



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

INSTITUTO DE ASTRONOMIA

Fricción dinámica en sistemas inhomogéneos y con varios perturbadores y sus consecuencias para la estructura de las galaxias

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

Maestro en Ciencias (Astrofísica)

PRESENTA:

José Arturo Trelles Hernández

TUTOR

Dr. Octavio Valenzuela Tijerino

(Instituto de Astronomía)

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., Enero de 2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos del jurado

1. Datos del alumno

Trelles
Hernández
José Arturo
jtrelles@astro.unam.mx
Universidad Nacional Autónoma de México
Instituto de Astronomía
411069096

2. Datos del tutor

Dr.
José
Octavio
Valenzuela
Tijerino

3. Datos del sinodal 1

Dra.
Bárbara
Selén
Pichardo
Silva

4. Datos del sinodal 2

Dr.
Javier
Sánchez
Salcedo

5. Datos del sinodal 3

Dr.
Armando
Rojas
Niño

6. Datos del sinodal 4

Dr.
Bernardo
Cervantes
Sodi

7. Datos del sinodal 5

Dr.
Santi
Roca
Fábrega

8. Datos del trabajo

Fricción dinámica en sistemas inhomogéneos y con varios perturbadores y sus consecuencias para la estructura de las galaxias, 123 pp.
2018-2019

Agradecimientos

Agradezco a mis padres y a mi hermana por todo el apoyo que me han brindado durante la etapa de la maestría. Agradezco a mis compañeros y profesores por todas sus enseñanzas. Agradezco al Dr. Octavio Valenzuela la confianza que me otorgó para realizar este trabajo de tesis y agradezco a los sinodales que se tomaron la molestia de revisarla. Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México y a todo su personal por su apoyo y trabajo que me han servido para salir adelante. Agradezco al Instituto de Astronomía de la UNAM y a todo su personal por el soporte y material brindados durante la maestría y por permitirme el uso de la supercomputadora Atocatl sin la cual no podría haber realizado la presente tesis y también Agradezco a CONACyT por la beca otorgada.

Índice general

Agradecimientos	3
Resumen	8
1. Introducción	10
1.1. El modelo de materia oscura fría y energía oscura	10
1.2. Las galaxias	10
1.2.1. Clasificación Morfológica de Galaxias	11
1.3. La Vía Láctea	13
1.3.1. Componentes de nuestra galaxia	14
1.4. Historia de formación de la Vía Láctea	18
1.5. Procesos de formación jerárquica de galaxias	19
1.5.1. Fusión de galaxias	19
1.5.2. Fusión de Halos de materia oscura	20
1.5.3. Fricción dinámica	20
1.5.4. Simulaciones de N-cuerpos	20
1.6. Objetivos de la tesis	21
2. Teoría Analítica de la Fricción Dinámica	23
2.1. Estudios existentes acerca de la fricción dinámica	23
2.2. Fricción dinámica estudiada por Chandrasekhar	26
2.2.1. Obteniendo la fórmula de Chandrasekhar	27
2.2.2. Descomponiendo el problema en dos direcciones	29
2.2.3. Perturbador en un medio homogéneo	29
2.3. Casos límites de la fórmula de Chandrasekhar	31
2.3.1. Dependencia de la masa	31
2.3.2. Dependencia de la velocidad en el caso de movimiento lento	31
2.3.3. Dependencia de la velocidad en el caso de movimiento rápido	31

2.3.4.	Límites de la teoría de Chandrasekhar	32
2.4.	Teoría de respuesta lineal	33
2.4.1.	Teoría de respuesta lineal	33
2.4.2.	Amortiguamiento de Landau y Modos de Van Kampen . .	34
2.4.3.	Extensiones a la fórmula de Chandrasekhar	35
2.5.	Halos triaxiales y su importancia en el estudio de la estructura de la Galaxia	36
3.	Metodología	38
3.0.1.	Simulaciones de N-cuerpos	38
3.0.2.	Principales ecuaciones en el problema de N-cuerpos	38
3.1.	Código y las condiciones iniciales en las simulaciones de este trabajo	39
3.1.1.	Códigos de árbol	39
3.1.2.	Como funciona gyrfalcoN	41
3.2.	Fórmula de Eddington para la función de distribución	42
3.2.1.	Función de distribución para sistemas esféricos	42
3.2.2.	Fórmula de Eddington y sistemas ergódicos	43
3.2.3.	Construyendo el Halo triaxial	45
4.	Fricción Dinámica en halos esféricos con perturbadores múltiples	48
4.0.1.	Primeros experimentos con simulaciones de N-cuerpos uti- lizando más de un perturbador	50
4.0.2.	Primeros experimentos con simulaciones de N-cuerpos en un halo esférico tipo <i>cuspy</i> utilizando más de un perturba- dor con dos partículas a 90°	51
4.0.3.	Experimentos con simulaciones de N-cuerpos con 4 satélites con orientación de 90° entre cada uno	54
4.1.	Fricción dinámica con múltiples perturbadores en halos esféricos con satélites en órbita circular	56
4.1.1.	Halos con perfil de densidad tipo <i>cuspy</i>	56
4.2.	Experimentos con 4 satélites colocados a diferentes radios en el plano xy en un halo esférico tipo <i>cuspy</i>	66
4.3.	Pruebas de suavizamiento, número de partículas y orientación para un halo con perfil de densidad tipo <i>cuspy</i>	68
4.3.1.	Prueba de suavizamiento en un halo esférico con perfil de densidad tipo <i>cuspy</i>	69

4.3.2.	Prueba de número de partículas en un halo esférico con perfil de densidad tipo <i>cuspy</i>	69
4.3.3.	Prueba de orientación de los satélites en un halo esférico con perfil de densidad tipo <i>cuspy</i>	70
4.3.4.	Experimentos con Halos con perfil de densidad tipo <i>core</i> .	71
4.3.5.	Comparando con los resultados obtenidos por Inoue (2009)	78
4.3.6.	Resumen	79
5.	Fricción dinámica en Halos triaxiales	81
5.1.	Experimento en halos triaxiales con perfil de densidad tipo <i>cuspy</i>	82
5.1.1.	Experimento halos triaxiales con perfil de densidad tipo <i>cuspy</i> con 1 satélite en el plano xy, xz, yz	85
5.1.2.	Experimento con halos triaxiales con perfil de densidad tipo <i>cuspy</i> con 2 satélites en el plano xy	87
5.1.3.	Experimento halos triaxiales con perfil de densidad tipo <i>cuspy</i> con 4 satélites en el plano xy	89
5.2.	Experimento en halos triaxiales con perfil de densidad tipo <i>core</i> .	90
5.3.	Razón de ejes en el halo triaxial con perfil de densidad tipo <i>core</i> .	93
5.4.	Comparando el perfil de densidad y la curva de velocidad circular en el caso esférico y el caso triaxial	94
5.4.1.	Experimento del halo triaxial con perfil de densidad tipo <i>core</i> con 2 satélites en el plano xy	96
5.4.2.	Experimento del halo triaxial con perfil de densidad tipo <i>core</i> con 4 satélites en el plano xy	97
6.	La galaxia enana Sagitario y la importancia de su estudio en la determinación de la estructura del halo de la Vía Láctea	100
6.0.1.	Modelo Semianalítico para Sagitario	101
6.0.2.	Resultados	103
7.	La galaxia enana esferoidal Fornax, la fricción dinámica y la estructura de su halo oscuro	106
8.	Discusión y Conclusiones	110
A.	Códigos utilizados en la tesis	114
A.1.	gyrfalcON	114

A.2. Selección de un Kernel para las simulaciones	115
B. Utilizando el código <i>Rockstar Halo Finder</i>	117
C. Herramienta de visualización <i>Tipsy N-body Tool</i>.	119
Bibliografía	121

Resumen

En este trabajo se estudia el fenómeno conocido como “Fricción Dinámica” en sistemas no-colisionales, el cual a lo largo del texto se presenta como el efecto de frenado que experimenta un objeto masivo debido a la respuesta de un sistema de partículas en el cual se encuentra inmerso, incluyendo el signo del intercambio de energía del perturbador con la respuesta del medio a la perturbación.

Debido a las limitaciones del enfoque utilizado por Chandrasekhar en 1943 como son: suponer un medio infinito, homogéneo e isotrópico y de los trabajos en los que se aborda el problema con teoría de perturbación lineal (e.g Binney & Tremaine, 1987), lo que se propone hacer en este trabajo es relajar algunas de las simplificaciones comunmente utilizadas e iniciar un analisis del problema de la fricción dinámica en diferentes tipos de sistemas finitos, homogéneos e inhomogéneos, con perfiles de densidad tipo *core* y tipo *cuspy* y con más de un perturbador simultáneamente.

Como punto de partida consideramos los trabajos realizados por Tremaine & Weinberg (1984), Read et al. (2006), Boylan-Kolchin et al. (2008) e Inoue (2009), buscando realizar un análisis más completo en el que se intentan capturar varios de los modos de respuesta en diferentes tipos de sistemas, con la idea de que un perturbador no solo puede perder energía orbital debido a su interacción con otras partículas del medio de manera individual, sino que puede sufrir una aceleración debido a la respuesta del medio (efectos colectivos) y a la interacción con la respuesta ocasionada por otros perturbadores, lo cual se ha sugerido que puede ser un mecanismo de supresión o aumento de la fricción dinamica poco considerado antes, así como tampoco se ha estudiado el caso de la fricción dinámica en un halo triaxial con varios perturbadores. El análisis con simulaciones de N-cuerpos permite estudiar el problema de manera más realista ya que considera los efectos de marea y los efectos colectivos y dependiendo del número de partículas se pueden capturar varios de los modos u ondas que integran la respuesta del sistema

anfitrión. El objetivo de este análisis es comprobar que los efectos colectivos tienen consecuencias en el comportamiento de los perturbadores en el contexto del aumento o disminución de la fricción dinámica. Los diferentes sistemas simulados incluyen modelos con perfiles de densidad tipo *cuspy* (Hernquist (1993); Navarro et al. (1996)) y tipo *core* (King (1962); Zhao (1996)).

Las condiciones iniciales son generadas con el método de muestreo de la función de distribución de espacio fase, método descrito por Kuijken & Dubinski (1994) y Kazantzidis et al. (2004) y usando el código *mkhalo* de McMillan & Dehnen (2007) para crearlas, posteriormente se evolucionan utilizando el código de árbol *gyrfalcON* de Dehnen (2002).

Algunos de los resultados más importantes que obtuvimos son: cuando existen varios perturbadores, cada uno genera una respuesta que a su vez interactúa con los demás perturbadores, durante esta interacción los perturbadores pueden intercambiar energía y momento angular, es decir, el perturbador puede ganar energía además de la pérdida que sufre por el proceso de fricción dinámica clásico, lo que hace que los tiempos de caída de satélites en sistemas más masivos sea mayor que las estimaciones basadas en cálculos o experimentos con un perturbador. En el caso de los experimentos con halo triaxial obtuvimos que el comportamiento de la fricción dinámica es muy diferente en cada plano del halo triaxial, es decir, los tiempos de caída pueden variar dependiendo del plano en el que el satélite cae; la caída del satélite depende de la triaxialidad.

En el caso del halo triaxial con perfil de densidad constante observamos el estancamiento de la fricción en la zona del radio de *core*, pero en la etapa previa a esto el *feedback* dinámico puede hacer desaparecer la fase de caída Super-Chandrasekhar, la cual es una fase en la que la fricción dinámica es muy fuerte y posteriormente esta se detiene (Read et al. (2006)).

De los resultados obtenidos concluimos que el conocer los tiempos de caída de varios perturbadores dentro de un halo de materia oscura permite restringir las propiedades de la estructura de densidad del mismo. Los tiempos de caída obtenidos resultan mayores a los estimados en el enfoque clásico de Chandrasekhar y esto podría explicar la presencia de cúmulos globulares en galaxias como Fornax, NGC6822 y Eridanus II.

Capítulo 1

Introducción

1.1. El modelo de materia oscura fría y energía oscura

Empezaremos esta tesis hablando del modelo cosmológico más aceptado: el modelo de materia oscura fría y energía oscura (Λ CDM). El modelo Λ CDM es el escenario contemporáneo de formación de estructuras (incluyendo las galaxias) más exitoso. Este modelo implica un período de expansión exponencial llamado inflación o período inflacionario el cual precede a la teoría conocida como “Teoría de la Gran Explosión”, este escenario trata de explicar el crecimiento de las inhomogeneidades en densidad las cuales se observan en la radiación cósmica de fondo. Estas inhomogeneidades crecen por inestabilidad gravitacional dentro de un universo en expansión, lo que da lugar a toda la estructura que observamos al día de hoy que va desde galaxias (las cuales son resultado de un complejo proceso de enfriamiento de los bariones) a grupos, cúmulos, filamentos, paredes y huecos. Dentro de este escenario las galaxias habitan dentro de estructuras llamadas halos de materia oscura los cuales se requieren para explicar la dinámica interna de las galaxias, como las curvas de rotación y las lentes gravitacionales.

1.2. Las galaxias

Las galaxias son conjuntos de decenas de miles de millones de estrellas, gas interestelar, polvo y materia oscura, ligadas gravitacionalmente. Se encuentran distribuidas a lo largo de todo el universo observable y sus rangos de masas van

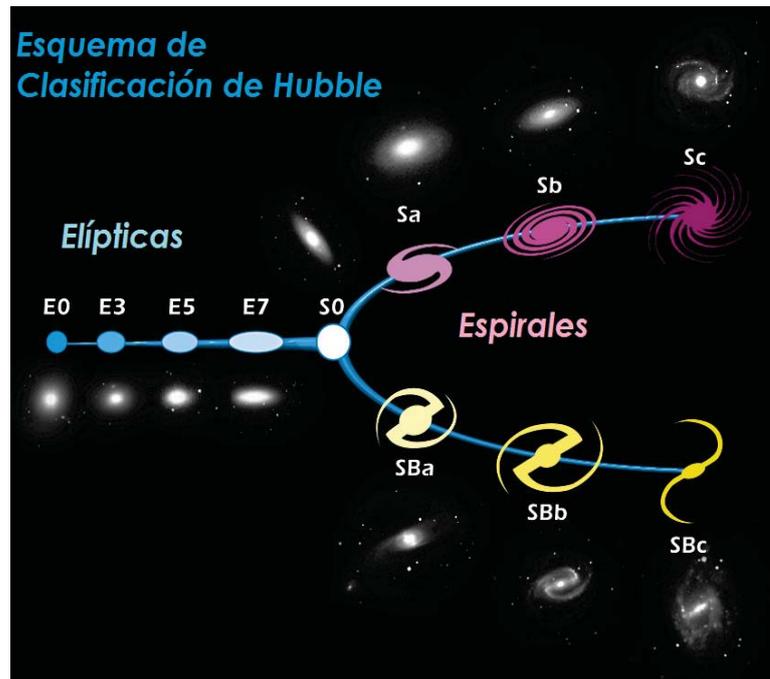


Figura 1.1: El esquema de clasificación de Hubble o también llamado diagrama de *Tuning-Fork*, en el que se muestra una secuencia de galaxias elípticas, galaxias espirales sin barra, galaxias espirales barradas y galaxias irregulares. Crédito: NASA, Space Telescope Science Institute, NAS5-26555, 2008.

desde cerca de $10^8 M_{\odot}$ que corresponden a galaxias enanas hasta $10^{12} M_{\odot}$ que corresponde a las galaxias más masivas, los valores precisos de ambos límites son aún tema de investigación.

1.2.1. Clasificación Morfológica de Galaxias

Edwin Hubble presentó un esquema de clasificación relacionado con su morfología, que se conoce actualmente como “La clasificación de Hubble”.

Las galaxias pueden ser divididas en cuatro tipos de acuerdo al esquema de clasificación presentado por Hubble:

a) **Galaxias elípticas** (tipo temprano): Sistemas estelares que contienen poco o casi nada de gas interestelar frío o polvo, estas galaxias no presentan un disco estelar ni estructuras como una barra o brazos espirales. Las estrellas que forman a las galaxias elípticas son en su mayoría estrellas frías, de baja masa y de edades altas, por lo que no suelen tener trazadores de formación estelar. Hubble clasificó a las galaxias elípticas basado en su elipticidad observada, la cual está dada por



Figura 1.2: Galaxia elíptica IC-2006 tomada con el Telescopio Espacial Hubble, NASA/ESA. ESA/Hubble & NASA Crédito: Judy Schmidt, J. Blakeslee (Dominion Astrophysical Observatory), M. Carollo (ETH, Switzerland).

la relación,

$\epsilon \equiv 1-b/a$, donde b/a es la razón entre el semi-eje mayor y el semi-eje menor.

En la clasificación de Hubble las galaxias elípticas se denotan por los símbolos E0, E1, ..., E7, donde una galaxia de tipo E n tiene un radio axial $b/a=1-n/10$; b es el semieje mayor y a es el semieje-menor de la elipse y b/a la razón axial. (ver Figura 1.2).

b) **Galaxias espirales** (tipo “tardío”): las galaxias espirales, como la Vía Láctea contienen un disco prominente compuesto por estrellas jóvenes, gas y polvo. Lo que caracteriza a estas galaxias es la presencia de una estructura filamentaria llamada “brazos espirales”. De acuerdo al esquema de Hubble las galaxias espirales se dividen en cuatro tipos : Sa, Sb, Sc, Sd. Esta subclasificación surge debido a cuatro propiedades que son las que cambian a lo largo de la secuencia que va de Sa a Sd: la luminosidad relativa del bulbo decrece, los brazos se vuelven menos enrollados, la masa relativa de gas incrementa y los brazos espirales se hacen más grumosos, es decir, las regiones HII se hacen más prominentes.

Las galaxias espirales se dividen también en espirales “normales” y espirales “barradas”. Las galaxias espirales barradas presentan una componente de “barras”, un sistema estelar elongado y ubicado hacia el centro galáctico (Figuras 1.5 y 1.6).

c) **Galaxias lenticulares**: Llamadas galaxias de transición entre galaxias elípticas y galaxias espirales, contienen un disco que rota rápidamente, un bulbo

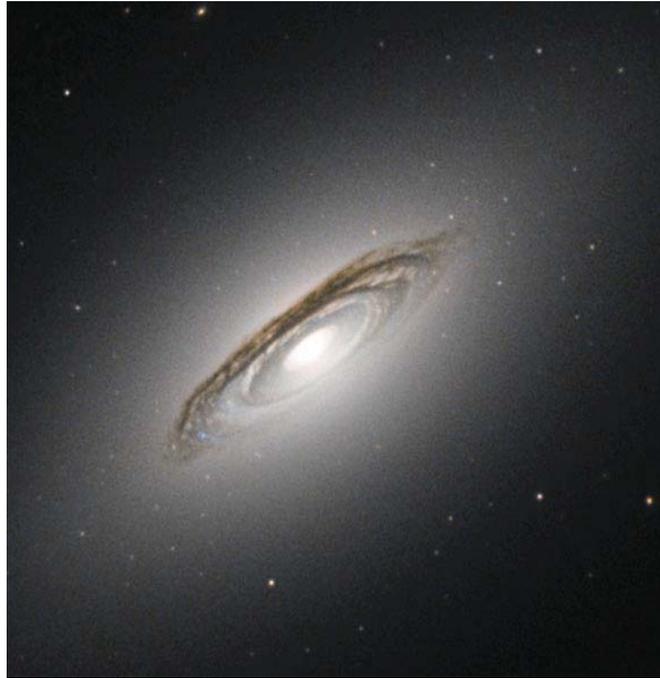


Figura 1.3: NGC 6861. Crédito: ESA ,Hubble, NASA, J. Barrington.

y en ocasiones una barra, el disco obedece una ley de brillo superficial exponencial, esta es una característica de las galaxias espirales. A semejanza de las galaxias elípticas poseen poco o nada de gas frío o formación estelar reciente, y no presentan características prominentes como brazos espirales. Las galaxias lenticulares aparecen en el esquema de Hubble como S0 o SB0 si existe una barra, fig 1.3.

d) **Galaxias irregulares:** A lo largo de la secuencia que va de Sc a Sd, las galaxias se vuelven menos luminosas y su estructura espiral se hace menos definida. Esta tendencia continúa más allá de Sd: podemos encontrar galaxias de disco de baja luminosidad (“enanas”) en las cuales las estrellas jóvenes se acomodan de manera caótica en lugar de formar una estructura “espiral” regular y simétrica. En la secuencia de Hubble estas galaxias se clasifican como Sm o Im.

1.3. La Vía Láctea

Nuestro planeta y el sistema que lo contiene, es decir, el Sistema Solar, habitan a su vez en un sistema de mayor dimensión al cual actualmente llamamos La Vía Láctea debido a que los seres humanos lo hemos observado durante miles de

años como una franja luminosa en el cielo la cual es en realidad parte del disco, observada así debido a que nos encontramos habitando en el plano medio del disco de la galaxia. La Vía Láctea es en realidad una galaxia. Las galaxias son sistemas compuestos por decenas de miles de millones de estrellas individuales, cada una formada a partir de gas transformado a través de reacciones nucleares, en las cuales se han sintetizado la mayoría de los elementos químicos.



Figura 1.4: La Vía Láctea vista como una banda luminosa a través del cielo nocturno en el hemisferio sur. Crédito: A.Fitzsimmons/ESO

1.3.1. Componentes de nuestra galaxia

El disco: Una estructura aplanada, sostenida por rotación principalmente, que contiene a la mayoría de las estrellas de la Galaxia. El disco de la galaxia se compone a su vez de dos estructuras mayores,

El disco delgado: está compuesto de estrellas jóvenes masivas, polvo y gas, con alta formación estelar y con una altura sobre el plano medio que se extiende aproximadamente hasta 400 pc.

El disco grueso: contiene estrellas de población más vieja que el disco delgado y su altura se extiende hasta 1 kpc, fig 1.5. El diámetro del disco, incluyendo el polvo, gas y estrellas se extiende hasta aproximadamente 30 kpc, con el Sol a 8 kpc del centro (Sparke & Gallagher (2000)).

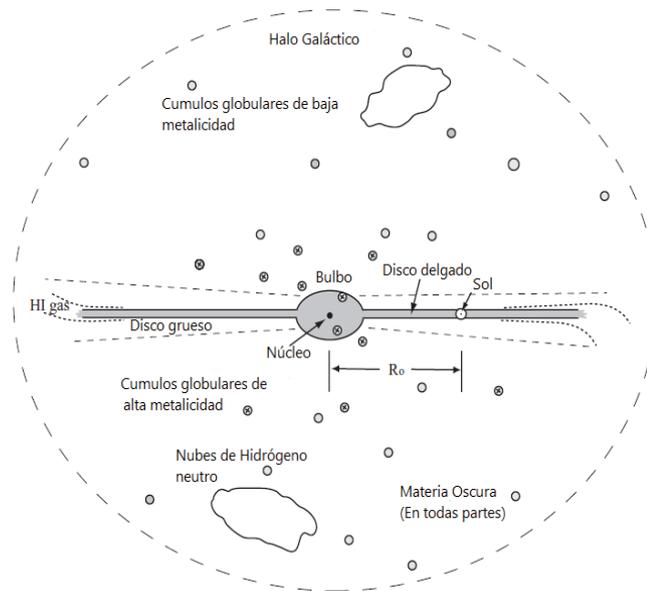


Figura 1.5: Representación esquemática de la Vía Láctea y sus diferentes componentes. Crédito: *Galaxies in the universe*, Linda Sparke 2000, sección 1.1.

Se ha observado que el gas HI del disco tiene un efecto de alabeo o perturbación hacia la parte externa del disco, efecto llamado *warp*, el cual se cree que es causado por la interacción de marea de una galaxia satélite como la Gran Nube de Magallanes con el disco galáctico (Levine et al. (2008)), estudios recientes han mostrado que el disco puede hacerse más grueso a distancias más grandes del centro galáctico, lo que se conoce como *flare* (Alard (2000)).

Bulbo clásico: Hacia el centro de la galaxia la distribución de estrellas se vuelve verticalmente gruesa lo cual da lugar al bulbo clásico de la Vía Láctea el cual es una aglomeración esferoidal de estrellas en su mayoría viejas hacia el centro de la galaxia, esta componente es difícil de estudiar debido a que el polvo y el gas en el disco bloquean nuestra visión, ya que generan efectos de extinción y enrojecimiento, por lo que no se conocen muy bien aún las propiedades de las estructuras internas ni las que conforman el disco.

Bulbo triaxial: Sistema estelar, de forma elipsoidal, localizado en el centro, que se extiende hasta 3 o 4 kpc. Está compuesto por estrellas que datan de la época de la formación de la Galaxia y su masa total es aproximadamente $10^{10} M_{\odot}$. Debido a su triaxialidad y por ser una estructura elongada y que rota rápidamente, esta componente es frecuentemente asociada a la barra, fig 1.6.

Halo estelar: Contiene aproximadamente el 1% de la masa estelar de la galaxia, es decir, $\sim 10^8 - 10^9 M_{\odot}$ y contiene en su mayoría estrellas viejas de

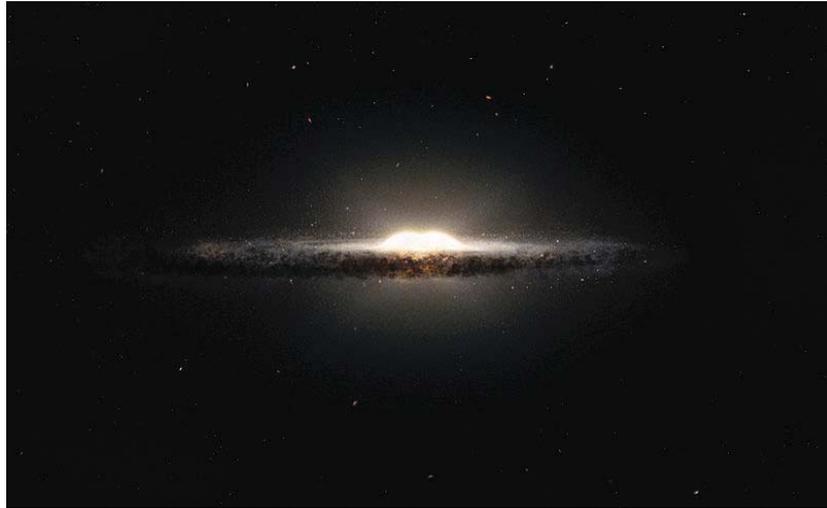


Figura 1.6: Representación artística de la Vía Láctea, en la cual se puede observar el bulbo brillante en el centro, cubierto por una banda de polvo y gas del disco visto de canto. Crédito: ESO/NASA/JPL-Caltech/M. Kornmesser/R. Hurt 2013.

baja metalicidad. Tiene poca rotación y una distribución de densidad esférica y una ley de distribución de densidad que va como r^{-3} y se extiende hasta 50 kpc (Fukushima et al. (2018)). La baja metalicidad de los cúmulos globulares (de los cuales no está claro su origen) que lo componen sugieren que fue de las primeras componentes de la galaxia en formarse. Gran parte del material que lo conforma proviene de escombros dejados por galaxias satélites desarmadas por efectos gravitacionales (De Lucia & Helmi (2008); Purcell et al. (2010)).

Halo de materia oscura: La masa de todas las componentes luminosas de la Galaxia, es aproximadamente $9 \times 10^{10} M_{\odot}$. Si bien este valor concuerda con el movimiento orbital del Sol alrededor del centro Galáctico, no explica las velocidades de las estrellas y gas a distancias galactocéntricas grandes; este comportamiento parece indicar que existe una componente muy importante en cuanto a la cantidad de masa se refiere, esta componente parece extenderse alrededor de toda la Galaxia y es conocida como el “halo de materia oscura”. La materia oscura fue propuesta por Fritz Zwicky en 1933 ante la evidencia de una masa no visible que no emite suficiente radiación electromagnética para ser detectada con los medios actuales. Su existencia se puede deducir a partir de sus efectos gravitacionales en la materia visible, tales como las estrellas o las galaxias, así como en las anisotropías del fondo cósmico de microondas presentes en el universo.

La Vía Láctea se encuentra sumergida en un halo de materia oscura aproximadamente esférico, aunque trabajos más recientes postulan su probable triaxialidad

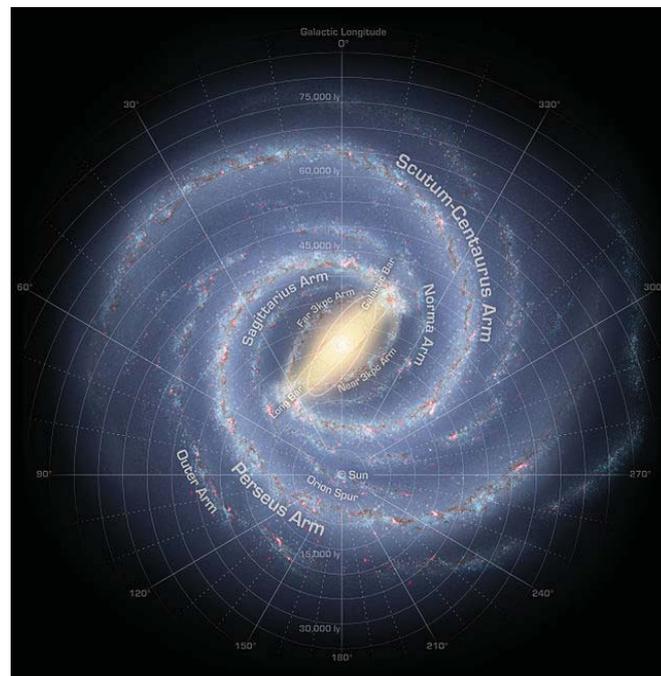


Figura 1.7: Representación artística de la Vía Láctea, que muestra los brazos espirales y la componente central de la Galaxia, la cual, vista de frente, presenta una estructura barrada. El Sol se ubica en la región interna cercana al brazo de Cisne-Orión. Crédito: Imagen contruida a partir observaciones del telescopio Spitzer. NASA/JPL-Caltech/R. Hurt (SSC-Caltech).

(Law & Majewski (2010)). Simulaciones realizadas por Gammaldi et al. (2016); Diemand et al. (2007), predicen la existencia de subhalos y subestructura en el halo de la Galaxia, esta subestructura podría estar en forma de materia oscura.

Este trabajo de tesis está basado en la hipótesis más aceptada y que tiene mayor apoyo en las observaciones y teorías de formación y evolución de galaxias que es la de la existencia de una componente oscura de materia no bariónica que domina en las galaxias, el modelo (Λ CDM), pero no se descartan otras hipótesis como teorías de gravedad modificada “MOND” (*Modified Newtonian dynamics*).

1.4. Historia de formación de la Vía Láctea

Nuestra Galaxia, la Vía Láctea, es un sistema compuesto de miles de millones de estrellas ligadas gravitacionalmente en el que nos encontramos embebidos, se considera que nuestra galaxia es de tipo tardío con brazos espirales, un bulbo y una componente de barra, dentro de la secuencia evolutiva de Hubble su clasificación corresponde a una galaxia tipo SBb o SBc. Este sistema a su vez pertenece a un conjunto de galaxias conocido como el ‘Grupo Local’ cuyas galaxias en interacción gravitacional se cree que colisionarán aproximadamente en 10^{12} años. El modelo más aceptado conocido como “Modelo de *Materia Oscura Fría*” o por sus siglas en Inglés “*CDM*”, establece que en las primeras etapas del universo las primeras galaxias que se formaron estando tan próximas entre ellas colisionaron dando lugar a sistemas más grandes y más masivos, dentro de este esquema de formación de galaxias, la nuestra se formó por la colisión de miles de sistemas más pequeños compuestos de materia oscura que fueron absorbidos por un sistema más masivo, que ahora representa nuestra galaxia. Sin embargo para soportar esta teoría del modelo de Materia Oscura Fría, tendríamos que observar en las fronteras de nuestra propia galaxia miles de remanentes de estos sistemas que alguna vez se unieron para conformarla, lo cuales identificamos como galaxias enanas orbitando la nuestra, en la actualidad solo observamos unos cuantos sistemas de este tipo. Existen otras propuestas para la materia oscura como materia oscura caliente, *Warm dark matter*. En escenarios que utilizan este tipo de materia oscura la formación de estructuras se ve suprimida a escalas pequeñas con respecto a la materia oscura fría, lo que reduce el número de halos de baja masa, así como la fracción de gas ionizado a altos corrimientos al rojo por lo se retrasa el periodo de reionización (Lopez-Honorez, Mena, Palomares-Ruiz, &

Villanueva-Domingo (2017)).

En los últimos 30 años el avance tecnológico, la mejora en la precisión de los instrumentos astronómicos y el surgimiento de diferentes *Surveys* Astronómicos (SDSS,GAIA,DESI,etc...) nos ha proporcionado una cantidad de datos impresionante cuyo análisis ha cambiado nuestro entendimiento del universo de manera asombrosa.

1.5. Procesos de formación jerárquica de galaxias

1.5.1. Fusión de galaxias

Para poder estudiar el ensamblaje de la Vía Láctea y de las galaxias en el universo se requiere estudiar las fusiones. El principal mecanismo por el cual se dan estas fusiones es la fricción dinámica, los efectos de marea también juegan un papel importante ya que pueden llegar a ocasionar pérdida de masa, cuando el sistema pierde masa el efecto de la fricción dinámica puede verse reducido. En secciones posteriores hablaremos con más detalle de la fricción dinámica y en un trabajo posterior consideraremos los efectos de marea utilizando sistemas vivos para tomar en cuenta la pérdida de masa.

Consideremos el caso de dos sistemas estelares con miles de millones de estrellas que se aproximan entre ellos; un ejemplo de tal interacción puede verse con nuestra Galaxia y la galaxia de Andrómeda M31. Debido a que las distancias entre las estrellas son muy grandes la tasa de colisiones entre ellas es muy baja, sin embargo, la distribución de las estrellas cambia porque las órbitas de las estrellas pueden verse alteradas debido a un proceso de relajación violenta. A medida que los sistemas se encuentren surgirán efectos dinámicos como fricción dinámica y efectos de marea los cuales ocasionan que los sistemas se fusionen, en el caso de la fricción dinámica la pérdida de energía orbital de las estrellas ocasionaría que estas colapsen hacia el centro del sistema. El resultado de esta fusión también llamado *remanente* es algo totalmente diferente a los sistemas originales.

1.5.2. Fusión de Halos de materia oscura

Cuando dos halos de materia oscura son de diferentes tamaños el más pequeño orbita dentro del más grande en una trayectoria que decae estacionariamente debido a la fricción dinámica. Conforme la órbita decae, el satélite está sujeto a procesos disruptivos que crecen en fuerza. Entre estos efectos podemos considerar fuerzas de marea estacionarias, debido a la acción de la galaxia más grande. Materia estelar es separada del sistema en forma de delgadas estructuras de cola que dejan evidencia de los procesos disruptivos. El sistema es afectado completamente por efectos disruptivos y termina sufriendo un mezclado de fase de estrellas y materia oscura con el sistema anfitrión.

1.5.3. Fricción dinámica

En astrofísica la fricción dinámica es un proceso fundamental que conduce la evolución de la mayoría de las estructuras cósmicas incluyendo desde los satélites en las galaxias hasta los grandes cúmulos de galaxias.

Los satélites o las galaxias pueden decaer hacia el centro de los halos conforme la fricción dinámica hace que el satélite pierda energía orbital y momento angular.

Cuando el satélite o perturbador entra a un medio con muchas partículas menos masivas que el perturbador se genera una fuerza de arrastre sobre el perturbador a la cual llamamos fricción dinámica. Esta engloba el intercambio de energía entre las partículas del medio y el satélite así como una fuerza de frenado, consecuencia de la reacción o respuesta que se genera por la perturbación que causa la gravedad del satélite en el campo de densidad.

A lo largo de este trabajo hablaremos de diferentes enfoques que existen en la literatura para abordar el fenómeno de la fricción dinámica, como son el enfoque de Chandrasekhar (1943) a la fricción dinámica, la “Teoría de Perturbación Lineal” propuesta principalmente por Tremaine & Weinberg (1984) y Lynden-Bell & Kalnajs (1972) y el estudio a través de las simulaciones de N-cuerpos (Read et al. (2006); Inoue (2009); Klypin et al. (1999)), por citar algunos ejemplos.

1.5.4. Simulaciones de N-cuerpos

En las simulaciones de N-cuerpos se simulan de manera aditiva las interacciones entre todas las partículas que forman un sistema. En un sistema típico cada partícula influye en el resto de las partículas que lo constituyen a través de

la Ley de Gravitación de Newton. Un código de N-cuerpos sigue las trayectorias espaciales de la colección de N partículas que forman al sistema. Sabemos que no se pueden resolver de manera analítica las ecuaciones de movimiento para sistemas de más de dos cuerpos, como lo demostró Henri Poincaré en 1890, por lo que es necesario utilizar algoritmos que permitan resolver el problema de manera numérica. Las simulaciones de N-cuerpos puros se usan para simular sistemas en donde la fuerza dominante que rige la evolución del mismo es la gravedad.

En el contexto de este trabajo las simulaciones de N-cuerpos ofrecen un laboratorio más o menos realista para estudiar el problema de la interacción entre diferentes objetos compuestos de miles de millones de partículas, las cuales pueden tratarse como estrellas o como partículas de materia oscura. Las simulaciones de N-cuerpos permiten capturar la física del problema en cuestión, de manera más completa tomando en cuenta los efectos de marea y efectos colectivos sobre los diferentes sistemas de partículas, más adelante se detallan las ecuaciones a resolver en las simulaciones de N-cuerpos.

1.6. Objetivos de la tesis

Durante este trabajo de tesis se abordaron diversos trabajos que estudian el fenómeno de la fricción dinámica en diferentes contextos astrofísicos. Como se ha mencionado, la mayoría de estos trabajos están basados en la aproximación de Chandrasekhar (1943), la cual debido a que tiene muchas restricciones puede llegar a sobreestimar los tiempos de caída de satélites o perturbadores hacia el centro de sistemas masivos. En este sentido, las simulaciones de N-cuerpos al ser más realistas nos permiten estudiar la fricción dinámica tomando en cuenta todos los fenómenos que pueden tener influencia sobre la fricción dinámica. Lo que nos proponemos en este trabajo es relajar las suposiciones hechas en la aproximación de Chandrasekhar (1943) y el trabajo realizado por Boylan-Kolchin et al. (2008), tomando en cuenta el hecho de que en los grandes sistemas puede haber más de un perturbador y tomando en cuenta también que estos sistemas no necesariamente son esféricos, sino que pueden ser triaxiales. Durante este trabajo intentamos resolver la cuestión de que sucede con la fricción dinámica en sistemas triaxiales considerando los casos de galaxias que tiene perfiles de densidad tipo *core* o *cuspy*. Si bien ya hay intentos de estudiar estos casos, no hay en la literatura un análisis de la fricción dinámica en estos sistemas tomando en cuenta la presencia

de varios perturbadores. Los resultados obtenidos en este trabajo son importantes ya que revelan que el hecho de que existan varios perturbadores puede cambiar la dinámica del sistema completamente, al inyectar energía a los satélites y en algunos casos previenen la caída de sistemas como cúmulos globulares hacia el centro de las galaxias, lo cual implica que los tiempos de caída pueden llegar a ser mayores a lo estimado con la aproximación de Chandrasekhar (1943).

Capítulo 2

Teoría Analítica de la Fricción Dinámica

2.1. Estudios existentes acerca de la fricción dinámica

Subrahmanyan Chandrasekhar en 1943 fue el primero en discutir el problema de la pérdida de momento y energía cinética de cuerpos que se mueven interactuando gravitacionalmente con la materia y el espacio que los rodean, a esta pérdida se le llamó después fricción dinámica. En el enfoque de Chandrasekhar solo se considera la suma de las interacciones de dos cuerpos entre un objeto masivo y una partícula del medio con el cual interactúa. Aunque como veremos mas adelante la fricción dinámica engloba fenomenos físicos más allá de las interacciones de dos cuerpos, en este trabajo consideramos que para estudiar la fricción dinámica debe incluirse la respuesta o *feedback* dinámico del medio, el cual puede también inyectar energía al sistema, ver Inoue (2011).

A lo largo de este trabajo consideramos la fricción dinámica como un efecto de frenado neto que sufre un perturbador debido a los efectos colectivos (efectos no locales) generados por la respuesta en el medio que lo rodea, que ocasionan que intercambie momento angular.

Fricción dinámica en sistemas con varios perturbadores y el problema de los cúmulos globulares

A lo largo de este trabajo nos interesa estudiar la respuesta de un perturbador en un medio debido a la presencia de otros perturbadores y sistemas inhomogéneos y como esto afecta sus tiempos de caída.

Uno de los casos de interés que surge de considerar a la fricción dinámica como el principal mecanismo encargado del intercambio de momento angular y de energía entre diferentes sistemas, surge al considerar el tiempo de decaimiento de los cúmulos globulares en sistemas como lo son las galaxias enanas. Al estudiar el decaimiento por fricción dinámica los modelos predicen que el tiempo de decaimiento de los cúmulos globulares en este tipo de galaxias es ≈ 1 Gyr (Tremaine (1976); Hernandez & Gilmore (1998); Oh et al. (2000)), sin embargo, en la actualidad se pueden observar estos cúmulos globulares y se observa que mantienen su movimiento orbital y el tiempo de vida de algunos de estos sistemas llega a ser comparable con la edad del universo. Se estudia la fricción dinámica en las galaxias enanas ya que no son muy calientes, es decir, su dispersión de velocidades no es muy grande comparada con la de los cúmulos globulares, por lo que las perturbaciones no se ven amortiguadas por la dispersión, como sería el caso de galaxias más masivas como la Vía Láctea.

Algunos trabajos han estudiado galaxias con perfiles de densidad constante o tipo *core* hacia la región central (Goerdt et al. (2006); Read et al. (2006)), estos perfiles han demostrado un debilitamiento en la fricción dinámica y se han propuesto como una solución al problema del tiempo de caída de cúmulos globulares.

Read et al. (2006) propone que los estados corrotantes actúan como supresores de la fricción dinámica en halos con perfiles de densidad tipo *core*. Los estados corrotantes representan un estado de equilibrio, en el cual una parte del halo rota junto con los cúmulos globulares.

Inoue (2009) analiza los estados corrotantes propuestos por Read et al. (2006) y utiliza simulaciones de N-cuerpos con 1,5 y 30 perturbadores para analizar este problema proponiendo que si bien los estados corrotantes sí suprimen la fricción dinámica, los cúmulos globulares pueden sufrir perturbaciones de otros cúmulos globulares en el sistema, estas perturbaciones romperían fácilmente los estados corrotantes. También muestra que un perfil de densidad constante hacia el centro debilita en gran medida la fricción dinámica, aun en presencia de varios perturbadores. Sin embargo, el caso de un halo con perfil tipo *cuspy* que incluye

varios perturbadores, así como el caso de un halo triaxial indistintamente de si tiene un perfil *cuspy/core*, no han sido estudiados de manera sistemática en la literatura.

El caso de la galaxia enana Fornax es interesante ya que se han observado cinco cúmulos globulares orbitandola. Diferentes trabajos como Lotz et al. (2001); Sánchez-Salcedo et al. (2006); Lotz et al. (2001); Oh et al. (2000); Cowsik et al. (2009), han estudiado el problema del decaimiento en esta galaxia, aunque es muy importante aclarar que todos estos trabajos basan su análisis de la fricción dinámica en la aproximación de Chandrasekhar, que como se postula a lo largo de todo este trabajo sobrestima los tiempos de caída de perturbadores en galaxias, calculando tiempos más cortos de lo que las simulaciones de N-cuerpos predicen.

Fricción dinámica sobre un satélite que se mueve alrededor de una galaxia esférica

Otros enfoques, como la teoría de respuesta lineal, como veremos más adelante, considera que el sistema es perturbado débilmente, por lo que se trunca a orden lineal para estudiar la respuesta del sistema a la influencia del satélite. Esta técnica perturbativa es utilizada para calcular la fuerza que desacelera al satélite por Colpi & Pallavicini (1998). Ellos también encuentran que durante su paso el satélite puede inducir efectos globales de marea en la distribución estelar y de materia oscura, incluyendo una onda o sobredensidad que se va formando detrás del perturbador la cual se puede ver como la sobredensidad que desacelera al perturbador en el enfoque de Chandrasekhar. En el caso en el que el satélite o perturbador se encuentre fuera de la distribución la fórmula de Chandrasekhar ya no es válida y suele emplearse el enfoque perturbativo para calcular la fricción dinámica.

El enfoque perturbativo fué utilizado por Lynden-Bell & Kalnajs (1972) para describir la interacción de satélites con un medio auto-gravitante de partículas puntuales, encontrando que el momento angular se intercambia de manera secular con aquellas estrellas cuyas órbitas son conmensurables, i.e, se encuentran en resonancia con la órbita del satélite.

La fricción dinámica juega un papel importante en diferentes procesos astrofísicos: evolución de galaxias que acretan satélites más pequeños (Sánchez-Salcedo et al. (2006)), en el canibalismo galáctico y en la colisión y fusión de galaxias (Tremaine & Weinberg (1984)).

Bontekoe & van Albada (1987) exploraron la evolución de un satélite orbitando alrededor de una galaxia primaria en una órbita externa a la distribución de masa, encontrando que después de unas cuantas revoluciones, el satélite, perdiendo energía y momento angular de manera progresiva, entra en la distribución estelar y se fusiona por completo. Este caso ilustra lo inadecuado que es usar la fórmula de Chandrasekhar, la cual predice que un satélite orbitando fuera del borde externo de la galaxia anfitriona no sufriría arrastre por fricción dinámica. El satélite sufre una desaceleración que surge como respuesta a la perturbación que es inducida o excitada en el campo estelar durante la interacción. Este fenómeno global puede ser explicado en términos de la interacción con estrellas resonantes en la galaxia (Tremaine & Weinberg (1984)).

2.2. Fricción dinámica estudiada por Chandrasekhar

La fricción dinámica como fue estudiada por Chandrasekhar (1943) es el arrastre gravitacional que sufre un cuerpo de masa $M \gg m$ (donde M es la masa del perturbador y m es la masa de una partícula perteneciente al medio perturbado) debido a su movimiento a través de un medio de partículas más ligeras lo que ocasiona que el cuerpo sufra una desaceleración transfiriendo momento angular y energía a las partículas de lo rodean. El arrastre se da debido a la concentración de partículas que queda detrás de la trayectoria del perturbador, la concentración, también llamada estela gravitacional, forma una sobredensidad, la cual actúa gravitacionalmente sobre el perturbador desacelerándolo.

La fórmula de Chandrasekhar ha sido una herramienta extremadamente útil en el estudio de la interacción entre perturbadores y sistemas con muchas partículas, como cúmulos globulares sumergidos en el disco de la galaxia y para entender el modo en que las estrellas en galaxias que están interactuando, intercambian información entre ellas. Este enfoque fue uno de los primeros intentos para entender el intercambio de energía y la desaceleración sufrida por el perturbador a causa de la interacción.

Esta fórmula se basa principalmente en las siguientes hipótesis:

- a) El perturbador y las partículas del medio se consideran masas puntuales.
- b) El medio en el cual el perturbador se encuentra sumergido puede considerarse

como infinito, homogéneo e isotrópico.

c) La auto-gravedad del medio es despreciada.

Para construir la fórmula de Chandrasekhar es necesario recordar la solución al problema de Kepler para un campo de fuerza central; estudiar el problema de 2-cuerpos como un problema de 1-cuerpo simplifica el problema. El objetivo es obtener una fórmula que describa el cambio en velocidad para una partícula masiva cuando está sumergida en un medio de partículas menos masivas que el perturbador.

Al hablar de la fórmula de Chandrasekhar, es necesario considerar sus limitaciones; esta fórmula funciona solamente en el caso en que un solo perturbador se encuentra dentro de la distribución de partículas que están siendo perturbadas, ya que depende de la distribución de densidad de las partículas del campo. Otra consideración es que el medio se supone infinito, lo cual no es realista; esta fórmula también depende del factor Coulombiano Λ , el cual a su vez depende del parámetro de impacto. En un medio infinito el parámetro de impacto máximo b_{max} debería ser infinito también, pero en la fórmula de Chandrasekhar el parámetro de impacto tiene que ser finito.

2.2.1. Obteniendo la fórmula de Chandrasekhar

A continuación se reproduce el desarrollo de [Arcavi \(2011\)](#) y [Binney & Tremaine \(1987\)](#) para obtener la fórmula de Chandrasekhar para la fricción dinámica.

Consideremos el caso de un cuerpo de masa M que se mueve a través de una población de estrellas cada una de masa m .

Para facilitar el problema consideremos primero el encuentro de la partícula de masa M con una partícula de masa m perteneciente al medio de partículas.

Sea $\mathbf{X}_M, \mathbf{V}_M$ y $\mathbf{X}_m, \mathbf{V}_m$ las posiciones y velocidades de M y m respectivamente.

Sea $\mathbf{r} = \mathbf{X}_m - \mathbf{X}_M$ el vector de separación relativo.

La ecuación de movimiento para una partícula cuya masa es la masa reducida es,

$$\frac{mM}{m+M}\ddot{\mathbf{r}} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{e}_r \quad (2.1)$$

Esta es la ecuación de movimiento de una partícula ficticia con masa $m = 1$

en un potencial Kepleriano generado por un cuerpo con masa $M+m$.

Sea,

$$\Delta V = \Delta V_m - \Delta V_M \quad (2.2)$$

Por la conservación de momento,

$$m\Delta V_m + M\Delta V_M = 0 \quad (2.3)$$

Cuando se sustituye ΔV_m de la ecuación 2.2 en la ecuación 2.3, el cambio en la velocidad de M debido al arrastre está dado por,

$$\Delta V_M = -\frac{m}{m+M}\Delta V \quad (2.4)$$

ΔV es el cambio en la velocidad de la partícula reducida.

Cuando $t \rightarrow -\infty$, $V=V_0$ y b es el parámetro de impacto.

Entonces $L=bV_0$ es el tamaño del momento angular por unidad de masa conservado.

Considerando que el potencial es Kepleriano de la solución a la ecuación de movimiento obtenemos,

$$\frac{1}{r} = C \cos(\Psi - \Psi_0) + G \frac{M+m}{b^2 V_0^2} \quad (2.5)$$

donde C y Ψ_0 son constantes que dependen de las condiciones iniciales.

Diferenciando dos veces con respecto al tiempo,

$$\dot{r} = Cr^2 \dot{\Psi} \sin(\Psi - \Psi_0) = CbV_0 \sin(\Psi - \Psi_0) \quad (2.6)$$

Por conservación de momento angular $r^2 \dot{\psi} = b V_0$

Cuando $t \rightarrow -\infty$, $r \rightarrow \infty$ y $\Psi=0$.

Por lo tanto,

$$-V_0 = CbV_0 \sin(-\Psi_0) \quad (2.7)$$

$$C \cos(-\Psi_0) + G \frac{M+m}{b^2 V_0^2} \quad (2.8)$$

Eliminando C obtenemos,

$$\tan(\Psi_0) = -\frac{bV_0}{G(M+m)} \quad (2.9)$$

Ψ_0 es el ángulo de máxima aproximación al centro de fuerza.

El ángulo de deflexión está dado por,

$$\theta_{defl} = 2\Psi_0 - \pi \quad (2.10)$$

2.2.2. Descomponiendo el problema en dos direcciones

Componente perpendicular de la velocidad.

$$|\Delta V_{\perp}| = V_0 \sin(\theta_{defl}) = \frac{2bV_0^3}{G(M+m)} \left[1 + \frac{b^2 V_0^2}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1} \quad (2.11)$$

Componente paralela de la velocidad.

$$|\Delta V_{\parallel}| = V_0 - V_0 \cos(\theta_{defl}) = 2V_0 \left[1 + \frac{b^2 V_0^2}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1} \quad (2.12)$$

ΔV_{\parallel} apunta en la dirección contraria de V_0 .

Las componentes del cambio en velocidad del perturbador de masa M son,

$$|\Delta V_{M\perp}| = \frac{2bmV_0^3}{G(M+m)^2} \left[1 + \frac{b^2 V_0^2}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1} \quad (2.13)$$

$$|\Delta V_{M\parallel}| = \frac{2mV_0}{(M+m)} \left[1 + \frac{b^2 V_0^2}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1} \quad (2.14)$$

2.2.3. Perturbador en un medio homogéneo

Si el perturbador de masa M viaja a través de un medio homogéneo de estrellas, por simetría,

$\sum \Delta V_{M\perp} = 0$ pero $\sum \Delta V_{M\parallel} \neq 0$ ya que todos los vectores apuntan en la misma dirección, esto se debe a que M deflcta a las partículas de masa menor m creando una sobredensidad detras de ella.

La función de distribución $f(V)$ nos da el número de estrellas encontradas con velocidades y parámetros de impacto en el intervalo $v_m \pm d^3V_m$ y $b \pm db$.

Entonces la tasa de encuentros de estas estrellas es,

$$2\pi b db V_0 f(v_m) d^3 v_m \quad (2.15)$$

El cambio neto de V_M debido a estos encuentros es,

$$\begin{aligned} \frac{dV_M}{dt} |_{v_m} &= V_0 f(V_m) d^3 V_m \int_0^{b_{max}} \frac{2mV_0}{m+M} \left[1 + \frac{b^2 V_0^2}{G^2(M+m)} \right]^{-1} 2\pi b db \\ &= 2\pi \ln(1 + \Lambda^2) G^2 m(m+M) f(V_m) d^3 V_m \frac{V_m - V_M}{|V_m - V_M|^3} \end{aligned} \quad (2.16)$$

donde $\Lambda = \frac{b_{max} V_0^2}{G(M+m)}$, como Λ es muy grande podemos hacer la siguiente aproximación,

$$\frac{\ln(1 + \Lambda^2)}{2} = \ln(\Lambda)$$

La ecuación 2.16 establece que las estrellas que tienen velocidad V_m ejercen una fuerza sobre M que actúa paralela a $V_m - V_M$ y es inversamente proporcional al cuadrado de este vector.

Al integrar la aceleración $\frac{dV_M}{dt} |_{v_m}$ sobre todos los v_m 's es equivalente a encontrar el campo gravitacional en el punto con vector de velocidad V_m generado por la distribución de densidad de masa,

$$\rho(V_m) = 4\pi \ln(\Lambda) G m(m+M) f(v_m) \quad (2.17)$$

Si las estrellas se mueven de manera isotrópica la distribución de densidad es esférica y aplicando los teoremas de Newton la aceleración total de M es igual a G veces la masa total que yace a velocidades $V_m < v_M$. Por lo tanto para una distribución isotrópica de velocidades:

$$\frac{d\mathbf{V}_M}{dt} = -16\pi^2 \ln(\Lambda) G^2 m(M+m) \int_0^{v_M} f(v_m) v_m^2 dv_m \frac{V_M}{v_M^3} \quad (2.18)$$

2.3. Casos límites de la fórmula de Chandrasekhar

2.3.1. Dependencia de la masa

$$\frac{d\mathbf{V}_M}{dt} \propto M \quad (2.19)$$

La fricción dinámica es proporcional a la densidad de masa de las partículas del medio y proporcional a la suma de las masas individuales de las partículas de campo y a la masa de la partícula de prueba de masa M . Por lo tanto entre más masivo sea el perturbador se verá afectado en mayor medida por la fricción dinámica.

2.3.2. Dependencia de la velocidad en el caso de movimiento lento

En el límite de movimiento lento ,es decir, $v_M \ll v_m$

$$\frac{d\mathbf{V}_M}{dt} \propto - \int_0^{v_M} f(v_m) v_m^2 dv_m \frac{V_M}{v_M^3} \quad (2.20)$$

podemos decir que $f(v_m) = f(0)$, y la fricción dinámica es,

$$\frac{d\mathbf{V}_M}{dt} = -16\pi^2 \ln(\Lambda) G^2 m (M + m) f(0) \mathbf{v}_M \quad (2.21)$$

Entre más lento se mueva el perturbador, la fricción dinámica le afectará en mayor medida.

2.3.3. Dependencia de la velocidad en el caso de movimiento rápido

En el límite de movimiento rápido, i.e, $v_M \gg v_m$

$$\frac{d\mathbf{V}_M}{dt} \propto - \int_0^{v_M} f(v_m) v_m^2 dv_m \quad (2.22)$$

$$\frac{d\mathbf{V}_M}{dt} \propto \frac{1}{v_M^2} \quad (2.23)$$

Si v_M es grande el efecto de la fricción dinámica disminuye, el efecto disminuye para velocidades suficientemente grandes de la partícula prueba.

2.3.4. Límites de la teoría de Chandrasekhar

En los últimos años diversos trabajos como Lynden-Bell & Kalnajs (1972), Tremaine (1976) y Tremaine & Weinberg (1984) han demostrado las limitaciones de la aproximación de Chandrasekhar:

1. En la aproximación de Chandrasekhar la fricción dinámica solo se da sobre perturbadores que se encuentran dentro del medio de partículas. Pero trabajos como el de Tremaine & Weinberg (1984) han demostrado que la fricción dinámica se da para objetos fuera de la distribución de partículas.

2. La fricción dinámica en el enfoque de Chandrasekhar solo estudia el caso de un perturbador que se mueve en una trayectoria recta en un medio de partículas, pero no es suficiente para explicar como es la fricción dinámica en sistemas que orbitan alrededor de otro sistema más masivo.

3. Los sistemas reales pueden tener más de un perturbador (la galaxia enana Fornax con cinco cúmulos globulares por ejemplo), en la aproximación de Chandrasekhar se analiza la fricción dinámica con un solo perturbador.

4. La respuesta o respuestas que se generan cuando en un sistema másivo hay más de un perturbador (e.g varios cúmulos globulares) juegan un papel importante en la fricción dinámica que no puede ser estudiado con la aproximación de Chandrasekhar.

5. Como hemos venido hablando a lo largo de este trabajo en sistemas con perfiles de densidad tipo *core* se da un efecto llamado estancamiento de la fricción dinámica que ha intentado ser explicado por Read et al. (2006) e Inoue (2009).

6. No se ha estudiado a fondo el comportamiento de la fricción dinámica en sistemas triaxiales, aunque trabajos como Capuzzo-Dolcetta & Vicari (2005) si estudian el caso de sistemas triaxiales, siguen el enfoque de la fórmula de Chandrasekhar.

2.4. Teoría de respuesta lineal

La teoría de respuesta lineal que se desarrolla a continuación es necesaria para entender las diferentes extensiones que han surgido a la fórmula de Chandrasekhar debido a sus restricciones. Entre los trabajos que utilizan este enfoque podemos encontrar los de Lynden-Bell & Kalnajs (1972) y Tremaine & Weinberg (1984) que estudian la fricción dinámica en sistemas esféricos obteniendo conclusiones que se contradicen con las suposiciones de la fórmula de Chandrasekhar como veremos más adelante.

2.4.1. Teoría de respuesta lineal

La teoría de respuesta lineal suele utilizarse para estudiar la estabilidad y respuesta en sistemas de fluidos y sistemas estelares. Los sistemas estelares más simples a estudiar son los sistemas esféricos homogéneos y autogravitantes.

El enfoque presentado a continuación fue tomado de Binney & Tremaine (1987). Empezaremos examinando un sistema en equilibrio con una densidad ρ_s que es forzada por un potencial gravitacional externo $-\epsilon\nabla\Phi_e$, donde $|\nabla\Phi_e|$ es del mismo orden que el campo gravitacional en el sistema en equilibrio y $\epsilon \ll 1$. La distribución de densidad que generaría este campo es $\epsilon\rho_e(\mathbf{x}, t)$ donde,

$$\nabla^2\Phi_e = 4\pi G\rho_e \quad (2.24)$$

Ya que la perturbación es débil, la respuesta es lineal y por lo tanto también proporcional a ϵ ; de este modo podemos escribir la perturbación de densidad inducida como $\epsilon\rho_e(\mathbf{x}, t)$. La *función de respuesta* $R(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \tau)$ se define como,

$$\rho_{s1}(\mathbf{x}, t) = \int d^3x dt' R(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t - t') \rho_e(\mathbf{x}', t) \quad (2.25)$$

y relaciona la densidad respuesta $\rho_{s1}(\mathbf{x}, t)$ a la densidad forzada $\rho_e(\mathbf{x}', t')$. La respuesta depende solamente de las diferencias entre t y t' ya que el sistema en equilibrio es independiente del tiempo, así que la respuesta al tiempo t desde un impulso instantáneo a t' pueden depender solamente del retraso $t-t'$. La causalidad requiere que $R(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \tau) = 0$ para $\tau < 0$ (El efecto no puede preceder a la causa).

La densidad forzada o forzante ρ_e y la densidad respuesta contribuyen al potencial gravitacional y el potencial total perturbante $\Phi_1 \equiv \Phi_e + \Phi_{s1}$ el que

determina la dinámica del sistema. La densidad correspondiente es $\rho_1 = \rho_e + \rho_{s1}$. La función de polarización $P(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \tau)$ relaciona la densidad respuesta ρ_{s1} a la densidad total ρ_1 :

$$\rho_{s1}(\mathbf{x}, t) = \int d^3x dt' P(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t - t') \rho_1(\mathbf{x}', t) \quad (2.26)$$

Nuevamente, $P(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \tau) = 0$ para $\tau < 0$.

Es importante entender la diferencia física entre la función de respuesta y la función de polarización. La función de respuesta describe la densidad respuesta a un potencial externo perturbativo, mientras que la función de polarización describe la densidad respuesta a la fuerza total perturbativa. Si la autogravedad de la densidad respuesta es despreciable, las funciones de polarización y respuesta son idénticas.

Toda función de respuesta se puede descomponer en Fourier y estas perturbaciones en Fourier pueden conformar un sistema de modos.

2.4.2. Amortiguamiento de Landau y Modos de Van Kampen

El amortiguamiento de Landau surge a causa de que la singularidad en el integrando de la función de polarización,

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega = 0 \quad (2.27)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad de la estrella, k el número de onda y ω la frecuencia angular.

No se considera que las ondas amortiguadas por *Landau* sean modos. Un modo es una solución de la ecuación de Boltzmann y la ecuación de Poisson linealizadas que se comportan como $\propto \exp(-i\omega t)$ a todos los tiempos.

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\Phi_{s1} + \Phi_e) \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (2.28)$$

$$\nabla^2 \Phi_{s1} = 4\pi G \int d^3\mathbf{v} f_1 \quad (2.29)$$

Soluciones de la relación de dispersión,

$$P(k, w) = 1, \quad \text{Im}(w) > 0 \quad (2.30)$$

son modos solo en la parte del plano w -complejo donde la función de polarización existe.

Las propiedades de las ondas amortiguadas por Landau son determinadas por la continuación analítica de la función de polarización a $\text{Im}(w) > 0$ donde los modos no existen.

Existen modos de un sistema estelar homogéneo con $k > k_J$ pero estos *Modos de Van Kampen* son diferentes a las ondas amortiguadas por Landau: Existen para todo w real y $k > k_J$ y tienen funciones de distribución singulares.

2.4.3. Extensiones a la fórmula de Chandrasekhar

Es conocido que las hipótesis detrás de la fórmula de Chandrasekhar son muy restrictivas.

Boylan-Kolchin et al. (2008) renuncia al enfoque analítico e intenta corregir la fórmula de Chandrasekhar, es decir, los tiempos de caída de un satélite, tomando en cuenta la elipticidad o circularidad de las órbitas, la energía orbital y el cociente de masas satélite-galaxia. De este modo demuestra que la fórmula de Chandrasekhar requiere de extensiones. Su enfoque es muy utilizado en modelos de formación de galaxias que utilizan enfoques semianalíticos.

Tremaine & Weinberg (1984) utilizan la teoría de respuesta lineal de la sección 2.4 y utilizan una base de funciones ortogonales para analizar el caso de la fricción dinámica en sistemas esféricos más allá del régimen de estudio de la fórmula de Chandrasekhar.

Hay dos resultados críticos de este trabajo:

1. La fricción dinámica puede ocurrir incluso aunque el perturbador se encuentre fuera de la distribución de masa, por lo cual la fricción dinámica no es un fenómeno colisional entre pares de partículas como supuso Chandrasekhar.

2. La fricción dinámica puede dejar de ocurrir en una distribución homogénea debido al *feedback* dinámico o también llamada función de respuesta, (Inoue

(2011)).

Existe una serie de estudios los cuales corrigen la fórmula de Chandrasekhar introduciendo una dependencia temporal y espacial para el logaritmo Coulombiano, la cual debilita de manera efectiva la fricción dinámica, sin embargo, no captura todos los procesos asociados (Dierickx & Loeb (2017); Hashimoto et al. (2003)).

2.5. Halos triaxiales y su importancia en el estudio de la estructura de la Galaxia

En esta tesis nos interesa estudiar diferentes fenómenos relacionados con fricción dinámica: uno de ellos es el efecto de tener varios perturbadores en un sistema sobre la fricción dinámica, es decir, queremos analizar la importancia que los efectos colectivos tienen en la fricción dinámica que sufre un perturbador en presencia de otros perturbadores. Dado que la predicción general de los modelos cosmológicos para la estructura de los halos, es que son estructuras triaxiales, se busca estudiar los fenómenos mencionados en sistemas triaxiales y sistemas esféricos con perfiles de densidad tipo *cuspy* y tipo *core*. Las complicaciones matemáticas han limitado tal tipo de estudios de manera analítica, por lo que decidimos realizar el estudio a través de simulaciones de N-cuerpos. Dentro de los pocos estudios existentes en sistemas triaxiales (Ostriker et al. (1989); Capuzzo-Dolcetta & Vicari (2005)) la mayoría utilizan el enfoque de fricción dinámica de Chandrasekhar (1943) a pesar de que no se cumplen las hipótesis para su derivación. Las simulaciones de N-cuerpos en este sentido nos permiten analizar el problema de manera más general, considerando los efectos colectivos en la fricción dinámica dentro del límite de su resolución.

En la literatura los sistemas triaxiales han sido ampliamente estudiados por Merritt (1997), Valluri & Merritt (1998), Rojas-Niño et al. (2012), Valenzuela et al. (2014), Rojas-Niño et al. (2015), quienes han estudiado la teoría de las órbitas en diferentes tipos de elipsoides y configuraciones de sistemas triaxiales. Sin embargo, el caso que nos interesa, es decir, la fricción dinámica en halos triaxiales con diferentes perfiles de densidad, ha sido abordado en escasos trabajos y de manera incompleta.

Capuzzo-Dolcetta & Vicari (2005) extienden el estudio de la evolución de órbitas de cúmulos globulares en galaxias elípticas mediante la integración numérica de un amplio número de órbitas en modelos triaxiales galácticos rígidos, auto-consistentes, caracterizados por un perfil central tipo *core* (Read et al. (2006); Inoue (2009)).

De acuerdo con ellos, la fricción dinámica es la causa de la evolución para sistemas de cúmulos globulares en galaxias elípticas con cualquier masa o razón axial. La fricción dinámica puede llevar a estos sistemas hacia la región central en tiempos de decaimiento menores a la edad de la galaxia, lo que puede alimentar su centro y acretar un objeto compacto.

Capítulo 3

Metodología

3.0.1. Simulaciones de N-cuerpos

Las simulaciones de N-cuerpos juegan un papel importante en la cosmología y dinámica moderna, al proporcionar información vital de la evolución de la materia oscura y la componente estelar: su agrupamiento y movimiento, y las complejas interacciones entre tales componentes. En particular, el poder capturar de manera autoconsistente la evolución fuera de equilibrio o estados transitorios de los sistemas dinámicos, son las principales razones por las que la comunidad científica utiliza y continua desarrollando tal tipo de técnicas.

3.0.2. Principales ecuaciones en el problema de N-cuerpos

La ecuación de Boltzmann constituye la descripción más completa de un sistema de N-cuerpos a través de la función de distribución $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, con $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \nabla \Phi \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (3.1)$$

el potencial $\Phi(\mathbf{x})$ está determinado por la ecuación de Poisson que está dada por,

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G(\rho(\mathbf{x})) \quad (3.2)$$

La solución f del par de ecuaciones anteriores Boltzmann-Poisson, constituye una descripción autoconsistente de la evolución del sistema dinámico de N partículas. Desafortunadamente la posición y la velocidad se definen como vectores de 3 dimensiones, por lo que la ecuación se define en 6 dimensiones o al-

ternativamente el problema se puede reducir a $6N$ ecuaciones. Esta descripción puede ser muy costosa particularmente en memoria, y una malla de más de 256^6 raya en el límite de las supercomputadoras modernas. La utilización de métodos de momentos o simetrías en el espacio fase, pueden permitir una descripción utilizando la ecuación de Boltzmann abordable con las computadoras contemporáneas. Alternativamente se puede seguir la trayectoria de cada partícula bajo la influencia gravitacional de todas las demás. Lo anterior constituye un muestreo de $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ o un problema de Montecarlo para cada instante. Este es el enfoque de las simulaciones de N-cuerpos tradicionales, las cuales adoptaremos en esta tesis.

Para derivar las ecuaciones para el problema de N-cuerpos definamos las coordenadas \mathbf{r} , \mathbf{v} , \mathbf{a} , \mathbf{t} relacionadas como,

$$\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{r}}(t) \quad (3.3)$$

$$\mathbf{a}(t) = \dot{\mathbf{v}}(t) \quad (3.4)$$

$$\mathbf{a}_i(t) = \sum_j^N \frac{Gm_j}{(r_i - r_j)^2} \quad (3.5)$$

Los códigos de N-cuerpos llamados de integración directa resuelven el sistema de ecuaciones mostrado arriba. Su costo computacional escala como N^2 , por lo que las simulaciones de mayor tamaño incluyen 10^6 partículas, aunque la utilización de tarjetas gráficas GPU promete ampliar estos números (Capuzzo-Dolcetta & Vicari (2005)).

3.1. Código y las condiciones iniciales en las simulaciones de este trabajo

3.1.1. Códigos de árbol

El código de árbol de Barnes & Hut (1986) trabaja agrupando partículas usando una jerarquía de cubos o celdas cúbicas arregladas en una estructura de árbol octal, donde cada nodo en el árbol tiene ocho hijos, ver fig. 3.1.

El sistema es primero rodeado por una sola celda cúbica que engloba a todas

las partículas. La celda principal es entonces subdividida en ocho sub-celdas cada una conteniendo su propio suconjunto de partículas.

La estructura de árbol continua hacia abajo en escala hasta que las celdas contengan una sola partícula.

Para cada celda o nodo en el árbol se calcula la masa total, el centro de masa, y los momentos multipolares de orden alto (hasta orden cuadrupolar). Esta estructura de árbol puede construirse rápidamente haciendola que se reconstruya en cada paso de tiempo.

La fuerza sobre una partícula puede ser evaluada haciendo una *Caminata* que recorra al árbol nivel por nivel sobre la celda superior.

En cada nivel una celda es agregada a una lista de interacción si la celda está lo suficientemente distante para una evaluación de la fuerza.

Si la celda es muy cercana es *abierta* y las ocho sub-celdas son utilizadas para la evaluación de la fuerza o abiertas aun más. Si el nodo interno no está lo suficientemente lejos del cuerpo o partícula, se atraviesa recursivamente cada una de las subceldas.

Para determinar si un nodo está lo suficientemente lejos se calcula el cociente s/d donde s es el ancho de la región representada por el nodo interno y d es la distancia entre el cuerpo y el centro de masa del nodo.

Entonces se compara este cociente con un valor límite θ llamado *ángulo de apertura*.

Si $s/d < \theta$ el nodo interno está lo suficientemente lejos. Se ajusta θ para cambiar la precisión y velocidad de la simulación.

La caminata termina cuando todas las celdas que pasan la prueba de apertura y todas las partículas individuales son tomadas en cuenta.

A la lista acumulada de celdas interactuantes y partículas se le aplica un ciclo a través del cual se calcula la fuerza sobre una partícula dada y esto se agrega al cómputo total del problema.

El número de interacciones calculada es más pequeño que el método directo de N-cuerpos por lo que la complejidad en tiempo de cómputo es $\mathcal{O}(N \log N)$.

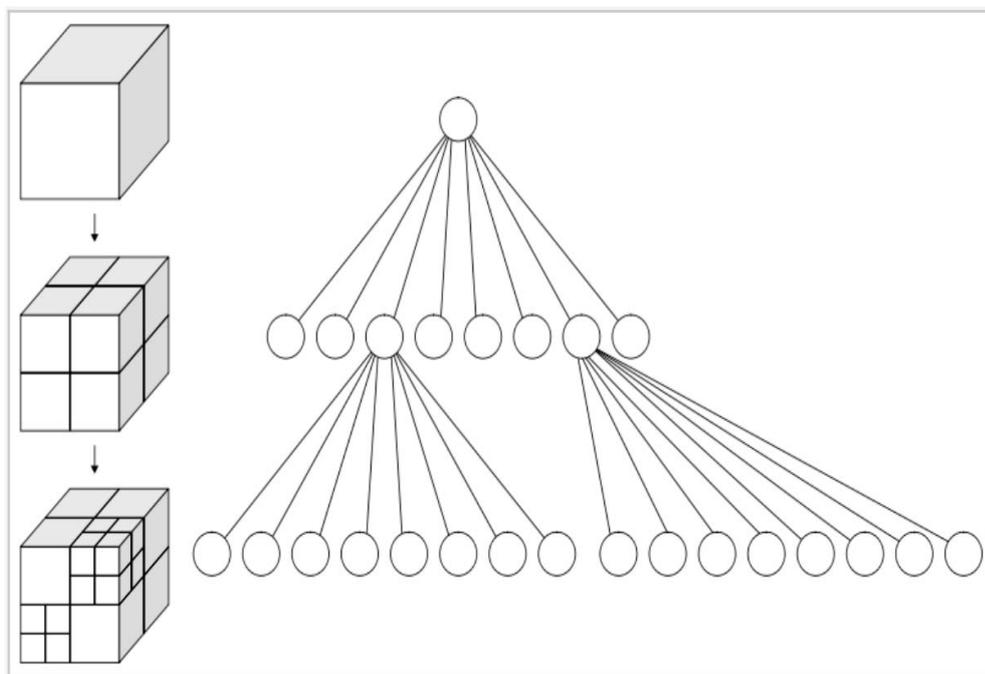


Figura 3.1: Dibujo esquemático de un árbol octal, *octree*, visto como una estructura de datos en ciencias computacionales. Crédito: CC BY-SA 3.0

3.1.2. Como funciona gyrfalcON

El código utilizado en este trabajo para la realización de los experimentos con simulaciones de N-cuerpos es llamado gyrfalcON. gyrfalcON es un código basado en el algoritmo de fuerza implementado por Dehnen (2002) el cual se describe a continuación.

Algoritmo para el cálculo de la fuerza

El código de árbol tradicional consiste en ordenar primero los cuerpos o partículas en una jerarquía de celdas cúbicas y precalcular los momentos multipolares de cada celda, ver fig. 3.1.

Después calcula la fuerza en una posición arbitraria de los cuerpos la cual es generada por los contenidos de alguna celda por medio de una expansión multipolar, si la celda se encuentra bien separada de la partícula, de otro modo las fuerzas generadas por los nodos-hijo de la celda se toman en cuenta, este procedimiento reduce el número de interacciones por cuerpo a $\mathcal{O}(N \log N)$.

gyrfalcON se basa en estructuras jerárquicas de árbol de celdas cúbicas, con un algoritmo que calcula las interacciones mutuas entre celdas obtenidas a través

de la expansión de Taylor en coordenadas cartesianas de un modo simétrico por lo que el momento total se conserva.

El criterio de aceptación multipolar (*Multipolar Acceptance Criterion* o por sus siglas en inglés *MAC*) empleado reduce el error en el cálculo de la fuerza y el costo computacional, llegando a tener una complejidad $\mathcal{O}(N)$ lo que hace que el código sea más rápido que el código de árbol estándar de Barnes & Hut (1986).

Criterio de Aceptación Multipolar

Consiste en ordenar primero los cuerpos en una jerarquía de mallas anidadas, precalculando los momentos multipolares de cada celda y entonces calcular las fuerzas entre las celdas de la malla por medio de una expansión multipolar en armónicos esféricos.

En este procedimiento las celdas no actúan solo como fuentes sino también como sumideros lo cual reduce la complejidad hasta $\mathcal{O}(N)$.

El código empleado está diseñado para aplicarse en el régimen de baja precisión combinando el código de árbol tradicional con el “Método de Multipolos Rápido”, siendo completamente adaptivo al utilizar celdas cúbicas ordenadas en una jerarquía de estructura de árbol.

La fuerza es calculada empleando interacciones mutuas entre celdas, siendo fuentes y sumideros simultáneamente.

El “Criterio de Aceptación Multipolar” se utiliza para decidir cuando una interacción celda-celda dada se ejecuta o debe ser dividida.

3.2. Fórmula de Eddington para la función de distribución

3.2.1. Función de distribución para sistemas esféricos

Los sistemas estelares que se consideran más simples para su estudio son los sistemas esféricos. Los modelos esféricos son interesantes ya que algunas galaxias elípticas y la mayoría de los cúmulos globulares suelen ser aproximados de esta manera. Una de las cosas que se consideran dentro de este trabajo es que los sistemas esféricos poseen una única población estelar de modo que todas las estrellas son idénticas y con una sola función de distribución f .

Suponer de manera general que la densidad de masa que genera al potencial gravitacional del sistema es proporcional a $\int d^3\mathbf{v}f$ implica que los sistemas que estudiamos puedan considerarse como autoconsistentes debido a que la distribución de densidad determina el potencial a través de la ecuación de Poisson y el potencial determina la densidad autoconsistentemente a través de la ecuación de Boltzmann no-colisional.

Es conveniente definir un nuevo potencial gravitacional y una nueva energía. Si Φ_0 es constante el potencial relativo Ψ y la energía relativa \mathcal{E} de una estrella pueden definirse como,

$$\Psi \equiv -\Phi + \Phi_0 \quad y \quad \mathcal{E} \equiv -H + \Phi_0 = \Psi - \frac{1}{2}v^2 \quad (3.6)$$

Φ_0 es tal que $f > 0$ para $\mathcal{E} > 0$ y $f = 0$ para $\mathcal{E} \leq 0$.

Si un sistema aislado se extiende a infinito, Φ_0 y la energía relativa es igual a la energía de ligadura. El potencial relativo de un sistema aislado satisface la ecuación de Poisson en la forma,

$$\nabla^2\Psi = -4\pi G\rho, \quad (3.7)$$

esta ecuación está sujeta a la condición de frontera $\Psi \rightarrow \Phi_0$ conforme $|x| \rightarrow \infty$

3.2.2. Fórmula de Eddington y sistemas ergódicos

Consideremos el caso de un sistema estelar esférico el cual se encuentra confinado por un potencial esférico conocido $\Phi(r)$. Es posible derivar para este sistema una función de distribución ergódica que dependa de las coordenadas del espacio fase solo a través del Hamiltoniano $H(\mathbf{x},\mathbf{v})$ (Teorema de Jeans) (Binney & Tremaine (1987)).

Lo que queremos es obtener la función de distribución del sistema en este caso, en términos de la energía relativa, es decir, $f(\mathcal{E})$. Para obtener la función de distribución definimos la densidad de probabilidad $\nu(r)$ como la integral de la función de distribución f sobre todo el espacio de velocidades. Entonces,

$$\nu(r) = 4\pi \int dv v^2 f(\Psi - \frac{1}{2}v^2) = 4\pi \int_0^\Psi d\mathcal{E} f(\mathcal{E}) \sqrt{2(\Psi - \mathcal{E})}, \quad (3.8)$$

Φ_0 es una constante en la definición de \mathcal{E} tal que $f = 0$ para $\mathcal{E} \leq 0$. Ya que Ψ es una función monótona de r en cualquier sistema esférico, podemos considerar a ν como una función de Ψ en lugar de r . Entonces,

$$\frac{1}{\sqrt{8\pi}}\nu(\Psi) = 2 \int_0^\Psi d\mathcal{E} f(\mathcal{E}) \sqrt{(\Psi - \mathcal{E})} \quad (3.9)$$

Derivando ambos lados obtenemos la ecuación reescrita como,

$$\frac{1}{\sqrt{8\pi}} \frac{d\nu}{d\Psi} = \int_0^\Psi d\mathcal{E} \frac{f(\mathcal{E})}{\sqrt{(\Psi - \mathcal{E})}} \quad (3.10)$$

La cual es una ecuación de *Abel* cuya solución es,

$$f(\mathcal{E}) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \frac{d}{d\mathcal{E}} \int_0^\Psi \frac{d\Psi}{\sqrt{\mathcal{E} - \Psi}} \frac{d\nu}{d\Psi} \quad (3.11)$$

De manera equivalente,

$$f(\mathcal{E}) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \left[\int_0^\Psi \frac{d\Psi}{\sqrt{\mathcal{E} - \Psi}} \frac{d^2\nu}{d\Psi^2} + \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}}} \left(\frac{d\nu}{d\Psi} \right)_{\Psi=0} \right] \quad (3.12)$$

Esta última ecuación es llamada “Fórmula de Eddington”.

Dado una distribución de densidad para un sistema esférico, de la fórmula de Eddington puede obtenerse una función de distribución ergódica que genere un modelo con la ley de densidad dada. No existe garantía de que la solución $f(\mathcal{E})$ a la ecuación 3.12 cumplirá con la restricción física de ser no negativa en todos lados. De las ecuaciones 3.11 y 3.12 se concluye que una distribución de densidad esférica $\nu(\mathbf{r})$ en el potencial $\Phi(\mathbf{r})$ puede obtenerse de una función de distribución ergódica si y solo si,

$$\int_0^\mathcal{E} \frac{d\Psi}{\sqrt{\mathcal{E} - \Psi}} \frac{d\nu}{d\Psi} \quad (3.13)$$

es una función creciente de \mathcal{E} .

La fórmula de Eddington, (ecuación 3.12) se utilizó para obtener la función de distribución a partir de una ley de densidad dada, lo cual es utilizado por [Dehnen \(2002\)](#) y [Kazantzidis et al. \(2004\)](#) para la creación de las condiciones iniciales de sistemas esféricos que se utilizan en las simulaciones de N-cuerpos de este trabajo.

3.2.3. Construyendo el Halo triaxial

Generar de manera autoconsistente posiciones y velocidades para un halo triaxial no es un problema resuelto de manera general. El método de Eddington (sección 3.2.2) no puede aplicarse en este caso dado que la energía no solo depende de la distancia. Existen métodos iterativos que pueden transformar un halo esférico en uno triaxial modificando adiabáticamente las velocidades, sin embargo, el procedimiento es complejo (Rodionov & Sotnikova (2006); Rodionov et al. (2009); Athanassoula et al. (2013)). En un futuro exploraremos tales técnicas sin embargo en esta tesis adoptaremos una estrategia alternativa. El halo triaxial utilizado en este trabajo se construyó haciendo fusionar a tres sistemas masivos con las mismas propiedades (masa, tamaño, número de partículas) en dos etapas. Primero se simuló la colisión radial de dos sistemas con una separación inicial proporcional al tamaño del sistema sobre el eje x dejando que el sistema evolucione durante 30 Gyr hasta que se encuentre relajado. Al resultado de esta primera interacción se le hace colisionar un tercer sistema con una separación con el sistema original sobre el eje z , ortogonal al encuentro anterior. El resultado de la evolución del sistema da como resultado un halo triaxial, ver figura 3.3d y sus parámetros en la tabla 3.1. Cabe mencionar que el método de Rodionov & Sotnikova (2006) es una versión controlada de tal proceso. En este capítulo ilustramos gráficamente el proceso de construcción y en el capítulo 5 se presentan propiedades cuantitativas de los sistemas triaxiales.

Parámetros	Descripción	Halo
Modelo	Potencial	NFW
$M_{\text{halo}}(M_{\odot})$	Masa total del Halo	0.45×10^{12}
n-body	Partículas en el Halo	1×10^5
$R_{200c,z=0}(\text{kpc})$	Radio de virial actual	206
r_s (kpc)	Radio de escala	38.35
ϵ (kpc)	Suavizamiento	1.5

Cuadro 3.1: Los parámetros mostrados en esta tabla muestran el modelo fiducial, que se utilizó como modelo para hacer colisionar halos y construir el halo triaxial tipo *cuspy*.

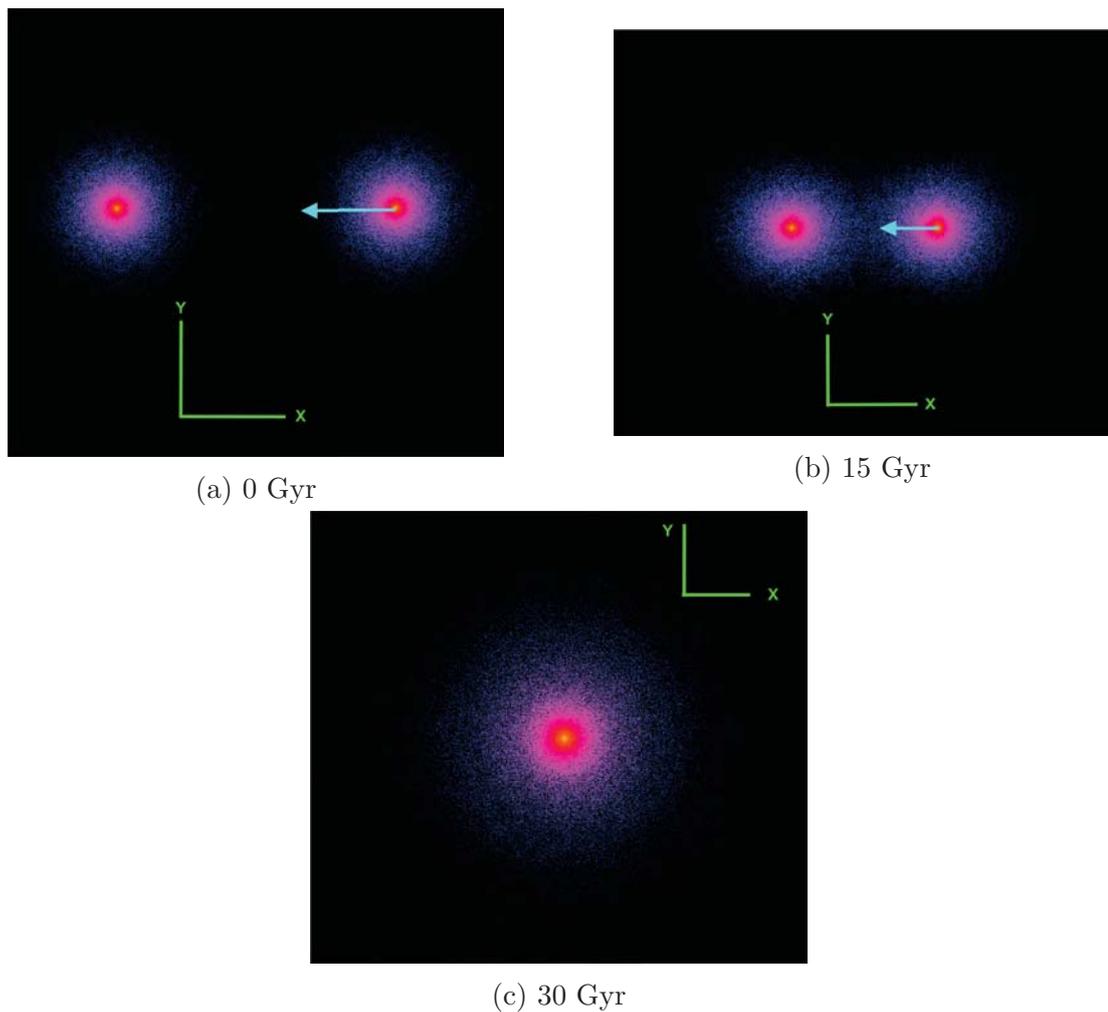


Figura 3.2: Diferentes partes del proceso de construcción del halo triaxial. Se muestra el remanente a punto de ser impactado por un segundo sistema esférico en la dirección de x . La figura c) muestra el remanente de esta colisión. Imágenes obtenidas con el *software Topsy N-body tool*, utilizando un kernel *spline* (SPH) para calcular la densidad con base en los vecinos.

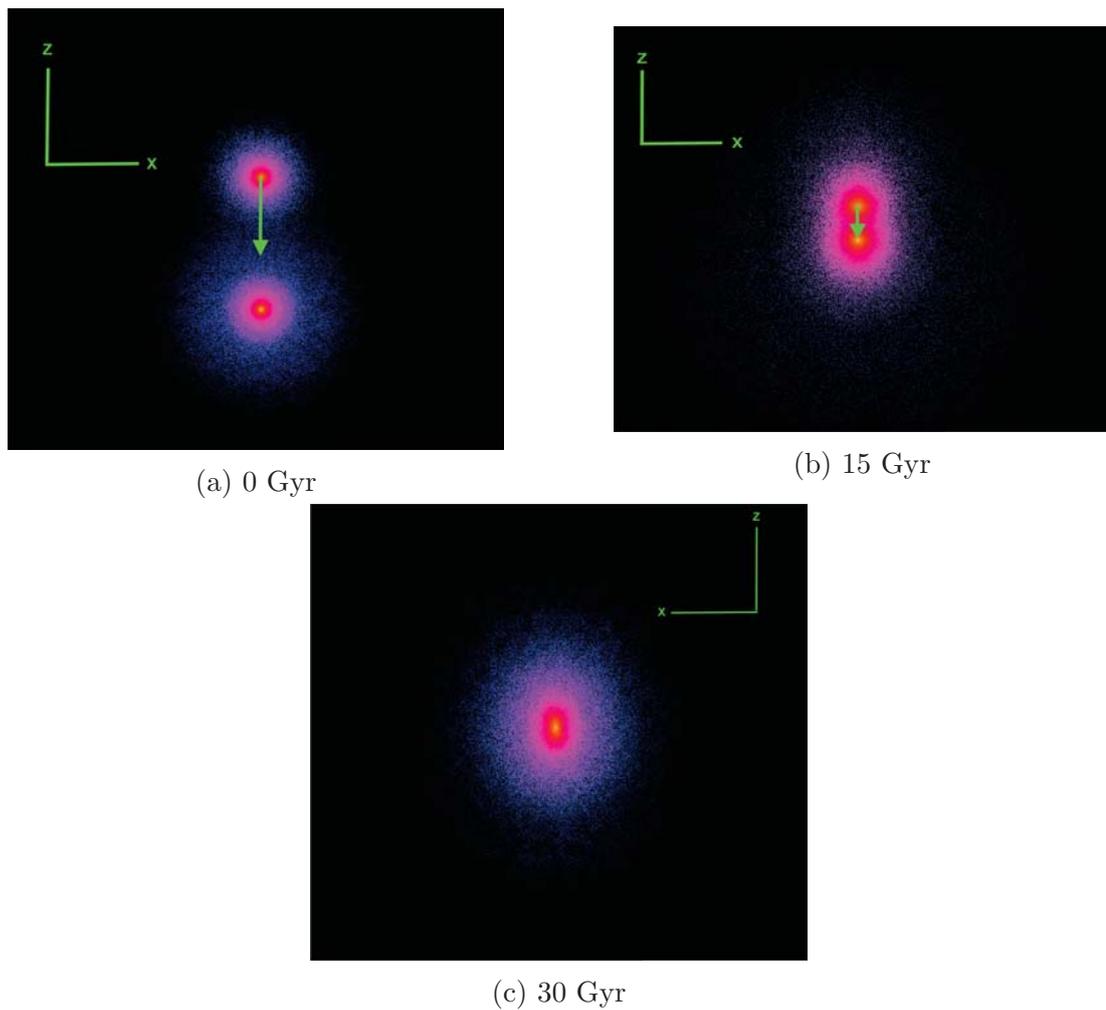


Figura 3.3: Diferentes partes del proceso de construcción del halo triaxial. Se muestra el remanente de la figura 3.2c a punto de ser impactado por un tercer sistema esférico en la dirección de z . La figura c) muestra el remanente o halo triaxial de esta colisión el cual es el halo triaxial que se busca crear. Imagen obtenida con el *software Topsy N-body tool*, utilizando un kernel *spline* (SPH) para calcular la densidad con base en los vecinos.

Capítulo 4

Fricción Dinámica en halos esféricos con perturbadores múltiples

Como hemos establecido anteriormente, los sistemas esféricos representan el caso más utilizado para representar cúmulos de estrellas, bulbos de galaxias, galaxias esferoidales y halos de materia oscura. Desde el punto de vista dinámico, es posible construir su función de distribución por lo que generar sistemas de partículas en equilibrio con un dado perfil de densidad es un problema bien planteado y soluble. Existen además numerosos estudios de la fricción dinámica en tales tipos de sistemas considerando un único satélite que cae en el mismo por lo que ser capaz de recuperar algunos de estos resultados es un requisito para posteriormente explorar sistemas más generales y complicados. La figura 4.1 ilustra el proceso de caída de un satélite dentro de un halo oscuro esférico con un perfil de densidad *cuspy* de acuerdo a la ley de densidad de Navarro et al. (1996), el halo fue representado por 10^5 partículas.

Como referencia se integró la ecuación de Chandrasekhar y posteriormente se incluyó un modelo semianalítico de pérdida de masa por marea (King (1962)). Es importante incluir esta pérdida ya que cuando un sistema pierde masa el efecto de la fricción dinámica disminuye por la dependencia de la fricción con la masa del perturbador como se vio en la sección 2.3.1.

Estas pruebas nos dan certidumbre en nuestros parámetros numéricos, y podemos concluir que si incluimos nuevos elementos físicos, estos serán los responsables de cualquier diferencia.

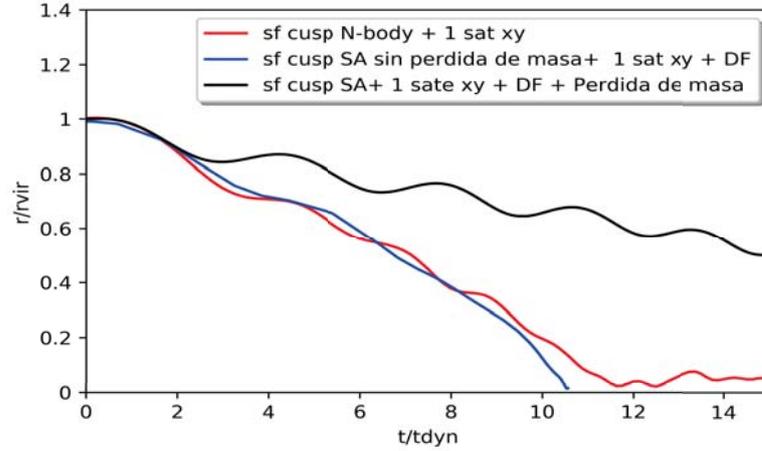


Figura 4.1: Para el caso del halo esférico *cuspy* se comparó el comportamiento de la caída del satélite en la simulación de N-cuerpos con un modelo semianalítico que incluye una función de pérdida de masa de King (1962) y fricción dinámica de Chandrasekhar (1943). Para resolver las ecuaciones de movimiento en el modelo semianalítico se utilizó un integrador Runge-Kutta. Los parámetros utilizados en esta simulación están en la tabla 4.1.

Parámetros	Descripción	Halo	Satélite
Modelo		NFW	Part. suavizada
$M_{\text{halo}}(M_{\odot})$	Masa total del Halo	1.25×10^{12}	1.3×10^{10}
n-body	Partículas en el Halo	1×10^5	1.
$R_{z=0}(\text{kpc})$	Radio de virial actual	130	
$r_s(\text{kpc})$	Radio de escala NFW	50	
$\epsilon(\text{kpc})$	Suavizamiento	1.5	3

Cuadro 4.1: Parámetros correspondientes al modelo empleado para las partículas del sistema. Los parámetros considerados son tomados de Dierickx & Loeb (2017) para el sistema ilustrado en la figura 4.1.

En la figura 4.1 se muestra una comparación del comportamiento de un satélite en un halo esférico con perfil de densidad tipo *cuspy* en una simulación de N-cuerpos con un modelo semianalítico con pérdida de masa (línea negra) y sin pérdida de masa (línea azul). Podemos ver que en este caso la fórmula de Chandrasekhar sin pérdida de masa, predice tiempos de caída menores a lo que se obtiene con la simulación de N-cuerpos (línea roja). En el caso en el que se incluye la pérdida de masa vemos que la caída se retrasa de manera considerable,

ya que al perder masa el satélite el efecto de la fricción dinámica sobre el, disminuye. Lo importante de esto es que este resultado concuerda con lo obtenido en la literatura, que muestra que Chandrasekhar puede sobreestimar los tiempos de caída de satélites.

4.0.1. Primeros experimentos con simulaciones de N-cuerpos utilizando más de un perturbador

El objetivo de este experimento es investigar el aumento o disminución de la fricción dinámica sobre una partícula masiva en presencia de uno o más perturbadores simultáneos. La figura 4.2 representa un sistema tipo Vía Láctea con dos satélites tipo Sagitario en términos de masa (ver tabla 4.2), representados como partículas individuales con un suavizamiento de 9.81 kpc, colocadas a 180° entre ellas. Cada una colocada de manera antisimétrica en órbitas elípticas. El halo anfitrión considera 10^6 partículas con un suavizamiento de 200 pc cercano a la separación promedio entre partículas del halo. En este caso podemos observar que los satélites interactúan en fase durante los primeros 5 Gyr de la simulación, lo cual es un comportamiento naturalmente esperado debido a la simetría del problema la cual ocasiona que los efectos colectivos se vean anulados, por lo que no esperamos un efecto mayor para alguno de los satélites. Podemos observar que los perturbadores se desfasan después de 5.5 Gyr, lo cual puede deberse a que el satélite alcanza la resolución a la cual la interacción se vuelve Newtoniana. El suavizamiento para cada satélite es de 9.81 kpc, lo cual fue motivado por la posible estructura interna del satélite y para minimizar fuertemente la colisionalidad, la fuerza se vuelve Newtoniana, es decir, los efectos de colisionalidad surgen a partir de ~ 20 kpc. Esta resolución sugiere que el defasamiento observado a 5 Gyrs en la figura 4.2 podría estar relacionado con esto o con la precisión para definir el centro en las condiciones iniciales.

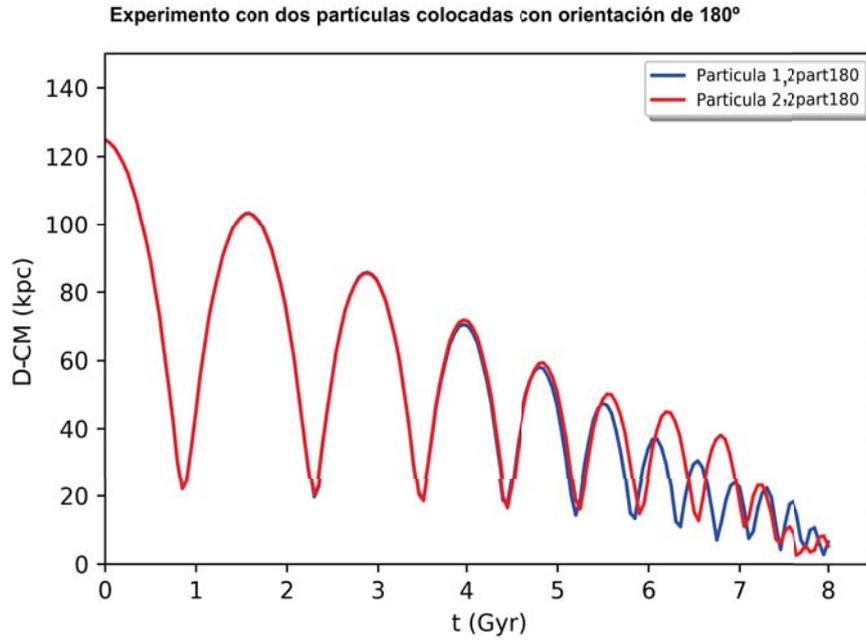


Figura 4.2: En esta gráfica seguimos a las partículas alrededor del centro de masa del sistema durante el tiempo de la simulación. La línea roja representa a la partícula 2, la línea azul representa a la partícula 1.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	125	0	0	-10	0	70
2	-125	0	0	10	0	-70

Cuadro 4.2: Condición inicial de las partículas del sistema de la figura 4.2.

4.0.2. Primeros experimentos con simulaciones de N-cuerpos en un halo esférico tipo *cuspy* utilizando más de un perturbador con dos partículas a 90°

En este experimento se colocaron 2 partículas con una orientación de 90° entre ellas. El objetivo es averiguar si cuando el arreglo inicial de los satélites no es simétrico, efectivamente el efecto de respuesta del sistema debido a cada satélite no se cancela uno al otro y esto origina un cambio en la tasa de caída de los perturbadores. Las coordenadas de este sistema se muestran en la tabla 4.4. Este experimento se realizó con el objetivo de analizar el comportamiento de la fricción dinámica en una configuración de partículas no simétrica.

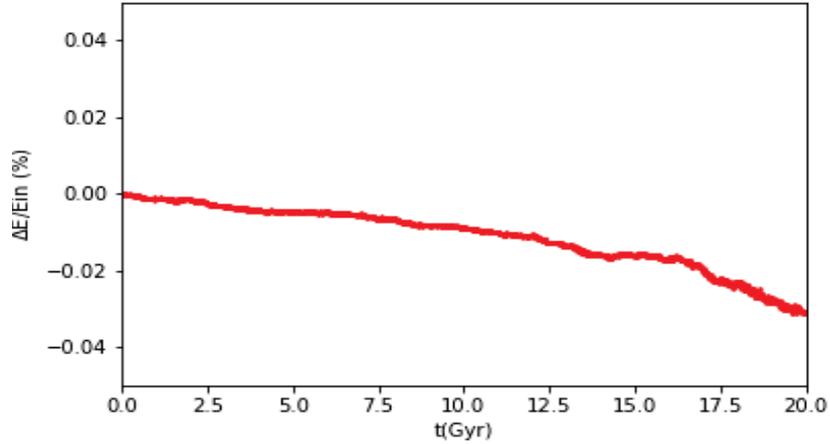


Figura 4.3: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *cuspy* con 2 satélites a 180° entre ellos. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr y un $\epsilon=9.81$.

Puede observarse un desfase en la trayectoria de los satélites alrededor del centro de masa del sistema desde el inicio de la simulación. Después de 2 Gyr es claro que el satélite o partícula 2 se ve más afectada por la fricción dinámica, lo cual puede verse en el hecho de que se acerca más rápidamente hacia la región central que la partícula 1. Después de 7 Gyr la partícula 2 ha caído totalmente hacia el centro del sistema. El efecto de decaimiento sobre la partícula 1 es claramente menor lo cual puede deberse a encuentros con la partícula 2 (aunque esta interacción esté fuertemente suprimida por el alto suavizamiento del satélite) o a la interacción con la respuesta en el halo estimulada por la partícula que hacen que gane energía orbital y caiga hacia el centro en menos tiempo que la partícula 2. Los resultados son alentadores y van en una dirección que sugiere modificaciones al comportamiento tradicional de la fricción dinámica, sin embargo hay algunos aspectos no claros. Dado que la órbita inicial es elongada, los satélites se acercan desde el inicio a la zona no bien resuelta del centro ($\sim 20\text{kpc}$), lo cual podría al menos parcialmente tener un efecto en la evolución del sistema, en los siguientes experimentos intentaremos relajar tales limitantes. Cabe mencionar que la buena conservación de la energía descarta grandes problemas en la simulación.

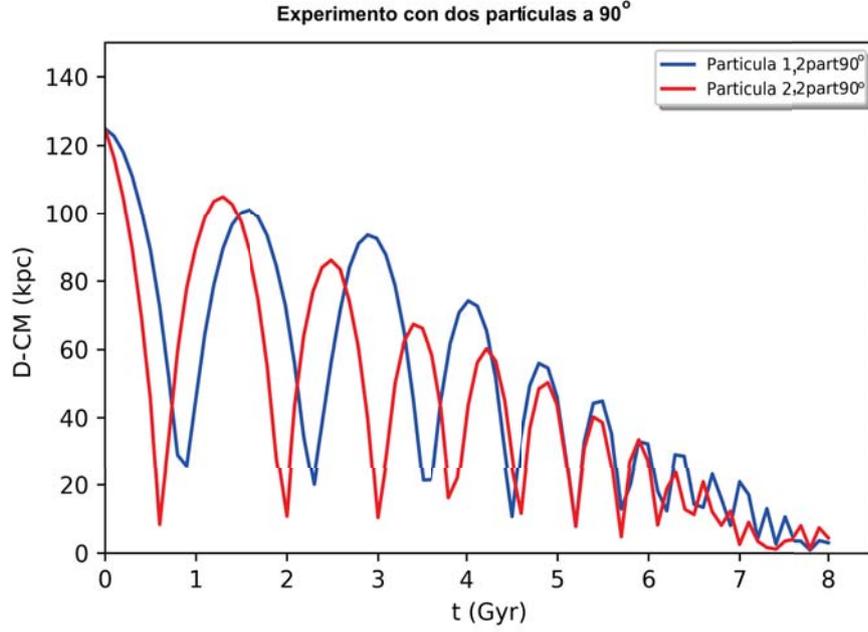


Figura 4.4: En esta gráfica seguimos a las partículas alrededor del centro de masa del sistema durante el tiempo de la simulación. La línea azul representa a la partícula 1, la línea roja representa a la partícula 2.

Parámetros	Descripción	Halo	Satélite
Modelo		Hernquist	Part. suavizada
$M_{\text{halo}}(M_{\odot})$	Masa total del Halo	1.25×10^{12}	1.3×10^{10}
<i>n-body</i>	Partículas en el Halo	1.16×10^6	1.
$R_{200c, z=0}(\text{kpc})$	Radio de virial actual	206	
$r_s(\text{kpc})$	Radio de escala	38.35	
$\epsilon(\text{kpc})$	Suavizamiento	0.214	9.81

Cuadro 4.3: Parámetros correspondientes al modelo empleado para las partículas del sistema. Los parámetros considerados son tomados de Dierickx & Loeb (2017).

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	v_x (km/s)	v_y (km/s)	v_z (km/s)
1	125	0	0	-10	0	70
2	0	0	125	-10	0	-70

Cuadro 4.4: Condición inicial de las partículas en el experimento a 90° del sistema de la figura 4.4, con la condición inicial de Dierickx & Loeb (2017).

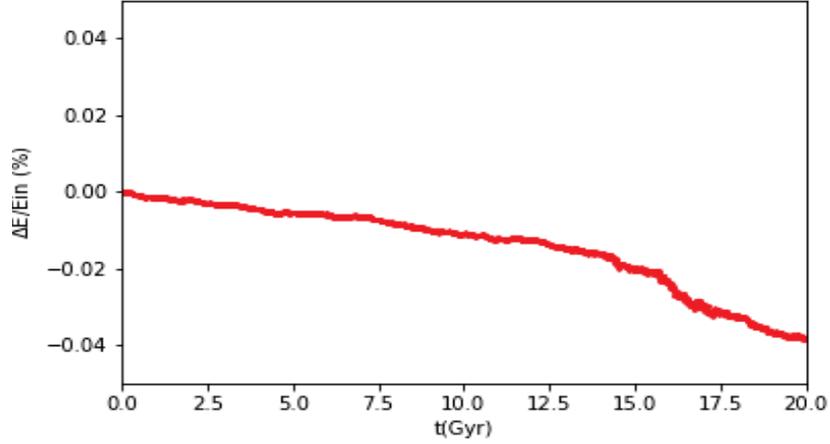


Figura 4.5: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *cuspy* con 2 satélites a 90° entre ellos. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr y un $\epsilon=9.81$.

4.0.3. Experimentos con simulaciones de N-cuerpos con 4 satélites con orientación de 90° entre cada uno

Como extensión natural a los experimentos anteriores, consideramos el mismo halo esférico con perfil de Hernquist (1993), pero ahora con 4 satélites colocados en una órbita elíptica, ver tabla 4.5. La figura 4.6 muestra la evolución incluyendo el caso de un único satélite como referencia (línea negra). Se observan desviaciones con respecto al caso de referencia, para uno de los satélites, se observa desde muy temprano en la simulación que algunos de los satélites parecen ganar energía desde el inicio, este defasamiento parece aumentar en períodos de poco más de 1 Gyr, lo que hace que al final de la simulación disten entre 40 y 30 kpc con respecto al caso de referencia. El satélite que inicialmente tiene la misma configuración en posición y velocidad que el satélite en el experimento de un solo perturbador tiene un comportamiento opuesto a partir de 2 Gyrs y cae a una tasa mayor que el caso de referencia. Aunque interesantes estos resultados podrían estar afectados por la fuerte supresión a la colisionalidad en los satélites. El defase inicial podría deberse a imprecisiones en la velocidad circular inicial que al calcularse no se consideró a los demás satélites, aunque cabe mencionar que la diferencia en masa es del 4% por lo que esto no afecta al *feedback* dinámico.

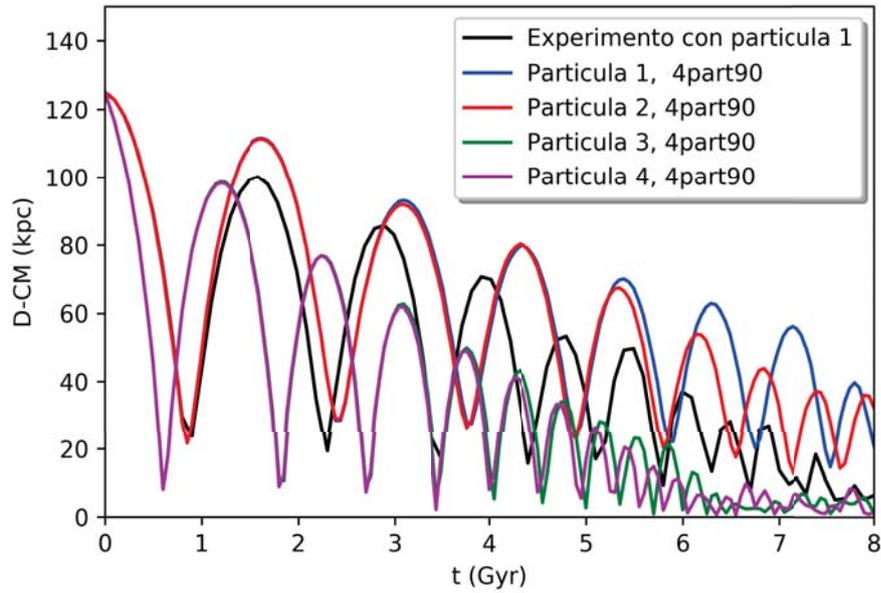


Figura 4.6: Experimento con 4 satélites, comparado con 1 satélite en un halo tipo Vía Láctea, (Dierickx & Loeb (2017)).

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	0	0	-125	10	0	70
2	0	0	125	-10	0	-70
3	125	0	0	-10	0	70
4	-125	0	0	10	0	-70

Cuadro 4.5: Condición inicial de las partículas en el experimento a 90° en el experimento con 4 satélites de la figura 4.6.

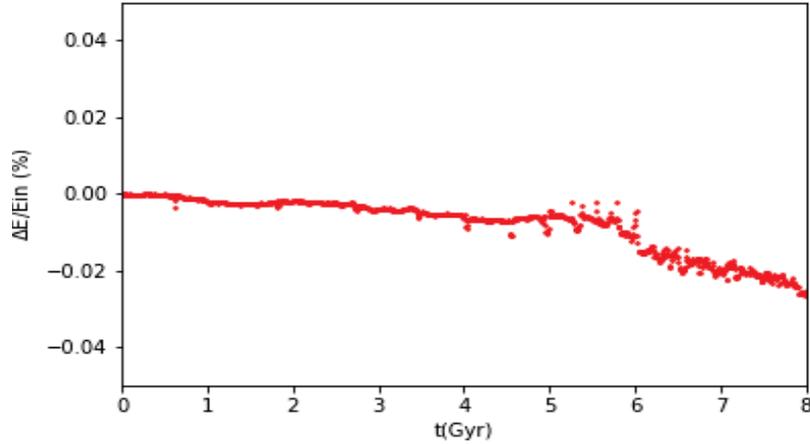


Figura 4.7: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *cuspy* con 4 satélites en órbitas elípticas, ver tabla 4.5. Simulación con un paso de integración de 10 Myr.

4.1. Fricción dinámica con múltiples perturbadores en halos esféricos con satélites en órbita circular

4.1.1. Halos con perfil de densidad tipo *cuspy*

Experimento con 2 partículas con orientación de 180° para un halo esférico con perfil de densidad tipo *Ccuspy* en el plano xy con órbita circular.

El siguiente experimento es equivalente al experimento presentado en la sección anterior, utilizando un suavizamiento de menor tamaño que en el caso anterior. Los satélites fueron colocados en un órbita circular con una orientación de 180° entre ellos, es decir, colocados de una manera simétrica para estudiar el efecto de la fricción dinámica en el caso en el que las contribuciones tienen cierta simetría. La elección de la órbita circular junto con el tamaño del suavizamiento evitan que la resolución espacial limite la simulación.

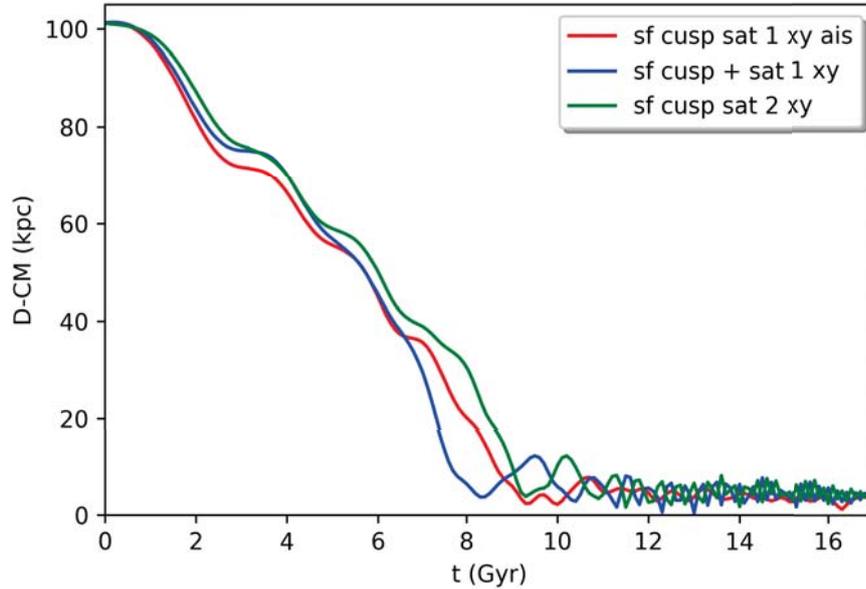


Figura 4.8: La figura ilustra el cambio en la distancia de cada satélite con respecto al centro de masa del sistema. La línea verde indica el cambio de la partícula 1 en interacción con la partícula 2, la línea azul indica el cambio de la partícula 2 en interacción con la partícula 1. La línea roja corresponde a un experimento colocando solo la partícula 1.

En el experimento ilustrado en la figura 4.8 podemos ver que en el caso en el que hay más de un perturbador la partícula 1 se mantiene en su trayectoria original (línea azul vs línea verde), sin embargo, la partícula 2 gana energía cuando ambas partículas logran completar un periodo de su órbita a aproximadamente a 4 Gyr. Las partículas empiezan a desfasarse en su movimiento a partir de 4.5 Gyr.

Algo importante de este experimento es que al ser colocadas las partículas de manera anti-simétrica lo que se espera es que los efectos colectivos que pudieran sentir algún perturbador sobre la fricción dinámica que experimenta se vean equilibrados por la contribución del segundo perturbador por lo que los satélites deberían mantenerse en fase la mayor parte del tiempo de la simulación, sin embargo vemos que esto deja de pasar a 4.5 Gyr, ganando la segunda partícula energía. Lo que muestra posiblemente el *feedback dinámico* discutido por Tremaine & Weinberg (1984) y Colpi & Pallavicini (1998). La figura 4.9 muestra que la calidad de la integración es razonablemente buena, el hecho de que experimentos en la sección anterior con un suavizamiento mayor logran capturar efectos

similares, robustece la interpretación anterior.

Parámetros	Descripción	Halo	Satélite
Modelo		NFW	Part. suavizada
Mhalo(M_{\odot})	Masa total del Halo	1.25×10^{12}	1.3×10^{10}
n-body	Partículas en el Halo	1×10^5	1.
R,z=0(kpc)	Radio de virial actual	130	
rs (kpc)	Radio de escala NFW	50	
ϵ (kpc)	Suavizamiento	1.5	3

Cuadro 4.6: Parámetros correspondientes al modelo empleado para las partículas del sistema. Los parámetros considerados son tomados de Dierickx & Loeb (2017) para el sistema ilustrado en la figura 4.8.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	118	0
2	-100	0	0	0	-118	0

Cuadro 4.7: Condición inicial de las partículas en el experimento a 180° para el sistema de la figura 4.8.

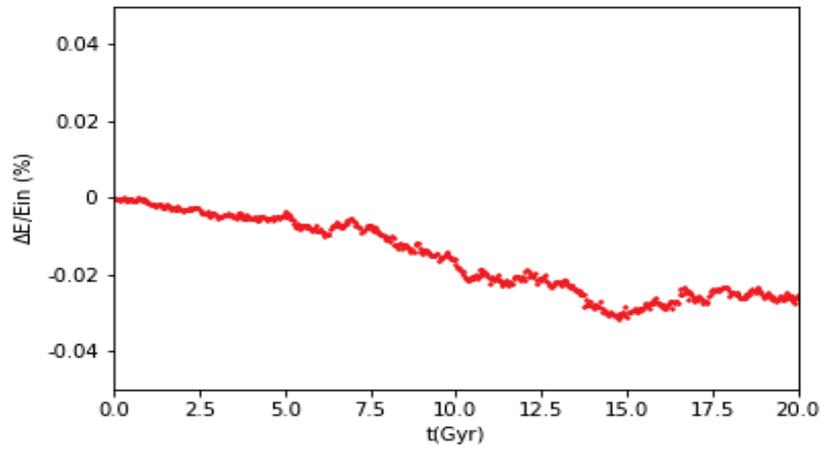


Figura 4.9: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *cuspy* con 2 satélites a 180° . Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

Experimento con 2 partículas con orientación de 90° para el experimento del halo esférico NFW con perfil de densidad tipo *cuspy* en el plano xy

El siguiente experimento ilustra el comportamiento en la distancia de dos satélites con respecto al centro de masa un sistema masivo colocados en una orientación de 90° entre ellos, es decir, de manera no simétrica.

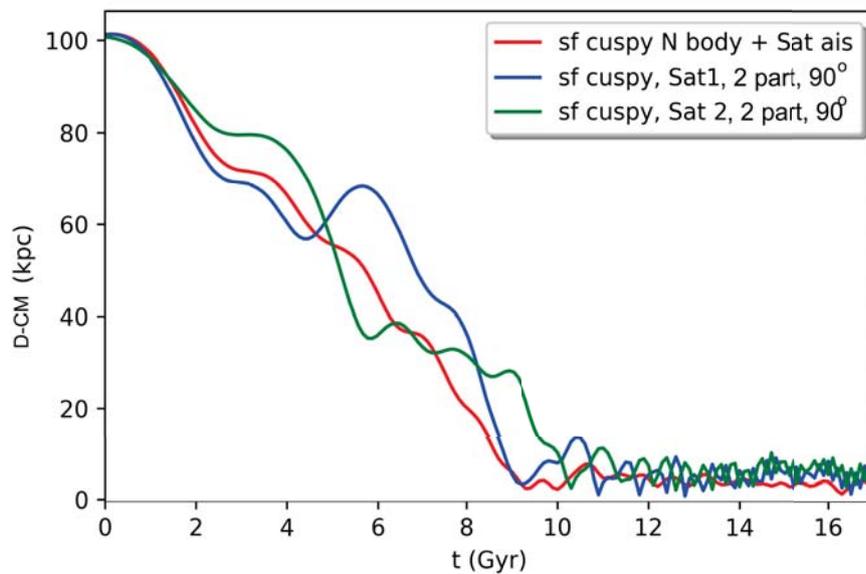


Figura 4.10: La figura ilustra el cambio en la distancia de cada satélite con respecto al centro de masa del sistema. La línea azul indica el cambio de la partícula 1 en interacción con la partícula 2, la línea azul indica el cambio de la partícula 2 en interacción con la partícula 1. La línea roja corresponde a un experimento colocando solo la partícula 1.

Lo que podemos observar en este experimento es que la partícula 2 sufre una ganancia de energía a costa de la pérdida de energía de la partícula 1, esta ganancia es claramente mayor que en el caso de perturbadores orientados a 180° de la figura 4.8, en este experimento ilustrado en la figura 4.10 vemos nuevamente posible evidencia del *feedback* dinámico.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	118	0
2	-100	0	0	0	-118	0

Cuadro 4.8: Condición inicial de las partículas en el experimento a 90° de la figura 4.10.

En las figuras 4.8 y 4.10 podemos observar como existe una dependencia con la fase en la caída de los perturbadores, también es claro que el hecho de que exista más de un perturbador puede modificar el comportamiento de la fricción dinámica en estos perturbadores, dándoles energía o quitándoles energía respectivamente, lo que se conoce como *feedback* dinámico.

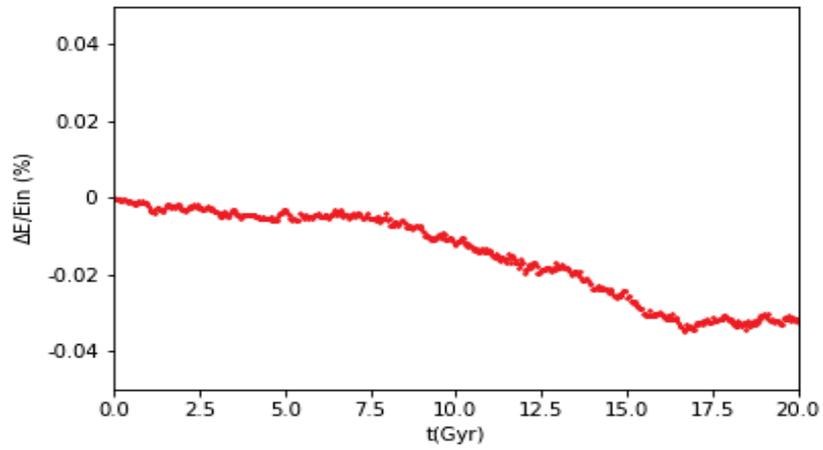


Figura 4.11: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *cuspy* con 2 satélites a 90° , correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

Resultados de los experimentos con 4 partículas en el plano xy para un halo con perfil de densidad tipo *cuspy*, NFW.

Siguiendo la misma progresión que en los experimentos iniciales con halo esférico que tenían perfil tipo *cuspy*, Hernquist (1993), consideramos ahora el caso de un sistema esférico con un perfil de densidad tipo *cuspy* colocando 4 perturbadores en una configuración en el plano xy cada uno colocado en un punto sobre los ejes positivos y negativos a una misma distancia y con velocidad circular en el eje perpendicular al eje en el que fueron colocados.

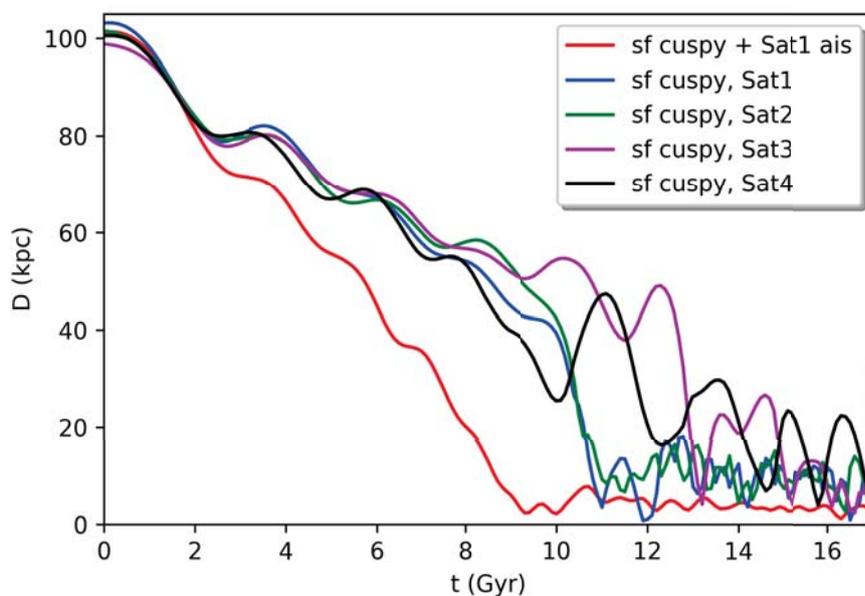


Figura 4.12: Experimento con 4 satélites colocados en una órbita circular colocados a la misma distancia con orientación de 90° entre cada uno. La línea roja ilustra el mismo experimento pero con solo el satélite 1 para ilustrar la diferencia en el tiempo de caída que sufre un perturbador.

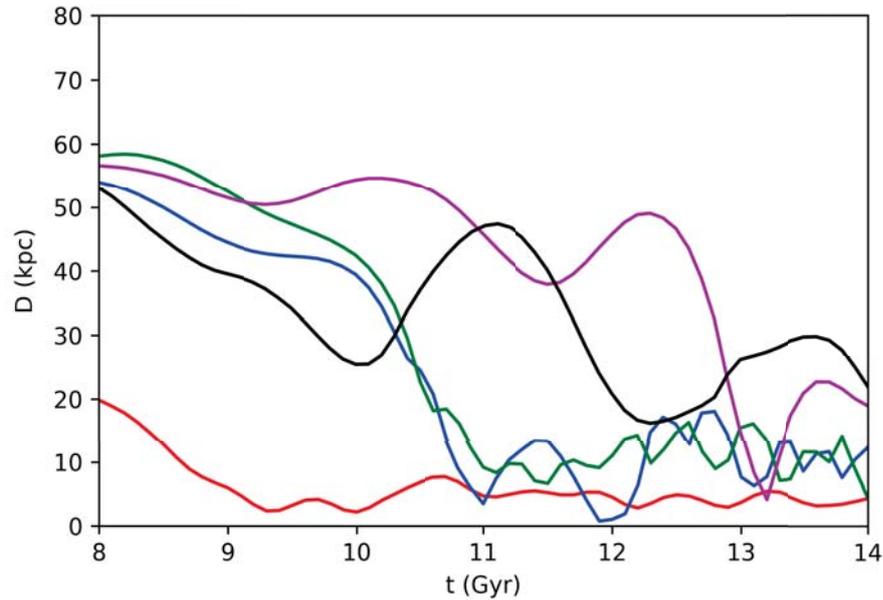


Figura 4.13: Ampliación del comportamiento del sistema con 4 satélites de la figura 4.12.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	118	0
2	0	100	0	-118	0	0
3	-100	0	0	0	-118	0
4	0	-100	0	118	0	0

Cuadro 4.9: Condición inicial de las partículas en el experimento a 90° en el experimento con 4 satélites de la figura 4.12.

En el experimento de las figuras 4.12 y 4.13, podemos observar claramente intercambio de energía entre todos los perturbadores y una serie de comportamientos interesantes: El aplanamiento de línea azul nos indica un estancamiento temporal de la órbita de la partícula 1, las partículas 2 y 3 parecen llegar a tener un encuentro cercano aproximadamente a 8 Gyr al alcanzar una distancia con respecto al centro de masa del sistema de 40 kpc. Claramente vemos que todas las partículas alcanzan un nivel de energía mayor al caso en el que solo existe un perturbador ilustrado por la línea roja. Otro efecto claro es el retraso de los tiempos de caída presente en todos los perturbadores. Hay un intercambio de

energía con signo opuesto entre las partículas 2 y 3 como podemos observar en la figura 4.13, cuando una alcanza radios mayores la otra cae más rápidamente. Este resultado es difícil de ser capturado por los trabajos realizados utilizando la aproximación de Chandrasekhar para la estimación de los tiempos de caída de perturbadores que calculan tiempos de aproximadamente 1 Gyr de caída. Es importante enfatizar que el retraso sustancial en la caída se da desde 2 Gyrs, cuando los satélites distan entre sí de manera considerable, esto minimiza el papel de cualquier encuentro directo entre los satélites como explicación del retraso en la caída.

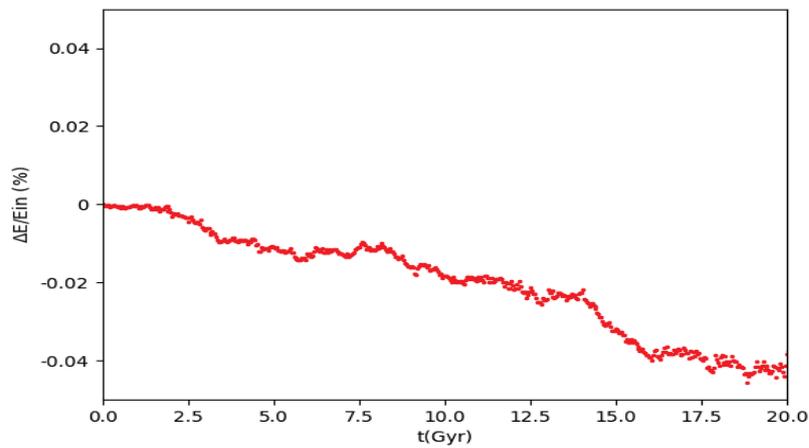


Figura 4.14: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *cuspy* con 4 satélites. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

4.2. Experimentos con 4 satélites colocados a diferentes radios en el plano xy en un halo esférico tipo *cuspy*

El siguiente experimento consiste en analizar el comportamiento de 4 satélites (como en el caso anterior) en órbita circular en el plano xy pero a diferentes radios y observar si el *feedback* dinámico está presente.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	118	0
2	0	70.1	0	-120.262	0	0
3	-150	0	0	0	-116.77	0
4	0	-206	0	106.613	0	0

Cuadro 4.10: Condición inicial de las partículas en el experimento a 90° en el experimento con 4 satélites de la figura 4.16.

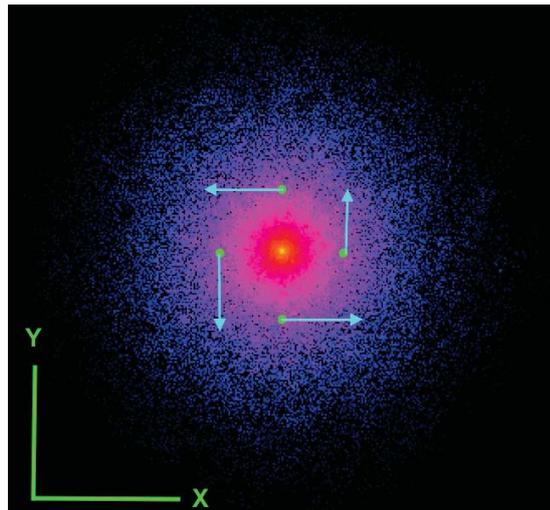


Figura 4.15: Esta figura es solo para ejemplificar como se colocan los satélites y la orientación que tiene su velocidad. Los satélites son colocados inicialmente en una órbita circular. Imagen obtenida con el *software Topsy N-body tool*, utilizando un kernel *spline* (*SPH*) para calcular la densidad con base en los vecinos.

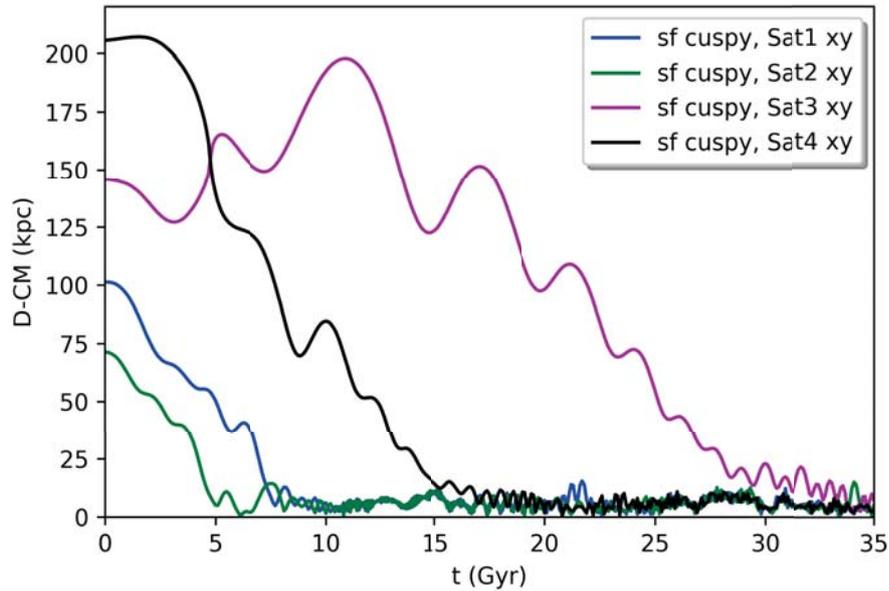


Figura 4.16: Experimento con 4 satélites colocados en una órbita circular colocados a la misma distancia con orientación de 90° entre cada uno colocados a diferentes distancias del centro del sistema, en órbita circular al radio respectivo.

En la figura 4.16 podemos ver claramente la importancia del *feedback dinámico*. El satélite 3 y 4 (Líneas Morada y negra) experimentan un intercambio de momento angular casi inmediato en la simulación, en el caso del satélite 3 su tiempo de caída se ve totalmente retrasado, cayendo hacia la región central en una escala de tiempo mayor que la de Hubble. Este resultado es importante pues nos confirma que con diferentes orientaciones, distancias, resoluciones y tipo de órbita, el intercambio de energía o *feedback dinámico* está presente y tiene un efecto importante en la tasa de caída de los perturbadores.

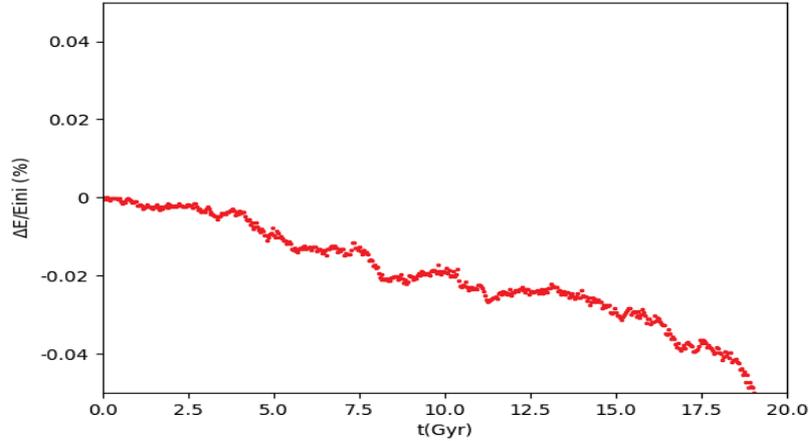


Figura 4.17: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *cuspy* con 4 satélites colocados a diferente distancia del centro del sistema. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

4.3. Pruebas de suavizamiento, número de partículas y orientación para un halo con perfil de densidad tipo *cuspy*

En este trabajo se utilizan las simulaciones de N-cuerpos como herramienta de exploración y análisis. Tomando en cuenta las limitaciones de este tipo de simulaciones realizamos pruebas para acotar la dependencia de los resultados con los parámetros numéricos como el número de partículas, el suavizamiento y la orientación de los satélites. Aunque éstas pruebas no son exhaustivas nos permiten asegurar que los efectos detectados representan un límite inferior para los procesos que estudiamos y dan robustez a los resultados obtenidos a través de simulaciones de N-cuerpos presentados en este trabajo.

4.3.1. Prueba de suavizamiento en un halo esférico con perfil de densidad tipo *cuspy*

La figura 4.18 nos ilustra el efecto de cambios dentro de un factor 6 para el suavizamiento, es decir la resolución espacial, para el problema de un halo esférico tipo *cuspy* con 2 satélites colocados a 180° iniciando a 200 kpc. El efecto es despreciable salvo para el caso con suavizamiento de 6 kpc y al final de la simulación cuando la distancia al centro es comparable con la resolución (línea morada). Podemos afirmar que nuestros resultados son robustos a la resolución espacial y a una posible colisionalidad del sistema.

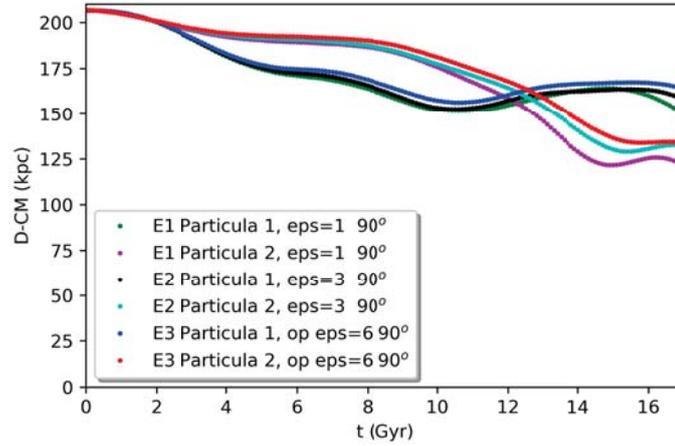


Figura 4.18: En esta figura se muestran tres experimentos: Un experimento consiste de dos partículas orientadas a 90° con un suavizamiento para el satélite, con suavizamiento $\epsilon = 1$. El segundo experimento consiste de dos partículas orientadas a 90° con un suavizamiento para el satélite, $\epsilon = 3$. El tercer experimento consiste de dos partículas orientadas a 90° con un suavizamiento para el satélite, $\epsilon = 6$.

4.3.2. Prueba de número de partículas en un halo esférico con perfil de densidad tipo *cuspy*

La figura 4.19 muestra los resultados para el mismo sistema tipo *cuspy* con 2 satélites, modificando el número de partículas entre 10^5 y 10^6 . Este parámetro afecta la colisionalidad así como la precisión con que la estructura de densidad del halo es representada. El efecto es apenas detectable pero no altera el comportamiento de manera cuantitativa. Por lo que concluimos de nuevo que nuestros

resultados son robustos al número de partículas.

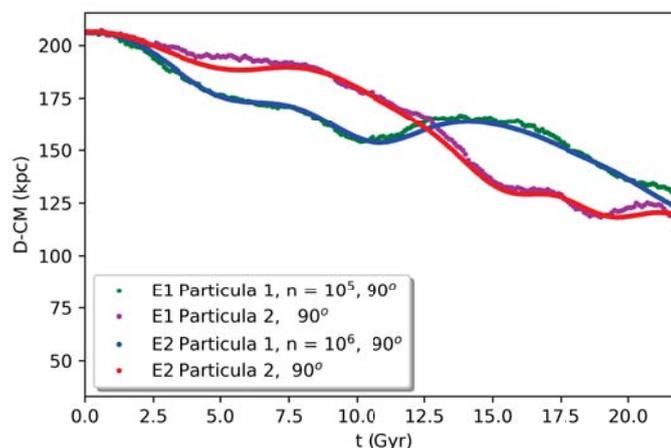


Figura 4.19: En esta figura se muestran dos experimentos: Un experimento consiste de dos partículas orientadas a 90° en un halo compuesto de 10^5 partículas. El segundo experimento consiste de dos partículas orientadas a 90° en un halo compuesto de 10^6 partículas.

4.3.3. Prueba de orientación de los satélites en un halo esférico con perfil de densidad tipo *cuspy*

La figura 4.20 estudia el caso en que la separación angular entre los satélites cambia, los resultados en este caso tiene dependencia sistemática, por lo que concluimos que no son un artefacto numérico y dependen de la fase en que cada satélite encuentra la respuesta en el medio debido a los otros satélites así como la suya misma, similar a lo que discuten Tremaine & Weinberg (1984) y Colpi & Pallavicini (1998).

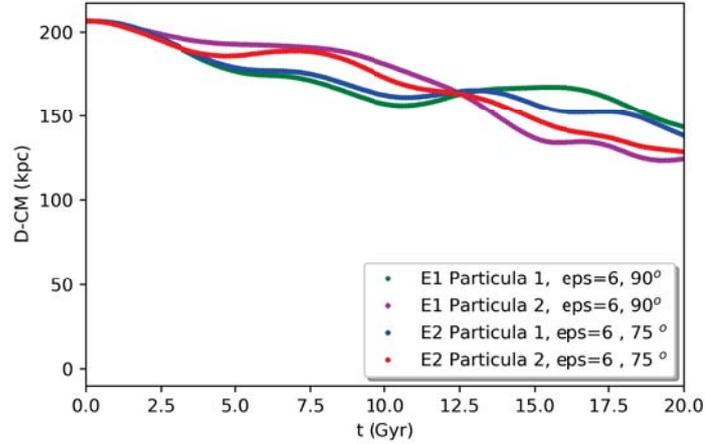


Figura 4.20: En esta figura se muestran dos experimentos: Un experimento consiste de dos partículas orientadas a 90° . El segundo experimento consiste de dos partículas orientadas a 75° inicialmente.

4.3.4. Experimentos con Halos con perfil de densidad tipo *core*

Esta serie de experimentos busca ilustrar el comportamiento de la fricción dinámica en el caso en el que el perfil del halo de materia oscura es un perfil del tipo *core*, Zhao (1996). En este caso es interesante analizar como puede cambiar el efecto conocido como estancamiento al radio de *core* cuando hay más de un perturbador, si se mantendrá o se anulará. El caso de un halo esférico con varios perturbadores en realidad ya ha sido abordado por Read et al. (2006). Sin embargo su trabajo está enfocado en estudiar el estancamiento al radio de *core* y no el *feedback dinámico* como si es el caso de la presente tesis. También Boldrini et al. (2018) estudian el caso de la galaxia enana Fornax, la cual tiene varios perturbadores y modela los cúmulos globulares como sistemas vivos simulando uno a la vez para restringir el tipo de perfil de densidad que tiene Fornax, pero no está en posición de analizar el *feedback dinámico* al solo considerar un satélite a la vez.

Parámetros	Descripción	Halo	Satélite
Modelo		Zhao ($\gamma=0, \alpha=1, \beta=3$)	Part. suavizada
Mhalo(M_{\odot})	Masa total del Halo	1.25×10^{12}	1.3×10^{10}
n-body	Partículas en el Halo	1×10^5	1.
R,z=0(kpc)	Radio de virial	120	
rs (kpc)	Radio de escala	40	
ϵ (kpc)	Suavizamiento	1.5	3
rcore (kpc)	Radio de core	14	

Cuadro 4.11: Parámetros correspondientes al modelo empleado para las partículas del sistema ilustrado en la figuras 4.21 y 4.23.

Para modelar la estructura de en la zona central del halo anfitrión utilizamos una parametrización de la densidad de la forma Hernquist (1990), ecuación 4.1, utilizando los parámetros de un modelo de Zhao (1996), $\alpha=1, \beta=3, \gamma=0$,

$$\rho(r) = \frac{C}{r^{\gamma}(1 + r^{1/\alpha})^{(\beta-\gamma)/\alpha}}, \quad (4.1)$$

Halo esférico con perfil de densidad tipo *core* experimento con 2 partículas en el plano xy con orientación de 180°.

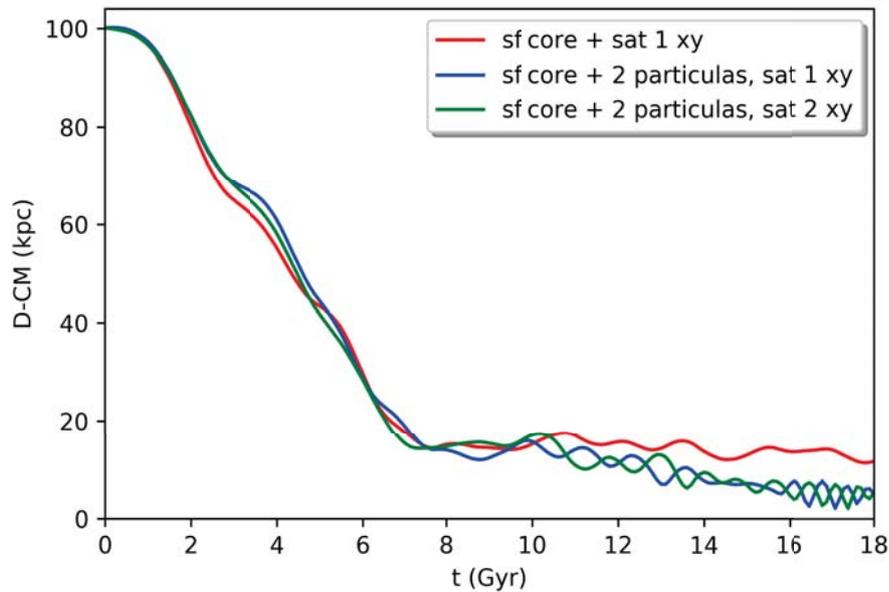


Figura 4.21: Experimento con dos partículas a 180° en el caso de un halo con perfil de densidad tipo *core*. Podemos observar que durante 6 Gyr prácticamente no hay perturbaciones y los satélites no sufren alteraciones significativas.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	102.58	0
2	-100	0	0	0	-102.58	0

Cuadro 4.12: Condición inicial de las partículas en el experimento a 180° de la figura 4.21.

Podemos observar en la figura 4.21 que la mayor parte de la simulación los satélites se mantienen en fase, lo cual es esperado debido a la simetría de los satélites, sin embargo se detectan desviaciones periódicas respecto al caso de 1 satélite. En este caso no se da un estancamiento al radio de *core* comparado con el experimento en el que solo está presente el satélite 1. Se puede especular que cualquiera que sea la explicación de la saturación, se ve perturbada por el par de satélites.

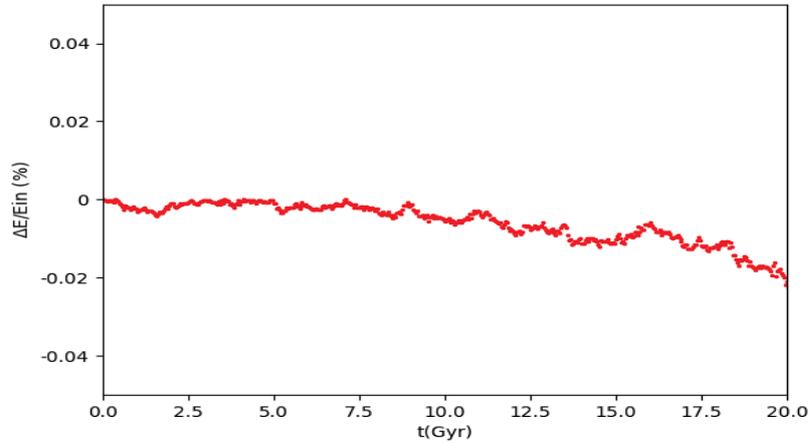


Figura 4.22: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *core* con 2 satélites colocados a 180° entre ellos. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

Halo esférico con perfil de densidad tipo *core* con 2 partícula en el plano xy con orientación de 90°

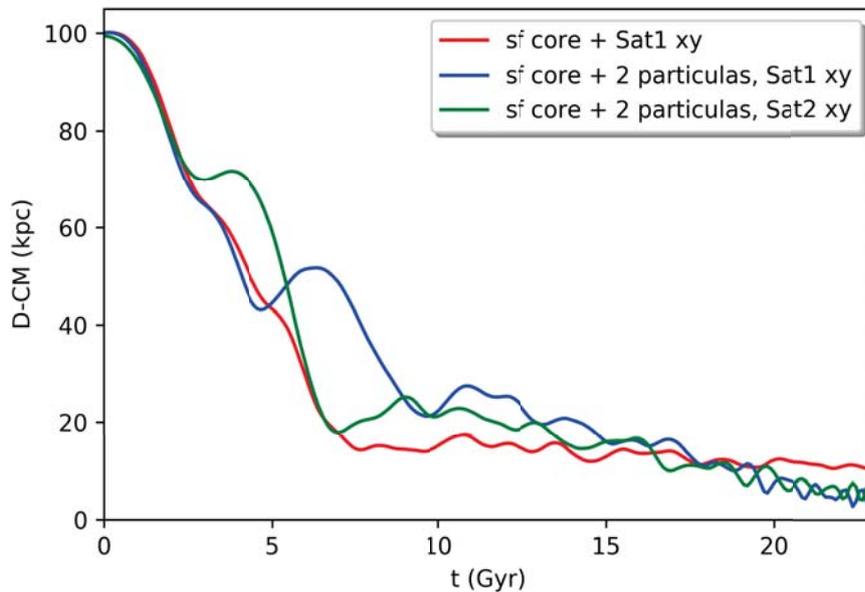


Figura 4.23: Experimento con dos partículas a 90° en el caso de un halo con perfil de densidad tipo *core*. Podemos observar el desfase de las partículas a 2 Gyr. La partícula 1 mostrada como una línea azul claramente sufre una ganancia de energía después de 4 Gyr comparada con el experimento de esa misma partícula en un experimento aislado, y su tiempo de caída se ve retrasado. Aunque después de 18 Gyr, ambos satélites decaen.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	102.58	0
2	0	100	0	-102.58	0	0

Cuadro 4.13: Condición inicial de las partículas en el experimento a 90° de la figura 4.23.

La simulación con dos satélites a 90° muestra un desfase entre las partículas a aproximadamente 2 Gyr. La partícula 1 en interacción muestra una pérdida de energía con respecto a esa misma partícula aislada. El estancamiento de la fricción dinámica al radio de *core* se mantiene e incluso se amplifica para ambos satélites, es decir, que existe el *feedback* dinámico, sin embargo, algo que puede notarse es que después de 20 Gyr los satélites decaen en contraste con el experimento con un solo perturbador, este fenómeno no se observa en el experimento similar pero con un perfil tipo *cuspy*.

En general podemos observar el desfase de las partículas a 2 Gyr. La partícula 1 mostrada como una línea azul claramente sufre una ganancia de energía después de 4 Gyr comparada con el experimento de esa misma partícula en un experimento aislado, y su tiempo de caída se ve retrasado. El estancamiento de la fricción dinámica se da a un radio aun mayor al radio de *core*, los tiempos de caída son mayores en este caso debido a los efectos colectivos del medio.

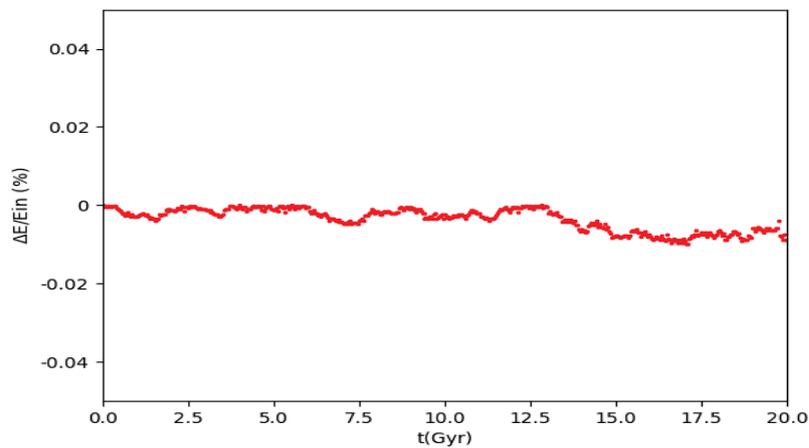


Figura 4.24: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *core* con 2 satélites colocados a 180° entre ellos. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

Halo esférico con perfil de densidad tipo *core* experimento con 4 partículas en el plano *xy*

En esta sección presentamos el resultado obtenido al colocar 4 perturbadores en un configuración similar a la utilizada en el caso esférico anterior, pero el perfil del sistema que utilizamos en este halo esférico es un perfil de densidad tipo *core*, (Zhao (1996)).

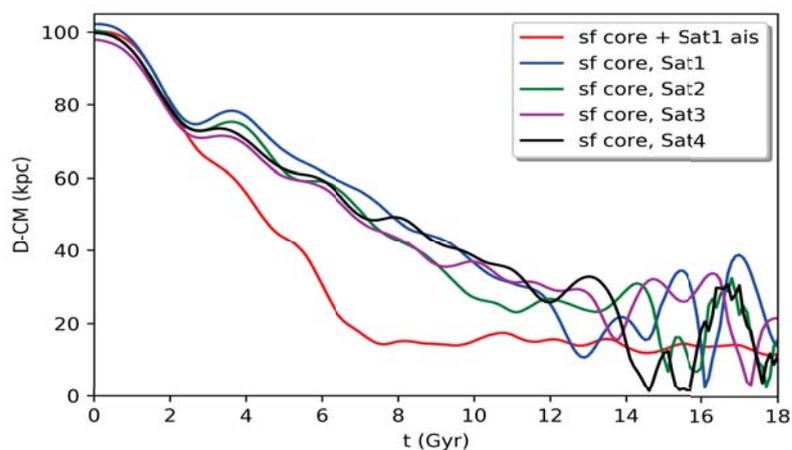


Figura 4.25: Figura que ilustra el comportamiento de la fricción dinámica en una simulación con 4 satélites en un halo con perfil de densidad constante tipo *core*, en la cual claramente se ve el estancamiento al radio de *core*.

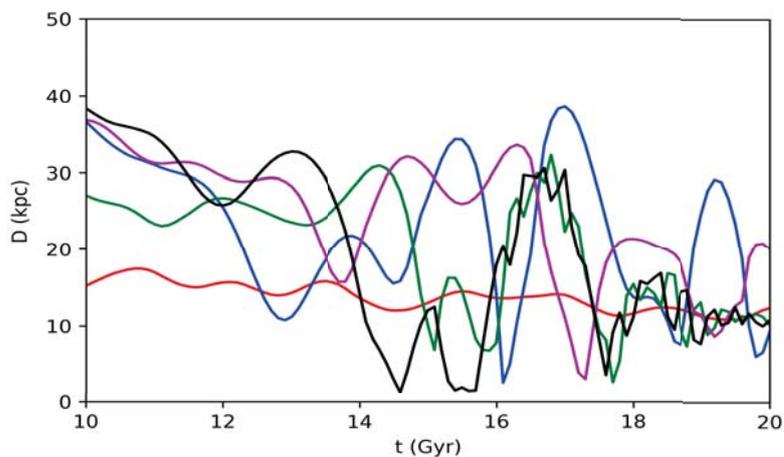


Figura 4.26: El mismo experimento de la figura 4.25 pero con un acercamiento a la región en la que se da el estancamiento de la fricción dinámica.

Podemos ver en la figura 4.25 que los tiempos de caída para todos los satélites son mayores que en el caso en el que solo hay un perturbador. Además el estancamiento de la fricción dinámica se extiende a radios mayores al radio de *core* original, ver fig. 4.26. El caso de 4 satélites muestra claramente el efecto del *feedback* dinámico por el hecho de que haya más de un perturbador.

En las figuras 4.25 y 4.26 podemos observar algo similar a lo ocurrido en el caso esférico, existe intercambio de energía entre los perturbadores, aunque se mantienen con un comportamiento en fase durante los primeros 2 Gyr de la simulación. A partir de 12 Gyr parece comenzar el estancamiento de la fricción dinámica. Lo cual observamos con más detalle en la figura 4.25. Vemos que existe el estancamiento de la fricción dinámica en un sistema con perfil de densidad tipo *core* a radios mayores al radio de *core* original y el estancamiento en la fricción dinámica se ve afectado por el *feedback* dinámico de manera bastante caótica o perturbada. Lo obtenido en este caso con la figura 4.25 está claramente en concordancia con lo obtenido por Inoue (2009) como se puede observar al comparar nuestros resultados con las figuras 4.28 e 4.29 tomadas de Inoue (2009).

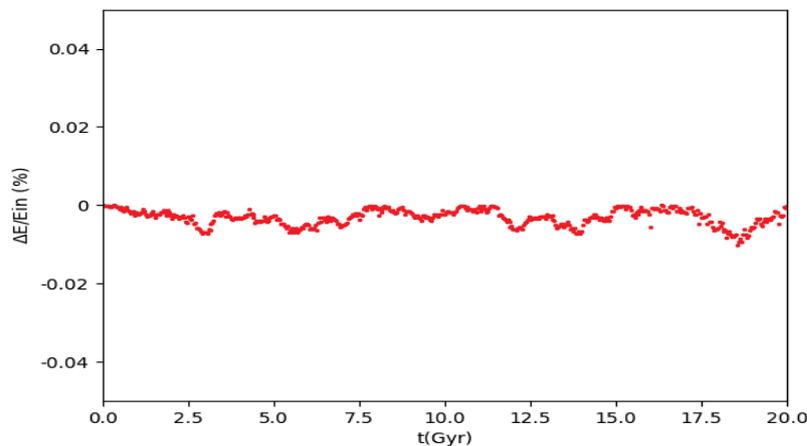


Figura 4.27: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un Halo esférico *core* con 4 satélites. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	102.58	0
2	0	100	0	-102.58	0	0
3	-100	0	0	0	-102.58	0
4	0	-100	0	102.58	0	0

Cuadro 4.14: Condición inicial de las partículas en el experimento a 90° en el experimento con 4 satélites de la figura 4.25.

4.3.5. Comparando con los resultados obtenidos por Inoue (2009)

A modo de comparación se muestran a continuación los resultados obtenidos por Inoue (2009) para experimentos con un halo tipo *core* con 5 y 30 satélites puntuales suavizados. En estos experimentos podemos ver como el efecto de la fricción dinámica puede verse afectado por la presencia de más de un perturbador, por ejemplo, para el experimento con 5 satélites podemos ver como el satélite representado por la figura 4.28 sigue alejándose del centro después de 7 Gyr.

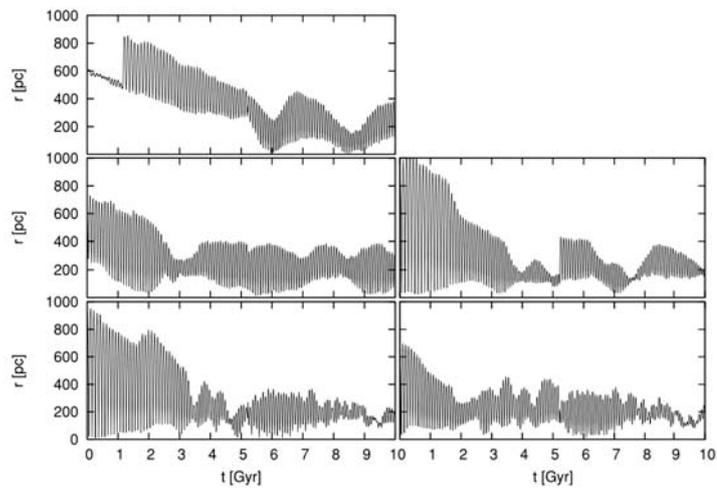


Figura 4.28: Figura tomada de Inoue (2009). Experimento enfocado en estudiar el estancamiento de la fricción dinámica en el caso de 5 perturbadores.

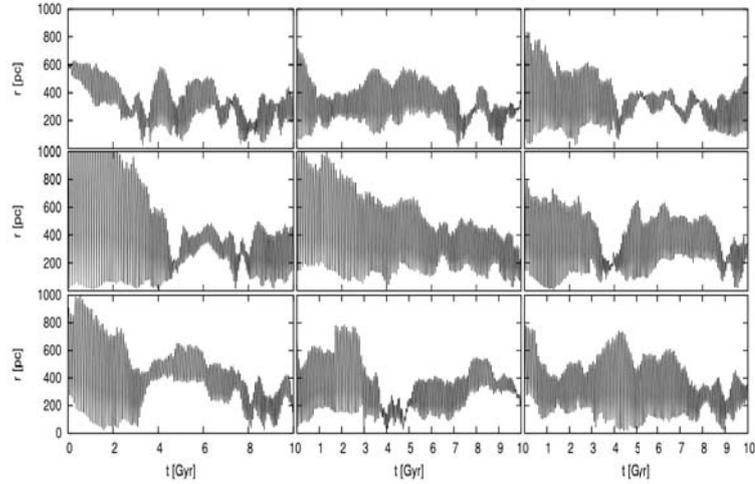


Figura 4.29: Figura tomada de Inoue (2009). Experimento enfocado en estudiar el estancamiento de la fricción dinámica en el caso de 30 perturbadores.

4.3.6. Resumen

Con base en el estudio de la caída de satélites rígidos en halos esféricos concluimos lo siguiente:

- Recuperamos los resultados de trabajos previos sin fuerte dependencia de los parámetros numéricos. En el caso de un único satélite el tiempo de caída es menor para un halo tipo *core* con respecto a la caída del mismo satélite en un halo esférico tipo *cuspy*. En el caso con perfil tipo *core* se observa la caída inicial y un aumento de la tasa de caída llamado fase Super-Chandrasekhar así como la disminución de la caída misma, lo cual algunos autores llaman saturación o *core stalling* (Read et al. (2006); Goerdt et al. (2006); Inoue (2009); Boldrini et al. (2018)).
- En el caso de un halo con 2 satélites para un perfil *cuspy* se observa que el *feedback* dinámico es capaz de extender considerablemente el tiempo de caída de los satélites, este resultado tiene posible dependencia de la fase con que cada satélite encuentra la respuesta del sistema de partículas.
- En el caso de un halo con 2 satélites para un perfil tipo *core*, a diferencia del caso de un satélite, la fase Super-Chandrasekhar es menos evidente y posteriormente solo se observa una disminución de la tasa de caída y no

propriadamente el *core stalling*, posiblemente debido a las perturbaciones de los demás satélites o *feedback* dinámico.

- En el caso con 4 satélites en un halo tipo *cuspy*, el tiempo de caída se retrasa de manera dramática, en algunos casos más de 7 Gyrs. No todos los satélites son igualmente afectados, seguramente es función de la fase con la que hallan a las perturbaciones, lo cual es un efecto que ocurre al relajar la hipótesis de medio infinito de Chandrasekhar.
- En el caso con 4 satélites en un halo tipo *core*, se observa un retraso en la tasa de caída inicial similar al caso *cuspy* posiblemente debido al *feedback* dinámico, la fase Super-Chandrasekhar desaparece y la saturación o *core stalling* se retrasa considerablemente en ocasiones a un tiempo mayor al tiempo de Hubble. Hasta donde se siguió la simulación más larga, se observa un acercamiento asintótico al estado de saturación, sin embargo, algunos de los satélites no llegan al estado de *core stalling*. Se requiere más investigación para dar una respuesta definitiva.

Capítulo 5

Fricción dinámica en Halos triaxiales

Durante las siguientes secciones se presentan diversos experimentos realizados con halos triaxiales con perfiles de densidad tipo *cuspy/core* y con múltiples perturbadores. Este análisis es novedoso ya que entre los trabajos existentes que estudian la fricción dinámica no existe un análisis completo de este fenómeno en halos triaxiales, Capuzzo-Dolcetta & Vicari (2005) analizan este caso, sin embargo, lo hace utilizando el enfoque de Chandrasekhar. Existen trabajos como Binney (1977) que analiza como se ve afectada la morfología de los cúmulos de galaxias debido a la fricción dinámica en galaxias muy brillantes no esféricas generalizando la aproximación de Chandrasekhar para incluir la anisotropía, Peñarrubia et al. (2004) analizan con simulaciones de N-cuerpos la validez de tal extensión, para el caso de halos oblatos no triaxiales. El trabajo concluye que para halos oblatos la aproximación se acerca a los tiempos de caída de sus simulaciones dentro de 4%, sin embargo no se verifica el proceso de circularización de las órbitas predicho por Binney (1977) y no es claro si se debe a una limitante de las simulaciones o de la fórmula. Estos trabajos analizan un halo con perfil de densidad tipo *core*, pero nunca se discute el fenómeno de *core stalling*, lo cual sugiere que vale la pena una extensión. A lo largo de esta tesis se propone analizar el caso de halos triaxiales con múltiples perturbadores, a través de simulaciones de N-cuerpos (que representan a los sistemas de manera más realista), postulando que es necesario relajar las suposiciones de la fórmula de Chandrasekhar y Boylan-Kolchin et al. (2008), debido a que la presencia de múltiples perturbadores puede cambiar la historia de formación de estructuras como se conoce actualmente y en el caso triaxial.

Como veremos más adelante el comportamiento de los perturbadores depende de la orientación que tiene, es decir, depende de la triaxialidad.

5.1. Experimento en halos triaxiales con perfil de densidad tipo *cuspy*

En las siguientes secciones se muestran los resultados obtenidos para halos triaxiales con perfil de densidad tipo *cuspy*, construidos con el método descrito en la sección 3.2.3, con 2 y 4 satélites y sus consecuencias en el comportamiento de la fricción dinámica.

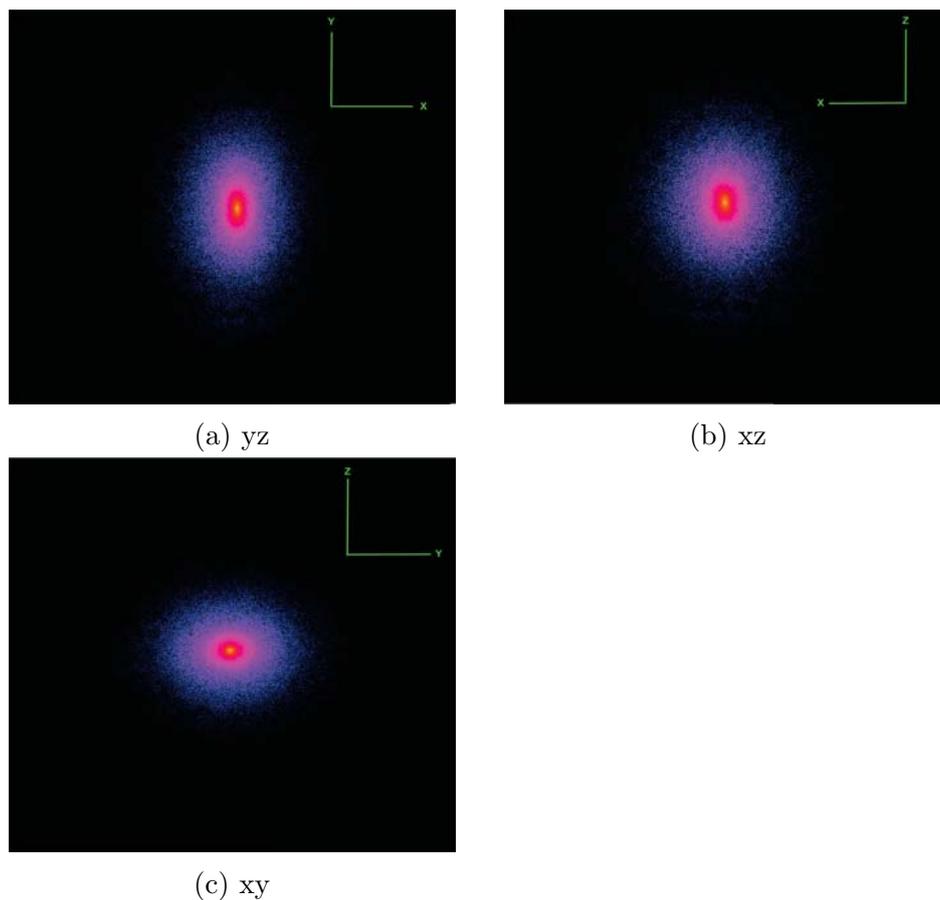


Figura 5.1: Condición inicial del halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy* vista en diferentes planos: a) yz, b) xz, c) xy. Imagen obtenida con el *software Topsy N-body tool*, utilizando un kernel *spline (SPH)* para calcular la densidad con base en los vecinos.

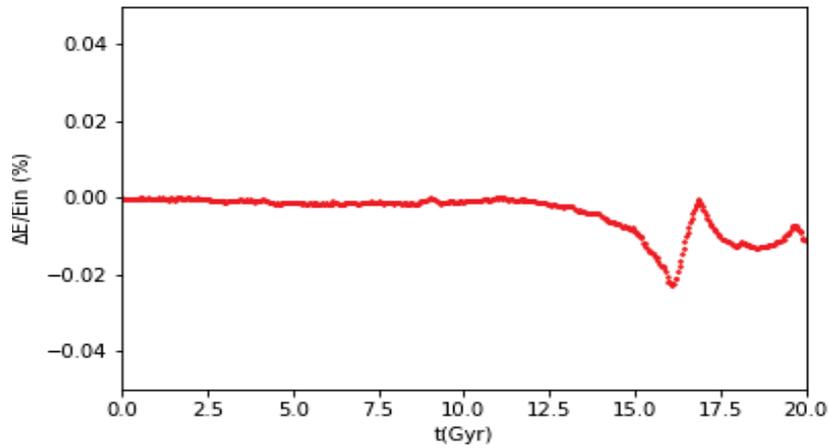


Figura 5.2: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un halo triaxial *cuspy*. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

Utilizando el la rutina *moments* del *software Topsy N-body tool*, la cual calcula los componentes del tensor de inercia en cascarones esféricos para un sistema de partículas, se estimó el perfil de la razón de ejes del halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy*. Tal como muestra la figura 5.3 la razón de ejes es 0.6 y 0.5, salvo en los primeros 5 kpc. Vemos que el sistema es genuinamente triaxial. Cuando se contruyó el halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy* se monitoreó la conservación de la energía en el momento en que se hizo colisionar al tercer sistema en el eje z, esta conservación se muestra en la figura 5.2, las fluctuaciones observadas pueden deberse al momento en el que la densidad hacia el centro des muy grande y el paso de tiempo no es suficiente pequeño para tomar en cuenta los cambios en esta etapa. La figura 5.1 muestra el halo triaxial tipo *cuspy* en diferentes planos.

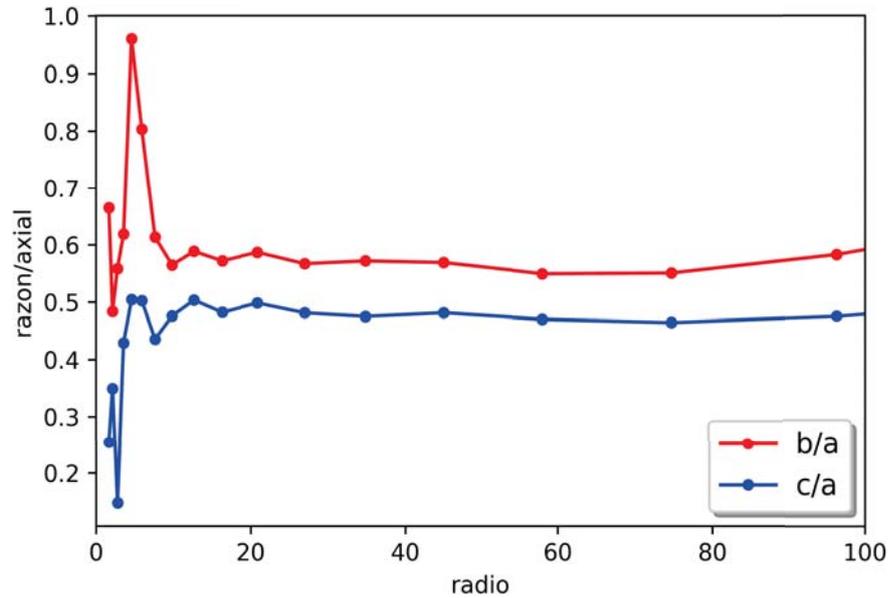


Figura 5.3: Razón de ejes para el halo triaxial *cuspy* en la cual claramente podemos ver que el sistema cumple que $a > b > c$ y por lo tanto es triaxial.

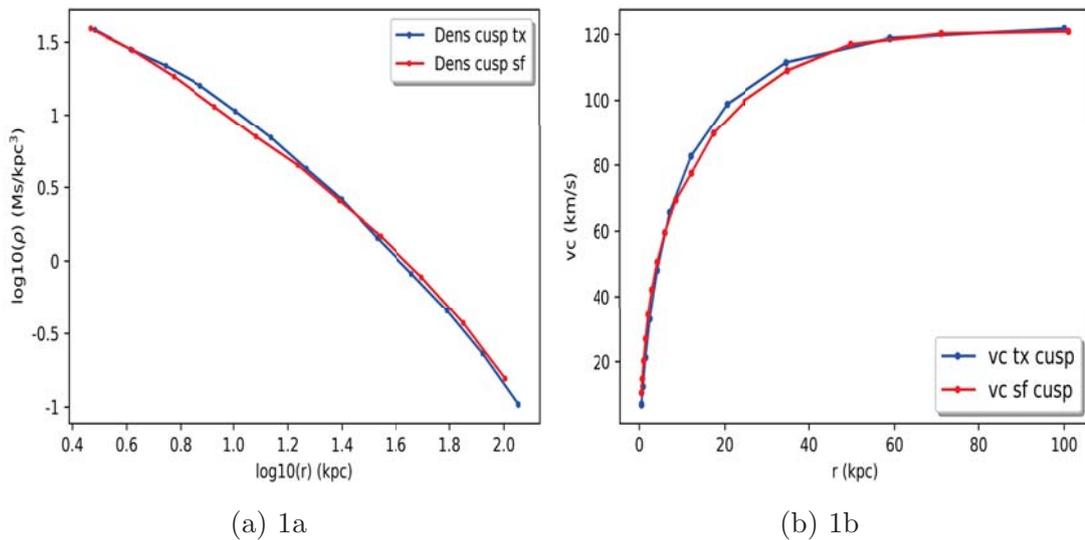


Figura 5.4: Perfil de densidad y curva de rotación del sistema triaxial y el sistema esférico utilizados en este trabajo. Los sistemas son muy semejantes lo que permite hacer una comparación entre el caso triaxial y el esférico.

Es importante comparar el perfil de densidad y la curva de velocidad circular

en el caso esférico y el caso triaxial para el halo con perfil de densidad tipo *cuspy*, ver figura 5.4b. Para elaborar las figuras se utilizó el *software tipsy* y la función *profile* para el perfil de densidad en cascarones esféricos y la función *rotcurve* la cual calcula el potencial en base a la interacción de las partículas, y lo deriva a lo largo de cada eje del sistema, posteriormente promedia la velocidad circular de manera azimutal. La figura 5.4 muestra que el acuerdo entre el perfil de densidad y la velocidad circular de la versión esférica y la triaxial es razonablemente cercano, lo cual permite una comparación robusta entre estos sistemas.

5.1.1. Experimento halos triaxiales con perfil de densidad tipo *cuspy* con 1 satélite en el plano xy, xz, yz

La figura 5.5 muestra 1 satélite lanzado en un halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy* lanzado en diferentes experimentos sobre los diferentes planos xy, xz, yz. Podemos ver que el comportamiento de la fricción dinámica depende de la orientación del satélite con respecto a los ejes del halo triaxial, algo que ya había sido notado por Peñarrubia et al. (2004). En esta tesis se presentan experimentos en el plano xy, dejando para un trabajo a futuro el análisis perturbativo con simulaciones de N-cuerpos y varios perturbadores en los planos xz y yz.

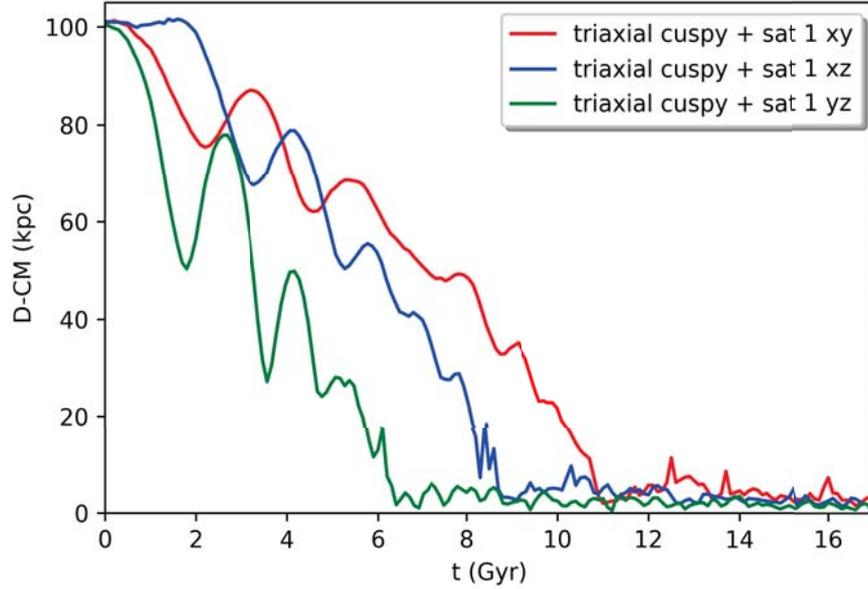


Figura 5.5: Satélite lanzado en diferentes planos para el caso de un halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy*.

Plano	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
xy	100	0	0	0	118.5	0
xz	100	0	0	0	0	118.5
yz	0	0	100	0	118.5	0

Cuadro 5.1: Diferentes configuraciones de la partícula 1 en los planos XY,XZ,YZ de un halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy*. Ver fig. 5.5.

Podemos ver que en el caso en el que el satélite es lanzado en el plano xy el tiempo de caída es mayor que en los otros planos. En el caso del satélite lanzado en el plano xz el satélite se mantiene constante durante 2 Gyr.

Los satélites son lanzados con la velocidad circular correspondiente al radio r al que se encuentran con respecto al centro del sistema. Sin embargo, en el caso del halo triaxial, como nuestro estimador es un promedio azimutal, el cual se obtiene con la función *rotcur* de *Tipsy*. Esto explica que en la figura 5.5 el satélite 1 (azul) aumenta su radio inmediatamente, su energía cinética inicial es mayor que la necesaria para estar en órbita circular.

5.1.2. Experimento con halos triaxiales con perfil de densidad tipo *cuspy* con 2 satélites en el plano *xy*

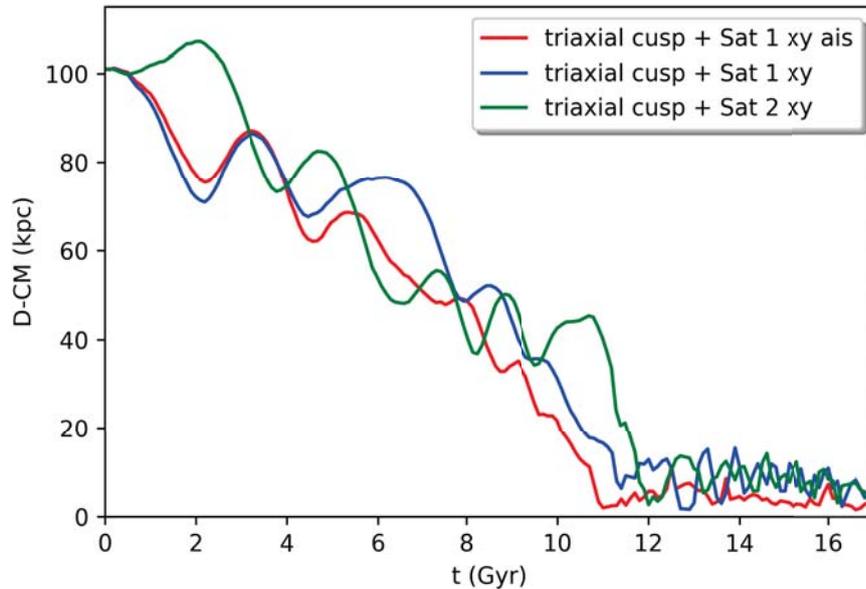


Figura 5.6: Figura que ilustra el cambio de la distancia de cada satélite al centro del sistema para un experimento con un halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy* con 2 satélites colocados a 90° entre ellos.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	118	0
2	0	100	0	-118	0	0

Cuadro 5.2: Condición inicial de los satélites lanzados en el halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy*.

Podemos observar en la figura 5.6 como la interacción de dos satélites puede alterar el comportamiento de la fricción dinámica cuando se le compara con el experimento con una sola partícula (rojo). El comportamiento de la partícula 1 marcado por una línea azul es claramente diferente del caso aislado después de 4 Gyr, en este caso hay también un retraso en el tiempo de caída aunque no de gran amplitud. También podemos observar como después de 12 Gyr existe un ligero estancamiento de la fricción dinámica lo cual puede deberse a la formación de un

core pequeño ó a que se alcanza la resolución límite de la simulación, situación que aun debe explorarse. Una discusión similar no extensiva es presentada por Goerdt et al. (2006).

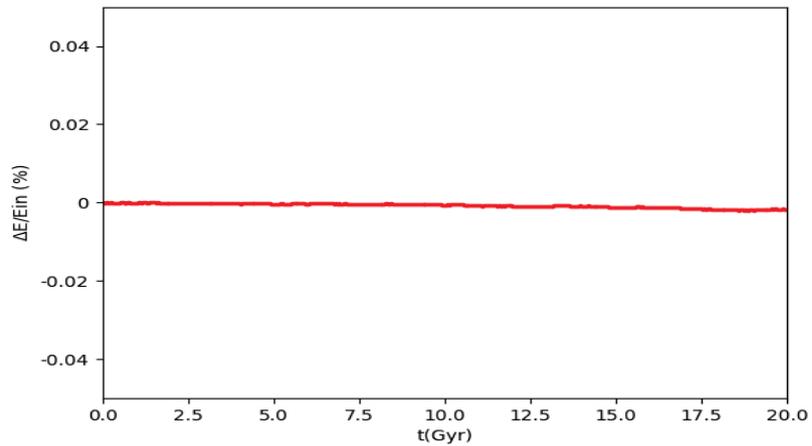


Figura 5.7: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un halo triaxial *cuspy* con 2 satélites colocados a 90° entre ellos. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

5.1.3. Experimento halos triaxiales con perfil de densidad tipo *cuspy* con 4 satélites en el plano xy

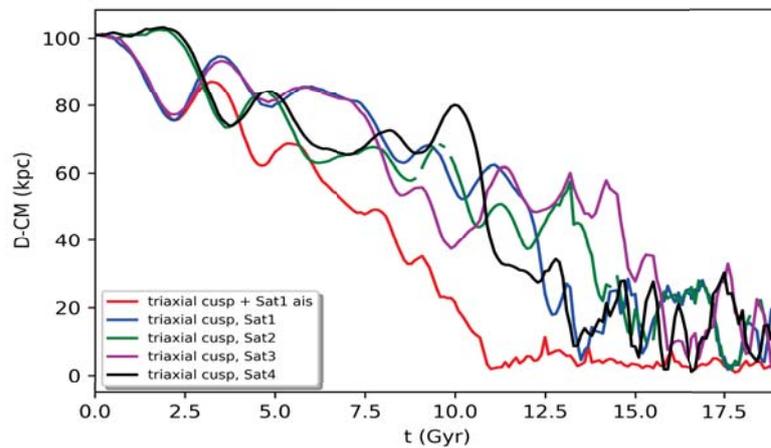


Figura 5.8: Figura que ilustra el cambio de la distancia de cada satélite al centro del sistema para un experimento con un halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy* con 4 satélites.

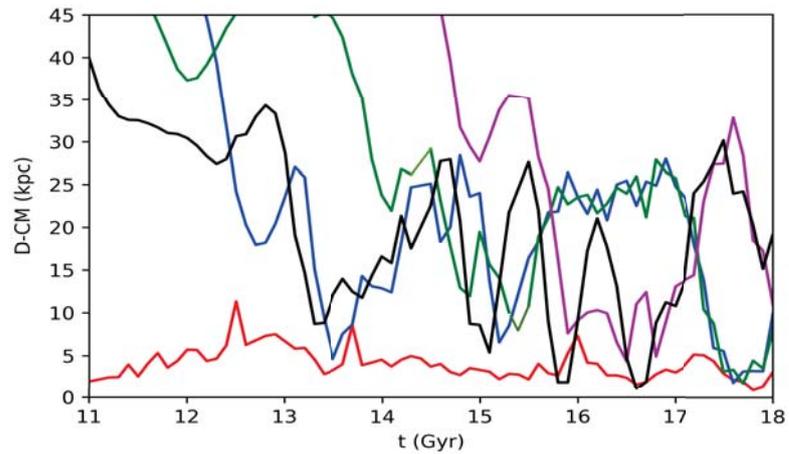


Figura 5.9: Figura que ilustra una amplificación de la posible zona de *core* de la figura 5.8.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	118	0
2	0	100	0	-118	0	0
3	-100	0	0	0	-118	0
4	0	-100	0	118	0	0

Cuadro 5.3: Condiciones iniciales de los 4 satélites para el halo triaxial con perfil de densidad tipo *cuspy*.

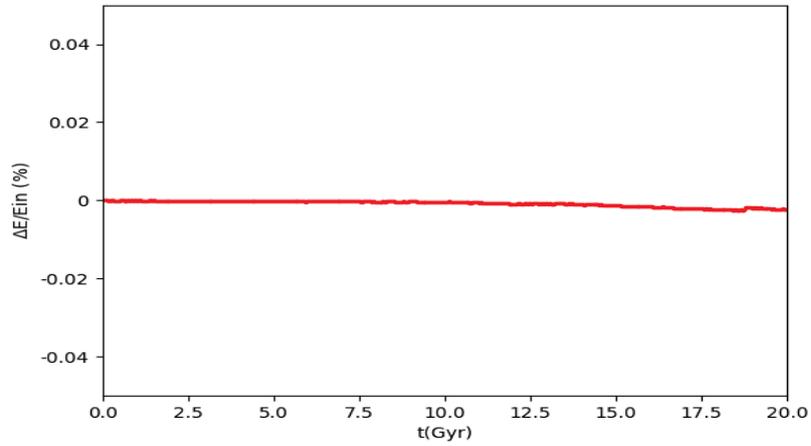


Figura 5.10: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un halo triaxial *cuspy* con 4 satélites. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

Podemos observar en las figuras 5.8 y 5.9 el efecto perturbativo sobre el satélite 1 después de 2.5 Gyr. En el caso de los 4 satélites los tiempos de caída se ven retrasados, llegando incluso a un estancamiento de la fricción dinámica después de 12 Gyr, lo que sugiere una posible formación de un *core* hacia el centro.

5.2. Experimento en halos triaxiales con perfil de densidad tipo *core*

En esta sección presento los resultados correspondientes a la contraparte de la sección anterior. Experimentos incluyen halos triaxiales con perfiles de densidad tipo *core*. Los perfiles triaxiales han sido poco estudiados en la literatura

(Capuzzo-Dolcetta & Vicari (2005)), aunque basando su estudio en la fórmula de Chandrasekhar, algunos trabajos como Read et al. (2006), han analizado el *core stalling* pero en halos esféricos. Es por eso que proponemos en esta parte estudiar esos casos incluyendo además varios perturbadores para estudiar la respuesta o *feedback* dinámico en el caso de sistemas triaxiales y como esto puede afectar el efecto conocido como *core stalling*.

Parámetros	Descripción	Halo
Modelo	Potencial	Zhao ($\gamma=0, \alpha=1, \beta=3$)
Mhalo(M_{\odot})	Masa total del halo	0.45×10^{12}
n-body	Partículas en el Halo	1×10^5
R200c,z=0(kpc)	Radio de virial actual	206
rs (kpc)	Radio de escala	38.35
ϵ (kpc)	Suavizamiento	1.5

Cuadro 5.4: Los parámetros mostrados en esta tabla muestran el modelo fiducial, que se utilizó como modelo para hacer colisionar halos y construir el halo triaxial tipo *core*.

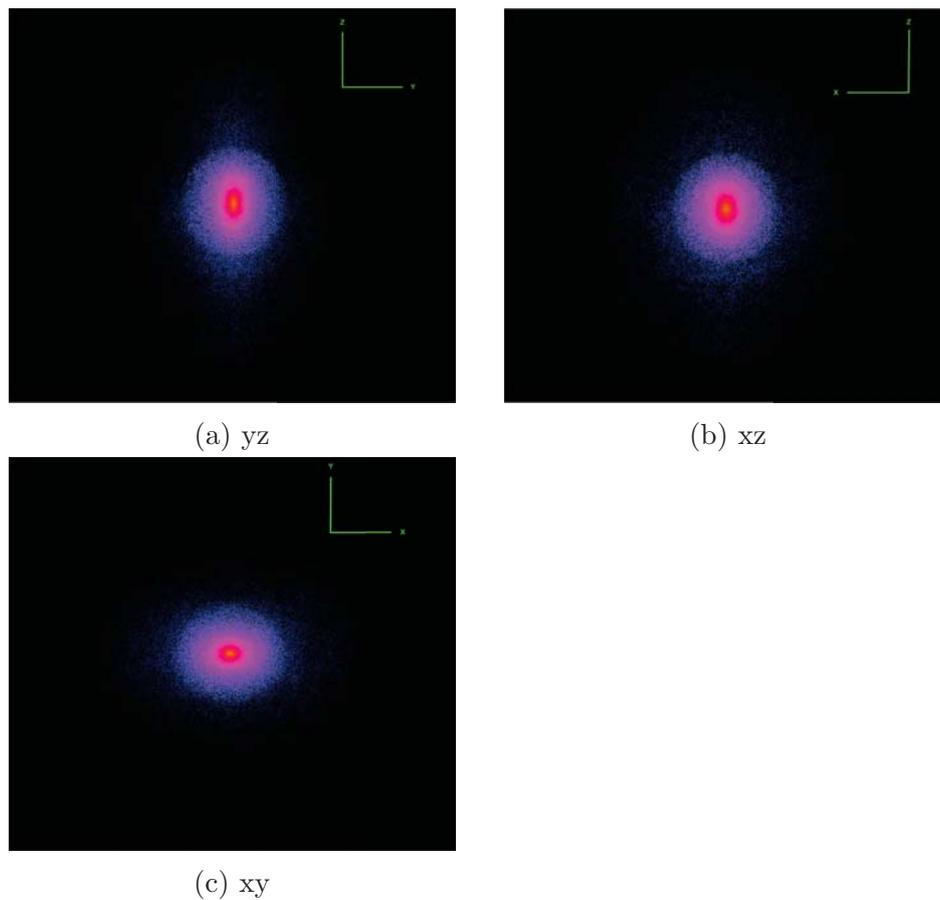


Figura 5.11: Condición inicial del halo triaxial con perfil de densidad tipo *core* vista en diferentes planos: a) yz, b) xz, c) xy. Imagen obtenida con el *software Topsy N-body tool*, utilizando un kernel *spline (SPH)* para calcular la densidad con base en los vecinos.

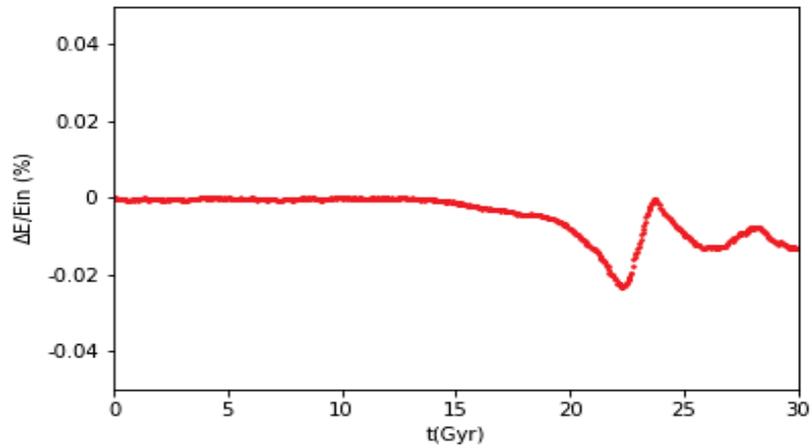


Figura 5.12: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un halo triaxial *Core*. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

5.3. Razón de ejes en el halo triaxial con perfil de densidad tipo core

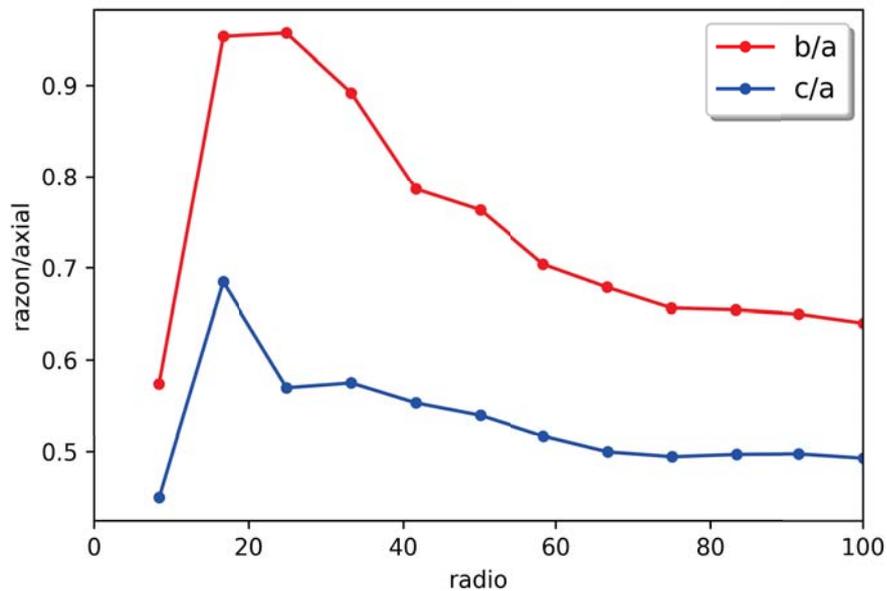


Figura 5.13: Razón de ejes en el caso de un halo triaxial con perfil de densidad tipo *core*. Podemos ver como se cumple la relación de triaxialidad $a > b > c$.

5.4. Comparando el perfil de densidad y la curva de velocidad circular en el caso esférico y el caso triaxial

Las siguientes figuras son para ilustrar que las propiedades del halo triaxial con perfil de densidad tipo *core* y el sistema esférico que están siendo comparados son similares, lo que permite que nuestro análisis sea robusto.

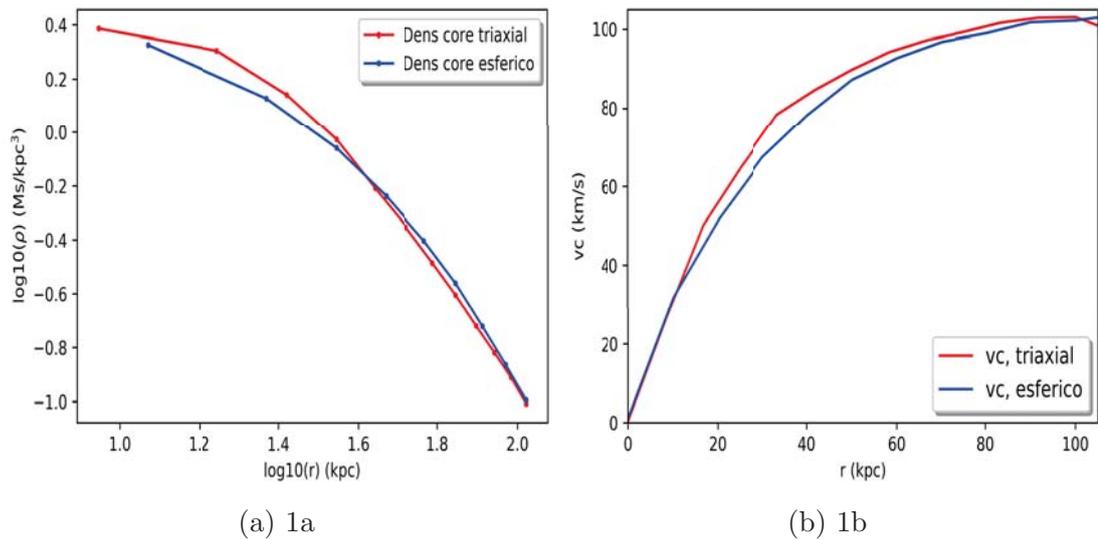


Figura 5.14: Perfiles de densidad del halo triaxial y el halo esférico *core* y curva de rotación para ambos. Se ilustra la semejanza de ambos sistemas lo que permite un análisis y comparación más robustos.

Halo triaxial con perfil de densidad tipo *core* con 1 partícula en diferentes planos xy, xz, yz

En este experimento colocamos un perturbador en un halo triaxial con perfil de densidad tipo *core* en diferentes planos.

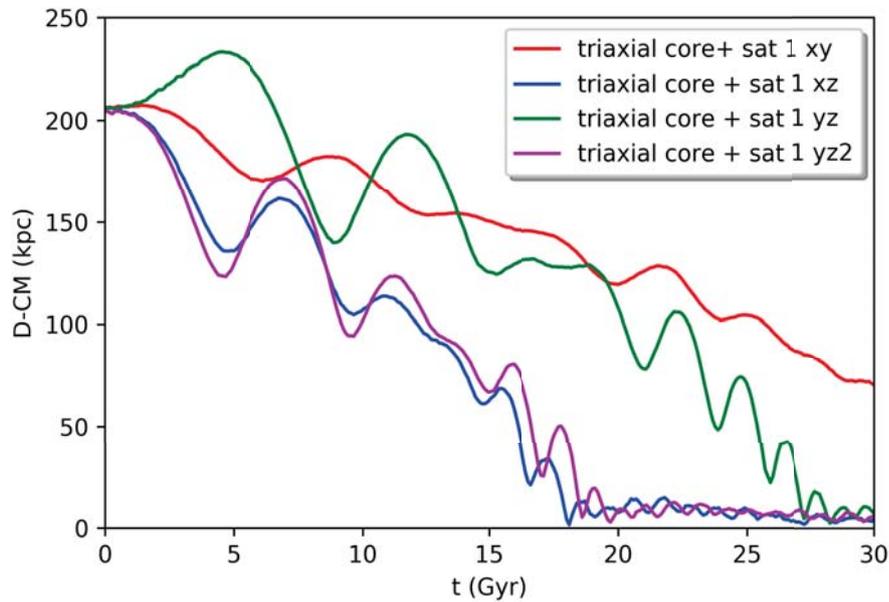


Figura 5.15: Experimentos con 1 satélite lanzados en diferentes planos XY,XZ,YZ del halo triaxial con perfil de densidad tipo *core*.

Plano	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
xy	200	0	0	0	102	0
xz	200	0	0	0	0	102
yz	0	0	200	0	102	0
yz2	0	200	0	0	0	102

Cuadro 5.5: Diferentes configuraciones de la partícula 1 en los planos de halo triaxial con perfil de densidad tipo *core*, ver fig. 5.15.

Lo que podemos observar en este experimento es que el comportamiento de la fricción dinámica en cada plano es muy diferente. Lo que quiere decir que el *feedback* dinámico será diferente en cada plano debido a la triaxialidad. En el caso en el que el perturbador tiene una trayectoria con velocidad aproximadamente circular en el plano xz vemos que el tiempo de caída es menor. Lo que muestra claramente una diferencia con el comportamiento estudiado en el caso esférico, en el sentido de que el perturbador puede ganar o perder energía dependiendo de su orientación con respecto a los ejes del halo triaxial, fig. 5.15.

5.4.1. Experimento del halo triaxial con perfil de densidad tipo *core* con 2 satélites en el plano *xy*

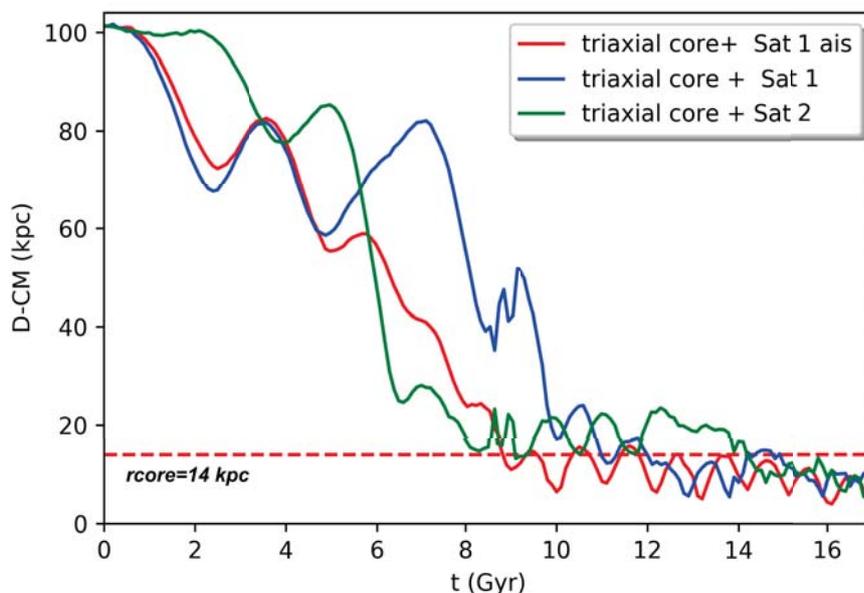


Figura 5.16: Experimento con dos partículas con orientación de 90° entre ellas (líneas azul y verde) lanzados en el plano XY, también se grafica un experimento con solo la partícula 1 para comparación (línea roja). En un halo con un perfil de densidad tipo *core*. La línea roja discontinua señala la región del radio de *core*.

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	102.58	0
2	0	100	0	-102.58	0	0

Cuadro 5.6: Condición inicial de los 2 satélites lanzados en el halo triaxial con perfil de densidad tipo *core*.

Podemos ver en la figura 5.16 principalmente el estancamiento de la fricción dinámica a partir de 8 Gyr. Observamos al satélite 1 claramente perturbado después de 6 Gyr y su tiempo de caída retrasado por una ganancia de energía a costa de la energía perdida por la partícula 2.

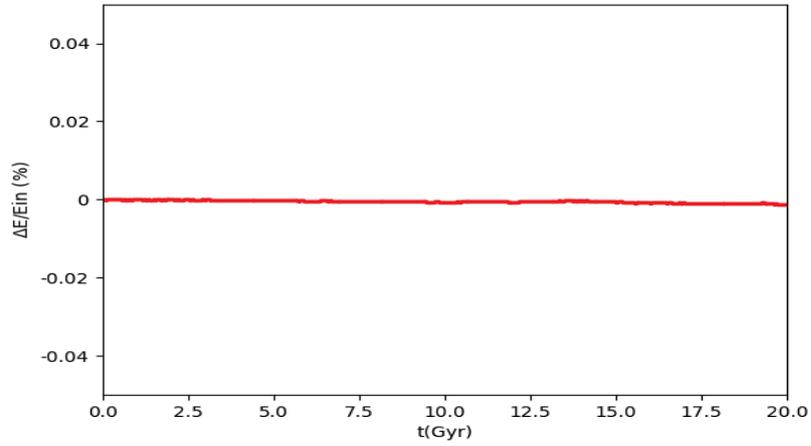


Figura 5.17: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un halo triaxial *Core* con 2 satélites colocados a 90° entre ellos. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

5.4.2. Experimento del halo triaxial con perfil de densidad tipo *core* con 4 satélites en el plano *xy*

Partícula	x (kpc)	y (kpc)	z (kpc)	vx (km/s)	vy (km/s)	vz (km/s)
1	100	0	0	0	102.58	0
2	0	100	0	-102.58	0	0
3	-100	0	0	0	-102.58	0
4	0	-100	0	102.58	0	0

Cuadro 5.7: Condiciones iniciales de los 4 satélites para el halo triaxial con perfil de densidad tipo *core*.

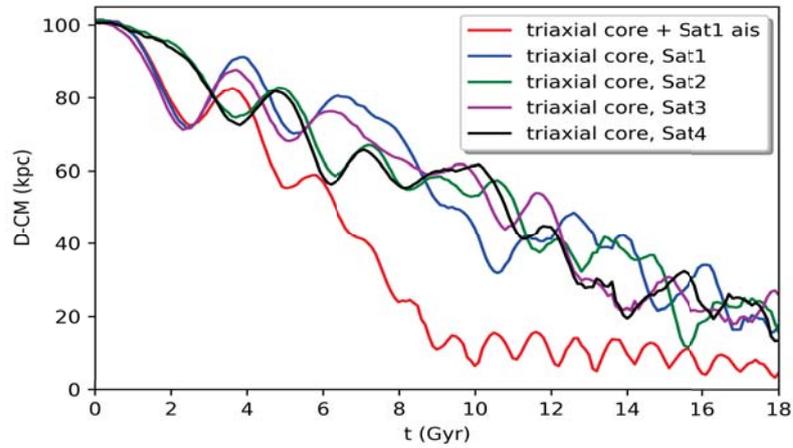


Figura 5.18: La figura muestra 4 satélites en una órbita circular alrededor de un halo triaxial con perfil de densidad tipo *core*.

El experimento con 4 satélites de la figura 5.18 muestra como los tiempos de caída son mayores que en el caso de 1 partícula aislada. En este caso, cuando hay varios perturbadores, es difícil hablar de que exista un estancamiento de la fricción dinámica, ya que algo parecido solo se observa entre 14 y 18 Gyr. En este caso es claro que los tiempos de caída del satélite 1 se retrasan de manera considerable. El comportamiento obtenido en este experimento es muy similar al obtenido en el experimento con perfil tipo *core* con 4 satélites de la figura 4.25 aunque en este último no se observan las oscilaciones en la región *core* que se observan en la figura 5.18, de existir discrepancias significativas entre el caso esférico y triaxial, se requiere un análisis más profundo para su estudio.

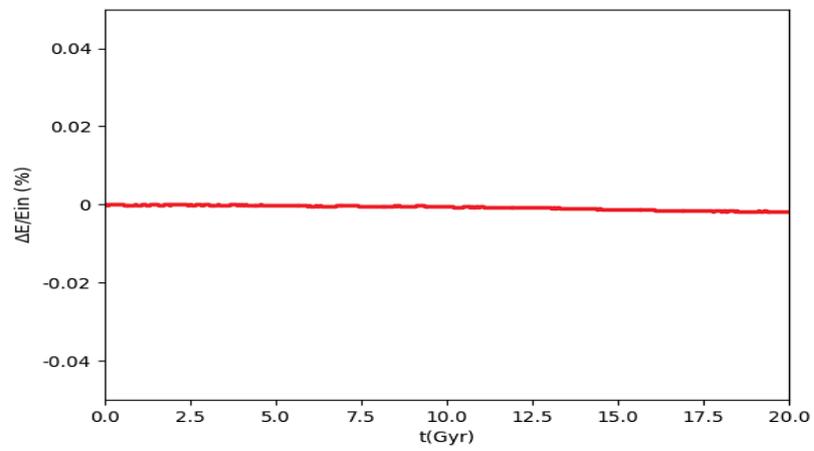


Figura 5.19: Error porcentual de la energía en el tiempo para el experimento de un halo triaxial *core* con 4 satélites. Correspondiente a un paso de integración de 10 Myr.

Capítulo 6

La galaxia enana Sagitario y la importancia de su estudio en la determinación de la estructura del halo de la Vía Láctea

La galaxia enana de Sagitario es el objeto de estudio de este trabajo, descubierta por [Ibata et al. \(1995\)](#) es una de las galaxias más cercanas a aproximadamente 25 kpc, su estudio nos permitirá entender más acerca de la estructura del halo de nuestra galaxia. [Dierickx & Loeb \(2017\)](#) intentan encontrar un modelo para la caída completa de la galaxia enana hacia la Vía Láctea hasta alcanzar su posición y velocidad actual, utilizando una combinación de modelos analíticos y simulaciones de N-cuerpos para aproximar las posibles trayectorias de Sagitario. La reconstrucción de la historia orbital de Sagitario es importante ya que esto nos puede dar información acerca del potencial subyacente de la Vía Láctea. En este trabajo se intenta reproducir los experimentos realizados por [Dierickx & Loeb \(2017\)](#) como un primer acercamiento al estudio de Sagitario. De acuerdo con [Law & Majewski \(2010\)](#) no está claro que forma debe tener el halo de la Vía Láctea, i.e, oblató, prolato o esférico sin embargo ellos lo modelan como un halo completamente triaxial lo que está acorde con el modelo de “Materia Oscura Fria”, (*CDM* por sus siglas en inglés) el cual predice que el halo puede describirse como un elipsoide de densidad triaxial. Por el contrario, un ejemplo de la esfericidad del halo se da en [Fellhauer et al. \(2006\)](#), que para obtener las coordenadas angulares de uno de los brazos de Sagitario requiere que el halo en sus modelos sea casi

esférico. Abordar el problema de la triaxialidad del halo aunque no entra en el marco de este trabajo por el momento, es uno de los problemas que se abordarán en un futuro.

En este trabajo se intenta reproducir los resultados de Dierickx & Loeb (2017) concernientes a las condiciones iniciales de un modelo para un posible progenitor de Sagitario que mejor ajusta las observaciones de su órbita, i.e, su posición y velocidad actuales. Para reproducir la órbita que mejor se ajusta a las observaciones utilizo un modelo semianalítico el cual incluye un halo tipo Hernquist (1993), para la galaxia tipo Vía Láctea y una galaxia tipo Sagitario. Se modela la fricción dinámica utilizando la fórmula de Chandrasekhar (1943) y utilizando una ley para el logaritmo Coulombiano dependiente del radio. Los mismos parámetros del modelo semianalítico son utilizados para crear una simulación de N-cuerpos. Se compara el tiempo de caída del satélite en el modelo semianalítico y la simulación de N-cuerpos.

6.0.1. Modelo Semianalítico para Sagitario

El modelo semianalítico empleado consiste de un halo tipo Hernquist para la Vía Láctea y la galaxia enana de Sagitario.

$$\Phi_{halo} = -\frac{GM_{halo}}{r + r_H}, \quad (6.1)$$

Los parámetros correspondientes a los modelos de Sgr y la Vía Láctea aparecen en el cuadro 6.1. Es importante mencionar que para los potenciales de halo tipo Hernquist los parámetros se escogieron de modo que la masa encerrada dentro de un cierto radio de interés coincida con los perfiles en el modelo de Navarro et al. (1996). Se escoge la condición inicial a un corrimiento al rojo $z=1$ correspondiente a 8 Gyr, al radio virial de la Vía Láctea en esa época. Esta decisión está basada en la edad de estrellas gigantes M del *stream* estimadas por Bellazzini et al. (2006). De acuerdo con Barkana & Loeb (2001), la galaxia satélite comenzó a colapsar a un corrimiento al rojo $z=1$, a una distancia de 124 kpc, esta distancia es tomada como condición inicial.

Para reproducir los resultados de mencionados en la sección anterior se utilizó un integrador numérico que resuelve las ecuaciones de movimiento en el tiempo utilizando un algoritmo de Runge-Kutta. Se consideran los modelos de Hernquist vistos en la sección anterior y utilizando los parámetros que corresponden al

Cuadro 6.1: Parámetros para el modelo Semianalítico y simulaciones de N-cuerpos

Parámetros	Descripción	MW	Sgr dSph
Mhalo	Masa total del halo Hernquist	$1.25 \times 10^{12} M_{\odot}$	$1.3 \times 10^{10} M_{\odot}$
	Partículas en el halo	1.16×10^6	1.17×10^4
R200c,z=0	Radio de virial al presente	206 kpc	44 kpc
rH	Radio de escala Hernquist	38.35 kpc	9.81 kpc
ϵ (kpc)	Radio de suavizamiento	0.214 kpc	0.214 kpc

modelo que mejor se ajusta a las observaciones de la órbita de Sagitario, $\vec{r}=(125 \text{ kpc}, 0, 0)$, $\vec{v}=(-10 \text{ km/s}, 0, 70 \text{ km/s})$. Cabe aclarar que no se está incluyendo la componente de disco y bulbo en el modelo de la galaxia tipo Vía Láctea lo cual ya marca una diferencia con el trabajo de Dierickx & Loeb (2017). Hay que considerar también que el potencial de halo es estático, i.e, su centro permanece inmóvil a diferencia del trabajo mencionado anteriormente donde el potencial de la galaxia si se ve afectado por el potencial de la galaxia satélite, sin embargo lo obtenido por el modelo semianalítico concuerda con la órbita predicha a pesar de las discrepancias mencionadas.

La aceleración introducida en el modelo semianalítico debido a fricción dinámica es la siguiente:

$$\mathbf{a}_{DF} = -\frac{4\pi \ln(\Lambda) G^2 \rho(r) M_{Sgr}(< r_t)}{v^3} \left[\text{erf}(X) - \frac{2X}{\sqrt{\pi}} \exp(-X^2) \right] \mathbf{v}, \quad (6.2)$$

Se adopta una forma del logaritmo Coulombiano dependiente del tiempo (Hashimoto et al. (2003)).

$$\ln(\Lambda) = \ln\left(\frac{r}{1.4\epsilon}\right), \quad (6.3)$$

Sagitario experimenta fuerzas de marea conforme se mueve a través del halo galáctico, lo que ocasiona que parte del material del satélite sufra disrupción. La pérdida de masa se considera resolviendo el radio de marea a cada tiempo (King (1962)),

$$r_t = r \left[\frac{1}{2} \left(\frac{M_{Sgr}(< r_t)}{M_{MW}(< r)} \right) \right]^{1/3} \quad (6.4)$$

Las simulaciones de N-cuerpos se realizan con el código `gyrfalcON`, un código de árbol con la implementación del Método de Multipolos Rápido el cual aproxima el potencial gravitacional entre dos partículas o distribuciones de partículas a través de sus centros de masa como una expansión en serie de Taylor de una función de Green. Este código por construcción cumple la tercera ley de Newton y por lo tanto se conserva el momento.

6.0.2. Resultados

La figura 6.2 representa el resultado obtenido para un progenitor de Sagitario con una masa de aproximadamente $1.3 \times 10^{10} M_{\odot}$, utilizando los parámetros que mejor ajustan la posición y velocidad que se observan en la época actual de Sagitario de acuerdo con Dierickx & Loeb (2017), el tiempo que tarda en llegar el satélite a esas coordenadas es 7.8 Gyr lo que es congruente con el valor de 7.71 Gyr tomando en cuenta que ellos si consideran el desplazamiento que sufre el potencial de la Vía Láctea debido a su interacción con Sagitario. Observemos que la gráfica que se obtuvo en este trabajo que representa la distancia de separación relativa respecto del tiempo tiene mas congruencia con el tiempo obtenido pues Dierickx & Loeb (2017) dice que su tiempo de llegada a la posición actual es 7.71 Gyr pero su gráfica se corta a 7 Gyr. Para obtener la órbita se consideró la pérdida de masa como en la ecuación 6.4.

x (kpc)	y	z	vx (km/s)	vy	vz	$r_{truncin}$ (kpc)
125	0	0	-10	0	70	25

Cuadro 6.2: Condición inicial orbital obtenida por Dierickx & Loeb (2017) que mejor se ajusta a las observaciones de Sagitario a la época actual

En la figura 6.2 podemos notar de la simulación de N-cuerpos que la distancia del satélite cae muy rápido comparado con el modelo semianalítico.

Explorar el espacio de parámetros sería complicado a través de simulaciones de N-cuerpos debido al costo computacional que estas implican, lo mejor es buscar el modelo que mejor se ajuste la órbita de Sagitario a las observaciones utilizando modelos semianalíticos. Eso corresponde a lo realizado por Colpi et al. (1999) y si bien la motivación de estudiar a esta galaxia es guiada por la idea de explorar la triaxialidad del halo, combinar los modelos semianalíticos con las simulaciones de N-cuerpos nos permite tener condiciones iniciales adecuadas al problema y a la

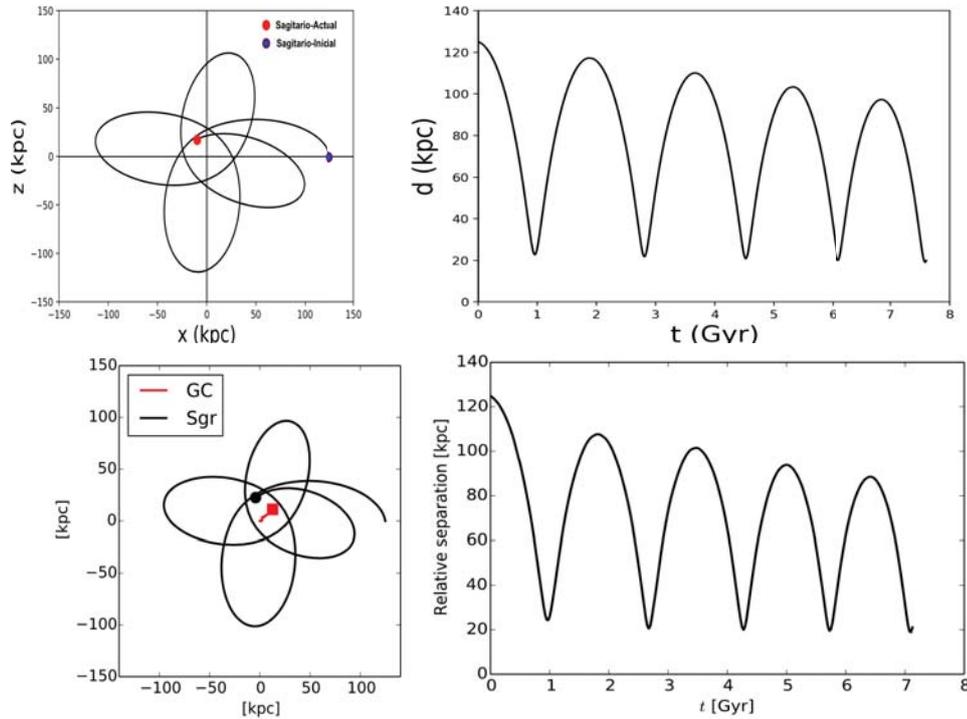


Figura 6.1: **Parte Superior:** Esta figura representa una reproducción de la órbita obtenida por Dierickx & Loeb (2017) para el modelo que mejor ajusta las observaciones de las coordenadas de Sagitario. Cómo en el caso mencionado el tiempo de caída por fricción dinámica 7.8 Gyr está en concordancia con lo obtenido por Dierickx & Loeb (2017). **Parte Inferior:** Resultado obtenido por Dierickx & Loeb (2017).

vez explorar de manera más realista el comportamiento de Sagitario a lo largo del tiempo como primer experimento, se plantea realizar el mismo análisis en el caso del halo triaxial en un trabajo posterior. Se presenta en este trabajo el resultado del primer acercamiento al estudio de Sagitario, sin embargo, la comparación con los experimentos de Dierickx & Loeb (2017) no se considera completa pues es necesario analizar en la simulación de N-cuerpos el *stream* de Sagitario e intentar compararlo con observaciones actuales. Como trabajo a futuro se propone explorar el catálogo GAIA DR2 e intentar localizar las estrellas predichas por Dierickx & Loeb (2017) más allá de los 100 kpc.

Para reproducir los resultados de las simulaciones de N-cuerpos se requiere un análisis detallado de los parámetros utilizados pues de acuerdo con la figura 6.2 el satélite cae rápidamente en el tiempo lo que puede deberse a fricción dinámica muy fuerte y esto pasaría si el satélite fuera muy masivo. Otra alternativa es que

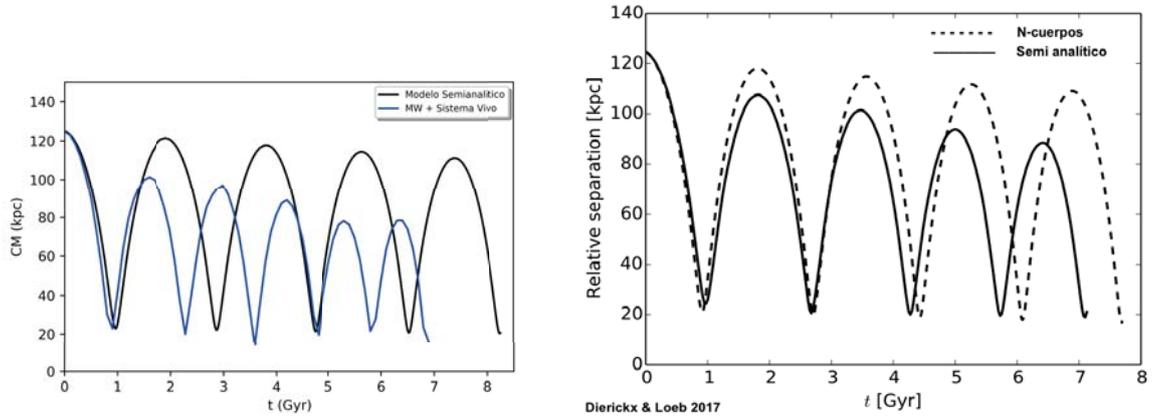


Figura 6.2: **Izquierda:** Modelo con $M_{Sgr}=0,5 \times 10^{10} M_{\odot}$. **Derecha:** Se muestra lo obtenido por Dierickx & Loeb (2017) la línea sólida corresponde a la simulación de N-cuerpos, la línea punteada corresponde a lo obtenido con el modelo semianalítico.

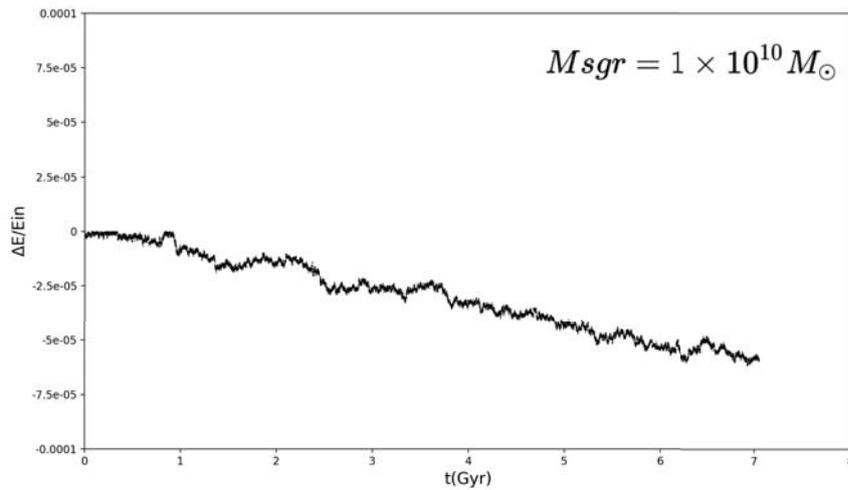


Figura 6.3: Error fraccional de la energía vs tiempo. En la gráfica podemos ver que la energía se conserva a lo largo del tiempo en la simulación dentro de un intervalo $[-0.0001,0.0001]$.

la mayor parte de la masa del satélite queda ligada al potencial y por lo tanto el material no sufre disrupción, por lo que no hay una disminución de la fricción dinámica. La buena conservación de la energía de la figura 6.3 asegura que el resultado obtenido es robusto.

Capítulo 7

La galaxia enana esferoidal Fornax, la fricción dinámica y la estructura de su halo oscuro

Las galaxias enanas esferoidales son las galaxias más dominadas por materia oscura en el universo (Mateo (1998)). Estos sistemas proporcionan un laboratorio excelente para estudiar la materia, en el contexto de la formación y evolución de galaxias. En algunas galaxias enanas esferoidales, la materia oscura constituye el 90 % de la masa total, incluso en el centro de las galaxias, de modo que la dinámica está determinada completamente por el campo gravitacional de la materia oscura.

Fornax es la galaxia enana más masiva de la Vía Láctea y es la única conocida hasta el momento que posee cinco cúmulos globulares orbitando en un fondo de materia oscura aproximadamente a 1 kpc, el estudio de la dinámica de cúmulos globulares puede dar lugar a poderosas restricciones al tipo de halo que tiene Fornax.



Figura 7.1: Galaxia enana esferoidal Fornax y sus cinco cúmulos globulares. Derechos: ESO/Digitized Sky Survey 2, 20 de Noviembre de 2014, Hubble Space Telescope.

Una paradoja que surge del hecho de que Fornax tenga cúmulos globulares es que no se espera ver ninguno de ellos, si se considera que debieron haberse perdido al destruirse por caer orbitalmente hacia la región central de la galaxia por la fricción dinámica, como se ha venido estudiando hasta la época actual, considerando que la galaxia tenga un perfil de densidad tipo *cuspy*, de acuerdo al modelo CDM. De acuerdo con Chandrasekhar (1943), la fuerza de arrastre ocasionaría que los cúmulos globulares se hundieran hacia el centro de la galaxia.

Sin embargo, aun podemos observar estos cúmulos globulares orbitando alrededor de Fornax lo cual es llamado en la literatura como el problema del 'tiempo de caída' de los cúmulos globulares también presente en otras galaxias como Eridanus II. Se estudia la fricción dinámica en las galaxias enanas ya que no son muy calientes, es decir, su dispersión de velocidades no es muy grande comparada con la de los cúmulos globulares, por lo que las perturbaciones no se ven amortiguadas por la dispersión, como sería el caso de galaxias más masivas como la Vía Láctea.

Boldrini et al. (2018) investigan el problema de la forma del perfil de densidad de materia oscura de Fornax, conocido como el problema del perfil *cuspy/core*, usando simulaciones con perturbadores vivos, compuestos de varias partículas, con el fin de tomar en cuenta de manera correcta la fricción dinámica y los efectos de marea entre Fornax y sus cúmulos globulares, favoreciendo el modelo de una galaxia con un perfil de densidad tipo *core* con un radio de *core* pequeño, aunque no estudian el *feedback* dinámico ni la posible triaxialidad de estos sistemas.

Fornax como ya se mencionó, tiene cinco cúmulos globulares que se encuentran a distancias proyectadas de: 1.60, 1.05, 0.43, 0.24 y 1.43 kpc (Mackey & Gilmore (2003)), así como subestructura a una distancia proyectada de 0.67 kpc (Coleman et al. (2005)). Estos cúmulos se mueven en un fondo denso de materia oscura y por lo tanto son afectados por la fricción dinámica, causando que pierdan energía y hagan movimientos de espiral hacia el centro de la galaxia.

Varios grupos han estudiado el origen de los núcleos de galaxias, Lotz et al. (2001) utilizan simulaciones Monte-Carlo que muestran que algunos de los núcleos de galaxias elípticas enanas podrían haberse formado a través de coalescencia de sus cúmulos globulares. Además observan varias galaxias enanas elípticas y encuentran que dentro de unas cuantas longitudes de escala internas, su muestra parece agotarse de cúmulos brillantes.

Oh et al. (2000) utilizan simulaciones numéricas para mostrar que en galaxias enanas con perturbaciones de marea débiles externas, la fricción dinámica puede llevar a un decaimiento orbital considerable de cúmulos globulares y a la formación de núcleos compactos dentro de una escala de tiempo de Hubble.

Oh & Lin (2000) proponen dos modelos para explicar las distribuciones espaciales observadas de los cúmulos en Fornax. Primero es que la materia oscura consiste de agujeros negros los cuales transfieren energía a los cúmulos, previniendo así que caigan hacia la región central de la galaxia. En segundo lugar estudian una posible fuerte interacción entre la Vía Láctea y Fornax, lo cual podría inyectar energía en las órbitas y la región central de Fornax. La primera opción es descartable ya que no se han observado los agujeros negros suficientes para dar soporte a esta teoría. Los movimientos propios de Fornax (Dinescu et al. (2004)) sugieren que Fornax está en su punto más cercano en una órbita extendida, de modo que Fornax no puede estar más cerca de la Vía Láctea, lo cual está en contradicción con el segundo modelo.

Goerdt et al. (2006), investigan la posibilidad de que Fornax carezca de un núcleo, es decir, que la distribución central de materia oscura tenga un perfil de tipo *cuspy* o *core* poco profundo, lo que incrementaría las escalas de tiempo de caída por fricción dinámica, construyen halos de materia oscura con potenciales tipos *cuspy* y *core* y calculan el decaimiento orbital y los tiempos de hundimiento o caída utilizando simulaciones numéricas de alta resolución junto con cálculos analíticos (Chandrasekhar 1943) y encuentran que los cúmulos globulares se estancan a un radio de 200 pc asociado con un perfil de densidad tipo *core*.

Cole et al. (2012) exploran el espacio de parámetros de estos cúmulos globulares analizando un conjunto de 2800 simulaciones de N-cuerpos y encontrar modelos de masa que correspondan con las restricciones observacionales en esta galaxia, llegando a la conclusión de que tiene un radio de *core*.

Nuestro análisis, en el mejor de los casos da como resultado tiempos de caída mayores a los estimados cuando hay más de un perturbador, el radio de *core* puede verse afectado por la presencia de varios perturbadores, pero el *feedback* dinámico está presente en todas nuestras simulaciones.

En un trabajo posterior presentaremos el mismo análisis realizado en esta tesis contruyendo un modelo de Fornax con sus cúmulos globulares, que se ajuste de manera realista a la dinámica de esta galaxia satélite, con una exploración estadística del espacio de parámetros similar a la manera en que lo hacen Cole et al. (2012). Es decir, estudiar el problema de la fricción dinámica con los cinco perturbadores o satélites de Fornax utilizando sistemas vivos en simulaciones de N-cuerpos para tomar en cuenta la fricción dinámica, considerando el *feedback dinámico* y los efectos de marea.

Capítulo 8

Discusión y Conclusiones

En este trabajo de tesis abordamos el problema de la fricción dinámica en sistemas no colisionales, con especial énfasis en el caso en el que existen varios perturbadores tanto en sistemas esféricos como triaxiales y con perfiles de densidad tipo *cuspy* y *core*. El considerar tales características está motivado por las predicciones del modelo de formación de estructura Λ CDM y nos permiten discutir la consistencia de las galaxias con las predicciones cosmológicas.

Consideramos como herramienta de exploración las simulaciones de N-cuerpos. Realizamos pruebas para acotar la dependencia de los resultados con los parámetros numéricos como el número de partículas o el suavizamiento. Aunque estas pruebas no son exhaustivas, nos permiten asegurar que los efectos detectados representan un límite inferior para los procesos que estudiamos.

Encontramos los siguientes resultados:

- Se recuperan los resultados conocidos para la caída de un perturbador en halos esféricos. Al compararlos contra la predicción de Chandrasekhar se confirma que la velocidad de caída es menor en las simulaciones debido a las aproximaciones de la fórmula analítica (medio infinito y densidad constante), ver fig. 4.1. Estas pueden compensarse parcialmente si se incluye un logaritmo Coulombiano variable con la posición. De manera general el caso con un perfil de densidad *cuspy* implica tiempos de caída menores al caso con un *core* central tal como muestra Read et al. (2006).
- En general, para el caso con múltiples perturbadores, independientemente de que el perfil de densidad sea tipo *cuspy* o *core*, los tiempos de caída

del perturbador por fricción dinámica se ven retrasados de manera considerable. Tal comportamiento puede ser explicado por el *feedback* dinámico argumentado por Tremaine & Weinberg (1984) y Colpi & Pallavicini (1998), sin embargo, un análisis profundo para el caso de múltiples perturbadores no se ha realizado, si bien Inoue (2009) ve este efecto, su trabajo está enfocado en analizar el estancamiento en la zona del radio de *core* y no presenta un análisis del *feedback* dinámico.

- Los experimentos considerando halos esféricos con múltiples perturbadores tanto en el caso *cuspy* como *core*, nos demuestran que el *feedback* dinámico debido a las múltiples respuestas del medio interactuando con los satélites, es capaz de retrasar el tiempo de caída de manera importante. Para el caso con cuatro perturbadores el tiempo de caída es comparable en ambos tipos de perfiles de halo, hasta que se alcanza la zona del radio de *core*, en el experimento con perfil de densidad tipo *core*. En el caso del experimento con perfil tipo *cuspy* con dos satélites de la figura 4.10, se observa una especie de estancamiento de la fricción dinámica y para el caso *core* esférico con dos satélites de la figura 4.23, aunque si se observa el *core stalling*, los satélites continúan cayendo después de 20 Gyr, la explicación a este fenómeno aun necesita explorarse, en el caso triaxial *core* si se observa el *core stalling*, pero no en el caso triaxial *cuspy*.
- El estancamiento debido al perfil *core* se ve afectado, aunque sigue estando presente y no es claro que es más importante: si el *feedback dinámico* o el estancamiento de la fricción dinámica por la estructura de densidad. La etapa previa al estancamiento, llamada fase Super-Chandrasekhar por Read et al. (2006), debido a que el perturbador cae más rápido que lo predicho por la fórmula analítica, no se observa en nuestros experimentos, sin embargo, no podemos excluirla antes de un estudio más extensivo. El llamado estancamiento en el radio de *core* podría romperse, pero también puede haber inyección de energía por los otros perturbadores.
- Para el caso triaxial vemos que existe una dependencia con la fase y con el plano en el que se encuentra la órbita del perturbador con respecto a los ejes del sistema triaxial. El caso de un halo triaxial con perfil tipo *core* muestra aún el estancamiento al radio de *core*. Dado que la estructura orbital es diferente al caso esférico, esto limita las explicaciones con teoría de orbital

para tal estancamiento. Un estudio posterior será necesario para dilucidar tal punto.

- En años recientes se ha utilizado la presencia de cúmulos globulares en galaxias enanas como *Fornax*, la cual tiene cinco cúmulos y *NGC6822* con seis, así como en la galaxia ultra débil Eridanus II, y se ha argumentado que su presencia excluye la posibilidad de que estas galaxias tengan un halo tipo *cuspy*. Todos estos estudios se interpretaron en simulaciones de N-cuerpos con un único perturbador, nuestros resultados en el mejor de los casos, modifican las conclusiones de estos estudios ampliando el espacio de parámetros en el cual estos sistemas son compatibles con un halo tipo *cuspy*, debido a la inyección de energía por la presencia de varios perturbadores como se observa en las figuras 4.10, 4.12, 5.6 y 5.8. Un estudio extensivo de este problema se deja como un proyecto a futuro y podría descartar las conclusiones de los estudios mencionados para las galaxias anteriores.
- Es muy popular en los modelos semianalíticos de galaxias la utilización de la fórmula de corrección a la fórmula de Chandrasekar de los tiempos de caída y de fusión en el caso de interacciones entre galaxias y halos de materia oscura desarrollada por [Boylan-Kolchin et al. \(2008\)](#). Los resultados obtenidos en esta tesis nos sugieren que esta fórmula necesita correcciones debido a la presencia de un gran número de subestructura en los halos predichos por la cosmología y debido a la forma triaxial.
- Estimaciones de la estabilidad de grupos compactos de galaxias ([Durbala et al. \(2008\)](#)), encuentran predicciones teóricas del tiempo de caída de los sistemas, menores al tiempo de Hubble a pesar de que se observa poca evidencia de fusiones en grupos compactos, como el Sexteto de Seyfert y el Quinteto de Stefan. Los resultados de los experimentos con varios perturbadores sugieren que los tiempos estimados en la fórmula de Chandrasekhar necesitan correcciones, debido al *feedback* dinámico. El incluir la pérdida de masa de manera autoconsistente en nuestras simulaciones es un punto importante a evaluar, lo cual si está incluido en el trabajo de [Boldrini et al. \(2018\)](#).
- El análisis de la estabilidad de las galaxias enanas ultra débiles recientemente discutida por [Hernandez \(2016\)](#) también requiere importantes co-

recciones a la luz de los resultados obtenidos en esta tesis, en particular concluimos que la aproximación de Chandrasekhar para un único perturbador subestima fuertemente los tiempos de caída de las estrellas en este tipo de galaxias debido a la interacción entre las diversas respuestas del medio. En un trabajo futuro realizaremos un análisis cualitativo referente a estas galaxias.

- Abordamos el modelaje de la órbita de Sagitario alrededor de la Vía Láctea con simulaciones de N-cuerpos utilizando para las condiciones iniciales sistemas esféricos. Sin embargo, hay estudios que analizan la posible triaxialidad del halo Galáctico como Law & Majewski (2010). En este trabajo nos dimos cuenta que en el caso de un halo triaxial (ver figs. 5.5,5.15) la dinámica del perturbador será diferente dependiendo del plano en el que se encuentre, por lo que la dinámica de Sagitario puede ser algo muy diferente a lo obtenido por Dierickx & Loeb (2017), un caso que se pretende estudiar en un trabajo futuro.

Apéndice A

Códigos utilizados en la tesis

A.1. gyrfalcON

gyrfalcON es un código de N-cuerpos que utiliza un integrador simpléctico *Leap-Frog* con pasos de tiempo adaptivos individuales en un esquema de bloques de paso y de complejidad $\mathcal{O}(N)$ descrito por [Dehnen \(2002\)](#).

En esta trabajo se utilizó la opción suavizamiento o *softening* individual de gyrfalcON.

El código gyrfalcON aproxima la interacción entre dos nodos si sus esferas críticas no se traslapan. Las esferas críticas están centradas en los centros de masa de los nodos y tienen un radio,

$$r_{crit} = r_{max}/\theta \tag{A.1}$$

donde r_{max} es el radio de la esfera que contiene todos los cuerpos del nodo y θ es el parámetro de tolerancia.

A lo largo de este trabajo de tesis se utilizó un valor de,

$$\theta = 0.6$$

Experimentos variando el parámetro de tolerancia se dejan pendientes para pruebas en un trabajo posterior.

A.2. Selección de un Kernel para las simulaciones

gyrfalcON permite utilizar varias formas de kernel para el suavizamiento. El kernel es una función para la cual la función $1/r$ Newtoniana es reemplazada para evitar la divergencia de fuerzas que surgen de interacciones de partículas que se acercan mucho.

name	density (is proportional to)	a_0	a_2	f
P_0	$(1 + x^2)^{-5/2}$	∞	∞	1
P_1	$(1 + x^2)^{-7/2}$	π	∞	1.43892
P_2	$7(1 + x^2)^{-9/2} - 2(1 + x^2)^{-7/2}$	0	∞	2.07244
P_3	$9(1 + x^2)^{-11/2} - 4(1 + x^2)^{-9/2}$	0	$-\pi/40$	2.56197

Figura A.1: Tabla tomada de Dehnen (2008) que muestra los diferentes kernels que pueden utilizarse y el valor del radio en el que la fuerza se vuelve Newtoniana.

Paso de tiempo	Kernel	Tolerancia θ	Suavizamiento	Esquema de paso de tiempo	Niveles o bloques de paso de tiempo
10 Myr	1	0.6	Individual	Adaptivo	5

Cuadro A.1: Tabla con los parámetros de integración utilizados en las simulaciones

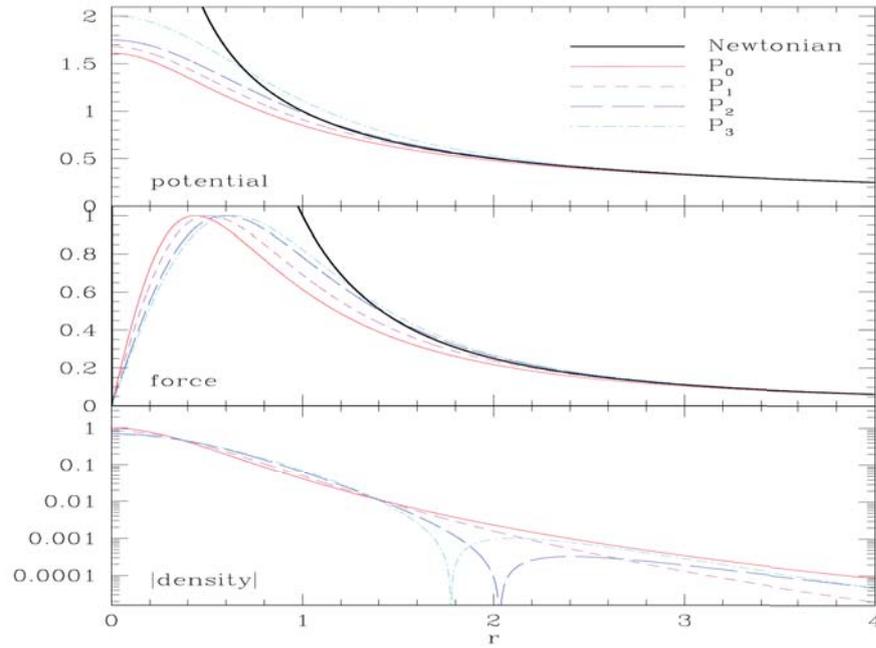


Figura A.2: Potencial, fuerza y densidad para los kernels de la figura A.1. Dehnen (2008).

En las simulaciones presentadas en la tesis utilizamos el kernel K=1, ya que es el que mostraba una mejor conservación de la energía.

El sistema de unidades utilizadas en este trabajo para las simulaciones es,

$$G = 1 \quad U_M = 2.32 \times 10^5 M_\odot$$

$$U_d = 1 \text{ kpc}$$

$$U_t = 1 \text{ Gyr}$$

$$U_v = 1 \text{ km/s}$$

Apéndice B

Utilizando el código *Rockstar* *Halo Finder*

Rockstar (*Robust Overdensity Calculation using K-Space Topologically Adaptive Refinement*) (Behroozi, Wechsler, & Wu, 2013) es un algoritmo que sirve para identificar halos de materia oscura y subestructura como la asociada a efectos de marea. Su enfoque está basado en un refinamiento jerárquico adaptivo de grupos *friend-of-friends* (Tempel et al. (2016)), es decir, agrupamiento de partículas que se encuentran cercanas entre ellas dentro de una vecindad, en el espacio de seis dimensiones y en una dimensión temporal lo que permite un rastreo robusto de subestructura, independiente-de-malla, independiente-de-forma y resistente al ruido.

A lo largo de este trabajo utilizamos el código Rockstar para localizar el centro de masa en el caso de los halos triaxiales, esto con el fin de calcular la distancia de los perturbadores al centro de masa del sistema, lo que da lugar a los resultados gráficos presentados en la sección 5.

- El volumen de la simulación se divide en grupos *friend-of-friends* para una fácil paralelización.
- Para cada grupo, las posiciones de las partículas y sus velocidades se dividen (normalizadas) por la posición del grupo y las dispersiones de velocidad, lo que da una métrica natural del espacio fase.
- Una longitud del espacio fase se escoge de manera adaptiva de modo que el 70 % de las partículas del grupo se unan en grupos.

- Se repite el proceso para cada subgrupo: renormalización de una nueva longitud-enlace y un nuevo nivel de subestructura se calculan.
- Una vez que todos los niveles de subestructura son encontrados, los halos semilla son colocados al nivel más bajo de subestructura y las partículas son asignadas jerárquicamente al halo semilla más cercano en el espacio fase.
- Una vez que las partículas han sido asignadas a halos, las partículas no ligadas son removidas y las propiedades del halo (posiciones y velocidades) son calculadas.

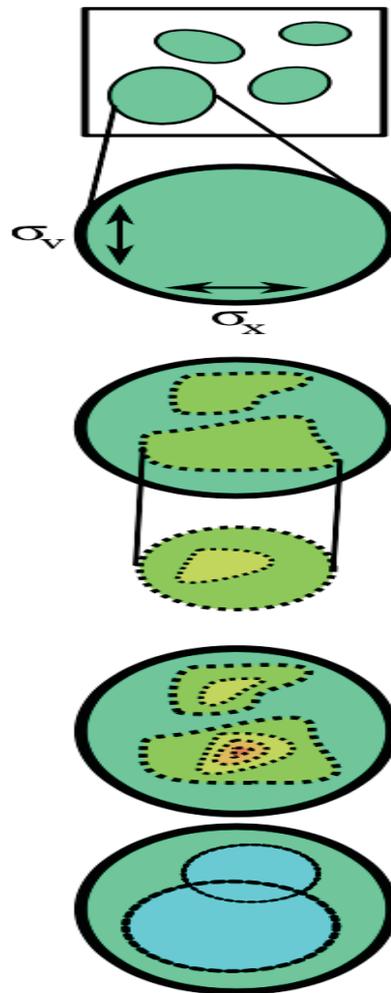


Figura B.1: Resumen visual del algoritmo de asignación partícula-halo de (Behroozi, Wechsler, & Wu, 2013)

Apéndice C

Herramienta de visualización

Tipsy N-body Tool.

Tipsy es una herramienta de visualización de simulaciones de N-cuerpos, incluida en la lista de paqueterías de *N-body shop* de la universidad de Washington. Se utilizó para mostrar la distribución de partículas en *snaps*, ver sección 5 para halos triaxiales.

Tipsy realiza las siguientes funciones:

- Muestra de manera visual las partículas como puntos y las velocidades como segmentos de líneas, desde un punto de vista arbitrario.
- Colorea partículas para mostrar campos escalares (Energía potencial, para partículas *SPH* la densidad y temperatura).
- Encuentra propiedades acumulativas de una colección de partículas.

Algunas de sus funciones que se utilizaron en este trabajo son:

- *gasify* - Cambia las partículas de materia oscura a partículas de gas
- *profile* - Escribe propiedades físicas (densidad, masa, velocidad circular) como función del radio.
- *rotationcurve* - Calcula las curvas de velocidad circular.
- *moments* Escribe la forma del sistema como una función del radio.

Para más información acerca de tipsy:

<http://faculty.washington.edu/trq/hpcc/tools/tipsy/tipsy.html>

Bibliografía

- Alard, C. 2000, ArXiv e-prints, astro
- Arcavi, I. 2011, astrocourse, 8
- Athanassoula, E., Machado, R. E. G., & Rodionov, S. A. 2013, MNRAS, 429, 1949
- Barkana, R., & Loeb, A. 2001, physrep, 349, 125
- Barnes, J., & Hut, P. 1986, nat, 324, 446
- Behroozi, P. S., Wechsler, R. H., & Wu, H.-Y. 2013, ApJ, 762, 109
- Bellazzini, M., Newberg, H. J., Correnti, M., Ferraro, F. R., & Monaco, L. 2006, aap, 457, L21
- Binney, J. 1977, MNRAS, 181, 735
- Binney, J., & Tremaine, S. 1987, Galactic dynamics (Addison-Wesley)
- Boldrini, P., Mohayaee, R., & Silk, J. 2018, ArXiv e-prints, arXiv:1806.09591
- Bontekoe, T. R., & van Albada, T. S. 1987, MNRAS, 224, 349
- Boylan-Kolchin, M., Ma, C.-P., & Quataert, E. 2008, MNRAS, 383, 93
- Capuzzo-Dolcetta, R., & Vicari, A. 2005, MNRAS, 356, 899
- Chandrasekhar, S. 1943, ApJ, 97, 255
- Cole, D. R., Dehnen, W., Read, J. I., & Wilkinson, M. I. 2012, MNRAS, 426, 601
- Coleman, M. G., Da Costa, G. S., Bland-Hawthorn, J., & Freeman, K. C. 2005, aj, 129, 1443
- Colpi, M., Mayer, L., & Governato, F. 1999, The Astrophysical Journal, 525, 720
- Colpi, M., & Pallavicini, A. 1998, ApJ, 502, 150
- Cowsik, R., Wagoner, K., Berti, E., & Sircar, A. 2009, ApJ, 699, 1389
- De Lucia, G., & Helmi, A. 2008, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 391, 14
- Dehnen, W. 2002, Journal of Computational Physics, 179, 27
- Diemand, J., Kuhlen, M., & Madau, P. 2007, ApJ, 657, 262
- Dierickx, M. I. P., & Loeb, A. 2017, ApJ, 836, 92
- Dierickx, M. I. P., & Loeb, A. 2017, ApJ, 836, 92

- Dinescu, D. I., Keeney, B. A., Majewski, S. R., & Girard, T. M. 2004, *aj*, 128, 687
- Durbala, A., del Olmo, A., Yun, M. S., et al. 2008, *aj*, 135, 130
- Fellhauer, M., Belokurov, V., Evans, N. W., et al. 2006, *ApJ*, 651, 167
- Fukushima, T., Chiba, M., Homma, D., et al. 2018, *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 70, 69
- Gammaldi, V., Avila-Reese, V., Valenzuela, O., & Gonzalez-Morales, A. X. 2016, *prd*, 94, 121301
- GoerdT, T., Moore, B., Read, J. I., Stadel, J., & Zemp, M. 2006, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 368, 1073
- Hashimoto, Y., Funato, Y., & Makino, J. 2003, *ApJ*, 582, 196
- Hernandez, X. 2016, *MNRAS*, 462, 2734
- Hernandez, X., & Gilmore, G. 1998, *MNRAS*, 297, 517
- Hernquist, L. 1990, *ApJ*, 356, 359
- . 1993, *apjs*, 86, 389
- Ibata, R. A., Gilmore, G., & Irwin, M. J. 1995, *MNRAS*, 277, 781
- Inoue, S. 2009, *MNRAS*, 397, 709
- . 2011, *MNRAS*, 416, 1181
- Kazantzidis, S., Mayer, L., Mastropietro, C., et al. 2004, *ApJ*, 608, 663
- King, I. 1962, *aj*, 67, 471
- Klypin, A., Kravtsov, A. V., Valenzuela, O., & Prada, F. 1999, *ApJ*, 522, 82
- Kuijken, K., & Dubinski, J. 1994, *MNRAS*, 269, 13
- Law, D. R., & Majewski, S. R. 2010, *ApJ*, 714, 229
- Levine, E. S., Blitz, L., Heiles, C., & Weinberg, M. 2008, in *Mapping the Galaxy and Nearby Galaxies*, ed. K. Wada & F. Combes (New York, NY: Springer New York), 85–90
- Lopez-Honorez, L., Mena, O., Palomares-Ruiz, S., & Villanueva-Domingo, P. 2017, *prd*, 96, 103539
- Lotz, J. M., Telford, R., Ferguson, H. C., et al. 2001, *ApJ*, 552, 572
- Lotz, J. M., Telford, R., Ferguson, H. C., et al. 2001, *ApJ*, 552, 572
- Lynden-Bell, D., & Kalnajs, A. J. 1972, *MNRAS*, 157, 1
- Mackey, A. D., & Gilmore, G. F. 2003, *MNRAS*, 340, 175
- McMillan, P. J., & Dehnen, W. 2007, *MNRAS*, 378, 541

- Merritt, D. 1997, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 116, *The Nature of Elliptical Galaxies*; 2nd Stromlo Symposium, ed. M. Arnaboldi, G. S. Da Costa, & P. Saha, 32
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1996, *ApJ*, 462, 563
- Oh, K. S., & Lin, D. N. C. 2000, *The Astrophysical Journal*, 543, 620
- Oh, K. S., Lin, D. N. C., & Richer, H. B. 2000, *ApJ*, 531, 727
- Ostriker, J. P., Binney, J., & Saha, P. 1989, *MNRAS*, 241, 849
- Peñarrubia, J., Just, A., & Kroupa, P. 2004, *MNRAS*, 349, 747
- Purcell, C. W., Bullock, J. S., & Kazantzidis, S. 2010, *MNRAS*, 404, 1711
- Read, J. I., Goerdt, T., Moore, B., et al. 2006, *MNRAS*, 373, 1451
- Rodionov, S. A., Athanassoula, E., & Sotnikova, N. Y. 2009, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 392, 904
- Rodionov, S. A., & Sotnikova, N. Y. 2006, *Astronomy Reports*, 50, 983
- Rojas-Niño, A., Martínez-Medina, L. A., Pichardo, B., & Valenzuela, O. 2015, *ApJ*, 805, 29
- Rojas-Niño, A., Valenzuela, O., Pichardo, B., & Aguilar, L. A. 2012, *apjl*, 757, L28
- Sánchez-Salcedo, F. J., Reyes-Iturbide, J., & Hernandez, X. 2006, *MNRAS*, 370, 1829
- Sparke, L. S., & Gallagher, III, J. S. 2000, *Galaxies in the universe : an introduction*, 416
- Tempel, E., Kipper, R., Tamm, A., et al. 2016, *aap*, 588, A14
- Tremaine, S., & Weinberg, M. D. 1984, *MNRAS*, 209, 729
- Tremaine, S. D. 1976, *ApJ*, 203, 72
- Valenzuela, O., Hernandez-Toledo, H., Cano, M., et al. 2014, *aj*, 147, 27
- Valluri, M., & Merritt, D. 1998, *ApJ*, 506, 686
- Zhao, H. 1996, *MNRAS*, 278, 488