



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Instituto de Astronomía

ESTUDIO DE ESTRELLAS PULSANTES HÍBRIDAS
OBSERVADAS POR EL SATÉLITE KEPLER

T E S I S
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

PRESENTA:
JESÚS MANUEL HIGUERA VALDENEBRO

TUTOR
DR. LESTER IVÁN FOX MACHADO
INSTITUTO DE ASTRONOMÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. FEBRERO 2019.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Era una noche sin luna
y sólo la música de las estrellas los rodeaba.*

*Gabriel Trujillo Muñoz
"Mezquite Road"*

Agradecimientos

A mi asesor, Dr. Lester Fox Machado, por brindarme parte de su tiempo y compartir su conocimiento, consejos y su paciencia a lo largo de este tiempo.

A mis sinodales, Dr. Raúl Michel, Dr. Andrés Moya, Dr. William Schuster, Dr. Juan Carlos Suárez y Dr. Gagik Tovmasian, por tomarse el tiempo de leer este trabajo y decirme sus comentarios que ayudaron a mejorar este trabajo.

Al personal del Instituto de Astronomía, Ensenada y del Observatorio Astronómico Nacional por sus consejos y pláticas.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada durante los estudios de maestría.

Esta tesis está basada en observaciones realizadas en el Observatorio Astronómico Nacional en la Sierra de San Pedro Mártir (OAN-SPM), Baja California, México.

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo de Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM a través del proyecto PAPIIT IN 100918: “Astrosismología y Binariedad: Descifrando la Estructura de Estrellas de la Secuencia Principal”. Agradezco a la DGAPA-UNAM el apoyo recibido.

Resumen

Presentamos los resultados de un análisis astrosismológico detallado de una muestra de cuatro estrellas candidatas a pulsadores híbridos tipo δ Scuti/ γ Doradus, usando espectros estelares de alta resolución obtenidos en el Observatorio Astronómico Nacional en San Pedro Mártir (OAN-SPM) y observaciones fotométricas de muy alta precisión del telescopio espacial *KEPLER*, con el objetivo de detectar una posible binariedad estelar, demostrar un posible carácter híbrido de los objetos y estudiar la estructura interna de las estrellas empleando los modos propios de oscilación a partir de observaciones del satélite *KEPLER*. La muestra consta de KIC 4556345, KIC 4919818, KIC 4920125 y KIC 6142919, las cuales son variables pulsantes intrínsecas de tipo espectral A/F que muestran espectros de pulsación similares a pesar de que se encuentran en un estado evolutivo ligeramente diferente.

A partir del análisis de los espectros ECHELLE adquiridos en el telescopio de 2.12m del OAN-SPM, hemos determinado para cada estrella las velocidades radiales (V_r), los parámetros atmosféricos (T_{eff} y $\log g$) y el tipo espectral. La binariedad de las estrellas fue investigada fotométricamente con las series temporales de *KEPLER* usando el método de la modulación de la fase de las pulsaciones y espectroscópicamente mediante la variación de las velocidades radiales.

El análisis Fourier de las series temporales de *KEPLER* nos permitió detectar entre 16 y 18 frecuencias de oscilación en cada estrella con un nivel de significación superior al 99%. Realizamos un análisis teórico de los modos de oscilación detectados en cada estrella, calculando una malla de modelos de estructura y evolución estelar con la física apropiada para cada estrella. Seguidamente hemos calculado los modos radiales y no radiales de las frecuencias propias de oscilación en los rangos observados para estos tipos de variables. Finalmente, llevamos a cabo una comparación de las frecuencias de oscilación observadas y las frecuencias de oscilación teóricas por medio de ajustes del tipo χ^2 .

Además, presentamos para cada estrella una posible identificación de los modos de oscilación y a partir del modelo sismológico que mejor se ajusta a las frecuencias observacionales, derivamos masas y edades. A partir de nuestras mediciones de velocidad

radial encontramos que KIC 4920125 posiblemente es una estrella binaria espectroscópica con un período orbital de 147.5 días mientras que las demás estrellas posiblemente son binarias, pero más mediciones espectroscópicas son necesarias para confirmar su naturaleza.

Índice general

Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XII
1. Introducción	1
1.1. Astrosismología	1
1.2. Estrellas Variables Pulsantes	2
1.2.1. δ Scuti	6
1.2.2. γ Doradus	7
1.2.3. Estrellas Pulsantes Híbridas δ Sct- γ Dor	8
1.3. Misión Espacial <i>Kepler</i>	10
1.4. Muestra de Estrellas	14
1.5. Motivación y Objetivos	15
2. Elementos de la Teoría de Pulsación Estelar	17
2.1. Modos Radiales y No Radiales de Oscilación	17
2.1.1. Efectos de Rotación	20
2.2. Ecuaciones de Oscilaciones Lineales y Adiabáticas	21
2.3. Modos de Oscilación	24
2.3.1. Modos p y g	24
2.3.2. Modos Mixtos	26
2.4. Mecanismos de Excitación	28
3. Obtención y Análisis de Datos Observacionales	29
3.1. Fotometría	29
3.2. Clasificación Estelar	31
3.2.1. Clasificación por tipos espectrales	31
3.2.2. Clasificación por clases de luminosidad	31
3.3. Misión <i>Kepler</i>	32
3.3.1. Datos fotométricos de <i>Kepler</i>	32
3.3.2. Detección de frecuencias de oscilación usando <i>Period04</i>	40
3.3.3. Medición de Fase y Tiempos de Retardo	48
3.4. Espectroscopía	51

3.4.1. Espectrógrafo Echelle-REOSC (OAN-SPM)	52
3.4.2. Obtención de Velocidades Radiales	54
3.4.3. Derivación de Parámetros Atmosféricos con <i>iSpec</i>	56
3.4.4. Derivación del Tipo Espectral de las Estrellas	60
4. Análisis Teórico	61
4.1. Cálculo de secuencias evolutivas con el código <i>CESAM 2K</i>	61
4.1.1. Estado evolutivo de los objetos de interés en el diagrama Hertzsprung–Russell (H-R)	62
4.2. Cálculo de frecuencias teóricas con el código <i>FILOU</i>	65
4.2.1. Comparación de frecuencias observacionales y teóricas	66
5. Discusión y Conclusiones	76
5.1. KIC 4556345	77
5.2. KIC 4919818	77
5.3. KIC 4920125	78
5.4. KIC 6142919	78
5.5. Conclusiones Generales	79
5.6. Trabajo a Futuro	80
Bibliografía	82

Índice de figuras

1.1. “Árbol de Variabilidad” que muestra diferentes tipos de fenómenos estelares y no estelares que existen en la astronomía (Eyer & Mowlavi, 2009).	3
1.2. Distribución esquemática de los diferentes tipos de estrellas pulsantes en el diagrama H-R. Versión actualizada de Jeffery (2008) en Catelan and Smith (2015).	4
1.3. Banda de inestabilidad de estrellas γ Doradus (Ibanoglu et al., 2018). La línea sólida inclinada representa la ZAMS teórica. Las secuencias evolutivas para 1.4, 1.6, 1.8 y 2 M_{\odot} son adaptadas de Girardi et al. (2000). Los bordes de las bandas de inestabilidad de γ Dor y δ Scuti son indicados como líneas sólidas y líneas punteadas respectivamente (Warner et al., 2003).	8
1.4. a) Diagrama $(T_{eff}, \log g)$ de δ Sct, γ Dor y estrellas híbridas detectadas con observaciones desde Tierra. b) Diagrama $(T_{eff}, \log g)$ de estrellas de Kepler clasificadas como δ Sct, γ Dor e híbridas de Uytterhoeven et al. (2011).	9
1.5. Representación artística del satélite <i>Kepler</i> . (nasa.gov/mission_pages/kepler/)	12
1.6. Campo de visión del satélite <i>Kepler</i> . (nasa.gov/mission_pages/kepler/)	12
1.7. Cámara del satélite <i>Kepler</i> formada por 42 CCDs. (nasa.gov/mission_pages/kepler/)	13
2.1. Imagen de la componente radial de los modos octupolos $l = 3$ (Aerts et al., 2010).	18
2.2. Imagen de la propagación de rayos de sonido u ondas de gravedad visto en un corte transversal de una estrella similar al Sol. Las trayectorias de los rayos acústicos se muestran en el panel (a) y la trayectoria del rayo de los modos g se muestra en el panel (b) (Aerts et al., 2010).	25
2.3. Diagrama de propagación para modos $l = 1$ de una estrella pulsante GW Vir. Aquí podemos observar la presencia de modos que cruzan la región evanescente y, por lo tanto, presentan carácter mixto (círculos abiertos) (Catelan and Smith, 2015).	27
3.1. Bandas del sistema $UBV(RI)_c$ de Johnson-Cousins (Moro and Munari, 2000).	30

3.2. Curva de luz de la estrella variable SX Phe (Aerts et al., 2010).	31
3.3. Curva de luz normalizada de KIC 4556345.	38
3.4. Curva de luz normalizada de KIC 4919818.	39
3.5. Curva de luz normalizada de KIC 4920125.	39
3.6. Curva de luz normalizada de KIC 6142919.	40
3.7. Espectro de amplitudes de KIC 4556345 obtenido a partir de su curva de luz normalizada.	41
3.8. Espectro de amplitudes de KIC 4919818 obtenido a partir de su curva de luz normalizada.	42
3.9. Espectro de amplitudes de KIC 4920125 obtenido a partir de su curva de luz normalizada.	42
3.10. Espectro de amplitudes de KIC 6142919 obtenido a partir de su curva de luz normalizada.	43
3.11. Retardos de 5 frecuencias fijas calculados de subseries de 10d para KIC 4556345.	49
3.12. Retardos de 5 frecuencias fijas calculados de subseries de 10d para KIC 4919818.	50
3.13. Retardos de 5 frecuencias fijas calculados de subseries de 10d para KIC 4920125.	50
3.14. Retardos de 5 frecuencias fijas calculados de subseries de 10d para KIC 6142919.	51
3.15. Espectrógrafo Echelle-REOSC instalado en el telescopio de 2.12m en el OAN-SPM.	52
3.16. Ajuste de velocidad radial obtenido para KIC 4920125. El eje horizontal muestra el tiempo en unidades de Día Heliocéntrico Juliano (HJD), el eje vertical la velocidad radial de la estrella y los puntos azules representan las mediciones realizadas en este trabajo.	56
3.17. Ajuste a la línea de H α para KIC 4920125, donde S1-S6 representan seis espectros sintéticos ajustados. Los parámetros de cada espectro sintéti- co son, S1: $T_{eff}=6700\text{K}$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S2: $T_{eff}=6750\text{K}$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S3: $T_{eff}=6850\text{K}$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S4: $T_{eff}=6900\text{K}$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S5: $T_{eff}=6973\text{K}$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S6: $T_{eff}=7000\text{K}$, $\log g=3.9$ (cm/s^2).	58
3.18. Ampliación al ajuste realizado en la fig. 3.17 de la línea de H α para KIC 4920125, donde S1-S6 representan seis espectros sintéticos ajustados. Los parámetros de los espectros sintéticos correspondientes a cada color son los mismos que en la Figura 3.17.	58
3.19. Ajuste a la línea de H β para KIC 4920125, donde S1-S3 representan tres espectros sintéticos ajustados. Los parámetros de cada espectro sintéti- co son, S1: $T_{eff}=6973\text{K}$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S2: $T_{eff}=7150\text{K}$, $\log g=4.0$ (cm/s^2); S3: $T_{eff}=7300\text{K}$, $\log g=4.0$ (cm/s^2).	59

3.20. Ampliación al ajuste realizado en la fig. 3.19 de la línea de $H\beta$ para KIC 4920125, donde S1-S3 representan tres espectros sintéticos ajustados. Los parámetros de los espectros sintéticos correspondientes a cada color son los mismos que en la Figura 3.19.	59
4.1. Diagrama H-R donde se muestran las posiciones observacionales de las cuatro estrellas estudiadas. Las líneas continuas indican las secuencias evolutivas de masas $1.5 - 2.5M_{\odot}$ calculadas con los parámetros explicados en el texto. Las cruces indican las posiciones observacionales de las estrellas con sus errores. Las líneas de puntos-trazos muestran los bordes azul y rojo de la franja de inestabilidad de las estrellas tipo δ Scuti y γ Doradus.	64
4.2. Diagrama $\log T_{eff}$ contra $\log g$ donde se muestran las posiciones observacionales de las cuatro estrellas estudiadas. Los puntos representan los parámetros de <i>LAMOST</i> (Qian et al., 2018), las estrellas indican los parámetros del catálogo <i>KIC</i> (Latham et al., 2005) y los cuadros indican los parámetros derivados en esta tesis. Las líneas de puntos-trazos muestran los bordes azul y rojo de la franja de inestabilidad de las estrellas tipo δ Scuti y γ Doradus.	65
4.3. Gráfica de χ^2 contra masa de los modelos de frecuencias para las cuatro estrellas de interés.	71

Índice de tablas

1.1. Parámetros de las estrellas objetivo según el “Kepler Input Catalog” . . .	14
1.2. Magnitudes de las estrellas objetivo en diferentes bandas tomadas de la base de datos de SIMBAD.	14
3.1. Resumen de las observaciones de las temporadas de KIC 4556345 descargadas de MAST.	34
3.2. Resumen de las observaciones de las temporadas de KIC 4919818 descargadas de MAST.	35
3.3. Resumen de las observaciones de las temporadas de KIC 4920125 descargadas de MAST.	36
3.4. Resumen de las observaciones de las temporadas de KIC 6142919 descargadas de MAST.	37
3.5. Frecuencias, amplitudes y fases obtenidas a partir de la curva de luz normalizada de KIC 4556345 con el programa <i>Period04</i>	44
3.6. Frecuencias, amplitudes y fases obtenidas a partir de la curva de luz normalizada de KIC 4919818 con el programa <i>Period04</i>	45
3.7. Frecuencias, amplitudes y fases obtenidas a partir de la curva de luz normalizada de KIC 4920125 con el programa <i>Period04</i>	46
3.8. Frecuencias, amplitudes y fases obtenidas a partir de la curva de luz normalizada de KIC 6142919 con el programa <i>Period04</i>	47
3.9. Frecuencias fijas para los cuatro objetos de interés.	48
3.10. Número de espectros por temporada.	53
3.11. Velocidades radiales. HJD: “Heliocentric Julian Date”.	55
3.12. Parámetros atmosféricos de las estrellas de interés obtenidos con el programa <i>iSpec</i>	57
3.13. Tipos espectrales de las estrellas de interés.	60
4.1. Parámetros atmosféricos de las estrellas de interés.	62
4.2. Posiciones observacionales en el diagrama H-R para las estrellas de interés.	63
4.3. Comparación de las frecuencias observacionales (ν_{obs}) con las frecuencias teóricas (ν_{teo}) obtenidas con el código <i>FILOU</i> de KIC 4556345. Las frecuencias están dadas en μHz	67

4.4. Comparación de las frecuencias observacionales (ν_{obs}) con las frecuencias teóricas (ν_{teo}) obtenidas con el código <i>FILOU</i> de KIC 4919818. Las frecuencias están dadas en μHz	68
4.5. Comparación de las frecuencias observacionales (ν_{obs}) con las frecuencias teóricas (ν_{teo}) obtenidas con el código <i>FILOU</i> de KIC 4920125. Las frecuencias están dadas en μHz	69
4.6. Comparación de las frecuencias observacionales (ν_{obs}) con las frecuencias teóricas (ν_{teo}) obtenidas con el código <i>FILOU</i> de KIC 6142919. Las frecuencias están dadas en μHz	70
4.7. Identificaciones de los modos de oscilación de KIC 4556345.	72
4.8. Identificaciones de los modos de oscilación de KIC 4919818.	73
4.9. Identificaciones de los modos de oscilación de KIC 4920125.	74
4.10. Identificaciones de los modos de oscilación de KIC 6142919.	75

Introducción

En agosto de 1596 el astrónomo amateur David Fabricius, después de haber observado la estrella α Ceti a lo largo de unos meses, notó que su brillo disminuía lentamente y que para octubre la estrella había desaparecido completamente del cielo. Algunos meses después notó que la estrella había aparecido una vez más en el cielo y con su brillo inicial. Fabricius nunca imaginó que la variable que ya se conocía no era una nova, sino que mostraba cambios periódicos en su brillo.

Johannes Hévelius (1611-1687) realizó un estudio detallado de α Ceti y en 1662 publicó *Historiola Mirae* llamando la estrella Mira, que significa “la maravillosa” en latín. Ismael Bullialdus (1605-1694) observó que el máximo brillo de Mira ocurría aproximadamente un mes antes cada año, demostrando la naturaleza periódica de los cambios de brillo. En su libro *Ad astronomos monita duo* de 1667, determinó que el período de Mira era de ~ 333 días (1 día más que el período actual de 332 días). De esta forma, Mira fue la primera estrella variable cuyo período fue determinado. Ahora es el prototipo de las estrellas variables de largo período conocidas como variables tipo Mira. Sin embargo, tardaría mucho tiempo antes de establecerse que los cambios en el brillo de Mira eran debidos a pulsaciones (Catelan and Smith, 2015).

1.1. Astrosismología

En su libro *The Internal Constitution of the Stars* (Eddington, 1926), el astrónomo Sir Arthur Eddington mencionó: “A primera vista, parecería que el interior profundo del Sol y las estrellas es menos accesible a la investigación científica que cualquier otra región del universo. Nuestros telescopios pueden sondear más y más en las profundidades del espacio; pero ¿cómo podemos obtener cierto conocimiento de lo que está oculto detrás de barreras sustanciales? ¿Qué artefacto puede atravesar las capas externas de una estrella y analizar las condiciones internas?” Eddington consideró la teoría como la manera de responder a esta pregunta y se sentiría asombrado de saber que ahora existe una manera de ver dentro de las estrellas. La astrosismología es la rama de la

astrofísica que trata de obtener información del interior estelar a través del estudio de sus pulsaciones superficiales.

Las estrellas se pueden concebir como cavidades resonantes donde el movimiento del gas genera ondas sonoras que se propagan en su interior. Muchas de esas ondas tienden a desvanecerse, sin embargo, en las estrellas pulsantes existen mecanismos que las sustentan, alcanzan un estado estacionario y deforman la superficie produciendo distintos modos de oscilación que se observan como cambios locales en brillo y temperatura. Al atravesar distintas zonas de la estrella, los modos de oscilación se ven afectados y, dependiendo por dónde pasan, producirán una deformación u otra en la superficie. Los modos de oscilación dependen de la composición química, la estructura interna y la edad de la estrella.

De esta forma, aunque no podemos observar directamente el interior estelar, sí podemos inferir la estructura estelar al estudiar los modos propios de oscilación y así “escuchar” los sonidos en su interior. El objetivo de la astrosismología es estudiar las propiedades de los modos de oscilación para determinar los parámetros fundamentales de la estructura interna a partir de observaciones fotométricas y espectroscópicas. De esta forma se contesta la pregunta de Eddington, “¿Qué artefacto puede atravesar las capas externas de una estrella y analizar las condiciones internas?”, la respuesta es la astrosismología, la verdadera música de las estrellas (Aerts et al., 2010).

1.2. Estrellas Variables Pulsantes

Una estrella variable es aquella cuyo brillo cambia a través del tiempo en escalas que pueden ir desde algunos segundos hasta incluso siglos. La gran mayoría de estrellas variables se han descubierto en la región óptica del espectro electromagnético. Sin embargo, algunas han mostrado variaciones en longitudes de radio y otras en la región de rayos X. Como se muestra en la Figura 1.1, se distinguen dos grandes grupos de estrellas variables de acuerdo a los mecanismos que causan los cambios en su brillo: las variables extrínsecas y las variables intrínsecas. En las variables extrínsecas los cambios en el brillo se deben a efectos geométricos como los que ocurren, por ejemplo, en las estrellas binarias eclipsantes donde la disminución del brillo en la curva de luz ocurre cuando una estrella eclipsa a otra en la dirección de la línea de visión del observador. En las variables intrínsecas los cambios en luminosidad son causados por cambios en las propiedades físicas internas de las estrellas. Cada grupo de variables se subdivide en diferentes clases y las clases en diferentes tipos que son representativos de estrellas en diferentes estados evolutivos.

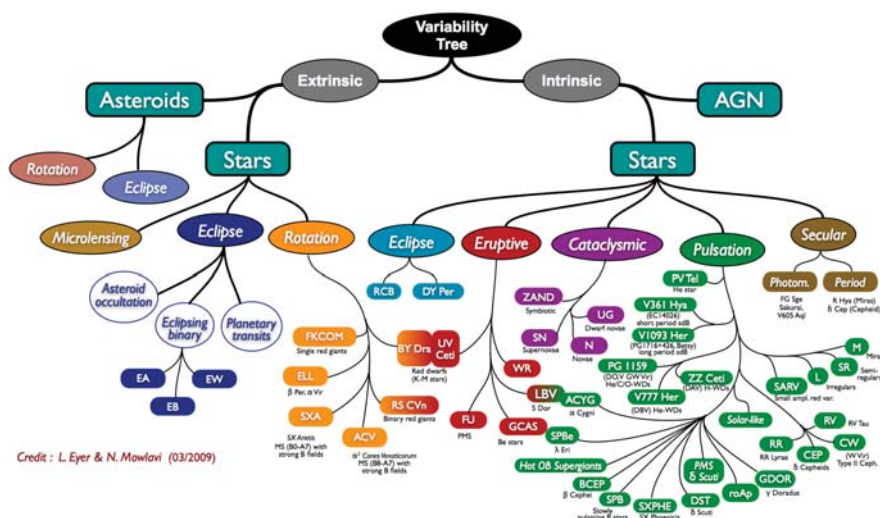


Figura 1.1: “Árbol de Variabilidad” que muestra diferentes tipos de fenómenos estelares y no estelares que existen en la astronomía (Eyer & Mowlavi, 2009).

En esta tesis nos enfocaremos en las variables intrínsecas pulsantes (estrellas pulsantes en adelante). Éstas se caracterizan por tener variaciones periódicas en luminosidad y velocidad radial causadas por expansiones y contracciones de la estructura estelar las cuales son debidas a algún mecanismo de excitación interno. La Figura 1.2 presenta la distribución de los diferentes tipos de estrellas pulsantes en el diagrama de Hertzsprung-Russell (diagrama H-R en adelante). Los llamados pulsadores clásicos ocupan la franja casi vertical delimitada por líneas discontinuas, denominada *franja de inestabilidad de las Cefeidas*. En esta banda se encuentran, de mayor a menor luminosidad, las Cefeidas, las RR Lyrae, las δ Scuti, las γ Doradus y las roAP; y en la fase de enanas blancas, las ZZ Ceti. Una evidente conclusión de esta gráfica es que los diferentes tipos de estrellas pulsantes se pueden encontrar en casi todas las fases de la evolución estelar, desde estrellas muy jóvenes hasta muy evolucionadas, de Población I y Población II, de cúmulos abiertos y globulares, en el halo y el bulbo galáctico, cubren un amplio rango de masas y tipos espectrales. Por lo tanto el estudio de las oscilaciones en las estrellas pulsantes proporciona información no sólo de la estructura y evolución estelar sino también de la evolución de las galaxias y los cúmulos estelares.

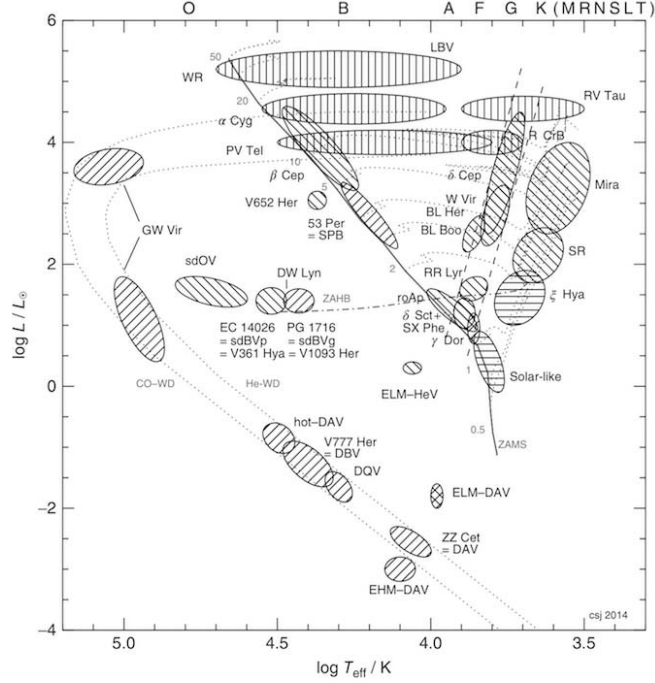


Figura 1.2: Distribución esquemática de los diferentes tipos de estrellas pulsantes en el diagrama H-R. Versión actualizada de Jeffery (2008) en Catelan and Smith (2015).

Las oscilaciones de las estrellas pulsantes corresponden a ondas estacionarias que se propagan a través de cavidades resonantes del interior estelar. Estas ondas, a medida que se propagan en el interior estelar, se ven afectadas por cambios locales de presión, densidad, temperatura y composición química. De manera que estudiando cómo se relacionan las oscilaciones con esos cambios locales en las propiedades macroscópicas, se infieren las condiciones físicas del interior de la estrella. Un modo de oscilación es el estado estacionario de las vibraciones originadas de la perturbación de un sistema en equilibrio. Las frecuencias intrínsecas de dichas oscilaciones caracterizan la estructura física del sistema perturbado.

Como explicaremos más adelante, las oscilaciones estelares se pueden clasificar de acuerdo a la fuerza que restaura el movimiento oscilatorio. En el caso de las estrellas, existen dos fuerzas principales que mantienen el equilibrio hidrostático: la presión y la gravedad. Cuando la presión es la fuerza restauradora las oscilaciones se denominan modos acústicos o *modos p* y cuando la gravedad es dominante, se refiere a los modos gravitatorios o *modos g*. El movimiento oscilatorio más sencillo es el del llamado modo radial fundamental que ocurre cuando la estrella se expande y se contrae manteniendo su simetría esférica. Este tipo de oscilación es observado en la mayoría de las Cefeidas y RR Lyrae. El modo radial fundamental es de casi igual duración que la escala de tiempo dinámico de la estrella y por lo tanto proporciona información directa de su

densidad media. No obstante, las estrellas pulsantes oscilan de manera más compleja, presentan varios modos de pulsación simultáneamente que pueden ser de tipo radial o de los llamados modos no radiales, que al propagarse distorsionan la simetría esférica estelar. Cada modo de oscilación está caracterizado por su período (frecuencia) y por una terna de valores (n, l, m) resultado de la distribución espacial de las oscilaciones de la estrella y se denominan *orden radial*, *grado angular* y *orden azimutal* respectivamente. La rama de la Astrofísica que trata de obtener información de la estructura estelar estudiando los modos propios de oscilación presentes en las estrellas pulsantes es la Astrosismología. La aplicación de los métodos sismológicos a los diferentes tipos de estrellas pulsantes observadas por los telescopios espaciales ha permitido obtener grandes avances en el conocimiento de la estructura interna de las diferentes clases de estrellas pulsantes, como son las estrellas tipo solar, las gigantes rojas y estrellas pulsantes tipo A/F.

En particular, la cantidad de estrellas pulsantes de tipo espectral A/F detectadas ha aumentado considerablemente, sobre todo en la última década, gracias a las misiones espaciales como MOST (Walker et al., 2003), CoRoT (Baglin et al., 2006) y *Kepler* (Borucki et al., 2010b). Las observaciones desde el espacio han permitido mejorar notablemente la detección de pulsaciones en todas las clases de estrellas pulsantes en general, ya que el nivel de detección de las oscilaciones ha aumentado drásticamente al poderse obtener series temporales continuas de muy larga duración.

En la Figura 1.2 las variables de tipo espectral A/F están localizadas en la parte baja de la secuencia principal (SP), ahí donde ésta intercepta la franja de inestabilidad de las Cefeidas. Esta zona, que incluye estrellas de secuencia principal, pre-secuencia principal y post-secuencia principal, alberga las estrellas pulsantes tipo δ Scuti y γ Doradus, cuyas propiedades se discutirán en la siguiente sección. El estudio detallado de estos objetos es muy importante en la astrofísica, ya que muchos de los procesos físicos que ocurren en ellos son poco entendidos en la actualidad. Por ejemplo, la distribución de la velocidad proyectada de rotación, $v \text{ seni}$ con el tipo espectral, en donde las estrellas de tipo espectral mayores que F5 tienen un $v \text{ seni}$ típicamente menor que 10 km/s, mientras que las estrellas más calientes pueden alcanzar valores mayores a 100 km/s (Royer, 2000). La transición desde la zona convectiva hasta la zona radiativa en este tipo de estrellas está también poco entendido. Los modelos teóricos predicen un cambio abrupto de la estructura estelar para las estrellas localizadas cerca del borde rojo de la franja de inestabilidad en la zona de las δ Scuti, cerca de $T_{\text{eff}} = 7000$ K.

En la región del diagrama H-R donde co-habitan las estrellas tipo δ Scuti (δ Sct) y estrellas tipo γ Doradus (γ Dor), las observaciones espaciales del satélite *Kepler* han revelado la existencia de una nueva clase de estrellas pulsantes denominadas híbridas δ Sct- γ Dor (Uytterhoeven et al., 2011). Tal y como se muestra en la Figura 1.2, las estrellas γ Doradus están situadas en una zona cercana a la secuencia principal, con masas entre 1.5 y $1.8M_{\odot}$, que parcialmente se traslapa con la región de las δ Scuti,

con masas entre 1.5 y $3M_{\odot}$, en la banda de inestabilidad. Por lo tanto, es de esperarse que en esta intersección se encuentren estrellas con modos de oscilación p y g , es decir pulsaciones híbridas en sus espectros de frecuencias.

En las siguientes secciones expondremos las principales características de las estrellas pulsantes tipo δ Scuti, γ Doradus e híbridas δ Sct- γ Dor.

1.2.1. δ Scuti

Históricamente, las δ Scuti han sido clasificadas de varias formas en diferentes épocas. Smith (1955), estudiando las propiedades de estrellas RR Lyrae en el diagrama HR, detectó un conjunto de estrellas paralelas, pero bastante desplazadas de la línea correspondiente a las RR Lyrae pero con períodos y luminosidades menores que los habituales. Estas estrellas eran más parecidas a Cefeidas Clásicas en términos de distribución y probablemente en masa, por lo que las denominó “Cefeidas enanas”. Dos años después, Eggen (1957) detectó un grupo de variables de Población I de período muy corto, con períodos y luminosidades aún menores que los de las Cefeidas enanas, que denominó δ Scuti al estar formado por: δ Scuti, DQ Cep, CC And, δ Del y ρ Pup (Frolov and Irkaev, 1984). Las Cefeidas enanas y las δ Scuti se diferenciaban por la mayor amplitud de las primeras $\Delta > 0.3$ mag y por escasos modos de oscilación radiales, frente al carácter multiperíodico y probablemente no radial que presentaban las δ Scuti (Shobbrook and Stobie, 1974). Hoy en día existe un consenso general en que todas ellas son del mismo tipo, unas de alta amplitud llamadas HADS (High-amplitude Delta Scuti) [Petersen and Christensen-Dalsgaard (1996); Lee et al. (2008)] y otras más numerosas de baja amplitud llamadas LADS (Low-amplitude Delta Scuti) (Handler, 2009).

Las estrellas δ Scuti (δ Sct) son estrellas de Población I y tipo espectral entre A2 y F5 [Suárez et al. (2014); Barceló Forteza et al. (2017)]. Se localizan en la banda de inestabilidad de las Cefeidas hacia luminosidades bajas y cerca de la secuencia principal. Tienen masas entre 1.5 y $3M_{\odot}$ [García Hernández et al. (2017); de Francisco et al. (2018)], temperaturas efectivas entre 6300 y 8600K (Barceló Forteza et al., 2017), luminosidad en el rango de $5 \leq L/L_{\odot} \leq 80$ (Catelan and Smith, 2015) y períodos entre 0.02 a 0.3 días (Balona, 2014).

Las oscilaciones en las δ Scuti son producidas por modos p no radiales impulsados por el mecanismo κ en la zona parcial de ionización de HeII. Al ser estrellas con núcleos convectivos y capas radiativas, durante un ciclo de pulsación se producen retenciones y liberaciones continuas de energía debidas a cambios en la opacidad en la capa de ionización de HeII. En particular, la opacidad disminuye a medida que la temperatura aumenta. Durante la contracción, el aumento de la temperatura y disminución de la opacidad genera una fuga de calor a través de las capas que estabiliza a la estrella. Sin embargo, en la capa de la ionización parcial de HeII, la opacidad aumenta con la tempe-

ratura por que la radiación es absorbida al ionizar el material. De forma que, durante la compresión, parte del calor es absorbido para ionizar mayor cantidad de especies atómicas absorbiendo energía, la cual es liberada durante la expansión. Esta pérdida y ganancia de calor, debido a los cambios de opacidad dentro de la estrella durante el ciclo de pulsación, es lo que se denomina mecanismo de excitación κ (Zhevakin, 1953).

1.2.2. γ Doradus

Las estrellas γ Doradus (γ Dor) fueron reconocidas como una nueva clase de variables hace aproximadamente 20 años (Balona et al., 1994). Son de tipo espectral entre A7 y F5, con un rango de masa entre 1.5 y $1.8M_{\odot}$, temperaturas efectivas entre 6700 y 7400K (Catelan and Smith, 2015); y tienen períodos entre 0.3 y 3 días (Sánchez Arias et al., 2017). Las propiedades de las estrellas γ Dor fueron estudiadas inicialmente por Handler (1999) y después por muchos otros autores. Estas estrellas presentan oscilaciones no-radiales de modos g .

Las γ Dor son estrellas con zonas convectivas externas. El mecanismo típico de excitación de las oscilaciones en estas estrellas es el “bloqueo convectivo”. La envoltura convectiva de las γ Dor es profunda, extendiéndose más allá de la región de ionización parcial del HeII donde opera el mecanismo de excitación κ . Como la mayoría del flujo es transportado por convección, el mecanismo κ no se aplica. En este caso, las pulsaciones se originan mediante un bloqueo de la luminosidad radiada en la parte inferior de la zona convectiva. En la fase caliente de la pulsación, el excedente de calor en el fondo de la zona convectiva no puede ser transportado inmediatamente por la convección, esto se debe a que la escala de tiempo local de un elemento de volumen convectivo en estas regiones es del mismo orden o mayor al período de pulsación. En estas circunstancias, no hay tiempo suficiente para que el calor en la base del elemento de volumen convectivo sea transportado hacia la cima de dicho elemento dentro de un ciclo pulsacional. Como resultado el calor es bloqueado, la presión aumenta en la base de la zona convectiva y las capas se expanden produciendo una pulsación [Guzik et al. (2000), Dupret et al. (2004)].

Al presentar pulsaciones de modos g , estas estrellas son de especial interés desde el punto de vista astrosismológico, ya que abren la posibilidad de directamente investigar las regiones más internas de estrellas de baja masa de secuencia principal. Incluso los interiores de estrellas pre-secuencia principal podrían ser explorados de esta manera dado que, gracias a los datos de CoRoT¹ se han encontrado dos candidatos γ Dor de pre-secuencia principal (Zwintz et al., 2013).

¹Convection, Rotation and planetary Transits

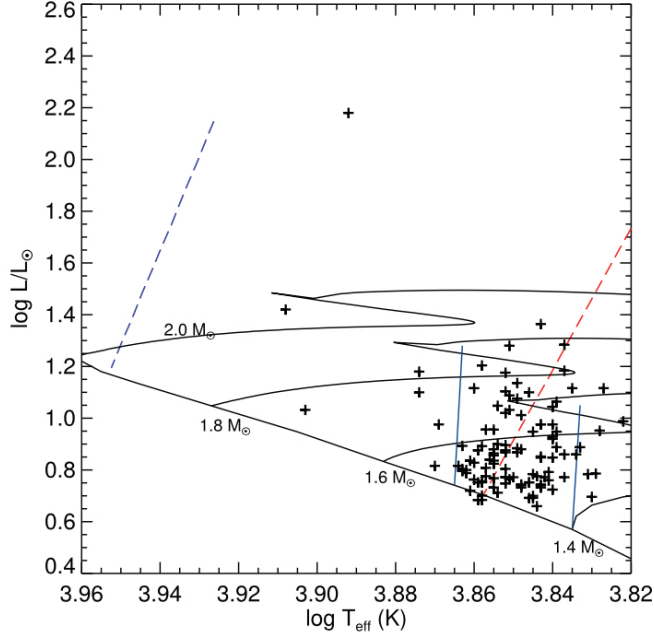


Figura 1.3: Banda de inestabilidad de estrellas γ Doradus (Ibanoglu et al., 2018). La línea sólida inclinada representa la ZAMS teórica. Las secuencias evolutivas para 1.4, 1.6, 1.8 y $2 M_{\odot}$ son adaptadas de Girardi et al. (2000). Los bordes de las bandas de inestabilidad de γ Dor y δ Scuti son indicados como líneas sólidas y líneas punteadas respectivamente (Warner et al., 2003).

La banda de inestabilidad de las estrellas γ Dor mostrada en la Figura 1.3 se caracteriza por una “aglomeración” de estrellas cerca del borde rojo de la banda de inestabilidad de las δ Sct y parcialmente se superpone a esta.

1.2.3. Estrellas Pulsantes Híbridas δ Sct- γ Dor

El hecho que las bandas de inestabilidad de las estrellas tipo γ Dor y δ Sct se traslapen, sugiere la presencia de estrellas pulsantes híbridas δ Sct- γ Dor. La primera confirmación de un pulsador híbrido de este tipo con los datos de telescopios terrestres fue realizada por Handler et al. (2002). Desde entonces se han presentado varios candidatos a pulsadores híbridos (Henry and Fekel, 2005) los que han ido en aumento a partir del análisis de los datos de los telescopios espaciales [Grigahcène et al. (2010); Balona and Dziembowski (2011); Uytterhoeven et al. (2011); Tkachenko et al. (2012) & Tkachenko et al. (2013)].

Tal y como se puede notar en la Figura 1.4(a) de Uytterhoeven et al. (2011), hasta el año 2009 utilizando únicamente observaciones desde Tierra se habían detectado tres pulsadores híbridos. Con la misión *Kepler*, la cantidad de candidatos a pulsadores híbridos ha aumentado enormemente, de forma que las estrellas híbridas ocupan toda la banda de inestabilidad e, incluso, algunas estrellas se encuentran fuera de ésta (ver Figura 1.4(b)). Se ha encontrado que alrededor de 36 % de las estrellas δ Scuti y γ Doradus son híbridas. Estudios como los de Balona (2014) sugieren que todas las estrellas δ Scuti son híbridas. Estas estrellas ocupan una posición intermedia en la intersección de las bandas de γ Dor y δ Sct [Henry et al. (2011); Tkachenko et al. (2013)].

Uytterhoeven et al. (2011) da tres condiciones que una estrella variable tipo A/F debe cumplir para ser clasificada como candidata híbrida:

1. Se deben detectar frecuencias típicas de las dos clases de estrellas.
2. Las amplitudes de ambos dominios debe ser comparable por un factor < 5 .
3. Existen dos frecuencias independientes en los dos dominios con amplitudes mayores a 100 partes por millón (ppm). Este es un criterio técnico aplicado sólo a las observaciones de *Kepler*.

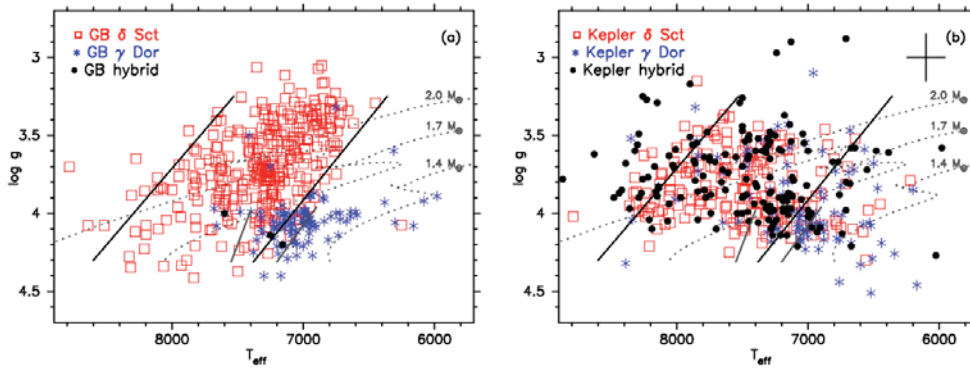


Figura 1.4: *a)* Diagrama $(T_{eff}, \log g)$ de δ Sct, γ Dor y estrellas híbridas detectadas con observaciones desde Tierra. *b)* Diagrama $(T_{eff}, \log g)$ de estrellas de Kepler clasificadas como δ Sct, γ Dor e híbridas de Uytterhoeven et al. (2011).

Las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor son un objeto de estudio atractivo para la astrosismología debido a la presencia simultánea de los modos no radiales p y g . El modelado teórico de las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor cuenta con una mayor cantidad de restricciones al momento de elegir el modelo que ajuste mejor a las observaciones permitiendo eliminar la mayor parte de la degeneración de las soluciones. En particular, el hecho de que las oscilaciones tipo δ Sct correspondan a modos p radiales y no radiales, implica que permiten explorar la envoltura estelar. Por otro lado, la presencia de modos

g de orden radial alto en las γ Dor ofrece la posibilidad de utilizar la teoría asintótica y las desviaciones del espaciado de períodos uniforme para explorar las posibles heterogeneidades químicas en la estructura de los núcleos convectivos. Por lo tanto, la presencia de los modos de oscilación g en las γ Dor brinda la posibilidad de investigar el núcleo convectivo de estas estrellas. Adicionalmente, las observaciones espectroscópicas son necesarias para demostrar que las frecuencias bajas en los espectros de amplitud no son debidas a binariedad ni a efectos de marea entre componentes (Lampens et al., 2018).

1.3. Misión Espacial *Kepler*

La resolución en el espectro de amplitudes de las oscilaciones estelares depende inversamente del tiempo de observación, $\Delta\nu = 1/T$. De forma que, mientras mayor sea el período de observación mejor será la calidad de datos lo cual es imprescindible cuando se quieren detectar frecuencias de oscilación con muy alta precisión. La necesidad de obtener series temporales de larga duración ha llevado a los astrónomos a crear diversos programas de colaboración para realizar observaciones tanto desde Tierra como desde el espacio. El método utilizado desde Tierra para lograr estas series temporales de larga duración son las observaciones multisitio, que consisten en observar, con instrumentos similares, un mismo campo estelar desde diferentes observatorios distribuidos longitudinalmente alrededor del globo terrestre para que la obtención de los datos no se vea interrumpida por el ciclo diurno.

A pesar de las ventajas que ofrecen las observaciones multisitio, éstas requieren una gran coordinación y amplia colaboración de diferentes grupos de investigación. La eficiencia de estas observaciones suele ser baja, entre el 30 % y 40 %, debido al mal clima y problemas instrumentales e incluso a la no asignación del tiempo de observación solicitado. Algunos ejemplos de redes de observación dedicadas son: DSN “Delta Scuti Network” [Breger et al. (1999); Handler et al. (2000)], SONG “Stellar Observations Network Group” (Grundahl et al., 2008) y STEPPI “STellar PHotometry International” [Michel et al. (2000); Fox Machado et al. (2007)].

Una manera óptima de realizar observaciones continuas evitando las complicaciones inherentes a las observaciones desde Tierra es hacerlas desde el espacio. La primera misión espacial dedicada al estudio de la astrosismología fue el satélite MOST (Microvariability and Oscillations of STars) (Walker et al., 2003) lanzado en junio de 2003 por la agencia espacial canadiense. MOST fue un satélite muy pequeño de solamente 53kg de peso y dimensiones 64cm de ancho \times 60cm alto y 24cm de profundidad, por lo que estaba en la categoría de microsátélite. Su misión principal fue monitorear las variaciones en el brillo estelar observando un objeto por un largo período de tiempo de hasta 60 días. Las estrellas objetivo principales fueron: Procyon, HD 209458, 55 Cancri y HIP 116454.

El siguiente satélite usado para hacer estudio astrosismológicos fue CoRoT (Convection, Rotation and planetary Transits) (Baglin et al., 2006) lanzado en diciembre de 2006 por la agencia espacial francesa junto con la agencia espacial europea. La misión contaba con dos objetivos: buscar planetas extrasolares con períodos orbitales cortos, particularmente, aquellos que tuvieran tamaño terrestre y llevar a cabo estudios de astrosismología midiendo oscilaciones tipo solar en estrellas. Fue el primer satélite dedicado a la detección de planetas extrasolares utilizando el método de tránsito. En noviembre de 2012 sufrió una falla en su computadora lo que hizo imposible recuperar los datos de su telescopio y aún cuando se realizaron intentos por repararla no tuvieron éxito, por lo que en junio de 2013 CoRoT fue retirado al dejarlo entrar en la atmósfera y quemarse.

El satélite Kepler (Figura 1.5) fue lanzado al espacio el 7 de marzo de 2009 y retirado en octubre de 2018. Su objetivo científico principal fue explorar la estructura y diversidad de sistemas planetarios observando una gran muestra de estrellas simultáneamente para poder (Borucki et al., 2010a):

- Determinar el porcentaje de planetas de tamaño terrestre o mayor que estén dentro o cerca de la zona de habitabilidad en una gran variedad de estrellas.
- Determinar la distribución de tamaños y formas de las órbitas de estos planetas.
- Estimar cuantos planetas existen en sistemas de estrellas múltiples.
- Determinar la variedad de tamaños de órbitas y tamaños, masas y densidades de planetas gigantes de corto período.
- Identificar miembros adicionales de cada sistema planetario descubierto usando otras técnicas.
- Determinar las propiedades de aquellas estrellas que alberguen sistemas planetarios.



Figura 1.5: Representación artística del satélite *Kepler*. (nasa.gov/mission_pages/kepler/)

En su primera misión, *Kepler* observó de manera fija una región del cielo localizada entre las constelaciones de Cygnus y Lyra (Figura 1.6), logrando observar alrededor de 150,000 estrellas. La duración planeada inicialmente para la misión fue de 3.5 años. Se esperaba que el tiempo de la misión se extendiera hasta el 2016 pero, en julio de 2012, una de las cuatro ruedas de reacción usadas para apuntar el satélite dejó de girar y luego, en mayo de 2013 una segunda rueda falló lo que impidió que la misión original continuara. En mayo de 2014 se inició la misión *K2* como una extensión de la misión original. Consistió en observar diferentes campos a lo largo de la eclíptica.

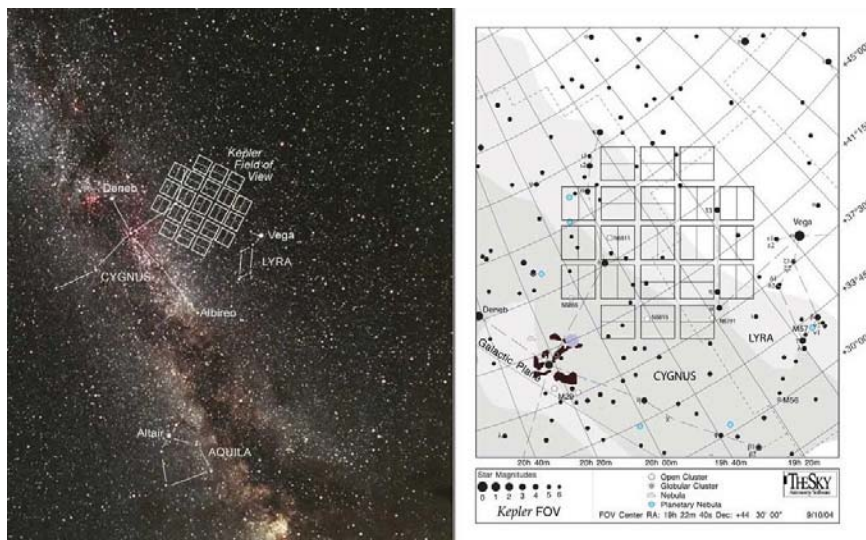


Figura 1.6: Campo de visión del satélite *Kepler*. (nasa.gov/mission_pages/kepler/)

El instrumental del satélite *Kepler* consiste en un telescopio Schmidt con un espejo primario de 1.4m. Una lente correctora de 0.95m (Figura 1.5) permite un campo de visión de 115 grados cuadrados. En el plano focal se encuentra una cámara formada por 42 CCDs de 50×25mm y 2200×1024 píxeles cada uno, lo que da un total de 94.6 megapíxeles (Figura 1.7). Los CCDs se leen cada 6.5 segundos (para limitar la saturación) y se agregan exposiciones hasta sumar 58.89 segundos para objetivos de cadencia corta y 1765.5 segundos (29.4 minutos) para objetivos de cadencia larga, de forma que se tienen dos tipos de datos de *Kepler*, cadencia corta y larga. Todas las estrellas cuentan con datos de cadencia larga y sólo 512 tienen de cadencia corta.

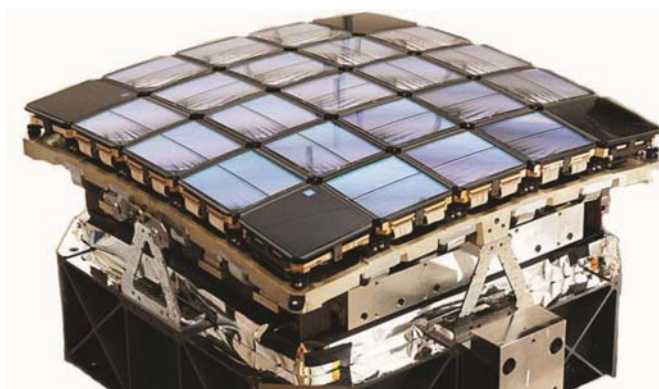


Figura 1.7: Cámara del satélite *Kepler* formada por 42 CCDs. (nasa.gov/mission_pages/kepler/)

Los datos obtenidos por *Kepler* son agrupados en segmentos de curvas de luz llamados “quarters”. Estas curvas de luz son procesadas en el NASA Ames Research Center y los resultados son archivados en dos sitios: en el “Exoplanet Archive”¹ alojado en el “NASA Exoplanet Science Institute” (NExScI) y en el “Mikulski Archive for Space Telescopes” (MAST)² alojado en el Space Telescope Science Institute (STScI). El Exoplanet Archive contiene principalmente los datos relacionados a la búsqueda de exoplanetas realizada por las misiones *Kepler* y *K2*, mientras que MAST aloja las series temporales y productos de calibración para *Kepler* y *K2*.

¹<https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>

²<https://archive.stsci.edu/>

1.4. Muestra de Estrellas

Las estrellas objetivo de este trabajo se listan en la Tabla 1.1 junto con sus parámetros tomados del “Kepler Input Catalog” (KIC) (Latham et al., 2005) (catálogo *KIC* de aquí en adelante). Estas variables fueron clasificadas como candidatas híbridas δ Sct- γ Dor por Uytterhoeven et al. (2011) dentro de la caracterización de la variabilidad de 750 estrellas de tipo espectral A/F observadas por el satélite *Kepler* durante el primer año de la misión. Estas estrellas además fueron observadas espectroscópicamente por el telescopio LAMOST (Large Sky Area Multi-Object Fibre Spectroscopic Telescope) a baja resolución. La Tabla 1.2 lista las magnitudes fotométricas de las estrellas en diferentes filtros tomada de las base de datos SIMBAD ¹.

Kepler ID	AR (J2000)	DEC (J2000)	Kp (mag)	T_{eff} (K)	$Log g$ (cm/s/s)	$E(B - V)$ (mag)	Radio R_{\odot}
4919818	19 22 10.654	+40 03 17.06	10.697	7318	3.97	0.097	2.024
4920125	19 22 35.040	+40 03 47.20	11.103	7626	3.62	0.155	3.262
4556345	19 20 28.848	+39 36 36.43	10.752	7294	3.87	0.106	2.287
6142919	19 47 55.853	+41 26 58.92	10.637	7002	4.02	0.086	1.856

Tabla 1.1: Parámetros de las estrellas objetivo según el “Kepler Input Catalog”.

Kepler ID	B	V	G	J	H	K
4919818	11.00	10.68	10.5960	10.043	9.949	9.893
4920125	11.21	10.92	11.0336	10.469	10.328	10.302
4556345	11.03	10.78	10.6612	10.120	10.006	9.963
6142919	10.88	10.70	10.5557	9.912	9.769	9.757

Tabla 1.2: Magnitudes de las estrellas objetivo en diferentes bandas tomadas de la base de datos de SIMBAD.

¹<https://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>

Estas estrellas fueron escogidas en base a los siguientes criterios de selección:

- Magnitud entre $10 < V < 12$ mag. Que no existiera espectroscopía de alta resolución previa y que se pudieran observar en el telescopio de 2.1m del OAN-SPM con el espectrógrafo Echelle-REOSC.
- Que no tuvieran análisis sismológicos previos basados en los 3 años de datos fotométricos del satélite *Kepler*.
- Que sus espectros de amplitud mostraran frecuencias en el dominio de las γ Dor ($f < 12$ ciclos por día (c/d)) y en el dominio de las δ Sct ($f > 12$ c/d).
- Que cumplieran los criterios de clasificación de Uytterhoeven et al. (2011).

1.5. Motivación y Objetivos

Como se indicó anteriormente, el análisis de los espectros de amplitudes de cientos de estrellas pulsantes de tipos espectrales A y F en el campo de *Kepler* ha permitido identificar nuevas estrellas candidatas a híbridas δ Scuti- γ Doradus.

Las estrellas híbridas son de mucha importancia para la Astrosismología ya que, al presentar oscilaciones tanto en el rango de los modos p y g , un estudio detallado de las mismas permitiría explorar completamente la estructura estelar, ya que la zona de propagación de dichas oscilaciones incluye tanto el núcleo como la envoltura estelar. La detección de nuevas estrellas híbridas además ha abierto nuevas interrogantes sobre la extensión de los límites de la franja de inestabilidad y de los mecanismos de excitación de las oscilaciones en dichas estrellas pulsantes.

En el caso particular de la muestra de estrellas objetivo de esta tesis, han sido catalogadas como candidatas híbridas δ Sct- γ Dor (Uytterhoeven et al., 2011). Sin embargo, esta clasificación se basa en una observación visual del espectro de oscilaciones de tres trimestres de datos de *Kepler* sin ningún cálculo de modelos. Por lo tanto, para comprobar que las estrellas son realmente híbridas es necesario, por un lado obtener curvas de velocidad radial, para descartar la binariedad y por otro calcular modelos de oscilación que permitan identificar las frecuencias de oscilación presentes en la estrella, de forma que nos permitan asignar a los modos de oscilación observados el tipo de oscilación entre modo g o p . Estos modelos además proveerán información sobre el estado evolutivo de las estrellas.

Los objetivos concretos de este trabajo son:

- Reducir y analizar los espectros Echelle de las estrellas, tomados en el OAN-SPM para derivar sus parámetros atmosféricos y velocidad radial. Determinar la posible binariedad de las estrellas.
- Analizar las curvas de luz en cadencia larga de *Kepler* y calcular las frecuencias de oscilación.
- Estimar el estado de las estrellas en el diagrama H-R a partir de las secuencias evolutivas.
- Determinar la naturaleza híbrida de las estrellas estudiadas.

En los siguientes capítulos se expondrá la metodología así como las herramientas y los códigos utilizados para el presente trabajo. Finalizaremos con una discusión de los resultados y las conclusiones de la presente tesis.

Elementos de la Teoría de Pulsación Estelar

La idea de obtener información acerca de un sistema físico estudiando sus modos de oscilación es conocida en la física desde hace mucho tiempo. Sin embargo, hasta hace algunas décadas se pudo aplicar con éxito a estudios del Sol y otras estrellas. Las oscilaciones estelares son ondas estacionarias propagadas a través de cavidades resonantes dentro de la estrella así que reflejan su estructura interna. Los temas explicados en este capítulo se pueden encontrar con más detalle en Aerts et al. (2010).

2.1. Modos Radiales y No Radiales de Oscilación

El modo normal de un sistema es la frecuencia natural a la cual su estructura oscilará al ser perturbado. Podemos caracterizar un modo de oscilación con los siguientes parámetros: frecuencia, amplitud y fase del movimiento oscilatorio. La frecuencia fundamental es la frecuencia mínima que puede generar una onda estacionaria y su modo correspondiente es el modo fundamental. Los armónicos son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

Las estrellas oscilan en gran cantidad de modos normales gracias a pequeñas perturbaciones producidas internamente. La frecuencia de estas oscilaciones dependen de su estructura interna por lo que su estudio nos proporciona una visión hacia el interior de la estrella. Los modos de oscilación son clasificados en radiales y no radiales. En un cuerpo tridimensional, como una estrella, necesitamos tres números enteros para poder caracterizar sus modos de oscilación:

- Orden radial (n) nos dice el número de nodos o puntos donde la amplitud de oscilación es igual a cero, los cuales existen desde el centro de la estrella hasta su superficie.

- Grado angular (l) es el número de líneas nodales que dividen la superficie estelar para oscilar en fases opuestas.
- El orden azimutal (m) especifica el número de líneas longitudinales que existen en la superficie equivalentes a $l - |m|$, estos valores van de $-l$ a $+l$, así que existen $2l + 1$ modos m para cada grado angular l , cuando una estrella se encuentra en rotación rompe la simetría lo que ocasiona que el número de modos aumente. Los modos $m = 0$ son denominados zonales y las líneas nodales son líneas de latitud. Por otro lado, los modos $m = 1$ son denominados sectoriales y las líneas nodales son líneas de longitud. Las demás líneas son llamadas tesaerales.

En la Figura 2.1 podemos ver la componente radial de los modos octupolos $l = 3$. Las columnas muestran los modos desde diferentes ángulos de visión; la columna izquierda es una inclinación del polo de pulsación de 30° , la columna central es para 60° y la columna derecha es para 90° . Las bandas blancas representan las posiciones de los nodos superficiales; el rojo y azul representan secciones de la estrella que se mueven hacia adentro (afuera) y/o calentando (enfriando) en un momento dado y viceversa. La fila superior muestra el modo octupolo axisimétrico ($l = 3, m = 0$), donde los nodos se encuentran en latitudes $\pm 51^\circ$ y 0° . La segunda fila muestra el modo tesaeral (que significa $0 < |m| < l$) $l = 3, m = \pm 1$ modo con dos nodos, que son líneas de latitud y uno que es una línea de longitud. La tercera fila es el modo tesaeral $l = 3, m = \pm 2$ y la fila inferior muestra el modo sectorial ($l = |m|$) con $l = 3, m = \pm 3$. (Aerts et al., 2010).

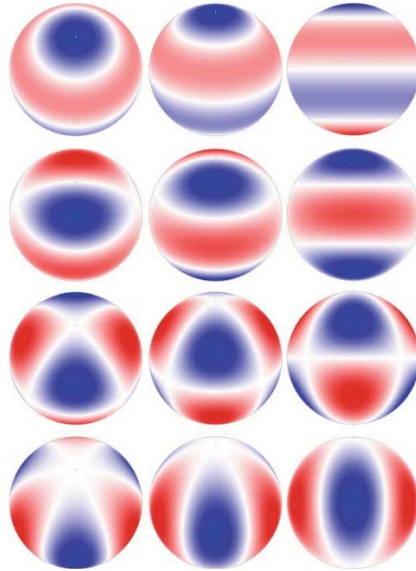


Figura 2.1: Imagen de la componente radial de los modos octupolos $l = 3$ (Aerts et al., 2010).

En las estrellas, siendo objetos tridimensionales, los modos propios de oscilación están compuestos de tres direcciones ortogonales las cuales están determinadas por las capas concéntricas radiales (r), líneas latitudinales (θ) y líneas longitudinales (ϕ), así para una simetría esférica las soluciones a las ecuaciones de movimiento tienen desplazamientos en las tres direcciones y están dadas por (Aerts et al., 2010):

$$\xi_r(r, \theta, \phi, t) = a(r)Y_l^m(\theta, \phi)e^{-i2\pi\nu t} \quad (2.1)$$

$$\xi_\theta(r, \theta, \phi, t) = b(r)\frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta}e^{-i2\pi\nu t} \quad (2.2)$$

$$\xi_\phi(r, \theta, \phi, t) = \frac{b(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \phi}e^{-i2\pi\nu t} \quad (2.3)$$

donde ξ_r , ξ_θ y ξ_ϕ son los desplazamientos, $a(r)$ y $b(r)$ las amplitudes, ν es la frecuencia de oscilación y $Y_l^m(\theta, \phi)$ los armónicos esféricos que se definen de la siguiente forma:

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (2.4)$$

$P_l^m(\cos \theta)$ son los polinomios de Legendre definidos como:

$$P_l^m(\cos \theta) = \frac{1}{2^l l!} (1 - \cos^2 \theta)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{d \cos^{l+m} \theta} (\cos^2 \theta - 1)^l \quad (2.5)$$

donde θ es medido desde el polo pulsante o eje de simetría. En gran parte de las estrellas, este eje coincide con su eje de rotación.

El modo más simple de oscilación es el modo radial fundamental con $l = 0$ y $n = 0$ en el cual la estrella se expande y se contrae manteniendo su simetría esférica. Algunas estrellas que oscilan en este modo radial son las Cefeidas y las RR Lyrae. El primer armónico radial con $n = 1$ tiene un nodo radial que es una envolvente concéntrica en el interior de la estrella; así la envolvente al ser un nodo no se mueve por lo que los movimientos suceden arriba y abajo de este nodo en oposición de fase. En el caso de los modos no radiales, el caso más simple corresponde a la simetría axial dipolo con $l = 1$ y $m = 0$, en este modo el nodo de la estrella se encuentra en su ecuador, por lo que el hemisferio norte se expande mientras que el hemisferio sur se contrae y viceversa, así que la sección transversal de la estrella no presenta cambio alguno, este caso es dependiente de $P_1^0(\cos \theta) = \cos \theta$ donde θ es la colatitud.

Los modos no radiales sólo ocurren en los casos de $n \geq 1$; así en el caso $l = 1$ de modalidad dipolo existe al menos un nodo radial en el interior estelar, mientras la capa exterior asciende, la capa interior es desplazada hacia abajo manteniendo el centro de masa fijo. Los modos cuadrupolos son los que tienen dos nodos en la superficie ($l = 2$). Para los modos $l = 2$ y $m = 0$ los nodos están en las latitudes $\pm 35^\circ$, ya que depende de $P_2^0(\cos \theta) = (3 \cos^2 \theta - 1)/2$, en este modo los dos polos se expanden mientras los otros dos polos se contraen.

2.1.1. Efectos de Rotación

En las Ecuaciones 2.1 y 2.4 podemos observar que para modos con $m \neq 0$, las exponenciales se combinan para dar una dependencia temporal de la forma $e^{[-i(2\pi\nu t - m\phi)]}$, lo que nos da a entender que los modos $m \neq 0$ son ondas viajeras. Por la convención de signos sabemos que los modos m positivos viajan en dirección de la rotación (modo prógrado o antihorario) mientras que los m negativos viajan en contra de la dirección de rotación (modo retrógrado u horario).

En el caso de una estrella simétricamente esférica, las frecuencias de todos los $2l + 1$ términos de un multiplete son iguales pero desviaciones de la simetría esférica pueden aumentar la degeneración de frecuencia. La causa física más importante para que una estrella deje la simetría esférica es la rotación. En una estrella en rotación la fuerza de Coriolis induce variaciones en las pulsaciones. Cuando normalmente hubieran sido de arriba a abajo, se convierten en circulares con la dirección de la fuerza de Coriolis en contra de la dirección de rotación. Así, los modos m prógrados que viajan en sentido de la rotación tienen frecuencias menores que $m = 0$, que es el modo de simetría axial. Los modos retrógrados en sentido contrario de la rotación tienen frecuencias mayores.

Ledoux (1951) analizó este caso, la relación de splitting rotacional de Ledoux para una estrella con rotación uniforme es:

$$\nu_{nlm} = \nu_{nl0} + m(1 - C_{nl})\Omega/2\pi \quad (2.6)$$

donde ν_{nlm} es la frecuencia observada, ν_{nl0} es la frecuencia central imperturbable del multiplete $m = 0$ que no se ve afectada por la rotación, C_{nl} es una constante de normalización y Ω es la velocidad angular correspondiente a una frecuencia de rotación de $\Omega/2\pi$. Si reescribimos la Ecuación 2.6 como:

$$\nu_{nlm} = \nu_{nl0} - mC_{nl}\Omega/2\pi + m\Omega/2\pi \quad (2.7)$$

De aquí podemos ver que la fuerza de Coriolis reduce ligeramente la frecuencia del modo prógrado con $m > 0$ en el sistema de co-rotación, pero luego sumamos la frecuencia de rotación ya que el modo va en dirección de la rotación. De igual manera los modos retrógrados con $m < 0$ van en dirección contraria a la rotación así su frecuencia es reducida por la frecuencia de rotación. Al estudiar las componentes de un multiplete y sus amplitudes se puede inferir la velocidad de rotación de la estrella, además que los multipletes de modos de diferente grado angular u orden radial nos permiten conocer la velocidad interna de rotación.

2.2. Ecuaciones de Oscilaciones Lineales y Adiabáticas

De todos los parámetros de oscilación observables, el espectro de frecuencias nos proporciona la mayor ventaja para el diagnóstico de propiedades estelares. Las oscilaciones típicas observadas en estrellas pulsantes son de baja amplitud lo que nos permite tratar los casos como pequeñas perturbaciones lineales alrededor del modelo de equilibrio generado por los códigos computacionales de estructura y evolución estelar. Los efectos no lineales son importantes para determinar los tipos de modos de oscilación presentes en la estrella, si suponemos una simetría esférica e independiente del tiempo; cada magnitud perturbada se expresa como:

$$f(\vec{r}, t) = f_0(r) + f'(\vec{r}, t) \quad (2.8)$$

donde f_0 es la magnitud en estado de equilibrio y f' es la perturbación euleriana o la perturbación en un punto dado. Las ecuaciones de hidrodinámica son las ecuaciones generales que describen las oscilaciones estelares. Si pensamos en una estrella en equilibrio hidrostático (con simetría esférica, medio estelar estático sin viscosidad ni magnetismo) las ecuaciones de estructura estelar que describen este caso son las siguientes (Aerts et al., 2010):

- Ecuación de Continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.9)$$

- Ecuación de Equilibrio Hidrostático

$$\rho \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\nabla p + \rho \nabla \Phi \quad (2.10)$$

- Ecuación de Poisson

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi G \rho \quad (2.11)$$

- Ecuación de Conservación de Adiabaticidad

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\Gamma_1 p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (2.12)$$

donde $\Gamma_1 = \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho}\right)_S$ con S es la entropía del sistema.

La ecuación de conservación de energía ha sido reemplazada por la ecuación de adiabaticidad en la que no existe intercambio de calor entre los diferentes puntos del medio gracias a las oscilaciones. Como los períodos de pulsación observados son más cortos en la escala de tiempo térmico, las oscilaciones pueden ser consideradas como adiabáticas y utilizar esta aproximación es suficiente para determinar el espectro total de oscilaciones en un modelo estelar y poder calcular todas las frecuencias de oscilación con una precisión bastante razonable pero en zonas de la superficie esta aproximación

deja de ser válida. Los efectos no adiabáticos son importantes para determinar los modos inestables de la pulsación.

Si perturbamos cada variable suponiendo que esas perturbaciones son muy pequeñas podemos despreciar los términos de orden superior al primero y de esta forma obtenemos las ecuaciones linealizadas. En el caso de las estrellas δ Scuti, aún cuando su rotación es importante se puede realizar el estudio de una perturbación a los modelos simétricamente esféricos no rotantes y así obtenemos sus propiedades básicas utilizando oscilaciones lineales adiabáticas de una estrella no rotante.

Considerando una simetría esférica las magnitudes de equilibrio solamente dependen del radio, así podemos separar las perturbaciones en dos partes; una radial y otra angular. La parte radial es dada por los armónicos esféricos y las magnitudes de equilibrio son independientes del tiempo. Siendo así, la perturbación se expresa como:

$$f'(r, \theta, \varphi, t) = f'(r)Y_l^m(\theta, \phi)e^{i\omega t} \quad (2.13)$$

Si aplicamos la expresión a las perturbaciones y usamos las propiedades de los armónicos esféricos obtenemos las ecuaciones de oscilación teniendo como variable solamente la parte radial (f') de cada perturbación (Aerts et al., 2010):

$$\frac{d\xi_r}{dr} = -\left(\frac{2}{r} + \frac{1}{\Gamma_1 p} \frac{dp}{dr}\right)\xi_r + \frac{1}{\rho c^2} \left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1\right)p' + \frac{l(l+1)}{\omega^2 r^2}\Phi' \quad (2.14)$$

$$\frac{dp'}{dr} = \rho(\omega^2 - N^2)\xi_r + \frac{1}{\Gamma_1 p} \frac{dp}{dr}p' - \rho \frac{d\Phi'}{dr} \quad (2.15)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) = 4\pi G \left(\frac{p'}{c^2} + \rho \frac{\xi_r}{g} N^2 \right) + \frac{l(l+1)}{r^2}\Phi' \quad (2.16)$$

donde ρ , g , p y Γ_1 son variables de equilibrio en función del radio r , ω^2 son las frecuencias posibles en una cavidad resonante, $c^2 = \Gamma_1 p / \rho$ es el cuadrado de la velocidad de sonido adiabática, S_l^2 es la frecuencia acústica característica o frecuencia de Lamb (ec. 2.20) y N^2 es la frecuencia de flotabilidad o frecuencia de Brunt-Väisälä (ec. 2.21). El desplazamiento $\delta \vec{r}$ se separa en sus componentes radial y tangencial de la siguiente forma:

$$\delta \vec{r} = \xi_r \hat{r} + \xi_t \hat{t} \quad (2.17)$$

donde

$$\xi_r(r, \theta, \phi, t) = \xi_r(r)Y_l^m(\theta, \phi)e^{i\omega t} \quad (2.18)$$

y

$$\xi_t(r, \theta, \phi, t) = \xi_t(r) \left(\frac{\partial Y_l^m}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m}{\partial \phi} \hat{\phi} \right) e^{i\omega t} \quad (2.19)$$

De esta ecuación vemos que las perturbaciones eulerianas son determinadas en función de los armónicos esféricos de grado l y orden azimutal m por la simetría esférica. Al momento de calcular las frecuencias de oscilación podemos prescindir del término de calor en la ecuación de conservación de energía ya que las escalas de tiempo térmico en el interior estelar son del orden del tiempo de Kelvin-Helmholtz ($t_{ter} \sim 10^7$) años y para una estrella híbrida sus períodos de pulsación son del orden de minutos a horas así que podemos usar el caso adiabático, aunque cerca de su superficie el t_{ter} es comparable a los períodos de oscilación por lo tanto los modos son no adiabáticos.

En las Ecuaciones 2.14, 2.15 y 2.16 fueron introducidas las siguientes funciones:

- Frecuencia de Lamb

$$S_l^2 = \frac{l(l+1)c^2}{r^2} \quad (2.20)$$

- Frecuencia de Brunt-Väisälä

$$N^2 = g \left(\frac{1}{\Gamma_1 p} \frac{dp}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) \quad (2.21)$$

Si definimos $\frac{d\Phi'}{dr}$ como una variable, entonces las Ecuaciones 2.14, 2.15 y 2.16 se transforman en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de cuarto orden con cuatro variables dependientes: ξ_r , p' , Φ' y $\frac{d\Phi'}{dr}$. A este sistema de ecuaciones le podemos imponer cuatro condiciones de frontera, dos en el centro y dos en la superficie. Como es un sistema de ecuaciones homogéneo, sin términos independientes tenemos un problema de valores propios y las soluciones serán un número discreto de frecuencias ω^2 que son frecuencias posibles en una cavidad resonante, el caso general es:

$$L[y] = \omega^2 y \quad (2.22)$$

con L siendo un operador lineal representando las ecuaciones y ω^2 son las frecuencias propias que tienen asociada una función para cada variable $\tilde{f}'(r)$. Entonces tenemos para cada l un conjunto de ecuaciones y por lo tanto un conjunto de valores de ω cuyas funciones propias difieran entre sí en la cantidad de puntos nodales a lo largo del radio dados por el orden radial n . Cada valor propio ω_{nlm} es caracterizado por tres números cuánticos pero al no considerar rotación los valores propios son degenerados en m ya que no existe un eje preferencial.

2.3. Modos de Oscilación

2.3.1. Modos p y g

Los osciladores dependen de una fuerza restauradora que lo permita regresar al punto de equilibrio. Para las estrellas las fuerzas que mantienen este equilibrio son la gravedad, la presión y, algunas veces, el campo magnético. Cada una de estas fuerzas origina un modo distinto llamados modos p , g y ondas de Alfvén respectivamente

Los modos p o de presión son ondas acústicas en las que la velocidad del sonido va cambiando a medida que la onda viaja a través de una zona de mayor temperatura (interior estelar) a una zona con menor temperatura (superficie estelar), por lo tanto en la superficie la onda es refractada donde después se refleja en el interior quedando energía acústica atrapada en el interior estelar. En este caso el número de puntos de reflexión en la superficie no corresponde al grado angular l . Los modos con grado angular mayor tienen la mayor cantidad de puntos de reflexión así que sólo penetran algunas envolventes mientras que los modos de bajo grado angular entran de manera más profunda.

La frecuencia del modo observado en la superficie depende del tiempo con el cual el sonido viaja a lo largo de la trayectoria del rayo, así la velocidad del sonido es una buena medida de la cavidad acústica. Ya que diferentes modos alcanzan diferentes profundidades dentro de la estrella y son observables en la superficie, podemos construir un mapa de velocidades del sonido en el interior estelar a partir del cual construir un perfil de temperaturas.

Los modos g o de gravedad son visualizados como una burbuja de gas oscilando en dirección radial alrededor de la posición de equilibrio bajo la acción de la gravedad por lo que en su movimiento desplaza materia hacia los lados y en menor cantidad radialmente así que no existen modos g en $l = 0$. Dada su naturaleza poseen períodos mayores a los modos p por lo que es difícil de detectar utilizando datos de observaciones terrestres ya que coinciden con la zona de ruido a baja frecuencia.

En la Figura 2.2 podemos ver la propagación de rayos de sonido u ondas de gravedad visto en un corte transversal de una estrella similar al Sol. Las trayectorias de los rayos acústicos (panel a), se doblan por el aumento de la velocidad del sonido a mayor profundidad hasta que alcanzan el punto de giro interno (círculos punteados) donde experimentan una refracción interna total. En la superficie, las ondas acústicas se reflejan por la rápida disminución de la densidad. Se muestran los rayos correspondientes a los modos de frecuencia $3000 \mu\text{Hz}$ y grados $l = 75, 25, 20, 2$; la línea que pasa por el centro corresponde a un modo radial. La trayectoria del rayo de los modos g (panel b), corresponde a un modo de frecuencia $190 \mu\text{Hz}$ y grado 5 atrapado en el interior. En este diagrama podemos ver que los modos g son sensibles a las condiciones en el núcleo

de la estrella. (Aerts et al., 2010).

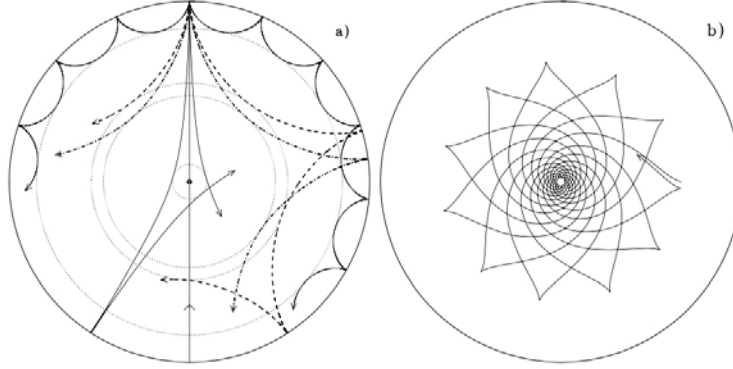


Figura 2.2: Imagen de la propagación de rayos de sonido u ondas de gravedad visto en un corte transversal de una estrella similar al Sol. Las trayectorias de los rayos acústicos se muestran en el panel (a) y la trayectoria del rayo de los modos g se muestra en el panel (b) (Aerts et al., 2010).

A manera de resumen se puede realizar una comparación rápida entre modos p y los modos g , mientras los modos p tienen como fuerza restauradora la presión en el caso de los modos g esta fuerza es la gravedad. Los modos p son ondas acústicas cuya propagación a través del gas es paralela a la dirección de vibración y en los modos g esas ondas se propagan de manera transversal a la dirección de vibración. A medida que el número de modos radiales aumenta, las frecuencias de modos p aumentan y las de los modos g disminuyen. Los modos p presentan mayor sensibilidad a las condiciones de la superficie estelar, mientras que los modos g presentan esta sensibilidad al núcleo estelar. En órdenes radiales altos existen relaciones asintóticas tanto para los modos p que presentan un equiespaciamiento en sus frecuencias como para los modos g que presentan este equiespaciamiento en sus períodos.

Las relaciones asintóticas son muy importantes en las estrellas pulsantes, Tassoul (1980) mostró que para los modos p , las frecuencias están dadas aproximadamente por:

$$\nu_{nl} = \Delta\nu \left(n + \frac{l}{2} + \tilde{\alpha} \right) + \epsilon_{nl} \quad (2.23)$$

donde n y l son el sobretono y el grado del modo respectivamente, ν_{nl} es la frecuencia observada, $\Delta\nu$ es la gran separación y es el inverso del tiempo de viaje de una onda de sonido viajando desde la superficie de la estrella al núcleo y de regreso, $\tilde{\alpha}$ es la constante de orden unitario y ϵ_{nl} es una pequeña corrección. El tiempo de viaje de la onda de sonido está dado por la siguiente ecuación:

$$\Delta\nu = \left(2 \int_0^R \frac{dr}{c(r)}\right)^{-1} \quad (2.24)$$

donde la velocidad del sonido es $c(r)$. La gran separación es sensible al radio de la estrella y por lo tanto cerca de la secuencia principal es una buena medida de la masa de la estrella. El término ϵ_{nl} da lugar a la pequeña separación $\delta\nu$, la cual es sensible a la condensación del núcleo y por lo tanto a la edad de la estrella.

Los períodos de los modos g de grado bajo están equiespaciados asintóticamente de acuerdo a la siguiente expresión válida para $n \gg 1$ (Tassoul, 1980):

$$\Pi_{nl} = \frac{\Pi_0}{\sqrt{l(l+1)}}(n + \epsilon) \quad (2.25)$$

donde n y l son el sobretono y el grado del modo respectivamente, ϵ es una constante pequeña y Π_0 está dado por:

$$\Pi_0 = 2\pi^2 \left(\int \frac{N}{r} dr\right)^{-1} \quad (2.26)$$

donde N es la frecuencia de Brunt-Väisälä y la integral es sobre la cavidad en la que los modos g se propagan.

2.3.2. Modos Mixtos

Los modos mixtos son una mezcla de los dos modos vistos anteriormente (los modos p y g) en los cuales la energía de oscilación se distribuye desde el interior estelar hasta la superficie. Estos modos son resultado del acoplamiento entre los dos tipos de oscilación a lo largo de la vida de la estrella. Durante esta evolución la química nuclear de la estrella va cambiando al fusionarse el hidrógeno y producir helio, lo cual crea un gradiente negativo del peso molecular medio μ en el borde externo del núcleo convectivo lo cual disminuye la presión central y el núcleo se contrae. Esta acción permite que la estabilidad dinámica sea mayor aumentando la frecuencia de Brunt-Väisälä (N), así los modos g tienen frecuencias mayores aproximándose a las frecuencias de los modos p .

La mayoría de los modos p varían muy poco a lo largo de la evolución estelar, en cambio los modos g van cambiando en su cavidad resonante permitiendo que se propaguen a mayores frecuencias. El aumento en las frecuencias de los modos g permite que se encuentren con nuevas cavidades resonantes en la envoltura externa en las cuales antes sólo existía un modo p puro. El acoplamiento entre los modos g que ascienden y los modos p producen el intercambio de propiedades que dan como resultado los modos mixtos. El parámetro de sobrepenetración convectiva cambia el tamaño del núcleo convectivo y por lo tanto influye en la frecuencia de los modos mixtos así que identificarlos en el espectro de frecuencias es un indicador de éste parámetro.

En la Figura 2.3 podemos ver el diagrama de propagación para modos $l = 1$ de una estrella pulsante tipo GW Vir cuyos parámetros físicos son $M = 0.5895M_\odot$, $\log(L/L_\odot) = 3.68$ y $\log T_{eff} = 5.168$. La frecuencia de Brunt-Väisälä (N^2) se muestra como una línea punteada, mientras que la frecuencia de Lamb (L_1^2) se muestra como una línea continua. Las regiones de propagación de los modos p y g se indican como *región P* y *región G*, respectivamente, y la región evanescente se muestra en gris. Las frecuencias propias de las soluciones para diferentes órdenes radiales n se muestran como líneas horizontales (p_n , g_n), conectando las posiciones de los nodos de sus respectivas funciones propias. En este diagrama podemos observar la presencia de modos que cruzan la región evanescente y, por lo tanto, presentan carácter mixto (círculos abiertos) (Catelan and Smith, 2015).

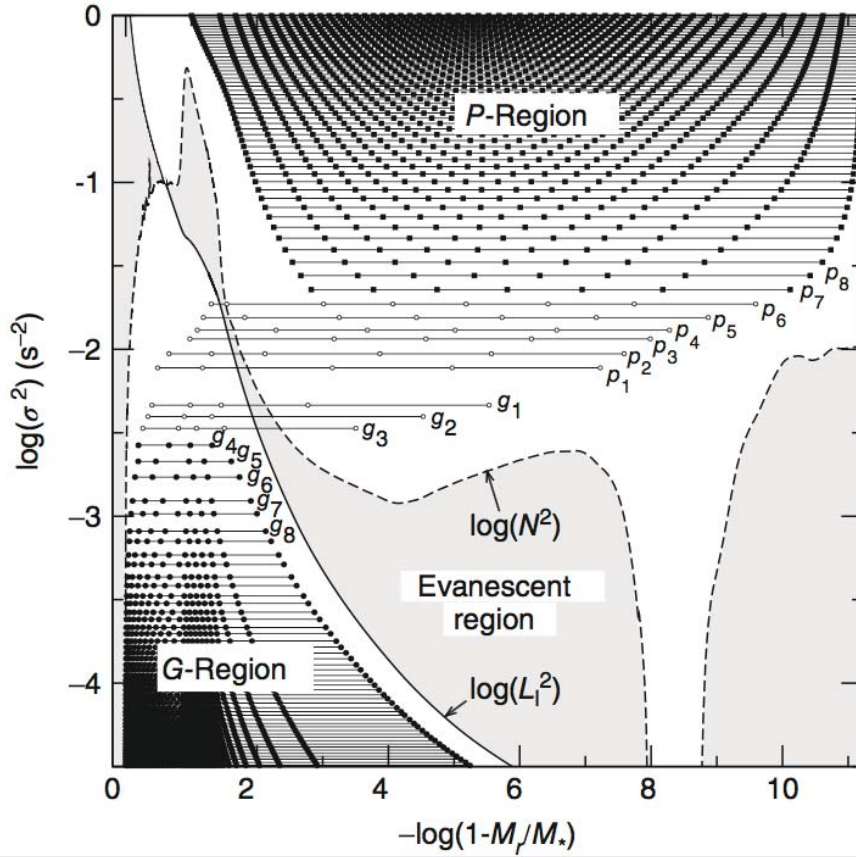


Figura 2.3: Diagrama de propagación para modos $l = 1$ de una estrella pulsante GW Vir. Aquí podemos observar la presencia de modos que cruzan la región evanescente y, por lo tanto, presentan carácter mixto (círculos abiertos) (Catelan and Smith, 2015).

2.4. Mecanismos de Excitación

Para que las estrellas oscilen se necesita un mecanismo que excite sus modos. El primer mecanismo es el *mecanismo κ* y sucede en las capas de la estrella donde la opacidad (κ) aumenta, el flujo proveniente de las capas internas puede almacenarse temporalmente. La energía que se acumula durante esta compresión es liberada cuando la capa trata de alcanzar el equilibrio expandiéndose, así la estrella puede expandirse más allá de su radio de equilibrio. Una vez que el material regresa a su posición original la energía se vuelve a almacenar en el interior estelar y el proceso se repite nuevamente. Este mecanismo también es conocido como la válvula de Eddington y logra explicar la causa de variabilidad en la mayoría de estrellas pulsantes conocidas.

El segundo mecanismo de pulsación es el cual posee el Sol así como otras estrellas tipo solar intrínsecamente estables, en las cuales sus oscilaciones son *excitadas estocásticamente* debido a la turbulencia en las zonas de convección superficial. Este movimiento convectivo que se lleva a cabo en las capas exteriores superficiales genera ruido acústico en un rango amplio de frecuencias el cual excita los modos de oscilación tipo solar. Gracias al gran número de elementos convectivos en la superficie la naturaleza de esta excitación es totalmente aleatoria y sus amplitudes varían mucho en el tiempo. Debido a la naturaleza física tan diferente entre los mecanismos de excitación suponemos que existen diferentes dominios de inestabilidad en el diagrama H-R. Estos mecanismos deben localizarse en partes específicas de las estrellas para poder generar oscilaciones observables.

El tercer mecanismo es el mecanismo ϵ , donde ϵ se refiere a la tasa de generación de energía en el núcleo de la estrella. La inestabilidad vibracional es inducida por reacciones nucleares, favorecida por la fuerte dependencia de la combustión nuclear con la temperatura. Durante la compresión, la temperatura crece y la generación de energía nuclear aumenta fuertemente en comparación con el caso de equilibrio. Donde ocurren las reacciones nucleares se gana energía durante la compresión. Potencialmente, las variaciones en ϵ podrían fomentar pulsaciones globales [Aerts et al. (2010); Rodríguez-López et al. (2012)].

Obtención y Análisis de Datos Observacionales

En este capítulo se describirán los conceptos básicos de fotometría y espectroscopía, la metodología aplicada en la adquisición, reducción y análisis de los datos, que implica la extracción y análisis de las curvas de luz de los objetos de interés utilizando el software *Period04* (Lenz and Breger, 2004) y la determinación de su tipo espectral con el software *IRAF* (Image Reduction and Analysis Facility).

3.1. Fotometría

En la fotometría se mide el brillo de las estrellas y otros objetos en diversas bandas del espectro electromagnético y se deduce el color para obtener información sobre su estructura, temperatura y composición. El astrónomo griego Hiparco de Nicea utilizó un sistema en el que dividió las estrellas en seis magnitudes, siendo magnitud 1 la más brillante hasta magnitud 6 la más débil. Al pasar el tiempo, y a medida que la ciencia avanzaba se descubrieron estrellas más brillantes que las clasificadas como magnitud 1, por lo que se les fueron asignando números negativos. Para poder definir un sistema fotométrico debemos establecer una combinación de filtro-detector y un grupo de estrellas de referencia o estándar. Las estrellas de referencia tiene un brillo conocido y constante, además están distribuidas a lo largo de la bóveda celeste.

El sistema fotométrico más usado es el UBV desarrollado por Johnson y Morgan en 1953 (Johnson and Morgan, 1953) junto con los filtros RI, desarrollados por Cousins en 1976 (Cousins, 1976), dando lugar al sistema UBV(RI)_c. Las letras UBVR corresponden al color de cada filtro y la luz que permiten filtrar, así, U es ultravioleta, B es azul, V es la banda del visual, R es rojo e I es infrarrojo. Cada uno de los filtros del sistema está centrado en determinadas longitudes de onda y tienen un ancho determinado, como lo muestra la siguiente tabla y la Figura 3.1.

Filtro	Longitud de Onda	δ_λ
U	3650Å	800
B	4450Å	900
V	5510Å	900
R_c	6580Å	1000
I_c	8060Å	1000

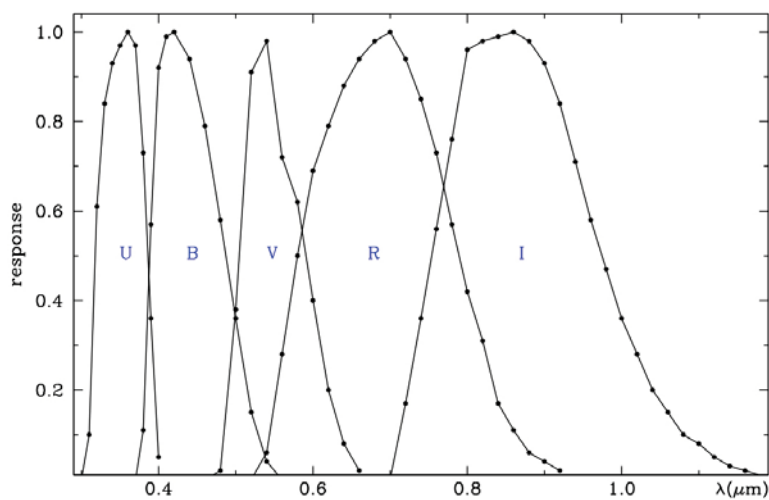


Figura 3.1: Bandas del sistema $UBV(RI)_c$ de Johnson-Cousins (Moro and Munari, 2000).

Una curva de luz es una representación gráfica del cambio de brillo de un objeto a través del tiempo. Para las estrellas variables estos cambios son periódicos y su estudio proporciona información acerca de los procesos físicos producidos en su interior. La Figura 3.2 muestra un ejemplo de una curva de luz de la estrella variable SX Phe, donde en el eje horizontal se muestra el tiempo en unidades de Día Heliocéntrico Juliano (HJD) y en el eje vertical la magnitud V de la estrella.

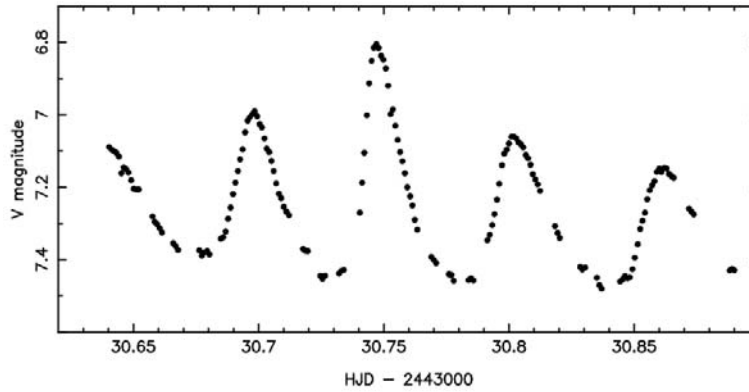


Figura 3.2: Curva de luz de la estrella variable SX Phe (Aerts et al., 2010).

3.2. Clasificación Estelar

3.2.1. Clasificación por tipos espectrales

Al observar las estrellas vemos que son de diversos colores, hay estrellas azules y rojas, esto se debe a sus diferentes temperaturas superficiales. Una de estas clasificaciones es la propuesta por Edward Pickering, Annie Cannon y Williamina Fleming conocida como la Clasificación Espectral de Harvard. La relación entre esta clasificación y la temperatura efectiva correspondiente es:

Tipo Espectral	Temperatura (K)	Color
O	30000 - 60000	Azul
B	10000 - 30000	Blanco azulado
A	7500 - 10000	Blanco
F	6000 - 7500	Blanco amarillento
G	5000 - 6000	Amarillo
K	3500 - 5000	Amarillo anaranjado
M	2000 - 3500	Rojo

3.2.2. Clasificación por clases de luminosidad

El diagrama desarrollado por Ejnar Hertzsprung y Henry Norris Russell, llamado diagrama Hertzsprung-Russell o H-R, muestra la correlación entre la temperatura y la luminosidad de las estrellas. Durante la realización del primer diagrama concluyeron que las estrellas de un tipo espectral podían tener diferentes luminosidades, por los diferentes radio y densidades atmosféricas.

El sistema actual fue desarrollado por Morgan, Keenan y Kellerman en 1943, por lo que se denomina el Sistema de Clasificación Espectral MKK. El sistema clasifica estrellas de acuerdo a su tipo espectral, la sensibilidad de las líneas de su espectro y de su luminosidad. Los tipos espectrales en el sistema MKK se denotan por letras y se ordenan de acuerdo al decrecimiento de temperatura: *O*, *B*, *A*, *F*, *G*, *K* y *M*, siendo *O* la temperatura más alta y *M* la más baja, además las agrupa en seis clases de luminosidad denotadas por números romanos que van del *I* al *VI*.

I	Supergigantes
II	Gigantes brillantes
III	Gigantes
IV	Subgigantes
V	Enanas
VI	Subenanas

3.3. Misión *Kepler*

Su propósito inicial fue buscar planetas de tamaño comparable a la Tierra dentro o cerca de la zona de habitabilidad. La misión inicial del satélite *Kepler* era observar de manera continua la misma región de nuestra Galaxia entre las constelaciones de Cisne y Lira donde se encuentra una gran cantidad de estrellas tipo solar, monitoreando la luminosidad de más de 100,000 estrellas durante al menos 3.5 años duración inicial de la misión.

3.3.1. Datos fotométricos de *Kepler*

Kepler tiene disponibles dos series de datos: de cadencia corta (~ 1 min) y de cadencia larga (~ 30 min). Las mediciones de flujo de *Kepler* se realizaron en múltiples trimestres para cada fuente. Los trimestres, también llamados *quarters* o temporadas, son denotados como Q1, Q2, Q3, etc., tienen una duración aproximada de 90 días, con un muestreo de datos cada 29,4 minutos para las observaciones de cadencia larga y cada 58,8 segundos para las observaciones de cadencia corta y se repiten cada año que dure la misión. El intervalo entre lecturas de un pixel en un CCD se le conoce como frame o tiempo de integración. El tiempo de integración o tiempo de exposición es el tiempo de flujo acumulado de una fuente celeste en el pixel. El tiempo de exposición predeterminado en el modo de cadencia corta es 58.9s (~ 1 min) y para el modo de cadencia larga es de aproximadamente 1766s o 29.4 min (~ 30 min). Para mantener una estructura de muestra de datos consistente las curvas de luz de cadencia corta se eliminaron del conjunto de datos, lo cual es consistente con la práctica común.

Por la capacidad tan limitada de almacenamiento a bordo de *Kepler*, cada mes el satélite descarga sus datos y cada tres meses el satélite gira 90° sobre su eje para mantener los paneles solares y la sombrilla de cara hacia el Sol. Además de las interrupciones en las series de datos causadas por la descarga, el satélite puede entrar en modo seguro si es golpeado por un rayo cósmico o si una secuencia de comandos produce respuestas inesperadas, lo que también puede ocasionar huecos en las series de datos.

Las series temporales de los objetos de interés están formadas por 18 segmentos de cadencia larga (LC). Las curvas de luz se encuentran en formato de tablas FITS (Flexible Image Transport System) y fueron obtenidas del Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST). Las Tablas 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 muestran el resumen de las observaciones de *Kepler* para cada uno de los objetos de interés. Estas tablas incluyen el número de quarter, tipo de cadencia, fecha de inicio y finalización de cada temporada de observación y fecha en que se liberaron los datos.

KIC 4556345				
Quarter	Tipo de Cadencia	Fecha de Inicio	Fecha de Finalización	Fecha de Publicación
0	LC	2009-05-02 00:54:56	2009-05-11 17:51:31	2010-06-15 00:00:00
1	LC	2009-05-13 00:15:49	2009-06-15 11:32:57	2010-06-15 00:00:00
2	LC	2009-06-20 00:25:09	2009-09-16 23:09:29	2011-02-02 06:00:00
3	LC	2009-09-18 17:19:58	2009-12-16 23:55:06	2011-09-23 09:00:00
4	SC	2009-12-19 20:49:43	2010-01-19 22:13:47	2011-07-21 18:30:50
4	LC	2009-12-19 21:03:56	2010-03-19 16:53:31	2012-01-07 12:00:00
5	LC	2010-03-20 23:47:15	2010-06-23 15:50:26	2012-01-07 12:00:00
6	LC	2010-06-24 22:44:09	2010-09-22 19:03:09	2012-01-07 12:00:00
7	LC	2010-09-23 16:08:24	2010-12-22 01:10:41	2012-07-28 12:00:00
8	LC	2011-01-06 20:45:08	2011-03-14 20:18:16	2012-07-28 12:00:00
9	LC	2011-03-21 00:24:25	2011-06-26 10:10:29	2012-07-28 12:00:00
10	LC	2011-06-27 08:14:32	2011-09-28 18:22:51	2012-10-28 00:00:00
11	LC	2011-09-29 16:56:19	2012-01-04 19:50:25	2012-10-28 00:00:00
12	LC	2012-01-05 21:49:54	2012-03-28 12:32:43	2012-10-28 00:00:00
13	LC	2012-03-29 05:42:32	2012-06-27 13:18:20	2012-10-28 00:00:00
14	LC	2012-06-28 15:17:47	2012-10-03 19:40:10	2013-02-06 01:50:20
15	LC	2012-10-05 23:39:07	2013-01-11 15:18:15	2013-04-25 23:51:31
16	LC	2013-01-12 14:21:10	2013-04-08 11:02:28	2013-07-23 02:12:58
17	LC	2013-04-09 17:26:44	2013-05-11 12:01:39	2013-12-09 14:07:10

Tabla 3.1: Resumen de las observaciones de las temporadas de KIC 4556345 descargadas de MAST.

KIC 4919818				
Quarter	Tipo de Cadencia	Fecha de Inicio	Fecha de Finalización	Fecha de Publicación
0	LC	2009-05-02 00:54:56	2009-05-11 17:51:31	2010-06-15 00:00:00
1	LC	2009-05-13 00:15:49	2009-06-15 11:32:57	2010-06-15 00:00:00
2	LC	2009-06-20 00:25:09	2009-09-16 23:09:29	2011-02-02 06:00:00
3	LC	2009-09-18 17:19:58	2009-12-16 23:55:06	2011-09-23 09:00:00
4	SC	2009-12-19 20:49:43	2010-01-19 22:13:47	2011-07-21 19:16:19
4	LC	2009-12-19 21:03:56	2010-03-19 16:53:31	2012-01-07 12:00:00
5	LC	2010-03-20 23:47:15	2010-06-23 15:50:26	2012-01-07 12:00:00
6	LC	2010-06-24 22:44:09	2010-09-22 19:03:09	2012-01-07 12:00:00
7	LC	2010-09-23 16:08:24	2010-12-22 01:10:41	2012-07-28 12:00:00
8	LC	2011-01-06 20:45:08	2011-03-14 20:18:16	2012-07-28 12:00:00
9	LC	2011-03-21 00:24:25	2011-06-26 10:10:29	2012-07-28 12:00:00
10	LC	2011-06-27 08:14:32	2011-09-28 18:22:51	2012-10-28 00:00:00
11	LC	2011-09-29 16:56:19	2012-01-04 19:50:25	2012-10-28 00:00:00
12	LC	2012-01-05 21:49:54	2012-03-28 12:32:43	2012-10-28 00:00:00
13	LC	2012-03-29 05:42:32	2012-06-27 13:18:20	2012-10-28 00:00:00
14	LC	2012-06-28 15:17:47	2012-10-03 19:40:10	2013-02-06 22:36:12
15	LC	2012-10-05 23:39:07	2013-01-11 15:18:15	2013-04-26 17:09:41
16	LC	2013-01-12 14:21:10	2013-04-08 11:02:28	2013-07-22 17:47:57
17	LC	2013-04-09 17:26:44	2013-05-11 12:01:39	2013-12-07 23:47:02

Tabla 3.2: Resumen de las observaciones de las temporadas de KIC 4919818 descargadas de MAST.

KIC 4920125				
Quarter	Tipo de Cdencia	Fecha de Inicio	Fecha de Finalización	Fecha de Publicación
0	LC	2009-05-02 00:54:56	2009-05-11 17:51:31	2010-06-15 00:00:00
1	LC	2009-05-13 00:15:49	2009-06-15 11:32:57	2010-11-24 01:27:23
1	SC	2009-05-13 00:01:36	2009-06-15 11:47:11	2010-11-05 18:43:05
2	LC	2009-06-20 00:25:09	2009-09-16 23:09:29	2011-02-02 06:00:00
3	LC	2009-09-18 17:19:58	2009-12-16 23:55:06	2011-09-23 09:00:00
4	LC	2009-12-19 21:03:56	2010-03-19 16:53:31	2012-01-07 12:00:00
5	SC	2010-03-20 23:33:02	2010-04-21 12:13:53	2011-10-09 23:10:42
5	SC	2010-04-22 18:39:10	2010-05-20 09:39:57	2011-10-09 21:37:37
5	LC	2010-03-20 23:47:15	2010-06-23 15:50:26	2012-01-07 12:00:00
5	SC	2010-05-21 02:21:22	2010-06-23 16:04:39	2011-10-09 23:58:11
6	SC	2010-06-24 22:29:55	2010-07-22 00:45:41	2012-01-13 00:26:20
6	SC	2010-07-22 20:53:04	2010-08-22 18:51:11	2012-01-12 23:34:10
6	LC	2010-06-24 22:44:09	2010-09-22 19:03:09	2012-01-19 12:00:00
6	SC	2010-08-23 16:26:48	2010-09-22 19:17:22	2012-01-13 01:06:32
7	LC	2010-09-23 16:08:24	2010-12-22 01:10:41	2012-07-28 12:00:00
8	LC	2011-01-06 20:45:08	2011-03-14 20:18:16	2012-07-28 12:00:00
9	LC	2011-03-21 00:24:25	2011-06-26 10:10:29	2012-10-28 00:00:00
10	LC	2011-06-27 08:14:32	2011-09-28 18:22:51	2012-10-28 00:00:00
11	LC	2011-09-29 16:56:19	2012-01-04 19:50:25	2012-10-28 00:00:00
12	LC	2012-01-05 21:49:54	2012-03-28 12:32:43	2012-10-28 00:00:00
13	LC	2012-03-29 05:42:32	2012-06-27 13:18:20	2012-10-28 00:00:00
14	LC	2012-06-28 15:17:47	2012-10-03 19:40:10	2013-02-05 23:15:26
15	LC	2012-10-05 23:39:07	2013-01-11 15:18:15	2013-04-26 09:40:39
16	LC	2013-01-12 14:21:10	2013-04-08 11:02:28	2013-07-23 12:34:39
17	LC	2013-04-09 17:26:44	2013-05-11 12:01:39	2013-12-09 13:15:31

Tabla 3.3: Resumen de las observaciones de las temporadas de KIC 4920125 descargadas de MAST.

KIC 6142919				
Quarter	Tipo de Cadencia	Fecha de Inicio	Fecha de Finalización	Fecha de Publicación
0	LC	2009-05-02 00:54:56	2009-05-11 17:51:31	2010-06-15 00:00:00
1	LC	2009-05-13 00:15:49	2009-06-15 11:32:57	2010-06-15 00:00:00
2	LC	2009-06-20 00:25:09	2009-09-16 23:09:29	2011-02-02 06:00:00
3	LC	2009-09-18 17:19:58	2009-12-16 23:55:06	2011-09-23 09:00:00
3	SC	2009-11-21 00:22:29	2009-12-17 00:09:19	2011-04-05 18:23:05
4	LC	2009-12-19 21:03:56	2010-03-19 16:53:31	2012-01-07 12:00:00
5	LC	2010-03-20 23:47:15	2010-06-23 15:50:26	2012-01-07 12:00:00
6	LC	2010-06-24 22:44:09	2010-09-22 19:03:09	2012-01-07 12:00:00
7	LC	2010-09-23 16:08:24	2010-12-22 01:10:41	2012-07-28 12:00:00
8	LC	2011-01-06 20:45:08	2011-03-14 20:18:16	2012-07-28 12:00:00
9	LC	2011-03-21 00:24:25	2011-06-26 10:10:29	2012-07-28 12:00:00
10	LC	2011-06-27 08:14:32	2011-09-28 18:22:51	2012-10-28 00:00:00
11	LC	2011-09-29 16:56:19	2012-01-04 19:50:25	2012-10-28 00:00:00
12	LC	2012-01-05 21:49:54	2012-03-28 12:32:43	2012-10-28 00:00:00
13	LC	2012-03-29 05:42:32	2012-06-27 13:18:20	2012-10-28 00:00:00
14	LC	2012-06-28 15:17:47	2012-10-03 19:40:10	2013-02-06 09:01:47
15	LC	2012-10-05 23:39:07	2013-01-11 15:18:15	2013-04-25 20:01:10
16	LC	2013-01-12 14:21:10	2013-04-08 11:02:28	2013-07-23 02:59:01
17	LC	2013-04-09 17:26:44	2013-05-11 12:01:39	2013-12-08 14:29:51

Tabla 3.4: Resumen de las observaciones de las temporadas de KIC 6142919 descargadas de MAST.

Hay dos valores reportados para las mediciones de flujo: el flujo de Fotometría de Apertura Simple (Simple Aperture Photometry, SAP flux) y el flujo de Condicionamiento de Datos Previos a la Búsqueda (Pre-search Data Conditioning Simple Aperture Photometry o PDC SAP flux). Las curvas de luz que utilizan el flujo PDC SAP eliminan las variaciones instrumentales y el ruido en los datos, a la vez que preservan el comportamiento estelar y de tránsito de exoplanetas, por lo tanto, ésta es la medida de

flujo utilizada para construir las curvas de luz. Además de usar los datos de la columna PDC SAP flux para construir las curvas de luz, se utiliza la columna que corresponde al tiempo en día juliano bariocéntrico (BJD) de la medición. Cada segmento fue limpiado de datos nulos y normalizado sustrayéndole por la media para evitar variaciones espurias de largo período no reales en las curvas de luz. A continuación se muestran las curvas de luz normalizadas de cada objeto de interés en las Figuras 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6.

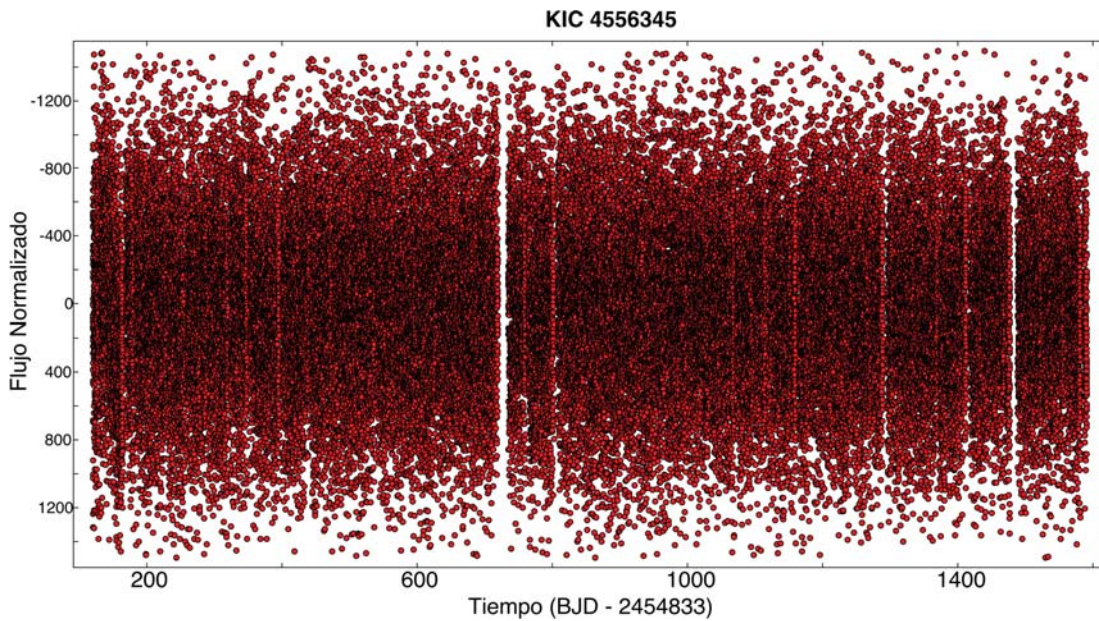


Figura 3.3: Curva de luz normalizada de KIC 4556345.

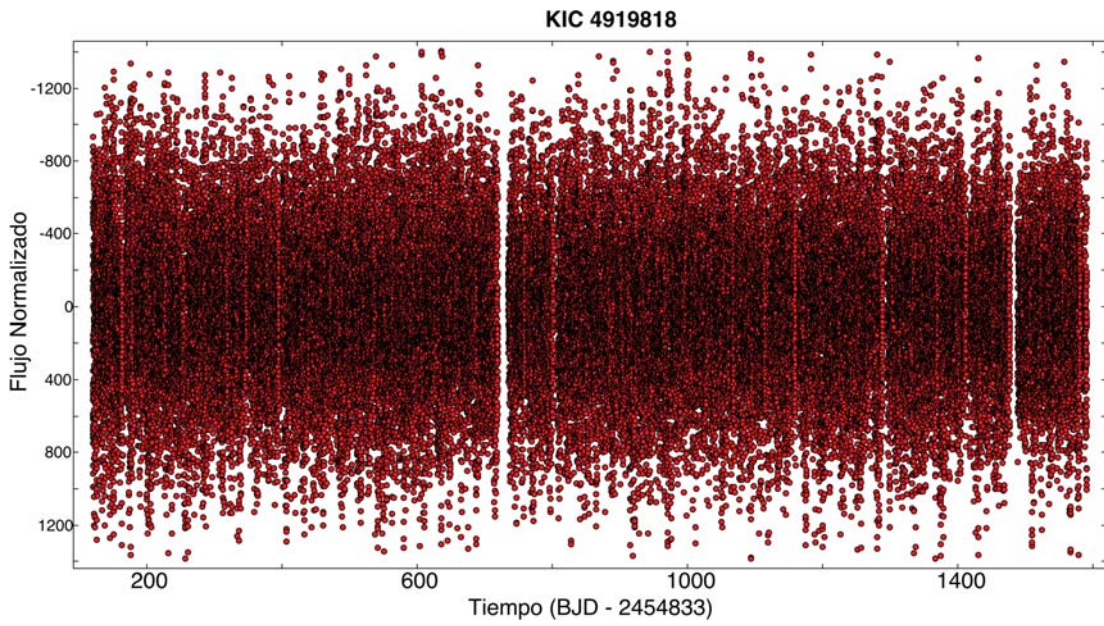


Figura 3.4: Curva de luz normalizada de KIC 4919818.

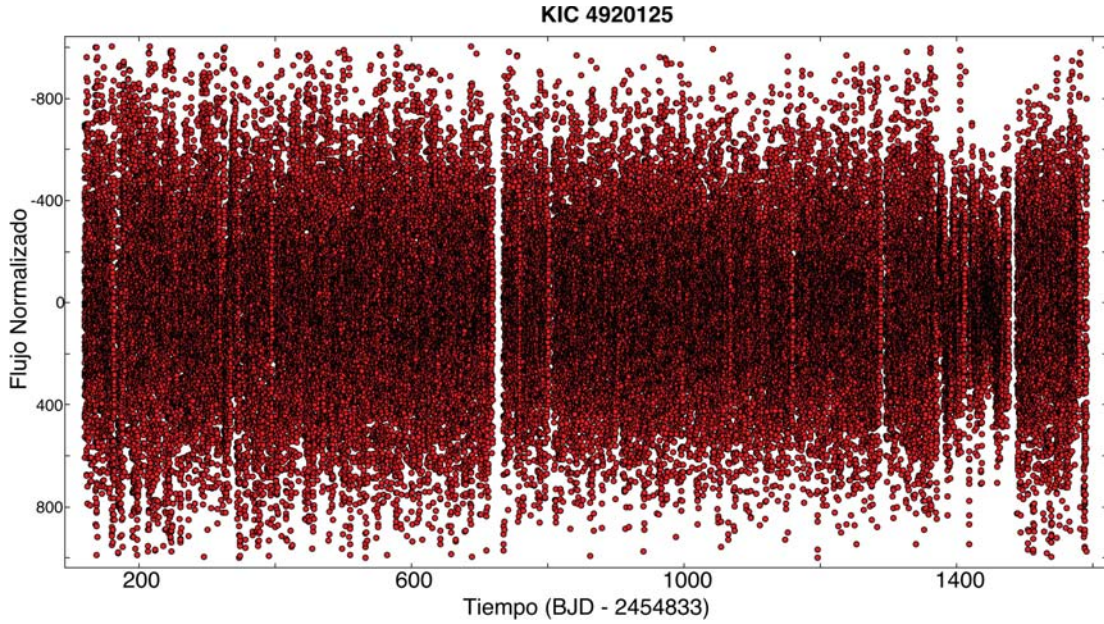


Figura 3.5: Curva de luz normalizada de KIC 4920125.

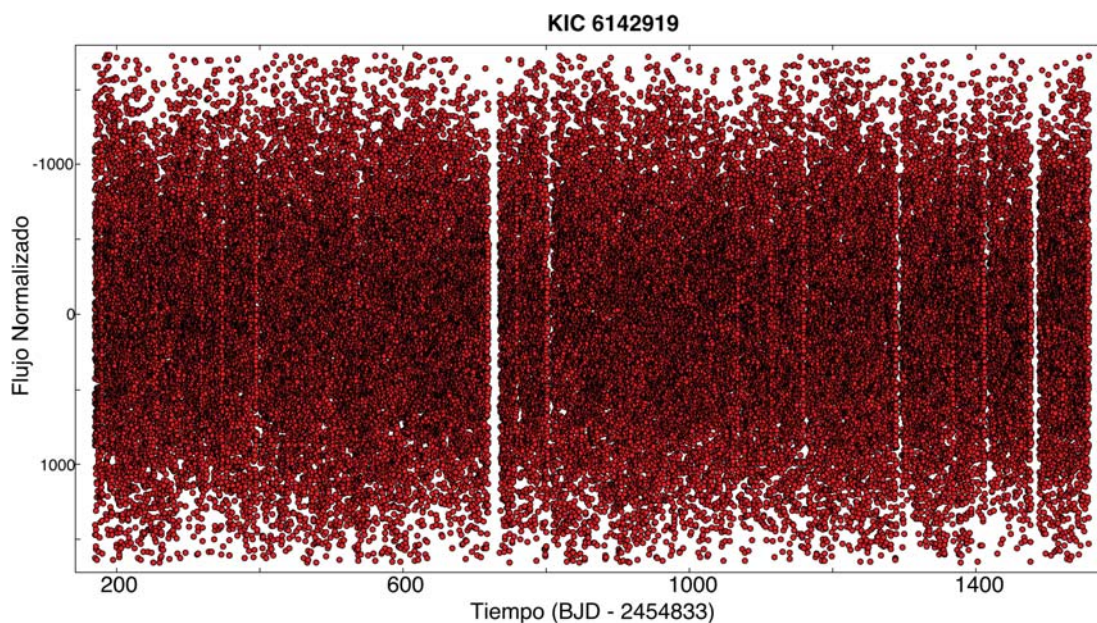


Figura 3.6: Curva de luz normalizada de KIC 6142919.

3.3.2. Detección de frecuencias de oscilación usando *Period04*

La detección de frecuencias de oscilación fue realizada con el software *Period04* (Lenz and Breger, 2004). Con este software se puede calcular el espectro de amplitud de las oscilaciones aplicando una transformada de Fourier a la curva de luz original y luego usando el método de blanqueo o *prewhitening* determinamos de forma iterativa las frecuencias, amplitudes y fases de los períodos de oscilación, restando a la curva de luz original una función sinusoidal dada por la siguiente ecuación:

$$f(t) = f_0(t_i) - \sum A_1 \sin(2\pi(\Omega_i t + \phi_i)) \quad (3.1)$$

donde $f_0(t_i)$ es la función original a la que se resta la función sinusoidal de amplitud A_1 , frecuencia Ω_1 y fase ϕ_1 que corresponde a la señal a blanquear. La metodología para determinar los picos de frecuencia considerados debidos a la señal oscilatoria es el siguiente:

1. Se calcula la transformada de Fourier de la serie temporal original y se identifica el pico de mayor amplitud.
2. Se hace un ajuste por mínimos cuadrados a la serie temporal con esta frecuencia y se mejoran simultáneamente la frecuencia, amplitud y fase.
3. Se calcula la transformada de Fourier de los residuos y se identifica un nuevo pico de mayor amplitud.

4. Se hace un ajuste por mínimos cuadrados usando simultáneamente las frecuencias derivadas.

Este procedimiento se repite hasta que se extraen todas las frecuencias significativas y los residuos dejan de disminuir. Los espectros de amplitudes se calcularon hasta la frecuencia de Nyquist de los datos de larga cadencia de *KEPLER*, que corresponde a $f_{nyq} = 24.4$ c/d. En las Figuras 3.7, 3.8, 3.9, 3.10 se muestran los espectros de amplitudes obtenidos a partir de las curvas de luz normalizadas de cada objeto de interés. En cada figura el eje horizontal representa la frecuencia de oscilación en unidades de ciclos por día (1 c/d = $1/86400$ s ~ 11.57 μ Hz), mientras que el eje vertical muestra la amplitud en unidades *parts per thousands* (1 ppt ≈ 1 mmag).

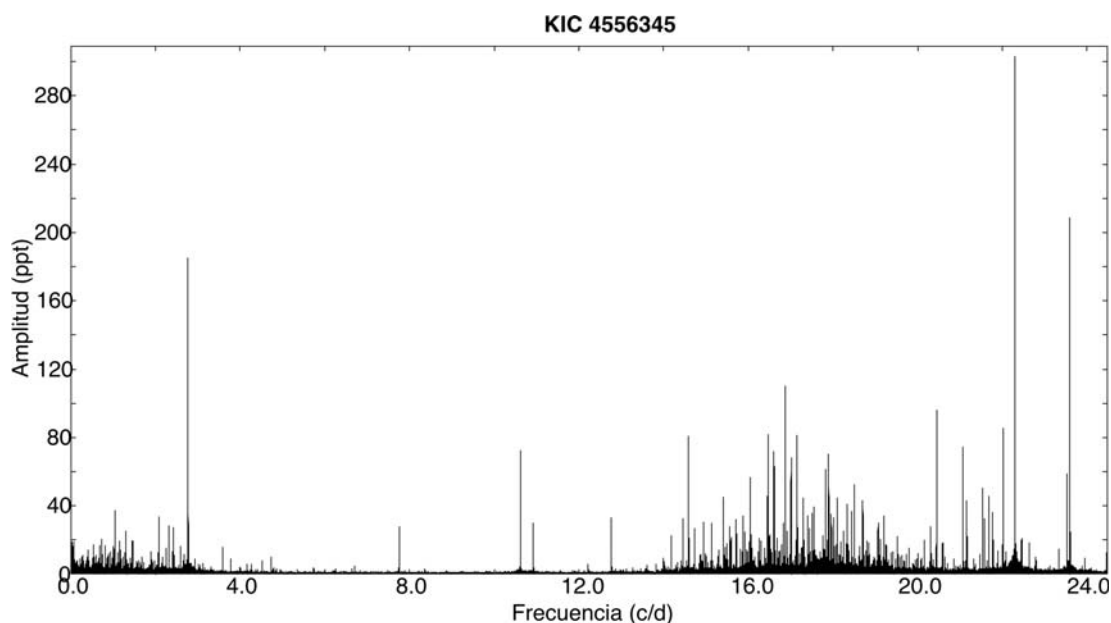


Figura 3.7: Espectro de amplitudes de KIC 4556345 obtenido a partir de su curva de luz normalizada.

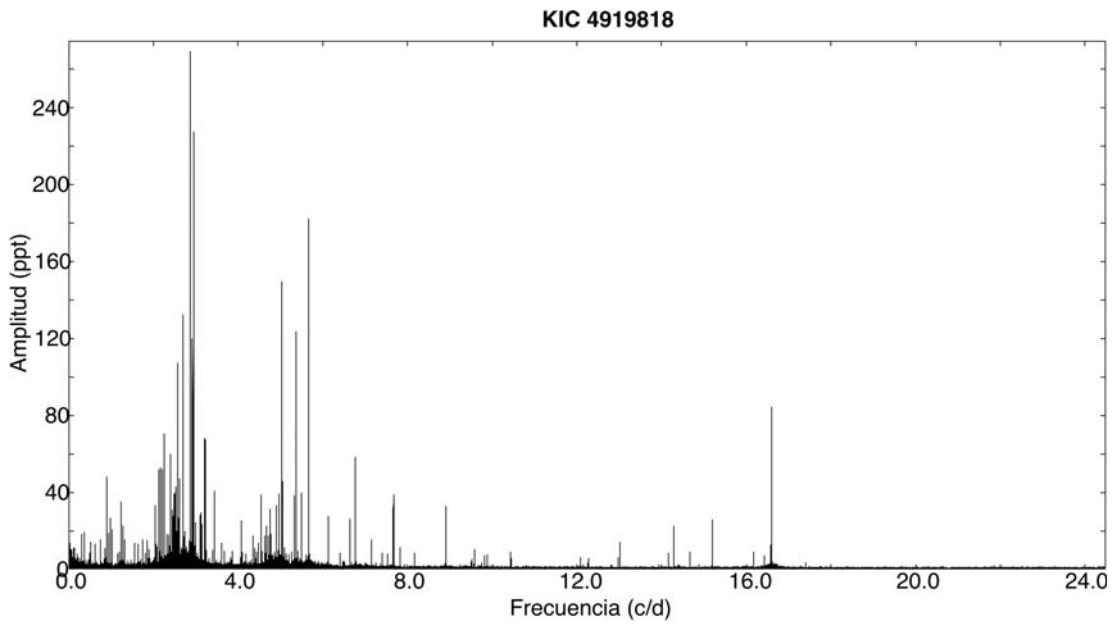


Figura 3.8: Espectro de amplitudes de KIC 4919818 obtenido a partir de su curva de luz normalizada.

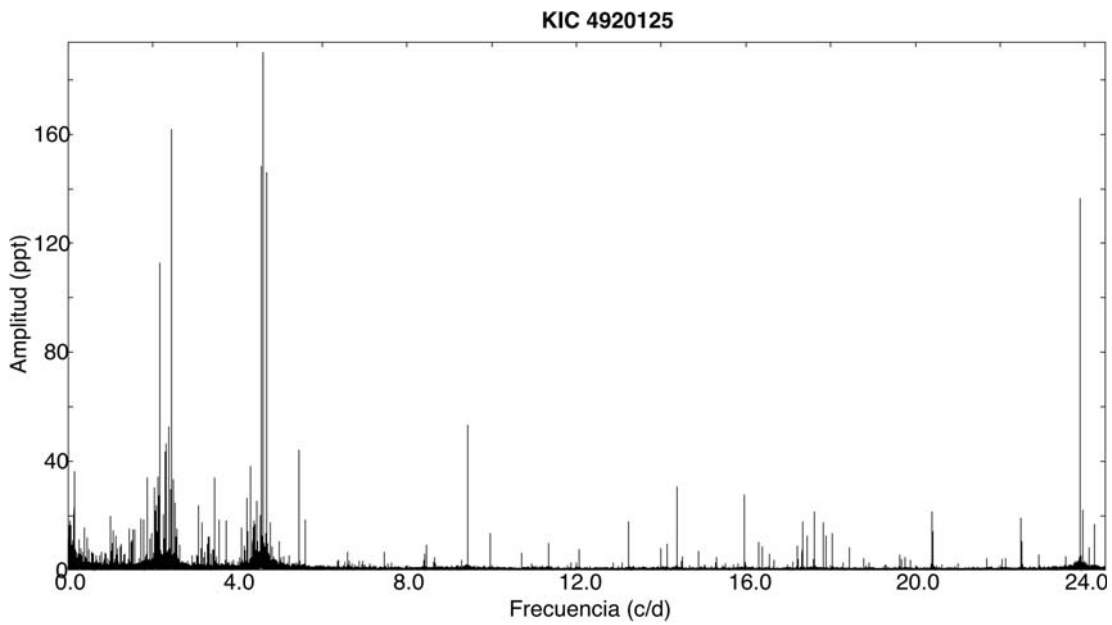


Figura 3.9: Espectro de amplitudes de KIC 4920125 obtenido a partir de su curva de luz normalizada.

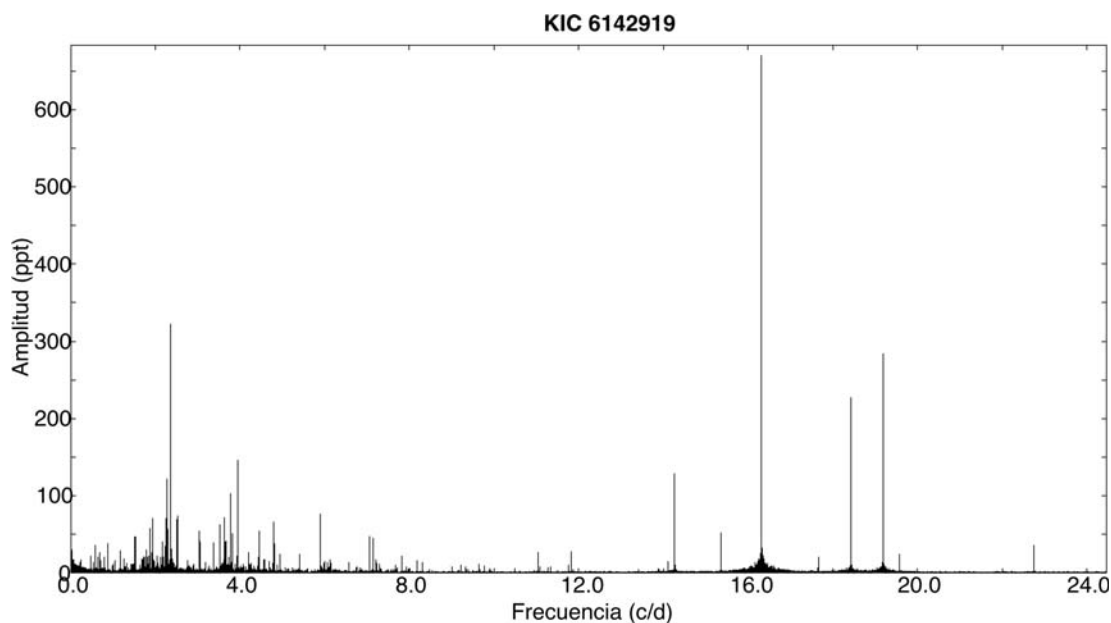


Figura 3.10: Espectro de amplitudes de KIC 6142919 obtenido a partir de su curva de luz normalizada.

Las Tablas 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8 listan las frecuencias de oscilación detectadas con una señal a ruido (S/N) mayor que 4.0 en los objetos de interés junto con sus amplitudes, fases y razón de señal a ruido (S/N). El criterio para considerar que una frecuencia es significativa, con un nivel de significación superior al 99%, es que el pico debe tener una señal a ruido mayor a 4.0 [Breger et al. (1993); Alvarez et al. (1998)].

Para cada estrella de la muestra, usando las frecuencias listadas en las Tablas 3.5 - 3.8, procedimos a buscar combinaciones lineales de frecuencias de la forma $f_{comb} = f_1 \pm f_2$. Este procedimiento se realizó con el programa *Perido04*. Usamos el criterio de combinación de frecuencias descrito en Balona (2014), donde $|f_{comb} - f_i| < \epsilon$, con $\epsilon < 0.001$ c/d, f_{comb} es la frecuencia combinada y f_i corresponde a cada una de las frecuencias listadas en las Tablas 3.5 - 3.8. No hemos encontrado ninguna combinación de frecuencias.

KIC 4556345					
No.	Frecuencia (c/d)	Frecuencia (μHz)	Amplitud (ppt)	Fase (2π rad)	S/N
F1	2.7739	32.0940	130.8998	0.6972	12.2368
F2	2.7737	32.0917	40.9011	0.1981	56.4625
F3	10.6193	122.8653	24.6997	0.5943	35.0121
F4	10.6167	122.8352	34.1551	0.7399	8.8888
F5	10.6221	122.8976	33.6159	0.2977	5.8854
F6	10.9269	126.4242	20.5400	0.2777	9.9864
F7	2.3234	26.8817	28.2991	0.4666	4.4034
F8	2.4200	27.9994	25.2296	0.6416	4.2050
F9	22.2993	258.0029	279.88713	0.6004	8.7105
F10	23.5856	272.8853	206.6654	0.4793	40.7873
F11	22.2967	257.9728	33.6155	0.5142	39.8443
F12	22.3020	258.0341	90.5073	0.6023	25.3536
F13	16.8685	195.1685	102.0039	0.9156	11.3127
F14	20.4425	236.5197	89.3639	0.0920	12.6888
F15	22.0237	254.8142	46.9321	0.7617	20.0567
F16	16.4634	190.4815	76.1232	0.2873	17.9378
F17	14.5859	168.7588	80.9378	0.9557	10.5995
F18	17.1552	198.4856	71.9778	0.4289	9.7484

Tabla 3.5: Frecuencias, amplitudes y fases obtenidas a partir de la curva de luz normalizada de KIC 4556345 con el programa *Period04*.

KIC 4919818					
No.	Frecuencia (c/d)	Frecuencia (μ Hz)	Amplitud (ppt)	Fase (2π rad)	S/N
F1	2.8706	33.2128	187.7905	0.0391	118.3540
F2	2.9449	34.0725	204.7161	0.6682	78.7830
F3	5.6696	65.5973	181.7275	0.5691	133.3879
F4	5.0337	58.2399	145.6015	0.7823	64.8935
F5	2.7095	31.3489	18.8720	0.8461	34.8283
F6	5.3703	62.1344	123.0836	0.4774	70.2226
F7	2.9057	33.6189	111.3486	0.7927	50.9674
F8	2.5833	29.8888	108.7069	0.4938	44.1547
F9	2.2544	26.0834	69.5483	0.0176	25.0909
F10	3.2197	37.2519	2.5306	0.1854	5.4768
F11	16.5914	191.9625	74.6914	0.5155	23.5974
F12	16.5891	191.9359	1.6949	0.6611	48.7959
F13	16.5816	191.8491	81.1889	0.6955	36.2497
F14	16.5902	191.9486	1.1273	0.0856	9.4263
F15	16.5949	192.0029	70.9629	0.5449	77.6319
F16	16.5954	192.0088	16.9081	0.2216	110.9665
F17	16.5960	192.0157	1.8264	0.9191	5.1762
F18	16.5888	191.9324	1.6442	0.3554	4.7269

Tabla 3.6: Frecuencias, amplitudes y fases obtenidas a partir de la curva de luz normalizada de KIC 4919818 con el programa *Period04*.

KIC 4920125					
No.	Frecuencia (c/d)	Frecuencia (μHz)	Amplitud (ppt)	Fase (2π rad)	S/N
F1	4.6052	53.2821	191.2495	0.9504	44.4367
F2	2.4388	28.2169	161.5492	0.4909	65.8335
F3	4.5665	52.8344	145.8572	0.4204	86.2409
F4	4.6959	54.3316	145.3925	0.4455	97.5628
F5	2.1726	25.1369	103.6806	0.2815	35.9771
F6	2.3759	27.4892	53.2148	0.9582	12.6623
F7	9.4336	109.1468	52.9609	0.8742	83.5720
F8	2.3203	26.8459	46.0185	0.8081	7.3783
F9	2.2919	26.5173	44.1695	0.6046	16.3319
F10	23.8845	276.3437	135.5220	0.3921	84.2532
F11	14.3716	166.2794	30.5808	0.0768	30.0985
F12	15.9674	184.7428	27.6589	0.4961	43.2892
F13	20.3792	235.7873	21.6682	0.0069	17.3688
F14	17.6037	203.6748	21.6399	0.9228	7.3247
F15	13.2253	153.0167	17.9006	0.5891	31.2992
F16	17.8305	206.2989	17.6724	0.2876	31.7180

Tabla 3.7: Frecuencias, amplitudes y fases obtenidas a partir de la curva de luz normalizada de KIC 4920125 con el programa *Period04*.

KIC 6142919					
No.	Frecuencia (c/d)	Frecuencia (μ Hz)	Amplitud (ppt)	Fase (2π rad)	S/N
F1	2.3543	27.2393	192.1179	0.9102	103.6833
F2	3.9477	45.6749	142.9678	0.4922	64.6538
F3	2.2701	26.2651	106.2131	0.4120	25.3819
F4	3.7747	43.6733	101.2762	0.6041	44.7532
F5	5.8909	68.1577	17.8825	0.9263	49.8659
F6	3.6208	41.8927	52.3933	0.2382	25.8892
F7	2.2651	26.2072	66.0685	0.2295	24.8241
F8	2.5226	29.1865	61.8235	0.4208	8.4775
F9	2.5124	29.0685	11.9318	0.1319	18.6574
F10	16.3159	188.7749	626.0942	0.7690	952.0223
F11	19.1888	222.0144	243.0141	0.2207	366.3633
F12	18.4299	213.2339	86.5260	0.8344	128.4148
F13	18.4298	213.2328	71.3963	0.6777	82.1869
F14	14.2662	165.0599	124.7566	0.7175	10.2829
F15	15.3668	177.7938	28.6821	0.9808	54.0766
F16	22.7393	263.0937	25.6516	0.7038	9.5538
F17	22.7394	263.0949	2.2933	0.0264	16.2166
F18	19.5783	226.5209	8.4569	0.2200	20.3346

Tabla 3.8: Frecuencias, amplitudes y fases obtenidas a partir de la curva de luz normalizada de KIC 6142919 con el programa *Period04*.

3.3.3. Medición de Fase y Tiempos de Retardo

Murphy et al. (2014) presentan un método fotométrico para detectar la binariedad en estrellas pulsantes observadas por el satélite *Kepler*. El método consiste en medir los cambios de fases de las frecuencias de pulsación detectadas en las curvas de luz debidos a los tiempos de retardo de la luz según llega al observador. Según se mueve una estrella pulsante en su órbita binaria, la longitud del camino de la luz entre el observador y la estrella varía, lo cual resulta en una variación periódica en el tiempo que tarda la señal de la estrella en llegar al observador. De forma que una variación de fase en las frecuencias de pulsación a lo largo del tiempo, puede indicarnos la presencia de la binariedad.

Hemos aplicado este método para tratar de detectar la binariedad entre nuestras estrellas problema. Para esto hemos dividido las curvas de luz en segmentos de 10 días de longitud y hemos calculado la transformada de Fourier de cada segmento, ajustando los valores fijos de las frecuencias listadas en la Tabla 3.9 y con un origen de fases común.

	F1 (μHz)	F2 (μHz)	F3 (μHz)	F4 (μHz)	F5 (μHz)
KIC 4556345	258.0029	272.8854	32.0929	257.9728	258.0365
KIC 4919818	33.2128	34.0725	65.5973	58.2400	191.9637
KIC 4920125	53.2822	28.2169	52.8344	54.3316	276.3437
KIC 6142919	188.7750	222.0144	213.2339	27.2393	45.6750

Tabla 3.9: Frecuencias fijas para los cuatro objetos de interés.

Hemos derivado las fases para cada una de las frecuencias fijas de cada objeto en función del tiempo. De forma que se obtiene una fase medida (Φ_{ij}) para cada frecuencia fija (ν_j) en cada segmento de tiempo (t_i). Si el objeto es realmente un sistema binario, las series de fases $\Phi_j(t) = [\phi_{1j}, \phi_{2j}, \dots, \phi_{ij}, \dots, \phi_{nj}]$ varían de acuerdo al período orbital del sistema.

La amplitud de las variaciones de fase dependen de la geometría de la órbita que es dictada por la masa de la estrella compañera perturbante y la frecuencia de la pulsación, lo que implica que las variaciones de fase de cada modo de pulsación tendrán diferente amplitud. Para eliminar este efecto se convierten las variaciones de fase en tiempos de retardo o “time delays”. Para esto se calculan los cambios de fase relativos sustrayendo la fase media para cada modo de cada medición:

$$\Delta\phi_{ij} = \phi_{ij} - \bar{\phi}_j \quad (3.2)$$

donde

$$\bar{\phi}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi_{ij} \quad (3.3)$$

Así el tiempo de retardo con respecto al caso estacionario (estrella individual) es (Murphy et al., 2014):

$$\tau_{ij} = \frac{\Delta\phi_{ij}}{2\pi\nu_j} \quad (3.4)$$

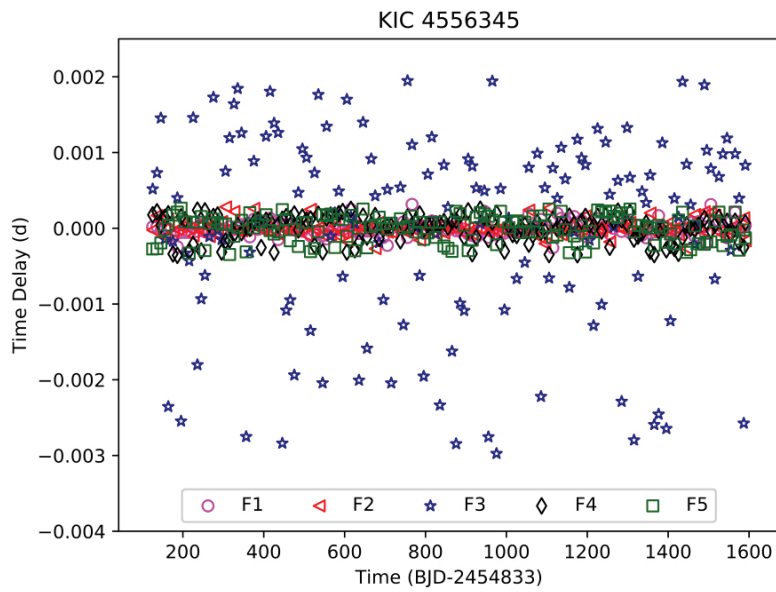


Figura 3.11: Retardos de 5 frecuencias fijas calculados de subseries de 10d para KIC 4556345.

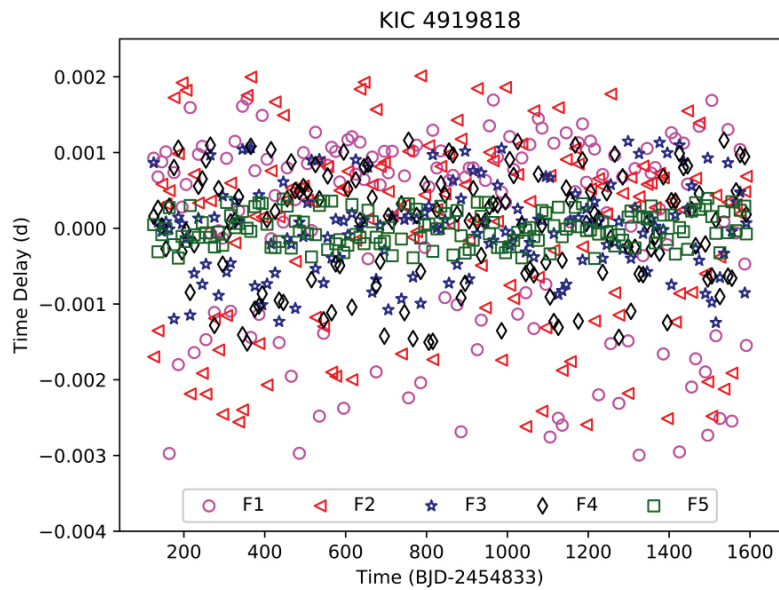


Figura 3.12: Retardos de 5 frecuencias fijas calculados de subseries de 10d para KIC 4919818.

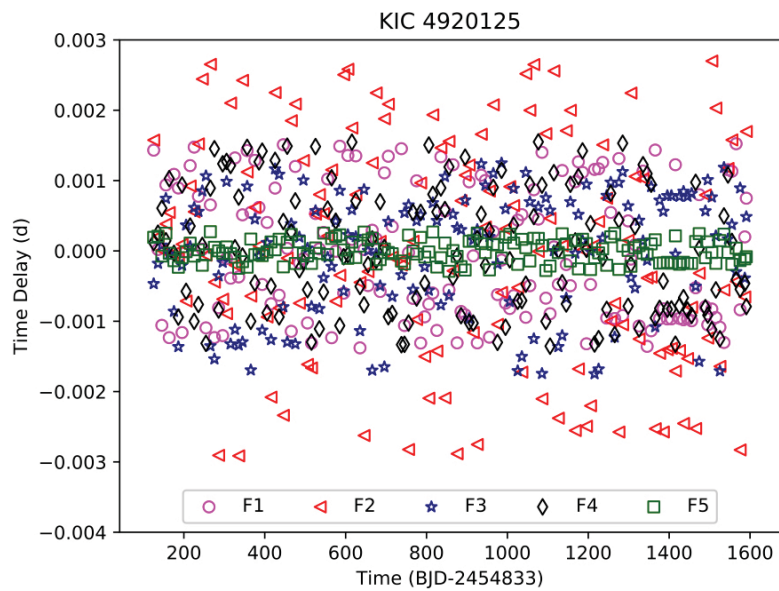


Figura 3.13: Retardos de 5 frecuencias fijas calculados de subseries de 10d para KIC 4920125.

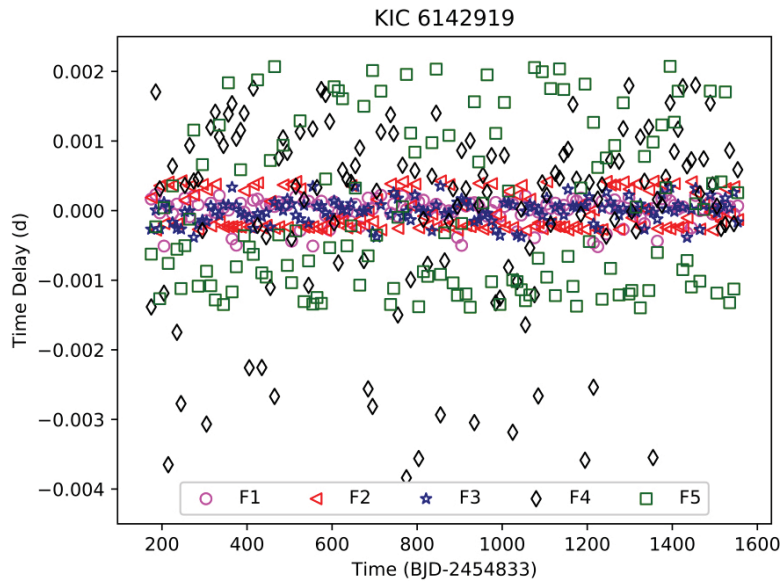


Figura 3.14: Retardos de 5 frecuencias fijas calculados de subseries de 10d para KIC 6142919.

Los resultados de este análisis se muestran en las Figuras 3.11, 3.12, 3.13 y 3.14 para cada una de las estrellas de interés. Tal y como se puede notar, no hemos detectado cambios de fases en ningún objeto. Lampens et al. (2018) menciona los dos factores que dificultan el análisis de los tiempos de retardo. El primer factor es que las fases para frecuencias bajas que corresponden a frecuencias de estrellas γ Doradus están muy dispersas, ya que los períodos correspondientes son más cortos que la longitud de los segmentos y porque el espectro de frecuencias a menudo presenta picos muy cercanos que no pueden resolverse en las sub-series. El siguiente factor es que algunas frecuencias muestran cambios significativos en amplitud y/o fase (usualmente ambos) y por lo tanto son menos estables, tales cambios a menudo ocultarán las variaciones de fase globales causadas por el efecto del tiempo de viaje de la luz.

3.4. Espectroscopía

La espectroscopía estudia la interacción entre la materia y la energía, por lo que tiene muchas aplicaciones dentro de diferentes campos de la ciencia como la química, física y astronomía, además permite detectar la absorción o emisión de radiación electromagnética en ciertas longitudes de onda y podemos relacionarlo con los niveles de energía implicados en las transiciones atómicas y moleculares.

El objetivo principal de la espectroscopía es caracterizar la luz proveniente de un objeto de acuerdo a la longitud de onda que la compone, dando como resultado una curva de intensidad como función de la longitud de onda llamado espectro o distribución espectral de energía. El espectro depende de la composición química del objeto y la longitud de luz absorbida o emitida por un cuerpo depende de las interacciones entre los niveles de energía y el campo de radiación. Utilizando espectros estelares podemos conocer la temperatura superficial, composición química y la velocidad radial de la estrella.

3.4.1. Espectrógrafo Echelle-REOSC (OAN-SPM)

Las observaciones espectroscópicas se llevaron a cabo con el telescopio de 2.12m del (OAN-SPM)¹ utilizando el espectrógrafo Echelle-REOSC (Figura 3.15) construido por la firma francesa REOSC a finales de la década de los 70's y la cámara CCD Marconi 2 (E2V).



Figura 3.15: Espectrógrafo Echelle-REOSC instalado en el telescopio de 2.12m en el OAN-SPM.

La resolución máxima del espectrógrafo es de $R=18,000$ a $5,000 \text{ \AA}$, lo que equivale a una resolución de 17 km/s con 2 pixeles. La lámpara de comparación utilizada durante las observaciones fue la lámpara de Torio-Argón (Th-Ar). La rejilla principal del espectrógrafo tiene un área de $254\text{mm} \times 128\text{mm}$ y tiene 79 líneas/mm , el ángulo de blaze es de $63^\circ 433$, el ángulo de incidencia es de 71° y el haz es dispersado en un ángulo de

¹<http://www.astrossp.unam.mx/indexspm.html>

$\pm 2^{\circ}63'$, la dispersión depende del orden y su rango es de $4\text{\AA}/\text{mm}$ a $16\text{\AA}/\text{mm}$ (Levine and Chakrabarty, 1995)¹.

Las espectros estelares se obtuvieron en tres temporadas: mayo de 2017, agosto de 2017 y junio de 2018. El procedimiento de observación consistió en tomar imágenes bias, imágenes del objeto y lámparas de comparación antes y después de cada imagen de objeto. En todos los casos el tiempo de exposición fue de 1800s, la Tabla 3.10 muestra el número de espectros y las temporadas en que fueron tomados.

	Mayo 2017	Agosto 2017	Junio 2018	Total
KIC 4556345	0	0	2	2
KIC 4919818	0	0	2	2
KIC 4920125	4	4	2	10
KIC 6142919	0	0	2	2

Tabla 3.10: Número de espectros por temporada.

La reducción de los espectros fue realizada con el software *IRAF* (Image Reduction and Analysis Facility) y se llevó a cabo de la siguiente manera:

1. Se combinan todas las imágenes bias obteniendo un *master bias*, el cual luego se sustrae a las imágenes de los objetos y los arcos de calibración. Esto permite corregir las imágenes por el offset del amplificador, el ruido de lectura del amplificador y el ruido electrónico del CCD. El *master bias* es generado con la rutina `noao > imred > ccdred > zerocombine` y la sustracción se realizó con la rutina `noao > imred > ccdred > ccdproc`.
2. Se corrigen las imágenes por rayos cósmicos utilizando la rutina `lacos-spec.cl` del algoritmo *L.A. Cosmic: Laplacian Cosmic Ray Identification* el cual utilizando un algoritmo de Laplace elimina los rayos cósmicos de las imágenes (van Dokkum, 2001) y es cargada usando el paquete *stsdas* (*Space Telescope Science Data Analysis System*)² del *Space Telescope Science Institute*³.
3. Para reducir los espectros echelle se utilizó la rutina `noao > imred > echelle > apall` y se extrajeron 30 órdenes echelle, que cubren un rango espectral entre 3700\AA y 7500\AA .
4. Después se trazó la forma de cada apertura ajustando un polinomio de Chebyshev de orden alto a cada una.

¹<http://www.astrossp.unam.mx/~sectec/web/instrumentos/echelle/echelle.html>

²http://www.stsci.edu/institute/software_hardware/stsdas

³<http://www.stsci.edu/>

5. Una vez que hemos extraído el espectro del objeto procedemos a extraer el espectro de la lámpara de comparación Th-Ar nuevamente utilizando la rutina *apall* con las mismas aperturas usadas anteriormente.
6. Identificamos las líneas espectrales de la lámpara de Th-Ar usando el atlas de líneas de emisión de Th-Ar, la rutina usada es *noao > imred > echelle > ecidentify*.
7. Con las líneas de la lámpara de comparación Th-Ar identificadas aplicamos la solución de dispersión al respectivo espectro del objeto con la rutina *noao > imred > echelle > dispcor* y como resultado obtenemos los 30 órdenes calibrados en longitud de onda.
8. Finalmente los espectros se normalizaron utilizando un polinomio de orden alto al continuo utilizando la rutina *noao > imred > echelle > continuum*.

3.4.2. Obtención de Velocidades Radiales

Una vez obtenidos los espectros estelares, procedimos a determinar las velocidades radiales. Usamos la tarea *fxcor* del paquete *rv* de *IRAF*, el cual utiliza el método de correlación cruzada de Fourier. Este método hace la correlación de un espectro con corrimiento al rojo desconocido con otro de referencia cuyo corrimiento al rojo es conocido, generalmente una estrella estándar de velocidad radial. En nuestro caso utilizamos la estrella estándar HD 203698 que tiene una velocidad radial de -16.44 km/s (Soubiran et al., 2013). La correlación se realizó en diferentes secciones del espectro estelar que incluyen las líneas de hidrógeno H_β y H_α . La velocidad radial final se tomó como el promedio simple de las diferentes mediciones.

En la Tabla 3.11 se listan las velocidad radiales obtenidas para cada estrella con el error obtenido por *fxcor*. Como se puede notar, todas las estrellas muestran velocidades radiales variables lo que nos indica una posible binariedad. En el caso particular de KIC 4920125, los 10 valores de velocidad radial obtenidos nos permitieron realizar un ajuste para determinar su período orbital. Como resultado encontramos que los datos observacionales se ajustan con una frecuencia de 0.00678 c/d lo cual corresponde a un período orbital de $P_{obs} = 147.5$ días. La Figura 3.16 muestra el ajuste aplicado a la curva de velocidad radial de KIC 4920125, en el eje horizontal se muestra el tiempo en unidades de Día Heliocéntrico Juliano (HJD) y en el eje vertical la velocidad radial de la estrella, los puntos azules representan las mediciones realizadas en este trabajo.

Kepler ID	HJD (días)	Velocidad Radial (km/s)	Error (km/s)
KIC 4555345	2458275.84583	16.6	2.7
	2458273.93821	7.4	3.1
KIC 4919818	2458273.96064	8.4	4.8
	2458275.86780	20.2	4.8
KIC 4920125	2457901.89654	5.8	6.8
	2457902.91587	7.0	6.0
	2457903.94545	-12.1	7.2
	2457975.85228	-24.4	5.8
	2457978.94401	-18.9	3.0
	2457979.82223	-19.4	4.4
	2457980.92429	-16.4	4.5
	2457980.94506	-22.1	3.6
	2458277.96642	-15.4	6.4
2458273.98374	-22.7	5.2	
KIC 6142919	2458273.91574	0.1	4.3
	2458275.82386	-16.6	1.4

Tabla 3.11: Velocidades radiales. HJD: “Heliocentric Julian Date”.

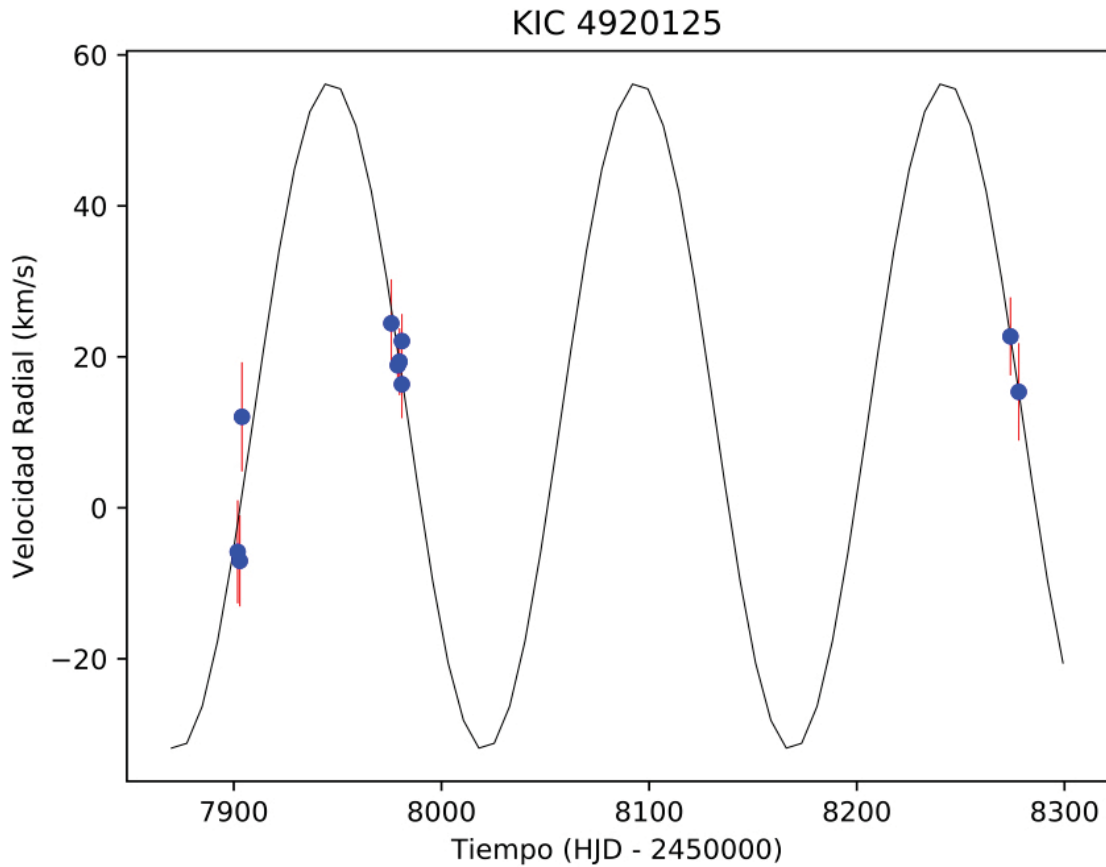


Figura 3.16: Ajuste de velocidad radial obtenido para KIC 4920125. El eje horizontal muestra el tiempo en unidades de Día Heliocéntrico Juliano (HJD), el eje vertical la velocidad radial de la estrella y los puntos azules representan las mediciones realizadas en este trabajo.

3.4.3. Derivación de Parámetros Atmosféricos con *iSpec*

Con el objetivo de tener una determinación independiente de los parámetros atmosféricos de nuestras estrellas, se procedió a analizar los espectros obtenidos en la sección anterior. Para esto utilizamos la herramienta *iSpec*¹ (Blanco-Cuaresma et al., 2014) la cual consiste en un conjunto de algoritmos que permiten determinar los parámetros atmosféricos mediante dos métodos principales: la técnica de ajuste de espectros sintéticos y el método de anchos equivalentes.

¹<https://www.blancocuaresma.com/s/iSpec>

Antes de proceder a la derivación de los parámetros los espectros estelares fueron corregidos por velocidad radial al marco de referencia heliocéntrico usando las tareas *rvcorrect* y *dopcor* de *IRAF*. Los órdenes echelle se combinaron en un sólo espectro de una dimensión, cubriendo todo el rango espectral. Luego los espectros de una misma estrella se co-sumaron para producir un espectro de mayor señal a ruido. Este espectro final co-sumado se utilizó en *iSpec*.

Los parámetros atmosféricos de las estrellas se determinaron con el método de ajuste de espectros sintéticos. Para esto *iSpec* compara el espectro observacional con los espectros sintéticos generados en tiempo real. En el cálculo se usaron los modelos de atmósfera *ATLAS9* de Kurucz (2005)¹ y *MARCS* de Gustafsson et al. (2008).

Ejemplos del procedimiento para derivar los parámetros atmosféricos de la estrella KIC 4920125 a través del ajuste de espectros sintéticos se muestran en las Figuras 3.17 y 3.18 para la línea de H_α y en las Figuras 3.19 y 3.20 para la línea de H_β . Siguiendo este procedimiento se determinaron los siguientes parámetros atmosféricos para las estrellas de interés:

	T_{eff} (K)	$\log g$ (cm/s^2)
KIC 4556345	7100 ± 150	3.89 ± 0.5
KIC 4919818	6961 ± 150	4.00 ± 0.5
KIC 4920125	6973 ± 150	3.99 ± 0.5
KIC 6142919	7023 ± 150	3.90 ± 0.5

Tabla 3.12: Parámetros atmosféricos de las estrellas de interés obtenidos con el programa *iSpec*.

¹<http://kurucz.harvard.edu/grids.html>

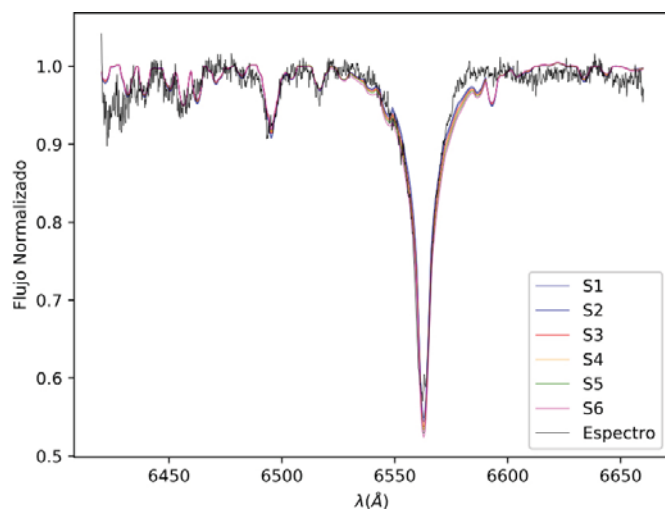


Figura 3.17: Ajuste a la línea de $H\alpha$ para KIC 4920125, donde S1-S6 representan seis espectros sintéticos ajustados. Los parámetros de cada espectro sintético son, S1: $T_{eff}=6700K$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S2: $T_{eff}=6750K$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S3: $T_{eff}=6850K$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S4: $T_{eff}=6900K$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S5: $T_{eff}=6973K$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S6: $T_{eff}=7000K$, $\log g=3.9$ (cm/s^2).

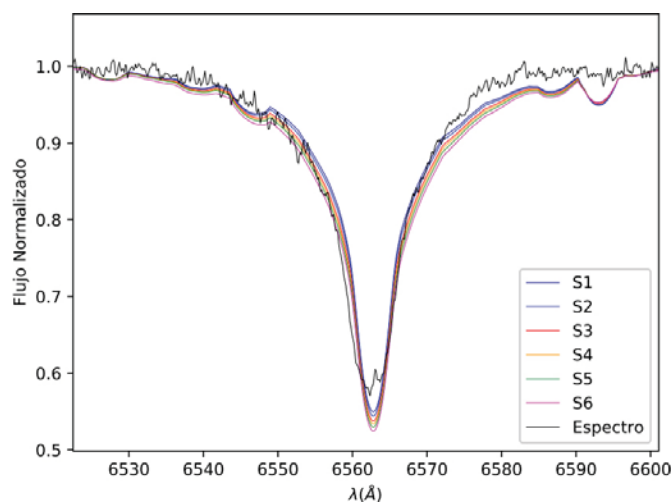


Figura 3.18: Ampliación al ajuste realizado en la fig. 3.17 de la línea de $H\alpha$ para KIC 4920125, donde S1-S6 representan seis espectros sintéticos ajustados. Los parámetros de los espectros sintéticos correspondientes a cada color son los mismos que en la Figura 3.17.

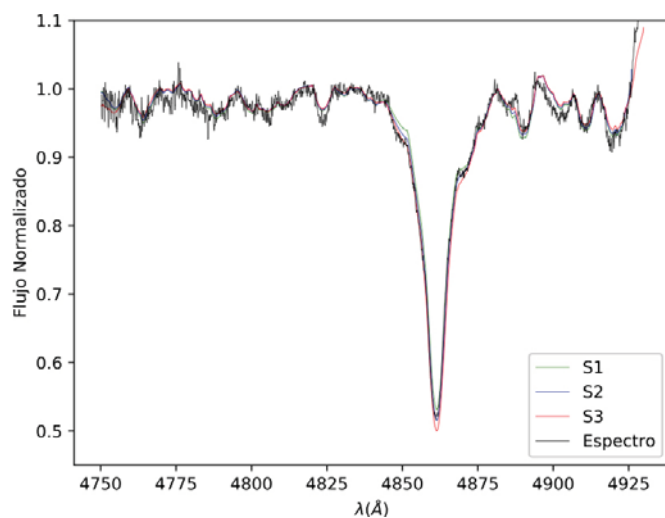


Figura 3.19: Ajuste a la línea de $H\beta$ para KIC 4920125, donde S1-S3 representan tres espectros sintéticos ajustados. Los parámetros de cada espectro sintético son, S1: $T_{eff}=6973K$, $\log g=3.9$ (cm/s^2); S2: $T_{eff}=7150K$, $\log g=4.0$ (cm/s^2); S3: $T_{eff}=7300K$, $\log g=4.0$ (cm/s^2).

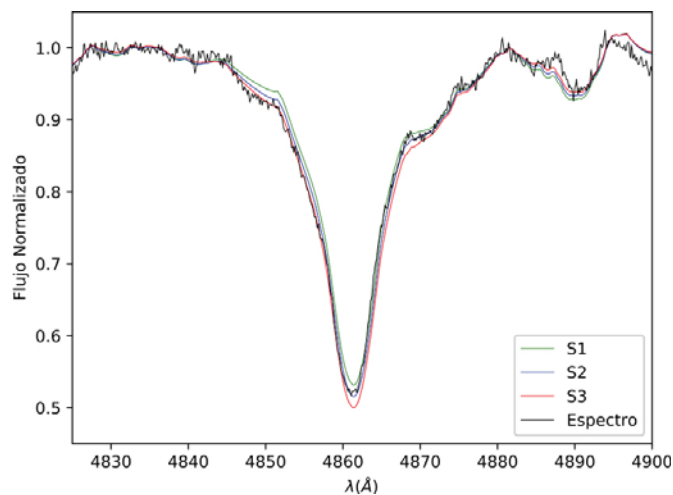


Figura 3.20: Ampliación al ajuste realizado en la fig. 3.19 de la línea de $H\beta$ para KIC 4920125, donde S1-S3 representan tres espectros sintéticos ajustados. Los parámetros de los espectros sintéticos correspondientes a cada color son los mismos que en la Figura 3.19.

3.4.4. Derivación del Tipo Espectral de las Estrellas

El tipo espectral de las estrellas se determinó haciendo una correlación cruzada de los espectros observados con aquéllos de la librería de espectros estelares *MILES* (Sánchez-Blázquez et al., 2006)¹. Antes de la comparación, los espectros fueron suavizados a la resolución de la librería de espectros estelares *MILES*. En la Tabla 3.13 presentamos los tipos espectrales encontrados para las estrellas de interés.

Kepler ID	Tipo Espectral
KIC 4556345	F0V
KIC 4919818	F0III-V
KIC 4920125	F0III-V
KIC 6142919	F0IV

Tabla 3.13: Tipos espectrales de las estrellas de interés.

¹<http://www.iac.es/proyecto/miles/pages/stellar-libraries/miles-library.php>

Análisis Teórico

Cuando un fenómeno es observado en la naturaleza se puede encontrar un modelo que lo describa de manera adecuada y que proporcione información sobre los estados previos del fenómeno y cual será su estado futuro. Esta descripción se puede hacer gracias a las matemáticas que nos proporcionan las herramientas para describir el fenómeno a través de ecuaciones. Generalmente hay que utilizar métodos numéricos, y la cantidad de cálculos que se tienen que hacer es tan grande que tenemos que utilizar computadoras para poder realizarlos. En este capítulo se utilizan dos códigos numéricos: *CESAM 2K* (Morel, 1997) que resuelve las ecuaciones que describen la estructura y evolución de una estrella y *FILOU* (Tran Minh and Léon, 1997) que genera frecuencias de oscilación teóricas que corresponden al modelo generado anteriormente.

4.1. Cálculo de secuencias evolutivas con el código *CESAM 2K*

Los modelos teóricos de estructura estelar fueron generados con el código de evolución estelar *CESAM* (Code d'Evolution Stellaire Adaptatif et Modulaire) (Morel, 1997), el cual está construido con programas que calculan la evolución estelar cuasiestática en 1-D, e incluyendo la difusión de especies químicas y la rotación, además integra el sistema de ecuaciones de estructura estelar usando el método de colocación de *splines* (Schumaker, 1981). El cálculo de estas secuencias evolutivas fue realizado utilizando la física considerada apropiada para estas estrellas [Suárez et al. (2002); Fox Machado et al. (2006)].

El catálogo *KIC* lista valores de metalicidad $[Fe/H]=\log_{10}(Z/Z_{\odot})$ de 0.006, -0.034, -0.057, -0.265 dex para KIC 4556345, KIC 4919818, KIC 6142919 y KIC 4920125, respectivamente. Sin embargo, Brown et al. (2011) advierten que las metalicidades listadas en el catálogo *KIC*, son muy imprecisas y no deberían ser consideradas como valores confiables. La imprecisión de las metalicidades listadas en el catálogo *KIC* también

fue discutida por Dong et al. (2014), quienes compararon las metalicidades de 12,000 estrellas observadas por el telescopio *LAMOST* y las metalicidades del catálogo *KIC*.

En vista que la metalicidad de cada estrella es desconocida, o al menos no se ha determinado con alta precisión, hemos optado por considerar en el cálculo de las secuencias evolutivas solamente una composición química inicial cercana a la solar de $X=0.70$, $Y=0.28$ y $Z=0.02$, donde X es la fracción de masa del Hidrógeno, Y es la fracción de masa del Helio y Z es la fracción de masa en metales. En ausencia de valores confiables de metalicidad, esta composición es típica en el cómputo de modelos de estrellas entre 1.5 y $2.5M_{\odot}$ (Sánchez Arias et al., 2017). El parámetro de longitud de mezcla utilizado fue de 1.7 , el cual es adecuado para el cálculo de modelos de estrellas tipo δ Scuti (Fox Machado et al., 2006). A pesar de que la rotación es un parámetro importante a tener en cuenta en las estrellas tipo δ Scuti al ser estrellas con rotación rápida, su implementación requiere un conocimiento preciso de la velocidad proyectada de rotación de las estrellas. Por tal motivo, hemos optado por calcular modelos de estructura estelar sin rotación en el presente trabajo. Finalmente, consideraremos un parámetro de sobrepenetración convectiva (overshooting) igual a cero. Hemos calculado secuencias evolutivas en un intervalo de masas entre 1.5 y $2.5M_{\odot}$, con un paso de $0.05M_{\odot}$.

4.1.1. Estado evolutivo de los objetos de interés en el diagrama Hertzsprung–Russell (H-R)

Para determinar los estados evolutivos de los objetos de interés, construimos el diagrama H-R mostrado en la Figura 4.1 con las secuencias evolutivas calculadas en la sección anterior. Consideramos las posiciones observacionales de las estrellas estimadas con los parámetros atmosféricos provenientes tanto de la literatura como los derivados en el presente trabajo, los cuales se listan en la Tabla 4.1.

	KIC (Latham et al., 2005)		LAMOST (Qian et al., 2018)		ESTA TESIS	
	T_{eff} (K)	$\log g$	T_{eff} (K)	$\log g$	T_{eff} (K)	$\log g$
		(cm/s^2)		(cm/s^2)		(cm/s^2)
KIC 4556345	7294 ± 290	3.872 ± 0.3	7346	4.00	7100 ± 150	3.89 ± 0.5
KIC 4919818	7318 ± 290	3.967 ± 0.3	6950	4.23	6961 ± 150	4.0 ± 0.5
KIC 4920125	7626 ± 290	3.622 ± 0.3	7332	3.98	6973 ± 150	3.99 ± 0.5
KIC 6142919	7002 ± 290	4.018 ± 0.3	7230	3.96	7023 ± 150	3.90 ± 0.5

Tabla 4.1: Parámetros atmosféricos de las estrellas de interés.

Dado que las secuencias evolutivas se construyen en el plano $[\log T_{eff}, \log(L/L_{\odot})]$, es necesario obtener la luminosidad de las estrellas utilizando la ecuación:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{eff}^4 \quad (4.1)$$

donde L es la luminosidad, R el radio de la estrella, σ es la constante de Stefan-Boltzmann y T_{eff} la temperatura efectiva. Hemos utilizado el radio estelar listado en el catálogo *KIC* para cada estrella en la estimación de las luminosidades de los objetos de interés. Notamos, sin embargo, que las gravedades superficiales listadas en el catálogo *KIC* están usualmente sobre-estimadas hasta en 0.2 dex, lo cual conlleva a subestimar el radio estelar en hasta un 50% [Verner et al. (2011); Everett et al. (2013)]. Para tomar en cuenta este aspecto, la incertidumbre en el radio del catálogo *KIC* la hemos propagado al error en la luminosidad. Dado que para cada estrella hay tres valores de temperatura efectiva de diferentes fuentes (ver Tabla 4.1), la luminosidad de cada estrella se calculó usando la media simple de los tres valores de temperatura efectiva. Los valores finales de T_{eff} y luminosidad con sus incertidumbres estimados para cada estrella se listan en la Tabla 4.2. En la Figura 4.1 se muestran también como referencia las posiciones aproximadas de los bordes azul y rojo de la franja de inestabilidad de las estrellas tipo δ Scuti y de las estrellas tipo γ Doradus.

	T_{eff} (K)	$\log(T_{eff})$	L/L_{\odot}	$\log(L/L_{\odot})$
KIC 4556345	7247 ± 165	3.86 ± 0.01	12.00 ± 1.15	1.08 ± 0.06
KIC 4919818	7076 ± 160	3.85 ± 0.01	9.14 ± 2.61	0.96 ± 0.13
KIC 4920125	7310 ± 170	3.86 ± 0.01	24.55 ± 1.32	1.39 ± 0.12
KIC 6142919	7085 ± 160	3.85 ± 0.01	7.92 ± 0.70	0.89 ± 0.03

Tabla 4.2: Posiciones observacionales en el diagrama H-R para las estrellas de interés.

La Figura 4.2 muestra el estado evolutivo de los objetos de interés en un diagrama $\log g - \log T_{eff}$, usando las mismas secuencias evolutivas mostradas en la Figura 4.1. La ventaja de este diagrama consiste en que las estrellas se pueden comparar directamente con los modelos evolutivos sin conocer a priori sus distancias o magnitudes absolutas. En la figura, cada estrella está representada por un color y los parámetros atmosféricos de diferentes fuentes están representados por diferentes símbolos como sigue: los puntos son los parámetros de *LAMOST* (Qian et al., 2018), las estrellas son los parámetros del catálogo *KIC* (Latham et al., 2005) y los cuadros indican los parámetros derivados en la presente tesis. Como se puede notar en la Figura 4.2, existe una gran dispersión de valores de parámetros atmosféricos en las estrellas de interés.

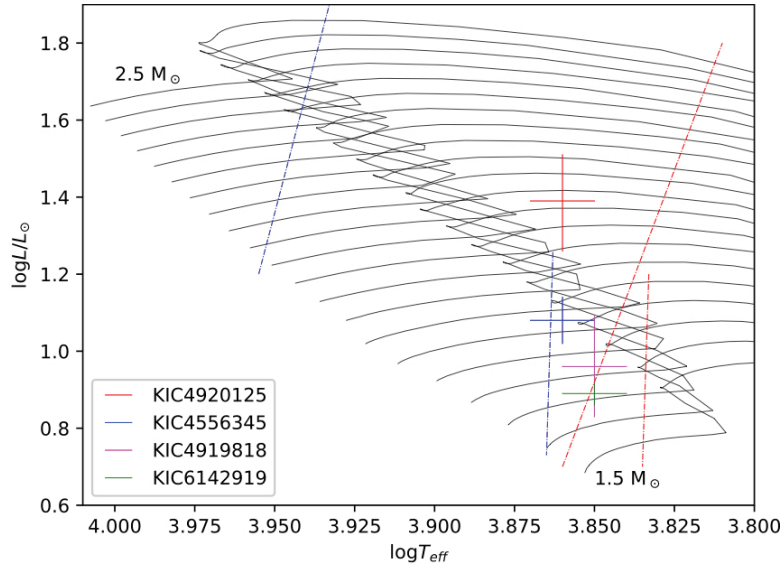


Figura 4.1: Diagrama H-R donde se muestran las posiciones observacionales de las cuatro estrellas estudiadas. Las líneas continuas indican las secuencias evolutivas de masas $1.5 - 2.5 M_{\odot}$ calculadas con los parámetros explicados en el texto. Las cruces indican las posiciones observacionales de las estrellas con sus errores. Las líneas de puntos-trazos muestran los bordes azul y rojo de la franja de inestabilidad de las estrellas tipo δ Scuti y γ Doradus.

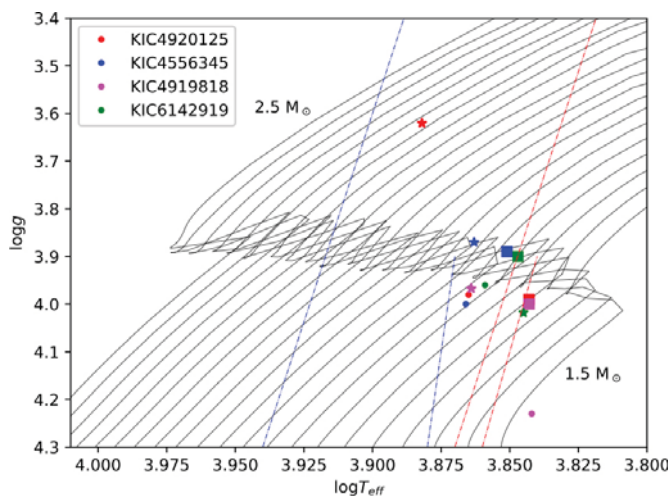


Figura 4.2: Diagrama $\log T_{eff}$ contra $\log g$ donde se muestran las posiciones observacionales de las cuatro estrellas estudiadas. Los puntos representan los parámetros de *LAMOST* (Qian et al., 2018), las estrellas indican los parámetros del catálogo *KIC* (Latham et al., 2005) y los cuadros indican los parámetros derivados en esta tesis. Las líneas de puntos-trazos muestran los bordes azul y rojo de la franja de inestabilidad de las estrellas tipo δ Scuti y γ Doradus.

Considerando las posiciones de las estrellas en el diagrama H-R y los errores de los parámetros atmosféricos, hemos derivado los siguientes intervalos de masa para cada estrella: para KIC 4556345 es $1.70 - 1.85 M_{\odot}$, para KIC 4919818 es $1.55 - 1.80 M_{\odot}$, para KIC 4920125 es $1.80 - 2.05 M_{\odot}$ y para KIC 6142919 es $1.55 - 1.70 M_{\odot}$. Las frecuencias de oscilación teóricas se calcularán para cada estrella en el intervalo de masas derivado de las observaciones.

4.2. Cálculo de frecuencias teóricas con el código *FILOU*

FILOU (Tran Minh and León, 1997) es un código programado en lenguaje C que calcula las oscilaciones adiabáticas corregidas por los efectos de la rotación en las frecuencias de oscilación hasta en un segundo orden de rotación y el acoplamiento (near degeneracy) de los modos por rotación. El código deforma el modelo de estructura interna (fuerza centrífuga) usando polinomios de Legendre de segundo orden. Al realizar esto, el código lista los valores teóricos de frecuencia en μHz y las identificaciones de n , l y m que indican el orden radial, grado angular y orden azimutal de cada modelo en equilibrio.

Primero se calculan los modelos de estructura estelar hasta la edad estimada por la intersección de la secuencia evolutiva con la posición observacional de la estrella en el diagrama H-R y tomando en cuenta la misma física utilizada en el cálculo de las secuencias evolutivas iniciales. El cálculo de las frecuencias teóricas de oscilación se realizó utilizando la metodología descrita en Fox Machado et al. (2006). En particular, el orden radial de un modo de oscilación dado se asigna siguiendo el criterio de Scuflaire (1974) con $n > 0$ para los modos p , $n < 0$ para los modos g , $n = 1$ para el modo radial fundamental y $n = 0$ para el modo fundamental de $l = 2$.

4.2.1. Comparación de frecuencias observacionales y teóricas

Las frecuencias observacionales de las Tablas 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8, fueron comparadas con las frecuencias teóricas calculadas. La comparación fue realizada siguiendo el procedimiento descrito en Fox Machado et al. (2006). La diferencia entre las frecuencias observacionales y teóricas se llevó a cabo utilizando la función χ^2 :

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\nu_{obs,j} - \nu_{teo,j})^2 \quad (4.2)$$

donde N es el número de frecuencias observacionales, $\nu_{obs,j}$ es la j -ésima frecuencia observacional y $\nu_{teo,j}$ es la j -ésima frecuencia teórica, a cada frecuencia teórica le es asignada la frecuencia observacional más próxima. El análisis estadístico χ^2 se usa para comparar la información observada con la información que se espera obtener de acuerdo con un análisis específico. Lo que se pretende es averiguar la calidad del ajuste; si las desviaciones fueron producto del azar o debidas a otros factores. Entre menor sea el valor de la diferencia entre los valores teóricos con respecto a los valores observados, mejor será el ajuste y en consecuencia se podrá tomar una decisión en cuanto a cual es el modelo que más se acerca a las observaciones (Fox Machado et al., 2006). Propagando los errores de la Ecuación 4.2 considerando los errores de las frecuencias, el error para la función χ^2 es ± 3 .

En las Tablas 4.3, 4.4, 4.5 y 4.6 se presentan los resultados del ajuste χ^2 entre las frecuencias observacionales y las frecuencias teóricas.

KIC 4556345				
ν_{obs}	ν_{teo} (μHz)			
(μHz)	$1.70M_{\odot}$	$1.75M_{\odot}$	$1.80M_{\odot}$	$1.85M_{\odot}$
32.0940	31.9294	32.0873	32.0692	32.1799
32.0917	31.9294	32.0873	32.0692	32.1799
122.8653	123.5122	121.7428	125.0003	120.1678
122.8352	123.5122	121.7428	125.0003	120.1678
122.8976	123.5122	121.7428	125.0003	120.1678
126.4242	123.7215	126.1898	125.0003	126.1293
26.8817	26.9343	26.7052	26.4123	26.5596
27.9994	27.9105	27.8903	27.3878	27.9999
258.0029	251.9363	238.8010	259.2128	257.3209
272.8853	278.5351	270.3475	270.4802	270.2850
257.9728	251.9363	238.8010	259.2128	257.3209
258.0341	251.9363	238.8010	259.2128	257.3209
195.1685	196.3087	195.4033	187.6516	195.3471
236.5197	238.5393	238.8010	228.1846	232.8836
254.8142	251.9363	238.8010	254.8159	255.9496
190.4815	196.3087	193.1627	187.6516	189.8668
168.7588	165.7826	154.8836	171.8765	157.0074
198.4856	196.3087	193.1627	187.6516	195.3471
χ^2	11.7880	89.2352	15.9749	10.7264

Tabla 4.3: Comparación de las frecuencias observacionales (ν_{obs}) con las frecuencias teóricas (ν_{teo}) obtenidas con el código *FILOU* de KIC 4556345. Las frecuencias están dadas en μHz .

KIC 4919818						
ν_{obs}	$\nu_{teo} (\mu\text{Hz})$					
(μHz)	$1.55M_{\odot}$	$1.60M_{\odot}$	$1.65M_{\odot}$	$1.70M_{\odot}$	$1.75M_{\odot}$	$1.80M_{\odot}$
33.2128	33.5360	32.4197	33.0482	33.5223	33.6265	33.3815
34.0725	33.9031	34.3046	33.9997	33.7920	34.3662	34.1135
65.5973	64.4069	67.0908	65.7566	64.8783	65.6399	66.4407
58.2399	57.9479	57.2530	57.6412	56.7457	58.0548	58.5907
31.3489	31.4823	31.5181	31.2316	31.5413	31.3444	31.1081
62.1344	62.6393	61.7945	61.0769	61.2445	62.2398	62.7398
33.6189	33.5360	32.8937	33.8622	35.6544	33.6265	33.3815
29.8888	29.9959	29.8361	29.0459	29.8353	29.8864	29.3958
26.0834	26.1076	26.0964	26.0725	26.9343	26.0526	26.3777
37.2519	37.0891	36.8747	37.1016	37.5533	37.2191	36.6080
191.9625	203.6952	192.4435	189.1366	196.3087	193.1627	187.6516
191.9359	203.6952	192.4435	189.1366	196.3087	193.1627	187.6516
191.8491	203.6952	192.4435	189.1366	196.3087	193.1627	187.6516
191.9486	203.6952	192.4435	189.1366	196.3087	193.1627	187.6516
192.0029	203.6952	192.4435	189.1366	196.3087	193.1627	187.6516
192.0088	203.6952	192.4435	189.1366	196.3087	193.1627	187.6516
192.0157	203.6952	192.4435	189.1366	196.3087	193.1627	187.6516
191.9324	203.6952	192.4435	189.1366	196.3087	193.1627	187.6516
χ^2	61.3478	0.3676	3.6666	8.9019	0.6643	8.3556

Tabla 4.4: Comparación de las frecuencias observacionales (ν_{obs}) con las frecuencias teóricas (ν_{teo}) obtenidas con el código *FILOU* de KIC 4919818. Las frecuencias están dadas en μHz .

KIC 4920125						
ν_{obs}	ν_{teo} (μHz)					
(μHz)	$1.80M_{\odot}$	$1.85M_{\odot}$	$1.90M_{\odot}$	$1.95M_{\odot}$	$2.00M_{\odot}$	$2.05M_{\odot}$
53.2821	53.3004	52.9356	53.2443	51.6490	53.0506	53.7549
28.2169	28.3269	28.6077	28.4372	28.4195	28.0977	28.5468
52.8344	53.3004	52.9356	52.5264	51.6490	52.6004	53.7549
54.3316	54.2172	54.6916	54.1976	55.3274	53.0506	53.7549
25.1369	25.4282	25.3221	25.2807	25.2848	25.9448	25.6197
27.4892	27.3878	27.4180	27.3627	27.3657	27.8383	27.6706
109.1468	111.9621	112.9400	108.9165	108.7104	107.6686	106.2189
26.8459	26.4123	26.5596	26.8255	26.9362	27.0577	26.8026
26.5173	26.4123	26.5596	26.5844	26.2606	26.2004	26.5953
276.3437	270.4802	279.8954	286.6014	278.0413	266.2665	271.9092
166.2794	171.8765	157.0074	184.1495	165.9242	170.8333	171.4337
184.7428	187.6516	189.2982	184.1495	176.2713	180.7110	191.1450
235.7873	228.1846	232.8836	227.6316	234.8435	229.8068	232.5069
203.6748	211.4704	205.5944	221.0952	205.9660	202.8009	198.5403
153.0167	171.8765	152.2412	147.6923	161.0719	170.8333	154.0325
206.2989	211.4704	205.5944	221.0952	206.6128	208.6623	198.5403
χ^2	36.4775	9.2172	65.1521	9.4566	31.4349	12.2457

Tabla 4.5: Comparación de las frecuencias observacionales (ν_{obs}) con las frecuencias teóricas (ν_{teo}) obtenidas con el código *FILOU* de KIC 4920125. Las frecuencias están dadas en μHz .

KIC 6142919				
ν_{obs}	ν_{teo} (μHz)			
(μHz)	$1.55M_{\odot}$	$1.60M_{\odot}$	$1.65M_{\odot}$	$1.70M_{\odot}$
27.2393	27.2144	27.4454	27.0092	27.3820
45.6749	45.8291	45.4588	44.8192	44.2198
26.2651	26.1076	26.2117	26.0725	26.0033
43.6733	42.8319	42.9149	43.6572	43.3266
68.1577	68.7650	67.5036	67.8860	68.6048
41.8927	40.1380	40.9861	41.1815	40.4957
26.2072	26.1076	26.0964	26.3959	26.0033
29.1865	28.9833	29.0381	29.0459	29.8353
29.0685	28.9833	29.0381	29.0459	29.8353
188.7749	203.6952	188.2162	189.1366	196.3087
222.0144	223.3997	211.6935	226.3239	225.7997
213.2339	210.2422	211.6935	202.7248	212.0350
213.2328	210.2422	211.6935	202.7248	212.0350
165.0599	155.1931	147.7142	183.5846	165.7826
177.7938	155.1931	192.4435	183.5846	165.7826
263.0937	264.7557	258.4666	267.8733	266.8944
263.0949	264.7557	258.4666	267.8733	266.8944
226.5209	223.3997	237.8594	226.3239	225.7997
χ^2	48.3389	44.4671	36.8575	14.0933

Tabla 4.6: Comparación de las frecuencias observacionales (ν_{obs}) con las frecuencias teóricas (ν_{teo}) obtenidas con el código *FILOU* de KIC 6142919. Las frecuencias están dadas en μHz .

En la Figura 4.3 podemos observar χ^2 contra la masa para las cuatro estrellas analizadas en esta tesis. En el eje x de la gráfica tenemos la masa entre 1.5 y 2.1 M_\odot y en el eje y tenemos χ^2 calculado de acuerdo a la Ecuación 4.2, los puntos azules son para KIC 4556345, los puntos morados para KIC 4919818, los puntos rojos para KIC 4920125 y los puntos verdes para KIC 6142919. De aquí podemos ver el modelo que mejor ajusta los datos observacionales para cada una de las estrellas estudiadas.

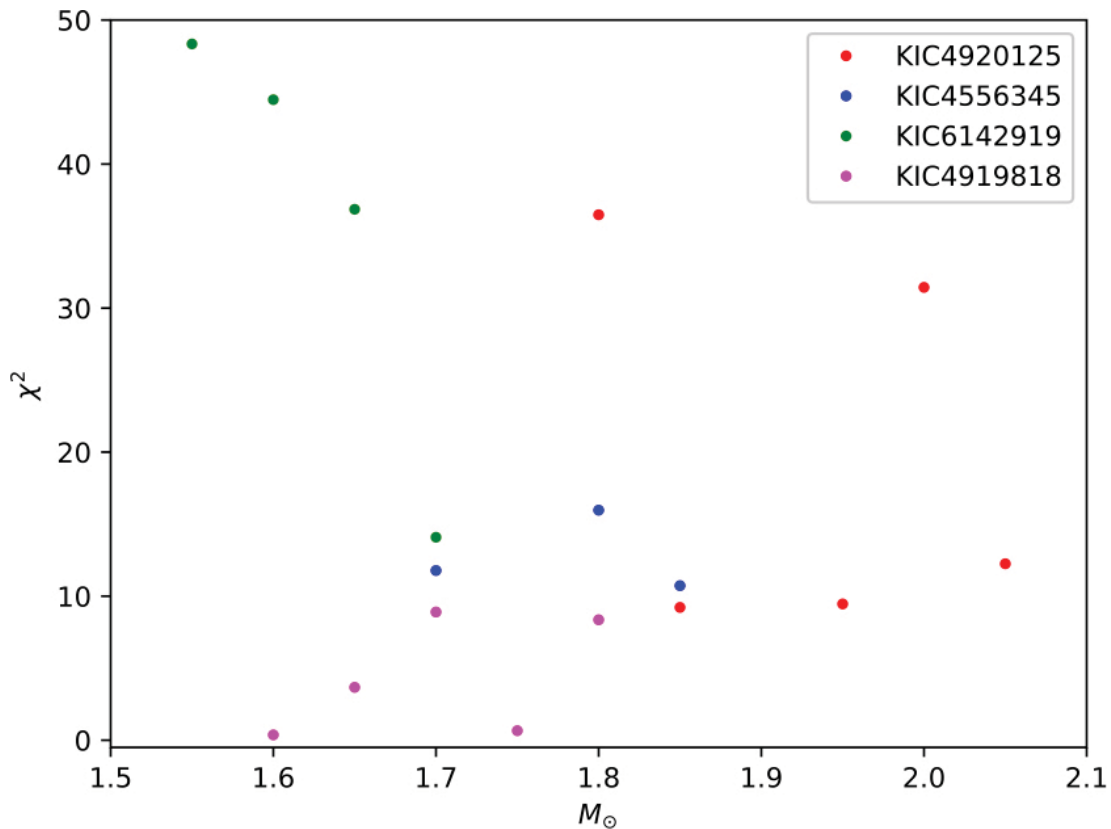


Figura 4.3: Gráfica de χ^2 contra masa de los modelos de frecuencias para las cuatro estrellas de interés.

De la gráfica anterior vemos que los modelos que mejor ajustan a los datos observacionales son:

- KIC 4556345, $M = 1.85 M_\odot$, Edad = $1000 \cdot 10^6$ yrs
- KIC 4919818, $M = 1.60 M_\odot$, Edad = $1400 \cdot 10^6$ yrs
- KIC 4920125, $M = 1.85 M_\odot$, Edad = $1000 \cdot 10^6$ yrs
- KIC 6142919, $M = 1.70 M_\odot$, Edad = $1300 \cdot 10^6$ yrs

En las Tablas 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10 se identifican los modos de oscilación del modelo que mejor ajustó cada estrella de interés. En cada tabla se lista el grado angular (l), el orden radial (n), la frecuencia observacional, la frecuencia teórica y el modo asignado a cada una, para cada estrella estudiada. Estas identificaciones se basan en un modelo en el cual se fijó la metalicidad y a partir de esa metalicidad se consideró un conjunto de masas.

KIC 4556345				
Grado angular (l)	Orden radial (n)	F.O. (μHz)	F.T. (μHz)	Modo
3	25	32.0940	32.1799	g
3	25	32.0917	32.1799	g
1	2	122.8653	120.1678	g
1	2	122.8352	120.1678	g
1	2	122.8976	120.1678	g
3	5	126.4242	126.1293	g
3	30	26.8817	26.5596	g
1	12	27.9994	27.9999	g
2	3	258.0029	257.3209	p
3	3	272.8853	270.2850	p
2	3	257.9728	257.3209	p
2	3	258.0341	257.3209	p
1	1	195.1685	195.3471	p
1	2	236.5197	232.8836	p
1	3	254.8142	255.9496	p
2	0	190.4815	189.8668	p
1	0	168.7588	157.0074	p
1	1	198.4856	195.3471	p

Tabla 4.7: Identificaciones de los modos de oscilación de KIC 4556345.

KIC 4919818				
Grado angular (l)	Orden radial (n)	F.O. (μHz)	F.T. (μHz)	Modo
2	18	33.2128	32.4197	g
3	24	34.0725	34.3046	g
3	12	65.5973	67.0908	g
3	14	58.2399	57.2530	g
3	26	31.3489	31.5181	g
3	13	62.1344	61.7945	g
3	25	33.6189	32.8937	g
1	11	29.8888	29.8361	g
3	31	26.0834	26.0964	g
3	22	37.2519	36.8747	g
0	2	191.9625	192.4435	p
0	2	191.9359	192.4435	p
0	2	191.8491	192.4435	p
0	2	191.9486	192.4435	p
0	2	192.0029	192.4435	p
0	2	192.0088	192.4435	p
0	2	192.0157	192.4435	p
0	2	191.9324	192.4435	p

Tabla 4.8: Identificaciones de los modos de oscilación de KIC 4919818.

KIC 4920125				
Grado angular (l)	Orden radial (n)	F.O. (μHz)	F.T. (μHz)	Modo
3	15	53.2821	52.9356	g
3	28	28.2169	28.6077	g
3	15	52.8344	52.9356	g
1	6	54.3316	54.6916	g
1	13	25.1369	25.3221	g
2	21	27.4892	27.4180	g
3	6	109.1468	112.9400	g
3	30	26.8459	26.5596	g
3	30	26.5173	26.5596	g
1	4	276.3437	279.8954	p
1	0	166.2794	157.0074	p
0	3	184.7428	189.2982	p
1	2	235.7873	232.8836	p
2	1	203.6748	205.5944	p
0	2	153.0167	152.2412	p
2	2	206.2989	205.5944	p

Tabla 4.9: Identificaciones de los modos de oscilación de KIC 4920125.

KIC 6142919				
Grado angular (l)	Orden radial (n)	F.O. (μHz)	F.T. (μHz)	Modo
2	22	27.2393	27.3820	g
3	19	45.6749	44.2198	g
2	23	26.2651	26.0033	g
2	14	43.6733	43.3266	g
3	12	68.1577	68.6048	g
3	21	41.8927	40.4957	g
2	23	26.2072	26.0033	g
3	28	29.1865	29.8353	g
3	28	29.0685	29.8353	g
2	0	188.7749	196.3087	p
3	0	222.0144	225.7997	p
2	1	213.2339	212.0350	p
2	1	213.2328	212.0350	p
1	0	165.0599	165.7826	p
1	0	177.7938	165.7826	p
3	2	263.0937	266.8944	p
3	2	263.0949	266.8944	p
3	0	226.5209	225.7997	p

Tabla 4.10: Identificaciones de los modos de oscilación de KIC 6142919.

Discusión y Conclusiones

En este trabajo se presentaron los métodos utilizados para realizar un análisis astrosismológico de cuatro estrellas seleccionadas del campo de *Kepler*: KIC 4556345, KIC 4919818, KIC 4920125 y KIC 6142919. Para las cuatro estrellas se analizaron 18 curvas de luz obtenidas del satélite *Kepler* en modo de cadencia larga utilizando el software *Period04* y se identificaron las frecuencias de oscilación de mayor amplitud de cada estrella. Se utilizó el método presentado por Murphy et al. (2014) para identificar posible binariedad a partir del tiempo de retardo de fases en cada una de las cuatro estrellas estudiadas fijando cinco frecuencias diferentes.

Usando el software *IRAF* se redujeron y analizaron en total 16 espectros Echelle que fueron tomados en tres temporadas de observación en el telescopio de 2.12m del OAN-SPM durante mayo de 2017, agosto de 2017 y junio de 2018. Una vez obtenidos los espectros, utilizando el software *iSpec*, se derivaron los parámetros atmosféricos de cada una de las estrellas ajustando un espectro sintético. También se realizó un análisis de velocidad radial a todas las estrellas de interés.

Tomando como referencia el rango de masas para estrellas γ Doradus ($1.5 - 1.8M_{\odot}$) y δ Scuti ($1.5 - 3.0M_{\odot}$), se realizaron una serie de secuencias evolutivas con el código *CESAM 2K* con un rango de masas de $1.5 - 2.5M_{\odot}$, para abarcar el rango de masas de los tipos de estrellas antes mencionados se asumió una metalicidad fija de $Z=0.02$. Utilizando el código *FILOU* se calcularon modelos representativos de las estrellas de estudio con los cuales se obtuvieron las frecuencias teóricas de oscilación y con estos datos se realizó una comparación teórico-observacional por medio de la minimización de ajustes del tipo χ^2 y con el cual determinamos los modelos sismológicos que mejor se ajustan a las observaciones. A continuación se da un resumen de los resultados para cada objeto.

5.1. KIC 4556345

Utilizando la fotometría de *Kepler* realizamos un análisis de Fourier. Su espectro de amplitudes, que se muestra en la Figura 3.7, se caracteriza por la presencia de dos grupos de frecuencias bien diferenciados: uno entre 0.1 y 3.8 c/d con baja amplitud y un nutrido grupo de frecuencias entre 15 y 24 c/d con hasta cuatro veces la amplitud de los picos de baja frecuencia. Para esta estrella detectamos 18 frecuencias de oscilación con una señal a ruido > 4.0 . El pico de mayor amplitud se localiza en ~ 22.3 c/d. Su estado evolutivo mostrado en la Figura 4.1, indica que la estrella se encuentra cerca del borde azul pero dentro de la franja de inestabilidad de las γ Doradus y además dentro de la franja de inestabilidad de las δ Scuti. De los espectros observados se obtuvieron los siguientes parámetros $T_{eff} = 7100 \text{ K} \pm 150$, $\log g = 3.89 \pm 0.5$, velocidades radiales 16.6 y 7.4 km/s y tipo espectral F0V. A partir de las secuencias evolutivas se pudo tomar un rango de masas para esta estrella de $1.70 - 1.85M_{\odot}$. Después al comparar las frecuencias observacionales con las frecuencias teóricas obtenidas del modelo, se encontró que el modelo que mejor ajusta los datos observacionales da una masa de $M = 1.85M_{\odot}$ y una edad de 1000×10^6 años, consistente con el estado evolutivo estimado.

5.2. KIC 4919818

Utilizando la fotometría de *Kepler* realizamos un análisis de Fourier. Su espectro de amplitudes, que se muestra en la Figura 3.8, se caracteriza por la presencia de dos grupos de picos de frecuencias entre 0.1 y 8 c/d. No se detectaron picos significantes mas allá de los 16.3 c/d, a diferencia de lo encontrado en el espectro de KIC 4556345. Para esta estrella detectamos 18 frecuencias de oscilación con una señal a ruido > 4.0 . El pico de mayor amplitud se localiza en ~ 2.9 c/d. Su estado evolutivo mostrado en la Figura 4.1, indica que la estrella se encuentra cerca dentro de la franja de inestabilidad de las γ Doradus y cerca del borde rojo de la banda de inestabilidad de las δ Scuti. De los espectros observados se obtuvieron los siguientes parámetros $T_{eff} = 6961 \text{ K} \pm 150$, $\log g = 4.0 \pm 0.5$, velocidades radiales 8.4 y 20.2 km/s y tipo espectral F0III-V. A partir de las secuencias evolutivas se pudo tomar un rango de masas para esta estrella de $1.55 - 1.80M_{\odot}$. Después al comparar las frecuencias observacionales independientes con las frecuencias teóricas obtenidas del modelo, se encontró que el modelo que mejor ajusta los datos observacionales da una masa de $M = 1.60M_{\odot}$ y una edad de 1400×10^6 años, consistente con el estado evolutivo estimado.

5.3. KIC 4920125

Utilizando la fotometría de *Kepler* realizamos un análisis de Fourier. Su espectro de amplitudes, que se muestra en la Figura 3.9, se caracteriza por la presencia de picos de frecuencia de manera continua entre 0.1 y 24 c/d con no clara separación de grupos en las zonas de baja y alta frecuencia como lo que se observa en KIC 4556345, aunque los picos a baja frecuencia en la zona de 0.1 - 5 c/d se distribuyen en dos pequeños grupos de manera similar a KIC 4919818. Para esta estrella detectamos 16 frecuencias de oscilación con una señal a ruido > 4.0 . El pico de mayor amplitud se localiza en ~ 4.6 c/d. Como se puede notar en la Figura 4.1, KIC 4920125 es la estrella más evolucionada de la muestra, localizándose fuera de la banda de inestabilidad de las estrellas γ Doradus, pero dentro de las estrellas tipo δ Scuti. De los espectros observados se obtuvieron los siguientes parámetros $T_{eff} = 6973 \text{ K} \pm 150$, $\log g = 3.99 \pm 0.5$ y tipo espectral F0III-V. En este caso se obtuvieron 10 velocidades radiales diferentes: 5.8, 7.0, -12.1, -24.4, -18.9, -19.4, -16.4, -22.1, -15.4 y -22.7 km/s, por lo que al tener una mayor cantidad de espectros se pudo hacer un ajuste de velocidad radial y se encontró que es una posible binaria espectroscópica de una línea con un período orbital de 147.5 días. A partir de las secuencias evolutivas se pudo tomar un rango de masas para esta estrella de $1.80 - 2.05 M_{\odot}$. Después, al comparar las frecuencias observacionales independientes con las frecuencias teóricas obtenidas del modelo, se encontró que el modelo que mejor ajusta los datos observacionales da una masa de $M = 1.85 M_{\odot}$ y una edad de 1000×10^6 años, consistente con el estado evolutivo estimado.

5.4. KIC 6142919

Realizamos un análisis de Fourier a partir de los datos de *Kepler*. Su espectro de amplitudes, que se muestra en la Figura 3.10, se caracteriza por un pico de mayor amplitud en ~ 16.2 c/d y al igual que en KIC 4919818 y KIC 4920125 los picos a baja frecuencia en la zona de 0.1 - 5 c/d se distribuyen en dos grupos de menor amplitud. De la Figura 4.1 se desprende que su estado evolutivo es similar al de KIC 4919818. De los espectros observados se obtuvieron los siguientes parámetros $T_{eff} = 7023 \text{ K} \pm 150$, $\log g = 3.90 \pm 0.5$, velocidades radiales 0.1 y -16.6 km/s y tipo espectral F0IV. A partir de las secuencias evolutivas se pudo tomar un rango de masas para esta estrella de $1.55 - 1.70 M_{\odot}$. Después al comparar las frecuencias observacionales independientes con las frecuencias teóricas obtenidas del modelo, se encontró que el modelo que mejor ajusta los datos observacionales da una masa de $M = 1.70 M_{\odot}$ y una edad de 1300×10^6 años, consistente con el estado evolutivo estimado.

5.5. Conclusiones Generales

De los resultados presentados podemos ver que todas las estrellas de interés están dentro de los rangos para estrellas tipo γ Doradus ($T_{eff} = 6700 - 7400$ K, $M = 1.5 - 1.8M_{\odot}$) y estrellas tipo δ Scuti ($T_{eff} = 6300 - 8600$ K, $M = 1.5 - 3.0M_{\odot}$), además las cuatro estrellas de interés presentan modos de oscilación característicos de estrellas tipo γ Doradus y δ Scuti por lo que podemos concluir que las cuatro estrellas son pulsantes híbridas δ Sct– γ Dor.

Al realizar el método presentado por Murphy et al. (2014) ninguna de las cuatro estrellas mostró variación. En publicaciones como Lampens et al. (2018) presentan gráficas de estrellas en las que encontraron binariedad siguiendo este procedimiento y lo que muestran es una forma sinusoidal, mientras que las gráficas 3.11 - 3.14 resultantes de las estrellas muestran dispersión. Hay dos factores que dificultan el análisis de los tiempos de retardo. El primero es que las fases para frecuencias bajas que corresponden a frecuencias de estrellas γ Doradus están muy dispersas, ya que los períodos correspondientes son más cortos que la longitud de los segmentos y porque el espectro de frecuencias a menudo presenta picos muy cercanos que no pueden resolverse en las sub-series. El siguiente factor es que algunas frecuencias muestran cambios significativos en amplitud y/o fase (usualmente ambos) y por lo tanto son menos estables, tales cambios a menudo ocultarán las variaciones de fase globales causadas por el efecto del tiempo de viaje de la luz (Lampens et al., 2018).

Aún cuando realizando el método de Murphy et al. (2014) las estrellas estudiadas no mostraron variación debido a binariedad, espectroscópicamente presentan velocidades radiales variables y para el caso de KIC 4920125, para el que se obtuvieron una mayor cantidad de espectros, al hacer el ajuste de velocidad radial encontramos un posible período orbital de 147.5 días, lo que la haría una binaria espectroscópica de una línea. Se requiere obtener más espectros para detectar binariedad en las otras tres estrellas estudiadas y poder de confirmar la binariedad de KIC 4920125.

Al encontrar el modelo sismológico que mejor ajusta las frecuencias observacionales de cada estrella en la Figura 4.3 mediante la minimización de la función χ^2 definida por la Ecuación 4.2, podemos ver que existen varios puntos cercanos que también pueden ajustar. Ésto es algo común en estrellas δ Scuti y es conocido como el problema de identificación de modos. Dada la complejidad de su espectro de oscilación, la identificación de modos detectados es complicado y una identificación de modos única es a menudo imposible por lo que se dificultan los estudios sismológicos de estas estrellas. Además, al ser estrellas que rotan rápido, surgen incertidumbres adicionales debidas al efecto directo que tiene la rotación rápida en el equilibrio hidrostático de la estrella y, quizás más importante, a través de la mezcla causada por la circulación o inestabilidades inducidas por la rotación (Suárez et al., 2014). Las identificaciones de los modos oscilación para cada estrella listadas en las Tablas 4.7 - 4.10, se basan en el modelo

adoptado y no son únicas.

Para poder mejorar la identificación de los modos de oscilación se tendría que hacer una identificación observacional del grado angular (l) y el orden azimutal (m) a través de técnicas como la fotometría multicolor [Garrido et al. (1990); Moya et al. (2004)] y la variación de perfiles de línea. Desafortunadamente, ambas técnicas requieren mucho esfuerzo observacional ya que necesitan largas series temporales en varios filtros y series de espectroscopía de muy alta resolución para cada estrella, respectivamente (Aerts et al., 2010).

Adicionalmente, la detección de patrones de equiespaciamiento periódicos en los espectros de oscilaciones de las estrellas tipo δ Scuti similares a la separación larga $\Delta\nu$ observada en las oscilaciones de estrellas de tipo solar, puede permitir determinar tanto la densidad media de la estrella como la gravedad superficial directamente del espectro de oscilaciones [García Hernández et al. (2013); Suárez et al. (2014); García Hernández et al. (2015); García Hernández et al. (2017); Moya et al. (2017)].

La importancia de este trabajo ha sido el aprender, y poner en práctica, una metodología que permite conocer los parámetros y confirmar la existencia de estrellas pulsantes híbridas δ Sct- γ Dor. La metodología presentada en este trabajo es aplicable a todos los candidatos detectados por el satélite *Kepler*, ya que al incluir la obtención, reducción y análisis de datos observacionales así como el análisis teórico, permite obtener una primera aproximación a los parámetros de las estrellas, sobre todo de estrellas que aún no han sido estudiadas. Ésto sería el paso inicial para posteriormente realizar estudios más detallados de estas estrellas híbridas y poder aportar más detalles sobre su estructura y evolución.

5.6. Trabajo a Futuro

Como seguimiento a este trabajo, para obtener mejores parámetros de las estrellas de interés se realizarán observaciones espectroscópicas durante la temporada de observación programada para el mes de junio del presente año en el telescopio de 2.12m del OAN-SPM. Se obtendrán más espectros de las estrellas estudiadas para poder obtener una mayor cantidad de valores de velocidad radial y determinar la binariedad de las estrellas y ampliar la curva de velocidad radial de KIC 4920125.

Al realizar los cálculos de los modelos teóricos para esta tesis, se asumieron ciertos parámetros cercanos porque actualmente no tenemos tanta información de las estrellas para poder determinar parámetros de manera confiable, así que más adelante se obtendrán observaciones espectroscópicas de más alta resolución para determinar de manera confiable su metalicidad.

El modelo teórico utilizado en la tesis fue sencillo y solamente se hizo una malla con valor fijo para la metalicidad sin considerar rotación. Como parte del trabajo a futuro, se calcularán mallas más grandes, considerando rotación y variando la metalicidad. También se hará un análisis combinando los datos de cadencia corta y larga del satélite *Kepler*.

Bibliografía

- Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J., and Kurtz, D. W. (2010). *Asteroseismology*.
- Alvarez, M., Hernandez, M. M., Michel, E., Jiang, S. Y., Belmonte, J. A., Chevreton, M., Massacrier, G., Liu, Y. Y., Li, Z. P., Goupil, M. J., Cortes, T. R., Mangeney, A., Dolez, N., Valtier, J. C., Vidal, I., Sperl, M., and Talon, S. (1998). Pulsation, binarity and close frequency spacing in δ Scuti stars: BQ and BW Cancri. Results of the STEPPI VI campaign in Praesepe Cluster. *A&A*, 340:149–159.
- Baglin, A., Auvergne, M., Boissard, L., Lam-Trong, T., Barge, P., Catala, C., Deleuil, M., Michel, E., and Weiss, W. (2006). CoRoT: a high precision photometer for stellar evolution and exoplanet finding. In *36th COSPAR Scientific Assembly*, volume 36 of *COSPAR Meeting*.
- Balona, L. A. (2014). Low frequencies in Kepler δ Scuti stars. *MNRAS*, 437:1476–1484.
- Balona, L. A. and Dziembowski, W. A. (2011). Kepler observations of δ Scuti stars. *MNRAS*, 417:591–601.
- Balona, L. A., Hearnshaw, J. B., Koen, C., Collier, A., Machi, I., Mkhosi, M., and Steenberg, C. (1994). Photometry and Line Profile Variations of the Peculiar Variable Gamma-Doradus. *MNRAS*, 267:103.
- Barceló Forteza, S., Roca Cortés, T., García Hernández, A., and García, R. A. (2017). Evidence of chaotic modes in the analysis of four δ Scuti stars. *A&A*, 601:A57.
- Blanco-Cuaresma, S., Soubiran, C., Heiter, U., and Jofré, P. (2014). Determining stellar atmospheric parameters and chemical abundances of FGK stars with iSpec. *A&A*, 569:A111.
- Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., Batalha, N., Brown, T., Caldwell, D., Caldwell, J., Christensen-Dalsgaard, J., Cochran, W. D., DeVore, E., Dunham, E. W., Dupree, A. K., Gautier, T. N., Geary, J. C., Gilliland, R., Gould, A., Howell, S. B., Jenkins, J. M., Kondo, Y., Latham, D. W., Marcy, G. W., Meibom, S., Kjeldsen, H., Lissauer, J. J., Monet, D. G., Morrison, D., Sasselov, D., Tarter, J., Boss, A., Brownlee, D., Owen, T., Buzasi, D., Charbonneau, D., Doyle, L., Fortney, J., Ford, E. B., Holman,

-
- M. J., Seager, S., Steffen, J. H., Welsh, W. F., Rowe, J., Anderson, H., Buchhave, L., Ciardi, D., Walkowicz, L., Sherry, W., Horch, E., Isaacson, H., Everett, M. E., Fischer, D., Torres, G., Johnson, J. A., Endl, M., MacQueen, P., Bryson, S. T., Dotson, J., Haas, M., Kolodziejczak, J., Van Cleve, J., Chandrasekaran, H., Twicken, J. D., Quintana, E. V., Clarke, B. D., Allen, C., Li, J., Wu, H., Tenenbaum, P., Verner, E., Bruhweiler, F., Barnes, J., and Prsa, A. (2010a). Kepler Planet-Detection Mission: Introduction and First Results. *Science*, 327:977.
- Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., Batalha, N. M., Brown, T., Caldwell, D. A., Caldwell, J., Christensen-Dalsgaard, J., Cochran, W., DeVore, E., Dunham, E., Dupree, A., Gautier, T., Geary, J., Gilliland, R., Gould, A., Howell, S., Jenkins, J., Kjeldsen, H., Kondo, Y., Latham, D., Lissauer, J., Marcy, G., Meibom, S., Monet, D., Morrison, D., Sasselov, D., and Tarter, J. (2010b). Kepler Planet Detection Mission: Introduction and First Results. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts #215*, volume 42 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 215.
- Breger, M., Handler, G., Garrido, R., Audard, N., Zima, W., Paparó, M., Beichbuchner, F., Li, Z.-P., Jiang, S.-Y., Liu, Z.-L., Zhou, A.-Y., Pikall, H., Stankov, A., Guzik, J. A., Sperl, M., Krzesinski, J., Ogloza, W., Pajdosz, G., Zola, S., Thomassen, T., Solheim, J.-E., Serkowitsch, E., Reegen, P., Rumpf, T., Schmalwieser, A., and Montgomery, M. H. (1999). 30+ frequencies for the delta Scuti variable 4 Canum Venaticorum: results of the 1996 multisite campaign. *A&A*, 349:225–235.
- Breger, M., Stich, J., Garrido, R., Martin, B., Jiang, S. Y., Li, Z. P., Hube, D. P., Ostermann, W., Paparó, M., and Scheck, M. (1993). Nonradial Pulsation of the Delta-Scuti Star Bu-Cancris in the Praesepe Cluster. *A&A*, 271:482.
- Brown, T. M., Latham, D. W., Everett, M. E., and Esquerdo, G. A. (2011). Kepler Input Catalog: Photometric Calibration and Stellar Classification. *AJ*, 142:112.
- Catelan, M. and Smith, H. A. (2015). *Pulsating Stars*.
- Cousins, A. W. J. (1976). VRI standards in the E regions. , 81:25.
- de Franciscis, S., Pascual-Granado, J., Suárez, J. C., García Hernández, A., and Garrido, R. (2018). Fractal analysis applied to light curves of δ Scuti stars. *MNRAS*, 481:4637–4649.
- Dong, S., Zheng, Z., Zhu, Z., De Cat, P., Fu, J. N., Yang, X. H., Zhang, H., Jin, G., and Zhang, Y. (2014). On the Metallicities of Kepler Stars. *ApJL*, 789:L3.
- Dupret, M.-A., Grigahcène, A., Garrido, R., Gabriel, M., and Scuflaire, R. (2004). Theoretical instability strips for δ Scuti and γ Doradus stars. *A&A*, 414:L17–L20.
- Eddington, A. S. (1926). *The Internal Constitution of the Stars*.
- Eggen, O. J. (1957). Population type I, short-period variable stars in the Hertzsprung gap. *AJ*, 62:14.
-

-
- Everett, M. E., Howell, S. B., Silva, D. R., and Szkody, P. (2013). Spectroscopy of Faint Kepler Mission Exoplanet Candidate Host Stars. *ApJ*, 771:107.
- Fox Machado, L., Michel, E., Pérez Hernández, F., Peña, J. H., Li, Z. P., Chevreton, M., Belmonte, J. A., Álvarez, M., Parrao, L., Dupret, M.-A., Pau, S., Fernandez, A., Michel, J. P., Michel, R., and Pani, A. (2007). Multisite Observations of δ Scuti Stars 7 Aql and 8 Aql (a New δ Scuti Variable): The Twelfth STEPHI Campaign in 2003. *AJ*, 134:860–866.
- Fox Machado, L., Pérez Hernández, F., Suárez, J. C., Michel, E., and Lebreton, Y. (2006). A seismological analysis of δ Scuti stars in the Pleiades cluster. *A&A*, 446:611–620.
- Frolov, M. S. and Irkaev, B. N. (1984). On the SX Phe-Type Stars. *Information Bulletin on Variable Stars*, 2462.
- García Hernández, A., Martín-Ruiz, S., Monteiro, M. J. P. F. G., Suárez, J. C., Reese, D. R., Pascual-Granado, J., and Garrido, R. (2015). Observational $\Delta\nu$ - ρ Relation for δ Sct Stars using Eclipsing Binaries and Space Photometry. *ApJL*, 811:L29.
- García Hernández, A., Moya, A., Michel, E., Suárez, J. C., Poretti, E., Martín-Ruiz, S., Amado, P. J., Garrido, R., Rodríguez, E., Rainer, M., Uytterhoeven, K., Rodrigo, C., Solano, E., Rodón, J. R., Mathias, P., Rolland, A., Auvergne, M., Baglin, A., Baudin, F., Catala, C., and Samadi, R. (2013). An in-depth study of HD 174966 with CoRoT photometry and HARPS spectroscopy. Large separation as a new observable for δ Scuti stars. *A&A*, 559:A63.
- García Hernández, A., Suárez, J. C., Moya, A., Monteiro, M. J. P. F. G., Guo, Z., Reese, D. R., Pascual-Granado, J., Barceló Forteza, S., Martín-Ruiz, S., Garrido, R., and Nieto, J. (2017). Precise surface gravities of δ Scuti stars from asteroseismology. *MNRAS*, 471:L140–L144.
- Garrido, R., Garcia-Lobo, E., and Rodriguez, E. (1990). Modal discrimination of pulsating stars by using Stromgren photometry. *A&A*, 234:262–268.
- Girardi, L., Bressan, A., Bertelli, G., and Chiosi, C. (2000). Evolutionary tracks and isochrones for low- and intermediate-mass stars: From 0.15 to 7 M_{sun} , and from $Z=0.0004$ to 0.03. *A&AS*, 141:371–383.
- Grigahcène, A., Antoci, V., Balona, L., Catanzaro, G., Daszyńska-Daszkiewicz, J., Guzik, J. A., Handler, G., Houdek, G., Kurtz, D. W., Marconi, M., Monteiro, M. J. P. F. G., Moya, A., Ripepi, V., Suárez, J.-C., Uytterhoeven, K., Borucki, W. J., Brown, T. M., Christensen-Dalsgaard, J., Gilliland, R. L., Jenkins, J. M., Kjeldsen, H., Koch, D., Bernabei, S., Bradley, P., Breger, M., Di Criscienzo, M., Dupret, M.-A., García, R. A., García Hernández, A., Jackiewicz, J., Kaiser, A., Lehmann, H., Martín-Ruiz, S., Mathias, P., Molenda-Żakowicz, J., Nemeč, J. M., Nuspl, J., Páparó, M., Roth,

-
- M., Szabó, R., Suran, M. D., and Ventura, R. (2010). Hybrid γ Doradus- δ Scuti Pulsators: New Insights into the Physics of the Oscillations from Kepler Observations. *ApJL*, 713:L192–L197.
- Grundahl, F., Arentoft, T., Christensen-Dalsgaard, J., Frandsen, S., Kjeldsen, H., and Rasmussen, P. K. (2008). Stellar Oscillations Network Group SONG. In *Journal of Physics Conference Series*, volume 118 of *Journal of Physics Conference Series*, page 012041.
- Gustafsson, B., Edvardsson, B., Eriksson, K., Jørgensen, U. G., Nordlund, Å., and Plez, B. (2008). A grid of MARCS model atmospheres for late-type stars. I. Methods and general properties. *A&A*, 486:951–970.
- Guzik, J. A., Kaye, A. B., Bradley, P. A., Cox, A. N., and Neuforge, C. (2000). Driving the Gravity-Mode Pulsations in γ Doradus Variables. *ApJL*, 542:L57–L60.
- Handler, G. (1999). The domain of γ Doradus variables in the Hertzsprung-Russell diagram. *MNRAS*, 309:L19–L23.
- Handler, G. (2009). Delta Scuti Variables. In Guzik, J. A. and Bradley, P. A., editors, *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1170 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 403–409.
- Handler, G., Arentoft, T., Shobbrook, R. R., Wood, M. A., Crause, L. A., Crake, P., Podmore, F., Habanyama, A., Oswalt, T., Birch, P. V., Lowe, G., Sterken, C., Meintjes, P., Brink, J., Claver, C. F., Medupe, R., Guzik, J. A., Beach, T. E., Martinez, P., Leibowitz, E. M., Ibbetson, P. A., Smith, T., Ashoka, B. N., Raj, N. E., Kurtz, D. W., Balona, L. A., O’Donoghue, D., Costa, J. E. S., and Breger, M. (2000). Delta Scuti Network observations of XX Pyx: detection of 22 pulsation modes and of short-term amplitude and frequency variations. *MNRAS*, 318:511–525.
- Handler, G., Balona, L. A., Shobbrook, R. R., Koen, C., Bruch, A., Romero-Colmenero, E., Pamyatnykh, A. A., Willems, B., Eyer, L., James, D. J., and Maas, T. (2002). Discovery and analysis of p-mode and g-mode oscillations in the A-type primary of the eccentric binary HD 209295*. *MNRAS*, 333:262–279.
- Henry, G. W. and Fekel, F. C. (2005). HD 8801: A Unique Single Am Star with γ Doradus and δ Scuti Pulsations. *AJ*, 129:2026–2033.
- Henry, G. W., Fekel, F. C., and Henry, S. M. (2011). A Volume-limited Photometric Survey of 114 γ Doradus Candidates. *AJ*, 142:39.
- Ibanoglu, C., Çakırlı, Ö., and Sipahi, E. (2018). The first comprehensive catalog of γ Dor pulsators and their characteristics. *New Astronomy*, 62:70–84.
- Jeffery, C. S. (2008). The impact of asteroseismology on the theory of stellar evolution. *Communications in Asteroseismology*, 157:240–248.
-

-
- Johnson, H. L. and Morgan, W. W. (1953). Fundamental stellar photometry for standards of spectral type on the revised system of the Yerkes spectral atlas. *ApJ*, 117:313.
- Kurucz, R. L. (2005). ATLAS12, SYNTHE, ATLAS9, WIDTH9, etcetera. *Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplementi*, 8:14.
- Lampens, P., Frémat, Y., Vermeulen, L., Sódor, Á., Skarka, M., De Cat, P., Bognár, Z., De Nutte, R., Dumortier, L., Escorza, A., Oomen, G. M., Van de Steene, G., Kamath, D., Laverick, M., Samadi, A., Triana, S., and Lehmann, H. (2018). Multi-technique investigation of the binary fraction of A-F type candidate hybrid variable stars discovered by Kepler. *A&A*, 610:A17.
- Latham, D. W., Brown, T. M., Monet, D. G., Everett, M., Esquerdo, G. A., and Hergenrother, C. W. (2005). The Kepler Input Catalog. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 37 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1340.
- Ledoux, P. (1951). The nonradial oscillations of gaseous stars and the problem of beta canis majoris. *ApJ*, 114:373.
- Lee, Y.-H., Kim, S. S., Shin, J., Lee, J., and Jin, H. (2008). Incidence of High-Amplitude δ Scuti-Type Variable Stars. *PASJ*, 60:551–555.
- Lenz, P. and Breger, M. (2004). Period04: A software package to extract multiple frequencies from real data. In Zverko, J., Ziznovsky, J., Adelman, S. J., and Weiss, W. W., editors, *The A-Star Puzzle*, volume 224 of *IAU Symposium*, pages 786–790.
- Levine, S. and Chakrabarty, D. (1995). A Taste of ESPRESSO or How to Use the San Pedro Martir REOSC Echelle Spectrograph. Technical report, Instituto de Astronomía, UNAM.
- Michel, E., Chevreton, M., Belmonte, J. A., Li, Z. P., Alvarez, M., and Team, S. (2000). Ten Years of STEPHI Multisite Campaigns on Delta Scuti Stars. In Szabados, L. and Kurtz, D., editors, *IAU Colloq. 176: The Impact of Large-Scale Surveys on Pulsating Star Research*, volume 203 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 483–484.
- Morel, P. (1997). CESAM: A code for stellar evolution calculations. *A&AS*, 124:597–614.
- Moro, D. and Munari, U. (2000). The Asiago Database on Photometric Systems (ADPS). I. Census parameters for 167 photometric systems. *A&AS*, 147:361–628.
- Moya, A., Garrido, R., and Dupret, M. A. (2004). Non-adiabatic theoretical observables in δ Scuti stars. *A&A*, 414:1081–1090.

-
- Moya, A., Suárez, J. C., García Hernández, A., and Mendoza, M. A. (2017). Semi-empirical seismic relations of A-F stars from COROT and Kepler legacy data. *MNRAS*, 471:2491–2497.
- Murphy, S. J., Bedding, T. R., Shibahashi, H., Kurtz, D. W., and Kjeldsen, H. (2014). Finding binaries among Kepler pulsating stars from phase modulation of their pulsations. *MNRAS*, 441:2515–2527.
- Petersen, J. O. and Christensen-Dalsgaard, J. (1996). Pulsation models of δ Scuti variables. I. The high-amplitude double-mode stars. *A&A*, 312:463–474.
- Qian, S.-B., Li, L.-J., He, J.-J., Zhang, J., Zhu, L.-Y., and Han, Z.-T. (2018). LAMOST views δ Scuti pulsating stars. *MNRAS*, 475:478–491.
- Rodríguez-López, C., MacDonald, J., and Moya, A. (2012). Pulsations in M dwarf stars. *MNRAS*, 419:L44–L48.
- Sánchez Arias, J. P., Córscico, A. H., and Althaus, L. G. (2017). Asteroseismology of hybrid δ Scuti- γ Doradus pulsating stars. *A&A*, 597:A29.
- Sánchez-Blázquez, P., Peletier, R. F., Jiménez-Vicente, J., Cardiel, N., Cenarro, A. J., Falcón-Barroso, J., Gorgas, J., Selam, S., and Vazdekis, A. (2006). Medium-resolution Isaac Newton Telescope library of empirical spectra. *MNRAS*, 371:703–718.
- Schumaker, L. (1981). *Spline Functions: Basic Theory*. John Wiley & Sons.
- Scuflaire, R. (1974). The Non Radial Oscillations of Condensed Polytropes. *A&A*, 36:107.
- Shobbrook, R. R. and Stobie, R. S. (1974). Multiple Periodicities in δ Scuti Stars. In Ledoux, P., Noels, A., and Rodgers, A. W., editors, *Stellar Instability and Evolution*, volume 59 of *IAU Symposium*, page Ledoux.
- Smith, H. J. (1955). Low-luminosity intrinsic variables with periods less than 0.2 day. *AJ*, 60:179.
- Soubiran, C., Jasniewicz, G., Chemin, L., Crifo, F., Udry, S., Hestroffer, D., and Katz, D. (2013). The catalogue of radial velocity standard stars for Gaia. I. Pre-launch release. *A&A*, 552:A64.
- Suárez, J. C., García Hernández, A., Moya, A., Rodrigo, C., Solano, E., Garrido, R., and Rodón, J. R. (2014). Measuring mean densities of δ Scuti stars with asteroseismology. Theoretical properties of large separations using TOUCAN. *A&A*, 563:A7.
- Suárez, J. C., Michel, E., Pérez Hernández, F., Lebreton, Y., Li, Z. P., and Fox Machado, L. (2002). A study of correlation between the oscillation amplitude and stellar parameters of delta Scutis in open clusters. Toward selection rules for delta Scuti star oscillations. *A&A*, 390:523–531.

-
- Tassoul, M. (1980). Asymptotic approximations for stellar nonradial pulsations. *ApJS*, 43:469–490.
- Tkachenko, A., Aerts, C., Yakushechkin, A., Debosscher, J., Degroote, P., Bloemen, S., Pápics, P. I., de Vries, B. L., Lombaert, R., Hrudkova, M., Frémat, Y., Raskin, G., and Van Winckel, H. (2013). Detection of a large sample of γ Doradus stars from Kepler space photometry and high-resolution ground-based spectroscopy. *A&A*, 556:A52.
- Tkachenko, A., Lehmann, H., Smalley, B., Debosscher, J., and Aerts, C. (2012). Spectrum analysis of bright Kepler γ Doradus candidate stars. *MNRAS*, 422:2960–2968.
- Tran Minh, F. and Léon, L. (1997). Numerical Problem to Calculate Stellar Nonradial Oscillations: FILOU code. In Provost, J. and Schmieder, F.-X., editors, *IAU Symposium 181: Sounding Solar and Stellar Interiors*. Kluwer Academic Publishers.
- Uytterhoeven, K., Moya, A., Grigahcène, A., Guzik, J. A., Gutiérrez-Soto, J., Smalley, B., Handler, G., Balona, L. A., Niemczura, E., Fox-Machado, L., Benatti, S., Chappellier, E., Tkachenko, A., Szabó, R., Suárez, J. C., Ripepi, V., Pascual, J., Mathias, P., Martín-Ruíz, S., Lehmann, H., Jackiewicz, J., Hekker, S., Gruberbauer, M., García, R. A., Dumusque, X., Díaz-Fraile, D., Bradley, P., Antoci, V., Roth, M., Leroy, B., Murphy, S. J., De Cat, P., Cuypers, J., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Breger, M., Pigulski, A., Kiss, L. L., Still, M., Thompson, S. E., and van Cleve, J. (2011). The Kepler characterization of the variability among A- and F-type stars. I. General overview. *A&A*, 534:A125.
- van Dokkum, P. G. (2001). Cosmic-Ray Rejection by Laplacian Edge Detection. *PASP*, 113:1420–1427.
- Verner, G. A., Chaplin, W. J., Basu, S., Brown, T. M., Hekker, S., Huber, D., Karoff, C., Mathur, S., Metcalfe, T. S., Mosser, B., Quirion, P.-O., Appourchaux, T., Bedding, T. R., Bruntt, H., Campante, T. L., Elsworth, Y., García, R. A., Handberg, R., Régulo, C., Roxburgh, I. W., Stello, D., Christensen-Dalsgaard, J., Gilliland, R. L., Kawaler, S. D., Kjeldsen, H., Allen, C., Clarke, B. D., and Girouard, F. R. (2011). Verification of the Kepler Input Catalog from Asteroseismology of Solar-type Stars. *ApJL*, 738:L28.
- Walker, G., Matthews, J., Kuschnig, R., Johnson, R., Rucinski, S., Pazder, J., Burley, G., Walker, A., Skaret, K., Zee, R., Grocott, S., Carroll, K., Sinclair, P., Sturgeon, D., and Harron, J. (2003). The MOST Asteroseismology Mission: Ultraprecise Photometry from Space. *PASP*, 115:1023–1035.
- Warner, P. B., Kaye, A. B., and Guzik, J. A. (2003). A Theoretical γ Doradus Instability Strip. *ApJ*, 593:1049–1055.
- Zwintz, K., Fossati, L., Ryabchikova, T., Kaiser, A., Gruberbauer, M., Barnes, T. G., Baglin, A., and Chaintreuil, S. (2013). γ Doradus pulsation in two pre-main sequence stars discovered by CoRoT. *A&A*, 550:A121.