



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Análisis de Peligro Sísmico en Ciudad  
Universitaria Empleando Sismogramas  
Sintéticos y Modelos Corticales  
Tridimensionales**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniera Geofísica**

**P R E S E N T A**

Berenice Martínez Téllez

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Leonardo Ramírez Guzmán

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



*Soy de las que piensan que la  
ciencia tiene una gran belleza.  
Un científico en su laboratorio  
no es sólo un técnico:  
también es un niño colocado  
ante fenómenos naturales  
que lo impresionan como un  
cuento de hadas.*

MARIE CURIE

*A mi Mamá, quien siempre y a pesar de todo esta al pendiente de mi, de mi bienestar,  
por su amor incondicional, sin ella esto jamás se hubiera logrado,  
todo es por ella y para ella. Gracias por todo, te quiero.*

*A mi Papá, por su gran apoyo, por su carácter que heredé y me formó.*

*A Adriana y Carlos, mis hermanos, compañeros y amigos de vida, constantemente  
me han apoyado y se que así será a pesar de cualquier cosa,  
quiero que sepan que de igual manera siempre estaré para ustedes.*

*Cada uno de ustedes -mi familia- ha aportado invaluable elementos a mi vida, los amo.*

*A Leo, gracias por el apoyo, confianza y las oportunidades brindadas.*

*A mis amigos, los que de alguna u otra manera han estado conmigo en buenos y malos  
momentos, gracias por apoyarme, escucharme, por las experiencias vividas y lo que siga.  
Amigos verdaderos son pocos, ustedes saben quienes son.*

*A Checo, tu sabes lo que significas para mi, gracias apoyarme en todo momento y decirme tu  
puedes cada que lo necesitaba, por ser un ejemplo de persona, te quiero.*

*A la Facultad de Ingeniería y a la Universidad, por la formación brindada.*

*Es gracias a ustedes que es posible este logro.  
En verdad, gracias.*



# Agradecimientos

---

También quisiera reconocer al Instituto de Ingeniería, a toda la Coordinación de Instrumentación Sísmica, en especial a Miguel Leonardo, por su valiosa contribución a este trabajo.

A todos mis profesores de carrera, quienes transmitieron sus conocimientos y me brindaron las bases para formarme como ingeniera.

A mis sinodales que fortalecieron y supervisaron mi trabajo.

De nuevo a Leonardo, por todo el apoyo brindado.

Este trabajo fue patrocinado por la Secretaria de Ciencia, Tecnología e Innovación (SECITI) de la Ciudad de México. Proyecto SECITI/073/2016.





# Resumen

---

La República Mexicana está localizada en una zona de alta sismicidad, por lo tanto, el peligro sísmico asociado afecta directamente a diversas regiones del país. La ocurrencia de grandes sismos puede ocasionar el colapso de estructuras provocando grandes daños. La estimación del movimiento esperado, incluyendo su incertidumbre, es una necesidad fundamental para mitigar los efectos de los terremotos y el análisis probabilista del peligro sísmico (PSHA, por sus siglas en inglés) es una de las herramientas que nos permite tomar en cuenta la incertidumbre y poder tomar decisiones óptimas en el diseño.

En este trabajo se presenta un análisis comparativo de PSHA evaluado en Ciudad Universitaria empleando Ecuaciones de Predicción de Movimiento (EPM) y sismogramas sintéticos. Los sismogramas sintéticos se calcularon con el formalismo de los Tensores de Receptor de Green. Para la modelación de la propagación de ondas se realizó utilizando el método de los elementos finitos utilizando un modelo tridimensional construido a partir de estudios tomográficos recientes.

La estimación de PSHA en ambos casos considera cuatro zonas sismotectónicas, incluidas en la región central de México, dos de ellas correspondientes a la subducción con eventos de tipo interplaca (SUB2 y SUB3) y las restantes con eventos intraplaca (IN1 e IN2). Estas regiones fueron tomadas de la regionalización sismotectónica determinada por Zúñiga *et al.* (2017).

Al realizar la comparación entre los métodos se observa que, si se incluyen los parámetros de fuente, como el mecanismo focal, tensor de momento y la caída de esfuerzos, se tienen menores tasas de excedencia de los parámetros de movimiento del terreno, en dos casos. Para periodos de 5 segundos usando las regiones de subducción interplaca y para periodos de 2, 3 y 5 segundos para las regiones de subducción intraplaca.



# Abstract

---

Mexico is located above one of the most active seismic regions in the world; therefore, many regions of the country are in constant hazard. The occurrence of large earthquakes can trigger the collapse of structures and cause great damage. The estimation of the ground motion, including its uncertainty, is a fundamental need to mitigate the effects of earthquakes. The Probabilistic Seismic Hazard Analysis (PSHA) is one of the tools that allows us to consider the uncertainty and be able to make optimal design decisions.

This work presents a comparative analysis of Probabilistic Seismic Hazard Analyses computed at reference site in Ciudad Universitaria using Ground Motion Prediction Equations (GMPE) and synthetic seismograms. The computation of the synthetic seismograms were calculated using the Strain Green's Tensor (SGT) formalism. For modeling the seismic wave propagation, we calculate it using the finite element method with a realistic 3D model based on recent tomographic studies.

The estimation of PSHA in both cases considers four seismotectonic zones, included in the central region of Mexico, two of them corresponding to subduction with interplate events (SUB2 and SUB3) and the rest with intraplate events (IN1 and IN2). These regions were taken from the seismotectonic regionalization determined by Zúñiga *et al.* (2017).

By the comparison between the methods It was observed that, if the source parameters are included, such as the focal mechanism, moment tensor and stress drop, in two cases there were lower exceedance rates of the ground motion parameters. For periods of 5 seconds using the interplate subduction regions and for periods higher than 2 seconds for the intraplate subduction regions.

# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos . . . . .	2
1.2. Hipótesis . . . . .	2
<b>2. Marco Geológico y Tectónico</b>	<b>3</b>
2.1. Marco Tectónico . . . . .	3
2.2. Marco Geológico . . . . .	4
2.3. Geología y Tectónica de la Región Central . . . . .	6
2.4. Regiones Sismotectónicas de México . . . . .	10
<b>3. Fundamentos Teóricos</b>	<b>16</b>
3.1. Esfuerzo, deformación y ecuación de onda . . . . .	16
3.1.1. Esfuerzo . . . . .	16
3.1.2. Ecuación de movimiento . . . . .	17
3.1.3. Deformación . . . . .	18
3.1.4. Ecuaciones constitutivas de un Medio Elástico Lineal . . . . .	20
3.1.5. Ecuación de onda . . . . .	21
3.2. Teoremas de Unicidad y Reciprocidad . . . . .	22
3.2.1. Teorema de Unicidad . . . . .	22
3.2.2. Funciones de Green . . . . .	23
3.2.3. Teorema de Reciprocidad (Teorema de Betti) . . . . .	24
3.3. Teoremas de Representación . . . . .	26
3.3.1. Representación para una superficie interna . . . . .	27
3.4. Momento Sísmico . . . . .	28
3.5. Tensor de deformación de Green . . . . .	32
3.6. Función temporal de fuente . . . . .	33
3.7. Procesamiento de señales . . . . .	34
3.7.1. Filtros . . . . .	35
3.8. Parámetros de movimiento del terreno . . . . .	36

3.9. Ecuaciones de Predicción del Movimiento del Terreno . . . . .	38
3.9.1. Ecuaciones de predicción empleadas en México . . . . .	40
3.10. Ley Gutenberg-Richter . . . . .	42
3.11. Incertidumbre temporal con modelo de Poisson . . . . .	43
3.12. Peligro sísmico . . . . .	45
3.12.1. Análisis de peligro sísmico determinista . . . . .	45
3.12.2. Análisis de peligro sísmico probabilista . . . . .	46
3.12.3. Curvas de peligro . . . . .	47
3.13. Método de elemento finito . . . . .	49
3.13.1. Método de Elemento Finito aplicado a la ecuación de onda . . . . .	50
3.13.2. Método de Galerkin, formulación débil . . . . .	51
3.13.3. <i>Hercules</i> . . . . .	52
3.14. Modelo de velocidades . . . . .	53
<b>4. Metodología</b>	<b>55</b>
4.1. Análisis de peligro sísmico probabilista tradicional . . . . .	55
4.1.1. Identificación y caracterización espacial de las fuentes . . . . .	56
4.1.2. Distribución temporal de sismicidad . . . . .	59
4.1.3. Cálculo de un Parámetro de Movimiento de Terreno empleando EPMT . . . . .	59
4.1.4. Curvas de peligro y verificación . . . . .	60
4.2. Características de las simulaciones numéricas de propagación de ondas . . . . .	61
4.3. Análisis de peligro sísmico probabilista empleando sismogramas sintéticos . . . . .	63
4.3.1. Sismogramas sintéticos . . . . .	63
4.3.2. Tensor de densidad de momento . . . . .	64
4.3.3. Función de fuente . . . . .	66
4.3.4. Parámetros de movimiento de terreno con simulaciones . . . . .	68
4.3.5. Verificación de la simulación . . . . .	69
<b>5. Resultados</b>	<b>73</b>
5.1. Resultados con metodología tradicional . . . . .	73
5.2. Comparación de resultados . . . . .	74
5.3. Análisis de resultados . . . . .	75
<b>6. Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>81</b>
<b>Referencias</b>	<b>83</b>

# Índice de figuras

---

2.1. Placas Tectónicas que interactúan en la República Mexicana . . . . .	4
2.2. Provincias fisiográficas de la República Mexicana . . . . .	5
2.3. Regiones definidas por Morán-Zenteno (1985) . . . . .	6
2.4. Faja Volcánica Transmexicana y terrenos tectono-estratigráficos de la Sierra Madre del Sur . . . . .	10
2.5. Regiones sísmicas de México de profundidad somera $h < 40\text{km}$ . . . . .	11
2.6. Regiones sísmicas de México de profundidad intermedia $h \geq 40\text{ km}$ . . . . .	12
2.7. Regiones sismotectónicas consideradas . . . . .	15
3.1. Componentes del tensor de esfuerzos en un volumen, tomada de Stein y Wyssession (2003) . . . . .	17
3.2. Componentes del tensor de esfuerzos que contribuyen a la fuerza en la dirección $x_2$ . Tomada de Stein y Wyssession (2003) . . . . .	18
3.3. Deformación proveniente del desplazamiento relativo $\delta u$ entre dos puntos, tomada de Stein y Wyssession (2003) . . . . .	19
3.4. Un cuerpo de volumen $V$ rodeado por una superficie $S$ , con los desplazamientos en $u$ y $v$ debido a las fuerzas de cuerpo $f$ y $g$ , tomada de Bullen y Bolt (1986) . . . . .	24
3.5. Representación de un cuerpo elástico finito con volumen $V$ , superficie externa $S$ y superficie interna $\Sigma$ , tomada de Aki y Richards (2002) . . . . .	27
3.6. Los nueve posibles pares de fuerza requeridos para representar las fuerzas equivalentes de un desplazamiento en una falla finita, tomada de Shearer (2009) . . . . .	30
3.7. Representación del strike, dip y rake de una falla . . . . .	31
3.8. Funciones de velocidad de deslizamiento y de ( <i>slip</i> ) . . . . .	34
3.9. Filtros ideales, $f_c$ son las frecuencias de corte. . . . .	35
3.10. Ilustración que representa la construcción de espectros de respuesta elástico . . . . .	38
3.11. Procesos en la generación de un sismo . . . . .	38
3.12. Eventos considerados para la construcción de la GMPE de Jaimes <i>et al.</i> (2006) . . . . .	41
3.13. Eventos considerados para la construcción de la GMPE de Jaimes <i>et al.</i> (2015) . . . . .	42
3.14. Representación del procedimiento de un DSHA . . . . .	46
3.15. Representación del procedimiento de un PSHA . . . . .	47

3.16. Secuencia de un sistema de simulación para modelado sísmico, tomada de Tu <i>et al.</i> (2006) . . . . .	53
3.17. Secuencia propuesta por Tu <i>et al.</i> (2006) . . . . .	53
3.18. Dominio del modelo de velocidades, región centro-sur de México . . . . .	54
4.1. Representación de las metodologías desarrolladas . . . . .	56
4.2. Representación de la malla de la región SUB2 considerando la geometría de la subducción . . . . .	57
4.3. Representación en planta de la malla generada en la zona SUB2 y las distancias calculadas a Ciudad Universitaria . . . . .	57
4.4. Histograma de distancias para la región SUB2 . . . . .	58
4.5. Función de densidad de probabilidad de distancias región SUB2 . . . . .	58
4.6. Función de densidad acumulada de distancias región SUB2 . . . . .	58
4.7. Valores de tasa de excedencia y su función de densidad de probabilidad . . . . .	60
4.8. Valores SA con T=2 segundos, para un conjunto de magnitudes desde Mc a Mmáx. . . . .	61
4.9. Curvas de peligro en CU por región SUB2 y datos empíricos pro . . . . .	62
4.10. Dominio de modelación y malla en planta Hijk . . . . .	64
4.11. Mecanismos focales de regiones de subducción someras . . . . .	65
4.12. Mecanismos focales de regiones de subducción profundas . . . . .	65
4.13. Histogramas de strike, dip y rake de la región SUB2 . . . . .	66
4.14. Histogramas de strike, dip y rake de la región SUB3 . . . . .	66
4.15. Histogramas de strike, dip y rake de la región IN1 . . . . .	66
4.16. Histogramas de strike, dip y rake de la región IN2 . . . . .	66
4.17. Funciones temporales de fuente, pulsos de Yoffe . . . . .	67
4.18. Funciones de deslizamiento sin normalizar . . . . .	67
4.19. Ejemplo de un sismograma sintético obtenido con la metodología descrita . . . . .	68
4.20. Valores de aceleración espectral obtenidos en Ciudad Universitaria provenientes, en rojo con simulaciones y azul con EPMT . . . . .	69
4.21. Comparación de valores de aceleración espectral calculados en Ciudad Universitaria con magnitudes $6.5 \leq Mw \leq 8$ , y $T = 2s$ . . . . .	70
4.22. Comparación de valores de aceleración espectral calculados en Ciudad Universitaria con magnitudes $6.5 \leq Mw \leq 8$ , y $T = PGA$ . . . . .	70
4.23. Epicentro y mecanismo focal. Tomada de Reporte Preliminar Sismo de la Costa de Oaxaca, 16 de febrero de 2018, Unidad de Instrumentación Sísmica (2018) . . . . .	70
4.24. Registros de aceleración registrados en estación CUP5 de la Red Acelerográfica del Instituto de Ingeniería, sismo 16/02/18 . . . . .	71
4.25. Sismograma simulado con problema directo . . . . .	71
4.26. Sismograma simulado con reciprocidad . . . . .	71
4.27. Comparación del problema directo con la simulación . . . . .	72
5.1. Curvas de Peligro obtenidas en Ciudad Universitaria con T=PGA, debidas a las cuatro regiones consideradas, y datos empíricos obtenidos en la estación. . . . .	74

5.2.	Curvas de Peligro obtenidas en Ciudad Universitaria a distintos periodos, debidas a las cuatro regiones consideradas . . . . .	75
5.3.	Curvas de Peligro obtenidas en Ciudad Universitaria a distintos periodos, para las regiones de subducción SUB2 y SUB3 . . . . .	77
5.4.	Curvas de Peligro obtenidas en Ciudad Universitaria a distintos periodos, región IN1 e IN2 . . . . .	78
5.5.	Curvas de Peligro de regiones intraplaca e interplaca y las curvas totales . . . . .	79
5.6.	Comparación de valores de desviación estándar $\sigma$ . . . . .	80



# Introducción

---

La República Mexicana está localizada en una zona de alta sismicidad, por lo tanto, existe la amenaza o el peligro asociado que afecta a diversas regiones del país. En México ocurren en promedio 5 sismos de magnitud mayor o igual a 6.5 cada cuatro años (Kostoglodov y Pacheco, 1999) y existen estimaciones de la última mitad del siglo XX que documentan miles de muertes y decenas de miles heridos, así como los múltiples daños en estructuras y pérdidas económicas ocasionadas por sismos. Por tal razón, es de vital importancia comprender las causas y sobre todo poder estimar los efectos de los terremotos.

El estudio de los sismos y sus efectos son analizados por varias ramas de la ciencia y la ingeniería, *e.g.* geología, geofísica y sismología o bien la ingeniería sísmica y civil. En su conjunto, las ramas mencionadas persiguen, entre otros objetivos, proporcionar criterios de diseño y evaluación de estructuras que garanticen y protejan la vida y el patrimonio de los miembros de la sociedad. Uno de los aspectos fundamentales para alcanzar el objetivo mencionado es el estudio de la forma en que la energía sísmica se propaga. Sin embargo, la incertidumbre aleatoria y epistémica del modelo matemático empleado y nuestro conocimiento de sus variables afecta directa o indirectamente todos los procesos. Lo anterior hace necesario considerar estimaciones probabilistas del movimiento o peligro sísmico al que estará sujeta la infraestructura, para determinar los niveles que garanticen un comportamiento adecuado, minimizando el riesgo.

Existen diversas metodologías para determinar el peligro sísmico probabilista; en la mayoría de ellas se ha optado por métodos estadísticos, basados en las observaciones, para definir Ecuaciones de Predicción de Movimiento (EPM) con las cuales se pueden estimar parámetros del movimiento del terreno.

En la historia reciente, diversos sismos han afectado la Ciudad de México, por lo cual enfocamos nuestro estudio a un sitio específico de la misma y presentamos una estimación del

peligro reemplazando las EPM, comúnmente utilizadas, por valores obtenidos empleando simulaciones numéricas de sismos para la estación Ciudad Universitaria del Instituto de Ingeniería de la UNAM, la cual ha servido como sitio de referencia para calcular el peligro en la capital. Lo anterior atiende a la expectativa de no contar con suficientes escenarios para definir correctamente las EPM y utilizar modelos más robustos del fenómeno.

## 1.1. Objetivos

- Reducir la incertidumbre epistémica por medio de modelos más adecuados en un estudio de peligro sísmico empleando simulaciones numéricas para un sitio de interés en la Ciudad de México.
- Realizar un análisis de peligro sísmico con enfoque probabilista en un sitio de referencia de manera tradicional, con EPM y comparar con una metodología basada en el trabajo de Graves *et al.* (2011), empleando sismogramas sintéticos.
- Discutir y analizar las implicaciones en las estimaciones de peligro en la Ciudad de México.

## 1.2. Hipótesis

Se reduce la incertidumbre en el cálculo del peligro utilizando sismogramas sintéticos calculados con un modelo de velocidades del centro-sur del país.

Se puede utilizar la metodología para la estimación del peligro sísmico usando modelado tridimensional aplicada en el sur de California (Graves *et al.*, 2011), en la Ciudad de México.

## Marco Geológico y Tectónico

---

En este capítulo se aborda de manera general la geología y tectónica del territorio mexicano, prosiguiendo con un énfasis en la región central del país; zona de interés del trabajo. Se finaliza con una descripción de la regionalización sismotectónica empleada para el cálculo del peligro y las regiones consideradas en este trabajo para la evaluación del mismo.

### 2.1. Marco Tectónico

México es un país con geología y tectónica complejas, esto se debe en gran medida, a que en el país interactúan 5 placas tectónicas; la Norteamericana, la del Pacífico, la de Cocos, la de Rivera y la del Caribe.

La mayor parte del territorio mexicano está sobre la placa Norteamericana, la cual contiene a toda Norteamérica y parte del Océano Atlántico. La región de la península de Baja California se encuentra sobre la placa del Pacífico. Al sureste del país, el sur de Chiapas se encuentra sobre la placa del Caribe. Las otras dos pequeñas placas que conforman el territorio son la de Cocos y Rivera, se trata de placas oceánicas localizadas en el sur del país bajo el Océano Pacífico. La placa del Caribe se mueve en dirección este respecto a la placa Norteamericana, extendiéndose por medio del sistema de fallas Polochit-Motagua, ocasionando un movimiento de tipo transcurrente, mismo tipo de movimiento que ocurre entre las placas del Pacífico y Norteamericana en el norte de Baja California; en esta región se generan zonas de extensión en el Mar de Cortés. Por otro lado, entre las placas del Pacífico y Rivera, así como entre las placas del Pacífico y Cocos ocurren movimientos de compresión y transversales. Las placas de

Rivera y Cocos chocan con la placa Norteamericana a lo largo de la fosa Mesoamericana, es aquí donde ocurre compresión; la placa de Cocos subduce a la placa Norteamericana con una velocidad promedio de 5 cm/año, con una zona de alta fricción en la cual se originan sismos de magnitud considerables (Kostoglodov y Pacheco, 1999).

En la figura 2.1 se muestran las 5 placas que interactúan en la República.



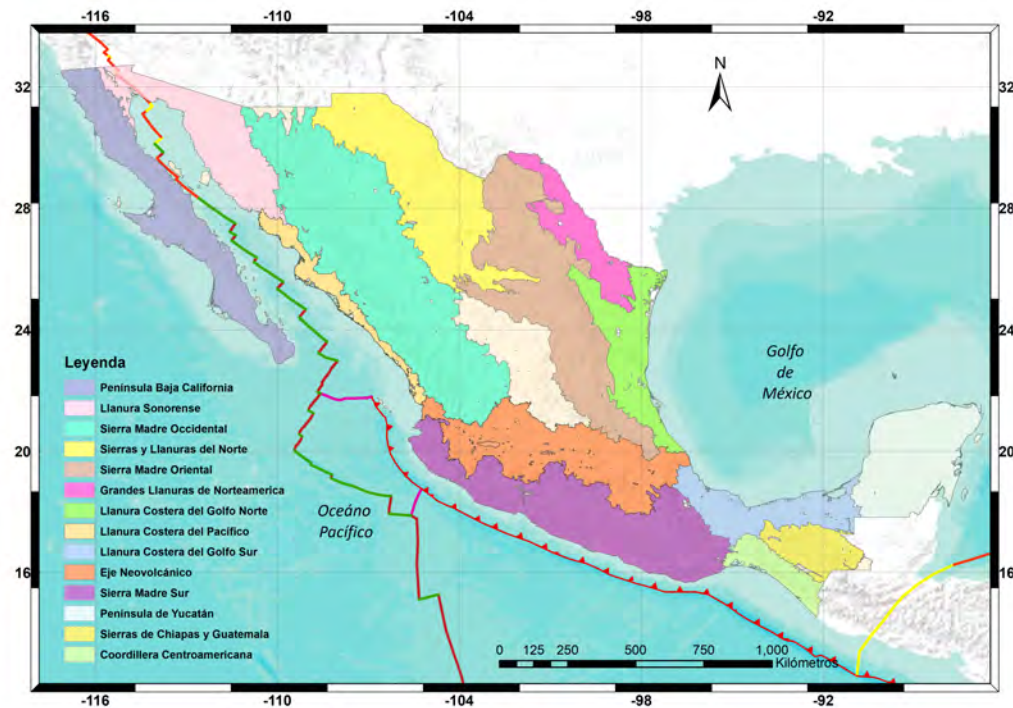
**Figura 2.1:** Placas Tectónicas que interactúan en la República Mexicana

## 2.2. Marco Geológico

El conocimiento sobre el origen y la estructura geológica de México aún es incompleto, aquí presentamos de manera breve un análisis geológico basado en los estudios desarrollados por Morán-Zenteno (1985) y diversos autores.

México tiene relieves muy variados; la fisiografía de una región implica la identificación de los rasgos del relieve y la explicación de los procesos que intervinieron en su modelado. Las provin-

cias fisiográficas son regiones en que el relieve es resultado de la acción de agentes modeladores del terreno, así como de su origen geológico, por tal razón un camino de estudio para la geología y tectónica de México es por medio de sus características fisiográficas. La República Mexicana está compuesta por distintas provincias fisiográficas con características y orígenes diversos. Actualmente se consideran 15 provincias representadas en la figura 2.2.



**Figura 2.2:** Provincias fisiográficas de la República Mexicana

La obra de Morán-Zenteno (1985) es un compendio general de la geología del país, donde se presenta una síntesis geológica de México, en el cual se estableció una división del país en diferentes regiones definidas por límites naturales: Noroeste, Norte y Noreste, Central y Sureste de México (fig. 2.3).

La zona de interés de este trabajo comprende la región Central de México, ya que es ahí donde se concentra la mayor población y el crecimiento económico de la nación. Esta región es formada por las provincias fisiográficas de la Faja Volcánica Transmexicana (FVTM) y la Sierra Madre del Sur (SMS) principalmente, así como una pequeña porción del norte de la Llanura Costera del Golfo Sur.



Figura 2.3: Regiones definidas por Morán-Zenteno (1985)

## 2.3. Geología y Tectónica de la Región Central

La región central de México tiene como límites naturales al norte septentrional de la Faja Volcánica Transmexicana; al oeste y al sur las costas del Océano Pacífico; y al este el litoral del Golfo de México y la zona del Istmo de Tehuantepec. Inmersas en esta región se encuentran las siguientes provincias fisiográficas con su correspondiente descripción geológica y tectónica:

- Faja Volcánica Transmexicana.

Es un arco volcánico que se extiende desde el Océano Pacífico hasta el Golfo de México, que representa una franja de entre 80 a 230 km de ancho. El Cinturón Volcánico comienza en la desembocadura del Río Grande de Santiago a la Bahía de Banderas y se extiende hacia el sureste hasta el volcán de Colima, continúa sobre el paralelo 19° hasta llegar al Pico de Orizaba y al Cofre de Perote, alcanzando 1,000 km de longitud. Esta es la cordillera más alta del país, con formación en el Cenozoico superior. Los principales cuerpos volcánicos que se localizan en esta provincia son estratovolcanes, *e.g.* Pico de Orizaba, Popocatepetl, Iztaccíhuatl, Nevado de Toluca y el Nevado de Colima. También, existen aparatos del tipo conos cineríticos como el Parícutín, domos riolíticos así como la presencia de calderas de colapso y explosión, tal es el caso de la caldera La Primavera en Jalisco y Los Humeros en Puebla.

Se considera que la FVTM constituye un conjunto de diversos focos de actividad con características y orientaciones distintas. Las primeras manifestaciones volcánicas en el

área del Valle de México ocurridas en el Oligoceno Superior se asocian a fracturas de orientación oeste-noroeste y este-sureste. Por el contrario, los sistemas de fracturas de los últimos eventos volcánicos (Pleistoceno y Cuaternario) muestran orientación este-oeste, como se observa en la Sierra de Chichinautzin. Existe evidencia fuerte de que la actividad del Eje Neovolcánico inició en el Oligoceno y ha continuado hasta ahora. La composición petrográfica de esta región es variable, compuesta por derrames y productos piroclásticos de composición andesítica. Sin embargo, también existen unidades dacíticas y riódacíticas, además de unidades riolíticas encontradas en las calderas principalmente (Morán-Zenteno, 1985).

La composición química de la FVTM se considera como calco-alcalina, caracterizada por la abundancia de andesitas y dacitas.

El origen de la provincia se ha relacionado principalmente con la subducción de la placa de Cocos debajo de placa Norteamericana, dicha subducción produce fusión parcial en la astenósfera, lo que origina los magmas del eje. Este arco volcánico que atraviesa la región central país presenta una dirección preferencial este-oeste en la parte central y en el oriente, mientras que en el occidente la dirección es noroeste-sureste. La orientación de las porciones central y oriental del Cinturón no es paralela a la Trinchera Mesoamericana, característica que es explicada en términos de la compleja subducción de las Placas de Cocos y Rivera, la placa Rivera buza con ángulo de  $40^\circ$  cerca de la trinchera y  $70^\circ$  por debajo del arco volcánico.

Esta provincia geológica cuenta con un número considerable de fallas activas superficiales, con el potencial de originar sismos corticales. Así como su origen, la deformación de la FVTM está asociada a la subducción a lo largo del Pacífico, este proceso genera esfuerzos de extensión y transcurrentes. Existen diversos sistemas de fallas de gran importancia, uno de ellos es el sistema de fallas Taxco-San Miguel de Allende (SFTSMA) con movimiento lateral derecho con fallas orientadas noroeste-sureste, otro el sistema Chapala-Tula (CTFS) tiene una orientación este-oeste con fallas normales principalmente. Así como el sistema de fallas Morelia-Acambay presente en la región central de la FVTM. El régimen extensional esta caracterizado por fallas normales sísmicamente activas con orientación este-oeste (Ferrari *et al.*, 2012).

- Sierra Madre del Sur.

Comprende desde el estado de Colima hasta Oaxaca, abarcando el noroeste de Guerrero, Michoacán y Estado de México; se extiende aproximadamente 1,100 km a lo largo de la costa sur del Océano Pacífico, desde Puerto Vallarta hasta el golfo de Tehuantepec, con dirección noroeste-sureste, muestra una altitud constante de poco más de 2,000 m. Dentro esta provincia se encuentran las cuencas del río Balsas, Verde y Tehuantepec.

Su geología está compuesta por rocas ígneas, sedimentarias y en mayor proporción por

rocas metamórficas. La complejidad es también a nivel estructural, ya que presenta varios dominios tectónicos yuxtapuestos. El segmento norte está compuesto por secuencias mesozoicas sedimentarias de plataforma y volcánico-sedimentarias. Hacia el sur de Michoacán y occidente del Estado de México se encuentran afloramientos volcánico-sedimentarios metamorfoseados que se encuentran cubiertos por rocas volcánicas y sedimentarias continentales del Cenozoico. El segmento sur de la Sierra del Sur está compuesto por rocas metamórficas que abarcan desde el Paleozoico al Mesozoico, mientras que la región del Pacífico, en los estados de Colima, Michoacán y norte de Guerrero, consiste en extensos afloramientos de rocas volcánicas del tipo andesíticas con capas rojas de limolita y conglomerados volcánicos con capas de caliza subarrecifal. Existen también secuencias sedimentarias de calizas de plataforma intercaladas con evaporitas cubiertas por terrígenos continentales del Cretácico Superior. En gran parte de la Sierra se han reportado montañas formadas por productos andesíticos con algunas capas de calizas y terrígenos. Parte del sector sur está formado por rocas metamórficas del conocido complejo Xolapa con intrusiones de cuerpos batolíticos de granito, el complejo Xolapa está formado por esquistos y gneis de biotita, con horizontes de cuarcita, mármol y pegmatitas (Morán-Zenteno, 1985).

El origen de la Sierra Madre del Sur se explica con el choque de las placas Cocos y Norteamericana, el cual originó el levantamiento de la misma. Sin embargo, una manera de realizar un análisis tectónico que explique el origen de los rasgos es por medio de terrenos tectono-estratigráficos; los terrenos tectono-estratigráficos son conjuntos litológicos diferentes delimitados por fallas principalmente. Dependiendo el autor, la extensión, los límites y los nombres los terrenos varían. Los terrenos localizados en la región de interés según Campa y Coney (1983) se muestran en la figura 2.4 y se describen brevemente a continuación:

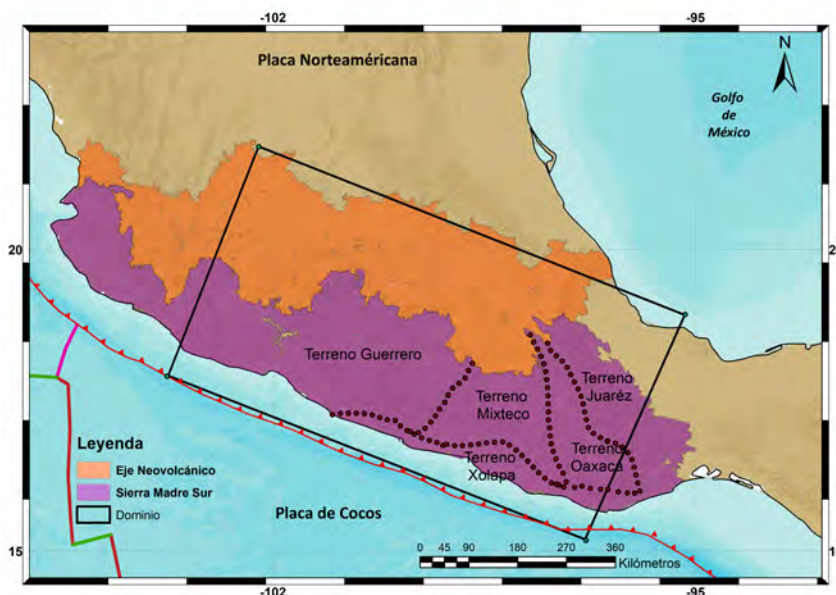
- Terreno Oaxaca. También conocido como microcontinente Oaxaca, está localizado en la región oriente de la Sierra Madre del Sur, entre las fallas de Oaxaca y Caltepec. Es el terreno que tiene el basamento más antiguo, constituido por rocas metamórficas del Precámbrico, es el resultado de la evolución de un *rift* con sedimentos continentales y posteriormente metamorfismo a facies granulíticas. Hacia el sur del terreno se encuentran rocas sedimentarias marinas, continentales y volcánicas del Cámbrico al Cenozoico.
- Terreno Mixteco. Está localizado al oeste del terreno Oaxaca, en la región central de la SMS, tiene como límites las fallas de Caltepec y Teoloapan. Su basamento es el complejo Acatlán, donde se encuentran diversos grados de metamorfismo en las rocas de este complejo. Se han reconocido dos eventos orogénicos relacionados con la interacción entre Laurentia y Gondwana. Morán-Zenteno (1985) explica este terreno como el resultado de la apertura y cierre de una cuenca oceánica, conocido como Ciclo Orográfico Wilson. Este terreno está compuesto por rocas del Paleozoico hasta



el Paleógeno Superior.

- Terreno Xolapa. Está ubicado al suroeste de los terrenos Mixteco y Oaxaca, está delimitado por una zona de cizalla de Tierra Colorada y por la cizalla de Chacalapa en Puerto Escondido. El complejo Xolapa tiene características que señalan como un antiguo arco magmático, constituido por rocas metamórficas y batolitos.
  - Terreno Guerrero. Está considerado como un terreno compuesto por los subterrenos: Teololoapan, Arcelia, Huetamo y Zihuatanejo. Se trata de sucesiones volcano-sedimentarias del Mesozoico encontradas al oeste de la falla de Teololoapan. Tiene como origen dos vertientes; una derivada de una cuenca de mar profundo sobreyaciendo secuencias volcánicas oceánicas (formación Arcelia), y la otra se trata de un margen continental con basamento granítico y soporte de un arco volcánico calcoalcalino (formación Teoloapan).
  - Terreno Juárez. También llamado Cuicateco, es una secuencia volcano-sedimentaria, conformada por areniscas y arenas calcáreas intercaladas con caliza con pedernal, lavas de composición andesítica y bloques ultramáficos. Las rocas depositadas en la cuenca corresponden al Jurásico-Cretácico temprano. Tiene características de arco volcánico, por lo que representa un límite de los terrenos de este tipo con el margen pasivo oriental del país.
- Llanura Costera del Golfo del Sur.

Comprende la costa del sur de Veracruz y prácticamente todo el estado de Tabasco, así como pequeñas zonas del norte de Oaxaca, Chiapas y del sureste de Campeche. Está limitada al poniente por la FVTM, al sur por la Sierra Madre del Sur y al oriente por la península de Yucatán. Su ancho promedio varía entre 125 y 150 km. Debido a que en esta provincia se ubican los ríos más caudalosos de México que fluyen al Golfo, los materiales depositados principales son de tipo aluvial.



**Figura 2.4:** Faja Volcánica Transmexicana y terrenos tectono-estratigráficos de la Sierra Madre del Sur

## 2.4. Regiones Sismotectónicas de México

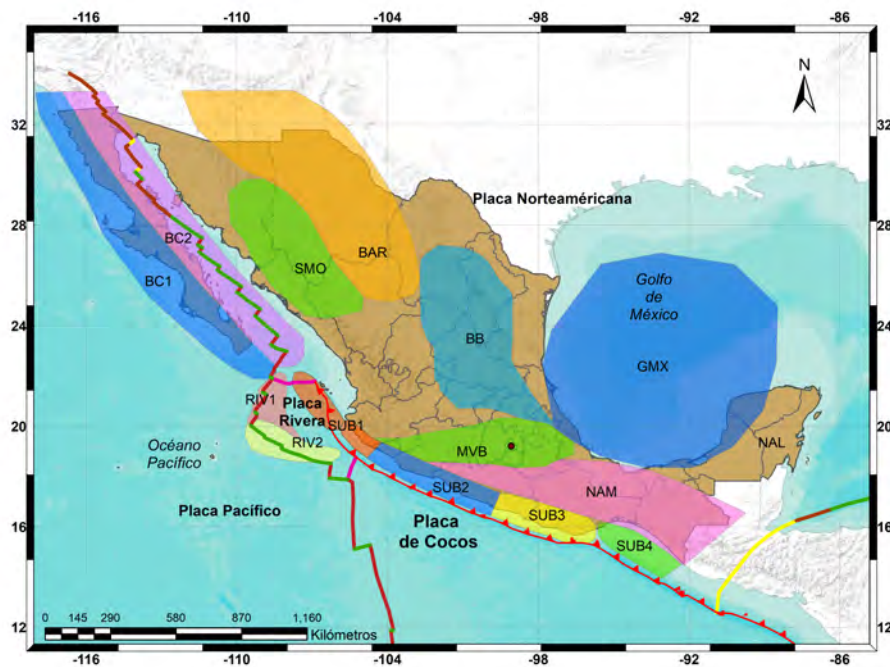
La regionalización sísmica considerada en este trabajo es la desarrollada por Zúñiga *et al.* (2017). Esta regionalización está propuesta considerando características sísmicas, geológicas y tectónicas de México, empleado los datos de sismicidad disponibles (incluye catálogos instrumentales e históricos además de información relacionada con la fuente sísmica). La regionalización sísmica empleada fue desarrollada para estudios de peligro y riesgo sísmico.

De acuerdo al catálogo recabado se estimaron los parámetros  $a$  y  $b$  de la relación Gutenberg-Richter, así como los valores de la magnitud máxima, magnitud de completitud y los valores de tiempos de recurrencia para cada zona, estos conceptos se abordan en la sección 3.10.

Las regiones sísmicas están agrupada en tres grupos representativos acorde al proceso que da origen al sismo: 1) subducción interplaca, que ocurre a lo largo de la costa del Pacífico mexicano, 2) subducción intraplaca (*in-slab*), dentro de las placas subducidas (Cocos y Rivera), y 3) sismicidad cortical. Se tuvo como resultado 18 regiones (figs. 2.5 y 2.6), la regionalización fue realizada tomando los siguientes criterios de selección:

1. Localización hipocentral de eventos de características similares.
2. Características tectónicas y geológicas comunes de la zona.
3. Mecanismos focales y/o patrones de fallamiento.
4. Complejidad de las funciones de fuente para grandes sismos de subducción.
5. La historia sísmica de cada región, *i.e.* eventos históricos.
6. Un factor de acoplamiento observado en las zonas de subducción (Pacheco *et al.*, 1993).

En la tabla 1 se presentan las características principales de cada región. Posteriormente, se describe con más detalle las cuatro zonas que se consideraron en este estudio, cuya selección se basó en su importancia para el cálculo del peligro en la Ciudad de México (mapa 2.7). Un estudio más detallado, que incluya todas las zonas, se deja para investigaciones posteriores.



**Figura 2.5:** Regiones sísmicas de México de profundidad somera  $h < 40$ km.



**Figura 2.6:** Regiones sísmicas de México de profundidad intermedia  $h \geq 40$  km.

**Tabla 1:** Características principales de la regiones sismotectónicas de México

Nombre	Prof. (km)	Características
SUB1	$h < 40$	Zona de eventos interplaca, de subducción. Zona transicional entre la convergencia de las placas Norteamericana - Rivera y Cocos - Norteamericana
SUB2	$h < 40$	Zona de eventos interplaca de subducción. Convergencia placas Cocos-Norteamericana
SUB3	$h < 40$	Zona de eventos interplaca de subducción. Zona de transición de convergencia placas Cocos - Norteamericana
SUB4	$h < 40$	Zona de eventos interplaca de subducción. Zona de convergencia placas Cocos - Caribe
IN1	$40 \leq h < 180$	Zona de eventos intraplaca en placa de Cocos. Extensión a profundidad de zona SUB2
IN2	$40 \leq h < 255$	Zona de eventos intraplaca en placa de Cocos, zona transicional. Extensión a profundidad de zona SUB3
IN3	$40 \leq h < 460$	Zona de eventos intraplaca en placa de Cocos. Extensión a profundidad de zona SUB4
MVB	$h < 20$	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. Dentro de la provincia de la Faja Volcánica Transmexicana

NAM	h <20	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. En la región sur-este del país, eventos no relacionados al régimen volcánico de la zona MVB
BC1	h <20	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Pacífico. En el oeste de Baja California
BC2	h <15	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Pacífico. En el este de Baja California, región de Cortéz
SMO	h <20	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. En el la provincia de la Sierra Madre Occidental
BAR	h <20	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. Posible extensión de la provincia Río Grande
BB	h <20	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. En la provincia de Cuenca de Burgos
RIV1	h <20	Zona de eventos interplaca, generalmente con fallamiento normal. Interface placas Pacífico - Rivera
RIV2	h <20	Zona de eventos interplaca, generalmente con fallamiento de corrimiento de rumbo. Interface placas Pacífico - Rivera
GMX	h <20	Zona de eventos intraplaca en placa Norteamericana. En la provincia del Golfo de México
NAL	h <20	Zona con escasa sismicidad, eventos intraplaca en placa Norteamericana. En la península de Yucatán

- Región SUB2.

Es la zona de mayor acoplamiento entre las placas Cocos y Norteamericana, comprende las costas de los estados de Colima, Michoacán, Guerrero y la parte oeste de Oaxaca. Esta zona presenta la mayor periodicidad de sismos con magnitudes  $M_w \geq 7$  (Zúñiga *et al.*, 2017).

Las funciones de fuente de esta región tienen rupturas complejas y simples (Singh y Mortera, 1991). Durante los últimos 100 años ocurrieron 17 eventos con  $M_s \geq 7.0$ , los cuales han causado gran daño en varias ciudades. Los últimos y más representativos ejemplos de sismos de la zona son los del 19 y 21 de septiembre de 1985 con magnitudes  $M_w=8.1$  y  $M_w= 7.6$ , respectivamente.

- Región SUB3.

Es la zona transicional entre los dos principales segmentos de la subducción de la placa de Cocos. La sección occidental está delimitada por el cambio de sismicidad cerca de la zona de fractura O’Gorman, y en la parte oriental por la zona de fractura de Tehuantepec. La diferencia entre esta región y la SUB2 es que en esta zona se observan funciones de

fuentes simples (Singh y Mortera, 1991). Otra diferencia es que la periodicidad de grandes eventos es menor que en la zona SUB2. Al igual que en la zona SUB2, ocurren eventos de profundidad somera ( $h < 40$  km) relacionados al gran acoplamiento.

Algunos de los eventos más representativos durante el siglo XX son los del 15 de abril de 1907, con  $M_s=7.7$ , el 17 de junio de 1928 con  $M_s=7.8$ , el 23 de diciembre de 1937, con  $M_s=7.5$ , y el sismo del 20 de marzo de 2012, con  $M_s=7.5$ . Los eventos mencionados afectaron principalmente a la capital del país y las ciudades de Acapulco y Oaxaca (Zúñiga *et al.*, 2017). Por otro lado, de acuerdo a registros históricos y estudios de paleosismología se determinó que el mayor sismo de esta región ocurrió un 28 de marzo del año de 1787, el cual provocó un tsunami con una gran inundación de aproximadamente 6 km, con una magnitud estimada de  $M_w=8.6$ , siendo esta la mayor magnitud estimada en México (Suárez y Albin, 2009).

- Región IN1.

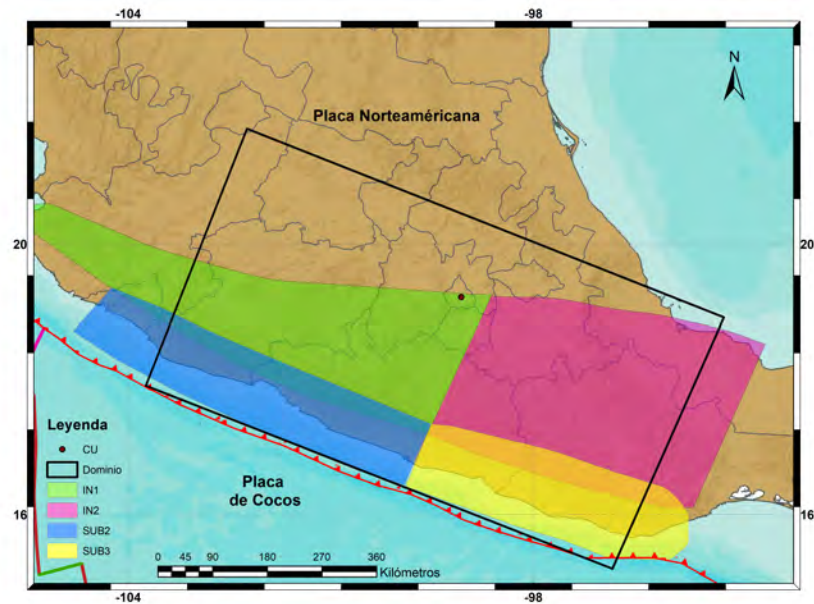
Región que corresponde a la sismicidad intraplaca bajo las regiones SUB1 y SUB2, cuyos sismos muestran mecanismos focales de tipo normal principalmente, con sus ejes de máxima tensión en dirección paralela al echado de la placa subducida. Los eventos ocurren en las placas de Rivera y Cocos, con un rango de profundidad entre 40 y 180 km, con mayor frecuencia alrededor de los 120 km de profundidad. La magnitud de dichos eventos disminuye en función de la distancia desde la trinchera (Zúñiga *et al.*, 1997).

El catálogo incluye 15 sismos con  $M_s > 6.0$ . Algunos eventos de importancia que ocurrieron en esta zona son los del 6 de julio de 1964 ( $M_s=7.2$ ) y del 18 de junio de 1858 ( $M_s=7.5$ ).

- Región IN2.

Zona que corresponde aproximadamente a la extensión de la región SUB3, región en la cual ocurren eventos intraplaca de profundidad intermedia entre 40 y 250 km. Aparentemente, se tiene una carencia de sismos *in-slab* a distancias entre 100 y 200 km de la trinchera. Los eventos de esta zona muestran fallamiento normal con ejes de tensión perpendiculares a la trinchera (Zúñiga *et al.*, 2017).

Algunos de los eventos más representativos son los ocurridos en febrero de 1911 con  $M_s=7.2$ , en febrero de 1928,  $M_s=7.7$ , y en enero de 1931  $M_s=8.0$ , entre otros. El último evento mencionado es de fallamiento normal y eventos de este tipo representan un gran riesgo para la población del centro de México. Tal es el caso del reciente sismo ocurrido el pasado 19 de septiembre de 2017 –con epicentro cerca del límite de los estados Morelos y Puebla y magnitud  $M_w=7.1$ – que provocó grandes daños, incluyendo colapsos parciales y totales, así como la muerte de muchas personas. Los daños se reportaron en los estados mencionados así como en la Ciudad de México.



**Figura 2.7:** Regiones sismotectónicas consideradas

A continuación se menciona la descripción de la región MVB, esta región no se consideró en el estudio de peligro, ya que no existen ecuaciones de predicción de movimiento de terreno que logren representar las características de esta zona, sin embargo la sismicidad y los efectos topográficos deben ser considerados para estudios de peligro (Zúñiga *et al.*, 2017).

Región correspondiente a la Faja Volcánica Transmexicana, con sismicidad cortical. A pesar de que pocos mecanismos focales han sido determinados en el MVB, todo parece indicar que los fallamientos son normales con algún corrimiento lateral izquierdo. Las direcciones de fallamiento pueden ser explicadas al balance de esfuerzo inducidos por gravedad en las altas topografías del cinturón y por los esfuerzos transmitidos por la subducción en la trinchera Mesoamericana (Zúñiga *et al.*, 2017).

Los eventos que ocurren en esta zona generalmente ocurren a 15 km o menor profundidad. Debido a su poca profundidad y proximidad a zonas urbanas algunos sismos han sido destructivos; por mencionar algunos, el 19 de noviembre 1912 con  $M_s=6.9$ , el 4 de enero de 1920  $M_s=6.4$ , con mayor magnitud  $M_w=7.2$  el sismo del 11 de febrero de 1875, ocurrido cerca de la ciudad de Guadalajara, causó gran daño, así como un evento el 27 de diciembre de 1568 con una magnitud estimada de  $M_w=7$  (Suárez *et al.*, 1994).

Los periodos de recurrencia de esta región fueron determinados con estudios de paleosismología, realizados en el graben de Acambay, revelando que los eventos corticales en esta zona poseen un importante peligro sísmico a las áreas de mayor densidad poblacional en México (Zúñiga *et al.*, 2017).



## Fundamentos Teóricos

---

En esta sección se presentan los fundamentos teóricos necesarios empleados a lo largo del trabajo. El capítulo comienza con los fundamentos de la sismología requeridos, *e.g.* la ecuación de movimiento y la ley de Hooke, enseguida se muestran teoremas y conceptos utilizados para la obtención de sismogramas sintéticos de manera eficiente, posteriormente se detalla el procedimiento para realizar el cálculo de peligro sísmico. Finalmente, se presenta una explicación sucinta del método de elemento finito aplicado al problema de propagación de ondas.

### 3.1. Esfuerzo, deformación y ecuación de onda

#### 3.1.1. Esfuerzo

Existen dos tipos de fuerzas que pueden actuar sobre un cuerpo; las fuerzas de cuerpo y las de superficie. Las fuerzas de cuerpo actúan en el interior del material, un ejemplo es la fuerza debida a la gravedad  $g$ ; la fuerza neta en un objeto con densidad  $\rho$  y volumen  $dV$  sería  $\rho g dV$ , por lo que las unidades de este tipo de fuerza son de unidad de volumen. Por otro lado, las fuerzas de superficie son las cuales actúan en la superficie de un objeto, las unidades son de fuerza por unidad de área.

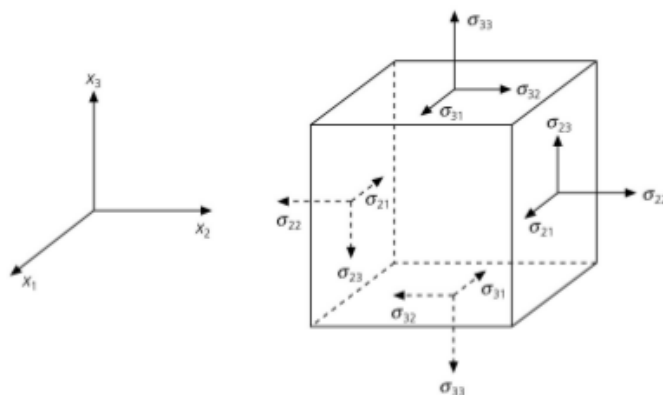
El esfuerzo es un tipo de fuerza de superficie, el cual se define como la relación que existe entre la fuerza por unidad de área en donde se aplica. Generalmente, se denota con la letra  $\sigma$ , es



representado por medio de un tensor:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

En la figura 3.1 se muestran los componentes positivos de los esfuerzos que actúan en un cubo con caras perpendiculares a los ejes, las tres componentes de la diagonal del tensor de esfuerzos  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  y  $\sigma_{33}$  son conocidos como esfuerzos normales y los seis restantes son los esfuerzos de corte. En la figura se aprecia como el esfuerzo normal positivo tiende a expandir el volumen,



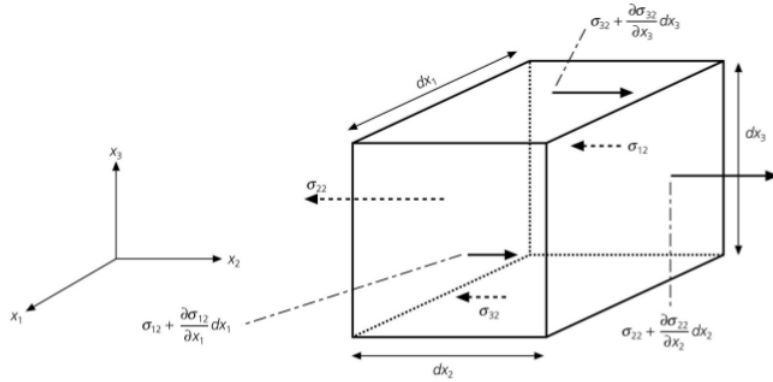
**Figura 3.1:** Componentes del tensor de esfuerzos en un volumen, tomada de Stein y Wysession (2003)

mientras que el esfuerzo normal negativo lo disminuye, por lo tanto los valores positivos de las tracciones son una tensión y los valores negativos representan una compresión. En el interior de la Tierra los materiales están sujetos a compresión ocasionada por el peso de las rocas, por tanto los esfuerzos normales son negativos. Una propiedad del tensor de esfuerzos es la simetría *i.e.*:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (3.2)$$

### 3.1.2. Ecuación de movimiento

Si se consideran las fuerzas que actúan en un bloque de material con densidad  $\rho$  y volumen  $dx_1 dx_2 dx_3$  con lados perpendiculares a los ejes coordenados (fig.3.2). La fuerza de cuerpo neta es  $f_i dx_1 dx_2 dx_3$ , donde  $f_i$  es la fuerza por unidad de volumen en el centro del cuerpo. La fuerza



**Figura 3.2:** Componentes del tensor de esfuerzos que contribuyen a la fuerza en la dirección  $x_2$ .

Tomada de Stein y Wysession (2003)

total es la suma de las fuerzas superficiales en cada cara más la fuerza del cuerpo dentro del material.

Considerando el equilibrio dinámico y tomando solamente la fuerza de superficie en la dirección  $x_2$ , que es la suma de los tres términos que se muestran en la figura 3.2, y la fuerza de cuerpo e igualando este resultado a la masa (*i.e.* la densidad por el volumen) por la aceleración se obtiene:

$$\left[ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} \right] dx_1 dx_2 dx_3 + f_2 dx_1 dx_2 dx_3 = \rho \frac{d^2 u_2}{dt^2} dx_1 dx_2 dx_3. \quad (3.3)$$

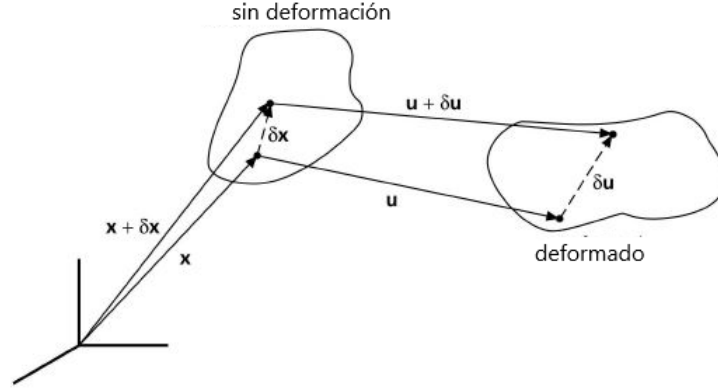
Dividiendo entre el volumen y haciendo lo mismo para las componentes  $x_1$  y  $x_3$ , el conjunto de tres ecuaciones se puede escribir en notación indicial como:

$$\frac{\partial \sigma_{ji}(x, t)}{\partial x_j} + f_i(x, t) = \rho \frac{d^2 u_i(x, t)}{dt^2}. \quad (3.4)$$

La ecuación de movimiento se satisface en todas partes de un medio continuo y representa la segunda ley de Newton ( $F = ma$ ) en términos de fuerzas de cuerpo y superficie.

### 3.1.3. Deformación

Si se tiene un cuerpo que no es rígido, al aplicarle esfuerzos presentará una deformación. El tensor de deformación describe la deformación resultante al movimiento diferencial dentro de un cuerpo.



**Figura 3.3:** Deformación proveniente del desplazamiento relativo  $\delta u$  entre dos puntos, tomada de Stein y Wysession (2003)

Considerando un elemento de un material, dentro del cual el punto original con vector de posición  $x$  se desplaza al punto  $x + u$  (fig. 3.3) y la expansión en Taylor, con un término lineal alrededor  $u(x)$ , de un punto cercano  $x + \delta x$ , se puede probar que el desplazamiento por componente de este último es  $u_i + \delta u_i$  donde  $\delta u_i$  está dado por la ec 3.5.

$$\delta u_i = \frac{\partial u_i(x)}{\partial x_j} \delta x_j. \quad (3.5)$$

Tras aplicar el desplazamiento  $u(x)$  puede haber traslaciones o rotaciones del cuerpo, por lo que para distinguir estos efectos se separa  $\delta u_i$  en dos términos, de tal forma que:

$$\delta u_i = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \delta x_j + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \delta x_j = (e_{ij} + \omega_{ij}) \delta x_j. \quad (3.6)$$

Donde  $\omega_{ij}$  representa la rotación de cuerpo rígido sin deformación y  $e_{ij}$  es el tensor de deformación. La deformación es un tensor simétrico que describe la deformación interna con componentes:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Los componentes del tensor de deformación son las derivadas espaciales del campo de desplazamiento  $u(t)$ , además estos son adimensionales porque tienen unidades de longitud sobre longitud.

### 3.1.4. Ecuaciones constitutivas de un Medio Elástico Lineal

Si a un medio se le aplican cargas o fuerzas, los esfuerzos y deformaciones cambian. La relación que describe los cambios entre los esfuerzos y deformaciones es una relación constitutiva y representa una característica macroscópica empleada en la modelación de medios continuos. En el caso de la elasticidad lineal, Robert Hooke concluyó, hace aproximadamente 300 años, que los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones. Sin embargo, en esa época no se tenían presentes conceptos como tracción y tensor y fue hasta principios del siglo XIX cuando Austin Cauchy plasmó muchas ideas y conceptos en términos de tensores (Aki y Richards, 2002). La generalización de la ley de Hooke implica que cada componente de los esfuerzos es una combinación lineal de todos los componentes del tensor de deformación, *i.e.* existen constantes  $c_{ijkl}$  tales que:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}e_{kl}, \quad (3.8)$$

donde  $\sigma_{ij}$  representa al tensor de esfuerzos y  $e_{kl}$  es el tensor de deformaciones.

$$e_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{j,k}) \quad (3.9)$$

Tomando en cuenta que las deformaciones son derivadas del desplazamiento:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}u_{k,l}. \quad (3.10)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación 3.4 tenemos una forma de la ecuación de movimiento en términos de los desplazamientos:

$$\sigma_{ij,j}(x, t) + f_i(x, t) = (c_{ijkl}u_{k,l})_{,j}(x, t) + f_i(x, t) = \rho \frac{\partial^2 u_i(x, t)}{\partial t^2}. \quad (3.11)$$

Un cuerpo que obedece a esta relación constitutiva es llamado linealmente elástico.  $c_{ijkl}$  es un tensor de orden cuatro con un total de 81 constantes o módulos elásticos, que pueden reducirse a 21 constantes independientes, por diversas consideraciones. Además, si se considera al medio como isótropo (*i.e.* un medio que presenta las mismas propiedades mecánicas en cualquier dirección) y bajo condiciones adiabáticas es posible caracterizar a un medio con dos constantes elásticas;  $\lambda$  y  $\mu$  llamadas constantes de Lamé, de tal forma que :

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}). \quad (3.12)$$

En términos de las constantes de Lamé, la ecuación constitutiva 3.8 para un material isotrópico se puede escribir como:

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}, \quad (3.13)$$

donde  $\theta$  es la dilatación. Las expresiones mostradas son obtenidas en el caso de perturbaciones pequeñas y lejos del estado de referencia, en donde los esfuerzos y deformaciones son cero. En general, suponemos que la elasticidad lineal es una aproximación útil para la sismología por la razón de las deformaciones con respecto a las longitudes de onda.

### 3.1.5. Ecuación de onda

La ecuación de movimiento tiene soluciones que describen dos tipos de propagaciones de ondas elásticas; ondas primarias y secundarias. Estos tipos de onda se propagan de forma diferente con velocidades que dependen de las propiedades elásticas del material.

Es importante resaltar que la ecuación de movimiento se puede escribir y resolver en términos de los desplazamientos, ya que los esfuerzos están relacionados con las deformaciones, que a su vez están formadas por las derivadas del desplazamiento. Como se mostró en la sección anterior, los esfuerzos y deformaciones se relacionan por medio de la relación constitutiva, por lo tanto, a pesar que la ecuación de movimiento no depende de las constantes elásticas, su solución sí. Partiendo de la ecuación de movimiento, excluyendo las fuerzas de cuerpo, para un medio continuo:

$$\sigma_{ij,j}(x, t) = \rho \frac{\partial^2 u_i(x, t)}{\partial t^2}, \quad (3.14)$$

y haciendo la expansión para la componente  $x$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}(x, t)}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}(x, t)}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_x(x, t)}{\partial t^2}, \quad (3.15)$$

y considerando la relación constitutiva 3.13 en términos del desplazamiento:

$$\sigma_{xx} = \lambda\theta + 2\mu e_{xx} = \lambda\theta + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad (3.16)$$

$$\sigma_{xy} = 2\mu e_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right), \quad (3.17)$$

$$\sigma_{xz} = 2\mu e_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right), \quad (3.18)$$

de tal forma que los términos de la ecuación de equilibrio para la componente  $x$  son

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}, \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = \mu \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial x} \right), \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} = \mu \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial^2 z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right). \quad (3.21)$$

Considerando que en un material homogéneo las constantes elásticas no varían con la posición, y empleando las definiciones de dilatación ( $\theta$ ) y laplaciano ( $\nabla^2$ ):

$$\theta = \nabla \cdot u = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}. \quad (3.22)$$

$$\nabla^2(u_x) = \nabla \cdot \nabla u_x = \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial^2 y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}, \quad (3.23)$$

se obtiene para el componente  $x$  de la ecuación de movimiento (3.14):

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \nabla^2(u_x) = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}. \quad (3.24)$$

Ecuaciones similares se pueden derivar para las componentes de desplazamiento  $y$  y  $z$ , de tal forma que:

$$(\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot u(x, t)) + \mu \nabla^2 u(x, t) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad (3.25)$$

es la representación de la ecuación de movimiento para un medio elástico isotrópico escrita en función de los desplazamientos, con la dependencia espacio-temporal escrita explícitamente (Stein y Wysession, 2003).

## 3.2. Teoremas de Unicidad y Reciprocidad

Los sismogramas sintéticos calculados para el análisis se obtuvieron por medio una metodología que emplea los tensores de deformación de Green (TDG). La técnica mencionada tiene como base el teorema de reciprocidad, y sirven para obtener sismogramas sintéticos de múltiples fuentes en un sitio de interés. Para poder entender el teorema de reciprocidad se deben tener presentes los teoremas de unicidad, de Betti, las funciones de Green y los teoremas de representación.

Por medio de los teoremas de unicidad y reciprocidad se puede demostrar que las especificaciones de las fuerzas del cuerpo a lo largo de un volumen  $V$  y las tracciones sobre toda la superficie  $S$ , son suficientes para determinar el campo de desplazamiento que se desarrollará en  $V$ , a partir de las condiciones iniciales dadas.

### 3.2.1. Teorema de Unicidad

El teorema de unicidad (Aki y Richards, 2002) establece que el campo de desplazamiento  $u(x, t)$  en todo el volumen  $V$  con superficie  $S$  está determinado de manera única después de un tiempo  $t_0$ , dadas las condiciones iniciales del desplazamiento y la velocidad de partícula en  $t_0$ , para todo el  $V$  y los valores en los tiempos  $t \geq t_0$  de:

- Las fuerzas de cuerpo  $f$  y el calor suministrado  $Q$  al volumen  $V$

- Las tracciones  $T$  sobre cualquier parte de  $S_2$  de  $S$
- Desplazamiento sobre el resto  $S_2$  de  $S$ , teniendo  $S_1 + S_2 = S$

### 3.2.2. Funciones de Green

La función de Green es el campo de desplazamientos debido a una excitación de tipo impulsiva (fuente simple) en espacio y tiempo.

La  $i$ -ésima componente del desplazamiento en la ubicación  $\bar{x}$  y el tiempo  $t$ , debida a una fuerza impulsiva que actúa en la dirección  $\hat{x}_n$  con ubicación  $\bar{\xi}$  y tiempo  $\tau$ , se conoce como la función de Green, y en general se denota como:

$$G_{in}(\bar{x}, t; \bar{\xi}, \tau). \quad (3.26)$$

Considerando una fuerza de cuerpo  $f_i$  aplicada impulsivamente en la dirección  $n$  a una partícula en espacio y tiempo ( $x = \xi$ ,  $t = \tau$ ); la cual se expresamos como un producto de dos deltas de Dirac, *i.e.* :

$$f_i(\bar{x}, t) = A\delta_{in}(\bar{x} - \bar{\xi})\delta(t - \tau) \quad (3.27)$$

Donde  $A$  es una constante que representa la magnitud del impulso,  $\delta$  la función delta de Dirac, y  $\delta_{in}$  es la función delta de Kronecker. La expresión anterior depende de la dirección, la posición y el tiempo en el que se aplica la fuerza.

Si resolvemos la ecuación de onda para un medio elástico en el que la fuerza se aplica en la dirección  $n$ :

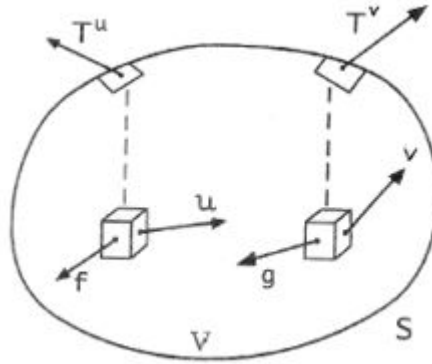
$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} G_{in}(\bar{x}, t; \bar{\xi}, \tau) = \delta_{in} \delta(\bar{x} - \bar{\xi}) \delta(t - \tau) + \frac{\partial}{\partial x_j} (c_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_l} G_{kn}(\bar{x}, t; \bar{\xi}, \tau)). \quad (3.28)$$

válida en todo  $V$ , y sujeta a ciertas condiciones iniciales y de frontera, obtenemos un solución por cada  $n$ , por lo cual podemos expresar de manera condensada la función de Green en un tensor de segundo orden, donde el primer índice da la dirección del desplazamiento debido a una fuerza con dirección dada por el segundo índice.

### 3.2.3. Teorema de Reciprocidad (Teorema de Betti)

Este teorema relaciona los desplazamientos correspondientes a dos problemas sujetos a sistemas de fuerzas y tracciones que actúan sobre el mismo volumen  $V$ , rodeado por una superficie  $S$ . En cada caso, el sólido está sujeto a condiciones iniciales y de frontera cuyas soluciones son  $U_i$  y  $V_i$ , *i.e.* con

$$\left. \begin{array}{l} \bar{f}(\bar{x}, t) \\ \bar{T}^u(\bar{x}, t) \end{array} \right\} \bar{u}(\bar{x}, t) \qquad \left. \begin{array}{l} \bar{g}(\bar{x}, t) \\ \bar{T}^v(\bar{x}, t) \end{array} \right\} \bar{v}(\bar{x}, t)$$



**Figura 3.4:** Un cuerpo de volumen  $V$  rodeado por una superficie  $S$ , con los desplazamientos en  $u$  y  $v$  debido a las fuerzas de cuerpo  $f$  y  $g$ , tomada de Bullen y Bolt (1986)

Ambas soluciones satisfacen la ecuación de onda. Si se toma el producto escalar de los vectores  $u_i$  y  $v_i$ , con la ecuación del problema complementario, respectivamente, integrando e igualando las dos ecuaciones obtenemos:

$$\int_V (f_i - \rho \ddot{u}_i) v_i dV + \int_S T_i^{\bar{u}} v_i dS = \int_V (g_i - \rho \ddot{v}_i) u_i dV + \int_S T_i^{\bar{v}} u_i dS. \quad (3.29)$$

Esta ecuación representa el teorema de Betti, donde se observa la relación que existe entre los desplazamientos correspondientes a dos sistemas de fuerzas y tracciones actuando en un mismo volumen.

Para obtener el teorema de Betti restringido a sistemas causales, se realiza la integración en tiempo de la ecuación (3.29):

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_V \rho (\ddot{u}_i v_i - u_i \ddot{v}_i) dV = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_V (v_i f_i - u_i g_i) dV + \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_S (v_i T_i^{\bar{u}} - u_i T_i^{\bar{v}}) dS. \quad (3.30)$$



Se evalúa el sistema en  $t_1 = t$  y  $t_2 = \tau - t$  y cambiando el orden de integración, el lado izquierdo resulta:

$$\int_V dV \int_{-\infty}^{\infty} \rho [\ddot{u}_i(t)v_i(\tau - t) - u_i(t)v_i(\tau - t)] dt. \quad (3.31)$$

La causalidad implica que el medio está en reposo hasta ser perturbado, o:

$$\left. \begin{array}{l} u_i = \dot{u}_i = 0 \\ v_i = \dot{v}_i = 0 \end{array} \right\} t \leq 0.$$

La ecuación (3.31) toma la siguiente forma, sobre el rango temporal  $(0 - \tau)$ :

$$\int_0^{\tau} \rho \frac{\partial}{\partial t} [u_i(t)v_i(\tau - t)u_i(t)] dt = \rho [u_i(\tau)v_i(0) + v_i(0)u_i(\tau) - u_i(0)v_i(\tau) - v_i(\tau)u_i(0)] = 0. \quad (3.32)$$

El lado izquierdo es cero (debido a la causalidad), por lo que el lado derecho de la ecuación (3.32) resulta:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_V (u_i g_i - v_i f_i) dV = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_S (v_i T_i^{\bar{u}} - u_i T_i^{\bar{v}}) dS. \quad (3.33)$$

Desarrollando ambos lados de la ecuación, el teorema de Betti con pasado “quieto” toma la siguiente forma:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_V [\bar{u}(\bar{x}, t) \cdot \bar{g}(\bar{x}, \tau - t) - \bar{v}(\bar{x}, \tau - t) \cdot \bar{f}(\bar{x}, t)] dV = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_S [\bar{v}(\bar{x}, t - \tau) \cdot T^{\bar{u}}(\bar{x}, t) - \bar{u}(\bar{x}, t) \cdot T^{\bar{v}}(\bar{x}, \tau - t)] dS. \quad (3.34)$$

Este resultado no involucra las condiciones iniciales para  $u$  o  $v$ , además sigue siendo cierto incluso si las cantidades  $u$ ,  $\ddot{u}$ ,  $T(u, n)$  y  $f$  son evaluadas en tiempo  $t_1$  pero  $v$ ,  $\ddot{v}$ ,  $T(v, n)$  y  $g$  son evaluados a un tiempo diferente  $t_2$ . Tomando en cuenta los conceptos de función de Green mencionados, el teorema de Betti y las condiciones iniciales:

$$\left. \begin{array}{l} G(\bar{x}, t; \bar{\xi}, \tau) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} G(\bar{x}, t; \bar{\xi}, \tau) = 0 \end{array} \right\} \text{para } t \leq \tau \ \& \ \bar{x} \neq \bar{\xi}.$$

Considerando que estas condiciones son independientes del tiempo, *i.e.* el tiempo de origen puede ser cambiado a voluntad, a continuación se muestran las posibles formas de reciprocidad de la función de Green (Aki y Richards, 2002):

- Reciprocidad Temporal, con condiciones de frontera independientes del tiempo (*i.e.* frontera rígida), dependencia del tiempo solo a través de  $(\tau - t)$  :

$$G(\bar{x}, t; \bar{\xi}, \tau) = G(\bar{x}, t - \tau; \bar{\xi}, 0) = G(\bar{x}, -\tau; \bar{\xi}, -t). \quad (3.35)$$

- Si  $G$  satisface condiciones de frontera homogéneas en  $S$ , la ec. 3.34 se emplea para obtener otra relación recíproca para la posición de fuente y receptor, considerando los sistemas:

- $f_i(\bar{x}, t) = \delta_{im}\delta(\bar{x} - \bar{\xi}_1)\delta(t - \tau_1) \rightarrow u_i(\bar{x}, t) = G_{im}(\bar{x}, t; \bar{x}_{i1}, \tau_1),$

- $g_i(\bar{x}, t) = \delta_{in}\delta(\bar{x} - \bar{\xi}_2)\delta(t + \tau_2) \rightarrow v_i(\bar{x}, t) = G_{in}(\bar{x}, t; \bar{x}_{i2}, -\tau_2).$

Se tiene:

$$G_{nm}(\bar{\xi}_2, \tau + \tau_2; \bar{\xi}_1, \tau_1) = G_{mn}(\bar{\xi}_1, \tau - \tau_1; \bar{\xi}_2, -\tau_2). \quad (3.36)$$

- Reciprocidad puramente espacial, con condición de frontera libre de tracciones en  $S$  con  $\tau_1 = \tau_2 = 0$ :

$$G_{nm}(\bar{\xi}_2, \tau; \bar{\xi}_1, 0) = G_{mn}(\bar{\xi}_1, \tau; \bar{\xi}_2, 0), \quad (3.37)$$

- Reciprocidad espacio-temporal con  $\tau = 0$ :

$$G_{nm}(\bar{\xi}_2, \tau_2; \bar{\xi}_1, \tau_1) = G_{mn}(\bar{\xi}_1, -\tau_1; \bar{\xi}_2, -\tau_2). \quad (3.38)$$

### 3.3. Teoremas de Representación

Considerando la forma integral del teorema de Betti representada en la ecuación 3.34, y empleando la función de Green para uno de los campos de desplazamiento, se puede obtener la representación del otro campo de desplazamiento.

Si suponemos que estamos interesados en encontrar una expresión para el desplazamiento  $u$  debido a las fuerzas de cuerpo  $f$  a través de  $V$  y con las condiciones de frontera en  $S$ , se sustituye en la ecuación 3.34 la fuerza de cuerpo  $g_i = \delta_{in}\delta(x - \xi)\delta(t)$ , cuya correspondiente solución es  $v_i(x, t) = G_{in}(x, t; \xi, 0)$ , así:

$$\begin{aligned} u_n(\xi, \tau) = & \int_{-\infty}^{\infty} dt \iiint_V f_i(x, t) G_{in}(x, \tau - t; \xi, 0) dV \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} dt \iint_S [G_{in}(x, \tau - t; \xi, 0) T_i(u(x, t), n) \\ & - u_i(\xi, \tau) c_{ijkl} n_j G_{kn,l}(x, \tau - t; \xi, 0)] dS. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Para poder tener una interpretación física de la ecuación anterior es de ayuda intercambiar las variables  $x$  por  $\xi$  y  $t$  por  $\tau$ , esto para que  $(x, t)$  sea la posición y tiempo en donde el

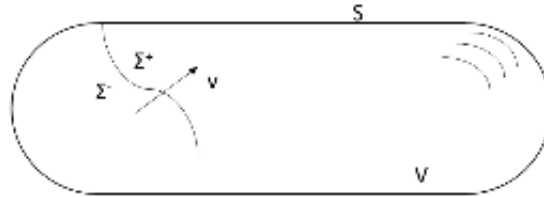
desplazamiento es evaluado.

$$\begin{aligned}
 u_n(x, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iiint_V f_i(\xi, \tau) G_{in}(\xi, t - \tau; x, 0) dV \\
 & - \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iint_S [G_{in}(\xi, t - \tau; x, 0) T_i(u(\xi, \tau), n)] \\
 & \quad - u_i(\xi, \tau) c_{ijkl} n_j G_{kn,l}(\xi, t - \tau; x, 0)] dS.
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Esta ecuación representa el primer teorema de representación, el cual establece que el desplazamiento  $u$  en un punto determinado está dado por las contribuciones debidas a la fuerza  $f$  a través de  $V$ , más las contribuciones debidas a la tracción  $T(u, n)$  y al desplazamiento mismo de  $u$  en  $S$  (Aki y Richards, 2002). Sin embargo, esta representación no es la adecuada para tomar en cuenta las tres contribuciones;  $x$  es el punto de observación, así que el desplazamiento total en ese punto puede ser obtenido considerando la suma (integral) de las contribuciones de los desplazamientos en  $x$  debida a cada elemento de volumen y superficie. Por tal motivo el teorema de reciprocidad para  $\mathbf{G}$  debe ser incluido. Aplicando reciprocidad espacial  $G_{in}(\xi, t - \tau; x, 0) = G_{ni}(x, t - \tau; \xi, 0)$  (ver 3.37) se puede probar solo si  $\mathbf{G}$  satisface condiciones de frontera homogéneas en  $S$ , mientras que la ecuación 3.40 es válida para *cualquier* función de Green establecida por una fuerza impulsiva en la dirección  $n$  en  $\xi = x$  y  $\tau = t$ .

### 3.3.1. Representación para una superficie interna

El teorema de representación obtenido en la sección anterior es una poderosa ayuda en el estudio de la fuente sísmica, si la superficie  $S$  incluye dos superficies internas adyacentes. Para esta aplicación se considera la superficie de  $V$  que consiste en una superficie externa  $S$  y dos superficies internas nombradas  $\Sigma^+$  y  $\Sigma^-$ , las cuales son las caras opuestas de la falla (fig. 3.5).



**Figura 3.5:** Representación de un cuerpo elástico finito con volumen  $V$ , superficie externa  $S$  y superficie interna  $\Sigma$ , tomada de Aki y Richards (2002)

Si un salto o deslizamiento ocurre a través de  $\Sigma$  ( $[u] = u|_{\Sigma^+} - u|_{\Sigma^-}$ ), el campo de desplazamientos es discontinuo y la ecuación de movimiento no satisface en la superficie  $S$ ; sin embargo, se

satisface en todo el *interior* del volumen delimitado por la superficie  $S + \Sigma^+ + \Sigma^-$ , por lo que se pueden aplicar en los resultados de la sección previa.

Si en la superficie  $S$  se supone que  $u$  y  $G$  satisfacen las mismas condiciones de frontera en  $S$  (aunque no en  $\Sigma$ ), partiendo de la ecuación 3.40 y empleando la ecuación 3.37 se tiene la siguiente representación renombrando algunas variables e índices:

$$\begin{aligned}
 u_n(x, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iiint_V [f_p(\eta, \tau)] G_{np}(x, t - \tau; \eta, 0) dV(\eta) \\
 & + \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iint_{\Sigma} [u_i(\xi, \tau) c_{ijpq} \nu_j \partial G_{np}(x, t - \tau; \xi, 0) / \partial \xi_q \\
 & \quad - [G_{np}(x, t - \tau; \xi, 0) T_p(u(\xi, \tau), \nu)] d\Sigma.
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

En esta representación, se emplea  $\eta$  como una posición general dentro de  $V$ , y  $\xi$  como posición general en  $\Sigma$ , pero todavía no se han impuesto las condiciones de frontera en  $\Sigma$ . Aunque la elección de  $[u]$  debe ajustarse a las propiedades reales de desplazamiento y tracción a través de una superficie de la ruptura de falla,  $G$  se puede elegir de cualquier manera que resulte útil. La manera más común y simple es establecer una propiedad que defina a  $G$  en  $\Sigma$ , tal que  $G$  satisfaga la ecuación de movimiento incluso en  $\Sigma$ . Esta es la función de Green más fácil de calcular para el volumen  $V$ , y la ecuación anterior se reduce a:

$$u_n(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iint_{\Sigma} [u_i(\xi, \tau)] c_{ijpq} \nu_j \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np}(x, t - \tau; \xi, 0) d\Sigma. \tag{3.42}$$

Esta expresión establece que es suficiente conocer el desplazamiento en la falla para determinar el desplazamiento en cualquier punto del dominio.

Se esperaría que los movimientos ocurridos en la falla establecerían ondas que serían difractadas de alguna manera por la superficie de la falla. Aunque esta interacción complica la determinación de la función de deslizamiento  $[u(\xi, \tau)]$ , esto no entra en la determinación de la función de Green usada en la expresión 3.42. Muchos sismólogos han empleado esta representación para calcular los movimientos establecidos por algunos modelos de funciones de deslizamiento.

### 3.4. Momento Sísmico

La magnitud de los sismos está relacionada con la energía liberada. Una medida del tamaño de los sismos es por medio del momento sísmico escalar  $M_0$ , que es uno de parámetros fundamentales que podemos usar para medir la cantidad de energía liberada de un sismo causada por el deslizamiento de la falla.

Los valores de  $M_0$  tienen rangos de aproximadamente  $10^{30} \text{ dinas} - \text{cm}$  para grandes sismos *e.g.* en Chile 1960 y Alaska 1964, de  $10^{12} \text{ dinas} - \text{cm}$  para pequeños sismos y de  $10^5 \text{ dinas} - \text{cm}$  para pequeñas fracturas en experimentos de laboratorio. El momento sísmico escalar se define como:

$$M_0 = \mu[\bar{u}]A. \quad (3.43)$$

Visto de manera temporal tenemos la función de momento sísmico:

$$M(t) = \mu D(t)S(t). \quad (3.44)$$

Esta ecuación describe el proceso de fallamiento en términos de la rigidez del material y de la historia de tiempo del deslizamiento (*slip*)  $D(t)$  y del área de la falla  $S(t)$ .

Si se desea analizar un sismo en un sistema tridimensional, se obtienen nueve pares de fuerza (fig. 3.6), esto se representa en una matriz cuadrada de  $3 \times 3$ .

$$M = \begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & M_{yy} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & M_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

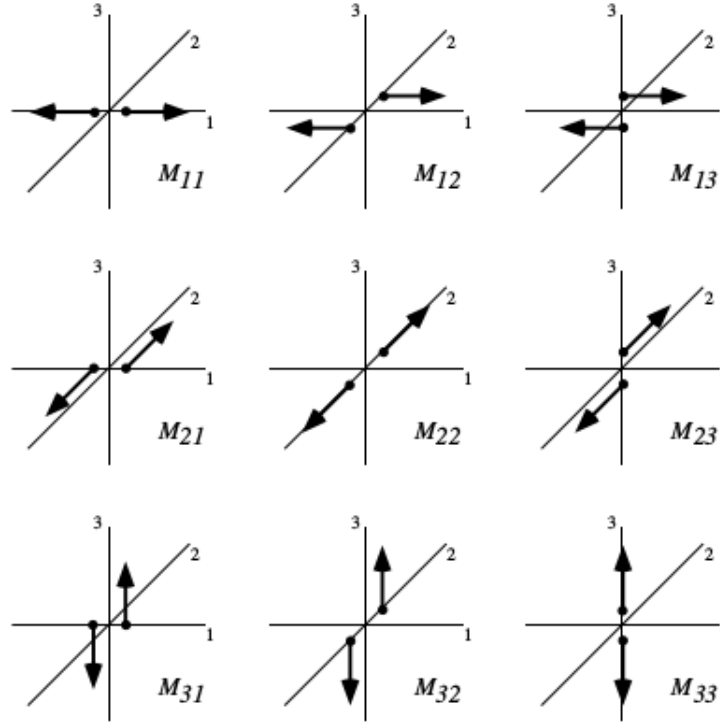
A esta representación se le conoce como tensor de momento sísmico  $M$ , y es una cantidad que depende del tamaño de la fuerza de la fuente y de la orientación de la falla, caracteriza toda la información sobre la fuente que puede ser obtenida de la observación de las ondas cuyas longitudes de onda sean mayores que la dimensión lineal de  $\Sigma$ . Para este caso, la fuente es considerada como puntual y tiene un patrón de radiación asociado, en la práctica el tensor de momento sísmico puede ser estimado para un sismo empleando datos telesísmicos de periodo largo.

Es común emplear tensores de momento sísmico confinados a fuentes que tienen fuerzas equivalentes dadas por pares de fuerzas, tales fuentes incluyen fallas geológicas (de cizalla) y explosiones, con  $M$  como un tensor de segundo orden.

Para fuentes de extensión finita se introduce el término de tensor densidad de momento sísmico,  $m$ , el cual puede ser pensado como  $dM/d\Sigma$ , o como  $dM/dV$  para una fuente de volumétrica (Aki y Richards, 2002). Para derivar el tensor de densidad de momento partamos de la ecuación de un desplazamiento debido a un deslizamiento o salto en  $[u_i]$  cuya representación 3.42 es:

$$u_n(x, t) = \iint_{\Sigma} [u_i] \nu_j c_{ijpq} * \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np} d\Sigma. \quad (3.46)$$

La suma sobre  $q$  en la ecuación 3.42 nos dice que cada componente de desplazamiento en  $x$  es equivalente al efecto de la suma de pares distribuidos en  $\Sigma$ . Para las tres componentes de fuerza y las tres posibles direcciones, hay nueve pares generalizados (fig. 3.6), esto es equivalente a las fuerzas de superficie correspondientes a los elementos infinitesimales  $d\Sigma(\xi)$  y puede ser representado como una combinación de nueve pares.



**Figura 3.6:** Los nueve posibles pares de fuerza requeridos para representar las fuerzas equivalentes de un desplazamiento en una falla finita, tomada de Shearer (2009)

Las dimensiones de  $[u_i]\nu_j c_{ijpq}$  son de momento por unidad de área, y la contribución de  $\xi$  tiene que ser una densidad superficial, pesada por los elementos infinitesimales  $\Sigma$  para dar una contribución de momento. Se define:

$$m_{pq} = [u_i]\nu_j c_{ijpq} \quad (3.47)$$

como los componentes del tensor densidad de momento. En términos de la simetría de este tensor, que es independiente del tiempo, el teorema de representación para desplazamiento en  $x$  debido a un desplazamiento discontinuo  $[u(\xi, \tau)]$  a través de  $\Sigma$  es:

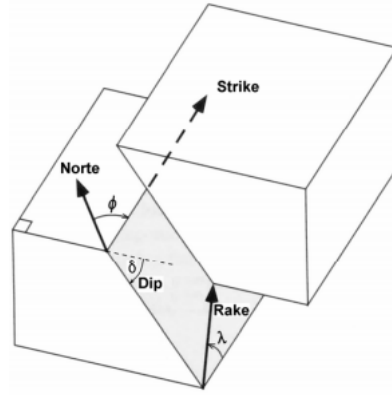
$$u_n(x, t) = \iint_{\Sigma} m_{pq} * G_{np,q} d\Sigma. \quad (3.48)$$

Ahora, para un cuerpo isotrópico, y a partir de las ecuaciones 3.12 y 3.47, se tiene:

$$m_{pq} = \lambda \nu_k [u_k(\xi, \tau)] \delta_{pq} + \mu (\nu_p [u_q(\xi, \tau)] + \nu_q [u_p(\xi, \tau)]). \quad (3.49)$$

Además, si el deslizamiento es paralelo a  $\Sigma$  en  $\xi$ , el producto escalar  $\nu \cdot [u]$  es cero y:

$$m_{pq} = \mu (\nu_p [u_q] + \nu_q [u_p]). \quad (3.50)$$



**Figura 3.7:** Representación del strike, dip y rake de una falla

Donde los vectores  $\nu$  y  $u$  son el vector normal al plano de falla y el vector de deslizamiento (*slip vector*):

$$\nu_{pq} = \hat{n} = \begin{pmatrix} -\sin \delta \sin \phi_f \\ -\sin \delta \cos \phi_f \\ \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (3.51)$$

y

$$u_{pq} = \hat{d} = \begin{pmatrix} \cos \lambda \cos \phi_f + \sin \lambda \cos \delta \sin \phi_f \\ -\cos \lambda \sin \phi_f + \sin \lambda \cos \delta \cos \phi_f \\ \sin \lambda \sin \delta \end{pmatrix}. \quad (3.52)$$

Donde  $\phi$  es el *Strike*,  $\delta$  es el *Dip* y  $\lambda$  representa al *Rake*, figura 3.7

- *Strike*: El Strike de una falla corresponde al rumbo, representa el ángulo que hay entre una línea creada por la intersección del plano de falla y una superficie horizontal, con respecto al norte, por lo que sus valores pueden ser  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .
- *Dip*: Corresponde al echado de una falla, es el ángulo entre la falla y un plano horizontal. ( $0^\circ$  a  $90^\circ$ ), se conoce también como buzamiento del plano de falla.
- *Rake*: Corresponde al ángulo de “deslizamiento”, describe el movimiento relativo del bloque de techo, respecto al bloque de piso, se mide sobre el plano de falla ( $-90^\circ$  a  $90^\circ$ ).

Si el tensor de momento es igual a la integral de densidad de momento sobre  $\Sigma$ , para una fuente puntual se tiene:

$$u_n(x, t) = M_{pq} * G_{np,q}. \quad (3.53)$$

Así, un campo de desplazamientos puede ser obtenido si se tiene la función de Green y el tensor de momento (Aki y Richards, 2002).

### 3.5. Tensor de deformación de Green

Con el objetivo de obtener la respuesta en diferentes estaciones, provocada por dislocaciones simples se deben calcular las deformaciones en ciertos puntos provocadas por fuerzas ortogonales aplicadas en las estaciones, los Tensores de deformación de Green (SGT por sus siglas en inglés Zhao *et al.* (2006); Lee *et al.* (2011)) y junto con los teoremas de reciprocidad y representación es posible calcular los desplazamientos provocados por diferentes fuentes utilizando los SGT.

En general, el tensor de deformación en un punto  $r_s$  debido a una fuerza impulsiva en dirección  $n$  con  $n = 1, 2, 3$  ubicado en  $r_r$  tiene la forma:

$$\varepsilon_{ij}(r_s, t; r_r) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial G_{jn}(r_s, t; r_r)}{\partial x_i} + \frac{\partial G_{in}(r_s, t; r_r)}{\partial x_j} \right]. \quad (3.54)$$

donde  $G_{pn}(r_s, t; r_r)$  es la función de Green o el desplazamiento en  $p = i, j$ , debido a una fuerza impulsiva que actúa en la dirección  $n$ . Considerando las deformaciones en las  $n$  direcciones, el tensor de deformación (ec. 3.54) se puede reescribir como:

$$H_{ijn}(r_s, t; r_r) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial G_{jn}(r_s, t; r_r)}{\partial x_i} + \frac{\partial G_{in}(r_s, t; r_r)}{\partial x_j} \right], \quad (3.55)$$

con  $H_{ijn}$  siendo el SGT un tensor de tercer orden, el cual está definido como el campo de deformación espacio-temporal en el dominio de interés sujeto a un sistema de fuerzas ortogonales aplicadas de manera independiente. Por otro lado el tensor de momento— suponiendo que  $\phi$ ,  $\delta$  y  $\lambda$  son constantes – se puede expresar como:

$$M_{ij}(\phi, \psi, \theta, t) = Ms_{ij}(\phi, \delta, \lambda)f(t) \quad (3.56)$$

donde  $f(t)$  es una función de deslizamiento y  $Ms_{ij}$ , el producto del tensor de deformación  $H_{ijn}$  por el tensor de momento  $M_{ij}$  es:

$$H_{ijn}(r_s, t; r_r)M_{ij}(\phi, \delta, \lambda, t) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial G_{jn}(r_s, t; r_r)}{\partial x_i} + \frac{\partial G_{in}(r_s, t; r_r)}{\partial x_j} \right] Ms_{ij}(\phi, \delta, \lambda)f(t), \quad (3.57)$$

Aplicando la reciprocidad espacial de la función de Green (ec. 3.37) e identificando los índices libres tenemos:

$$H_{ijn}(r_s, t; r_r)M_{ij}(\phi, \psi, \theta, t) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial G_{ni}(r_t, t, r_s)}{\partial x_j} Ms_{ji}(\phi, \delta, \lambda) + \frac{\partial G_{in}(r_r, t, r_s)}{\partial x_j} Ms_{ij}(\phi, \delta, \lambda) \right] f(t), \quad (3.58)$$



Tomando en cuenta la simetría del tensor de momento, la ecuación 3.58 puede ser escrita como:

$$H_{ijn}(r_s, t; r_r)M_{ij}(\phi, \delta, \lambda, t) = \left[ \frac{\partial G_{in}(r_t, t, r_s)}{\partial x_j} m_{ij}(\phi, \delta, \lambda) \right] \delta(t), \quad (3.59)$$

por lo tanto, el desplazamiento  $u_n(r_r, t, r_s)$  en  $r_r$  debido a una fuente puntual ubicada en  $r_s$  sería (Lee *et al.*, 2011):

$$u_n(r_r, t, r_s) = H_{ijn}(r_s, t, r_r)M_{ij}(\phi, \delta, \lambda, t). \quad (3.60)$$

por lo cual es posible calcular cualquier desplazamiento provocado por una fuente ubicada en  $r_s$ , si se tienen disponibles las deformaciones inducidas por un conjunto de tres fuerzas ortogonales posicionadas en  $r_r$  y teniendo el mecanismo de la fuente. Es importante notar que la aproximación descrita es válida para el caso estático y dinámico, además resulta muy eficiente para problemas donde el número de fuentes supera en gran medida el número de receptores (*i.e.* estaciones) en donde es necesario obtener los desplazamientos, esto es ejecutable con simulaciones robustas numéricas para simular la propagación de ondas y calcular las deformaciones.

## 3.6. Función temporal de fuente

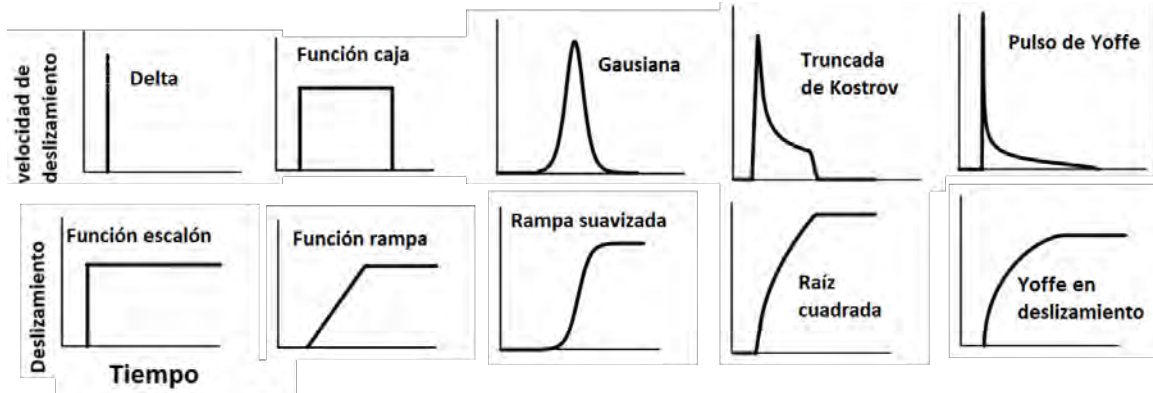
Una señal sísmica registrada se puede aproximar a la combinación de un conjunto de funciones que representa la contribución de la fuente, la estructura a través de la cual las ondas sísmicas se propagan y el instrumento de grabación (sismómetro). Por lo que un sismograma, donde la no linealidad es despreciable, se puede escribir como:

$$u(t) = f(t) * g(t) * i(t), \quad (3.61)$$

donde  $f(t)$  es la función de fuente temporal (*source time function*, STF),  $g(t)$  representa los efectos de la estructura de la tierra y  $i(t)$  representa la respuesta instrumental del sismómetro.

En el caso de una falla pequeña que se desliza instantáneamente, la función de momento sísmico (ec. 3.44) se puede aproximar con una función escalón, cuya derivada es una función delta. Sin embargo, las fallas reales tienen historias de deslizamiento más complejas —hay que recordar que la función de momento sísmico es la historia de desplazamiento por  $\mu A$ . Algunas parametrizaciones sencillas del deslizamiento y su velocidad se presentan en la figura 3.8, modificada de Tinti *et al.* (2005). Una manera general de representar la función de fuente, que es un término utilizado para la velocidad de deslizamiento, consisten en la combinación lineal de triángulos o alguna otra base temporal.

En este trabajo se eligió trabajar con la función de fuente Yoffe (Nielsen y Madariaga, 2003), que toma en cuenta el “tiempo de ascenso”, mejor conocido como *rise time* ( $\tau_R$ ).



**Figura 3.8:** Funciones de velocidad de deslizamiento y de (*slip*)

$$Y(t) = \frac{2}{\pi\tau_R} H(t)H(\tau_R - t) \sqrt{\frac{\tau_R - t}{t}}. \quad (3.62)$$

donde es la función de Heaviside:  $H(t) \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$

### 3.7. Procesamiento de señales

Es común representar un sismograma, la señal en función del tiempo grabada por un sismómetro, como la convolución en tiempo (ec. 3.61) de la fuente  $f(t)$ , la estructura de la Tierra  $g(t)$  y el instrumento  $i(t)$ , o bien como el producto de las funciones de transferencia en el dominio de la frecuencia como

$$U(\omega) = F(\omega)G(\omega)I(\omega). \quad (3.63)$$

Es importante mencionar que esta aproximación es válida siempre y cuando las contribuciones se encuentren en el rango lineal.

El procesamiento de señales se considera como un conjunto de técnicas para estudiar series o señales, generalmente en función del tiempo o espacio. En términos generales se puede filtrar una señal o aplicar alguna operación que la modifique. El sismómetro funciona como un filtro, ya que el registro grabado del movimiento del suelo difiere del movimiento del suelo real. Asimismo, hay procesos en la Tierra tales como la dispersión o atenuación que tienen efectos que se pueden describir como filtros actuando en el campo de ondas. Por otro lado, conscientemente se pueden aplicar filtros para destacar partes de un sismograma y suprimir otras.

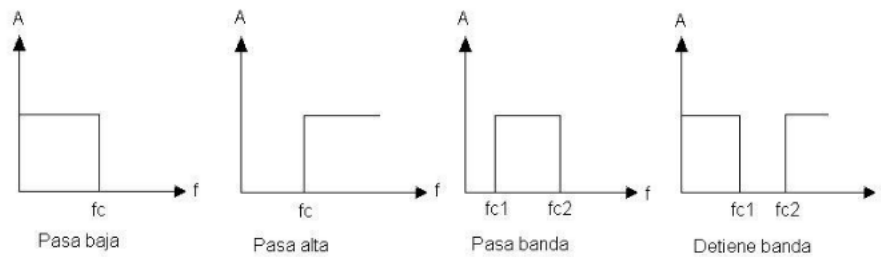
Cualquier serie de tiempo puede ser descompuesta en la suma (o integral) de ondas armónicas de diferentes frecuencias, para esto se emplean las técnicas del análisis de Fourier. Esto es de utilidad cuando los componentes frecuenciales se comportan de manera diferente.

### 3.7.1. Filtros

La función de los filtros es dejar pasar el contenido de una señal en ciertas frecuencias procurando una distorsión mínima. En el caso de filtros ideales, el rango de frecuencias donde toman el valor de 1 se conoce como pasabanda, por otro lado el rango de frecuencias donde el filtro tiene una respuesta 0 se conoce como banda de exclusión o rechazo.

Existen cuatro filtros ideales (Oppenheim y Willsky, 1997) figura 3.9:

1. Pasa bajas
2. Pasa altas
3. Pasa bandas
4. Exclusión



**Figura 3.9:** Filtros ideales,  $f_c$  son las frecuencias de corte.

Los filtros ideales, se utilizan como modelos para conceptualizar el proceso, pero su utilidad es limitada pues introducen señales acausales no deseadas en el estudio de la sismología. Dependiendo del objetivo, dentro de las señales sísmicas hay frecuencias (o rangos de frecuencias) de mayor interés, por tal motivo el filtrado de señales tiene un papel primordial. Existen diversos filtros que son de uso común en sismología, *e.g.* Butterworth, Chevyshev y Caueer o Elíptico. El filtro Butterworth (Tan, 2008), con el cual se decidió trabar, se define como:

$$A^2(i\omega) = \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2k} + 1}. \quad (3.64)$$

donde  $k$  es un número positivo que define el orden del filtro y  $\omega_c$  es la frecuencia de corte. Este filtro es de gran uso debido a su pequeña banda de transición, por la ausencia de ondulaciones en la banda de paso y por la caída suavizada alrededor de la frecuencia de corte.

### 3.8. Parámetros de movimiento del terreno

Los parámetros de movimiento del terreno (PMT o GMP por sus siglas en inglés) son fundamentales para describir características importantes del movimiento. Muchos parámetros han sido propuestos para caracterizar la amplitud, contenido frecuencial y duración de los movimientos. Sin embargo, algunos describen solamente una característica, mientras otros reflejan dos o tres.

Debido a la complejidad de los sismos, la identificación de un solo parámetro que describa todas las características importantes del movimiento del terreno se considera prácticamente imposible (Kramer, 1996).

Existen tres características de interés de los movimientos fuertes: amplitud, contenido frecuencial y duración. Así, se han propuesto parámetros como los pico o máximos y los espectrales. A continuación, se describen brevemente algunos de los parámetros, que se emplearán en este trabajo.

- Aceleración pico del terreno: PGA (por sus siglas en inglés *peak ground acceleration*), se trata de un parámetro de amplitud; por su utilidad han sido propuestas muchas relaciones de atenuación basadas en él. La PGA es una medida de la fuerza de inercia que tiene la estructura al movimiento y como consecuencia, de su capacidad de daño (Kramer, 1996). Representa la contribución a altas frecuencias. En general es el parámetro más utilizado para la estimación de daño, y comúnmente se emplean las componentes horizontales. Dependiendo el autor la PGA puede ser:

1. El máximo absoluto de una componente elegida aleatoriamente.
2. El máximo absoluto de las componentes horizontales.

$$PGA = \max[\max(\text{abs}(a_1)), \max(\text{abs}(a_2))], \quad (3.65)$$

donde  $a_1$  y  $a_2$  son las aceleraciones en las componentes 1 y 2 (Norte y Este).

3. La media aritmética de las aceleraciones máximas de las componentes horizontales:

$$PGA = \frac{\max(\text{abs}(a_1)) + \max(\text{abs}(a_2))}{2}, \quad (3.66)$$

4. Media geométrica de las componentes horizontales:

$$PGA = \sqrt{\max(\text{abs}(a_1)) \cdot \max(\text{abs}(a_2))}, \quad (3.67)$$

5. Media cuadrática de las componentes horizontales:

$$PGA = \sqrt{\frac{\max(\text{abs}(a_1))^2 + \max(\text{abs}(a_2))^2}{2}}. \quad (3.68)$$

Con la ecuación 3.68 se calcularon los valores de PGA correspondientes a las simulaciones, esto se detalla en el capítulo 4.

- Espectros de respuesta: es un parámetro útil para representar el movimiento del terreno con fines de diseño. Los espectros de respuesta indican la respuesta máxima de osciladores de un grado de libertad con cierto amortiguamiento provocado por una excitación sísmica (fig. 3.10). Esta respuesta puede expresarse en términos de aceleración, velocidad o desplazamiento,  $SA(\omega)$ ,  $SV(\omega)$ ,  $SD(\omega)$  respectivamente.

Existe una relación entre los valores pico del movimiento y los parámetros espectrales; la aceleración espectral de periodo  $T = 0$  (altas frecuencias) coincide en gran medida con la aceleración pico del movimiento  $SA(\omega \approx \infty) \equiv PGA$ , por otro lado, en bajas frecuencias ( $\omega \rightarrow 0$ ) se tiene la aproximación del desplazamiento en estructuras flexibles  $SD(\omega \rightarrow 0) = PGD$  (Kramer, 1996). Por tal razón, la aceleración pico del movimiento determina el límite de alta frecuencia del espectro, mientras que el desplazamiento pico delimita el límite de baja frecuencia.

La gráfica de un espectro de respuesta representa una colección de respuestas máximas de osciladores (con un grado de libertad) cada uno con una frecuencia natural (o periodo) diferente, pero todos con el mismo porcentaje de amortiguamiento y que tuvieron la misma excitación.

Para calcular un espectro de respuesta se lleva a cabo el siguiente procedimiento:

1. Definir el intervalo de frecuencias o periodos (del oscilador) que se van a utilizar.
2. Se discretiza el intervalo, se define un  $\Delta T$  o un  $\Delta\Omega$
3. Se define un porcentaje de amortiguamiento  $\xi$  de todo el espectro de respuesta.
4. Se define la aceleración  $\ddot{U}_g$
5. Se calcula la respuesta de cada oscilador definido por la discretización del intervalo de  $T$  o  $\Omega$

6. Se calculan los máximos absolutos por oscilador
7. Se representan en una gráfica todos los pares  $(T_i, \max(\text{abs}(U^{T_i}))$ )

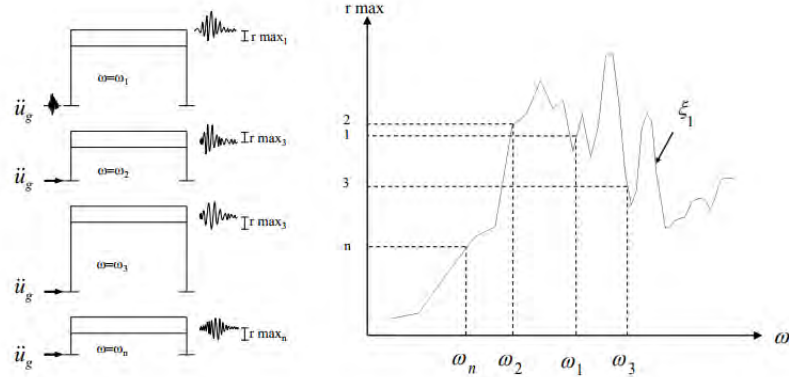


Figura 3.10: Ilustración que representa la construcción de espectros de respuesta elástico

### 3.9. Ecuaciones de Predicción del Movimiento del Terreno

Cuando se genera un sismo se involucran tres procesos principales (fig. 3.11); a) liberación de energía sísmica proveniente de la ruptura de una falla, como consecuencia, b) las ondas sísmicas se propagan a través de la corteza y manto, y se acercan a la superficie, donde c) las ondas se someten a modificaciones mientras se propagan por el suelo. Estos tres procesos representan la fuente, el trayecto y los efectos de sitio.

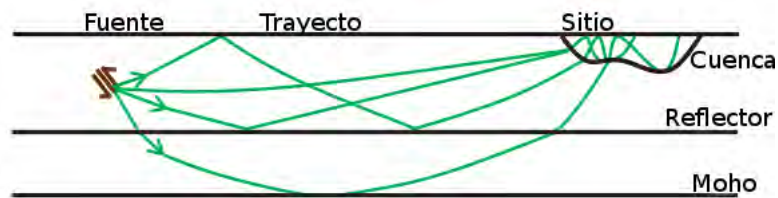


Figura 3.11: Procesos en la generación de un sismo

Existen ecuaciones de predicción de movimiento de terreno, las cuales emplean un modelo simplificado, en dónde los efectos de la fuente están en función de la magnitud del sismo, mientras que los efectos de la propagación de ondas de la distancia, y los efectos de sitio por uno o varios parámetro o categoría de sitio (International Atomic Energy Agency, 2015). Llamadas también leyes de atenuación o *Ground Motion Prediction Equations* (GMPEs) son relaciones casi siempre obtenidas a través de regresiones por mínimos cuadrados o bayesianas de una base de datos de parámetros del movimiento del terreno. Dichos datos presentan dispersión, la cual proviene del mecanismo de ruptura, de la variabilidad y heterogeneidad de la fuente, del trayecto y de los efectos de sitio. La dispersión se cuantifica comúnmente por medio de la desviación estándar del parámetro estimado. Esta incertidumbre debe ser tomada en cuenta en los cálculos de peligro sísmico.

La gran variabilidad en los resultados de los parámetros de movimiento del terreno (PMT o GMP por sus siglas en inglés) empleando estas ecuaciones se debe a que se emplea un modelo muy simple para representar un fenómeno complejo (Bommer y Abrahamson, 2006), ya que utilizando GMPE difícilmente se pueden representar condiciones específicas relacionados a la geometría de la fuente y la estructura cortical.

De manera general las ecuaciones de predicción del movimiento del terreno se pueden expresar como:

$$\log Y = f(\text{magnitud}, \text{tipo de fallamiento}, \text{distancia}, \text{efecto de sitio}) + \varepsilon\sigma.$$

donde  $Y$  es un parámetro del movimiento del terreno y  $\varepsilon$  es su residuo. Otra forma de representar estas relaciones de predicción es:

$$\ln Y = \alpha_1 + \alpha_2(M - c) + \alpha_3(M - c)^2 + \alpha_4 \ln R + \alpha_5 R + \varepsilon.$$

donde  $M$  es la magnitud de momento,  $c$  es una constante,  $R$  es la distancia más cercana del sitio al área de ruptura,  $\alpha_i$  son coeficientes que dependen del periodo y  $\varepsilon$  es un término de error aleatorio, expresión tomada de Ordaz y Reyes (1999).

Múltiples autores han propuesto formas funcionales de ecuaciones de predicción para el territorio mexicano (Arroyo *et al.*, 2010; Garcia *et al.*, 2005; Jaimes *et al.*, 2015), dichas ecuaciones corresponden a ciertas características de los sismos, y son usadas para sitios o áreas específicas para sismos de un mismo estilo de fallamiento.

### 3.9.1. Ecuaciones de predicción empleadas en México

- Ecuación propuesta por Arroyo *et al.* (2010).

Se trata de una relación de movimiento del terreno para las componentes horizontales de la respuesta espectral de la pseudoaceleración para sismos interplaca de profundidad somera ( $h < 40$  km).

La base de datos consistió en 418 registros de 40 eventos interplaca con fallamiento inverso ocurridos entre los años 1985-2004 con  $M_W \geq 5.0$ , registrados en 56 estaciones a distancias entre 20 y 400 km. La forma funcional fue obtenida a partir de soluciones analíticas con un modelo de falla finita circular:

$$SA(T) = \alpha_1(T) + \alpha_2(T)M_W + \alpha_3(T) \ln \frac{E_1(\alpha_4(T)R) - E_1(\alpha_4(T)\sqrt{R^2 + r_0^2})}{r_0^2}. \quad (3.69)$$

Donde  $\alpha_i$  son coeficientes determinados a través de análisis de regresión con un modelo bayesiano,  $R$  es la distancia más cercana a la superficie de la falla,  $r_0 = 1.447x10^{-5}e^{2.3026M_W}$  y  $E_1(x)$  es la función integral exponencial. Los resultados muestran que la atenuación en México tiende a ser mayor para grandes eventos. Para grandes sismos a distancias cercanas el modelo hace estimaciones considerablemente mayores que las de otros modelos globales.

- Ecuación propuesta por Garcia *et al.* (2005).

Estima los valores del espectro de respuesta de la pseudoaceleración, aceleración pico y velocidad pico para sismos de profundidad intermedia del tipo *inslab* para la región central de México.

La base de datos comprende 16 sismos con  $5.2 \leq Mw \leq 7.4$  y  $35 \leq H \leq 138$  km, registrados en estaciones regionales con  $R \leq 400$  km. La forma funcional es la siguiente:

$$\log Y = c_1 + c_2M_W + c_3R - c_4 \log R + c_5H + \sigma. \quad (3.70)$$

Donde  $R = \sqrt{R_{cld}^2 + \Delta^2}$  y  $\Delta = 0.00750 \cdot 10^{0.507}M_W$ ,  $R_{cld}$  es la distancia más cercana a la superficie de la falla.

- Ecuación de propuesta por Jaimes *et al.* (2006)

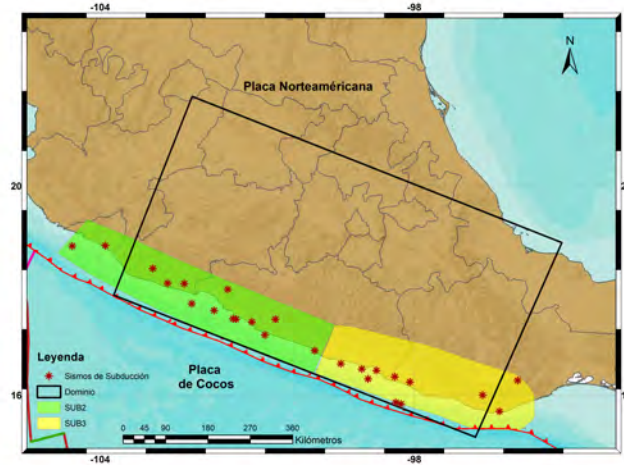
Se trata de una ecuación para predecir espectros de respuesta en sitios localizados en las zonas de lago y roca dentro de la Ciudad de México. La ecuación fue propuesta para sismos de subducción con mecanismos inversos y se obtuvo con 26 sismos de este tipo. La base de datos de registros está compuesta por los registros de tres acelerómetros; dos de ellos ubicados en la zona de Lago de la capital (Central de Abastos y Secretaría de Comunicaciones y Transportes) y uno ubicado en la zona de Lomas (Ciudad Universitaria). Los sismos están entre las magnitudes  $6 < M < 8.1$  y con distancias  $280 < R < 530$  km. La forma funcional utilizada fue:

$$\ln SA_{CU}(T) = \alpha_1(T) + \alpha_2(T)(Mw - 6) + \alpha_3(T) \ln R + \alpha_4(T)R + \varepsilon(T). \quad (3.71)$$



Donde  $SA_{CU}$  es la aceleración espectral en Ciudad Universitaria,  $T$  es el periodo,  $R$  es la distancia más cercana al área de ruptura,  $\alpha_i$  son los coeficientes estimados,  $Mw$  es la magnitud de momento y  $\varepsilon$  es el error aleatorio de la estimación suponiendo una distribución normal.

El mapa 3.12 muestra los 26 sismos considerados para la obtención de la ecuación, sobrepuestos en las dos regiones consideradas de subducción intraplaca.



**Figura 3.12:** Eventos considerados para la construcción de la GMPE de Jaimes *et al.* (2006)

- Ecuación propuesta por Jaimes *et al.* (2015).

Esta ecuación de predicción considera sismos de profundidad intermedia ( $40 \leq H \leq 128 \text{ km}$ ), de tipo intraplaca con fallamiento normal, el rango de magnitudes esta entre  $5.2 \leq Mw \leq 7.4$  y el rango de distancias al sitio de  $103 \leq R \leq 464 \text{ km}$ .

Esta relación tiene la siguiente forma funcional:

$$\ln Y(T) = \alpha_1(T) + \alpha_2 \cdot Mw + \alpha_3(T) \cdot \ln R + \alpha_4(T) \cdot \varepsilon(T). \quad (3.72)$$

donde  $Y$  es la media cuadrática horizontal con 5% de amortiguamiento de la respuesta espectral de la pseudoaceleración en  $\text{cm/s}^2$ ; PGA en  $\text{cm/s}^2$ ; o PGV en  $\text{cm/s}$ ;  $T$  es el periodo en  $s$ ;  $Mw$  es la magnitud;  $R$  es la distancia más cercana al sitio de la superficie de la falla para grandes eventos ( $Mw > 6.5$ ) o bien, la distancia hipocentral para el resto, ambas distancias en  $\text{km}$ ;  $\alpha_i$  son coeficientes que fueron estimados por medio de regresiones; y  $\varepsilon$  es un error aleatorio. Esta ecuación se obtuvo con los registros provenientes de 25 sismos fig. 3.13

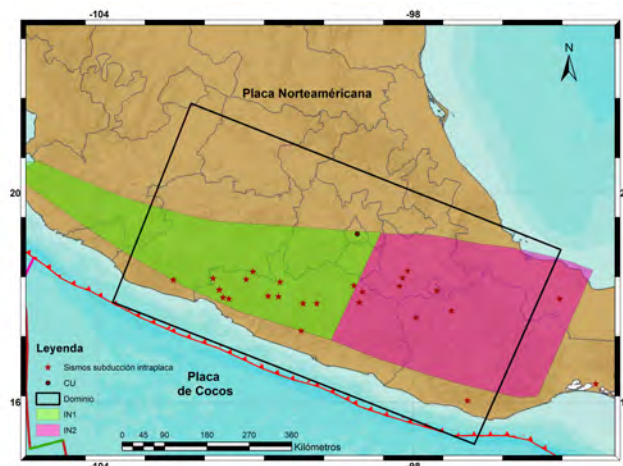


Figura 3.13: Eventos considerados para la construcción de la GMPE de Jaimes *et al.* (2015)

### 3.10. Ley Gutenberg-Richter

Gutenberg y Richter (1944) reunieron datos de sismos ocurridos en el sur de California por varios años, los datos fueron organizados de acuerdo al número de sismos que excedían magnitudes diferentes en el periodo tomado en cuenta. Dividieron el número de excedencias de cada magnitud por la longitud del periodo del tiempo para definir una tasa media anual de excedencia para un sismo de magnitud  $m$ . Como era de esperarse la tasa anual de sismos pequeños es mayor que la de sismos grandes. Cuando representaron en una gráfica el logaritmo de la tasa anual de excedencia, se observó una relación lineal, esta relación es la Ley Gutenberg-Richter (ley G-R):

$$\log \lambda_m = a - bm. \quad (3.73)$$

Donde  $\lambda_m$  es la tasa anual de excedencia de una magnitud  $m$ ,  $10^a$  es el número medio anual de sismos con magnitud mayor que cero,  $b$  (*valor b*) describe una proporción entre grandes y pequeños; si el valor  $b$  incrementa el número de sismos con magnitudes grandes disminuye. Los parámetros  $a$  y  $b$  son obtenidos por medio de regresiones lineales de las bases de datos provenientes de la zona sismotectónica de interés.

El inverso de  $\lambda_m$  para una magnitud en particular es llamado periodo de retorno para sismos superiores a esa magnitud  $T_R = 1/\lambda_m$ . Si se ajusta una línea recta, como lo implica la ley G-R a lo largo de los datos, la tasa anual de excedencia de sismos con magnitud menor es subestimada, lo que tiende a aplanar línea, como resultado se subestima la tasa de excedencia para sismos pequeños, y por otro lado se sobreestima para sismos con magnitudes mayores. Para corregir la escasez de registros se debe modificar la ecuación 3.73.

- Ley Gutenberg-Richter limitada (Kramer, 1996)

La ecuación 3.73 puede expresarse también de la siguiente manera:

$$\lambda_m = 10^{a-bm} = \exp(\alpha - \beta m), \quad (3.74)$$

donde  $\alpha = 2.303a$  y  $\beta = 2.303b$ . La expresión sugiere que en la ley G-R, las magnitudes de los sismos están distribuidas exponencialmente. Para objetivos ingenieriles, los efectos de los sismos de baja magnitud son de poco interés y es común no tomar en cuenta aquellos que no son capaces de causar daño significativo. Así, los sismos menores a un límite de magnitud  $m_0$  son eliminados, y la tasa anual de excedencia es descrita como:

$$\lambda_m = \nu \exp[\beta(m - m_0)], \quad m > m_0, \quad (3.75)$$

donde  $\nu = \exp(\alpha - \beta m_0)$ . La distribución de probabilidad resultante de magnitudes con límite inferior  $m_0$  se puede expresar en términos de una función de distribución acumulada (ec. 3.76) o de una función de densidad de probabilidad (ec. 3.77).

$$F_M(m) = P[M < m | M > m_0] = \frac{\lambda_{m_0} - \lambda_m}{\lambda_{m_0}} = 1 - e^{-\beta(m-m_0)}, \quad (3.76)$$

$$f_M(m) = \frac{d}{dm} F_M(m) = \beta e^{-\beta(m-m_0)}. \quad (3.77)$$

Sin embargo, en el otro extremo de las magnitudes, la ley G-R predice tasas de excedencia no nulas para magnitudes hasta el infinito, por lo que la ley se debe limitar con una magnitud máxima  $m_{max}$ .

$$\lambda_m = \nu \frac{\exp[-\beta(m - m_0)] - \exp[-\beta(m_{max} - m_0)]}{1 - \exp[-\beta(m_{max} - m_0)]}. \quad (3.78)$$

La ecuación 3.78 representa una ley de recurrencia limitada para  $m_0 \leq m \leq m_{max}$ , a partir de esta representación se obtienen de nuevo las funciones de densidad y acumulada.

$$F_M(m) = P[M < m | m_0 \leq m \leq m_{max}] = \frac{1 - \exp[-\beta(m - m_0)]}{1 - \exp[-\beta(m_{max} - m_0)]}, \quad (3.79)$$

$$f_M(m) = \frac{\beta \exp[-\beta(m - m_0)]}{1 - \exp[-\beta(m_{max} - m_0)]}. \quad (3.80)$$

## 3.11. Incertidumbre temporal con modelo de Poisson

Al momento de calcular las probabilidades asociadas a un análisis de peligro dado un periodo de tiempo, la distribución de la ocurrencia de un sismo debe ser considerada (Kramer, 1996). La ocurrencia temporal de los sismos es comúnmente descrita por medio de un modelo de Poisson; este modelo tiene las siguientes características:

1. El número de ocurrencias en un intervalo de tiempo es independiente al número que pueda ocurrir en otro intervalo de tiempo, es decir que los eventos son espacialmente independientes.
2. La probabilidad de ocurrencia durante un intervalo de tiempo es proporcional a la longitud del intervalo de tiempo.
3. La probabilidad de que ocurra más de un evento durante un intervalo de tiempo muy pequeño es despreciable.

Estas propiedades indican que los eventos que siguen un proceso de Poisson, ocurren aleatoriamente y que no tienen memoria del tiempo, magnitud o ubicación de ningún evento previo. Para caracterizar la distribución temporal de los sismos con modelo de Poisson la distribución de probabilidad se expresa como:

$$P[N_t = n] = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}. \quad (3.81)$$

Donde  $P(N_t)$  es la probabilidad de que en determinada región ocurran  $n$  sismos,  $t$  es el periodo de tiempo de interés y  $\lambda$  es la tasa promedio de ocurrencias de un evento con magnitud mayor o igual a  $M$ , en dicha región. Si en la expresión 3.81 se iguala  $n = 0$ , se tiene la probabilidad de que no ocurran sismos con magnitud mayor que  $M$ , en el intervalo de tiempo  $t$ , por lo tanto la probabilidad de que sí ocurran sismos con magnitud mayor que  $M$  en un intervalo de tiempo  $t$  será:

$$P(n) = 1 - e^{-\lambda t}. \quad (3.82)$$

Ahora si se considera una variable aleatoria  $T$ , como el tiempo de la primera ocurrencia, la probabilidad de que  $T$  exceda un valor de  $t$ , es igual a la probabilidad de que no ocurran eventos en el intervalo, es decir:

$$P(0) = 1 - P_t(t) = e^{-\lambda t}, \quad (3.83)$$

$$P_t(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \leq 0. \quad (3.84)$$

Para la función de densidad de probabilidad del tiempo entre eventos con magnitud mayor o igual a  $M$  es:

$$p_T = \frac{d}{dt} P_t(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (3.85)$$

Entonces  $t$  será el tiempo entre eventos con magnitud mayor que  $M$  y  $\lambda$  es la tasa de excedencia de la magnitud dada.

## 3.12. Peligro sísmico

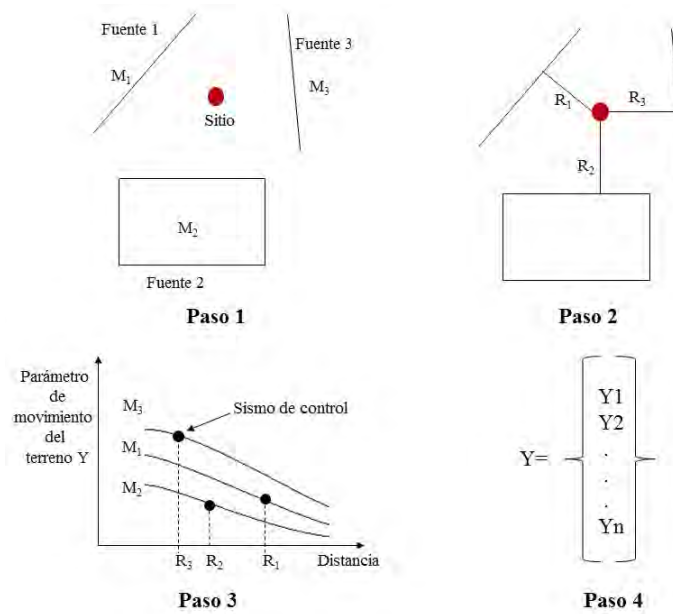
Existe gran amenaza a las actividades humanas provenientes de los sismos, suficiente para requerir el cuidadoso y detallado diseño de estructuras. El objetivo de tener un diseño sismo-resistente es lograr que una estructura sea capaz de resistir cierto nivel de movimiento sin provocar daño. El nivel puede ser caracterizado a través de los parámetros de movimiento del terreno.

Un análisis del peligro sísmico incluye estimaciones cuantitativas de los movimientos del terreno en un sitio particular. El análisis puede ser determinista o probabilista, cuando se supone un escenario sísmico cuando se toman en cuenta las incertidumbres en magnitud, ubicación y tiempo de recurrencia, respectivamente.

### 3.12.1. Análisis de peligro sísmico determinista

El análisis determinista de peligro sísmico (DSHA, *Deterministic Seismic Hazard Analysis*) incluye el desarrollo de un escenario sísmico particular del cual se calculan los parámetros del movimiento del terreno. El escenario consiste en postular una magnitud específica con una ubicación establecida. Un estudio típico de DSHA puede ser descrito en cuatro pasos (Kramer, 1996):

1. Identificación y caracterización de todas las fuentes posibles de producir un movimiento del terreno en un sitio.
2. Selección de la distancia fuente-sitio para cada fuente, en la mayoría de los casos la distancia mínima es la seleccionada, esta distancia puede ser *e.g.* epicentral o hipocentral.
3. Selección de un sismo de control, generalmente se elige un sismo que produzca el mayor nivel de movimiento del terreno. El sismo se define de acuerdo a una magnitud y a una distancia.
4. El peligro en el sitio es definido usualmente en términos de algún o algunos parámetro de movimiento del terreno de acuerdo al sismo de control seleccionado. Comúnmente, las características son descritas por medio de los parámetros obtenidos a través de ecuaciones de predicción para PGA, PGV o aceleración espectral.



**Figura 3.14:** Representación del procedimiento de un DSHA

### 3.12.2. Análisis de peligro sísmico probabilista

Conocido por sus siglas en inglés como PSHA (*Probabilistic Seismic Hazard Analysis*), este enfoque permite considerar las incertidumbres en magnitud, ubicación, tasa de recurrencia y efectos del movimiento del terreno a partir de parámetros del movimiento del terreno. El análisis requiere el conocimiento de las funciones de densidad de probabilidad correspondientes.

La validez de un estudio de PSHA depende de la buena caracterización y el análisis de las incertidumbres. Asimismo, el análisis probabilista de peligro sísmico brinda un marco en el cual las incertidumbres pueden ser identificadas, cuantificadas y combinadas de una manera racional para brindar un mejor panorama del peligro sísmico.

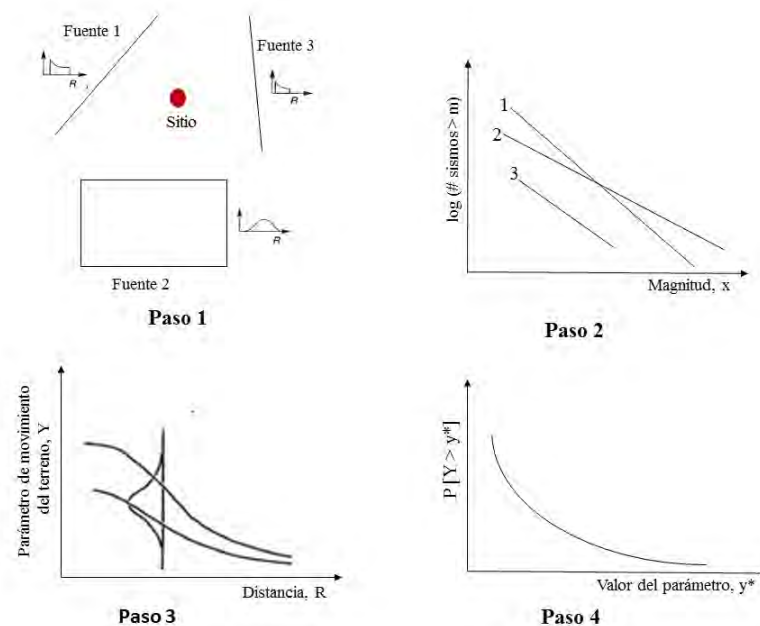
Existen variados, pero no muy diferentes, procedimientos para realizar un PSHA. Sin embargo, todas las metodologías siguen cuatro pasos:

1. Identificación y caracterización de las fuentes sísmicas. Se obtiene una función de distribución de probabilidad de las rupturas potenciales, en la mayoría de los casos se considera una distribución de probabilidad uniforme, esto implica que los sismos tienen la misma probabilidad de ocurrir en cualquier punto de la zona.
2. Se realiza un estudio de sismicidad o de una distribución temporal de recurrencia sísmica,

dicho de otra manera, se elabora una caracterización temporal, la cual se desarrolla por medio de una relación de recurrencia (e. g. Ley Gutenberg-Richter) que especifique la tasa promedio a la cual un sismo de una magnitud puede ser excedido.

3. El movimiento del terreno producido en algún sitio por un sismo de cualquier magnitud en cualquier punto de cada fuente posible es determinado por medio del uso de ecuaciones de predicción, la incertidumbre proveniente de este análisis también se considera en un PSHA.
4. Finalmente, las incertidumbres de la ubicación, magnitud y parámetro de movimiento de terreno son combinadas para obtener la probabilidad de que un parámetro del movimiento del terreno sea excedido dentro de un periodo de tiempo en específico.

La figura 3.15 representa de una manera esquemática los pasos mencionados con anterioridad.



**Figura 3.15:** Representación del procedimiento de un PSHA

### 3.12.3. Curvas de peligro

Los resultados de los análisis de peligro sísmico probabilista pueden ser expresados de diferentes maneras; todas incluyen la combinación de las incertidumbres asociadas a la magnitud de

los sismos, ubicación y frecuencia. El enfoque más común incluye el desarrollo de curvas de peligro, las cuales indican la probabilidad anual de excedencia de diferentes valores de un parámetro de movimiento de terreno. Las curvas de peligro sísmico son empleadas para calcular la probabilidad de excedencia del parámetro elegido en un periodo de tiempo específico.

Las curvas de peligro pueden ser obtenidas para zonas sísmicas individuales y posteriormente combinadas para expresar el peligro total en un sitio en particular.

El objetivo de las curvas es calcular y representar la probabilidad de excedencia de un valor particular  $y^*$  de un parámetro de movimiento del terreno  $Y$ , esto se calcula para un sismo posible con una ubicación posible, el proceso es repetido para todas las combinaciones posibles entre magnitudes y distancias. Para un sismo dado, existe una probabilidad de que un parámetro de movimiento de terreno  $Y$  sea excedido por un valor particular  $y^*$ , esta probabilidad puede ser calculada empleando el teorema de probabilidad total (ver *e.g.* Kramer (1996)):

$$P[Y > y^*] = P[Y > y^*|X]P[X] = \int P[Y > y^*|X]f_x(X)dx, \quad (3.86)$$

donde  $X$  es un vector de variables aleatorias que influyen en  $Y$ . En prácticamente todos los casos los valores de  $X$  son delimitados en términos de magnitud  $M$ , y distancia  $R$ . Ahora si se supone que  $M$  y  $R$  son independientes, la expresión resulta:

$$P[Y > y^*] = \iint P[Y > y^*|m, r]f_M(m)f_R(r) dm dr, \quad (3.87)$$

donde  $P[Y > y^*|m, r]$  se obtiene por medio de las ecuaciones de predicción,  $f_M(m)$  y  $f_R(r)$  son las funciones de densidad de probabilidad para magnitud y distancia respectivamente.

Ahora bien, para el sitio de interés existe al menos una región de  $N_s$  fuentes sísmicas potenciales, cada una tiene una tasa promedio de excedencia,  $\nu_i = \exp(\alpha_i - \beta_i m_0)$ . Entonces, para la región el promedio total de tasas de excedencia está dado por:

$$\lambda_y^* = \sum_{i=1}^{N_s} \nu_i \iint P[Y > y^*|m, r]f_{Mi}(m)f_{Ri}(r) dm dr. \quad (3.88)$$

Las componentes de la ecuación 3.88 son de cierta manera complicadas para realizar una evaluación realista de PSHA, ya que las integrales no pueden ser evaluadas de manera analítica, por lo que una integración numérica es necesaria. Una manera simple de resolver la expresión anterior es dividir el rango de magnitudes y distancias entre segmentos  $N_M$  y  $N_R$ . Así, la tasa promedio de excedencia se puede estimar como:

$$\lambda_y^* = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_M} \sum_{k=1}^{N_R} \nu_i P[Y > y^*|m_j, r_k]f_{Mi}(m_j)f_{Ri}(r_k) \Delta m \Delta r. \quad (3.89)$$



Donde  $m_j = m_0 + (j - 0.5)(m_{max} - m_0)/N_M$ ,  $r_k = r_{min} + (k - 0.5)(r_{max} - r_{min})/N_R$ ,  $\Delta m = (m_{max} - m_0)/N_M$  y  $\Delta r = (r_{max} - r_{min})/N_R$ , esto es equivalente a suponer que cada fuente es capaz de generar solamente  $N_M$  diferentes sismos de magnitud  $m_j$  a solamente  $N_R$  diferentes distancias fuente-sitio  $r_k$ , por lo tanto la ecuación 3.89 es equivalente a:

$$\lambda_{y^*} = \sum_{i=1}^{N_S} \sum_{j=1}^{N_M} \sum_{k=1}^{N_R} \nu_i P[Y > y^* | m_j, r_k] P[M = m_j] P[R = r_k]. \quad (3.90)$$

La exactitud de los resultados varía de acuerdo al método de integración numérica y por supuesto al grado de refinamiento.

Los resultados de un PSHA presentan las tasas anuales de excedencia (o periodos de retorno) de los valores de las intensidades del parámetro del movimiento del suelo elegido. Los valores de una curva de peligro muestran el grado de peligro sísmico en el sitio.

### 3.13. Método de elemento finito

Una ecuación diferencial es una representación matemática que relaciona una función con sus derivadas; en donde las funciones comúnmente son cantidades físicas y las derivadas presentan sus razones de cambio, la ecuación diferencial define la relación entre ellas.

Si una ecuación diferencial es simple se puede resolver mediante métodos explícitos; sin embargo esto no es posible en la mayoría de los casos y las ecuaciones diferenciales no tienen una solución analítica que se pueda hallar fácilmente, en estos casos la solución se puede obtener por medio de métodos numéricos.

La principal idea de cualquier método numérico para resolver una ecuación o un sistema de ecuaciones diferenciales o en derivadas parciales es reducir el problema continuo a un sistema discreto con un número finito de incógnitas. En los enfoques de dominio, como lo son los métodos de diferencias finitas y elementos finitos (MDF o MEF) se requiere una discretización del campo dentro del dominio de interés.

Por otro lado, se emplean métodos como el de ecuaciones integrales en la frontera (boundary integral equation method, BIEM), que tienen como base las funciones de Green de la ecuación a resolver. Sin embargo, en general no están disponibles. Además, la complejidad computacional de la solución del sistema de ecuaciones resultante es frecuentemente mayor a la de los métodos de dominio.

En términos generales, el MEF requiere la siguientes fases.

- Preproceso
  - Creación y discretización de la solución dominio en elementos finitos; subdividir el problema en elementos y nodos.
  - Presentar una función forma a representar el comportamiento físico de un elemento; una función continua aproximada que se supone para la solución del elemento.
  - Desarrollar las ecuaciones para el elemento.
  - Armar los elementos a representar en el problema completo; construir la matriz global de rigidez.
  - Definir condiciones de frontera, condiciones iniciales y cargas.
- Solución
  - Resolver un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales o no lineales simultáneamente para obtener resultados globales, por ejemplo valores de desplazamientos o temperaturas en diferentes nodos.
- Postproceso
  - Con base en los resultados globales obtenidos se puede regresar al proceso de solución para conocer los valores locales en diversos nodos.

### 3.13.1. Método de Elemento Finito aplicado a la ecuación de onda

Recientemente el método de elemento finito ha ganado popularidad en aplicaciones de sismología. El método está basado en la discretización del dominio en elementos en los que se representa por medio de funciones polinomiales el campo de desplazamientos. Las funciones se parametrizan en términos de los valores del campo en cada uno de los nodos y se dejan como incógnitas a resolver. La formulación débil de los elementos finitos se encarga de las condiciones de frontera de Neumann, lo cual permite que las superficies libres se representen de manera natural. Comúnmente el MEF se emplea para calcular los campos de desplazamientos y posteriormente, por medio de las relaciones constitutivas, los esfuerzos y deformaciones.

El modelo constitutivo da la relación entre los tensores de esfuerzos y deformaciones, ocurre en los elementos continuos. Sin embargo, no se sabe la conexión entre las deformaciones y los

desplazamientos en los nodos de la discretización, los cuales son las incógnitas. Esto se resuelve al hacer al aproximar los desplazamientos en cada elemento a través de funciones de interpolación; es decir, para cada elemento los desplazamiento están en función de una combinación lineal de funciones base.

$$u_i(x) = u_i(x_j)\phi_j(x). \quad (3.91)$$

En la ecuación 3.91,  $x_j$  es la coordenada del nodo  $j$ ,  $x$  es el vector de posición de un punto en el elemento y  $\phi_j$  es la función de interpolación.

Si ponemos la ecuación de onda (sección 3.1.5) en el dominio de la frecuencia se tiene:

$$A_i = \omega^2 \rho(u_{ri} + u_{si}) + f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0. \quad (3.92)$$

Esta ecuación es válida en el dominio  $\Omega$ ,  $\omega$  es la frecuencia angular y el desplazamiento total es la suma del desplazamiento del suelo  $u_{ri}$ , más el relativo a la base  $y_{si}$ .

Ahora si se propone una función cualquiera  $\omega_i$ , tal que se satisfaga la ecuación de equilibrio y si se tiene:

$$\int_{\Omega} \omega_i \cdot A_i dV = 0, \quad \forall \omega_i. \quad (3.93)$$

Cuando se introduce la aproximación de  $u_i$ , la ecuación  $A_i$  se convierte en un residuo que en en la ecuación 3.93 se pesa en todo el dominio por un conjunto de funciones  $w_i$ .

La elección de los pesos se conoce generalmente como el método de residuos pesados que a su vez se particulariza de acuerdo a la función de peso elegida (tabla 3.1).

**Tabla 3.1:** Método de acuerdo a la función de peso

Función de peso	Método
Delta de Dirac	Colocación
Identidad	Colocación por subdominios
Función de Interpolación	Galerkin

### 3.13.2. Método de Galerkin, formulación débil

Sustituyendo  $A_i$  en la expresión 3.93:

$$\int_{\Omega} w_i \cdot [\omega^2 \rho(u_{ri} + u_{si}) + f_i + x \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}] dV = 0, \quad (3.94)$$

Empleando el teorema de Green en el último término se puede escribir la ecuación como:

$$\int_{\Gamma} t_i \cdot w_i d\Gamma + \int_{\Omega} \{w_i \cdot [\omega^2 \rho(u_{r_i} + u_{s_i}) + f_i] - \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \cdot \sigma_{ij}\} dV = 0, \quad (3.95)$$

donde  $t_i$  es el vector de tracción ( $t_i = \sigma_{ij} n_j$ ). Si se definen las funciones de peso como una combinación lineal de las funciones base de la aproximación del desplazamiento  $w_i = c_{ki} \phi_k$ . Sustituyendo en la ecuación 3.95 se tiene:

$$\int_{\Gamma} t_i \cdot c_{ki} \phi_k d\Gamma + \int_{\Omega} \{c_{ki} \phi_k \cdot [\omega^2 \rho(u_{r_i} + u_{s_i}) + f_i] - \frac{\partial c_{ki} \phi_k}{\partial x_j} \cdot \sigma_{ij}\} dV = 0, \quad (3.96)$$

Ahora si se factoriza  $c_{ki}$  se obtiene un sistema de ecuaciones que resuelve la ecuación 3.92 para cada elemento que ha sido discretizado conociendo  $t_i$  y  $f_i$  en la frontera así como en el dominio del elemento.

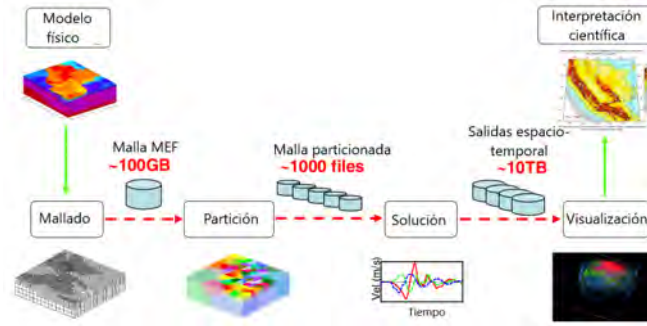
$$\int_{\Omega} \frac{\partial \phi_k}{\partial x_j} \cdot \sigma_{ij} dV - \omega^2 \int_{\Omega} \phi_k \cdot [\rho u_{r_i}] dV = \int_{\Gamma} t_i \phi_k d\Gamma + \int_{\Omega} \phi_k \cdot (\omega^2 \rho u_{s_i} + f_i) dV. \quad (3.97)$$

La superposición de los efectos producidos genera un problema bien planteado; representado en un sistema de ecuaciones en cuyas incógnitas son los desplazamientos relativos. Es importante hacer notar que en general los problemas se resuelven en el dominio del tiempo, pero la ecuación 3.97 es equivalente en frecuencia.

### 3.13.3. *Hercules*

Es un conjunto de herramientas computacionales para resolver problemas de propagación de ondas. Tu *et al.* (2006) explican como *Hercules* propone de solución a la ecuación de onda por medio de elementos finitos. En la figura 3.16 se presenta un esquema de la secuencia de procedimientos y archivos que se necesitan para generar una simulación sísmica típica generalizada.

La imagen 3.17 se muestra la metodología desarrollada por Tu *et al.* (2006). Se realizan los mismos procedimientos; partiendo del desarrollo de un modelo físico el cual se malla, se particiona y almacena, se resuelve la ecuación de onda en cada elemento, y los resultados son almacenados y visualizados para finalmente darle una interpretación científica, una ventaja de esta metodología es que no involucra archivos de entrada o salida durante el procesamiento, lo cual agiliza de gran manera el trabajo computacional. Otra ventaja de esta herramienta es la estructura de la malla, conocida como malla *Octree* en donde cada nodo interno tiene 8 hijos (se subdivide el espacio en 8 octantes), el beneficio de este tipo de malla es que puede ser refinada en zonas de interés donde se requiere una mayor resolución, además la paralelización es más eficiente. Esta herramienta emplea la aproximación de Galerkin con formulación débil (sec. 3.13.2).



**Figura 3.16:** Secuencia de un sistema de simulación para modelado sísmico, tomada de Tu *et al.* (2006)



**Figura 3.17:** Secuencia propuesta por Tu *et al.* (2006)

Con esta herramienta se obtienen los tensores de deformación de Green, con los cuales posteriormente se generan sismogramas sintéticos.

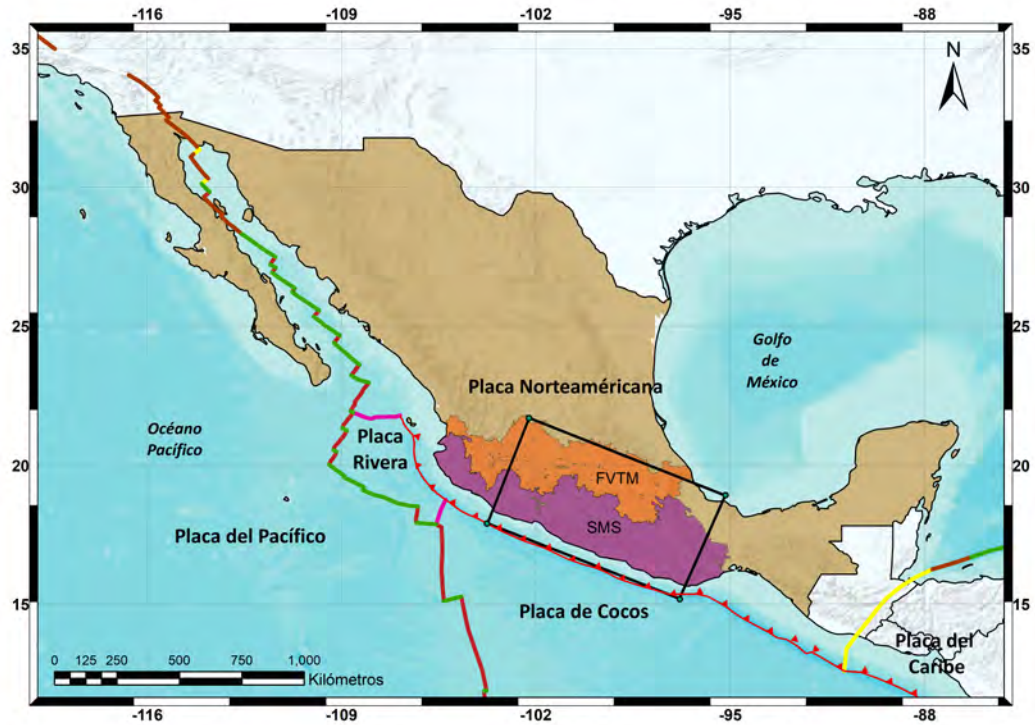
### 3.14. Modelo de velocidades

Para conocer la estructura interna de la Tierra desde escalas locales hasta globales existen diversos métodos, la tomografía sísmica de forma de onda completa es un procedimiento con el cual se obtiene un modelo de velocidades sísmicas; esto se logra a través de disminuir los desajustes de amplitud y fase entre los sismogramas observados y los calculados. Con modelos como este, se pueden calcular sismogramas sintéticos con mayor similitud a los observados.

El modelo físico que se utiliza fue desarrollado por Juárez-Zúniga (2016), donde aplicando la formulación del campo adjunto se mejoró un modelo tridimensional de velocidades sísmicas en la región centro-sur de México. El desarrollo de trabajos como este tiene grandes aplicaciones relacionados con el conocimiento de parámetros de la fuente así como en el caso del presente estudio, para evaluaciones de peligro sísmico.

El modelo abarca la región centro-sur de México (fig. 3.18) con un área de 800 x 450km, región

suficiente para considerar la sismicidad proveniente de la zona de subducción en el sur del territorio ya que representa amenaza a la mayor población de México.



**Figura 3.18:** Dominio del modelo de velocidades, región centro-sur de México

## Metodología

---

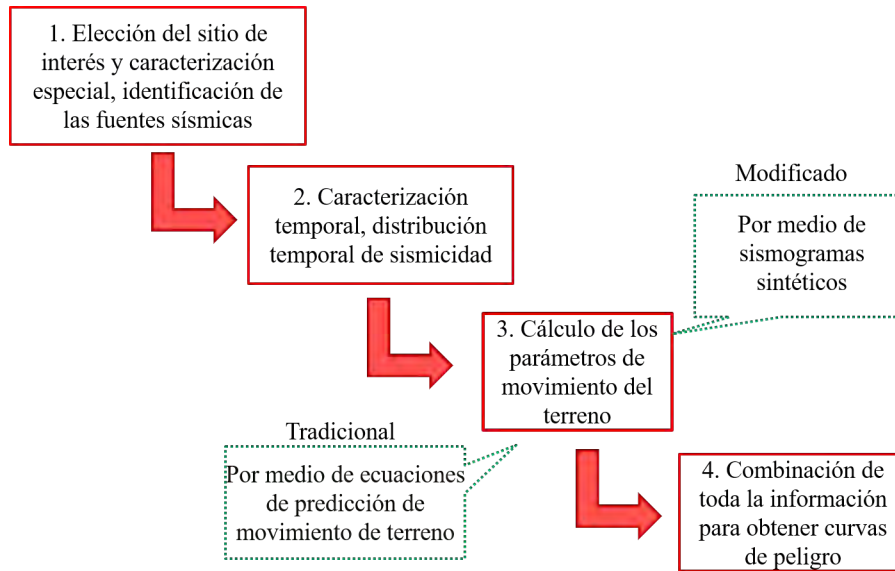
En este capítulo se detalla el procedimiento que se llevo a cabo para alcanzar los objetivos planteados. Se inicia con la metodología de análisis de peligro sísmico probabilista hasta llegar a la obtención de las curvas de peligro, en seguida, se explican las etapas del cálculo de sismogramas sintéticos para la obtención de los parámetros de movimiento de terreno necesarios. En ambas metodologías se realizaron las correspondientes verificaciones.

El cuadro 4.1 representa a grandes rasgos la metodología, se observa que la diferencia radica en la etapa del cálculo de los Parámetros de Movimiento del Terreno. Con la metodología convencional los PMT son obtenidos por medio del uso de ecuaciones de predicción de movimiento del terreno, mientras que en la metodología modificada estos parámetros son obtenidos a través del cálculo de sismogramas sintéticos.

### 4.1. Análisis de peligro sísmico probabilista tradicional

Dependiendo el autor, una evaluación de peligro sísmico probabilista varia ligeramente, los principales trabajos corresponden a los realizados por Cornell (1968) y Esteva (1968). En el presente trabajo, el análisis se realizó de acuerdo a la metodología detallada en Kramer (1996), la cual se explicó en la sección 3.12.2.

En las siguientes secciones se detallan los procedimientos que se llevaron a cabo para el cálculo de las curvas de peligro sísmico con enfoque probabilista de manera tradicional:



**Figura 4.1:** Representación de las metodologías desarrolladas

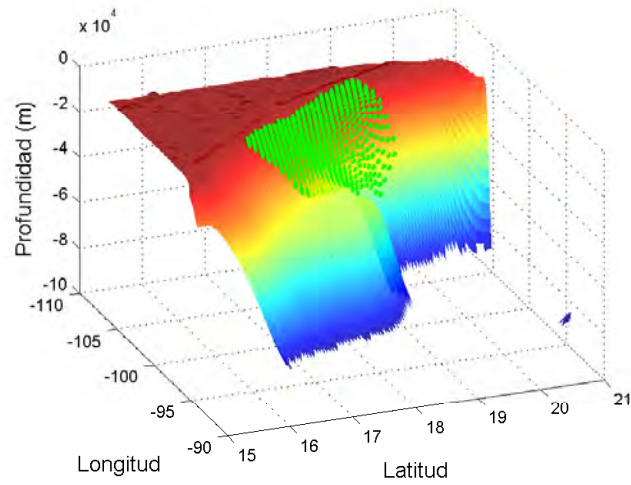
#### 4.1.1. Identificación y caracterización espacial de las fuentes

- **ELECCIÓN DEL SITIO DE INTERÉS:** El sitio elegido está ubicado en Ciudad Universitaria (CU), se eligió este sitio ya que es considerado como referencia para diversos estudios, un claro ejemplo son las ecuaciones de predicción detalladas en la sección 3.9.1. Además, la estación CUP05 localizada en CU ha sido utilizada, a lo largo del tiempo, para determinar los parámetros de diseño sísmico en las Normas Técnicas Complementarias de la Ciudad de México. Por otro lado con el pasado sismo del 19 de septiembre del 2017 en Ciudad Universitaria, varias facultades resultaron afectadas.

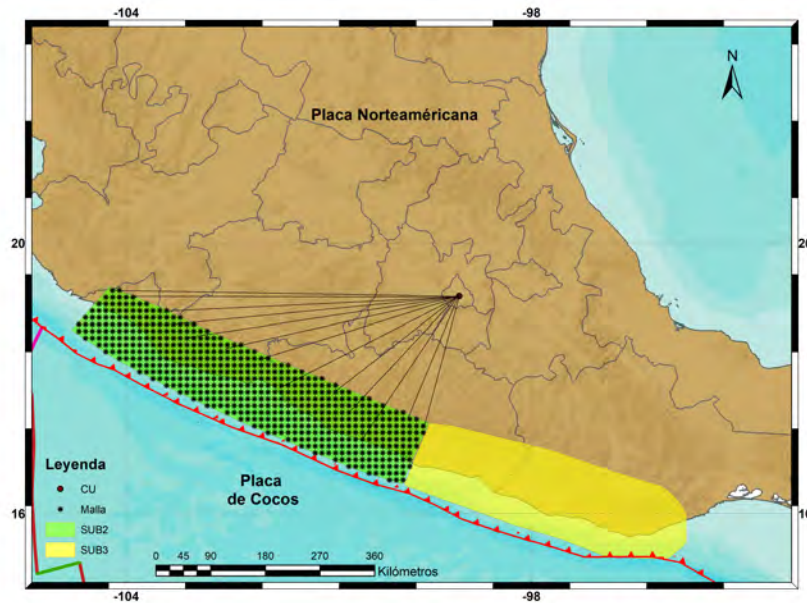
Una vez elegido el sitio, se deben identificar las posibles fuentes, como se mencionó en la sección 2.4 las zonas sismotectónicas elegidas por sus características y efectos fueron SUB2, SUB3, IN1 e IN2 (fig. 2.7). Se descartó la posibilidad de tomar en cuenta las zonas MVB y NAM debido a que para estas regiones no se tiene alguna relación de predicción adecuada. Cabe resaltar que la ocurrencia de los sismos considera una distribución de probabilidad uniforme, *i.e.* que los sismos tienen la misma probabilidad de ocurrir en cualquier punto de la región.

En cada región sismotectónica se generó un mallado con  $0.1^\circ$  de espaciamiento que corresponde a aproximadamente 11 kilómetros, la profundidad de cada punto se obtuvo al proyectar su ubicación sobre el modelo tridimensional de la geometría de la subducción (Pérez-Campos *et al.*, 2008) (ver figura 4.2).



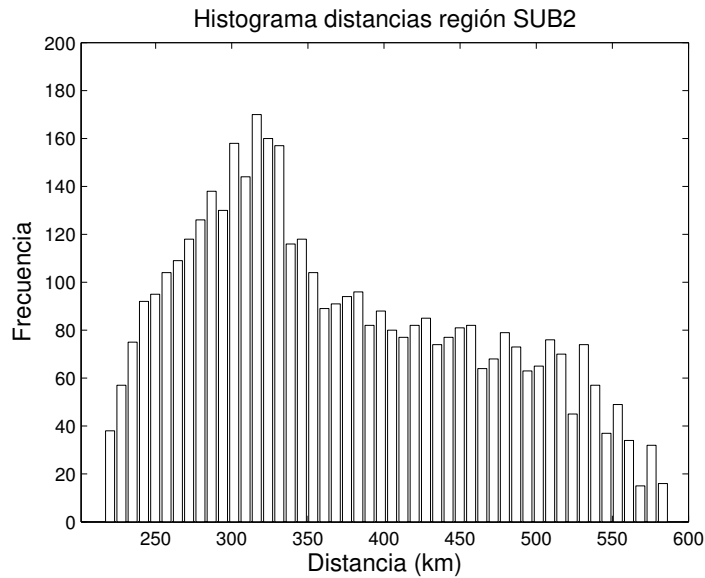


**Figura 4.2:** Representación de la malla de la región SUB2 considerando la geometría de la subducción



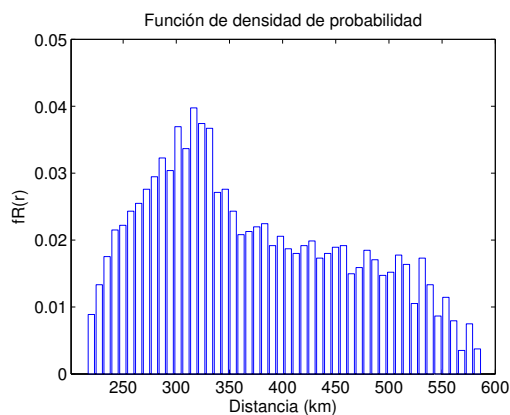
**Figura 4.3:** Representación en planta de la malla generada en la zona SUB2 y las distancias calculadas a Ciudad Universitaria

Posteriormente, cada conjunto de distancias (fig. 4.3) es agrupado en histogramas para después obtener las funciones de distribución de probabilidad.

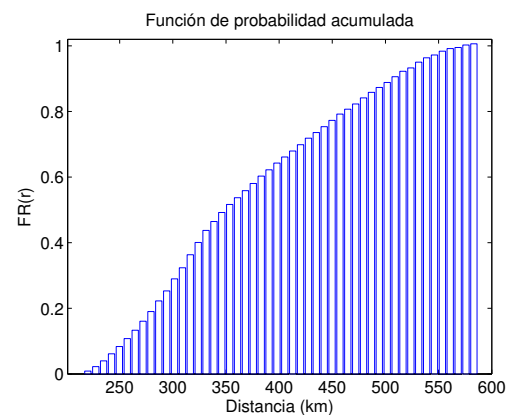


**Figura 4.4:** Histograma de distancias para la región SUB2

La figura 4.4 representa el histograma de distancias obtenidas de cada nodo de la malla hacia un punto ubicado en Ciudad Universitaria, se observa que el rango de distancias es aproximadamente desde 220 hasta 594 km, con una mayor frecuencia en distancias entre 300 a 350 km aproximadamente. Una vez calculadas todas las distancias y agrupando en histogramas, se obtienen las funciones de densidad de probabilidad y la función de densidad acumulada (PDF y CDF), funciones necesarias para la obtención de las curvas de peligro.



**Figura 4.5:** Función de densidad de probabilidad de distancias región SUB2



**Figura 4.6:** Función de densidad acumulada de distancias región SUB2

La figura 4.5 se obtuvo tras la normalización del histograma calculado previamente y la CDF

(fig. 4.6) al calcular el acumulado de la PDF.

### 4.1.2. Distribución temporal de sismicidad

Para poder realizar este análisis se requiere conocimiento previo de sismicidad; la caracterización se realiza por medio de la ley de recurrencia de Gutenberg-Richter acotada, y se emplean las ecuaciones mostradas en la sección 3.10. Los parámetros necesarios para el cálculo de las funciones de este paso fueron los reportados por Zúñiga *et al.* (2017). Se emplearon los valores mencionados ya que se considera que el catálogo reportado es uno de los más completos de sismicidad en México.

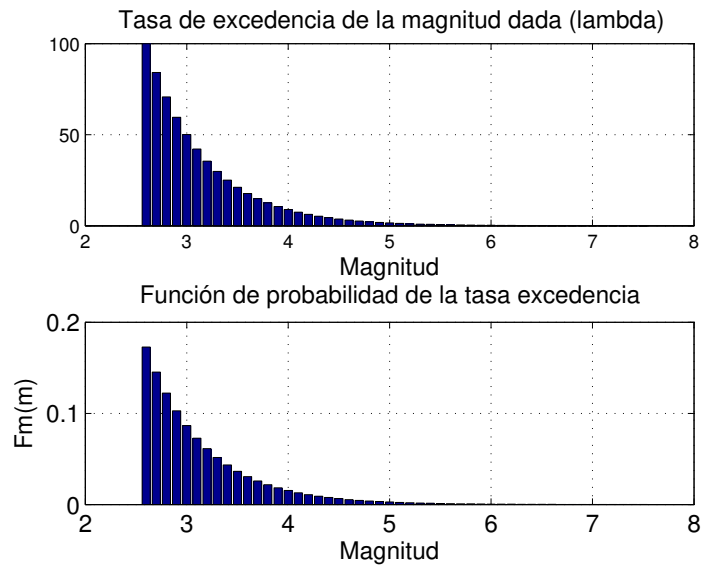
Región	b	a	Mc	Trec Est	T rec Obs
<b>SUB2</b>	0.75 $\pm$ 0.01	3.95 $\pm$ 0.05	2.6 $\pm$ 0.2	47 ( $\geq$ 7.5)	12 $\pm$ 12( $\geq$ 7.5)
<b>SUB3</b>	0.77 $\pm$ 0.01	4.2 $\pm$ 0.04	2.7 $\pm$ 0.03	37 ( $\geq$ 7.5)	13 $\pm$ 11( $\geq$ 7.5)
<b>IN1</b>	0.80 $\pm$ 0.01	3.5 $\pm$ 0.03	2.7 $\pm$ 0.05	125 ( $\geq$ 7.0)	1 evento
<b>IN2</b>	0.83 $\pm$ 0.02	3.77 $\pm$ 0.07	2.7 $\pm$ 0.02	109 ( $\geq$ 7.0)	11 $\pm$ 7( $\geq$ 7.0)

**Tabla 4.1:** Valores tomados de Zúñiga *et al.* (2017)

Por medio de las ecuaciones 3.79 y 3.80 se obtienen las gráficas mostradas en la figura 4.7, estas gráficas presentan las tasas de excedencia para un conjunto de magnitudes desde una Mc que es la magnitud de completéz hasta la Mmáx reportada.

### 4.1.3. Cálculo de un Parámetro de Movimiento de Terreno empleando EPMT

Las ecuaciones de predicción empleadas fueron Jaimes *et al.* (2006) para las regiones SUB2 y SUB3; y Jaimes *et al.* (2015) para las regiones IN1 e IN2, se eligieron estas ecuaciones ya que son las que más se adecuan a las características de las regiones en estudio. Como se mencionó con anterioridad, se excluyó la posibilidad de considerar la región MVB debido a que no existen ecuaciones que logren representar las características de la zona. Sin embargo se sabe que la sismicidad de la Faja Volcánica Transmexicana y los efectos topográficos deben ser considerados para estudios de peligro (Zúñiga *et al.*, 2017).



**Figura 4.7:** Valores de tasa de excedencia y su función de densidad de probabilidad

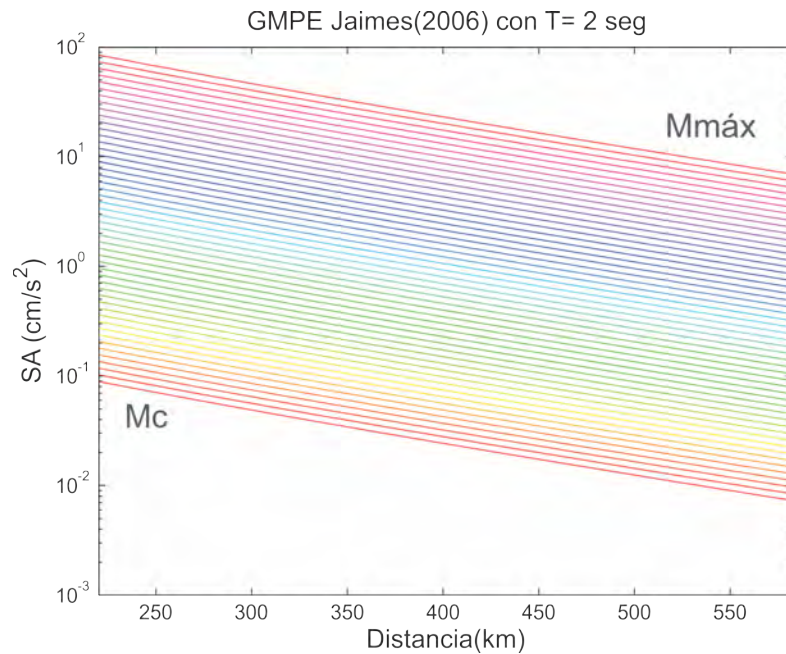
Los parámetros de movimiento de terreno, con los que se analizó el movimiento del suelo en el sitio elegido son PGA y SA. La figura 4.8 muestra los valores de aceleraciones espectrales, con un periodo de 2 segundos, obtenidas en Ciudad Universitaria para el conjunto de magnitudes y de distancias provenientes de las anteriores secciones (*i.e.* paso 1 y 2), estos valores medios fueron calculados con la ecuación de predicción de movimiento del terreno (ec. 3.71).

Estas ecuaciones son válidas para periodos y frecuencias establecidas, sin embargo, se sabe que los valores son más certeros a altas frecuencias, razón por la cual se decidió emplear simulaciones del movimiento del terreno, además para reducir la incertidumbre de las ecuaciones y tomar en cuenta efectos de la propagación de ondas.

#### 4.1.4. Curvas de peligro y verificación

Una vez obtenidas las funciones de probabilidad necesarias se procede a la aplicación de la ecuación 3.90 para obtener los valores correspondientes a las probabilidades de excedencia del parámetro elegido a un periodo determinado. A continuación se presenta un ejemplo de la curva de peligro obtenida en Ciudad Universitaria debido a la zona SUB2.

**Verificación.** Con el objetivo de tener certeza que las curvas obtenidas con el procedimiento escrito brindan valores realistas se realizó un análisis de datos empíricos obtenidos de una de las estaciones acelerográficas del Instituto de Ingeniería ubicada dentro de Ciudad Universitaria



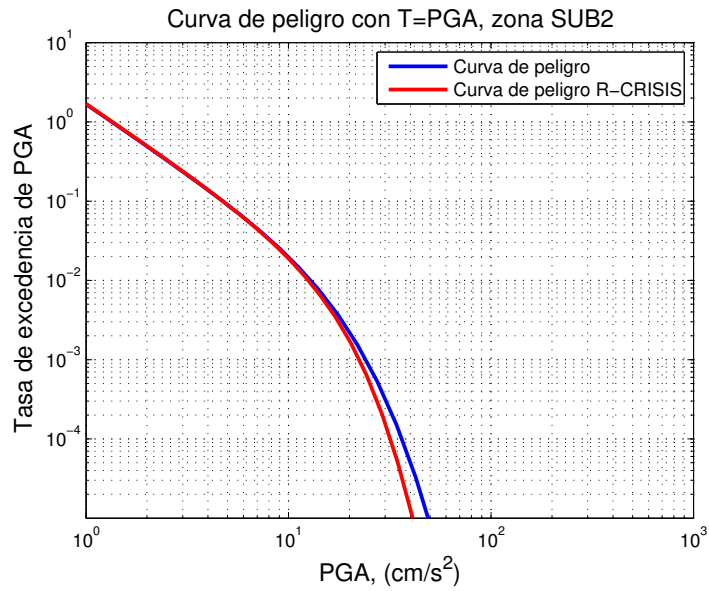
**Figura 4.8:** Valores SA con T=2 segundos, para un conjunto de magnitudes desde Mc a Mmáx.

(CUP05). Se extrajeron los valores de PGA de los registros correspondientes a todo el periodo de medición desde su instalación y se representaron junto a las curvas totales obtenidas, esto se representa en la sección 5 en la figura 5.1.

Otra verificación se realizó al calcular las curvas de peligro con los mismos parámetros empleados (Zúñiga *et al.*, 2017) con R-CRISIS (Ordaz y Salgado-Gálvez, 2008), software empleado globalmente para la obtención de curvas de peligro sísmico. Se observa gran similitud en los resultados por lo que se puede concluir que la implementación efectuada para este trabajo proporciona resultados correctos.

## 4.2. Características de las simulaciones numéricas de propagación de ondas

Las simulaciones realizadas fueron ejecutadas en el clúster Rosenblueth de la Unidad de Instrumentación Sísmica del Instituto de Ingeniería, esta compuesto por 1024 núcleos, 2TB de memoria RAM y 8TB de almacenamiento, en el clúster se tiene implementado el programa de propagación de ondas *Hercules* que se explicó en la sección 3.13.3. A continuación se mencionan



**Figura 4.9:** Curvas de peligro en CU por región SUB2 y datos empíricos pro

las características de la simulación:

- 0.8 Hz de resolución con 7 puntos por longitud de onda.
- Dominio 800 km x 450km x 80 km
- 300 s de simulación
- 206,439,588 elementos de la malla de solución
- 230,400 elementos de gradientes ( $H_{ijk}$ )
- 55,168.59591 CPUxHr
- 153 Gb de almacenamiento

## 4.3. Análisis de peligro sísmico probabilista empleando sismogramas sintéticos

Como se describió en la sección 3.12.2 un análisis de peligro sísmico se puede describir como un procedimiento de cuatro pasos, la diferencia de la metodología propuesta se encuentra en el tercer paso (ver fig.4.1), mientras en la forma tradicional se emplean ecuaciones de predicción para obtener los parámetros de movimiento del terreno. En el procedimiento modificado los parámetros son obtenidos a través de sismogramas sintéticos calculados siguiendo la metodología descrita en la sección 3.5.

¿Por qué es necesario modificar el cálculo de peligro? Porque las ecuaciones de predicción de movimiento del terreno no incluyen factores importantes, tales como efectos topográficos, de sitio o de falla finita, efectos que si son tomados en cuenta con simulaciones tridimensionales.

Los tensores de deformación de green son obtenidos con *Hercules*, con esta herramienta es posible determinar desplazamientos o deformaciones en un dominio determinado (sec. 3.13.3). Como se desean obtener parámetros de múltiples combinaciones posibles, se emplea la metodología de los tensores de deformación de Green (sec. 3.5), en donde la fuente es posicionada en el sitio de interés (Ciudad Universitaria), se aplican tres fuerzas ortogonales impulsivas y se obtienen las deformaciones en el dominio establecido. El dominio de simulación abarca prácticamente el mismo volumen del modelo de velocidades disponible, consiste en un dominio de 800 por 450 km (ver fig. 3.18).

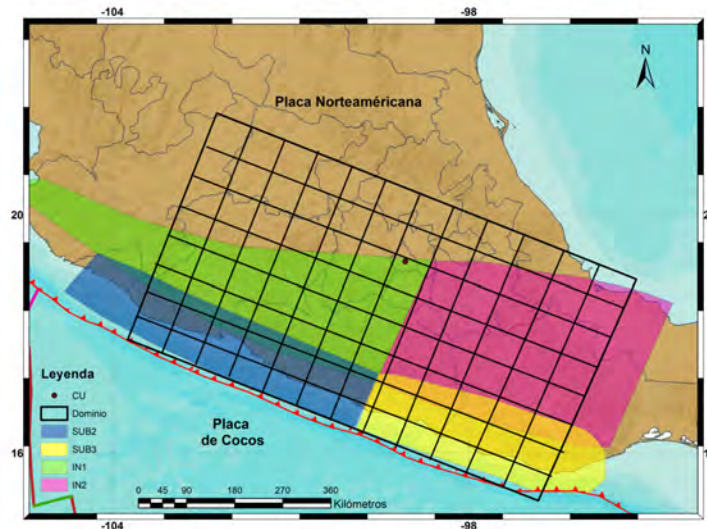
### 4.3.1. Sismogramas sintéticos

Los sismogramas sintéticos son calculados con aplicando la metodología detallada en la sección 3.5. La base consiste en calcular los tensores de deformación de Green ( $H_{ijk}$ ) generados por tres fuerzas impulsivas y ortogonales ejercidas en la posición del receptor.

$$u_k(r_r, t; r_s) = H_{jik}(r_s, t; r_r)M_{ij}. \quad (4.1)$$

Esta expresión nos dice que teniendo el tensor  $H_{ijk}$ , se puede obtener el campo de desplazamientos para cualquier  $M_{ij}$ .

Con *Hercules* (sec. 3.13.3) se calculó una base de datos de SGT para la estación CUP05 en



**Figura 4.10:** Dominio de modelación y malla en planta Hijk

Ciudad Universitaria. La base de datos esta ubicada dentro del dominio de simulación (fig. 3.18), en donde se definió una malla de 90 por 160 puntos en planta y cada 5 km a profundidad hasta 80 km, dando como resultado un conjunto de  $160 \times 90 = 14,400$  datos por nivel, con 16 niveles se tiene un total de 230,400 archivos de SGT.

### 4.3.2. Tensor de densidad de momento

Una vez teniendo los tensores de receptor de Green, debemos especificar un tensor de momento, el cual nos indicará el tipo de fallamiento del sismo que se desea modelar. Para esto se trabajó con la definición de tensor de densidad de momento (sec. 3.4).

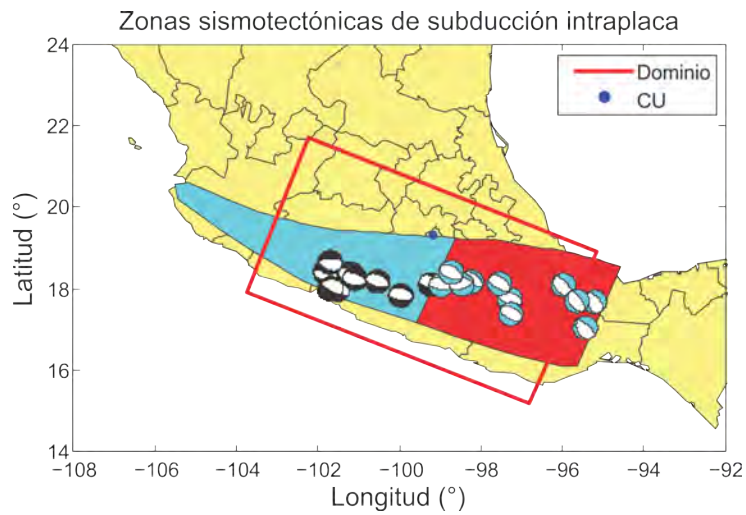
Para obtener los tensores de densidad de momento se realizó un análisis y se generó una base de datos de sismicidad de cada región sismotectónica que contiene la ubicación, profundidad, los valores de *strike*, *dip*, *rake* y del tensor de momento. La ubicación y profundidad fueron tomados del Servicio Sismológico Nacional (<http://www.ssn.unam.mx/>), mientras que los valores de mecanismo focal y tensor de momento fueron obtenidos del catálogo Global CMT (<http://www.globalcmt.org>), una limitante en este proceso es que las inversiones de mecanismos focales disponibles son de pocos sismos, razón por la cual se descartaron gran cantidad de eventos.

Las figuras 4.11 y 4.12 muestran los mecanismos focales divididos por zonas, los cuales nos indican y concuerdan con el tipo de sismicidad de cada región descrita en la sección 2.4.



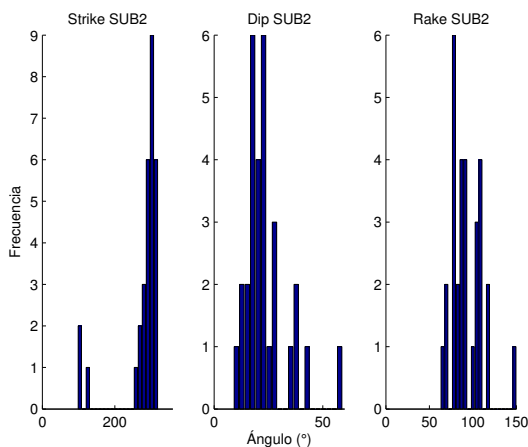


**Figura 4.11:** Mecanismos focales de regiones de subducción someras

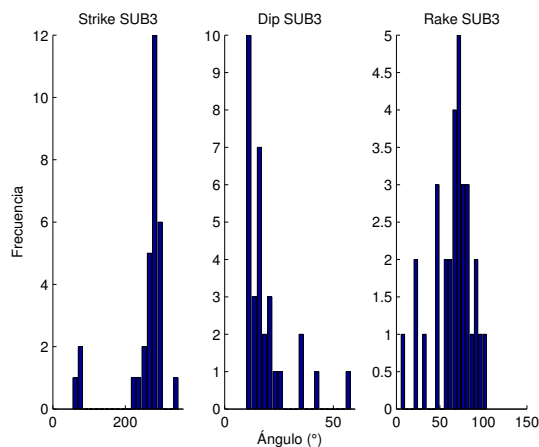


**Figura 4.12:** Mecanismos focales de regiones de subducción profundas

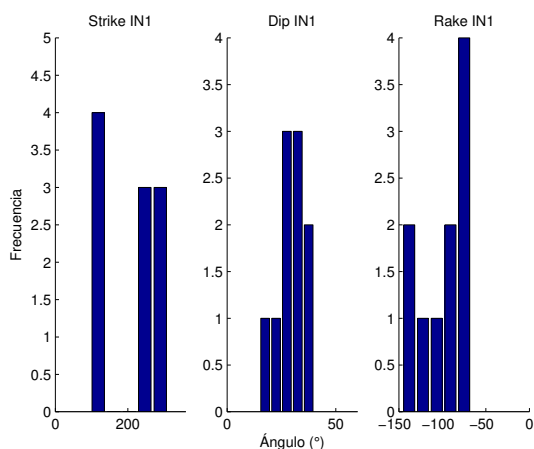
A partir de la base de datos disponibles se realizó un análisis para probar el ajuste de datos a una distribución normal, se calculó su media y desviación estándar. Con esta información es posible obtener la cantidad deseada de mecanismos focales por región, y empleando las ecuaciones 3.51 y 3.52 se calculan los vectores  $\hat{n}$  y  $\hat{d}$  para posteriormente obtener el tensor de densidad de momento con la ecuación 3.50. es posible



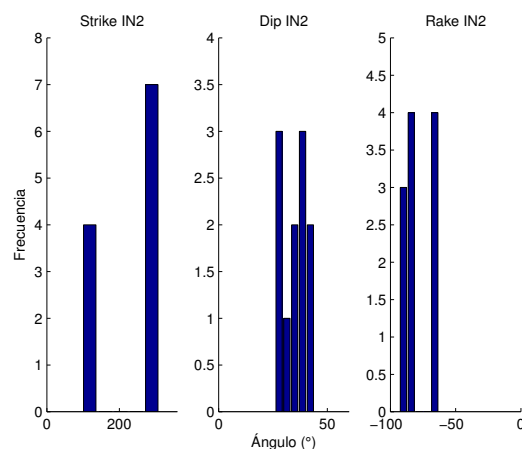
**Figura 4.13:** Histogramas de strike, dip y rake de la región SUB2



**Figura 4.14:** Histogramas de strike, dip y rake de la región SUB3



**Figura 4.15:** Histogramas de strike, dip y rake de la región IN1



**Figura 4.16:** Histogramas de strike, dip y rake de la región IN2

### 4.3.3. Función de fuente

Por otro lado, es necesario construir las funciones temporales de fuente. Las funciones de fuente se construyeron con el pulso de Yoffe (Nielsen y Madariaga, 2003) (sec. 3.6):

$$Y(t) = \frac{2}{\pi\tau_R} H(t)H(\tau_R - t) \sqrt{\frac{\tau_R - t}{t}} \quad (4.2)$$

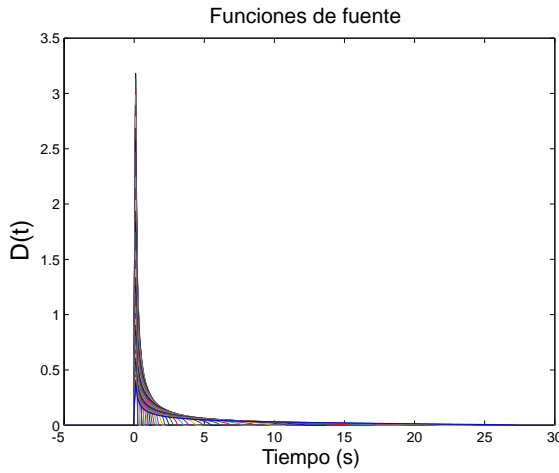
con  $H$  como la función Heaviside y  $\tau_r$  es el *rise time*, existe gran variedad de relaciones, la mayoría empíricas, que dan este valor (*e.g.* Somerville *et al.* (1999)). Sin embargo se eligió calcular como el inverso de la frecuencia de esquina, la cual, es calculada con la siguiente expresión:

$$f_c = 4.9 \times 10^6 * \beta * \left( \frac{\Delta\sigma}{M_0} \right)^{1/3} \quad (4.3)$$

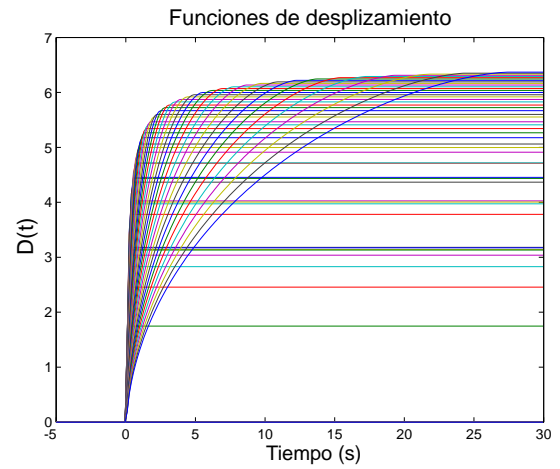
$$\tau_r = \frac{1}{f_c} \quad (4.4)$$

Con  $f_c$  en  $Hz$ , donde  $\beta$  es la velocidad de onda  $S$  en  $km/s$ ,  $\Delta\sigma$  es la caída de esfuerzos en *bares* y  $M_0$  es el Momento escalar en  $dyn - cm$ , esta expresión fue tomada de Boore (2003). La velocidad de ondas de corte se consideró para todos los casos de  $2.7 km/s$ , el momento escalar se calculó para cada magnitud de momento respectivamente. En relación a la caída de esfuerzos se realizaron múltiples pruebas, ya que es un parámetro que tiene aproximaciones variadas (Stein y Wyession, 2003), la mayoría se relacionan con la geometría de la falla, por simplicidad y con el objetivo de no añadir incertidumbre en este parámetro, se consideró una caída de esfuerzos (*stress drop*) de 30 bares para los sismos interplaca y de 100 bares para los de tipo intraplaca (Kanamori y Anderson, 1975).

Con los parámetros necesarios se construyeron las funciones temporales de fuente, dichas funciones se integraron para obtener las funciones de deslizamiento sin normalizar (fig. 4.17). Las

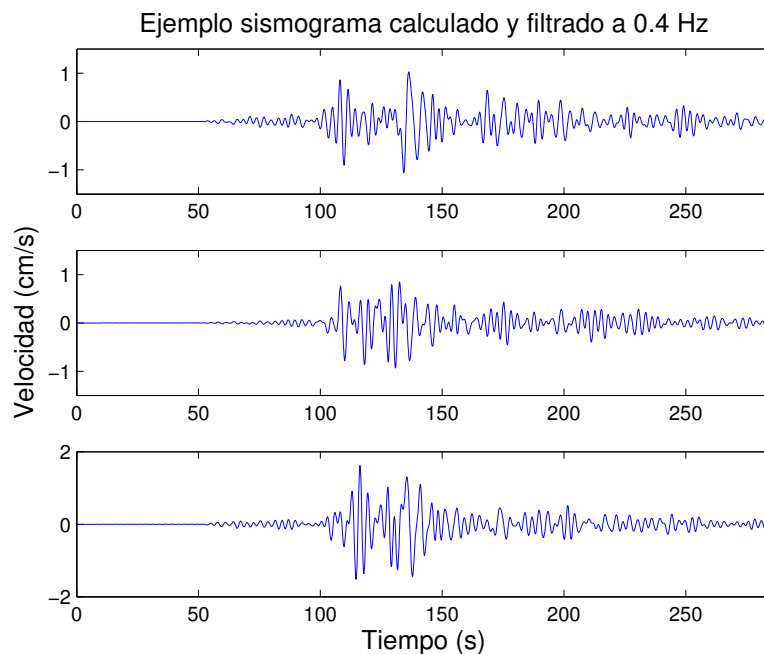


**Figura 4.17:** Funciones temporales de fuente, pulsos de Yoffe



**Figura 4.18:** Funciones de deslizamiento sin normalizar

funciones de fuente son convolucionadas con el producto de los  $SGT$  con el tensor de momento  $M_{ij}$  para construir un sismograma sintético. La figura 4.19 muestra un sismograma sintético obtenido tras aplicar la metodología descrita.



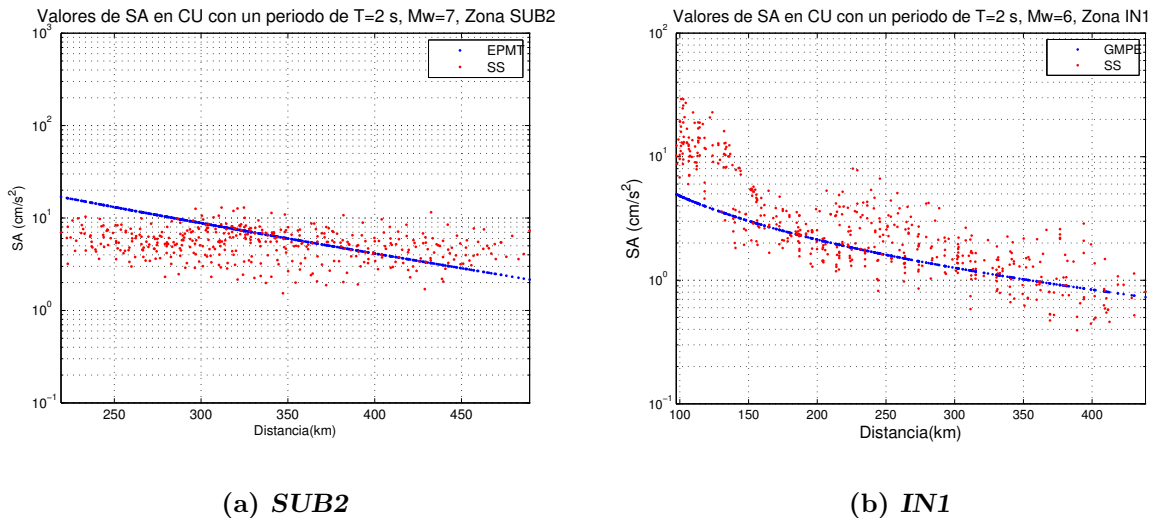
**Figura 4.19:** Ejemplo de un sismograma sintético obtenido con la metodología descrita

La cantidad de sismogramas sintéticos calculados fue variable para cada región. Las posibles fuentes se posicionan, en medida de lo posible, en la misma malla de cada región considerada con la metodología tradicional (*e.g.* fig. 4.2), con una separación de 11 kilómetros en planta, y con la profundidad proyectada de la geometría de la subducción (Pérez-Campos *et al.*, 2008). Por otro lado el rango de magnitudes abarca desde una  $M_{\text{mín}}=5$  hasta  $M_{\text{máx}}=7.5$ .

#### 4.3.4. Parámetros de movimiento de terreno con simulaciones

Una vez calculados los sismogramas sintéticos (fig. 4.19) se les extrae el parámetro de movimiento de terreno deseado *i.e.* PGA o SA. La imagen 4.20 muestra los valores de aceleración espectral obtenidos a un periodo de  $T = 2s$  (frecuencia de 0.5 Hz) con la EPMT Jaimes *et al.* (2006) y Jaimes *et al.* (2015), así como los parámetros extraídos de los sismogramas sintéticos, en el sitio de estudio (Ciudad Universitaria) proveniente de todas las posibles fuentes de la región sismotectónica SUB2 e IN1 considerando una magnitud  $M_w=7$  Y  $M_w=6$ .

Se observa que los valores obtenidos con sismogramas sintéticos están distribuidos a lo largo de los valores medios que arrojan las ecuaciones de predicción de movimiento del terreno. Esta tendencia era la esperada, los valores de la EPMT en la imagen asemejan a una recta ajustada



**Figura 4.20:** Valores de aceleración espectral obtenidos en Ciudad Universitaria provenientes, en rojo con simulaciones y azul con EPMT

de todos los valores.

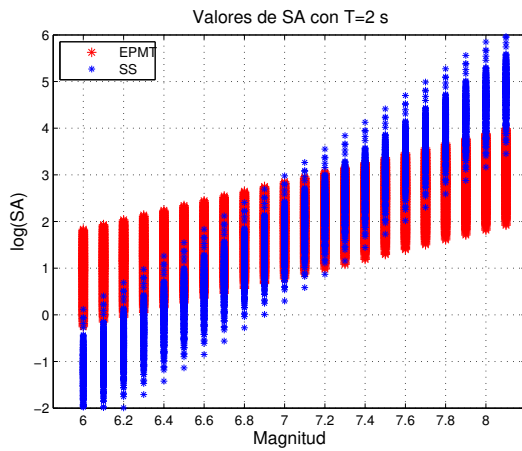
Como se mencionó, la ecuación empleada para los sismos de subducción de tipo interplaca es la propuesta por Jaimes *et al.* (2006), esta ecuación fue construida con sismos con magnitudes entre  $6 < Mw < 8.1$ , mientras que la ecuación empleada para sismos de tipo intraplaca (Jaimes *et al.*, 2015) se construyó con magnitudes entre  $5.2 < Mw < 7.4$ , por lo que, como ejercicio de validación, se analizaron los valores obtenidos en estos rangos de magnitudes. La imagen 4.21 muestra los valores de aceleración espectral en rojo, obtenidos con la ecuación de predicción de movimiento para sismos de subducción interplaca, y en azul los extraídos de todos los sismogramas sintéticos generados para un rango de magnitudes Mw de 6 a 8.1.

Se aprecia que al rededor de la magnitud 7 es donde se tiene mayor similitud, y que los valores aumentan en función de la magnitud y disminuyen en función de la misma.

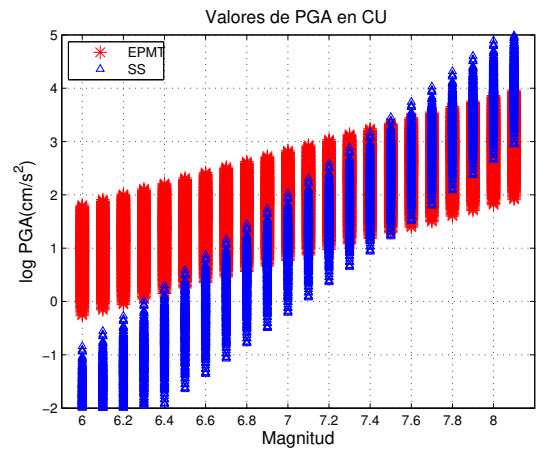
#### 4.3.5. Verificación de la simulación

Para saber si la simulación es correcta, se realizó un ejercicio de verificación, para esto se generó otra simulación con el problema directo y los resultados se comparan con los desplazamientos obtenidos utilizando el formalismo de los Tensores de Receptor de Green.

### 4.3 Análisis de peligro sísmico probabilista empleando sismogramas sintéticos

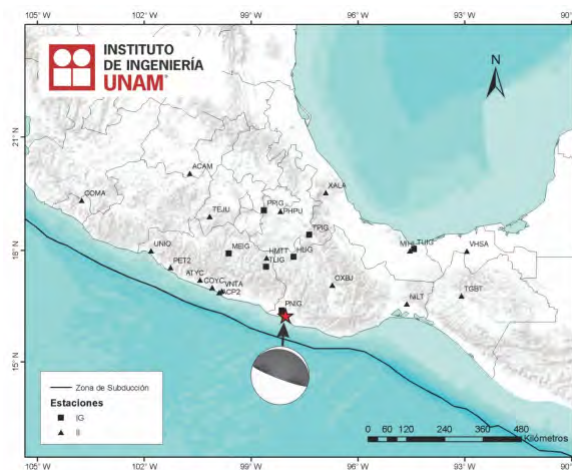


**Figura 4.21:** Comparación de valores de aceleración espectral calculados en Ciudad Universitaria con magnitudes  $6.5 \leq Mw \leq 8$ , y  $T = 2s$



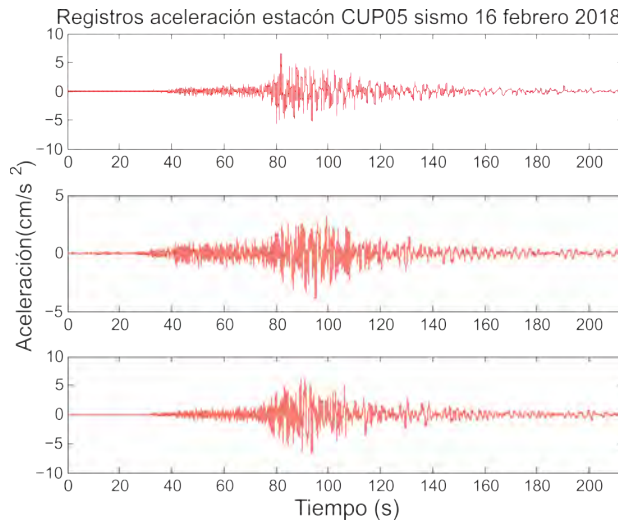
**Figura 4.22:** Comparación de valores de aceleración espectral calculados en Ciudad Universitaria con magnitudes  $6.5 \leq Mw \leq 8$ , y  $T = PGA$

Se eligió el sismo ocurrido el 16 de febrero de 2018, con magnitud  $Mw = 7.2$  ( $Mo = 8.42 \times 10^{26} \text{ dyn-cm}$ ) localizado al sur de Pinotepa Nacional, Oaxaca. El tiempo de origen del sismo fue 17:39:38 hora centro (23:39:38 hora UTC). Las coordenadas del epicentro son  $16.25^\circ$  latitud N y  $-98.03^\circ$  longitud W, con una profundidad de 12 km. El mecanismo focal señala una falla de tipo inverso, con  $Strike=110.6$ ,  $Dip=80.1$  y  $Slip=89.8$ .



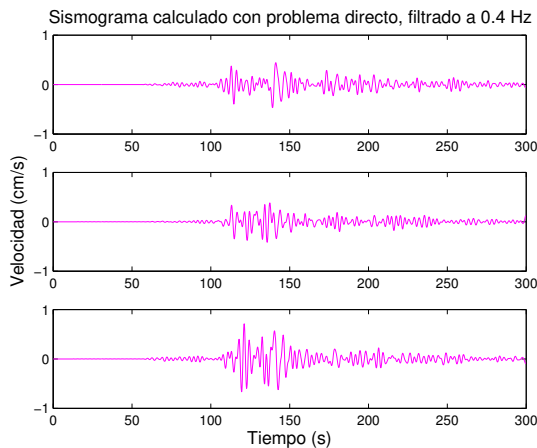
**Figura 4.23:** Epicentro y mecanismo focal. Tomada de Reporte Preliminar Sismo de la Costa de Oaxaca, 16 de febrero de 2018, Unidad de Instrumentación Sísmica (2018)

En la estación acelerográfica del Instituto de Ingeniería ubicada en Ciudad Universitaria (CUP05), con una distancia epicentral de  $362\text{ km}$  se tuvo una aceleración máxima de  $6.68\text{ cm/s}^2$ . En la figura 4.24 se muestran los registros de aceleración registrados en la estación mencionada.

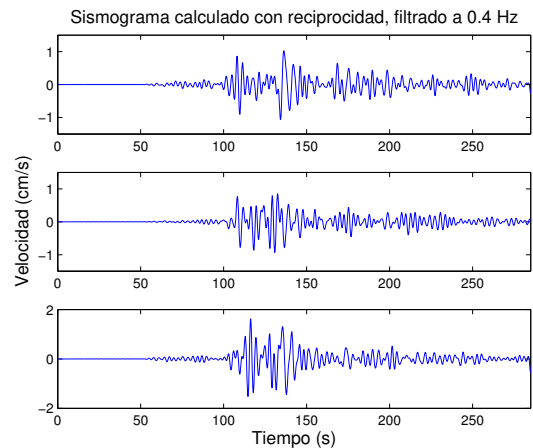


**Figura 4.24:** Registros de aceleración registrados en estación CUP5 de la Red Acelerográfica del Instituto de Ingeniería, sismo 16/02/18

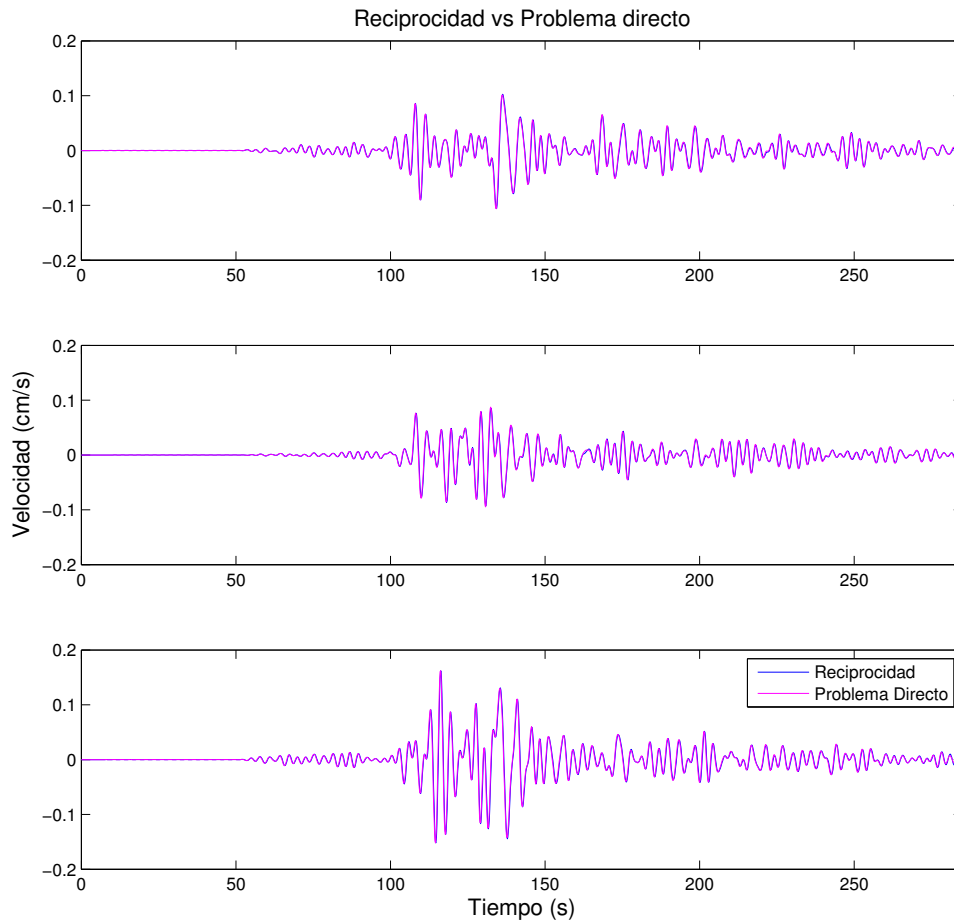
Las figuras 4.25 y 4.26 muestran los sismogramas sintéticos obtenidos con ambas metodologías (desarrollando un problema directo y aplicando reciprocidad).



**Figura 4.25:** Sismograma simulado con problema directo



**Figura 4.26:** Sismograma simulado con reciprocidad



**Figura 4.27:** Comparación del problema directo con la simulación

Se observa un excelente ajuste entre las señales simuladas, por lo que se confirma la eficacia y capacidad de la metodología implementada.



## Resultados

---

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos; las curvas de peligro calculadas a distintos periodos en Ciudad Universitaria, correspondientes a las cuatro regiones sismotectónicas seleccionadas, aplicando las dos metodologías explicadas.

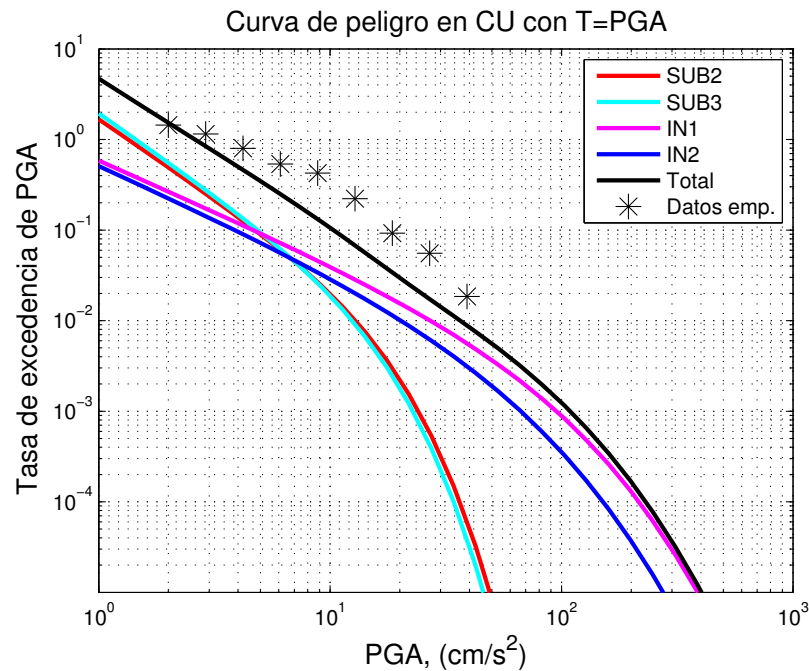
Los resultados del análisis de peligro sísmico probabilista son presentados con curvas de peligro (sec. 3.12.3). Una curva de peligro representa la tasa anual de excedencia (o periodo de retorno) de los valores de las intensidades de algún parámetro de movimiento de terreno, calculadas en un sitio, asociadas a un periodo estructural. Los valores de cada curva indican el grado de peligro sísmico en el sitio de estudio.

### 5.1. Resultados con metodología tradicional

Se muestran curvas de peligro obtenidas con el enfoque tradicional, las curvas pueden ser calculadas a distintos periodos:  $T=PGA$ , 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 5 s, (figs. 5.1,5.2) periodos donde se tienen valores de los coeficientes de las ecuaciones de predicción de movimiento del terreno empleadas.

Los resultados de las figuras 5.1 y 5.2 muestran la contribución por cada zona y la curva total de peligro en Ciudad Universitaria. Estas curvas toman en cuenta todas las posibles fuentes de cada región, con un rango de magnitudes considerable ( $M_c \leq M \leq M_{max}$ ).

De manera general se observa que en el resultado total, el cual consiste en la suma de las curvas

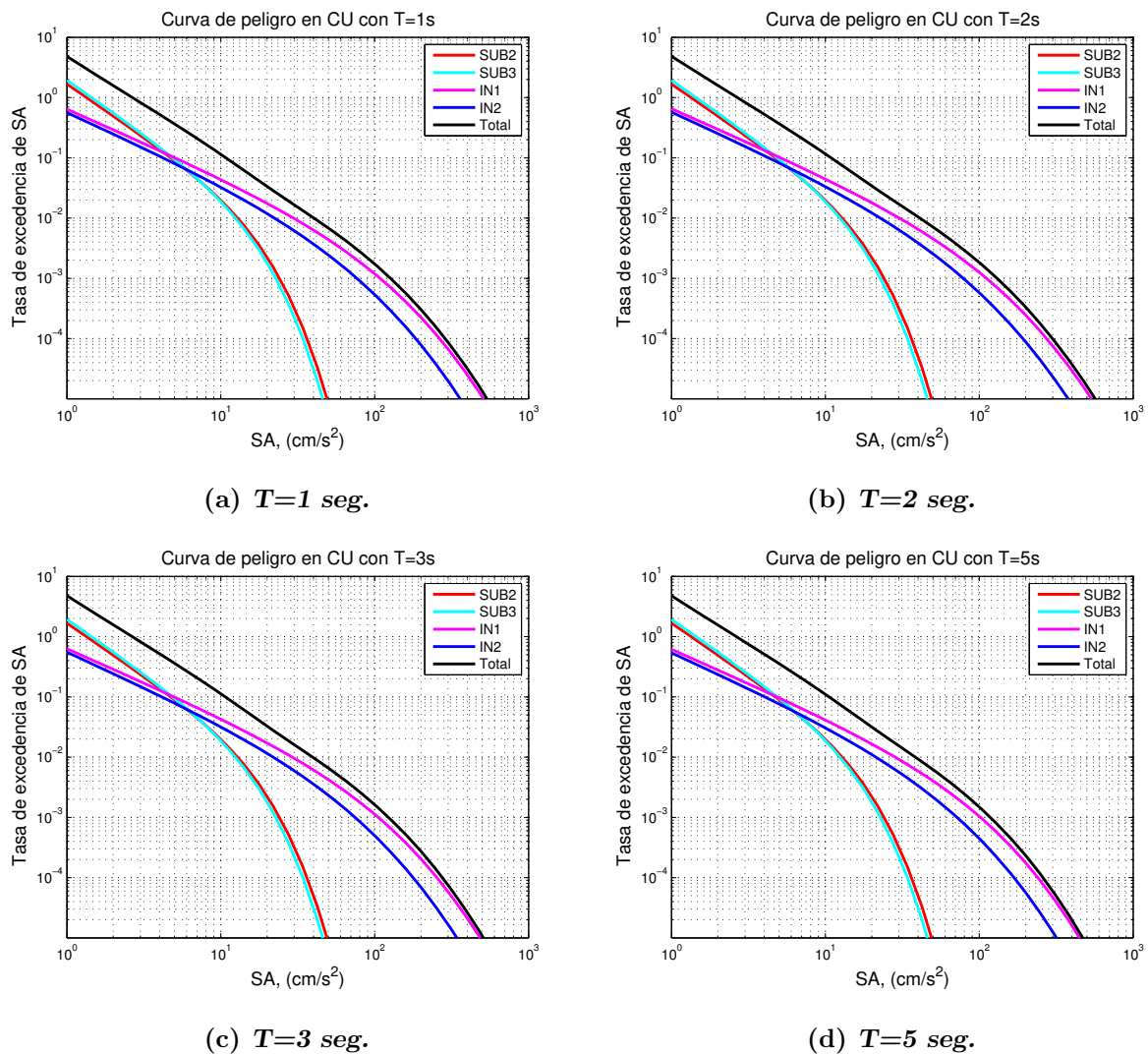


**Figura 5.1:** Curvas de Peligro obtenidas en Ciudad Universitaria con  $T=PGA$ , debidas a las cuatro regiones consideradas, y datos empíricos obtenidos en la estación.

de cada zona, la contribución a bajas intensidades correspondientes a las regiones de subducción intraplaca (SUB2 y SUB3) tiene mayor efecto en el total, mientras que a valores de intensidades altos la contribución es mayor de las regiones de subducción intraplaca (IN1 e IN2).

## 5.2. Comparación de resultados

Por otro lado, la magnitudes seleccionadas como válidas para las simulaciones considera un rango menor ( $5 \leq M \leq Mmax$ ). Esto se decidió así ya que solo se logró hacer una validación de los valores de los parámetros en el rango de magnitudes con las que se construyeron las ecuaciones de predicción de movimiento del terreno, para magnitudes menores los resultados subestiman los valores, esto se debe a dos factores, en primera instancia a la caída de esfuerzos asignada, y por ende a la función de fuente que se calcula para estas magnitudes. Los periodos donde las simulaciones realizadas son válidas son  $T= 2, 3, 5 s$ , en las figuras 5.3 se muestran las curvas de peligro a los periodos mencionados, obtenidas con los valores de los sismogramas sintéticos, se añade como referencia y verificación las curvas calculadas con la metodología convencional modificando simplemente la magnitud mínima.



**Figura 5.2:** Curvas de Peligro obtenidas en Ciudad Universitaria a distintos periodos, debidas a las cuatro regiones consideradas

### 5.3. Análisis de resultados

Los resultados de las curvas obtenidas con la metodología modificada para las regiones de subducción de tipo interplaca muestran valores ligeramente menores al inicio y conforme aumenta el valor del parámetro (SA) los resultados de la metodología propuesta aumentan, mientras que a periodos de 2 y 5 segundos, los resultados con la metodología modificada permanecen por debajo de las curvas calculadas con las ecuaciones de predicción de movimiento de terreno.

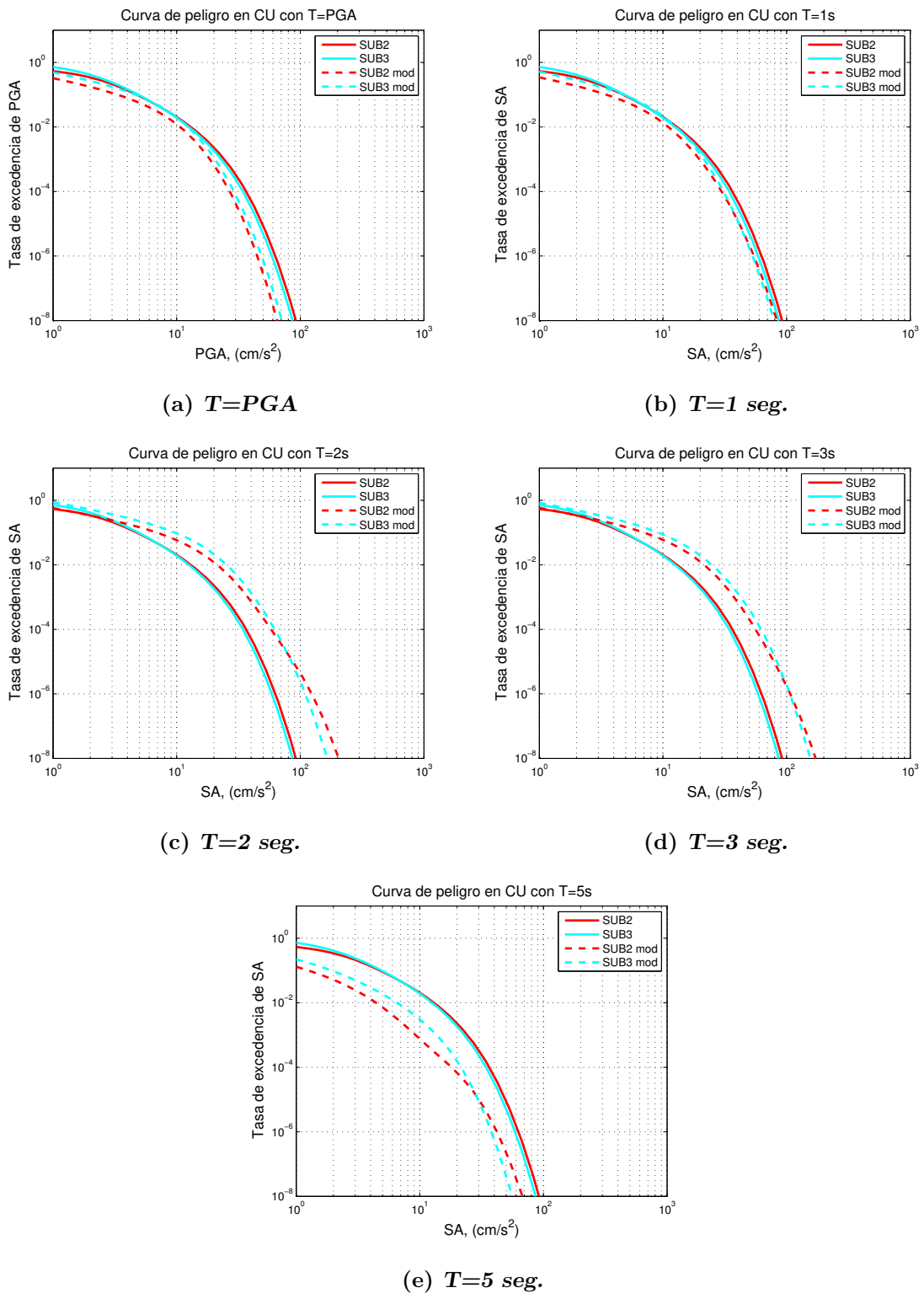
En relación a las curvas de peligro de las zonas de subducción de tipo intraplaca, se les aplicó la misma metodología con la única variante que se usó otra ecuación de predicción de movimiento de terreno. Se esperaría observar un comportamiento similar. Sin embargo, para estas regiones, a todos los periodos, las curvas de peligro calculadas con la metodología propuesta se encuentran por debajo de las calculadas con la metodología estándar.

Uno de las ventajas al realizar simulaciones en vez de ocupar las EPMT son que estas últimas no tienen buenas aproximaciones a bajas frecuencias, y las simulaciones de movimiento de terreno sí. Por lo que no se puede establecer que un método es mejor que otro sino que ambos son válidos a diferentes frecuencias.

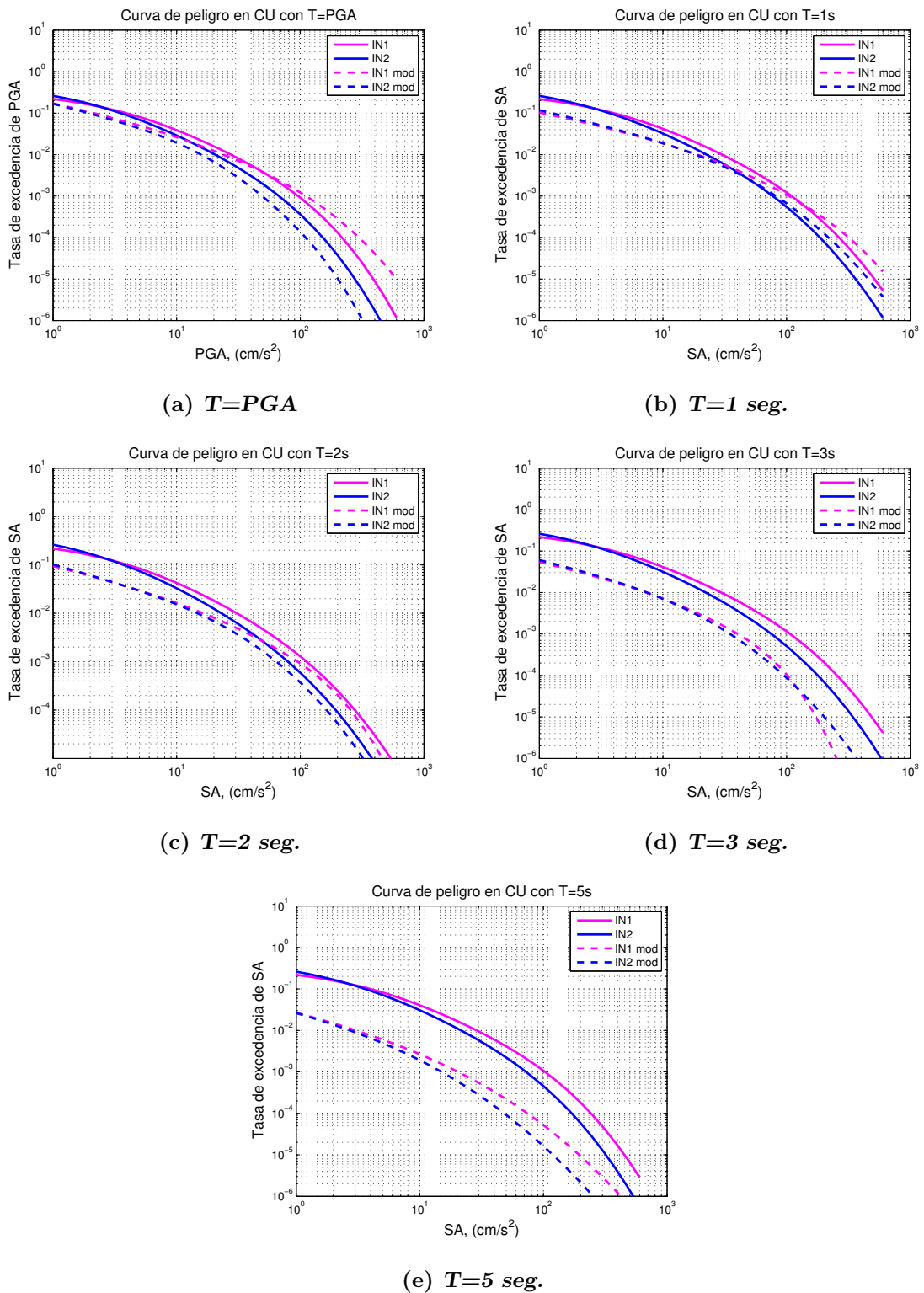
Como parte del análisis de resultados se añade la tabla 5.1, donde se muestran los valores obtenidos de la desviación estándar (el valor de  $\sigma$ ) por región y periodo. Uno de los objetivos del trabajo es reducir la incertidumbre epistémica, y una manera de medir esta incertidumbre es por medio del valor  $\sigma$ . En la mayoría de los casos se logró satisfactoriamente disminuir dicho valor, excepto en ciertos casos los cuales se señalan con un \*. Esta variabilidad de los valores de  $\sigma$  explican además de los factores mencionados (*i.e.* la caída de esfuerzos y el *rise time*), en cierta medida, las diferencias que se observan en las curvas obtenidas.

**Tabla 5.1:** Valores obtenidos del valor de sigma por región y periodo, con ecuaciones de predicción de movimiento del terreno (GMPE) y con los valores obtenidos de sismogramas sintéticos (SS), las posiciones donde se añade un \* señalan los casos donde el valor de sigma aumentó.

	T=PGA	T=1s	T=2s	T=3s	T=5s
SUB2	0.3199	0.3992	0.4955	0.5846	0.7027
SUB2 mod	0.3177	0.6826*	0.4132	0.5005	0.2613
SUB3	0.3199	0.3992	0.4955	0.5846	0.7027
SUB3 mod	0.2929	0.5900*	0.5551*	0.4722	0.3712
IN1	0.6000	0.7100	0.7300	0.6900	0.6600
IN1 mod	0.6205*	0.5250	0.4081	0.3551	0.8767*
IN2	0.6000	0.7100	0.7300	0.6900	0.6600
IN2 mod	0.2508	0.4488	0.3883	0.7500*	0.3772



**Figura 5.3:** Curvas de Peligro obtenidas en Ciudad Universitaria a distintos periodos, para las regiones de subducción SUB2 y SUB3



**Figura 5.4:** Curvas de Peligro obtenidas en Ciudad Universitaria a distintos periodos, región IN1 e IN2

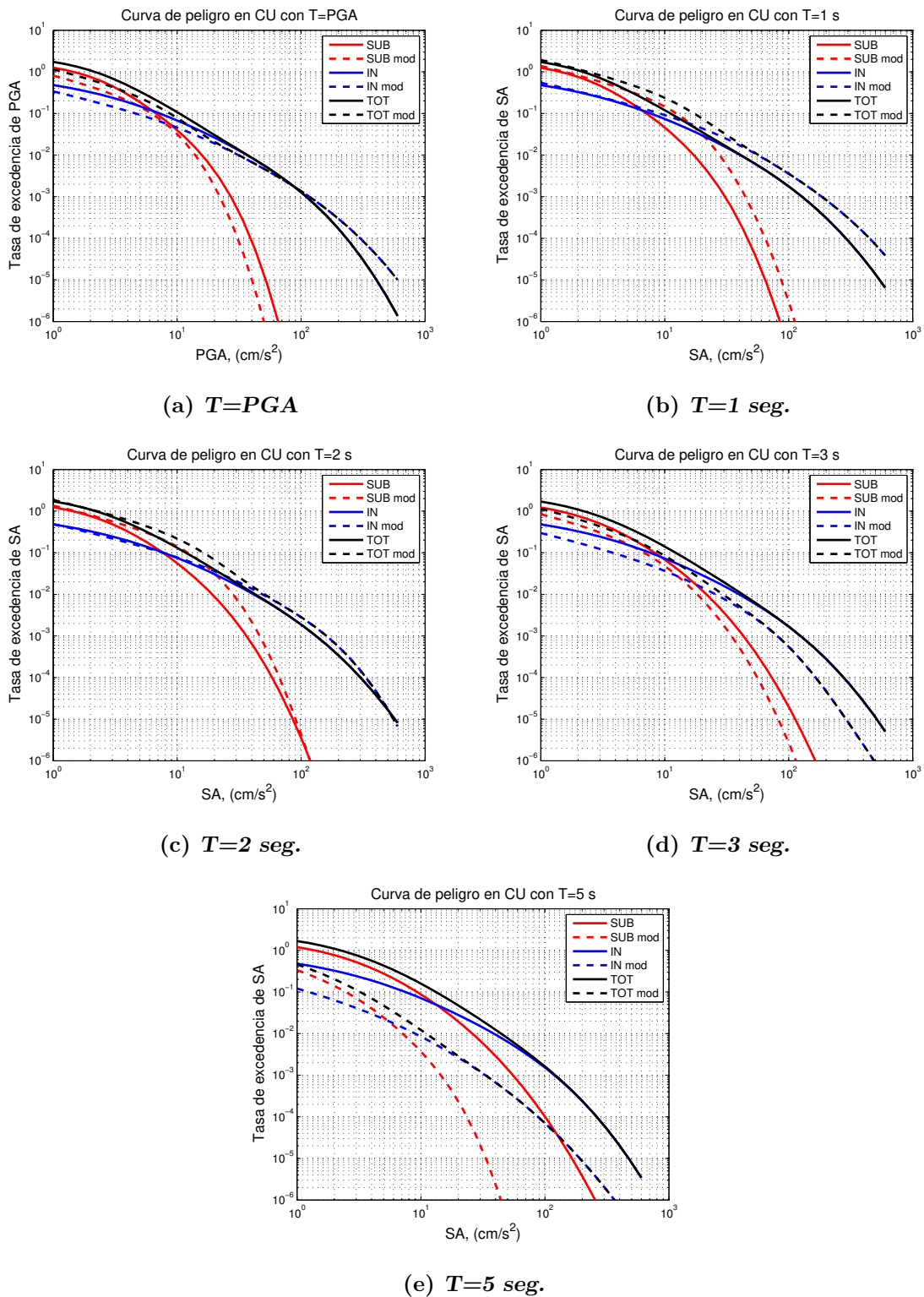


Figura 5.5: Curvas de Peligro de regiones intraplaca e interplaca y las curvas totales

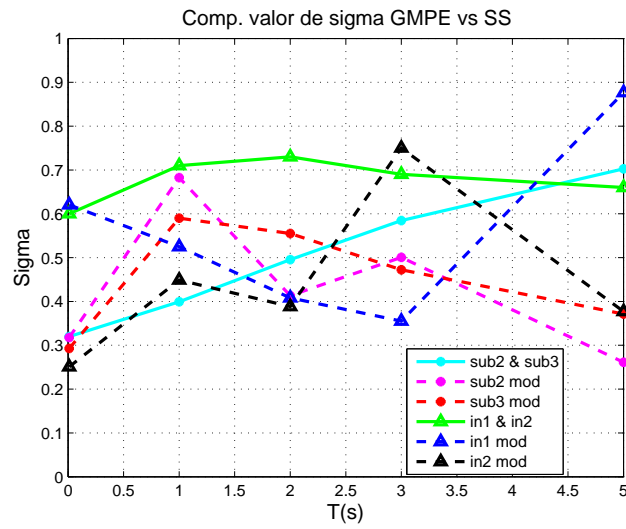


Figura 5.6: Comparación de valores de desviación estándar  $\sigma$



## Conclusiones y Recomendaciones

---

En el presente trabajo se desarrolló un análisis comparativo de peligro sísmico en un punto de referencia en la Ciudad de México, empleando dos metodologías. El primer método es el conocido PSHA (*Probabilistic Seismic Hazard Analysis*), el cual se ha popularizado y utilizado a través del tiempo y actualmente a nivel global, para estudiar el peligro en sitios de interés, tales como ciudades con gran amenaza sísmica o de manera más específica en plantas nucleares, por ejemplo. El segundo método tiene como base el cálculo sismogramas sintéticos por medio de simulaciones numéricas, se ha probado en California (Graves *et al.*, 2011) y en este estudio se comprobó su utilidad en un punto de la Ciudad de México.

La Ciudad de México es un área con gran amenaza, por lo que hacer este tipo de estudios con la mayor precisión posible es de suma importancia. Un camino para lograr esto, es por medio de simulaciones numéricas, así como el uso de un modelo de velocidades adecuado, que considere los efectos topográficos, de sitio y de fuente; efectos que son poco o nulamente considerados al emplear Ecuaciones de Predicción de Movimiento de Terreno.

Los Parámetros de Movimiento del Terreno provenientes de los sismogramas sintéticos, agrupados en conjuntos por región y periodo, presentan dispersión. Esta se debe a la asignación de los parámetros que se toman en cuenta para la obtención de los mismos *i.e.* ubicación, magnitud, caída de esfuerzos, *rise time*, tensor de momento y mecanismo focal, que no son tomados en cuenta con las Ecuaciones de Predicción de Movimiento de Terreno.

Para medir la dispersión de los datos utilizamos la desviación estándar  $\sigma$ . Uno de los objetivos e hipótesis fue disminuir la incertidumbre epistémica con el uso de un modelo más adecuado, para corroborar esto se analizaron los valores de  $\sigma$ , *i.e.* mientras más pequeño sea este valor refleja menor dispersión, por lo tanto menor incertidumbre. Satisfactoriamente en la mayoría de los casos se logró disminuir el valor de  $\sigma$ . En adición se hizo notorio el efecto que este valor tiene en el cálculo de las curvas de peligro, ya que con ligeras variaciones la tendencia de la

---

curva cambia considerablemente.

Los resultados muestran que al aumentar el nivel de precisión en ciertos parámetros involucrados en el análisis de peligro, terminan por subestimar los resultados finales a bajas frecuencias.

El hecho que se obtengan mayores o menores tasas de excedencia tiene un impacto directo en la construcción de espectros de diseño. Por tal motivo se planea generar un híbrido de ambas metodologías, en donde a altas frecuencias se tengan los resultados obtenidos con las EPMT, ya que se ha demostrado en diversos artículos que a estas frecuencias los resultados muestran cierta semejanza a los datos reales, mientras que a bajas frecuencias el uso de simulaciones tendría mayor veracidad. Las limitaciones de las metodologías radican en el rango de frecuencias donde son válidas; las simulaciones son válidas para un periodo de 1.25 segundos en adelante, o bien para frecuencias menores a 0.8 Hz. Por otro lado las ecuaciones de predicción de movimiento de terreno incluyen frecuencias altas que varían dependiendo del parámetro para el que fueron estimadas.

Se concluye satisfactoriamente que el uso de los tensores de receptor de Green son una herramienta con grandes alcances y aplicaciones, en este trabajo se decidió comprobar su utilidad en un estudio de peligro, sin embargo los alcances que tiene son diversos.

A manera de recomendación y trabajo a futuro se planea ampliar la base de datos, colocando fuentes en cada estación de la red del Instituto de Ingeniería, para obtener una densa base de datos de tensores de receptor de Green y trabajar con esta información para el análisis de peligro, entre otros objetivos a futuro.

## Referencias

---

- Aki K. y Richards P. (2002). *Quantitative Seismology*, vol. 1. XIII, 20, 22, 25, 27, 29, 31
- Arroyo D., García D., Ordaz M., Mora M. A. y Singh S. K. (2010). Strong ground-motion relations for mexican interplate earthquakes. *Journal of Seismology* **14** (4), 769–785. URL <https://doi.org/10.1007/s10950-010-9200-0>. 39, 40
- Bommer J. J. y Abrahamson N. A. (2006). Why do modern probabilistic seismic-hazard analyses often lead to increased hazard estimates? *Bulletin of the Seismological Society of America* **96** (6), 1967. URL <http://dx.doi.org/10.1785/0120060043>. 39
- Boore D. M. (2003). Simulation of ground motion using the stochastic method. *pure and applied geophysics* **160** (3), 635–676. URL <https://doi.org/10.1007/PL00012553>. 67
- Bullen K. E. y Bolt B. A. (1986). An introduction to the theory of seismology, 4th edn. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* **86** (1), 215–216. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-246X.1986.tb01083.x>. XIII, 24
- Campa M. y Coney P. (1983). Tectono-stratigraphic terranes and mineral resource distribution in mexico. *Canadian Journal of Earth Sciences* **20** (6). 8
- Cornell C. A. (1968). Engineering seismic risk analysis. *Bulletin of the Seismological Society of America* **58** (5), 1583. URL <http://dx.doi.org/>. 55
- Esteva L. (1968). *Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico*. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería. 55
- Ferrari L., Orozco-Esquivel T., Manea V. y Manea M. (2012). The dynamic history of the trans-mexican volcanic belt and the mexico subduction zone. *Tectonophysics* **522**, 122–149.

- García D., Singh S. K., Herraiz M., Ordaz M. y Pacheco J. F. (2005). Inslab earthquakes of central Mexico: Peak ground-motion parameters and response spectra. *Bulletin of the Seismological Society of America* **95** (6), 2272. URL <http://dx.doi.org/10.1785/0120050072>. 39, 40
- Graves R., Jordan T. H., Callaghan S., Deelman E., Field E., Juve G., Kesselman C., Maechling P., Mehta G., Milner K., Okaya D., Small P. y Vahi K. (2011). Cybershake: A physics-based seismic hazard model for southern California. *Pure and Applied Geophysics* **168** (3), 367–381. URL <https://doi.org/10.1007/s00024-010-0161-6>. 2, 81
- Gutenberg B. y Richter C. F. (1944). Frequency of earthquakes in California\*. *Bulletin of the Seismological Society of America* **34** (4), 185. URL <http://dx.doi.org/>. 42
- International Atomic Energy Agency (2015). *Ground Motion Simulation Based on Fault Rupture Modelling for Seismic Hazard Assessment in Site Evaluation for Nuclear Installations*. No. 85 en Safety Reports Series. 39
- Jaimes M. A., Ramírez-Gaytán A. y Reinoso E. (2015). Ground-motion prediction model from intermediate-depth intraslab earthquakes at the hill and lake-bed zones of Mexico City. *Journal of Earthquake Engineering* **19** (8), 1260–1278. URL <https://doi.org/10.1080/13632469.2015.1025926>. XIII, 39, 41, 42, 59, 68, 69
- Jaimes M. A., Reinoso E. y Ordaz M. (2006). Comparison of methods to predict response spectra at instrumented sites given the magnitude and distance of an earthquake. *Journal of Earthquake Engineering* **10** (06), 887–902. URL <http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S1363246906002943>. XIII, 40, 41, 59, 68, 69
- Juárez-Zúñiga A. (2016). *Tomografía sísmica de forma de onda completa del centro de México*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Posgrado en Ciencias de la Tierra. 53
- Kanamori H. y Anderson D. L. (1975). Theoretical basis of some empirical relations in seismology. *Bulletin of the Seismological Society of America* **65** (5), 1073. URL <http://dx.doi.org/>. 67
- Kostoglodov V. y Pacheco J. F. (1999). Cien años de sismicidad en México. URL <http://usuarios.geofisica.unam.mx/vladimir/sismos/100aF1os.html>. 1, 4
- Kramer S. L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. México: Instituto Panamericano de Geografía e Historia. 36, 37, 43, 45, 48, 55
- Lee E.-J., Chen P., Jordan T. H. y Wang L. (2011). Rapid full-wave centroid moment tensor (cmt) inversion in a three-dimensional earth structure model for earthquakes in southern California. *Geophysical Journal International* **186** (1), 311–330. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05031.x>. 32, 33

- 
- Morán-Zenteno D. J. (1985). *Geología de la República Mexicana*. México: Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática. XIII, 4, 5, 6, 7, 8
- Nielsen S. y Madariaga R. (2003). On the self-healing fracture mode. *Bulletin of the Seismological Society of America* **93** (6), 2375. URL <http://dx.doi.org/10.1785/0120020090>. 33, 66
- Oppenheim A. V. y Willsky A. S. (1997). *Señales y sistemas*. Prentice–Hall. 35
- Ordaz M. y Reyes C. (1999). Earthquake hazard in Mexico city: Observations versus computations. *Bulletin of the Seismological Society of America* **19**, 1260–1278. 39
- Ordaz M. y Salgado-Gálvez M. (2008). R-crisis validation and verification document. Rep. tec., ERN, Ciudad de México, México. 61
- Pacheco J. F., Sykes L. R. y Scholz C. H. (1993). Nature of seismic coupling along simple plate boundaries of the subduction type. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* **98** (B8), 14133–14159. URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/93JB00349>. 11
- Pérez-Campos X., Kim Y., Husker A., Davis P. M., Clayton R. W., Iglesias A., Pacheco J. F., Singh S. K., Manea V. C. y Gurnis M. (2008). Horizontal subduction and truncation of the Cocos plate beneath central Mexico. *Geophysical Research Letters* **35** (18). URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2008GL035127>. 56, 68
- Shearer P. M. (2009). *Introduction to Seismology*. Cambridge University Press, 2 ed. XIII, 30
- Singh S. K. y Mortera F. (1991). Source time functions of large Mexican subduction earthquakes, morphology of the Benioff zone, age of the plate, and their tectonic implications. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* **96** (B13), 21487–21502. URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/91JB02047>. 13, 14
- Somerville P., Irikura K., Graves R., Sawada S., Wald D., Abrahamson N., Iwasaki Y., Kagawa T., Smith N. y Kowada A. (1999). Characterizing crustal earthquake slip models for the prediction of strong ground motion. *Seismological Research Letters* **70** (1), 59. URL <http://dx.doi.org/10.1785/gssrl.70.1.59>. 67
- Stein S. y Wysession M. (2003). *Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure*. Blackwell Publishing. XIII, XIII, XIII, 17, 18, 19, 22, 67
- Suárez G. y Albin P. (2009). Evidence for great tsunamigenic earthquakes (M 8.6) along the Mexican subduction zone. *Bulletin of the Seismological Society of America* **99** (2A), 892. URL <http://dx.doi.org/10.1785/0120080201>. 14
-

- 
- Suárez G., García-Acosta V. y Gaulon R. (1994). Active crustal deformation in the jalisco block, mexico: evidence for a great historical earthquake in the 16th century. *Tectonophysics* **234** (1), 117 – 127. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0040195194902070>. Tectonic Processes of the Eastern Mediterranean and Analogous Region. 15
- Tan L. (2008). *Digital Signal Processing, Fundamentals and Applications*. Elsevier. 35
- Tinti E., Fukuyama E., Piatanesi A. y Cocco M. (2005). A kinematic source-time function compatible with earthquake dynamics. *Bulletin of the Seismological Society of America* **95** (4), 1211. URL <http://dx.doi.org/10.1785/0120040177>. 33
- Tu T., Yu H., Ramirez-Guzman L., Bielak J., Ghattas O., l. Ma K. y O'Hallaron D. R. (2006). From mesh generation to scientific visualization: An end-to-end approach to parallel supercomputing , 12–12. XIV, XIV, 52, 53
- Unidad de Instrumentación Sísmica I. d. I. (2018). Sismo de la costa de oaxaca (mw7.2) 16 de febrero de 2018\* reporte preliminar parámetros del movimiento del suelo e intensidades macrosísmicas. Rep. tec., Instituto de Ingeniería, UNAM, Ciudad de México, México. XIV, 70
- Zhao L., Chen P. y Jordan T. H. (2006). Strain green's tensors, reciprocity, and their applications to seismic source and structure studies. *Bulletin of the Seismological Society of America* **96** (5), 1753. URL <http://dx.doi.org/10.1785/0120050253>. 32
- Zúñiga F. R., Suárez G., Figueroa-Soto Á. y Mendoza A. (2017). A first-order seismotectonic regionalization of mexico for seismic hazard and risk estimation. *Journal of Seismology* **21** (6), 1295–1322. URL <https://doi.org/10.1007/s10950-017-9666-0>. VIII, x, 10, 13, 14, 15, 59, 61
- Zúñiga F. R., Suárez G., Ordaz M. y García-Acosta (1997). *Peligro Sísmico en Latinoamérica y el Caribe*. México: nstituto Panamericano de Geografía e Historia. 14