteoroides: objetos con diámetro menor de 1 metro;
- Cometas Cercanos a la Tierra NEC's (por sus siglas en inglés): incluyen sólo los cometas de periodo orbital corto, inferior a 200 años y $q < 1.3AU$;
- Asteroides: son la gran mayoría de los NEO's y se clasifican en tres grupos, según su semieje mayor, perihelio y afelio. Hasta el 6 de junio de 2019, se conocían 20,266 asteroides cercanos a la Tierra (JPL-NASA, 2018). Los **Asteroides Cercanos a la Tierra, NEA** (por sus siglas en inglés) sobreviven en sus órbitas sólo durante unos pocos millones de años, pues eventualmente son eliminados por perturbaciones planetarias, causando su eyección del sistema solar o una colisión con el Sol o un planeta (Morbidelli et al., 2000). El origen aceptado de estos asteroides es que provienen del cinturón principal y se transfieren al sistema solar interior a través de la atracción gravitacional-orbital con Júpiter (Morbidelli et al., 2000). También se cree que una causa podría ser el choque entre ellos mismos, que aunada a la coexistencia de los cuerpos planetarios masivos, los envían al interior de sistema solar (MPC/IAU, 2018). El cinturón de asteroides tiene espacios, conocidos como *brechas de Kirkwood* (Kirkwood gaps en inglés), donde ocurren *resonancias*, esto acontece cuando los asteroides se han movido a otras órbitas, por lo que los nuevos asteroides migran hacia las que están libres (Moons et al., 1995), concepto que explicaremos más a fondo en la subsección 1.4.2. También se cree que el efecto Yarkovsky proporciona un suministro continuo de NEA's (Morbidelli et al., 2003), efecto que explicaremos más claramente en la sección 2.5. En comparación con la masa total del cinturón de asteroides, la masa que se ha convertido en población NEA es relativamente pequeña; totalizando menos del 6% en los últimos 3,500 millones de años (IAU/MPC, 2017).

A partir de 1979, los objetos pertenecientes a la población de NEO's, que pueden acercarse y atravesar la órbita terrestre, se dividen tradicionalmente en tres grupos (los que hablaremos al final de esta subsección), de los cuales, para caracterizarlos mejor, se han empleado parámetros propios como semieje (a), perihelio (q) y afelio (Q). Cabe destacar que las abundancias relativas se refieren a un modelo de ajuste a lo observado, la tabla 1.1 muestra dichos porcentajes (Lupshiko et al., 2006).

Nombre	Semieje (AU)	Perihelio (AU) /Afelio	Porcentaje de población
Amor	$a \geq 1$	$1.017 < q < 1.3$	$32 \pm 1 \%$
Apollo	$a \geq 1$	$q < 1.017$	$62 \pm 1 \%$
Aten	$a < 1$	$Q > 0.893$	$6 \pm 1 \%$
Atiras o apoheles	$a < 1$	$Q < 0.893$	1%

Tabla 1.1: Porcentaje de población de los NEO's. Tabla obtenida de (Lupshiko et al., 2006).

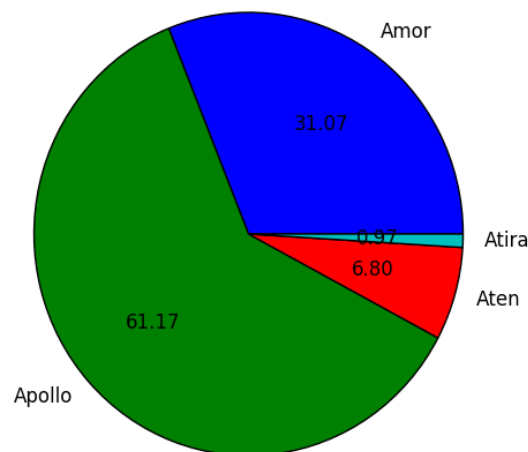


Figura 1.1: Gráfica relativa al porcentaje de asteroides mostrado en la tabla 1.1.

Las principales distinciones entre NEO's y los objetos que están en el cinturón principal radica en sus órbitas y tamaños. Los NEOs son de tamaño mucho menor en comparación con los segundos. El asteroide amor (1036) Ganimides, con un diámetro de 38.5 km, es el más grande entre los NEOs. Dos objetos, (433) Eros y (3552) Don Quijote, tienen unos 20 km de diámetro y todos los demás son menores de 10 km. Afortunadamente, los tres NEOs más grandes pertenecen al grupo amor, no son cuerpos peligrosos (al menos por ahora) porque sólo pueden acercarse a la Tierra pero no cruzan su órbita. Entre los que si cruzan la órbita terrestre están, el (1866) Sísifo que es el objeto más grande con un diámetro de cerca de 9 kilómetros. El NEO más pequeño conocido es aproximadamente de 10 m (2003 SQ 222) (Lupshiko et al., 2006). El número de NEO's en relación con tamaño (distribución poblacional) se puede estimar de la siguiente relación (Lupshiko et al., 2006):

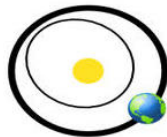
$$N(> D) = kD^{-b},$$

con un exponente $b = 1.65$ a 2.0 (Morbidelli & Vokrouhlický, 2003) y es similar a la que existen para el cinturón principal. Desafortunadamente, los datos sobre las densidades están disponibles solamente

para algunos NEOs, esto se debe principalmente a lo complejo que resulta medir su albedo y por ende su tamaño y composición. Lo que puede implicar que algunos NEOs no son cuerpos monolíticos sino estructuras “escombros-pila”, que se mantienen juntas por su propia gravedad mutua. Un ejemplo de un cuerpo tipo “escombros-pila” es el Apolo (25143) Itokawa. Pero para el Apolo más grande (1866) Sísifo ($D = 9$ kilómetros), que obviamente pertenecen a los objetos de los cuales nos gustaría saber todo lo posible, debido a su potencial peligrosidad, se estima, que tiene una densidad de 3503 kg/m^3 [Lupshiko et al. \(2006\)](#), por lo que la masa es de $\approx 9.52 \times 10^{14} \text{ kg}$. Si colisionara con la Tierra a una velocidad de 20 km/s , generaría una energía equivalente a 5×10^7 Megatones, es decir, aproximadamente 106 veces la explosión de Tunguska. Sin embargo, la frecuencia de tal acontecimiento varía entre 10^{-7} y 10^{-8} eventos por año.

Después de haber hecho una introducción sobre los tipos de NEO's, ahora describiremos de manera más detallada a cada grupo, para esto retomaremos los parámetros anteriormente dichos, semieje mayor (a), perihelio (q) y afelio (Q) y de esta manera poder definir más claramente sus características.

- **Los asteroides Atiras.** Aunque muchos expertos en el tema de NEO's no consideran a estos asteroides como un subgrupo propiamente dicho de los NEO's (y en muchas ocasiones los consideran como parte de la familia de los Atenas), debido a la poca población que representan, los Atiras o Apoheles tienen órbitas estrictamente dentro de la órbita de la Tierra (véase figura 1.2), una distancia en el afelio de un asteroide Atira Q es más pequeña que la distancia del perihelio de la Tierra (0.983 AU). Es decir, $Q < 0.983 \text{ AU}$ ([JPL-NASA, 2018](#)).



$$a < 1.0 \text{ AU}$$

$$Q < 0.983 \text{ AU}$$

Figura 1.2: Gráfico descriptivo de la situación de los asteroides Atiras. *Imagen tomada de:* [NASA document \(2018\)](#)

- **Los asteroides Atenas.** Tienen un semieje mayor de menos de 1 UA y cruzan la órbita de la Tierra. Matemáticamente, $a < 1 \text{ UA}$ y $Q > 0.983 \text{ UA}$. Es la más pequeña de las subpoblaciones, desde que (2062) Aten fue descubierto en 1976, el primer asteroide perteneciente a esta clase, se han encontrado más de 700 miembros adicionales. Se estima que el número total de Atenas mayores a los 100 metros es de 1600 ± 760 miembros, mientras que la población de mayores de 1 km está en 42 ± 31 miembros. La mayoría de las veces estos objetos pasan cerca de la órbita de la Tierra, a un cierto ángulo de inclinación, pero de vez en cuando cruzan ésta órbita y pudiesen colisionar con ella ([Badescu et al., 2013](#)). Una referencia más clara de la situación y alcances de estos asteroides se puede observar en la figura 1.3.
- **Los asteroides Apolos.** Tienen un semieje mayor de más de 1 UA y cruzan la órbita de la Tierra. Esto significa que $a > 1 \text{ UA}$ y $q < 1.017 \text{ UA}$. Donde 1.017 UA es la distancia de afelio de la Tierra. Se estima que alrededor del 62% del número total de NEO's son Apolos, también se estima que hay 462 ± 110 Apolos más grandes de 1 km y 11200 ± 2900 de más de 100 m de diámetro

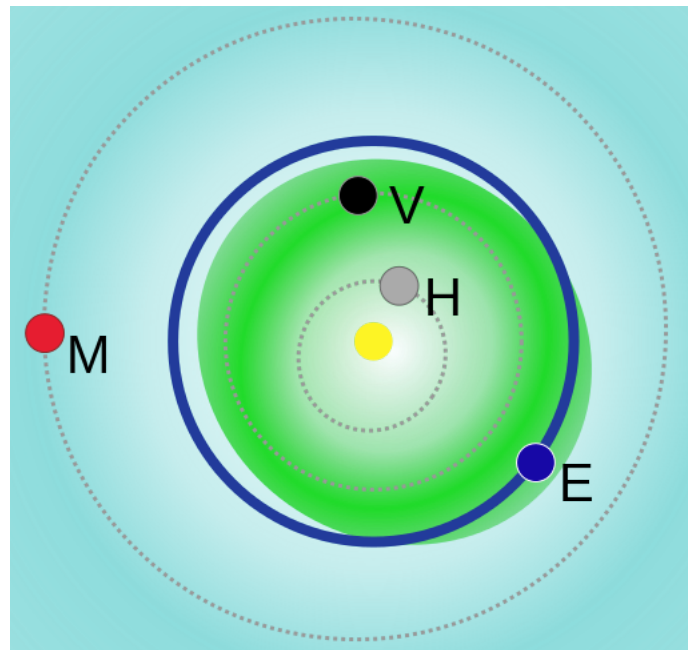


Figura 1.3: Gráfico descriptivo de la situación de los asteroides. **Aten**, **Sol**, Mercurio **H**, Venus **V**, **Tierra E**, **Marte M**. En esta imagen el área sombreada en color verde corresponde a la región donde se distribuyen los NEA del tipo Atenas

(JPL-NASA, 2018). El miembro más grande es (1866) Sísifo, con un diámetro de cerca de 10 kilómetros. La lista de los miembros bien conocidos incluye (3200) Faetón, un asteroide que se cree que es un cuerpo “padre” de la lluvia de meteoros Gemínidas que en sí mismo puede ser un fragmento del asteroide Pallas (Mainzer et al., 2012), también el (4179) Toutatis es un famoso ejemplo de un Asteroide Apolo, (6489) Golevka, un asteroide en el que se midió el efecto Yarkovsky por primera vez, (25143) Itokawa, es el primer asteroide en ser blanco de una misión de retorno, la sonda espacial japonesa Hayabusa, y (54509) Yorp cuya determinación de su tasa de rotación proporcionó la primera evidencia observacional del efecto Yorp, de ahí el nombre del asteroide (Badescu et al., 2013).

- **Los Amor** o también llamados **Eros**, tienen órbitas estrictamente fuera de la órbita de la Tierra, la distancia del perihelio de un asteroide Amor q es mayor que la distancia del afelio de la Tierra, 1.017 UA. Los asteroides Amor también se consideran NEO's debido a que cumplen la definición de estos, o sea, $1.017 \text{ UA} < q < 1.3 \text{ UA}$. Algunas órbitas de asteroides Amor cruzan la órbita de Marte (JPL-NASA, 2018). El primero descubierto, (433) Eros, pertenece a esta clase, con un diámetro de cerca de 17 kilómetros, (433) Eros es el segundo más grande NEO conocido. El NEO más grande conocido, (1036) Ganymed, es también un asteroide del tipo Amor, con un diámetro estimado de cerca de 32 kilómetros. Los Amor son el segundo grupo más poblado entre NEO's con un total estimado de 320 ± 90 miembros mayores de 1 km y 7700 ± 3200 más grandes que 100 m (Mainzer et al., 2012), hasta ahora, cerca de 3800 miembros han sido descubiertos. (Badescu et al., 2013).

Una representación de las órbitas de los 3 subgrupos antes mencionados (Atenas, Apolo y Amor) se

puede ver en la figura 1.4.

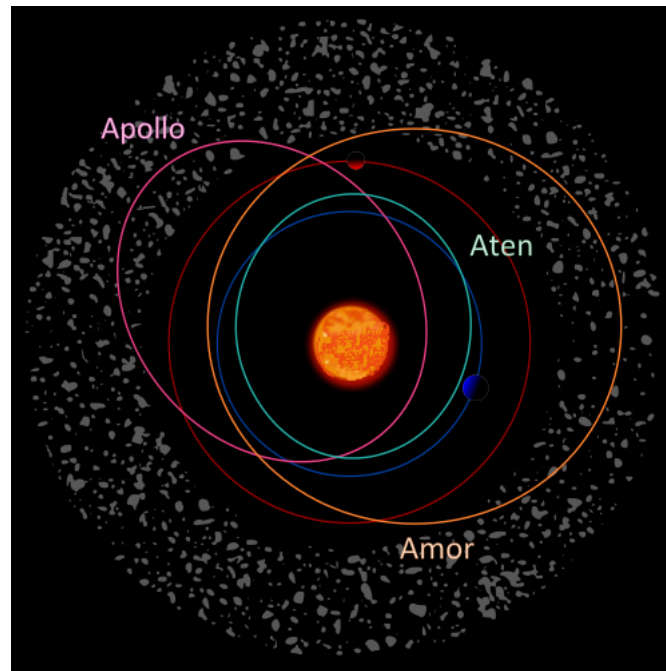


Figura 1.4: Gráfico de las órbitas de los NEO's Atenas, Apolo y Amor. *Imagen tomada de: (NASA document, 2018).*

- **Objetos Potencialmente Peligrosos.** Un objeto potencialmente peligroso es aquel cuya órbita le permite hacer acercamientos excepcionalmente cercanos a la Tierra y es lo suficientemente grande como para causar un daño regional significativo en caso de impacto [BNSC \(2000\)](#), la mayoría de estos objetos son llamados **Asteroides Potencialmente Peligrosos** o **PHA** (por sus siglas en inglés). Los asteroides potencialmente peligrosos se definen actualmente según los parámetros que miden el potencial del asteroide para realizar acercamientos amenazantes a la Tierra. Específicamente, como se dijo con anterioridad, todos los asteroides con una **Distancia de Intersección Orbital Mínima, MOID** (por sus siglas en inglés) con respecto a la Tierra de $0.05 AU$ o menos y una magnitud absoluta (H) de 22.0 o menor se consideran PHA. En otras palabras, los asteroides que pueden acercarse a $0.05 UA$ a la Tierra (aproximadamente 7,480,000 km) o que son más pequeños que aproximadamente 140 m de diámetro (es decir, $H=22.0$ con un albedo supuesto de 14%) no se consideran PHA. La mayoría de los PHA descubiertos son asteroides Apolo con 1,601 miembros, mientras que aproximadamente 169 son del grupo Atenas.

1.4. ¿Qué sabemos de los NEO's?

Se cree que un pequeño número de NEO's, los ahora asteroides (NEA's), son cometas extintos que han perdido sus materiales superficiales volátiles debido a las interacciones gravitacionales con el Sol y Júpiter ([Morbidelli et al., 2000](#)). Muchos de estos asteroides, los de mayor tamaño, tienen satélites naturales (como las de un planeta). Hasta el 15 de marzo de 2017, se sabía que 66 NEA's tenían al

menos un satélite, incluidos tres que se sabe que tienen dos. Por ejemplo [3122 Florence](#), uno de los PHO's más grandes con un diámetro de 4.9 km (2.8 millas), tiene dos satélites que miden entre 100 y 300 m (330-980 pies) de diámetro ([IAU/MPC, 2018](#)).

El tamaño de la mayoría de los asteroides sólo se puede estimar en función de su brillo, reflectividad superficial o albedo, ([NASA/JPL-CNEOS, 2018](#)). Tales estimaciones de tamaño tienen incertidumbres significativas para los asteroides individuales, ya que los albedos de asteroides pueden llegar a ser tan bajos como 0.05 y tan altos como 0.3. Usando este método, una magnitud absoluta (H) de 17.75 corresponde aproximadamente a un diámetro de 1 km ([NASA/JPL-CNEOS, 2018](#)) y una magnitud absoluta de 22.0 corresponde a un diámetro de 140 m.

1.4.1. Composición

Se puede inferir que los asteroides tienen una gran variedad de composiciones químicas utilizando las muestras recopiladas de meteoritos. Saber cuáles de ellos es probable que contengan altas concentraciones de mineral dista mucho de ser sencillo. Esta profusión compositiva se debe al pasado tan caótico y complejo de los asteroides. Los tres tipos principales de asteroides, basados en composiciones de meteoritos son: rocosos, carbonosos y metálicos. Los asteroides rocosos son condritas, es decir, la roca contiene pequeños bultos casi esféricos de diversos materiales. Pueden ser ricas en metales o pobres en metales. Los asteroides carbonosos contienen altos niveles de moléculas orgánicas complejas y hielo, particularmente agua congelada. Los asteroides metálicos son predominantemente de níquel-hierro (Ni-Fe) y suelen contener altas concentraciones de metales pesados ([Badescu et al., 2013](#)).

1.4.2. Origen

Como ya se explicó en la sección anterior, los asteroides son remanentes de la formación del sistema solar. La gran mayoría de los asteroides que orbitan cerca de la Tierra (donde algunos de ellos se pueden considerar NEO's) provienen de dos lugares en específico, el cinturón de asteroides y el cinturón de Kuiper, aunque este último aporta menos del 0.5% de los NEO's, razón por la cual el estudio de este trabajo estará más concentrado en el estudio del cinturón principal de asteroides.

En 1596 en su *Mysterium Cosmographicum* Johannes Kepler dijo: “entre Marte y Júpiter, yo colocaría un planeta”, mientras analizaba los datos de Tycho Brahe, Kepler dedujo que había una brecha demasiado grande entre las órbitas de Marte y Júpiter como para no estar habitada por planeta alguno ([Dawn Magazine, 2010](#)).

El 1 de enero de 1801, Giuseppe Piazzi, Presidente de Astronomía en la Universidad de Palermo, Sicilia, encontró un pequeño objeto en movimiento con una órbita que concordaba con la posición antes descrita por Kepler. Lo bautizó con el nombre de Ceres, debido la diosa romana de la cosecha y patrona de Sicilia, descubrimiento que concordaba con la ley de Titus-Bode. Piazzi inicialmente creyó que era un cometa, pero la carencia de un cola le sugirió que era un planeta ([Dawn Magazine, 2009](#)). Quince meses más tarde, Heinrich Olbers descubrió un segundo objeto en la misma región, Pallas. Debido a su rápido movimiento, en 1802, William Herschel sugirió que se colocaran en una categoría separada, denominada asteroides, ya que, asteroides en griego, significa “como estrella” ([Dawn Magazine, 2010](#)).

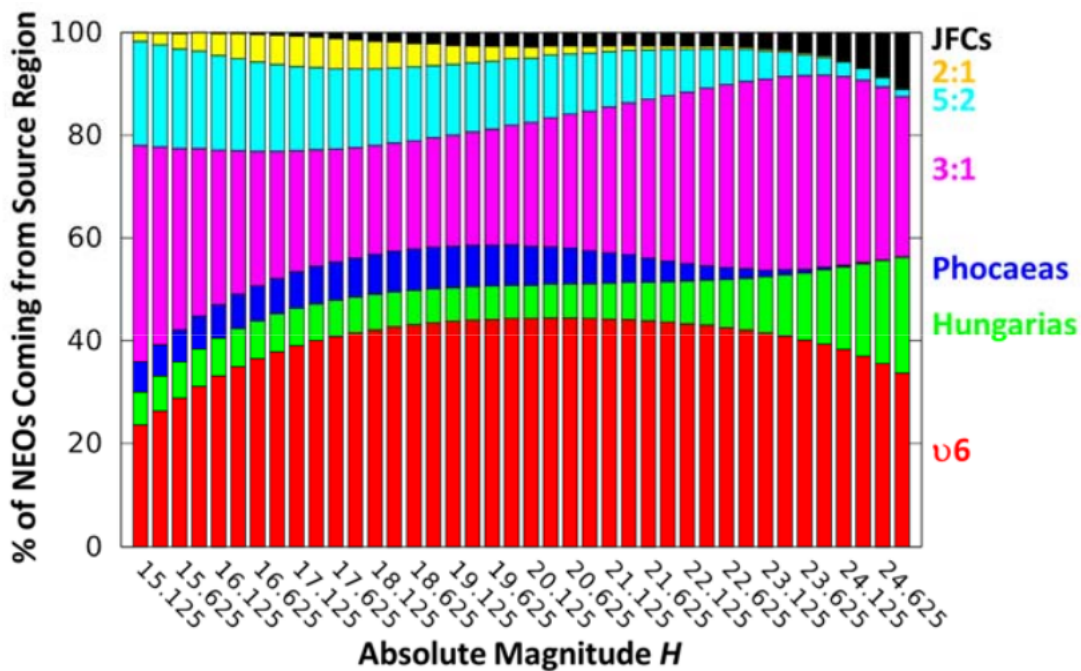


Figura 1.5: Principales regiones de procedencia de los NEO's dentro del cinturón principal. En esta imagen se puede observar que los mayores lugares de procedencia de los NEO's son de la tercer resonancia con Júpiter así como de la v_6 resonancia secular. *Imagen tomada de: Harris et al. (2017).*

En 1807, una investigación adicional reveló dos nuevos objetos en la región: Juno y Vesta. A pesar de la acuñación de Herschel, por varias décadas seguía siendo práctico común referirlos como planetas y fijar sus nombres con los números que representaban su fecha del descubrimiento: 1 Ceres, 2 Pallas, 3 Juno, 4 Vesta. Sin embargo, en 1845 astrónomos detectaron un quinto objeto, Astraea, y poco después, se encontraron con muchos más objetos. Contarlos entre los planetas se volvió cada vez más difícil. Eventualmente, fueron retirados de la lista de los planetas y dejarlos en el termino que Herschel decía (Cunningham, 1984), la expresión cinturón de asteroides entró en uso a principios de la década de 1850. En 1888 100 asteroides habían sido localizados, y en 1891 dada la introducción de la Astrofotografía por Max Wolf, se aceleró el índice de descubrimiento aún más (NASA/JPL, 2010) un total de 1000 asteroides habían sido encontrados para el año de 1921, 10000 por 1981, y 100000 para 2000 (Estadística NASA, 2018). Los sistemas modernos de búsqueda de asteroides ahora utilizan medios automatizados para localizar nuevos objetos menores, basados en puntos deslumbrantes de luz.

Los objetos que se convertirían en el cinturón de asteroides, eran demasiado fuertemente perturbados por la gravedad de Júpiter y esto les impidió formar un planeta. Pero continuaron orbitando el Sol colisionando entre ellos ocasionalmente (Petit J., 2001). La forma en como el cinturón de asteroides alimenta de NEO's al sistema solar esta basado en un par de suposiciones, la primera establece que los choques entre ellos causan que alguno salga de su órbita y se interne, debido a la atracción gravitacional, a una órbita mas cerrada entorno al Sol y en algunas ocasiones dicha órbita los acerque a la Tierra tanto como para adquirir el nombre de NEO's. La segunda hipótesis dice que por causa de la atracción gravitacional de Júpiter, se forma (en el cinturón principal) un fenómeno llamado brechas de Kirkwood. Para entender este concepto, primero debemos entender el concepto de resonancia orbital (véase figura

1.6). Una resonancia orbital se produce cuando dos cuerpos en órbita ejercen una influencia gravitacional entre sí, generalmente porque sus períodos orbitales están relacionados por una proporción de enteros. El principio de la física detrás de la resonancia orbital es similar en concepto a empujar a un niño en un columpio, donde la frecuencia con la cual se le empuja al niño sea una proporción al periodo del columpio: $2 : 1$, $3 : 1$, $5 : 2$, en general, $n : k$ con $n, k \in \mathbb{N}$.

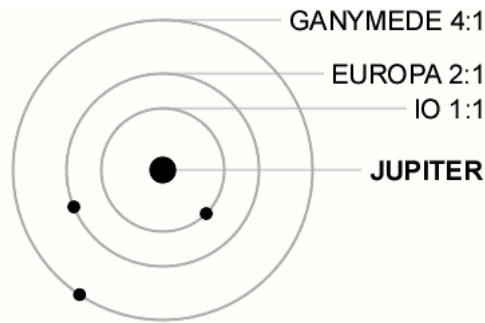


Figura 1.6: Ejemplo de resonancias orbitales para el caso de Júpiter y tres de sus satélites, Io, Europa y Ganimedes.

Las brechas de Kirkwood (traducción más aceptada en la literatura para Kirkwood gaps) son una caída en la distribución de las órbitas de los asteroides del cinturón principal, estos corresponden a las ubicaciones de las resonancias orbitales con Júpiter. Cuando se “empatan” las resonancias de Júpiter (véase figura 1.7) y de algunos miembros del cinturón principal, es decir, cuando hay resonancia, entonces se produce una perturbación gravitacional que desemboca en que alguno de los asteroides salga de su órbita y se interne en orbitas más cerradas al sol y tal vez se convierta en un NEO.

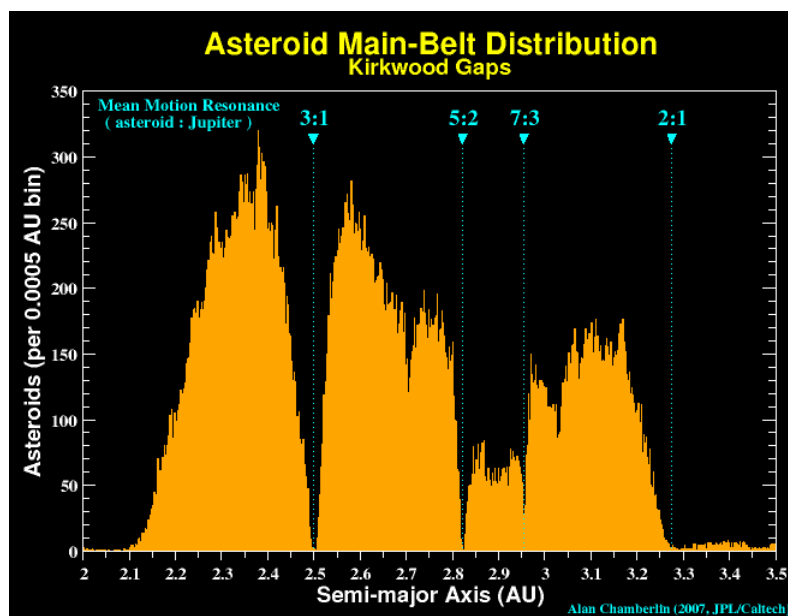


Figura 1.7: Brechas de Kirkwood. Imagen tomada de: [NASA/JPL](https://www.nasa.gov).

1.4.3. Estadísticas

Con más del 90% de los objetos cercanos a la Tierra de más de un kilómetro ya descubiertos, los programas de búsqueda de NEO se están centrando ahora en encontrar el 90% de la población de NEO's mayor de 140 metros (JPL-NASA, 2018). El tamaño de estos objetos se puede deducir aproximadamente de la magnitud absoluta estimada de un asteroide H y una reflectividad asumida a o albedo, la expresión que relaciona el diámetro (en kilómetros) con la magnitud y el albedo (Harris et al., 1997) es:

$$d = 10^{(3.1236 - 0.5 \log_{10}(a) - 0.2H)}. \quad (1.1)$$

La magnitud absoluta H , que para el caso del Sol 4.83 en la V-banda (amarillo) y B-banda (azul) (Evans, 2012), es una medida del brillo medio intrínseco del asteroide estimado a partir de mediciones de sus magnitudes aparentes en los distintos tiempos que se ha observado, a varias distancias y en varios ángulos de fase (JPL-NASA, 2018), la expresión que nos permite conocer el valor de H en función de la luminosidad del cuerpo es $H = M_{\odot} - 2.5 \log_{10} \left(\frac{L}{L_{\odot}} \right)$, donde $M_{\odot} = 4.74$ y $L_{\odot} = 3.839 \times 10^{26} W$, que es la magnitud absoluta y la luminosidad del sol respectivamente. Debido a que la forma real del asteroide es generalmente desconocida, se asume, en un principio, simplemente esférico. El albedo geométrico es la relación entre el brillo de un cuerpo en un ángulo de fase cero (cenit) y el brillo de un disco perfectamente difuso con la misma posición y tamaño aparente que el cuerpo, para los asteroides, el albedo toma valores entre 0.05 y 0.30. Se mostró (para los asteroides de cinturón principal) que existe una correlación aproximada entre el albedo y la clase espectral taxonómica (Pravec et al., 2012). Pero como la clase taxonómica de la mayoría de los NEO's es muy compleja de saber o calcular y por lo tanto desconocida, simplemente usamos un albedo promedio asumido del 14% para estimar todos los tamaños de los NEO's (ver gráfica 1.8). Con esta asunción, un NEO esférico de un kilómetro corresponde a un valor H de 17.75 y a de 0.14 o sea el 14% antes mencionado. Dado que los valores de H estimados son inciertos y tomar el albedo del 14% es sólo una media muy superficial que representa una cierta distribución de albedo, el tamaño obtenido es muy errático en primera instancia (Pravec et al., 2012), sin embargo, estas estadísticas son útiles ya que a la postre se pulen debido al monitoreo y continua observación.

A partir de mayo de 2018, se han clasificado 889 nuevos NEA's (NASA/JPL-CNEOS, 2018), incluyendo 155 PHA que miden al menos 1 km de diámetro. A partir del 25 de junio de 2018, según las estadísticas mantenidas por CNEOS, se han descubierto 18,445 NEO's, 107 cometas cercanos a la Tierra y más de 18,338 asteroides cercanos a la Tierra, de estos últimos 1,914 han sido clasificados como asteroides potencialmente peligrosos (PHA) (JPL-NASA, 2018). También se ha podido obtener información (utilizando la ecuación anteriormente planteada) acerca de su tamaño en relación con el total de objetos descubiertos, las gráficas 1.9 y 1.10 representan mejor lo anteriormente planteado.

Conociendo el tamaño de los NEO's así como la cantidad de ellos lo siguiente es conocer o cuantificar el posible daño que uno de estos bólidos causaría si llegara a impactar, para ello en 1999 fue adoptada, por la IAU, la escala de Torino. La escala de Torino es una herramienta para categorizar los posibles eventos de impacto en la Tierra. Una escala de enteros que varía de 0 a 10 con codificación de colores asociada, está destinada principalmente a facilitar la comunicación pública por parte de la comunidad de monitoreo de peligros de impacto de asteroides. La escala de captura la probabilidad

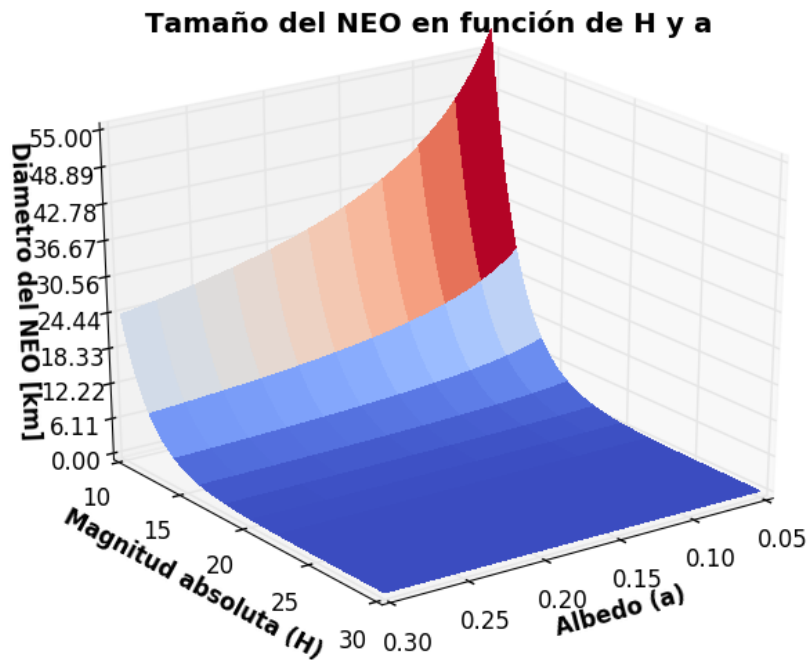


Figura 1.8: Gráfica del diámetro del NEO en función de su albedo y magnitud absoluta construida con la ecuación 1.1.

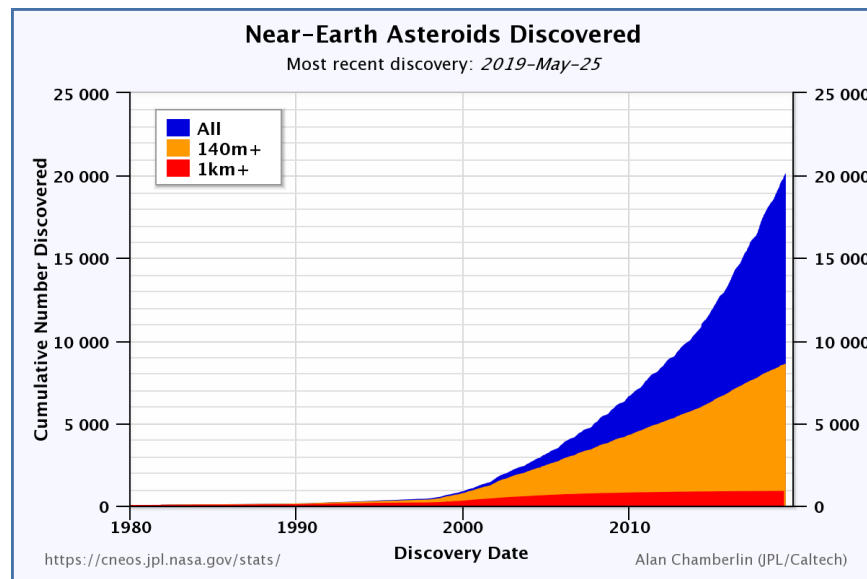


Figura 1.9: NEA descubiertos desde 1980 hasta la fecha, incluyendo población de PHA. *Imagen tomada de NASA/JPL.*

y las consecuencias de un evento de impacto potencial, pero no considera el tiempo restante hasta el impacto potencial. Los eventos más extraordinarios están indicados por un valor más alto de la escala de Torino (CNEOS-Escala Torino, 2018). Cabe resaltar que esta escala está diseñada para comunicar al público el riesgo asociado de un posible impacto.

A continuación se describe la figura 1.11 con base en datos de (CNEOS-Escala Torino, 2018):

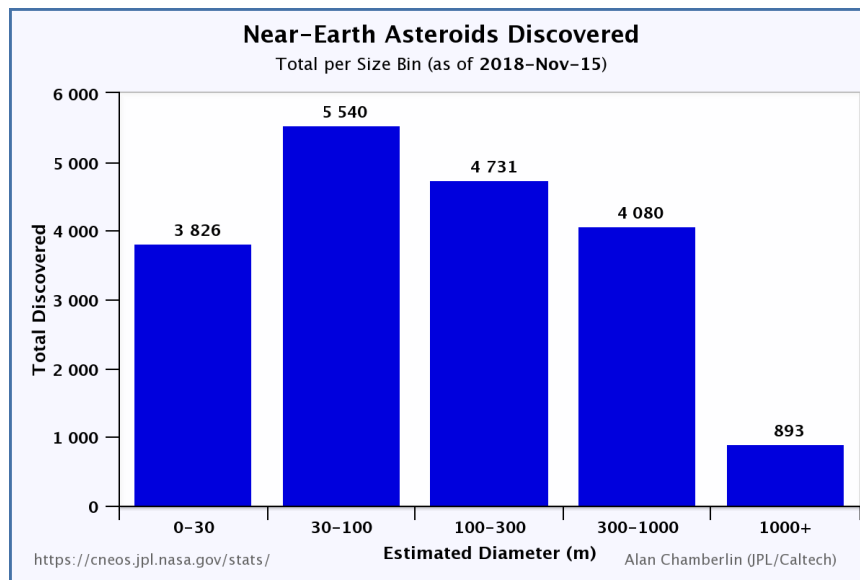


Figura 1.10: Gráfica del total de NEA's descubiertos en función de su diámetro estimado. *Imagen tomada de NASA/JPL.*

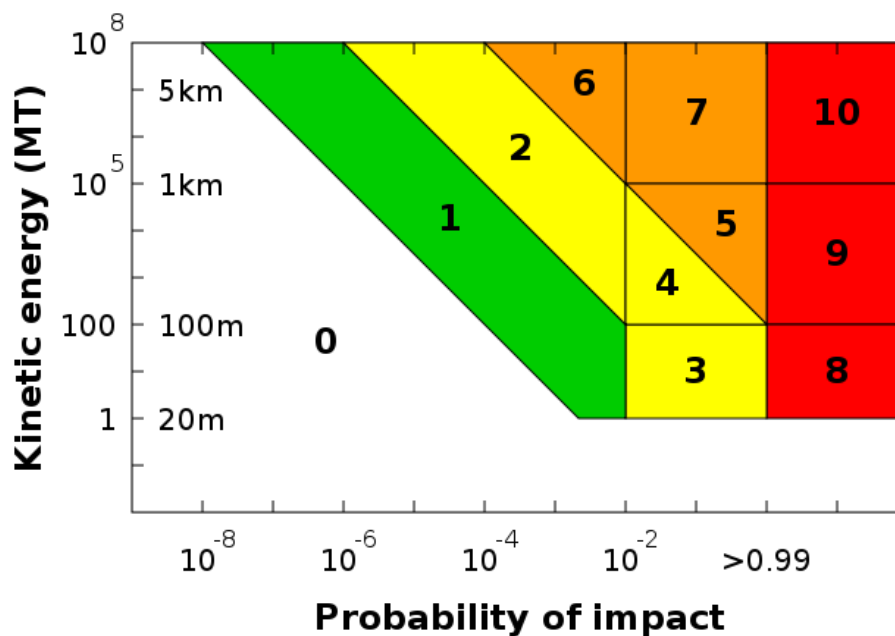


Figura 1.11: Escala Torino que nos permite conocer la probabilidad de impacto en función de la energía liberada y del tamaño del impactor. *Imagen tomada de: (NASA/JPL-CNEOS, 2017).*

■ **Zona blanca** (Sin peligro):

- 0: La probabilidad de una colisión es cero, o es tan baja como para ser efectivamente cero. También se aplica a objetos pequeños, como meteoritos y cuerpos que se queman en la atmósfera, así como a caídas de meteoritos poco frecuentes que rara vez causan daños.

■ **Zona verde** (Normal):

- 1: Un descubrimiento rutinario en el que se predice un paso cerca de la Tierra que no representa un nivel inusual de peligro. Los cálculos actuales muestran que la posibilidad de una colisión es extremadamente improbable sin motivo para la atención pública o la preocupación pública. Es muy probable que las nuevas observaciones telescópicas lleven a la reasignación al nivel 0.

■ **Zona amarilla** (Merece atención por los astrónomos):

- 2: Un descubrimiento, que puede convertirse en rutina con búsquedas expandidas, de un objeto que se encuentra cerca de la Tierra, pero que no es muy inusual. Si bien merecen la atención de los astrónomos, no hay motivo para la atención pública o la preocupación pública, ya que es muy poco probable que ocurra una colisión real.
- 3: Un encuentro cercano, mereciendo atención por parte de los astrónomos. Los cálculos actuales dan un 1 % o más de probabilidad de colisión capaz de destrucción localizada. La atención por parte del público y de los funcionarios públicos merece la pena si el encuentro está a menos de una década.
- 4: Un encuentro cercano, mereciendo atención por parte de los astrónomos. Los cálculos actuales dan una probabilidad del 1 % o más de colisión capaz de devastación regional. La atención por parte del público y de los funcionarios públicos merece la pena si el encuentro está a menos de una década.

■ **Zona naranja** (Amenazante):

- 5: Un encuentro cercano que plantea una amenaza seria, pero aún incierta, tal vez sólo de devastación regional. La atención crítica de los astrónomos es necesaria para determinar de manera concluyente si ocurrirá o no una colisión. Si el encuentro está a menos de una década, se puede justificar una planificación de contingencia gubernamental.
- 6: Un encuentro cercano por un objeto grande que representa una amenaza seria pero aún incierta de una catástrofe global. La atención crítica de los astrónomos es necesaria para determinar de manera concluyente si ocurrirá o no una colisión. Si el encuentro está a menos de tres décadas, la planificación de contingencia gubernamental puede estar justificada.
- 7: Un encuentro muy cercano por un objeto grande, que si ocurre este siglo, plantea una amenaza sin precedentes pero aún incierta de una catástrofe global. Para tal amenaza en este siglo, la planificación de contingencia internacional está justificada, especialmente para determinar de manera urgente y concluyente si se producirá una colisión.

■ **Zona roja** (Colisión certera):

- 8: Una colisión es segura, capaz de causar destrucción localizada por un impacto en la tierra o posiblemente un tsunami si está cerca de la costa. Tales eventos ocurren en promedio entre una vez por cada 50 años y una vez por varios 1000 años.

- 9: Una colisión es segura, capaz de causar una devastación regional sin precedentes por un impacto en la tierra o la amenaza de un gran tsunami por un impacto en el océano. Tales eventos ocurren en promedio entre una vez cada 10,000 años y una vez por 100,000 años.
- 10: Una colisión es segura, capaz de causar una catástrofe climática global que puede amenazar el futuro de la civilización tal como la conocemos, ya sea que afecte la tierra o el océano. Tales eventos ocurren en promedio una vez cada 100,000 años, o menos frecuentemente.

A partir del 30 de junio de 2018, hay 847 NEA's en la página de riesgos de impacto de Sentry en el sitio web de la NASA. Un número significativo de estos NEA tiene un diámetro igual o inferior a 50 metros y ninguno de los objetos enumerados se coloca ni siquiera en la “zona verde” (Escala 1 de Torino), lo que significa que ninguno merece la atención del público en general ([NASA/JPL-CNEOS, 2017](#)).

Por otra parte, la escala de riesgo de impacto técnico de Palermo fue desarrollada para permitirle a los especialistas en NEO's clasificar y priorizar los riesgos de impacto potenciales que abarcan una amplia gama de fechas de impacto, energías y probabilidades. Los valores de escala reales menores que -2 reflejan eventos para los cuales no hay consecuencias, mientras que los valores de escala de Palermo entre -2 y 0 indican situaciones que merecen un monitoreo cuidadoso. Los impactos potenciales con valores positivos de la Escala de Palermo generalmente indicarán situaciones que merecen cierto nivel de preocupación. La escala compara la probabilidad del impacto potencial detectado con el riesgo promedio planteado por objetos del mismo tamaño o más grandes a lo largo de los años hasta la fecha del impacto potencial (casos que ya han ocurrido). Este riesgo promedio de impactos aleatorios se conoce como riesgo de fondo. Por conveniencia, la escala es logarítmica, por lo que, por ejemplo, un valor de Escala de Palermo de -2 indica que el evento de impacto potencial detectado es solo un 1%, un valor de 0 indica que el evento único es tan amenazante como el peligro de fondo, y un valor de $+2$ indica un evento que es 100 veces más probable que un impacto de fondo ([CNEOS-Escala Palermo, 2018](#)). La escala Palermo está logaritmo base 10 con relación al riesgo R o sea:

$$P_S = \log_{10}(R),$$

donde $R = \frac{P_I}{f_B DT}$, con P_I siendo la probabilidad de impacto y DT es el tiempo hasta el evento potencial, medido en años. La frecuencia de impacto de fondo anualmente es $f_B = 0.03E^{-4/5}$, donde E es la energía radiada y medida en megatones.

La importancia actual de estudiar a los NEOs u objetos menores del Sistema Solar, radica en conocer lo mejor posible su dinámica en el entorno de nuestro planeta, que permita verificar la existencia de peligros para nuestra civilización relativos a probables impactos en el corto y mediano plazo. Desde luego que esto es una tarea que ha cobrado mayor importancia entre los científicos actualmente. Cabe mencionar que el rol que han jugado los asteroides o cometas que han impactado nuestro planeta, ha sido trascendental para entender la evolución geológica e incluso biológica del mismo en un contexto del origen de la vida en nuestro planeta.

En México, se está impulsando cada vez más el estudio y monitoreo de este tipo de objetos, por ejemplo la Red Mexicana de Detección de Meteoros [Cordero-Tercero et al. \(2016\)](#). El estudio de estos objetos implica, entre otras cosas, la generación y adecuación de programas de cómputo *ad hoc*

que permitan entender que sucedería en el escenario de un posible impacto de este tipo de objetos y que es en gran medida el trabajo fundamental que se ha desarrollado en este trabajo de investigación. Atender esta problemática en México, permitirá al país contar con mayor independencia predictiva en el contexto de los NEOs y cuerpos menores del Sistema Solar a través de la investigación desarrollada en el Laboratorio de Ciencias GeoEspaciales (LACIGE, www.lacige.unam.mx) con quienes se colabora en varios niveles con Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) y la Agencia Espacial Mexicana (AEM).

En el contexto antes mencionado, es vital plantearse preguntas que sean guía en esta investigación, dichas preguntas son, entre muchas otras, las siguientes: ¿Cuáles son los parámetros más importantes y/o relevantes durante el ingreso de un NEO a la Tierra? ¿Cómo se ve afectado el impacto dependiendo del tipo de objetivo (target) dependiendo del tipo de densidad promedio en el territorio mexicano? ¿Cómo varía la escala de altura a la cuál explotan estos objetos dependiendo de su masa? ¿Cómo depende el tamaño del cráter de impacto de la velocidad de impacto, de la densidad del medio blanco y del impactor? ¿Puede calcularse la magnitud del sismo generado por el impacto de meteoroides y de qué depende? Estas interrogantes serán abordadas a lo largo de este trabajo desde el punto de vista teórico pero también retroalimentadas con información de las bases de datos del Minor Planetary Center (MPC).

Capítulo 2

Gravitación y fuerzas no gravitacionales

Este segundo Capítulo aborda temas sobre las fuerzas gravitacionales y no gravitacionales como principales influencias en las órbitas de los NEO's. Se presenta el problema de los tres cuerpos y con ello una solución particular de este problema, los puntos de estabilidad de Lagrange. También se estudian los tipos de órbitas a partir de la mecánica celeste y finalmente se describe el efecto Yarkovsky como la principal influencia no gravitacional sobre las órbitas de estos objetos.

2.1. Gravitación

Con la teoría geocéntrica como una idea que parecía encajar muy bien en la representación del Universo, la gravedad no parecía requerir mucha explicación: era apenas “una fuerza que traía cosas a un lugar natural”. Pero en el siglo XVI con la llegada de la astronomía de Copérnico, se necesitaba algo más para explicar las interacciones celestes, es decir la gravedad comenzaba a tomar relevancia. Fue a principios del siglo XVI, cuando Galileo señaló que la fuerza de la gravedad parece depender sólo de la masa de un objeto, y no de alguna de sus otras características, pues descubrió que los cuerpos caen a un mismo ritmo. Sus herramientas eran un plano inclinado para frenar la caída, un reloj de agua para medir su duración, y también un péndulo, estas observaciones fueron mejoradas más adelante por Christaan Huygens ([Weinberg, 1972](#)). Durante el mismo siglo XVI, Kepler (basado en las observaciones de Tycho Brahe) logró proponer 3 leyes fundamentales que permitían entender de mejor manera la mecánica celeste. En especial la tercer ley fue un avance sumamente significativo sobre el movimiento planetario. Tiempo después, a comienzos del siglo XVII en el texto “Principia”, Isaac Newton describió la gravedad como una causa que opera sobre el Sol y los planetas “según la cantidad de materia sólida que éstos contengan” y se propaga por todos lados. Dedujo además que esta fuerza disminuye siempre como el cuadrado inverso de las distancias entre dos masas ([Weinberg, 1972](#)).

La mecánica newtoniana definió una familia de marcos de referencia, los llamados marcos inerciales, dentro de los cuales las leyes de la naturaleza toman la forma dada en el texto “Principia” ([Weinberg, 1972](#)). Por ejemplo, las ecuaciones para un sistema de partículas de punto que interactúan gravitacionalmente

$$m_N = \frac{d^2 x_N}{dt^2} = G \sum_M \frac{m_N m_M (x_M - x_N)}{|x_M - x_N|^3},$$

donde G es la constante universal (establecida por Cavendish), m_N es la masa de la partícula de N -ésima y X_N es su vector de posición cartesiano al tiempo t . Es sencillo comprobar que estas ecuaciones toman la misma forma cuando se escribe en términos de un nuevo conjunto de coordenadas espacio-tiempo:

$$x' = Rx + vt + d,$$

$$t' = t + \tau,$$

donde v , d , y T son constantes reales, y R es cualquier matriz ortogonal real. Pero la idea de Newton era consistente con la mecánica relativista de Galileo y esto, de cierta manera, restringía el movimiento a velocidad constante. La primera inconsistencia sobre la teoría de Newton apareció a mediados de la década de los 60's del siglo XIX cuando Maxwell describió la teoría electromagnética, teoría que no satisfacía los postulados de la relatividad galileana y por lo tanto tampoco la de Newton. El primer ataque contra el espacio absoluto newtoniano fue lanzado en los años 1880 por el filósofo austríaco Ernst Mach el cual establece que hay cierta influencia de la masa de la Tierra y de los otros cuerpos celestes"que determina los marcos inerciales, a esto se llama el principio de Mach (Weinberg, 1972).

Una década más tarde de haberse establecido este principio, Lorentz propuso una nueva manera de considerar el movimiento relativo, estas nuevas ecuaciones, llamadas transformaciones de Lorentz, no consideraban un marco de referencia absoluto o espacio absoluto. Ecuaciones que a la postre sirvieron como base fundamental para que en 1906 Einstein estableciera el principio de relatividad restringida. Einstein influenciado por las ideas y cálculos de Hilbert y Poincaré sobre variedades diferenciales y espacios de dimensión N , y a sabiendas que su primer postulado carecía de validez absoluta (pues no consideraba la aceleración de la masa), propuso así, en 1916 la teoría de la relatividad general y con ella el compendio o resumen de la acción de la masa en el espacio tiempo (ecuación 2.1), la gravitación (Weinberg, 1972)

$$R_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}. \tag{2.1}$$

2.2. Problema de los tres cuerpos

En la física y en la mecánica clásica, el problema de los tres cuerpos plantea la posibilidad de conocer las posiciones y velocidades iniciales de tres masas puntuales y resolver su movimiento dictado por las leyes del movimiento de Newton y de la gravitación universal. Este problema es un caso especial del problema de los n cuerpos. A diferencia del problema de dos cuerpos, no existe una solución de forma analítica para todos los conjuntos de condiciones iniciales, y generalmente se requieren métodos numéricos (Albouy, 2002). Históricamente, el primer problema específico de tres cuerpos que recibió un estudio extendido fue el que involucró a la Luna, la Tierra y el Sol. Ahora, un problema de tres cuerpos es una clase de problemas en la mecánica clásica o cuántica que modela el movimiento de tres partículas. Este problema comenzó con los estudios perturbativos del propio Newton sobre las

desigualdades del movimiento lunar, pues no se explicaba de una manera consistente el acercamiento o alejamiento de la Luna. En la década de 1740 se constituyó como la búsqueda de soluciones (o al menos soluciones aproximadas) de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias debido a la influencia de las obras de Euler, Clairaut y d'Alembert (en particular, la explicación de Clairaut del movimiento de la Luna). Muy desarrollada por Lagrange, Laplace y sus seguidores, la teoría matemática entró como una nueva herramienta que podía resolver dicho problema, y finales del siglo XIX con las obras de Poincaré, se le dio un nuevo enfoque hacia su resolución basada en la matemática abstracta. Finalmente, desde la década de 1950 con el desarrollo de las computadoras y sus algoritmos (Albouy, 2002). Si bien el problema de dos cuerpos es integrable y sus soluciones se entienden completamente, las soluciones del problema de tres cuerpos pueden ser de una complejidad arbitraria y están muy lejos de ser completamente entendidas. La siguiente forma de las ecuaciones de movimiento, utilizando una función de fuerza U (relacionada al potencial gravitacional), se remonta a Lagrange, quien inició el estudio general del problema: si \vec{r}_i es la posición del cuerpo i en el espacio euclidiano $E \equiv \mathbb{R}^n$:

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \sum_{j \neq i} m_i m_j \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{\|\vec{r}_j - \vec{r}_i\|^3} = \frac{\partial U}{\partial \vec{r}_i}, \quad i = 1, 2, 3,$$

donde

$$U = \sum_{i < j} \frac{m_i m_j}{\|\vec{r}_j - \vec{r}_i\|}.$$

Como ya se mencionó, durante más de 300 años ha habido diversas motivaciones diferentes para resolver el problema de los tres cuerpos. En la actualidad, podemos resolver cualquier problema de tres cuerpos, comenzando desde las posiciones, velocidades y masas conocidas de los tres cuerpos, utilizando una computadora. Por supuesto, existe una limitación de la precisión del cálculo que puede ser bastante significativa en algunos casos. En la parte de la Astrofísica, la solución del problema generalmente implica mucho más que un cálculo de una sola órbita. Entonces el cálculo de las órbitas es solo una herramienta; uno tiene que tener una comprensión más profunda del proceso de los tres cuerpos para dar sentido a la cantidad limitada de información que se puede derivar de los cálculos de la órbita (Albouy, 2002). Por ejemplo, un problema en esta rama, casi siempre se aborda identificando un sistema binario y un tercer cuerpo, el sistema binario se puede tratar como una entidad única con ciertas propiedades “internas” descritas por sus masas que lo componen, por su energía y momento angular, así como por su orientación en el espacio. Este sistema binario interactúa con un tercer cuerpo, lo cual cambia las propiedades internas del primero. Al mismo tiempo, el tercer cuerpo absorbe cualquier energía que se emita del sistema binario (Valtonen & Karttunen, 2005). Del mismo modo, la conservación del momento angular entre el sistema binario y el tercer cuerpo se debe satisfacer. Obviamente esta consideración dista mucho de lo que pasa realmente, pues se condiciona demasiado el problema y aunque en muchos casos resulta una buena representación o aproximación, los resultados no son exactos.

Como ya se mencionó, en la actualidad, la Astrofísica de tres cuerpos está motivada principalmente por la necesidad de comprender el papel de los sistemas binarios, por ejemplo en la evolución de los sistemas estelares. Durante la mayor parte del tiempo, un binario actúa como una sola estrella en un sistema estelar. Las distancias entre las estrellas son grandes en comparación con los tamaños de

éstas mismas e incluso en comparación con los tamaños de las órbitas cercanas. Durante un momento relativamente breve, un sistema binario y una tercera estrella interactúan fuertemente, una “nueva” forma binaria (las dos existentes más la tercera) y una “nueva” tercer estrella entran en escena. La importancia del proceso radica en su capacidad para redistribuir la energía y el momento angular de manera eficiente (Valtonen & Karttunen, 2005). Estos diversos escenarios pueden reproducirse mediante cálculos de órbita numérica. Las órbitas de miles de estrellas se pueden calcular en una simulación de un cúmulo de estrellas. A pesar de que estas simulaciones ahora han alcanzado un gran nivel de complejidad y confiabilidad, todavía distan mucho de sustituir al problema de los tres cuerpos pero ayudan a que se tenga una mejor comprensión más profunda de este proceso evolutivo. Una analogía a este proceso se realiza para las órbitas de los objetos que viven en nuestro sistema solar, por ejemplo para el estudio de un objeto que, abstraído de todos los demás existentes, forman, junto con la Tierra y el Sol, un problema de tres cuerpos, situación que veremos en la siguiente subsección 2.2.1. La referencia inmediata para atacar el problema de los n cuerpos en el sistema solar es hacer referencia a los procesos estocásticos como el [Rosseta code](#) o el método Monte Carlo.

2.2.1. Puntos de estabilidad de Lagrange

En 1772, el matemático italiano-francés Joseph-Louis Lagrange proporcionó una solución analítica al problema restringido de tres cuerpos, describiendo cinco posiciones en la órbita de un cuerpo alrededor de otro. Como parte de la solución de este problema se tienen 5 puntos conocidos como los puntos de Lagrange y se enuncia de la siguiente manera: *Cualquier sistema con dos cuerpos orbitará alrededor de su centro común de masa. Cuando esta órbita es casi circular, y un tercer cuerpo de masa despreciable orbita estos dos cuerpos más grandes, si está colocado en cualquiera de estos cinco puntos entonces experimentará una fuerza neta igual a cero mientras se mantenga la órbita circular de sus cuerpos iniciales* (Badescu et al., 2013).

Cabe resaltar que a pesar de que el problema restringido a que dos de las masas sean mucho más pesadas que la tercera, este representa una muy buena aproximación para el estudio de NEO's, pues las dos masas considerables pueden ser el Sol y la Tierra y la tercera un objeto del tipo NEO.

Un procedimiento para encontrar los puntos de Lagrange, se basa en el trabajo de (Cornish, 1998): buscamos soluciones a las ecuaciones de movimiento que mantienen una separación constante entre los tres cuerpos. Si M_1 y M_2 son las dos masas y \vec{r}_1 y \vec{r}_2 son sus respectivas posiciones, entonces la fuerza total ejercida sobre una tercera masa m , donde $m \ll M_1, M_2$ pero lo suficientemente grande para ser considerada (véase la imagen 2.1), en una posición \vec{r} , será:

$$\vec{F} = -\frac{GM_1m}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3}(\vec{r} - \vec{r}_1) - \frac{GM_2m}{|\vec{r} - \vec{r}_2|^3}(\vec{r} - \vec{r}_2)$$

El problema es conocer la dependencia temporal tanto de \vec{r}_1 como \vec{r}_2 , ya que M_1 y M_2 están orbitando entre sí. Por lo que se puede proceder e insertar la solución orbital para $\vec{r}_1(t)$ y $\vec{r}_2(t)$ (obtenida al resolver el problema de dos cuerpos para M_1 y M_2) y buscar soluciones a la ecuación de movimiento

$$\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2},$$

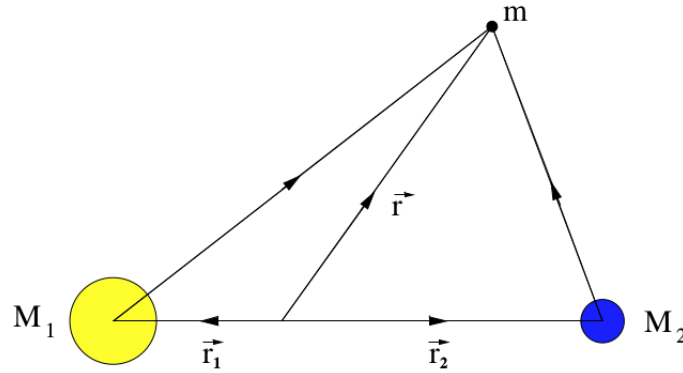


Figura 2.1: Problema restringido de los 3 cuerpos. Imagen tomada de [Cornish \(1998\)](#).

que mantienen las posiciones relativas de los tres cuerpos fijos. Para encontrar las soluciones estacionarias, para esto es necesario adoptar un marco de referencia en el que las dos masas grandes mantengan posiciones fijas. El nuevo marco de referencia tiene su origen en el centro de masa del sistema y una frecuencia angular dada por la ley de Kepler:

$$\Omega^2 R^3 = G(M_1 + M_2),$$

donde R es la distancia entre las dos masas, se debe tomar en cuenta que utilizar un marco de referencia no inercial implica que se tiene que añadir varias pseudofuerzas a la ecuación de movimiento. La fuerza efectiva en un marco que gira con velocidad angular Ω está relacionada con la fuerza inercial \vec{F} de acuerdo con la transformación Coriolis-Fuerza centrífuga:

$$\vec{F}_\Omega = \vec{F} - 2m\left(\vec{\Omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}\right) - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}).$$

La primera corrección corresponde a la pseudofuerza Coriolis mientras que la segunda es debida a la fuerza centrífuga. La fuerza efectiva puede derivarse del potencial generalizado:

$$U_\Omega = U - \vec{v} \cdot (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + \frac{1}{2}(\vec{\Omega} \times \vec{r}) \cdot (\vec{\Omega} \times \vec{r}),$$

o utilizando el gradiente:

$$\vec{F}_\Omega = -\nabla_{\vec{r}} U_\Omega + \frac{d}{dt}(\nabla_{\vec{v}} U_\Omega).$$

Los términos dependientes de la velocidad en el potencial efectivo no influyen en las posiciones de los puntos de equilibrio, pero son cruciales para determinar la estabilidad dinámica del movimiento sobre los puntos de equilibrio. En la figura 2.2 se muestra una gráfica de U_Ω con $\vec{v} = 0$, $M_1 = 10$, $M_2 = 1$ y $R = 10$. Los “extremos” del potencial corresponden a los puntos $L1$ y $L5$.

Al elegir un conjunto de coordenadas cartesianas que se originan del centro de masa con el eje z alineado con la velocidad angular, tenemos:

$$\vec{\Omega} = \Omega \hat{k},$$

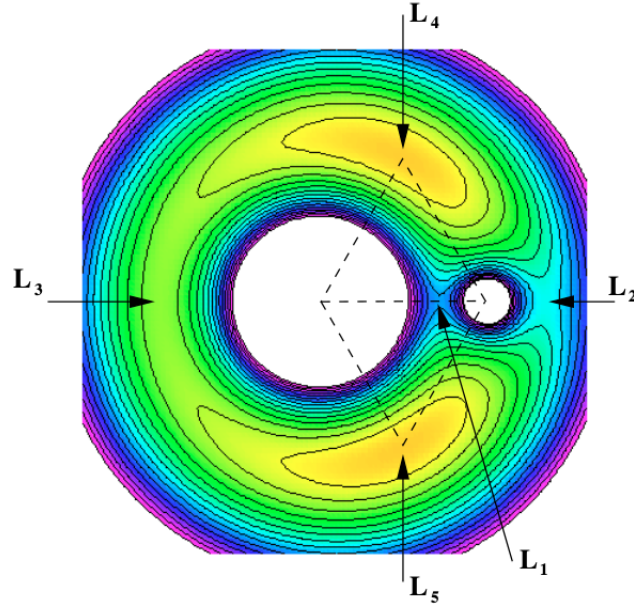


Figura 2.2: Gráfica del potencial generalizado. Imagen tomada de [Cornish \(1998\)](#).

$$\vec{r} = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j},$$

$$\vec{r}_1 = \alpha R\hat{i},$$

$$\vec{r}_2 = \beta R\hat{i},$$

donde

$$\alpha = \frac{M_2}{M_1 + M_2}, \quad \beta = \frac{M_1}{M_1 + M_2}.$$

Para encontrar los puntos de equilibrio estáticos, establecemos que la velocidad $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 0$ y entonces buscamos soluciones a la ecuación $\vec{F}_\Omega = \vec{0}$, donde

$$\vec{F}_{\Omega x} = \Omega^2 \left(x - \frac{\beta(x + \alpha R)R^3}{((x + \alpha R)^2 + y^2)^{3/2}} - \frac{\alpha(x - \beta R)R^3}{((x - \beta R)^2 + y^2)^{3/2}} \right) \hat{i},$$

$$\vec{F}_{\Omega y} = \Omega^2 \left(y - \frac{\beta y R^3}{((x + \alpha R)^2 + y^2)^{3/2}} - \frac{\alpha y R^3}{((x - \beta R)^2 + y^2)^{3/2}} \right) \hat{j}.$$

Aquí la masa m se ha igualado a la unidad sin pérdida de generalidad. Si aplicamos la “fuerza bruta” tendríamos que encontrar los puntos de equilibrio, esto sería establecer la magnitud de cada componente de fuerza igual a cero y resolver el conjunto resultante de ecuaciones de orden decimocuarto acopladas para x e y . Un enfoque menos engorroso es pensar el problema físicamente y usar las simetrías del sistema para guiarnos hacia la respuesta. Dado que el sistema es simétrico de reflexión sobre el eje x , el componente y de la fuerza debe desaparecer a lo largo de esta línea. Fijando $y = 0$ y escribiendo

$x = R(u + \beta)$ (de tal modo que u mide la distancia desde M_2 en unidades de R), la condición para que la fuerza desaparezca a lo largo del eje x se reduce a encontrar soluciones a las tres ecuaciones de quinto orden:

$$u^2((1 - s_1) + 3u + 3u^2 + u^3) = \alpha(s_0 + 2s_0u + (1 + s_0 - s_1)u^2 + 2u^3 + u^4), \quad (2.2)$$

donde $s_0 = \text{sign}(u)$ y $s_1 = \text{sign}(u + 1)$. Los tres casos que necesitamos resolver tienen (s_0, s_1) igual a $(-1, 1)$, $(1, 1)$ y $(-1, -1)$. El caso $(1, -1)$ no puede ocurrir. En cada caso, hay una raíz real para la ecuación quinta, que nos da las posiciones de los primeros tres puntos de Lagrange. No se pueden encontrar soluciones de forma “cerrada” a la ecuación 2.2 para los valores generales de α , por lo que en su lugar buscamos soluciones aproximadas válidas en el límite $\alpha \ll 1$, con esta suposición, para el orden más bajo de α , se pueden encontrar las tres primeras soluciones, los primeros tres puntos de Lagrange, cuyas posiciones son

$$\begin{aligned} L1 &: \left(R \left[1 - \left(\frac{\alpha}{3} \right)^3 \right], 0 \right), \\ L2 &: \left(R \left[1 + \left(\frac{\alpha}{3} \right)^3 \right], 0 \right), \\ L3 &: \left(-R \left[1 + \left(\frac{5}{12} \alpha \right)^3 \right], 0 \right). \end{aligned}$$

Para el sistema Tierra-Sol $\alpha \approx 3 \times 10^{-6}$, $R = 1AU \approx 1.5 \times 10^8$ km, el primer y segundo punto de Lagrange están ubicados aproximadamente a 1.5 millones de kilómetros de la Tierra. El tercer punto de Lagrange, orbita alrededor del Sol a una fracción de la distancia de la Tierra. Identificar los dos puntos de Lagrange restantes requiere un poco más de “habilidad”. Es necesario equilibrar la fuerza centrífuga, que actúa en una dirección radialmente hacia afuera del centro de masa, con la fuerza gravitacional ejercida por las dos masas. Claramente, el balance de fuerza en la dirección perpendicular a la fuerza centrífuga solo involucrará fuerzas gravitacionales. Esto sugiere que deberíamos analizar y resolver la fuerza en direcciones paralelas y perpendiculares a \vec{r} . Los vectores de proyección apropiados son $x\hat{i} + y\hat{j}$ y $y\hat{i} - x\hat{j}$. De esta manera, la proyección perpendicular es:

$$F_{\Omega}^{\perp} = \alpha\beta y \Omega^2 R^3 \left(\frac{1}{((x - R\beta)^2 + y^2)^{3/2}} - \frac{1}{((x + R\alpha)^2 + y^2)^{3/2}} \right).$$

Fijando $F_{\Omega}^{\perp} = 0$ e $y \neq 0$ nos dice que los puntos de equilibrio deben ser equidistantes de las dos masas. Usando este hecho, la proyección paralela se simplifica:

$$F_{\Omega}^{\parallel} = \Omega^2 \frac{x^2 + y^2}{R} \left(\frac{1}{R^3} - \frac{1}{((x - R\beta)^2 + y^2)^{3/2}} \right).$$

Establecer que la F_{Ω}^{\parallel} conduce a la condición de que los puntos de equilibrio estén a una distancia R de cada masa. En otras palabras, $L4$ está situado en el vértice de un triángulo equilátero, con las dos masas formando los otros vértices. $L5$ se obtiene mediante una reflexión en espejo de $L4$ sobre el eje x . Explícitamente, el cuarto y quinto punto de Lagrange tienen las siguientes coordenadas:

$$L4 : \left[\frac{R}{2} \left(\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} \right), \frac{\sqrt{3}}{2} R \right],$$

$$L5 : \left[\frac{R}{2} \left(\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} \right), -\frac{\sqrt{3}}{2} R \right].$$

Como se ha mencionado, el sistema solar es más complejo que un modelo del tres cuerpos, pues tiene muchos más objetos para los cuales las interacciones gravitacionales deben ser consideradas. Como consideración específica a los asteroides que se encuentran típicamente en regiones estables alrededor de los puntos $L4$ y $L5$ de Lagrange (véase imagen 2.3) se llaman asteroides Troyanos. El primer asteroide descubierto en un punto de Lagrange fue [588 Achilles](#), en la órbita de Júpiter, en 1906 por el astrónomo alemán Max Wolf. Actualmente de los asteroides conocidos en el sistema solar, casi el 10% de estos son los troyanos de Júpiter ([Badescu et al., 2013](#)). Fuera de estas regiones, las órbitas de estos, y de cualquier otro cuerpo, tienden a desestabilizarse rápidamente.

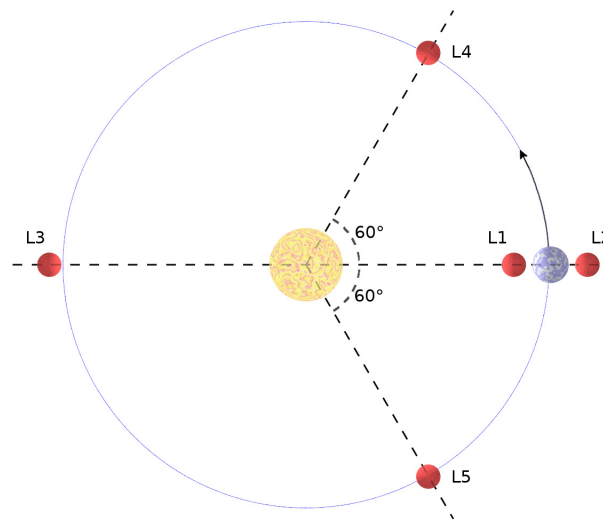


Figura 2.3: Los cinco puntos de estabilidad de Lagrange.

2.3. Descripción de órbitas

La siguiente parte de este escrito es un análisis particular del trabajo presentado por [Scharf \(2011\)](#), en este trabajo se hace una revisión del trabajo previo para un avance del cálculo de órbitas. En este contexto, se sabe que la posición de dos cuerpos relativa a la función de tiempo, está dada a través de la solución de la ecuación diferencial siguiente:

$$u \frac{dr}{dt} = -\frac{d}{dr} U_{eff}(r),$$

pero resultaría más conveniente tener una expresión para r como función de un ángulo θ . Una de las razones es que la función $r = r(\theta)$ nos servirá para determinar las trayectorias de una manera mucho más directa en coordenadas polares.

Por lo que ahora podemos establecer una ecuación radial en términos de las fuerzas:

$$u \frac{d^2 r}{dt^2} = F(r) + \frac{\lambda^2}{ur^3}, \quad (2.3)$$

donde $\vec{F}(r)$ está dada por $\vec{F}(r) = -\frac{d\vec{U}}{dr}$ y el segundo término es la fuerza centrífuga, en muchas ocasiones la ecuación 2.3 se conoce como ecuación de fuerzas no conservativas. Ahora utilizando un cambio funcional la ecuación 2.3 se convierte en:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{v} \right) = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{v} \right) \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{v^2} \frac{dv}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}, \quad (2.4)$$

y como $\lambda = ur^2 \frac{d\theta}{dt}$, entonces

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\lambda}{ur^2} = \frac{\lambda v^2}{u},$$

esto implica que 2.4 se puede ver como:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{\lambda}{u} \frac{dv}{d\theta}, \quad (2.5)$$

de 2.5 podemos deducir que:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{\lambda}{u} \frac{dv}{d\theta} \right) = -\frac{\lambda}{u} \frac{d^2 v}{d\theta^2} = \frac{\lambda v^2}{u} = -v^2 \frac{\lambda^2}{u^2} \frac{d^2 v}{d\theta^2}.$$

De la misma manera 2.3 se convierte en:

$$-v^2 \frac{\lambda^2}{u} \frac{d^2 v}{d\theta^2} = F \left(\frac{1}{v} \right) + \frac{\lambda^2}{u} v^3 = \frac{d^2 v}{d\theta^2} = -\frac{u}{\lambda^2 v^2} F \left(\frac{1}{v} \right) - v, \quad (2.6)$$

ecuación que nos permite conocer el radio como función del ángulo.

Ahora, si asumimos que el comportamiento de un NEO obedece a la primer ley de Kepler, entonces:

$$F(r) = \frac{k}{r^2}, \quad (2.7)$$

donde supondremos $k > 0$ y r la distancia del Sol a un NEO, lo cual corresponde a la fuerza gravitacional. De aquí que, debido al cambio funcional anteriormente descrito, la ecuación 2.7 tome la siguiente forma:

$$F \left(\frac{1}{v} \right) = kv^2,$$

la ecuación 2.6 también se ve modificada, a saber:

$$\frac{d^2 v}{d\theta^2} = -v + \frac{ku}{\lambda^2}. \quad (2.8)$$

De donde se obtiene la nueva función:

$$w(\theta) = v(\theta) - \frac{ku}{\lambda^2} = w''(\theta) - w(\theta),$$

que es una ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes constantes. Dado que su polinomio característico es $a^2 + 1 = 0$, su solución es

$$w(\theta) = p\text{sen}(\theta) + q\text{cos}(\theta),$$

con p y $q \in \mathbb{R}$.

Si proponemos ahora $\phi = \frac{p}{q}$ entonces

$$\text{sen}(\phi) = \frac{\tan\phi}{\sqrt{1 + \tan^2\phi}} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}}, \quad \text{cos}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\phi}} = \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}},$$

por lo que, entonces, la solución se puede expresar como:

$$w(\theta) = p\text{sen}(\theta) + q\text{cos}(\theta) = \sqrt{p^2 + q^2} \left(\frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}} \text{sen}(\theta) + \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}} \text{cos}(\theta) \right)$$

$$w(\theta) = \sqrt{p^2 + q^2} (\text{sen}(\phi)\text{sen}(\theta) + \text{cos}(\phi)\text{cos}(\theta))$$

$$w(\theta) = \sqrt{p^2 + q^2} \text{cos}(\theta - \phi),$$

en general, la solución se puede representar como:

$$w(\theta) = A\text{cos}(\theta - \phi),$$

con $A > 0$. Ahora si tomamos la ecuación 2.8, podemos entonces obtener una solución para $v(\theta)$:

$$v(\theta) = \frac{ku}{\lambda} + A\text{cos}(\theta) = \frac{ku}{\lambda^2} (1 + \varepsilon\text{cos}(\theta)),$$

donde $\varepsilon = \frac{A\lambda^2}{ku} > 0$, ahora si $\varepsilon = Ac$, siendo $C = \frac{\lambda^2}{ku}$ y recordando que $r = \frac{1}{v}$, entonces, la expresión final del radio en función del ángulo es:

$$r(\theta) = \frac{c}{1 + \varepsilon\text{cos}(\theta)}, \quad (2.9)$$

obteniendo así la forma conocida de toda órbita en mecánica celeste clásica. En lo que respecta a este estudio, es muy importante conocer esta ecuación, ya que nos permite, en coordenadas polares, conocer todo valor de la posición con respecto al ángulo. Obtener la derivada de ese valor permitiría también conocer la velocidad del objeto en todo ángulo θ , de la misma manera el ángulo θ nos permitiría inferir con que ángulo el objeto podría cruzar la órbita de nuestro planeta. Parámetros que, como veremos en el siguiente capítulo, son cruciales para nuestro estudio.

2.4. Análisis de órbitas

Si retomamos la ecuación 2.9 y tratamos de describirla, entonces, nos veríamos forzados a hacer un análisis por casos, a saber el caso $\varepsilon < 1$, $\varepsilon = 1$ y $\varepsilon > 1$. Comencemos con el primero de estos:

- **Caso $\varepsilon < 1$** , si tomamos este valor es claro ver que los valores máximos y mínimos de $r(\theta)$ serán:

$$r_{min} = \frac{c}{1 + \varepsilon}, \quad \theta = 0,$$

el cual corresponde al perihelio y

$$r_{mx} = \frac{c}{1 - \varepsilon} \quad \theta = \pi$$

al cual se le llama afelio.

Ahora, si en la ecuación 2.9 sustituimos el valor de $x = r \cos(\theta)$, $y = r \sin(\theta)$ y dado que $r^2 = x^2 + y^2$, siendo $\cos(\theta) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, entonces tenemos la siguiente igualdad:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = c - \varepsilon x,$$

de donde es fácil deducir la siguiente expresión

$$\frac{\left(x + \frac{c}{1 - \varepsilon^2}\right)}{\frac{c^2}{(1 - \varepsilon^2)^2}} + \frac{y^2}{\frac{c^2}{1 - \varepsilon^2}} = 1, \quad (2.10)$$

si nombramos $a = \frac{c}{1 - \varepsilon^2}$, $b = \frac{c}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$ y $d = a\varepsilon$, obtendremos una forma más familiar de la ecuación 2.10:

$$\frac{(x + d)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

Es decir, se trata de una curva cerrada, elipse (véase figura 2.4), de semiejes a y b centrada en el punto $(-d, 0)$

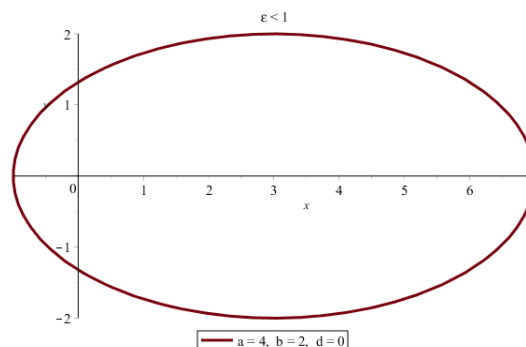


Figura 2.4: Gráfica con $\varepsilon < 1$ la cual describe una elipse

- **Caso $\varepsilon = 1$** , para este caso la discontinuidad ocurre cuando el $1 - \varepsilon \cos(\theta) = 0$ o sea si $\theta = n\pi$ con $n \in K$. Entonces, retomado, si $\varepsilon = 1$, la ecuación 2.9 se convierte en:

$$r + r\cos(\theta) = c,$$

y usando nuevamente $x = r\cos(\theta)$, $y = r\sin(\theta)$, $r^2 = x^2 + y^2$, y $\cos(\theta) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, obtenemos:

$$\sqrt{x^2 + y^2} + x = c \implies y^2 = c^2 - 2xc = c(c - 2x),$$

lo que representa trayectorias parabólicas (véase figura 2.5) con el Sol como el foco de dicho lugar geométrico.

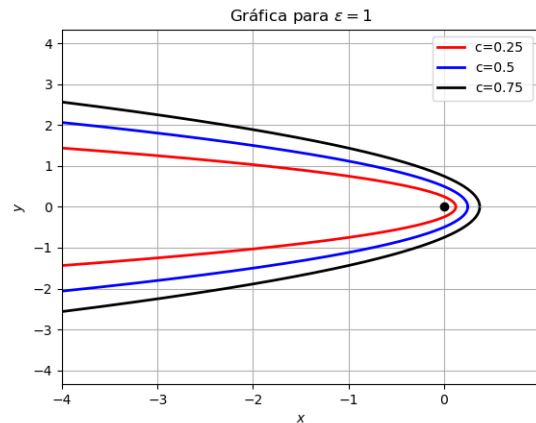


Figura 2.5: Gráfica con $\varepsilon = 1$ la cual describe una parábola

- **Caso $\varepsilon > 1$** , para este caso la discontinuidad ocurre cuando $\varepsilon \cos(\theta_{max}) = -1$ y dado que θ está confinada entre $(-\theta_{max}, \theta_{max})$, observando la ecuación 2.10 podemos deducir que $1 - \varepsilon^2 < 0$, por lo que podemos reescribirla como:

$$\frac{(x - \delta)^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1,$$

con $\alpha = \frac{c}{\varepsilon^2} - 1$, $\beta = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon^2 - 2}}$ y $\delta = \alpha\varepsilon$. Lo que representa un lugar geométrico relacionado con una hipérbola (véase figura 2.6), cuyas asíntotas son $y = \frac{\beta}{\alpha}x$, $y = -\frac{\beta}{\alpha}x$ y cuyo centro tiene como coordenadas $(\delta, 0)$.

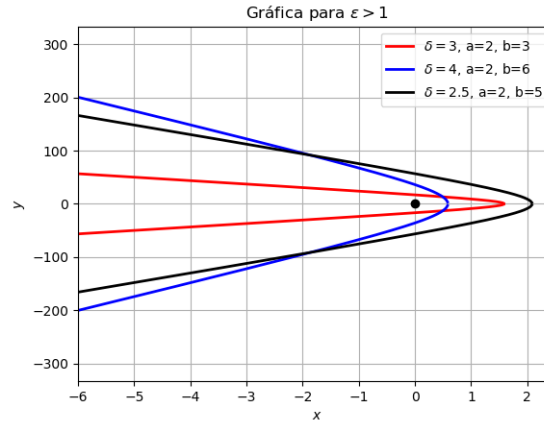


Figura 2.6: Gráfica con $\varepsilon > 1$ la cual describe una hipérbola

Cabe resaltar que en este caso el análisis se hace utilizando únicamente mecánica clásica, un análisis que pudiese ser más detallado, más profundo o más exacto podría ser aquel que incluyera el aspecto gravitacional.

2.5. Efecto Yarkovsky

El efecto Yarkovsky fue propuesto por primera vez por Ivan Osipovich Yarkovsky, un ingeniero civil que trabajó en problemas científicos en su tiempo libre. Escribiendo en un folleto alrededor del año 1900, Yarkovsky notó que el calentamiento diurno de un objeto giratorio en el espacio causaría que experimentara una fuerza que, aunque pequeña, podría llevar a grandes efectos seculares en las órbitas de cuerpos pequeños, especialmente meteoroides. En primera instancia no se entendía muy bien el concepto, pues fue hasta mediados de la década de los 70's que finalmente se definió como una fuerza de radiación que actúa sobre un cuerpo giratorio en el espacio causado por la emisión anisotrópica de fotones térmicos, lo que deriva en un impulso. Generalmente se le relaciona mayormente con los meteoroides o pequeños asteroides (alrededor de 10 cm a 1 km de diámetro), ya que su influencia es más significativa en estos cuerpos (Bottke, W. et al., 2006). Ahora se sabe que el efecto Yarkovsky se divide en el componente diurno y en el componente estacional.

2.5.1. Componente diurno

La idea básica detrás del efecto diurno de Yarkovsky se muestra en la figura 2.7(a), que muestra un objeto esférico en una órbita circular alrededor del Sol. Para simplificar, el eje de giro del meteoroide se considera normal al plano orbital, de modo que el Sol siempre se encuentra en su ecuador. La insolación calienta el lado que observa al sol, y el calor finalmente se re-irradia al espacio por el meteoroide (generalmente en la parte infrarroja del espectro, a menos que el meteoroide esté muy cerca del Sol). Un fotón infrarrojo se aleja del impulso cuando abandona el meteoroide según la relación $p = E/c$, donde p es el momento del fotón, E es su energía y c es la velocidad de la luz. Debido a que más energía y,

por lo tanto, más impulso se aleja de la parte más caliente del meteoróide que del frío, el meteoróide siente un empuje en la dirección opuesta a la parte más caliente.

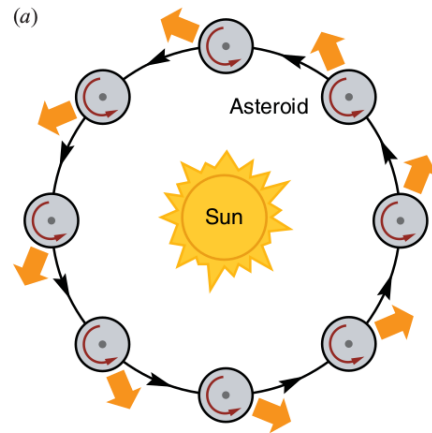


Figura 2.7: Efecto Yarkovsky del componente diurno. Imagen tomada de [Bottke, W. et al. \(2006\)](#).

2.5.2. Componente estacional

El efecto estacional de Yarkovsky se ilustra en la figura 2.8(b). Como en la figura 2.7(a), se supone que un objeto esférico está en una órbita circular alrededor del Sol, pero en este caso el eje de giro se encuentra en el plano orbital. Es el componente de la fuerza que se encuentra a lo largo del eje de giro que da lugar al efecto estacional. Cuando el meteoróide está en **A** (parte inferior de la figura), el Sol brilla con mayor intensidad en su hemisferio norte. Al igual que con el efecto diurno, hay un retraso debido a la inercia térmica, por lo que el hemisferio norte es el más cálido en **B**. Del mismo modo, el Sol brilla con más fuerza en el hemisferio sur en **C**, pero este hemisferio se vuelve más caliente en **D**. Aunque la reacción correspondiente a la fuerza de radiación es simétrica en la figura 2.8(b), el vector de velocidad cambiante asegura que el efecto neto reduce la órbita. Sin embargo, para un cuerpo sin inercia térmica, la fuerza a lo largo de la trayectoria promedia a cero ([Bottke, W. et al., 2006](#)).

El cálculo de la fuerza de Yarkovsky se divide naturalmente en dos partes:

- determinación de la distribución de la temperatura de la superficie, y
- evaluación de la fuerza de retroceso por radiación térmica (o torque).

Para calcular la temperatura de la superficie de un cuerpo, usamos las ecuaciones de difusión de calor para los flujos de energía dentro del cuerpo [Bottke, W. et al. \(2006\)](#):

$$\nabla \cdot (K \nabla T) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.11)$$

o a través de la superficie:

$$(K \nabla T \cdot \mathbf{n}_\perp) + \epsilon \sigma T^4 = \alpha \epsilon \quad (2.12)$$

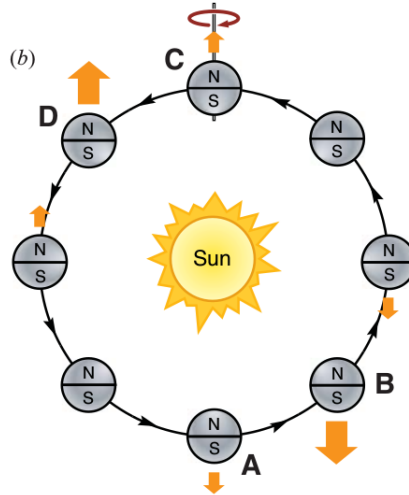


Figura 2.8: Efecto Yarkovsky del componente estacional. Imagen tomada de [Bottke, W. et al. \(2006\)](#)

donde T es la temperatura, el parámetro K es la conductividad térmica, C_p es el calor específico a presión constante, ρ es la densidad del material, ε es la emisividad térmica de superficial, σ es la constante de Stefan-Boltzmann y $\alpha = 1 - A$, siendo A el albedo de Bond. La ecuación 2.12 se refiere a un elemento de superficie con un vector normal externo \mathbf{n}_\perp , donde ε es el flujo de radiación solar a través de este elemento. Una vez que se especifica la función de insolación ε para los elementos de la superficie (que requiere el conocimiento de la forma del cuerpo y su estado de rotación) y se conocen los parámetros del material (K, C_p, ρ), las ecuaciones 2.11 y 2.12 se pueden resolver numéricamente.

Una vez que se encuentra la temperatura T , se puede calcular la fuerza de retroceso (o torque) debida a la radiación térmica (es decir, la fuerza de Yarkovsky). Suponiendo una emisión isotrópica, la fuerza correspondiente por unidad de masa está dada por [Bottke, W. et al. \(2006\)](#):

$$d\mathbf{f} = -\frac{2}{3} \frac{\varepsilon \sigma}{mc} T^4 \mathbf{n}_\perp dS(u, v), \quad \mathbf{f} = \int_S d\mathbf{f}.$$

Las aceleraciones de Yarkovsky cambian principalmente el semieje mayor de un cuerpo a . Debido a que la perturbación suele ser pequeña, promediamos la variación en más de una revolución. Asumiendo un cuerpo esférico con radio R , y despreciando la excentricidad e , las perturbaciones diurnas y estacionales promediadas en da/dt son:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{diurna} = -\frac{8\alpha}{9} \frac{\Phi}{n} F_\omega(R', \Theta) \cos(\gamma) + O(e), \quad (2.13)$$

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{estacional} = \frac{4\alpha}{9} \frac{\Phi}{n} F_n(R', \Theta) \sin^2(\gamma) + O(e). \quad (2.14)$$

La tasa total de da/dt es la superposición de las dos ecuaciones anteriores. El factor albedo en las ecuaciones 2.13 y 2.14 es similar al de la ecuación 2.12, $\Phi = \pi R^2 \varepsilon_0 / (mc)$ es el coeficiente de presión de radiación habitual, y γ es oblicuidad del eje de giro. La función $F_\nu(R', \Theta)$ depende del radio del cuerpo R , escalada por la profundidad de penetración l_ν de la onda térmica ($R' = R/l_\nu$), y el parámetro térmico Θ_ν , ambos correspondientes a la frecuencia ν .

Para el efecto diurno, $\nu = \omega$, mientras que para el efecto estacional, $\nu = n$. Independientemente de las diferentes frecuencias, F es la misma en las ecuaciones 2.13 y 2.14. La forma explícita de la función F que depende del parámetro térmico es:

$$F_{\nu}(R', \Theta) = -\frac{\kappa_1(R')\Theta_{\nu}}{1 + 2\kappa_2(R')\Theta_{\nu} + \kappa_3(R')\Theta_{\nu}^2}$$

con κ_1 , κ_2 y κ_3 funciones analíticas de R . El índice de frecuencia de F nos recuerda que tanto el factor de escala l_{ν} de R como el parámetro térmico Θ_{ν} dependen de una frecuencia dada. Este parámetro es la principal diferencia entre los efectos de Yarkovsky diurno y estacional.

Las razones da/dt anteriormente mencionadas permiten predecir cómo cambian las perturbaciones de Yarkovsky en función de varios parámetros:

- Oblicuidad y dependencia de la rotación: debido a que el área de las funciones F siempre es negativa (es decir, la re-emisión térmica se retrasa con respecto a la absorción), el efecto Yarkovsky estacional siempre produce una disminución neta en a . El efecto estacional es máximo en $\gamma = 90^\circ$ y cero en $\gamma = 0^\circ$ o $(180)^\circ$.
- Dependencia del tamaño: el efecto Yarkovsky se anula tanto para los objetos muy pequeños así como para los muy grandes. Para objetos muy grandes, $(da/dt) \approx \Theta/R'$, donde la dependencia $\approx 1/R$ surge de la sección transversal del cuerpo frente a su masa. Para objetos muy pequeños $(da/dt) \approx \Theta/R'^2$. La deriva máxima en a se produce cuando $R \approx 1$, es decir, cuando el tamaño del cuerpo es comparable a la profundidad de penetración de la onda térmica correspondiente.
- Dependencia de la conductividad de la superficie: la conductividad de la superficie K es el principal parámetro del material térmico que modifica la intensidad del efecto Yarkovsky. Se cree que oscila entre valores muy bajos para superficies muy porosas ($\approx 0.001 Wm^{-1}K^{-1}$), hasta valores moderados para rocas como condritas u objetos conformados, en gran medida por hielo, ($\approx 1 Wm^{-1}K^{-1}$), hasta valores altos para objetos ricos en hierro ($\approx 40 Wm^{-1}K^{-1}$).

Capítulo 3

Código de análisis para territorio mexicano

En este capítulo se abordan los modelos matemáticos que permite conocer las implicaciones físicas e hipotéticas del impacto de un asteroide en territorio mexicano. En primera instancia se destaca la relevancia que tienen los NEO's para nuestro planeta. Posteriormente se estudian a través de la modelación, los impactos de NEO's así como sus efectos físicos. Por último se habla de los componentes adicionales a la modelación antes descrita y de la adaptación de estos modelos adicionales para el territorio mexicano.

3.1. Introducción

Como se mencionó en el capítulo 1, el estudio de los NEO's es un problema que debe de ser considerado importante, ya que se considera que los NEO's han sido responsables de cambios sustanciales en la historia de nuestro planeta (Alvarez, 1980). El tamaño de estos objetos, debe considerarse como uno de los parámetros importantes. Por ejemplo, objetos con un diámetro de 10 m pueden causar un daño físico a una región o una población como el [meteoro de Chelyabinsk](#). Diariamente ingresan a nuestro planeta una gran cantidad de estos objetos y sólo son conocidos gracias a personas que logran grabarlos, pero en general se estima que todos los días, la Tierra es bombardeada con más de 100 toneladas de material extraterrestre (véase 3.1), materia que se compone desde polvo, objetos de pocos gramos, bolas de fuego hasta objetos tipo Chelyabinsk (Lupshiko et al., 2006).

Existen diversos estudios acerca de los que podría pasar si un NEO se acercará lo suficiente como para causar un daño al planeta Tierra, estos estudios van desde el estudio de las orbitas como lo hace el *Minor Planetary Center* o el *Jet Propulsion Laboratory*, el paso de este por la atmósfera (utilizando mallado adaptativo y un código hidrodinámico) así como su fractura al momento de su impacto [Jutzi et al. \(2008\)](#) hasta el estudio de las consecuencias físicas y ambientales de dicho impacto con relación al tamaño del objeto (ver figura 3.2). En este último punto existen un par de trabajos que, a pesar de tener más de una década de ser publicados, representan de muy buena manera dicha problemática [Gisler et al. \(2004\)](#) y [Collins et al. \(2011\)](#).

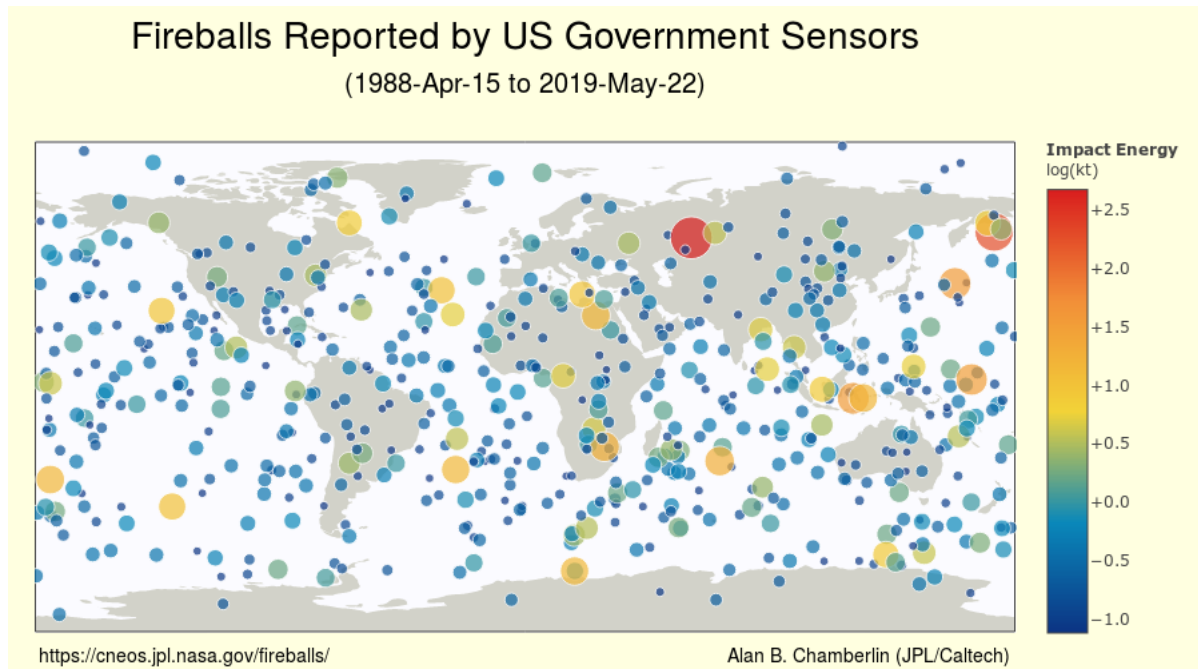


Figura 3.1: Bóolidos que han ingresado al planeta y han sido detectados. Imagen tomada de: [NASA/JPL](https://cneos.jpl.nasa.gov/fireballs/).

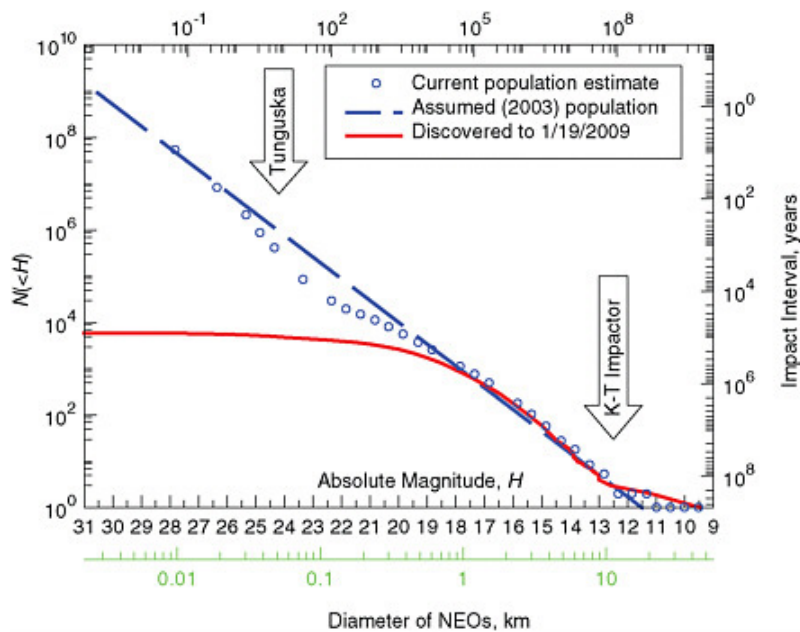


Figura 3.2: Frecuencia de impacto de un NEO y energía que podría liberar en relación con su tamaño. Imagen tomada de: [\(National Research Council, 2010\)](#).

3.2. Modelos analíticos

El trabajo más importante en el que se basa esta investigación es el de [Collins et al. \(2011\)](#) el cual brinda una mejor perspectiva acerca de lo que pasaría si un objeto choca con la Tierra, en el se describen ecuaciones que se ajustan muy bien a lo que físicamente ocurriría en tal escenario. Por ejemplo, para

el cálculo de la energía liberada, se emplea la mecánica clásica en conjunto con la energía cinética para obtener la expresión de dicha acción, obteniendo:

$$E = \frac{\pi}{12} \rho_i d^3 v_{imp}^2 \tag{3.1}$$

en este caso se argumenta que el bólido posee una forma esférica lo cual, obviamente, dista mucho de lo natural, pero es una muy buena aproximación, ya que después, y debido a su paso por la atmósfera el objeto adquiere una forma achatada, por lo cual se le puede considerar esférico (Jutzi et al., 2008).

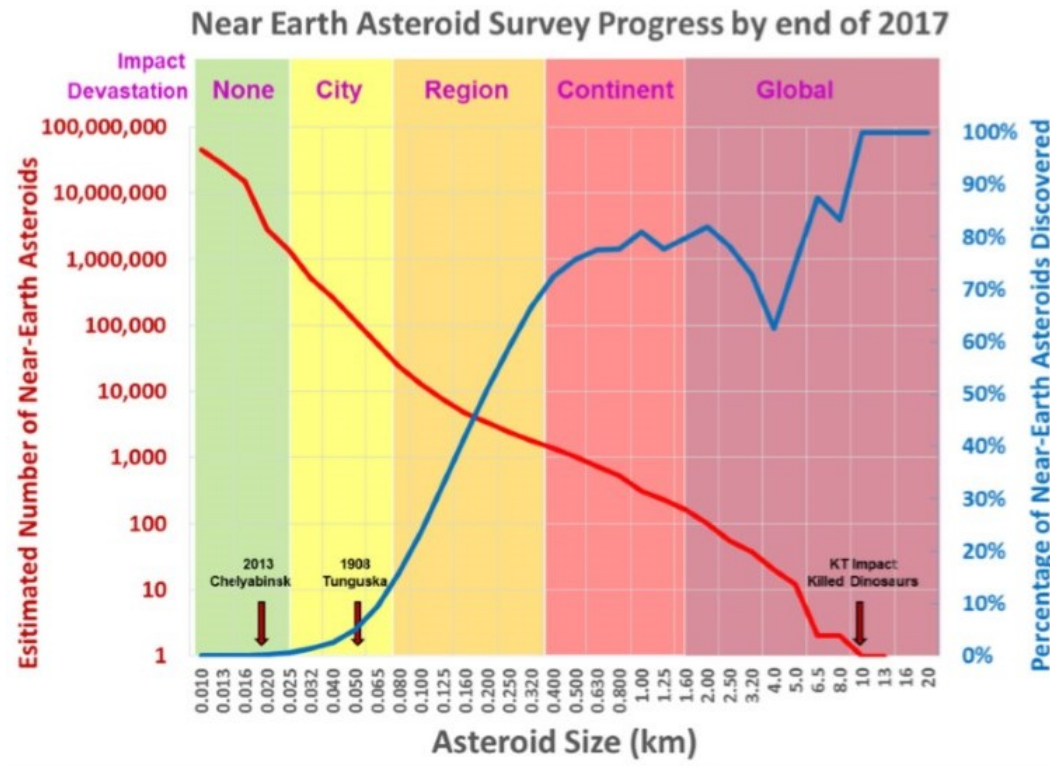


Figura 3.3: Análisis del impacto de un NEO, considerando su tamaño, población e implicaciones del impacto. Imagen tomada de: (National Science & Technology Council, 2018).

Adicionalmente se debe analizar la forma de la velocidad en función de la altura a la que se encuentra el bólido, para esto se considera que la densidad de atmósfera es puramente exponencial, es decir $\rho(z) = \rho_0 e^{-z/H}$, siendo $\rho_0 = 1 \text{ kg/m}^3$ y H una escala de altura fijada en $H = 8124 \text{ m}$. Después, basándonos en conservación de fuerzas, el peso debe de estar en equilibrio con fuerza de arrastre:

$$m \frac{dv}{dt} = F_d + W, \tag{3.2}$$

ahora bien, si se considera $F_d \gg W$ y reescribiendo la forma de la fuerza de arrastre, obtenemos:

$$m \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{2} C_d \rho(z) v^2 A, \tag{3.3}$$

donde C_d es el coeficiente de arrastre, el cual oscila entre 0.5 y 1, v es la velocidad del bólido y A , el área transversal de este.

De la ecuación 3.3 podemos sustituir el valor de dt como $dt = -\frac{dz}{v \operatorname{sen}(\theta)}$, siendo θ , el valor del ángulo con el que el bolido entra en la atmósfera, obteniendo finalmente:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{3 C_D \rho(z) v^2}{4 \rho_i d}.$$

Esta ecuación es fácilmente integrable por lo que la forma final de la velocidad en función de la altura es:

$$v(z) = v_0 \exp\left(-\frac{3 \rho(z) C_d H}{4 \rho_i d \operatorname{sen}(\theta)}\right), \quad (3.4)$$

donde la constante que se obtiene después de la integración se le relaciona, dado que es una condición inicial, con la velocidad inicial del bolido o la velocidad que tiene antes de entrar a la atmósfera.

A medida que el impactor penetra en la atmósfera, la densidad de esta aumenta y la presión de “estancamiento” en el borde principal del impactor, $P_s = \rho(z) v^2(z)$ se eleva. Eventualmente, esto supera la fuerza del impactor y comienza a romperse. La resistencia del impactor Y_i al arrastre, en Pascales, se calcula así a partir de Collins et al. (2011):

$$\log_{10} Y_i = 2.107 + 0.0624 \sqrt{\rho_i}, \quad (3.5)$$

como se puede ver, esta resistencia depende únicamente de la composición del objeto (ver gráfica 3.4), lo cual era de suponerse. Por lo tanto por conservación de fuerzas, podemos encontrar la altura de rompimiento o “breakup” z_* , entonces tenemos que:

$$Y_i = \rho(z_*) v^2(z_*), \quad (3.6)$$

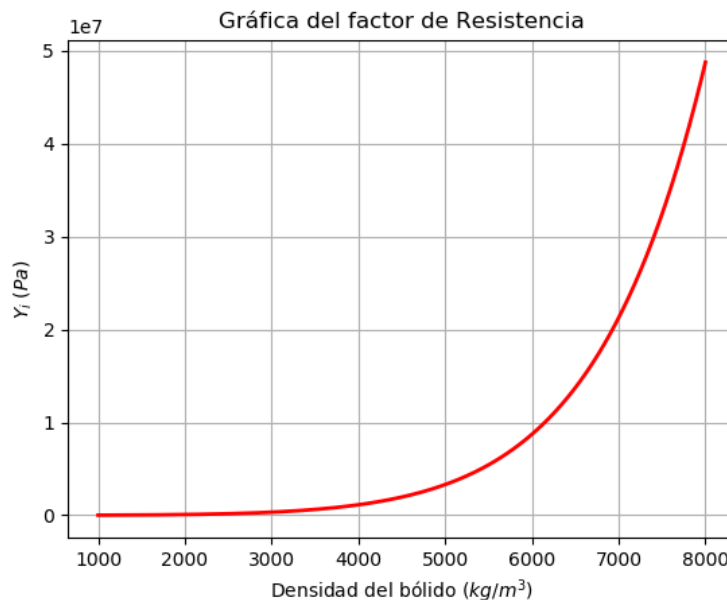


Figura 3.4: Gráfica de la resistencia del impactor en función de su densidad.

la ecuación 3.6 ecuación no posee una solución analítica tan sencilla, por lo tanto una excelente aproximación a su solución es Collins et al. (2011):

$$z_* = -H \left(\ln \left(\frac{Y_i}{\rho_i v_0^2} \right) + 1.308 - 0.314 I_f - 1.303 \sqrt{1 - I_f} \right), \quad (3.7)$$

donde a I_f se le conoce como el “factor intacto” el cual se expresa como:

$$I_f = 4.07 \frac{C_d H Y_i}{\rho_i d v_0^2 \sin(\theta)}.$$

Como se puede ver en la ecuación 3.7 si $I_f > 1$, entonces la ecuación pierde sentido. Si $I_f > 0$ físicamente se le asocia que el impactor llegó intacto a chocar con la Tierra, esto sólo ocurre cuando el impactor es muy denso y pequeño a la vez. Una gráfica de este “factor intacto” se puede ver en la gráfica 3.5.

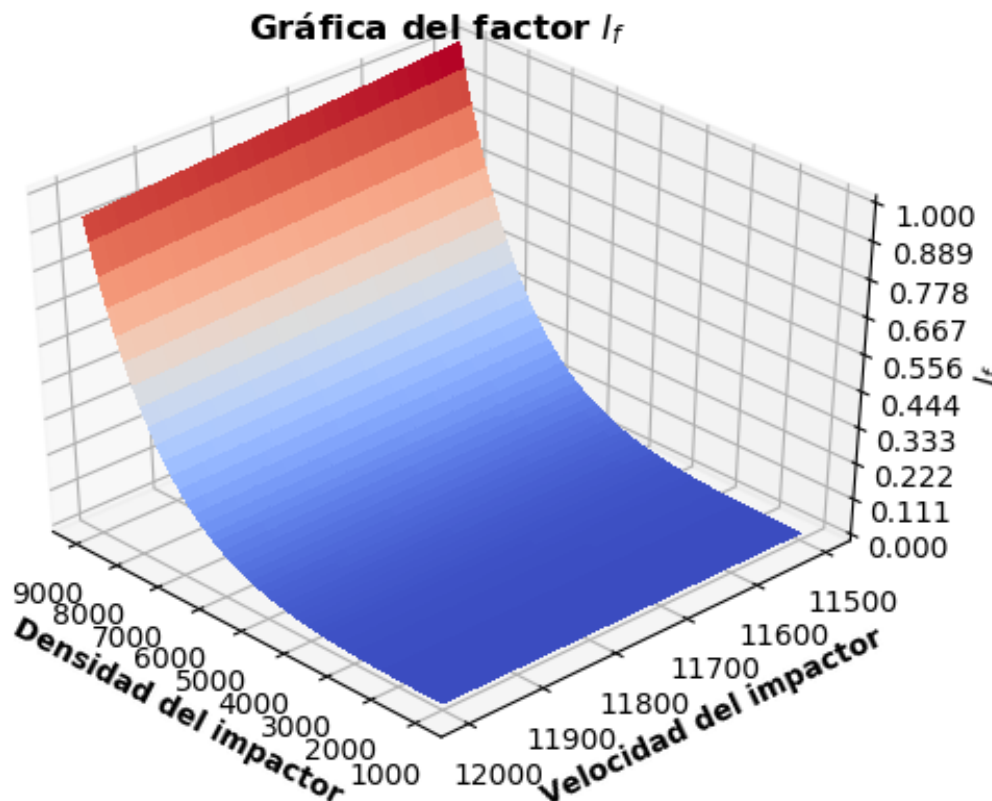


Figura 3.5: Gráfica del factor I_f en función de la velocidad (m/s) y de la densidad (kg/m^3), con valor de diámetro de $d = 10 m$.

3.2.1. Cráteres de impacto

Una de las consecuencias físicas del impacto de un cuerpo sobre el planeta es la formación de un cráter, queda claro que la morfología de este depende de tres factores principalmente, la densidad del impactor,

la densidad del target o el lugar donde impactará así como el ángulo con el que lo hace, es decir, $D \propto \rho_i \rho_t \theta$, una de las expresiones matemáticas que más se ajusta a las evidencias físicas a través del cómputo, y que nos permiten describir este efecto con precisión, es el que se describe en [Collins et al. \(2011\)](#), en este artículo el autor hace el análisis del diámetro del cráter en dos etapas, la primera con un “*transient crater*” o **cráter transitorio** (ecuación 3.8) para después afinarlo con el cráter “*rim-to-rim diameter*” o cráter **borde a borde** lo que matemáticamente podemos ver como:

$$D_{tc} = 1.161 \left(\frac{\rho_i}{\rho_t} \right) d^{0.78} v_i^{0.44} g_E^{-0.22} (\sin(\theta))^{1/3}, \quad (3.8)$$

$$D_{fr} = 1.25 D_{tc}, \quad (3.9)$$

donde g_E es la aceleración gravitacional y que para nuestro código no depende de la altura donde impacta el bólide. Cabe destacar que para impactos en el agua el factor 1.616 se debe remplazar por 1.365 ([Collins et al., 2011](#)), en este mismo artículo se establece que sí el cráter es complejo, su diámetro final se estima como $D_{frc} = 1.17 \frac{D_{tc}^{1.13}}{D_c^{0.13}}$, en esta ecuación, D_c es el diámetro en el que se produce la transición de cráter simple a complejo (que se toma como 3.2 km en la Tierra), tanto D_c como D_{fr} están en km.

Para obtener la profundidad del cráter, al igual que para el diámetro, se divide su análisis en dos partes, la profundidad transitoria y la profundidad final, por así decirlo. La expresión matemática de “*depth transient*” o **profundidad transitoria** y la “*rim-to-rim depth*” o **profundidad final** son [Collins et al. \(2011\)](#):

$$d_{tc} = \frac{D_{tc}}{2\sqrt{2}} \quad d_{fr} = d_{tc} + h_{fr} - t_{br}. \quad (3.10)$$

Si el cráter es complejo su profundidad se calcula como $d_{fr} = 0.294 D_{fr}^{0.301}$.

3.2.2. Remanentes del proceso de impacto

Ahora mencionaremos un concepto que es el remanente de una colisión de un objeto con la Tierra, la “brecha”. La brecha es una roca compuesta por fragmentos rotos de minerales o roca segmentada por una matriz de grano fino que puede ser similar o diferente a la composición de los fragmentos, suele presentarse como remanente del impacto de un asteroide con la Tierra ([Glossary of Meteoritical Terms. Meteorlab, 2018](#)). El volumen de la brecha por el impacto de un cuerpo se estima aproximadamente como [Collins et al. \(2011\)](#):

$$V_{br} \approx 0.032 D_{fr}^3, \quad (3.11)$$

mientras que su grosor se obtiene utilizando:

$$t_{br} = 2.8 V_{br} \left(\frac{d_{tc} + h_{fr}}{d_{tc} D_{fr}^2} \right),$$

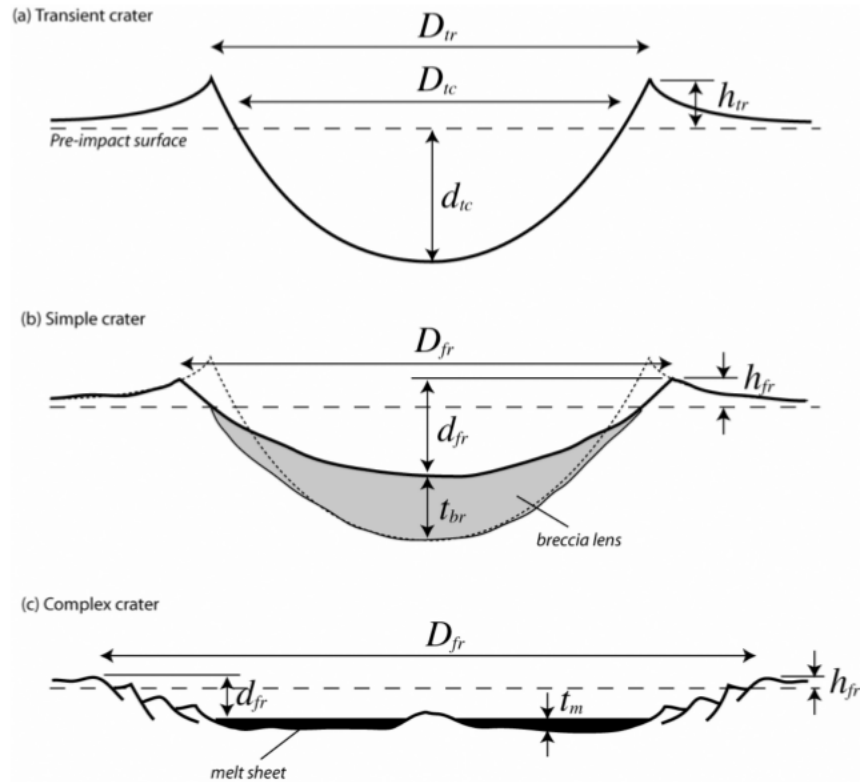


Figura 3.6: Distintos tipos de cráteres: a) Cráter transitorio, b) Cráter simple y c) Cráter complejo. Imagen tomada de: [Collins et al. \(2011\)](#).

donde $h_{fr} = 0.07 \frac{D_{ic}^4}{D_{fr}^3}$ y se define como la altura del borde sobre la superficie con respecto a la superficie misma antes del impacto (véase figura 3.6).

Al impactar un bólido, éste genera también radiación de tipo térmico, debido a la violenta liberación de energía a causa del impacto mismo, uno de los datos que se pueden obtener es el “fireball radius” o **radio de la bola de fuego**, el cual se obtiene como [Collins et al. \(2011\)](#):

$$R_f = 0.002E^{1/3}. \quad (3.12)$$

El tiempo en el que la radiación térmica está en un máximo, T_t , se calcula suponiendo que la expansión inicial de la bola de fuego se produce aproximadamente a la misma velocidad que el impacto [Collins et al. \(2011\)](#), es decir:

$$T_t = \frac{R_f}{v_i}.$$

Para calcular los efectos ambientales de la radiación térmica debida a la bola de fuego, se debe considerar el calor perceptible en una ubicación a una distancia r del lugar del impacto, esta distancia también se considera en este trabajo de investigación. La cantidad total de energía térmica emitida como radiación térmica es una pequeña fracción η , conocida como “eficiencia luminosa”, de la energía de impacto E_i . La exposición térmica Φ cuantifica la cantidad de calor por unidad de área a nuestra distancia específica,

r . Φ está dada por la cantidad total de energía (al momento del impacto) térmica irradiada E_i dividida por el área sobre la cual se distribuye esta energía [Collins et al. \(2011\)](#):

$$\Phi = \frac{\eta E_i}{2\pi r^2}, \quad (3.13)$$

donde $\eta = 3 \times 10^{-3}$ y además sólo se considera un hemisferio de radio r .

La energía térmica total por unidad de área que llega a la distancia r , durante un período de tiempo finito que va desde el momento en que la superficie de la bola de fuego se comienza a enfriar debido a la interacción con el ambiente, hasta al momento en que la bola de fuego se ha expandido y enfriado hasta que cesa la radiación. Definimos este período de tiempo como la “duración” de la irradiación τ_t . Sin calcular la expansión hidrodinámica de la columna de vapor, esta duración se puede estimar simplemente dividiendo la energía total irradiada por unidad de área (energía térmica total emitida por unidad de área de la bola de fuego) por el flujo de energía radiante, dado como σT^4 [Collins et al. \(2011\)](#):

$$\tau_t = \frac{\eta E_i}{2\pi R_f^2 \sigma T^4},$$

donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$. Cabe destacar que en el trabajo hecho en [Collins et al. \(2011\)](#) usan el valor de $T = 3000 \text{ K}$, mientras que para el código desarrollado en este trabajo se ha empleado el valor de $T = 2500 \text{ K}$ propuesto por [\(Shuvalov et al., 2013\)](#), pues se ajusta mejor a la representación física.

Para casos donde la distancia de interés r sea mayor a 20 km entonces se multiplica Φ por el factor que se establece en la ecuación 3.14 para hacer una corrección y lograr una mejor representación de la exposición térmica que se tiene a esa distancia.

$$f = \frac{2}{\pi} \left(\delta - \frac{h}{R_f} \text{sen}(\delta) \right), \quad (3.14)$$

donde $h = (1 - \cos(\Delta))R_E$, siendo R_E el radio de la Tierra (en el código desarrollado en este trabajo, ese radio no es una constante sino que depende de la altura a la que ocurrió el impacto) y $\Delta = \frac{r}{R_E}$. Obteniendo finalmente una forma Φ' “corregida”:

$$f\Phi = \Phi' = \frac{\eta E_i}{\pi^2 r^2} \left[\text{arc cos} \left(\frac{R_E}{R_f} \left(1 - \cos \left(\frac{r}{R_E} \right) \right) \right) - \frac{R_E}{R_f} \left(1 - \cos \left(\frac{r}{R_E} \right) \right) \sqrt{1 - \frac{R_E^2}{R_f^2} \left(1 - \cos \left(\frac{r}{R_E} \right) \right)^2} \right], \quad (3.15)$$

donde la parte entre corchetes es la función desarrollada de f , además en donde si en la ecuación 3.15 se considera $r \ll R_E$ entonces se recupera la forma inicial de Φ en la ecuación 3.13. En la figura 3.7 se observa la comparación entre Φ' y Φ con respecto a la distancia r .

Para estimar la radiación térmica debida a la energía de impacto necesaria para encender un material (o causar daños en la piel), se utiliza una ley de escala simple (véase tabla 3.1). Se estima la exposición térmica requerida para encender varios materiales diferentes, o quemar la piel, durante un impacto de una energía dada multiplicando la exposición térmica requerida para encender el material durante un evento de un Megatón (1Mt) [Glasstone & Dolan \(1977\)](#), esto es:

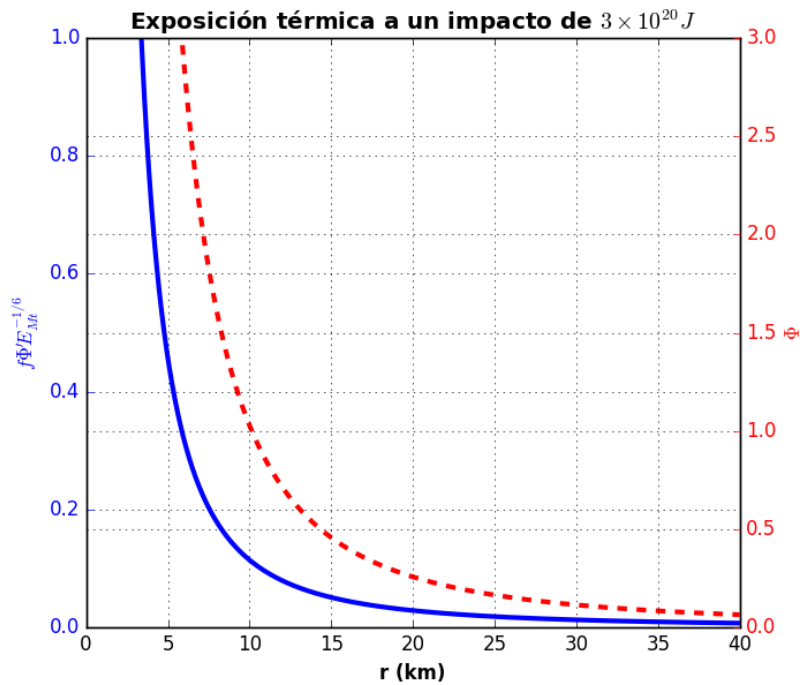


Figura 3.7: Gráfica comparativa de Φ' contra Φ , en cual se puede ver que la curva Φ' sólo se corre el valor f con respecto a Φ .

$$\Phi_{ign}(E_{Mt}) = \Phi_{ign}(1Mt)E_{Mt}^{1/6}. \quad (3.16)$$

Material	Exposición térmica requerida para encender el material durante una explosión de 1 Mt ($\Phi_{ign}(1Mt)$)
Ropa	1.0
Madera contrachapada	0.67
Pastizales	0.38
Papel periódico	0.33
Árboles de hoja seca	0.25
Quemaduras de tercer grado	0.42
Quemaduras de segundo grado	0.25
Quemaduras de primer grado	0.13

Tabla 3.1: Factores de ignición para diversos materiales, datos tomados y traducidos de [Glasstone & Dolan \(1977\)](#).

Para evaluar el alcance del daño debido a la radiación térmica en nuestra ubicación r de interés, calculamos la exposición a la radiación térmica $f\Phi$ y la comparamos con ecuación 3.16 para cada tipo de daño en la Tabla 3.1 esto es:

$$\Phi_{ign}(1Mt) = \frac{\Phi'}{E_{Mt}^{1/6}}. \quad (3.17)$$

Lo cual nos dice, que a distancias más alejadas del punto de impacto el factor de ignición será mucho menor.

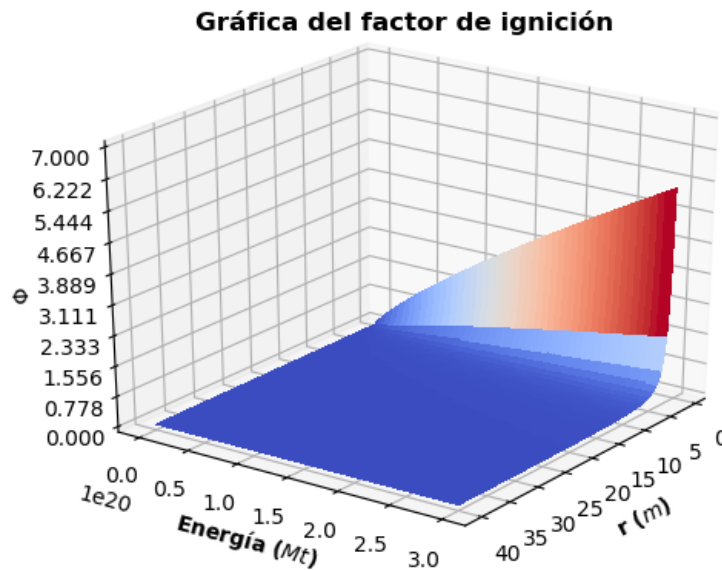


Figura 3.8: Gráfica comparativa de Φ' en función de la distancia r .

3.3. Componentes adicionales al modelo

En el 2012 la Asociación Sismológica Internacional (ISA por sus siglas en inglés) decidió ya no emplear más la escala Richter para la medición de los sismos debido a que esta ya no representaba, dentro de la energía liberada, la intensidad de estos, por lo tanto, se decidió emplear la escala Kanamori para mejorar la representación de estos [Domínguez \(2019\)](#). Con esto como trasfondo se decidió, a los cálculos hechos por [Collins et al. \(2011\)](#) y que son la base de nuestro código, adicionar la nueva escala Kanamori, la cual dice que la magnitud de un sismo en relación con la energía E (en *Joules*) radiada [Kanamori & Hanks \(1979\)](#):

$$K_s = \frac{\log_{10}(2 \times 10^4 E_{imp}) - 9.05}{1.5}. \quad (3.18)$$

Otra contribución que se le hace al código es la relacionada con la energía de impacto, retomando la ecuación 3.4 podemos ver que al momento de calcular la velocidad de impacto de un objeto, es decir cuando $z = 0$, la función establece que este impacto ocurrirá con una velocidad muy elevada, contrario,

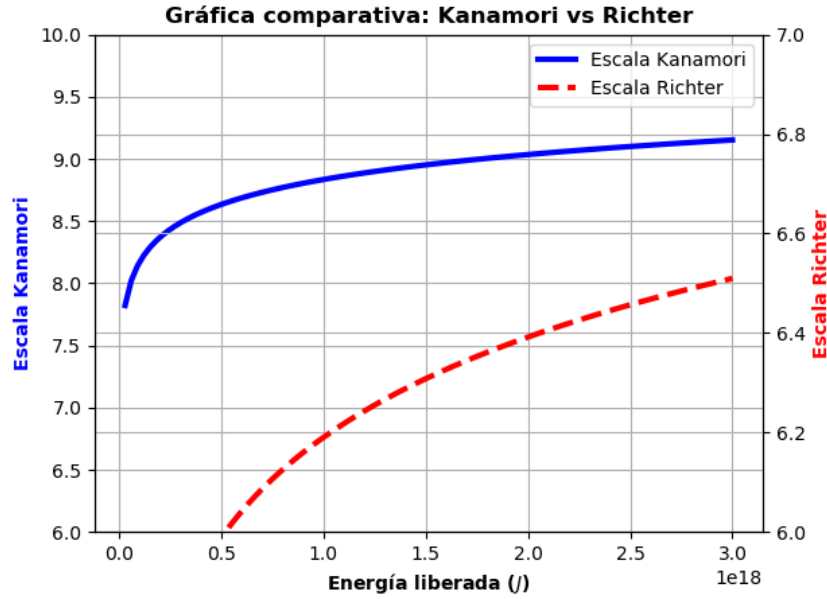


Figura 3.9: Gráfica comparativa entre las escalas Kanamori y Richter.

a lo que físicamente debería de ocurrir, inclusive, en muchos casos la velocidad de impacto superaría la velocidad con la que el objeto orbita y entra la atmósfera de la Tierra. Para revisar esto, se ha llevado a cabo el siguiente análisis gráfico (véase figura 3.10) en el cual, consideramos, una distancia de altura “negativa”, esto debido a la consideración hecha por [Collins et al. \(2011\)](#) al hacer el cambio funcional $dt = \frac{-dz}{v \sin(\theta)}$ y con el cual obtiene la ecuación 3.4.

Una vez hecho este análisis gráfico, nos enfocamos en obtener una función que represente de buena manera la velocidad de impacto de un bólido, pues nos basta con conocer dicha velocidad para obtener la energía de impacto E_{imp} y por ende las demás contribuciones físicas (cráter, brecha, sismos, etc.) que son el tema de estudio fundamental de este escrito. Para ello encontramos una función descrita por [Elkins-Tanton \(2010\)](#), la cual representa muy bien la **velocidad de impacto** de un bólido en función de algunos componentes físicos que actúan en dicho proceso, a saber:

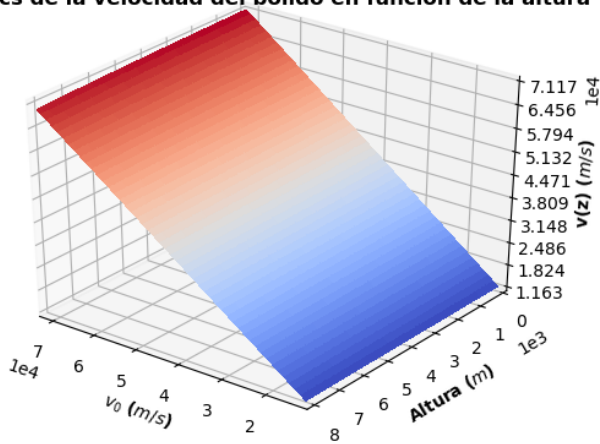
$$V_f = \sqrt{\frac{4\rho_i dg}{3C_d \rho(z)_{z=0}}}, \quad (3.19)$$

donde, ρ_i , y d es su densidad y su diámetro respectivamente, g , es la constante de gravedad, C_d es el coeficiente de arrastre fijado, para estos casos, en 0.5 [Elkins-Tanton \(2010\)](#) y $\rho(z)_{z=0}$ es la escala de altura evaluada en $z = 0$.

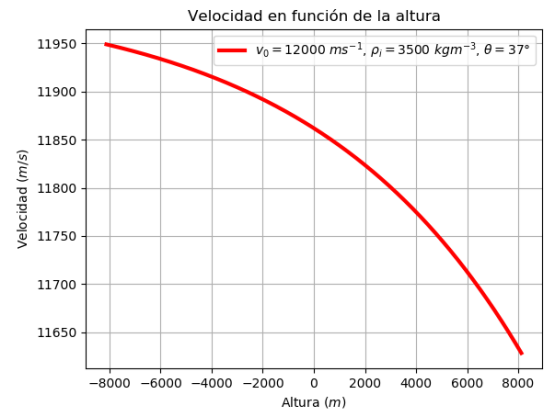
3.4. Adaptación del código al problema de México

Como se mencionó en la sección anterior, el estudio del impacto de un objeto en el planeta está bien estudiado por modelaciones o ajustes matemáticos con base en los datos correspondientes a los procesos físicos [Collins et al. \(2011\)](#) y [Shuvalov et al. \(2013\)](#). Estos van desde el planteamiento de una órbita,

Gráficos de la velocidad del b61ido en funci3n de la altura



(a) Velocidad en funci3n de la altura y de la velocidad inicial



(b) Velocidad en funci3n de la altura

Figura 3.10: An61lisis gr61fico de la ecuaci3n 3.4

Gr61fica de la Velocidad de impacto

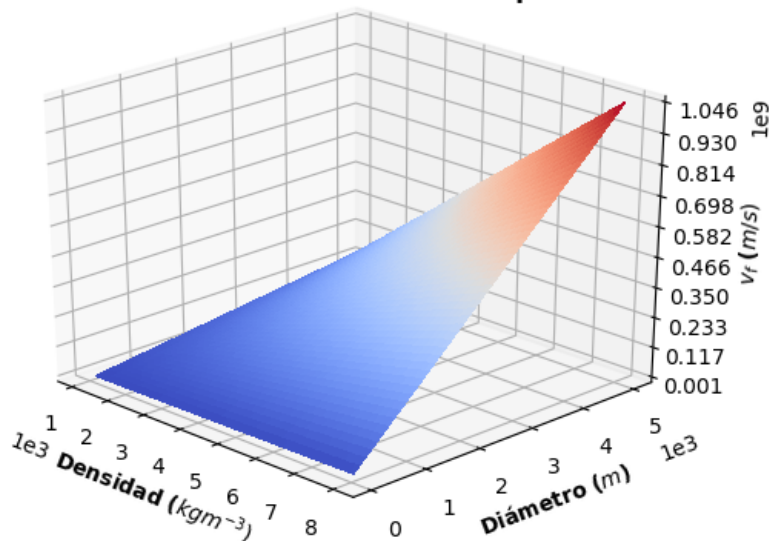


Figura 3.11: Gr61fica de la velocidad final de un objeto en funci3n de su densidad y su di61metro correspondiente a la ecuaci3n 3.19.

el proceso de arrastre causado por la interacci3n del objeto con la atm3sfera del planeta (?) hasta que el objeto se desintegra o impacta con la superficie de la tierra. Siendo el 61ltimo punto, el proceso de impacto del objeto con el planeta y, habiendo establecido el art61culo de Collins et al. (2011) como

base del presente estudio, se ha adaptado este proceso al territorio mexicano. Pues a pesar de que la representación físico-matemática de [Collins et al. \(2011\)](#) describe muy bien los fenómenos que implican el impacto de un objeto con la Tierra, los resultados son demasiado generales. Las adaptaciones constan en la elaboración de un mapa de densidad superficial del territorio mexicano (figura 3.12), proponer una nueva forma de la velocidad de impacto (ecuación 3.19), implementación de la ecuación 3.18, así como expresiones matemáticas que nos permitan conocer la población y la superficie dañada con respecto a la energía radiada a causa el impacto.

3.4.1. Mallas

Una de las principales consideraciones que tomamos para representar los fenómenos físicos relacionados con el impacto de un objeto con el territorio mexicano es conocer la composición de manera somera (20 metros de profundidad) del territorio mexicano, para ello utilizamos un software, que se emplea mucho en el ámbito de la geología, llamado **GeoMapApp**©. En este estudio se ha considerado solo el caso del territorio mexicano el cual se dividió en una cuadrícula de 1° de latitud por 1° de longitud. Con base en esta información, se puede conocer la densidad superficial del lugar de impacto, para después capturar cada uno de estos datos en un archivo tipo hoja de cálculo a manera de matriz para después hacer una afinación de la cuadrícula a una definición de 0.5° de latitud por 0.5° de longitud y de esta manera generar así un archivo con extensión **.dat**. Este archivo se lee a través de un código desarrollado en esta tesis que está programado en el lenguaje de programación **PyThon**, lo que permite representar un mapa de la república mexicana que nos muestra la densidad superficial de todo del país a una definición de 0.5° de latitud por 0.5° de longitud (véase figura 3.12).

3.4.2. Imágenes

Tanto la matriz en donde se capturaron los datos obtenidos por **GeoMapApp**©, así como el código que nos permitió representar cada uno de los valores de la matriz en una proyección del territorio mexicano, fueron realizadas en el [Laboratorio de Ciencias Geoespaciales](#). Como resultado la matriz y su procesamiento en el código, hemos podido hacer una representación, que nos señala en una escala de colores, la densidad superficial del territorio mexicano (véase figura 3.12).

Para estimar el daño poblacional que podría causar el impacto de un NEO en territorio mexicano, se recurrió a instituciones de gobierno, a que nos pudieran brindar información acerca de la distribución poblacional del país, pues se conocía la existencia de un [Atlas Nacional de Riesgos](#), información que está a cargo del [Centro Nacional de Prevención de Desastres \(CENAPRED\)](#) y que es de uso común, en este mapa, existe una aplicación interactiva en la que, por medio de un polígono que se “dibuja” sobre el territorio nacional, polígono que el propio usuario del mapa hace, se puede obtener información acerca de la densidad de población de dicho polígono, véase figura 3.13.

Por lo cual deducimos que probablemente existía una representación de la densidad poblacional de territorio mexicano similar, en cuanto al mallado, a nuestro trabajo de la densidad superficial, es decir, que existiera una base de datos o un mallado de 1° por 1° de la densidad de población del territorio mexicano y de esta manera poder adaptarlo a nuestro trabajo. Por lo cual nos contactamos con el [Instituto Nacional de Estadística y Geografía \(INEGI\)](#) para obtener dicha información, a lo que recibimos como

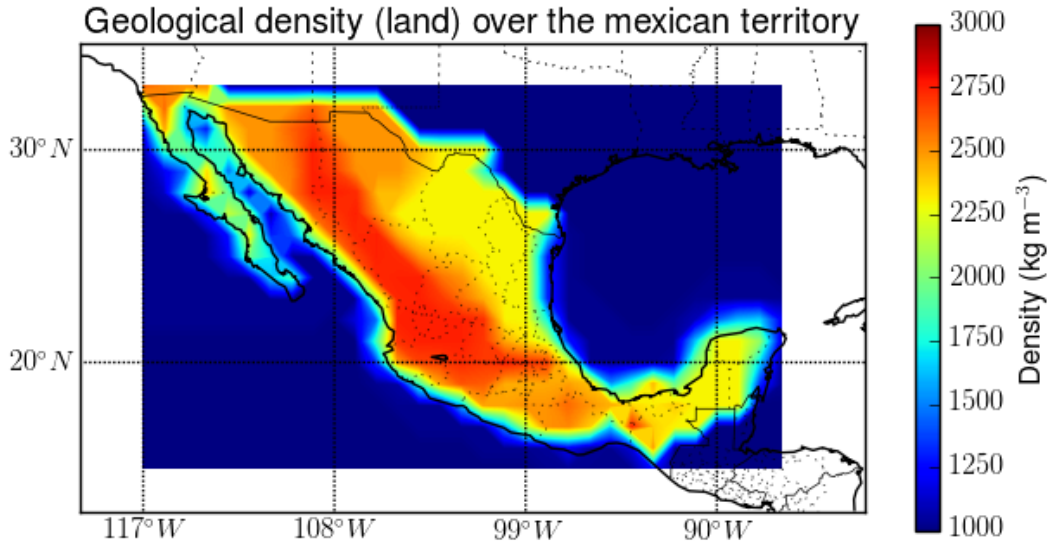


Figura 3.12: Mapa de la densidad superficial del territorio mexicano utilizando el grid desarrollado en el LACIGE.

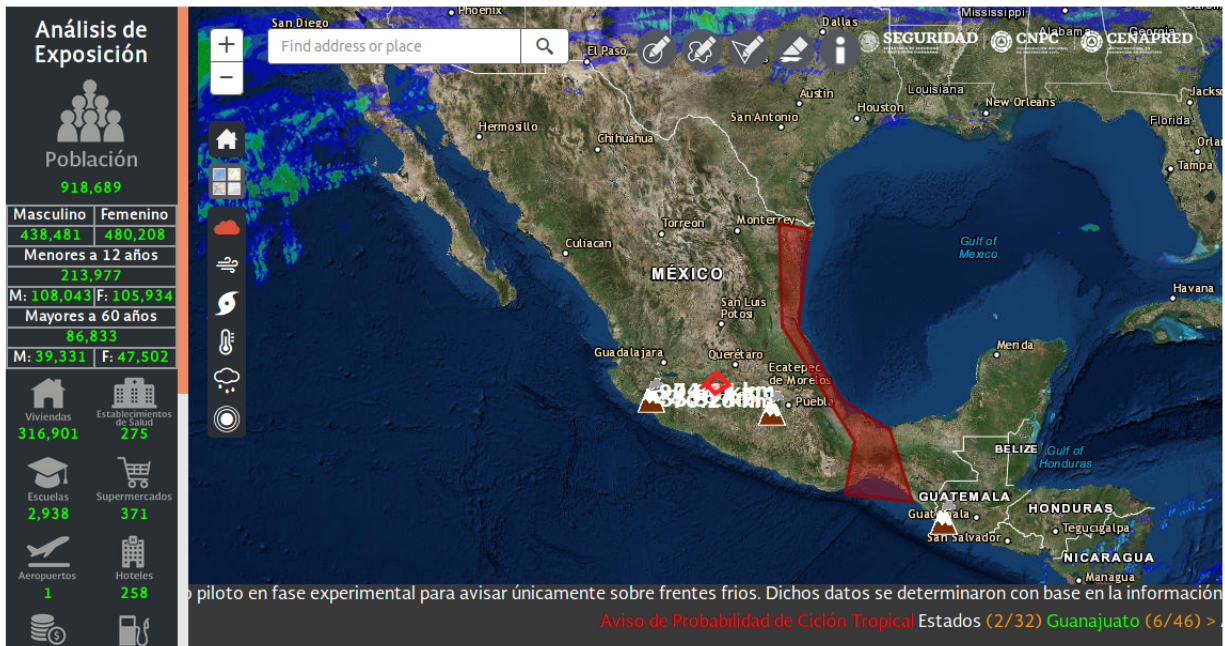


Figura 3.13: Ejemplo de la aplicación del polígono del Atlas Nacional de Riesgos, la densidad de población que aparece en el lado izquierdo de la imagen pertenece al polígono romboide que luce en el centro del territorio mexicano. Imagen tomada de: Captura de pantalla de la página del Atlas Nacional de Riesgos correspondiente al 4 de Marzo de 2019.

respuesta que no existía una base datos como la que nosotros buscamos y que la forma en como trabaja la aplicación del polígono del Atlas Nacional de Riesgos está basado en un algoritmo de promedio

ponderado, es decir, el usuario dibuja el polígono y la aplicación arroja un resultado basado en que porción del polígono dibujado cubre que municipio del país INEGI (2019). Por ejemplo, si el usuario dibuja un polígono que cubre 1/3 parte del Municipio de Morelia y las 2/3 partes restantes cubren el municipio de Charo, entonces el resultado que arroja la aplicación del Atlas Nacional de Riesgos constará de multiplicar la densidad poblacional de Morelia por 1/3 y la densidad poblacional de Charo por 2/3.

Debido a lo dicho anteriormente, empleamos una nueva forma de calcular los daños que el impacto de un objeto causaría a la población en general, este nuevo estudio tiene como trasfondo datos empleados en Harris et al. (2017), en donde se estima la población mundial **seriamente afectada** con respecto a la energía que el objeto radiaría (véase tabla 3.2). Con el empleo de dichos datos así como la utilización de un código en PYTHON basado en la interpolación usando **B-Splines** y matrices de **Vandermonde** hemos logrado obtener la forma del polinomio de rige su comportamiento y así poder representarlo en una gráfica.

Energía de impacto en Joules	Porcentaje de la población seriamente afectada
8.36×10^{20}	0
1.25×10^{21}	10
2.5×10^{21}	20
4.18×10^{21}	30
8.36×10^{21}	40
2.09×10^{22}	50
4.18×10^{22}	60
8.36×10^{22}	70
1.67×10^{23}	80
3.34×10^{23}	90

Tabla 3.2: Energía liberada (reescalada) por el impacto en relación con la población seriamente afectada, datos tomados de Harris et al. (2017).

Con dicho ajuste de interpolación se logro obtener el valor de la energía que se tendría que radiar para afectar seriamente a la totalidad de la población el cual es de aproximadamente $2.35 \times 10^8 \text{ Mt}$ o $\approx 3.34 \times 10^{23} \text{ Joules}$, para ilustrar mejor lo dicho anteriormente véase figura 3.14.

Ahora bien si se conoce que la población total de la Tierra es de aproximadamente 7.53 billones de personas, mientras que la población de México es de 129.2 millones, esto nos dice que México representa el 0.0017% de la población total (fuente de consulta: <https://data.worldbank.org/indicador/SP.POP.TOTL> (06/03/2019)). Por lo que, se está en posibilidades de conocer la energía que se requeriría para dañar seriamente a una población equiparable a la de nuestro país. La siguiente gráfica reescalada nos muestra dicho análisis, véase figura 3.15.

Es pertinente mencionar, que si bien nuestro código puede calcular el porcentaje de la población seriamente dañada, este porcentaje está en función de la energía liberada por el impacto, de lo cual se deduce que para que nuestro código pueda registrar un porcentaje, la energía liberada debe ser $> 8.30 \times 10^{20} \text{ J}$, pues este es el **valor mínimo** de los datos expuestos en la tabla 3.2.

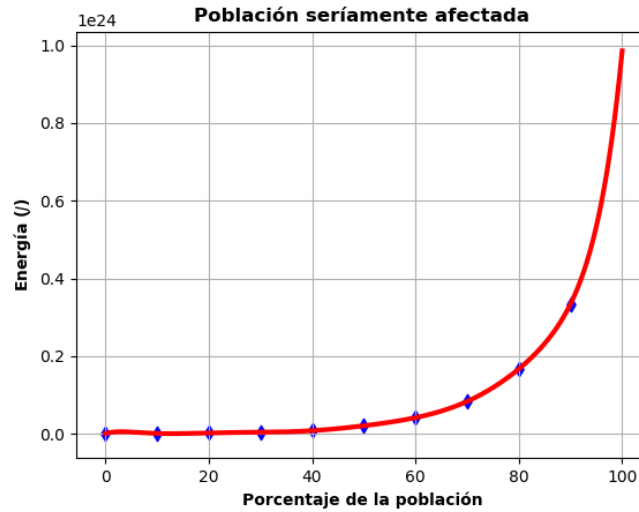


Figura 3.14: Gráfica de la interpolación hecha para los datos de la tabla 3.2, los puntos señalados en azul corresponden a los valores de la tabla antes mencionada.

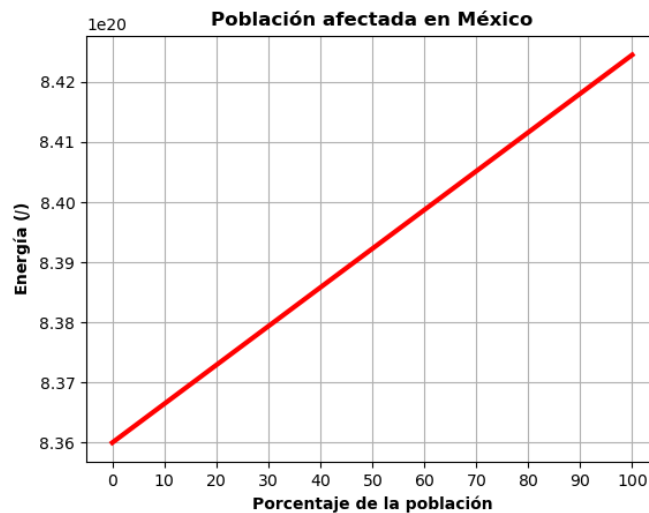


Figura 3.15: Gráfica de la población del país seriamente afectada en función de la energía liberada.

El análisis gráfico de 3.15 nos dice que basta con una energía del orden de $\approx 8.42 \times 10^{20}$ Joules para que una población similar a la que México tiene se vea severamente dañada debido al impacto de un NEO.

Para conocer la superficie que se dañaría por el impacto, empleamos el análisis hecho por [Glasstone & Dolan \(1977\)](#) el cual nos dice que la distancia radial (en kilómetros) de daño, con respecto al punto de emisión de energía, se toma como la región dentro de la cual los niveles de sobrepresión superan los 4 Psi (≈ 27579 Pa), pues esta presión es más que suficiente para romper los cristales de las ventanas así como de los coches. Dicha expresión está en función de la altura en kilómetros a la cual ocurre la liberación de energía, h , así como de la energía misma E en Megatones:

$$R = 2.09h - 0.449h^2E^{-1/3} + 5.08E^{1/3}. \quad (3.20)$$

Para nuestro estudio, consideraremos que el “impacto sucede”, es decir que la altura $h = 0$, con esta presunción podemos conocer el total de la superficie que se dañaría a partir del impacto [Shuvalov et al. \(2013\)](#) por lo cual la ecuación 3.20 se modifica como:

$$S_R \propto E^{2/3}, \quad (3.21)$$

una representación de la superficie afectada en función de la energía emitida se puede ver en la gráfica reescalada 3.16. Si la superficie de México es de aproximadamente 1.97 millones de kilómetros cuadrados (fuente de consulta: [http://cuentame.inegi.org.mx/territorio/extension/default.aspx?tema=T\(14/03/19\)](http://cuentame.inegi.org.mx/territorio/extension/default.aspx?tema=T(14/03/19))) entonces un análisis gráfico de 3.16 nos dice que se necesitan $\sim 3.78 \times 10^6$ Megatonnes o sea $\approx 1.58 \times 10^{22}$ Joules para que la totalidad de superficie del país se vea afectada.

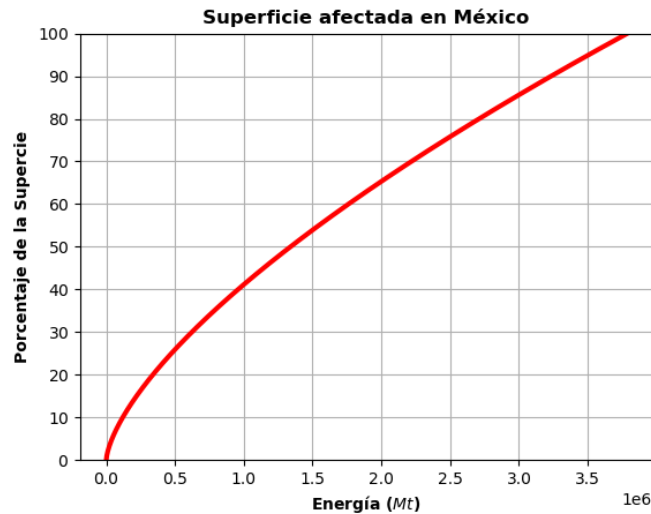


Figura 3.16: Gráfica de la superficie del país afectada en función de la energía liberada.

Capítulo 4

Análisis

En este capítulo se analizan los casos de estudio, a saber, los NEO's de la tabla 4.1. Dicho análisis consiste en obtener 8 parámetros relacionados con su impacto sobre la ciudad de Morelia Michoacán (caso hipotético). Los parámetros estudiados son: la energía radiada debido al impacto, el tamaño y profundidad del cráter, la ruptura del blanco (target) donde impacta, el *Breccia Lens*, el factor de ignición, el radio de fuego, la magnitud del sismo y la superficie afectada por dicho impacto. Se presenta además el análisis hecho para el objeto *1950 DA* y los casos restantes son presentados en el A. Al final de la sección se analiza la fidelidad del código generado y a través de los valores de la tabla 4.7, se obtienen los posibles parámetros físicos de los impactores que ocasionaron dichos cráteres, para hacer finalmente una discusión con los reportados en la literatura.

4.1. Casos de estudio

Habiendo estudiado los aspectos físicos más importantes de lo que implica el impacto de un NEO con el planeta Tierra y habiendo desarrollado también un estudio acerca de la composición, más precisamente, la densidad superficial del territorio mexicano, se puede entonces plantear una aplicación de código con diversos casos de estudio. Para comenzar con estos casos de estudio se han seleccionado 10 NEO's que habrán de fungir el papel de *impactores* sobre el territorio mexicano. Una de las razones por las que se seleccionaron estos 10 objetos es porque estos objetos tienen la posibilidad de impactar en los siguientes 100 años, e incluso varios de estos objetos han sido catalogados como **Objetos Potencialmente Peligrosos**. La siguiente tabla muestra a los objetos antes mencionados así como algunas de sus características.

En la primera columna de la tabla 4.1 están los nombres dados a cada uno de estos objetos, en estos se encuentra un enlace al sitio web del objeto en cuestión, en la segunda columna está la probabilidad de impacto obtenida con la escala **Palermo**, en la tercera columna está el diámetro del objeto. La cuarta columna de esta tabla nos arroja la energía en el momento de entrar a la atmósfera, esta energía obedece a la ecuación 3.1 y por consecuencia a la columna 6 que es la relacionada con la velocidad del objeto al entrar a la atmósfera. En la última columna está la densidad del impactor asumiendo que el impactor es un objeto esférico.

El análisis que haremos está basado en el código que se ha desarrollado con estos ajustes y que

Nombre del objeto	Probabilidad de impacto	Diámetro (m)	Energía (J)	Velocidad al entrar a la atmósfera (km/s)	Densidad (kgm^{-3})
29075 (1950 DA)	1.2×10^{-4}	1300	3.10×10^{20}	18.01	1680.96
Bennu (1999 RQ36)	3.7×10^{-4}	490	5.16×10^{18}	12.70	1009.51
Aphophis (2004 MN4)	8.9×10^{-6}	370	5.16×10^{18}	12.64	2369.08
410777 (2009 FD)	1.6×10^{-3}	160	5.85×10^{17}	19.42	1446.41
(2019 CM4)	1.2×10^{-4}	87	1.21×10^{17}	15.75	2835.45
(2018 XB4)	1.7×10^{-4}	53	1.84×10^{16}	13.38	2635.87
(2000 SB45)	1.6×10^{-4}	46	1.17×10^{16}	13.50	2521.64
(2000 SG344)	2.6×10^{-3}	37	4.55×10^{15}	11.28	2723.96
(2006 QV89)	5.0×10^{-5}	30	2.70×10^{15}	12.33	2566.59
(2008 HJ)	2.6×10^{-4}	24	1.70×10^{15}	13.50	2599.86

Tabla 4.1: Tabla de objetos potencialmente peligrosos que fungirán como *impactores* para el análisis de nuestro código. Estos valores fueron obtenidos de [Sentry CNEO's NASA](#).

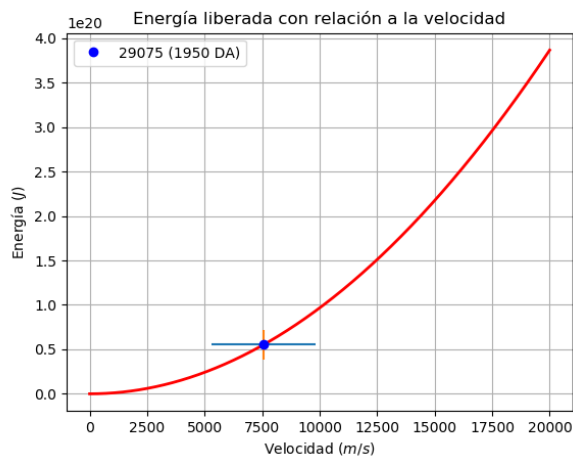
corre en los servidores del Laboratorio de Ciencias Geoespaciales ([LACIGE](#)), este código está escrito en el lenguaje de programación **PyThon** y permite conocer, los parámetros físicos inmersos en el caso del **impacto** de un NEO en territorio mexicano, como lo son la velocidad con la que el NEO impacta la superficie del país (ecuación 3.19), la energía que este libera, la profundidad y el diámetro que el impacto genera, el radio de la bola de fuego, el parámetro de ignición (con la nueva forma de esta función, ecuación 3.15), la magnitud del sismo (utilizando la nueva escala Kanamori, ecuación 3.18), así como el porcentaje de la población y de la superficie dañada debido a la energía emitida por el impacto, además, como parámetro de entrada se utilizará como densidad del lugar del impacto (“target”) los datos del mallado que permitieron generar el mapa 3.12 así como los datos de la tabla 4.1. Como se mencionó anteriormente este código tiene como trasfondo muchos de los cálculos realizado por [Collins et al. \(2011\)](#) sin embargo, este tiene mejoras y adaptaciones que se han realizado a partir de este trabajo de investigación, cabe resaltar que este código asume que el “impactor” llega entero a impactar la superficie o sea que no hay cambio ni en su densidad ni en su diámetro, dicho de otra manera, los procesos de arrastre propios de la interacción del objeto con la atmósfera terrestre no se consideran. Únicamente, para la ecuación 3.19 se ha considerado un coeficiente de dragado $C_d = 0.5$ pero éste es intrínseco de cualquier objeto esférico que cae.

4.2. Análisis del NEO 29075 (1950 DA)

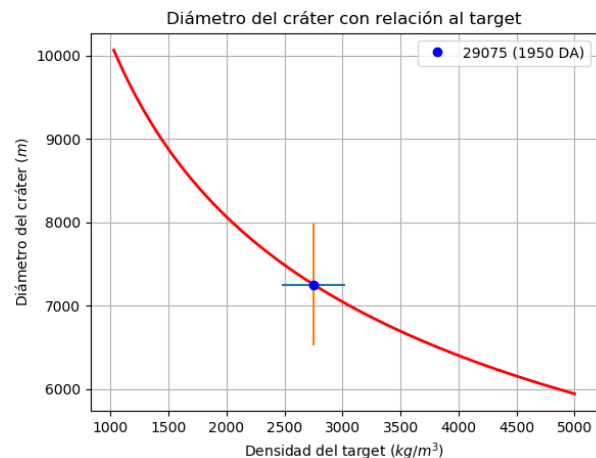
A continuación mostramos el análisis de las implicaciones físicas del impacto del NEO **29075 (1950 DA)** si dicho objeto impactase en territorio mexicano, para ello se ha tomado como parámetro del

“target” la ciudad de Morelia Michoacán. La ciudad de Morelia Michoacán está situada a $19^{\circ}46'06''$ N $101^{\circ}11'22''$ O, cuenta con 911960 habitantes y una superficie de 1335.94 km^2 INEGI (2019). Con base en nuestro mapa de densidades 3.12 se observa que debe haber una densidad promedio de 2725 kg/m^3 , adicionalmente se debe considerar que el ángulo de impacto es el más probable matemáticamente y éste de 45° además de que la distancia a la que se miden los efectos térmicos es de 40 kilómetros, aunado a esto, hemos agregado unas barras de error correspondiente al 30% de la estimación total de cada caso. De donde hemos obtenidos los siguientes resultados:

1. En la gráfica 4.1a se muestra la “firma” de la energía del impacto en función de la velocidad de impacto, para este cálculo se utilizaron las ecuaciones 3.1 y 3.19. Los valores de la velocidad y de la energía son 7558.7 m/s y $5.5 \times 10^{19} \text{ Joules}$ respectivamente. Estos datos son consistentes con los valores de Sentry CNEO’s NASA así como con la teoría expuesta en Soldán Guerra (2010). Por otra parte, la gráfica 4.1b muestra la “firma” de como cambia el diámetro en función de la densidad del “target” (Morelia) antes mencionado, el cual se estima en 7253.4 m . Este valor es consistente con el aspecto teórico presentado en (Collins et al., 2011).



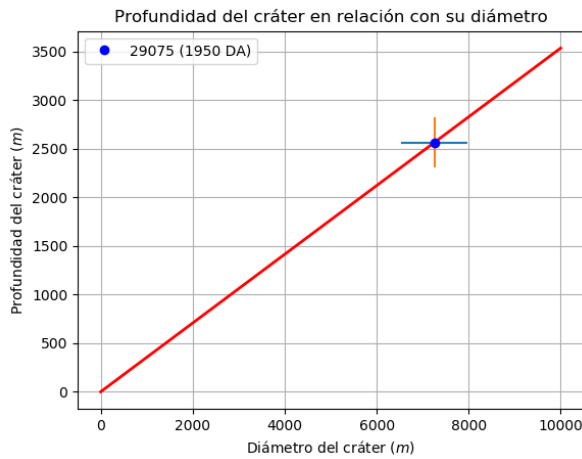
(a) Gráfica energía liberada debido al impacto



(b) Gráfica del diámetro del cráter causado por el impacto

Figura 4.1: Análisis gráfico del NEO 29075 (1950 DA). Energía liberada y diámetro del cráter.

2. La gráfica 4.2a muestra también la “firma” de la profundidad del cráter en función del diámetro de este, para efectuar este cálculo utilizamos la ecuación 3.8 obteniendo que la profundidad del cráter es de 2564.5 m es decir de $\approx 2.5 \text{ km}$ resultado que es consistente con lo expuesto teóricamente en Durand-Manterola & Cordero-Tercero (2014). En la gráfica 4.2b calculamos el volumen del Breccia Lens en función de cráter frame to frame, para ello se han empleado las ecuaciones 3.10, 3.11 donde se determinó que el volumen del Breccia Lens es de $2.39 \times 10^{10} \text{ m}^3$.
3. El gráfico 4.3a muestra el valor de exposición térmica (ecuación 3.17) en función de la distancia del lugar del impacto obteniendo como resultados que el factor de ignición a 40 km es de 8.1×10^{-4} valor que es demasiado pequeño como para causar una quemadura a esta distancia propuesta, pero



(a) Gráfica de la profundidad del cráter debido al impacto

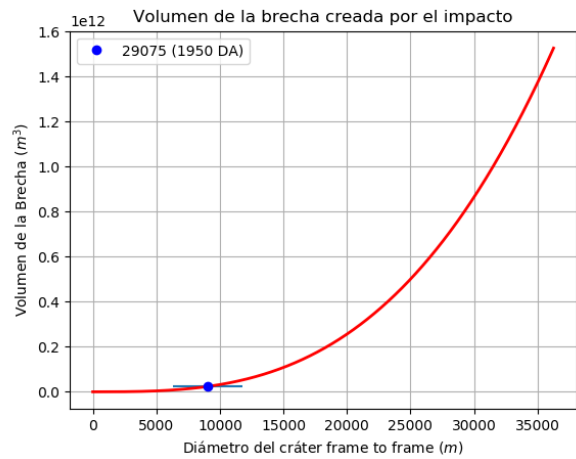
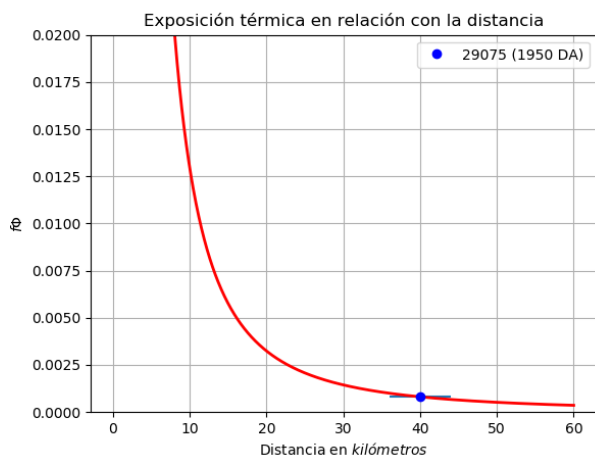
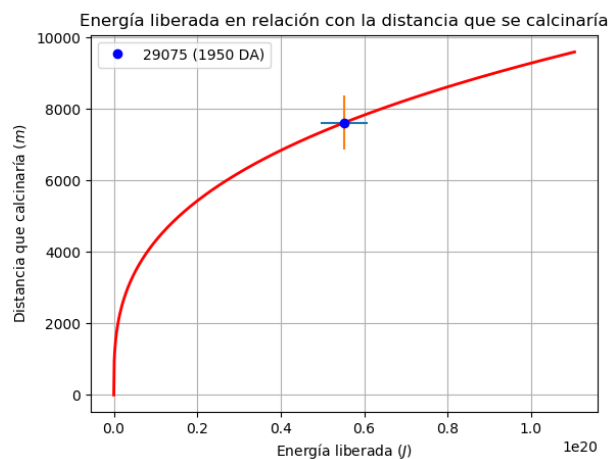
(b) Gráfica del *Breccia Lens* causado por el impacto

Figura 4.2: Análisis gráfico del NEO 29075 (1950 DA). Profundidad del cráter y lentes de brecha.

otro lado, en esta misma gráfica se puede ver, que a una distancia menor, la posibilidad de sufrir quemaduras incrementa, de este resultado concuerda con los obtenidos por [Glasstone & Dolan \(1977\)](#). Esta distancia es aproximadamente la distancia entre la ciudad de Morelia y la ciudad de Pátzcuaro. Por otro lado la gráfica 4.3b muestra el radio de la bola de fuego en función de la energía liberada, dicho radio es de 7615.5 m es decir de $\approx 7.6\text{ km}$ dicho de otra manera, más de la mitad de la ciudad Morelia se encontraría inmersa en el radio de fuego, este valor que concuerda con los expuestos en [Collins et al. \(2011\)](#) para un objeto de tales características.



(a) Gráfica del factor de ignición

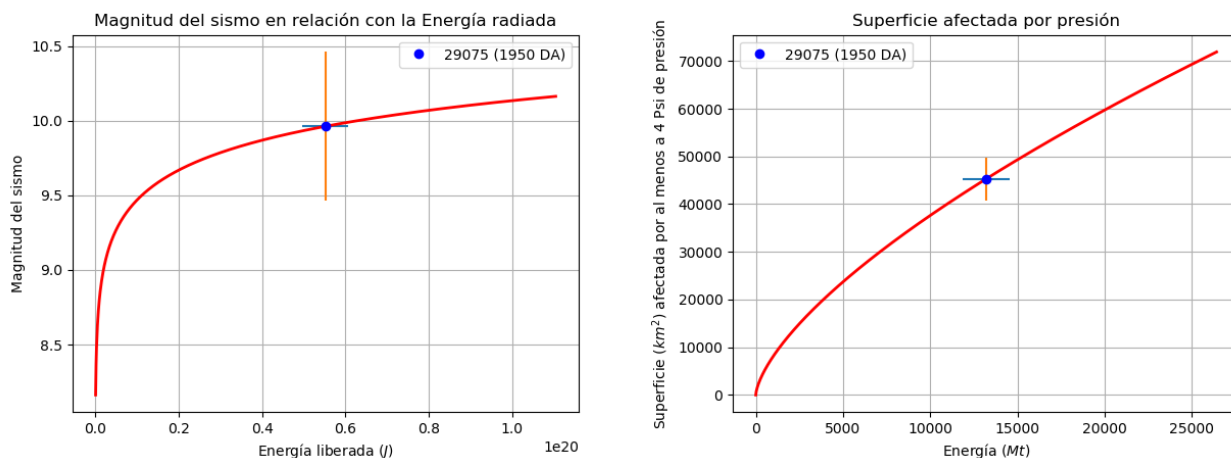


(b) Gráfica del radio de fuego causado por el impacto del objeto

Figura 4.3: Análisis gráfico del NEO 29075 (1950 DA). Factor de ignición y radio de fuego.

- Por último se han obtenido las gráficas de la magnitud del sismo ocasionado por la liberación de la energía causada por el impacto, así como la que relaciona la superficie expuesta a una presión de al

menos 4 *Psi* en función de la energía radiada. Para el primer punto, la gráfica 4.4a nos muestra la “firma” de la magnitud del sismo en función de la energía, para este cálculo usamos la ecuación 3.18 donde obtuvimos una magnitud del sismo que sería de 9.9, magnitud y energía que es consistente con los datos de Kanamori & Hanks (1979), sólo como dato adicional la magnitud de este sismo superaría a la de más alto registro en la historia, que se produjo el 22 de Mayo de 1960 en la ciudad de Valdivia, Chile. En el gráfico 4.4b obtenemos el comportamiento de la superficie afectada (en kilómetros cuadrados) en función con la energía liberada (en Megatonés), de donde obtuvimos que la superficie dañada a al menos 4 *Psi* es de 45,299.35 km^2 o sea, el 77% del total de la superficie del estado de Michoacán (58599 km^2 fuente: INEGI (2019)) percibiría al menos una presión de 4 *Psi* $\approx 27579 Pa$ esto significa que las construcciones de madera inmersas en esta superficie colapsarían por completo. Estas mediciones son también consistentes con los datos obtenidos por Glasstone & Dolan (1977), Collins et al. (2011) y Shuvalov et al. (2013).



(a) Gráfica de la magnitud ocasionado por el impacto del objeto (b) Gráfica de la superficie afectada debido al impacto del objeto

Figura 4.4: Análisis gráfico del NEO 29075 (1950 DA). Magnitud del sismo y superficie afectada.

4.3. Análisis de comparación

Ahora se presentará un análisis para comparar los parámetros de los 10 NEO's que se analizaron, cabe resaltar que únicamente se compararon el radio de fuego, la magnitud del sismo así como la superficie que percibe una presión de al menos 4 *Psi* y la razón es porque sólo dependen de parámetro y esto hace más fácil la comparación. Es decir, los demás parámetros como la energía o el diámetro del cráter dependen de parámetros intrínsecos de los objetos (densidad y diámetro de cada uno de ellos) y esto no nos permitiría ajustarlos a una sola “firma”, firma que nos ayuda a contrastar sus efectos.

La gráfica 4.5a nos muestra el comportamiento del radio de fuego en función de la energía liberada para los objetos 29075 (1950 DA), 101955 Benu (1999 RQ36), 99942 Apophis (2004 MN4), mientras que la gráfica 4.5b muestra esta misma relación, radio de fuego-energía liberada, para asteroides 410777

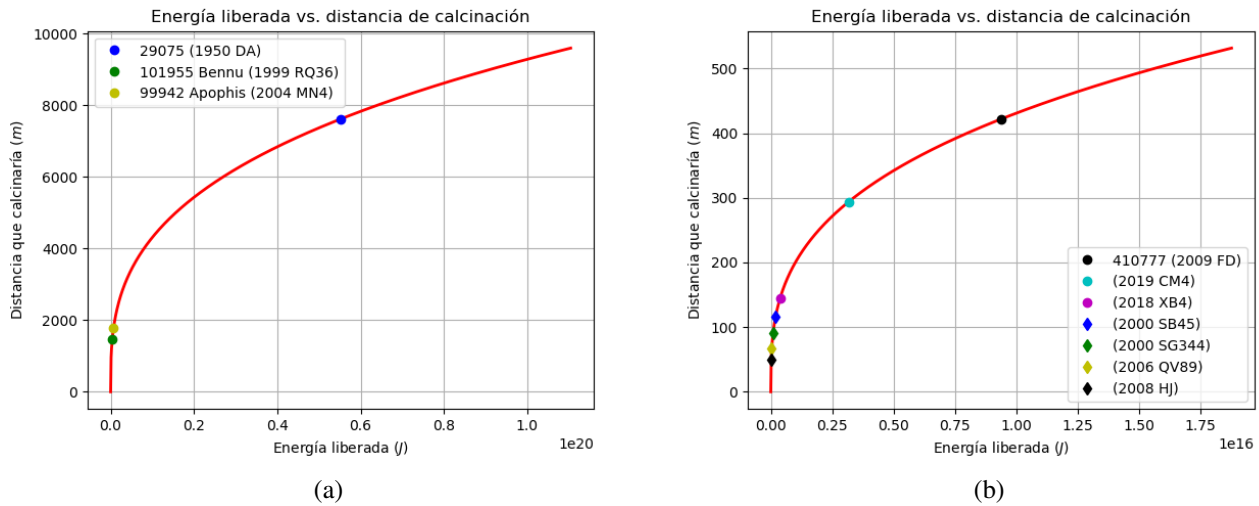


Figura 4.5: Gráfico comparativo del radio de fuego de los objetos de la tabla 4.1.

(2009 FD), (2019 CM4), (2018 XB4), (2000 SB45), (2000 SG344), (2006 QV89), (2008 HJ). En la tabla 4.2 se pueden ver los valores numéricos relacionados con el comportamiento antes descrito. Cabe destacar que todos los valores de esta tabla así como el comportamiento de las gráficas anteriormente mencionadas son consistentes con lo obtenido por [Glasstone & Dolan \(1977\)](#) y [Collins et al. \(2011\)](#).

Tabla 4.2: Valores del radio de fuego.

Datos/Asteroide	Radio de la bola de fuego (m)
1950 DA	7615.46
Benu (1999 RQ36)	1476.00
Apophis (2004 MN4)	1792.85
410777 (2009 FD)	421.86
(2019 CM4)	293.29
(2018 XB4)	144.25
(2000 SB45)	115.96
(2000 SG344)	91.31
(2006 QV89)	66.36
(2008 HJ)	49.70

En cuanto al análisis de la magnitud del sismo, la gráfica 4.6a muestra la firma de la magnitud del sismo en función de la energía liberada para los objetos 29075 (1950 DA), 101955 Benu (1999 RQ36), 99942 Apophis (2004 MN4), por otra parte la gráfica 4.5b muestra la misma firma de la magnitud del sismo en función de la energía liberada pero para los objetos 410777 (2009 FD), (2019 CM4), (2018 XB4), (2000 SB45), (2000 SG344), (2006 QV89), (2008 HJ). En relación con estas gráficas, la tabla 4.3 muestra los valores numéricos de las gráficas antes mencionadas. Al igual que para el caso del radio de fuego, los resultado obtenidos en este análisis concuerdan con la teoría y resultados de [Kanamori](#)

& Hanks (1979). Para tener en contexto de los resultados obtenidos, el asteroide *Bennu* (1999 RQ36) de 490 metros de diámetro y 1009.51 kg/m^3 de densidad liberaría una energía de $4.01 \times 10^{17} \text{ Joules}$, lo cual produciría un sismo de 8.5, magnitud similar a la registrada el 19 de *septiembre* de 1985 en la ciudad de México.

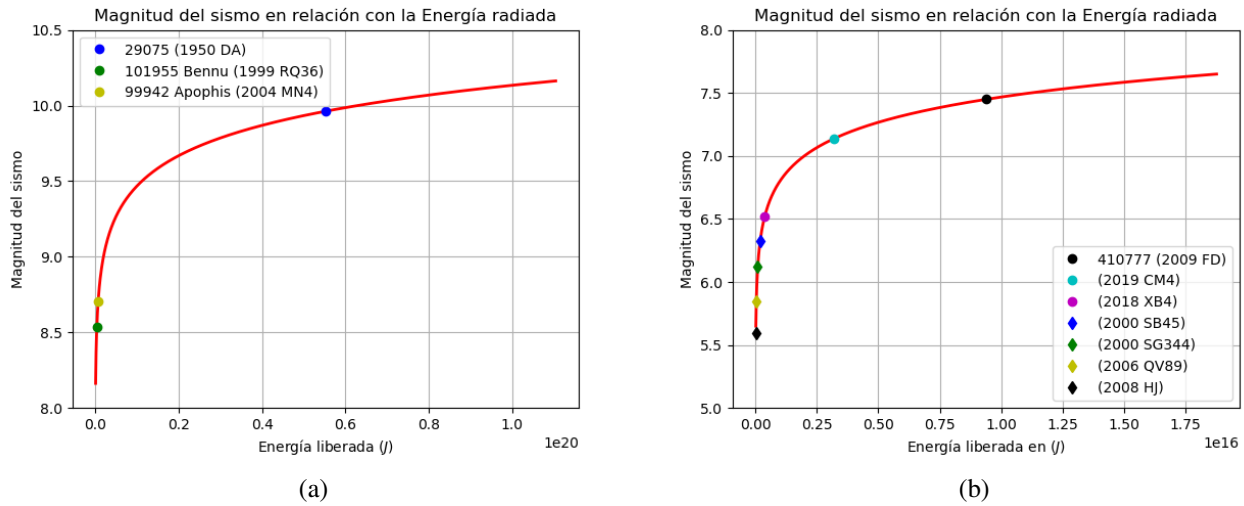


Figura 4.6: Gráfico comparativo de la magnitud del sismo ocasionado por los objetos de la tabla 4.1.

Tabla 4.3: Valores de la magnitud del sismo.

Datos/Asteroide	Magnitud del sismo
1950 DA	9.9
Bennu (1999 RQ36)	8.5
Apophis (2004 MN4)	8.7
410777 (2009 FD)	7.4
(2019 CM4)	7.1
(2018 XB4)	6.5
(2000 SB45)	6.3
(2000 SG344)	6.1
(2006 QV89)	5.8
(2008 HJ)	5.6

Por último, para el análisis gráfico de la superficie afectada, la figura 4.7a muestra la “firma” de la superficie afectada en relación con la energía radiada en Megatonnes para los objetos *101955 Bennu* (1999 RQ36), *99942 Apophis* (2004 MN4), mientras que la gráfica 4.7b nos muestra el comportamiento de la misma “firma” antes descrita pero para los objetos *410777* (2009 FD), *(2019 CM4)*, *(2018 XB4)*, *(2000 SB45)*, *(2000 SG344)*, *(2006 QV89)*, *(2008 HJ)*. Los datos de la energía liberada así como la superficie que esta dañaría, para cada uno de los 10 NEO’s que se analizaron se muestran en la tabla 4.4. Para tener una referencia de las implicaciones de este análisis, el NEO *2008 QV89* posee un diámetro

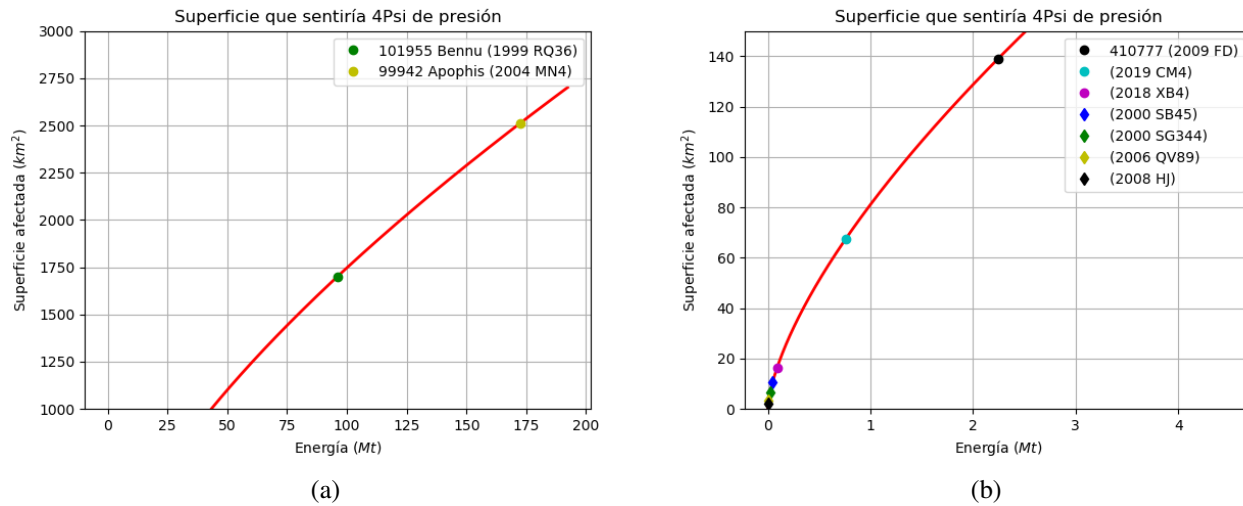


Figura 4.7: Gráfico comparativo de la superficie afectada por los objetos de la tabla 4.1.

de 30 metros y una densidad de 2566 kg/m^3 , cuyo impacto liberaría una energía de $3.65 \times 10^{13} \approx 8.72$ kilotones, lo que a su vez implicaría que una superficie de aproximadamente 3.44 km^2 se viera afectada a al menos 4 Psi, presión suficiente para que una construcción de madera pueda colapsar. El campus central del U.N.A.M. posee una extensión superficial de aproximadamente 2.66 km^2 (esto sin contar la zona deportiva ni el herbolario) por lo que si este NEO impactara en el centro de C.U. afectaría a su totalidad. Cabe resaltar que estos son consistentes con los trabajos de Shuvalov et al. (2013) así como con el comportamiento descrito por Collins et al. (2011) y Glasstone & Dolan (1977).

Tabla 4.4: Valores de la superficie afectada a al menos 4 Psi de presión.

Datos/Asteroide	Superficie afectada a 4 Psi km^2
1950 DA	45299.35
Bennu (1999 RQ36)	1701.67
Apophis (2004 MN4)	2510.66
410777 (2009 FD)	139.01
(2019 CM4)	67.19
(2018 XB4)	16.25
(2000 SB45)	10.50
(2000 SG344)	6.51
(2006 QV89)	3.44
(2008 HJ)	1.93

Como se puede observar en las tablas 4.5 y 4.6 los NEO's, al igual que en la tabla (impactores), los objetos están ordenados de manera decreciente en relación a su diámetro. La segunda columna muestra la velocidad de impacto, velocidad que obtuvimos con la ecuación (3.19, como se pudiera predecir la velocidad también estaría en orden decreciente pero esta suposición sufre un revés con el

asteroide *Apophis* (2004 MN4), este revés se debe a que este asteroide es más denso que su predecesor en la tabla, *Bennu* (1999 RQ36), y a pesar de que la densidad no está en orden decreciente, el valor del diámetro (al ser decreciente) sí influye en la velocidad que se calcula para el resto de los objetos. En la columna número tres observamos la energía de impacto, esta presenta la misma situación, parece ir en orden decreciente hasta el mismo asteroide *Apophis* (2004 MN4), esto se debe a que la energía tiene como factores intrínsecos la densidad del objeto, su diámetro así como la velocidad de impacto. En la cuarta columna obtenemos el diámetro de cráter que ocasionaría cada uno de estos NEO's al impactar con la ciudad de Morelia, aquí cabe recordar que la densidad de esta ciudad sirve como "target" para los parámetros de entrada del código, parámetro que fue obtenido con base en el mapa de densidades, figura 3.12, en esta parte de la se observa la misma situación antes descrita para el asteroide *Apophis* (2004 MN4) y se debe, al igual que en los casos pasados, a que la densidad del asteroide y así como el valor de su velocidad de impacto que es mayor que la de su predecesor. Este mismo escenario se repite para las columnas 5, 6, 7, 8, 9 y 10, que son la profundidad del cráter, el volumen del breccia lens, el radio de la bola de fuego, la exposición térmica, la magnitud del sismo y la superficie afectada respectivamente. Es pertinente señalar que para los asteroides (2006 QV89) y (2008 HJ) el valor que se obtiene para la exposición a la radiación térmica es 0. Esto se debe a que el valor que se obtiene al momento de hacer el cálculo es menor que 1×10^{-10} que es la cota de mínima y no modificable del código, físicamente, admitir que el valor de la radiación termal es 0, significaría que la distancia escogida se encuentra demasiado alejada al punto de impacto o que la energía liberada es muy pequeña como para poder ser considerada una amenaza a esta distancia. Una situación similar ocurre al momento de calcular la población dañada, ya que según los datos expuestos en Harris et al. (2017) una energía radiada menor a los $2 \times 10^5 Mt$ ($\approx 8.36 \times 10^{20} J$) no causaría daño significativo a la población mundial. Esta situación una limitante para nuestro análisis pues dista de representar lo que "localmente" podría ocurrir pero esto se explicará más detalladamente en el capítulo de la conclusión. Es conveniente aclarar que el análisis gráfico hecho en esta sección lo hemos partido en un par de gráficas para cada parámetro físico de estudio, la razón de esta forma de análisis radica en obtener una mejor perspectiva del mismo, ya que como se puede ver en la tabla 4.1 a partir del objeto 410777 (2009 FD) y los que lo preceden, son menores a los 200 m, por lo que los productos físicos del impacto, es decir los parámetros físicos medidos en esta sección, no serían comparables, en un mismo con los objetos que anteceden a este mismo.

Datos/Astroide	Velocidad de impacto	Energía de impacto	Diámetro del cráter	Profundidad del cráter
1950 DA	7558.667	5.52×10^{19}	7253.44	2564.48
Bennu (1999 RQ36)	3596.354	4.02×10^{17}	2061.95	729.01
Apophis (2004 MN4)	4788.531	7.20×10^{17}	2496.84	882.77
410777 (2009 FD)	2460.158	9.38×10^{15}	821.63	290.49
(2019 CM4)	2540.125	3.15×10^{15}	648.43	229.25
(2018 XB4)	1911.380	3.75×10^{14}	379.35	134.12
(2000 SB45)	1741.744	1.95×10^{14}	321.29	113.59
(2000 SG344)	1623.467	9.52×10^{13}	269.69	95.35
(2006 QV89)	1419.083	3.65×10^{13}	211.60	74.81
(2008 HJ)	1277.402	1.53×10^{13}	170.48	60.27

Tabla 4.5: Parámetros físicos debido al impacto de los objetos de la tabla 4.1. Valores obtenidos por la ejecución del código antes mencionado.

Datos/Asteroide	Radio de la bola de fuego	Factor de radiación térmica	Magnitud del sismo	Superficie afectada a 4 Psi
1950 DA	7615.46	8.10×10^{-4}	9.9	45299.35
Benu (1999 RQ36)	1476.00	1.34×10^{-5}	8.5	1701.67
Apophis (2004 MN4)	1792.85	2.17×10^{-5}	8.7	2510.66
410777 (2009 FD)	421.86	5.83×10^{-7}	7.4	139.01
(2019 CM4)	293.29	2.35×10^{-7}	7.1	67.19
(2018 XB4)	144.25	3.96×10^{-8}	6.5	16.25
(2000 SB45)	115.96	2.29×10^{-8}	6.3	10.50
(2000 SG344)	91.31	1.26×10^{-8}	6.1	6.51
(2006 QV89)	66.36	0	5.8	3.44
(2008 HJ)	49.70	0	5.6	1.93

Tabla 4.6: Parámetros físicos debido al impacto de los objetos de la tabla 4.1. Valores obtenidos por la ejecución del código antes mencionado.

4.4. Análisis de cráteres

Dada la información obtenida acerca de los efectos físicos del impacto de un asteroide en territorio mexicano, en particular del diámetro del cráter, como parte de esta investigación, en esta sección se estudiarán las firmas existentes de los cráteres de impacto, a saber, el cráter de **Chicxulub**, el de **Chesapeake** así como el de **Arizona**. En este contexto el análisis tendrá como datos de entrada, las condiciones físicas del sitio de impacto para determinar las condiciones del impactor, es decir, información acerca de los parámetros físicos del impactor que ocasionó dicho cráter, los parámetros físicos de estudio son la velocidad de impacto, la densidad del impactor así como su diámetro. Para esto se emplea la ecuación de 3.8 que nos permite relacionar los parámetros antes mencionados con el diámetro del cráter y la tabla de valores 4.7 que nos entrega datos del diámetro del cráter, de la densidad del lugar de impacto *target* así como la fuente de dónde proviene la información.

Cráter	Diámetro del cráter (km)	Densidad del target (kg/m ³)	Referencia
Chicxulub	180	1030	Urrutia Fucugauchi et al. (2004).
Chesapeake	90	1030	French - LPI (1998).
Arizona	1.2	2500	French - LPI (1998).

Tabla 4.7: Tabla de valores de los cráteres de estudio.

Como se mencionó en el párrafo anterior, el análisis hecho en esta sección tiene como base la ecuación 3.8, la cual permite relacionar el diámetro del cráter generado por el impacto con los tres parámetros físicos principales del *impactor*, como lo son su densidad, su velocidad de impacto y su diámetro. De esta manera, se puede obtener una ecuación de forma explícita del diámetro del *impactor* en función de los parámetros restantes de la ecuación antes mencionada:

$$d = 0.8258131032 \left(\frac{D_{tc}}{\sqrt[3]{\sin(\theta)}} g^{\frac{11}{50}} \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\rho_i}{\rho_t}}} v_i^{-\frac{11}{25}} \right)^{\frac{50}{39}}, \quad (4.1)$$

de igual manera como obtuvimos la expresión anterior, podemos obtener también la expresión de la velocidad del impactor:

$$v_i = 0.7122854057 \left(\frac{D_{tc}}{\sqrt[3]{\sin(\theta)}} g^{\frac{11}{50}} \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\rho_i}{\rho_t}}} d^{-\frac{39}{50}} \right)^{\frac{25}{11}}, \quad (4.2)$$

así como también la de su densidad:

$$\rho_i = 0.6390036528 \left(\frac{D_{tc}^3 \rho_t}{\sin(\theta)} g^{\frac{33}{50}} d^{-\frac{117}{50}} v_i^{-\frac{33}{25}} \right). \quad (4.3)$$

Debido a que existen tres parámetros inmersos en una misma ecuación, para este análisis hemos decidido emplear, para la densidad, diámetro y la velocidad del *impactor*, tres datos (mínimo, nominal

y máximo) que corresponden a valores propuestos arbitrariamente (mínimo y máximo), así como los obtenidos por las referencias de la tabla 4.7 (valor nominal) los cuales corresponden a los valores más aceptados y reportados en la literatura, es conveniente mencionar que los valores de las velocidades, mínima y máxima, empleados caen en el espectro de los utilizados en otros análisis, por ejemplo (Shuvalov et al., 2013), (Collins et al., 2011), (Soldán Guerra, 2010) o (Durand-Manterola & Cordero-Tercero, 2014). Esto permitirá conocer cuales pudieron haber sido los valores entre los que oscilaría la densidad, el diámetro y la velocidad de impacto de los objetos que causaron los cráteres de estudio. Es necesario recalcar que para todos los casos, tomamos como valores fijos a $g_E = 9.81$ y $\theta = 45^\circ$ correspondiendo este último valor por ser el teóricamente más probable Morbidelli & Vokrouhlický (2003). Con esto como trasfondo a continuación se presenta el análisis hecho para los cráteres, Arizona, Chesapeake y Chicxulub.

4.4.1. Cráter Arizona

Para el caso de este asteroide se ha empleado la velocidad nominal, mínima y máxima de 15,000, 12,000 y 20,000 m/s , respectivamente, datos obtenidos de (French - LPI, 1998), además fijamos la densidad del asteroide de $2750 \text{ kg}/m^3$ (French - LPI, 1998). Datos que nos arrojan resultados acerca de su posible diámetro nominal, mínimo y máximo. La gráfica 4.8 muestra las “firmas” de los diámetros con relación a los valores de las velocidades utilizados, la línea azul vertical permite hacer referencia con la densidad del impactor obteniendo, que con la velocidad nominal el valor más aceptado en la literatura para el diámetro, 68.4 m . Esta gráfica se ha construido empleando la ecuación 4.1.

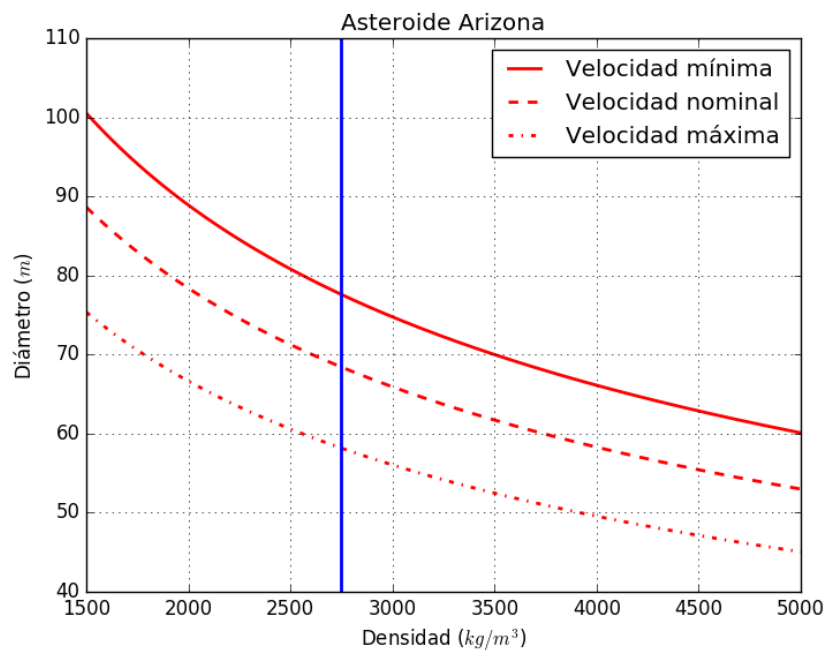


Figura 4.8: Gráfica de los posibles diámetros en función de la velocidad para el caso del cráter de Arizona.

Por otra parte, si ahora fijamos el valor de los diámetros con relación a los valores obtenidos

anteriormente, recuperamos el valor de las velocidades antes fijas. Es decir con un diámetro nominal de 68.41 m obtenemos una velocidad de $15,000\text{ m/s}$, velocidad que corresponde justamente con la que ya se había fijado, esta misma situación ocurre con los diámetros mínimo y máximo. La gráfica (4.9) muestra lo anteriormente dicho, dónde las curvas establecen las “firmas” de las velocidades utilizando los diámetros antes obtenidos, la línea vertical azul permite hacer referencia a la densidad del objeto y nos permite “recuperar” el valor de la velocidad de impacto con usando la curva del diámetro nominal. La ecuación empleada para este análisis gráfico fue la 4.2. Estos resultados concuerdan con los datos de la tabla 4.8.

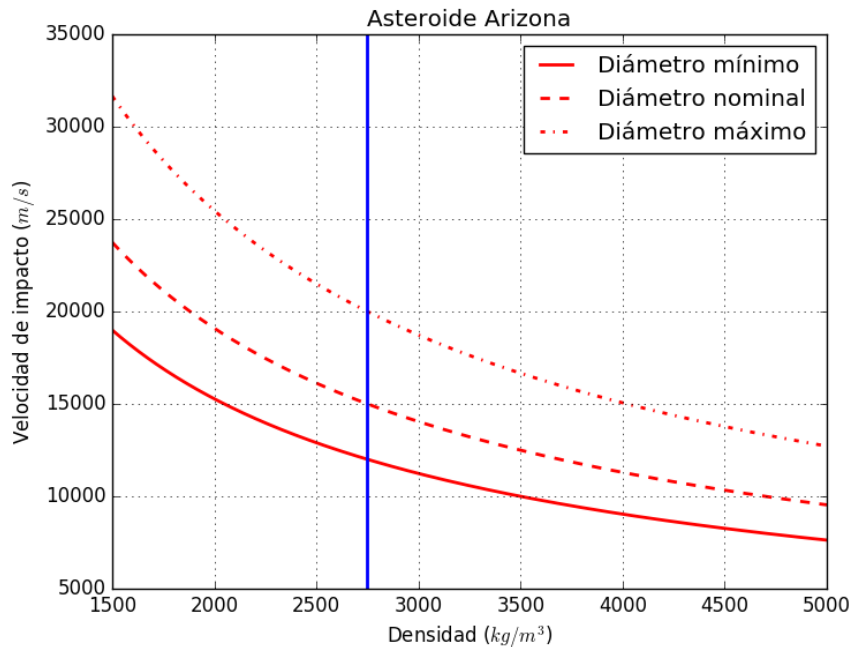


Figura 4.9: Gráfica de las posibles velocidades en función del diámetro para el caso del cráter de Arizona.

Por último, se hizo uso de la ecuación 4.3 para la construcción de la gráfica 4.10, la cual muestra que si se utilizan los valores del diámetro nominal, mínimo y máximo con sus respectivas velocidades, se pueden obtener curvas que nos permiten representar las posibles densidades. En particular se puede inferir que con la velocidad nominal y el diámetro nominal obtenemos justamente el valor de la densidad que en un principio fijamos, lo que le genera fidelidad a nuestro análisis, un análisis similar se presenta en [Durand-Manterola & Cordero-Tercero \(2014\)](#).

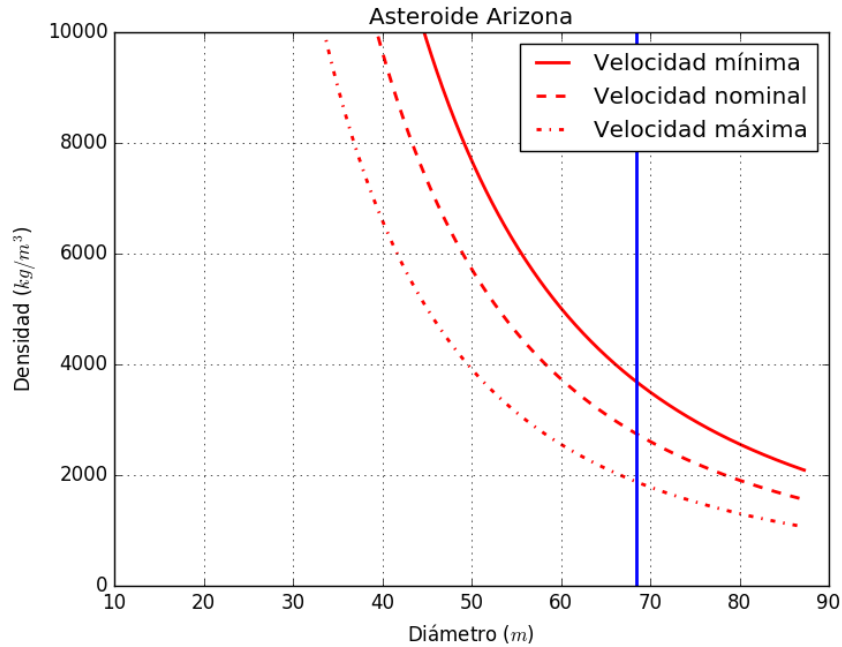


Figura 4.10: Gráfica de las posibles densidades en función de la velocidad para el caso del cráter de Arizona.

La tabla 4.8 también muestra datos acerca de la energía nominal, mínima y máxima liberada por el impacto, lo que permite inferir un valor de la magnitud del sismo, del radio de fuego y de la superficie afectada a 4 *Psi* de presión, pues estos parámetros físicos dependen únicamente de la energía liberada y concuerdan con los reportados en (French - LPI, 1998) y (Harris et al., 2017). Cabe aclarar que estos últimos tres parámetros se obtuvieron utilizando únicamente los valores nominales, esto se debe a que la diferencia entre la energía mínima y máxima no supera un orden de magnitud y por lo tanto el cambio no es significativo para estos, una situación similar en condiciones se presenta en Harris et al. (2017).

Tabla 4.8: Posibles parámetros y efectos físicos del impacto del asteroide Arizona

Parámetros/Valores	Nominal	Mínima	Máxima
v (m/s)	15000	12000	20000
d (m)	68.4	58.2	77.6
ρ_i (kg/m^3)	2750.0	1850.0	3850.0
E (J)	5.2×10^{16}	4.8×10^{16}	5.7×10^{16}
Magnitud del sismo	8.0		
Radio de fuego (m)	745.9		
Superficie afectada (km^2)	434.5		

4.4.2. Cráter Chesapeake

Para el caso del asteroide Chesapeake, al igual que para el caso anterior, se ha empleado la velocidad nominal, mínima y máxima de 15,000, 12,000 y 20,000 m/s , respectivamente. Al igual que en el caso anterior el valor de la velocidad nominal es el más aceptado en la literatura ((French - LPI, 1998)) y las velocidades, mínima y máximas caen en el espectro citado al comienzo de esta sección. Para este caso, se ha fijado la densidad del asteroide en 2,500 kg/m^3 (French - LPI, 1998).

Empleando la ecuación 4.1, el valor de la densidad, así como los de las velocidades, se obtiene su posible diámetro nominal, mínimo y máximo. La gráfica 4.11 muestra las curvas de estos posibles diámetros con relación a los valores de las velocidades utilizados, en particular y con la ayuda de la línea vertical que hace referencia a la densidad, podemos establecer que el valor nominal, mínimo y máximo del diámetro son 4371.85, 4958.29 3716.95 m , respectivamente.

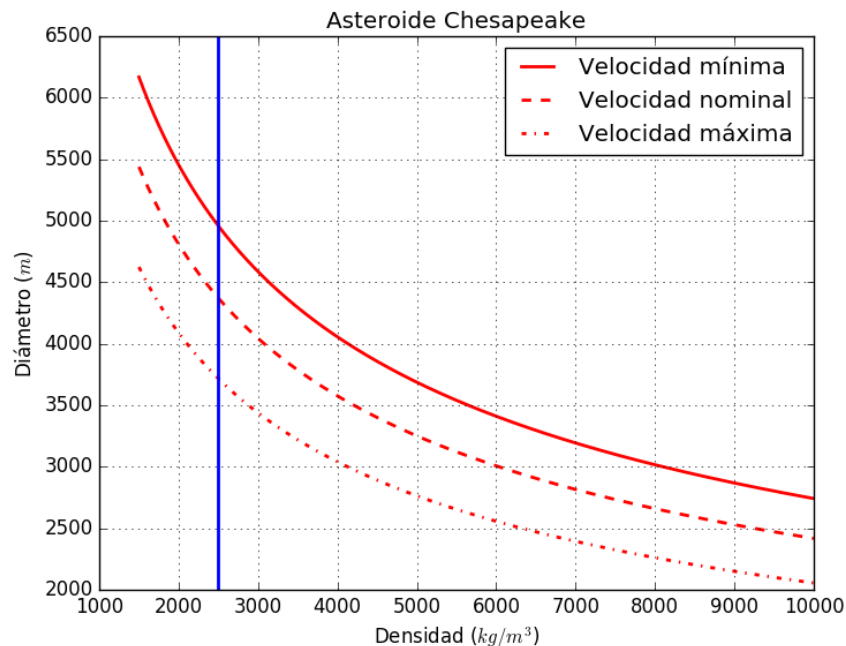


Figura 4.11: Gráfica de los posibles diámetros en función de la velocidad para el caso del cráter de Chesapeake.

Si se emplea ahora la ecuación 4.2 y se fija el valor de los diámetros con relación a los valores obtenidos anteriormente, se recupera el valor de las velocidades antes fijas. Por ejemplo, con un diámetro nominal de 4371.85 m se obtiene una velocidad de 15,000 m/s , velocidad que se había denominado como nominal, este valor del diámetro es consistente con que se presenta en (French - LPI, 1998). En este mismo sentido, la gráfica (4.12) expresa lo que se ha dicho, la línea vertical azul permite hacer referencia a la densidad del objeto.

Por otro lado, se ha empleado la ecuación 4.3 para la construcción de la gráfica 4.13, en la cual empleamos los valores del diámetro nominal, mínimo y máximo con sus respectivas velocidades, lo que permite obtener curvas que representan las posibles densidades. Al igual, que en el análisis del

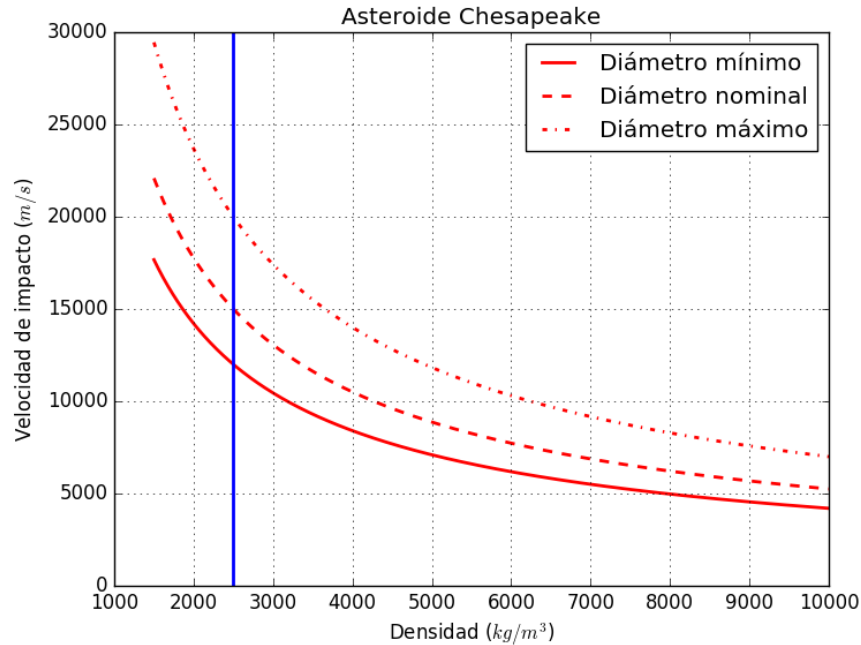


Figura 4.12: Gráfica de las posibles velocidades en función del diámetro para el caso del cráter de Chesapeake.

cráter anterior, en particular se infiere que con la velocidad nominal y el diámetro nominal se obtiene justamente el valor de la densidad que en un principio fijamos.

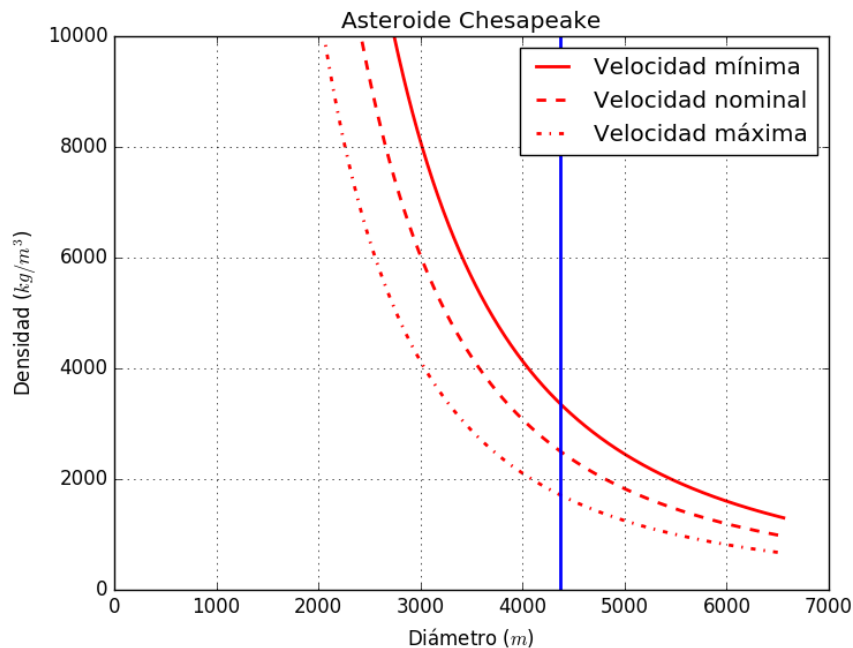


Figura 4.13: Gráfica de las posibles densidades en función de la velocidad para el caso del cráter de Chesapeake.

En general, la tabla 4.9 muestra la totalidad de los datos obtenidos, así como valores de la energía nominal, mínima y máxima liberada por el impacto, esto nos permite conocer un valor de la magnitud del sismo, del radio de fuego y de la superficie afectada a 4 *Psi* de presión, valores que concuerdan con los reportados en (French - LPI, 1998) y (Harris et al., 2017). Al igual que en el caso anterior y en general en la totalidad de los casos de esta sección, estos últimos tres parámetros (magnitud del sismo, del radio de fuego y superficie afectada a 4 *Psi*) se han obtenido utilizando únicamente los valores nominales.

Tabla 4.9: Posibles parámetros y efectos físicos del impacto del asteroide Chesapeake

Parámetros/Valores	Nominal	Mínima	Máxima
v (m/s)	15000	12000	20000
d (m)	4371.85	3716.95	4958.29
ρ_i (kg/m^3)	2500	1700	3500
E (J)	1.23×10^{22}	1.15×10^{22}	1.34×10^{22}
Magnitud del sismo	11.6		
Radio de fuego (m)	46173.4		
Superficie afectada (km^2)	1665268.6		

Es necesario aclarar que, como se mencionó en el capítulo 3 y, dado que se considera que el impacto antes estudiado sucedió en el mar el valor numérico **1.161** que aparece en las ecuaciones 4.1, 4.2 y 4.3 fue reemplazado por **1.616** tal y como lo propone (Collins et al., 2011) para impactos en el agua, una aproximación más certera de los valores antes obtenidos sería si consideráramos la profundidad a la que el impacto se dio, desafortunadamente son escasos los datos que en general se conocen acerca de estos impactos y aún más escasos de los impactores.

4.4.3. Cráter Chicxulub

El análisis hecho para este cráter tiene como base datos obtenidos de (Urrutia Fucugauchi et al., 2004) y (Collins et al., 2011) y es muy similar al hecho en las subsecciones anteriores, es decir, en primera instancia se fijaron tres velocidades, la nominal, mínima y máxima, 17,000, 12,000, 20,000 m/s , respectivamente, valores que están dentro del intervalo expuesto por (Collins et al., 2011). Usando la ecuación 4.1 se puede obtener que el valor nominal del asteroide Chicxulub sería de 26,901 m , valor que está dentro del intervalo propuesto por (Durand-Manterola & Cordero-Tercero, 2014) que va de 10.8 a 31.6 km , la gráfica 4.14 muestra lo dicho anteriormente.

De la misma manera, se fijaron los valores de los diámetros obtenidos para conocer las posibles velocidades, obteniendo 17,000, 12,000 y 20,000 m/s para la velocidad nominal, mínima y máxima, respectivamente, recuperando los valores de estas antes fijados, la gráfica 4.15 permite observar las curvas de tales velocidades y exponer los valores de dichas curvas cuando intersecan con la línea azul que representa la densidad del impactor.

Por último se analizaron los posibles valores de las densidades, para ello, se empleó la ecuación 4.3 así como los valores nominales, mínimos y máximos de los diámetros y las velocidades antes obtenidos.

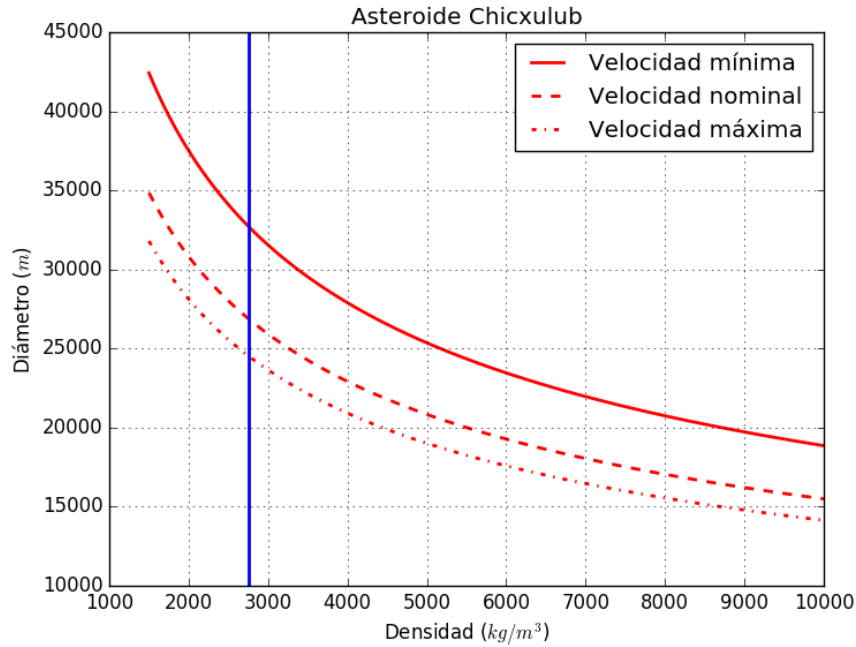


Figura 4.14: Gráfica de las posibles diámetros en función de la velocidad para el caso del cráter de Chicxulub.

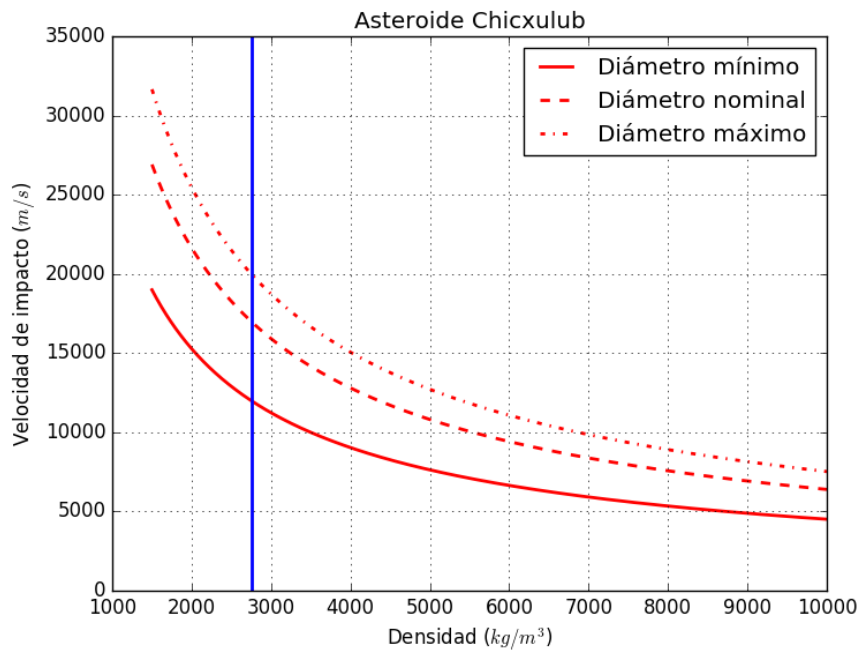


Figura 4.15: Gráfica de las posibles velocidades en función del diámetro para el caso del cráter de Chicxulub.

Con estos parámetros se construyó la gráfica 4.16 en la que se observa que con el diámetro nominal (línea azul) y la velocidad nominal, obtenemos un valor de 2750 kg/m^3 , valor que, como ya se sabe, se

había planteado desde un principio.

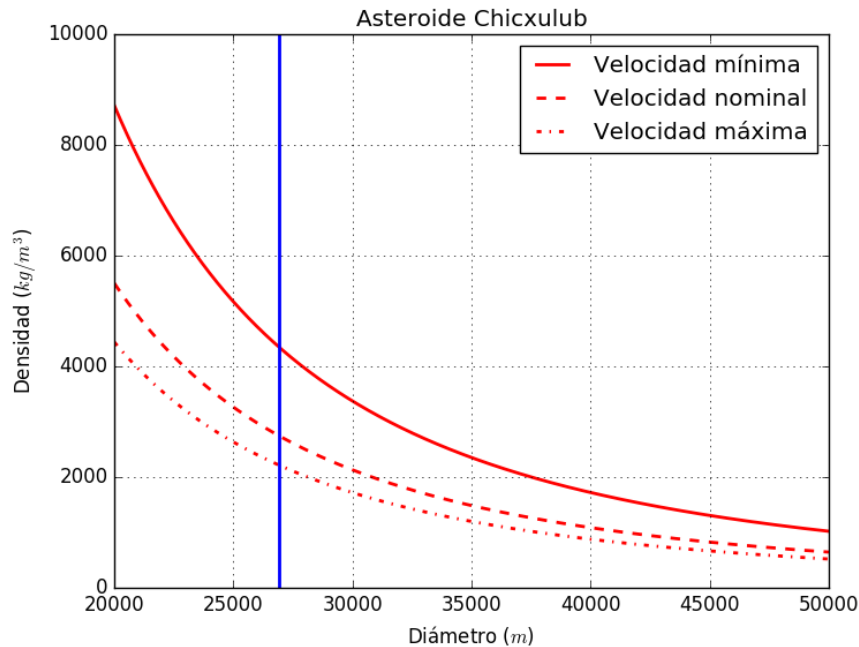


Figura 4.16: Gráfica de las posibles densidades en función de la velocidad para el caso del cráter de Chicxulub.

La tabla 4.10 muestra, además de los datos antes mencionados, los valores de energía radiada, magnitud del sismo, radio de fuego y superficie afectada a una presión de 4 *Psi*, obteniendo valores interesantes, pues en cuanto a la magnitud del sismo refiere, el valor obtenido de 13.2 supera en 4 puntos al más fuerte conocido hasta ahora (22 de Mayo de 1960, Valdivia Chile), esto se traduce en que el impacto del asteroide Chicxulub es 5 órdenes de magnitud más grande en cuanto a energía radiada. En cuanto al radio de fuego que es de 318806.9 m es equivalente a decir que el impacto calcinaría *ipso facto* ≈ 318 km a la redonda del punto de impacto, del orden a la existente entre la Ciudad de México y Morelia Michoacán. En cuanto a la superficie afectada refiere, si consideremos que la Tierra posee una superficie de 510 millones de km^2 , la superficie afectada por el impacto es este objeto sería de $7.9 \times 10^{12} km^2$, es decir un millón de veces la Tierra, o por mucho la totalidad de esta. Con respecto a la energía radiada, ésta es del orden de $4 \pm 1 \times 10^{24} Joules$, energía que, como propone (Harris et al., 2017) y como se dijo en la subsección 3.4.2, específicamente en la tabla 3.2 y en la gráfica 3.14, ésta es mayor que $3.34 \times 10^{23} Joules$, que es la energía necesaria para extinguir al 100% toda forma de vida en el planeta, situación que es consistente con lo propuesto por (Alvarez, 1980).

Como se puede observar en los tres casos antes descritos, estos obedecen a la situación de que, dada una densidad fija, entre más grande sea el asteroide menor tendrá que ser su velocidad de impacto para producir un cráter de cierto diámetro, esto se debe a que en la ecuación 3.8 el diámetro hecho por el impacto es, particularmente para este caso, directamente proporcional a la densidad del impactor así como a su velocidad, por lo que, al momento de despejar una de estas dos variables, una se vuelve inversamente proporcional a la otra.

Tabla 4.10: Posibles parámetros y efectos físicos del impacto del asteroide Chicxulub

Parámetros/Valores	Nominal	Mínima	Máxima
v (m/s)	17000	12000	20000
d (m)	26901	24544	32741
ρ_i (kg/m^3)	2750	2100	4500
E (J)	4.1×10^{24}	3.6×10^{24}	4.3×10^{24}
Magnitud del sismo	13.2		
Radio de fuego (m)	318806.9		
Superficie afectada (km^2)	7.9×10^{12}		

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

En este capítulo se abordan finalmente las conclusiones generales del trabajo desarrollado y se presenta también el posible trabajo a futuro, como parte de la mejora del mismo.

5.1. Conclusiones

El trabajo realizado en esta investigación está relacionado con la idea hipotética de describir los efectos observacionales que ocurrirían si un NEO llegará a impactar en territorio mexicano. En ese contexto se plantea un primer acercamiento a este tipo de problemática que es poco atendida en México y que sin duda es de gran importancia incluso de seguridad nacional. Para concretar el trabajo, fue necesaria una investigación enfocada a la generación de programas de cómputo adecuados así como a la obtención de datos (bases de datos de NEOs) que permitieron retroalimentar dicho trabajo de cómputo. A continuación se describen las conclusiones generales del trabajo, que concretamente se desarrollaron a lo largo de los capítulos 3 y 4.

- Se implementó un código analítico-numérico (escrito en PYTHON) que permite conocer los efectos físicos del impacto de un NEO sobre territorio mexicanos a partir de condiciones iniciales observacionales como son la velocidad y el ángulo de entrada. Adicionalmente, a partir de datos encontrados en la literatura, bases de datos del MPI-NASA y artículos de investigación, se adaptaron e incorporaron nuevos parámetros para un posible estudio en el contexto particular del territorio mexicano.
- Se adaptaron expresiones matemáticas que permitieron calcular la magnitud del sismo generado por el impacto, la superficie afectada, el radio de fuego y las condiciones físicas debidas al impacto. Se encontró que éstas dependen únicamente de la energía liberada por el impacto. Al hacer la comparación de lo que se obtiene con el código y los casos conocidos en la literatura, muestran que estos resultados son consistentes en todos los casos.
- En cuanto a la adaptación del código al contexto mexicano, ésta consistió en:

- a) Por medio del software (GEOMAP), fue posible elaborar un mapa mexicano para conocer la densidad superficial en este territorio. Dicho mapa se construyó con una escala de 0.5° de longitud por 0.5° de latitud.
 - b) Acoplamiento de los modelos existentes en la literatura para el cálculo de ciertos parámetros físicos e implementación de las ecuaciones que permitieron calcular la magnitud del sismo, el radio de la bola de fuego y la superficie afectada a una presión de al menos 4 *Psi* como efectos del impacto del objeto.
 - c) Con base en los incisos anteriores se reprodujeron 10 casos de colisión relacionados con los NEO's más peligrosos que se tiene registro, además de que se presentó un análisis específico de una colisión de un NEO en la ciudad de Morelia Michoacán. La elección de este NEO con respecto a los 9 restantes radicó en sus parámetros intrínsecos, es decir, el objeto de mayor diámetro implica efectos más significativos.
 - d) A los parámetros intrínsecos del NEO de estudio, y con ayuda del mapa de densidades antes mencionado, se propuso como densidad del "target" la densidad superficial de la ciudad antes mencionada.
 - e) Finalmente, como una forma de probar la fidelidad de nuestro código, se analizaron 3 cráteres, producidos por el impacto de un NEO y, en un análisis *inverso*, se determinaron los posibles parámetros físicos de cada uno de los impactores, obteniendo parámetros físicos como su velocidad de impacto, diámetro y densidad. Así como también los efectos físicos, energía liberada, radio de fuego, magnitud del sismo y superficie afectada relacionados con el impacto mismo. Los resultados obtenidos son consistentes con los que se muestran en la literatura (véase capítulo 3 y 4).
- En general se determinó que los parámetros físicos más importantes para el estudio del impacto de un objeto son la densidad del impactor ρ_i , la velocidad de impacto v_f y su diámetro d . Con respecto a los productos creados por el impacto, se pudo determinar que, la densidad del blanco y del impactor juegan un papel fundamental para las características del cráter creado así como de sus remanentes. En particular se pudo determinar que mientras más denso sea el impactor y menos denso el lugar donde impacta, mayor será la dimensión de los productos de dicho impacto, entre ellos el cráter mismo. Por otro lado también se logró inferir que tanto el radio de la bola fuego, la magnitud del sismo, la superficie afectada y la población dañada debido al impacto dependen únicamente de la energía del mismo, consideraciones que son consistentes con lo reportado por [Harris et al. \(2017\)](#), [Shuvalov et al. \(2013\)](#) y [Collins et al. \(2011\)](#).

5.2. Trabajo a futuro

Con base en lo anterior, el trabajo a futuro propuesto aquí se podría enfocar en los siguientes puntos:

- Por un lado, en obtener un mallado más fino acerca de la densidad superficial del territorio mexicano (inclusive a cierta profundidad), lo que nos conduciría a una matriz de valores más

nutrida y detallada y por ende a una mejor resolución del mapa de densidades obtenido. La limitante en este aspecto radica en la información que se tiene, la cual es muy escasa y que sólo se puede acceder a través de software que manejen estas bases de datos generando que la recopilación de estos datos sea una tarea ardua.

- Por otro lado, obtener información más o menos general acerca de la población afectada por el impacto de uno de estos objetos, es también complicado, aunque se está trabajando en este punto con CENAPRED, pues el análisis que se hace en este trabajo toma en consideración la población mundial (ver sección 3.4.2, tabla 3.2 y gráfica 3.14). El uso de este trabajo permitió poner como una cota límite a la población seriamente afectada en México, sin embargo, no necesariamente coinciden o pueden coincidir estos parámetros y en todo caso lo mejor es utilizar y adaptar los mapas generados ya por CENAPRED en este sentido. Desde luego lo mejor es refinar con mejores mallas poblacionales en nuestro territorio para tener mejores parámetros de entrada que permitan tener más precisión en el tipo de información que el código generaría.
- Es importante mencionar que este trabajo requiere de dos cosas fundamentales a desarrollar: a) un código adicional que sea complementario y que permita inferir de forma más adecuada, la órbita de estos objetos y conocer lo mejor posible los parámetros de entrada para este código y b) otro código acoplado que permita inferir mejor, bajo una simulación hidrodinámica, cómo las fuerzas de ablación actúan sobre la entrada de estos objetos hasta tocar la superficie de la Tierra y/o desintegrarse a una cierta altura en la atmósfera terrestre. Este tipo de trabajo es importante en México y no hay un código acoplado que trabaje con estos dos módulos.
- La importancia de contar en México con una interfaz gráfica en línea, que se implementaría en su momento desde la página web del LACIGE, www.lacige.unam.mx, en la ENES-UNAM campus Morelia, será vital y brindaría una herramienta que permitiría hacer cálculos en primera aproximación de este tipo de objetos, con fines de uso académico.

Finalmente en el contexto anterior, la existencia y accesibilidad de datos, jugará un papel crucial para concretar dichos desarrollos.

Apéndice A

Apéndice

A continuación se muestran gráficas relacionadas con la energía liberada, la magnitud del sismo así como la presión debida a la onda de choque ocasionada por el impacto de los NEO's *Bennu* (1999 RQ36), *Apophis* (2004 MN4), *410777* (2009 FD), (2019 CM4), (2018 XB4), (2000 SB45), (2000 SG344), (2006 QV89) y (2008 HJ), es decir los NEO's 2 al 10 de la tabla 4.1. La elección de estos objetos estribó en mostrar un contraste de los efectos que su impacto originaría (véase tablas 4.5 y 4.6) en relación con las características físicas de estos objetos como lo son su densidad y tamaño.

NEO Bennu (1999 RQ36).

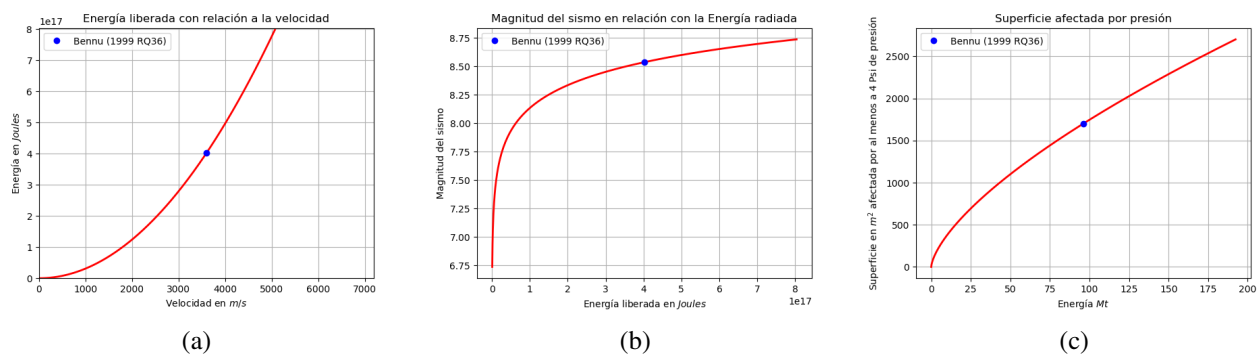
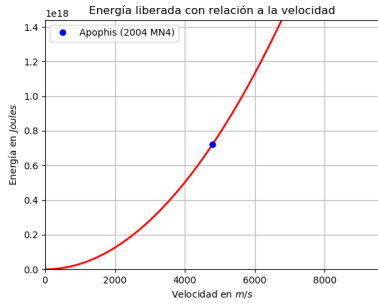
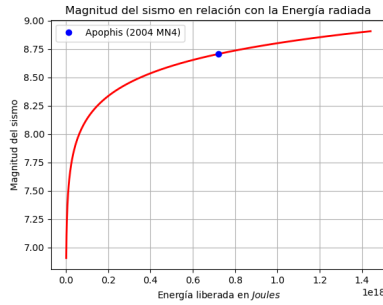


Figura A.1: Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 *Psi* debido al impacto del objeto Bennu (1999 RQ36).

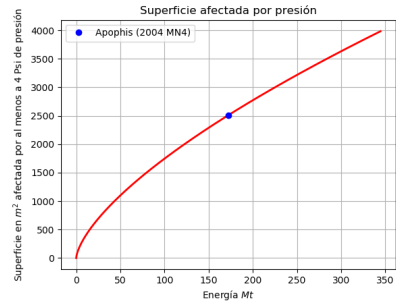
NEO Apophis (2004 MN4).



(a)



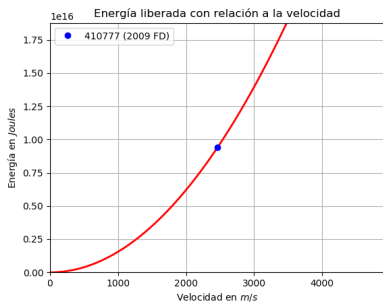
(b)



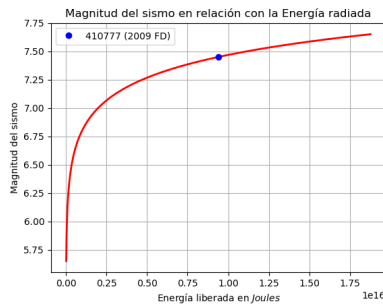
(c)

Figura A.2: Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 *Psi* debido al impacto del objeto Apophis (2004 MN4).

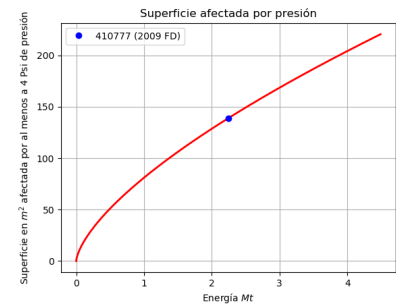
NEO 410777 (2009 FD).



(a)



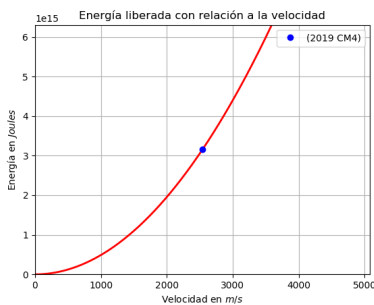
(b)



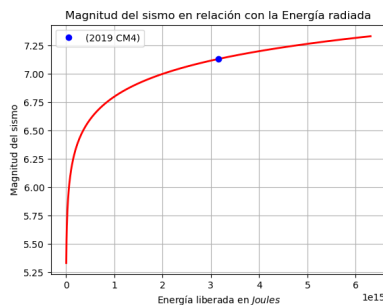
(c)

Figura A.3: Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 *Psi* debido al impacto del objeto 410777 (2009 FD).

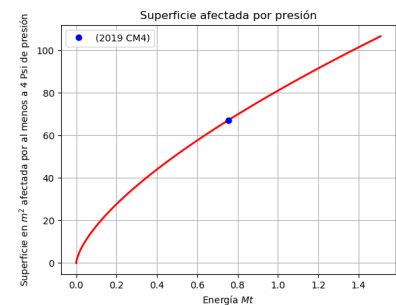
NEO (2019 CM4).



(a)



(b)



(c)

Figura A.4: Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 *Psi* debido al impacto del objeto (2019 CM4).

NEO (2018 XB4).

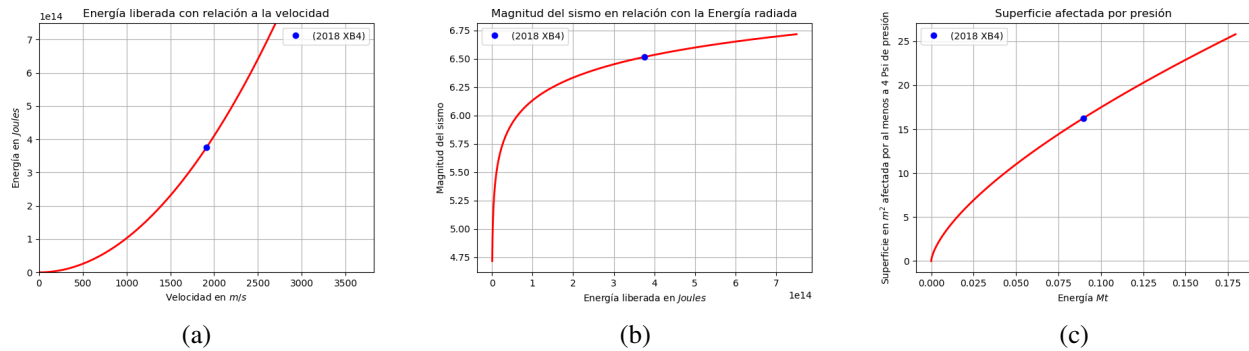


Figura A.5: Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 *Psi* debido al impacto del objeto (2018 XB4).

NEO (2000 SB45).

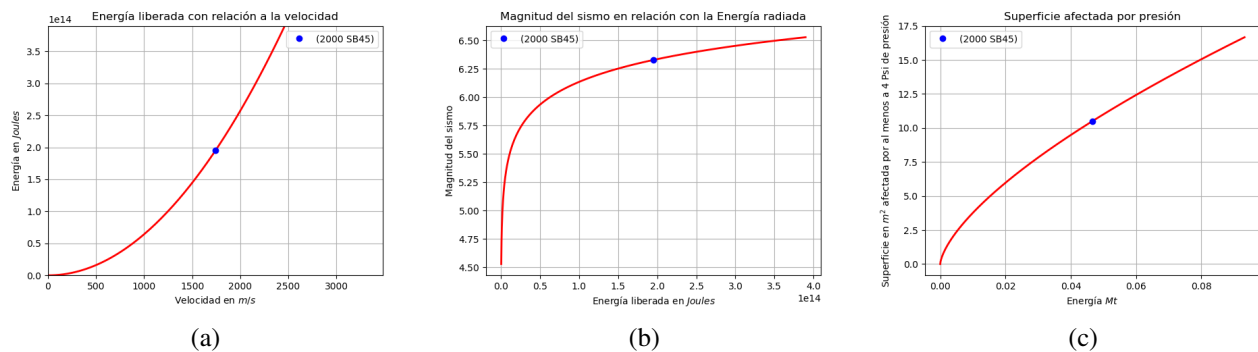


Figura A.6: Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 *Psi* debido al impacto del objeto (2000 SB45).

NEO (2000 SG344).

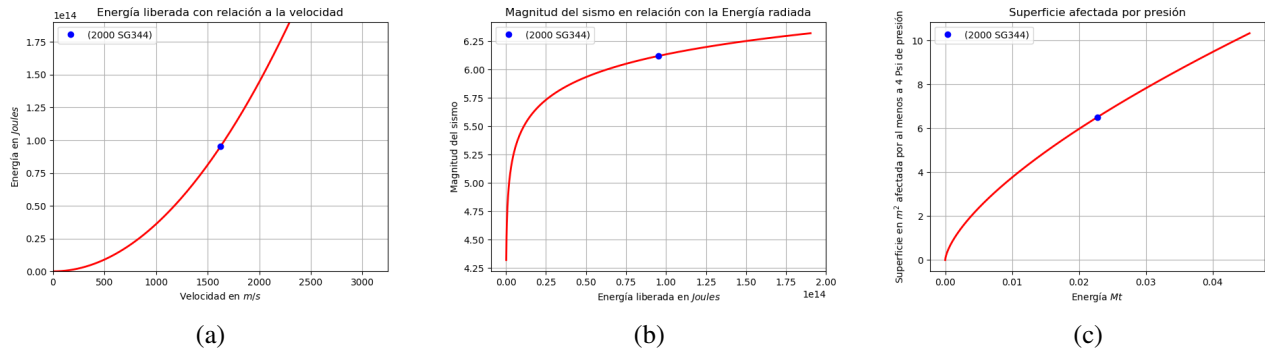


Figura A.7: Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 Psi debido al impacto del objeto (2000 SG344).

NEO (2006 QV89).

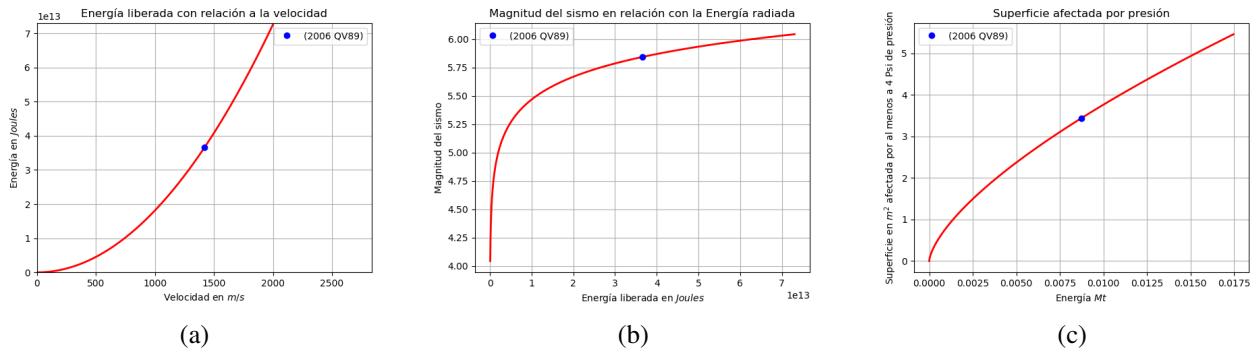


Figura A.8: Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 Psi debido al impacto del objeto (2006 QV89).

NEO (2008 HJ).

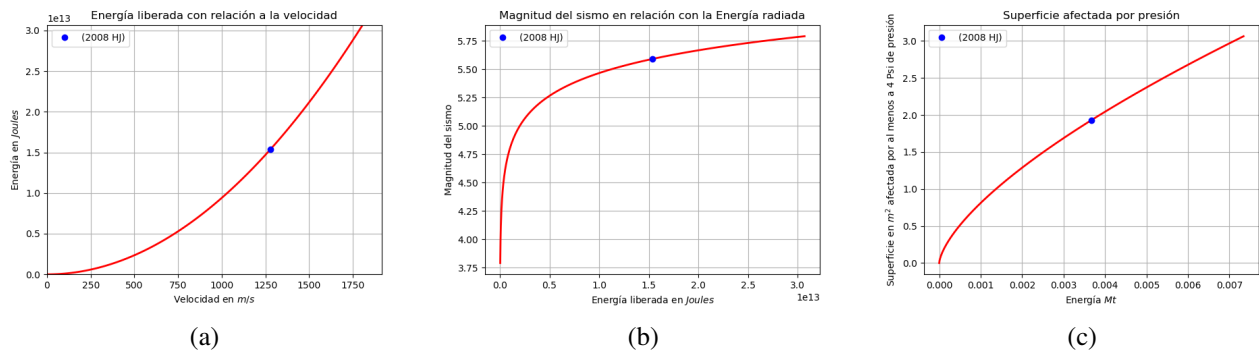


Figura A.9: Gráfica de la energía liberada, la magnitud del sismo y la presión a cuando menos 4 Psi debido al impacto del objeto (2008 HJ).

Bibliografía

- Albouy, A. 2002. Lectures on the Two-Body Problem, in *Classical and Celestial Mechanics*, Princeton University Press.
- Alvarez L. W., Alvarez W., Asaro F., and Michel H. V. 1980. Extraterrestrial cause for the Cretaceous-Tertiary extinction. *Science* 208:1095–1108.
- Asteroids with Satellites. IAU/MPC. 2018 - MPC Director: Matthew Holman.
- Asteroids, Meteorites, and Comets, Elkins-Tanton, L.T., ISBN: 9780816076963, The Solar System, 2010, Facts on File.
- Badescu, V. et al, 2013, *Asteroids: Prospective Energy and Material Resources*, Springer Heidelberg New York Dordrecht London, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-642-39243-6.
- Between Jupiter and Mars, I Place a Planet Dawn magazine III. - Manager: Paul Choda 2010. Jet Propulsion Laboratory.
- Bottke, W., Vokrouhlický D., Rubincam, D., & Nesvorný D. 2006. The Yarkovsky and YORP Effects: Implications for Asteroid Dynamics. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 2006. 34:157–91.
- Call the police! The story behind the discovery of the asteroids. *Astronomy Now*. 2007: 60–61. Manager: Paul Choda. Jet Propulsion Laboratory.
- Collins, G., Melosh, J., Marcus, R. 2005. Earth Impact Effects Program: A Web-based computer program for calculating the regional environmental consequences of a meteoroid impact on Earth. *Meteoritics & Planetary Science*. 40. 817-840.
- Committee to Review Near-Earth Object Surveys and Hazard Mitigation. *Strategies Space Studies Board. Aeronautics and Space Engineering Board. Division on Engineering and Physical Sciences. National Research Council*. 2010. Washington, DC 20001. United States of America.
- Comunicación personal con el Dr. Luis Antonio Domínguez Ramírez. 19/03/2019. [Dr. Luis Antonio Domínguez Ramírez - ENES UNAM](#).
- Cordero-Tercero, G., Velázquez-Villegas, F., Vázquez-Hernández, C., Ramírez-Cruz, J., Arévalo-Vieyra, A., Mendoza-San-Agustín, A., Camacho-Martínez, F. 2016. The Mexican Meteor Network: A Preliminary Proposal. *Geofísica internacional*, 55(1), 69-77.
- Cornish, N. 1998. For Wilkinson Microwave Anisotropy Probe. Education and Outreach - NASA, <https://solarsystem.nasa.gov/resources/754/what-is-a-lagrange-point/>.
- Cunningham, C. 1984. William Herschel and the First Two Asteroids. *Minor Planet Bulletin*. 11. 3.
- Discovery Statistics. Introduction. NASA/JPL CNEOS. 2018 - Manager: Paul Choda - Jet Propulsion Laboratory.

- Durand-Manterola, H., & Cordero, G. 2014. Assessments of the energy, mass and size of the Chicxulub Impactor.
- Evans, A., 2012. Some Useful Astronomical Definitions. Stony Brook Astronomy Program.
- French, B. M. 1998. Traces of Catastrophe: A Handbook of Shock-Metamorphic Effects in Terrestrial Meteorite Impact Structures. LPI. Contribution No. 954, Lunar and Planetary Institute, Houston. 120 pp.
- Gisler, G., Weaver, R., Mader, C., Gittings, M. 2004. Two- and three-dimensional asteroid impact simulations. *Computing in Science and Engineering*. 6. 46 - 55. 10.1109/MCISE.2004.1289308.
- Glasstone, S., Dolan, P. J. 1977. The Effects of Nuclear Weapons, 3rd edition, United States Department of Defense and Energy.
- Glossary of Meteoritical Terms. Meteorlab. Retrieved on 2018-06-22.
- Harris, A. & Harris, A. 1997, *Icarus* 126:450-454.
- <https://cneos.jpl.nasa.gov/about/basics.html> Manager: Paul Chodas - Jet Propulsion Laboratory.
- https://cneos.jpl.nasa.gov/sentry/palermo_scale.html - Manager: Paul Chodas. Site Design: Shakeh Khudikyan, Alan Chamberlin.
- https://cneos.jpl.nasa.gov/sentry/torino_scale.html - Manager: Paul Chodas. Site Design: Shakeh Khudikyan, Alan Chamberlin.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) (13 de Febrero de 2019). Entrevista con Juan Pablo Eduardo Castillo Romo. Obtenido del correo personal del autor.
- International Astronomical Union: RESOLUTION B2 on the re-definition of the astronomical unit of length.
- Jutzi, M., Benz, W., Michel, P. 2008. Numerical simulations of impacts involving porous bodies: I. Implementing sub-resolution porosity in a 3D SPH hydrocode, *Icarus*, Volume 198, Issue 1, Pages 242-255, ISSN 0019-1035.
- Kanamori, H., Hanks, T. C. 1979. A Moment magnitude scale, *Journal of Geophysical Research*.
- Krinov, L. E. 1971. The Sikhote-Alin Iron Meteorite Shower. *Meteoritics*. 6. 127. 10.1111/j.1945-5100.1971.tb00104.x.
- Larson, R. B. 1994. The Evolution of Molecular Clouds. in *The Structure and Content of Molecular Clouds: 25 Years of Molecular Radioastronomy*, meeting held at Ringberg Castle, Germany, April 1993, eds. T. L. Wilson & K. J. Johnston (Springer-Verlag, Berlin), p. 13.
- List Of The Potentially Hazardous Asteroids (PHA's). IAU/MPC. Retrieved 2018 - MPC Director: Matthew Holman.

- Lupishko, D., Di Martino, M., Binzel, R. 2006. Near-Earth objects as principal impactors of the Earth: Physical properties and sources of origin. *Proceedings of the International Astronomical Union*. 2. 251 - 260. 10.1017/S1743921307003304.
- Mainzer, A. et al. Characterizing Subpopulations within the near-Earth Objects with Neowise: Preliminary Results. *The Astrophysical Journal* 752, 110 2012.
- Manley, Scott. 2010. Asteroid Discovery from 1980 to 2010. Manager: Paul Choda - Jet Propulsion Laboratory.
- Moons, M., Morbidelli, A. 1995. Secular resonances inside mean-motion commensurabilities: the 4/1, 3/1, 5/2 and 7/3 cases. *Icarus*. 114 (1): 33–50. doi:10.1006/icar.1995.1041.
- Morbidelli, A, Bottke, F., M, P., 2002. Origin and Evolution of Near-Earth Objects. *Asteroids III*. 3.
- Morbidelli, A., Vokrouhlický, D. 2003, *Icarus*, 163, 120.
- National Near-Earth Object Preparedness Strategy and Action Plan: A Report by the Interagency Working Group for Detecting and Mitigating the Impact of Earth-Bound Near-Earth Objects of the National Science & Technology Council. 2018. United States of America.
- NASA-Jet Propulsion Laboratory. Retrieved 13 September 2010 - Site Manager: Ryan S. Park.
- NASA on the Prowl for Near-Earth Objects - NASA Official Manager: Brian Dunbar - Jet Propulsion Laboratory. NASA/JPL. May 26, 2004. Retrieved Mar 06, 2019.
- Petit, J., Morbidelli, A. & Chambers, J. 2001. The Primordial Excitation and Clearing of the Asteroid Belt. *Icarus*. 153. 338-347.
- Pravec, P., Harris, P. Kusnirak, A. Galad, K. Hornoch (2012). Absolute magnitudes of asteroids and a revision of asteroid albedo estimates from WISE thermal observations. *Icarus Volume 221, Issue 1, September–October 2012, Pages 365–387, ISSN 0019-1035.*
- Report of the Near-Earth Object Science Definition Team - Update to Determine the Feasibility of Enhancing the Search and Characterization of NEOs. National Aeronautics and Space Administration.
- Report of the Task Force on potentially hazardous Near Earth Objects - British National Space Centre.
- Rumpf, C.M., Lewis, Hugh G., Atkinson, P. M. 2017. “Asteroid impact effects and their immediate hazards for human populations”. *Geophysical Research Letters*. 44 (8): 3433–3440.
- Scharf, G. 2011. Schwarzschild Geodesics in Terms of Elliptic Functions and the Related Red Shift. *Journal of Modern Physics*. 2. 10.4236/jmp.2011.24036.
- Shuvalov, V.V., Svetsov, V.V., Trubetskaya, I.A. 2013. An estimate for the size of the area of damage on the Earth’s surface after impacts of 10–300-m asteroids. *Astronomicheskii Vestnik*, 2013, Vol.47, No. 4, pp. 284–291.

- Soldán Guerra, José Francisco Paz. 2010. Estudio y simulación de la dinámica de vuelo de un cuerpo que ingresa a la atmósfera terrestre. Tesis de Licenciatura. Ingeniero en Aeronáutica. Instituto Politécnico Nacional. Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Ticomán.
- The NEO Confirmation Page. IAU/MPC. 2017 - MPC Director: Matthew Holman.
- Torino Impact Hazard Scale. NASA/JPL CNEOS. 2017 - Manager: Paul Chodas - Jet Propulsion Laboratory.
- Urrutia Fucugauchi, J., Morgan, J., Stoeffler, D. & Clays, P., 2004. The Chicxulub scientific drilling project (CSDP). *Meteoritics and Planetary Science*, v. 39, p. 787-790.
- Valtonen, M., Karttunen H. 2005. *The Three-Body Problem*. Väisälä Institute for Space Physics and Astronomy, University of Turku. Cambridge University Pres. 356 p.
- Vokrouhlický, D., Morbidelli, A. 2004. The Yarkovsky-driven origin of near-Earth asteroids. *Icarus*. 103. doi:10.1016/S0019-1035(03)00047-2.
- Watanabe, Susan. 2001. *Mysteries of the Solar Nebula*. NASA Jet Propulsion Laboratory - California Institute of Technology. Director: Michael Watkins
- Weinberg, S. 1972. *Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity*. John Wiley & Sons.
- Yang, J., Goldstein, J.I., Michael, J.R., Kotula, P.G., Scott, E.R.D. Thermal History and origin of the IVB iron meteorites and their parent body. *Geochimica et Cosmochimica Acta* 74, 4493–4506. 2010.