



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

**SISTEMA COMPLETO DE ESPECTROSCOPIA DE DOBLE RESONANCIA
ÓPTICA $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$ PARA LA PRODUCCIÓN DE ÁTOMOS DE
RYDBERG**

TESIS
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)**

PRESENTA:
JOSÉ EDUARDO NAVARRO NAVARRETE

TUTOR PRINCIPAL:
Dr. FERNANDO RAMÍREZ MARTÍNEZ
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:
DR. DANIEL SAHAGÚN SÁNCHEZ
INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM

DR. JESÚS GARDUÑO MEJÍA
INSTITUTO DE CIENCIAS APLICADAS Y TECNOLOGÍA, UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, ENERO 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mi familia, Paola, José y Noemi, Elba y Gabriel. Hoy más que nunca, siento su apoyo incondicional. A Anel, gracias por ser mi compañera en este viaje que iniciamos con los inolvidables 30 regalos.

Al Dr. Jesús Flores, por todas las pláticas a lo largo de mi estancia en el laboratorio. Por hacer amenas las extensas tardes de recolección de datos y por enseñarme que la paciencia es uno de los mejores aliados en la experimentación. Al Dr. José Jiménez, por sus asesorías y por irradiar sus conocimientos y experiencia de forma continua. Al Dr. Fernando Ramírez, por la confianza que ha depositado en mi y por ser un excelente guía en el ámbito académico y lingüístico. A mi comité tutor, el Dr. Daniel Sahagún y el Dr. Jesús Garduño por su apoyo en cada una de las reuniones que tuvimos. A mis sinodales, por el tiempo que le dedicaron a la revisión de este trabajo.

A Lina, Alejandra y José Luis, por las charlas agradables dentro y fuera del Laboratorio. A Santiago, Francisco, Arturo, Oscar Lazo, Oscar López, Cristian, Griselda, Eric, Luis. Todos han tenido un impacto positivo en la realización de esta tesis.

Al Conacyt por la beca de Maestría del Programa Nacional de Posgrados de Calidad otorgada para el proyecto: ‘Sistema completo de espectroscopia de doble resonancia óptica $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$ para la producción de átomos de Rydberg’. A SEP-CONACYT, por el apoyo en los proyectos No. 168498-11 ‘Producción de estados de Rydberg en átomos de Rb por medio de la excitación con tres fotones’ y CB-2016-01 285289 ‘Espectroscopías láser de precisión en rubidio atómico’. Así mismo, al Laboratorio Nacional de Materia Cuántica: Materia Ultrafría e Información Cuántica (LANMAC) No. 293471. Finalmente, a UNAM-DGAPA-PAPIIT, por el apoyo en los proyectos PAPIIT IA101714, ‘Excitación de átomos de rubidio a estados de Rydberg con tres fotones’, PAPIIT-IN112516, ‘Estudio teórico y experimental de la interacción entre dos campos de radiación y átomos multinivel’ y PAPIIT- IN107317, ‘Espectroscopía de precisión en átomos fríos’.

El estudio del Universo es un viaje al autodescubrimiento.

Carl Sagan

Resumen

En esta tesis se presenta el trabajo de maestría realizado en el Laboratorio de Átomos Fríos que se encuentra en el Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM. Se trata de un sistema completo para la detección óptica y espectroscopica de átomos de Rydberg en un horno que contiene vapor de rubidio. Para ello se emplea un esquema de doble resonancia óptica induciendo transiciones dipolares eléctricas hacia el estado de Rydberg $n = 20$ con momento angular $l = 0$. Dicho esquema se explica con más detalle en la primera parte del trabajo junto con la motivación que existe en estudiar, investigar y producir los átomos de Rydberg.

En la primera transición se implementa una metodología sencilla y novedosa con la cual se logran medir variaciones en la intensidad de la fluorescencia que se genera por efecto de la excitación $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ tras el decaimiento de la población atómica desde el estado intermedio $5P_j$ al estado base. Para esto se utiliza un laser comercial de 420 nm de onda continua cuyo ancho de línea se encuentra en el orden de 100 kHz. Esto permite tener una resolución sub-Doppler de manera que se logran identificar todas y cada una de las líneas hiperfinas del estado $6P_{3/2}$ para ambos isótopos de Rubidio. Además, con ello se logra la estabilización de la frecuencia del laser y la obtención de una escala absoluta de frecuencias. Esto último permite una medición precisa de las separaciones energéticas hiperfinas del estado $6P_{3/2}$, con lo cual se determinan las constantes que acompañan a los términos magnético dipolar y eléctrico cuadrupolar hiperfinos. Por otro lado, al tomar una referencia atómica, justo en el ancho a la altura media de alguna de las líneas, se logra la estabilización en la frecuencia del láser, misma que se estima en 284 kHz. Esto corrige las derivas en frecuencia al retroalimentar la corriente del diodo o el voltaje del elemento transductor piezoeléctrico del laser y permite la búsqueda sistemática de la segunda transición dipolar empleando un sistema de detección sensible a la fase. En esta segunda transición se emplea un esquema de haces contrapropagantes y se induce la excitación $6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$ utilizando un laser de 1051 nm el cual fue diseñado, construido y caracterizado en el laboratorio. Esta transición es detectada ópticamente y de manera simultánea midiendo los cambios en la intensidad tanto de la fluorescencia proveniente del estado intermedio $5P_j$, como de la absorción que experimenta el haz que induce la transición intermedia.

En la parte teórica se estudia la interacción de la radiación con la materia. Se calculan algunas de las propiedades de los átomos de Rydberg y se abordan conceptos generales de la espectroscopia. Se expone un modelo de un sistema efectivo de tres nive-

les, empleando el formalismo de la matriz de densidad, que describe la espectroscopia de disminución fluorescente resonante por medio de emisión estimulada, respectiva a la primera transición. Además, se explican y cuantifican las transiciones inducidas por selección de velocidades las cuales se producen por efecto de la distribución térmica de los átomos.

En la parte de los resultados se presentan algunos de los espectros representativos correspondientes tanto a la transición intermedia como a la transición Rydberg. Se explica con detalle el procedimiento para la identificación, calibración y medición de las separaciones energéticas hiperfinas del estado $6P_{3/2}$. De la misma manera, se identifica y se mide el doblete hiperfino de la transición $20S_{1/2}$, en el isótopo 87 de rubidio, explotando la espectroscopia de selección de velocidades. Los valores determinados de dichas separaciones se tabulan en las tablas respectivas y se comparan con las reportadas en la literatura, encontrando un excelente acuerdo, con una precisión limitada sólo por el ancho de línea de los láseres y las no-linealidades del elemento transductor piezoeléctrico. Se concluye que con este sistema óptico de doble resonancia se pueden realizar espectroscopias de los niveles Rydberg con una precisión de ~ 1 MHz. Finalmente, se propone que esta metodología se puede extender hacia espectroscopias de niveles Rydberg más altos y la estabilización del láser 1051 nm en alguna resonancia atómica permitirá una mejora en la resolución de los espectros en un orden cercano al ancho de línea correspondiente con el estado $20S_{1/2}$ que es de ~ 300 kHz.

Índice General

1	Introducción	8
1.1	Esquemas ópticos de detección Rydberg	9
1.2	Acerca de esta tesis	11
2	Átomos alcalinos y sus estados de Rydberg	15
2.1	Aproximación de campo central	15
2.1.1	El átomo alcalino, un átomo hidrogenoide	17
2.1.2	Solución a la ecuación radial	19
2.2	Interacciones atómicas internas	21
2.2.1	Interacción fina	21
2.2.2	Interacción hiperfina	23
2.3	Interacción con el campo de radiación	29
2.3.1	El potencial vectorial	30
2.3.2	Elementos de matriz dipolar	31
2.3.3	Reglas de selección para transiciones dipolares	32
2.3.4	La vida media de los estados excitados	35
2.3.5	Transiciones inducidas por BBR	35
3	Generalidades de la espectroscopia	38
3.1	Las tasas atómicas de transición	38
3.1.1	Sistema efectivo de tres niveles	38
3.1.2	Regla de oro (de Fermi)	41
3.2	Perfiles espectrales	42
3.2.1	Perfil de absorción y su ensanchamiento natural.	43
3.2.2	Ensanchamiento Doppler	44
3.3	Las ecuaciones ópticas de Bloch	46
3.3.1	Matriz de densidad	46
3.3.2	La ecuación de Liouville	47
3.3.3	Intensidad de saturación	50

3.4	Espectroscopia por selección de velocidades	55
3.4.1	Entrecruzamientos	55
3.4.2	Selección de velocidades con dos fotones	57
4	Desarrollo experimental	62
4.1	Primera transición dipolar.	62
4.1.1	Laser Cat-eye de 420 nm	64
4.1.2	Sistema de Detección	65
4.1.3	Modulación acusto-óptica	69
4.2	Segunda transición dipolar, transición Rydberg.	74
4.2.1	Laser Littrow de 1050 nm	74
4.2.2	Sistema de Detección	76
5	Resultados	83
5.1	Fluorescencia infrarroja de 780 nm por la transición $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$	84
5.2	Espectroscopia sub-Doppler de fluorescencia	86
5.2.1	Anclado del láser de 420 nm	106
5.3	Transiciones Rydberg	109
5.3.1	Detección en fase de fluorescencia Rydberg	112
5.4	Espectroscopia Rydberg (Medición de la estructura hiperfina $20S_{1/2}$)	115
6	Conclusiones y perspectivas	124
	Referencias	128
A	Acoplamiento entre momentos angulares	134
B	Cálculo numérico de las ecuaciones de Bloch (sistema de 3 niveles)	136

Capítulo 1

Introducción

En el Laboratorio de Átomos Fríos del Instituto de Ciencias Nucleares (ICN) se estudia la interacción de la radiación con la materia. Uno de los principales objetivos es la producción óptica de sistemas atómicos muy energéticos, conocidos como átomos de Rydberg. La literatura acerca de ellos es extensa [1, 2, 3, 4] y han adquirido gran importancia en varias áreas de la física debido al escalamiento de sus propiedades en función del número cuántico principal.

Las exageradas propiedades de los átomos de Rydberg se ejemplifican tomando en cuenta su radio de Bohr, el cual escala como n^2 . De lo anterior se obtienen momentos dipolares enormes entre los estados adyacentes. Más aún, el coeficiente C_6 que describe la interacción de Van der Waals escala como n^{11} [23] por lo que las interacciones entre vecinos son de varios órdenes de magnitud más fuertes que las respectivas para los átomos en el estado base. Una consecuencia interesante de esta interacción es el efecto de bloqueo dipolar. En este, los átomos que son vecinos del átomo excitado, que se encuentran contenidos dentro de un volumen determinado por el coeficiente C_6 y las propiedades de radiación, modifican su energía de resonancia hacia un valor tal que quedan fuera del ancho de frecuencia del láser en sintonía. Es decir, un átomo en el estado de Rydberg suprime la excitación hacia el mismo nivel de los átomos vecinos. Una de las consecuencias de esto es que se genera un entrelazamiento entre los átomos que participan en la interacción [4]. Es decir, la manipulación de las propiedades de uno determina la de los demás, incluso cuando las distancias entre sus núcleos pudieran ser de micrómetros. Además, gracias a los enormes tiempos de vida de los estados, se logran manipular por un tiempo más largo y sin pérdidas de coherencia [5]. Además, los fenómenos cooperativos del medio excitado amplifican los efectos ópticos no lineales al interactuar con los fotones de radiación. Específicamente, el acoplamiento de la luz que atraviesa un gas de Rydberg ultrafrío da pie a la interacción entre fotones indi-

viduales [6], proporcionándoles una masa efectiva y logrando disminuir la velocidad de propagación de un pulso de luz. Incluso se ha frenado totalmente durante el tiempo que dura la vida media de las transiciones, almacenándolo en forma de un polaritón [7]. Estas son varias de las razones por las cuales el conocimiento preciso de los niveles energéticos, aunado con la correcta manipulación óptica sobre los estados de Rydberg, abren muchas posibilidades en los campos de metrología y procesamiento cuántico de la información [4], empezando con la preparación de compuertas cuánticas hasta la generación de transistores ópticos y memorias cuánticas de alta fidelidad.

1.1 Esquemas ópticos de detección Rydberg

Actualmente, se llevan a cabo experimentos de espectroscopia para estudiar de forma precisa los niveles energéticos del átomo de rubidio. En estos, generalmente se inducen transiciones dipolares eléctricas en un gas de rubidio que se contiene en una celda sujeta a una temperatura ambiental (19 °C) o en trampas magneto ópticas en donde los átomos son llevados a temperaturas que están justo por encima del cero absoluto ($\sim 240 \mu\text{K}$) [12]. Incluso, recientemente se han realizado transiciones cuadrupolares eléctricas [9, 10] en donde se estudia el efecto de la polarización óptica sobre la redistribución de las poblaciones atómicas, modificando en consecuencia, las propiedades ópticas del medio. Sin embargo, antes de este trabajo, no se había logrado producir átomos de Rydberg en el laboratorio de Átomos Fríos del Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM. El esquema experimental consistía en una espectroscopia óptica de tres pasos [15, 16] propuesta inicialmente por Thoumany *et.al.*, vía los niveles $5S \rightarrow 5P \rightarrow 5D \rightarrow nF, nP$ tal como se muestra en el inciso (a) de la figura 1.1. En dicho esquema, una vez que los átomos se encuentran en sintonía, se detectan los cambios generados en la intensidad de la radiación, que promueve el primer paso, implementando el efecto de almacenamiento de electrones (electron Shelving en inglés), con el cual se genera una amplificación cuántica QA ¹. La efectividad de este efecto recae en el hecho de que se aprovecha el tiempo de vida media alargado del estado excitado con respecto a los estados intermedios. De esta manera una fracción de la población total permanece en dicho estado, generando una disminución de transiciones ópticas en los estados inferiores y una merma poblacional en la cantidad de fotones detectados. Además, para lograr la producción Rydberg, los láseres de los primeros dos pasos son anclados a referencias atómicas correspondientes con alguna transición de los estados intermedios, lo que permite la búsqueda sistemática de la sintonía correcta para inducir el tercero.

Debido a la inestabilidad combinada de los láseres anteriores a este trabajo, el

¹por sus siglas en inglés *Quantum Amplification*

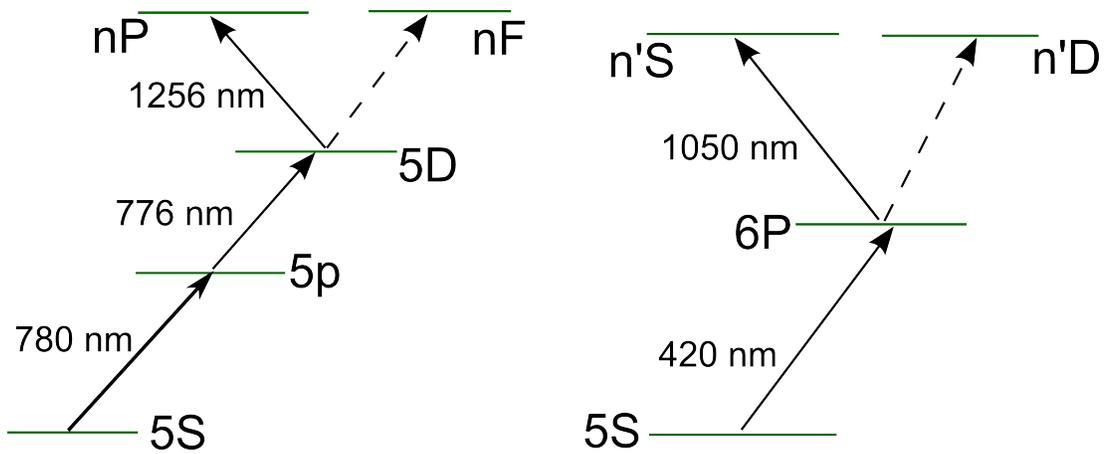


Figura 1.1: Esquemas para la producción óptica de átomos Rydberg. a) Esquema empleado en [16]. b) Esquema propuesto en esta tesis.

seguimiento y la búsqueda de la frecuencia correcta para sintonizar a los estados de Rydberg representaba una tarea complicada e irreproducible. Por esta razón se optó por construir un láser que cumple con requisitos espectrales necesarios, entre los que están: un ancho de línea muy estrecho, del orden de MHz, gran estabilidad, es decir, derivas de menos de dos anchos espectrales en un periodo de decenas de segundos, y también, un mecanismo robusto para sintonizar de forma fina la frecuencia deseada. Este láser se diseñó, construyó y caracterizó en el laboratorio de Átomos Fríos para emitir en una longitud de onda de 1049 nm [67]. Por otro lado, se adquirió un láser de cavidad extendida *Cat-eye* a 420 nm que cumple con las características mencionadas. Con la disponibilidad de ambos láseres se implementó un esquema alternativo y simplificado, mostrado en el inciso (b) de la figura 1.1, utilizando una espectroscopia óptica de dos pasos vía los niveles $5P \rightarrow 6P \rightarrow 20S$. Dicho esquema se ha utilizado antes en [19, 18]. Adams *et. al.* [18] utilizan transparencia electromagnética inducida (EIT) empleando radiación de 780 nm y de 480 nm. En esta técnica, un nivel es acoplado por dos campos de radiación, uno muy intenso con respecto al segundo, de tal forma que se genera una reducción en la absorción del campo débil por efecto de interferencia cuántica, volviéndolo al medio transparente a dicha radiación. Por otro lado, Pfau *et. al.* [19] utilizan radiación de 420 nm y de 1020 nm para comprobar la producción eficiente de estados Rydberg mediante un detector de iones, aunque este método tiene la desventaja de ser destructivo.

En cualquiera de los dos esquemas expuestos que utilizan detección óptica, lo que se busca es la medición de los cambios en alguno de los parámetros físicos de la ra-

diación que acopla a los niveles ó que se genera en el de decaimiento al estado base. Además de esto, el anclado eficiente de los láseres es un requerimiento importante para la estabilidad espectral que permite obtener un registro sistemático de dichos cambios. Al respecto de esto, el anclado del laser generalmente se realiza con respecto de alguna transición atómica. Para ello usualmente se induce a la línea de D2 ($5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$) [13, 14] con radiación infrarroja de 780 nm y se utilizan técnicas de espectroscopia sub-Doppler con el fin de suprimir el ensanchamiento generado por la interacción de la radiación con toda la distribución de velocidades en el vapor térmico. De esta manera se logra resolver la estructura hiperfina, cuyos perfiles atómicos son una excelente referencia para estabilizar los láseres y obtener un ancho de línea mucho más estrecho [38]. La espectroscopia sub-Doppler se puede lograr restringiendo el movimiento de los átomos dentro del recipiente en donde se contienen, en cuyo caso se puede pensar en la construcción de celdas extremadamente delgadas, del orden de 300 nm [42]. También se consigue empleando las técnicas de absorción saturada y polarización [39, 13]. Estas consisten en la propagación de dos haces, los cuales se contra-propagan en una región a lo largo de una celda. En el momento que los átomos, desde su sistema de referencia, observan a la frecuencia de los dos haces en resonancia con alguna de las transiciones atómicas, el haz más intenso satura a la transición y, como consecuencia, el segundo se propaga sin ser absorbido [43]. El método descrito es un ejemplo de espectroscopia selectiva por velocidades atómicas [41] y más adelante se estudiará detalladamente.

1.2 Acerca de esta tesis

En el esquema de esta tesis (figura 1.1, inciso (b)), sin embargo, se requiere el estudio de la línea energética que se encuentra por encima de la línea D2, correspondiente con el término $6P$ y que se induce mediante fotones de 420 nm. La detección óptica de este nivel presenta muchas dificultades a causa de la debilidad misma de la transición que es 90 veces menos intensa con respecto de la línea D2 [17]. Por esta razón varios grupos de investigación [19, 36, 37] utilizan un horno para calentar el medio atómico y aumentar la densidad del gas. De esta manera logran medir los cambios en la intensidad de absorción de un segundo haz que atraviesa el horno. A diferencia de estos trabajos, en el presente se expone un sistema óptico de detección que no requiere del aumento de la densidad atómica. El sistema se basa en la detección eficiente de la dispersión fluorescente de fotones infrarrojos, los cuales son generados por el decaimiento radiativo de los átomos tras su excitación al estado $6P_{3/2}$. Dicho decaimiento se realiza a través de distintos niveles energéticos que se encuentran por debajo del nivel de excitación y que son accesibles para la población atómica de acuerdo con las reglas de selección dipolar. Debido a esto, una fracción de esta población terminará en el estado intermedio $5P_j$, a partir del cual, regresará al estado base emitiendo fotones de 780 nm y

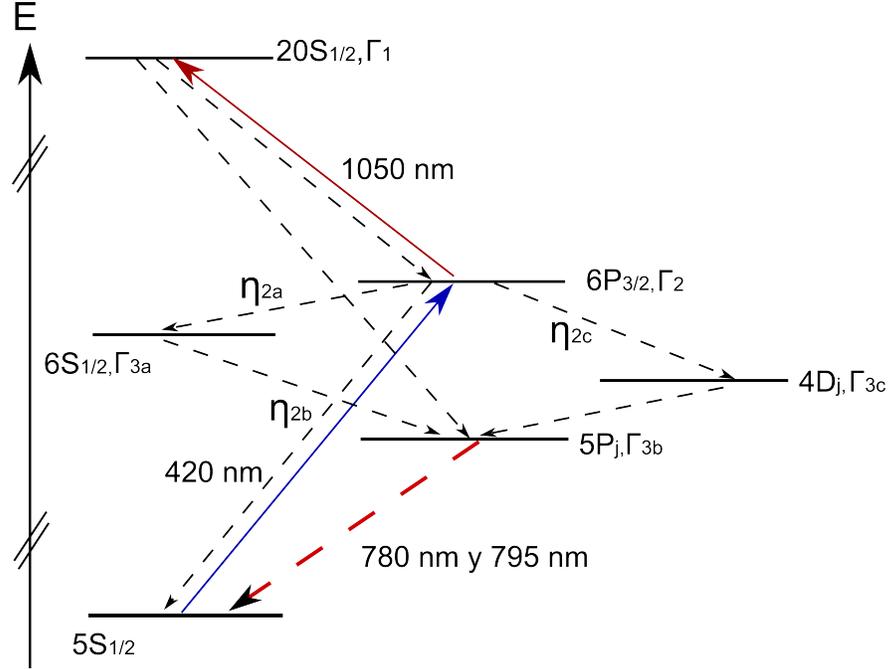


Figura 1.2: Esquema de los niveles finos energéticos del átomo de Rubidio. Con líneas punteadas se representan los decaimientos permitidos de acuerdo con las reglas de selección dipolar. Las líneas sólidas de color azul y rojo indican las transiciones que se inducen con los láseres de 420 nm y 1051 nm respectivamente. La letra Γ representa el ancho de línea de la transición y η la probabilidad de decaimiento hacia un nivel inferior. $\Gamma_1 = 2\pi \times 340$ kHz, $\Gamma_2 = 2\pi \times 1.3$ MHz, $\Gamma_{3a} = 2\pi \times 3.5$ MHz, $\Gamma_{3b} = 2\pi \times 6$ MHz, $\Gamma_{3c} = 2\pi \times 1.7$ MHz. $\eta_{2a} = 0.55$, $\eta_{2b} = 0.23$, $\eta_{2c} = 0.22$. Los anchos y las probabilidades se obtuvieron de [69]. Más adelante se estudiarán estos conceptos con más detalle.

795 nm. La detección mencionada se basa en una técnica que se conoce con el nombre de fluorescencia resonante, y se sabe que ha sido estudiada al menos desde 1978 [8].

Para realizar espectroscopia sub-Doppler se utiliza una retroreflexión óptica mediante la cual se consigue la contra-propagación del haz 420 nm a lo largo de la celda. Esto induce un aumento en la tasa de emisión estimulada para el grupo de átomos que se encuentra en sintonía con ambas componentes del campo de radiación, reduciendo la cantidad de átomos que llegan a los estados $5P_j$. Como consecuencia de lo anterior se producen perfiles Lorentzianos, correspondientes con las transiciones atómicas hiperfinas del estado $6P_{3/2}$ sobre la curva respectiva que se encuentra ensanchada a causa del efecto Doppler. Ya que esto involucra una disminución en la señal de flu-

orescencia detectada, al proceso se le llamará: disminución de fluorescencia resonante por emisión estimulada. El anclado del láser se implementa utilizando la señal sub-Doppler a cualquiera de los perfiles atómicos hiperfinos y, empleando un modulador acusto-óptico, se implementa una metodología de calibración absoluta con la cual se miden las separaciones energéticas con una precisión que está en el orden de ~ 1 MHz.

Para inducir la transición Rydberg se utilizan dos campos de radiación, 420 nm y 1051 nm en configuración contra-propagante dentro de un horno que contiene otra celda espectroscópica. Al momento de sintonizar a la frecuencia de resonancia, la población atómica del estado intermedio $6P_{3/2}$ es excitada al estado $20S_{1/2}$. Los tiempos de vida media para dichos estados son de 121 ns [69] y 4.6 μ s [68] respectivamente. De modo que los átomos que se encuentran en el nivel $20S_{1/2}$ pasan en promedio 38 veces más tiempo del que pasan en el nivel intermedio. Por lo tanto, el efecto de electron shelving genera una amplificación cuántica mediante la cual se detecta una merma poblacional en $5P_j$, lo que produce una disminución en la fluorescencia. Con ello, no sólo se logra la detección óptica de átomos de Rydberg sino que, utilizando la técnica de detección en fase, se logran observar, además, transiciones atómicas por selección de velocidades que muestran la estructura hiperfina del estado Rydberg. En el diagrama de niveles del átomo de rubidio mostrado en la figura [1.2], se resaltan con líneas de color sólidas las transiciones involucradas en este trabajo para producir átomos de Rydberg y se muestran las longitudes de onda correspondientes para ello.

En el capítulo 2 de este trabajo se estudia la física fundamental de los átomos alcalinos, dando un énfasis en el átomo de rubidio, que es el átomo que se utiliza para los experimentos. Se explican los hamiltonianos que describen las interacciones internas y externas de los átomos. Luego, se explica la solución numérica de la ecuación de Shrödinger radial para el electrón de valencia. Para ello se emplea el método de Numerov y se considera un potencial modelo con el cual se obtienen las eigenfunciones que se utilizan para calcular los elementos de matriz dipolar. De esta manera se obtendrán varias propiedades de los átomos Rydberg. Por último, se presentan las reglas de selección dipolar con el fin de entender las transiciones energéticas que se llevan a cabo después de una excitación radiativa.

En el capítulo 3 se exponen los conceptos generales de la espectroscopia empleada para los pasos que llevan a la producción Rydberg. Se da un tratamiento semiclásico, empleando primero el tratamiento estadístico de Einstein. Luego, mediante el formalismo de matriz de densidad, se explican los términos de la ecuación de Liouville que gobierna la evolución dinámica de la población atómica. De esta forma se llegará a las ecuaciones de Bloch que describen los procesos de disminución de fluorescencia reso-

nante por emisión estimulada, lo que permite resolver la estructura hiperfina del primer paso. Por último, se estudia la espectroscopia por selección de velocidades que predice los cambios en los valores de frecuencia de los perfiles observados en el experimento.

En el capítulo 4 se explica el sistema experimental para cada uno de los pasos a Rydberg. Se empieza describiendo el arreglo experimental de la transición dipolar $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ y se exponen los elementos más importantes, como lo son: el laser 420 nm, el sistema de detección, y el cristal de modulación acusto-óptico. Luego se describe el arreglo de la segunda transición dipolar $6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$ en donde, como en el paso anterior, se presentan los elementos de importancia; estos son: el laser 1050 nm, el horno con su sistema de control, las dos formas de detección y el detector sensible a la fase con el cual se incrementa el cociente de señal a ruido.

En el capítulo 5 se expone el análisis de los resultados. Se comienza por presentar los espectros de fluorescencia con el campo de radiación de 420 nm. Después se exponen los espectros correspondientes de la espectroscopia sub-Doppler. En esta parte del capítulo se detalla cuidadosamente el procedimiento para medir las diferencias energéticas de la estructura hiperfina, empezando por identificar todos los perfiles (o líneas) que aparecen en los espectros respectivos. Luego, utilizando estas mismas mediciones se determinan las constantes hiperfinas A_{hfs} y B_{hfs} . En la segunda parte, se exponen los espectros representativos de la producción Rydberg, se explica cada una de las líneas que aparecen por selección de velocidades y finalmente se mide la separación hiperfina del estado $20S_{1/2}$.

Capítulo 2

Átomos alcalinos y sus estados de Rydberg

En esta sección se estudian los átomos alcalinos. Se implementa la aproximación de campo central y, desde esta perspectiva, se obtiene un hamiltoniano radial efectivo que depende de los números cuánticos n , y L . A partir de aquí, se añaden términos perturbativos al hamiltoniano que reproducen, de forma aproximada, las interacciones espín-orbita entre los electrones y la interacción interna de la nube electrónica con el núcleo. Dichas interacciones dan pie al desdoblamiento de los niveles finos e hiperfinos. Además, se presenta de forma breve el hamiltoniano de interacción entre el átomo y el campo de radiación. Se desarrolla la forma del potencial vectorial en la solución del hamiltoniano hasta llegar a la aproximación dipolar eléctrica con la cual se calculan las reglas de selección para transiciones dipolares. Asimismo, se aborda al átomo desde una región lejana al núcleo empleando la teoría de defecto cuántico. Esto permite introducir el concepto de estados Rydberg y cómo es que las propiedades de los átomos asociados a estos estados dependen del número cuántico principal n .

2.1 Aproximación de campo central

Como una primera aproximación, por el momento, no se tomará en cuenta el efecto de extensión finita del núcleo, efectos relativistas ni momentos multipolares. De esta forma, en ausencia de campos externos, el hamiltoniano de N electrones en un potencial coulombiano con carga $+Ze$ se escribe como

$$\hat{H} = \sum_i^N \left(-\frac{i\hbar}{2\mu_i} \nabla_i^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon\vec{\mathbf{r}}_i} + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^N V_{ij}(\vec{\mathbf{r}}_i - \vec{\mathbf{r}}_j) \right) \quad (2.1)$$

En donde Z es el número de protones en el núcleo, μ_i es la masa reducida del electrón i -ésimo, $\vec{\mathbf{r}}_i$ es su posición respecto al centro de masa y $V_{ij}(\vec{\mathbf{r}}_i - \vec{\mathbf{r}}_j)$ es el potencial de repulsión con el electrón j -ésimo. Debido a esta repulsión electrostática 2.1 no se puede reescribir como una suma de hamiltonianos hidrogenoides y tampoco se le puede tratar como una perturbación ya que el término es comparable con el del potencial coulombiano. Claramente, el problema no tiene solución analítica. No obstante, se puede emplear la siguiente aproximación. Esta se lleva a cabo bajo la suposición de que cualquier electrón experimenta, de forma individual, un potencial central efectivo y que, además, es el mismo para cada uno de los electrones. Como consecuencia, el efecto neto de la repulsión coulombiana es el apantallamiento de la carga Z . En otras palabras, los $N - 1$ electrones reducen la intensidad del potencial nuclear atractivo. A lo anterior se le conoce como aproximación de campo central y, bajo este argumento, el hamiltoniano se puede reescribir de la forma

$$\hat{H}_0 = \sum_i^N \left(-\frac{i\hbar}{2\mu_i} \nabla_i^2 + V_{CF}(\vec{\mathbf{r}}_i) + \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^N V_{ij}(\vec{\mathbf{r}}_i - \vec{\mathbf{r}}_j) - V'(\vec{\mathbf{r}}_i) \right\} \right) \quad (2.2)$$

en donde

$$V_{CF}(\vec{\mathbf{r}}_i) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon\vec{\mathbf{r}}_i} + V'(\vec{\mathbf{r}}_i) \quad (2.3)$$

De esta manera, el hamiltoniano es una suma de un término de orden cero, más un término perturbativo, es decir

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1 \quad (2.4)$$

A \hat{H}_1 se le conoce como la interacción electrostática residual y se espera que $H_1 \ll H_0$. Con esto se ha construido un hamiltoniano en el que cada electrón está inmerso dentro de un potencial radial efectivo, y cuya ecuación de Shrödinger es

$$\hat{h}_i \psi_i = \left(-\frac{i\hbar}{2\mu_i} \nabla_i^2 + V_{CF}(\vec{\mathbf{r}}_i) \right) \psi_i = E_i \psi_i \quad (2.5)$$

de modo que $\sum_i^N \hat{h}_i = \hat{H}_0$ y la energía del término a orden cero es $E = \sum_i^N E_i$.

Las eigenfunciones de \hat{H}_0 , en notación de Dirac, se pueden escribir como el producto de las funciones ψ_i individuales

$$|\Psi\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes \dots \otimes |\psi_N\rangle \quad (2.6)$$

en donde \otimes representa el producto tensorial y cada $|\psi_i\rangle$ se puede separar en una parte radial y una parte angular, en virtud de la simetría esférica del potencial central, como

$$|\psi\rangle \equiv \psi_{n,l,m_l,m_s}(r, \theta, \phi) = R_{n,l}(r)Y_{l,m_l}(\theta, \phi)\chi_{m_s} \quad (2.7)$$

siendo $Y_{l,m}(\theta, \phi)$ los armónicos esféricos y χ_{m_s} la función del espín electrónico. Esta separación de variables nos permite resolver la parte angular de la ecuación de Schrödinger de la misma forma que en el átomo de hidrógeno utilizando la teoría de momento angular [34].

Para la parte radial del electrón i -ésimo se obtiene una ecuación diferencial que depende de los números cuánticos n y l , y se escribe como

$$\left[-\frac{1}{2\mu_i} \left(\frac{d^2}{dr_i^2} + \frac{2}{r_i} \frac{d}{dr_i} \right) + \frac{l(l+1)}{2\mu_i r_i^2} + V_{CF}(r_i) \right] R_i(r_i) = ER_i(r_i) \quad (2.8)$$

en donde el término que contiene a l contribuye al potencial efectivo, es decir $V_{EF} = V_{CF} + l(l+1)/2\mu r^2$. En este punto, aún es desconocida la forma funcional de $V'(r)$, por lo que no podemos evaluar la eigenfunción radial $R(r)$. No obstante, se puede hacer uso de potenciales modelo, en donde los límites reproducen las condiciones apropiadas del sistema.

No se indagará mucho más en la corrección de la energía δE debido a la perturbación \hat{H}_1 , ya que esta se cuantificará más adelante bajo la perspectiva del defecto cuántico. Sin embargo, una manera de atacar el problema es mediante el uso del método autoconsistente de *Hatree-Fock*. En él se emplea el principio variacional para encontrar eigenestados aproximados $|\Psi\rangle$ que minimizan la energía del sistema. Para ello, primero se da una estimación razonable del potencial V_{CF} y luego se obtienen numéricamente las eigenfunciones radiales que aproximen a la solución. Estos mismos arrojan un nuevo potencial modelo que se introduce nuevamente para repetir el proceso de forma iterativa. Además, las eigenfunciones dadas se deben escribir en la forma del determinante de Slater, es decir, deben ser antisimétricas ante el intercambio de partículas. Para obtener más información acerca del método *Hatree-Fock* se puede consultar [21, 22].

2.1.1 El átomo alcalino, un átomo hidrogenoide

Hasta el momento, no se ha mencionado nada de la estructura interna del átomo. Sin embargo, se sabe que los N electrones que lo conforman se distribuyen, de acuerdo con el principio de exclusión de Pauli, en estados electrónicos con diferentes valores de n y l . A los estados asociados con l se denominan orbitales y conforman capas cerradas a

medida que el número N aumenta. Los distintos valores de momento angular se denotan con s, p, d, f, \dots para $l = 1, 2, 3, 4, \dots$ respectivamente. Otra notación que se seguirá a lo largo de la tesis es la notación espectroscópica $^{2S+1}L_J$ para denotar a los términos energéticos, siendo L el momento angular electrónico, S el espín y J el momento total electrónico angular.

Configuración electrónica del rubidio

El estado base del rubidio se escribe: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 5s$, y el término de estado base se escribe como $5S_{1/2}$. Lo que indica que el último electrón se encuentra en una capa externa, con $n = 5$, y $l = 0$. Esta característica es común a todos los átomos que son alcalinos, en el sentido de que todas las capas internas están ocupadas por $N - 1$ de sus electrones, y el último electrón, el de valencia, se encuentra en la capa siguiente (la capa externa). Bajo la aproximación del campo central, esto es conveniente ya que, si el electrón se encuentra lejos de los demás, la interacción electrostática residual \hat{H}_1 disminuye. Además, el potencial que experimenta el electrón de valencia en presencia de un núcleo apantallado (por los $N - 1$ electrones) cae como $\approx 1/r$, es decir, tiene un comportamiento aproximadamente Coulombiano.

Es precisamente este comportamiento una de las razones por las que estados atómicos con un número cuántico principal alto son de especial interés. A estos estados se les conoce como estados de Rydberg y, como se verá más adelante, sus propiedades escalan con n . Aunado a lo anterior, el momento angular total electrónico tendrá únicamente la contribución respectiva del electrón de valencia, es decir $L = \sum_i^N l_i = l_1 + l_2 + \dots + l_N = l_N$. Esto último debido a que la contribución neta de momento angular en una capa cerrada es cero. Asimismo, el momento spinorial total será $S = s_N$.

El defecto cuántico

A distancias cortas, en particular para electrones de valencia con un momento angular bajo, $l \leq 3$, el electrón penetra en las capas cerradas y, al estar más cerca del núcleo, el potencial se desvía de la forma Coulombiana. Además, las capas cerradas se polarizan en presencia del electrón de valencia. Estos dos efectos incrementan la energía de enlace con respecto a la equivalente para átomos monoeléctricos. En la sección anterior vimos que se pueden tratar como una perturbación al hamiltoniano de orden cero mediante la interacción \hat{H}_1 , pero desde la perspectiva del átomo alcalino la corrección respecto a las energías hidrogenoides queda cuantificada con el defecto cuántico δ_{nlj}

[24, 1], que parametriza a las energías de la forma

$$E_{nlj} = E_i - \frac{R_y}{(n - \delta_{nlj})^2} = E_i - \frac{R_y}{(n^*)^2} \quad (2.9)$$

en donde $(n^*) = n - \delta_{nlj}$ es el número cuántico principal efectivo y R_y es la constante de Rydberg para una masa reducida. Esta última se escribe como

$$R_y = \frac{1}{1 + \frac{m_e}{M_{Rb}}} R_\infty \quad (2.10)$$

con $R_\infty = 109737.31568508(65) \text{ cm}^{-1}$ (de acuerdo con CODATA NIST) la constante de Rydberg para un átomo de masa infinita. La masa del electrón es m_e , $E_i = 33690.81(1) \text{ cm}^{-1}$ es la energía de ionización del átomo de rubidio y M_{Rb} es su masa atómica, cuyo valor depende del isótopo estudiado.

Los defectos cuánticos se determinan de forma empírica con medidas espectroscópicas y se calculan mediante la fórmula de Rydberg-Ritz [1] de la forma

$$\delta_{nlj} = \delta_0 + \frac{\delta_2}{(n - \delta_0)^2} + \frac{\delta_4}{(n - \delta_0)^4} + \dots \quad (2.11)$$

en donde $\delta_0, \delta_2, \delta_4, \dots$ dependen de l y j . De la ecuación 2.9 se pueden calcular las energías necesarias para excitar hacia niveles con $n > n_g$ (siendo n_g el número cuántico principal del estado base). En el experimento que se lleva a cabo se excitan los átomos de rubidio al nivel $20S_{1/2}$. Sin embargo, se requiere excitar primero hacia un estado intermedio $6P_{3/2}$ por dos razones. Una es la disponibilidad de las fuentes de luz laser y la otra es porque las reglas cuánticas de transición dipolar prohíben excitar al átomo hacia estados $l = 0 \rightarrow l = 0$, es decir, con la misma paridad. Por el momento, mediante 2.9 se calcula que la longitud de onda correspondiente a la energía necesaria para llegar a $20S_{1/2}$ es $\sim 1051.25 \text{ nm}$, partiendo del nivel $6P_{3/2}$. Asimismo, la longitud de onda correspondiente para excitar al nivel intermedio $6P_{3/2}$ es $\sim 420.298 \text{ nm}$ ¹. Estos valores se obtienen con los defectos δ reportados en [28].

2.1.2 Solución a la ecuación radial

Muchas de las propiedades de los átomos de Rydberg dependen de las eigenfunciones en la región $r > r_0$ en donde el potencial es más parecido al de Coulomb. En esta

¹Las cifras significativas con las que la longitud de onda es presentada tiene que ver con la resolución del instrumento de medición [67].

región se puede evaluar, numéricamente, la función de onda radial utilizando el método de Numerov [29], que resuelve de manera eficiente ecuaciones diferenciales de la forma

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} = g(x)Y(x) \quad (2.12)$$

Entonces, la ecuación 2.8 para el electrón de valencia se puede escribir en la forma 2.12 si se realiza el cambio de variable $x = \sqrt{r}$, con $Y(r) = R(r)r^{3/4}$. De esta manera se puede implementar la ecuación de Numerov, que se escribe como

$$[1 - T(x+h)]Y(x+h) + [1 - T(x-h)]Y(x-h) = [2 + 10T(x)]Y(x) + O(h^6) \quad (2.13)$$

en donde h es el tamaño del paso, $T(x) = h^2 g(x)/12$ y

$$g(x) = 8\mu x^2 (V_{CF}(r) - E) + \frac{(2l + 1/2)(2l + 3/2)}{x^2} \quad (2.14)$$

Como conocemos la energía E calculada con 2.9, entonces, únicamente se requiere la forma explícita del potencial $V_{CF}(r)$. Un modelo muy utilizado [30], es uno que es función del momento angular l y que toma en cuenta efectos de polarización debido a la penetración del electrón de valencia en las capas electrónicas internas (la coraza electrónica). Este potencial es

$$V_{CF}(r) = -\frac{Z_{nl}(r)}{r} - \frac{\alpha_c}{2r^4} \left(1 - e^{-(r/r_c)^6}\right) \quad (2.15)$$

El primer término describe el potencial Coulombiano para una carga radial $Z_{nl}(r)$ que se escribe

$$Z_{nl}(r) = 1 + (Z - 1)e^{-(a_1)r} - r(a_3 + a_4 r)e^{-a_2 r} \quad (2.16)$$

El segundo término de 2.15 describe la polarización inducida por el electrón de valencia en la coraza electrónica. La intensidad de este efecto queda determinada por la constante de polarizabilidad α_c , cuyo valor aumenta con el número de electrones en la coraza. Los valores de los parámetros a_{1-4} y α_c se toman de la referencia [30], en donde los autores ajustan este modelo experimentalmente con estados de Rydberg para cada número cuántico l . Si ignoramos los términos del orden $O(h^6)$ en 2.13, y si se conoce $Y(x)$ y $Y(x-h)$ (en la referencia [1] se da una justificación para evaluarlos), podemos calcular $Y(x+h)$ dado que se conoce todo lo demás.

Siguiendo este tratamiento, Sibalic et. al. [66] han desarrollado un programa que permite evaluar eficientemente las eigenfunciones radiales de la ecuación 2.8 y, a partir de estas, los elementos de matriz que determinan muchas propiedades de los átomos alcalinos, como lo son, por ejemplo, los tiempos de vida, las probabilidades de transición,

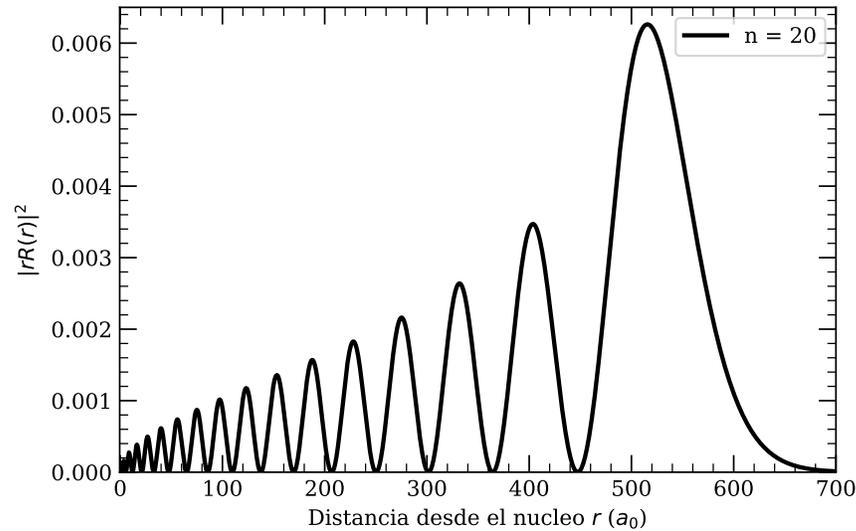


Figura 2.1: Perfil de la eigenfunción radial del estado $20S_{1/2}$ en función de los radios atómicos de Bohr.

las fuerzas de interacción dipolares, entre otras. Como ejemplo, en 2.1 se muestra la forma del módulo al cuadrado de la eigenfunción radial del nivel $20S_{1/2}$.

De esta solución se puede calcular el valor de expectación $\langle r \rangle \sim n^2$, para obtener un radio atómico de $\sim 400a_0$.

2.2 Interacciones atómicas internas

2.2.1 Interacción fina

Hemos visto que, en la aproximación de campo central, la energía del átomo queda determinada al asignar los valores de n y l de los electrones. Para cada configuración, sin embargo, estos estados se encuentran degenerados en $2(2l + 1)$ niveles que difieren por la orientación del momento angular y del espín. Si ahora se toman en cuenta los efectos relativistas de los electrones, la degeneración se levanta y se desdobra el número de energías en un conjunto denominado estructura fina. Al considerar estos efectos se necesita la inclusión de términos perturbativos al hamiltoniano de orden cero.

El primer término viene de considerar la masa relativista en la energía cinética del

electrón, es decir

$$E_{kin} = \sqrt{p^2 c^2 + \mu^2 c^4} - \mu c^2 \approx \frac{p^2}{2\mu} - \frac{p^4}{8\mu^3 c^2} + \dots \quad (2.17)$$

La contribución más representativa sobre el hamiltoniano es

$$H_r = -\frac{\hat{p}^4}{8\mu^3 c^2} \quad (2.18)$$

La corrección a la energía a primer orden está dada por el valor de expectación de H_r con los estados de orden cero. El siguiente término es debido a la interacción entre el momento angular orbital del electrón con su espín. Dicha interacción aparece al posicionarse desde el sistema de referencia del electrón. En dicho sistema, el protón se encuentra en movimiento, por lo que produce un campo magnético con el cual se ejerce una torca sobre el electrón. Como consecuencia, el momento magnético del electrón tiende a alinearse con la dirección del campo. El hamiltoniano que lo describe es

$$\hat{H}_{SO} = \vec{\mu} \cdot \vec{\mathbf{B}} \quad (2.19)$$

en donde el campo magnético del protón se puede determinar de la ley de Biot -Savart [26], y se escribe

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad (2.20)$$

con una corriente efectiva $I = e/T$, donde e es la carga del protón y T es el periodo de la órbita. Por otro lado, el momento angular orbital del electrón es $\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}} = 2\pi m r^2 / T$. Como $\vec{\mathbf{B}}$ y $\vec{\mathbf{L}}$ apuntan en la misma dirección, entonces

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{e}{m c^2 r^3} \vec{\mathbf{L}} \quad (2.21)$$

Este campo magnético interactúa con el momento magnético intrínseco del electrón $\mu_s = -g_s \mu_B s$, donde $g_s \approx 2$ es el factor giromagnético del electrón [25]. El hamiltoniano se expresaría a partir de la sustitución de $\vec{\mu}$ y $\vec{\mathbf{B}}$. Sin embargo, no se debe de olvidar que este análisis se hizo desde el sistema de referencia del electrón en reposo. En realidad, el electrón se acelera, por lo que se deben de implementar las transformaciones correctas. Al hacer esto aparece el término de precesión de Thomas [20]. Con dicho término se obtiene una expresión que difiere en un factor de dos de la ecuación 2.21. Por lo que el hamiltoniano se escribe como

$$\hat{H}_{SO} = \left(\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \right) \frac{1}{m^2 c^2 r^3} \vec{\mathbf{L}} \cdot \vec{\mathbf{S}} \quad (2.22)$$

Una de las consecuencias de la interacción es el acoplamiento entre los momentos angulares \vec{L} y \vec{S} . Más aún, el hamiltoniano \hat{H}_{SO} no conmuta con \vec{L}_z ni con \vec{S}_z . Sin embargo, si conmuta con \vec{L}^2 y \vec{S}^2 . En otras palabras, los eigenestados $|n, L, M_L, M_S\rangle$ de \vec{L}_z y \vec{S}_z , no son los mejores estados para usar en el cálculo del valor de expectación de la interacción. Por ello se define un nuevo número cuántico principal \vec{J} , tal que $\vec{J} \equiv \vec{L} + \vec{S}$. Las eigenfunciones de la nueva base se escriben como $|L, S, J, M_J\rangle$, los cuales serán combinaciones lineales de $|L, S, M_L, M_S\rangle$. Es decir, se escriben en términos de la base desacoplada a través de los coeficientes de Clebsch-Gordan (A):

$$|L, S, J, M_J\rangle = \sum_{M_L, M_S} \langle L, M_L, S, M_S | L, S, J, M_J \rangle |L, M_L, S, M_S\rangle \quad (2.23)$$

Además, se cumple

$$\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}(J^2 - L^2 - S^2) \quad (2.24)$$

y los eigenvalores de $L \cdot S$ son

$$\frac{\hbar}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \quad (2.25)$$

Combinando las contribuciones 2.22 y 2.18, se puede demostrar que la corrección a la energía esta dada por

$$\Delta E_{n^*,j} = \frac{Z_{ef}^2 \alpha^2 |E_{n^*}|}{(n^*)^2} \left(\frac{n^*}{j + 1/2} \right) \quad (2.26)$$

con $Z_{ef} \rightarrow 1$ para átomos alcalinos. Así, los eigenestados correspondientes dependen de los números cuánticos n^* , L , J y M_J . En notación de Dirac podemos escribir a la función de onda como $|n^*, L, S, J, M_J\rangle$. De acuerdo con las reglas de adición de momentos angulares, el momento angular total J de un átomo puede tomar los valores $|L - S| \leq J \leq L + S$. En los átomos alcalinos, $S = 1/2$, entonces, para cada L , J puede tomar los valores $J = L + 1/2$ y $J = L - 1/2$. Considerando estos niveles adyacentes, la diferencia $E_{J=L+1/2} - E_{J=L-1/2}$, en términos de la constante de Rydberg, es

$$\Delta E_{n^*,l} = \frac{\alpha^2 \hbar c R_\infty}{(n^*)^3 l(l+1)} \quad (2.27)$$

2.2.2 Interacción hiperfina

Si consideramos, además, la interacción electrostática multipolar entre la nube electronica y el núcleo, aparecen nuevos términos de perturbación en el hamiltoniano. De la

misma forma que en la interacción fina, dichos términos levantarán la degeneración de J desdoblado las energías en un conjunto conocido como estructura hiperfina. En este caso se acopla $\vec{\mathbf{J}}$ con el momento de spín nuclear $\vec{\mathbf{I}}$. Específicamente, la interacción se da entre los momentos multipolares nucleares con el campo producido por el electrón. Las contribuciones más importantes son: El momento magnético dipolar y el eléctrico cuadrupolar. Tomando en cuenta únicamente estos dos efectos, el hamiltoniano de interacción hiperfina es

$$\hat{H}_{hfs} = \hat{H}_{DM} + \hat{H}_{QE} \quad (2.28)$$

en donde \hat{H}_{DM} es el término de interacción de la nube electrónica con el momento dipolar megnético del núcleo y \hat{H}_{QE} es el correspondiente del cuadrupolo eléctrico. El momento magnético del nucleo se puede expresar en términos del magnetón de Bohr como

$$\mu_N = \frac{m}{M_p} \mu_B \quad (2.29)$$

con m la masa del electrón, M_p la masa del protón, y μ_B el magnetón de Bohr. Como el magnetón nuclear es más pequeño que el electrónico, por un factor de $m/M_p \approx 1/2000$, entonces, es un hecho que la perturbación hiperfina es más pequeña que la fina.

Interacción dipolar magnética

El hamiltoniano de interacción magnética dipolar contiene dos contribuciones de campo magnético y se escriben como

$$\hat{H}_{DM} = -\hat{\boldsymbol{\mu}}_N \cdot \vec{\mathbf{B}}_e = -\hat{\boldsymbol{\mu}}_N \cdot (\vec{\mathbf{B}}_L + \vec{\mathbf{B}}_S) \quad (2.30)$$

con

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_N = g_I \frac{\mu_N}{\hbar} \hat{\mathbf{I}} \quad (2.31)$$

El término $\vec{\mathbf{B}}_L$ ese el campo debido al movimiento orbital del electrón y $\vec{\mathbf{B}}_S$ es por la contribución magnética dipolar spinorial. El hamiltoniano \hat{H}_{DM} total se escribe como [26]

$$\hat{H}_{DM} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[-\frac{8\pi}{3} \hat{\boldsymbol{\mu}}_s \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_N \delta(\vec{\mathbf{r}}) + \frac{1}{r^3} \left(\hat{\boldsymbol{\mu}}_s \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_N - 3 \frac{(\vec{\mathbf{r}} \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_s)(\vec{\mathbf{r}} \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_N)}{r^2} - \frac{e}{m} \hat{\mathbf{L}} \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_N \right) \right] \quad (2.32)$$

siendo

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_s = g_s \frac{\mu_B}{\hbar} \hat{\mathbf{S}} \quad (2.33)$$

el momento magnético de espín. La contribución $\hat{\mathbf{L}} \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_N$ de 2.32 es por la interacción debida al campo magnético

$$\vec{\mathbf{B}}_L = - \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{e\hat{\mathbf{L}}}{mr^3} \quad (2.34)$$

donde $\hat{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times m\vec{\mathbf{v}}$ es el momento angular orbital del electron alrededor del núcleo. El segundo término corresponde con la interacción dipolo-dipolo entre los momentos magnéticos del electrón y del núcleo. Para estados S , el valor de expectación es nulo y la contribución viene únicamente del primer término. Este es el término de contacto de Fermi. Para $l \neq 0$, las funciones $|\psi\rangle$ se hacen cero en el origen y la contribución proviene del segundo término. Para calcular las energías a primer orden, debido a \hat{H}_{DM} , podemos reescribir a 2.32 con las ecuaciones 2.33 y 2.31 como

$$\hat{H}_{DM} = \frac{2\mu_0}{4\pi\hbar^2} g_I \mu_B \mu_N \frac{1}{r^3} \left[\hat{\mathbf{L}} - \hat{\mathbf{S}} + 3 \frac{(\hat{\mathbf{S}} \cdot \vec{\mathbf{r}})(\vec{\mathbf{r}})}{r^2} \right] \cdot \hat{\mathbf{I}}, \quad l \neq 0 \quad (2.35a)$$

$$\hat{H}_{DM} = \frac{2\mu_0}{4\pi\hbar^2} g_I \mu_B \mu_N \frac{8\pi}{3} \delta(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{I}}, \quad l = 0 \quad (2.35b)$$

La combinación proveniente de los campos magnéticos orbital y de espín tiene una forma vectorial complicada. Sin embargo, empleando el modelo vectorial entre momentos angulares [20] se puede argumentar que, debido a la rápida precesión de los vectores $\hat{\mathbf{L}}$ y $\hat{\mathbf{S}}$ alrededor de $\hat{\mathbf{J}}$, estos promediarán a cero en todas las direcciones, por lo que las únicas componentes que contribuirán son las que están en dirección de $\hat{\mathbf{J}}$ y el campo puede aproximarse como

$$\vec{\mathbf{B}}_s \sim -2 \frac{\mu_0}{4\pi} < \frac{\mu_B}{r^3} > \hat{\mathbf{J}} \quad (2.36)$$

También, en la ecuación 2.35b, $\hat{\mathbf{S}} = 0$, por lo cual se puede escribir $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{S}}$. Entonces, la interacción dipolar magnética es

$$\hat{H}_{DM} = A_{DM} \hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}} \quad (2.37)$$

En analogía con el acoplamiento los momentos $\hat{\mathbf{L}}$ y $\hat{\mathbf{S}}$, la diagonalización de \hat{H}_{DM} se simplifica si introducimos el momento angular total

$$\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{I}} \quad (2.38)$$

Escribiremos a los eigenvalores del operador hermitiano $\hat{\mathbf{F}}^2$ con $\hbar^2 F(F+1)$ y a los de $\hat{\mathbf{F}}_z$ como $M_F \hbar$, con $M_F = -F, -F+1, \dots, +F$. Una vez más, de las reglas concernientes a la adición de momentos angulares, se sabe que los posibles valores de $\hat{\mathbf{F}}$ vienen dados

por $|I - J| \geq F \leq I + J$.

Ya que F y M_F son buenos números cuánticos bajo la perturbación \hat{H}_{hfs} , es conveniente escribir las nuevas eigenfunciones como $|L, S, J, I, F, M_F\rangle$, los cuales serán combinaciones lineales de $|L, S, J, M_J, I, M_I\rangle$. Es decir, se escriben en términos de la base desacoplada a través de los coeficientes de Clebsch-Gordan:

$$|J, I, F, M_F\rangle = \sum_{M_J, M_I} \langle J, M_J, I, M_I | J, I, F, M_F \rangle |J, M_J, I, M_I\rangle \quad (2.39)$$

y se cumple que

$$\hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}} = \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{F}}^2 - \hat{\mathbf{I}}^2 - \hat{\mathbf{S}}^2) \quad (2.40)$$

con esto se calcula la energía de interacción dipolar magnética hiperfina

$$\Delta E_{DM} = \frac{A_{DM}}{2} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] \quad (2.41)$$

Interacción cuadrupolar eléctrica (efecto del tamaño finito del núcleo)

Aunque la mayor contribución al desdoblamiento de los niveles hiperfinos se debe a la interacción dipolar magnética, el tamaño finito del núcleo es significativo para átomos con $l \neq 0$. Por ello se estudiarán los efectos que tienen en el desdoblamiento de los niveles F . Para isótopos de un mismo átomo, las separaciones energéticas de la estructura son distintas. Esto es precisamente una consecuencia del tamaño finito del núcleo y, para átomos ligeros, la corrección depende de la diferencia entre los radios nucleares [34]. Es decir

$$\delta E_{vol} \approx \frac{Ze^2}{6\epsilon_0} \delta \langle R^2 \rangle |\Psi(0)|^2 \quad (2.42)$$

en donde $\Psi(0)$ es la función de onda del electrón en el núcleo. En el átomo de rubidio existen dos isótopos estables, ^{85}Rb y ^{87}Rb . Claramente, el isótopo ^{87}Rb es el que experimenta una mayor separación en sus niveles energéticos ya que es el que tiene mayor número de nucleones. La tabla 2.2.2 muestra algunas de las características de ambos.

Para propósitos pragmáticos, considérese únicamente la interacción electrostática entre un electrón con el protón j -ésimo en la posición \mathbf{r}_p , desde el centro de masa del átomo (véase figura 2.2). La interacción electrostática se escribe entonces como

$$\hat{H}_{QE} = - \sum_j^N \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{\mathbf{r}}_e - \vec{\mathbf{r}}_{pj}|} \quad (2.43)$$

Isótopo	Masa atómica	Abundancia	momento angular nuclear (I)
^{85}Rb	84.9	72.17%	5/2
^{87}Rb	86.9	27.83%	3/2

Tabla 2.1: Algunas características de los isótopos de rubidio

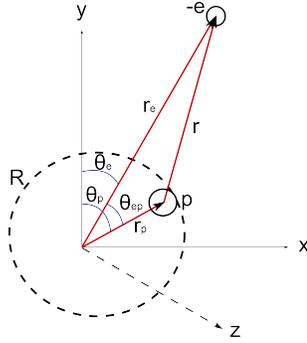


Figura 2.2: Esquema que muestra la interacción electrostática entre la distribución de carga nuclear y el electrón considerando una distribución esférica. R es el radio nuclear, $-e$ es la carga del electrón, θ_{ep} es el ángulo entre los vectores \mathbf{r}_e y \mathbf{r}_p

en donde la suma corre sobre todos los protones en el núcleo. Se asume que $\vec{r}_e > \vec{r}_{p_j}$, $\forall j$ y al expandir la ecuación 2.43 en potencias de $\frac{r_p}{r_e}$ se obtiene

$$\hat{H}_{QE} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_k \frac{e^2}{r_e^{k+1}} \sum_j r_{p_j}^k P_k(\cos(\theta_{ep_j})) \quad (2.44)$$

en donde $P_k(\cos(\theta_{ep}))$ es el polinomio de Legendre de orden k , y θ_{ep} es el ángulo entre los vectores \vec{r}_p y \vec{r}_e . A cada término de expansión se le puede asociar una interacción electrostática. Es decir, el primer término es debido a la interacción Coulombiana. El segundo representa la respectiva del dipolo eléctrico, que resulta nulo por argumentos de simetría, así como también los multipolos de orden k impares más altos [32]. Entonces, el primer término que contribuye es aquel con $k = 2$, que resulta de la interacción cuadrupolar eléctrica.

La evaluación directa de la ecuación 2.44 sería muy compleja dado que θ_{ep} tiene una dependencia tanto de las coordenadas del protón como del electrón. Para desacoplarlas se utiliza el teorema de adición de armónicos esféricos [26], el cual establece que

$$P_k(\cos(\theta_{ep})) = \frac{4\pi}{2k+1} \sum_{q=-k}^k (-1)^q Y_k^{(-q)}(\theta_p, \phi_p) Y_k^q(\theta_e, \phi_e) \quad (2.45)$$

en donde θ_e, ϕ_e es el ángulo polar y azimutal que existe entre r_e y un eje arbitrario (en este caso el eje z), mientras que θ_p y ϕ_p son los ángulos correspondientes para el vector

$r_p \cdot Y_k^q(\theta_e, \phi_e)$ es el componente q -ésimo del armónico esférico de orden k . Así pues, substituyendo 2.44 en 2.45, con $k = 2$, se obtiene

$$\begin{aligned} \hat{H}_{QE} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{q=-2}^2 (-1)^q \left[\sum_j \left(\frac{4\pi}{5} \right)^{1/2} r_{p_j}^2 Y_2^{-q}(\theta_{p_j}, \phi_{p_j}) \right] \left[\left(\frac{4\pi}{5} \right)^{1/2} \left(\frac{-e^2}{r_e^3} \right) Y_2^q(\theta_e, \phi_e) \right] \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_j \sum_q (-1)^q Q_2^{-q}(p_j) F_2^q(e) = \mathbf{Q}^2(p) \cdot \mathbf{F}^2(e) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Donde $\mathbf{Q}^2(p)$ y $\mathbf{F}^2(e)$ son tensores esféricos irreducibles de segundo orden. El término Q_0 es la componente- zz del tensor cuadrupolar y está dado por

$$Q_2^0 = \frac{1}{2} \sum_j r_{p_j}^2 (3\cos^2(\theta_{p_j}) - 1) \quad (2.47)$$

Por otro lado, F_0^2 describe la componente de gradiente del campo eléctrico que experimenta el núcleo, y que es producido por el electrón. Este último se escribe

$$F_2^0 = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{3\cos^2(\theta_{e_i}) - 1}{r_{e_i}^3} \quad (2.48)$$

Con esta forma simplificada podemos calcular la corrección a la energía. Para ello, necesitamos evaluar el valor de expectación $\langle J, I, F, M_F | Q_2^0 F_2^0 | J, I, F, M_F \rangle$. Esto se logra representando a los tensores en términos de operadores de momento angular utilizando reglas de conmutación y teoría de grupos [27], ó en tensores esféricos irreducibles empleando el teorema de Wigner Eckhart [33]. De esta manera el hamiltoniano se puede reescribir como

$$\hat{H}_{QE} = \frac{B_J}{2I(2I-1)J(2J-1)} \left[3(\hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}})^2 + \frac{3}{2}(\hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}}) - I(I+1)J(J+1) \right] \quad (2.49)$$

donde B_J es la constante de interacción cuadrupolar

$$B_J = eQ \left\langle \frac{\partial^2 V_e}{\partial z^2} \right\rangle \quad (2.50)$$

Juntando las contribuciones 2.49 y 2.37, el hamiltoniano de interacción hiperfino es

$$\hat{H}_{hfs} = A_J \hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}} + \frac{B_J}{2I(2I-1)J(2J-1)} \left[3(\hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}})^2 + \frac{3}{2}(\hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}}) - I(I+1)J(J+1) \right] \quad (2.51)$$

con una energía

$$\Delta E_{hfs} = \frac{1}{2} A_{hfs} K + B_{hfs} \frac{\frac{3}{2} K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)2J(2J-1)} \quad (2.52)$$

donde $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$, y A_{hfs} , B_{hfs} las constantes hiperfinas dipolar y cuadrupolar respectivamente. La contribución cuadrupolar únicamente es diferente de cero si $I, J \geq 1$. Por este hecho, los estados S sólo tendrán una contribución dipolar magnética.

2.3 Interacción con el campo de radiación

En esta tesis, las transiciones entre los estados del átomo se inducen con radiación electromagnética. De manera general, esto se contabiliza en el hamiltoniano al considerar una partícula con carga q y masa m inmersa en un campo de radiación. Es decir

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\vec{p} - q\vec{A})^2 + q\phi \quad (2.53)$$

en donde \vec{p} es el momento generalizado, ϕ es el potencial escalar eléctrico y $\vec{A} \equiv \vec{A}(\vec{r}, t)$ es el potencial vectorial magnético. Si se toma en cuenta el potencial efectivo que experimenta el electrón de valencia, entonces, la ecuación de Shrödinger dependiente del tiempo, para un átomo alcalino inmerso en un campo electromagnético (tomando $q = -e$), es

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \left[\frac{1}{2m} (-i\hbar\nabla + \vec{A})^2 + V_{ef}(r) \right] |\psi\rangle \quad (2.54)$$

en donde se ha escrito $\vec{p} = -i\hbar\nabla$. De la norma de Coulomb ($\nabla \cdot \vec{A} = 0$) se obtiene

$$\nabla \cdot (\vec{A} |\psi\rangle) = \vec{A} \cdot (\nabla |\psi\rangle) + (\nabla \cdot \vec{A}) |\psi\rangle = \vec{A} \cdot (\nabla |\psi\rangle) \quad (2.55)$$

de modo que \vec{A} y ∇ conmutan. Haciendo uso de lo anterior, expandiendo el término entre paréntesis

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \left[-\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 - \frac{i\hbar e}{m} \vec{A} \cdot \nabla + \frac{e^2}{2m} \vec{A}^2 + V_{ef}(r) \right] |\psi\rangle \quad (2.56)$$

en donde el término que contiene a \vec{A} describe interacciones lineales y es suficiente tratarlo con teoría de perturbaciones a primer orden. Para el término \vec{A}^2 se requiere un tratamiento de segundo orden ya que describe las interacciones no lineales. En esta

sección se asumirá que el término a segundo orden es pequeño en comparación con el lineal, por lo que se despreciará. Entonces, la ecuación 2.56 se escribe

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \left[-\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 - \frac{i\hbar e}{m} \vec{\mathbf{A}} \cdot \nabla + V_{ef}(r) \right] |\psi\rangle = [\hat{H}_0 + \hat{H}'(t)] |\psi\rangle \quad (2.57)$$

Así pues

$$\hat{H}'(t) = -\frac{i\hbar e}{m} \vec{\mathbf{A}} \cdot \nabla \quad (2.58)$$

2.3.1 El potencial vectorial

De la teoría clásica del electromagnetismo se sabe que los potenciales describen los campos electricos y magnéticos mediante

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = -\nabla\phi(\vec{\mathbf{r}}, t) - \frac{\partial}{\partial t} \vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}}, t) \quad (2.59a)$$

$$\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = \nabla \times \vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}}, t) \quad (2.59b)$$

En el vacío y en ausencia de fuentes se escribe $\phi = 0$. Además, el potencial vectorial satisface la ecuación de onda

$$\nabla^2 \vec{\mathbf{A}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\mathbf{A}} = 0 \quad (2.60)$$

en donde c es la velocidad de la onda en el vacío, y se escribe en términos de la permitividad eléctrica ϵ_0 y permeabilidad magnética μ_0 como $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$. Para satisfacer la ecuación 2.60, el potencial $\vec{\mathbf{A}}$ se puede expresar en la forma de una onda plana y monocromática

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = A_0 \hat{\mathbf{e}} e^{-i(\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t)} + c.c. \quad (2.61)$$

con $\vec{\mathbf{k}}$ el vector de onda, ω es la frecuencia angular, $\hat{\mathbf{e}}$ el vector unitario complejo que determina la dirección de polarización, y $c.c.$ la contribución del complejo conjugado. De las ecuaciones 2.59a y 2.59b se obtienen

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = -i\omega E_0 \hat{\mathbf{e}} e^{-i(\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t)} + c.c. \quad (2.62a)$$

$$\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = iB_0 \frac{\vec{\mathbf{k}}}{k} \times \hat{\mathbf{e}} e^{-i(\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t)} + c.c. \quad (2.62b)$$

Al ser soluciones de las ecuaciones de Maxwell se puede demostrar que $\vec{\mathbf{E}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ son siempre ortogonales entre ellos y también a la dirección de propagación [26]. Además, la relación entre las magnitudes de los campos es

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = kA_0 \quad (2.63)$$

En el experimento que se realiza en este trabajo es importante conocer la intensidad radiativa. Para determinarla se emplea el vector de Poynting [26], que se define como

$$\vec{\mathbf{S}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{\mu_0} \vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{B}} \quad (2.64)$$

Cuyas unidades son de energía por unidad de área y por unidad de tiempo ($\text{W}/\text{m}^2\text{s}$). Al realizar el promedio temporal de 2.64, se obtiene la intensidad de energía (ó irradiancia), que es proporcional al cuadrado del campo eléctrico y es

$$I = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_0^2 \quad (2.65)$$

Si se multiplica la intensidad por el área se obtiene la potencia de la radiación que incide sobre una determinada superficie. Por último, si se divide 2.65 entre la constante c se obtiene la densidad espectral de energía

$$\mathcal{P} = \frac{\epsilon_0}{2} E_0^2 \quad (2.66)$$

cuyas unidades son de energía por unidad de volumen.

2.3.2 Elementos de matriz dipolar

Con el potencial vectorial definido en 2.61, se puede sustituir la interacción \hat{H}' en términos del campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$. La ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo para este sistema acepta soluciones que describen las probabilidades de transición de un estado a otro. Dichas probabilidades se cuantifican mediante el elemento de matriz

$$\chi_{ge} = -i \frac{\hbar e}{m\omega} E_0 \langle g | e^{i\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}}} \hat{\epsilon} \cdot \nabla | e \rangle \quad (2.67)$$

La exponencial se puede expandir en una serie de potencias como

$$e^{i\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}}} = \left(1 + i\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}} + \dots \right) \quad (2.68)$$

y la aproximación dipolar eléctrica consiste en tomar únicamente el primer término. La justificación para tomar sólo este término recae en el hecho de que las eigenfunciones base se extienden a una distancia del orden de un radio de Bohr $a_0 \sim 1 \text{ \AA}$, mientras que las longitudes de onda asociadas a las transiciones ópticas son del orden de cientos ó miles de a_0 . De modo que $|\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}}| \ll 1$. Bajo esta aproximación, 2.67 se escribe

$$\begin{aligned} \chi_{ge} &= -\frac{i\hbar e}{m\omega} E_0 \langle g | \hat{\epsilon} \cdot \nabla | e \rangle = \frac{e}{i\omega} E_0 \hat{\epsilon} \cdot \langle g | \dot{\vec{\mathbf{r}}} | e \rangle \\ &= -\frac{e}{\omega\hbar} E_0 \hat{\epsilon} \cdot \langle g | [\mathbf{r}, H_0] | e \rangle \end{aligned} \quad (2.69)$$

en donde se utiliza que $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla = m\dot{\mathbf{r}}$ y en la última igualdad se aplica el teorema de Ehrenfest $\dot{\mathbf{r}} = (1/i\hbar)[\mathbf{r}, H_0]$ a la variable dinámica. Cabe mencionar que se emplea H_0 debido a que se trabaja con teoría de perturbaciones. Si

$$\langle g | [\mathbf{r}, H_0] | e \rangle = \hbar(E_e - E_g) \langle g | \hat{\mathbf{r}} | e \rangle = \hbar\omega_{ge} \langle g | \hat{\mathbf{r}} | e \rangle \quad (2.70)$$

entonces se puede escribir a 2.67 como

$$\chi_{ge} = \frac{\omega_{ge}}{\omega} E_0 \langle g | \hat{\mathbf{e}} \cdot \hat{\mathcal{D}} | e \rangle = \frac{\omega_{ge}}{\omega} E_0 \hat{\mathcal{D}}_{ge} \quad (2.71)$$

en donde $\mathcal{D} = -e\hat{\mathbf{r}}$ es el operador de momento dipolar y $\hat{\mathcal{D}}_{ge}$ el elemento de matriz de transición dipolar. Como la frecuencia angular ω_{ge} es del orden de $\sim 10^{14}$ Hz, y la desintonía con respecto a ω_{ge} generalmente es de $\sim 10^8$ Hz, entonces, la razón $\frac{|\omega_{ge}|}{\omega} \approx 1$.

La fuerza del acoplamiento entre los estados que conecta la radiación está determinado por el elemento de matriz dipolar y depende del traslape entre las eigenfunciones involucradas. Para los estados Rydberg los elementos de matriz escalan como $n^{*-3/2}$. Por ejemplo, al calcular dicho traslape, con el programa de [36], se encuentra que el elemento de matriz de la transición $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ para rubidio ^{87}Rb es $|\mathcal{D}_{5S,6P}| = 0.541ea_0$, en contraste, el elemento de matriz para $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ es $|\mathcal{D}_{5S,5P}| = 5.9ea_0$. Finalmente, el elemento de matriz correspondiente para $6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$ es $|\mathcal{D}_{6P,20S}| = 0.151ea_0$, es decir, 3.8 veces menor que la primera transición y 39 veces menor que la transición a la línea D2. Como se menciona en la sección 2.1.2, con el cálculo de \mathcal{D}_{ge} se pueden cuantificar muchas propiedades de los estados que acopla. Sin embargo, como se verá a continuación no es posible conectar con cualquier estado debido a ciertas reglas que deben cumplir las transiciones dipolares.

2.3.3 Reglas de selección para transiciones dipolares

Los estados que se inducen en los experimentos se describen mediante la función de onda $|n\rangle \equiv |n, L, S, J, I, F, M_F\rangle$ y los elementos de matriz a calcular son

$$\mathcal{D}_{nk} = \langle n, L, S, J, I, F, M_F | -e\hat{\mathbf{r}} \cdot \epsilon_0 | n', L', S, J', I, F', M'_F \rangle \quad (2.72)$$

De 2.72 se observa que se tiene una dependencia con la polarización de la radiación. Si \mathcal{D}_{nk} es distinto de cero se dice que la transición está permitida. Si por el contrario, el momento dipolar se hace nulo se dice que es una transición prohibida. Sin embargo, puede ser que existan términos de orden superior distintos de cero, como el momento cuadrupolar eléctrico. Si se quiere saber más de la transición cuadrupolar eléctrica se puede consultar [9, 10].

La primera regla tiene que ver con la paridad de los estados. El operador dipolar \mathcal{D} es impar respecto a la inversión de coordenadas espaciales. Esto implica que $\mathcal{D}_{nk} \neq 0$ sólo si $|n\rangle$ y $|k\rangle$ tienen paridades opuestas. Es decir

$$\Delta l = l_k - l_n = \pm 1 \quad (2.73)$$

Del cálculo de 2.72 se determinan las demás reglas de selección para transiciones dipolares. No obstante, la labor para calcularlos es muy complicada si se elige una base en la cual los momentos angulares están acoplados. Debido a esto, para reducir de forma notable el trabajo, usualmente se utiliza el teorema de Wigner-Eckhart [35] [34] [33] con el cual se desacoplan los momentos angulares y se obtienen expresiones que separan la parte angular de las componentes radiales. Para emplear el teorema se necesitan escribir los operadores como tensores esféricos irreducibles T_p^κ , en donde κ determina el rango y p la proyección.

La base más apropiada para escribir el operador de interacción dipolar es la base de helicidad [9]. Con esta base el operador se escribe de la forma

$$\mathcal{D} = \sum_{p=-1}^1 A_p r^\kappa Y_p^\kappa \quad (2.74)$$

Con Y un armónico esférico y $\kappa = 1$. Sustituyéndolo en 2.72 y utilizando el teorema de Wigner-Eckhart, el elemento de matriz es

$$\begin{aligned} \langle n, L, J, F, M_F | r Y_p^1 | n', L', J', F', M'_F \rangle &= \langle n, L, J, F | r | n', L', J', F' \rangle \\ &\times \langle F, M_F; 1, p | F', M'_F \rangle \end{aligned} \quad (2.75)$$

en donde $\langle n, L, J, F | r | n', L', J', F' \rangle$ es el elemento de matriz reducido, r es la coordenada radial y $\langle F, M_F; 1, p | F', M'_F \rangle$ el coeficiente de Clebsch-Gordan, el cual se puede escribir en términos de los símbolos 3 - j como

$$\langle F, M_F; 1, p | F', M'_F \rangle = (-1)^{F'-M'_F} \sqrt{2F'+1} \begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ -M_F & p & M'_F \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

Para que el símbolo en 2.76 no tenga contribución nula se tienen que satisfacer las condiciones

$$\begin{aligned} \Delta F &= 0, \pm 1 \\ \Delta M_F &= p = 0 \pm 1 \\ F + F' &\geq 1 \end{aligned} \quad (2.77)$$

ya sea que la radiación interactúe con polarización lineal $p = 0$ o circular $p = \pm 1$. Por otro lado, el elemento de matriz reducido está dado por

$$\begin{aligned} \langle n, L, J, F || r || n', L', J', F' \rangle &= \langle n, L, J || r || n', L', J' \rangle \\ &\times (-1)^{-I-J'-J-F} \sqrt{(2F+1)(2J'+1)} \left\{ \begin{matrix} J' & J & 1 \\ F & F' & I \end{matrix} \right\} \end{aligned} \quad (2.78)$$

La expresión entre llaves $\{ \dots \}$ denota el símbolo 6- j para el acoplamiento entre I y J . De estos símbolos se tienen que cumplir

$$\begin{aligned} \Delta J &= 0, \pm 1 \\ J + J' &\geq 1 \end{aligned} \quad (2.79)$$

Continuando con el desacoplamiento de momentos angulares, el elemento de matriz reducido $\langle n, L, J || r^\kappa || n', L', J' \rangle$ es

$$\begin{aligned} \langle n, L, J || r || n', L', J' \rangle &= \langle n, L || r || n', L' \rangle (-1)^{-S-L-L'-J'} \\ &\times \sqrt{(2J'+1)(2J+1)} \left\{ \begin{matrix} L & L' & 1 \\ J' & J & S \end{matrix} \right\} \end{aligned} \quad (2.80)$$

en donde nuevamente el símbolo 6- j es del acoplamiento entre L , S y

$$\begin{aligned} \Delta L &= 0, \pm 1 \\ L + L' &\geq 1 \end{aligned} \quad (2.81)$$

En átomos con un solo electrón de valencia $\Delta L = \Delta l$ de modo que la regla de selección que prevalece es $\Delta L = \pm 1$. Si se pensara en un átomo cuya configuración electrónica base terminara en np se tendría que considerar la regla de 2.81. Finalmente, el elemento de matriz reducido $\langle n, L || r || n', L' \rangle$ se desacopla en una parte radial y otra angular como

$$\langle n, L, || r || n', L' \rangle = (-1)^L \sqrt{2L+1} \langle n, L | r | n', L' \rangle \left\{ \begin{matrix} L & 1 & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\} \quad (2.82)$$

en donde la parte radial únicamente involucra las eigenfunciones radiales para el átomo alcalino, es decir

$$\langle n, L || r || n', L' \rangle = \int R_{n,L}(r) r R_{n',L'}(r) r^2 dr \quad (2.83)$$

2.3.4 La vida media de los estados excitados

Así las cosas, la transición a Rydberg $20S_{1/2}$ tiene que ser inducida con dos campos de radiación que acoplen los estados $5S_{1/2}$ con $6P_{3/2}$, y $6P_{3/2}$ con $20S_{1/2}$. Tras la excitación, el átomo tiene un tiempo de vida media (o de relajación τ) antes de decaer a alguno de los estados inferiores. Este tiempo es una consecuencia del principio de incertidumbre de Heisenberg en la indeterminación energética de la transición, es decir

$$\Delta t \Delta E \approx \frac{\hbar}{2} \quad (2.84)$$

esto se traduce en un ancho energético llamado ancho de línea natural y denotado con la letra Γ , de modo que

$$\Gamma = A_{dec} = 1/\tau \quad (2.85)$$

El tiempo τ que tarda el átomo en decaer puede ser calculado determinando los coeficientes de Einstein A_{dec} como función de los elementos de matriz. En el próximo capítulo se deriva dicha relación. A temperatura finita también es necesario tomar en cuenta las interacciones del medio con la radiación de cuerpo negro, o BBR por sus siglas en inglés (*Black Body Radiation*) [66] cuyo efecto es la de acelerar la relajación del sistema. Con estas interacciones se pueden inducir transiciones hacia estados de mayor energía, y sus contribuciones son más pronunciadas a medida que aumenta el número cuántico n dado que la separación entre niveles disminuye con n^{-3} . El programa Sibalic et. al. también toma en cuenta lo anterior por lo que se pueden calcular los tiempos de vida de las transiciones de interés dada la temperatura del entorno. Para una temperatura de 19°C el tiempo de vida del estado $5P_{3/2}$ es de ~ 26 ns, para $6P_{3/2}$ es ~ 121 ns y, por último, el estado $20S_{1/2}$ tiene un tiempo de vida ~ 4.6 μs .

2.3.5 Transiciones inducidas por BBR

Si se considera una vez más la transición a Rydberg por el camino $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$, las tasas de transición de los decaimientos posteriores serán principalmente hacia los estados P más bajos. Como se muestra en la figura 2.3 esta tasa va disminuyendo conforme n tiende a 20. En contraste, las transiciones debidas a BBR en los números cuánticos principales adyacentes a $n = 20$, pueden ser del orden de 10 veces mayores que las tasas de decaimiento espontáneo de esos mismos niveles [40]. En la figura 2.3 las tasas de transición sin BBR se calculan considerando los coeficientes $A(20 \rightarrow n')$ de Einstein como función de los elementos de matriz. Por otra lado, las tasas de las transiciones inducidas con BBR $W(20 \rightarrow n')$ se calculan considerando el número promedio

de fotones por cada uno de los modos de radiación \bar{n}_ω dada la distribución de Planck a temperatura T , es decir

$$\bar{n}_\omega = \frac{1}{e^{(\omega_{nn'}/k_bT)} - 1} \quad (2.86)$$

siendo k_b la constante de Boltzmann, $\omega_{nn'}$ la frecuencia de BBR y, a través del coeficiente A de Einstein

$$W(n \rightarrow n') = A(n \rightarrow n')\bar{n}_\omega \quad (2.87)$$

El conocimiento del comportamiento de las tasas de transición es muy útil al pensar en un modelo teórico de la espectroscopia de Rydberg ya que puede limitarse el número de niveles involucrados en las repoblaciones atómicas por decaimiento. Esto simplificaría enormemente los cálculos de modelos para describir los resultados. Es también cierto que al aumentar el número cuántico principal ya no se puede despreciar la reducción de la población del estado de Rydberg debido a las transiciones inducidas por BBR. Lo anterior es importante tenerlo en consideración si se realizan experimentos futuros de detección de iones positivos en átomos de Rydberg ya que estados superiores inducidos por BBR pueden contribuir significativamente a las señales que se esperan obtener.

Cuando el átomo decae a $6P$, existen 3 vías de decaimiento posterior. Estas son a $6S_{1/2}$, $4D_j$ y $5S_{1/2}$. Posteriormente, de $6S_{1/2}$ y $4D_j$ los átomos decaen al nivel $5P_j$ en donde, a partir de allí, transitan al estado base. El diagrama energético de estas transiciones se representa en 1.2, donde, por simplicidad, no se han desplegado los estados finos ni hiperfinos.

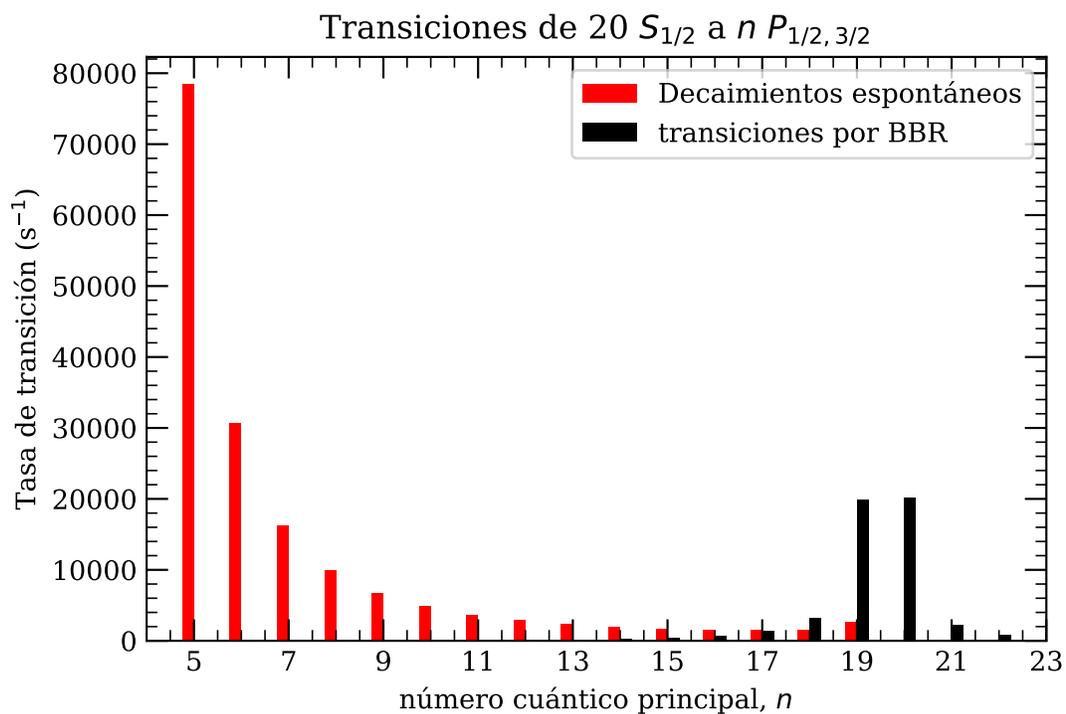


Figura 2.3: Muestra las alturas relativas de las tasas de transición entre los canales de decaimiento del $20S_{1/2}$ hacia los estados nP .

Capítulo 3

Generalidades de la espectroscopia

En esta sección se presenta el tratamiento estadístico de Einstein para la descripción de la espectroscopia del primer paso. Se escribirá las ecuaciones de las tasas de población y con ello se obtendrá una relación entre los coeficientes A y B en función de la densidad espectral $\rho_{eq}(\omega_{12})$ cuando el sistema se encuentra en equilibrio térmico. Se relacionarán dichos coeficientes con las probabilidades de transición y con la densidad espectral del campo al resolver la ecuación de Shrödinger dependiente del tiempo. Además, se escribirá la forma funcional de la densidad de radiación ρ_ω que determinará el perfil de absorción como función de la frecuencia y, en consecuencia, el perfil mismo de la fluorescencia que se detecta. Después, se empleará el formalismo de matriz de densidad para resolver la dinámica poblacional de un sistema efectivo de tres niveles. Con base en esto, se explicará la técnica de disminución de fluorescencia resonante. Por último, se presenta un tratamiento semicualitativo de la espectroscopia selectiva de velocidades atómica. De esta manera se estudiarán de una forma más cuantitativa las posiciones en donde se espera que aparezcan las distintas líneas de las espectroscopias involucradas en este trabajo.

3.1 Las tasas atómicas de transición

3.1.1 Sistema efectivo de tres niveles

En el capítulo anterior se dió a conocer la riqueza estructural del átomo de rubidio por la cual, si se tomaran en cuenta cada uno de los niveles intermedios que se encuentran por debajo de $6P$ para plantear las ecuaciones de evolución poblacional, las labores de calculo serían complicadas. Debido a ello, en esta sección se desarrolla un modelo sen-

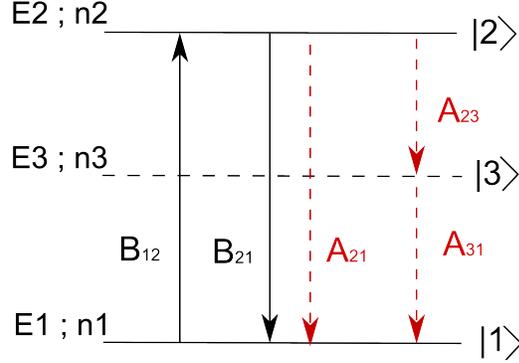


Figura 3.1: Esquema atómico efectivo de tres niveles. El nivel $|2\rangle$ y $|1\rangle$ se relacionan mediante el proceso de emisión estimulada, absorción y emisión espontánea con los coeficientes B_{12} , B_{21} y A_{21} respectivamente. El nivel $|3\rangle$ se relaciona con $|2\rangle$ y $|1\rangle$ por los procesos de emisiones espontáneas cuyos coeficientes son A_{23} y A_{31} .

cillo considerando un sistema efectivo de tres niveles, es decir, uno en el cual únicamente se tiene un campo de radiación resonante con los niveles $|1\rangle$ y $|2\rangle$ pero que, al conectar con el tercer nivel $|3\rangle$ sólo se hace mediante el proceso de decaimiento espontáneo. En este caso, el estado $|2\rangle$ representa a $6P$, $|1\rangle$ a $5S$ y en el nivel $|3\rangle$ estarán considerados los términos intermedios $\{6S, 4D, 5P\}$. En este sentido, el nivel $|3\rangle$ funciona como un sumidero de población atómico, cuyas transiciones internas no se tomarán en cuenta. Dicho sistema se encuentra esquematizado en 3.1.

Al interactuar con un campo de radiación cuya densidad espectral es $\rho(\omega_{12})$ existe una probabilidad de que un átomo en $|1\rangle$ absorba un fotón del campo de radiación y se induzca una transición al nivel $|2\rangle$. Estando en el estado excitado, el átomo puede decaer por emisión espontánea o por el proceso de emisión estimulada hacia el nivel $|1\rangle$, en cuyo caso emitirá un fotón con las características espectrales del campo de radiación. En cualquiera de estos procesos, cuyos coeficientes se enlistan en 3.1, la tasa de transición es proporcional al número de átomos disponibles y, en los casos de emisión estimulada y absorción, también a la densidad espectral de la radiación.

Las ecuaciones de cambio poblacional del sistema de tres niveles se pueden escribir

Absorción	Emisión estimulada	Emisión espontánea
$N_1 B_{12} \rho(\omega_{12})$	$N_2 B_{21} \rho(\omega_{21})$	$N_2 A_{21}$

Tabla 3.1: Se muestran las tasas de los procesos atómicos considerando los niveles $|1\rangle$ y $|2\rangle$. La Absorción y la emisión estimulada dependen del número de átomos en el estado respectivo y de la densidad espectral de radiación $\rho(\omega)$, mientras que la emisión espontánea sólo depende del número de átomos. Las unidades de B son $\text{m}^3/\text{s}^2\text{J}$ y las de A son s^{-1}

en términos de las tasas de transición. Dichas ecuaciones son

$$\frac{dN_1}{dt} = -B_{12}\rho(\omega_{12})N_1 + B_{21}\rho(\omega_{21})N_2 + A_{31}N_3 + A_{12}N_2 \quad (3.1a)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21}\rho(\omega_{12})N_2 + B_{12}\rho(\omega_{21})N_1 - A_{23}N_2 - A_{12}N_2 \quad (3.1b)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = A_{23}N_2 - A_{31}N_3 \quad (3.1c)$$

siendo $N = N_1 + N_2 + N_3$ el número total de átomos participando en la interacción. En equilibrio, el cambio temporal en la tasa de las transiciones debe de ser nulo por lo que, igualando la ecuación 3.1b a cero, se obtiene

$$B_{12}\rho(\omega_{12})N_1 = -B_{21}\rho(\omega_{21})N_2 + A_{23}N_2 + A_{12}N_2 \quad (3.2)$$

Despejando a $\rho(\omega_{12})$ se llega a

$$\rho(\omega_{12}) = \frac{A_{23} + A_{12}}{B_{12} \left(1 - \frac{N_2}{N_1} \frac{B_{21}}{B_{12}}\right)} \times \frac{N_2}{N_1} \quad (3.3)$$

Además, sabemos que en equilibrio térmico y para una temperatura T , el cociente de poblaciones está dada por la relación de Boltzmann [20]

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{(-\frac{\hbar\omega_{12}}{kT})} \quad (3.4)$$

Sustituyendo 3.3 en 3.4, se llega a que

$$\rho(\omega_{12}) = \frac{A_{23} + A_{12}}{B_{12} \left(e^{-\frac{\hbar\omega_{12}}{kT}} - \frac{B_{21}}{B_{12}}\right)} \quad (3.5)$$

Por otro lado, la densidad espectral de radiación $\rho(\omega)d\omega$ entre una frecuencia angular de ω y $\omega + d\omega$ depende de la temperatura mediante la ley de distribución de Planck [20]:

$$\rho(\omega)d\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi c^3} \frac{1}{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} d\omega \quad (3.6)$$

comparando las ecuaciones 3.5 y 3.6 se deducen las siguientes relaciones:

$$A_2 = A_{23} + A_{12} = \frac{\hbar\omega_{12}^3 B_{12}}{\pi^2 c^3} \quad (3.7a)$$

$$B_{12} = B_{21} \quad (3.7b)$$

y en el caso de que exista degeneración, $B_{12} = \frac{g_2}{g_1} B_{21}$. Los resultados de 3.7b son básicamente los mismos que si se pensara en un sistema de dos niveles, y se obtienen cuando el sistema se relaja y alcanza el equilibrio térmico con la radiación ω_{12} .

3.1.2 Regla de oro (de Fermi)

En el capítulo anterior se plantea el problema de introducir la interacción radiativa como una perturbación al hamiltoniano de orden cero. Al escribir las soluciones a la ecuación de Shrödinger dependiente del tiempo y hacer la aproximación de que, para intensidades bajas, la población no se aleja demasiado de la condición inicial $c_1 \approx 1$, entonces, se llega a que la probabilidad $|c_2(t)|^2$ de encontrar un átomo a un tiempo t en el estado $|2\rangle$ está dada por [20]

$$|c_2(t)|^2 = \frac{|\Omega_{12}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta t}{2}\right)}{4 \Delta^2} \quad (3.8)$$

en donde $\Delta = \omega - \omega_{12}$ es la desintonía de la frecuencia de la radiación con respecto a la resonancia atómica. Ω_{12} es la frecuencia de Rabi que determina el grado del acoplamiento entre los niveles $|1\rangle$ y $|2\rangle$ del átomo y la radiación. Esta se escribe como

$$\Omega_{12} = \mathcal{D}_{12} E_0 / \hbar \quad (3.9)$$

en donde E_0 es la amplitud del campo eléctrico, y \mathcal{D}_{12} es el elemento de matriz reducido del operador dipolar eléctrico.

Para una fuente de radiación no monocromática, la densidad espectral $\rho(\omega)d\omega$ comprendida entre las frecuencias ω y $\omega + d\omega$ se relaciona con el campo eléctrico mediante

$$\rho(\omega)d\omega = \frac{\epsilon_0}{2} |E_0|^2 \quad (3.10)$$

de manera que, al sustituir en la ecuación 3.9 se obtiene

$$|\Omega_{12}|^2 = \frac{e^2 |\mathcal{D}_{12}|^2}{\hbar^2} \frac{2\rho(\omega)}{\epsilon_0} d\omega \quad (3.11)$$

al sustituir en 3.8, integrar sobre todas las frecuencias y asumir que la distribución espectral $\rho(\omega)$ varía de forma lenta comparada con la respuesta atómica, se tiene

$$\begin{aligned} |c_2(t)|^2 &= \frac{e^2 |\mathcal{D}_{12}|^2}{2\epsilon_0 \hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)}{\Delta\omega^2} \rho(\omega) d\omega \\ &= \frac{e^2 |\mathcal{D}_{12}|^2}{\epsilon_0 \hbar^2} \rho(|\omega_{12}|) \pi t \end{aligned} \quad (3.12)$$

en donde se ha realizado el cambio $x = (\omega - \omega_{12})t/2$ y se ha evaluado $\rho(\omega)$ por su valor en resonancia. Derivando 3.12 con respecto al tiempo, se obtiene la probabilidad de transición por unidad de tiempo o la tasa de la transición

$$\frac{d|c_2(t)|^2}{dt} = \frac{e^2 |\mathcal{D}_{12}|^2 \pi}{\epsilon_0 \hbar^2} \rho(\omega_{12}) = \mathcal{R}_{12} = \mathcal{R}_{21} \quad (3.13)$$

A 3.13 se le conoce con el nombre: regla de oro de Fermi y relaciona a los coeficientes A y B de Einstein con los elementos de matriz dipolar, es decir

$$B_{12} = B_{21} = \frac{|\mathcal{D}_{12}^*|^2 \pi}{3\epsilon_0 \hbar^2} \quad (3.14a)$$

$$A_{12} = \frac{\omega_{12}^3 |\mathcal{D}_{12}^*|^2}{3\pi \epsilon_0 c^3 \hbar} \quad (3.14b)$$

en donde el factor 1/3 aparece al evaluar el elemento de matriz sobre todas las posibles orientaciones espaciales del vector de polarización de la radiación, por lo que el resultado 3.14b considera el caso sin polarización.

3.2 Perfiles espectrales

Aún se desconoce la forma funcional de $\rho(\omega)$, sin embargo, la función de transmitancia en una fuente laser depende de las condiciones ópticas de la cavidad en donde resuena la radiación emitida por el medio. Esto genera una distribución espectral que es, en una primera aproximación, lorentziana [67]. De tal forma, la intensidad de radiación es

$$I(\omega) = I_0 L(\omega) = \frac{I_0}{2\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \quad (3.15)$$

en donde ω_0 es la frecuencia central de emisión y γ el ancho de banda (o de línea). De la interacción de este perfil con el de la transición respectiva, se genera una convolución entre dichos perfiles.

3.2.1 Perfil de absorción y su ensanchamiento natural.

Para obtener la forma espectral atómica, se puede pensar en el perfil de la línea de absorción. De la ley de Beer-Lambert [20],

$$I = I_0 e^{-\alpha(\omega)z} \quad (3.16)$$

siendo I_0 la intensidad inicial y $\alpha(\omega)$ el coeficiente de absorción del medio. La ecuación 3.16 describe una dependencia de la intensidad en función de la distancia recorrida por la radiación en el medio atómico. El perfil del coeficiente $\alpha(\omega)$ puede obtenerse empleando el modelo clásico del oscilador amortiguado con carga q , bajo la influencia de una fuerza restaurativa qE causada por una onda que se propaga por el medio (por ahora monocromática) de la forma

$$E = E_0 e^{i\omega t - k_r z} \quad (3.17)$$

con E_0 la amplitud de la onda, ω es su frecuencia angular y k_r el vector de onda asociado del medio. La ecuación diferencial que describe este problema es

$$\frac{d^2}{dt^2}x + b\frac{d}{dt}x + kx = qE_0 e^{i\omega t} \quad (3.18)$$

De la solución a esta ecuación [13], si se sustituye $\Gamma = b/m$ y $\omega_0^2 = k/m$, se obtiene un momento dipolar inducido

$$p = qx = \frac{q^2 E_0 e^{i\omega t}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega)} \quad (3.19)$$

siendo q el valor de la carga eléctrica y ω_0 la frecuencia de resonancia característica del oscilador. Este momento dipolar se relaciona con el índice de refracción a través de la polarización macroscópica del medio, de la siguiente manera [26]:

$$n_r = 1 + \frac{N_1 q^2}{2\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega)} \quad (3.20)$$

con N_1 el número de átomos disponibles para absorber. El significado físico de n_r se explica al separarlo en su parte real e imaginaria

$$n_r = n' - i\kappa_r \quad (3.21)$$

Para una onda que viaja en un medio con índice de refracción n_r , el vector de onda se escribe $k_r = k_0 n_r$. Sustituyendo 3.21 en 3.17, se obtiene

$$E = E_0 e^{-k_0 \kappa_r z} e^{i(\omega t - k_0 n' z)} \quad (3.22)$$

La parte imaginaria de 3.22, $\kappa_r(\omega)$, describe la absorción que sufre la onda electromagnética, mientras que la parte real $n'(\omega)$ representa su dispersión. Entonces, la intensidad $I \propto EE^*$ decrece como

$$I = I_0 e^{-2\kappa_r k_0 z} \quad (3.23)$$

comparando con la ley de Beer 3.16 y empleando la igualdad $|k_0| = 2\pi/\lambda_0$, se obtiene la relación

$$\alpha = -2\kappa_r k_0 = \frac{4\pi\kappa_r}{\lambda_0} \quad (3.24)$$

es decir, el coeficiente de absorción α es proporcional a la parte imaginaria κ_r del índice de refracción complejo $n = n' - i\kappa_r$ y su forma se escribe:

$$\alpha(\omega) = \frac{N_1 q^2 \omega_0}{c \epsilon_0 m} \frac{\Gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega)^2 + \Gamma^2 \omega^2} \quad (3.25)$$

que es la relación de Kramers-Kronig. En la vecindad de la frecuencia de una transición atómica ω_0 , donde $|\omega_0 - \omega| \ll \omega_0$, la relación 3.25 se reduce (con $q = e$) a

$$\alpha(\omega) = \frac{N_1 e^2}{4\epsilon_0 m c} \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(\omega_0 - \omega)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} = \alpha_0 L_{abs}(\omega) \quad (3.26)$$

por lo tanto, el perfil de absorción es de tipo lorentziano con un ancho Γ . Este es precisamente el ancho que se discute en la ecuación 2.85 de la sección anterior, y que representa el ancho de línea natural del nivel excitado. Así las cosas, si $\gamma \ll \Gamma$, se puede tomar la aproximación del perfil 3.26 y, bajo esta condición, las tasas de transición de la ecuación 3.13, al tomar a $L_{abs}(\omega)$ normalizado y en su valor de resonancia, son

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{12} = \mathcal{R}_{21} &\approx \frac{e^2 |X_{12}|^2 \pi}{2\epsilon_0 \hbar^2} \rho_0 L_{abs}(\omega_{12}) \\ &= \frac{e^2 |X_{12}|^2}{\hbar^2 \Gamma} |E_0|^2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.2.2 Ensanchamiento Doppler

Considérese ahora una onda de radiación que viaja en dirección $\vec{\mathbf{k}}$ y un átomo cuya frecuencia de resonancia ω_0 , se mueve con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ en el sistema de referencia del laboratorio. Entonces, este observará a la onda, en su sistema de referencia, con una frecuencia dada por

$$\omega = \omega_0 \pm \vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{v}} \quad (3.28)$$

siendo $\vec{k} = 2\pi/\lambda$ el vector de onda, ω_0 y \vec{v} la frecuencia de la onda y la velocidad del átomo, en el sistema de referencia del laboratorio, respectivamente. Si el átomo se mueve en dirección opuesta a la onda el signo será negativo y se dice que la frecuencia tiene un corrimiento hacia el rojo en el sistema de referencia del átomo en movimiento. Por el contrario, si el átomo se mueve en la misma dirección de la onda el signo será positivo y se dice que la frecuencia observada por el átomo tiene un corrimiento hacia el azul. Si se elige la dirección \hat{z} como el eje de propagación de la onda y $\omega = 2\pi\nu$, la ecuación 3.28 se reescribe como

$$\nu = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.29)$$

En un gas que se encuentra en equilibrio térmico, el número de átomos $n(v_z)$ por unidad de volumen con velocidad entre v_z y $v_z + dv_z$ está dado por [20]

$$n(v_z)dv_z = \left(\frac{N}{v_p\sqrt{\pi}}\right) e^{-\left(\frac{v_z}{v_p}\right)^2} dv_z \quad (3.30)$$

en donde

$$v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}} \quad (3.31)$$

es la velocidad más probable, k_B la constante de Boltzmann, M la masa atómica del isótopo, N el número total de átomos y T la temperatura del gas. Tomando la temperatura ambiente en el laboratorio de 19 °C, se obtiene una velocidad promedio, para una masa del isótopo ^{85}Rb de $M = 85 \times m_p$ (y la masa del protón $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) de $v_p \sim 240$ m/s. Haciendo la sustitución $v_z = c \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}$ en 3.30, se obtiene el número de átomos por unidad de volumen que absorbe la radiación con frecuencia entre ν y $\nu + d\nu$:

$$n(\nu)d\nu = \frac{Nc}{\sqrt{\pi}\nu_0 v_p} e^{-\left(\frac{c(\nu - \nu_0)}{\nu_0 v_p}\right)^2} d\nu \quad (3.32)$$

La intensidad $I(\nu)$ que absorbe el medio está relacionado con $n(\nu)$ a través de

$$I(\nu) = I(\nu_0) e^{-\left(\frac{c(\nu - \nu_0)}{\nu_0 v_p}\right)^2} \quad (3.33)$$

con $I(\nu_0)$ el valor de la intensidad para la frecuencia de resonancia del átomo ν_0 . Esto implica que la absorción de una línea atómica a temperatura T tiene un ensanchamiento por efecto Doppler. El ancho total a la mitad de la altura FWHM (por sus siglas en inglés *Full Width at Half Maximum*) del perfil gaussiano se deriva al considerar el valor

de $\Delta\nu$ con el cual se obtiene $\frac{1}{2}I(\nu_0)$. Es decir, la función cae a la mitad de su valor en $\Delta\nu_{1/2}$ y

$$\frac{c\Delta\nu_{1/2}}{\nu_0 v_p} = \ln 2 \quad (3.34)$$

por lo tanto, el ancho a la altura media $2\Delta\nu_{1/2}$ es

$$\Delta\nu_{1/2} = \sqrt{\frac{8\ln 2 k_B T}{Mc^2}} \nu_0 \quad (3.35)$$

Una vez más, con una temperatura de 19 °C, con las masas atómicas los isótopos ^{85}Rb y ^{87}Rb , y la longitud de onda correspondiente con la frecuencia de transición 420 nm se obtienen anchos en FWHM de 943.97 MHz y 933.06 MHz respectivamente.

3.3 Las ecuaciones ópticas de Bloch

En la sección anterior se exponen las probabilidades de transición atómicas al resolver la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo, pero sin alejarse mucho de la aproximación de tener intensidades bajas de radiación, es decir $c_1(t) \approx 1$. En esta sección se emplean las ecuaciones ópticas de Bloch para relajar esta condición a intensidades arbitrarias.

El sistema en estudio es un grupo de átomos interactuando con la radiación y con el entorno. Al no conocer el estado de cada átomo es necesario describirlo de manera estadística con ayuda de la matriz de densidad. Dicha matriz es una generalización de la función de onda la cual nos permite describir ensambles que están constituidos tanto de poblaciones coherentes, como incoherentes. En esta sección seguiremos el tratamiento de [36] para describir la evolución temporal en las poblaciones atómicas del sistema de niveles descrito en la sección anterior (ver diagrama 3.1) al interactuar con la radiación.

3.3.1 Matriz de densidad

El valor de espectación de algún observable O del sistema se evalúa sobre todos los átomos en el ensamble. Esto es

$$\begin{aligned} \langle \bar{O} \rangle &= \frac{1}{N} \sum_i^N \langle n|O|n \rangle = \sum_m \frac{1}{N} \sum_i^N \langle n|O|m \rangle \langle m|n \rangle \\ &= \sum_m \frac{1}{N} \sum_i^N \langle m|n \rangle \langle n|O|m \rangle \end{aligned} \quad (3.36)$$

en donde se utiliza el operador identidad $\hat{1} = \sum_m |m\rangle \langle m|$, siendo $\{|m\rangle\}$ una base completa actuando en el espacio de Hilbert correspondiente. Mediante la traza de un operador

$$\text{Tr}\mathcal{O} = \sum_m \langle m|\mathcal{O}|m\rangle \quad (3.37)$$

se puede reescribir a 3.36 como

$$\langle \bar{O} \rangle = \text{Tr} \left(\frac{1}{N} \sum_i^N |n\rangle \langle n| \mathcal{O} \right) = \text{Tr}(\rho \mathcal{O}) \quad (3.38)$$

en donde se define el operador de densidad

$$\rho = \frac{1}{N} \sum_i^N |n\rangle \langle n| \quad (3.39)$$

Este operador es independiente de A y contiene toda la información del estado promedio del sistema. Los elementos de matriz del operador densidad son

$$\rho_{nm} = \langle m|\rho|n\rangle = \frac{1}{N} \sum_i^N \langle m|n\rangle \langle n|m\rangle = \frac{1}{N} \sum_i^N c_m^{(i)} c_n^{(*i)} \quad (3.40)$$

Los elementos diagonales $\rho_{mm}^{(i)} = |c_m^{(i)}|^2$ representan la probabilidad de encontrar un átomo en el estado $|m\rangle$, mientras que los elementos fuera de la diagonal representan las coherencias del sistema.

3.3.2 La ecuación de Liouville

La ecuación que gobierna la evolución temporal de la matriz ρ es la ecuación de Liouville:

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \rho] - \frac{1}{2} \{\Gamma, \rho\} + \Lambda + \text{Tr}(\hat{F}\rho) \quad (3.41)$$

Con \hat{H} el hamiltoniano de interacción, Γ y Λ las matrices de relajación y repoblación del sistema respectivamente y \hat{F} el operador de emisión espontánea. Además, se utiliza el anticonmutador $\{\Gamma, \rho\} = \Gamma\rho + \rho\Gamma$. A continuación se describe brevemente cada término de la ecuación 3.41.

El primer término resulta de la derivada temporal de la matriz de densidad,

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} \rho &= i\hbar \frac{1}{N} \sum_i \frac{d}{dt} |\psi_i\rangle \langle \psi_i| \\ &= \frac{1}{N} \sum_i \left(\left(i\hbar \frac{d}{dt} |\psi_i\rangle \right) \langle \psi_i| + |\psi_i\rangle \left(i\hbar \frac{d}{dt} \langle \psi_i| \right) \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

Luego, se emplea la ecuación de Shrödinger dependiente del tiempo, junto con su conjugada hermitiana

$$-i\hbar \frac{d}{dt} \langle \psi_i| = \langle \psi_i| \hat{H} \quad (3.43)$$

para obtener

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho = \frac{1}{N} \sum_i \left(\hat{H} |\psi_i\rangle \langle \psi_i| - |\psi_i\rangle \langle \psi_i| \hat{H} \right) \quad (3.44)$$

que es el conmutador de \hat{H} con ρ , por lo tanto

$$i\hbar \frac{d}{dt} = [\hat{H}, \rho] \quad (3.45)$$

Matriz de relajación

Hasta el momento se han despreciado las interacciones que existen entre el sistema y el resto del entorno. No obstante, como el sistema no se encuentra aislado habrá que añadir estas contribuciones. Si se llegara a considerar cada interacción entre los átomos del gas y los del ambiente con el método descrito hasta el momento, la tarea sería intratable. Sin embargo, estas interacciones pueden ser modeladas de manera fenomenológica con términos extras en la ecuación de Liouville. Con base en esto se añaden efectos de relajación y repoblación en el sistema sin tener que considerar explícitamente cada átomo en el ambiente.

Algunos de los procesos que relajan el sistema son: colisiones, las salidas y entradas de los átomos del volumen de interacción y también, la interacción con las fluctuaciones del vacío cuántico. Esto último es, básicamente, el mecanismo con el cual se genera decaimiento espontáneo [34]. En el capítulo anterior, al nivel $|m\rangle$ se le asoció un ancho Γ_m que definía su tiempo de vida media. Dado este valor, la razón del cambio en $|m\rangle$ debido a la relajación está dada por $\dot{\rho}_{mm} = -\Gamma_m \rho_{mm}$ y la correspondiente de la coherencia $\dot{\rho}_{nm}$ es $-(\Gamma_n + \Gamma_m)\rho_{nm}/2$. Al respecto de esto, el segundo término de

la ecuación 3.41 toma en cuenta los decaimientos y también las salidas del volumen mencionado.

Matriz de repoblación

Por otro lado, uno de los procesos de repoblación del sistema toma en cuenta las entradas de los átomos en el volumen de interés. Dicha población será, en su mayoría, átomos en el estado base. De esta manera se añade la matriz diagonal Λ a la ecuación 3.41, en donde los términos de estado base son iguales a γ_t/n , siendo γ_t la razón atómica de tránsito y n la cantidad de subniveles del estado base. El valor γ_t puede estimarse al considerar el tiempo promedio t_p que tarda un átomo en curzar la región transversal de interés. Tomando la velocidad promedio, v_p para el isótopo ^{85}Rb y un diámetro de haz transversal $d_{trans} = 10$ mm (determinado en la sección 4), entonces $t_p = d_{trans}/v_p \sim 54.5$ μs . Por lo tanto, la razón de tránsito en este caso es $\gamma_t = 1/t_p \sim 0.02$ MHz. Nótese que γ_t es un orden de 100 veces más pequeño que el ancho Γ_2 del nivel $6P_{3/2}$.

Operador de emisión espontánea

Aparte de la repoblación descrita por el parámetro γ_t , se debe de considerar la repoblación por decaimiento atómico desde los niveles superiores. Esto se describe mediante el operador de emisión espontánea \hat{F} [36]. Dada una matriz ρ_{rs} en un estado superior, la razón de cambio de la densidad de matriz ρ_{nm} del estado inferior esta dada por,

$$\dot{\rho}_{nm} = \sum_{s,r} \frac{4\omega_{rm}^3}{3\hbar c^3} \vec{d}_{mr} \cdot \vec{d}_{sn} \rho_{rs} = \sum_{sr} F_{mn}^{sr} \rho_{sr} \quad (3.46)$$

La derivación de este operador requiere de electrodinámica cuántica; tratamiento que está fuera del objetivo de este trabajo, sin embargo, de una manera alternativa se puede pensar de forma cualitativa en su análogo clásico. El momento dipolar de una partícula oscilante es $\vec{d}(t) = \vec{d} \sin(\omega t)$ [26]. Esta emite radiación a una razón dada por,

$$I = \frac{2\omega^4}{3c^3} \vec{d} \cdot \vec{d} \quad (3.47)$$

si dividimos la parte derecha de la ecuación por la unidad de energía de un fotón $\hbar\omega$, entonces la razón por fotón de la radiación emitida es,

$$\frac{2\omega^3}{3\hbar c^3} \vec{d} \cdot \vec{d} \quad (3.48)$$

Esta ecuación es similar a 3.46, misma que puede considerarse como el análogo cuántico de esta emisión de radiación. Con el sistema efectivo de 3.1 no es necesario evaluar los elementos de matriz del operador de fluorescencia ya que por el momento la evolución dinámica de las coherencias no es de interés. Únicamente se tomará en cuenta que la emisión espontánea de los niveles superiores estarán repoblando a los inferiores con una tasa Γ correspondiente de relajación. De esta manera la repoblación total $\Lambda + \text{Tr}(\hat{F}\rho)$ es

$$\begin{pmatrix} \gamma_t + b_1\Gamma_2\rho_{22} + \Gamma_3\rho_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_2\Gamma_2\rho_{22} \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

Siendo b_1 y b_2 las probabilidades de decaimiento, del estado $|2\rangle$, hacia los estados $|1\rangle$ y $|3\rangle$ respectivamente. De la información provista en el diagrama 1.2 se puede notar que los valores de dichas probabilidades son cercanas a $\sim 1/5$ y $\sim 4/5$ respectivamente.

3.3.3 Intensidad de saturación

Para la técnica sub-Doppler empleada en esta tesis es necesario entender el concepto de intensidad de saturación. Para ello supóngase que la onda incidente tiene una intensidad baja, de tal forma que son pocos los átomos excitados hacia $|2\rangle$ desde el estado base. En estas condiciones el coeficiente de absorción permanece constante y se dice que el sistema se encuentra en un régimen lineal. Si, por el contrario, se aumenta la intensidad de la radiación, entonces llegará un momento en el que la tasa de excitación sea comparable con la de decaimiento. Al ser así, la población en el estado base disminuirá, y con ello, la absorción del medio. Si dicha absorción disminuye a la mitad de su valor inicial, entonces se dice que el medio se satura. La situación anterior corresponde con el régimen no lineal. Esta transición gradual entre regímenes se puede cuantificar si se define el parámetro de saturación

$$\kappa_s = \frac{\Gamma_{exc}}{\Gamma_{rel}} \quad (3.50)$$

en donde Γ_{exc} es la tasa de excitación y Γ_{rel} es la de relajación. Si $\kappa_s < 1$, un átomo excitado decae en un tiempo $\tau_{rel} = 1/\Gamma_{rel}$ y se excita nuevamente después de $\tau_{exc} = 1/\Gamma_{exc}$. Entonces, la fracción del tiempo que pasa en el estado excitado es $\tau_{rel}/\tau_{exc} = \kappa_s$. Cuando $\kappa_s > 1$, el átomo pasa más tiempo en el estado superior y es más propenso a realizar una transición por emisión estimulada, es decir, las tasas empiezan a ser comparables y la fracción poblacional del estado superior se satura debido a que ya no se incrementa la inversión de población al aumentar la intensidad de radiación. Por lo tanto, La transición gradual al régimen no lineal ocurre en el momento que la razón de

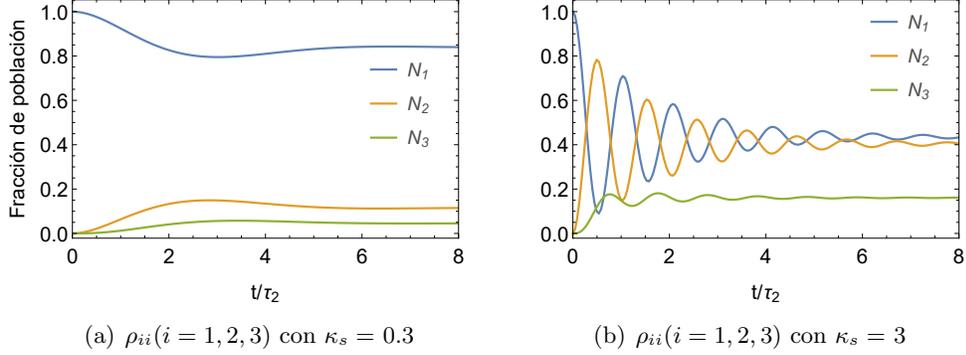


Figura 3.2: Muestra como cambian las poblaciones en función de los periodos de tiempos de vida τ_2 .

excitación y decaimiento sobrepasa la unidad ($\kappa_s > 1$).

Otra forma de ver esto es al observar los cambios de la fracción de poblaciones. La figura 3.2 muestra el comportamiento de ρ_{ii} , $i = 1, 2, 3$, los cuales son proporcionales a dicha fracción y se encuentran en función de t/τ_2 , es decir, la cantidad de ciclos que experimenta el átomo. Si $\kappa_s < 1$, como se muestra en la figura 3.2 (a), la absorción casi no se ve modificada, y la tasa de emisión estimulada seguirá siendo muy pequeña en comparación. Por otro lado, si $\kappa_s > 1$ (figura 3.2 (b)) el sistema experimenta una oscilación de la población entre los niveles involucrados en el proceso de transición. A la frecuencia de la oscilación se le conoce como la frecuencia de Rabi Ω_R y, como se había mencionado con anterioridad, su valor cuantifica el grado de acoplamiento entre el átomo y la radiación. Así entonces, si $\kappa_s > 1$ la fracción poblacional oscila en el tiempo entre los niveles y se estabiliza en un valor promedio. De esta manera la población en el estado $|1\rangle$ disminuye a más de la mitad al tiempo que $|2\rangle$ es poblado aproximadamente por la misma fracción. Luego, es claro que la tasa de emisión estimulada crecerá. La población restante se encuentra en $|3\rangle$. Para fines de comparación, en el caso de contar con sólo dos niveles, el valor al cual se estabiliza la fracción poblacional, al experimentar varios ciclos de transición, es de $1/2$ para cada estado.

Se puede demostrar que el campo eléctrico con el cual la frecuencia de Rabi se iguala a la tasa de decaimiento natural, es de hecho el campo con el cual se empieza a saturar dicha transición. Por lo tanto, para obtener una estimación de la intensidad de saturación del nivel $6P_{3/2}$ se sustituye a la frecuencia de Rabi Ω en 3.9 por Γ_2 , o de manera equivalente, se sustituye la tasa de excitación 3.50 por la tasa \mathcal{R}_{12} de la

ecuación 3.27 y se evalúa $\kappa_s = 1$ con $\Gamma_{rel} = \Gamma_2$ (reportado en el pie de figura del diagrama 1.2), de esta forma se obtiene

$$\Gamma_2^2 = \frac{|\mathcal{D}_{12}|^2}{\hbar^2} |E_0|^2 \quad (3.51)$$

Sustituyendo por la intensidad I_s definida en 2.65 y con $|\mathcal{D}_{12}| = |\mathcal{D}_{5S,6P}|$ entonces,

$$I_s \sim \frac{1}{2} \hbar^2 \epsilon_0 c \frac{\Gamma^2}{|\mathcal{D}_{5S,6P}|^2} \quad (3.52)$$

Empleando el valor del elemento de matriz reducido $|\mathcal{D}_{5S,6P}| = 0.541ea_0$ que se calcula en la sección 1, la intensidad de saturación se estima en $I_s \sim 47 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ para una radiación linealmente polarizada. Cabe recordar que el valor encontrado es una estimación para el sistema de tres niveles que se ilustra en el diagrama de la figura 3.1. Si se quiere obtener un valor más exacto de la intensidad de saturación se deben de considerar los estados hiperfinos de excitación y de decaimiento calculando la suma $\sum_i \mathcal{D}_{i,j}$, en donde i es cada estado base hiperfino que conecta con el correspondiente para el estado $6P_{3/2}$.

Contrapropagación de la radiación

Para obtener la espectroscopia sub-Doppler se realiza una retroreflexión del campo de radiación. Esto se considera en la ecuación de Liouville de la siguiente forma. Tomando en cuenta la propagación de una onda viajando en dirección \hat{z} que esta dada por,

$$\vec{\mathbf{E}}(z, t) = \vec{\mathbf{E}}_0 e^{-i(k_z z - \omega_0 t)} \quad (3.53)$$

en donde $\vec{\mathbf{E}}_0 = E_0 \hat{e}$ es la amplitud del campo con polarización \hat{e} , k_z es el vector de onda en la dirección de propagación \hat{z} y ω_0 es la frecuencia angular de la onda. Entonces, al contrapropagar dicha onda se tiene

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}}(z, t) &= \vec{\mathbf{E}}_0 e^{-i(k_z z - \omega_0 t)} + \vec{\mathbf{E}}_0 e^{-i(-k_z z - \omega_0 t)} \\ &= \vec{\mathbf{E}}_0 e^{i\omega_0 t} \left(e^{ik_z z} + e^{-ik_z z} \right) \\ &= \vec{\mathbf{E}}_0 e^{i\omega_0 t} (2\cos(k_z z)) \end{aligned} \quad (3.54)$$

La parte espacial de 3.54 es una onda estacionaria. Únicamente los átomos cuya componente de velocidad sea tal que observen en sintonía a ambas componentes de la radiación experimentarán el campo eléctrico de una onda estacionaria. Si la posición del átomo es de la forma $z(t) = vt + z_0$ entonces, el campo observado desde el sistema de referencia del átomo en movimiento es

$$\vec{\mathbf{E}}(v_z, t) = \vec{\mathbf{E}}_0 e^{i\omega_0 t} \cos(k_z(v_z t + z_0)) = \vec{\mathbf{E}}_0 e^{i\omega_0 t} \cos(k_z(v_z t + \phi)) \quad (3.55)$$

Por lo tanto, el hamiltoniano de interacción para el sistema de tres niveles efectivo sujeto a este campo eléctrico externo es

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_{12}e^{i\omega_0 t}\cos(k_z v_z t) & 0 \\ -\Omega_{12}e^{i\omega_0 t}\cos(k_z v_z t) & \omega_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{13} \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

Para simplificar este hamiltoniano se realiza la aproximación de onda rotante en la cual se considera al problema en un sistema de referencia que rota con una frecuencia ω_0 . De esta manera al realizar un cambio de base en la formulación de Dirac, se obtienen dos componentes para la interacción. Para una pequeña desintonía con respecto a la frecuencia de resonancia $\Delta = \omega_0 - \omega_{12}$, el primero de los términos oscilará a dicha desintonía mientras que la segunda componente lo hará con una frecuencia 2ω . Debido a la rápida oscilación del segundo término, este se puede despreciar y el hamiltoniano se reduce a

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_{12}\cos(k_z v_z t) & 0 \\ -\Omega_{12}\cos(k_z v_z t) & -\Delta & 0 \\ 0 & 0 & -(\omega_{13} - \omega_0) \end{pmatrix} \quad (3.57)$$

que es independiente del tiempo. Además, como ω_0 es muy cercano a ω_{12} , entonces $(\omega_{13} - \omega_0)$ es básicamente la diferencia en frecuencia ω_{23} .

Empleando este hamiltoniano y sustituyendo las matrices de repoblación y relajación en 3.41, se llega a las ecuaciones dinámicas de Bloch [36]. Al resolver estas ecuaciones, se obtienen soluciones cuyo perfil depende de la velocidad atómica. Para el grupo de átomos que sintonizan ambas componentes de radiación, la interacción atómica será con una onda estacionaria y $\rho_{3,3}$ será una lorentziana centrada en $\Delta = 0$ con una frecuencia de Rabi $2\Omega_{12}$. Por otro lado toda la población en la distribución atómica restante interactúa doblemente con el medio, con una frecuencia de Rabi Ω debido a que se tienen dos componentes atómicas de velocidad $|v_z|$. Si se considera la convolución de estos perfiles con una distribución Gaussiana generada por efecto Doppler, entonces se obtiene un espectro del tipo que se muestra en la figura 3.3. Los átomos del nivel $|2\rangle$ que interactúan con una onda estacionaria experimentan emisión estimulada con una tasa mucho más grande que los átomos restantes, de modo que la población en el nivel $|3\rangle$ de ese grupo atómico disminuirá. Este es el efecto de disminución de fluorescencia resonante por emisión estimulada.

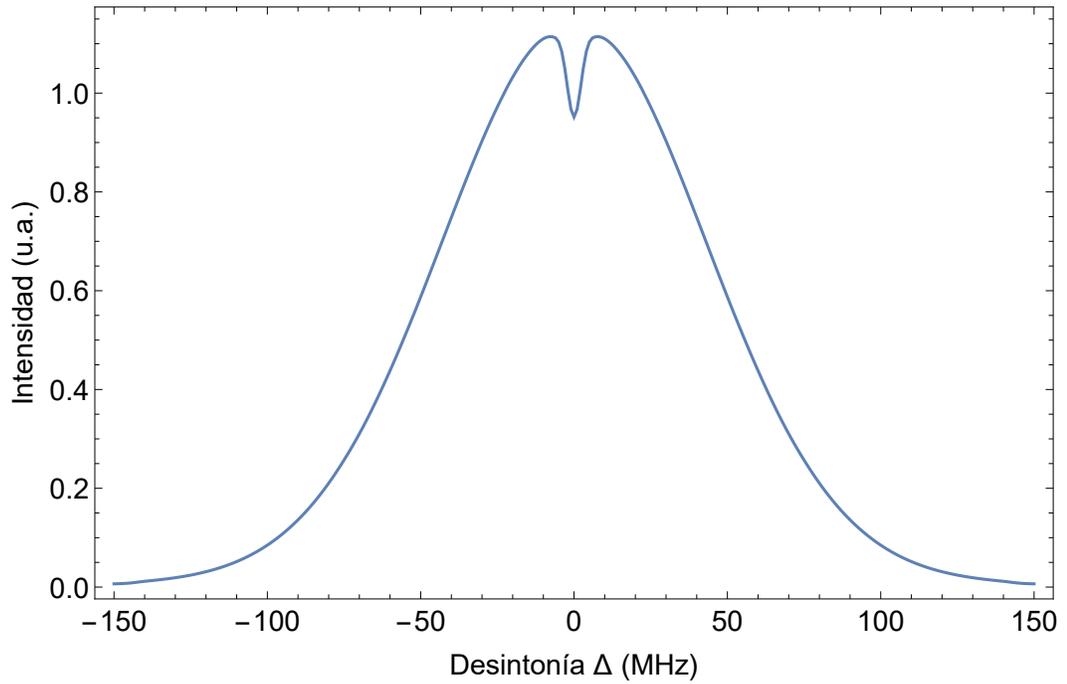


Figura 3.3: Muestra la convolución entre el perfil Doppler y el grupo lorentziano que depende de la velocidad atómica. En sintonía $\Delta = 0$ se genera una reducción de la fluorescencia emitida o de la intensidad que involucra el grupo atómico de velocidad $v_z = 0$. La frecuencia de Rabi utilizada en este ejemplo es $\Omega_{12} = \Gamma_2$. Con el fin de agilizar los cálculos del programa, se toma un ancho Doppler de 70 MHz.

3.4 Espectroscopia por selección de velocidades

3.4.1 Entrecruzamientos

En las espectroscopias de esta tesis se presentan los casos en que grupos atómicos con una velocidad distinta de cero interactúan con la onda estacionaria producida por la retroreflexión del haz. Esto induce más líneas de disminución de fluorescencia resonante sobre la curva Gaussiana. A este tipo de transiciones se les conoce como entrecruzamientos (*crossover*). Para calcular el valor de la frecuencia con la cual se cumple la condición mencionada, se considera a la radiación con una frecuencia ν_0 y a dos estados adyacentes cuyas frecuencias de sintonía son ν_s y ν_i . Los subíndices denotan los estados excitados superior e inferior respectivamente. Empleando la ecuación 3.29 se pueden obtener las ecuaciones Doppler, correspondientes para cada componente de radiación, que deben satisfacerse simultáneamente para que se induzca la condición de disminución fluorescente. Dichas ecuaciones son

$$\nu_s = \nu_c \left(1 + \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.58a)$$

$$\nu_i = \nu_c \left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.58b)$$

en donde ν_c es la frecuencia de entrecruzamiento, ν_s y ν_i son las frecuencias observadas por los átomos en su sistema de referencia y v_z es su velocidad. Las ecuaciones 3.58a y 3.58b describen el efecto Doppler para las componentes de radiación que se propagan en dirección z y en $-z$ respectivamente. En otras palabras, cuando se sintoniza la frecuencia ν_c en el sistema de referencia del laboratorio, la velocidad de los átomos es tal que, desde su sistema de referencia, observan a la frecuencia de una de las componentes de radiación corrida hacia el rojo, sintonizando un nivel atómico inmediato inferior. A su vez, esos mismos átomos observan la frecuencia de la segunda componente de radiación corrida hacia el azul, sintonizando un nivel atómico inmediato superior. Utilizando ambas ecuaciones, se obtiene que

$$\nu_c = \frac{\nu_s + \nu_i}{2} \quad (3.59)$$

Por lo que la frecuencia de los entrecruzamientos se da justo a la mitad de los niveles atómicos involucrados. Luego, de la primera ecuación 3.58a se puede despejar la velocidad que satisface las ecuaciones Doppler al sustituir el valor de ν_c , es decir

$$v_z \approx \frac{1}{2} \lambda (\nu_s - \nu_i) \quad (3.60)$$

siendo λ la longitud de onda necesaria para inducir la transición.

En este trabajo se desarrolla un sistema óptico experimental en el que se utiliza un modulador acusto-óptico para desintonizar la radiación a una frecuencia Δ con respecto del haz principal, esto con el fin de contar con una escala absoluta en el dominio de frecuencia. Si se considera únicamente la retroreflexión del haz con modulación, los átomos sintonizarán este haz cuando la radiación haya aumentado su frecuencia en un valor Δ . La figura 3.4 muestra una forma útil para vislumbrar esta espectroscopia. En este se muestran los niveles s e i , y los corrimientos en frecuencia que observan los átomos hacia estos niveles son representados con líneas punteadas verticales de color azul y rojo respectivamente. La modulación se representa con líneas punteadas horizontales que corresponden a los mismos niveles pero se encuentran desintonizados por debajo de estos una diferencia Δ . En este caso, los átomos seleccionados que sintonizan a ambas componentes del haz modulado serán los que su velocidad satisfaga las siguientes relaciones Doppler:

$$\nu_s^* = \nu_c^* \left(1 + \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.61a)$$

$$\nu_i^* = \nu_c^* \left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.61b)$$

siendo $\nu_c^* = \nu_c - \Delta$, $\nu_s^* = \nu_s - \Delta$ y $\nu_i^* = \nu_i - \Delta$ las frecuencias observadas por los átomos en su sistema de referencia. Despejando a la velocidad de 3.61a, y sustituyendo en 3.61b, se obtiene que la frecuencia de entrecruzamiento ν_c^* esta dada por

$$\nu_c^* = \frac{(\nu_s + \nu_i)}{2} + \Delta \quad (3.62)$$

en donde la velocidad de los átomos involucrados está igualmente descrita por 3.60.

Considérese ahora que la espectroscopia se realiza con una de las componentes de radiación modulada y la otra componente sin modular. Existirá entonces un grupo atómico tal que su velocidad satisfará de manera simultánea el siguiente par de ecuaciones Doppler:

$$\nu_{k_+} = \nu_c^{**} \left(1 + \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.63a)$$

$$\nu_{k_-} = \nu_c^{**} \left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.63b)$$

siendo ν_{k_+} y $\nu_{k_-}^*$ las frecuencias de las componentes de radiación respectivas observadas por los átomos en su sistema de referencia, y con $k = s, i$. Es decir, en este caso se pueden obtener combinaciones de los niveles con y sin modulación. Realizando el mismo cálculo que en las ecuaciones anteriores, se puede encontrar que la frecuencia ν_c^{**} de entrecruzamiento se escribe como:

$$\nu_c^{**} = \frac{(\nu_{k_+} + \nu_{k_-})}{2} + \frac{\Delta}{2} \quad (3.64)$$

Una vez más, la figura 3.4 ilustra esta espectroscopia. En ella se muestra la frecuencia ν_c^{**} a la que se sintoniza la radiación en el sistema de referencia de laboratorio. Entonces, se puede decir que dicha radiación seleccionará únicamente a los átomos que cuenten con la velocidad adecuada para sintonizar a la combinación de frecuencias ν_{k_+} y $\nu_{k_-}^*$. De 3.64 se puede notar que el entrecruzamiento entre las frecuencias ν_s con ν_i^* es el mismo que entre las frecuencias ν_i con ν_s^* .

Por último, la velocidad atómica que satisface las ecuaciones 3.63a y 3.63b está dada por

$$v_z \approx \frac{\lambda}{2} (|\nu_{k_+} - \nu_{k_-}| + \Delta) \quad (3.65)$$

3.4.2 Selección de velocidades con dos fotones

En la espectroscopia de dos fotones, y en particular para la producción de estados de Rydberg, también se observará selección de velocidades. Sin embargo, ahora habrá que considerar distintas longitudes de onda en los haces de radiación que se superponen de manera colineal y contra-propagante. En este caso se desea conocer la frecuencia con la cual los átomos sintonizan correctamente a la radiación que induce la transición a Rydberg, dada una desintonía en la radiación del primer paso. Para ello, considérese a las componentes de radiación con frecuencias ν_1 y ν_2 , los estados intermedios s e i y un estado de Rydberg r . La condición para esta espectroscopia será que la primera componente ν_1 se encontrará sintonizada hacia la frecuencia ν_s , correspondiente con el estado intermedio s . Esto se logrará en el experimento al anclar uno de los láseres a la respectiva frecuencia. Las ecuaciones Doppler para este caso se escriben:

$$\nu'_1 = \nu_s \left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.66a)$$

$$\nu'_2 = \nu_2 \left(1 + \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.66b)$$

En donde ν'_1 y ν'_2 son las frecuencias que observan los átomos desde su sistema de referencia. Si la velocidad atómica que se sintoniza es $v_z = 0$, las ecuaciones Doppler se reducen a

$$\begin{aligned} \nu'_1 &= \nu_s \\ \nu'_2 &= \nu_r \end{aligned} \quad (3.67)$$

Es decir, para este grupo de átomos la segunda componente de radiación ν'_2 estará sintonizada correctamente a la frecuencia del nivel Rydberg ν_r . La selección de velocidades se obtendrá por medio del nivel intermedio i si se considera un grupo de átomos cuya velocidad es $v_z \neq 0$. En este caso existirá una v_z con la cual $\nu'_1 = \nu_i$, por lo

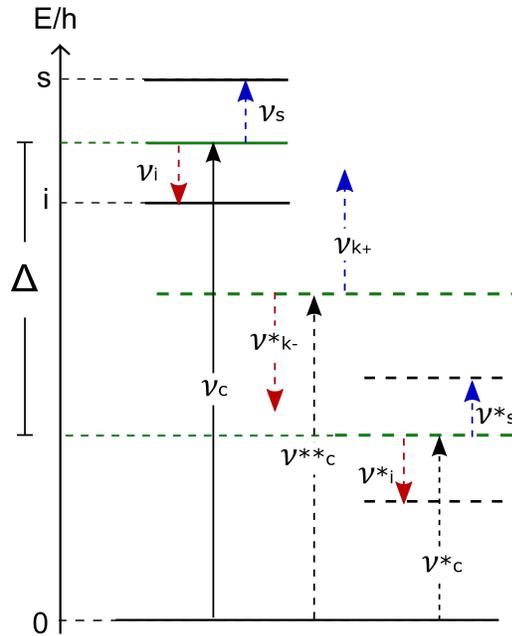


Figura 3.4: Esquema energético que ilustra la espectroscopia por selección de velocidades. Los niveles involucrados son s e i . Los corrimientos de frecuencias observados por los átomos hacia ν_s y ν_i son representados por las líneas verticales en azul y en rojo respectivamente. La modulación se representa como una desintonía hacia una frecuencia Δ menor. Al sintonizar el haz sin modulación en ν_c , un grupo de átomos en movimiento sintoniza correctamente a ambas componentes de radiación. De la misma forma, dicho grupo de átomos sintoniza al haz con modulación cuando la frecuencia de entrecruzamiento respectiva se encuentra en $\nu_c^* + \Delta$. Por último, cuando la frecuencia de radiación se encuentra en ν_c^{**} , los átomos sintonizan a una combinación entre los estados ν_{k+} y ν_{k-}^* , con $k = 1, 2$.

que, para sintonizar al estado Rydberg se deberán satisfacer las siguientes ecuaciones Doppler:

$$\nu_i = \nu_s \left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.68a)$$

$$\nu'_2 = \nu_r + \delta = (\nu_r + \eta_1) \left(1 + \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.68b)$$

en donde δ es la separación en frecuencia entre los niveles s e i y η_1 es la diferencia en frecuencia que debe de tener ν_2 para que los átomos sintonicen correctamente a $\nu'_2 = \nu_r + \delta$. La velocidad atómica que es seleccionada en la espectroscopia es

$$v_z = \lambda_1 \delta \quad (3.69)$$

en donde $\lambda_1 = c/\nu_1$ es la longitud de onda del láser que sintoniza los estados intermedios. Utilizando la ecuación 3.69 y sustituyendo en 3.68b, se obtiene η_1 en función de las frecuencias de ambas componentes de radiación y de la separación entre los niveles intermedios, es decir

$$\eta_1 = \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right) \delta \quad (3.70)$$

siendo $\lambda_2 = c/\nu_2$ la longitud de onda del laser que sintoniza al estado Rydberg. En la figura (a) de 3.5 se ilustran estos dos casos de velocidad atómica, $v_z = 0$ y $v_z \neq 0$.

Si se piensa ahora en la espectroscopia utilizando como primera componente de radiación el haz con modulación, las ecuaciones Doppler respectivas para las transiciones a Rydberg son

$$\nu'_1 = (\nu_s - \Delta) \left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.71a)$$

$$\nu'_2 = (\nu_r + \eta_2) \left(1 + \frac{v_z}{c}\right) \quad (3.71b)$$

con Δ la diferencia de frecuencia que genera la modulación para el haz secundario del primer laser y η_2 es la diferencia en frecuencia que debe de tener el segundo haz para que los átomos sintonicen correctamente hacia $\nu'_2 = \nu_r$ dado que la primera componente de frecuencia la observan en ν'_1 . Si $\nu'_1 = \nu_s$ se puede demostrar mediante un cálculo sencillo que,

$$\eta_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Delta \quad (3.72)$$

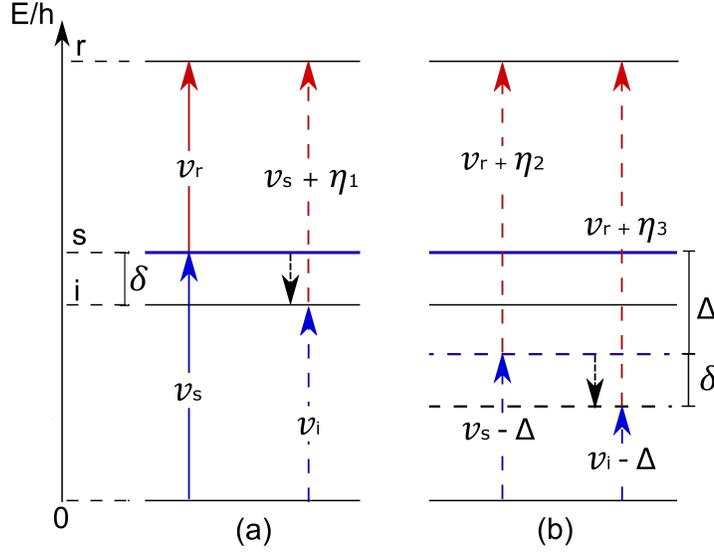


Figura 3.5: Esquema para ilustrar la espectroscopia por selección de velocidades con dos fotones. Los niveles involucrados son i , s y r , los cuales son sintonizados con las frecuencias de radiación ν_1 y ν_2 . La componente del haz principal ν_1 se sintoniza en la frecuencia ν_s cuyo nivel se remarca con la línea horizontal azul, de modo que ν_2 se sintoniza en la frecuencia a Rydberg ν_r . Δ es la diferencia de frecuencia por modulación con respecto a ν_1 y δ es la separación entre los niveles s e i . a) Muestra la espectroscopia con el haz principal sin modulación Δ . Las líneas sólidas verticales respresentan las transiciones cuando el grupo atómico sintonizado tiene velocidad $v_z = 0$. Las líneas punteadas representan el caso en el que se genera selección de velocidades. b) Muestra el caso en donde la primera componente de radiación tiene modulación Δ .

Si, por otro lado, la velocidad atómica es tal que la población sintoniza al nivel intermedio inferior $\nu'_1 = \nu_i$, entonces, la diferencia de frecuencia η_3 , dado los resultados en 3.72 y 3.70 es

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 = \left(1 \pm \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right) \delta + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Delta \quad (3.73)$$

en donde el signo se escoge de acuerdo al tipo de configuración colineal del experimento. Si los haces se superponen de manera contra-propagante, el signo utilizado es $-$, y si lo hacen de manera co-propagante, se utiliza el signo $+$. Una vez más esta espectroscopia se ilustra en la parte b) de la figura 3.5. Por último, la velocidad atómica para la cual se sintoniza correctamente a Rydberg, en este caso es

$$v_z = \lambda_1(\delta - \Delta) \quad (3.74)$$

Sustituyendo con los valores experimentales $\lambda_1 = 420 \text{ nm}$ y $\lambda_2 = 1051 \text{ nm}$, se obtiene

$$\eta_3 = 0.6002\delta + 0.3998\Delta \approx \frac{3}{5}\delta + \frac{2}{5}\Delta \quad (3.75)$$

En otras palabras, η_3 cuantifica la diferencia de frecuencia en la segunda componente de radiación con la cual los átomos sintonizarán al estado Rydberg, dada la diferencia de frecuencia en la primera componente. Estos resultados sugieren que la señal correspondiente de la segunda transición reproducirá la estructura intermedia y que, además, las separaciones energéticas se medirán contraídas por un factor de $\sim \frac{2}{5}$.

Capítulo 4

Desarrollo experimental

En este capítulo se presentan los montajes experimentales para la realización de este trabajo. Primero se dará una descripción completa de los esquemas y después se ahondará en los detalles de las componentes representativas de cada uno. En el primer arreglo se describe el experimento para inducir la transición $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ y en el segundo arreglo se explica la producción de átomos de Rydberg $20S_{1/2}$ partiendo de la excitación anterior.

4.1 Primera transición dipolar.

Para el estudio de la primera transición dipolar eléctrica $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ se monta el arreglo experimental mostrado de forma esquemática en la figura 4.1. En ella están representados: el laser de cavidad externa (ECDL, por sus siglas en inglés *External Cavity Diode Laser*), el sistema de detección infrarroja, el dispositivo modulador acusto-óptico (AOM, por sus siglas en inglés *Acusto-Optic Modulator*) y la celda que contiene rubidio, misma que se sitúa en la mesa óptica del laboratorio donde la temperatura ambiente es de 19 °C. Además, en 4.1 se muestra la dirección de propagación del laser, cuyo haz se divide en dos brazos con distintas componentes de polarización lineal. Estos brazos se generan en los cubos divisores de polarización (PBS, por sus siglas en inglés *Polarizer Beam Splitter*) y, según se reflejen o se transmitan, se tendrán componentes de polarización vertical u horizontal, respectivamente. De esta manera se lleva el haz hacia el AOM y hacia la celda, en donde el haz de radiación interactuará con la muestra de rubidio.

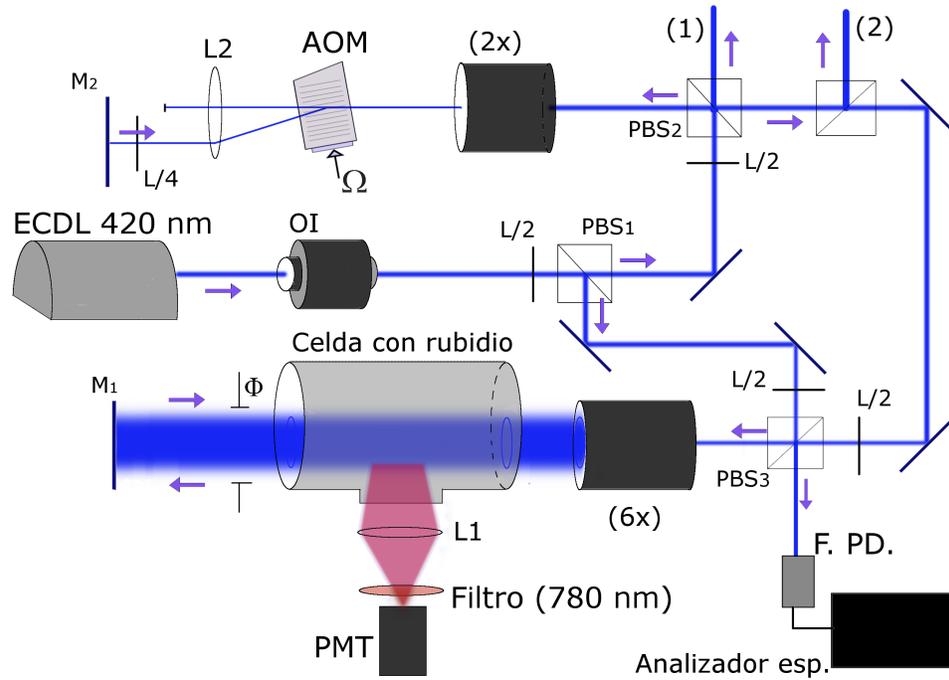


Figura 4.1: Esquema experimental para la transición dipolar $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. ECDL 420 nm: laser en configuración *Cat-eye*, OI: aislante óptico, PMT: tubo fotomultiplicador, (L1,L2): lentes plano convexas, AOM:modulador acuto-óptico, F.PD: fotodiodos rápidos, Analizador esp.: Analizador espectral, L/2: retardador de media onda, L/4: retardador de cuarto de onda, PBS: cubo divisor polarizador, $M_{1,2}$:espejos, (1): haz principal hacia la espectroscopia Rydberg, (2): haz modulado hacia la espectroscopia Rydberg.

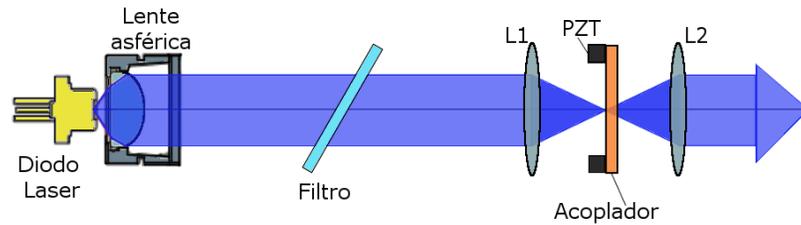


Figura 4.2: Esquema del diseño del laser *Cat-eye*. El haz que sale del diodo semiconductor es colimado por la lente esférica. Al llegar a la primera lente, se enfoca sobre la superficie del acoplador de salida. Esto le otorga mayor estabilidad y lo hace insensible al desalineamiento.

4.1.1 Laser *Cat-eye* de 420 nm

El laser de cavidad externa, de diodo semiconductor, fue adquirido de la empresa MogLabs (No. CELL002). Está constituido principalmente por un filtro de interferencia que funciona como elemento selector de longitud de onda. Este se conforma por multicapas dieléctricas, simulando interferómetros de Fabry Perot, cuyas propiedades ópticas inducen un ancho de banda de transmisión que es generalmente de sólo unos cuantos MHz (véase [45]). También se caracteriza por contar con un espejo que se acopla a la radiación (llamado acoplador de salida), que define el tamaño de la cavidad y que tiene la función de generar retroalimentación óptica en el diodo láser para estrechar su ancho de emisión. Las longitudes de onda de este laser van desde 419 nm y hasta 423 nm. Además, el espejo se posiciona entre dos lentes delgadas, colgadas de tal forma que el haz se enfoca sobre la superficie de dicho espejo, tal y como lo muestra la figura 4.2, asemejando a un ojo de gato. Es por ello que a este diseño se le conoce como *Cat-eye*. Esta configuración le otorga al laser mayor estabilidad contra las perturbaciones mecánicas externas [46].

Para obtener un control preciso de la frecuencia del laser, así como garantizar una emisión monomodal, se requiere controlar los parámetros físicos de temperatura y corriente del diodo laser, así como también el voltaje del elemento piezoeléctrico *PZT*. Todo esto se controla con el módulo de MogLabs (DLC No. CELL002) [47]. Además, el módulo proporciona la opción de voltaje *bias*, el cual cambia de forma simultánea la corriente del diodo de acuerdo con las variaciones en el voltaje del *PZT*, desplazando los saltos de modo y permitiendo así barridos más largos de frecuencia unimodal. El uso de este voltaje permite sintonizar de un solo barrido la transición $6P_{3/2}$ de los cuatro niveles hiperfinos (dos niveles hiperfinos por cada isótopo de rubidio) del estado base sin ningún salto de modo.

Para conocer la longitud de onda de este laser se utiliza un medidor de longitud de onda (MogLabs MWM002 Laser Wavemeter). La precisión de este aparato es de ~ 1 pm. Con él se logra sintonizar a una longitud de onda de 420.298 nm correspondiente con la energía necesaria para inducir la excitación hacia $6P_{3/2}$. Otro parámetro físico importante es el ancho de línea de la emisión que está relacionado fuertemente con las fluctuaciones de corriente, temperatura y coherencia temporal del diodo láser [56]. El fabricante especifica que el ancho de línea de este laser es de <140 kHz para una corriente de 70 mA y una temperatura de 22 °C.

4.1.2 Sistema de Detección

Como lo muestra la figura 4.1 el haz de 420.298 nm se transmite por el espejo acoplador de salida y pasa por un aislador óptico (OI). Este se encarga de desviar cualquier reflexión cuya trayectoria sea en la dirección que regresa al diodo semiconductor y que pueda desestabilizar o hasta incluso dañar el diodo láser. Después incide sobre el PBS_1 , en donde se divide en dos componentes de polarización lineal. La componente vertical llega hasta el espejo M_1 sobre el que se retrorefleja y, de allí, se contrapropaga consigo mismo a lo largo del eje óptico. El traslape se mantiene a lo largo de la celda que contiene rubidio. Al momento de sintonizar el laser a la resonancia atómica de $6P_{3/2}$, se genera fluorescencia de fotones de 780 nm y 795 nm. A continuación, se explicará cómo es que se detecta esta fluorescencia. Primero se presentará el fotodetector, luego se expondrán las condiciones del haz que optimizan la señal y, después, se explicará el sistema óptico con el cual se le hace llegar la señal al detector.

Tubo fotomultiplicador PMT

Como la fluorescencia del el sistema descrito ocurre debido a emisión espontánea, la dirección de los fotones es aleatoria sobre un ángulo sólido de 4π . Por ello, la detección se puede llevar a cabo de forma perpendicular a la dirección de propagación de la radiación, utilizando un tubo fotomultiplicador PMT (Photo-Multiplier Tube, por sus siglas en inglés) de la empresa Hamamatsu modelo H5784- 02. Se decide utilizar un PMT por sobre un fotodiodo sencillo esencialmente porque la intensidad de fotones infrarrojos emitidos por los átomos es muy baja para ser detectada con el fotodiodo.

El PMT es un fotosensor cuyo principio de operación es el efecto fotoeléctrico. En el momento que se producen fotoelectrones, estos se aceleran desde el cátodo hasta un ánodo, pasando por una colección de dínodos, en donde, por energía cinética, producen una avalancha de electrones en el camino. La aceleración de dichos fotoelectrones se logra estableciendo una diferencia de potencial entre los electrodos (cátodo-dínodo,

dínodo-dínodo, dínodo-ánodo). Para más detalles sobre los PMT se pueden revisar [10] [11]. Al llegar al ánodo, la corriente se convierte en voltaje a través de un amplificador.

La respuesta espectral de este detector se encuentra en el rango de longitudes de onda desde 300 nm y hasta 880 nm, con un pico de sensibilidad en 500 nm y se opera con un voltaje de 410 mV. Otra de las características principales de este modelo es su bajo consumo de energía y su amplificación de bajo ruido. El factor de conversión es de $1 \text{ V}/\mu\text{A}$ y su ancho de banda cubre desde DC hasta 20 kHz. Todas las especificaciones del PMT se encuentran en [50] .

Magnificación 6x

Dado el hecho de que el tamaño del área transversal de radiación que interacciona con el medio atómico influye de manera considerable en la razón de señal a ruido, se pueden cambiar las dimensiones del haz para obtener una mejora. Para ello se implementan una serie de pruebas utilizando telescopios constituidos por dos lentes delgadas, plano convexas, con una magnificación de 3(x) y 6(x) veces el diámetro del haz. Dicho diámetro sin telescopio es de 2 mm medido en FWHM (Full Width at Half Maximum, por sus siglas en inglés). Para determinar este valor se utiliza la técnica de la navaja. Sin embargo, este método no funciona si el tamaño del haz que se quiere medir es mayor que el área efectiva del detector utilizado para medir la intensidad. Por esta razón, se deben estimar las cinturas de los haces considerando la propagación de un haz gaussiano a través de lentes delgadas [51], de modo que se emplea la ecuación

$$2\omega_0 = \frac{4 \lambda f}{\pi D} \quad (4.1)$$

para determinar el diámetro del haz enfocado. En esta ecuación, f es la distancia focal, $2\omega_0$ es la cintura del haz en f y D es el diámetro del haz sobre la superficie de la lente. Para considerar la propagación del haz gaussiano hasta la segunda lente se utiliza la ecuación que describe el tamaño de la cintura ω a una posición z desde el punto focal f , es decir

$$\omega = \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \quad (4.2)$$

en donde a $z_0 = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$ se le conoce como longitud de Rayleigh. Con estas dos ecuaciones, 4.1 y 4.2, se pueden estimar las dimensiones de los haces al propagarse por el telescopio en cuestión.

Magnificación	Diámetro (mm)	intensidad ($\mu\text{W}/\text{mm}^2$)	(señal:ruido)
1(x)	2 ± 0.1	152.0 ± 50.4	(1.8:1)
3(x)	6.5 ± 0.8	46.8 ± 17.4	(2.8:1)
6(x)	12.9 ± 1.6	23.5 ± 4.3	(3.9:1)

Tabla 4.1: Recopilación de cocientes señal a ruido para distintos telescopios utilizados en la detección de la estructura hiperfina del estado $6P_{3/2}$. La magnificación 1(x) es en la que no se utiliza telescopio. Para esta prueba se emplea un haz con una potencia de 1.5 mW .

Una vez estimado el diámetro del haz se obtiene el espectro respectivo de fluorescencia con ^{85}Rb y se mide la altura del pico hiperfino más intenso. Luego se compara con el valor de la dispersión del voltaje medido en el tubo fotomultiplicador cuando la luz se encuentra fuera de resonancia. De esta manera se obtiene el cociente de señal a ruido para cada uno de los diámetros involucrados. En la tabla 4.1 se recopila la información de los cocientes, los diámetros y la intensidad de la radiación respectiva.

De la tabla 4.1 se observa que entre mayor es el diámetro la razón de señal a ruido mejora. Esto se debe en parte a que la intensidad disminuye conforme aumenta el área transversal. Como la saturación de la transición es de $\sim 47\ \mu\text{W}/\text{mm}^2$, entonces, con la magnificación de 3(x) y 6(x) se tiene una intensidad por debajo de la saturación. Esto significa que se están aprovechando una mayor cantidad de átomos, que son excitados y que pasan por los estados $5P_j$, que contribuyen a la señal de fluorescencia. Además, al aumentar el tamaño del haz, la distancia entre el área de interacción y el detector es menor, por lo que hay una menor probabilidad de que los átomos que se encuentran en el camino reabsorban los fotones de 780 nm .

Sistema óptico $2f-2f$

Los fotones infrarrojos que son dispersados desde la región de interacción son colectados por medio de un sistema óptico de $2f-2f$ encargado de enfocar la luz en el cátodo del PMT. Lo que se pretende con el sistema óptico es reducir la distancia entre la lente delgada, que colecta los rayos de luz, y la fuente de fluorescencia. De esta manera se maximiza el ángulo sólido, redireccionando, de forma íntegra, la mayor cantidad de luz al detector. Con esto en mente, se utiliza una lente delgada plano convexa con una longitud focal de $f = 24.5\text{ mm}$. Como se observa en la figura 4.3, la lente se coloca a una distancia de $f + x_0$ desde el centro transversal del haz (el objeto) de tal forma que los rayos que pasan por los puntos focales y el centro o , generan la imagen a una distancia $f + x'$ posterior. De la óptica geométrica y empleando la fórmula para

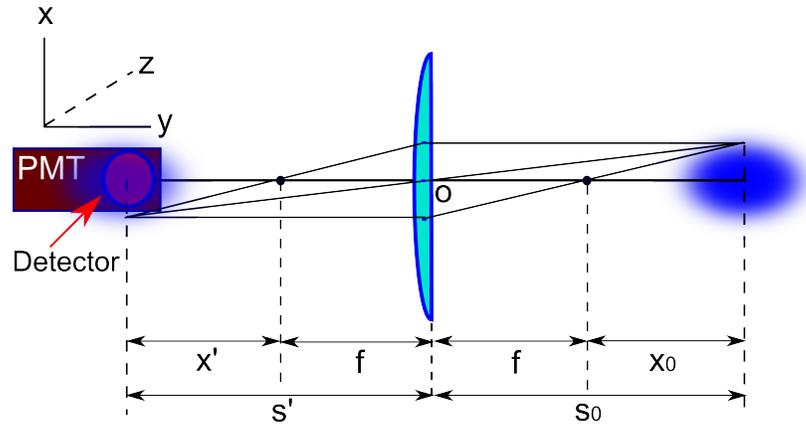


Figura 4.3: Esquema del sistema óptico $2f-2f$ para recolectar y llevar la mayor cantidad de fluorescencia al fotodetector. s_0 y s' son las distancias del objeto y de la imagen, con respecto al centro de la lente.

lentes delgadas, $\frac{1}{f} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{s_0}$, se obtiene una expresión Newtoniana que describe de manera aproximada la magnificación de la imagen con respecto al objeto, y esta dada por $M_T = -\frac{x'}{f} = -\frac{f}{x_0}$ [52]. De esta expresión se deduce que la imagen y el objeto tienen las mismas dimensiones, y están lo más cerca posible uno del otro, cuando se cumple que $s_0 = s' = 2f$. Es importante este hecho, ya que si las distancias imagen-objeto se minimizan, significa que el ángulo sólido se maximiza, por lo que se recolecta la mayor cantidad de fluorescencia. Ya que el diámetro del haz es de 12.9 mm y el diámetro efectivo del detector es de 8 mm, entonces, con una configuración $2f-2f$, en principio, la luz no incide totalmente en el detector. Sin embargo, también es cierto que si $f < s' < 2f$, entonces el tamaño relativo de la imagen disminuye. En este sentido se optimizó la señal obtenida a la salida del PMT variando la separación entre el detector y la lente, tratando de garantizar mediante este procedimiento que la mayor parte de la fluorescencia generada fuera colectada por la lente y enfocada en el detector.

Para la optimización se le enrosca una montura al tubo acoplador de la celda en donde se coloca la lente. De esta forma, al desplazar la celda también lo hará la lente. Así pues, el procedimiento para la optimización de esta configuración es un juego iterativo entre el posicionamiento de la celda-lente respecto al haz y de la separación de esta con respecto al detector. La dificultad del sistema descrito recae en que la radiación infrarroja es muy débil para alcanzar a observarla visualmente. Para solucionarlo se coloca el PMT sobre una montura XYZ, la cual permite desplazar de manera fina los 3 grados de libertad espaciales. Con la variación de estos tres grados de libertad espaciales se maximiza la señal observada en el osciloscopio. Finalmente, para asegurar que

únicamente se detecten fotones infrarrojos, se coloca un filtro pasa bandas en frente del PMT. Este tiene un ancho de 3 nm, y la longitud de onda nominal se encuentra centrada en 780 nm. De modo que, la radiación 795 nm es atenuada por el filtro.

Una alternativa que se consideró para la recolección de la luz fue la de utilizar un sistema óptico de 2 lentes. En esta configuración el centro del haz transversal se coloca en el punto focal de la primera lente, con lo cual, los rayos de luz emergen colimados hacia la segunda lente en donde, después de esta, se enfocan en el detector. Sin embargo, esta configuración empeora la señal un 0.4%. También se consideró coleccionar la luz sin lentes, únicamente acercando el detector lo más posible al tubo acoplado de la celda para maximizar el ángulo sólido. Esta opción empeora la señal un 1.1% de la que se obtiene con el sistema $2f-2f$.

4.1.3 Modulación acusto-óptica

La componente horizontal que se transmite desde el PBS₁ (véase la figura 4.1) se convierte a vertical al transmitirse por el PBS₂. Después pasa por un telescopio de magnificación 2x y llega hasta un modulador acusto-óptico AOM adquirido de la empresa AA opto-electronic. Este AOM es un dispositivo cuya principal componente es un cristal de óxido de Telurio (TeO) al que se le imprime una onda acústica de radio frecuencia Ω . La función de esta onda es la de generar una modulación en el índice de refracción del material. De esta manera se genera una rejilla de difracción, por lo que la luz incidente se difracta en distintos órdenes. La particularidad de este fenómeno consiste en la condición de difracción, llamada condición de Bragg, la cual te permite conocer con precisión la diferencia en frecuencia entre cada uno de los órdenes con respecto al orden cero de difracción [48].

Una forma interesante de pensar este fenómeno es considerando la dispersión entre fonones y fotones, que resulta en la absorción o emisión de los fonones. Esta interacción se traduce en un incremento o decremento en la cantidad de momento y energía del fotón en cuestión. A primer orden, la interacción se puede considerar lineal y las siguientes relaciones de conservación, de energía y momento, describen el proceso:

$$\omega_T = \omega_i \pm \Omega \quad (4.3a)$$

$$k_T = k_i \pm \kappa_f \quad (4.3b)$$

en donde κ y k son los momentos del fonón y del fotón respectivamente. Para la onda acústica $\kappa = \Omega/v_s$, con Ω la frecuencia rf (radio frecuencia) y v_s la velocidad del sonido en el medio. Los subíndices i y d indican si el fotón es el incidente o el difractado y el

signo depende de si el fonón es absorbido o emitido, lo que depende de la orientación relativa de los momentos. En este sentido, si un fonón es absorbido, la radiación, cuya dirección satisface las condiciones de conservación de energía, tendrá una frecuencia angular $\omega_d = \omega_i + \Omega$ y, análogamente, si un fonón se emite de la interacción la luz tendrá una frecuencia angular de $\omega_d = \omega_i - \Omega$.

Así entonces, en este trabajo se utiliza un AOM para obtener un segundo haz cuya frecuencia sea de 2Ω por debajo de la frecuencia del haz principal, misma que puede medirse con bastante precisión (una precisión de centenas de kHz). Para lograr esto se utiliza una configuración de doble paso [48] [49]. Con ella se suprimen en gran medida las desviaciones ópticas del haz causadas por los cambios en frecuencia de modulación de un solo paso. En este montaje se utiliza una lente plano convexa que se posiciona justo después del AOM a la distancia focal $f = 125$ mm. Esto hace que los haces difractados emerjan paralelos desde la lente, incidiendo, por consiguiente, de manera ortogonal al plano que define la superficie del espejo M_2 , colocado a una distancia f con respecto de la lente. Es importante que el espejo M_2 se coloque a esta distancia, de lo contrario, el haz no se propagará colimado y su tamaño con respecto al haz principal será distinto. En este punto, se selecciona el haz del orden -1 de difracción y los demás son bloqueados. Con esto se asegura que el haz del orden -1 se retrorrefleje en el espejo y reproduzca su trayectoria de regreso al AOM, independientemente del valor de la frecuencia de modulación.

Esta última afirmación se puede visualizar de la siguiente manera. En la figura 4.4 se dibujan los momentos y, de la ecuación 4.3b, para el haz de ida se cumple que $k_i - \kappa_f = k_d$, de manera que el haz sale del cristal con una frecuencia Ω por debajo del valor incidente. Del viaje de vuelta se obtiene una vez más la resta entre los vectores $k'_i - \kappa_f = k'_d$. Este nueva dirección de k'_d coincide con la de k_i y la diferencia en frecuencia es ahora de 2Ω .

El funcionamiento del AOM depende tanto de los parámetros físicos de la onda mecánica, de las características del haz así como de su correcta alineación. Para la manipulación de la onda mecánica se cuenta con un controlador modelo DRFAXX que ajusta sus parámetros, como lo son la frecuencia Ω , su amplitud, entre otros. No obstante, para que el cristal funcione correctamente necesita ser alimentado de una onda rf con una potencia de al menos 0.5 W. Por ello, el AOM también cuenta con un amplificador AMPA-XX que puede suministrar una potencia de hasta 2 W. La figura 4.5 muestra un esquema de las conexiones y de las funciones del driver. Más detalles de las características de las componentes, montaje e instalación se encuentran en [53, 54, 55].

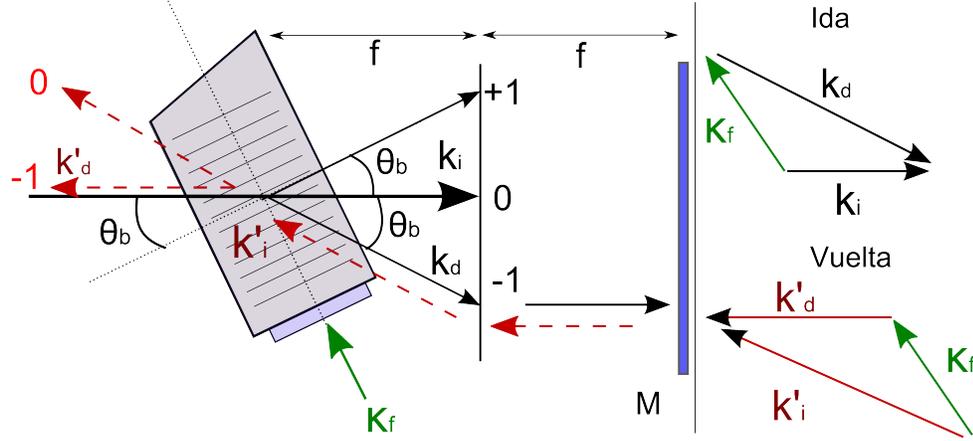


Figura 4.4: Esquema geométrico de la configuración AOM de doble paso. Se muestran tres órdenes de difracción a la salida del AOM, que son $-1, 0$ y $+1$. De igual forma, se ilustran las direcciones de ida con los vectores K_i y K_d . La salida del orden -1 se etiqueta con K_d . Los vectores de vuelta son K'_i y K'_d . El ángulo de difracción de Bragg se denota con θ_B . Del lado derecho se observa, de la resta de los vectores, que K'_d coincide en dirección con K_i .

Con lo que respecta a las características del haz, este necesita de un diámetro de entre $0.3 < d < 1.2$ cm y llevar una polarización que sea lineal, ya sea horizontal o vertical. Para lograr dichas dimensiones se utiliza un telescopio Galileano con dos lentes plano convexas de 100 mm y 35 mm de distancia focal que reduce la cintura del haz por un factor de tres. El diámetro estimado, en FWHM, es de 0.3 mm.

Una vez que se obtiene el tamaño del haz correcto se procede a realizar una serie de pasos para optimizar la eficiencia de difracción. Primero, el AOM se coloca en una montura que tiene dos grados de libertad que pueden ajustarse de manera fina. Uno de estos tornillos se encargará de variar el ángulo de Bragg. Luego, se acomoda la entrada del AOM a la altura del haz, y se orienta de tal manera que se puedan observar un mínimo de cuatro haces (tres órdenes de difracción) en una pantalla. Después de esto, con ayuda de un medidor de onda, y girando ambos tornillos, se maximiza la intensidad del orden que se desea. Asimismo, se puede incrementar este valor al ajustar tanto el voltaje de amplitud MOD, como también el voltaje de la frecuencia MOD. El valor óptimo de estos voltajes, con las características del haz, se encuentran en 4.1 V y 8.5 V respectivamente. Finalmente, se pueden ajustar los parámetros de potencia y ganancia para maximizar la intensidad del haz difractado.

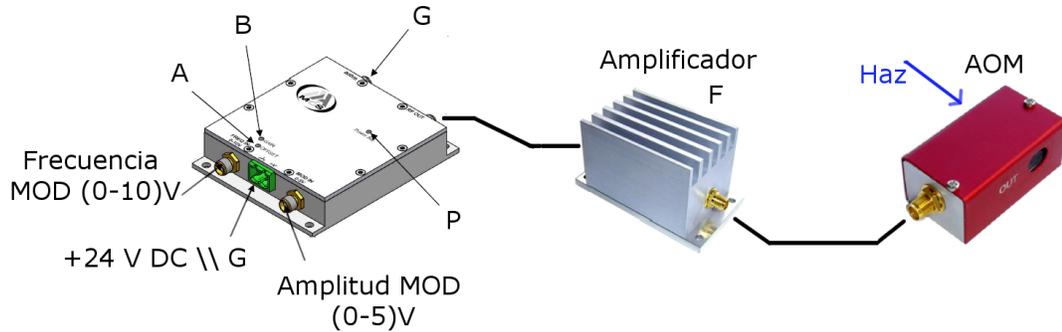


Figura 4.5: Conexiones driver-amplificador-AOM. A: Ajusta el centro de frecuencia, B: Ajusta el rango de amplitud de la frecuencia, G: salida BNC para visualizar la onda en el osciloscopio (opcional), P:ajusta la potencia de modulación, F: entrada de suministro de voltaje y corriente: (± 24 V, 0.17 A).

Para calcular la eficiencia de difracción, primero se mide la potencia del haz P_i , antes de incidir sobre el cristal. Después, se mide la potencia P_{d_1} del orden -1 y, estimando las pérdidas en los elementos ópticos, se mide la potencia P_{d_2} del nuevo haz -1 , justo después del cubo PBS₂. De esta manera, se calcula la razón entre P_i y P_{d_2} . Empero, para maximizar la potencia en la transmisión de PBS₂, se utiliza un retardador de onda de $\lambda/4$, cuyo eje rápido de polarización es orientando de tal forma que, cuando el haz pase dos veces por este, su polarización lineal rote en 90° . De esta manera, llegará al PBS₂ con una polarización horizontal. Así se calcula que la eficiencia de difracción después del segundo paso es de $\approx 51\%$.

Analizador de espectros

Para medir la frecuencia de modulación Ω con una precisión de ≈ 200 kHz, se implementa una técnica homodina en donde se superponen dos haces de distintas frecuencias que provienen de una misma fuente en un fotodetector. Cuando se cumplen ciertas condiciones se genera un batimiento, es decir, una señal que muestra la diferencia de frecuencia entre ambas. Más información sobre las condiciones de batimiento se puede encontrar en [56]. Para esta técnica se utiliza un analizador espectral de la empresa ROHDE & SCHWARZ. Este aparato mide la potencia espectral de una señal en función de sus componentes de frecuencia. Como se muestra en la figura 4.1), el haz principal y el modulado se juntan en el PBS₃ y de allí, se hacen incidir en un fotodiodo rápido ET-2030A (*Amplified Silicon Detector*). Este fotodiodo tienen un pico máximo de respuesta en 800 nm, no obstante, aún se puede utilizar para medir una longitud

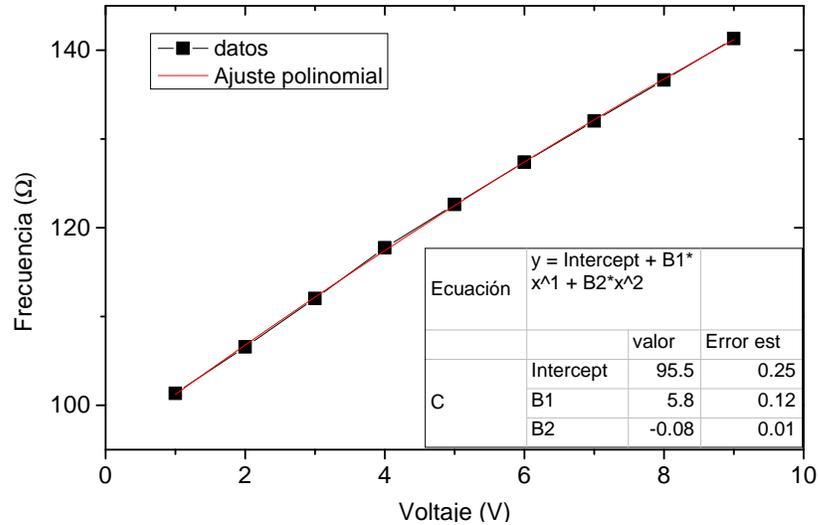


Figura 4.6: Comportamiento del cambio de frecuencia 2Ω dividido entre dos en función del voltaje aplicado.

de onda de 420 nm. De esta forma se obtiene un pico lorentziano con una intensidad logarítmica, cuyo centro, que corresponde con la diferencia de frecuencias, se puede medir con la precisión mencionada.

Con esta técnica homodina se puede medir la linealidad de la respuesta del AOM en función del voltaje aplicado. En la gráfica 4.6 se muestra un ajuste polinomial para una diferencia de frecuencia de 2Ω dividido entre dos en función del voltaje aplicado a FREQ MOD. El valor de $B_2 = -0.08$ cuantifica la no linealidad. Esto significa que la respuesta difiere de una recta en 1.3%. Esto es consistente con las especificaciones del fabricante, cuyo valor típico de no linealidad difiere en 5%.

Cabe mencionar que con este método homodino no se puede medir el ancho de línea del laser. Para ello se necesita un retraso de uno de los haces con respecto del otro. Dicho retraso debe de ser mayor que el tiempo de coherencia del laser ya que, de lo contrario, las fluctuaciones de fase se correlacionan y el aparato medirá un ancho de línea mucho menor que el valor real. Se puede encontrar más información de esta situación en las referencias [58], [59].

4.2 Segunda transición dipolar, transición Rydberg.

A continuación se presenta el sistema de producción y detección óptica de átomos de Rydberg. El montaje experimental se ilustra en la figura 4.7. En él se utilizan los láseres de 420 nm y 1050 nm en configuración contra-propagante. Estos haces se superponen lo largo de una celda espectroscópica que contiene un vapor atómico de rubidio colocado dentro de un horno. Uno de los brazos del haz de 420 nm se lleva hacia la espectroscopia descrita anteriormente para realizar el anclado y modulación de la frecuencia. El segundo brazo del haz se junta con un el haz modulado mediante un PBS que se encuentra antes de la celda. Además, se coloca un espejo dicróico para separar las longitudes de onda involucradas. De esta forma, se llevan ambos haces de 420 nm al sistema de detección A.

Antes de llevar el haz de 1050 nm al horno, se divide en dos haces con un PBS, en donde la componente vertical es usada como una prueba de emisión unimodal y medición de sintonía del laser. Para lo primero se utiliza un interferómetro de Fabry Perot (FPI, por sus siglas en inglés *Fabry Perot Interferometer*), de la empresa de Thorlabs modelo SA200-8B. Para lo segundo se emplea un medidor de onda (WM) Bristol 521, con una precisión de 50 pm a una longitud de onda de 1000 nm.

La componente horizontal del haz se transmite por el espejo dicróico y se superpone con los dos haces de 420 nm a lo largo del horno. Al sintonizar el laser a la resonancia Rydberg, los cambios en la radiación generados tras la excitación $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ son detectados por los sistemas de detección A y B.

4.2.1 Laser Littrow de 1050 nm

El laser de 1050 nm es otro laser de cavidad externa que se esquematiza en la figura 4.8. Sin embargo, a diferencia del anterior, este es un laser en configuración Littrow que fue diseñado, construido y caracterizado en el laboratorio de átomos fríos. Para obtener más información acerca de su construcción, operación y funcionamiento, se puede consultar [67]. En la tabla 4.2 se enlistan las principales características del laser. En él se utiliza una rejilla de difracción como elemento selector de longitudes de onda y es la que define la longitud de la cavidad externa junto con la cara posterior del diodo laser (el cual cuenta con un recubrimiento reflector para dicha región de longitudes de onda). Básicamente, la finalidad de la rejilla es la de producir en el diodo láser una retroalimentación óptica con la radiación generada en el orden -1 de difracción, la cual regresa al diodo de manera coincidente con la radiación que se emite.

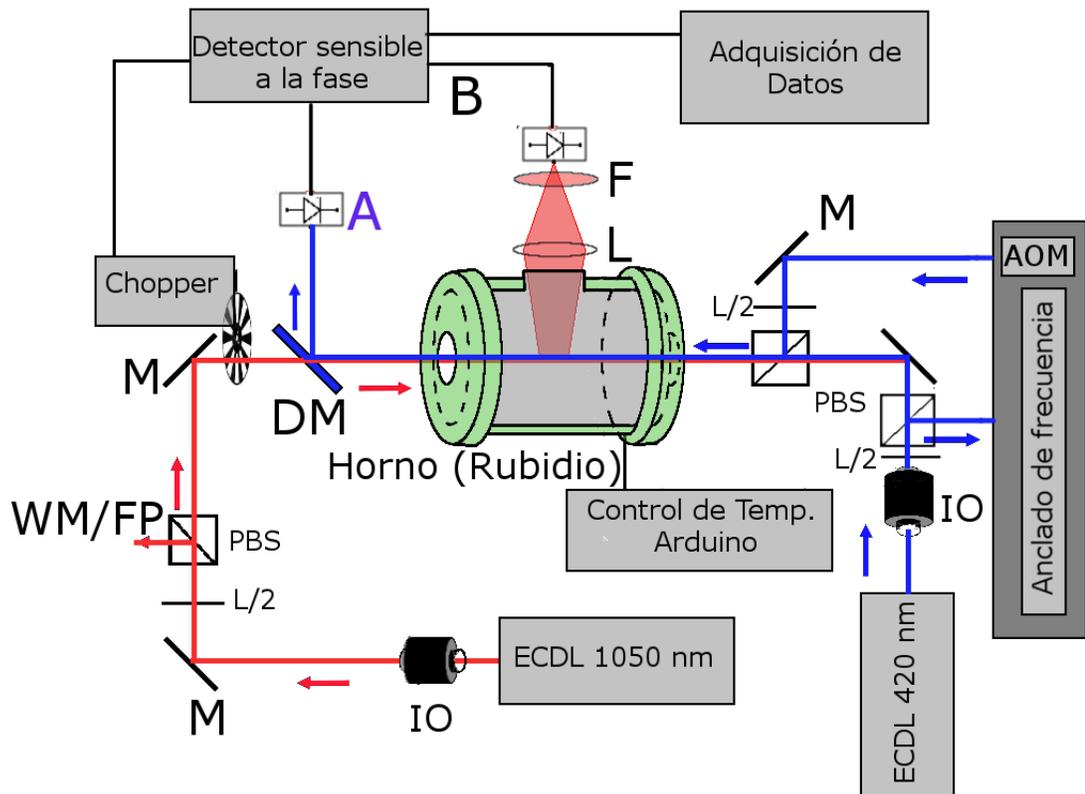


Figura 4.7: Esquema experimental para la transición $6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$. DM: espejo dicróico, L: Lente plano convexa de 35 mm, F: Filtro pasabandas de 780 nm, WM/FP: Hacia Medidor de onda y Fabry Perot, A: Registro de cambios en la absorción de los haces de 420 nm con el fotodiodo FGAP71, B: registro de cambios en la absorción de los haces de 780 nm con el fotodiodo FDS100.

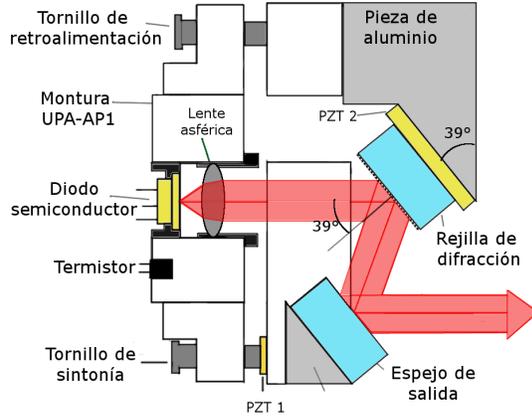


Figura 4.8: ECDL: Láser de cavidad extendida de 1050 nm. Las piezas de aluminio se diseñan de tal manera que se forma un ángulo de 39° entre la dirección de propagación del haz y la normal de la superficie de la rejilla. Este diseño tiene dos elementos transductores PZT, uno detrás de la rejilla de difracción y el segundo se encuentra aprisionado por el tornillo, sobre el brazo de la montura.

La ecuación que describe el ángulo necesario al que debe colocarse la rejilla para que la longitud de onda se sintonice a la resonancia atómica de Rydberg es

$$2d\sin(\alpha) = m\lambda \quad (4.4)$$

donde d es la distancia entre los surcos y m es el orden de difracción. Esta ecuación se obtiene de considerar la geometría de la rejilla. Conociendo entonces la separación d , se obtiene que la rejilla debe colocarse a un ángulo de $\alpha = 39^\circ$ desde la normal de la superficie y con respecto a la dirección de propagación de la radiación. Dado este ángulo, la longitud de onda que satisface la ecuación 4.4 es 1049 nm. A partir de este valor se ajusta la longitud de onda del láser, utilizando el tornillo de sintonía que se muestra en la figura 4.8, y se lleva al valor de resonancia atómica de 1051.24 nm. Al realizar este movimiento es posible que se requiera ajustar el tornillo de retroalimentación. Esto debido a que los grados de libertad mecánicos, en este diseño, se encuentran acoplados. A diferencia del láser *Cat-eye*, los parámetros físicos de este diodo y el voltaje del PZT, se controlan con módulos distintos. Para ajustar la corriente y la temperatura del diodo se utiliza un controlador *Lightwave*.

4.2.2 Sistema de Detección

Los sistemas de detección utilizan fotodiodos adquiridos en *Thorlabs*. Cada uno de estos fotodiodos se colocan en una geometría que es independiente y complementaria de la otra. En el sistema A, (el fotodiodo A, de la figura 4.7) se detecta un aumento en la absorción del haz de prueba de 420 nm mediante un fotodiodo FGAP71 como

Longitud de onda (nominal)	1049 <i>nm</i>
Rango de Operación (λ)	>15 <i>nm</i>
Corriente Umbral (Ret.)	25.7 <i>mA</i>
Potencia de Salida (a 180 <i>mA</i>)	\sim 90 <i>mW</i>
Corriente máxima en módulo	200 <i>mA</i>
Polarización de Salida (Ortogonal al plano de incidencia)	vertical
Ancho de Banda	<7.5 <i>MHz</i>

Tabla 4.2: Principales parámetros del láser 1050 nm.

función de la sintonía del haz de 1050 nm. En el sistema B (el fotodiodo B, de la figura 4.7) se coloca un fotodiodo FDS100 de manera análoga al sistema de detección para la primera excitación atómica, es decir, de forma perpendicular respecto a la dirección de propagación de los haces de excitación. Los rangos de sintonía de longitudes de onda para ambos fotodiodos, FDS100 y FGAP71, van desde 350 nm y hasta 1100 nm, y desde 155 nm y hasta 550 nm respectivamente.

Una vez más, lo que se quiere es optimizar la razón de señal a ruido en cualquiera de las dos geometrías de detección. Para realizarlo, primero se controla la temperatura de un horno y por consiguiente la densidad del vapor en la celda de rubidio. Luego, se discrimina el ruido de la señal en el registro de los cambios de intensidad de la radiación.

El horno y su sistema de control

Para mejorar la razón de señal a ruido en cualquiera de las dos geometrías de detección, se incrementa la densidad del gas de rubidio mediante el aumento de temperatura. Esto se consigue colocando la celda dentro de un horno que cuenta con un sistema de control de temperatura (véase figura 4.9). Para el software del sistema se emplea la plataforma de Arduino, y con ello se logra variar la temperatura desde 19 °C y hasta 113 °C con una estabilidad de ± 0.2 °C. Para más información sobre el funcionamiento y construcción del horno se puede consultar [60].

El horno consiste de 3 calentadores de silicón de la empresa *Omega* que se enrollan alrededor de la celda. Estas, al conectarse en serie, presentan una resistencia de 16 Ω y cuando se hace pasar una corriente eléctrica a través de ellas pueden disipar hasta una potencia de 10 W. Además, se colocan 3 sensores LM35 (calibrados en °C) que recopilan y promedian el valor de temperatura en cada ciclo de adquisición. Todo esto se soporta sobre una base de teflón alrededor de la cual se coloca fibra de vidrio que

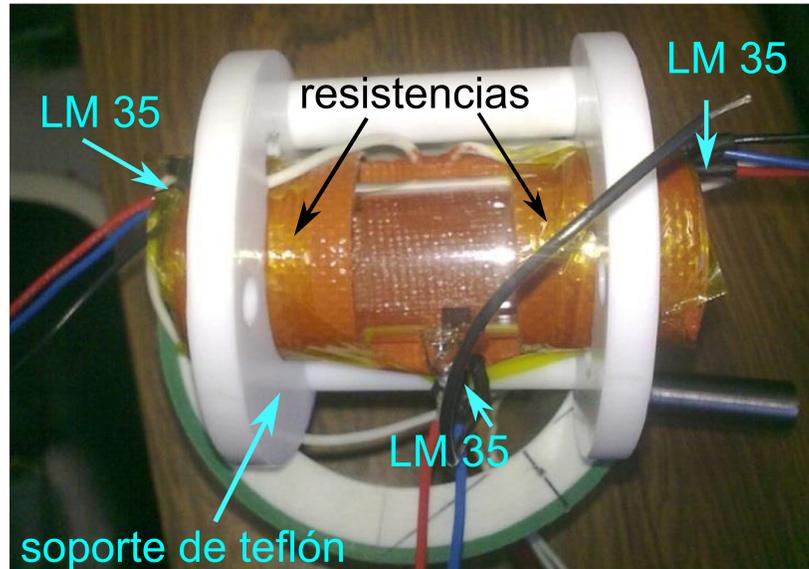


Figura 4.9: Muestra los sensores de temperatura LM35 y las resistencias del horno.

ayuda a disminuir la pérdida de calor. Finalmente, toda esta estructura se coloca adentro de una cubierta adiabática hecha de PPR (copolímero aleatorio de polipropileno), tanto el tubo como las tapas, cuya conductividad térmica es de sólo el 0.005% de un metal convencional.

Detección en fase

El valor del elemento de matriz de la transición $6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$ (discutida en la sección 2) sugiere una baja probabilidad de excitación. Por ello se utiliza la técnica de detección en fase utilizando dos amplificadores Lock-In. El primero de ellos se utiliza para amplificar los cambios en fluorescencia infrarroja y es el *Princeton Applied Research* Modelo 5209 [61]. El segundo se utiliza para amplificar los cambios en la absorción de 420 nm y es el *Stanford Research Systems* Modelo SR124 [62]. En esencia, un dispositivo de este tipo es usado para detectar señales AC que son pequeñas en comparación con el ruido proveniente de diversas fuentes (ruido blanco, y ruidos $\sim 1/f$ provenientes de cambios de temperatura, derivas de los materiales involucrados, etc...), aún cuando la señal se encuentre inmersa dentro de dicho ruido. El funcionamiento típico de un Lock-In consiste en filtrar una señal de entrada, multiplicarla por una señal de referencia y promediarla temporalmente. Usualmente los tiempos de integración para realizar dicho promedio van del orden desde milisegundos, hasta segundos. Del resultado se obtiene

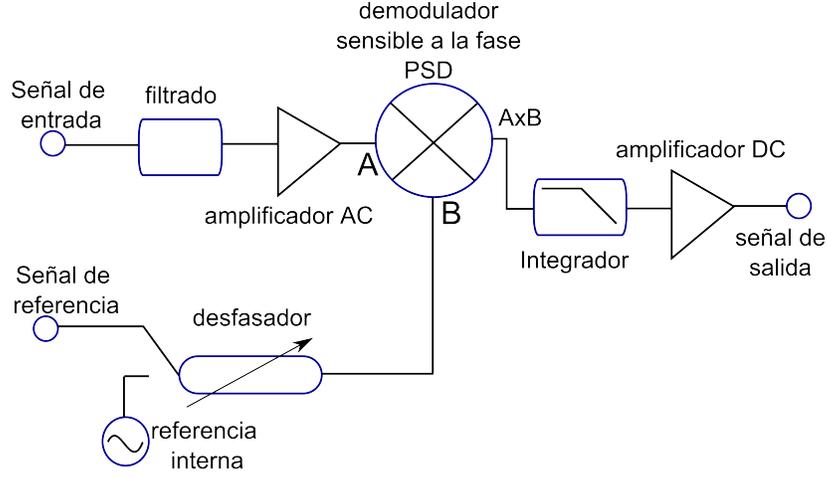


Figura 4.10: Esquema del funcionamiento del amplificador sensible a la fase

una señal DC en donde cualquier contribución en la señal que no tenga la misma frecuencia o que lleve una fase distinta a la de referencia, es atenuada a cero. Esta es la razón por la cual un Lock-in es un detector sensible a la fase. En la figura 4.10 se muestra un esquema general de estos detectores.

La señal de referencia se genera con un modulador mecánico (*Optical Chopper*) cuya función es la de interrumpir periódicamente una señal, en este caso la que es generada por el laser que induce a la transición $20S_{1/2}$, a una cierta frecuencia. Con esto, el Lock-In tomará la primera componente de Fourier de la señal provista por el modulador. Matemáticamente, si se tiene una señal

$$V_s = V_0 + V_{ruido}(t) \quad (4.5)$$

donde V_0 es la señal que queremos detectar y V_{ruido} es el ruido en la señal que engloba ruido blanco y ruido por derivas en los componentes electrónicos $\approx 1/f$ [63]. Si esta señal se envía al amplificador y el *Chopper* genera una señal cuadrada de corte, el Lock-In multiplicará a V_s con las componentes de frecuencia de corte ω_{ref} y traducirá esta señal en

$$V_{psd} = \left\langle \sum_n V_n \sin(\omega_n t + \phi_n) \sin(\omega_{ref} t + \phi_{ref}) \right\rangle + \langle V_{ruido}(t) \sin(\omega_{ref} t + \phi_{ref}) \rangle \quad (4.6)$$

en donde V_n es la amplitud de cada componente de frecuencia, t_c se define como la constante de tiempo. El término de promedio temporal que contiene al ruido se atenúa

a cero a medida que t_c se alarga, de modo que si tomamos un tiempo suficientemente largo $t_c \gg 1$, entonces $\langle V_{ruido}(t) \sin(\omega_{ref}t + \phi_{ref}) \rangle \rightarrow 0$ (en el caso ideal). Utilizando la identidad trigonométrica

$$\sin(x)\sin(y) = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2} \quad (4.7)$$

podemos reescribir a cada término del primer promedio temporal como

$$V_{psd} = \frac{1}{2} [\cos([\omega_s - \omega_{ref}]t + \phi_s - \phi_{ref}) - \cos([\omega_s + \omega_{ref}]t + \phi_s + \phi_{ref})] \quad (4.8)$$

Por ortogonalidad en las funciones seonidales, el integrando será distinto de cero cuando se cumpla la condición $\omega_s = \omega_{ref}$. Además, en general, el amplificador aplica un filtro pasabajos y atenúa las componentes de frecuencia grandes, como es en este caso $\omega_s + \omega_{ref}$. Entonces, el único término que sobrevive que es distinto de cero es

$$V_{psd} = V_c \cos(\phi_s - \phi_{ref}) \quad (4.9)$$

De esta manera se obtiene una señal DC que depende de la diferencia entre las fases $\phi_s - \phi_{ref}$, misma que se logra ajustar en el experimento para optimizar el cociente de señal a ruido.

Circuito de los fotodiodos

El rango de frecuencia del chopper va desde decenas de 100 Hz hasta 1 kHz. En este trabajo se utiliza a la frecuencia máxima a fin de contar con el mayor número de datos para promediar. Por ello se requiere que los fotodiodos puedan seguir los cambios de intensidad de la radiación a esta velocidad (1 ms ó 1 kHz) ya que, si no lo hacen, pueden presentar asimetrías en los tiempos de respuesta que repercuten directamente en la forma de las señales.

El circuito que recomienda Thorlabs para el correcto funcionamiento de los fotodiodos se muestra en 4.11. En él, se induce la polarización del fotodiodo con un voltaje V_c . Luego, se obtiene un filtro pasabajos con una resistencia de valor R_1 y un capacitor de valor C_1 . El tiempo de respuesta recae en el valor de la capacitancia del diodo C_j y en la resistencia de carga R_L como

$$t_r = 2\pi(0.35)R_L C_j \quad (4.10)$$

La capacitancia del diodo tiene un valor de $C_j = 1000$ pF. El voltaje de respuesta también se relaciona con R_L mediante la fórmula,

$$V_0 = PR(\lambda)R_L \quad (4.11)$$

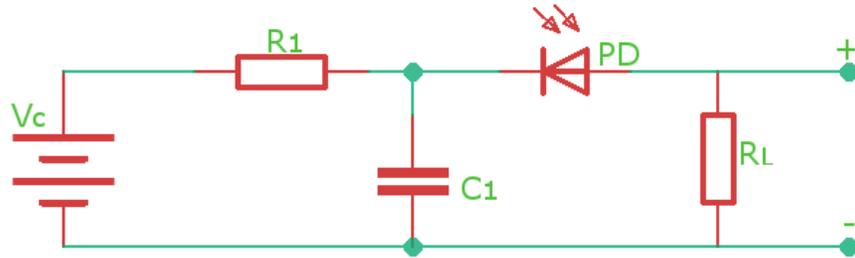


Figura 4.11: Circuito recomendado para el funcionamiento de ambos fotodiodos. PD: fotodiodos FGAP71 y FDS100. V_c puede estar en un rango desde 0 V hasta 5 V, y desde 0 V hasta 25 V respectivamente. $C_1 = 1000$ pF, $R_L = 1$ kHz. De la evaluación realizada, los valores óptimos para las resistencias de carga son: $R_L = 30$ kHz y $R_L = 340$ kHz respectivamente.

Resistencia ($k\Omega$)	tiempo de subida(bajada) (μs)
18	140(140)
30	160(160)
60	230(190)

Tabla 4.3: Se enlistan los tiempos de respuesta del fotodiodo FGAP71 para cada resistencia de carga.

en donde $\mathbf{R}(\lambda)$ es la responsividad que es función de la longitud de onda y depende del material semiconductor.

De las ecuaciones 4.10 y 4.11 se observa además que existe un compromiso entre la cantidad de la señal medida y el tiempo de respuesta que se desea. Es decir, cuando la intensidad de la señal se amplifica, el tiempo de respuesta crece.

Para evaluar R_L se realizan pruebas con ambos fotodiodos, FDS100 y FGAP71. Se utiliza el chopper a una frecuencia de 1 kHz para cortar la radiación que incide sobre ellos. Luego, se miden los tiempos que tarda la señal en llegar al máximo. Las mediciones se enlistan en la tabla 4.3. Como las subidas de las curvas son muy suaves, se opta por medir dicha señal cuando llega al 90% del máximo (o mínimo) para una resistencia de carga R_L dada.

A manera de ejemplo se muestran las señales intermitentes del fotodiodo FGAP71 en la figura 4.12. Se observa que para valores mayores a $R_L = 60$ k Ω , la respuesta del

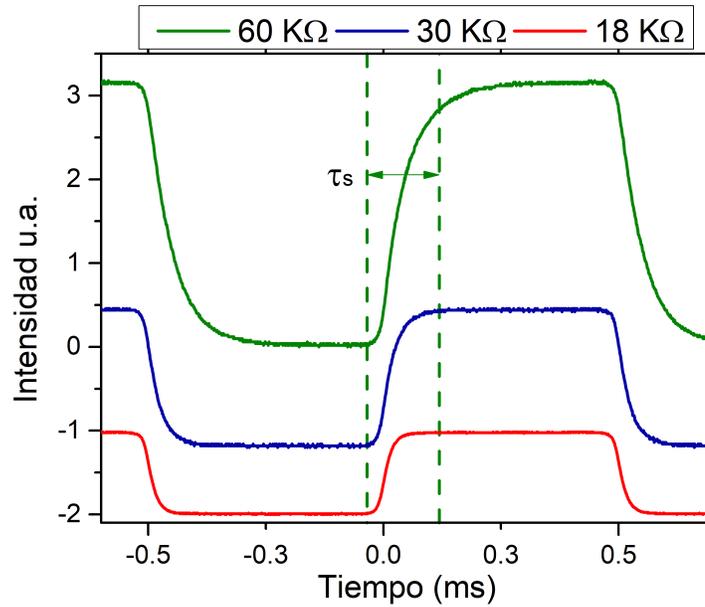


Figura 4.12: Respuestas capacitivas del fotodiodo FGAP71, para 3 resistencias de carga diferentes. Se utiliza una potencia de 345 μW . Para la resistencia de 60 k Ω , el tiempo de subida es $\tau = 230 \mu\text{s}$.

fotodiodo empieza a ser muy lenta para seguir las variaciones de la radiación. Con base en estos resultados se utiliza una resistencia de carga de 30 k Ω y 340 k Ω para los fotodiodos FGAP71 y FDS100 respectivamente.

Capítulo 5

Resultados

En esta sección se presentan los resultados del trabajo realizado en esta tesis. Primero, se exponen a detalle los espectros de fluorescencia debido a la transición $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Luego, empleando la técnica de disminución de fluorescencia resonante por emisión estimulada, descrita en el capítulo 3, se logran identificar todas las resonancias atómicas de la estructura hiperfina, así como también todas las transiciones inducidas por efecto Doppler. Además, se exponen los espectros en donde se utiliza un segundo haz de 420 nm modulado a una frecuencia de $\Delta = 254.6$ MHz por debajo del haz principal, con el cual se establece una escala absoluta de frecuencia. Para ello, también se identifican cada una de las líneas involucradas en dichos espectros y, además, se ajustan los perfiles Lorentzianos respectivos para obtener un conocimiento preciso de las posiciones correspondientes a cada transición. Con la información descrita hasta el momento se logran medir las separaciones energéticas de la estructura hiperfina del estado $6P_{3/2}$. Se comparan los resultados con respecto a otros experimentos que reportan mediciones más precisas [31], se discuten los factores que contribuyen a la barra de error y se mencionan las posibles mejoras para minimizar dichas contribuciones. Después, se discute y analiza la estabilización (anclado) del láser a cualquiera de las líneas observadas en los espectros.

Para la segunda parte se exponen a detalle los espectros de la transición $6P_{3/2} \rightarrow 20S_{1/2}$ registrando las variaciones en la intensidad de radiación. Para ello se emplean dos distintas geometrías en el esquema de detección. Se identifican las líneas de las transiciones a Rydberg y, además, se aprovecha la espectroscopia por selección de velocidades para observar e identificar su estructura hiperfina. Con los espectros provistos por el haz modulado se encuentra un buen acuerdo con los valores reportados por Spreeuw et. al. [68] para la separación del nivel hiperfino del estado $20S_{1/2}$ en ^{87}Rb . Además, al igual que en la primera parte del experimento, se discuten los principales

factores de incertidumbre en las mediciones y los límites de la metodología implementada.

5.1 Fluorescencia infrarroja de 780 nm por la transición $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$

Con el esquema de detección reportado en este trabajo se obtiene una espectroscopia sub-Doppler en donde el cociente de señal a ruido es de hasta (14:1) con una potencia de 7.8 mW en la radiación azul de 420 nm. Esto se logra ya que se utiliza el tubo PMT para registrar los cambios en la fluorescencia infrarroja de 780 nm y 795 nm proveniente de los estados $5P_{3/2}$ y $5P_{1/2}$ respectivamente ¹. Como se ha discutido ampliamente en el capítulo 2, los decaimientos a partir de $6P_{3/2}$ son hacia los niveles $6S_{1/2}$, $4D_j$, ó directamente hacia $5S_{1/2}$ (en cuyo caso se obtiene fluorescencia de 420 nm). Las tasas de decaimiento respectivas son 0.55, 0.22 y 0.23 respectivamente. Luego, tal y como lo ilustra el diagrama 1.2, es claro que debe resultar más eficiente una mejor señal al detectar cambios en la fluorescencia infrarroja. Además, si se midieran los cambios en la radiación de 420 nm se tendría una contribución de fondo proveniente de la dispersión de la radiación azul a lo largo de la celda, lo que saturaría al PMT.

En la gráfica de la figura 5.1 se muestra la fluorescencia de la radiación infrarroja extraída directamente del osciloscopio. Este espectro aparece por la interacción de un solo haz de 420 nm con el gas de rubidio empleando una potencia de 1.5 mW. Presenta un perfil de cuatro curvas que son predominantemente gaussianas debido al ensanchamiento Doppler. La línea en rosa representa la rampa periódica de voltaje $V_{PZT}(t)$ aplicado al PZT del láser. La frecuencia del láser ν_{420} aumenta conforme decrece el voltaje de la rampa. Debido a la periodicidad en la rampa, el perfil de alguna transición atómica aparecerá al cabo de un tiempo $1/\nu_{PZT}$, en donde ν_{PZT} es la frecuencia del PZT. Además, el tamaño del barrido de la frecuencia estará determinado por la amplitud V_{pp} de la rampa.

Una de las cosas que se desea medir del espectro son las diferencias de energía (en frecuencia) entre los niveles atómicos involucrados en los procesos de excitación estudiados. Para esto se requiere de una calibración que nos permita convertir diferencias de voltaje $\Delta V_{PZT}(t)$ en diferencias de frecuencia $\Delta\nu_{420}$. Ya que V_{PZT} es una función lineal con el tiempo (como se observa en la parte alta de la figura 5.1), se pueden registrar las mediciones ΔV y Δt , siendo $\Delta t = t_2 - t_1$ la diferencia para la cual

¹Aunque en este experimento la radiación de 795 nm es atenuada por el filtro, véase la sección 4

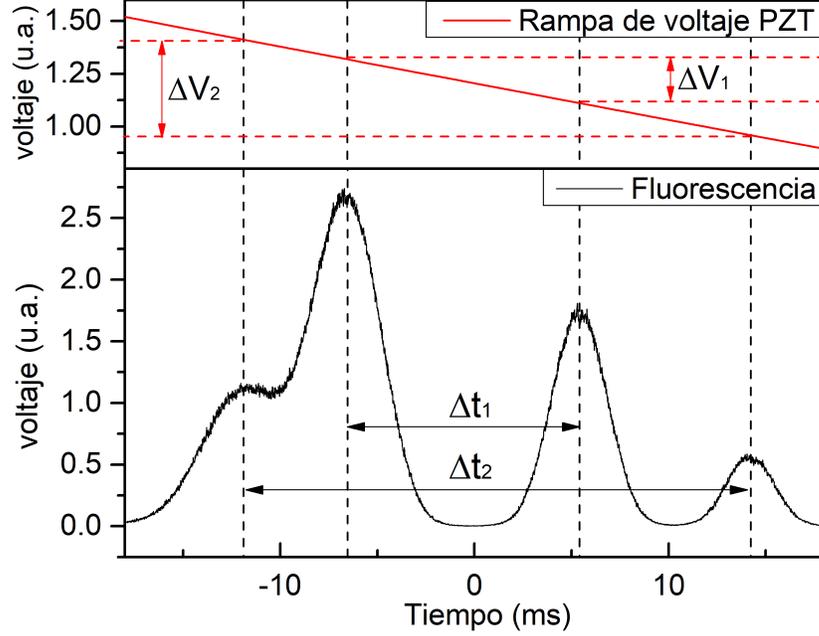


Figura 5.1: De las cuatro curvas que se observan de izquierda a derecha, la primera y cuarta corresponden respectivamente con las transiciones $5S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 6P_{3/2}(F = 3, 2, 1)$ y $5S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 6P_{3/2}(F = 2, 1, 0)$ del isótopo ^{87}Rb . La segunda y tercera, de ^{85}Rb , con $5S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{3/2}(F = 4, 3, 2)$ y $5S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 6P_{3/2}(F = 3, 2, 1)$ respectivamente. La parte superior de la figura muestra la rampa lineal de voltaje aplicado al PZT del láser. Con esta información se puede inferir que conforme disminuye el voltaje del PZT V_{PZT} , aumenta la frecuencia del laser ν_{420} .

$V_{PZT}(t_2) - V_{PZT}(t_1) \equiv \Delta\nu_{420}$. De tal forma se obtendrá una equivalencia entre tiempo y frecuencia, $\Delta t \equiv \Delta\nu_{420}$ ó voltaje y frecuencia $\Delta V_{PZT}(t) \equiv \Delta\nu_{420}$.

Empero, para el espectro de la figura 5.1 existen varios factores por los que no se puede establecer una calibración directa y absoluta de frecuencia. Estos son a causa de la temperatura del vapor atómico en la que se realiza la medición. Por dicha temperatura las líneas atómicas de resonancia del estado $6P_{3/2}$ se ensanchan y se pierde información en la estructura hiperfina. Además, cada una de estas líneas tiene una intensidad dada por las probabilidades de transición dipolar eléctrica por lo que, debido a las alturas relativas entre las líneas, puede haber un peso significativo en las gaussianas tal que modifique las posiciones de los máximos. Por esto mismo no es posible aseverar que los puntos máximos de cada curva correspondan con los centros de gravedad de los

niveles involucrados. Por lo anterior, no se puede discutir más allá de lo hecho hasta el momento, sin embargo, en la siguiente sección se empleará la retroreflexión del haz para observar a detalle la estructura hiperfina del nivel $6P_{3/2}$.

5.2 Espectroscopia sub-Doppler de fluorescencia

En esta sección se presentan los resultados obtenidos del análisis de espectroscopia sub-Doppler. En la parte superior de las figuras 5.2 y 5.3 se muestra una comparación del espectro fluorescente con y sin haz retrorreflejado. Cuando se tiene únicamente un haz de 420 nm atravesando la celda que contiene rubidio, se obtienen las curvas en verde que describen una distribución gaussiana de Maxwell-Boltzmann debido, una vez más, a que la radiación interactúa con todo el perfil de velocidades atómicas. La señal se obtiene utilizando el sistema de detección descrito en la sección 4.1.2. La potencia para el haz es 3 mW con el cual, para un área transversal de $\sim 130\text{ mm}^2$, se tiene una intensidad de $\sim 40\text{ }\mu\text{W/mm}^2$. En el momento en que se contra-propaga el haz, regresando de manera colineal y superpuesta con el primero, ambos haces interactúan de manera simultánea con todos los átomos para los que el corrimiento Doppler compensa la desintonía de la luz con respecto a las resonancias. Lo anterior induce una disminución de fluorescencia justo en estas frecuencias de corrimiento dentro de los perfiles gaussianos del espectro. Como se explicó en la sección 3, esto se traduce en la aparición de perfiles Lorentzianos sobre las curvas Gaussianas.

Una ampliación en las regiones de interés se logra al reducir la amplitud del barrido de voltaje del PZT V_{pp} . En la parte b y c de las figuras 5.2 y 5.3 se muestran las líneas hiperfinas correspondientes a las transiciones para ambos isótopos, partiendo de los niveles hiperfinos del estado base. Las transiciones atómicas están representadas en las gráficas por líneas sólidas de color verde y se etiquetan con los números cuánticos F' respectivos. Los entrecruzamientos, que se explican en la sección 3.4, se representan mediante líneas negras punteadas. En la tabla 5.1 se enlistan las etiquetas de todos los picos observados.

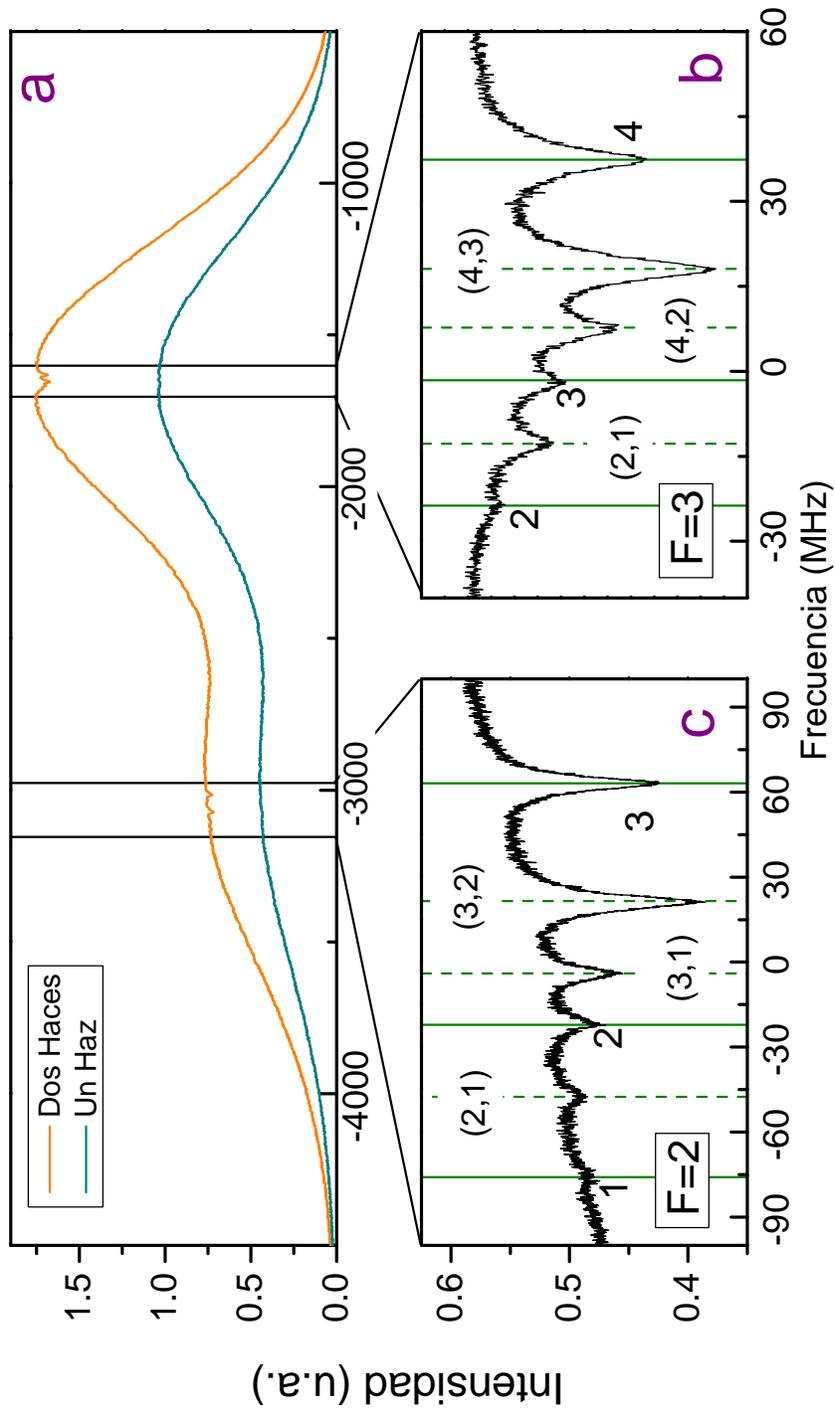


Figura 5.2: Superior (a): Espectros correspondientes a las transiciones de F altas, con y sin haz retrorreflejado. Inferior: Ampliación de la curva anaranjada. La región se encuentra limitada por líneas negras sólidas. La resolución de frecuencia aumenta en un factor de 33. El rango de frecuencias para ^{87}Rb (c) es de 200 MHz, y para ^{85}Rb (b) es de 80 MHz.

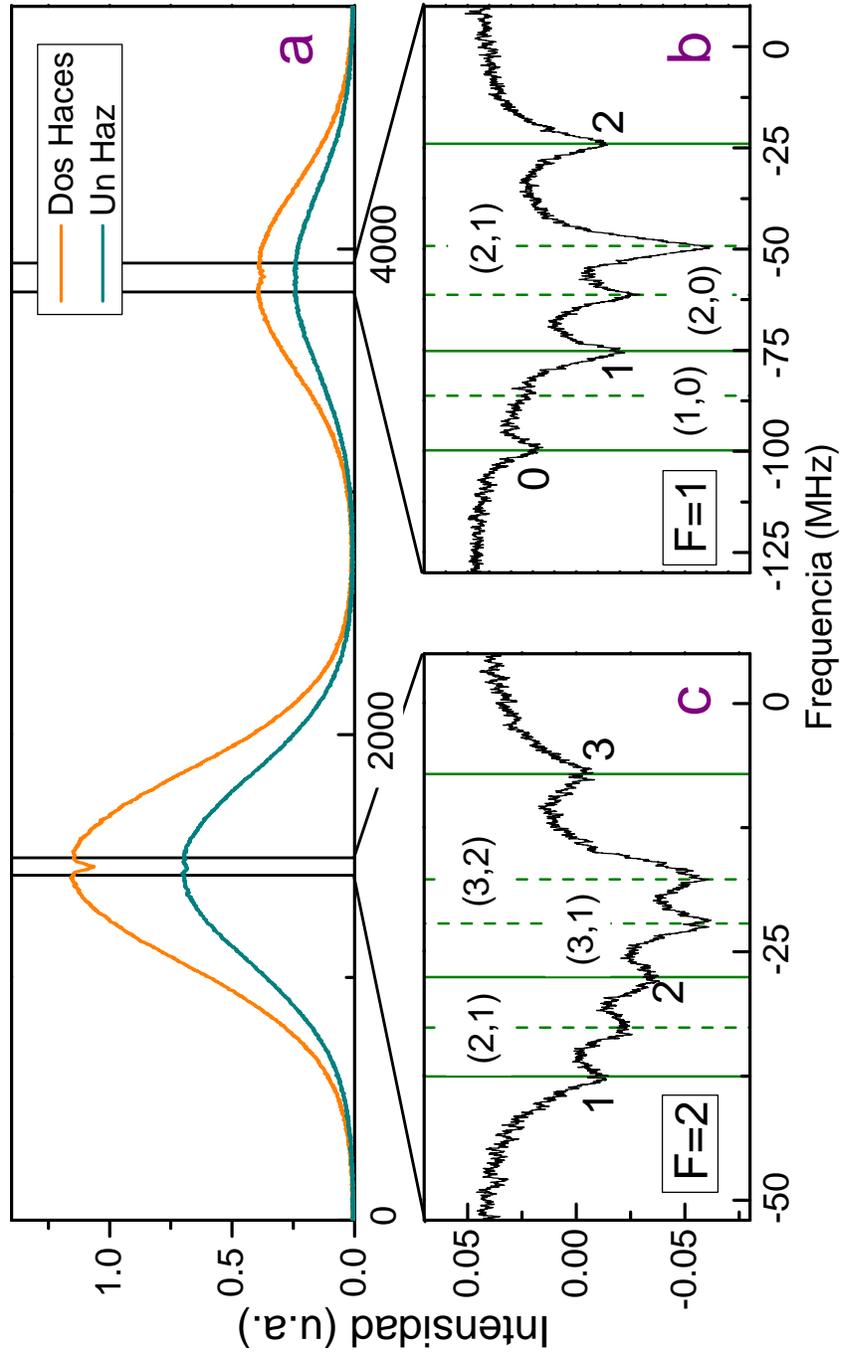


Figura 5.3: Superior: Espectros correspondientes a las transiciones de F chicas, con y sin haz retrorreflejado. Inferior: Ampliación de la curva anaranjada. La región se encuentra limitada por líneas negras sólidas. La resolución de frecuencia aumenta en un factor de 40. El rango de frecuencias para ^{87}Rb (b) es de 120 MHz, y para ^{85}Rb (c) es de 45 MHz.

Transiciones $5s_{1/2} \rightarrow 6p_{3/2}$					
^{87}Rb			^{85}Rb		
F	\rightarrow	F'	F	\rightarrow	F'
2	\rightarrow	3	3	\rightarrow	4
		(3,2)			(4,3)
		(3,1)			(4,2)
		2			3
		(2,1)			(3,2)
1	2				
1	\rightarrow	2	2	\rightarrow	3
		(2,1)			(3,2)
		(2,0)			(3,1)
		1			2
		(1,0)			(2,1)
0	1				

Tabla 5.1: Se muestran las etiquetas que denotan las transiciones de las gráficas b, c de 5.2 y 5.3

Las gráficas de 5.2 y 5.3 se presentan en el dominio de frecuencia. Esto se logra utilizando un método de calibración relativo en donde se suponen conocidas las separaciones y se comparan con las diferencias relativas de los valores experimentales. Luego, de los datos recopilados se realiza una regresión lineal y la pendiente se toma como el valor de la equivalencia $\Delta V_{PZT}(t) \equiv \Delta\nu_{420}$.

En este trabajo, sin embargo, se implementa otro método de calibración en el cual se obtiene una escala absoluta de frecuencias. Para ello se hace incidir un nuevo haz dentro de la celda. Como se explica en la sección 4 este haz se encuentra desintonizado a una frecuencia de $\Delta = 254.63(1) \text{ MHz}$ por debajo del haz principal gracias al sistema de AOM en doble paso.

Para emplear este método de calibración se toman varios espectros con los dos haces interactuando con los átomos, como los mostrados en la figura 5.5 y 5.6. Cada uno de los espectros se distingue por contar con tres grupos de perfiles lorentzianos montados sobre un perfil que se produce por la suma de dos curvas térmicamente ensanchadas. Dicho perfil se genera debido a que tanto el haz principal como el haz modulado inducen la transición $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$, de modo que cada uno contribuye a la señal con su propio ensanchamiento térmico. El primero, segundo y tercer grupo de perfiles Lorentzianos,

de izquierda a derecha, se produce por la interacción del medio atómico con las dos componentes contra-propagantes del haz principal, del haz principal y el haz modulado, y del haz modulado respectivamente. Las transiciones producidas debido a la modulación se etiquetan con el símbolo * para diferenciarlas de las transiciones del haz principal, como se muestra en el diagrama de la figura 5.4. El cero de frecuencia se coloca, para cada espectro, en el centro de gravedad de la transición respectiva. La potencia del haz principal es de 2.7 mW mientras que la del modulado es 3.6 mW . De las gráficas 5.5 y la inferior de 5.6 se alcanzan a resolver un total de 18 picos, mientras que en la gráfica superior de 5.5 únicamente se logran resolver 13 picos.

Una característica notoria entre los espectros es la altura relativa entre las líneas atómicas de cada grupo. Para empezar, la radiación que produce los entrecruzamientos en los grupos a y b interacciona con dos grupos atómicos. Esto es debido a que su componente de velocidad de los átomos puede apuntar en ambas direcciones $\pm v_z$. En contraste, la radiación que induce a las resonancias atómicas únicamente interactúa con un grupo, cuya componente de velocidad es cero. Tomando como ejemplo las transiciones del grupo a de ^{85}Rb ($F = 3$), el primer entrecruzamiento (la línea más grande), que se da entre las líneas con $F' = 4$ y $F' = 3$, es aproximadamente 1.25 veces más intenso (de acuerdo con la medición de la altura máxima del pico) que la primera atómica y 3 veces más que la segunda. Esto ocurre de manera análoga para el grupo c. En el grupo b se debe de considerar que los entrecruzamientos involucrados se dan entre los niveles del haz principal y el haz modulado, de modo que, por ejemplo, la línea b6 se produce por el entrecruzamiento entre las líneas atómicas $F' = 4$ y $F' = 4^*$. De la misma manera, el entrecruzamiento b3 se produce con $F' = 3$ y $F' = 3^*$, y b1 con $F' = 2$ y $F' = 2^*$. Sin embargo, la línea b5 aparece debido al entrecruzamiento entre $F = 4$ y $F = 3^*$, pero además entre $F = 3$ y $F = 4^*$, es decir, dos entrecruzamientos caen exactamente en la misma frecuencia. Entonces, mientras que b6, b3 y b1 involucran dos grupos atómicos con velocidad $\pm v_z$; b5, b4 y b2 involucran cuatro grupos atómicos. Es por esta razón que, una vez más, tomando como ejemplo a ^{85}Rb , la línea b5 es aproximadamente 1.7 veces más intensa que a5 y 1.9 veces más que c5.

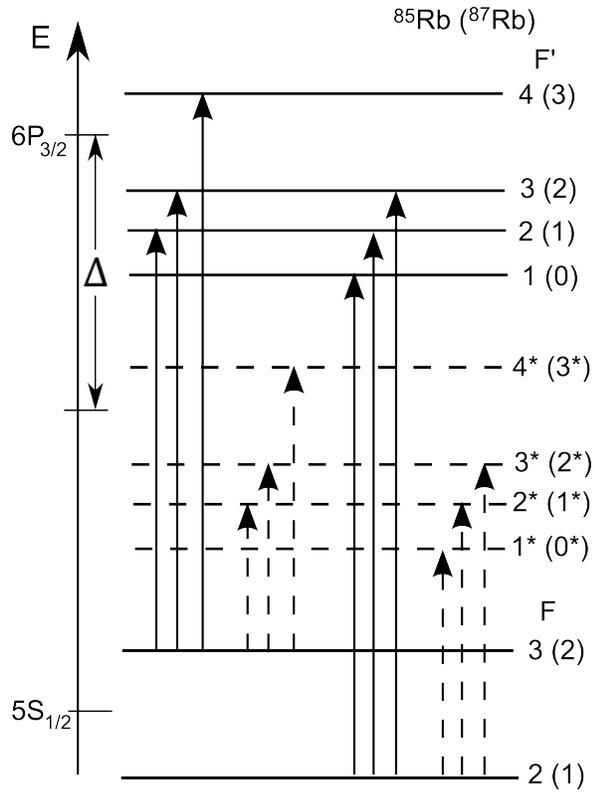


Figura 5.4: Diagrama de energías de ^{85}Rb y ^{87}Rb para los estados involucrados en la excitación del primer paso. Las líneas sólidas indican las transiciones que se inducen debido al haz principal. Las líneas punteadas indican las transiciones respectivas para el haz modulado por AOM, cuya frecuencia es de $\Delta = 254.6 \text{ MHz}$ por debajo del haz principal, y cuyas F's se han etiquetado utilizando el símbolo *.

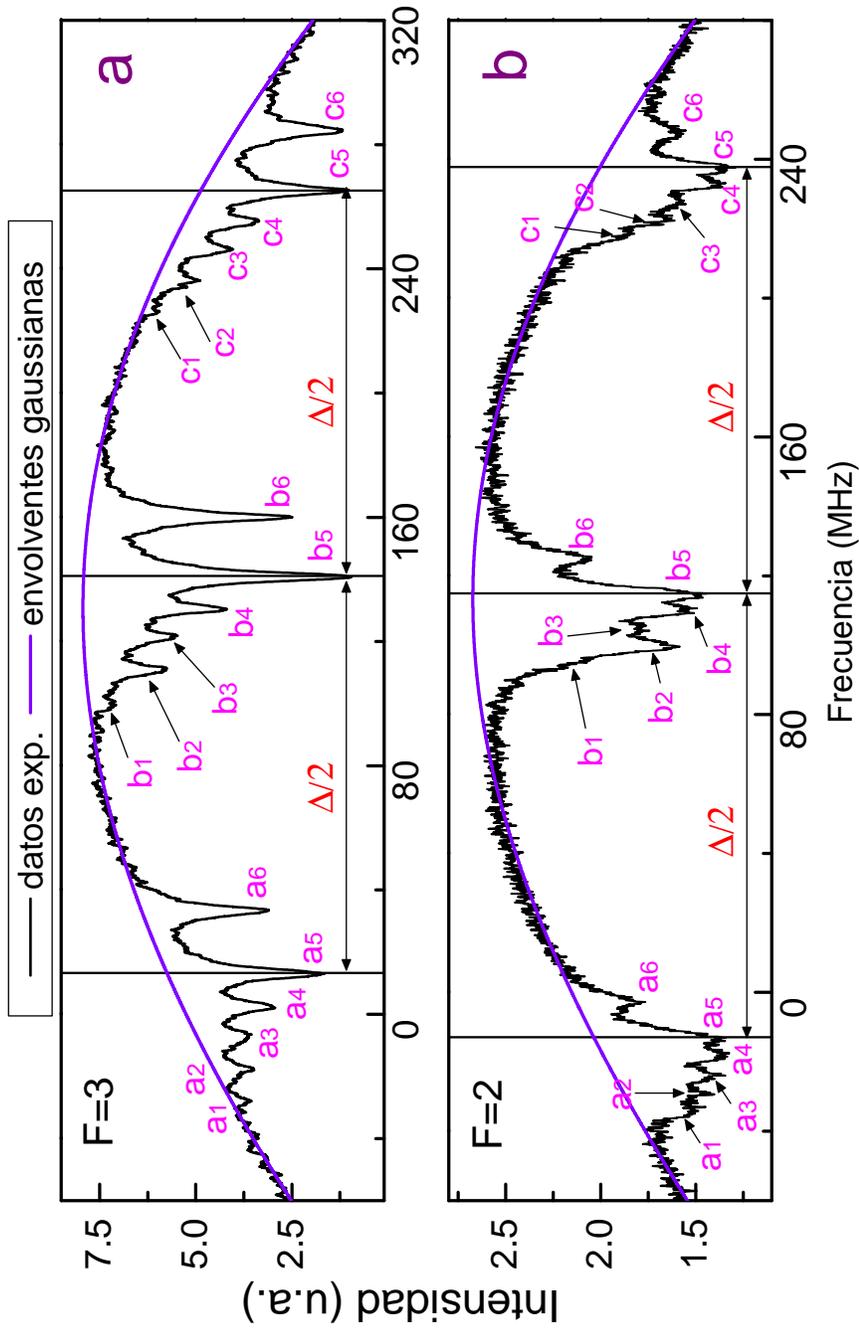


Figura 5.5: Muestra 3 grupos de transiciones atómicas del isótopo ^{85}Rb utilizando fluorescencia saturada. El espectro superior muestra las transiciones desde el estado base hiperfino $F = 3$, mientras que el espectro inferior muestra las respectivas desde el estado base hiperfino $F = 2$. La envolvente violeta en cada espectro es un ajuste de dos curvas gaussianas cuyos centros se encuentran separados a una distancia de $\Delta = 254.6$ MHz. Con una línea negra se representan los primeros entrecruzamientos de cada uno de los grupos. La distancia entre las líneas negras adyacentes es de $\Delta/2$.

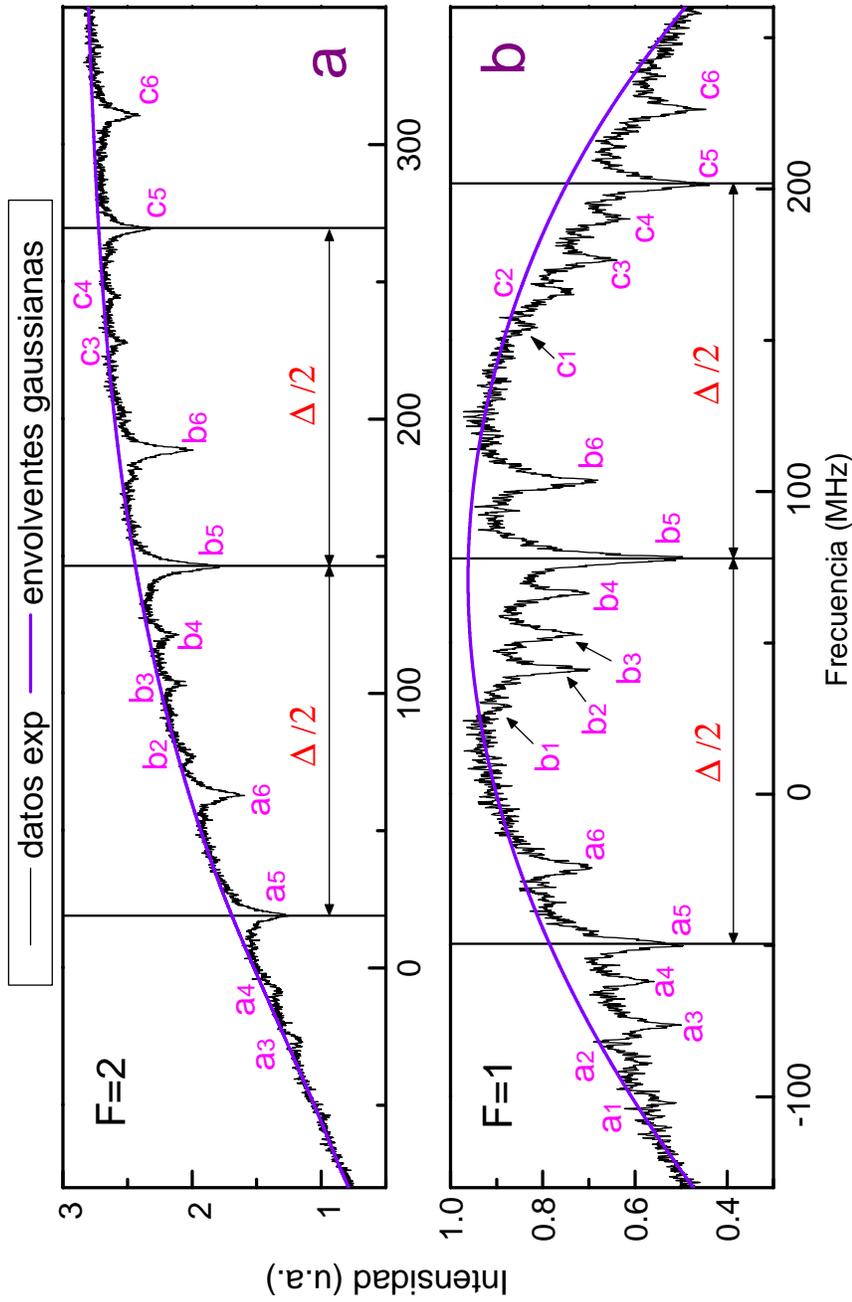


Figura 5.6: Muestra 3 grupos de transiciones atómicas del isótopo ^{87}Rb utilizando fluorescencia saturada. El espectro superior muestra las transiciones desde el estado base hiperfino $F = 2$, mientras que el espectro inferior muestra las respectivas desde el estado base hiperfino $F = 1$. La envolvente violeta en cada espectro es un ajuste de dos curvas gaussianas cuyos centros se encuentran separados a una distancia de $\Delta = 254.6$ MHz. Con una línea negra se representan los primeros entrecruzamientos de cada uno de los grupos. La distancia entre las líneas negras adyacentes es de $\Delta/2$.

Las Tablas 5.2 y 5.3 enlistan todas las transiciones que se pueden observar en las figuras 5.5 y 5.6. En la primera columna se despliegan las etiquetas de los grupos a, b, c. Al lado de cada etiqueta se categoriza el tipo de transición involucrada. Por ejemplo, la línea a6 es producto de una resonancia atómica, de modo que se escribirá: 'a6 (a)'. De igual forma, si la línea es producto de un entrecruzamiento entre resonancias, como en el caso de a5, se escribirá: 'a5 (c)'. Las frecuencias que se requieren para sintonizar las líneas '(a)' se pueden visualizar en el diagrama de la figura 5.4. En la tercera y quinta columnas se enlistan los niveles F' involucrados en la transición. En la cuarta y sexta columna se recopilan las velocidades de los átomos que participan en la transición (calculadas con las ecuaciones 3.65 y 3.60). En la quinta y octava columna se muestran los corrimientos en frecuencia observados por los átomos en movimiento para sintonizar correctamente a ambas componentes de radiación y así inducir la línea respectiva.

El perfil sobre el cual se encuentran los picos Lorentzianos de fluorescencia saturada es considerado como un fondo que podría estar modificando las posiciones relativas entre las líneas cuyas separaciones se desean medir. Experimentalmente, este fondo no puede sustraerse debido al sistema de detección de la radiación. La medición de fluorescencia con PMT no permite obtener una señal que tome en cuenta la contribución de los espectros con y sin fluorescencia saturada de manera simultánea. Por lo tanto, el fondo mencionado se debe de sustraer analíticamente. Para ello, con el programa de Mathematica 11.2 se ajustan dos curvas gaussianas en cada espectro. A cada una se le asocian parámetros de ancho y alto, pero manteniendo fija la distancia $\Delta\nu$ que define las posiciones de sus centros. Del ajuste se obtienen las envolventes Gaussianas mostradas con color violeta en las figuras 5.5 y 5.6. Dichas envolventes se sustraen de los datos y luego se resta una línea base, de modo que el fondo resultante se encuentre en el cero del eje ordenado.

En las gráficas 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10 se muestran los espectros una vez sustraída la envolvente mencionada. A continuación para cada una de las líneas de disminución fluorescente se prueba un ajuste utilizando inicialmente perfiles Voigt ya que las líneas son el resultado de una convolución entre el ancho espectral del haz con el ancho natural de la transición. De esto se obtiene que, para uno de los espectros en ^{85}Rb con una potencia de 7.8 mW, la contribución de ancho Gaussiana es 4 órdenes de magnitud más pequeña que la del ancho Lorentziano. Al ser despreciables los primeros, se optó por utilizar perfiles Lorentzianos.

En los ajustes se realiza una búsqueda a mano de la posición de cada línea para definir los parámetros de adivinanza. En cada grupo a,b, y c se definen seis posiciones,

⁸⁵ Rb	$(F = 3)$			$(F = 2)$		
	(F')	$v_z(m/s)$	$\Delta\nu$ (MHz)	(F')	$v_z(m/s)$	$\Delta\nu$ (MHz)
a6 (a)	(4)	0	0	(3)	0	0
a5 (c)	(4,3)	8	19	(3,2)	4	9.5
a4 (c)	(4,2)	13	31	(3,1)	6	14
a3 (a)	(3)	0	0	(2)	0	0
a2 (c)	(3,2)	4	9.5	(2,1)	2	4.7
a1 (a)	(2)	0	0	(1)	0	0
b6 (c)	(4,4*)	53	126	(3,3*)	53	126
b5 (c)	(4,3*) y (3,4*)	62	147	(3,2*) y (2,3*)	57	135
b4 (c)	(4,2*) y (2,4*)	66	157	(3,1*) y (1,3*)	59	140
b3 (c)	(3,3*)	53	126	(2,2*)	53	126
b2 (c)	(3,2*) y (2,3*)	58	137	(2,1*) y (1,2*)	55	131
b1 (c)	(2,2*)	53	126	(1,1*)	53	126
c6 (a)	(4*)	0	0	(3*)	0	0
c5 (c)	(4*,3*)	8	19	(3*,2*)	4	9.5
c4 (c)	(4*,2*)	13	31	(3*,1*)	6	14
c3 (a)	(3*)	0	0	(2*)	0	0
c2 (c)	(3*,2*)	4	9.5	(2*,1*)	2	4.7
c1 (a)	(2*)	0	0	(1*)	0	0

Tabla 5.2: Clasificación de cada una de las transiciones que se inducen partiendo de los niveles base hiperfinos $F = 3$ y $F = 2$ en ⁸⁵Rb. El símbolo * denota los niveles que aparecen debido a la interacción del haz modulado con la muestra. Los entrecruzamientos de las transiciones b_j son debido a la interacción combinada del haz principal y modulado. Los valores de velocidad, así como también los valores del corrimiento de frecuencia $\Delta\nu$, se redondean a números enteros.

transiciones en ^{87}Rb		$(F = 2)$		$(F = 1)$	
línea	Tipo de Línea	(F')	$v_z(m/s)$	(F')	$v_z(m/s)$
a6 (a)	atómica	(3)	0	(2)	0
a5 (c)	crossover	(3,2)	18	(2,1)	11
a4 (c)	crossover	(3,1)	29	(2,0)	16
a3 (a)	atómica	(2)	0	(1)	0
a2 (c)	crossover	–	–	(1,0)	5
a1 (a)	atómica	–	–	(0)	0
b6 (c)	crossover	(3,3*)	53	(2,2*)	53
b5 (c)	crossover	(3,2*) y (2,3*)	71	(2,1*) y (1,2*)	64
b4 (c)	crossover	(3,1*) y (1,3*)	82	(2,0*) y (0,2*)	69
b3 (c)	crossover	(2,2*)	53	(1,1*)	53
b2 (c)	crossover	(2,1*) y (1,2*)	64	(1,0*) y (0,1*)	58
b1 (c)	crossover	–	–	(0,0*)	53
c6 (a)	atómica	(3*)	0	(2*)	0
c5 (c)	crossover	(3*,2*)	18	(2*,1*)	11
c4 (c)	crossover	(3*,1*)	29	(2*,0*)	16
c3 (a)	atómica	(2*)	0	(1*)	0
c2 (c)	crossover	–	–	(1*,0*)	5
c1 (a)	atómica	–	–	(0*)	0

Tabla 5.3: Clasificación de cada una de las transiciones que se inducen partiendo de los niveles base hiperfinos $F = 2$ y $F = 1$ en ^{87}Rb . El símbolo * denota los niveles que aparecen debido a la interacción del haz modulado con la muestra. Los entrecruzamientos de las transiciones b_j son debido a la interacción combinada del haz principal y modulado. Los valores de velocidad, así como también los valores del corrimiento de frecuencia $\Delta\nu$, se redondean a números enteros.

seis alturas y un mismo ancho. Como ejemplo considérese los parámetros del grupo a en la gráfica correspondiente a ^{85}Rb (figura 5.5). Para su ajuste se proporcionan las posiciones de los centros a_i , las alturas h_{a_i} y un único ancho σ_a , con $i = 1, \dots, 6$. Análogamente, para el grupo b, y c de dicho espectro. El programa entonces minimiza el error entre los parámetros y los datos mediante mínimos cuadrados. Una vez que se tiene la información de la posición de todas las líneas se procede a realizar la calibración absoluta de frecuencia. Para ello se miden las diferencias entre las líneas $c_i - a_i$ (con $i = 1, \dots, 6$) las cuales son equivalentes a la frecuencia de modulación $\Delta\nu$. Sin embargo, esto en realidad no se cumple para distintas i , sino que la diferencia tiende a crecer a medida que disminuye la frecuencia o a medida que i aumenta. De manera análoga, las distancias en tiempo de $b_i - a_i$ y $c_i - b_i$, que corresponden cada una a $\Delta\nu/2$ tampoco son las mismas. Esta discrepancia es debido a la histéresis del PZT [64]. Más adelante se discutirá este efecto y cómo repercute en las mediciones de las separaciones hiperfinas.

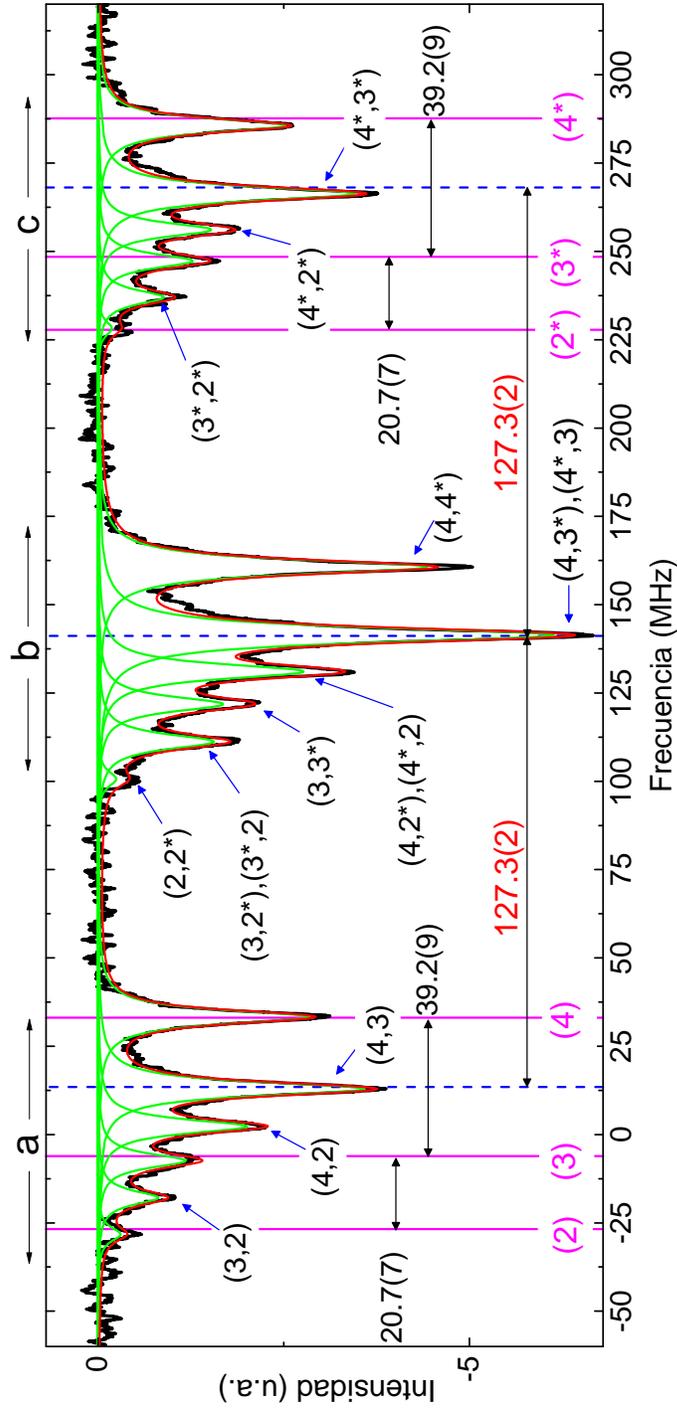


Figura 5.7: Espectro resultante de la sustracción entre la envolvente y el pozo Doppler correspondiente con la transición $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, (F' = 2, 3, 4)$ de ^{85}Rb . Los ajustes Lorentzianos individuales se representan con perfiles en color verde, mientras que la suma total se representa en color rojo. La distancia entre los entrecruzamientos más prominentes marcadas con líneas punteadas azules es 127.3 MHz , que es la diferencia en la frecuencia de modulación $\Delta/2$. Las transiciones están etiquetadas únicamente con el valor hiperfino F' correspondiente. Las resonancias atómicas se indican con las líneas sólidas en rosa y se etiquetan con el mismo color.

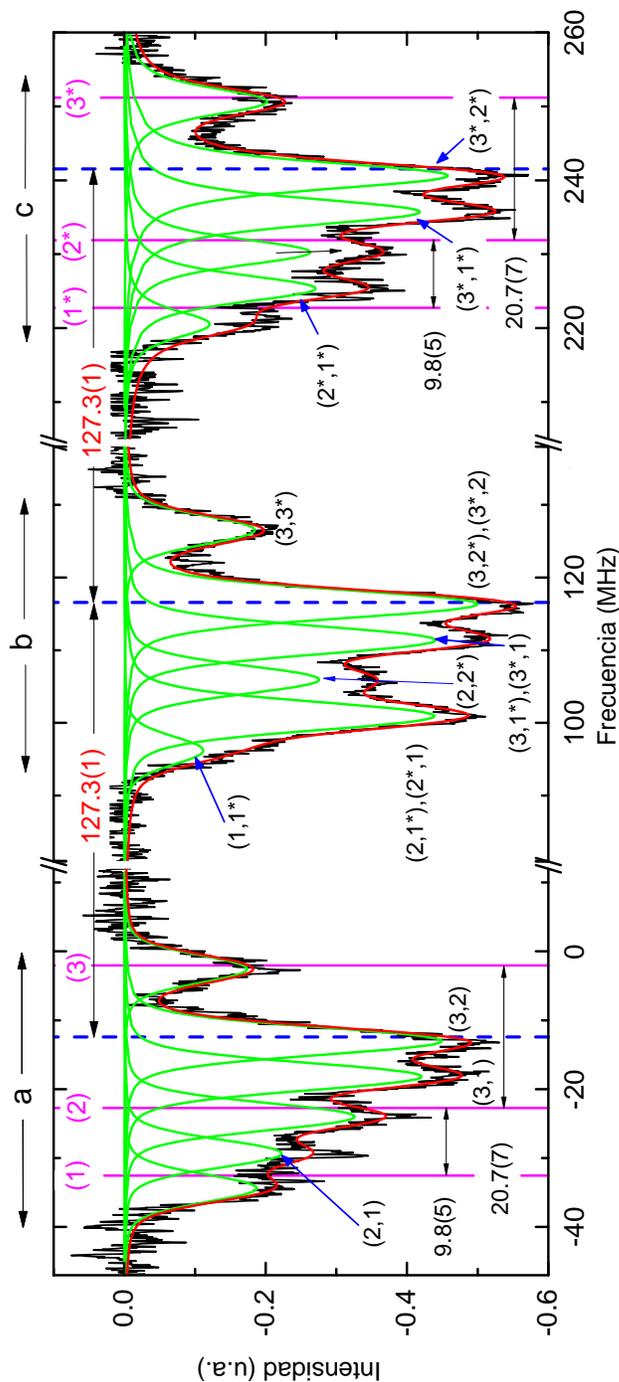


Figura 5.8: Espectro resultante de la sustracción entre la envolvente y el pozo Doppler correspondiente con la transición $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 6P_{3/2}, (F' = 1, 2, 3)$ de ^{85}Rb . Los ajustes Lorentzianos individuales se representan con perfiles en color verde, mientras que la suma total se representa en color rojo. La distancia entre los entrecruzamientos más prominentes marcadas con líneas punteadas azules es 127.3 MHz , que es la diferencia en la frecuencia de modulación $\Delta/2$. Las transiciones están etiquetadas únicamente con el valor hiperfino F' correspondiente. Las resonancias atómicas se indican con las líneas sólidas en rosa y se etiquetan con el mismo color.

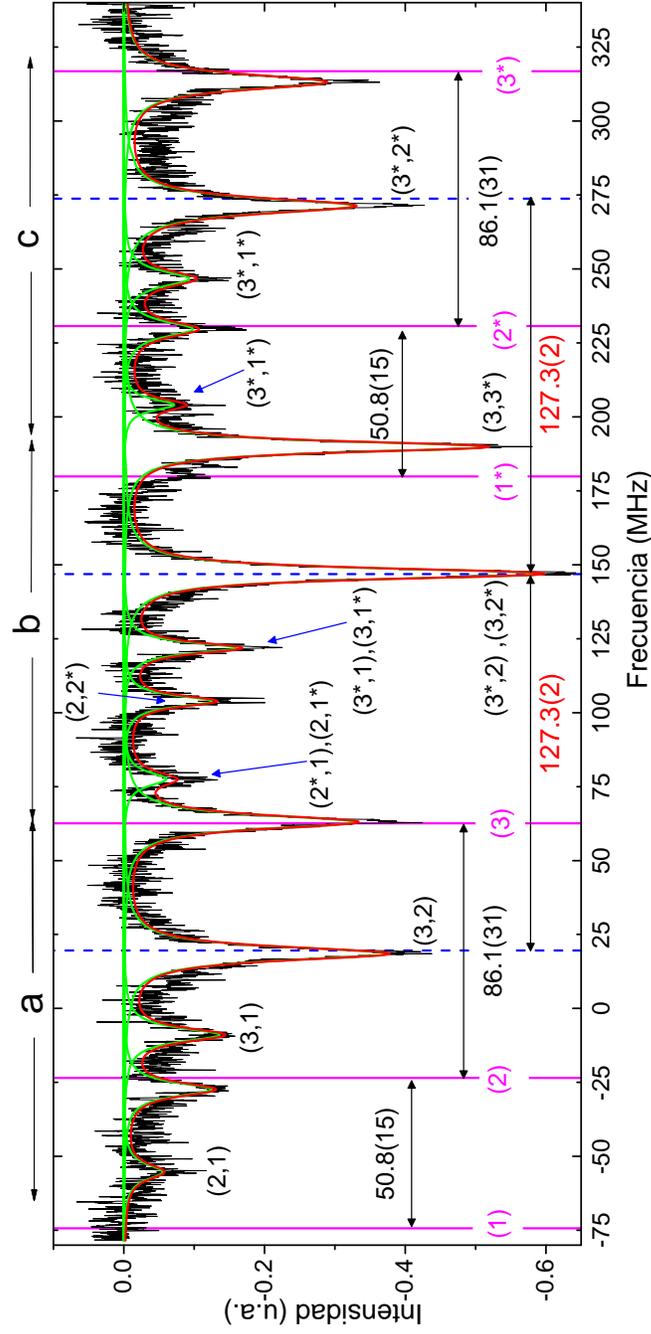


Figura 5.9: Espectro resultante de la sustracción entre la envolvente y el pozo Doppler correspondiente con la transición $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 6P_{3/2}, (F' = 1, 2, 3)$ de ^{87}Rb . Los ajustes Lorentzianos individuales se representan con perfiles en color verde, mientras que la suma total se representa en color rojo. La distancia entre los entrecruzamientos más prominentes marcadas con líneas punteadas azules es 127.3 MHz , que es la diferencia en la frecuencia de modulación $\Delta/2$. Las transiciones están etiquetadas únicamente con el valor hiperfino F' correspondiente. Las resonancias atómicas se indican con las líneas sólidas en rosa y se etiquetan con el mismo color.

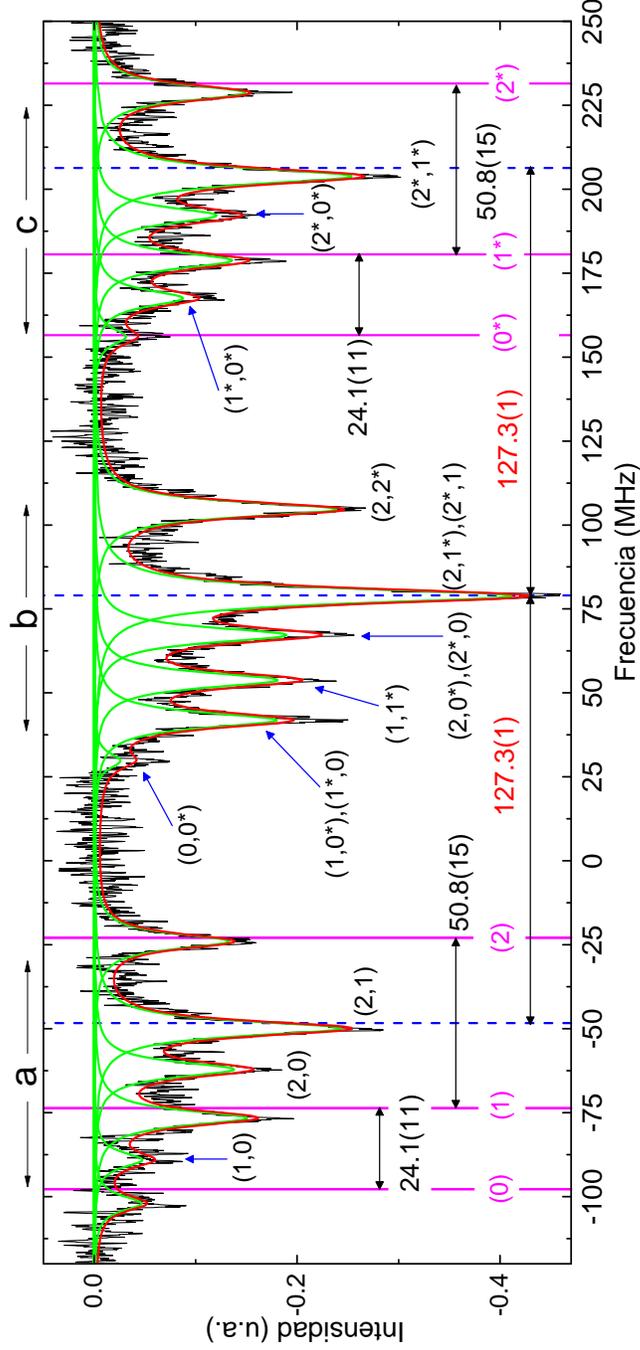


Figura 5.10: Espectro resultante de la sustracción entre la envolvente y el pozo Doppler correspondiente con la transición $5S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 6P_{3/2}, (F' = 0, 1, 2)$ de ^{87}Rb . Los ajustes Lorentzianos individuales se representan con perfiles en color verde mientras que la suma total se representa en color rojo. La distancia entre los entrecruzamientos más prominentes marcadas con líneas punteadas azules es 127.3 MHz , que es la diferencia en la frecuencia de modulación $\Delta/2$. Las transiciones están etiquetadas únicamente con el valor hiperfino F' correspondiente. Las resonancias atómicas se indican con las líneas sólidas en rosa y se etiquetan con el mismo color.

Mientras tanto, en la gráfica de la figura 5.11 se puede observar el comportamiento no lineal en función de las líneas espectrales sobre las que se desea medir su diferencia. Para obtener los datos de esta gráfica se utiliza el espectro de disminución fluorescente del isótopo ^{85}Rb , $F = 3$ (espectro de figura 5.7). Para las gráficas (1), (2) y (3), el punto número 1 en el dominio (el número de línea 1) representa la diferencia $a_1 - b_1$, $a_1 - c_1$ y $b_1 - c_1$, respectivamente, entre las transiciones de la resonancia atómica $F = 3 \rightarrow F' = 2$. De manera análoga los números de 2 hasta 6, representan cada uno la diferencia entre las líneas respectivas $a_i - b_i$, $a_i - c_i$ y $b_i - c_i$ con $i = 2, \dots, 6$. Como el parámetro físico de control de la frecuencia es el voltaje del PZT, se realiza una regresión lineal de la rampa de dicho voltaje en función del tiempo. Luego, utilizando los valores en voltaje correspondientes con las posiciones de los centros Lorentzianos y la pendiente de la regresión lineal, se obtiene una calibración en MHz/V para cada número de línea.

De la gráfica se observa una tendencia lineal de decrecimiento en la calibración a medida que el número de línea aumenta o a medida que el voltaje del PZT disminuye. Además, las pendientes de cada ajuste no son las mismas. Aún cuando la gráfica exhibe el comportamiento no lineal del PZT, no se podría utilizar esta información para realizar una corrección a este comportamiento. Para ello se necesitaría obtener una relación matemática que sea directamente función del voltaje absoluto del PZT. Este voltaje indicaría la corrección que habría de realizarse a la diferencia medida entre dos líneas, dada la posición en la que se encuentran dichas líneas con respecto al punto central del PZT.

Para solventar esta situación y obtener una calibración adecuada de los espectros, se realiza un promedio de las diferencias $c_i - a_i$, $b_i - a_i$ y $c_i - b_i$. De esto se obtiene una calibración de 12.9037(35) GHz/V, en donde la barra de error toma en cuenta tanto la desviación estandar del promedio, las incertidumbres en la determinación de los centros en los ajustes, y el error en la regresión lineal del voltaje del PZT.

Con estas calibraciones se traducen las diferencias, en frecuencia, entre las líneas $a_j - a_i$, $b_j - b_i$ y $c_j - c_i$, ($j \neq i$) de cada espectro para obtener una medición muy precisa de las separaciones hiperfinas, del orden $\simeq 1\text{MHz}$. Esta medida se realiza de la siguiente forma. Una vez identificadas cada una de las líneas se sabe que la separación entre la primera y segunda resonancia atómica $\Delta\nu_{43}$ de $^{85}\text{Rb}(F = 3)$ es $x_6 - x_3$, $2(x_6 - x_5)$ y $2(x_5 - x_3)$, y la separación entre la segunda y tercera resonancia $\Delta\nu_{32}$ es $x_3 - x_1$, $2(x_3 - x_2)$ y $2(x_2 - x_1)$, con $x = (a, b, c)$. Se miden entonces las diferencias respectivas en voltaje, y se multiplican por el factor de calibración. Además de esto, se realiza un promedio con 10 trazas (o espectros) de una misma transición, lo que resulta en un total de 72 cuentas para $\Delta\nu_{43}$ y $\Delta\nu_{32}$. Análogamente, se obtienen las

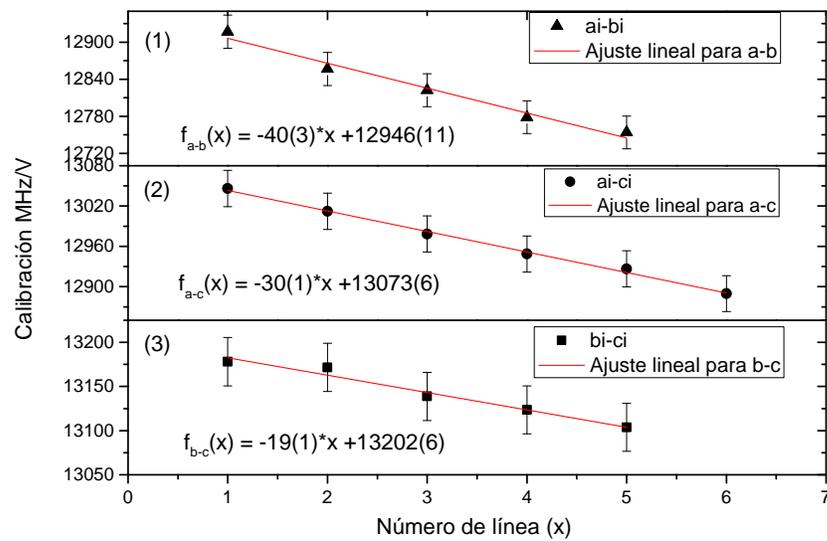


Figura 5.11: Muestra la tendencia lineal del valor de calibración MHz/V en función de la diferencia (1) $a_i - b_i$, (2) $a_i - c_i$ y (3) $b_i - c_i$ ($i = 1, \dots, 6$) en donde el valor de frecuencia correspondiente para cada i es $\Delta/2$, Δ y $\Delta/2$ respectivamente. A manera de ejemplo, el número de línea 1 en la gráfica (2) representa la diferencia entre las transiciones $a_1 - c_1$. El número de línea 2 representa la diferencia $a_2 - c_2$ y así sucesivamente.

Isótopo	(F'_2, F'_1)	$\Delta E(MHz) (F'_2 - F'_1)$	Disc. [31] (MHz)
Rb 87	(3, 2)	86.1(31)	1.0%
	(2, 1)	50.8(15)	1.3%
	(1, 0)	24.1(11)	1.6%
Rb 85	(4, 3)	39.2(9)	0.2%
	(3, 2)	20.7(7)	0.9%
	(2, 1)	9.8(5)	0.1%

Tabla 5.4: En la tercera columna se muestran los valores de las separaciones entre los estados hiperfinos del estado $6p_{3/2}$. En la cuarta columna se enlistan las discrepancias con respecto a los valores calculados a partir de la ecuación 2.52 utilizando las constantes hiperfinas $A=8.179(12)$ MHz y $B=8.190(49)$ MHz para ^{85}Rb , y $A=27.707(15)$ MHz y $B=4.000(39)$ MHz para ^{87}Rb , reportadas por Arimondo et. al. [31].

separaciones para $^{85}Rb(F=2)$, $^{87}Rb(F=2)$ y $^{87}Rb(F=1)$. Los valores obtenidos con esta metodología se recopilan en la tabla 5.4.

Regresando a las gráficas de las figuras 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10 se observa que para el espectro correspondiente con la transición $5S_{1/2}, F=2 \rightarrow 6P_{3/2}, (F'=1, 2, 3)$ de ^{87}Rb únicamente se resuelven 15 líneas ya que, al tener un mayor espaciamiento entre sus niveles, se traslapan los picos dentro de cada grupo. Sin embargo, también se indica con una línea rosa la posición donde se esperan encontrar las resonancias atómicas faltantes. Se coloca una línea punteada azul en el centro de la transición del entrecruzamiento más intenso del grupo b en cada uno de los espectros. A partir de esta referencia se van posicionando las líneas atómicas con los valores recopilados de la tabla 5.4. Como se ha mencionado anteriormente, el PZT presenta histéresis; lo que se traduce en un comportamiento no-lineal de su desplazamiento mecánico en función del voltaje aplicado [64]. Esto se verá reflejado en el empatamiento de las líneas atómicas con las frecuencias esperadas. En efecto, las líneas sólidas de color rosa, que indican las posiciones de las frecuencias esperadas, no concuerdan con el centro de las Lorentzianas de los niveles atómicos.

Las constantes hiperfinas se pueden obtener a partir de la fórmula de las diferencias de la estructura hiperfina

$$\Delta E_{fi} = \frac{1}{2}A\Delta K_{fi} + B\Delta L_{fi} \quad (5.1)$$

Con $L = \frac{\frac{3}{2}K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)2J(2J-1)}$, y $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$. Luego, se

Isótopo	Cte Hiperfina	valor de Cte (MHz) (exp)	Dis. (MHz) [31]
Rb 85	A	8.2(2)	0.3%
	B	8.2(6)	0.1%
Rb 87	A	27.4(11)	1%
	B	3.7(9)	7.2%

Tabla 5.5: Valores de constantes hiperfinas tanto de Rb 85 como de Rb 87. Estos valores se comparan con los reportados por Arimondo et. al. [31]

obtiene el siguiente sistema de ecuaciones sobredeterminado. Para Rb 85 son

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{43} &= 4A + \frac{4}{5}B \\ \Delta\nu_{32} &= 3A - \frac{9}{20}B \\ \Delta\nu_{21} &= 2A - \frac{4}{5}B\end{aligned}$$

y para Rb 87 son

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{32} &= 3A + B \\ \Delta\nu_{21} &= 2A - B \\ \Delta\nu_{10} &= A - B\end{aligned}$$

y resolviendo estos sistemas con el método de mínimos cuadrados, se obtienen los valores de las constantes hiperfinas que se enlistan en la tabla 5.5.

Como se muestra en la tabla 5.4 los valores experimentales de las separaciones hiperfinas están en buen acuerdo con las calculadas a partir de las constantes hiperfinas reportadas por Arimondo et. al. [31]. Las cifras significativas se quedan en las décimas de MHz principalmente por que el ancho de línea del láser es de ese orden (se reporta un ancho de $< 140kHz$ en sus especificaciones). Aunque las discrepancias con los valores reportados por Arimondo caen dentro del rango de incertidumbre asociado, estas son del orden de MHz para ^{87}Rb . Además, se ha observado que las contribuciones por la no-linealidad del PZT se vuelven más apreciables al tener un barrido más grande.

Si se miden las discrepancias que se tienen entre las líneas esperadas con respecto a los centros lorentzianos se puede comprobar la afirmación anterior. Para esto se asocia la discrepancia con la amplitud del barrido correspondiente de cada espectro de las figuras 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10. En la tabla 5.6 se enlista esta información.

Isótopo	(F)	discrepancia (MHz)	barrido (mV)
Rb 87	(1)	3.6 ± 0.2	88
	(2)	3.1 ± 0.2	71
Rb 85	(2)	2 ± 0.2	65
	(3)	1.6 ± 0.2	52

Tabla 5.6: Discrepancias máximas entre las frecuencias esperadas y los centros Lorentzianos de la transición respectiva. La segunda columna enlista el nivel base hiperfino de cada transición correspondiente. Se asocia la amplitud de barrido para cada caso.

Con base en los resultados de la tabla 5.6 y la información de la gráfica 5.11, es claro que si los centros del voltaje o las amplitudes difieren de un espectro a otro, no se puede utilizar el mismo factor de calibración. Otro de los factores que contribuyen a la incertidumbre es la definición de los picos que se analizan, es decir, si es muy pobre la razón de señal a ruido el indeterminación de los centros en los ajustes será más grande. Para optimizar la resolución de las líneas las trazas se promedian en el osciloscopio 8 veces. Sin embargo, las posiciones de los picos tienen un ligero desfase de su valor central debido a la fluctuación de la frecuencia del laser en el tiempo que dura la medición (~ 20 ms). Este error sistemático se toma en consideración al recopilar varias trazas de un mismo espectro y se minimiza al incrementar la frecuencia de barrido del PZT al valor máximo ² de 70 Hz.

5.2.1 Anclado del láser de 420 nm

La espectroscopia Sub-Doppler proporciona señales de referencia que permiten estabilizar el láser a cualquiera de las resonancias atómicas. Lo anterior es posible ya que los tiempos de barrido en los que el láser pasa por una línea atómica son del orden de $\approx 100 \mu s$ ($\approx 10 KHz$). Este tiempo es lo suficientemente corto para corregir fluctuaciones en la frecuencia del láser causadas por variaciones tanto en corriente, temperatura ó por vibraciones mecánicas externas.

Para anclar, se toma de referencia alguna de las líneas de los espectros con disminución de fluorescencia resonante. Este punto corresponde a un valor de la frecuencia ν_{420} y, a su vez, a un valor del voltaje V_{PZT} . Para un valor del voltaje V_{PZT} se generarán fluctuaciones en la frecuencia del laser. Así entonces, si se toma la diferencia entre el registro de la señal fluorescente y la señal de referencia, el resultado no siempre será

²El valor provisto por el controlador de MOGLabs

cero. A esta diferencia se le conoce como señal de error e y todo el proceso de anclado se basa en la manipulación de esta señal para que tienda siempre a un valor cercano a cero [9].

El controlador MogLabs cuenta con un sistema de anclado. Para iniciar el proceso, únicamente se le proporciona la señal de error y se le indica un punto de referencia, que en este caso se hace justo a la mitad de la altura de alguna resonancia atómica. El controlador necesita de una señal lo suficientemente buena, *i.e.*, centenas de mV para anclar satisfactoriamente. No obstante, como se menciona al inicio de la sección, las señales lorentzianas tienen una profundidad de $\approx 140 mV$ con un cociente de señal a ruido de 9:1 (con una potencia del haz de 420 nm de 5.5 mW).

En la figura 5.12 se presenta una de las trazas representativas de la señal de ruido al anclar el laser 420 nm. En dicha traza se registra el tiempo en el osciloscopio hasta 4 sec, sin embargo, El recuadro superior de la figura muestra además la línea de resonancia atómica, cuyo punto a la profundidad media se utiliza como señal de referencia. De la información del espectro se puede realizar el cálculo del valor de fluctuación en frecuencia del laser en el tiempo que dura su anclado. Para ello se considera que la referencia se encuentra en el FWHM. Se obtiene la pendiente de ese punto empleando la función Lorentziana respectiva. Además se determina la desviación estandar del ruido; en este caso es 7 mV. Finalmente, multiplicando a la pendiente 40.57 kHz/V por la desviación estandar se obtiene una fluctuación de 284 kHz.

Por otro lado, se puede realizar un breve análisis en el dominio de frecuencia. Esta se realiza con la transformada discreta de Fourier de la señal de error mostrada en la figura 5.12. Para ello, se considera el número de puntos registrados junto con la frecuencia de muestreo. Para otra traza representativa, el osciloscopio entrega 10 mil puntos en un periodo de tiempo de 10 s. De modo que la frecuencia de muestreo es 1 kHz. Además, se promedia la señal de Fourier dividiendo el muestreo en segmentos. Se utiliza una paquetería en un programa de análisis numérico para obtener la potencia espectral (figura 5.13) en unidades logarítmicas (dBW decibels-Watts). Como se observa en la figura, se tiene una componente de Fourier justo en una frecuencia de 60 Hz que generalmente corresponde con el ruido de alguna línea eléctrica. Ya que se tiene el conocimiento de la frecuencia correspondiente a la fuente del ruido se puede trabajar en atenuarlo empleando un filtro pasa altos o un filtro pasabandas. De esta manera se lograría optimizar la estabilización del laser.

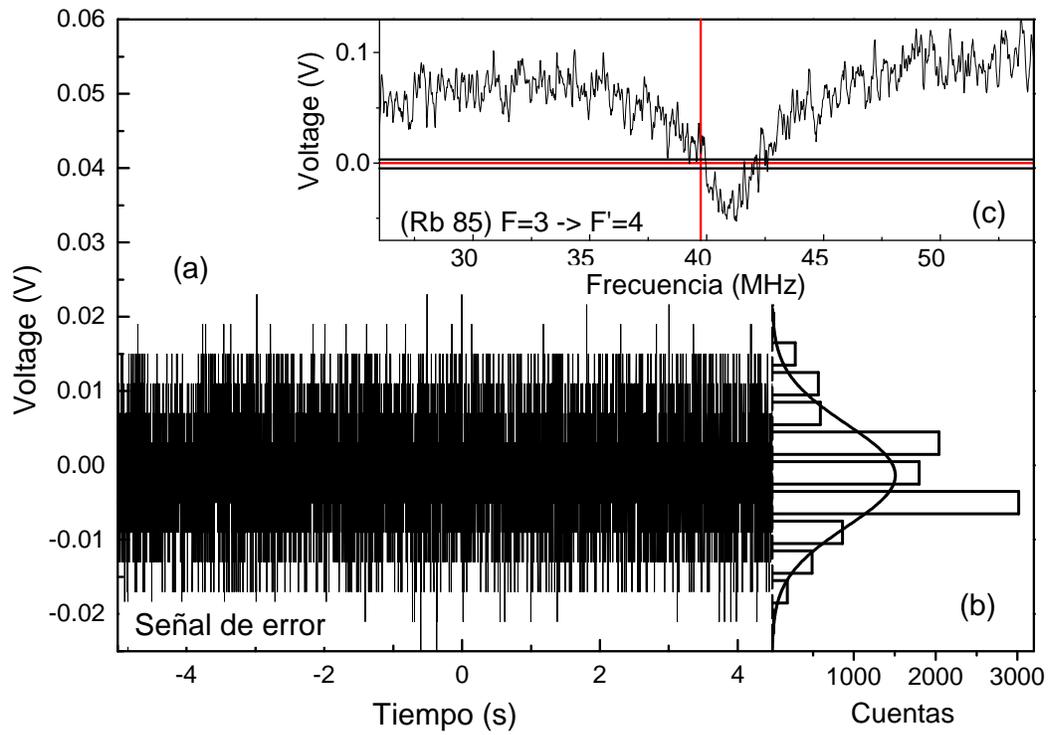


Figura 5.12: Evolución temporal de la señal de error para el anclado del láser. El recuadro superior muestra la línea $F = 3 \rightarrow F' = 4$, de ^{85}Rb que se utilizó para realizar el anclado en un punto a la mitad izquierda de la profundidad del pico Lorentziano. Además, se presenta el histograma del ruido con un perfil Gaussiano. La estadística arroja que la desviación estándar respectiva es de 7 mV con lo cual, para una calibración de 40.57 kHz/V, se obtiene que la fluctuación del láser es de 284 kHz.

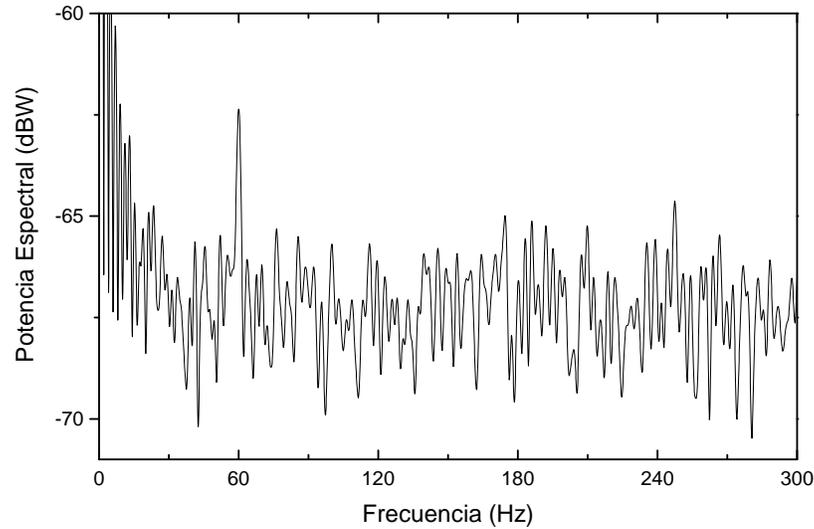


Figura 5.13: Muestra el espectro de Fourier del ruido que se observa en la figura 5.12. La componente de 60 Hz sobresale de entre todo el dominio de frecuencia.

5.3 Transiciones Rydberg

En esta sección se reporta la producción, por primera vez en el Laboratorio de Átomos Fríos del ICN, UNAM, de un estado de Rydberg. En este caso se muestran las evidencias experimentales del proceso de excitación de dos fotones $5S_{1/2} \rightarrow 6p_{3/2} \rightarrow 20s_{1/2}$. Para esto, primero se ancla el laser de 420 nm en una frecuencia de referencia en alguna resonancia atómica de la transición $5S_{1/2} \rightarrow 6p_{3/2}$. Como se ilustra en el diagrama experimental de la figura 4.7, se superpone un haz de 420 nm con uno de 1051 nm de manera colineal y contra-propagante en el interior de la celda espectroscópica. Esta se encuentra a su vez alojada en el interior del horno descrito en el capítulo 4. De esta manera, los átomos en movimiento interactúan con ambas componentes de radiación y en el momento que, en su sistema de referencia, la suma de ambas frecuencias sintonizan a una resonancia atómica, se induce la transición al estado $20s_{1/2}$. La producción Rydberg se detecta ópticamente, registrando cambios en la intensidad de la fluorescencia de radiación de 780 nm y 795 nm, o de la absorción de 420 nm. Estos cambios ocurren debido a que una parte de la población es excitada hacia el nivel $20s_{1/2}$ en donde el tiempo de vida media es $\tau \sim 4.6 \mu\text{s}$ [23]. Por el efecto de *electron shelving*, se genera una reducción en la población del estado base y, en consecuencia, una reducción en la absorción de fotones 420 nm dando lugar a un incremento en la señal

que llega al fotodiodo FGAP71. Por otro lado, además, se produce una disminución poblacional del estado intermedio $5p_j$. Debido a ello, también se observa una reducción en la señal infrarroja registrada por el fotodiodo FDS100.

Los primeros registros de la producción de los estados de Rydberg se muestran en la figura 5.14. Estos constituyen el punto de partida para evaluar posteriormente la optimización del sistema. Los espectros de fluorescencia y absorción son obtenidos directamente de la señal que incide respectivamente sobre el FDS100 y FGAP71, pasando por un circuito simple de filtrado y mostrado después en el osciloscopio. La razón de señal a ruido, la cual se mide calculando la desviación estandar del ruido de fondo y comparándola con la altura máxima del pico para el registro de los cambios en la absorción de 420 nm , es (23:1), mientras que la correspondiente para la fluorescencia de 780 nm y 795 nm , es (32:1). Es decir, el cociente de señal a ruido de fluorescencia es 1.4 veces mayor que el de absorción.

Como primer paso para optimizar la señal se aumenta la temperatura del horno. En principio, si esta se incrementa, entonces la razón de señal a ruido mejorará debido a que la densidad atómica será mayor; además, habrá más interacciones en el volumen de interés. Sin embargo, la absorción atómica que induce la transición $5s_{1/2} \rightarrow 5p_j$ y que es 90 veces más eficiente que la transición $5s_{1/2} \rightarrow 6p_{3/2}$, puede ser una desventaja al incrementar la densidad atómica, ya que el vapor absorberá una mayor cantidad de fotones infrarrojos, generados por los procesos de decaimiento, antes de que estos logren llegar a la ventana de la celda. Para evaluar la efectividad del aumento en la señal de fluorescencia con la temperatura, se toman varios espectros como los mostrados en la figura 5.15 en donde se presentan las mediciones de las longitudes de onda junto con sus intensidades. Para obtener estas gráficas se utiliza un medidor de onda Ocean Optics. El detector de este aparato se coloca justo en frente de la cara lateral del horno que contiene a la celda espectroscópica. Para aumentar la señal del registro se coloca, además, una lente que enfoca la radiación en el detector. La temperatura involucrada en este espectro es de $113\text{ }^\circ\text{C}$, que es la temperatura máxima de operación del horno.

En la gráfica inferior de la figura 5.15 se muestra la tendencia de la señal al aumentar la temperatura. Dicha tendencia es distinta para cada longitud de onda y el cociente sugiere que los cambios en la señal de 780 nm son 2 veces más intensos para la temperatura máxima en contraste con la temperatura de $76\text{ }^\circ\text{C}$ en donde el cociente es de únicamente ~ 1.3 veces. Esto es debido a que la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ es dos veces menos intensa que $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ [17]. De esta información se concluyen dos cosas. La primera es que entre mayor es la temperatura del horno, más intensa es la señal y la segunda es que, aparentemente, la reabsorción no limita al sistema de

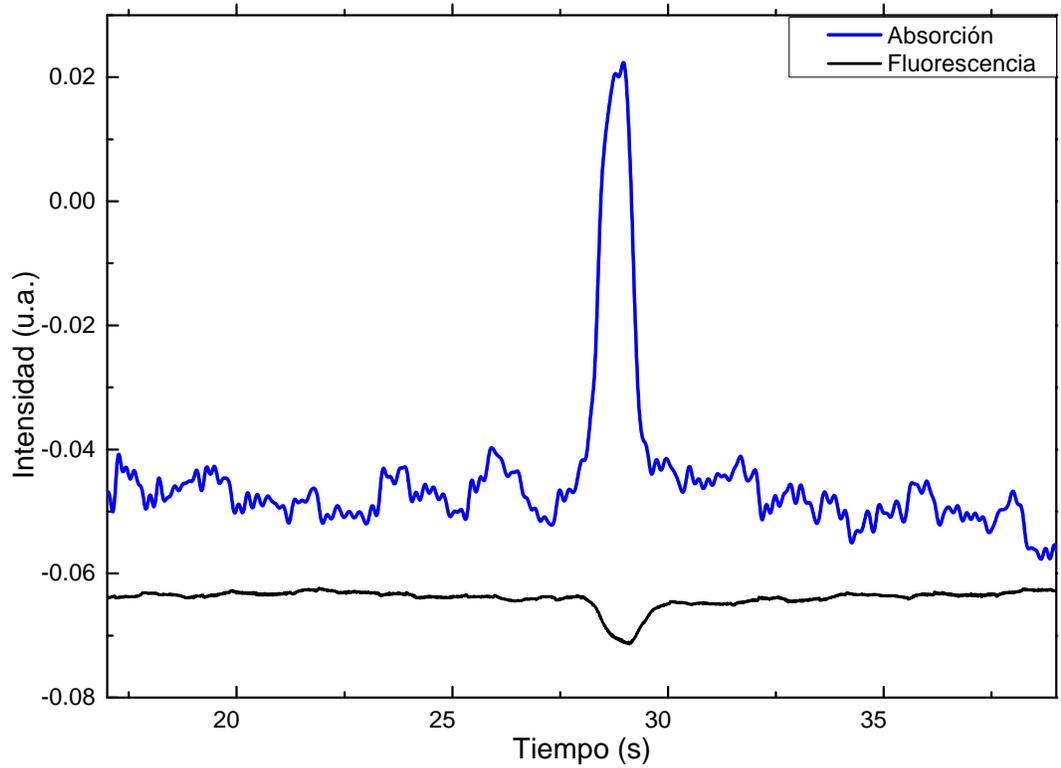


Figura 5.14: Señales Rydberg de fluorescencia infrarroja y de absorción del haz de 420 nm. La transición es en ^{85}Rb por el camino: $5s_{1/2}F = 3 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 4 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 3$. Las potencias involucradas son: $P_{420} = 2 \text{ mW}$, $P_{1050} = 68 \text{ mW}$. Temperatura del horno: 90°C .

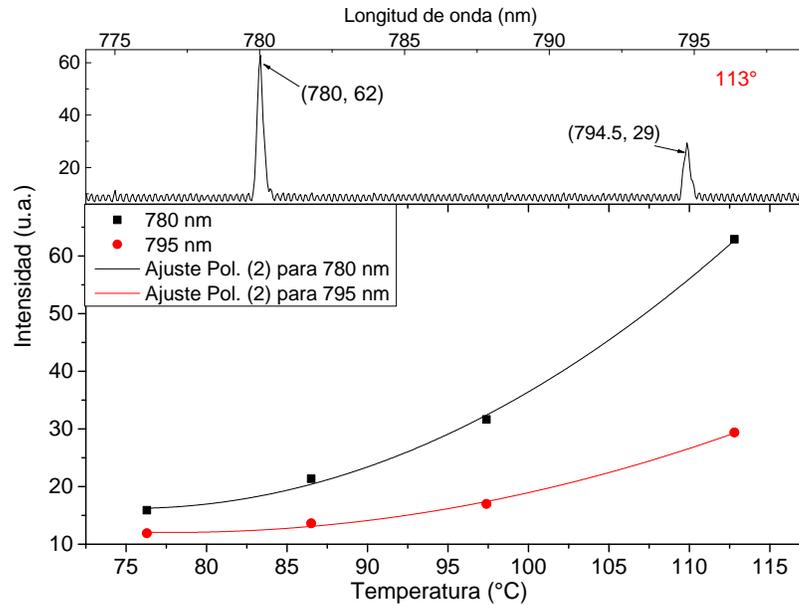


Figura 5.15: Arriba: Registro de la radiación fluorescente de 780 nm y 795 nm, emitida en el decaimiento espontáneo hacia el estado base de los átomos que son excitados hacia $6P_{3/2}$ y que pasan por el estado intermedio $5p_j$. Abajo: muestra las intensidades de las líneas correspondientes con las longitudes de onda 780 nm y 795 nm en función de la temperatura del horno. Los ajustes que se realizan con los datos son curvas polinomiales de orden 2.

detección para esta temperatura.

5.3.1 Detección en fase de fluorescencia Rydberg

El siguiente paso que se realiza para optimizar la señal de fluorescencia Rydberg consiste en emplear la técnica de detección en fase. Como se describe en la sección 4.2.2, esta técnica utiliza una frecuencia de referencia para filtrar y amplificar las señales que estén en fase con dicha referencia, discriminando la señal del ruido y aumentando considerablemente su cociente. Para suprimir el ruido, además, se requiere que el barrido de frecuencias sea de tiempos largos, del orden de segundos, de tal forma que los promedios sean calculados con un número considerable de datos. Es recomendable, por consiguiente, evaluar los tiempos involucrados en el experimento, tanto el barrido del PZT como la respuesta de los fotodiodos. En este sentido, además, entre más lento sea el barrido de la frecuencia del láser, mejor será la razón de señal a ruido. Sin embargo,

si la velocidad de barrido es muy lenta, el PZT empezará a presentar retrasos debido a reculeos mecánicos [64], por lo que las posiciones de las líneas atómicas serán espurias. Para realizar una evaluación de la velocidad óptima de barrido se obtienen 10 espectros para una determinada frecuencia ν_{PZT} con un valor fijo de $V_{pp} = 250 \text{ mV}$, que es la mínima necesaria para observar todas las líneas Rydberg en ambos isótopos (en configuración contra-propagante). Se varía la frecuencia de barrido, desde 10 mHz hasta 50 mHz , en pasos de 5 mHz y se obtiene que, para una frecuencia de 10 mHz , 5 de cada 10 espectros presentan líneas espurias, mientras que en 50 mHz , de las 10 tomas ningún espectro presenta retrasos del PZT, por lo que la velocidad de barrido puede ser desde $v_b = (50 \text{ mHz}) \times (250 \text{ mV}) = 12.5 \text{ mV/s}$.

Para recopilar la información de fluorescencia y absorción de manera simultánea se utilizan 2 amplificadores (Lock-In) a los cuales se les proporciona la misma señal de referencia y se configuran para que los tiempos de integración sean los mismos (constante de tiempo $c = 100 \text{ ms}$). El tiempo que dura el barrido en dar un ciclo completo son 20 segundos. Para el registro de la señal de absorción se utiliza un amplificador *Standford Research Systems Model SR124* con una sensibilidad de 10 mV . Para la respectiva de fluorescencia se utiliza un amplificador *Princeton Applied Research Model 5209* con una sensibilidad de $10 \mu\text{V}$. Así las cosas, para detectar cambios en la radiación de fluorescencia se requiere 1000 veces mas sensibilidad que para la absorción. En la figura 5.16 se muestran los perfiles que se obtienen con esta detección en fase, mismos que corresponden a la transición a Rydberg. Estos espectros son obtenidos utilizando dos haces de 420 nm , el principal, con el que aparecen los perfiles etiquetados con a , b y c y el modulado, cuya frecuencia se encuentra $\Delta = 121.5 \text{ MHz}$ por debajo del principal y con el que aparecen los perfiles denotados d , e y f . Sin embargo, la línea correspondiente al haz modulado aparece desplazada con una frecuencia de Δ multiplicada por un factor de $\frac{\lambda_{420}}{\lambda_{1050}}$ de acuerdo con la ecuación 3.74 de la sección 2. Las potencias para el haz principal y modulado son de $2.84(4) \text{ mW}$ y 2.82 mW respectivamente, mientras que la potencia del láser 1051 nm es de $45(2) \text{ mW}$. La temperatura del horno es de 105°C . Con esta configuración, las razones de señal a ruido son de $(92 : 1)$ y $(57 : 1)$, para las variaciones de absorción y fluorescencia respectivamente.

Con fines de comparación, en la figura 5.16, los perfiles de absorción y fluorescencia son presentados de manera que apuntan hacia arriba. Sin embargo, cabe recordar que existe una disminución en la señal de la radiación fluorescente y un aumento en la intensidad de la radiación 420 nm . Una de las diferencias entre ambos perfiles es que en el de absorción se observa una disminución por debajo de la señal del fondo. Esto es debido a efectos de coherencia [65] que, a pesar de que pueden ser muy útiles para el control coherente de los estados de Rydberg, no se tratarán en este trabajo. Aunque

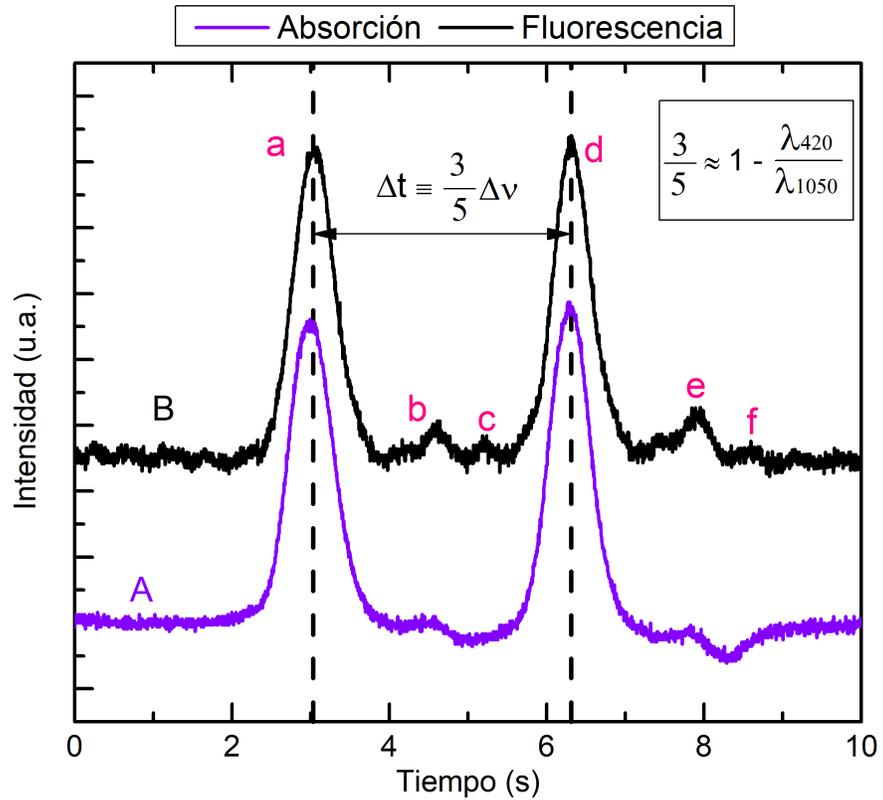


Figura 5.16: Detección en fase de absorción(A) y fluorescencia(B). La transición es en ^{85}Rb por el camino: $5s_{1/2}F = 3 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 4 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 3$. Las líneas punteadas de color negro se posicionan en las resonancias atómicas. El factor de $\frac{\lambda_{420}}{\lambda_{1050}}$ cuantifica el corrimiento en frecuencia que deben de realizar los átomos para sintonizar correctamente al haz 1050 nm, dada la desintonía $\Delta\nu$ del haz de 420 nm (véase sección 2) del capítulo 3.

es claro que la señal de absorción es mejor que la de fluorescencia, esta no presenta un perfil que pueda ajustarse sólo con funciones lorentzianas debido al efecto mencionado. Por este motivo, y para estudiar con más detalle las separaciones de las distintas líneas que aparecen en el espectro de la figura 5.16, se trabajará únicamente con los espectros de fluorescencia.

5.4 Espectroscopia Rydberg (Medición de la estructura hiperfina $20S_{1/2}$)

En las figuras 5.17 a 5.21 se muestra la fluorescencia de Rydberg por detección en fase. Los perfiles son una convolución entre el ancho de línea del estado $6P_{3/2}$ y el ancho de línea del laser 1051 nm. El ancho de línea del nivel $20S_{1/2}$ no se considera debido a que es de $\frac{1}{\tau} = 217 \text{ kHz}$ [23], mientras que el de $6P_{3/2}$ es de 1.3 MHz [69]. El ancho espectral del laser de 1051 nm tiene una cota máxima de 7.5 MHz [67], valor que corresponde a la resolución del interferómetro de Fabry Perot (FPI, por sus siglas en inglés) con el cual se monitorea la estabilidad de este láser.

Para los primeros espectros que se obtuvieron, (5.17 y 5.18), se optimizaron los parámetros de los amplificadores de fase para una velocidad de barrido de $v_b = (10 \text{ MHz}) \times (500 \text{ mV}) = 5 \text{ mV/s}$. La constante de tiempo se opera en 100 ms y la sensibilidad para las transiciones de ^{85}Rb y ^{87}Rb son de $10 \mu\text{s}$ y $5 \mu\text{s}$ respectivamente. Esto se configura para una temperatura del horno de $109 \text{ }^\circ\text{C}$. La calibración se obtiene de manera preliminar con el FPI cuyo rango libre espectral (FSR, por sus siglas en inglés) es de 1.5 GHz , con una rampa de amplitud pico a pico $V_{pp} = 500 \text{ mV}$ y un periodo de $\tau_{PZT} = 50 \text{ s}$. La determinación de la calibración de tiempo a frecuencia se realiza al medir el desplazamiento de la frecuencia del láser en el FPI dada la amplitud V_{pp} . Considerando que el tiempo que dura el barrido equivale al desplazamiento medido en frecuencia, se obtiene una calibración de $15.1(15) \text{ MHz/s}$. La barra de error de esta metodología es el 10% del valor de calibración. Este valor se comparará más adelante con la metodología basada en la modulación del haz 420 nm.

La línea correspondiente a la resonancia atómica de Rydberg se presenta en la figura 5.17 y 5.18 con un perfil de color rojo para ^{85}Rb y ^{87}Rb respectivamente. Dicha línea es la que tiene una mayor altura y se coloca justo en el cero del eje de frecuencia. La transición correspondiente es $5S_{1/2}F = 3 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 4 \rightarrow 20S_{1/2}F'' = 3$. En el diagrama de la figura 5.19 se representa con las flechas en rojo. En este caso, al estar anclado justo a la altura media de la resonancia $F = 3 \rightarrow F' = 4$ en ^{85}Rb y de $F = 2 \rightarrow F' = 3$ en ^{87}Rb , utilizando la ecuación 3.60, se estima que la velocidad de los

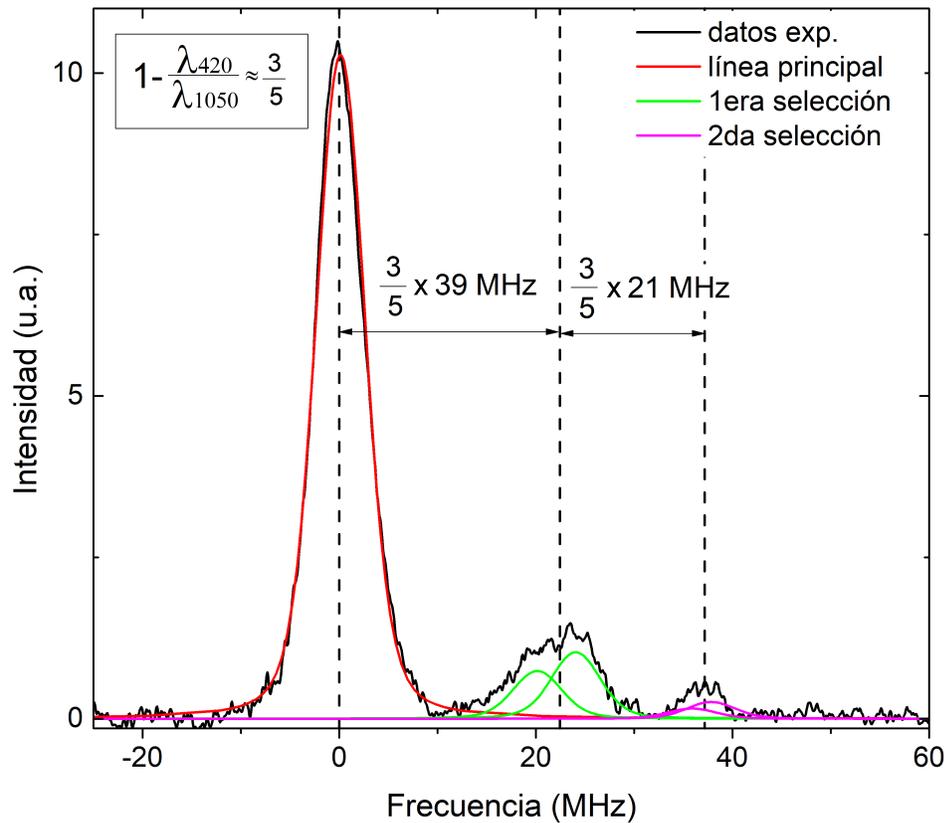


Figura 5.17: Detección en fase de fluorescencia Rydberg. El isótopo correspondiente es ^{85}Rb y el ajuste de la transición principal, que se encuentra colocada justo en el cero del eje de frecuencia, se indica con color rojo: $5s_{1/2}F = 3 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 4 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 3$ ($v_z = 0.6$ m s). Las transiciones por selección de velocidades son, verde: $5s_{1/2}F = 3 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 3 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 3, 2$ ($v_z = 8.1$ m s) y morado: $5s_{1/2}F = 3 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 3 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 3, 2$ ($v_z = 12.6$ m s). La separación entre los espectros es multiplicado por un factor de $1 - \frac{\lambda_{420}}{\lambda_{1050}}$.

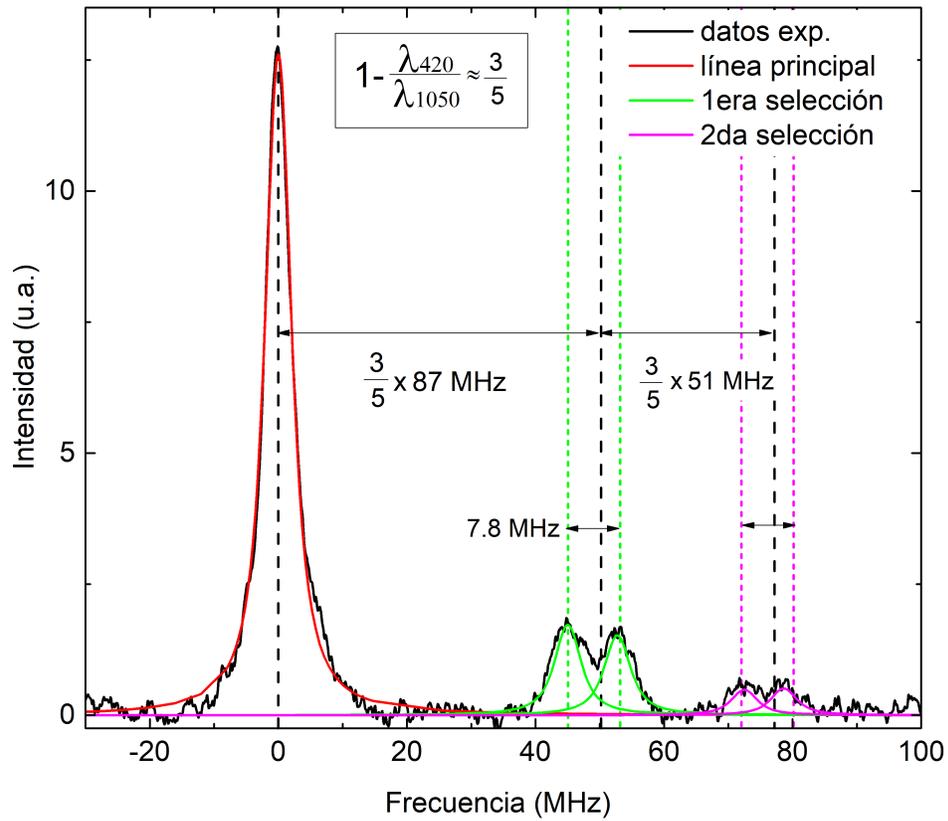


Figura 5.18: Detección en fase de fluorescencia Rydberg. El isótopo correspondiente es ^{87}Rb y el ajuste de la transición principal, que se encuentra colocada justo en el cero del eje de frecuencia, se indica con color rojo: $5s_{1/2}F = 2 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 3 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 2$ ($v_z = 0.6 \text{ m/s}$). Las transiciones por selección de velocidades son, verde: $5s_{1/2}F = 2 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 2 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 2,1$ ($v_z = 18.1 \text{ m/s}$) y morado: $5s_{1/2}F = 2 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 1 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 2,1$ ($v_z = 28.7 \text{ m/s}$). La separación entre los espectros es multiplicado por un factor de $1 - \frac{\lambda_{420}}{\lambda_{1050}}$. La estructura hiperfina sólo se resuelve con las transiciones correspondientes por selección de velocidades.

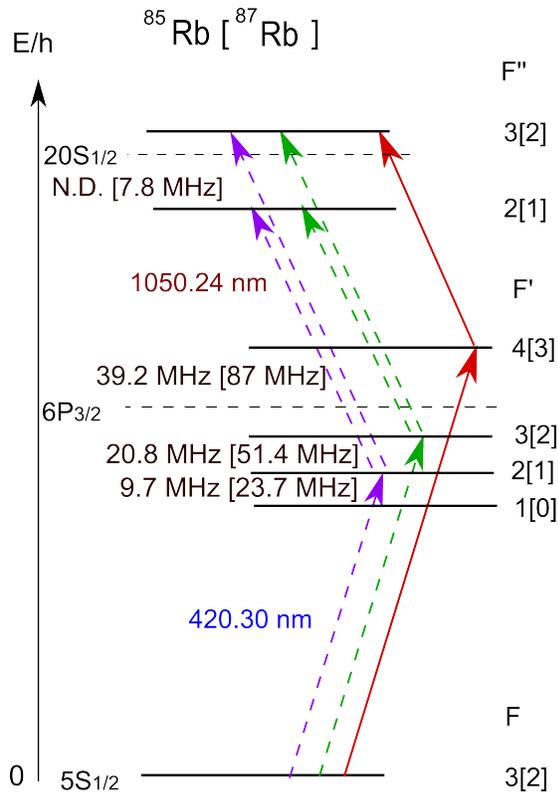


Figura 5.19: Diagrama de niveles involucrados en la transición $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2} \rightarrow 5S_{1/2}$. Las diferencias energéticas hiperfinas de $6P_{3/2}$ se obtienen de los resultados previos. La separación hiperfina del estado Rydberg para ^{87}Rb se toma de [68]. (N.D.): No se tiene conocimiento de alguna medición experimental de la separación hiperfina del estado $20S_{1/2}$ para ^{85}Rb en la literatura.

Etiqueta	Transición ^{85}Rb (haz principal)	Transición ^{87}Rb (haz principal)
A	$6P_{3/2}, F' = 4 \rightarrow 20S_{1/2}, F'' = 3$	$6P_{3/2}, F' = 3 \rightarrow 20S_{1/2}, F'' = 2$
B	$6P_{3/2}, F' = 3 \rightarrow 20S_{1/2}, F'' = (3, 2)$	$6P_{3/2}, F' = 2 \rightarrow 20S_{1/2}, F'' = 2$
C	$6P_{3/2}, F' = 2 \rightarrow 20S_{1/2}, F'' = (3, 2)$	$6P_{3/2}, F' = 2 \rightarrow 20S_{1/2}, F'' = 1$
	Transición ^{85}Rb (haz modulado*)	Transición ^{87}Rb (haz modulado)
D	$6P_{3/2}, F' = 4^* \rightarrow 20S_{1/2}, F'' = 3$	$6P_{3/2}, F' = 3^* \rightarrow 20S_{1/2}, F'' = 2$
E	$6P_{3/2}, F' = 3^* \rightarrow 20S_{1/2}, F'' = (3, 2)$	—

Tabla 5.7: Lista las etiquetas que denotan las transiciones de las gráficas 5.20 y 5.21.

átomos involucrados en la transición es de 0.6 m/s . A la derecha de la línea principal aparecen dos líneas más por selección de velocidades (los perfiles en verde y morado). Estos se inducen cuando, a partir de $F' = 4$, los átomos en movimiento sintonizan la frecuencia del haz de 420 nm hacia los niveles $F' = 3, 2$. De acuerdo con lo que se discutió en la sección 3.4, las líneas tienen un corrimiento de $1 - \frac{\lambda_{420}}{\lambda_{1050}} \delta$ con respecto de la línea principal. Debido a las reglas de selección dipolar, la estructura hiperfina del $20s_{1/2}$ únicamente aparece al inducir estas transiciones. Estas líneas, que son producidas por el haz principal, son 8 veces menos intensas que la línea principal para una potencia de 3.5 mW del haz 420 nm . Esto se determina de ajustar una curva de Voigt correspondiente y obtener el valor de su altura en el centro del perfil. Por otro lado, como la separación del doblete hiperfino en ^{85}Rb es bastante corta, no se logra resolver la estructura hiperfina, sin embargo, ajustando dos curvas Voigt se logra estimar una separación en frecuencia, misma que se cuantificará empleando la nueva metodología de calibración.

Las figuras 5.20 y 5.21 muestran las transiciones de fluorescencia Rydberg utilizando dos haces de 420 nm . El principal se encuentra anclado a la mitad de la altura de la resonancia $F = 3 \rightarrow F' = 4$ y $F = 2 \rightarrow F' = 3$ para ^{85}Rb y ^{87}Rb respectivamente. El segundo haz está modulado con respecto del otro una frecuencia de $161.840(2) \text{ MHz}$. De acuerdo con la ecuación 3.75, la separación observada en el espectro entre las dos líneas atómicas principales será de $65.7(2) \text{ MHz}$. Para obtener estos espectros se utiliza una amplitud de barrido de 250 mV con una frecuencia de 40 mHz . La sensibilidad en el lock-in para detectar las transiciones en ^{85}Rb y ^{87}Rb es de $10 \mu\text{s}$ y $5 \mu\text{s}$ respectivamente. También, se utiliza una constante de tiempo de 30 ms . La temperatura del horno se opera en $113 \text{ }^\circ\text{C}$ y las potencias del haz principal y modulado son de 2.7 mW y 0.96 mW respectivamente. Con esta configuración, en 5.20 se observan las líneas etiquetadas y enlistadas en 5.7.

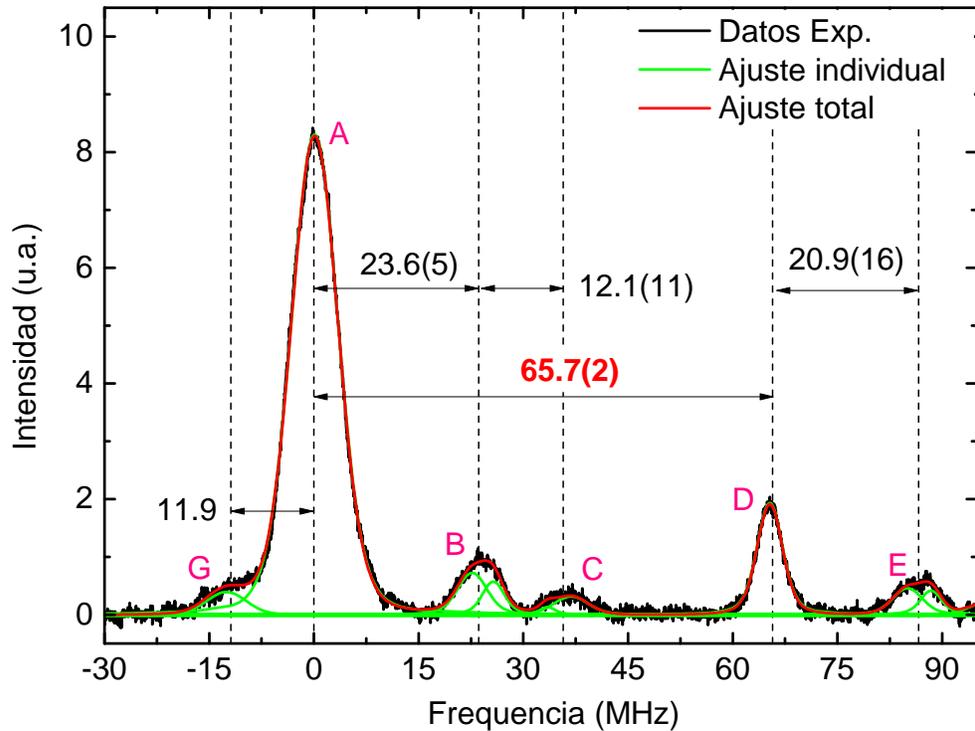


Figura 5.20: Detección en fase de fluorescencia Rydberg. El isótopo correspondiente es ^{85}Rb , y la transición principal, que se encuentra colocada justo en el cero del eje de frecuencia, y se etiqueta con la letra A es: $5s_{1/2}F = 3 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 4 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 3$. Las líneas punteadas de color negro que representan las transiciones de selección de velocidades son B: $5s_{1/2}F = 3 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 3 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 3,2$ y C: $5s_{1/2}F = 3 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 3 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 3,2$. La línea D y E corresponden a las transiciones debido al haz modulado. La línea que se encuentra a la izquierda de la principal aparece debido al desplazamiento del anclado hacia otra frecuencia respecto de la altura media de la resonancia $F' = 4$.

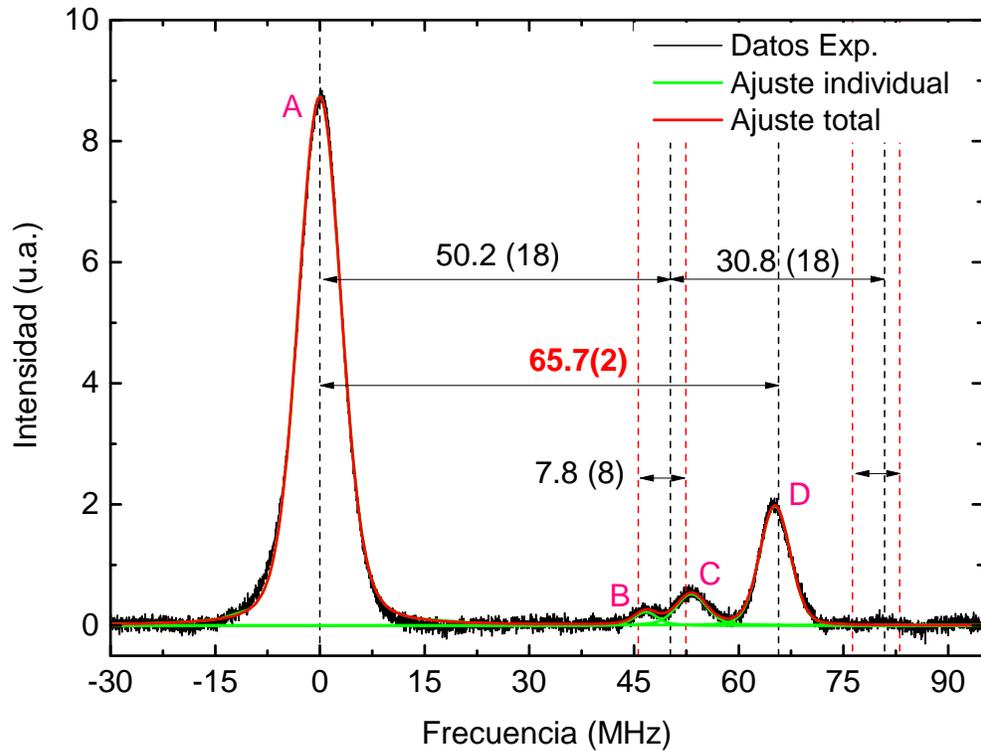


Figura 5.21: Detección en fase de fluorescencia Rydberg. El isótopo correspondiente es ^{87}Rb . La transición principal, que se encuentra colocada justo en el cero del eje de frecuencia, y se etiqueta con la letra A, es: $5s_{1/2}F = 2 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 3 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 2$. Las líneas rojas punteadas indican la estructura hiperfina del nivel $20s_{1/2}$, cuyas transiciones se dan por selección de velocidades. B: $5s_{1/2}F = 2 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 2 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 1$ y C: $5s_{1/2}F = 2 \rightarrow 6p_{3/2}F' = 2 \rightarrow 20s_{1/2}F'' = 2$.

La línea G, que aparece a la izquierda de la línea principal, es consecuencia del desplazamiento en el anclado del láser de 420 nm con respecto a la mitad de la línea atómica. Si esto ocurre, entonces, el reflejo de la radiación en la ventana interior de la celda genera las condiciones con las cuales se induce la misma espectroscopia en configuración co-propagante. Para determinar cuánto se a desplazado el laser en frecuencia se debe de utilizar el signo contrario en la ecuación 3.73. En este caso, el láser se ha desplazado una frecuencia de 6 MHz y el espectro muestra la línea G correspondiente con la transición de la línea principal $6P_{3/2}, F = 4 \rightarrow 20S_{1/2}F' = 3$ en configuración co-propagante. Esta línea claramente no se desea en futuros espectros, sin embargo sirve como evidencia clara del desplazamiento en el anclado del laser.

Para el análisis se ajustan perfiles Voigt. Para ello se determinan a mano los centros de las líneas correspondientes como entrada de adivinanza. Posteriormente, empleando mínimos cuadrados, se minimizan los parámetros de la función de Voigt a los datos experimentales. De esta manera se obtienen las posiciones en tiempo Δt_m de las líneas principales de ambos haces (principal y modulado). Con la información recaudada se calcula una calibración de 15.7(2) MHz/s. En la tabla 5.8 se recopilan las mediciones de las diferencias y se comparan con las esperadas que se encuentran enlistadas en ??.

Aunque no se puede resolver claramente el doblete de la estructura en 5.20, se logran ajustar dos perfiles. De esta manera, utilizando la calibración 15.7(2) MHz/s se obtiene una separación de 3.1(4) MHz. Sin embargo, de acuerdo con los parámetros medidos en los ajustes Voigt estas transiciones tienen una anchura gaussiana de 4.3(4) MHz, de modo que se tiene que analizar con mayor cuidado dicha medición. Para ello se emplea el criterio de Rayleigh, el cual menciona que para poder resolver dos líneas espectrales que se encuentran muy cercanas, la suma de las líneas individuales en un punto de FWHM tiene que ser menor, ó al menos de la misma intensidad que una de las líneas originales [57]. En este caso, considerando los ajustes Voigt se obtiene que el valor de la suma de ambas líneas en FWHM es de 0.9, mientras que el valor en el punto más alto correspondiente con la línea más intensa es de 0.7. Esto no cumple con el criterio mencionado, por lo que no se podría aseverar el resultado de la separación hiperfina de ^{85}Rb .

La figura 5.21 presenta el espectro de fluorescencia de ^{87}Rb , en donde el anclado del láser de 420 nm se encuentra a la mitad de la altura en la primera transición hiperfina $F = 2 \rightarrow F' = 3$. En él se tiene una mejor resolución para la estructura hiperfina en la primera transición por selección de velocidades. El doblete de estructura hiperfina $F'' = 1$, y $F'' = 2$ está etiquetado con las letras B y C, y su separación es de 7.8(8) MHz. A la derecha de la línea D, se colocan otras líneas en donde se espera que

Isótopo	Diferencia	$(1 - \frac{\lambda_{420}}{\lambda_{1050}})\Delta E$	$\Delta E (F'_2 - F'_1)$ MHz	valores reportados MHz
Rb 85	$A - B$	23(1)	39(1)	39.2(9)
	$B - C$	12(1)	20(2)	20.7(7)
	$D - E$	20(2)	34(3)	39.2(9)
Rb 87	$A - C$	50(2)	83(3)	86.1(31)
	$B - D$	$\Delta E (F''_2 - F''_1)$ (MHz)		reportado [68]
		7(1)		7.782(4)

Tabla 5.8: Recopilación de las diferencias energéticas en la espectroscopia de Rydberg. La tercera columna muestra las mediciones experimentales de las diferencias energéticas en la estructura del estado intermedio $6P_{3/2}$ que se encuentran multiplicadas por el factor de corrección, discutido en la sección 2. En la cuarta columna se enlistan los valores correspondientes sin el factor de corrección y en la quinta se recopilan los valores medidos en la sección 5.2 de este capítulo. El último renglón muestra la medición de la separación energética hiperfina del nivel Rydberg. Las correspondientes transiciones F' y F'' se pueden consultar en la tabla 5.7. Las líneas por selección de velocidades se comparan con los valores reportados en la espectroscopia de la sección anterior 5.2, mientras que la separación del doblete se compara con [68].

aparezca el segundo doblete por selección de velocidades.

En general hay un buen acuerdo entre las mediciones experimentales de este trabajo con lo reportado en la sección anterior y en [68]. Sin embargo, el resultado de la diferencia energética $D - E$ se aleja en un 13% de lo medido en la espectroscopia del estado $6P_{3/2}$. Esto se debe a que las líneas D y E se encuentran más alejadas del centro de voltaje aplicado al PZT en donde las no-linealidades son más pronunciadas [64].

Capítulo 6

Conclusiones y perspectivas

Se ha desarrollado satisfactoriamente un sistema óptico de detección Rydberg. En la primera transición se emplea un sistema sencillo y novedoso de disminución de fluorescencia resonante para obtener la resolución Doppler requerida para la estabilización del laser de 420 nm, mientras que en la segunda transición se utiliza el láser que fue diseñado, construido y caracterizado en el Laboratorio de Átomos Fríos del ICN, UNAM. [67].

La metodología implementada permitió medir las separaciones hiperfinas tanto del nivel $6P_{3/2}$ (tabla 5.4) como del nivel Rydberg $20S_{1/2}$ (tabla 5.8) así como también en la determinación de las constantes hiperfinas (tabla 5.5). La precisión que se obtiene es del orden de ~ 1 MHz y las discrepancias con los otros grupos de investigación caen dentro de la barra de error de las mediciones. Uno de los principales factores de esta incertidumbre es debido a la histéresis del PZT. Debido a esta se optó por tomar un promedio en la calibración de los espectros correspondientes con las transiciones $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Sin embargo, se podría corregir o linealizar la respuesta del PZT en el láser al contar con una relación que sea función de un voltaje absoluto del PZT. De esta forma las posiciones en las líneas serían corregidas dada la posición de estas con respecto a una referencia en el voltaje. Además de esta contribución, también se debe de tomar en cuenta la incertidumbre en la determinación del centro al ajustar los perfiles Lorentzianos.

Por otro lado, no se consideró que hubieran campos magnéticos eléctricos externos que pudieran estar separando a cada uno de los niveles F 's en sus componentes m_F 's y que, en consecuencia, estuvieran desplazando el centro de la transición hiperfina. Aunque ambas celdas espectroscópicas se encuentran cubiertas con una lámina de metal μ , que en principio aísla a los átomos de campos magnéticos externos, debería

de considerarse alguna alternativa para mejorar esta contribución. Para ello se podrían realizar varias pruebas experimentales que midan la intensidad del campo magnético cerca de la celda y considerar las correcciones necesarias a las separaciones.

En la espectroscopia de Rydberg se aprovecha la selección de velocidades para resolver la estructura hiperfina de ^{87}Rb con una precisión de ~ 1 MHz. Para resolver la estructura de ^{85}Rb , la cual no se tiene conocimiento de que haya sido determinada aún, se necesita disminuir el ancho de línea del láser 1051 nm. Para solventar este problema se puede anclar dicho láser utilizando el FPI en una frecuencia cercana a la sintonía con el método de Pound-Drever-Hall [19]. A partir de allí, se podría barrer la frecuencia del láser de 420 nm con el AOM para registrar el doblete de una manera más precisa.

Una de los efectos interesantes de los átomos de Rydberg es el bloqueo dipolar con el que se producen sistemas efectivos de dos niveles entrelazados. Para ello, se requiere que el radio de bloqueo dipolar sea de por lo menos un orden de $\sim \mu\text{m}$. Para el cálculo del radio de bloqueo se obtiene el coeficiente de Van der Waals c_6 utilizando la paquetería discutida en la sección 1 y en la referencia [23]. Para el estado Rydberg $20S_{1/2}$ se calcula un radio de bloqueo aproximado de ~ 50 nm. Claramente, esto no es suficiente para los propósitos subsecuentes. Sin embargo, el sistema desarrollado en esta tesis presenta dos ventajas que se pueden aprovechar para producir niveles Rydberg mucho más energéticos. Primero: el efecto de electron shelving facilita la detección óptica de la producción y entre más largo sea el tiempo de vida medio, la detección de fluorescencia, por amplificación cuántica, será mayor [5]. Segundo: de acuerdo con los cálculos de elementos de matriz dipolar realizados en la sección 2 existe un mejor acoplamiento entre los estados $6P$ y nS, nD que entre $5P$ y nS, nD . Esto se debe a que se tiene un mejor traslape entre las eigenfunciones radiales del $6P$.

Las dos configuraciones ópticas, para medir fluorescencia de 1051 nm y absorción de 420 nm en la detección Rydberg, se complementan. Si bien los cambios en absorción son de un orden de 1000 veces más intensos que los de fluorescencia, la estructura hiperfina se resuelve mejor en este último. Esto es debido a que dicha señal no presenta efectos de coherencia y los perfiles Voigt se ajustan de manera más sencilla. No obstante, el aumento de la señal de absorción es una consecuencia de la transparencia inducida del medio a la radiación de 420 nm ya que el nivel intermedio es el que acopla los dos campos de radiación utilizados. Aunque el efecto de EIT sería muy útil para el control coherente de los estados de Rydberg, el análisis de los espectros correspondientes exceden el alcance de este trabajo. Sin embargo, esta evidencia empírica extiende claramente la investigación para los futuros trabajos relacionados con el proyecto de átomos de Rydberg. Uno de los caminos para la investigación de EIT consiste en emplear intensi-

dades en la radiación de 420 nm mucho menores que las utilizadas para el espectro 5.16.

Por otro lado, también se han hecho experimentos para medir los cambios de absorción en la MOT. Para ello, primero se atrapa y enfría a los átomos en una cámara de vacío utilizando radiación de 780 nm [12]. Al dejar pasar el haz de 420 nm en sintonía, la nube experimenta una merma en el número de átomos que la componen. Esto debido a que una fracción de la población empieza a poblar el nivel $6P_{3/2}$ quitando átomos del ciclo de atrapamiento. La figura 6.1 muestra el momento en el que la nube interactúa con la radiación de 420 nm. Una de las ventajas de realizar la espectroscopia bajo las condiciones de la trampa magneto-óptica es que el ensanchamiento Doppler es despreciable en comparación con el ensanchamiento natural de la transición (empleando la ecuación 3.35 para una temperatura de 200 μK se obtiene un ancho Doppler de ~ 800 kHz). Una vez que se haya completado la espectroscopia de dicho nivel se procederá a inducir las transiciones Rydberg en átomos fríos con el fin de obtener un conocimiento más preciso de las líneas atómicas hiperfinas en dichas condiciones.

En conclusión, los sistemas de espectroscopia y de producción de átomos de Rydberg desarrollados a lo largo de este proyecto de investigación y que constituyen la contribución de esta tesis de maestría han establecido las bases que ahora permitirán llevar a cabo experimentos de producción y control de átomos de Rydberg fríos en el Laboratorio de Átomos Fríos del ICN, UNAM.

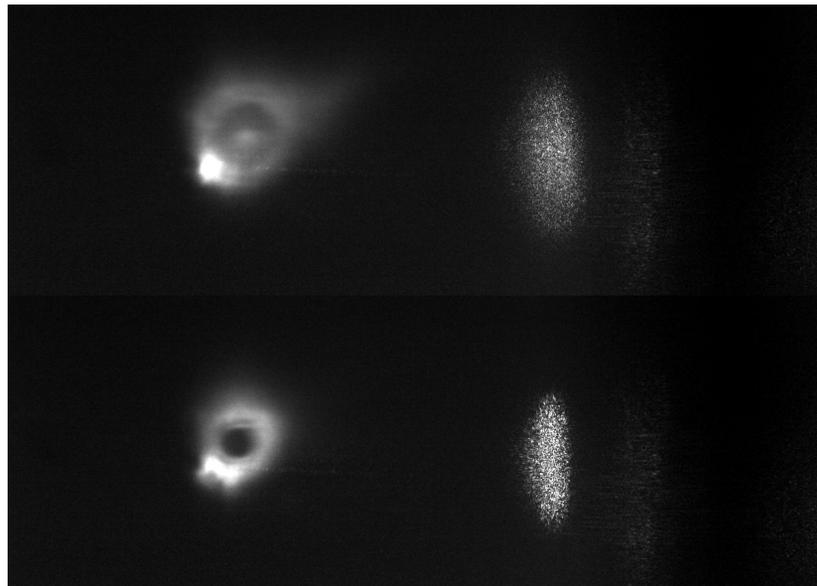


Figura 6.1: Arriba: Muestra una fotografía de la nube de átomos que se encuentran atrapados y enfriados en la trampa magneto óptica [12] (MOT). La nube fluoresce en el infrarrojo a 780 nm debido a la radiación de atrapamiento. En este caso la nube únicamente interactúa con dicha radiación. Abajo: Muestra una fotografía de la nube pero interactuando con el haz de 420 nm que pasa por el centro. Al excitar una fracción de átomos al nivel $6P_{3/2}$ estos ya no participan en la transición cíclica de atrapamiento con la radiación infrarroja y por lo tanto se genera un agujero justo por donde pasa el haz de 420 nm.

Bibliografía

- [1] THOMAS F. GALLAGHER *Rydberg Átoms*, Cambridge University Press, 1994.
- [2] P. FILIPOVICZ, P. MEYSTRE, G. REMPE AND H. WALTHER, *Rydberg atoms, a testing ground for quantum electrodynamics*, OPTICA ACTA, 1985, VOL. 32, NOS. 9/10, 1105-1123.
- [3] ASAF PARIS-MANDOKI, CHRISTOPH BRAUN AND SEBASTIAN HOFFERBERTH, *Correlations between interacting Rydberg atoms*, AIP CONF. PROC. 1950, 020001-1-020001-16.
- [4] THAD G. WALKER AND MARK SAFFMAN, *Entanglement of Two Atoms using Rydberg Blockade*, ARXIV:1202.5328v1, 23 FEB, 2012.
- [5] PIERRE THOUMANY, *Optical Spectroscopy and Cavity QED Experiments with Rydberg Atoms*, DISSERTATION DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK LUDWIG- MAXIMILIANS- UNIVERSITÄT MÜNCHEN, FEBRUARY 2011.
- [6] OFER FIRSTENBERG, THIBAUT PEYRONEL, QI-YU LIANG, ALEXEY V. GORSHKOV, MIKHAIL D. LUKIN & VLADAN VULETIC, *Attractive photons in a quantum nonlinear medium*, NATURE, VOL 000, 2013.
- [7] ASAF PARIS-MANDOKI, HANNES GORNIACZYK, CHRISTOPH TRESP, IVAN MIRGORODSKIY, CHRISTIAN ZIMMER, ET AL., *Free-space single-photon transistor based on Rydberg interaction*, PROC. OF SPIE VOL. 9900 99000U-1, 2016.
- [8] C.Y. SHE AND W.M. FAIRBANK, JR., *Measuring the velocity of individual atoms in real time*, OPTICS LETTERS, VOL. 2, NO. 2 FEBRUARY 1978.
- [9] C.A. MOJICA CASIQUE *espectroscopia libre de Doppler en el sistema en escalera $5S \rightarrow 5P \rightarrow 6P$ en rubidio atómico: Efectos de la polarización de la luz en la transición cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$* , Tesis de Doctorado, (2016).

- [10] FRANCISCO SEBASTIÁN PONCIANO OJEDA *Estudio de las transiciones prohibidas $5P_{3/2} \rightarrow 6P_j$ por medio de espectroscopia óptica de doble resonancia en átomos de rubidio.*, Tesis de Maestría, (2017).
- [11] OSCAR LÓPEZ HERNÁNDEZ *espectroscopia de la transición de dos fotones $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 5D_{3/2}$ por decaimiento del estado $6P$ en Rb atómico* Tesis de Licenciatura, 2015. Universidad Nacional Autónoma de México
- [12] JOSÉ RICARDO SANTILLÁN DÍAZ, CARACTERIZACIÓN DE LA TRAMPA MAGNETO-ÓPTICA DEL INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES DE LA UNAM, TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS FÍSICAS, ENERO 2015.
- [13] A. REYES REYES "espectroscopia de polarización en vapor de rubidio utilizando un diodo láser con cavidad extendida" TESIS DE LICENCIATURA, FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM, 2008
- [14] PAUL SIDDONS, CHARLES S. ADAMS, CHANG GE AND IFAN G HUGHES, *Absolute absorption on the rubidium D lines: comparison between theory and experiment.*
- [15] LUKE ANTHONY MAVILIO JOHNSON, *Precision Laser Spectroscopy of Rubidium with a Frequency Comb*, DOCTOR OF PHILOSOPHY THESIS, 31 AUGUST 2011.
- [16] P. THOUMANY, TH. GERMANN, T. HÄNSCH, G. STANIA, L. URBONAS & TH. BECKER, *Spectroscopy of rubidium Rydberg states with three diode lasers.* JOURNAL OF MODERN OPTICS, VOL. 56, Nos. 18-19, 20, 2009.
- [17] J. E. SANSONETTI, *Wavelengths, Transition Probabilities, and Energy Levels for the Spectra of Rubidium (Rb I through Rb XXXVII).* J. PHYS. CHEM. REF. DATA, VOL. 35, No. 1, 2006.
- [18] A.K. MOHAPATRA, T.R. JACKSON, AND C.S. ADAMS, *Coherent Optical Detection of Highly Excited Rydberg States Using Electromagnetically Induced Transparency*, PHYSICAL REVIEW LETTERS, PRL 98, 113003 (2007).
- [19] THOMAS SCHMID, *High precision excitation, manipulation and detection of Rydberg atoms*, MASTER THESIS, JANUARY 2014, UNIVERSITÄT STUTTGART.
- [20] CHRISTOPHER J. FOOT, *Atomic Physics*, Oxford University Press (2005).
- [21] ILYA G. KAPLAN, *Intermolecular interactions: physical picture, computational methods and model potentials*, John Wiley & Sons, 2006
- [22] C. FROESE-FISCHER AND T. BRAGE, *Computational Atomic Structure: An MCHF Approach.* TAYLOR & FRANCIS, 1997

- [23] J. D. PRITCHARD, *Cooperative Optical Non-linearity in a blockaded Rydberg Ensemble*, PHD. THESIS, DURHAM UNIVERSITY, MAY 14, 2011
- [24] MARKUS MACK, FLORIAN KARLEWSKI, HELGE HATTERMANN, SIMONE HÖCKH, FLORIAN JESSEN, DANIEL CANO AND JÓZSEF FORTÁGH, *Measurement of absolute transition frequencies of ^{87}Rb to nS and nD Rydberg states by means of electromagnetically induced transparency*. PHYSICAL REVIEW A 83, 052515 (2011).
- [25] DAVID J. GRIFFITHS, *Introduction to Quantum Mechanics*, PRENTICE HALL, UPPER SADDLE RIVER, NEW JERSEY 1995
- [26] JOHN DAVID JACKSON, *Classical Electrodynamics*, JOHN WILEY & SONS, INC. THIRD EDITION, 1998.
- [27] NORMAN F. RAMSEY, *Molecular Beams*, OXFORD, 1956.
- [28] WENHUI LI, I. MOURACHKO, M.W. NOEL, T.F.GALLAGHER, *Millimeter-wave spectroscopy of cold Rb Rydberg atoms in a magneto-optical trap: Quantum defects of the ns, np , and nd series*, *Phys. Rev. A* 67, 052502(2003)
- [29] B.V. NUMEROV *A method of extrapolation of perturbations*, MNRAS 84 (1924) 592.
- [30] M. MARINESCU, H.R. SADEGHPOUR, AND A. DALGARNO, *Dispersion coefficients for alkali-metal dimers*, PHYS. REV. A 49, 982 (1994).
- [31] E. ARIMONDO, M. INGUSCIO AND P. VIOLINO, *Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms*, *Review of Modern Physics*, Vol. 49, No. 1, January 1977
- [32] B.H. BRANSDEN AND C.J. JOACHAIN, *Physics of atoms and molecules*, Longman, 1983.
- [33] I.I. SOBELMAN, *Atomic Spectra and Radiative Transitions*, SPRINGER-VERLAG, BERLIN HEIDELBERG NEW YORK, 1979
- [34] INGOLF V. HERTEL AND CLAUS-PETER SCHULZ, *Atoms, Molecules and Optical Physics 1, Atoms and Spectroscopy*, SPRINGER, 2015.
- [35] LUCÍA CRISTINA CONTRERAS GONZÁLEZ, *espectroscopia por resonancia magnética láser de átomos ligeros*, TESIS DE LICENCIATURA, 2012.
- [36] S. PUSTELNY, L. BUSAITE AND M. AUZINSH, A. AKULSHIN, N. LEEFER, D. BUDKER *NONLINEAR MAGNETO-OPTICAL ROTATION IN RUBIDIUM VAPOR EXCITED WITH BLUE LIGHT*, *Physical Review A* 92, 053410 (2015)

- [37] D. AUMILER, T. BAN, AND G. PICHLER *High-resolution measurements of the pressure broadening and shift of the rubidium $5^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$ line by argon and helium*, *Physical Review A* 70, 032723 (2004)
- [38] S.C. BELL AND D.M. HEYWOOD, J.D. WHITE, J.D. CLOSE, R.E. SCHOLTEN, *Laser frequency offset locking using electromagnetically induced transparency*, *APPLIED PHYSICS LETTERS* 90, 171120 (2007).
- [39] C.P. PEARMAN, C.S. ADAMS, S.G. COX, P.F. GRIFFIN, D.A. SMITH AND I.G. HUGHES, *Polarization spectroscopy of a closed atomic transition: applications to laser frequency locking*, *J. PHYS. B: AT. MOL. OPT. PHYS.* 35 (2002).
- [40] I.I. BETEROV, I.I. RYABTSEV, D.B. TRETYAKOV AND V.M. ENTIN, *Quasiclassical calculations of blackbody-radiation-induced depopulation rates and effective lifetimes of Rydberg nS , nP , and nD alkali-metal atoms with $n \leq 80$* , *PHYSICAL REVIEW A*, 79, 052504 (2009).
- [41] ZHANG LI-GOU, LIU ZHONG-ZHENG, TAO ZHI-MING, LING LI, CHEN JING-BIAO *Velocity Transfer Spectroscopy of Rb 420 nm Transition CHIN. PHYS. LETT Vol. 31, No. 8 (2014) 083101*
- [42] D. SARKISYAN, T. BECKER, A. PAPOYAN, P. THOUMANY, H. WALTHER *Sub-Doppler fluorescence on the atomic D2 line of a submicron rubidium-vapor layer*, *Appl. Phys. B* 76, 625-631 (2003)
- [43] DARYL W. PRESTON *Doppler-free saturated absorption: Laser spectroscopy American Journal of Physics* 64, 1432 (1996)
- [44] S. PENSELIN, T. MORAN, V.W. COHEN, *Hyperfine Structure of the Electronic Ground States of Rb^{85} and Rb^{87}* . *PHYSICAL REVIEW*, VOL. 127, NUMBER 2, JULY 15, 1962.
- [45] X. BAILLARD, A. GAUGUET, S. BIZE, P. LEMONDE, PH. LAURENT, A. CLAIRON, P. ROSENBUSCH, *Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers*, *Optics Communications* 266(2006) 609-613
- [46] Daniel J. Thompson and Robert E. Scholten *Narrow linewidth tunable external cavity diode laser using wide bandwidth filter* *Review of scientific instruments* 83, 023107 (2012)
- [47] CEL002 MANUAL:
http://www.moglabs.com/uploads/2/4/2/1/24212474/moglabs_cel_manual_rev112.pdf

- [48] E.A. Donley, T.P. Heavner, F. Levi, M.O. Tataw, and S.R. Jefferts *Double-pass acousto-optic modulator system*. Review of scientific instruments 76, 063112 (2005)
- [49] LUIS ARMANDO VIEYRA REBOYO *Medición y control de la frecuencia de la luz de atrapado y control de campos magnéticos para una trampa magneto-óptica de átomos de rubidio*. Tesis de Licenciatura, 2014. Universidad Nacional Autónoma de México.
- [50] H5784 MODULE SPECS <http://www.htmldatasheet.com/hamamatsu/h578420.htm>
- [51] B.E.A. SALEH, M.C. TEICH, *Fundamentals of photonics*, Wiley. Second Edition, 2007
- [52] EUGENE HECHT, *Óptic*. Addison Wesley. Tercera edición. 1998
- [53] ISOTROPIC MODULATORS. OPERATING MANUAL
- [54] DRFAXX. VOLTAGE CONTROL OSCILATOR OPERATING MANUAL
- [55] AMPAXX. POWER AMPLIFIER. OPERATING MANUAL
- [56] [HTTPS://WWW.RP-PHOTONICS.COM/BEAT_NOTE.HTML](https://www.rp-photonics.com/BEAT_NOTE.HTML)
- [57] YARIV, A. *Optical Electronics*, 4TH EDITION, HOLT, RINEHART & WINSTON, PHILADELPHIA.
- [58] PETER HORAK AND WEI H. LOH, *On the delayed self-heterodyne interferometric technique for determining the linewidth of fiber lasers*. Optics Express 3923, Vol 14, No. 9. 1 May 2006
- [59] T. OKOSHI, K. KIKUCHI, A. NAKAYAMA, *Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum*. Electronics Letters. Vol. 16 No. 16, 31st July 1980.
- [60] ARTURO ESPINO NUÑEZ, *Control de temperatura con lógica difusa para un sistema de espectroscopia Láser*. TESIS DE LICENCIATURA, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.
- [61] MODEL 5209, *Single Phase Lock-in Amplifier, Instruction Manual*, 219567-A-MNL-G.
- [62] MODEL SR124, *Analog Lock-In Amplifier, Instruction Manual*.
- [63] K.G. LIBBRECHT, E.D. BLACK, AND C.M. HIRATA, *A basic lock-in amplifier experiment for the undergraduate laboratory*. AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS 71, 1208 (2003).

- [64] HEWON JUNG, JONG YOUP SHIM AND DAEGAB GWEON, *New open-loop actuating method of piezoelectric actuators for removing hysteresis and creep*, *Review of Scientific Instruments*, 71, 3436 (2000)
- [65] A. KRISHNA, K. PANDEY, A. WASAN AND V. NATARAJAN, *High-resolution hyperfine spectroscopy of excited states using electromagnetically induced transparency*, *EPL* 72 221, 2005
- [66] N.SIBALIC, J.D. PRITCHARD, C.S. ADAMS, K.J. WEATHERHILL, *ARC: An open-source library for calculating properties of alkali Rydberg Atoms*, 16 December, 2016
- [67] JOSÉ EDUARDO NAVARRO NAVARRETE *Diseño, construcción y caracterización de un láser de diodo de cavidad extendida de 1049 nm para producir estados de Rydberg en átomos de Rubidio*, *Tesis de licenciatura*, Enero 2016
- [68] ATREJU TAUSCHINSKY, RICHARD NEWELL, H.B. VAN LINDEN VAN DEN HEUVELL, AND R.J.C. SPREEUW, *Measurement of ^{87}Rb Rydberg-state hyperfine splitting in a room-temperature vapor cell*, *Physical Review A* 87, 042522 (2013).
- [69] HEUNG-RYOUL NOH AND HAN SEB MOON, *Transmittance signal in real ladder-type atoms*, *PHYSICAL REVIEW A* 85, 033817 (2012).

Apéndice A

Acoplamiento entre momentos angulares

En el estudio de las siguientes interacciones se tendrán acoplamientos entre momentos angulares. Debido a ello, a continuación se presentan los conceptos generales de la teoría. Al acoplar $\hat{\mathbf{J}}_1$ con $\hat{\mathbf{J}}_2$ se obtiene

$$\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{J}}_1 + \hat{\mathbf{J}}_2 \quad (\text{A.1})$$

Los eigenestados $|J, M_J\rangle$ se construyen a partir de la base desacoplada $|J_1, M_1\rangle$ y $|J_2, M_2\rangle$ de la siguiente forma:

$$|J_1, J_2, J, M_J\rangle = \sum_{M_1, M_2} |J_1, M_1, J_2, M_2\rangle \langle J_1, M_1, J_2, M_2 | J_1, J_2, J, M_J\rangle \quad (\text{A.2})$$

o a la inversa

$$|J_1, M_1, J_2, M_2\rangle = \sum_{J, M_J} |J_1, J_2, J, M_J\rangle \langle J_1, J_2, J, M_J | J_1, M_1, J_2, M_2\rangle \quad (\text{A.3})$$

en donde $\langle J_1, M_1, J_2, M_2 | J_1, J_2, J, M_J\rangle$ son los complejos conjugados de $\langle J_1, J_2, J, M_J | J_1, M_1, J_2, M_2\rangle$ y son llamados los coeficientes de Clebsch-Gordan. Estos son diferentes de cero si se cumplen las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} |J_1 - J_2| &\leq J \leq J_1 + J_2 \\ -J &\leq M \leq J \\ M &= M_1 + M_2 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Una forma alternativa para escribir los coeficientes es con los símbolos de Wigner $3 - J$ [34]

$$\begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J \\ M_1 & M_2 & M \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Estos son definidos de forma simétrica con respecto a los tres momentos angulares, y se relacionan con los coeficientes de Clebsch- Gordan mediante

$$\langle J_1, M_1, J_2, M_2 | J, M \rangle = (-1)^{J_1 - J_2 + M} (2J + 1)^{1/2} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J \\ M_1 & M_2 & M \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Algunas de las relaciones de simetría y ortogonalidad se pueden encontrar en las referencias [34] [35].

Apéndice B

Cálculo numérico de las ecuaciones de Bloch (sistema de 3 niveles)

En esta sección se presenta el cálculo de las ecuaciones dinámicas para obtener los elementos de la matriz de densidad considerando un sistema de tres niveles efectivo. Para ello se utiliza la paquetería de ADM (The Atomic Density Matrix), el cual se puede encontrar en <http://budker.berkeley.edu/ADM/>. Este paquete fue desarrollado por D. Budker y S. Rochester [36].

```

In[1]:= << AtomicDensityMatrix`
ParallelEvaluate[<< AtomicDensityMatrix`];

In[3]:= (*Definicion del sistema: 3 niveles efectivo, y el campo de radiación*)
system = {AtomicState[1, Energy → 0, NaturalWidth → 0], AtomicState[2, Energy → e2,
  BranchingRatio[1] → 1/5, BranchingRatio[3] → 4/5, NaturalWidth → Γ2], AtomicState[
  3, Energy → e3, BranchingRatio[2] → 0, BranchingRatio[1] → 1, NaturalWidth → Γ3]};
optf = OpticalField[ω - k * v, E0, {0, 0}] + OpticalField[ω + k * v, E0, {0, 0}]
MatrixForm[
  H = Hamiltonian[system, ElectricField → optf] /. ReducedME[1, {Dipole, 1}, 2] → Ω12 /.
  ReducedME[1, {Dipole, 1}, 3] → Ω13 /.
  ReducedME[2, {Dipole, 1}, 3] → Ω23] // FullSimplify
Out[4]:= {e^{-i t (-k v + ω)} E0 + e^{-i t (k v + ω)} E0, 0, 0}

Out[5]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 E0 \cos[k t v] \cos[t \omega] \Omega_{12} & -2 E0 \cos[k t v] \cos[t \omega] \Omega_{13} \\ -2 E0 \cos[k t v] \cos[t \omega] \Omega_{12} & e2 & -2 E0 \cos[k t v] \cos[t \omega] \Omega_{23} \\ -2 E0 \cos[k t v] \cos[t \omega] \Omega_{13} & -2 E0 \cos[k t v] \cos[t \omega] \Omega_{23} & e3 \end{pmatrix}$$


In[9]:= (*Aproximacion de onda rotante, y las matrices de relajación,
emisión espontanea considerando el reingreso de los átomos al volumen de interaccion*)
MatrixForm[
  HRWA = RotatingWaveApproximation[system, H, ω] /. (e2 - ω) → -Δ /. Ω13 → 0 /. E0 → 1 /.
  Ω23 → 0 /. e3 - ω → e3] // FullSimplify
MatrixForm[relax = IntrinsicRelaxation[system] + TransitRelaxation[system, γ]]
MatrixForm[repop = OpticalRepopulation[system] + TransitRepopulation[system, γ]]

Out[9]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & -\cos[k t v] \Omega_{12} & 0 \\ -\cos[k t v] \Omega_{12} & -\Delta & 0 \\ 0 & 0 & e3 \end{pmatrix}$$


Out[10]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma + \Gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma + \Gamma_3 \end{pmatrix}$$


Out[11]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \gamma + \frac{1}{5} \Gamma_2 \rho_{2,2}[t] + \Gamma_3 \rho_{3,3}[t] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{5} \Gamma_2 \rho_{2,2}[t] \end{pmatrix}$$


In[12]:= TableForm[eqs = Flatten@LiouvilleEquation[system, HRWA, relax, repop]] // FullSimplify
Out[12]/TableForm=

$$\begin{aligned}
\gamma \rho_{1,1}[t] + \rho_{1,1}'[t] &= \gamma - i \cos[k t v] \Omega_{12} (\rho_{1,2}[t] - \rho_{2,1}[t]) + \frac{1}{5} \Gamma_2 \rho_{2,2}[t] + \Gamma_3 \rho_{3,3}[t] \\
(2\gamma + 2i\Delta + \Gamma_2) \rho_{1,2}[t] + 2i \cos[k t v] \Omega_{12} (\rho_{1,1}[t] - \rho_{2,2}[t]) + 2\rho_{1,2}'[t] &= 0 \\
(2\gamma - 2i e_3 + \Gamma_3) \rho_{1,3}[t] + 2(-i \cos[k t v] \Omega_{12} \rho_{2,3}[t] + \rho_{1,3}'[t]) &= 0 \\
(2\gamma - 2i\Delta + \Gamma_2) \rho_{2,1}[t] - 2i \cos[k t v] \Omega_{12} (\rho_{1,1}[t] - \rho_{2,2}[t]) + 2\rho_{2,1}'[t] &= 0 \\
(\gamma + \Gamma_2) \rho_{2,2}[t] + \rho_{2,2}'[t] &= i \cos[k t v] \Omega_{12} (\rho_{1,2}[t] - \rho_{2,1}[t]) \\
-2i \cos[k t v] \Omega_{12} \rho_{1,3}[t] + (2\gamma - 2i\Delta - 2i e_3 + \Gamma_2 + \Gamma_3) \rho_{2,3}[t] + 2\rho_{2,3}'[t] &= 0 \\
(2\gamma + 2i e_3 + \Gamma_3) \rho_{3,1}[t] + 2(i \cos[k t v] \Omega_{12} \rho_{3,2}[t] + \rho_{3,1}'[t]) &= 0 \\
2i \cos[k t v] \Omega_{12} \rho_{3,1}[t] + (2\gamma + 2i\Delta + 2i e_3 + \Gamma_2 + \Gamma_3) \rho_{3,2}[t] + 2\rho_{3,2}'[t] &= 0 \\
4\Gamma_2 \rho_{2,2}[t] &= 5(\gamma + \Gamma_3) \rho_{3,3}[t] + \rho_{3,3}'[t]
\end{aligned}$$


```

```

In[13]:= TableForm[init =
  Flatten@InitialConditions[system, Table[If[i ≤ 1 && i == j, 1, 0], {i, 1, 3}, {j, 1, 3}], 0]]
Out[13]/TableForm=
  ρ1,1[0] == 1
  ρ1,2[0] == 0
  ρ1,3[0] == 0
  ρ2,1[0] == 0
  ρ2,2[0] == 0
  ρ2,3[0] == 0
  ρ3,1[0] == 0
  ρ3,2[0] == 0
  ρ3,3[0] == 0

In[37]:= (*Chequeo de las dimensiones y definicion de los parametros del sistema*)
values =
  {k → (1 / (420.3 * 10-7)) * (1 / 106), Γ3 → 3, Γ2 → 1.5, Ω12 → 1.5, e3 → 1, γ → 0.02};
DensityMatrix[system]
DMVariables[system]
Dimensions[eqs]
Dimensions[init]
Out[38]= {{ρ1,1[t], ρ1,2[t], ρ1,3[t]}, {ρ2,1[t], ρ2,2[t], ρ2,3[t]}, {ρ3,1[t], ρ3,2[t], ρ3,3[t]}}
Out[39]= {ρ1,1[t], ρ1,2[t], ρ1,3[t], ρ2,1[t], ρ2,2[t], ρ2,3[t], ρ3,1[t], ρ3,2[t], ρ3,3[t]}
Out[40]= {9}
Out[41]= {9}

In[64]:= (*resolución de las ecuaciones dinámicas*)
startFreq = -150;
stopFreq = 150;
δF = 1;
startV = 0;
stopV = 6000;
δV = 25;
freqSteps = (stopFreq - startFreq) / δF + 1;
vSteps = (stopV - startV) / δV + 1
pVel = {};
AbsoluteTiming[
  Do[{p = Table[DensityMatrix[system] //. NDSolve[{eqs /. values /. v → vi, init},
    DMVariables[system], {t, 0, π/2}, AccuracyGoal → 5,
    PrecisionGoal → 5][[1]], {Δ, startFreq, stopFreq, δF}];
    pVOMFn[t_] = p;
    pVel = Append[pVel, Table[{startFreq + (j - 1) δF,
      Mean[Table[pVOMFn[t][[j]], {t, 0, π/2, π/10}]]}], {j, 1, freqSteps}]];
    Print[vi];}, {vi, startV, stopV, δV}];]

```

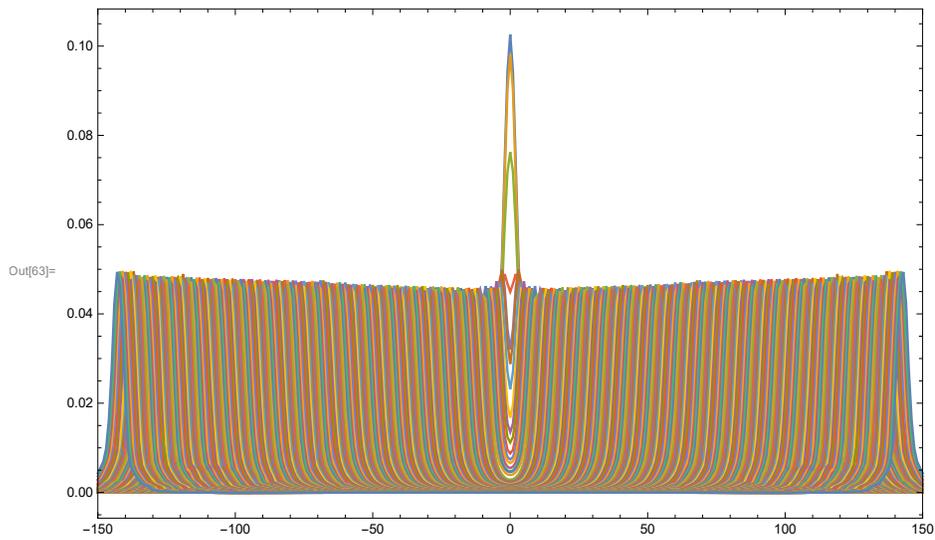
Comportamiento de las soluciones $\rho_{3,3}$, para cada velocidad:

```

In[59]:= vSteps;
dvel = Dimensions[pVel[[1]]][[1]]
vel = {};
Do[
  vel1 = Table[{pVel[[1]][[i, 1]], Chop[pVel[[j]][[i]][[2]][[3, 3]]]}, {i, 1, dvel}];
  AppendTo[vel, vel1]
, {j, 1, vSteps}
ListLinePlot[vel, PlotRange -> {{-150, 150}, All},
  Frame -> True, AxesOrigin -> {-150, 0}, ImageSize -> Large]

```

Out[60]= 301



Ensanchamiento gaussiano:

```

In[208]:= dopDist[v_] := e^(-v^2/α^2) /. α → 2500
vIntSpec15 =
  Table[{pVel[[1]][i][1], Sum[dopDist[startV + δV (j - 1)] * Chop[pVel[[j]][i][2][3][3]],
    {j, 1, vSteps}] + Sum[dopDist[startV + δV (j - 1)] * Chop[pVel[[j]][i][2][3][3]],
    {j, 2, vSteps}]}, {i, 1, freqSteps}];
graph0 = ListLinePlot[vIntSpec15, PlotRange → All, Frame → True, AxesOrigin → {-150, 0},
  FrameLabel → {"Intensidad (u.a.)", ""}, {"Desintonía Δ (MHz)", ""},
  ImageSize → Large, LabelStyle → {15}]

```

