



# **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA  
SUPERIOR (MADEMS)  
MATEMÁTICAS**

**TECNOLOGÍA DIGITAL COMO INSTRUMENTO PARA EL  
APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS CÓNICAS, EN LA  
ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA NÚMERO SIETE  
“EZEQUIEL A. CHÁVEZ”: UNA PROPUESTA.**

## **T E S I S**

Que para optar por el grado de:

**MAESTRO EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA  
SUPERIOR (Matemáticas)**

**P R E S E N T A  
RAMIRO ORTIZ GIRÓN**

**T U T O R P R I N C I P A L  
MTRO. VÍCTOR JOSÉ PALENCIA GÓMEZ**

Santa Cruz Acatlán, Naucalpan, Estado de México

diciembre de 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS.**

DOY GRACIAS A LA MÁXIMA CASA DE ESTUDIOS, LA UNIVERSIDAD  
NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO:

Gracias por darme la oportunidad de prepararme para desempeñarme mejor en esta loable profesión que es la docencia, gracias por ser mi segunda casa, primero como estudiante y ahora también en el ámbito laboral.

Gracias a todos mis maestros de la MADEMS con sede en la FES Acatlán quienes con sus experiencias y enseñanzas compartidas han sido determinantes para acrecentar mi vocación docente.

DOY GRACIAS A MIS SINODALES:

Mtro. Víctor José Palencia Gómez

Dr. Carlos Hernández Garciadiego

Mtro. Jorge Javier Jiménez Zamudio

Mtro. Edgar Enrique Solís de los Reyes

Dr. Arturo Erdely Ruíz

Les agradezco sus invaluable consejos para mejorar este trabajo sin que este perdiera su esencia, gracias a la atinada dirección que tuvo desde el principio.

DOY GRACIAS A MI AMADA ESPOSA ESTELA VÁZQUEZ URBINA:

Gracias por tú apoyo, pero sobre todo gracias por tu comprensión y paciencia, hemos sacrificado mucho de nuestro tiempo en familia para que pudiera culminar este proyecto, sin esto no hubiera sido posible lograrlo.

DOY GRACIAS A MIS QUERIDOS HIJOS ROBERTO ORTIZ VÁZQUEZ Y  
RAMIRO ORTIZ VÁZQUEZ:

Gracias hijos por su apoyo y ánimos que siempre me dieron para continuar con este proyecto, deseo que este trabajo sea un motivo para que ustedes culminen exitosamente sus sueños.

## CONTENIDO.

	Página
INTRODUCCIÓN.....	5
OBJETIVO GENERAL.....	11
OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	11
CAPÍTULO I. ANTECEDENTES, PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA E HIPÓTESIS.	
I. 1    Antecedentes.....	12
I. 1. 1    Resultados en matemáticas, cifras internacionales.....	19
I. 1. 2    Resultados en matemáticas, cifras nacionales.....	22
I. 2    Planteamiento del problema.....	29
I. 3    Hipótesis.....	30
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.	
II. 1    La educación y su importancia.....	32
II. 2    La teoría conductista del aprendizaje.....	34
II. 3    La escuela tradicional.....	36
II. 4    La teoría cognitiva del aprendizaje.....	38
II. 5    La teoría del humanismo.....	41
II. 6    La teoría sociocultural.....	44
II. 7    La teoría del constructivismo.....	45
CAPÍTULO III. LA PROPUESTA.	
III. 1    Aprendizaje significativo.....	48
III. 2    Tecnología digital.....	54
III. 3    Clase invertida.....	57
III. 4    Resolución de problemas.....	62
III. 5    Modelo didáctico.....	67
III. 6    Herramientas de apoyo para los conocimientos previos.....	68
III. 7    Datos de la institución sede.....	68
CAPÍTULO IV. UNA FORMA DIFERENTE DE ABORDAR LA CIRCUNFERENCIA.	
IV. 1    Contenido temático.....	70

IV. 2	Objetivo general.....	70
IV. 3	Objetivos específicos.....	70
IV. 4	Antecedentes.....	71
IV. 5	Desarrollo de los temas.....	71
CAPÍTULO V. UNA FORMA DIFERENTE DE ABORDAR LA PARÁBOLA		
V. 1	Contenido temático.....	92
V. 2	Objetivo general.....	92
V. 3	Objetivos específicos.....	92
V. 4	Antecedentes.....	93
V. 5	Desarrollo de los temas.....	93
CAPÍTULO VI. UNA FORMA DIFERENTE DE ABORDAR LA ELIPSE		
VI. 1	Contenido temático.....	114
VI. 2	Objetivo general.....	114
VI. 3	Objetivos específicos.....	114
VI. 4	Antecedentes.....	115
VI. 5	Desarrollo de los temas.....	115
CAPÍTULO VII. UNA FORMA DIFERENTE DE ABORDAR LA HIPÉRBOLA		
VII. 1	Contenido temático.....	138
VII. 2	Objetivo general.....	138
VII. 3	Objetivos específicos.....	138
VII. 4	Antecedentes.....	139
VII. 5	Desarrollo de los temas.....	139
CAPÍTULO VIII. RESULTADOS.....		161
CONCLUSIONES.....		175
REFERENCIAS.....		180
ANEXOS		

**TEMA:**

TECNOLOGÍA DIGITAL COMO INSTRUMENTO PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS CÓNICAS, EN LA ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA NÚMERO SIETE “EZEQUIEL A. CHÁVEZ”: UNA PROPUESTA.

**INTRODUCCIÓN.**

Son innegables los resultados nada deseables que tienen los estudiantes de nuestro país en el campo de las matemáticas, en todos los niveles, desde luego no son la excepción los estudiantes del nivel medio superior, de la Escuela Nacional Preparatoria, Plantel Siete (ENP 7) “Ezequiel A. Chávez”, los cuales manifiestan que no les interesa aprender matemáticas, que no le ven utilidad, que generalmente sus maestros le dedican el mayor tiempo en clases a cuestiones teóricas, dejando menos tiempo a la realización de ejercicios y a la solución de problemas, que lo único que logran con esta forma de enseñanza, es su falta de atención y en consecuencia su alejamiento de las aulas.

También manifiestan que regularmente las tareas que se tienen que realizar, son con un mayor grado de dificultad, con respecto a lo que se ve en el aula, argumentan que es poco el tiempo que se da para realizarlas, ya que generalmente se dejan de una clase para entregarla a la siguiente, por lo que es difícil contar con el apoyo de alguien quien los pudiera asesorar; consideran también que los apuntes tomados en clases, no son suficientes para dar cumplimiento a estas actividades, además mencionan que la mayoría de sus maestros de matemáticas no dan solución en clases a sus tareas.

Es una realidad que a la mayoría de los estudiantes de todos los niveles, no les gustan las matemáticas, se les dificulta, esto se debe en gran medida a la forma de enseñanza que se da en las aulas, al dedicarle mayor tiempo a cuestiones teóricas, lo que estamos propiciando en nuestros alumnos, es la memorización, alejándolos de la asociación de ideas y del razonamiento. Si bien es cierto que nuestras escuelas tienen quizás el mismo aspecto físico al de hace algunos años, también es cierto que el contexto en que vivimos ha cambiado, no es estático, vivimos en una sociedad dinámica por lo que seguirá modificándose.

Al ser un contexto diferente al que vivimos muchos de nosotros como estudiantes, no podemos continuar con la misma forma de enseñanza, aquella que nuestros maestros utilizaron con nosotros, quizás les funcionaron, pero las condiciones eran otras; los docentes de hoy tenemos que adaptarnos a estas nuevas situaciones, la enseñanza de las matemáticas durante mucho tiempo se ha basado generalmente en la memorización de fórmulas, definiciones, propiedades, axiomas, teoremas y algoritmos, dedicando poco tiempo en el aula a la solución de problemas.

El sector educativo debe adecuarse a las circunstancias actuales de nuestros estudiantes, las herramientas con las que actualmente cuentan muchos jóvenes, son de alta tecnología, este debe ser uno de los principales retos que como docentes debemos enfrentar, es aquí donde debemos estar dispuestos a romper con los viejos paradigmas de la educación y si es el caso, debemos aprender a utilizar la nueva tecnología para darle un mayor uso y utilizar de forma adecuada a las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) con el fin de ponerlas al servicio del sector educativo.

La Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) no es ajena a esta situación por lo que ha emprendido diferentes acciones para estar a la vanguardia de los cambios que se han dado en los diferentes modelos educativos, con el fin de elevar la calidad en la enseñanza de las matemáticas y fomentar una práctica docente acorde a nuestra sociedad actual, entre otras acciones, nuestra máxima casa de estudios conformó un grupo de trabajo, al cual denominó: Grupo de Trabajo para la Mejora de la Educación Matemática (GTMEM), actualmente Seminario Universitario para la Mejora de la Educación Matemática (SUMEM).

Una de las primeras acciones emprendidas por el SUMEM, fue la realización de un diagnóstico respecto a los problemas de la enseñanza de las matemáticas, principalmente en sus dos subsistemas de bachillerato, el de la Escuela Nacional Preparatoria y el del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH); al respecto la Universidad Nacional Autónoma de México (2014), a través de este grupo, señala como los principales aspectos de esta problemática, los siguientes:

- **Falta de formación y actualización de los profesores de matemáticas.** En la didáctica de la disciplina, en la propia matemática y en el uso de tecnología (en especial del software especializado, y de tecnología de información y comunicación).
  - **Falta de actualización del currículo de matemáticas.** En particular, se pone énfasis en los conceptos teóricos y en procedimientos algorítmicos descuidando la vinculación con otras asignaturas y con situaciones reales.
  - **El estudiante frente al aprendizaje de la materia.** Por lo general éste no ve sentido en el aprendizaje de las matemáticas y sólo las considera como un requisito para obtener el certificado o el título.
  - **Problemas académico-administrativos.** Como el estatus de los profesores que son, en su mayoría, de asignatura, con grandes cargas de trabajo e inadecuado equipamiento tecnológico en sus aulas.
  - **Mala imagen de las matemáticas en la sociedad.** Reflejada en el rechazo hacia su estudio y en la concepción de que es una materia muy difícil, a veces inútil y sólo accesible para algunos.
- (p.17).

De acuerdo con este diagnóstico, es necesaria la formación docente, en particular en el bachillerato de la UNAM, no es posible seguir con las mismas prácticas de enseñanza en el aula, es necesario implementar propuestas que propicien el aprendizaje significativo de las matemáticas, dejando a un lado la enseñanza lineal y algorítmica, que dichas propuestas consideren el uso de la tecnología digital, en particular aquella que tengan al alcance de sus manos, muy probablemente con estas acciones los estudiantes le vean sentido a la materia y no les resulte difícil o inútil, además también se espera que de forma paulatina dejarán de ver a esta sólo como un requisito más para obtener su certificado.

Respecto a la actualización del currículo de matemáticas, son acciones en las que a los docentes de la UNAM les ha tocado participar, de forma directa a algunos y a otros de forma indirecta; al respecto la ENP ha implementado adecuaciones a los programas de estudios de cuarto y quinto año, mismos que se trabajan a partir del

ciclo escolar 2017-2018, al realizar dichas adecuaciones se ha considerado atender los requerimientos de la educación del siglo XXI, se ha procurado incentivar el razonamiento a través de la modelación matemática y la resolución de problemas.

En lo que se refiere a la situación académica-administrativa, no debe impedirnos hacer lo que nos corresponde como docentes, siempre será deseable mejorar el estatus de los profesores y desde luego mejorar la infraestructura escolar para que contemos con más elementos que nos permitan un uso eficiente de la tecnología digital como herramienta didáctica en el aula; sin embargo, hay mucho que podemos hacer con lo que tenemos y con lo que los estudiantes de la ENP 7 en su mayoría tienen a su alcance, ya que cuentan con al menos un dispositivo digital de bolsillo.

La propuesta que se hace es utilizar en dos grupos de Matemáticas de la ENP 7, en áreas donde se cuente con la señal de la Red Inalámbrica Universitaria (RIU), la estrategia de la clase invertida y paralelamente la resolución de problemas; estas se aplicarán en el tema de las cónicas, tema correspondiente al actual programa de estudios. Se pretende con esto la optimización de los tiempos por lo que el profesor podrá apoyar de mejor forma a sus alumnos, quienes deberán tomar un rol activo en su aprendizaje y se espera también que la tecnología digital se convierta en una herramienta fundamental en este proceso de enseñanza aprendizaje.

En el primer capítulo del presente trabajo, se muestra una breve reseña histórica de la educación media superior en nuestro país; al mismo tiempo, a través de diferentes cifras avaladas por organismos internacionales y nacionales es posible visualizar la situación actual de nuestros jóvenes en la materia de matemáticas, el análisis de estos datos nos permite darnos cuenta de lo mal que estamos en la enseñanza de esta materia y en consecuencia nos da la pauta para hacer un planteamiento del problema. Es necesario entonces, plantear panoramas educativos diferentes a los actuales, los cuales nos permitan propiciar el aprendizaje significativo tal y como se sugiere en la hipótesis.

Una vez que se conocen estas cifras en el aprendizaje de las matemáticas, es necesario establecer las bases teóricas sobre las que se sustenta la educación, primero para reconocer su influencia en el desarrollo de una sociedad y luego para conocer algunas de las diferentes teorías del aprendizaje que la fortalecen; todo esto con el fin de poder determinar la estrategia o estrategias educativas que mejor se adecuen a nuestras circunstancias, incluso resulta necesario conocer las bases teóricas de las formas educativas que actualmente se siguen utilizando; por lo que en el segundo capítulo de este trabajo se tratan algunas teorías del aprendizaje.

El tercer capítulo es una continuidad del segundo, es decir, forma parte del marco teórico, solo que este se desarrolla por separado con el fin de ser específicos en la propuesta sugerida para una mejora educativa en matemáticas; se define primero lo que se entiende por aprendizaje significativo, ya que es lo que deseamos se dé en nuestros estudiantes; posteriormente se explica la relevancia que está teniendo la tecnología digital en casi todas nuestras actividades y como consecuencia en la educación no puede ser la excepción; por lo tanto, la tecnología digital debe ser una herramienta educativa motivadora para las nuevas generaciones.

También se tratan en el tercer capítulo a la clase invertida y a la resolución de problemas, toda vez que estos enfoques educativos utilizan no solo la tecnología digital sino que además fomentan el aprendizaje significativo, en ambos casos se pretende que los alumnos aprecien la utilidad de las matemáticas, ya que esta nos permite el razonamiento y la comprensión de los conceptos a partir de la resolución de problemas y además nos permite entender nuestro entorno a partir del planteamiento de los mismos; en ambos casos los alumnos contarán con el apoyo del docente, ya que dichas actividades se planean en los horarios de clases tal y como se plantea en una clase invertida.

De los capítulos cuarto al séptimo, se desarrolla el tema de las cónicas, esto se hace pensando en que los jóvenes tomen un rol dinámico en su aprendizaje y se conviertan en los principales protagonistas del mismo, por lo que se les solicita realicen el análisis de diferentes materiales en línea, básicamente videos, la mayoría de estos los deberán ver en horarios extraclase, se espera que los

estudiantes se apropien de los conocimientos necesarios para realizar las actividades diseñadas en la hora de clases. Se proponen a la lista de cotejo y a la rúbrica como instrumentos de evaluación.

Finalmente, en el octavo capítulo se presentan los resultados y las experiencias que se han tenido al aplicar las secuencias de trabajo propuestas para abordar cada una de las cónicas, estas acciones se han implementado en dos grupos de Matemáticas V de quinto año<sup>1</sup> de la ENP 7, a las generaciones 2015-2016, 2016-2017 y 2017-2018; el análisis de estos resultados nos permitirá realizar nuestras conclusiones y al mismo tiempo, nos permitirá establecer la conveniencia que tiene la implementación de las estrategias educativas sugeridas y en su caso, las adecuaciones que estas deberán tener.

---

<sup>1</sup> En quinto año de la ENP se cursa la materia de Matemáticas V, ya que su ciclo escolar es anual y tiene en el Plantel 2 "Erasmus Castellanos Quinto", la modalidad denominada: Iniciación Universitaria, equivalente al nivel secundaria, cuya duración es de tres años, por lo que en todos sus plateles el nivel preparatoria inicia en el cuarto año.

## **OBJETIVO GENERAL.**

Mejorar el nivel académico de los estudiantes de bachillerato en el aprendizaje de las cónicas, tema que se aborda en el campo de las matemáticas, en particular se pretende esta mejora con los estudiantes de la Escuela Nacional Preparatoria, Plantel 7, “Ezequiel A. Chávez”, a través de la implementación de diferentes estrategias didácticas, como la clase invertida y la resolución de problemas, dichas estrategias deberán propiciar el uso de la tecnología digital y el aprendizaje significativo.

## **OBJETIVOS ESPECÍFICOS.**

- Analizar el nivel académico en matemáticas de los estudiantes de la ENP 7 “Ezequiel A. Chávez”.
- Analizar diferentes estrategias didácticas que nos permitan propiciar un aprendizaje significativo en matemáticas.
- Presentar las características de la clase invertida como una alternativa que nos ayuda a alcanzar el objetivo general.
- Presentar las características de la resolución de problemas como una alternativa que se puede trabajar de forma paralela con la clase invertida y que además nos permite alcanzar el objetivo general.
- Abordar el tema de las cónicas, tema correspondiente al actual programa de estudios de Matemáticas V, utilizando la clase invertida y la resolución de problemas, en ambos casos propiciar el uso de la tecnología digital.
- Aplicar estas propuestas a dos grupos de Matemáticas V, de la Escuela Nacional Preparatoria del plantel 7, “Ezequiel A. Chávez”.

## **CAPÍTULO I. ANTECEDENTES, PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA E HIPÓTESIS.**

### **I.1 Antecedentes.**

Para comprender la situación actual que prevalece en la enseñanza de las matemáticas a nivel medio superior, es necesario hacer una semblanza histórica de cómo ha venido evolucionando a través del tiempo.

- En 1857, las principales instituciones de educación media y media superior, estaban en manos del clero, la instrucción era de tipo dogmático.
- En 1867 se creó la Escuela Nacional Preparatoria cuyo proyecto educativo se basaba en un principio en la corriente positivista la cual anteponía al dogmatismo la razón y la experimentación, este modelo educativo prevaleció durante las primeras décadas del siglo XX.
- En 1936 nace el Instituto Politécnico Nacional (IPN) con la idea de integrar y estructurar un sistema de enseñanza técnica.
- En 1969 se crea el bachillerato tecnológico a través de la creación de los Centros de Bachillerato Tecnológico, Agropecuario, Industrial y del Mar.
- En 1971 abren sus puertas a los jóvenes una nueva modalidad de bachillerato, el Colegio de Ciencias y Humanidades, cuyo objetivo inicial era atender una creciente demanda de ingreso a nivel medio superior en la zona metropolitana, además de impulsar la transformación académica de la propia Universidad, a través de una nueva propuesta curricular y nuevos métodos de enseñanza, como: aprender a aprender.
- En 1973 se emite el decreto para la creación del Colegio de Bachilleres con objetivos parecidos a los de la ENP.
- En 1979 se creó el Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP) con lo que se fortalece la educación con carreras terminales.
- En 1982 se efectuó el Congreso Nacional del Bachillerato con el objeto de precisar las finalidades, objetivos y aspectos comunes del mismo.
- En 1993 se comenzó a diseñar la estructura de organización de la Dirección General del Bachillerato y en el siguiente año se formaliza su existencia.

- En 1996 se le adscribió a la Dirección General del Bachillerato el programa de Educación Media Superior a Distancia (EMSAD), el cual posteriormente se incorporó a su estructura.
- En 2005 se publica el nuevo reglamento interior de la Secretaría de Educación Pública (SEP), donde se establecen las atribuciones de la Dirección General del Bachillerato.

La educación media superior se ha ido adecuando a las condiciones políticas y sociales de nuestro país, en un principio la educación era dogmática, hecho lógico toda vez que en el siglo IX la educación estaba en manos del clero, además en aquellas épocas la iglesia tenía una influencia muy importante en todos los ámbitos de nuestro país; posteriormente los cambios que se gestaban en la sociedad, hicieron que se modificara este concepto naciendo la ENP, la sociedad en turno ya no se conformaba con ideas absolutas, la sociedad demandaba una educación que se fundamentara en una enseñanza científica. Con el transcurrir del tiempo la población crece y demanda otros tipos de opciones, por lo que se crean diferentes subsistemas del nivel medio superior.

Durante este acontecer de la educación media superior en nuestro país la situación en la enseñanza de las matemáticas ha sido poco alentadora, los resultados de nuestros estudiantes son bajos y la deserción es alta, las causas de estos hechos son diversas, una de ellas es que los jóvenes no se sienten identificados con la materia, no saben por qué deben estudiarla, carecen de los conocimientos previos para entenderla, pero sobre todo van mentalizados en que las matemáticas es una materia que sólo la pueden entender algunos privilegiados.

Una forma para medir el rendimiento de nuestros estudiantes en matemáticas, es a través del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), que lo lleva a cabo la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) u la (OECD) que corresponden a sus siglas en inglés, la OCDE es un organismo internacional que oficialmente nace el 30 de septiembre de 1961, entre sus objetivos está el promover la mejora y el bienestar económico y social en el

mundo, actualmente lo conforman 35 países, entre ellos México, que es miembro desde el 18 de mayo de 1994.

Esta medición se hace con estudiantes de 15 años a través de exámenes estandarizados, en las áreas de lectura, matemáticas y ciencias, permite medir la capacidad de los jóvenes para aplicar sus conocimientos al enfrentar los retos que se les presenten en la vida real, más que medir su dominio sobre los planes de estudio correspondientes; es decir, lo que se pretende con estas pruebas, es medir el grado en que el estudiante aplica lo aprendido en la escuela y no simplemente evaluar el hecho de haberlo aprendido.

PISA se aplicó por primera vez en el 2000 con la colaboración de 28 países miembros y 4 no miembros de la OCDE, desde luego entre estos se encontraba México. Nuevamente se aplicó en el 2002, otros 11 países llevaron a cabo la misma prueba. Esta evaluación se ha venido realizando cada tres años, considerando el año en que se aplicó por primera vez, en cada periodo se le ha dado un enfoque especial a una de las áreas, esto quiere decir que el examen se concentra más en el área en turno, aproximadamente el 66% de su contenido, distribuyendo el 34% restante en las otras disciplinas.

En el 2000 se realizó esta prueba con mayor detenimiento a lo que corresponde al área de la lectura, en el 2003 a matemáticas y en el 2006 a ciencias, con este mismo ciclo, en 2012 las matemáticas vuelven a ser el foco de atención principal y se espera que lo mismo suceda en el 2021; durante todo este tiempo, México no ha tenido cambios estadísticamente significativos, su nivel en matemáticas ha sido desalentador, siempre muy por debajo de la media de la OCDE (500 puntos) y por consecuencia, hasta el momento la mayor parte de nuestros estudiantes se han concentrado en los niveles más bajos de esta evaluación.

De acuerdo con la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2003) define al aprendizaje de las matemáticas como:

La capacidad para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo actual, emitir juicios bien fundamentados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas de manera que puedan satisfacer

las necesidades de la vida del individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

Se refiere a un uso más amplio y funcional de las matemáticas. Un compromiso con las matemáticas requiere la capacidad de reconocer y formular problemas matemáticos en distintas situaciones (p. 26).

De forma similar el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2013), cita la definición del aprendizaje de las matemáticas como:

La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las Matemáticas en una variedad de contextos.

Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos.

Esta competencia le ayuda al individuo a reconocer la función que desempeñan las Matemáticas en el mundo, así como emitir juicios bien fundados y tomar decisiones necesarias en su vida diaria como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (p.16).

Las pruebas PISA 2003 y 2012, consideraron tres dimensiones para evaluar el conocimiento y las habilidades matemáticas:

- El contenido al que se refieren los problemas y las preguntas de matemáticas considerando cuatro áreas.
  - Espacio y forma
  - Cambio y relaciones
  - Cantidad
  - Incertidumbre o probabilidad
- Los procesos que deben activarse para conectar los fenómenos observados con las matemáticas y resolver así los problemas correspondientes, organizados en tres grupos.
  - Reproducción

- Conexiones
- Reflexión
- Las situaciones y los contextos utilizados como fuente de materiales de estímulo y en los que se plantean los problemas, se consideran cuatro tipos.
  - Personales
  - Educativas u ocupacionales
  - Públicas
  - Científicas

Los niveles de desempeño se determinan en función del puntaje que obtengan los alumnos en su prueba, asociando al nivel 6 un puntaje por arriba de 669.30 (el mayor), mientras que por debajo del nivel 1 se le asocia un puntaje menor a 357.77 (el menor), entre estos dos puntajes se encuentran los niveles del 1 al 5 como se muestra a continuación.

Nivel/puntaje	Tareas
<p style="text-align: center;"><b>6</b> Más de 669.30</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes en este nivel pueden conceptualizar, generalizar y usar información basada en investigaciones, modelar situaciones de problemas complejos y aplicar sus conocimientos en contextos relativamente no habituales.</li> <li>• Son capaces de relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y manejarlas de una manera flexible.</li> <li>• Poseen una avanzada capacidad de pensamiento y razonamiento matemáticos.</li> <li>• Pueden aplicar su conocimiento y comprensión, además de dominar operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales para desarrollar nuevos enfoques y estrategias y abordar situaciones novedosas.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Son hábiles para formular y comunicar con claridad sus acciones y reflexiones relativas a sus hallazgos, argumentos, y pueden explicar por qué son aplicables a una situación nueva.</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>5</b> De 606.99 a menos de 669.30</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes pueden desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando restricciones y especificando los supuestos.</li> <li>• Tienen habilidad para seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos.</li> <li>• Son capaces de trabajar de manera estratégica al usar ampliamente habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas; además de relacionar apropiadamente representaciones, caracterizaciones simbólicas y formales con la comprensión clara de las situaciones.</li> <li>• Empiezan a reflexionar sobre su trabajo y pueden formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>4</b> De 544.68 a menos de 606.99</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes trabajan con eficacia modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden involucrar restricciones o demandar la formulación de supuestos.</li> <li>• Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, relacionándolas directamente con situaciones del mundo real.</li> <li>• Usan una limitada gama de habilidades y pueden razonar con una idea en contextos sencillos.</li> <li>• Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, evidencias</li> </ul>

	y acciones.
<p style="text-align: center;"><b>3</b> De 482.38 a menos de 544.68</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes son capaces de realizar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Sus interpretaciones son suficientemente sólidas para construir un modelo simple o para seleccionar y aplicar estrategias sencillas de solución de problemas.</li> <li>• Pueden interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información, y razonar directamente a partir de ellas.</li> <li>• Muestran cierta habilidad para el manejo de porcentajes, fracciones, números decimales y proporciones.</li> <li>• Las soluciones a las que llegan reflejan un nivel básico de interpretación y razonamiento.</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>2</b> De 420.07 a menos de 482.38</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa.</li> <li>• Pueden extraer información relevante de una sola fuente de información y usar un modelo sencillo de representación.</li> <li>• Usan algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales para resolver problemas que involucren números enteros.</li> <li>• Son capaces de lograr interpretaciones literales de los resultados</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>1</b> De 357.77 a menos de 420.07</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pueden responder preguntas relacionadas con los contextos familiares en los que está presente toda la información relevante y las preguntas están claramente definidas.</li> <li>• Son capaces de identificar la información y llevar a cabo</li> </ul>

	<p>procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.</li> </ul>
Debajo del nivel 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizan tareas matemáticas muy sencillas, tales como leer un solo valor en una gráfica o tabla en la que se identifican claramente los nombres de las variables.</li> <li>• Realiza operaciones aritméticas con números enteros siguiendo instrucciones claras y bien definidas.</li> <li>• Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.</li> </ul>

*Fuente: OECD (2013b)*

### **I.1.1 Resultados en matemáticas, cifras internacionales.**

En PISA 2003 participaron 41 países, de los cuales 30 son miembros de la OCDE y en 2012 participaron 65 países, de los cuales 34 son miembros de la OCDE, en este año se seleccionaron 510,000 estudiantes al azar, los que representan a cerca de 28 millones de jóvenes de 15 años inscritos en las escuelas de estos países, no olvidar que en estos años la atención se centró en el área de matemáticas y de acuerdo con los resultados que se dieron, México es de los países con las más bajas calificaciones, en esta disciplina, subió de 385 puntos en 2003 a 413 puntos en 2012, es decir, aumento 28 puntos en su media nacional.

De acuerdo con los resultados del 2012, los 28 puntos que ganó nuestro país en este periodo, resultan una cifra estadísticamente poco significativa, ya que solo el 4% de nuestros estudiantes se encuentran dentro de los niveles cuatro, cinco y seis de medición, 41% en los intervalos dos y tres, mientras que en el nivel uno y por debajo de este nivel, están el 55% de nuestros jóvenes; por lo que se pronostica que, a nuestro país, de seguir con esta tendencia, le tomará más de 25 años alcanzar el promedio de los países de la OCDE.

De acuerdo con estos resultados, muchos de nuestros estudiantes están teniendo serias dificultades para usar las Matemáticas como una herramienta

para beneficiarse de nuevas oportunidades educativas y de aprendizaje a lo largo de la vida, o bien para poder desarrollar un pensamiento o razonamiento matemático que les permita manejar abstracciones.

De los 65 países participantes en 2012 cincuenta y dos se encuentran por arriba de la media de desempeño de México (413), dos tienen un nivel de desempeño similar, Costa Rica (407) y Uruguay (409), y 10 se encuentran por debajo. Al comparar a México con sus pares latinoamericanos resultó que México se encuentra en el mismo nivel que Uruguay y Costa Rica y por arriba de Argentina (388 puntos), Brasil (391 puntos), Colombia (376 puntos) y Perú (368 puntos), así como del promedio de América Latina (397 puntos); sin embargo, se encuentra por debajo de la media de desempeño de Chile (423 puntos) y por debajo de la media de la OCDE (494 puntos).

Como México participó en PISA 2012 con una sobre muestra de escuelas y estudiantes, entonces es posible, como ocurrió en 2003, tener resultados representativos por entidad federativa y no sólo a nivel nacional. Esto contribuye a identificar mejor los retos que se deriven para las políticas educativas.

Algunas entidades que logran tener un desempeño superior a la media nacional son Aguascalientes (437), Nuevo León (436), Jalisco (435), Querétaro (434) y Colima (429); si bien son las entidades con mejor desempeño en el país, ninguna de ellas alcanza el promedio OCDE, aunque sí rebasan el promedio de América Latina. En contraste, alguna de las entidades que se encuentran por debajo de la media nacional son Campeche (396), Tabasco (378), Chiapas (373) y Guerrero (367). Cabe hacer notar que, dentro de este grupo de entidades, no existen diferencias estadísticamente significativas en el desempeño de los estudiantes entre Tabasco, Chiapas y Guerrero. Las entidades con un mayor porcentaje de estudiantes en los niveles altos (4 a 6) son Aguascalientes, Nuevo León, Querétaro y Chihuahua, con 8%, estas entidades presentan el doble del porcentaje que se registra a nivel nacional (4%).

Por el contrario, las entidades con 70% o más de estudiantes en los niveles inferiores (1 y Debajo del nivel 1) son Tabasco, Chiapas y Guerrero, muy por

arriba del promedio nacional (55%). Debe notarse que para estas entidades sólo entre 1 y 2% de estudiantes se encuentra en los niveles altos.

Revisando otros datos de los resultados de PISA 2003 y 2012, tenemos la siguiente información:

- Entre PISA 2003 y PISA 2012 México aumentó su matrícula de jóvenes de 15 años en educación formal (del 58% a poco menos del 70%). El rendimiento de estos alumnos en matemáticas como ya habíamos mencionado mejoró, cabe destacar que el aumento de 28 puntos que se dio en matemáticas fue uno de los más importantes entre los países miembros de la OCDE, sin embargo, respecto al puntaje promedio de la misma, equivale a casi dos años de escolaridad en nuestro país.
- Los alumnos mexicanos de más alto promedio obtienen el mismo puntaje que un alumno promedio de Japón (539 puntos).
- En PISA 2003 existía una diferencia de 60 puntos entre alumnos en ventaja y desventaja social; en PISA 2012 esta diferencia bajó a 38 puntos, si bien esta diferencia es baja en comparación con otros países esto se demerita si consideramos que el desempeño de ambos grupos ha sido malo, respecto al de los demás.
- La variación derivada de factores socioeconómicos disminuyó del 17% en 2003 al 10% para 2012.
- La diferencia en el índice de calidad de los recursos educativos entre escuelas en nuestro país es el más alto de toda la OCDE y la tercera más alta de todos los participantes en PISA (detrás de Perú y Costa Rica), reflejando altos niveles de desigualdad en la distribución de recursos educativos en el país.
- En 2012 en 32 de los 34 países de la OCDE más del 90% de los jóvenes de 15 años están escolarizados; en México este índice de cobertura corresponde a menos del 70%. Mejorar la cobertura escolar en nuestro país deben seguir siendo prioridad de las políticas educativas y sociales.
- En 2012 55% de los alumnos mexicanos no alcanzan el nivel de competencias básico (nivel 2) en matemáticas.

- Menos del 1% de los alumnos mexicanos de 15 años logra alcanzar los niveles de competencia más altos (niveles 5 y 6).
- 40% de los alumnos de 15 años declara haber llegado tarde a la escuela al menos una vez en las dos semanas previas a la prueba PISA y el 22% señala haber faltado a alguna clase o el día completo sin autorización.
- Los alumnos que reportan haber llegado tarde a clases obtienen al menos 10 puntos menos en matemáticas que aquellos que reportan no haber llegado tarde.
- Más del 75% de los alumnos declara estar de acuerdo o muy de acuerdo con la afirmación frecuente “me preocupa que tendré dificultades en clases de matemáticas” y casi la mitad de los alumnos sienten ansiedad al intentar resolver problemas de matemáticas, el índice de ansiedad hacia las matemáticas en México es el más alto de entre todos los países de la OCDE.

De acuerdo con estos resultados, se ha venido mejorando pausadamente en matemáticas, pareciera que vamos por buen camino; sin embargo, de acuerdo con la OCDE de seguir con este ritmo a nuestro país le tomaría aproximadamente 25 años para alcanzar los niveles promedio actuales. Se han mostrado indicadores que reflejan claramente lo mal que estamos en matemáticas, esto significa que se deben tomar medidas importantes para acelerar significativamente el ritmo de crecimiento en este campo.

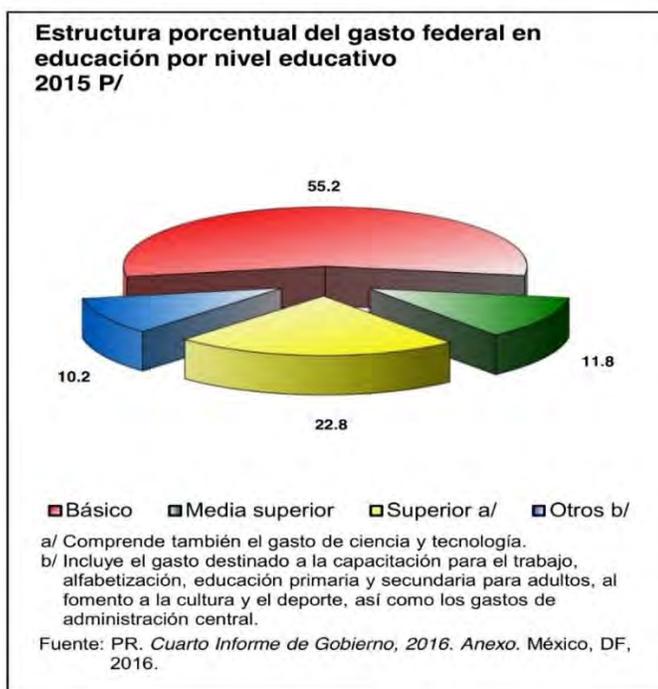
### **I.1.2 Resultados en matemáticas, cifras nacionales.**

Algunas de las cifras con las que contamos en el sector educativo, en el ámbito nacional, son las captadas por el Censo de Población y Vivienda 2005, el Censo de Población y Vivienda 2010 y la Encuesta Intercensal 2015; estas están contenidas en el Anuario estadístico y geográfico de los Estados Unidos Mexicanos (AEGEUM) 2016, al analizarlas nos permitirá conocer mejor la situación actual de nuestros estudiantes, en particular los del bachillerato.

De acuerdo con algunas teorías económicas el sector educativo es fundamental para impulsar la economía de un país, en razón de esto, en México se ha venido incrementando en los últimos años el gasto público destinado a este sector, lamentablemente se destina la mayor cantidad a su gasto corriente, por lo que la inversión en innovaciones tecnológicas, pedagógicas y de investigación es casi nula, esta es una de las razones que explica los malos resultados en las pruebas de evaluación internacional y nacional de nuestros alumnos, en particular en las matemáticas.

En la siguiente gráfica, se observa que el porcentaje que representa la inversión federal en educación media superior, comparado con los otros niveles educativos, es el menor (11.8%), por lo que en este nivel que es el que nos ocupa, el panorama es aún más difícil.

INEGI | Anuario estadístico y geográfico de los Estados Unidos Mexicanos 2016. 2016.



A continuación, se muestran diferentes estadísticas de esta misma fuente.

<b>Población de 15 y más años por grupo quinquenal de edad según condición de alfabetismo y sexo</b>						
<b>Años censales 2005 y 2010</b>						Cuadro 4.1
Edad (años)	Población de 15 y más años			Alfabeta		
	Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres
<b>2005 a/</b>						
15 a 19	10 109 021	4 995 906	5 113 115	9 905 567	4 890 795	5 014 772
20 a 24	8 964 629	4 253 440	4 711 189	8 690 428	4 127 234	4 563 194
<b>2010 b/</b>						
15 a 19	11 026 112	5 520 121	5 505 991	10 807 832	5 406 335	5 401 497
20 a 24	9 892 271	4 813 204	5 079 067	9 602 473	4 675 617	4 926 856

Edad (años)	Analfabeta			No especificado		
	Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres
<b>2005 a/</b>						
15 a 19	191 002	98 491	92 511	12 452	6 620	5 832
20 a 24	259 282	119 077	140 205	14 919	7 129	7 790
<b>2010 b/</b>						
15 a 19	140 293	76 627	63 666	77 987	37 159	40 828
20 a 24	184 308	89 852	94 456	105 490	47 735	57 755

a/ Cifras al 17 de octubre  
b/ Cifras al 12 de junio.

Fuente: Para 2005: INEGI. Estados Unidos Mexicanos. II Censo de Población y Vivienda, 2005. Consulta Interactiva de datos. En: [www.inegi.org.mx](http://www.inegi.org.mx) (28 de junio de 2006).  
Para 2010: INEGI. Estados Unidos Mexicanos. Censo de Población y Vivienda 2010. Resultados definitivos. Tabulados básicos. En: [www.inegi.org.mx](http://www.inegi.org.mx) (4 de abril de 2011).

Fuente: INEGI. Anuario estadístico y geográfico de los Estados Unidos Mexicanos 2016. 2016.

**Población de 5 y más años por sexo y edad según condición de asistencia escolar**  
**Años censales 2005 y 2010** Cuadro 4.5

Sexo Edad (años)	Población de 5 y más años	Asiste a la escuela	No asiste a la escuela	No espe- cificado
<b>2005 a/</b>				
15 a 19	10 109 021	5 354 507	4 706 123	48 391
20 a 24	8 964 629	1 855 521	7 040 957	58 151
<b>Hombres</b>				
15 a 19	4 995 906	2 656 270	2 315 770	23 866
20 a 24	4 253 440	942 421	3 284 381	26 638
<b>Mujeres</b>				
15 a 19	5 113 115	2 698 237	2 390 353	24 525
20 a 24	4 711 189	923 100	3 756 576	31 513
<b>2010 b/</b>				
15 a 19	11 026 112	6 274 010	4 707 919	44 183
20 a 24	9 892 271	2 181 054	7 623 607	87 610
<b>Hombres</b>				
15 a 19	5 520 121	3 113 929	2 384 340	21 852
20 a 24	4 813 204	1 097 644	3 672 307	43 253
<b>Mujeres</b>				
15 a 19	5 505 991	3 160 081	2 323 579	22 331
20 a 24	5 079 067	1 083 410	3 951 300	44 357

a/ Cifras al 17 de octubre.

b/ Cifras al 12 de junio.

Fuente: Para 2005: INEGI. Estados Unidos Mexicanos. II Censo de Población y Vivienda, 2005. Consulta Interactiva de Datos. En: [www.inegi.org.mx](http://www.inegi.org.mx) (28 de junio de 2006).

Para 2010: INEGI. Estados Unidos Mexicanos. Censo de Población y Vivienda 2010. Resultados definitivos. Tabulados básicos. En: [www.inegi.org.mx](http://www.inegi.org.mx) (4 de abril de 2011).

Fuente: INEGI. Anuario estadístico y geográfico de los Estados Unidos Mexicanos 2016. 2016.

**Población de 3 y más años por grupo de edad según nivel de instrucción y grados aprobados en primaria**

**Año censal 2010**

Cuadro 4.7

Edad (años)	Población de 3 y más años	Sin esco- laridad	Prees- colar	Primaria		
				1 grado	2 grados	3 grados
15 a 19	11 026 112	112 548	14 756	31 808	59 417	99 101
20 a 24	9 892 271	161 158	13 453	34 000	65 831	129 054

Edad (años)	Primaria				Con instruc- ción pos- primaria a/	No espe- cificado
	4 grados	5 grados	6 grados	No espe- cificado		
15 a 19	84 648	124 832	972 558	5 102	9 461 749	59 593
20 a 24	92 826	104 033	1 047 146	6 528	8 140 844	97 398

a/ Incluye secundaria, estudios técnicos o comerciales con primaria terminada y educación posbásica: población que tiene al menos un grado aprobado en estudios técnicos o comerciales con secundaria terminada, preparatoria o bachillerato, normal básica, estudios técnicos o comerciales con preparatoria terminada, profesional, maestría y doctorado.

Fuente: INEGI. Estados Unidos Mexicanos. Censo de Población y Vivienda 2010. Resultados definitivos. Tabulados básicos. En: [www.inegi.org.mx](http://www.inegi.org.mx) (4 de abril de 2011).

Fuente: INEGI. Anuario estadístico y geográfico de los Estados Unidos Mexicanos 2016. 2016.

Se muestran las cifras de la población en edad de cursar el nivel medio superior y superior. De acuerdo con el cuadro 4.1, podemos afirmar que el problema de analfabetismo en nuestro país está abatido, lo que resulta alentador; en contraste, de acuerdo con el cuadro 4.5, de los jóvenes en edad de asistir a la escuela el 47% en 2005 y 43% en 2010, no lo hacen; estas cifras son preocupantes, aun y cuando en el cuadro 4.7 nos indica que la mayoría de estos cuentan con algún nivel de instrucción aprobado en la primaria o post-primaria, sin aclarar el nivel de post-primaria que alcanzan los jóvenes.

**Principales indicadores educativos**

**Serie de ciclos escolares de 1995/1996 a 2012/2013**

Cuadro 4.13

Ciclo escolar	Tasa de reprobación		Tasa de terminación	Cobertura (por ciento)	
	Media superior		Media superior	Media superior	
	Profesional técnico b/	Bachillerato		Profesional técnico b/	Bachillerato
1995/1996	29.5	44.5	25.9	6.2	32.8
1996/1997	27.7	42.1	27.3	6.1	35.5
1997/1998	30.4	41.6	28.8	6.3	37.2
1998/1999	29.0	39.1	30.9	6.3	38.8
1999/2000	26.1	39.8	32.3	6.0	40.6
2000/2001	24.0	39.0	33.8	5.8	41.9
2001/2002	25.4	39.2	35.0	5.8	44.7
2002/2003	26.9	37.8	37.0	5.8	47.3
2003/2004	24.8	38.8	39.0	5.8	49.5
2004/2005	24.9	36.5	40.0	5.8	51.0
2005/2006	29.4	35.2	41.9	5.7	52.6
2006/2007	30.6	35.3	42.5	5.6	53.5
2007/2008	31.7	34.5	43.4	5.6	54.0
2008/2009	36.1	34.8	44.1	5.6	54.6
2009/2010	35.0	33.5	45.2	5.7	56.0
2010/2011	32.0	32.8	46.5	5.7	57.7
2011/2012 P/	31.0	32.4	47.4	5.7	59.2
2012/2013 P/	30.4	32.0	49.2	5.8	60.5

a/ Obtenidos con base en las proyecciones de CONAPO y en los resultados definitivos del *II Censo de Población y Vivienda, 2005*.

b/ Hasta el ciclo escolar 1997/1998 se denominó profesional medio.

c/ Para este indicador las cifras se refieren al ciclo escolar en que se produce la deserción.

Fuente: SEP. *Principales Cifras del Sistema Educativo en México. Reporte de Indicadores Educativos*.

En: <http://dgpp.sep.gob.mx> (1 de noviembre de 2016).

Fuente: INEGI. Anuario estadístico y geográfico de los Estados Unidos Mexicanos 2016. 2016.

De acuerdo con el Cuadro 4.13 en el 2012 el 60.5% correspondiente a la cobertura en el bachillerato, es aún bajo, ya que esta cifra debería estar alrededor del 90% como en la primaria y secundaria, toda vez que el nivel medio superior está considerado dentro de la educación básica obligatoria. También en este cuadro se observa que la tasa de reprobación durante el periodo 1995 a 2013, en el mismo nivel, ha venido disminuyendo y como consecuencia la tasa de terminación va en aumento; sin embargo, al hablar de casi el 50% de la tasa de terminación en 2013, significa que de cada dos alumnos que ingresan al bachillerato, solo uno logra terminarlo, cifra que resulta aún desalentadora.

El Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), fue creado el 8 de agosto de 2002 y a partir del 26 de mayo de 2013 se convirtió en un organismo público autónomo; su tarea principal es evaluar la calidad, el desempeño y los resultados del Sistema Educativo Nacional en la educación básica; para este fin ha empleado dos instrumentos básicamente, los Exámenes Nacionales del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) que se aplicaron por primera vez en 2006 y los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (EXCALE) los cuales se aplicaron por primera vez en 2005.

Las pruebas EXCALE se aplican a muestras representativas de estudiantes del nivel básico de un grado cada año y cada alumno responde solo una parte de las preguntas esto se debe a que el objetivo no es evaluar logros personales, sino evaluar al sistema educativo; por lo tanto, dichas pruebas informan sobre los conocimientos de los estudiantes con relación al currículo nacional. A pesar de que las pruebas PISA y las que realiza el INEE emplean metodologías diferentes en su elaboración, aplicación e interpretación, los resultados que se dan en los niveles bajos son muy similares.

Por ejemplo, el porcentaje de alumnos que obtuvieron “insuficiente” en matemáticas, de acuerdo con las pruebas EXCALE 2008-2009, en primaria fue del 14.7% mientras que en secundaria este porcentaje se elevó a 51.9%, esto quiere decir, que cuando ingresaron al nivel medio superior no contaban con los elementos necesarios para seguir estudiando esta materia, por lo que no nos deben extrañar los resultados obtenidos por nuestros alumnos en cualquier tipo de

evaluación diagnóstica y desde luego no nos debe extrañar la dificultad que presentan muchos de ellos para continuar con el estudio de las matemáticas.

## **I.2 Planteamiento del problema.**

La situación en nuestro país con respecto a la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles es desalentadora, las diferentes evaluaciones nos colocan en los últimos lugares, las causas son diversas; desde aspectos sociales, económicos y familiares, hasta problemas que solo compete resolver a las autoridades del sector educativo, probablemente en estos rubros, los docentes poco podemos hacer; sin embargo, cuando tomamos en cuenta lo que nuestros alumnos piensan con respecto a la enseñanza matemática considero que tenemos mucho por hacer y por trabajar.

En la Escuela Nacional Preparatoria, Plantel 7, "Ezequiel A. Chávez", la mayoría de nuestros alumnos manifiestan no tener interés por aprender matemáticas ya que consideran que es una materia que no les va a servir. Para conocer de forma particular el problema en la ENP 7 se les preguntó a alumnos de los diferentes grados respecto a esta situación, analizando sus respuestas se obtuvieron los siguientes resultados.

Al preguntar a alrededor de doscientos cincuenta alumnos de la ENP 7, de diferentes grados, respecto a la materia que se les ha dificultado más, resultó que para los alumnos que han cursado cuarto año, se les complica más la experimental, seguida de las matemáticas; sin embargo, para los alumnos de quinto y sexto año, el cambio es muy notorio, ya que a la mayoría de ellos la materia que más se les complica son las matemáticas, por encima de las experimentales o las de lengua extranjera.

Al cuestionarlos respecto a si les gustan las matemáticas sólo el 16% de los entrevistados manifestaron que mucho, el resto manifestó que nada, poco o regular, pero los que contestaron que regular lo condicionaron al tema que se esté abordando, si para ellos resultará fácil dirían que sí les gustan, pero si, por el contrario les resultará difícil su respuesta sería que no les gustan las matemáticas.

Una de las principales causas por las que no les gustan las matemáticas, de acuerdo con lo que manifestaron estos alumnos, son las siguientes:

- Influye mucho la forma de enseñar y explicar de los profesores.
- Me confunden tantas fórmulas, números y procedimientos.
- Cuando parece que ya entendí, resulta que todavía hay más y se me complica.
- En clases se dedica el mayor tiempo a cuestiones teóricas, como definiciones y algunas demostraciones.
- En clase se resuelven pocos ejercicios y generalmente son más sencillos de resolver que los de tarea.
- No le encontramos sentido a la materia

Los resultados obtenidos con la muestra de alumnos de la ENP 7, del ciclo escolar 2015-2016, son un reflejo de la problemática nacional; al alumno no le interesa aprender matemáticas, porque no le ven utilidad en su vida cotidiana, también estos mismos alumnos demandan dedicar más tiempo en el aula a la realización de ejercicios y menos tiempo a la teoría. Por lo tanto, de acuerdo con estos resultados y con el fin de mejorar muchos de estos aspectos es oportuno hacer el siguiente planteamiento:

¿Es posible lograr un aprendizaje significativo de las matemáticas a partir de la implementación de estrategias en el aula que consideren el uso de la tecnología digital, tomando en cuenta que vivimos en una sociedad de la información?

### **I.3 Hipótesis.**

En la Escuela Nacional Preparatoria Plantel 7, “Ezequiel A. Chávez”, es posible mejorar el aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles, mediante la estrategia de la clase invertida, en particular en la materia correspondiente al quinto año, en el tema de las cónicas; con esta estrategia se pretende la optimización del tiempo en el aula, que este sea dedicado para resolver más ejercicios en clases, lo que permitirá facilitar o hacer menos difícil la materia, ya

que los alumnos contarán en todo momento con el apoyo del docente, esta es una de sus principales demandas o inquietudes.

Además, se espera que con la implementación, de forma paralela de la resolución de problemas, nuestros jóvenes le vean utilidad, sentido y significado a las matemáticas; estas estrategias propuestas deberán considerar el uso de la tecnología digital, herramienta con la que la mayoría de nuestros alumnos cuentan, y que dicho por ellos mismos, el uso didáctico de estos dispositivos los motiva; de acuerdo con Chacón (s.f) la motivación es una de las variables afectivas que tienen gran influencia en la construcción del conocimiento de los estudiantes.

## **CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.**

### **II.1 La educación y su importancia.**

La experiencia mundial muestra la existencia de una estrecha correlación entre el nivel de desarrollo de los países, en su sentido amplio, con la fortaleza de sus sistemas educativos y de investigación científica y tecnológica. Espín (2015) menciona que: “Según estudios de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), un año adicional de escolaridad incrementa el PIB [Producto Interno Bruto] per-cápita de un país entre 4 y 7%” (p.1).

La educación es uno de los factores que más influye en el avance y progreso de las personas y sociedades, además de proveer conocimientos enriquece la cultura, el espíritu, los valores y todo aquello que nos caracteriza como seres humanos.

La educación es necesaria en todos los sentidos, es necesaria para alcanzar mejores niveles de bienestar social y de crecimiento económico, es necesaria para nivelar las desigualdades económicas y sociales, es necesaria para propiciar la movilidad social de las personas y acceder a mejores niveles de empleo, es necesaria para elevar las condiciones culturales de la población y para ampliar las oportunidades de los jóvenes, es necesaria para vigorizar los valores cívicos y laicos que fortalecen las relaciones de las sociedades, es necesaria para el avance democrático y el fortalecimiento del Estado de derecho y es necesaria para el impulso de la ciencia, la tecnología y la innovación.

En suma, la educación contribuye a lograr sociedades más justas, productivas y equitativas, es un bien social que hace más libres a los seres humanos. Por estas razones es necesario que todos los involucrados en el sector educativo hagamos lo que corresponda para coadyuvar a que nuestros jóvenes no tengan que truncar sus estudios, y si una de las razones ha sido el desaliento que sienten por no poder acreditar matemáticas, quienes nos dedicamos a impartir esta materia, debemos cambiar nuestras viejas prácticas de enseñanza o bien debemos implementarlas con otras estrategias educativas con el objetivo de abatir los malos resultados que hasta hoy hemos tenido.

En este sentido es la propuesta del presente trabajo, se deben atender las nuevas demandas de la sociedad, una sociedad altamente globalizada requiere que nuestros jóvenes estudiantes tomen un rol dinámico en su aprendizaje, requiere que se apoyen de la tecnología digital, requiere jóvenes mejor preparados, requiere que los docentes no se conformen con el hecho de que sus únicos materiales didácticos en el aula sean el pizarrón y los gises y requiere que los planes de estudio sean pertinentes no solo en matemáticas sino en todas sus disciplinas.

Estos cambios que se requieren deben ser uno de los principales retos que se deben tomar en cuenta; de acuerdo con el planteamiento del problema, es necesaria la implementación de diferentes estrategias que nos permitan un aprendizaje significativo, es necesario en consecuencia, como ya se ha puntualizado, romper con los viejos paradigmas de la enseñanza, es necesario que el estudiante sea el protagónico en su aprendizaje y es necesario que la tecnología digital, sobre todo la que tienen a su alcance, sea un medio que se adicione a la consecución de estos objetivos.

Actualmente existen diversas concepciones de educación, cada una de estas ofrece valiosos aportes que vale la pena considerar en el proceso de enseñanza aprendizaje. Algunas de estas teorías que se abordan en este trabajo tienen aspectos que las interrelacionan y yuxtaponen en algunos principios, lo importante es identificar aquellas que realmente propicien el aprendizaje significativo; incluso se debe reconocer que el conductismo y la educación tradicional, aunque son teorías cada vez menos populares, también son teorías que en la práctica se siguen utilizando, por lo que es necesario conocer algunos de sus fundamentos.

Para elegir alguna de las teorías del aprendizaje existentes se deberán tomar en cuenta diferentes factores; entre estos, se debe considerar las características físicas del espacio educativo y a la comunidad estudiantil a la que hay que atender; de acuerdo con las circunstancias y en función de las respuestas obtenidas a las preguntas realizadas a estudiantes de la ENP 7; se implementarán las estrategias de la clase invertida y la de resolución de problemas, las cuales contemplan el uso de la tecnología digital; esperando con esto mejorar el

aprendizaje de las matemáticas en dicha institución, estas propuestas se aplicarán a dos grupos de quinto año y se hará en uno de los temas fundamentales de la geometría analítica, las cónicas.

## **II.2 La teoría conductista del aprendizaje.**

John Watson psicólogo estadounidense, fue el creador del conductismo, corriente psicológica que estudia la conducta como resultado de la interacción entre el organismo y el entorno; su polémico experimento con el pequeño Albert, le permitió afirmar que las emociones pueden aprenderse por la asociación condicionada, la cual se caracteriza por la conexión entre un estímulo nuevo y un reflejo ya existente (condicionamiento clásico). John Watson se inspiró en los experimentos de Iván Pavlov, fisiólogo ruso que hizo importantes aportaciones a esta corriente; Pavlov, con su famoso experimento con un perro, estudió las respuestas de estos animales al condicionamiento, demostró como un estímulo neutro, que no provoca ninguna respuesta, llega a hacerlo debido a la conexión asociativa de este estímulo con el que normalmente provoca respuesta.

Burrhus Skinner psicólogo estadounidense, transformó el esquema estímulo respuesta del condicionamiento clásico de Pavlov y Watson por el esquema, operación, respuesta y estímulo (condicionamiento operante), a partir de sus experimentos en la caja que ideó, llamada caja de Skinner; este personaje fue quien más aportó, desde esta concepción, al proceso de enseñanza-aprendizaje, la versión skinneriana del conductismo, nació en la década de 1930; sostenía que, a través de refuerzos es posible modificar la conducta de un alumno; con un refuerzo positivo si tiene un buen desempeño, pero en caso contrario implicaría uno negativo o la ausencia del positivo.

Aunque el conductismo se originó en el campo de la psicología, su influencia ha sido muy amplia en el área educativa; tan es así, que algunos de sus principios, aún se siguen utilizando; bajo este esquema de enseñanza, los estudiantes para que logren aprendizajes, lo hacen por medio de la repetición, la recompensa y la medición de sus metas, el rol del docente será el de diseñar actividades que logren mantener o incrementar los comportamientos adecuados por medio de

refuerzos positivos, o en su caso, para disminuir o evitar las conductas no deseadas, los castigos.

Algunos principios fundamentales del conductismo que señalan Arancibia, Herrera y Strasser (2008) son los siguientes:

- a)** La conducta está regida por leyes y sujeta a las variables ambientales; en el aula de clases este principio se puede aplicar creando un ambiente que propicie conductas deseables en los alumnos.
- b)** El aprendizaje es observable porque se da cuando hay un cambio de conducta en el sujeto; por lo tanto, el profesor podrá darse cuenta si sus alumnos están aprendiendo su materia, cuando estos muestren cambios; por ejemplo, en los resultados de los exámenes ya que estos constituyen una evidencia concreta.
- c)** La conducta es observable e identificable, mientras que los procesos internos como el pensamiento, las creencias, actitudes etc., no.
- d)** Las conductas maladaptativas adquiridas a través del aprendizaje pueden ser modificadas por los principios del aprendizaje.

Otras de las características de esta teoría de acuerdo con Farías y López (2016) son las siguientes.

- **Ambientalismo:** Considera que el medio ambiente define el comportamiento de los organismos, por lo que el aprendizaje depende de las circunstancias de este, además afirma que los conocimientos del sujeto son la suma de asociaciones entre estímulos y respuestas.  
Afirma que la enseñanza es la información que se deposita en los alumnos, a partir de un arreglo adecuado de las contingencias de reforzamiento para promover la eficiencia en el aprendizaje.
- **Asociacionismo:** Considera que la asociación que pudiera darse entre dos o más estímulos puede mantenerse, así explica la manera en que los organismos aprenden.
- **Anticonstruccionismo:** Niega que los procesos de aprendizaje se deban a estructuraciones internas o mentales.

El proceso instruccional en el conductismo consiste en el arreglo adecuado de las contingencias de reforzamiento para el proceso de aprendizaje; la enseñanza consiste en hacer que los alumnos acumulen información, por lo que se le da un peso específico muy importante a la memorización, ya que este enfoque opta por reproducir aprendizajes; consecuentemente los estudiantes se ven fuertemente restringidos, toda vez que sus aprendizajes están prefijados por las características diseñadas por el docente; a los alumnos se les orienta para que sean respetuosos, dóciles y socialmente aceptados.

El docente es fundamental para el proceso de aprendizaje, no solamente porque prefija lo que se va a aprender, sino porque además debe manejar el reforzamiento positivo necesario para afianzar y motivar por lo aprendido; debe evitar el castigo, sobre todo en la educación actual, sería conveniente en su caso, para disminuir o evitar conductas no deseadas, no hacer ningún tipo de reforzamiento; la evaluación bajo este enfoque educativo, debe ser objetiva; generalmente se elaboran exámenes cuantificables, atendiendo a los objetivos de los contenidos temáticos y con el fin de medir los conocimientos, habilidades y técnicas empleadas para la realización de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

A partir de que se habla de aprendizaje significativo, el conductismo como modelo de enseñanza en las aulas, ha venido perdiendo terreno; sin embargo, como se ha señalado, aún se siguen utilizando muchos de sus principios.

### **II.3 La escuela tradicional.**

La escuela tradicional se remonta al siglo XVII con la ruptura del orden feudal y la constitución de los estados nacionales; su fundamento fue la escolástica, que significa método y orden; consideraba que la mejor forma de preparar a un niño era moldeando su inteligencia; este esquema educativo cada vez más relegado en la educación actual, se basa también en el hecho de que el docente es quien organiza las actividades en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que es un modelo centrado en el profesor, él es quien explica mientras los alumnos escuchan.

Esta concepción educativa es dogmática y produce aprendizajes comunes; es decir, la enseñanza se imparte por igual a un conjunto de alumnos a través de libros de texto dirigidos, los cuales generalmente se deben de aprender de memoria, en estos libros se encuentra todo lo que los estudiantes deben saber; si se quiere evitar la confusión, los estudiantes no deben buscar información fuera de estos libros; este enfoque educativo, es un sistema en donde prevalece la organización jerárquica, es de un orden rígido y es un sistema autoritario.

La escuela tradicional también es conocida como magistrocéntrica, toda vez que el profesor tiene la mayor jerarquía, toma decisiones, prepara actividades, organiza el tiempo, el espacio y las actividades extraclase; él es quien resuelve los problemas ante la pasividad de sus alumnos, es un modelo a seguir, por lo que se convierte en condición necesaria del éxito educativo; además, es el responsable de las normas en el aula las cuales guarda con una férrea disciplina, para esto considera que el castigo es por el bien de sus estudiantes.

Los alumnos en el salón de clases y durante una sesión, en el mejor de los casos toman notas o de lo contrario esperan a que el profesor les dicte; es decir, los alumnos tienen un rol pasivo, son dóciles, obedientes, atentos a toda instrucción del profesor, no son críticos y no se favorece su autonomía; esta dependencia de la cual es objeto, les impide su desarrollo afectivo; el alumno es quien no sabe, por lo que pregunta y espera respuestas; respuestas que no dan lugar a ser cuestionadas, respuestas que se aceptan como verdades absolutas; el alumno memoriza más que haber logrado el aprendizaje.

La evaluación se visualiza como la fase final del aprendizaje, generalmente se basa en exámenes que miden la capacidad de memorización de los contenidos temáticos, dichos contenidos temáticos son productos de un guion que el docente sigue al pie de la letra y del cual no es responsable; la forma de calificar a los estudiantes en muchos casos produce la sensación de competencia y esto les sirve de estímulo a unos cuantos; sin embargo, en muchos otros casos los hace sentir poco inteligentes; por lo cual este proceso de evaluación no resulta enriquecedor ni propicia el crecimiento de los educandos.

Por lo tanto; la escuela tradicional de acuerdo con lo mencionado no resulta apropiada para los tiempos actuales, nuestra sociedad en turno no es ni la sombra de la sociedad de hace algunos años; es necesario entonces, utilizar propuestas de enseñanza donde el alumno sea el principal protagonista, propuestas educativas que propicien el aprendizaje significativo. A continuación, se mencionan características de algunas de estas con el fin de contar con elementos adicionales que nos permitan su implementación, la mejor opción no será la misma para todos; la mejor opción dependerá de un conjunto de variables que se deberán considerar.

#### **II.4 La teoría cognitiva del aprendizaje.**

La teoría cognitiva, aunque diferente al conductismo, comparte algunos principios, como se cita en Izquierdo e Inciarte (2005):

Los cognitivistas comparten con el conductismo la creencia de que el estudio del aprendizaje debe ser objetivo y que las teorías de aprendizaje deben surgir de la investigación empírica; pero al mismo tiempo, consideran que la naturaleza de los procesos mentales que producen las respuestas se puede inferir observando los comportamientos de los individuos antes los estímulos; en otras palabras, que los procesos mentales pueden ser observados, medidos y por lo tanto estudiados objetivamente (...) (p.351).

A fines de la década de 1950 en Estados Unidos el procesamiento de información contribuyó al enriquecimiento de la teoría cognitiva, realmente esta teoría del conocimiento surge como una crítica a los planteamientos del conductismo; la preocupación en saber cómo funciona la mente permitió su desarrollo e hizo que su estudio se enfocará a una serie de dimensiones cognitivas como la atención, la percepción, la memoria, la inteligencia, el lenguaje, el pensamiento y la representación del conocimiento; dicho de otra manera este paradigma enfoca sus estudios a los procesos de pensamiento y a las actividades mentales que rigen la relación entre un estímulo y la respuesta generada.

Fueron diferentes circunstancias las que hicieron posible que la teoría cognitiva tomara auge en las prácticas educativas; en primer lugar, la desconfianza hacia el paradigma conductista y como consecuencia la revolución cognitiva cuyo fin era recuperar los procesos mentales; para lo cual propuso una alternativa más profunda para tratar los problemas epistemológicos, estudiando los procesos de construcción simbólica empleados por el hombre para conocer su realidad; así como también, estudiando el procesamiento de la información en la memoria.

Arancibia, Herrera y Strasser (2008) señalan algunas de las aportaciones que han hecho distintos precursores de la teoría cognitiva, al respecto mencionan lo siguiente.

**Jean Piaget** hace importantes contribuciones a la teoría cognitiva a partir de su propuesta sobre la construcción del conocimiento, menciona que este se construye, a través de esquemas de conocimiento que se complejizan a medida que avanzan las etapas de desarrollo; plantea que el conocimiento no solo se adquiere por interiorización del entorno social, sino que predomina la construcción hecha por el sujeto.

**Jerome Bruner** dio orientación cognitiva a la instrucción, planteó que el aprendizaje no es un producto, sino que supone un proceso activo de asociación y construcción de la información; toda vez que el aprendiz al interactuar con la realidad organiza sus entradas según sus propias categorías, tal vez crea nuevas o quizás modifique las preexistentes.

**David Ausubel** contribuyó con sus estudios sobre el aprendizaje significativo, afirmando que el aprendizaje significa la organización e integración de información en la estructura cognoscitiva del sujeto; es decir, es la manera como se relaciona la información nueva con la que ya se posee.

Estas teorías que dieron sustento al paradigma cognitivo parten de la idea que existe una estructura en la cual se procesa la información; dicha estructura es la cognoscitiva, donde el sujeto tiene organizado el conocimiento previo que debe ser considerado para el anclaje con el conocimiento nuevo o el aprendizaje, dicho aprendizaje se da a partir de la práctica y mediante la interacción con el entorno

físico y social, va de lo simple a lo complejo; el sujeto es un procesador activo de los estímulos y es este procesamiento y no los estímulos, lo que determina nuestro comportamiento; de acuerdo con este supuesto, la realidad se percibe socialmente y el individuo la utiliza como modelo mental para interpretar lo que ocurre.

Por lo tanto, la teoría cognitivista se centra en el estudio de las representaciones mentales; es decir, en cómo funciona la mente en el proceso de aprendizaje, explica que comienza por los sentidos, los cuales juegan un papel muy importante, luego pasa a la memoria corta y la transfiere a la memoria larga para archivarla; la memoria no es una fotografía, generalmente tendemos a almacenar relaciones que resumen la información relativa a muchos casos particulares; el sujeto desde esta percepción, es un agente no pasivo, cuyas acciones dependen de los procesos internos que ha elaborado a partir de las relaciones con el medio o la cultura, por lo que se acepta que el medio social es importante para adquirir el conocimiento.

En este paradigma cognitivo se orienta para que se tenga un aprendizaje significativo; para que se desarrollen habilidades y estrategias generales específicas de aprendizaje, que le permitan al estudiante utilizar de forma más efectiva su pensamiento en diferentes situaciones para que dicho conocimiento sea duradero; el docente es el que debe administrar los procesos de entrada de información de la manera más eficiente y activa; el profesor al organizar los contenidos, debe propiciar un aprendizaje que favorezca el pensamiento crítico y autónomo de los estudiantes.

De Izquierdo e Inciarte (2005) citan una serie de acciones que los docentes deben realizar para propiciar el aprendizaje significativo.

- El docente raramente dice a sus estudiantes lo que él piensa que ellos deben aprender (no los priva de la excitación que implica hacer sus propios análisis).

- Su discurso es básicamente de formulación de preguntas, especialmente las divergentes (para seducirlos y abrir sus mentes a posibilidades insospechadas).
- No acepta respuestas sencillas y no busca respuestas correctas porque las ve como una manera de terminar con el pensamiento reflexivo.
- Anima las interacciones estudiante-estudiante y no profesor-estudiante. Evita ser el mediador, juez o árbitro de las ideas expresadas.
- Raramente hace resúmenes de lo dicho por los estudiantes ya que con ello estaría cerrando el pensamiento de los alumnos y cambiándoles sus propias conclusiones.
- Sus clases responden no a una estructura lógica preconcebida. Las respuestas de sus alumnos son el contenido de la clase, por lo que es más el tiempo que gasta escuchándolos que hablando (p.352).

Al utilizar los principios de la teoría cognitiva en el ámbito educativo, se está dejando a un lado el centralismo hacia al profesor; si bien es cierto que el docente todavía tiene la responsabilidad de seleccionar los aprendizajes, también es cierto que debe implementar estrategias cognitivas de enseñanza que promuevan metas y que propicien un clima adecuado para que los alumnos tengan una dinámica totalmente diferente a la conductista; el docente debe considerar favorecer la autoestima de sus alumnos, su reflexión, el razonamiento y su imaginación; el alumno debe tomar un rol activo, con espíritu de competencia, solucionar problemas y desarrollar habilidades estratégicas.

## **II.5 La teoría del humanismo.**

El humanismo tiene sus antecedentes en algunos filósofos griegos; sin embargo, sus precursores fueron los italianos del siglo XIV Dante, Petrarca y Boccaccio; como paradigma psicológico nació en Estados Unidos en la década de 1950, sus impulsores fueron Rogers y Maslow; uno de los conceptos más importantes de este enfoque es el rol del organismo; afirma que los seres son únicos con

características de percepción y estilos de vida particulares; se enfoca al estudio de los seres humanos como totalidades dinámicas y auto-actualizantes; aunque su campo es la psicología clínica muchos de sus principios se aplican a la educación escolar.

Esta teoría tiene sus fundamentos en la fenomenología, ya que afirma que cualquier actividad cognoscente es subjetiva de acuerdo con la realidad personal; también se fundamenta en el existencialismo, toda vez que el ser humano va creando su personalidad y es capaz de elegir su destino; los humanos actúan por intenciones y valores, y no por estímulos o por la búsqueda de significados; considera que los humanos son libres y autónomos y que son los únicos que pueden por sí mismos desarrollarse mediante el trabajo creativo. Para el humanismo el propósito de la educación es la autoactualización o uso y explotación de los talentos (como se cita en De Izquierdo e Inciarte, 2005).

Farías y López (2016) mencionan algunos postulados que caracterizan a la psicología humanista:

- El ser humano es una totalidad que excede a la suma de sus partes. Énfasis holista, lo estudia sin fragmentaciones.
- El hombre posee un núcleo central estructurado -los conceptos de <<persona>>, <<yo>>, o <<sí mismo>> (*self*) – que es la génesis de todos los procesos y estados psicológicos de su posible interacción.
- El hombre tiende a la autorrealización aún en condiciones desfavorables; se autodetermina, autorrealiza y trasciende. Si existe una propuesta educativa, no directiva y centrada en las personas, el desarrollo de la potencialidad se verá plenamente favorecido.
- El hombre es un ser en un contexto humano.
- El hombre es consciente de sí mismo y de su existencia. Las personas se conducen en el presente de acuerdo con lo que fueron y preparándose para vivir el futuro.
- El hombre tiene facultades, libertad y conciencia para tomar sus propias decisiones, por tanto, es un ente activo y constructor de su propia vida.

- El hombre es intencional. Los actos de la persona se reflejan en sus propias decisiones; a través de sus intenciones y propósitos, el ser humano estructura una identidad personal.

(p.12).

La educación es un medio que juega un papel integral en la vida del estudiante; bajo este paradigma, la educación está centrada en ayudar al alumno a explorar y comprender el conocimiento y los significados de sus experiencias. El aprendizaje puede influir en su conducta, el educador humanista es un facilitador del desarrollo de la persona; provee de recursos, se interesa en el alumno de forma integral y toma en cuenta su libertad para crear y para que crezca; los alumnos exploran los significados de sus experiencias, deciden lo que son y lo que quieren ser.

Los programas educativos deben crear un sentido de relevancia, valor y merecimiento en cada persona, la enseñanza es flexible y abierta; el aprendizaje no es impuesto ni amenazante, por el contrario, es significativo; toda vez que el alumno emplea sus propios recursos; es decir, el alumno es responsable de su aprendizaje. A los alumnos se les considera como personas únicas, con iniciativa y necesidades personales, con potencialidad para desarrollar la solución de problemas, con creatividad, poseedores de afectos, intereses y valores particulares.

El profesor se conduce con respeto, crea un clima de confianza en el aula, es facilitador de la capacidad potencial de autorrealización de los alumnos, fomenta el autoaprendizaje y la autoevaluación de los alumnos; por lo que el principal argumento para conocer si han cumplido con sus metas es la autocrítica y la reflexión con el educador y con sus pares; el docente es sensible frente a las percepciones y sentimientos de los estudiantes, practica un modelo democrático de libertad de excelente comunicación, toma en cuenta que el desarrollo de cada alumno debe darse siempre y cuando no se afecte a otros.

Por lo tanto; si deseamos implementar al humanismo en el aula, debemos considerar que este paradigma le da mayor importancia a la propia personalidad del docente que a su propia formación profesional; por lo que el docente debe

estar dispuesto a dejar ver sus sentimientos, como si fuera uno más del grupo; debe diseñar estrategias que le permitan la comunicación académica y emocional con sus alumnos; esta teoría es opuesta al conductismo y acepta del cognitivismo su principio de aprendizaje; sin embargo, le da un mayor peso específico a la parte afectiva.

## **II.6 La teoría sociocultural.**

Uno de los principales fundadores de la teoría sociocultural es Lev Vygotsky, la influencia del pensamiento hegeliano contribuyó al desarrollo de esta teoría; de Engels retomó la distinción entre el mundo natural y el mundo cultural creado por el hombre gracias al trabajo y al desarrollo de instrumentos; esta teoría se fundamenta en el materialismo dialéctico, el cual plantea la relación sujeto y objeto como un vínculo de interacción y transformación recíproca iniciada por el sujeto a través de instrumentos y de signos socioculturales. El sujeto no recibe pasivamente la influencia del medio, pues la reconstruye de forma activa (Farías y López, 2016).

La teoría sociocultural resalta la importancia e influencia del sujeto con la sociedad para la conformación de sus procesos cognitivos, ya que las experiencias sociales generan procesos psicológicos superiores de autorregulación y de respuesta adaptativa y activa del medio; es decir, el paso de una actividad psicológica de orden inferior a una superior va a estar mediada por el uso de instrumentos físicos o psicológicos. Es a partir de la apropiación de estos instrumentos, herramientas o signos como el sujeto se desarrolla a través de sus prácticas sociales; lo que le permite apropiarse del aprendizaje de manera creativa y original, reconstruyendo su contexto sociocultural.

En el aspecto educativo el aprendizaje de acuerdo con Vygotsky es: “Desarrollo mental, internalización, e implica ejecutar una serie de procesos evolutivos. Consiste no sólo en el dominio de los instrumentos o sistemas conceptuales, de los procedimientos de su uso en abstracto, sino también, de su recontextualización en el ámbito escolar” (como se cita en de Izquierdo e Inciarte, 2005, p.354).

El alumno toma un rol activo en el proceso de enseñanza-aprendizaje; es un ser social producto de interacciones sociales y a través de la mediación co-construye (actividad social, cooperativa) su persona; su aprendizaje se observa en la zona de desarrollo próximo, que es la distancia que existe entre el momento en el que resuelve un problema o adquiere algún conocimiento, mediante el apoyo o socialización con otras personas (padres docentes y compañeros) y el momento en el que resuelve el problema o aplica el conocimiento por sí solo; según su desarrollo y a medida que se va construyendo su autonomía escolar va adquiriendo el pleno dominio del aprendizaje dado.

El profesor bajo este paradigma es el experto que enseña a través de interacciones mutuas, es el mediador entre la cultura y el estudiante, es el responsable de la selección de instrumentos que se utilicen para que sus alumnos puedan apropiarse de conocimientos, es quien debe implementar las estrategias que permitan que el aprendizaje de sus alumnos se alcance con la interacción con otros y no de forma individual; por lo que es recomendable propiciar el trabajo en equipos y diseñar actividades para incentivar los aspectos procedimentales que les permita a sus estudiantes interactuar.

Además de lo ya mencionado, para implementar este paradigma sociocultural en el aula se debe considerar trabajar con los alumnos sobre la zona de desarrollo próximo, por lo que el docente se convierte en un colaborador que les servirá de apoyo temporal mientras que estos se van apropiando cada vez más del conocimiento; se debe considerar también, la posibilidad de que se tengan que realizar ajustes continuos en el proceso didáctico y que la evaluación bajo esta concepción debe ser continua y que se debe evaluar en el alumno la apropiación del conocimiento para valorar su potencial de aprendizaje.

## **II.7 La teoría del constructivismo.**

El constructivismo se nutre de diferentes aportaciones desarrollados por autores como Piaget, Vygotsky y Ausubel; entre otros, este modelo afirma que el aprendizaje es construido desde dentro del aprendiz y no es recibido pasivamente desde el ambiente ni es solamente el resultado de sus disposiciones internas;

afirma que el conocimiento es una construcción propia que se va haciendo paulatinamente como consecuencia de la interacción de estos dos factores; es decir, esta teoría intenta explicar como la construcción de dicho conocimiento tiene lugar en el interior del sujeto y se produce cuando interactúa con su entorno físico, cultural y social.

El constructivismo es una teoría genética porque explica la génesis del conocimiento, busca la historia fiel de la evolución de cada individuo en la construcción de este conocimiento, dicho conocimiento no es una copia de la realidad, sino la construcción que el sujeto realiza con los esquemas que ya posee o con sus conocimientos previos, este se realiza en todos los contextos y día con día; en este proceso de construcción, hay un proceso mental que nos lleva a la adquisición de uno nuevo, pero no solo es el nuevo conocimiento adquirido lo que se da, sino que se ha adquirido una nueva habilidad que permite generalizarse; es decir, aplicar este conocimiento adquirido a una situación nueva.

Por lo tanto, esta teoría tiene como idea central que el aprendizaje humano no se da pasivamente desde el exterior, por el contrario se da de forma activa a través de una negociación interna en donde el aprendiz articula lo que ya sabe con la nueva información; el aprendizaje es un proceso dinámico e interactivo a través del cual la información externa es interpretada y reinterpretada por la mente que va construyendo modelos explicativos, se puede considerar que durante el proceso de aprendizaje, el sujeto construye su propia realidad o al menos la interpreta basado en sus percepciones y experiencias; esto no quiere decir que el aprendizaje sea desordenado o confuso, ya que la realidad tiene sus propias leyes que nos permiten percibirla de forma similar a través de procesos de negociación social para crear un sentido de comunidad.

La educación desde esta perspectiva es entonces una práctica social, el alumno construye el conocimiento con su estilo y ritmo de aprendizaje, la construcción de la autonomía es el desafío de la enseñanza, la cual cada alumno organiza y la interpreta de manera diferente, la enseñanza se da a partir de la experiencia y reflexión. El rol del docente cambia, deja de ser el centro de atención en el aula para convertirse en un participante más, en un moderador, en un mediador o es un

facilitador del aprendizaje; es quien debe propiciar un ambiente afectivo de mutua confianza y es quien además debe propiciar en los alumnos la adquisición de estrategias cognitivas de planificación y de regulación de la propia actividad del aprendizaje.

Como se cita en De Izquierdo e Inciarte (2005): “Los docentes constructivistas se caracterizan por compartir conocimientos, autoridad y responsabilidad con sus estudiantes; son más guías que expertos y su acción depende del nivel de experiencias y conocimientos de sus estudiantes” (p.358).

También el docente debe ayudar a los estudiantes a construir su conocimiento sobre la base de sus propias necesidades e intereses; la función principal del docente constructivista se cita en De Izquierdo e Inciarte (2005) como:

Ayudar al estudiante a ser cada vez más activo en su aprendizaje; hacer conexiones significativas entre lo nuevo, lo que ya conoce y el proceso que implica su aprendizaje; explorar e intervenir el mundo real; explorar las inconsistencias entre lo que sabe y las nuevas experiencias (p.358).

Considerando al aprendizaje como una actividad social; si queremos implementar el constructivismo en el aula, es necesario promover el trabajo colaborativo con el fin de que los alumnos interrelacionen, se sientan más motivados, aumenten su autoestima y aprendan más; desde luego esto al margen de entender que cada alumno debe trabajar con su propia independencia; en estas circunstancias el docente tiene el desafío de actuar de tal forma que se respete la personalidad de cada alumno y las determinaciones comunes de su cultura; el docente también debe promover actividades que le permitan a sus alumnos desarrollar sus habilidades cognitivas para optimizar sus procesos de razonamiento.

## **CAPÍTULO III. LA PROPUESTA.**

### **III.1 Aprendizaje significativo.**

Enseñar matemáticas no es tarea fácil, tampoco lo es el aprenderlas; en el primer caso nos debemos cuestionar si la forma de enseñarlas es la adecuada para lograr que los alumnos se interesen en aprenderlas, al parecer no, esto se refleja en los malos resultados que han tenido los jóvenes en esta disciplina, por lo que es deseable cambiar o adecuar nuestras estrategias de enseñanza a las circunstancias actuales.

Por lo tanto, es necesario fomentar un aprendizaje significativo en nuestros jóvenes estudiantes, en principio debemos hacerles entender que las matemáticas son parte de la cultura, son parte del desarrollo del ser humano, son una disciplina formativa, cuando aprendemos matemáticas desarrollamos nuestra capacidad de análisis, de comprensión, de reflexión, de abstracción y de creatividad entre otros aspectos, estas habilidades son necesarias para cualquier persona y tienen un valor importante en todas nuestras actividades.

La educación media superior, es de vital importancia no solo porque es un paso hacia algún objetivo disciplinar de los jóvenes, sino porque además es una etapa de desarrollo en los aspectos psicológicos y sociales; por lo tanto, es deseable fomentar en el aula estrategias que propicien un aprendizaje significativo no solo en el campo de las matemáticas, sino en todas las áreas que se cursen en este nivel; pero ¿qué es el aprendizaje significativo?

El aprendizaje significativo ha venido a dar un giro al proceso de enseñanza aprendizaje, desplazando paulatinamente a la escuela tradicional y desplazando también a aquel proceso basado en estímulos, respuestas y refuerzos; es decir, al aprendizaje conductista, muchas de las acciones que se han realizado para la mejora educativa en matemáticas apuntan a este tipo de aprendizaje porque propicia la autonomía, tanto emocional como intelectual, estas se articulan de tal manera que la autonomía lograda a nivel intelectual favorece la autonomía en lo emocional y viceversa.

**David Ausubel**, psicólogo y pedagogo estadounidense, fue el creador de la teoría del aprendizaje significativo señalando que es diferente al aprendizaje memorístico o repetitivo; sin embargo, dice que ambos tipos de aprendizaje pueden coexistir ya que estos no son excluyentes; también señala que uno de los factores para que un individuo aprenda son sus conocimientos previos, los cuales deben ser considerados al planificar cualquier tipo de instrucción para que estos sirvan como anclaje a los conocimientos nuevos; cuando se da el aprendizaje hay una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que ya se tienen en la estructura cognitiva (Kopitowski, 1999).

De acuerdo con Ausubel (2011) “Se entiende por Aprendizaje Significativo a la incorporación de la nueva información a la estructura cognitiva del individuo. Esto creará una asimilación entre el conocimiento que el individuo posee en su estructura cognitiva con la nueva información, facilitando el aprendizaje” (p. 1); por lo tanto, la asimilación es un proceso dinámico en el cual tanto la nueva información como la existente en la estructura cognoscitiva resultan alterados de alguna forma.

Como señalan Arancibia, Herrera y Strasser (2008) Ausubel parte de la siguiente premisa: “Existe una estructura en la cual se integra y procesa la información. La estructura cognoscitiva es, pues, la forma como el individuo tiene organizado el conocimiento previo a la instrucción” (p.102). La nueva información se adhiere a la que ya existe en dicha estructura cognitiva, esta lo hace específicamente con la información relevante (subsumidores), la cual tiende a organizarse jerárquicamente en términos de nivel de abstracción; por lo que la estructura cognitiva es la base para que se comprendan e incorporen los nuevos conocimientos.

Para que se produzca un aprendizaje significativo los nuevos conocimientos se deben almacenar de forma no arbitraria (el conocimiento previo es la base para la incorporación, comprensión y fijación de estos) y sustancial (no exactamente igual, es decir, lo que se almacena es la sustancia); también deben darse ciertas condiciones respecto del material que se debe aprender y respecto del sujeto que aprende.

Ausubel (s.f) menciona al respecto lo siguiente:

- Que el material sea potencialmente significativo, esto implica que el material de aprendizaje pueda relacionarse de manera no arbitraria y sustancial (no al pie de la letra) con alguna estructura cognoscitiva específica del alumno, la misma que debe poseer "significado lógico" es decir, ser relacionable de forma intencional y sustancial con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del alumno, este significado se refiere a las características inherentes del material que se va aprender y a su naturaleza
- Cuando el significado potencial se convierte en contenido cognoscitivo nuevo, diferenciado e idiosincrático dentro de un individuo en particular como resultado del aprendizaje significativo, se puede decir que ha adquirido un "significado psicológico" de esta forma el emerger del significado psicológico no solo depende de la representación que el alumno haga del material lógicamente significativo, "sino también que tal alumno posea realmente los antecedentes ideativos necesarios" (...) en su estructura cognitiva. (...).
- Disposición para el aprendizaje significativo, es decir que el alumno muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva. Así independientemente de cuanto significado potencial posea el material a ser aprendido, si la intención del alumno es memorizar arbitraria y literalmente, tanto el proceso de aprendizaje como sus resultados serán mecánicos; de manera inversa, sin importar lo significativo de la disposición del alumno, ni el proceso, ni el resultado serán significativos, si el material no es potencialmente significativo, y si no es relacionable con su estructura cognitiva.

(p.4-5)

En el ámbito educativo nada de esto es ajeno, por el contrario; Ausubel centró su atención en el aprendizaje significativo de los estudiantes, quienes de acuerdo con lo que se ha venido mencionado se dará cuando el alumno incorpore la nueva información a la ya existente. Para Ausubel la variable más importante que influye en el aprendizaje del estudiante es aquello que ya conoce: "...determinese lo que el alumno ya sabe y enséñese en consecuencia..." (Arancibia, Herrera, y Strasser, 2008, p.102).

**Jean Piaget** epistemólogo, psicólogo y biólogo suizo, fue creador de la teoría constructivista del aprendizaje, sus estudios se basaron en el desarrollo intelectual y cognitivo (teoría cognitiva del aprendizaje), aunque no enfatizó sobre el concepto de aprendizaje, consideraba a este como una reorganización de las estructuras cognitivas, él hablaba de asimilación, acomodación, adaptación y equilibración. La asimilación se refiere a que el sujeto da la iniciativa para interactuar con el medio, lo cual le permite construir sus propios esquemas mentales de asimilación, cuando estos no se dan o bien no son claros para el sujeto, viene la acomodación, lo que le permite modificar la información para que le sea perceptible, es a partir de la acomodación como se da el desarrollo cognitivo, en este momento se habla de adaptación, que es el equilibrio entre la asimilación y acomodación (Universidad Centroamericana, s.f).

Moreira (s.f) menciona respecto del aprendizaje significativo que:

Es posible, (...) interpretar la asimilación, la acomodación y la equilibración piagetianas en términos de aprendizaje significativo. Asimilar y acomodar se pueden interpretar en el sentido de dar significados por subordinación o por superordenación. Naturalmente, esto no quiere decir que los esquemas de Piaget y los subsumidores de Ausubel sean lo mismo. Se trata solamente de una analogía que permite dar significado al concepto de aprendizaje significativo en un enfoque piagetiano (p.5).

**Lev Vygotsky** psicólogo soviético creador de la psicología histórico-cultural afirmaba que el desarrollo cognitivo de los seres humanos sólo se explica a partir de su interacción social, en un contexto histórico y cultural (teoría sociocultural), este se da a través de la reconstrucción interna (internalización) de instrumentos y signos, conforme el sujeto va utilizando más signos, más se modifican sus operaciones psicológicas; de igual forma cuantos más instrumentos está aprendiendo a usar, más serán las actividades en las que puede aplicar las nuevas funciones psicológicas; para internalizar signos el sujeto debe captar sus significados a partir de la interacción social. Por lo tanto, es posible hablar de aprendizaje significativo desde este punto de vista, la internalización de Vigotsky sería análoga a transformación del significado lógico de los materiales de aprendizaje en significado psicológico, transformación de la que habla Ausubel, y los materiales de aprendizaje son en esencia los instrumentos y signos de Vigotsky (Moreira, s.f).

**Joseph Novak** educador estadounidense, se centró en el aprendizaje humanista, por lo que le imprimió este toque a la teoría del aprendizaje significativo, aunque desde el planteamiento de Ausubel ya se percibía; sin embargo, fue Novak quien propone que construir el significado de la experiencia es una mezcla de los pensamientos, sentimientos y acciones; el parte de la idea que los seres humanos piensan, sienten y actúan. Son tan importantes las aportaciones de Novak que hay quienes afirman que hoy la teoría del aprendizaje significativo debería ser la teoría de Ausubel y Novak y más si consideramos que una de las herramientas que nos permite darnos cuenta si el aprendizaje resultó significativo, es precisamente una de las aportaciones de Novak, el mapa conceptual (Moreira, s.f).

Novak (2010) menciona que: “El aprendizaje significativo subyace a la integración constructiva del pensamiento el sentimiento y la acción que conduce a la capacitación para el compromiso y la responsabilidad” (p.1), de acuerdo con esta afirmación se puede percibir que Novak adoptó la teoría de Ausubel, ya que este no hace a un lado el enfoque cognitivo; sin embargo, como se puede observar, extendió el ambito de aplicación de la teoría del aprendizaje significativo. En el

ámbito educativo también aplican estos principios, ya que afirma que cualquier evento en este campo también está acompañado de una experiencia afectiva.

Moreira (s.f), menciona precisamente la hipótesis de Novak en el aspecto educativo de la siguiente manera:

La experiencia afectiva es positiva e intelectualmente constructiva cuando la persona que aprende tiene provecho en la comprensión; recíprocamente, la sensación afectiva es negativa y genera sentimientos de inadecuación cuando el aprendiz no siente que está aprendiendo el nuevo conocimiento. Predisposición para aprender y aprendizaje significativo guardan entre sí una relación prácticamente circular: el aprendizaje significativo requiere predisposición para aprender y, al mismo tiempo, genera este tipo de experiencia afectiva. Actitudes y sentimientos positivos en relación con la experiencia educativa tienen sus raíces en el aprendizaje significativo y, a su vez, lo facilitan (p.14).

Por lo tanto, para trabajar con nuestros alumnos de la ENP 7 debemos considerar lo que se ha expuesto, el aprendizaje significativo se sitúa en nuestro entorno y se da a partir de algún caso o planteamiento de problemas, por lo que se espera que el estudiante se comprometa con su proceso de aprendizaje, el aprendizaje significativo sociabiliza porque se puede trabajar en equipos para construir el conocimiento, es también activo porque depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje y además este tipo de aprendizaje es duradero.

Para que se dé un aprendizaje significativo en el aula el docente debe conocer los conocimientos previos del alumno, debe asegurarse que el contenido que se va a presentar pueda relacionarse con esas ideas previas, debe ordenar los materiales didácticos considerando que no solo importa el contenido de estos, sino que también importa la forma como se los presente a sus alumnos; también es necesario considerar la parte afectiva entre el aprendiz y el docente, este aspecto corresponde a la parte humana, que como ya se señaló, esta debe ser parte del aprendizaje significativo; otro aspecto que no se puede pasar por alto y que

también debemos considerar, es la motivación, un alumno en estas condiciones es un alumno que tiene un excelente pronóstico de aprendizaje.

### **III.2 Tecnología digital.**

La tecnología digital se encuentra en un conjunto de dispositivos destinados a la transmisión, procesamiento o almacenamiento de señales digitales, esta tecnología es el conjunto de procedimientos y estudios necesarios para poder realizar avances científicos que son expresados en números, para describir la representación de la información, lo hace de modo binario basándose en 1 y 0, esto quiere decir, que no funciona con la representación del fenómeno físico, siendo esto una gran ventaja, ya que cuando se analice o cuando se guarde información; en nuestro caso, información educativa, esta no pierde atributos, ya que lo que se almacena o guarda en cualquier dispositivo son puros ceros y unos, caso contrario a lo que sucede con la tecnología analógica.

Como se ha mencionado, la época de nuestros padres e incluso de la de muchos de nosotros, es totalmente diferente a la época actual, entre otros aspectos, la tecnología viene desarrollándose exponencialmente, pareciera que estamos viviendo un cambio histórico de la magnitud que se vivió, hace alrededor de doscientos años, con la aparición de la revolución industrial, lo que en aquella época transformó al mundo, hoy parece que tiende a ser sustituida por la tecnología de la información.

Los seres humanos requerimos en muchas de nuestras actividades de algunas de las herramientas de la tecnología actual; como Smartphone, tableta, cámaras digitales, Lap-top, etc., lo que hace necesario que contemos con ciertas habilidades para el uso de algunos de estos dispositivos. En el sector educativo no estamos exentos de esta situación, por lo que cada uno de los que formamos parte de este debemos adoptar una forma diferente de visualizar el proceso de enseñanza aprendizaje, ya no podemos ni debemos seguir operando bajo las mismas reglas, es necesario reinventarlas para responder a los desafíos del contexto actual, es necesario implementar diferentes estrategias educativas, las cuales consideren el uso de la tecnología digital como un medio educativo.

Es una realidad también que muchos de los jóvenes hacen uso de sus dispositivos electrónicos de forma cotidiana, dándole un uso reducido a los aspectos didácticos, esto se debe a que muchos de nosotros, como docentes, no somos hábiles en el uso de la tecnología digital, por lo que nos cuesta trabajo repensar nuestros escenarios y ambientes de aprendizaje con el uso de esta; por lo tanto, es necesario que los que nos dedicamos a esta actividad nos actualicemos en el uso de dispositivos digitales, seguramente al hacerlo tendremos un mayor y mejor panorama para rediseñar nuestra práctica docente.

Quizás para muchos sea lamentable que el uso de libros impresos, para efectos de la realización de las tareas, por parte de nuestros estudiantes, sea un elemento al que cada vez le den un menor uso; en contra-parte, se ha venido incrementando para este fin el uso de dispositivos móviles como las tabletas y los Smartphone o en su caso las computadoras de escritorio; es necesario entonces que nos hagamos aliados de estos dispositivos y que redireccionemos a nuestros alumnos hacia la información que nosotros queremos que tengan; por esta razón el uso de la tecnología digital en la educación no debe ser considerada como un elemento más, sino como un medio necesario en la educación del siglo XXI.

También es una realidad, incluso dicha por muchos estudiantes, en particular los estudiantes entrevistados de la ENP 7, que el uso de la tecnología digital en cuestiones didácticas los motiva, más si lo hacen con sus Smartphone, incluso hay alumnos que afirman que han aprendido más a través de navegar por internet, que de algunos de sus profesores; esta expresión lejos de preocuparnos nos debe hacer reflexionar y hacer que consideremos a la tecnología digital como un elemento imprescindible en cualquier propuesta educativa; esperando con esto, una mejora en la enseñanza de las matemáticas.

Como citan González y Martínez (2015):

La oportunidad que ofrece el uso de las tecnologías amplía no solo el área de intercambio y presentación de la información, modifica áreas de actividad humana como sus formas de producción y desarrollo tecnológico, científico y cultural (Levy, 2005). Además, favorece la construcción de contextos

significativos posibilitados por las nuevas tecnologías (Engestrom, 2009), y en muchos sentidos elimina y abre nuevas brechas sociales al promover el conocimiento como capital (...) (p.283).

Así pues, podemos decir que estamos viviendo una revolución tecnológica de la información y de la comunicación, lo que sucede en cualquier punto de nuestro planeta, por lejano que este se encuentre, se difunde inmediatamente por todas partes a través de la red; de igual manera, con el apoyo de la tecnología digital, sin importar fronteras, podemos acceder prácticamente a cualquier tipo de material didáctico en línea, de cualquier tema y en cualquier formato; otro aspecto que debemos considerar es el hecho de que los dispositivos portátiles son capaces de almacenar una gran cantidad de información, por lo que su transporte es sencillo y confiable.

Por todas las razones ya expuestas; la propuesta para una mejora educativa matemática en la ENP 7 es a partir de la implementación de estrategias didácticas que consideren a la tecnología digital como un medio para el aprendizaje de los jóvenes; incluso ellos mismos, independientemente del material que se les comparta y con el fin de tener otros elementos que les apoyen en su aprendizaje; pueden hacer uso de las diferentes bibliotecas que prestan un servicio en línea, entre estas se encuentra el servicio de bibliotecas UNAM, que a través del acceso remoto, nuestros estudiantes cuentan con una herramienta de consulta confiable y con una gran cantidad de materiales didácticos en diferentes formatos.

Otras ventajas que podemos considerar con el uso de la tecnología digital, como un medio más en el proceso en enseñanza aprendizaje, son las siguientes:

- El material que se comparte en línea con los alumnos suele ser más atractivo sobre todo para aquellos alumnos que sean renuentes a estudiar en los libros impresos o tradicionales.
- Muchos de los materiales que se ofrecen en internet son multimedia, es decir, no se limitan a ofrecer solamente textos, imágenes o sonidos, por el contrario, son recursos didácticos que pueden involucrar todos estos elementos, al mismo tiempo.

- Los materiales compartidos y que podrán consultar, a través de sus propios Smartphone, los podrán ver las veces que sean necesarias hasta que hayan comprendido el tema y además los podrán analizar en el espacio que mejor les convenga.
- Existen sitios educativos en la red que son confiables, estos sitios tienen como autores a especialistas en la materia, esta es precisamente una labor del profesor, hacer una depuración de la información que va a compartir.

### **III.3 Clase invertida.**

Para lograr una mejora educativa en matemáticas se propone implementar el uso de la tecnología digital, la cual por sí sola no será suficiente; por lo que se propone también el uso de diferentes estrategias didácticas, una de estas es la clase invertida, la cual consideramos una buena propuesta para propiciar el aprendizaje significativo, además de que nos permitirá dar cumplimiento al programa vigente de la materia de Matemáticas V, tomando ya en cuenta las adecuaciones que se le hicieron a partir del ciclo escolar 2017-2018.

Resulta complicado todavía comprender que el uso del libro impreso está perdiendo su papel protagónico en la educación; sin embargo, esta valiosa herramienta pudiéramos combinarla con otras que hoy nuestros estudiantes tienen a su alcance y que les pueden servir también como elementos de aprendizaje; algunos de estos elementos son los videos, los audios, los libros en línea, las películas, las presentaciones multimedia, etc., de estos materiales existe actualmente una cantidad impresionante en línea, precisamente a través de la clase invertida, con el apoyo de la tecnología digital y en particular con los dispositivos móviles con los que cuentan la mayoría de los estudiantes de la ENP 7 es posible aprovechar varios de estos recursos.

En una clase tradicional de matemáticas el profesor expone algunos de los temas del contenido temático de la materia frente a sus alumnos, estos tomarán notas y en el mejor de los casos expondrán sus dudas, se les dejará tarea para que la entreguen a la siguiente clase, seguramente los alumnos al realizarla o intentar hacer dicha tarea tendrán dudas y quizás se esforzarán en entender sus notas y lo

que parecía claro se vuelve confuso, los alumnos tienden a entrar en un estado de ansiedad por no tener a quien pedir apoyo y en su afán de cumplir con su tarea empiezan a idear estrategias para solo cumplir con dicha actividad, ya sin importar si se da el aprendizaje.

A la siguiente clase el profesor por razones de tiempo, revisará brevemente la tarea, aprovechará quizás para resolver algunas dudas y en el mejor de los casos dará solución a la tarea frente al grupo; sin embargo, el docente también podrá entrar en un estado de ansiedad, hay mucho que revisar de acuerdo con los contenidos temáticos de la materia y el tiempo es breve; por lo tanto, da por terminado el tema en cuestión y nuevamente inicia su pequeña conferencia frente al grupo abordando el tema siguiente; todo esto, ante la pasividad y conformismo de sus alumnos, consecuentemente lo que parece importante es que el profesor termine el contenido temático de la materia; resulta evidente que bajo estas circunstancias la clase se centra en el docente.

La clase invertida es una propuesta de enseñanza centrado en el alumno, consiste en que nuestros estudiantes revisen fuera del aula y con el apoyo de la tecnología digital algunos de los contenidos declarativos e incluso cuando sea factible algunos de los contenidos procedimentales de la materia; se espera que con esto lleguen a la clase con conocimientos sobre el tema que se va a desarrollar, lo que le permitirá al docente diseñar otro tipo de actividades en el aula; como por ejemplo, la realización de ejercicios o problemas, los cuales deberán ser analizados por los jóvenes, teniendo esto la ventaja que los estudiantes contarán con el apoyo del docente para aclarar sus dudas.

En otras palabras, esta modalidad de enseñanza aprendizaje, consiste en que se realicen en casa las actividades que en la forma tradicional se hacen en el aula y que se haga en el aula lo que por lo regular se deja para que se haga en casa; esta estrategia de enseñanza involucra a los estudiantes en su aprendizaje, propicia su autonomía y permite que paulatinamente vayan dejando ese rol pasivo al que normalmente están acostumbrados. El profesor debe estar dispuesto a asumir una nueva dinámica, debe dejar de ser el centro de atención en el aula, alumnos y docente deben trabajar juntos para un solo fin, el lograr un aprendizaje

significativo; se trata entonces de una metodología que transforma la dinámica del proceso enseñanza aprendizaje.

Ros y Rosa (2015) mencionan que: “La popularidad del término “Flipped Classroom” se atribuye a Jonathan Bergmann y Aaron Sams” (p.423); estos educadores realizaron una serie de grabaciones de sus clases con el fin de apoyar a sus alumnos que en lo general manifestaban dos problemas fundamentales: El primero, había quienes comentaban que hay docentes que hablan muy rápido, por lo que les resulta imposible tomar notas y si por alguna razón llegan a hacerlo menos entienden lo que les explican; el segundo problema es el hecho de que hay alumnos que realizan alguna otra actividad, dentro o fuera de la escuela, por lo que no pueden llegar a todas sus clases o en ocasiones por las mismas razones, se tienen que retirar antes que terminen las mismas.

Fue en estas circunstancias que Jonathan Bergmann y Aaron Sams, en 2006 idearon grabar sus clases y decidieron que sus alumnos vieran los videos como tarea y que se utilizara el tiempo en el aula para apoyarlos en los conceptos que no hubieran entendido; es así como nació el aula al réves; sin embargo, estos mismos profesores aceptan que no fueron los primeros en usar videos tutoriales en el salón como una herramienta de enseñanza, pero sí fueron de los primeros que defendieron esta herramienta como imprescindible en la propuesta de enseñanza de la clase invertida o el aula al réves (Bergmann y Sams, 2014).

Segura (2014) respecto de esta estrategia educativa comenta:

La teoría de la clase invertida cobra especial relevancia en un entorno de hiperconectividad e información abundante, y se ve facilitada a partir de iniciativas organizadoras del conocimiento con clases grabadas y puestas en línea, alineadas con mapas conceptuales o estructuras curriculares, del tipo de lo que lleva adelante la Khan Academy desde 2004 o Kuepa desde 2011, y de plataformas que permiten generar espacios virtuales personalizados, flexibles y con contenidos educativos de calidad garantizada, (...) (p.165-166).

De acuerdo con el Tecnológico de Monterrey\_ ( 2014), los cuatro elementos clave del aprendizaje invertido, son:

1. Ambientes flexibles: Los estudiantes pueden elegir cuándo y dónde aprenden; esto da mayor flexibilidad a sus expectativas en el ritmo de aprendizaje. Los profesores permiten y aceptan el caos que se puede generar durante la clase. Se establecen evaluaciones apropiadas que midan el entendimiento de una manera significativa para los estudiantes y profesores.
2. Cultura de aprendizaje: Se evidencia un cambio deliberado en la aproximación al aprendizaje de una clase centrada en el profesor a una en el estudiante. El tiempo en el aula es para profundizar en temas, crear oportunidades más enriquecedoras de aprendizaje y maximizar las interacciones cara a cara para asegurar el entendimiento y síntesis del material.
3. Contenido intencional: Para desarrollar un diseño instruccional apropiado hay que hacerse la pregunta: ¿qué contenido se puede enseñar en el aula y qué materiales se pondrán a disposición de los estudiantes para que los exploren por sí mismos? Responderla es importante para integrar estrategias o métodos de aprendizaje de acuerdo con el grado y la materia, como basado en problemas, (...).
4. Docente profesional: En este modelo, los docentes cualificados son más importantes que nunca. Deben definir qué y cómo cambiar la instrucción, así como identificar cómo maximizar el tiempo cara a cara. Durante la clase, deben de observar y proveer retroalimentación en el momento, así como continuamente evaluar el trabajo de los estudiantes.  
(p.8).

Utilizar esta modalidad educativa tiene sus ventajas, una de estas es que las actuales generaciones de estudiantes en su mayoría utilizan los dispositivos digitales con mucha facilidad, por lo que son más perceptivos hacia lo auditivo y

visual; esta estrategia del proceso enseñanza aprendizaje de alguna manera obliga a la comunicación y sociabilización lo que permite diseñar actividades para trabajar de forma colaborativa y en consecuencia el aprendizaje se da de modo social, constructivo y flexible tal y como lo sugieren Piaget y Vigotsky entre otros. En consecuencia, la clase invertida es una metodología innovadora y que además se espera sea una metodología que permita aumentar la motivación de los alumnos.

Bergmann y Sams (2014) afirman que el aula al revés habla el mismo idioma que los alumnos, los cuales crecieron con acceso a internet, no es extraño que al mismo tiempo que hacen su tarea de matemáticas mandan mensajes de texto a sus amigos, chatean en Facebook y escuchan música; la mayoría de ellos manifiestan que al llegar al aula de clases tienen que bajar su ritmo y apagar sus dispositivos, lo cual resulta triste porque varios de ellos llevan en sus bolsillos una computadora más poderosa que muchas de las que podemos encontrar en nuestras escuelas.

Otras ventajas que podemos considerar al implementar la clase invertida como estrategia de enseñanza aprendizaje, son las siguientes:

- Permite la optimización de tiempos ya que el alumno prepara los contenidos fuera del aula.
- Permite aprovechar de forma más efectiva y creativa el espacio en el aula.
- Permite mejorar el interés y compromiso de los alumnos por lo que se mejoran sus capacidades de resolución de problemas.
- Permite que los estudiantes se conviertan en protagonistas de su aprendizaje.
- Fomenta el aprendizaje colaborativo por lo que se espera que al mismo tiempo se produzca un efecto positivo en la motivación de los alumnos.

Desde luego que la clase invertida presenta algunos inconvenientes, principalmente es la resistencia de algunos estudiantes ya que ellos prefieren que se siga con la forma tradicional de dar clases, estos manifiestan que la nueva metodología implica mucho trabajo, mucho tiempo invertido y una gran dedicación

para preparar los contenidos de cada uno de los temas; aspectos que no siempre están dispuestos a dar.

#### **III.4 Resolución de problemas.**

Cuando implementamos como estrategia de enseñanza aprendizaje a la clase invertida, de forma implícita estamos desarrollando las habilidades de los alumnos en la resolución de problemas, ya que al dedicar el tiempo en el aula, no solo a la algoritmia de los contenidos temáticos, sino a dar solución a distintos planteamientos, de forma paulatina nuestros alumnos se irán acostumbrando a resolverlos; al principio les costará trabajo, incluso quienes normalmente no hacen preguntas, poco a poco lo empezarán a hacer, ya que se sentirán con mayor confianza y lo mejor es que al trabajar en equipos se espera que su aprendizaje se dé con mayor facilidad y al mismo tiempo se espera también que vayan creciendo en su autonomía.

La resolución de problemas en la enseñanza matemática no es algo nuevo, pero si es algo, a lo que no se le ha dado la dimensión correcta para desarrollar el verdadero potencial de nuestros jóvenes estudiantes en esta disciplina; si bien es cierto que para muchos de ellos un planteamiento de problema significa un gran dolor de cabeza, también es cierto que para otros tantos resulta elevar su autoestima y es aquí donde los docentes debemos fijar nuestra atención; es decir, qué habilidades adicionales tienen estos jóvenes que por lo general logran dar solución a diferentes problemas, con respecto a quienes no lo logran y qué además para ellos significa vivir con ansiedad las clases de matemáticas.

No es fácil dar respuesta a este último planteamiento; sin embargo, los que nos dedicamos a la docencia, debemos procurar coadyuvar para desarrollar habilidades matemáticas en todos nuestros estudiantes; una de estas maneras podría ser acoplándonos más a sus circunstancias; estamos en la era digital; por lo tanto, debemos pensar en recursos didácticos que se puedan visualizar desde cualquier dispositivo incluso desde sus propios dispositivos, cuando esto sucede se les da un sentido de pertenencia en su aprendizaje y consecuentemente hará

que su interés por la materia aumente, por lo que se espera que su aprendizaje mejore.

La resolución de problemas es una propuesta de enseñanza que se aplicará de forma paralela con la clase invertida; plantear un problema para su solución, es identificar los conceptos que se involucran en este, lo cual nos permitirá visualizarlo con mayor claridad, habrá conceptos que se conozcan y habrá otros que quizás no, pero durante el proceso de su solución se tendrá que tener conocimiento de todos estos; una vez que así sea, se debe incentivar a los estudiantes para que desarrollen sus habilidades de razonamiento y puedan manipular todos estos conceptos y dar solución al planteamiento.

En consecuencia, el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas les permite a los jóvenes desarrollar estrategias y habilidades en la búsqueda de diferentes formas de resolverlos, el alumno debe ser capaz de encontrar su propia solución, no debe esperar a que el docente se lo resuelva; el docente debe ceder su papel protagónico para dejar que sus estudiantes planteen situaciones diferentes de solución las cuales los lleven a plantear conjeturas para que finalmente se logre el objetivo; todo esto debe darse en un nuevo panorama del proceso enseñanza aprendizaje en el cual el uso de la tecnología digital es una herramienta indispensable.

De acuerdo con Ruíz y Gallardo (2015) el proceso de resolución de problemas apoyado de la tecnología digital, demanda que los estudiantes:

1. Busquen información relacionada con los temas de estudio en diferentes medios, lo cual incluye libros digitales y sitios en línea (...).
2. Aprendan a trabajar en grupos o equipo, para aprender a escuchar otros puntos de vista, discutir y compartir ideas y soluciones.
3. Desarrollen constantemente nuevas herramientas que les permitan representar y explorar diversos problemas, incluyendo las representaciones dinámicas.
4. Desarrollen y practiquen diferentes maneras de planificar, monitorear y evaluar los procesos de resolución de problemas.

5. Representen y discutan resultados intermedios y finales que puedan ser accesibles (...).
  6. Generen resultados que sean compartidos y utilizados por una comunidad amplia.
  7. Se involucren en actividades que fomenten la creatividad en la resolución de problemas. Un aspecto fundamental en el desarrollo de las ciencias es buscar diferentes maneras de resolver un problema (...).
  8. Construyan y expresen valores y principios éticos (...).
- (p.136).

Para la resolución de problemas no existe una forma única de abordarlos, no hay un procedimiento o método que se pueda generalizar para dar solución a los mismos, para la resolución de problemas los estudiantes tienen que hacer uso de sus conocimientos y estar dispuestos a ir en busca de otros tantos, para la resolución de problemas en muchos de los casos se tiene que acudir a la heurística, entiendo por esta, a la capacidad del ser humano de ser creativo y utilizar una forma práctica e informal en la solución de los mismos; cuando un alumno da solución a un problema desarrolla su capacidad de pensar, razonar y de perseverar.

De los diferentes métodos para la resolución de problemas, uno de los más conocidos es el propuesto por George Pólya; quien generalizó su método en cuatro pasos, los cuales de acuerdo con Alfaro (2006) son los siguientes:

**1. Comprender el Problema.** Para esta etapa se sugieren preguntas como:

¿Cuál es la incógnita?

¿Cuáles son los datos?

¿Cuál es la condición?

¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?

¿Es insuficiente?

¿Es redundante?

¿Es contradictoria?

Esta es la etapa para determinar la incógnita, los datos, las condiciones, y decidir si esas condiciones son suficientes, no redundantes ni contradictorias.

Una vez que se comprende el problema se debe

**2. Concebir un Plan.** Para Pólya en esta etapa del plan el problema debe relacionarse con problemas semejantes. También debe relacionarse con resultados útiles y se debe determinar si se pueden usar problemas similares o sus resultados (aquí se subraya la importancia de los problemas análogos).

Algunas interrogantes útiles en esta etapa son:

¿Se ha encontrado con un problema semejante?

¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?

¿Conoce un problema relacionado?

¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?

¿Podría enunciar el problema en otra forma?

¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.

Una vez que se concibe el plan viene la

**3. Ejecución del Plan.** Durante esta etapa es primordial examinar todos los detalles y es parte importante recalcar la diferencia entre percibir que un paso es correcto y, por otro lado, demostrar que un paso es correcto. Es decir, es la diferencia que hay entre un problema por resolver y un problema por demostrar. Por esta razón, se plantean aquí los siguientes cuestionamientos:

¿Puede ver claramente que el paso es correcto?

¿Puede demostrarlo?

Pólya plantea que se debe hacer un uso intensivo de esta serie de preguntas en cada momento. Estas preguntas van dirigidas sobre todo a lo que él llama problema por resolver y no tanto los problemas por demostrar. Cuando se tienen problemas por demostrar entonces, cambia un poco el sentido. Esto es así porque ya no se habla de datos sino, más bien, de hipótesis. En realidad, el trabajo de Pólya es fundamentalmente orientado hacia los problemas por resolver. En síntesis: al ejecutar el plan de solución debe comprobarse en cada uno de los pasos y verificar que estén correctos.

#### **4. Examinar la Solución.**

También denominada la etapa de la visión retrospectiva, en esta fase del proceso es muy importante detenerse a observar qué fue lo que se hizo; se necesita verificar el resultado y el razonamiento seguido de hacerse preguntas como las siguientes:

¿Puede verificar el resultado?

¿Puede verificar el razonamiento?

¿Puede obtener el resultado en forma diferente?

¿Puede verlo de golpe?

¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Estas cuestiones dan una retroalimentación muy interesante para resolver otros problemas futuros. Pólya plantea que cuando se resuelve un problema (que es en sí el objetivo inmediato), también se están creando habilidades posteriores para resolver cualquier tipo de problema. En otras palabras, cuando se hace la visión retrospectiva del problema que se resuelve se puede utilizar tanto la solución que se encuentra como el método de solución; este último podrá convertirse en una nueva herramienta a la hora de enfrentar otro problema cualquiera.

(p.2-3).

La resolución de problemas incentiva el razonamiento y el pensamiento lógico; los docentes cuando implementen esta modalidad de enseñanza aprendizaje, pueden empezar con planteamientos sencillos y conforme los alumnos se van adaptando pueden ir aumentando el grado de complejidad de forma paulatina, esto de acuerdo con lo que se observe en el aula; la resolución de problemas debe permitir a los estudiantes plantear, explorar y resolverlos, es deseable que en este proceso los jóvenes valoren la utilidad de las matemáticas en su entorno.

Por lo tanto, la resolución de problemas a la par con la clase invertida y desde luego con la implementación de la tecnología digital nos permitirá que las nuevas generaciones de estudiantes del nivel medio superior vean utilidad y sentido a las matemáticas; desde luego se espera de forma particular que con estas propuestas

didácticas en dos grupos de matemáticas V de la ENP 7 se dé un aprendizaje significativo en la disciplina.

### **III.5 Modelo didáctico.**

El modelo que se plantea para desarrollar el tema de las cónicas, es la clase invertida y a la par se propone la resolución de problemas, en ambos casos la tecnología digital es una herramienta necesaria para su implementación; el objetivo es que los alumnos tomen un rol dinámico en su aprendizaje, se pretende que a partir de diferentes materiales compartidos en línea, básicamente documentos y enlaces de videos, nuestros estudiantes los analicen y que de esta forma vayan desarrollando habilidades de autoaprendizaje; por lo regular el análisis lo deberán hacer en horarios extraclase.

La ventaja de compartir materiales en línea, es que los puedan ver desde sus dispositivos móviles, esto les resulta más atractivo a los jóvenes, ya que dicho por ellos mismos, esto les motiva al darse cuenta que sus smartphones tienen un sentido más allá de solo navegar por redes sociales; la clase invertida al permitirnos la optimización de tiempos, nos dará la oportunidad de realizar algunos ejercicios para que los alumnos se familiaricen con el material analizado y además dará tiempo para diseñar actividades encaminadas al razonamiento y al desarrollo del análisis a través de la resolución de problemas.

Se pretende además implementar problemas contextualizados con el fin de que los alumnos valoren la utilidad de las matemáticas y en particular de las cónicas; la tecnología digital les permitirá navegar por internet desde sus dispositivos para que al pretender dar solución a los planteamientos de problemas, busquen aquellos conceptos que desconocen; desde luego, en todo momento contarán con el apoyo del docente y con las herramientas que han venido adquiriendo a través de los materiales analizados, de las actividades sugeridas y de los ejercicios que les han permitido reforzar los contenidos conceptuales, pero sobre todo contarán con las herramientas adquiridas a través de la resolución de problemas.

El tema de las cónicas se imparte en el quinto año de la ENP 7, en la asignatura de matemáticas V, esta es una materia obligatoria del núcleo básico con carácter

teórico y formativo, la manera descrita para abordar dicho tema en las diferentes unidades del presente trabajo, se aplicará a dos grupos de matemáticas de quinto año, con un aproximado de 55 alumnos en cada grupo, la gran mayoría cuenta con un teléfono inteligente o smartphone; en esta población predomina la clase media, muchos de ellos son hijos de padres que se dedican al comercio o que tienen algún oficio, pero también hay un porcentaje importante cuyos padres cuentan con al menos una licenciatura.

### **III.6 Herramientas de apoyo para los conocimientos previos.**

En general los alumnos no cuentan con los conocimientos previos para abordar diferentes temas de matemáticas, para apoyarlos en este sentido, se les sugiere a inicios de cada ciclo escolar revisen el proyecto Newton creado por el Dr. Carlos Hernández Garciadiego, del Instituto de Matemáticas de la UNAM, cuya liga es <http://newton.matem.unam.mx/>. Este es un proyecto interactivo donde se abordan diferentes temas de matemáticas, a los alumnos de quinto año de la ENP 7 se les dedica al menos una sesión de 50 minutos para que se familiaricen con la parte correspondiente a aritmética y álgebra.

En la liga de problemas de aritmética y álgebra elemental permite a los alumnos realizar diferentes ejercicios y en caso de equivocarse, les muestra como debieron solucionarlo. Respecto a la parte de ejercicios de álgebra, los alumnos deben registrarse lo que les permitirá interactuar para resolver diferentes ejercicios donde se les muestra de acuerdo con sus soluciones, su avance.

### **III.7 Datos de la institución sede.**

- Nombre del plantel: Plantel Siete “Ezequiel A. Chávez”.
- Misión de la ENP:  
Brindar a sus alumnos una educación de calidad que les permita incorporarse con éxito a los estudios superiores y así aprovechar las oportunidades y enfrentar los retos del mundo actual, mediante la adquisición de una formación integral que les proporcione:

Una amplia cultura, de aprecio por su entorno y la conservación y cuidado de sus valores.

Una mentalidad analítica, dinámica y crítica que les permita ser conscientes de su realidad y comprometerse con la sociedad.

La capacidad de obtener por sí mismos nuevos conocimientos, destrezas y habilidades, que les posibilite enfrentar los retos de la vida de manera positiva y responsable.

- Perfil del egresado de la ENP:

El egresado del bachillerato de la Escuela Nacional Preparatoria conocerá lenguajes, métodos y técnicas básicas inherentes a las materias en estudio, así como las reglas básicas de investigación imprescindibles en la educación superior. Será capaz a la vez, de reconocer los valores y comportamientos de su contexto social, poniendo en práctica su formación afable y humanística, es decir, su código ético, que lo ayudará a fomentar su iniciativa, creatividad, respeto, lealtad, solidaridad, patriotismo y conciencia de Estado.

## **CAPÍTULO IV: UNA FORMA DIFERENTE DE ABORDAR LA CIRCUNFERENCIA....**

### **IV.1 Contenido temático.**

- Definición de circunferencia como lugar geométrico
- Elementos de una circunferencia
- Construcción de la circunferencia como lugar geométrico
- Forma ordinaria y forma general de la ecuación de la circunferencia, con centro en el origen y centro fuera del origen.
- Manejo algebraico de las ecuaciones de una circunferencia; llevar de la forma ordinaria o canónica a la forma general y viceversa.
- Resolución de problemas y/o planteamiento de problemas.

### **IV.2 Objetivo general.**

Que el alumno desarrolle habilidades de pensamiento a través de la visualización, el análisis, la síntesis y la abstracción de situaciones que presenten diferentes relaciones de dependencia que puedan ser modeladas dentro o fuera de un sistema de referencia y que a partir de esto reconozca la importancia de las matemáticas, su relación con la sociedad, con otras ciencias y con los avances científicos y tecnológicos.

### **IV.3 Objetivos específicos.**

- Fomentar en los alumnos la capacidad de razonamiento lógico, su espíritu crítico y el deseo de investigar para adquirir nuevos conocimientos, lo que resulta necesario para plantear y resolver numerosos problemas de aplicación, tanto en la misma matemática como en otras disciplinas.
- Que el alumno, a partir de las condiciones geométricas que cumplen los puntos de un lugar geométrico, sea capaz de interpretarlas analíticamente para obtener la ecuación que lo define.
- Que el alumno, se familiarice con los elementos de diferentes lugares geométricos.

- Que el alumno, aplique los conceptos en la resolución y planteamiento de problemas de su entorno.

#### **IV.4 Antecedentes.**

El alumno deberá tener conocimientos básicos de la trigonometría y de la geometría analítica analizados con anterioridad; así como también, deberá tener conocimientos elementales del algebra vistos en la materia de matemáticas IV.

El alumno deberá estar familiarizado con el uso del GeoGebra, dado que se ha venido utilizando desde diferentes dispositivos electrónicos en temas anteriores, incluso la mayoría lo debe tener descargado en sus smartphones.

#### **IV.5 Desarrollo de los temas.**

Para compartir material didáctico y complementar la información que se da en el aula, se utilizará como medio de comunicación, el blog del profesor, al que denominaremos en lo sucesivo, blog de trabajo o simplemente blog.

<p><b>Tema y/o subtema:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definición de circunferencia como lugar geométrico</li> <li>▪ Elementos de una circunferencia</li> </ul>
<p><b>Actividades de aprendizaje:</b></p> <p>Apertura:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Primera sesión en el aula, el profesor les comenta a sus alumnos el objetivo del tema de circunferencia y les solicita que con el apoyo del dispositivo digital con que cuenten en ese momento, consulten en el blog de trabajo, el enlace 1 del video titulado: Elementos de la circunferencia con una duración de 11:00 minutos.</li> </ul> <p>Desarrollo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ En esta misma sesión, los alumnos tendrán que ver y analizar el video de forma individual o por parejas, utilizando el mismo dispositivo digital y deberán hacer un resumen.</li> <li>▪ Posteriormente el profesor hará preguntas dirigidas a diferentes alumnos,</li> </ul>

respecto del video, con el fin de darse cuenta de que han realizado un análisis adecuado de lo que se les ha solicitado.

Cierre:

- Como conclusión el profesor hará énfasis en la definición de circunferencia como lugar geométrico, así como mencionará sus principales elementos.
- El profesor solicitará a sus alumnos que de forma individual realicen un resumen definitivo como actividad de casa y que lo vayan guardando en su portafolio de evidencias.
- El profesor les indicará lo necesario a sus alumnos para la siguiente sesión; sin embargo, les comenta que deberán consultar el blog de trabajo de forma cotidiana para complementar cualquier información que se de en el aula.

Fase de planeación	Descripción
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 1 sesión de 50 minutos En línea: Al menos 11:00 minutos (duración del video) Extraclase: 30 minutos
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ Enlace 1:  <a href="https://youtu.be/JtM2WOOghqQ">https://youtu.be/JtM2WOOghqQ</a> </li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	Conceptuales: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definición de circunferencia</li> <li>▪ Elementos de la circunferencia</li> </ul> Procedimentales: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis de video que corresponde al enlace 1</li> <li>▪ Elaboración de resumen del video</li> </ul>

	<b>Actitudinales:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos y definiciones de la geometría analítica.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resumen del video</li> <li>▪ Respuestas que den a las preguntas dirigidas</li> </ul>
Evaluación	Lista de cotejo 1

### Lista de cotejo 1.

Crterios	SI	NO	Observaciones
1. Revisa y analiza en clases el video			
2. Contesta de forma adecuada a las preguntas abiertas			
3. Menciona en sus resúmenes la definición de circunferencia como lugar geométrico			
4. Menciona en sus resúmenes al menos elementos de la circunferencia como: centro, radio, cuerda y diámetro.			
5. Es claro y concreto en sus resúmenes			

### Tema y/o subtema:

- Construcción de la circunferencia como lugar geométrico

### Actividades de aprendizaje:

#### Apertura:

- Primera sesión del subtema que nos ocupa y segunda sesión del tema de circunferencia; esta sesión se llevará a cabo en un centro de cómputo de la ENP 7, el profesor les comenta a sus alumnos que realicen la práctica 1, de

acuerdo con las instrucciones del blog, además les da la opción de utilizar sus propios dispositivos, si así lo prefieren.

**Desarrollo:**

- Durante la primera sesión de este subtema, los alumnos realizarán la práctica 1, de acuerdo con las indicaciones previamente consultadas en el blog; deberán también darles una presentación adecuada a sus resultados, tanto a la construcción con GeoGebra, como a las construcciones realizadas en hojas sueltas.
- La segunda sesión de este subtema, se llevará a cabo en el aula con el fin de que los alumnos comenten sus resultados y experiencias al apoyarse de la tecnología digital para la comprensión de los conceptos que nos ocupan y que los contrasten con los resultados obtenidos en las hojas sueltas.

**Cierre:**

- El profesor les solicitará a sus alumnos, anexen al portafolio de evidencias los resultados obtenidos en la práctica realizada con GeoGebra y los desarrollados en hojas sueltas; en el caso del uso de la tecnología digital, anexarán las impresiones o un documento con todos sus datos indicando la liga donde se puede acceder a su construcción.
- Finalmente les indicará lo necesario para la siguiente sesión, información que será complementada en el blog de trabajo y que ellos deberán de consultar de forma cotidiana.

<b>Fase de planeación</b>	<b>Descripción</b>
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 2 sesiones de 50 minutos En línea: Al menos 1 hora Extraclase: Al menos 1:30 horas
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Compás, hojas sueltas y colores</li> <li>▪ Computadora, smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ GeoGebra</li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Métodos de construcción de una circunferencia</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Construcciones geométricas de la circunferencia con y sin apoyo de la tecnología</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia al trabajo en la sala de computo</li> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos y definiciones, a partir de la geometría dinámica</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Desarrollo de applet en GeoGebra</li> <li>▪ Entrega de resultados de la práctica 1</li> <li>▪ Exposición de las conclusiones de la práctica 1</li> </ul>
Evaluación	Rúbrica 1

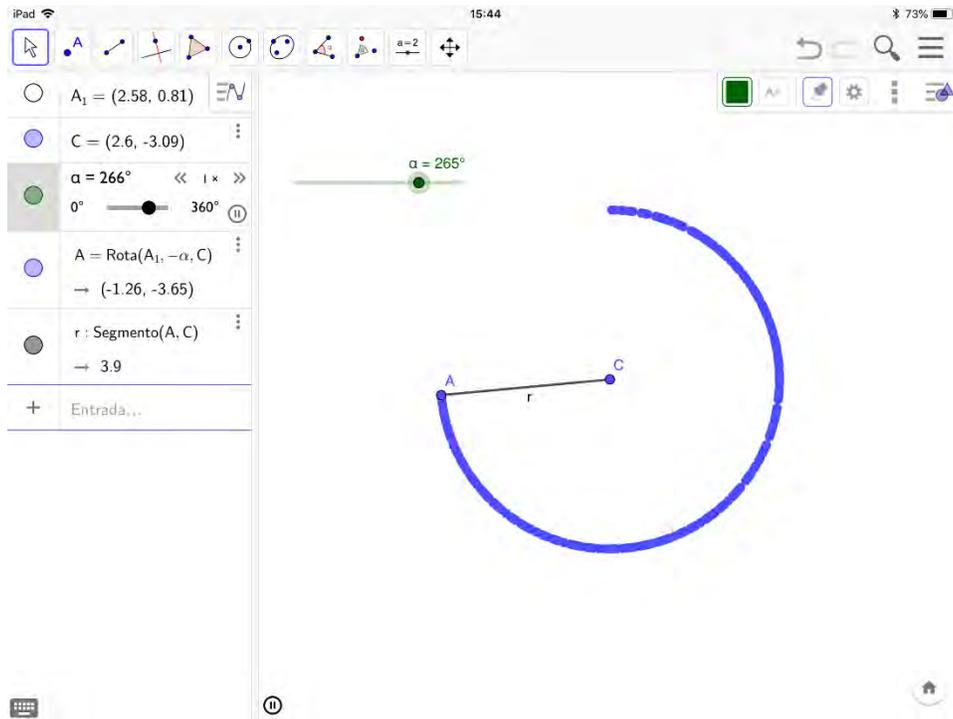
### Práctica 1.

- a) Entra a GeoGebra, quita los ejes, ya sabes da clic derecho al mouse y selecciona “ejes”, en su caso haz lo mismo con la cuadrícula u otra forma que aparezca en tu pantalla, el objetivo es tener la vista gráfica en blanco.
- b) De la barra de herramientas despliega el menú para observar los diferentes iconos, elige el correspondiente a “punto” y dibuja en la vista gráfica dos puntos separados en cualquier posición; en automático GeoGebra les llamará A, B.

- c) Cámbiale el nombre al punto B, llámale C (centro); para lo cual en la vista gráfica posicónate con el mouse en el punto B, da clic derecho y del cuadro de diálogo que se despliega elige “renombrar” para realizar esta acción.
- d) Vamos ahora a hacer que el punto A, rote respecto del punto C, con un ángulo que varíe de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , para lo cual crearemos un deslizador tipo ángulo, al que llamaremos  $\alpha$ ; por lo tanto, en la barra de herramientas localiza y elige el icono “deslizador”, da un clic izquierdo en la vista gráfica en donde desees que aparezca el deslizador, ahora sí, además de lo mencionado dale incrementos de  $1^\circ$  y que sea creciente.
- e) En estos momentos ya podemos elegir en la barra de herramientas el icono “rotación”, ya sabes cómo activarlo, el punto A debe rotar respecto al punto C, con un ángulo  $\alpha$ , por lo que su valor irá de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  de forma creciente, tu elige el sentido, observa como aparece un punto A' (A prima), este es la rotación del punto A, mueve tu deslizador y te darás cuenta.
- f) Oculta el punto A, para lo cual en la vista algebraica dale un clic izquierdo a su punto azul, en ese momento ya lo has ocultado, no borrado. Cámbiale nombre al punto A' (A prima), llámale A; date cuenta que GeoGebra renombra al punto que era A como A<sub>1</sub>, además es un punto oculto.
- g) En la barra de herramientas busca el icono “segmento” y define  $\overline{AC}$ , observa que GeoGebra le da un nombre en automático, renómbrale y llámale r (radio).
- h) Ya está listo el applet, ahora posiciona el mouse sobre el punto A y del cuadro de dialogo que se despliega, elige “rastros”; haz lo mismo con el deslizador, pero elige “animación”, observa lo que sucede, puedes verificar en la vista algebraica que el segmento r, siempre vale lo mismo.
- i) Dale formato a tu gusto y además del centro y radio dibuja en la misma construcción, los demás elementos de la circunferencia.
- j) Ahora con el apoyo del compás dibuja en las hojas sueltas, diferentes circunferencias con sus principales elementos, utiliza diferentes colores para distinguirlos.

k) Finalmente reflexiona sobre la definición de circunferencia como lugar geométrico y sobre sus elementos, realiza tus conclusiones.

La construcción de la circunferencia antes de darle el formato a tu gusto, la debes visualizarla de la siguiente manera:



### Rúbrica 1.

Categorías	Nivel de desempeño o escalas descriptivas				Puntaje
	Excelente 3	Satisfactorio 2	Regular 1	No satisfactorio 0	
Presentación de material para el desarrollo de la práctica.	Presenta además de su smartphone, cuaderno, lápiz y/o pluma para tomar notas y generar sus dudas respecto de la práctica.  Además, presenta compás y hojas	Presenta además de su smartphone, cuaderno, lápiz y/o pluma para tomar notas y generar sus dudas respecto de la práctica.  Además, presenta compás y hojas sueltas para el	Presenta su smartphone, cuaderno, lápiz y/o pluma para tomar notas y generar sus dudas respecto de la práctica.  No presenta compás para el trazo de circunferencias.	Presenta su smartphone, pero no presenta algún cuaderno u hojas para tomar notas respecto de sus dudas.  Tampoco presenta compas para el	

	sueltas para el trazo de diferentes circunferencias, así como diferentes colores para distinguir el trazo de sus elementos.	trazo de circunferencias.		trazo de circunferencias.	
Participación y desarrollo de la práctica.	Demuestra interés en el desarrollo de la práctica, termina en tiempo y forma sus actividades, escucha con respeto las dudas de sus compañeros y si es posible se muestra solidario con ellos aportando sus propias ideas.	Demuestra interés en el desarrollo de la práctica, termina en tiempo y forma sus actividades, escucha con respeto las dudas de sus compañeros; sin embargo, no le interesa aportar ideas.	Demuestra interés en el desarrollo de la práctica; sin embargo, está leyendo en el momento algunas de las instrucciones en el blog, por lo que no termina en tiempo y forma sus actividades y en consecuencia no presta atención a las dudas de sus compañeros.	Se nota que no leyó previamente las instrucciones de la práctica, ya que en el momento da un seguimiento de instrucciones desde el blog, sin ningún conocimiento de causa; por lo que no termina la práctica en el tiempo establecido y no escucha a sus compañeros.	
Presentación de resultados.	Muestra calidad y creatividad en la presentación de su trabajo, está bien organizado y respecto a su applet, si funciona y resulta ilustrativa.  En la presentación de resultados	Muestra calidad en la presentación de su trabajo, está bien organizado y respecto a su applet, si funciona.  En la presentación de resultados utiliza títulos y textos con diferentes tamaños; sin	Muestra poca calidad en la presentación de su trabajo; sin embargo, respecto a su applet, aunque algo confusa funciona.  Todos sus resultados están a un solo color y tamaño de letra, por lo que	Su applet no funciona adecuadamente y no presenta resultados de su práctica.	

	utiliza títulos y textos con diferentes tamaños y colores lo que permite distinguir a los elementos de la circunferencia.	embargo, utiliza pocos colores, por lo que los elementos de la circunferencia, en algunos casos es confuso.	es confuso distinguir los elementos de la circunferencia.		
<b>Puntaje total de la actividad</b>					

**Tema y/o subtema:**

- Forma ordinaria y forma general de la ecuación de la circunferencia, con centro en el origen y centro fuera del origen.
- Manejo algebraico de las ecuaciones de una circunferencia, llevar de la forma ordinaria o canónica a la general y viceversa.

**Actividades de aprendizaje:**

Apertura:

- Primera sesión de este subtema, el profesor les recuerda a sus alumnos que previamente se les indicó que tenían que analizar dos videos y posteriormente el documento 1 realizado en Word; en el cual se comentan algunos puntos y se proponen ejercicios, los cuales abarcan todos los temas y/o subtemas mencionados con anterioridad. Tanto los enlaces como el documento 1 y cualquier indicación necesaria para el desarrollo de las actividades programadas, se publicaron con tiempo en el blog.
- En la misma sesión, el profesor pregunta a sus alumnos si revisaron el material compartido en línea y además les pide que formen equipos de máximo cinco integrantes para resolver ejercicios de acuerdo con lo señalado en el documento 1.

Desarrollo:

- Durante la primera sesión el profesor hace diferentes preguntas dirigidas e incluso propicia la participación en el pizarrón, esto con el fin de verificar si revisaron el material didáctico compartido en línea; además, conforme se

realiza esta actividad el profesor va ordenando ideas y puntualizando lo esencial para cada subtema. En esta misma sesión se les solicita a los equipos de trabajo resuelvan al menos un ejercicio de los señalados en el documento 1, para que al final de la clase se exponga frente al grupo.

- Durante la segunda y tercera sesión, los diferentes equipos resolverán más ejercicios al estilo de los videos y de acuerdo con lo mencionado en el documento 1, esto con el fin de que demuestren que se han familiarizado con las formas de ecuación de una circunferencia, que las saben operar algebraicamente y que pueden hacer sus gráficas conociendo sus elementos; durante estas sesiones, diferentes integrantes de cada equipo tendrán la ocasión de exponer frente al grupo sus soluciones.
- Durante todo este proceso, los alumnos podrán hacer consultas rápidas en sus teléfonos inteligentes o smartphones, de cualquiera de los materiales que analizaron y, además durante el desarrollo de su trabajo por equipos contarán con el apoyo del profesor para ir aclarando sus dudas.

Cierre:

- El profesor les indicará a sus alumnos si se cumplieron los objetivos de estas sesiones y les pedirá que anexasen al portafolio de evidencias todos los ejercicios realizados en clases.
- Finalmente les indicará lo necesario para la siguiente sesión, información que será complementada en el blog de trabajo y que ellos deberán de consultar de forma cotidiana.

Fase de planeación	Descripción
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 3 sesiones de 50 minutos En línea: Al menos 1:10 horas Extraclase: Al menos 2 horas
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ Enlace 2: <a href="https://youtu.be/HGYMfv7OW1A">https://youtu.be/HGYMfv7OW1A</a></li> <li>▪ Enlace 3: <a href="https://youtu.be/X1wE9wnnIBE">https://youtu.be/X1wE9wnnIBE</a></li> <li>▪ Documento 1</li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Elementos de la circunferencia ubicados en el plano cartesiano.</li> <li>▪ Formas ordinaria y general de las ecuaciones de la circunferencia.</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Manejo algebraico de las ecuaciones de la circunferencia, de su forma ordinaria a la general y viceversa.</li> <li>▪ Construcción geométrica de la circunferencia a partir de cualquiera de sus ecuaciones.</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia durante el trabajo en equipos.</li> <li>• Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos, definiciones y desarrollo de ejercicios de la geometría analítica</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Respuestas que den a las preguntas dirigidas.</li> <li>▪ Solución a los ejercicios planteados.</li> <li>▪ Exposición de los ejercicios planteados.</li> </ul>
Evaluación	Lista de cotejo 2

**Título y duración del enlace 2:** Ecuación de la circunferencia, forma canónica y forma general. Centro radio, con una duración de 6:45 minutos.

**Título y duración del enlace 3:** Gráfica de una circunferencia a partir de su ecuación, con una duración de 7:57 minutos.

### Documento 1.

*Consideraciones para el mejor aprendizaje de los diferentes subtemas de la circunferencia.*

En los videos analizados se dan los elementos para entender las diferentes ecuaciones de la circunferencia, así como su manejo algebraico; por lo que no debe resultar ajeno el formulario mostrado en este documento, así como tampoco los comentarios que se hacen respecto de la forma general de una ecuación y también no deben resultar ajenos los ejercicios que se proponen de los cuales se muestra la solución de uno, quedando el resto para que los resuelvan en el aula, trabajando en equipos.

También hay que considerar que durante el desarrollo de las actividades que se realizarán en el aula, el profesor estará presente, con el fin de hacer énfasis respecto de las ideas que se deben manejar después de haber analizado los materiales compartidos y también para aclarar cualquier duda que se pudiera tener en las actividades planeadas.

#### Formulario circunferencia

Forma ordinaria o canónica

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$C = Centro$

$C(h, k)$

$r = radio$

Forma general

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Hay que tener presente que la forma general de cualquier ecuación, se obtiene eliminando denominadores y factores si existen; es decir, primero se desarrollan las divisiones y luego las multiplicaciones, esto con el fin de obtener la suma algebraica de diferentes términos, posteriormente se deben ordenar los términos e igualar a cero; para esto se considera como primer criterio de ordenación a los términos de mayor grado y como segundo criterio se considera que aquellos términos con el mismo grado y que tengan solo a la variable independiente “x” irán antes de aquellos que solo contengan a la variable dependiente “y”.

En el caso que existan términos con ambas variables y del mismo grado que los términos que sólo tienen variable en “x” o “y”, estos irán después de los términos con sólo variable “x” y antes de los términos que tengan sólo variable “y”; al final de esta expresión se pone el término independiente y se iguala a cero; obteniendo de esta manera, la forma general de la ecuación.

### **Ejercicios.**

I.- Dada las siguientes ecuaciones de la circunferencia, obtener sus elementos, graficarlas y llevarlas de su forma ordinaria a su forma general o viceversa, según sea el caso.

a)  $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 4$

### **Solución**

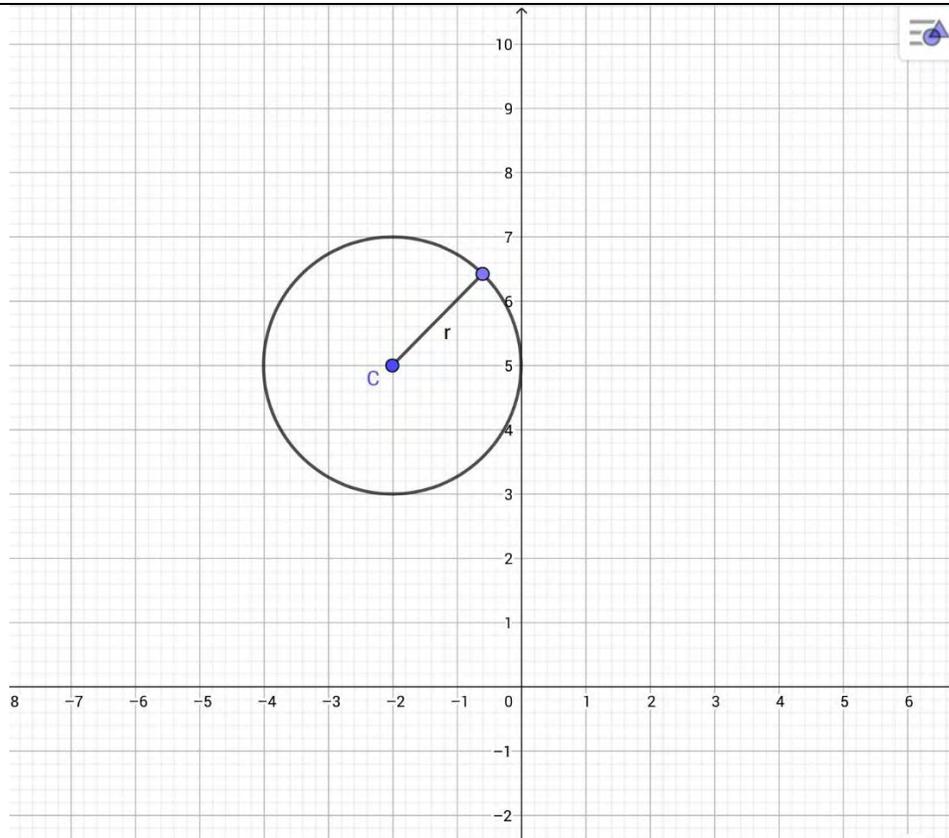
Se trata de una circunferencia con centro fuera del origen.

Elementos.

$$C(-2,5)$$

$$r = 2$$

Con estos elementos es posible hacer la gráfica.



De la forma ordinaria a la forma general.

$$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 4$$

Desarrollando los binomios al cuadrado.

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 10y + 25 = 4$$

Se ordena de acuerdo con los criterios señalados, se suman términos semejantes y se iguala a cero.

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 25 = 0$$

Ecuación que corresponde a la forma general de la circunferencia.

Ahora llevemos esta ecuación de su forma general a su forma ordinaria, para este caso ya sabemos cuál es el resultado.

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 25 = 0$$

Se aplican propiedades de la igualdad, restando de cada lado de la ecuación el término independiente; posteriormente se juntan los términos con las mismas

variables, con el fin de poder factorizar.

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 25 - 25 = -25$$

$$x^2 + 4x + y^2 - 10y = -25$$

Se completan trinomios cuadrados perfectos respecto a cada una de las variables y se aplican las leyes de la igualdad correspondiente para no alterar la expresión.

$$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 + y^2 - 10y + \left(\frac{10}{2}\right)^2 = -25 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

Se factorizan los trinomios cuadrados perfectos como binomios al cuadrado y se reducen términos semejantes (en este caso son los términos independientes).

$$\left(x + \frac{4}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{10}{2}\right)^2 = -25 + 4 + 25$$

$$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 4$$

Esta ecuación es de la que partimos y corresponde a la forma ordinaria de la circunferencia.

**b)**  $(x-1)^2 + y^2 = 1$

**c)**  $(x-1)^2 + (y+6)^2 = 9$

**d)**  $x^2 + (y-5)^2 = 16$

**e)**  $x^2 + y^2 = 25$

**f)**  $2x^2 + 2y^2 + 8x + 12y + 18 = 0$

### Lista de cotejo 2.

Criterios	SI	NO	Observaciones
1. Revisó y analizó los materiales didácticos			

compartidos.			
2. Contesta de forma adecuada las preguntas dirigidas.			
3. Menciona el enunciado en cada ejercicio resuelto.			
4. Los procedimientos de las soluciones a los ejercicios son correctos y están completos.			
5. Durante el trabajo en equipos se muestra tolerante y solidario con sus compañeros.			
6. Su exposición frente al grupo de alguno de los ejercicios; en su caso, es adecuada.			
7. Es claro y concreto en la presentación del desarrollo de los ejercicios, que se anexaran al portafolio de evidencias.			

**Tema y/o subtema:**

- Resolución de problemas y/o planteamiento de problemas.

**Actividades de aprendizaje:**

Apertura:

- Primera sesión, el profesor les comenta a sus alumnos que de forma individual y con el apoyo de sus smartphones, consulten el blog de trabajo, en el cual se han publicado una serie de problemas; el primer grupo de estos tiene como objetivo demostrar que han comprendido lo que es la circunferencia y que tienen dominio sobre los conceptos hasta el momento analizados, mientras que el segundo grupo además de lo anterior, tiene como objetivo que valoren la utilidad de las matemáticas a través de problemas de su entorno. En esta parte si fuera necesario investigar algún concepto desconocido, lo podrán hacer a través de sus dispositivos, no deben olvidar que durante todo este proceso contarán con la asesoría del profesor.

**Desarrollo:**

- Durante la primera sesión de este subtema, se trabajará de forma individual, los estudiantes darán solución a algunos problemas publicado en el blog de trabajo y aquellos que no resuelvan, deberán al menos analizarlos con el fin que de acuerdo con sus conocimientos empiecen a proponer posibles soluciones y si fuera necesario deberán investigar lo que requieran para darles solución; en toda esta parte la tecnología digital es una herramienta necesaria.
- En las siguientes dos sesiones, trabajarán en equipo para que intercambien ideas y acuerden la mejor solución a los problemas, en estas sesiones también algunos representantes de cada equipo expondrán al menos un problema frente al grupo; durante todo este proceso el uso de sus dispositivos es esencial y desde luego en estas sesiones contarán con el apoyo del profesor, tal y como se plantea en una clase invertida.

**Cierre:**

- El profesor les indicará a sus alumnos si se cumplieron los objetivos de estas sesiones y les pedirá que entreguen de forma individual la solución a esta serie de problemas; esta actividad deberá ser anexada al portafolio de evidencias.
- Finalmente, el profesor hará un resumen frente al grupo con el fin de puntualizar las ideas principales del tema en estudio, además resaltará la importancia del uso de la tecnología digital, como una herramienta que contribuye al mejoramiento de un aprendizaje significativo; así también mencionará la importancia de las matemáticas, como una herramienta para dar solución a diferentes problemas de nuestro entorno.

<b>Fase de planeación</b>	<b>Descripción</b>
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 3 sesiones de 50 minutos En línea: En diferentes momentos y durante el tiempo que duren estas actividades. Extraclase: Al menos 1 hora
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón,</li></ul>

	<p>gises, marcadores</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> </ul>
<p>Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)</p>	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Circunferencia y sus elementos</li> <li>▪ Ecuaciones de la circunferencia</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Manejo algebraico de las ecuaciones de la circunferencia</li> <li>▪ Dadas ciertas condiciones determinar la ecuación de una circunferencia.</li> <li>▪ Aplicar lo aprendido hasta el momento para dar solución a diferentes problemas, que tengan que ver con la circunferencia.</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia durante el trabajo por equipos.</li> <li>• Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos, definiciones y desarrollo de problemas que incentiven la reflexión y el razonamiento.</li> </ul>
<p>Evidencias de aprendizaje</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Entrega de la solución de los problemas planteados.</li> <li>▪ Exposición de algunos problemas planteados.</li> </ul>
<p>Evaluación</p>	<p>Rúbrica 2</p>

**Publicación en el blog de trabajo de diferentes planteamientos de problemas.**

**a)** Determinar la ecuación de la circunferencia de radio 3cm y centro en la intersección de las rectas:

$$2x + y = 10$$

$$x - y = 2$$

**b)** Determinar la ecuación de la circunferencia con C (1,2) y una recta tangente a esta es  $4x - 3y - 12 = 0$

**c)** Determinar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y que interseca a la parábola con ecuación  $y = x^2$ , en el punto (2,4).

**d)** Una cuerda de la circunferencia  $x^2 + y^2 - 16 = 0$  está sobre la recta  $y = x - 4$ , determinar la longitud de la cuerda.

**e)** Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 39 = 0$ , en el punto T (4,5).

**f)** Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos M (1,4), N (5,2) y que tiene su centro en la recta  $x - 2y + 9 = 0$

**g)** ¿Cuál es el lugar geométrico descrito por la trayectoria de un avión que se mantiene sobrevolando la ciudad de Tijuana a una distancia constante de 4 km de la torre del aeropuerto, esperando instrucciones para su aterrizaje?

**h)** Una rueda de la fortuna tiene un diámetro de 18 m y su centro se encuentra a 10 m sobre el nivel del suelo, indique la altura de las costillas a 3 m a la izquierda del centro, indique a qué distancia horizontal de la base se puede encontrar una canastilla con una altura de 12 m.

i) Un servicio sismológico de Baja California detectó un sismo con origen en la ciudad de Mexicali a 5 km al este y a 3 km sur del centro de la ciudad, con un radio de 4km a la redonda. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia del área afectada? Utilizando esta ecuación, indica si afectó a la ciudad de Mexicali.

## Rúbrica 2.

Categorías	Nivel de desempeño o escalas descriptivas				Puntaje
	Excelente 3	Satisfactorio 2	Regular 1	No satisfactorio 0	
Manejo del contenido conceptual y solución a los planteamientos de problemas de forma individual.	Demuestra el dominio de los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la circunferencia, por lo que resuelve al menos dos problemas, pero plantea la mayoría de ellos.	Demuestra el dominio de la mayoría de los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la circunferencia, por lo que resuelve al menos algún problema y plantea al menos la mitad de ellos.	Demuestra el dominio de algunos conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la circunferencia, por lo que le cuesta trabajo resolver algún problema y también le cuesta trabajo plantearlos.	Desconoce los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la circunferencia, por lo que no resuelve ningún problema y sus planteamientos en su mayoría no tienen relación con lo solicitado.	
Participación de los integrantes de cada equipo durante el trabajo para dar solución a los problemas planteados.	Demuestra interés en el desarrollo del trabajo en equipo, es propositivo e incluso utiliza herramientas de otras disciplinas para plantear algunos problemas. Escucha con respeto las opiniones de sus compañeros, y se muestra	Demuestra interés en el desarrollo del trabajo en equipo, participa adecuadamente, escucha con respeto las opiniones de sus compañeros y se muestra solidario con ellos.	Demuestra en algunas ocasiones interés en el desarrollo del trabajo en equipo y eventualmente aporta ideas a su equipo. Escucha con respeto las opiniones de sus compañeros.	Demuestra poco o nada de interés en el desarrollo del trabajo en equipo y escucha eventualmente las opiniones de sus compañeros.	

	solidario con ellos.				
Presentación de las soluciones a los problemas planteados.	Muestra calidad y creatividad en la presentación de su trabajo, está organizado, con letra legible y muestra todos los enunciados de los problemas, así como su solución; justifica sus respuestas con gráficas cuando así se requiera y en su caso fundamenta con otras disciplinas la solución de los problemas.	Muestra calidad en la presentación de su trabajo, está organizado, con letra legible y muestra la mayoría de los enunciados de los problemas, así como su solución, justifica sus respuestas con gráficas si es el caso.	Entrega su trabajo con una presentación moderada, completo, aunque algo desorganizado, justifica algunas de sus respuestas con gráficas.	Entrega su trabajo incompleto, no anota los planteamientos de problemas, es un trabajo desorganizado, en la mayoría de los casos no es legible y no muestra ninguna gráfica.	
<b>Puntaje total de la actividad</b>					

## **CAPÍTULO V: UNA FORMA DIFERENTE DE ABORDAR LA PARÁBOLA.**

### **IV.1 Contenido temático.**

- Definición de parábola como lugar geométrico
- Elementos de una parábola
- Construcción de la parábola como lugar geométrico
- Forma ordinaria y forma general de la ecuación de la parábola, con vértice en el origen y vértice fuera del origen.
- Manejo algebraico de las ecuaciones de una parábola; llevar de la forma ordinaria o canónica a la forma general y viceversa.
- Resolución de problemas y/o planteamiento de problemas.

### **IV.2 Objetivo general.**

Que el alumno desarrolle habilidades de pensamiento a través de la visualización, el análisis, la síntesis y la abstracción de situaciones que presenten diferentes relaciones de dependencia que puedan ser modeladas dentro o fuera de un sistema de referencia y que a partir de esto reconozca la importancia de las matemáticas, su relación con la sociedad, con otras ciencias y con los avances científicos y tecnológicos.

### **IV.3 Objetivos específicos.**

- Fomentar en los alumnos la capacidad de razonamiento lógico, su espíritu crítico y el deseo de investigar para adquirir nuevos conocimientos, lo que resulta necesario para plantear y resolver numerosos problemas de aplicación, tanto en la misma matemática como en otras disciplinas.
- Que el alumno, a partir de las condiciones geométricas que cumplen los puntos de un lugar geométrico, sea capaz de interpretarlas analíticamente para obtener la ecuación que lo define.
- Que el alumno, se familiarice con los elementos de diferentes lugares geométricos.

- Que el alumno, aplique los conceptos en la resolución y planteamiento de problemas de su entorno.

#### **IV.4 Antecedentes.**

El alumno deberá tener conocimientos básicos de la trigonometría y de la geometría analítica analizados con anterioridad; así como también, deberá tener conocimientos elementales del algebra vistos en la materia de matemáticas IV.

El alumno deberá estar familiarizado con el uso del GeoGebra, dado que se ha venido utilizando desde diferentes dispositivos electrónicos en temas anteriores, incluso la mayoría lo debe tener descargado en sus smartphones.

#### **IV.5 Desarrollo de los temas.**

Para compartir material didáctico y complementar la información que se da en el aula, se utilizará como medio de comunicación, el blog del profesor, blog de trabajo o simplemente blog.

<p><b>Tema y/o subtema:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definición de parábola como lugar geométrico</li> <li>▪ Elementos de una parábola</li> </ul>
<p><b>Actividades de aprendizaje:</b></p> <p>Apertura:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Primera sesión en el aula de estos subtemas; el profesor les comenta a sus alumnos el objetivo del tema de parábola y les solicita que con el apoyo del dispositivo digital con que cuenten en ese momento, consulten en el blog de trabajo, el enlace 1 del video titulado: Concepto de parábola y sus elementos con una duración de 7:21 minutos.</li> </ul> <p>Desarrollo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ En esta misma sesión, los alumnos tendrán que ver y analizar el video de forma individual o por parejas, utilizando el mismo dispositivo digital y deberán hacer un resumen.</li> <li>▪ Posteriormente el profesor hará preguntas dirigidas a diferentes alumnos,</li> </ul>

respecto del video, con el fin de darse cuenta de que han realizado un análisis adecuado de lo que se les ha solicitado.

Cierre:

- Como conclusión el profesor hará énfasis en la definición de parábola como lugar geométrico, así como mencionará sus principales elementos.
- El profesor solicitará a sus alumnos que de forma individual realicen un resumen definitivo como actividad de casa y que lo vayan guardando en su portafolio de evidencias.
- El profesor les indicará lo necesario a sus alumnos para la siguiente sesión; sin embargo, les comenta que deberán consultar el blog de trabajo de forma cotidiana para complementar cualquier información que se de en el aula.

Fase de planeación	Descripción
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 1 sesión de 50 minutos En línea: Al menos 11:00 minutos (duración del video) Extraclase: 30 minutos
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ Enlace 1: <a href="https://youtu.be/YOPO4mtl_s">https://youtu.be/ YOPO4mtl_s</a></li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	Conceptuales: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definición de parábola</li> <li>▪ Elementos de la parábola</li> </ul> Procedimentales: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis de video que corresponde al enlace 1</li> <li>▪ Elaboración de resumen del video</li> </ul> Actitudinales:

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos y definiciones de la geometría analítica.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resumen del video</li> <li>▪ Respuestas que den a las preguntas dirigidas</li> </ul>
Evaluación	Lista de cotejo 1

### Lista de cotejo 1.

Crterios	SI	NO	Observaciones
1. Revisa y analiza en clases el video			
2. Contesta de forma adecuada a las preguntas abiertas			
3. Menciona en sus resúmenes la definición de parábola como lugar geométrico			
4. Menciona en sus resúmenes al menos elementos de la parábola como: vértice, foco y directriz.			
5. Es claro y concreto en sus resúmenes			

### Tema y/o subtema:

- Construcción de la parábola como lugar geométrico

### Actividades de aprendizaje:

#### Apertura:

- Primera sesión del subtema que nos ocupa y segunda sesión del tema de parábola; esta sesión se llevará a cabo en un centro de cómputo de la ENP 7, el profesor les comenta a sus alumnos que realicen la práctica 1, de acuerdo con las instrucciones del blog, además les da la opción de utilizar

sus dispositivos, si así lo prefieren.

**Desarrollo:**

- Durante la primera sesión de este subtema, los alumnos realizarán la práctica 1, de acuerdo con las indicaciones previamente consultadas en el blog; deberán también darles una presentación adecuada tanto a sus resultados con el uso de la tecnología digital y a los obtenidos con el doblado del papel; en ambos casos se llevarán al portafolio de evidencias.
- La segunda sesión de este subtema, se llevará a cabo en el aula con el fin de que los alumnos comenten sus resultados y experiencias al apoyarse de la tecnología digital para la comprensión de los conceptos que nos ocupan y que los contrasten con los resultados obtenidos con el doblado de papel.

**Cierre:**

- El profesor les solicitará a sus alumnos, anexen al portafolio de evidencias los resultados obtenidos en la práctica; para el caso de GeoGebra podrán ser impresiones o un documento con todos sus datos, indicando la liga donde se puede acceder a su construcción.
- Finalmente les indicará lo necesario para la siguiente sesión, información que será complementada en el blog de trabajo y que ellos deberán de consultar de forma cotidiana.

<b>Fase de planeación</b>	<b>Descripción</b>
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 2 sesiones de 50 minutos En línea: Al menos 1 hora Extraclase: Al menos 1:30 horas
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li><li>▪ 2 hojas de papel albanene, colores y regla</li><li>▪ Computadora, smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li><li>▪ Internet</li><li>▪ Blog de trabajo</li><li>▪ GeoGebra</li></ul>

<p>Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)</p>	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Métodos de construcción de una parábola</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Construcciones geométricas de la parábola con y sin apoyo de la tecnología</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia al trabajo en la sala de computo</li> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos y definiciones, a partir de la geometría dinámica</li> </ul>
<p>Evidencias de aprendizaje</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Desarrollo de applet en GeoGebra</li> <li>▪ Doblado de papel</li> <li>▪ Exposición de las conclusiones de la práctica 1</li> </ul>
<p>Evaluación</p>	<p>Rúbrica 1</p>

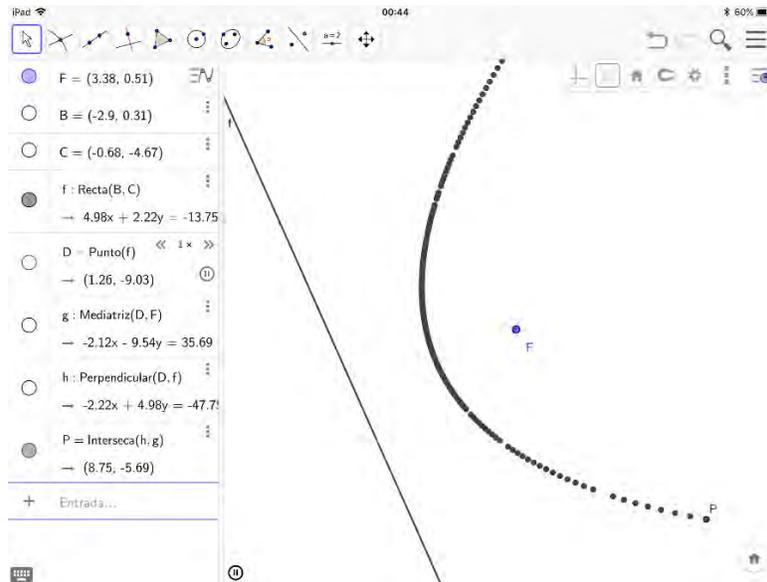
### Práctica 1.

- a) Entra a GeoGebra, quita los ejes, ya sabes da clic derecho al mouse y selecciona “ejes”, en su caso haz lo mismo con la cuadrícula u otra forma que aparezca en tu pantalla, el objetivo es tener la vista gráfica en blanco.
- b) De la barra de herramientas despliega el menú para observar los diferentes iconos, elige el correspondiente a “punto” y dibuja en la vista gráfica tres puntos; en automático GeoGebra les llamará A, B y C.
- c) Cámbiale el nombre al punto A, llámale F (foco); para lo cual en la vista gráfica posíciónate con el mouse en el punto A, da clic derecho y del cuadro de diálogo que se despliega elige “renombrar” para realizar esta acción.

- d) Traza una recta (directriz) que pase por los puntos B y C, para lo cual en la barra de herramientas elige el icono “recta”, posteriormente oculta los puntos B y C, ya sabes cómo.
- e) Define un punto en cualquier lugar de la recta, renombra este punto como D.
- f) Traza una mediatriz respecto de los puntos D y F, para esto ve a la barra de herramientas y elige el icono “mediatriz”, al hacer este paso se logra que los puntos de dicha recta por ser mediatriz estén a la misma distancia de los puntos D y F.
- g) Ahora traza una perpendicular a la recta que contiene al punto D y que pase por este mismo punto; para esto, utiliza el icono de “perpendicular” de la barra de herramientas. Recuerda que la distancia entre un punto y una recta debe ser la mínima y esto se logra trazando una perpendicular desde ese punto hacia la recta.
- h) Con apoyo del icono de “intersección” que está en la barra de herramientas, encuentra el punto de intersección entre esta última recta trazada y la mediatriz, renómbralo como P.
- i) Ahora en la vista algebraica oculta a la mediatriz y a la perpendicular que pasa por los puntos D y P, ya sabes cómo hacerlo.
- j) Ahora ve a la vista gráfica y posíciónate con el mouse en el punto D, da clic derecho y del cuadro de dialogo que se despliega elige “objeto visible.
- k) En la misma vista gráfica, posíciónate con el mouse en el punto P, da un clic derecho y del cuadro de dialogo que se despliega elige “rastros”
- l) El applet ya está listo, para que veas como funciona, en la vista algebraica, posíciónate con el mouse en el punto D, da clic derecho y del cuadro de dialogo que se despliega, elige “animación”.
- m) Dale formato a tu gusto y además del foco y la directriz dibuja en la misma construcción, los demás elementos de la parábola.
- n) Investiga como trazar parábolas con la técnica del doblado del papel, construye al menos una con esta técnica, utiliza papel albanene, esto te permitirá una mejor comprensión; además sobre esta construcción indica los elementos de parábola, utiliza diferentes colores para distinguirlos.

o) Finalmente reflexiona sobre la definición de parábola como lugar geométrico y sobre sus elementos, realiza tus conclusiones.

La construcción de la parábola antes de darle el formato a tu gusto, la debes visualizarla de la siguiente manera:



Rúbrica 1.

Categorías	Nivel de desempeño o escalas descriptivas				Puntaje
	Excelente 3	Satisfactorio 2	Regular 1	No satisfactorio 0	
Presentación de material para el desarrollo de la práctica.	<p>Presenta además de su smartphone, cuaderno, lápiz y/o pluma para tomar notas y generar sus dudas respecto de la práctica.</p> <p>Presenta papel albanene y regla para el trazo de al menos una parábola, así como también, presenta diferentes</p>	<p>Presenta además de su smartphone, cuaderno, lápiz y/o pluma para tomar notas y generar sus dudas respecto de la práctica.</p> <p>Además, presenta papel albanene y regla para el trazo de al menos una parábola.</p>	<p>Presenta su smartphone, cuaderno, lápiz y/o pluma para tomar notas y generar sus dudas respecto de la práctica.</p> <p>No presenta papel albanene para el trazo de al menos una parábola.</p>	<p>Presenta su smartphone, pero no presenta algún cuaderno u hojas para tomar notas respecto de sus dudas.</p> <p>Tampoco presenta papel albanene y regla para el trazo de al menos una parábola.</p>	

	colores para distinguir el trazo de sus elementos.				
Participación y desarrollo de la práctica.	Demuestra interés en el desarrollo de la práctica, termina en tiempo y forma sus actividades, escucha con respeto las dudas de sus compañeros y si es posible se muestra solidario con ellos aportando sus propias ideas.	Demuestra interés en el desarrollo de la práctica, termina en tiempo y forma sus actividades, escucha con respeto las dudas de sus compañeros; sin embargo, no le interesa aportar ideas.	Demuestra interés en el desarrollo de la práctica; sin embargo, está leyendo en el momento algunas de las instrucciones en el blog, por lo que no termina en tiempo y forma sus actividades y en consecuencia no presta atención a las dudas de sus compañeros.	Se nota que no leyó previamente las instrucciones de la práctica, ya que en el momento da un seguimiento de instrucciones desde el blog, sin ningún conocimiento de causa; por lo que no termina la práctica en el tiempo establecido y no escucha a sus compañeros.	
Presentación de resultados.	Muestra calidad y creatividad en la presentación de su trabajo, está bien organizado y respecto a su applet, si funciona y resulta ilustrativa.  En la presentación de resultados utiliza títulos y textos con diferentes tamaños y colores lo que permite	Muestra calidad en la presentación de su trabajo, está bien organizado y respecto a su applet, si funciona.  En la presentación de resultados utiliza títulos y textos con diferentes tamaños; sin embargo, utiliza pocos colores, por lo que los elementos de la parábola, en algunos casos es	Muestra poca calidad en la presentación de su trabajo; sin embargo, su applet, aunque algo confusa funciona.  Todos sus resultados están a un solo color y tamaño de letra, por lo que es difícil distinguir los elementos de la parábola.	Su applet no funciona adecuadamente y no presenta resultados de su práctica.	

	distinguir a los elementos de la parábola.	confuso.			
<b>Puntaje total de la actividad</b>					

**Tema y/o subtema:**

- Forma ordinaria y forma general de la ecuación de la parábola, con vértice en el origen y vértice fuera del origen.
- Manejo algebraico de las ecuaciones de una parábola, llevar de la forma ordinaria o canónica a la general y viceversa.

**Actividades de aprendizaje:**

Apertura:

- Primera sesión de este subtema, el profesor les recuerda a sus alumnos que previamente se les indicó que tenían que analizar tres videos y posteriormente el documento 1 realizado en Word; en el cual se comentan algunos puntos y se proponen ejercicios, los cuales abarcan todos los temas y/o subtemas mencionados con anterioridad. Tanto los enlaces como el documento 1 y cualquier indicación necesaria para el desarrollo de las actividades programadas, se publicaron con tiempo en el blog.
- En la misma sesión, el profesor pregunta a sus alumnos si revisaron el material compartido en línea y además les pide que formen equipos de máximo cinco integrantes para resolver ejercicios de acuerdo con lo señalado en el documento 1.

Desarrollo:

- Durante la primera sesión el profesor hace diferentes preguntas dirigidas e incluso propicia la participación en el pizarrón, esto con el fin de verificar si revisaron el material didáctico compartido en línea; además, conforme se realiza esta actividad el profesor va ordenando ideas y puntualizando lo esencial para cada subtema. En esta misma sesión se les solicita a los equipos de trabajo resuelvan al menos un ejercicio de los señalados en el documento 1, para que al final de la clase se exponga frente al grupo.

- Durante la segunda y tercera sesión, los diferentes equipos resolverán más ejercicios al estilo de los videos y de acuerdo con lo mencionado en el documento 1, esto con el fin de que demuestren que se han familiarizado con las formas de ecuación de una parábola, que las saben operar algebraicamente y que pueden hacer sus gráficas conociendo sus elementos; durante estas sesiones, diferentes integrantes de cada equipo tendrán la ocasión de exponer frente al grupo sus soluciones.
- Durante todo este proceso, los alumnos podrán hacer consultas rápidas en sus teléfonos inteligentes o smartphones, de cualquiera de los materiales que analizaron y, además durante el desarrollo de su trabajo por equipos contarán con el apoyo del profesor para ir aclarando sus dudas.

Cierre:

- El profesor les indicará a sus alumnos si se cumplieron los objetivos de estas sesiones y les pedirá que anexen al portafolio de evidencias todos los ejercicios realizados en clases.
- Finalmente les indicará lo necesario para la siguiente sesión, información que será complementada en el blog de trabajo y que ellos deberán de consultar de forma cotidiana.

Fase de planeación	Descripción
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 3 sesiones de 50 minutos En línea: Al menos 1:10 horas Extraclase: Al menos 2 horas
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ Enlace 2: <a href="https://youtu.be/KvkjA9EtFqs">https://youtu.be/KvkjA9EtFqs</a></li> <li>▪ Enlace 3: <a href="https://youtu.be/0fcffDsJCa8">https://youtu.be/0fcffDsJCa8</a></li> <li>▪ Enlace 4: <a href="https://youtu.be/HeUOXkhPjio">https://youtu.be/HeUOXkhPjio</a></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Documento 1</li> </ul>
<p>Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)</p>	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Elementos de la parábola ubicados en el plano cartesiano.</li> <li>▪ Formas ordinaria y general de las ecuaciones de la parábola.</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Manejo algebraico de las ecuaciones de la parábola, de su forma ordinaria a la general y viceversa.</li> <li>▪ Construcción geométrica de la parábola a partir de cualquiera de sus ecuaciones.</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia durante el trabajo por equipos.</li> <li>• Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos, definiciones y desarrollo de ejercicios de la geometría analítica</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Respuestas que den a las preguntas dirigidas.</li> <li>▪ Solución a los ejercicios planteados.</li> <li>▪ Exposición de los ejercicios planteados.</li> </ul>
Evaluación	Lista de cotejo 2

**Título y duración del enlace 2:** Ec. canónica parábola con vértice en (0,0) (demostración), con una duración de 4:38 minutos.

**Título y duración del enlace 3:** Gráfica parábola conocida su ecuación general, con una duración de 7:13 minutos.

**Título y duración del enlace 4:** Ejemplo parábola: pasar de la ecuación ordinaria a la general, con una duración de 5:25 minutos.

**Documento 1.**

*Consideraciones para el mejor aprendizaje de los diferentes subtemas de la parábola.*

En los videos analizados se dan los elementos para entender las diferentes ecuaciones de la parábola, así como su manejo algebraico; por lo que no debe resultar ajeno el formulario mostrado en este documento, así como los comentarios que se hacen respecto de la forma general de una ecuación y tampoco deben resultar ajenos los ejercicios que se proponen de los cuales se muestra la solución de uno, quedando el resto para que los resuelvan en el aula, trabajando en equipos.

También hay que considerar que durante el desarrollo de las actividades que se realizarán en el aula, el profesor estará presente, con el fin de hacer énfasis respecto de las ideas que se deben manejar después de haber analizado los materiales compartidos y también para aclarar cualquier duda que se pudiera tener en las actividades planeadas.

<b>Parábola</b>		
Horizontal	Ambas	Vertical
Forma ordinaria o canónica: $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ $4p > 0$ abre hacia la derecha $4p < 0$ abre hacia la izquierda	V = vértice V (h, k) F = Foco D = Directriz p = parámetro 4p = ancho focal o lado	Forma ordinaria o canónica: $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ $4p > 0$ abre hacia arriba $4p < 0$ abre hacia abajo

$F(h + p, k)$ $D: x = h - p$	recto	$F(h, k + p)$ $y = k - p$
Forma general: $Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$		Forma general: $Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$

Hay que tener presente que la forma general de cualquier ecuación, se obtiene eliminando denominadores y factores si existen; es decir, primero se desarrollan las divisiones y luego las multiplicaciones, esto con el fin de obtener la suma algebraica de diferentes términos, posteriormente se deben ordenar los términos e igualar a cero; para esto se considera como primer criterio de ordenación a los términos de mayor grado y como segundo criterio se considera que aquellos términos con el mismo grado y que tengan solo a la variable independiente “x” irán antes de aquellos que solo contengan a la variable dependiente “y”.

En el caso que existan términos con ambas variables y del mismo grado que los términos que solo tienen variable en “x” o “y”, estos irán después de los términos con solo variable “x” y antes de los términos que tengan solo variable “y”; al final de esta expresión se pone el término independiente y se iguala a cero; obteniendo de esta manera, la forma general de la ecuación.

### Ejercicios.

I.- Dada las siguientes ecuaciones de la parábola, obtener sus elementos, graficarlas y llevarlas de su forma ordinaria a su forma general o viceversa, según sea el caso.

a)  $(x + 7)^2 = 8(y - 1)$

### Solución:

Se trata de una parábola vertical que abre hacia arriba, ya que el término cuadrático está en x.

Elementos

$$V(-7,1)$$

$$4p = 8$$

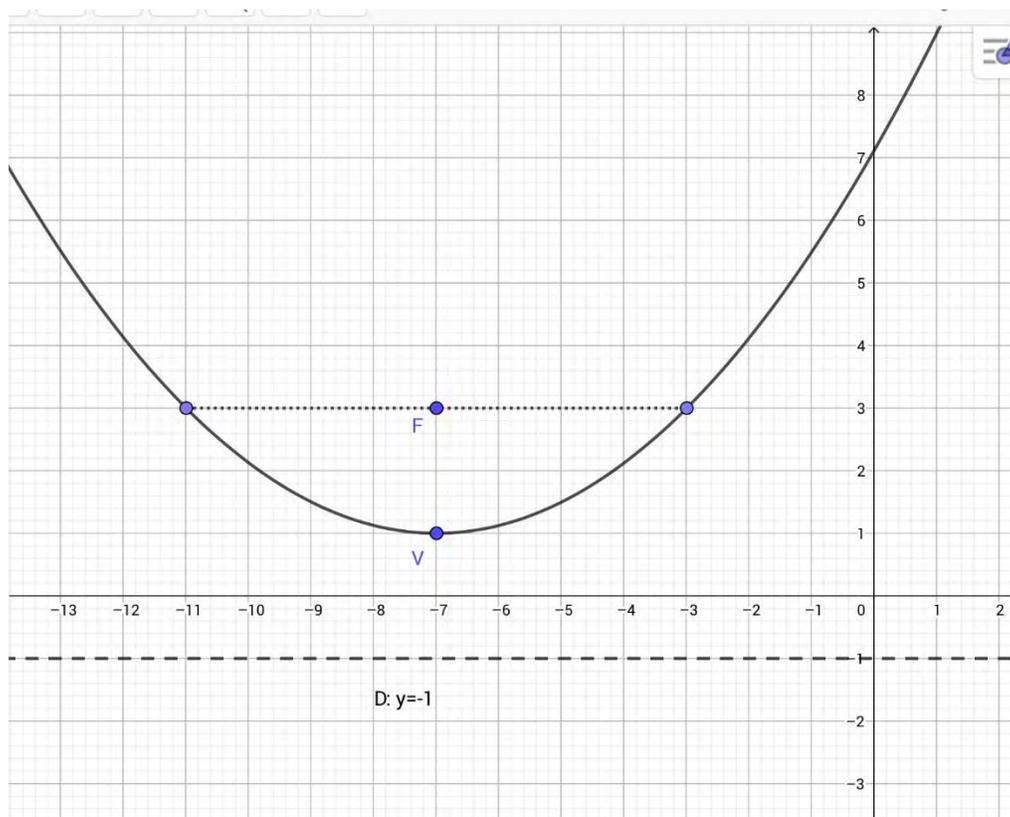
$$p = 2$$

$$D: y = 1 - 2 \Rightarrow D: y = -1$$

$$F(-7,1+2)$$

$$F(-7,3)$$

Con estos elementos es posible hacer la gráfica.



De la forma ordinaria a la forma general

$$(x+7)^2 = 8(y-1)$$

Desarrollando el binomio al cuadrado y el producto indicado.

$$x^2 + 14x + 49 = 8y - 8$$

Se ordena de acuerdo con los criterios señalados, se reduce en su caso y se iguala a cero.

$$x^2 + 14x - 8y + 57 = 0$$

Ecuación que corresponde a la forma general de la parábola.

Ahora llevaremos esta ecuación de su forma general a su forma ordinaria, para este caso ya sabemos cuál debe ser el resultado.

$$x^2 + 14x - 8y + 57 = 0$$

Se juntan los términos con las mismas variables (para este caso ya está) y se aplican propiedades de la igualdad para que el término lineal e independiente pasen del lado derecho de la ecuación.

$$x^2 + 14x = 8y - 57$$

Se completa el trinomio cuadrado perfecto del lado izquierdo de la ecuación y se aplican propiedades de la igualdad para no alterar dicha expresión.

$$x^2 + 14x + \left(\frac{14}{2}\right)^2 = 8y - 57 + \left(\frac{14}{2}\right)^2$$

Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto y se reducen términos semejantes.

$$(x+7)^2 = 8y - 57 + 49$$

$$(x+7)^2 = 8y - 8$$

Se factoriza el coeficiente del término lineal, para lograr tener un binomio de primer grado del lado derecho de la ecuación.

$$(x+7)^2 = 8(y-1)$$

Esta ecuación es de la que partimos y corresponde a la forma ordinaria de la parábola.

**b)**  $(y-2)^2 = -4(x+7)$

**c)**  $y^2 = -12(x-1)$

**d)**  $(x+1)^2 = 12y$

**e)**  $y^2 = -24x$

**f)**  $2x^2 - 12x - 24y - 6 = 0$

## Lista de cotejo 2.

<b>Criterios</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>	<b>Observaciones</b>
1. Revisó y analizó los materiales didácticos compartidos.			
2. Contesta de forma adecuada las preguntas dirigidas.			
3. Menciona el enunciado en cada ejercicio resuelto.			
4. Los procedimientos de las soluciones a los ejercicios son correctos y están completos.			
5. Durante el trabajo por equipos se muestra tolerante y solidario con sus compañeros.			
6. Su exposición frente al grupo de alguno de los ejercicios; en su caso, es adecuada.			
7. Es claro y concreto en la presentación del desarrollo de los ejercicios, que se anexaran al portafolio de evidencias.			

### **Tema y/o subtema:**

- Resolución de problemas y/o planteamiento de problemas.

### **Actividades de aprendizaje:**

#### Apertura:

- Primera sesión, el profesor les comenta a sus alumnos que de forma individual y con el apoyo de sus smartphones, consulten el blog de trabajo, en el cual se han publicado una serie de problemas; el primer grupo de estos tiene como objetivo demostrar que han comprendido lo que es la parábola y que tienen dominio sobre los conceptos hasta el momento analizados, mientras que el segundo grupo además de lo anterior, tiene como objetivo que valoren la utilidad de las matemáticas a través de problemas de su entorno. En esta parte si fuera necesario investigar algún

concepto desconocido, lo podrán hacer a través de sus dispositivos, no deben olvidar que durante todo este proceso contarán con la asesoría del profesor.

Desarrollo:

- Durante la primera sesión de este subtema, se trabajará de forma individual, los estudiantes darán solución a algunos problemas publicado en el blog de trabajo y aquellos que no resuelvan, deberán al menos analizarlos con el fin de que de acuerdo con sus conocimientos empiecen a proponer posibles soluciones y si fuera necesario deberán investigar lo que requieran para darles solución; en toda esta parte la tecnología digital es una herramienta necesaria.
- En las siguientes dos sesiones, trabajarán en equipos para que intercambien ideas y acuerden la mejor solución a los problemas, en estas sesiones también algunos representantes de cada equipo expondrán al menos un problema frente al grupo; durante todo este proceso el uso de sus dispositivos es esencial y desde luego en estas sesiones contarán con el apoyo del profesor, tal y como se plantea en una clase invertida.

Cierre:

- El profesor les indicará a sus alumnos si se cumplieron los objetivos de estas sesiones y les pedirá que entreguen de forma individual la solución a esta serie de problemas; esta actividad deberá ser anexada al portafolio de evidencias.
- Finalmente, el profesor hará un resumen frente al grupo con el fin de puntualizar las ideas principales del tema en estudio, además resaltará la importancia del uso de la tecnología digital, como una herramienta que contribuye al mejoramiento de un aprendizaje significativo; así también mencionará la importancia de las matemáticas, como una herramienta para dar solución a diferentes problemas de nuestro entorno.

<b>Fase de planeación</b>	<b>Descripción</b>
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 3 sesiones de 50 minutos En línea: En diferentes momentos y durante el

	<p>tiempo que duren estas actividades.</p> <p>Extraclase: Al menos 1 hora</p>
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Parábola y sus elementos</li> <li>▪ Ecuaciones de la parábola</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Manejo algebraico de las ecuaciones de la parábola</li> <li>▪ Dada ciertas condiciones determinar la ecuación de una parábola.</li> <li>▪ Aplicar lo aprendido hasta el momento para dar solución a diferentes problemas, que tengan que ver con la parábola.</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia durante el trabajo por equipos.</li> <li>• Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos, definiciones y desarrollo de problemas que incentiven la reflexión y el razonamiento.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Entrega de la solución de los problemas planteados.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Exposición de algunos problemas planteados.</li> </ul>
Evaluación	Rúbrica 2

**Publicación en el blog de trabajo de diferentes planteamientos de problemas.**

a) Determinar la ecuación de la parábola si su directriz es:  $y - 2 = 0$  y su foco es  $F(4, -3)$ .

b) Determinar la ecuación de la parábola de eje vertical, con vértice en el origen y que pasa por el punto  $(6, 4)$ .

c) Determinar la ecuación de la cuerda focal de la parábola  $x^2 - 4x - y + 6 = 0$ , que es paralela a la recta  $x - 2y - 2 = 0$

d) Los extremos del lado recto de una parábola están en  $(5, 3)$  y  $(5, -1)$ , obtener la ecuación de la parábola, considerando que  $4p > 0$ .

e) Encontrar la ecuación de la parábola que tiene por directriz la recta  $2x - y + 1 = 0$  y por foco el punto  $F(4, 4)$ .

f) Si se quiere construir un faro parabólico de 25 cm de ancho y 15 cm de profundidad, ¿a qué distancia del fondo del faro habrá que situar la fuente luminosa? En general, ¿qué relación debe haber entre la profundidad y la anchura del faro para que la fuente luminosa pueda situarse dentro del faro? (es decir, la distancia entre el foco y el vértice de la parábola sea menor que la profundidad del faro).

g) El puente Golden Gate enmarca la entrada a la bahía de San Francisco. Sus torres de 746 pies de altura están separadas por una distancia de 4200 pies. El puente está suspendido de dos enormes cables que miden 3 pies de diámetro: el ancho de la calzada es de 90 pies y ésta se encuentra aproximadamente a 220 pies del nivel del agua. Los cables forman una parábola y tocan la calzada en el centro del puente. Determinar la altura de los cables a una distancia de 1000 pies del centro del puente.

h) Si una antena tiene un diámetro de 12 metros y una profundidad de cuatro, calcular la altura a partir del fondo, donde debe colocarse el dispositivo que capta óptimamente las señales electromagnéticas que contienen la información de audio y video.

### Rúbrica 2.

Categorías	Nivel de desempeño o escalas descriptivas				Puntaje
	Excelente 3	Satisfactorio 2	Regular 1	No satisfactorio 0	
Manejo del contenido conceptual y solución a los planteamientos de problemas de forma individual.	Demuestra el dominio de los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la parábola, por lo que resuelve al menos dos problemas, pero plantea la mayoría de ellos.	Demuestra el dominio de la mayoría de los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la parábola, por lo que resuelve al menos algún problema y plantea al menos la mitad de ellos.	Demuestra el dominio de algunos conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la parábola, por lo que le cuesta trabajo resolver algún problema y también le cuesta trabajo plantearlos.	Desconoce los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la parábola, por lo que no resuelve ningún problema y sus planteamientos en su mayoría no tienen relación con lo solicitado.	
Participación de los integrantes de cada equipo de trabajo para dar solución a los problemas planteados.	Demuestra interés en el desarrollo del trabajo por equipos, es propositivo e incluso utiliza herramientas de	Demuestra interés en el desarrollo del trabajo por equipos, participa adecuadamente , escucha con	Demuestra en algunas ocasiones interés en el desarrollo del trabajo por equipos y eventualmente	Demuestra poco o nada de interés en el desarrollo del trabajo por equipos y escucha eventualmente las opiniones de sus compañeros.	

	otras disciplinas para plantear algunos problemas. Escucha con respeto las opiniones de sus compañeros, y se muestra solidario con ellos.	respeto las opiniones de sus compañeros y se muestra solidario con ellos.	aporta ideas a su equipo. Escucha con respeto las opiniones de sus compañeros.		
Presentación de las soluciones a los problemas planteados.	Muestra calidad y creatividad en la presentación de su trabajo, está organizado, con letra legible y muestra todos los enunciados de los problemas, así como su solución; justifica sus respuestas con gráficas cuando así se requiera y en su caso fundamenta con otras disciplinas la solución de los problemas.	Muestra calidad en la presentación de su trabajo, está organizado, con letra legible y muestra la mayoría de los enunciados de los problemas, así como su solución, justifica sus respuestas con gráficas si es el caso.	Entrega su trabajo con una presentación moderada, completo, aunque algo desorganizado, justifica algunas de sus respuestas con gráficas.	Entrega su trabajo incompleto, no anota los planteamientos de problemas, es un trabajo desorganizado, en la mayoría de los casos no es legible y no muestra ninguna gráfica.	
<b>Puntaje total de la actividad</b>					

## **CAPÍTULO VI: UNA FORMA DIFERENTE DE ABORDAR LA ELIPSE.**

### **VI.1 Contenido temático.**

- Definición de elipse como lugar geométrico
- Elementos de una elipse
- Construcción de una elipse a partir de su definición y sentido geométrico de la excentricidad
- Forma ordinaria y forma general de la ecuación de la elipse, con centro en el origen y centro fuera del origen.
- Manejo algebraico de las ecuaciones de una elipse; llevar de la forma ordinaria o canónica a la forma general y viceversa.
- Resolución de problemas y/o planteamiento de problemas.

### **VI.2 Objetivo general.**

Que el alumno desarrolle habilidades de pensamiento a través de la visualización, el análisis, la síntesis y la abstracción de situaciones que presenten diferentes relaciones de dependencia que puedan ser modeladas dentro o fuera de un sistema de referencia y que a partir de esto reconozca la importancia de las matemáticas, su relación con la sociedad, con otras ciencias y con los avances científicos y tecnológicos.

### **VI.3 Objetivos específicos.**

- Fomentar en los alumnos la capacidad de razonamiento lógico, su espíritu crítico y el deseo de investigar para adquirir nuevos conocimientos, lo que resulta necesario para plantear y resolver numerosos problemas de aplicación, tanto en la misma matemática como en otras disciplinas.
- Que el alumno, a partir de las condiciones geométricas que cumplen los puntos de un lugar geométrico, sea capaz de interpretarlas analíticamente para obtener la ecuación que lo define.
- Que el alumno, se familiarice con los elementos de diferentes lugares geométricos.

- Que el alumno, aplique los conceptos en la resolución y planteamiento de problemas de su entorno.

#### **VI.4 Antecedentes.**

El alumno deberá tener conocimientos básicos de la trigonometría y de la geometría analítica analizados con anterioridad; así como también, deberá tener conocimientos elementales del algebra vistos en la materia de matemáticas IV.

El alumno deberá estar familiarizado con el uso del GeoGebra, dado que se ha venido utilizando desde diferentes dispositivos electrónicos en temas anteriores, incluso la mayoría lo debe tener descargado en sus smartphones.

#### **VI.5 Desarrollo de los temas.**

Para compartir material didáctico y complementar la información que se da en el aula, se utilizará como medio de comunicación, el blog del profesor, blog de trabajo o simplemente blog.

<p><b>Tema y/o subtema:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definición de elipse como lugar geométrico</li> <li>▪ Elementos de una elipse</li> </ul>
<p><b>Actividades de aprendizaje:</b></p> <p>Apertura:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Primera sesión en el aula de estos subtemas; el profesor les comenta a sus alumnos el objetivo del tema de elipse y les solicita que con el apoyo del dispositivo digital con que cuenten en ese momento, consulten en el blog de trabajo, el enlace 1 del video titulado: Concepto y elementos de la elipse con una duración de 6:43 minutos.</li> </ul> <p>Desarrollo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ En esta misma sesión, los alumnos tendrán que ver y analizar el video de forma individual o por parejas, utilizando el mismo dispositivo digital y deberán hacer un resumen.</li> <li>▪ Posteriormente el profesor hará preguntas dirigidas a diferentes alumnos,</li> </ul>

respecto del video, con el fin de observar que han realizado un análisis adecuado de lo que se les ha solicitado.

Cierre:

- Como conclusión el profesor hará énfasis en la definición de elipse como lugar geométrico, así como mencionará sus principales elementos.
- El profesor solicitará a sus alumnos que de forma individual realicen un resumen definitivo como actividad de casa y que lo vayan guardando en su portafolio de evidencias.
- El profesor les indicará lo necesario a sus alumnos para la siguiente sesión; sin embargo, les comenta que deberán consultar el blog de trabajo de forma cotidiana para complementar cualquier información que se de en el aula.

Fase de planeación	Descripción
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 1 sesión de 50 minutos En línea: Al menos 6:43 minutos (duración del video) Extraclase: 30 minutos
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ Enlace 1: <a href="https://youtu.be/jVTZITljKUE">https://youtu.be/jVTZITljKUE</a></li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	Conceptuales: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definición de elipse</li> <li>▪ Elementos de la elipse</li> </ul> Procedimentales: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis de video que corresponde al enlace 1</li> <li>▪ Elaboración de resumen del video</li> </ul> Actitudinales:

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos y definiciones de la geometría analítica.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resumen del video</li> <li>▪ Respuestas que den a las preguntas dirigidas</li> </ul>
Evaluación	Lista de cotejo 1

### Lista de cotejo 1.

Crterios	SI	NO	Observaciones
1. Revisa y analiza en clases el video			
2. Contesta de forma adecuada a las preguntas abiertas			
3. Menciona en sus resúmenes la definición de elipse como lugar geométrico			
4. Menciona en sus resúmenes elementos de la elipse, como centro, focos y ejes.			
5. Menciona en sus resúmenes el concepto de excentricidad.			
6. Menciona en sus resúmenes la relación que existe entre los parámetros de la elipse.			
7. Es claro y concreto en sus resúmenes			

#### Tema y/o subtema:

- Construcción de una elipse a partir de su definición y sentido geométrico de la excentricidad

#### Actividades de aprendizaje:

Apertura:

- Primera sesión del subtema que nos ocupa y segunda sesión del tema de elipse, el profesor formará equipos de máximo cuatro personas para que realicen la práctica 1, previamente se les solicitó que consultarán en el blog los requerimientos para realizar la misma y que investigarán diferentes métodos para la construcción de la elipse, entre estos al menos el método del jardinero y la técnica del doblado del papel.

#### Desarrollo:

- Durante la primera sesión de este subtema, los alumnos realizarán la práctica 1 de acuerdo con las indicaciones que se dan en la misma, deberán también ordenar sus resultados, preferentemente en la tabla sugerida en el desarrollo de la práctica en cuestión.
- Al final de la primera y al principio de la segunda sesión, los alumnos expondrán los resultados de la práctica, comentando si consideran que el método del jardinero y la técnica del doblado del papel son una buena opción para comprender la definición de elipse; además comentarán los resultados del cálculo de la excentricidad y lo que observaron en cuanto a las formas que va tomando la elipse al ir variando su valor.
- La segunda sesión de este subtema se llevará a cabo en una de las salas de computo de la ENP 7, además de terminar de comentar sus resultados de la práctica; con apoyo de la tecnología digital, deberán diseñar en GeoGebra un applet para construir a la elipse a partir de su definición, esta actividad también podrán hacerla desde sus smartphones si así lo prefieren, deberán guardar en la nube o en su caso imprimir algunas de las construcciones como evidencia de sus trabajos.

#### Cierre:

- El profesor les solicitará a sus alumnos, anexen al portafolio de evidencias los resultados obtenidos en la práctica y el applet realizado en GeoGebra, ya sea las impresiones o un documento con todos sus datos indicando la liga donde se puede acceder a su construcción.
- Finalmente les indicará lo necesario para la siguiente sesión, información que será complementada en el blog de trabajo y que ellos deberán de

consultar de forma cotidiana.	
<b>Fase de planeación</b>	<b>Descripción</b>
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 2 sesiones de 50 minutos En línea: Al menos 1 hora Extraclase: Al menos 1:30 horas
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ 1/4 de papel cascarrón, 2 tachuelas o alfileres, cordón, 2 hojas de papel albanene, colores y regla</li> <li>▪ Computadora, smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ GeoGebra</li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Métodos de construcción de elipses</li> <li>▪ Excentricidad</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Construcciones geométricas de la elipse con y sin apoyo de la tecnología</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia en el trabajo por equipos.</li> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos y definiciones, a partir de la geometría dinámica.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Entrega de resultados de la práctica 1.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Exposición de las conclusiones de la práctica 1.</li> <li>▪ Desarrollo del applet en GeoGebra</li> </ul>
Evaluación	Rúbrica 1

### Práctica 1.

Utilizando el método del jardinero, tracen elipses en 1/4 de papel cascaron, para lo cual deberán hacer lo siguiente:

- a) Amarrar un cordón en los extremos de las tachuelas, de tal forma que al estirar dicho cordón queden 10 cm libres, esta distancia se conservará durante todo el desarrollo de la práctica.
- b) Fijar las tachuelas en el papel cascaron de tal manera que estas queden separadas 9 cm, posteriormente mantener el cordón tenso con un lápiz mientras se va deslizando sobre el papel cascaron, de tal forma que el trazo obtenido corresponde al de una elipse.
- c) Repetir el inciso anterior, separando las tachuelas 8 cm, luego 7 cm y así sucesivamente hasta llegar a 1 cm; esto lo deberás hacer sobre el mismo eje, para que al final compares los trazos de las elipses y concluyas que sucede al ir acercando las tachuelas.
- d) Calcular el valor de la excentricidad para cada caso y observa que sucede geoméricamente respecto a estos valores.
- e) Se sugiere llevar sus registros de datos en la siguiente tabla, observen que el valor del largo del cordón amarrado a los extremos de las tachuelas es constante (2a) y que los focos (tachuelas) se acercan cada vez más (2c).

Datos		
2a (cm)	2c (cm)	$e = \frac{c}{a}$
10	9	
	8	
	7	

	6	
	5	
	4	
	3	
	2	
	1	

f) De acuerdo con los resultados de la práctica, contesta las siguientes preguntas.

¿Geoméricamente, cómo son las elipses conforme varías la distancia focal?

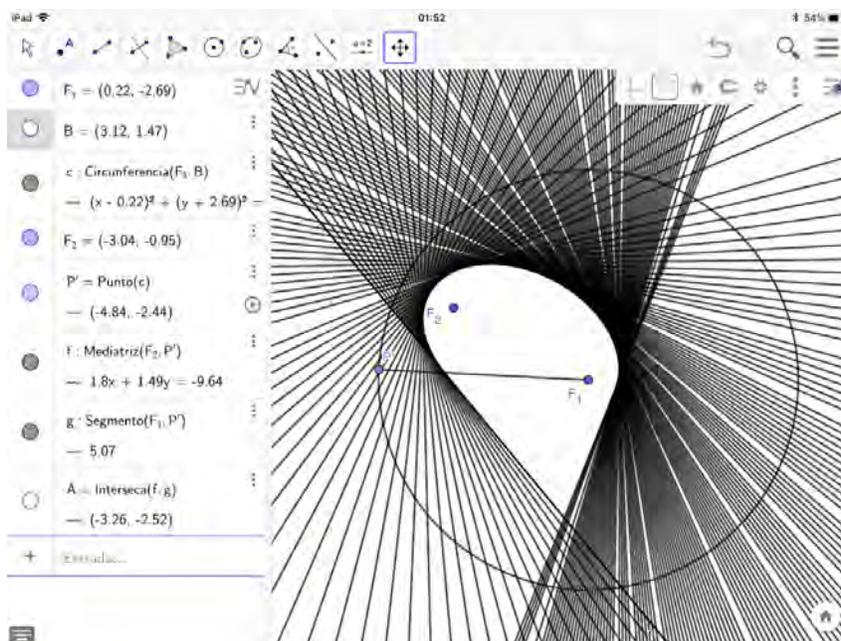
¿Qué observan con respecto a los valores de la excentricidad?

¿Consideran que es posible establecer alguna relación entre el valor de la excentricidad y las formas que va tomando la elipse? Anota tus conclusiones.

g) En esta misma sesión o como actividad de casa, utilizando papel albanene construye a la elipse utilizando la técnica del doblado de papel.

h) En la sala de cómputo, considerando la definición de elipse como lugar geométrico, simula su construcción en GeoGebra utilizando la técnica del doblado de papel, compara y reflexiona sobre tus resultados.

En esta construcción se deben simular los dobleces con rectas:



## Rúbrica 1.

Categorías	Nivel de desempeño o escalas descriptivas				Puntaje
	Excelente 3	Satisfactorio 2	Regular 1	No satisfactorio 0	
Presentación de material y levantamiento de resultados	Presenta su material completo, diseña una tabla para el levantamiento de datos que permite hacer una adecuada interpretación de los mismos o bien utiliza de forma adecuada la tabla sugerida, por lo que sus trazos resultan totalmente ilustrativos	Presenta su material completo, diseña una tabla para un levantamiento de datos, sin embargo, en algunas ocasiones no son claros o bien utiliza la tabla sugerida, pero en algunos casos no es claro el levantamiento de datos; sin embargo, sus trazos generalmente son ilustrativos	Presenta su material completo; sin embargo, el levantamiento de datos lo hace de una forma desordenada, por lo que sus trazos presentan inconsistencias	No presenta su material completo, además el levantamiento de datos lo hace de una forma desordenada e incompleta, por lo que sus trazos son equivocados	
Participación de los integrantes de cada equipo durante la práctica.	Demuestra interés en el desarrollo de la práctica, termina en tiempo y forma sus actividades, escucha con respeto las opiniones de sus compañeros, se muestra solidario con ellos y se integra de manera adecuada al trabajo grupal	Termina en tiempo y forma sus actividades, escucha con respeto las opiniones de sus compañeros, se muestra solidario con ellos, se integra de forma adecuada al trabajo grupal, aunque ocasionalmente se distrae.	Termina con dificultades su práctica, escucha con respeto las opiniones de sus compañeros y no siempre se integra al trabajo grupal	No termina la práctica en el tiempo establecido y no se integra al trabajo grupal.	

Presentación de resultados.	Muestra calidad y creatividad en la presentación de su trabajo, está organizado y muestra todos los trazos de las elipses solicitadas.	Muestra calidad en la presentación de su trabajo, está organizado y muestra la mayor parte de los trazos de las elipses solicitadas.	Presenta su trabajo más o menos organizado y presenta al menos la mitad de los trazos de la elipse solicitadas.	Presenta un trabajo desorganizado y además presenta menos de la mitad de los trazos de las elipses solicitadas.	
<b>Puntaje total de la actividad</b>					

**Tema y/o subtema:**

- Forma ordinaria y forma general de la ecuación de la elipse, con centro en el origen y centro fuera del origen.
- Manejo algebraico de las ecuaciones de una elipse, de la forma ordinaria o canónica a la general y viceversa.

**Actividades de aprendizaje:**

Apertura:

- Primera sesión de este subtema, el profesor les recuerda a sus alumnos que previamente se les indicó que tenían que analizar cuatro videos y posteriormente el documento 1 realizado en Word; en el cual se comentan algunos puntos y se proponen ejercicios, los cuales abarcan todos los temas y/o subtemas mencionados con anterioridad. Tanto los enlaces como el documento 1 y cualquier indicación necesaria para el desarrollo de las actividades programadas, se publicaron con tiempo en el blog.
- En la misma sesión, el profesor pregunta a sus alumnos si revisaron el material compartido en línea y además les pide que formen equipos de máximo cinco integrantes para resolver ejercicios de acuerdo con lo señalado en el documento 1.

Desarrollo:

- Durante la primera sesión el profesor hace diferentes preguntas dirigidas e incluso propicia la participación en el pizarrón, esto con el fin de verificar si

revisaron el material didáctico compartido en línea; además, conforme se realiza esta actividad el profesor va ordenando ideas y puntualizando lo esencial para cada subtema. En esta misma sesión se les solicita a los equipos de trabajo resuelvan al menos un ejercicio de los señalados en el documento 1, para que al final de la clase se exponga frente al grupo.

- Durante la segunda y tercera sesión, los diferentes equipos resolverán más ejercicios al estilo de los videos y de acuerdo con lo mencionado en el documento 1, esto con el fin de que demuestren que se han familiarizado con las formas de ecuación de una elipse, que las saben operar algebraicamente y que pueden hacer sus gráficas conociendo sus elementos; durante estas sesiones, diferentes integrantes de cada equipo tendrán la ocasión de exponer frente al grupo sus soluciones.
- Durante todo este proceso, los alumnos podrán hacer consultas rápidas en sus teléfonos inteligentes o smartphones, de cualquiera de los materiales que analizaron y, además durante el desarrollo de su trabajo por equipos contarán con el apoyo del profesor para ir aclarando sus dudas.

Cierre:

- El profesor les indicará a sus alumnos si se cumplieron los objetivos de estas sesiones y les pedirá que anexasen al portafolio de evidencias todos los ejercicios realizados en clases.
- Finalmente les indicará lo necesario para la siguiente sesión, información que será complementada en el blog de trabajo y que ellos deberán de consultar de forma cotidiana.

Fase de planeación	Descripción
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 3 sesiones de 50 minutos En línea: Al menos 1:10 horas Extraclase: Al menos 2 horas
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ Enlace 2: <a href="https://youtu.be/LKIsOtKtl_4">https://youtu.be/LKIsOtKtl_4</a></li> <li>▪ Enlace 3: <a href="https://youtu.be/PIYY_qvSX2s">https://youtu.be/PIYY_qvSX2s</a></li> <li>▪ Enlace 4: <a href="https://youtu.be/-c3Alz5N6ag">https://youtu.be/-c3Alz5N6ag</a></li> <li>▪ Enlace 5: <a href="https://youtu.be/849ryoz3LaU">https://youtu.be/849ryoz3LaU</a></li> <li>▪ Documento 1</li> </ul>
<p>Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)</p>	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Elementos de la elipse ubicados en el plano cartesiano.</li> <li>▪ Formas ordinaria y general de las ecuaciones de la elipse.</li> <li>▪ Parámetros de la elipse, así como su relación.</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Construcciones geométricas de la elipse a partir de sus ecuaciones.</li> <li>▪ Manejo algebraico de las ecuaciones de la elipse, de su forma ordinaria a la general y viceversa.</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia en el trabajo por equipos.</li> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos, definiciones y desarrollo de ejercicios de la geometría analítica.</li> </ul>
<p>Evidencias de aprendizaje</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Respuestas que den a las preguntas dirigidas.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Solución a los ejercicios planteados.</li> <li>▪ Exposición de los ejercicios planteados.</li> </ul>
Evaluación	Lista de cotejo 2

**Título y duración del enlace 2:** Demostración ec. horizontal de la elipse / origen, con duración de 20:23 minutos.

**Título y duración del enlace 3:** Elementos de una elipse, dada ecuación / fuera origen, con duración de 22:06 minutos.

**Título y duración del enlace 4:** Ec. de ordinaria de una elipse a general / fuera origen, con duración de 8:14 minutos.

**Título y duración del enlace 5:** Ejercicio 1 de Elipse (parte 1), con duración de 9:46 minutos.

#### **Documento 1.**

*Consideraciones para el mejor aprendizaje de los diferentes subtemas de la elipse.*

En los videos analizados se dan los elementos para entender las diferentes ecuaciones de la elipse, así como su manejo algebraico; por lo que no debe resultar ajeno el formulario mostrado en este documento, así como tampoco los comentarios que se hacen respecto de la forma general de una ecuación y también no deben resultar ajenos los ejercicios que se proponen de los cuales se muestra la solución de uno, quedando el resto para que los resuelvan en el aula por equipos.

También hay que considerar que durante el desarrollo de las actividades que se realizarán en el aula, el profesor estará presente, con el fin de hacer énfasis respecto de las ideas que se deben manejar después de haber analizado los materiales compartidos y también para aclarar cualquier duda que se pudiera tener en las actividades planeadas.

Formulario elipse		
Horizontal Forma ordinaria o canónica	Ambas	Vertical Forma ordinaria o canónica
$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$C(h,k)$ $C = \text{Centro}$  a= semi-eje mayor b= semi-eje menor  $Lr = \frac{2b^2}{a}$  $c^2 = a^2 - b^2$ c= semi-eje focal  $e = \frac{c}{a}$	$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-h)^2}{a^2} = 1$
Forma general: $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad A \neq C \text{ mismo signo}$ Si $A = C$ se trata de una circunferencia como caso particular de la elipse.		

Hay que tener presente que la forma general de cualquier ecuación, se obtiene eliminando denominadores y factores si existen; es decir, primero se desarrollan las divisiones y luego las multiplicaciones, esto con el fin de obtener la suma algebraica de diferentes términos, posteriormente se deben ordenar los términos e igualar a cero; para esto se considera como primer criterio de ordenación a los términos de mayor grado y como segundo criterio se considera que aquellos términos con el mismo grado y que tengan solo a la variable independiente "x" irán antes de aquellos que solo contengan a la variable dependiente "y".

En el caso que existan términos con ambas variables y del mismo grado que los términos que solo tienen variable en “x” o “y”, estos irán después de los términos con solo variable “x” y antes de los términos que tengan solo variable “y”; al final de esta expresión se pone el término independiente y se iguala a cero; obteniendo de esta manera, la forma general de la ecuación.

### Ejercicios.

I.- Dada las siguientes ecuaciones de la elipse, obtener sus elementos, graficarlas y llevarlas de su forma ordinaria a la forma general o viceversa, según sea el caso.

$$\text{a) } \frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{36} = 1$$

### Solución

Se trata de una elipse vertical, ya que el denominador mayor corresponde al del binomio en “y”.

Elementos.

$$C(3,-1)$$

$$a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

$$b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$$

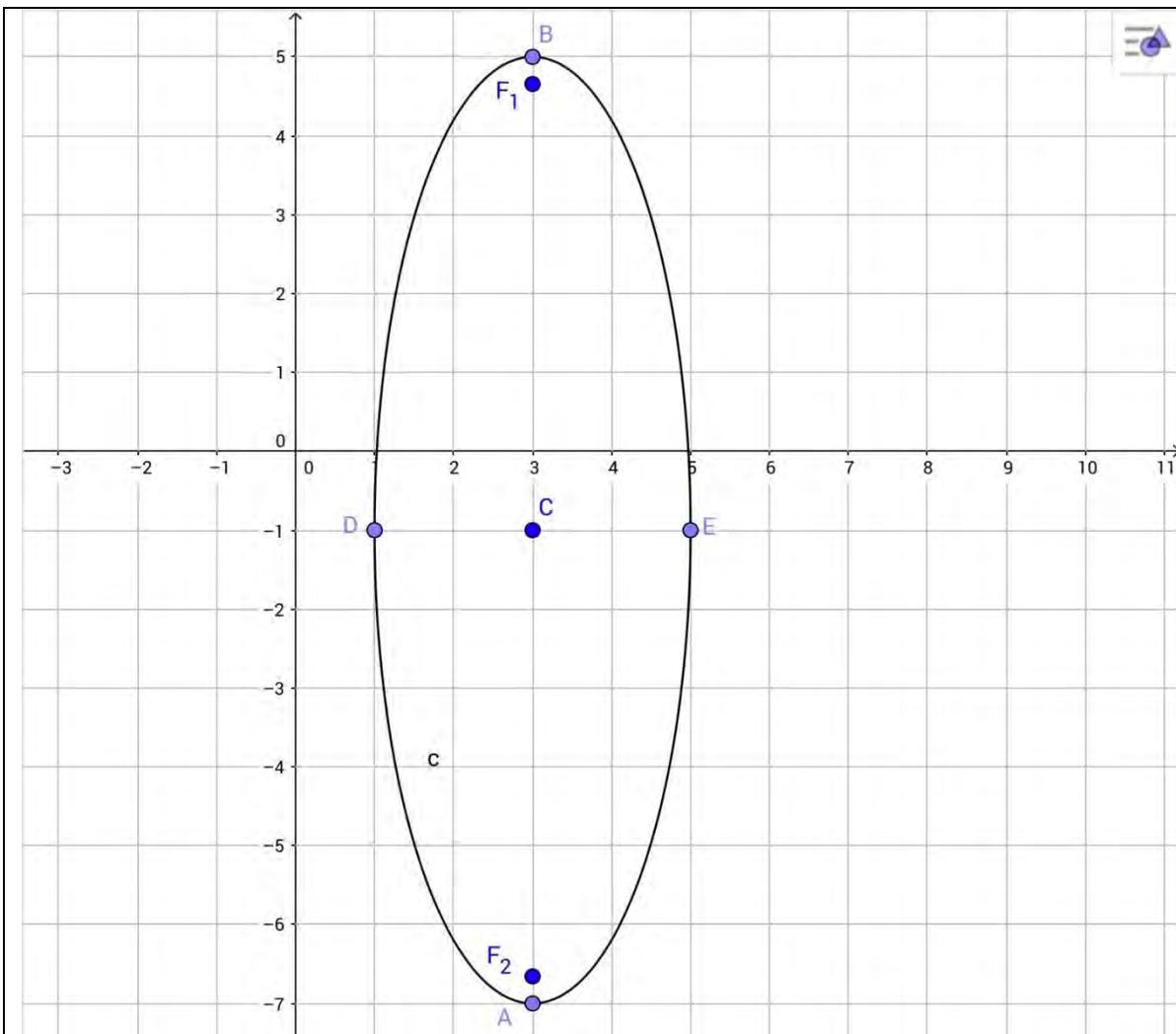
Con estos elementos ya es posible hacer la gráfica, desde luego que si la queremos hacer con mayor precisión habría que calcular el ancho focal y las coordenadas de los focos, para este caso solo mostramos la posición de los focos.

$$c = \sqrt{36-4} \Rightarrow c = 5.7$$

$$F_1(3,-1+\sqrt{32}) \Rightarrow F_1(3,4.7)$$

$$F_2(3,-1-\sqrt{32}) \Rightarrow F_2(3,-6.7)$$

Grafica.



De la forma ordinaria a la general.

$$\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{36} = 1$$

Para eliminar los denominadores resolvemos la fracción que se presenta.

$$36(x-3)^2 + 4(y+1)^2 = 4(36)$$

Ahora eliminamos los factores, por lo que desarrollamos los binomios al cuadrado y posteriormente los multiplicamos por 36 y 4 respectivamente.

$$36(x^2 - 6x + 9) + 4(y^2 + 2y + 1) = 144$$

$$36x^2 - 216x + 324 + 4y^2 + 8y + 4 = 144$$

Se ordena de acuerdo con los criterios señalados y se iguala a cero.

$$36x^2 + 4y^2 - 216x + 8y + 328 - 144 = 0$$

$$36x^2 + 4y^2 - 216x + 8y + 184 = 0$$

Ecuación que corresponde a la forma general de la elipse.

Ahora llevaremos esta ecuación de su forma general a su forma ordinaria, para este caso ya sabemos cuál debe ser el resultado.

$$36x^2 + 4y^2 - 216x + 8y + 184 = 0$$

Se juntan los términos con las mismas variables, en este caso restamos de cada lado de la igualdad el término independiente, posteriormente se factorizan los coeficientes de las variables al cuadrado.

$$36x^2 - 216x + 4y^2 + 8y + 184 - 184 = -184$$

$$36(x^2 - 6x) + 4(y^2 + 2y) = -184$$

Se completan trinomios cuadrados perfectos para cada una de las variables y se aplican las leyes de la igualdad correspondientes para no alterar nuestra expresión

$$36\left(x^2 - 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2\right) + 4\left(y^2 + 2y + \left(\frac{2}{2}\right)^2\right) = -184 + 36\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{2}\right)^2$$

Se factorizan los trinomios cuadrados perfectos como binomios al cuadrado, que es lo que corresponde y del lado derecho de la igualdad se realizan las operaciones correspondientes.

$$36\left(x - \left(\frac{6}{2}\right)\right)^2 + 4\left(y + \left(\frac{2}{2}\right)\right)^2 = 144$$

$$36(x - 3)^2 + 4(y + 1)^2 = 144$$

Finalmente se divide todo entre 144 para lograr tener la unidad del lado derecho de la igualdad y del lado izquierdo se simplifican las fracciones.

$$\frac{36(x - 3)^2 + 4(y + 1)^2}{144} = 1$$

$$\frac{(x - 3)^2}{4} + \frac{(y + 1)^2}{36} = 1$$

Esta ecuación es de la que partimos y corresponde a la forma ordinaria de la elipse.

$$\text{b) } \frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$$

$$\text{c) } \frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$$

$$\text{d) } \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{49} = 1$$

$$\text{e) } \frac{(x+1)^2}{64} + y^2 = 1$$

$$\text{f) } (x+3)^2 + \frac{(y+1)^2}{81} = 1$$

$$\text{g) } 4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$$

### Lista de cotejo 2.

Crterios	SI	NO	Observaciones
1. Revisó y analizó los materiales didácticos compartidos			
2. Contesta de forma adecuada a las preguntas dirigidas			
3. Menciona el enunciado de cada ejercicio resuelto.			
4. Los procedimientos de las soluciones a los ejercicios son correctos y están completos.			
5. Durante el trabajo por equipos se muestra tolerante y solidario con sus compañeros.			

6. Su exposición frente a grupo de alguno de los ejercicios; en su caso, es adecuada.			
7. Es claro y concreto en la presentación del desarrollo de los ejercicios, que se anexaran al portafolio de evidencias.			

**Tema y/o subtema:**

- Resolución de problemas y/o planteamiento de problemas.

**Actividades de aprendizaje:**

Apertura:

- Primera sesión, el profesor les comenta a sus alumnos que de forma individual y con el apoyo de sus smartphones, consulten el blog de trabajo, en el cual se han publicado una serie de problemas; el primer grupo de estos tiene como objetivo demostrar que han comprendido lo que es la elipse y que tienen dominio sobre los conceptos hasta el momento analizados, mientras que el segundo grupo además de lo anterior, tiene como objetivo que valoren la utilidad de las matemáticas a través de problemas de su entorno. En esta parte si fuera necesario investigar algún concepto desconocido, lo podrán hacer a través de sus dispositivos, no deben olvidar que durante todo este proceso contarán con la asesoría del profesor.

Desarrollo:

- Durante la primera sesión de este subtema, se trabajará de forma individual, los estudiantes darán solución a algunos problemas publicado en el blog de trabajo y aquellos que no resuelvan, deberán al menos analizarlos con el fin que de acuerdo con sus conocimientos empiecen a proponer posibles soluciones y si fuera necesario deberán investigar lo que requieran para darles solución; en toda esta parte la tecnología digital es una herramienta necesaria.
- En las siguientes dos sesiones, trabajarán en equipos para que intercambien ideas y acuerden la mejor solución a los problemas, en estas sesiones

también algunos representantes de cada equipo expondrán al menos un problema frente al grupo; durante todo este proceso el uso de sus dispositivos es esencial y desde luego en estas sesiones contarán con el apoyo del profesor, tal y como se plantea en una clase invertida.

Cierre:

- El profesor les indicará a sus alumnos si se cumplieron los objetivos de estas sesiones y les pedirá que entreguen de forma individual la solución a esta serie de problemas; esta actividad deberá ser anexada al portafolio de evidencias.
- Finalmente, el profesor hará un resumen frente al grupo con el fin de puntualizar las ideas principales del tema en estudio, además resaltaré la importancia del uso de la tecnología digital, como una herramienta que contribuye al mejoramiento de un aprendizaje significativo; así también mencionará la importancia de las matemáticas, como una herramienta para dar solución a diferentes problemas de nuestro entorno.

<b>Fase de planeación</b>	<b>Descripción</b>
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 3 sesiones de 50 minutos En línea: En diferentes momentos y durante el tiempo que duren estas actividades. Extraclase: Al menos 1 hora
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	Conceptuales: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Elipse, elementos y excentricidad</li> <li>▪ Ecuaciones de la elipse</li> <li>▪ Parámetros de la elipse, así como su relación.</li> </ul>

	<p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Manejo algebraico de las ecuaciones de la elipse</li> <li>▪ Dada ciertas condiciones determinar la ecuación de una elipse.</li> <li>▪ Aplicar lo aprendido hasta el momento para dar solución a diferentes problemas, que tengan que ver con la elipse.</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia durante el trabajo por equipos.</li> <li>• Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos, definiciones y desarrollo de problemas que incentiven la reflexión y el razonamiento.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Entrega de la solución de los problemas planteados.</li> <li>▪ Exposición de algunos problemas planteados.</li> </ul>
Evaluación	Rúbrica 2

**Publicación en el blog de trabajo de diferentes planteamientos de problemas.**

a) Determinar la ecuación de la elipse con centro en el origen, pasa por el punto de coordenadas (-1, -5) y uno de sus vértices es V (0,6).

b) Determinar la ecuación de la elipse con centro en el origen, eje mayor coincide con el eje de las abscisas y pasa por los puntos A (6,-6) y B (9, $\sqrt{6}$ ).

c) Ecuación del lugar geométrico formado por todos los puntos del plano, tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos de coordenadas (3,0) y (-3,0) vale 8 unidades y es constante.

d) Ecuación de la elipse que tiene su centro en (-3,2), uno de sus focos es el punto de coordenadas (-3,4) y su excentricidad es igual a  $\frac{2}{3}$ .

e) Determinar la ecuación de la elipse si su centro es C (2,-1), su ancho focal vale  $Lr=4.5$  y su semi-eje mayor, paralelo al eje de las abscisas, vale 4 unidades.

f) Ecuación de la elipse con vértices en (3,6) y (3,2), además se sabe que su semi-eje menor vale dos unidades.

g) Explicar a través del concepto de excentricidad de una elipse, porque los cambios de estación no los determina el movimiento de traslación terrestre.

h) Si la órbita de la Tierra es de forma elíptica y en uno de sus focos se encuentra el Sol, determinar la máxima y mínima distancia de la Tierra al Sol, además investigar los nombres y fechas en que suceden estos acontecimientos.

Se recomienda investigar el valor del semi-eje mayor y la excentricidad de la órbita terrestre.

i) El arco de un puente semi elíptico tiene un largo de 6m y una altura de 5m. Un camión de 4m de altura desea pasar por abajo, ¿cuál es el ancho permitido para el camión?

## Rúbrica 2.

Categorías	Nivel de desempeño o escalas descriptivas				Puntaje
	Excelente 3	Satisfactorio 2	Regular 1	No satisfactorio 0	
Manejo del contenido conceptual y solución a los planteamientos de problemas de forma individual.	Demuestra el dominio de los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la elipse, por lo que resuelve al menos dos problemas, pero plantea el resto de ellos.	Demuestra el dominio de la mayoría de los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la elipse, por lo que resuelve al menos algún problema y plantea al menos la mitad de ellos.	Demuestra el dominio de algunos conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la elipse, por lo que le cuesta trabajo resolver algún problema y también le cuesta trabajo plantearlos.	Desconoce los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la elipse, por lo que no resuelve ningún problema y sus planteamientos en su mayoría no tienen relación con lo solicitado.	
Participación de los integrantes de cada equipo en la solución a los problemas planteados.	Demuestra interés en el desarrollo del trabajo por equipos, es propositivo e incluso utiliza herramientas de otras disciplinas para plantear algunos problemas. Escucha con respeto las opiniones de sus compañeros, y se muestra solidario con ellos.	Demuestra interés en el desarrollo del trabajo por equipos, participa adecuadamente, escucha con respeto las opiniones de sus compañeros y se muestra solidario con ellos.	Demuestra en algunas ocasiones interés en el desarrollo del trabajo por equipos, eventualmente aporta ideas a su equipo. Escucha con respeto las opiniones de sus compañeros.	Demuestra poco o nada de interés en el desarrollo del trabajo por equipos y escucha eventualmente las opiniones de sus compañeros.	
Presentación de las soluciones a los problemas planteados.	Muestra calidad y creatividad en la presentación de su trabajo, está organizado, con letra legible y muestra todos los enunciados	Muestra calidad en la presentación de su trabajo, está organizado, con letra legible y muestra la mayoría de los	Entrega su trabajo con una presentación moderada, aunque algo desorganizado, justifica algunas de sus	Entrega su trabajo incompleto, no anota los planteamientos de problemas, es un trabajo desorganizado,	

	de los problemas, así como su solución, justifica sus respuestas con gráficas cuando así se requiere y en su caso fundamenta con otras disciplinas la solución de los problemas.	enunciados de los problemas, así como su solución, justifica sus respuestas con gráficas si es el caso.	respuestas con gráficas.	en la mayoría de los casos no es legible y no muestra ninguna gráfica.	
<b>Puntaje total de la actividad</b>					

## **CAPÍTULO VII: UNA FORMA DIFERENTE DE ABORDAR LA HIPÉRBOLA.**

### **VII.1 Contenido temático.**

- Definición de hipérbola como lugar geométrico
- Elementos de una hipérbola
- Construcción de una hipérbola a partir de su definición y sentido geométrico de la excentricidad
- Forma ordinaria y forma general de la ecuación de la hipérbola, con centro en el origen y centro fuera del origen.
- Manejo algebraico de las ecuaciones de una hipérbola; llevar de la forma ordinaria o canónica a la forma general y viceversa.
- Resolución de problemas y/o planteamiento de problemas.

### **VII.2 Objetivo general.**

Que el alumno desarrolle habilidades de pensamiento a través de la visualización, el análisis, la síntesis y la abstracción de situaciones que presenten diferentes relaciones de dependencia que puedan ser modeladas dentro o fuera de un sistema de referencia y que a partir de esto reconozca la importancia de las matemáticas, su relación con la sociedad, con otras ciencias y con los avances científicos y tecnológicos.

### **VII.3 Objetivos específicos.**

- Fomentar en los alumnos la capacidad de razonamiento lógico, su espíritu crítico y el deseo de investigar para adquirir nuevos conocimientos, lo que resulta necesario para plantear y resolver numerosos problemas de aplicación, tanto en la misma matemática como en otras disciplinas.
- Que el alumno, a partir de las condiciones geométricas que cumplen los puntos de un lugar geométrico, sea capaz de interpretarlas analíticamente para obtener la ecuación que lo define.
- Que el alumno, se familiarice con los elementos de diferentes lugares geométricos.

- Que el alumno, aplique los conceptos en la resolución y planteamiento de problemas de su entorno.

#### **VII.4 Antecedentes.**

El alumno deberá tener conocimientos básicos de la trigonometría y de la geometría analítica analizados con anterioridad; así como también, deberá tener conocimientos elementales del algebra vistos en la materia de matemáticas IV.

El alumno deberá estar familiarizado con el uso del GeoGebra, dado que se ha venido utilizando desde diferentes dispositivos electrónicos en temas anteriores, incluso la mayoría lo debe tener descargado en sus smartphones.

#### **VII.5 Desarrollo de los temas.**

Para compartir material didáctico y complementar la información que se da en el aula, se utilizará como medio de comunicación, el blog del profesor, blog de trabajo o simplemente blog.

<p><b>Tema y/o subtema:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definición de hipérbola como lugar geométrico</li> <li>▪ Elementos de una hipérbola</li> </ul>
<p><b>Actividades de aprendizaje:</b></p> <p>Apertura:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Primera sesión en el aula de estos subtemas; el profesor les comenta a sus alumnos el objetivo del tema de elipse y les solicita que con el apoyo del dispositivo digital con que cuenten en ese momento, consulten en el blog de trabajo, el enlace 1 del video titulado: Concepto de hipérbola y sus elementos con una duración de 11:11 minutos.</li> </ul> <p>Desarrollo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ En esta misma sesión, los alumnos tendrán que ver y analizar el video de forma individual o por parejas, utilizando el mismo dispositivo digital y deberán hacer un resumen.</li> <li>▪ Posteriormente el profesor hará preguntas dirigidas a diferentes alumnos,</li> </ul>

respecto del video, con el fin de observar que han realizado un análisis adecuado de lo que se les ha solicitado.

Cierre:

- Como conclusión el profesor hará énfasis en la definición de hipérbola como lugar geométrico, así como mencionará sus principales elementos.
- El profesor solicitará a sus alumnos que de forma individual realicen un resumen definitivo como actividad de casa y que lo vayan guardando en su portafolio de evidencias.
- El profesor les indicará lo necesario a sus alumnos para la siguiente sesión; sin embargo, les comenta que deberán consultar el blog de trabajo de forma cotidiana para complementar cualquier información que se de en el aula.

Fase de planeación	Descripción
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 1 sesión de 50 minutos En línea: Al menos 6:43 minutos (duración del video) Extraclase: 30 minutos
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ Enlace 1:  <a href="https://youtu.be/yBTdSYUHow">https://youtu.be/yBTdSYUHow</a> </li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	Conceptuales: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definición de hipérbola</li> <li>▪ Elementos de la hipérbola</li> </ul> Procedimentales: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis de video que corresponde al enlace 1</li> <li>▪ Elaboración de resumen del video</li> </ul>

	<b>Actitudinales:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos y definiciones de la geometría analítica.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resumen del video</li> <li>▪ Respuestas que den a las preguntas dirigidas</li> </ul>
Evaluación	Lista de cotejo 1

### Lista de cotejo 1.

<b>Criterios</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>	<b>Observaciones</b>
1. Revisa y analiza en clases el video			
2. Contesta de forma adecuada a las preguntas abiertas			
3. Menciona en sus resúmenes la definición de hipérbola como lugar geométrico			
4. Menciona en sus resúmenes elementos de la hipérbola, como centro, vértices, focos y ejes.			
5. Menciona en sus resúmenes el concepto de excentricidad.			
6. Menciona en sus resúmenes la relación que existe entre los parámetros de la hipérbola.			
7. Es claro y concreto en sus resúmenes			

### **Tema y/o subtema:**

- Construcción de una hipérbola a partir de su definición y sentido geométrico de la excentricidad

### **Actividades de aprendizaje:**

**Apertura:**

- Primera sesión del subtema que nos ocupa y segunda sesión del tema de parábola; esta sesión se llevará a cabo en un centro de cómputo de la ENP 7, el profesor les comenta a sus alumnos que realicen la práctica 1, de acuerdo con las instrucciones del blog, además les da la opción de utilizar sus dispositivos, si así lo prefieren.

**Desarrollo:**

- Durante la primera sesión de este subtema, los alumnos realizarán la práctica 1, de acuerdo con las indicaciones previamente consultadas en el blog; deberán también darles una presentación adecuada tanto a sus resultados con el uso de la tecnología digital y a los obtenidos con el doblado del papel; en ambos casos se llevarán al portafolio de evidencias.
- La segunda sesión de este subtema, se llevará a cabo en el aula con el fin de que los alumnos comenten sus resultados y experiencias al apoyarse de la tecnología digital para la comprensión de los conceptos que nos ocupan y que los contrasten con los resultados obtenidos con el doblado de papel

**Cierre:**

- El profesor les solicitará a sus alumnos, anexen al portafolio de evidencias los resultados obtenidos en la práctica y el applet realizado en GeoGebra, ya sea las impresiones o un documento con todos sus datos indicando la liga donde se puede acceder a su construcción.
- Finalmente les indicará lo necesario para la siguiente sesión, información que será complementada en el blog de trabajo y que ellos deberán de consultar de forma cotidiana.

<b>Fase de planeación</b>	<b>Descripción</b>
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 2 sesiones de 50 minutos En línea: Al menos 1 hora Extraclase: Al menos 1:30 horas
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li><li>▪ 2 hojas de papel albanene, compás,</li></ul>

	<p>colores y regla</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Computadora, smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ GeoGebra</li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Métodos de construcción de elipses</li> <li>▪ Excentricidad</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Construcciones geométricas de la elipse con y sin apoyo de la tecnología</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia al trabajo en la sala de computo</li> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos y definiciones, a partir de la geometría dinámica.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Desarrollo de applet en GeoGebra</li> <li>▪ Doblado de papel</li> <li>▪ Exposición de las conclusiones de la práctica 1</li> </ul>
Evaluación	Rúbrica 1

### Práctica 1.

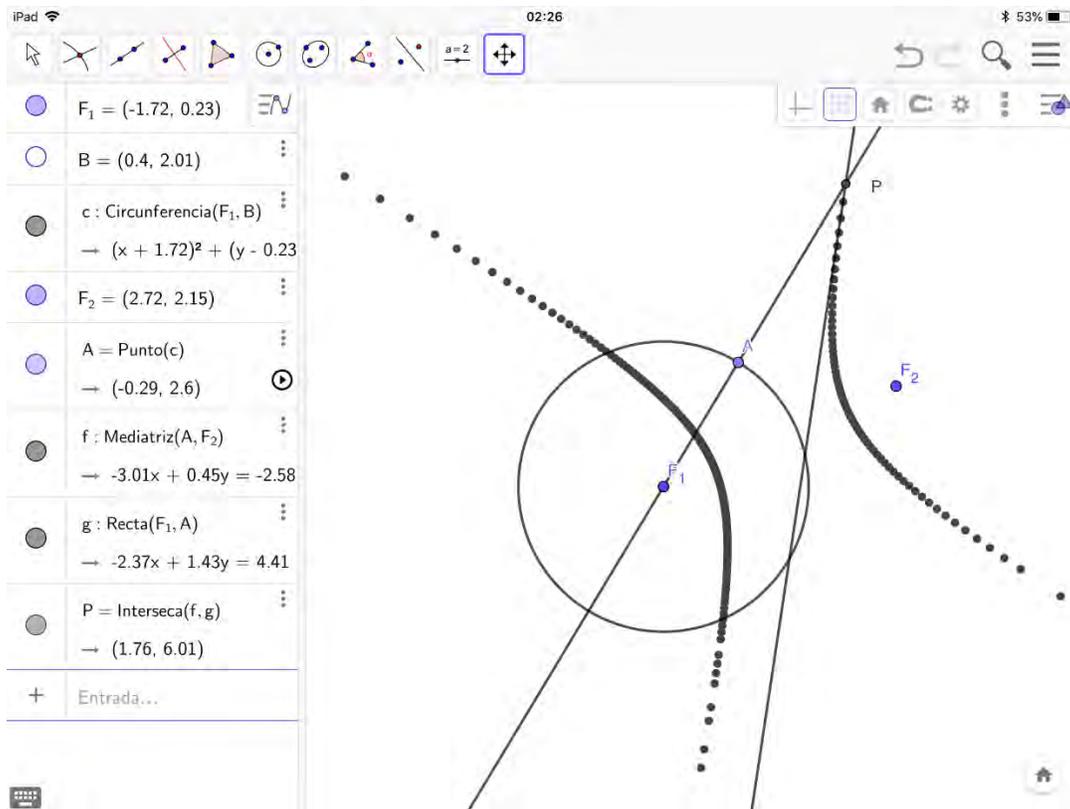
- a) Entra a GeoGebra, quita los ejes, ya sabes da clic derecho al mouse y selecciona “ejes”, en su caso haz lo mismo con la cuadrícula u otra forma que aparezca en tu pantalla, el objetivo es tener la vista gráfica en blanco.

- b) De la barra de herramientas despliega el menú para observar los diferentes iconos, elige el correspondiente a “circunferencia (centro, punto)” y dibuja en la vista gráfica una circunferencia con estas características.
- c) Oculta la etiqueta de la circunferencia, oculta sin borrar al punto B que está en la circunferencia y renombra al centro de la circunferencia como  $F_1$ , ya sabes cómo hacerlo.
- d) De la barra de herramientas ahora elige “punto” y dibuja uno fuera de la circunferencia, renómbralo y llámale  $F_2$ .
- e) Con la misma herramienta dibuja otro punto en la circunferencia y déjalo con el nombre de punto A.
- f) De la barra de herramientas ahora elige “mediatriz” y trázala respecto al punto A y al punto  $F_2$ ; como ya has manejado la técnica del doblado de papel en la construcción de las otras cónicas, conviene que en este momento reflexiones y que pienses la relación que tiene esta mediatriz trazada con el primer doblado que vas a hacer en la construcción de la hipérbola con la técnica del doblado.
- g) De la barra de herramientas elige “recta” y haz que pase una por los puntos A y  $F_1$ , posteriormente de la misma barra de herramientas, elige “intersección” y encuentra la intersección entre esta recta y la mediatriz trazada en el inciso anterior, renombra a este punto con la letra P.
- h) En la misma vista gráfica, posíciónate con el mouse en el punto P, da un clic derecho y del cuadro de dialogo que se despliega elige “rastros”
- i) El applet ya está listo, para que veas como funciona, en la vista algebraica posíciónate con el mouse en el punto A, da clic derecho y del cuadro de dialogo que se despliega, elige “animación”.
- j) Ahora desactiva la animación y el rastros, se hace de una forma similar a como las activaste; posteriormente de la barra de herramientas elige “lugar geométrico” después tienes que señalar a los puntos A y P, observa cómo se dibuja la hipérbola en un solo trazo.
- k) Aproxima y aleja a los focos de tal manera que se respete que  $2c > 2a$ , es decir, no deben quedar los focos entre los vértices de la hipérbola, describe

como son las hipérbolas cuando los focos están tan cerca que la excentricidad tiende a uno y como son cuando los focos se alejan tanto que la excentricidad tiene valores cada vez más alejados de la unidad.

- l) Ahora acerca los focos de tal manera que  $2c < 2a$ ; es decir, los focos quedan entre los vértices; anota tus observaciones y has conjeturas.
- m) Dale formato a tu gusto y además de los focos dibuja en la misma construcción, los demás elementos de la hipérbola.
- n) Con la técnica del doblado del papel, construye al menos una hipérbola, utiliza papel albanene, esto te permitirá una mejor comprensión; además sobre esta construcción indica los elementos de la hipérbola, utiliza diferentes colores para distinguirlos.
- o) Finalmente reflexiona sobre la definición de hipérbola, sobre sus elementos y sobre todo reflexiona respecto del sentido geométrico de la excentricidad.

La construcción de la hipérbola antes de darle el formato a tu gusto, la debes visualizarla de la siguiente manera:



## Rúbrica 1.

Categorías	Nivel de desempeño o escalas descriptivas				Puntaje
	Excelente 3	Satisfactorio 2	Regular 1	No satisfactorio 0	
Presentación de material y levantamiento de resultados	<p>Presenta además de su smartphone, cuaderno, lápiz y/o pluma para tomar notas y generar sus dudas respecto de la práctica.</p> <p>Presenta papel albanene y regla para el trazo de al menos una hipérbola, así como también, presenta diferentes colores para distinguir el trazo de sus elementos.</p>	<p>Presenta además de su smartphone, cuaderno, lápiz y/o pluma para tomar notas y generar sus dudas respecto de la práctica.</p> <p>Además, presenta papel albanene y regla para el trazo de al menos una hipérbola.</p>	<p>Presenta su smartphone, cuaderno, lápiz y/o pluma para tomar notas y generar sus dudas respecto de la práctica.</p> <p>No presenta papel albanene para el trazo de al menos una hipérbola.</p>	<p>Presenta su smartphone, pero no presenta algún cuaderno u hojas para tomar notas respecto de sus dudas.</p> <p>Tampoco presenta papel albanene y regla para el trazo de al menos una hipérbola.</p>	
Participación y desarrollo de la práctica.	<p>Demuestra interés en el desarrollo de la práctica, termina en tiempo y forma sus actividades, escucha con respeto las dudas de sus compañeros y si es posible se muestra solidario con ellos aportando sus propias ideas.</p>	<p>Demuestra interés en el desarrollo de la práctica, termina en tiempo y forma sus actividades, escucha con respeto las dudas de sus compañeros; sin embargo, no le interesa aportar ideas.</p>	<p>Demuestra interés en el desarrollo de la práctica; sin embargo, está leyendo en el momento algunas de las instrucciones en el blog, por lo que no termina en tiempo y forma sus actividades y en consecuencia no presta atención a las dudas de sus</p>	<p>Se nota que no leyó previamente las instrucciones de la práctica, ya que en el momento da un seguimiento de instrucciones desde el blog, sin ningún conocimiento de causa; por lo que no termina la práctica en el tiempo establecido y no escucha a sus</p>	

			compañeros.	compañeros.	
Presentación de resultados.	<p>Muestra calidad y creatividad en la presentación de su trabajo, está bien organizado y respecto a su applet, si funciona y resulta ilustrativa.</p> <p>En la presentación de resultados utiliza títulos y textos con diferentes tamaños y colores lo que permite distinguir a los elementos de la hipérbola.</p>	<p>Muestra calidad en la presentación de su trabajo, está bien organizado y respecto a su applet, si funciona.</p> <p>En la presentación de resultados utiliza títulos y textos con diferentes tamaños; sin embargo, utiliza pocos colores, por lo que los elementos de la hipérbola, en algunos casos es confuso.</p>	<p>Muestra poca calidad en la presentación de su trabajo; sin embargo, su applet, aunque algo confusa funciona.</p> <p>Todos sus resultados están a un solo color y tamaño de letra, por lo que es difícil distinguir los elementos de la hipérbola.</p>	<p>Su applet no funciona adecuadamente y no presenta resultados de su práctica.</p>	
<b>Puntaje total de la actividad</b>					

**Tema y/o subtema:**

- Forma ordinaria y forma general de la ecuación de la hipérbola, con centro en el origen y centro fuera del origen.
- Manejo algebraico de las ecuaciones de una hipérbola, de la forma ordinaria o canónica a la general y viceversa.

**Actividades de aprendizaje:**

Apertura:

- Primera sesión de este subtema, el profesor les recuerda a sus alumnos que previamente se les indicó que tenían que analizar dos videos y posteriormente el documento 1 realizado en Word; en el cual se comentan algunos puntos y se proponen ejercicios, los cuales abarcan todos los temas

y/o subtemas mencionados con anterioridad. Tanto los enlaces como el documento 1 y cualquier indicación necesaria para el desarrollo de las actividades programadas, se publicaron con tiempo en el blog.

- En la misma sesión, el profesor pregunta a sus alumnos si revisaron el material compartido en línea y además les pide que formen equipos de máximo cinco integrantes para resolver ejercicios de acuerdo con lo señalado en el documento 1.

#### Desarrollo:

- Durante la primera sesión el profesor hace diferentes preguntas dirigidas e incluso propicia la participación en el pizarrón, esto con el fin de verificar si revisaron el material didáctico compartido en línea; además, conforme se realiza esta actividad el profesor va ordenando ideas y puntualizando lo esencial para cada subtema. En esta misma sesión se les solicita a los equipos de trabajo resuelvan al menos un ejercicio de los señalados en el documento 1, para que al final de la clase se exponga frente al grupo.
- Durante la segunda y tercera sesión, los diferentes equipos resolverán más ejercicios al estilo de los videos y de acuerdo con lo mencionado en el documento 1, esto con el fin de que demuestren que se han familiarizado con las formas de ecuación de una hipérbola, que las saben operar algebraicamente y que pueden hacer sus gráficas conociendo sus elementos; durante estas sesiones, diferentes integrantes de cada equipo tendrán la ocasión de exponer frente al grupo sus soluciones.
- Durante todo este proceso, los alumnos podrán hacer consultas rápidas en sus teléfonos inteligentes o smartphones, de cualquiera de los materiales que analizaron y, además durante el desarrollo del trabajo por equipos contarán con el apoyo del profesor para ir aclarando sus dudas.

#### Cierre:

- El profesor les indicará a sus alumnos si se cumplieron los objetivos de estas sesiones y les pedirá que anexen al portafolio de evidencias todos los ejercicios realizados en clases.
- Finalmente les indicará lo necesario para la siguiente sesión, información

que será complementada en el blog de trabajo y que ellos deberán de consultar de forma cotidiana.	
<b>Fase de planeación</b>	<b>Descripción</b>
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	Presenciales: 3 sesiones de 50 minutos En línea: Al menos 1:10 horas Extraclase: Al menos 2 horas
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> <li>▪ Enlace 2: <a href="https://youtu.be/SSHHipN-qbg">https://youtu.be/SSHHipN-qbg</a></li> <li>▪ Enlace 3: <a href="https://youtu.be/ORQ_XfVXA2Q">https://youtu.be/ORQ_XfVXA2Q</a></li> <li>▪ Documento 1</li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Elementos de la hipérbola ubicados en el plano cartesiano.</li> <li>▪ Formas ordinaria y general de las ecuaciones de la hipérbola.</li> <li>▪ Parámetros de la hipérbola, así como su relación.</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Construcciones geométricas de la hipérbola a partir de sus ecuaciones.</li> <li>▪ Manejo algebraico de las ecuaciones de la hipérbola, de su forma ordinaria a la general y viceversa.</li> </ul> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia en el trabajo por equipos.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos, definiciones y desarrollo de ejercicios de la geometría analítica.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Respuestas que den a las preguntas dirigidas.</li> <li>▪ Solución a los ejercicios planteados.</li> <li>▪ Exposición de los ejercicios planteados.</li> </ul>
Evaluación	Lista de cotejo 2

**Título y duración del enlace 2:** Ecuación canónica de la hipérbola con eje focal en el eje de las ordenadas demostración, con duración de 12:40 minutos.

**Título y duración del enlace 3:** Gráfica hipérbola dada ecuación general, con duración de 9:59 minutos.

**Documento 1.**

*Consideraciones para el mejor aprendizaje de los diferentes subtemas de la hipérbola.*

En los videos analizados se dan los elementos para entender las diferentes ecuaciones de la hipérbola, así como su manejo algebraico; por lo que no debe resultar ajeno el formulario mostrado en este documento, así como tampoco los comentarios que se hacen respecto de la forma general de una ecuación y también no deben resultar ajenos los ejercicios que se proponen de los cuales se muestra la solución de uno, quedando el resto para que los resuelvan en el aula por equipos.

También hay que considerar que durante el desarrollo de las actividades que se realizarán en el aula, el profesor estará presente, con el fin de hacer énfasis respecto de las ideas que se deben manejar después de haber analizado los materiales compartidos y también para aclarar cualquier duda que se pudiera

tener en las actividades planeadas.

<b><u>Hipérbola</u></b>		
Horizontal Forma ordinaria o canónica	Ambas	Vertical Forma ordinaria o canónica
$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-h)^2}{b^2} = 1$	$C(h,k)$ $C = \text{Centro}$  <b>a = semi-eje mayor ó transverso</b>  <b>b = semi - eje imaginario ó conjugado</b>	$\frac{(y-k)^2}{b^2} - \frac{(x-h)^2}{a^2} = 1$
<b>Asíntotas:</b>  $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$	$c^2 = a^2 - b^2$  $Lr = \frac{2b^2}{a}$  $e = \frac{c}{a}$	<b>Asíntotas:</b>  $y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$
<b>Forma general:</b> $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ <b>A y C de diferente signo</b>		

Hay que tener presente que la forma general de cualquier ecuación, se obtiene eliminando denominadores y factores si existen; es decir, primero se desarrollan las divisiones y luego las multiplicaciones, esto con el fin de obtener la suma algebraica de diferentes términos, posteriormente se deben ordenar los términos e igualar a cero; para esto se considera como primer criterio de ordenación a los términos de mayor grado y como segundo criterio se considera que aquellos términos con el mismo grado y que tengan solo a la variable independiente "x" irán antes de aquellos que solo contengan a la variable dependiente "y".

En el caso que existan términos con ambas variables y del mismo grado que los términos que solo tienen variable en "x" o "y", estos irán después de los términos con solo variable "x" y antes de los términos que tengan solo variable "y"; al final de esta expresión se pone el término independiente y se iguala a cero;

obteniendo de esta manera, la forma general de la ecuación.

### Ejercicios.

I.- Dada las siguientes ecuaciones de la hipérbola, obtener sus elementos, graficarlas y llevarlas de su forma ordinaria a su forma general o viceversa, según sea el caso.

$$\text{a) } \frac{(x-5)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$$

### Solución:

Se trata de una hipérbola horizontal ya que el binomio en "x" es positivo y además se divide entre otro número positivo.

Elementos

$$\begin{aligned} C(5,-2) \quad a^2 = 9 &\Rightarrow a = 3 \\ b^2 = 16 &\Rightarrow b = 4 \end{aligned}$$

Con estos elementos ya es posible hacer la gráfica; sin embargo, si requerimos más detalles determinamos la posición de los focos y trazamos el ancho focal, las diagonales del rectángulo que se formaron con los parámetros a, b nos permite trazar las asíntotas, a las cuales les determinaremos sus ecuaciones.

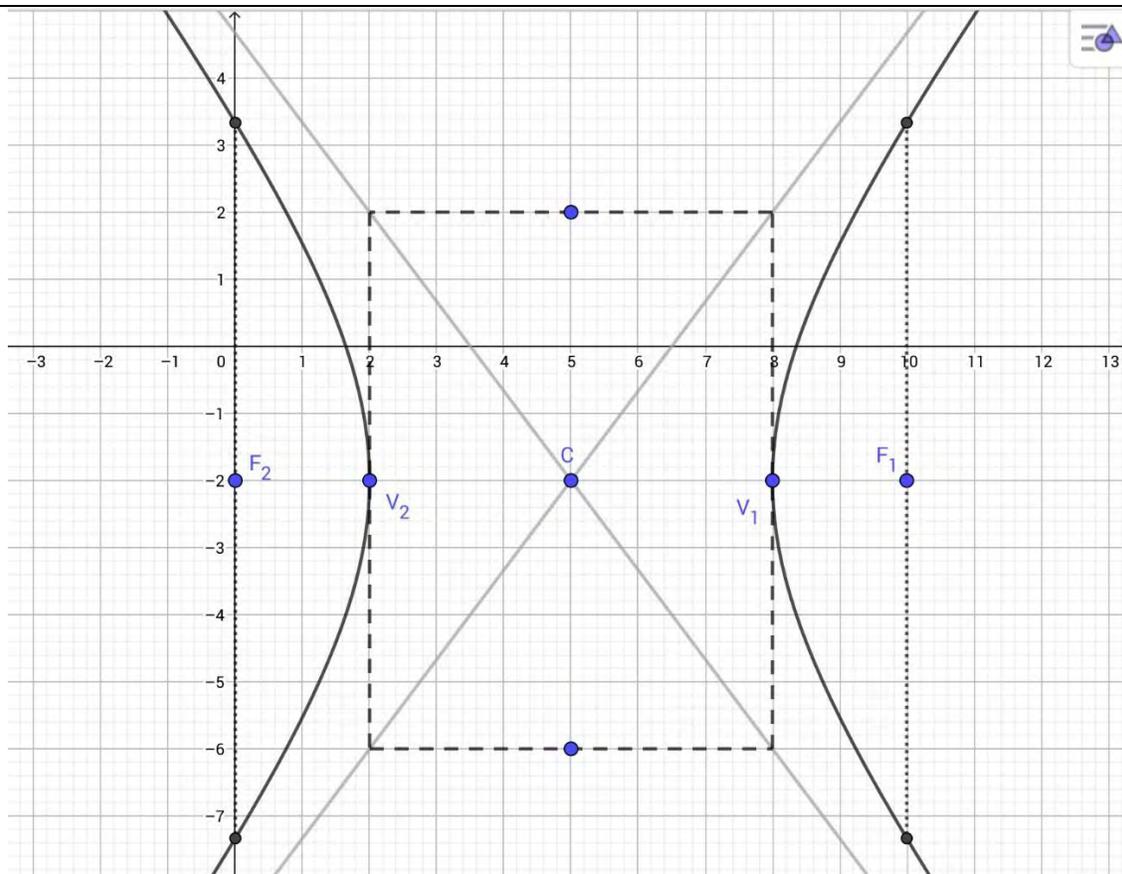
$$\begin{aligned} c &= \sqrt{9+16} \Rightarrow c = 5 \\ F_1(5+5,-2) &\Rightarrow F_1(10,-2) \\ F_2(5-5,-2) &\Rightarrow F_2(0,-2) \end{aligned}$$

$$Lr = \frac{2(16)}{3} = 10.67$$

Asíntotas

$$\begin{array}{lll} C(5,-2) & y+2 = \frac{4}{3}(x-5) & y+2 = -\frac{4}{3}(x-5) \\ m = \pm \frac{4}{3} & 3y+6 = 4x-20 & 3y+6 = -4x+20 \\ y+2 = \pm \frac{4}{3}(x-5) & 4x-3y-26=0 & 4x+3y-14=0 \end{array}$$

Con estos elementos es posible hacer la gráfica



De la forma ordinaria a la forma general

$$\frac{(x-5)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$$

Para eliminar los denominadores multiplicamos todo por 144

$$16(x-5)^2 - 9(y+2)^2 = 144$$

Ahora eliminamos paréntesis por lo que desarrollamos los binomios al cuadrado para posteriormente multiplicar

$$16(x^2 - 10x + 25) - 9(y^2 + 4y + 4) = 144$$

$$16x^2 - 160x + 400 - 9y^2 - 36y - 36 = 144$$

Se ordenan de acuerdo con los criterios señalados y se iguala a cero

$$16x^2 - 160x - 9y^2 - 36y + 364 - 144 = 0$$

$$16x^2 - 9y^2 - 160x - 36y + 220 = 0$$

Ecuación que corresponde a la forma general de la hipérbola.

Ahora llevaremos esta ecuación de su forma general a su forma ordinaria, para este caso ya sabemos cuál debe ser el resultado.

$$16x^2 - 9y^2 - 160x - 36y + 220 = 0$$

Se juntan los términos con la misma variable y a cada lado de la igualdad le restamos el término independiente, posteriormente factorizamos los coeficientes de los términos cuadráticos.

$$16x^2 - 160x - 9y^2 - 36y = -220$$

$$16(x^2 - 10x) - 9(y^2 + 4y) = -220$$

Se complementan trinomios cuadrados perfectos para cada una de las variables y se aplican propiedades de igualdad correspondientes para no alterar nuestra expresión.

$$16\left(x^2 - 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2\right) - 9\left(y^2 + 4y + \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) = -220 + 16\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 9\left(\frac{4}{2}\right)^2$$

Se factoriza los trinomios cuadrados perfectos como binomios al cuadrado y se realizan operaciones.

$$16(x - 5)^2 - 9(y + 2)^2 = -220 + 16(25) - 9(4)$$

$$16(x - 5)^2 - 9(y + 2)^2 = 144$$

Finalmente se divide entre 144 y se obtiene la forma ordinaria.

$$\frac{16(x - 5)^2 - 9(y + 2)^2}{144} = 1$$

$$\frac{(x - 5)^2}{9} - \frac{(y + 2)^2}{16} = 1$$

Esta ecuación es de la que partimos y corresponde a la forma ordinaria.

$$\text{b) } \frac{(x + 3)^2}{16} - \frac{(y - 5)^2}{4} = 1$$

$$\text{c) } \frac{(y - 2)^2}{9} - \frac{(x - 6)^2}{25} = 1$$

$$\text{d) } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{64} = 1$$

$$\text{e) } \frac{(y-8)^2}{36} - x^2 = 1$$

$$\text{f) } (y+7)^2 - \frac{(x-3)^2}{9} = 1$$

$$\text{g) } 16x^2 - 9y^2 + 128x - 72y + 256 = 0$$

### Lista de cotejo 2.

Crterios	SI	NO	Observaciones
1. Revisó y analizó los materiales didácticos compartidos			
2. Contesta de forma adecuada a las preguntas dirigidas			
3. Menciona el enunciado de cada ejercicio resuelto.			
4. Los procedimientos de las soluciones a los ejercicios son correctos y están completos.			
5. Durante el trabajo por equipos se muestra tolerante y solidario con sus compañeros.			
6. Su exposición frente a grupo de alguno de los ejercicios; en su caso, es adecuada.			
7. Es claro y concreto en la presentación del desarrollo de los ejercicios, que se anexaran al portafolio de evidencias.			

**Tema y/o subtema:**

- Resolución de problemas y/o planteamiento de problemas.

**Actividades de aprendizaje:****Apertura:**

- Primera sesión, el profesor les comenta a sus alumnos que de forma individual y con el apoyo de sus smartphones, consulten el blog de trabajo, en el cual se han publicado una serie de problemas; el primer grupo de estos tiene como objetivo demostrar que han comprendido lo que es la hipérbola y que tienen dominio sobre los conceptos hasta el momento analizados, mientras que el segundo grupo además de lo anterior, tiene como objetivo que valoren la utilidad de las matemáticas a través de problemas de su entorno. En esta parte si fuera necesario investigar algún concepto desconocido, lo podrán hacer a través de sus dispositivos, no deben olvidar que durante todo este proceso contarán con la asesoría del profesor.

**Desarrollo:**

- Durante la primera sesión de este subtema, se trabajará de forma individual, los estudiantes darán solución a algunos problemas publicado en el blog de trabajo y aquellos que no resuelvan, deberán al menos analizarlos con el fin de que de acuerdo con sus conocimientos empiecen a proponer posibles soluciones y si fuera necesario deberán investigar lo que requieran para darles solución; en toda esta parte la tecnología digital es una herramienta necesaria.
- En las siguientes dos sesiones, trabajarán por equipos para que intercambien ideas y acuerden la mejor solución a los problemas, en estas sesiones también algunos representantes de cada equipo expondrán al menos un problema frente al grupo; durante todo este proceso el uso de sus dispositivos es esencial y desde luego en estas sesiones contarán con el apoyo del profesor, tal y como se plantea en una clase invertida.

**Cierre:**

- El profesor les indicará a sus alumnos si se cumplieron los objetivos de

estas sesiones y les pedirá que entreguen de forma individual la solución a esta serie de problemas; esta actividad deberá ser anexada al portafolio de evidencias.

- Finalmente, el profesor hará un resumen frente al grupo con el fin de puntualizar las ideas principales del tema en estudio, además resaltará la importancia del uso de la tecnología digital, como una herramienta que contribuye al mejoramiento de un aprendizaje significativo; así también mencionará la importancia de las matemáticas, como una herramienta para dar solución a diferentes problemas de nuestro entorno.

Fase de planeación	Descripción
Duración de la actividad (Horas clase y trabajo extraclase)	<p>Presenciales: 3 sesiones de 50 minutos</p> <p>En línea: En diferentes momentos y durante el tiempo que duren estas actividades.</p> <p>Extraclase: Al menos 1 hora</p>
Recursos y/o herramientas TIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuaderno, lápiz y/o pluma, pizarrón, gises, marcadores</li> <li>▪ Smartphone o teléfono inteligente, tableta, Laptop o equivalente.</li> <li>▪ Internet</li> <li>▪ Blog de trabajo</li> </ul>
Contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	<p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Hipérbola, elementos y excentricidad</li> <li>▪ Ecuaciones de la hipérbola</li> <li>▪ Parámetros de la hipérbola, así como su relación.</li> </ul> <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Manejo algebraico de las ecuaciones de la hipérbola</li> <li>▪ Dada ciertas condiciones determinar la ecuación de una hipérbola.</li> <li>▪ Aplicar lo aprendido hasta el momento</li> </ul>

	<p>para dar solución a diferentes problemas, que tengan que ver con la hipérbola.</p> <p>Actitudinales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto y tolerancia durante el trabajo en equipos.</li> <li>• Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en el análisis de conceptos, definiciones y desarrollo de problemas que incentiven la reflexión y el razonamiento.</li> </ul>
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Entrega de la solución de los problemas planteados.</li> <li>▪ Exposición de algunos problemas planteados.</li> </ul>
Evaluación	Rúbrica 2

**Publicación en el blog de trabajo de diferentes planteamientos de problemas.**

a) Determinar la ecuación de la hipérbola con centro en  $(0,2)$ , un foco está en  $(5,2)$  y uno de sus vértices en  $(3,2)$ .

b) Determinar la ecuación de la hipérbola cuya excentricidad es 2, y sus vértices tienen como coordenadas a  $(0,2)$  y  $(0,-2)$ .

c) Ecuación de la hipérbola con centro en el origen, un vértice en  $(0, 5)$  y longitud del lado recto 10.

d) Ecuación de la hipérbola con centro en el origen, pasa por el punto  $(6,4)$  y uno de sus vértices es  $(4,0)$ .

e) La estación guardacostas B se encuentra situada 400 km. al este de la estación A. Un barco navega 100 km al norte de la línea que une A y B. Desde ambas estaciones se envían señales de radio simultáneamente a una velocidad de 290.000 km/s. Si la señal enviada desde A llega al barco 0.001 s antes que la enviada desde B, localiza la posición del barco. ¿A qué distancia está de cada una de las estaciones?

f) El código de ingresos al Erario señala que un contribuyente que cambia de empleo puede deducir sus gastos al cambio de domicilio si el nuevo empleo aumenta en al menos 35 km la distancia que había entre el lugar de trabajo y la residencia anterior. Una compañía con una fábrica en F está por abrir una nueva fábrica en F', a 61 km de distancia. Encuentre la región R alrededor de F en la que los empleados, en caso de ser transferidos, podrán deducir de sus ingresos gravables los gastos de cambio de residencia.

## Rúbrica 2.

Categorías	Nivel de desempeño o escalas descriptivas				Puntaje
	Excelente 3	Satisfactorio 2	Regular 1	No satisfactorio 0	
Manejo del contenido conceptual y solución a los planteamientos de problemas de forma individual.	Demuestra el dominio de los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la hipérbola, por lo que resuelve al menos dos problemas, pero plantea el resto de ellos.	Demuestra el dominio de la mayoría de los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la hipérbola, por lo que resuelve al menos algún problema y plantea al menos la mitad de ellos.	Demuestra el dominio de algunos conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la hipérbola, por lo que le cuesta trabajo resolver algún problema y también le cuesta trabajo plantearlos.	Desconoce los conceptos, formas de ecuaciones y fórmulas aplicadas a la hipérbola, por lo que no resuelve ningún problema y sus planteamientos en su mayoría no tienen relación con lo solicitado.	
Participación de los integrantes de cada equipo	Demuestra interés en el desarrollo del	Demuestra interés en el desarrollo del	Demuestra en algunas ocasiones	Demuestra poco o nada de interés en el desarrollo	

en la solución a los problemas planteados.	trabajo por equipos, es propositivo e incluso utiliza herramientas de otras disciplinas para plantear algunos problemas. Escucha con respeto las opiniones de sus compañeros, y se muestra solidario con ellos.	trabajo por equipos, participa adecuadamente , escucha con respeto las opiniones de sus compañeros y se muestra solidario con ellos.	interés en el desarrollo del trabajo por equipos y eventualmente aporta ideas a su equipo. Escucha con respeto las opiniones de sus compañeros.	del trabajo por equipos y escucha eventualmente las opiniones de sus compañeros.	
Presentación de las soluciones a los problemas planteados.	Muestra calidad y creatividad en la presentación de su trabajo, está organizado, con letra legible y muestra todos los enunciados de los problemas, así como su solución, justifica sus respuestas con gráficas cuando así se requiere y en su caso fundamenta con otras disciplinas la solución de los problemas.	Muestra calidad en la presentación de su trabajo, está organizado, con letra legible y muestra la mayoría de los enunciados de los problemas, así como su solución, justifica sus respuestas con gráficas si es el caso.	Entrega su trabajo con una presentación moderada, aunque algo desorganizado, justifica algunas de sus respuestas con gráficas.	Entrega su trabajo incompleto, no anota los planteamientos de problemas, es un trabajo desorganizado, en la mayoría de los casos no es legible y no muestra ninguna gráfica.	
<b>Puntaje total de la actividad</b>					

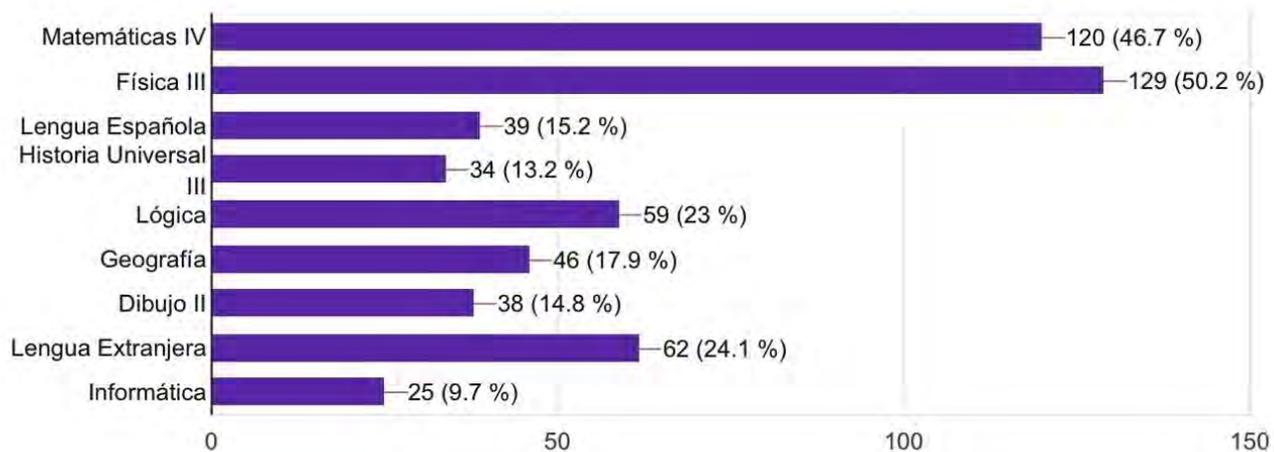
## CAPÍTULO VIII. RESULTADOS.

De acuerdo con lo investigado en el presente trabajo, el rendimiento académico en matemáticas que presentan nuestros estudiantes en todos los niveles es muy bajo, a este respecto se le ha preguntado a diferentes alumnos de la ENP 7 en los inicios de los ciclos escolares 2015-2016, 2016-2017 y 2017-2018 si les gustan las matemáticas, en promedio el 84.2% han manifestado que no les gustan las matemáticas y el 15.8% restante manifiestan lo contrario, al mismo tiempo se les ha cuestionado respecto a la materia que se les ha dificultado más en el ciclo o ciclos que han cursado, obteniendo los siguientes resultados.

¿Qué materia se te ha dificultado más?

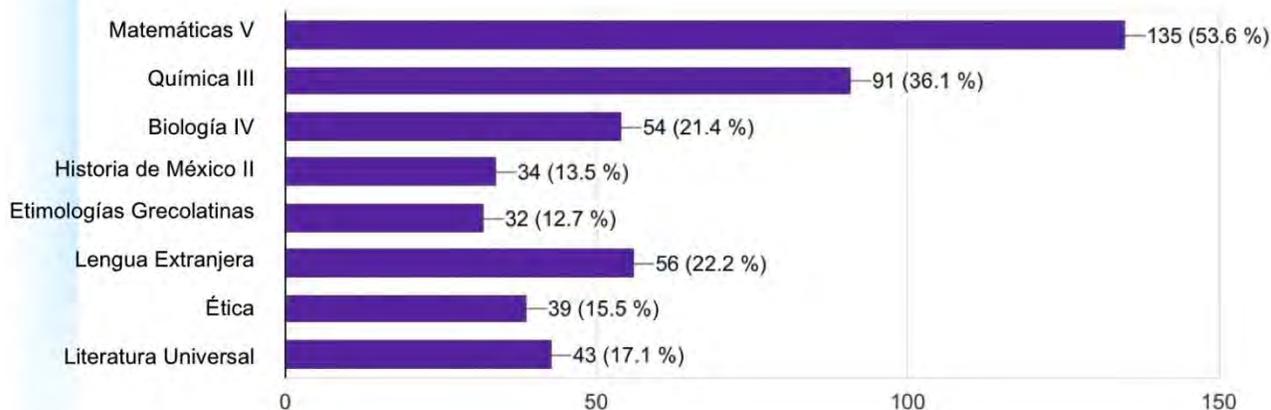
### Algunas materias de cuarto grado

257 respuestas



## Algunas materias de quinto grado

252 respuestas



Como se puede observar los alumnos manifiestan que en cuarto año se les ha dificultado más la experimental sobre las matemáticas; sin embargo, no deja de llamar la atención el 46.7% de alumnos que manifiestan su dificultad por Matemáticas IV.

Respecto a las materias de quinto año es notorio el cambio que se da, ya que los alumnos manifiestan que se les dificultan más las matemáticas sobre las experimentales e incluso sobre las lenguas extranjeras; es de hacer notar que los resultados mostrados corresponden a los alumnos de diferentes grupos de quinto y sexto año de la ENP 7, quienes tienen algunos profesores en común, pero también hay materias en las que no es así.

Es claro que el gusto por las matemáticas es bajo, los alumnos en su mayoría y como común denominador en las tres generaciones a las que se les ha preguntado, dicen que las matemáticas son aburridas y sin ninguna utilidad, además aseguran que las explicaciones de sus profesores son difíciles de entender, por lo que en muchos de los casos deciden no entrar a clases; es necesario entonces implementar acciones que alienten a los jóvenes su gusto por la materia, las autoridades educativas deben asumir esta responsabilidad y desde luego los docentes también debemos hacer lo que nos corresponde.

Al respecto la UNAM para mejorar la enseñanza en todas las áreas y desde luego para mejorar la enseñanza de las matemáticas, ha implementado programas de acción en algunos casos y en otros casos los ha fortalecido, dichas acciones son las siguientes:

- Incentivar la formación docente a través de diferentes cursos de actualización, diplomados, trabajo colegiado, encuentros académicos y a través de la maestría MADEMS (Maestría en Docencia para la Educación Media Superior).
- A partir del ciclo escolar 2017-2018 se han puesto en marcha los programas de estudios actualizados para los grupos de cuarto y quinto año y a partir del ciclo escolar 2018-2019 se han puesto en marcha las adecuaciones realizadas a los planes de estudio de sexto año, esto incluye a las materias optativas, en el caso del colegio de Matemáticas: Temas Selectos de Matemáticas y Estadística y Probabilidad.

Con estas acciones se pretende egresar estudiantes mejor preparados para enfrentar los retos actuales de nuestra sociedad, objetivo que seguramente se va a alcanzar, toda vez que a partir de las adecuaciones a los programas de estudio, ya se han puesto de manifiesto algunos de los cambios esperados; es decir, aunque no es tarea fácil, el atender las sugerencias que se nos hacen, propicia que los alumnos comiencen a desarrollar su capacidad de análisis y razonamiento, además de que comiencen a valorar la importancia y utilidad de las matemáticas, lo cual permitirá borrar su mala imagen.

Siguiendo esta línea, para abordar el tema de las cónicas, durante el ciclo escolar 2015-2016 en los grupos 507 y 514 de Matemáticas V de la ENP 7, se han implementado las estrategias de la clase invertida y la resolución de problemas, el material compartido en línea, básicamente han sido videos que se encuentran en YouTube los cuales son elegidos por el docente; en esta generación se les solicitó a los alumnos que hagan un resumen escrito de estos videos, dicha actividad se firmó como constancia de cumplimiento y a la par se hizo la revisión con las listas de cotejo correspondientes, posteriormente se hicieron preguntas abiertas al grupo, sin señalar a alguien en particular para contestarlas.

En principio los resultados parecían aceptables, toda vez que los alumnos en su totalidad entregaban su resumen y las preguntas que hacía el docente de forma grupal, se contestaban en lo general bien, de acuerdo con lo observado en el aula se podía pasar al trabajo individual planeado, el cual consiste en revisar una serie de ejercicios y problemas los cuales posteriormente se revisaron en equipos de trabajo para que finalmente un representante pasara a exponer algunas de sus soluciones, tal y como se señalan en las secuencias correspondientes, estas dinámicas de trabajo también se cumplían satisfactoriamente.

Todo hacía indicar que estábamos por el camino correcto, los alumnos mostraban entusiasmo, ya que era de las pocas materias en donde se les solicitaba que se apoyaran de sus smartphones para poder realizar las actividades señaladas, las prácticas que se desarrollaron y el uso del GeoGebra muy bien, sus series de ejercicios se entregaban en tiempo y forma, era el momento adecuado para realizar un examen escrito, con el fin de medir el dominio que los jóvenes tenían con respecto a los contenidos temáticos de las cónicas y comparar estos resultados con los exámenes realizados en periodos anteriores en donde los temas se abordaron con la forma tradicional de dar clases.

En los programas de estudios de la asignatura de Matemáticas V tanto en los actuales como en los anteriores, se señala a las cónicas al final del ciclo escolar, razón por la cual se decide realizar el examen de conocimientos escrito de forma individual en la última semana de clases, era casi un hecho que dado el cambio para abordar estos temas y en función de lo observado durante el desarrollo de las diferentes actividades dentro y fuera del aula, los resultados tendrían que ser mejores con respecto a los periodos anteriores; lamentablemente no fue así, más del 80% de los alumnos en el examen tuvieron resultados de no acreditado, ¿qué pasó?, ¿qué acciones no fueron adecuadas?.

Esta situación obliga a realizar una reflexión de lo sucedido, reflexión que nos hace suponer que realmente pocos alumnos analizaron los videos, estos mismos alumnos hicieron su resumen y la mayoría terminó por copiarlos, al fin que lo que importaba era la firma del profesor, a la hora de hacer preguntas de forma grupal, unos cuantos contestaban y no se observó por parte del docente que participara la

mayoría, los videos que cubrían la parte declarativa de cada una de las cónicas, cumplieron su objetivo, ya que en este sentido, en el examen no hubo problemas, las fallas fueron en la parte procedimental y en la resolución de problemas, lo que implica hacer mejoras en el andamiaje correspondiente a esta parte.

Respecto al trabajo individual para resolver la serie de ejercicios, se les permitió a los alumnos solo analizar y plantear soluciones, al fin y al cabo en el trabajo por equipos entre sus integrantes buscarían la forma de cumplir con lo solicitado, consideramos que estas acciones no fueron adecuadas, porque aunque algunos alumnos sí cuestionaban al docente durante esta actividad, realmente la mayoría no lo hacía, a la hora de exponer frente al grupo algunos de sus ejercicios, cada equipo estaba en libertad de elegir quien o quienes lo hacían; por lo tanto, seguía la misma situación que en el pasado, solo unos cuantos trabajaban y para los demás el aprendizaje no importaba.

Se tuvieron que realizar ajustes para la generación 2016-2017, con las mismas secuencias y básicamente con los mismos videos, se les solicitó a los jóvenes que analizaran con sus smartphones o con su Computadora Personal (PC), en la comodidad de su hogar o en algún otro espacio donde se sintieran a gusto, los videos correspondientes, incluso se les sugirió que podían hacerlo en compañía de alguien y que no tenían que hacer ningún resumen para que no sintieran esa presión, se les puntualizó que el objetivo era el comprender sus contenidos, por lo que antes de dar inicio a la sesión en el aula, se harían preguntas abiertas de forma grupal e individual para constatar que sí habían revisado el material.

Estas nuevas medidas permitieron mejorar la percepción del grupo, quienes contestaban las preguntas abiertas ya no eran unos cuantos, a quienes no contestaban se les cuestionaba el motivo por el cual no lo hacían y la gran mayoría de ellos terminaba por aceptar que por alguna razón no había podido analizar los videos correspondientes; a estos alumnos se les pidió que por mientras durante el trabajo individual de sus demás compañeros, ellos analizaran los videos en el aula y que en sus casas realizaran el trabajo individual para ponerse al corriente, al fin el trabajo en equipos sería hasta la siguiente sesión.

Otras acciones que se ajustaron fueron con respecto al trabajo individual, ahora era obligatorio resolver al menos uno de los problemas y plantear los demás, en esta nueva dinámica se pudo observar que eran más los alumnos que planteaban sus dudas o hacían comentarios de sus avances, es necesario aclarar que durante todo este proceso la presencia del docente en su rol de asesor no faltó, con respecto a los videos analizados en el aula y con respecto a las prácticas que se proponen desarrollar en cada una de las cónicas, incluyendo aquellas prácticas que se realizaron con el uso del GeoGebra no se hizo ningún ajuste, ya que en esta parte los resultados seguían siendo satisfactorios.

La serie de ejercicios y problemas que tenían que entregar como evidencia de aprendizaje, todos los alumnos la entregaron, igual en tiempo y forma, era nuevamente el momento idóneo para hacer el mismo examen escrito que se realizó a la generación del ciclo anterior, esto con el fin de comparar los resultados de estas dos generaciones; era de esperarse una mejoría y así fue, ya era un examen donde casi la mitad de los alumnos acreditaron; sin embargo, las cifras aún son bajas, si consideramos que la gran mayoría de los alumnos habían revisado el material en línea y que de acuerdo con lo observado en el desarrollo de las diferentes actividades, estas mejoraron con respecto al ciclo anterior.

Estos últimos resultados del examen al compararlos con los resultados de los exámenes que se habían realizado en los periodos anteriores, en donde se utilizó la forma tradicional para abordar los diferentes temas del programa de estudios, no fueron mejores; por lo tanto, habría que volver a reflexionar sobre las mejoras que tendrían que realizarse para el siguiente ciclo, nuevamente las mayores fallas en el examen fueron en la parte procedimental y en la resolución de problemas, aunque hay que reconocer que hubo mejoras, también hay que reconocer que estas no han sido suficientes.

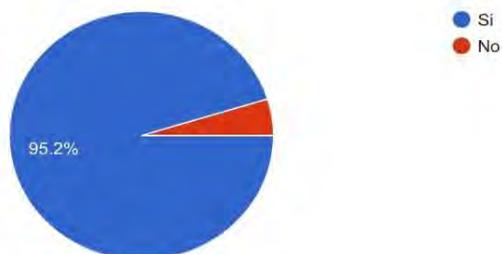
Parece más difícil hacer cambios, pues el entusiasmo en el aula se nota, incluso los jóvenes manifiestan en su mayoría su gusto por utilizar sus dispositivos como una herramienta de aprendizaje, tal vez los recursos en línea no les son atractivos, aunque en su mayoría son videos, quizás estos no les llame la atención como un material didáctico de aprendizaje, quizás la clase invertida no es la adecuada y tal

vez la resolución de problemas no cumple su objetivo; para dar respuesta a estas cuestiones y poder tomar decisiones para el siguiente ciclo escolar, se les preguntó solo a los alumnos de los grupos 507 y 514 de matemáticas V de la ENP 7 al respecto, siendo sus respuestas las siguientes.

## Preguntas

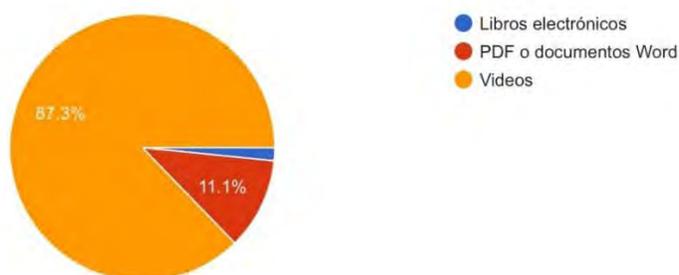
Consideras adecuado que se compartan recursos didácticos en línea para el aprendizaje de las matemáticas

63 respuestas



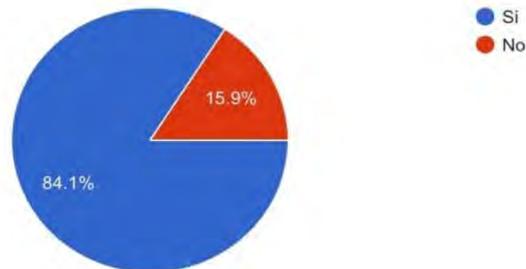
Que tipo de material te ha sido más atractivo

63 respuestas



Consideras que la clase invertida es una estrategia adecuada para que comprendas mejor las matemáticas

63 respuestas



Consideras que la resolución de problema, es una estrategia donde se refleja la utilidad de las matemáticas

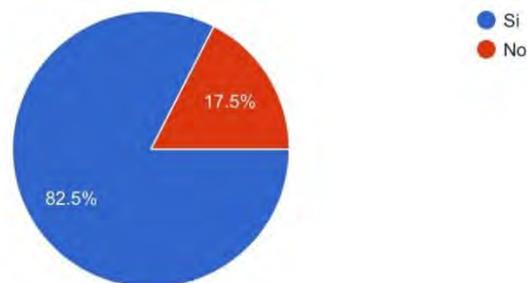
63 respuestas



---

Recomendarías como estrategias en la materia de matemáticas V a la clase invertida y la resolución de problemas

63 respuestas



Al observar estos resultados parece que se tiene que seguir insistiendo por el mismo camino, el problema aunque menor que en el ciclo anterior, está en los exámenes, los alumnos no reflejan dominio de los contenidos procedimentales y de la resolución de problemas, entonces hay que implementar otras acciones que reflejen un verdadero análisis de los materiales en línea que cubren estos objetivos, tal parece que se relajó en mucho la manera de ver los videos, pero no hay que olvidar que también resultó que la mayoría copiaba los resúmenes cuando estos fueron una exigencia; por lo tanto, hay que buscar una situación intermedia.

Si tomamos en cuenta que los videos que los alumnos deben revisar fuera del aula son educativos, es necesario entonces darle la importancia correspondiente, por lo que para el ciclo escolar 2017-2018, se les solicitó a los estudiantes que revisaran el material sin distractores, con el dispositivo de su preferencia y que además tomaran nota en hojas borrador de sus dudas, posteriormente que volvieran a ver los videos y que trataran de darle respuestas a las dudas que se habían planteado, que no olvidaran que ellos tenían el control de los videos, ya que en el momento que desearan podían poner pausa, regresarlo y reproducir lo que faltara cuando así lo consideraran.

Una vez en el aula, tendrían que exponer frente al grupo sus dudas, primero de forma voluntaria y posteriormente al azar con la lista en mano, de esta manera todos deberían traer al menos una duda por escrito; muy probablemente existirían dudas en común y entonces de forma grupal daríamos respuesta; además se les aclaró que no se firmaría ningún tipo de nota derivado del análisis del material en línea, pero esto no significaba que dicha actividad pasará por alto, por el contrario, se haría un seguimiento de sus aportaciones a esta actividad, con los instrumentos de evaluación correspondientes.

El hecho de saber que se les podía cuestionar, los obligó a que ahora sí todos analizaran los videos, esta dinámica, permitió darse cuenta que parte del tema se les estaba complicando, por lo que se deberían tomar las acciones adecuadas para cubrir los objetivos planteados; el trabajo individual y en equipos no sufrieron modificaciones con respecto al ciclo anterior, los resultados en esta parte también

fueron satisfactorios, lo mismo sucedió en el desarrollo de las diferentes prácticas realizadas.

En el ciclo escolar 2017-2018 los resultados de las diferentes actividades eran mejores que en cualquiera de los ciclos anteriores, la entrega de la serie de ejercicios y problemas, también se realizó en tiempo y forma; pero faltaba el examen escrito, aunque este no debe ser un instrumento de evaluación determinante, sí es un indicativo de que los alumnos se han apropiado de los conocimientos esperados y en particular, el examen correspondiente a este ciclo sería un reflejo fiel de que se están realizando los ajustes necesario para que se dé un mejor aprendizaje y para seguir pensando que esta manera de abordar a las cónicas es adecuada.

Se decidió aplicar el mismo examen por tercer periodo consecutivo, el fin era nuevamente el comparar los resultados de estas últimas tres generaciones; en esta ocasión sí se logró una importante diferencia con respecto a los exámenes anteriores y con respecto a los exámenes realizados como consecuencia de la forma tradicional de dar clases; aproximadamente el 70% de los alumnos acreditó el examen, de los cuales más de la mitad lo hicieron con calificación mayor o igual a ocho; considero que hay mucho por mejorar aún, ya que de los acreditados todavía algunos mostraron deficiencias en los planteamientos de problemas, aunque también mostraron ya su dominio de los contenidos procedimentales.

De esta última generación en estudio, la serie de ejercicios y problemas de cada una de las cónicas, no solo se entregaron en tiempo y forma, sino que ahora la mayoría de los planteamientos fueron correctos, algo que no sucedió con las generaciones anteriores ya que, aunque no se ha mencionado, en sus evidencias de trabajo se les hicieron varias observaciones. A continuación, se muestra parte de la serie de ejercicios y problemas de sólo una unidad de trabajo, esta serie representa las evidencias de la media grupal; es decir, es el trabajo que se considera como aceptable, las evidencias de trabajo de las otras cónicas se entregaron de forma similar.

# ELIPSE

## EJERCICIOS

1. Dada las sig. ecuaciones de la elipse, obtener sus elementos, graficarlas y llevarlas de su forma ordinaria a la forma general o viceversa, según sea el caso.

1)  $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$

Horizontal

$C(-2, 4)$

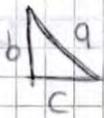
$V(1, 4)$   
 $V(-5, 4)$

$a = 3$   
 $b = 2$

$B'(-2, 6)$   
 $B(-2, 2)$

$a^2 = 9$   
 $b^2 = 4$

FOCOS



$a^2 = b^2 + c^2$

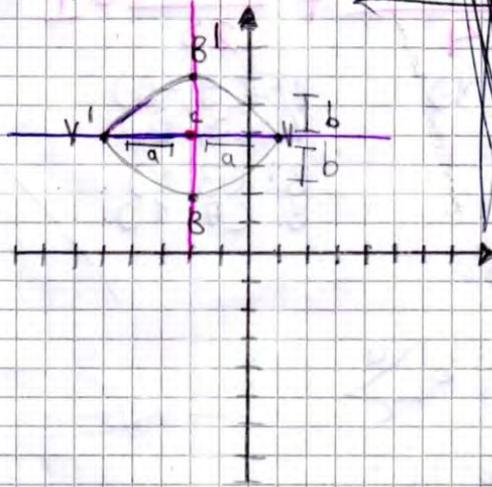
$3^2 = 2^2 + c^2$

$9 = 4 + c^2$

$5 = c^2$

$\sqrt{5} = c$

$2.23 = c$



$F(3 + \sqrt{5}, 4)$

$F'(-3 - \sqrt{5}, 4)$

Forma general

$$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$$

$$4(x+2)^2 + 9(y-4)^2 = 36$$

$$4(x^2 + 4x + 4) + 9(y^2 - 8y + 16) = 36$$

$$4x^2 + 16x + 16 + 9y^2 - 72y + 144 = 36$$

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 72y + 16 + 144 - 36 = 0$$

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 72y + 124 = 0$$

b)  $\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$  Vertical

C(5, 1)

V'(4, -5)

$2a = 10$

V(6, 5)

$2b = a$

$a = 5$

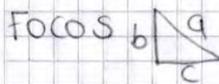
$b = 2$

$a^2 = 25$

$b^2 = 4$

B'(3, 1)

B(7, 1)



$a^2 = b^2 + c^2$

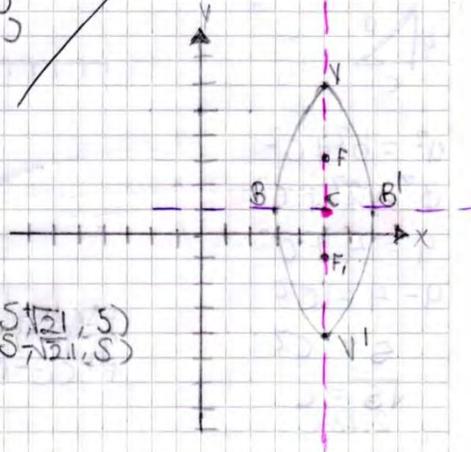
$25 = 4 + c^2$

$25 = 4 + c^2$

$c^2 = 25 - 4$

$c = \sqrt{21} = 4.5$

$F'(\frac{5+\sqrt{21}}{2}, 5)$   
 $F(\frac{5-\sqrt{21}}{2}, 5)$



Forma general

$$\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$$

$$25(x-5)^2 + 4(y-1)^2 = 100$$

$$25(x^2 - 10x + 25) + 4(y^2 - 2y + 1) = 100$$

$$25x^2 - 250x + 625 + 4y^2 - 8y + 4 = 100$$

$$25x^2 + 4y^2 - 250x - 8y + 625 + 4 - 100 = 0$$

$$25x^2 + 4y^2 - 250x - 8y + 529 = 0$$

# PLANTEAMIENTOS DE PROBLEMAS

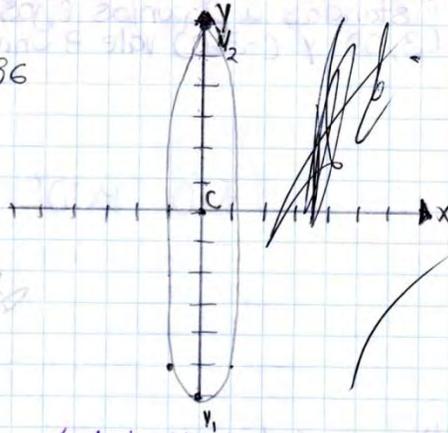
a) Determinar la ecuación de la elipse con centro en el origen, pasa por el punto  $(-1, -5)$ , uno de sus  $V(0, 6)$ .

$C(0, 0)$   
 $P(-1, -5)$   
 $V_2(0, 6)$   
 $V_1(0, -6)$

$$a^2 = 36$$

$$b^2 =$$

$$x^2 + \frac{y^2}{36} = 1$$



e) Determinar la ecuación de la elipse si su centro es  $C(2, -1)$ , su ancho focal  $Lr = 4.5$  y su semi eje mayor, paralelo al eje de las abscisas, vale 4 unidades.

$C(2, -1)$   
 $Lr = 4.5$   
 $a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$   
 $b = 3 \Rightarrow b^2 = 9$

$$b^2 = a$$

$$b = \sqrt{a}$$

$$b = 3$$

$$Lr = \frac{2b^2}{a}$$

$$4.5 = \frac{2b^2}{16}$$

$$4.5(4) = 2b^2$$

$$b^2 = \frac{4.5(4)}{2}$$

Ecuación

$$\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$$

f) Ecuación de la elipse con vértices en  $(3, 6)$  y  $(3, 2)$ , además su semi eje menor vale 2 unidades.

$V_1(3, 6)$   
 $V_2(3, 2)$

$$b = 2 \Rightarrow b^2 = 4$$

$$C(3, 2)$$

$$2a = 6 - (-2) = 8 \Rightarrow a = 4$$

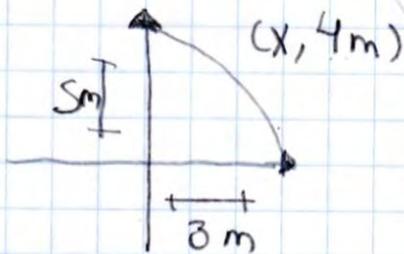
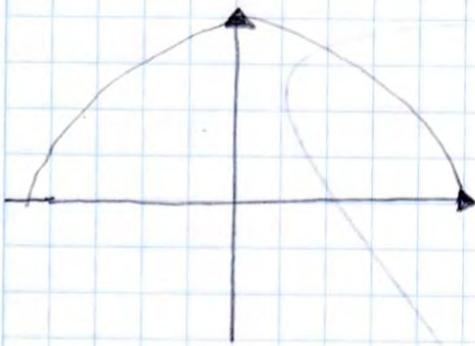
$$a^2 = 16$$

Pm = C:  $(3, \frac{6 + (-2)}{2}) \Rightarrow C(3, 2)$

Ecuación

$$\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$$

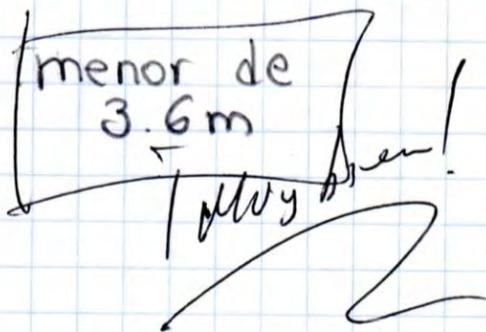
i) El arco de un puente semi-elíptico tiene un largo de 6 m y una altura de 5 m. Un camión de 4 m de altura desea pasar por abajo ¿cuál es el ancho permitido para el camión?



$$a = 5 \Rightarrow a^2 = 25$$

$$b = 3 \Rightarrow b^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$



$$25x^2 + 144 = 225$$

$$25x^2 + 144 - 225 = 0$$

$$25x^2 - 81$$

$$x = \frac{81}{25} \Rightarrow \frac{a}{b} \approx 1.8 \text{ m}$$

$$c \quad 2x = 3.6 \text{ m}$$

## **CONCLUSIONES.**

Es un hecho que no podemos continuar con los viejos paradigmas de nuestra práctica docente, los resultados en la enseñanza de las matemáticas en nuestro bachillerato son desalentadores, los estudiantes manifiestan su desconcierto del por qué estudiar esta disciplina, esta situación genera que conforme avanzan de nivel van careciendo de los conocimientos elementales, si bien es cierto que el rendimiento de los estudiantes en muchos de los casos se ve afectado por diversos problemas ajenos al aula de clases, también es cierto que su rendimiento se ve afectado por la desmotivación que les produce la forma tradicional de dar clases que muchos docente todavía utilizan.

De acuerdo con los resultados de la prueba PISA, la cual tiene como fin identificar fortalezas y debilidades que tienen los jóvenes de quince años, en las áreas de matemáticas, lectura y ciencia, revelan que desde que se aplica (2000), los avances que se han tenido en México en el campo de las matemáticas, no son estadísticamente significativos, la gran mayoría de nuestros estudiantes se encuentran en los niveles de desempeño uno, dos y tres, lo cual quiere decir, que todavía nuestro país está muy lejos del promedio de los países de la OCDE, es necesario entonces, emprender nuevas acciones, cada quien desde su ámbito escolar.

Emprender nuevas acciones significa atender el reclamo de la sociedad en turno, pero sobre todo significa atender las exigencias de nuestros estudiantes, quienes nos demandan una enseñanza de acuerdo con las nuevas circunstancias, una enseñanza en matemáticas donde la tecnología digital no sea excluida, una enseñanza en matemáticas que refleje su utilidad, una enseñanza en matemáticas en donde el profesor no solo llene pizarrones con teoría y formulas difíciles de comprender; es decir, emprender nuevas acciones es modificar nuestra práctica docente para adecuarse a un contexto totalmente nuevo y cambiante.

Entre las acciones emprendidas por la UNAM está la formación docente y es en este sentido donde debemos hacer lo que nos corresponde, tenemos que cambiar de un aprendizaje centrado en el profesor a un aprendizaje centrado en el alumno, un aprendizaje que los encamine hacia su autonomía y en donde el profesor

cambie su rol, en otras palabras, el docente debe dejar de ser el centro de atención para ceder espacio a sus alumnos; precisamente y de acuerdo con los resultados mostrados, nuestra propuesta en este trabajo va cumpliendo con este fin.

Por lo tanto, se trata de que el alumno tome un rol activo en su aprendizaje y que el profesor sea quien lo acompañe en este proceso, existen diferentes estrategias didácticas que propician esta forma de aprendizaje, en este trabajo se han mencionado algunas de estas, para poder elegir cual será la más conveniente, se tienen que analizar una serie de circunstancias de nuestro entorno escolar; en particular y de acuerdo con las características de los alumnos de dos grupos de quinto año de la ENP 7, se ha propuesto para la mejora de la enseñanza de las matemáticas a la clase invertida y la resolución de problemas.

Las estrategias elegidas se han utilizado de forma paralela para abordar de una manera diferente a las cónicas, pero esto no quiere decir que su uso quede restringido a este tema, se pueden utilizar en diferentes contenidos de las matemáticas, de cualquier grado, dependerá del docente el momento de su aplicación; con estas estrategias se hace uso importante de la tecnología digital, pero lo más sobresaliente es que los alumnos aprecian el uso de sus smartphones como una herramienta educativa, esta situación los motiva y al mismo tiempo permite aprovechar la tecnología que la mayoría de los estudiantes de la ENP 7 tienen a su alcance.

La clase invertida propicia un aprendizaje centrado en los alumnos, ya que al analizar diferentes contenidos declarativos y en su caso procedimentales fuera del aula, además de propiciar su autonomía en el aprendizaje, permite implementar otras actividades educativas que no son posibles de realizar con la forma tradicional de enseñanza; los materiales didácticos que se analizan están en línea, una de las ventajas que manifiestan los alumnos es que con esta forma de compartir dichos materiales, ellos los pueden ver las veces que sea necesario para una mejor comprensión.

La clase invertida permite también fomentar la autonomía educativa de los jóvenes, a través de su trabajo individual y al mismo tiempo permite desarrollar su capacidad de comunicación y tolerancia, con esta estrategia es posible programar

actividades adicionales en clases, como el resolver más ejercicios con cierto grado de complejidad y el de plantear problemas de nuestro entorno, teniendo esto como ventaja el poder solventar una de las principales demandas de los estudiantes, ya que al realizar estas actividades en el aula van a contar con su profesor para que los apoye con sus dudas.

En concreto la clase invertida permite rediseñar el tiempo y el espacio en el aula, permite su optimización, permite mejorar el interés en la materia y permite aprovechar diferentes recursos educativos en línea, principalmente a través de videos, los cuales se pueden analizar en diferentes dispositivos, incluso hay alumnos que los revisan en sus smartphones durante sus diferentes traslados, principalmente de la escuela a su casa o viceversa; por lo tanto, la clase invertida habla el mismo idioma de las nuevas generaciones quienes han crecido con acceso a internet.

No ha sido fácil la implementación de la clase invertida, tanto por la resistencia de los docentes como por la resistencia de los estudiantes, toda vez que los profesores tienen que romper con su tradicional forma de enseñanza y los alumnos deben tener el compromiso de analizar materiales didácticos fuera del aula con el fin de apropiarse del conocimiento, lo que les permite llegar al aula con las herramientas necesarias para desarrollar satisfactoriamente las actividades programadas; sin embargo, a pesar de estas dificultades, cuando se van dando paulatinamente mejores resultados, esto motiva para seguir por esta misma línea, que es la de propiciar el aprendizaje centrado en los alumnos.

La resolución de problemas, es una estrategia que permite mostrar a los alumnos la utilidad de las matemáticas, por lo que las hace significativas o al menos mejora la percepción de los alumnos con respecto a la pregunta: ¿para qué sirven las matemáticas?, mediante la resolución de problemas los jóvenes muestran su comprensión de los temas abordados, permite observar a quienes se les facilita aplicar lo aprendido y a quienes se les dificulta; además la resolución de problemas cuando se trabaja de forma colaborativa propicia la participación y motiva a los alumnos a preguntar cuando tienen dudas, tanto a sus propios compañeros como a su profesor.

La resolución de problemas permite a los estudiantes intentar diferentes maneras de abordarlos y por consecuencia no siempre la manera de resolver problemas corresponde a la del docente, lo importante es que la solución sea la adecuada; la resolución de problemas también se apoya en la tecnología digital, no solamente al momento de retomar la información proporcionada en línea, sino también para buscar la información necesaria y contar con más herramientas para dar solución a los diferentes planteamientos, mediante la resolución de problemas los jóvenes alejan paulatinamente la idea de que las matemáticas son una ciencia árida y en consecuencia le encuentran sentido.

La resolución de problemas permite la reflexión y evita solo seguir procedimientos preestablecidos, propicia la investigación, la construcción de su aprendizaje y ayuda a los estudiantes a desarrollar diferentes estrategias de pensamiento, esta modalidad de enseñanza no solamente usa a la tecnología digital como una manera de hacerse de información, sino que además la utiliza como un apoyo para la mejor comprensión de los contenidos temáticos observados; por ejemplo, en el estudio de las cónicas el uso de GeoGebra permite analizar y razonar con mayor detenimiento sus propiedades y relaciones, lo cual hace posible extender su conocimiento tanto geométrico como algebraico.

Es una realidad que se requiere tiempo para ir adecuando a nuestras circunstancias la nueva forma de impartir clases, pero es innegable que independientemente de la metodología educativa de nuestra elección, para saber que vamos por el camino adecuado, hay que observar si existe una mejoría en el aprendizaje de nuestros estudiantes; no debemos perder de vista que nuestro fin no es el uso de la tecnología digital, esta solo es un medio para alcanzar nuestro objetivo general, que es el mejorar el nivel académico en el aprendizaje de las matemáticas, en particular en la ENP 7.

A partir de utilizar como estrategias de enseñanza aprendizaje a la clase invertida y a la resolución de problemas, en dos grupos de quinto año de la ENP 7, se ha logrado mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes y se ha ido incrementando paulatinamente su gusto por las matemáticas, ha sido posible mostrarles a partir de diferentes problemas su utilidad, es cierto que esta situación les complica la

materia, pero el saber que esto es un trabajo en el aula y que por lo tanto, contarán con el apoyo de sus dispositivos móviles que tienen acceso a internet, pero sobre todo que contarán con el apoyo de su docente, les da confianza y los motiva.

Concluyendo, si nos fijamos como meta el mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas, necesariamente tenemos que modificar nuestras formas de enseñanza y utilizar propuestas didácticas que se centren en los alumnos, estas propuestas deberán considerar el uso de la tecnología digital como instrumento de apoyo para que se propicie un aprendizaje significativo. Las propuestas de enseñanza de nuestra elección no deben aplicarse necesariamente tal y como se nos indica en las diferentes fuentes de consulta, por el contrario, tenemos que adaptarlas a nuestras circunstancias en función de las experiencias que tengamos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, desde luego esto sin demeritar su esencia.

## REFERENCIAS.

- Alfaro, C. (2006). *Las ideas de Pólya en la resolución de problemas*. Recuperado el 2 de Septiembre de 2017, de Cuadernos de investigación y formación en educación matemática: <http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%202.pdf>
- Arancibia, V., Herrera, P., & Strasser, K. (2008). *Manual de Psicología Educacional*. Chile: Universidad Católica de Chile.
- Ausubel, D. (2011). *Teoría del Aprendizaje Significativo*. Recuperado el 10 de Febrero de 2017, de El Psicoasesor: <http://elpsicoasesor.com/teoria-del-aprendizaje-significativo-david-ausubel/>
- Ausubel, D. (s.f). *Teoría del aprendizaje significativo*. Recuperado el 10 de Febrero de 2017, de [http://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/38902537/Aprendizaje\\_significativo.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1499824911&Signature=w%2B1KfCBTbkiop5xpni7%2BR1qAMz8%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DTEORIA\\_DEL\\_APREND](http://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/38902537/Aprendizaje_significativo.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1499824911&Signature=w%2B1KfCBTbkiop5xpni7%2BR1qAMz8%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DTEORIA_DEL_APREND)
- Barriga Arceo, F. D., & Rojas, G. H. (1997). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: McGraw-Hill.
- Basto, J. (2014). *Geometría Analítica*. México: Patria.
- Bergmann, J., & Sams, A. (2014). *Pon tu aula de cabeza*. México: SM.
- Caballero, A., Martínez, L., & Bernárdez, J. (2003). *Geometría Analítica*. Edo. de México: Esfinge.
- Chacón, I. G. (2000). *Matemática Emocional Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- de Izquierdo, M. T., & Inciarte, A. (2005). *Aportes de las teorías del aprendizaje al diseño instruccional*. Recuperado el 7 de Octubre de 2017, de TELOS, Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales: <file:///C:/Users/USUARIO/Downloads/3606-19345-1-SM.pdf>
- Espín, J. C. (2015). *Educación una Inversión Necesaria para México*. Recuperado el 19 de marzo de 2016, de iberoaméricadivulga: <http://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/?Educacion-una-Inversion-Necesaria>
- Farías, M. M., & López, R. C. (2016). *Concepciones de los Procesos de Enseñanza-Aprendizaje*. Recuperado el 23 de marzo de 2016, de MADEMS: [http://madems.posgrado.unam.mx/tc\\_acatlan/mdl/pluginfile.php/2870/mod\\_resource/content/42/www/unidad2/descargables/unidad2.pdf](http://madems.posgrado.unam.mx/tc_acatlan/mdl/pluginfile.php/2870/mod_resource/content/42/www/unidad2/descargables/unidad2.pdf)
- González, Y. C., & Martínez, E. R. (2015). La utilidad de los Entornos Virtuales de Enseñanza y Aprendizaje (EVE-A) en relación al proceso educativo. En F. D. Barriga Arceo, M. R. Lemini, & G. H. Rojas, *Experiencias de Aprendizaje Mediadas por las Tecnologías Digitales. Pautas para Docentes y Diseñadores Educativos* (pág. 283). México: UNAM.

- Hernández, J., Salazar, J., & Vargas, A. (2006). *Geometría Analítica*. Toluca, Estado de México: UAEM.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía. (2016). *Anuario estadístico y geográfico de los Estados Unidos Mexicanos 2016*. México: INEGI.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2013). *México en PISA 2012*. Recuperado el 22 de octubre de 2015, de [http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/11149/1/images/Mexico\\_PISA\\_2012\\_Informe.pdf](http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/11149/1/images/Mexico_PISA_2012_Informe.pdf)
- Kopitowski, A. (1999). *Enseñanza de la matemática Entre el discurso y la práctica*. Argentina: Aique Didáctica.
- Lehmann, C. (1989). *Geometría Analítica*. México: Limusa.
- Martínez, C. (2011). *Trigonometría y Geometría Analítica*. México: Ducere.
- Moreira, M. A. (s.f). *Aprendizaje significativo: Un concepto subyacente*. Recuperado el 5 de noviembre de 2017, de <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf>
- Novak, J. (2010). *Biografía del autor*. Recuperado el 10 de diciembre de 2017, de <http://jnovakupn.blogspot.mx/>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2003). *Informe PISA 2003 Aprender para el mundo del mañana*. Recuperado el 14 de octubre de 2017, de <https://www.oecd.org/pisa/39732493.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2009). *Informe PISA 2009*. México: Santillana.
- Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C., Carrillo, Á., & Ramírez, A. (2013). *Geometría Analítica*. México: Pearson.
- Pérez, R. P. (2012). *Uso de las TIC en la vida diaria*. España: Altaria.
- Rojas, G. H., & Díaz Barriga Arceo, F. (1997). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: McGraw-Hill.
- Ros, G., & Rosa, G. (2015). Uso del vídeo docente para la clase invertida: Evaluación, ventajas e inconvenientes. En B. Peña Acuña, *Vectores de la pedagogía docente actual* (págs. 423-441). España: ACCL.
- Rosa, G., Ros, G., & Peña, A. (2016). La clase invertida mediante el uso de vídeos docentes como instrumentos de humanización del aula: Percepciones de los estudiantes. En P. Gutiérrez Rivas, *Humanizar la utilización de las TIC en educación* (págs. 97-116). España: Dykinson.
- Ruíz, X. M., & Gallardo, P. C. (2015). *La educación matemática en el siglo XXI*. México: Colección Paideia Siglo XXI.

- Sanjurjo, L., & Vera, M. T. (1998). *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior*. Rosario: HomoSapiens.
- Santaló, M., & Carbonell, V. (1982). *Geometría Analítica*. México: Joaquín Porrúa.
- Segura, J. M. (2014). *YO QUÉ SÉ (#YQS)*. Argentina: Dunken.
- Tecnológico de Monterrey. (2014). *Aprendizaje Invertido*. Recuperado el 16 de Abril de 2018, de EduTrends: <http://www.sitios.itesm.mx/webtools/Zs2Ps/roie/octubre14.pdf>
- Universidad Centroamericana. (s.f). *Aprendizaje Significativo según diversos autores*. Recuperado el 21 de enero de 2018, de SCRIBD: <https://es.scribd.com/document/315118949/Aprendizaje-Significativo-segun-diversos-autores>
- Universidad Nacional Autónoma de México. (2014). *Consideraciones para la mejora de la educación matemática en la UNAM*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Velázquez, F., Domínguez, J., Duque, C., Díaz, F. L., Marín, M., Nomdedeu, R., & Quevedo, J. (2004). *Matemáticas e Internet*. España: Graó.

## **Anexo 1: Cuestionario**

Cuestionario aplicado a alumnos de Matemáticas V de la ENP 7, con el fin de determinar el panorama que tienen con respecto a la forma de enseñanza de las matemáticas.

1.- ¿Te gustan las matemáticas?, justifica tu respuesta.

2.- ¿Se te facilita aprender matemáticas?, justifica tu respuesta

2.- ¿Cómo te han enseñado matemáticas?

3.- ¿Cómo te gustaría que te enseñaran matemáticas?

4.- ¿Consideras que las matemáticas son útiles?

5.- ¿A qué área te vas a inscribir en sexto año?

Área 1: Ciencias Físico-Matemáticas y las Ingenierías

Área 2: Ciencias Biológicas, Químicas y de la Salud

Área 3: Ciencias Sociales

Área 4: Humanidades y las artes

## Anexo 2: Examen



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

### PLANTEL 7 "EZEQUIEL A. CHÁVEZ"



#### EXAMEN MATEMÁTICAS V

Nombre: \_\_\_\_\_

Gpo. \_\_\_\_\_

N.L. \_\_\_\_\_

### ***I.- Relaciona las siguientes columnas.***

( )  $2x^2 - 12x + 10y - 2 = 0$

**a)** Ecuación de una hipérbola, expresada en su forma general

( )  $(x-5)^2 + y^2 = 64$

**b)** Ecuación de una parábola, expresada en su forma general

( )  $16x^2 - 9y^2 + 128x - 72y + 256 = 0$

**c)** Ecuación que nos representa una elipse, expresada en su forma general

( )  $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$

**d)** Ecuación que nos representa una circunferencia, expresada en su forma general

( )  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$

**e)** Parábola horizontal que abre hacia la izquierda

( )  $49x^2 + 4y^2 - 196 = 0$

**f)** Hipérbola vertical con centro en (-2,3)

( )  $(y+1)^2 = -16(x-2)$

**g)** Circunferencia con radio igual a 8

( )  $\frac{(y-3)^2}{4} - \frac{(x+2)^2}{16} = 1$

**h)** Elipse vertical con centro en (-2,3)

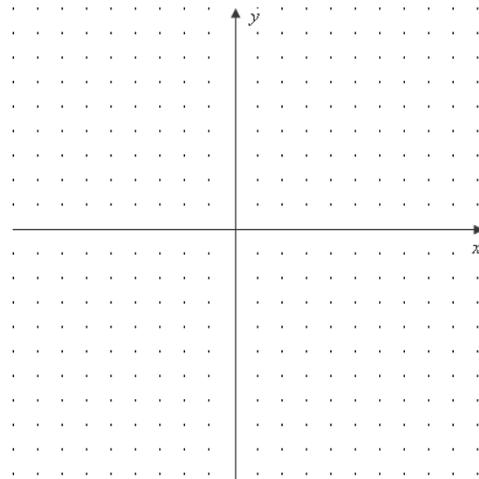
**II.- Llevar las siguientes ecuaciones a su forma ordinaria.**

a)  $25x^2 + 16y^2 - 100x - 96y - 156 = 0$

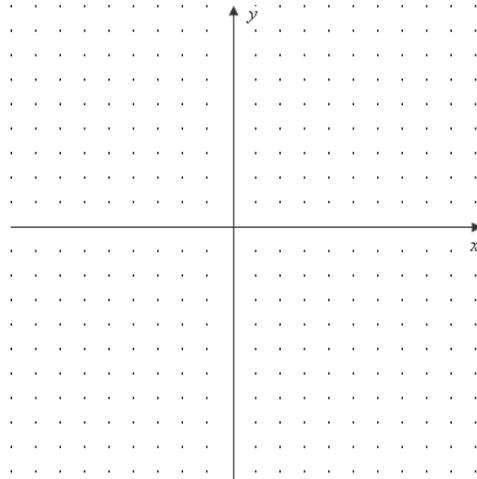
b)  $9x^2 - 16y^2 - 54x + 225 = 0$

**III.- Graficar las siguientes ecuaciones**

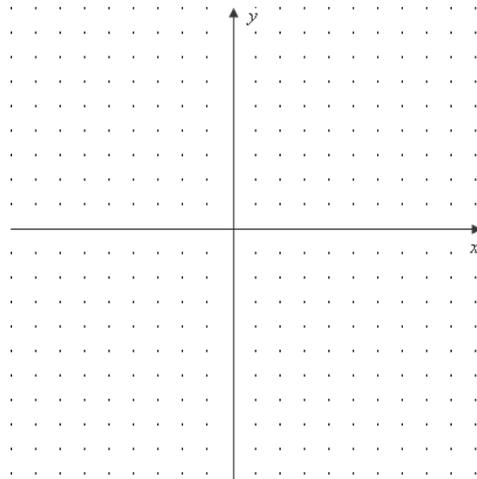
a)  $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1$



b)  $\frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1$



c)  $(y-1)^2 = 12(x+4)$



**IV.- Resolver los siguientes problemas**

a) La órbita de la Luna es de forma elíptica y las distancias mínima y máxima de la Luna a la Tierra son de 221,463 millas y 232,710 respectivamente. Calcular la excentricidad de la órbita lunar, así como la ecuación de su trayectoria.

b) Se desea empotrar de forma horizontal una viga a 12.50m de altura para reforzar transversalmente un arco parabólico de base igual a 20.00m, altura de 19.50m y de ancho variable; en sus bases el ancho de la sección es de 1.00m y en la parte más alta del arco vale 0.50m. Determinar la longitud que debe tener la viga para poder realizar dicho trabajo.