



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN  
POTENCIALES ÓPTICOS ALEATORIOS

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**Físico**

PRESENTA:

**Hugo Harleston Aguirre**

TUTOR:

Dr. Alejandro Vásquez Arzola



Ciudad Universitaria, México, Cd. de México, 2019



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

- 
1. Datos del alumno  
Harleston  
Aguirre  
Hugo  
55 36 59 25 97  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
Física  
311618402
  2. Datos del tutor  
Dr.  
Alejandro  
Vásquez  
Arzola
  3. Datos del sinodal 1  
Dr.  
Eugenio  
Ley  
Koo
  4. Datos del sinodal 2  
Dr.  
Pedro  
Quinto  
Su
  5. Datos del sinodal 3  
Dra.  
Karen Patricia  
Volke  
Sepúlveda
  6. Datos del sinodal 4  
Dra.  
Marcela Dolores  
Grether  
González
  7. Datos del trabajo escrito  
Dinámica de partículas activas en potenciales ópticos aleatorios  
85p  
2019

*Para ti, Abuelito Quito.*





# Reconocimientos

---

Considero que el presente trabajo ha sido posible únicamente gracias al apoyo, orientación, y colaboración de un nutrido grupo de personas: maestros, amigos, y familiares. Mencionarlos a todos en este espacio no es posible, pero no quiero dejar pasar la oportunidad de hacer unas menciones especiales.

Quiero agradecer al Dr. Alejandro Vásquez Arzola, por enseñarme y orientarme con infinita paciencia a lo largo de este proyecto. También a la Dra. Karen Volke Sepúlveda y a todo el grupo de trabajo del Laboratorio de Micromanipulación Óptica del Instituto de Física de la UNAM por su escucha, consejos y comentarios que siempre tuvieron como objetivo el mejorar la calidad de mi trabajo. Extiendo mi agradecimiento al proyecto DGAPA-PAPIIT IA104917: Estudio del transporte de motores brownianos utilizando trampas de luz: mica autónoma y no autónoma (continuación).

Quiero darle mi más profundo agradecimiento al Dr. Carlos Manuel Urzúa Macías, por el enorme apoyo e interés que ha mostrado a lo largo del proceso que ha sido mi carrera universitaria. Gracias por otorgarme la beca de ayudante de Investigador del CONACyT, las cartas de recomendación, y por permitir acercarme un poco más a líneas de investigación nuevas para mí.

Muchos amigos míos han estado presentes a lo largo de este proyecto, siempre mostrando su interés, preguntándome, escuchándome y aconsejándome cuando lo necesito. Gracias Sandra, Poncho, Charlie, Joel, Lydia y Alan, por todos los momentos vividos, y por todos los que faltan por vivir. Gracias por su apoyo.

Por último, quiero mencionar de manera muy especial a las personas más cercanas a mí: aquellas que me han impulsado y apoyado desde el primer día, y que nunca dejarán de hacerlo. Mamá, Papá y Andrea, todos mis logros han sido posibles gracias a ustedes; todo lo que hago siempre lleva un poco de ustedes en ello, ya que soy quién soy gracias a ustedes.



*GRACIAS*





# Declaración de autenticidad

---

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Hugo Harleston Aguirre. Ciudad Universitaria, México, Cd. de México, 2019



# Resumen

---

El trabajo que aquí se presenta tiene como objetivo hacer un estudio exploratorio sobre la dinámica que presentan partículas activas que se encuentran bajo la influencia de potenciales ópticos aleatorios, también conocidos como patrones de speckle. Para ello, el trabajo se puede dividir en dos secciones principales, una conceptual y una experimental. En la conceptual, conformada por los primeros tres capítulos, se introduce al lector a los distintos conceptos utilizados en el desarrollo del trabajo. Se habla sobre partículas activas: ¿qué son? Sus tipos y características son mencionados. Se discute su movimiento a partir del movimiento Browniano activo y pasivo. Las partículas activas de Janus, utilizadas en este trabajo, también son discutidas aquí, junto con la termoforesis: movimiento generado a partir de la presencia de un gradiente de temperatura en un medio con un soluto presente. En este caso, dicho gradiente es generado por la absorción de luz en las partículas de Janus. El concepto de desplazamiento cuadrático medio (MSD, por sus siglas en inglés) es discutido, y su utilidad para analizar el comportamiento de partículas activas también. Los patrones de speckle y las fuerzas ópticas se introducen en el segundo y tercer capítulo del trabajo, respectivamente. Se desarrollan las matemáticas que describen a los mismos. Es presentado el patrón de speckle que se utiliza en este trabajo, junto con las funciones de autocorrelación asociadas al mismo, y su tamaño característico, conocido como tamaño de grano.

En la parte experimental se habla a profundidad del arreglo experimental utilizado y de la preparación de las muestras de partículas activas que se usaron en el mismo. Las partículas son de sílice, de  $3\mu m$  de diámetro, con una mitad recubierta por una capa de oro de  $15nm$  de espesor. Para comparar con la dinámica en el patrón de speckle, se realiza también el análisis de las partículas activas bajo la influencia de un haz Gaussiano extendido, con un diámetro de  $50\mu m$ . También se analiza la dinámica de las partículas activas en un haz con un perfil de intensidades constante. Los experimentos se realizaron para distintas intensidades. Los resultados obtenidos se presentan de distintas formas: se comparan cualitativamente las trayectorias de las partículas activas a distintas intensidades, en el haz Gaussiano y en el patrón de speckle. Se observa que di-

chas trayectorias aumentan y cambian conforme aumenta también la intensidad del haz utilizado. En el haz Gaussiano, se observa que las partículas tienden a moverse hacia las zonas de menor intensidad, es decir, hacia afuera del haz. Se presenta una explicación eurística de dicho fenómeno. En el patrón de speckle se observa cómo las trayectorias de las partículas activas fluctúan entre un movimiento activo y uno pasivo, mientras que en los otros patrones el movimiento siempre es activo. También se analizan los desplazamientos cuadráticos medios de las partículas en cada caso. Los resultados arrojan que el comportamiento del MSD cambia conforme aumenta la potencia, pasando de ser un comportamiento lineal, a uno cuadrático. Esto se comprueba mejor al analizar el MSD desde un punto de vista logarítmico. El cambio en el comportamiento del MSD para haces de luz homogéneos concuerda con la literatura y la teoría presentada en la sección teórica del trabajo. Por otro lado, se observa que las partículas en un patrón de speckle aumentan su difusión, y por lo tanto, su desplazamiento cuadrático medio como función del tiempo varía más lentamente que en el caso activo homogéneo, pero más rápido que en el caso difusivo normal. Con esto se demuestra que la dinámica de partículas activas en estructuras aleatorias puede presentar comportamientos difusivos prácticamente arbitrarios, dependiendo de la estructura y de la magnitud del proceso de autopropulsión.

# Índice general

---

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Partículas activas: ¿qué son y cómo se mueven?</b>	<b>9</b>
1.1. Algunos tipos de partículas activas artificiales y sus aplicaciones . . . . .	10
1.2. Movimiento Browniano . . . . .	12
1.2.1. Movimiento Browniano pasivo . . . . .	13
1.2.2. Movimiento Browniano activo . . . . .	16
1.3. Desplazamiento Cuadrático Medio (MSD) . . . . .	19
1.4. Movimiento termoforético . . . . .	23
<b>2. El patrón de speckle</b>	<b>25</b>
2.1. Descripción del patrón de speckle utilizado en este trabajo . . . . .	28
<b>3. Fuerzas ópticas y micromanipulación óptica</b>	<b>33</b>
3.1. Fuerzas ópticas . . . . .	35
3.1.1. Fuerzas ópticas: aproximación desde la óptica geométrica . . . . .	35
3.1.2. Fuerzas ópticas: aproximación dipolar . . . . .	40
<b>4. Dinámica de partículas activas en un haz Gaussiano y en un patrón de speckle</b>	<b>45</b>



## ÍNDICE GENERAL

---

4.1. Preparación de muestras de partículas activas . . . . .	45
4.2. Desarrollo experimental . . . . .	47
4.2.1. Dinámica de partículas activas en un haz Gaussiano extendido . . . . .	47
4.2.2. Dinámica de partículas activas en un patrón de speckle . . . . .	49
4.3. Resultados y análisis . . . . .	53
4.3.1. Dinámica de partículas activas en un haz Gaussiano extendido . . . . .	54
4.3.2. Dinámica de partículas activas en un patrón de speckle . . . . .	66
4.3.3. Comparación del patrón de speckle con el haz Gaussiano y con el haz constante . . . . .	71
<b>Conclusiones</b>	<b>77</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>81</b>

# Introducción

---

La mayoría de los avances científicos y tecnológicos provienen del estudio y de la imitación de la naturaleza. En particular, el estudio del movimiento de la materia es uno de los más importantes en la Física. Una de las muchas formas de clasificar al movimiento es dividiéndolo en dos categorías: movimiento activo y movimiento pasivo; y, por la misma razón, se puede hablar de materia activa y pasiva. En la categoría de materia activa se pueden encontrar todos los sistemas que sean capaces de tomar energía de sus alrededores, utilizarla para moverse, y alejarse del equilibrio termodinámico [[1], [2]]. Un ejemplo que puede venir a nuestra cabeza es el de cualquier ser vivo capaz de moverse. De algún modo, obtienen energía de sus alrededores por medio de diferentes procesos y la utilizan para crecer y desplazarse [3]. Esto no sucede solo de manera individual, también puede observarse de manera colectiva, como en parvadas, manadas, o cardúmenes [4]. A escalas más pequeñas se pueden encontrar sistemas activos conformados por células o bacterias, de nuevo en grupo o de manera individual, y que presentan distintos mecanismos para moverse en medios fluidos. El estudio de este comportamiento ha llevado a los científicos a intentar reproducirlo de manera artificial, e incluso a construir sistemas con componentes biológicos y artificiales al mismo tiempo [[5], [6], [7], [8]]. Estos objetos individuales son conocidos como partículas activas [3].

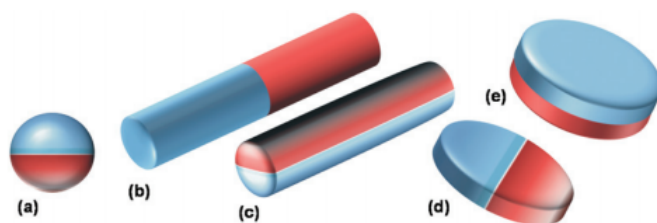
El estudio de las partículas activas se remonta a los años setenta, con el estudio del movimiento de microorganismos como la *Escherichia coli* realizado por Berg y Brown [9]. Desde entonces, se han realizado varios experimentos y publicado varios trabajos sobre distintos tipos de partículas activas. Estos cubren distintas áreas como el proceso de fabricación de partículas activas artificiales, el análisis de la dinámica de las partículas bajo la influencia de distintos campos externos, la dinámica causada por reacciones entre las mismas y sus entornos, el comportamiento individual y colectivo de las partículas, entre muchos otros [2].

Al observar detenidamente a distintos organismos microscópicos se puede notar que, aunque ellos pueden controlar su movimiento, y hasta cierto grado elegir hacia dónde moverse, este de todos modos está fuertemente influenciado por el medio en el que se

encuentran y sus alrededores, llegando incluso a manifestar una dinámica completamente errática. Se puede hablar entonces de un movimiento que tiene componentes tanto deterministas como aleatorios, y estos dependerán de la escala de tiempo que se utilice para analizar dicho movimiento. A escalas temporales lo suficientemente pequeñas, el movimiento será determinista y se puede predecir con un alto grado de exactitud hacia dónde se moverá la partícula, mientras que a escalas grandes, el movimiento comenzará a verse más aleatorio, con cambios bruscos de dirección que no podrían explicarse de manera determinista.

La parte aleatoria del movimiento puede compararse con el movimiento browniano. De hecho, a escalas espaciales lo suficientemente pequeñas, es este tipo de movimiento el que conforma la componente aleatoria del movimiento total de una partícula activa. El movimiento browniano ha sido ampliamente estudiado ya, comenzando por Einstein y Langevin, quienes realizaron algunos de sus trabajos más famosos estudiando a este fenómeno [[10], [11]]. Los resultados obtenidos por ellos han sido fundamentales en el estudio de partículas brownianas activas y, de hecho, es una variante de la ecuación de Langevin la más utilizada para modelar el comportamiento de las mismas [2].

En un principio, el estudio de las partículas activas se limitó a seres vivos, como bacterias, cuyo movimiento quería simplemente analizarse [[4], [8], [9]], aunque no pasó mucho tiempo para que se intentara imitar el movimiento de los mismos, creando partículas activas artificiales (y en la mayoría de los casos, microscópicas) [[3], [12], [13], [14], [15]]. Esto ha cobrado popularidad en los últimos años, pues hoy en día existen muchos tipos distintos de partículas activas artificiales, constituidas por distintos materiales, con formas diferentes, y que presentan una gran variedad de tipos de movimiento activo [2]. Un ejemplo, y el que más se va a utilizar en este trabajo, es el de las partículas de Janus. Estas son partículas asimétricas formadas por dos materiales con composición diferente (figura 1); pueden ser, por ejemplo, esferas de poliestireno que tienen una mitad cubierta de carbono, o varillas cilíndricas en las que cada mitad es de un metal distinto, entre otras. Las partículas de Janus se pueden colocar en un medio que reaccione con una de las mitades que la conforman, pero no con la otra, generando así un movimiento activo provocado por un gradiente forético entre ambas caras [[16], [17]].



**Figura 1:** Ejemplos de partículas de Janus con distintas formas: (a) esféricas, (b,c) cilíndricas, (d,e) discos. La figura fue tomada de la referencia [17].

El haber aprendido a fabricar partículas de Janus en un laboratorio [[17], [18]] permitió explorar sus aplicaciones, así como las de las partículas activas en general, am-

pliamente. Campos de estudio como el medio ambiente, la seguridad informática y la medicina principalmente, prometen tener un sinnúmero de usos para las partículas activas [[3], [12], [19]]. Sin embargo, para que estas aplicaciones se terminen de hacer realidad, es necesario primero comprender en su totalidad la dinámica de estas partículas en ambientes complejos y con composiciones variadas y, así, se podrán manipular para que hagan lo que se requiera, en donde sea necesario.

Se han hecho muchos estudios sobre la dinámica que presentan las partículas activas [2], la cual se puede clasificar en distintos tipos de *foresis*, un término que significa migración, o desplazamiento: electroforesis (movimiento generado por la presencia de cargas y/o corrientes eléctricas), quimioforesis (movimiento generado por un cambio, o gradiente, en la composición química del medio), y termoforesis (movimiento generado por un gradiente en la temperatura del sistema), son solo algunos ejemplos. En particular, este trabajo se enfoca en partículas activas que se desplazan por medio de termoforesis: cuando esferas micrométricas de sílice tienen una mitad cubierta por una capa de oro de algunos nanómetros de grosor, este último se puede calentar haciendo incidir un haz láser sobre la capa y generar así un gradiente de temperaturas entre la partícula y el medio en el que se encuentre. Por lo tanto, para hablar de partículas que se mueven gracias a la luz, vale la pena discutir un poco sobre lo que hoy se conoce como *micromanipulación óptica*.

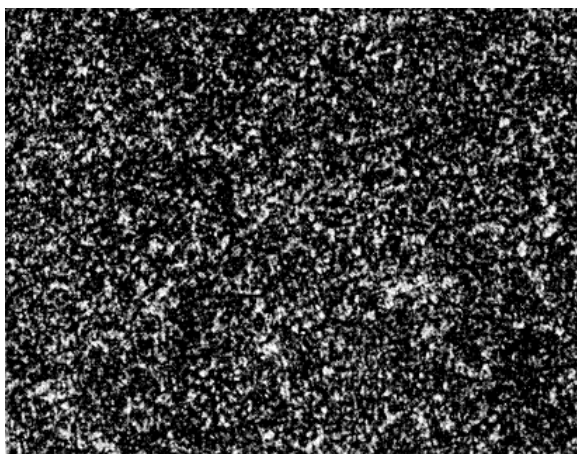
Para poder hablar sobre micromanipulación óptica hay que regresar al siglo XVII, cuando Kepler menciona en su trabajo *De Cometis* [20] que la radiación solar ejerce una presión sobre las cometas, provocando que su cola se dirija en dirección opuesta al mismo. Cientos de años después, y gracias a la teoría que desarrolló Maxwell sobre el electromagnetismo, se logró confirmar que la luz ejerce una fuerza extremadamente pequeña sobre los objetos en los que incide. Esta fuerza es tan pequeña que es imposible observarla, o utilizarla, a escalas que no sean microscópicas. Sin embargo, con la invención del láser en los años sesenta, esta barrera logró superarse y los primeros análisis sobre la fuerza que ejerce la luz sobre un objeto no tardaron en publicarse y abrir el camino para que, en los años setenta, se iniciara el estudio de la materia a través de la micromanipulación óptica [[21], [22]].

La micromanipulación óptica, como su nombre lo da a entender, consiste en manipular objetos con haces de luz. Aquí se aprovecha la fuerza que la luz ejerce sobre un objeto para moverlo. Al tener dichas fuerzas una magnitud tan pequeña, las partículas que se pueden manipular con las mismas deben ser muy pequeñas también, y van desde unos cuantos nanómetros hasta algunos micrómetros de tamaño. Dentro de este rango entran objetos de todo tipo, como células, macromoléculas, virus, y partículas microscópicas artificiales, como las partículas de Janus, ya mencionadas antes. Estas eran manipuladas originalmente con haces gaussianos, pero conforme se avanzó en el desarrollo de esta rama de la óptica, se comenzaron a utilizar haces estructurados también.

Los haces estructurados son aquellos haces a los que mediante diversos dispositivos y

sistemas ópticos, se les modifica su fase, o su intensidad, para que muestren propiedades o formas distintas a las que tenían antes de pasar por dichos arreglos. Uno de los aparatos más útiles a la hora de crear un haz estructurado es un modulador espacial de luz (*SLM*, por sus siglas en inglés). Un modulador de este tipo permite cambiar al mismo tiempo la amplitud y la fase de un haz que incida sobre él. Esto normalmente se logra haciendo incidir al haz sobre una pantalla de cristal líquido que se puede programar con una computadora para generar haces con las formas que se quieran [23]. Por ejemplo, se pueden generar haces de Bessel, Laguerre, Hermite, o patrones con las formas que se deseen, como figuras geométricas, periódicas, entre otras. En este trabajo se va a utilizar un tipo de patrón muy particular: el patrón de *speckle*.

Cuando se comenzó a trabajar con láseres en los años sesenta, y este se reflejaba en una superficie rugosa, o se transmitía a través de un medio turbio, se observaba un patrón de intensidades aleatorias, granuloso, que se ve muy similar a una pantalla de televisión que no tiene señal. Este patrón se llamó *speckle*, y en su momento se comprobó que se generaba debido a la rugosidad aleatoria de la superficie sobre la que se reflejaba el haz, o del medio por el que se transmitía el mismo (figura 2) [24].



**Figura 2:** Ejemplo de un patrón de speckle [25].

Como se menciona anteriormente, en un patrón de speckle hay muchas manchas con intensidades de luz diferentes. Al tamaño promedio de estas motas se le conoce como tamaño de grano. Estos puntos con intensidades variables se generan cuando, al reflejarse un haz láser sobre una superficie rugosa o transmitirse por un medio turbio, los frentes de onda que lo conforman se reflejan o transmiten por caminos ópticos con una longitud distinta, causando así interferencia constructiva y destructiva en todos los puntos en los que los frentes del haz se cruzan y, por lo tanto, generando la distribución de intensidades aleatorias que se observa en el patrón de speckle.

No pasó mucho tiempo antes de que los patrones de speckle se empezaran a observar en muchas situaciones diferentes: al observar objetos celestes a través de la atmósfera

terrestre, en ultrasonidos en el cuerpo humano, al pasar un láser a través de agua turbia, por mencionar algunos casos. Era tan común encontrar patrones de speckle en distintas situaciones, que con el tiempo también se aprendió a utilizarlos para obtener información de la imagen que lo generaba. Sin embargo, no fue sino hasta 1999 cuando se utilizó por primera vez un patrón de speckle en el campo de la micromanipulación óptica. En este caso, el patrón se utilizó para atrapar y enfriar átomos de Cesio [26].

A partir de ahí, los patrones de intensidades aleatorias se comenzaron a utilizar en micromanipulación óptica para estudiar el movimiento de distintos tipos de partículas bajo la influencia de los mismos. Un trabajo interesante sobre el tema fue realizado por Kyle M. Douglas en 2012, cuando él colocó microesferas dieléctricas en una suspensión coloidal dentro de una celda hecha con material reflejante. Al transmitir un haz a través de la misma, se generaba un patrón de speckle debido a las partículas suspendidas en la solución. Douglas encontró que el patrón aleatorio generado por las partículas dependía mucho del movimiento de las mismas que, a su vez, dependía de las fuerzas ópticas que éstas sentían. Esto generaba superdifusión en las partículas utilizadas [27].

Una persona que se ha dedicado a trabajar en los temas de micromanipulación óptica y partículas activas desde hace ya varios años es Giovanni Volpe. Junto con varios colaboradores, han publicado trabajos en los que analizan la dinámica de distintos tipos de partículas bajo la influencia de un patrón de speckle y, basados en sus resultados, proponen el uso de este tipo de patrones para separar partículas de distintos tamaños o características [28]. Volpe escribió también un libro sobre pinzas ópticas, en el que se habla ampliamente sobre la micromanipulación óptica, las fuerzas que rigen a la misma, y como se puede aplicar esta para estudiar diversos objetos. En ese libro también se discute como construir una pinza óptica en un laboratorio de manera sencilla [29].

En el campo de partículas activas, Volpe ha realizado trabajos en los que estudia el movimiento de las mismas bajo muchas condiciones diferentes. Por ejemplo, en 2017 publicó un trabajo en el que analiza el comportamiento de algunas partículas activas bajo la influencia de potenciales ópticos complejos, como el speckle, y busca controlar el movimiento de las mismas con esos potenciales [30]. Otro autor, Jiang [16], discute en un trabajo publicado en 2010 sobre el movimiento que tiene una partícula activa debido a la termoforesis generada por la influencia que tiene un haz láser desenfocado sobre la misma.

La mayoría de los trabajos que estudian el movimiento de partículas activas utilizan al desplazamiento cuadrático medio (*Mean Square Displacement*, o MSD, por sus siglas en inglés) para analizar la dinámica que se observa en las partículas. El MSD consiste en medir cuánto se ha desviado una partícula con respecto a su posición inicial conforme pasa el tiempo (esto se discutirá a profundidad más adelante), y arroja resultados muy claros sobre el comportamiento de la misma, ya que permite que uno vea qué tipo de difusión tiene el objeto analizado y cómo esta cambia con el tiempo.

En este trabajo se busca analizar la dinámica de partículas activas, de Janus, bajo la influencia de patrones tipo speckle, o lo que es lo mismo: potenciales ópticos aleatorios. La motivación principal es la de entender cómo se comportan dichas partículas en este tipo de patrones, que son considerados los más complejos que se puedan generar o estudiar en el campo de la óptica. Además, en situaciones relacionadas al mundo real, para poder controlar el movimiento de las partículas activas se tienen que tomar en cuenta los ambientes más complejos posibles: ambientes con obstáculos como células y sus organelos, fluidos en movimiento, otras partículas más grandes, entre muchos otros factores que pueden influir sobre el movimiento de las partículas activas. Con este trabajo se busca entender un poco más sobre cómo se comportan dichas partículas al estar bajo la influencia de los patrones aleatorios.

El trabajo que aquí se presenta tiene como objetivo analizar la dinámica de partículas activas, de Janus, bajo la influencia de un patrón de speckle y otros tipos de haz: uno Gaussiano y uno con un perfil de intensidades constante. Con ello se pretende realizar un estudio exploratorio sobre la dinámica de partículas activas en ambientes y potenciales complejos, y abrir la posibilidad de que, en un futuro, se realice un estudio más profundo sobre el tema.

En el primer capítulo se expone ampliamente sobre las partículas activas y sus tipos, las ecuaciones que rigen su movimiento, y algunos experimentos que ya se han realizado con las mismas, llevando a aplicaciones novedosas en los campos de la bio y nanotecnología. Se habla a profundidad sobre el movimiento browniano activo y pasivo, el desplazamiento cuadrático medio y la ecuación de Langevin, asimismo se desarrollan los conceptos matemáticos que rigen dichos fenómenos. También se incluye una breve sección que habla sobre la termoforesis, ya que este es el tipo de movimiento activo que se analiza en este trabajo.

En el segundo capítulo se habla del patrón de speckle y las distribuciones de probabilidad que lo modelan. Se habla de conceptos como el tamaño de grano, la distribución de intensidad del patrón, y se presentan algunos desarrollos matemáticos que permiten a uno entender mejor cómo es un patrón de speckle.

El tercer capítulo se enfoca en las fuerzas ópticas y la micromanipulación que se puede realizar con las mismas. Se discute qué es una pinza óptica y qué elementos la conforman. Se habla sobre las ecuaciones que modelan a las fuerzas ópticas, y las dos principales aproximaciones que se utilizan para calcularlas. Se explica en qué momento es mejor utilizar cada una de dichas aproximaciones, sus similitudes, y sus diferencias.

Posteriormente, en el cuarto capítulo se discuten los experimentos realizados. Se presenta a detalle el arreglo experimental utilizado, no solo para generar el patrón de speckle con un modulador espacial de luz y enfocarlo a donde se quería observar, sino también para observar las partículas activas bajo la influencia del mismo. Se explica cómo se prepararon las muestras de partículas activas que se utilizaron en el experimento.

También se presentan los resultados obtenidos, así como sus respectivos análisis y discusiones. Se han realizado dos experimentos con el mismo arreglo: uno para analizar la dinámica de las partículas activas bajo la influencia de un haz gaussiano extendido, y otro para analizar la dinámica de las mismas bajo la influencia del patrón de speckle.

En el quinto y último capítulo se presentan las conclusiones del trabajo: qué se aprendió, qué se puede mejorar, y qué preguntas o líneas de investigación quedan abiertas para realizar futuras investigaciones en el tema.





# Partículas activas: ¿qué son y cómo se mueven?

---

Las partículas activas son objetos individuales que pueden obtener energía de sus alrededores y utilizarla para moverse (a veces, incluso pueden almacenar esa energía dentro de ellas). Cuando se tiene un conjunto grande de partículas activas juntas, entonces se habla de sistemas activos, o materia activa [[1], [2], [3]]. Los sistemas activos se pueden encontrar prácticamente en cualquier lado: parvadas de cualquier especie de ave, enjambres de insectos, cardúmenes de peces, tejidos vivos como la piel, el sistema nervioso, los músculos, colonias de bacterias, entre muchos otros. Como se puede ver aquí, casi todos los ejemplos de sistemas activos en los que piensa uno al principio son sistemas biológicos, seres vivos. No es de extrañarse, pues, que se podría decir que un ser vivo está vivo por cumplir con la definición de partícula activa: obtiene energía de su entorno y la utiliza para realizar las distintas funciones vitales que por definición se requieren para “estar vivo”. Pero, ¿hay entonces sistemas activos, o partículas activas artificiales? La respuesta es afirmativa, y su diseño, construcción, y estudio han obtenido mucha popularidad en los últimos años. Hoy en día existen partículas activas artificiales con una enorme variedad de diseños y formas de obtener energía de sus alrededores [2]. Es por ello que el estudio de su dinámica es de suma importancia en el campo de la física aplicada, ya que el entender cómo se mueven abriría las puertas para poder controlarlas de distintas maneras, y las aplicaciones que eso podría tener son muchísimas, y tremendamente importantes [2].

### 1.1. Algunos tipos de partículas activas artificiales y sus aplicaciones

Buscando imitar a la naturaleza, se han desarrollado muchos tipos diferentes de partículas activas artificiales. En el mundo microscópico existe un sinnúmero de microorganismos que se mueven con flagelos o cilios (protozoarios, espermatozoides, muchas células y bacterias), y por lo tanto muchos diseños de partículas activas artificiales giran alrededor de estos elementos. Por ejemplo, a una esfera microscópica pasiva, de algún material como plástico o sílice, se le pega una cadena de esferas más pequeñas que funciona como flagelo e impulsa a la esfera más grande por medio de interacciones hidrodinámicas o elásticas con su entorno [31]. Incluso, esta cadena de esferas más pequeñas puede ser metálica, de tal forma que al someterla a un campo magnético que gire alrededor de la partícula y su flagelo, la interacción entre el campo y este último genera un movimiento helicoidal en el flagelo que propulsa a la partícula en una dirección dada [2].

También existen partículas activas que pueden interactuar con el medio que las rodea en una vecindad cercana a ellas para impulsarse y desplazarse. Este tipo de interacciones generan desplazamientos que se conocen como *foresis*. Este término se utiliza como sufijo para clasificar al tipo de desplazamiento que se está generando en las partículas. Por ejemplo, cuando una partícula activa se mueve porque al interactuar con el medio que la rodea se genera un gradiente de temperaturas entre su superficie y dicho medio, su desplazamiento se conoce como termoforesis. Una partícula que se impulsa al generar una reacción química en el medio que la rodea se está moviendo por medio de quimioforesis, y una partícula que interactúa con una corriente eléctrica en el sistema para moverse, está sometida a electroforesis.

En general, todas estas partículas se valen de su composición y estructura para generar una reacción en el medio que las rodea, y por lo tanto, tienden a ser asimétricas en cuanto a ambas características se refiere. A estas partículas que son asimétricas debido a su forma o a los materiales que las conforman, se les conoce como partículas de Janus. Por ejemplo, en algunos casos se está trabajando con partículas esféricas de borosilicato o poliestireno, que tienen la mitad de su superficie cubierta por una capa muy delgada de platino. Las partículas se colocan en una solución de agua oxigenada ( $H_2O_2$ ), y resulta que, al entrar en contacto con el platino, se genera una reacción química que transforma al  $H_2O_2$  en  $H_2O$ , liberando oxígeno gaseoso. Como solo la mitad de la partícula está cubierta por platino, esta interacción solo se lleva a cabo de un lado de la misma, generando así un flujo asimétrico que impulsa a las partículas en una dirección opuesta a donde ocurre la reacción [[2], [32], [33]].

En los párrafos anteriores se mencionan dos ejemplos diferentes: uno de partículas activas que interactúan con un campo externo y otro en el que el movimiento se genera



**Figura 1.1:** Algunos ejemplos de partículas activas y el tipo de movimiento que presentan. De izquierda a derecha, y de arriba hacia abajo: barra de oro y platino que se impulsa con movimiento electroforético, partícula en forma de barra que se propulsa con burbujas, partículas con distintas formas que se mueven por medio de ultrasonido aplicado sobre ellas y el medio en el que se encuentran, partículas con colas metálicas que interaccionan con un campo magnético externo para moverse. La figura fue hecha por los autores de la referencia [34].

a partir de la interacción de las partículas con su entorno inmediato. Este trabajo se enfoca en el segundo tipo de partículas activas; en particular, en aquellas que se mueven debido a la termoforesis. Se utilizan partículas de borosilicato de  $3\mu\text{m}$  de diámetro, las cuales tienen la mitad cubierta por capas de  $15\text{nm}$  y  $20\text{nm}$  de oro (en el Anexo 1 se habla más a fondo sobre como se pueden hacer estas partículas). El oro absorbe muy bien a la luz verde, en particular la que tiene una longitud de onda de  $532\text{nm}$ , mientras que el borosilicato no es influenciado tan fácilmente por este tipo de luz. Al absorber a la luz verde, el oro se calienta, y el borosilicato no, así que si una partícula se encuentra en un medio fluido que no le impida el movimiento, como agua, se genera un gradiente de temperatura entre la mitad de la partícula que está cubierta de oro y el medio que la rodea, causando así un flujo que impulsa a la partícula.

Las aplicaciones que tienen las partículas activas a problemas del mundo actual son muchísimas. Campos como la medicina, ecología, cuidado del medio ambiente, y nano y biotecnología, son solo algunos de los que se pueden ver, o ya se están viendo beneficiados por las mismas. En medicina ya se está trabajando e investigando para desarrollar partículas activas que puedan desempeñar funciones que van desde el transporte de medicamentos a lugares específicos del cuerpo humano, el ataque y destrucción de tumores o células enfermas, hasta el apoyo en cirugías que necesitan una precisión muy alta [[34], [35]]. En cuanto al medio ambiente se refiere, se están estudiando partículas activas que

podrían funcionar como agentes descontaminantes de distintos medios, estas partículas funcionarían de tal forma que puedan identificar, y reaccionar con distintos tipos de sustancias que contaminen algún líquido como agua, por ejemplo, y “pegarse” a ellos para que, después, controlando el movimiento de las partículas activas, estas se retiren del medio en el que están y este último quede limpio, o incluso las partículas activas podrían destruir directamente al agente contaminante, sin necesidad de tener que retirarlas antes del medio en el que estén [36]. Esto sería un arma sumamente poderosa que podría ayudar muchísimo a disminuir el efecto que el ser humano ha tenido sobre nuestro planeta.

El impacto que pueden tener las partículas activas en el mundo que nos rodea es grande, y ya hay estudios variados que discuten ampliamente al respecto. Científicos como Clemens Bechinger, Giovanni y Giorgio Volpe, Joseph Wang, y Wei Gao, son solo algunos nombres que figuran en las investigaciones que actualmente se realizan sobre el tema [[2], [28], [29], [35], [36]].

### 1.2. Movimiento Browniano

Si en el futuro se quieren lograr todas las aplicaciones mencionadas en la sección anterior, se tiene que entender a la perfección cómo es la dinámica de las partículas activas, y esta dinámica no puede explicarse sin hablar del movimiento Browniano. Si se tiene una partícula lo suficientemente pequeña (con un diámetro del orden de algunas micras) inmersa en un medio líquido o gaseoso, ésta podrá interactuar con las moléculas del medio chocando con ellas. Los choques generarán un cambio en la magnitud y dirección de la velocidad de la partícula, provocando así un movimiento aleatorio en la misma, pues es muy difícil predecir con qué molécula (o moléculas), y de qué forma chocará la partícula en cada instante que pasa. Es a este fenómeno a lo que se le conoce como movimiento Browniano. Además, la impredecibilidad de estos choques hace también que los vectores que describen a la posición y a la velocidad de la partícula en un instante dado en el tiempo, sean independientes de los vectores de posición y velocidad de la partícula en un instante anterior o posterior al primero.

Sin embargo, si la partícula analizada es una partícula activa, sus vectores de posición y velocidad estarán definidos por, además de estas colisiones aleatorias, el movimiento activo que la partícula presente. Por lo tanto, cuando se juntan estas dos componentes del movimiento de una partícula, al movimiento total se le conoce como movimiento Browniano activo, mientras que el movimiento de una partícula que solamente presenta movimiento Browniano, y no movimiento activo, se le conoce como movimiento Browniano pasivo.

### 1.2.1. Movimiento Browniano pasivo

Si se tiene una partícula esférica de masa  $m$ , volumen  $V$ , densidad  $\rho$ , y radio  $R$ , que se mueve a una velocidad  $\frac{d\vec{r}}{dt}$  en un medio líquido con viscosidad  $\eta$  y densidad  $\rho_0$ , y en un régimen en el que el número de Reynolds es bajo (mucho menor que uno), las fuerzas a las que se verá sometida son: la fuerza de gravedad ( $m\vec{g}$ ), las fuerzas de fricción (que es realmente la Ley de Stokes,  $6R\pi\eta\frac{d\vec{r}}{dt}$ ) y flotación ( $-\rho_0\vec{g}V$ ) que el medio ejerce sobre ella, y las fuerzas debidas a las colisiones aleatorias que tenga la partícula con las moléculas del medio que la rodea. Realizando la suma de todas las fuerzas, y utilizando la segunda Ley de Newton, la ecuación de movimiento de la partícula estará dada de la siguiente manera:

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m\vec{g} + 6R\pi\eta\frac{d\vec{r}}{dt} - \rho_0\vec{g}V + \vec{\xi}(t) \quad (1.1)$$

Con  $\vec{\xi}(t)$  la fuerza debida a las colisiones aleatorias de la partícula con las moléculas del medio. Ahora, la fuerza de flotación se puede reescribir como:

$$-\rho_0\vec{g}V = -m\vec{g}\frac{\rho_0}{\rho}$$

Por lo que, sustituyendo en (1.1), factorizando, y simplificando, se puede reescribir la ecuación como [37]

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \gamma\vec{g} - \frac{1}{\tau}\frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{\xi}(t) \quad (1.2)$$

Con  $\gamma = 1 - \frac{\rho_0}{\rho}$ , y  $\tau = \frac{m}{6R\pi\eta}$ .

Esta ecuación fue propuesta por Paul Langevin en 1908, en su famoso estudio sobre el movimiento Browniano, y por lo tanto lleva su nombre [[11], [37]]. El término  $\vec{\xi}(t)$  tiene además un promedio temporal igual a cero y una función de probabilidad Gaussiana, no correlacionada. Es conocida como *ruido blanco gaussiano* [[11]].

En la ecuación (1.2), el término  $\tau$  se conoce también como *tiempo de relajación de momento* de la partícula. A tiempos mucho mayores que  $\tau$  ( $t \gg \tau$ ), el número de colisiones que sufre la partícula es muy grande, por lo que la partícula pierde el momento que tenía al iniciar la medición y, por lo tanto, la difusión de la misma deja de ser inercial (es decir, se puede dejar de tomar en cuenta al término  $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ ) y se vuelve meramente Browniana, llevando así a una ecuación de Langevin independiente de la

masa, pero que tiene que ver con los coeficientes de difusión de la partícula [38]. Esto se debe a que se trabaja, como se menciona anteriormente, en un régimen en el que el número de Reynolds es mucho menor que uno ( $Re \ll 1$ ).

En el caso de este trabajo, y en general de la mayoría de los trabajos que se realizan hoy en día sobre las partículas activas, no se toma en cuenta la fuerza de gravedad en la ecuación de Langevin. Tomando en cuenta todo lo anterior, la ecuación (1.2) se puede simplificar y reescribir como:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \tau\vec{\xi}(t) \quad (1.3)$$

Si se tienen muchas partículas concentradas en un volumen pequeño dentro de un medio, por ejemplo, líquido, conforme pase el tiempo estas partículas se separarán (se alejarán de su posición inicial) debido al movimiento Browniano que presenten, y terminarán repartidas de manera homogénea en el medio que las rodea. A este fenómeno se le conoce como difusión. El flujo de la difusión,  $\vec{J}$ , se refiere a la cantidad de sustancia que pasará por una unidad de volumen en una unidad de tiempo. Este último depende directamente de cómo cambie la concentración de soluto,  $\vec{C}$  (las partículas pasivas en este caso), en el medio. La relación entre el flujo de difusión y la concentración del soluto la propuso Adolf E. Fick en 1855 [39], y se conoce como la primera Ley de Fick. Está dada por [39]

$$\vec{J} = -D\nabla\vec{C} \quad (1.4)$$

Donde  $D$  es una constante que se conoce como coeficiente de difusión, y tiene un papel importante en los estudios sobre el movimiento Browniano, ya que este coeficiente define cómo se difundirá el soluto conforme pase el tiempo y, por lo tanto, cómo cambiará la concentración del mismo. Este cambio temporal en la concentración del soluto estará dado por la segunda Ley de Fick [39]

$$\frac{\partial\vec{C}}{\partial t} = D\nabla^2\vec{C} \quad (1.5)$$

El coeficiente de difusión entonces es un factor que define cómo se moverá una partícula dentro de un medio conforme pase el tiempo, tiene unidades de  $\frac{m^2}{s}$ , y estará relacionado directamente con el movimiento Browniano de la partícula estudiada en el medio en el que se encuentre.

Partiendo de lo anterior, en 1905 Albert Einstein publicó su famoso trabajo sobre el movimiento Browniano, en el que demuestra que el promedio del desplazamiento (que

él llama  $\lambda$ ) de una partícula que presenta movimiento Browniano es proporcional al coeficiente de difusión de la partícula,  $D$ , y está dado por la relación [10]

$$\lambda = \sqrt{2Dt} \tag{1.6}$$

Y no solo eso, sino que Einstein también concluye que el coeficiente de difusión traslacional cumple con la ecuación:

$$D_t = \frac{k_B T}{6R\pi\eta} \tag{1.7}$$

Donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann, y  $T$  es la temperatura absoluta del medio [10].

Ahora, una partícula que presenta movimiento Browniano no solo puede trasladarse, sino que también puede rotar. Por lo tanto, el movimiento Browniano rotacional de la partícula también se debe de considerar en estos casos. Pocos años después de que Einstein publicara el trabajo mencionado en los párrafos anteriores, Peter Debye, basándose en ese trabajo, publica en 1913 un artículo sobre el movimiento Browniano rotacional [40], y lo estudia más a fondo en el libro *Polar Molecules*, publicado por primera vez en 1929 [41]. En estos trabajos, Debye encuentra que el coeficiente de difusión rotacional de una partícula se puede expresar como:

$$D_r = \frac{k_B T}{8R^3\pi\eta} \tag{1.8}$$

Las ecuaciones (1.7) y (1.8) se conocen como la relación de Stokes-Einstein <sup>1</sup>.

Tomando en cuenta los comentarios anteriores, las ecuaciones resultantes para una partícula que se mueve en dos dimensiones traslacionales y una rotacional, son:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \sqrt{2D_t}\xi_x(t) \\ \frac{dy}{dt} &= \sqrt{2D_t}\xi_y(t) \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup> Si se quiere leer más a fondo sobre el movimiento Browniano en general, y en particular sobre el desarrollo completo de todas las expresiones relacionadas con el mismo, se puede consultar el libro de Albert P. Philipse: *Brownian Motion: Elements of Colloid Dynamics* [38].



$$\frac{d\phi}{dt} = \sqrt{2D_r}\xi_\phi(t) \quad (1.9)$$

Donde se puede observar que el movimiento traslacional de una partícula depende inversamente de su radio, mientras que el movimiento rotacional dependerá inversamente de su volumen, así que el movimiento rotacional será mucho más pequeño que el traslacional en todo momento.

### 1.2.2. Movimiento Browniano activo

Si ahora se suponen las mismas condiciones que en la sección anterior, pero ahora se trabaja con una partícula activa, además del movimiento Browniano, se tendrá un movimiento generado por la partícula misma. Sea  $\vec{v}$  la velocidad asociada a dicho movimiento (que es considerada constante). Entonces, las expresiones en (1.9) tienen que modificarse. Basta con añadir las componentes de  $\vec{v}$  a cada dirección. Suponiendo que no hay componente angular en la velocidad de la partícula, las ecuaciones (1.9) se deben reescribir como [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v\cos\phi + \sqrt{2D_t}\xi_x(t) \\ \frac{dy}{dt} &= v\sin\phi + \sqrt{2D_t}\xi_y(t) \\ \frac{d\phi}{dt} &= \sqrt{2D_r}\xi_\phi(t) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Esta es una modificación sencilla que tiene consecuencias importantes, pues las que antes eran tres ecuaciones independientes entre sí, ahora están acopladas por medio del ángulo  $\phi$  que forma la partícula con el eje de referencia que se utilice. Es decir, ahora el movimiento traslacional de la partícula depende del rotacional y viceversa.

En las nuevas expresiones, (1.10), se puede ver que ahora el movimiento tiene tanto una componente aleatoria como una determinista, y para saber cuál de las dos predominará sobre la otra, hay que definir la escala de tiempo a la que se va a trabajar. Si esta escala es lo suficientemente pequeña, se podrá observar que la componente determinista predomina, ya que la partícula se moverá en la dirección que corresponda a su movimiento activo. Sin embargo, conforme pasa el tiempo, el número de colisiones que la partícula tiene con las moléculas del medio que la rodean se vuelve muy grande, por lo que se empieza a observar así la componente aleatoria de su movimiento. A tiempos lo suficientemente grandes, el número de colisiones será tal, que la componente aleatoria dominará por completo a la determinista. Para encontrar qué tiempos son en los

que predomina cada tipo de movimiento, se define el tiempo característico rotacional,  $\tau_r$ , que es el tiempo más probable en el que se observará la difusión rotacional de la partícula, y está dado por:

$$\tau_r = \frac{1}{D_r} \quad (1.11)$$

Como la dirección del movimiento de una partícula activa cambia conforme esta rote, se puede definir una distancia característica,  $L$ , a partir de la expresión anterior, que está dada por:

$$L = v\tau_r \quad (1.12)$$

Está será la distancia que se moverá una partícula activa antes de cambiar de dirección debido a su difusión rotacional [2].

Otra forma de analizar las componentes aleatoria y determinista del movimiento de las partículas activas es a través del número de Péclet,  $Pe$ . Este relaciona ambos coeficientes de difusión en la expresión:

$$Pe\alpha \frac{1}{\sqrt{D_t D_r}} \quad (1.13)$$

Si el número de Péclet es muy grande, significa que el radio de la partícula es grande también, entonces predominará el movimiento determinista, mientras que si  $Pe$  es pequeño, el radio también será pequeño, por lo que el movimiento aleatorio influirá más sobre la partícula (a radios mayores, las colisiones de las moléculas del medio con la partícula la afectarán menos, mientras que a radios menores, tendrán una mayor influencia sobre ella) [2].

Las ecuaciones presentadas en (1.10) conforman un modelo sencillo que representa al movimiento de una partícula activa cuando se supone que no tiene un depósito interno de energía, es decir, que toda la energía que obtiene de sus alrededores es transformada inmediatamente en energía cinética para moverse. Sin embargo, hay partículas activas que no se comportan de esa manera: cualquier ser vivo, por ejemplo, almacena la energía que obtiene del medio que lo rodea y la utiliza gradualmente para moverse o realizar los procesos metabólicos necesarios para mantenerse con vida. En estos casos, es necesario realizar un análisis a fondo del funcionamiento del depósito de energía de la partícula activa con la que se esté trabajando, ya que este influirá en el movimiento activo de la misma [3].

Como en este trabajo se utilizarán partículas de Janus termoforéticas, que no tienen el depósito de energía mencionado en el párrafo anterior, no se hará aquí el desarrollo de las ecuaciones de ese modelo. Sin embargo, es un desarrollo que puede ser muy útil e interesante. Si se quiere consultar, está presentado de una manera muy clara y detallada a partir de la página 51 del libro *Brownian agents and active particles: Collective dynamics in the natural and social sciences*, de Frank Schweitzer [3].

El modelo descrito anteriormente se conoce como *dinámica de difusión rotacional*, y generalmente es el modelo asociado al comportamiento de las partículas activas, de Janus, como las que se estudian en este trabajo [[2], [42], [43], [44]]. Sin embargo, para otros tipos de partículas activas, hay otros modelos que describen mejor su movimiento. Uno de ellos es conocido como *run-and-tumble*, y es muy útil para describir el movimiento de partículas activas que utilizan flagelos para moverse. El movimiento de este tipo consiste en, como su nombre lo dice, una partícula activa que se mueve, o *corre*, en una dirección dada, con una velocidad constante, hasta que *tropez*a, o choca con un obstáculo (en el caso Browniano, con las moléculas del medio a su alrededor) que genera un cambio de dirección en su movimiento. Entonces la partícula va corriendo y tropezando por el espacio en el que se puede mover, generando así un movimiento en parte errático, y en parte dirigido.

Algo interesante es que a tiempos grandes, la difusión que tiene una partícula sometida al modelo *run-and-tumble* es muy similar a la difusión de una partícula descrita por el modelo de dinámica de difusión rotacional [2]. Este modelo fue utilizado inicialmente para describir el movimiento de bacterias y células con flagelos. Un ejemplo de ello es el trabajo que ha realizado Howard Berg junto con varios colaboradores al estudiar cómo se mueven dichos seres vivos [[2], [8], [9], [45]].

Existe otro modelo, conocido como *dinámica de ruido Gaussiano*<sup>1</sup>, el cual postula que la velocidad de una partícula activa va a comportarse como un proceso de Ornstein-Uhlenbeck [46]. Este modelo en particular no se discutirá en este trabajo, pero si se quiere leer más al respecto, se puede consultar la referencia [47].

Los modelos descritos anteriormente varían mucho en complejidad y en los tipos de partículas sobre los que se pueden aplicar. El que más se adapta a este trabajo, como se menciona en párrafos anteriores, es el modelo de dinámica de difusión rotacional. En este trabajo se utilizan partículas de Janus esféricas, hechas de borosilicato y con una mitad cubierta por una capa muy delgada de oro. La diferencia en la composición de cada mitad de la superficie de la partícula provocará que estas interactúen de maneras distintas con el medio que las rodea, propiciando así un movimiento que puede analizarse

---

<sup>1</sup> El nombre de este modelo es ambiguo, ya que el ruido Gaussiano es una parte intrínseca del movimiento Browniano, por lo que se tiene que tomar en cuenta sin importar el modelo que se use. Sin embargo, este modelo surge específicamente de uno de los estudios más completos que se han hecho sobre el movimiento Browniano y por lo tanto se le da el nombre de la componente de fuerza principal que presenta el mismo [[2], [46]].

bien con la dinámica de difusión rotacional presentada al inicio de esta sección.

Sin embargo, existe una herramienta mucho más poderosa para analizar el movimiento de una partícula que presenta movimiento Browniano activo. Esta herramienta funciona independientemente del modelo que describa mejor al movimiento de la partícula y, por lo tanto, es utilizada cuando se trabaja con movimiento Browniano de cualquier tipo. Se conoce como Desplazamiento Cuadrático Medio (*Mean Square Displacement*), o MSD, por sus siglas en inglés.

### 1.3. Desplazamiento Cuadrático Medio (MSD)

El desplazamiento cuadrático medio (MSD por sus siglas en inglés), es una medida de la desviación que tiene un ensamble de partículas con respecto a una posición de referencia a un intervalo de tiempo,  $\tau$ , determinado. Matemáticamente se puede ver como la varianza de la posición de las partículas en dicho intervalo de tiempo. Sin embargo, en situaciones experimentales, no se suele contar con suficientes partículas, o trayectorias, que permitan realizar dicho análisis. En estos casos, cuando se analiza el comportamiento de partículas que presentan movimiento Browniano pasivo, por ejemplo, el MSD se puede calcular de una forma sencilla a partir de la trayectoria de una sola partícula. Al ser esta la forma en la que se calcula el MSD de las partículas analizadas en este trabajo, es únicamente esta la que se explica a continuación.

El cálculo del MSD a partir de la trayectoria de una sola partícula se realiza tomando como referencia la posición inicial de la partícula que se quiera analizar y, definiendo el intervalo de tiempo,  $\tau$ , se va recorriendo la trayectoria de la partícula en espacios con un tamaño igual a ese intervalo de tiempo. En cada paso que se de, se realiza la resta de la posición actual de la partícula menos la posición anterior, y el resultado se eleva al cuadrado. Es decir,  $(\vec{r}(t + \tau) - \vec{r}(t))^2$ . Esta resta se realiza el número de veces que sean necesarias hasta que la trayectoria de la partícula quede totalmente cubierta (o, lo que es lo mismo, hasta que se haya tomado en cuenta todo el intervalo de tiempo  $[0, t]$  en el que se haya analizado la trayectoria de la partícula). Al final, se toma el promedio de todos estos resultados. El resultado es el desplazamiento cuadrático medio de una partícula para el intervalo de tiempo con tamaño igual a  $\tau$ . La ecuación que se construye con esta explicación es [48]:

$$MSD(\tau) = \langle (\vec{r}(t + \tau) - \vec{r}(t))^2 \rangle \quad (1.14)$$

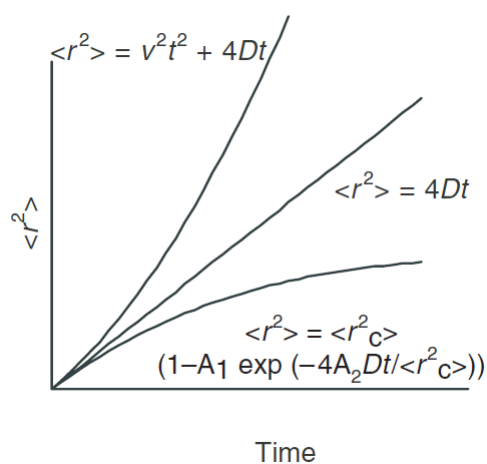
Se puede observar que las unidades del MSD son de  $[distancia^2]$ .

Pero, para poder obtener información útil a partir del cálculo del MSD de una

partícula, es necesario repetir este proceso para valores diferentes de  $\tau$ . Estos valores se pueden definir arbitrariamente. Por ejemplo, un conjunto de valores lógico sería que  $\tau$  recorriera el intervalo de tiempo en el que se analizó la partícula en intervalos de un segundo, dos segundos, tres segundos, y así sucesivamente hasta que se cubra todo el intervalo de tiempo en el que se analizó la partícula. Si se analizó a una partícula durante cuarenta segundos, entonces los valores de  $\tau$  pueden estar dados por:  $\tau = 1, 2, 3, \dots, 40$ .

En este trabajo el análisis de las partículas se ha hecho a través de videos, por lo que los valores de  $\tau$  más convenientes son los de la duración de un cuadro de dichos videos, y sus múltiplos, hasta cubrir el número total de cuadros que tenga cada video (es decir,  $\tau$  valdrá primero la duración de un cuadro, en segundos, luego la duración de dos cuadros, tres cuadros, etc.).

Si se grafica la función  $MSD(\tau)$  contra  $\tau$ , para todos los valores de  $\tau$  utilizados, se pueden observar cosas interesantes sobre la partícula analizada. Si la gráfica es una línea recta, entonces el movimiento de la partícula es únicamente difusivo (este es el caso del movimiento Browniano pasivo en condiciones ideales). Si la gráfica es una curva con valores mayores a la recta anterior, entonces el movimiento es súperdifusivo, es decir, una fuerza actuó sobre la partícula. Por último, si ahora la gráfica es una curva con valores menores que la recta, entonces el movimiento de la partícula es subdifusivo, y significa que el movimiento de la partícula se encuentra limitado de alguna manera (figura 1.2) [[2], [48]]<sup>1</sup>.



**Figura 1.2:** Ejemplos de los tipos de gráficas que se pueden obtener al graficar el  $MSD(\tau)$  contra  $\tau$ . La recta ilustra el movimiento meramente difusivo. La curva sobre la recta representa movimiento superdifusivo debido a una fuerza externa que actúa sobre la partícula. Por último, la curva debajo de la recta se puede interpretar como movimiento subdifusivo debido a algún tipo de amortiguamiento en el movimiento de la partícula. En la figura, se presentan también las ecuaciones utilizadas en cada caso. Imagen obtenida de [49].

---

<sup>1</sup>El desplazamiento cuadrático medio también es conocido como  $\langle \tilde{r}^2 \rangle$ .

En el caso únicamente difusivo (cuando la gráfica del MSD es una recta), se puede demostrar que la pendiente de la recta es proporcional al coeficiente de difusión traslacional de la partícula analizada. La expresión para el MSD en este caso, considerado un movimiento Browniano pasivo ideal, es [48]:

$$MSD(\tau) = 2D_t d\tau \quad (1.15)$$

Donde  $d$  es el número de dimensiones en el que se mueva la partícula. En el caso de que la partícula se mueva en dos dimensiones, que es el caso que se utiliza en este trabajo, la ecuación (1.15) se reduce a:

$$MSD(\tau) = 4D_t\tau \quad (1.16)$$

Por lo tanto, la pendiente de la recta está dada por  $4D_t$ .

Sin embargo, el cálculo del MSD cambia cuando se trabaja con partículas activas. En estos casos, como se muestra en las ecuaciones (1.10), el movimiento traslacional de las partículas está acoplado con su movimiento rotacional. Tomando esto en cuenta, se puede demostrar que el MSD de una partícula activa, en dos dimensiones, estará dado por la nueva expresión [[2], [44]]:

$$MSD(\tau) = 4D_t\tau + \frac{\bar{v}^2\tau_r^2}{2} \left[ \frac{2\tau}{\tau_r} + e^{-\frac{2\tau}{\tau_r}} - 1 \right] \quad (1.17)$$

Ahora, el MSD depende de la velocidad y del tiempo característico rotacional de las partículas activas [44].

Se pueden analizar tres casos de interés en la ecuación (1.17) [[2], [44]]:

- **Caso 1:**  $\tau \ll \tau_r$ . Aquí, la ecuación (1.17) se reduce a:

$$MSD(\tau) = 4D_t\tau \quad (1.18)$$

La cual es una expresión igual a la del MSD de una partícula que presenta movimiento Browniano pasivo. La gráfica será una recta con una pendiente igual a  $4D_t$ .

- **Caso 2:**  $\tau \approx \tau_r$ . En este régimen, se puede reescribir la ecuación (1.17) como:

$$MSD(\tau) = 4D_t\tau + 2\bar{v}^2\tau^2 \quad (1.19)$$

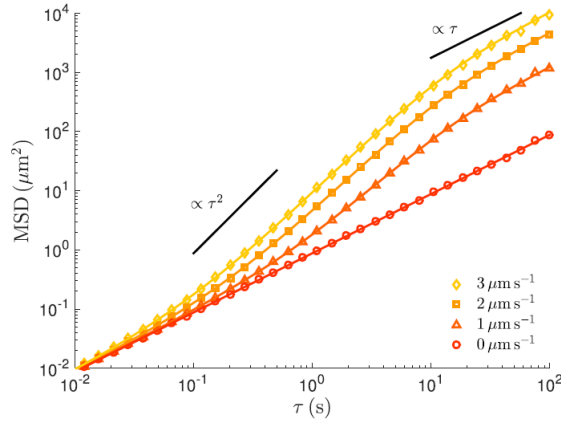
Aquí, la partícula tendrá un comportamiento súperdifusivo, gracias al término  $2\bar{v}^2\tau^2$ .

- **Caso 3:**  $\tau \gg \tau_r$ . A tiempos largos, la ecuación (1.17) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$MSD(\tau) = (4D_t + 2\bar{v}^2\tau_r)\tau \quad (1.20)$$

En esta última expresión, se tiene el caso en el que la difusión rotacional genera cambios aleatorios en la dirección en la que se mueve la partícula (como se discute en la sección anterior), por lo que se tiene una longitud característica (también conocida como *tamaño o longitud de paso*) igual a la presentada en la ecuación (1.12). Esto se puede observar como si se tuviera un nuevo *coeficiente de difusión efectivo*,  $D_{eff}$ , dado por:  $D_{eff} = D_t + \frac{1}{2}\bar{v}^2\tau_r$ , el cual genera un cambio mucho mayor en el desplazamiento de la partícula activa que el que genera el coeficiente de difusión traslacional ( $D_t$ ) en una partícula pasiva [[2], [44]].

Estos tres casos se pueden ver claramente representados en la figura 1.3.



**Figura 1.3:** Se muestra el MSD de algunas partículas activas y sus respectivos coeficientes de difusión efectivos. Las líneas son resultados teóricos y las figuras son resultados numéricos. A una velocidad igual a  $0 \frac{\mu m}{s}$  (línea roja y círculos) se tiene el movimiento Browniano pasivo y por lo tanto el MSD es proporcional a  $\tau$ . Sin embargo, a velocidades mayores a cero, se cumplen los tres casos mencionados anteriormente: a tiempos muy cortos el MSD es igual al caso pasivo, a tiempos intermedios el MSD es proporcional a  $\tau^2$ , y a tiempos muy largos el MSD vuelve a mostrar un comportamiento difusivo, pero esta vez que dependen de un coeficiente de difusión efectivo, mayor que el coeficiente de difusión traslacional normal de las partículas (imagen y explicación obtenidas de [2]).

## 1.4. Movimiento termoforético

Uno de los movimientos foréticos mencionados previamente es el que se debe a la presencia de un gradiente en la temperatura del sistema: este es conocido como termoforesis. Algunos tipos de partículas de Janus activas utilizan esta forma de movimiento para desplazarse. Una de las mitades de una partícula de este tipo suele ser de metal, el cual, por ejemplo, puede absorber parte de un haz láser que incida sobre ella, calentándose así su superficie, y generando un gradiente de temperaturas en su superficie y en el medio que está en contacto con la partícula. Este gradiente provoca que la partícula se desplace en la dirección del mismo, en la mayoría de los casos hacia las zonas más frías.

El flujo de masa de un soluto diluido en un medio líquido, en donde hay un gradiente en la temperatura, está dado por la siguiente expresión:

$$J_m = -\rho D \nabla c - \rho D_T c(1 - c) \nabla T. \quad (1.21)$$

Donde  $\rho$  es la densidad del medio,  $D$  es el coeficiente de difusión,  $c$  es la concentración del soluto, y  $D_T$  es el coeficiente de difusión térmico, que se da en función de la temperatura del sistema y la concentración del soluto [50]. Se puede observar que el primer término en la ecuación anterior es la primera Ley de Fick, mientras que el segundo es el que describe el movimiento del soluto debido al gradiente de la temperatura del medio. Cuando el gradiente en la temperatura es nulo, entonces la ecuación (1.21) se reduce a la primera Ley de Fick.

El cociente de los coeficientes de difusión,  $D_T$  y  $D$ , se conoce como el coeficiente de Soret,  $S_T$ , y permite analizar la magnitud de la termoforesis que tendrá un soluto [[50], [51]]:

$$S_T = \frac{D_T}{D}. \quad (1.22)$$

En el caso en el que el flujo de masa,  $J_m$ , es nulo (cuando se tiene un estado estacionario del sistema con el que se trabaje), entonces se puede encontrar una expresión para el coeficiente de Soret en términos de los gradientes en la concentración y en la temperatura del medio [50]:

$$S_T = \frac{D_T}{D} = -\frac{1}{c(1 - c)} \frac{\nabla c}{\nabla T}. \quad (1.23)$$



Cuando el gradiente de temperaturas es generado por el mismo soluto (en el caso de este trabajo, por la, o las, partículas activas), el movimiento se denomina como auto-termoforesis. A este movimiento se le puede asociar una velocidad, la velocidad termoforética, que depende del coeficiente de difusión térmico y del gradiente de la temperatura [51]

$$\vec{v}_T = D_T \nabla T. \quad (1.24)$$

Al ser el coeficiente de difusión térmico una función de la concentración y de la temperatura, este cambiará conforme dichos factores cambien, lo cual sucede al difundirse la partícula, pues la concentración y la temperatura no se mantienen constantes durante este proceso. Esto significa que la velocidad,  $\vec{v}_T$ , tampoco se mantendrá constante, implicando la existencia de una aceleración y, por lo tanto, de una fuerza termoforética que dependerá del coeficiente de difusión térmico del soluto, o de las partículas activas en este caso. Como el movimiento de la partícula debido a la termoforesis es en la dirección del gradiente de la temperatura, la fuerza termoforética tendrá esa misma dirección también.

Se han realizado varios estudios sobre la termoforesis, sus causas, y sus efectos sobre una disolución. Sin embargo, el conocimiento del tema aún es limitado. En estos estudios se han llegado a encontrar y proponer distintas ecuaciones para las fuerzas termoforéticas, pero en su mayoría aplican únicamente a casos particulares, o a sistemas con condiciones especiales. Debido a esto, dichas expresiones no se pueden utilizar en el análisis en este trabajo pero, si se quieren consultar, algunos ejemplos se pueden encontrar en las referencias de los trabajos de Geelhoed y de Duhr, [[50], [51]]. Sin embargo, es necesario mencionarlo aquí, ya que son justamente las fuerzas termoforéticas que actúan sobre las partículas activas, utilizadas en este trabajo, las que influirán en su dinámica, y es eso lo que busca analizarse aquí.

Con este análisis se puede concluir que las partículas activas termoforéticas, como las utilizadas en este trabajo, al estar sometidas a la influencia de potenciales ópticos que produzcan un cambio de temperatura en las mismas y sus alrededores, tendrán un desplazamiento cuadrático medio similar al mostrado en la sección anterior para el caso de las partículas activas. Con esto en mente, se puede concluir este capítulo e iniciar uno nuevo en el que se introduzcan y discutan los conceptos que gobiernan al campo de las fuerzas ópticas, los patrones de luz aleatorios, y la relación entre estos y las partículas activas.

## El patrón de speckle

---

Cuando un haz de luz láser se refleja sobre una superficie, se puede observar que el reflejo que se forma es granuloso y con puntos brillantes y oscuros distribuidos al azar en la imagen obtenida. Este tipo de patrones se conoce como *speckle* (figura 2.1).



**Figura 2.1:** Ejemplo de un patrón de speckle formado por el reflejo de un láser sobre una superficie rugosa. Imagen obtenida de [52].

Lo que realmente sucede, es que las superficies que a simple vista parecen lisas, a escalas del orden de las longitudes de onda de un láser de luz visible, son en realidad rugosas, llenas de irregularidades. Estas rugosidades provocan que la luz se refleje en distintos puntos, causando que cada componente del haz siga caminos ópticos de longitudes diferentes. El hecho de seguir caminos ópticos distintos genera interferencia entre las componentes del haz reflejado; a veces se trata de interferencia constructiva, a veces destructiva, o un intermedio entre las dos, causando una interferencia intermedia. Al llegar al plano en el que se observa la imagen, esto se traduce como el conjunto de puntos luminosos y oscuros que caracterizan al patrón de speckle [[24], [25]].

## 2. EL PATRÓN DE SPECKLE

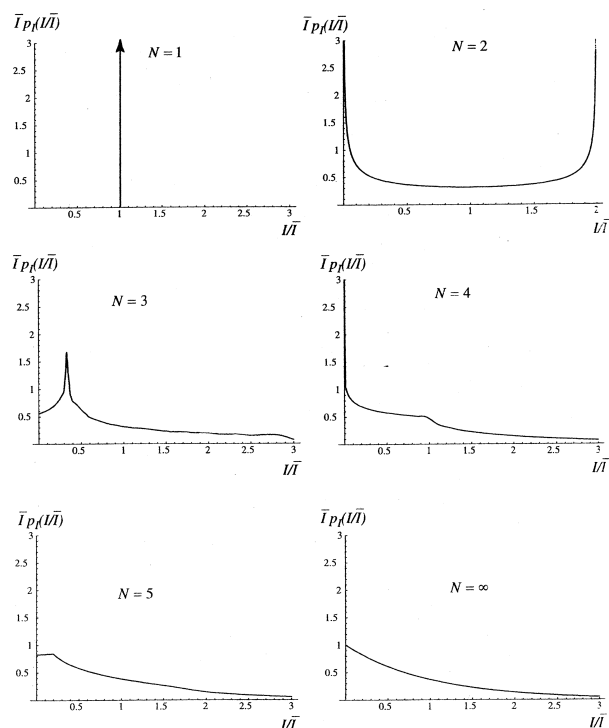
---

Una de las maneras más útiles de analizar y caracterizar a un patrón de speckle es calculando una función que arroje la densidad de probabilidad para la intensidad en cada punto del patrón. En el speckle, ésta es una función exponencial negativa, dada por:

$$p_I(I) = \left(\frac{1}{\bar{I}}\right) \exp\left(-\frac{I}{\bar{I}}\right) \quad (2.1)$$

Donde  $I$  es la intensidad, e  $\bar{I}$  es la intensidad promedio. El procedimiento a seguir para obtener la ecuación (2.1) se puede consultar en [24].

Cualquier patrón de speckle que tenga una función de densidad de probabilidad para la intensidad dada por esta forma, se conoce como un patrón de speckle bien desarrollado. Estos patrones, bien desarrollados, se forman cuando el número de vectores de fase, o fasores, que conforman al patrón, tiende a infinito. Cuando el número de fasores es finito, entonces se tiene un patrón de speckle que no está bien desarrollado, y la función mostrada en la ecuación (2.1) tomará otras formas.



**Figura 2.2:** Función de densidad de probabilidad para la intensidad de patrones de speckle con distintos números  $N$  de fasores. Cuando  $N$  tiende a infinito, se recupera la exponencial negativa y se tiene un patrón de speckle bien desarrollado. Imagen obtenida de [24].

---

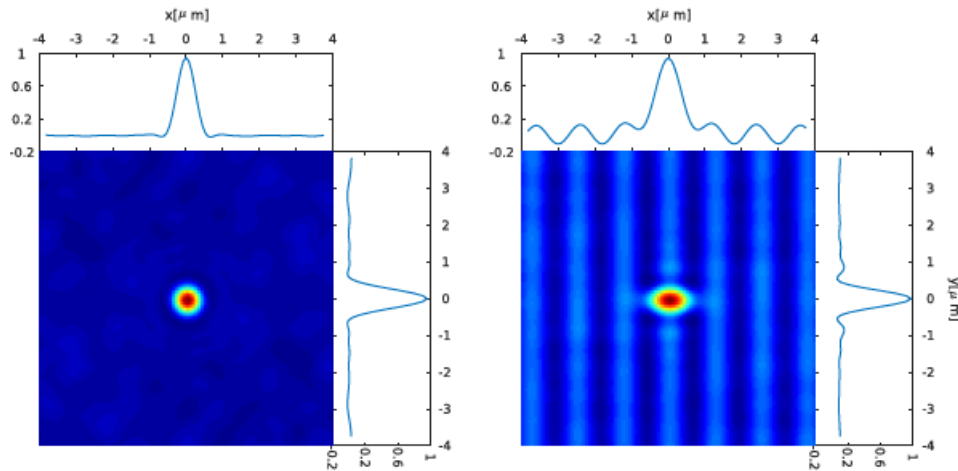
Una de las características más importantes de un patrón de speckle es su *tamaño*

*de grano*. El tamaño de grano está definido como la extensión espacial promedio de los máximos de intensidad del patrón, y cuando se trabaja con un speckle generado por un sistema de imágenes, como es el caso de esta tesis, entonces el tamaño de grano se puede modificar fácilmente, como se verá más adelante.

Desde el punto de vista estadístico, se puede analizar el tamaño de grano del speckle a través de las funciones de autocorrelación de la intensidad del patrón. Una función de correlación dice cómo dos variables están relacionadas entre sí, mientras que las funciones de *autocorrelación*, analizan como una variable se relaciona con sí misma en distintos intervalos espaciales o temporales. En el caso de la intensidad del speckle, estas funciones de autocorrelación dependen de la distribución de los máximos de intensidad del patrón, y por lo tanto se pueden analizar para obtener el tamaño de grano del patrón. La forma en la que está definida la función de autocorrelación de la intensidad en el espacio en este caso es [53]:

$$\Gamma_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \rangle \quad (2.2)$$

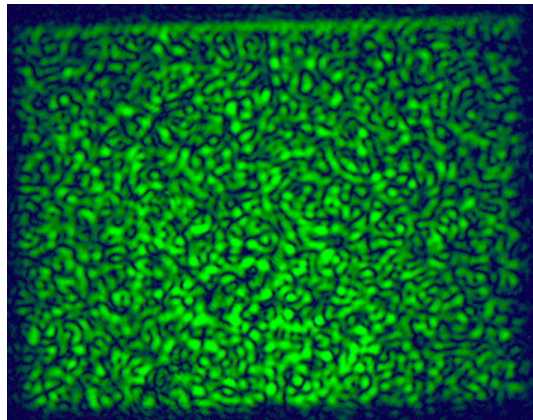
Para encontrar el tamaño de grano, se mide el ancho de la función de autocorrelación a la mitad de la distancia entre el máximo y el eje de referencia que se utilice. Este método se conoce como *Full Width Half Maximum, FWHM* [24]. Un ejemplo se puede ver en la figura 2.3.



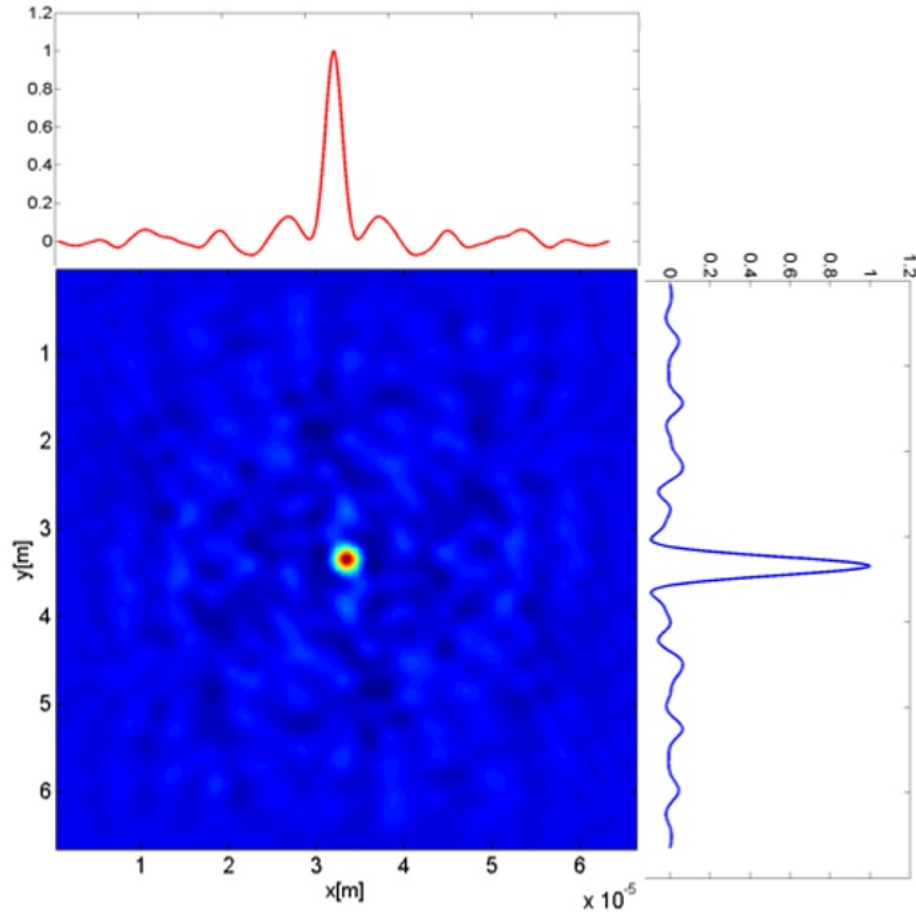
**Figura 2.3:** Se muestran dos ejemplos de funciones de autocorrelación (en  $x$  y en  $y$ ) para dos patrones de speckle distintos. Dependiendo de los parámetros con los que se genere el dominio del speckle, se puede modificar el tamaño de grano en cada dimensión, y esto se puede observar en el ancho que toman las funciones de autocorrelación. Los patrones de speckle aquí mostrados, junto con sus funciones de autocorrelación, fueron hechos por Laura Pérez, en [53].

### 2.1. Descripción del patrón de speckle utilizado en este trabajo

En el caso de este trabajo, el patrón de speckle fue generado con un Modulador Espacial de Luz (SLM, por sus siglas en inglés) de  $600 \times 800$  píxeles, y un sistema de imágenes  $4f$ , es decir, de 4 lentes que funcionan como dos telescopios. Después de la primera lente del sistema, se colocó un diafragma (la figura del arreglo experimental se puede consultar en el siguiente capítulo). El SLM se puede programar (en este caso se utilizó Matlab) para que, cuando un haz láser incida sobre el, se modifique su fase y, por lo tanto, se refleje de manera específica. Esto permite que se puedan generar haces estructurados con el modulador y, también, patrones aleatorios. En las figuras 2.4 y 2.5 se muestran el patrón de speckle utilizados en este trabajo y las funciones de autocorrelación correspondientes al mismo, respectivamente. En el capítulo 4 se discuten más a fondo las características de dicho patrón.



**Figura 2.4:** Imagen del patrón de speckle generado con el arreglo experimental diseñado para este trabajo.



**Figura 2.5:** Funciones de autocorrelación del patrón de speckle utilizado en este trabajo. En el capítulo 4 se discuten más a fondo sus características.

Para generar el patrón de speckle se eligió un tamaño de subdominio cuadrado de  $n \times n$  píxeles en el SLM, el cual se programó para que cada uno de estos subdominios le imprimiera una fase aleatoria (constante a lo largo de cada subdominio) al haz láser incidente. Este nuevo patrón reflejado pasaba entonces por el sistema  $4f$  hasta llegar al plano imagen en el que se observaba. Sin embargo, esto no es suficiente para generar al patrón de speckle. Para ello, se necesita del diafragma después de la primera lente.

Cuando un haz compuesto por varios frentes de onda atraviesa una lente, se modifica. En particular, el campo que se observa en el plano de Fourier cumple con la transformada de Fourier del campo que incide en la lente. En este experimento, el haz reflejado del SLM se puede ver como un conjunto de pulsos rectangulares de dos dimensiones (un pulso por cada subdominio que se tenga). El tamaño de estos subdominios en cada eje puede verse como  $\rho_x = n_x \rho_{pix}$ , y  $\rho_y = n_y \rho_{pix}$ , donde  $\rho_x$ ,  $\rho_y$ , y  $\rho_{pix}$ , son los tamaños de los subdominios en  $x$ ,  $y$ , y de cada píxel. Además,  $n_x, n_y$  son los números de píxeles

## 2. EL PATRÓN DE SPECKLE

---

utilizados en cada subdominio. Utilizando esto, se puede construir una expresión para el campo inicial,  $U_0(x, y)$ , que sale del modulador espacial de luz, dado por la suma de los campos de cada subdominio que se tenga en el mismo:

$$U_0(x, y) = E_0 \sum_{n=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} \sum_{m=-\frac{M_s}{2}}^{\frac{M_s}{2}-1} e^{i\phi_{nm}} \text{Rect}\left(\frac{x-x_n}{\rho_x}\right) \text{Rect}\left(\frac{y-y_m}{\rho_y}\right) \quad (2.3)$$

Donde  $N_s$  y  $M_s$  son la cantidad de subdominios en  $x$  y en  $y$ , respectivamente.  $\phi_{nm}$  es la fase del subdominio  $nm$ , y  $x_n, y_m$  es la posición del centro del subdominio  $nm$  [53].

Al cruzar la primera lente, se tendrá entonces un nuevo campo que será la transformada de Fourier de los rectangulares: pulsos dados por la función *sinc*:

$$U_1(u, v) = \frac{E_0}{i\lambda f_1} \sum_{n,m} e^{i\Phi_{nm}} \rho_x \rho_y \text{sinc}\left(\rho_x \frac{u}{\lambda f_1}\right) \text{sinc}\left(\rho_y \frac{v}{\lambda f_1}\right) \quad (2.4)$$

Estos nuevos frentes de onda se encuentran, de nuevo a la distancia focal de la lente que cruzaron, con el diafragma. Con la apertura circular del diafragma, al abrirlo o cerrarlo, se puede controlar la cantidad de luz que pasa por él, y es en este punto en el que se genera el patrón de speckle.

El diafragma funciona como un filtro: al estar completamente abierto, permite pasar en su totalidad al haz de luz, que no se verá modificado por él, y por lo tanto la imagen observada al final del sistema, idealmente, será la de la pantalla del SLM. Sin embargo, al cerrarlo, se estarán filtrando las frecuencias más altas del haz, que se relacionan con los detalles de la imagen. Al quitarlas, entonces se tendrá menos información del haz, provocando pérdidas en los detalles y propiciando la formación del patrón de speckle. Las componentes del campo que sí pasen por el diafragma, se difractarán, interferirán unas con otras y, por lo tanto, en la imagen final se observará el patrón de speckle. Entonces, con la apertura del diafragma se puede controlar el tamaño del speckle en el plano imagen.

Sin embargo, entre más se cierre el diafragma, más información se pierde, y por lo tanto, más energía. Esto quiere decir que cuando la apertura del diafragma es muy pequeña, la intensidad del patrón de speckle en el plano imagen también lo será, por lo que se tiene que controlar la apertura del diafragma para dos cosas: tener el tamaño de grano óptimo, y la intensidad necesaria para poder trabajar bien con el patrón de speckle.

Cada punto del dominio con el que se trabaja tiene asociada una *función de dis-*

*persión de punto*, o *PSF* por sus siglas en inglés. La *PSF* describe como un punto de luz se propaga, o extiende en el espacio en el que se forma su imagen. Por lo tanto, cuando se tiene un objeto grande, su imagen está dada por la convolución del objeto mismo con las *PSF* de todos los puntos que lo conforman. En el caso del modulador y el haz que se refleja del mismo, la apertura del diafragma puede modificar las *PSF*s del haz que lo cruce, cambiando sus tamaños. Es el tamaño de la *PSF* resultante el que definirá la calidad del patrón de speckle que se genere en el plano en el que se observe. Entre más pequeña sea la apertura del diafragma, menor será la apertura numérica del sistema, y más anchas se volverán las *PSF*s, provocando así mayor interferencia entre las componentes del haz de luz, y por lo tanto un patrón de speckle más definido. Es el ancho de las *PSF*s del sistema el que se puede tomar como el tamaño de grano del patrón de speckle [53].

Tomando en cuenta esto, si se realizan las transformadas de Fourier restantes para cada lente en el sistema  $4f$ , el campo de intensidades resultante en el patrón de speckle final estará dado por la expresión:

$$\begin{aligned}
 U_4(r, s) = \frac{1}{M'M} \left[ \sum_{n,m} e^{i(\phi_{nm} - 2\pi i(x_n u + y_m v))} \text{Rect} \left( \frac{r}{\rho_x M'M} \right) \text{Rect} \left( \frac{s}{\rho_y M'M} \right) \right] \dots \\
 \dots * J_1 \left( \frac{2\pi R \sqrt{r^2 + s^2}}{\lambda f_2 M'} \right) \frac{\lambda f_2 M'}{2\pi R \sqrt{r^2 + s^2}} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

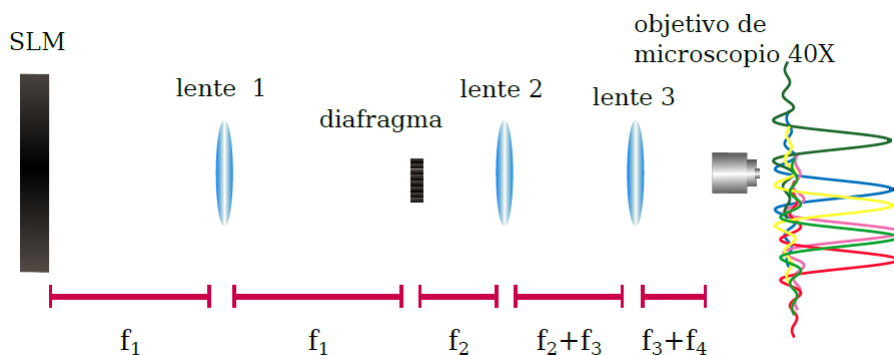
Donde  $M$  y  $M'$  son las magnificaciones del primer y segundo telescopio, respectivamente (dadas por  $M' = \frac{f_4}{f_3}$  y  $M = \frac{f_2}{f_1}$ , con  $f_i$  la distancia focal de cada lente utilizada). También,  $(r, s)$  son las coordenadas del sistema,  $R$  es el radio de la apertura del diafragma, y  $J_1$  son las funciones de Bessel de primer orden (que además están divididas entre su argumento), que surgen de la transformada de Fourier de la función *circ*, o pulso circular, que es la función de transmisión del haz a través de la apertura del diafragma. A las funciones de Bessel de primer orden que están divididas entre su argumento se les conoce también como función *jinc*. El desarrollo matemático completo para llegar a este resultado se puede consultar a profundidad en [53] y [54]. En la figura 2.6 se puede observar el sistema utilizado en este trabajo para generar el patrón de speckle, y cómo es que en el plano imagen del mismo, se traslapan las funciones de Bessel previamente mencionados, generando el patrón buscado.

Si se quiere tener un tamaño de grano específico en el patrón de speckle, se necesita calcular la apertura del diafragma que se utilice. Esto se puede hacer con la función *jinc* adecuada, ya que esta es la que se tendrá al cruzar el diafragma. El tamaño de grano del sistema se puede tomar como el ancho de la función *jinc* que pasa a través



## 2. EL PATRÓN DE SPECKLE

---



**Figura 2.6:** Se muestra el sistema experimental utilizado para generar el patrón de speckle, y cómo en su plano imagen se traslapan las funciones de Bessel mencionadas en el desarrollo anterior. La imagen fue diseñada por Laura Pérez, y presentada en [53].

del diafragma. Este ancho es el que tiene la función a la mitad del camino entre su primer máximo y sus primeros ceros. El primer cero de la función *jinc* en este caso dependerá de  $D$ , que es el diámetro del diafragma; de  $\lambda$ , que es la longitud de onda del haz utilizado (aquí,  $\lambda = 532nm$ ); de  $f_2 = 10cm$ , que es la distancia focal de la segunda lente del sistema, y de la magnificación del segundo telescopio del sistema,  $M_2$ , dada por el cociente de las distancias focales de las últimas dos lentes del sistema. Aquí,  $M_2 = 0.03$ . Con esto, la ecuación que arroja el tamaño de grano en este caso es:  $Tamaño\ de\ grano = 2.44 \frac{\lambda f_2 M_2}{D}$ .

Con toda esta información sobre el patrón de speckle, se puede dar por concluido este capítulo y dar paso a la discusión de lo que son las fuerzas ópticas, de dónde surgen, y un par de aproximaciones útiles para poder calcularlas.

# Fuerzas ópticas y micromanipulación

## óptica

---

La luz ejerce fuerza sobre la materia. Esta es una oración que al principio no parece tener sentido, pero cuya verdad se comenzó a sospechar hace siglos. El famoso astrónomo, Johannes Kepler, escribe al respecto en 1619 en su obra *De Cometis* [20], cuando menciona que las colas de los cometas existen gracias a que el Sol de alguna manera empuja a las partículas alrededor de ellos en una dirección opuesta al mismo. El Sol empuja a dichas partículas por medio de dos cosas: el viento solar (partículas provenientes del Sol que viajan a alta velocidad por el espacio en el Sistema Solar), y la presión de radiación. Es esta última una manifestación de la fuerza que ejerce la luz sobre la materia: las fuerzas ópticas.

De acuerdo con la segunda Ley de Newton, una fuerza es un cambio en la cantidad de movimiento (o momento),  $\vec{p}$ , de un objeto, o de un sistema. La forma más sencilla de representar dicha Ley es con las expresiones  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$ . Por la definición que se le da a la cantidad de movimiento,  $\vec{p} = m\vec{v}$ , una fuerza solo puede ser generada, o sentida, por algo que tenga masa. A partir de las ecuaciones de Maxwell se muestra que las ondas electromagnéticas tienen una energía,  $E$ , igual a:

$$E = cp \tag{3.1}$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz y  $p$  la magnitud del momento de la onda [55]. Si además se toma en cuenta la expresión que da Planck para la cuantización de la energía,  $E = h\nu$ , (donde  $h$  es la constante de Planck y  $\nu$  la frecuencia de la onda o partícula utilizada) se puede obtener a partir de la ecuación (3.1), que el momento ya no de una

### 3. FUERZAS ÓPTICAS Y MICROMANIPULACIÓN ÓPTICA

---

onda electromagnética, sino de un fotón<sup>1</sup>, es igual a [55]:

$$p = \frac{h\nu}{c} \quad (3.2)$$

La ecuación anterior se cumple para la luz cuando esta se encuentra viajando por el vacío. Cuando se encuentra viajando por un medio distinto, se tiene que tomar en cuenta el índice de refracción,  $n$ , del mismo. Sin embargo, hoy en día no existe una relación universalmente aceptada que de el valor de la cantidad de momento de la luz cuando viaja por un medio distinto al vacío. En 1908, Hermann Minkowski postuló que el momento de la luz en un medio distinto del vacío está dado por la expresión  $p = \frac{nh\nu}{c}$ , mientras que en 1909 Max Abraham dijo que el momento estaba dado por  $p = \frac{h\nu}{nc}$ . Esto generó lo que hoy se conoce como la *controversia de Abraham-Minkowski*, pues aún no se ha logrado probar experimentalmente ninguna de las dos expresiones, y las dos cuentan con apoyo en la comunidad científica. Hoy en día, se sigue debatiendo sobre el tema [29].

Para evitar mayor confusión al respecto, cuando se mencione el momento de la luz a lo largo de esta sección, se utilizará la expresión  $p = a\frac{h\nu}{c}$ , en donde  $a$  puede ser  $n$  ó  $\frac{1}{n}$ , para representar al momento de Minkowski o Abraham, según prefiera el lector.

En un sistema de muchos fotones, como lo es cualquier haz de luz, el momento total será la suma de los momentos de todos los fotones que conformen el haz, y regresando a la segunda Ley de Newton, si este momento que lleva un haz de luz cambia, entonces habrá una fuerza. El momento de un haz puede cambiar, por ejemplo, cuando este se refleja con un espejo y, como el momento total del sistema (en este caso el sistema haz-espejo) se conserva, entonces el cambio en el momento del haz se tiene que compensar con un cambio en el momento del espejo (es decir, puede haber una transferencia de momento entre el haz y el espejo), pudiendo así generar que el espejo se mueva [29].

Sin embargo, las fuerzas generadas por este tipo de interacciones son extremadamente pequeñas y, por lo tanto, durante mucho tiempo se ignoraron y no se tomaron en cuenta. Es hasta los años sesenta, con la invención del láser, que se pudo comenzar a experimentar un poco más con el efecto que tienen las fuerzas ópticas sobre la materia. El pionero en el tema, y recientemente reconocido con premio Nobel debido a sus enormes contribuciones a esta área de la Física, es Arthur Ashkin. En 1970 Ashkin logra, junto con sus colaboradores, observar por primera vez el efecto que la presión de radiación tenía sobre partículas de unos cuantos micrómetros de diámetro [21]. A partir de esta observación, Ashkin desarrolló lo que en un futuro se llegaría a conocer como *pinzas ópticas*.

---

<sup>1</sup> Estos comentarios y suposiciones se encuentran explicados a detalle, junto con el desarrollo de todas las ecuaciones que los demuestran, en el libro *Fundamentals of Physics, Volume III: Quantum and Statistical Physics*, de Marcelo Alonso y Edward J. Finn [55]

Una pinza óptica es un arreglo experimental que enfoca a un láser de tal forma que, en el foco del mismo, las fuerzas ópticas son lo suficientemente grandes como para atrapar a una o varias partículas [29]. Literalmente es el equivalente de una pinza, pero hecha de luz. El desarrollo de esta herramienta permitió que se estudiara a la materia desde un punto de vista completamente nuevo [56]. Objetos como células y sus organelos, bacterias, partículas microscópicas de todo tipo, y en general cualquier objeto lo suficientemente pequeño, se comenzaron a manipular y estudiar sin necesidad de dañarlos o destruirlos [[22], [56], [57]]. También, se comenzó a profundizar en el estudio de las fuerzas generadas por esta presión de radiación: las fuerzas ópticas, discutidas a continuación [[21], [56]].

### 3.1. Fuerzas ópticas

Cuando un haz de luz interactúa con materia, este se absorbe y se dispersa. Una teoría que se encarga de estudiar esta interacción es, justamente, la teoría de la dispersión de la luz. Un caso de amplio interés es en el de la interacción de la luz que incide sobre partículas esféricas de cualquier tipo. Las soluciones a las ecuaciones de Maxwell que explican cómo se da esta interacción entre luz y partículas esféricas se conocen como *Soluciones de Lorenz-Mie*. Estas soluciones suelen ser muy complejas, pero se pueden realizar dos grandes aproximaciones que simplifican mucho el problema, dependiendo del tamaño de la partícula comparado con la longitud de onda de la luz que incide sobre ella.

Si las partículas son muy grandes comparadas con la longitud de onda de la luz incidente, entonces se puede hacer una aproximación desde la óptica geométrica, mientras que si las partículas son muy pequeñas comparadas con dicha longitud de onda, entonces se puede realizar la que se conoce como aproximación dipolar. A continuación se presentan ambas aproximaciones y los resultados que estas arrojan.

#### 3.1.1. Fuerzas ópticas: aproximación desde la óptica geométrica

En esta aproximación, se dice que la luz viaja en línea recta hasta que pase a otro medio, o se refleje con un objeto, y por lo tanto cambie de dirección. La potencia,  $P$ , de un haz, o rayo de luz, estará dada entonces por el número de fotones,  $N$ , que pasen por una unidad de área (del área transversal del haz) en una unidad de tiempo, multiplicado por la energía que tiene un fotón,  $h\nu$  (suponiendo que todos los fotones del haz tienen la misma energía). Es decir:

### 3. FUERZAS ÓPTICAS Y MICROMANIPULACIÓN ÓPTICA

---

$$P = Nh\nu \quad (3.3)$$

Por lo tanto, si se conoce la potencia del haz utilizado, el número de fotones se puede obtener fácilmente:

$$N = \frac{P}{h\nu} \quad (3.4)$$

Entonces, el momento total del haz de luz (en el vacío) será el número de fotones multiplicado por el momento que tiene un fotón (ecuación (3.4) multiplicada por (3.2)):

$$p_{haz} = \left( \frac{P}{h\nu} \right) \left( \frac{h\nu}{c} \right) = \frac{P}{c} \quad (3.5)$$

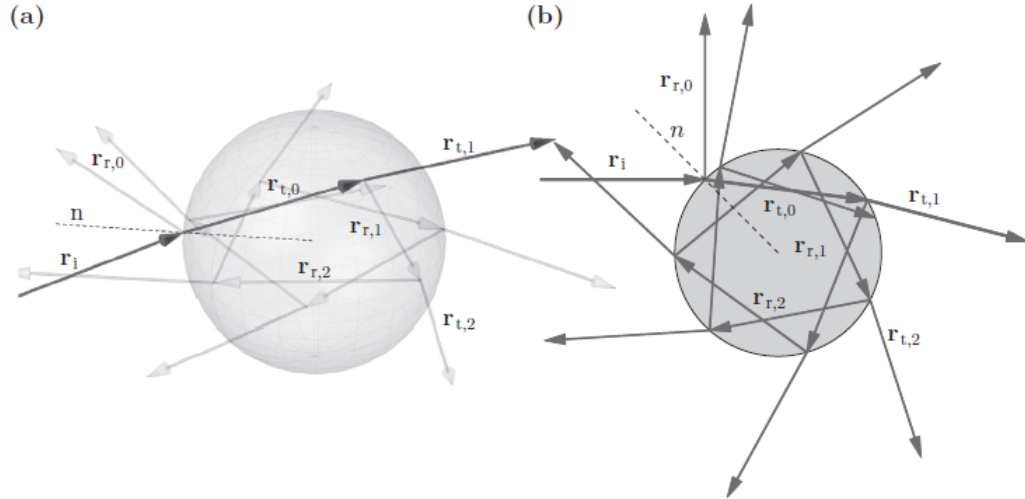
Ahora, en el caso más general, cuando un haz de luz incide sobre un objeto (puede ser un espejo, alguna partícula, un medio distinto al que se encuentra, entre otros), parte del haz se va a reflejar mientras que la otra se transmitirá a través del objeto. Así, el cambio en el momento total del haz será el momento que lleva al incidir sobre el objeto menos los momentos de cada componente del haz después de incidir sobre el objeto: la componente reflejada y la componente transmitida. Utilizando los subíndices  $i, r, t$  para los haces incidente, reflejado, y transmitido, respectivamente, entonces el cambio en el momento, que es la fuerza generada por el haz de luz, se puede escribir como [29]:

$$\vec{F}_{haz} = a_i \frac{P_i}{c} \vec{r}_i - a_r \frac{P_r}{c} \vec{r}_r - a_t \frac{P_t}{c} \vec{r}_t \quad (3.6)$$

Donde  $\vec{r}_i, \vec{r}_r, \vec{r}_t$  son vectores unitarios en la dirección de cada rayo de luz.

Se puede observar que la fuerza óptica está contenida en un plano (figura 3.1): el plano incidente (formado por los vectores unitarios que van en la dirección del haz incidente y la recta normal a la superficie del objeto sobre el que incida el haz). Por lo tanto, se puede dividir en dos componentes: una en la dirección del haz incidente, y una en la dirección perpendicular al mismo. A estas componentes se les conoce como **fuerza de scattering** y **fuerza de gradiente**, respectivamente [29].

Una forma clarísima de ver de dónde surgen estas dos fuerzas es de la siguiente manera (figuras 3.2, 3.3 y 3.4): suponiendo que se tiene una esfera iluminada por un haz conformado por muchos rayos de luz, se toman dos de esos rayos incidentes que se encuentren a la misma distancia del centro de la esfera pero en direcciones opuestas, entonces estos se refractarán de la misma manera dentro de la esfera, pero también en



**Figura 3.1:** Cuando un haz incide sobre una esfera, parte de este se transmite y otra se refleja. La parte que se transmite, al volver a llegar a la superficie de la esfera, de nuevo se dividirá en un haz reflejado y transmitido, y así sucesivamente hasta que no quede luz dentro de la esfera. Este proceso, conocido como scattering, se da únicamente en el plano de incidencia del haz y, por lo tanto, las fuerzas ópticas solamente tendrán componentes en dicho plano. En a) se puede ver a la esfera en tres dimensiones, y en b) su proyección sobre el plano de incidencia del haz, en donde se aprecian bien todos los vectores de los haces reflejados y transmitidos en el fenómeno de scattering [29].

direcciones opuestas. Esto genera un cambio en el momento de cada rayo, y por lo tanto se generará una fuerza correspondiente a cada rayo de luz. La suma de todas estas fuerzas dará como resultado la fuerza óptica neta sentida por la esfera, y dependerá totalmente de la estructura e intensidad que tenga el paquete de rayos: el haz de luz [58].

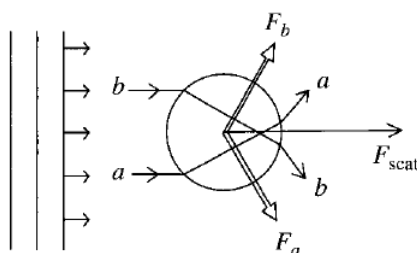
Por ejemplo, si el haz de luz está conformado por rayos paralelos y de la misma intensidad (figura 3.2), entonces las componentes de la fuerza perpendiculares a la dirección en la que viaja el haz se cancelarán, y la fuerza neta provocada por el haz será únicamente en la dirección en la que viaje el mismo. A esta fuerza, que empuja a la partícula en la dirección en la que viaja el haz, se le conoce como **fuerza de scattering** [58].

Si ahora el haz tiene un perfil de intensidades que varía en el espacio, por ejemplo, un haz Gaussiano (figuras 3.3 y 3.4), entonces el cambio en el momento de un rayo de luz será mayor en las zonas de mayor intensidad de los mismos (hacia el centro del haz) y menor en las zonas de menor intensidad (hacia afuera del haz). Esto provocará que las componentes de la fuerza perpendiculares a la dirección en la que viaja el haz serán diferentes dependiendo de la zona en la que la partícula se encuentre dentro del haz de luz, por lo que no se cancelarán y la partícula, además de moverse en la dirección en la que viaja la luz, también se moverá en la dirección en la que cambie la intensidad de la misma. A esta fuerza, que varía debido al gradiente en la intensidad de un haz

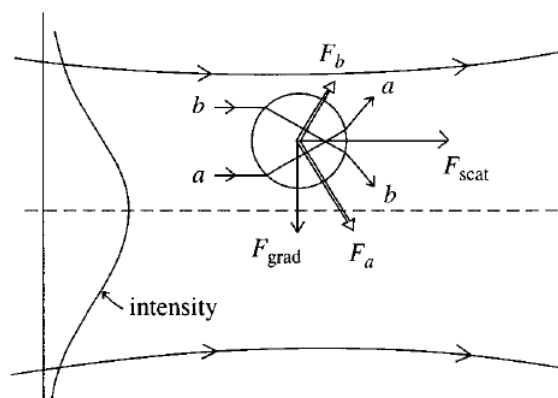
### 3. FUERZAS ÓPTICAS Y MICROMANIPULACIÓN ÓPTICA

---

de luz, se le conoce como **fuerza de gradiente**. La fuerza de gradiente puede hacer que la partícula se mueva hacia las zonas de mayor o menor intensidad del haz. Esto dependerá del índice de refracción de esta última: si es mayor que el del medio en el que se encuentra, entonces la partícula se verá atraída a las zonas de mayor intensidad del haz (figura 3.3), mientras que si es menor, la partícula se moverá hacia las zonas de menor intensidad de la luz (figura 3.4) [58].

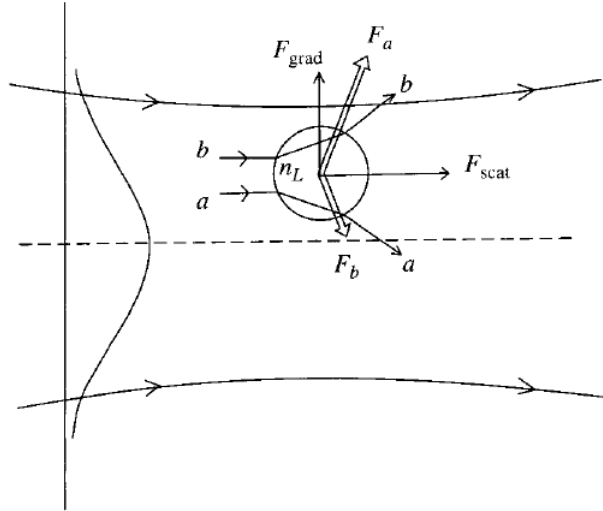


**Figura 3.2:** La fuerza óptica que actúa sobre una esfera debido a la incidencia de un haz con un perfil de intensidad constante será únicamente en la dirección en la que viaja el haz: esta es la fuerza de scattering [58].



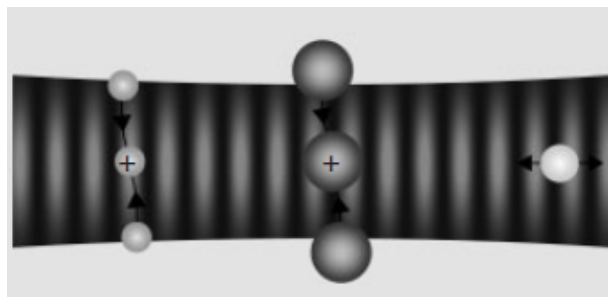
**Figura 3.3:** La fuerza óptica que actúa sobre una esfera debido a la incidencia de un haz con un perfil de intensidad Gaussiano será la combinación de la fuerza de scattering y de una fuerza perpendicular a esta, debida al gradiente de intensidades, conocida como fuerza de gradiente. Si el índice de refracción de la partícula es mayor que el del medio en el que se encuentra, esta se verá atraída hacia el punto de mayor intensidad del haz [58].

Hasta aquí se han mencionado únicamente haces con un perfil de intensidad constante o Gaussiano, pero estos no son los únicos que existen. Aquellos haces de luz que no tienen alguno de los perfiles de intensidad mencionados previamente se pueden llamar haces estructurados. Estos tendrán un perfil de intensidades que variará en el espacio, presentando máximos y mínimos de intensidad en distintas zonas del haz. Cuando se trabaja con dichos haces, el tamaño de la partícula (o partículas) que se utilice, influirá mucho en la manera en la que las fuerzas ópticas actuarán sobre ella. Por ejemplo, si se tiene un haz que tiene máximos y mínimos de intensidad de forma periódica, con una distancia  $L$  entre máximos (o mínimos), y una partícula con un diámetro  $d$  mucho



**Figura 3.4:** El mismo caso que en la figura anterior pero ahora el índice de refracción de la esfera es menor que el del medio en el que se encuentra, por lo que ésta se verá repelida de la zona de mayor intensidad, moviéndose así a las zonas de menor intensidad del haz [58].

menor que  $L$ , entonces su comportamiento ante las fuerzas de gradiente y de scattering será como el mencionado anteriormente en esta sección. Pero, si el diámetro de la partícula es igual o mayor que  $L$ , entonces sentirá la fuerza de gradiente hacia dos (o más) máximos de intensidad del haz, provocando entonces que la partícula se centre en un mínimo de intensidad, entre los máximos en los que sienta la fuerza de gradiente. Este comportamiento es diferente al que se da en un haz Gaussiano o de intensidad constante, y así como este ejemplo, hay muchos casos diferentes que dependerán de la estructura del haz y del tamaño de la partícula [59].



**Figura 3.5:** Partículas de diferentes tamaños reaccionan de manera distinta a la influencia de un haz estructurado. En este caso, el haz es formado por la interferencia entre dos haces contrapropagantes. *Izquierda:* una partícula relativamente pequeña es atraída al centro de un máximo de intensidad. *Centro:* una partícula grande es atraída hacia dos máximos distintos de intensidad, provocando que se centre sobre un mínimo de intensidad. *Derecha:* una partícula de tamaño intermedio no quedará centrada del todo ni en el máximo ni en el mínimo de intensidad del haz. Imagen y explicación obtenidas de [59]



### 3.1.2. Fuerzas ópticas: aproximación dipolar

Si se trabaja con partículas cuyos tamaños son lo suficientemente pequeños como para ser mucho menores que la longitud de onda del haz que incida sobre las mismas, entonces se puede realizar lo que se conoce como la aproximación dipolar <sup>1</sup>.

Cuando se tiene una partícula dieléctrica bajo la influencia de un campo electromagnético, las cargas dentro de la partícula se acomodarán de tal forma que las cargas negativas y positivas se van a separar, quedando alineadas con el campo eléctrico que pase a través de las mismas (un ejemplo típico es el de un átomo, en el que la nube de electrones y el núcleo se reacomodarán de dicha manera). Este nuevo arreglo de cargas en la partícula dieléctrica se conoce como dipolo eléctrico, y se puede representar con la presencia de dos cargas eléctricas iguales y de signo opuesto,  $\pm q$ , que se encuentran a una distancia  $l$  entre ellas. Ahora, a un dipolo eléctrico se le puede asociar un momento dipolar dado por [29]:

$$p_d = ql\hat{u} \quad (3.7)$$

Donde  $\hat{u}$  es un vector unitario que va en la dirección en la que esté orientada el dipolo.

Si el campo electromagnético en el que se encuentra el dipolo oscila, o varía con el tiempo, entonces la distribución de las cargas en el dipolo también lo hará, y se tendrá un dipolo oscilante. Esto implica que el momento del dipolo también variará debido a la interacción que este tiene con el campo electromagnético oscilante a su alrededor y, por lo tanto, al cambiar el momento, se tendrá una fuerza. Esta fuerza dependerá de cómo, o más bien, cuánto, reaccione el dipolo ante el campo. Este *cuánto* se conoce como polarizabilidad, y depende del elemento o material con el que se esté trabajando. La polarización inducida en un átomo, o en una esfera dieléctrica, debida a un campo electromagnético no muy intenso, es linealmente proporcional al campo, y la constante de proporcionalidad en esta relación será justamente la polarizabilidad lineal del material,  $\alpha_{lin}$  [29]:

$$\mathbf{p} = \alpha_{lin}\mathcal{E}_i \quad (3.8)$$

---

<sup>1</sup> En esta sección se presentarán los resultados y conceptos más importantes que permiten la explicación detallada de las fuerzas ópticas desde el punto de vista del modelo dipolar. Para el desarrollo completo de cada una de las expresiones utilizadas, y en general de todas las ecuaciones presentadas en esta sección, se puede consultar el capítulo 3 del libro *Optical Tweezers: Principles and Applications* [29], ya que lo que aquí se presenta es un resumen de los desarrollos realizados en dicho texto.

donde  $\mathcal{E}_i$  es la componente eléctrica del campo.

Cuando se trabaja con distribuciones de cargas positivas y negativas, en vez de un dipolo individual como se ha hecho hasta ahorita, entonces se tienen que hacer cambios en la relación que hay entre la polarización inducida en el material y el campo eléctrico con el que este interactúa. Es decir, la constante  $\alpha_{lin}$  tiene que modificarse. La nueva expresión para  $\alpha_{lin}$  se conoce como relación de Clausius-Mossotti, y se puede utilizar cuando se trabaja con una esfera pequeña, dieléctrica, homogénea, isotrópica, y no magnética [29].

La relación de Clausius-Mossotti es:

$$\alpha_{cm} = 3V\epsilon_0 \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right) \quad (3.9)$$

Aquí,  $V$  es el volumen de la esfera,  $\epsilon_0$  es la constante de permitividad en el vacío, y  $\epsilon_r$  es la constante de permitividad dieléctrica relativa entre la esfera y el medio que la rodea.

Sin embargo, cuando el campo electromagnético oscila, como se menciona anteriormente, también oscilará el dipolo. Esto lleva a que, en el caso de la esfera dieléctrica, haya cambios en el campo eléctrico dentro de ella, y por lo tanto la polarizabilidad de la misma va a cambiar. Esto significa que se tiene que corregir la ecuación (3.9) para casos en los que el campo oscila. Esta nueva polarizabilidad, llamada polarizabilidad efectiva de la esfera, se puede escribir de la siguiente manera [29]:

$$\alpha_{rad} = \frac{\alpha_{cm}}{1 - \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} [(k_0 a)^2 + \frac{2i}{3} (k_0 a)^3]} \quad (3.10)$$

Donde  $\alpha_{cm}$  es la relación de Clausius-Mossotti (3.9),  $k_0$  es el número de la onda en el vacío, y  $a$  es el radio de la esfera.

Habiendo introducido los conceptos anteriores, se puede hablar más claramente sobre la fuerza que ejerce un campo electromagnético sobre un dipolo eléctrico. Hay dos fuerzas que están actuando sobre el dipolo: la fuerza de Lorentz ( $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ , donde  $q$  es la carga,  $\vec{E}$  el campo eléctrico,  $\vec{v}$  la velocidad de la carga, y  $\vec{B}$  el campo magnético), y la fuerza que mantiene al dipolo unido,  $-\nabla U_{int}(\Delta\vec{r}, t)$ . Por lo tanto, se pueden escribir las ecuaciones de movimiento del dipolo (hay una para cada una de las cargas,  $\pm q$ ):

$$m \frac{d^2 \vec{r}_{\pm}}{dt^2} = \pm q \left( \vec{E} + \frac{d\vec{r}_{\pm}}{dt} \times \vec{B} \right) \mp \nabla U_{int}(\Delta\vec{r}, t) \quad (3.11)$$

Esta última ecuación se puede reescribir utilizando las expansiones en series de Taylor de los campos eléctrico y magnético. Si se hace esto, uno se puede dar cuenta, utilizando las ecuaciones de Maxwell, de que la expresión resultante dependerá del momento dipolar (ecuación (3.7)), y del vector de Poynting del campo electromagnético,  $\vec{S}$ . La ecuación resultante para las fuerzas presentes sobre el dipolo es (como se mencionó al inicio de esta sección, todos los pasos de este desarrollo se pueden consultar en [29]):

$$\vec{F} = \frac{1}{4}\alpha'_d \nabla(|\vec{E}_i|^2) - \frac{k_0}{\epsilon_0} \text{Im}\{\alpha_d\} \frac{1}{c} \vec{S}_i - \frac{1}{2} \frac{k_0}{\epsilon_0} \text{Im}\{\alpha_d\} c \nabla \times \vec{s}_d \quad (3.12)$$

Aquí,  $\vec{S}_i$  es el vector de Poynting promediado en el tiempo, y  $\vec{s}_d$  es la *densidad de espín* de la onda electromagnética, la cual se puede ver como el promedio del momento angular del espín que tiene la onda [29].

En la ecuación (3.12) hay tres componentes diferentes. Estos son las fuerzas ópticas que se han mencionado a lo largo de este capítulo, y se pueden clasificar de la siguiente manera:

- El primer término es conocido como la *fuerza de gradiente*.

$$\vec{F}_{grad} = \frac{1}{4}\alpha'_d \nabla(|\vec{E}_i|^2) \quad (3.13)$$

Esta fuerza es la misma que se menciona en la sección anterior, donde la partícula es mucho mayor que la longitud de onda que interactúa con ella. Es una fuerza conservativa, ya que surge directamente de la energía potencial del dipolo (recordando que toda fuerza conservativa se puede expresar como el gradiente de un potencial). Tomando en cuenta que la intensidad de un campo eléctrico se puede escribir como  $I_i = \frac{1}{2}c\epsilon_0|E_i|^2$ , entonces la ecuación (3.13) se puede reescribir como:

$$\vec{F}_{grad} = \frac{1}{2} \frac{\alpha'_d}{c\epsilon_0} \nabla I \quad (3.14)$$

- El segundo término de la ecuación (3.12) es la *fuerza de scattering*.

$$\vec{F}_{scat} = \frac{k_0}{\epsilon_0} \text{Im}\{\alpha_d\} \frac{1}{c} \vec{S}_i \quad (3.15)$$

Surge de la transferencia de momento de la onda electromagnética a la partícula, que se da como resultado de la absorción y el scattering de la onda al interactuar con el dipolo. Esto se puede ver claramente reflejado en el hecho de que la ecuación (3.15) depende de la sección eficaz de extinción y del vector de Poynting, que

siempre va en la dirección de propagación de la onda. Por esta razón, la fuerza de scattering no es conservativa [29].

- El último término es conocido como la *fuerza de espín*.

$$\vec{F}_{esp} = -\frac{1}{2} \frac{k_0}{\epsilon_0} \text{Im}\{\alpha_d\} c \nabla \times \vec{s}_d \quad (3.16)$$

Esta surge de que la polarización en un campo electromagnético puede no ser homogénea, dando pie a esta fuerza. Si la polarización es constante, esta componente de la fuerza será igual a cero. Es una fuerza no conservativa, y su magnitud es mucho más pequeña que las fuerzas de gradiente y de scattering. Por ello no aparece en la sección anterior, donde se encuentran las fuerzas ópticas desde el punto de vista de la luz como una partícula [29].

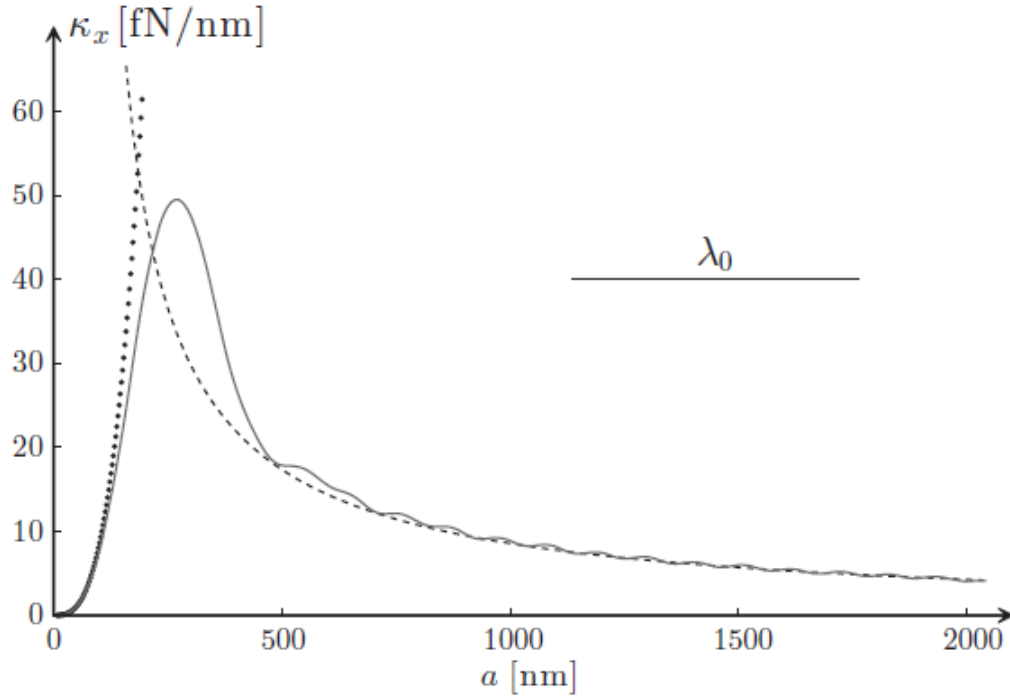
Así, sin importar la aproximación que se realice, se puede encontrar la existencia de las fuerzas de scattering y de gradiente que genera la luz al interactuar con un objeto.

La fuerza de gradiente es la responsable de que una pinza óptica funcione, por ejemplo. En un haz láser enfocado en un área muy pequeña, la fuerza de gradiente del haz en ese punto será lo suficientemente grande como para atrapar a una partícula (o muchas) en su centro, permitiendo así la manipulación y estudio de la misma [22]. A esto se le conoce como *micromanipulación óptica*, y se ha realizado desde los años ochenta, cuando Arthur Ashkin y sus colaboradores construyeron la primera pinza óptica [22].

La invención de las pinzas ópticas abrió un campo completamente nuevo en la óptica. Poco tiempo pasó antes de que se comenzara a realizar micromanipulación óptica con haces estructurados y patrones de luz que no necesariamente tuvieran una estructura en concreto. Uno de estos patrones es el patrón de *speckle*, el cuál se discute ampliamente en el capítulo anterior.

Como se menciona anteriormente, la aproximación que más convenga utilizar para calcular las fuerzas ópticas que actúen sobre una partícula, dependerá del tamaño de la partícula comparado con la longitud de onda del haz con el que interactúe. Esto se puede observar en la figura 3.6. En ella se muestra una comparación de las fuerzas ópticas, calculadas con las aproximaciones por óptica geométrica y por el modelo dipolar, que actúan sobre una partícula en una pinza óptica. Se puede observar claramente que para partículas con un diámetro mayor que la longitud de onda del haz en el que se encuentren, la aproximación por óptica geométrica es más conveniente. De la misma manera, la aproximación dipolar conviene en el caso de partículas pequeñas, pues para partículas grandes el valor de la fuerza obtenido con esta aproximación crece mucho, y deja de ser confiable.

Con toda esta información sobre las fuerzas ópticas, se puede dar por concluido este capítulo y dar paso a la discusión del experimento que se realizó, su montaje,



**Figura 3.6:** Comparación de las fuerzas ópticas que actúan sobre una partícula en una pinza óptica, obtenidas con las distintas aproximaciones mencionadas en este capítulo. Cuando el radio de la partícula es menor que la longitud de onda, la aproximación dipolar se ajusta bien al comportamiento de las fuerzas, mientras que a radios mayores, es la aproximación por óptica geométrica la que se ajusta mejor al cálculo de las fuerzas. Línea continua: cálculo exacto de las fuerzas. Línea punteada: aproximación dipolar. Línea de guiones: aproximación por óptica geométrica. Imagen y explicación obtenidas de [29]

la preparación de las muestras y partículas utilizadas, los resultados obtenidos y, por supuesto, su respectivo análisis.

# Dinámica de partículas activas en un haz Gaussiano y en un patrón de speckle

---

En este trabajo se realizaron dos experimentos. En el primero se analizó la dinámica de algunas partículas activas cuando éstas se encontraban bajo la influencia de un haz Gaussiano extendido, mientras que en el segundo se analizó la dinámica de las mismas, pero en un patrón de speckle. Se aprovechó el segundo experimento también para analizar la dinámica de las partículas activas en un haz rectangular que presentaba una intensidad promedio constante, igual a una de las intensidades promedio utilizadas en el patrón de speckle. Todo esto se realizó con fines comparativos.

Para poder realizar dichos experimentos, primero es importante mencionar cómo se prepararon las partículas activas utilizadas en ellos.

## 4.1. Preparación de muestras de partículas activas

Las partículas utilizadas en este trabajo fueron esferas de borosilicato de  $3\mu\text{m}$  de diámetro fabricadas por *Bangs Laboratories, Inc. MicroSil Microspheres*. Estas esferas se colocaron sobre una placa de cristal hecha con un portaobjetos marca *Pearl*, cortado en cuadrados de  $1\text{cm}^2$  y previamente lavados. El objetivo ideal era cubrir la superficie del cuadrado de cristal con una monocapa formada por las esferas de borosilicato. Para poder lograr esto, se calculó la concentración necesaria de partículas que debería de haber en una gota de agua de  $1\mu\text{l}$  que se colocaría, por medio de una pipeta, sobre el portaobjetos cortado para que, cuando ésta se evaporara, quedara la monocapa de partículas sobre el mismo. La concentración de partículas que debía tener la gota de

#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

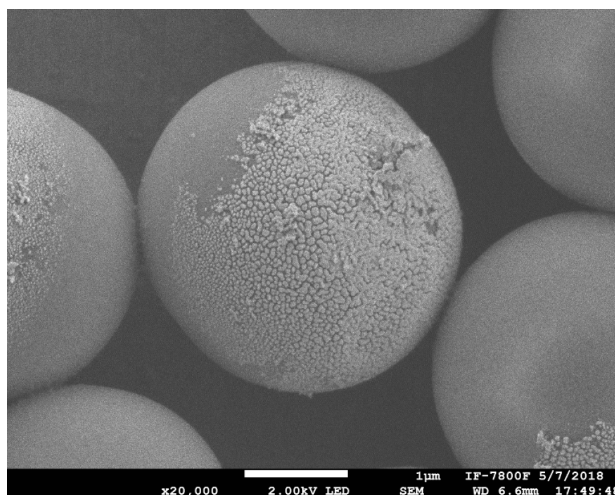
---

agua fue de 2.0066 %.

Una vez colocada la gota sobre el cristal, se dejaba evaporar dentro de un recipiente cerrado con superficie plana, para que la gota se esparciera uniformemente por toda la superficie de la muestra.

Las muestras listas se colocaron dentro de un aparato de evaporación por calentamiento mediante un haz de electrones, donde se evaporó una muestra de oro (proveniente de una moneda de oro mexicana), mediante el cañón de electrones del aparato previamente mencionado. El oro evaporado sube por la cámara en donde se encuentran las muestras de partículas, depositándose sobre ellas y cubriendo la mitad de las mismas que no está sobre el cristal en el que se encuentran. Con este aparato se puede controlar de manera muy confiable el grosor de la capa de oro que se deposita sobre las partículas. En este caso se eligió trabajar con una capa de oro de  $15\text{nm}$  de espesor. Todo este proceso fue realizado en el Laboratorio de Preparación de Muestras del Instituto de Física de la UNAM.

Después de este proceso, ahora se tienen esferas de borosilicato de  $3\mu\text{m}$  de diámetro con la mitad cubierta por una capa de oro de  $15\text{nm}$  de espesor, formando así partículas de Janus que, bajo las condiciones correctas, se pueden comportar como partículas activas (figura 4.1).

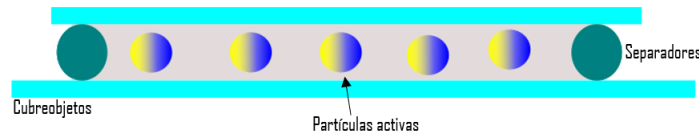


**Figura 4.1:** Fotografía tomada con un microscopio electrónico de barrido en el Instituto de Física de la UNAM. En la imagen se puede observar una partícula de borosilicato recubierta parcialmente por una capa de oro (parte granulosa).

Cada placa de cristal con estas nuevas partículas se colocaba con cuidado en un tubo *eppendorf* previamente lavado, al cuál se le agregaba agua desionizada hasta cubrir en su totalidad al cristal. Este tubo, cerrado, se colocó en un baño de ultrasonido con el fin de desprender a la mayor cantidad de partículas posibles del cristal. Con esto, las partículas activas quedaban libres, suspendidas en el agua desionizada, y listas para ser

utilizadas.

Para preparar una muestra utilizada en los experimentos se utilizaron dos cubreobjetos diferentes. Uno de marca *FisherScientific* de  $22\text{mm}^2$ , previamente lavado, y uno de marca *LabortechnikMedizintechnik* de  $23.8 \times 50\text{mm}$ . Sobre el más grande se colocaban entre una y tres gotas de  $1\mu\text{l}$  de la muestra con partículas activas, y una gota, también de  $1\mu\text{l}$ , de una muestra previamente preparada con partículas de borosilicato de  $4.9\mu\text{m}$  de diámetro, marca *Duke Scientific Corporation*, a una concentración lo suficientemente baja como para evitar, en la medida de lo posible, la interacción entre las partículas activas y estas últimas. Sobre esto, se colocó el cubreobjetos más pequeño, y se presionó ligeramente para evitar que quedaran burbujas de aire entre ambos. Para evitar fugas, los cuatro extremos del cubreobjetos pequeño se sellaba con grasa de vacío *Dow Corning*. Las esferas de  $4.9\mu\text{m}$  de diámetro se utilizaron para separar los cubreobjetos utilizados, dejando espacio suficiente para que las partículas activas se pudieran mover libremente dentro de la muestra sobre el mismo plano que la forma, pero que su movimiento vertical estuviera limitado de la mayor forma posible. Un dibujo que ejemplifica cómo quedaban las muestras que se utilizaban en el experimento se puede observar en la figura 4.2.



**Figura 4.2:** Cómo quedaban las muestras utilizadas en los experimentos. Las partículas con un diámetro de  $4.9\mu\text{m}$  funcionan como separadores entre los cubreobjetos para que las partículas activas puedan moverse dentro de la muestra sin tener libertad en el eje vertical. Esta es una vista lateral de la muestra.

Finalmente, las muestras terminadas se colocaban sobre una platina en el sistema de visualización del arreglo experimental, el cuál se presenta en la siguiente sección del capítulo.

## 4.2. Desarrollo experimental

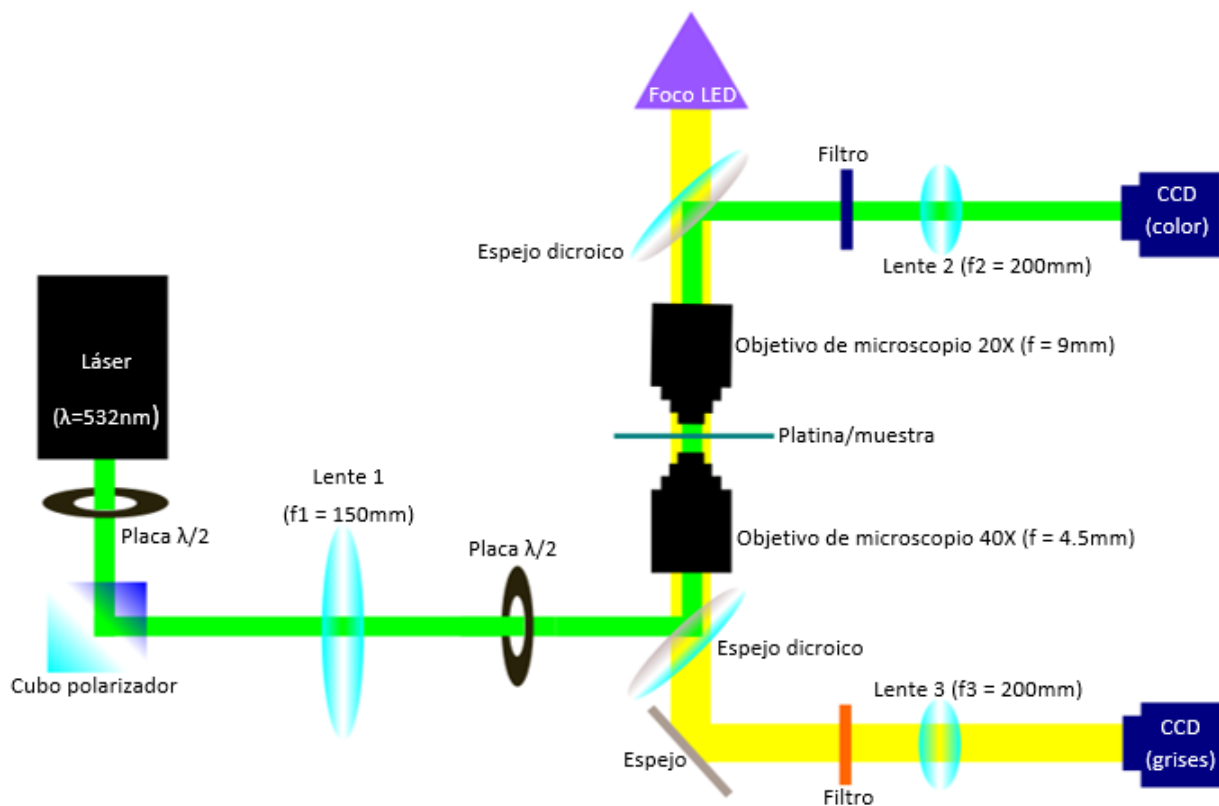
### 4.2.1. Dinámica de partículas activas en un haz Gaussiano extendido

El primer experimento que se realizó fue el del análisis de la dinámica de partículas activas en un haz Gaussiano extendido. Para ello, se utilizó un sistema como el que se puede observar en la figura 4.3.

Un láser *Verdi*, con una longitud de onda  $\lambda = 532\text{nm}$ , y potencia máxima de  $6\text{W}$ , pasa por una placa  $\frac{\lambda}{2}$  que se utiliza para controlar la potencia de salida del haz. Este



#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE



**Figura 4.3:** Diagrama del arreglo experimental utilizado para generar el haz gaussiano extendido.

haz se refleja en un cubo polarizador y después pasa por una lente con distancia focal  $f = 150\text{mm}$ . Después pasa por otra placa  $\frac{\lambda}{2}$  que sirve para controlar la potencia de entrada al sistema de visualización del experimento.

En el sistema de visualización, primero se tiene un espejo dicroico que refleja el haz del láser hacia arriba, dirigiéndolo a un objetivo de microscopio *OLYMPUS*, con una distancia focal de  $4.5\text{mm}$  y amplificación de  $40\times$ . Después del objetivo de microscopio se encuentra una platina micrométrica que se controla con tres tornillos (uno para cada eje de movimiento,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). Sobre esta platina se coloca la muestra. Después está colocado otro objetivo de microscopio *UPlanSApo* que tiene una distancia focal de  $9.0\text{mm}$  y una amplificación de  $20\times$ . Posteriormente, hay otro espejo dicroico que refleja de nuevo al haz, dirigiéndolo primero hacia un filtro y una lente con distancia focal de  $200\text{mm}$ , y finalmente hacia una cámara CCD a color que permite la visualización del haz láser. En este caso, la cámara es marca *Basler*, modelo *acA1600-20uc*.

Sobre el segundo espejo dicroico se encuentra una lámpara que tiene como objetivo iluminar la muestra. La luz emitida por esta lámpara pasa por la muestra y por todo el sistema de visualización, hasta un espejo en la parte inferior del mismo que la refleja, haciéndola pasar por otro filtro y otra lente, también con distancia focal de  $200\text{mm}$ ,

antes de llegar a una cámara CCD en blanco y negro que permite la visualización de las partículas dentro de la muestra. Esta segunda cámara es también marca *Basler*, pero otro modelo: *acA1300-200um*.

Ambas cámaras se encuentran conectadas a una computadora, donde sus imágenes pueden observarse con el software de visualización *Pylon Viewer*. Desde este software se pueden controlar las imágenes que se reciben de las cámaras con facilidad.

La lente en el arreglo experimental, junto con el primer objetivo de microscopio, funcionan como un telescopio con el que se puede amplificar o disminuir el tamaño del haz láser que pasa por ellos. En este caso en particular, se ha elegido la primera lente de tal forma que, en el área donde se coloca la muestra, la cintura (diámetro) del haz sea de  $50\mu m$ . Esto permite que las partículas de  $3\mu m$  de diámetro se encuentren completamente dentro del haz y tengan espacio suficiente no solo para moverse, sino para que el perfil Gaussiano del haz sea lo suficientemente ancho como para que las partículas puedan moverse por todo el mismo.

Para analizar la dinámica de las partículas activas en el haz Gaussiano, se colocaba una muestra sobre la platina y se enfocaban las partículas en la imagen de la cámara en blanco y negro. Después, se prendía el láser a su más baja potencia, de  $0.01mW$ , y se centraba una partícula en el haz con ayuda de los tornillos de la platina. Posteriormente se aumentaba la potencia del haz hasta llegar a la potencia deseada, y se tomaban videos a color y en blanco y negro con las cámaras del sistema de visualización.

En el caso del haz Gaussiano, los videos que se tomaron tienen una duración de 40 segundos, y una frecuencia de 100 cuadros por segundo. Antes de tomar cada video, la partícula analizada se volvía a colocar en el centro del haz Gaussiano.

Las partículas se colocaron en el haz a distintas potencias. Primero sin haz (es decir, a una potencia de  $0.00mW$ ), para observar un movimiento Browniano pasivo, y luego se fue aumentando la potencia poco a poco. Las que se utilizaron fueron: 15.38, 35, 50.1, 80, y  $95.2mW$ .

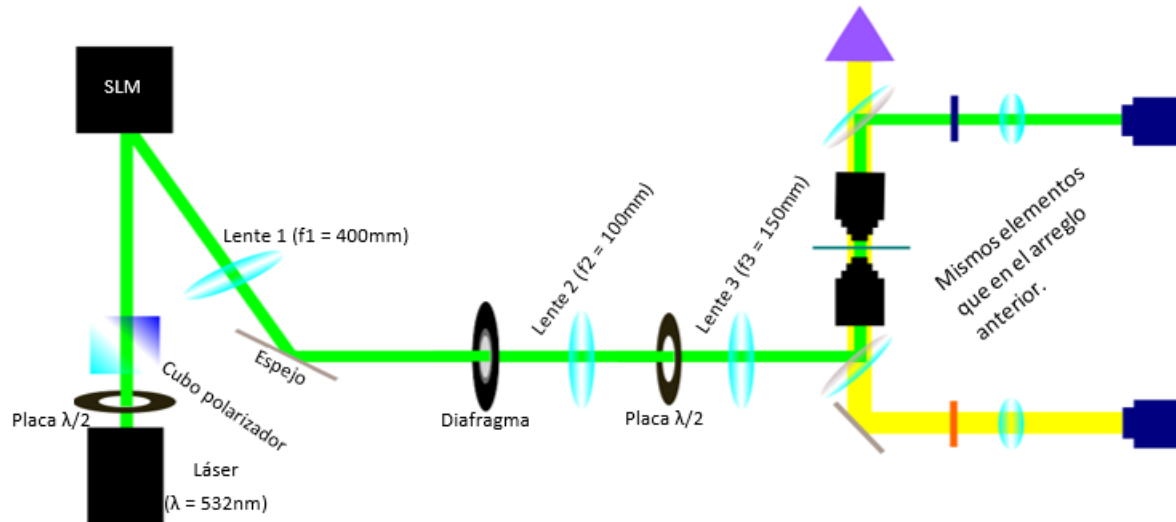
#### 4.2.2. Dinámica de partículas activas en un patrón de speckle

El segundo experimento realizado consistió en analizar la dinámica de las partículas activas, pero ahora en un patrón de speckle generado con un modulador espacial de luz (SLM por sus siglas en inglés) *Hamamatsu-X10468-04*. Dicho modulador se puede controlar desde una computadora y, por medio de programas en Matlab, se puede modificar cada pixel de su pantalla para que le imprima distintas fases o intensidades al haz láser que incida sobre él. El modulador utilizado tiene una pantalla de  $600 \times 800$  pixeles cuadrados, cuyos lados miden  $20\mu m$  de longitud. El haz incide sobre el modulador y se

#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

redirige hacia las lentes que forman el sistema  $4f$ , como se puede observar en la figura 4.4.



**Figura 4.4:** Diagrama del arreglo experimental utilizado para generar el patrón de speckle.

En este arreglo, las placas  $\frac{\lambda}{2}$  se utilizan de la misma forma que en el arreglo anterior, para regular la potencia del haz. El espejo simplemente le da al haz la dirección deseada, y las tres lentes (junto con el primer objetivo de microscopio en el sistema de visualización) y el diafragma sirven para formar el patrón de speckle como se menciona en la sección 2.2 del segundo capítulo.

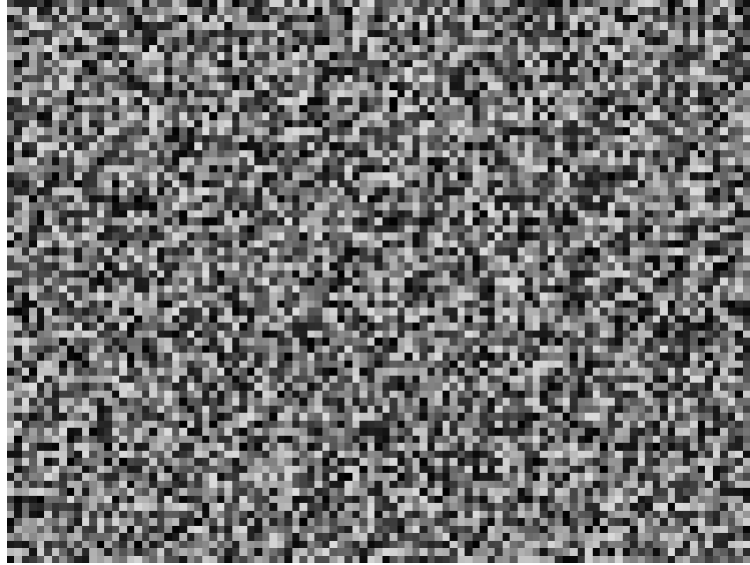
La imagen proyectada en la pantalla del modulador se puede observar en la figura 4.5.

En el experimento, cada subdominio utilizado en el modulador para imprimirle una fase e intensidad constante al haz fue de  $8 \times 8$  pixeles (es decir, cada 8 pixeles en cada dirección, cambiaba el valor de la fase e intensidad que se le imprimía al haz). La apertura del diafragma fue de  $1.33\text{mm}$ . El tamaño de grano que se buscaba obtener con estas características era uno lo más parecido posible al tamaño de las partículas utilizadas ( $3\mu\text{m}$ ), para tomarlo como punto de partida a futuros experimentos y análisis inicial. Con dicha apertura del diafragma, el tamaño de grano obtenido según el cálculo teórico es de  $2.928\mu\text{m}$ .

El sistema de visualización tiene los mismos elementos que en el experimento anterior.

El patrón de speckle que se generó con el modulador se puede observar en la figura 4.6

En este experimento se colocaba la muestra de partículas de la misma forma que en el



**Figura 4.5:** Imagen proyectada sobre el modulador espacial de luz con la que se generó el patrón de speckle utilizado en el experimento.

experimento anterior, cuando el patrón de speckle se proyectaba con una potencia baja, para poder colocar a las partículas en la sección que se deseara del mismo. Los videos tomados con la cámara tienen las mismas características que los del video anterior, con una duración de 40 segundos a 100 cuadros por segundo, salvo en algunos casos, en los que la duración del video aumentó a 60 segundos.

Las partículas se analizaron primero a distintas potencias, siempre en el mismo patrón de speckle (se guardó la composición de dicho patrón en el SLM para poder proyectar el mismo speckle cada vez que se tomaran videos), y posteriormente se tomaron videos de partículas activas en distintas zonas del patrón, pero a la misma potencia, para analizar cómo cambia el comportamiento de las mismas conforme se cambia de región en el patrón de speckle.

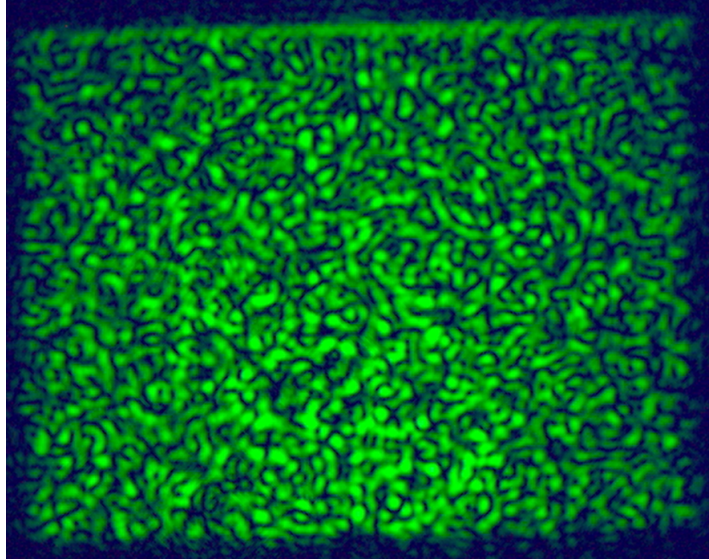
Las potencias utilizadas para el patrón de speckle fueron de 17.5, 46.4, 75.2, 90.2, 90.8, 110., 110.9, 123.3, y 150.4mW.

Por último, también se tomaron videos de las partículas activas bajo la influencia de un haz rectangular con un perfil de intensidades constante (conseguido simplemente por reflejar el haz láser sobre el SLM apagado, ya que este tiene una pantalla rectangular). Todo esto con el fin de comparar la dinámica de las partículas en el patrón de speckle y en un haz con la misma forma y superficie, pero sin las intensidades aleatorias. Para dicho haz se utilizó una potencia de 110.9mW.

Con ayuda de un programa de Matlab escrito por Santiago López Huidobro [54], se pueden encontrar las funciones de autocorrelación en  $x$  y en  $y$ , y el tamaño de grano del

#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---



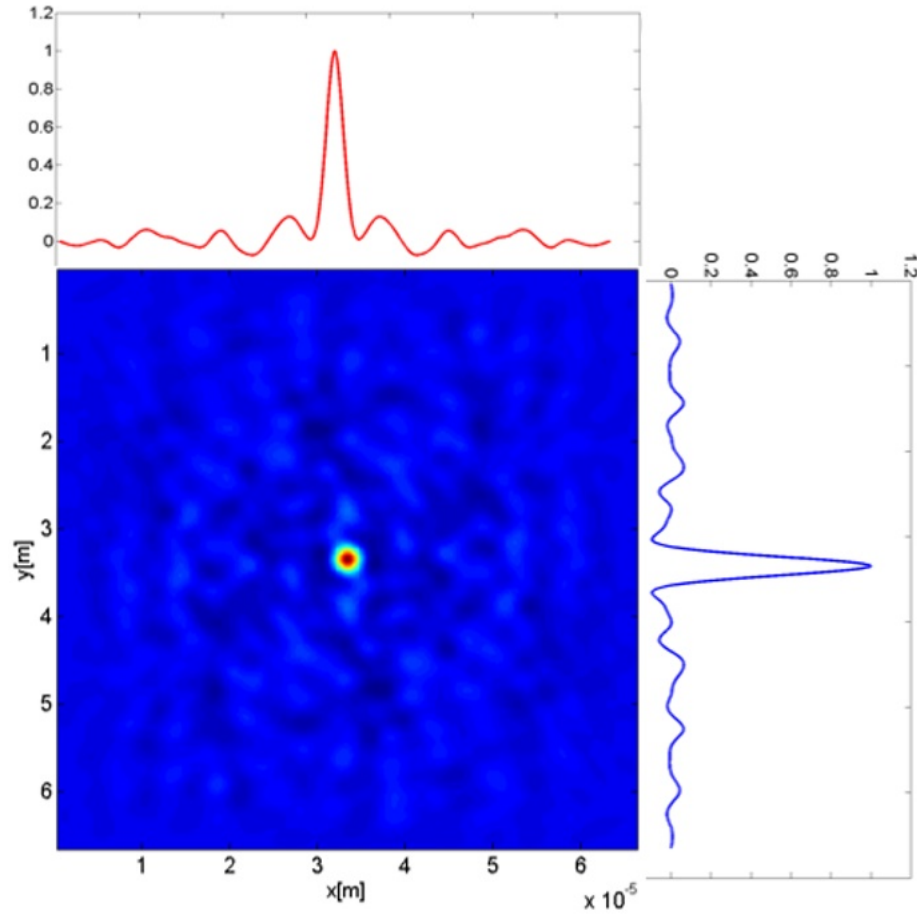
**Figura 4.6:** Patrón de speckle utilizado en este trabajo.

patrón de speckle mostrado en la figura 4.6. El tamaño de grado que arroja el programa es de  $2.91\mu m$  en  $x$  y de  $3.1\mu m$  en  $y$ . Estos valores son muy similares al obtenido en el cálculo teórico del tamaño de grano:  $2.928\mu m$ . En la figura 4.7 se muestran las funciones de autocorrelación de dicho patrón.

Los videos analizados fueron los obtenidos con la cámara en blanco y negro. En estos, se observa claramente a las partículas activas y las trayectorias que seguían. La cámara a color se utilizó principalmente para acomodar a las partículas activas en sus posiciones iniciales, y partir de ahí para tomar los videos con la cámara en blanco y negro.

Se tomaron (excepto en algunos casos) cinco videos para cada caso analizado (una partícula activa bajo la influencia de uno de los patrones previamente mencionados, a una potencia constante). En total, se analizaron más de 150 videos, de los cuales en este trabajo se presentan los resultados más importantes obtenidos.

El análisis de los videos se llevó a cabo en Matlab, con un programa que detecta la posición del centro de las partículas en cada cuadro del video, guardando su posición en las coordenadas  $x$  y  $y$ , y el cuadro en el que estos datos fueron tomados. Al final del análisis, el programa guarda una matriz de tres columnas por  $n$  filas, donde  $n$  es el número de cuadros del video en el que el programa detectó el centro de la (o las) partícula analizada. Dicha matriz después se utilizó en otro programa de matlab que toma sus datos y los analiza para calcular el desplazamiento cuadrático medio de las partículas, basado en las posiciones de sus centros en cada cuadro del video. Con esto se pueden obtener las gráficas, normales y logarítmicas, del MSD; los promedios del MSD de una partícula para varios videos distintos, y las gráficas de las trayectorias de



**Figura 4.7:** Se muestran las funciones de autocorrelación en  $x$  y en  $y$  del patrón de speckle utilizado en este trabajo. Tomando el tamaño de grano como la mitad de la distancia entre los primeros ceros de las funciones de autocorrelación en cada coordenada, se obtienen tamaños de grano de  $2.91\mu m$  en  $x$  y de  $3.1\mu m$  en  $y$ .

las partículas. Los resultados de los experimentos realizados son estas gráficas, que se presentan y discuten en la sección a continuación.

### 4.3. Resultados y análisis

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para cada experimento realizado, en orden, con sus respectivos análisis.

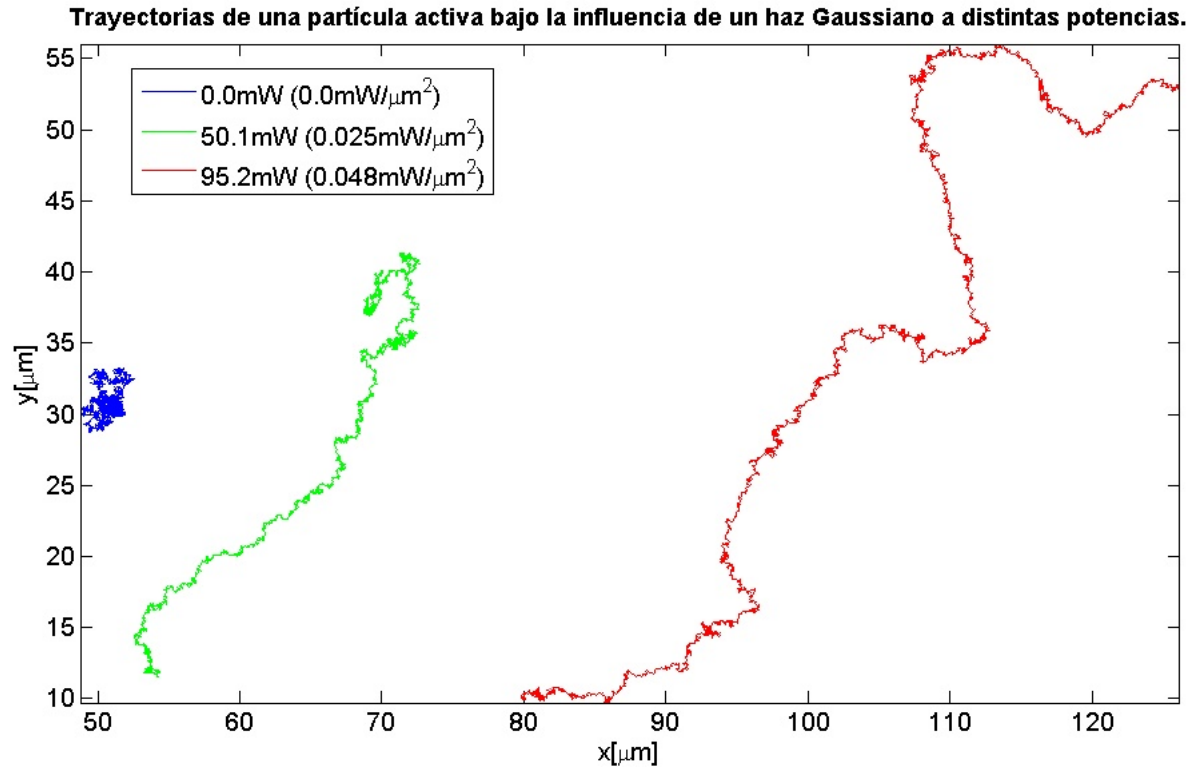
### 4.3.1. Dinámica de partículas activas en un haz Gaussiano extendido

Una de las hipótesis planteadas antes de observar la dinámica de las partículas activas en los potenciales ópticos utilizados es que la actividad de las partículas aumentaría conforme se fuera aumentando la potencia del haz utilizado. En el caso del haz Gaussiano extendido, se puede observar claramente que esto se cumple en la figura 4.8.

Cuando la potencia es nula (es decir, no hay un haz interactuando con las partículas), el desplazamiento de las partículas es muy poco, y no tienden a alejarse mucho de su posición inicial. Es un movimiento aleatorio, sin dirección definida, y con trayectorias pequeñas. Es un movimiento Browniano pasivo.

Sin embargo, al prender el haz a una potencia de  $50.1mW$ , se nota un cambio importante en el desplazamiento de la partícula analizada. Como se puede observar, la trayectoria ahora es mucho más abierta, con menos lugares en los que la partícula se quede atorada por mucho tiempo. Tiende a mostrar menos cambios bruscos de dirección, favoreciendo un movimiento más determinista que aleatorio. Ahora es un movimiento Browniano activo, aunque aún hay puntos en los que la partícula presenta "nudos", o lugares en los que el movimiento tiene más similitudes con un movimiento Browniano pasivo que con uno activo.

Por último, la trayectoria de la partícula activa cuando la potencia del haz fue de  $95.2mW$  es la más abierta de las tres. Se puede ver como, a pesar de que aún hay cambios de dirección debidos al movimiento Browniano, la partícula se mueve en una dirección similar, sin cambios bruscos, por más tiempo. Es un movimiento Browniano activo, sin tantos "nudos" como los que se presentan a potencias menores. El movimiento Browniano es activo.



**Figura 4.8:** Se muestra una comparación del desplazamiento de una partícula activa bajo la influencia de un haz Gaussiano extendido a distintas potencias (potencia por unidad de área). Todas las trayectorias mostradas en esta figura se han registrado a lo largo de 40 segundos (al igual que el resto de las trayectorias mostradas en esta sección del trabajo). Es claro que, conforme aumenta la potencia del haz, también lo hace la actividad de la partícula. Esto se traduce en trayectorias más abiertas y con menos nudos: predomina la componente activa del movimiento.

En las siguientes dos figuras (4.9 y 4.10) se comparan distintas trayectorias de una partícula activa en el haz Gaussiano, a la misma potencia. La partícula inicia en la misma zona en cada caso: en el centro del haz. Se puede observar un comportamiento similar en ambas figuras; un comportamiento esperado: las partículas activas en estos casos tienden a alejarse de las zonas de mayor intensidad del haz. Aunque en cada caso la trayectoria es diferente, en todas es en dirección hacia afuera del haz, intentando alejarse de la influencia del mismo. Esto se debe a que dependiendo de la orientación de la partícula con respecto a la dirección del gradiente de la intensidad del haz, se genera una torca sobre la misma, que la orienta en la dirección de dicho gradiente, y provocando que la partícula se mueva hacia las zonas de menor intensidad del haz. Esta torca se genera debido a que la capa de oro que recubre a la mitad de la partícula se calienta más en las zonas de mayor intensidad del haz. Esto genera que la temperatura del fluido en contacto con esa zona de la partícula aumente también. A escala microscópica, esto se puede ver como si las moléculas del fluido están chocando más fuertemente con la superficie de la partícula en esa zona. En zonas con menor intensidad, habrá una temperatura menor y,



#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

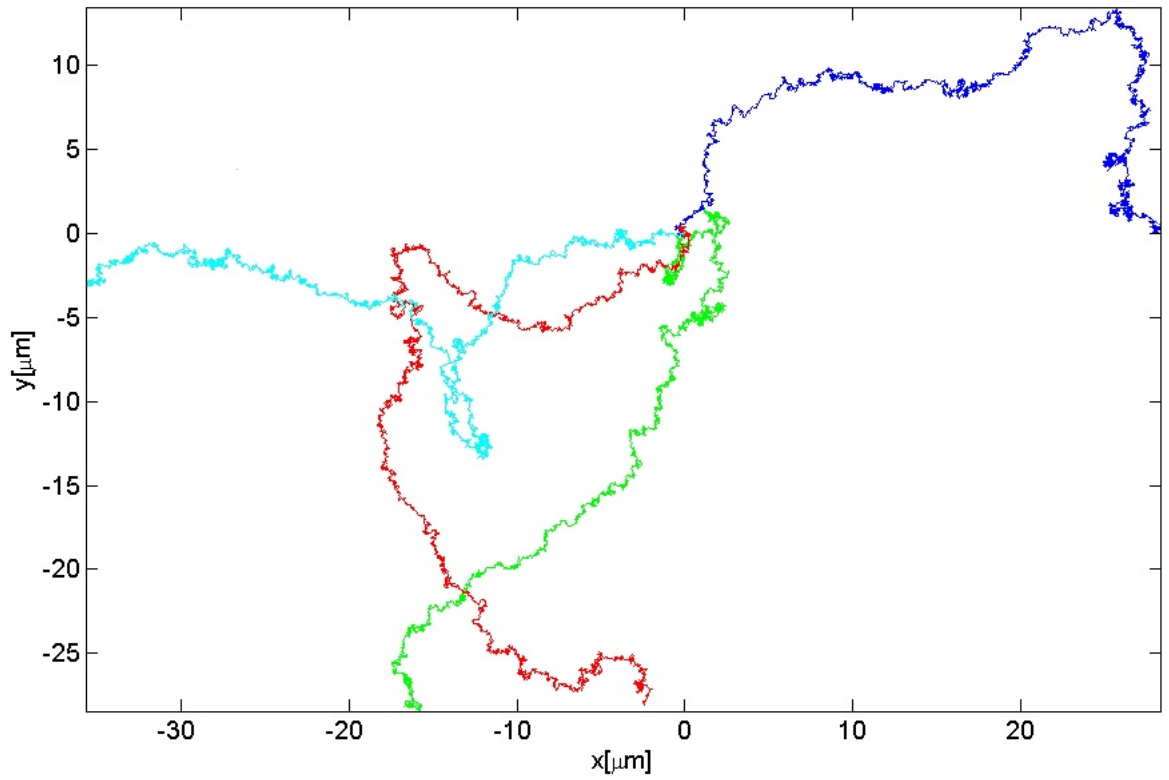
por lo tanto, las moléculas chocarán con menos fuerza con dicha superficie. A escalas más grandes, esto se traduce en que, en las zonas de mayor temperatura, habrá un flujo mayor que en las zonas de menor temperatura. Este flujo es generado por la interacción entre la capa de oro de la partícula y el medio que la rodea. Como existen estas diferencias en el flujo alrededor de la partícula, este será asimétrico, y por lo tanto se generará una torca alrededor de la partícula que la hará rotar hasta que se encuentre en una posición de equilibrio, en la que el flujo sea simétrico. Hay dos posiciones que cumplen con estas características: cuando la partícula se encuentra orientada en la dirección del gradiente de intensidad con la capa de oro hacia la zona más intensa, y con la capa de oro hacia la zona menos intensa. La primera es una posición de equilibrio estable, ya que si la partícula rota, la asimetría en el flujo la hará regresar a dicha posición. En el segundo caso, cuando la capa de oro se encuentra orientada en dirección opuesta a la del gradiente de intensidades, se tendrá una posición de equilibrio inestable, ya que en el momento en el que la partícula cambie su orientación, la asimetría que se genere en el flujo la hará rotar hasta que la capa de oro se oriente en la dirección del gradiente de intensidades, llegando así a la posición de equilibrio estable. Esto se puede observar más claramente en la figura 4.11.

Tomando en cuenta la explicación anterior, y la figura 4.11, se propone un modelo matemático que describe a dicha torca. Para ello, se parte de la torca que siente un dipolo eléctrico que se encuentra bajo la influencia de un campo electromagnético. La expresión para dicha torca es  $\tau_{dip} = 2aqE\sin\theta\hat{\theta}$ . Donde  $a$  es la distancia de una de las cargas del dipolo al centro del mismo,  $q$  es la carga del dipolo,  $E$  es la magnitud del campo eléctrico, y  $\theta$  es el ángulo que se forma entre el campo y la dirección en la que esté orientado del dipolo. En el caso de este experimento, se puede ver al gradiente de intensidad,  $\nabla I$  como un equivalente del campo eléctrico, y a la partícula de Janus utilizada como un dipolo, debido a su composición heterogénea. Al ser por lo tanto una situación similar, la ecuación que se propone para describir a la torca que actúa sobre las partículas de Janus en el gradiente de intensidad del haz Gaussiano, es la siguiente:

$$\tau = C\nabla I\sin\theta\hat{\theta}. \quad (4.1)$$

En esta última ecuación,  $C$  es una constante que depende de las características de la partícula: puede ser su radio, el grosor de la capa de oro, el tipo de material utilizado, o cualquier característica de la misma en general. Este modelo se podría poner a prueba en un trabajo a futuro, para determinar qué características son las que afectan a esta torca, y de qué manera, para que el modelo aquí propuesto se mejore y quede completo.

Es claro también que entre las figuras 4.9 y 4.10, el tamaño de las trayectorias cambia, debido a que, como se menciona anteriormente, la potencia del haz cambia también.

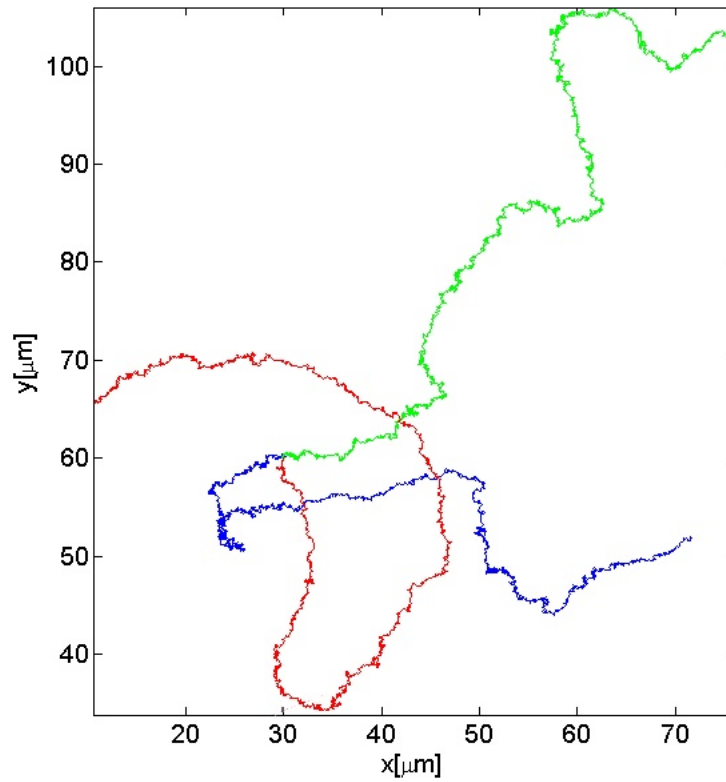
**Comparación de distintas trayectorias de una partícula en un haz Gaussiano a potencia constante.**

**Figura 4.9:** Se muestran distintas trayectorias de la misma partícula, bajo la influencia de un haz Gaussiano a una potencia constante de  $50.1\text{mW}$  ( $0.025\frac{\text{mW}}{\mu\text{m}}$ ). Se ve claramente cómo las partículas tienden a alejarse de la zona central (y de mayor intensidad) del haz, que es donde se encuentra su posición inicial.

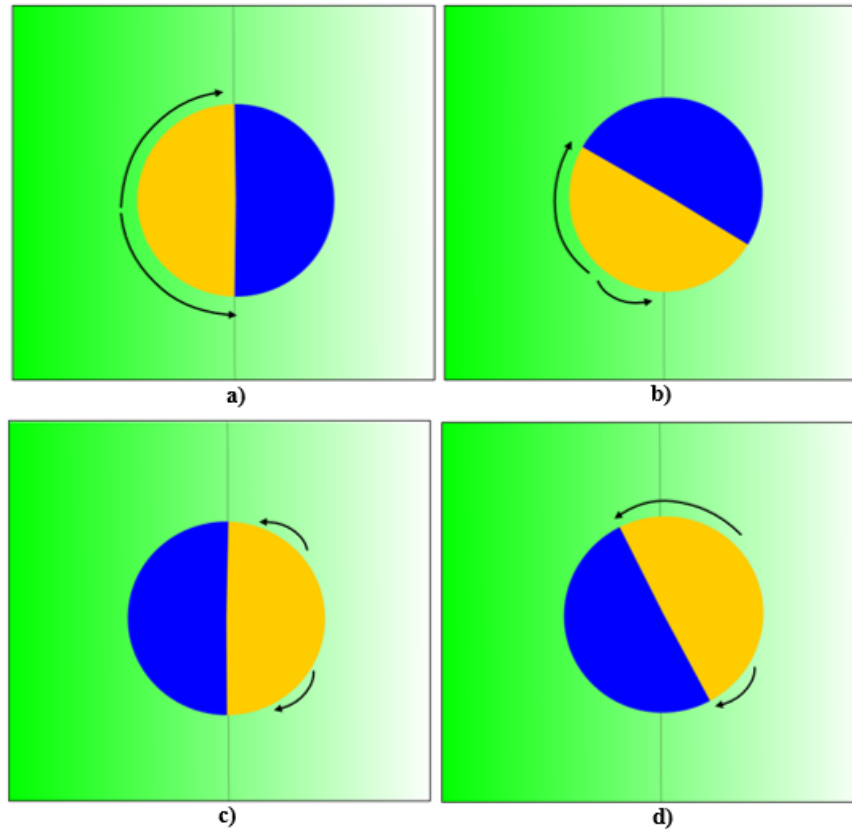
#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

**Comparación de distintas trayectorias de una partícula en un haz Gaussiano a potencia constante.**



**Figura 4.10:** Se muestran distintas trayectorias de la misma partícula, bajo la influencia de un haz Gaussiano a una potencia constante de  $95.2\text{mW}$  ( $0.048 \frac{\text{mW}}{\mu\text{m}}$ ). Al igual que en la figura anterior, se observa a las partículas alejarse de la zona central del haz.



**Figura 4.11:** Se muestra esquemáticamente la torca que orienta a la partícula con la capa de oro (mitad amarilla) en la dirección del gradiente de intensidad del haz. a) Cuando la partícula está orientada en dirección del gradiente de intensidad del haz, el flujo generado por la interacción entre la capa de oro y el fluido es simétrico, manteniendo a la partícula en un equilibrio estable. b) Cuando la partícula se encuentra en otra posición, el flujo será asimétrico, mayor en el lado en el que la intensidad sea mayor. Esto generará una torca sobre la partícula que hará que esta regrese a la orientación que tiene en a). En c), la partícula se encuentra orientada con la capa de oro en dirección opuesta al gradiente de intensidad del haz. Aquí el flujo a su alrededor también será simétrico, pero mucho menor que en a). Este es un punto de equilibrio inestable, ya que, como se observa en d), el momento en el que la partícula salga de esa posición, el flujo volverá a ser asimétrico y la torca generada por el mismo reorientará a la partícula hasta que llegue a la posición de equilibrio mostrada en a).

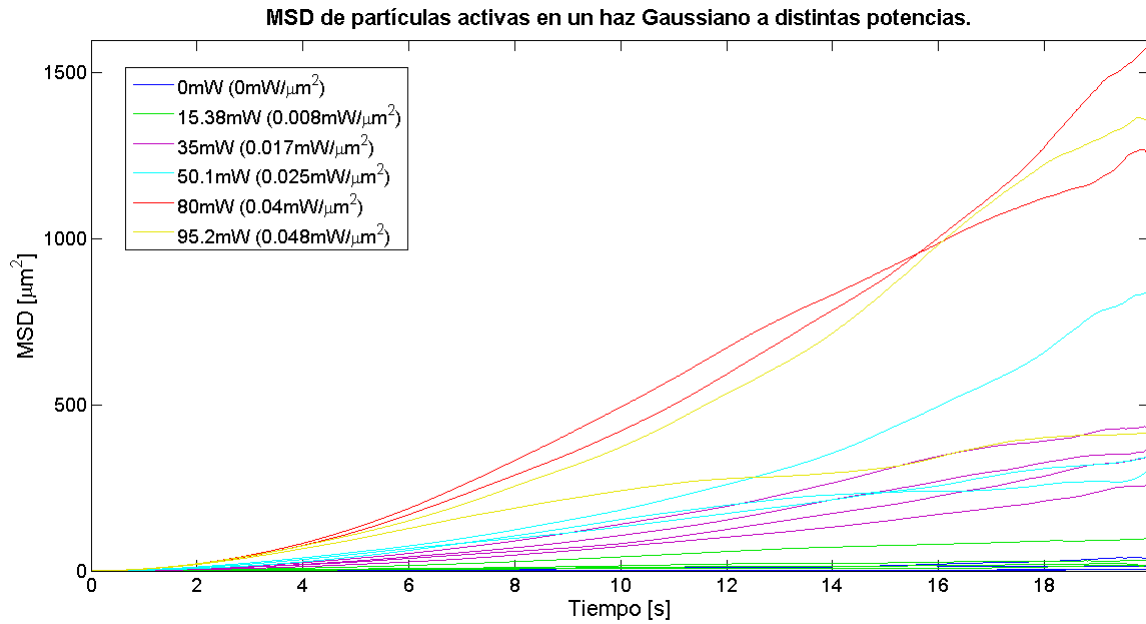
Otra forma de ver cómo es que la actividad de las partículas activas aumenta conforme aumenta la potencia del haz, es con el MSD de las mismas. En la figura 4.12 se muestran los desplazamientos cuadráticos medios de una partícula a muchas potencias distintas. Es muy claro como, conforme la potencia aumenta, también lo hace el MSD de la partícula. A tiempos grandes, del orden de 16 segundos o más, se empieza a perder información, por lo que la gráfica comienza a fluctuar mucho. Los datos en esa zona no son fidedignos.

La figura 4.13 es un acercamiento de la anterior, donde se observa comportamiento del MSD a tiempos más cortos. Esto sirve para observar como, cuando no hay un

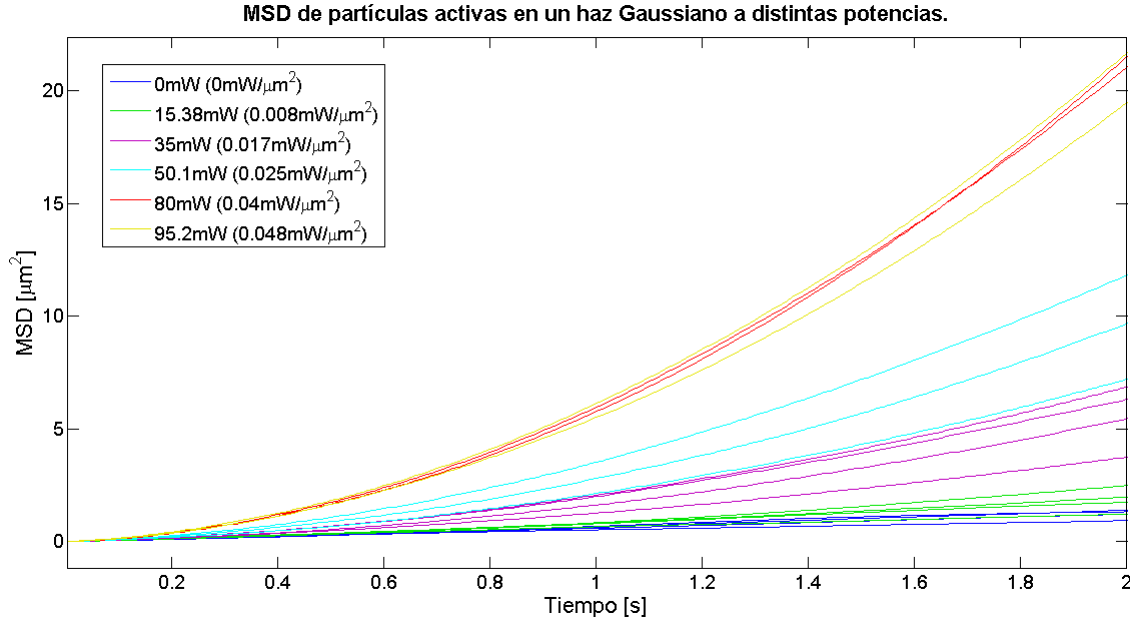
#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

haz interactuando con la partícula (potencia de 0.00mW), el MSD de la misma es el característico de un movimiento Browniano: una recta. Sin embargo, conforme aumenta la potencia, el MSD tiende a comportarse más como una función cuadrática. Esto se discute en los siguientes párrafos.



**Figura 4.12:** Se muestra el MSD de una partícula activa bajo la influencia de un haz Gaussiano, a distintas potencias. Conforme la potencia aumenta, también lo hace el MSD, permitiendo ver de una manera muy clara la dependencia de la actividad con la potencia del haz.



**Figura 4.13:** Se muestra un acercamiento de la figura anterior. Se alcanza a ver un poco más claramente el comportamiento del MSD a potencias bajas. En particular, a potencia nula, el MSD tiende a comportarse como una recta; esto es característico del movimiento Browniano pasivo.

Tomando en cuenta el promedio de los desplazamientos cuadráticos medios de las partículas en cada potencia utilizada, y utilizando una gráfica logarítmica (figura 4.14), se puede ver mucho mejor el comportamiento mencionado en el párrafo anterior: para potencias bajas, y en particular para una potencia nula, el MSD se comporta de manera lineal (con una pendiente igual a uno en la gráfica logarítmica), y conforme aumenta la potencia, al pasar el tiempo la pendiente del logaritmo del MSD también aumenta, y se acerca a dos, que sería igual a un comportamiento cuadrático. Esto concuerda con lo mencionado en el primer capítulo (sección 1.3) y en la referencia [2]: a tiempos muy cortos, el comportamiento logarítmico del MSD es lineal, mientras que a tiempos similares al tiempo característico rotacional, el comportamiento logarítmico del MSD será cercano al de una función cuadrática. En la figura se incluyen también las rectas con dichas pendientes en color negro, para que se puedan comparar con los distintos MSDs mostrados en las mismas.

Para que el análisis sea más completo, se calcula, a partir de la ecuación 1.8, el tiempo característico de rotación de las partículas activas utilizadas en este trabajo. Los datos utilizados son:

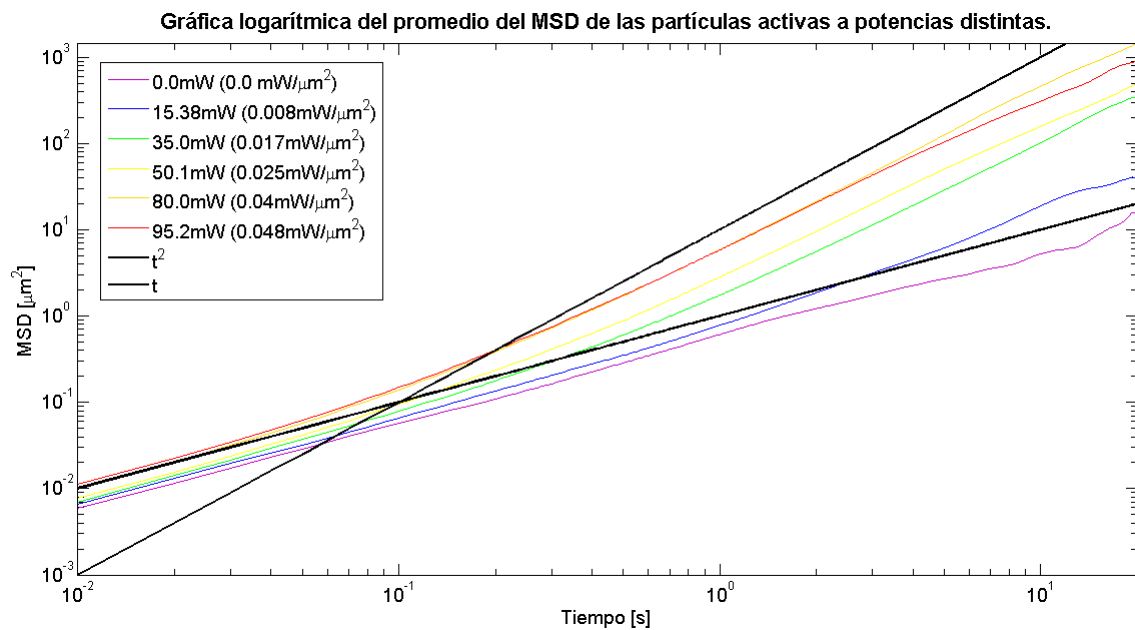
$K_B [\frac{m^2 kg}{s^2 K}]$	$T [K]$	$\eta [Pa * s]$	$R [m]$	$D_R [\frac{1}{s}]$
$1.38064852 \times 10^{-23}$	293.33	$1.0016 \times 10^{-3}$	$1.5 \times 10^{-6}$	$5.958564903 \times 10^{-3}$

#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

Con los datos anteriores<sup>1</sup>, se llega a que el tiempo característico de rotación de la partícula es:

$$\tau_R = 20.97820566s.$$

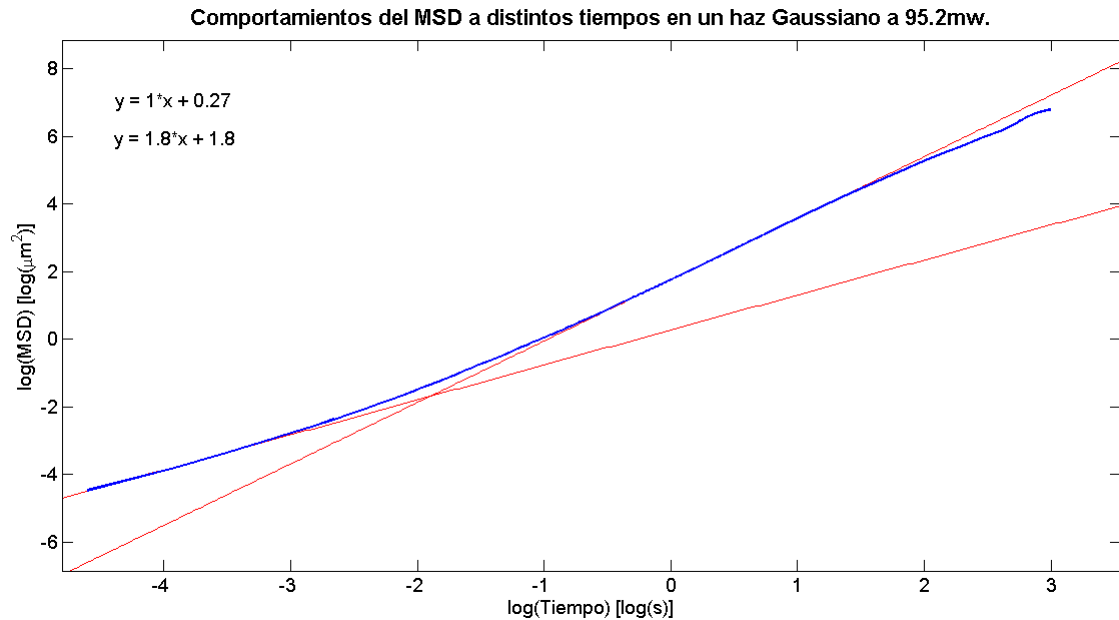
Este tiempo es suficiente para que en la figura 4.14 se puedan observar los cambios en el comportamiento del MSD de una partícula a distintas potencias, y como, entre más alta sea la potencia, más se acerca el MSD a tener un comportamiento cuadrático.



**Figura 4.14:** Gráfica logarítmica del desplazamiento cuadrático medio de las partículas activas a distintas potencias. Estos datos corresponden a los mostrados en las figuras 4.12 y 4.13.

Por último, para mostrar esto de una manera todavía más clara, en la figura 4.15 se muestra un caso particular de la figura 4.14. En esta gráfica, para una potencia de  $95.2mW$ , se muestran también las aproximaciones lineales de la gráfica logarítmica en distintas secciones. En la primera (que representa a los tiempos cortos), es claro que el comportamiento es lineal, ya que la pendiente de la aproximación lineal es igual a uno. Sin embargo, en la segunda, la pendiente aumenta y se acerca a dos, mostrando como el comportamiento tiende a ser cuadrático conforme pasa el tiempo y se acerca a  $\tau_R$ .

<sup>1</sup> La temperatura utilizada es el promedio de todas las temperaturas medidas en el laboratorio durante la realización del experimento.

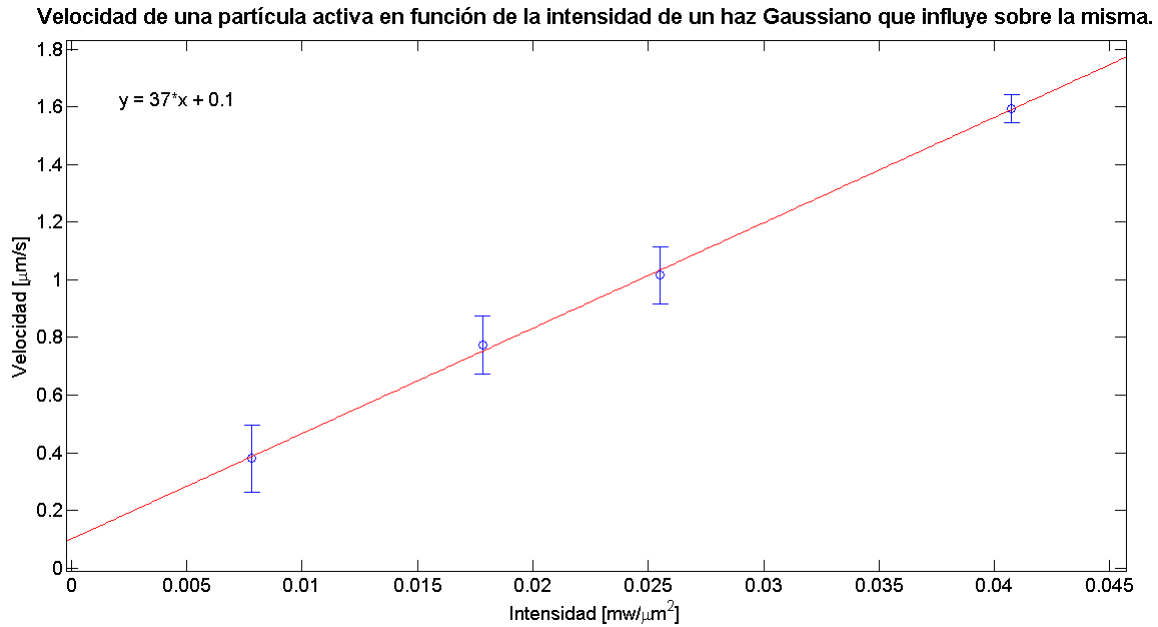


**Figura 4.15:** Comportamiento del MSD de una partícula activa bajo la influencia de un haz Gaussiano a una potencia de 95.2mW. Se puede observar como, al principio, la pendiente es cercana a uno, luego crece y se acerca más a dos, para luego disminuir un poco de nuevo.

De acuerdo con la ecuación 1.19, a tiempos cercanos al tiempo característico rotacional, existe una relación sencilla entre el desplazamiento cuadrático medio de una partícula y la velocidad de la misma. Tomando esto en cuenta, se puede tomar el promedio del MSD (en tiempos cercanos a  $\tau_R$ ) de las partículas activas analizadas bajo distintas intensidades del haz Gaussiano, y utilizar dicha ecuación para encontrar la velocidad de la partícula en esos casos. Con ello, se puede encontrar la velocidad de la partícula como función de la intensidad promedio del haz. Para el caso del haz Gaussiano, se encuentra que la relación entre ambas variables es lineal, y se presenta en la figura 4.16. Con esto se puede demostrar que, efectivamente, la actividad de la partícula activa aumenta conforme lo hace la intensidad del haz en el que se encuentre.

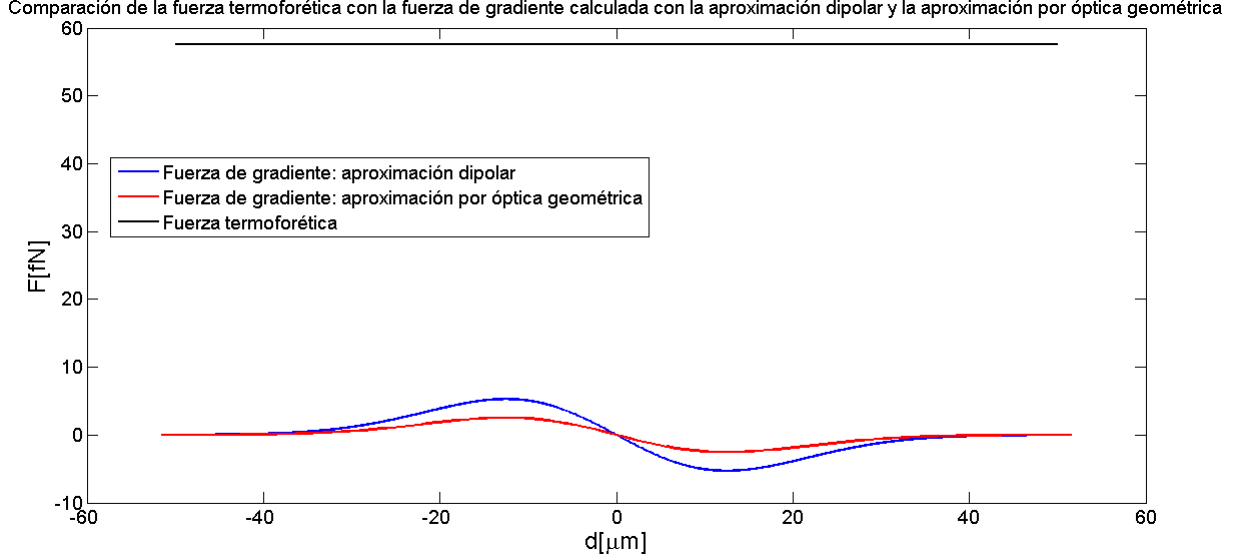


#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE



**Figura 4.16:** Se muestra la relación entre la velocidad de una partícula activa y la intensidad del haz bajo el que se encuentra, para el caso de un haz Gaussiano. Se puede observar claramente que la velocidad de la partícula es mayor conforme aumenta la intensidad del haz: hay una relación lineal entre ambas. Las intensidades promedio mostradas en la figura son: 0.008, 0.017, 0.025, y 0.04 [ $\frac{mW}{\mu m^2}$ ].

Una forma diferente, pero también clara, de ver por qué las partículas se mueven en dirección opuesta al gradiente de la intensidad, es haciendo un análisis de las fuerzas que actúan sobre las mismas. Para ello, a partir de la Ley de Stokes se puede calcular la fuerza neta debida al flujo termoforético generado por la interacción de la partícula con el haz. Utilizando la expresión de la Ley previamente mencionada,  $F = 6\pi\eta Rv$ , se encuentra que para una partícula con un radio  $R = 1.5\mu m$ , en un medio con viscosidad  $\eta = 2.0032 Pa \cdot s$ , y tomando el caso en la figura 4.16 en el que la potencia es de  $0.025 \frac{mW}{\mu m^2}$ , y su velocidad es de  $1.017 \frac{\mu m}{s}$ , la fuerza neta ejercida sobre la partícula es igual a  $5.76 \times 10^{-14} N$ . Esta fuerza es en la dirección en la que se mueve la partícula. Si, por otro lado, se utilizan las aproximaciones por óptica geométrica y por el modelo dipolar para calcular la fuerza de gradiente que ejerce el haz sobre la partícula, entonces queda claro que la fuerza de gradiente es mucho menor (en un orden de magnitud), que la fuerza total ejercida sobre la partícula (los valores se pueden observar en la figura 4.17). Esto muestra que la fuerza termoforética es mucho mayor que las fuerzas ópticas que actúan sobre la partícula, y por lo tanto será la que influya más en el movimiento de la misma.



**Figura 4.17:** Comparación entre la fuerza termoforética (línea negra) y la fuerza de gradiente (curvas azul y roja) que siente una partícula activa bajo la influencia de un haz Gaussiano a una intensidad de  $0.025 \frac{mW}{\mu m^2}$ . La curva azul es la fuerza de gradiente calculada a partir de la aproximación dipolar, mientras que la curva roja es la misma, pero calculada a partir de la aproximación por óptica geométrica. Como el radio de la partícula es mayor que la longitud de onda del haz en el que se encuentra, la aproximación por óptica geométrica es más confiable (como se menciona en el capítulo anterior). Es claro que la fuerza termoforética es mucho mayor que la fuerza de gradiente, calculada con cualquier aproximación, y por lo tanto es ésta la que rige el comportamiento y movimiento de las partículas activas en el haz Gaussiano.

Para calcular la fuerza de gradiente a partir de la aproximación dipolar, se utilizó la ecuación 3.14. Los valores utilizados han sido para una partícula de sílice con un radio  $r = 1.5 \mu m$ , un índice de refracción de  $n_1 = 1.4585$ , sumergida en agua ( $n_2 = 1.333$ ). La partícula se encuentra bajo la influencia de un haz Gaussiano de radio  $w_0 = 25 \mu m$ , y una intensidad inicial de  $I_0 = 0.025 \frac{mW}{\mu m^2}$ . La longitud de onda del haz es de  $532 nm$ . El gradiente de intensidad en un haz Gaussiano está dado por la expresión:

$$\nabla I = \frac{-4I_0 r}{w_0^2} \exp\left(\frac{-2r^2}{w_0^2}\right). \quad (4.2)$$

Por otro lado, la fuerza de gradiente calculada a partir de la aproximación por óptica geométrica, se realizó con un programa de Matlab diseñado para realizar dicho cálculo. Se puede observar claramente que la fuerza calculada a partir de esta aproximación es menor que la aproximación dipolar, ya que, como se menciona en el capítulo anterior, para partículas con un radio mayor que la longitud de onda del haz con el que interactúan, la aproximación dipolar no funciona correctamente, mientras que la aproximación por óptica geométrica es más confiable. Debido a esto, es aún más claro que la fuerza termoforética es mucho mayor que la fuerza de gradiente que actúa sobre la partícula, provocando así el comportamiento que se puede observar en todas las gráficas y figuras

## 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

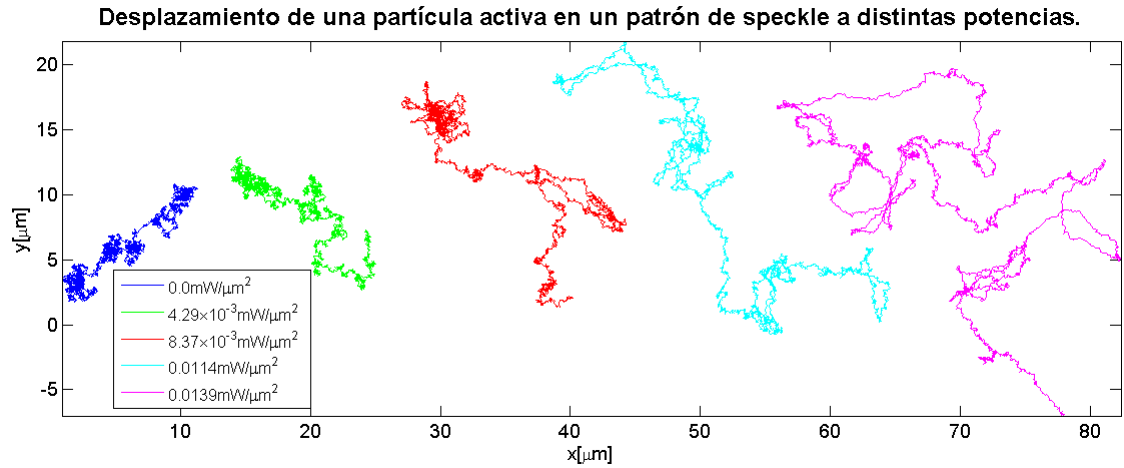
aquí presentadas.

Con esto, concluye el análisis de esta parte del experimento. En las siguientes secciones se habla del patrón de speckle y se comparan los resultados de cada experimento, para ver las similitudes y diferencias que surgen entre los mismos.

### 4.3.2. Dinámica de partículas activas en un patrón de speckle

Es importante mencionar que los resultados aquí presentados son únicamente para un patrón de speckle. Por lo tanto, no se puede, ni se pretende llegar en este trabajo a una conclusión general sobre la dinámica de partículas activas en cualquier potencial óptico aleatorio. Sin embargo, con esto se pretende dar un primer paso, hacer un comentario al respecto, y plantear las bases para que en un futuro se pueda trabajar sobre esto, y llegar a una conclusión más general sobre el tema.

Los resultados obtenidos para la dinámica de partículas activas en un patrón de speckle son muy claros también. Primero que nada, la hipótesis mencionada en la sección anterior también se cumple en esta: la actividad de las partículas aumenta conforme aumenta la potencia del haz. Sin embargo, en este caso el efecto es menor que en el haz Gaussiano, debido a la naturaleza aleatoria del patrón de speckle. En la figura 4.18 se pueden observar dichos resultados. A potencias bajas, la actividad también lo es, mientras que a potencias más altas, la trayectoria de la partícula se desdobra más. La distancia recorrida por la partícula aumenta, pero, al ser el patrón de speckle una distribución aleatoria de intensidades, la trayectoria sigue siendo muy errática, sin una dirección preferencial, y llena de "nudos", o puntos en los que la partícula se queda atorada. Esto se puede deber a que la partícula se encuentra en un punto oscuro del patrón, en donde, a falta de actividad, el movimiento se vuelve Browniano pasivo. Después de un momento, la partícula puede volver a entrar en una zona luminosa del patrón, generando así más actividad y, por lo tanto, un movimiento Browniano activo. En la gráfica se puede ver claramente como eso cambia conforme aumenta la potencia, y aunque no deja de haber esos "nudos", sí disminuye su cantidad a mayores potencias.



**Figura 4.18:** Se muestra el desplazamiento de una partícula activa bajo la influencia de un patrón de speckle a distintas potencias. Se puede observar claramente como, conforme aumenta la potencia, también lo hace la actividad de la partícula. Sin embargo, debido a la naturaleza aleatoria del patrón de speckle, nunca deja de haber "nudos", o lugares en los que la partícula muestra un comportamiento que tiende más a ser pasivo que activo.

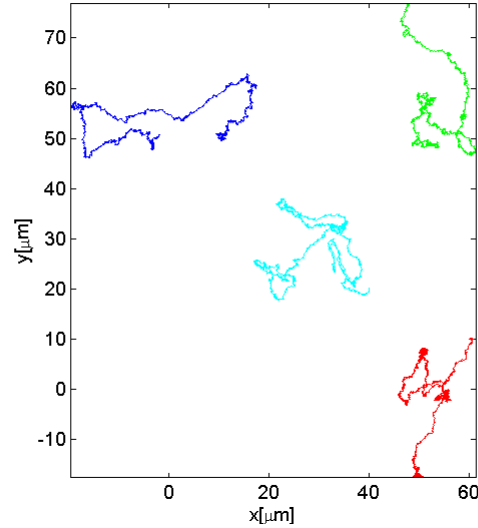
La naturaleza aleatoria del patrón de speckle también significaría que, en distintas zonas del mismo, la trayectoria de una partícula activa debería ser diferente. Esto se muestra como un ejemplo en la figura 4.19. Donde se toma el desplazamiento de una partícula activa en distintas zonas de un patrón de speckle a la misma intensidad promedio:  $1.022 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$ .

Es claro como la trayectoria también puede depender entonces de la zona del patrón en la que se encuentre la partícula. En este caso en particular, la zona superior izquierda muestra un desplazamiento mayor al del resto, mientras que las otras zonas muestran un desplazamiento similar en extensión, pero muy diferente en cuanto a dirección y zonas en las que se atoró la partícula se refiere. Es la zona inferior derecha en la que más nudos se pueden observar, aunque las otras zonas también muestran nudos, es en esta en la que se observan los más grandes.

#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

**Desplazamiento de una partícula activa en distintas zonas de un patrón de speckle a una potencia de  $0.01\text{mW}/\mu\text{m}^2$**



**Figura 4.19:** Se muestra el desplazamiento de una partícula activa en distintas zonas de un patrón de speckle a una intensidad promedio de  $1.022 \times 10^{-2} \frac{\text{mW}}{\mu\text{m}^2}$ . Las zonas del patrón en las que se desplazó la partícula están representadas por las zonas de la gráfica en las que se encuentran las trayectorias.

A continuación, en la figura 4.20 se muestran también los desplazamientos cuadráticos medios de las partículas activas en un patrón de speckle a potencias diferentes. Al igual que en el haz Gaussiano, el MSD aumenta conforme aumenta la potencia. De nuevo, a tiempos más largos, la cantidad de datos que se tienen para graficar disminuye, por lo que se pierde información y la gráfica ahí no es confiable.

En la figura 4.21 se muestra un acercamiento de la figura 4.20, en donde se observa más claramente el comportamiento del MSD a tiempos cortos, y se confirma lo que se vio en la sección anterior, pero ahora en el patrón de speckle: potencias bajas se comportan de una manera que tiende a ser lineal, mientras que las más altas tienden a un comportamiento cuadrático.

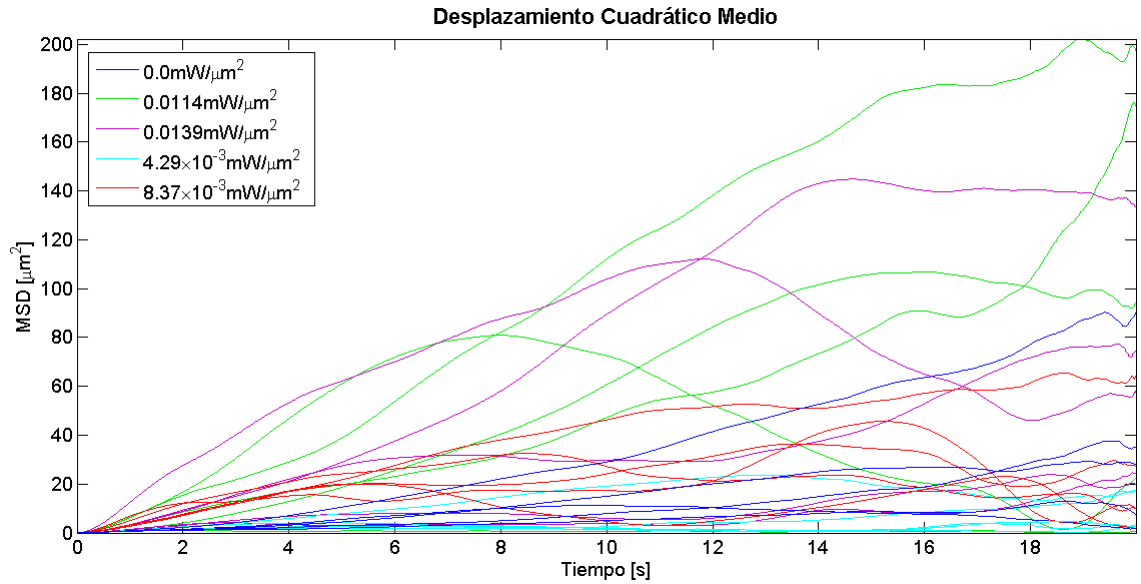


Figura 4.20: Se muestra el MSD de una partícula activa en un patrón de speckle a distintas potencias.

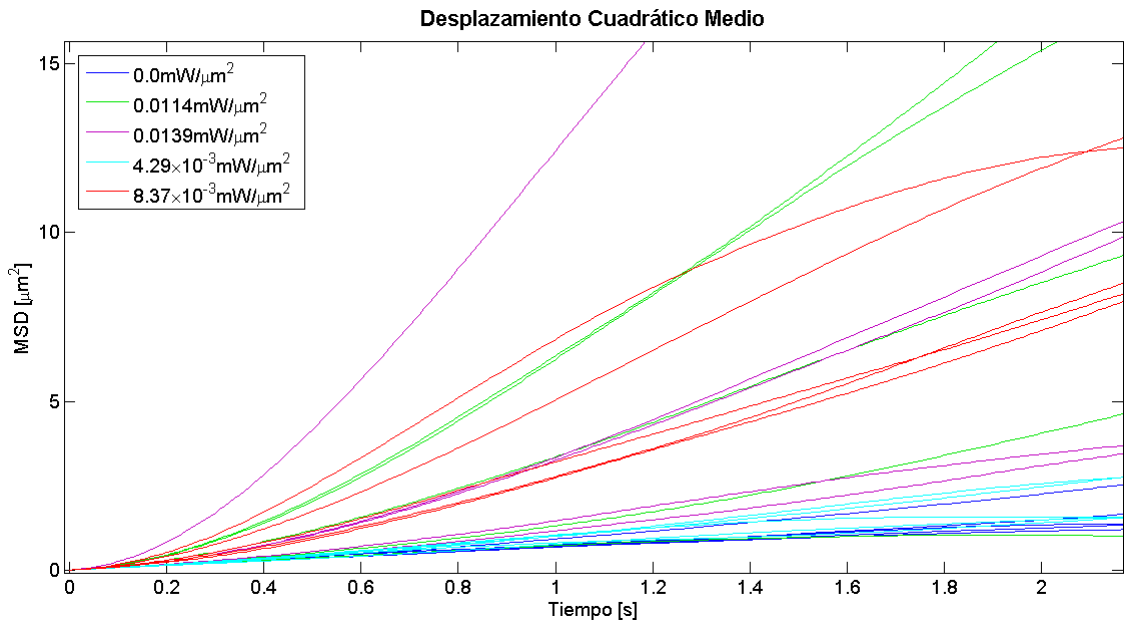
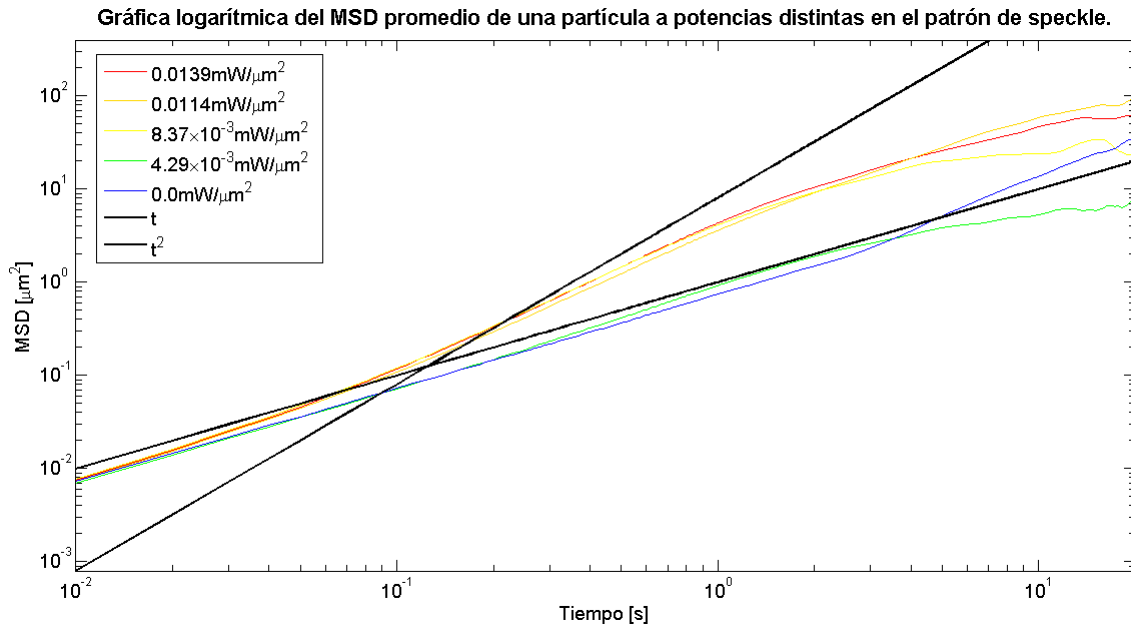


Figura 4.21: Se muestra un acercamiento de la figura anterior.

Para mostrar lo mencionado en el párrafo anterior de forma más clara, en la figura 4.22 se presenta la gráfica logarítmica del promedio del MSD de la partícula analizada para cada potencia. En ella, las potencias bajas arrojan el comportamiento lineal predicho anteriormente, mientras que las potencias más altas, a pesar de iniciar con

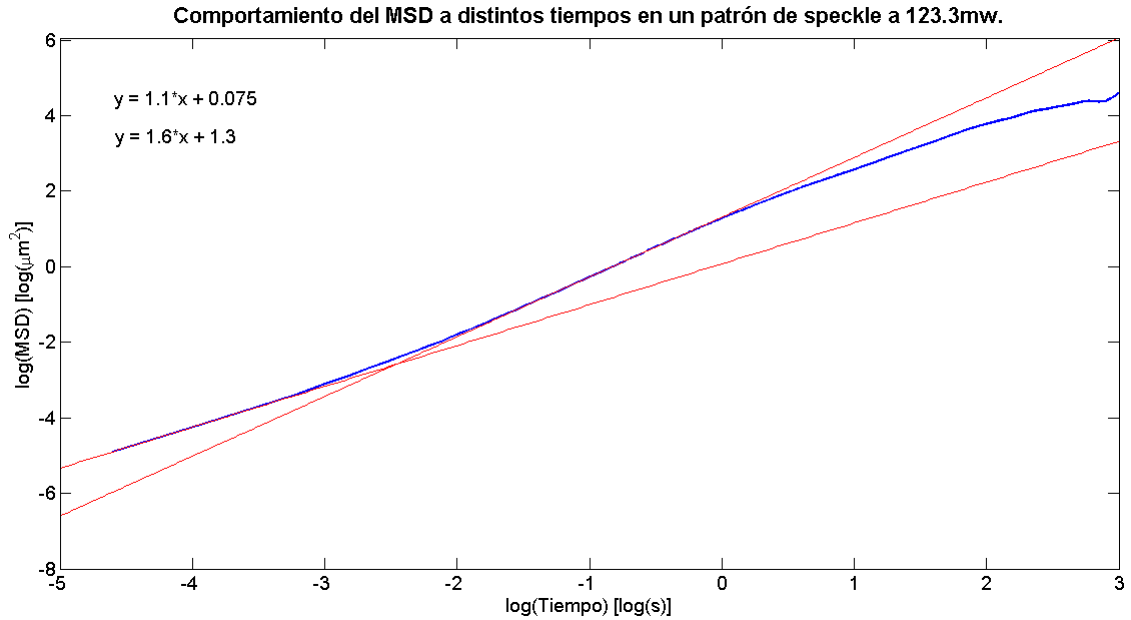
#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

un comportamiento muy similar al de las potencias bajas, conforme pasa el tiempo lo cambian a uno que se asemeja al de una curva cuadrática. Se muestran las gráficas de una curva cuadrática y una lineal sobre la misma figura, para que la comparación sea más clara.



**Figura 4.22:** Se muestra el MSD de la partícula a distintas potencias en escala logarítmica.

Para ejemplificar lo último, se toma un caso especial de la gráfica anterior, y en la figura 4.23 se muestra junto con sus aproximaciones lineales a tiempos cortos e intermedios. El caso mostrado es para una intensidad de  $0.0114 \frac{\text{mW}}{\mu\text{m}^2}$  en el patrón de speckle. A tiempos cortos, la pendiente de la aproximación lineal se acerca a uno, mientras que, después, crece y se acerca más a dos. Sin embargo, no se acerca tanto como en el caso del haz Gaussiano. Esto seguramente se debe a la naturaleza aleatoria del patrón de speckle, que provocaría que la actividad de la partícula cambie bruscamente, dependiendo del punto del patrón en el que esta se encuentre. Esto provoca una disminución en la actividad de la partícula y, por lo tanto, un desplazamiento cuadrático medio menor, que lleva a estos resultados.



**Figura 4.23:** Comportamiento del MSD de una partícula activa bajo la influencia de un patrón de speckle a una intensidad de  $0.0114 \frac{mW}{\mu m^2}$ . Se puede observar como, al principio, la pendiente es cercana a uno, luego crece y se acerca más a dos.

Ahora, a continuación se muestran las comparaciones de los resultados obtenidos entre los distintos experimentos realizados.

### 4.3.3. Comparación del patrón de speckle con el haz Gaussiano y con el haz constante

Para ver mejor las diferencias entre los resultados obtenidos, vale la pena que se comparen en las siguientes figuras.

La figura 4.24 compara las trayectorias de una partícula activa en un haz Gaussiano extendido con las de otra en un patrón de speckle, todas a distintas potencias. Primero se comparan trayectorias sin la influencia del haz o del patrón de speckle: movimiento Browniano pasivo. Luego se muestran las trayectorias bajo potencias más altas. Uno de las diferencias más claras es la magnitud de las trayectorias en cada caso: la trayectoria de una partícula en el haz Gaussiano a  $0.048 \frac{mW}{\mu m^2}$  es mucho mayor que la de otra partícula en un patrón de speckle a  $0.0139 \frac{mW}{\mu m^2}$ . Es decir, en el patrón de speckle se necesitan intensidades mayores para que la actividad de la partícula aumente. La trayectoria de la partícula a una intensidad de  $0.025 \frac{mW}{\mu m^2}$  en el haz Gaussiano, es mucho mayor y más desdoblada que en el patrón de speckle a una intensidad de  $0.0114 \frac{mW}{\mu m^2}$ . El cambio es



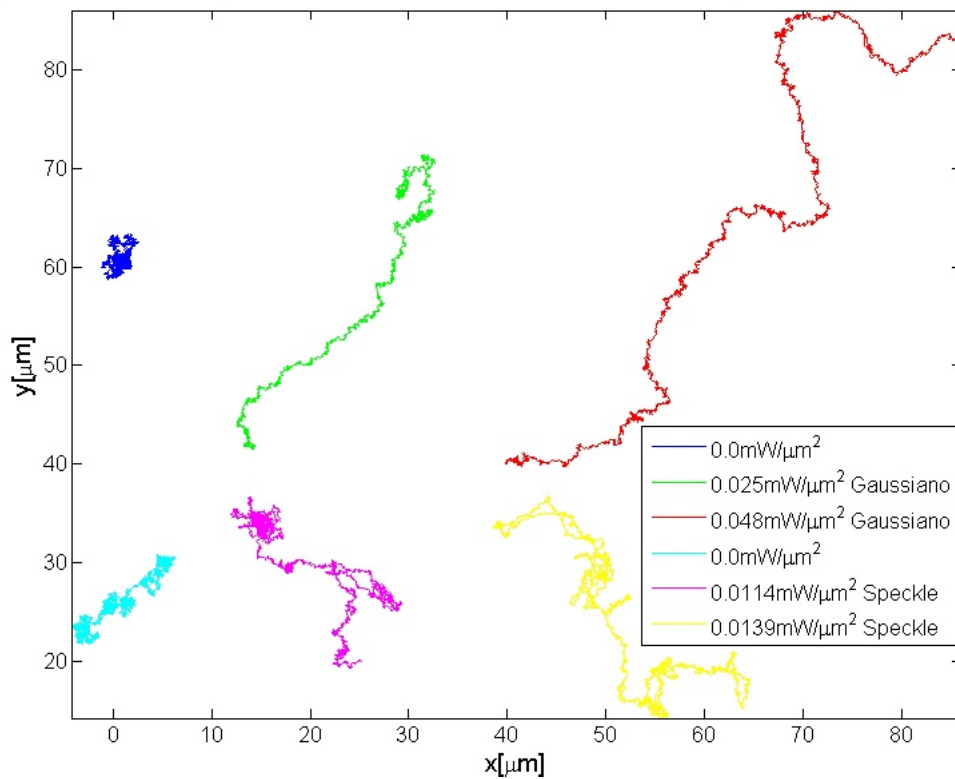
#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

muy notorio.

La razón principal es, seguramente, la naturaleza aleatoria del patrón de speckle: la partícula activa entrando y saliendo de puntos oscuros y luminosos generan las trayectorias más enredadas, mientras que en el haz Gaussiano son mucho más amplias, sin nudos, ya que el gradiente de intensidad en el haz Gaussiano es mucho más suave que en el patrón de speckle, donde los cambios de intensidad son muy bruscos, y por lo tanto generan cambios repentinos en la actividad de la partícula.

##### Trayectorias de una partícula activa en un haz Gaussiano y en un patrón de speckle.



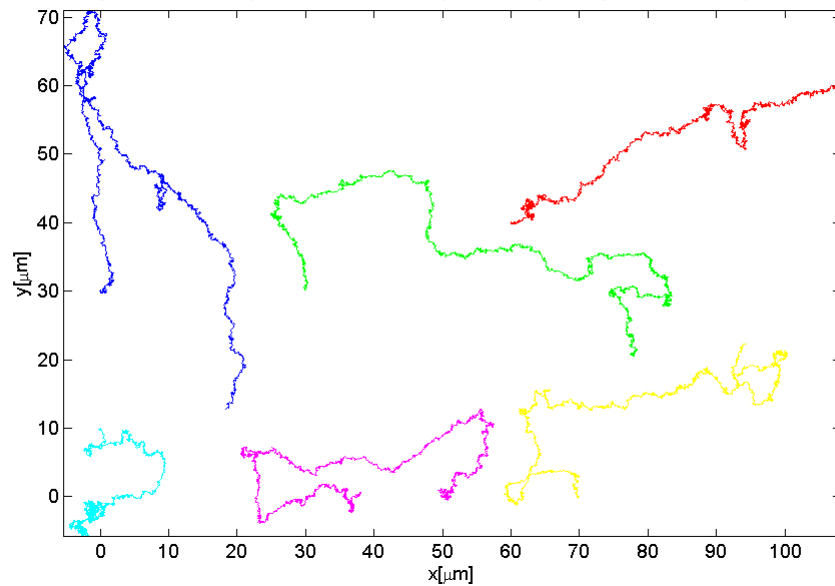
**Figura 4.24:** Comparación del desplazamiento de una partícula activa bajo la influencia de un haz Gaussiano (arriba) y un patrón de speckle (abajo) a potencias diferentes. Es muy claro que los desplazamientos de la partícula en un haz Gaussiano son mucho mayores que en el patrón de speckle, a pesar de la diferencia de potencias entre ambos patrones.

Otra comparación que se puede hacer es la de las trayectorias de una partícula activa en un patrón de speckle con las de una partícula en un haz con un perfil de intensidades constante. Este se genera de una manera sencilla, reflejando el haz láser en el modulador espacial de luz, pero sin programarlo de alguna manera en específico. Así, se refleja el haz de la misma manera sobre toda la superficie del SLM, generando un haz rectangular con un perfil de intensidades constante.

El área del SLM es de  $600 \times 800$  píxeles, y los lados de un píxel miden  $20\mu m$ . La magnificación del sistema experimental es de  $7.5 \times 10^{-3}$  veces. Esto arroja que la pantalla del modulador espacial, en el plano imagen, tiene un área de  $10800\mu m^2$ . La potencia elegida para comparar el patrón de speckle con el haz constante fue de  $110.9mW$ . Por lo tanto, si se divide la potencia entre el área del modulador, se obtiene una intensidad promedio por unidad de área de  $1.026 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$ .

Con esto en mente, en las figuras 4.25 y 4.26 se muestran las trayectorias de una partícula activa en un patrón de speckle a  $1.022 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$  y  $1.026 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$ , respectivamente, comparadas con las trayectorias del haz constante a una intensidad de  $1.026 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$ . La diferencia es clara: en ambos casos, las trayectorias de la partícula en el haz constante son mucho más amplias, y con menos nudos, que en las trayectorias en el patrón de speckle. Las razones pueden ser las mismas que en los casos anteriores: la naturaleza aleatoria del patrón de speckle y la zona del mismo en el que se encuentre la partícula activa.

**Comparación entre las trayectorias de una partícula activa en un patrón de speckle y en un haz con perfil de intensidades constante.**



**Figura 4.25:** Comparación del desplazamiento de una partícula activa bajo la influencia de un patrón de speckle (abajo) y un haz con perfil de intensidades constantes (arriba) a potencias similares. El patrón de speckle en este caso tiene una intensidad promedio por unidad de área igual a  $1.022 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$ , mientras que en el haz con perfil de intensidades constante, la intensidad promedio por unidad de área resulta ser de  $1.026 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$ .

#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

Comparación de las trayectorias de una partícula activa en un patrón de speckle y en un haz con perfil de intensidades constante.

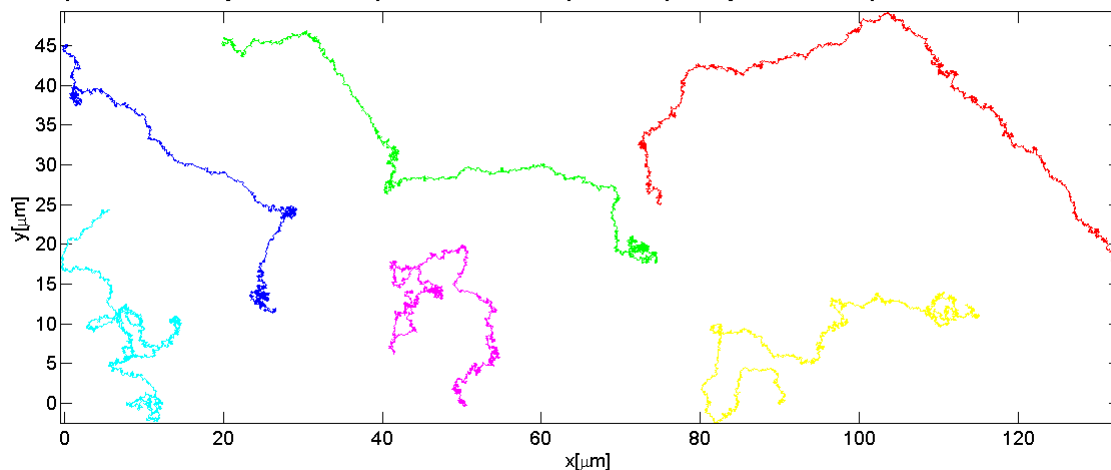


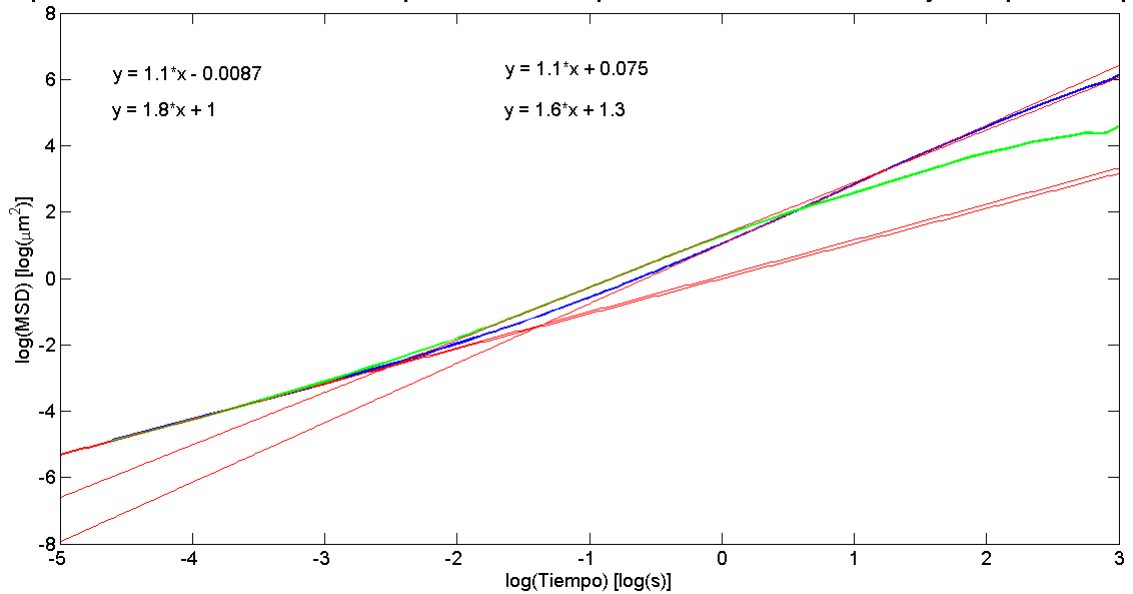
Figura 4.26: Segunda comparación del desplazamiento de una partícula activa bajo la influencia de un patrón de speckle (abajo) y un haz con perfil de intensidades constantes (arriba) a potencias iguales, con una intensidad promedio por unidad de área igual a  $1.022 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$ .

Queda mencionar que, debido a las diferentes naturalezas de los patrones y haces utilizados, las fuerzas que actúan sobre las partículas activas serán diferentes. En el caso del haz Gaussiano, la fuerza de gradiente y la fuerza termoforética actúan en direcciones opuestas, pero al ser mayor la fuerza termoforética que la de gradiente, la partícula se moverá hacia afuera del haz. En el caso del haz constante, no habrá fuerza de gradiente, debido a que no hay un gradiente en la intensidad del mismo. Por lo tanto, será únicamente la fuerza termoforética la que afecte el desplazamiento de las partículas, haciendo que estas se muevan por todo el haz, sin una dirección preferencial en específico (ya que la partícula se mueve en la dirección opuesta hacia la que la capa de oro esté orientada, pero también puede rotar, por lo que al no haber fuerza de gradiente, esta dirección será aleatoria). Por último, en el patrón de speckle las fuerzas termoforéticas y de gradiente están presentes en todo momento, pero nunca son constantes, ya que dependen en este caso de la intensidad de la luz que incida sobre la partícula, y esta varía punto a punto en el patrón de speckle. Por lo tanto, la magnitud y la dirección de la suma de estas dos fuerzas cambiará conforme la partícula se mueva, generando el movimiento errático y enredado que tiene la misma. Eso, aunado al movimiento Browniano pasivo de la partícula, genera las trayectorias erráticas pero un poco más desenvueltas de la partícula en el patrón de speckle.

Por último, y con fines comparativos, en la figura 4.27 se incluye una gráfica logarítmica del comportamiento del MSD de una partícula activa bajo la influencia del haz constante. Se ha realizado de la misma manera que las anteriores: tomando el promedio del MSD de distintas trayectorias de la partícula bajo el mismo haz, a la misma potencia de  $1.026 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$ . Se puede observar el mismo comportamiento que en los casos anteriores: a tiempos cortos la pendiente tiende a ser uno, lo que habla de un

comportamiento lineal en el MSD, mientras que a tiempos mayores, la pendiente aumenta y tiende a dos, mostrando el comportamiento cuadrático esperado del MSD de una partícula activa que se encuentra bajo estas condiciones.

**Comportamiento del MSD a distintos tiempos en un haz con perfil de intensidades constante y en un patrón de speckle.**



**Figura 4.27:** Ecuaciones a la izquierda: haz con perfil de intensidades constante. Ecuaciones a la derecha: patrón de speckle. Se muestra el comportamiento del MSD de una partícula activa bajo la influencia de un patrón con perfil de intensidades constante (azul) a una intensidad de  $1.026 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$  y bajo la influencia de un patrón de speckle (verde) a una intensidad de  $1.14 \times 10^{-2} \frac{mW}{\mu m^2}$ . Se puede observar como, al principio, la pendiente es cercana a uno, luego crece y se acerca más a dos, para luego disminuir un poco de nuevo. En el caso del patrón de speckle, a tiempos más grandes, dicho comportamiento es menor que en el haz con perfil de intensidades constante. Sin embargo, a tiempos cortos, el comportamiento del MSD es prácticamente el mismo en ambos casos.

Algo muy notorio es que, a pesar de que las trayectorias de las partículas activas en cada tipo de patrón utilizado son muy diferentes, sus desplazamientos cuadráticos medios no lo son. Es decir, el comportamiento del MSD de las partículas activas no depende de la estructura del haz, sino de la potencia del mismo. En los tres casos analizados (haz Gaussiano, speckle, y haz constante), conforme aumenta la potencia, el MSD pasa de tener un comportamiento lineal a uno que tiende a ser cuadrático. En lo que sí influye el tipo de haz que se utilice, es en la magnitud del MSD. En los patrones que no son aleatorios, el MSD alcanza valores mucho mayores que en el patrón de speckle. Esto se puede observar en las figuras 4.15, 4.23 y 4.27, en donde las pendientes de las aproximaciones lineales a tiempos similares a  $\tau_R$  de las figuras 4.15 y 4.27 se acercan mucho más a dos que la de la figura 4.23. Sin embargo, esta última también tiende a un comportamiento cuadrático, en una menor medida que los otros dos casos.

Regresando a las trayectorias, el cambio tan notorio entre las de las partículas en

#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

el patrón de speckle y en los otros haces es de esperarse, ya que el patrón de speckle presenta cambios muy bruscos en su intensidad, punto a punto, mientras que los otros patrones muestran un cambio suave en la intensidad, o incluso no hay cambio alguno. Estos cambios de intensidad provocan cambios en la actividad de las partículas, y por lo tanto en sus desplazamientos. Es por ello que en los haces Gaussiano y constante se observan trayectorias más desenvueltas y sin cambios bruscos, mientras que en las trayectorias del patrón de speckle se ven los nudos y los cambios bruscos no solo en la actividad, sino también en la dirección de la partícula. Parte de estos cambios se podría deber a la interacción de distintas zonas de la capa de oro de las partículas con zonas de intensidades distintas en el patrón de speckle, al mismo tiempo. Esto podría generar una torca que haga rotar a las partículas activas, empujándolas en direcciones distintas, y generando dichos cambios bruscos en sus trayectorias.

Después de analizar los resultados obtenidos, es posible concluir el trabajo.

## Conclusiones

---

Este trabajo se ha realizado con éxito, y gracias a él se han obtenido resultados interesantes. Algunos cumplen con las hipótesis planteadas durante el mismo, y otros generan preguntas que valen la pena investigarse en el futuro. A partir de esto se pueden mencionar muchas cosas con respecto a lo que se ha escrito a lo largo de estas páginas.

Primero, se logra implementar un sistema experimental que permite observar la dinámica de partículas activas bajo distintas condiciones y, en particular, distintos potenciales ópticos. Con este sistema se pueden realizar experimentos fáciles de reproducir que permiten, entre otras cosas:

- Observar partículas activas y pasivas en movimiento por medio de dos cámaras de alta resolución, una a color y una en escala de grises.
- Someter las partículas a la influencia de distintos tipos de potenciales ópticos: patrones de speckle, haces Gaussianos, haces con perfiles de intensidades constantes, y si se requiere, cualquier haz estructurado que se pueda generar con un modulador espacial de luz.
- Obtener videos con distintas características que permiten analizar la dinámica de las partículas bajo las condiciones deseadas.

Se ha estudiado la dinámica de partículas activas bajo tres potenciales ópticos distintos: un haz gaussiano extendido, un patrón de speckle, y un haz con perfil de intensidades constante. El objetivo principal del trabajo, analizar la dinámica de las partículas activas en un potencial óptico aleatorio, se ha cumplido. Esto permite arrojar un primer comentario sobre la dinámica de partículas activas en patrones de speckle. No se puede dar una conclusión final sobre dicha dinámica, ya que la naturaleza aleatoria de los patrones de speckle requeriría del análisis de una cantidad grande de patrones diferentes y, por lo tanto, de mucho más tiempo. Sin embargo, el análisis realizado para este primer intento son satisfactorios, ya que:

#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

- Los resultados obtenidos coinciden con los mencionados en la teoría y en la literatura.
- Se comprueba que la actividad (y por lo tanto la velocidad) de las partículas activas de Janus termoforéticas depende de la potencia del haz con el que interactúen, independientemente de la estructura que este último tenga.
- Es posible observar que, en el haz Gaussiano, las partículas activas tienden a desplazarse hacia afuera del mismo, a las zonas de menor intensidad del haz. Existe una torca que genera dicho efecto.
- Las fuerzas ópticas que actúan sobre las partículas activas son mucho menores que las fuerzas termoforéticas que se generan por la interacción de éstas con el haz en el que se encuentren.
- En un patrón de speckle, las partículas activas también tienden a moverse hacia afuera de las zonas luminosas. Sin embargo, debido a la naturaleza aleatoria del patrón, se genera un movimiento errático en el que las partículas activas tienden a fluctuar entre las zonas brillantes y oscuras del speckle.
- Las trayectorias de las partículas activas en un patrón de speckle dependerán de la zona del patrón en la que inicien, y pueden cambiar bastante cuando se comparan con los desplazamientos de partículas que inician en otras zonas del patrón.
- El cambio entre las trayectorias de las partículas activas en un patrón de speckle y un patrón sin componentes aleatorias es significativo. Sin embargo, el comportamiento de los desplazamientos cuadráticos medios en cada caso es muy similar.
- Se observa que en el patrón de speckle, las partículas activas presentan movimientos brownianos activos y pasivos, dependiendo de la zona del patrón en la que se encuentren. Esto afecta a la trayectoria de una partícula en general, haciendo que esta se vea aleatoria en algunas partes, y determinista en otras.
- El desplazamiento cuadrático medio de partículas activas que interactúan con haces a potencias altas, coincide con el mencionado en la literatura: a tiempos cortos es lineal, y a tiempos similares al tiempo característico rotacional de la partícula tiende a un comportamiento cuadrático.
- Es posible reproducir el experimento para verificar si estos resultados se repiten en patrones de speckle diferentes al utilizado, pero con tamaño de grano similar al mismo.

También hay aspectos del experimento que se pueden mejorar:

- Se puede diseñar un arreglo experimental más eficiente.

- La obtención de datos, optimizando la memoria que ocupan los videos, y por lo tanto permitiendo que duren más, teniendo así acceso a más datos.
- La preparación de muestras, por ejemplo, se puede optimizar y sistematizar para gastar la menor cantidad de material posible, y aprovechar lo que se utilice al máximo.

Por último, tomando a este trabajo como un punto de partida hacia un estudio más general de la dinámica de partículas activas en distintos potenciales ópticos, se pueden plantear muchas preguntas. Esto permite proponer posibles líneas de investigación a futuro:

- Utilizar patrones de speckle con características distintas al de este trabajo. Se puede cambiar el tamaño de grano, los límites en la intensidad de cada zona del patrón, e incluso la forma en la que se genera el mismo.
- Utilizar distintos tipos de potenciales ópticos: haces estructurados, por ejemplo.
- Cambiar el grosor en la capa de oro de las partículas activas, y ver cómo esto afecta a la actividad que presentan las mismas.
- Utilizar partículas activas con otras formas y/o tamaños. Se pueden estudiar partículas asimétricas, por ejemplo.

Con estas conclusiones y comentarios, se puede dar por terminado este trabajo.



#### 4. DINÁMICA DE PARTÍCULAS ACTIVAS EN UN HAZ GAUSSIANO Y EN UN PATRÓN DE SPECKLE

---

## Bibliografía

---

- [1] Sriram Ramaswamy. The mechanics and statistics of active matter. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 1(1):323–345, 2010. 1, 9
- [2] Clemens Bechinger, Roberto Di Leonardo, Hartmut Löwen, Charles Reichhardt, Giorgio Volpe, and Giovanni Volpe. Active particles in complex and crowded environments. *Reviews of Modern Physics*, 88(4):045006, 2016. 1, 2, 3, 9, 10, 12, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 61
- [3] Frank Schweitzer. *Brownian agents and active particles: collective dynamics in the natural and social sciences*. Springer, 2007. 1, 2, 3, 9, 17, 18
- [4] Craig W Reynolds. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model. In *ACM SIGGRAPH computer graphics*, volume 21, pages 25–34. ACM, 1987. 1, 2
- [5] Stephen J. Ebbens and Jonathan R. Howse. In pursuit of propulsion at the nanoscale. *Soft Matter*, 6:726–738, 2010. 1
- [6] Eric Lauga and Thomas R Powers. The hydrodynamics of swimming microorganisms. *Reports on Progress in Physics*, 72(9):096601, 2009. 1
- [7] Gandhimohan M Viswanathan, Marcos GE Da Luz, Ernesto P Raposo, and H Eugene Stanley. *The physics of foraging: an introduction to random searches and biological encounters*. Cambridge University Press, 2011. 1
- [8] H.C. Berg, A. Borowski, and E.R. De Vivie. *E. coli in Motion*. Biological and Medical Physics, Biomedical Engineering. Springer, 2004. 1, 2, 18
- [9] Howard C. Berg and Douglas A. Brown. Chemotaxis in escherichia coli analysed by three-dimensional tracking. *Nature*, 239:500, 1972. 1, 2, 18
- [10] A. Einstein. *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*. Dover Books on Physics Series. Dover Publications, 1956. 2, 15

- [11] Don S. Lemons and Anthony Gythiel. Paul langevin’s 1908 paper “on the theory of brownian motion” [“sur la théorie du mouvement brownien,” c. r. acad. sci. (paris) 146, 530–533 (1908)]. *American Journal of Physics*, 65(11):1079–1081, 1997. 2, 13
- [12] MJB Hauser and Lutz Schimansky-Geier. Statistical physics of self-propelled particles, 2015. 2, 3
- [13] George DJ Phillies. Translational diffusion coefficient of macroparticles in solvents of high viscosity. *The Journal of Physical Chemistry*, 85(19):2838–2843, 1981. 2
- [14] Remi Dreyfus, Jean Baudry, Marcus L. Roper, Marc Fermigier, Howard A. Stone, and Jérôme Bibette. Microscopic artificial swimmers. *Nature*, 437:862, 2005. 2
- [15] Wei Wang, Luz Angelica Castro, Mauricio Hoyos, and Thomas E Mallouk. Autonomous motion of metallic microrods propelled by ultrasound. *ACS nano*, 6(7):6122–6132, 2012. 2
- [16] Hong-Ren Jiang, Natsuhiko Yoshinaga, and Masaki Sano. Active motion of a janus particle by self-thermophoresis in a defocused laser beam. *Phys. Rev. Lett.*, 105:268302, Dec 2010. 2, 5
- [17] Andreas Walther and Axel HE Müller. Janus particles. *Soft Matter*, 4(4):663–668, 2008. 2
- [18] Marco Lattuada and T Alan Hatton. Synthesis, properties and applications of janus nanoparticles. *Nano Today*, 6(3):286–308, 2011. 2
- [19] Peter Hänggi and Fabio Marchesoni. Artificial brownian motors: Controlling transport on the nanoscale. *Reviews of Modern Physics*, 81(1):387, 2009. 3
- [20] J. Kepler. *De cometis libelli tres ... De cometis libelli tres*. Typis Andreae Apergeri, sumptibus Sebastiani Mylii bibliopolæ Augustani, 1619. 3, 33
- [21] Arthur Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Physical review letters*, 24(4):156, 1970. 3, 34, 35
- [22] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and Steven Chu. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt. Lett.*, 11(5):288–290, May 1986. 3, 35, 43
- [23] M Reicherter, T Haist, EU Wagemann, and HJ Tiziani. Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display. *Optics letters*, 24(9):608–610, 1999. 4
- [24] Joseph W Goodman. *Speckle phenomena in optics: theory and applications*. Roberts and Company Publishers, 2007. 4, 25, 26, 27
- [25] Joseph W Goodman. Some fundamental properties of speckle. *JOSA*, 66(11):1145–1150, 1976. 4, 25

- 
- [26] D. Boiron, C. Mennerat-Robilliard, J.-M. Fournier, L. Guidoni, C. Salomon, and G. Grynberg. Trapping and cooling cesium atoms in a speckle field. *European Physical Journal D*, 7:373–377, October 1999. 5
- [27] Kyle M Douglass, Sergey Sukhov, and Aristide Dogariu. Superdiffusion in optically controlled active media. *Nature photonics*, 6(12):834, 2012. 5
- [28] Giorgio Volpe, Giovanni Volpe, and Sylvain Gigan. Brownian motion in a speckle light field: Tunable anomalous diffusion and selective optical manipulation. *Scientific Reports*, 4:3936, 2014. 5, 12
- [29] Philip H. Jones, Onofrio M. Maragò, and Giovanni Volpe. *Optical Tweezers: Principles and Applications*. Cambridge University Press, 2015. 5, 12, 34, 35, 36, 37, 40, 41, 42, 43, 44
- [30] Sabareesh KP Velu, Erçağ Pinçe, Agnese Callegari, Parviz Elahi, Sylvain Gigan, Giovanni Volpe, and Giorgio Volpe. Controlling active brownian particles in complex settings. In *Optical Trapping Applications*, pages OtM2E–2. Optical Society of America, 2017. 5
- [31] BU Felderhof. Collinear swimmer propelling a cargo sphere at low reynolds number. *Physical Review E*, 90(5):053013, 2014. 10
- [32] Kilian Dietrich, Damian Renggli, Michele Zanini, Giovanni Volpe, Ivo Buttinoni, and Lucio Isa. Two-dimensional nature of the active brownian motion of catalytic microswimmers at solid and liquid interfaces. *New Journal of Physics*, 19(6):065008, 2017. 10
- [33] SJ Ebbens. Active colloids: Progress and challenges towards realising autonomous applications. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, 21:14–23, 2016. 10
- [34] Bradley J Nelson, Ioannis K Kaliakatsos, and Jake J Abbott. Microrobots for minimally invasive medicine. *Annual review of biomedical engineering*, 12:55–85, 2010. 11
- [35] Joseph Wang and Wei Gao. Nano/microscale motors: biomedical opportunities and challenges. *ACS nano*, 6(7):5745–5751, 2012. 11, 12
- [36] Wei Gao and Joseph Wang. The environmental impact of micro/nanomachines: a review. *Acs Nano*, 8(4):3170–3180, 2014. 12
- [37] S.S. Stepanov. *Stochastic World*. Mathematical Engineering. Springer International Publishing, 2013. 13
- [38] Albert P Philipse. *Brownian Motion: Elements of Colloid Dynamics*. Springer. 14, 15
- [39] Kal Renganathan Sharma. *Principles of mass transfer*. PHI Learning Pvt. Ltd., 2007. 14

- [40] Peter Debye. Zur theorie der anomalen dispersion im gebiete der langwelligen elektrischen strahlung. *Ber. Der Dt. Phys. Ges*, 15:777–793, 1913. 15
- [41] Peter J. W. (Peter Josef William) Debye. *Polar molecules*. New York : Chemical Catalog Co. 15
- [42] Ivo Buttinoni, Giovanni Volpe, Felix Kümmel, Giorgio Volpe, and Clemens Bechinger. Active brownian motion tunable by light. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 24(28):284129, 2012. 18
- [43] Jeremie Palacci, Stefano Sacanna, Asher Preska Steinberg, David J Pine, and Paul M Chaikin. Living crystals of light-activated colloidal surfers. *Science*, page 1230020, 2013. 18
- [44] Jonathan R Howse, Richard AL Jones, Anthony J Ryan, Tim Gough, Reza Vafabakhsh, and Ramin Golestanian. Self-motile colloidal particles: from directed propulsion to random walk. *Physical review letters*, 99(4):048102, 2007. 18, 21, 22
- [45] Howard C. Berg and Linda Turner. Movement of microorganisms in viscous environments. *Nature*, 278:349, 1979. 18
- [46] G. E. Uhlenbeck and L. S. Ornstein. On the Theory of the Brownian Motion. *Physical Review*, 36:823–841, September 1930. 18
- [47] Steven Finch. Ornstein-uhlenbeck process. 2004. 18
- [48] Edgar Aranda-Michel. A look into mean squared displacement. 19, 20, 21
- [49] Karla De Bruin, Nadia Ruthardt, Katharina Von Gersdorff, Ralf Bausinger, Ernst Wagner, Manfred Ogris, and Christoph Bräuchle. Cellular dynamics of egf receptor-targeted synthetic viruses. *Molecular Therapy*, 15(7):1297–1305, 2007. 20
- [50] Peter Geelhoed, Jerry Westerweel, Signe Kjelstrup, and Dick Bedeaux. *Thermophoresis*, pages 2061–2064. 01 2008. 23, 24
- [51] Stefan Duhr and Dieter Braun. Why molecules move along a temperature gradient. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 103(52):19678–19682, 2006. 23, 24
- [52] Joseph W Goodman. Statistical properties of laser speckle patterns. In *Laser speckle and related phenomena*, pages 9–75. Springer, 1975. 25
- [53] Laura Pérez García. *Determinación experimental de las fuerzas ópticas de un patrón de speckle*. Universidad Nacional Autónoma de México, 2018. 27, 30, 31, 32
- [54] Santiago López Huidobro. *Estudio de patrones de Speckle generados por un modulador espacial de luz sobre un plano imagen*. Universidad Nacional Autónoma de México, 2017. 31, 51

- [55] M. Alonso and E.J. Finn. *Fundamental University Physics: Quantum and statistical physics*. Addison-Wesley series in physics. Addison-Wesley Publishing Company, 1968. 33, 34
- [56] Arthur Ashkin. Applications of laser radiation pressure. *Science*, 210(4474):1081–1088, 1980. 35
- [57] Arthur Ashkin and James M Dziedzic. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria. *Science*, 235(4795):1517–1520, 1987. 35
- [58] A. Ashkin. *Optical Trapping and Manipulation of Neutral Particles Using Lasers*. World Scientific, 2006. 37, 38, 39
- [59] Alexandr Jonas and Pavel Zemanek. Light at work: The use of optical forces for particle manipulation, sorting, and analysis. *Electrophoresis*, 29:4813–51, 02 2009. 39