



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Análisis y selección de
configuraciones mecánicas para el
diseño de una máquina trituradora
de concreto armado**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Jorge Jayr Cos Díaz

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Ricardo Yáñez-Valdez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Este trabajo se desarrolló en las instalaciones del Centro de Ingeniería Avanzada de la División de Ingeniería Mecánica e Industrial de la Facultad de Ingeniería de la UNAM bajo la dirección del Dr. Ricardo Yáñez-Valdez y la valiosa participación de la Dra. Flor Hernández Padilla. Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM, Proyecto “Propuesta de estrategia para la gestión integral de residuos sólidos en caso de desastre por sismo: Ciudad de México” TA101119. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco profundamente a mis padres por el esfuerzo tan valioso que realizaron día con día para asegurarse que cumpliera mis sueños. Gracias por su amor, por sus días de desvelo y por alentarme a seguir adelante y dar siempre lo mejor de mi.

A mi hermana, por su invaluable e incondicional ayuda a lo largo de mi vida, y por sus consejos que ayudaron a convertirme en la persona que soy hoy en día.

A mi sobrino, por ser como un hermano para mi, por su confianza, apoyo y amor.

A mis mejores amigos, Miriam, Omar, Axel, Ponce y Luis por ayudarme siempre que lo necesité, por tantos momentos inolvidables y por brindarme su amistad a lo largo de todos estos años.

A la Dra. Flor Hernández Padilla, por permitirme participar en este gran proyecto, por sus enseñanzas y su apoyo constante en mi formación profesional.

A mi director de tesis, el Dr. Ricardo Yáñez Valdez por su increíble apoyo a lo largo del desarrollo de este trabajo de tesis, por el tiempo que dedicó para asegurar la calidad del trabajo y aclarar todas mis dudas.

A mis profesores que me permitieron crecer en el maravilloso mundo de la ingeniería, por el conocimiento que me proporcionaron y por su pasión por enseñar y ayudar a crear las futuras generaciones de ingenieros de México y el mundo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por darme la dicha de ser un alumno de esta máxima casa de estudios.

A la Facultad de Ingeniería que me abrió las puertas de sus aulas y me dio la formación profesional que buscaba.

“A todos ellos, les doy las gracias”

Jorge Jayr Cos Díaz

CONTENIDO

RESUMEN	X
ABSTRACT.....	XII
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	XIV
OBJETIVO GENERAL.....	XV
OBJETIVOS PARTICULARES	XV
HIPÓTESIS	XVI
1 ANTECEDENTES.....	17
1.1 EL CONCRETO ARMADO	18
1.1.1 <i>Uso del concreto armado en estructuras</i>	18
1.1.2 <i>Comportamiento mecánico del concreto a compresión</i>	19
1.1.3 <i>La importancia del reciclado de concreto armado en la Ciudad de México</i> .	22
1.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE LAS MÁQUINAS TRITURADORAS	25
1.3 ESTADO ACTUAL DE LAS TRITURADORAS DE CONCRETO EN LA INDUSTRIA	28
2 MARCO TEÓRICO.....	30
2.1 TEORÍA DE MECANISMOS.....	31
2.1.1 <i>Distinción entre cadenas cinemáticas, mecanismos y máquinas</i>	31
2.1.2 <i>Grado de libertad (GDL)</i>	31
2.1.3 <i>Eslabones y juntas</i>	32
2.1.4 <i>Eslabonamientos para $GDL=1$</i>	34
2.2 CINEMÁTICA Y DINÁMICA DE MECANISMOS DE LAZO CERRADO	35
2.2.1 <i>Matriz de Rotación</i>	35
2.2.2 <i>Jacobiano</i>	38
2.3 ÍNDICES DE DESEMPEÑO EN MECANISMOS.	40
2.3.1 <i>Ángulos de transmisión</i>	40
2.3.2 <i>Centros instantáneos</i>	41
2.3.3 <i>Relación de velocidad angular</i>	42
2.3.4 <i>Ventaja Mecánica</i>	42

2.3.5	<i>Rigidez</i>	44
2.3.6	<i>Manipulabilidad</i>	45
3	DESARROLLO.....	48
3.1	EL PROCESO DE DISEÑO.....	49
3.2	CONFIGURACIONES MECÁNICAS PROPUESTAS.....	50
3.3	ANÁLISIS CINEMÁTICO DE LAS CONFIGURACIONES MECÁNICAS.....	55
3.4	VENTAJA MECÁNICA DE LAS CONFIGURACIONES.....	82
3.4.1	<i>Comparación y análisis</i>	88
3.5	RIGIDEZ DE LAS CONFIGURACIONES.....	92
3.5.1	<i>Comparativa y análisis</i>	98
3.6	MEDIDAS DE MANIPULABILIDAD DE LAS CONFIGURACIONES.....	100
3.6.1	<i>Comparación y análisis</i>	104
3.7	ANÁLISIS DINÁMICO DE LA CONFIGURACIÓN SELECCIONADA.....	105
4	RESULTADOS.....	110
4.1	PAR ENTREGADO POR EL MOTOR.....	111
4.2	PROPUESTA DE CONFIGURACIÓN.....	112
	CONCLUSIONES.....	117
	REFERENCIAS.....	120
	ANEXOS.....	122
	ANEXO 1. ARTÍCULO PUBLICADO EN MEMORIAS SOMIM.....	122
	ANEXO 2. ARTÍCULO PARA FUTURA PUBLICACIÓN.....	129

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1. BASE DE UNA TURBINA EÓLICA [4]. FOTOGRAFÍA POR INVENERGY.....	18
FIGURA 1.2. COMPORTAMIENTO DE f_c' BAJO UN ESTADO DE ESFUERZOS BIAIXIAL [4].....	20
FIGURA 1.3. DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS DE COMPRESIÓN C Y TENSIÓN T AL APLICAR UN MOMENTO FLEXIONANTE M [4].	20
FIGURA 1.4. CURVA ESFUERZO-DEFORMACIÓN INGENIERIL PARA DIFERENTES TIPOS DE CONCRETO BAJO COMPRESIÓN [4].....	21
FIGURA 1.5. HORNO ELÉCTRICO DE ARCO PARA PRODUCIR ACERO LÍQUIDO A PARTIR DE LA FUNDICIÓN DE CHATARRA [7].....	22
FIGURA 1.6. ESQUEMA GENERAL DEL CICLO DE VIDA DE LAS ESTRUCTURAS DE CONCRETO. ADAPTADO DE [9].....	24
FIGURA 1.7. ESQUEMA DE LA VISTA LATERAL DE UNA TRITURADORA GIRATORIA, ADAPTADO DE [12].....	25
FIGURA 1.8. ESQUEMA DE LA VISTA LATERAL DE UNA TRITURADORA DE MANDÍBULA, ADAPTADO DE [10, 13].....	26
FIGURA 1.9. ESQUEMA DEL ÍNDICE DE REDUCCIÓN, ADAPTADO DE [10].....	27
FIGURA 1.10. DIFERENTES MOVIMIENTOS EN TRITURADORAS DE MANDÍBULA. (A) BLAKE, (B) DODGE Y (C) UNIVERSAL.....	28
FIGURA 1.11. DIMENSIONES PROPUESTAS PARA LA PARTE SUPERIOR DE UNA TRITURADORA MÓVIL.....	29
FIGURA 2.1. DIFERENTES ESLABONES COMUNES EN MECANISMOS PLANOS (A) BINARIO, (B) TERNARIO Y (C) CUATERNARIO. ADAPTADO DE [14].....	32
FIGURA 2.2. EJEMPLOS DE TIPOS DE JUNTAS (A) COMPLETAS Y (B) SEMIJUNTAS [14].	33
FIGURA 2.3. ISÓMEROS PARA $GDL=1$, ESLABONAMIENTO DE CUATRO BARRAS (A), DE WATT (B) Y DE STEPHENSON (C). ADAPTADO DE [16].....	34
FIG. 2.4. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL DERECHO {S}.....	35
FIG. 2.5. SISTEMA COORDENADO x, y, z SIENDO ROTADO UN ÁNGULO θ CON RESPECTO AL VECTOR UNITARIO ω , PARA OBTENER EL SISTEMA x', y', z' [17].....	36
FIGURA. 2.6. SISTEMA COORDENADO RECTANGULAR DERECHO x, y, z	37
FIGURA 2.7. ÁNGULO DE TRANSMISIÓN μ EN UN MECANISMO DE CUATRO ESLABONES [19]	40
FIGURA 2.8. EJE DE COALINEACIÓN EN UN MECANISMO DE CUATRO ESLABONES [19].....	43
FIG. 2.9. ELIPSOIDE DE MANIPULABILIDAD [17].....	45
FIG. 2.10. ELIPSOIDE DE MANIPULABILIDAD (A) Y DE FUERZAS (B), CON LA LONGITUD DE SUS SEMIEJES RECÍPROCAS [17].....	46
FIGURA 3.1. ESLABONAMIENTO DE WATT (A) Y DE STEPHENSON (B). EL ESLABONAMIENTO DE STEPHENSON PRESENTA UNA RELACIÓN DE VELOCIDADES ANGULARES MAYOR ENTRE EL ESLABÓN 2 Y 6. ADAPTADO DE [24].....	50
FIGURA 3.2. MECANISMO MANIVELA-OSCILADOR DE CUATRO BARRAS.	51
FIGURA. 3.3. SEGUNDA CONFIGURACIÓN DEL MECANISMO MANIVELA-OSCILADOR DE CUATRO BARRAS.....	51
FIGURA 3.4. MECANISMO MANIVELA-CORREDERA DE CUATRO BARRAS.	52
FIGURA 3.5. MECANISMO MANIVELA-OSCILADOR DE SEIS BARRAS.	52
FIGURA 3.6. MECANISMO MANIVELA-CORREDERA DE SEIS BARRAS.	53
FIGURA 3.7. SEGUNDA CONFIGURACIÓN DEL MECANISMO MANIVELA-CORREDERA DE SEIS BARRAS.....	53
FIGURA 3.8. MECANISMO MANIVELA-CORREDERA DE RETORNO RÁPIDO DE SEIS BARRAS.	54

FIGURA 3.9. MECANISMO MANIVELA-OSCILADOR DE CINCO BARRAS.	54
FIGURA 3.10. NÚMEROS ASIGNADOS A LOS ESLABONES PARA EL ANÁLISIS MO4.	55
FIGURA 3.11. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL (I_o, J_0) Y SISTEMAS DE REFERENCIA LOCALES MO4.	56
FIGURA 3.12. DISTANCIAS Y ÁNGULOS PARA CADA ESLABÓN MO4.	56
FIGURA 3.13. CURVAS DE POSICIÓN DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE CUATRO BARRAS.	58
FIGURA 3.14. ÁNGULOS DE TRANSMISIÓN DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE CUATRO BARRAS.	58
FIGURA 3.15. CURVAS DE VELOCIDAD DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE CUATRO BARRAS.	58
FIGURA 3.16. NÚMEROS ASIGNADOS A LOS ESLABONES PARA EL ANÁLISIS MO4-2.	59
FIGURA 3.17. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL (I_o, J_0) Y SISTEMAS DE REFERENCIA LOCALES MO4-2.	59
FIGURA 3.18. DISTANCIAS Y ÁNGULOS PARA CADA ESLABÓN MO4-2.	59
FIGURA 3.19. CURVAS DE POSICIÓN DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE CUATRO BARRAS (SEGUNDA CONFIGURACIÓN).	61
FIGURA 3.20. ÁNGULOS DE TRANSMISIÓN DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE CUATRO BARRAS (SEGUNDA CONFIGURACIÓN).	61
FIGURA 3.21. CURVAS DE VELOCIDAD DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE CUATRO BARRAS (SEGUNDA CONFIGURACIÓN).	61
FIGURA 3.22. NÚMEROS ASIGNADOS A LOS ESLABONES PARA EL ANÁLISIS MC4.	62
FIGURA 3.23. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL (I_o, J_0) Y SISTEMAS DE REFERENCIA LOCALES MC4.	62
FIGURA 3.24. DISTANCIAS Y ÁNGULOS PARA CADA ESLABÓN MC4.	62
FIGURA 3.25. CURVAS DE POSICIÓN DEL MECANISMO MANIVELA CORREDERA DE CUATRO BARRAS.	63
FIGURA 3.26. ÁNGULOS DE TRANSMISIÓN DEL MECANISMO MANIVELA CORREDERA DE CUATRO BARRAS.	64
FIGURA 3.27. NÚMEROS ASIGNADOS A LOS ESLABONES PARA EL ANÁLISIS MO6.	64
FIGURA 3.28. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL (I_o, J_0) Y SISTEMAS DE REFERENCIA LOCALES MO6.	65
FIGURA 3.29. DISTANCIAS Y ÁNGULOS PARA CADA ESLABÓN MO6.	65
FIGURA 3.30. ÁNGULOS Y DISTANCIAS CONSIDERADAS PARA LA OBTENCIÓN DE LA DISTANCIA x_3''	66
FIGURA 3.31. CURVAS DE POSICIÓN DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE SEIS BARRAS.	67
FIGURA 3.32. CURVAS DE VELOCIDAD DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE SEIS BARRAS.	68
FIGURA 3.33. NÚMEROS ASIGNADOS A LOS ESLABONES PARA EL ANÁLISIS MC6.	68
FIGURA 3.34. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL (I_o, J_0) Y SISTEMAS DE REFERENCIA LOCALES MC6.	69
FIGURA 3.35. DISTANCIAS Y ÁNGULOS PARA CADA ESLABÓN MC6.	69
FIGURA 3.36. CURVAS DE POSICIÓN DEL MECANISMO MANIVELA CORREDERA DE SEIS BARRAS.	70
FIGURA 3.37. CURVAS DE VELOCIDAD DEL MECANISMO MANIVELA CORREDERA DE SEIS BARRAS.	71
FIGURA 3.38. NÚMEROS ASIGNADOS A LOS ESLABONES PARA EL ANÁLISIS MC6-2.	71
FIGURA 3.39. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL (I_o, J_0) Y SISTEMAS DE REFERENCIA LOCALES MC6-2.	72
FIGURA 3.40. CURVAS DE POSICIÓN DEL MECANISMO MANIVELA CORREDERA DE SEIS BARRAS (SEGUNDA CONFIGURACIÓN).	73
FIGURA 3.41. CURVAS DE VELOCIDAD DEL MECANISMO MANIVELA CORREDERA DE SEIS BARRAS (SEGUNDA CONFIGURACIÓN).	74

FIGURA 3.42. NÚMEROS ASIGNADOS A LOS ESLABONES PARA EL ANÁLISIS MC-RR.....	74
FIGURA 3.43. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL (I_0, J_0) Y SISTEMAS DE REFERENCIA LOCALES MC-RR.	75
FIGURA 3.44. DISTANCIAS Y ÁNGULOS PARA CADA ESLABÓN MC-RR.....	75
FIGURA 3.45. CURVAS DE POSICIÓN DEL MECANISMO MANIVELA CORREDERA DE RETORNO RÁPIDO.....	77
FIGURA 3.46. CURVAS DE VELOCIDAD DEL MECANISMO MANIVELA CORREDERA DE RETORNO RÁPIDO.	78
FIGURA 3.47. NÚMEROS ASIGNADOS A LOS ESLABONES PARA EL ANÁLISIS MO5.....	79
FIGURA 3.48. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL (I_0, J_0) Y SISTEMAS DE REFERENCIA LOCALES MO5.	79
FIGURA 3.49. CURVAS DE POSICIÓN DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE CINCO BARRAS.....	81
FIGURA 3.50. CURVAS DE VELOCIDAD DEL MECANISMO MANIVELA OSCILADOR DE CINCO BARRAS.	81
FIGURA 3.51. RELACIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR MO4.....	82
FIGURA 3.52. VENTAJA MECÁNICA MO4.	82
FIGURA 3.53. RELACIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR MO4-2.	82
FIGURA 3.54. VENTAJA MECÁNICA MO4-2.....	82
FIGURA 3.55. CENTROS INSTANTÁNEOS Y VECTORES ADICIONALES UTILIZADOS PARA LA DETERMINACIÓN DE LA VENTAJA MECÁNICA.	83
FIGURA 3.56. VENTAJA MECÁNICA MC4.	83
FIGURA 3.57. RELACIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR MO6.....	84
FIGURA 3.58. VENTAJA MECÁNICA MO6.	84
FIGURA 3.59. RELACIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR MO6.....	85
FIGURA 3.60. VENTAJA MECÁNICA MO6.	85
FIGURA 3.61. RELACIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR MC6.	85
FIGURA 3.62. VENTAJA MECÁNICA MC6.	85
FIGURA 3.63. RELACIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR MC6.	86
FIGURA 3.64. VENTAJA MECÁNICA MC6.	86
FIGURA 3.65. RELACIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR MC6-2.....	86
FIGURA 3.66. VENTAJA MECÁNICA MC6-2.	86
FIGURA 3.67. RELACIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR MC-RR.	87
FIGURA 3.68. VENTAJA MECÁNICA MC-RR.....	87
FIGURA 3.69. RELACIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR MO5.....	87
FIGURA 3.70. VENTAJA MECÁNICA MO5.....	87
FIGURA 3.71. VENTAJA MECÁNICA DE TODAS LAS CONFIGURACIONES PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2).....	88
FIGURA 3.72. VENTAJA MECÁNICA DE LAS CONFIGURACIONES DE CUATRO ESLABONES PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2).....	89
FIGURA 3.73. VENTAJA MECÁNICA DE LAS CONFIGURACIONES CON CINCO Y SEIS ESLABONES PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2).....	89

FIGURA 3.74. VENTAJA MECÁNICA DE LAS CONFIGURACIONES CON MEJORES RESULTADOS PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2).	90
FIGURA 3.75. VENTAJA MECÁNICA EN LA CARRERA DE IDA (AZUL) Y DE RETORNO (ROJO) PARA LAS CONFIGURACIONES MC4 (A), MO6 (B), MC-RR (6) Y MO5 (D).	91
FIGURA 3.76. JACOBIANO PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MC4.	93
FIGURA 3.77. DETERMINANTE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MC4.	93
FIGURA 3.78. JACOBIANO PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MO6.	94
FIGURA 3.79. DETERMINANTE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MO6.	95
FIGURA 3.80. JACOBIANO PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MC-RR.	96
FIGURA 3.81. DETERMINANTE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MC-RR.	96
FIGURA 3.82. JACOBIANO PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MO5.	97
FIGURA 3.83. DETERMINANTE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MO5.	98
FIGURA 3.84. RIGIDEZ EN LA CARRERA DE IDA (AZUL) Y DE RETORNO (ROJO) PARA LAS CONFIGURACIONES MC4 (A), MO6 (B), MC-RR (6) Y MO5 (D).	99
FIGURA 3.85. MEDIDAS DE MANIPULABILIDAD PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MC4.	100
FIGURA 3.86. MEDIDAS DE MANIPULABILIDAD PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MO6.	101
FIGURA 3.87. MEDIDAS DE MANIPULABILIDAD PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MC-RR.	102
FIGURA 3.88. MEDIDAS DE MANIPULABILIDAD PARA UN GIRO COMPLETO DE LA MANIVELA (θ_2) MO5.	103
FIGURA 3.89. FUERZAS EXTERNAS AL MECANISMO.	106
FIGURA 3.90. DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE PARA CADA ESLABÓN.	107
FIGURA 4.1. FUERZA DE COMPRESIÓN.	111
FIGURA 4.2. COMPORTAMIENTO DEL PAR REQUERIDO DEL MOTOR.	112
FIGURA 4.3. MODELO EN CAD DE LA CONFIGURACIÓN MECÁNICA.	113
FIGURA 4.4. VISTA LATERAL DE LA MÁQUINA CON LA BANCADA Y LA MANDÍBULA FIJA.	113
FIGURA 4.5. VISTA DIAGONAL DE LA MÁQUINA CON LA BANCADA Y LA MANDÍBULA FIJA.	114
FIGURA 4.6. VISTA LATERAL DE LA MÁQUINA DISPUESTA COMO CUCHARA EN UNA EXCAVADORA.	114

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1.1 RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN DE DISTINTOS TIPOS DE CONCRETO. ADAPTADA DE [4].....	21
TABLA 3.1. PROCESO DE DISEÑO. ADAPTADA DE [14].....	49
TABLA 3.2. CONFIGURACIONES CON MEJORES RESULTADOS EN CADA ÍNDICE DE DESEMPEÑO.....	105

RESUMEN

La presente tesis realiza el análisis y la evaluación de una serie de configuraciones mecánicas mediante tres principales índices de desempeño: ventaja mecánica, rigidez y manipulabilidad; con el fin de discriminar las configuraciones potencialmente viables y seleccionar la mejor solución para proporcionar el movimiento y la fuerza requeridas en una máquina trituradora de concreto armado.

Las configuraciones mecánicas potencialmente viables fueron seleccionadas de acuerdo con características que comparten; poseen un grado de libertad ($GDL=1$), por lo que un solo actuador es requerido para definir su movimiento completo. Además, el eslabón de entrada representa el movimiento de una manivela, por lo que se puede conectar directamente al eje de un motor, o bien, acoplar al engrane de un reductor.

Los índices de desempeño fueron empleados debido a que permiten medir cuantitativamente las capacidades de transmisión y amplificación de fuerza proporcionadas por cada configuración una vez definidos un eslabón de entrada y uno de salida. Dichos índices permiten, además, observar el comportamiento de las configuraciones mecánicas a lo largo de todo su intervalo de movimiento, garantizando así que no solo proporcionen buenos resultados, sino que lo hagan en el intervalo de movimiento deseado.

En el primer capítulo se introduce a las diferentes máquinas trituradoras de concreto, sus tipos de funcionamiento, dimensiones de modelos empleados en la industria, así como el comportamiento del concreto y del concreto armado cuando se encuentra sujeto a cargas externas, debido a que resulta de suma importancia comprender al material en el que se enfoca este trabajo.

El capítulo dos aborda los conceptos técnicos y matemáticos que se tratarán en el resto del trabajo, incluyendo una descripción de los índices de desempeño con los cuales se discriminarán las configuraciones.

En el tercer capítulo se presentan las configuraciones mecánicas candidatas de las cuales se partirá para el análisis, y se realiza el análisis cinemático de dichas configuraciones, el cual permite determinar la posición y velocidad de todos los eslabones presentes en cada

configuración, con el fin de obtener cuantitativamente el valor de los índices de desempeño para su rango de movimiento completo. Estos índices también se determinan en este capítulo y se analizan los resultados con el objetivo de seleccionar la mejor configuración para la finalidad requerida. Una vez seleccionada, se realiza el análisis dinámico de fuerzas, para obtener el comportamiento del par de torsión requerido por el motor conectado al efector inicial.

En el capítulo cuatro se presenta el comportamiento del par requerido para todo el rango de movimiento de la máquina, así como la expresión que permite determinar dicho par en el punto de máxima exigencia del motor, en términos de las masas e inercias de cada eslabón. Se muestra también un modelo en CAD de la máquina, y el plano de conjunto, para visualizar cómo se comporta en operación.

A partir de los análisis realizados, se concluye que la configuración de seis eslabones cuyo efector final es un oscilador fijo a la bancada en su posición superior presenta las mejores características para su implementación como mecanismo en la trituradora de mandíbulas, gracias no solo a su elevada ventaja mecánica durante la etapa de compresión, sino también al comportamiento de su elipsoide de fuerzas, que permanece con un número de condición prácticamente constante a lo largo de todo el rango de movimiento del mecanismo, y a su rigidez, que incrementa también durante la etapa de compresión y no decae a un valor de cero en posición alguna, lo que además presenta una ventaja matemática, pues se podrá predecir el comportamiento de la máquina para todo su ciclo de movimiento, sin presentar singularidades.

ABSTRACT

This thesis develops the analysis and evaluation of different mechanical configurations by three main performance indices: mechanical advantage, stiffness and manipulability, for the purpose of comparing these configurations and select the optimal solution to provide the required movement and force by the reinforced concrete crusher machine.

The initial configurations were selected based on common characteristics; they all are one degree of freedom mechanisms (DoF=1), hence only one actuator is required to define their complete movement. Furthermore, the input link represents the movement of a crank, thus it is possible to connect it directly to an engine shaft, or even to a reducer gear.

The performance indices here presented were selected due to their capacity of measuring quantitatively both the force transmission and force amplification of each configuration with a defined input and output link. Moreover, such indices allow the observation of the behavior of the configurations along their entire range of motion, ensuring that the desired results will also occur during the desired range of motion.

On the first chapter, the different types of crusher machines are introduced, as well as their functionality principles, and the physical dimensions of models used in the industry. The concrete and reinforced concrete behavior when under external forces is also introduced in this chapter, due to the great importance of understanding the material on which this work is focused.

Chapter two approaches the mathematical and technical concepts that will be employed throughout the work, including the description of the performance indices with which the configurations will be discriminated.

On chapter three, the proposed mechanical configurations from which the analysis will initiate are presented, as well as their corresponding cinematic analysis, that allows us to obtain the position and velocity of all the links on each configuration. Using this data, the performance indices values for the complete range of movement are obtained. Results are also analyzed on this chapter and the best configuration for the application is determined. Based on this

configuration, the dynamic force analysis is presented with the objective of determinate the torque required by the engine connected to the input link.

Chapter four presents the results of the input torque throughout the range movement, and the expression to determinate this torque during the point of maximum demand of the engine, in terms of the mass and inertia of each link. A 3D CAD model of the machine is presented, and the respective assembly drawing, in order to visualize the operative machine.

From the analysis, it is concluded that the six-bar mechanism in which output link performs as an oscillator presents the best characteristics for the desired implementation as a jaw crusher machine; thanks to its high mechanical advantage. Furthermore, its force ellipsoid behavior allows for an almost constant condition number; and its stiffness increases along the compression phase, and never takes the value of zero. This last aspect presents an advantage from a mathematical standpoint, due to the fact that the mechanism movement can always be predicted, without singularities.

Descripción del problema

Actualmente en la Ciudad de México se generan más de 7000 toneladas diarias de residuos de concreto y concreto armado provenientes de la construcción y demolición de estructuras [1]. Afortunadamente estos materiales (concreto y acero) pueden reciclarse, proporcionando grandes beneficios económicos y ambientales. Sin embargo, en la Ciudad de México solo se cuenta con maquinaria fija para remover acero y triturar menos de una tercera parte del total de residuos de concreto generados. Los costos de transporte y la inversión de tiempo dificultan aún más la labor del reciclaje. La maquinaria empleada, además, es importada, por lo que no se ajusta a las necesidades específicas de la ciudad y los costos por mantenimiento y refacciones son elevados.

Por consiguiente, es importante proponer una máquina de diseño propio para proporcionar una eficiente separación del concreto y material de refuerzo. La máquina debe poseer dimensiones reducidas y ser móvil, para que pueda ser transportada fácilmente, aumentando su versatilidad. Con esta propuesta, se disminuirá la mala gestión de residuos de demolición y, por lo tanto, se reducirá el impacto ambiental que se genera por esta acción, además de producir beneficios económicos al permitir el reciclaje del concreto como agregado para concreto nuevo y la reutilización del acero.

Objetivo general

Analizar diferentes propuestas para obtener una configuración mecánica para el diseño de una máquina trituradora de concreto armado.

Objetivos particulares

- Realizar una búsqueda de información de diferentes eslabonamientos candidatos y sus características en bibliografía especializada y artículos científicos.
- Determinar las configuraciones mecánicas a comparar con base en su estructura, grados de libertad y relación de movimiento entrada-salida.
- Definir los criterios de análisis para la selección de la configuración más adecuada.
- Realizar el análisis cinemático de las diferentes propuestas y utilizar los datos obtenidos para calcular los índices de desempeño de cada configuración.
- Analizar los valores de los índices obtenidos para seleccionar aquella configuración con los mejores resultados.
- Realizar el análisis dinámico de fuerzas de la configuración seleccionada para determinar el comportamiento del par requerido por el actuador.
- Proponer un modelo de la configuración, así como su posicionamiento para su implementación como máquina trituradora móvil.

Hipótesis

Las configuraciones mecánicas de seis eslabones presentarán una mejor transmisión de fuerzas del actuador al efector final, comparadas con aquellas configuraciones de cuatro eslabones. A su vez, el movimiento oscilante del efector final presentará mejores resultados que un movimiento lineal.

Capítulo 1

1 ANTECEDENTES.

Introducción

En este capítulo se aborda el estudio del concreto armado como principal material empleado en la construcción de estructuras modernas, se explica el comportamiento mecánico del concreto y concreto armado al estar sometido bajo cargas de compresión y bajo un estado de esfuerzos biaxial. Se presenta la importancia de la reutilización del concreto y del acero, así como los beneficios que aporta la realización de esta práctica, junto con algunos de los problemas principales para poder llevarla a cabo de forma exitosa en la Ciudad de México.

Por último, se da una introducción a las diferentes máquinas trituradoras de concreto armado actualmente utilizadas a nivel internacional, su funcionamiento, dimensiones y clasificación, con la intención de conocer la situación actual de dichas máquinas en la industria.

1.1 *El concreto armado*

Por concreto armado se entiende el uso de concreto (mezcla de grava o roca triturada, arena, agua y cemento) en conjunto con barras de acero corrugadas, dando como resultado un mejor comportamiento mecánico que si se utilizaran estos materiales por separado [2].

El concreto fresco se coloca sobre una estructura de barras de acero previamente armada. Conforme el concreto se endurece y gracias a la superficie corrugada del acero, se dispone de una alta traba mecánica adicional a la adhesión superficial natural, por lo que la adherencia en la interfase entre el concreto y el acero es prácticamente total [3].



Figura 1.1. Base de una turbina eólica [4]. Fotografía por Invenergy.

1.1.1 *Uso del concreto armado en estructuras*

Son muchas las ventajas que presenta el concreto con respecto a otros materiales para su utilización como material de construcción: facilidad inicial de moldeo, gran resistencia a las altas temperaturas y a la carga, y materiales constitutivos de bajo costo. De hecho, en la actualidad se utiliza el doble de concreto que el total de todos los demás materiales de construcción, incluyendo madera, plástico, acero y aluminio [5].

Sin embargo, la resistencia a la tracción del concreto es entre 10 y 15 veces menor que su resistencia a la compresión, además de experimentar dilataciones y contracciones con los cambios de temperatura. Estos inconvenientes se eliminan mediante el reforzamiento del concreto con una armadura interna [2].

El acero es el principal material utilizado en la construcción de estructuras de concreto reforzado debido a que su coeficiente de dilatación térmica es cercano al del concreto. Además, presenta una alta resistencia a la tracción que compensa esta propiedad deficiente en el concreto [2].

1.1.2 Comportamiento mecánico del concreto a compresión.

Tanto el cemento como los agregados que componen al concreto presentan un comportamiento frágil y una relación esfuerzo-deformación lineal bajo cargas de compresión [4]. Los materiales frágiles tienden a desarrollar fracturas perpendiculares a la dirección de máxima deformación, por esto mismo, cuando el concreto se encuentra sometido a cargas de compresión, las grietas se propagan en dirección paralela a la fuerza aplicada.

Bajo cargas cíclicas de compresión, la resistencia a la fatiga del concreto es considerablemente menor que su resistencia estática. Si se introduce un esfuerzo cíclico de compresión que varíe entre cero y el esfuerzo último del concreto, éste presentará un límite de fatiga de entre el 50% y 60% de la resistencia a la compresión estática. En el caso de que el concreto sea reforzado, el límite de fatiga es de aproximadamente el 55% de su resistencia a la compresión estática [3]. Es decir, la presencia de barras de acero no tiene casi ningún impacto en la resistencia a la fatiga bajo cargas de compresión en el concreto.

Es importante destacar que la resistencia a la fatiga del concreto es una variable dependiente no solo de la resistencia a la compresión estática, sino también de la antigüedad del material, las condiciones de humedad y temperatura y la velocidad de aplicación de la carga [3].

La resistencia a la compresión del concreto es mucho mayor que su resistencia a la tensión, y, bajo cargas combinadas, no existe un modelo analítico que permita calcular los esfuerzos combinados del concreto, por lo que los desarrollos experimentales son fundamentales [3]. Sin embargo, es sabido que la resistencia del concreto bajo cargas biaxiales y triaxiales es mayor que bajo compresión uniaxial [4]. La Fig. 1.2 muestra el incremento en resistencia al estar sometido a un estado de esfuerzos biaxiales.

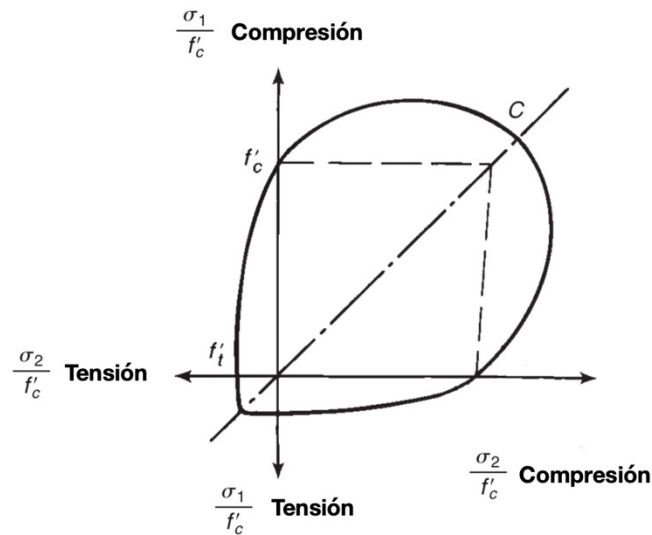


Figura 1.2. Comportamiento de f'_c bajo un estado de esfuerzos biaxial [4].

En general, la resistencia a compresión del concreto también es considerablemente mayor que su resistencia a la flexión, debido a que la falla por momento flexionante ocurre precisamente por la componente de fuerza de tensión presente, como se ilustra en la Fig. 1.3 [4].

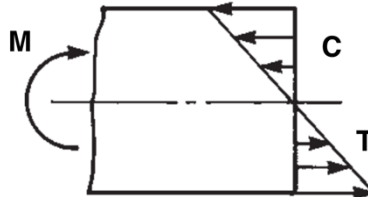


Figura 1.3. Distribución de esfuerzos de compresión C y tensión T al aplicar un momento flexionante M [4].

Existen diferentes tipos de concreto, de acuerdo con la relación entre sus componentes. En la Tabla 1.1 se presentan los principales tipos de concreto y su resistencia a la compresión media, obtenida experimentalmente.

Tabla 1.1 Resistencia a la compresión de distintos tipos de concreto. Adaptada de [4].

Tipo de concreto	Ensayos realizados	Resistencias promedio [MPa]
Mezcla de concreto ordinaria	317	27.99 a 46.19
Concreto prefabricado	1174	47.64 a 51.16
Concreto ligero	769	29.72 a 37.92
Concreto de alta resistencia (28 días)	2052	57.5 a 85.49
Concreto de alta resistencia (56 días)	914	71.91 a 96.53

El concreto continúa su hidratación y endurecimiento durante mucho tiempo (hasta 5 años aproximadamente), sin embargo, su resistencia aumenta a una tasa cada vez menor [3], de forma que puede ser despreciada y, por lo general, se toman las muestras con concreto de 28 días de edad.

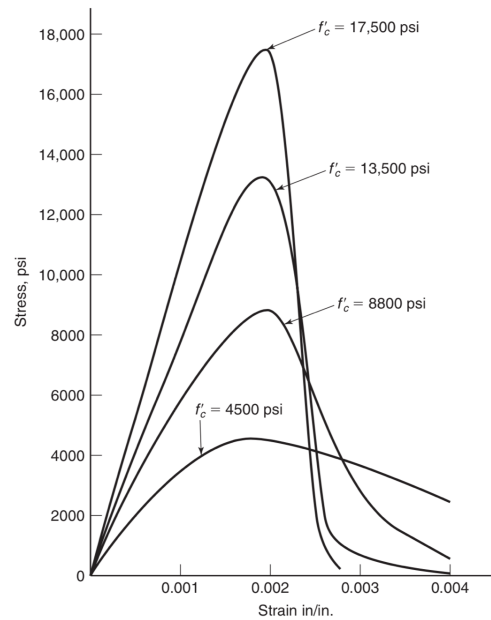


Figura 1.4. Curva esfuerzo-deformación ingenieril para diferentes tipos de concreto bajo compresión [4].

Como se observa en la Fig. 1.4, el comportamiento del concreto no es completamente frágil, a pesar de estar constituido por elementos que si lo son. f'_c representa el esfuerzo máximo obtenido en una prueba con un cilindro de dicho material. La forma de esta curva resulta de la formación gradual de microfracturas dentro de la estructura de concreto.

Los concretos de alta resistencia son actualmente utilizados en la construcción de edificios altos debido a las grandes cargas axiales que tienen que soportar. Un concreto de alta resistencia es aquel que presenta una resistencia a la compresión $f'_c \geq 39$ [MPa] [6], actualmente se emplean mezclas con una resistencia mayor a los 124 [MPa].

1.1.3 La importancia del reciclado de concreto armado en la Ciudad de México

La cantidad de residuos de la construcción y demolición (RCDs) que se generan en la Ciudad de México asciende a más de 7000 toneladas diarias [1], por lo que requiere de un proceso de separación y trituración que permita dar utilidad a este material y disminuya la contaminación generada por la disposición inadecuada de dichos residuos.

Los aceros se pueden producir principalmente de dos formas: mediante la refinación del hierro y reciclando residuos de acero, por lo que el valor del acero reciclado es alto. La chatarra se introduce en un horno eléctrico de arco, en el cual las altas temperaturas funden la chatarra y permiten recuperar el acero por completo [7], un esquema del proceso de reciclado de acero se muestra en la Fig. 1.5.

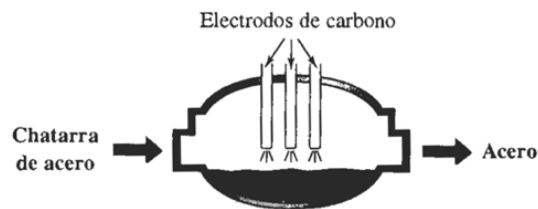


Figura 1.5. Horno eléctrico de arco para producir acero líquido a partir de la fundición de chatarra [7].

Además, debido a los cambios en las necesidades humanas o por errores de diseño o construcción en las edificaciones, se generan desechos de este material. Por otro lado, el concreto no puede ser reutilizado para su propósito original; tampoco puede ser descompuesto en sus elementos constitutivos originales. Sin embargo, el concreto puede ser fragmentado en bloques más pequeños para su uso como agregado para concreto nuevo en aplicaciones estructurales. De acuerdo con *The Waste and Resources Action Programme (WRAP)* [8], los beneficios de utilizarlo en lugar de agregados vírgenes incluyen:

- Reducción en el costo de transporte derivado de la obtención de materiales vírgenes en áreas naturales lejanas a las áreas urbanas donde se requieren.
- Menor impacto ambiental sobre el uso de la tierra al destinar menos desechos a vertederos y conservar tierra que normalmente se utiliza como fuente de materias vírgenes.
- Ventajas en sostenibilidad debido a la larga vida útil del concreto reciclado.
- Menor precio para uso como agregado comparado con agregados vírgenes.

Otros usos del concreto reciclado son: bloques para pavimentar, bancas de uso público, arrecifes artificiales, bases viales y macetas [5].

Es por esto que uno de los temas de investigación más importantes en la actualidad en el campo de la ingeniería es utilizar el concreto como agregado grueso reciclado RCA (Recycled Coarse Aggregate) para reducir el impacto ambiental de la industria del concreto [9].

La Fig. 1.6 muestra un esquema general del ciclo de vida del concreto; en ella se puede apreciar la importancia del reúso y reciclado del concreto como medio para evitar la explotación de nuevos recursos naturales.

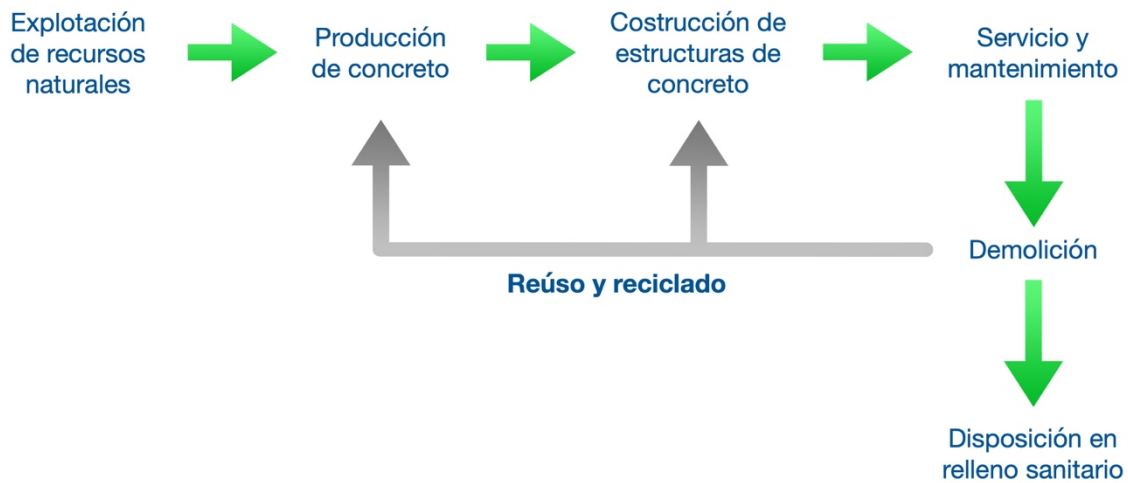


Figura 1.6. Esquema general del ciclo de vida de las estructuras de concreto.

Adaptado de [9].

Actualmente, en la Ciudad de México existe una planta recicladora de concreto, la cual tiene una capacidad de procesamiento de 2000 toneladas de residuos de concreto al día (Enrique Granell comunicación personal, 13 de marzo de 2018). Estos residuos no pueden ser procesados a la misma velocidad que se producen, además, debido a que la planta recicladora es fija, el costo del transporte es elevado, y el tiempo invertido en éste también, lo que constituye una barrera más en el correcto tratamiento de los residuos. Dado que no existe alguna máquina nacional trituradora y separadora para concreto armado, todas las máquinas utilizadas para los procesos de reciclaje se importan del extranjero, con el costo adicional que esto involucra.

1.2 Principio de funcionamiento de las máquinas trituradoras

Para poder reciclar el concreto y el acero de los desechos de concreto armado es necesario separar estos dos componentes. Para lograrlo, primero se rompe el concreto en trozos más pequeños cuyas dimensiones finales dependen del uso que se le quiera dar al concreto. Después del triturado, un imán se encarga de remover el acero, que es retirado fácilmente gracias a que el concreto se ha desprendido de él al ser triturado.

Los principios de funcionamiento que se utilizan para la trituración mecanizada del concreto son:

- Sistema de rotor giratorio y placa ajustable.
- Sistema de placa recíprocante y placa ajustable.

El sistema de rotor dentado rompe la materia prima en trozos pequeños gracias a la fuerza ejercida por el movimiento giratorio del mismo y la reducción de espacio entre éste y las placas, esta reducción se puede observar en la Fig. 1.7. Las máquinas que funcionan bajo este principio son conocidas como trituradoras giratorias [10].

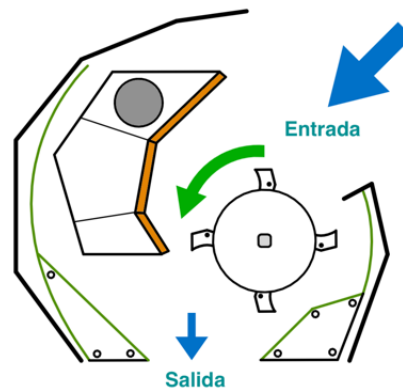


Figura 1.7. Esquema de la vista lateral de una trituradora giratoria, adaptado de [12].

El sistema de dos placas involucra el uso de un mecanismo que permite a una de ellas realizar un movimiento recíprocante, y por la presión ejercida entre ambas superficies la materia prima es triturada; la Fig. 1.8 muestra como el espacio entre las placas puede ser fácilmente ajustado para controlar el tamaño final. A estas máquinas se les conoce como trituradoras de quijada o mandíbula [10].

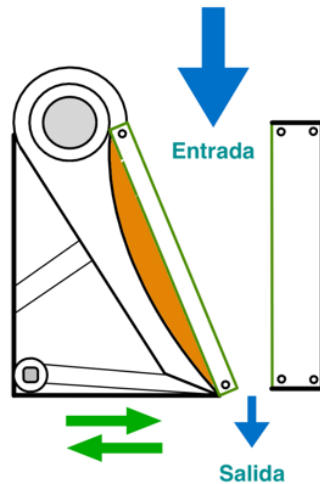


Figura 1.8. Esquema de la vista lateral de una trituradora de mandíbula, adaptado de [10, 13].

En las Figs. 1.7 y 1.8, las flechas de color verde representan el tipo de movimiento de cada máquina; rotativo (Fig. 1.7) y recíprocante (Fig. 1.8).

Las máquinas trituradoras tienen un gran uso en el sector minero y de construcción. Para la aplicación de concreto armado, un sistema adicional posterior es requerido para realizar la separación del concreto triturado y el refuerzo (varillas metálicas), mediante el uso de imanes.

A su vez, dependiendo de su independencia y versatilidad, se encuentran dos tipos de máquinas:

- Trituradoras independientes
- Accesorios para excavadoras

Las trituradoras independientes requieren de una fuente de energía externa para funcionar, y son impulsadas por un motor eléctrico o diésel. Dependiendo del modelo pueden ser fijas o móviles; en este último caso se suele utilizar un sistema motorizado con orugas para su transporte.

Presentan una gran capacidad de producción y suelen contar con bandas transportadoras para su alimentación y para llevar el concreto triturado al proceso de separación. En este proceso, un imán o electroimán puede ser colocado en diferentes configuraciones para atraer las varillas de acero que después son almacenadas.

En cambio, los accesorios para excavadoras poseen gran movilidad, reducidas dimensiones y peso, y son adaptables a distintos tipos de excavadoras. Además de cucharas trituradoras, también se pueden adaptar electroimanes, cortadoras, etc. Así, estos accesorios utilizan la energía proveída por la propia excavadora para su funcionamiento y no requieren de bandas o sistemas de transporte adicionales. Dependiendo del modelo, pueden incluir electroimanes o sistemas mecánicos que mantengan al acero en el interior de la máquina hasta que el concreto triturado a sido expulsado, o expulsar el concreto junto con el acero para una separación mediante un proceso adicional. En comparación con las trituradoras independientes, su capacidad de producción es mucho más limitada por cuestiones de tamaño.

El principio de funcionamiento más utilizado actualmente en la industria es el de mandíbulas [10], pues cuentan con un sistema mecánico más eficiente, y con un rango más amplio de índice de reducción (I_R).

El índice de reducción I_R es la relación entre la longitud máxima D de una pieza de concreto que admite la máquina a la entrada y la longitud mínima d del producto de la trituración a la salida [10].

Un índice de reducción mayor implica que la máquina es más compacta, o bien, que permite introducir trozos de concreto más grandes, reduciendo o evitando la necesidad de un pre-triturado. Lo anterior se observa más claramente con el esquema mostrado en la Fig. 1.9.

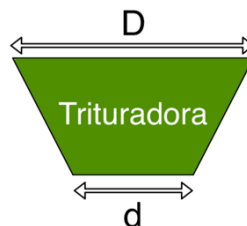


Figura 1.9. Esquema del índice de reducción, adaptado de [10].

1.3 Estado actual de las trituradoras de concreto en la industria

Las trituradoras de mandíbula, como se ha mencionado anteriormente, son predominantes en la industria actual, sin embargo, es importante destacar que existen diversas formas de acción dentro de esta categoría, de acuerdo con la ubicación del punto fijo en la mandíbula móvil. Si esta se encuentra fija a la bancada en la parte superior, donde se alimenta de material, se denomina trituradora tipo Blake; si está fija en la parte inferior se denomina tipo Dodge; y si está fija en medio de la mandíbula se denomina tipo Universal [11].

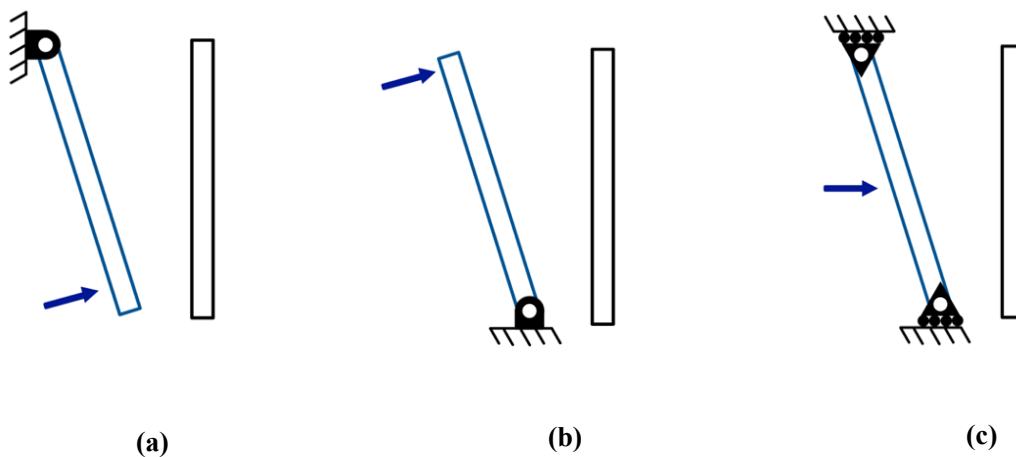


Figura 1.10. Diferentes movimientos en trituradoras de mandíbula. (a) Blake, (b) Dodge y (c) Universal.

Con respecto a las trituradoras como accesorio para excavadoras, o trituradoras móviles, existe una variedad de tamaños de acuerdo con el tipo de excavadora a la que se acoplan. Sin embargo, para excavadoras pequeñas, de entre 6 y 17 toneladas, y excavadoras medianas, de entre 18 y 28 toneladas, las dimensiones no varían demasiado, y, la parte móvil de estas, que incluye el espacio ocupado por el mecanismo, el motor y la mandíbula en movimiento tiene unas dimensiones propuestas que se muestran en la Fig. 1.11.

Se proponen estas dimensiones al ser un promedio simple de tres modelos de trituradoras de mandíbula empleadas para trituración in-situ por medio de excavadoras pequeñas y medianas, de tres diferentes marcas líderes en el mercado actual, la MB-L140 S2, Epiroc BC 2100 y la BAV CB12.

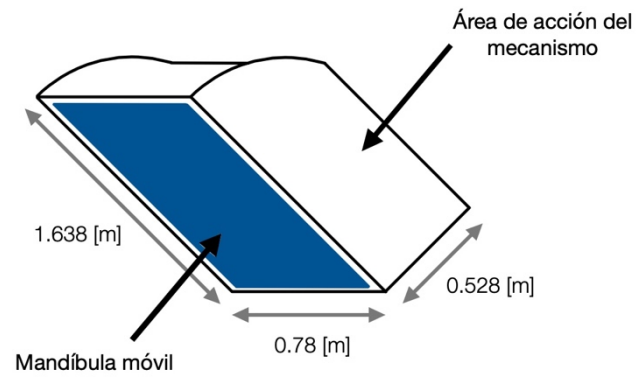


Figura 1.11. Dimensiones propuestas para la parte superior de una trituradora móvil.

Capítulo 2

2 MARCO TEÓRICO.

Introducción

Este capítulo presenta los diferentes conceptos y definiciones que se emplearán en el resto del trabajo, empezando por teoría de mecanismos, planteando la distinción entre los conceptos de cadena cinemática, mecanismo y máquina, hasta la definición de todos los isómeros posibles que trabajan con un solo actuador.

Se definen también los conceptos matemáticos de *matriz de rotación* y *matriz Jacobiana*, necesarios para la realización de los análisis cinemático y dinámico de las configuraciones mecánicas. Por último, se introducen los índices de desempeño utilizados para comparar los mecanismos candidatos.

2.1 Teoría de mecanismos.

2.1.1 Distinción entre cadenas cinemáticas, mecanismos y máquinas.

Norton [14] presenta tres definiciones importantes que deben ser consideradas para comprender con claridad que es un mecanismo y que no.

- *Cadena cinemática*: Un ensamble de eslabones y juntas interconectados de modo que produzcan un movimiento controlado en respuesta a un movimiento suministrado.
- *Mecanismo*: Una cadena cinemática en la cual por lo menos un eslabón se ha “fijado” o sujetado al marco de referencia (el cual por sí mismo puede estar en movimiento).
- *Máquina*: Conjunto de mecanismos acomodados para transmitir fuerzas y realizar trabajo.

Según Reuleaux, “Una máquina es la combinación de cuerpos resistentes dispuestos de tal manera que, por su medio, las fuerzas mecánicas... pueden realizar un trabajo acompañado de ciertos movimientos determinados” [15].

Esta definición, aunque simple, marca una diferencia importante entre mecanismos y máquinas. Si la amplificación de fuerzas es pequeña y el movimiento generado es el enfoque de la cadena cinemática, entonces se trata de un mecanismo, por el contrario, si se busca generar un trabajo mediante una alta amplificación de fuerzas, es una máquina.

Debido a que no existe una manera formal de definir el límite entre un mecanismo y una máquina, en el presente trabajo se referirá a las distintas cadenas cinemáticas como configuraciones mecánicas.

2.1.2 Grado de libertad (GDL)

Es el número de coordenadas independientes que se requieren para definir completamente la posición de un mecanismo [14] e indica el número de actuadores necesarios para controlar el movimiento del mecanismo.

En un mecanismo plano, es posible determinar el grado de libertad de este mediante la ecuación de Gruebler [14]:

$$GDL = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2$$

Donde

$$L \triangleq \text{número de eslabones}$$

$$J_1 \triangleq \text{número de juntas completas}$$

$$J_2 \triangleq \text{número de semijuntas}$$

2.1.3 Eslabones y juntas.

Un eslabón es cualquier cuerpo rígido que se encuentra conectado a otro cuerpo mediante una junta. Suelen representarse en forma de barras largas, sin embargo, no es necesario que tengan esta forma y en la gran variedad de mecanismos que existen pueden encontrarse representados de diferentes formas. En la figura 2.1 se muestran algunos ejemplos de eslabones comunes, con sus respectivos nodos, donde se insertan las juntas que permiten que los eslabones se conecten unos con otros.

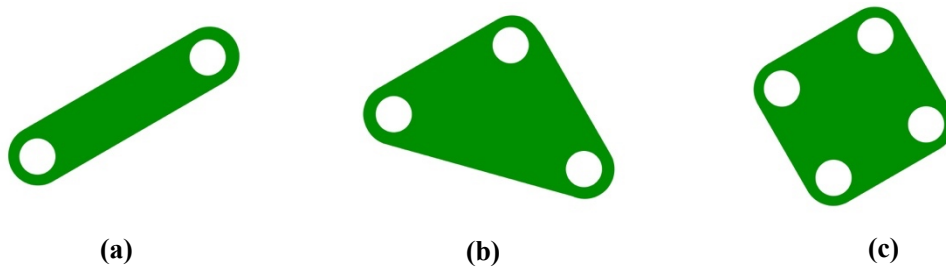


Figura 2.1. Diferentes eslabones comunes en mecanismos planos (a) binario, (b) ternario y (c) cuaternario. Adaptado de [14].

Ahora, existen algunos eslabones que son de suma importancia para el análisis de los mecanismos; estos eslabones están definidos de acuerdo con el tipo de movimiento que presentan, así como por su posición relativa a otros eslabones [14]:

- *Bancada*: Eslabón que se mantiene inmóvil con respecto al marco de referencia. Dicho marco de referencia puede estar en movimiento. También llamado tierra.
- *Manivela*: Eslabón que realiza una revolución completa y está fijo a la bancada.
- *Oscilador*: Eslabón que tiene rotación oscilatoria (de vaivén) y está fijo a la bancada. También llamado balancín.
- *Acoplador*: Eslabón que tiene movimiento complejo y no está pivotado a la bancada. También llamado biela.

Con respecto a las juntas, estas son, como su nombre lo indica, aquellas que permiten la unión física entre eslabones. Se clasifican principalmente en juntas completas o pares inferiores y semijuntas o pares superiores.

Las juntas completas son aquellas que permiten un grado de libertad entre los eslabones conectados, y las semijuntas permiten dos grados de libertad. La Fig. 2.2 muestra algunos ejemplos de juntas completas y semijuntas.

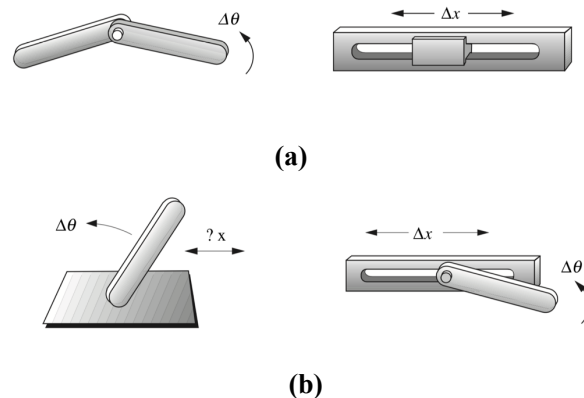


Figura 2.2. Ejemplos de tipos de juntas (a) completas y (b) semijuntas [14].

2.1.4 Eslabonamientos para $GDL=1$

Como menciona Johnson [16], existen tres posibles combinaciones de eslabones en mecanismos planos para conseguir un grado de libertad igual a uno. A estas combinaciones de eslabones se les conoce como isómeros, y consisten en eslabones binarios y ternarios.

El primero de estos isómeros es el eslabonamiento de cuatro barras, que consiste únicamente en cuatro eslabones unidos entre sí por juntas revolutas (juntas completas que permiten movimiento angular, Fig.2.2a).

El segundo isómero, el eslabonamiento de Watt, involucra dos eslabones ternarios conectados entre sí en un nodo por una junta revoluta, y cuatro eslabones binarios.

En el tercer y último isómero posible, el eslabonamiento de Stephenson, los dos eslabones ternarios no están conectados directamente, sino por medio de uno de los cuatro eslabones binarios. En la Fig. 2.3 se muestran estos isómeros.

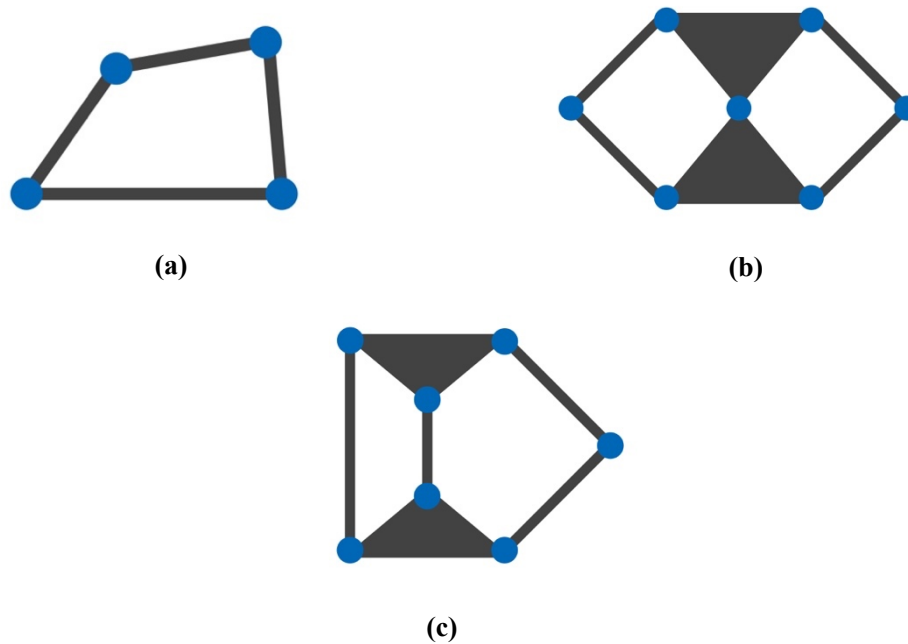


Figura 2.3. Isómeros para $GDL=1$, eslabonamiento de cuatro barras (a), de Watt (b) y de Stephenson (c). Adaptado de [16].

2.2 Cinemática y Dinámica de mecanismos de lazo cerrado

2.2.1 Matriz de Rotación

De acuerdo con Lynch y Park [17], una matriz de rotación es aquella matriz que provee una descripción de la orientación y posición de un sistema de referencia relativo a otro.

En un sistema de referencia rectangular en el espacio, como el que se muestra en la Fig. 2.4, una matriz de rotación \mathbf{R} tiene tres columnas, cada una correspondiente a un eje coordenado x, y, z .

Si el sistema de referencia inercial es definido como $\{s\}$ y el sistema de referencia local como $\{b\}$, entonces \mathbf{R} proporciona la información necesaria para expresar las coordenadas locales en términos de las coordenadas inerciales.

$$\begin{aligned}x_b &= r_{11}x_s + r_{21}y_s + r_{31}z_s \\y_b &= r_{12}x_s + r_{22}y_s + r_{32}z_s \\z_b &= r_{13}x_s + r_{23}y_s + r_{33}z_s\end{aligned}\tag{2.1}$$

Donde

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}\tag{2.2}$$

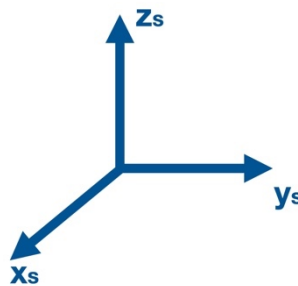


Fig. 2.4. Sistema de referencia inercial derecho $\{s\}$

Las siguientes condiciones deben ser satisfechas:

1) x_b, y_b, z_b son vectores unitarios, es decir, $\hat{x}_b, \hat{y}_b, \hat{z}_b$. Por lo tanto

$$\begin{aligned} r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 &= 1 \\ r_{12}^2 + r_{22}^2 + r_{32}^2 &= 1 \\ r_{13}^2 + r_{23}^2 + r_{33}^2 &= 1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

2) $\hat{x}_b \cdot \hat{y}_b = \hat{x}_b \cdot \hat{z}_b = \hat{y}_b \cdot \hat{z}_b = 0$. Por lo tanto

$$\begin{aligned} r_{11}r_{12} + r_{21}r_{22} + r_{31}r_{32} &= 0 \\ r_{12}r_{13} + r_{22}r_{23} + r_{32}r_{33} &= 0 \\ r_{11}r_{13} + r_{21}r_{23} + r_{31}r_{33} &= 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

A pesar de que una matriz de rotación tiene distintos usos, como cambiar el marco de referencia en el que un vector es representado [17], en el presente trabajo se utilizará para rotar un vector, como se muestra en la Fig. 2.5.

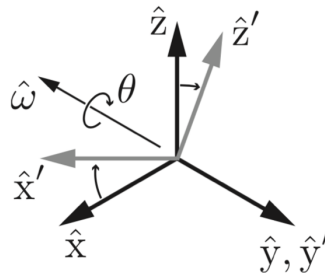


Fig. 2.5. Sistema coordenado $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ siendo rotado un ángulo θ con respecto al vector unitario \hat{w} , para obtener el sistema $\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}'$ [17].

Dicha rotación se representa como

$$R\omega(\theta)$$

Representando que se ha rotado un ángulo θ con respecto al vector unitario $\hat{\omega}$.

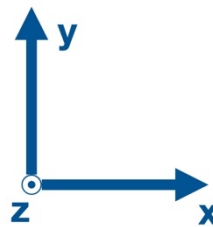
Si este vector de rotación coincide con alguno de los ejes del sistema de referencia original, se obtienen las siguientes matrices de rotación [17]:

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

En este trabajo se tratarán a los vectores dentro del plano XY, debido a que se analizarán mecanismos planos, y se mantendrá al eje \hat{z} siempre “saliendo” de la hoja, como se muestra en la Fig. 2.6, por lo que la matriz de rotación a utilizar será $R_z(\theta)$.



**Figura. 2.6. Sistema coordenado rectangular
derecho $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$**

2.2.2 Jacobiano

El Jacobiano es el determinante de la llamada matriz Jacobiana, que a su vez es definida por Craig [18] como una forma multidimensional de la derivada.

Para una serie de funciones y_k tal que $y_k = f_k(x_1, x_2, \dots, x_i)$, las diferenciales δy_k en función de las diferenciales δx_i se pueden calcular mediante la regla de la cadena como

$$\begin{aligned}\delta y_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_i} \delta x_i \\ \delta y_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_2}{\partial x_i} \delta x_i \\ &\vdots \\ \delta y_k &= \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f_i}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \delta x_i\end{aligned}$$

Este sistema puede escribirse en notación vectorial de la siguiente manera:

$$\delta \mathbf{Y} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \delta \mathbf{X} \quad (2.8)$$

Donde la matriz (no necesariamente cuadrada) de fracciones parciales de la ecuación 2.8 es la matriz Jacobiana \mathbf{J} .

$$\delta \mathbf{Y} = \mathbf{J} \delta \mathbf{X} \quad (2.9)$$

O bien, multiplicando ambos lados de la ecuación 2.5 por $\frac{1}{dt}$

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{X}} \quad (2.10)$$

Donde

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{X}) \quad (2.11)$$

Entonces el Jacobiano se puede escribir como

$$J = \text{Det}[\mathbf{J}(\mathbf{X})] \quad (2.12)$$

En un mecanismo, el Jacobiano es capaz de proporcionar información muy útil sobre el sistema. Es posible que para ciertos valores de las variables x_i la matriz Jacobiana se vuelva singular, en donde $J = 0$. La posición del mecanismo en la que esto ocurre se conoce como singularidad [18].

Físicamente, que el mecanismo se encuentre en una posición singular implica que el efector final va a presentar una movilidad limitada, ya sea al no poder desplazarse en línea recta, o rotar en una dirección del espacio Cartesiano [18].

Por lo anterior, es importante evitar que el mecanismo presente posiciones singulares dentro de su rango de movimiento.

En el desarrollo de este trabajo, la matriz Jacobiana se presentará de acuerdo con la definición de Norton [14] para mecanismos de lazo cerrado, es decir, a partir de las ecuaciones escalares obtenidas de la o las ecuaciones de lazo, como la matriz de derivadas parciales de estas ecuaciones con respecto a las incógnitas de posición de los eslabones. Por esto mismo, dicha matriz será cuadrada y su determinante estará siempre definido.

2.3 Índices de desempeño en mecanismos.

2.3.1 Ángulos de transmisión.

Existen dos ángulos de transmisión en un mecanismo de cuatro eslabones ν y μ , definidos como el ángulo menor entre el eslabón de entrada y el acoplador, y el ángulo menor entre el acoplador y el eslabón de salida, respectivamente. Sin embargo, si no se especifica, el ángulo de transmisión se entenderá como μ , es decir, el ángulo agudo entre la dirección del vector velocidad absoluta del eslabón de salida y el vector de diferencia de velocidad del eslabón flotante (acoplador).

El ángulo de transmisión es una medida de la capacidad de transmisión de movimiento desde el eslabón flotante hacia el eslabón de salida, sin embargo, no considera la acción de la gravedad ni las fuerzas dinámicas [19].

Este ángulo varía conforme al movimiento de la manivela, por lo que existe un ángulo de transmisión mínimo μ_{min} y uno máximo μ_{max} . El ángulo de transmisión tiene una relación directa con la fuerza que se transmite desde la manivela hasta el eslabón de salida. Como se muestra en la Fig. 2.7, al aplicar un par en el eslabón de entrada, se produce una fuerza en el punto D; la componente tangencial (horizontal) de esta fuerza produce el par de salida, la componente normal solo generará una fuerza de tensión o compresión sobre el eslabón de salida, por lo que idealmente el ángulo de transmisión deseado es $\mu = 90^\circ$. En general, se desea que $\mu_{min} \geq 45^\circ$.

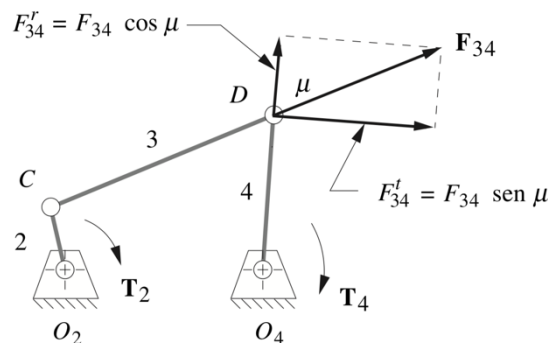


Figura 2.7. Ángulo de transmisión μ en un mecanismo de cuatro eslabones [14]

En un mecanismo manivela balancín de cuatro barras, el ángulo de transmisión mínimo ocurre cuando la manivela es colineal con tierra (la bancada). Por convención, $\mu \leq 90^\circ$ por lo que, si resulta no ser un ángulo agudo, $\mu = |\pi - \mu_{original}|$.

El ángulo de transmisión de entrada, ν , indica la capacidad de transmisión de movimiento del eslabón de entrada al eslabón flotante o acoplador, y se mide de la misma manera que el ángulo de transmisión de salida μ .

2.3.2 Centros instantáneos.

Un centro instantáneo (C.I.) está definido como un punto espacial tal que en él dos eslabones no tienen velocidad relativa entre ellos para una posición dada del mecanismo [19].

Si el C.I. es el mismo para los 360° de la manivela, entonces es un centro instantáneo absoluto. Si no, es relativo.

Usando el teorema de Kennedy, se pueden encontrar los centros instantáneos relativos en un mecanismo trazando rectas semi infinitas a partir de dos centros instantáneos absolutos (juntas). Pues los C.I. entre tres eslabones en movimiento están siempre en una línea recta.

Para un mecanismo de cuatro barras, si los C.I.A. son (1,2), (2,3), (3,4) y (1,4), es decir, las juntas del mecanismo, y queremos encontrar el C.I.R. (1,3), trazamos las líneas semi infinitas que pasan por (1,2), (2,3) y por (1,4), (3,4). El punto de intersección es precisamente (1,3).

El número “N” de C.I. en un mecanismo de “n” eslabones, es:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \quad (2.13)$$

2.3.3 Relación de velocidad angular.

Se pueden obtener relaciones de velocidades angulares entre eslabones usando los centros instantáneos. Si el eslabón 1 es la tierra, la relación entre los eslabones j y k del mecanismo está dada por la relación de distancias entre los centros instantáneos [19].

$$\frac{\omega_j}{\omega_k} = \frac{(1, k - k, j)}{(1, j - k, j)} \quad (2.14)$$

Un índice valioso es la relación entre las velocidades angulares de entrada y salida. Para un mecanismo manivela balancín de cuatro barras, con la manivela definida como el eslabón 2 y el balancín como 4, tenemos

$$\frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{(1, 2 - 2, 4)}{(1, 4 - 2, 4)} \quad (2.15)$$

2.3.4 Ventaja Mecánica.

Por definición, la ventaja mecánica (VM) es la relación de magnitudes entre la fuerza de salida y la fuerza de entrada al mecanismo [19].

$$VM = \frac{F_{out}}{F_{in}} \quad (2.16)$$

Asumiendo que el mecanismo es un sistema conservativo, es decir, la energía transmitida por el sistema es mucho mayor que la energía de fricción, calorífica, etc. podemos despreciar estas últimas. Entonces, la potencia que entra al sistema es igual a la que sale, de forma que

$$P_{in} = T_{in}\omega_{in} = T_{out}\omega_{out} = P_{out}$$

$$P_{in} = \bar{F}_{in} \cdot \bar{V}_{in} = \bar{F}_{out} \cdot \bar{V}_{out} = P_{out}$$

Y

$$T = (F)(r) \quad (2.17)$$

∴

$$VM = \left(\frac{T_{out}}{r_{out}}\right) \left(\frac{r_{in}}{T_{in}}\right); \frac{T_{out}}{T_{in}} = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} \quad (2.18)$$

O bien

$$VM = \left(\frac{r_{in}}{r_{out}}\right) \left(\frac{\omega_{in}}{\omega_{out}}\right) \quad (2.19)$$

En el caso de un mecanismo biela corredera, no existe ω_{out} , pues el movimiento de salida es lineal, por lo tanto, se requiere de una expresión que defina la ventaja mecánica en función del radio de entrada y la velocidad angular de entrada. Usando el concepto de centro instantáneo, y considerando la manivela como el eslabón 2 y la corredera como el eslabón 4, se tiene

$$VM = \frac{r_{in}}{|(1,2 - 2,4)|} \quad (2.20)$$

Adicionalmente, si el mecanismo es de más de cuatro eslabones, se puede utilizar la ec. (2.19) para determinar la VM considerando ω_{out} como el eslabón acoplador inmediatamente conectado al eslabón de salida [19].

Debido a la naturaleza variable de la VM, es importante definir el valor crítico mínimo de esta como índice de comparación entre mecanismos.

El eje de coalineación en un mecanismo de cuatro barras se define como la semirrecta formada por los centros instantáneos (1,3) y (2,4), es decir, $(2,4 - 1,3)$. La ventaja mecánica mínima ocurre cuando dicho eje de coalineación es perpendicular al eslabón acoplador $(2,3 - 3,4)$.

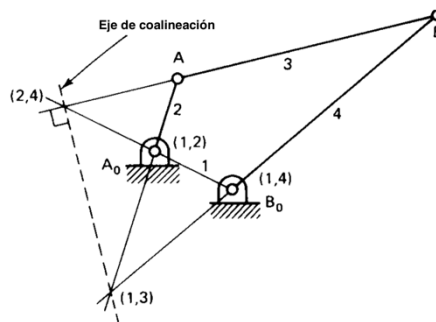


Figura 2.8. Eje de coalineación en un mecanismo de cuatro eslabones [19].

2.3.5 Rigidez

La rigidez se puede definir como la resistencia de un material a deformarse elásticamente [2], de este modo, los eslabones de un mecanismo presentan una rigidez finita que se puede expresar mediante una matriz, de acuerdo con el material de cada eslabón y la posición del mecanismo [17].

La rigidez de las configuraciones se evaluará utilizando el modelo tradicional de rigidez basado en el cálculo de la matriz Jacobiana [20]. Este modelo permite obtener la pseudomatriz de rigidez que relaciona las fuerzas y pares de torsión aplicados al efector final en el espacio Cartesiano al correspondiente desplazamiento lineal y angular [21].

En este modelo, la matriz de rigidez está dada por:

$$K = J^T K_q J \quad (2.21)$$

Donde J es la matriz Jacobiana de la configuración y K_q es la pseudomatriz de rigidez de las juntas de la configuración.

$$K_q = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_i] \quad (2.22)$$

Si los eslabones son del mismo material, la ec. (2.21) se puede reescribir como

$$K = k J^T J; k = \text{cte.} \quad (2.23)$$

Este modelo asume que todos los eslabones se comportan como cuerpos rígidos [20], y, debido a que depende completamente del comportamiento de la matriz Jacobiana, en los puntos en los que la configuración presente una singularidad, la pseudomatriz de rigidez también se volverá singular, indicando que el mecanismo pierde rigidez [21].

2.3.6 Manipulabilidad.

La manipulabilidad es un índice de desempeño que, como tal, debe ser formulado tomando en cuenta la no linealidad del movimiento de los eslabones considerados como cuerpos rígidos. También es independiente del sistema de coordenadas [17].

Originalmente pensada para el diseño cinemático de dedos robóticos, la manipulabilidad puede ser definida como la capacidad para mover y aplicar fuerzas en direcciones arbitrarias [17].

Yoshikawa [22] propone un tratamiento matemático para determinar la manipulabilidad en robots manipuladores de lazo abierto, sin embargo, gracias a la generalidad de esta propuesta, su formulación es igualmente válida para mecanismos de lazo cerrado [23].

El tratamiento de Yoshikawa se puede considerar como el siguiente algoritmo: Determinar la matriz Jacobiana del mecanismo, J .

Obtener la matriz $A = JJ^T$.

Determinar los Eigenvalores λ_i y los Eigenvectores u_i .

Los ejes principales del elipsoide de manipulabilidad son $\sigma_i u_i$, donde $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$.

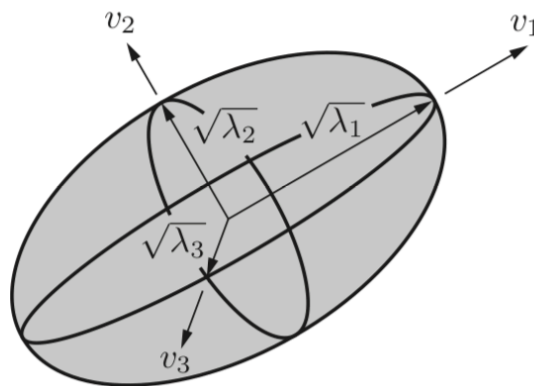


Fig. 2.9. Elipsoide de manipulabilidad [17].

El elipsoide mostrado en la figura permite observar de forma clara la capacidad de movimiento del efector final del mecanismo. En la dirección del eje mayor el mecanismo presenta mayor facilidad para moverse a grandes velocidades, mientras que, en la dirección del eje menor, el movimiento resulta más complicado [23].

Si ahora se define la matriz $A = (J J^T)^{-1}$, el elipsoide obtenido es el elipsoide de fuerzas. Su significado es similar al del elipsoide de manipulabilidad; el eje mayor representa mayor facilidad para ejercer una fuerza, y el eje menor una mayor dificultad.

El elipsoide de manipulabilidad y el de fuerzas están relacionados. Debido a la forma en la que están definidos, ambos presentan los mismos ejes principales, u_i , y las longitudes de sus semiejes principales son recíprocas [22].

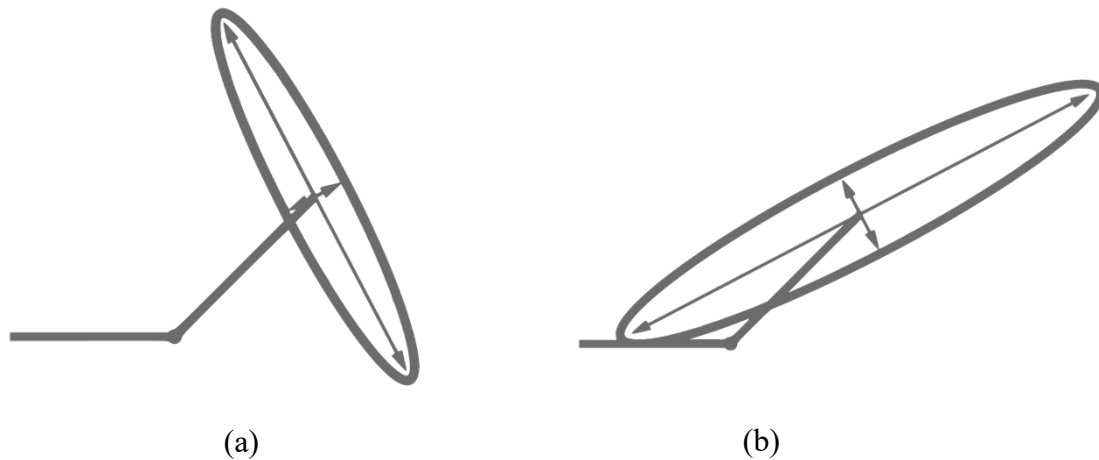


Fig. 2.10. Elipsoide de manipulabilidad (a) y de fuerzas (b), con la longitud de sus semiejes recíprocas [17]

Cuando un mecanismo cae en una singularidad, los elipsoides se convierten en líneas.

Esta interpretación gráfica puede resultar muy útil para tener una forma cualitativa de relacionar el movimiento del mecanismo con su capacidad de movimiento y de transmisión de fuerzas en una dirección concreta, sin embargo, es posible medir de forma más cuantitativa a partir de tres medidas de manipulabilidad que obtienen como resultados valores escalares fácilmente comparables.

Estas tres medidas se muestran a continuación:

Medida de manipulabilidad 1. Relación de semiejes.

$$\mu_1 = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \geq 1 \quad (2.24)$$

Indica que tanto se aproxima a presentar una manipulabilidad isotrópica. Si $\mu_1 = 1$ el elipsoide entonces es una esfera perfecta, y la capacidad de movimiento y fuerza del mecanismo será igual sin importar la dirección de acción. Conforme el mecanismo se aproxima a una singularidad, este índice crece.

Medida de manipulabilidad 2. Número de condición.

$$\mu_2 = \frac{\sigma_{max}^2}{\sigma_{min}^2} = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \geq 1 \quad (2.25)$$

Indica, al igual que el índice anterior, la distorsión del Jacobiano; en una postura ideal, el elipsoide se convierte en una esfera perfecta [18].

Medida de manipulabilidad 3. Proporcional al volumen del elipsoide.

$$\mu_3 = \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_i} = \sqrt{\det(A)} \quad (2.26)$$

De forma similar a la relación de los semiejes, si el volumen del elipsoide de manipulabilidad aumenta, el volumen del elipsoide de fuerzas disminuye, y viceversa.

Estas tres medidas, junto con la ventaja mecánica y la rigidez, serán los principales criterios para la discriminación de las configuraciones, debido a que relacionan directamente la capacidad de amplificación y control de la dirección de fuerzas en el efector final. El ángulo de transmisión también se tomará en cuenta, sin embargo, este índice presenta problemas al tratarse en mecanismos de más de cuatro eslabones, por lo que su uso se limitará a estos.

Capítulo 3

3 DESARROLLO.

Introducción

En este capítulo se introducen las diferentes configuraciones mecánicas a comparar; se incluyen tres configuraciones de cuatro eslabones, cuatro configuraciones de seis eslabones y una de cinco eslabones.

Se realiza el análisis cinemático de cada configuración candidata, con el objetivo de determinar la posición de cada eslabón para cada instante del movimiento de la configuración. Con dicha información, se determinan los índices de desempeño y se comparan los resultados, excluyendo así las opciones menos adecuadas para los objetivos perseguidos, hasta obtener una única configuración resultante.

De la configuración seleccionada, se realiza el análisis dinámico de fuerzas, en función de la fuerza de compresión, los pesos y las inercias de los eslabones mismos, para así determinar el par máximo requerido por el actuador de la máquina.

3.1 *El proceso de diseño*

El diseño de ingeniería implica aplicar las diversas técnicas y principios científicos con el propósito de definir un dispositivo, un proceso o un sistema. Es necesario entonces estructurar los problemas de diseño para llegar a resultados satisfactorios. Diversos autores presentan el proceso de diseño de ingeniería de diversas formas, sin embargo, Norton [14], lo divide en 10 pasos claramente diferenciables, como se muestra en la tabla 3.1. Se debe resaltar que el proceso de diseño no es lineal, y es importante analizar cada etapa y volver a un paso anterior de ser necesario.

Tabla 3.1. Proceso de diseño. Adaptada de [14].

1	Identificación de la necesidad
2	Investigación preliminar
3	Planteamiento de los objetivos
4	Especificaciones de desempeño
5	Ideación e invención
6	Análisis
7	Selección
8	Diseño detallado
9	Creación de prototipos y pruebas
10	Producción

En este trabajo se abarcan los pasos uno a siete, concluyendo con una selección de la mejor configuración para su uso como trituradora, y un análisis dinámico que permite conocer las condiciones iniciales para realizar el diseño de detalle de cada componente de la máquina.

3.2 Configuraciones mecánicas propuestas

Se analizan diferentes configuraciones de eslabonamientos que, a partir de un movimiento rotatorio de entrada, proporcionen un movimiento recíprocante en la salida, ya sea describiendo una trayectoria recta, o un arco de circunferencia, utilizando los siguientes índices de desempeño como criterios para su selección:

- Ventaja Mecánica
- Rigidez
- Manipulabilidad

Debido al caso de estudio considerado, se priorizarán configuraciones con no más de seis eslabones, pues el área ocupada por el mecanismo debe ser reducida.

De acuerdo con la investigación realizada en bibliografía especializada [14, 16, 19, 24], se consideran los siguientes eslabonamientos como candidatos potenciales para su utilización como base para el mecanismo deseado. En las figuras siguientes, el eslabón de entrada está indicado con la letra I (In) y el de salida con la letra O (Out).

Con respecto a configuraciones de seis eslabones, se consideraron solo aquellas con eslabonamientos de Stephenson, pues como han demostrado Rao y Srinath [25], la relación de velocidades entre los eslabones 2 y 6 (entrada y salida, respectivamente) es mayor comparada con la relación que se obtiene en eslabonamientos de Watt. Esto es cierto sin importar las dimensiones de los eslabones, pues es resultado de la estructura de los eslabonamientos mismos (distribución de las juntas y los eslabones).

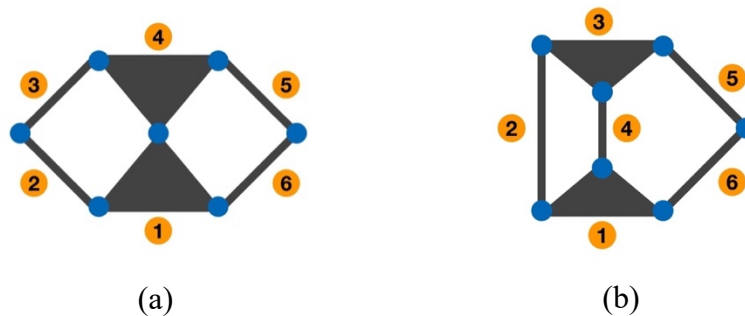


Figura 3.1. Eslabonamiento de Watt (a) y de Stephenson (b). El eslabonamiento de Stephenson presenta una relación de velocidades angulares mayor entre el eslabón 2 y 6. Adaptado de [25].

Manivela Oscilador de cuatro barras

El movimiento de salida es un arco de ángulo variable, de acuerdo con la longitud de los eslabones. Por cada giro de la manivela, el eslabón de salida realiza una carrera de ida y vuelta describiendo una trayectoria curva.

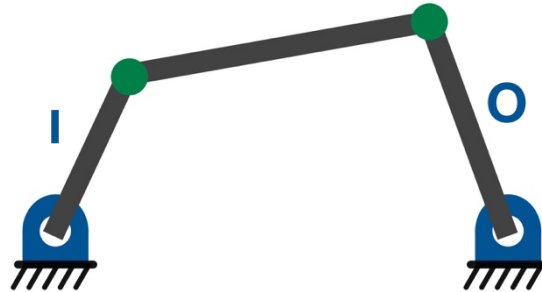


Figura 3.2. Mecanismo manivela-oscilador de cuatro barras.

Manivela Oscilador de cuatro barras (segunda configuración)

En esta configuración se utiliza el acoplador como eslabón de salida, estando este entonces acoplado directamente al eslabón de entrada, el movimiento resultante es más complejo.



Figura. 3.3. Segunda configuración del mecanismo manivela-oscilador de cuatro barras.

Manivela Corredera de cuatro barras

Es el eslabonamiento más sencillo capaz de convertir movimiento rotativo en recíprocante, usando solo un eslabón, conocido como acoplador, para enlazar el movimiento. La corredera, sin embargo, debe estar restringida físicamente para realizar el movimiento deseado.

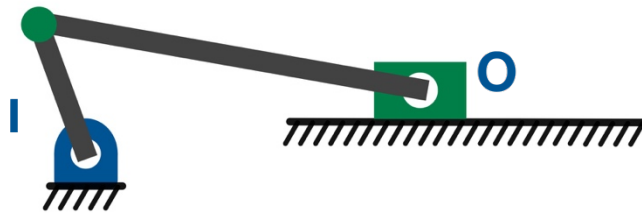


Figura 3.4. Mecanismo manivela-corredera de cuatro barras.

Manivela Oscilador de seis barras

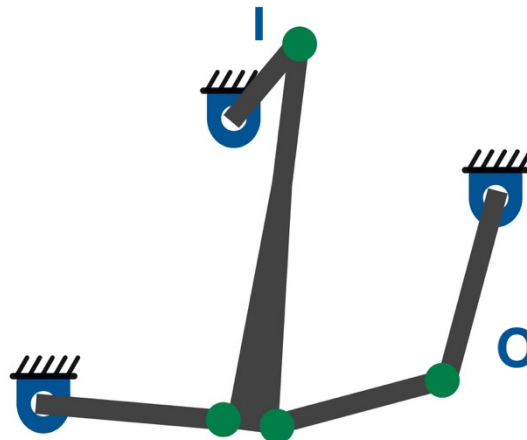


Figura 3.5. Mecanismo manivela-oscilador de seis barras.

El eslabón de salida describe una trayectoria curva de ida y vuelta para un giro completo de la manivela, el ángulo de curvatura y la longitud de arco recorridas dependerán de las longitudes de los eslabones, que proporcionan más opciones de acomodo que un mecanismo manivela oscilador de cuatro barras, como los mostrados en las Figs. 3.1 y 3.2.

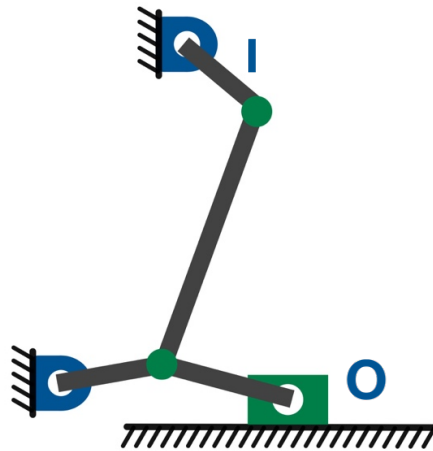
Mecanismo Manivela Corredera de seis barras

Figura 3.6. Mecanismo manivela-corredera de seis barras.

Esta configuración presenta una corredera como eslabón de salida, dando como resultado otro modo de operación de la máquina.

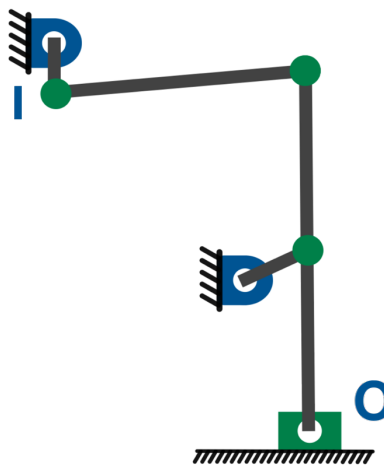
Mecanismo Manivela Corredera de seis barras (segunda configuración)

Figura 3.7. Segunda configuración del mecanismo manivela-corredera de seis barras.

Este mecanismo presenta una peculiaridad, al presentar un eslabón justo en el centro de otro. Esta configuración es comúnmente utilizada en prensas de sujeción manual.

Manivela Corredera de retorno rápido de seis barras

Este mecanismo tiene la peculiaridad de presentar una carrera de retorno considerablemente más rápida que la de ida, o viceversa, de acuerdo con la dirección de giro de la manivela.

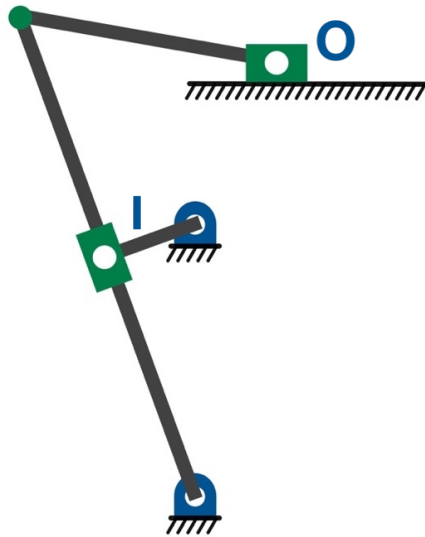


Figura 3.8. Mecanismo manivela-corredera de retorno rápido de seis barras.

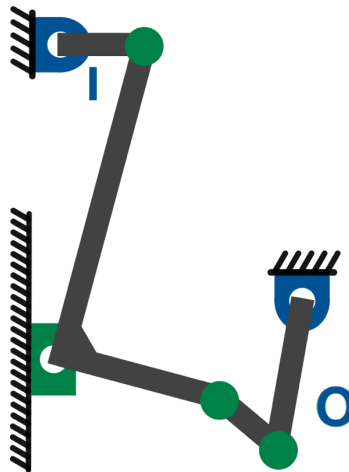
Mecanismo Manivela Oscilador de cinco barras

Figura 3.9. Mecanismo manivela-oscilador de cinco barras.

Este mecanismo cuenta con un eslabón en forma de L, que conecta a la manivela con el acoplador, pero realiza un movimiento de corredera, como se observa en la Fig. 3.9.

3.3 Análisis cinemático de las configuraciones mecánicas

Para la determinación de los índices de desempeño de cada mecanismo se realizará un análisis cinemático, debido a que este análisis permite determinar la posición y la velocidad de cada eslabón. Utilizando el software Wolfram Mathematica, es posible obtener estos valores para cada grado de giro de la manivela, así como obtener gráficas que permitan observar las curvas de movimiento de los elementos. Para realizar este análisis cinemático se utilizarán las ecuaciones de lazo partiendo de la definición vectorial del mecanismo. Las dimensiones de todas las configuraciones se escalarán con el propósito de mantener en un mismo tamaño todos los mecanismos candidatos para compararlos en igualdad de circunstancias.

Análisis Cinemático del mecanismo Manivela Oscilador de cuatro barras (MO4)

El primer análisis que se realizará es el análisis de posición del mecanismo, el cuál permite determinar la posición espacial de todos los eslabones en el plano, para cada $\Delta\theta$ de la manivela.

Se comienza definiendo las ecuaciones de lazo necesarias, de acuerdo con el número de incógnitas que se desean encontrar. La longitud x_i de cada eslabón $l_i, i \in N(1, \dots, 6)$ se propone de acuerdo con las limitaciones espaciales previamente consideradas.

Ya que el mecanismo es de un grado de libertad ($DoF = 1$), la variable a controlar será el ángulo de la manivela, definido como θ_2 .

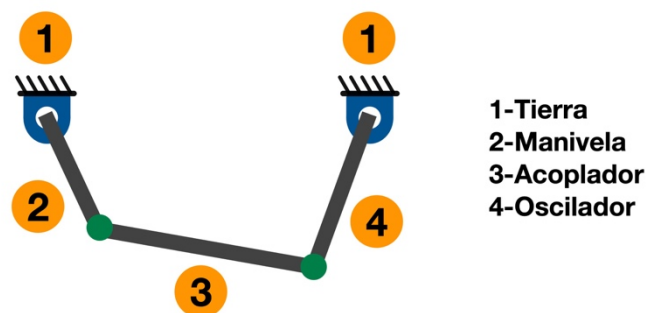


Figura 3.10. Números asignados a los eslabones para el análisis MO4.

A continuación, se definen el sistema de referencia inercial, así como los sistemas locales para cada eslabón, y se asignan los ángulos y las distancias para cada eslabón, como se muestra en las figuras.

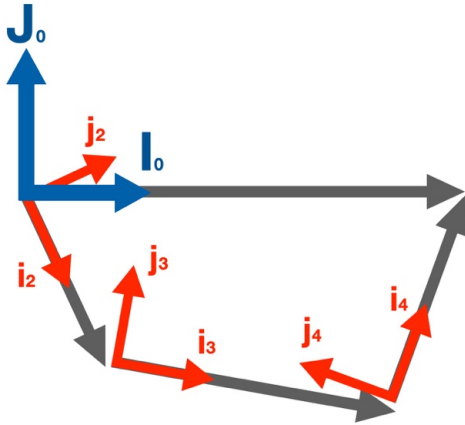


Figura 3.11. Sistema de referencia inercial (I_0, J_0) y sistemas de referencia locales MO4.

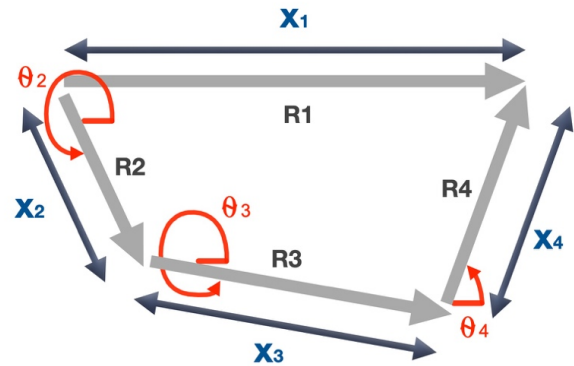


Figura 3.12. Distancias y ángulos para cada eslabón MO4.

Los valores propuestos son:

$$x_1 = 0.55 [m]$$

$$x_2 = 0.2 [m]$$

$$x_3 = 0.65 [m]$$

$$x_4 = 0.4 [m]$$

Lo anterior debe considerar que, si el eslabón más corto se denomina S , el eslabón más largo L , y los otros dos P y Q , se debe cumplir la relación

$$L + S < P + Q. \quad (3.1)$$

Donde tierra debe ser un eslabón adyacente a S , en este caso se a fijado el eslabón 1.

Las incógnitas son:

$$\theta_3, \theta_4$$

El total de incógnitas es 2, por lo tanto, se requiere una ecuación vectorial.

Dicha ecuación vectorial se determina a partir de los vectores definidos anteriormente, ilustrados en la Fig. 3.12.

$$\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_4 - \mathbf{R}_1 = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

Donde

$$\mathbf{R}_1 = [x_1, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_z(\theta_2) \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{r}_3$$

$$\mathbf{R}_4 = \mathbf{R}_z(\theta_4) \mathbf{r}_4$$

Y donde $\mathbf{R}_z(\theta_n)$ es la matriz de rotación del ángulo θ_n y los vectores \mathbf{r}_n están definidos como se muestra a continuación:

$$\mathbf{r}_2 = [x_2, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_3 = [x_3, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_4 = [x_4, 0, 0]^T$$

La ec. (3.2) se resuelve numéricamente mediante el método de Newton-Raphson proponiendo valores estimados de las incógnitas a encontrar.

Para la posición inicial con $\theta_2 = 0$ se propone

$$\theta_3 = 330^\circ$$

$$\theta_4 = 120^\circ$$

Las curvas de posición obtenidas se muestran a continuación.

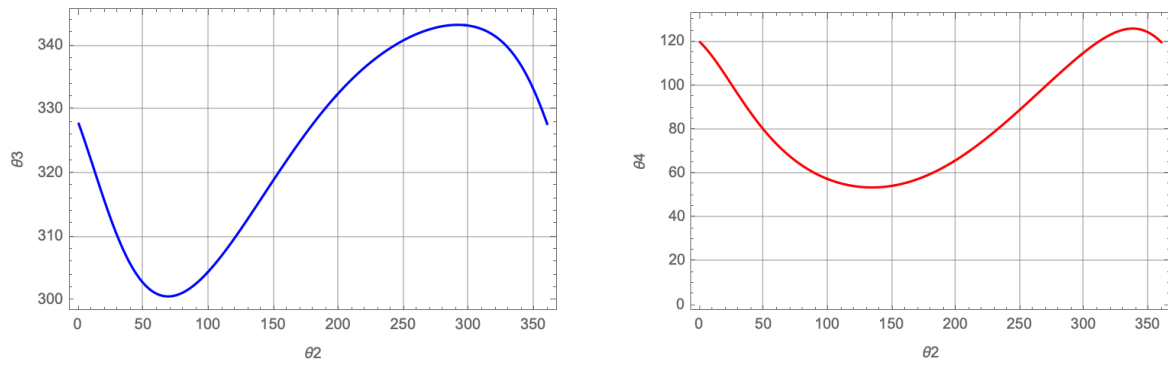


Figura 3.13. Curvas de posición del mecanismo manivela oscilador de cuatro barras.

Los ángulos de transmisión de entrada (ν) y de salida (μ) se muestran a continuación.

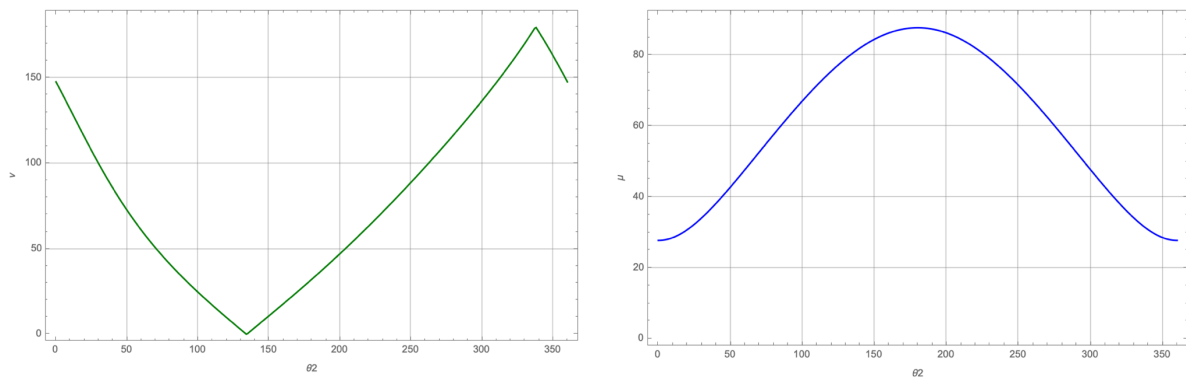


Figura 3.14. Ángulos de transmisión del mecanismo manivela oscilador de cuatro barras.

Las curvas de velocidad obtenidas se muestran a continuación.

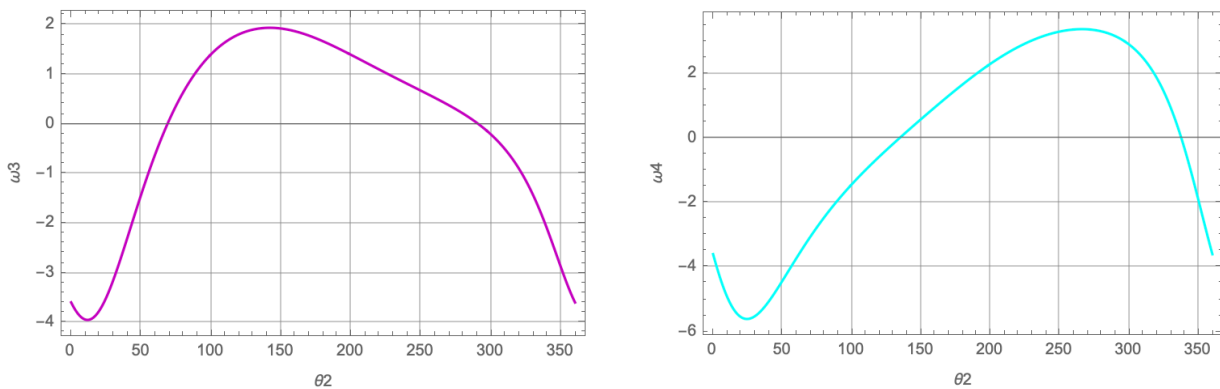


Figura 3.15. Curvas de velocidad del mecanismo manivela oscilador de cuatro barras.

Análisis Cinemático del mecanismo Manivela Oscilador de Cuatro barras (Segunda Configuración) (MO4-2)

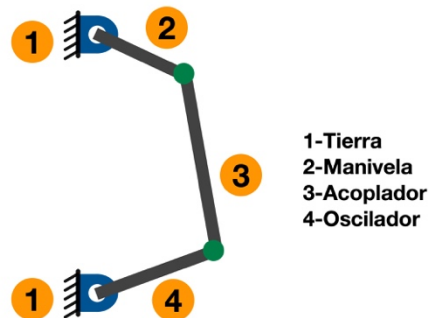


Figura 3.16. Números asignados a los eslabones para el análisis MO4-2.

Se define el sistema de referencia inercial, así como los sistemas locales para cada eslabón, también se asignan los ángulos y las distancias para cada eslabón, como se muestra en las figuras.

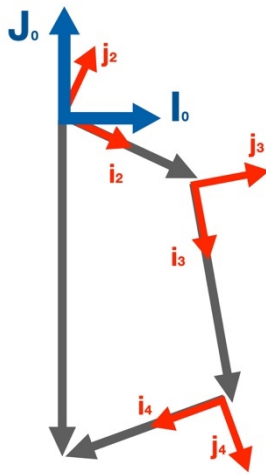


Figura 3.17. Sistema de referencia inercial (I_0, J_0) y sistemas de referencia locales MO4-2.

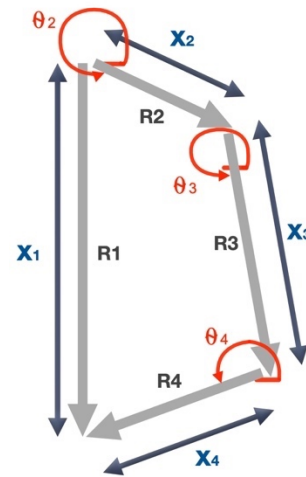


Figura 3.18. Distancias y ángulos para cada eslabón MO4-2.

Los valores propuestos son:

$$x_1 = 1.0 \text{ [m]}$$

$$\theta_1 = 270^\circ$$

$$x_2 = 0.2 \text{ [m]}$$

$$x_3 = 1.2 [m]$$

$$x_4 = 0.6 [m]$$

Las incógnitas son:

$$\theta_3, x_4$$

La ecuación de lazo es:

$$\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_4 - \mathbf{R}_1 = \mathbf{0}$$

Donde

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_z(\theta_1) \mathbf{r}_1$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_z(\theta_2) \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{r}_3$$

$$\mathbf{R}_4 = \mathbf{R}_z(\theta_4) \mathbf{r}_4$$

Y donde:

$$\mathbf{r}_1 = [x_1, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_2 = [x_2, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_3 = [x_3, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_4 = [x_4, 0, 0]^T$$

Para la posición inicial con $\theta_2 = 0$ se propone

$$\theta_3 = 330^\circ$$

$$\theta_4 = 120^\circ$$

Las curvas de posición obtenidas se muestran a continuación.

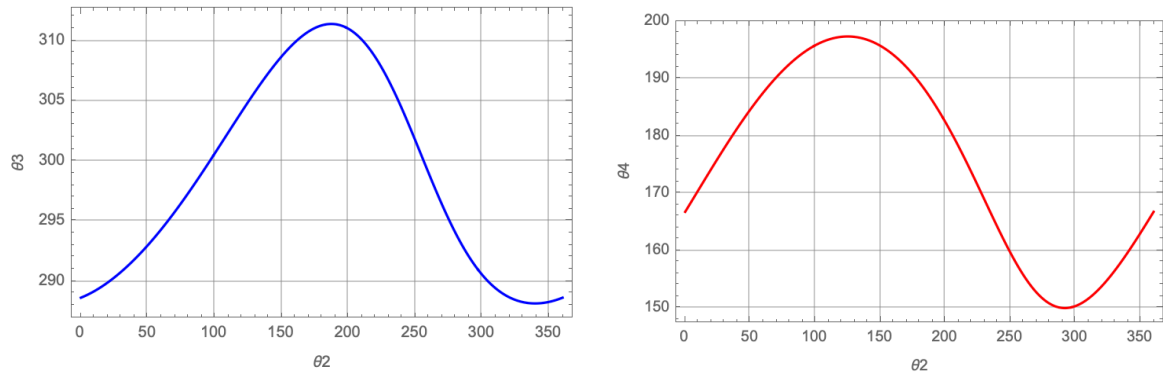


Figura 3.19. Curvas de posición del mecanismo manivela oscilador de cuatro barras (Segunda configuración).

Los ángulos de transmisión de entrada (ν) y de salida (μ) se muestran a continuación.

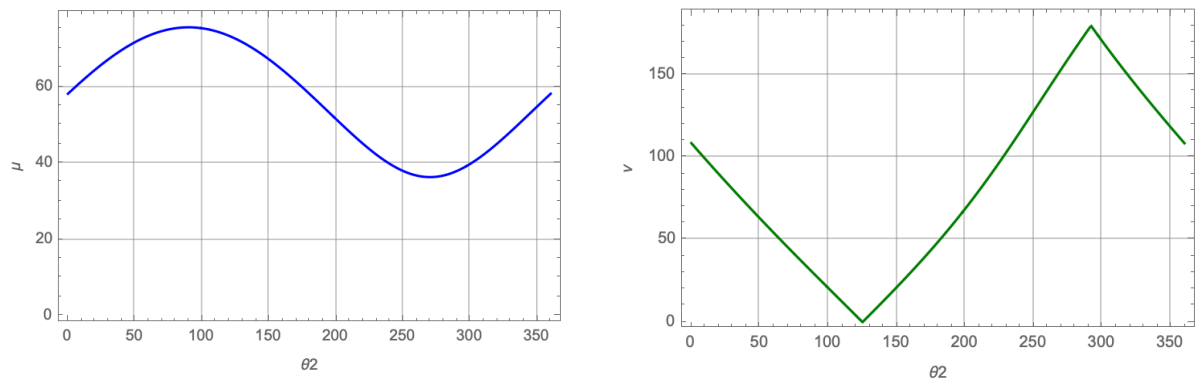


Figura 3.20. Ángulos de transmisión del mecanismo manivela oscilador de cuatro barras (Segunda configuración).

Las curvas de velocidad obtenidas se muestran a continuación.

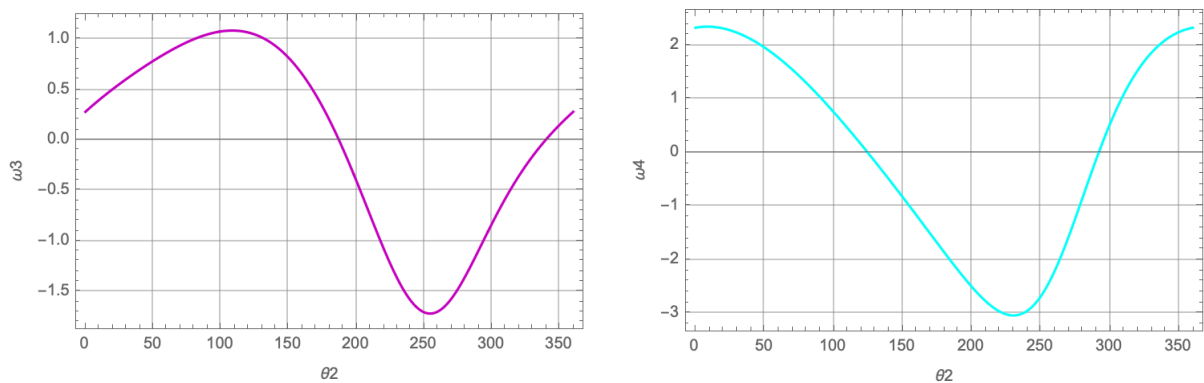


Figura 3.21. Curvas de velocidad del mecanismo manivela oscilador de cuatro barras (Segunda configuración).

Análisis Cinemático del mecanismo Manivela Corredera de cuatro barras (MC4)

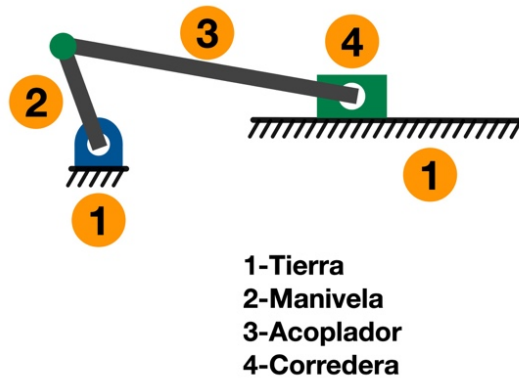


Figura 3.22. Números asignados a los eslabones para el análisis MC4.

Se define el sistema de referencia inercial, así como los sistemas locales para cada eslabón, también se asignan los ángulos y las distancias para cada eslabón, como se muestra en las figuras.

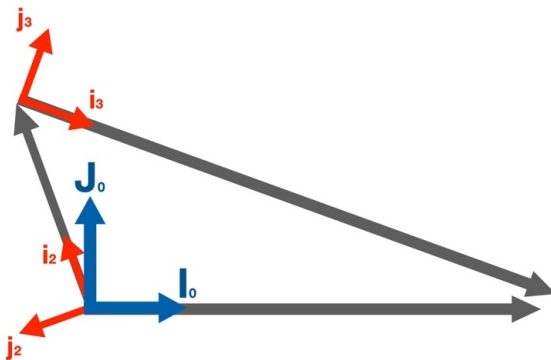


Figura 3.23. Sistema de referencia inercial (I_0, J_0) y sistemas de referencia locales MC4.

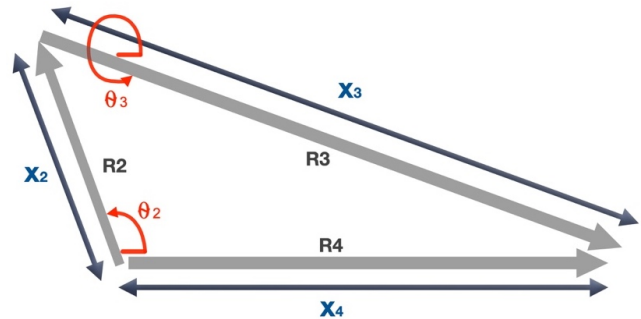


Figura 3.24. Distancias y ángulos para cada eslabón MC4.

Los valores propuestos son:

$$x_2 = 0.2 \text{ [m]}$$

$$x_3 = 0.35 \text{ [m]}$$

Las incógnitas son:

$$\theta_3, x_4$$

La ecuación de lazo es:

$$\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_4 = 0$$

Donde

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_z(\theta_2) \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{r}_3$$

$$\mathbf{R}_4 = [x_4, 0, 0]^T$$

Y donde:

$$\mathbf{r}_2 = [x_2, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_3 = [x_3, 0, 0]^T$$

Para la posición inicial con $\theta_2 = 0$ se propone

$$\theta_3 = 330^\circ$$

$$x_4 = 0.5 [m]$$

Las curvas de posición obtenidas se muestran a continuación.

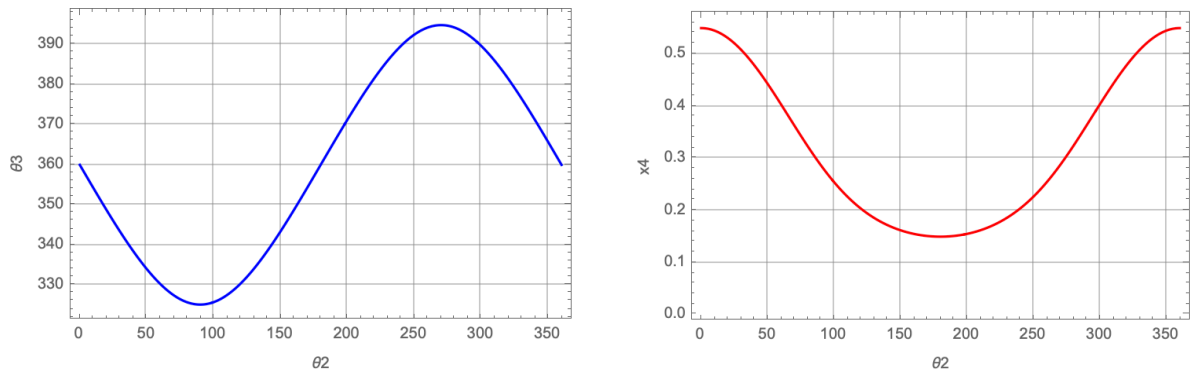


Figura 3.25. Curvas de posición del mecanismo manivela corredera de cuatro barras.

Los ángulos de transmisión de entrada (ν) y de salida (μ) se muestran a continuación.

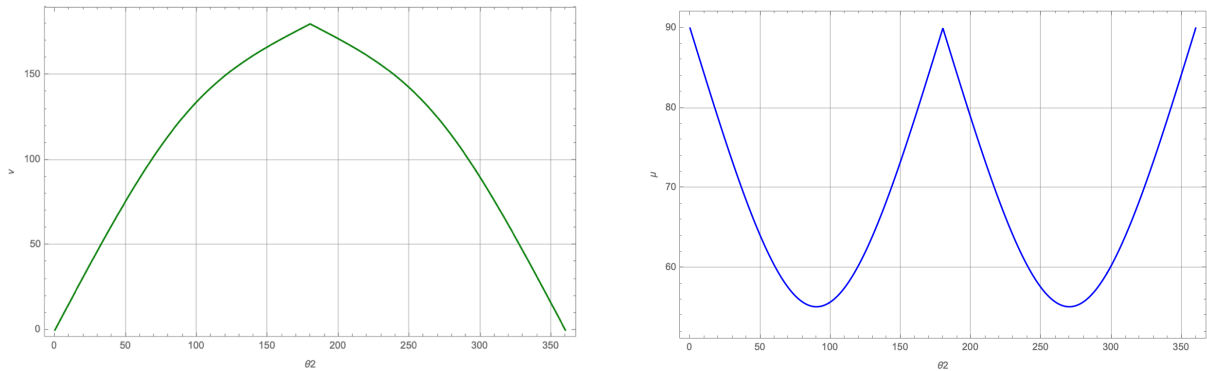


Figura 3.26. Ángulos de transmisión del mecanismo manivela corredera de cuatro barras.

Análisis cinemático del mecanismo Manivela Oscilador de seis barras (MO6)

Este mecanismo parte del isómero de Stephenson, es decir, funciona como un oscilador de cuatro barras con una diada adicional conectada en serie, lo que incrementa su ventaja mecánica.

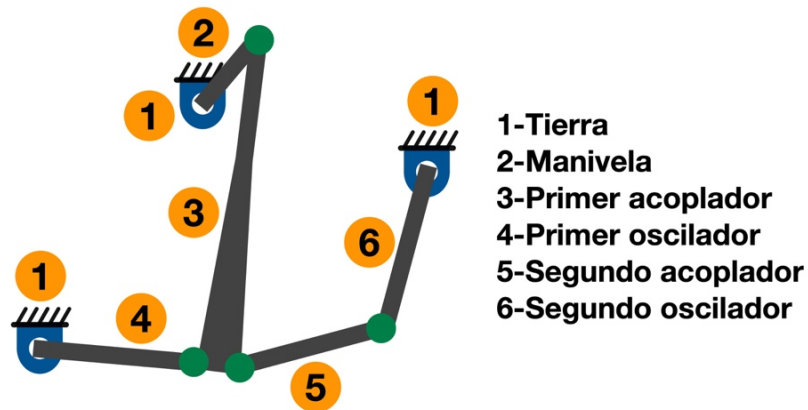


Figura 3.27. Números asignados a los eslabones para el análisis MO6.

A continuación, se definen el sistema de referencia inercial, así como los sistemas locales para cada eslabón, y se asignan los ángulos y las distancias para cada eslabón, como se muestra en las figuras.

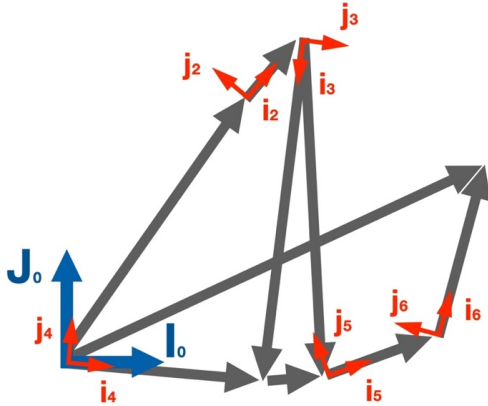


Figura 3.28. Sistema de referencia inercial (I_0, J_0) y sistemas de referencia locales MO6.

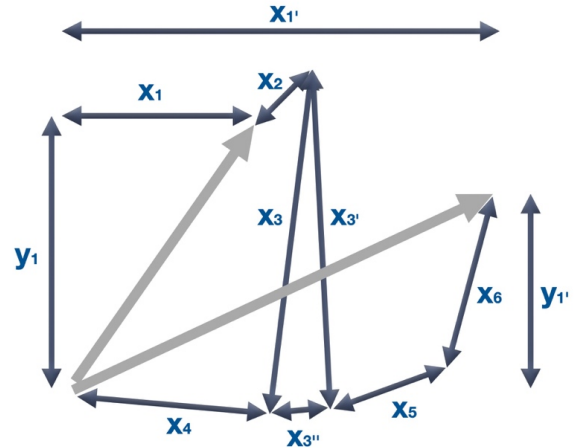


Figura 3.29. Distancias y ángulos para cada eslabón MO6.

Note que del mismo modo que se realizó con los mecanismos anteriores, se le asigna a cada eslabón i su vector correspondiente R_i , en la dirección y sentido mostrados en la figura. Igualmente, a estos vectores se les asigna un ángulo θ_i con respecto al eje coordenado I_0 del sistema de referencia inercial.

Los valores propuestos son:

$$x_1 = 0.65 [m]$$

$$y_1 = 1.0 [m]$$

$$x'_1 = 1.4 [m]$$

$$y'_1 = 0.75 [m]$$

$$x_2 = 0.2 [m]$$

$$x_3 = 1.0 [m]$$

$$x'_3 = 1.0 [m]$$

$$x''_3 = 0.17388 [m]$$

$$x_4 = 0.5 [m]$$

$$x_5 = 0.5 [m]$$

$$x_6 = 0.8 [m]$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$\beta = 87^\circ$$

La longitud x_3'' se obtiene mediante ley de senos, al conocer los valores de x_3, x_3', α y β , como se muestra en la figura.

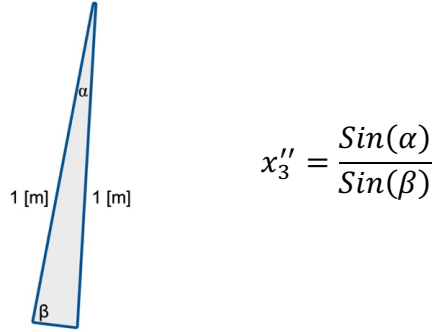


Figura 3.30. Ángulos y distancias consideradas para la obtención de la distancia x_3'' .

Las incógnitas son:

$$\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$$

Como se tienen cuatro incógnitas, se requiere de dos ecuaciones vectoriales en el plano. Las dos ecuaciones de lazo son:

$$\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_4 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_3'' + \mathbf{R}_5 + \mathbf{R}_6 - \mathbf{R}_1' = \mathbf{0}$$

Donde

$$\mathbf{R}_1 = [x_1, y_1, 0]^T$$

$$\mathbf{R}_1' = [x_1', y_1', 0]^T$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_z(\theta_2) \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{r}_3$$

$$\mathbf{R}_3' = \mathbf{R}_z(\theta_3 + \alpha) \mathbf{r}_3'$$

$$\mathbf{R}_3'' = \mathbf{R}_z(\theta_3 + 180^\circ - \beta) \mathbf{r}_3''$$

$$\mathbf{R}_4 = \mathbf{R}_z(\theta_4) \mathbf{r}_4$$

$$\mathbf{R}_5 = \mathbf{R}_z(\theta_5) \mathbf{r}_5$$

$$\mathbf{R}_6 = \mathbf{R}_z(\theta_6) \mathbf{r}_6$$

Y donde

$$\mathbf{r}_2 = [x_2, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_3 = [x_3, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}'_3 = [x'_3, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}''_3 = [x''_3, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_4 = [x_4, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_5 = [x_5, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_6 = [x_6, 0, 0]^T$$

Para la posición inicial con $\theta_2 = 0$ se propone

$$\theta_3 = 265^\circ$$

$$\theta_4 = 353^\circ$$

$$\theta_5 = 20^\circ$$

$$\theta_6 = 75^\circ$$

Las curvas de posición obtenidas se muestran a continuación.

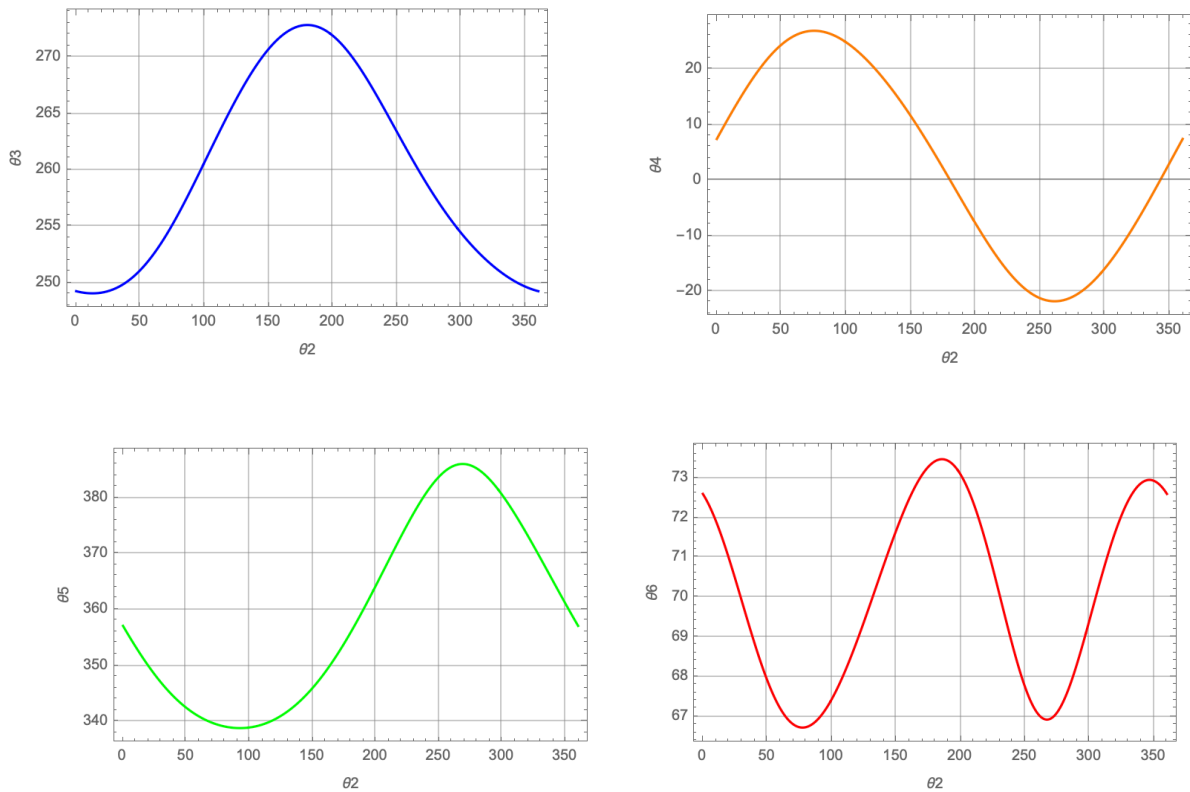


Figura 3.31. Curvas de posición del mecanismo manivela oscilador de seis barras.

Las curvas de velocidad obtenidas se muestran a continuación.

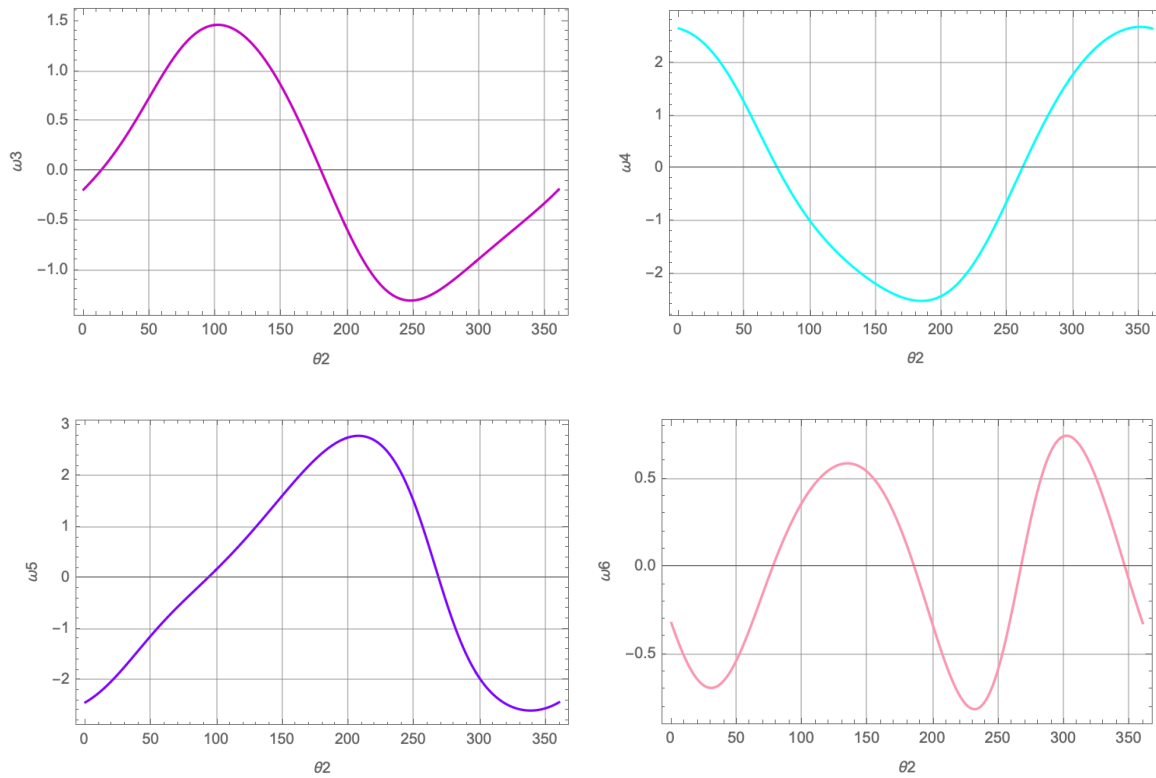


Figura 3.32. Curvas de velocidad del mecanismo manivela oscilador de seis barras.

Análisis cinemático del mecanismo Manivela Corredera de seis barras (MC6)

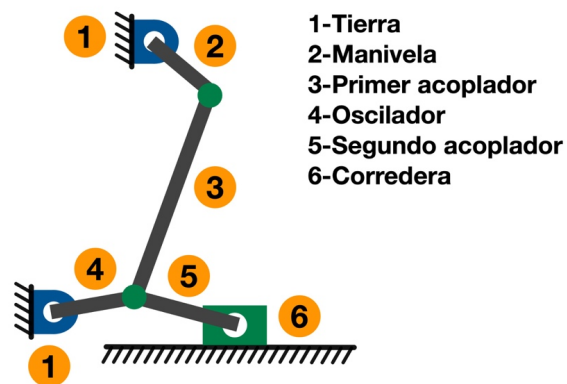


Figura 3.33. Números asignados a los eslabones para el análisis MC6.

A continuación, se definen el sistema de referencia inercial, así como los sistemas locales para cada eslabón, y se asignan los ángulos y las distancias para cada eslabón, como se muestra en las figuras.

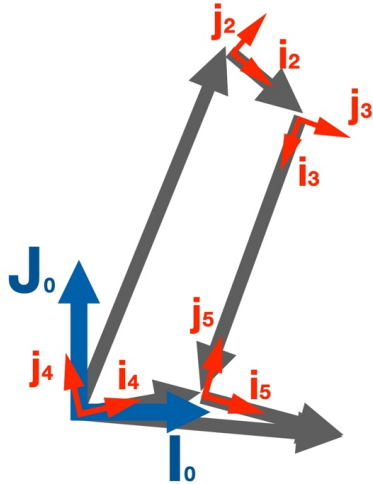


Figura 3.34. Sistema de referencia inercial (I_0, J_0) y sistemas de referencia locales MC6.

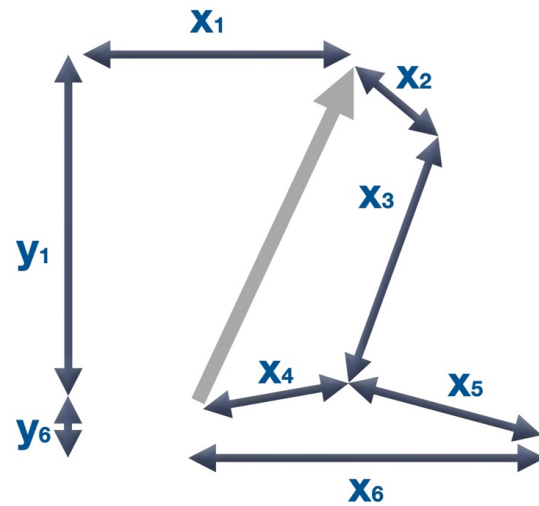


Figura 3.35. Distancias y ángulos para cada eslabón MC6.

Las dimensiones y ángulos propuestos son

$$\begin{array}{ll} x_1 = 0.65 [m] & y_1 = 1.0 [m] \\ x_2 = 0.2 [m] & x_3 = 1.0 [m] \\ x_4 = 0.5 [m] & x_5 = 0.5 [m] \end{array}$$

Las incógnitas son:

$$\theta_3, \theta_4, \theta_5, x_6$$

Como se tienen cuatro incógnitas, se requiere de dos ecuaciones vectoriales en el plano. Las dos ecuaciones de lazo son:

$$\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_4 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_5 - \mathbf{R}_6 = \mathbf{0}$$

Donde

$$\mathbf{R}_1 = [x_1, y_1, 0]^T$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_z(\theta_2) \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{r}_3$$

$$\mathbf{R}_4 = \mathbf{R}_z(\theta_4) \mathbf{r}_4$$

$$\mathbf{R}_5 = \mathbf{R}_z(\theta_5) \mathbf{r}_5$$

$$\mathbf{R}_6 = [x_6, 0, 0]^T$$

Y donde

$$\mathbf{r}_2 = [x_2, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_3 = [x_3, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_4 = [x_4, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_5 = [x_5, 0, 0]^T$$

Para la posición inicial con $\theta_2 = 0$ se propone

$$\theta_3 = 250^\circ$$

$$\theta_4 = 5^\circ$$

$$\theta_5 = 350^\circ$$

$$x_6 = 1.0 \text{ [m]}$$

Las curvas de posición obtenidas se muestran a continuación.

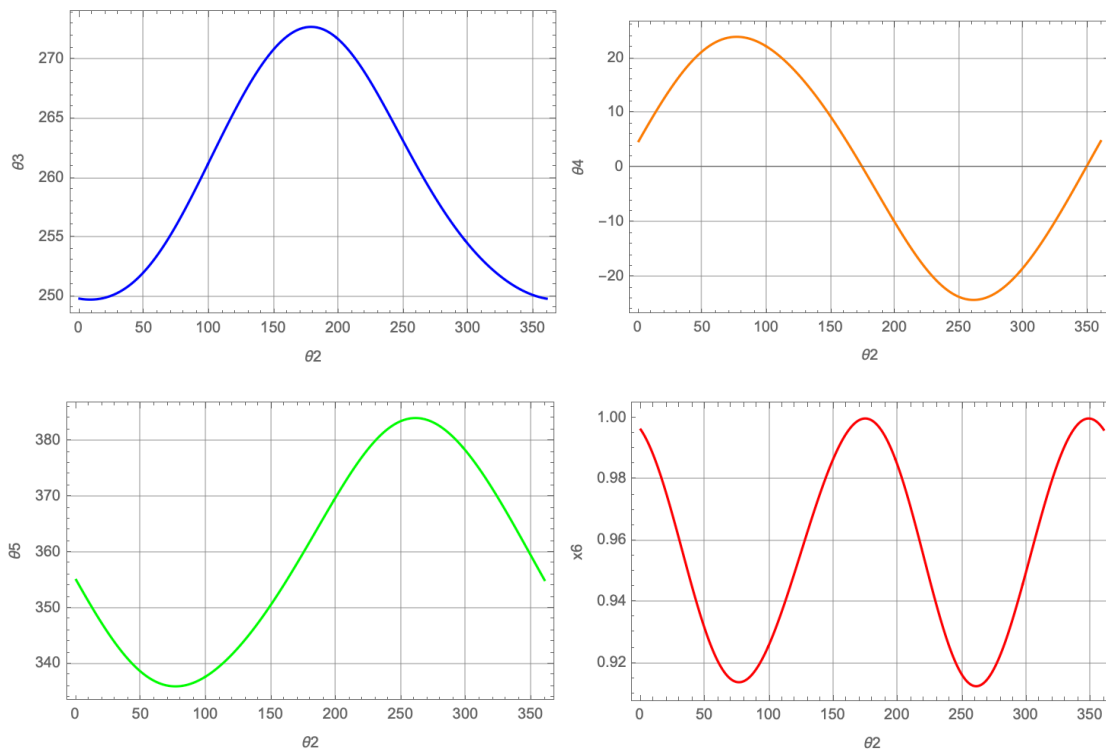


Figura 3.36. Curvas de posición del mecanismo manivela corredera de seis barras.

Las curvas de velocidad obtenidas se muestran a continuación.

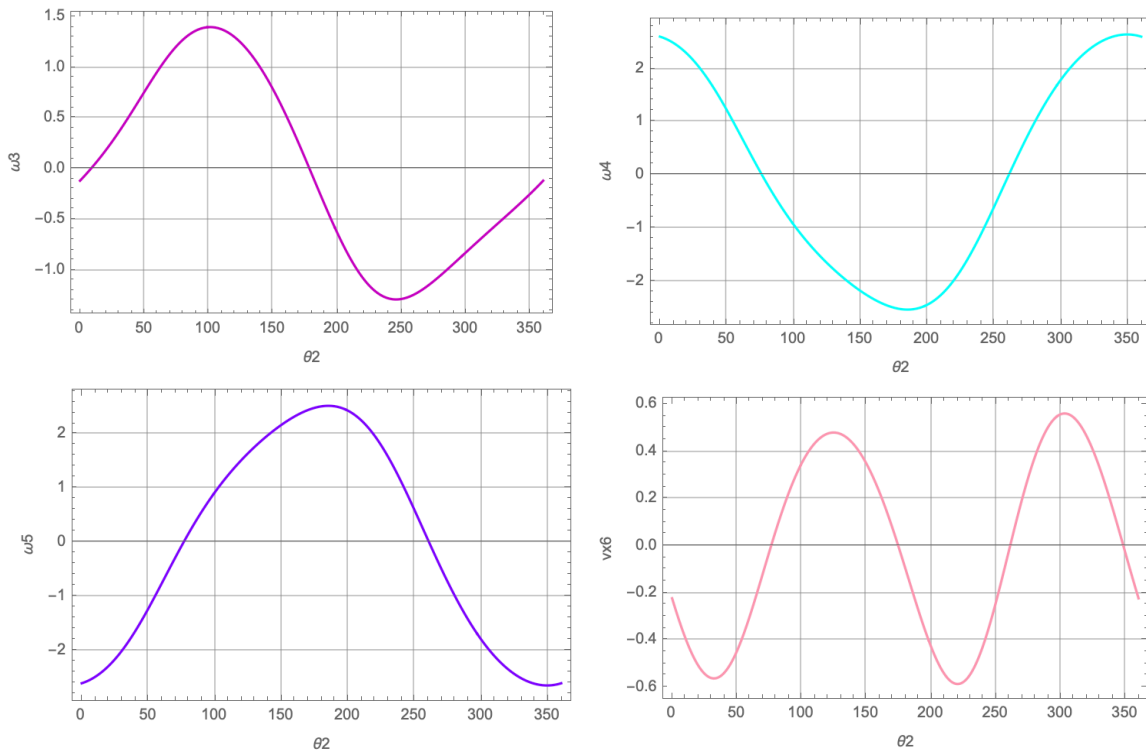


Figura 3.37. Curvas de velocidad del mecanismo manivela corredera de seis barras.

Análisis Cinemático del mecanismo Manivela Corredera de seis barras (Segunda Configuración) (MC6-2)

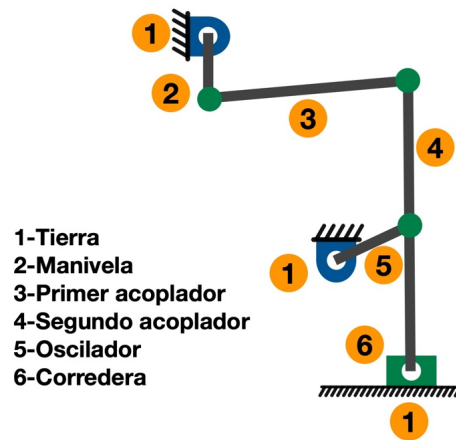


Figura 3.38. Números asignados a los eslabones para el análisis MC6-2.

A continuación, se definen el sistema de referencia inercial, así como los sistemas locales para cada eslabón, como se muestra en la figura.

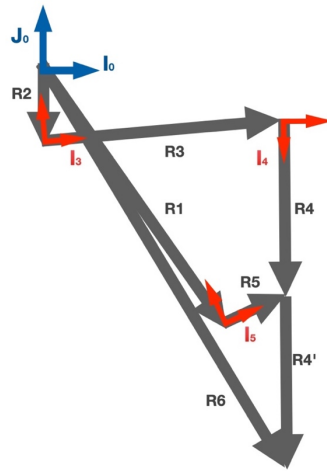


Figura 3.39. Sistema de referencia inercial (I_0, J_0) y sistemas de referencia locales MC6-2.

Las dimensiones y ángulos propuestos son

$$\begin{aligned} x_1 &= 1.24 [m] & \theta_1 &= 305^\circ \\ x_2 &= 0.2 [m] & x_3 &= 1.02 [m] \\ x_4 &= 0.75 [m] & x'_4 &= 0.75 [m] \\ x_5 &= 0.26 [m] & y_6 &= 1.59 [m] \end{aligned}$$

Las incógnitas son:

$$\theta_3, \theta_4, \theta_5, x_6$$

Como se tienen cuatro incógnitas, se requiere de dos ecuaciones vectoriales en el plano. Las dos ecuaciones de lazo son:

$$\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_5 - \mathbf{R}_4 - \mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_2 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_5 + \mathbf{R}'_4 - \mathbf{R}_6 = \mathbf{0}$$

Donde

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= \mathbf{R}_z(\theta_1) \mathbf{r}_1 & \mathbf{R}_2 &= \mathbf{R}_z(\theta_2) \mathbf{r}_2 & \mathbf{R}_6 &= [x_6, -y_6, 0]^T \\ \mathbf{R}_3 &= \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{r}_3 & \mathbf{R}_4 &= \mathbf{R}_z(\theta_4) \mathbf{r}_4 & & \\ \mathbf{R}'_4 &= \mathbf{R}_z(\theta_4) \mathbf{r}'_4 & \mathbf{R}_5 &= \mathbf{R}_z(\theta_5) \mathbf{r}_5 & & \end{aligned}$$

Y donde

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= [x_1, 0, 0]^T & \mathbf{r}_2 &= [x_2, 0, 0]^T & \mathbf{r}_3 &= [x_3, 0, 0]^T \\ \mathbf{r}_4 &= [x_4, 0, 0]^T & \mathbf{r}'_4 &= [x'_4, 0, 0]^T & \mathbf{r}_5 &= [x_5, 0, 0]^T \end{aligned}$$

Para la posición inicial con $\theta_2 = 0$ se propone

$$\begin{aligned} \theta_3 &= 350^\circ & \theta_4 &= 270^\circ \\ \theta_5 &= 5^\circ & x_6 &= 1.0 [m] \end{aligned}$$

Las curvas de posición obtenidas se muestran a continuación.

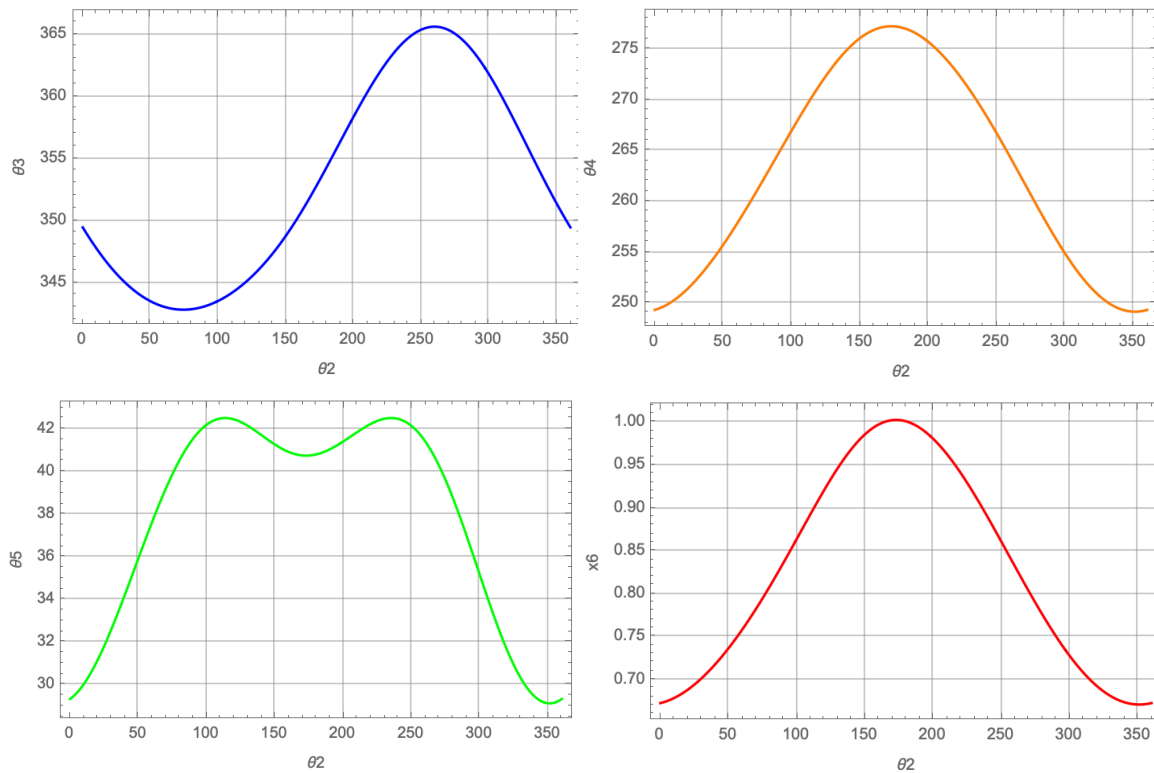


Figura 3.40. Curvas de posición del mecanismo manivela corredera de seis barras (Segunda configuración).

Las curvas de velocidad obtenidas se muestran a continuación.

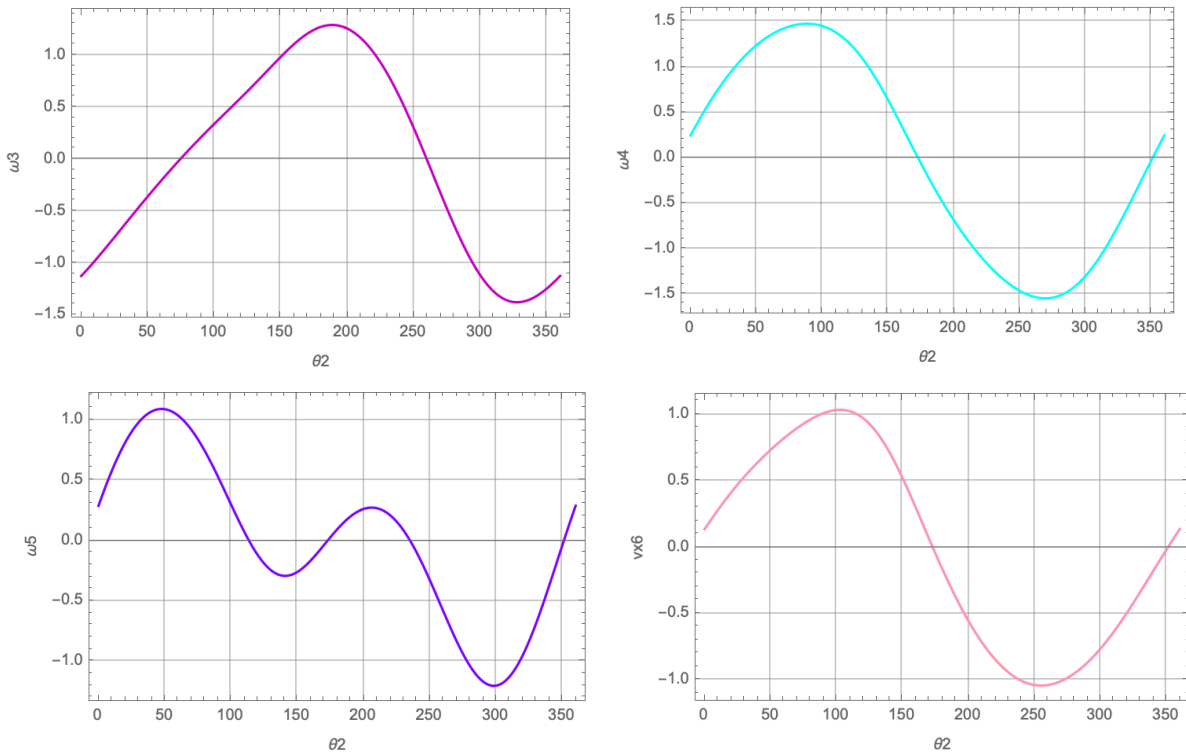


Figura 3.41. Curvas de velocidad del mecanismo manivela corredera de seis barras (Segunda configuración).

Análisis Cinemático del mecanismo Manivela Corredera de retorno rápido (MC-RR)

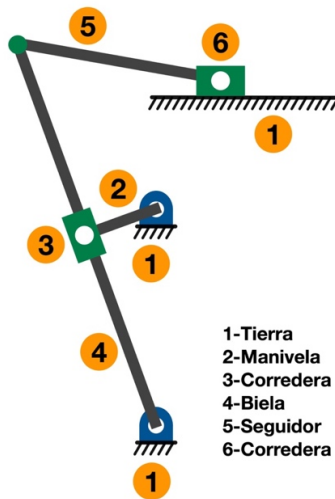


Figura 3.42. Números asignados a los eslabones para el análisis MC-RR.

A continuación, se definen el sistema de referencia inercial, así como los sistemas locales para cada eslabón, y se asignan los ángulos y las distancias para cada eslabón, como se muestra en las figuras.

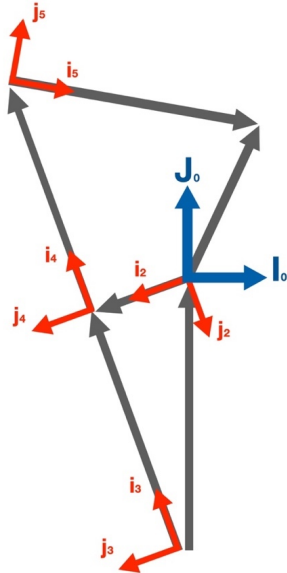


Figura 3.43. Sistema de referencia inercial (I_0, J_0) y sistemas de referencia locales MC-RR.

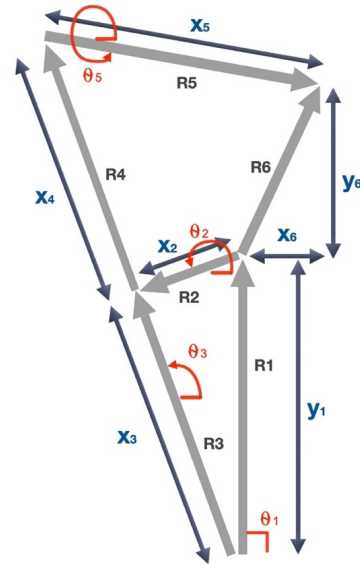


Figura 3.44. Distancias y ángulos para cada eslabón MC-RR.

Los valores propuestos son:

$$y_1 = 0.6 [m]$$

$$x_2 = 0.2 [m]$$

$$L = 1.0 [m]$$

$$x_5 = 0.5 [m]$$

$$y_6 = 0.4 [m]$$

Donde L es la longitud del eslabón 4, es decir

$$L = x_3 + x_4 \quad (3.3)$$

Las incógnitas son:

$$\theta_3, x_3, x_4, \theta_5, x_6$$

El total de incógnitas es 5, por lo tanto, se requieren dos ecuaciones vectoriales y una ecuación escalar. La ecuación escalar fue previamente definida, como la ec. (3.3).

Las dos ecuaciones vectoriales se determinan a partir de los vectores definidos anteriormente, ilustrados en la figura.

$$\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_5 - \mathbf{R}_6 = \mathbf{0}$$

Donde

$$\mathbf{R}_1 = [0, y_1, 0]^T$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_z(\theta_2) \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{r}_3$$

$$\mathbf{R}_4 = \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{r}_4$$

$$\mathbf{R}_5 = \mathbf{R}_z(\theta_5) \mathbf{r}_5$$

$$\mathbf{R}_6 = [x_6, y_6, 0]^T$$

Y donde $\mathbf{R}_z(\theta_n)$ es la matriz de rotación del ángulo θ_n y los vectores \mathbf{r}_n están definidos como se muestra a continuación:

$$\mathbf{r}_2 = [x_2, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_3 = [x_3, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_4 = [x_4, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_5 = [x_5, 0, 0]^T$$

Para la posición inicial con $\theta_2 = 0$ se propone

$$\theta_3 = 70^\circ$$

$$x_3 = 0.6 [m]$$

$$x_4 = 0.4 [m]$$

$$\theta_5 = 10^\circ$$

$$x_6 = 1.0 [m]$$

Las curvas de posición obtenidas se muestran a continuación.

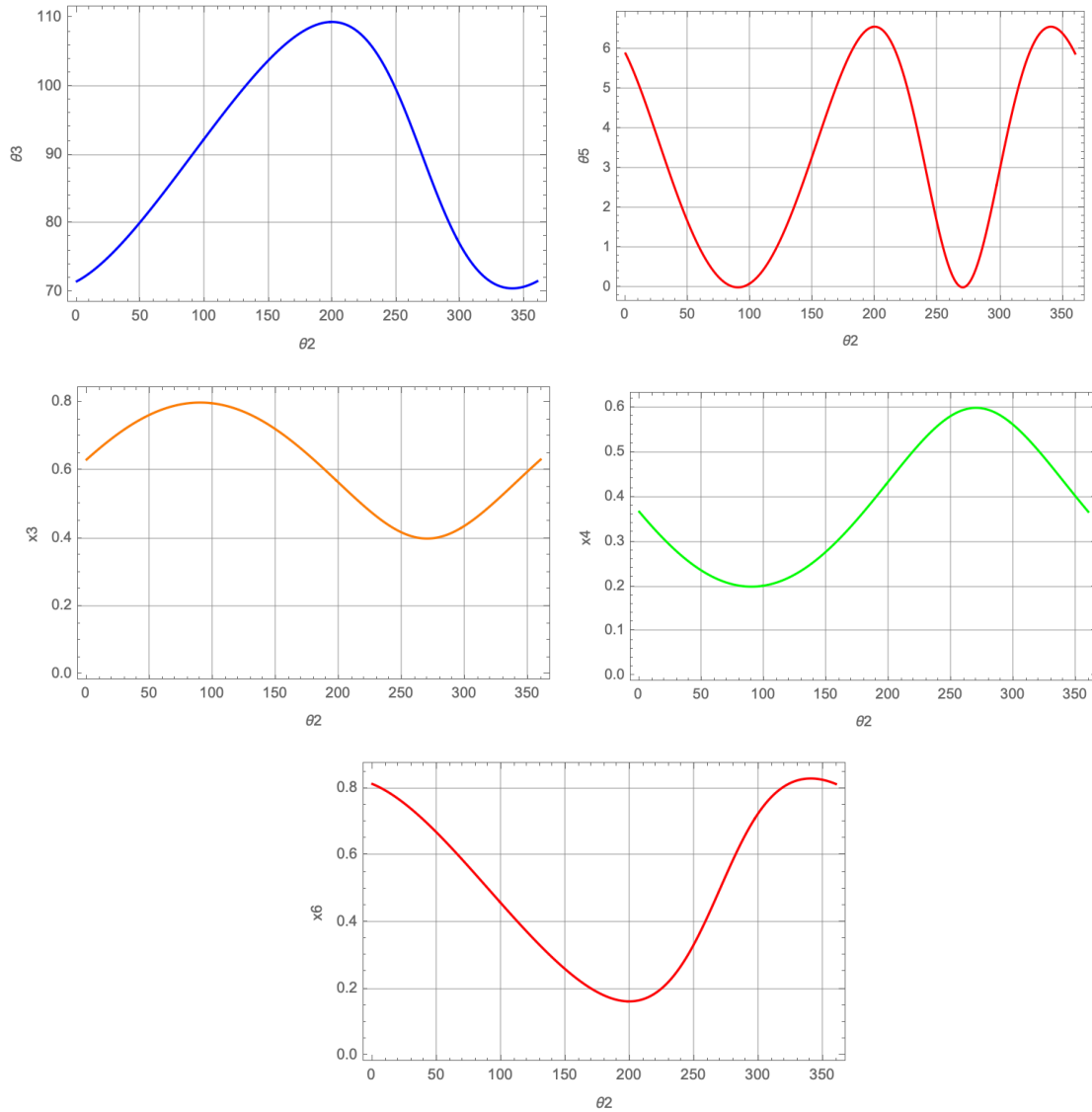


Figura 3.45. Curvas de posición del mecanismo manivela corredera de retorno rápido.

Las curvas de velocidad obtenidas se muestran a continuación.

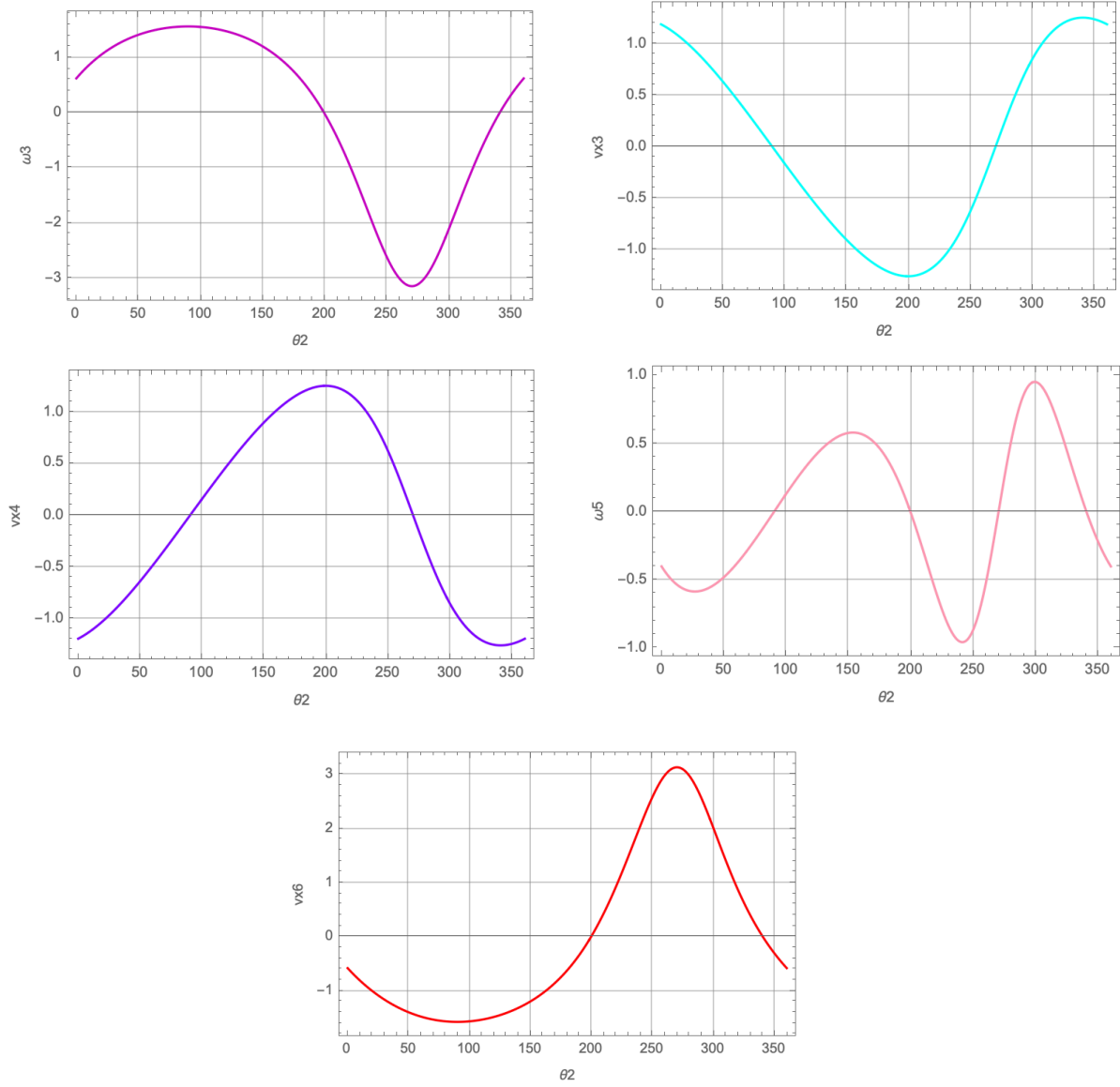


Figura 3.46. Curvas de velocidad del mecanismo manivela corredera de retorno rápido.

Análisis cinemático del mecanismo Manivela Oscilador de cinco barras (MO5)

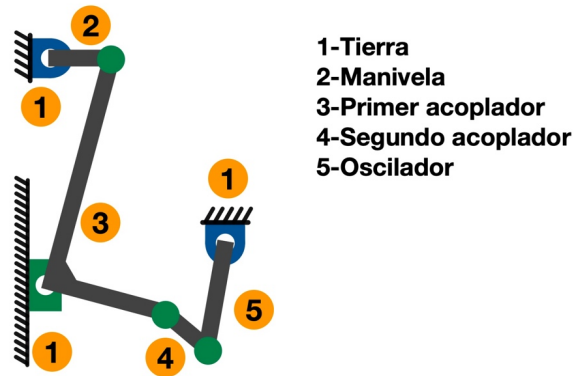


Figura 3.47. Números asignados a los eslabones para el análisis MO5.

A continuación, se definen el sistema de referencia inercial, así como los sistemas locales para cada eslabón, como se muestra en la figura.

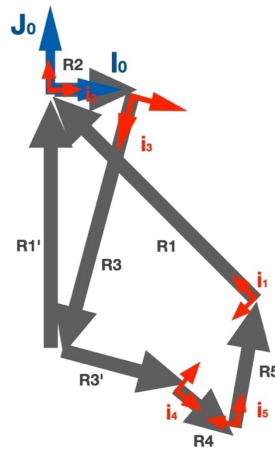


Figura 3.48. Sistema de referencia inercial (I_0, J_0) y sistemas de referencia locales MO5.

Las dimensiones y ángulos propuestos son:

$$x_1 = 0.78 [m]$$

$$\theta_1 = 133^\circ$$

$$x_2 = 0.2 [m]$$

$$x_3 = 0.73 [m]$$

$$x'_3 = 0.3 [m]$$

$$x_4 = 0.17 [m]$$

$$x_5 = 0.33 [m]$$

Las incógnitas son:

$$\theta_3, \theta_4, \theta_5, y'_1$$

Como se tienen cuatro incógnitas, se requiere de dos ecuaciones vectoriales en el plano. Las dos ecuaciones de lazo son:

$$\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}'_3 + \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_5 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}'_1 = \mathbf{0}$$

Donde

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_z(\theta_1) \mathbf{r}_1$$

$$\mathbf{R}'_1 = [0, -y'_1, 0]^T$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_z(\theta_2) \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{r}_3$$

$$\mathbf{R}'_3 = \mathbf{R}_z(\theta_3 + 90^\circ) \mathbf{r}'_3$$

$$\mathbf{R}_4 = \mathbf{R}_z(\theta_4) \mathbf{r}_4$$

$$\mathbf{R}_5 = \mathbf{R}_z(\theta_5) \mathbf{r}_5$$

Y donde

$$\mathbf{r}_1 = [x_1, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_2 = [x_2, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_3 = [x_3, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}'_3 = [x'_3, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_4 = [x_4, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{r}_5 = [x_5, 0, 0]^T$$

Para la posición inicial con $\theta_2 = 0$ se propone

$$\theta_3 = 255^\circ$$

$$\theta_4 = 320^\circ$$

$$\theta_5 = 80^\circ$$

$$y'_1 = -0.67 [m]$$

Las curvas de posición obtenidas se muestran a continuación.

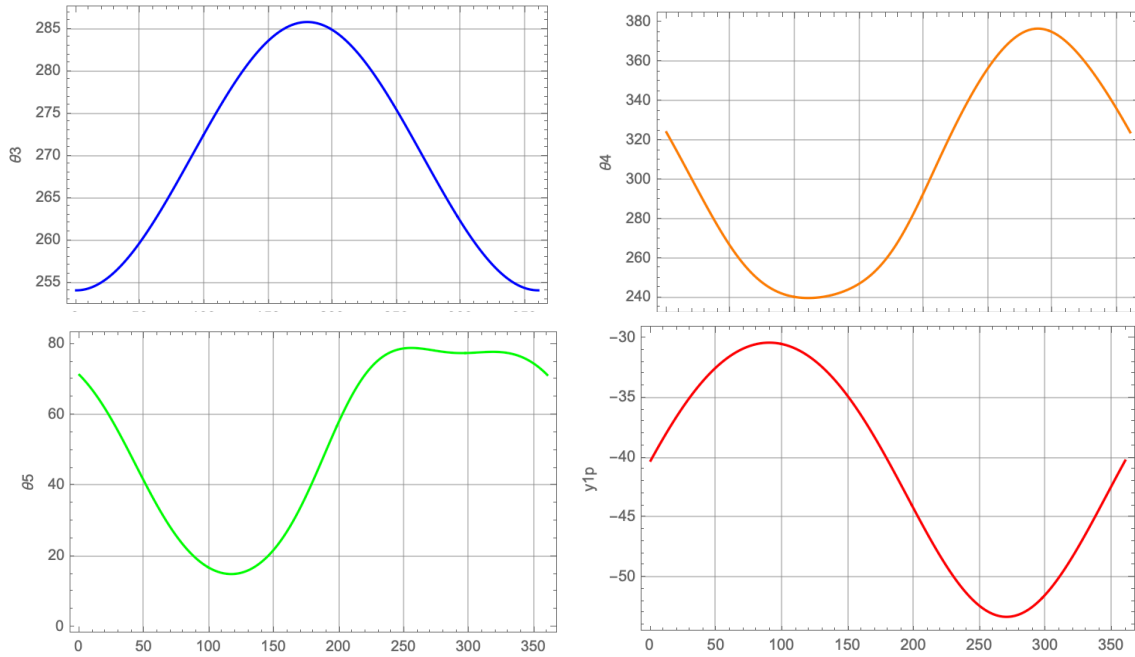


Figura 3.49. Curvas de posición del mecanismo manivela oscilador de cinco barras.

Las curvas de velocidad obtenidas se muestran a continuación.

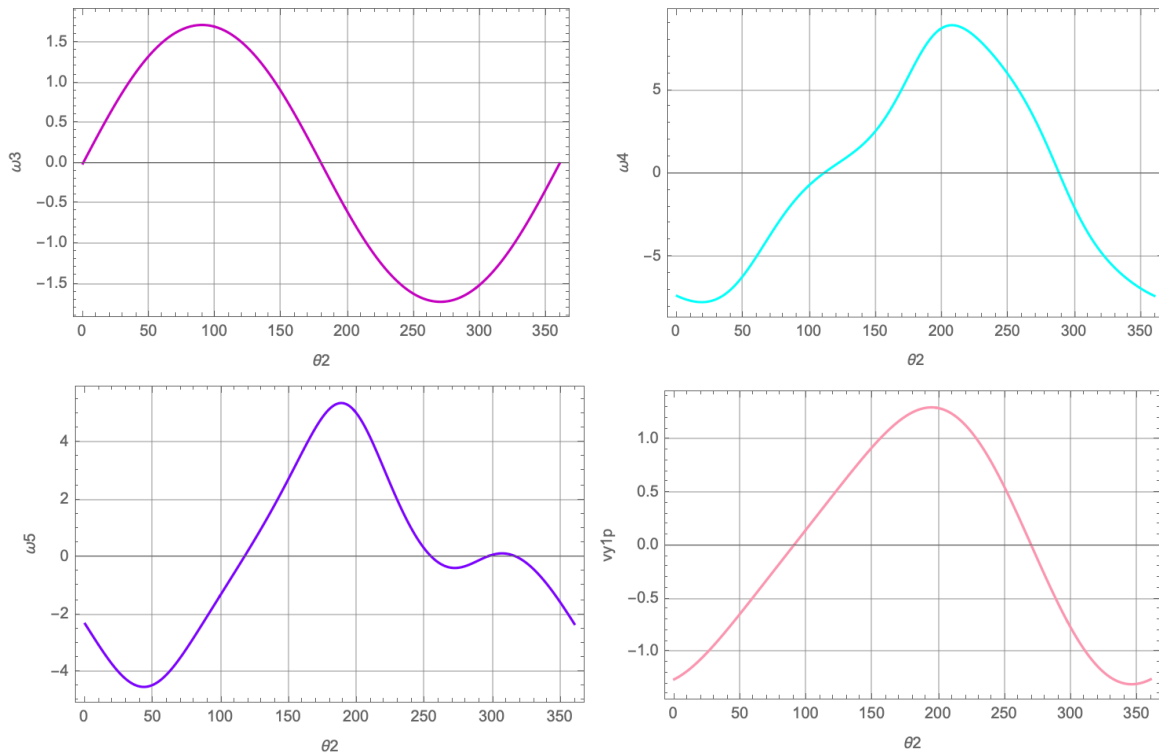
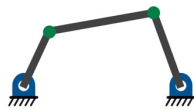


Figura 3.50. Curvas de velocidad del mecanismo manivela oscilador de cinco barras.

3.4 Ventaja Mecánica de las configuraciones

Todos los cálculos de ventaja mecánica se realizaron considerando la expresión 2.19 a través de la relación de velocidad angular, con excepción del mecanismo manivela corredera de cuatro barras (Fig. 3.4) debido al comportamiento del efector final y al ser de cuatro eslabones. En este caso, el cálculo se apoyó en los centros instantáneos, como se indica más adelante.



Ventaja Mecánica del mecanismo manivela oscilador de cuatro barras.

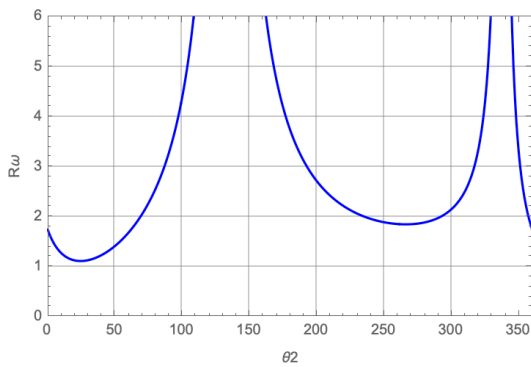


Figura 3.51. Relación de velocidad angular MO4.

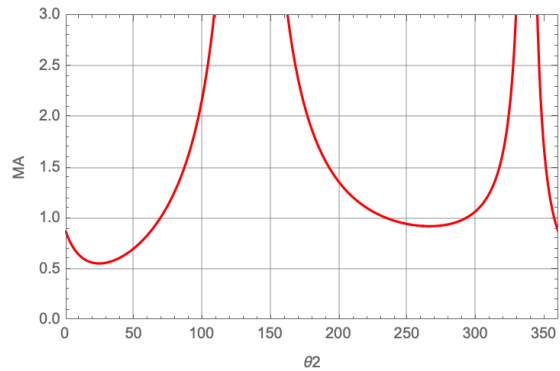


Figura 3.52. Ventaja mecánica MO4.



Ventaja Mecánica del mecanismo manivela oscilador de cuatro barras (Segunda configuración)

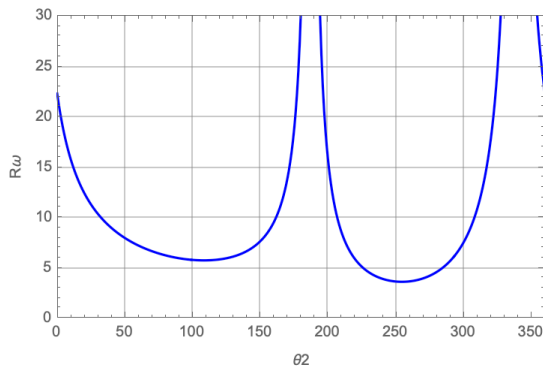


Figura 3.53. Relación de velocidad angular MO4-2.

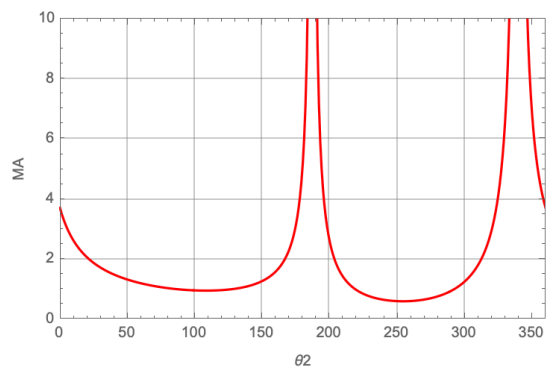


Figura 3.54. Ventaja mecánica MO4-2.



*Ventaja Mecánica del mecanismo manivela corredera
de cuatro barras.*

Se determina el centro instantáneo necesario, (2,4), para obtener la magnitud indicada por la ecuación 2.20. Se definen dos nuevos vectores: $\mathbf{R}_5 = \overrightarrow{(1,2) - (2,4)}$ y $\mathbf{R}_6 = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_5$ que conecta a \mathbf{R}_5 con \mathbf{R}_3 .

La ubicación de los centros instantáneos y los nuevos vectores se muestran en la figura.

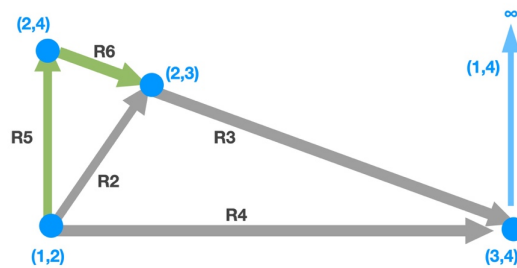


Figura 3.55. Centros instantáneos y vectores adicionales utilizados para la determinación de la ventaja mecánica.

Planteando el mecanismo modificado en Mathematica, se obtiene la magnitud x_5 del vector \mathbf{R}_5 para cada grado de giro de θ_2 y, empleando la ec. (2.20), la ventaja mecánica para todo el movimiento del mecanismo.

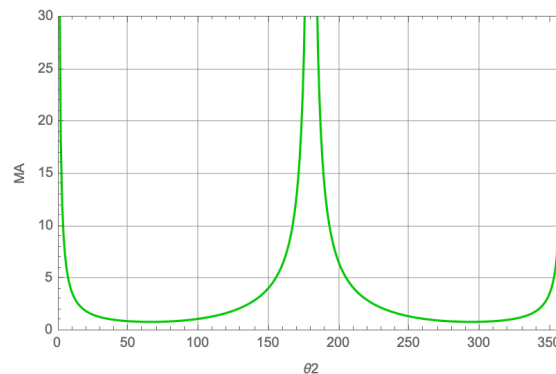
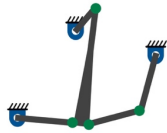


Figura 3.56. Ventaja mecánica MC4.



***Ventaja Mecánica del mecanismo manivela oscilador
de seis barras.***

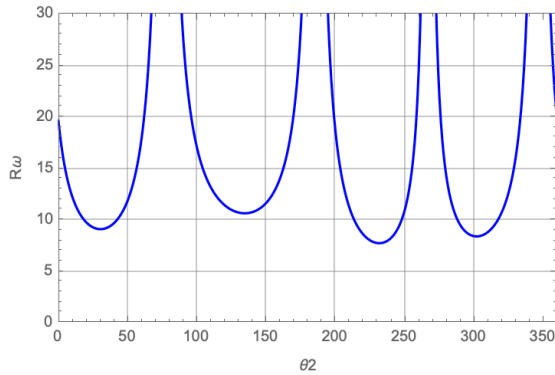


Figura 3.57. Relación de velocidad angular MO6.

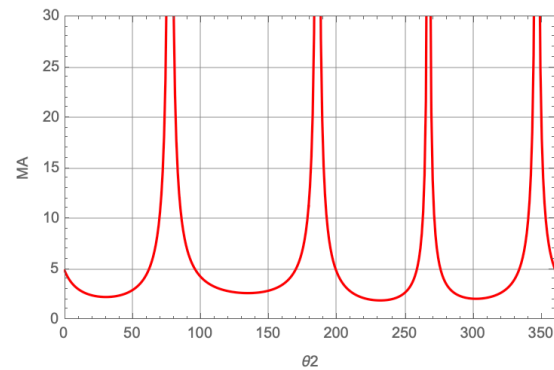


Figura 3.58. Ventaja mecánica MO6.

Debe destacarse que el eslabón que ejerce la fuerza final, el eslabón 6, realiza dos oscilaciones por cada revolución de la manivela, por lo que la forma de la placa de contacto debe ser tal que aproveche los instantes con ventaja mecánica más alta para realizar el trabajo de compresión.

Esta configuración muestra un valor de R_ω bastante alto, por lo que se realiza el mismo análisis con otros valores iniciales, con el objetivo de mejorar aún más este resultado.

Los nuevos valores propuestos son:

$$x_1 = 2.2 [m]$$

$$\theta_1 = 60^\circ$$

$$x'_1 = 2.88 [m]$$

$$\theta'_1 = 30^\circ$$

$$x_2 = 0.2 [m]$$

$$x_3 = 1.88 [m]$$

$$x'_3 = 1.88 [m]$$

$$x''_3 = 0.26 [m]$$

$$x_4 = 1 [m]$$

$$x_5 = 1 [m]$$

$$x_6 = 1.4 [m]$$

$$\alpha = 4^\circ$$

$$\beta = 86^\circ$$

Con estas dimensiones, la relación de velocidades angulares y la ventaja mecánica son las que se muestran a continuación.

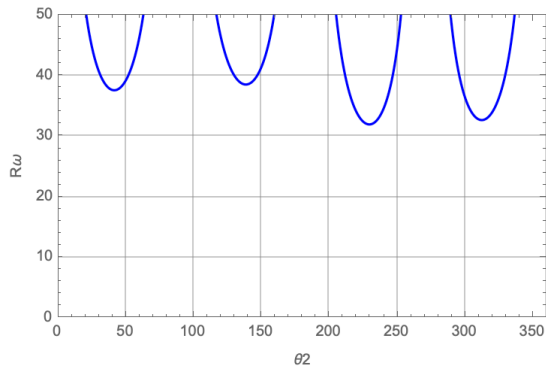


Figura 3.59. Relación de velocidad angular MO6.

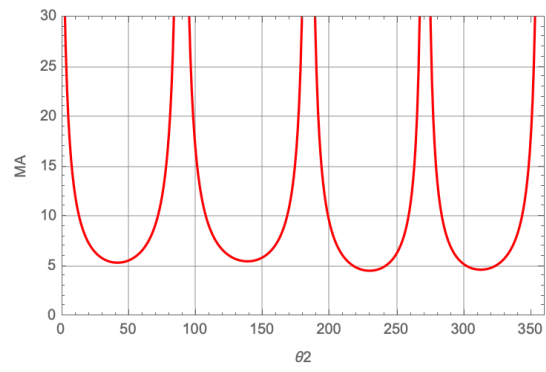
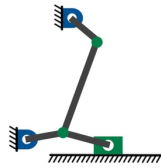


Figura 3.60. Ventaja mecánica MO6.



Ventaja Mecánica del mecanismo manivela corredera de seis barras.

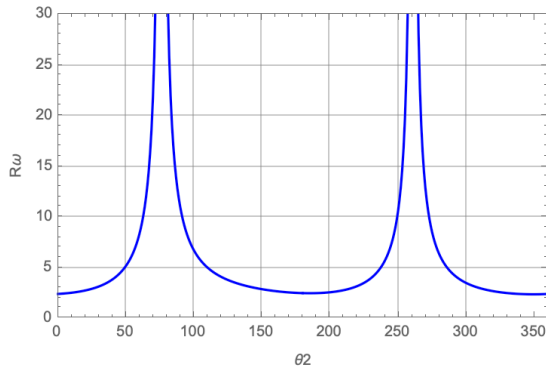


Figura 3.61. Relación de velocidad angular MC6.

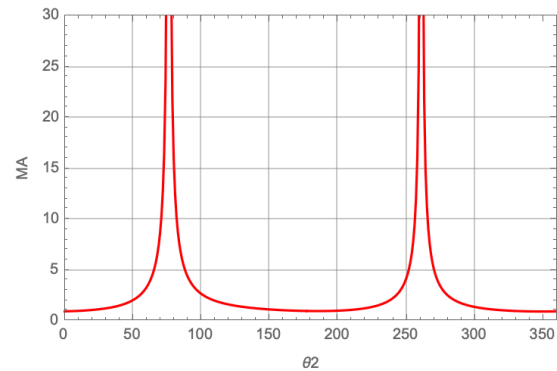


Figura 3.62. Ventaja mecánica MC6.

Del mismo modo que con el mecanismo manivela oscilador de seis barras, se proponen nuevos valores iniciales.

$$x_1 = 2.2 [m]$$

$$\theta_1 = 60^\circ$$

$$x_2 = 0.2 [m]$$

$$x_3 = 1.88 [m]$$

$$x_4 = 1 [m]$$

$$x_5 = 1 [m]$$

Con estas dimensiones, la relación de velocidades angulares y la ventaja mecánica son las siguientes:

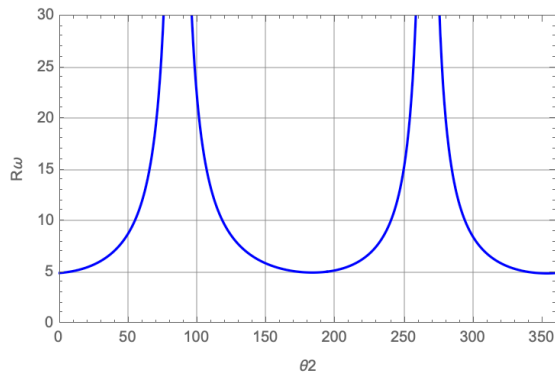


Figura 3.63. Relación de velocidad angular MC6.

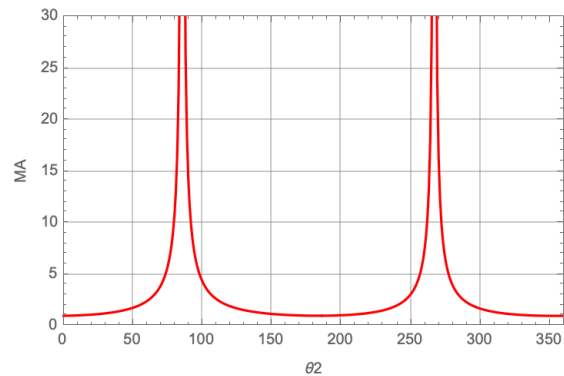
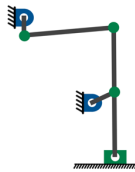


Figura 3.64. Ventaja mecánica MC6.



Ventaja Mecánica del mecanismo manivela corredera de seis barras (Segunda configuración)

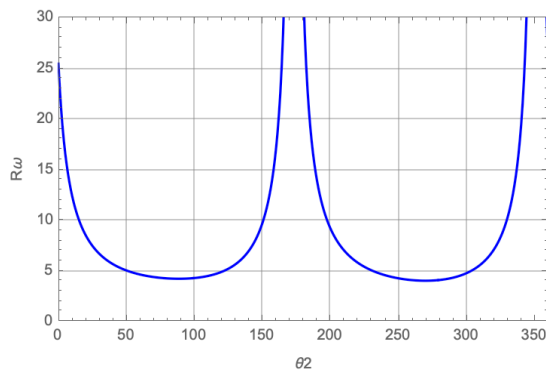


Figura 3.65. Relación de velocidad angular MC6-2.

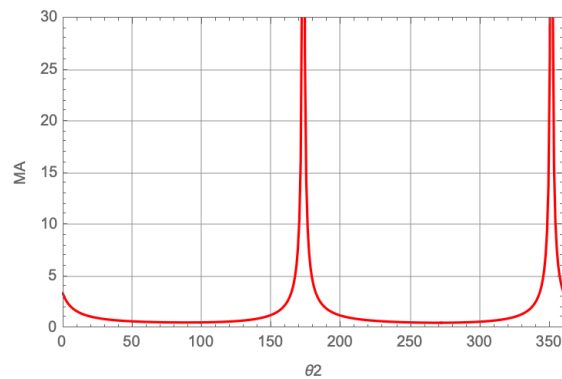
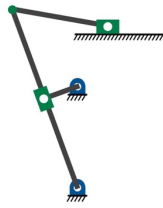


Figura 3.66. Ventaja mecánica MC6-2.



Ventaja Mecánica del mecanismo de retorno rápido de seis barras.

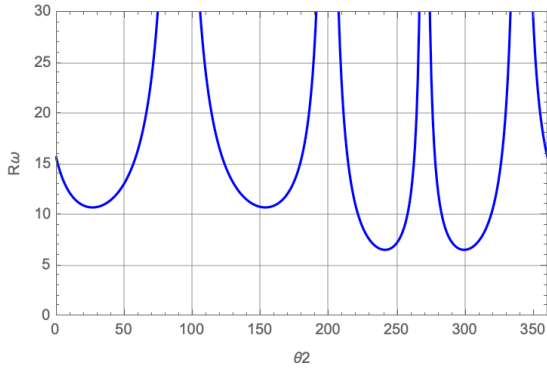


Figura 3.67. Relación de velocidad angular MC-RR.

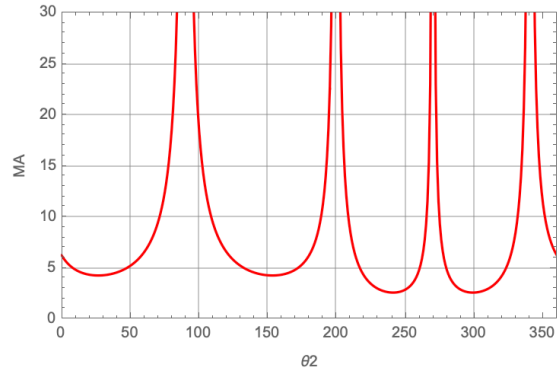
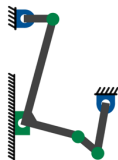


Figura 3.68. Ventaja mecánica MC-RR.



Ventaja Mecánica del mecanismo manivela oscilador de cinco barras.

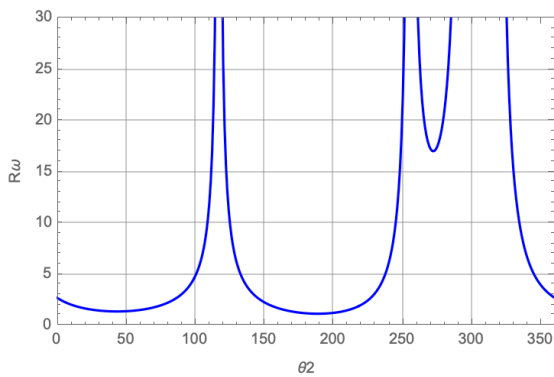


Figura 3.69. Relación de velocidad angular MO5.

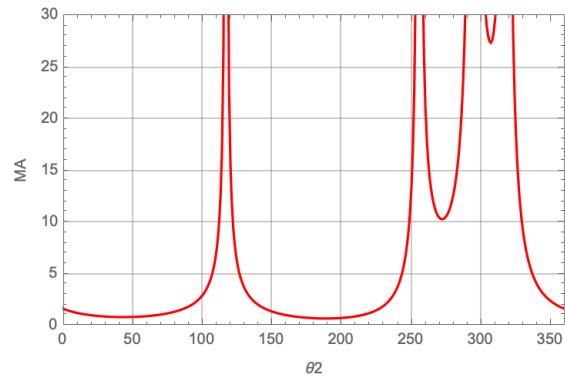


Figura 3.70. Ventaja mecánica MO5.

3.4.1 Comparación y análisis

Para poner en perspectiva el comportamiento de la ventaja mecánica, resulta conveniente presentar las gráficas obtenidas para cada configuración de forma simultánea. Como todas las configuraciones se analizaron en el mismo sentido de giro (antihorario), con la misma velocidad angular de entrada y la misma longitud de la manivela, es posible realizar una comparación justa para todos los mecanismos.

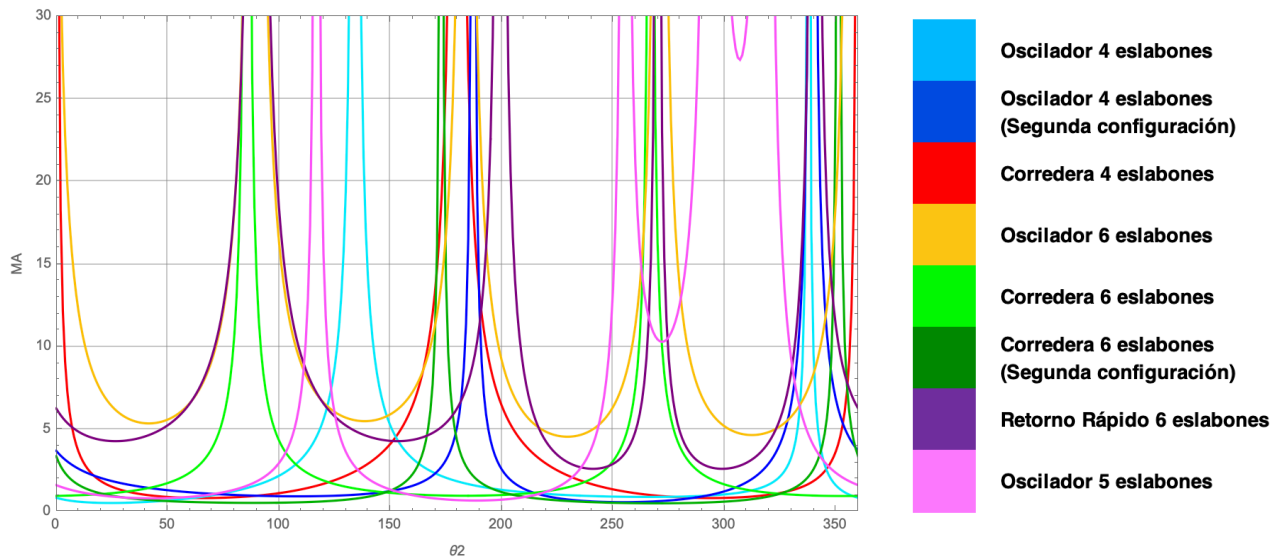


Figura 3.71. Ventaja mecánica de todas las configuraciones para un giro completo de la manivela (θ_2).

De la Fig. 3.71, resulta complicado observar claramente los resultados, debido a la gran cantidad de información, por lo que se separa en dos gráficas, una para configuraciones de cuatro eslabones y otra para configuraciones de cinco y seis eslabones.

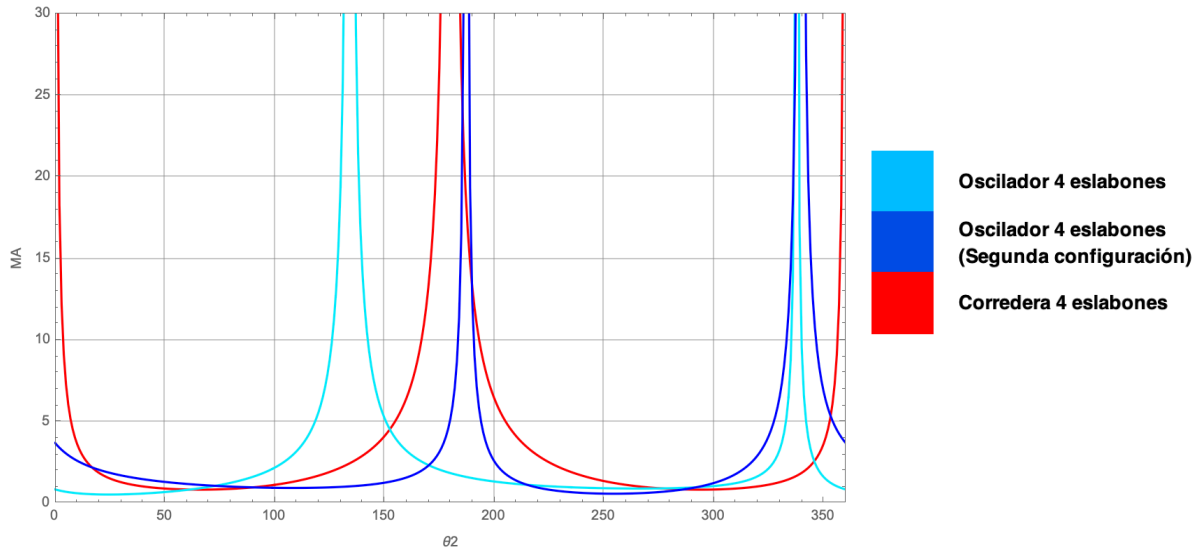


Figura 3.72. Ventaja mecánica de las configuraciones de cuatro eslabones para un giro completo de la manivela (θ_2).

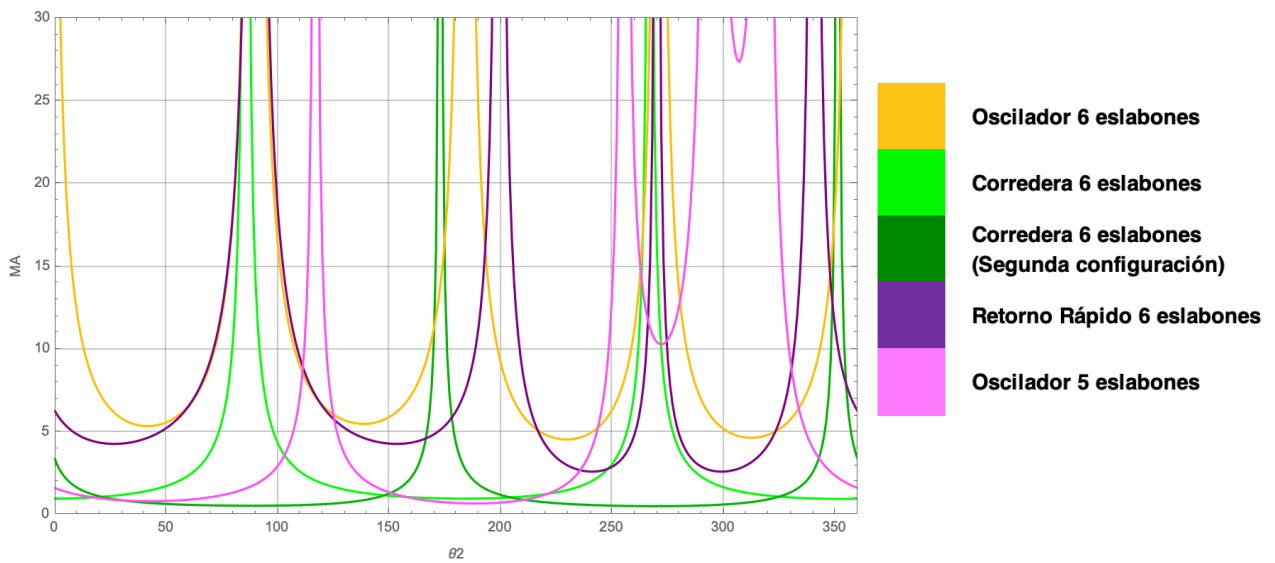


Figura 3.73. Ventaja mecánica de las configuraciones con cinco y seis eslabones para un giro completo de la manivela (θ_2).

De la Fig. 3.72 es claro que el mejor comportamiento lo presenta el mecanismo manivela corredera, al mantener una ventaja mecánica mayor durante un mayor rango de giro.

Por otro lado, en la Fig. 3.73 se observa que ambas configuraciones con corredera tienen una ventaja mecánica muy inferior a aquellas con oscilador, por lo que se descartan.

En la Fig. 3.74 se muestra la comparativa entre las configuraciones con la ventaja mecánica más grande durante mayor rango de giro.

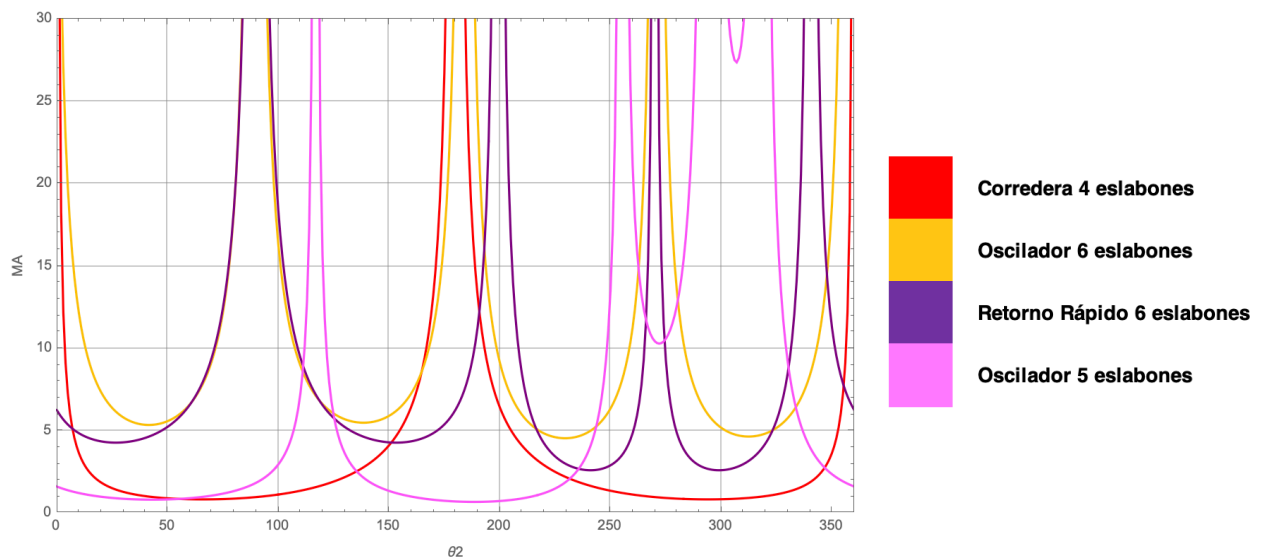


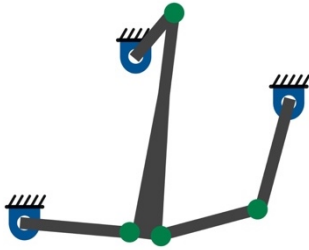
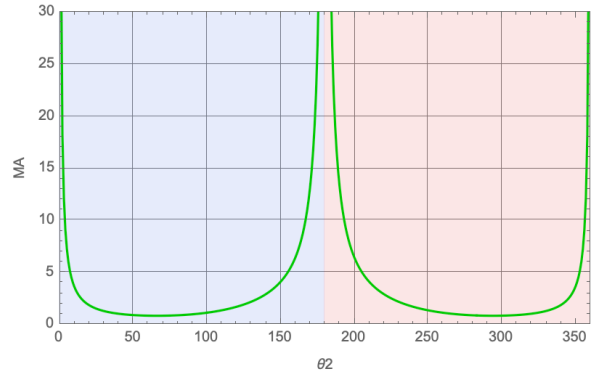
Figura 3.74. Ventaja mecánica de las configuraciones con mejores resultados para un giro completo de la manivela (θ_2).

Otro factor importante para determinar la utilidad que tiene la ventaja mecánica de cada configuración es la posición del eslabón de salida cuando se alcanza una ventaja mecánica alta. Lo más conveniente es que esto ocurra en la carrera de ida del eslabón de salida, pues es el momento ideal para realizar la tarea de trituración.

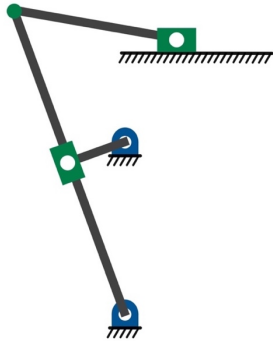
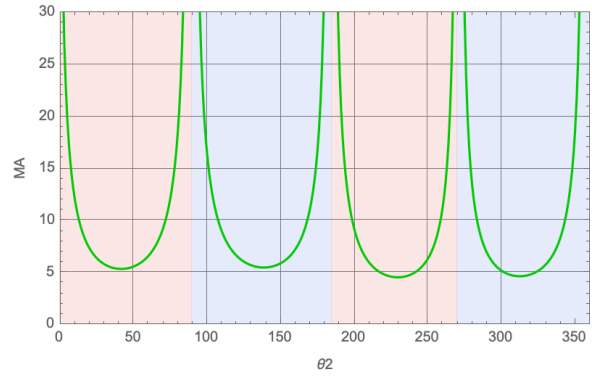
A continuación, se muestra en la Fig. 3.75 la ventaja mecánica de cada configuración y el rango de giro de la manivela para el cuál el eslabón final realiza la carrera de ida y de retorno, como una zona indicada en color azul y rojo, respectivamente.



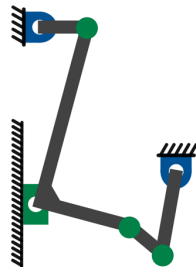
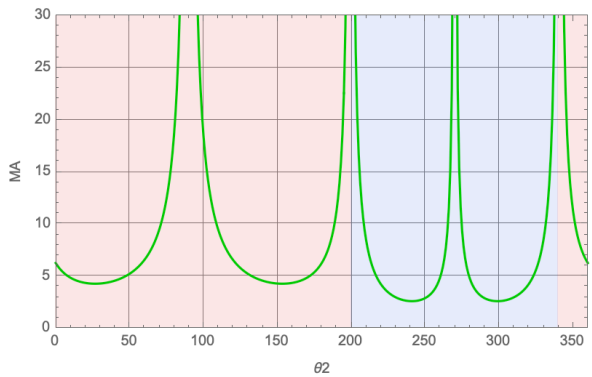
(a)



(b)



(c)



(d)

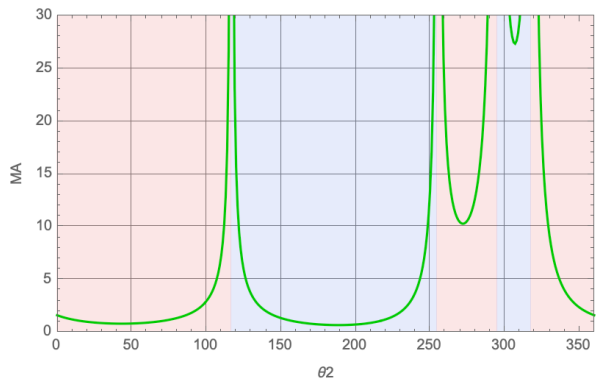


Figura 3.75. Ventaja mecánica en la carrera de ida (azul) y de retorno (rojo) para las configuraciones MC4 (a), MO6 (b), MC-RR (6) y MO5 (d).

3.5 Rigidez de las configuraciones

Para poder discernir entre las configuraciones con mejor ventaja mecánica se utiliza el modelo cinetoestático de rigidez como índice de desempeño, al permitir medir cuantitativamente la capacidad de cada mecanismo a resistir altas cargas externas sin sufrir grandes deformaciones.

Este modelo de rigidez utiliza la matriz Jacobiana del mecanismo para determinar la rigidez, que varía conforme cambia la posición del mecanismo.

Con los valores de posición obtenidos en el análisis cinemático, se obtiene la matriz Jacobiana para cada grado de giro de la manivela y se grafica el Jacobiano, que permite observar, además, si el mecanismo presenta singularidades en su movimiento.



Rigidez del mecanismo manivela corredera de cuatro barras.

De la ecuación de lazo del mecanismo se obtienen las siguientes ecuaciones escalares:

$$-x_4 + 0.2 \cos[\theta_2] + 0.35 \cos[\theta_3] = 0$$

$$0.2 \sin[\theta_2] + 0.35 \sin[\theta_3] = 0$$

Por lo que la matriz Jacobiana, de acuerdo con la ec. (2.10) es:

$$J = \begin{pmatrix} -0.35 \sin[\theta_3] & -v_{x4} \\ 0.35 \cos[\theta_3] & 0 \end{pmatrix}$$

Y el Jacobiano, evaluando las variables para cada grado de giro de la manivela se muestra en la Fig. 3.76.

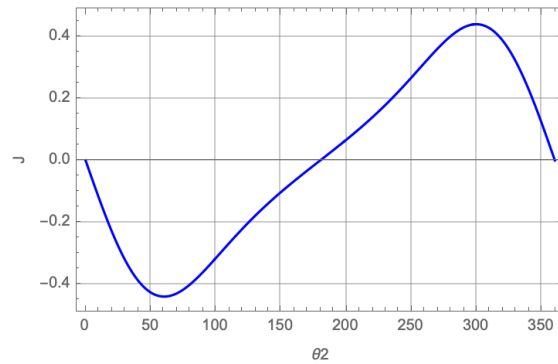


Figura 3.76. Jacobiano para un giro completo de la manivela (θ_2) MC4.

De acuerdo con la ec. (2.23), la matriz de rigidez del mecanismo es:

$$K = k \begin{pmatrix} 0.1225 \cos^2[\theta_3] + 0.1225 \sin^2[\theta_3] & 0. + 0.35 vx4 \sin[\theta_3] \\ 0. + 0.35 vx4 \sin[\theta_3] & vx4^2 \end{pmatrix}$$

Su determinante, asociando una constante $k = 1$ y evaluando las variables para cada grado de giro de la manivela se muestra en la Fig. 3.77.

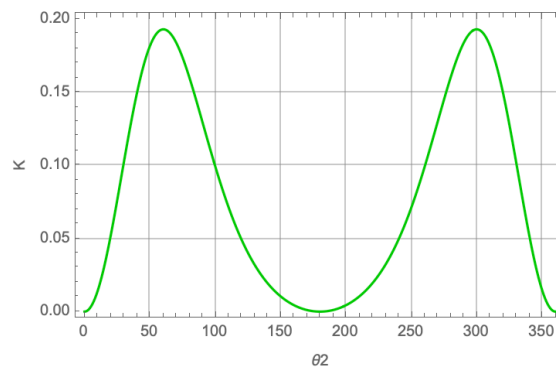
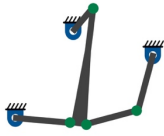


Figura 3.77. Determinante de la matriz de rigidez para un giro completo de la manivela (θ_2) MC4.



Rigidez del mecanismo manivela oscilador de seis barras.

De las ecuaciones de lazo del mecanismo se obtienen las siguientes ecuaciones escalares:

$$1.1 + 0.2 \cos[\theta_2] + 1.88 \cos[\theta_3] - \cos[\theta_4] = 0$$

$$1.90526 + 0.2 \sin[\theta_2] + 1.88 \sin[\theta_3] - \sin[\theta_4] = 0$$

$$-2.49415 + \cos[\theta_4] + \cos[\theta_5] + 1.4 \cos[\theta_6] - 0.26 \sin[4^\circ + \theta_3] = 0$$

$$-1.44 + 0.26 \cos[4^\circ + \theta_3] + \sin[\theta_4] + \sin[\theta_5] + 1.4 \sin[\theta_6] = 0$$

Por lo que la matriz Jacobiana, de acuerdo con la ec. (2.10) es:

$$J = \begin{pmatrix} -1.88 \sin[\theta_3] & \sin[\theta_4] & 0 & 0 \\ 1.88 \cos[\theta_3] & -\cos[\theta_4] & 0 & 0 \\ -0.26 \cos[4^\circ + \theta_3] & -\sin[\theta_4] & -\sin[\theta_5] & -1.4 \sin[\theta_6] \\ -0.26 \sin[4^\circ + \theta_3] & \cos[\theta_4] & \cos[\theta_5] & 1.4 \cos[\theta_6] \end{pmatrix}$$

Y el Jacobiano, evaluando las variables para cada grado de giro de la manivela se muestra en la Fig. 3.78.

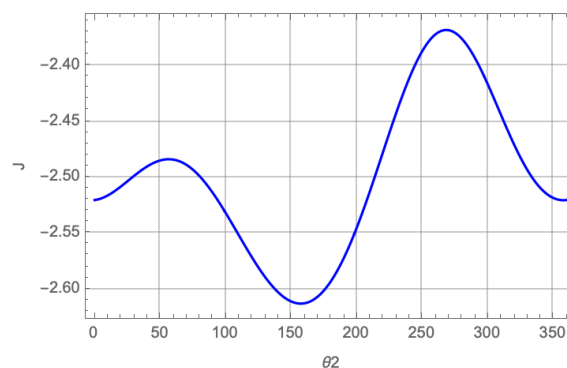


Figura 3.78. Jacobiano para un giro completo de la manivela (θ_2) MO6.

De acuerdo con la ec. (2.23), el determinante de la matriz de rigidez, asociando una constante $k = 1$ y evaluando las variables para cada grado de giro de la manivela se muestra en la Fig. 3.79.

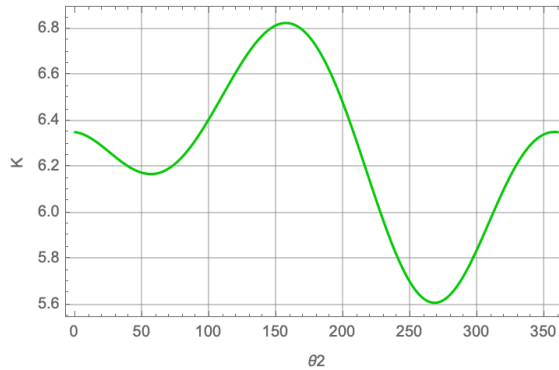
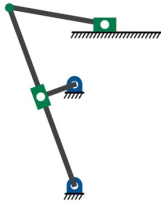


Figura 3.79. Determinante de la matriz de rigidez para un giro completo de la manivela (θ_2) MO6.



*Rigidez del mecanismo de retorno rápido de seis
barras.*

De las ecuaciones de lazo del mecanismo se obtienen las siguientes ecuaciones escalares:

$$-0.2 \cos[\theta_2] + x_3 \cos[\theta_3] = 0$$

$$-0.6 - 0.2 \sin[\theta_2] + x_3 \sin[\theta_3] = 0$$

$$-x_6 + 0.2 \cos[\theta_2] + x_4 \cos[\theta_3] + 0.5 \cos[\theta_5] = 0$$

$$-0.4 + 0.2 \sin[\theta_2] + x_4 \sin[\theta_3] + 0.5 \sin[\theta_5] = 0$$

Además de la ecuación escalar que se obtuvo inicialmente:

$$x_3 + x_4 - 1 = 0$$

Por lo que la matriz Jacobiana, de acuerdo con la ec. (2.10) es:

$$J = \begin{pmatrix} -x3 \sin[\theta3] & vx3 \cos[\theta3] & 0 & 0 & 0 \\ x3 \cos[\theta3] & vx3 \sin[\theta3] & 0 & 0 & 0 \\ -x4 \sin[\theta3] & 0 & vx4 \cos[\theta3] & -0.5 \sin[\theta5] & -vx6 \\ x4 \cos[\theta3] & 0 & vx4 \sin[\theta3] & 0.5 \cos[\theta5] & 0 \\ 0 & vx3 & vx4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Y el Jacobiano, evaluando las variables para cada grado de giro de la manivela se muestra en la Fig. 3.80.

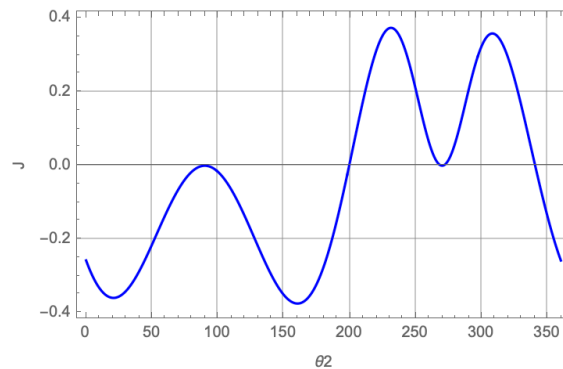


Figura 3.80. Jacobiano para un giro completo de la manivela (θ_2) MC-RR.

De acuerdo con la ec. (2.23), el determinante de la matriz de rigidez, asociando una constante $k = 1$ y evaluando las variables para cada grado de giro de la manivela se muestra en la Fig. 3.81.

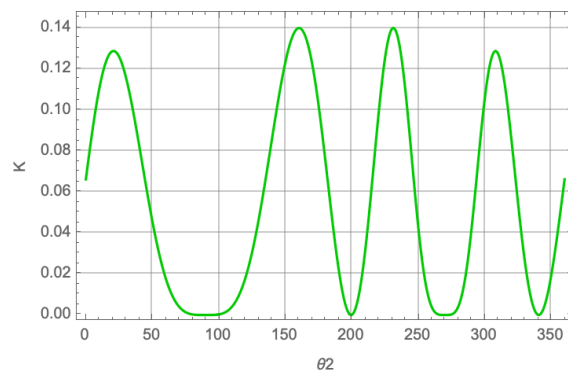
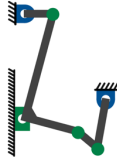


Figura 3.81. Determinante de la matriz de rigidez para un giro completo de la manivela (θ_2) MC-RR.



Rigidez del mecanismo manivela oscilador de cinco barras.

De las ecuaciones de lazo del mecanismo se obtienen las siguientes ecuaciones escalares:

$$0.2 \cos[\theta_2] + 0.73 \cos[\theta_3] + 0.17 \cos[\theta_4] + 0.33 \cos[\theta_5] - 0.3 \sin[\theta_3] - 0.531959 = 0$$

$$0.570456 + 0.3 \cos[\theta_3] + 0.2 \sin[\theta_2] + 0.73 \sin[\theta_3] + 0.17 \sin[\theta_4] + 0.33 \sin[\theta_5] = 0$$

$$0.2 \cos[\theta_2] + 0.73 \cos[\theta_3] = 0$$

$$0.2 \sin[\theta_2] + 0.73 \sin[\theta_3] - y'_1 = 0$$

Por lo que la matriz Jacobiana, de acuerdo con la ec. (2.10) es:

$$J = \begin{pmatrix} -0.3 \cos[\theta_3] - 0.73 \sin[\theta_3] & -0.17 \sin[\theta_4] & -0.33 \sin[\theta_5] & 0 & 0 \\ 0.73 \cos[\theta_3] - 0.3 \sin[\theta_3] & 0.17 \cos[\theta_4] & 0.33 \cos[\theta_5] & 0 & 0 \\ -0.73 \sin[\theta_3] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.73 \cos[\theta_3] & 0 & 0 & 0 & -vy1p \end{pmatrix}$$

Y el Jacobiano, evaluando las variables para cada grado de giro de la manivela se muestra en la Fig. 3.82.

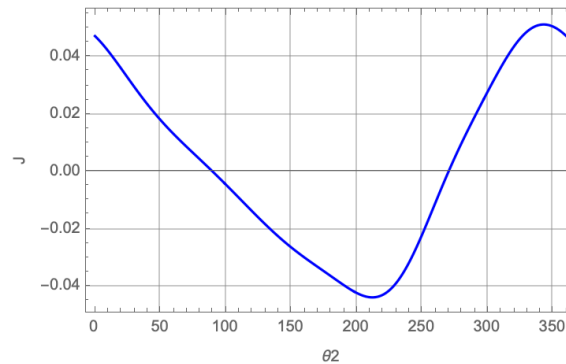


Figura 3.82. Jacobiano para un giro completo de la manivela (θ_2) MO5.

De acuerdo con la ec. (2.23), el determinante de la matriz de rigidez, asociando una constante $k = 1$ y evaluando las variables para cada grado de giro de la manivela se muestra en la Fig. 3.83.

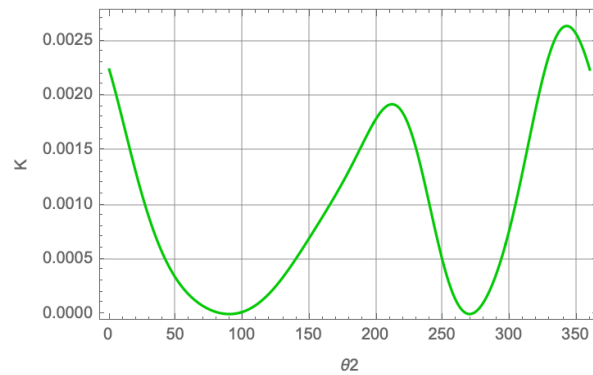


Figura 3.83. Determinante de la matriz de rigidez para un giro completo de la manivela (θ_2) MO5.

3.5.1 Comparativa y análisis

Debido a las diferentes dimensiones de las configuraciones, el valor del determinante no tiene tanta relevancia como el comportamiento de la rigidez durante el movimiento del elemento efector, por lo que se realiza un análisis similar al de la ventaja mecánica, resaltando en azul el movimiento de acción y en rojo el movimiento de retorno para cada mecanismo.

De la Fig. 3.84, se observa que la rigidez de los mecanismos corredera de cuatro barras, retorno rápido de seis barras y oscilador de cinco barras llega a ser cero en varios puntos del movimiento; esto ocurre ya que en dichos puntos el valor de su Jacobiano también es cero.

De la Fig. 3.75 (a) y Fig. 3.84 (a) se observa que cuando el mecanismo corredera de cuatro barras alcanza una ventaja mecánica máxima, también presenta la rigidez más baja, un comportamiento no deseable.

Por su parte, el mecanismo de retorno rápido presenta un comportamiento fluctuante en su rigidez durante su movimiento de ida, alcanzando el punto mínimo cero a la mitad de este recorrido.

Es claro que el mejor comportamiento lo presenta la configuración oscilador de seis barras, no solo al tener una tendencia incremental durante el movimiento de ida, sino también porque ambos máximos de rigidez se encuentran en este recorrido.

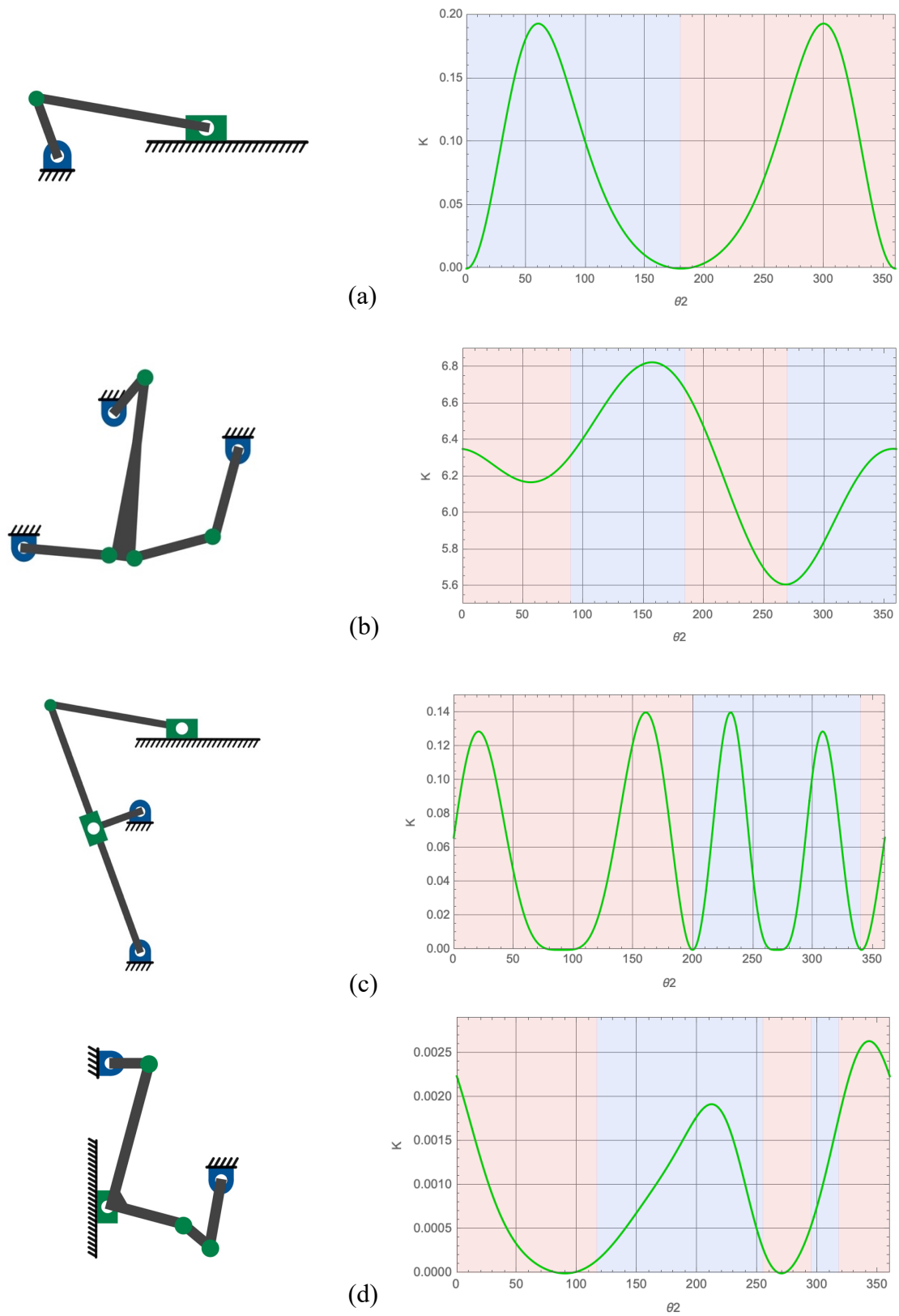


Figura 3.84. Rigidez en la carrera de ida (azul) y de retorno (rojo) para las configuraciones MC4 (a), MO6 (b), MC-RR (6) y MO5 (d).

3.6 Medidas de manipulabilidad de las configuraciones

Como último índice de desempeño se utilizarán las medidas de manipulabilidad descritos en el capítulo 2, evaluando cada índice a lo largo del rango de movimiento de cada mecanismo.



Manipulabilidad del mecanismo manivela corredera de cuatro barras.

Se obtienen los Eigenvalores de la matriz A para cada posición del mecanismo, y de acuerdo con las ecs. (2.24) – (2.26) se grafican las medidas de manipulabilidad como se muestra en la Fig. 3.85.

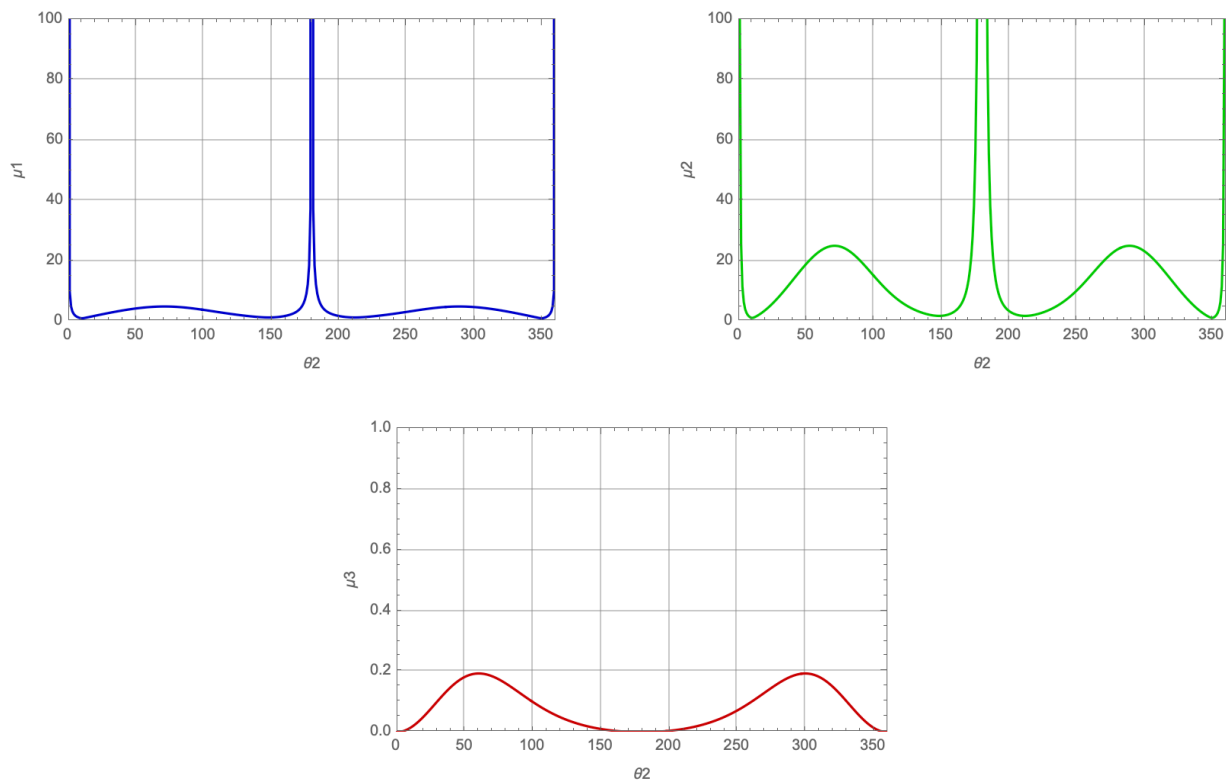
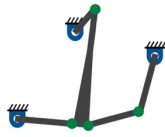


Figura 3.85. Medidas de manipulabilidad para un giro completo de la manivela (θ_2) MC4.



Manipulabilidad del mecanismo manivela oscilador de seis barras.

Se obtienen los Eigenvalores de la matriz A para cada posición del mecanismo, y se grafican las medidas de manipulabilidad como se muestra en la Fig. 3.86.

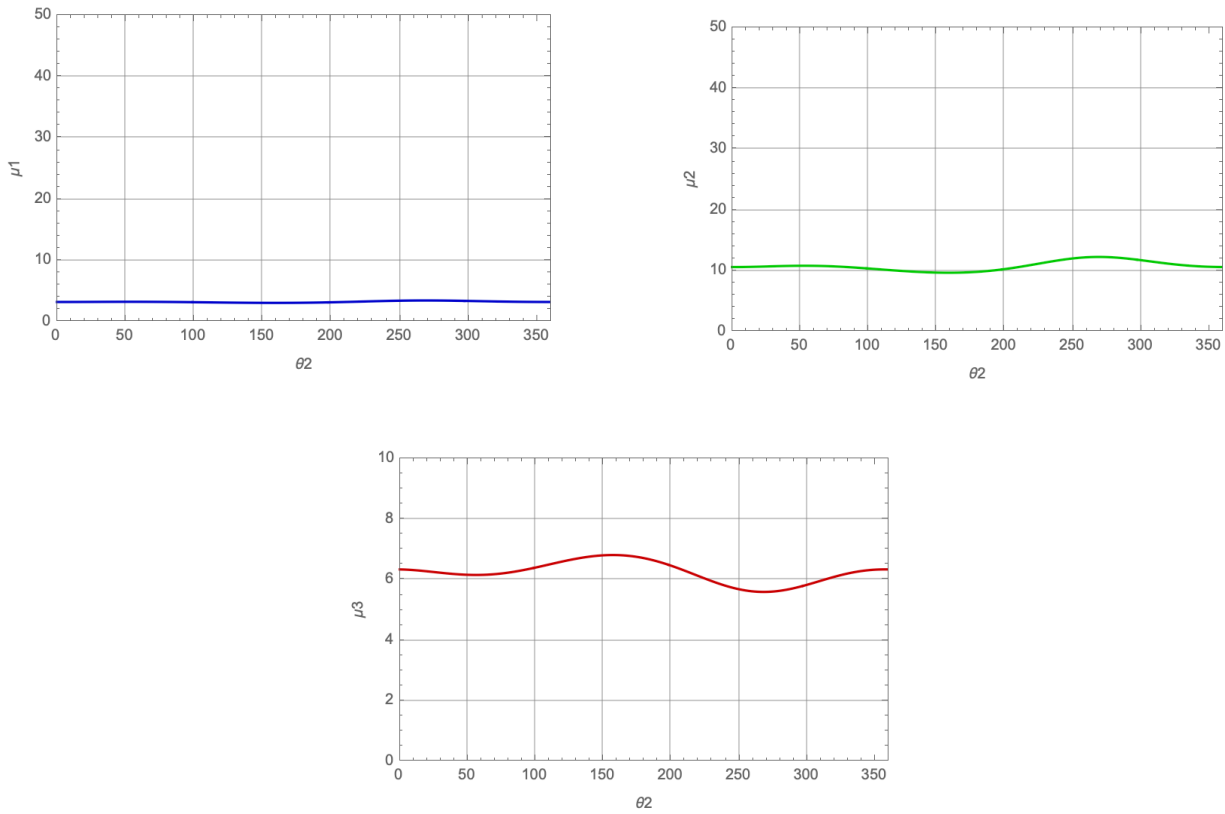
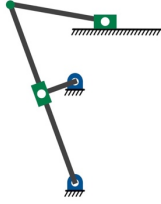


Figura 3.86. Medidas de manipulabilidad para un giro completo de la manivela (θ_2) MO6.



Manipulabilidad del mecanismo de retorno rápido de seis barras.

Se obtienen los Eigenvalores de la matriz A para cada posición del mecanismo, y se grafican las medidas de manipulabilidad como se muestra en la Fig. 3.87.

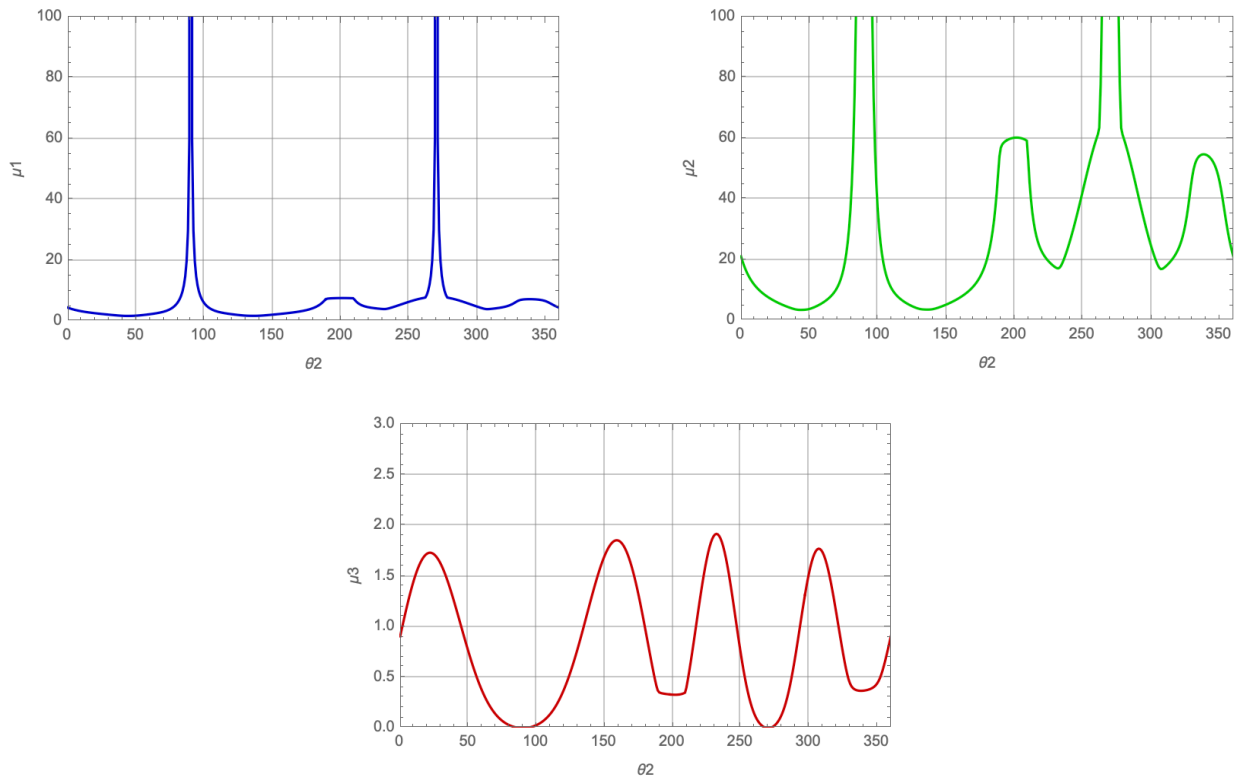
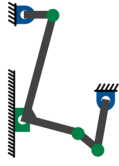


Figura 3.87. Medidas de manipulabilidad para un giro completo de la manivela (θ_2) MC-RR.



Manipulabilidad del mecanismo manivela oscilador de cinco barras.

Se obtienen los Eigenvalores de la matriz A para cada posición del mecanismo, y se grafican las medidas de manipulabilidad como se muestra en la Fig. 3.88.

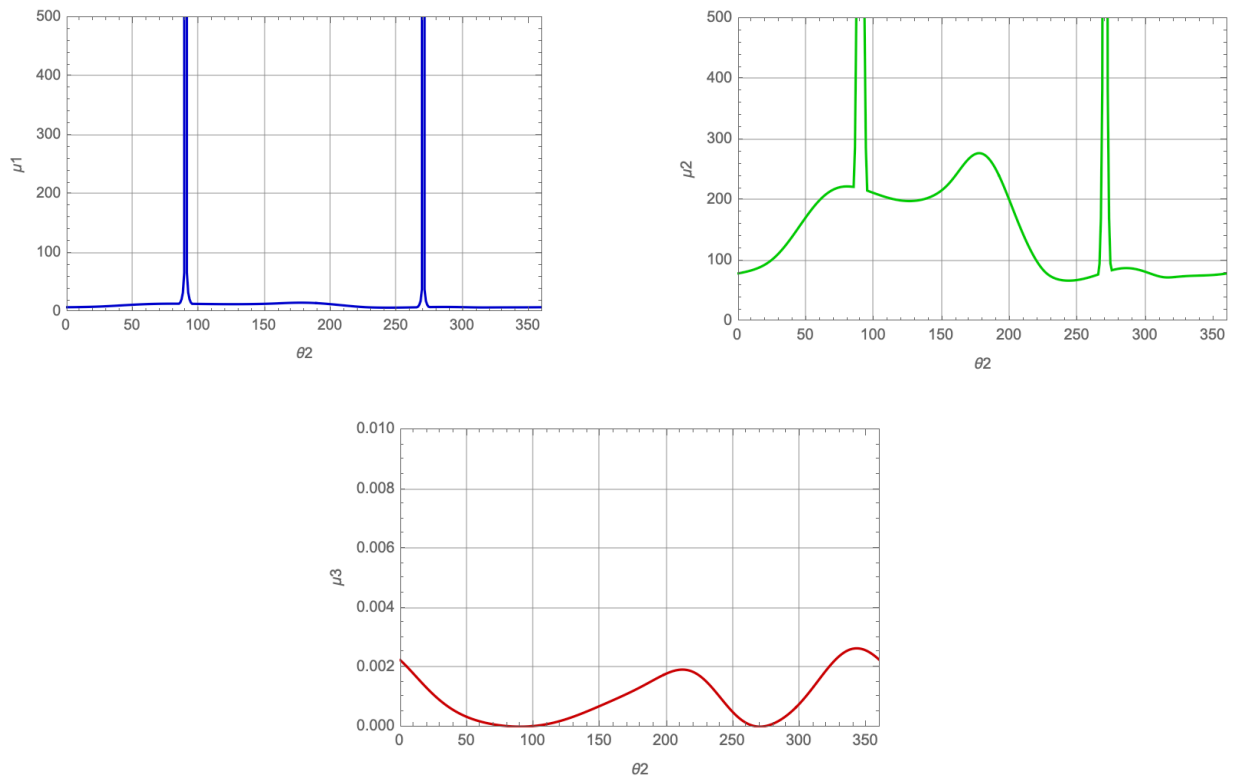


Figura 3.88. Medidas de manipulabilidad para un giro completo de la manivela (θ_2) MO5.

3.6.1 Comparación y análisis

De estos índices, podemos observar que el comportamiento del mecanismo de retorno rápido es errático, lo que resulta en oscilaciones rápidas en el volumen del elipsoide, lo que da como resultado una capacidad para ejercer fuerza muy variable en el recorrido del efector final.









El comportamiento del mecanismo oscilador de seis barras es sumamente constante, con un volumen del elipsoide similar a lo largo de todo el movimiento, y sin incrementos de anisotropía considerables.

Por otro lado, los dos mecanismos restantes tienen un comportamiento aceptable, incrementando la anisotropía de manipulabilidad en los mismos puntos que se incrementa su ventaja mecánica.

En la Tabla 3.2 se muestran los resultados del análisis de ventaja mecánica, medidas de manipulabilidad y rigidez para todas las configuraciones propuestas.

Una cruz roja representa que el resultado de la configuración en dicho índice de desempeño es considerablemente inferior a aquellas configuraciones con los mejores resultados, y, por lo tanto, no se determinan los demás índices para aquella configuración. De esta forma se puede apreciar en que índice falló la configuración, así como cuales fueron las más aptas.

Tabla 3.2. Configuraciones con mejores resultados en cada índice de desempeño.

Ilustración	Tipo de eslabón efector	Eslabones	Ventaja mecánica	Medidas de manipulabilidad			Rigidez
				μ_1	μ_2	μ_3	
	Oscilador	4	✗				
	Oscilador	4	✗				
	Corredera	4	✓	✓	✓	✓	✗
	Oscilador	6	✓	✓	✓	✓	✓
	Corredera	6	✗				
	Corredera	6	✗				
	Corredera	6	✓	✗	✗	✗	✗
	Oscilador	5	✓	✓	✓	✗	✗

3.7 Análisis dinámico de la configuración seleccionada.

Como se observa en la Tabla 3.2, la configuración que mejor desempeño obtuvo en cada uno de los puntos evaluados fue el mecanismo con oscilador de seis barras.

No solo presenta el mejor comportamiento de ventaja mecánica, sino que mantiene una rigidez alta que se incrementa durante las carreras de ida, estando siempre libre de caer en singularidades y con un comportamiento casi constante en cuanto a manipulabilidad de movimiento y fuerzas.

Pese a que el concreto es considerado de alta resistencia con un $f'_c \geq 39$ [MPa] [6], algunas edificaciones actualmente emplean concretos con hasta $f'_c = 131$ [MPa] (PCA, America's Cement Manufacturers [26]). Por lo anterior, se considerará un caso crítico en el que el concreto a triturar presente esta propiedad, además de emplear un factor de seguridad de 1.5, por el incremento en resistencia que presenta el material al someterse a cargas biaxiales, es

decir, la fuerza de la placa trituradora no va a aplicarse de forma completamente axial. Pese a que el incremento en resistencia no es tan considerable, como se muestra en la Figura 1.2, el factor se elige por la incertidumbre presente en nuevos tipos de concreto de alta resistencia.

Con respecto al área de impacto, se considera el área de la mandíbula móvil, pues sin importar el acabado superficial de esta, el mecanismo debe ser capaz de producir el par necesario para romper el concreto en el caso crítico de este se encuentre localizado homogéneamente en toda la superficie disponible. Por lo tanto, la fuerza de compresión necesaria es:

$$F_c = (131[MPa])(1.27764 [m^2])(1.5)$$

$$F_c = 251.05626 \times 10^6 [N]$$

Para el análisis se considerará esta fuerza, así como el peso de los eslabones, con el objetivo de determinar el comportamiento del par a ejercer por el motor.

Un diagrama general con las fuerzas externas a la máquina se muestra en la Fig. 3.89.

El diagrama de cuerpo libre de cada eslabón, con las fuerzas y momentos de reacción se muestran en la Fig. 3.90.

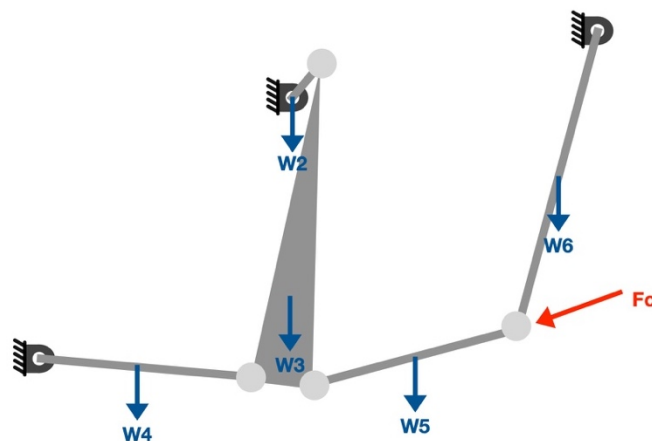


Figura 3.89. Fuerzas externas al mecanismo.

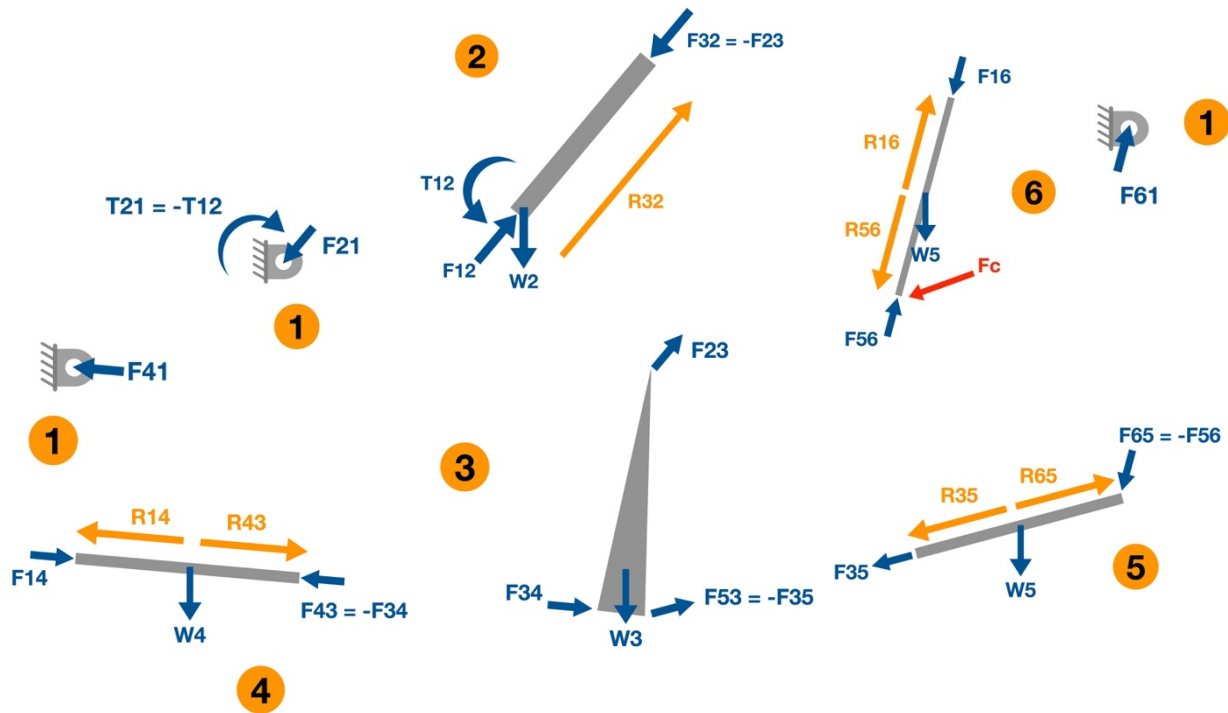


Figura 3.90. Diagramas de cuerpo libre para cada eslabón.

Las ecuaciones dinámicas son:

$$F_{12} - F_{23} + W_2 = m_2 A_{G2}$$

$$F_{23} + F_{34} - F_{35} + W_3 = m_3 A_{G3}$$

$$F_{14} - F_{34} + W_4 = m_4 A_{G4}$$

$$F_{35} - F_{56} + W_5 = m_5 A_{G5}$$

$$F_{56} + F_{16} + F_c + W_6 = m_6 A_{G6}$$

$$T_{12} + R_{32} \times (-F_{23}) = I_{G2} \alpha_2$$

$$R_{23} \times F_{23} + R_{34} \times F_{34} + R_{53} \times (-F_{35}) = I_{G3} \alpha_3$$

$$R_{14} \times F_{14} + R_{43} \times (-F_{34}) = I_{G4} \alpha_4$$

$$R_{35} \times F_{35} + R_{65} \times (-F_{56}) = I_{G5} \alpha_5$$

$$R_{56} \times F_{56} + R_{56} \times F_c + R_{16} \times F_{16} = I_{G6} \alpha_6$$

Los vectores de fuerzas y momentos son:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{12} &= [F_{12x}, F_{12y}, 0]^T & \mathbf{F}_{23} &= [F_{23x}, F_{23y}, 0]^T & \mathbf{F}_{34} &= [F_{34x}, F_{34y}, 0]^T \\
 \mathbf{F}_{35} &= [F_{35x}, F_{35y}, 0]^T & \mathbf{F}_{14} &= [F_{14x}, F_{14y}, 0]^T & \mathbf{F}_{56} &= [F_{56x}, F_{56y}, 0]^T \\
 \mathbf{F}_{16} &= [F_{16x}, F_{16y}, 0]^T & \mathbf{F}_c &= [F_{cx}, 0, 0]^T & \mathbf{T}_{12} &= [0, 0, T_{12z}]^T \\
 \mathbf{W}_2 &= [0, -m_2g, 0]^T & \mathbf{W}_3 &= [0, -m_3g, 0]^T & \mathbf{W}_4 &= [0, -m_4g, 0]^T \\
 \mathbf{W}_5 &= [0, -m_5g, 0]^T & \mathbf{W}_6 &= [0, -m_6g, 0]^T
 \end{aligned}$$

Los vectores de posición y aceleración del centro de gravedad de cada cuerpo con respecto al marco de referencia inercial son:

$$\mathbf{R}_{G2} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{R}_{G3} = \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}'_{G3} \quad \mathbf{R}'_{G3} = \mathbf{R}_z(\theta_3 + 2^\circ) \mathbf{r}'_{G3} \quad \mathbf{r}'_{G3} = [1.25, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{R}_{G4} = \mathbf{R}'_{G4} \quad \mathbf{R}'_{G4} = \mathbf{R}_z(\theta_4) \mathbf{r}'_{G4} \quad \mathbf{r}'_{G4} = \left[\frac{x_4}{2}, 0, 0\right]^T$$

$$\mathbf{R}_{G5} = \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}''_3 + \mathbf{R}'_{G5} \quad \mathbf{R}'_{G5} = \mathbf{R}_z(\theta_5) \mathbf{r}'_5 \quad \mathbf{r}'_5 = \left[\frac{x_5}{2}, 0, 0\right]^T$$

$$\mathbf{R}_{G6} = \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}''_3 + \mathbf{R}_5 + \mathbf{R}'_{G6} \quad \mathbf{R}'_{G6} = \mathbf{R}_z(\theta_6) \mathbf{r}'_6 \quad \mathbf{r}'_6 = \left[\frac{x_6}{2}, 0, 0\right]^T$$

$$\mathbf{A}_{G2} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{A}_{G3} = \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}'_{G3} \quad \mathbf{A}'_{G3} = \boldsymbol{\alpha}_3 \times \mathbf{R}'_{G3} - \omega_3^2 \mathbf{R}'_{G3}$$

$$\mathbf{A}_{G4} = \mathbf{A}'_{G4} \quad \mathbf{A}'_{G4} = \boldsymbol{\alpha}_4 \times \mathbf{R}'_{G4} - \omega_4^2 \mathbf{R}'_{G4}$$

$$\mathbf{A}_{G5} = \mathbf{A}_4 + \mathbf{A}''_3 + \mathbf{A}'_{G5} \quad \mathbf{A}'_{G5} = \boldsymbol{\alpha}_5 \times \mathbf{R}'_{G5} - \omega_5^2 \mathbf{R}'_{G5}$$

$$\mathbf{A}_{G6} = \mathbf{A}_4 + \mathbf{A}''_3 + \mathbf{A}_5 + \mathbf{A}'_{G6} \quad \mathbf{A}'_{G6} = \boldsymbol{\alpha}_6 \times \mathbf{R}'_{G6} - \omega_6^2 \mathbf{R}'_{G6}$$

Por último, apoyándose en el diagrama de cuerpo libre, se determinan los vectores de los momentos en términos de los vectores de posición de los centros de gravedad:

$$\mathbf{R}_{32} = \mathbf{R}_2$$

$$\mathbf{R}_{23} = -\mathbf{R}'_{G3}$$

$$\mathbf{R}_{34} = \mathbf{R}_z(\theta_3 - 8^\circ) \mathbf{r}_{34} \quad \mathbf{r}_{34} = \left[\frac{0.625}{\sin(78.25^\circ)}, 0, 0 \right]^T$$

$$\mathbf{R}_{53} = \mathbf{R}_z(\theta_3 + 8^\circ) \mathbf{r}_{34} \quad \mathbf{r}_{34} = \left[\frac{0.625}{\sin(78.25^\circ)}, 0, 0 \right]^T$$

$$\mathbf{R}_{14} = -\mathbf{R}'_{G4}$$

$$\mathbf{R}_{43} = \mathbf{R}_4 - \mathbf{R}'_{G4}$$

$$\mathbf{R}_{35} = -\mathbf{R}'_{G5}$$

$$\mathbf{R}_{65} = \mathbf{R}_5 - \mathbf{R}'_{G5}$$

$$\mathbf{R}_{56} = -\mathbf{R}'_{G6}$$

$$\mathbf{R}_{16} = \mathbf{R}_6 - \mathbf{R}'_{G6}$$

Con estos vectores definidos, y la información previamente definida del análisis cinemático, se determina el par \mathbf{T}_{12} proporcionado por el elemento motriz utilizando el software Mathematica.

Capítulo 4

4 RESULTADOS.

Introducción

Este capítulo muestra el resultado del análisis dinámico como el momento o par entregado por el motor conectado al eslabón de entrada de la configuración, en específico el máximo par requerido para proporcionar la fuerza necesaria en el efector final que permita la exitosa trituración del concreto armado.

Se presenta además el modelo tridimensional propuesto de la configuración, con los eslabones que presentan movimiento y como máquina con una propuesta de la bancada en su aplicación como trituradora móvil. Además, se muestra un boceto de su posición dentro de una excavadora, que es como se visualiza en el sitio de trabajo.

4.1 Par entregado por el motor.

La fuerza de compresión solo es requerida durante el movimiento de ida del efector final, por lo que, del análisis de movimiento, se considera $F = F_{max}$ en este intervalo, y $F = 0 [N]$ durante el movimiento de regreso.

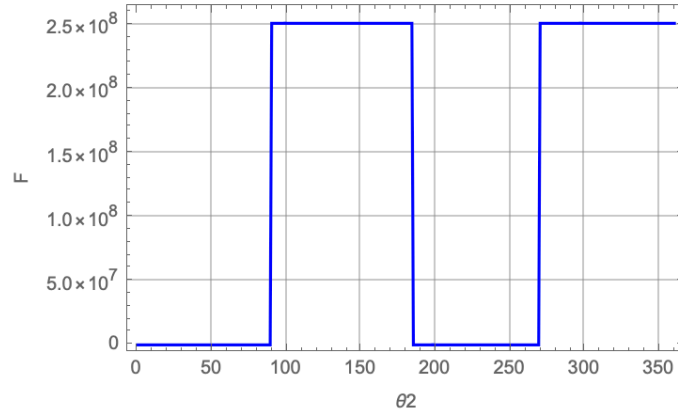


Figura 4.1. Fuerza de compresión.

El par requerido por el motor está en términos de las masas y la inercia de cada uno de los eslabones, pues debido a la posición de funcionamiento de la máquina, y a la densidad de los eslabones, es importante considerar estos efectos.

Así, el par máximo del motor se requiere en la posición del mecanismo cuando $\theta_2 = 311^\circ$ y está dado por:

$$T_m = 2.07672 m_3 + 0.959082 m_4 + 0.849352 m_5 - 0.0383334 m_6 - 0.18868 I_{G3} \\ + 0.862734 I_{G4} + 0.951554 I_{G5} + 0.0039603 I_{G6} - 1.09573 \times 10^7 [N m]$$

Por supuesto, el par exigido es diferente para cada posición, y es altamente influenciado por el efecto de la fuerza de compresión.

Ya que se desconocen las masas e inercias de los eslabones, con motivos ilustrativos, que permitan observar el comportamiento del par a lo largo del rango de movimiento de la máquina, se asumen

$$m_i = I_{Gi} = 1 ; i = 2, 3, 4, 5, 6.$$

Así, el comportamiento del par del motor para un giro completo de la manivela es:

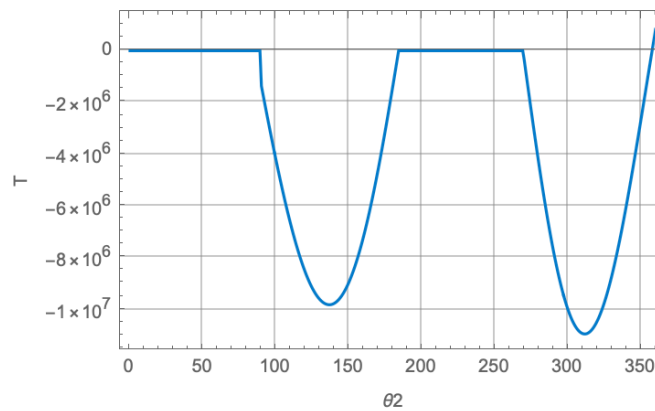


Figura 4.2. Comportamiento del par requerido del motor.

4.2 Propuesta de configuración

Se presenta un modelo tridimensional de la configuración mecánica utilizando el software de CAD Inventor, incluyendo una propuesta de la carcasa lateral de la máquina para la protección de los componentes internos del mecanismo. En la figura 4.3 se muestra el modelo del mecanismo, y en las figuras 4.4 a 4.6 varias vistas del modelo con la propuesta de bancada lateral. Se incluyen además planos de los conjuntos.

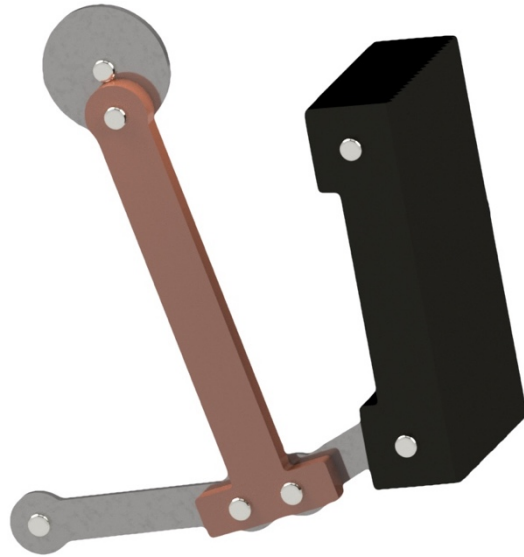


Figura 4.3. Modelo en CAD de la configuración mecánica.

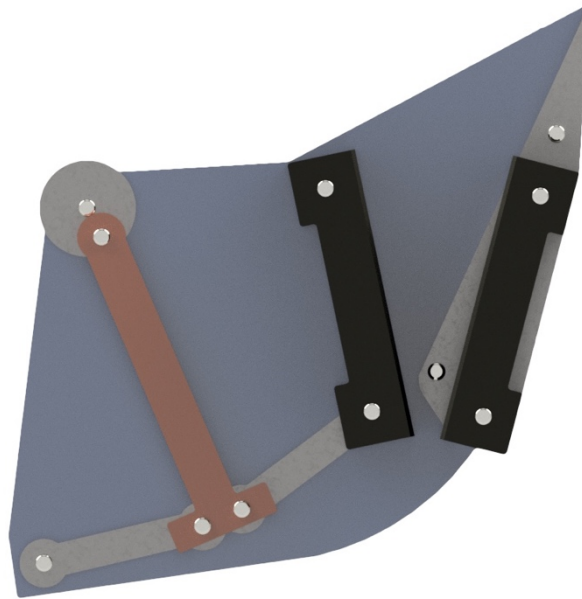


Figura 4.4. Vista lateral de la máquina con la bancada y la mandíbula fija.

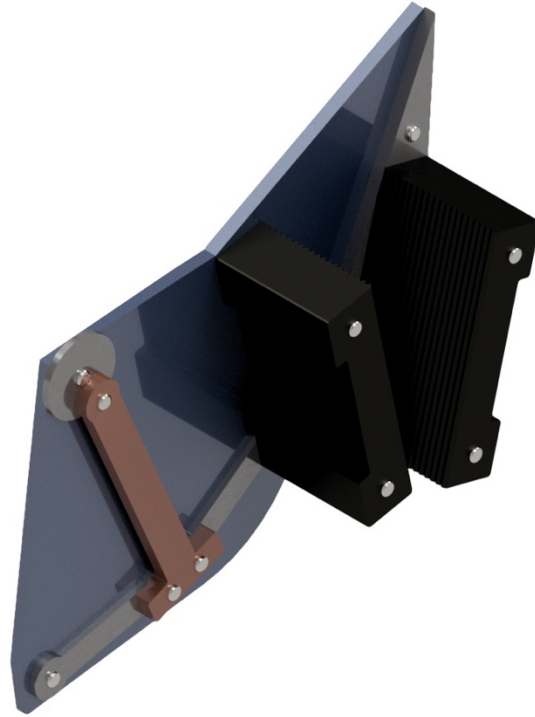


Figura 4.5. Vista diagonal de la máquina con la bancada y la mandíbula fija.

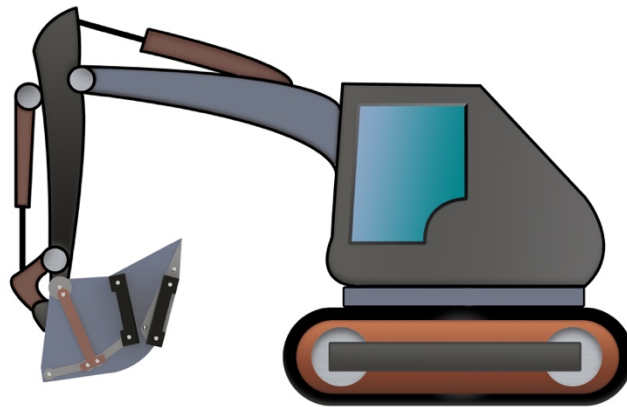
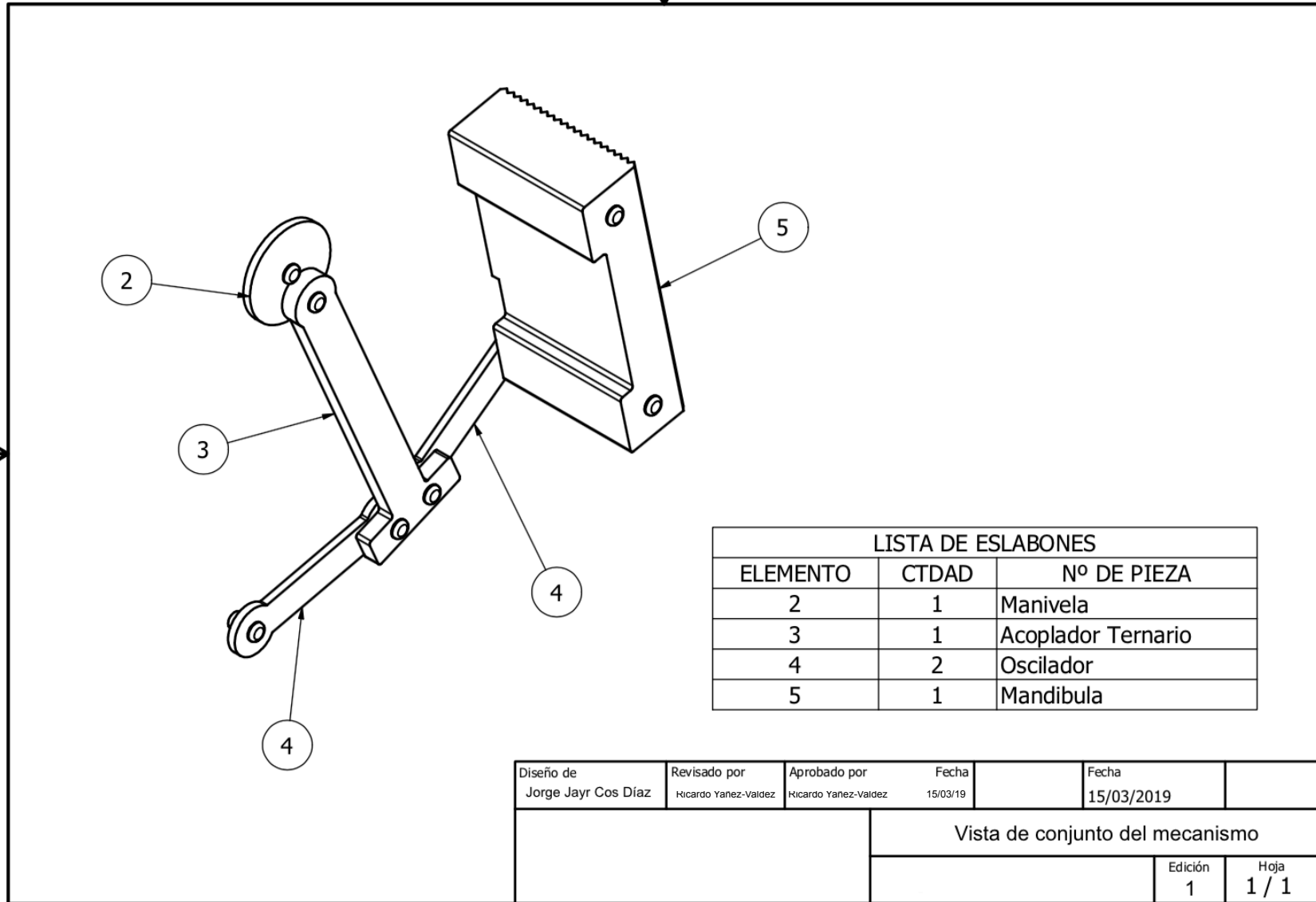
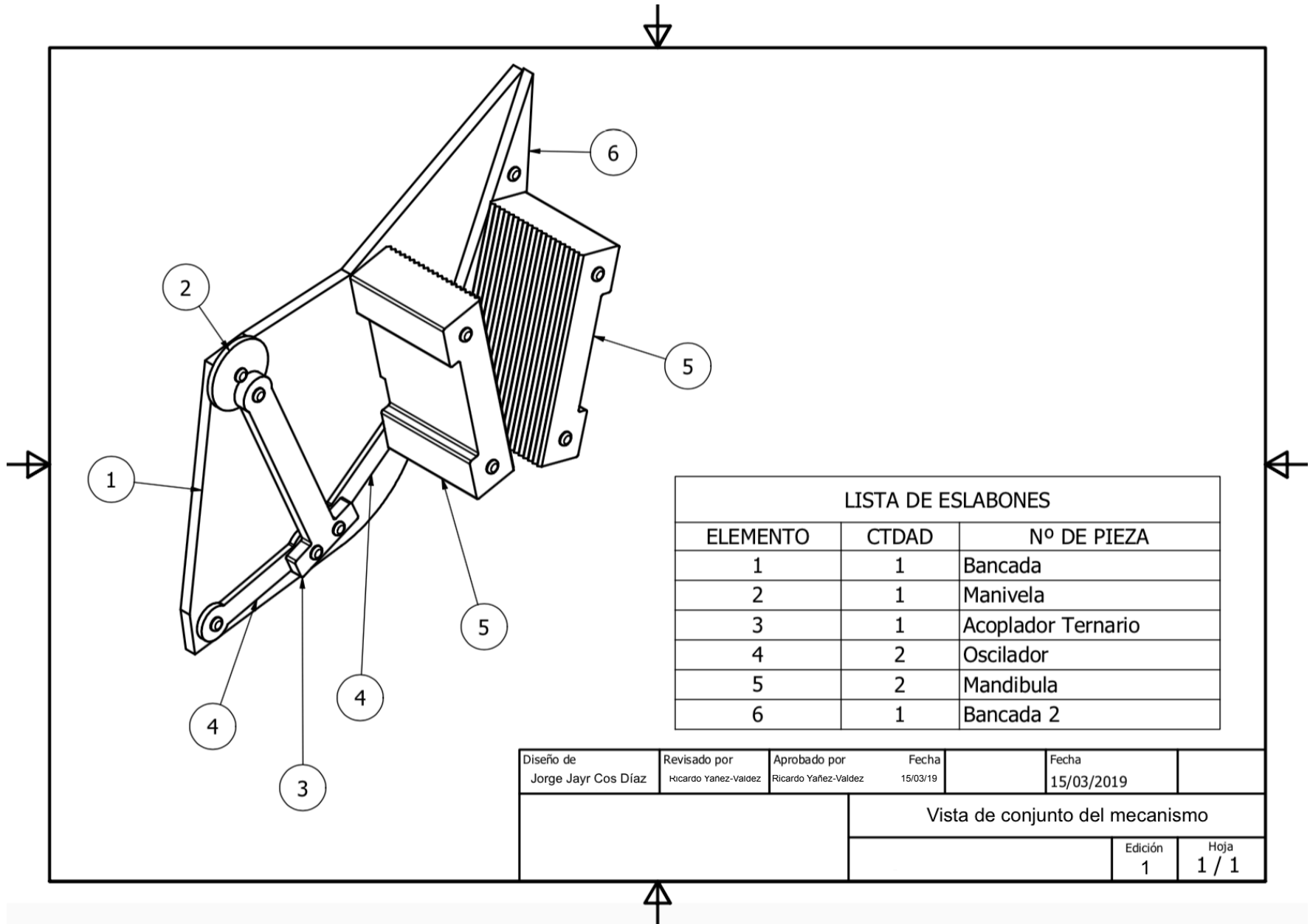


Figura 4.6. Vista lateral de la máquina dispuesta como cuchara en una excavadora.



LISTA DE ESLABONES		
ELEMENTO	CTDAD	Nº DE PIEZA
2	1	Manivela
3	1	Acoplador Ternario
4	2	Oscilador
5	1	Mandibula

Diseño de Jorge Jayr Cos Díaz	Revisado por Ricardo Yanez-Valdez	Aprobado por Ricardo Yanez-Valdez	Fecha 15/03/19	Fecha 15/03/2019
			Vista de conjunto del mecanismo	
			Edición 1	Hoja 1 / 1



CONCLUSIONES.

Se determinaron las configuraciones mecánicas de un Grado De Libertad (GDL) más aptas para su implementación como máquinas de trituración debido a su disposición estructural y al movimiento generado por el efector final; asimismo se determinaron los índices de desempeño más útiles para evaluar dichas configuraciones y seleccionar adecuadamente la o las más adecuadas para utilizar como mecanismo final en el diseño de la trituradora de concreto armado móvil propuesta.

Se realizó el análisis cinemático de las propuestas, que permitió obtener los valores de posición y velocidad angular de los eslabones de cada configuración, así como la velocidad lineal de las correderas en las configuraciones que las presentan. Conociendo la información de los mecanismos en cada instante de su movimiento, se calcularon tres índices de desempeño: Ventaja Mecánica (VM), Rigidez y Manipulabilidad, este último mediante tres “medidas de manipulabilidad” escalares, que permiten observar el comportamiento de la fuerza ejercida por el efector final.

La directa comparación de los índices demuestra que algunas configuraciones son considerablemente más adecuadas que otras para la aplicación en cuestión, como se observa en la Tabla 3.1. Sin embargo, para llegar a la mejor configuración posible no basta con observar los resultados obtenidos en los índices; es preciso analizar en que punto del movimiento de cada configuración se alcanzan los mejores resultados, ya que como se presenta en las Figs. 3.75 y 3.84, no siempre se alcanza la VM máxima o la rigidez máxima durante la carrera de acción del efector final.

Los análisis de VM e índices de manipulabilidad muestran que la mayoría de las configuraciones son aptas para transmitir la fuerza del actuador al efector final solo durante un corto rango de movimiento, por lo que, a pesar de ser configuraciones empleadas para aplicaciones de trituración o compresión, se encuentran limitadas a situaciones muy específicas.

El mecanismo manivela-biela-corredera, a pesar de lo simple de su construcción, resulta ser sumamente adecuado para la transmisión de fuerzas y permite, además, controlar el desplazamiento del efector final fácilmente al modificar solo la longitud de un eslabón, y obtener resultados predecibles. Sin embargo, también presenta zonas donde su VM disminuye considerablemente, hasta una $VM_{min} = 0.8602$, lo que no resulta deseable, ya que representa que la fuerza ejercida por el efector final es incluso menor que la proporcionada por el actuador.

La configuración de seis eslabones cuyo efector final es un oscilador fijo a la bancada en su posición superior presenta las mejores características para su implementación como mecanismo base en la trituradora de mandíbulas, gracias no solo a su elevada VM durante la etapa de compresión, sino también al comportamiento de su elipsoide de fuerzas, que permanece con un número de condición prácticamente constante a lo largo de todo el rango de movimiento del mecanismo, y a su rigidez, que incrementa también durante la etapa de compresión y no decae a un valor de cero en posición alguna, lo que además presenta una ventaja matemática, pues se podrá predecir el comportamiento de la máquina para todo su ciclo de movimiento, sin presentar singularidades.

Cabe destacar que esta configuración presenta una $VM_{min} = 5.379$, por lo que aún durante la carrera de retorno del efector final, se mantiene una fuerza final ejercida amplificada, resultando en menor energía requerida por el actuador en todo momento.

Con la longitud de los eslabones establecida, así como la posición de la bancada definida, se realizó el análisis dinámico de fuerzas de la configuración, y se determinó el momento o par necesario a suministrar por el actuador para mantener la fuerza en el efector final durante la carrera de compresión capaz de romper el concreto armado.

De la expresión del par máximo requerido se observa que las masas e inercias de los eslabones tienen más bien poco impacto, y la constante inducida por la resistencia mecánica del concreto armado es la principal razón de los valores tan grandes de par registrados. Lo anterior resulta evidente si se considera que se tomó el caso límite de concreto de alta resistencia con una resistencia a la compresión de 131 [MPa] bajo cargas biaxiales.

De la configuración seleccionada, se realizó un modelo tridimensional empleando como herramienta software de Diseño Asistido por Computadora (CAD), lo que permitió comprobar el movimiento de la configuración y visualizar la máquina en un diseño conceptual de la bancada final, así como su posición dentro de una excavadora en la situación de trabajo final esperada.

Por lo anterior, se concluye que se cumplió con cada uno de los objetivos particulares planteados, además se comprobó la hipótesis al demostrar que en aplicaciones que requieran una amplificación de fuerzas considerable, las configuraciones puramente mecánicas que cuentan con seis eslabones ofrecen mejores resultados que aquellas con cuatro eslabones. En las configuraciones analizadas, aquellas con un efector final oscilador amplificaron la fuerza del actuador hacia el efector final de forma más eficiente comparadas con las configuraciones con un efector final que realiza un movimiento lineal, sin embargo, esto es cierto solo para mecanismos de seis eslabones, pues como se observa en la figura 3.72, en mecanismos de cuatro eslabones, la mayor VM fue claramente obtenida por el mecanismo manivela-biela-corredera.

Este trabajo me permitió extender y profundizar mi conocimiento en varios aspectos de la ingeniería mecánica, al conocer criterios de análisis de mecanismos de suma importancia en vista de aplicación directa, como lo son la Ventaja Mecánica y las medidas de manipulabilidad, que pese a ser desarrollados para el campo de la robótica, en mecanismos de lazo abierto, son aplicables en el estudio de mecanismos de lazo cerrado, como los tratados en este trabajo, y presentan una utilidad muy alta, como se ha visto. Además, me proveyó la oportunidad de ampliar mi conciencia en el ámbito del reciclaje y manejo de residuos, ya que desafortunadamente es una situación cuyo impacto es desconocido por gran parte de la población, pero de tal magnitud que afecta el desarrollo del país.

Es importante continuar con el desarrollo de este trabajo, mediante el diseño de detalle de los eslabones, considerando el material del que se manufacturarán, así como la optimización de las dimensiones, para poder llegar a resultados que tienen el potencial de generar un impacto positivo en nuestro país.

REFERENCIAS

- [1] Secretaría de medio ambiente. (2015) *Norma Ambiental para el Distrito Federal NADF-007-RNAT-2013*. Último acceso 8 de marzo de 2019, de http://www.cmic.org.mx/comisiones/Sectoriales/medioambiente/PROY-NADF-007-RNAT-2013/Gaceta_DF_NADF-007-RNAT-2013.pdf.
- [2] Callister, William D. (2009). *Materials Science and Engineering an Introduction*. (8a edición) EE.UU.: John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-0-470-41997-7
- [3] Nilson, Arthur H. (2001) *Diseño de estructuras de concreto*. (12a edición) México: McGraw Hill Interamericana. ISBN: 958-600-953-X
- [4] Wight J.K. y MacGregor, J. G. (2012) *Reinforced concrete: Mechanics & Design*. (6a edición) EE.UU.: Pearson Education, Inc. ISBN-13: 978-0-13-217652-1
- [5] World Business Council for Sustainable Development. (2015) *Sustainability benefits of Concrete*. Último acceso 6 de diciembre de 2018, de <http://www.wbcsdcement.org/index.php/about-cement/benefits-of-concrete>
- [6] Gómez, Miguel Á. (2011). *Diseño estructural de edificios altos tipo torre empleando concreto de alta resistencia*. México: Facultad de Ingeniería UNAM.
- [7] Askeland, Donald R. (1998). *Ciencia e ingeniería de los materiales*. (3a edición) México: International Thomson Editores. ISBN: 968-7529-36-9
- [8] The Waste and Resources Action Programme (WRAP). *Recycled Aggregates: guidance for contractors*. Último acceso 8 de marzo de 2018, de <http://www.wrap.org.uk/sites/files/wrap/16553-02%20SME%20fact%20sheets%20-%20Contractors%20WEB.pdf>
- [9] Xiao, J. (2018). *Recycled Aggregate Concrete Structures*. (1a edición) Alemania: Springer-Verlag GmbH Germany. ISBN: 978-3-662-53985-9
- [10] Benitez, P.L. (1975). *Técnicas modernas de producción de agregados*. México: Facultad de Ingeniería UNAM. Último acceso 8 de marzo de 2019, de <http://www.ptolomeo.unam.mx>
- [11] Delgado, Santos P. (2011). *Implementación de chancadores de impacto en la producción de gravillas para uso en concretos asfálticos de rodadura*. Chile: Facultad de Ciencias de la Ingeniería, Universidad Austral de Chile.
- [12] Henan Vipeak Heavy Industry Machinery Co., Ltd. Página oficial, ultimo acceso 8 de marzo de 2019, de <http://www.vipeakgroup.com>
- [13] Went, G.N. (2003) Peter Maxwell & Associates. *Jaw Crusher Bucket*. AU patent 2003000062. Sydney: AU.

- [14] Norton, Robert L. (2009) *Diseño de maquinaria* (4a edición) México: McGraw Hill Interamericana. ISBN: 978-970-10-6884-7
- [15] Reuleaux, F. (1876) *Kinematics of Machinery, outlines of a Theory of Machines* (1a edición) Londres: MacMillan & Co. Último acceso 8 de marzo de 2019, de <https://archive.org/details/kinematicsofmach00reuluoft>
- [16] Johnson, Ray C. (1978) *Mechanical Design Synthesis, Creative Design and Optimization* (2a edición) Malabar, Florida: Robert E. Krieger Publishing Company. ISBN: 0-88275-612-5
- [17] Lynch, Kevin M. y Park, Frank C. (2017) *Modern Robotics. Mechanics, Planning and Control* (1a edición) EE.UU.: Cambridge University Press. ISBN: 978-110-71-5630-2
- [18] Craig, John J. (2005) *Introduction to Robotics. Mechanics and Control* (3a edición) EE.UU.: Pearson Education, Inc. ISBN: 0-13-123629-6
- [19] Erdman, Arthur G., Sandor, George N. y Kota, S. (2001) *Mechanism Design: Analysis and Synthesis* (4a edición) New Jersey: Pearson Education, Inc. ISBN: 0-13-040872-7
- [20] Zhang, D. y Wei, B. (2014) *Comparison and Verification of Several Stiffness Models for a Family of Parallel Manipulators*. Proceedings of the International Conference of Control, Dynamic Systems, and Robotics Ottawa, Ontario, Canada, May 15-16 2014. Paper No. 73.
- [21] Yañez, R., Téllez, J., Arguelles, M., Munive, E.G. y Ayala, A. (2018) *Modelo cinetoestático de rigidez de una máquina herramienta paralela*. Memorias del XXIV Congreso Internacional Anual de la SOMIM, Campeche, Campeche, México. 19-21 de septiembre de 2018.
- [22] Yoshikawa, T. (1990) *Foundations of Robotics. Analysis and Control* (1a edición) EE.UU.: The MIT Press. ISBN: 0-262-24028-9
- [23] Park, F.C. y Kim, JW. (1998) *Manipulability of Closed Kinematic Chains*. Journal of Mechanical Design, 120(4), 3-7. doi: 10.1115/1.2829312
- [24] Park, S., Bae, J., Jeon, Y., Chu, K., Bak, J., Seo, T. y Kim, J. (2018) *Optimal design of toggle-linkage mechanism for clamping applications*. Mechanism and Machine Theory, 120, 203-212. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.08.013>
- [25] Rao, A.C. y Srinath, A. (2007) *Planar linkages: Structural influence on mechanical advantage and function generation*. Mechanism and Machine Theory, 42(4), 476-479. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2006.04.003>
- [26] PCA, America's Cement Manufacturers, Official page. Último acceso 16 de abril de 2019, de <https://www.cement.org>

ANEXOS

Anexo 1. Artículo publicado en memorias SOMIM.

Como parte de la investigación desarrollada para la presente tesis, se redactó el artículo científico “Análisis prospectivo de las máquinas trituradoras de quijada para concreto empleando el radar de tendencias de evolución de TRIZ”, el cual se encuentra en las memorias del XXIV Congreso Internacional Anual de la SOMIM, y fue presentado y expuesto en Campeche, Campeche.

Las memorias se pueden consultar en la página oficial de SOMIM, <http://somim.org.mx/memorias-somim/>

Tema A1a Diseño Mecánico: TRIZ

“Análisis prospectivo de las máquinas trituradoras de quijada para concreto empleando el radar de tendencias de evolución de TRIZ”

Cos Díaz, J.J.^a, Espinosa Bautista, A.^a, Hernández Padilla, F.^a

^aFacultad de Ingeniería, UNAM, Circuito exterior, Ciudad de México, C.P.04510, México

RESUMEN

Actualmente en la Ciudad de México se generan más de 7000 toneladas diarias de residuos de concreto y concreto armado provenientes de la construcción y demolición de estructuras. Afortunadamente estos materiales (concreto y acero) pueden reciclarse, proporcionando grandes beneficios económicos y ambientales. Sin embargo, en la Ciudad de México solo se cuenta con maquinaria fija para remover acero y triturar menos de una tercera parte del total de residuos de concreto generados. Los costos de transporte y la inversión de tiempo dificultan aún más la labor del reciclaje. En el presente trabajo se realiza un estudio de las máquinas trituradoras de quijada aplicando el radar de tendencias de innovación de TRIZ, se identifican y analizan diecinueve tendencias aplicables para encontrar oportunidades de mejora. Finalmente, proponen tres conceptos de diseño y funcionamiento como base para un diseño propio que satisfaga las necesidades de la ciudad.

Palabras Clave: Trituradora, Concreto armado, Reciclaje, TRIZ, Radar de tendencias.

ABSTRACT

Currently in Mexico City more than 7000 tons of concrete and armed concrete waste are produced on a daily-basis. Fortunately, these materials (concrete and steel) can be recycled, providing great economic and environmental benefits. Nevertheless, Mexico City only has non-mobile machinery which can remove steel and crush less than a third part of the total concrete waste production. Transportation costs and time investment make recycling even more difficult. In the present work a study of the jaw crusher machines is made applying the evolutionary potential radar of TRIZ, nineteen applicable trends are applied and analyzed to find improvement opportunities. Finally, three design and functionality concepts are proposed as a base for an own design which satisfies the city needs.

Keywords: Crusher, Armed concrete, recycling, TRIZ, evolutionary potential.

1. Introducción

La cantidad de residuos de la construcción y demolición (RCDs) que se generan en la Ciudad de México asciende a más de 7000 toneladas diarias [Enrique Granell comunicación personal, 13 de marzo de 2018], por lo que requiere de un proceso de separación y trituración que permita dar utilidad a este material y disminuya la contaminación generada por la disposición inadecuada de dichos residuos.

Son muchas las ventajas que presenta el concreto con respecto a otros materiales para su utilización como material de construcción: facilidad inicial de moldeo, gran resistencia a las altas temperaturas y a la carga, y materiales constitutivos de bajo costo. De hecho, en la actualidad se utiliza el doble de concreto que el total de todos los demás materiales de construcción, incluyendo madera, plástico, acero y aluminio [1].

Sin embargo, la resistencia a la tracción del concreto es entre 10 y 15 veces menor que su resistencia a la compresión, además de experimentar dilataciones y contracciones con los cambios de temperatura. Estos inconvenientes se eliminan mediante el reforzamiento del concreto con una armadura interna. [2]

El acero es el principal material utilizado en la construcción de estructuras de concreto reforzado debido a que su coeficiente de dilatación térmica es cercano al del concreto. Además, presenta una alta resistencia a la tracción que compensa esta propiedad deficiente en el concreto [2].

Los aceros se pueden producir principalmente de dos formas: mediante la refinación del hierro y reciclando residuos de acero, por lo que el valor del acero reciclado es alto. La chatarra se introduce en un horno eléctrico de arco, en el cual las altas temperaturas funden la chatarra y permiten recuperar el acero por completo [3], un esquema del proceso de reciclado de acero se muestra en la Figura 1.

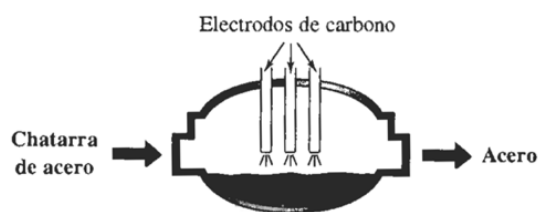


Fig. 1. Horno eléctrico de arco para producir acero líquido a partir de la fundición de chatarra [3].

Además, debido a los cambios en las necesidades humanas o por errores de diseño o construcción en las edificaciones, se generan desechos de este material. Por otro lado, el concreto no puede ser reutilizado para su propósito original; tampoco puede ser descompuesto en sus elementos constitutivos originales. Sin embargo, el concreto puede ser fragmentado en bloques más pequeños para su uso como agregado para concreto nuevo en aplicaciones estructurales. De acuerdo con WRAP [4], los beneficios de utilizarlo en lugar de agregados vírgenes incluyen:

- Reducción en el costo de transporte derivado de la obtención de materiales vírgenes en áreas naturales lejanas a las áreas urbanas donde se requieren.
- Menor impacto ambiental sobre el uso de la tierra al destinar menos desechos a vertederos y conservar tierra que normalmente se utiliza como fuente de materias vírgenes.
- Ventajas en sostenibilidad debido a la larga vida útil del concreto reciclado.
- Menor precio para uso como agregado comparado con agregados vírgenes.

Otros usos del concreto reciclado son: bloques para pavimentar, bancas de uso público, arrecifes artificiales, bases viales, macetas y para relleno [1].

Actualmente, en la Ciudad de México existe una planta recicladora de concreto, la cual tiene una capacidad de procesamiento de 2000 toneladas de residuos de concreto al día [Enrique Granell comunicación personal, 13 de marzo de 2018]. Estos residuos no pueden ser procesados a la misma velocidad que se producen, además, debido a que la planta recicladora es fija, el costo del transporte es elevado, y el tiempo invertido en éste también, lo que constituye una barrera más en el correcto tratamiento de los residuos. Dado que no existe alguna máquina nacional trituradora y separadora para concreto armado, todas las máquinas utilizadas para los procesos de reciclaje se importan del extranjero, con el costo agregado que esto involucra.

Por consiguiente, es importante proponer una máquina de diseño propio para proporcionar una eficiente separación del concreto y material de refuerzo. La máquina debe poseer dimensiones reducidas y ser móvil, para que pueda ser transportada fácilmente, aumentando su versatilidad. Con esta propuesta, se disminuirá la mala gestión de residuos de demolición y por lo tanto, se reducirá el impacto ambiental

que se genera por esta acción, además de producir beneficios económicos al permitir el reciclaje del concreto como agregado para concreto nuevo y la reutilización del acero.

En este documento se proponen tres alternativas de diseño y funcionamiento como una respuesta a la problemática de la ciudad desde la base del análisis de las trituradoras de quijada.

2. Trituración y separación de concreto armado

Para poder reciclar el concreto y el acero de los desechos de concreto armado es necesario separar estos dos componentes. Para lograrlo, primero se rompe el concreto en trozos más pequeños cuyas dimensiones finales dependen del uso que se le quiera dar al concreto. Después del triturado, un imán se encarga de remover el acero, que es retirado fácilmente gracias a que el concreto se ha desprendido de él al ser triturado.

2.1. Trituradoras utilizadas en la industria

Los principios de funcionamiento que se utilizan para la trituración mecanizada del concreto son:

- Sistema de rotor giratorio y placa ajustable.
- Sistema de placa reciprocante y placa ajustable.

El sistema de rotor dentado rompe la materia prima en trozos pequeños gracias a la fuerza ejercida por el movimiento giratorio del mismo y la reducción de espacio entre éste y las placas, esta reducción se puede observar en la Figura 2. Las máquinas que funcionan bajo este principio son conocidas como trituradoras giratorias [5].

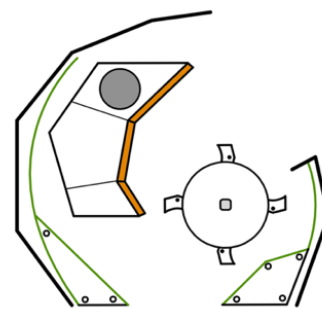


Fig. 2. Esquema de la vista lateral de una trituradora giratoria, adaptado de [6].

El sistema de dos placas involucra el uso de un mecanismo que permite a una de ellas realizar un movimiento reciprocante, y por la presión ejercida entre ambas superficies la materia prima es triturada; la Figura 3 muestra como el espacio entre las placas puede ser fácilmente ajustado para controlar el tamaño final. A estas máquinas se les conoce como trituradoras de quijada o mandíbula [5].

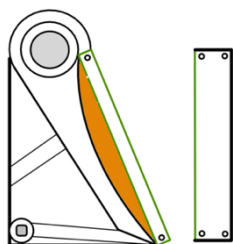


Fig. 3. Esquema de la vista lateral de una trituradora de mandíbula, adaptado de [5,7].

Las máquinas trituradoras tienen un gran uso en el sector minero y de construcción. Para la aplicación de concreto armado, un sistema adicional posterior es requerido para realizar la separación del concreto triturado y el refuerzo (varillas metálicas), mediante el uso de imanes.

A su vez, dependiendo de su independencia y versatilidad, se encuentran dos tipos de máquinas:

- Trituradoras independientes
- Accesorios para excavadoras

Las trituradoras independientes requieren de una fuente de energía externa para funcionar, y son impulsadas por un motor eléctrico o diésel. Dependiendo del modelo pueden ser fijas o móviles; en este último caso se suele utilizar un sistema motorizado con orugas para su transporte. Presentan una gran capacidad de producción y suelen contar con bandas transportadoras para su alimentación y para llevar el concreto triturado al proceso de separación. En este proceso, un imán o electroimán puede ser colocado en diferentes configuraciones para atraer las varillas de acero que después son almacenadas.

En cambio, los accesorios para excavadoras poseen gran movilidad, reducidas dimensiones y peso, y son adaptables a distintos tipos de excavadoras. Además de cucharas trituradoras, también se pueden adaptar electroimanes, cortadoras, etc. Así, estos accesorios utilizan la energía proveída por la propia excavadora para su funcionamiento y no requieren de bandas o sistemas de transporte adicionales. Dependiendo del modelo, pueden incluir electroimanes o sistemas mecánicos que mantengan al acero en el interior de la máquina hasta que el concreto triturado a sido expulsado, o expulsar el concreto junto con el acero para una separación mediante un proceso adicional. En comparación con las trituradoras independientes, su capacidad de producción es mucho más limitada por cuestiones de tamaño.

3. Análisis prospectivo

Se realizó una investigación sobre las máquinas trituradoras en bases de datos de patentes internacionales y con los principales proveedores de dicha maquinaria. Así, se encontró que el principio de funcionamiento más utilizado en la industria es el de mandíbulas [5], pues cuentan con un

sistema mecánico más eficiente, y con un rango más amplio de índice de reducción (I_R).

$$I_R = \frac{D}{d} \quad (1)$$

De la ec. (1) se observa que el índice de reducción es la relación entre la longitud máxima D de una pieza de concreto que admite la máquina a la entrada y la longitud mínima d del producto de la trituración a la salida [5].

Un índice de reducción mayor implica que la máquina es más compacta, o bien, que permite introducir trozos de concreto más grandes, reduciendo o evitando la necesidad de un pre-triturado. Lo anterior se observa más claramente con el esquema mostrado en la Figura 4.

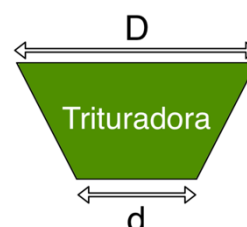


Fig. 4. Esquema del índice de reducción, adaptado de [5].

3.1. Radar de tendencias de evolución

Aplicando la metodología de diseño TRIZ, se analiza el estado actual de las máquinas trituradoras de mandíbula.

En un estudio de millones de patentes, iniciado por Genrich Saulovich Altshuller en 1946, se identificó que los productos evolucionan. Treinta y una tendencias fueron identificadas para conocer el estado de evolución de un producto. Para el caso de las máquinas trituradoras se encontraron 19 tendencias que se pueden aplicar al sistema, de las cuales se procede a analizar en que punto de su proceso evolutivo se encuentran.

Las tendencias identificadas y su estado actual son:

- Reducir las conversiones de energía de n a 0: Una conversión de energía
- Metodología de diseño: Efectos de degradación lenta
- Disminuir la participación humana: Humano + herramienta semi-automática
- Controlabilidad: Adición de retroalimentación
- Disminución de la complejidad del sistema: Una parte por función útil principal
- Grados de libertad: Un grado de libertad (1DOF)
- Evolución del mercado: Producto
- Enfoque de compra del cliente: Rendimiento y confiabilidad
- Amortiguamiento reducido: Amortiguamiento pesado
- Mono-bi-poli Incremento de diferencias: Componentes con características parcialmente diferentes
- Mono-bi-poli Varios objetos: Poli-sistema
- Mono-bi-poli Objetos similares: Bi-sistema
- Coordinación rítmica: Acciones pulsantes

- Reducción de fronteras: Primera etapa, muchos límites
- Incrementar asimetría: Asimetría emparejada
- Reducción de la densidad: Segunda etapa, materiales densos utilizados
- Escala macro a nano: Primera etapa, maquinaria con gran volumen
- Segmentación de objetos: Sólidos altamente segmentados
- Segmentación de superficies: Superficie con protuberancias en 2D

A partir de este análisis, se genera el radar de tendencias de evolución de TRIZ, mostrado en la Figura 5, que permite observar fácilmente el estado evolutivo de las máquinas actuales e identificar los puntos específicos donde es más conveniente realizar una mejora de diseño.

3.2. Tendencias con oportunidades de mejora

Así mismo, algunas de estas tendencias ya están desarrolladas por completo o casi por completo, como es el caso del *incremento de asimetría*, ya que no presentan planos de simetría, o *mono-bi-poly varios objetos* pues existe una gran variedad de componentes mecánicos y eléctricos que en conjunto permiten realizar las funciones de la máquina.

Por lo tanto, no es conveniente proponer mejoras de diseño para estas tendencias, sino que hay que enfocarse en aquellas que se encuentren aún en etapas tempranas. Así, se identifican 9 tendencias con una amplia oportunidad de mejora, las cuales se desarrollan en la Tabla 1.

Tabla 1 – Evoluciones identificadas con oportunidades de mejora

Tendencia	Análisis
Escala macro a nano	Debido al trabajo que realizan, se requiere de mecanismos de grandes dimensiones que sean capaces de proporcionar la fuerza necesaria para triturar efectivamente. Por consiguiente, aún no se ha disminuido casi nada las dimensiones de la maquinaria, por lo que un diseño nuevo que permita reducir el espacio utilizado por el mecanismo es clave para la reducción de espacio.
Reducción de la densidad	Actualmente los materiales utilizados para la construcción de las trituradoras son los metales (primordialmente el acero), que presentan densidades muy elevadas. Sin embargo, con los avances recientes en materiales compuestos capaces de soportar cargas similares a los metales, será posible sustituir todos los elementos mecánicos metálicos con compuestos. Una evolución se puede realizar al reemplazar los eslabones sometidos a las menores cargas/fatiga con compuestos.
Reducción de fronteras	Pueden utilizarse elementos electromecánicos que permitan realizar dos o más funciones simultáneamente, sin embargo, más funciones se comprometerían si falla dicho elemento, sin contar con el incremento en la dificultad del mantenimiento y el costo de dicho elemento, por lo que deben analizarse cuidadosamente las propuestas realizadas sobre esta tendencia.

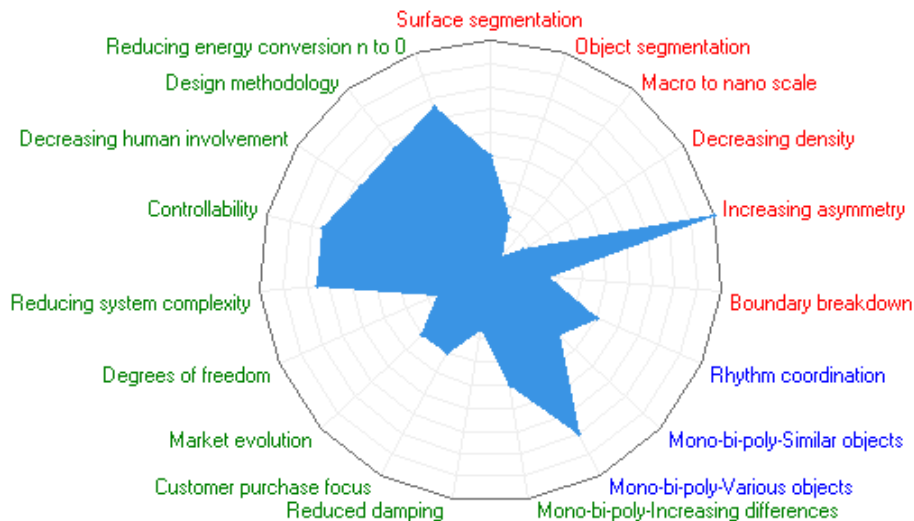


Fig. 5. Radar de tendencias de evolución para trituradoras de mandíbula CREAX™

Mono-bi-poli objetos similares	Cada objeto dentro de las trituradoras se encarga de realizar una función única: Una placa se encuentra estática y su única función es soportar la presión ejercida durante la operación para poder romper el concreto. La segunda placa realiza el movimiento que permite la trituración. Pueden disminuirse los esfuerzos generados en la máquina si el movimiento lo realizaran ambas placas simultáneamente, además, en caso de falla de un componente, la máquina seguiría funcionando con el movimiento simple de una placa.	De las anteriores tendencias analizadas, existen algunas que entran en conflicto, como <i>grados de libertad</i> y <i>escala macro a nano</i> , pues si se añade otro grado de libertad, y por tanto otro actuador, se estaría incrementando el espacio físico requerido por la trituradora, que es precisamente lo que se quiere reducir con la tendencia <i>escala macro a nano</i> .
Reducción del amortiguamiento	Debido al principio de trabajo de la máquina, un amortiguamiento pesado es necesario para garantizar la extensión de la vida útil de los elementos mecánicos. Se pueden utilizar materiales con mayor resistencia a la fatiga así como un aislamiento externo para no requerir un amortiguamiento en el movimiento del mecanismo, incluso las vibraciones producidas podrían beneficiar el proceso de triturado.	<hr/> 4. Propuestas de diseño
Segmentación de superficies	La varilla de concreto presenta distintas configuraciones, sin embargo, la mayoría de las superficies de las trituradoras de mandíbula mantienen protuberancias en 2D. Se pueden introducir protuberancias 3D como conos truncados para permitir una mayor adaptabilidad a entramados de metal.	A partir del radar y del análisis anterior, se proponen tres alternativas, de mayor impacto, en el diseño y funcionamiento del equipo:
Evolución de mercado	Debido a que la demanda de estas máquinas es reducida dado su alto costo y al nicho de clientes que las requieren, existen muy pocas empresas dedicadas al desarrollo y venta de trituradoras de mandíbula en el mundo. El enfoque que se maneja está lejos de ofrecer una experiencia sofisticada para el cliente.	<ul style="list-style-type: none">• Geometría simple del mecanismo. Se propone un mecanismo de 4 o 6 barras, que convierta el movimiento rotacional del actuador al movimiento recíprocante de la placa móvil, de esta forma, es sencillo dar mantenimiento al sistema mecánico, además de que su volumen total es pequeño. Se considerará la ventaja mecánica proporcionada, así como el espacio físico requerido por el mecanismo.• Perfil curvo de las placas. Ante todo, el diseño de la curvatura debe ser óptimo para incrementar los esfuerzos lo menos posible. Además, un diseño curvo permite incrementar la velocidad de triturado, ayudando a reducir las dimensiones de la máquina.• Superficie con diseño 3D. Reducir el área de las protuberancias en las superficies de contacto permitiría romper el concreto con mayor efectividad, pues la presión aumentaría reduciendo la fuerza necesaria ejercida por el mecanismo para una trituración efectiva.
Enfoque de compra del cliente	El rendimiento y la confiabilidad son los factores clave para la compra, sin embargo, el enfoque puede cambiar al diseñar una máquina que ofrezca un fácil y accesible mantenimiento, así como bajos costos del producto y de los componentes de fácil desgaste.	Estas propuestas ponen un énfasis en un sencillo mantenimiento, no incrementar la complejidad del sistema y mantener los costos totales bajos. Aunque, de acuerdo con los objetivos particulares de cada diseñador, se pueden realizar propuestas distintas a partir del mismo radar.
Grados de libertad	Al solo tener un grado de libertad, las trituradoras solo requieren de un motor para su funcionamiento. Añadir otro actuador puede incrementar la versatilidad de la máquina, permitiendo intercambiar los roles de las placas o utilizar ambas para una mayor fuerza de compresión. Sin embargo, el consumo de energía se incrementaría, así como la complejidad general de la máquina.	<hr/> 5. Conclusiones
		A partir del análisis de las trituradoras de concreto y concreto armado, tanto las utilizadas actualmente en la industria, como aquellos diseños de patentes que aún no se encuentran en el mercado, se identificó el nivel de desarrollo de las trituradoras de mandíbula en todas las tendencias aplicables utilizando el radar de tendencias de evolución que propone el método TRIZ.
		Mediante el análisis de dichas tendencias se identificaron aquellas con un alto potencial de mejora, y se propusieron alternativas para cada una de ellas. Estas alternativas tienen como prioridad mantener un mecanismo sencillo que permita un mantenimiento simple y se evita aumentar el número de elementos en la máquina, con el fin de mantener

un costo de producción bajo. A partir de las tres propuestas de diseño planteadas, actualmente se trabaja en la síntesis del mecanismo para una trituradora de mandíbula de diseño propio.

REFERENCIAS

- [1] World Business Council for Sustainable Development. (2015) *Sustainability benefits of Concrete*. Último acceso 6 de abril de 2018, de <http://www.wbcscement.org/index.php/about-cement/benefits-of-concrete>
- [2] Callister, William D. (2009). *Materials Science and Engineering an Introduction*. (8ª edición) EE.UU.: John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-0-470-41997-7
- [3] Askeland, Donald R. (1998). *Ciencia e ingeniería de los materiales*. (3ª edición) México: International Thomson Editores. ISBN: 968-7529-36-9
- [4] The Waste and Resources Action Programme (WRAP). *Recycled Aggregates: guidance for contractors*. Último acceso 8 de marzo de 2018, de <http://www.wrap.org.uk/search/gss/aggregain>
- [5] Benitez, P.L. (1975). *Técnicas modernas de producción de agregados*. México: Facultad de Ingeniería UNAM. Último acceso 9 de mayo de 2018, de <http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/handle/132.248.52.100/13339>
- [6] Henan Vipeak Heavy Industry Machinery Co., Ltd. Página oficial, ultimo acceso 9 de febrero de 2018, de <http://www.vipeakgroup.com>
- [7] Went, G.N. (2003) Peter Maxwell & Associates. Jaw Crusher Bucket. AU patent 2003000062. Sydney: AU.

Anexo 2. Artículo para futura publicación.

Así mismo, se tiene contemplada la publicación de un segundo artículo titulado “Análisis de mecanismos para su implementación como máquina trituradora de concreto armado” como resultado de la presente tesis, para el Congreso Internacional Anual de la SOMIM en su edición XXV, o en su defecto, para una edición futura.

Tema A3a Mecánica Teórica: *Diseño de máquinas*

“Análisis de mecanismos para su implementación como máquina trituradora de concreto armado”

Cos Díaz, J.J.^a, Yañez-Valdez, R.^{a}, Espinosa Bautista, A.^a, Hernández Padilla, F.^a*

^a Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, División de Ingeniería Mecánica e Industrial, Edificio X, Circuito exterior s/n, Ciudad Universitaria, Coyoacán, Ciudad de México, CP 04510, México.

*Autor contacto: ryv77@unam.mx

RESUMEN

El presente trabajo realiza el análisis y la evaluación de un conjunto de mecanismos mediante tres índices de desempeño: ventaja mecánica, rigidez y manipulabilidad, con el fin de discriminar las configuraciones y seleccionar la mejor solución para proporcionar el movimiento y la fuerza requeridas en una máquina trituradora de concreto armado.

Las configuraciones mecánicas fueron seleccionadas de acuerdo con características que comparten; poseen un grado de libertad, y su eslabón de entrada representa el movimiento de una manivela.

A partir de los análisis realizados, la configuración de seis eslabones cuyo efector final es un oscilador presenta las mejores características para la implementación deseada; con la longitud de los eslabones establecida, así como la posición de la bancada definida, se determinó el comportamiento del momento o par necesario a suministrar por el actuador para mantener la fuerza en el efector final durante la carrera de compresión capaz de romper el concreto armado.

Palabras Clave: Concreto, Índice de desempeño, Máquina, Mecanismos, Trituradora.

ABSTRACT

This work develops the analysis and evaluation of different mechanisms by three performance indices: mechanical advantage, stiffness and manipulability, with the purpose of discriminate these configurations and select the optimal solution to provide the required movement and force by the reinforced concrete crusher machine.

The initial configurations where selected based on common characteristics; they all are one degree of freedom mechanisms (DoF=1), and their input link represents the movement of a crank.

From the analysis, it is concluded that the six bar mechanism in which output link performs as an oscillator presents the best characteristics for the desired implementation; with the length of each link and the position of the ground established, the needed input torque behavior was determined in order to keep the required output force along the compression movement able to crush the reinforced concrete.

Keywords: Concrete, Crusher, Machine, Mechanisms, Performance index.

1. Introducción

Por concreto armado se entiende el uso de concreto (mezcla de grava o roca triturada, arena, agua y cemento) en conjunto con barras de acero corrugadas, dando como resultado un material compuesto cuyo comportamiento mecánico superior al del concreto y el acero por separado [1].

El concreto fresco se coloca sobre una estructura de barras de acero previamente armada. Conforme el concreto se endurece y gracias a la superficie corrugada del acero, se dispone de una alta traba mecánica, por lo que la adherencia entre el concreto y el acero es prácticamente total [2].

1.1. Comportamiento mecánico del concreto a compresión

Tanto el cemento como los agregados que componen al concreto presentan un comportamiento frágil y una relación esfuerzo-deformación lineal bajo cargas de compresión [3].

Los materiales frágiles tienden a desarrollar fracturas perpendiculares a la dirección de máxima deformación, por esto mismo, cuando el concreto es encuentra sometido a cargas de compresión, las grietas se propagan en dirección paralela a la fuerza aplicada.

Bajo cargas cíclicas de compresión, la resistencia a la fatiga del concreto es considerablemente menor que su resistencia estática. Si se introduce un esfuerzo cíclico de compresión que varíe entre cero y el esfuerzo máximo del concreto, éste presentará un límite de fatiga de entre el 50%

y 60% de la resistencia a la compresión estática. En el caso de que el concreto sea reforzado, el límite de fatiga es de aproximadamente el 55% de su resistencia a la compresión estática [2]. Es decir, la presencia de barras de acero no tiene casi ningún impacto en la resistencia a la fatiga bajo cargas de compresión en el concreto.

Existen diferentes tipos de concreto, de acuerdo con la relación entre sus componentes. En la Tabla 1 (Adaptada de [3]) se presentan los principales tipos de concreto y su resistencia a la compresión media, obtenida experimentalmente.

Tabla 1 – Resistencia a la compresión de diversos tipos de concreto.

Tipo de concreto	Ensayos realizados	Resistencias promedio [MPa]
Mezcla de concreto ordinaria	317	27.99 – 46.19
Concreto prefabricado	1174	47.64 – 51.16
Concreto ligero	769	29.72 – 37.92
Concreto de alta Resistencia (28 días)	2052	57.5 – 85.49
Concreto de alta Resistencia (56 días)	914	71.91 – 96.53

El cemento continúa su hidratación y endurecimiento durante mucho tiempo (hasta 5 años aproximadamente), sin embargo, su resistencia aumenta a una tasa cada vez menor [2], de forma que puede ser despreciada y, por lo general, se toman las muestras con concreto de 28 días de edad.

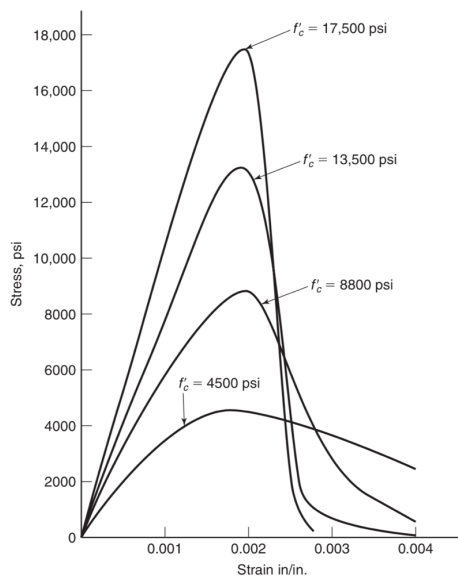


Figura 1 – Curva esfuerzo-deformación ingenieril para diferentes tipos de concreto bajo compresión [3].

Como se observa en la Fig. 1, el comportamiento del concreto no es completamente frágil, a pesar de estar constituido por elementos que si lo son. f'_c representa el esfuerzo máximo obtenido en una prueba con un cilindro de dicho material. La forma de esta curva resulta de la formación gradual de microfracturas dentro de la estructura de concreto.

Los concretos de alta resistencia son actualmente utilizados en la construcción de edificios altos debido a las grandes cargas axiales que tienen que soportar. Un concreto de alta resistencia es aquel que presenta una resistencia a la compresión $f'_c \geq 39$ [MPa] [4], actualmente se emplean mezclas con una resistencia mayor a los 124 [MPa].

1.2. Estado actual de las máquinas trituradoras de concreto en la industria

Las trituradoras de concreto, en su gran mayoría [5], utilizan un principio de funcionamiento que parte de un sistema de dos placas, en donde un mecanismo permite a una de ellas realizar un movimiento recíprocante, mientras la otra se mantiene fija. Gracias a la presión ejercida entre ambas superficies la materia prima es triturada.

Este tipo de trituradoras es conocido como trituradoras de mandíbula o quijada, y resulta importante destacar que existen diversas formas de acción dentro de esta categoría, de acuerdo con la ubicación del punto fijo en la mandíbula móvil. Si esta se encuentra fija a la bancada en la parte superior, donde se alimenta de material, se denomina trituradora tipo Blake; si está fija en la parte inferior se denomina tipo Dodge; y si está fija en medio de la mandíbula se denomina tipo Universal [5].

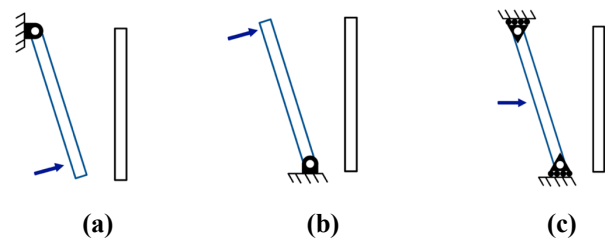


Figura 2 – Trituradora tipo (a) Blake; (b) Dodge; (c) Universal.

Debido a que existen múltiples posibilidades para obtener una configuración que permita realizar la tarea de trituración de concreto, en este trabajo se busca obtener una configuración totalmente mecánica para ser empleada como máquina trituradora de mandíbula, para lo cual se evalúan un conjunto de mecanismos utilizados para tareas de amplificación de fuerzas, mediante tres índices de desempeño, los cuales se describen a continuación.

2. Índices de desempeño

Se analizan diferentes configuraciones de eslabonamientos a partir de tres principales criterios para su discriminación:

- Ventaja Mecánica
- Rigidez
- Manipulabilidad

Estos índices de desempeño fueron seleccionados debido a que relacionan directamente la capacidad de amplificación y control de la dirección de fuerzas en el efector final.

2.1. Ventaja Mecánica

Por definición, la ventaja mecánica (VM) es la relación de magnitudes entre la fuerza de salida entre la fuerza de entrada al mecanismo [6].

$$VM = \frac{F_{out}}{F_{in}} \quad (1)$$

Asumiendo que el mecanismo es un sistema conservativo, es decir, la energía transmitida por el sistema es mucho mayor que la energía de fricción, calorífica, etc. podemos despreocupar estas últimas. Entonces, la potencia que entra al sistema es igual a la que sale, de forma que

$$P_{in} = T_{in}\omega_{in} = T_{out}\omega_{out} = P_{out} \quad (2)$$

$$P_{in} = \bar{F}_{in} \cdot \bar{V}_{in} = \bar{F}_{out} \cdot \bar{V}_{out} = P_{out} \quad (3)$$

$$T = (F)(r) \quad (4)$$

∴

$$VM = \left(\frac{T_{out}}{r_{out}} \right) \left(\frac{r_{in}}{T_{in}} \right); \frac{T_{out}}{r_{out}} = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} \quad (5)$$

O bien

$$VM = \left(\frac{r_{in}}{r_{out}} \right) \left(\frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} \right) \quad (6)$$

Adicionalmente, si el mecanismo presenta un movimiento de salida lineal, para determinar la VM se considera ω_{out} como el eslabón acoplador inmediatamente conectado al eslabón de salida. [6].

2.2. Rigidez

La rigidez se puede definir como la resistencia de un material a deformarse elásticamente [1], de este modo, los eslabones de un mecanismo presentan una rigidez finita que se puede expresar mediante una matriz, de acuerdo con el material de cada eslabón y la posición del mecanismo [7].

La rigidez de las configuraciones se evaluará utilizando el modelo tradicional de rigidez basado en el cálculo de la matriz Jacobiana [8]. Este modelo permite obtener la pseudomatriz de rigidez que relaciona las fuerzas y pares de torsión aplicados al efector final en el espacio Cartesiano al correspondiente desplazamiento lineal y angular [9]. En este modelo, la matriz de rigidez está dada por:

$$K = J^T K_q J \quad (7)$$

Donde J es la matriz Jacobiana de la configuración y K_q es la pseudomatriz de rigidez de las juntas de la configuración.

$$K_q = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_i] \quad (8)$$

Si los eslabones son del mismo material, la ec. (7) se puede reescribir como

$$K = k J^T J; k = \text{cte.} \quad (9)$$

Este modelo asume que todos los eslabones se comportan como cuerpos rígidos [8], y, debido a que depende completamente del comportamiento de la matriz Jacobiana, en los puntos en los que la configuración presente una singularidad, la pseudomatriz de rigidez también se volverá singular, indicando que el mecanismo pierde rigidez [9].

2.3. Manipulabilidad

Originalmente pensada para el diseño cinemático de dedos robóticos, la manipulabilidad puede ser definida como la capacidad para mover y aplicar fuerzas en direcciones arbitrarias [7].

Yoshikawa [10] propone un tratamiento matemático para determinar la manipulabilidad en robots manipuladores de lazo abierto, sin embargo, gracias a la generalidad de esta propuesta, su formulación es igualmente válida para mecanismos de lazo cerrado [11].

El tratamiento de Yoshikawa se puede considerar como el siguiente algoritmo:

- Determinar la matriz Jacobiana del mecanismo, J .
- Obtener la matriz $A = J J^T$.
- Determinar los Eigenvalores λ_i y los Eigenvectores u_i .
- Los ejes principales del elipsoide de manipulabilidad son $\sigma_i u_i$, donde $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$.

Si ahora se define la matriz $A = (J J^T)^{-1}$, el elipsoide obtenido es el elipsoide de fuerzas. Su significado es similar al del elipsoide de manipulabilidad; el eje mayor representa mayor facilidad para ejercer una fuerza, y el eje menor una mayor dificultad.

El elipsoide de manipulabilidad y el de fuerzas están relacionados. Debido a la forma en la que están definidos, ambos presentan los mismos ejes principales, u_i , y las longitudes de sus semiejes principales son recíprocas [11].

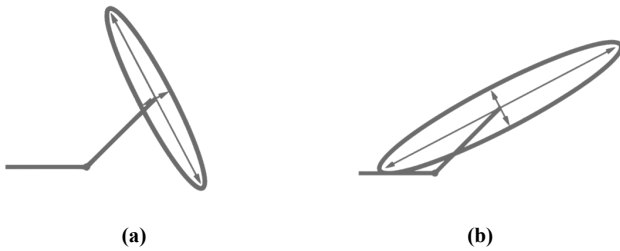


Figura 3 – Ejemplo de los elipsoides de manipulabilidad (a) y fuerzas (b) con la longitud de sus semiejes recíprocas [11].

Es posible medir de forma más cuantitativa a partir de tres medidas de manipulabilidad que obtienen como resultados valores escalares fácilmente comparables.

Estas tres medidas se muestran a continuación:

Medida de manipulabilidad 1. Relación de semiejes.

$$\mu_1 = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \geq 1 \quad (10)$$

Indica que tanto se aproxima a presentar una manipulabilidad isotrópica. Si $\mu_1 = 1$ el elipsoide entonces es una esfera perfecta, y la capacidad de movimiento y fuerza del mecanismo será igual sin importar la dirección de acción.

Medida de manipulabilidad 2. Número de condición.

$$\mu_2 = \frac{\sigma_{max}^2}{\sigma_{min}^2} = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \geq 1 \quad (11)$$

Indica, al igual que el índice anterior, la distorsión del Jacobiano; en una postura ideal, el elipsoide se convierte en una esfera perfecta [11].

Medida de manipulabilidad 3. Proporcional al volumen del elipsoide.

$$\mu_3 = \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_i} = \sqrt{\det(A)} \quad (12)$$

De forma similar a la relación de los semiejes, si el volumen del elipsoide de manipulabilidad aumenta, el volumen del elipsoide de fuerzas disminuye, y viceversa.

3. Análisis de las configuraciones mecánicas

Se analizan diferentes configuraciones de eslabonamientos que, a partir de un movimiento rotatorio de entrada, proporcionen un movimiento recíprocante en la salida.

Debido a su aplicación como máquina trituradora, no se considerarán configuraciones con más de seis eslabones, pues el área ocupada por el mecanismo debe ser la mínima posible. Las configuraciones candidatas se muestran en la Tabla 2.

Para la determinación de los índices de desempeño de cada mecanismo se realiza un análisis cinemático. Utilizando el software Wolfram Mathematica, es posible obtener estos valores para cada grado de giro de la manivela, así como obtener gráficas que permitan observar las curvas de movimiento de los elementos. Para realizar este análisis cinemático se utilizan las ecuaciones de lazo partiendo de la definición vectorial del mecanismo. Las dimensiones de todas las configuraciones se escalan con el propósito de mantener en un mismo tamaño todos los mecanismos candidatos para compararlos en igualdad de circunstancias.

Tabla 2 – Configuraciones mecánicas candidatas

Tipo de eslabón efector	Número de eslabones	Ilustración	Nombre clave
Oscilador	4		MO4
Oscilador	4		MO4.2
Corredera	4		MC4
Oscilador	6		MO6
Corredera	6		MC6
Corredera	6		MC6.2
Corredera	6		MCR6
Oscilador	5		MO5

3.1 Análisis cinemático

El primer análisis que se realiza es el análisis de posición del mecanismo, el cuál permite determinar la posición espacial de todos los eslabones en el plano, para cada $\Delta\theta$ de la manivela.

Se definen las ecuaciones de lazo necesarias, de acuerdo con el número de incógnitas que se desean encontrar. La longitud x_i de cada eslabón l_i , $i \in N(1, \dots, 6)$ se propone de tal forma que todas las configuraciones presenten la misma área total necesaria para realizar su movimiento.

Ya que el mecanismo es de un grado de libertad ($DoF = 1$), la variable a controlar será el ángulo de la manivela, definido como θ_2 .

Para ilustrar las consideraciones realizadas en el análisis se utilizará el mecanismo MO4.

A continuación, se definen el sistema de referencia inercial, así como los sistemas locales para cada eslabón, y se asignan los ángulos y las distancias para cada eslabón, como se muestra en las Fig. 4 y Fig. 5, respectivamente.

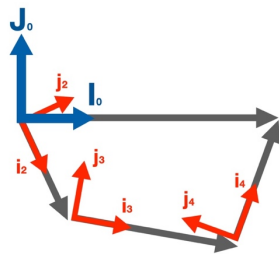


Figura 4 – Sistema de referencia inercial (I_0, J_0) y sistemas de referencia locales.

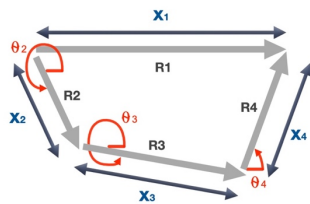


Figura 5 – Distancias y ángulos para cada eslabón.

En este caso, para MO4, es importante considerar que, si el eslabón más corto se denomina S , el eslabón más largo L , y los otros dos P y Q , se debe cumplir la relación

$$L + S < P + Q \quad (13)$$

Donde tierra debe ser un eslabón adyacente a S , en este caso se a fijado el eslabón R1.

Las incógnitas son:

$$\theta_3, \theta_4$$

El total de incógnitas es 2, por lo tanto, se requiere una ecuación vectorial.

Dicha ecuación vectorial se determina a partir de los vectores definidos anteriormente, ilustrados en la figura 5.

$$\mathbf{R2} + \mathbf{R3} + \mathbf{R4} - \mathbf{R1} = 0 \quad (14)$$

Donde

$$\mathbf{R1} = [x_1, 0, 0]^T \quad (15)$$

$$\mathbf{R2} = Rz(\theta_2) \cdot \mathbf{r}_2 \quad (16)$$

$$\mathbf{R3} = Rz(\theta_3) \cdot \mathbf{r}_3 \quad (17)$$

$$\mathbf{R4} = Rz(\theta_4) \cdot \mathbf{r}_4 \quad (18)$$

Y donde $Rz(\theta_n)$ es la matriz de rotación del ángulo θ_n y los vectores \mathbf{r}_n están definidos como se muestra a continuación:

$$\mathbf{r}_2 = [x_2, 0, 0]^T \quad (19)$$

$$\mathbf{r}_3 = [x_3, 0, 0]^T \quad (20)$$

$$\mathbf{r}_4 = [x_4, 0, 0]^T \quad (21)$$

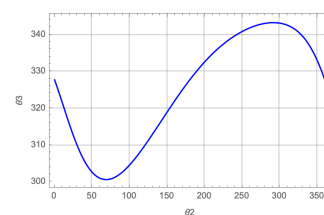
La ec.14 se resuelve numéricamente mediante el método de Newton-Raphson proponiendo valores estimados de las incógnitas a encontrar.

Para la posición inicial con $\theta_2 = 0$ se propone

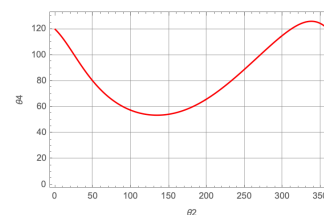
$$\theta_3 = 330^\circ \quad (22)$$

$$\theta_4 = 120^\circ \quad (23)$$

Con ayuda del software Mathematica, se grafican los valores de θ_3 y θ_4 para el giro completo de θ_2 , obteniendo el comportamiento que se muestra en la Fig. 6.



(a)



(b)

Figura 6 – Curvas de posición para el eslabón 3 (a) y 4 (b) con respecto al giro de la manivela.

Al derivar las ecuaciones escalares resultantes de la ec. 14, se obtienen las curvas de velocidad para los eslabones 3 y 4, como se muestra en la figura 7.

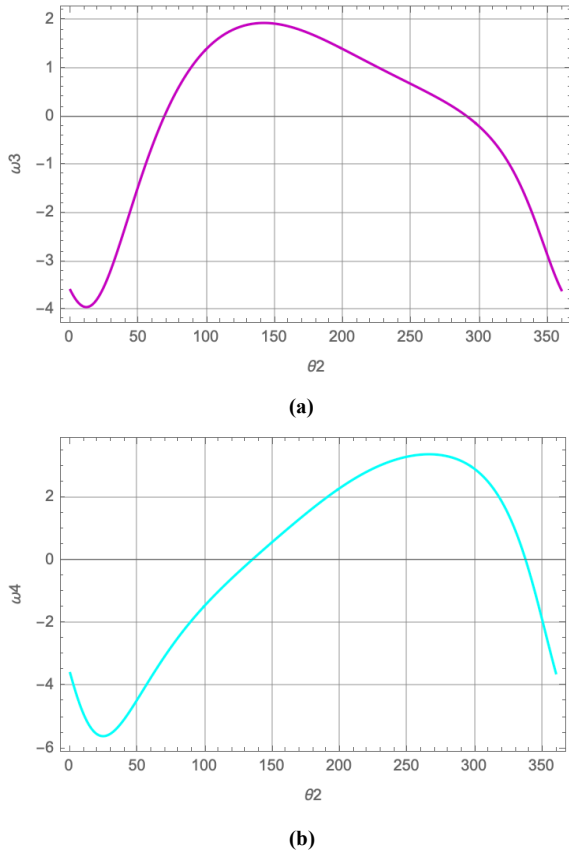


Figura 7 – Curvas de velocidad para el eslabón 3 (a) y 4 (b) con respecto al giro de la manivela.

3.2 Ventaja Mecánica de las configuraciones

Con la información de la posición y velocidad del efector final en cada configuración, se determinan los índices de desempeño, comenzando con la ventaja mecánica, mediante la ec. (6).

Debido a que resulta complicado comparar las ocho configuraciones simultáneamente, los resultados se presentan en dos secciones, para los mecanismos de cuatro eslabones, en la Fig. 8(a), y para los mecanismos de cinco y seis eslabones, en la Fig. 8(b).

De la Fig. 8(a) es claro que el mejor comportamiento lo presenta el mecanismo manivela corredera, al mantener una ventaja mecánica mayor durante un mayor rango de giro.

Por otro lado, en la Fig. 8(b) se observa que ambas configuraciones con corredera tienen una ventaja mecánica muy inferior a aquellas con oscilador, por lo que se descartan.

Otro factor importante para determinar la utilidad que tiene la ventaja mecánica de cada configuración es la posición del eslabón de salida cuando se alcanza una ventaja

mecánica alta. Lo más conveniente es que esto ocurra en la carrera de ida del eslabón de salida, pues es el momento ideal para realizar la tarea de trituración.

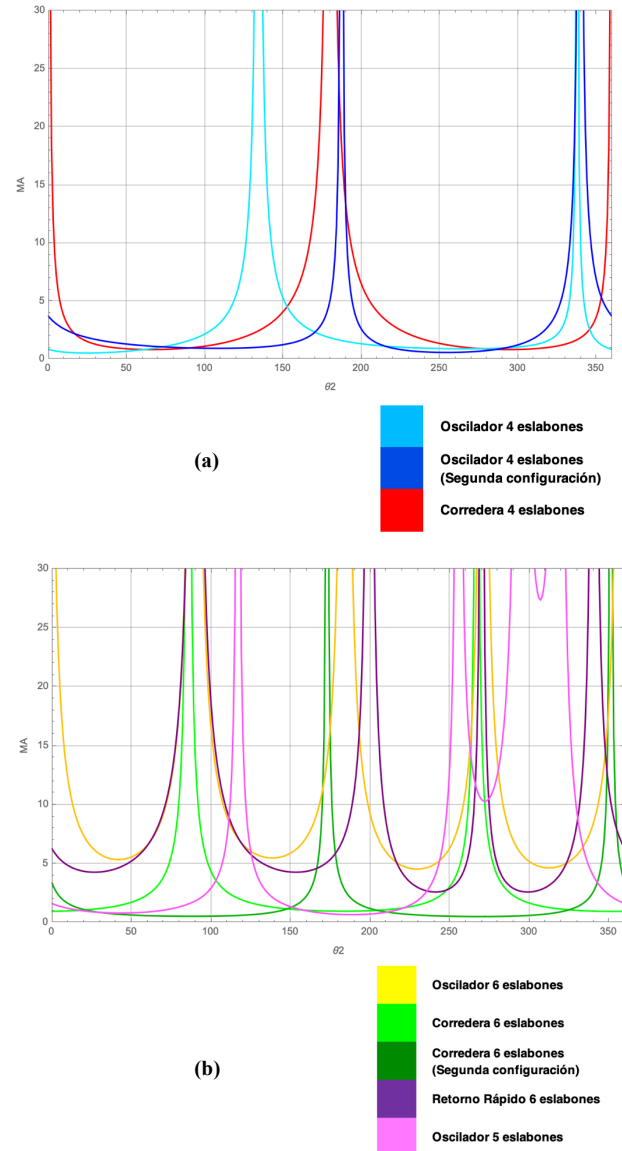


Figura 8 – Ventaja mecánica de las configuraciones de cuatro eslabones (a) y cinco y seis eslabones (b) para un giro completo de la manivela.

A continuación, en la Fig. 9 se muestra la ventaja mecánica de las configuraciones con los mejores resultados y el rango de giro de la manivela para el cuál el eslabón final realiza la carrera de ida y de retorno, como una zona indicada en color azul y rojo, respectivamente.

Se observa que en todos los casos la VM se eleva considerablemente durante la acción de trituración de cada configuración, sin embargo, todas presentan también incrementos de VM en las posiciones no deseadas. Debido a la naturaleza de la tarea, lo anterior no presenta algún inconveniente.

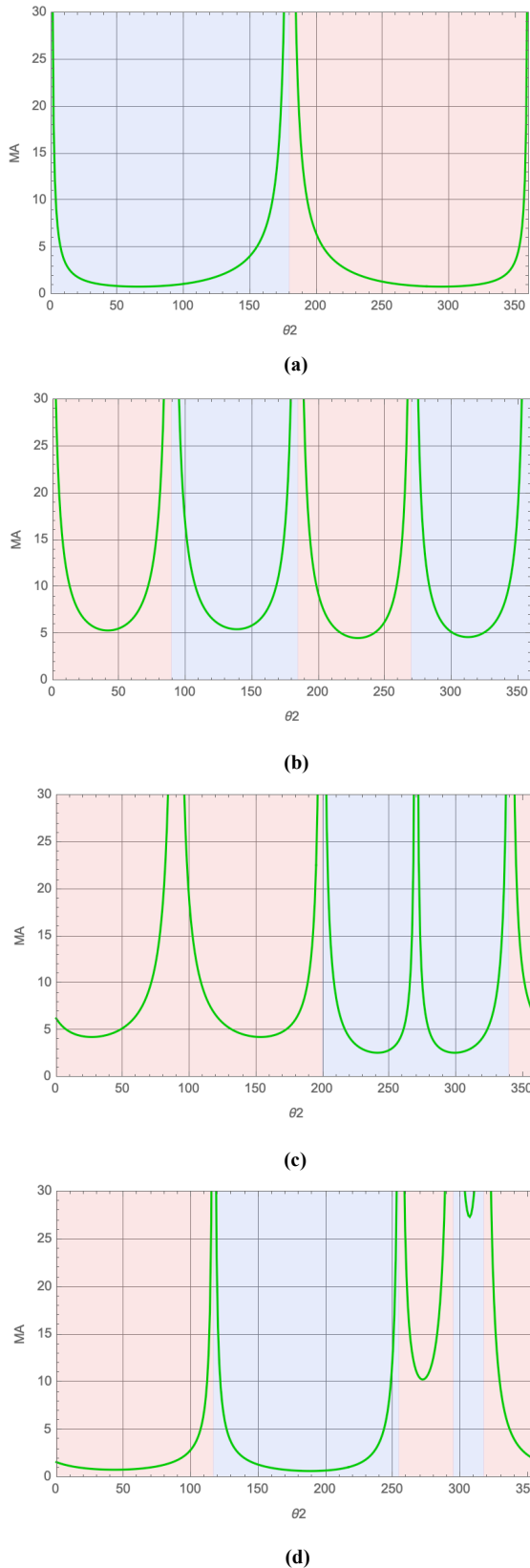


Figura 9 – Ventaja mecánica durante la carrera de acción (azul) y retorno (rojo) para las configuraciones MC4(a), MO6(b), MCRR(c) y MO5(d).

3.3 Rigidez de las configuraciones

Para poder discernir entre las configuraciones con mejor ventaja mecánica se utiliza el modelo cinetoestático de rigidez como índice de desempeño, al permitir medir cuantitativamente la capacidad de cada mecanismo a resistir altas cargas externas sin sufrir grandes deformaciones.

Este modelo de rigidez utiliza la matriz Jacobiana del mecanismo para determinar la rigidez, que varía conforme cambia la posición del mecanismo.

Con los valores de posición obtenidos en el análisis cinemático, se obtiene la matriz Jacobiana para cada grado de giro de la manivela y se grafica el Jacobiano (determinante de la matriz Jacobiana), que permite observar, además, si el mecanismo presenta singularidades en su movimiento.

Para ilustrar las consideraciones realizadas en el análisis se utilizará el mecanismo MC4.

De la ecuación de lazo del mecanismo se obtienen las siguientes ecuaciones escalares:

$$-x_4 + 0.2 \cos[\theta_2] + 0.35 \cos[\theta_3] \quad (24)$$

$$0.2 \sin[\theta_2] + 0.35 \sin[\theta_3] \quad (25)$$

Por lo que la matriz Jacobiana es:

$$J = \begin{pmatrix} -0.35 \sin[\theta_3] & -x_4 \\ 0.35 \cos[\theta_3] & 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

De acuerdo con la ec. (9), la pseudomatriz de rigidez del mecanismo es:

$$K = k \begin{pmatrix} 0.1225 \cos^2[\theta_3] + 0.1225 \sin^2[\theta_3] & 0. + 0.35 x_4 \sin[\theta_3] \\ 0. + 0.35 x_4 \sin[\theta_3] & x_4^2 \end{pmatrix} \quad (27)$$

Su determinante, asociando una constante $k = 1$ y evaluando las variables para cada grado de giro de la manivela se muestra en la Fig. 10.

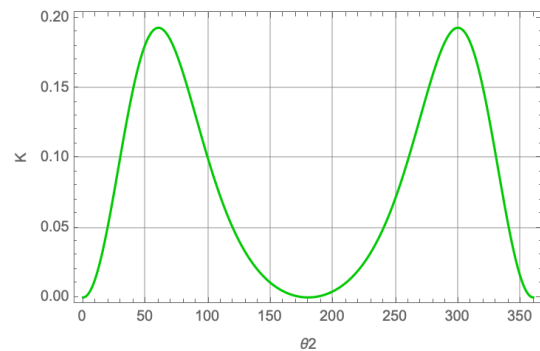


Figura 10 – Determinante de la pseudomatriz de rigidez para un giro completo de la manivela en la configuración MC4.

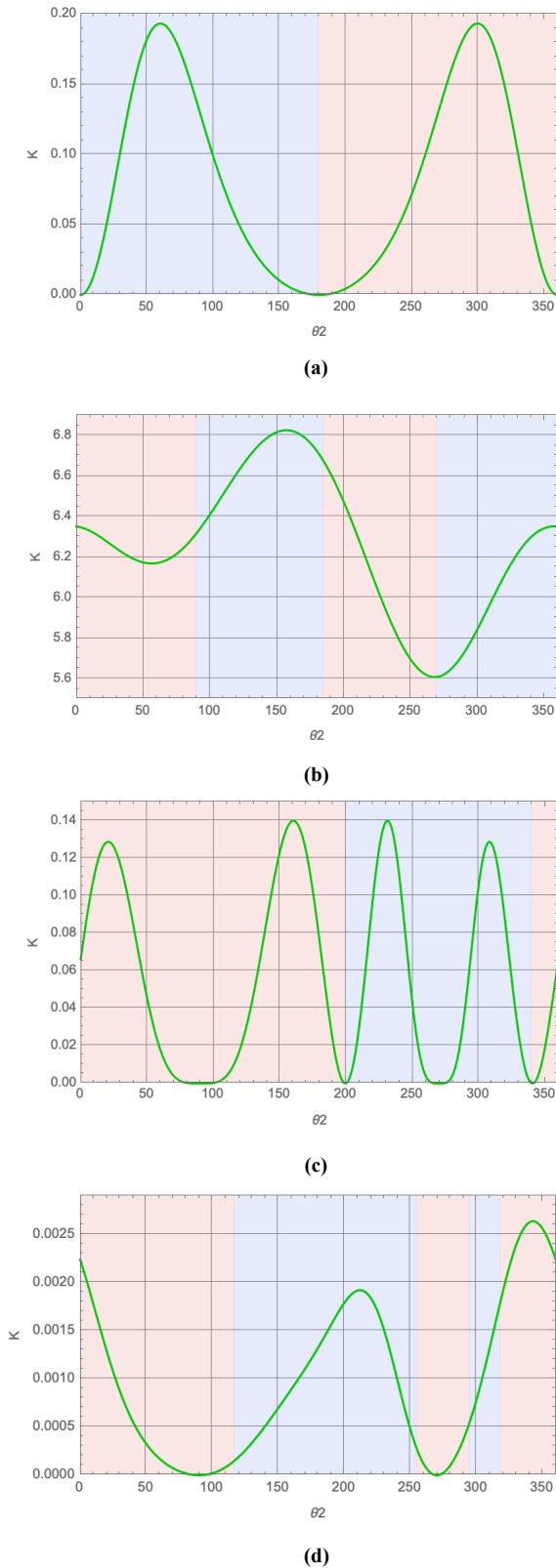


Figura 11 – Rigidez durante la carrera de acción (azul) y retorno (rojo) para las configuraciones MC4(a), MO6(b), MCR(c) y MO5(d).

Debido a las diferentes dimensiones de las configuraciones, el valor del determinante no tiene tanta relevancia como el comportamiento de la rigidez durante el movimiento del elemento efector, por lo que se realiza un análisis similar al de la ventaja mecánica, resaltando en azul el movimiento de acción y en rojo el movimiento de retorno para cada mecanismo, como se ilustra en la Fig.11.

Se observa que la rigidez de los mecanismos corredera de cuatro barras, retorno rápido de seis barras y oscilador de cinco barras llega a ser cero en varios puntos del movimiento; esto ocurre ya que en dichos puntos el valor de su Jacobiano también es cero.

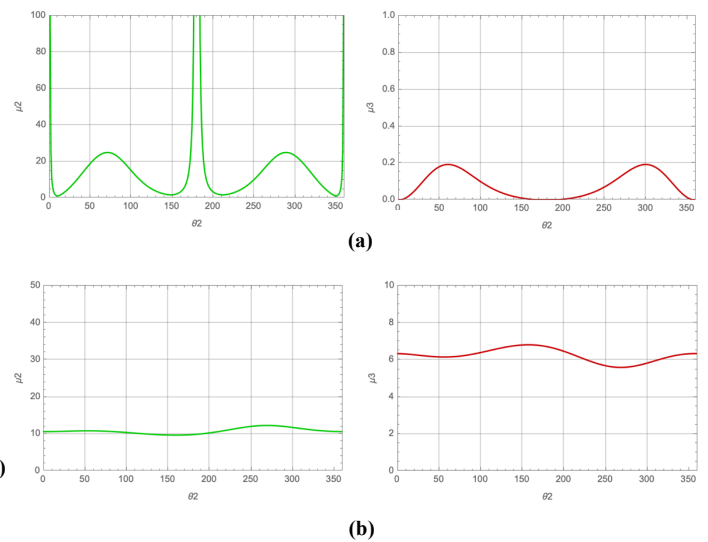
Comparando la Fig. 9(a) con la Fig. 11(a) se observa que cuando el mecanismo MC4 alcanza una ventaja mecánica máxima, también presenta la rigidez más baja, un comportamiento no deseable.

Por su parte, el mecanismo de retorno rápido, MCR, presenta un comportamiento fluctuante en su rigidez durante su movimiento de ida, alcanzando el punto mínimo cero a la mitad de este recorrido.

Es claro que el mejor comportamiento lo presenta la configuración MO6, no solo al tener una tendencia incremental durante el movimiento de ida, sino también porque ambos máximos de rigidez se alcanzan durante este recorrido.

3.4 Medidas de manipulabilidad de las configuraciones

Se obtienen los Eigenvalores de la matriz A para cada posición del mecanismo, y de acuerdo con las ecs. (10)-(12), se grafican las medidas de manipulabilidad. Debido a que la medida μ_1 y μ_2 (ecs. (10) y (11)) presentan siempre el mismo comportamiento, y los valores escalares no son relevantes en este momento, solo se graficarán las medidas μ_2 y μ_3 . Los resultados obtenidos se ilustran para las configuraciones MC4, MO6, MCR y MO5, en las Figs. 12(a)-(d), respectivamente.



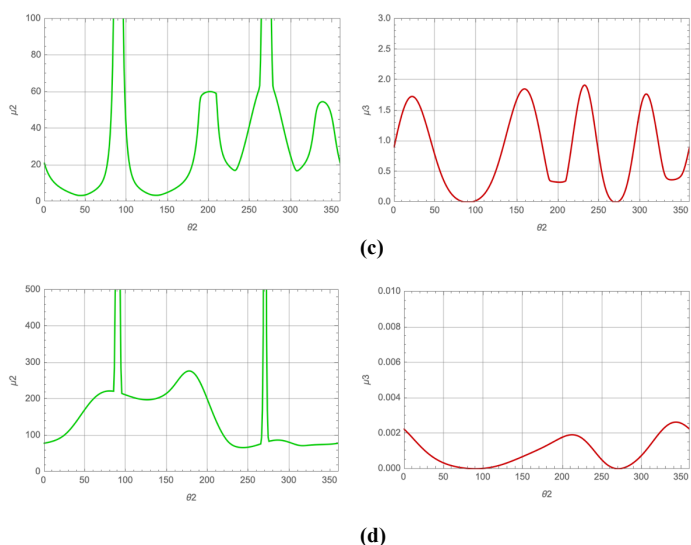


Figura 12 – Medidas de manipulabilidad μ_2 (verde) y μ_3 (rojo) para las configuraciones MC4(a), MO6(b), MCRR(c) y MO5(d).

A partir de estas medidas, podemos observar que el comportamiento del mecanismo de retorno rápido es errático, lo que resulta en oscilaciones rápidas en el volumen del elipsoide, lo que da como resultado una capacidad para ejercer fuerza muy variable en el recorrido del efector final.

El comportamiento del mecanismo oscilador de seis barras es sumamente constante, con un volumen del elipsoide similar a lo largo de todo el movimiento, y sin incrementos de anisotropía considerables.

Por otro lado, los dos mecanismos restantes tienen un comportamiento aceptable, incrementando la anisotropía de manipulabilidad en los mismos puntos que se incrementa su ventaja mecánica.

4. Par requerido por el motor para la máquina

De acuerdo con los análisis realizados a partir de los resultados de cada índice de desempeño, la configuración que mejor desempeño obtuvo en cada uno de los puntos evaluados fue el mecanismo con oscilador de seis barras.

No solo presenta el mejor comportamiento de ventaja mecánica, sino que mantiene una rigidez alta que se incrementa durante las carreras de ida, estando siempre libre de caer en singularidades y con un comportamiento casi constante en cuanto a manipulabilidad de movimiento y fuerzas.

Pese a que el concreto es considerado de alta resistencia con un $f'_c \geq 39 [MPa]$ [4], algunas edificaciones actualmente emplean concretos con hasta $f'_c = 131 [MPa]$ [12]. Por lo anterior, se considerará un caso crítico en el que el concreto a triturar presente esta propiedad, además de emplear un factor de seguridad de 1.5, por el incremento en resistencia que presenta el material al someterse a cargas biaxiales, es decir, la fuerza de la placa trituradora no va a aplicarse de forma completamente axial. Pese a que el incremento en resistencia no es tan considerable, como se

muestra en la Figura 1.2, el factor se elige por la incertidumbre presente en nuevos tipos de concreto de alta resistencia.

Con respecto al área de impacto, se considera el área de la mandíbula móvil, pues sin importar el acabado superficial de esta, el mecanismo debe ser capaz de producir el par necesario para romper el concreto en el caso crítico de este se encuentre localizado homogéneamente en toda la superficie disponible. Por lo tanto, la fuerza de compresión necesaria es:

$$F_c = (131 [MPa])(1.27764 [m^2])(1.5) \quad (28)$$

$$F_c = 251.05626 \times 10^6 [N] \quad (29)$$

Para el análisis se considera esta fuerza, así como el peso de los eslabones, con el objetivo de determinar el comportamiento del par a ejercer por el motor.

Un diagrama general con las fuerzas externas a la máquina se muestra en la Fig. 13.

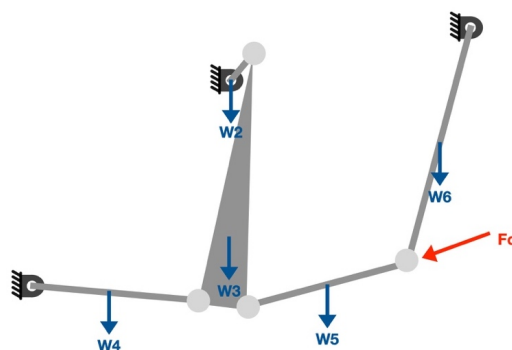


Figura 13 – Fuerzas externas al mecanismo.

La fuerza de compresión solo es requerida durante el movimiento de ida del efector final, por lo que, del análisis de movimiento, se considera $F = F_{max}$ en este intervalo, y $F = 0 [N]$ durante el movimiento de regreso. La gráfica de este comportamiento se ilustra en la Fig. 14.

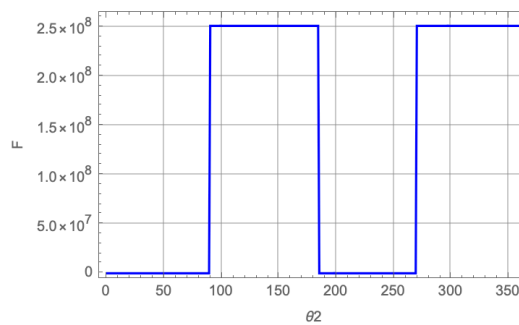


Figura 14 – Fuerza de compresión F_c .

El par requerido por el motor está en términos de las masas y la inercia de cada uno de los eslabones, pues debido a la posición de funcionamiento de la máquina, y a la densidad de los eslabones, es importante considerar estos efectos.

El análisis dinámico de fuerzas, realizado mediante el software Mathematica, indica que el par máximo del motor se requiere en la posición del mecanismo cuando $\theta_2 = 311^\circ$ y está dado por:

$$T_m = 2.07672 m_3 + 0.959082 m_4 + 0.849352 m_5 - 0.0383334 m_6 - 0.18868 I_{G3} + 0.862734 I_{G4} + 0.951554 I_{G5} + 0.0039603 I_{G6} - 1.09573 \times 10^7 [N m] \quad (30)$$

Por supuesto, el par exigido es diferente para cada posición, y es altamente influenciado por el efecto de la fuerza de compresión.

Ya que se desconocen las masas e inercias de los eslabones, con motivos ilustrativos, que permitan observar el comportamiento del par a lo largo del rango de movimiento de la máquina, se asumen

$$m_i = I_{Gi} = 1 ; i = 2, 3, 4, 5, 6. \quad (31)$$

Así, la Fig. 15 muestra el comportamiento del par del motor para un giro completo de la manivela.

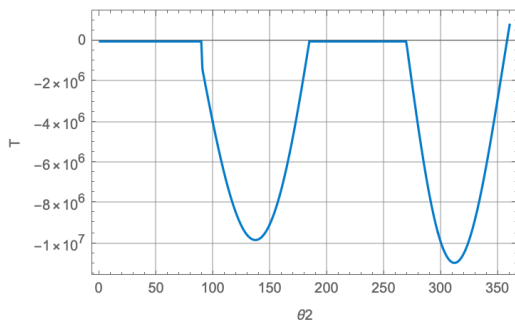


Figura 15 – Comportamiento del par de entrada requerido.

5. Propuesta de configuración

Se presenta un modelo tridimensional de la configuración mecánica utilizando el software de CAD Inventor, incluyendo una propuesta de la carcasa lateral de la máquina para la protección de los componentes internos del mecanismo.

En la Fig. 16 se muestra el modelo del mecanismo, y en las Figs. 17(a) y (b) vistas del modelo con la propuesta de bancada lateral.

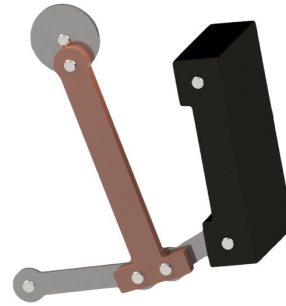


Figura 16 – Modelo en CAD de la configuración mecánica propuesta.

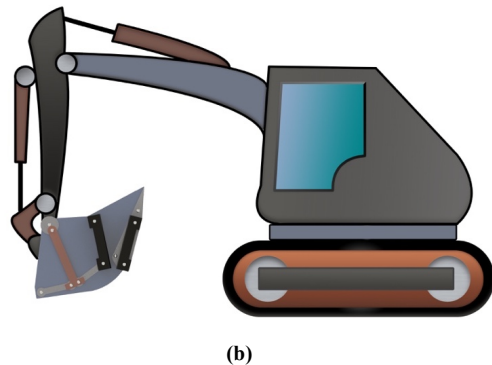
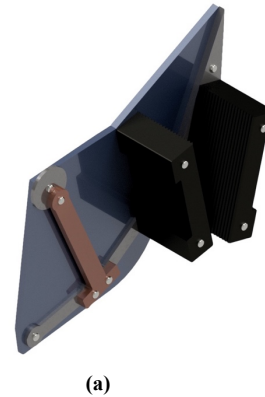


Figura 17 – Vista diagonal de la máquina con la bancada y la mandíbula fija (a) y la máquina dispuesta como cuchara en una excavadora (b).

6. Conclusión

La configuración de seis eslabones cuyo efector final es un oscilador fijo a la bancada en su posición superior presenta las mejores características para su implementación como mecanismo base en la trituradora de mandíbulas, gracias no solo a su elevada ventaja mecánica durante la etapa de compresión, sino también al comportamiento de su elipsoide de fuerzas, que permanece con un número de condición prácticamente constante a lo largo de todo el rango de movimiento del mecanismo, y a su rigidez, que incrementa también durante la etapa de compresión y no decae a un valor de cero en posición alguna, lo que además presenta una ventaja matemática, pues se podrá predecir el

comportamiento de la máquina para todo su ciclo de movimiento, sin presentar singularidades.

Con la longitud de los eslabones establecida, así como la posición de la bancada definida, se realizó el análisis dinámico de fuerzas de la configuración, y se determinó el comportamiento del par necesario a suministrar por el actuador para mantener la fuerza en el efector final durante la carrera de compresión capaz de romper el concreto armado.

De la expresión del par máximo requerido se observa que las masas e inercias de los eslabones tienen más bien poco impacto, y la constante inducida por la resistencia mecánica del concreto armado es la principal razón de los valores tan grandes de par registrados. Lo anterior resulta evidente si se considera que se tomó el caso límite de concreto de alta resistencia con una resistencia a la compresión de 131 [MPa] bajo cargas biaxiales.

Agradecimientos

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM TA101119.

REFERENCIAS

- [1] Callister, William D. (2009). *Materials Science and Engineering an Introduction*. (8a edición) EE.UU.: John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-0-470-41997-7
- [2] Nilson, Arthur H. (2001) *Diseño de estructuras de concreto*. (12a edición) México: McGraw Hill Interamericana. ISBN: 958-600-953-X
- [3] Wight J.K. y MacGregor, J. G. (2012) *Reinforced concrete: Mechanics & Design*. (6a edición) EE.UU.: Pearson Education, Inc. ISBN-13: 978-0-13-217652-1
- [4] Gómez, Miguel Á. (2011). *Diseño estructural de edificios altos tipo torre empleando concreto de alta*

resistencia. México: Facultad de Ingeniería UNAM.

- [5] Delgado, Santos P. (2011). *Implementación de chancadores de impacto en la producción de gravillas para uso en concretos asfálticos de rodadura*. Chile: Facultad de Ciencias de la Ingeniería, Universidad Austral de Chile.
- [6] Erdman, Arthur G., Sandor, George N. y Kota, S. (2001) *Mechanism Design: Analysis and Synthesis* (4a edición) New Jersey: Pearson Education, Inc. ISBN: 0-13-040872-7
- [7] Lynch, Kevin M. y Park, Frank C. (2017) *Modern Robotics. Mechanics, Planning and Control* (1a edición) EE.UU.: Cambridge University Press. ISBN: 978-110-71-5630-2
- [8] Zhang, D. y Wei, B. (2014) *Comparison and Verification of Several Stiffness Models for a Family of Parallel Manipulators*. Proceedings of the International Conference of Control, Dynamic Systems, and Robotics Ottawa, Ontario, Canada, May 15-16 2014. Paper No. 73.
- [9] Yañez-Valdez, R., Téllez-Galván, J., Arguelles-Castañeda, M., Munive-Roldan, E.G. y Ayala-Ruiz, A. (2018) *Modelo cinetostático de rigidez de una máquina herramienta paralela*. Memorias del XXIV Congreso Internacional Anual de la SOMIM, Campeche, Campeche, México. 19-21 de septiembre de 2018.
- [10] Yoshikawa, T. (1990) *Foundations of Robotics. Analysis and Control* (1a edición) EE.UU.: The MIT Press. ISBN: 0-262-24028-9
- [11] Park, F.C. y Kim, JW. (1998) *Manipulability of Closed Kinematic Chains*. Journal of Mechanical Design, 120(4), 3-7. doi: 10.1115/1.2829312
- [12] PCA, America's Cement Manufacturers, Official page. Último acceso 16 de abril de 2019, de <https://www.cement.org>