

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA INSTITUTO DE GEOFÍSICA

Tratamiento de señales GPS para el estudio de deslizamientos lentos en México

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

PRESENTA: MARIA TERESA VELÁZQUEZ JIMÉNEZ

TUTOR: SARA IVONNE FRANCO SÁNCHEZ INSTITUTO DE GEOFÍSICA

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., marzo 2019



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Agradezco a la UNAM por apoyar mi crecimiento académico, por darnos gratuitamente un camino para nuestra superación. Al Instituto de Geofísica por permitirnos tener un lugar para desarrollarnos y proporcionar siempre profesores de alto nivel.

Específicamente gracias al Laboratorio de Geodesia Satelital (LaGeoS), al Servicio Sismológico Nacional (SSN), a UNAVCO, Tlalocnet y a los técnicos del SSN y del Servicio de Geodesia, por proporcionar los datos y equipo que hicieron posible la realización de este trabajo¹.

Gracias especialmente al LaGeoS, el cual cuenta con técnicas de procesado de datos de GPS de alto nivel que facilitan y simplifican el trabajo.

Al CONACyT por la beca otorgada, la cual me permitió enfocarme en mis estudios.

Un agradecimiento a mí asesora, la Dra. Sara Ivonne Franco, por permitirme realizar este trabajo con ella, por darme la libertad y confianza para realizarlo a mi paso, por compartir conmigo su conocimiento y su trabajo.

Al Dr. Velasco por aportar sus ideas y guiarme, por forzarme a encontrar las respuestas por mí misma.

Al Mtro. Esteban Hernández, por darme la oportunidad y hacerme un espacio, gracias por brindarle a los estudiantes siempre una oportunidad.

A mi familia siempre, en especial a mi mamá, a mi tía, a mi abuela y a mi esposo.

¹ Este material y sus resultados están basados parcialmente en observaciones de las redes GPS del Servicio Sismológico Nacional (SSN; Pérez-Campos et al., 2018), SSN-TLALOCNet y TLALOCNet (Cabral-Cano et al., 2018) del Servicio de Geodesia Satelital (SGS) y UNAVCO Inc. Agradecemos a todo el personal del SSN, del SGS y UNAVCO Inc. por el mantenimiento de las estaciones, la adquisición de datos, el soporte de IT a estas redes y la distribución de sus datos. Las operaciones de la red TLALOCNet y SSN-TLALOCNet GPS han sido apoyadas por The National Science Foundation bajo el proyecto EAR-1338091 a UNAVCO Inc., los proyectos NASA-ROSES NNX12AQ08G, CONACyT 253760, 256012 y 2017-01-5955 y los proyectos UNAM-Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) IN104213, IN109315-3 y IN104818-3 a E. Cabral-Cano, el proyecto UNAM-PAPIIT IN111509 a R. Pérez y apoyo complementario de UNAM-Instituto de Geofísica y Centro de Ciencias de la Atmosfera.

Resumen

Entender la relación entre sismos y deslizamientos lentos, conocer como el uno induce al otro y viceversa, es de vital importancia en México por ser una zona altamente sismogénica, con este fin, tener la capacidad de identificar los deslizamientos lentos en una etapa temprana sería de gran utilidad, en el caso de la brecha de Guerrero los deslizamientos lentos son bastante obvios por su gran amplitud, pero en otras regiones de México, su amplitud es menor dificultando su detección.

Los datos de GPS, que son la herramienta principal para su estudio, tienen influencia de ruidos aleatorios y de ruidos periódicos, los cuales algunas veces son difíciles de distinguir y más aun de remover. En este trabajo se propone una técnica de procesado de implementación sencilla y óptima para poder remover el ruido, calcular la transformada Wavelet y graficar los datos junto con su información espectral, para facilitar la detección de deslizamientos lentos en tiempo semi real.

Se empezó el procesado de datos con el procedimiento empleado en el Laboratorio de Geodesia Satelital de la UNAM usando el programa Gipsy Oasis II, obteniendo series de tiempo de desplazamientos.

Posteriormente se les aplica una versión modificada del filtro de Kalman, obteniendo una señal filtrada y suavizada para obtener una imagen más clara de los rasgos de la señal, todo incluido en un simple código que puede ser usado automáticamente tan pronto se tengan las series de tiempo.

Consecutivamente es aplicada la técnica matemática llamada transformada Wavelet, la cual es una herramienta extremadamente útil si se necesita conocer las características de una señal, debido a que distribuye temporalmente los periodos existentes, en el caso de este trabajo, a partir de la periodicidad de los deslizamientos lentos en diferentes áreas en México, aun cuando la amplitud del deslizamiento lento no sea grande, se busca marcar con mayor precisión la ocurrencia del siguiente deslizamiento.

Como una ayuda visual y matemática extra, se calcula la transformada de Hilbert a las series ya procesadas, la cual nos proporciona el cambio de fase instantánea de la señal, permitiendo marcar los puntos de inflexión de la serie de tiempo, que en el caso de este trabajo marcarían el inicio y fin de los deslizamientos lentos.

Todo el procesado implementado tiene como objetivo principal el obtener una serie de tiempo más clara y sin ruido, de la cual obtener el espectro Wavelet, y a partir de la información e imagen obtenidas identificar fácilmente y en etapas tempranas los deslizamientos lentos

Para obtener mejores resultados, se rotaron los ejes de los datos a la dirección N30E para tener las series en la misma dirección aproximada que la subducción. Los resultados del post procesado son divididos para su estudio, de acuerdo con su localización geográfica y por áreas tectónicas similares.

Abstract

Understanding the relationship between earthquakes and slow slip events (SSEs), i.e. knowing how one induces the other one and vice versa, is of vital importance in Mexico because the country is located in a highly seismogenic area. Being able to identify SSEs, also called transient slip, at an early stage would be of considerable value. In the case of the Guerrero seismic gap the transient slip is obvious due to its high amplitude, but in other regions SSE amplitude is smaller making them difficult to detect.

GPS data, which is the main tool used to study SSEs, also shows the influence of random and periodic noise that is difficult to distinguish and even more difficult to remove. This work presents a new and simple processing technique that aims to remove the noise, calculate the wavelet spectrum and plot the data, together with its information, thereby facilitating the detection of an SSE in semi-real time.

The first processing step was to apply the method for GPS data processing implemented in the Laboratory of Satellite Geodesy, part of the National Autonomous University of Mexico, using the software Gipsy Oasis II, to obtain the displacement time series.

Later a modified version of the Kalman filter was applied, implemented by a python code that can be run automatically as soon as the output from the Gipsy Oasis II software is ready, to generate the filtered and smoothed signal, and hence obtain a clearer image. The clearer image allows improved recognition of data features.

In addition, the mathematical technique of Wavelet transformation was employed; an extremely useful tool for defining the spectral features of a signal, specifically, it distributes the existent periods in a signal temporally. Using this feature, is expected to pinpoint more accurately a future SSE, based in the periodicity of past SSEs found in different areas in Mexico, even when SSE amplitude is small.

Lastly, as an additional visual and mathematical aid, the Hilbert transform was applied to the data after the full processing. The transform gives the signal's instantaneous phase change in order to determine the turning points of the data, which in turn allows the beginning and end of the SSE to be detected.

Overall, the main objective of the processing sequence implemented was to obtain a clean and clear signal, from which an information rich image can be generated that allows improved detection of SSEs at an early stage.

To achieve better results, the data's axes were rotated to the N30E, in accordance with the approximate subduction's direction. Final results were divided according to its geographic location and similar tectonic areas.

Índice

Resumen	3
Abstract	4
Objetivos	7
Capítulo 1. Introducción	7
1.1 Tectónica del suroeste de México	8
Capítulo 2. Deslizamientos lentos en México	14
Capítulo 3. Generalidades del GNSS y GPS	17
3.1 Componentes de GNSS	18
3.2 Señal de GNSS	19
3.3 Marcos de Referencia	21
3.3.1 Marcos de referencia de Tiempo	21
3.3.2 Sistemas de referencia	21
3.3.3 ITRS y ITRF	22
3.4 Posicionamiento GNSS	22
3.5 Posicionamiento Puntual Preciso	25
3.6 GPS en la sismología	26
3.6.1 Red de receptores	26
Capítulo 4. Procesamiento de datos GNSS	29
4.1 GIPSY-OASIS II	29
4.1.1 Archivos RINEX	32
4.2 Aplicación del procesado GNSS	33
Capítulo 5. Transformada Wavelet y sus características	35
Capítulo 6. Aplicación de la Transformada Wavelet	41
Capítulo 7. Ruido en las series de tiempo GPS	46
7.1 Filtro de Kalman	47
7.2 Aplicación del filtro de Kalman modificado	47
Capítulo 8. Fase Instantánea y Transformada de Hilbert	50
8.1 Aplicación de la transformada de Hilbert	52
Capítulo 9. Resultados y Discusión	55
Estaciones cercanas a la Trinchera – Guerrero	56

Estaciones alejadas de la Trinchera - Guerrero	58
Estaciones en Oaxaca	60
Estaciones cerca de la Trinchera en el área del límite entre las placas subducidas (Rivera y Co la Norteamericana	ocos) bajo 61
Estaciones tierra adentro cerca del límite entre Cocos y Rivera bajo Norteamérica	62
9.1 Discusión	63
Estaciones cercanas a la Trinchera – Guerrero (Color morado en Figura 9.1)	67
Estaciones alejadas de la Trinchera – Guerrero/Morelos (Color verde en Figura 9.1)	67
Estaciones en Oaxaca (Color rosa en Figura 9.1)	68
Estaciones cerca del límite entre las placas subducidas de Rivera y Cocos (Color azul claro en Fig	gura 9.1) 69
Estaciones tierra adentro cerca del límite entre placas de Cocos y Rivera bajo Norteamérica (Co amarillo en Figura 9.1)	lor 70
Capítulo 10. Conclusiones	72
Referencias	74
Anexo 1	80
Anexo 2	83
Anexo 3	115
Anexo 4	130
Anexo 5	133
Anexo 6	134
Estaciones alejadas de la Trinchera – Guerrero/Morelos	134
Estaciones en Oaxaca	134
Estaciones cerca de la Trinchera en el área del límite entre las placas subducidas (Rivera y Co la Norteamericana	ocos) bajo 135

Objetivos

El número de estaciones GPS está creciendo en México, y poder visualizar los datos de una manera eficiente, que permita obtener información útil de manera casi real es imprescindible. Por lo que, en este trabajo se busca presentar una técnica de procesamiento la cual provea una nueva visualización para el análisis de las series de tiempo GPS, que son una fuente de información muy valiosa dentro de la geofísica, no sólo para las áreas de sismología y atmosférica, con el propósito de encontrar una novedosa manera de tratar los datos matemáticamente para obtener series de tiempo sin ruido y sus espectros, los cuales faciliten su interpretación.

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar una metodología que permita obtener una serie de tiempo más clara, con esto identificar fácilmente y en etapas tempranas los deslizamientos lentos. Así mismo, se busca obtener una serie de tiempo con menor dispersión que facilite posteriores inversiones de datos. En este trabajo se propone realizar un análisis de las series de tiempo GPS utilizando técnicas matemáticas diferentes (transformada wavelet, filtro de Kalman y transformada de Hilbert) a lo que se ha usado hasta ahora. Obteniendo, con la metodología propuesta, una clara ventaja en la optimización de recursos de cómputo y tiempo de procesado.

Para lograr el objetivo principal se aplicaron los siguientes objetivos particulares:

- Aplicar de manera exitosa una versión modificada del filtro de Kalman y la transformada de Hilbert a las series de tiempo para obtener una imagen más clara de los rasgos de la señal, todo incluido en un simple código que puede ser usado automáticamente tan pronto se tengan las series de GPS corregidas.
- II. Usar la técnica matemática llamada transformada Wavelet para reconocer los periodos que existen en las series de tiempo GPS ya procesadas, con la finalidad de encontrar la periodicidad de los deslizamientos lentos en diferentes áreas en México, y con esto ayudar a distinguir su existencia y su comienzo en una etapa temprana, aun cuando la amplitud del deslizamiento lento no es grande.

Capítulo 1. Introducción

Para cumplir con los objetivos de este trabajo se requieren antecedentes en los siguientes temas principales: la geología y tectónica de México, características de los deslizamientos lentos, generalidades del GPS, procesamiento de datos GPS, transformada Wavelet, filtro de Kalman y transformada de Hilbert. Por lo que diferentes capítulos siguientes se enfocan en explicar cada uno de los temas mencionados.

Existen centenas de trabajos que hablan acerca de los diferentes rasgos geológicos y geofísicos que caracterizan el área suroeste y centro de México, éste trabajo se enfoca específicamente en estudiar, con las técnicas matemáticas: transformada wavelet, filtro de Kalman y transformada de Hilbert, datos procesados de GPS para entender mejor y con rapidez (tiempo semi real) las características de las series

de tiempo, con el propósito de poder encontrar inicios de los llamados deslizamientos lentos o transitorios o SSE (por sus siglas en inglés *Slow Slip Event*) de una manera práctica y sencilla sin tener que aplicar técnicas más robustas de procesamiento de datos que implican tiempo del usuario y recursos.

El siguiente diagrama resume los pasos a seguir en este trabajo para facilitar la visualización de las diferentes etapas del procesado y de las técnicas propuestas, las cuales anteriormente no habían sido utilizadas juntas y en esta área de la geofísica:



Para cada etapa se describirá la teoría y metodología que se ha seguido, así como los parámetros específicos que se han utilizado, llevando un orden secuencial de teoría-aplicación por etapa.

1.1 Tectónica del suroeste de México

México es un área tectónicamente complicada debido a que interactúan cinco diferentes placas tectónicas, las cuales son, Norteamericana, Caribe, Cocos, Pacífico y Rivera (Figura 1.1). Las placas oceánicas de Cocos y Rivera subducen bajo la placa continental Norteamericana.

Se sabe que la placa oceánica del Pacífico se mueve hacia el noroeste rápidamente, teniendo un límite divergente con la placa Norteamericana, el cual, en un pasado geológico, dio paso a la expansión del fondo oceánico creando lo que hoy conocemos como el Golfo de California (Ferrari et al. 2012).

La placa de Cocos se mueve hacia el noreste a una velocidad de aproximadamente 6.1 cm/año (DeMets et al., 2010), la placa Norteamericana se mueve ligeramente hacia el oeste-suroeste a una velocidad de 2.3 cm/año (*Pacific Northwest Seismic Network*, 2018) y la placa del Caribe, la cual es mayormente oceánica, está prácticamente fija, ya que tiene dos zonas de subducción a sus costados, Antillas y Cocos, por lo que se puede decir que está anclada (Manea et al., 2013), estos movimientos se ejemplifican en la Figura 1.2.



subducción a lo largo de la trinchera Mesoamericana (TMA).

La placa de Cocos subduce bajo la Norteamericana, la zona de convergencia se conoce como Trinchera Mesoamericana (TMA), la cual es paralela a la costa desde Jalisco hasta Centroamérica, siendo un área altamente sismogénica. La sismicidad es somera en territorio mexicano (100 Km de profundidad), terminando bajo la Faja Volcánica Trans-Mexicana o FVTM (Pardo and Suárez, 1995). En un esfuerzo para conocer la estructura de la corteza y manto superior se llevaron a cabo los experimentos MARS, MASE y VEOX. MARS fue una red distribuida por una malla alrededor del bloque de Jalisco y Michoacán, mientras que MASE y VEOX fueron distribuidos en 2D, es decir siguiendo una línea de lado a lado del país perpendicular a la costa, usando sismógrafos cada cinco kilómetros. A partir de los resultados de estas investigaciones se pudo conocer con precisión el espesor de la corteza en México Central, así como la profundidad del Moho bajo la FVTM (Ferrari et al., 2012).



Figura 1.2 Límite de placas tectónicas con sus respectivos movimientos relativos. Fuente: Pearson Prentice Hall

Estudiando los resultados obtenidos, ahora se sabe que la corteza es más gruesa en el área central de México (área circundante a la Ciudad de México), llegando a medir alrededor de 50Km y disminuye su grosor rápidamente hacia el Golfo de México (alrededor de 20 Km). En la parte occidental el grosor de la

corteza es de 35-40 Km, es un conjunto mesozoico creado a partir de 140 mA de magmatismo debido a la subducción, adelgazándose hacia el terreno Guerrero, donde se encuentra el área mesozoica más delgada, donde se alcanza a tener un grosor de 25 Km (Ferrari et al., 2012).

A partir de modelos tomográficos de las ondas P en la parte occidental, obtenidos con el arreglo MARS, se supo que la placa de Rivera tiene una inclinación bastante pronunciada, mientras que, la placa de Cocos tiene poca inclinación desde la costa hasta Cuernavaca (Pérez-Campos et al, 2008). La depresión de Manzanillo y el graben de Colima marcan una región de interés, debido a que están cerca de la intersección entre la placa de Rivera y Cocos, y marcan el limite al este del bloque de Jalisco (Singh et al., 1985; Bandy et al., 1995).

En el área de Colima, a 200km de profundidad, existe una separación entre el bloque de Rivera y el bloque de Cocos, se propone que se debe al inicio de una "slab window" (Ferrari, 2004). Este rompimiento entre bloques se propago lateralmente hacía el este, lo cual resulto en la migración del vulcanismo observado en FVTM (Pérez-Campos, 2014).

Usando los datos combinados del perfil MASE, usando funciones receptores y tomografía, se llegó a la conclusión de que la placa de Cocos bajo la FVTM, se mete debajo de la corteza norteamericana y se vuelve prácticamente horizontal por aproximadamente 250Km (Pérez-Campos et al, 2008), a la altura de Cuernavaca se inclina abruptamente a 75°, y se observa que el slab está truncado a 500Km de profundidad (Pérez-Campos et al, 2008) (Figura 1.3).

En el área de Oaxaca, cerca del Istmo, la placa se inclina nuevamente, por lo que, aunque la geometría no es completamente conocida, se deduce que hay una parte de placa horizontal con sus costados inclinados, dando a entender que probablemente hay dos rupturas, las cuales separan la parte horizontal de las inclinadas (Profesor Ferrari L., abril 2017, Tectónica de Placas, Posgrado en Ciencias de la Tierra, UNAM).

En la zona de subducción esta la llamada Brecha de Guerrero (*seismic gap*) como se muestra en la Figura 1.1, mide alrededor de 200 Km de largo, En esta zona no ha habido terremotos de grandes magnitudes desde 1911 (Iglesias et al., 2004). La edad de la placa oceánica de Cocos incrementa uniformemente de oeste a este, siendo 15 Ma en el área de la brecha, en esta área el magmatismo duró alrededor de 45 m.a. mientras que en el resto de la costa sólo 10m.a., teniendo en su composición capas de gabro plutónico impermeable cerca de la costa, lo cual coincide con otras zonas de SSEs (Husker et al., 2017). En el trabajo de Husker et al., (2017), se propone que la corteza inferior gabroica en la brecha creo un sello, atrapando los fluidos y elevando la presión de poro.

Esta capa presenta ultra baja velocidad sísmica (Vs ~2.0 a 2.7 km/s) con espesor de 3 - 5 Km entre el techo del slab plano y la Moho continental (Song et al., 2009). Se interpreta como una capa con alta presión de fluidos con minerales en facies de esquistos azules, la cual desacopla la placa subducida de la placa continental (Song et al., 2009; Kim et al., 2012). Debido a esta capa, existe una gran atenuación sísmica, ya que, el desacople de placas evita que entren en contacto entre ellas, permitiendo el libre movimiento de la placa inferior (Ferrari et al., 2012).



Figura 1.3 Interpretación de los datos combinados de funciones receptores y tomografía a lo largo del perfil MASE, ejemplificando la geometría del bloque bajo el perfil mostrado.

El perfil magnetotelúrico de Jödicke et al. (2006), coincide en su mayor parte con el perfil MASE, se observa que la región con alta atenuación sísmica en la corteza coincide con la región de baja resistividad del perfil.



Figura 1.4 Perfil magnetotelúrico de la zona centro de México. Fuente Jodicke et al., 2006, JGR

En el perfil magnetotelúrico (Figura 1.4) se puede observar la parte deshidratada de la placa, lo cual resulta en fusión parcial de la corteza inferior por debajo de la FVTM, esta área tiene baja resistividad debido a la presencia de fluidos. La inclinación de la placa subducida es de alrededor de 10°. En la zona de subducción plana se observan los sismos lentos o SSE (*Slow Slip Events*) que son deslizamientos asísmicos.

Igualmente, en el caso del área de Oaxaca (Figura 1.5), se puede observar un modelo que se asume fue originado a partir de fluidos ascendentes, liberados de las reacciones de deshidratación que se dan a determinadas condiciones de presión y temperatura en la placa oceánica subducida, la cual subduce a una inclinación aproximada de tan solo 13°. Las reacciones de deshidratación ocurren cerca de la costa, produciendo las grandes anomalías conductivas (Jodicke et al., 2006).



En el trabajo de Arzate et al. (2016), se describe que los SSEs coinciden con una zona desacoplada antes delineada en el trabajo de Brudzinski et al. (2010), la cual se ejemplifica en la Figura 1.6, la cual es un área de alto contraste resistivo, a una profundidad aproximada de 25-40Km, entre la placa conductiva que subduce y la resistiva corteza inferior continental. El bloque oceánico hidratado bajo el bloque continental impermeable y confinado reduce drásticamente las fuerzas de fricción promoviendo subducción asísmica (Arzate et al. 2016).



Figura 1.6 Sección mostrando los NVT (puntos negros), interfaz entre placas (línea negra), área de SSE (línea blanca), flechas rojas mostrando la temperatura estimada, la región azul es la capa de ultra baja velocidad (USL), los círculos amarillos indican zonas de alta conductividad (Fuente: Brudzinski et al. 2010.)

En la Figura 1.7 se puede observar la localización geográfica de los perfiles magnetotelúricos mostrados en las figuras 1.5 y 1.6, se muestra el mapeo de la capa de baja velocidad mencionada (círculos azules), la zona de transición (círculos verdes) y áreas donde no existe esta capa (círculos blancos). También se

pueden observar las zonas donde ocurren los deslizamientos lentos (contorno verde) y zonas de acoplamiento sísmico (contorno azul). Las zonas amarillas comprenden el área donde se han observado los Tremores No Volcánicos (NVT, *Non Volcaninc Tremors*), los cuales se encuentran en la zona de transición entre círculos azules y blancos. La zona sismogénica está representada por círculos naranjas.



Figura 1.7 Mapeo de la USL (ultra slow layer) bajo el centro-sur de México, las líneas rojas en la imagen de arriba a la derecha denotan los límites de placas. El mapa agrandado muestra los observables geofísicos y el muestreo sísmico. Se muestra la sección cuasi horizontal del slab bajo la provincia de Guerrero (16). Los círculos azules son áreas caracterizadas por una onda convertida SP arribando de 2 a 3 segundos después de la onda P, y son áreas donde existe la USL, mientras que los círculos blancos no tienen este pulso tan negativo. Los círculos verdes tienen una SP convertida pero no tan fuerte (transición). El área de contorno verde es la localización de los SSE, el contorno azul es el área de acoplamiento intersísmco. El área sombreada en amarillo es donde ocurren los NVT(tremores no volc). Fuente: Song et al., 2009.

Capítulo 2. Deslizamientos lentos en México

La convergencia en las zonas de subducción se acomoda a través de varios procesos que se complementan entre sí, en espacio y tiempo (Correa-Mora et al., 2008). Sísmicamente, hasta ahora se han observado diferentes fenómenos, como son los deslizamientos lentos, tremores no volcánicos, terremotos de baja frecuencia (*low-frequency earthquakes, LFE*) y los terremotos de muy baja frecuencia (Husker et al., 2016). Los deslizamientos lentos generalmente ocurren en las zonas de megafalla inversa a profundidades mayores que la zona sismogénica, cerca de la esquina de la cuña del manto, aunque también pueden ocurrir en regiones someras de la falla cerca de la trinchera. En esta región, modelos termo-petrológicos predicen la existencia de fluidos provenientes de la deshidratación de la corteza y manto oceánicos, como se mencionó en el capítulo anterior, esta deshidratación es debida a las reacciones metamórficas progrado, dando paso a la hidratación de la cuña del manto. Los fluidos reducen la fricción e incrementan la presión de poro, que es una condición necesaria, aunque no suficientes para permitir la existencia de deslizamientos lentos (Audet & Kim, 2016).

En las zonas de subducción hay litosfera oceánica que es reciclada hacia el interior de la Tierra, en estas zonas es donde ocurren comúnmente los terremotos más devastadores, debido al rompimiento de las placas al acumular suficientes esfuerzos tectónicos en el área altamente acoplada (zona sismogénica). La zona sismogénica es la parte de la falla que tiene un comportamiento frágil (Brudzinski et al., 2010).

A mayor profundidad siguiendo la interfaz entre placas, la presión y temperatura aumentan, dando paso a la deshidratación del bloque, cambiando de frío, con fricción y con un comportamiento "stick silp", a tener reacciones metamórficas (esquistos azules) que ayudan a que tengan un comportamiento de deslizamiento estable (Brudzinski et al., 2010). En esta área profunda de transición entre ambas zonas existen los deslizamientos lentos que liberan parte del esfuerzo elástico intersísmico acumulado y están acompañados por vibraciones de baja amplitud (Graham et al., 2016). Estas vibraciones son los llamados tremores no volcánicos o NVT.

Los NVT son vibraciones sísmicas de bajo nivel, se les llama tremor a estas señales debido a su carácter emergente, lo cual significa que aparecen gradualmente en el ruido ambiental y su ondulación varía en amplitud lentamente, con frecuencias de 1-10 Hz y parecen estar compuestos por un enjambre de sismos de bajas frecuencias (p. ej. Brudzinski et al., 2016), estas señales sísmicas de larga duración son coherentes a través de varias estaciones.

Posteriormente, Rogers y Dragert (2003) describieron la aparición de ambos eventos en conjunto a los que se les ha llamado ETS (*Episodic Tremor and Slip*), sin embargo, cabe mencionar que ambos eventos pueden existir individualmente en las zonas de subducción, los NVT pueden aparecer como resultado de, por ejemplo, cargas de mareas o terremotos remotos (Kostoglodov et al., 2010).

Los deslizamientos lentos o SSE por sus siglas en inglés (*Slow Slip Event*), consisten en señales de deformación de larga duración con ondas sísmicas de baja amplitud, sus momentos sísmicos son proporcionales a su duración (Maury J. et al., 2016) y a la magnitud de su desplazamiento. Los deslizamientos lentos, como ya se mencionó, ocurren comúnmente en la zona de subducción entre la interfaz sismogénica y el área dúctil con deslizamiento libre, y en algunos casos en regiones someras.

Los sismos lentos fueron descubiertos en Cascadia, a partir de ahí se han estudiado con ahínco alrededor del mundo, hasta ahora se sabe que existen en el suroeste de Japón, Nueva Zelanda, Alaska, Costa Rica y en México (Duo Li and Yajing Liu, 2016).

Las características de los SSE varían globalmente, en su duración, localización en la interfaz entre placas, sus intervalos de recurrencia, magnitudes y amplitud de deslizamiento. Se ha descubierto que los sismos lentos migran a lo largo de la interfaz entre placas, algunas veces hasta 300 Km, y que estos deslizamientos en zonas profundas pueden generar otros eventos más superficiales, un ejemplo de esto es la zona de subducción de Hikurangi en Nueva Zelanda (Wallace et al., 2012).

Hasta ahora los SSEs de mayor magnitud (M7.55) ocurren en México, en el área que se conoce como brecha de Guerrero o *Guerrero Gap* en inglés, estos sismos lentos ayudan a disipar la energía acumulada en la zona sismogénica (Radiguet et al., 2012; Graham et al., 2016; Rousset et al., 2016). En el trabajo de Husker et al. (2017) así como en investigaciones anteriores, se encontró que en el área de la brecha de Guerrero los SSEs invaden parcialmente la zona sismogénica, debido a los fluidos atrapados bajo la corteza gabroica altamente resistiva, lo cual no pasa en la zona de Oaxaca, donde los SSEs mayormente son localizados pendiente abajo de la zona de ruptura (Graham et al., 2016).

Diferentes investigaciones afirman la existencia de SSE en otras áreas de México, de magnitudes mucho menores que en Guerrero, como son en Oaxaca y con menor certeza en Colima y Jalisco, como se afirma en el trabajo de Brudzinski (2016).

Los deslizamientos lentos liberan esfuerzos durante prolongados periodos de tiempo, pueden llegar a durar años, y en este trabajo se busca encontrar con mayor precisión su duración y frecuencia, como antecedente generalmente se habla de una recurrencia de sismos lentos en el área de Guerrero de entre 3 y 4 años y para el área de Oaxaca de 1 a 2 años (Bekaert et al., 2015). El trabajo de Brudzinski et al. (2016), describe la existencia de desplazamientos lentos localizados en la zona de subducción de la placa de Rivera, los cuales, a diferencia de los sismos lentos presentados en Guerrero, tienen bajas amplitudes y no hay muchos registrados, solo en algunas estaciones cerca de la costa. De acuerdo con este trabajo, los eventos se encuentran en un área más pequeña debido a la alta inclinación de la interfaz entre placas, por lo que solo una angosta área cumple con las condiciones ideales para que existan sismos lentos.

A partir de los datos obtenidos del GNSS (*Global Navigation Satellite Systems*), sistema que se describe a detalle en el capítulo siguiente, se ha encontrado que los desplazamientos verticales asociados con deslizamientos lentos son de alrededor de 5.6 cm en estaciones cerca de la costa (CAYA) y las estaciones lejanas de la costa, 110km tierra dentro (MEZC), se hundieron cerca de 2.6cm, esta cantidad disminuye mientras más lejos del SSE, siendo cero a los 250-300km en dirección perpendicular a la trinchera. Los desplazamientos horizontales acumulados para la mayoría de los sitios son en la dirección suroeste alcanzando los 5.5 cm en CAYA (Bekaert, D. P. S. et al., 2015).

La zona sismogénicamente activa de Oaxaca es un área idónea para el estudio de los deslizamientos lentos, debido a la distancia de entre 45-55 kilómetros que existen entre la trinchera y la costa, por lo que se pueden hacer mediciones sobre una región sismogénica grande, en una interfaz de subducción (Correa-Mora et al., 2008). Estudiando las series de tiempo de la estación OAXA, que se encuentra en la ciudad de Oaxaca, se pudo obtener evidencia de la existencia de deslizamiento lento a principios de 1995, a pesar de la distancia de 380Km entre esta estación y CAYA en Guerrero, ambas series se correlacionan en cuanto a los movimientos transitorios que ocurrieron a principios de 1997. Después de estudiar los datos

provenientes del estado de Oaxaca, hay dos movimientos transitorios marcados, en el 2004 y 2006, los cuales parecen haberse originado en la zona oaxaqueña de la trinchera (Brudzinski et al., 2007). Poco antes del inicio de deslizamiento lento del 2004, un par de terremotos de M_w 5.1 y 5.5 rompieron la parte más profunda de la zona sismogénica, estos terremotos fueron localizados al este de la llamada brecha sísmica de Oaxaca (Figura 2.1), sugiriendo que hay relación entre ambos eventos.



Figura 2.1 Figura mostrando la localización de las brechas de Guerrero y Oaxaca de acuerdo con el trabajo de Brudzinski et al., (2007) y en contornos verdes se define el área aproximada donde se encontró la existencia de la capa de ultra baja velocidad delineada en el trabajo de Song et al., (2009).

Capítulo 3. Generalidades del GNSS y GPS

El Sistema de Posicionamiento Global (GPS) fue desarrollado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos entre los años 1970 y 1980. Básicamente el satélite manda señales electromagnéticas las cuales son recibidas por los receptores para determinar localización y tiempo sincronizado, se mide el tiempo de propagación de la onda electromagnética entre el satélite (transmisor) y el receptor, posteriormente se multiplica el tiempo medido por la velocidad de la luz, dando una medida de distancia a la que se refiere como pseudorango o pseudodistancia, brindando de manera continua posición y velocidad (Hernández-Pajares et al., 2001). El principio de posicionamiento se basa en resolver un problema de geometría elemental, basa su funcionamiento en la idea clásica de trilateración. El sistema GPS fue el primero en lanzar un satélite operacional en febrero de 1978, poco después ya había cuatro satélites en el espacio, lo cual es lo mínimo necesario para obtener las cuatro componentes (latitud, longitud, altura y tiempo). Para poder tener mediciones continuas se necesitaría una constelación más grande, como lo es GNSS (Robles Avalos, 2017).

Los Sistemas Satelitales de Navegación Global o GNSS por sus siglas en inglés (*Global Navigation Satellite Systems*) fueron creados a principios de los años setenta para mejorar el posicionamiento y navegación global desde el espacio. GNSS se refiere a la colección mundial de los sistemas de posicionamiento satelital, tanto los que actualmente son operacionales como los que están desarrollándose, la interoperación técnica y compatibilidad entre todos los sistemas de navegación. Las señales de cada uno de los sistemas que conforman las señales de GNSS tienen características diferentes, en sus bandas de frecuencia o códigos que usan, pero cada sistema intenta ser compatible con los otros, para así evitar interferencias y atenuaciones entre señales. Es importante considerar que el procesado de todas las señales debe de realizarse usando el mismo receptor (Jensen, 2016).

Actualmente los sistemas globales que conforman el GNSS son:

- GPS (Estados Unidos)
- GLONASS (Rusia)
- BeiDou-2 (China no completamente operacional)
- Galileo (Unión Europea no completamente operacional)

Los sistemas regionales:

• IRNSS (India)

Sistemas de aumento (SBAS):

- EGNOS (Unión Europea)
- WAAS (Estados Unidos)
- MSAS (Japón)
- SDCM (Rusia)

El concepto de sistema de referencia para la navegación es esencial, debido a que todas las aplicaciones de GNSS dependen del sistema coordenado que se use. Los receptores GNSS generalmente constan de dos partes, la antena y la unidad de procesamiento o receptor. La antena es donde las señales de satélite

son recibidas, mientras que el receptor estudia la información recibida y la convierte a mediciones entendibles, como latitud y longitud. A pesar de que los receptores son los que realizan todos los cálculos (posición, rapidez y altitud), las mediciones que producen son con respecto a la posición de la antena misma (Kornhauser, 2018).

El desempeño del GNSS se puede mejorar usando Sistemas de Aumento (SBAS por sus siglas en inglés, *Satellite-Based Augmentation Systems*), los cuales mejoran la precisión y confiabilidad de la información obtenida del GNSS, ya que, corrige los errores en la medición de la señal y da información acerca de la precisión, integridad, continuidad y disponibilidad de las señales (Jeffrey, 2010).

Los SBAS usan mediciones de GNSS tomadas por estaciones de referencia, las cuales tienen localizaciones precisas que se encuentran distribuidas alrededor del continente. Todos los errores del GNSS son entonces transferidos a un centro de cómputo central, y estos cálculos son entonces mandados al área de cobertura usando satélites geoestacionarios que sirven como aumento, de la señal GNSS original.

En el caso de los satélites de la red GPS los paneles solares son la principal fuente de energía, los satélites tipo Block IIF tienen una vida útil de aproximadamente doce años, usan relojes atómicos de Rubidio y Cesio para obtener el tiempo con alta precisión y transmiten, como ya se mencionó, códigos binarios y ondas electromagnéticas (Jensen, 2016).

3.1 Componentes de GNSS

Cada uno de los sistemas (GPS, Glonass, Galileo) consta de 3 segmentos: espacial, de control y usuarios. Estos segmentos son similares entre los diferentes sistemas.

A continuación, se describen los segmentos para el caso del sistema GPS (Hernández-Pajares, 2001).

a) **Espacial:** Consta de una constelación de al menos 24 satélites en 6 planos orbitales, a una altura de 20 200 Km, con una inclinación de 55° con respecto al Ecuador, las orbitas tienen un periodo de 12 horas siderales (11 horas 58 minutos 2 segundos). Sus funciones principales son, para las instrucciones mandadas por el segmento de control, proveer una referencia de tiempo atómico, generan señales pseudo aleatorias y guardan y retransmiten el mensaje de navegación.

b) **Control:** Consta de estaciones localizadas en Hawái, Colorado, Isla Ascensión en el Atlántico Sur, Diego García en océano Indico y en Kwajalein en el Pacífico Norte, la estación maestra se encuentra en Colorado (Figura 3.1). Rastrean e inyectan información en los satélites, monitorean el estado y trayectorias de éstos. Calcula y predice orbitas y efemérides, monitorea el estado de relojes atómicos y actualiza periódicamente el mensaje de navegación para los satélites. Este segmento es el responsable por el funcionamiento del sistema GPS.

c) **Usuarios:** Compuesto por receptores GPS. Su función principal es recibir señales GPS, determinan los pseudorangos y resuelven ecuaciones de navegación para obtener sus coordenadas y proveer un tiempo preciso. La posición calculada es referida al centro de fase de la antena. Puede ser para uso militar o civil, el equipo que lo conforma es, una antena, receptor y fuente de poder.



Figura 3.1 Imagen de la localización de las estaciones de control. Fuente: The Aerospace Cooperation

3.2 Señal de GNSS

Todos los sistemas GNSS tienen que operar dentro de bandas del espectro de radio que les ha sido asignado. La Unión Internacional de Telecomunicaciones (ITU por sus siglas en inglés, *International Telecommunication Union*) asigna la banda completa de navegación de radio al Servicio de Radio Navegación para Satélites (Kornhauser, 2018).

Las bandas de frecuencia en el rango de 1 a 2 GHz (conocida como banda L) son aptas para sistemas satelitales móviles, ya que sufren de pocas perdidas debido a las lluvias atmosféricas y ofrecen menos pérdida por trayectoria.

Todos los satélites GNSS transmiten señales de navegación en 2 o más bandas de frecuencias. Estas señales contienen códigos de rango que permiten a los receptores calcular el tiempo de viaje desde el satélite hasta el receptor, junto con los datos de navegación, para saber así la posición de los satélites en todo momento (Navipedia, 2014-2018).

Las características de la señal principal son:

- Frecuencia portadora: Frecuencia de radio sinusoidal a una frecuencia dada.
- Código de esparcimiento (PRN code, *Pseudo-Random Noise*): Una secuencia pseudo aleatoria de ceros y unos que le permite al receptor medir el tiempo de viaje de la señal desde el satélite hasta el receptor.

- Mensaje de Navegación: Un mensaje binario que da información de las efemérides del satélite, parámetros del reloj (su deriva), coeficientes del modelo ionosférico, almanaque, estatus de salud y otra información complementaria.
- Esquema de acceso múltiple: Permite compartir una banda de frecuencia con varios satélites.

Cada satélite transmite señales centradas en dos frecuencias, las cuales se encuentran en la banda L. Estas frecuencias se derivan de una frecuencia fundamental f_0 = 10.23MHz generada por su reloj atómico con una estabilidad de 10⁻¹³ por día.

Para el caso de GPS, las frecuencias portadoras son L1 en 1575.42 MHz, L2 1227.6 MHz y L5 1176.45 MHz, con una longitud de onda de 19cm, 24cm y 25cm respectivamente.

Se generan varios códigos PRN, C/A (*Coarse Acquisition*) el cual está abierto al público y es modulado por L1, P (*Precision*) que está reservada para aplicaciones militares, modulada por L1 y L2, es encriptado por el código Y. Hay otro código L2 llamado L2C, usado en el bloque de satélites IIR-M desde 2005 y por último un código M, de uso militar y modulado por L1 y L2.

La precisión del GPS depende del tipo de código que use (65.7m para C/A y 13.5m para P). El mensaje de navegación es modulado por L1 y L2. El hecho de que los satélites emitan dos diferentes frecuencias le permite al usuario cancelar una de las mayores fuentes de error: refracción ionosférica, ya que actúa como un medio dispersivo para la señal GPS.

Estas frecuencias portadoras L1 y L2 dan las lecturas del reloj al receptor y transmiten información, como por ejemplo los parámetros de orbita. Los códigos C/A y P son usados para las lecturas del reloj, y están caracterizados por el PRN. EL código W se usa para encriptar el código P y el Y cuando se aplica un "Anti-spooging" (Jeffrey, 2010).

En la Figura 3.2, se muestran las diferentes bandas de frecuencias que usan las señales del GNSS, como se mencionó previamente cada uno de los sistemas usan diferentes códigos. Las constelaciones están separadas por bloques los cuales son dependientes de las generaciones de los satélites, las generaciones más recientes usan frecuencias L3 y L5. El receptor tiene que saber que satélite manda la información, esto es a través del PRN, ruido pseudoaleatorio, el ruido coincide con los parámetros que tiene el receptor y así identifica cual es el satélite de origen. La red de GPS funciona usando una frecuencia central y diferentes códigos PRN, mientras que GLONASS usa el mismo PRN pero diferentes frecuencias portadoras.



Figura 3.2 Bandas de frecuencia de los sistemas de GNSS. Fuente: Explore Labs Private Limited

3.3 Marcos de Referencia

3.3.1 Marcos de referencia de Tiempo

Existen diferentes marcos de referencia de tiempo, basados en diferentes procesos periódicos asociados con la rotación de la Tierra, mecánica celeste o en transiciones entre niveles energéticos de osciladores atómicos.

Fenómeno Periódico	Tiempo
Rotación de la Tierra	Tiempo Universal (UT0, UT1, UT2)
	Tiempo Sideral
Revoluciones de la Tierra	Tiempo Dinámico Terrestre (TDT)
	Tiempo Dinámico Baricéntrico (BDT)
Oscilaciones atómicas	Tiempo Atómico Internacional (LAT)
	Tiempo Coordinado Universal (UTC)
	Tiempo GPS (GPST)

A continuación, se muestran los más importantes:

Tabla 3.3.1 Marcos de referencia para el tiempo, Fuente: Navipedia

La conversión entre sistemas de tiempo se logra usando fórmulas ya conocidas. El tiempo GPS es el que se usa como referencia en aplicaciones GPS. El origen de su época es 00:00 UTC (media noche) del 5 al 6 de enero de 1980, y para facilitar los cálculos la fecha Juliana es usada, por lo que el 6 de enero de 1980 corresponde al día juliano 2 444 244.5 (Hernández-Pajares, 2001).

3.3.2 Sistemas de referencia

Las coordenadas de los satélites y receptores deben ser expresados en un sistema de referencia bien definido, ya que es crucial para la descripción de trayectoria del satélite, el modelado de los observables y la interpretación de los resultados. En geodesia satelital los sistemas de referencia son globales y geocéntricos, ya que el movimiento de los satélites es referido al centro de masa de la Tierra, se requieren dos sistemas de referencia, uno fijo en el espacio para describir el movimiento del satélite y otro fijo en la Tierra para las posiciones de las estaciones y para la descripción de los resultados, estos sistemas de

referencia son Sistema Convencional Inercial (CIS) y Sistema Convencional Terrestre (CTS) respectivamente (Hernández-Pajares, 2001).

- Sistema Convencional Inercial: Su implementación práctica se llama Marco de Referencia Inercial (IRF) y es determinado por un grupo fundamental de estrellas. Es afectado por el movimiento de revolución de la Tierra alrededor del Sol.
- Sistema Convencional Terrestre: Los de este tipo de marco de referencia son el ITRF y el WGS84. EL ITRF es actualizado cada año.

El posicionamiento usando GNSS depende principalmente de las coordenadas del satélite. La posición del receptor es calculada con respecto a la posición instantánea del satélite.

Se puede convertir entre ambos usando transformaciones que dependen de correcciones de precesión, nutación, movimiento del polo y rotación de la Tierra. Estas transformaciones son usadas directamente en el receptor y en el programa de post procesado, para calcular la posición de los receptores en el sistema fijo terrestre.

3.3.3 ITRS y ITRF

Como ya se mencionó, un marco de referencia terrestre provee un conjunto de coordenadas de puntos localizados en la superficie de la Tierra, los cuales pueden ser usados para medir las placas tectónicas, subsidencia regional o carga y también para medir la rotación de la Tierra desde el espacio. La rotación es medida con respecto a un marco referenciado a objetos estelares, que es el marco de referencia celeste. El IERS (*International Earth Rotation and Reference System*) fue creado en 1988 para establecer y mantener el marco de referencia celeste y terrestre (ICRF e ITRF respectivamente). Los Parámetros de Orientación Terrestre (EOPs Earth Orientation Parameters) conectan ambos marcos, proveyendo una referencia común para comparar observaciones y resultados de diferentes localizaciones (ITRF, 2016).

El ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*) es el marco de referencia terrestre internacional estándar adoptado, usado como base para toda la geodesia y aplicaciones geofísicas. Este sistema de referencia es de suma importancia y utilidad ya que considera la tectónica de placas, considerando las referencias como un sistema dinámico, es actualizado anualmente, aunque no cada año se publican marcos de referencia completos.

El ITRS (International Terrestrial Reference System) es un sistema mundial de referencia espacial, el cual rota con la Tierra en su movimiento diurno espacial, el IERS también se encarga de realizarlo.

3.4 Posicionamiento GNSS

Para obtener un buen posicionamiento se necesita saber la distancia entre receptor y satélite, tener la posición exacta del satélite en el sistema coordenado que el usuario requiere y el tiempo.

La órbita ideal de un satélite es elíptica, y se puede definir con seis parámetros Keplerianos, cinco de los cuales determina el tamaño y forma de la elipse y orientación del plano de orbita relativo a estrellas fijas (un marco de referencia inercial). El sexto parámetro especifica la posición del satélite en un instante particular de una época. Con los 6 elementos, la posición y velocidad del satélite puede calcularse para

cualquier otra época. Aunque en la realidad la órbita del satélite no es exacta, debido a la no uniformidad de la Tierra, y su movimiento es afectado por las fuerzas de gravedad del Sol y la Luna. Para corregir por estas perturbaciones, se transmiten 16 conjuntos de parámetros que se usan para calcular la posición del satélite en cualquier instante de tiempo.

La posición de la antena es calculada a un tiempo *t*. La señal del GPS sale del satélite al tiempo $t-\tau$ y llega al receptor τ segundos después, la señal contiene la marca de tiempo en la cual la señal fue mandada por el satélite, tomando la diferencia entre el tiempo del receptor y la del satélite y multiplicando por la velocidad de la luz, obteniendo una primera aproximación de la distancia entre ellos, a la que se le denomina pseudorango.

Se puede decir que los observables de los satélites son dos, los pseudorangos o pseudodistancias que se obtienen de los códigos (P1 y P2) y las fases portadoras que se obtienen de las fases (L1 y L2).

Pseudodistancias: Se mide el tiempo de propagación de las ondas electromagnéticas entre el satélite y el receptor, este tiempo multiplicado por la velocidad de la luz nos da la distancia (pseudorango o pseudodistancia) entre ellos. Se le llama pseudodistancia por la deriva que existe entre el reloj del satélite y receptor. Para poder leer el tiempo se utilizan los códigos C/A y P. Se usa la técnica de correlación de código para medir la diferencia de tiempo entre el código recibido y el código replicado. En el satélite se usa un reloj atómico con alta estabilidad, por lo que la deriva es pequeña y se puede modelar con un polinomio, del cual los coeficientes son transmitidos en el mensaje de navegación. Sin embargo, la deriva del reloj del receptor es grande y es una variable desconocida que tiene que ser estimada usando la distancia verdadera entre el satélite y el receptor. Al menos cuatro pseudorangos son necesarios para obtener una posición 3D, los pseudorangos y las posiciones conocidas de los satélites son usados para calcular la posición del receptor (X, Y, Z) y el error de reloj del receptor, usando la ecuación (Jensen, 2016).

$$R_{r}^{s} = \rho_{r}^{s} + c \cdot \Delta \delta_{r} = \sqrt{(X_{r} - X^{s})^{2} + (Y_{r} - Y^{s})^{2} + (Z_{r} - Z^{s})^{2}} + c \cdot \Delta \delta_{r}$$

Ecuación 3.1

Donde:

- R_r^s es el pseudorango medido entre el satélite s y el receptor r
- ρ_r^s distancia geométrica entre satélite y receptor
- X_r , Y_r , Z_r coordenadas desconocidas del receptor
- X^s, Y^s, Z^s coordenadas conocidas del satélite
- c velocidad de la luz
- $\Delta \delta_r$ error del reloj en el receptor

Como se tienen cuatro incógnitas en la ecuación se necesitan al menos 4 observaciones para resolverla. Los pseudorangos son corregidos por los efectos atmosféricos, errores de reloj, etcétera, y tienen una precisión de 3 a 10 metros.

Fase portadora: El pseudorango por fase se basa en la medición de la diferencia de fase entre la señal recibida y la señal generada en el receptor. La señal es desfasada en el camino debido al movimiento del

satélite. Existe un hueco entre antes de codificar la señal que se llama ambigüedad de la fase portadora (Figura 3.3), la cual debe ser determinada y corregida, cuando se empieza a leer la señal no se tiene un inicio de ciclo, o se sabe en qué punto esta, cuando se codifica la señal ya puede empezar a contar ciclos, la señal anterior es la ambigüedad. Para poder leer la fase portadora se utilizan las señales portadoras L (1,2 y 5), la última fracción de un ciclo (la fase) es medida continuamente por el receptor, con una precisión mejor del 1% de la longitud de onda, es decir alrededor de 2mm. Igualmente, se usan modelos para realizar las diferentes correcciones y para el cálculo de la ambigüedad se usan modelos matemáticos más complejos, la posición usando este método tiene una precisión menor a un 1cm (Jensen, 2016).

Estos observables básicos se pueden combinar de varias maneras para generar mediciones adicionales, las cuales tienen ciertas ventajas, los pseudorangos se usan como in paso preliminar para la determinación final de la posición dada por la medición de fase portadora. También se usan combinaciones de observables para la corrección de ionósfera libre, ya que el efecto de la ionosfera depende del cuadrado de la frecuencia (α i=40.3/fi²), permite su cancelación usando combinaciones.



Figura 3.3 Diagrama mostrando la ambigüedad de fase portadora. Fuente: Navidepia.

Errores en los observables

Las mediciones de código y fase son afectadas por ruido, por errores debidos a la propagación de señales a través de las capas atmosféricas (Kornhauser, 2018), y por algunos de los errores que son descritos a continuación:

1. Error debido al reloj del satélite: Este error de modela usando los coeficientes del polinomio transmitidos en los mensajes de navegación.

- Error de orbita: El cual puede ser eliminado por posicionamiento diferencial. Las orbitas precisas pueden ser obtenidas en tiempo casi real en la página de internet del IGS (International GNSS Service).
- 3. Error lonosférico: Este error es modelado o eliminado usando una combinación lineal de dos o más frecuencias, ya que, teniendo múltiples frecuencias se puede calcular un modelo usando el efecto ionosférico de primer y segundo orden, a esta corrección se le llama de "ionosfera libre". Es posible también modelarlo usando los coeficientes transmitidos por el mensaje de navegación.

A partir de la diferencia entre las mediciones de pseudorangos en ambas frecuencias, se puede obtener el retraso ionosférico con la siguiente ecuación:

$$\Delta ion \circ sfera_{L1} = \left(\frac{L_2^2}{L_2^2 - L_1^2}\right) \left(\rho_{L_1} - \rho_{L_2}\right)$$

Ecuación 3.2

4. Troposfera: La troposfera está compuesta de dos capas, la capa húmeda (10 Km sobre la superficie) y la capa seca que esta entre 10 y 40Km sobre la superficie de la Tierra. La troposfera causa un retraso en las observaciones de códigos y fases portadoras. Debido a que no depende de la frecuencia no puede cancelarse usando mediciones en múltiples frecuencias, pero sí puede ser modelado usándolas. Los modelos topográficos dependen de modelos empíricos considerando valores de temperaturas, presión, humedad relativa, etcétera.

$$\Delta trop \circ sfera = \frac{10^{-6}}{5} [N_{\text{seca}} Fs(h) + N_{\text{húmeda}} Fh(h)]$$

Ecuación 3.3

Donde $N_{\text{seca}} \approx a_1 \frac{P_0}{T_0}$, $N_{\text{húmeda}} \approx a_2 \frac{e_0}{T_0} + a_3 \frac{e_0}{T_0^2}$, siendo P_0 , e_0 y T_0 las presiones parciales de la capa seca, el vapor de agua y temperatura a nivel del mar respectivamente. a_1 , $a_2 y a_3$ son constantes empíricas.

- **5.** Error debido al reloj del receptor: Esto es debido a los relojes no precisos de los receptores, causando desfase y deriva en el tiempo de referencia.
- 6. Multi-trayectoria: Causada por múltiples reflexiones de la señal en el receptor o en el satélite, debido a múltiples trayectorias de la señal al viajar desde el transmisor al receptor. La mejor forma de evitar este error es escoger un sitio lejos de reflectores, como son edificios, carros, etcétera.

3.5 Posicionamiento Puntual Preciso

PPP (*Precise Point Positioning*) es una técnica usada para determinar la posición de la antena de un receptor con gran precisión sin comunicación con la estación de referencia, es decir, se necesita solo un receptor y no se necesitan estaciones de referencia cercanas, usando solamente doble frecuencia. Se puede decir que la técnica PPP es global ya que usa un marco de referencia global para obtener sus posiciones, lo cual brinda consistencia dependiendo solo de estaciones regionales (Malinowski et al., 2016). Obtener posiciones con alta resolución es posible gracias al uso de productos precisos disponibles en el IGS, combinando las posiciones precisas de satélites y reloj con la frecuencia doble de los receptores GNSS (para poder remover el efecto de la ionosfera de primer orden), PPP es capaz de dar la posición con una precisión de centímetros o menos de 1 cm si se usa el modo estático. PPP obtiene los valores precisos de orbitas de satélites y de reloj de un centro de procesado con mediciones de estaciones de referencia

que pueden estar a miles de kilómetros, esto es una ventaja con respecto a otras técnicas que necesitan tener estaciones cercanas, pero cabe mencionar que se necesita un mayor tiempo de convergencia para alcanzar un buen resultado (decenas de minutos).

Para alcanzar una mejor precisión, se corrige por la rotación de la Tierra, reloj de los satélites, orbitas de satélites, correcciones de final de fase, corrección al centro de fase de la antena (tanto del satélite como de receptor), corrección de marea de tierra sólida y corrección por carga del océano.

El algoritmo PPP usa como entrada el código y observaciones de fase de doble frecuencia, usa las orbitas precisas y reloj de los satélites, con esto calcula coordenadas precisas del receptor y su reloj. Las observaciones vienen de diferentes satélites y son procesadas en grupo, se realiza un filtrado que resuelve todas las incógnitas que se tienen, que son, las coordenadas del receptor, el reloj del receptor, el retraso del zenit troposférico y ambigüedades de fase (Navipedia "www.navipedia.net").

La precisión y calidad de PPP, es afectada mayormente por los relojes de satélites y sus orbitas, también por la cantidad y calidad de observaciones con las que se cuenta, otro factor son las obstrucciones que presento el satélite en su línea de visión.

Los productos que se pueden usar para el procesado de datos se muestran en la Tabla 2

Producto	Latencia	Precisión (cm)	
Ultra-Rápida	< 2 horas	5	
Rápida	Dia siguiente (16:00 UTC)	3.5	
Final	<14 días	2.5	

Tabla 3.3.2 Correcciones precisas de orbitas de satélites y de reloj, proporcionadas por JPL.

3.6 GPS en la sismología

A finales de los 80´s Ken Hudnut, de la Universidad de Columbia, empezó a medir el movimiento de una placa con respecto a otra, un gran desafío para entender las placas tectónicas, desde entonces el GPS empezó a ser una herramienta útil para medir distancias con precisión de milímetro, pronto se empezó a usar en diferentes áreas de estudio (Earth Magazine, 2008-2018). La gran prueba del GPS fue el 17 de octubre de 1989, cuando ocurrió el terremoto de Loma Prieta (se pudo inferir el patrón de deslizamiento en el plano de falla).

El GPS en la actualidad tiene variadas aplicaciones, por ejemplo, dentro del área de las ciencias de Tierra, se usa para calcular el contenido de vapor de agua, para el pronóstico de lluvias, cálculo de cantidad de agua contenido en la atmosfera y el cómo se precipita esa agua, para modelar las nubes de ceniza y como éstas afectarán a la población, etcétera.

3.6.1 Red de receptores

Alrededor de 1992, el Instituto de Geofísica de la UNAM comenzó con su red de GPS, a partir de entonces y hasta ahora esta red ha ido creciendo y modificándose dependiendo de diferentes proyectos y del continuo desarrollo tecnológico. En 1997 se instaló la primera estación permanente (CAYA) en Guerrero, a partir de ahí se fueron instalaron más estaciones en ese estado, así como en Oaxaca y Chiapas. Para el

2015 se contaban con 156 estaciones continuas, de las cuales 128 eran de procedencia académica y 28 del INEGI (Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática) o de alguna rama del gobierno. A través del tiempo han existido diferentes proyectos financiados por diferentes instituciones académicas las cuales han permitido establecer redes temporales de estaciones continuas alrededor del país.

Para este trabajo se realizó una inspección visual de todas las series de tiempo disponibles en México, se seleccionaron las series más largas e ininterrumpidas, para obtener mejores resultados en las pruebas que se explicarán posteriormente, las fuentes de datos principales que se usaron en este trabajo son (E. Cabral-Cano et al., 2018 & X. Pérez-Campos et al., 2018):

- Servicio Sismológico Nacional/Departamento de sismología (Instituto de Geofísica, UNAM)
- Tlalocnet/UNAVCO
- Servicio de Geodesia Satelital (Instituto de Geofísica, UNAM)

Las estaciones de las que se presentaran los resultados se muestran en la Tabla 3.3, la localización de las estaciones usadas se encuentran en la Figura 3.4 y posteriormente se presentan los resultados posteriores al procesamiento con el paquete Gipsy Oasis II.

Estacion	Estado	Longitud (°)	Latitud (°)	Institutción
ACYA	Guerrero	-99.902984	16.83863	SISMOLOGIA-IGEF
ANIG	Nayarit	-104.5207	21.05385	SSN
ARIG	Guerrero	-100.34748	18.280492	SSN
CAYA	Guerrero	-100.26761	17.049232	SSN/UNAVCO
DEMA	Hidalgo	-99.035362	20.301145	SSN
DOAR	Guerrero	-99.65074	17.021805	SSN/UNAVCO
HUAT	Oaxaca	-96.10837	15.769838	SSN
IGUA	Guerrero	-99.502383	18.39273	SSN
MEZC	Guerrero	-99.619728	17.925904	SSN
OAXA	Oaxaca	-96.733036	17.07335	SSN
OXTH	Oaxaca	-95.241	16.286	Tlalocnet/UNAVCO
PEIG	Oaxaca	-97.147537	15.99769	SSN
PENA	Colima	-104.1014	19.3905	Tlalocnet/UNAVCO
PINO	Oaxaca	-98.127347	16.393427	SSN
TECO	Colima	-103.861	18.9846	UNAVCO
TLIG	Guerrero	-98.566452	17.562627	SSN
TNMR	Michoacán	-103.3455	18.2885	Tlalocnet/UNAVCO
UCOE	Michoacán	-101.69442	19.81321	IGEF/UNAVCO
YAIG	Morelos	-99.066873	18.863262	SSN
ZIHU	Guerrero	-101.4647	17.607664	SSN

Tabla 3.3 Estaciones usadas en este trabajo, su localización y la entidad que se encarda de la distribución de datos.



Figura 3.4 Mapa mostrando la localización de las estaciones que se usaron para este trabajo.

Capítulo 4. Procesamiento de datos GNSS

El procesamiento de datos para este trabajo se realizó con el programa GIPSY-OASIS II (GOII), por sus siglas en inglés *GNSS Inferred Positioning SYstem-Orbit Analysis and SImulation Software*, el cual fue desarrollado por el *Jet Propulsion Laboratory* (JPL) del *California Institute of Technology* en Estados Unidos, para este trabajo se utilizó la versión 6.4. Es un programa especializado que corrige la posición de un punto, dado por mediciones GNSS, obteniendo posiciones precisas, usa tanto la fase portadora como los pseudorangos para realizar el procesado de datos, con el objetivo de mejorar la precisión del resultado (Gregorius, 1996). GOII es bastante complejo, a continuación, se describe de manera general su funcionamiento.

4.1 GIPSY-OASIS II

El propósito de GOII es modelar las observaciones L (fase portadora) y P (pseudorangos) usando:

$$L = \rho + c(dt - dT) + \lambda b - d_{ion} + d_{trop}$$
 Ecuación 4.1
$$P = \rho + c(dt - dT) + d_{ion} + d_{trop}$$
 Ecuación 4.2

Donde ρ es el rango entre receptor y satélite (dado por $\rho = ||R - r||$), donde R y r son los rangos geocéntricos al satélite y receptor respectivamente), c es la velocidad de la luz, dt y dT son las compensaciones de los relojes del satélite y receptor, b es un entero, sesgo de la ambigüedad de fase, y d_{ion} y d_{trop} son los retrasos ionosféricos y troposféricos, respectivamente. Los efectos que disturban la medición de los rangos, como son ruido, multitrayectorias, etcétera, están incluidos en ρ .

Este programa puede procesar datos estáticos y cinemáticos, gracias a su Filtro de Información Raíz Cuadrada o SRIF por sus siglas en inglés (*Square Root Information Filter*), el cual es sumamente estable. GIPSY y OASIS son dos diferentes paquetes, pero usan módulos comunes. GIPSY fue diseñado para aplicaciones de geodesia, mientras que OASIS es un paquete de análisis de covarianza para misiones espaciales (Robles Avalos, 2017).

Los datos de entrada deben estar en formato RINEX (*Receiver Independent Exchange Format*), el cual, de forma general, contiene un encabezado el cual nos da el nombre de la estación, nos dice el tipo de datos, intervalo de muestreo, observaciones organizadas por tiempo, etcétera (Desai, 2014).

Para realizar el procesamiento hay varios pasos a seguir que se ejecutan dentro del mismo programa, estos son ejemplificados de forma muy general en el diagrama de flujo de la Figura 4.1.



Figura 4.1 Diagrama ejemplificando el funcionamiento general del programa GIPSY-OASIS. Fuente: JPL

Se inicia con la edición de los datos utilizando el programa *ninja*, éste lee el archivo RINEX y lo convierte a binario fortran, que entra al módulo *turboedit*, donde se realizan las ediciones de la serie, removiendo los valores atípicos (*outliers*) y reparando la mayoría de las discontinuidades de la señal (*cycle slips*). A continuación, se usan combinaciones lineales de las dos frecuencias usadas para corregir el efecto de la ionosfera. Los datos son entonces guardados en archivos binarios para cada satélite y ordenados en archivos de "medición rápida" (*.qm*), que son los archivos de salida (Gregorius, 1996).

Consecutivamente estos archivos .qm son unidos por el módulo merg_qm, creando un solo archivo llamado QMfile. El siguiente paso es la adición de los modelos, usando los comandos qr_nml y s2nml, que lista las fuentes de información de las estaciones. Los modelos se dividen en dos, uno que incluye el movimiento de los satélites y otro que se refiere al modelado de los parámetros que relacionan la localización del receptor, movimiento de la Tierra y relojes del transmisor y receptor. (Gregorius, 1996).

Qregres es el módulo donde se aplican modelos físicos que incluyen, los efectos de las mares (mareas de tierra sólida, carga oceánica), nutación, precesión, perturbación por rotación, comportamiento de reloj y de fase portadora y efectos topográficos. *Qregres* aplica estos modelos físicos a las orbitas integradas y a las observaciones (archivo qm) creando un archivo de salida llamado *rgfile*, el cual contiene aproximaciones a los parámetros, que relacionan la localización del receptor, el movimiento de la Tierra y los relojes del transmisor y receptor, y valores nominales que se usaran en el filtrado posterior. Para esto, qregres formula ecuaciones lineales y estima los parámetros usando mínimos cuadrados, calcula mediciones esperadas basadas en los modelos y valores nominales, así se obtienen residuales, entre la observación real y la calculada, los archivos de entrada son, como ya se dijo, las coordenadas de la estación, altura de la antena, efectos de mareas, modelos de variación del centro de la fase de la antena, modelos de retraso ionosférico y troposférico, entre otros. Cabe resaltar que lo que se obtiene del módulo qregres son correcciones de los observables (Franco, 2006).

Posteriormente se realiza la determinación de parámetros (localización y tiempo), en un proceso llamado *wash cycle*, dentro de este proceso se usan varios módulos del programa, cada uno con su tarea específica, algunos de estos módulos se explican a continuación.

El módulo *filter*, usa el SRFI (*Square Information Filter*) para el procesamiento de datos, el cual es esencialmente un filtro de Kalman modificado, lo cual lo hace numéricamente estable, se usa para conocer la velocidad y posición de un objeto en un sistema dinámico, es decir, relacionado con el tiempo. *filter* lee los datos del archivo *rgfile* y los revisa para detectar ruido aleatorio de un evento específico y corregirlo, también recopila los atributos de las señales aleatorias y su estructura, genera cinco archivos de salida que contienen los coeficientes de la solución suavizados, sólo tres de estos archivos son los que generalmente se usan: *accume.nio, smooth.nio, uinv.nio*.

Otro modulo usado dentro de esta fase del procesado es *smapper*, que se usa para calcular y mapear la covarianza, la sensibilidad y la solución de los parámetros del proceso. Los archivos de salida son cuatro, los cuales contienen las soluciones suavizadas, las covarianzas suavizadas, sigmas del mapeo del satélite suavizado. *Posfit* es un programa que busca los archivos de salida de *smapper* y *rgfile* para generar dos archivos, uno de puntos que contiene datos de las estaciones y otro de pre-ajuste que lleva información de los residuales llamado *postfit.nio* que proviene de *postfit*.

El comando *postbreak* lee el archivo *postfit.nio* para localizar discontinuidades en los residuales (*cycle slips*) que hubieran pasado desapercibidos por Ninja. En caso de encontrarse algún *cycle slip*, el archivo QM se modifica y se vuelve a ejecutar todo el proceso por medio del programa *qregres*. Cuando solo se tienen errores por órbitas y no por estaciones terrestres basta con modificar el archivo batch.txt y ejecutar *filter, smapper* y *postfit*.

Edtpnt2 es un programa que agrega y borra datos de puntos de la solución filtrada para poder actualizar los filtros y remover los *outliers*, luego de correr este programa es necesario volver a ejecutar *smapper* y *postfit*, para evaluar los residuales y decidir si algún punto tiene que ser rechazado, en este caso el archivo *postfit.niose* modifica y se corre de nueva cuenta *smapper* y *postfit*, de lo contrario, se puede continuar con el proceso.

La herramienta *stacov* incluye los sub-programas: *stacov*, *heighfix*, *stamrg*, *statistics* y *transform*. *Stacov* extrae las coordenadas de la estación del archivo *smcov.nio* para traducirlas en un archivo comprensible para el usuario, transforma los resultados en un archivo de salida en un formato de texto que contiene las coordenadas de las estaciones y sus correspondientes errores, mientras que el subprograma *heighfix* se encarga de actualizar la altura de la antena para cada día de observación, *stamrg* estima la posición y las velocidades de la estación con lo cual se pueden graficar las soluciones para cualquier época (Gregorius, 1996).

El archivo de salida de este proceso, como ya se mencionó en el párrafo anterior, es un archivo llamado *smcov.nio* el cual contiene los parámetros estimados en formato binario, y por esto se necesita *stacov* el cual convierte a un archivo ascii, que contiene coordenadas de las estaciones más sus errores, las coordenadas son entonces transformadas al ITRF, en este caso se usó ITRF2008, lo que permite derivar velocidades de los movimientos de los puntos estudiados.

4.1.1 Archivos RINEX

Los archivos RINEX (*Receiver Independent Exchange Format*) son los archivos que se obtienen de los receptores (Figura 4.2), archivos de entrada para el procesado en GOII y contienen los siguientes tipos de archivos:

- El archivo de los datos de observación
- El archivo de datos meteorológicos.
- El archivo con el mensaje de navegación

Estos archivos tienen un máximo de 80 caracteres por línea, cada archivo se compone de encabezado y de una sección de datos. En general el encabezado da:

- El nombre de la estación
- Tipo de observaciones
- El intervalo de muestreo de las observaciones

En la sección de observaciones se encuentran los datos organizados por tiempo, las pseudodistancias se miden están metros.



Figura 4.2 Ejemplo de archivo RINEX

4.2 Aplicación del procesado GNSS

El procesamiento que se usa en este trabajo es el implementado en el Laboratorio de Geodesia Satelital o LaGeoS (Instituto de Geofísica, UNAM), el cual fue creado en el 2016 con el objetivo de proporcionar a los usuarios productos de calidad a partir de datos crudos de GPS, como son, por ejemplo, series de tiempo y mapas de desplazamiento.

Para explicar el procedimiento seguido para procesar los datos GPS en este trabajo, se da una reseña en el siguiente esquema:



Figura 4.3 Diagrama mostrando los pasos que se siguieron para el procesado de GNSS. El * denota que ese paso esta desglosado en la Figura 4.4.

Hay algunos datos disponibles en la web los cuales son libres para su descarga, se pueden obtener del website de Tlalocnet, que es una red de GPS con la finalidad de estudiar el clima, procesos atmosféricos, ciclos de terremotos y procesos tectónicos en México, disponibles en:

http://tlalocnet.udg.mx/tlalocnetgsac/gsacapi/file/form

Es posible escoger el rango de fechas y el tipo de archivo, en este caso se usaron los archivos *RINEX* observation file.

La mayoría de los datos usados en este trabajo provienen del SSN (Servicio Sismológico Nacional, UNAM), para poder obtenerlos y hacer uso de ellos se debe contactar a la entidad.

Las series de tiempo ya procesadas se encuentran en el LaGeoS, para las estaciones que no estaban ya dentro de su base de datos, fue necesario editar varios archivos que usa el GOII como entrada, es importante mencionar que el formato al rellenar los siguientes archivos es sumamente importante. Los archivos que necesitan ser modificados cuando se agregan estaciones para su procesado son:

- database.dat: Agregar estación y sus coordenadas
- **sitevecs:** Agregar nombre de la estación, tipo de antena, altura, domo.
- **stalocs:** Se incluyen las coordenadas XYZ de la estación.

Posteriormente se necesitan bajar los valores de cargas oceánicas en la localización de las estaciones, los cuales se pueden obtener de la página de internet:

http://holt.oso.chalmers.se/loading/

Donde se seleccionó el modelo de cargas GOT00.2, escogiendo también el centro de masa de las mareas, para así tener congruencia con las consideraciones que hace el JPL para generar sus productos (Tabla 3.2). Los valores que se obtienen se insertan en el archivo de cargas oceánicas, el cual contiene los valores de cargas oceánicas para todas las estaciones.

Una vez actualizados los archivos necesarios y que los archivos Rinex se encuentran en la el directorio adecuado se puede correr entonces el procesado usando GOII.

En el LaGeoS, a cargo de la Dra. Sara Franco, ya se tiene una metodología establecida para procesado usando parámetros específicos de GOII (com personal Fraco 2018), la cual se siguió para este trabajo, esto asegura que todas las series de tiempo usadas son procesadas con parámetros homogéneos, por lo tanto, los resultados son comparables. Una descripción general de esta metodología se muestra en la Figura 4.4.



Figura 4.4 Diagrama de los pasos dentro del GIPSY OASIS II.

Las series de tiempo usadas son de desplazamientos con respecto a Norteamérica, a partir de una referencia temporal escogida se obtienen las deltas, realizando una conversión a un sistema coordenado local o ENU (*East-North-Up*), las series de tiempo resultantes se encuentran en el Anexo 1.

Capítulo 5. Transformada Wavelet y sus características

El análisis wavelet es una herramienta para analizar variaciones localizadas de potencia dentro de una serie de tiempo (Torrence & Compo, 1998). A partir de la descomposición de una serie de tiempo en el espacio tiempo-frecuencia, es posible analizar la evolución de sus periodicidades. La transformada Wavelet puede ser usada para analizar series de tiempo que contienen potencias no estacionarias en frecuencias diferentes (Velasco & Mendoza, 2007), es decir, se obtiene la información de la amplitud de cualquier señal periódica dentro de la serie, y como ésta cambia a través del tiempo.

Muchas series de tiempo en geofísica exhiben no estacionaridad, mientras que otras series pueden contener señales periódicas dominantes, estas señales pueden variar en amplitud y frecuencia a través de largos periodos de tiempo. Idealmente, se quieren separar las oscilaciones de corto periodo de las de largo periodo. Encontrar un comportamiento predecible, como son las tendencias o periodicidades, es de gran interés. La mayoría de los métodos tradicionales que examinan las periodicidades en el dominio de las frecuencias, como es el análisis de Fourier, asumen que los procesos fundamentales son estacionarios en el tiempo, sin embargo, la transformada wavelet expande la serie de tiempo en el espacio de las frecuencias por consiguiente puede encontrar periodicidades intermitentes localizadas (Grinsted et al., 2004).

Hay dos tipos de transformada wavelet, la forma continua (CWT, *Continuous Wavelet Transform*) y la discreta (DWT, *Discrete Wavelet Transform*). La DWT es una representación compacta de los datos y es particularmente útil para la reducción de ruido y comprensión de los datos, mientras que la CWT es mejor para la extracción de características. En este trabajo se usó la CWT.

Una "wavelet" u ondícula (a veces también llamada función madre) es una función con media cero, y que se localiza en el espacio de las frecuencias y del tiempo. Se puede caracterizar una ondícula por que tan localizada está en el dominio del tiempo y de las frecuencias, donde localización de una función en el tiempo-frecuencia se refiere a, en donde la función esta principalmente concentrada, es decir, a que región del plano tiempo-frecuencia está restringida, siendo compatible con el principio de incertidumbre de Heisenberg, el cual dice que hay una equivalencia entre localización en tiempo y frecuencia. Así, la CWT posee propiedades de localización tanto en el dominio del tiempo como en el de las frecuencias, y por consiguiente provee información importante de la señal en diferentes niveles de resolución, convirtiéndose en una herramienta útil para encontrar sus características, ya que la wavelet se comporta como una función ventana en ambos dominios (Grinsted et al., 2004).

A partir de la wavelet escogida se calcula la transformada Wavelet. Para calcular la transformada wavelet, la serie de tiempo debe contener 2ⁿ elementos, en caso de no ser así, es rellenada con ceros y el cono de influencia (COI) es usado, que es la región del espectro wavelet donde fuera de ella los efectos de esquina se vuelven significantes (se describirá a mayor profundidad más adelante).

Se asume que se tiene una serie de tiempo x_n , con un delta de tiempo δt constante. También es asumido que se tiene una función wavelet $\Psi_0(\eta)$, que depende del parámetro "tiempo" no dimensional η . Para ser admisible como una wavelet, esta función debe de tener media cero y ser localizada en el espacio de tiempo y frecuencia (Torrence y Compo, 1998). La función madre usada en este trabajo es la ondicula
Morlet, ya que da mejor resolución de periodicidad y es compleja, permitiendo filtrar la serie en anchos de bandas, esta ondícula consiste en un plano de onda exponencial modulado por un Gaussiano:

$$\Psi_0(\eta) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0 \eta} e^{-\eta^2/2}$$
 Ecuación 5.1

Donde ω_0 es la frecuencia adimensional y η es el tiempo adimensional. La idea detrás de CWT es la de aplicar la ondícula como un filtro pasa bandas a la serie de tiempo. La ondícula se estira en el tiempo variando la escala (*s*), para que entonces $\eta = s \cdot t$, normalizándola para tener la energía unitaria.



Figura 5.1. Wavelet tipo Morlet, la línea seguida es la parte real, y la línea punteada es la parte imaginaria en el domino del tiempo. La grafica de la derecha dan las wavelets correspondientes en el dominio de la frecuencia. Fuente: Torrence & Compo, 1998.

La transformada continua wavelet, que es la usada para este trabajo, para una secuencia discreta x_n es definida como una convolución de x_n con una versión escalada de $\Psi_0(\eta)$:

$$W_n(S) = \sum_{n'=0}^{N-1} x_{n'} \Psi^* \left[\frac{(n'-n)\delta t}{s} \right] \qquad \text{Ecuación 5.2}$$

Donde el (*) indica el conjugado complejo. Variando la escala wavelet *s* y moviéndose a través del índice de tiempo localizado *n*, se puede construir una figura mostrando, la amplitud de cualquier rasgo, contra la escala y como está amplitud varia con el tiempo. De la ecuación 5.2 se puede concluir que la CWT, es la suma a través del tiempo de la señal x_n , multiplicada por versiones escaladas y desfasadas de la ondícula madre (wavelets). Aunque es posible realizar los cálculos de transformada wavelet con la ecuación 5.2, es considerablemente más rápido realizarla en el espacio de Fourier.

Para aproximar la transformada continua wavelet, la convolución (5.2) debe repetirse *N* veces para cada escala, donde N es el número de puntos en la serie de tiempo. Escogiendo N puntos, el teorema de convolución nos permite realizar las N convoluciones simultáneamente en el espacio de Fourier usando una transformada de Fourier discreta (DFT). La cual se describe como:

$$\widehat{X_t} = rac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{-2ikn/N}$$
 Ecuación 5.3

Donde k=0 ... N-1 es el índice de frecuencia. En el límite continuo, la transformada de Fourier de una función $\Psi(t/s)$ es dado por $\widehat{\Psi}(s\omega)$. Por el teorema de convolución, la transformada wavelet es la transformada de Fourier del producto:

$$W_n(S) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}_k \hat{\Psi}(s\omega_k) e^{i\omega_k n\partial t}$$
 Ecuación 5.4

Donde la frecuencia angular está definida como

$$\omega_{k} = \begin{cases} \frac{2\pi k}{N\delta t} : k \leq \frac{N}{2} \\ -\frac{2\pi k}{N\delta t} : k > \frac{N}{2} \end{cases}$$
 Ecuación 5.5

Usando la ecuación 5.4 y una rutina estándar de transformada de Fourier, se puede calcular la transformada continua wavelet (para una *s* dada) para todas las *n* simultáneamente y eficientemente.

Torrence y Compo (1998) describen la potencia de la wavelet como $|W_n^X(S)|^2$, donde $W_n^X(S)$ es la transformada wavelet de una serie de tiempo X y n es el índice de tiempo. Para el espectro wavelet, se estimó el nivel de significancia para cada escala usando solo valores fuera del cono de influencia (COI), debido a los artefactos de esquina de la CWT causados por la ondicula no completamente localizada en tiempo.

El tamaño del COI a cada escala también es una medida del tiempo de descorrelación, con esto se puede distinguir entre un pico en los datos (posiblemente debido a ruido aleatorio) y un componente harmónico en la frecuencia de Fourier equivalente (Torrence y Compo, 1998).

Para calcular el nivel de confianza, se normaliza la serie de tiempo, así se consigue una distribución Gaussiana (Velasco et al., 2015), para asegurar que las diferentes escalas *s* son comparables entre sí y con otras series de tiempo, la función wavelet a cada escala *s* es normalizada para tener energía unitaria:

$$\widehat{\Psi}(s\omega_k) = \left(rac{2\pi}{\delta t}
ight)^{1/2} \widehat{\Psi}_0(s\omega_k)$$
 Ecuación 5.6

Se calculó para este trabajo la densidad de potencia espectral (PSD por su nombre en inglés Power Spectral Density) de cada una de las series de datos, el intervalo de 95% de confianza está marcado por una línea más gruesa en las gráficas.

Para determinar el nivel de significancia del espectro global, es necesario escoger un espectro adecuado de ruido ambiental. Para muchos fenómenos, un espectro de ruido blanco (con un espectro de Fourier plano) o de ruido rojo (Incrementa la potencia con disminución de frecuencia), es suficientemente bueno para obtener buenos resultados, esto se explicará más a detalle en las siguientes páginas. Muchas series de tiempo en geofísica tienen un ruido rojo distintivo que puede ser modelado fácilmente por un modelo de auto-regresión de primer orden (ARI). Para el cálculo de significancias en este trabajo, se usó ruido rojo.

Espectro de Potencia Wavelet

El espectro global wavelet, que también se incluye, está definido por Torrence y Compo (1998) como: $WGS(s) = \sum_n |W_n^X(S)|^2$, donde $|W_n^X(S)|^2$ es el espectro wavelet de potencia con $W_n^X(S)$ como la transformada Wavelet de la serie X. Es útil para observar la potencia de contribución de cada periodicidad en el COI.

Como la función wavelet $\Psi(n)$ es en general compleja, la transformada wavelet $W_n(S)$ lo es también. La transformada puede entonces ser dividida en su parte real, $\Re\{W_n(S)\}$, y la parte imaginaria, $\Im\{W_n(S)\}$,

o en su amplitud, $|W_n(S)|$, y fase, $tan^{-1}[\Im\{W_n(S)\}^n/\Re\{W_n(S)\}\}$. Finalmente, se puede definir el espectro de potencia wavelet como $|W_n(S)|^2$.

Funciones Wavelet

Las funciones wavelet Morlet y Paul son complejas, mientras que DOGs solo tiene valores reales. El ancho de la función wavelet es definida como el tiempo "*e-folding*" de la amplitud en la función wavelet. La resolución de una función wavelet está determinada por el balance entre el ancho en el espacio real y el ancho en el espacio de Fourier. Una función angosta (en el tiempo) tendrá una buena resolución en el tiempo, pero una pobre resolución en las frecuencias, mientas que una función amplia tiene pobre resolución en el tiempo, pero buena resolución en el espacio de las frecuencias.



Figura 5.2. Cuatro diferentes funciones wavelet. Las gráficas de la izquierda dan la parte real (línea continua) y la imaginaria (línea punteada) para las wavelets en el domino del tiempo. Los gráficos de la derecha dan la wavelet correspondiente en el dominio de la frecuencia. Fuente: Torrence y Compo, 1998.

La función wavelet debe reflejar el tipo de características presentes en la serie de tiempo. Para series de tiempo con saltos pronunciados, se debe escoger una función tipo "*boxcar*" como lo es la función *Harr*, mientras que para series de tiempo que varían suavemente se debe escoger una función que también varíe suavemente como lo es la de cosenos amortiguados. Si se está interesado primordialmente en el espectro de potencia wavelet, entonces la opción de wavelet no es crítica, ya que cualquier función dará los mismos resultados cualitativos.

Escalas

Una vez que la función wavelet se escogió, es necesario escoger una serie de escalas *s* para usar en la transformada (5.4). En el caso de la wavelet usada en este trabajo se escogieron una serie de escalas arbitrarias para construir un gráfico más completo. Es conveniente escribir las escalas en función de potencias de dos:

$$s_j = s_0 2^{j\delta j}, j = 0, 1, ..., J$$
 Ecuación 5.7
 $J = \delta j^{-1} log_2(N\delta t/s_0)$ Ecuación 5.8

Donde s_0 es la escala mas pequeña que se usará y *J* determina la escala más grande. El valor de s_0 debe escogerse tal que su equivalente periodo de Fourier es aproximadamente $2\delta t$. La opción de escoger un *valor* de δj lo suficientemente pequeño depende del ancho de la función wavelet en el espacio espectral. Para la función Morlet, un δj de 0.5 es el valor más grande que aún da un muestreo de escala adecuado, mientras que para otras funciones wavelet, un valor más grande puede ser usado. Entre más pequeño sea el δj mayor resolución tenemos.

Cono de Influencia

Debido a que se trabaja frecuentemente con series de tiempo finitas, ocurren errores al principio y al final del espectro de potencia wavelet, ya que la transformada de Fourier en (5.4) asume que los datos son cíclicos. Para remediar esto, se rellena el final de la serie con ceros antes de realizar la transformada wavelet y posteriormente son removidos. En este trabajo se rellenó de ceros la serie de datos hasta llegar a un número de datos igual al siguiente valor de 2^N , para así limitar los efectos de esquina y así agilizar la transformada transformada de Fourier.

El agregar ceros introduce discontinuidades en las esquinas, y cuando las escalas son más grandes, la amplitud decrece cerca de las esquinas ya que hay más ceros en el análisis. Como ya se mencionó, el COI es la región del espectro wavelet en el cual los efectos de esquina se vuelven importantes, es definida normalmente como tiempo *e-folding* para la autocorrelación de la potencia wavelet a cada escala. Este tiempo *e-folding* se escoge para que la potencia wavelet en una discontinuidad de esquina se reduzca a un factor de e^{-2} y así asegura que el efecto de esquina es despreciable pasado este punto. El tamaño del COI para cada escala da una medición del tiempo de descorrelación para un pico en la serie de tiempo. Se logra comparando el ancho del pico en el espectro de potencia wavelet con este tiempo de descorrelación, así se puede distinguir entre un pico en los datos (posiblemente debido a ruido aleatorio) y un componente armónico en la frecuencia de Fourier equivalente.

Escala wavelet y frecuencia de Fourier

Examinando las ondas en la Figura 5.2, se puede observar que el pico en $\widehat{\Psi}(s\omega)$ no necesariamente ocurre en la frecuencia s^{-1} . Siguiendo el método de Meyers et al. (1993), la relación entre periodo equivalente de Fourier y la escala wavelet puede ser derivada analíticamente para cada función wavelet en particular, esto se logra sustituyendo la onda coseno de una frecuencia conocida en (5.4) y calculando la escala *s* a la cual el espectro de potencia wavelet alcanza un máximo. Para la onda Morlet con $\omega_0 = 6$, nos da un valor de $\lambda = 1.03s$, donde λ es el periodo de Fourier, indicando que para la onda Morlet (la cual usamos en este trabajo) la escala wavelet es casi igual al periodo de Fourier.

Reconstrucción

Debido a que la transformada wavelet es un filtro pasabandas con una función de respuesta conocida (función wavelet), es posible reconstruir la serie de tiempo original usando, ya sea la deconvolución o el filtro inverso. En el caso de la transformada continua wavelet es un poco complejo debido a la redundancia en tiempo y escalas. Sin embargo, esta redundancia también hace posible la reconstrucción de las series de tiempo usando una función wavelet completamente diferente. La más fácil de usar es la función delta (δ). En este caso, la serie de tiempo reconstruida es la suma de la parte real de la transformada wavelet en todas las escalas:

$$x_m = \frac{\delta j \delta t^{1/2}}{C_{\delta} \Psi_0(0)} \sum_{j=0}^{J} \frac{\Re\{W_n(s_j)\}}{s_j^{1/2}} \qquad \textit{Ecuación 5.9}$$

El factor $\Psi_0(0)$ remueve la energía escalada, mientras que $s_j^{1/2}$ convierte la transformada wavelet en una densidad de energía. El factor C_δ viene de la reconstrucción de una función δ , de su transformada wavelet usando la función $\Psi_0(\eta)$. El valor C_δ es una constante para cada función wavelet, entonces, para la función Morlet, $C_\delta = 0.776$.

Niveles de significancia

Para determinar los niveles de significancia para los espectros de Fourier o wavelet, se necesita primeramente escoger un espectro de fondo (*background*). Se asume que diferentes realizaciones del proceso geofísico son distribuidas aleatoriamente alrededor de su media o de su fondo (*background*) esperado, entonces el espectro real puede ser comparado contra esta distribución aleatoria. Como ya se dijo, para muchos fenómenos geofísicos, un espectro de fondo adecuado es el ruido blanco ó ruido rojo, para mayor información en cómo se calculan los espectros de ruido se puede consultar el artículo de Torrence y Compo (1998) donde se explica a detalle.

La hipótesis que se usa para los niveles de significancia es, se asume que la seria de tiempo tiene un espectro de potencia medio, por lo tanto, si un pico en el espectro de potencia es significativamente más grande que el espectro ambiente o de fondo, entonces se puede asumir que es un rasgo real de la serie de tiempo con un porcentaje de confianza dado. Por definición, un nivel de significancia del 5% es equivalente a un nivel de confianza del 95%, lo que implica que se realizó una comparación con un cierto nivel de fondo, mientras que, cuando se habla de un intervalo de confianza del 95% se refiere a un rango de confianza con respecto a un valor dado. Para mayor información en cómo se calculan los niveles de significancia se puede consultar el artículo de Torrence y Compo (1998) donde se explica a detalle. En este trabajo el nivel de confianza del 95% se resalta con líneas gruesas en las gráficas del espectro wavelet.

Capítulo 6. Aplicación de la Transformada Wavelet

El rango de tiempo máximo usado en los datos de GNSS es de 2000-2018.5, pero debido a que las estaciones fueron instaladas en el transcurso de muchos años, las series de tiempo tienen diferentes longitudes y frecuentemente presentan huecos, como se puede ver en las series de tiempo presentadas en el capítulo 4.

Las estaciones permanentes generan un archivo de observación cada 24 horas, a una tasa de muestreo de 30 segundos, en este trabajo se usan los archivos de salida del GOII, es decir, series de tiempo con un valor de desplazamiento post-procesado diario con respecto a Norteamérica, como entrada para la transformada wavelet.

Las series de tiempo se encuentran en un archivo de texto con seis columnas, donde la primera es el tiempo de medición, la segunda es el valor del desplazamiento en centímetros de la componente, puede ser latitud, longitud o altura, la tercera es el error de la medición, y las siguientes columnas dan la fecha en año, mes y día.

Para el procesado de las series de tiempo de GPS, un script en Python fue creado (Anexo 2), el cual lee los archivos de entrada (series de tiempo), y posteriormente extrae las columnas de tiempo y de desplazamiento en las diferentes componentes (altura, latitud, longitud), calcula la deriva lineal de la serie de tiempo para luego removerla, posteriormente se le aplica un filtrado, usando un filtro de Kalman modificado, para remover periodos que no nos interesan (ruido), este proceso es específico para cada área de estudio como se mostrará posteriormente, por último ya con los datos lo más "limpios" posibles, se calcula la transformada wavelet y se crean las gráficas. Debido a que se analizaron todas las estaciones disponibles, se llegó a la conclusión de que generalizar las series de tiempo no es lo ideal, ya que, debido a los múltiples terremotos en México, se observan grandes desplazamientos cosísmicos y postsísmicos, los cuales crean funciones escalón que enmascaran las características de menor magnitud del resto de la señal, por lo que para algunas estaciones como lo es PINO (Figura 6.1), se necesita realizar un procesado consiste en calcular la tendencia de los datos previos y posteriores al evento, remover las tendencias, y posteriormente calcular la media de 40 datos antes y después de la función escalón, encontrar la diferencia entre ambas medias y removerla.



Figura 6.1 Series de tiempo de la estación PINO, mostrando los escalones debidos al sismo de marzo del 2012. Las líneas negras punteadas muestran terremotos de $M_w > 6.5$, y otros sismos dentro del estado de Guerrero que coinciden con algún salto importante en las series de tiempo, estos últimos fueron incluidos solo por motivos de investigación.

La transformada wavelet se realizó usando como base los códigos fuente de Torrence y Compo traducidos a python, modificándolos para el objetivo de este trabajo, los pasos involucrados en el uso del análisis wavelet son los siguientes:

- 1) Encontrar la transformada de Fourier de la serie de tiempo.
- 2) Escoger una función wavelet y encontrar su transformada de Fourier.
- 3) Escoger la mínima escala S_0 y el número de escalas a analizar.
- 4) Para cada escala, construir la función wavelet normalizada usando

 $\widehat{\Psi}(s\omega_k) = (2\pi s/\delta t)^{(1/2)} \widehat{\Psi}_0(sw_k)$ Ecuación 6.1

5) Encontrar la transformada wavelet usando esta escala

$$W_n(S) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}_k \hat{\Psi}^* (s\omega_k)^* ei\omega_K n\delta t \quad \text{Ecuación 6.2}$$

6) Reconstrucción de la señal, como la transformada wavelet es un filtro pasa bandas con una función de respuesta conocida (función wavelet), es posible reconstruir la serie de tiempo original, que se obtiene sumando la parte real de la transformada wavelet en todas las escalas.

Parámetros usados en la transformada wavelet

 S_0 debe ser escogida de tal manera que el Periodo de Fourier equivalente es aproximadamente $2\delta t$, en este trabajo se usó este valor predeterminado. De este parámetro depende el muestreo adecuado de las frecuencias presentes en nuestra serie de tiempo.

 δj Este valor debe ser lo suficientemente pequeño y depende del ancho del espacio espectral de la función wavelet, en este trabajo se usó la función Morlet, y para ésta un δj de 0.5 es el máximo valor que da un muestreo aceptable en escala. Se usó un valor de 0.25.

J que es el número de escalas que usará la transformada, se calcula $J = \delta j^{-1} log_2(N\delta t/s_0)$, donde N es el número de datos. Para este trabajo J se calcula automáticamente con la fórmula anterior.

El código usado para la transformada wavelet usa un cono de Influencia (COI) y un nivel de confianza del 95%.

Descripción de los resultados

A continuación, se muestra una de las series de tiempo que se ha usado para reconocer los sismos lentos en México, la estación CAYA que se encuentra sobre la brecha en el estado de Guerrero, su serie de tiempo es de gran importancia científica debido a la marcada firma que se puede observar de los deslizamientos lentos, estos eventos son más fácilmente reconocibles en estaciones cercanas a la trinchera que dentro del continente. Se muestran las gráficas obtenidas para cada una de las componentes, altura o vertical, latitud y longitud, los sismos lentos son señalados con las flechas grises, en el caso del 2018 se muestra un signo de interrogación dentro la fecha, ya que no se sabe con certeza si es el comienzo de un nuevo sismo lento.

La línea verde en las siguientes 3 gráficas es la señal post procesada de GOII, y la azul es la reconstrucción de la señal posterior a la transformada. A estas series de tiempo simplemente se le resto la tendencia

calculada, pero ningún otro tipo de post procesado ha sido aplicado, se muestran para ejemplificar en los siguientes capítulos como cambia el resultado después del post procesado sugerido en este trabajo. Las líneas verticales punteadas representan sismos de diferentes magnitudes, el color morado es para sismos en México pertinentes al área de estudio de este trabajo, de magnitud 6.5-7, las líneas rojas denotan sismos de 7-7.5 y las negras sismos mayores a 7.5.

Bajo la serie de tiempo se encuentra el espectro de potencia de la transformada Wavelet, el cual nos muestra el contenido de periodos de la señal y sus cambios en el tiempo, teniendo mayor potencia (en rojo) cuando el periodo existe. Las periodicidades significativas están contenidas dentro del COI (nivel de confianza del 95%), su contorno esta sombreado ligeramente. El contorno ligeramente más grueso muestra el nivel de 95% de confianza con respecto al espectro de ruido rojo. La escala mostrada a la derecha muestra la escala de potencias con valores arbitrarios.

A la izquierda está el espectro global Wavelet, el cual muestra la contribución en potencia de cada una de las periodicidades de la serie de tiempo dentro del cono de influencia, el intervalo de confianza del 95% está marcado con una línea punteada negra.



Figura 6.2 Serie de tiempo(a), espectro de potencia Wavelet (b) y espectro global Wavelet (c) para la estación Caya (altura).En a las líneas verticales punteadas representan sismos de diferentes magnitudes en el área de estudio, el color morado es para sismos de magnitud 6.5-7, las líneas rojas denotan sismos de 7-7.5 y las negras sismos mayores a 7.5. Las flechas grises muestran la parte de la señal que se conoce como SSE, el signo de interrogación en la flecha del 2017-2018 denota que tal vez es el inició de un nuevo SSE. En b, se muestra el contenido de periodos de la señal y sus cambios en el tiempo, teniendo mayor potencia (en rojo) cuando el periodo existe, el contorno ligeramente más negro marca el área con 95% de confianza con respecto al espectro de ruido rojo, la escala a la derecha muestra la escala de potencias usando valores arbitrarios. En c, se muestra la contribución en potencia normalizada de cada una de las periodicidades, el intervalo de confianza del 95% está marcado con una línea punteada negra.



Figura 6.3 Serie de tiempo, espectro de potencia Wavelet y espectro global Wavelet para la estación Caya (latitud). Explicación en Figura 6.2



Figura 6.4 Serie de tiempo, espectro de potencia Wavelet y espectro global Wavelet para la estación Caya (longitud). Explicación en Figura 6.2.

De las figuras anteriores se pueden observar varios rasgos importantes, para su fácil comparación los espectros globales de cada una de las tres figuras anteriores (Gráficas "c") se conjuntan en una sola figura

(Figura 6.5). En el caso de la componente de altura se puede notar una fuerte influencia de un ciclo casi anual (Figura 6.5, línea azul), es considerado como ruido para nuestros propósitos, debido a que es observable en estaciones a grandes distancias y tiene una alta correlación entre estaciones, lo cual es indicativo de que su origen no es tectónico, es llamado comúnmente ruido común o ruido de moda común (Brudzinski et al., 2016), del cual se hablará en el capítulo siguiente. Se pueden observar también periodos menores de un año, los cuales se encuentran más marcados en la componente longitud (línea roja). Lo que se busca con el procesado propuesto en este trabajo, es encontrar otra técnica, semejante a la de remoción de ruido de moda común desarrollada por Márquez-Azua y De Mets (2003), pero de uso en tiempo real, para poder distinguir el comienzo o la existencia de deslizamientos lentos en diferentes áreas de la República, los cuales normalmente están enmascarados por diferentes ruidos.



Figura 6.5 Espectro Global de las 3 componentes de la estación Caya (gráfica c de las Figuras 6.2, 6.3 y 6.4)

Capítulo 7. Ruido en las series de tiempo GPS

Estudiar las características de series de tiempo GPS no es una tarea elemental, son necesarias gran habilidad y experiencia, debido a la cantidad de información contenida en los datos GPS, es necesario identificar que partes de la señal son ruido dependiendo del parámetro que se quiera estudiar y encontrar procedimientos que se adecuen y realicen un buen trabajo de remoción de ruido.

Como se mostró en el capítulo 6, existen periodos en la señal que se pueden reconocer como ruido, tanto aleatorio como correlacionado temporalmente con estaciones a distancias de hasta 1000 Km, también como se mencionó en el capítulo 3, a estas fuentes de ruido se suman los errores diarios correlacionados regionalmente causados por las orbitas de satélite, carga de agua de la atmósfera e hidrósfera, incertidumbres del marco de referencia, etcétera. Así mismo, los errores particulares de alguna estación pueden resultar del pobre conteo de fases de la antena GPS y por movimiento en el monumento donde se encuentra el equipo (Márquez et al., 2003).

A partir de la cros-correlación entre las series de tiempo, realizada en el trabajo de Márquez y De Mets del 2003, se muestra que gran parte del ruido se correlaciona entre estaciones dependiendo de la distancia entre ellas, es decir estaciones con distancia entre ellas de hasta 1000 Km mostraron una correlación del 0.95, al menos en la componente norte (los coeficientes no son tan altos para las otras dos componentes), siendo cero para estaciones a distancias mayores de 6000 Km. En el caso del trabajo de Brudzinski et al. (2016), donde se aplicó la misma técnica de remoción de ruido de moda común, las correcciones redujeron el ruido diario y de periodo largo cerca de un 50%.

Las técnicas de remoción de ruido que se han utilizado comúnmente implican la identificación y apilamiento de los errores residuales obtenidos de la diferencia con respecto a la tendencia lineal de los datos, una técnica realizada por Wdowinski et al. (1997) y aplicada con modificaciones en estaciones de México, tomando en cuenta variaciones suavizadas en distancias más grandes, para una explicación detallada de cómo se usó esa técnica se puede consultar el trabajo de Márquez y De Mets (2003). Es importante mencionar que para usar este método es necesario contar con varias estaciones para poder crear el modelo de ruido de moda común que posteriormente será removido de las series de tiempo, así como decidir que estaciones contribuyen mayormente en el cálculo del ruido de moda común y que series de tiempo no son aptas para su uso, debido a que no son lo suficientemente largas o contienen ruido.

Una restricción que parece estar presente en los resultados usando esta técnica, es la fase del ruido común, como se menciona en el trabajo de Brudzinski et al. (2016), para algunas estaciones la varianza se reduce significativamente, pero para estaciones donde el ruido estacional está prácticamente en la misma fase que el ruido común el resultado no es el óptimo.

A partir de la información anterior se puede concluir, que esta técnica de remoción de ruido aunque es exitosa en la mayoría de los casos, no lo es para todo las series de tiempo en México, y para su aplicación es necesario realizar inspecciones visuales y matemáticas previas a cada serie, también es necesario hacer tratamiento de los desplazamientos cosísmicos y postsísmicos, por lo que no es una opción viable para cumplir los objetivos de este trabajo, ya que se busca encontrar fácilmente y de manera cuasi real el inicio de los sismos lentos, por lo anterior se propone una técnica de filtrado especial, para la cual solo es necesario establecer parámetros particulares para la señal una vez y posteriormente si existen

desplazamientos cosísmicos marcados con una función escalón es necesario removerlos. Para remover periodos dados (ruido) de las señales se usó un filtro de Kalman modificado.

7.1 Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo de predicción que toma en cuenta la incertidumbre o los errores aleatorios, funciona muy bien con señales con mucho ruido y aprovecha la correlación entre fenómenos. Este tipo de filtro es útil si el sistema está continuamente cambiando, es decir, no se necesita tener todos los datos ya que es un sistema recursivo, no usa mucha memoria, y es rápido ya que no se necesita invertir los datos, lo que los hace adecuados para problemas de tiempo real (Alex Becker, 2018). Es un estimador optimo debido a que puede inferir parámetros a partir de observaciones indirectas, inexactas o con incertidumbre. Es óptimo porque si el ruido de la señal es Gaussiano, el filtro de Kalman minimiza el error medio cuadrado de los parámetros estimados. Este filtro no solo obtiene la mejor estimación a partir de datos ruidosos limpiando la señal, sino que también, proyecta las observaciones dentro de un estado estimado, el cual es un vector que contiene el pasado del sistema completo para poder predecir el futuro (Tim Babb, 2015-2018).

Dependiendo del sistema que se tenga se usan diferentes versiones del filtro de Kalman, para sistemas lineales se usa el filtro de Kalman sencillo (*KF*) y para sistemas no lineales se usa la forma extendida del filtro (*EKF*), el cual funciona linealizando las predicciones y mediciones alrededor de la media. También existe el llamado *Unscented Kalman Filter* (*UKM*) que es usado cuando el sistema no es lineal y el ruido no tiene una distribución Gaussiana.

No se describirá a profundidad el filtro, solo se explicará de manera general su funcionamiento. Para su uso se debe tener una matriz de covarianzas, la media de las variables, una matriz de predicciones y en caso de existir influencia externa se debe dar una matriz de control y un vector de control. Se realiza un mejor estimado a partir de una predicción realizada del mejor estimado previo más una corrección por una influencia externa conocida. La nueva incertidumbre es predicha usando la incertidumbre previa más incertidumbre por el medio.

$$\hat{x}_{k} = F_{k}\hat{x}_{k-1} + B_{k}\overrightarrow{U_{k}}$$
 Ecuación 7.1
$$P_{k} = F_{k}P_{k-1}F_{k}^{T} + Q_{k}$$
 Ecuación 7.2

Donde \hat{x}_k es la nueva mejor estimación, B_k es la matriz de control, $\overrightarrow{U_k}$ el vector control, F_k es la matriz de predicciones, \hat{x}_{k-1} es la mejor estimación previa, Q_k es la matriz de covarianzas, P_k es la nueva incertidumbre.

No se incluyen en este apartado las ecuaciones generales del filtro del Kalman las cuales son de forma matricial.

7.2 Aplicación del filtro de Kalman modificado

La ecuación incluida en el código de este trabajo es una versión modificada del filtro (Dr. V. Velasco., 2017, Tema selecto de ciencias espaciales, teoría de señales y espectral, Posgrado en Ciencias de la Tierra, UNAM).) como ya se dijo anteriormente, de la siguiente manera:

$$\hat{x}_k = (\hat{x}_{k-1} + By_k dt) e^{Adt}$$
 Ecuación 7.3

Donde \hat{x}_{k-1} es la mejor estimación anterior, B=1/T y A=-1/T, T es el periodo por remover de la señal, y dt es el intervalo de muestreo, que como se puede observar es una constante.

Para este trabajo se aplicó el filtro 2 veces removiendo partes de la señal de altas frecuencias que no son de interés para los objetivos de este trabajo. Como se mostrará en la sección de resultados, las series de tiempo se dividieron por áreas, con el fin de poder visualizar el conjunto de datos con mayor facilidad y poder distinguir rasgos comunes entre ellos. Gracias a esta división y a los rasgos comunes se pueden obtener valores de *T* iguales para el filtrado de todas las señales en una misma área.

En las siguientes figuras (7.1, 7.2 y 7.3) se muestra la aplicación del filtro para la estación CAYA, la línea verde muestra los datos originales provenientes del GOII, la línea roja muestra la serie filtrada, la transformada wavelet es de la serie filtrada.



Figura 7.1 Serie de tiempo original, serie filtrada, espectro de potencia Wavelet y espectro global Wavelet para la estación Caya, (altura,) las líneas verticales punteadas representan sismos de diferentes magnitudes en el área de estudio, el color morado es para sismos de magnitud 6.5-7, las líneas rojas denotan sismos de 7-7.5 y las negras sismos mayores a 7.5.



Figura 7.2 Serie de tiempo original, serie filtrada, espectro de potencia Wavelet y espectro global Wavelet para la estación Caya (latitud), las líneas verticales punteadas representan sismos de diferentes magnitudes en el área de estudio, el color morado es para sismos de magnitud 6.5-7, las líneas rojas denotan sismos de 7-7.5 y las negras sismos mayores a 7.5.



Figura 7.3 Serie de tiempo original, serie filtrada, espectro de potencia Wavelet y espectro global Wavelet para la estación Caya (longitud), las líneas verticales punteadas representan sismos de diferentes magnitudes en el área de estudio, el color morado es para sismos de magnitud 6.5-7, las líneas rojas denotan sismos de 7-7.5 y las negras sismos mayores a 7.5.



Figura 7.4 Espectro global de las tres componentes (altura, latitud y longitud) para la estación CAYA.

A partir de las figuras anteriores, se puede observar que se reduce la influencia de periodos menores a 2 años, tanto en el espectro de potencias como en el espectro global, acentuándose el periodo de 3.4 años que es el de interés, igualmente se puede observar que existe la misma firma en las tres componentes y están en fase completamente. Entonces, se espera que la remoción del ruido en las series de tiempo nos ayude a poder distinguir diferentes rasgos en las series de tiempo, mostrando, en caso de existir, los SSE que no son de tan gran magnitud como en el ejemplo mostrado (Figura 7.3).

Capítulo 8. Fase Instantánea y Transformada de Hilbert

En 1743 Euler dedujo la formula $e^{jz} = \cos(z) + j\sin(z)$, posteriormente se uso está formula para introducir la notación compleja de la onda harmónica en ingeniería eléctrica, así se obtuvo:

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$$

Después, a principios del siglo XX, el científico David Hilbert mostró que la función $sin(\omega t)$ es la transformada de Hilbert de $cos(\omega t)$. Lo cual dio lugar al operador desplazamiento de fase $\pm \pi/2$, que es una propiedad básica de la transformada de Hilbert (Johansson, 1999).

Una función real f(t) y su transformada Hilbert $\hat{f}(t)$ están relacionadas mutuamente de tal manera que juntándolas crean la llamada señal analítica. La señal analítica puede ser escrita con una amplitud y una fase donde la derivada de la fase puede ser identificada como la frecuencia instantánea. La transformada de Fourier de una señal analítica nos da un espectro unilateral en el dominio de las frecuencias, es decir, una función que no tiene componentes en las frecuencias negativas es llamada función analítica (Smith, 2017). La función y su transformada Hilbert son ortogonales entre sí, esta ortogonalidad muchas veces es difícil de distinguir por los truncamientos en los cálculos numéricos. Sin embargo, una función y su transformada Hilbert tienen la misma energía, por lo que esta puede ser usada para calcular la exactitud de la transformada (Johansson, 1999).

La transformada de Hilbert definida en el dominio del tiempo es una convolución, entre el transformante de Hilbert $1/(\pi t)$ y una función f(t).

Entonces la definición de la transformada de Hilbert $\hat{f}(t)$ de una función f(t) es definida para todo t por

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t-\tau} d\tau$$
, cuando la integral existe.

La transformada de Fourier de una señal con valores reales es compleja y simétrica. Lo cual implica que el contenido en las frecuencias negativas es redundante con respecto a las frecuencias positivas. Cabe mencionar que, normalmente no es posible calcular la transformada de Hilbert como una integral impropia ordinaria debido a su polo cuando $\tau = t$.

Entonces, teniendo una señal con valores reales f(t), su correspondiente señal analítica a(t) es una señal compleja con una parte real igual a f(t) y una parte imaginaria que es ortogonal a f(t). La parte imaginaria, a la que se le llama señal de cuadratura, porque cuando f(t) es sinusoidal, se dice que está en cuadratura, lo que quiere decir que tiene un desfase de $-\pi/2$. La señal ortogonal está relacionada con f(t) por la transformada de Hilbert y la señal analítica tiene la propiedad de que su módulo |a(t)| es una envolvente de la señal f(t). La envolvente también es conocida como la amplitud instantánea. Así, si f(t) es una sinusoidal con amplitud modulada, la envolvente |a(t)|, bajo ciertas condiciones en su contenido de frecuencias, es la señal moduladora. El argumento de la señal analítica $\angle a(t)$, es conocido como fase instantánea y su derivada como frecuencia instantánea. Y como ya se mencionó anteriormente, la señal analítica tiene la propiedad de que, tiene una transformada de Fourier unilateral, por lo que, un método sencillo para construir la señal analítica es, obtener la transformada de Fourier de f(t), multiplicarla por un escalón unitario donde la parte negativa de las frecuencias es cero y posteriormente obtener la transformada inversa de Fourier del espectro resultante (Le Bihan et al.,2012).



Figura 8.1 Diagrama ejemplificando como se expresa una señal en su forma compleja, para así obtener una señal analítica usando la transformada de Hilbert

Expresando la señal en su forma compleja $z(t) = z_r(t) + jz_i(t) = x(t) + jHT[f(t)]$ donde, HT[] es la transformada de Hilbert (Figura 8.1), es posible obtener otros parámetros:

La amplitud instantánea (extracción de envolvente) es calculada en el plano complejo

$$A(t) = |z(t)| = \sqrt{z_r^2(t) + z_i^2(t)}$$
 Ecuación 8.1

La fase instantánea es calculada en el plano complejo como

$$\phi(t) = \angle z(t) = \arctan\left[\frac{z_i(t)}{z_r(t)}\right]$$
 Ecuación 8.2

Y la frecuencia instantánea es calculada en el plano complejo como

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t)$$

Una vez que se tiene la fase instantánea se puede regenerar la función usando $cos[\phi(t)]$.

En este trabajo para realizar los cálculos se usó python, y en el código (Anexo 2) se realiza precisamente la transformada de Hilbert para obtener la fase instantánea de la señal GPS. El código de la transformada Hilbert toma la señal f(t) y calcula la señal analítica a(t)

$$a(t) = F^{-1}(F(f)2U) = f + i\hat{f}$$
 Ecuación 8.3

Donde *F* es la transformada de Fourier, *U* es la función escalón, y \hat{f} es la transformada de Hilbert.

Lo que quiere decir, la parte negativa del espectro de frecuencia es multiplicado por cero, convirtiendo la señal con valores reales en una señal compleja, la transformada de Hilbert es la parte imaginaria y la señal original la parte real.

Como ejemplo se muestra a continuación (Figura 8.2) el resultado de esta metodología aplicada a una onda sinusoidal con una periodicidad de 4 años.



Figura 8.2 Aplicación de la transformada de Hilbert para una onda sinusoidal con periodo de 4 años.

8.1 Aplicación de la transformada de Hilbert

Para poder encontrar con mayor facilidad el inicio de los sismos lentos en las señales GPS se aplicó la transformada de Hilbert a la señal ya filtrada para encontrar los cambios de fase de la señal que implican, como se observó en las gráficas del capítulo 6 en la estación CAYA, el inicio o final de un sismo lento, es posible pensar que en estaciones como CAYA no es necesaria tal herramienta ya que los sismos lentos son de gran magnitud con respecto al ruido, pero hay estaciones donde los periodos de los sismos lentos (en caso de existir) tienen periodos similares al ruido atmosférico como se menciona en el capítulo 7, o simplemente su magnitud puede no ser muy grande, para series de tiempo con esas características puede resultar útil tener otra herramienta que pueda mostrar claramente el cambio de fase de la señal.

A continuación se presenta el resultado obtenido del ejemplo seguido durante este trabajo.





De los resultados obtenidos se puede observar que, en el caso de la componente vertical la fase instantánea funciona bastante bien reconociendo el comienzo del sismo lento. En el caso de la componente norte y este, la fase marca el fin de los deslizamientos lentos exceptuando el del 2014 debido al comportamiento de la señal posterior al sismo lento, no siguió el patrón mostrado anteriormente, donde la señal llega a un punto mínimo y empieza a crecer, en el 2014 llego a un punto mínimo y permaneció en ese estado por alrededor de 1.2 años hasta mediados del 2016 donde empezó a cambiar su pendiente.

Capítulo 9. Resultados y Discusión

Para poder visualizar los resultados de manera más sencilla, se agruparon las series de tiempo de acuerdo con su localización geográfica y por áreas tectónicas similares, es decir, las estaciones cercanas a la trinchera y en el área de Guerrero están en un grupo, las estaciones lejanas a la trinchera en otro, estaciones en Oaxaca en otro y así sucesivamente, cada grupo de estaciones tiene un color diferente en la Figura 9.1.

Se rotaron las componentes Norte y Este en la dirección N30E, que es la dirección aproximada de la convergencia de las placas, como se muestra en la Figura 1.1. A todas las series de tiempo se les removió la tendencia lineal del intervalo completo de tiempo y se les aplico un promedio móvil de 7 días para suavizar la señal. En caso de que la señal tuviera funciones escalón debido a grandes desplazamientos cosísmicos y postsísmicos, se les aplico un tratamiento especial para removerlos, de otra manera la amplitud tan grande de dichos desplazamientos enmascara los detalles del resto de la señal.

Cada grupo de estaciones tiene los mismos parámetros de filtrado, para asegurar que se estaba removiendo el mismo periodo de cada una, a menos que tuvieran influencia de mayor ruido de periodos cortos, en cuyo caso, un filtrado extra tuvo que ser aplicado.

A continuación, se presentan los espectros Wavelet, espectros globales y transformada de Hilbert solo en la dirección N30E, en el Anexo 3 se presentan los resultados obtenidos en la componente vertical, a menos que esta componente haya presentado resultados prometedores. También son comparadas las series de tiempo filtradas por grupo para su estudio (dentro de la sección de Discusión), en el Anexo 6 se agregaron comparaciones de las series de tiempo filtradas con diferentes rangos de tiempo para facilitar su estudio.



Figura 9.1 Mapa mostrando las estaciones que se usaron para este trabajo, se usaron diferentes colores para agrupar las estaciones de acuerdo con su localización. En verde se muestran los contornos de las zonas de SSE en México delineadas hasta ahora. La línea marrón delinea los límites de la placa de Rivera y la de Cocos bajo la placa Norteamericana, el triángulo negro es el volcán de Colima y en rojo se encuentran marcadas las brechas de Guerrero y Oaxaca.



Estaciones cercanas a la Trinchera – Guerrero (Estaciones color morado en Figura 9.1)

d) Intantaneous Phase

b) Wavelet Power Spectrum

2010

Time (years)

d) Intantaneous Phase

11 Ш

2007 2009 2011 2013 b) Wavelet Power Spectrum

2009 2011

Time (years)

2012

2011 2013 201 Direction=vertical

1 m

1.0

4-44-1

2013 2015

2008

2007 2009 eries GPS-zihu

1

. it

i L

2007

л.

2016

2016

2016

2012 2014 Direction=vertical

2014

2014

2015 2017

.14.4

11.1

201

2017

2015

1 1 1

111 1

2018

2018

2018



Espectros Globales





Estaciones alejadas de la Trinchera - Guerrero (Estaciones color verde en Figura 9.1)

Espectro Global





Estaciones en Oaxaca (Estaciones en rosa de la Figura 9.1)



Estaciones cerca de la Trinchera en el área del límite entre las placas subducidas (Rivera y Cocos) bajo la Norteamericana (Color azul claro en Figura 9.1)

Para las estaciones en este grupo se realizó un filtrado para remover periodos largos, intentando remover el periodo de un año, este resultado es el que se usa para comparar las estaciones. Las series de tiempo sin la remoción del periodo anual se pueden observar en el Anexo 3.



Solo se tiene una estación sobre el área de la placa subducida de Rivera, la estación ANIG (color rojo en Figura 9.1) por lo que se compara con estas estaciones y con las del siguiente grupo que son estaciones tierra adentro (color amarillo en Figura 9.1).



Periodos de las 4 estaciones, componentes N30E.



Estaciones tierra adentro cerca del límite entre Cocos y Rivera bajo Norteamérica (Color amarillo en Figura 9.1)

Se comparan las estaciones DEMA y UCOE con ANIG



Espectros Globales:



9.1 Discusión

Posterior a la obtención de las series de tiempo de desplazamientos con respecto a Norteamérica, obtenidas usando el programa de procesamiento GOII con la metodología usada en el LaGeoS, fue aplicada una serie de pasos de procesado para que los resultados posteriores tuvieran mayor éxito. La tendencia lineal de los datos fue calculada y removida. En caso de existir funciones escalón, debido a movimientos cosísmicos y postsísmicos causados por sismos de grandes magnitudes, ya que dependiendo de la localización del epicentro del sismo diferentes señales presentaban estos desplazamientos abruptos que sesgaban los resultados, se calculó una tendencia de datos previos y posteriores al sismo, usándola para la corrección de los datos. Se suavizó la señal calculando un promedio móvil de 7 días.

Se encontraron parámetros de filtrado particulares para cada grupo de estaciones (Tabla 9.1), se realizaron varias pruebas de filtrado para cada grupo, pero en especial para estaciones cerca de la trinchera que se encuentran en el área de Norteamérica sobre el límite entre las placas de Rivera y Cocos, intentando reducir el periodo anual que oculta otros detalles de la señal, obteniendo sólo dos periodos de 0.25 y 0.5 años. No fue posible encontrar con seguridad los SSE en esta área, los marcados por Brudzinski et al. (2016), tendrían alrededor de medio centímetro de amplitud, lo que hace sumamente difícil su detección.

Para el periodo de los deslizamientos lentos se incluyó la incertidumbre, que por ejemplo, para CAYA es 3.4±0.7, obteniéndola del ancho total de la curva en el punto medio con respecto al valor máximo (*Full width at half máximum,FWHM*), asumiendo que tiene forma Gaussiana.

La transformada wavelet fue aplicada a la señal ya filtrada, una vez programada, encontrando parámetros que daban buenos resultados (Capítulo 6) en sólo una serie de tiempo (CAYA), el código se mantuvo constante para todos los datos.

El filtrado para la mayoría de los grupos dio un buen resultado, lo cual permitió que la transformada Wavelet encontrará los periodos principales de cada una de las series, en la Figura 9.2 se muestra la distribución geográfica del valor medio del periodo principal de la señal, es decir la de los SSE, excepto en el caso del grupo azul claro (Figura 9.1) donde el periodo principal parece ser el del ruido estacional anual.

Es importante mencionar que el valor tomado para el mapa muestra el valor medio sin tomar en cuenta la incertidumbre, este resultado se comparó con la anomalía gravimétrica de aire libre (Anexo 5), como un mapa extra para investigar alguna correlación entre ambos resultados. Algunas estaciones, como por ejemplo ZIHU, muestran una periodicidad más alta (4 años) en comparación con CAYA debido a que no todos los deslizamientos son visibles en todas las estaciones, el deslizamiento de Guerrero en el 2006 no afecta a ZIHU como se puede observar en el trabajo de Radiguet et al. (2011), modificando la periodicidad. En el caso de DOAR, paso algo similar con el deslizamiento del 2009, lo cual concuerda con los resultados de las inversiones realizadas en el trabajo de Radiguet et al. (2012).

En el trabajo de Rousset et al. (2017), aplican correlación de datos procesados de GPS con deslizamientos lentos sintéticos, encontrando 28 eventos transitorios que duran entre 3 y 39 días, con un tiempo de recurrencia de 40 días. Dentro de este trabajo no se habló de estos eventos de menor duración y menor periodicidad, pero para comparar los resultados de la transformada Wavelet se obtuvieron los periodos globales resultantes de la señal sin el filtrado de Kalman, para asegurarnos que no se removían periodicidades menores. Los resultados usando periodicidades en días se muestran en el Anexo 4, en los cuales se encontraron periodicidades marcadas de 2.5, 14 y de 27-40 días (entre otras más mayores a 55 días no mencionadas en esta sección), en la mayoría de las estaciones usadas en este trabajo. Las periodicidades de 14 y ~32 días, cabe mencionar, podrían tener origen astrofísico, ya que, por ejemplo, la luna tiene un periodo de 29.5 días aproximadamente, donde en el día 14 es luna llena.

La componente vertical es más afectada por el ruido estacional (Anexo 3), por lo que los datos obtenidos no son la mejor herramienta para reconocer deslizamientos fuera del área de Guerrero (dentro de esta área proveen información valiosa, como se discute en los siguientes párrafos), pero serian útiles si se buscara modelar el ruido estacional en las estaciones u otro tipo de fenómeno geofísico para el cual esta componente muestra mayor sensibilidad.

Los huecos en las estaciones crean artefactos en los resultados, como se puede observar en la estación OAXA, donde la transformada no da los resultados óptimos. Se debe de tomar en cuenta que el espectro global toma en cuenta los errores que existan en la periodicidad debido a los datos faltantes en la señal, es decir, si la señal tiene una periodicidad marcada de un año, pero en parte del espectro wavelet faltan datos modificando la periodicidad en esta área, el espectro global se ve modificado. Por lo anterior, es de gran utilidad contar con el espectro wavelet, así se puede mapear la periodicidad temporalmente, facilitando encontrar cambios y detalles en la señal a través del tiempo.

Para aplicar la transformada de Hilbert con buenos resultados se necesita tener una señal suavizada, de otra manera sus resultados no proporcionan ninguna información trascendente, lo cual se vio reflejado cuando se removieron los periodos grandes (en el área del límite entre las placas Cocos y Rivera) la señal presenta obviamente más puntos de inflexión que pertenecen al ruido de 0.5 y 0.25 años mencionados

anteriormente. Los mejores resultados se obtuvieron cuando los periodos cortos fueron filtrados de la señal.

Se encontró que la componente vertical proporciona en algunas ocasiones información valiosa usando la fase instantánea, esto ocurre cuando los SSE son visibles (p. ej. CAYA, DOAR, ZIHU y ARIG), marcando con precisión el comienzo de los deslizamientos lentos, lo cual no pasa en el caso de la componente horizontal, ya que, por la forma de onda y geometría, esta componente marca solo el final del deslizamiento.

A continuación se discuten los resultados obtenidos de las figuras anteriores por grupo, los cuales, igualmente, son resumidos en la Tabla 9.1.



Figura 9.2 Mapa mostrándola distribución geográfica de los periodos principales obtenidos en los espectros globales, los valores son los periodos resaltados en la Tabla 9.1.

Características de los deslizamientos lentos en México por estación/grupo de estaciones 2001-2018

Estaciones	Distancia a la trinchera (Km)	Periodos Principales, dirección N30E (años)	Duración SSE visible en dirección N30E (Año de inicio SSE:duración en años)	Amplitud aproximada de SSEs (cm)	Parámetros aplicados para filtrado de Kalman (7 en código)
ΑϹΥΑ	60	1.4, <mark>2.9±0.6</mark>	2006.4:1, 2009.9:0.7, 2014.1:1.5 (Int. por terr.)	3	0.045, 0.1
САҮА	63.5	1.4, <mark>3.4±0.7</mark> , 5.8	2001.8:1.4, 2006.2:1.3, 2009.8:1.2, 2014:1.5 (Int. por terr.), 2017.3: En progreso	4.25	0.045, 0.1, 0.3
DOAR	85	2.4, <mark>4.1±1</mark>	2006.2:1.3, 2014.1:1.4 (Int. por terr.), 2017:SSE visible desde finales del 2016.8, en progreso	4.2	0.045.0.1
ZIHU	75	2, 4.1±0.8	2001.9:2.5, 2009.8:1, 2014:1.5 (Int. por terr.), 2017.8:En progreso	3.8	0.045, 0.1
ARIG	190	0.7, 1.4, <mark>2.9±1</mark>	2014.3:0.3 (Int. por terr.)	2	0.04, 0.01
IGUA	231	0.4, 0.8, <mark>2.9±0.9</mark> , 4.9	2001.9:0.75, 2006.3:0.75, 2009.5:1.25, 2014:0.75 (Int. por terr.), 2017.5:En progreso 2006 4:0 8, 2009 8:1, 2014 1:15 (Int. por terr.), 2017 6:En	2.55	0.04, 0.01
MEZC	177.7	0.4. 1. 2. <mark>2.9±0.6.</mark> 4.9	progreso	2.6	0.04. 0.04. 0.05
TLIG	182	0.2, 0.8, 1.4, 3.4±1	2014.1:0.4 (Int. por terr.)	2.2	0.04, 0.01
YAIG	298	0.8, 3.4±1.35	20022:0.5, 2006.4:0.75, 2014.3:0.9, 2017.5:En progreso e interrumpido por terremoto.	2.1	0.04, 0.04, 0.07
HUAT	51.2	0.7, <mark>1.7±0.45</mark> , 5.7	2011.1:0.2, 2012:0.45(Int. por terr.), 2013.1:0.25, 2014:0.25, 2016.3:0.15	0.75	0.045, 0.003
ΟΑΧΑ	195.4	0.3, 0.9, <mark>1.4±0.3</mark> , 3, 6.9	2002.4:0.3, 2006:0.5,2007:~0.3, 2008.9:0.55, 2012:0.45 (Int. por terr.), 2013.1:0.5, 2014:0.7 (Int. por terr.), 2015.9:0.35, 2017.3:En progreso e interrumpido por terremoto.	0.7	0.045, 0.003
ОХТН	127.3	0.4, <mark>1±0.3</mark> , 2, 6.4	2008.1:0.45, 2017.3:En progreso e interrumpido por terremoto.	1.3	0.045, 0.003
PEIG	62.7	0.5, 09, <mark>1.4±0.27</mark> , 3.6	2013.1:0.5, 2014.4:0.35, 2015.9:0.3, 2017.5:En progreso e interrumpido por terremoto.	0.2	0.08, 0.04
PINO	74.6	0.6, 1.7±0.5	2005.8:0.6, 2007.2:0.3, 2008.9:0.6, 2011:0.5, 2013.1:0.4, 2015.9:0.3	1.2	0.045, 0.003
PENA	112.4	0.25, 0.4-0.5, 0.85	No son observables con seguridad	N\A	0.08, 0.002
TECO	100	0.25, 0.4-0.5, 1	No son observables con seguridad	N\A	0.08, 0.002
TNMR	70.5	0.25, 0.5, 1.2	No son observables con seguridad	N\A	0.08, 0.002
ANIG	213.5	0.5, 1	No son observables con seguridad	N\A	0.045, 0.002
UCOE	295.6	0.25, 0.4, 1, <mark>2.9±0.65</mark>	2011.1:0.5, 2014:0.65 (Int. por terr.), 2017.3:En progreso e interrumpido por terremoto	1.3	0.045, 0.002
DEMA	453.6	0.4, 1, 1.7, <mark>3.4±0.9</mark>	2014.1:0.65 (Int. por terr.)	1.5	0.045, 0.002

El color de estación corresponde con el grupo de la Figura 9.1, periodo en rojo corresponde a periodo de los SSE, con su valor de incertidumbre agregado, este valor es el mostrado en la Figura 9.2.

Estaciones cercanas a la Trinchera – Guerrero (Color morado en Figura 9.1)

Los desplazamientos lentos en esta área son de gran amplitud, de acuerdo con Graham et al. (2015), los desplazamientos lentos en Guerrero del 2001 al 2012 tienen magnitudes equivalentes de M_w 6.5-7.65.

Para la componente CAYA se puede observar un periodo de 3.4±0.7 años (alrededor de 3 años 5 meses), el cual pertenece al de los deslizamientos lentos, para las estaciones DOAR y ZIHU se presenta una periodicidad de 4.1 años con una incertidumbre de ~0.9 años, a pesar de que la serie de tiempo de DOAR contiene huecos ambas coinciden en la periodicidad de los desplazamientos, debido que en ambos casos un deslizamiento (2009 y 2006, respectivamente) no es visible, esto se puede apreciar fácilmente en la gráfica comparativa de las señales de tiempo filtradas (Figura 9.3). ACYA que es la estación más cercana a la trinchera presenta una periodicidad marcada de 2.9 años, y se puede observar en su serie de tiempo como la amplitud de los deslizamientos no es tan grande como para CAYA, DOAR y ZIHU, tampoco se puede apreciar con exactitud el comienzo del deslizamiento en el 2009.

Un nuevo deslizamiento lento a principios de 2017 es visible en la componente horizontal, aunque no es completamente visible en la componente vertical fuera de la estación CAYA.



Figura 9.3 Comparación de las series de tiempo post filtrado de las cuatro estaciones en esta área, sombreado en gris son los deslizamientos lentos, su duración es la observada en esta dirección, tanto los que ya están registrados como el que se propone empezó alrededor de marzo del 2017.

Estaciones alejadas de la Trinchera – Guerrero/Morelos (Color verde en Figura 9.1)

En el caso de este grupo de estaciones, cabe resaltar, su principal característica es su distribución, están localizadas sobre una línea perpendicular a la trinchera, mientras que las estaciones del grupo anterior (ACYA, CAYA, DOAR y ZIHU) se encuentran paralelas a la trinchera. Las estaciones ARIG, IGUA y MEZC, presentan una periodicidad más homogénea de 2.9 años, aunque en su mayoría la incertidumbre as alta, alcanzando 1.35 años en el caso de YAIG, probablemente a causa de los numerosos huecos en los datos.

Los deslizamientos lentos son visibles en todas las estaciones inclusive en YAIG que es la más lejana a 298Km de la trinchera, aunque como es de esperarse, su amplitud y duración decreció a

aproximadamente la mitad con respecto a las estaciones dentro de la brecha, cabe mencionar que el ancho de la curva Gaussiana en esta área se incrementa considerablemente, lo que implica mayor incertidumbre, como se puede observar claramente en las gráficas comparativas del espectro global. Otro detalle importante es el comienzo del deslizamiento lento del 2017 es observable en estas estaciones (Figura 9.4), pero parece ser interrumpido por el sismo del 2017 en Puebla de M_w 7.1, ya que alrededor de estas fechas su desplazamiento cambia de pendiente. Es importante recordar que aún no es conocida la relación exacta que existe entre los terremotos, NVT y SSE, no es posible saber exactamente qué tipo de interacción existe entre ellos y como uno modifica o propicia al otro.



Figura 9.4 Señales de tiempo filtradas, sombreado en gris son los deslizamientos lentos del área de Guerrero, tanto los que ya están registrados como el que se propone empezó alrededor de marzo del 2017.

Estaciones en Oaxaca (Color rosa en Figura 9.1)

Estas estaciones presentan una complejidad más alta, debido a que la amplitud de los deslizamientos lentos no es mayor que la del ruido de la señal, es difícil poder distinguir entre deslizamiento lento y ruido. Otro obstáculo es que las señales presentan muchos huecos por lo que los resultados pueden no ser los óptimos.

Los periodos de la componente horizontal marcan periodos de entre 1.4 y 1.7 años, con una incertidumbre menor a los 0.5 años, entre los deslizamientos transitorios.

Las áreas sombreadas en la figura 9.5 marcan los SSE, los grises provenientes del área de Oaxaca, en amarillo son los deslizamientos provenientes de la brecha de Guerrero, ambos son mostrados para comparar de manera temporal los unos con los otros, se realizó una búsqueda en artículos publicados que marcaran la existencia de deslizamientos en Oaxaca para poder correlacionarlos con los datos obtenidos. Entre el 2006 y el 2011, son los propuestos por Graham et al. (2016), aunque muchos autores coinciden con los resultados, las duraciones de los deslizamientos que presentan provienen de la estación OAX2, a los cuales no se tiene acceso. Los resultados de los datos usados en este trabajo muestran una duración menor del deslizamiento lento del 2010/2011, por lo que se presentan los dos rangos sobrepuestos, de acuerdo con Graham et al. (2016) la duración es de cerca de 9 meses, y las series filtradas en este trabajo dan una duración de aproximadamente 3 meses.

El deslizamiento lento del 2004, el cual no se distingue en los datos disponibles, se extrajo del trabajo de Brudzinski et al. (2007).

Se obtuvieron resultados similares para el deslizamiento del 2006, que como describe Brudzinski et al. (2007), empezó alrededor de 3 meses antes del de la brecha de Guerrero, comprobando la existencia de fuentes de deslizamientos lentos o transitorios como los llama en su trabajo, fuera de la brecha de Guerrero.

Las estaciones PINO y OAXA han probado ser los mejores indicadores para localizar los deslizamientos lentos, de las estaciones disponibles para este trabajo en Oaxaca, por lo que de acuerdo con esto y con la periodicidad que marca la transformada wavelet en ese rango de tiempo es posible delimitar los deslizamientos lentos después del 2012, los cuales son marcados por las líneas sombreadas en gris en las series de tiempo. Se puede observar un deslizamiento a finales del 2011 y principios del 2012 con una duración aproximada de 2 meses, antes de ser interrumpido por un terremoto al sur de Ometepec, otro cerca de abril del 2013 con duración de 4-6 meses, el siguiente es en 2014 que duró 3-5 meses. Posteriormente, el siguiente SSE propuesto es a finales del 2015 con duración aproximada de 3 meses, seguido por otro alrededor de mayo 2017, es posible distinguir que es visible en esta área después que en Guerrero, donde parece haber comenzado en marzo del 2017.

La componente vertical no parece concordar con las componentes horizontales, solo puede observarse ruido periódico anual que se muestra en el espectro global (Anexo 3).



Figura 9.5 Las áreas grises sombreadas son los deslizamientos lentos en el área de Oaxaca, los sombreados de color amarillo son los deslizamientos lentos en el área de Guerrero.

Estaciones cerca del límite entre las placas subducidas de Rivera y Cocos (Color azul claro en Figura 9.1)

En el caso de estaciones más al norte, es complicado distinguir entre el ruido anual no tectónico y rasgos tectónicos de la señal, por esta razón se realizaron pruebas de filtrado que removieran lo mayor posible el periodo anual, en las figuras obtenidas de la transformada wavelet se puede observar como la serie contiene este periodo anual, tanto en la componente horizontal como en la vertical (Anexo 3). En las figuras se puede observar la diferencia cuando se remueve el periodo anual (Anexo 6), dejando los

periodos de 0.25 y 0.5 años más visibles. Se decidió usar las series de tiempo con el periodo anual removido (Figura 9.6), aunque obviamente al dejar las altas frecuencias la señal parece ser más ruidosa y es difícil poder distinguir entre ruido y eventos de interés.

Comparando los espectros globales es claro que el ruido anual y el de 0.5 años domina los rasgos de la señal en ambas componentes, existe también un periodo marcado de 0.25 años.

Si en realidad existen los deslizamientos lentos en esta área no tienen una periodicidad notoria o tienen una periodicidad perfecta de medio o un año, hasta el momento los eventos marcados en las series de tiempo de este grupo provienen del trabajo de Brudzisnki et al. (2016), pero no fue posible confirmar que se trata de deslizamientos lentos, la duración de los eventos fue modificada de acuerdo con los datos usados. Si siguiéramos la periodicidad obtenida de los eventos ya reconocidos se pueden marcar otros tres eventos nuevos, el primero en enero del 2015 con duración de alrededor de un mes, uno a principios del 2016, con duración aproximada de tres meses y otro a comienzos del 2017, de aproximadamente un mes, en el Anexo 6 se encuentran las mismas series que en la Figura 9.6 pero con rangos de tiempo menores para su mejor visualización.



Figura 9.6 Series de tiempo filtradas de la componente N30E con periodos anuales removidos. Sombreados en verde son los deslizamientos lentos presentados en el trabajo de Brudzinski et al. (2016) con modificaciones a su duración, para los eventos del 2013 y 2014 se tomó la duración publicada en ese trabajo debido a que no se tienen suficientes datos para ese periodo de tiempo. Sombreados en rojo se encuentran los deslizamientos propuestos si se siguiera el ciclo marcado por Brudzinski et al. (2016), en el Anexo 6 se muestra la señal sin el periodo anual removido.

Estaciones tierra adentro cerca del límite entre placas de Cocos y Rivera bajo Norteamérica (Color amarillo en Figura 9.1)

No se cuentan con muchas estaciones en esta área, se compararon los resultados con los de la estación ANIG que esta al norte en el área donde subduce la placa de Rivera.

Al igual que las estaciones cerca de la costa al norte de la brecha de Guerrero, la estación DEMA y UCOE presentan el periodo anual y el de ~0.5 años.

El resultado Wavelet presenta una periodicidad de entre 2.9-3.5 años, los deslizamientos provenientes del área de Guerrero son observables en las series de tiempo aunque con menor amplitud (Figura 9.7), siendo ligeramente mayor que la del rasgo anual.

Comparando las series de tiempo se observa que ambas (DEMA y UCOE) estaciones muestran los mismos rasgos en general. Analizando los datos es posible reconocer un evento a principios del 2011, que posiblemente sea un deslizamiento lento, tiene relativamente grande amplitud (sombreado en rojo), es bastante obvio en UCOE, pero lamentablemente no se tienen datos en estaciones cercanas en ese rango de tiempo para corroborarlo, pero no parece coincidir con algún movimiento cosísmico o postsísmico.



Figura 9.7 Series de tiempo filtradas, las áreas grises sombreadas son los deslizamientos lentos en el área de la brecha de Guerrero. El área sombreada roja es el posible deslizamiento lento encontrado, ya que el desplazamiento no corresponde con algún movimiento cosísmico.
Capítulo 10. Conclusiones

Para la remoción de ruido usando la versión modificada del filtro de Kalman se intentó encontrar parámetros de filtrado que permitieran ser aplicados de manera general a todas las series de tiempo, pero resultó una tarea imposible debido a que tan sólo en el territorio mexicano, las señales tienen diferentes influencias que necesitan tratamiento específico. Las pruebas realizadas probaron que dividir las señales de acuerdo con su localización geográfica y rasgos tectónicos (placa subducida sobre la que se encuentra y distancia a la trinchera) era la mejor forma de generalizar parámetros los cuales se muestran en la Tabla 9.1.

La transformada Wavelet fue aplicada con éxito en todas las series de tiempo, usando parámetros constantes (Capítulo 6), a partir de los espectros se puede observar que los SSE mantienen periodos correlacionables a través de estaciones como se muestra en la Figura 9.2, a pesar de tener diferentes incertidumbres, la cual es dependiente, entre otras cosas, de la continuidad de los datos. El ruido en todas las estaciones no tiene una periodicidad constante, pero si es posible encontrar periodos de ruido similares usando las agrupaciones sugeridas en este trabajo.

En el caso de estaciones donde el periodo principal es de 1 año (grupo azul claro en Figura 9.1), se concluye que es debido al ruido de moda común estacional y no a deslizamientos lentos con un perfecto periodo anual.

En la estación UCOE con un periodo de SSE de ~2.8años, se puede observar en los datos un deslizamiento a principios del 2011, en concordancia con en el trabajo de Brudzinski et al., (2016) y que anteriormente no había sido registrado. Este deslizamiento ajusta perfectamente con el periodo marcado por la transformada Wavelet concordante con el nuevo deslizamiento a principios del 2017.

Las periodicidades de los deslizamientos lentos obtenidas, dan una buena aproximación de su próxima ocurrencia, y usando, en el caso de las estaciones en Guerrero, la fase instantánea en la componente vertical, la cual marca el comienzo del SSE anterior, es posible calcular aproximadamente cuando se espera el siguiente. En el caso de Oaxaca, posterior al deslizamiento lento visible a finales del 2015, se pronosticaba periódicamente (~1.4 años), paralelamente con el área de Guerrero, otro deslizamiento en el 2017, el cual parece comenzar en mayo de ese año. Cabe mencionar que, como se concluye de los datos estudiados, los sismos de grandes magnitudes cambian la dinámica y ocurrencia de los SSE. Con la ayuda de las periodicidades fue posible construir la columna de eventos por estación de la Tabla 9.1.

Los huecos en las series de tiempo son una desventaja, la transformada wavelet da buenos resultados con series de tiempo con intervalos de muestreo constantes, por lo que poder rellenar las series de tiempo con técnicas matemáticas posiblemente proveería resultados con mayor precisión, por lo que para este trabajo fue de gran utilidad contar con el espectro Wavelet completo para poder reconocer en que tiempo existía el periodo principal buscado y saber en caso de no tener el resultado esperado, en donde se desvía y por qué (huecos, inicio de SSE no claro en datos, etcétera).

Para aplicar la transformada de Hilbert con buenos resultados se necesitó tener una señal suavizada, de otra manera sus resultados no proporcionan ninguna información trascendente. Los mejores resultados se obtuvieron cuando los periodos cortos fueron filtrados de la señal y cuando había puntos de inflexión claramente marcados en la señal, ya que se pudo observar en algunas estaciones que, al término de un

SSE, la señal continuaba con la misma razón de cambio y no presentaba un cambio de fase en la transformada de Hilbert.

Debido a la forma que toman los deslizamientos lentos en la componente vertical, su punto de inflexión nos marca con gran precisión el inicio de los deslizamientos lentos, lo cual es de gran utilidad, por ejemplo, para poder conocer en que estación se observó primero el deslizamiento. La desventaja es que no todos los deslizamientos lentos en México son visibles en la componente vertical, ya sea por su amplitud o por el ruido estacional. En la componente horizontal la fase instantánea marca el final del deslizamiento.

Los resultados proveen una manera sencilla de analizar series de tiempo completas (análisis histórico), conocer el periodo y en algunos casos obtener el inicio de los SSE, lo que en conjunto facilita el encontrar nuevos SSE en tiempo semi real. Esto se puede comprobar con el deslizamiento lento que se propone en este trabajo, el cual parece comenzar en marzo/mayo del 2017 en Guerrero y Oaxaca respectivamente. Es posible observarlo en varias estaciones (Tabla 9.1).

Otra importante contribución de este trabajo es el cálculo cuantitativo de la periodicidad de los deslizamientos lentos, con una precisión de 2 días, por lo que es posible conocer periodicidades de la señal desde días hasta años.

La metodología presentada en este trabajo cumple con el objetivo de obtener una señal de GPS más clara, extrayendo información útil que posteriormente facilitaría su estudio sismológicamente hablando. El alcance de esta tesis no cubre una interpretación tectónica de los resultados, por ejemplo, la relación SSE-terremoto y como esta relación afecta la periodicidad, o como migra la señal del deslizamiento entre estaciones, etcétera; pero un análisis sismo-tectónico sería un interesante paso a seguir en esta línea de investigación.

Referencias

Arzate-Flores, J.A., Molina-Garza, R., Corbo-Camargo, F., and Márquez-Ramírez, V., 2016, Low angle contact between the Oaxaca and Juárez terranes deduced from magnetotelluric data: Pure and Applied Geophysics, v. 173, p. 3357–3371, https:// doi .org /10 .1007 /s00024 -016 -1295 -y.

Babb, T.(2015-2018).Bzarg, How a Kalman filter works, in pictures. San Francisco, EU: WordPress. Dsponible en: http://www.bzarg.com/p/how-a-kalman-filter-works-in-pictures/#mathybits

Bandy, W., Mortera-Gutierrez, C., Urrutia-Fucugauchi, J., Hilde, T.W.C., 1995. The Sub-ducted Rivera–Cocos plate boundary – where is it, what is it, and what is its relationship to the colima rift. Geophys. Res. Lett.22, 3075–3078. http://dx.doi.org/10.1029/95GL03055.

Becker, A.(2018). Kalman Filter. California, EU. Disponible en: https://www.kalmanfilter.net/default.aspx

Bekaert, D. P. S., A. Hooper, and T. J. Wright (2015), Reassessing the 2006 Guerrero slow-slip event, Mexico: Implications for large earthquakes in the Guerrero Gap, J. Geophys. Res. Solid Earth, 120, 1357–1375, doi:10.1002/2014JB011557.

Brudzinski, M., Schlansera,, K, Kelly, N., DeMets, C., Grand, S, Márquez-Azúa, B, Cabral-Cano, E. Tectonic tremor and slow slip along the northwestern section of the Mexico subduction zone. Earth and Planetary Science Letters 454 (2016) 259–271

Brudzinski, M., Cabral-Cano, E., Correa-Mora, F., DeMets, C., Márquez-Azúa, B., Slow slip transients along the Oaxaca subduction segment from 1993 to 2007, Geophys. J. Int. (2007), 171, 523-538, doi: 10.1111/j.1365-246X.2007.03542.x

E. Cabral-Cano, X. Pérez-Campos, B. Márquez-Azúa, M. A. Sergeevaa, L. Salazar-Tlaczani, C. DeMets, D. Adams, J. Galetzka, K. Feaux, Y. L. Serra, G. S. Mattioli, and M. Miller, 2018. TLALOCNet: A Continuous GPS-Met Backbone in Mexico for Seismotectonic, and Atmospheric Research. Seismological Research Letters, v. 89, n. 2ª, p. 373-381. https://doi.org/10.1785/0220170190.

Correa-Mora, F., Demets, C., Cabral-Cano, E., Marquez-Azua, B. And Diaz-Molina, O., 2008. Interplate coupling and transient slip along the subduction interface beneath Oaxaca, Mexico, Geophysical Journal International, 175, 269–290, doi: 10.1111/j.1365-246X.2008.03910.x.

DeMets, C., R. Gordon, and D. Argus (2010), Geologically current plate motions, Geophys. J. Int., 181, 1–80, doi:10.1111/j.1365-246X.2009.04491.x.

Desai, S., Kuang, D., Bertiger, W., USGS, 2014. GIPSY/OASIS Overview and Under the Hood. JPT, California Insitute of Technology. Disponible en: ftp://ehzftp.wr.usgs.gov/svarc/GIPSY_pdfs/GIPSY_Overview.pdf

Dougherty, S. L., and R. W. Clayton (2014), Seismicity and structure in central Mexico: Evidence for a possible slab tear in the South Cocos plate, J. Geophys. Res. Solid Earth, 119, 3424–3447, doi:10.1002/2013JB010883.

Dragert, H. and Wang, K., 2011. Temporal evolution of an episodic tremor and slip event along the northern Cascadia margin, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 116, B12406, doi:10.1029/2011jb008609.

Earth Magazine. (2008-2018). Precise to a fault: How GPS revolutionized seismic research. The American Geosciences Institute, Alexandria, VA.

Li, D. and Liu, Y. (2016). Spatiotemporal evolution of slow slip events in a nonplanar fault model for northern Cascadia subduction zone, J. Geophys. Res. Solid Earth, 121, 9, 6273-6987 doi:10.1002/2016JB012857

Fasola, S., M. R. Brudzinski, N. Ghouse, K. Solada, S. Sit, E. Cabral-Cano, A. Arciniega-Ceballos, N. Kelly, and K. Jensen (2016), New perspective on the transition from flat to steeper subduction in Oaxaca, Mexico, based on seismicity, nonvolcanic tremor, and slow slip, J. Geophys. Res. Solid Earth, 121, 1835–1848, doi:10.1002/2015JB012709

Franco, S.I., Redes GPS en México y su aplicación en la sismotectónica. Tesis de doctorado, Posgrado en Ciancias de la Tierra, UNAM, México.

Ferrari, L., 2004. Slab detachment control on mafic volcanic pulse and mantle heterogeneity in central Mexico, Geology, 32, 77–80.

Ferrari, L., Orozco-Esquivel, T., Manea, V.C., Manea, M., 2012. The dynamic history of the Trans-Mexican Volcanic Belt and the Mexico subduction zone. Tectonophysics, 522-523, 122-149

Graham, S. E., Demets, C., Cabral-Cano, E., Kostoglodov, V., Walpersdorf, A., Cotte, N., Brudzinski, M., Mccaffrey, R., And Salazar-Tlaczani, L., 2014a. GPS constraints on the 2011–2012 Oaxaca slow slip event that preceded the 2012 March 20 Ometepec earthquake, southern Mexico. Geophysical Journal International, doi: 10.1093/gji/ggu019.

Graham, S., DeMets, C., Cabral-Cano, E., . Kostoglodov, V., Rousset, B., Walpersdorf, A., Cotte N., Lasserre C., McCaffrey R., Salazar-Tlaczant, L. (2016), Slow Slip History for the MEXICO Subduction Zone: 2005 Through 2011, Pure Appl. Geophys. 173 (2016), 3445–3465, doi:10.1007/s00024-015-1211-x

Gregorius, T. (1996). Gipsy-OASIS II How it Works, manual for class of GIPSY. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, EUA.

Grinsted, A., J. C. Moore, and S. Jevrejeva (2004), Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series, Nonlinear Process. Geophys., 11, 561–566

Hernández-Pajares, M., Juan Zornoza, J.M., Sanz Subirana, J., (2001), *Procesado de Datos GPS: código y fase Algoritmos, Técnicas y Recetas*, Barcelona, España, Centre de Publicacions del Campus Nord.

Husker, A. & Davis, P.M., 2009. Tomography and thermal state of the Cocos plate subduction beneath Mexico City, J. geophys. Res., 114, B04306, doi:10.1029/2008JB006039.

Husker, A., V. Kostoglodov, V., Cruz-Atienza, D. Legrand, N. Shapiro, J. Payero, M. Campillo, and E. Huesca-Pérez (2012), Temporal variations of non-volcanic tremor (NVT) locations in the Mexican subduction zone: Finding the NVT sweet spot, Geochem. Geophys. Geosyst., 13, Q03011, doi:10.1029/2011GC003916.

Husker, A., Houston, H., Campillo, M. (2016). Understanding Slow Slip and Tremor on Plate Boundaries. Ixtapa, México: Eos, geology and geophysics. Disponible en: https://eos.org/meeting-reports/understanding-slow-slip-and-tremor-on-plate-boundaries

Husker, A., Ferrari, L., Arango-Galván, C., Corbo-Camargo, F. and Arzate-Flores, J. (2017). A geologic recipe for transient slip within the seismogenic zone: Insight from the Guerrero seismic gap, Mexico. Geological Society of America, v. 46; no. 1; p. 35-38.

Iglesias, A., S. Singh, A. Lowry, M. Santoyo, V. Kostoglodov, K. Larson, S. I. Franco Sanchez, and T. Mikumo (2004), The silent earthquake of 2002 in the Guerrero seismic gap, Mexico (Mw = 7.6): Inversion of slip on the plate interface and some implications, Geofis. Int., 43(3), 309–317.

ITRF, 2016. Science background - General concepts, Institut Géographique National, France. Disponible en: http://itrf.ensg.ign.fr/

Jeffrey, C., 2010, An Introduction to GNSS GPS, GLONASS, Galileo and other Global Navigation Satellite Systems. Calgary, Alberta, Canada. NovAtel Inc.

Jensen, A.B.O., 2016, Introduction to GNSS. Division of Geodesy and Satellite Positioning, KTH. Disponible en: https://www.scribd.com/document/328832153/Introduction-to-Gnss

Jödicke, H., A. Jording, L. Ferrari, J. Arzate, K. Mezger, and L. Rüpke (2006), Fluid release from the subducted Cocos plate and partial melting of the crust deduced from magnetotelluric studies in southern Mexico: Implications for the generation of volcanism and subduction dynamics, J. Geophys. Res., 111, B08102, doi:10.1029/2005JB003739

Johansson, M., 1999. The Hilbert transform, Tesis de maestría, Disponible en: /http://w3.msi.vxu.se/exarb/mj_ex.pdfS.

Kim, Y., R. W. Clayton, and J. M. Jackson (2010), Geometry and seismic properties of the subducting Cocos plate in Central Mexico, J. Geophys. Res., 115, B06310, doi:10.1029/2009JB006942.

Kornhauser, A.L., 2018, Global Navigation Satellite System (GNSS). Princeton Univertisy, NJ USA. Disponible en: https://www.princeton.edu/~alaink/Orf467F07/GNSS.pdf

Kostoglodov, V., A. Husker, N. M. Shapiro, J. S. Payero, M. Campillo, N. Cotte, and R. Clayton (2010), The 2006 slow slip event and nonvolcanic tremor in the Mexican subduction zone, Geophys. Res. Lett., 37, L24301, doi:10.1029/2010GL045424

Le Biham, N., S. Sangwine, T. Ell (2012), Instantaneous frequency and amplitude of complex signals based on quaternion Fourier transform, Domain Universitaire, France.

Malinowski, M., Kwiecien, J., 2016. A comparative study of precise point positioning accuracy using onlone services. Reports on Geodesy and Geoinformatics vol. 102/2016; pp. 15-31, doi: 10.1515/rgg-2016-0025.

Marquez-Azua B. DeMets C. , 2003. Crustal velocity field of Mexico from continuous GPS measurements, 1993 to June, 2001: implications for the neotectonics of Mexico, J. geophys. Res. , 108(B9), doi:10.1029/2002JB002241.

Maury, J., S. Ide, V. M. Cruz-Atienza, V. Kostoglodov, G. González-Molina, and X. Pérez-Campos (2016), Comparative study of tectonic tremor locations: Characterization of slow earthquakes in Guerrero, Mexico, J. Geophys. Res. Solid Earth, 121, 5136–5151, doi:10.1002/2016JB013027.

Manea, V.C., Manea, M., Ferrari, L., 2013. Review article: a geodynamical perspective on the subduction of Cocos and Rivera plates beneath Mexico and Central America. Tectonophysics http://dx.doi.org/10.1016/j.tecto.2012.12.039.

Meyers, S. D., B. G. Kelly, and J. J. O'Brien, 1993: An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: With application to the dispersion of Yanai waves. Mon. Wea. Rev., 121, 2858–2866.

Navipedia. (2014-2018). GNSS signal. Madrid, Spain. Recuperado de: https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/GNSS_signal

Pacific Northwest Seismic Network. (2008). Plate Tectonics. University of Washington, Seattle, EU. Recuperado de: https://pnsn.org/outreach/about-earthquakes/plate-tectonics

Pardo, M., Suárez, G., 1995. Shape of the subducted Rivera and Cocos plate in southern Mexico: seismic and tectonic implications. Journal of Geophysical Research 100, 12,357–12,373. doi:10.1029/95JB00919.

Pérez-Campos, X., Y. Kim, A. Husker, P. M. Davis, R. W. Clayton, A. Iglesias, J. F. Pacheco, S. K. Singh, V. C. Manea, and M. Gurnis (2008), Horizontal subduction and truncation of the Cocos Plate beneath Central Mexico, Geophys. Res. Lett., 35, L18303, doi:10.1029/2008GL035127.

Pérez-Campos, X., Clayton, R. W. (2014), Interaction of Cocos and Rivera plates with the uppermantle transition zone underneath central Mexico, Geophys. J. Int. 197, 1763–1769, doi: 10.1093/gji/ggu087

X. Pérez-Campos, V.H. Espíndola, J. Pérez, J. A. Estrada C. Cárdenas Monroy, D. Bello, Adriana González-López, Daniel González Ávila, Moisés Gerardo Contreras Ruiz Esparza, Rafael Maldonado, Yi Tan, Iván Rodríguez Rasilla, Miguel Ángel Vela Rosas, José Luis Cruz, Arturo Cárdenas, Fernando Navarro Estrada, Alejandro Hurtado, Antonio de Jesús Mendoza Carvajal, Edgar Montoya-Quintanar, Miguel A. Pérez-Velázquez, 2018. The Mexican National Seismological Service: An Overview. Seismological Research Letters, v. 89, n. 2ª, p.318-323. https://doi.org/10.1785/0220170186.

Radiguet, M., F. Cotton, M. Vergnolle, M. Campillo, B. Valette, V. Kostoglodov, and N. Cotte (2011), Spatial and temporal evolution of a long term slow slip event: The 2006 Guerrero Slow Slip Event, Geophys. J. Int., 184, 816–828, doi:10.1111/j.1365-246X.2010.04866.x.

Radiguet M., Cotton F., Vergnolle M., Campillo M., Walpersdorf A., Cotte N., Kostoglodov V.. Slow slip events and strain accumulation in the Guerrero gap, Mexico, J. geophys. Res.: Solid Earth , 2012, vol. 117 pg. B04305 doi:10.1029/2011JB008801

Rizos, C., Janssen, V., Roberts, C. and Grinter, T. 2012. Precise point positioning: is the era of differential GNSS positioning drawing to an end? FIG Working Week 2012. Rome, Italy, 6–10 May 2012.

Robles Avalos, J.C., 2017, Desplazamiento permanente y dinámico generado por el temblor El Mayor-Cucapah Mw 7.2, utilizando GPS, Tesis de maestría, Ensenada, Baja California, México

Rogers, R., Karason, H., van der Hilst, R., 2002. Epeirogenic uplift above a detached slab in northern Central America. Geology

Rousset, B., et al. (2016b), Lateral variations of interplate coupling along the Mexican subduction interface: Relationships with long-term morphology and fault zone mechanical properties, Pure Appl. Geophys., 173(10–11), 3467–3486, doi:10.1007/s00024-015-1215-6.

Rousset, B., M. Campillo, C. Lasserre, W. B. Frank, N. Cotte, A. Walpersdorf, A. Socquet, and V. Kostoglodov (2017), A geodetic matched filter search for slow slip with application to the Mexico subduction zone, J. Geophys. Res. Solid Earth, 122, doi:10.1002/2017JB014448.

Singh, S.K., Ponce, L., Nishenko, S.P., 1985. The Great Jalisco, Mexico, earthquakes of 1932– subduction of the Rivera Plate. Bull. Seismol. Soc. Am.75, 1301–1313. 30, 1031–1034.

Smith, J.O., 2007. Mathematics of the Discrete Fourier Transform (DFT) with Audio Applications, Second Edition, Disponible en: http://ccrma.stanford.edu/~jos/mdft/

Song, T. A., D. V. Helmberger, M. R. Brudzinski, R. W. Clayton, P. Davis, X. Pérez-Campos, and S. K. Singh (2009), Subducting slab ultra-slow velocity layer coincident with silent earthquakes in Southern Mexico, Science, 324, 502–506

Torrence, C., Compo, A Practical Guide to Wavelet Analysis. Bulletin if American Meteorological Society 79, 61, 1998.

Torrence, C. and Webster, P.: Interdecadal Changes in the ESNOMonsoon System, J. Clim., 12, 2679–2690, 1999

Velasco, V.M., 2006. Assessing the relationship between solar activity and some large scale climatic phenomena. Instituto de Geofísica, UNAM, México.

Velasco, V.M., B. Mendoza and G. Velasco (2015), Reconstruction and prediction of the total solar irradiance: From the Medieval Warm Period to the 21st century. Instituto de Geofísica, UNAM, México.

Wallace, L.M., Beavan, J., Bannister, S. and Williams, C., 2012. Simultaneous long-term and shortterm slow slip events at the Hikurangi subduction margin, New Zealand: Implications for processes that control slow slip event occurrence, duration, and migration, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 117, B11402. doi: 10.1029/2012jb009489.

Wdowinski, S., Y. Bock, J. Zhang, P. Fang, and J. Genrich (1997), Southern California Permanent GPS Geodetic Array: Spatial filtering of daily positions for estimating coseismic and postseismic displacements induced by the 1992 Landers earthquake, J. Geophys. Res., 102, 18,057–18,070, doi:10.1029/97JB01378.

Este material y sus resultados **están** basados parcialmente en observaciones de las redes GPS del Servicio Sismológico Nacional (SSN; Pérez-Campos et al., 2018), SSN-TLALOCNet y TLALOCNet (Cabral-Cano et al., 2018) del Servicio de Geodesia Satelital (SGS) y UNAVCO Inc. Agradecemos a todo el personal del SSN, del SGS y UNAVCO Inc. por el mantenimiento de las estaciones, la adquisición de datos, el soporte de IT a estas redes y la distribución de sus datos. Las operaciones de la red TLALOCNet y SSN-TLALOCNet GPS han sido apoyadas por The National Science Foundation bajo el proyecto EAR-1338091 a UNAVCO Inc., los proyectos NASA-ROSES NNX12AQ08G, CONACYT 253760, 256012 y 2017-01-5955 y los proyectos UNAM-Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) IN104213, IN109315-3 y IN104818-3 a E. Cabral-Cano, el proyecto UNAM-PAPIIT IN111509 a R. Pérez y apoyo complementario de UNAM-Instituto de Geofísica y Centro de Ciencias de la Atmosfera.

Anexo 1

Series de tiempo obtenidas del programa Gispy Oasis II, y archivos de entrada para el post procesado. El eje vertical está en centímetros y horizontal está en años. Se muestran de acuerdo con su localización, es decir, de acuerdo con el color del grupo mostrado en la Figura 9.1.

Estaciones en color morado



Estaciones en color verde





Estaciones en color azul claro

Vertical



Este



Estación en color naranja

° 🗆				· • • • • • • • • • • • • • • • • • • •				•				
4 L	.1.1.1.1			1.1.11.1.1.1.1	L.U.U.I				L.I.I.I.I		11:11.111	
	1111	11	nii in	1 E I I I I I I I I I I I I I I I I I I	1111	11	nër në r	i ann i n	1111	1.1	nir m	нан п
ĹΓ	1111	: 1 1	11:1 111	Particular de la	1111	11	11:1 111 1	1.111-11	1111	: 1 1	11:1 111	1.11.11
°F		1.1.		1.1.211.107		1.1.1	m(n m 🎮	1.01.01			na mr	HATTAT
-2	.1.1.1.1			1 1 1111 11 11			11:1-111-1	· • · · • • • • • • • • • • • • • • • •	1.11.1		11:1-111-1	11111111
-4			- 44 4 141	I - I anig			44(4++444++4	anig			44 4 141 1	anig
-6 L	THI	i I I	1111 111				па пі т	L		<u>і I I</u>		
2000		2005	2010	2015	000	2005	2010	2015	000	2005	2010	2015

Estaciones en color amarillo





Anexo 2

A continuación están los códigos de python usados para procesar los datos:

- El primero es el que se usó para las componentes norte y este.
- El segundo es para la componente vertical.
- o El tercero son las herramientas python de la transformada Wavelet.
- El último es para las gráficas por grupo.

1er Código

import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt import math import sys from matplotlib import colors, ticker from waveletFunctions import wavelet, wave_signif, wavelet_inverse from mpl_toolkits.axes_grid1 import make_axes_locatable from matplotlib.ticker import AutoMinorLocator from scipy.signal import hilbert

#Input variables
print(sys.argv[1])
print(sys.argv[2])
#print(sys.argv[3])
#print(sys.argv[4])

COMP='N30E'

GPS = open(file1, 'r') # turn file into list h1 = [] t = [] for i in GPS.readlines(): i = i.strip()', ' ') i = i.replace(' i = i.replace(' ', ' ') i = i.replace(' ', ' ') i = i.replace(' ', ' ') i = i.replace(' i = i.split('')h1.append(float(i[1])) t.append(float(i[0])) N = len(h1)time=t GPS = open(file2, 'r') # turn file into list h2 = [] for i in GPS.readlines(): i = i.strip() ', ' ') i = i.replace(' i = i.replace(' ', ' ') i = i.replace(' ', ' ') i = i.replace(' ', ' ') i = i.replace(' i = i.split(' ') h2.append(float(i[1])) h = [] # Rotating signal 30 degrees for j in range(0,N): (np.pi*30/180)*h1[j])+(math.cos(np.pi*60/180)*h2[j])) dt = .00274 original=h h = np.asarray(h)#Removing steps in signal # If your signal has mores step simply copy paste one of the loops and edit time for it def Average(lst): return sum(lst) / len(lst) f= [n for n,i in enumerate(t) if i>2014.2945][0] v1= Average(h[f-30:f]) v2= Average(h[f+1:f+30]) step=v2-v1 step2= int(round(step)) if step > 1: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)] if step < -1: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]

', ' ')

', ' ')

h.append((math.cos

#f= [n for n,i in enumerate(t) if i>2017.6836][0]
#v1= Average(h[f-30:f])
#v2= Average(h[f+1:f+30])
#step=v2-v1
#step2= int(round(step))
#if step > 1: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]
#if step < -1: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]</pre>

```
f= [ n for n,i in enumerate(t) if i>2018.31221][0]
v1= Average(h[f-30:f])
v2= Average(h[f+1:f+30])
step=v2-v1
step2= int(round(step))
if step > 0.3: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]
if step < -0.3: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]</pre>
```

f= [n for n,i in enumerate(t) if i>2018][0] v1= Average(h[f-40:f-10]) for i in range(f,N):

> if h[i] < -6: h[i] = v1 elif h[i] > -5: h[i] = v1

#####Parameters for fit line to data # Removing trend

m, b = np.polyfit(t, h, 1) x = [min(t), max(t)]z=[m*xx + b for xx in t] h = [h[j]-z[j] for j in range(0,N)] m= h plt.figure() # Inicio de la figura #plt.plot(t,r,'r-', markersize=1) plt.plot(t,original,'b-', markersize=1) #plt.plot(t,seno,'g-', markersize=1) #plt.plot(t,r) #plt.plot(t,z, '-') plt.xlabel('Tiempo') plt.ylabel('Altura') plt.title('Tiempo vs Altura') plt.grid() #plt.show() # Function necesaria para generar y mostrar la figura. #plt.savefig("Original_%s_%s_%s.png"% (STA, COMP, VAR))

#Changing font size
import pylab as plot
params = {'legend.fontsize': 5, 'axes.titlesize' : 8, 'axes.labelsize' : 8,

 #### Calculates mean and variance

Data to use
h = np.asarray(h)

variance = np.std(h)**2
mean=np.mean(h)
data = (h - np.mean(h))/np.sqrt(variance)
print "mean=",mean
print "std=", np.sqrt(variance)
print "variance=", variance

```
# 7 day average, smoothing signal before Kalman filter
def movingaverage(interval, window_size):
  window = np.ones(int(window_size))/float(window_size)
  return np.convolve(interval, window, 'same')
```

h = movingaverage(data, 7)

```
#Parameters for Kalman filter (first pass)
T=0.045;
A=-1/T;
B=1/T;
```

##Low Pass Filter
Xtn=[]
Xtn.append(h[0])
Xtn1=[]
Xtn1.append(Xtn[0])
WF1=[]

```
for n in range(0,N):
    Xtn.append((Xtn[n]+B*h[n]*dt)*math.exp(A*dt))
    Xtn1.append(Xtn[n+1])
# WF1.append(h[n]-Xtn1[n]) #In case you want a Low Cut filter
    WF1.append(Xtn1[n])
##Second Low Pass Filter
Xtn2=[]
Xtn2.append(Xtn1[0])
Xtn3=[]
Xtn3.append(Xtn2[0])
WF2=[]
```

#Parameters for Kalman filter (second pass)
T=0.1;
A=-1/T;

B=1/T; for n in range(0,N): Xtn2.append((Xtn2[n]+B*WF1[n]*dt)*math.exp(A*dt)) Xtn3.append(Xtn2[n+1]) # WF2.append(h[n]-Xtn3[n]) #In case you want a Low Cut filter WF2.append(Xtn3[n]) ##Third Low Pass Filter Xtn4=[] Xtn4.append(Xtn1[0]) Xtn5=[] Xtn5.append(Xtn2[0]) WF3=[]

#Parameters for Kalman filter (third pass in case is needed)
T=.3;
A=-1/T;
B=1/T;
for n in range(0,N):

WF3.append(h[n]-Xtn5[n]) #In case you want a Low Cut filter WF3.append(Xtn5[n])

For high amplitude data the filtered data needs to be scaled up # Only Guerrero group stations use the following scaling, for CAYA use 3.

#data = [WF3[j]*2 for j in range(0,N)]

data=WF2

Adding the parameters for the wavelet transform, more infomation # about the parameters is described in the WaveletFunctions.py file

pad = 1 # pad the time series with zeroes (recommended) dj = 0.25 # the spacing between discrete scales (resolution). s0 = 2*dt # this says start at a scale of 2 days aprox j1 = ((np.log2(N*dt/s0))/dj) #the # of scales minus one. lag1 = 0.72 # lag-1 autocorrelation for red noise background mother = 'MORLET'

Wavelet transform: wave,period,scale,coi = wavelet(data,dt,pad,dj,s0,j1,mother);

power = (np.abs(wave))**2 # compute wavelet power spectrum

##Significance level
##Varianza 1, for the normalized time series
signif = wave_signif(1.0,dt,scale,0,lag1,-1,-1,mother)
sig95 = np.dot(signif.reshape(len(signif),1),np.ones((1,N))) # expand signif --> (J+1)x(N) array
sig95 = power / sig95 # where ratio > 1, power is significant

#Global wavelet spectrum & significance levels global_ws = variance*power.sum(axis=1)/float(N) # time-average over all times dof = N - scale # the -scale corrects for padding at edges global_signif = wave_signif(variance,dt,scale,1,lag1,-1,dof,mother)

#Normalize de values
def normalize(lst):
 k = sum(lst)
 return map(lambda x: float(x)/max(lst), lst)

global_ws = global_ws/scale
global_signifs=global_signif/scale
global_ws=normalize(global_ws)
global_signif=normalize(global_signif)

```
powers=np.zeros_like(power)
for k in range(len(scale)):
    powers[k,:] = power[k,:]/scale[k]
power=powers
```

scale average
avg = (scale >= 0) & (scale < 9)
Cdelta = 0.776; # this is for the MORLET wavelet
scale_avg = np.dot(scale.reshape(len(scale),1),np.ones((1,N))) # expand scale --> (J+1)x(N) array
scale_avg = power / scale_avg # [Eqn(24)]
scale_avg = variance*dj*dt/Cdelta*sum(scale_avg[avg,:]) # [Eqn(24)]
sa = wave_signif(variance,dt,scale,2,lag1,-1,[0.0001,8.9],mother)

#Reconstruction
iwave=wavelet_inverse(wave, scale, dt, dj, 'Morlet')
print "root square mean error",np.sqrt(np.sum((data-iwave)**2)/float(len(data)))*np.sqrt(variance),"deg C"

#figure size
fig=plt.figure(figsize=(6,4))

subplot positions
width= 0.65
hight = 0.28;

pos1a = [0.32, 0.65, width, hight] pos1b = [0.32, 0.29, width, hight] pos1c = [0.08, 0.29, 0.12, hight] pos1d= [0.32, 0.1, width, hight*.4]

ax=fig.add_axes(pos1a)

###

For high amplitude data the filtered data needs to be shifted to match the input# Shifting time (Just needed for Guerrero stations for everything else is 0)# CAYA=0.4, all other stations in this group 0.2

```
timeshift = [time[j]-0.0 for j in range(0,N)]
```

#original ax.plot(time,m,"g-",label='Input') #filtered ax.plot(timeshift,data,"r",label='Filtered') #reconstruction #ax.plot(time,iwave*np.sqrt(variance)+mean,"b--",label='Reconstruccion') #Earthquakes xposition = [2001.1767,2001.7658,2002.2945,2003.0562,2006.1384,2011.4616, 2007.2808,2009.3192,2009.6205,2010.3959,2011.9411,2012.2172,2013.4502, 2014.2945,2014.3493,2015.3904,2015.7466,2016.3238,2017.6836,2018.139] for xc in xposition: plt.axvline(x=xc, color='k', linestyle='--') xposition = [2014.2945,2012.8511,2012.2172,2010.2562,2000.6052] for xc in xposition: plt.axvline(x=xc, color='m', linestyle='--') xposition = [2003.0562,2001.0342,2017.6836,2017.7164,2018.139] for xc in xposition: plt.axvline(x=xc, color='r', linestyle='--') ax.set_ylabel('%s (cm)'% COMP) ax.grid() ta = np.asarray(time) tsh = np.asarray(timeshift) xlim=ax.set xlim([ta.min(),tsh.max()]) ax.get_xaxis().get_major_formatter().set_useOffset(False) if int(ta.max())-int(ta.min())>7: ax.set_xticks(np.arange(int(ta.min())-1,int(ta.max())+1,2)) else: ax.set_xticks(np.arange(int(ta.min()),int(ta.max())+1,1))

plt.legend(loc='lower center') plt.title('a) Time series GPS-%s Direction=%s'% (STA, COMP))

#--- Contour plot wavelet power spectrum bx=fig.add_axes(pos1b,sharex=ax) #bx=fig.add_axes(pos1b) levels=[0.25,0.5,1,2,4,8,16,32,64] bx.grid(True) Yticks = np.unique(2 ** np.floor(np.log2(period)))[1:] #bx.contour(time,np.log2(period),np.log2(power),np.log2(levels)) cont=bx.contourf(timeshift,np.log2(period),np.log2(power),np.log2(levels), extend='both', cmap=plt.get_cmap('jet')) #cmap=plt.get_cmap('rainbow'),vmin=-4 ,vmax=9) #bx.set_ylim(5, 0.25) xlim=bx.set_xlim([ta.min(),ta.max()]) bx.get_xaxis().get_major_formatter().set_useOffset(False) #bx.set_ylabel('Time (year)') bx.set_ylabel('Period (years)')

ymajorLocator=ticker.FixedLocator(np.log2(Yticks))
bx.yaxis.set_major_locator(ymajorLocator)
ticks=bx.yaxis.set_ticklabels(Yticks)
#plt.ylim(5, 0.25)
#plt.colorbar(cont)
plt.title('b) Wavelet Power Spectrum')
ts = timeshift;
95% significance contour, levels at -99 (fake) and 1 (95% signif)
cs = bx.contour(ts,np.log2(period),sig95,[1],color='k',linewidth=1)

cone-of-influence, anything "below" is dubious coi_area = np.concatenate([[np.max(scale)], coi, [np.max(scale)],[np.max(scale)]]) ts_area = np.concatenate([[ts[0]], ts, [ts[-1]],[ts[0]]]); ts_area1 = np.concatenate([[ts[0]], ts, [ts[-1]],[ts[0]]]); L=bx.plot(ts_area,np.log2(coi_area),'k',linewidth=1) bx.fill_between(x=ts, y1=np.log2(coi), y2=np.log2(coi.max()), color='gray', alpha=0.3,hatch="x")

#--- Plot global wavelet spectrum cx=fig.add_axes(pos1c,sharey=bx) cx.plot(global_ws,np.log2(period),"r-") cx.plot(global_signif,np.log2(period),'k--') #ylim=cx.set_ylim(np.log2([period.min(),period.max()])) ylim=cx.set_ylim(np.log2([0.125,6])) cx.invert_yaxis() plt.title('c) Global Wavelet Spectrum') #xrangec=cx.set_xlim(0,1)
#plt.savefig("WV %s %s %s.png"% (STA, COMP, VAR))

###Hilbert transform to get the intantaneous phase

signal = data time=t

#Hilbert transform to get the intantaneous phase
z= hilbert(signal) #form the analytical signal
inst_amplitude = np.abs(z) #envelope extraction
inst_phase = np.angle(z)*180/np.pi
regenerated_carrier = np.cos(inst_phase)

dx=fig.add_axes(pos1d,sharex=ax)

dx.plot(timeshift,inst_phase,"g")
dx.grid()
dx.set_ylabel('Phase (\$^\circ\$)')
dx.set_xlabel('Time (years)')
title=plt.title('d) Intantaneous Phase')
dx.xaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(2))
dx.set_yticks(np.arange(-180,182,90))
xlim=bx.set_xlim([ta.min(),tsh.max()])
#To save the image uncomment
plt.savefig("WV_%s_%s_%s.png"% (STA, COMP, VAR))

Global Wavelet spectrum

fig, cx = plt.subplots(figsize=(4,3.3))

#cx.plot(np.log2(period),global_ws,"r-")
cx.plot(period,global_ws,"r-")
#cx.plot(np.log2(period),global_signif,'k--')
#cx.plot(period,global_signif,'k--')
#xlim=cx.set_xlim(np.log2([period.min(),period.max()]))
#xlim=cx.set_xlim([period.min(),period.max()])
xlim=cx.set_xlim(0,7)
yrange=cx.set_ylim(0,1)
cx.grid()
cx.set_xlabel('Period (years)')
plt.title('Global Wavelet Spectrum, GPS-%s direction=%s'% (STA, COMP))
plt.savefig("GlobalSpectrum_%s_%s.png"% (STA, COMP))
#

#-----

```
out1 = ("filtered_%s_%s.%s" % (COMP, VAR, STA))
out = open(out1, 'w')
for i in range(0, N):
    out.write('%s %s' % (tsh[i], data[i]))
    out.write("\n")
```

```
out.close()
#
out2 = ("Periodos_%s_%s.%s" % (COMP, VAR, STA))
out = open(out2, 'w')
for i in range(0, len(period)):
    out.write('%s %s' % (period[i], global_ws[i]))
    out.write("\n")
```

```
out.close()
```

#-----

2do Código

#Author: Maria Teresa Velazquez Jimenez
2017
import variables from command line
usage: python wavelet.py <station> <how u want to call the output file>
EXAMPLE: python wavelet_GPStimeseries.py ARIG tst1
#The GPS input file has 3 columns: time value error, only the first 2 are used in this
program
#This program takes the waveletFucntions from:
Copyright (C) 1995-2004, Christopher Torrence and Gilbert P.Compo
Python version of the code is written by Evgeniya Predybaylo in 2014

Modified functions by Maria Velazquez

```
#-----
```

import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt import math import sys from matplotlib import colors, ticker from waveletFunctions import wavelet, wave_signif, wavelet_inverse from mpl_toolkits.axes_grid1 import make_axes_locatable from matplotlib.ticker import AutoMinorLocator from scipy.signal import hilbert

#For use with Gui
print(sys.argv[1])
print(sys.argv[2])

```
print(sys.argv[3])
#print(sys.argv[4])
from sys import argv
script, STA, COMP, VAR = argv
# open files
file1= 'temp_alt_noam.'+ STA
GPS = open(file1, 'r')
# turn file into list
h = []
t = []
for i in GPS.readlines():
  i = i.strip()
                   ', ' ')
  i = i.replace('
                   ', ' ')
  i = i.replace('
                  ', ' ')
  i = i.replace('
                 ', ' ')
  i = i.replace('
  i = i.replace('
  i = i.split(' ')
  h.append(float(i[1]))
  t.append(float(i[0]))
N= len(h)
time=t
dt = .00274
original=h
h = np.asarray(h)
#Removing steps in signal
# If your signal has mores step simply copy paste one of the loops and edit time for it
def Average(lst):
  return sum(lst) / len(lst)
f= [ n for n,i in enumerate(t) if i>2014.2945 ][0]
v1= Average(h[f-30:f])
v2= Average(h[f+1:f+30])
step=v2-v1
step2= int(round(step))
if step > 1: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]
if step < -1: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]
#f= [ n for n,i in enumerate(t) if i>2017.6836][0]
#v1= Average(h[f-30:f])
#v2= Average(h[f+1:f+30])
#step=v2-v1
#step2= int(round(step))
#if step > 1: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]
#if step < -1: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]</pre>
```

', ' ')

f= [n for n,i in enumerate(t) if i>2018.31221][0] v1= Average(h[f-30:f]) v2= Average(h[f+1:f+30]) step=v2-v1 step2= int(round(step)) if step > 0.3: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)] if step < -0.3: h[f:N] = [h[j]- step2 for j in range(f,N)]</pre>

#####Parameters to fix line to data # Removing trend

f= [n for n,i in enumerate(t) if i>2018][0] v1= Average(h[f-40:f-10]) for i in range(f,N):

> if h[i] < -6: h[i] = v1 elif h[i] > -5: h[i] = v1

```
#####Parameters for fit line to data
m, b = np.polyfit(t, h, 1)
xl = [min(t), max(t)]
z=[m*xx + b for xx in t]
h = [h[j]-z[j] \text{ for } j \text{ in } range(0,N)]
m= h
plt.figure() # Inicio de la figura
#plt.plot(t,r,'r-', markersize=1)
plt.plot(t,original,'b-', markersize=1)
#plt.plot(t,seno,'g-', markersize=1)
#plt.plot(t,r)
#plt.plot(t,z, '-')
plt.xlabel('Tiempo')
plt.ylabel('Altura')
plt.title('Tiempo vs Altura')
plt.grid()
#plt.show() # Function necesaria para generar y mostrar la figura.
#plt.savefig("Original_%s_%s_%s.png"% (STA, COMP, VAR))
```

#Changing font size import pylab as plot params = {'legend.fontsize': 5, 'axes.titlesize' : 8, 'axes.labelsize' : 8,

Calculates mean and variance

Data to use
h = np.asarray(h)

variance = np.std(h)**2

mean=np.mean(h)
data = (h - np.mean(h))/np.sqrt(variance)
print "mean=",mean
print "std=", np.sqrt(variance)
print "variance=", variance

7 day average, smoothing signal before Kalman filter def movingaverage(interval, window_size): window = np.ones(int(window_size))/float(window_size) return np.convolve(interval, window, 'same')

h = movingaverage(data, 7)

#Parameters for Kalman filter T=0.045; A=-1/T; B=1/T; ##Low Pass Filter

Xtn=[] Xtn.append(h[0]) Xtn1=[] Xtn1.append(Xtn[0]) WF1=[]

```
for n in range(0,N):
    Xtn.append((Xtn[n]+B*h[n]*dt)*math.exp(A*dt))
    Xtn1.append(Xtn[n+1])
# WF1.append(h[n]-Xtn1[n]) #In case you want a Low Cut filter
```

```
WF1.append(Xtn1[n])
```

```
##Second Low Pass Filter
Xtn2=[]
Xtn2.append(Xtn1[0])
Xtn3=[]
Xtn3.append(Xtn2[0])
WF2=[]
```

```
#Parameters for Kalman filter (second pass)
T=0.1;
A=-1/T;
B=1/T;
for n in range(0,N):
    Xtn2.append((Xtn2[n]+B*WF1[n]*dt)*math.exp(A*dt))
    Xtn3.append(Xtn2[n+1])
```

```
# WF2.append(h[n]-Xtn3[n]) #In case you want a Low Cut filter
WF2.append(Xtn3[n])
```

For high amplitude data the filtered data needs to be scaled up # Only Guerrero group stations use the following scaling, for CAYA use 3.

Adding the parameters for the wavelet transform, more infomation #about the parameters is described in the WaveletFunctions.py file

pad = 1 # pad the time series with zeroes (recommended) dj = 0.25 # the spacing between discrete scales (resolution). s0 = 2*dt # this says start at a scale of 2 days aprox j1 = ((np.log2(N*dt/s0))/dj) #the # of scales minus one. lag1 = 0.72 # lag-1 autocorrelation for red noise background mother = 'MORLET'

Wavelet transform: wave,period,scale,coi = wavelet(data,dt,pad,dj,s0,j1,mother); power = (np.abs(wave))**2 # compute wavelet power spectrum

##Significance level
##Varianza 1, for the normalized time series
signif = wave_signif(1.0,dt,scale,0,lag1,-1,-1,mother)
sig95 = np.dot(signif.reshape(len(signif),1),np.ones((1,N))) # expand signif --> (J+1)x(N) array
sig95 = power / sig95 # where ratio > 1, power is significant

#Global wavelet spectrum & significance levels

global_ws = variance*power.sum(axis=1)/float(N) # time-average over all times dof = N - scale # the -scale corrects for padding at edges global_signif = wave_signif(variance,dt,scale,1,lag1,-1,dof,mother)

#Normalize de values
def normalize(lst):
 k = sum(lst)
 return map(lambda x: float(x)/max(lst), lst)

global_ws = global_ws/scale
global_signifs=global_signif/scale
global_ws=normalize(global_ws)
global_signif=normalize(global_signif)

powers=np.zeros_like(power)
for k in range(len(scale)):
 powers[k,:] = power[k,:]/scale[k]
power=powers

scale average
avg = (scale >= 0) & (scale < 9)
Cdelta = 0.776; # this is for the MORLET wavelet
scale_avg = np.dot(scale.reshape(len(scale),1),np.ones((1,N))) # expand scale --> (J+1)x(N) array
scale_avg = power / scale_avg # [Eqn(24)]
scale_avg = variance*dj*dt/Cdelta*sum(scale_avg[avg,:]) # [Eqn(24)]
sa = wave_signif(variance,dt,scale,2,lag1,-1,[0.0001,8.9],mother)

#Reconstruction
iwave=wavelet_inverse(wave, scale, dt, dj, 'Morlet')
print "root square mean error",np.sqrt(np.sum((data-iwave)**2)/float(len(data)))*np.sqrt(variance),"deg C"

#figure size
fig=plt.figure(figsize=(6,4))

subplot positions
width= 0.65
hight = 0.28;
pos1a = [0.32, 0.65, width, hight]
pos1b = [0.32, 0.29, width, hight]
pos1c = [0.08, 0.29, 0.12, hight]
pos1d= [0.32, 0.1, width, hight*.4]

ax=fig.add axes(pos1a)

###

For high amplitude data the filtered data needs to be shifted to match the input # Shifting time (Just needed for Guerrero stations for everything else is 0) # CAYA=0.4, all other stations in this group 0.2

```
timeshift = [time[j]-0.4 for j in range(0,N)]
```

#original ax.plot(time,m,"g-",label='Input') #filtered ax.plot(timeshift,data,"r",label='Filtered') #reconstruction #ax.plot(time,iwave*np.sqrt(variance)+mean,"b--",label='Reconstruccion') #Earthquakes xposition = [2001.1767,2001.7658,2002.2945,2003.0562,2006.1384,2011.4616, 2007.2808,2009.31 92,2009.6205,2010.3959,2011.9411,2012.2172,2013.4502, 2014.2945,2014.34 93,2015.3904,2015.7466,2016.3238,2017.6836,2018.139] #xposition = [2002.2945,2003.0562,2011.9411,2012.2172, # 93,2016.3238,2017.6836]

for xc in xposition: plt.axvline(x=xc, color='k', linestyle='--')

xposition = [2014.2945,2012.8511,2012.2172,2010.2562,2000.6052] for xc in xposition: plt.axvline(x=xc, color='m', linestyle='--') xposition = [2003.0562,2001.0342,2017.6836,2017.7164,2018.139] for xc in xposition: plt.axvline(x=xc, color='r', linestyle='--')

ax.set_ylabel('%s (cm)'% COMP) ax.grid() ta = np.asarray(time) tsh = np.asarray(timeshift)

xlim=ax.set_xlim([ta.min(),tsh.max()]) ax.get_xaxis().get_major_formatter().set_useOffset(False) if int(ta.max())-int(ta.min())>7:

nge(int(ta.min())-1,int(ta.max())+1,2)) else:

nge(int(ta.min()),int(ta.max())+1,1)) plt.legend(loc='lower center') plt.title('a) Time series GPS-%s Direction=%s'% (STA, COMP))

2014.2945,2014.34

ax.set xticks(np.ara

ax.set_xticks(np.ara

b) Wavelet spectrum

#--- Contour plot wavelet power spectrum bx=fig.add_axes(pos1b,sharex=ax) #bx=fig.add_axes(pos1b) levels=[0.25,0.5,1,2,4,8,16,32,64] bx.grid(True) Yticks = np.unique(2 ** np.floor(np.log2(period)))[1:] #bx.contour(time,np.log2(period),np.log2(power),np.log2(levels)) cont=bx.contourf(timeshift,np.log2(period),np.log2(power),np.log2(levels), extend='both', cmap=plt.get_cmap('jet')) #cmap=plt.get_cmap('rainbow'),vmin=-4 ,vmax=9) #bx.set_ylim(5, 0.25) xlim=bx.set_xlim([ta.min(),ta.max()]) bx.get_xaxis().get_major_formatter().set_useOffset(False) #bx.set_ylabel('Time (year)') bx.set_ylabel('Period (years)')

ymajorLocator=ticker.FixedLocator(np.log2(Yticks))
bx.yaxis.set_major_locator(ymajorLocator)
ticks=bx.yaxis.set_ticklabels(Yticks)
#plt.ylim(5, 0.25)
#plt.colorbar(cont)
plt.title('b) Wavelet Power Spectrum')
ts = timeshift;
95% significance contour, levels at -99 (fake) and 1 (95% signif)
cs = bx.contour(ts,np.log2(period),sig95,[1],color='k',linewidth=1)

cone-of-influence, anything "below" is dubious coi_area = np.concatenate([[np.max(scale)], coi, [np.max(scale)],[np.max(scale)]]) ts_area = np.concatenate([[ts[0]], ts, [ts[-1]],[ts[0]]]); ts_area1 = np.concatenate([[ts[0]], ts, [ts[-1]],[ts[0]]]); L=bx.plot(ts_area,np.log2(coi_area),'k',linewidth=1) bx.fill_between(x=ts, y1=np.log2(coi), y2=np.log2(coi.max()), color='gray', alpha=0.3,hatch="x")

#--- Plot global wavelet spectrum cx=fig.add_axes(pos1c,sharey=bx) cx.plot(global_ws,np.log2(period),"r-") cx.plot(global_signif,np.log2(period),'k--') #ylim=cx.set_ylim(np.log2([period.min(),period.max()])) ylim=cx.set_ylim(np.log2([0.125,6])) cx.invert_yaxis() plt.title('c) Global Wavelet Spectrum') #xrangec=cx.set_xlim(0,1) #plt.savefig("WV_%s_%s_%s.png"% (STA, COMP, VAR)) ###Hilbert transform to get the intantaneous phase

signal = data time=t

#Hilbert transform to get the intantaneous phase
z= hilbert(signal) #form the analytical signal
inst_amplitude = np.abs(z) #envelope extraction
inst_phase = np.angle(z)*180/np.pi
regenerated_carrier = np.cos(inst_phase)

dx=fig.add axes(pos1d,sharex=ax)

dx.plot(timeshift,inst_phase,"g")
dx.grid()
dx.set_ylabel('Phase (\$^\circ\$)')
dx.set_xlabel('Time (years)')
title=plt.title('d) Intantaneous Phase')
dx.xaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(2))
dx.set_yticks(np.arange(-180,182,90))
xlim=bx.set_xlim([ta.min(),tsh.max()])
#To save the image uncomment
plt.savefig("WV_%s_%s_%s.png"% (STA, COMP, VAR))

Global Wavelet spectrum

fig, cx = plt.subplots(figsize=(4,3.3))

```
#cx.plot(np.log2(period),global_ws,"r-")
cx.plot(period,global_ws,"r-")
#cx.plot(np.log2(period),global_signif,'k--')
#cx.plot(period,global_signif,'k--')
#xlim=cx.set_xlim(np.log2([period.min(),period.max()]))
#xlim=cx.set_xlim([period.min(),period.max()])
xlim=cx.set_xlim(0,7)
yrange=cx.set_ylim(0,1)
cx.grid()
cx.set_xlabel('Period (years)')
plt.title('Global Wavelet Spectrum, GPS-%s direction=%s'% (STA, COMP))
plt.savefig("GlobalSpectrum_%s_%s.png"% (STA, COMP))
#
```

#-----

```
out1 = ("filtered_%s_%s.%s" % (COMP, VAR, STA))
out = open(out1, 'w')
for i in range(0, N):
    out.write('%s %s' % (tsh[i], data[i]))
    out.write("\n")
```

out.close()

```
#
```

```
out2 = ("Periodos_%s_%s.%s" % (COMP, VAR, STA))
out = open(out2, 'w')
for i in range(0, len(period)):
    out.write('%s %s' % (period[i], global_ws[i]))
    out.write("\n")
```

out.close()

#-----

3er Código

from scipy.special._ufuncs import gammainc, gamma import numpy as np from scipy.optimize import fminbound

```
# Copyright (C) 1995-2004, Christopher Torrence and Gilbert P.Compo
# Python version of the code is written by Evgeniya Predybaylo in 2014
#
# This software may be used, copied, or redistributed as long as it is not
# sold and this copyright notice is reproduced on each copy made. This
# routine is provided as is without any express or implied warranties
# whatsoever.
#
# Notice: Please acknowledge the use of the above software in any publications:
#
   "Wavelet software was provided by C. Torrence and G. Compo,
#
   and is available at URL: http://paos.colorado.edu/research/wavelets/".
#
# Reference: Torrence, C. and G. P. Compo, 1998: A Practical Guide to
#
       Wavelet Analysis. <I>Bull. Amer. Meteor. Soc.</I>, 79, 61-78.
#
# Please send a copy of such publications to either C. Torrence or G. Compo:
# Dr. Christopher Torrence Dr. Gilbert P. Compo
# Research Systems, Inc.Climate Diagnostics Center# 4990 Pearl East Circle325 Broadway R/CDC1# Boulder, CO 80301, USABoulder, CO 80305-3328, USA
# E-mail: chris[AT]rsinc[DOT]com E-mail: compo[AT]colorado[DOT]edu
#
#-
   _____
```

WAVELET 1D Wavelet transform with optional significance testing

- # wave, period, scale, coi = wavelet(Y, dt, pad, dj, s0, J1, mother, param)
 #
- # Computes the wavelet transform of the vector Y (length N),
- # with sampling rate DT.

```
#
# By default, the Morlet wavelet (k0=6) is used.
# The wavelet basis is normalized to have total energy=1 at all scales.
#
# INPUTS:
#
# Y = the time series of length N.
# DT = amount of time between each Y value, i.e. the sampling time.
#
# OUTPUTS:
#
# WAVE is the WAVELET transform of Y. This is a complex array
# of dimensions (N,J1+1). FLOAT(WAVE) gives the WAVELET amplitude,
# ATAN(IMAGINARY(WAVE),FLOAT(WAVE) gives the WAVELET phase.
# The WAVELET power spectrum is ABS(WAVE)**2.
# Its units are sigma**2 (the time series variance).
#
# OPTIONAL INPUTS:
#
# *** Note *** if none of the optional variables is set up, then the program
#
of -1.
#
#
  PAD = if set to 1 (default is 0), pad time series with enough zeroes to get
      N up to the next higher power of 2. This prevents wraparound
#
#
      from the end of the time series to the beginning, and also
#
      speeds up the FFT's used to do the wavelet transform.
#
      This will not eliminate all edge effects (see COI below).
#
# DJ = the spacing between discrete scales. Default is 0.25.
      A smaller # will give better scale resolution, but be slower to plot.
#
#
# S0 = the smallest scale of the wavelet. Default is 2*DT.
#
#
  J1 = the # of scales minus one. Scales range from S0 up to S0*2**(J1*DJ),
#
     to give a total of (J1+1) scales. Default is J1 = (LOG2(N DT/S0))/DJ.
#
  MOTHER = the mother wavelet function.
#
#
        The choices are 'MORLET', 'PAUL', or 'DOG'
#
#
  PARAM = the mother wavelet parameter.
       For 'MORLET' this is k0 (wavenumber), default is 6.
#
       For 'PAUL' this is m (order), default is 4.
#
       For 'DOG' this is m (m-th derivative), default is 2.
#
#
#
# OPTIONAL OUTPUTS:
#
   PERIOD = the vector of "Fourier" periods (in time units) that corresponds
#
#
       to the SCALEs.
#
# SCALE = the vector of scale indices, given by S0*2**(j*DJ), j=0...J1
```

uses default values

where J1+1 is the total # of scales.

- #
- # COI = if specified, then return the Cone-of-Influence, which is a vector
- # of N points that contains the maximum period of useful information
- # at that particular time.
- # Periods greater than this are subject to edge effects.

def wavelet(Y, dt, pad=0, dj=-1, s0=-1, J1=-1, mother=-1, param=-1):

np.fix((np.log(n1 * dt / s0) / np.log(2)) / dj)	if s0 == -1: s0 = 2 * dt if dj == -1: dj = 1. / 4. if J1 == -1: J1 =
'MORIET'	if mother == -1: mother =
	# construct time
series to analyze, pad if necessary	x = Y - np.mean(Y) if pad == 1:
np.fix(np.log(n1) / np.log(2) + 0.4999).astype(np.int) # power of 2 nearest to N	58362 -
np.concatenate((x, np.zeros(2 ** (base2 + 1) - n1)))	x =
	n = len(x)
	#construct
wavenumber array used in transform [Eqn(5)]	kplus = np.arange(1,
np.fix(n / 2 + 1))	kplus = (kplus * 2 *
np.pi / (n * dt))	$k_{minus} = ((k_{nlus}[0))$
1])[::-1])	
np.concatenate(([0.], kplus, kminus))	k =
the (padded) time series	#compute FFT of
[Eqn(3)]	f = np.fft.fft(x) #
array & empty PERIOD & WAVE arrays	#construct SCALE
#	j =
np.arange(U,J1+1) #	scale = s0 * 2. ** (j *
dj) #	wave =
np.zeros(shape=(J1 + 1, n), dtype=complex) # define the wavelet array	

n1 = len(Y)

scale=np.array([s0*
period =
wave =
loop through all
for a1 in range(0,
daughter,
wave[a1, :]
period =
coi = coi * dt *
wave = wave[:, :n1]
return wave, period.

def wave_bases(mother, k, scale, param):

n = len(k)

0., dtype=float)	kplus	= np.array	y(k >
'MORIET': #	if	mother	==
-1:	paran	if parar n = 6.	n ==
np.copy(param) (scale * k - k0) ** 2 / 2. * kplus np.sqrt(scale * k[1]) * (np.pi ** (-0.25)) * np.sqrt(n) # total energy=N [Eqn(7)] norm * np.exp(expnt) daughter * kplus # Heaviside step function np.pi) / (k0 + np.sqrt(2 + k0 ** 2)) # Scale>Fourier [Sec.3h] fourier_factor / np.sqrt(2) # Cone-of-influence [Sec.3g] # Degrees of freedom	fourie	k0 expnt norm daughte daughte er_factor = coi dofmin mother	= = - = er = er = : (4 * = : 2 ==
'PAUL': # Paul -1:		if parar	n ==
scale * k * kplus np.sqrt(scale * k[1]) * (2 ** m / np.sqrt(m*np.prod(np.arange(1, (2 * m))))) * np.sqrt(n) norm * ((scale * k) ** m) * np.exp(expnt) * kplus	paran	n = 4. m = par expnt norm daughte	ram = - = er =
np.pi / (2 * m + 1) fourier_factor * np.sqrt(2) 'DOG': # DOG -1:	fourie elif	r_factor = coi dofmin mother if parar	: 4 * = =2 == m ==
(scale * k) ** 2 / 2.0 np.sqrt(scale * k[1] / gamma(m + 0.5)) * np.sqrt(n)	paran	n = 2. m = par expnt norm	ram = - =

```
daughter =
-norm * (1j ** m) * ((scale * k) ** m) * np.exp(expnt)
                                                                                                       fourier factor = 2 *
np.pi * np.sqrt(2. / (2 * m + 1))
                                                                                                               coi
                                                                                                                         =
fourier_factor / np.sqrt(2)
                                                                                                               dofmin = 1
                                                                                                       else:
                                                                                                               print
'Mother must be one of MORLET, PAUL, DOG'
                                                                                                                 daughter,
                                                                                                       return
fourier_factor, coi, dofmin
#------
# WAVE_SIGNIF Significance testing for the 1D Wavelet transform WAVELET
#
# SIGNIF = wave_signif(Y,DT,SCALE,SIGTEST,LAG1,SIGLVL,DOF,MOTHER,PARAM)
#
# INPUTS:
#
# Y = the time series, or, the VARIANCE of the time series.
     (If this is a single number, it is assumed to be the variance...)
#
# DT = amount of time between each Y value, i.e. the sampling time.
  SCALE = the vector of scale indices, from previous call to WAVELET.
#
#
#
# OUTPUTS:
#
#
 SIGNIF = significance levels as a function of SCALE
#
  FFT_THEOR = output theoretical red-noise spectrum as fn of PERIOD
#
#
# OPTIONAL INPUTS:
# *** Note *** setting any of the following to -1 will cause the default
#
         value to be used.
#
   SIGTEST = 0, 1, or 2. If omitted, then assume 0.
#
#
#
     If 0 (the default), then just do a regular chi-square test,
#
       i.e. Eqn (18) from Torrence & Compo.
#
     If 1, then do a "time-average" test, i.e. Eqn (23).
       In this case, DOF should be set to NA, the number
#
#
       of local wavelet spectra that were averaged together.
#
        For the Global Wavelet Spectrum, this would be NA=N,
#
        where N is the number of points in your time series.
#
     If 2, then do a "scale-average" test, i.e. Eqns (25)-(28).
#
       In this case, DOF should be set to a
#
        two-element vector [S1,S2], which gives the scale
#
        range that was averaged together.
#
        e.g. if one scale-averaged scales between 2 and 8,
#
        then DOF=[2,8].
#
#
  LAG1 = LAG 1 Autocorrelation, used for SIGNIF levels. Default is 0.0
#
#
   SIGLVL = significance level to use. Default is 0.95
#
```

 # DOF = degrees-of-freedom for signif test. # IF SIGTEST=0, then (automatically) DOF = 2 (or 1 for MOTHER='DOG') # IF SIGTEST=1, then DOF = NA, the number of times averaged together. # IF SIGTEST=2, then DOF = [S1,S2], the range of scales averaged. # # Note: IF SIGTEST=1, then DOF can be a vector (same length as SCALEs), # in which case NA is assumed to vary with SCALE. # This allows one to average different numbers of times # together at different scales, or to take into account # things like the Cone of Influence. # See discussion following Eqn (23) in Torrence & Compo. 			
def wave_signif(Y, dt, scale, sigtest=-1, lag1=-1, siglvl=-1, dof=-1, mother=-1, param=-1):	n1 =		
len(np.atleast_1d(Y))	J1 = len(scale) - 1 s0 = np.min(scale) dj = np.log2(scale[1]		
/ scale[0]) np.std(Y) ** 2	if n1 == 1: variance = Y else: variance =		
	if sigtest == -1: sigtest = 0 if lag1 == -1: lag1 = 0.0 if siglvl == -1: siglvl = 0.95 if mother == -1: mother =		
'MORLET'	# get the		
appropriate parameters [see Table(2)]	if mother ==		
'MORLET': # Morlet	empir =		
([2., -1, -1, -1])	if param ==		
-1:			
	param = 6.		
2.32, 0.60])	empir[1:] = ([0.776, k0 = param)		
	fourier factor = (4 *		
np.pi) / (k0 + np.sqrt(2 + k0 ** 2)) # Scale>Fourier [Sec.3h]	elif mother ==		
'PAUL':	emnir = /[2		
-1, -1, -1])	cinpii – ([2,		
-1:	i	if param	==
---	---	-------------	------------
	param =	4	
117 1 []	empir[1:]] = ([1.13	32,
1.17, 1.5])	ſ	m = paraı	m
n = n + 1	fourier_f	actor = (4	4 *
	elif m	other	==
/(1 1 1 1)	(empir	=
([1., -1, -1, -1])	i	if param	==
-1:		2	
	param =	2.	
1.43, 1.4])	empir[1:] = ([3.54	¥1,
== 6: #DOG	(elit para	ιm
	empir[1:]] = ([1.96	66,
1.37, 0.97])	I	m = parai	m
	fourier_f	actor = 2	<u>)</u> *
np.pi * np.sqrt(2. / (2 * m + 1))	else:		
'Mother must be one of MORLET, PAUL, DOG'	I	print	
	period	= scale	*
fourier_tactor	dofmin =	empir[0]] #
Degrees of freedom with no smoothing	Cdelta =	empir[1]	#
reconstruction factor	gamma_	fac	=
empir[2] # time-decorrelation factor	dj0 = e	mpir[3]	#
scale-decorrelation factor			
normalized frequency	freq = dt	: / period	#
** 2) / (1 - 2 * lag1 * np.cos(freq * 2 * np.pi) + lag1 ** 2) # [Eqn(16)]	fft_theor = (1 - 2 * lag1 * np.cos(freq * 2 * np.pi) + lag1 ** 2) # [Eqn(16)]		ıg1
* fft_theor # include time-series variance		r = varian	ice
	signif = ff if	ft_theor	
len(np.atleast_1d(dof)) == 1:	i	if dof == -	-1:

dof = dofmin

	if sigtest == 0: # no
smoothing, DOF=dofmin [Sec.4]	dof =
dofmin	chisquare =
chisquare_inv(siglvl, dof) / dof	signif =
fft_theor * chisquare # [Eqn(18)]	alif sister 1. #
time-averaged significance	enr sigtest == 1: #
len(np.atleast_1d(dof)) == 1:	it
	dof = np.zeros(J1) +
dof	dof[dof < 1]
= 1	dof =
dofmin * np.sqrt(1 + (dof * dt / gamma_fac / scale) ** 2) # [Eqn(23)]	doffdaf <
dofmin] = dofmin # minimum DOF is dofmin	doi[doi <
range(0, J1 + 1):	for a1 in
chisquare_inv(siglvl, dof[a1]) / dof[a1]	chisquare =
	signif[a1] =
fft_theor[a1] * chisquare	print
chisquare	elif sigtest == 2: #
time-averaged significance	if len(dof)
!= 2:	
	print 'ERROR: DOF
must be set to [51,52], the range of scale-averages	if Cdelta ==
-1:	
& dj0 not defined for ' + mother + ' with param = ' + str(param)	print 'ERROR: Cdelta
	s1 = dof[0] s2 = dof[1] avg =
np.logical_and(scale >= 2, scale < 8)# scales between S1 & S2	nava -
np.sum(np.array(np.logical_and(scale >= 2, scale < 8), dtype=int))	ilavg –
	if navg $== 0$:
valid scales between ' + str(s1) + ' and ' + str(s2)	print 'ERROR: No
np.sum(1. / scale[avg]) # [Eqn(25)]	Savg = 1. /

		Smid	=
np.exp((np.log(s1) + np.log(s2)) / 2.) # power-of-two midpoint		dof	=
(dofmin * navg * Savg / Smid) * np.sqrt(1 + (navg * dj / dj0) ** 2) # [Eqn(28)]		fft theor	=
Savg * np.sum(fft_theor[avg] / scale[avg]) # [Eqn(27)]		chisquaro	_
chisquare_inv(siglvl, dof) / dof		chisquare	-
dt / Cdelta / Savg) * fft_theor * chisquare # [Eqn(26)]		signit = (aj	
	else:	print	
'ERROR: sigtest must be either 0, 1, or 2'			
	return s	ignif	
<pre># # CHISQUARE_INV Inverse of chi-square cumulative distribution function (cdf). # # X = chisquare_inv(P,V) returns the inverse of chi-square cdf with V # degrees of freedom at fraction P. # This means that P*100 percent of the distribution lies between 0 and X. # # To check, the answer should satisfy: P==gammainc(X/2,V/2) # Uses FMIN and CHISQUARE_SOLVE</pre>			
def chisquare_inv(P, V):			
must be < 0.9999'	if (1 - P)	< 1E-4: print	'P
2. #this is a no-brainer	if P == 0).95 and V =	
		X = 5.9915 return X	5
hopefully this is small enough	MINN	= 0.01	#
starts at 10 (see while loop below)	MAXX =	1 # actual	ly
# this should be accurate enough	X = 1 TOLERA	NCE = 1E	-4
	while	(X	+
TOLERANCE) >= MAXX: # should only need to loop thru once		ΜΑΧΧ	=
MAXX * 10.	# this	colculate	.
value for X, NORMALIZED by V	π (1115	v	-
fminbound(chisquare_solve, MINN, MAXX, args=(P,V), xtol=TOLERANCE)		X	=
MAXX		IVIINN	=

in the goofy V factor	X = X * V # put back
code	return X # end of
 #	# # # and degrees-of- # calculated
1998 by C. Torrence necessary because X is Normalized	# Uses GAMMAINC # # Written January # extra factor of V is
def chisquare_solve(XGUESS,P,V): gammainc(V/2, V*XGUESS/2) # incomplete Gamma function	PGUESS =
np.abs(PGUESS - P) # error in calculated P	PDIFF =
# if P is very close to 1 (i.e. a bad guess) XGUESS # then just assign some big number like XGUESS	TOL = 1E-4 if PGUESS >= 1-TOL: PDIFF = return PDIFF

def wavelet_inverse(wave, scale, dt, dj=0.25, mother='MORLET',param=-1):
 """Inverse continuous wavelet transform
 Torrence and Compo (1998), eq. (11)
 INPUTS
 waves (array like):
 WAVE is the WAVELET transform. This is a complex array.
 scale (array like):
 the vector of scale indices
 dt (float) :
 amount of time between each original value, i.e. the sampling time.

#-----

```
dj (float, optional) :
    the spacing between discrete scales. Default is 0.25.
   A smaller # will give better scale resolution, but be slower to plot.
  mother (string, optional) :
    the mother wavelet function.
    The choices are 'MORLET', 'PAUL', or 'DOG'
  PARAM = the mother wavelet parameter.
    For 'MORLET' this is k0 (wavenumber), default is 6.
    For 'PAUL' this is m (order), default is 4.
    For 'DOG' this is m (m-th derivative), default is 2.
OUTPUTS
  iwave (array like) :
    Inverse wavelet transform.
.....
import numpy as np
j1, n = wave.shape
J1 = len(scale)
if not j1 == J1:
  print j1,n,J1
  raise Exception("Input array are inconsistent")
sj = np.dot(scale.reshape(len(scale),1),np.ones((1,n)))
#
mother = mother.upper()
# psi0 comes from Table 1,2 Torrence and Compo (1998)
# Cdelta comes from Table 2 Torrence and Compo (1998)
if mother=='MORLET': #----- Morlet
  if (param == -1): param = 6.
  psi0=np.pi**(-0.25)
  if param==6.:
    Cdelta = 0.776
elif mother=='PAUL': #----- Paul
  if (param == -1): param = 4.
  m = param
  psi0=np.real(2.**m*1j**m*np.prod(np.arange(2, m + 1))/np.sqrt(np.pi*np.prod(np.arange(2, 2*m+1)))*(1**(-(m+1)))
  if m==4.:
   Cdelta = 1.132
elif mother=='DOG': #----- DOG
  if (param == -1): param = 2.
  m = param
  from scipy.special import gamma
  from numpy.lib.polynomial import polyval
  from scipy.special.orthogonal import hermitenorm
  p = hermitenorm(m)
  psi0=(-1)**(m+1)/np.sqrt(gamma(m+0.5))*polyval(p, 0)
  print psi0
  if m==2.:
    Cdelta=3.541
  if m==6.:
    Cdelta=1.966
else:
  raise Exception("Mother must be one of MORLET, PAUL, DOG")
#eq. (11) in Torrence and Compo (1998)
iwave = dj * np.sqrt(dt) / Cdelta /psi0 * (np.real(wave) / sj**0.5).sum(axis=0)
```

```
return iwave
```

4to Código

#Author: Maria Teresa Velazquez Jimenez # 2017

#-----

import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt import pandas as pd import math import sys from matplotlib import colors, ticker from mpl_toolkits.axes_grid1 import make_axes_locatable from matplotlib.ticker import AutoMinorLocator import glob #Changing font size import pylab as plot params = {'legend.fontsize': 6, 'axes.titlesize': 8, 'axes.labelsize': 8, 'xtick.labelsize':7, 'ytick.labelsize': 7} plot.rcParams.update(params) #----h=[] t=[] count=1 plt.figure(figsize=(6.2,3)) for filename in sorted(glob.glob('filtered_N30E*')): subs = filename[-4:] with open(filename, 'r') as infile:

infile.readlines():

for i in

i = i.split(' ')

```
h.append(float(i[1]))
```

```
t.append(float(i[0]))
 plt.plot(t,h,'+', markersize=2, label=subs)
 plt.xlabel('Time')
 plt.ylabel('N30E (cm)')
 plt.title('Time Series Cocos-Guerrero')
 plt.xlim(2000, 2018.5)
 plt.xticks(np.arange(2000, 2018.5, step=2))
 plt.ylim(-3.5, 4.5)
 h=np.asarray(h)
# plt.ylim([h.min()-0.1,h.max()+0.4]),('2010', '2012', '2014', '2016', '2018')
 plt.minorticks_on()
 plt.grid(True)
 h=[]
 t=[]
 count=count+1
#-----
```

x=[2001.8,2003.3] plt.fill_between(x, -3.5, 4.5,facecolor='gray', alpha=0.2)

x=[2006.1,2007.4] plt.fill_between(x, -3.5, 4.5,facecolor='gray', alpha=0.2) x=[2009.5,2010.7] plt.fill_between(x, -3.5, 4.5,facecolor='gray', alpha=0.2)

x=[2014,2015.5] plt.fill_between(x, -3.5, 4.5,facecolor='gray', alpha=0.2)

x=[2017.2,2018.5] plt.fill_between(x, -3.5, 4.5,facecolor='gray', alpha=0.2)

#----plt.legend(loc='upper left', numpoints=5, markerscale=1, ncol=count)
plt.savefig("Cocos_Guerrero.png")

#-----h=[]
t=[]
count=1
plt.figure(figsize=(6.2,3))
for filename in sorted(glob.glob('Periodos_N30E*')):
 subs = filename[-4:]
 with open(filename, 'r') as infile:

infile.readlines():

for i in

i = i.split(' ')

h.append(float(i[1]))

t.append(float(i[0]))
 plt.plot(t,h, markersize=2, label=subs)
 plt.xlabel('Period (years)')
 plt.ylabel('Amplitude (N30E)')
 plt.title('Periods Cocos-Guerrero')
 plt.xlim(0, 6)
 plt.ylim(0, 1)
 h=np.asarray(h)
plt.ylim([h.min()-0.1,h.max()+0.4])
 plt.minorticks_on()
 plt.grid(True)
 h=[]
 t=[]
 count=count+1

plt.legend(loc='lower right', numpoints=5, markerscale=1, ncol=count)
plt.savefig("Cocos_Guerrero_Periodos.png")

Resultados en dirección vertical



Estaciones cercanas a la Trinchera – Guerrero (Estaciones color morado en Figura 9.1)





Estaciones alejadas de la Trinchera - Guerrero (Estaciones color verde en Figura 9.1)

Espectros Globales (dirección N30E)



Señales de tiempo filtradas: sombreado en gris son los deslizamientos lentos del área de Guerrero, tanto los que ya están registrados como el que se propone empezó alrededor de marzo del 2017.



Para poder visualizar mejor la serie de tiempo se muestra con el rango de tiempo 2006-2018.



Estaciones en Oaxaca (Estaciones en rosa de la Figura 9.1)

Espectro Global:



Series de tiempo filtradas, componente vertical:



Time

Las áreas grises sombreadas son los deslizamientos lentos en el área de Oaxaca, los sombreados de color amarillo son los deslizamientos lentos en el área de Guerrero.

Serie tiempo de la componente vertical, las areas sombreadas en gris son los deslizamientos en Oaxaca, en verde se encuentra la duracion del deslizamiento lento del 2010/2011 de acuerdo con el trabajo de Graham et al. (2016).

Rango de tiempo (2005-2018)



Serie tiempo de la componente vertical, las areas sombreadas en gris son los deslizamientos en Oaxaca, en verde se encuentra la duracion del deslizamiento lento del 2010/2011 de acuerdo con el trabajo de Graham et al. (2016).

Rango de tiempo (2010-2018)

Estaciones cerca del límite entre las placas subducidas (Rivera y Cocos) bajo la Norteamericana (Color azul claro en Figura 9.1)

Para las estaciones en este grupo se realizó un filtrado para remover periodos largos, intentando remover el periodo de un año, dichos resultados se encuentran en el capítulo de Resultados, a continuación, se muestran las figuras obtenidas sin remover el periodo anual.



Componente vertical: Misma señal con diferente filtrado, el periodo de un año sigue presente aun cuando se intentó filtrar, aun así, no es tan perceptible en la serie de tiempo filtrada







Solo se tiene una estación sobre el área de la placa subducida de Rivera, la estación ANIG (color rojo en Figura 9.1) por lo que se compara con estas estaciones y con las del siguiente grupo que son estaciones tierra adentro (color amarillo en Figura 9.1).



Periodos de las 4 estaciones, componentes Vertical





Figura que muestra las series de tiempo filtradas de la componente vertical, pero aun con el periodo anual. Sombreados en verde son los deslizamientos lentos presentados en el trabajo de Brudzinski et al. (2016)con modificaciones а su duración, para los eventos del 2013 y 2014 se tomó la duración publicada en ese trabajo

debido a que no se tienen suficientes datos para ese periodo de tiempo. Sombreados en rojo se encuentran los deslizamientos propuestos si se siguiera el ciclo marcado por Brudzinski et al. (2016).



Serie tiempo de la componente vertical con los periodos anuales removidos. Sombreados en verde son los deslizamientos lentos presentados en el trabajo de Brudzinski et al. (2016) con modificaciones a su duración.

Rango de tiempo (2007-2012)



Serie tiempo de la componente vertical con los periodos anuales removidos. Sombreados en verde son los deslizamientos lentos presentados en el trabajo de Brudzinski et al. (2016) con modificaciones a su duración, para los eventos del 2013 y 2014 se tomó la duración publicada en ese trabajo debido a que no se tienen suficientes datos para ese periodo de tiempo. Sombreados en rojo se encuentran los deslizamientos propuestos si se siguiera el ciclo marcado por Brudzinski et al. (2016).

Rango de tiempo (2013-2018)

Estaciones tierra adentro cerca del límite entre las placas subducidas Cocos y Rivera (Color amarillo en Figura 9.1)





Series de tiempo filtradas:



Las series de tiempo en dirección N30E se compara con estaciones en 2 direcciones diferentes, una hace el suroeste (en Guerrero) y otra hacia el este (Colima).



Las áreas grises sombreadas son los deslizamientos lentos en el área de la brecha de Guerrero. Comparación con estación YAIG, la cual presenta gran amplitud de deslizamiento lento.

Las áreas grises sombreadas son los deslizamientos lentos en el área de la brecha de Guerrero. Comparación con estación TECO, que se encuentra cerca del límite entre Cocos y Rivera. El área sombreada roja es el posible deslizamiento encontrado.

Discusión de los resultados presentados en este anexo

Los periodos obtenidos en las series de tiempo de la componente vertical se muestran resumidos en la Tabla 2.

Estaciones cercanas a la Trinchera – Guerrero

Para CAYA, DOAR y ZIHU se encontraron exactamente los mismos periodos de la señal en las dos componentes mostradas (N30E y vertical), en el caso de ACYA la componente vertical casi no tiene influencia de los deslizamientos lentos. Como se puede observar en las figuras, las componentes horizontales presentan con mucha mayor claridad los deslizamientos lentos.

Tabla 2

Estaciones	Distancia a la trinchera (Km)	Periodos Principales, dir. N30E (años)	Periodos Principales, dir. vertical (años)
ΑСΥΑ	60	1.4, <mark>2.9</mark>	0.4, 1, 2.9-3.2
САҮА	63.5	1.4, <mark>3.4</mark> , 5.8	1, 3.4, 5.8
DOAR	85	2.4, <mark>4.1</mark>	2.4, 4.1
ZIHU	75	2, 4.1	0.9, 2, 4.1
ARIG	190	0.7, 1.4, <mark>2.9</mark>	0.4, 0.9, 2.4
IGUA	231	0.4, 0.8, <mark>2.9</mark> , 4.9	0.9, 2.9-3.4
MEZC	177.7	0.4, 1, 2, <mark>2.9,</mark> 4.9	0.9, 2.9
TLIG	182	0.2, 0.8, 1.4, <mark>3.4</mark>	0.4, 0.9
YAIG	298	0.8, 3.4	0.7, 1, 1.8, 3.4-4
HUAT	51.2	0.7, 1.7, 5.8	0.5, 0.7, 2, 2.9
ΟΑΧΑ	195.4	0.3, 0.9, <mark>1.4</mark> , 2.8- 3.4	0.5, 0.9, 4.1
ОХТН	127.3	0.4, <mark>1</mark> , 2	0.4, 0.9, 1.7, 2.4
PEIG	62.7	0.5, 09, <mark>1.4</mark> , 3.4	0.9, 1.4, 2.4
PINO	74.6	0.6, 1.7	0.9, 2.1, 2.9
PENA	112.4	0.4-0.5, 0.85	0.4, 0.85
TECO	100	0.4-0.5, 0.85-1	0.85
TNMR	70.5	0.5, 1.2	0.4, 0.85
ANIG	213.5	0.5, 1	0.5, 1
UCOE	295.6	0.25, 0.4, 1, <mark>2.8</mark>	0.4, 0.7, 1, 2.2-2.8
DEMA	453.6	0.35, 1, 1.8, <mark>3.4</mark>	0.4, 0.85

Características de los deslizamientos lentos en México por estación/grupo de estaciones 2001-2018

Color de estación corresponde con el grupo de la Figura 9.1, periodo en rojo corresponde a periodo de los SSE.

Estaciones alejadas de la Trinchera – Guerrero/Morelos

Las componentes verticales parecen no ser homogéneas en el caso del periodo de deslizamiento lento, pero si en el caso de periodos cortos, los cuales probablemente se deben a ruido de origen no tectónico, ya que las componentes horizontales observan mayor influencia de los sismos lentos debido a que el ruido no los enmascara.

Estaciones en Oaxaca

La componente vertical no parece concordar con las componentes horizontales, solo puede observarse ruido periódico anual que se muestra en el espectro global.

Estaciones tierra adentro cerca del límite entre placas de Cocos y Rivera bajo Norteamérica

La estación DEMA presenta el mismo periodo que CAYA de 3.4 años, no es posible verlo en la componente vertical. Para la estación UCOE existe una gran amplitud en el periodo de entre 2.4 y 2.8 en ambas componentes, pero es más evidente en la componente vertical.

En la componente vertical se observan los periodos de ruido mencionado, pero es interesante observar que terminando el SSE del 2014 en Guerrero el periodo anual desaparece, y posteriormente aparece una amplitud que posiblemente es el SSE del 2017.

Periodos menores a 160 y 200 días



CAYA - Muestra periodos importantes en (días): 2.5, 14, 28, 55.6 y 111.

DOAR - Muestra periodos importantes en (días): 2.5, 14, 39 y 111



ARIG - Muestra periodos importantes en (días): 2.5, 14, 33, 66 y 111





DEMA - Muestra periodos importantes en (días): 2.5, 14 y 39

IGUA - Muestra periodos importantes en (días): 2.5, 14, 23.3, 78.6 y 157.2



MEZC – Muestra periodos importantes en (días): 2.5, 14, 27.8, 78.6 y 150







ANIG, UCOE & DEMA - Muestra periodos importantes en (días): 2.5, 14 y 33



PEIG & OAXA - Muestra periodos importantes en (días): 2.5, 14 y 28





Figura comparando la anomalía de aire libre con los periodos resultantes de las diferentes estaciones.

Este anexo muestra diferentes rangos de tiempo en las series de tiempo filtradas (dirección N30E) para su estudio más detallado.



Estaciones alejadas de la Trinchera – Guerrero/Morelos (Color verde en Figura 9.1)

Sombreado en gris son los deslizamientos lentos del área de Guerrero, tanto los que ya están registrados como el que se propone empezó alrededor de marzo del 2017.





Serie tiempo de la componente N30E, las areas sombreadas en gris son los deslizamientos en Oaxaca, en verde se encuentra la duracion del deslizamiento lento del 2010/2011 de acuerdo con el trabajo de Graham et al. (2016).

Rango de tiempo (2005-2018)



Serie tiempo filtrada de la componente N30E, las areas sombreadas en gris son los deslizamientos en Oaxaca, en verde se encuentra la duracion del deslizamiento lento del 2010/2011 de acuerdo con el trabajo de Graham et al. (2016).

Rango de tiempo (2010-2018)

Estaciones cerca de la Trinchera en el área del límite entre las placas subducidas (Rivera y Cocos) bajo la Norteamericana (Color azul claro en Figura 9.1)

Series de tiempo filtradas, de nuestras estaciones disponibles solo la estación ANIG se encuentra en el área de la placa Norteamericana que esta sobre la placa subducida de Rivera, las otras tres estaciones mostradas (PENA, TECO y TNMR) están en el área cercana a la costa sobre el límite entre Rivera y Cocos.



Series de tiempo filtradas de la componente N30E, pero aún con el periodo anual. Sombreados en verde los deslizamientos lentos son presentados en el trabajo de Brudzinski et al. (2016) con modificaciones a su duración, para los eventos del 2013 y 2014 se tomó la duración publicada en ese trabajo debido a que no se tienen suficientes datos para ese periodo de tiempo. Sombreados en rojo se encuentran los deslizamientos propuestos si se siguiera el ciclo marcado por Brudzinski et al. (2016).



Serie tiempo de la componente N30E con los periodos anuales removidos.

Serie tiempo de la componente N30E con los periodos anuales removidos.

Rango de tiempo (2007-2012)

Serie tiempo de la componente N30E con los periodos anuales removidos.

Rango de tiempo (2013-2018)