



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA  
EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**LA EVALUACIÓN FORMATIVA COMO PARTE FUNDAMENTAL EN EL PROCESO  
DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE EN LAS MATEMÁTICAS DEL BACHILLERATO**

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRA EN DOCENCIA PARA LA  
EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR**

PRESENTA:

**KAREN ALEJANDRA CARMONA ROMERO**

**DIRECTOR DE TESIS: DR. ALEJANDRO RICARDO GARCÍA DIEGO DANTAN  
FACULTAD DE CIENCIAS**

Ciudad Universitaria, Cd. de Mx.,

MARZO 2019



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicado a

Josué Hernández Ramírez,

por ser mi compañero incondicional, te amo.

Minerva Romero Moreno,

por su amor infinito, paciencia y ser un gran ejemplo de mujer en mi  
vida, te amo mami.

Héctor Carmona Contreras,

por su gran ejemplo y enseñarme el camino que debo seguir y a nunca  
rendirme, te amo y extraño.

mis hermanas y sobrinos,

por su apoyo y alegría que brindan en mi vida.

mis amigos Luis y Martín

qué siempre están mostrándome su apoyo y cariño.

Georgina Balderas Gallardo

por haberme dado la gran oportunidad de encontrar mi vocación.

mis alumnos,

que me motivan a superarme y ser mejor maestra y persona.

todas las personas,

que han aportado felicidad y apoyo en mi vida.

Agradezco:

A la Universidad Nacional Autónoma de México por darme la oportunidad de crecer y ser mejor dentro de sus aulas y por el apoyo brindado mediante el programa de Apoyos para la superación del Personal Académico, a través de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) y también por el apoyo otorgado mediante el Programa de Apoyo para los Estudiantes de Posgrado (PAEP) para la presentación del trabajo en el V Congreso Internacional de Docentes de Ciencia y Tecnología con sede en Madrid, España, abril de 2018.

Al Colegio de Ciencias y Humanidades por abrirme las puertas para desempeñar mi labor como docente, y poder crecer profesional y personalmente y brindarme los apoyos necesarios para la realización de mis estudios de posgrado.

Al Dr. Alejandro Ricardo Garciadiego Dantan por asesorarme en el desarrollo de mi trabajo.

A mis sinodales por tomarse el tiempo de leerme y corregirme para mejorar este trabajo.

A la profesora Silvia Canabal por brindarme el mejor ejemplo de docencia, por su paciencia y dedicación al presentar mi práctica docente, por enseñarme que esto no termina aquí, que es el inicio de un gran proyecto y por su amistad.



A mis profesores y profesoras de la maestría por enseñarme y darme las herramientas necesarias para poder ser mejor en esto que amo, que es la docencia.

A mis amigos Luis, Martín, Alejandro, Paola, Nancy, Betty y Geraldine que siempre me brindan su ejemplo para ser mejor cada día y sobre todo por consentirme y brindarme su amor.

A mis alumnos y exalumnos porque gracias a ellos me pude dar cuenta que me faltaba aprender muchas cosas para ser una mejor docente.

Quiero en especial agradecer a Dios por las bendiciones que me dio en estos años para poder llegar a cumplir mis sueños.

# ÍNDICE

Introducción	1
<b>Capítulo 1</b>	
Planteamiento del problema	4
<b>Capítulo 2</b>	
Marco teórico	12
2.1 La educación	12
2.2 El proceso de enseñanza y aprendizaje	13
2.2.1 Aprendizaje	13
2.2.2 Enseñanza	16
2.3 Concepto e importancia de la evaluación	19
2.3.1 ¿Qué significa evaluar?	19
2.3.2 Tipos de evaluación	20
2.3.3 Evaluación en el contexto social	21
2.3.4 La evaluación en el proceso de enseñanza aprendizaje	22
2.3.5 Técnicas e instrumentos de evaluación	25
2.3.6 La evaluación en el bachillerato	34
2.3.7 La evaluación en el área de matemáticas	36
<b>Capítulo 3</b>	
La evaluación formativa	38
3.1 La evaluación formativa	38
3.1.1 La evaluación como proceso dinámico y continuo	39
3.2 Los elementos de la evaluación	40
3.3 Los momentos de la evaluación en una secuencia didáctica	43
3.4 La evaluación formativa en otros países de América Latina	47
3.4.1 Chile	47
3.4.2 Colombia	51
<b>Capítulo 4</b>	
Práctica docente ¿Cómo llevar a cabo la evaluación formativa?	55
4.1 La evaluación formativa en la práctica docente	55

<b>Capítulo 5</b>	
Resultados y análisis	60
5.1 Consideraciones generales	60
5.2 Resultados de la secuencia didáctica de la recta	61
5.2.1 Planteamiento de preguntas y objetivos	61
5.2.2 Planeación	62
5.2.3 La aplicación y la recolección de evidencias	66
5.2.4 La retroalimentación	74
5.3 Resultados de la secuencia didáctica de la función exponencial y logarítmica	92
5.3.1 Planteamiento de preguntas y objetivos	93
5.3.2 Planeación	96
5.3.3 La aplicación y la recolección de evidencias	104
5.3.4 La retroalimentación	110
<b>Conclusiones</b>	111
<b>Anexos</b>	114
Anexo 1 Secuencia de la recta como lugar geométrico	115
Anexo 2 Examen de la recta	159
Anexo 3 Secuencia de funciones exponenciales y logarítmicas	162
Anexo 4 Examen de funciones exponenciales y logarítmicas	204
Anexo 5 Rúbrica de problemas	207

# Introducción

*“Todo lo que merece ser hecho, merece también ser bien hecho” André Maurois*

La evaluación se ha convertido en los últimos años en un elemento central dentro del ámbito académico, y también en lo político, dado que se hace presente en las reformas y en la evaluación educativa de los diferentes países. La evaluación no sólo mide los resultados, sino que condiciona qué se enseña, cómo se enseña y en especial qué aprenden y cómo lo hacen los estudiantes, en este trabajo nos enfocaremos a ver la evaluación en el ámbito de lo académico.

La finalidad es difundir el desarrollo de sistemas de evaluación formativa en la enseñanza de las matemáticas del bachillerato, con el fin de lograr un mayor conocimiento y comprensión de este tipo de evaluación y así lograr un aprendizaje permanente y autorregulado y alcanzar mejores resultados en la evaluación sumativa.

A lo largo del tiempo se ha entendido y visto a la evaluación como algo terminal en el proceso de enseñanza-aprendizaje se ha limitado a asignar una calificación al final del curso, lo que representa un problema ya que la evaluación es una parte indivisible de este proceso, por lo que debe estar presente en cada actividad de enseñanza y aprendizaje y no sólo al final de la unidad, de un tema, del semestre o del ciclo escolar, esta evaluación debe ser continua para ayudar a los diferentes sujetos de la educación a comprender, mejorar y explicar los aprendizajes.

Para ayudar a resolver este problema de la evaluación terminal se propone fomentar la evaluación formativa en la materia de matemáticas del bachillerato, para ello, en la primera parte de este trabajo se muestra una encuesta realizada a profesores y alumnos del Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Sur, conformada por cuatro preguntas sobre qué entienden por evaluación y cómo la llevan a cabo o cómo los evalúan en el aula. Con los resultados obtenidos se puede

observar que efectivamente hay alumnos y profesores que ven a la evaluación cómo algo terminal.

Para fomentar el uso de la evaluación formativa se presenta en el segundo capítulo el marco teórico, que desarrolla lo que se entiende por educación, además se mencionan los procesos de enseñanza y de aprendizaje y sus características, se define la evaluación educativa un proceso integral y sistemático a través del cual se recopila información de manera metódica y rigurosa, para conocer, analizar y juzgar el valor de un objeto educativo determinado: los aprendizajes de los alumnos, el desempeño de los docentes, el grado de dominio del currículo y sus características, etcétera.

Otra parte importante de este capítulo, es que se presentan los modelos de enseñanza que se utilizaron en las prácticas docentes, se especifican los tipos de evaluación y en especial se habla de la evaluación desde el enfoque formativo, sus propósitos de contribuir a la mejora del aprendizaje, regular el proceso de enseñanza y de aprendizaje y principalmente para adaptar o ajustar las condiciones pedagógicas (estrategias, actividades, planificaciones) en función de las necesidades de los alumnos.

Además, se enlistan los instrumentos que se sugiere utilizar en la evaluación formativa y cómo se percibe a la evaluación en especial en la materia de matemáticas, parte de esto es lo que contribuyó al diseño de una secuencia didáctica donde se pone en práctica este tipo de evaluación.

En el tercer capítulo se define la evaluación formativa, sus elementos, los momentos de la evaluación en una secuencia didáctica y, sobre todo, se rescata cómo trabajan y entienden otros países de Latinoamérica a la evaluación formativa, esto con la finalidad de proponer una metodología de cómo llevar a cabo la evaluación formativa en el aula.

En el cuarto capítulo se describen las condiciones bajo las cuales se aplicó la propuesta, y la población seleccionada, y se presenta la propuesta metodológica de

¿cómo llevar a cabo la evaluación formativa?, es en este capítulo dónde se pueden ver los temas seleccionados para las dos diferentes aplicaciones, los cuales fueron: la recta como lugar geométrico y funciones exponenciales y logarítmicas temas de tercer y cuarto semestre respectivamente que se imparten en la materia de matemáticas del Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Sur, cabe mencionar que esta propuesta no sólo se puede llevar a cabo en estos temas, está pensada para aplicarse en cualquier tema.

En el quinto capítulo se presentan los resultados y se hace un análisis de estos resultados tanto en forma cualitativa como en forma cuantitativa, se muestra el impacto que tuvo la evaluación formativa en la evaluación sumativa. En este capítulo se muestran las evidencias del trabajo de los alumnos y los cambios que se realizaron en la estrategia didáctica con el fin de mejorar la práctica docente además de la retroalimentación que se llevó a cabo con los alumnos, ya que en mi opinión lo más importante es la reflexión que hace el docente en cuanto a su enseñanza, pues los alumnos sólo estarán con un profesor por un periodo determinado, sin embargo, el profesor siempre estará frente a un grupo, por esto considero más importante que como docentes estemos haciendo continuamente una reflexión de nuestra enseñanza y realicemos los cambios necesarios para poder mejorar y ayudar a los alumnos en el alcance de los aprendizajes.

Finalmente, en el último capítulo se presentan las conclusiones obtenidas con la aplicación de la propuesta, en ellas se hace una reflexión sobre el trabajo realizado y la estancia en la maestría, además se incluyen como anexos las planeaciones de las secuencias didácticas y los instrumentos de evaluación que se llevaron a cabo para la propuesta, así como las actividades que se trabajaron, también se presenta la bibliografía y mesografía que apoya este trabajo.

# Capítulo 1

## Planteamiento del problema

*“Si sus alumnos no aprenden, entonces usted no los está realmente enseñando” Crawford*

El tema de la evaluación educativa ha cobrado importancia recientemente. Una muestra de ello es la atención que suscita la difusión de los resultados de evaluaciones nacionales e internacionales como:

1) La Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE). Esta prueba censal del sistema educativo nacional se aplica a todos los alumnos en todas las escuelas de la Educación Media Superior del gobierno (EMS) y tiene como propósito generar una sola escala de carácter nacional que proporcione información comparable de los conocimientos y habilidades. En la educación media superior se aplica en el último grado de bachillerato y se evalúan las disciplinas básicas.

2) Los Exámenes de Calidad y de Logro Educativo (EXCALE). Esta prueba permite: a) construir una visión general de lo que los estudiantes aprenden como resultado de su escolarización formal; b) conocer los puntos fuertes y débiles del currículo nacional, atendiendo variables como grado y asignatura, modalidad educativa, género y estrato social; c) establecer comparaciones del rendimiento escolar, así como de las tendencias de aprendizaje. Estas son pruebas que aplica el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE).

En lo que a pruebas internacionales se refiere, se aplican las pruebas PISA<sup>1</sup>, que es el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA por sus siglas en inglés) de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE) ésta tiene por objeto evaluar hasta qué punto los alumnos cercanos al final

---

<sup>1</sup>Tomado de <http://www.oecd.org/pisa/pisaenespaol.htm>

de la educación obligatoria, han adquirido algunos de los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad del saber.

Sin embargo, la publicación de los resultados de dichas pruebas no suele tener un impacto positivo, ya que en ocasiones no ayudan a contribuir en mejorar la calidad de la educación, más bien parece que las evaluaciones son solamente motivo para generar pesimismo, desaliento, por no decir irritación de maestros y alumnos.

Al trasladar esta situación en lo que pasa en las aulas del bachillerato en México día a día respecto a la evaluación, se puede decir que la evaluación es una herramienta valiosa para la mejora de la educación. Pero la evaluación mal utilizada o mal diseñada no es efectiva y puede llegar a ser destructiva.

La evaluación es una actividad que se ha desarrollado en distintas culturas desde hace años, específicamente en el contexto educativo, la encontramos en la denominada época antigua, cuya característica principal era la de evaluar la capacidad de las personas a través de procedimientos correctivos. Un ejemplo de ello lo describe Lemus (2012) alrededor del siglo V (a.C), Sócrates y otros maestros de la época, aplicaron una especie de cuestionario de evaluación en sus prácticas de enseñanza.

Otros ejemplos de evaluación los podemos ver en las Universidades de la Edad Media dónde se evaluaba a los estudiantes con exámenes orales los cuales se aplicaban de forma abierta, llevándose a cabo con el visto bueno del maestro y en presencia de tribunales especializados. En la actualidad se puede apreciar algo parecido para la evaluación de los alumnos, un ejemplo de esto son los exámenes escritos y el visto bueno del profesor o profesores para acreditar la materia.

En el siglo XX, los expertos tenían la convicción de aplicar nuevas pruebas, al respecto Shepard [2006,9] destaca que “los expertos en mediciones creían que podían usarse pruebas nuevas y objetivas para estudiar y mejorar los resultados de la educación, así como para encargarse del diagnóstico y la colocación de estudiantes de acuerdo con sus necesidades de aprendizaje”.



En las décadas de 1920 y 1930 se diseña una gran cantidad de pruebas estandarizadas que miden toda clase de destrezas escolares y se basan en medir la inteligencia, su principal característica es que podían ser aplicadas a muchos alumnos. En los ámbitos educativos estas propuestas fueron bien recibidas.<sup>2</sup>

Ya para finales de 1940 el interés por la aplicación de las pruebas estandarizadas disminuyó y empezaron a surgir algunos movimientos que criticaban estas prácticas en la educación porque el papel del docente era el de aplicador de instrumentos de evaluación.

Uno de los autores que aportó otro enfoque, fue Tyler [1967 y 1969] quien introdujo el método sistemático de evaluación educativa, al describirlo como 'el proceso' surgido para determinar en qué medida se alcanzaban los objetivos previamente establecidos. Aquí se da un gran salto, porque la evaluación era considerada como medición y la nueva propuesta fue que se emitiera un juicio de valor de la información recabada.

Ya para los años subsiguientes, específicamente en la década de 1950, aparecen las taxonomías de los objetivos educativos, siendo la más destacada la de Bloom. Posteriormente, la década de los 70's es una época de gran pluralidad conceptual y metodológica porque surgen toda clase de modelos de evaluación. Guba y Lincoln [1982] hablan de más de cuarenta modelos propuestos y los estudiosos de este tema empiezan a clasificarlos y organizarlos. Autores como Pérez [1983] y House [1989] los dividen en dos grandes grupos: los cuantitativos y los cualitativos; además consideran mayor riqueza en matices y se añade el término de enfoques modélicos porque el evaluador termina por construir su propio modelo en función del tipo de trabajo. Los años setenta cierran con innumerables modelos de evaluación; por ejemplo, la evaluación democrática de MacDonald [1976], la evaluación iluminativa de Parlett y Hamilton [1977], la evaluación como crítica artística de Eisner [1985], etcétera.

---

<sup>2</sup> Tomado de: Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 2015.

En las primeras décadas del siglo XXI la evaluación experimenta una transformación importante tanto en la visión como en la acción, al dar igual importancia a los aspectos cualitativos y cuantitativos, considerados como parte esencial de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Este cambio se observa en las aulas a pesar de que de manera oficial las evaluaciones continúan siendo cuantitativas.

A la evaluación se le tiene que ver como un proceso que no se puede dividir, es decir, un proceso continuo que ayuda a ver los aspectos más significativos del grupo y sobre todo que ayuda a los participantes de la educación no sólo a ver los resultados finales sino a comprender y explicar el significado del proceso educativo, y las oportunidades de crecimiento.

Son muy variadas las aseveraciones sobre los distintos problemas educativos que se enmarcan en el hecho de evaluar, y es allí donde resaltan un sinnúmero de concepciones variadas acerca de la evaluación, sus objetivos, sus propósitos, su planeación y su ejecución. Pero, fuera de toda discusión, en las prácticas evaluativas, se mantiene la misma tendencia de la evaluación por medición inflexible, control del poder (maestro), pasivas (alumno), con tendencias técnicas hacia resultados cuantificables, lo que ha conllevado a repercusiones poco formativas en los procesos educativos.

Para evidenciar que esta postura de la evaluación sigue aplicándose actualmente, se llevó a cabo un cuestionario con ayuda de la herramienta "Formularios de Google<sup>3</sup>" con el tema de evaluación, éste se aplicó a alumnos y profesores de matemáticas<sup>4</sup>. Las preguntas del cuestionario y algunos de los resultados se muestran a continuación:

---

<sup>3</sup> Es una herramienta que permite hacer preguntas a los estudiantes o recopilar tipos de información de forma fácil o eficiente. Cuenta con diferentes tipos de preguntas y te permite hacer el análisis de las respuestas.

<sup>4</sup> Este cuestionario es de preguntas abiertas y se aplicó con ayuda de la academia de matemáticas del Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Sur. Se envió vía correo electrónico a todos los profesores del área y a algunos alumnos.

## **Profesores**

### **Cuestionario sobre evaluación para profesores de Matemáticas del CCH Sur**

A continuación, aparecen una serie de preguntas sobre aspectos relativos a la evaluación en el ámbito académico. Lea cada una de las preguntas y conteste de acuerdo con lo que realiza cotidianamente al trabajar con sus grupos. Conteste con honestidad y objetividad.

1. ¿Qué es evaluar?
2. ¿Cómo lleva a cabo la evaluación en sus grupos? (Explicación amplia)
3. ¿Qué instrumento utiliza para la evaluación en sus grupos? (En caso de utilizar alguno)
4. ¿De qué manera involucra al alumno en la evaluación? (En caso de que no lo involucre explique ¿por qué?)

## **Alumnos**

### **Cuestionario sobre evaluación para alumnos relacionado con la materia de Matemáticas del CCH Sur**

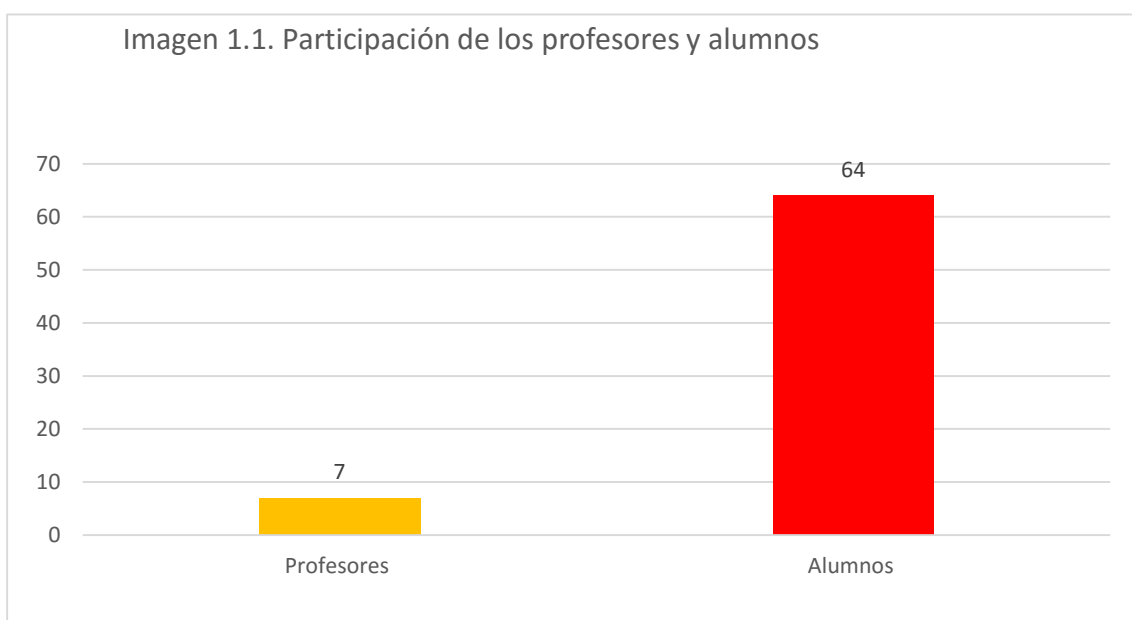
A continuación, aparece una serie de preguntas sobre aspectos relativos a la evaluación en el ámbito académico. Lee cada una de las preguntas y contesta de acuerdo con lo que se realiza cotidianamente en tu grupo de matemáticas. Contesta con honestidad y objetividad.

1. ¿Qué es la evaluación?
2. ¿Cómo te evalúan tus profesores?
3. En qué momento del curso de matemáticas te sientes evaluado
4. ¿Te sientes involucrado en la evaluación? ¿Por qué?
5. Cuando tu profesor te evalúa, ¿sientes que esta evaluación te ayuda a mejorar tu aprendizaje? ¿Por qué?

## Resultados del cuestionario de evaluación.

A continuación, se describen algunos de los resultados y observaciones del cuestionario que se aplicó. Dicho cuestionario se realiza en línea y los resultados se guardan en la nube de Google, como se puede observar en la Imagen 1.1

La participación de los profesores fue escasa, a pesar de que se les envió dos veces la URL para poder contestar el cuestionario, a través de la academia de matemáticas.



Nota. Se puede observar que por cada diez estudiantes participó un profesor

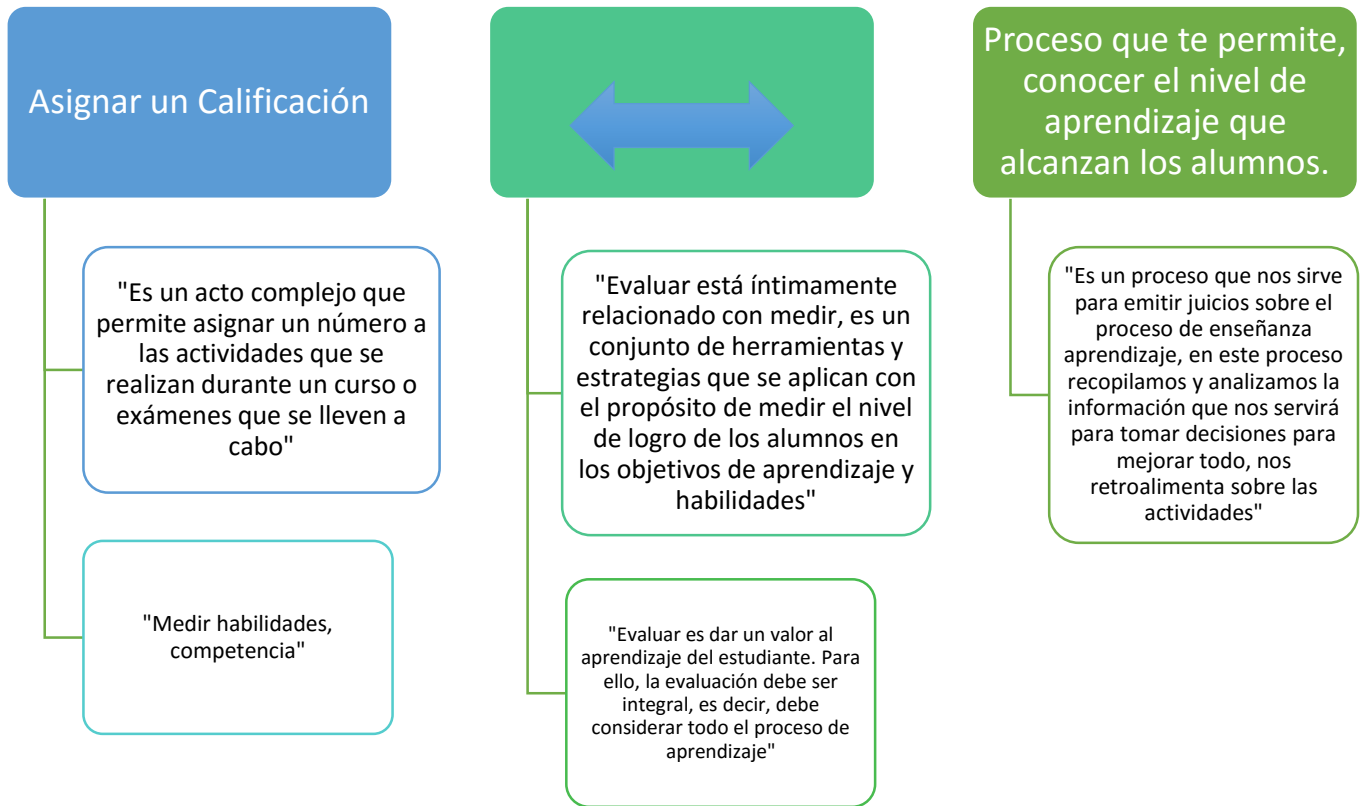
## Análisis de las preguntas de profesores y alumnos

### Profesor

#### 1. ¿Qué es evaluar?

Los resultados de esta pregunta podemos clasificarlos en tres categorías (imagen 1.2), los que consideran a la evaluación simplemente como la asignación de la calificación; los que ven a la evaluación como un proceso y los que hacen una pequeña combinación de ambas.

Imagen 1.2. ¿Qué es evaluar? Desde el punto de vista de los profesores.

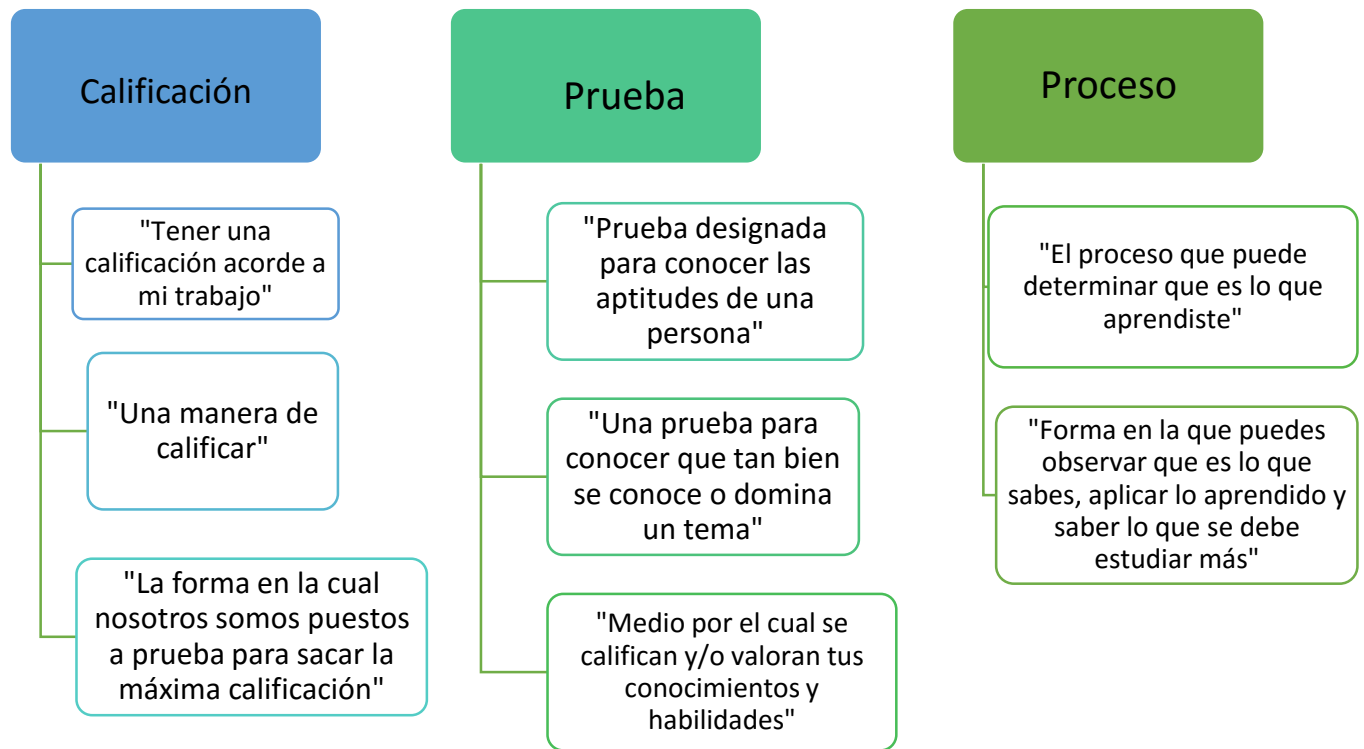


## Alumno

### 1. ¿Qué es la evaluación?

Los resultados de los alumnos podemos clasificarlos en tres categorías (imagen 1.3), los que se sienten evaluados cuando se les asigna una calificación, aquellos que relacionan evaluación con la aplicación de una prueba y los que no se sienten evaluados en un sólo momento, más bien sienten que es un proceso.

Imagen 1.3 ¿Qué es la evaluación? Desde el punto de vista los alumnos



Se puede observar que tanto para los maestros como para los alumnos no hay una definición clara de lo que es la evaluación, lo que causa confusión en cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje y lo que rodea a este. Por lo que en el presente trabajo se habla de lo qué es evaluación y cómo poder llevar a cabo una de tipo formativa en especial en la materia de matemáticas, ya que la evaluación es el motor del aprendizaje, y de ésta depende tanto qué y cómo se enseña, como el qué y cómo se aprende. Por tal motivo, la evaluación es parte esencial de la enseñanza y no se puede hablar por separado de estos procesos.

# Capítulo 2.

## Marco teórico

“Si la evaluación no es fuente de aprendizaje, queda reducida a la aplicación elemental de técnicas, reduciendo u ocultando procesos complejos que se dan en la enseñanza y el aprendizaje”  
Ahumada

### 2.1 La educación

El término *educación* es de uso habitual en la vida cotidiana sobre todo en el ámbito escolar. Si hacemos la pregunta ¿Qué es la educación?, seguramente habrá una variedad de respuestas, porque existen múltiples maneras de concebirla y, sobre todo, de llevarla a cabo.

La educación es un proceso permanente en el ser humano. Hablar de educación supone referirse al sistema educativo lo que conlleva a darle un contenido histórico o socio político. Según la versión más estereotipada, etimológicamente la palabra educación procede del verbo latino ‘*educ-o-as-are*’, que significa criar, amamantar o alimentar. Algunos autores han hablado de la procedencia del verbo latino ‘*educ-o-is-ere*’, que significa extraer de dentro hacia afuera. La preferencia por este segundo significado supone considerar la educación más como un proceso de desarrollo interior que de construcción realizada desde el exterior [Tusquets, 1972] .

Actualmente, la mayoría de los países están convencidos de que las inversiones en una educación adecuada a las necesidades nacionales son inversiones productivas. La responsabilidad educativa de las escuelas depende de que se conozcan los objetivos de la educación. Son ellos los que indican el rumbo y hacia donde se desea llegar. El conocimiento de estos es lo que dará significado a la enseñanza. La educación tiene como parte de sus objetivos formar la personalidad del educando. Se debe de educar respetando la individualidad. El individuo debe ser visto como persona que siente, que piensa y que actúa diferente a los demás.

## **2.2 El proceso de enseñanza y aprendizaje**

¿Qué es aprender?, ¿qué es enseñar? No todos los autores entienden lo mismo por aprender y enseñar. Por tanto, en primer lugar, antes de pasar a analizar el proceso habrá que precisar y ponernos de acuerdo sobre lo que entendemos por aprendizaje y enseñanza.

### **2.2.1 Aprendizaje**

Estamos en una época en la que se dispone de varios medios para mejorar la educación. Si juntamos las cosas novedosas de esta época con las que se han desarrollado en el pasado se pueden esperar resultados que lleven a una revolución en el aprendizaje.

Soria [2011, 12] menciona que, “el aprendizaje es un proceso de construcción, no es un evento aislado de acumulación. Es un proceso muy personal e individual”. Por otro lado, en la corriente constructivista se dice que los individuos son participantes activos y que deben construir el conocimiento.

Al juntar las dos ideas anteriores podemos decir que el aprendizaje es un proceso constructivo que implica ‘buscar significados’. Así, los estudiantes recurren de manera rutinaria al conocimiento previo para dar sentido a lo que aprenden. Esta no es la única forma en la que podemos entender el aprendizaje pues a lo largo del tiempo se han desarrollado diferentes teorías del aprendizaje basadas en los enfoques pedagógicos como son: el aprendizaje por descubrimiento desde la perspectiva de Piaget, el ‘aprendizaje significativo’ de Ausubel; el ‘aprender a aprender’ de Dearden entre otros.

#### **Aprendizaje por descubrimiento Piaget**

El objetivo más importante de su vasta obra fue explicar cómo desarrolla el hombre su conocimiento; cómo se pasa de un estado de menor conocimiento a un estado de mayor conocimiento, lo cual es de importancia fundamental para la educación.

Piaget concibió el conocimiento como resultado de un proceso de construcción en el que está implicado directa y activamente el sujeto, es decir: El conocimiento





Esto se caracteriza porque lo aprendido se integra a la estructura cognitiva y puede aplicarse a situaciones y contextos distintos a lo que se sabe inicialmente. Además, se conforman en redes de significados más amplios y complejos, lo cual abre la posibilidad de que puedan ser recordados con más facilidad (Coll, 1990; Solé, 1990).

De acuerdo con Ausubel y Novak (1995), la principal fuente de conocimientos en los alumnos se da mediante el aprendizaje significativo por recepción, lo cual exige del docente programar, organizar y secuenciar los contenidos para evitar el aprendizaje memorístico. Por ello es importante destacar las condiciones que se requieren para promover este tipo de aprendizaje:

a) El contenido de aprendizaje es potencialmente significativo si el alumno posee los conocimientos previos en grado y complejidad suficientes como para asimilar los nuevos que propone el maestro.

b) La estructuración de los contenidos nuevos, un material o contenido es significativo en sí mismo si mantiene cierta lógica y estructura en sus elementos y en su significado. También es importante la presentación que el maestro hace de esos contenidos, pues una presentación confusa dificulta la comprensión y, por lo tanto, que se dé un aprendizaje significativo (Coll, 1990; Solé, 1990, MEC, 1990).

c) La motivación, como toda actividad, el aprendizaje requiere de un grado de motivación para que pueda desarrollarse exitosamente. Ello puede lograrse si se toman en cuenta las dos condiciones anteriores y la motivación.

### **Aprender a aprender**

Uno de los temas más actuales de la psicología educativa se refiere al desarrollo de las habilidades de pensamiento (aprender a pensar) y de la estimulación de las habilidades para aprender (aprender a aprender) de los alumnos.

Una prioridad en los sistemas educativos es promover este tipo de habilidades en el alumnado, ya que, en la actualidad, los conocimientos se reproducen a una velocidad vertiginosa y es casi imposible estar al día en cualquier tópico. Más que

pensar en aprendizaje de contenidos en sí mismos, se plantea que la escuela debe promover habilidades cognitivas en sus alumnos, que les permitan un aprendizaje autónomo, permanente y que puedan utilizarlo en situaciones y problemas más generales y significativos, no sólo en el ámbito escolar (SEP, 1993; Hernández y Sancho, 1993, Resnick y Klopfer, 1996).

El docente es el factor para ayudar a que los alumnos aprendan, si ellos tienen objetivos claros procuran activamente el aprendizaje y usan métodos eficientes que producen resultados.

### **2.2.2 Enseñanza**

Históricamente, la enseñanza ha sido considerada en el sentido estrecho de realizar las actividades que lleven al estudiante a aprender, en particular, instruirlo y hacer que ejercite la aplicación de las habilidades.

Not (1987) habla de una confrontación clásica que se ha dado en el campo de la pedagogía entre los métodos de enseñanza. Por un lado, los métodos antiguos o tradicionales y, por el otro, los métodos modernos o activos: en los primeros está presente la idea de instruir, moldear, dirigir desde el exterior. La educación implica una especie de injerto en el alumno de producciones externas a él, destinadas a formarlo. Entre los métodos que se corresponden con esta visión se encuentran el de transmisión magistral, los instruccionales, los que se apoyan en la estructura de los contenidos. Los métodos modernos parten del supuesto de que el sujeto trae consigo los medios para propiciar su desarrollo. El objeto de conocimiento está sometido a sus iniciativas. Entre estos métodos se puede distinguir el descubrimiento mediante la observación, la invención por medio de la experiencia adaptativa, entre otros.

## **Enseñanza activa**

Este concepto fue creado por Good para referirse no sólo a una categoría de conductas docentes sino también a una orientación filosófica en la enseñanza. La enseñanza activa puede resumirse de la siguiente manera. Los docentes activos: Identifican metas claras para sus alumnos. Seleccionan estrategias en la enseñanza que permitan alcanzar más efectivamente las metas de aprendizaje. Proveen ejemplos y representaciones que pueden ayudar a los alumnos a adquirir una comprensión profunda de los temas que estudia. Exigen que los alumnos se comprometan activamente en el proceso de aprendizaje. Guían a los alumnos cuando construyen la comprensión de los temas.

Se han realizado intentos en responder a la pregunta ¿cuál es la mejor manera de enseñar? La conclusión a la que varios estudios han llegado es: no hay una manera de enseñar que sea la mejor. Joyce y Weil formalizaron la noción de variación de los procedimientos según diferentes situaciones de enseñanza, en su libro de *Modelos de enseñanza* publicado en 1972. En aquel momento la idea era nueva y controversial. Desde entonces, la lógica de que los docentes pueden usar diferentes estrategias de enseñanza para lograr distintos objetivos es aceptada e importante pues se considera que los alumnos son más variados.

La enseñanza puede ser considerada como una tarea en la cual alguien (Docente) intenta ayudar a una o más personas (alumnos) a adquirir comprensión, habilidades o actitudes (la materia) cada uno de estos componentes afecta la forma del acto de enseñar.

## **Los modelos de enseñanza**

El modelo inductivo. Requiere un ambiente en que los alumnos se sientan libres de asumir riesgos y ofrecer conclusiones sin temer a las críticas y sentirse avergonzados. Para llevar a cabo el modelo se requiere que: Los temas que se quieren enseñar deben de estar bien definidos. Se comienza con un ejemplo específico o un conjunto de ejemplos. A medida que se procesa la información de los ejemplos, los estudiantes observan, comparan y contrastan. Por último, el

docente guía al alumno desde los ejemplos hasta que se llegue a las conclusiones. Este modelo ubica a los alumnos en el centro del proceso de aprendizaje. Se espera un rol crítico por parte del docente. Se busca que el alumno gane habilidad y confianza en dar sentido a su entorno.

Modelo integrativo. Es una estrategia inductiva diseñada para ayudar a que los alumnos desarrollen una comprensión profunda de cuerpos organizados de conocimiento, al mismo tiempo que practican el pensamiento de nivel superior. Este modelo está estrechamente relacionado con el modelo inductivo en su estructura y ejecución.

Para llevar a cabo este modelo se necesitan cuerpos organizados de conocimiento (tablas, gráficas, cuadros, etcétera). Los estudiantes ocupan el cuerpo organizado para incrementar la profundidad de su comprensión; por último, el docente guía el análisis de los alumnos que comienzan por hacer observaciones y comparaciones, luego se desarrollan hipótesis y explicaciones para terminar por plantear generalizaciones.

Modelo de enseñanza directa. Es una estrategia ampliamente aplicable, puede ser usada para enseñar conceptos o habilidades. Cuando se aplica este modelo, el docente asume la responsabilidad de estructurar el contenido o la habilidad, al explicar a los alumnos, darles la oportunidad de practicar y brindarle retroalimentación.

El actor principal de esta estrategia es el docente y se desarrolla en cuatro etapas. La primera es la introducción en donde el docente revisa, con los estudiantes, lo aprendido previamente, comparte las metas del aprendizaje y explica las razones para aprender el nuevo contenido, la segunda etapa es la de presentación donde el docente explica el nuevo concepto o provee un modelo para la habilidad y la tercera etapa es la práctica guiada, el docente brinda a los alumnos la oportunidad para reforzar y aplicar lo aprendido. Finalmente, el alumno demuestra su independencia y se le pide que practique por sí mismo.

Modelo de aprendizaje cooperativo. Es un grupo de estrategias de enseñanza que compromete a los alumnos a trabajar en colaboración para alcanzar metas comunes. Con este modelo se busca proporcionar a los alumnos liderazgo y experiencia en la toma de decisiones. Además de asignar a los alumnos roles de enseñanza y aprendizaje. Existen varias estrategias de aprendizaje cooperativo, pero todas éstas tienen una meta en común que es la construcción de metas grupales, que los alumnos sientan responsabilidad individual con diferentes tareas, pero además aprendan a trabajar juntos.

## **2.3 Concepto e importancia de la evaluación**

### **2.3.1 ¿Qué significa evaluar?**

La evaluación educativa, es un proceso integral y sistemático a través del cual se recopila información de manera metódica y rigurosa, para conocer, analizar y juzgar el valor de un objeto educativo determinado: los aprendizajes de los alumnos, el desempeño de los docentes, el grado de dominio del currículo y sus características; los programas educativos del orden estatal y federal, y la gestión de las instituciones, con base en lineamientos definidos que fundamentan la toma de decisiones orientadas a ayudar, mejorar y ajustar la acción educativa.

En este caso nos enfocaremos a tratar el tema de la evaluación para el aprendizaje. Ésta busca evidencias de los cambios que se han efectuado después de la aplicación de un proceso determinado. Busca las diferencias entre lo que se tenía y lo que se espera después del proceso. El contraste entre el antes y el después. Dicho proceso se realiza con el apoyo de algunos tipos de evaluación que se discutirán más adelante. Desde que se lleva a cabo la planeación didáctica es necesario distinguir los diferentes momentos y tipos de evaluación que se tendrán a lo largo del ciclo escolar. A continuación, se describirán de forma breve, algunos tipos de evaluación que apoyan al docente durante el proceso educativo.

### **2.3.2 Tipos de evaluación**

La evaluación diagnóstica es la “actividad valorativa que permite recoger información de qué sabe el alumnado, cuál es el desarrollo de sus capacidades, sobre un determinado ámbito del conocimiento del que se quiere iniciar un nuevo aprendizaje” (Bordas, 2005, p.403). Esta evaluación se lleva a cabo al empezar un curso, o al comenzar un nuevo tema; de esta manera el docente puede reorganizar su programa y proponer objetivos de aprendizaje en función del nivel de conocimientos expresados y de las motivaciones e intereses que expresan los alumnos; lo que le permitirá elegir la estrategia didáctica más adecuada para los alumnos, de modo que se propicie la optimización del aprendizaje.

La evaluación formativa “permite seguir el ritmo de aprendizaje del alumnado a fin de poder proporcionarle, si es necesario, la asistencia pedagógica precisa” (Bordas, 2005: 403). Esta evaluación manifiesta el nivel del logro del alumno con respecto a los propósitos de aprendizaje, al proceso de formación y construcción de los diferentes contenidos (conceptuales, procedimentales, actitudinales); con ello, el docente puede actuar de manera inmediata y retroalimentar el trabajo desarrollado a lo largo de la clase para cumplir con las intenciones manifestadas en el currículum.

La evaluación informará al docente acerca del avance, de los aciertos, de las ventajas, de los retrocesos, de los problemas en el proceso de formación de los alumnos, además le llevará a reflexionar sobre las evidencias de su propia práctica y con ello ajustar sus propuestas a las necesidades e intereses del grupo.

La evaluación sumativa “permite detectar si el alumno ha aprendido, ha conseguido, las intenciones educativas planteadas para un periodo de tiempo previsto, durante el cual se deberían llevar a cabo los aprendizajes” (Bordas 2005: 403). Esta evaluación podrá identificar el logro de los objetivos propuestos, así como la integración de conocimientos, capacidades y habilidades. Además de valorar la conducta o conductas finales que se observaron a lo largo del proceso, en un periodo de tiempo, en un curso o en el ciclo escolar. Con esta evaluación se refleja el nivel del éxito del trabajo desarrollado a lo largo del ciclo escolar y el análisis del

proceso de enseñanza y aprendizaje desde su inicio hasta su conclusión (nivel, etapa, curso, unidad temática). En esta etapa del proceso de formación se demuestran los resultados finales y se realizan los ajustes necesarios al programa, a la planeación, a la mejora del aula y del currículo.

En la comprensión de la evaluación es necesario considerar los siguientes aspectos:

1) En la práctica se tiende a confundir con cierta facilidad conceptos como medición, calificación, estimación o acreditación. Sin embargo, existen diferencias epistemológicas o de origen y metodológicas que es importante atender para clarificar su uso dentro del proceso de la evaluación.

2) La evaluación, al ser un proceso que busca información para tomar decisiones, demanda el uso de técnicas e instrumentos para recolectar información de corte cualitativo y cuantitativo con objeto de obtener evidencias y dar seguimiento a los aprendizajes de los alumnos a lo largo de su formación en la educación básica.

### **2.3.3 Evaluación en el contexto social**

La función social de la evaluación en algunas ocasiones prevalece al contexto pedagógico, ya que se piensa que los resultados que se obtienen de los exámenes finales son suficiente evidencia para hablar de qué tanto aprendió o no el alumno. Se piensa que evaluar es calificar y asignar un número que certifique si ha aprendido o no. Toda propuesta educativa tiene un proyecto social y cultural de cómo formar hombres educados.

“La evaluación cumple su función social al acreditar o certificar ante la sociedad si los educandos han conseguido determinados logros académicos, competencias o capacidades que los preparen para acceder a la cultura y ser miembros de ella” (Díaz, 2010:310). Durante mucho tiempo se ha entendido a la evaluación como una actividad terminal del proceso de enseñanza y aprendizaje. La evaluación se ha limitado a una función mecánica, consistente en aplicar un examen para asignar la calificación final del curso. Por otra parte, la información que proporciona la



evaluación y sus resultados sirven para justificar diversas decisiones como la promoción de políticas que influirán en el prestigio o descalificación de instituciones.

Es necesario entender que la función social de la evaluación no puede prevalecer ante la función pedagógica; lo social tiene límites dentro de las prácticas escolares. Ambas funciones, la social y la pedagógica son compatibles. Sólo que se tiene que tener en cuenta que responden a momentos diferentes en el proceso educativo. La función social es visible, nos obliga a modificar acciones. La evaluación pedagógica es parte fundamental del proceso educativo.

### **2.3.4 La evaluación y el proceso de enseñanza-aprendizaje**

La evaluación ha estado centrada casi exclusivamente en el proceso de aprendizaje de los alumnos, pocas veces se han evaluado aspectos relacionados con el docente, las calificaciones numéricas o nominales de los alumnos están relacionadas con los aspectos relativos a su rendimiento y nivel de conocimientos adquiridos y no a aspectos relacionados con el docente. Aunque, en el proceso de enseñanza y aprendizaje intervengan los alumnos y los docentes. Pareciera que la única evaluación necesaria era la de los alumnos y no la del propio docente. Pero en la actualidad han cambiado algunas ideas al respecto ya que, si se trata de mejorar los procesos educativos, deben someterse a la evaluación todos los elementos que en ellos intervienen.

Evaluar el proceso de enseñanza supone evaluar los documentos pedagógicos que fundamentan y sirven al docente para llevar a cabo su enseñanza. Se deben analizar si todas y cada una de las decisiones adoptadas en esos documentos son idóneas para dar respuesta a las necesidades educativas de los alumnos.

Tener un proceso de aprendizaje adecuado y satisfactorio por parte de los alumnos constituye la finalidad de todo proceso de enseñanza y la razón de ser de la práctica docente. Al evaluar el proceso de aprendizaje sugiere conocer el nivel de logro conseguido, sus aprendizajes y sus progresos. Se trata de comprobar los conocimientos adquiridos en relación con el logro de objetivos y criterios de evaluación establecidos. Dentro de la dinámica de la evaluación del aprendizaje es

necesario evaluar a los relacionados con ella: docentes, padres, y alumnos lo que según Escamilla y Llanos [1995] permite plantear diferentes situaciones de evaluación:

- 1) El docente evalúa a los alumnos en su conjunto.
- 2) El docente evalúa a los alumnos en particular.
- 3) El alumno se evalúa a sí mismo.
- 4) Los alumnos se evalúan entre sí.

En torno al diseño curricular también se puede hablar de la evaluación de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, con la intención de que cada una de esas modalidades adquieran un valor didáctico. La evaluación en el proceso de enseñanza aprendizaje se refiere a las observaciones o juicios sobre el acontecer de la experiencia grupal. Es necesario que la evaluación sea de forma continua para que permita dar seguimiento de este proceso y se tomen decisiones para poder realizar cambios que beneficien a los alumnos en el aprendizaje.

La evaluación es una reflexión constante y necesaria sobre la situación de enseñanza y su relación con el aprendizaje. Por lo que para que este proceso sea efectivo, se necesita poder asegurar que los alumnos alcanzaron los objetivos que se propusieron. Esta no es una tarea fácil. Sin embargo, la evaluación bien planificada y conducida, puede transformarse en una ayuda para mejorar la calidad de este proceso. La evaluación puede ayudar a: motivar el aprendizaje, diagnosticar y remediar las dificultades del proceso de aprendizaje; promover la autoevaluación, aumentar la comprensión de los alumnos; y ayudar a clasificar los objetivos de aprendizaje.

Para que la evaluación sea objetiva el docente debe recordar ciertas características de ésta.

- 1) Objetividad: es importante que la evaluación no se base en aspectos subjetivos, en elementos emocionales o de la voluntad que se le tiene al alumno.
- 2) Validez: el proceso de evaluación tiene un objetivo, cuando evaluamos, lo tenemos que hacer porque se quiere saber algo. Por ejemplo, si se pregunta, ¿el alumno ha logrado los objetivos propuestos? Debemos de realizar pruebas que muestren eso y no otra cosa.
- 3) Fiabilidad: la evaluación es fiable si, cada vez que se aplica un instrumento y las personas a las que se les aplica tienen las conductas o conocimientos que el instrumento pretende medir, el instrumento arroja los mismos resultados.
- 4) Flexibilidad: la evaluación no es un fin sino un medio de obtener información para orientar el proceso educativo. Debe existir cierta flexibilidad para modificar las fechas y contenidos de pruebas, para que la evaluación no sea algo terminal y definitiva.
- 5) Coherencia: la evaluación es un proceso, es decir, una serie indeterminada de etapas continuas y organizadas en función de un propósito. Esto supone que la evaluación debe ser coherente consigo misma, así como coherente con el proceso.

En la planificación de las experiencias de enseñanza y aprendizaje, el maestro debe saber tres cosas: primero, tener claro qué queremos que los alumnos sean capaces de hacer al final de una unidad de enseñanza y aprendizaje; segundo cómo vamos a planear las actividades para las experiencias; y, tercero, cómo vamos a saber si el alumno lo ha logrado y hemos llegado al cumplimiento de la meta. Cualquier plan o programa debe estar orientado a alcanzar un cambio estructural y conductual del alumno. En ese sentido, la evaluación se verá reflejada en todas las actividades que se realicen en los espacios académicos.

### **2.3.5 Técnicas e instrumentos de evaluación**

Las técnicas de evaluación son los procedimientos utilizados para obtener información sobre cómo funcionan el proceso de enseñanza y aprendizaje y sus agentes (docentes y alumnos); cada técnica de evaluación se acompaña de instrumentos de evaluación, definidos como recursos estructurados diseñados para fines específicos.

Conviene señalar las diferencias entre las técnicas y los instrumentos, pues habitualmente se usan de manera indistinta o como sinónimos cuando no lo son. La técnica es un concepto más amplio. Ésta puede abarcar y utilizar varios instrumentos, pone en juego diferentes procedimientos para obtener la información necesaria. El instrumento es una herramienta específica, un recurso concreto, o un material estructurado que se ejecuta para obtener los datos de forma sistemática y objetiva. Por ejemplo, la encuesta es una técnica que se utiliza para obtener datos mediante la formulación de cuestiones sobre cualquier aspecto, pero, la técnica de la encuesta se puede llevar a cabo mediante diferentes instrumentos como el cuestionario.

La evaluación escolar requiere de la utilización de diversas técnicas e instrumentos que podemos observar en la tabla 2.2. Éstos deben adaptarse a las características de los alumnos y brindar información de su proceso de aprendizaje. Al existir varios instrumentos que permiten obtener información del aprendizaje, es necesario seleccionar cuidadosamente los que permitan obtener la información que el docente desea. Al hablar de ellos no podemos decir que existe el mejor, ya que su pertinencia está en función de la finalidad que se persigue, es decir, a quién evalúa y qué se quiere saber, por ejemplo, qué sabe el alumno o cómo realiza lo aprendido.

<b>Técnicas</b>	<b>Instrumentos</b>
<b>Observación</b>	Guía de observación Registro anecdótico Diario de clase Escala de actitudes Diario de trabajo
<b>Desempeño</b>	Preguntas de Procedimiento Cuadernos de los alumnos Organizadores gráficos
<b>Análisis del desempeño</b>	Portafolio Rúbrica Lista de cotejo
<b>Interrogatorio</b>	Debate Ensayo Pruebas escritas
<b>Otras técnicas</b>	Test Pruebas objetivas
<b>Tabla 2.2 Técnicas e instrumentos de evaluación</b>	

Las técnicas de observación permiten evaluar los procesos de aprendizaje en el momento que se producen; con estas técnicas los docentes pueden advertir los conocimientos, las habilidades, las actitudes y los valores que poseen los alumnos y cómo los utilizan en una situación determinada.

Existen dos formas de observación: sistemática y asistemática. En la observación sistemática, el observador define previamente los propósitos a observar; por ejemplo, el docente decide que observará a un alumno para conocer las estrategias que utiliza o las respuestas que da ante una situación determinada; otro aspecto puede ser observar las actitudes de los alumnos ante diferentes formas de organización en el aula o con el uso de materiales educativos. La observación asistemática, en cambio, consiste en que el observador registra la mayor cantidad

de información posible de una situación de aprendizaje sin focalizar algún aspecto en particular, por ejemplo, se registra todo lo que sucedió durante la clase o en alguna situación didáctica. En cualquier tipo de observación que se decida realizar es fundamental cuidar que el registro sea objetivo, ya que permitirá analizar la información sin sesgo y de esta manera continuar o replantear la estrategia de aprendizaje.

Las técnicas de desempeño son aquellas que requieren que el alumno responda o realice una tarea que demuestre su aprendizaje de una determinada situación. Involucran la integración de conocimientos, habilidades, actitudes y valores puestas en juego para el logro de los aprendizajes esperados y el desarrollo de competencias. Entre los instrumentos de evaluación de las técnicas de desempeño se encuentran las preguntas sobre el procedimiento, los cuadernos del alumno, los textos escritos y los organizadores gráficos, entre otros.

La *guía de observación* es un instrumento que se basa en una lista de indicadores que pueden redactarse como afirmaciones o preguntas, que orientan el trabajo de observación dentro del aula al señalar los aspectos que son relevantes. Puede utilizarse para observar las respuestas de los alumnos en una actividad, durante una semana de trabajo, una secuencia didáctica completa o en alguno de sus tres momentos, durante un bimestre, semestre o en el transcurso del ciclo escolar.

Para elaborar una guía de observación es necesario definir los siguientes aspectos: 1) Propósito(s): lo que se pretende observar.

2) Duración: tiempo destinado a la observación (actividad, clase, semana, secuencia, bimestre, ciclo escolar); puede ser parcial, es decir, centrarse en determinados momentos.

3) Aspectos a observar: redacción de indicadores que consideren la realización de las tareas, ejecución de las actividades, interacciones con los materiales y recursos didácticos, actitud ante las modalidades de trabajo

propuestas, relaciones entre alumnos, y la relación entre alumnos y el docente, entre otros.

El *registro anecdótico* es un informe que describe hechos, sucesos o situaciones concretas que se consideran importantes para el alumno o el grupo, y da cuenta de sus comportamientos, actitudes, intereses o procedimientos. Para que resulte útil como instrumento de evaluación es necesario que el observador registre hechos significativos de un alumno, de algunos alumnos o del grupo. Se compone de siete elementos básicos:

- 1) Fecha: día que se realiza.
- 2) Hora: es necesario registrarla para poder ubicar en qué momento de la clase sucedió la acción.
- 3) Nombre del alumno, alumnos o grupo.
- 4) Actividad evaluada: anotar específicamente qué aspecto o actividad está sujeta a evaluación.
- 5) Contexto de la observación: lugar y ambiente en que se desarrolla la situación.
- 6) Descripción de lo observado: a modo de relatoría, sin juicios ni opiniones personales.
- 7) Interpretación de lo observado: lectura, análisis e interpretación que el docente hace de la situación, incluye por qué se considera relevante.

El *diario de clase* es un registro individual donde cada alumno plasma su experiencia personal en las diferentes actividades que ha realizado, ya sea durante una secuencia de aprendizaje, un bloque o un ciclo escolar. Se utiliza para expresar comentarios, opiniones, dudas y sugerencias relacionadas con las actividades realizadas.

El *diario de trabajo o bitácora* que elabora el docente, en el cual se registra una narración breve de la jornada y de hechos o circunstancias escolares que hayan influido en el desarrollo del trabajo. Se registran aquellos datos que permitan reconstruir mentalmente la práctica y reflexionar sobre ella en torno a aspectos, como:

- 1) La actividad planteada, su organización y desarrollo.
- 2) Sucesos sorprendentes o preocupantes.
- 3) Reacciones y opiniones de los estudiantes respecto a las actividades realizadas y de su propio aprendizaje: si las formas de trabajo utilizadas hicieron que ellos se interesaran en las actividades, que se involucraran todos (y si no fue así, ¿a qué se debió?), ¿qué les gustó o no?, ¿cómo se sintieron en la actividad?, ¿les fue difícil o sencillo realizarla?, ¿por qué?
- 4) Una valoración general de la jornada de trabajo que incluya una breve nota de autoevaluación: ¿cómo calificaría esta jornada?, ¿cómo lo hice?, ¿me faltó hacer algo que no debo olvidar?, ¿de qué otra manera podría intervenir? y ¿qué necesito modificar?

Las *preguntas sobre el procedimiento* tienen la finalidad de obtener información de los alumnos, acerca de la apropiación y comprensión de conceptos, procedimientos y la reflexión de la experiencia. Para elaborar preguntas sobre el procedimiento se requiere:

- 1) Determinar el tema que van a trabajar los alumnos.
- 2) Establecer la intención de las preguntas al redactarlas, es decir, definir si a través de ellas buscamos saber aspectos específicos del proceso, favorecer el razonamiento o la reflexión, conocer las estrategias utilizadas por los alumnos, comprobar hipótesis, motivar la generalización y proponer situaciones hipotéticas, entre otros.



3) ordenar las preguntas graduando su dificultad.

4) determinar qué instrumento permitirá la evaluación: lista de cotejo o escala de valoración (rúbrica).

Los *cuadernos de los alumnos* como instrumentos de evaluación permiten hacer un seguimiento del desempeño de los alumnos y de los docentes. También son un medio de comunicación entre la familia y la escuela. Los cuadernos de los alumnos pueden usarse para elaborar diferentes producciones con fines evaluativos, pero es necesario identificar el aprendizaje esperado que se pretende evaluar y los criterios para hacerlo. En ese sentido, es recomendable incluir ejercicios que permitan evaluar el aprendizaje de los alumnos, como el procedimiento que usan para resolver problemas, escribir textos, organizar información o seleccionarla y analizarla.

El *organizador gráfico* es una representación visual que comunica una estructura lógica de un contenido. Éste puede utilizarse en cualquier momento del proceso de enseñanza, pero es recomendable al concluir el proceso como instrumento de evaluación porque permite que los alumnos expresen y representen sus conocimientos sobre conceptos y las relaciones existentes entre ellos (Díaz, 2004). Entre los organizadores gráficos más usados están los cuadros sinópticos, los mapas conceptuales, los cuadros de doble entrada, los diagramas de árbol y las redes semánticas.

El *portafolio* es un concentrado de evidencias estructuradas que permiten obtener información valiosa del desempeño de los alumnos. Asimismo, muestra una historia documental construida a partir de las producciones relevantes de los alumnos, a lo largo de una secuencia, un bloque o un ciclo escolar. También es una herramienta muy útil para la evaluación formativa; además de que facilita la evaluación realizada por el docente, al contener evidencias relevantes del proceso de aprendizaje de los alumnos promueve la autoevaluación y la coevaluación. El portafolio debe integrarse por un conjunto de trabajos y producciones (escritas, gráficas, cartográficas o digitales) realizados de manera individual o colectiva, que

constituyen evidencias relevantes del logro de los aprendizajes esperados de los alumnos, de sus avances y de la aplicación de los conceptos, habilidades y actitudes.

Para utilizar de manera adecuada el portafolio es recomendable que el docente seleccione los productos que permitan reflejar significativamente el progreso de los alumnos y valorar sus aprendizajes, por lo que no todos los trabajos realizados en la clase necesariamente forman parte del portafolio del alumno. La observación, revisión y análisis de las producciones permiten al docente contar con evidencias objetivas, no sólo del producto final sino del proceso que los alumnos siguieron para su realización. De manera gradual, los alumnos pueden valorar el trabajo realizado, reflexionar sobre lo aprendido, identificar en qué requieren mejorar, revisarlo cuando sea necesario y recuperar algunas producciones para ampliar sus aprendizajes.

La *rúbrica* es un instrumento de evaluación que contiene una serie de indicadores que permiten ubicar el grado de desarrollo de los conocimientos, habilidades y actitudes o valores, en una escala determinada. El diseño de la rúbrica debe considerar una escala de valor descriptiva, numérica o alfabética, relacionada con el nivel de logro alcanzado. Generalmente se presenta en una tabla que en el eje vertical incluye los aspectos a evaluar, y en el horizontal, los rangos de valoración.

Las *listas de cotejo* son listas de palabras, frases u oraciones que señalan con precisión las tareas, acciones, procesos y actitudes que se desean evaluar. Las listas de cotejo generalmente se organizan en tablas en las que sólo se consideran los aspectos que se relacionan con las partes relevantes del proceso y ordena según la secuencia de realización.

Las *pruebas textuales orales o escritos* son instrumentos útiles para valorar la comprensión, apropiación, interpretación, explicación y formulación de argumentos de diferentes contenidos de las distintas asignaturas. Para valorar textos orales y escritos es necesario crear una lista de cotejo o una escala de valoración (rúbrica), donde los indicadores se relacionen con los aprendizajes esperados de la

asignatura y los contenidos. Para asignar un valor se realiza el proceso de medición adecuado para cada instrumento.

Las *pruebas escritas* se construyen a partir de un conjunto de preguntas claras y precisas, que demandan del alumno una respuesta limitada a una elección entre una serie de alternativas, o una respuesta breve. Las preguntas constituyen una muestra representativa de los contenidos a evaluar. Existen diferentes tipos de preguntas:

- 1) De opción múltiple: la pregunta se acompaña de un conjunto de respuestas donde sólo una es la correcta.
- 2) De base común: se formula una serie de preguntas a partir de una misma información, generalmente un texto o un recurso gráfico.
- 3) De ordenamiento: proponen una serie de hechos o conceptos que aparecen desordenados; la tarea es secuenciarlos de acuerdo con un criterio establecido.
- 4) Verdaderas o falsas: la pregunta se acompaña de un conjunto de afirmaciones correctas e incorrectas; la tarea es identificar ambas.
- 5) De correlación: se conforman por dos columnas con ideas o conceptos relacionados entre sí; el propósito es señalar dichas relaciones.
- 6) Para completar ideas: se propone un planteamiento incompleto; la tarea es incluir la información que le dé coherencia y sentido a la pregunta u oración.
- 7) Abiertas de respuesta única: requieren de una respuesta específica.

Para elaborar pruebas escritas es necesario identificar los aprendizajes esperados a evaluar, el tipo y número de preguntas o reactivos deben ser proporcionales a la relevancia de los contenidos. Las pruebas escritas deben mostrar: objetividad: entendida como la no intervención del juicio personal; validez: que cada pregunta mida lo que debe evaluar; confiabilidad: grado de exactitud con que cada pregunta mide el aspecto que se desea evaluar; claridad: instrucciones, preguntas y respuestas claras y precisas; asignación de un valor a cada pregunta o reactivo, la calificación se obtiene a partir de la suma de los valores de las soluciones correctas.

La evaluación formativa pone énfasis en atender los diversos momentos que tiene el alumno en el proceso de desarrollo del aprendizaje. El aprendizaje se concibe como algo integral al favorecer que el estudiante muestre no sólo el resultado de sus aprendizajes, sino el proceso de las etapas en las que construye sus saberes. Además, implica un proceso permanente y continuo que se realiza en cada etapa del trabajo escolar, esto es, que el docente debe desarrollar y aplicar instrumentos que le permitan registrar sistemáticamente el desarrollo que muestra un alumno en su proceso de aprendizaje y adquiere sentido sólo en tanto se pueda vincular con situaciones del contexto en donde el estudiante se desenvuelve. De esta manera, las estrategias de evaluación que utiliza el docente para verificar el logro de los aprendizajes esperados en sus alumnos le proporcionarán información para una toma de decisiones oportuna. Es importante cuidar el proceso de evaluación, es decir, las técnicas y los instrumentos deben cumplir algunos requisitos importantes como los siguientes: a) Ser múltiples y variados; b) Dar información válida de lo que se pretende conocer; c) Utilizar diferentes formas de expresión; d) Poder ser aplicables en situaciones escolares habituales; e) Permitir comprobar la transferencia de los aprendizajes; y, f) Poderse utilizar en diferentes situaciones y modalidades de evaluación.

Al tener en cuenta lo que se quiere evaluar habrá que seleccionar solamente los instrumentos que sean más adecuados por tiempo, sencillez, por ajuste con la actividad que se realiza, etcétera y organizarlos e incorporarlos al proceso de enseñanza y aprendizaje como uno de los aspectos más relevantes. Posteriormente se valora si los datos obtenidos han sido suficientes o adecuados y si se necesita revisar la selección de instrumentos de evaluación.

### **2.3.6 La evaluación en bachillerato**

La Ley General de Educación, en el artículo 37, párrafo segundo, establece que la educación media superior "comprende el nivel de bachillerato y es posterior a la secundaria y se orienta hacia la formación integral de la población escolar compuesta, mayoritariamente, por jóvenes de entre quince y dieciocho años, quienes reciben el servicio en instituciones federales, estatales, autónomas y privadas"

A la Educación Media Superior (EMS) se le otorga un papel importante en el desarrollo de nuestro país, en virtud de que debe promover la participación creativa de las nuevas generaciones en la economía, el trabajo y la sociedad, reforzar el proceso de formación de la personalidad en los jóvenes y constituir un espacio valioso para la adopción de valores y el desarrollo de actitudes para la vida.

De acuerdo con sus características estructurales y propósitos educativos, la EMS está conformada por dos opciones con programas diferentes; una de carácter propedéutico y otra de carácter terminal. La primera de ellas prepara para el estudio de diferentes disciplinas científicas, tecnológicas y humanísticas y proporciona una cultura general a fin de que sus egresados se incorporen a las instituciones de educación superior o eventualmente, al sector productivo. La educación de carácter terminal cuenta con una estructura curricular integrada por un componente de formación profesional y otro de carácter propedéutico, ya que al mismo tiempo que prepara para continuar estudios superiores, proporciona una formación tecnológica orientada a la obtención de un título de técnico profesional.

La evaluación es uno de los ejes de mayor importancia en el ámbito educativo, pues permite conocer los resultados obtenidos en diversos rubros de la educación, entre otros, el nivel de aprendizaje que desarrollan los estudiantes, la pertinencia de los programas de estudio con respecto a las necesidades actuales de la sociedad y el servicio que prestan los planteles.

Para la Dirección General del Bachillerato, el proceso evaluativo es la base principal para la toma de decisiones, cuyo propósito es mejorar todas las áreas de los servicios de las diversas instancias educativas. En este sentido, existen varias disposiciones normativas que aluden y dan fundamento a la evaluación dentro del ámbito educativo, entre las que se encuentran la Ley General de Educación, el Plan Nacional de Desarrollo 2013-2018, el Programa Sectorial de Desarrollo 2013-2018 y el Reglamento Interno de la Secretaría de Educación Pública. La evaluación institucional se comprende en al menos tres facetas, primero como ejercicio de rendición de cuentas, segundo en tanto medición de resultados que se harán públicos, y finalmente como sustento del diseño de las políticas públicas.

La evaluación que promueve la Dirección General del Bachillerato tiene como meta mejorar los resultados a través de una revisión constante del proceso de enseñanza aprendizaje; a este tipo de evaluación se le conoce como evaluación auténtica. Ésta fomenta que el estudiante asuma la responsabilidad de su propio aprendizaje (Ahumada, 2005,12), lo convierte en un actor activo del proceso. Este tipo de evaluación propone una serie de técnicas de recolección de información e interacción docente alumno, cuyo diseño y empleo requieren de conocimiento, flexibilidad y práctica constante de los docentes.

Este tipo de evaluación se implementa a través de actividades significativas, exige de los alumnos el empleo de sus conocimientos previos y que con el aprendizaje reciente se desarrollen estrategias y habilidades que los conduzcan al desarrollo de actividades significativas con cierto grado de complejidad, de pertinencia y trascendencia personal y social. La evaluación auténtica diversifica las funciones de la evaluación que puede realizarse en diferentes momentos. Se reconocen principalmente tres funciones de la evaluación: diagnóstica, sumativa y formativa. La evaluación diagnóstica evalúa los conocimientos previos de los alumnos antes de comenzar con una etapa de aprendizaje, con el propósito de realizar la planeación del curso. En la evaluación formativa se evalúan procesos más que productos y su propósito es proporcionar información para mejorar el

aprendizaje, así como la enseñanza. Finalmente, con la evaluación sumativa se evalúan productos con el propósito de verificar el logro de los objetivos planeados.

### **2.3.7 La evaluación en el área de matemáticas**

La materia de matemáticas es una de las materias más importantes curricularmente hablando, aunque, también es considerada como instrumento, ya que, sirve para alcanzar los aprendizajes de otras materias. La enseñanza de esta asignatura debe estar acorde con el nivel matemático de los alumnos y sus conocimientos previos, de manera que se eviten y eliminen las dificultades que con frecuencia se presentan en su aprendizaje.

Se debe tener en cuenta que el aprendizaje de la matemática es progresivo ya que debe desarrollarse a través del logro de conocimientos que fundamentan conocimientos cada vez más complejos y también es operativo, ya que no basta con conocer el concepto, es necesario saber aplicarlo a situaciones y problemas concretos. Los docentes deben seleccionar adecuadamente los contenidos matemáticos que adquirirá el alumno.

Para Swan (1993), los aspectos importantes a evaluar son: Hechos matemáticos, la destreza, las estrategias, los conceptos, la apreciación y consecuencia, cualidades y actitudes personales hacia la materia. Es necesario que todo docente determine al inicio de cada curso escolar, qué elementos matemáticos pretende que sus alumnos aprendan, cómo espera que los aprendan y sobre todo cómo serán evaluados.

La NCTM [El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas por sus siglas en inglés] elaboró unos estándares de evaluación, pero antes definió que la evaluación es un proceso de obtener evidencia sobre el conocimiento de los estudiantes de la matemática, habilidad para usarla y disposición hacia ellas, para hacer referencia a esas evidencias en el logro de los diferentes propósitos. A la hora de evaluar la materia deberán tenerse en cuenta, no sólo los elementos conceptuales, sino también las estrategias y los procedimientos operativos matemáticos.

En matemáticas se proponen diferentes momentos de evaluación los cuales son:

1) Al inicio del aprendizaje. Es decir, una evaluación inicial o diagnóstica, sobre todo para que el docente pueda saber los conocimientos previos con los que cuenta cada alumno, y detectar algunas carencias o lagunas.

2) Durante el proceso de aprendizaje. Una evaluación formativa que proporcione al docente información abundante sobre la forma en la que se ha desarrollado el proceso de aprendizaje de cada alumno, para reorientar y regular dicho proceso en caso de ser necesario.

3) Al final de cada unidad didáctica o de un determinado periodo de tiempo. También es llamada evaluación final o sumativa, sirve para conocer los aprendizajes adquiridos al final del periodo y el grado de adquisición de los objetivos, esta evaluación debe ayudar como punto de partida inicial para otros periodos, sin dejar de lado la autoevaluación que hace cada alumno.



## Capítulo 3

### La evaluación formativa

*“La evaluación como actividad indispensable en el proceso educativo puede proporcionar una visión clara de los errores para corregirlos, de los obstáculos para superarlos y de los aciertos para mejorarlos”. Javier Olmedo Badia*

#### 3.1 La evaluación formativa

La evaluación desde el enfoque formativo además de tener como propósito contribuir a la mejora del aprendizaje, regula el proceso de enseñanza y de aprendizaje, principalmente para adaptar o ajustar las condiciones pedagógicas (estrategias, actividades, planificaciones) en función de las necesidades de los alumnos. Desde este enfoque, la evaluación favorece el seguimiento del desarrollo del aprendizaje como resultado de la experiencia, la enseñanza o la observación. Por lo tanto, la evaluación formativa constituye un proceso en continuo cambio, producto de las acciones de los alumnos y de las propuestas pedagógicas que promueva el docente Díaz Barriga y Hernández (2002).

De ahí que sea importante entender qué ocurre en el proceso e identificar la necesidad de nuevas oportunidades de aprendizaje. De esta manera, el proceso es más importante que el resultado y éste se convierte en un elemento de reflexión para la mejora. De acuerdo con estas consideraciones, la evaluación para la mejora de la calidad educativa es fundamental por dos razones: a) Proporciona información que no se había previsto para ayudar a mejorar; y, b) Provee información para ser comunicada a los diversos actores de la educación.

Por lo tanto, la evaluación desde el enfoque formativo responde a dos funciones: la primera es de carácter pedagógico –no acreditativo–, y la segunda, social –acreditativo– (Vizcarro, 1998; Coll y Onrubia, 1999; Díaz Barriga y Hernández, 2002)

### **3.1.2 Evaluación como proceso dinámico y continuo**

La evaluación entendida como proceso o también llamada formativa es la práctica mediante la cual podemos dar seguimiento y apoyo a los alumnos, describir los logros y dificultades para la unión de saberes, apreciar el camino que sigue su formación y, con base en ello, orientar de mejor manera el logro de sus aprendizajes esperados.

Observar la evaluación como un proceso, que bien puede incluir la medición, pero que sustancialmente se preocupa por el proceso de aprendizaje en todos sus aspectos, demanda del docente la revisión de los factores que intervienen en el aprendizaje del estudiante, tanto curriculares (estructura de los contenidos, diseño de los materiales, apoyos complementarios, etcétera) como situacionales (espacios y hábitos de estudio, etcétera) y de interacción docente-alumno.

La evaluación como proceso y como medición no asume formas y procedimientos opuestos de manera irreconciliable. Son concepciones que se interesan por aspectos diversos del aprendizaje que en una perspectiva integral de la enseñanza y el aprendizaje pueden intervenir de forma complementaria, al atender a su particular utilidad y ventaja.

Con la evaluación, se busca seriedad académica, conceptual y administrativa, necesaria para emitir el juicio correspondiente a la preparación y acreditación del estudiante. Sin embargo, el docente no debe perder de vista el logro del aprendizaje esperado para encauzar de mejor manera su apoyo académico.

#### **La evaluación como proceso dinámico:**

1. Emite juicios de valor sobre el aprendizaje al considerar los factores que lo favorecen en mayor o menor medida.
2. Se funda en observables, ya sea mediante el cuestionamiento directo a los estudiantes o bien a través de la observación de su trabajo en la interacción cotidiana con ellos.
3. Orienta la toma de decisiones, da pauta a acciones en términos de valoración de conocimientos, logro de aprendizajes esperados, calificación del desempeño,

reorientaciones del aprendizaje, mejora del proceso educativo, y adecuación de actividades de aprendizaje, entre otros.

Estos tres puntos son importantes cuando el docente en su función de evaluar, los mezcla para conocer en conjunto los logros, avances y dificultades del estudiante.

### **3.2 Los elementos de la evaluación**

Cuando se evalúa desde el enfoque formativo se debe tener presente una serie de elementos para el diseño, el desarrollo y la reflexión del proceso evaluativo, que se refieren a las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué se evalúa? El objeto de evaluación se refiere al componente que se evalúa, respecto al cual se toman decisiones en función de un conjunto de criterios establecidos. En esta propuesta el objeto de evaluación son los aprendizajes de los alumnos.
- 2) ¿Para qué se evalúa? Toda evaluación que se lleve a cabo durante el ciclo escolar, independientemente de su momento (inicio, durante el proceso o al final del proceso), de su finalidad (acreditativa o no acreditativa), o de quienes intervengan en ella (docentes, alumnos), se hará desde el enfoque formativo de la evaluación, es decir, evaluar para mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Así, a partir de las evidencias recolectadas a lo largo del proceso se puede retroalimentar a los alumnos para mejorar su desempeño y ampliar sus posibilidades de aprendizaje. Por ello, el docente brindará propuestas de mejora y creará oportunidades de aprendizaje para que los alumnos continúen aprendiendo.
- 3) ¿Quiénes evalúan? El docente frente a grupo es el encargado de evaluar los aprendizajes de los alumnos. Para lograr esto planifica y conduce procesos de evaluación en diferentes contextos y con diversos propósitos y alcances para el aseguramiento del logro de los aprendizajes de sus alumnos. Durante el proceso de evaluación, el docente puede involucrar a otros actores como sus alumnos, docentes o directivos. Esta forma de evaluar permite establecer acuerdos y negociaciones entre los involucrados, ya que se promueve la participación de todos y, por tanto, los cambios son factibles. De esta manera, la evaluación se convierte en un recurso común para mejorar el aprendizaje,

lo cual implica que se establezcan acuerdos y se compartan criterios de evaluación para que todos puedan mejorar.

Cuando el docente involucra a sus alumnos en el proceso de evaluación, propicia que ellos aprendan a regular sus procesos de aprendizaje; para lo cual pueden promoverse los siguientes tipos de evaluaciones formativas que son complementarias a las que realizan los docentes:

- Autoevaluación: es la evaluación que realiza el propio alumno de su desempeño y su proceso de aprendizaje.
- Coevaluación: es la evaluación que realiza el propio alumno en colaboración con sus compañeros acerca de alguna tarea o evidencia de desempeño determinada. De esta forma aprende a valorar los procesos y actuaciones de sus compañeros con la responsabilidad que esto conlleva.
- Heteroevaluación: es la evaluación que el docente realiza de las tareas de un alumno o un grupo de alumnos. Esta evaluación contribuye al mejoramiento de los aprendizajes de los alumnos mediante la identificación de las respuestas que se obtienen con dichos aprendizajes y, en consecuencia, permite la creación de oportunidades para mejorar el desempeño.

4) ¿Cuándo se evalúa? La evaluación es un proceso cíclico que se lleva a cabo de manera sistemática, y consiste en tres grandes fases: inicio, que implica el diseño; el proceso, que genera evaluaciones formativas, y el final, donde se aplican evaluaciones sumativas en las que se puede reflexionar en torno a los resultados (Nirenberg, Brawerman y Ruiz, 2003). En este sentido, estos tres momentos de la evaluación pueden aplicarse de acuerdo con el foco de atención: la actividad de un proyecto, un proyecto, un bloque, un bimestre o el ciclo escolar.

5) ¿Cómo se evalúa? Para que la evaluación tenga un sentido formativo es necesario usar distintas técnicas e instrumentos para la recolección de información. Las técnicas y los instrumentos de recolección de información

pueden ser informales, semiformales y formales: a) *Informales*, como la observación del trabajo individual y grupal de los alumnos: registros anecdóticos, diarios de clase; las preguntas tipo pregunta-respuesta-retroalimentación; b) *Semiformales*, la producción de textos amplios, la realización de ejercicios en clase, tareas y trabajos, y la evaluación de portafolios; c) *Formales*, exámenes, mapas conceptuales, evaluación del desempeño, rúbricas, lista de verificación o cotejo y escalas. En los tres casos se obtienen evidencias cualitativas y cuantitativas.

- 6) ¿Cómo se emiten juicios? Para emitir un juicio del desempeño de los alumnos es necesario establecer criterios de evaluación: identificar los aprendizajes esperados y, en consecuencia, seleccionar las evidencias de desempeño que permitan verificarlos; además de determinar los criterios que se usarán para evaluar las evidencias. Estas evidencias pueden ser las tareas de los alumnos o los instrumentos de evaluación que el docente seleccione.

Una vez que se seleccionaron las evidencias deben analizarse los resultados al tomar como referencia los aprendizajes esperados, lo cual permitirá emitir un juicio del nivel de desempeño en relación con el logro de los aprendizajes y, si es necesario, buscar otras estrategias para mejorar el desempeño de los alumnos.

¿Cómo se distribuyen las responsabilidades de la evaluación? el alumno y el docente son responsables de su proceso formativo; además el alumno tiene derecho a conocer los criterios de evaluación que utilizará el docente para las evaluaciones que realice y a recibir retroalimentación del logro de sus aprendizajes, con el fin de contar con los elementos que le permitan mejorar su desempeño. Las autoridades *escolares* deben estar al tanto de los procesos y resultados de las evaluaciones que realizan los docentes y así tomar las decisiones convenientes para alcanzar el logro de los aprendizajes.

¿Qué se hace con los resultados de la evaluación? Con base en el enfoque formativo de la evaluación, los resultados deben analizarse para identificar las áreas

de mejora y tomar las decisiones que permitan avanzar hacia las metas que se esperan en beneficio de los alumnos.

### **3.3 Los momentos de evaluación en una secuencia didáctica**

Al considerar que toda secuencia didáctica tiene una etapa de inicio, una de desarrollo y una de cierre, el proceso de enseñanza y aprendizaje, y de evaluación deben converger, con la finalidad de acercar al estudiante al logro del aprendizaje esperado.

Lograr una secuencia didáctica que plantee a los estudiantes desafíos interesantes y los oriente a indagar, cuestionar, analizar y comprender, y, al mismo tiempo, genere evidencias que pueden ser analizadas por los propios alumnos y por el docente para reflexionar acerca del desempeño y retroalimentación de manera que se mejore el aprendizaje, requiere de una cuidadosa planificación.

Al realizar la planificación es necesario considerar las características de los alumnos, del entorno escolar y social en que se desarrollan, las estrategias, los materiales, el tiempo y los instrumentos de evaluación que permitirán obtener evidencias del aprendizaje de los alumnos.

Es por ello que la planificación debe tomar en cuenta los aprendizajes que se esperan lograr con los alumnos e implementar un plan para alcanzarlos, al considerar qué tienen que comprender y experimentar los estudiantes qué aspectos quedarán a cargo de los alumnos y cuáles serán necesarios explicar para que puedan avanzar, qué se trabajará en el aula, en casa o en otros espacios, cómo se organizará al grupo para realizar las actividades, en qué momentos trabajarán de manera individual, por equipos o en sesión plenaria, y qué evidencias se generarán en cada etapa para evaluar los avances, los apoyos requeridos y las estrategias por modificar.

*La evaluación al inicio de la secuencia didáctica, esta etapa es decisiva para interesar a los alumnos en el aprendizaje, por lo que es recomendable comunicarles lo que se espera que aprendan, cómo lo lograrán y para qué les va a servir.*

La presentación de los aprendizajes por lograr debe ser con un lenguaje adecuado a las características, los procesos de desarrollo y el aprendizaje de los alumnos. En esta fase es preciso explicar cuáles serán las actividades que se llevarán a cabo, qué resultados o productos se quieren obtener, cómo se relacionan con el aprendizaje esperado y qué función tendrán en la valoración de los logros de aprendizaje.

Es importante verificar que los estudiantes hayan entendido la tarea que se les propuso y generar alguna evidencia. Otras actividades que se deben considerar al inicio de la secuencia didáctica son las relacionadas con la exploración y la activación de los conocimientos previos, que permitirán establecer el punto de partida de cada alumno y del grupo en su conjunto.

Dado el momento en que se realiza la evaluación, la etapa de inicio corresponde a la evaluación diagnóstica, en la que se busca la valoración de los saberes e ideas previas, de las actitudes y los hábitos adquiridos por los alumnos, en función de su utilidad para el aprendizaje esperado, así como de las representaciones que generaron los estudiantes acerca de la tarea que se propone. Al planificar la etapa inicial de la secuencia didáctica se debe considerar que las actividades, para explorar y activar los conocimientos previos, proporcionen evidencias para poder llevar a cabo esa valoración. La evaluación diagnóstica permite establecer el punto de partida de los estudiantes y aporta elementos para adecuar, cuando sea necesario, la planificación y las estrategias de enseñanza a las necesidades de aprendizaje de los alumnos.

*La evaluación durante el desarrollo de la secuencia didáctica.* Las actividades que se desarrollen para introducir nueva información y llevar a los alumnos a comprenderla, incorporarla, transferirla y aplicarla, deben ser acordes con el programa de estudios de la institución. El nivel de complejidad de las actividades para lograr los aprendizajes esperados debe ser adecuado a los saberes que tienen los alumnos, a su nivel de desarrollo y de aprendizaje. Cabe señalar que durante el desarrollo de la secuencia didáctica se lleva a cabo la evaluación formativa. En la etapa de desarrollo, la evaluación formativa dependerá en gran medida de las

evidencias que desde la planificación se haya previsto que se podrán obtener, para valorar los progresos de los alumnos en el aprendizaje, los saberes nuevos que han conseguido, sus razonamientos y sus hipótesis o explicaciones, así como las estrategias que emplean para aprender. No se trata de obtener evidencias de cada actividad, sino de reunir las evidencias que permitan evaluar los aprendizajes, para verificar los logros o para identificar los apoyos que requiere un alumno o los alumnos en general, conocer y analizar los tipos de errores cometidos, dar seguimiento a los progresos en el aprendizaje de los alumnos y analizar con ellos las estrategias empleadas.

Por eso, es importante pensar desde la planificación qué evidencia se necesita respecto de la intención didáctica o del resultado que se quiere alcanzar y cómo se analizará. Para evaluar los aprendizajes esperados es importante centrarse en los procesos y en las estrategias que los alumnos utilizan al realizar las actividades que se les proponen, así como en los productos y no sólo en la cantidad de conocimientos adquiridos.

Durante el desarrollo de la secuencia didáctica es necesario que los docentes comprendan el enfoque de los campos formativos y de las asignaturas, además tener claridad sobre cómo aprenden los alumnos, porque de ello dependerán las actividades y los instrumentos de evaluación que se utilicen. De este modo, durante la secuencia didáctica, la evaluación del aprendizaje constituye la base para que el docente, constantemente, tome decisiones y realice los cambios necesarios en su intervención.

De ahí que, los resultados que se obtienen de la evaluación en esta etapa no se debe tener algún efecto sancionador, más bien deben emplearse para adecuar las estrategias didácticas al logro de los aprendizajes, tomando en cuenta los errores que pueden tener los alumnos o los obstáculos que enfrentan.

*La evaluación al cierre de la secuencia didáctica.* En la etapa de cierre de la secuencia didáctica se deberá tener en cuenta la propuesta de actividades para favorecer procesos de reflexión en el alumno acerca de lo que aprendió y cómo lo



aprendió, para ayudarlo a conectar los nuevos aprendizajes con otros y para valorar los logros del alumno con referencia a la situación de inicio.

La etapa de cierre corresponde a la evaluación sumativa, cuyo objetivo central es la valoración del logro de los aprendizajes esperados. Esta evaluación puede llevarse a cabo a partir de las evidencias reunidas a lo largo de la secuencia didáctica, al considerar el resultado o producto final y su análisis para obtener un juicio.

Con la evaluación sumativa se podrá conocer si los alumnos cuentan con las bases para continuar el aprendizaje, elaborar algún juicio a partir de los resultados del proceso de enseñanza-aprendizaje, considerar la información necesaria para asignar un nivel de desempeño y/o referencia numérica, en los casos que así se requiera y adecuar las estrategias didácticas y la intervención docente en favor de los alumnos.

Durante la secuencia didáctica, en el inicio, el desarrollo y el cierre y como parte del enfoque formativo de la evaluación, es imprescindible dar al alumno una retroalimentación enfocada en cómo apoyar y mejorar su desempeño. Por otro lado, existen diversos instrumentos de evaluación cuyo uso puede facilitar la recolección de evidencias y su valoración; es importante utilizar los que permitan documentar los procesos de aprendizaje y sistematizar la información mediante la observación o los registros respecto al desempeño de los alumnos.

La finalidad de la evaluación formativa en una secuencia didáctica es contribuir al aprendizaje del alumno, dándole información sobre sus respuestas o comentando la forma en que se realizaron las tareas aquí la retroalimentación puede utilizarse para corregir los propios errores. De esta manera, la evaluación formativa ofrece un apoyo esencial al aprendizaje.

### **3.4 La evaluación formativa en otros países**

La atención prestada a la evaluación formativa se ha mantenido durante las últimas décadas, generando un importante volumen de trabajos y esfuerzos que han sido objeto de sucesivas revisiones de la literatura. Algunas de estas revisiones han llegado a conclusiones que afirman sin reservas los efectos positivos de esta modalidad de evaluación. De este modo, se ha vinculado el uso de la evaluación formativa a una mejora de las prácticas educativas, a la identificación de lagunas en el currículum desarrollado en las aulas y a la mejora de los resultados educativos, entre otros beneficios.

Como parte de estos esfuerzos por impulsar este tipo de evaluación algunos países de América Latina han realizado páginas especializadas donde sus docentes pueden obtener información y herramientas sobre, qué y cómo llevar a cabo la evaluación formativa. Dos ejemplos importantes de países que han impulsado programas importantes para que este tipo de evaluación sea conocida y puesta en práctica son Chile y Colombia, algunos de los elementos con los que cuentan estos países puede leerse a continuación.

#### **3.4.1 Chile**

Este país cuenta con el Sistema de Aseguramiento de la Calidad de la Educación Escolar que se encuentra conformado por la Agencia de Calidad de la Educación, El Ministerio de Educación, la Superintendencia de Educación y el Consejo Nacional de Educación. El objetivo de esta agencia es evaluar y orientar el sistema educativo para la mejora de la calidad y equidad de las oportunidades educativas, es decir, que todos los alumnos tengan las mismas oportunidades de recibir una educación de calidad, por lo que dos de sus funciones principales son el evaluar y orientar al sistema educativo.

En un esfuerzo por orientar y apoyar a las escuelas en el desarrollo de sus capacidades de evaluación y la entrega de herramientas que los ayuden a realizar evaluaciones de una manera más eficiente, durante el año 2016 la Agencia de Calidad de la Educación implementó el periodo de marcha blanca

del programa de Evaluación Formativa. Este programa es un componente del nuevo sistema de evaluación dirigido a profesores y equipos directivos que estén interesados en instalar prácticas de evaluación formativa en la sala de clases, que les permitan monitorear los aprendizajes en el día a día y tomar decisiones pedagógicas de manera oportuna para lograr los objetivos propuestos.

La evaluación formativa se basa en un proceso de evaluación continuo que ocurre durante la enseñanza y el aprendizaje, basado en la búsqueda e interpretación de evidencia acerca del logro de los estudiantes respecto a una meta. Esto permite que el docente pueda identificar dónde se encuentran los aprendices, conocer qué dificultades enfrentan en su proceso de aprendizaje y determinar qué es lo que sigue y hacia dónde deben dirigirse para cerrar la brecha entre el conocimiento actual y las metas esperadas y cuál es el mejor modo de llegar hasta ahí<sup>5</sup>. (Heritage, 2010)

Para facilitar la implementación del enfoque de Evaluación Formativa que propone este programa se pone a disposición de las escuelas el sitio web [www.evaluacionformativa.cl](http://www.evaluacionformativa.cl) En este sitio se explica en qué consiste el programa y cuenta con un “Centro de Recursos” en el que están disponibles una variedad de herramientas para ayudar a las escuelas y equipos directivos a incluir la evaluación formativa en sus prácticas pedagógicas y a los docentes a recolectar información clave sobre el aprendizaje de sus estudiantes, parte de este material se puede ver en las imagen 3.1 y 3.2.

---

<sup>5</sup> Extraído de la página oficial de Agencia de Calidad de la Educación <http://www.agenciaeducacion.cl>

# ¿Qué entendemos por evaluación formativa?

Es un proceso continuo que tiene lugar durante la enseñanza y el aprendizaje, donde los profesores y estudiantes utilizan evidencia obtenida durante la clase para seguir aprendiendo en el camino hacia el logro de las metas de aprendizaje.

## ¿CUÁL ES SU OBJETIVO?

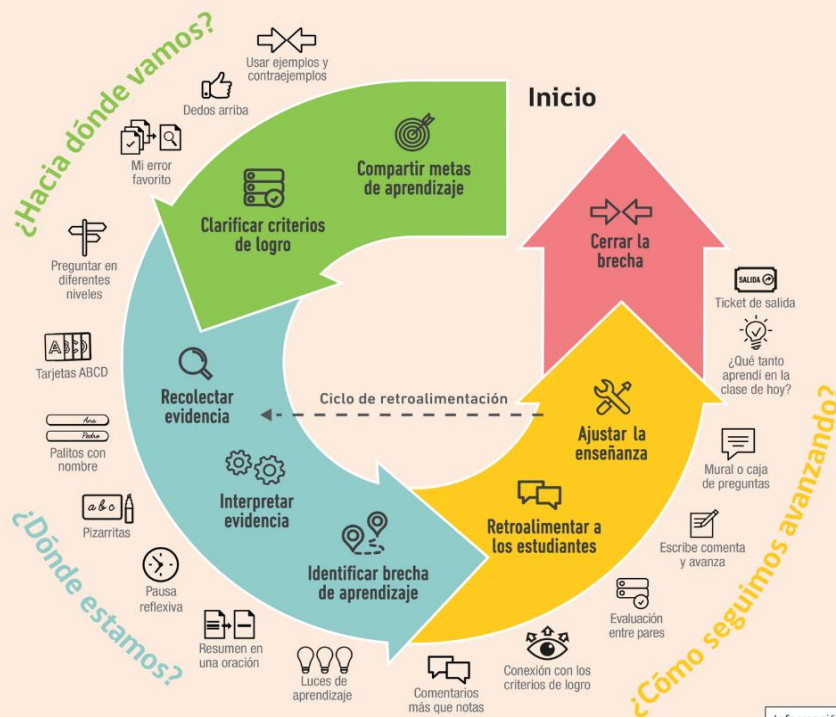
Orientar el proceso de enseñanza y aprendizaje y tomar decisiones oportunas.

## ¿QUIÉNES LA REALIZAN?

El profesor y el propio estudiante junto a sus compañeros.

## ¿CUÁNDO SE REALIZA?

Clase a clase, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.



Fuente: Imagen adaptada de Heritage 2010

Información dirigida a:  
**DOCENTES**  
**EQUIPOS DIRECTIVOS**

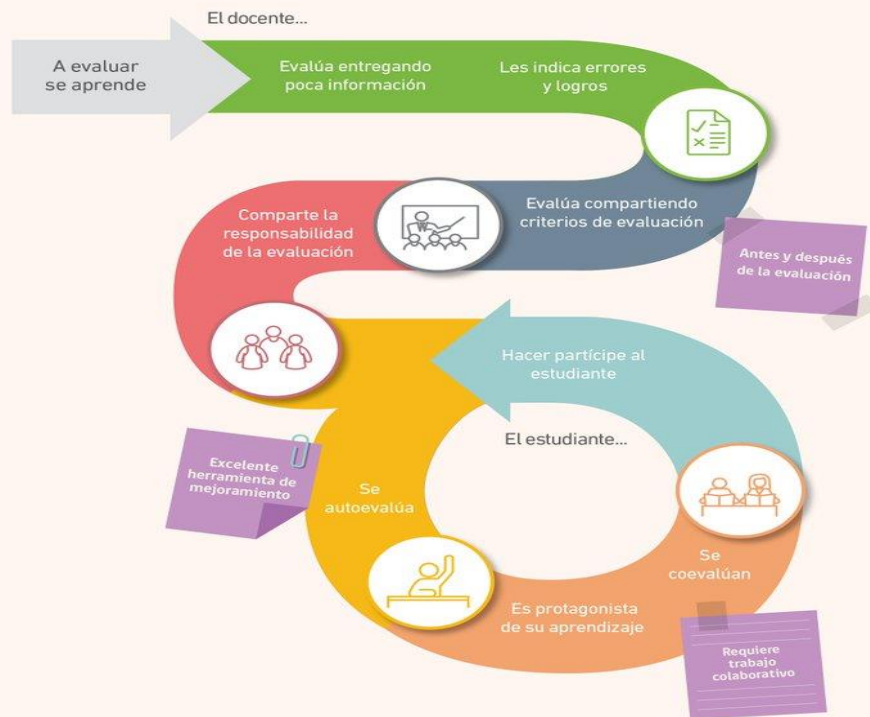
Imagen 3.1 ¿Qué entendemos por evaluación formativa

En esta imagen se muestran los procesos clave para la evaluación formativa y hace énfasis en tres preguntas primordiales de las que tiene que partir la evaluación formativa: 1) ¿Hacia dónde vamos?, para poder responder esta pregunta debemos tener metas claras; 2) ¿Dónde estamos? Esta pregunta engloba los conocimientos con los que cuenta el estudiante y sobre todo los que adquiere, pero no basta con saberlos debemos tener evidencias de eso que se dice que tiene o no, el alumno; 3) ¿Cómo avanzamos? Esta pregunta se refiere sobre todo a la retroalimentación o cambios que se deben hacer para el ajuste de la enseñanza.

## EVALUACIÓN FORMATIVA:

Cómo transitar de la evaluación tradicional a la autoevaluación

Este modelo requiere que el profesor seleccione las mejores instancias de aprendizaje para evaluar, coevaluar y autoevaluar desempeños y, además, evidencie los criterios de logro esperables.



Nota: Se recomienda comenzar por evaluar criterios observables por los estudiantes (ortografía, descripciones, presencia/ausencia, aspectos formales de una presentación) y transitar hacia criterios menos observables por los estudiantes (cohesión, coherencia, progresión temática).

Información dirigida a:  
**DOCENTES**

**Imagen 3.2 Transito de la evaluación tradicional a la autoevaluación**

Una herramienta valiosa para la evaluación formativa es la autoevaluación, es por lo que una vez que se tiene claro qué es la evaluación formativa y cómo poderla llevar a cabo se presenta el material de cómo transitar entre la evaluación tradicional y la autoevaluación, esto para poder llevar a cabo tanto un proceso de autorreflexión del aprendizaje como las retroalimentaciones necesarias.

### **3.4.2 Colombia**

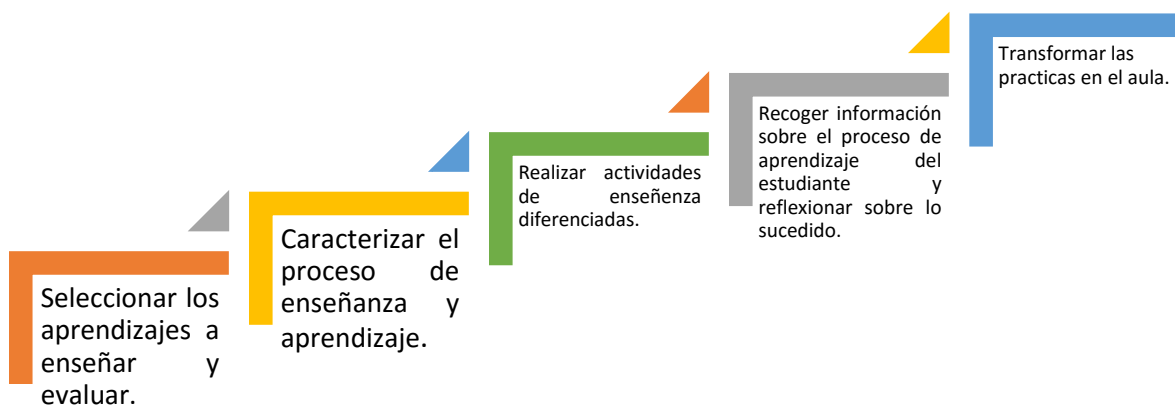
A partir del año 2015, Colombia se propuso ser el país mejor educado en 2025 en América Latina. Para alcanzar esta meta, el Ministerio de Educación estableció el Día E en todos los establecimientos educativos del país. El objetivo es que en esta jornada la comunidad educativa verifique los procesos y resultados obtenidos en el Índice Sintético de Calidad Educativa por su establecimiento educativo y de manera conjunta establezca rutas y estrategias para el mejoramiento de la calidad educativa. En este día se revisan los resultados de las evaluaciones. Para hacerlo se tiene como referencia inicial el Índice Sintético de Calidad Educativa-ISCE, que proporciona información sobre el progreso, desempeño, eficiencia y ambiente escolar en los establecimientos educativos, y es la base para elaborar conjuntamente acuerdos por la excelencia o planes de mejora.

Adicionalmente, los establecimientos privados pueden revisar su evaluación institucional y la realizada por los docentes a los estudiantes. En el curso virtual Colegios que mejoran en el portal Colombia Aprende, encuentran apoyo para el uso de estos resultados.

En la página del ministerio de educación de dicho país podemos encontrar el artículo que lleva por nombre: “La evaluación formativa y sus componentes para la construcción de una cultura de mejoramiento”. Este documento propone elementos para responder a la pregunta: ¿cómo la evaluación aporta a que los estudiantes aprendan más y mejor? Para este fin, la evaluación formativa es considerada un aspecto central de una cultura de mejoramiento continuo y profundiza en dos aspectos fundamentales: el seguimiento al aprendizaje y el uso pedagógico de resultados. Todo esto en el marco de la estrategia Siempre Día E.

A lo largo del documento se aborda la evaluación formativa como una práctica orientada a promover la reflexión del docente y el desarrollo de los aprendizajes. Su propósito es ofrecer información en dos vías: que el estudiante entienda cuánto y cómo avanza, y que el docente reflexione sobre su tarea de enseñanza. Así, en la evaluación formativa se sigue un camino como el que se puede ver en la imagen 3.1.

Imagen 3.1 Camino para la evaluación formativa



Para que el proceso descrito en la gráfica logre retroalimentar el aprendizaje, se deben implementar acciones de seguimiento donde se recoja, registre y analice lo logrado por el estudiante, así como provocar una reflexión que permita tomar decisiones informadas sobre cómo fortalecer el proceso de enseñanza. Estas dos dimensiones las entendemos como seguimiento al aprendizaje y uso pedagógico de resultados.

El Ministerio de Educación Nacional, desde el año 2009, en el Decreto 1290, resaltó la importancia de la evaluación como un proceso esencial para avanzar en la calidad educativa, siempre que produzca información pertinente que lleve a tomar decisiones basadas en evidencias, y a entender el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En este marco, la evaluación en este país adquirió un propósito formativo, es decir, que retroalimenta y fortalece el proceso de enseñanza y aprendizaje, cuyos parámetros y criterios deben definirse al interior del Establecimiento Educativo en su Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes (SIEE). En ese sentido en el artículo se asegura que la evaluación debe: 1) Permitir identificar las características de los estudiantes y caracterizar los procesos de aprendizaje, al recoger evidencias y suministrar información integral; y, 2) Ser continua, centrada en el apoyo a la

adquisición, el desarrollo y el fortalecimiento de las competencias durante el paso del estudiante por el sistema educativo, con miras a propiciar el crecimiento personal e intelectual necesario para insertarse en el entorno social, político y económico del país.

La evaluación se hace formativa cuando el estudiante puede comprender su proceso y mejorar a partir de este. También cuando el docente puede reflexionar y adecuar lo que sucede en el aula al establecer estrategias pedagógicas y didácticas para todos los estudiantes. De esta manera se hace necesario diferenciar qué es la evaluación formativa y qué no es. Por esto se presenta la imagen 3.4 que describe qué es y qué no es la evaluación formativa.

Cada uno de los componentes presentados a continuación implica unas acciones específicas que describen lo que sería llevar a la práctica la evaluación formativa, al entender que ninguna acción existe sin las otras pues perderían el sentido y el propósito de la evaluación como proceso formativo.



**Imagen 3.4 Discriminación entre la evaluación con propósito formativo y aquella sin propósito formativo**

Algunas ideas que sugieren características de evaluación formativa	Algunas ideas que sugieren características que NO corresponden a la evaluación formativa
<p><b>Sistemática:</b> ajustada a lo propuesto en el Sistema Institucional de Evaluación. Tiene en cuenta todos los factores que permiten o no el aprendizaje de los estudiantes; es decir, aporta al proceso de su formación integral.</p>	<p><b>Parcial:</b> tiene en cuenta solamente algunos aspectos del aprendizaje (ej. cognitivos, actitudinales, etc.), en el Sistema Institucional de Evaluación o se lleva a cabo en solo algunos momentos del proceso de aprendizaje.</p>
<p><b>Continua:</b> que en la mayoría de las interacciones (entendidas como todos los momentos que se comparten con el estudiante en el aula, la biblioteca, el descanso, el almuerzo, las clases, actividades lúdicas, izadas, etc.) hay oportunidades o mecanismos para comprender cómo avanza el estudiante en sus aprendizajes, cómo ha logrado estos desarrollos y que el niño, niña o joven pueda reconocer su proceso.</p>	<p><b>Temporal:</b> se da solamente en unos momentos del año, del bimestre o de la semana, por lo tanto no es constante.</p>
<p><b>Abarcadora:</b> sobrepasa el concepto tradicional de medición y posibilita orientar o corregir acciones y decisiones a lo largo del proceso de aprendizaje del estudiante.</p>	<p><b>Limitada:</b> sirve solamente para asignar notas y determinar la promoción o no del estudiante, pues se ocupa de informar lo no logrado y lo logrado al final de un proceso, cuando el estudiante ya no tiene la oportunidad de mejorar lo aprendido.</p>
<p><b>Completa:</b> permite mejorar el aprendizaje a partir de la información que se ha recolectado de manera sistemática de acuerdo a las características del Sistema Institucional de Evaluación del Establecimiento Educativo para detectar aciertos y dificultades de los procesos de enseñanza y aprendizaje.</p>	<p><b>Incompleta:</b> no brinda pistas al estudiante para que entienda sus dificultades y cómo mejorarlas.</p>
<p><b>Diferenciada:</b> es una valoración amplia, rica y variada del proceso de cada estudiante y se ajusta a sus necesidades.</p>	<p><b>Uniforme:</b> utiliza una sola forma de evaluación, por lo general escrita, centrada solamente en lo cognitivo.</p>
<p><b>Potenciadora:</b> desarrolla o potencia habilidades de observación, escucha y registro de los docentes, directivos docentes y líderes de las Secretarías de Educación.</p>	<p><b>Limitante:</b> no implica la observación, escucha o registro de los aprendizajes de los estudiantes, solamente el registro de notas alcanzadas al final del proceso de enseñanza y aprendizaje en una entrega o evaluación.</p>
<p><b>Participativa:</b> involucra a la comunidad: el docente, el directivo docente, padres y estudiantes.</p>	<p><b>Cerrada:</b> solamente el docente conoce lo que el estudiante logró. También puede implicar que la nota es entregada por el docente al estudiante sin información que le ayude a comprender su proceso de aprendizaje y cómo mejorar.</p>
<p>Requiere registro permanentemente de los avances de los estudiantes y su progreso en relación con los aprendizajes que deben ser potenciados, según el currículo del Establecimiento Educativo.</p>	<p>El docente registra pocas notas al final del proceso de aprendizaje y no durante el mismo, y estas no reflejan el progreso del estudiante.</p>

## Capítulo 4.

### Práctica docente ¿Cómo llevar a cabo la evaluación formativa?

*“La evaluación es un intento de conocer a la otra persona”. Derek Rowntree*

En el capítulo anterior se desarrolló lo que es la evaluación formativa, sus componentes, los instrumentos que utiliza y las propuestas que se han desarrollado en diferentes países sobre lo que es dicha evaluación, pero ¿cómo llevarla a cabo en el aula? ¿es fácil realizar esto? ¿qué se espera obtener como resultado? ¿cómo puedo observar que realmente ayuda la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje? Estas preguntas surgen porque hay información sobre lo que es, pero no de cómo ha resultado llevarla a cabo.

Para dar respuesta a estas preguntas y, con el fin de comenzar la incursión de la evaluación formativa en la materia de matemáticas del bachillerato, se hace una propuesta de evaluación formativa y se muestran los resultados obtenidos y lo que se puede mejorar.

#### 4.1 La evaluación formativa en la práctica docente

Con relación al programa de la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (Plan de estudios 2015), que puede ser consultado en la siguiente página <http://madems.posgrado.unam.mx/portada/plan.pdf>, la materia de práctica docente responde a la formación educativa, que todo estudiante recibe a través de actividades frente a grupo en el aula, para fortalecer las habilidades profesionales para la docencia. Esta materia tiene como objetivo identificar y caracterizar la problemática docente en la enseñanza de una disciplina en el nivel medio superior, en este trabajo la problemática en la que se hará énfasis es la evaluación, en especial la de tipo formativo.

En esta práctica se debe tener en cuenta que el docente necesita constantemente hacer un ejercicio de reflexión de su propia práctica docente. Esta

actividad es guiada y supervisada por un profesor del bachillerato y los profesores que imparten dicha materia. El objetivo de la intervención frente a un grupo es implementar y proponer estrategias para la evaluación formativa, para observar, acompañar y promover mejoras en el aprendizaje. La observación y la reflexión son parte fundamental en la evaluación formativa.

Para llevar a cabo una implementación de la evaluación formativa se revisaron y seleccionaron contenidos de los programas con los que cuentan las instituciones de nivel medio superior. Se identificaron, seleccionaron y realizaron los instrumentos que servirán en la planeación de una secuencia didáctica, al llevar a cabo dicha propuesta el docente reflexiona sobre los resultados y hace mejoras en la planeación en las siguientes intervenciones frente a grupo. Es necesario resaltar que los resultados que se obtengan deben de impactar al alumno en su aprendizaje, pero especialmente al docente en la enseñanza.

Descripción de la estrategia ¿Cómo llevar a cabo la evaluación formativa?

#### I. Generalizaciones

Para la implementación de la evaluación formativa se eligió el Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Sur que es uno de los sistemas de bachillerato de la UNAM, en el área de Matemáticas. Se realizaron dos intervenciones, la primera con un grupo de matemáticas III en la unidad IV “La recta como lugar geométrico”, en un total de 4 sesiones de dos horas y dos de una hora. Con la supervisión de la profesora Paola Martínez Cid, titular del grupo 364. Se escogió este grupo debido a que la profesora evalúa exclusivamente con tareas y el examen, con esto se compararan los resultados que se obtienen al final de la unidad y los que normalmente obtienen con su profesor, además de que se les aplicará un cuestionario y se tomará en cuenta una autoevaluación.

La segunda aplicación se llevó a cabo en el mismo grupo, pero ahora en la materia de matemáticas IV, en la unidad de “funciones exponenciales y logarítmicas” en esta segunda aplicación se mejoraron

algunos aspectos que se observaron en los resultados de la primera aplicación.

## II. Caracterización de la población

El grupo de matemáticas está conformado por entre diez y ocho y veinte estudiantes entre 16-17 años, este grupo es del turno vespertino.

En la realización de esta propuesta se retoman puntos importantes de la evaluación formativa que se encuentran en el capítulo tres de esta tesis sobre todo la parte de la evaluación formativa en la práctica docente, los modelos e instrumentos de evaluación. El modelo educativo del Colegio da énfasis a los postulados de aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser, es decir, centrar al alumno en el proceso de aprendizaje, respetar su autonomía en la búsqueda y construcción del conocimiento.

Propuesta de metodología para la evaluación formativa en el aula de bachillerato en la materia de matemáticas tabla 4.1.



**Tabla 4.1 Propuesta de evaluación formativa**

Se propone que el docente realice un **listado de preguntas o problemas** este punto hace referencia a las cuestiones que se plantean y a los problemas que se pretenden resolver, para ayudar a tomar decisiones sobre las metas u objetivos que deben plantear a través del curso, estos planteamientos hacen que se pueda elegir correctamente los instrumentos de evaluación a emplear y cómo utilizarlos de manera más conveniente, para poder abordar un proceso de evaluación formativa.

El segundo punto es la **planeación** esta es una parte fundamental en la formación docente, implica desarrollar una estrategia sistemática y organizada para plantear las lecciones. Los docentes necesitan decir qué y cómo lo van a enseñar antes de hacerlo, además de qué instrumentos de evaluación le ayudarán a obtener evidencias del aprendizaje de los alumnos, esto no quiere decir que no puede haber momentos espontáneos.

No se puede proponer un sistema de evaluación único y cerrado, mucho menos actividades y modelos de enseñanza únicos, ya que la realidad educativa y los docentes son diferentes por lo que se proponen líneas de trabajo para que cada persona genere su propio sistema. La combinación de estos elementos de educación depende de las circunstancias de cada uno, pero los ajustes necesarios se van haciendo con el paso de los cursos.

Un tercer punto es **poner en práctica esa planeación**, pero sobre todo la recolección de evidencias que se dan ya que éstas muestran al docente dónde estamos. Está pregunta engloba los conocimientos con los que cuenta el estudiante y, sobre todo, los que adquiere, pero no basta con saberlos tenemos que tener evidencias de eso que se dice que tiene o no, el alumno.

Un cuarto punto y último es el de la **retroalimentación**. Donde se pretende exponer las opiniones y juicios sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, con los aciertos y errores, fortalezas y debilidades de los estudiantes y el docente.

En la práctica docente, día a día tenemos que interactuar con nuestros estudiantes realizando diversas actividades que permitan desarrollar sus capacidades, explorar y generar conocimientos para enfrentar diversas situaciones

de su vida. La evaluación de las actividades realizadas en esta unidad responde a la necesidad de saber cómo van evolucionando y cuánto están aprendiendo a partir de la aplicación de un conjunto de técnicas e instrumentos variados.

Sin embargo, la evaluación no termina al momento de asignar una nota al estudiante, ya que, al recibir una prueba con una calificación numérica, con palomas y tachos, o con denominaciones como sobresaliente, suficiente o insuficiente, no se transmite en forma clara cuáles son los logros de aprendizaje. En consecuencia, es probable que les cueste mucho superar sus dificultades, obstáculos o errores.

Lo valioso en una evaluación es que el estudiante sepa qué es lo que está logrando y qué no ha logrado todavía en el proceso de aprendizaje y que el docente sepa qué actividades han funcionado o no y por qué, en el proceso de la enseñanza. A partir de esta afirmación, el docente debe hacer dos cosas: la primera hacer cambios para que el estudiante consiga que él mismo supere las dificultades que tenía y construya de manera autónoma su propio aprendizaje; la segunda es que debe hacer los cambios necesarios en las actividades que no están funcionando en el proceso de enseñanza. A este proceso le llamamos retroalimentación, y es muy importante para conseguir aprendizajes significativos y de calidad.

Como afirman algunos autores retroalimentar es acortar las distancias entre la situación actual en la que se encuentra el estudiante y la situación ideal a la que debe llegar. De esta manera, la retroalimentación es información que permite al estudiante cerrar la brecha entre el desempeño actual y el deseado y permite al docente el mejoramiento de su práctica. (Ramaprasad, 1983 citado en Roos, 2004).

# Capítulo 5.

## Resultados y análisis

“El principal objetivo de la educación es criar personas capaces de hacer cosas nuevas, y no solamente repetir lo que otras generaciones hicieron” Jean Piaget

### 5.1 Consideraciones generales

Para trabajar con la evaluación formativa se usó como referencia un modelo que propone López V. en el libro “Evaluación formativa y compartida en educación superior”, en el capítulo titulado una propuesta genérica de evaluación formativa y compartida para la docencia universitaria. Para la evaluación se utilizó un sistema combinado que consiste en trabajo grupal, un portafolio individual, examen de la unidad y la autoevaluación de los alumnos.

Los resultados de la primera aplicación de la unidad de la recta se utilizaron para identificar las dificultades y errores de algunos instrumentos y con base en ello hacer las modificaciones necesarias para tener un mejor impacto y resultado en la retroalimentación de los alumnos y sus aprendizajes. Estas modificaciones incluyen un mayor número de actividades evaluadas por medio de rúbricas, además de destinar más tiempo a la retroalimentación de los alumnos y sus actividades realizadas en el salón de clases, para la obtención de mejores resultados en la evaluación sumativa.

Durante la presentación de los resultados se muestran algunas actividades realizadas y los problemas o mejoras que se realizaron y la justificación del cambio en ellas, además de que se muestran algunas evidencias de los alumnos en cuanto a su trabajo, al final también se muestran una gráfica de los resultados que se obtuvieron en la evaluación sumativa tanto con su profesor que les evalúa con examen y tareas, con la propuesta de evaluación formativa en las dos aplicaciones y una prueba t, para poder justificar la hipótesis planteada desde un principio la cual

es que: la evaluación formativa impacta en la evaluación sumativa y es una herramienta muy importante e indispensable en el proceso de enseñanza aprendizaje.

## **5.2 Resultados de la secuencia de la recta**

Para poder comenzar con la aplicación de la propuesta se tuvo primeramente que hacer la planeación didáctica de la unidad, esto tomando en cuenta las características expresadas por el profesor titular. Durante la aplicación se tomó en cuenta la propuesta planteada en el capítulo anterior de esta tesis que se desarrollarán más adelante, además se presentarán algunos resultados importantes y relevantes, pero la planeación completa se puede ver en los anexos.

### **5.2.1 Planteamiento de preguntas y objetivos.**

Las preguntas que se plantearon en esta unidad son:

- ¿Cómo poder integrar la evaluación en el proceso de enseñanza-aprendizaje?
- ¿Cómo poder estructurar un sistema de evaluación que no sólo ayude al alumno en el proceso de aprendizaje, sino además impacte en el perfeccionamiento del profesor?
- ¿Cómo lograr que la evaluación sea vista como apoyo y no como una carga, tanto para el profesor cómo para el alumno?
- ¿Cómo pasar de la evaluación formativa y continua a la obligada calificación sumativa?
- En la experiencia de impartición de esta unidad ¿cuáles son los temas de mayor dificultad para los alumnos?, ¿por qué?
- ¿A dónde quiero llegar con este tema?
- ¿Cuáles son los aprendizajes principales de la unidad?

Las metas u objetivos de la unidad se plantearon a partir del programa de estudio de la materia y tomando en cuenta la taxonomía de Bloom 1956. A continuación, se mencionan algunos de ellos, pero estos se pueden ver en la planeación completa.



Que los alumnos:

- Reconozcan los elementos de la recta como son: pendiente, ángulo de inclinación, intersección con los ejes del plano cartesiano, paralelismo y perpendicularidad dadas dos rectas.
- Clasifiquen a la recta como lugar geométrico.
- Relacionen el lugar geométrico de la recta con su ecuación pendiente ordenada al origen.
- Comparen las diferentes formas de la ecuación de la recta (punto pendiente, general, simétrica) con la que ellos ya conocen (pendiente ordenada al origen)
- Reconozcan los elementos indispensables para determinar la ecuación de una recta en cualquiera de sus formas.
- Dada una ecuación de la recta la transformen en las diferentes formas restantes.

Una vez planteadas las preguntas y los objetivos se escogieron los métodos de enseñanza y aprendizaje, además de los instrumentos de evaluación y la creación de instrumentos de enseñanza.

### **5.2.2 Planeación.**

Para la planeación de esta unidad se utilizaron los siguientes modelos de enseñanza:

- Aprendizaje cooperativo (Robert Slavin 1986) específicamente Rompecabezas II
- Enseñanza directa Bandura, Vygotsky (1986-1989)
- Integrativo Hilda Taba (1965-1967)
- Exposición y discusión David Ausbel (1963-1968)

Como parte de la planeación se especifica el modelo de enseñanza y el porqué de haber escogido este modelo, un ejemplo de esto es la imagen 5.1.

## Aprendizaje Cooperativo

### La recta como lugar geométrico

#### Sesión 1

#### III. ESTRATEGIA

Se utilizarán los modelos de aprendizaje cooperativo (Robert Slavin 1986) y enseñanza directa (Bandura, Vygotsky), el primero para que los estudiantes recuperen información sobre los elementos de la recta a manera de introducción, se utilizarán materiales impresos sobre dichas características, al final se proporciona un material para que la información que tiene cada alumno pueda compartirla con su equipo de trabajo.

El segundo modelo se utiliza para describir a la recta como lugar geométrico y relacionar los elementos que la componen, se utiliza GeoGebra para visualizar cada uno de esos elementos geoméricamente.

#### Imagen 5.1 Estrategia de la planeación

Como ya se mencionó anteriormente se les pidió a los alumnos trabajar con un portafolio de evidencias, recordemos que un portafolio puede ser su libreta, un block, una carpeta, etcétera. En este caso se les brindo un folder para poder colocar ahí sus actividades (imagen 5.2), muchos de los alumnos lo personalizaron esto es bueno pues para muchos fue una manera de comprometerse con su trabajo.



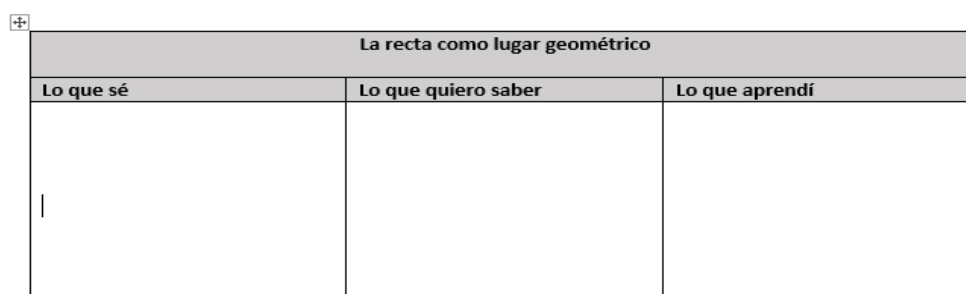
Imagen 5.2 Portafolio de Evidencias

Esta unidad se desarrolló en seis sesiones, en cada sesión como parte de la planeación se desarrollaron actividades de inicio, desarrollo y cierre, además se mostró el porcentaje de valor de cada actividad para poder tener una evaluación sumativa al final de cada sesión. En este capítulo se describe brevemente, la implementación de la sesión uno, las otras sesiones se pueden ver en los anexos,

también en el apartado de Aplicación se desarrollarán explicaciones y evidencias de los trabajos de los alumnos para ver cómo se sintieron y trabajaron con las actividades.

Como parte de la evaluación diagnóstica en la primera sesión se les proporcionó un cuadro que se llama SOA (imagen 5.3), esta actividad se escogió porque la recta es un contenido temático que ya han manejado anteriormente, por lo que se les pide que contesten ¿qué saben? ¿qué les gustaría saber? y se deja la última columna ¿qué aprendí? para el final de la clase.

Anexo 0: Cuadro SOA ¿Qué sé? ¿Qué quiero saber? ¿Qué aprendí?



La recta como lugar geométrico		
Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí

Imagen 5.3 Cuadro SOA

Posteriormente, se hicieron los formatos de las actividades para el alcance de los aprendizajes en particular se establecieron las actividades para trabajar con la estrategia de Rompecabezas II que consiste en hacer equipos y cada equipo estudia un tema en específico, posteriormente se reorganizan los equipos de tal manera que quede un integrante de cada equipo en los nuevos equipos y se les proporciona una actividad en la que uno tiene que explicar a los demás lo que aprendió en el equipo anterior para resolver el problema planteado.

Se escogieron dos actividades<sup>6</sup> para poder ayudar en la clase y la evaluación formativa las cuales son:

<sup>6</sup> Estas actividades las sugieren en el portal [www.evaluacionformativa.cl](http://www.evaluacionformativa.cl)

## **¿Qué vamos a hacer hoy?**

Se presentó un póster con las dos preguntas guías: “¿Qué vamos a aprender hoy?” y “Al final de la clase lograremos:”, el cuál es un elemento simple que permite al docente comunicar la meta de aprendizaje y los criterios de logro de manera sencilla y cercana para que los alumnos tengan claro dónde deben llegar. Los estudiantes pueden participar activamente en el proceso ayudando, por ejemplo, a identificar palabras problemáticas en los enunciados del póster o llegar a un acuerdo sobre su significado.

El póster debe estar en un lugar visible dentro de la sala de clases para que puedan monitorear su progreso en relación con la meta.

## **Actividad de palitos**

Esta estrategia consiste en que cada estudiante escriba su nombre en un palo de helado y se colocan todos los palitos en un tarro, luego cada vez que el profesor realiza una pregunta del tema, éste selecciona aleatoriamente un palito de madera, es decir, selecciona el nombre de un alumno para que responda a la pregunta correspondiente. Este sistema de participación y respuestas al azar da la oportunidad a todos, disipando nociones de favoritismo, y los compromete a estar atentos ante la expectativa de ser apelados. En cuanto al docente, éste puede recolectar evidencia del aprendizaje de todo el curso (y no sólo de quienes siempre participan) e identificar las brechas entre los estudiantes para retroalimentar y tomar decisiones pedagógicas oportunas.

Un ejemplo del material que se elaboró para el alcance de los objetivos y la obtención de evidencias es la tabla de la recta que se puede ver en la parte de los anexos, la cual se elaboró con el objetivo de ayudar al alumno en la comprensión de cómo transitar entre las diferentes formas de la ecuación de la recta.

Una parte fundamental de la planeación es la evaluación, sobre todo el punto de cómo a través de la evaluación formativa se logra un mejor resultado en la evaluación sumativa, por lo que para evaluar el portafolio y sus actividades se

utilizaron rúbricas, listas de cotejo, etcétera. Además de que cada actividad de las sesiones tenía un porcentaje o valor para obtener una calificación (imagen 5.4)

Evaluación sumativa				
Tipo de evaluación	de	Actividad	Instrumento	%Calificación
Evaluación de conocimiento	de	Generación de expertos	Anexo 1	30%
Evaluación de comprensión	de	Enseñanza entre pares	Anexo 2	30%
Evaluación de aplicación		¿Encuentra el lugar geométrico?	Anexo 4	30%
Participación en clase	en	Palillos	Anexo 3	10%

Imagen 5.4 De evaluación formativa a sumativa

### 5.2.3 La Aplicación, la recolección de evidencias.

Antes de llevar a cabo la planeación se les dio a conocer a los alumnos la forma de trabajo para esa unidad, sobre todo por la parte de la evaluación y evidencias que tenían que entregar, al platicarles del portafolio de evidencias no conocían lo que esto significa ya que ninguno de sus maestros anteriores había trabajado con esto, por lo que se les explicó en que consiste, cómo se trabaja y la forma de evaluación de éste. En la imagen 5.5 se puede observar una lista de cotejo que se les dio a los

Actividad	Actividad completa Si No	Comentarios
1.	.75	Faltan ejercicios
2.	✓	Buen trabajo
4.	.5	Falta inciso b
5.	✓	Muy bien.
6.	✓	Muy bien!
7.	✓	Bien!
8.	✓	Buen trabajo!
9.	✓	
Observaciones generales: * Buen trabajo sigue así y tendrás buenos resultados * Participa más en clase.		

Imagen 5.5 Lista de cotejo

alumnos para que la pegaran al inicio de su portafolio, con la finalidad de que el alumno estuviera consciente de la manera en que se iba a trabajar en la unidad y conociera la forma de evaluación de dichas actividades.

La primera actividad que se realizó con el grupo fue una actividad de diagnóstico, con la finalidad de rescatar los conocimientos previos que ellos tenían de la recta, para esta actividad se escogió una estrategia de enseñanza llamada Rompecabezas, se

destinaron 40 minutos para la actividad, pero al realizarla se tuvo que ampliar el tiempo a 60 minutos, ante esto los alumnos tuvieron dificultades al tener que cambiar de equipos, segundo al tratar de explicarse un tema entre ellos, ya que nunca lo habían hecho, y no encontraban la forma de explicarlo, y tercero la actitud pues como no habían trabajado de esa manera para ellos era extraño y no se sentían muy bien.

Aunque existieron dificultades los resultados obtenidos fueron buenos ya que pudieron completar y entregar la actividad. De igual manera cuando ellos trataban de explicarse les surgían entre ellos mismos dudas del tema eso les ayudaba a aprender por sí mismos. Y esta parte es importante ya que podemos ver la retroalimentación que ellos mismos se hacían, pues cuando estaban en el primer equipo tratando de hacerse expertos en el tema, al acabar el tiempo decían que estaban listos, pero al pasar al segundo equipo y tratar de resolver un problema nuevo veían qué cosas o conceptos les hacían falta (imagen 5.6).

También se repartió otra actividad para que trabajarán todos los conceptos aprendidos y pudieran expresar sus dudas particulares, esta actividad fue importante, ya que se sintieron libres de expresar sus dudas y como tenían que integrar lo visto antes le dieron un significado importante a lo aprendido, algunos de estos resultados los podemos ver en la imagen 5.7, además para concluir la sesión se realizó una autoevaluación con ayuda de una lista de cotejo que permitiera evaluar su trabajo en equipo (imagen 5.8)

Por último, los alumnos terminaron de llenar el cuadro SOA en particular la columna de ¿qué aprendí? Algunos de estos resultados los podemos ver en la imagen 5.9.

a) Encuentra la pendiente de la recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - (-5)}{4 - 0} = \frac{-2 + 5}{4} = \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$$

b) Encontrar la pendiente que pasa por los puntos  $P(-2, 4)$  y  $Q(5, -3)$   
 c) Encontrar la pendiente de la recta:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 4}{5 - (-2)} = \frac{-7}{7} = -1$$

d) Encontrar la pendiente que pasa por los puntos  $P(\frac{3}{2}, 4)$  y  $Q(5, -\frac{1}{2})$   
 e) Encontrar la pendiente de la recta:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-\frac{1}{2} - 4}{5 - \frac{3}{2}} = \frac{-\frac{9}{2}}{\frac{7}{2}} = -\frac{9}{7}$$

Ejercicios:  
 El primer ejercicio se pide hacerlo en equipo, después de ahí cada integrante del equipo escoge un ejercicio diferente al resto del equipo y lo realiza de forma individual.

a) Hallar la pendiente de la recta cuyo ángulo de inclinación es:  $\beta = -60^\circ$   
 b) Hallar el ángulo de inclinación de una recta cuya pendiente es:  $m = -\frac{3}{4}$   
 c) Hallar la pendiente de la recta cuyo ángulo de inclinación es:  $\beta = 35^\circ$   
 d) Hallar el ángulo de inclinación de una recta cuya pendiente es:  $m = -2$   
 e) Hallar la pendiente de la recta cuyo ángulo de inclinación es:  $\beta = -120^\circ$   
 f) Hallar el ángulo de inclinación de una recta cuya pendiente es:  $m = -\frac{5}{2}$

a)  $\beta = -60^\circ$

$$m = \tan \alpha$$

$$m = \tan -60^\circ$$

$$m = -1.73$$

d)  $m = -2$

$$\alpha = \tan^{-1} m$$

$$\alpha = \tan^{-1} (-2)$$

$$\alpha = -63.43^\circ$$

b)  $\alpha = \tan^{-1} m$   

$$\alpha = \tan^{-1} \left(-\frac{3}{4}\right)$$
  

$$\alpha = -36.86^\circ$$

c)  $m = \tan \alpha$   

$$m = \tan 35^\circ$$
  

$$m = 0.70$$

e)  $m = \tan \alpha$   

$$m = \tan -120^\circ$$
  

$$m = 1.73$$

f)  $\alpha = \tan^{-1} m$   

$$\alpha = \tan^{-1} \left(-\frac{5}{2}\right)$$
  

$$\alpha = -68.19^\circ$$

TEMA: Bien.  
 FECHA: 20-Oct-2017

Imagen 5.6 Resultados del trabajo en equipo primera parte de rompecabezas II.

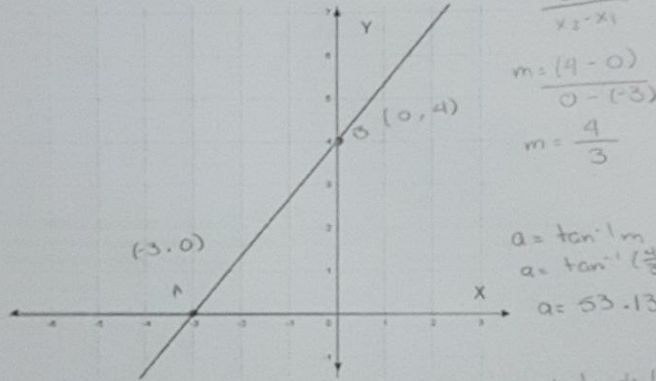


Anexo 2

Ejercicios en equipos.

Instrucciones. Cada integrante del equipo es experto en algún tema de la recta en particular, con ayuda de todos resolver los siguientes ejercicios.

1. Dada la siguiente recta



- a) ¿Es una recta? ¿por qué? Si. Cualquiera 2 puntos que tomemos dentro de la recta, tendrán la misma pendiente.
- b) Determina dos puntos de la recta.  $(-3, 0)$  y  $(0, 4)$
- c) Determina su pendiente.  $= \frac{4}{3}$
- d) ¿La pendiente es positiva o negativa y por qué? Positiva, va de izquierda a derecha. Sube
- e) Determina el ángulo de inclinación de la recta.  $53.13^\circ$
- f) Determina las intersecciones con los ejes de la recta.  $(-3, 0)$  y  $(0, 4)$
- g) Determina la ecuación de la recta.  $(\frac{4}{3})x + 4$

$y = mx + b$   
 $y = (\frac{4}{3})x + 4$

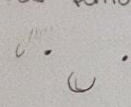


Imagen 5.7 Unión de conceptos

Actividad	Rompecabezas
Fecha	17-Oct-17
Rubro/ alumno	Frida
Coexisten en paz	/
Trabajan juntos, pero solo yuxtapuestos	/
Colaboran progresando conjuntamente en el desarrollo de la actividad	/
Se ayudan en las dificultades	/
Antes de hacer una consulta al profesor, consultan al equipo	/
En la resolución de problemas o ejercicios, cada uno lo resuelve por separado y después comparan entre sí lo realizado.	/
Colabora en los ejercicios y problemas comunes	/
Si conoce la respuesta o solución de la actividad en curso, espera a que el resto del equipo reflexione sobre ella antes de comunicarla al resto	/

Imagen 5.8 Evaluación trabajo en equipo



Anexo 0: Cuadro SOA ¿Qué sé? ¿Qué quiero saber? ¿Qué aprendí?

La recta como lugar geométrico		
Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí
<ul style="list-style-type: none"> <li>La recta es una línea (segmento) que cuenta con un Principio y un fin.</li> <li>Está constituida por varios puntos.</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué es un lugar geométrico y cómo localizarlo.</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mi definición de recta estaba mal, ahora sé que eso era un segmento.</li> <li>Lo que es un lugar geométrico y a localizarlo por medio de la ecuación de la recta y el trinomio cuadrado perfecto.</li> </ul> 

Flores Antóniz Martha Susana 2644

I. ANEXOS

Anexo 0: Cuadro SOA ¿Qué sé? ¿Qué quiero saber? ¿Qué aprendí?

La recta como lugar geométrico		
Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí
<p>Una línea recta (180°)</p> <p>No tiene límite de medida</p> <p>Se usa para graficar</p>	<p>¿Para qué sirve?</p> <p>¿Cuántas funciones tiene y cuáles son?</p>	<p>¿Qué es un lugar geométrico?</p> <p>Definición correcta de la recta</p> <p>Sacar la pendiente de una recta</p> <p>Sacar el ángulo de la recta</p>

Imagen 5.9 Ejemplos de Cuadro SOA

De tarea se dejó que los alumnos realizarán el anexo 4 (imagen 5.10), lo cual consistía en determinar, a partir de los conceptos estudiados y con ciertas condiciones dadas, el lugar geométrico de la recta, pero sólo una alumna lo realizó, por lo que esta parte se retomó en la siguiente clase. Debido a que se observó que, aunque los alumnos tienen conceptos claros, no tienen las herramientas necesarias para interpretarlos de manera geométrica, por lo cual se sugiere no dejar esta actividad como tarea.

Anexo 4

¿Cómo calcular la distancia de un punto a una recta?

La recta como lugar geométrico

Ejercicios.

a) Determinar el lugar geométrico de un punto que se mueve de tal forma que sus distancias a dos puntos fijos R (2, 5) y S(-3, 2) son siempre iguales.

b) Establecer el lugar geométrico de un punto que se mueve de tal forma que su distancia a un punto fijo de coordenadas F(-4, 5) y a la recta  $y = -4$  en todo momento es la misma.

a)

$$\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$\sqrt{(5 - y_1)^2 + (2 - x_1)^2} = \sqrt{(2 - y_1)^2 + (-3 - x_1)^2}$$

$$\sqrt{((5 - y_1)^2 + (2 - x_1)^2)^2} = \sqrt{((2 - y_1)^2 + (-3 - x_1)^2)^2}$$

$$(25 - 10y_1 + y_1^2) + (4 - 4x_1 + x_1^2) = (4 - 4y_1 + y_1^2) + (9 + 6x_1 + x_1^2)$$

$$29 - 10y_1 + y_1^2 - 4x_1 - x_1^2 = 13 - 4y_1 + y_1^2 + 6x_1 + x_1^2$$

$$-10x_1 + 4y_1 - 4x_1 - 6x_1 = -16$$

$$(-6y_1 - 10x_1 = -16)$$

b)

$$Ax + By + C = 0 \quad (-4, 3)$$

$$(x + \frac{1}{4}y + 5 = 0) \cdot 4$$

$$4x + y + 20 = 0$$

A = 4  
B = 1  
C = -20

25

Imagen 5.10 La recta como lugar geométrico

Los siguientes aprendizajes por abordar fueron: que el alumno compare las diferentes formas de la ecuación de la recta (punto-pendiente, general, simétrica) con la que ya conocen (pendiente-ordenada al origen) y que reconozcan los elementos indispensables para determinar la ecuación de una recta en cualquiera de sus formas. Para poder trabajar con ellos y recolectar evidencias de su aprendizaje se realizaron dos actividades: 1) Un cuadro comparativo que se mostró en la parte de planeación y 2) Una actividad en equipos donde se le proporciona al alumno diferentes situaciones y elementos donde a través de estos tiene que encontrar diferentes ecuaciones de la recta.

En la tabla se existía un espacio de observaciones para que los alumnos tomarán nota de algunos aspectos que creían importantes, las observaciones se tomarán en cuenta en la parte de la retroalimentación.

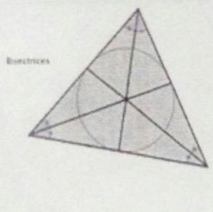
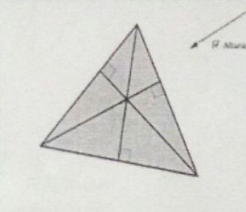
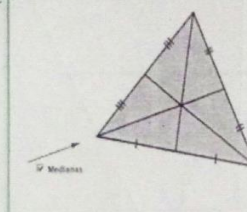
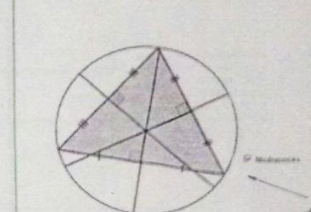
Se realizaron dos actividades previas al examen, la primera fue una actividad en equipo sobre problemas de aplicación que fueron evaluados con una rúbrica (Anexo 3) y la segunda fue el trazo de las rectas mediana, mediatriz, bisectriz y alturas en diferentes triángulos, esta última se realizó con el modelo de enseñanza llamado aula invertida el cual consiste en que los alumnos investigan previamente lo que son las rectas notables y cómo trazarlas, después en el aula se trazan y el profesor funge como guía para la resolución de dudas (Imagen 5.11).



Anexo 9

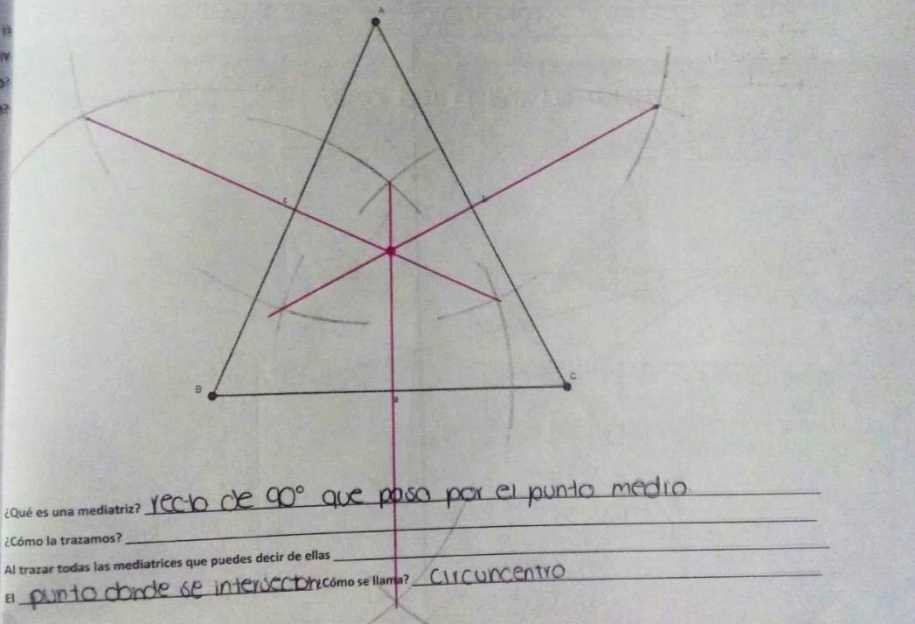
Frida Marlen Ibarra Bailón.

Rectas notables del triángulo parte 2

	Bisectrices	Alturas	Medianas	Mediatrices
Definición				
Gráficas				
¿Cómo se obtiene?	Con regla y compás	1 vértice y saber que lo recto es de $90^\circ$	Punto medio y el punto del vértice opuesto	Punto medio y trazar la recta perpendicular de ese lado.
Se puede encontrar su ecuación si nos dan los vértices del triángulo	No, porque no tenemos un punto y la pendiente	Sí, utilizamos ecuación punto pendiente	Sí, conocemos el punto medio.	Sí, tengo punto medio

Mediatrices de un triángulo

Frida Marlen Ibarra Bailón.



¿Qué es una mediatriz? Recta de  $90^\circ$  que pasa por el punto medio

¿Cómo la trazamos? \_\_\_\_\_

Al trazar todas las mediatrices que puedes decir de ellas \_\_\_\_\_

El punto donde se intersectan cómo se llama? Circuncentro

Imagen 5.11 trabajo de las rectas notables del triángulo

#### **5.2.4 La retroalimentación**

Para mostrar cómo fue la retroalimentación que se llevó a cabo en la práctica docente se presentan unos ejemplos del trabajo de los alumnos y las modificaciones que se realizaron al material y trabajo.

Para comenzar debemos de tener en cuenta que el portafolio de evidencias no es algo que los alumnos conozcan por lo que les resultó un poco difícil habituarse a esta forma de trabajo. El portafolio se evaluó tres veces durante la secuencia, la primera al final de la segunda sesión, la segunda al final de la cuarta sesión y la última una sesión antes del examen, esto les ayudó a darse cuenta que el portafolio no es como su libreta de apuntes en la que pueden dejar incompletas las actividades o simplemente no poner nada ya que al entregarlo así tenían después que corregir cosas, además se hizo una lista de las observaciones de los portafolios y las aclaraciones para poder retroalimentar en el salón de clases, un ejemplo de esto se muestra en la imagen 5.12.

Instrucciones: En equipos realicen los siguientes ejercicios, es indispensable que todo el equipo tenga claro los ejercicios ya que al final se preguntará a cualquier integrante del equipo y se evaluará con lo respondido por ese integrante.

Ejercicios:

- Tres vértices de un paralelogramo son los puntos  $A(-\frac{11}{2}, 0)$ ,  $B(0, 5)$ ,  $C(-5, 8)$ . Encuentra las ecuaciones de los lados que pasan por AB y por BC.
- Escribe la ecuación de la recta que intersecta al eje de las ordenadas 7 unidades hacia abajo del origen y tiene una pendiente negativa de  $\frac{5}{2}$ .
- Escribe la ecuación en su forma general de una recta perpendicular a otra que pasa por los puntos  $A(-2, -3)$ ,  $B(5, 1)$ .
- Escribe la ecuación simétrica de la recta cuya pendiente es  $m = \frac{3}{5}$  y pasa por el punto  $A(-1, 5)$ .

Handwritten solutions:

a)  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 0}{0 - (-\frac{11}{2})} = \frac{5}{-\frac{11}{2}} = -\frac{10}{11}$   
 $y - 0 = -\frac{10}{11}(x - (-\frac{11}{2}))$   
 $y = -\frac{10}{11}x + 5$

b)  $y = \frac{5}{2}x - 7$

c)  $A(-2, -3)$ ,  $B(5, 1)$   
 $m = \frac{1 - (-3)}{5 - (-2)} = \frac{4}{7}$   
 $y - (-3) = \frac{4}{7}(x - (-2))$   
 $y + 3 = \frac{4}{7}x - \frac{8}{7}$   
 $y = \frac{4}{7}x - \frac{29}{7}$

d)  $y = \frac{3}{5}x + 5$   
 $A(-1, 5)$   
 $y - 5 = \frac{3}{5}(x - (-1))$   
 $y - 5 = \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}$   
 $y = \frac{3}{5}x + \frac{28}{5}$

### La recta como lugar geométrico

Ejercicios:

- Determinar el lugar geométrico de un punto que se mueve de tal forma que sus distancias dados puntos fijos  $R(2, 5)$  y  $S(-3, 2)$  son siempre iguales.
- Establecer el lugar geométrico de un punto que se mueve de tal forma que su distancia a un punto fijo de coordenadas  $F(-4, 5)$  y a la recta  $y = -4$  en todo momento es la misma.

Handwritten solution for exercise 1:

Formula de distancia

Cómo calcular la distancia de un punto a una recta.

a)  $\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$   
 $\sqrt{(5 - y_1)^2 + (2 - x_1)^2} = \sqrt{(2 - y_1)^2 + (-3 - x_1)^2}$   
 $(5 - y_1)^2 + (2 - x_1)^2 = (2 - y_1)^2 + (-3 - x_1)^2$   
 $(25 - 10y_1 + y_1^2) + (4 - 4x_1 + x_1^2) = (4 - 4y_1 + y_1^2) + (9 + 6x_1 + x_1^2)$   
 $25 - 10y_1 + y_1^2 + 4 - 4x_1 + x_1^2 = 4 - 4y_1 + y_1^2 + 9 + 6x_1 + x_1^2$   
 $-10y_1 + 4y_1 - 4x_1 - 6x_1 = 9 - 25$   
 $-6y - 10x = -16$

Imagen 5.12 Corrección de los portafolios.



Otro punto importante de la retroalimentación que se brindó a los alumnos fue que en el cuadro comparativo de las ecuaciones de la recta, varios de ellos escribieron que “en la ecuación general de la recta, no hay pendiente”, se aclaró que eso no es así, se les dijo que lo correcto sería poner que la pendiente no está en forma explícita en dicha ecuación, pero que esa recta sí tiene pendiente, esta retroalimentación fue enriquecedora, ya que se pudo observar que no fueron unos cuantos los alumnos que creían o escribieron eso, sino fueron varios, esto fue consecuencia de la mala interpretación que se dio cuando se explicaba el tema, por lo que aparte de que los alumnos fueran retroalimentados en este tema, yo como docente pude observar que debo de tener cuidado en cómo expreso algunos conceptos y darme el tiempo para leer lo que escriben los alumnos ya que si éstos fueran sus apuntes, uno no se da cuenta de cómo y qué escribieron y muchas de esas ideas pueden ser erróneas, tal como en esta actividad (imagen 5.13).

Anexo 5

Formas de la ecuación de la recta				
	Forma ordinaria o pendiente ordenada al origen.	Forma Escriba aquí la ecuación punto pendiente	Forma general	Forma simétrica
Ecuación	$y = mx + b$	$y - y_1 = m(x - x_1)$	$Ax + By + C = 0$	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
Elementos de la ecuación recta	$m =$ pendiente (mide la inclinación de la recta) $b =$ ordenada al origen (corte eje y)	$m =$ pendiente $(x_1, y_1)$ son las coordenadas de un punto que pertenece a la recta.	$A, B, C$ son coeficientes enteros.	$a =$ abscisa al origen $a = -$ $b =$ ordenada al origen $b = -$
Utilización	Con esta forma se obtiene claramente la pendiente y la ordenada al origen lo que ayuda a graficar rápidamente la recta.	Se utiliza esta forma cuando se conoce la pendiente y sólo un punto de la recta.	Esta ecuación está igualada a cero, y se utiliza cuando se quiere calcular la distancia de un punto a una recta.	Se utiliza para ver claramente las intersecciones de la recta con los ejes, lo que también facilita realizar la gráfica de la recta.
Observaciones	- Se utiliza pendiente y puntos $(x, y)$ - Se utiliza pendiente y puntos $(x, y)$ - leve similitud con distancia - $R$ semejante	- No hay pendiente (al parecer) - Para gráficas se utiliza tabulación (a veces)	- No hay pendiente (al parecer) - Para gráficas se utiliza tabulación (a veces)	- No hay pendiente (al parecer)
Ejemplo	Recta	Recta	Recta	Recta

Handwritten notes in the Observaciones row:

- Under "Forma ordinaria": "Todos tienen X y Y. Porque es el punto que se está moviendo."
- Under "Forma punto-pendiente": "Se utiliza pendiente y puntos  $(x, y)$  - leve similitud con distancia"
- Under "Forma general": "No hay pendiente (al parecer) - Para gráficas se utiliza tabulación (a veces)"
- Under "Forma simétrica": "No hay pendiente (al parecer)"

Imagen 5.13 Errores detectados y retroalimentados en clase

Después de esto se realizó una actividad que fue específicamente de retroalimentación ésta consistió en que a cada alumno se le proporcionó una ecuación de la recta escrita en alguna de sus diferentes formas, y se les pidió que la transformaran en las otras formas que faltaban, es decir, si les tocaba una escrita en forma general tenían que transformarla en su forma simétrica y en punto-pendiente, dependiendo cómo les tocará su ecuación (ver imagen 5.14), se les dio un tiempo de 30 minutos y posteriormente se les pidió que lo intercambiarán para que otro compañero lo calificará. Esta actividad fue exclusiva para retroalimentación, ya que no pretendía que el alumno tuviera una buena calificación lo que buscaba es que a la hora de que se calificaran entre ellos surgieran dudas del trabajo realizado o de procedimientos diferentes que tuviera cada alumno, lo cual ayudó a saber que sí y que no aprendieron los alumnos. Además, se aclararon las dudas que surgieron en ese momento y lo mejor fue que cuando se devolvieron sus trabajos algunos preguntaban por qué tenían mal algunas cosas y muchos de los alumnos se explicaban mutuamente.

$12x - 6y - 4 = 0$	$y = -\frac{5}{4}x - \frac{3}{2}$	$y = \frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$	$-5x + 6y - 2 = 0$
$-\frac{x}{1} - \frac{y}{2} = 1$	$-\frac{x}{2} + \frac{y}{7} = 1$	$-\frac{x}{2} + \frac{y}{7} = 1$	$y = -3x - \frac{7}{5}$
$y = -4x + \frac{5}{2}$	$8x + 6y - 7 = 0$	$\frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 1$	$8x - 4y - 12 = 0$
$7x + 8y - 15 = 0$	$y = -4x - \frac{1}{2}$	$4x + 2y - 10 = 0$	$-\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 1$
$y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$	$-\frac{x}{5} - \frac{y}{6} = 1$	$-4x - 6y + 5 = 0$	$y = -\frac{5}{6}x - 7$

**Imagen 5.14 Ecuaciones de la recta**



Otro punto de la retroalimentación que se dio en la parte de la enseñanza es que en la actividad de problemas de aplicación se proporcionó una rúbrica a los alumnos para que pudieran ver qué se les iba a evaluar (Anexo 3), Al presentar esta rúbrica en el grupo se observó que muchos alumnos no cumplieron con algunos aspectos de ésta, aunque sí realizaron los problemas y esto debido a que la rúbrica no era muy clara, por lo que se considera cambiarla o cambiar la redacción para que sea más clara.

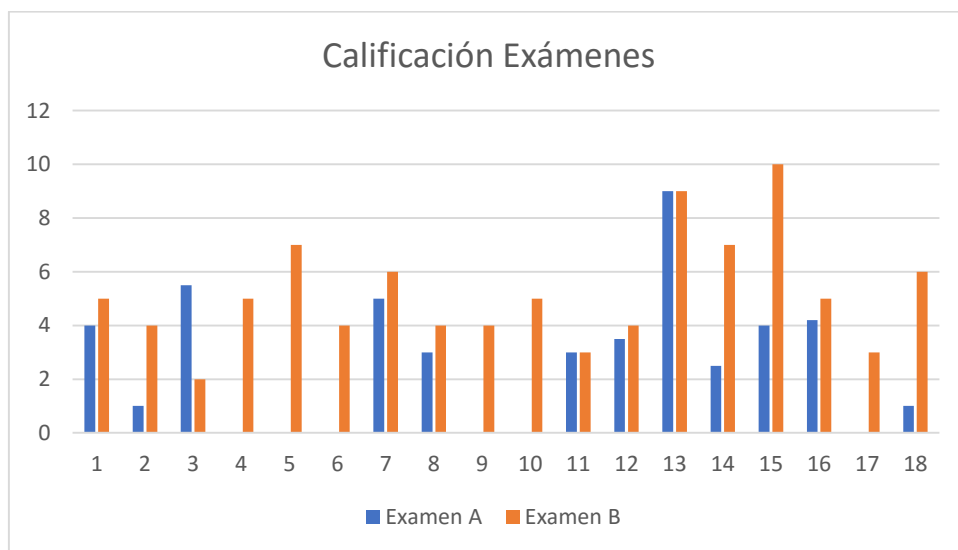
Por último, la retroalimentación más importante que se dio tanto para el docente como para el alumno en el transcurso de esta unidad fue la surgió después del examen (Anexo 4), pues como ya se mencionó anteriormente no basta con darle una calificación al alumno, se tiene que mostrar al alumno en dónde está y hasta dónde tiene que llegar. Dos cosas importantes que hay que tener en cuenta en esta última etapa es que: 1) El examen no lo diseñé yo, lo diseñó la profesora que me prestó el grupo, esto con la finalidad de que se pudiera observar si la evaluación formativa trabajada durante la unidad tenía un impacto en los resultados que normalmente tienen los alumnos con su profesora y sus exámenes y 2) Es que como docente a cargo cometí el error de recoger los portafolios de los alumnos antes del examen y no pudieron estudiar ni repasar los temas vistos así que no se obtuvieron los mejores resultados, pero sí se pudo ver un cambio actitudinal así como se observó una ligera mejoría en su aprovechamiento a la hora del examen, sobre todo en aquellos que obtenían cero en los parciales de la profesora titular.

## 5.2.5 Resultados de la evaluación sumativa

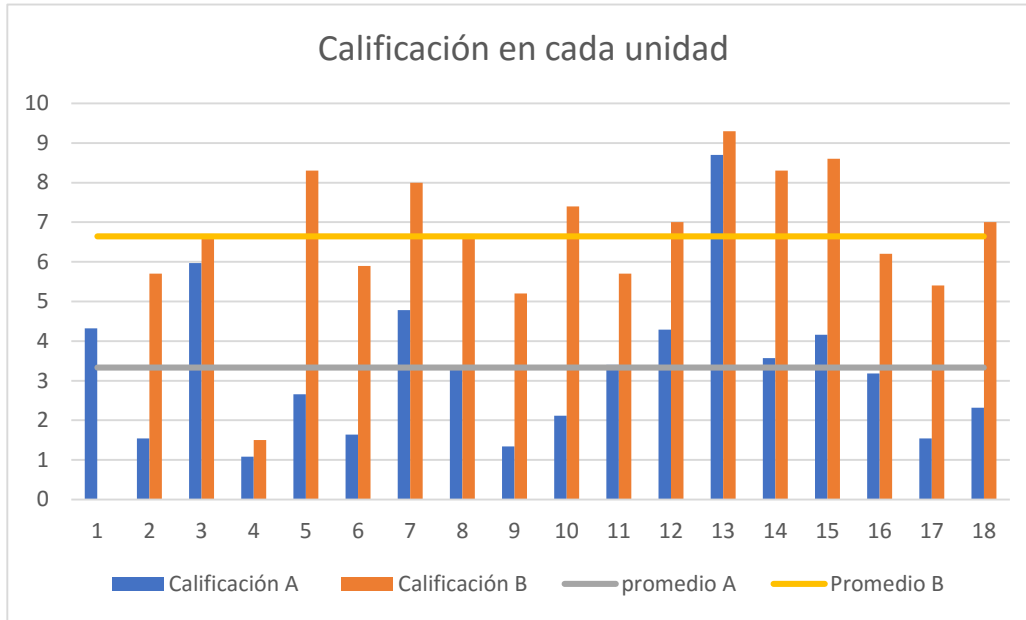
Una de las cosas más importantes de este trabajo es que se pueda observar que con la evaluación formativa se obtienen mejores resultados no sólo en la enseñanza y el aprendizaje, sino que también se logra un importante impacto en la evaluación sumativa obtenida por el alumno en la materia de matemáticas, ya que esta materia es una de las más reprobadas a nivel bachillerato.

### 1. Recolección de datos

Se presenta una tabla con la calificación obtenida por los alumnos en el examen que realizó la profesora (Examen A) y el que realicé en la práctica (Examen B).



2. Se presenta también una gráfica que muestra los promedios obtenidos en la unidad anterior (calificación A) y en la unidad de la recta (calificación B), marcando la media de cada una de las evaluaciones.



3. Se presentan algunas de las autoevaluaciones de los alumnos y comentarios de la clase.

**CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACIÓN DEL ALUMNO/A**

NOMBRE Y APELLIDOS: Evenda Anaïd Flores Navad

CURSO: Mate III FECHA: Noviembre 9

Esta autoevaluación es una herramienta para mejorar la enseñanza,

A) SECCIÓN I: CALIDAD DEL TRABAJO REALIZADO

Los números indican graduación de menor a mayor.

FACTOR EVALUADO	EVALUACIÓN			
	1	2	3	4
Hago siempre los trabajos que mi profesor/a me indica.			•	
Entrego mis trabajos según las indicaciones dadas por el profesor/a y en la fecha acordada.			•	
Participó <b>activamente</b> (aporto ideas, ayudo a resolver problemas, realizo mi parte de las actividades) en los trabajos propuestos en equipo.			•	
Pregunto al profesor/a los temas que no llego a entender.			•	
Dedico parte de mi tiempo libre para pedir ayuda al profesor/a.		•		
Estoy satisfecho/a de mi trabajo.		•		
Las calificaciones obtenidas en mis evaluaciones son justas			•	

B) SECCIÓN II: ACTITUD FRENTE AL TRABAJO

FACTOR EVALUADO	EVALUACIÓN			
	1	2	3	4
Asisto regularmente a clase.				o
Entro tarde a clase de forma regular.	o			
Justifico mis retrasos y faltas de asistencia ante el profesor/a.		o		
Me preocupó por ponerme al día en la asignatura cuando faltó a clase.		o		
Mi conducta y actitudes en clase son adecuadas.			o	
Observo y respeto las normas y reglas establecidas en el aula.			o	
Acepto responsabilidades.		o		
Tengo una actitud positiva hacia el aprendizaje.				o
Me molesta que me digan los fallos que cometo.		o		
Influyo en crear un clima agradable y de respeto en clase.			o	
Considero que estoy aprendiendo (indica los temas en los que hayas aprendido más) <i>Notar puntos en un plano, ecuaciones de la recta, manejar mejor las fracciones, pendiente</i>		o		
Los conocimientos que adquiero en una materia los aplico o los relaciono con otras			o	

Tengo sugerencias que creo que ayudarían a que los resultados académicos de los alumnos/as mejoraran (para poder entenderte y tomar en cuenta tus aportaciones, intenta ser lo más claro posible).

*Ir a asesorías y estudiar es lo que los alumnos deberíamos hacer.  
 Mi calificación es como 5 y quizá me lo merezco, pero necesito un 9 u 8 !!*

B) SECCIÓN II: ACTITUD FRENTE AL TRABAJO

FACTOR EVALUADO	EVALUACIÓN			
	1	2	3	4
Asisto regularmente a clase.				✓
Entro tarde a clase de forma regular.	✓			
Justifico mis retrasos y faltas de asistencia ante el profesor/a.	✓			
Me preocupo por ponerme al día en la asignatura cuando falto a clase.	✓			
Mi conducta y actitudes en clase son adecuadas.				✓
Observo y respeto las normas y reglas establecidas en el aula.				✓
Acepto responsabilidades.				✓
Tengo una actitud positiva hacia el aprendizaje.			✓	
Me molesta que me digan los fallos que cometo.		✓		
Influyo en crear un clima agradable y de respeto en clase.			✓	
Considero que estoy aprendiendo (indica los temas en los que hayas aprendido más) Funciones de la recta, sacar la pendiente, derivar un binomio cuadrado, despejar una incógnita.			✓	
Los conocimientos que adquiero en una materia los aplico o los relaciono con otras				

Tengo sugerencias que creo que ayudarían a que los resultados académicos de los alumnos/as mejoraran (para poder entenderte y tomar en cuenta tus aportaciones, intenta ser lo más claro posible).

Me gustó la forma en la que se trabajó esta unidad, aunque a veces no me gusta participar mucho, pero aún así me gustó, no tendría nada que agregarle.

Considero que debería de sacar como un B ya que no estudie lo suficiente para obtener un mejor resultado.



B) SECCIÓN II: ACTITUD FRENTE AL TRABAJO

FACTOR EVALUADO	EVALUACIÓN			
	1	2	3	4
Asisto regularmente a clase.				✓
Entro tarde a clase de forma regular.		✓	✓	
Justifico mis retrasos y faltas de asistencia ante el profesor/a.				✓
Me preocupo por ponerme al día en la asignatura cuando falto a clase.			✓	
Mi conducta y actitudes en clase son adecuadas.		✓		
Observo y respeto las normas y reglas establecidas en el aula.			✓	
Acepto responsabilidades.		✓		
Tengo una actitud positiva hacia el aprendizaje.			✓	
Me molesta que me digan los fallos que cometo.			✓	
Influyo en crear un clima agradable y de respeto en clase.			✓	
Considero que estoy aprendiendo (indica los temas en los que hayas aprendido más) <i>Ecuaciones de las rectas, la pendiente, sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones.</i>			✓	
Los conocimientos que adquiero en una materia los aplico o los relaciono con otras			✓	

Tengo sugerencias que creo que ayudarían a que los resultados académicos de los alumnos/as mejoraran (para poder entenderte y tomar en cuenta tus aportaciones, intenta ser lo más claro posible).

*Creo que mi conducta en clase han hecho que no desarrolle al 100% mis habilidades para poder aprender los temas, sin embargo creo que la maestra es clara en todas las clases y si es bueno el enseñanza. Pienso que la calificación que me dio es 75 por muchas cosas.*

B) SECCIÓN II: ACTITUD FRENTE AL TRABAJO

FACTOR EVALUADO	EVALUACIÓN			
	1	2	3	4
Asisto regularmente a clase.				X
Entro tarde a clase de forma regular.	X			
Justifico mis retrasos y faltas de asistencia ante el profesor/a.	X			
Me preocupo por ponerme al día en la asignatura cuando falto a clase.		X		
Mi conducta y actitudes en clase son adecuadas.			X	X
Observo y respeto las normas y reglas establecidas en el aula.				X
Acepto responsabilidades.				X
Tengo una actitud positiva hacia el aprendizaje.				X
Me molesta que me digan los fallos que cometo.	X			
Influyo en crear un clima agradable y de respeto en clase.				X
Considero que estoy aprendiendo (indica los temas en los que hayas aprendido más) <i>Busca la distancia de un punto a otra. Sumar fracciones, ecuaciones, radicales, la longitud encontrar la ecuación de la recta</i>			X	
Los conocimientos que adquiero en una materia los aplico o los relaciono con otras				X

Tengo sugerencias que creo que ayudarían a que los resultados académicos de los alumnos/as mejoraran (para poder entenderte y tomar en cuenta tus aportaciones, intenta ser lo más claro posible).

Le comprendi mas a la maestria en esta unidad que los dos pasados, me senti mas comodo so forma de dar la clase y explica muy bien, me pondria 6.0 por que no cumpli con los metos del curso pero si aprendi algo que no habia podido en mucha tiempo.



B) SECCIÓN II: ACTITUD FRENTE AL TRABAJO

FACTOR EVALUADO	EVALUACIÓN			
	1	2	3	4
Asisto regularmente a clase.				4
Entro tarde a clase de forma regular.	1			
Justifico mis retrasos y faltas de asistencia ante el profesor/a.	1			
Me preocupo por ponerme al día en la asignatura cuando falto a clase.	1			
Mi conducta y actitudes en clase son adecuadas.			3	
Observo y respeto las normas y reglas establecidas en el aula.				4
Acepto responsabilidades.			3	
Tengo una actitud positiva hacia el aprendizaje.				4
Me molesta que me digan los fallos que cometo.	1			
Influyo en crear un clima agradable y de respeto en clase.				4
Considero que estoy aprendiendo (indica los temas en los que hayas aprendido más) <i>se sacan las intersecciones y medir de un punto a otro, además se lo que es la recta</i>			3	
Los conocimientos que adquiero en una materia los aplico o los relaciono con otras			3	

Tengo sugerencias que creo que ayudarían a que los resultados académicos de los alumnos/as mejoraran (para poder entenderte y tomar en cuenta tus aportaciones, intenta ser lo más claro posible).

Me gustó la idea de trabajar con copias y tener un folder pero cuando quise estudiar y no tenía mi folder no tenía la suficiente info en mi cuaderno, al tenerlo en el folder olvide completamente mi cuaderno.  
(considero que debería sacar 8 (ocho))

4. Se presentan algunas de las evaluaciones hechas por los alumnos hacia la práctica docente.

**CUESTIONARIO EVALUACIÓN DEL ALUMNO AL PROFESOR**

Estudiante: Carraloz Aguilera Sashci Materia: Matem

Grupo: 364A

Escala: 1- Muy malo. 2- Malo. 3- Bueno. 4- Muy Bueno.

1. CUMPLIMIENTO DE LAS OBLIGACIONES	1	2	3	4
Presenta y analiza las diversas teorías, métodos, procedimientos, etc.				x
Cumple adecuadamente el horario de clase				x
2. PROGRAMA				
Da a conocer el programa (objetivos, contenidos, metodología, evaluación, etc.), a principio de curso.				x
Los temas se desarrollan a un ritmo adecuado.				x
Explica ordenadamente los temas.				x
El temario te ha aportado nuevos conocimientos.				x
Se han dado todos los temas programados				x
La materia te parece asequible.				x
3. METODOLOGÍA				
Cuando introduce conceptos nuevos, los relaciona, si es posible, con los ya conocidos.				x
Explica con claridad los conceptos en cada tema				x
En sus explicaciones se ajusta bien al nivel de conocimiento de los alumnos.				x
Procura hacer interesante la asignatura				x
Se preocupa por los problemas de aprendizaje de sus alumnos.				x
Clarifica cuales son los aspectos importantes y cuales los secundarios.				x
Ayuda a relacionar los contenidos con otras asignaturas.				x
Facilita la comunicación con los alumnos.				x
Motiva a los alumnos para que participen activamente en el desarrollo de la clase.				x
Consigue transmitir la importancia y utilidad que la asignatura tiene para las actividades futuras y desarrollo profesional del alumno.				x
Marca un ritmo de trabajo que permite seguir bien sus clases.				x
4. MATERIALES				
Los materiales de estudio (textos, apuntes, etc...) son adecuados.				x
Fomenta el uso de recursos (bibliográficos o de otro tipo) adicionales a los utilizados en la clase y me resultan útiles.		x		
La utilización de material como retroproyector, video, ordenador, etc. facilita la comprensión de la materia.			x	



Utiliza con frecuencia ejemplos, esquemas o gráficos, para apoyar las explicaciones.				X
<b>5. ACTITUD DEL PROFESOR</b>				
Es respetuoso/a con los estudiantes.				X
Se esfuerza por resolver las dificultades que tenemos los estudiantes con la materia.				X
Responde puntualmente y con precisión a las cuestiones que le planteamos en clase sobre conceptos de la asignatura u otras cuestiones.				X
<b>6. EVALUACIÓN</b>				
Conozco los criterios y procedimientos de evaluación en esta materia.				X
En esta asignatura tenemos claro lo que se nos va a exigir				X
Corrige los exámenes en clase		X		
Los exámenes se ajustan a lo explicado en clase				X
La calificación final es fruto del trabajo realizado a lo largo de todo el curso (trabajos, intervenciones en clase, exámenes...).				X
Coincide la nota obtenida con la esperada.				
<b>7. BUENAS PRÁCTICAS</b>				
Imparte suficientes clases prácticas de pizarra.				X
Realiza suficientes prácticas de laboratorio relacionadas con el contenido de la asignatura.				X
Las clases prácticas son un buen complemento de los contenidos teóricos de la asignatura.				X
Considero que los recursos materiales utilizados en las prácticas son suficientes.				X
<b>8. SATISFACCIÓN</b>				
En general, estoy satisfecho/a con la labor docente de este/a profesor/a.				X
Considero que la materia que imparte es de interés para mi formación.				X
Considero que he aprendido bastante en esta asignatura.				X
He dedicado comparativamente más esfuerzo a esta asignatura que a otras asignaturas				X
Consiguió aumentar mi interés por esta materia.				X

Opinión general:

Creo que es una maestra muy buena que sabe explicar y como alumno logro entender

**CUESTIONARIO EVALUACIÓN DEL ALUMNO AL PROFESOR**

Estudiante: Camacho Aguilar Sol O. Materia: Matemáticas II

Grupo: 368-A

Escala: 1- Muy malo. 2- Malo. 3- Bueno. 4- Muy Bueno.

1. CUMPLIMIENTO DE LAS OBLIGACIONES	1	2	3	4
Presenta y analiza las diversas teorías, métodos, procedimientos, etc.				X
Cumple adecuadamente el horario de clase				X
2. PROGRAMA				
Da a conocer el programa (objetivos, contenidos, metodología, evaluación, etc.), a principio de curso.			X	
Los temas se desarrollan a un ritmo adecuado.				X
Explica ordenadamente los temas.				X
El temario te ha aportado nuevos conocimientos.				X
Se han dado todos los temas programados			X	
La materia te parece asequible.			X	
3. METODOLOGÍA				
Cuando introduce conceptos nuevos, los relaciona, si es posible, con los ya conocidos.				X
Explica con claridad los conceptos en cada tema				X
En sus explicaciones se ajusta bien al nivel de conocimiento de los alumnos.				X
Procura hacer interesante la asignatura			X	
Se preocupa por los problemas de aprendizaje de sus alumnos.				X
Clarifica cuales son los aspectos importantes y cuales los secundarios.			X	
Ayuda a relacionar los contenidos con otras asignaturas.			X	
Facilita la comunicación con los alumnos.				X
Motiva a los alumnos para que participen activamente en el desarrollo de la clase.				X
Consigue transmitir la importancia y utilidad que la asignatura tiene para las actividades futuras y desarrollo profesional del alumno.			X	
Marca un ritmo de trabajo que permite seguir bien sus clases.				X
4. MATERIALES				
Los materiales de estudio (textos, apuntes, etc...) son adecuados.				X
Fomenta el uso de recursos (bibliográficos o de otro tipo) adicionales a los utilizados en la clase y me resultan útiles.		X		
La utilización de material como retroproyector, video, ordenador, etc. facilita la comprensión de la materia.		X		



**CUESTIONARIO EVALUACIÓN DEL ALUMNO AL PROFESOR**

Estudiante: Valeria García Campos Materia: Mate III

Grupo: 364-A

Escala: 1- Muy malo. 2- Malo. 3- Bueno. 4- Muy Bueno.

	1	2	3	4
<b>1. CUMPLIMIENTO DE LAS OBLIGACIONES</b>				
Presenta y analiza las diversas teorías, métodos, procedimientos, etc.			X	
Cumple adecuadamente el horario de clase				X
<b>2. PROGRAMA</b>				
Da a conocer el programa (objetivos, contenidos, metodología, evaluación, etc.), a principio de curso.				X
Los temas se desarrollan a un ritmo adecuado.			X	
Explica ordenadamente los temas.			X	
El temario te ha aportado nuevos conocimientos.				X
Se han dado todos los temas programados				X
La materia te parece asequible.			X	
<b>3. METODOLOGÍA</b>				
Cuando introduce conceptos nuevos, los relaciona, si es posible, con los ya conocidos.				X
Explica con claridad los conceptos en cada tema				X
En sus explicaciones se ajusta bien al nivel de conocimiento de los alumnos.			X	
Procura hacer interesante la asignatura			X	
Se preocupa por los problemas de aprendizaje de sus alumnos.			X	
Clarifica cuales son los aspectos importantes y cuales los secundarios.			X	
Ayuda a relacionar los contenidos con otras asignaturas.		X		
Facilita la comunicación con los alumnos.				X
Motiva a los alumnos para que participen activamente en el desarrollo de la clase.				X
Consigue transmitir la importancia y utilidad que la asignatura tiene para las actividades futuras y desarrollo profesional del alumno.				X
Marca un ritmo de trabajo que permite seguir bien sus clases.				X
<b>4. MATERIALES</b>				
Los materiales de estudio (textos, apuntes, etc...) son adecuados.				X
Fomenta el uso de recursos (bibliográficos o de otro tipo) adicionales a los utilizados en la clase y me resultan útiles.	X			
La utilización de material como retroproyector, video, ordenador, etc. facilita la comprensión de la materia.			X	

Utiliza con frecuencia ejemplos, esquemas o gráficos, para apoyar las explicaciones.		X		
<b>5. ACTITUD DEL PROFESOR</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Es respetuoso/a con los estudiantes.				X
Se esfuerza por resolver las dificultades que tenemos los estudiantes con la materia.				X
Responde puntualmente y con precisión a las cuestiones que le planteamos en clase sobre conceptos de la asignatura u otras cuestiones.				X
<b>6. EVALUACIÓN</b>				
Conozco los criterios y procedimientos de evaluación en esta materia.		+		
En esta asignatura tenemos claro lo que se nos va a exigir				+
Corrige los exámenes en clase	X			
Los exámenes se ajustan a lo explicado en clase			+	
La calificación final es fruto del trabajo realizado a lo largo de todo el curso (trabajos, intervenciones en clase, exámenes,...).				+
Coincide la nota obtenida con la esperada.				
<b>7. BUENAS PRÁCTICAS</b>				
Imparte suficientes clases prácticas de pizarra.				X
Realiza suficientes prácticas de laboratorio relacionadas con el contenido de la asignatura.	X			
Las clases prácticas son un buen complemento de los contenidos teóricos de la asignatura.			+	
Considero que los recursos materiales utilizados en las prácticas son suficientes.				+
<b>8. SATISFACCIÓN</b>				
En general, estoy satisfecho/a con la labor docente de este/a profesor/a.				+
Considero que la materia que imparte es de interés para mi formación.				+
Considero que he aprendido bastante en esta asignatura.				+
He dedicado comparativamente más esfuerzo a esta asignatura que a otras asignaturas			X	
Consiguió aumentar mi interés por esta materia.				+

Opinión general:

Pienso que hace muy bien su trabajo como profesora. Y aunque antes odiaba las fracciones me hace no odiarlas tanto y se me facilitan más.

## **5.3 Resultados de la secuencia de funciones exponenciales y logarítmicas**

Para comenzar con la aplicación de la propuesta se tuvo que hacer la planeación didáctica de la unidad, esto tomando en cuenta las características del grupo, las oportunidades y fortalezas que se detectaron en la unidad de la recta, recordemos que se toma en cuenta la propuesta del capítulo tres para la evaluación formativa, además en esta sección se presentarán algunos resultados importantes y relevantes; la planeación completa se puede ver en la parte de los anexos.

### **5.3.1 Planteamiento de preguntas y objetivos.**

Recordemos que esto es lo que nos dirá hacia dónde dirigir el curso, y nos ayuda a tomar decisiones sobre las metas u objetivos que debemos plantearnos a través del curso, y con esto elegir correctamente los instrumentos de evaluación a emplear y cómo utilizarlos de manera más conveniente.

Preguntas planteadas

- ¿Cuáles son los contenidos o temáticas principales?
- ¿Cómo quiero que aprendan dicho tema?
- ¿Cuál es el perfil del egresado de esta materia?
- ¿Cuáles son los conocimientos previos que debe tener el alumno de esta materia?

Las metas u objetivos planteados de la unidad se detectaron a partir del programa de estudio de la materia, y con ayuda de la taxonomía de Bloom 1956.

Que los alumnos:

- Describan la forma algebraica de una función exponencial, sus elementos y las condiciones que deben cumplir estos para que quede bien definida.
- Construyan el modelo exponencial de crecimiento o decaimiento de un problema dado y bosqueja su gráfica.
- Apliquen los conocimientos previos de la función exponencial para graficar un modelo de decaimiento o crecimiento exponencial y sus características

- Identifiquen el número  $e$  como un número trascendente y su importancia en las funciones exponenciales.
- Usen los conocimientos previos de la función exponencial para la resolución de problemas de modelos de decaimiento o crecimiento.
- Identifiquen a la función logaritmo como la función inversa de la función exponencial con ayuda de la función identidad.
- Elaboren una tabla comparativa, para ver las características de las funciones logarítmicas y su relación con las funciones exponenciales

Una vez planteadas las preguntas y los objetivos se escogieron los métodos de enseñanza y aprendizaje, los instrumentos de evaluación y se crearon los instrumentos de enseñanza.

### **5.3.2 Planeación.**

Para la planeación de esta unidad se utilizaron los siguientes modelos de enseñanza:

- Aprendizaje cooperativo Robert Slavin (1986)
- Enseñanza directa Bandura, Vygotsky (1986-1989)
- Integrativo Hilda Taba (1965-1967)
- Exposición y discusión David Ausbel (1963-1968)
- Aprendizaje inductivo Prince (2007)

Como parte de la planeación se especifica el modelo de enseñanza y el porqué de haber escogido este modelo, un ejemplo de esto es la imagen 5.15.

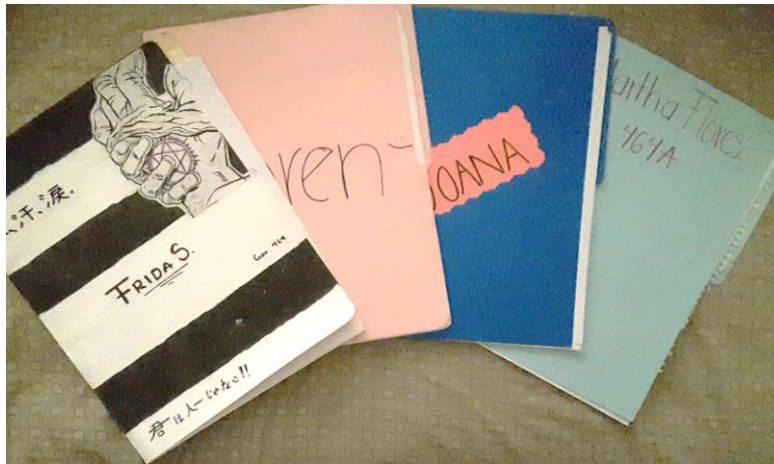


### III. ESTRATEGIA

Se utilizará el modelo Inductivo de Prince (2007) y de enseñanza directa de (Bandura y Vygotsky) el primero con la intención de rescatar los conocimientos previos que tienen los alumnos sobre exponentes y dónde han escuchado hablar de ellos y el segundo para que a través de esos conocimientos el alumno puedan construir la forma que tiene una función exponencial y sus características, con la finalidad de que puedan, al final de la sesión, escribir la definición de la función exponencial sin que el profesor la enuncie directamente, para esto se utilizarán materiales impresos.

**Imagen 5.15 Estrategia de la planeación**

Recordemos que como parte de la evaluación está el portafolio de evidencias, ahora en lugar de entregarles un folder, se les pidió que ellos lo trajeran (imagen 5.16)



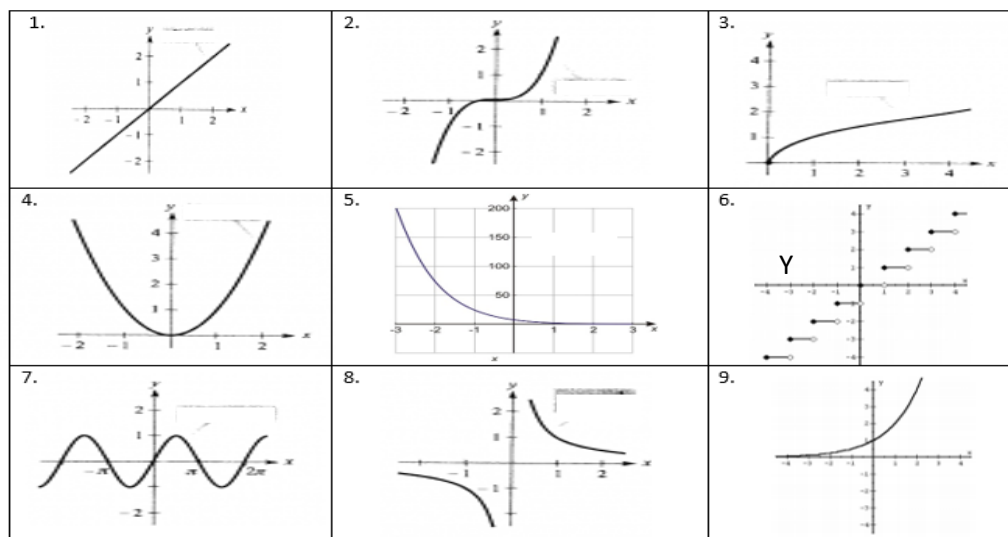
**Imagen 5.16 Portafolio de Evidencias**

Esta unidad se desarrolló en seis sesiones, las primeras cinco sesiones fueron para la teoría y la práctica, la última para la aplicación del examen, al igual que en la práctica anterior en cada sesión como parte de la planeación se desarrollaron actividades de inicio, desarrollo y cierre, además se mostró el porcentaje de valor de cada actividad para poder tener una evaluación sumativa al final de las sesiones.

Como parte de la evaluación diagnóstica en la primera sesión se elaboró un cuestionario y un cuadro donde aparecían varias funciones que los alumnos ya habían visto en las unidades anteriores con la profesora titular del grupo, se les pidió que colorearan con rojo las funciones que considerarán eran las funciones

exponenciales y logarítmicas, de tal forma que descartarán las funciones que ellos ya conocían (imagen 5.17). A la hora de la evaluación se hizo énfasis en el cuadro ya que se trataba de una actividad visual y en el cuestionario las preguntas eran de tipo abierto.

3. De las siguientes gráficas ilumina con color rojo aquellas que creas que representan una función exponencial, de las que no iluminaste argumenta ¿por qué no se trataría de una función exponencial?



**Imagen 5.16 Descarte de funciones**

Posterior a esta actividad se realizaron las actividades y los instrumentos con los que se pretendía alcanzar los aprendizajes. Durante la aplicación de esta planeación se volvió a utilizar la actividad de palitos y también en algunas ocasiones se empleó la técnica de “hoy aprendí”.

En esta parte de la unidad también se conservó la parte de como a través de la evaluación formativa llegar a la sumativa, por lo que para evaluar el portafolio y sus actividades se utilizaron rúbricas, listas de cotejo, etcétera.

Además de que cada actividad de las sesiones tenía un porcentaje o valor para obtener una calificación imagen 5.17.

Evaluación sumativa				
Tipo de evaluación	de	Actividad	Instrumento	%Calificación
Evaluación de conocimiento	de	Generación de expertos	Anexo 1	30%
Evaluación de comprensión	de	Enseñanza entre pares	Anexo 2	30%
Evaluación aplicación		¿Encuentra el lugar geométrico?	Anexo 4	30%
Participación en clase	en	Palillos	Anexo 3	10%

Imagen 5.17 De evaluación formativa a sumativa

### 5.3.3 La Aplicación, la recolección de evidencias.

Se les dio a conocer a los alumnos la forma de trabajo para la unidad, sobre todo la parte de la evaluación y evidencias que tenían que entregar, ellos ya habían trabajado con el portafolio, por lo que ya sabían cómo funcionaba, por esa parte no hubo problema. En la imagen 5.18 se puede observar la lista de cotejo que se les dio a los alumnos para que la pegaran al inicio de su portafolio como se había hecho anteriormente, recordemos que se va a trabajar muy parecido a la unidad de la recta, sólo haciendo mejoras de las actividades o instrumentos que se reflexionó no ayudaban o eran difíciles para el alcance de los aprendizajes.

Se repartió a los alumnos la actividad de diagnóstico, y posteriormente se revisó en

No. De Actividad	Actividad Completa		Comentario
	Si	No	
0	✓		¡Buen trabajo!
1	✓		¡Bien!
2	✓		¡Bien!
3		✓	Falta terminar actividades
4	✓		Comige algunas cosas marcadas, se ven en el salón
5	✓		¡Buen trabajo!
6		✓	Faltaron Algunas Conclusiones.
7	✓		¡Bien!
8		✓	En el salón se Responderan dudas Sobre la actividad.
Comentarios generales			
Pregunta más en clase si tienes dudas, trabaja mejor en equipo			

Imagen 5.18 Lista de cotejo

plenaria para poder retroalimentar los resultados obtenidos por ellos. Al terminar de revisar la actividad ya tenían una noción de cómo es una función exponencial gráficamente por eso se repartió la segunda actividad del día donde se observaba qué pasaba con los valores de cada elemento de la función exponencial, esta actividad se realizó con el modelo de inducción.

En la segunda sesión se realizaron las dos actividades más importantes desde mi punto de vista, la primera fue que dada una serie de datos y graficarlos en un plano cartesiano, se debía encontrar el modelo de mejor ajuste exponencial que ayudaba a ver el comportamiento de los datos (imagen 5.19), la segunda actividad fue que se hicieron equipos de cuatro personas y se les repartió una función exponencial en donde se les pidió graficarla, después debía explicar ¿cómo podemos ver en la gráfica todos los elementos de la función exponencial?, como segunda parte de la actividad de la ecuación los alumnos tenían que inventar un problema que coincidiera con el comportamiento de la función, y por último, se les pidió que lo expusieran (imagen 5.20).

### Anexo 3: Modelando la función de mejor ajuste

Objetivo: Construyen el modelo exponencial de crecimiento o decaimiento de un problema dado y bosqueja su gráfica.

Se tiene la siguiente situación:

El estroncio-90 es un material radio activo que disminuye con el paso del tiempo, en un laboratorio de química de la UNAM los alumnos observaron el comportamiento del estroncio y se registraron los siguientes resultados:

Tiempo horas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cantidad de estroncio-90 mg	30	26	19	17	14	11	12	9	8	8	5	5	2
✓	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊

Los alumnos del laboratorio se preguntaron ¿Cómo saber qué cantidad de estroncio quedaba en hora y media? ¿En cuánto tiempo quedan 15mg de estroncio?, ¿Cuántas horas deben de transcurrir para ya no quedé nada de estroncio?

- la cantidad de estroncio en hora y media lo supimos mediante tabulación y el resultado es 21.87
- En 3.2 horas.
- Debe transcurrir mucho tiempo, ya que como f.e. tiene un A.H.

Instrucciones: Realicen en equipos las siguientes actividades para poder ayudar a los alumnos de química a resolver sus preguntas.

1. ¿Pueden responder ustedes inmediatamente las preguntas de los alumnos?, ¿Por qué?

No. Porque la tabla (el cambio) no es constante.

2. ¿Qué necesitan para poder resolver las preguntas?

Una función exponencial con su gráfica

Imagen 5.19 Actividad de modelación Parte I





## ESTRATEGIA DIDÁCTICA

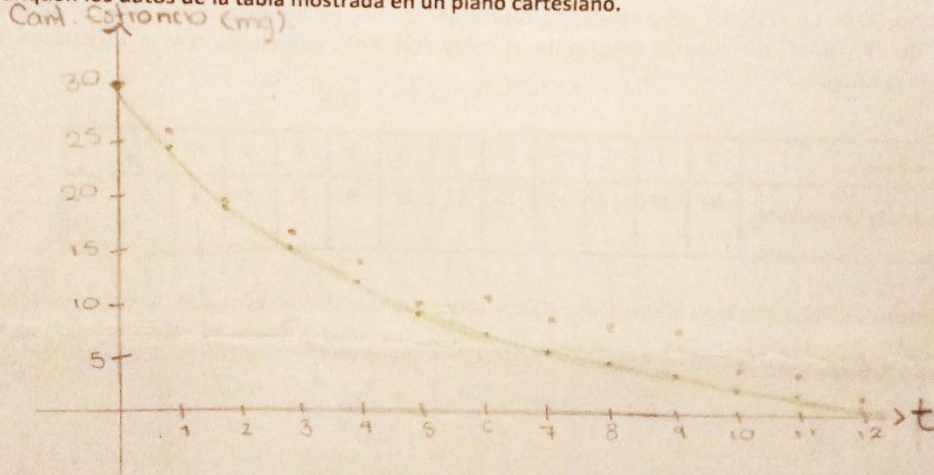
### Función exponencial y logarítmica



Se busca una función que pase exactamente por una serie de puntos (función de interpolación) o bien que esa función elegida por nosotros se adapte lo mejor posible a una serie o a una nube de puntos (función de ajuste o regresión).

La finalidad del cálculo de las funciones de interpolación se centra en la necesidad de obtener valores intermedios (INTERPOLACIÓN) o de valores fuera del intervalo para el que se dispone de datos (EXTRAPOLACIÓN).

Grafiquen los datos de la tabla mostrada en un plano cartesiano.



La grafica parece tener un comportamiento: decreciente como función exponencial.

¿Con cuántos mg de estroncio comenzó el estudio? 30 mg.

Para obtener la razón en la que el estroncio decrece obtengan las razones de "y" y sus consecutivos.

$r_1 = 0.86$	$r_6 = 1.09$	$r_{11} = 1$
$r_2 = 0.73$	$r_7 = 0.75$	$r_{12} = 0.4$
$r_3 = 0.89$	$r_8 = 0.88$	$y = u(a)^x$
$r_4 = 0.82$	$r_9 = 1$	
$r_5 = 0.78$	$r_{10} = 0.62$	$y = 30(0.81)^x$

Escriban la media de esas razones.

0.81

Imagen 5.19 actividad de modelación parte II

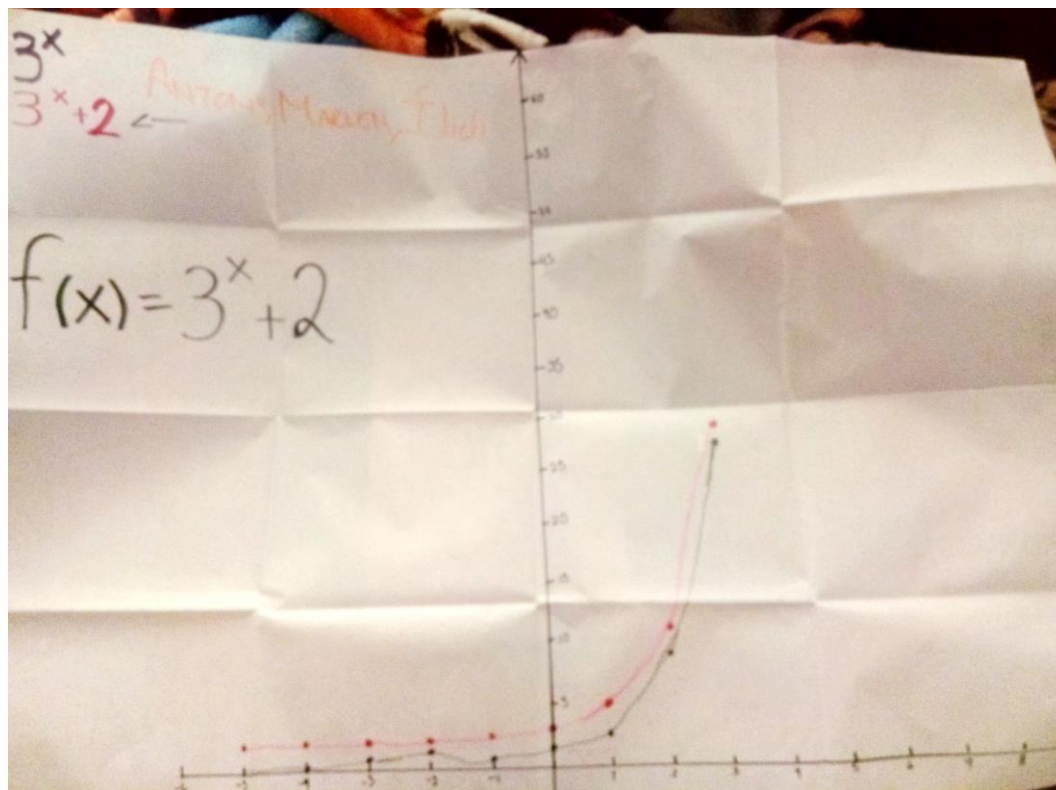
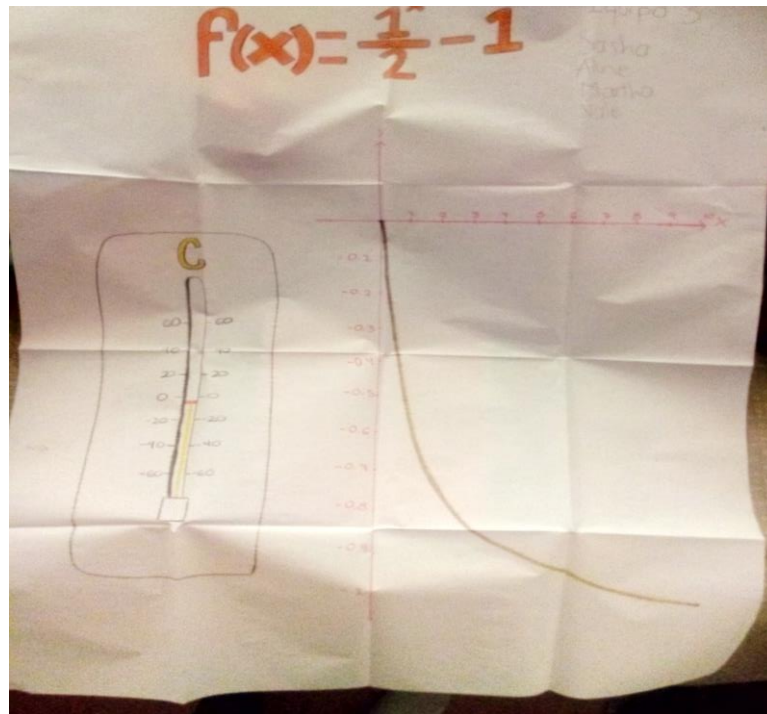


Imagen 5.20 Exposición de funciones.



La evaluación de esta actividad se realizó de dos maneras diferentes la primera fue por medio de una lista de cotejo por parte de la maestra y la segunda una rúbrica para que los alumnos se coevaluarán (imagen 5.21)

Alumno	Actividad
	Explica el problema que asociaron a la función.
	Explica el significado de la constante $b$ de la función y qué consecuencias tiene en la gráfica.
	Explica el significado de $a$ , y que paso con la gráfica.
	Explica el dominio y rango de la función.
	Realiza una interpretación respecto al problema

Integrantes del equipo:  
Maiten, Elich, Anton

Fecha: 22 Marzo 2018

Actividad: Exposición

Crterios	Rango	Respuesta deficiente (.5)	Respuesta satisfactoria (1)	Respuesta Excelente (2)
Explicación del problema asociado a una función exponencial.		No parece entender muy bien el tema.	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema ✓	Demuestra un completo entendimiento del tema.
Explicación del significado de la constante $b$ en el problema.		No parece entender muy bien el tema. ✓	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema	Demuestra un completo entendimiento del tema.
Explicación de la base $a$ de una función exponencial y su impacto en la gráfica.		No parece entender muy bien el tema.	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema	Demuestra un completo entendimiento del tema. ✓
Explicación del dominio y rango de la función.		No parece entender muy bien el tema.	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema	Demuestra un completo entendimiento del tema. ✓
Explicación General de la función exponencial.		La mayoría de los integrantes del equipo no logran demostrar que comprenden el concepto	Sólo algunos de los integrantes del equipo no logran entender el concepto. ✓	Todos los integrantes del equipo logran entender el concepto.

Observaciones: A Anton le cuesta trabajo entender que hace ~~la~~ ~~constante~~ ~~b~~ en la función exponencial, por lo demás aspectos tienen claro los conceptos, el problema puede ser mejorado ya que hay unos ~~perros~~ partes confusas.

Calificación de la rúbrica: 6.5

Calificación de la gráfica: 7

Imagen 5.21 Evaluación de la exposición.



Colegio de Ciencias y Humanidades  
Plantel Sur  
Matemáticas IV grupo 464

Integrantes del equipo:

Leonardo, Axel, Frida, Alexis, Joana.

Fecha: 22 Marzo 2018

Actividad: Exposición funciones exponenciales

Criterios	Rango	Respuesta deficiente (.5)	Respuesta satisfactoria (1)	Respuesta Excelente (2)
Explicación del problema asociado a una función exponencial.		No parece entender muy bien el tema.	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema	Demuestra un completo entendimiento del tema. ✓
Explicación del significado de la constante <b>b</b> en el problema.		No parece entender muy bien el tema.	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema	Demuestra un completo entendimiento del tema. ✓
Explicación de la base <b>a</b> de una función exponencial y su impacto en la gráfica.		No parece entender muy bien el tema. ✓	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema	Demuestra un completo entendimiento del tema.
Explicación del dominio y rango de la función.		No parece entender muy bien el tema.	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema	Demuestra un completo entendimiento del tema. ✓
Explicación General de la función exponencial.		La mayoría de los integrantes del equipo no logran demostrar que comprenden el concepto	Sólo algunos de los integrantes del equipo no logran entender el concepto. ✓	Todos los integrantes del equipo logran entender el concepto.
Observaciones: el problema está bien planteado, sólo falta explicar por qué es diferente. llevarlo a un problema que la función en cuanto al dominio, falta tener claro que depende del valor de $a$ la función es creciente o decreciente.				

Calificación de la rúbrica: 7.5

Calificación de la gráfica: 7

De tarea se dejó que los alumnos realizarán el anexo 6 (imagen 5.22), ésta consistía en que pudieran resolver dos problemas de funciones exponenciales para poderlos discutir en la próxima clase, después se realizó una actividad para que conocieran al número  $e$  y su importancia como base de las funciones exponenciales.

Los siguientes aprendizajes por abordar fueron los relacionados con la función logarítmica, se hizo en primer lugar una actividad para que los alumnos pudieran ver que la función logaritmo es la inversa de la función exponencial, se utilizó la estrategia por descubrimiento y el doblado de papel (imagen 5.22), posteriormente a esta actividad se completó una tabla comparativa entre las dos funciones, estas dos actividades se evaluaron con una lista de cotejo (imagen 5.23)

Imagen 5.22 Inversa de la función exponencial

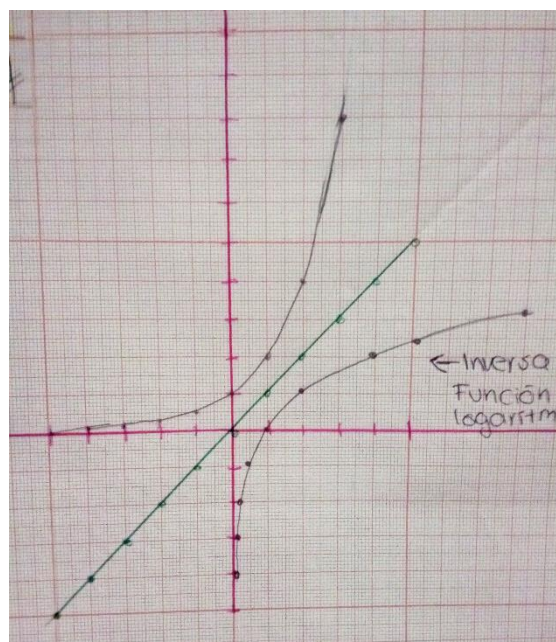
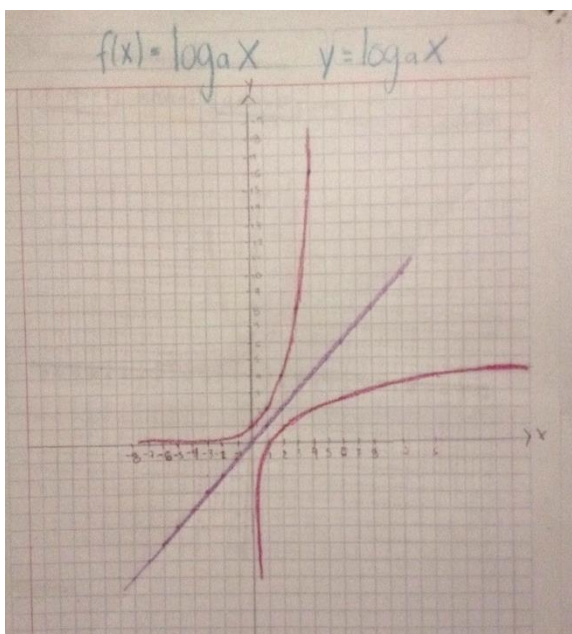


Imagen 5.23 Lista de cotejo para la actividad de logaritmos

Anexo 11 Lista de cotejo.

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

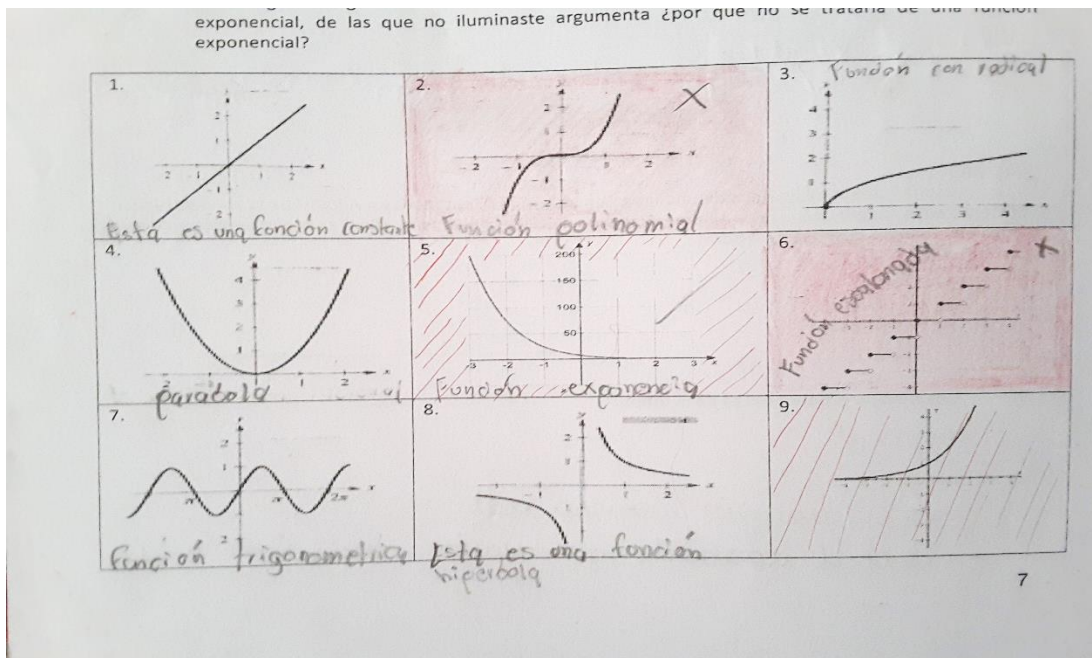
Actividad: \_\_\_\_\_

Aspectos a evaluar  Nombre del Alumno	Realiza el doblado de papel para observar la inversa de la función exponencial		Escribe por completo la tabla comparativa		Resuelve la ecuación exponencial ocupando, la relación que tiene está con la función exponencial.		Total		% si	Observaciones
	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No		

Para terminar con la parte de los logaritmos se graficaron algunas funciones y por último se utilizó la estrategia de aula invertida para poder estudiar las propiedades de los logaritmos y resolver ecuaciones logarítmicas y exponenciales. Se realizaron varios ejercicios y en plenaria, y con ayuda de la estrategia de los palitos los alumnos pasaron al pizarrón para resolver las ecuaciones.

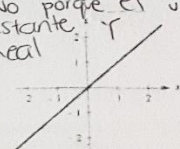
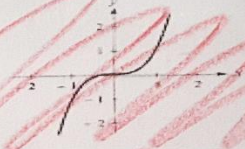
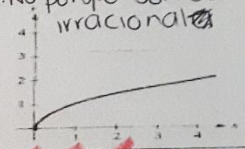
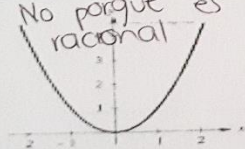
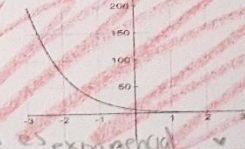
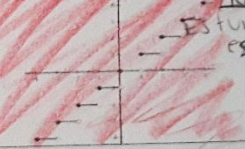
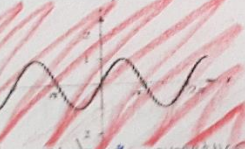
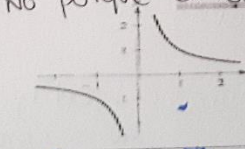
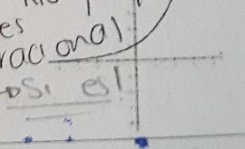
### 5.3.4 La retroalimentación

Al elaborar la primera actividad de diagnóstico, la profesora titular consideró que sus alumnos tendrían bien todas las gráficas iluminadas de color rojo, pues ella aseguraba que cómo era una actividad visual sus alumnos recordarían cómo son las funciones polinomiales, racionales y con radical, pero se dio cuenta que no fue así. Dado esto, la profesora decidió utilizar esta actividad a manera de cierre al terminar los temas pues muchos de sus alumnos iluminaron de rojo gráficas que ya habían visto (imagen 5.24)



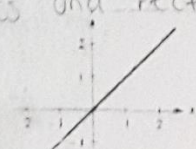
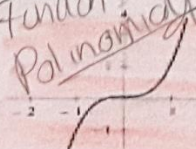
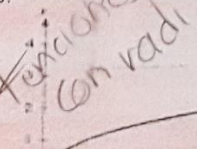
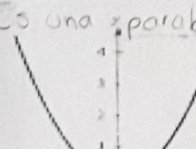
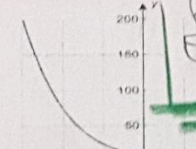
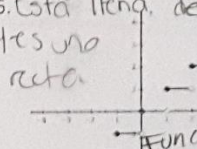
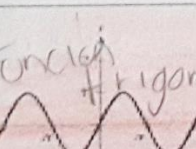
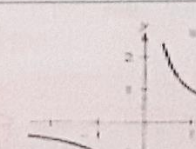
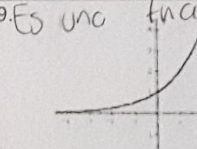


3. De las siguientes gráficas ilumina con color rojo aquellas que creas que representan una función exponencial, de las que no iluminaste argumenta ¿por qué no se trataría de una función exponencial?

1. No porque es una función constante y lineal 	2. <i>Polinomial</i> 	3. No porque <del>son</del> es irracional <i>Con radical</i> 
4. No porque es racional <i>Parábola</i> 	5. <i>Si es exponencial</i> 	6. <i>No es función escalonada</i> 
7. <i>No es trigonométrica</i> 	8. No porque es racional 	9. No porque es racional <i>Si es!</i> 

*funciones con radical llevan a logros geométricas (circunferencias, hipérbola,)*  
*Polinomial está definido como  $(-\infty, \infty)$*

3. De las siguientes gráficas ilumina con color rojo aquellas que creas que representan una función exponencial, de las que no iluminaste argumenta ¿por qué no se trataría de una función exponencial?

1. Es una recta  <i>función lineal</i>	2. <i>Función Polinomial</i> 	3. <i>Funciones con radical</i> 
4. Es una parábola 	5. <i>Función Exponencial</i> 	6. Esta llena de huecos y es una recta <i>Funciones escalonada</i> 
7. <i>Funciones trigonométricas</i> 	8. <i>Función Adonde</i> 	9. Es una función exponencial 

7

Imagen 5.24 Diagnostico

Otro punto importante de esta actividad de diagnóstico es que había una pregunta que decía ¿Cómo sería la expresión algebraica de una función exponencial?, varios alumnos hicieron hincapié en que debía tener un exponente parecido a las funciones polinomiales (imagen 5.25)

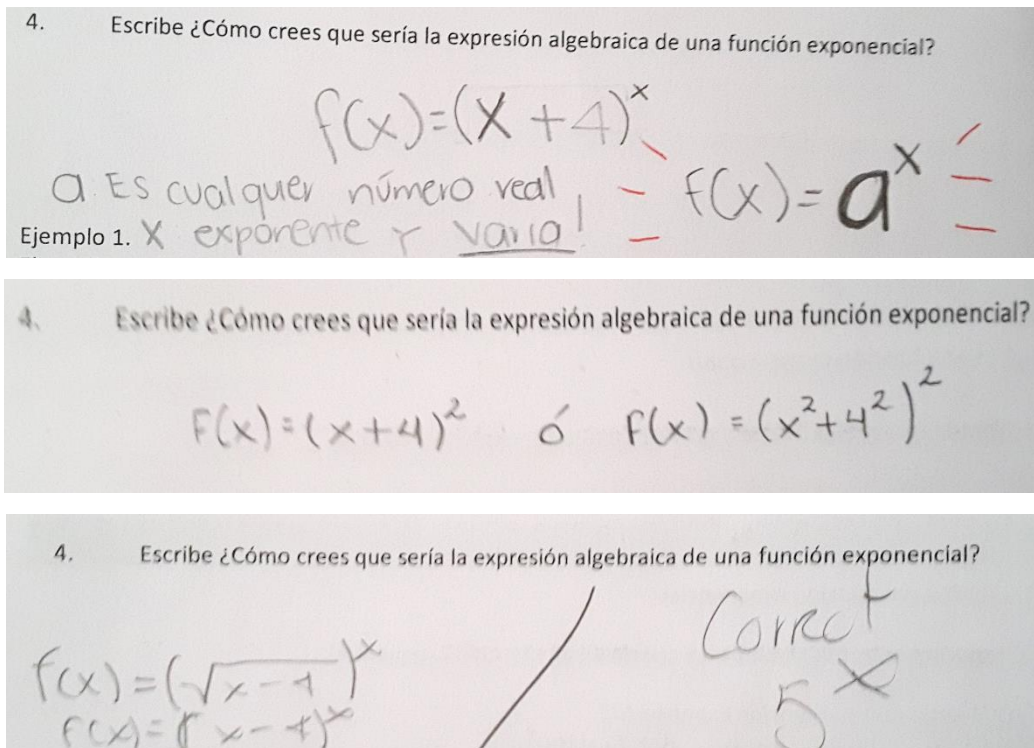



Imagen 5.25 Función Exponencial

La segunda actividad donde se pudo dar la retroalimentación de manera fluida fue en la exposición de las funciones, como ya se mencionó en un inicio se les hizo raro que se le pidiera exponer una función pues ellos no se imaginaban cómo sería, se les explicó cómo se llevaría a cabo la actividad y lo realizaron. Lo más importante fue cuando se les pidió que para la función exponencial plantearon un problema a partir de su gráfica, muchos hicieron problemas muy buenos como por ejemplo que su función exponencial media la temperatura, o la cantidad de medicamento de una persona hospitalizada, justamente en esa parte se les explicó por qué la temperatura o el medicamento no puede ser

medido de forma exponencial, esto se hizo para que los alumnos pudieran ver qué pasaba con el comportamiento exponencial.


En la parte de las funciones exponenciales se llevó a cabo la evaluación formativa a través de problemas de aplicación, ya que, estos se resolvieron por equipos y posterior a ello se hizo una plenaria y pasaron al pizarrón a explicar sus resultados, lo cual sirvió para que muchos alumnos despejarán sus dudas, observarán los errores que cometieron ellos mismos o los demás compañeros y nutrieran su aprendizaje (imagen 5.26).



### ESTRATEGIA DIDÁCTICA

#### Función exponencial y logarítmica

Vale



**Anexo 8 problemas.**

**Administración.** La ecuación de demanda para  $x$  unidades de un producto con respecto al precio por unidad,  $P$ , está dada por  $P = 100 - .02e^{0.05x}$ .

- Encontrar el precio si la demanda es de 10 unidades = 99.96
- Encontrar el precio si la demanda es de 100 unidades. = 97.03
- ¿Cuál será la demanda si el precio es de \$90? = 124

**Medicina.** Cuando se introduce una droga al sistema circulatorio humano, la concentración de la droga disminuye conforme el hígado y los riñones la elimina. Si una dosis de 15mg de una droga se toma por vía oral, la cantidad que sigue estando en el sistema después de  $x$  horas puede expresarse mediante la fórmula:  $f(x) = 15e^{-0.3x}$

- Si una persona es detenida por la policía después de 6 horas de haber ingerido la droga, en ese momento le hacen una prueba antidrogas, para que la prueba salga negativa el nivel de mg en su cuerpo debe de ser menos de 2mg ¿qué resultado arrojan dichas pruebas? positivo, 12.52 mg
- ¿Qué cantidad de droga queda en su cuerpo después de 1 día? 7.3 mg

**Economía.** Supongamos que se invierte \$1,000.00 durante 8 años al 9% compuesto anualmente. Calcular

- El monto compuesto. a) 81992.56
- El interés compuesto b) 8992.56

**Demografía.** Una población de 4 millones de habitantes crece a una tasa de 3% anual.

- Estime el tamaño de la población al cabo de 5 años.
- Si cada habitante produce 15 kg de basura en una semana cuánta basura se tendrá por la población que se tenga en tres años.

A) PE = 4637096      B) 3,40 9,30 8,240



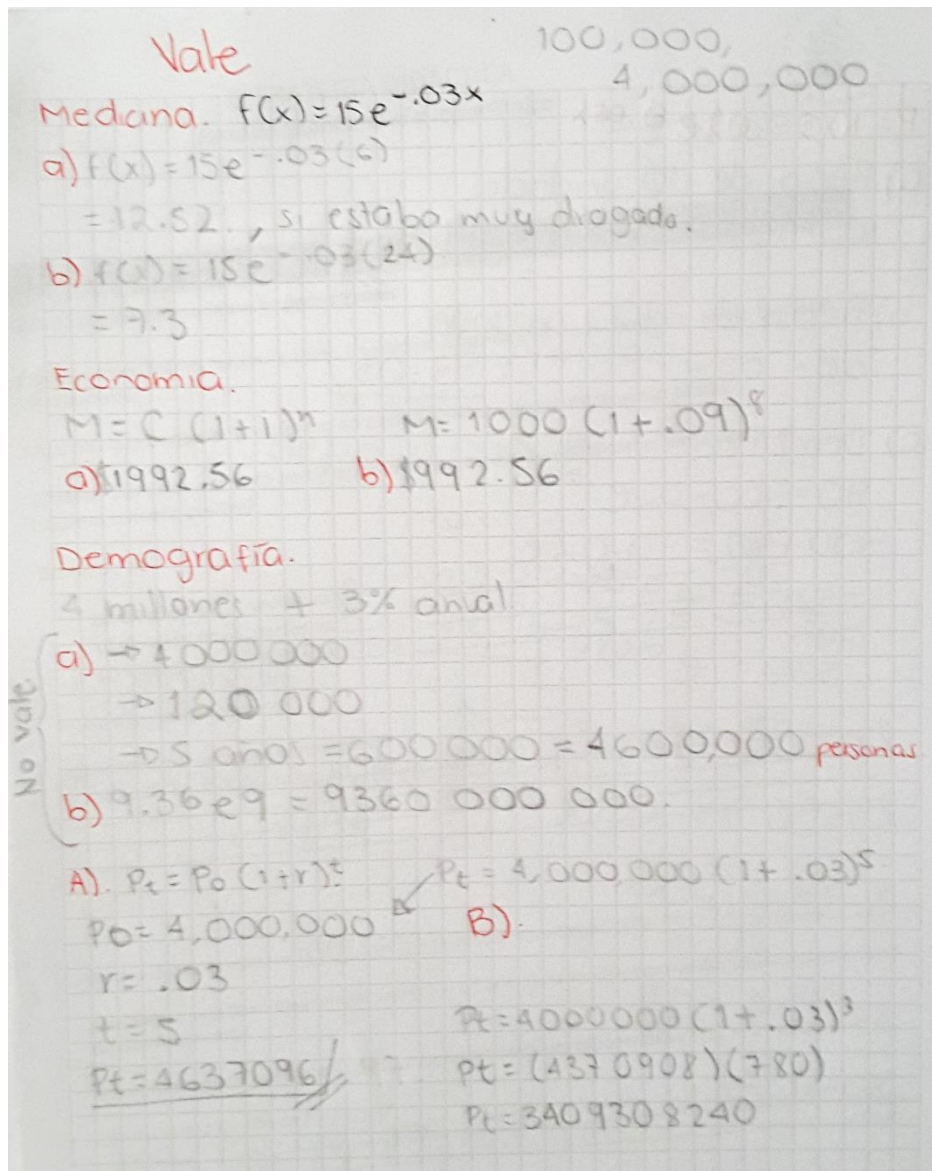


Imagen 5.26 Problemas de aplicación

La retroalimentación y los cambios que se hicieron por parte de la enseñanza, se puede observar que se mejoraron las rúbricas y además se añadieron nuevos instrumentos de evaluación, y los alumnos comenzaban a acostumbrarse a que siempre se llevara esta retroalimentación y ellos mismos expresaban que es una parte valiosa para su aprendizaje, también les gustó el hecho de que el docente hiciera cambios en la enseñanza y no sólo se aplicara el modelo de enseñanza directa, además de que les gustó coevaluarse ya que sentían que aprendían

más al observar los errores de otros. Esto se pudo afirmar pues se les hizo un cuestionario informal sobre la forma de trabajo (imagen 5.27).

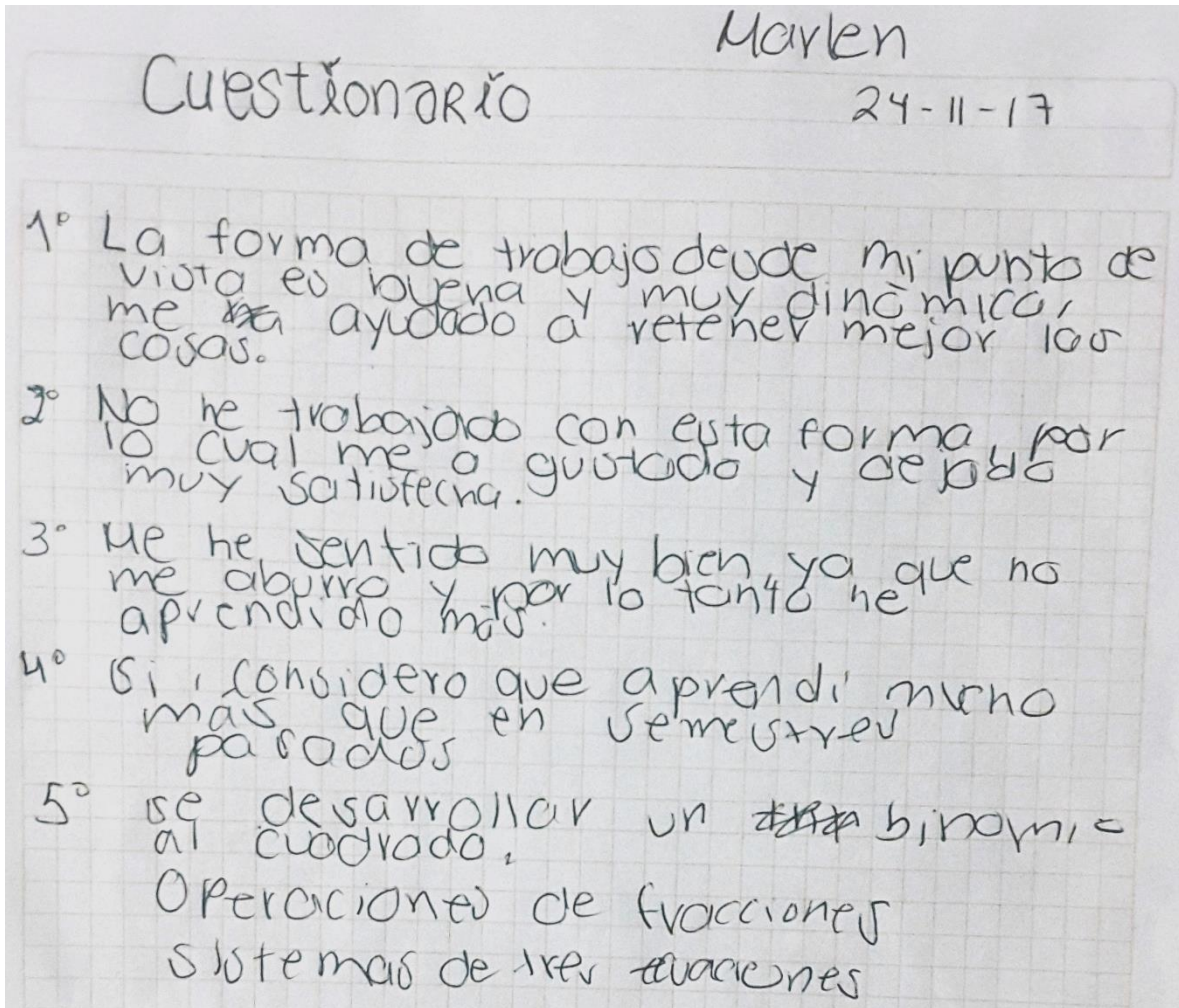


Imagen 5.27 Cuestionario de opinión

Para el examen parcial se les entregó sus portafolios para que pudieran estudiar. El trabajo de esta segunda unidad fue mejor ya que conocían la forma de trabajo, se pudo observar que los alumnos ya no entregaban incompleto su portafolio y se esmeraron más que en la unidad pasada, la evaluación del portafolio se llevó a cabo en dos partes la primera con una lista de cotejo para ver si tenían o no la actividad y en la otra se revisó actividad por actividad para revisar que hicieran las correcciones marcadas la primera vez.

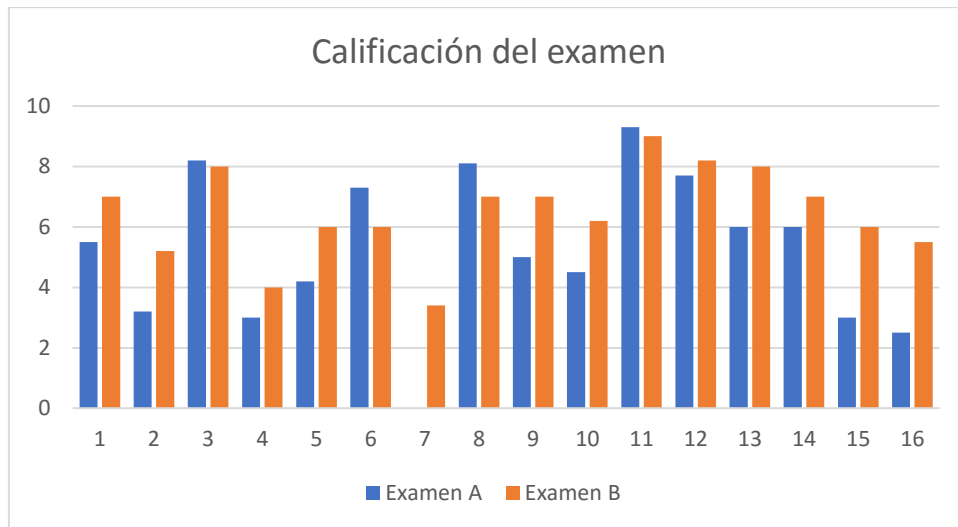


### 5.3.5 Resultados de la evaluación sumativa

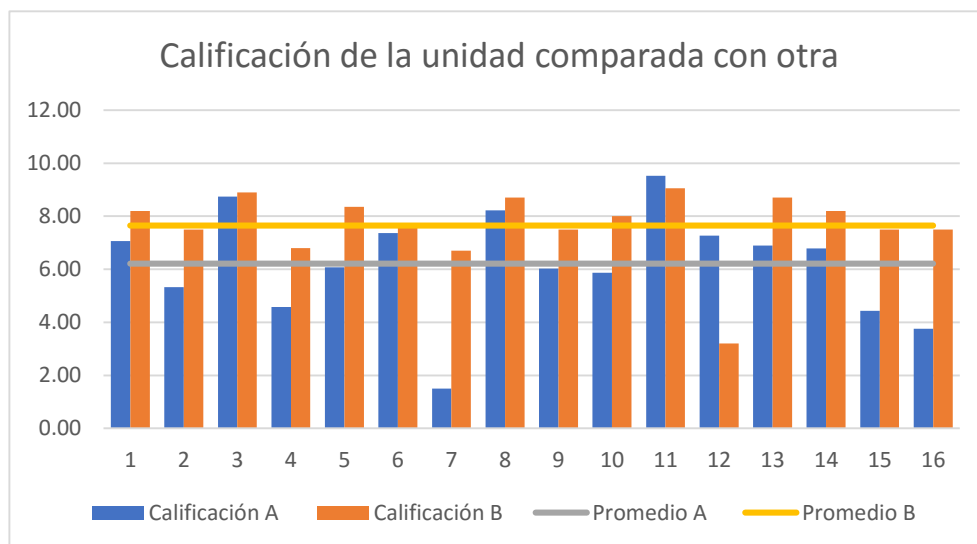
De nuevo se presentan los resultados de la evaluación sumativa, pues recordemos que con la evaluación formativa queremos obtener mejores resultados.

#### 1. Recolección de datos

Se presenta una tabla con la calificación obtenida por los alumnos en el examen que realizó la profesora (Examen A) y el que realice en la práctica (ExamenB).



2. Se presenta también una gráfica que muestra los promedios obtenidos en la unidad, marcando la media de cada una de las evaluaciones.



## Conclusiones

Después de la investigación y los resultados de la aplicación de la propuesta de evaluación formativa podemos decir que, si el docente adopta un enfoque formativo, el impacto de sus evaluaciones puede ser más positivo que con uno sumativo y las investigaciones hechas muestran que esta idea tiene sustento, aunque no hay que asumir en que dicha evaluación resolverá todos los problemas, ya que no es fácil cambiar prácticas profundamente arraigadas de los maestros y los alumnos.

También podemos concluir que en cuanto al tema de evaluación los docentes debemos de mejorar nuestros conocimientos, ya que, es nuestra responsabilidad ética y moral, porque una evaluación mal diseñada obstaculiza el aprendizaje de los estudiantes, además debemos esforzarnos por romper con creencias que se tienen sobre este tema, un ejemplo de esto lo menciona Tiburcio Moreno quien dice: “la evaluación tiene muchas caras y en países como el nuestro ha estado permeada por una visión empirista que descansa en el principio de que “Todos sabemos de evaluación, porque alguna vez hemos sido evaluados”.

De la propuesta piloto de cómo implementar dicha evaluación y los resultados que se obtuvieron al llevarla a cabo podemos concluir que debemos de realizar un cambio en la idea de evaluación que tenemos como docentes, y realizar las modificaciones pertinentes en nuestra docencia como son: 1) La forma de interactuar con los alumnos, debemos esforzarnos por no sólo usar el modelo de enseñanza directa ya que éste hace que nosotros los docentes seamos el actor principal en la educación y no el alumno; 2) La forma de planear las clases, algunos docentes no planean sus clases debido a que aseguran que todo lo saben, pero no se dan cuenta que planear la clase no responde a una carencia de conocimientos, sino a que brinda una idea general del trabajo que se llevará a cabo en el aula, los objetivos, los instrumentos de evaluación, las actividades y los resultados que se obtienen; 3) Darse cuenta y atender las diferencias con las que cuenta cada alumno.

El implementar la evaluación formativa no saldrá bien a la primera ni a la segunda, con base en la aplicación que se hizo, se puede asegurar que se obtendrán resultados positivos. Hay que tener en cuenta que estos resultados fueron obtenidos al aplicar la evaluación formativa en un sólo grupo, no se ha tenido la oportunidad de aplicar esta propuesta con una carga horaria completa, es decir, en más de un grupo, esto para observar el trabajo que se requeriría y la viabilidad de esta propuesta, lo que sí se puede asegurar es que para lograr un enfoque formativo se necesita un largo plazo, se requiere de objetivos, de ir en pasos pequeños, se necesita retroalimentación, práctica y perseverancia.

Se puede concluir que llevar a cabo la evaluación formativa aumenta la carga de trabajo sobre todo porque: 1) La retroalimentación de buena calidad que se tiene que dar a los alumnos lleva tiempo y con ello se corre el riesgo de no acabar el temario curricular; 2) El cambiar las prácticas de evaluación no es simplemente cuestión de aumentar los conocimientos de los docentes sobre el tema, sino un proceso mucho más amplio, que exige una transformación conceptual de parte de todos los involucrados en la educación.

Algunos países que han implementado la evaluación formativa se han encontrado con ciertas dificultades para llevarla a cabo, entre ellos el Reino Unido y Francia. Muchos maestros ingleses creyeron que podrían hacer que sus evaluaciones fueran formativas, pero “en los primeros tiempos de las reformas, las dimensiones y la complejidad de la tarea de llevar registros y recoger las evidencias amenazaban con abrumar a los maestros”, de manera que se reportaba que los cambios en las evaluaciones seguían siendo intuitivos, más que basados en evidencias.

En Francia, las leyes de 1989 y 2005 intentaron provocar un cambio cultural para pasar de una concepción de la evaluación sumativa a una formativa, pero “hasta ahora estas iniciativas de arriba hacia abajo parecen haber tenido escaso impacto sobre las prácticas de aula, según describe la investigación académica y los informes de los supervisores” (Osborn y Raveaud, 2010: 425).

En cuanto a la retroalimentación como docentes no es frecuente plantear preguntas o hacer la invitación a los alumnos de compartir reflexiones sobre el trabajo en clase, ya que el tiempo es un factor crítico pues no se tiene disponible para ofrecer retroalimentaciones sustantivas a todas las producciones de los alumnos. Para evitar el “todo o nada” se recomienda, por ejemplo, definir criterios y determinar en forma explícita qué trabajos, rotativamente, van a recibir retroalimentación escrita y con qué frecuencia.

Algo que no quisiera que pase desapercibido son los alumnos ya que estos son los actores clave de la evaluación formativa. Por su acceso inmediato y constante a sus propios pensamientos, acciones y trabajos, son la fuente fundamental de una buena retroalimentación. Andrade (2010) propone que el aprendiz eficaz tiende a monitorear y regular su propio aprendizaje y que por ello aprende más y tiene más éxito académico.

Por último, podemos preguntarnos ¿cómo saber si los esfuerzos en llevar a cabo la evaluación formativa están dando resultados? Brookhart (2001) nos habla de lo que se puede considerar un indicio inequívoco al respecto, él dice: “con buenas evaluaciones formativas basadas en el desempeño, la pregunta clave que plantean los alumnos deja de ser si cierto contenido vendrá en la prueba, para dar lugar a otra: ¿ahora qué más puedo aprender?”

*“Un gran poder conlleva una gran  
responsabilidad” Spider-man*

# Anexos

# Anexo 1



# ESTRATEGIA DIDÁCTICA

## La recta



### I. DATOS GENERALES

PROFESOR(A)	Karen Alejandra Carmona Romero
ASIGNATURA	Matemáticas III
SEMESTRE ESCOLAR	Tercer semestre
PLANTEL	Colegio de Ciencias y Humanidades Plante Sur
FECHA DE ELABORACIÓN	17 de octubre 2017

### II. PROGRAMA

UNIDAD TEMÁTICA	Unidad III. La recta y su ecuación cartesiana
PROPÓSITO(S) DE LA UNIDAD	Al finalizar, el alumno:  Serán capaces de obtener la ecuación cartesiana de la recta, dados diversos elementos definitorios. Resolverá problemas geométricos en diversos contextos, a fin de que se avance en la comprensión del método analítico.
APRENDIZAJE(S)	-Describe a la recta como un lugar geométrico, identifica los elementos que la definen.  -Entiende a la pendiente de una recta, como un invariante.  -Obtiene la ecuación de una recta, dadas dos condiciones.  -Determina el ángulo que se forma cuando dos rectas se cortan, en términos de sus pendientes.  -Dada la ecuación de una recta el alumno es capaz de encontrar las ecuaciones de rectas paralelas y/o perpendiculares a ella.  -Identifica y transita en las diferentes formas la ecuación de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica).  -Resuelve problemas de corte euclidiano al usar la geometría analítica.
OBJETIVO GENERAL	El alumno:



# ESTRATEGIA DIDÁCTICA

## *La recta*



	Relacione a la recta como lugar geométrico y sus diferentes ecuaciones, para encontrar los elementos que la conforman a través de pasar de una ecuación a otra.
<b>TEMA(S)</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecuaciones de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica).</li><li>• Ángulo entre dos rectas.</li><li>• Distancia de un punto a una recta.</li><li>• Perpendicularidad y paralelismo.</li><li>• Rectas notables del triángulo.</li></ul>



# Aprendizaje Cooperativo

## La recta como lugar geométrico

### Sesión 1

#### III. ESTRATEGIA

Se utilizarán los modelos de aprendizaje cooperativo (Robert Slavin 1986) y enseñanza directa (Bandura, Vygotsky), el primero para que los estudiantes recuperen información sobre los elementos de la recta a manera de introducción, se utilizarán materiales impresos sobre dichas características, al final se proporciona un material para que la información que tiene cada alumno pueda compartirla con su equipo de trabajo.

El segundo modelo se utiliza para describir a la recta como lugar geométrico y relacionar los elementos que la componen, se utiliza GeoGebra para visualizar cada uno de esos elementos geoméricamente.

#### IV. SECUENCIA

<b>TIEMPO DIDÁCTICO</b>	Sesión 1 Tiempo: 120 minutos Extra clase tiempo: 60 minutos	
<b>OBJETIVO (S) PARTICULAR</b>	<p>Que los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconozcan los elementos de la recta como son: pendiente, ángulo de inclinación, intersección con el eje x, paralelismo y perpendicularidad dadas dos rectas.</li> <li>• Clasifiquen a la recta como lugar geométrico.</li> <li>• Relacionen el lugar geométrico de la recta con su ecuación pendiente ordenada al origen.</li> <li>• Dadas las condiciones geométricas utilizan el álgebra para poder encontrar el lugar geométrico del que se habla.</li> </ul>	
<b>ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE</b>	<b>Inicio (15 min.)</b>	
	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 8 min.</b>
	<p><b>INTRODUCCIÓN (8 minutos)</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se plantea el objetivo de la sesión a los alumnos. Se lleva a cabo la herramienta ¿Qué vamos a hacer hoy? <b>Anexo 3</b>(3 min.)</li> <li>2. Pide a los alumnos llenen las dos primeras columnas del SOA. <b>Anexo 0</b> (5 min.)</li> <li>3. Hace 5 equipos de 4 personas. (2 min.)</li> </ol>	

4. Así mismo presenta las instrucciones de cómo funciona la actividad de **ROMPECABEZAS II. (5 min.)**

Primero se trata de hacer equipos, estudiar un concepto en particular, cada equipo tiene un concepto diferente, posteriormente se realizarán nuevos equipos para que ustedes al ser expertos en diferentes temas, puedan compartirlo y explicarlo a los compañeros que estudiaron un concepto diferente, para llegar a la resolución de ejercicios que contiene todos los conceptos antes estudiados.

5. El profesor presenta una definición de lugar geométrico.

Se denomina **Lugar Geométrico** al conjunto de puntos del espacio (o del plano) que cumplen una determinada *condición geométrica o algebraica común*.

En muchos casos, los cuerpos pueden definirse mediante esta propiedad geométrica. Y también veremos que un mismo cuerpo o figura puede definirse por diferentes condiciones (o, lo que es lo mismo, esa figura está definida por varios lugares geométricos diferentes). Un ejemplo de esto es la recta que se estudiará con las siguientes actividades.

**El alumno:**

**Duración: 7 min**

1. Ayuda con la actividad del objetivo de la clase.
2. Llena las primeras dos columnas del cuadro SOA.
3. Se reúne en equipos de 4 personas.
4. Presta atención a las instrucciones de la actividad.

**Desarrollo (80min)**

**El profesor:**

**Duración: 40 min.**

**Actividad 1 (20 min.)**

1. Reparte el material del **Anexo 1** y lee con los alumnos las instrucciones **(3 min)**
2. El profesor está al pendiente del desarrollo de la actividad por equipos para poder aclarar dudas. (durante toda la sesión de equipos)
3. Una vez revisado las dudas los alumnos se enumeran del 1 al 5 y se generan los nuevos equipos se reparte copia del **Anexo 2**. (3 min.)
4. El profesor debe de estar pendiente de que las personas que juegan el papel de expertos expliquen de manera clara a los integrantes del equipo. (durante toda la sesión de equipos).
5. En plenaria se revisan los ejercicios del anexo 2. Para la participación en plenaria se hace uso de la estrategia de palitos explicada en el **Anexo 3** (15min.)

**Actividad 2 (20 min.)**

1. El profesor escribe en el pizarrón la definición de recta como lugar geométrico. (3 min.)

Definición Se llama línea recta al lugar geométrico de todos los puntos contenidos en el plano tales que, tomados dos puntos cualesquiera  $P_1 (X_1, Y_1)$  y  $P_2 (X_2, Y_2)$  de la recta, el valor de la pendiente  $m$ , es siempre constante.

2. Se muestra la página <https://www.geogebra.org/m/vTXv4GAX> para mostrar que cualquier recta que nosotros proponamos cumple con la definición. (5 min)
3. Pide que la descarguen en su celular o tableta.
4. Con ayuda de GeoGebra el alumno podrá observar que existen diferentes condiciones para definir el lugar geométrico que llamamos recta. (12 min.)

**El alumno:****Duración: 40 min****Actividad 1 (40 minutos)**

1. Se reúne en equipos según las instrucciones del profesor.
2. Realizan la actividad del **Anexo 1**, se lleva a cabo una discusión En equipos para responder a las actividades de dicho anexo.
3. Se vuelven a hacer equipos conforme lo explique el profesor.
4. Se resuelven cada una de las actividades del **Anexo 2**.
5. Se participa en plenaria conforme a la actividad de los palitos **Anexo 3**
6. Se mencionan dudas.

**Actividad 2 (20 minutos)**

1. Se define lo que es lugar geométrico.
2. Con la actividad de los palitos Anexo 3 se sigue preguntando.
3. Se sigue el ejercicio del lugar geométrico.

**Cierre (20 min.)****El profesor:****Duración: 10 minutos****Actividad 1 (15 minutos)**

1. Pide a los alumnos terminar de llenar el cuadro SOA. (5 min)
2. Pide a los alumnos que realicen un ejercicio donde tienen que calcular la ecuación del lugar geométrico **Anexo 4** utilizando los conceptos previos. (10min.)
3. Pide a los alumnos la entrega del cuadro SOA.

	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 10 minutos</b>		
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Llena la tercera columna del cuadro SOA.</li> <li>2. Resuelve el ejercicio de lugar geométrico</li> </ol>			
<b>ACTIVIDADES EXTRA CLASE</b>	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 60 minutos</b>		
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Revisa los cuadros SOA de los alumnos para hacer un reporte de lo que sabían, lo que esperaban saber y lo que aprendieron los alumnos y darlos a conocer la siguiente clase, además si se esperaba que aprendieran otra cosa el maestro pueda hacer las modificaciones pertinentes para poder cumplir con las expectativas de la clase.</li> </ol>			
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 60 min</b>		
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Resolver la actividad de tarea para la siguiente sesión.</li> </ol>			
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas			
<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Computadora, cañón o proyector, pizarrón, plumones. Copias de los materiales a utilizar en clase (Anexos 1, 2, 3 y 4)			
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cuadro SOA</li> <li>2. Anexos 2 y 3</li> </ol>			
<b>EVALUACIÓN</b>	Para la evaluación se recogerán los materiales que se trabajaron con los alumnos, y se revisará y dará una retroalimentación según lo observado, además con ese material se realizará un portafolio de evidencias de trabajo de cada alumno y al final de la unidad será evaluado dicho trabajo.			
	<b>Evaluación formativa</b>			
	<b>Tipo de evaluación</b>	<b>Actividad</b>	<b>Instrumento</b>	<b>%Calificación</b>
	<b>Evaluación de conocimiento</b>	Generación de expertos	Anexo 1	30%
	<b>Evaluación de comprensión</b>	Enseñanza entre pares	Anexo 2	30%
	<b>Evaluación aplicación</b>	¿Encuentra el lugar geométrico?	Anexo 4	30%
<b>Participación en clase</b>	Palitos	Anexo 3	10%	

Anexo 0: Cuadro SOA ¿Qué sé? ¿Qué quiero saber? ¿Qué aprendí?

La recta como lugar geométrico		
Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí

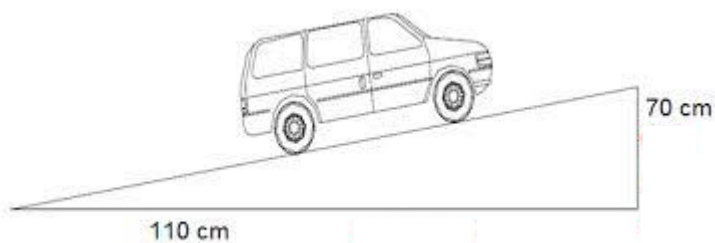
## Anexo 1

### Equipo 1

Instrucciones: Lee con atención la siguiente información y en equipos discutan ¿Cómo llegar a la solución de los ejercicios planteados?

### Encontrando la pendiente de una recta

La idea de la pendiente es algo que encuentras en la vida cotidiana. Piensa en un carrito subiendo una rampa o tú al subir las escaleras. La rampa y la escalera tienen una pendiente. Puedes describir la pendiente de la rampa o de las escaleras considerando el movimiento horizontal y vertical.



Definición: La pendiente de una recta en un sistema de representación rectangular (de un plano cartesiano), suele ser representado por la letra  $m$ , y es definido como el cambio o una diferencia en el eje  $Y$  dividido por el respectivo cambio en el eje  $X$ .

Si se conocen dos puntos de la recta la pendiente puede obtenerse como:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Puedes determinar la pendiente de una recta a partir de su gráfica examinando el cambio vertical y el cambio horizontal. Una característica de una recta es que su pendiente es constante en toda su extensión. Entonces, puedes escoger cualesquiera 2 puntos sobre la gráfica de la recta para calcular la pendiente.

Observaciones.

- Cuando se obtiene la pendiente de forma gráfica se tiene que tener cuidado ya que la pendiente es negativa cuando la recta baja de izquierda a derecha.

- Para las rectas verticales no está definida la pendiente.
- Cualquier recta horizontal tiene pendiente cero.

Ejemplo:

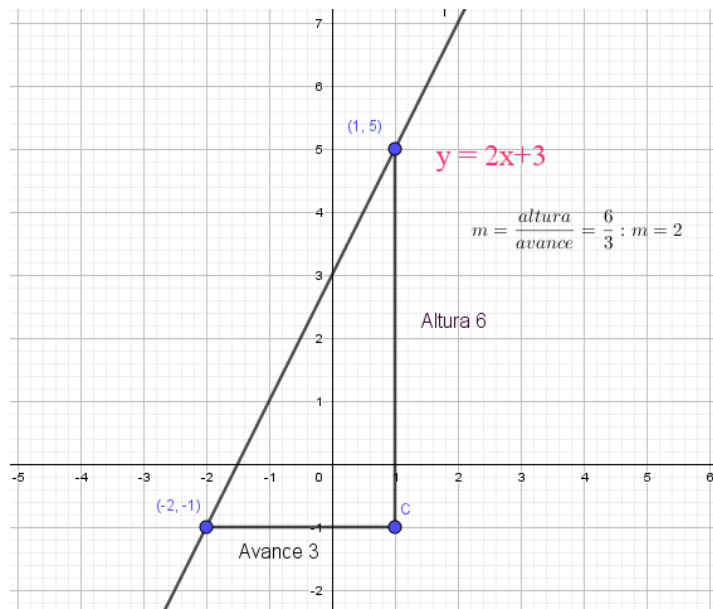
a) Si tenemos los puntos  $P(3, -2)$  y  $Q(1, 4)$  encontrar la pendiente:

Llamamos  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  a las coordenadas de P y Q para sustituir los valores en la fórmula de la pendiente.

$$m = \frac{1 - 3}{4 - (-2)} \rightarrow m = \frac{-2}{4 + 3} = \frac{-2}{5}$$

La pendiente es  $m = \frac{-2}{5}$

b) Encuentra la pendiente de la recta:

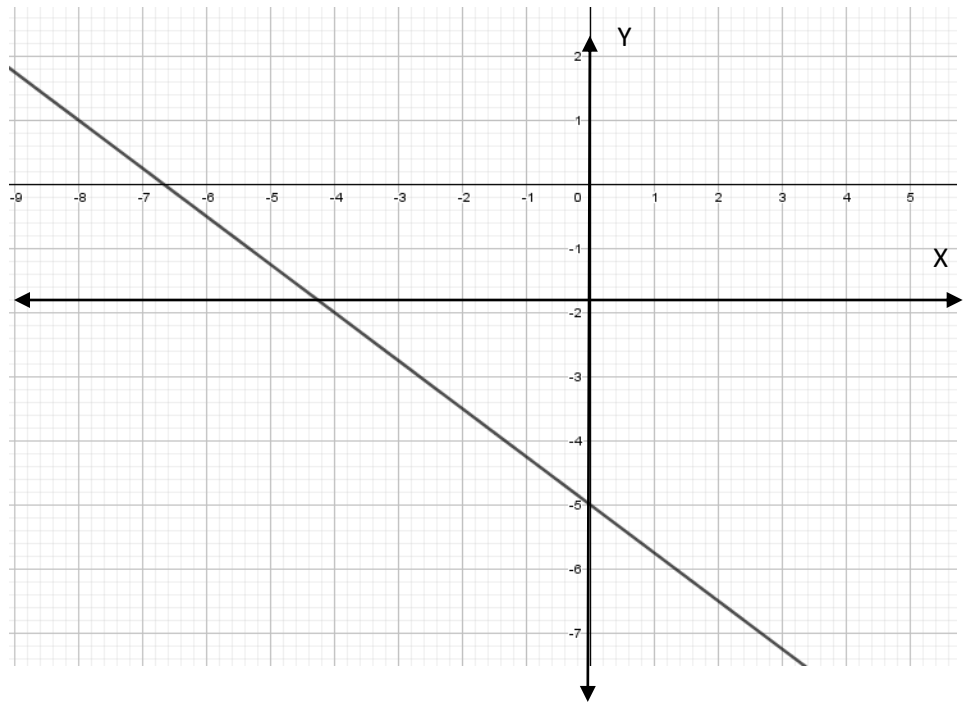




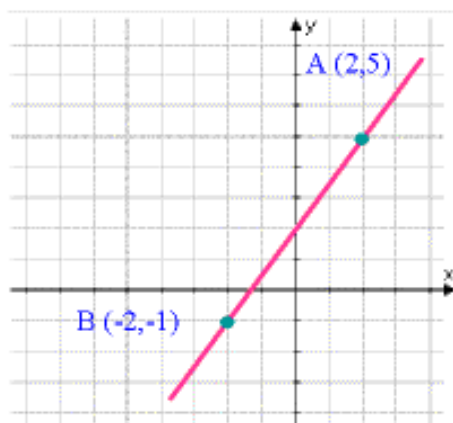
## Ejercicios.

El primer ejercicio se pide hacerlo en equipo, después de ahí cada integrante del equipo escoge un ejercicio diferente al resto del equipo y lo realiza de forma individual.

- a) Encuentra la pendiente de la recta.

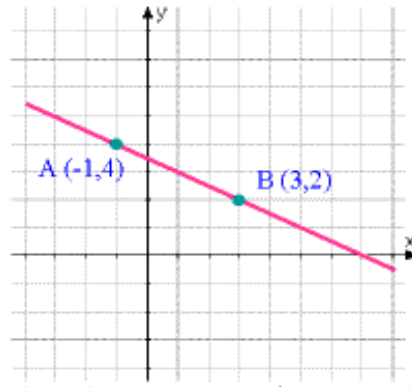


- b) Encontrar la pendiente que pasa por los puntos  $P(-2, 4)$  y  $Q(5, -3)$   
c) Encontrar la pendiente de la recta:



- d) Encontrar la pendiente que pasa por los puntos  $P\left(\frac{3}{4}, 4\right)$  y  $Q\left(5, -\frac{1}{2}\right)$

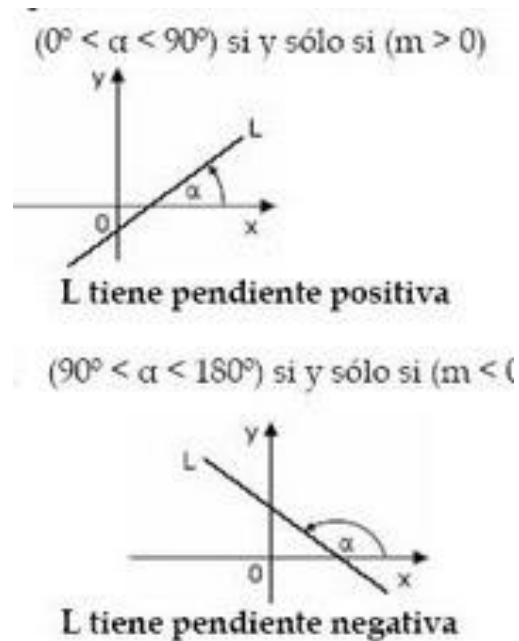
e) Encontrar la pendiente de la recta:



f) Encontrar la pendiente que pasa por los puntos  $P(0, -4)$  y  $Q(7, 0)$

## Ángulo de inclinación de la recta

Definición: El ángulo de inclinación de una recta es el ángulo que forma la recta con el eje coordenado X en su dirección positiva, y se mide a partir del eje X en sentido opuesto al movimiento de las manecillas del reloj.



Para saber la pendiente de una recta si conocemos su ángulo de inclinación tenemos que:

$$m = \tan \alpha$$

Y viceversa si conocemos la pendiente y queremos saber su ángulo de inclinación sólo despejamos.

$$\alpha = \tan^{-1} m$$

Cabe mencionar que, si la pendiente es positiva, el ángulo se medirá en sentido contrario al movimiento de manecillas del reloj y si es negativa, se medirá en el mismo sentido de las manecillas del reloj.

Ejercicios:

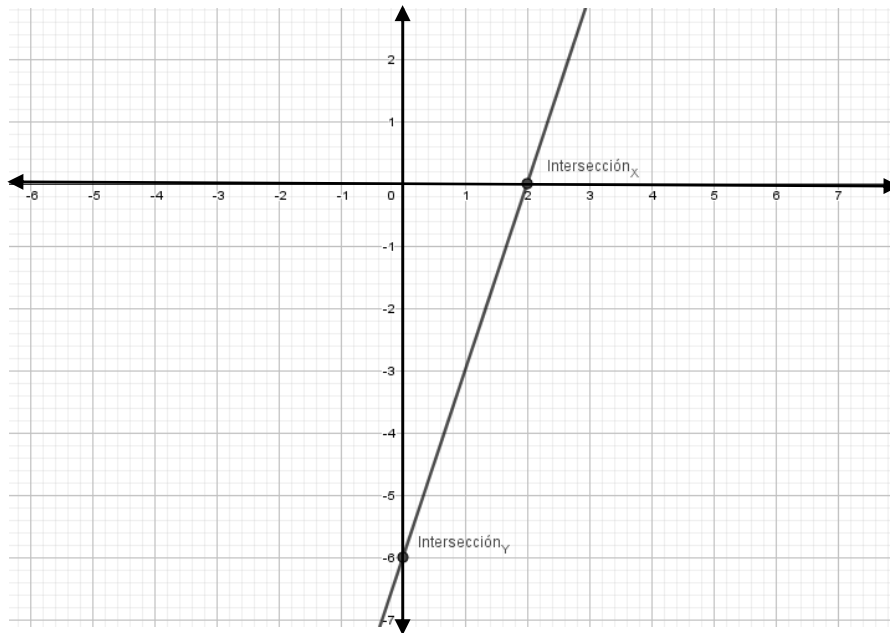
El primer ejercicio se pide hacerlo en equipo, después de ahí cada integrante del equipo escoge un ejercicio diferente al resto del equipo y lo realiza de forma individual.

- a) Hallar la pendiente de la recta cuyo ángulo de inclinación es:  $\beta = -60^\circ$
- b) Hallar el ángulo de inclinación de una recta cuya pendiente es:  $m = -\frac{3}{4}$
- c) Hallar la pendiente de la recta cuyo ángulo de inclinación es:  $\beta = 35^\circ$
- d) Hallar el ángulo de inclinación de una recta cuya pendiente es:  $m = -2$
- e) Hallar la pendiente de la recta cuyo ángulo de inclinación es:  $\beta = -120^\circ$
- f) Hallar el ángulo de inclinación de una recta cuya pendiente es:  $m = -\frac{5}{2}$

## Intersecciones de una recta con los ejes

En álgebra, los gráficos de coordenadas en dos dimensiones tienen un eje horizontal (eje de las abscisas) y uno vertical (ordenadas). Los lugares donde las líneas que representan un rango de valores cruzan los ejes, se llaman "intersecciones". La ordenada al origen es el lugar donde la línea cruza el eje de las ordenadas la intersección en  $x$  es el lugar donde la línea cruza el eje de las abscisas.

1. El caso más sencillo para encontrar dichas intersecciones es donde basta con mirar la gráfica.



2. Usar la ecuación de la recta. Sabemos que cualquier punto sobre el eje  $X$  tiene coordenadas  $(x, 0)$  para encontrar la intersección sólo basta con sustituir en la ecuación  $y = 0$  y despejamos  $x$ , para la intersección con  $Y$  sabemos que tendrá coordenadas  $(0, y)$  por lo que sustituimos en la ecuación  $x = 0$  y despejamos  $y$ .

$$y = 6x - 3$$

Intersección  $X$  hacemos  $y = 0$  y despejamos  $x$

$0 = 6x - 3$  despejando  $x$  tenemos que

$$6x = 3 \text{ entonces } x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

La intersección de la recta eje  $X$  es  $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

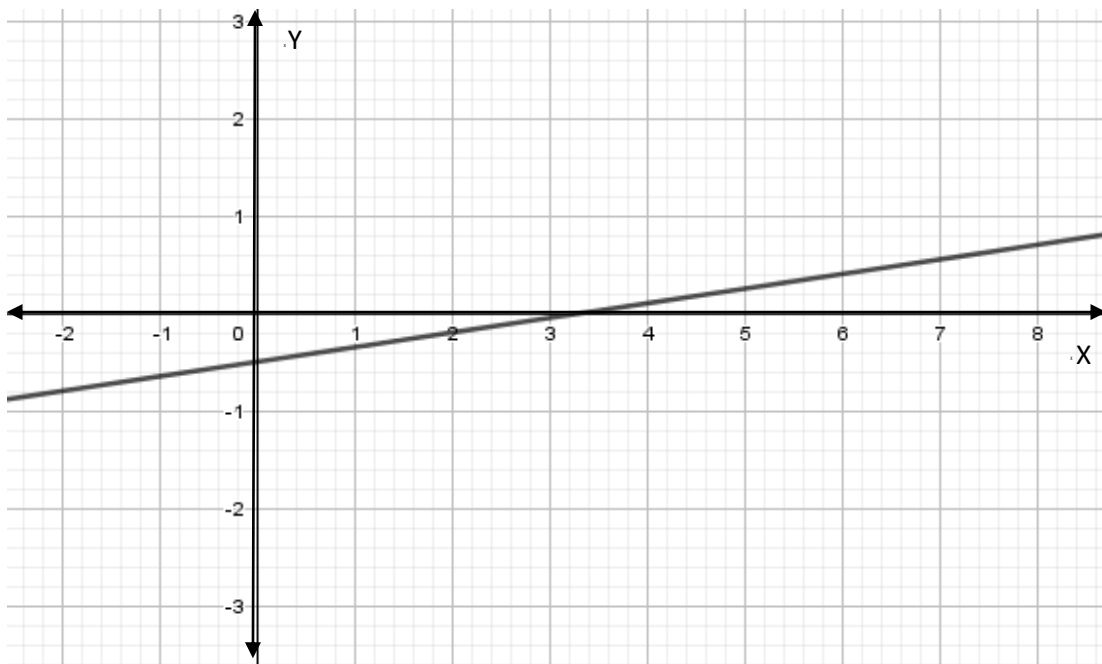
Intersección  $Y$  hacemos  $x = 0$  y despejamos  $y$ ,  $y = 6(0) - 3$  entonces  $y = -3$

La intersección de la recta eje  $Y$  es  $P(0, -3)$

Ejercicios:

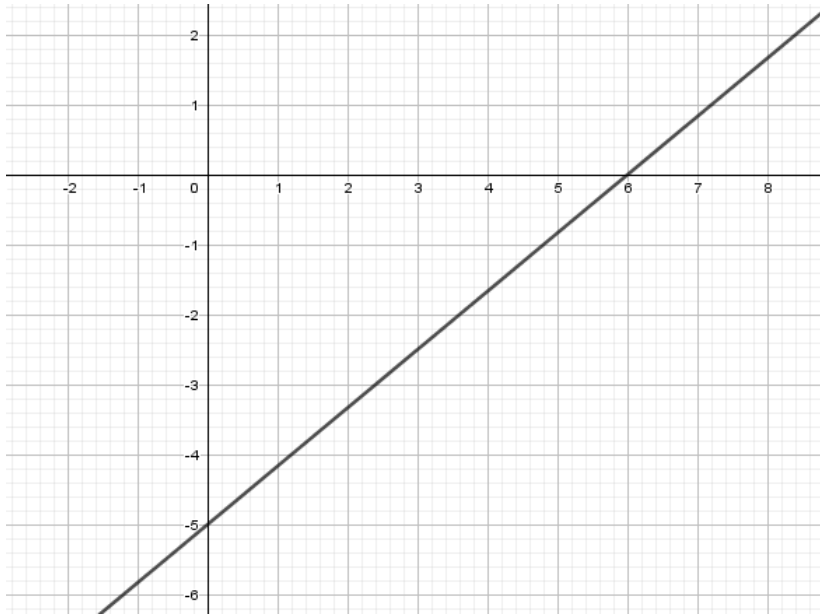
El primer ejercicio se pide hacerlo en equipo, después de ahí cada integrante del equipo escoge un ejercicio diferente al resto del equipo y lo realiza de forma individual.

a) Calcular las intersecciones con los ejes de la recta:

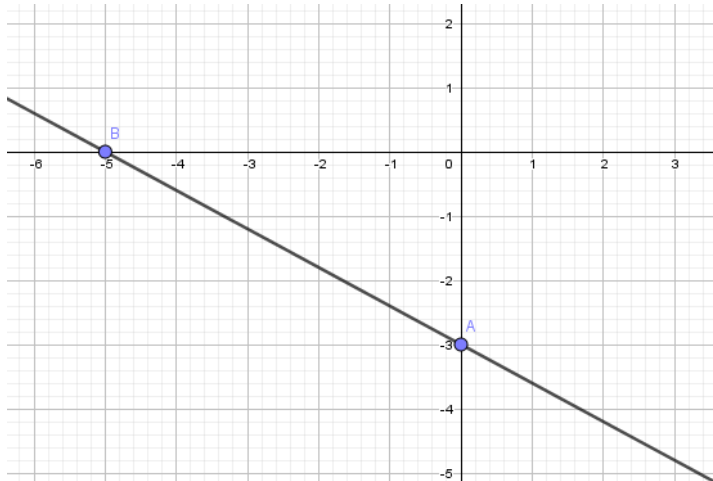


b) Encontrar las intersecciones con los ejes de la recta:  $y = -\frac{3}{2}x - 4$

c) Encontrar las intersecciones con los ejes de la recta:



- d) Encontrar las intersecciones con los ejes de la recta:  $y = 12x - 6$   
 e) Encontrar las intersecciones con los ejes de la recta:



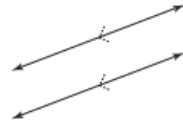
- f) Encontrar las intersecciones con los ejes de la recta:  $y = 15x - \frac{1}{2}$

Equipo 4

## Paralelismo y perpendicularidad entre rectas

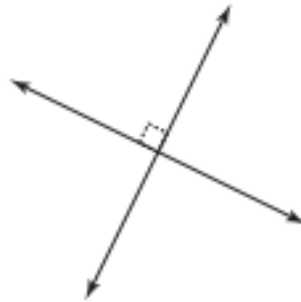
Rectas paralelas: Dos rectas son paralelas si y sólo si sus pendientes son iguales.

Y se denota como:  $L_1 \parallel L_2$



Rectas perpendiculares: Dos rectas son perpendiculares si y sólo si sus pendientes son inversas y opuestas.

Y se denota como  $L_1 \perp L_2$



Ejemplo.

Si se sabe que la pendiente de una recta es  $m = \frac{-2}{3}$

Encuentra la pendiente de una recta paralela y una perpendicular a ella.

Recta paralela	Recta perpendicular
Es la misma pendiente $m_{//} = \frac{-2}{3}$	Sabemos que es la inversa y opuesta a ella $m_{\perp} = \frac{3}{2}$

Ejercicios:

El primer ejercicio se pide hacerlo en equipo, después de ahí cada integrante del equipo escoge un ejercicio diferente al resto del equipo y lo realiza de forma individual.



- a) Si se sabe que la pendiente de una recta es  $m = 0$   
Encuentra la pendiente de una recta paralela y una perpendicular a ella.
- b) Si se sabe que la pendiente de una recta es  $m = \frac{-1}{5}$   
Encuentra la pendiente de una recta paralela y una perpendicular a ella.
- c) Si se sabe que la pendiente de una recta es  $m = -2$   
Encuentra la pendiente de una recta paralela y una perpendicular a ella.
- d) Si se sabe que la pendiente de una recta es  $m = 13$   
Encuentra la pendiente de una recta paralela y una perpendicular a ella.
- e) Si se sabe que la pendiente de una recta es  $m = 4$   
Encuentra la pendiente de una recta paralela y una perpendicular a ella.
- f) Si se sabe que la pendiente de una recta es  $m = \frac{3}{4}$   
Encuentra la pendiente de una recta paralela y una perpendicular a ella.

## Ecuación de una recta

¿Qué es la forma pendiente-ordenada al origen?

La forma pendiente-ordenada al origen es una forma específica de las ecuaciones lineales en dos variables:

$$y = mx + b$$

Cuando una ecuación está escrita en esta forma  $m$  se refiere a la pendiente de la recta y  $b$  se refiere a su intersección con el eje  $Y$  u ordenada al origen.

Existen 3 casos que se pueden presentar:

- Si tenemos la gráfica de ella podemos obtener su pendiente y ordenada al origen y al encontrar los elementos sustituimos en la ecuación. Y también cumple viceversa si tenemos ecuación de la recta podemos obtener  $m$ , la pendiente y  $b$ , la ordenada al origen y podemos trazar su gráfica.
- Si desconocemos la pendiente, pero tenemos dos puntos de la gráfica podemos obtener la pendiente y su ordenada al origen.
- El caso más fácil es que nos den la pendiente y ordenada al origen, sólo basta con sustituir en la ecuación.

Ejemplo.

Si se sabe que la pendiente de la recta es  $m = \frac{5}{3}$  y su ordenada al origen es  $b = -2$  encuentra su ecuación. Como nos dan la pendiente y la ordenada sólo basta con sustituir los datos.

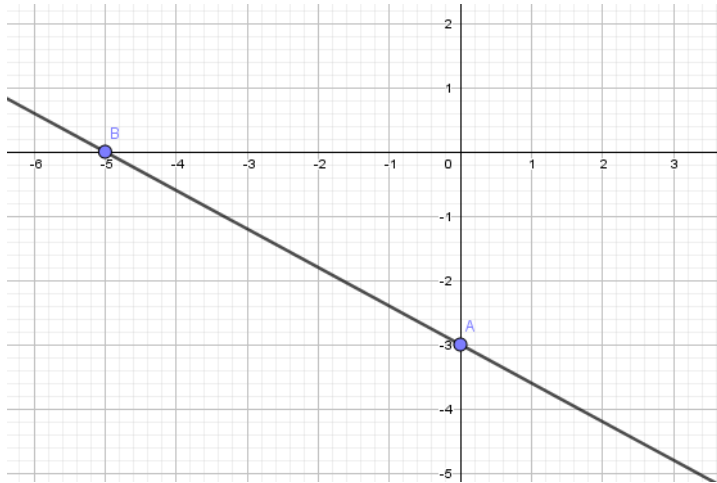
$$y = mx + b \text{ entonces } y = \frac{5}{3}x + (-2)$$

La ecuación de dicha recta es  $y = \frac{5}{3}x - 2$

Ejercicios.

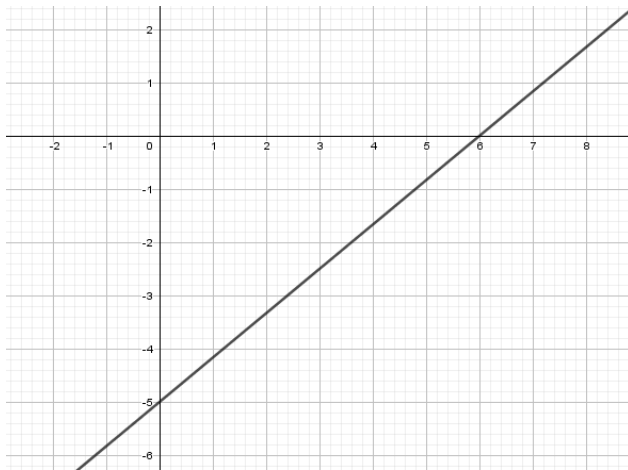
El primer ejercicio se pide hacerlo en equipo, después de ahí cada integrante del equipo escoge un ejercicio diferente al resto del equipo y lo realiza de forma individual.

- Si de la gráfica siguiente sabemos la ordenada y su pendiente, ¿cuál sería su ecuación?



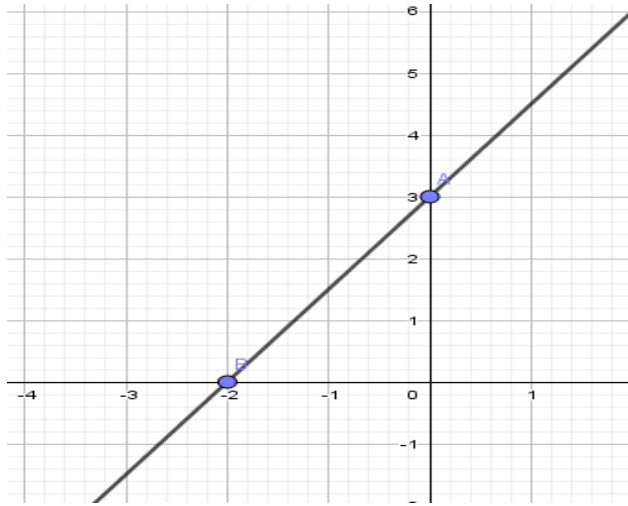
$$m = -\frac{3}{5} \quad y \quad b = -3$$

- b) Escribe la ecuación de la recta que interseca al eje  $Y$  en  $(0,-2)$  y cuya pendiente es  $-4$ .  
 c) Si de la gráfica siguiente sabemos la ordenada y su pendiente, ¿cuál sería su ecuación?



$$m = \frac{5}{6} \quad y \quad b = -5$$

- d) Escribe la ecuación de la recta que tiene como ordenada  $6$  y cuya pendiente es  $2$ .  
 e) Si de la gráfica siguiente sabemos la ordenada y su pendiente, ¿cuál sería su ecuación?



$$m = \frac{3}{2} \quad y \quad b = 3$$

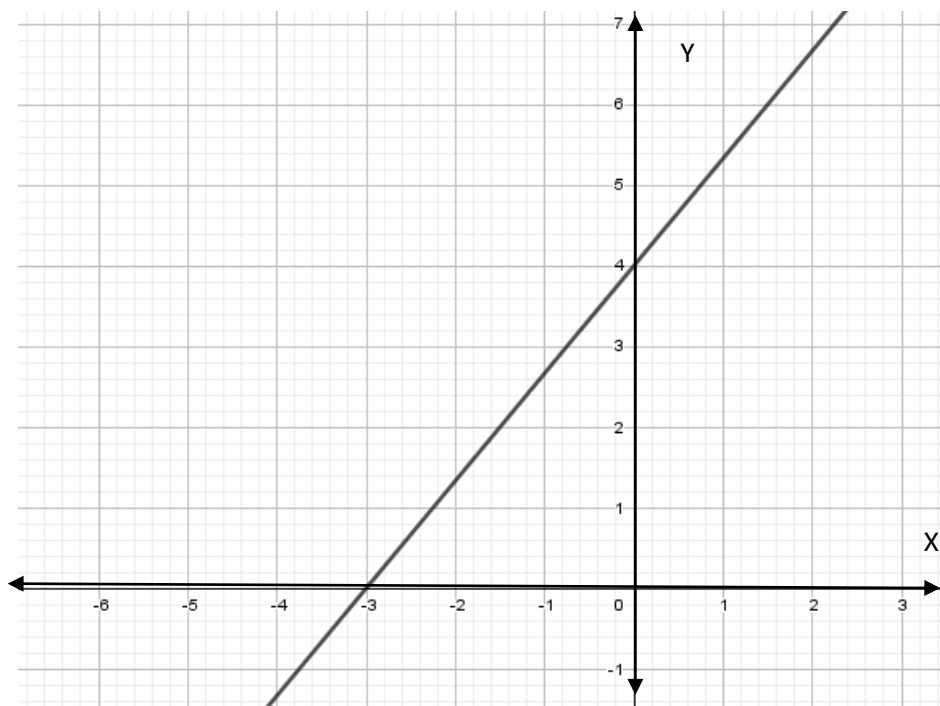
f) Escribe la ecuación de la recta que interseca al eje  $Y$  en  $(0,4)$  y cuya pendiente es  $-3/5$ .

## Anexo 2

Ejercicios en equipos.

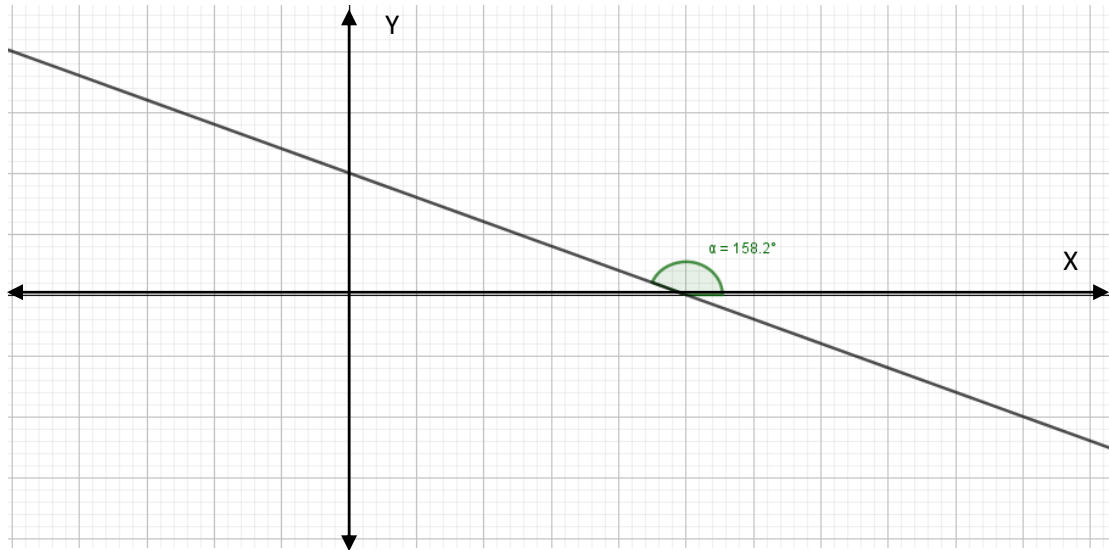
Instrucciones. Cada integrante del equipo es experto en algún tema de la recta en particular, con ayuda de todos resolver los siguientes ejercicios.

1. Dada la siguiente recta



- ¿Es una recta? ¿por qué?
- Determina dos puntos de la recta.
- Determina su pendiente.
- ¿La pendiente es positiva o negativa y por qué?
- Determina el ángulo de inclinación de la recta.
- Determina las intersecciones con los ejes de la recta.
- Determina la ecuación de la recta.

2. Dada la siguiente recta



- Determina la pendiente de la recta.
- Determina sus intersecciones con los ejes.
- Determina la ecuación de la recta.

## **Anexo 3**

### **¿Qué vamos a hacer hoy?**

Un póster con las dos preguntas guías: “¿Qué vamos a aprender hoy?” y “Al final de la clase lograremos:”, es un elemento simple que permite al docente comunicar la meta de aprendizaje y los criterios de logro de una clase de manera sencilla y cercana para que los alumnos lo entiendan y de esta forma tengan claro hacia dónde deben llegar. Los estudiantes pueden participar activamente en el proceso ayudando, por ejemplo, a identificar palabras problemáticas en los enunciados del póster o llegar a un acuerdo sobre su significado.

El póster debe estar en un lugar visible dentro de la sala de clases para que puedan monitorear su progreso en relación con la meta.

### **Actividad de palitos**

Palitos con nombre: Para esta estrategia pida a cada estudiante que escriba su nombre en un palo de helado y coloque todos los palitos en un tarro, luego cada vez que realice una pregunta de la clase, seleccione un estudiante para responder sacando un palito. Este sistema de participación y respuestas al azar da la oportunidad a todos, disipando nociones de favoritismo, y los compromete a estar atentos ante la expectativa de ser apelados. En cuanto al docente, puede recolectar evidencia del aprendizaje de todo el curso (y no sólo de quienes siempre participan) e identificar las brechas entre estudiantes para que pueda retroalimentar y tomar decisiones pedagógicas oportunas.

## Anexo 4

### La recta como lugar geométrico

Ejercicios.

- a) Determinar el lugar geométrico de un punto que se mueve de tal forma que sus distancias dados puntos fijos  $R(2, 5)$  y  $S(-3, 2)$  son siempre iguales.
- b) Establecer el lugar geométrico de un punto que se mueve de tal forma que su distancia a un punto fijo de coordenadas  $F(-4, 5)$  y a la recta  $y = -4$  en todo momento es la misma.



# Cuerpos organizados de conocimiento

## *Ecuaciones de la recta*

### *Sesión 2*

#### III. ESTRATEGIA

Se utilizarán los modelos: integrativo Hilda Taba (1965-1967) y enseñanza directa (Bandura, Vygotsky), el primero para mostrar a los alumnos una tabla con las diferentes formas de escritura de la ecuación de la recta con la finalidad de adquirir ese conocimiento y después pueda hacer generalizaciones de la relación de dichas ecuaciones. El segundo modelo se utiliza para desarrollar la habilidad de que al darle al alumno una ecuación pueda transformarla en otro tipo de ecuación, con la finalidad de que cuando se presente un problema o ejercicio el alumno pueda ocupar la forma que más le convenga.

#### IV. SECUENCIA

<b>TIEMPO DIDÁCTICO</b>	Sesión 2 tiempo: 120 minutos Extra clase tiempo: 60 minutos	
<b>OBJETIVO (S) PARTICULAR</b>	Que los alumnos: <ul style="list-style-type: none"><li>• Comparen las diferentes formas de la ecuación de la recta (punto pendiente, general, simétrica) con la que ellos ya conocen (pendiente ordenada al origen)</li><li>• Reconozcan los elementos indispensables para determinar la ecuación de una recta en cualquiera de sus formas.</li><li>• Dada una ecuación de la recta la transforman en las diferentes formas restantes.</li></ul>	
<b>ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE</b>	<b>Inicio (20 min.)</b>	
	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 8 min.</b>
	<b>INTRODUCCIÓN (8 minutos)</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Se plantea el objetivo de la sesión a los alumnos. Llevando a cabo la herramienta: ¿Qué vamos a hacer hoy? <b>Anexo 3</b>(3 min.)</li><li>2. Se revisa la tarea pendiente (segundo ejercicio del Anexo 2)</li><li>3. Se llega a la conclusión que se necesita la distancia entre un punto y la recta y si alguno de los alumnos lo investigó, se le pide pasar a exponerlo.</li><li>4. Una vez encontrado el lugar geométrico se les pregunta a los alumnos si es fácil distinguir de quién se trata.</li><li>5. Y si con el ejercicio anterior también era fácil distinguir que se trataba de la recta.</li><li>6. ¿Por qué no se sabe que es una recta hasta que se gráfica?</li></ol>	

7. Se pretende llegar a que esa forma de ecuación de la recta no se conoce, por lo que hoy aprenderemos las diferentes formas.
8. Se presenta las instrucciones de cómo funciona la actividad de **objetos organizados**  
Primero se trata de presentarles a los alumnos la tabla con las diferentes formas, e ir analizando su contenido.

**El alumno:**

**Duración: 12 min**

5. Entrega de la tarea.
6. Si alguno realizó la investigación de cómo obtener la distancia de un punto a una recta, pasar a explicarlo.
7. Pasar al pizarrón conforme se pide para obtener el lugar geométrico del Anexo2
8. Presta atención a las instrucciones de la actividad.

**Desarrollo (80min)**

**El profesor:**

**Duración: 40 min.**

**Actividad 1 (20 min.)**

1. Se presenta la tabla de ecuaciones de la recta. **Anexo 5**
2. Hay una forma con la que ellos ya están familiarizados que es la pendiente ordenada al origen, deben de ir observando cada una de las ecuaciones y los elementos que componen o definen cada una de ellas y preguntarse si pueden transformar la ecuación que ellos conocen a las nuevas formas.
3. Se sigue analizando la tabla.
4. Se reparte una copia de la tabla.
5. Se revisa el ejemplo para poder llenar la tabla, pasar a la siguiente actividad y se recuerda cómo graficar la recta en su forma pendiente ordenada al origen.

**Actividad 2 (20 min.)**

6. Se hacen equipos de 5 personas.
7. Se reparte copias del material **Anexo 6**
8. Se leen las instrucciones y se comienza a trabajar en equipos las diferentes actividades.
9. El profesor supervisa los trabajos en equipos y funge como guía.

	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 40 min</b>
	<b>Actividad 1 (20 minutos)</b>	
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Participa en el análisis según lo indique el profesor para el llenado de la tabla y se realiza el ejemplo.</li> <li>2. Al recibir la tabla se llena la información faltante.</li> <li>3. Se grafica la recta de ejemplo.</li> <li>4. Se mencionan las dudas.</li> </ol>	
	<b>Actividad 2 (20 minutos)</b>	
	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Se hacen equipos de 5 personas conforme lo indica el profesor.</li> <li>6. Se comienza a realizar los ejercicios del <b>Anexo 6</b></li> <li>7. Es importante que se explique a los compañeros de todo el equipo pues se le puede preguntar a cualquiera del equipo.</li> <li>8. Si hay alguna duda del equipo se pregunta al profesor.</li> </ol>	
	<b>Cierre (20 min.)</b>	
<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 10 minutos</b>	
<b>Actividad 1 (15 minutos)</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se revisan los ejercicios en el pizarrón con ayuda de la estrategia de palitos <b>Anexo 3</b></li> <li>2. Se pide la entrega del material.</li> </ol>		
<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 10 minutos</b>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>3. Pasa al pizarrón con forme lo indique el profesor.</li> <li>4. Se comentan las dudas.</li> <li>5. Se entregan los ejercicios de equipo al profesor.</li> </ol>		
<b>ACTIVIDADES EXTRA CLASE</b>	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 60 minutos</b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Revisa los ejercicios y hace comentarios pertinentes sobre los ejercicios y la evaluación en el trabajo en equipo.</li> </ol>	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 60 min</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Resolver la actividad de tarea para la siguiente sesión.</li> </ol>		
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas	

<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Computadora, cañón o proyector, pizarrón, plumones. Copias de los materiales a utilizar en clase (Anexos 5 y 6)																														
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	3. Anexos 5 y 6																														
<b>EVALUACIÓN</b>	<p>Para la evaluación se recogerán los materiales que se trabajaron con los alumnos, y se revisará y dará una retroalimentación según lo observado, además con ese material se realizará un portafolio de evidencias de trabajo de cada alumno y al final de la unidad será evaluado dicho trabajo.</p> <table border="1" data-bbox="459 737 1437 1255"> <thead> <tr> <th colspan="5" data-bbox="459 737 1437 779"><b>Evaluación formativa</b></th> </tr> <tr> <th data-bbox="459 779 704 856"><b>Tipo de evaluación</b></th> <th data-bbox="704 779 950 856"><b>de</b></th> <th data-bbox="950 779 1195 856"><b>Actividad</b></th> <th data-bbox="1195 779 1437 856"><b>Instrumento</b></th> <th data-bbox="1437 779 1601 856"><b>%Calificación</b></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="459 856 704 1037"><b>Evaluación de conocimiento</b></td> <td data-bbox="704 856 950 1037"><b>de</b></td> <td data-bbox="950 856 1195 1037">Grafica recta con la ecuación pendiente ordenada al origen.</td> <td data-bbox="1195 856 1437 1037">Anexo 5 y 6</td> <td data-bbox="1437 856 1601 1037">20%</td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 1037 704 1108"><b>Evaluación de comprensión</b></td> <td data-bbox="704 1037 950 1108"><b>de</b></td> <td data-bbox="950 1037 1195 1108">Ecuaciones de la recta</td> <td data-bbox="1195 1037 1437 1108">Anexo 5</td> <td data-bbox="1437 1037 1601 1108">30%</td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 1108 704 1180"><b>Evaluación aplicación</b></td> <td data-bbox="704 1108 950 1180"></td> <td data-bbox="950 1108 1195 1180">Transformación de ecuaciones.</td> <td data-bbox="1195 1108 1437 1180">Anexo 6</td> <td data-bbox="1437 1108 1601 1180">40%</td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 1180 704 1255"><b>Participación en clase</b></td> <td data-bbox="704 1180 950 1255"><b>en</b></td> <td data-bbox="950 1180 1195 1255">Palitos</td> <td data-bbox="1195 1180 1437 1255">Anexo 3</td> <td data-bbox="1437 1180 1601 1255">10%</td> </tr> </tbody> </table>	<b>Evaluación formativa</b>					<b>Tipo de evaluación</b>	<b>de</b>	<b>Actividad</b>	<b>Instrumento</b>	<b>%Calificación</b>	<b>Evaluación de conocimiento</b>	<b>de</b>	Grafica recta con la ecuación pendiente ordenada al origen.	Anexo 5 y 6	20%	<b>Evaluación de comprensión</b>	<b>de</b>	Ecuaciones de la recta	Anexo 5	30%	<b>Evaluación aplicación</b>		Transformación de ecuaciones.	Anexo 6	40%	<b>Participación en clase</b>	<b>en</b>	Palitos	Anexo 3	10%
<b>Evaluación formativa</b>																															
<b>Tipo de evaluación</b>	<b>de</b>	<b>Actividad</b>	<b>Instrumento</b>	<b>%Calificación</b>																											
<b>Evaluación de conocimiento</b>	<b>de</b>	Grafica recta con la ecuación pendiente ordenada al origen.	Anexo 5 y 6	20%																											
<b>Evaluación de comprensión</b>	<b>de</b>	Ecuaciones de la recta	Anexo 5	30%																											
<b>Evaluación aplicación</b>		Transformación de ecuaciones.	Anexo 6	40%																											
<b>Participación en clase</b>	<b>en</b>	Palitos	Anexo 3	10%																											

**Anexo 6**

Instrucciones: En equipos realicen los siguientes ejercicios, es indispensable que todo el equipo tenga claro los ejercicios ya que al final se preguntará a cualquier integrante del equipo y se evaluará con lo respondido por ese integrante.

Ejercicios:

- a) Tres vértices de un paralelogramo son los puntos  $A\left(-\frac{11}{2}, 0\right)$ ,  $B(0,5)$ ,  $C(-5,8)$  Encuentra las ecuaciones de los lados que pasan por AB y por BC.
- b) Escribe la ecuación de la recta que interseca al eje de las ordenadas 7 unidades hacia abajo del origen y tiene una pendiente negativa de  $\frac{5}{2}$ .
- c) Escribe la ecuación, en su forma general, de una recta perpendicular a otra que pasa por los puntos  $A(-2, -3)$ ,  $B(5,1)$
- d) Escribe la ecuación simétrica de la recta cuya pendiente es  $m = \frac{3}{5}$  y pasa por el punto  $A(-1, 5)$



Formas de la ecuación de la recta				
	Forma ordinaria o pendiente ordenada al origen.	Forma Escriba aquí la ecuación.punto pendiente	Forma general	Forma simétrica
Ecuación	$y = mx + b$	$y - y_1 = m(x - x_1)$	$Ax + By + C = 0$	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
Elementos de la ecuación recta	$m = pendiente$ (mide la inclinación de la recta) $b = ordenada al origen$ (corte eje Y)	$m = pendiente$ $(x_1, y_1)$ son las coordenadas de un punto que pertenece a la recta.	$A, B, C$ son coeficientes reales.	$a = abscisa al origen$ $a = -$ $b = ordenada al origen$ $b = -$
Utilización	Con esta forma se obtiene claramente la pendiente y la ordenada al origen lo que ayuda a graficar rápidamente la recta.	Se utiliza esta forma cuando se conoce la pendiente y sólo un punto de la recta.	Esta ecuación está igualada a cero, y se utiliza cuando se quiere calcular la distancia de un punto a una recta.	Se utiliza para ver claramente las intersecciones de la recta con los ejes, lo que también facilita realizar la gráfica de la recta.
Observaciones				

<b>Ejemplo</b>	<b>Recta</b> $y = \frac{2}{3}x - 4$			
<b>Gráfica</b>				



## Transformación de la ecuación de la recta

### *Ecuaciones de la recta*

#### *Sesión 3*

### III. ESTRATEGIA

Se utilizarán el modelo de enseñanza directa (Bandura, Vygotsky), este modelo se utiliza para desarrollar la habilidad de que al darle al alumno una ecuación pueda transformarla en otro tipo de ecuación, con la finalidad de que cuando se presente un problema o ejercicio el alumno pueda ocupar la forma que más le convenga.

### IV. SECUENCIA

<b>TIEMPO DIDÁCTICO</b>	Sesión 3 tiempo: 60 minutos	
<b>OBJETIVO (S) PARTICULAR</b>	Que los alumnos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una ecuación de la recta la transformen en las diferentes formas restantes.</li> </ul>	
<b>ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE</b>	<b>Inicio (15 min.)</b>	
	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 8 min.</b>
	<b>INTRODUCCIÓN (8 minutos)</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se pregunta a los alumnos si hay dudas de la actividad anterior.</li> <li>2. Se plantean los errores cometidos en la actividad anterior y se corrigen. (5 min)</li> <li>3. Se plantea el objetivo de la sesión a los alumnos. Llevando a cabo la herramienta ¿Qué vamos a hacer hoy? <b>Anexo 3</b>(3 min.)</li> <li>4. El profesor reparte a cada alumno una ecuación diferente, y da las instrucciones. (5min.)</li> </ol>	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 12 min</b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Presta atención a las instrucciones de la actividad.</li> <li>2. Indica qué forma de la ecuación ha recibido, y procede a transformarla en las otras restantes.</li> </ol>	
<b>Desarrollo (300min)</b>		

	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 40 min.</b>
	<b>Actividad 1 (15 min.)</b>	
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Debe de estar pendiente a las preguntas, de los alumnos y guiarles.</li> <li>2. Una vez transformado su ecuación se revisa y se resuelven las dudas.</li> <li>3. Si se pasa al pizarrón a algún alumno se realiza con ayuda de la estrategia de palitos.</li> </ol>	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 40 min</b>
	<b>Actividad 1 (15 minutos)</b>	
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pasar al pizarrón con forme se pide para explicar lo que realizó y expresar sus dudas del procedimiento.</li> <li>2. Presta atención a sus compañeros.</li> </ol>	
	<b>Cierre (15 min.)</b>	
<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 10 minutos</b>	
<b>Actividad 1 (15 minutos)</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se revisan los ejercicios en el pizarrón con ayuda de la estrategia de palitos <b>Anexo 3</b></li> <li>2. Se pide la entrega del material.</li> </ol>		
<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 10 minutos</b>	
Pasa al pizarrón con forme lo indique el profesor.		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se comentan las dudas.</li> <li>2. Se entregan los ejercicios de equipo al profesor.</li> </ol>		
<b>ACTIVIDADES EXTRA CLASE</b>	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 60 minutos</b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>3. Revisa los ejercicios y hace comentarios pertinentes sobre los ejercicios y la evaluación en el trabajo en equipo.</li> </ol>	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 60 min</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>3. Resolver la actividad de tarea para la siguiente sesión.</li> </ol>		
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas.	
<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Pizarrón, plumones.	

<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	Entrega de la ecuación y su transformación.															
<b>EVALUACIÓN</b>	<p>Para la evaluación se recogerán los materiales que se trabajaron con los alumnos, y se revisará y dará una retroalimentación según lo observado, además con ese material se realizará un portafolio de evidencias de trabajo de cada alumno y al final de la unidad será evaluado dicho trabajo.</p> <table border="1" data-bbox="459 617 1437 810"> <thead> <tr> <th colspan="5" data-bbox="459 617 1437 659">Evaluación formativa</th> </tr> <tr> <th data-bbox="459 659 704 737">Tipo de evaluación</th> <th data-bbox="704 659 948 737">de</th> <th data-bbox="948 659 1192 737">Actividad</th> <th data-bbox="1192 659 1437 737">Instrumento</th> <th data-bbox="1437 659 1599 737">%Calificación</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="459 737 704 810">Evaluación de conocimiento</td> <td data-bbox="704 737 948 810">de</td> <td data-bbox="948 737 1192 810">Transformación de la ecuación</td> <td data-bbox="1192 737 1437 810"></td> <td data-bbox="1437 737 1599 810">100%</td> </tr> </tbody> </table>	Evaluación formativa					Tipo de evaluación	de	Actividad	Instrumento	%Calificación	Evaluación de conocimiento	de	Transformación de la ecuación		100%
Evaluación formativa																
Tipo de evaluación	de	Actividad	Instrumento	%Calificación												
Evaluación de conocimiento	de	Transformación de la ecuación		100%												

$12x - 6y - 4 = 0$	$y = -\frac{5}{4}x - \frac{3}{2}$	$y = \frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$	$-5x + 6y - 2 = 0$
$-\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 1$	$-\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$	$-\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$	$y = -3x - \frac{7}{5}$
$y = -4x + \frac{5}{2}$	$8x + 6y - 7 = 0$	$\frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 1$	$8x - 4y - 12 = 0$
$7x + 8y - 15 = 0$	$y = -4x - \frac{1}{2}$	$4x + 2y - 10 = 0$	$-\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 1$
$y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$	$-\frac{x}{5} - \frac{y}{6} = 1$	$-4x - 6y + 5 = 0$	$y = -\frac{5}{6}x - 7$

## Aprendizaje cooperativo

### Ejercicios de aplicación

#### Sesión 4

### III. ESTRATEGIA

Se utilizará el modelo: Cooperativo Slavin (1986-1995) para que los alumnos puedan resolver problemas que involucren a la recta como lugar geométrico.

### IV. SECUENCIA

<b>TIEMPO DIDÁCTICO</b>	Sesión 2 tiempo: 120 minutos Extra clase tiempo: 60 minutos	
<b>OBJETIVO (S) PARTICULAR</b>	<p>Que los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelvan problemas que involucren a la recta como lugar geométrico, para ver su aplicación.</li> </ul>	
<b>ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE</b>	<b>Inicio (20 min.)</b>	
	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 8 min.</b>
	<b>INTRODUCCIÓN (8 minutos)</b>	
	<ol style="list-style-type: none"> <li>El profesor habiendo revisado los ejercicios de la clase pasada, resuelve las dudas y plantea los errores presentados en la actividad para poder resolverlos y esclarecer las diferentes dudas.</li> <li>Plantea el objetivo de la clase y la forma de trabajo.</li> </ol>	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 12 min</b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>Plantea sus dudas de la clase anterior.</li> <li>Escucha las instrucciones del profesor y la forma de trabajo.</li> </ol>	
	<b>Desarrollo (80min)</b>	
<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 40 min.</b>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>Se hacen equipos de 5 personas</li> <li>Se reparten las copias del <b>anexo 7</b></li> <li>Se pide a los alumnos trabajar en equipos, para cumplir las metas de los ejercicios.</li> <li>El profesor supervisa el trabajo de los estudiantes, y guía a los alumnos en sus dudas y cuestionamientos.</li> </ol>		

	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 40 min</b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Hace equipos de 5 personas</li> <li>2. Escucha las instrucciones y forma de trabajo.</li> <li>3. Resuelve el problema con ayuda de su equipo.</li> <li>4. Si tienen alguna duda primero comenta con sus compañeros y después con el profesor.</li> <li>5. Llega a la resolución del problema.</li> </ol>	
	<b>Cierre (20 min.)</b>	
	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 10 minutos</b>
	<b>Actividad 1 (15 minutos)</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Se revisan los ejercicios en el pizarrón con ayuda de la estrategia de palitos <b>Anexo 3</b></li> <li>4. Se pide la entrega del material.</li> </ol>	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 10 minutos</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>6. Pasa al pizarrón conforme lo indique el profesor.</li> <li>7. Se comentan dudas.</li> <li>8. Se entregan los ejercicios de equipo al profesor.</li> </ol>		
<b>ACTIVIDADES EXTRA CLASE</b>	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 60 minutos</b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Revisa los ejercicios y hace comentarios pertinentes sobre los ejercicios y la evaluación en el trabajo en equipo.</li> </ol>	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 60 min</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Realización de la tarea para la siguiente sesión. (Cuáles son las rectas y puntos notables del triángulo)</li> </ol>		
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas	
<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Pizarrón, plumones. Copias de los materiales a utilizar en clase (Anexos 7)	
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	Anexos 7	

**EVALUACIÓN**

Para la evaluación se recogerán los materiales que se trabajaron con los alumnos, y se revisará y dará una retroalimentación según lo observado, además con ese material se realizará un portafolio de evidencias de trabajo de cada alumno y al final de la unidad será evaluado dicho trabajo.

**Evaluación formativa**

<b>Tipo de evaluación</b>	<b>de</b>	<b>Actividad</b>	<b>Instrumento</b>	<b>%Calificación</b>
<b>Evaluación de comprensión</b>		Planteamiento del problema	Anexo 7	30%
<b>Evaluación aplicación</b>		Resolución del problema	Anexo 7	40%
<b>Participación en clase</b>		Palitos	Anexo 3	10%

Anexo 7

**Ejercicios de aplicación.**

1. Juan viaja de la Ciudad de México a Idaho a ver a su prima Ana, al bajar del avión le dijeron que la temperatura era de  $45^\circ$  Fahrenheit. Él no sabe a qué se refieren y busca en el celular y sale lo siguiente:  
La relación que existe entre los grados Celsius y los Fahrenheit es que a  $0^\circ\text{C}$  se le asocia  $32^\circ\text{F}$ , que corresponde al punto de congelación del agua a nivel del mar. A  $100^\circ\text{C}$  se le asocia  $212^\circ\text{F}$  que corresponden al punto de ebullición del agua a nivel del mar.
  - a) ¿A qué temperatura corresponden los  $45^\circ$  Fahrenheit en Centígrados?
  - b) Hallar la relación lineal que existe entre estas dos escalas de temperatura.
  - c) Expresar la ecuación lineal de inciso b) en sus diferentes formas.
  
2. Estudios oceanográficos indican que la temperatura del agua de mar desciende a medida que la profundidad aumenta. En cierto lugar del Golfo de México (cuya profundidad máxima se estima que es de 2700 metros), se extraen muestras a diferentes profundidades y se encontró que a 150 metros de profundidad la temperatura es  $19.7^\circ\text{C}$  mientras que a 500 metros de profundidad la temperatura es de  $5^\circ\text{C}$ . Si se supone que este comportamiento es lineal.
  - a) Hallar el modelo matemático que permite estimar la temperatura del agua de mar a diferentes profundidades.
  - b) ¿Cuál es la temperatura del agua en la superficie?
  - c) ¿Qué temperatura hay a 1200 metros de profundidad?
  - d) ¿A qué profundidad se registra una temperatura de  $-9^\circ\text{C}$ ?
  - e) ¿Cuál es la menor temperatura que puede registrarse en el Golfo de México?
  
3. Andrea y sus dos amigas quieren rentar un departamento que les quede cerca de la universidad y recurren a una inmobiliaria que maneja un edificio con 100 departamentos. Pero les proponen dos alternativas para pagar la renta de un departamento en esa zona. La primera es que se tiene que pagar una renta de  $\$4700.00$  mensuales y la segunda es que la renta mensual por cuarto es de  $\$3800$  si todos están ocupados, pero cuando sólo hay 94 departamentos ocupados la renta mensual es de  $\$4250$ . Si se supone que la relación de la renta mensual y la demanda es lineal.
  - a) Escribir una ecuación para cuando la renta varía según los departamentos ocupados.
  - b) Si tu fueras el que quiere rentar el departamento ¿qué opción eliges y por qué?
  - c) Predecir el número de unidades ocupadas si la renta fuera de  $\$4550$ .
  - d) Si las jóvenes eligen la opción dos ¿cuál es el número de departamentos que deben de estar rentados para que no paguen más que la renta fija?



## Exposición y discusión

### Rectas y puntos notables de la recta

#### Sesión 5

### III. ESTRATEGIA

Se utilizará el modelo de exposición y discusión de David Ausbel (1963-1968) esto con la finalidad de utilizar lo que los alumnos ya saben de las rectas y el trazo de puntos notables del triángulo con regla y compás, y construir sobre ese conocimiento cómo llevarlo a la geometría encontrando las ecuaciones de esas rectas y las coordenadas de dichos puntos, esto se presentará de forma sistemática con ayuda de una tabla y una serie de preguntas para comprometer a los alumnos en el proceso del aprendizaje además de que relacionen la información y se llegue a su comprensión y relación.

### IV. SECUENCIA

TIEMPO DIDÁCTICO	Sesión 2 tiempo: 120 minutos Extra clase tiempo: 60 minutos	
OBJETIVO (S) PARTICULAR	Que los alumnos: <ul style="list-style-type: none"><li>• Reconozcan los elementos necesarios para obtener las ecuaciones de las rectas notables del triángulo.</li><li>• Obtengan los puntos notables del triángulo según las ecuaciones obtenidas.</li></ul>	
ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE	<b>Inicio (30 min.)</b>	
	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 15 min.</b>
	<b>INTRODUCCIÓN (20 minutos)</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. El profesor reparte el material del <b>Anexo 8 Rectas notables.</b></li><li>2. Plantea el objetivo de la sesión.</li><li>3. Da las instrucciones: “De manera individual tienen que trazar las rectas notables (bisectriz, mediatriz, mediana y altura) de cada lado en cada triángulo y responden las preguntas, estas rectas ya saben los alumnos trazarlas con regla y compás.</li><li>4. El profesor recuerda algunos conceptos de estas rectas y puntos, ya que seguramente habrá alumnos que no las recuerden.</li></ol>	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 15 min</b>

1. Entrega la tarea.
2. Presta atención a las instrucciones de la actividad.
3. Traza las rectas y puntos notables con regla y compás en el anexo 8 que entregó el profesor.
4. Si tienes alguna duda o no recuerdas cómo trazar alguna de esas líneas pide ayuda al profesor.

**Desarrollo (50min)**

**El profesor:**

**Duración: 20 min.**

**Actividad 1 (10 min.)**

1. Se reparten copias del **Anexo 9 Rectas notables parte 2**.
2. Se comienza a llenar el cuadro y sobre todo a discutir los renglones 2,3,4 y 5 en plenaria y para ir preguntando a los alumnos se utiliza la estrategia de palitos **Anexo 3**
3. Aclara algunos conceptos e ideas que los alumnos vayan expresando.
4. Verifica que llénela tabla.

**Actividad 2 (10 min.)**

5. Se presentan las coordenadas de los vértices de un triángulo para obtener sus rectas y puntos notables.
6. Se dividen a los alumnos en equipos de cinco personas y a cada uno se le asigna una recta notable.
7. Se les pide encontrar los elementos necesarios para obtener la recta.
8. Se les pide obtener la recta y un representante del equipo pasa a explicar cómo se obtuvo la recta correspondiente.

**El alumno:**

**Duración: 30 min**

**Actividad 1 (10 minutos)**

1. Con la discusión de cada concepto de la recta y cómo llevara al plano cartesiano se llena el cuadro del Anexo 9.
2. Expresan dudas sobre algún concepto o algo que no quede claro de las rectas y puntos notables, sobre todo porque se rescatan conocimientos antes vistos, si el alumno no se acuerda de alguno debe expresarlo.
3. Terminar de llenar la tabla.

**Actividad 2 (20 minutos)**

4. Se hacen equipos de 5 personas conforme lo indica el profesor.
5. Se comienza a encontrar los elementos necesarios para obtener la recta notable asignada por el profesor **Anexo 9**
6. Se escoge a un representante del equipo.
7. Si hay alguna duda de equipo para obtener la ecuación de la recta se pregunta al profesor.

	8. Pasa al pizarrón.	
	<b>Cierre (40 min.)</b>	
	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 10 minutos</b>
	<b>Actividad 1 (15 minutos)</b>	
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Una vez obtenida la ecuación de cada recta notable de cada equipo, se procede a recordar cómo se resuelve un sistema de ecuaciones de <math>2 \times 2</math>, esto con la finalidad de encontrar el punto notable que forman cada una de las rectas.</li> <li>2. Se les pregunta ¿por qué solo basta con tomar dos ecuaciones y nos las tres? ¿Cuáles ecuaciones conviene tomar o si no hay diferencia?</li> <li>3. Se responden las dudas de toda la actividad.</li> <li>4. Se les pide que de tarea encuentren los otros dos puntos que les hacen falta cada equipo.</li> </ol>	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 10 minutos</b>
<b>ACTIVIDADES EXTRA CLASE</b>	<b>Actividad 1</b>	
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se presta atención a cómo resolver un sistema de ecuaciones de <math>2 \times 2</math>, en caso de que se recuerde se obtiene o realiza a la par del profesor.</li> <li>2. Se responden las preguntas del profesor.</li> <li>3. Se plantean las dudas de la actividad.</li> <li>4. Se apunta la tarea.</li> </ol>	
	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 60 minutos</b>
	5. Revisa los ejercicios y trabajo de las carpetas de los alumnos, hacer las observaciones pertinentes a cada alumno.	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 60 min</b>
	5. Terminar la actividad de encontrar las rectas y puntos notables que faltaron en clase.	
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas	
<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Juego de geometría, pizarrón, plumones. Copias de los materiales a utilizar en clase (Anexos 8 y 9)	
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	4. Anexos 8 y 9	

<b>EVALUACIÓN</b>	<p>Para la evaluación se recogerán los materiales que se trabajaron con los alumnos, y se revisará, y dará una retroalimentación según lo observado, además con ese material se realizará un portafolio de evidencias de trabajo de cada alumno y al final de la unidad será evaluado dicho trabajo.</p> <table border="1" data-bbox="459 533 1438 1157"> <thead> <tr> <th colspan="5" data-bbox="459 533 1438 573"><b>Evaluación formativa</b></th> </tr> <tr> <th data-bbox="459 573 704 653"><b>Tipo de evaluación</b></th> <th data-bbox="704 573 950 653"><b>Actividad</b></th> <th data-bbox="950 573 1192 653"><b>Instrumento</b></th> <th colspan="2" data-bbox="1192 573 1438 653"><b>%Calificación</b></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="459 653 704 762"><b>Evaluación de conocimiento</b></td> <td data-bbox="704 653 950 762">Trazo de las rectas notables con regla y compás</td> <td data-bbox="950 653 1192 762">Anexo 8</td> <td colspan="2" data-bbox="1192 653 1438 762">20%</td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 762 704 942"><b>Evaluación de comprensión</b></td> <td data-bbox="704 762 950 942">Obtención de los elementos que se requieren para la obtención de la recta notable</td> <td data-bbox="950 762 1192 942">Anexo 9</td> <td colspan="2" data-bbox="1192 762 1438 942">30%</td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 942 704 1085"><b>Evaluación aplicación</b></td> <td data-bbox="704 942 950 1085">Encontrar la recta notable y el punto notable de un triángulo.</td> <td data-bbox="950 942 1192 1085">Anexo 9</td> <td colspan="2" data-bbox="1192 942 1438 1085">40%</td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 1085 704 1157"><b>Participación en clase</b></td> <td data-bbox="704 1085 950 1157">Palitos</td> <td data-bbox="950 1085 1192 1157">Anexo 3</td> <td colspan="2" data-bbox="1192 1085 1438 1157">10%</td> </tr> </tbody> </table>	<b>Evaluación formativa</b>					<b>Tipo de evaluación</b>	<b>Actividad</b>	<b>Instrumento</b>	<b>%Calificación</b>		<b>Evaluación de conocimiento</b>	Trazo de las rectas notables con regla y compás	Anexo 8	20%		<b>Evaluación de comprensión</b>	Obtención de los elementos que se requieren para la obtención de la recta notable	Anexo 9	30%		<b>Evaluación aplicación</b>	Encontrar la recta notable y el punto notable de un triángulo.	Anexo 9	40%		<b>Participación en clase</b>	Palitos	Anexo 3	10%	
<b>Evaluación formativa</b>																															
<b>Tipo de evaluación</b>	<b>Actividad</b>	<b>Instrumento</b>	<b>%Calificación</b>																												
<b>Evaluación de conocimiento</b>	Trazo de las rectas notables con regla y compás	Anexo 8	20%																												
<b>Evaluación de comprensión</b>	Obtención de los elementos que se requieren para la obtención de la recta notable	Anexo 9	30%																												
<b>Evaluación aplicación</b>	Encontrar la recta notable y el punto notable de un triángulo.	Anexo 9	40%																												
<b>Participación en clase</b>	Palitos	Anexo 3	10%																												

<b>COMENTARIOS ADICIONALES</b>	<p>Esta planeación está hecha para grupos de 25 alumnos máximo.</p> <p>Se aconseja pedir a los alumnos descarga el programa de GeoGebra ya sea en el celular o tableta.</p>
--------------------------------	---

# Anexo 2

# Examen de

# la recta



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
 COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES "PLANTEL SUR"  
 MATEMÁTICAS III  
 TERCER EXAMEN PARCIAL  
 "LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA"



5.5

Profesora: Karen Alejandra Carmona Romero

Nombre: Valeria García Campos

Grupo: 364-A

c) la 2da porque pienso que me pagarán mal

1. Gabriel quiere entrar a trabajar a una empresa encargada de los autobuses que van de metro Constitución a metro barranca del muerto, él ya paso todos los exámenes y sólo le falta decidir la forma de pago, ya que la empresa le plantea dos situaciones:

1°. Le pagará \$12 pesos por vuelta (ir de metro a metro, en promedio son 50 min) más una cuota fija de \$72 por día.

2°. Le pagará \$18 pesos por hora más una cuota fija \$95

$$\textcircled{1} \quad Y = 12x + 72$$

$$\textcircled{2} \quad Y = 18x + 95$$

a) Plantea una expresión algebraica para las diferentes formas de pago que le ofrecen a Gabriel.

b) Grafica las expresiones algebraicas que planteaste en el inciso a)

c) ¿Si tu fueras Gabriel que forma de pago elegirías? ¿por qué?

d) Transforma la primera expresión algebraica a su forma general.

e) Transforma la segunda expresión algebraica a su forma simétrica.

General

$$\textcircled{1} \quad 12x - 1Y + 72 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 18x - 1Y + 95 = 0$$

Simétrica

$$\textcircled{1} \quad \frac{x}{6} + \frac{Y}{12} = 1$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{x}{16} + \frac{Y}{18} = 1$$

2. Se requiere construir un hospital tal que cumpla lo siguiente: que se encuentre a la misma distancia de tres pueblos que forman un triángulo cuyas coordenadas son A(2,2), B(1,4) y C(0,0).

a) Calcula la distancia que existe entre el pueblo A y el B  $\sqrt{5}$

b) Hallar la ecuación de la recta que forman los pueblos A y C la ecuación de su altura y mediana

c) Al formar el triángulo encuentra el ángulo A

d) Hallar la ubicación (coordenadas) que debe tener el hospital





UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
 COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES "PLANTEL SUR"  
 MATEMÁTICAS III  
 TERCER EXAMEN PARCIAL  
 "LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA"



AS

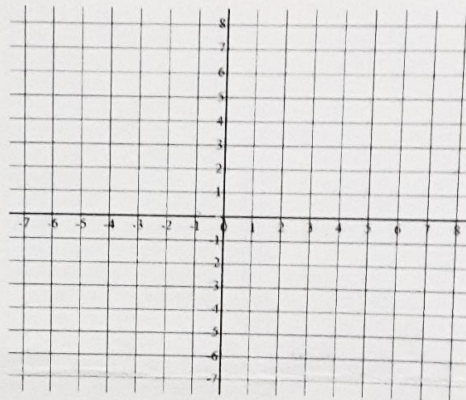
Profesor: Martín Eduardo Monterrosa Hernández

Nombre: Valeria García Campos Grupo: 364-A

1.- Graficar las siguientes rectas:

Grafico en la hoja. (25 puntos)

- ✓ a)  $y = -2x + 3$
- ✓ b)  $y = -1 - x$
- ✓ c)  $y = -\frac{3}{2}$
- d)  $2x - 3y + 12 = 0$
- ✓ e)  $x = 5$



☺  
20

✓ 2.- Determinar la **ecuación general** de la recta perpendicular a la recta  $5x - 2y + 10 = 0$  que pasa por el punto en el que se cortan las rectas  $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 5y = -9 \end{cases}$  ..... (15 puntos)

10

✓ 3.- Transforma a la **ecuación ordinaria** la recta:  $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2/5} = 1$  ..... (15 puntos)

$y = \frac{x}{10} + \frac{2}{5}$

15

4.- Sea el triángulo cuyos vértices son los puntos  $A(-6, 1)$ ,  $B(2, -4)$  y  $C(5, -3)$ . Hallar: ..... (25 puntos)

- a) Su área
- b) Ángulo B
- c) Ecuación de la Altura AB
- d) Ecuación de la Mediana BC
- e) Ecuación del lado b

5.- Estudios oceanográficos indican que la temperatura del agua de mar desciende linealmente a medida que la profundidad aumenta. En un estudio en el Golfo de México (cuya profundidad máxima se estima que es 2600 metros), se midió que la temperatura del agua a 150 metros de profundidad es  $19.7^\circ\text{C}$  y en la superficie es de  $26^\circ\text{C}$  ..... (20 puntos)

- a) Determinar la ecuación de temperatura en función de la profundidad
- b) Explicar el significado de la pendiente de la recta.
- c) ¿Qué temperatura hay a 400 metros de profundidad?
- d) ¿A qué profundidad se tendrá una temperatura de  $-4^\circ\text{C}$ ?
- e) ¿Cuál es la menor temperatura que se puede registrar en el Golfo de México?

¿4? esto?

# Anexo 3





# ESTRATEGIA DIDÁCTICA

## Función exponencial y logarítmica



### I. DATOS GENERALES

PROFESOR(A)	Karen Alejandra Carmona Romero
ASIGNATURA	Matemáticas IV
SEMESTRE ESCOLAR	Cuarto semestre
PLANTEL	Colegio de Ciencias y Humanidades Plante Sur
FECHA DE ELABORACIÓN	14 marzo 2018

### II. PROGRAMA

UNIDAD TEMÁTICA	Unidad III Función exponencial y logarítmica
PROPÓSITO(S) DE LA UNIDAD	Al finalizar, el alumno: Utilizará las funciones exponencial y logarítmica para representar formas de variación de fenómenos de la naturaleza, que éstas permitan modelar. Retomará los conceptos de dominio y rango, así como el análisis de las relaciones entre los parámetros de estas funciones y su gráfica.
APRENDIZAJE(S)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Explora situaciones o fenómenos que corresponden a crecimiento o decaimiento exponencial, las relaciones o condiciones existentes y analiza las formas de variación.</li><li>• Identifica patrones de cambio involucrados en el crecimiento o decrecimiento de una función exponencial y bosqueja su gráfica.</li><li>• Identifica el dominio y rango de una función exponencial y traza su gráfica.</li><li>• Analiza la relación entre las gráficas de funciones exponenciales con diferentes bases incluyendo el número e.</li><li>• Resuelven problemas en diferentes contextos, que se modelen con funciones exponenciales.</li><li>• Comprende el concepto de logaritmo de un número base <math>b</math> y las relaciones: <math>b^y = x \leftrightarrow y = \log_b x</math></li><li>• Opera con logaritmos de distintas bases y aplica sus propiedades.</li><li>• Grafica funciones logarítmicas e identifica su dominio y rango.</li><li>• Verifica mediante gráficas o tablas que la función logarítmica es la función inversa de la exponencial.</li><li>• Resuelve problemas en diferentes contextos que se modelen con funciones logarítmicas y exponenciales.</li><li>• Resuelve problemas de aplicación empleando los conocimientos</li></ul>



## ESTRATEGIA DIDÁCTICA

### *Función exponencial y logarítmica*



	adquiridos anteriormente.
<b>OBJETIVO GENERAL</b>	Que los alumnos: <ul style="list-style-type: none"><li>• Aplica los conocimientos de funciones y ecuaciones tanto exponenciales como logarítmicas para la resolución de problemas que se modelan a través de este tipo de funciones.</li></ul>
<b>TEMA(S)</b>	Función exponencial Leyes de los exponentes Ecuaciones exponenciales Función logarítmica Propiedades del logaritmo Ecuaciones logarítmicas

## III. ESTRATEGIA

Se utilizará el modelo Inductivo de Prince (2007) y de enseñanza directa de (Bandura y Vygotsky) el primero con la intención de rescatar los conocimientos previos que tienen los alumnos sobre exponentes y dónde han escuchado hablar de ellos y el segundo para que a través de esos conocimientos el alumno puedan construir la forma que tiene una función exponencial y sus características, con la finalidad de que puedan, al final de la sesión, escribir la definición de la función exponencial sin que el profesor la enuncie directamente, para esto se utilizarán materiales impresos.

## IV. SECUENCIA

<b>TIEMPO DIDÁCTICO</b>	Sesión 1 tiempo: 80 minutos Extra clase tiempo: 30									
<b>APRENDIZAJE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El alumno: Explora situaciones o fenómenos que corresponden a crecimiento o decaimiento exponencial, las relaciones o condiciones existentes y analiza las formas de variación.</li> </ul> <p>Indicativo</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>El alumno: Describe analítica y gráficamente el comportamiento de las funciones exponenciales.</li> </ul>									
<b>OBJETIVO(S) PARTICULAR</b>	Los alumnos: Describen la forma algebraica de una función exponencial y sus elementos y las condiciones que deben cumplir éstos para que quede bien definida.									
<b>ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE</b>	<p><b>Inicio</b></p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td colspan="2"><b>Introducción</b></td> </tr> <tr> <td colspan="2"><b>Actividad 1 (20 minutos)</b></td> </tr> <tr> <td><b>El Profesor</b></td> <td><b>El Alumno</b></td> </tr> <tr> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea el objetivo de la clase.</li> <li>Enumera las actividades planteadas para la sesión.</li> <li>Reparte copias del <b>Anexo 1</b> que es la actividad diagnóstica, en donde se rescatan los conocimientos previos del alumno.</li> </ul> </td> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>Escucha el objetivo de la clase, en caso de que éste no quede claro lo expresa al profesor.</li> <li>Escuchas las instrucciones de trabajo y comienza a trabajar con el <b>Anexo 1</b>.</li> </ul> </td> </tr> </table>		<b>Introducción</b>		<b>Actividad 1 (20 minutos)</b>		<b>El Profesor</b>	<b>El Alumno</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea el objetivo de la clase.</li> <li>Enumera las actividades planteadas para la sesión.</li> <li>Reparte copias del <b>Anexo 1</b> que es la actividad diagnóstica, en donde se rescatan los conocimientos previos del alumno.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Escucha el objetivo de la clase, en caso de que éste no quede claro lo expresa al profesor.</li> <li>Escuchas las instrucciones de trabajo y comienza a trabajar con el <b>Anexo 1</b>.</li> </ul>
<b>Introducción</b>										
<b>Actividad 1 (20 minutos)</b>										
<b>El Profesor</b>	<b>El Alumno</b>									
<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea el objetivo de la clase.</li> <li>Enumera las actividades planteadas para la sesión.</li> <li>Reparte copias del <b>Anexo 1</b> que es la actividad diagnóstica, en donde se rescatan los conocimientos previos del alumno.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Escucha el objetivo de la clase, en caso de que éste no quede claro lo expresa al profesor.</li> <li>Escuchas las instrucciones de trabajo y comienza a trabajar con el <b>Anexo 1</b>.</li> </ul>									

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lee con el alumno las instrucciones de la actividad y se encarga de que todos tengan claras dichas instrucciones.</li> <li>• Pide a los alumnos que una vez terminada la actividad, intercambien sus materiales, para ser evaluados por un compañero.</li> <li>• En plenaria revisan cada uno de los puntos de la actividad y los califican.</li> <li>• Retroalimenta y escucha las opiniones de los alumnos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Termina la actividad en el tiempo establecido por el profesor.</li> <li>• Una vez terminada la actividad intercambian sus materiales</li> <li>• Revisa el trabajo de otro compañero con forme lo indique el profesor.</li> <li>• Expresa sus dudas e inquietudes al profesor.</li> </ul>
--	---	---

**Desarrollo**

<b>Actividad 2 (30 minutos)</b>	
<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor reparte copias del <b>Anexo 2</b> y da lectura del propósito y las instrucciones.</li> <li>• Dirige cada punto del anexo y escribe las conclusiones del alumno en cada punto.</li> <li>• Revisa que los alumnos hagan anotaciones en sus copias.</li> <li>• Resuelve las dudas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Atiende a las instrucciones y la forma de trabajo de la actividad.</li> <li>• Enuncia las conclusiones a las que llega en cada punto.</li> <li>• Expresa sus dudas y comentarios de la actividad.</li> </ul>

**Cierre**

<b>Actividad 3 (10 minutos)</b>	
<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pide a los alumnos escribir</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escribe una definición de</li> </ul>

	<p>una definición de función exponencial, con todas las conclusiones a las que llegaron en la actividad pasada y escribirla en la última parte del Anexo2.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega la definición escrita.</li> <li>• Pide la tarea de investigar las leyes de los exponentes.</li> </ul>	<p>función exponencial que cumpla con las características observadas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La expresa al profesor y la entrega.</li> </ul>
<b>ACTIVIDADES EXTRA CLASE</b>	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 60 minutos</b>
	1. Revisa las definiciones escritas por los alumnos, y escribe observaciones para revisarlas la próxima clase.	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 60 min</b>
	1. Realizar la tarea de investigación que pidió el profesor.	
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas.	
<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Pizarrón, plumones, Copias de los materiales a utilizar en clase (Anexos)	
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Anexo de Diagnóstico</li> <li>2. Definición escrita de función exponencial.</li> </ol>	
<b>EVALUACIÓN</b>	<p>Se lleva a cabo una evaluación diagnóstica, a través de un cuestionario.</p> <p>Se lleva a cabo una evaluación formativa a lo largo de las actividades.</p> <p>Para evaluar el objetivo, se pide a los alumnos la definición de una función exponencial por escrito.</p>	

## Anexo 1: ¿Qué es una función exponencial?

**Objetivo:** Describir la forma algebraica y gráfica de una función exponencial.

1. ¿Qué entiendes por función exponencial?

---



---



---

2. ¿En alguna ocasión has escuchado hablar de las funciones exponenciales?

---

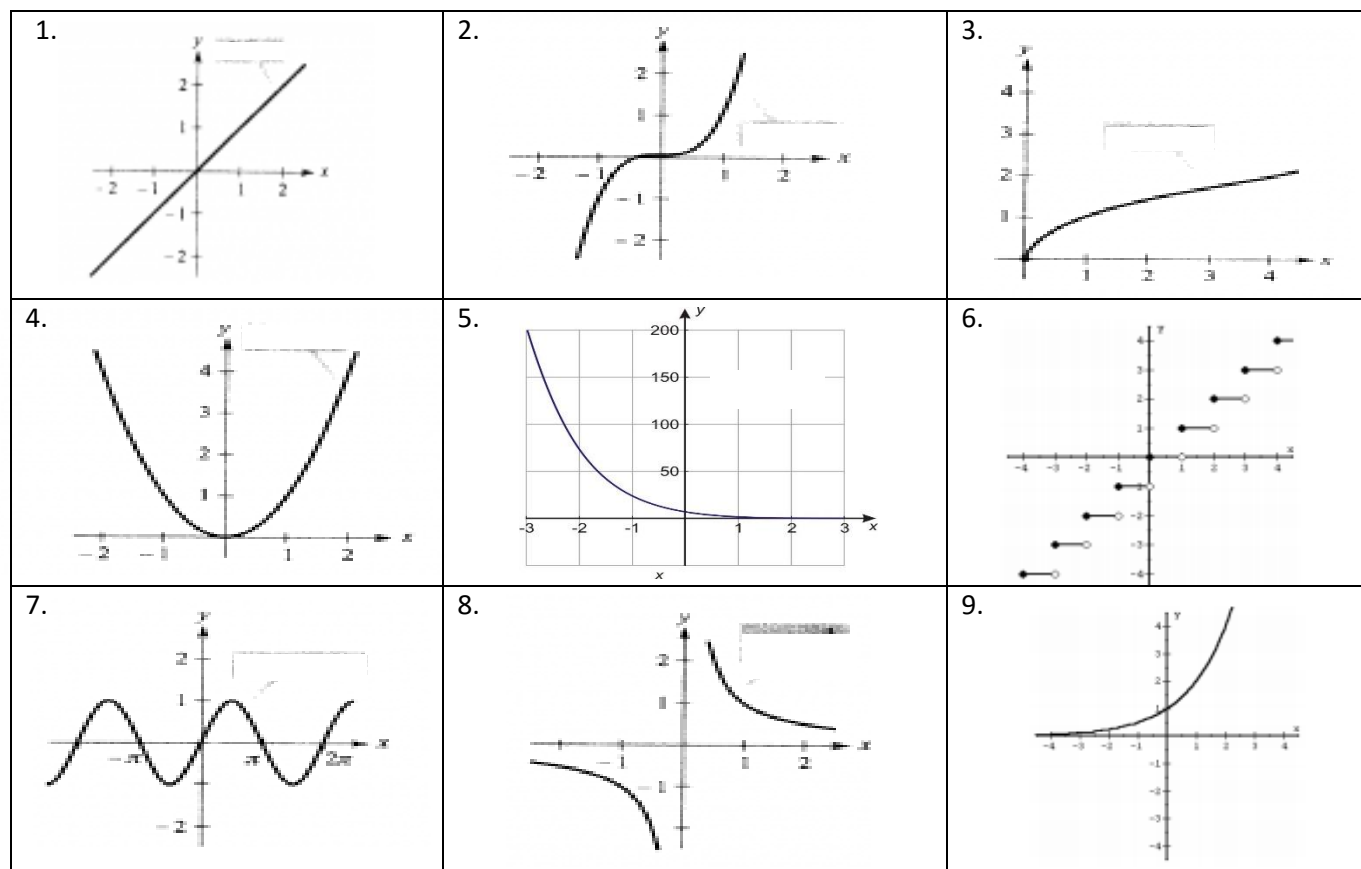


---



---

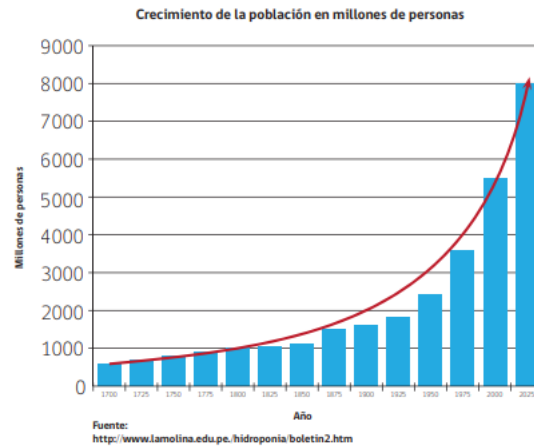
3. De las siguientes gráficas ilumina con color rojo aquellas que creas que representan una función exponencial, de las que no iluminaste argumenta ¿por qué no se trataría de una función exponencial?



4. Escribe ¿Cómo crees que sería la expresión algebraica de una función exponencial?

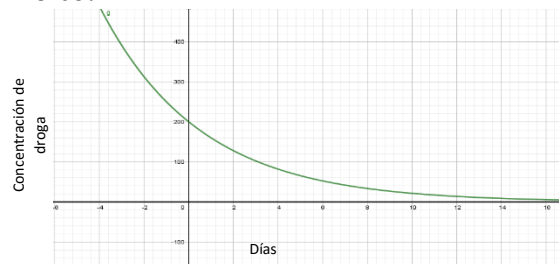
### Ejemplo 1.

El erudito Robert Malthus, considerado el padre de la demografía, publicó en 1798 el libro Ensayo sobre el principio de la población. Entre sus principales puntos plantea que: «La población tiende a crecer de acuerdo con una progresión geométrica, en tanto que los medios de subsistencia lo hacen en progresión aritmética»



### Ejemplo 2.

Si una persona toma  $A$  miligramos de una droga en el tiempo 0, entonces  $y = A(0.8)^t$  da la concentración existente en la sangre después de  $t$  horas. Si la dosis inicial es de 200 mg, ¿cuál es la concentración de la droga en la sangre después de 4 horas?



5. Una función exponencial es de la forma:

Donde:

## Anexo 2 Los elementos que conforman una función exponencial

Objetivo: Explica qué condiciones deben de cumplir los elementos de una función exponencial para que quede bien definida.

La base  **$a$**  ¿Qué valores puede tomar el valor de  $a$ ? Apóyate en el plano cartesiano para responder algunas de las preguntas.

- Si  $a > 1$ , ¿qué pasa con la función?

---

---

- Si  $a = 0$ , ¿qué pasa con la función?

---

---

- Si  $0 < a < 1$ , ¿qué pasa con la función?

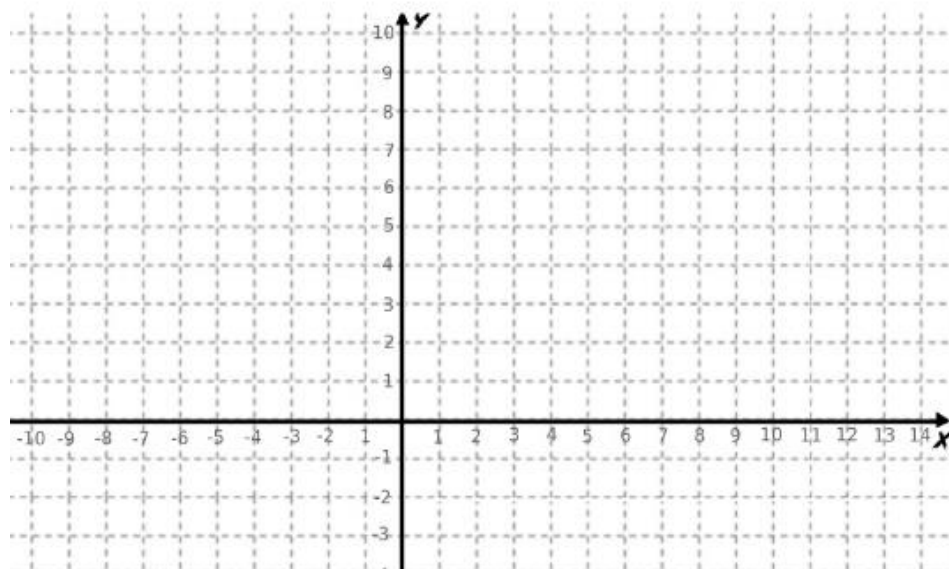
---

---

- Si  $a < 0$ , ¿qué pasa con la función?

---

---





**Exponente  $x$**  ¿Qué valores puede tomar el valor de  $x$ ? Apóyate en el plano cartesiano para responder algunas de las preguntas.

- Si  $x$  es un entero positivo, ¿qué pasa con la función?

---

---

- Si  $x = 0$ , ¿qué pasa con la función?

---

---

- Si  $x$  es un entero negativo, ¿qué pasa con la función?

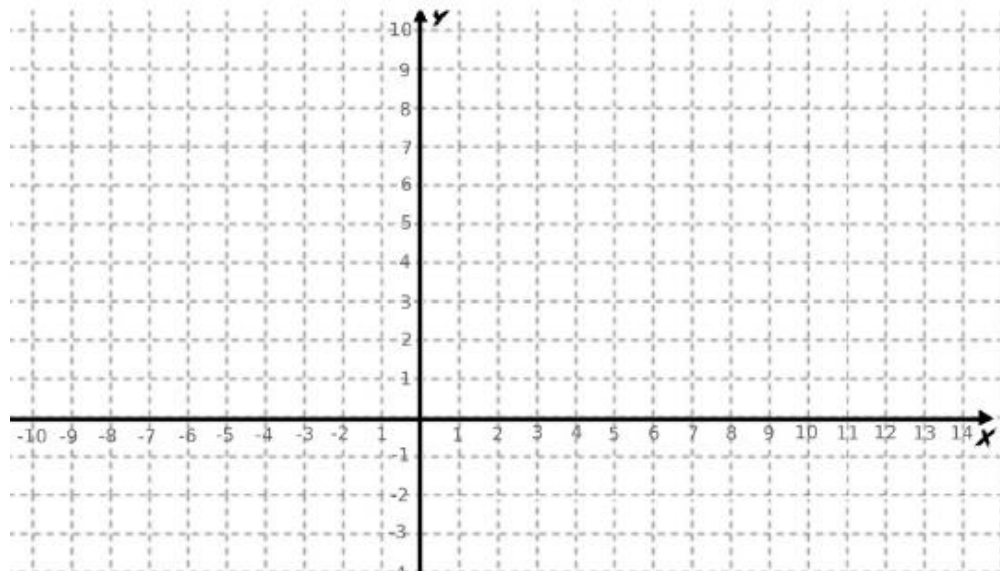
---

---

- Si  $x$  es una fracción, ¿qué pasa con la función?

---

---



Con lo aprendido en la actividad escribe la definición de función exponencial:

---

---

## III. ESTRATEGIA

Se utilizará el modelo Inductivo y el de enseñanza directa de (Bandura y Vygotsky) el primero con la intención de que los alumnos analicen el comportamiento de una variación mediante la gráfica y el cálculo de la razón de cambio a través de aproximaciones, el segundo para que el alumno pueda graficar funciones exponenciales y reconocer sus características, este trabajo se realizará en equipos.

## IV. SECUENCIA

<b>TIEMPO DIDÁCTICO</b>	Sesión 2 tiempo: 120 minutos Extra clase tiempo: 30 minutos	
<b>APRENDIZAJE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El alumno: Identifica patrones de cambio involucrados en el crecimiento o decrecimiento de una función exponencial y bosqueja su gráfica.</li> <li>Identifica el dominio y rango de una función exponencial y traza su gráfica.</li> </ul>	
<b>OBJETIVO(S) PARTICULAR</b>	<p>→ Construyen el modelo exponencial de crecimiento o decaimiento de un problema dado y bosqueja su gráfica.</p> <p>→ Aplica los conocimientos previos de la función exponencial para graficar un modelo de decaimiento o crecimiento exponencial y sus características.</p>	
<b>ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE</b>	<b>Inicio</b>	
	<b>Actividad 1 (20 minutos)</b>	
	<b>El Profesor</b>	<b>El Alumno</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea el objetivo de la clase.</li> <li>Enumera las actividades planteadas para la sesión.</li> <li>De las definiciones escritas por los alumnos en el <b>Anexo2</b> comparte los resultados y la retroalimentación.</li> <li>Les presenta a los alumnos el modelo de una función exponencial completo, es decir, <math>f(x) = ba^x</math> donde: <math>b \neq 0</math> y <math>a &gt; 0</math> y <math>a \neq 1</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Escucha el objetivo de la clase, en caso de que éste no quede claro lo expresa al profesor.</li> <li>Escucha las instrucciones de trabajo.</li> <li>Revisa las observaciones a su trabajo de la clase anterior que le devuelve el profesor y hace observaciones en caso de tener dudas.</li> <li>Realiza el análisis de una</li> </ul>

	<p>Analizan que es lo que significa la constante b.</p>	<p>función con la constante b.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anota sus conclusiones.</li> </ul>
<b>Desarrollo</b>		
<b>Actividad 2 (50 minutos)</b>		
<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace 4 equipos de 5 personas.</li> <li>• El profesor reparte copias del <b>Anexo 3</b> y da lectura del objetivo de la actividad y las instrucciones.</li> <li>• Lee el problema planteado de decaimiento y pide a los alumnos encontrar el modelo.</li> <li>• Pide a los alumnos ir desarrollando las actividades para encontrar el modelo exponencial que mejor se ajusta al problema, interviniendo en cada punto para que los equipos puedan ir haciendo conclusiones.</li> <li>• Resuelve las dudas.</li> <li>• Revisan en plenaria las características del modelo.</li> <li>• Y realizan su gráfica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace equipos de 5 personas según lo indique el maestro.</li> <li>• Atiende a las instrucciones y la forma de trabajo de la actividad.</li> <li>• En cada punto de la actividad hace una pausa para comentar sus conclusiones con el resto del equipo, y escucha las dudas del resto de los equipos.</li> <li>• Enuncia las conclusiones a las que llega en cada punto.</li> <li>• Expresa sus dudas y comentarios de la actividad.</li> <li>• Grafica el modelo al que llegaron.</li> </ul>	
<b>Actividad 3 (30 minutos)</b>		
<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pide a los alumnos seguir trabajando en equipos.</li> <li>• El profesor reparte copias del <b>Anexo 4</b> y da lectura del objetivo de la actividad y las</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Atiende a las instrucciones y forma de trabajo de la actividad.</li> <li>• Revisa tener todo el material para la actividad.</li> <li>• Trabajan en equipo para</li> </ul>	

	<p>instrucciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reparte el material de trabajo.</li> <li>• Pide a los equipos hacer sus gráficas correspondientes en el material.</li> <li>• Una vez que los equipos hayan terminado reparte los papeles (<b>Anexo5</b>) para que cada equipo pueda pasar a exponer su gráfica.</li> </ul>	<p>graficar la función exponencial correspondiente.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada integrante del equipo expone la característica de la función exponencial correspondiente.</li> <li>• Expresa sus dudas.</li> </ul>
	<b>Cierre</b>	
	<b>Actividad 4 (10 minutos)</b>	
	<p><b>El profesor</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace las conclusiones pertinentes de las exposiciones de los alumnos.</li> <li>• Pide a los alumnos escribir en una hoja el "Hoy aprendí"</li> <li>• Entrega los ejercicios de tarea <b>Anexo 6</b></li> </ul>	<p><b>El alumno</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escucha las conclusiones de las exposiciones y toma nota de lo más relevante.</li> <li>• Escribe el "Hoy aprendí"</li> <li>• Revisa los ejercicios de tarea.</li> </ul>
<b>ACTIVIDADES EXTRA CLASE</b>	<p><b>El profesor:</b></p>	<p><b>Duración: 60 minutos</b></p>
	1. Revisa los comentarios del "Hoy aprendí"	
	<p><b>El alumno:</b></p>	<p><b>Duración: 60 min</b></p>

	2. Realizar los ejercicios de tarea que pidió el profesor.
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas.
<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Pizarrón, plumones, papel manila, reglas de metro. Copias de los materiales a utilizar en clase (Anexos)
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Material de trabajo de la sesión.</li> <li>2. Gráfica en rotafolio de las funciones exponenciales</li> <li>3. "Hoy aprendí"</li> </ol>
<b>EVALUACIÓN</b>	<p>Se lleva a cabo una evaluación formativa a lo largo de las actividades.</p> <p>Para evaluar el objetivo, se pide a los alumnos el material de clase y sus láminas dónde trazaron una función exponencial.</p>

## VI. ANEXOS

### Anexo 3: Modelando la función de mejor ajuste

**Objetivo: Construyen el modelo exponencial de crecimiento o decaimiento de un problema dado y bosqueja su gráfica.**

Se tiene la siguiente situación:

El estroncio-90 es un material radio activo que disminuye con el paso del tiempo, en un laboratorio de química de la UNAM los alumnos observaron el comportamiento del estroncio y se registraron los siguientes resultados:

Tiempo horas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cantidad de estroncio-90 mg	30	26	19	17	14	11	12	9	8	8	5	5	2

Los alumnos del laboratorio se preguntaron ¿cómo saber qué cantidad de estroncio quedaba en hora y media? ¿en cuánto tiempo quedan 15mg de estroncio?, ¿cuántas horas deben de transcurrir para ya no quedé nada de estroncio?

Instrucciones: Realicen en equipos las siguientes actividades para poder ayudar a los alumnos de química a resolver sus preguntas.

1. ¿Pueden responder ustedes inmediatamente las preguntas de los alumnos?,¿por qué?

2. ¿Qué necesitan para poder resolver las preguntas?

En algunas ocasiones se tiene la necesidad de buscar funciones apropiadas a partir de datos que proceden de una población en la que se ha realizado un registro de informaciones o estudio estadístico, para que cumplan determinadas condiciones que nos interesen, como que sean continuas, derivables, etcétera.

Se busca una función que pase exactamente por una serie de puntos (función de interpolación) o bien que esa función elegida por nosotros se adapte lo mejor posible a una serie o a una nube de puntos (función de ajuste o regresión).

La finalidad del cálculo de las funciones de interpolación se centra en la necesidad de obtener valores intermedios (INTERPOLACIÓN) o de valores fuera del intervalo para el que se dispone de datos (EXTRAPOLACIÓN).

**Grafiquen los datos de la tabla mostrada en un plano cartesiano.**

La gráfica parece tener un comportamiento: \_\_\_\_\_

¿Con cuántos mg de estroncio comenzó el estudio?

**Para obtener la razón en la que el estroncio decrece obtengan las razones de “y” y sus consecutivos.**

**Escriban la media de esas razones.**

**¿Han observado algún patrón en el comportamiento de los datos?**

---

---

---

**Grafiquen la función exponencial que encontraron en su plano original.**

**¿Concluyan qué pasa con la gráfica y los puntos de observación de los alumnos?**

---

---

---

---

---

**Contesten las preguntas de los alumnos.**



#### Anexo 4

**Objetivo:** Aplicar los conocimientos previos de la función exponencial para graficar un modelo de decaimiento o crecimiento exponencial y sus características.

Funciones exponenciales

$f(x) = \frac{1^x}{4} - 1$	$f(x) = 3^x + 2$	$f(x) = \frac{1^x}{2} - 1$	$f(x) = (-1)\frac{1^x}{4} + 1$
$f(x) = (-2)2^x + 1$	$f(x) = \frac{1^x}{8} - 1$		

1. Realiza la gráfica de la función exponencial y marca todos sus elementos.
2. Inventen un problema que tenga congruencia para su gráfica.

**Anexo 5 Evaluación de la función exponencial.**

<b>Alumno</b>	<b>Actividad</b>
	<b>Explica el problema que asociaron a la función.</b>
	<b>Explica el significado de la constante <math>b</math> de la función y qué consecuencias tiene en la gráfica.</b>
	<b>Explica el significado del coeficiente <math>a</math>, y qué pasó con la gráfica.</b>
	<b>Explica el dominio y rango de la función.</b>
	<b>Realiza una interpretación respecto al problema</b>

### Anexo 6 Tarea función exponencial.

1. Si se agregan 20 gramos de sal a una cantidad de agua, la cantidad  $q(t)$ , de sal sin disolver luego de  $t$  segundos está dada por:  $q(t) = 20 * \frac{4^t}{5}$

a) ¿Qué cantidad de sal hay sin disolver después de 10 segundos?

b) Esboce la gráfica de la función

c) Si se tienen una concentración de 6.6 gramos, ¿cuánto tiempo ha pasado?

2. Una moneda rara de colección vale \$450 en la actualidad. El valor ha aumentado en 15% cada año. Si el valor continúa aumentando a este ritmo, ¿cuánto valdrá la moneda dentro de 11 y 12 años?, ¿Dentro de 50 años?

## III. ESTRATEGIA

Se utilizará el modelo Inductivo (Piaget) y el de enseñanza directa de (Bandura y Vygotsky) el primero con la intención de que los alumnos resuelvan problemas que se modelan con funciones exponenciales, el segundo para que el alumno reconozca la importancia del número  $e$  como base de una función exponencial.

## IV. SECUENCIA

<b>TIEMPO DIDÁCTICO</b>	Sesión 3 tiempo: 80 minutos Extra clase tiempo: 30 minutos	
<b>APRENDIZAJE</b>	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la relación entre las gráficas de funciones exponenciales con diferentes bases incluyendo el número <math>e</math>.</li> <li>• Resuelven problemas en diferentes contextos, que se modelen con funciones exponenciales.</li> </ul>	
<b>OBJETIVO(S) PARTICULAR</b>	<p>→ Identificar el número <math>e</math> como un número trascendente y su importancia en las funciones exponenciales.</p> <p>→ Usar los conocimientos previos de la función exponencial para la resolución de problemas de modelos de decaimiento o crecimiento.</p>	
<b>ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE</b>	<b>Inicio</b>	
	<b>Actividad 1 (20 minutos)</b>	
	<p><b>El Profesor</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea el objetivo de la clase.</li> <li>• Enumera las actividades planteadas para la sesión.</li> <li>• Del hoy aprendí de los alumnos realiza una pequeña retroalimentación.</li> <li>• Comienza con la actividad de juego de los números <b>Anexo 7</b></li> </ul>	<p><b>El Alumno</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escucha el objetivo de la clase, en caso de que éste no quede claro lo expresa al profesor.</li> <li>• Escucha las instrucciones de trabajo.</li> <li>• Participa en la retroalimentación del hoy aprendí, en caso de tener duda las expresa.</li> <li>• Escucha las instrucciones y la</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace conclusiones de la actividad del anexo 7.</li> <li>• Presenta el video de Número <i>e</i>.</li> <li>• A lo largo del video va explicando la situación del banco.</li> </ul>	<p>forma de trabajo de la actividad de juego de números.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Participa a lo largo de la actividad.</li> <li>• Anota sus conclusiones.</li> </ul>						
<b>Desarrollo</b>								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" data-bbox="444 821 1424 873" style="background-color: #cccccc; text-align: center;"><b>Actividad 2 (50 minutos)</b></th> </tr> <tr> <th data-bbox="444 873 932 926" style="text-align: center;"><b>El profesor</b></th> <th data-bbox="932 873 1424 926" style="text-align: center;"><b>El alumno</b></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="444 926 932 1402"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace 4 equipos de 5 personas.</li> <li>• El profesor reparte copias del <b>Anexo 8</b> y da lectura del objetivo de la actividad y las instrucciones.</li> <li>• Pide a los alumnos ir desarrollando los problemas que se mencionan en dicha actividad.</li> <li>• Resuelve las dudas.</li> </ul> </td> <td data-bbox="932 926 1424 1402"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace equipos de 5 personas según lo indique el maestro.</li> <li>• Atiende a las instrucciones y la forma de trabajo de la actividad.</li> <li>• En cada punto de la actividad hace una pausa para comentar sus conclusiones con el resto del equipo, y escucha las dudas del resto de los equipos.</li> <li>• Resuelven los problemas de funciones exponenciales.</li> </ul> </td> </tr> </tbody> </table>			<b>Actividad 2 (50 minutos)</b>		<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace 4 equipos de 5 personas.</li> <li>• El profesor reparte copias del <b>Anexo 8</b> y da lectura del objetivo de la actividad y las instrucciones.</li> <li>• Pide a los alumnos ir desarrollando los problemas que se mencionan en dicha actividad.</li> <li>• Resuelve las dudas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace equipos de 5 personas según lo indique el maestro.</li> <li>• Atiende a las instrucciones y la forma de trabajo de la actividad.</li> <li>• En cada punto de la actividad hace una pausa para comentar sus conclusiones con el resto del equipo, y escucha las dudas del resto de los equipos.</li> <li>• Resuelven los problemas de funciones exponenciales.</li> </ul>
<b>Actividad 2 (50 minutos)</b>								
<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>							
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace 4 equipos de 5 personas.</li> <li>• El profesor reparte copias del <b>Anexo 8</b> y da lectura del objetivo de la actividad y las instrucciones.</li> <li>• Pide a los alumnos ir desarrollando los problemas que se mencionan en dicha actividad.</li> <li>• Resuelve las dudas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace equipos de 5 personas según lo indique el maestro.</li> <li>• Atiende a las instrucciones y la forma de trabajo de la actividad.</li> <li>• En cada punto de la actividad hace una pausa para comentar sus conclusiones con el resto del equipo, y escucha las dudas del resto de los equipos.</li> <li>• Resuelven los problemas de funciones exponenciales.</li> </ul>							
<b>Cierre</b>								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" data-bbox="444 1661 1424 1713" style="background-color: #cccccc; text-align: center;"><b>Actividad 4 (10 minutos)</b></th> </tr> <tr> <th data-bbox="444 1713 932 1766" style="text-align: center;"><b>El profesor</b></th> <th data-bbox="932 1713 1424 1766" style="text-align: center;"><b>El alumno</b></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="444 1766 932 1892"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace las conclusiones pertinentes de los problemas.</li> </ul> </td> <td data-bbox="932 1766 1424 1892"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escucha las conclusiones de las exposiciones y toma nota de lo más relevante.</li> </ul> </td> </tr> </tbody> </table>			<b>Actividad 4 (10 minutos)</b>		<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace las conclusiones pertinentes de los problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escucha las conclusiones de las exposiciones y toma nota de lo más relevante.</li> </ul>
<b>Actividad 4 (10 minutos)</b>								
<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>							
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace las conclusiones pertinentes de los problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escucha las conclusiones de las exposiciones y toma nota de lo más relevante.</li> </ul>							

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pide a los alumnos escribir en una hoja el “Hoy aprendí”</li> <li>• Pide entregar los problemas de la actividad para ser evaluados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escribe el “Hoy aprendí”</li> <li>• Entregan los ejercicios resueltos.</li> </ul>
<b>ACTIVIDADES EXTRA CLASE</b>	<b>El profesor:</b>	<b>Duración: 60 minutos</b>
	2. Revisa los comentarios del “Hoy aprendí”	
	<b>El alumno:</b>	<b>Duración: 60 min</b>
	3. Completa su portafolio de evidencias.	
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas.	
<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Pizarrón, plumones. Copias de los materiales a utilizar en clase (Anexos)	
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Material de trabajo de la sesión.</li> <li>2. Ejercicios de clase.</li> <li>3. “Hoy aprendí”</li> </ol>	
<b>EVALUACIÓN</b>	Se lleva a cabo una evaluación formativa a lo largo de las actividades. Para evaluar el objetivo, se pide a los alumnos el material de clase.	

## VI. ANEXOS

### Anexo 7: Dividiendo un número en partes iguales

**Objetivo:** Identificar el número  $e$  como un número trascendente y su importancia en las funciones exponenciales.

Digamos que cortamos un número en partes iguales y las multiplicamos juntas.

¿qué tan grande debe ser cada parte, para que al multiplicarlas juntas salga el máximo número posible?

Ejemplo: **10**

10 dividido en \_\_\_ partes es \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

10 dividido en \_\_\_ partes es \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

10 dividido en \_\_\_ partes es \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

Prueben con otros 4 números.

¿Observas algún patrón en esos números?

---

---

---

---

El número  $e$  es un número \_\_\_\_\_ y su valor aproximado es de \_\_\_\_\_

Al número  $e$  se le llama la base del logaritmo natural y a  $f(x) = e^x$  se le llama función exponencial natural o simplemente función exponencial.

En un mismo plano cartesiano gráfica las siguientes funciones exponenciales  $f(x) = 2^x$  y  $f(x) = 3^x$

¿Cómo será la función de  $f(x) = e^x$ ?

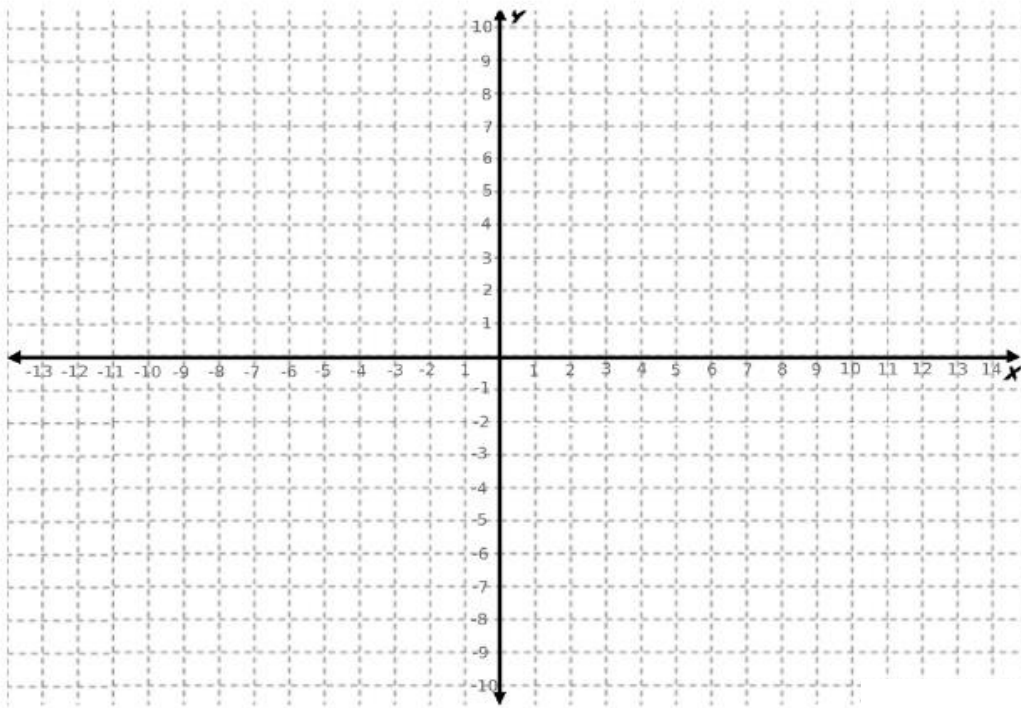
---

---

Realiza las siguientes gráficas y anota tus conclusiones.

a)  $f(x) = 2^x$       b)  $f(x) = \frac{1}{2}^x$       c)  $f(x) = 2^{2x}$       d)  $f(x) = 2^{-x}$

e)  $f(x) = 2^x + 1$





### Anexo 8 problemas.

**Administración.** La ecuación de demanda para  $x$  unidades de un producto con respecto al precio por unidad,  $P$ , esta dada por  $P = 100 - .02e^{0.05x}$ .

- a) Encontrar el precio si la demanda es de 10 unidades
- b) Encontrar el precio si la demanda es de 100 unidades.
- c) ¿Cuál será la demanda si el precio es de \$90?

**Medicina.** Cuando se introduce una droga al sistema circulatorio humano, la concentración de la droga disminuye conforme el hígado y los riñones la elimina. Si una dosis de 15mg de una droga se toma por vía oral, la cantidad que sigue estando en el sistema después de  $x$  horas puede expresarse mediante la fórmula:  $f(x) = 15e^{-.03x}$

- a) Si una persona es detenida por la policía después de 6 horas de haber ingerido la droga, en ese momento le hacen una prueba antidrogas, para que la prueba salga negativa el nivel de mg en su cuerpo debe de ser menos de 2mg ¿qué resultado arrojan dichas pruebas?
- b) ¿Qué cantidad de droga queda en su cuerpo después de 1 día?

**Economía.** Supongamos que se invierte \$1,000.00 durante 8 años al 9% compuesto anualmente. Calcular a) El monto compuesto. b) El interés compuesto

**Demografía.** Una población de 4 millones de habitantes crece a una tasa de 3% anual.

- a) Estime el tamaño de la población al cabo de 5 años.
- b) Si cada habitante produce 15kg de basura en una semana ¿cuánta basura se tendrá por la población que se tenga en tres años?

## III. ESTRATEGIA

Se utilizará el modelo de enseñanza directa de (Bandura y Vygotsky) con la intención de que los alumnos identifiquen a la función logaritmo como la inversa de una función exponencial. Además del modelo de Exposición y discusión, para que el alumno comprenda el concepto de logaritmo base b y su relación con la exponencial esto a través de un cuerpo organizado (Tabla), donde el alumno tendrá que ir comparando ambas funciones.

## IV. SECUENCIA

<b>TIEMPO DIDÁCTICO</b>	Sesión 4 tiempo: 60 minutos Extra clase tiempo: 30 minutos	
<b>APRENDIZAJE</b>	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verifica mediante gráficas o tablas que la función logarítmica es la función inversa de la exponencial.</li> <li>• Comprende el concepto de logaritmo de un número base b y las relaciones:  <math>b^y = x \leftrightarrow y = \log_b x</math></li> </ul>	
<b>OBJETIVO(S) PARTICULAR</b>	<p>→ Identificar a la función logaritmo como la función inversa de la función exponencial con ayuda de la función identidad.</p> <p>→ Elaborar una tabla comparativa, para ver las características de las funciones logarítmicas y su relación con las funciones exponenciales.</p>	
<b>ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE</b>	<b>Inicio</b>	
	<b>Actividad 1 (15 minutos)</b>	
	<b>El Profesor</b>	<b>El Alumno</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea el objetivo de la clase.</li> <li>• Enumera las actividades planteadas para la sesión.</li> <li>• Comienza con la actividad del <b>Anexo 9</b> La función logaritmo como inversa de la función exponencial.</li> <li>• Guía el trabajo de la actividad.</li> <li>• Hace conclusiones de la</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escucha el objetivo de la clase, en caso de que éste no quede claro lo expresa al profesor.</li> <li>• Escucha las instrucciones de trabajo.</li> <li>• Escucha las instrucciones y la forma de trabajo de la actividad.</li> <li>• Participa a lo largo de la actividad.</li> </ul>

	<p>actividad del anexo 9.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Anota y expresa sus conclusiones.</li> </ul>
<b>Desarrollo</b>		
<b>Actividad 2 (30 minutos)</b>		
<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor reparte copias del <b>Anexo 10</b> y da lectura del objetivo de la actividad y las instrucciones.</li> <li>• Pide a los alumnos ir llenando la tabla de comparación según se avance en el tema.</li> <li>• Resuelve las dudas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Atiende a las instrucciones y forma de trabajo de la actividad.</li> <li>• En cada punto de la actividad hace una pausa para comentar sus conclusiones con el resto de los compañeros y pone atención a las demás dudas.</li> <li>• Completa la tabla de comparación y relación de las funciones.</li> </ul>	
<b>Cierre</b>		
<b>Actividad 4 (10 minutos)</b>		
<b>El profesor</b>	<b>El alumno</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Retoma el problema del <b>Anexo 3</b> en donde se les pedía resolver una función exponencial.</li> <li>• Se les pide que den ideas de cómo poder resolver la ecuación exponencial.</li> <li>• Se resuelve la función exponencial.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se dirige al anexo 3 a buscar lo que quedó pendiente de la ecuación exponencial.</li> <li>• Da ideas de cómo resolver la ecuación exponencial.</li> <li>• Entrega el ejercicio resuelto de la ecuación exponencial.</li> </ul>	

<b>ACTIVIDADES EXTRA CLASE</b>	<b>El profesor:</b> <b>Duración: 60 minutos</b>
	3. Revisa que los alumnos hayan completado la tabla del anexo 10 y resuelto el problema del anexo 3
	<b>El alumno:</b> <b>Duración: 60 min</b>
	4. Termina los ejercicios del anexo 8 donde le pide resolver la función exponencial base e.
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas.
<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Pizarrón, plumones. Copias de los materiales a utilizar en clase (Anexos)
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tabla de comparación y relación de funciones exponenciales y logarítmicas.</li> <li>2. Resolución del problema anexo 3</li> </ol>
<b>EVALUACIÓN</b>	<p>Se lleva a cabo una evaluación formativa a lo largo de las actividades.</p> <p>Para evaluar el objetivo, se pide a los alumnos el material de clase.</p> <p>A lo largo de la clase el profesor evalúa con una lista de cotejo <b>Anexo 11</b>.</p>

## VI. ANEXOS

### Anexo 9: Función inversa de la exponencial

**Objetivo:** Identificar a la función logaritmo como la función inversa de la función exponencial con ayuda de la función identidad.

Cuando escuchas la palabra inverso ¿a qué crees que se refiera?

¿Qué inversos matemáticos conoces?

1. Grafica la función exponencial en un plano cartesiano.
2. Grafica la función identidad.
3. Dibuja la gráfica que resulta.

¿Cómo es la expresión de la función logaritmo?

¿Cómo se lee esa expresión cuando igualamos a  $y$ ?

**Anexo 10 Lista de cotejo.**

Nombre: \_\_\_\_\_

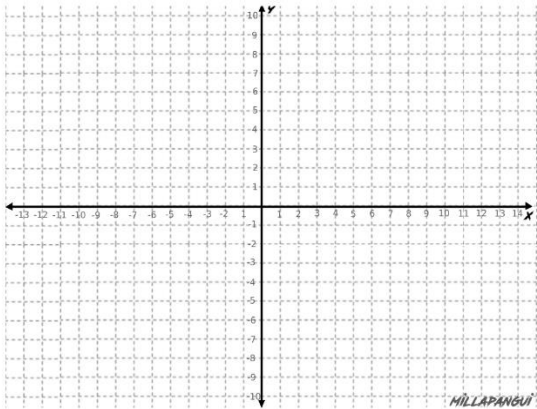
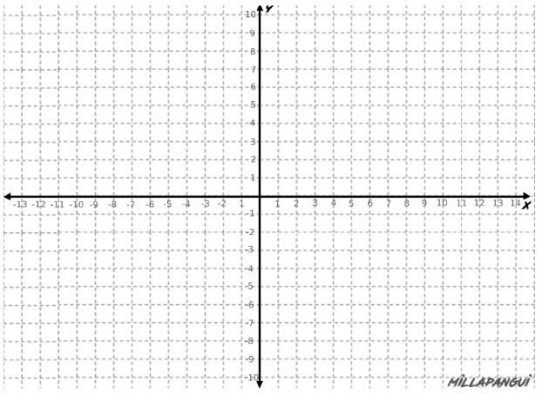
Fecha: \_\_\_\_\_

Actividad: \_\_\_\_\_

Aspectos a evaluar  Nombre del Alumno	Realiza el doblado de papel para observar la inversa de la función exponencial		Escribe por completo la tabla comparativa		Resuelve la ecuación exponencial ocupando, la relación que tiene está con la función exponencial.		Total		% si	Observaciones
	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No		

**Anexo 11 Cuadro comparativo de funciones exponenciales y logarítmicos.**

**Objetivo.** Elaborar una tabla comparativa, para ver las características de las funciones logarítmicas y su relación con las funciones exponenciales.

Función Características	Función Exponencial	Función logarítmica
Expresión algebraica		
Gráfica		
Crecimiento		
Asíntota		
Dominio y rango de la función		
Valores que puede tomar la base		

<b>Relación entre las funciones exponenciales y logarítmicas. Como se lee.</b>		
<b>Ejemplos</b>		



## III. ESTRATEGIA

Se utilizará el modelo de enseñanza directa (Bandura y Vygotsky) y el modelo cooperativo, el primero con la finalidad de que los alumnos conozcan las propiedades del logaritmo y cómo aplicarlas. El segundo para que el alumno represente gráficamente las funciones logarítmicas y sus elementos según las condiciones dadas.

## IV. SECUENCIA

<b>TIEMPO DIDÁCTICO</b>	Sesión 5 tiempo: 120 minutos Extra-clase tiempo: 30 minutos	
<b>APRENDIZAJE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Opera con logaritmos de distintas bases y aplica sus propiedades.</li> <li>Grafica funciones logarítmicas e identifica su dominio y rango.</li> </ul>	
<b>OBJETIVO(S) PARTICULAR</b>	<p>Al finalizar la sesión el alumno:</p> <p>→ Representa gráficamente las funciones logarítmicas y sus elementos según las condiciones dadas.</p> <p>→ Emplea las propiedades del logaritmo y la exponencial, en la resolución de diferentes ecuaciones.</p>	
<b>ACTIVIDADES EN EL SALÓN DE CLASE</b>	<b>Inicio</b>	
	<b>Actividad 1 (20 minutos)</b>	
	<b>El Profesor</b>	<b>El Alumno</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea el objetivo de la clase.</li> <li>Enumera las actividades planteadas para la sesión.</li> <li>Hace una revisión de los ejercicios que se dejaron de tarea.</li> <li>Les presenta a los alumnos una situación que se modela con una función logarítmica y la resuelven. <b>Anexo 11</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Escucha el objetivo de la clase, en caso de que éste no quede claro lo expresa al profesor.</li> <li>Escucha las instrucciones de trabajo.</li> <li>Revisa las observaciones a su trabajo de tarea.</li> <li>Realiza el análisis del problema que se modela con funciones logarítmicas y lo resuelve.</li> <li>Anota sus conclusiones.</li> </ul>

**Desarrollo**

**Actividad 2 (70 minutos)**

**El profesor**

- Hace 4 equipos de 5 personas.
- El profesor reparte copias del **Anexo 12** y da lectura del objetivo de la actividad y las instrucciones.
- Revisa el trabajo de los equipos y resuelve las dudas.
- Pide a los alumnos cambiar de equipos, para explicar las propiedades del logaritmo a los demás compañeros.
- Realizan individualmente los ejercicios del **anexo 13**.
- Pide intercambiar cuadernos para calificar entre pares.
- Revisan en plenaria los ejercicios y se califican.

**El alumno**

- Hace equipos de 5 personas según lo indique el maestro.
- Atiende a las instrucciones y la forma de trabajo de la actividad.
- En cada punto de la actividad hace una pausa para comentar sus conclusiones con el resto del equipo, y escucha las dudas del resto de los equipos.
- Intercambian de equipo y en el nuevo equipo explican los ejercicios.
- Realiza la actividad del anexo 13.
- Intercambia cuadernos para calificar.
- Expresa sus dudas.

**Cierre**

**Actividad 3 (20 minutos)**

	<p><b>Para el profesor</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hace las conclusiones pertinentes de los ejercicios propuestos.</li> <li>• Pide llenar los cuadros correspondientes de ecuaciones logarítmicas y exponenciales.</li> <li>• Entrega los ejercicios de tarea <b>Anexo 14</b></li> </ul>	<p><b>Para el alumno</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escucha las conclusiones de los ejercicios y expresa sus dudas</li> <li>• Revisa los ejercicios de tarea.</li> </ul>
<b>ORGANIZACIÓN</b>	La estrategia está diseñada para un grupo de 25 alumnos y en los casos de formar equipos se recomienda hacer equipos de 5 personas.	
<b>MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO</b>	Pizarrón, plumones Copias de los materiales a utilizar en clase (Anexos)	
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Material de trabajo de la sesión.</li> <li>2. Conclusiones de las ecuaciones logarítmicas y exponencial.</li> </ol>	
<b>EVALUACIÓN</b>	<p>Se lleva a cabo una evaluación formativa a lo largo de las actividades.</p> <p>Para evaluar el objetivo, se pide a los alumnos el material de clase.</p>	

### Anexo 11

→ **Objetivo.** Representar gráficamente las funciones logarítmicas y sus elementos según las condiciones dadas.

**Química.** En química el pH (potencial de hidrógeno) de una sustancia se define como:

$pH = -\log[H^+]$  donde  $[H^+]$  es la concentración de iones de hidrógeno, medida en iones por litro, la escala del pH de una solución varía de 0 a 14, siendo el pH del agua destilada 7. Si el pH de una sustancia es menor de 7 está se denomina ácido; si el pH es mayor a 7, se le llama base.

- En la empresa de café Cielito Lindo se pretende meter una nueva marca de café de productores de Oaxaca, pero se sabe que ese café tiene una concentración de  $[H^+] = 3.89 \times 10^{-7}$  mols por litro. La empresa aceptará trabajar con dicho café si esta sustancia es ácida. ¿La empresa acepta o rechaza la marca de café?
- Calcular el pH de una muestra de agua de mar cuya  $[H^+] = 3.15 \times 10^{-9}$  mols por litro.
- Calcular la concentración de iones de hidrógeno para el agua destilada.
- Calcular la concentración de iones de hidrógeno para el agua de lluvia.

**Psicología.** Con la finalidad de determinar la retención de conceptos aprendidos, se practicó un examen a un grupo de estudiantes y, a partir de esa fecha, se les examinó cada mes utilizando una prueba equivalente. Los resultados mostraron que el decrecimiento promedio en puntuación  $D$  satisface la fórmula:  $D = 80 - 12\ln(x + 1)$  donde  $x$  es el tiempo en meses.

- ¿Cuál fue la puntuación promedio inicial del examen?
- ¿Cuál fue la puntuación promedio al final de un año?
- ¿Después de cuántos meses la puntuación promedio cayó por debajo de 60?
- ¿Después de cuántos meses la puntuación promedio cayó por debajo de 40?

## Anexo 12.

**Objetivo.** Emplear las propiedades del logaritmo y la exponencial, en la resolución de diferentes ecuaciones

Realiza las siguientes conversiones de exponencial a logarítmica y viceversa.

Notación logarítmica	Notación exponencial
$\log_4 1 = 0$	
$\sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$	
$\log_4 2 = \frac{1}{2}$	
$\log 1 = 0$	
$x = 10^{3.54}$	
$\ln \frac{1}{16} = -2$	
$49^{\frac{1}{2}} = 7$	

Propiedades de los exponentes	Propiedades de los logaritmos
Sean a y b > 0; a, b, n ≠ 1; m, n, v son números reales.	Sean a, b, A, B > 0; a, b, n ≠ 1; m, n, v son número reales
<ol style="list-style-type: none"> <li><math>(a^m)(a^n) = a^{m+n}</math></li> <li><math>\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^v = \frac{a^{mv}}{b^{nv}}</math></li> <li><math>\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}</math></li> <li><math>\sqrt[v]{\frac{a^m}{b^n}} = \frac{\sqrt[v]{a^m}}{\sqrt[v]{b^n}} = \frac{a^{\frac{m}{v}}}{b^{\frac{n}{v}}}</math></li> <li><math>(a^m)^n = a^{mn}</math></li> <li><math>a^0 = 1</math></li> <li><math>\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}</math></li> <li><math>a^{-n} = \frac{1}{a^n}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\log_a(AB) = \log_a A + \log_a B</math></li> <li><math>\log_a\left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B</math></li> <li><math>\log_a A^n = n \log_a A</math></li> <li><math>\log_a \sqrt[n]{A^m} = \frac{m \log_a A}{n}</math></li> <li><math>\log_a \frac{1}{A} = -\log_a A</math></li> <li><math>\log_a A = 1</math></li> <li><math>\log_a 1 = 0</math></li> <li><math>\log_a 0 = -\infty</math></li> </ol>

### Propiedades del logaritmo

#### Regla del producto

$$\log_a(AB) = \log_a A + \log_a B$$

**Ejercicios.**

$$\log_3(6 * 4) =$$

$$\log_3 A + \log_4 B =$$

$$\log_2(Z * K) =$$

$$\log_2 5 + \log_2 B =$$

**Regla del Cociente**

$$\log_a \left( \frac{A}{B} \right) = \log_a A - \log_a B$$

**Ejercicios.**

$$\log_a \left( \frac{2}{3} \right) =$$

$$\log_2 A - \log_4 5 =$$

$$\log_c \left( \frac{3}{5} \right) =$$

$$\log_2 A - \log_2 10 =$$

**Regla de una potencia**

$$\log_a A^n = n \log_a A$$

**Ejercicios.**

$$\log_2 6^3 =$$

$$8 * \log_a 4 =$$

$$\log_k A^2 =$$

$$6 * \log 4 =$$

### Cambio de base

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad \text{y también} \quad \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

### Ejercicios.

Escribir el logaritmo base 16 de 8 como logaritmo base 2 =

Escribir el logaritmo base 9 de tres como logaritmo base 3=

Escribir el logaritmo base 2 de tres como logaritmo base 10=

Escribir el logaritmo base 10 de 5 como logaritmo natural=

### Ejercicios de logaritmos.

1) Calcula el valor de las siguientes expresiones:

$$1) \log_2 32 + \log_3 81 - \log_5 125$$

$$2) \log 100 + \log 0,01 + \log 0,1$$

$$3) 2 - \log_4 16 + \log_2 8 - 3 \log_7 49$$

$$4) \log_8 [\log_4 (\log_2 16)]$$

$$4) \log_2 \sqrt[3]{16} + \log_3 (27 \cdot \sqrt{3})$$

$$5) \log_2 \sqrt[4]{8} + \log_3 (9 \cdot \sqrt[3]{3}) - \log_5 \left( \frac{\sqrt{5}}{25} \right) - \frac{\log_7 49}{\log_7 \sqrt{7}}$$

$$6) \log_4 [\log_2 (\log_3 81)]$$

$$7) \log_5 \left[ \left( \log_3 \left( \frac{1}{3} \right) \right)^2 + 10 \cdot \log_4 \sqrt{4} - 1 \right]$$

$$8) \frac{\log_2 16}{\log_2 \sqrt{2}} + \log_3 \sqrt[3]{81} - (\log_5 25) \cdot (\log_5 \sqrt{5})$$

¿Qué es una ecuación?

Calcula el valor de  $x$  en las siguientes expresiones, (con calma ve aplicando lo que conoces de los logaritmos):

$$1) \log_2 [5 + 3 \cdot \log_3 (1 + x)] = 3$$

$$2) \log_8 [6 + \log_4 (12 + \log_2 x)] = 1$$

$$3) \log [6 \cdot \log (3x + 1) - 2] = 1$$



## Anexo 13 Tarea

### Ecuaciones exponenciales.

1.  $2^x = 32$

2.  $2^x - 5 = 59$

3.  $4^x = 64$

4.  $3^{x+1} = 81$

5.  $3^{x+1} - 3^x = 18$

6.  $3 \cdot 2^{x+2} - 5 \cdot 2^x = 56$

7.  $2^{x+3} + 2^x = 72$

8.  $5^{x-2} + 5^{x-1} = \frac{30}{5}$

### Ecuaciones logarítmicas

1.  $\log x + \log 5 = 2$

2.  $\log x + \log(x + 3) = 2 \log(x + 1)$

3.  $(x^2 - 4x + 7) \log 5 + \log 16 = 4$

4.  $\frac{\log(16-x^2)}{\log(3x-4)} = 2$

# Anexo 4

## Examen

funciones  
exponenciales

Examen  
Funciones exponenciales y logarítmicas

1. Realiza las siguientes conversiones de exponencial a logarítmica y viceversa.

Notación	Notación exponencial o logarítmica
$\log_4 1 = 0$	
$\sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$	
$\log_4 2 = \frac{1}{2}$	
$\log 1 = 0$	
$x = 10^{3.54}$	
$\ln \frac{1}{16} = -2$	
$49^{\frac{1}{2}} = 7$	

2. Usa la gráfica de  $y = f(x) = 2^x$  para trazar las curvas definidas por

$$y = g(x) = 2^{x-3} \quad \text{e} \quad y = h(x) = 2^x - 1$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales.

**a)**  $2^x = 64$       **b)**  $5^{2x+1} = 125$     **c)**  $b^{x^2+x} = 1$       **d)**  $\frac{1}{2^x} = 32$   
**e)**  $\left(\frac{1}{49}\right)^x = 7$       **f)**  $\left(\frac{27}{8}\right)^x = \frac{9}{4}$

4. Elabora la gráfica de la función f. Refleja esta curva al otro lado de la recta definida por  $y = x$  para obtener la gráfica de g la función inversa, y escribe la ecuación de g.

**a)**  $y = f(x) = 5^x$       **b)**  $y = f(x) = (1/3)^x$

5. Describe cómo se puede obtener la gráfica de h a partir de la gráfica de g. Escribe el dominio, rango de h y escriba la ecuación de la asíntota vertical.

**a)**  $g(x) = \log_3 x; h(x) = \log_3(x + 2)$       **b)**  $g(x) = \log_5 x; h(x) = \log_5(x - 1)$   
**c)**  $g(x) = \log_{10} x; h(x) = 2 \log_{10} x$

6. Usa las leyes adecuadas de los logaritmos para explicar por qué es correcta cada expresión.

a)  $\log_b 27 + \log_b 3 = \log_b 243 - \log_b 3$       b)  $-2\log_b \frac{4}{9} = \log_b \frac{81}{16}$

c)  $\frac{1}{2}\log_b 0.0001 = -\log_b 100$

7. Resuelva para x y verifique

a)  $10^{2-3x} = 10^{5x-6}$       b)  $\log_3 x + \log_3 (2x + 51) = 4$       c)  $\log_{16} x + \log_{16} (x - 4) = 5/4$

d)  $5^3 = (x + 2)^3$       e)  $\log_{10} (3 - x) - \log_{10} (12 - x) = -1$       f)  $\log_{10} (3x^2 - 5x - 2) - \log_{10} (x - 2) = 1$

g)  $\log_{1/7} x + \log_{1/7} (5x - 28) = -2$       h)  $\log_{1/3} 12x^2 - \log_{1/3} (20x - 9) = -1$

## Anexo 5: Rúbrica de problemas

Matemáticas III. La recta

RÚBRICA PARA EVALUAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE LA RECTA			
PROPÓSITO:		Que el estudiante logre aplicar el concepto de recta y sus características para la solución de problemas.	
INDICADOR	EXCELENTE 100-90	SATISFACTORIO 89-70	NO ACEPTABLE MENOR A 70
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo con la teoría. El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema	La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta	La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica	La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado	La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.
TRABAJO COLABORATIVO	El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.	El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros	El trabajo es revisado por otros compañeros de clase, pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo, pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.



## Bibliografía.

- Ahumada, P (2005). *Hacia Una Evaluación Auténtica del Aprendizaje*. México: Huidos Educador.
- Alonso, M., Gil, D. y Martínez-Torregosa, J. (1996). *Evaluar no es calificar. La evaluación y la calificación en una enseñanza constructivista de las ciencias*. Investigación en la escuela. (30): 15-26.
- Anijovich, R. (2010), *La retroalimentación en la evaluación, Evaluación significativa*, Buenos Aires, Paidós, pp. 16-17
- Andrade, L. y Cizek, G.(eds.) (2010). *Handbook of Formative Assessment*, Nueva York: Routledge.
- Anijovich, R. &González, C. (2013). *Evaluar para aprender*. Argentina: AIQUE.
- Arredondo, V., Pérez, G. y Aguirre, M.. (2005). *Didáctica General* . México: LIMUSA.
- Bodas, I (2005), *La evaluación educativa en: Psicopedagogía para docentes*. Madrid, UNED.
- Brookhart, S.M. (2001). *Successful students' formative and summative use of assessment information*. *Assessment in Education*, 8 (2), 153-16
- Campanario, J. y Moya, A. (1999). *¿Cómo enseñar ciencias? Principales tendencias y propuesta en enseñanza de las ciencias*. 17 (2): 179-192
- Castillo, S., Cabrerizo, J. (2003) *Evaluación educativa y Promoción escolar*. Madrid: Pearson.
- Córdova, M. (2013). *Evaluación educativa, Formas de evaluación educativa*. 2013: Académica Española.
- Chadwick, C. y Rivera, N. (1997). *Evaluación Formativa para el Docente*. Barcelona: Paidós Educador.

- Díaz, F., Hernández G. (2000) *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*, Universidad Autónoma del Estado de México: México.
- Eggen, P. y Kauchak, D. (2009) *Estrategias docentes: Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Escamilla, A. y Llanos, E. (1995). *La evaluación del aprendizaje y de la enseñanza en el aula*. Zaragoza-España: Edelvives.
- Fioriti, G. y Cuesta, C. (2012). *La evaluación como Problema*. Madrid: MIÑO Y DÁVILA.
- Hernández, F. y Sancho, J.M. (1993). *Para enseñar no basta con saber la asignatura*. Barcelona: Paidós.
- Johnson M., Stefersen A., (2004). *Algebra y Trigonometría con aplicaciones*. México: Trillas.
- Jorba, J. y Sanmartí, N. (1994). *Enseñar, aprender y evaluar: Un proceso de regulación continua: Propuestas prácticas para las áreas de Ciencias de la naturaleza y matemáticas*. Barcelona: Ministerio de educación y cultura.
- Leyva, B. (2010) *Evaluación del aprendizaje: una guía práctica para profesores*. México: UNAM.
- López, V. (2011). *Evaluación Formativa y Compartida en Educación superior*. España: Narcea.
- Martínez, M., (1997). *Matemáticas III*. México: McGraw-Hill.
- Méndez, A. (2008). *Matemáticas III*. México: Santillana.
- Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M. y Pérez, M. (2009). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: GRAO
- Morán, P. (2014) *La evaluación cualitativa en los procesos y prácticas del trabajo en el aula*. México: UNAM-IISUE.
- Nirenberg, O., Brawerman, J., Ruiz, V. (2003) *Evaluar para la transformación*. Buenos aires: Paidós.



- Parra, C., Santaló, L. y Gálvez, G. (1994). *Didáctica de matemáticas Aportes y Reflexiones*. Argentina: Paidós.
- Pimienta, J. (2012). *Estrategias de enseñanza aprendizaje*. Madrid: Pearson.
- Pozo, J. I. (1989). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Morata.
- Rosales, C. (1998). *Criterios para una evaluación formativa*. Madrid: Narcea
- Rueda, M. y Díaz, F. Coord.(2004). *El portafolios docente como recurso innovador en la evaluación de los profesores. La evaluación de la docencia de en la universidad*, México: UNAM.
- Sanmartí, N. (2012). *10 ideas clave evaluar para aprender*. Barcelona: GRAO.
- Shepard A. (2006), *La evaluación en el aula*, Universidad de colorado. México: Textos de evaluación.
- Swan, M (1993). *Improving the desing and balance of mathematical assessment*. Niss, M. (Ed.). *Investigations into assessment in mathematics Education*, p.p. 195-216. Dordrecht. Kluwer Academic Publisher.
- Tyler, R.W. (1967). *Changing concepts of educational evaluation*. In R. E. Stake (Ed.), *Perspectives of curriculum evaluation*, vol. 1, New York: Rand McNally.
- Zarzar, C. (1993). *Habilidades para la Docencia*. México: Patria.

## Mesografía.

- Álvarez, I. (2009) *Evaluar para contribuir a la autorregulación del aprendizaje*. En *Electronic Journal of research in educational Psychology* Consultado el 22 de octubre 2018. Disponible en <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=293121984005>
- ACE. (2017). *Guía de uso: Evaluación formativa*. septiembre 20, 2017, de Agencia de calidad de la educación Sitio web: [file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Docentes Guía de uso-Kit formativa v2%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Docentes%20Guia%20de%20uso-Kit%20formativa%20v2%20(1).pdf)
- Díaz, D. (2010). *Buenas prácticas organizativas para la integración de las TIC en el sistema educativo extremeño*. En De Pablos Pons, J. (Coord.) *Buenas prácticas de enseñanza con TIC. Revista Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*. Vol. 11, nº 1. Universidad de Salamanca, pp. 148-179. [http://revistatesi.usal.es/~revistas\\_trabajo/index.php/revistatesi/article/view/5839/5865](http://revistatesi.usal.es/~revistas_trabajo/index.php/revistatesi/article/view/5839/5865)
- Guba E., Lincoln, Y (1982). *Epistemological and Methodological Bases of Naturalistic Inquiry. Educational Communication and Technology*, Vol. 30, No. 4 (Winter, 1982), pp. 233-252. Diponible en: <http://www.istor.org/stable/30219846>
- Lemus Alvarado, M. (2012). *La evaluación educativa tiene historia*. Recuperado de <http://es.scribd.com/doc/80501271/La-evaluacion-educativa-tiene-historia>
- Ministerio de educación (2010) *La evaluación formativa y sus componentes para la construcción de una cultura de mejoramiento*. Consultado el 12 junio 2018. Disponible en [https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-349925 DIA 2 4 dia E.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-349925_DIA_2_4_dia_E.pdf)

- Rodríguez, G., Ibarra, M. (2012). *La voz del estudiante en la evaluación del aprendizaje*. En *Relieve* v.18. consultado el 13 marzo 2018. Disponible en [10.7203/relieve.18.2.1985](https://doi.org/10.7203/relieve.18.2.1985).
- Roos, B. (2004). *Learning and Assessment in the Knowledge Society*. Umea, Suecia: Universidad de Umea. Recuperado de: [http://www.onlineassessment.nu/onlineas\\_webb/products/EDEN\\_040623.pdf](http://www.onlineassessment.nu/onlineas_webb/products/EDEN_040623.pdf)