



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS**

**PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEOMETRÍA DEL
TRIÁNGULO EN LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR**

T E S I S

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR**

**P R E S E N T A:
ROCÍO PAOLA MARTÍNEZ CID**

DIRECTOR DE TESIS:

**M. EN C. JOSÉ ANTONIO GÓMEZ ORTEGA
MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR**

CIUDAD DE MÉXICO, DICIEMBRE 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

COMITÉ TUTORAL:

Tutor Principal: M. en C. José Antonio Gómez Ortega¹

Tutor: M. en D. Matilde Yukie Suzuki Hayakawa²

Tutor: M. en D. Tania Azucena Chicalote Jiménez³

Lugar donde se realizó la tesis:

Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la UNAM, Cd. Universitaria,
Coyoacán, México, D.F.

TUTOR DE TESIS:

M. en C. José Antonio Gómez Ortega

FIRMA

¹ Facultad de Ciencias

² Colegio de Ciencias y Humanidades Sur

³ Facultad de Ciencias

PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE
GEOMETRÍA DEL TRIÁNGULO EN LA EDUCACIÓN MEDIA
SUPERIOR

Rocío Paola Martínez Cid

Diciembre, 2018

“Quiero expresar mi gratitud infinita a la vida y a todo lo que me constituye, porque eso ha dirigido mi rumbo en maravillosas experiencias, entre ellas, la docencia”

Me gustan las personas que tienen que luchar por obtener algo,

los que teniéndolo todo en contra salen adelante.

Esta es la gente que me fascina.

La gente fuerte.

Isabel Allende

Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) por la beca otorgada que me permitió realizar los estudios de Maestría en Educación Media Superior (MADEMS).

Así mismo, agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México y al Colegio de Ciencias y Humanidades por la oportunidad de formar parte de su comunidad.

A los profesores de la Facultad de Ciencias y Unidad de Posgrado que me impartieron cátedra, por las enseñanzas y consejos los cuales realizaron mostrando siempre un alto profesionalismo y calidad humana.

A José Antonio Gómez Ortega, quien se desempeñó como tutor de tesis, por el tiempo que le dedicó, por compartir sus conocimientos, por la ayuda brindada, la paciencia y guía para hacer posible la realización de este trabajo.

A Luis Ángel Vázquez Peralta por permitirme aplicar mis ideas en sus grupos y por sus valiosas aportaciones que ayudaron a mejorar esta tesis.

Agradezco y dedico ese trabajo a mi madre Minerva Cid Zaraut, por haberme dado la vida y ser mi ejemplo a seguir; a mis hermanas Lety, Alma y Vane por apoyarme incondicionalmente; a mi esposo Mauricio por ser la razón de mi vida y mi inspiración, a mis amigos y compañeros por los consejos y cariño que me brindan.

A mis alumnos, que me permiten compartir y aprender con ellos, por las experiencias que hicieron posible desarrollar esta tesis, son ellos la fuente que me inspira a mejorar.

Rocío Paola Martínez Cid

Índice

Agradecimientos.....	v
Índice.....	vi
Resumen.....	viii
Abstract	ix
Notación.....	x
Lista de gráficas	xi
Lista de tablas.....	xii
Introducción	1
I. Marco Teórico	6
1.1 Geometría	6
1.1.1 Geometría del triángulo.....	7
1.1.2 ¿Para qué enseñar y aprender Geometría?.....	8
1.2 Teoría sociocultural de Vygotsky	12
1.3 Definición de problema	14
1.3.1 Planteamiento y resolución de problemas	16
1.4 Actividades lúdicas.....	20
1.5 Modelo de Van Hiele.....	22
1.5.1 Fases de Aprendizaje.....	26
1.6 Evaluación.....	28
II. Metodología Propuesta	34
2.1 Características Generales	34
2.2 Población.....	36
2.3 Estructura de las Estrategias Didácticas	38
2.3.1 Diseño de objetivos de las estrategias didácticas	40
2.3.2 Evaluación para los aprendizajes.....	41

III.	Resultados	43
3.1	Resultados del Grupo Piloto	43
3.2	Resultados del Grupo Práctica	49
3.2.1	Análisis de la Sesión 1	50
3.2.2	Análisis de la Sesión 2	52
3.2.3	Análisis de la Sesión 3	54
3.2.3	Análisis de la Sesión 4	56
3.2.4	Análisis de Actividades	57
3.3	Resultados Generales	59
IV.	Conclusiones y Recomendaciones	64
	Anexos	67
	Referencias	144
	Bibliografía	146

Resumen

El presente trabajo forma parte de una investigación donde la principal motivación es proponer nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje que permitan enriquecer y mejorar la práctica docente.

El propósito de este estudio es mostrar el desarrollo de algunos temas de Geometría del triángulo para nivel medio superior, que se diseñaron con actividades donde se consideró principalmente el planteamiento de problemas contextualizados.

En primer lugar, se realizó un sondeo con grupos piloto con la finalidad de que las actividades realizadas permitieran detectar los temas en los que se presenta mayor dificultad de aprendizaje y comprensión, con base en los resultados obtenidos se diseñaron estrategias de enseñanza-aprendizaje con una metodología dinámica: la cual consiste en el planteamiento de problemas y desarrollo de actividades lúdicas, que tienen como finalidad considerar los diferentes estilos de aprendizaje.

La metodología propuesta se trabajó con un grupo de prueba. En el diseño de la planeación para cada sesión se consideró realizar una evaluación diagnóstica por temática, la apertura del tema mediante el planteamiento de problemas que fueran motivadores para los estudiantes, el desarrollo del tema que es la parte fundamental donde se construye el andamiaje necesario para lograr los objetivos, y el cierre donde la finalidad principal consistió en que el alumno interpretara las actividades con su propio lenguaje.

Los resultados obtenidos muestran que la metodología propuesta basada en resolución de problemas comparada con una tradicional, impacta de manera positiva, ya que se obtuvieron resultados que muestran un mayor rendimiento académico de los estudiantes. Las temáticas abordadas con situaciones reales del entorno y actividades que invitan a descubrir la aplicación de la Matemática, despertaban el interés de los estudiantes y la participación activa fue un factor fundamental en todas las sesiones.

Abstract

The present work is part of a research where the main motivation is to propose new teaching-learning strategies that allow enrich and improve the teaching practice. It was considered that for each session.

The purpose of this study is to show the development of some topics of geometry of the triangle for upper medium level, which were designed with activities where the approach of contextualized problems was mainly considered.

In the first place, a survey was conducted with pilot groups in order that the activities carried out could detect the subjects in which there is greater difficulty in learning and understanding, based on the results obtained, teaching-learning strategies were designed with a dynamic methodology: which consists of the approach of problems and the development of recreational activities, whose purpose is to the different learning styles.

The proposed methodology was worked with a test group. In the design of the planning for each session, it was considered to carry out a diagnostic evaluation by topic, the opening of the topic through the approach of problems that were motivating for the students, the development of the theme that is the fundamental part where the necessary scaffolding is constructed to achieve the objectives, and closure where the main purpose was for the student to interpret the activities with their own language.

The results obtained show that the proposed methodology based on problem solving compared to a traditional one, impacts positively, since results were obtained that show a higher academic performance of the students. The topics dealt with real situations in the environment and activities that invite to discover the application of Mathematics, aroused the interest of students and active participation was a fundamental factor in all sessions.

Notación

EMS	Educación Media superior.
INEE	Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico.
PDE	Programa de Desarrollo Educativo.
PISA	Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes.
SEP	Secretaría de Educación Pública.

Lista de gráficas

Gráfica 1.	Matrícula en el sistema educativo, PronostiSEP y Conapo (2007)	2
Gráfica 2.	Causas del abandono escolar, (Censo y cálculos propios; SEP, 2007a: 10)	3
Gráfica 3.	Análisis del reactivo 1	35
Gráfica 4.	Análisis del reactivo 2	36
Gráfica 5.	Análisis del reactivo 3	36
Gráfica 6.	Análisis del reactivo 4	37
Gráfica 7.	Análisis del reactivo 5	37
Gráfica 8.	Análisis del reactivo 6	38
Gráfica 9.	Análisis del reactivo 7	38
Gráfica 10.	Resultados sobre conocimiento de la importancia del uso del triángulo..	41
Gráfica 11.	Resultados sobre conocimiento de la desigualdad del triángulo	42
Gráfica 12.	Resultados sobre conocimiento de las propiedades de los ángulos de los triángulos.....	43
Gráfica 13.	Resultados sobre conocimiento de la inclinación de una pista de carrera	44
Gráfica 14.	Resultados sobre conocimiento de la finalidad del ángulo de inclinación en una pista de carrera.....	44
Gráfica 15.	Resultados sobre conocimiento del Teorema de Pitágoras	45
Gráfica 16.	Resultados sobre conocimiento de la justificación del Teorema de Pitágoras.....	45
Gráfica 16.	Resultados sobre conocimiento de la justificación del Teorema de Pitágoras.....	46
Gráfica 17.	Evaluación de los grupos 230, 229 y grupo práctica.....	48
Gráfica 18.	Evaluación de los grupos 230, 229 y grupo práctica.....	49

Lista de tablas

Tabla 1	Finalidad y momento de evaluación.....	14
Tabla 2	Indicadores que caracterizan las tareas según categoría.....	24
Tabla 3.	Revisión de la Taxonomía de Bloom (Anderson y Krathwohl,2001)	26
Tabla 4.	Registro de calificaciones de actividades para el grupo piloto.....	39
Tabla 5.	Registro de actividades del grupo práctica	48
Tabla 6.	Registro de actividades de grupos piloto-práctica.....	52

Introducción

La Geometría es una ciencia y rama de las Matemáticas que se constituye principalmente por dos aspectos principales; el primero es la parte empírica, donde está presente la percepción y la intuición, el segundo es la visualización, que se refiere a lo conceptual, abstracto, deductivo, formal y riguroso.

El origen de la Geometría se remonta a las comunidades más primitivas, se hace presente en la construcción y decoración de sus viviendas. Su contribución principal es la solución de problemas prácticos, como la medición de longitudes para delimitar propiedades hasta la construcción de pirámides y monumentos. Otra aportación importante es que sus bases están ligadas al desarrollo de la arquitectura, la geografía y la astronomía.

El estudio de la Geometría ayuda al desarrollo de habilidades visuales, de comunicación, dibujo, lógicas, de razonamiento y aplicación, por lo que su estudio se considera fundamental para contribuir en la formación y en el perfil de egreso de los estudiantes del bachillerato.

Lograr el desarrollo de habilidades que sean útiles a los estudiantes para que puedan integrarse en esta sociedad que se caracteriza por ser demandante y competitiva implica generar un entorno de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en la escuela que ofrezca ayuda al alumno para reconocer sus relaciones con el entorno, representar y describir en forma racional el mundo que los rodea, estudiar los conceptos geométricos como modelizaciones de la realidad, así como reconocer y saber usar las propiedades de las formas geométricas en la solución de problemas relacionados con el quehacer cotidiano, el desarrollo del lenguaje y la percepción del mundo, que le permitan desempeñarse como seres humanos en todos los aspectos.

El programa de estudios de Matemáticas de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades del 2016, indica en el perfil del egresado que el alumno debe aplicar y adaptar una variedad de estrategias para resolver problemas, generar conocimientos a través de la resolución de problemas y utilizar su conocimiento matemático en la resolución de problemas en contextos que lo requieran, por ello, la presente propuesta se basa en el enfoque de resolución de problemas contextualizados, es pertinente, además, para que los estudiantes utilicen diversas formas de razonamiento que les permita tener un pensamiento crítico y valorar el uso de las Matemáticas en distintas disciplinas.

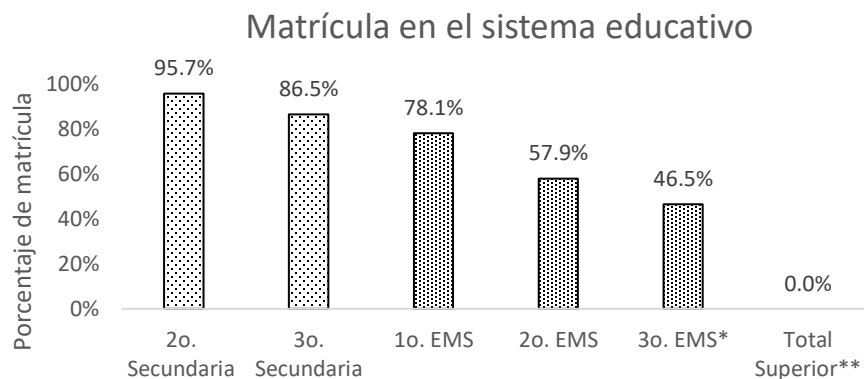
El papel que juega la educación media superior (EMS) es importante, debido a que:

Es un espacio para formar individuos con conocimientos y habilidades que les permiten desarrollarse en sus estudios superiores o en el trabajo y, de forma más amplia, en la vida. Asimismo, los jóvenes adquieren actitudes y valores que tienen un impacto positivo en su comunidad y en la sociedad (Székely, 2010 a)⁴.

Es por ello que la finalidad de este proyecto toma sentido al analizar y reflexionar sobre la experiencia docente, pues se encuentra la necesidad de rediseñar la forma en la que se imparten las clases, para proporcionar a los estudiantes las herramientas necesarias que le permitan desenvolverse de manera exitosa.

Al enunciar algunos factores como la falta de motivación, paradigmas sobre la asignatura y antecedentes de otros cursos, se ha tenido resultados negativos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, de acuerdo con Székely (2010 b), “un fuerte problema en la educación media superior es que hay una mayor deserción, en específico entre el primer y tercer grado de EMS hay una reducción de matrícula del 30%”.

⁴ Director del Instituto de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey.

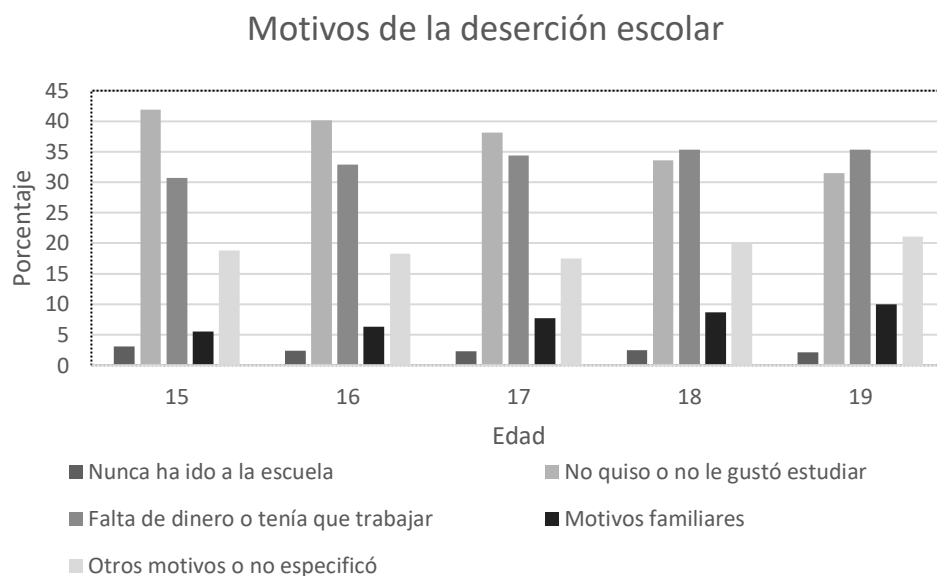


* No incluye que estudien cuarto grado de EMS.

** Para estimar la cobertura se tomó la población de 18 a 23 años.

Gráfica 1. Matrícula en la EMS (2007).⁵

De acuerdo con los datos del Censo y Vivienda 2005 (gráfica 2) el primer motivo de deserción escolar según los propios alumnos es que “la escuela no les gustaba, no les servía o no se adecuaba a sus intereses y necesidades” Székely (2010 c).



Gráfica 2. Causas del abandono escolar, (Censo y cálculos propios; SEP, 2007a: 10).⁶

⁵ Adaptación de cálculos propios y preliminares con base en PronostiSEP y Conapo (2007). Proyecciones de población; SEP, 2007, citado por Székely (2010).

⁶ Adaptación de muestra del censo y cálculos propios; SEP, 2007^a:10, citado por Székely (2010).

El diseño de la propuesta basada en resolución de problemas tiene la finalidad de que el alumno encuentre la pertinencia y utilidad de los conocimientos en cualquier ramo que se desempeñe, y de esta forma poder desarrollar las competencias matemáticas⁷ que demanda el nivel medio superior, al mismo tiempo busca abatir los índices de reprobación y el abandono escolar, ya que de acuerdo a los datos proporcionados por la Universidad Nacional Autónoma de México (2018) en su Portal de Estadística Universitaria para 2017, más del 40% de los estudiantes no logran egresar en el Colegio de Ciencias y Humanidades.

Se diseñó una secuencia didáctica con actividades dinámicas que involucren diferentes formas de aprendizaje, que aborden temas de Geometría del triángulo, con un esquema de resolución de problemas, propiciando que la enseñanza esté centrada en el alumno y su aprendizaje. La propuesta se realizó para que no se limite al modelo de enseñanza tradicional, en el que el maestro explica y los alumnos atienden a las explicaciones; se trata de que los alumnos se enfrenten continuamente a retos que les brinden la oportunidad de construir conceptos y descubran relaciones para que puedan explicarlas, comprobarlas, así como aplicarlas a diversas situaciones contextualizadas, que despierten el interés de los alumnos.

Para realizar este trabajo se consideraron diferentes tipos de actividades que pueden trabajarse con los alumnos: de conceptualización, investigación, aplicación, demostración y análisis con la finalidad de que se desarrollen diferentes habilidades.

⁷ Phillipie Perrenoud define competencias como “la capacidad de movilizar recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones”. Considera que las competencias “no son en sí mismas conocimientos, habilidades o actitudes, aunque movilizan, integran, orquestan tales recursos”, y que, “el ejercicio de la competencia pasa por operaciones mentales complejas, sostenidas por esquemas del pensamiento, los cuales permiten determinar (más o menos de un modo consciente y rápido) y realizar (más o menos de un modo eficaz) una acción relativamente adaptada a la situación” (Perrenoud, 2004).

El contenido de esta tesis se organiza en 4 capítulos conforme a lo siguiente:

- El capítulo I, muestra el marco teórico que sirvió como fundamento en el diseño de las planeaciones que conforman la metodología propuesta, la necesidad de establecer una metodología que integre una diversidad de herramientas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, el impacto que tiene el estudio de la Geometría, la descripción de la enseñanza basada en la resolución de problemas, los diferentes estilos de aprendizaje y la evaluación como proceso continuo.
- El capítulo II, contempla la formulación de una metodología fundamentada principalmente en la resolución de problemas y detalla las características generales de las planeaciones realizadas para las sesiones propuestas.
- El capítulo III, muestra el análisis de los resultados obtenidos mediante el trabajo realizado del grupo piloto y el grupo prueba.
- El capítulo IV da a conocer las conclusiones de este trabajo. En particular, se establece que la metodología propuesta arroja resultados favorables en la mejora del aprendizaje de los alumnos.
- Finalmente se muestran los anexos que incluyen las planeaciones que describen el desarrollo de cada sesión, así como también el material que se trabajó con los alumnos y que tuvieron como finalidad ser evidencias de los resultados mostrados en el capítulo III.

I. Marco Teórico

1.1 Geometría

La Geometría ocupa un lugar especial en el currículo de matemática en la educación media superior en gran parte debido a la rica variedad de conceptos que comprende, el estudio de la Geometría permite avanzar en el desarrollo del conocimiento, pues proporciona que los estudiantes interactúen con el estudio de un espacio físico y conceptualizado, así como también se desarrolla la capacidad de abstracción, razonamiento y argumentación, lo que le permite deducir nuevas propiedades a partir de las que ya conocen. En particular, en el Colegio de Ciencias y Humanidades, se imparte Geometría euclidiana y analítica para alumnos de segundo año de bachillerato.

Desde un punto de vista psicológico, la Geometría representa la abstracción de las experiencias visuales planas y espaciales, por lo que posibilita el reconocimiento de formas, la detección de patrones y el uso de conceptos propios de la asignatura.

Desde un punto de vista matemático, la Geometría proporciona enfoques para la resolución de problemas, dibujos, diagramas, sistemas de coordenadas, vectores, transformaciones, etc.

La Geometría también es un entorno para estudiar la estructura matemática, es decir, para el desarrollo cuidadoso de una colección de afirmaciones, un sistema matemático dará elementos para tener una forma deductiva y exacta de resultados.

La historia de la Geometría indica que su origen fue en Egipto y está ligado directamente a resolver problemas prácticos, como la medición de terrenos para delimitar propiedades, por lo cual se le considera una ciencia empírica, sobre la cual están basadas una serie de actividades que requieren el uso de relaciones espaciales.

Los elementos de Euclides (siglo III a. C.), es un tratado matemático y geométrico que se compone por trece libros, en los cuales se sintetiza el desarrollo de la Geometría, en esta obra se parte de un número reducido de axiomas, postulados y definiciones, para construir mediante deducciones, el conjunto de las proposiciones geométricas en dos dimensiones (el plano) y tres dimensiones (el espacio), que al día de hoy son vigentes.

Años más tarde Newton toma *Los elementos* de Euclides como modelo para la elaboración de su tratado *Principia*, en los que expone su teoría de gravitación.

Cabe mencionar, que se realizaron grandes aportaciones en el siglo XVII, Descartes y Fermat remplazaron los puntos de un plano por pares de números y las curvas por ecuaciones, de tal manera que en la actualidad el campo de investigación sigue quedando abierto para integrar nuevas aportaciones.

En el siglo XIX, David Hilbert reformula los axiomas euclidianos con la axiomatización de la Geometría donde propone hipótesis como fundamento para el tratamiento de la Geometría moderna euclídea.

1.1.1 Geometría del triángulo

En este apartado definiremos lo que se entiende por Geometría del triángulo, debido a la importancia que toma en el desarrollo de esta investigación.

Entenderemos que la Geometría del triángulo está conformada por la Geometría elemental, lo que, desde luego permite hacer una introducción a la Geometría analítica, y como su nombre lo indica se centra en lo referente al estudio de los triángulos.

Para realizar el presente estudio se consideraron las propiedades generales de los triángulos y se desarrolló una metodología para la resolución del triángulo rectángulo. Se

analizaron algunas propiedades generales y particulares de los triángulos y se plantearon problemas contextualizados donde se encontró la necesidad de resolución de triángulos.

De igual forma se introdujeron las definiciones de los elementos básicos de trigonometría, se definieron las funciones trigonométricas elementales y estos se utilizaron para el planteamiento de problemas que involucra situaciones familiares para los estudiantes.

1.1.2 ¿Para qué enseñar y aprender Geometría?

La enseñanza y el estudio de la Geometría comenzó desde hace muchos años, de manera informal surgió a partir de la necesidad de explicar ciertos fenómenos que sucedían en la naturaleza, por ejemplo, en la predicción de fenómenos naturales, como las fechas aproximadas de las estaciones del año, el cálculo de distancias que no era posible medir con algún instrumento como la distancia de la tierra al sol. Con el transcurso del tiempo y el estudio de otros campos se construyeron las bases para formalizar algunos conceptos que al paso de las generaciones fueron evolucionando.

El aprendizaje debe considerarse como una de las actividades más enriquecedoras, pues desde el punto de vista de cada ser humano se viven y enfrentan diferentes circunstancias, es por ello, que la forma de aprender es considerada como una de las cualidades únicas para cada persona.

La enseñanza implica un conjunto de actividades complejas que deben proponer la conexión de la disciplina con la realidad, así como también se tiene como propósito que el mensaje emitido llegue al receptor para que éste sea útil y significativo.

El sistema educativo del nivel medio superior debe comprometerse a proveer a la comunidad estudiantil de los elementos necesarios que le permitan elegir entre las diversas opciones de educación superior al concluir el bachillerato, pero también debe brindar

capacitación en actividades diversas, para aquellos alumnos que se integran al campo laboral.

Las cuestiones que se plantean en este apartado tienen como finalidad dar una visión del significado de una educación de calidad para orientar a quien enseña Geometría y dar sentido y razón para quien aprende Geometría.

Por una parte, la razón principal para enseñar Geometría es porque se pretende tener una educación de calidad, donde el sistema educativo sea eficaz, que permita una formación de ciudadanos capaces, competentes e informados, que posean un pensamiento crítico, reflexivo y con valores.

Existen referentes que indican la búsqueda de calidad en la educación media superior, como lo mencionan Alcántara y Zorrilla (2010) en su artículo *Globalización y educación media superior en México*:

Existen numerosos indicios, tal y como lo consignan el Programa de Desarrollo Educativo 1995-2000 (PDE), el Plan Nacional de Educación 2001-2006, los resultados de las pruebas del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes de 2000, 2003 y 2006 (PISA), la Propuesta de un Sistema Nacional Bachillerato de la Secretaría de Educación Pública de 2007 (SEP) y los resultados de las pruebas Excale del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) publicados en abril de 2009 en *Panorama Educativo de México 2008*, de que una proporción elevada de los egresados no cuenta con una preparación suficiente para cursar estudios de nivel superior. Concurren en ello la falta de calidad de la educación brindada, la ausencia de estándares objetivos para ponderar las diferentes aptitudes académicas de los alumnos para las opciones existentes y una orientación educativa manifiestamente ineficaz para auxiliar a los estudiantes en función de su capacidad, sus inclinaciones y posibilidades.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), que contempla una serie de indicadores educativos entre las magnitudes económicas y de desarrollo que expresan el nivel de vida de una sociedad, estos indicadores muestran la calidad del sistema educativo, entre otros, por medio del rendimiento de los escolares en una serie de disciplinas básicas, que comprenden los dominios de lectura comprensiva, competencia matemática y científica; esto se conoce como alfabetización de los escolares (Rico, 2006).

Los indicadores de la OCDE son registros que permiten medir la capacidad y el desarrollo alcanzado en las sociedades modernas. Algunos indicadores sirven para expresar el bienestar de una sociedad, otros se refieren al nivel educativo y cultural de los países, base imprescindible de su desarrollo.

Como lo menciona Rico (2005), la alfabetización de los escolares permite conocer en qué medida los jóvenes que finalizan la escolaridad obligatoria están preparados para la sociedad del siglo XXI y sus desafíos, así como evaluar la calidad de los sistemas educativos propuestos por los países de la OCDE.

Por otra parte, una motivación del desarrollo de esta investigación es dar respuesta a los estudiantes sobre la utilidad que tiene aprender Geometría, pues es una inquietud que comúnmente expresan.

El estudio de la Geometría permite al alumno estar en interacción con relaciones que no solo son el espacio físico, sino un espacio contextualizado y, por lo tanto, en determinado momento, la validez de las conjeturas que haga sobre figuras geométricas ya no se comprobará empíricamente, sino que tendrán que apoyarse en razonamientos que obedecen a las reglas de argumentación en Matemáticas, en particular, la deducción de nuevas propiedades a partir de las que ya conocen (García y López 2008).

El campo de estudio de la Geometría es amplio y es fundamental para el desarrollo de diversas investigaciones en el campo científico, así como también, integra diferentes

aspectos de álgebra, trigonometría y cálculo. Cabe señalar que también es importante, pues tiene un alto impacto en el desarrollo de aptitudes y habilidades de los seres humanos, la OCDE (2003) establece que la capacidad individual para identificar y entender el papel que la matemática tiene en el mundo, permite hacer juicios fundamentados y usar e implicarse con la matemática en aquellos momentos en que se presenten necesidades en la vida de cada individuo constructivo, comprometido y reflexivo.

De acuerdo a lo anterior, podemos decir, que la razón para usar cualquier rama de la matemática no sólo es utilizarla y resolver problemas, sino también, desarrollar diferentes habilidades, como la comunicación e interpretación de distintos lenguajes.

La matemática y la Geometría están inmersas en el mundo social, impregnadas de sentido práctico, sustentadas con objetividad, rigor y veracidad, al mismo tiempo que despiertan la crítica, la creatividad y el ingenio. Por ello, se considera fundamental el uso de los conceptos propios de la matemática, con la finalidad de que todo ciudadano alcance, mediante estos conocimientos, el desarrollo de todas sus capacidades, tanto individuales, sociales, intelectuales, culturales y emocionales.

1.2 Teoría sociocultural de Vygotsky

El psicólogo ruso Lev Semiónovich Vygotsky realiza estudios diversos que hacen aportaciones importantes en el campo de la psicología y la educación, su contribución principal fue dar un enfoque general a la educación con una teoría de desarrollo psicológico.

De la teoría sociocultural de Vygotsky, se incluye el método genético; a través del cual enfatiza en el estudio del origen de los procesos psicológicos del individuo, la relación entre pensamiento y lenguaje, el uso de los instrumentos y signos como mediadores para la comprensión de los procesos sociales, la existencia del nivel de desarrollo real y el nivel potencial de las funciones mentales como indicadores para definir la zona de desarrollo próximo y las implicaciones educativas (Carrera y Mazzarella, 2001).

En el análisis de procesos psicológicos del ser humano Vygotsky (1979), define que es imprescindible intervenir mediante los métodos que denomina como, método genético-comparativo y método experimental-evolutivo. Para el desarrollo de sus investigaciones consideró cuatro aspectos a estudiar de los seres humanos; el desarrollo, las funciones psicológicas superiores, la conducta social y el desarrollo psicológico.

Para Vygotsky el lenguaje desempeña un papel aún más importante que la cognición, pues funciona como mecanismo para pensar y es una herramienta mental que permite desarrollar el pensamiento abstracto. Mediante el lenguaje es posible intercambiar información, esto facilita el aprendizaje y la construcción de procesos cognitivos.

En cuanto al uso de instrumentos y signos, Vygotsky creía que tanto la manipulación física como la interacción social son necesarias para el desarrollo del estudiante, se necesita de la manipulación y experiencia para que el ser humano sea capaz de explicar y construir su

propio conocimiento. El papel que desempeña el maestro es importante, ya que sus ideas influyen en lo que los alumnos aprenden.

Vygotsky (1979), señala que todo aprendizaje en la escuela siempre tiene una historia previa, todo niño ya ha tenido experiencias antes de entrar en la fase escolar, por tanto, aprendizaje y desarrollo están interrelacionados desde los primeros días de vida del niño.

Los dos niveles evolutivos que establece Vygotsky se refieren a las actividades que puede realizar un niño; el *real* es aquel donde el aprendizaje se da de manera independiente, y el *desarrollo potencial* en el que es posible realizar determinada actividad mediante la intervención de un individuo. Todo ser humano tiene una forma distinta de percibir las cosas, por lo tanto, su aprendizaje es diferente, a esto se le conoce como *zona de desarrollo próximo*.

En el caso del papel que debe tomar el alumno ante el proceso de enseñanza debe de ser activo, pues esto le permite al profesor distinguir e identificar lo que el alumno aprende. Para determinar el nivel de avance del alumno se debe considerar presentar información que siga propiciando su desarrollo, despierte su creatividad e imaginación, así como también, evitar pasar por alto el nivel alcanzado con material que tenga un grado mayor de dificultad, es por ello que como maestros se deben ajustar constantemente los métodos de enseñanza para adecuarlos al proceso aprendizaje de cada alumno.

Una forma de que los alumnos construyan su propio conocimiento es involucrarlos con un contexto actual, para relacionar los conocimientos previos con nuevos, que les permita una deducción de conceptos útiles para algunas aplicaciones.

1.3 Definición de problema

En la actualidad la enseñanza de la matemática basada en resolver problemas se ha desarrollado notablemente, debido a que diversos estudios muestran avances en el aprendizaje, puesto que no sólo se tiene la finalidad de enseñar conceptos matemáticos, sino también encontrar el sentido y de esta forma lograr la construcción de conocimientos matemáticos relacionados a un contexto real.

Lo más probable es que al hablar de lo que se entiende por problema de matemáticas no se esté hablando de la misma definición, ya que existe una amplia variedad en la investigación relacionada. A continuación, se presentan algunas definiciones planteadas por autores expertos en el tema, que permiten enriquecer la definición de problema, y que además fundamentaron las bases de este proyecto.

Una definición de problema, para Chi y Glaser (1986) desde un punto de vista con relación a la psicología, un problema es una situación en la que se intenta alcanzar un objetivo y se hace necesario encontrar un medio para conseguirlo.

También desde un enfoque psicológico, Newell y Simon (1972) encuentran que en un problema existe un estado inicial, determinado por la situación en la que se encuentra el sujeto en el momento de enfrentarse al mismo: conocimientos sobre el problema, actitudes, motivaciones, habilidades, etc.; un estado final, caracterizado por el objetivo o la meta que se precisa alcanzar, y un espacio del problema, formado por todas las posibles operaciones que deben realizarse para alcanzar el estado final.

De acuerdo con Puig (1993) señala que en educación matemática la noción de problema, se asocia al contenido de la tarea que significa hacer o construir algo, es decir, únicamente se considera al problema y se distingue a veces, de otro tipo de enunciados como los teoremas.

Schoenfeld (1985) afirma que un problema no es una propiedad inherente de una tarea matemática, ya que existe una relación entre el individuo y la tarea lo que hace ser un problema para esa persona, también señala que cuando un individuo tiene acceso a un esquema de solución para una tarea matemática, esa tarea es un ejercicio y no un problema.

En el mismo campo de conocimiento que Puig y Schoenfeld, también está la definición de Polya (1957) que resulta ser una de las más representativas, ya que divide a los problemas en los que se prueban; siendo el objetivo probar hipótesis y llegar a conclusiones, y problemas en los que se encuentra; donde se quiere encontrar la incógnita, los datos y la condición.

En 1998 Mesa definió que una situación problema es un espacio de interrogantes frente a los cuales el sujeto está convocado a responder. En el campo de las Matemáticas, una situación problema se interpreta como un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos, para plantear y resolver problemas de tipo matemático (Bedoya y Rúa, 2008).

Después de analizar las definiciones anteriores, es importante mencionar que la base de este trabajo se fundamenta en situaciones problemas y ejercicios, ya que se puede obtener múltiples ventajas; el enriquecimiento y las aportaciones en la enseñanza y el aprendizaje, pues permite en los alumnos la transición entre diferentes niveles cognitivos, la práctica de conceptos matemáticos y la contextualización de situaciones que despierten el interés y sentido crítico, entre otras.

En el diseño de las estrategias que se presentan en las actividades propuestas se contemplan las cinco categorías establecidas por Butts en 1980, las cuales marcan las diferencias entre ejercicio y problema, (Noda, J. Hernández y M. M. Socas, 2000):

- ***Ejercicios de reconocimiento:*** Resolver, reconocer o recordar una definición o proposición.

- ***Ejercicios de algoritmos:*** Ejercicios que pueden ser resueltos con un algoritmo, normalmente numérico.
- ***Problemas de aplicación:*** Problemas formulados en un enunciado concreto, normalmente escrito, que suponen utilizar algún algoritmo conocido.
- ***Problemas de investigación:*** Problemas cuyas proposiciones no contienen ninguna estrategia para representar el problema.
- ***Situación problema:*** Plantear situaciones que puedan requerir soluciones matemáticas.

De acuerdo con lo anterior es posible notar que existe una amplia variedad de definición de problema, se considera que todas son válidas para fines de esta investigación, ya que cada una permite enriquecer el diseño de una metodología de enseñanza basada en el diseño y resolución de problemas. El sentido de diseñar problemas es que se busca la renovación constante y diversificar los campos de conocimiento.

1.3.1 Planteamiento y resolución de problemas

La resolución de problemas está inmersa en todo lo que nos rodea y en cada momento, desde nuestros antepasados quienes buscaban explicarse la forma en que funciona el universo y todo lo que lo constituye, hasta la actualidad donde se busca dar respuesta para descubrir nuevas cosas, un ejemplo de ello es el avance tecnológico que tenemos en la actualidad que surge de dar solución a situaciones que tenemos cotidianamente, para tener una mejor calidad de vida, podemos decir que el encontrar respuestas tiene significado en la evolución y conocimiento. De acuerdo a Dewey (1933) y Polya (1945) esta consideración es heredera de una importante tradición, que ha distinguido distintas fases en el proceso de resolución de problemas.

Un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de los alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello (Polya, 1965).

La resolución de problemas como metodología para la enseñanza de la Geometría combina análisis, comprensión, razonamiento y aplicación de saberes a la realidad. A través de la solución de un problema y del uso de diferentes herramientas se busca que los alumnos construyan sus propios conocimientos, a la vez invitar al alumno de manera cordial a adentrarse en temas que sean interesantes.

Pajares, Sanz y Rico (2004) hacen énfasis en el marco teórico de PISA ya que establece tres fases que permiten distinguir las diferentes actividades a realizar en la resolución de problemas, a este proceso se le denomina matematización.

La primera fase se conoce como matematización horizontal, esta implica principalmente traducir los problemas desde el mundo real al matemático, las actividades que la sustentan son:

- Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema.
- Representar el problema de modo diferente.
- Comprender la relación entre lenguajes natural, simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer cuando otros problemas tienen la misma estructura.
- Traducir el problema a un modelo matemático.

Para pasar a la segunda fase se debe considerar que el problema ha sido traducido a una expresión matemática para que el alumno pueda utilizar los conceptos, herramientas y habilidades para resolver un problema, a esta fase se le conoce como matematización vertical y consiste en:

- Utilizar diferentes representaciones.
- Usar el lenguaje simbólico, formal, técnico y sus operaciones.
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos, combinar e integrar modelos.
- Argumentar y generalizar.

La tercera fase tiene como finalidad que los estudiantes interpreten los resultados de forma crítica y comprueben sus resultados por sí mismos. Algunos aspectos son:

- Entender la extensión y límites de los conceptos matemáticos.
- Reflexionar sobre los argumentos matemáticos, explicar y justificar los resultados.
- Comunicar el proceso y la solución.
- Criticar el modelo y sus límites.

Cabe mencionar que cada actividad de las fases anteriores es fundamental para el desarrollo de actividades que se llevan a cabo en el aula, deben estar presentes pues permiten el diseño de objetivos, así como también muestran resultados sobre las capacidades y habilidades de los alumnos.

La metodología de resolución de problemas se concreta en establecer capacidades y habilidades específicas que ayudan a modular los objetivos, a establecer tareas escolares, y caracterizar las propuestas de trabajo y las evaluaciones. Las capacidades y habilidades puestas en juego muestran que una persona es competente en matemáticas, son expresión de su competencia matemática. Los objetivos de aprendizaje expresan de manera concreta las habilidades que se necesitan para un determinado tema y en un determinado momento, como lo mencionan Pajares, Sanz y Rico, (2004).

En cuanto a la formulación de problemas debemos tener presente que la interpretación y resolución se debe de dar en un proceso claro, que no produzca confusión en los alumnos, ya que esto puede ocasionar frustración. La creatividad debe ser una cualidad que no debe faltar en la invención de problemas pues crea un ambiente propicio para motivar a que los alumnos se interesen por saber el significado de los conceptos matemáticos, además de tener la ventaja de ser una herramienta útil en situaciones que se presenten cotidianamente.

Los problemas deben ser sencillos, claros y precisos en lo que se quiere obtener, así como también pertenecer a diferentes áreas de conocimiento, para que el alumno pueda crear, interpretar, representar y expresar distintos tipos de información, útil para ampliar el conocimiento sobre situaciones que están a su alrededor.

1.4 Actividades lúdicas

Al retomar las primeras experiencias que se tienen cuando se presenta la enseñanza en los seres humanos se sabe que se requiere de ayuda para ser orientado y realizar casi toda actividad, los intereses del aprendizaje que se presentan en la infancia son principalmente, sensoriales, motores y lingüísticos.

Las actividades lúdicas sirven para desarrollar la imaginación, observación, atención y ejercita la memoria, estos aspectos son considerados importantes en la etapa del preescolar para el desarrollo de habilidades de los niños.

En un nivel posterior se busca desarrollar el pensamiento intelectual y abstracto, las habilidades se afinan y el grado de dificultad es mayor.

En la infancia es notorio que los juegos sean las principales actividades en motivar el interés por el aprendizaje, pues facilita recordar experiencias. Un niño aprende también por imitación y se debe tomar en cuenta, con la finalidad de orientarlo de la manera correcta. Todo lo que se aprende sirve para comprender nuevos conocimientos, tomar decisiones y para desarrollar las capacidades imaginativas y creativas.

Los beneficios que se obtienen al integrar actividades lúdicas en la enseñanza de la Geometría son diversos, por ejemplo, al involucrar el aprendiz con la manipulación de material se desarrolla su creatividad, está motivado por aprender y por aplicar lo que aprende. Como profesores, nos permite conocer a nuestros alumnos y construir un ambiente agradable en el aula de clases.

Los objetivos que se han considerado para el diseño de las estrategias son: la observación, comparación, expresión y traducción del lenguaje matemático, análisis, deducción y argumentación. En cada actividad se buscó abordar los temas mediante actividades lúdicas, esto con la finalidad de hacer una clase dinámica, diferente a una clase tradicional,

estas toman el papel de recursos que motivan y preparan un campo adecuado para que se pueda dar el aprendizaje.

En la actualidad existe un rechazo al aprendizaje de la matemática, pues la materia se considera como difícil y aburrida, el reto es encontrar la forma de cambiar esa perspectiva que aqueja desde hace tiempo.

1.5 Modelo de Van Hiele

El modelo de Van Hiele es una teoría de enseñanza y aprendizaje, diseñada por un matrimonio holandés, Dina Van Hiele-Geldof y Pierre van Hiele, esta teoría establece que el razonamiento en la Geometría se desarrolla a través de una secuencia de cinco niveles de pensamiento, cada nivel refleja un refinamiento de los procesos de razonamiento anteriores y se caracterizan por un lenguaje particular, símbolos y métodos de inferencia, las características generales son:

- El alumno solo puede comprender realmente aquellos contenidos que el docente le presenta de manera adecuada a su razonamiento.
- Presentar una relación matemática cuando puede ser expresada de una manera comprensible para el nivel de razonamiento del alumno.
- El razonamiento es producto de la experiencia propia, no es posible enseñar a razonar de una determinada forma, pero sí es posible orientar para desarrollar la experiencia necesaria para razonar.
- El centro de atención del modelo es la comprensión de conceptos y el desarrollo de las formas de razonamiento.

Antes de señalar los niveles concretos, es importante mencionar algunas ideas referentes a los estudiantes, basadas en la experiencia y trabajo con ellos. Existen dos elementos fundamentales en el aprendizaje de la Geometría, el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos. Lo primero implica el conocimiento previo y lo segundo el impacto que puede tener cada temática en los estudiantes.

Durante los años que he impartido clases de Matemáticas he observado al inicio del ciclo escolar las diferentes dificultades que presentan los alumnos que ingresan, en el transcurso del semestre es muy común que el ritmo de comprensión en ellos sea diferente, es por ello, que considero que el eje conductor de una planeación debe tomar en cuenta estos aspectos y apoyarse en los diferentes niveles de razonamiento.

Enseñar Geometría tiene un alto grado de dificultad, pues te enfrentas constantemente a nuevos retos, ya que es común notar el rechazo hacia la asignatura por parte de los alumnos. En el ámbito de la enseñanza de la Geometría Pierre Marie Van Hiele, (1986), comparte su experiencia:

Cuando empecé mi carrera como profesor de Matemáticas, pronto me di cuenta de que era una profesión difícil. Había partes de la materia en cuestión que yo podía explicar y explicar, y aun así los alumnos no lo entendían. Podía ver que ellos lo intentaban realmente, pero no tenían éxito. Especialmente al comienzo de la Geometría, cuando había que demostrar cosas muy simples, podía ver que ellos daban el máximo de sí, pero la materia parecía demasiado difícil. De pronto parecía que comprendían la materia en cuestión, podían hablar de ella con bastante sentido y a menudo decían: No es tan difícil, pero: ¿Por qué nos la explicó usted de forma tan complicada? En los años que siguieron cambie mi explicación muchas veces, pero las dificultades se mantenían. Parecía como si siempre estuviera hablando en una lengua distinta. Y considerando esta idea descubrí la solución, los diferentes niveles del pensamiento.

Los niveles de razonamiento según van Hiele y su esposa son:

Nivel Holístico

Los alumnos:

- Usan atributos irrelevantes para reconocer las propiedades de las figuras, para comparar, ordenar, describir o identificar.
- Se refieren a imágenes visuales para caracterizar y describir físicamente las figuras geométricas.
- Utilizan vocabulario geométrico y cuando carecen de éste se apoyan de un lenguaje impreciso.

- Identifican las propiedades de las figuras, pero muestran dificultad para hacer generalizaciones.

Nivel Analítico

Los alumnos:

- Describen, identifican y caracterizan figuras con base en las propiedades de las formas, utilizando un lenguaje apropiado.
- Deducen propiedades generales a partir de la experimentación.
- Perciben las propiedades como elementos aislados y sin relación.
- La demostración matemática puede ser explícitamente mal entendida y no apreciada.

Nivel Abstracto

Los alumnos:

- Desarrollan la capacidad de razonamiento matemático al utilizar definiciones completas que pueden ser modificadas o utilizadas de forma equivalente.
- Formulan deducciones de pocos pasos, sus argumentos son breves y correctos basados en la lógica natural y comienzan a desarrollar un razonamiento lógico formal.
- Usan las representaciones gráficas de las figuras como forma de verificación de las deducciones más que como un medio para realizarlas.
- Las inclusiones de clase entre los tipos de formas son entonces comprendidas y aplicadas. Además, las declaraciones se utilizan explícitamente en el razonamiento sobre las formas.
- Son capaces de aplicar axiomas (postulados) o teoremas específicos sin comprender realmente la distinción lógica entre ellos.

Nivel Deductivo

Los alumnos:

- Comprenden la estructura matemática de la Geometría y los razonamientos lógicos formales.
- Realizan conjeturas e intentan verificarlas deductivamente.
- Son capaces de razonar matemáticamente dentro de un sistema matemático particular, comprenden la estructura axiomática de la matemática.

Nivel Riguroso

Los alumnos:

- Aprecian la investigación de varios sistemas de axiomas y sistemas lógicos y también son capaces de razonar de la manera más rigurosa dentro de varios sistemas.
- Son capaces de prescindir de cualquier soporte concreto para desarrollar la actividad matemática.

Los niveles mencionados anteriormente son compatibles, es decir, se relacionan entre sí, y no pueden considerarse de manera independiente.

Hoffer (1990) advierte que debemos evitar etiquetar a las personas por los niveles, el modelo de Van Hiele proporciona un marco para secuenciar actividades de Geometría y de otras disciplinas, cuyo objetivo implícito es permitir que los estudiantes pasen discretamente de un nivel a otro.

Dado que el razonamiento en el nivel deductivo es una meta tradicional de la Geometría del nivel medio superior, los maestros pueden guiar a sus estudiantes de manera constante hacia ella a través de actividades cuidadosamente secuenciadas, se debe considerar que el paso de un nivel a otro se produce de forma continua y el razonamiento corresponde a una etapa de un proceso de desarrollo.

1.5.1 Fases de Aprendizaje

El modelo de Van Hiele muestra sugerencias para que a través de las *Fases de Aprendizaje* el profesor pueda orientar a los alumnos en su progreso.

Fase 1: Información

Se introducen nuevos conceptos a través de un diálogo guiado entre el docente y los alumnos. El trabajo del profesor es arduo, porque es necesario conocer el vocabulario de los estudiantes y sus interpretaciones, mediante estrategias diseñadas que permitan familiarizarse e integrar nuevos conceptos.

Fase 2: Orientación dirigida

Los estudiantes se familiarizan con las características de los nuevos conceptos a través de actividades directas cortas y problemas que faciliten la comprensión de los conceptos y las propiedades. El alumno debe tener claridad de los objetivos de las actividades que realice, para que distinga el nivel de razonamiento en el que se encuentra.

Fase 3: Explicación

Los estudiantes intercambian sus experiencias, comentan lo realizado y justifican sus puntos de vista. La finalidad de que expresen sus opiniones es que incorporen el vocabulario específico.

Fase 4: Orientación libre

Se proponen nuevas actividades que permitan variadas formas de solución para desafiar a los alumnos y fomentar el intercambio de ideas entre ellos. Debe ser amplio el campo de estudio y abarcar varios conceptos que permitan descubrir nuevas relaciones.

Fase 5: Integración

Los estudiantes refinan sus habilidades, realizan análisis de los nuevos conceptos y relaciones encontradas. Se aclaran dudas y se compara entre los conocimientos anteriores y los nuevos.

Al realizar las cuatro primeras fases de aprendizaje es posible observar que las actividades están diseñadas para que se considere a los alumnos como el centro en la enseñanza y el aprendizaje, el papel del profesor se hace más notable en la fase cinco donde realiza una explicación directa y ayuda a los estudiantes a refinar e internalizar los conceptos y procedimientos que están estudiando.

La aplicación de las fases de aprendizaje en una o varias sesiones pueden ser adaptadas de acuerdo a las necesidades de los estudiantes. Es necesaria la revisión de cada fase para apreciar los aprendizajes del alumno.

A manera de resumen, las metas que se plantean tienen la finalidad de lograr que los alumnos:

- Interpreten lo que el docente propone.
- Comprenda la información proporcionada.
- Formule y compruebe conjeturas acerca de los conceptos que está aprendiendo.
- Relacione conocimientos previos con nuevos.
- Diseñe estrategias que justifiquen sus conjeturas y le permitan confirmarlas o refutarlas.
- Realice síntesis e incorpore la información.
- Explique los resultados de sus hallazgos y muestre la construcción de su propio aprendizaje

1.6 Evaluación

Para distinguir los logros alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje, existe un elemento que es importante considerar; evaluar los aprendizajes de los alumnos y la enseñanza que realizan los docentes, ambas actividades son indicadores que dan paso a la reflexión y mejora continua.

Cuando se habla de evaluación es posible ver la variedad en la interpretación de lo que implica este proceso. El término tiene múltiples significados: verificar, medir, valorar, comprender, aprehender, conocer, juzgar, comparar, posicionar, expresar, por mencionar algunos. Algunos profesores pueden considerar que la evaluación se limita al proceso de resolver un examen, sin embargo, toma sentido al considerar otros elementos. Una definición que da claridad en el significado de evaluación es planteada por Casanova (1995):

La evaluación aplicada a la enseñanza y el aprendizaje consiste en un proceso sistemático y riguroso de recogida de datos, incorporado al proceso educativo desde su comienzo, de manera que sea posible disponer de información continua y significativa para conocer la situación, formar juicios de valor con respecto a ella y tomar decisiones adecuadas para proseguir la actividad educativa mejorándola progresivamente.

José Fernández Tejada (1999) realiza una exhaustiva presentación de la evolución histórica del concepto de evaluación, luego de la cual sintetiza los diversos aportes teóricos y conceptualiza la evaluación como (Elola, Zanelli, Olivia y Toranzos, 2010):

- Un proceso sistemático de recogida de información.
- Implica un juicio de valor.
- Orientada hacia la toma de decisiones.

Para Elola, Zanelli, Olivia y Toranzos (2010) las finalidades de la evaluación constituyen un propósito que impulsa un proceso de evaluación, estas son:

1. Finalidad pronóstica

Ubica su ámbito de influencia en la generación de información anticipatoria y explicativa sobre los fenómenos educativos que constituyen el objeto de evaluación.

2. Finalidad formativa y diagnóstica

Centra sus acciones en los componentes vinculados con la producción de información que orientará las decisiones que cada uno de los actores involucrados deberá tomar.

3. Finalidad de certificación y acreditación

Enfatiza las consecuencias que los resultados de la evaluación tienen para el individuo, los grupos o instituciones que son evaluadas.

De acuerdo con lo anterior, la evaluación debe ser un proceso continuo, que revele información con respecto al aprendizaje del estudiante, debe ser útil para retroalimentar, mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como también para dar información sobre el desempeño mismo del profesor y de las actividades de enseñanza propuestas.

Existen distintos momentos en los que es posible aplicar una evaluación diferente, de acuerdo con Tejada Fernández (1999) que lo sintetiza de la siguiente manera:

Tabla 1. Finalidad y momento de evaluación.

Finalidad	Momento	Objetivos	Decisiones por tomar
Diagnóstica	Inicial	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar las características de los participantes (intereses, necesidades, expectativas). - Identificar las características del contexto (posibilidades, limitaciones, necesidades, etcétera). - Valorar la pertinencia, adecuación y viabilidad del programa. 	<ul style="list-style-type: none"> - Admisión, orientación, establecimiento de grupos de trabajo. - Adaptación, ajuste e implementación del programa.
Formativa	Continuo	<ul style="list-style-type: none"> - Mejorar las posibilidades personales de los participantes. - Informar sobre su evolución y progreso. - Identificar los aspectos críticos en el desarrollo del programa. - Optimizar el programa en su desarrollo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Adaptación de las actividades de enseñanza y de aprendizaje (tiempos, recursos, motivación, estrategias, rol docente, etcétera).
Sumativa	Final	<ul style="list-style-type: none"> - Valorar la consecución de los objetivos, así como los cambios producidos, previstos o no. - Verificar la valía de un programa de cara a satisfacer las necesidades previstas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Promoción, certificación, reconsideración de los participantes. - Aceptación o rechazo del programa.

Extraída de Tejada Fernández, José, (1997).

En este ámbito la OCDE (2006), en su programa de evaluación PISA, adopta un planteamiento amplio de la evaluación del conocimiento y las habilidades, basado en el

1.6 Evaluación

uso del conocimiento en actividades y retos cotidianos que reflejan la capacidad de los estudiantes para aplicar lo que aprendieron en la escuela en diferentes contextos, durante toda su vida.

Las finalidades principales de la evaluación PISA destacan el desarrollo de competencias matemáticas, la utilidad del conocimiento, la potencialidad para dar respuesta a problemas y situaciones, así como también el desarrollo de los individuos de forma cotidiana, social y técnico.

Para el diseño de instrumentos de evaluación, es importante considerar una guía que permita distinguir los aspectos a evaluar:

- La finalidad a la cual se pretende llegar.
- El contenido matemático que se debe utilizar para resolver el problema.
- Las características del problema y el contexto en el que se ubica.
- Las habilidades que se utilizan para conectar el problema y la solución.

De acuerdo con el proyecto PISA/OCDE se consideran tres niveles cognitivos, con base en estos se plantean diferentes tareas, y a su vez, cada tarea planteada considera diferentes grados de complejidad (OCDE, 2004):

- Primera clase: Reproducción y procedimientos rutinarios.
- Segunda clase: Conexiones e integración para resolver problemas estándar.
- Tercera clase: Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Los indicadores para las tareas que se incluyen en cada una de las categorías se resumen en la tabla 2.

Tabla 2. Indicadores que caracterizan las tareas según su categoría.

REPRODUCCIÓN	CONEXIÓN	REFLEXIÓN
<ul style="list-style-type: none"> - Contextos familiares. - Conocimientos ya practicados. - Aplicación de algoritmos estándar. - Realización de operaciones sencillas. - Uso de fórmulas elementales. 	<ul style="list-style-type: none"> - Contextos menos familiares. - Interpretar y explicar. - Manejar y relacionar diferentes sistemas de representación. - Seleccionar y usar estrategias de resolución de problemas no rutinarios. 	<ul style="list-style-type: none"> - Tareas que requieren comprensión y reflexión. - Creatividad. - Ejemplificación y uso de conceptos. - Relacionar conocimientos para resolver problemas complejos. - Generalizar y justificar resultados obtenidos.

El aspecto principal considerado en el proceso de la enseñanza no debe limitarse a comprobar que un alumno ha aprendido con un examen final, ya que esto solamente es muestra de cierta memorización, más bien, debe ampliarse la manera en que un alumno pueda resolver diferentes situaciones, tanto de su entorno como aquellas que son ajenas, pues esto ayuda a ampliar su conocimiento y dominio de diferentes habilidades.

La didáctica de la matemática estudia los procesos de transmisión y adquisición de diferentes contenidos de esta ciencia, se propone describir y explicar los fenómenos relativos a las relaciones entre su enseñanza y aprendizaje.

Roland Charnay, en su capítulo “Aprender la resolución de problemas”, a partir de la definición del sentido de un conocimiento matemático, objetivo esencial de la enseñanza, describe tres modelos de aprendizaje: normativo (centrado en el contenido), incitativo (centrado en el alumno), y aproximativo (centrado en la construcción del saber por el alumno). El estudio de estos modelos provee una buena herramienta de análisis de las situaciones de clase y de reflexión para los docentes (Parra y Saiz, comps. 1994).

II. Metodología Propuesta

2.1 Características Generales

La presente propuesta tiene como objetivo principal contribuir en el enriquecimiento de herramientas que ayuden a mejorar la enseñanza en el aula, consiste en el diseño de una serie de actividades para abordar algunos temas de Geometría en el nivel medio superior.

Para seguir una guía en la temática y ubicar en los semestres en los que tiene impacto el conocimiento de la Geometría del triángulo se utilizaron los Programas de Estudios del Colegio de Ciencias y Humanidades, así mismo, la aplicación de las pruebas se realizaron en el Colegio de Ciencias y Humanidades, con la finalidad de que existiera congruencia entre el programa de estudios y el sistema educativo, sin embargo, se revisaron programas de estudio de distintos sistemas de nivel medio superior y se encontró que existe similitud entre las temáticas, por lo que se considera que se pueden adaptar y utilizar en diferentes sistemas.

La motivación principal en la elección de temas para el desarrollo de actividades, es que de acuerdo a la experiencia profesional los alumnos muestran dificultad en la abstracción de conceptos geométricos, que de manera general se trabajan a partir del segundo semestre de bachillerato, esto tiene impacto en el siguiente semestre, pues al no tener bases firmes en Geometría Euclidiana se vuelve un obstáculo para el aprendizaje de la Geometría Analítica.

Otra razón que se consideró, es la importancia de buscar que los estudiantes transiten entre diferentes niveles de razonamiento. Para esto se realizó un análisis crítico sobre las propuestas de enseñanza vigentes y se dio prioridad a aquellas que muestran que los alumnos conceptualizan a través de situaciones donde se cuestionan para formular sus propias ideas y aproximarse progresivamente a la comprensión de conceptos.

Para el resultado final obtenido en esta investigación se analizó el impacto que tiene el estudio de los diferentes temas seleccionados en el estudio de la Matemática durante el tránsito en el bachillerato.

La primera etapa de este proyecto consistió en el diseño de una propuesta de enseñanza tradicional que se aplicó a un grupo piloto, con la finalidad de distinguir las dificultades que se presentan en el tema y trabajar sobre ellas, así como también, para tener un punto de comparación con la aplicación de propuestas. La segunda etapa consistió en la aplicación de las propuestas diseñadas con base en los datos obtenidos del grupo piloto, cabe mencionar que en cada sesión se consideró abordar un tema e incluir actividades lúdicas, planteamiento y resolución de problemas y evaluación formativa.

2.2 Población

Las pruebas del proyecto se realizaron en el Colegio de Ciencias y Humanidades Sur en el turno matutino, se solicitó a un profesor dos grupos; el primer grupo (230-A) sirvió para detectar los puntos importantes que se debían considerar en el diseño de las sesiones que se proponía abordar, en el segundo grupo (229-A) se realizó una aplicación preliminar de la propuesta.

Los grupos 229-A y 230-A se consideraron como grupos piloto, debido a que contribuyeron de manera importante para el diseño y mejora de la propuesta. De manera general, el grupo 230-A mostraba algunas dificultades en los conceptos básicos de Álgebra, pero al desarrollar algunas actividades lúdicas mostraron afinidad y gusto por estas, en el grupo 229-A se observó el agrado por el desarrollo algebraico y mostraban un dominio básico de la asignatura.

Para la aplicación de la versión final se solicitó el grupo 233-B al mismo profesor, al cual se le designó el nombre de grupo práctica. Este grupo presentaba características particulares, ya que cursaba la materia de Matemáticas II (Geometría) con una profesora con la que tuvieron problemas pues se les dificultó adaptarse a su método de enseñanza, por este motivo solicitaron un nuevo profesor. El profesor a cargo indicó de inicio que era un reto trabajar con el grupo 233-B, ya que se había presentado la situación mencionada anteriormente, además mostraban claras deficiencias de conceptos básicos de Matemáticas I, tales como la resolución de ecuaciones de primer grado, la aplicación adecuada de las leyes de los signos de suma y producto, jerarquía de operaciones y suma de términos semejantes en polinomios, dicha información se consideró cuidadosamente para el diseño de las planeaciones y las intervenciones didácticas realizadas.

Cada uno de los grupos piloto tenían una población de 26 alumnos, el grupo práctica estaba conformado por 18 alumnos, la población de estudiantes tenía entre 15 y 17 años.

Los grupos se solicitaron en el semestre 2018-2, lo cual contribuyó de manera positiva, ya que durante ese semestre se impartía la asignatura de Matemáticas II, en el cual se abordan temas referentes a Geometría Euclidiana.

2.3 Estructura de las Estrategias Didácticas

Las planeaciones realizadas se diseñaron para aplicarlas en cuatro sesiones de dos horas cada una, también se requirió de dos sesiones adicionales; la primera sesión para aplicar una prueba diagnóstica que permitió dar un preámbulo de lo que los alumnos conocen y lo que desconocen sobre el tema, así mismo la última sesión, en donde se realizó una evaluación que sirvió para dar cuenta de los aprendizajes obtenidos por los alumnos.

En cada sesión se consideró el diseño de diferentes actividades, se integró la parte lúdica para abordar los conceptos geométricos, ya que mediante la manipulación de material didáctico es posible la conexión de lo tangible con el proceso mental, también con la finalidad de fomentar la motivación en los alumnos. Se consideró el planteamiento y la resolución de problemas contextualizados con la finalidad de dar significado a las operaciones realizadas en cada temática, en este sentido, se hace énfasis en la utilidad y pertinencia que los alumnos encuentran en la asignatura.

En el diseño de la estructura de cada sesión se consideró un inicio, desarrollo y cierre. En el inicio se estableció un objetivo acorde a la temática y logros esperados, aquí también se buscó indagar en los conocimientos previos que tenían los alumnos, el desarrollo comprendió las actividades lúdicas y la resolución de problemas, finalmente para el cierre se consideró que los estudiantes expresaran de diferentes formas lo que se aprendió en cada clase, esto sirvió como registro de una evaluación formativa y continúa.

Como parte fundamental del diseño de cada intervención didáctica se consideraron las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele para diseñar progresivamente las actividades y con el propósito de transitar por los distintos niveles de razonamiento geométrico.

En la primera fase de información se involucró en el tema a los alumnos motivándolos con diferentes actividades, aquí se consideró la importancia y necesidad de conocer a los alumnos, ya que esto permite saber sobre sus intereses y crea un ambiente de confianza.

En la segunda fase se construye el andamiaje necesario para que los alumnos comprendan y se apropien de las herramientas necesarias que le servirán para avanzar al siguiente nivel de aprendizaje.

En la tercera fase se busca que los alumnos expliquen e intercambien con sus compañeros sus opiniones, para que contrasten sus conocimientos previos con los nuevos y justifiquen sus respuestas con diferentes herramientas.

En la cuarta fase se pretende que el alumno ponga a prueba sus habilidades con problemas que encuentre interesantes, que no sean ajenos a su entorno y los desafíe a lograr nuevos aprendizajes.

En la última fase se tiene como objetivo aclarar dudas y refinar las habilidades, así como también se trabaja la generalización de los temas consensuadamente.

Cada una de las fases anteriores toma sentido pues tienen relación entre ellas y pueden llevarse a cabo de manera ordenada o pueden adaptarse de acuerdo a lo que los alumnos demanden. Cabe mencionar que en cada sesión se integró una actividad extra clase para reforzar los temas, dicha actividad consistía en la resolución de problemas contextualizados, en distintos campos de estudio, como la medicina, la física y el cálculo de distancias inaccesible, así como el uso de diferente software como GeoGebra para comprobar resultados obtenidos y visualizar de manera dinámica ciertos procesos.

2.3.1 Diseño de objetivos de las estrategias didácticas

Se consideró que para iniciar cada tema es fundamental asegurar que el alumno comprenda el objetivo, ya que esto permite orientar al alumno con respecto a lo que se pretende lograr con las diferentes actividades propuestas.

En el inicio de cada sesión se diseñaron los objetivos con base en la Taxonomía de Bloom revisada por Anderson y Krathwohl (2001) como se muestra en la Tabla 3, en la cual se clasifican los procesos cognitivos de acuerdo a su grado de complejidad de menor a mayor, esto sirvió para trazar un plan que considerara el orden de cada actividad de acuerdo su dificultad para relacionar de forma consistente los objetivos de cada sesión.

Tabla 3. Revisión de la Taxonomía de Bloom (Anderson y Krathwohl, 2001).

Categoría	Recordar	Comprender	Aplicar	Analizar	Evaluar	Crear
Descripción	Reconocer y traer a la memoria información relevante de la memoria a largo plazo.	Habilidad de construir significado a partir de material educativo, como la resolución de problemas o las explicaciones del docente.	Aplicación de un proceso aprendido, ya sea en una situación familiar o un tema nuevo.	Descomponer el conocimiento en sus partes y pensar en cómo estas se relacionan con su estructura global.	Justificar, presentar y defender opiniones realizando juicios sobre la información, la validez de ideas o la calidad de un trabajo, basándose en una serie de	Cambiar o crear algo nuevo. Recopilar información de una manera diferente, combinando sus elementos en un modelo nuevo o
Verbos indicadores de procesos cognitivos	Reconocer Recordar Listar Describir Recuperar Denominar Localizar	Interpretar Ejemplificar Clasificar Resumir Inferir Comparar explicar Parafrasear	Ejecutar Implementar Desempeñar Usar	Diferenciar Organizar Atribuir Comparar Construir Delinear Estructurar Integrar	Comprobar Criticar Revisar Formular Hipótesis Experimentar Juzgar probar Detectar	Generar Planear Producir Diseñar Construir Idear Trazar Elaborar

Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/TaxonomiaBloomDigital>

Para la redacción de objetivos se utilizaron los verbos indicadores de procesos cognitivos, y se consideró dar importancia y hacer énfasis en la presentación de cada uno de ellos ante grupo, puesto que esto permite ubicar a los estudiantes en el propósito de las actividades, además les da un panorama general de las actividades que se realizarán y la justificación correspondiente.

2.3.2 Evaluación para los aprendizajes

En el proceso de evaluación se indicó tanto a los alumnos de los grupos piloto como a los alumnos del grupo práctica que cada actividad realizada se consideraría por el profesor a cargo y tendrían el valor equivalente a sus actividades realizadas con él. Para cada sesión se proporcionó a todos los estudiantes un juego de copias que permitió llevar su propio registro de actividades de forma individual, trabajar de esta forma permitió maximizar el tiempo.

El proceso de evaluación se consideró muy valioso, por una parte, contribuyó en la formación continua de los alumnos y también proporciona un registro constante de actividades que permiten inspeccionar el proceso de aprendizaje que muestran.

Para los grupos piloto se diseñó una actividad diagnóstica (Anexo A), que permitió identificar los temas en los que se presentaba mayor dificultad, así como también permitió diseñar una estrategia de evaluación diagnóstica diferente para el grupo práctica, en la cual se consideró realizar la valoración en cada sesión para tener un registro más detallado de conocimiento previo y posterior a la actividad realizada.

Los registros de cada actividad se muestran en los anexos B.1, C.1, D.1 y E.1 que se mencionan como hojas de trabajo para los alumnos, para el inicio de cada intervención se tomó en cuenta realizar la evaluación diagnóstica, para poder identificar las características del contexto de la población. Para el desarrollo de cada sesión se proponen actividades que consideran una evaluación

formativa, donde la idea principal es identificar el progreso y evolución, e identificar las dificultades posibles para actuar de manera inmediata.

Se aplicó la misma evaluación (Anexo F) para los grupos piloto y práctica, con la finalidad de valorar los cambios obtenidos en el aprendizaje, comparar los resultados obtenidos y observar el impacto de la propuesta establecida.

III. Resultados

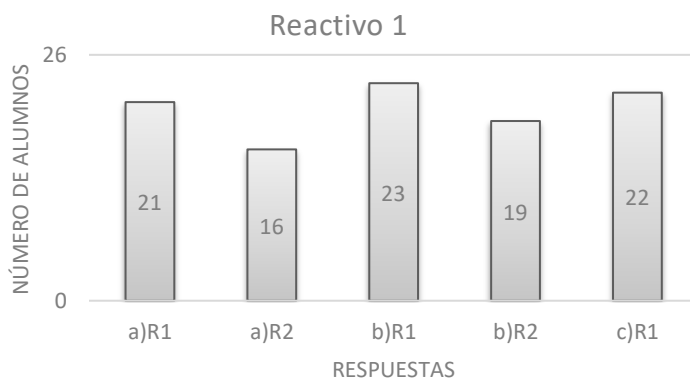
3.1 Resultados del Grupo Piloto

Se elaboró una evaluación diagnóstica⁸ de opción múltiple con el objetivo de detectar los temas de mayor dificultad para los alumnos, después se analizó cada reactivo. Uno de los objetivos principales del desarrollo de esta tesis es mostrar el resultado final obtenido a partir de la implementación de todas las actividades, es por ello que se muestran los resultados de un grupo piloto y nos enfocamos en el análisis de los resultados del grupo práctica. Para la selección del grupo piloto se consideró al grupo 229-A, debido a que la asistencia de los integrantes del grupo 230-A no fue constante.

Se consideraron características de conocimiento para las diferentes preguntas, a continuación, se muestra cada reactivo y los resultados globales del grupo.

Las preguntas del reactivo 1 permitieron observar que el alumno:

- a) R1: distingue que un triángulo isósceles tiene dos lados iguales y uno desigual.
- a) R2: distingue que un triángulo isósceles tiene dos ángulos iguales y uno desigual.
- b) R1: distingue que un triángulo equilátero tiene tres lados iguales.
- b) R2: distingue que un triángulo equilátero tiene tres ángulos iguales.
- c) R1: distingue que un triángulo escaleno tiene tres lados desiguales.



Gráfica 3. Análisis del reactivo 1.

⁸ Anexo A realizado con base en los temas de Geometría del triángulo de la EMS.

Las preguntas del reactivo 2 permitieron observar que el alumno:

- a) R1: distingue que un triángulo acutángulo tiene tres ángulos agudos.
- b) R1: distingue que un triángulo obtusángulo tiene un ángulo obtuso.
- c) R1: distingue que un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto.



Gráfica 4. Análisis del reactivo 2.

Las preguntas del reactivo 3 permitieron observar que el alumno:

- a) R1: muestra que midió ángulos.
- a) R2: distingue los dos triángulos isósceles.



Gráfica 5. Análisis del reactivo 3.

Las preguntas del reactivo 4 permitieron observar que el alumno:

R1: sabe que la suma interna de ángulos en todo triángulo es igual a 180° .

R2: distingue que todo triángulo equilátero es a la vez acutángulo.

R3: distingue que todo triángulo obtusángulo no es isósceles.

R4: distingue que algunos triángulos rectángulos pueden ser escalenos.

R5: distingue que todos los triángulos rectángulos no son obtusángulos.

R6: distingue que un triángulo isósceles no siempre es acutángulo.

R7: distingue que todos los triángulos tienen tres lados.

R8: distingue que algunos triángulos rectángulos son isósceles.



Gráfica 6. Análisis del reactivo 4.

Las preguntas del reactivo 5 permitieron distinguir que el alumno:

R1: distingue las características de un triángulo escaleno.



Gráfica 7. Análisis del reactivo 5.

Las preguntas del reactivo 6 permitieron distinguir que el alumno:

R1: sabe la propiedad de que la suma de dos ángulos internos de todo triángulo es igual al ángulo exterior no adyacente.



Gráfica 8. Análisis del reactivo 6.

Las preguntas del reactivo 7 permitieron observar que el alumno:

R1: distingue que un triángulo isósceles debe tener dos lados iguales.

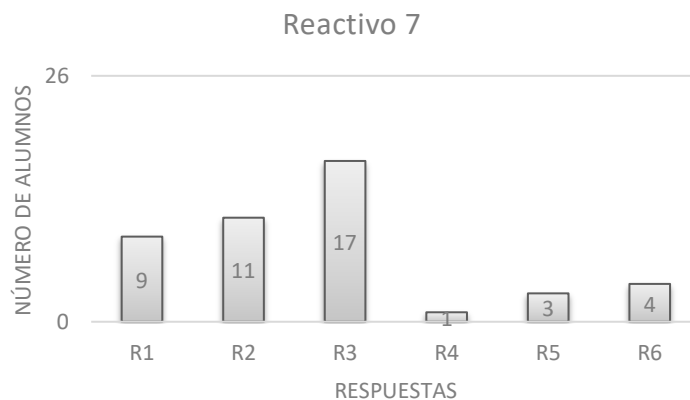
R2: distingue las características de un triángulo acutángulo.

R3: distingue las características de un triángulo equilátero.

R4: distingue que en un triángulo rectángulo la hipotenusa debe ser la de mayor valor.

R5: distingue que en un triángulo obtusángulo al ángulo mayor se relaciona con el lado opuesto y que es de mayor valor.

R6: distingue que para construir un triángulo la suma de dos lados debe ser mayor a la del tercero.



Gráfica 9. Análisis del reactivo 7.

De lo anterior se puede observar que los cuatro primeros reactivos referentes a los principales conceptos de Geometría plana son familiares para la mayoría de alumnos. A partir del cuarto reactivo es posible deducir que las propiedades particulares de algunos triángulos no son del conocimiento y dominio absoluto de los estudiantes. La prueba diagnóstica permitió dar cuenta de las dificultades que los alumnos presentan ante la visualización geométrica de objetos.

Las actividades que se realizaron con el grupo piloto se trabajaron de manera tradicional, con la finalidad de detectar las dificultades más comunes, esto sirvió para el diseño de las planeaciones y estrategias que se muestra en los anexos B, C, D y E. Al finalizar las sesiones se realizó una evaluación (Anexo F), que permitió observar de manera preliminar el impacto que tuvo la aplicación de un método tradicional con respecto a los temas.

Tabla 4. Registro de calificaciones de actividades para el grupo piloto.

Alumnos	Actividades					Examen
	# 1	# 2	# 3	# 4	Promedio	
1	10	10	10	10	10	4.5
2	10	10	10	10	10	8.5
3	10	10	10	-	7.5	1.0
4	10	10	10	10	10	8.5
5	10	-	-	-	2.5	3.5
6	10	10	10	-	7	3.5
7	-	-	-	-	0	1.0
8	10	-	-	-	2.5	5.0
9	10	-	-	-	2.5	5.5
10	10	10	10	10.00	10	5.0
11	10	10	10	-	7.5	5.0
12	10	10	10	9.00	9.7	4.5
13	10	10	10	9.00	9.7	2.5
14	10	10	10	5.00	8.7	5.0
15	10	10	10	-	7.5	3.0
16	10	10	10	10.00	10	7.5
17	10	10	10	5.00	8.7	4.5
18	-	-	-	-	0	4.0
19	-	-	-	-	0	3.5
20	10	-	-	8.00	4.5	3.0
21	8	-	10	9.00	6.7	5.0
22	10	10	10	10.00	10	4.5
23	10	10	10	10.00	10	5.5
24	10	10	10	8.00	9.5	2.5
25	-	-	-	-	0	1.0
26	-	-	-	-	0	4.0

En la tabla 4 se muestra el registro de actividades realizadas durante las sesiones solicitadas, y para llevarlo a cabo se solicitaba a los alumnos que registraran la actividad en su libreta. También se muestran los resultados obtenidos en la evaluación final aplicada. En algunos casos las actividades no fueron realizadas, el motivo se debe a que mostraron poco interés por realizarlas, debido a que la forma de trabajo del profesor a cargo se apega al modelo educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades.

En el grupo piloto se llevaron a cabo diversas actividades, tales como, consulta de videos, uso de GeoGebra, aplicaciones de celular, actividades con material didáctico y resolución de problemas, para tener claridad sobre los gustos actuales de la comunidad estudiantil de entre 15 y 17 años, y de esta manera poder detectar las diferentes formas de aprendizaje.

.

3.2 Resultados del Grupo Práctica

El modelo del Colegio de Ciencias y Humanidades tiene como eje principal la formación de alumnos críticos, y se caracteriza por fomentar el razonamiento, en este sentido, se tomó en cuenta que para que el alumno sea responsable de su propio aprendizaje es necesario motivarlo con situaciones que despierten su interés.

Para el diseño de las planeaciones que se aplicaron en el grupo práctica se consideraron todas las situaciones mencionadas anteriormente y se encontró viable que en cada sesión se realizaran diferentes actividades; evaluación diagnóstica, apertura del tema con una situación interesante de acuerdo al contexto actual, desarrollo del tema basado en resolución de problemas, ejercicios y actividades lúdicas, en el cierre se incluyó la evaluación sumativa que permitiera trabajar distintas habilidades.

Las actividades realizadas en las sesiones propuestas se describen a detalle en los anexos, dichas planeaciones son la versión final que se aplicó en el grupo práctica. Para cada sesión se realizó una planeación, donde se explica el seguimiento de los temas, así mismo, se incluyen anexos de cada planeación, los cuales son el material que se les proporcionó a los estudiantes para llevar un registro constante del trabajo realizado.

Los alumnos tuvieron acceso a las hojas de manera individual, y las actividades realizadas se trabajaron en equipos de cuatro o tres personas.

La evaluación aplicada al grupo práctica se llevó a cabo de la misma forma que se hizo previamente para el grupo piloto, con la finalidad de tener un punto de comparación entre una metodología tradicional y la propuesta.

3.2.1 Análisis de la Sesión 1

Para cada sesión se analizaron las actividades realizadas y se registró el número de alumnos que lograron realizarlas.

En el inicio de la sesión 1 el objetivo se enfocaba en que los alumnos realizaran una clasificación de los triángulos según sus lados y ángulos, así como también explicar en qué casos es posible construir un triángulo a partir de tres segmentos dados. Para el inicio de la sesión se hizo hincapié en ello, esto impactó de manera importante puesto que la mayoría de los alumnos tuvieron claridad en lo que se pretendía lograr con las actividades propuestas.

La apertura del tema se realizó con situaciones propias de su entorno, se mostraron imágenes y videos donde se necesita de la construcción y clasificación de triángulos; edificaciones, juegos mecánicos, dibujos, estructuras, etc., que fungieron como actividad detonante para hacer que los alumnos consideraran de importancia el tema.

Durante el desarrollo de las actividades se realizó la clasificación de los triángulos de acuerdo a los conocimientos previos que se tenían por parte de los alumnos, y se complementó mediante preguntas que los llevaron a deducir las relaciones que existen entre clasificación de triángulos y sus propiedades; lados y ángulos.

La primera actividad lúdica realizada surgió del planteamiento de la construcción de diferentes figuras geométricas con popotes, para encontrar la importancia que tiene el uso del triángulo en el diseño de algunos objetos que se encuentran en el entorno.



Gráfica 10. Resultados sobre conocimiento de la importancia del uso del triángulo.

Al realizar las construcciones de diferentes figuras geométricas, los alumnos obtuvieron conclusiones, una de ellas fue que el triángulo es una figura estable, indeformable y rígida, en este sentido consideraron que esto tiene importancia ya que el triángulo proporciona estabilidad a determinados objetos o estructuras.

La segunda actividad lúdica consistió en la construcción de diferentes triángulos en una tabla de corcho con determinadas medidas proporcionadas. El objetivo de la actividad fue que los alumnos descubrieran la desigualdad del triángulo. Se inició cuestionándolos sobre la posibilidad de la construcción de un triángulo a partir de tres segmentos dados, a lo que la mayoría respondió que sí.



Gráfica 11. Resultados sobre conocimiento de la desigualdad del triángulo.

La deducción de la desigualdad del triángulo resultó para la mayoría de alumnos impactante, entre sus conclusiones estaba presente que no tenían conocimiento de que al construir un triángulo se requiere de determinada condición, también expresaron la importancia del uso del material didáctico, ya que éste les permitió llegar a la generalización de ideas.

En el cierre de la sesión se realizó una evaluación sumativa en la que se presentó una situación de dos puentes; el primero diseñado con un soporte a base de triángulos y el segundo no tenía soporte para que los alumnos justifiquen la importancia del uso del triángulo, con base en el tema desarrollado. Así mismo se pidió el trazo de diferentes triángulos con el uso de regla y compás, de tal forma que relacionaran las construcciones con la actividad realizada en la tabla de corcho.

3.2.2 Análisis de la Sesión 2

El objetivo de la sesión 2 fue que el alumno interpretara las propiedades de los ángulos de los triángulos mediante dobleces de papel y calculara valores de los ángulos de un triángulo a partir de sus propiedades.

Al inicio de la clase se realizó una evaluación diagnóstica que consistió de ejercicios para resolver aplicando las propiedades de los ángulos de los triángulos, donde se obtuvo que recordaban algunas propiedades y presentaban conceptos erróneos. Se trabajó mediante dobleces de papel, donde los alumnos mostraron interés y agrado debido a la manipulación de material didáctico, esto les permitió llegar a la generalización del tema.

Propiedades de los ángulos de los triángulos



Gráfica 12. Resultados sobre conocimiento de las propiedades de los ángulos de los triángulos.

Como parte del desarrollo en la primera actividad se retomaron los ejercicios planteados en un inicio para aplicar las propiedades de los triángulos, los cuales pudieron resolver con ayuda de la actividad lúdica realizada. Para la segunda actividad se consideró el planteamiento de la situación particular sobre el conocimiento del ángulo de inclinación que debe tomarse en cuenta en el diseño de una pista de carrera de automóviles y con qué finalidad se utiliza. La mayoría de alumnos expresaron que sabían que las pistas de carreras tenían determinado ángulo, sin embargo, desconocían los motivos del diseño.

Propiedades de los ángulos de los triángulos



Gráfica 13. Resultados sobre conocimiento de la inclinación de una pista de carrera.



Gráfica 14. Resultados sobre conocimiento de la finalidad del ángulo de inclinación en una pista de carrera.

La situación planteada resultó interesante para los alumnos, ésta se llevó a cabo mediante diferentes cálculos que permitieron llegar a la conclusión de la relación que existe entre el ángulo de inclinación y la rapidez que se requiera en una pista de carrera de automóviles.

Para cerrar la actividad se solicitó a los alumnos una reflexión de manera general, de acuerdo con lo visto en la clase, con la finalidad de tener un registro del proceso de aprendizaje y el impacto que tuvieron las actividades planteadas.

3.2.3 Análisis de la Sesión 3

En la sesión 3 el objetivo se concentró en que el alumno reconociera la relación que existe entre la solución de triángulos rectángulos y el Teorema de Pitágoras, así como demostrar geométrica y algebraicamente el Teorema de Pitágoras.

Para el inicio de la sesión se planteó a los estudiantes el tema del triángulo rectángulo, se retomaron las características vistas en la sesión anterior con la finalidad de recuperar conocimientos previos. Con el trazo de un triángulo rectángulo y la construcción del cuadrado de los catetos se realizó la

comprobación del Teorema de Pitágoras. Para este tema la mayoría de alumnos mostró tener conocimiento sobre el tema, pero no sabían el porqué del Teorema de Pitágoras.



Gráfica 15. Resultados sobre conocimiento del Teorema de Pitágoras.



Gráfica 16. Resultados sobre conocimiento de la justificación del Teorema de Pitágoras.

En la justificación del Teorema de Pitágoras se planteó con los alumnos el desarrollo de la demostración algebraica, lo que resultó interesante para ellos, debido a que coincidieron en que el uso de fórmulas es de mucha utilidad, pero existe la necesidad de saber sobre su origen debido a que esto permite tener la certeza de que su uso es correcto.

Durante el cierre de la sesión se planteó la resolución de problemas que utilizan propiamente la resolución de triángulos rectángulos, como lo son, el cálculo de distancias inaccesibles y distancias que se pueden conocer a partir de datos proporcionados en diferentes campos de estudio.

Se pudo contemplar en esta sesión la diversidad de actividades que pueden plantearse con los alumnos, en este punto se esperaba que hubiera quizá un poco de rechazo, debido a las demostraciones realizadas, pero se observó que los alumnos mostraron interés.

3.2.3 Análisis de la Sesión 4

En la última sesión se propuso como objetivo que los alumnos calcularan longitudes y ángulos en triángulos rectángulos mediante las razones trigonométricas. La mayoría de alumnos expresaron que el tema era familiar, sin embargo, no recordaban a detalle el significado de las razones trigonométricas.

Para el inicio de la clase se propuso una actividad diagnóstica que permitió registrar el conocimiento sobre el tema.



Gráfica 17. Resultados sobre conocimiento de las razones trigonométricas.

Para el desarrollo se definieron las razones trigonométricas, y se propuso una serie de ejercicios que les permitió desarrollar la habilidad para relacionar los lados con los ángulos de un triángulo rectángulo. La situación que se planteó en esta sesión consistió en calcular las distancias de un soporte de techo a dos aguas, así como también en realizar un presupuesto del costo que implicaría construirlo. Como resultados se tuvo una aceptación favorable por parte de los alumnos, ya que todos expresaron la importancia del uso de las razones trigonométricas, además de que hicieron énfasis en que la situación planteada puede ser de ayuda en su vida personal, para apoyar en algunas tareas que puedan requerirse en sus diseños propios.

Al finalizar el tema se pidió a los alumnos una reflexión sobre las actividades realizadas, así como también la construcción de su propio concepto de razones trigonométricas. En esta parte los resultados obtenidos registraron que cada estudiante escribió de manera diferente lo que entendía por razones trigonométricas y todas eran correctas.

Para reforzar el tema se propuso que calcularan las medidas de los lados y ángulos de triángulos rectángulos aplicados en resolución de diferentes problemas contextualizados.

3.2.4 Análisis de Actividades

El registro de cada actividad se llevó a cabo en cada sesión, con la finalidad de revisar y llevar un control sobre las dudas posibles que pudieran quedar. En la tabla 5 se muestran las calificaciones obtenidas por los estudiantes del grupo práctica, cabe mencionar que la mayoría fue constante en la realización de tareas y actividades.

Debido a que la aplicación de las pruebas se realizó casi al terminar el semestre, se presentaron casos de ausencia en la entrega de actividades, estos alumnos expresaron que debido a motivos ajenos no podían continuar en las sesiones solicitadas.

Tabla 5. Registro de actividades del grupo práctica.

Alumnos	Actividades						Promedio	Examen
	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	# 6		
1	10	10	10	-	-	-	5	np ⁹
2	10	10	9	7	8	8	8.6	9.0
3	10	10	10	10	10	10	10	10.0
4	10	10	8	10	10	0	8	9.0
5	10	10	10	10	10	10	10	10.0
6	10	5	10	8	9	-	7	7.0
7	10	10	8	-	-	-	4.6	6.0
8	10	10	10	10	10	10	10	8.0
9	10	10	8	10	10	10	9.6	8.0
10	10	10	10	10	10	10	10	9.0
11	10	10	9	10	0	10	8.1	6.0
12	10	10	-	-	-	-	3.3	np
13	10	10	8	9	6	8	8.5	7.0
14	10	0	0	0	0	0	1.6	np
15	10	0	10	10	8	10	8	7.0
16	10	10	10	10	8	0	8	6.0
17	10	10	-	-	-	-	3.3	6.0
18	10	10	8	8	8	9	8.8	8.0

⁹ Alumnos que no se presentaron a realizar el examen final.

3.3 Resultados Generales

En la tabla 6 se muestra el registro que se llevó a cabo en cada sesión de las actividades realizadas por los alumnos de cada grupo, después se promediaron dichas calificaciones obtenidas. Se observó que en el grupo práctica fue donde se realizaron dichas actividades constantemente y sólo un alumno no las realizó.

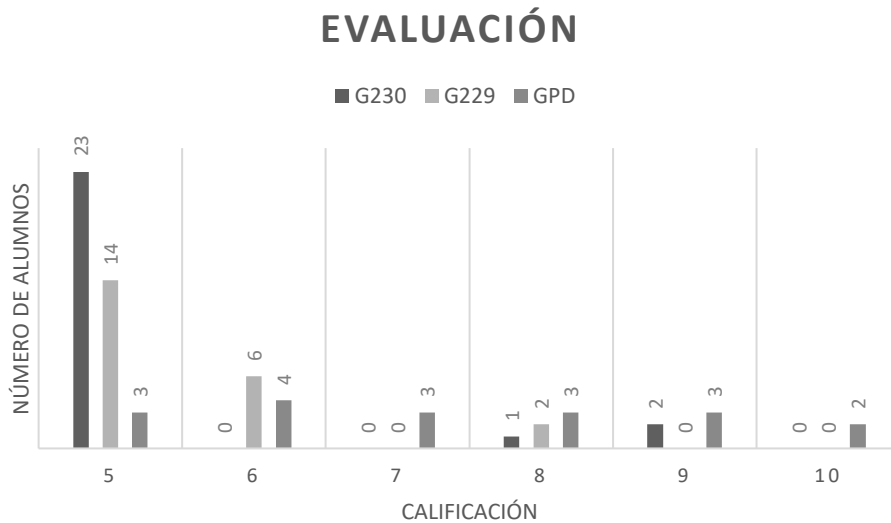
Los alumnos de los grupos piloto daban menor importancia a la entrega de actividades, también se presentó la ausencia por parte de algunos alumnos durante ciertas sesiones, esto ocasionó problemática en la comprensión de ciertos conceptos, debido a que se llevaba un orden y sucesión de temas.

Tabla 6. Registro de actividades de grupos piloto-práctica.

Alumnos	Promedio de Actividades		
	Grupo G 229	Grupo G 230	Práctica
1	10	10	10
2	10	8.6	9.3
3	10	1.6	5.8
4	10	10	10
5	10	0	5
6	7	5	6.0
7	0	0	0
8	10	3.3	6.6
9	10	6	8
10	10	5.3	7.6
11	10	8.1	9.0
12	9.7	2.1	5.9
13	9.7	3.3	6.5
14	8.7	9.1	8.9
15	10	9.4	9.7
16	10	8.5	9.2
17	8.7	2.9	5.8
18	0	10	5
19	0	3.1	
20	9	7.5	
21	9.1	8.0	
22	10	9.3	
23	10	0	
24	9.5	9.6	
25	0	9.8	
26	0	10	
27	0	0	

Se realizó una comparación de los resultados obtenidos de la aplicación de la evaluación final entre los grupos piloto (G230, G229) y el grupo práctica (GPD), la aplicación de la metodología propuesta arrojó resultados favorables en el desempeño de los estudiantes.

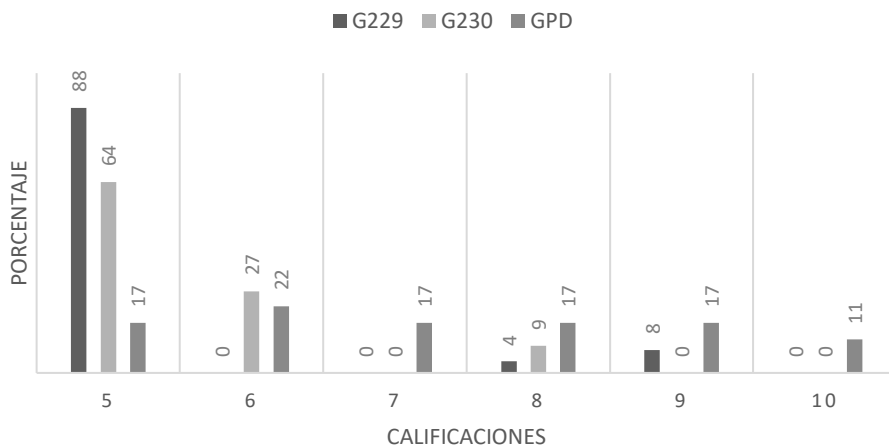
En la gráfica 17 se muestra la calificación final obtenida por los alumnos de acuerdo a cada grupo.



Gráfica 17. Calificaciones obtenidas de los grupos piloto y práctica.

A detalle se obtuvo que en el grupo práctica el porcentaje de la población aprobada fue del 83 %, a diferencia de los grupos piloto donde se obtuvo que el porcentaje de aprobación no rebasó el 10%. También es importante mencionar que en el grupo práctica no se presentaron tres alumnos, debido a problemas personales, por lo que se considera que existe una incertidumbre con respecto a estos alumnos, en cuanto a los resultados obtenidos.

EVALUACIÓN (%)



Gráfica 18. Porcentaje de calificaciones obtenidas en los grupos piloto y práctica.

La evaluación dirigida hacia el docente se considera esencial para la reflexión sobre las actividades planteadas. Para fines de mejora continua en la práctica docente se pidió a los alumnos que realizaran una evaluación detallada, de forma anónima, con los siguientes aspectos:

1. Sobre los objetivos de las sesiones.
2. Sobre las indicaciones realizadas por la profesora.
3. Sobre los materiales que se utilizaron en las sesiones.
4. Sobre los nuevos aprendizajes que lograste con los temas abordados, en caso de no tener aprendizajes comentarlo también.
5. Sobre la resolución de problemas aplicados a diversas situaciones.
6. Sobre la actitud que el alumno tomó en cada sesión.
7. Sobre la actitud del alumno hacia la profesora.
8. Escribe tus recomendaciones hacia la profesora.
9. ¿Qué aspectos consideras que no deberían cambiarse en las clases?
10. ¿Qué te gustó y lo que no de las clases?
11. Comentario libre.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de las respuestas del grupo práctica:

1. Los objetivos de las sesiones eran directos y dirigidos hacia el destino que quería lograr la clase, logrando así que estos se cumplieran.
2. En cuanto a las indicaciones que se dieron por la profesora eran comprensibles y fáciles de acatar haciendo que la clase no se volviera tediosa o aburrida.
3. Eran muy didácticos y entretenidos, y así como entretenidos eran amigables con nosotros como estudiantes logrando hacer que nos cuestionáramos y lográramos obtener buenas conclusiones.
4. Realmente si logre comprender los temas explicados durante las sesiones gracias a que estos se explicaron de forma de que se comprendiera hasta el más mínimo objetivo de las sesiones.
5. Esto logro facilitar las sesiones o volverlas entretenidas pues nos ponian dentro de situaciones en el mundo fisico, haciendo que nosotros las resolviéramos.
6. Mi actitud durante algunas sesiones fue complicada ya que me distraía o distraía a los demás y viceversa, pero cuando en su mayoría de las sesiones prestaba atención entendía el tema abordado.
7. En cuanto a m actitud con la profesora fue amigable pero sin sobrepasar la relación profesor- alumno y esto siempre con respeto.
8. Solo sería volverse un poco más estricta en cuanto a la relación profesor- alumno.
9. Realmente no hay problema alguno con la clase de la profesora.
10. Me gusto que estas siempre fueran didácticas y que se usara material muy seguido y que la profesora no fuera tan estricta al momento de evaluar las actividades y nuestro comportamiento. En cambio en no hubo muchas cosas que me desagradaran .
11. La clase logro llamar la atención de los alumnos en varias ocasiones y está casi nunca se volvió tediosa, al igual se volvió interesante cuando teniamos que resolver conflictos de mundo cotidiano.

Los aspectos a evaluar son los siguientes:

1. Sobre los objetivos de las sesiones.
2. Sobre las indicaciones realizadas por la profesora.
3. Sobre los materiales que se utilizaron en las sesiones.
4. Sobre los nuevos aprendizajes que lograste con los temas abordados, si no tuviste aprendizajes también coméntalo.
5. Sobre la resolución de problemas aplicados en diversas situaciones.
6. Sobre la actitud que tuviste en todas las sesiones.
7. Sobre la actitud que tuviste hacia la profesora.
8. Escribe tus recomendaciones hacia la profesora.
9. Qué aspectos consideras que deberían cambiarse en las clases.
10. ¿Qué te gustó?, ¿Que no te gustó?
11. Comentario libre

REFLEXION:

Los objetivos de la sesión fueron buenos ya que la maestra explicaba las dudas que teniamos, y al principio de la clase lo primero que haciamos era explicar y dar el tema que vamos a acopar por sesión, por lo mismo que las indicaciones que daba eran comprensibles o sino pues le podiamos preguntar para que nos aclarara dudas que teniamos al respecto de algunas instrucciones que aparecian en la actividad , en lo personal casi todas las instrucciones eran claras ,los materiales que utilizamos eran buenos ya que era mayor comprensible, lo que me hubiera gustado más es que los equipos para ocupar el material fueran más pequeños para poder hacer las todos, y las hojas donde las contestábamos me precian prácticos, tuve mayor aprendizaje y comprensión de algunos temas que no comprendía muy bien, algunos problemas se me complicaban pero, me ayudaban a comprenderlas y se me hacian más fácil y si eran comprensibles, en lo personal la maestra era muy respetable con todos y aclaraba todas las dudas que teniamos, pues me gusto toda su clase, no cambiaria nada de la clase ya que la mayoría lo comprendia, me gusto la mayoría de la clase, lo que no me gusto era que los materiales se ocupaban por equipos grandes y no todos realizaban las actividades, la clase fue buena ya que mejore mis conocimientos en la mayoría de los temas vistos.

Evaluación a la maestra

Sobre los objetivos de las sesiones.

Son claros, y me gusta que haya objetivo en cada sesión porque así tenemos idea de que vamos a ver y que vamos a aprender.

1. Sobre las indicaciones realizadas por la profesora.
Me gusta la forma de dar las indicaciones ya que es clara, y si no entendemos algo no explica otra vez, sus ejemplos y se ayuda con cosas visuales que ya vienen en las hojas.

2. Sobre los materiales que se utilizaron en las sesiones.
Del as primeras sesiones me gusto mucho, porque hicimos actividades como didácticas, y eso llama mi atención, aparte de que puedo entender mejor las cosas.

3. Sobre los nuevos aprendizajes que lograste con los temas abordados, si no tuviste aprendizajes también coméntalo.
Si tuve aprendizajes, también pude recordar cosas de la secundaria que la verdad ya no me acordaba como se hacían, la gran mayoría de las cosas las pude hacer y si le entendía, lo único malo fue que se me olvidan muy rápido.

4. Sobre la resolución de problemas aplicados en diversas situaciones.
Eran problemas muy buenos, ni tan difíciles, ni tan fáciles, algunos eran de la vida cotidiana, eran muy interesantes ya había problemas de diferentes tipos, así que pudimos ver distintas formas de solución.

5. Sobre la actitud que tuviste en todas las sesiones.
En la mayoría de las sesiones considero que mi actitud fue muy participativa, y buena, aunque en algunas ocasiones me daba flojera hacer los ejercicios o no le entendia pero despues ya le agarraba la onda y los hacia.

6. Sobre la actitud que tuviste hacia la profesora.
Según yo, me porte de una forma muy respetuosa a la maestra, porque me gusta su clase, aunque reconozco que algunos momentos dejaba de poner atención porque me distraía en otras cosas.

7. Escribe tus recomendaciones hacia la profesora.
Hablar con voz más fuerte, poner ejemplos o más cosas en el pizarrón, y creo que ya, de ahí en fuera esta muy bien la clase.

8. Qué aspectos consideras que deberían cambiarse en las clases.
En mi parecer estuvo muy bien todo, no creo que nada se deba cambiar, es de las pocas clases de matemáticas que realmente me gustan.

9. ¿Qué te gustó?, ¿Que no te gustó?
Me gusto el material de apoyo, y que nos de las actividades ya impresas, y venga con imágenes el material y todo eso, etc

10. Comentario libre
Felicito mucho este trabajo como maestra, porque la clase no se me hizo pesada, y no me costó trabajo entender las cosas, y en lo personal no me considero buena en las matemáticas y aunque me haya llamado la atención y sepa cómo hacer los problemas y las operaciones, no me gustan las matemáticas. pero estas sesiones fueron de mis favoritas, gracias.

Para considerar la importancia que encontraron los alumnos en la metodología basada en resolución de problemas, se solicitó que redactaran sobre la resolución de problemas aplicados a diversas situaciones, la mayoría de alumnos expresaron que les pareció además de interesante, también útil, algunos alumnos argumentaron que no habían observado la presencia de la Geometría en su entorno y que la encuentran presente más de lo que creían, así como también, les parecía entretenido resolver situaciones que en un futuro puedan presentarse en su vida cotidiana.

IV. Conclusiones y Recomendaciones

Las aportaciones de este trabajo son diversas, por una parte, el diseño de las actividades presentadas puede orientar a los profesores que imparten la asignatura de Geometría en el planteamiento y diseño de problemas, en situaciones que sean atractivas para los alumnos y que promuevan actividades que despierten su interés. También se puede considerar como una guía que propone una forma de trabajo con diversas actividades que permiten la inclusión de todos los alumnos para hacerlos partícipes en el aula de trabajo.

Por otra parte, las aportaciones y los resultados para los alumnos pueden ser muy fructíferos, es posible lograr el aprendizaje significativo mediante el planteamiento de problemas relacionados con temas que sean acordes al contexto actual y lograr que visualicen la utilidad en su vida personal y profesional.

Durante el desarrollo de las pruebas fue posible encontrar convergencias en el punto donde la mayoría de los alumnos expresaron que les resultaron interesantes las actividades que involucran la manipulación de material didáctico, ya que les permite visualizar la conceptualización abstracta de la matemática, además de ser una invitación agradable y atractiva para el aprendizaje. Así como también existió la coincidencia en el grupo práctica de lo interesante que resulta resolver situaciones de la vida cotidiana, pues en ocasiones no se observa a detalle el entorno y la asignatura se encuentra presente más de lo que se cree.

El enfoque de resolución de problemas permitió encontrar diversidad de situaciones que pueden ser de interés para los estudiantes, se observó un agrado por la asignatura al saber que puede ser utilizada como herramienta para resolver situaciones reales.

El trabajo colaborativo entre los alumnos resultó una parte fundamental para el desarrollo de las actividades, debido a que el expresar sus ideas y trabajar en grupos permitió el desarrollo y tránsito de diferentes lenguajes propios de la asignatura.

En cuanto al análisis realizado durante todo el proceso se obtuvieron resultados que contrastaron la aplicación de un método tradicional y el propuesto, ya que se pudo llevar a cabo un registro de cada actividad, tanto en los grupos piloto como en el de práctica, donde se obtuvo una participación continua con la metodología propuesta.

La evaluación diagnóstica es un elemento clave que permite partir de conocimientos previos para la construcción de nuevos aprendizajes.

La estructura que se consideró en el diseño de las planeaciones didácticas permitió el logro de los objetivos planteados, particularmente los estudiantes de todos los grupos mostraron interés en realizar las actividades al tener claros los objetivos, y utilizaban estos para realizar sus conclusiones generales de cada sesión.

La parte esencial de permitió una buena planeación didáctica consistió básicamente en que la apertura fuera motivadora e interesante, que incluya un desarrollo diseñado con la finalidad de que el centro de la enseñanza y el aprendizaje sea el alumno y el cierre en el cual el alumno tenga el espacio para mostrar sus habilidades y elaborar sus propias conjeturas.

La evaluación debe mostrarse ante los estudiantes como el proceso que permite la mejora continua y que a su vez todos los elementos que la integran deben ser considerados para un desempeño adecuado del alumno.

La importancia de evaluar el proceso de la práctica docente no se puede omitir, ya que resulta enriquecedor conocer los puntos de vista de nuestros alumnos, pues mediante ellos podemos darnos cuenta si el mensaje que queremos dar ha llegado o no.

Se busca en un futuro trabajar de forma multidisciplinar, para enriquecer el planteamiento de problemas y extenderlo hacia otras áreas, ya que existe un amplio campo de investigación en diversas áreas que pueden colaborar para el diseño de nuevos problemas, que pueden ser de interés para los alumnos.

Anexos

ANEXO A
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA
PARA GRUPOS PILOTO



Nombre del alumno (a):

Grupo:

Instrucciones: Lee cuidadosamente y responde de acuerdo a las indicaciones de cada pregunta.

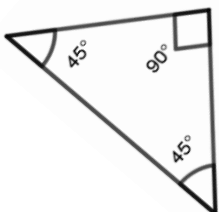
- Relaciona cada concepto de la columna izquierda con aquellos de la columna derecha que los describan correctamente.

Isósceles	Triángulo de tres lados desiguales
Equilátero	Triángulo en el cual dos de sus ángulos son iguales
Escaleno	Triángulo que tiene dos lados iguales
	Triángulo en el cual todos sus ángulos son iguales
	Triángulo de tres lados iguales

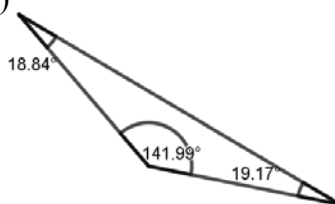
- Clasifica los siguientes triángulos de acuerdo a sus características mostradas y anota el número en la tabla según corresponda.

Acutángulo	Obtusángulo	Rectángulo
------------	-------------	------------

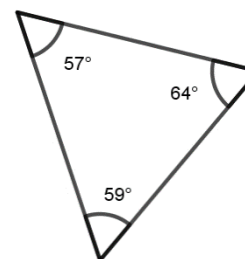
1)



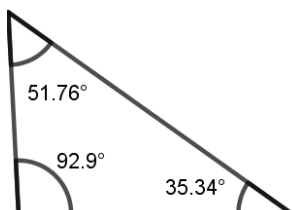
2)



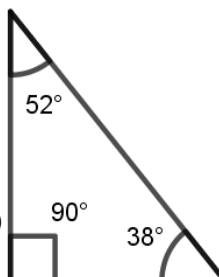
3)



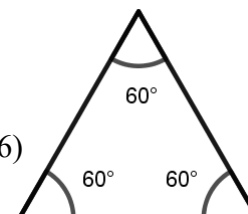
4)



5)

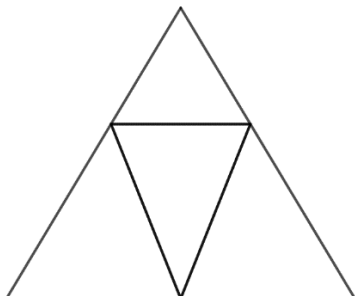


6)



Sesión 1. Evaluación Diagnóstica.

3. Mide los ángulos de la siguiente figura. Identifica los triángulos isósceles que hay, márcalos con diferente color y escribe por qué distingues a estos triángulos isósceles.

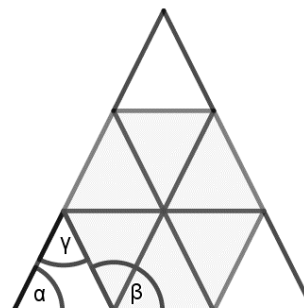


4. Marca con una (X) la casilla correcta sobre las siguientes proposiciones, donde V: Verdadero, F: Falso, N: No sabes la respuesta.

Proposición	V	F	N
La suma interna de ángulos de un triángulo es 180°			
Todo triángulo equilátero es acutángulo			
Todo triángulo obtusángulo es isósceles			
Algunos triángulos rectángulos son escalenos			
Todos los triángulos rectángulos son obtusángulos			
Todo triángulo isósceles es acutángulo			
Todo triángulo tiene 3 lados			
Algunos triángulos rectángulos son isósceles			

5. Dibuja un triángulo escaleno y escribe las propiedades que lo describen.

6. En la siguiente figura son conocidos los ángulos $\alpha = 63.5^\circ$ y $\gamma = 53^\circ$, determina el valor de β . Muestra tú procedimiento.



Sesión 1. Evaluación Diagnóstica.

7. En los siguientes triángulos se proporciona información, escribe en los cuadros de la derecha una descripción sobre cada uno.

<p align="right">Triángulo isósceles</p>	
<p align="right">Triángulo acutángulo</p>	
<p align="right">Triángulo equilátero</p>	
<p align="right">Triángulo rectángulo</p>	
<p align="right">Triángulo Obtusángulo</p>	
<p align="right">Triángulo escaleno</p>	

ANEXO B

SECUENCIA DIDÁCTICA

GEOMETRÍA DEL TRIÁNGULO

DEFINICIÓN, CLASIFICACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DEL TRIÁNGULO



I. DATOS GENERALES

PROFESOR(A)	Rocío Paola Martínez Cid
ASIGNATURA	Matemáticas II
SEMESTRE ESCOLAR	Segundo Semestre
PLANTEL	CCH SUR
FECHA DE ELABORACIÓN	5 de marzo de 2018

II. PROGRAMA

UNIDAD TEMÁTICA	Unidad 3. Elementos básicos de Geometría plana.
PROPÓSITOS DE LA UNIDAD	<ul style="list-style-type: none">• Comprenderá algunos conceptos y relaciones geométricas, obtenidos empíricamente a través de construcciones con regla y compás.• Aplicará los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas geométricos.
APRENDIZAJE(S)	El alumno: <ul style="list-style-type: none">• Clasifica los triángulos según sus lados y ángulos.• Explica en qué casos es posible construir un triángulo, a partir de tres segmentos dados.



TEMA(S)	<p>Geometría del triángulo</p> <p>I. Clasificación de los triángulos por sus lados (equilátero, isósceles, escaleno) y ángulos (acutángulo, rectángulo, obtusángulo).</p> <p>II. Desigualdad del triángulo.</p> <p>III. Problemas de aplicación.</p>
----------------	--

III. ESTRATEGIA

Como actividad de inicio se presentan imágenes y videos de situaciones relacionadas con el entorno, que se involucran principalmente con el uso de figuras geométricas, con la finalidad de generar interés y motivación en los estudiantes. El desarrollo de la estrategia se integra por actividades lúdicas que propicien la experimentación, para promover la reflexión. A partir de la construcción de algunas figuras geométricas con popotes e hilo, los alumnos reconocen las características y propiedades que tienen los triángulos. Con una tabla de corcho, tachuelas e hilo se propone la construcción de triángulos con diferentes medidas, para que, a partir de esto se establezcan las condiciones que se requieren para que un triángulo pueda formarse. Se presentan situaciones de su entorno, para que se analicen y se apliquen los conceptos abordados con las actividades lúdicas, en la resolución de problemas.

IV. SECUENCIA

TIEMPO DIDÁCTICO	1 sesión (120 minutos)
OBJETIVOS:	<p>Que el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explique las características y propiedades de los triángulos. • Defina el concepto de triángulo.



	<ul style="list-style-type: none">• Distinga las condiciones necesarias para la construcción de un triángulo.• Reconozca la importancia del estudio y uso de los triángulos en el diseño de algunos objetos construidos con base en figuras geométricas y que se encuentran en su entorno.
DESARROLLO Y ACTIVIDADES	<p>Inicio (20 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Proporciona el material “Hojas de trabajo de la sesión 1”¹⁰, para el registro de cada actividad.II. Solicita a los alumnos que respondan las preguntas con la finalidad de recuperar los conocimientos previos de los alumnos.<ol style="list-style-type: none">1. ¿Cómo se define un triángulo?2. ¿Siempre es posible construir un triángulo con tres medidas cualesquiera?3. Clasifica cada triángulo de acuerdo a la categoría que pertenece.III. Proyecta imágenes y videos relacionados con edificaciones, juegos mecánicos (slingshot de six flags y rueda de la fortuna), dibujo de rostro, escalera, columpio, entre otros, que involucran el uso del triángulo y pide a los alumnos que respondan las preguntas.<ol style="list-style-type: none">1. ¿Qué figura geométrica que predomina en las imágenes y videos mostrados?2. ¿Por qué crees que predomine está figura en los objetos?

¹⁰ Anexo B.1



	<p>3. ¿En qué casos es posible modificar la estructura sin que afecte la funcionalidad del objeto?, ¿En cuáles no es conveniente modificar?</p> <p>El alumno:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Anota las respuestas en sus hojas de trabajo.II. Participa de forma voluntaria y responde ante el grupo a cada pregunta planteada por el profesor. <p>Desarrollo (100 minutos)</p> <p>Actividad 1. (30 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Integra equipos de cinco personas y proporciona material: hilo y cinco popotes.II. Da la instrucción para que construyan cuatro figuras geométricas (triángulo, rectángulo, cuadrado y pentágono). Cortaran los popotes de acuerdo a los lados que componen la figura geométrica y los unirán pasando el hilo por el popote.III. Solicita que las figuras sean sometidas a diversas fuerzas (el profesor hace una simulación de fuerzas horizontales y verticales).IV. Pide que respondan por escrito en sus hojas de trabajo a las preguntas, para después retomar los puntos importantes en plenaria y se expongan las ideas principales de cada equipo. <ol style="list-style-type: none">1. ¿Qué sucedió al construir las figuras?2. ¿Qué sucedió al aplicar las fuerzas en cada figura?3. ¿Qué ventajas tiene el triángulo con respecto a las demás figuras?
--	---



	<p>Actividad 2. (30 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Proporciona material por equipo: una tabla de corcho, tres tachuelas y un hilo de 18 unidades con cada unidad marcada.II. Retoma la pregunta planteada al inicio de la sesión:<ol style="list-style-type: none">1. ¿Siempre es posible construir un triángulo con tres medidas cualesquiera?III. Solicita a los alumnos que con el material proporcionado construyan los triángulos de las medidas indicadas y que respondan las preguntas.<ol style="list-style-type: none">1. Construye los triángulos de medidas:<ol style="list-style-type: none">a) 6 u, 6 u, 6 u.b) 8 u, 5 u, 5 u.c) 7 u, 8 u, 3 u.d) 2 u, 4 u, 12 u.e) 10 u, 4 u, 4 u.f) 11 u, 5 u, 2 u.2. ¿Cuáles de los triángulos fueron posibles de construir? ¿Por qué?3. ¿Cuáles de los triángulos no fueron posibles de construir? ¿Por qué?IV. Pide a los alumnos que construyan los triángulos con regla y compás y que escriban sus conclusiones. <p>El alumno</p> <ol style="list-style-type: none">I. Realiza las actividades solicitadas y responde en sus hojas de trabajo.
--	--

II. Responde a las preguntas de forma grupal y se comentan en plenaria.

Actividad 3. (15 minutos)

El profesor:

I. Pide a los alumnos que analicen de manera individual la siguiente situación. Figura 1. Puente con armadura. Giancoli, C. (2008) y Figura 2. Puente. Adaptada de Giancoli, C. (2008)

1. ¿Cuál de los dos puentes es más seguro y más estable?, ¿Por qué?

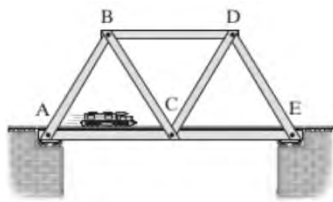


Figura 1. Puente con armadura



Figura 2. Puente

El alumno:

I. Responde de manera escrita en sus hojas de trabajo.
II. Comenta en plenaria ante el grupo sus respuestas.



	<p>Cierre (25 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <p>I. Plantea las siguientes preguntas en plenaria, con la finalidad de retomar los puntos importantes y que los alumnos puedan expresar verbalmente sus ideas.</p> <ul style="list-style-type: none">• Reconoce los elementos que constituyen al triángulo.<ol style="list-style-type: none">1. ¿Qué necesitaste para construir un triángulo?2. ¿Qué elementos tiene un triángulo?• Clasifica a los triángulos por la medida de sus lados y ángulos.<ol style="list-style-type: none">1. ¿Cuáles son los criterios de clasificación en los triángulos?• Establece las condiciones para que un triángulo pueda construirse.<ol style="list-style-type: none">1. ¿Cuándo es posible la construcción de un triángulo?• Identifica la importancia del diseño de algunos objetos que están en su entorno y tiene en su diseño al triángulo.<ol style="list-style-type: none">1. ¿Por qué es importante el uso del triángulo en el diseño de ciertos objetos? <p>II. Pide a los alumnos que expresen un comentario libre para que expresen lo que aprendieron en esa sesión.</p> <p>El alumno:</p> <p>I. Responde alternadamente y expone sus puntos de vista.</p>
--	--



ORGANIZACIÓN	<p>Las actividades de inicio, 1 y 2 se realizarán en equipos de 4 ó 5 personas, cada integrante responderá en sus hojas de trabajo.</p> <p>La actividad 3 se realiza de forma individual y se considera parte de la evaluación continua.</p> <p>En la actividad de cierre todos los alumnos participan alternadamente, para enriquecer y aclarar dudas frente al grupo.</p> <p>Los equipos se forman de acuerdo al criterio de los alumnos, para evitar que se sientan incómodos.</p> <p>La estrategia está diseñada para un total de 30 alumnos.</p>
MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO	<p>Materiales:</p> <p>Juego geométrico</p> <p>Popotes</p> <p>Hilo</p> <p>Tabla de corcho</p> <p>Tachuelas</p> <p>Anexo B.1</p>
EVALUACIÓN	<p>Al inicio de la estrategia se realiza una evaluación diagnóstica que permite recuperar conocimientos previos.</p> <p>Al final de la sesión se solicita a los alumnos que entreguen sus hojas de trabajo, ya que estas forman parte de la evaluación formativa y continua.</p>



V. REFERENCIAS DE APOYO

<p>BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA LOS ALUMNOS.</p>	<p>[1] Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). <i>Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones</i>. México: McGraw Hill, Interamericana.</p> <p>[2] Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, Jhon. (2013). <i>Matemática: razonamiento y aplicaciones</i>. 12ª ed. México: Pearson. Addison Wesley.</p> <p>[3] Video de slingshot de six flags: https://www.youtube.com/watch?v=1LZDByhPVy4</p> <p>[4] Estrella de Puebla: https://www.youtube.com/watch?v=vGActsZqsQk</p> <p>Consultados el 20 de febrero del 2018.</p>
<p>BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA EL PROFESOR</p>	<p>[1] Álvarez, E. (2012). <i>Elementos de Geometría</i>. Colombia: Universidad de Medellín.</p> <p>[2] Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). <i>Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones</i>. México: McGraw Hill, Interamericana.</p>



	<p>[3] Eggen, P. y Kauchak, D. (2009). <i>Estrategias docentes: Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades del pensamiento</i>. México: Fondo de cultura económico.</p> <p>[4] Giancoli, Douglas C. (2008). <i>Física para ciencias e ingeniería</i>. 4ª ed. México: Pearson Educación.</p> <p>[5] Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, Jhon. (2013). <i>Matemática: razonamiento y aplicaciones</i>. 12ª ed. México: Pearson. Addison Wesley.</p> <p>[6] Polya, G. (1981). <i>Cómo plantear y resolver problemas</i>. 1ed., 9 reimp. ed. México: Trillas.</p> <p>[7] Video de slingshot de six flags: https://www.youtube.com/watch?v=1LZDByhPVy4</p> <p>[8] Estrella de Puebla: https://www.youtube.com/watch?v=vGActsZqsQk</p> <p>Consultados el 20 de febrero del 2018.</p>
COMENTARIOS ADICIONALES	En cada actividad realizada se recomienda que el profesor apoye a los alumnos.

VI. ANEXOS

Anexo B.1



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

Sesión 2. Definición, clasificación y construcción del triángulo.



Alumno (a):

Objetivos:

- Reconoce la importancia del estudio y uso de los triángulos en situaciones relacionadas con su construcción y clasificación: edificaciones, juegos mecánicos, dibujo, estructuras, entre otros.

Inicio (20 minutos)

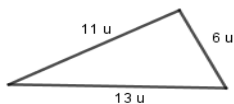
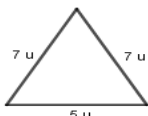
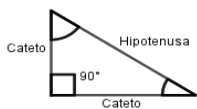
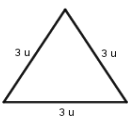
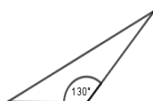
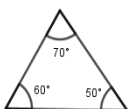
Actividad 1. Responde las siguientes preguntas.

¿Cómo se define un triángulo?

¿Siempre es posible construir un triángulo con tres medidas cualesquiera?

Con base en la información proporcionada, relaciona con una línea cada triángulo a la categoría que pertenece y anota sus características.

Triángulos



Categorías

Escaleno

Acutángulo

Isósceles

Obtusángulo

Rectángulo

Equilátero

Observa el diseño de los objetos en las imágenes y videos proyectados.



¿Cuál es la figura geométrica que predomina en las imágenes mostradas?

¿Por qué crees que predomine esta figura en los objetos?

¿En qué casos es posible modificar la estructura sin que afecte la funcionalidad del objeto? ¿en cuáles no es conveniente modificar?



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

Sesión 2. Definición, clasificación y construcción del triángulo.



Desarrollo (60 minutos)

Actividad 2. Construye las figuras geométricas y responde las preguntas:

¿Qué importancia tiene el uso del triángulo en el diseño de algunas estructuras?

Sujeta cada figura por un vértice, levántalo y ejerce fuerzas en diferentes direcciones.

¿Qué sucede con la forma de cada una?

Sujeta cada triángulo que tienes (equilátero, isósceles y escaleno) por un vértice, ejerce fuerzas en diferentes direcciones.

¿Qué sucede con la forma en cada caso?

¿Es importante el uso de triángulos en la torre de electricidad? ¿por qué?

¿En el funcionamiento del reloj es indispensable que se coloque en una base triangular? ¿Y en las demás estructuras?

Actividad 3. Construye los triángulos y responde las preguntas:

¿Siempre es posible construir un triángulo con tres medidas cualesquiera?



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

Sesión 2. Definición, clasificación y construcción del triángulo.



Construye los triángulos de medidas:

g) 6 u, 6 u, 6 u.

h) 8 u, 5 u, 5 u.

i) 7 u, 8 u, 3 u.

j) 10 u, 4 u, 4 u.

k) 11 u, 5 u, 2 u.

¿Cuáles de los triángulos fueron posibles de construir? ¿Por qué?

¿Cuáles de los triángulos no fueron posibles de construir? ¿Por qué?

Traza con regla y compás los triángulos que construiste en la tabla de corcho y escribe tus conclusiones.

Cierre (20 minutos)

Actividad 4. Analiza la siguiente situación y con base en las actividades anteriores responde:

Se proponen dos diseños de puentes: en la figura 1. Puente con armadura. Giancoli, C. (2008). y en la figura 2. Puente. Adaptada de Giancoli, C. (2008).

¿Cuál de los dos puentes será más estable? ¿por qué?

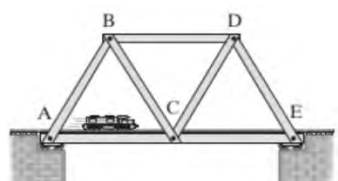


Figura 1. Puente con armadura.

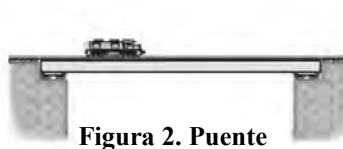


Figura 2. Puente

Actividad 5. Con base en las actividades realizadas, escribe una reflexión sobre el uso y estudio de los triángulos.

ANEXO C

SECUENCIA DIDÁCTICA

GEOMETRÍA DEL TRIÁNGULO

PROPIEDADES DE LOS ÁNGULOS DEL TRIÁNGULO



I. DATOS GENERALES

PROFESOR(A)	Rocío Paola Martínez Cid
ASIGNATURA	Matemáticas II
SEMESTRE ESCOLAR	Segundo Semestre
PLANTEL	CCH SUR
FECHA DE ELABORACIÓN	6 de marzo de 2018

II. PROGRAMA

UNIDAD TEMÁTICA	Unidad 3. Elementos básicos de Geometría plana.
PROPÓSITOS DE LA UNIDAD	<ul style="list-style-type: none">• Comprenderá algunos conceptos y relaciones geométricas, obtenidos empíricamente a través de construcciones con regla y compás.• Aplicará los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas geométricos.
APRENDIZAJE(S)	El alumno: <ul style="list-style-type: none">• Muestra y justifica las propiedades entre los ángulos de un triángulo.• Aplica las propiedades de los ángulos de un triángulo en la resolución de problemas.



TEMA(S)	Geometría del triángulo I. Propiedades del triángulo: - Suma de los ángulos interiores es igual a 180° . - Suma de los ángulos exteriores es igual a 360° . - Suma de dos ángulos interiores es igual al ángulo exterior no adyacente. II. Problemas de aplicación.
----------------	--

III. ESTRATEGIA

Como actividad de inicio se propone la resolución de ejercicios que involucren las propiedades de los ángulos de los triángulos con la finalidad de hacer un diagnóstico que permita determinar tanto a los alumnos como al profesor lo que se conoce sobre el tema.

Para el desarrollo de la estrategia se plantean dos actividades: la primera; donde a partir de la manipulación y dobleces de papel los alumnos realicen sus propias conclusiones en cuanto a las propiedades generales y particulares de los ángulos de los triángulos y en la segunda; con ayuda de trazos con regla y compás encuentran la relación que existe entre los ángulos y lados de los triángulos.

Para la actividad de cierre se plantea la situación particular del diseño de pistas de autos de carrera, para que apliquen los aprendizajes logrados en la resolución de problemas.



IV. SECUENCIA

TIEMPO DIDÁCTICO	1 sesión (120 minutos)
OBJETIVOS:	Que el alumno: <ul style="list-style-type: none">• Identifique las propiedades de los ángulos de los triángulos mediante dobleces de papel.• Reconozca la relación que existe entre los lados y ángulos de un triángulo.• Calcule valores de los ángulos de un triángulo a partir de sus propiedades.• Identifique la importancia del cálculo de ángulos en situaciones particulares como el diseño de pistas de carrera.
DESARROLLO Y ACTIVIDADES	Inicio (20 minutos) El profesor: <ol style="list-style-type: none">1. Proporciona el material “Hojas de trabajo de la sesión 2”¹¹, para el registro de cada actividad.

¹¹ Anexo C.1

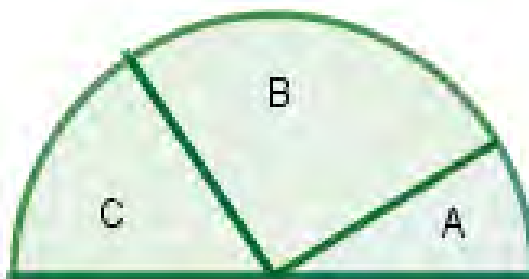


	<p>II. Solicita a los alumnos que realicen los cálculos de los ángulos en diferentes triángulos, la actividad es diagnóstica y permite identificar el conocimiento que tienen sobre:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Propiedades de los ángulos internos de un triángulo.2. Propiedades de los ángulos externos de un triángulo.3. Relación de la suma de dos ángulos internos con un ángulo externo opuesto. <p>III. Comenta con los alumnos que en caso de no saber las respuestas podrán retomar la actividad después de realizar la siguiente actividad.</p> <p>El alumno:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Responde de manera individual con los conceptos que recuerden <p>Desarrollo (70 minutos)</p> <p>Actividad 1. (35 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Comenta a los alumnos que la forma de trabajo será en parejas, pero cada alumno realizará su propio material.II. Proporciona a cada alumno una hoja de color y pide que la dividan en cuatro partes iguales y la recorten.III. En cada división se realizará un trazo diferente, el profesor realiza una muestra en el pizarrón con su material a escala mayor, de tal forma que puedan apreciarla los alumnos y guiarse.
--	---

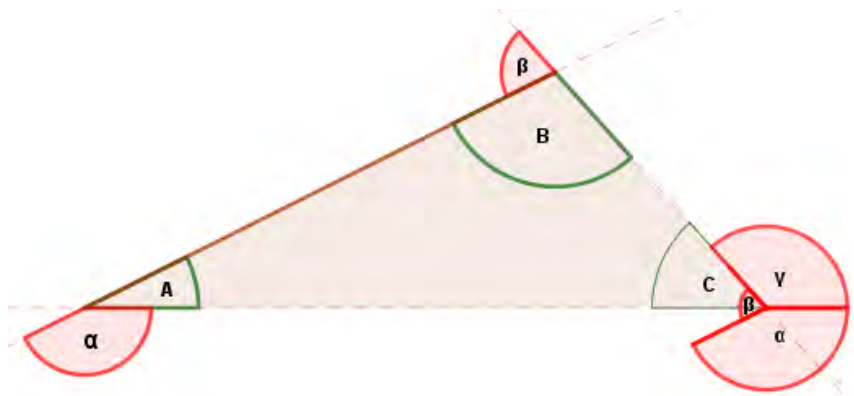
1. Traza un triángulo y marca sus ángulos interiores.



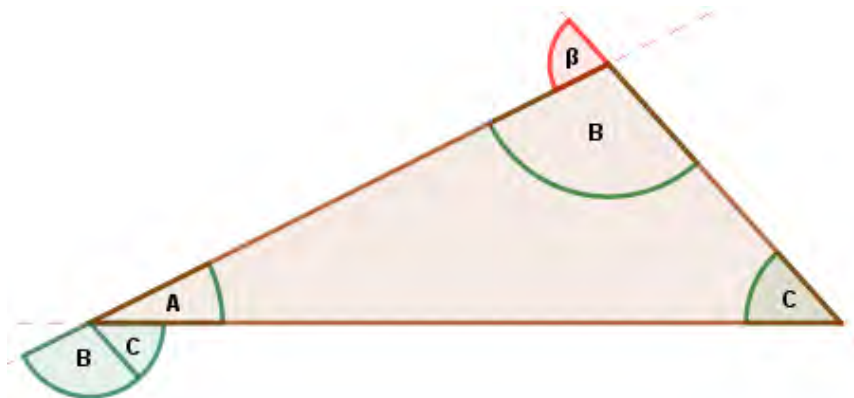
2. Recorta los ángulos interiores y une los vértices.



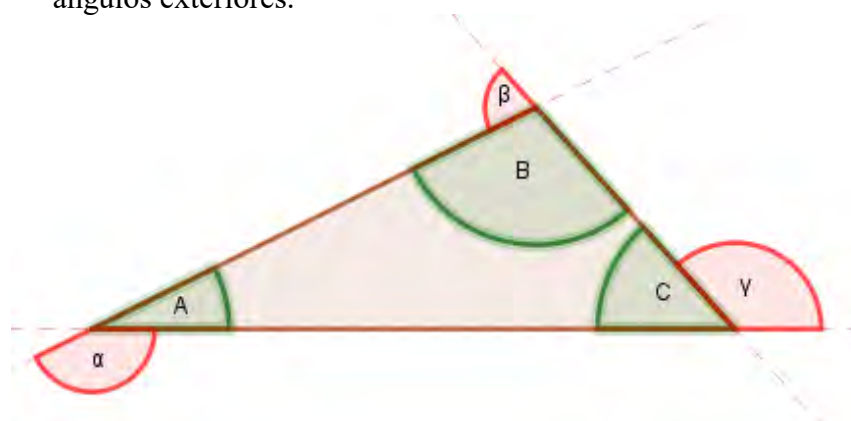
3. Traza un triángulo, marca sus ángulos interiores y exteriores.



4. Recorta los ángulos exteriores y une los vértices.



5. Recorta dos ángulos interiores, únelos y compáralos con los ángulos exteriores.



El alumno:

- I. Realiza los cortes y dobleces de papel. Expresa sus dudas ante el grupo para que tenga apoyo de sus demás compañeros.
- II. De acuerdo con la actividad realizada, escribe sus conclusiones:
 1. Sobre los ángulos internos de un triángulo.
 2. Sobre los ángulos externos de un triángulo.
 3. Sobre los ángulos internos y externos de un triángulo.



4. ¿Las propiedades encontradas pueden ser aplicadas en cualquier tipo de triángulo?

Actividad 3. (35 minutos)

El profesor:

- I. Pide a los alumnos realicen trazos con regla y compás de diferentes triángulos. También deben observar y escribir las características particulares de cada triángulo, pueden medir los ángulos con el transportador.
- II. El profesor retoma lo que se abordó la sesión pasada y les recuerda a los alumnos el uso de regla y compás para el trazo de un triángulo.
- III. Las preguntas planteadas en esta actividad son:
 1. ¿Qué relación encuentras entre los lados y los ángulos para el caso de un triángulo equilátero?
 2. ¿Qué relación encuentras entre los lados y los ángulos para el caso de un triángulo escaleno?
 3. ¿Qué relación encuentras entre los lados y los ángulos para el caso de un triángulo isósceles?
 4. ¿Qué relación encuentras entre los lados y los ángulos para el caso de un triángulo rectángulo?

El alumno

- I. Realiza los trazos con regla y compás, siguiendo las indicaciones del profesor.
- II. Responde y comenta sus resultados con sus compañeros.



Actividad 3. (15 minutos)

El profesor:

- I. Plantea la situación particular del diseño de pistas de carrera, donde se considera que el ángulo de inclinación es importante de acuerdo a los especificaciones solicitadas.
- II. Pide a los alumnos que realicen el cálculo de los ángulos de inclinación para diferentes pistas donde se requiere que la rapidez con que viajan los autos sean diferentes.
- III. Con la actividad se pretende que los alumnos realicen los cálculos correspondientes para orientarlos en el uso correcto de la calculadora y que analicen la situación, para que respondan:
 1. ¿Existe un valor máximo para el ángulo de inclinación?
 2. ¿Cuál es la importancia de conocer el ángulo de inclinación en el diseño de la pista de carrera de autos?

El alumno:

- I. Analiza la situación y aplica a una situación concreta los conocimientos adquiridos en las actividades anteriores.
- II. Realiza sus conclusiones y comprueba conjeturas, para expresar sus ideas ante el grupo.

Cierre (15 minutos)

El profesor:

- III. Plantea las siguientes preguntas en plenaria, con la finalidad de retomar los puntos más importantes y que los alumnos puedan expresar verbalmente sus ideas.



	<ol style="list-style-type: none">1. ¿Qué puedes decir sobre las propiedades de los ángulos en los triángulos?2. ¿Qué relación existe entre los lados y ángulos de un triángulo?3. ¿Cuál es tu conclusión sobre el cálculo del ángulo de inclinación en el diseño de la pista de carrera de automóviles? <p>El alumno:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Responde alternadamente y expone sus puntos de vista.
ORGANIZACIÓN	<p>La actividad de inicio se trabajará individualmente, se considera como diagnóstico, en caso de que el alumno no recuerde, se retomará después de realizar la primera actividad.</p> <p>La actividad 1 y 2 se realizarán en parejas, cada integrante responderá en sus hojas de trabajo y realizará sus propios trazos. Los resultados serán expresados ante el grupo.</p> <p>La actividad 3 se realiza de forma individual y se considera parte de la evaluación continua.</p> <p>En la actividad de cierre todos los alumnos participan alternadamente, para enriquecer y aclarar dudas frente al grupo.</p> <p>Se da libertad a los alumnos de elegir la persona con la que quieran trabajar, con la intención de que trabajen en confianza.</p> <p>La estrategia está diseñada para un total de 30 alumnos.</p>



MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO	Materiales: Juego geométrico Calculadora Tijeras Resistol Anexo C.1
EVALUACIÓN	Al inicio de la estrategia se realiza una evaluación diagnóstica que permite identificar el dominio y conocimiento sobre el tema. Al final de la sesión se solicita a los alumnos que entreguen sus hojas de trabajo, ya que estas forman parte de la evaluación formativa y continua.

V. REFERENCIAS DE APOYO

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA LOS ALUMNOS.	[1] Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). <i>Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones</i> . México: McGraw Hill, Interamericana. [2] Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, Jhon. (2013). <i>Matemática: razonamiento y aplicaciones</i> . 12 ^a ed. México: Pearson. Addison Wesley.
BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA EL PROFESOR	[1] Álvarez, E. (2012). <i>Elementos de Geometría</i> . Colombia: Universidad de Medellín.



	<p>[2] Burrell, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). <i>Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones</i>. México: McGraw Hill, Interamericana.</p> <p>[3] Eggen, P. y Kauchak, D. (2009). <i>Estrategias docentes: Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades del pensamiento</i>. México: Fondo de cultura económico.</p> <p>[4] Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, Jhon. (2013). <i>Matemática: razonamiento y aplicaciones</i>. 12^a ed. México: Pearson. Addison Wesley.</p> <p>[5] Polya, G. (1981). <i>Cómo plantear y resolver problemas</i>. 1ed., 9 reimp. ed. México: Trillas.</p> <p>[6] Sears, W., Zemansky, W., Young, D., y Freedman, A. (2004). <i>Física Universitaria</i>. México: Pearson.</p>
COMENTARIOS ADICIONALES	Las actividades 2 y 3 pueden organizarse en equipos de más personas, esto es de acuerdo al criterio del profesor.

VI. ANEXOS

Anexo C.1



Alumno (a):

Objetivos:

- Interpreta las propiedades de los ángulos de los triángulos mediante dobleces de papel.
- Calcula valores de los ángulos de un triángulo a partir de sus propiedades.

Inicio (20 minutos)

Actividad 1. Calcula los ángulos internos de cada triángulo, en caso de no saber la respuesta después de realizar la actividad 2 podrás retomar esta actividad.



Desarrollo (70 minutos)

Actividad 2. Realiza los dobleces de papel indicados por el profesor y explica en cada caso.

Sobre los ángulos internos de un triángulo:

Sobre los ángulos externos de un triángulo:

Sobre los ángulos internos y externos de un triángulo:

Las propiedades encontradas pueden ser aplicadas en cualquier tipo de triángulo:

Actividad 3. Traza con regla y compás triángulos con las medidas de cada inciso que se presenta a continuación. Escribe las características particulares de cada triángulo.

- a) 5 cm, 8 cm, 8 cm
- b) 3 cm, 4 cm, 5 cm
- c) 7 cm, 5 cm, 9 cm
- d) 5 cm, 5 cm, 5 cm
- e) 4 cm, 4 cm, 4 cm



¿Qué relación encuentras entre los lados y los ángulos en cada caso?

Equilátero

Escaleno

Isósceles

Rectángulo

Cierre (Tiempo: 30 minutos)

Actividad 4. En el diseño de pistas de carrera se considera el peralte, éste se refiere al ángulo de inclinación β , como lo muestra la Figura 1. Curva peraltada¹².

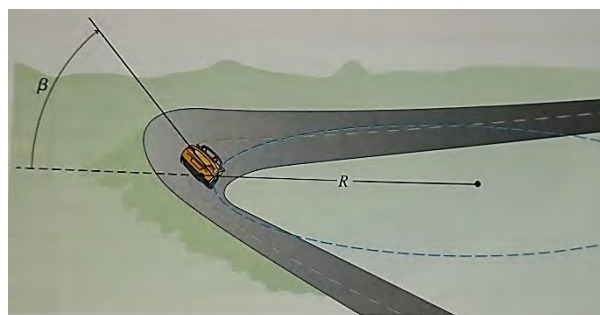


Figura 1. Curva peraltada.

¹²Extraída de Sears, Zemansky, Young y Freedman (2004).



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
Sesión 3. Propiedades de los ángulos del triángulo.



Mediante la siguiente expresión se puede determinar el ángulo de inclinación para diseñar una pista de carrera:

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gR}\right)$$

Se sabe que para un promedio de rapidez con que viajaran los autos de 25 m/s (v), un radio de 230 m (R) y la gravedad ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$), el ángulo de inclinación es de 15.5° (β).

Calcula los ángulos de inclinación para las siguientes pistas, donde lo único que varía es rapidez con que viajan los autos:

Promedio de la rapidez (v)	Ángulo de inclinación (β)
15 m/s^2	
25 m/s^2	
35 m/s^2	

Con base en tus resultados responde las preguntas y coméntalas ante el grupo.

¿Existe un valor máximo para el ángulo de inclinación? ¿cuál?

Escribe una conclusión sobre el cálculo del ángulo de inclinación en el diseño de la pista de carrera de automóviles:

ANEXO D

SECUENCIA DIDÁCTICA

GEOMETRÍA DEL TRIÁNGULO

TEOREMA DE PITÁGORAS Y SU RECÍPROCO



I. DATOS GENERALES

PROFESOR(A)	Rocío Paola Martínez Cid
ASIGNATURA	Matemáticas II
SEMESTRE ESCOLAR	Segundo Semestre
PLANTEL	CCH SUR
FECHA DE ELABORACIÓN	7 de marzo de 2018

II. PROGRAMA

UNIDAD TEMÁTICA	Unidad 4. Congruencia, semejanza y Teorema de Pitágoras.
PROPÓSITOS DE LA UNIDAD	<ul style="list-style-type: none">• Aplicará los conceptos de congruencia y semejanza y usará el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas que involucren triángulos.• Argumentará deductivamente sobre la validez de algunas afirmaciones geométricas y procesos en la resolución de problemas.
APRENDIZAJE(S)	El alumno: <ul style="list-style-type: none">• Reconoce y justifica el Teorema de Pitágoras y su recíproco desde el punto de vista geométrico y algebraico.



	<ul style="list-style-type: none">• Utiliza los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas.
TEMA(S)	Teorema de Pitágoras I. Justificación del Teorema de Pitágoras y su recíproco. II. Problemas de longitudes, áreas que involucran semejanza, congruencia y Teorema de Pitágoras. III. Teorema de la altura de un triángulo.

III. ESTRATEGIA

Como actividad de inicio se propone la resolución de ejercicios donde se utilicen las propiedades de los ángulos de los triángulos y el Teorema de Pitágoras, con la finalidad de hacer un diagnóstico que permita determinar tanto a los alumnos como al profesor lo que se conoce sobre el tema.

Para el desarrollo de la estrategia se proponen tres actividades: la primera consiste en que los alumnos identifiquen los elementos que tiene el triángulo rectángulo y construyan cuadrados sobre los lados para que comparen las áreas, esto da apertura a la segunda actividad, en la que se realizan las demostraciones geométrica y algebraica del Teorema de Pitágoras. Estas dos actividades tienen como finalidad principal que alumno transite de un caso particular a uno general. En la tercera actividad los alumnos aplican los aprendizajes en situaciones contextualizadas que requieren la resolución de triángulos rectángulos.

Para la actividad de cierre se pide a los alumnos realicen una síntesis de lo que a su consideración sea lo más importante y que se comente ante el grupo.



IV. SECUENCIA

TIEMPO DIDÁCTICO	1 sesión (120 minutos)
OBJETIVOS:	Que el alumno: <ul style="list-style-type: none">• Reconoce la relación que existe entre la solución de triángulos rectángulos y el Teorema de Pitágoras.• Comprueba el Teorema de Pitágoras mediante la demostración geométrica y algebraica.• Calcula las medidas de los lados de triángulos rectángulos aplicados en resolución de problemas.
DESARROLLO Y ACTIVIDADES	<p>Inicio (20 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Proporciona el material “Hojas de trabajo de la sesión 3”¹³, para el registro de cada actividad.II. Pide a los alumnos que realicen los cálculos y respondan las preguntas de la actividad 1. En caso de no saber las respuestas podrán retomar la actividad después de concluir las actividades 1 y 2. <ol style="list-style-type: none">1. ¿Qué tipo de triángulos identificas? ¿Cuáles son las características principales?2. ¿Cómo obtienes los valores de los ángulos de los triángulos?3. ¿Cómo obtienes los valores de los lados de un triángulo rectángulo? <p>El alumno:</p>

¹³ Anexo D.1



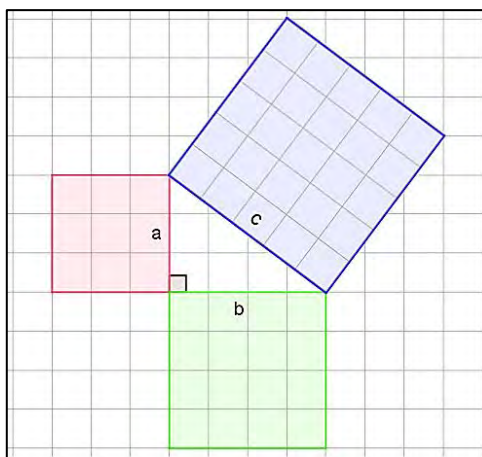
- I. Realiza los cálculos y responde a las preguntas de acuerdo a sus conocimientos previos.

Desarrollo (100 minutos)

Actividad 1. (30 minutos)

El profesor:

- I. Pide a los alumnos que las actividades se realicen en parejas, pero cada alumno deberá trabajar su material de forma individual.
1. En una hoja de cuadrícula traza un triángulo rectángulo de catetos 3 y 4 unidades.
 2. Traza tres cuadrados, de 3 x 3 unidades, de 4 x 4 unidades y de 5 x 5 respectivamente.
 3. Recorta los triángulos que trazaste y haz que coincidan en cada lado del triángulo.
 4. Cuenta los cuadros que tiene cada uno de los cuadrados construidos y compara con los que hay en el cuadrado que se construyó sobre la hipotenusa.





II. Comenta con los alumnos la importancia de la demostración geométrica, pero en este caso solo se aplicó en un triángulo rectángulo en particular, por lo que existe la necesidad de generalizar para cualquier triángulo.

El alumno:

I. Realiza los trazos solicitados por el profesor y compara las áreas entre los cuadrados que construyeron sobre los catetos y el cuadrado que se construyó sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo.

II. Escribe sus respuestas y las comenta ante el grupo.

Actividad 2. (30 minutos)

El profesor:

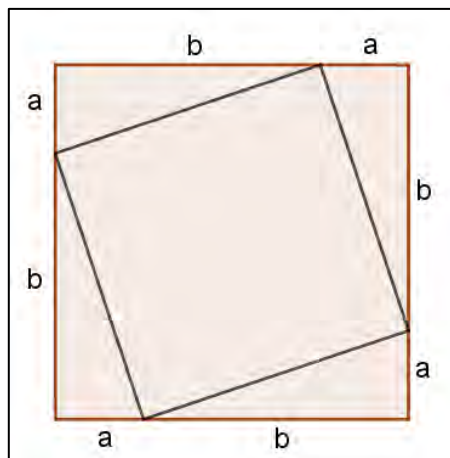
I. Retoma la actividad anterior y hace énfasis en la importancia de generalizar la demostración del Teorema de Pitágoras, para lo cual pide a los alumnos que desarrollen la expresión del área del cuadrado en términos de a y b .

1. Considera al lado del cuadrado como $l = a + b$.

2. El área del cuadrado es $A = l \times l$.

3. Al expresar el área del cuadrado en términos de a y b :

$$A = (a + b)^2.$$



4. Al desarrollar la expresión $A = (a + b)^2$:

$$A = a^2 + 2ab + b^2 \dots \text{Ecuación (1)}$$

II. Guía a los alumnos para que encuentren otra forma de expresar el área del cuadrado de lado $l = a + b$.

1. Expresar el área del cuadrado de lado $l = a + b$ mediante la suma de áreas de las figuras geométricas que forma parte de él. Con ayuda de material didáctico (rompecabezas) se muestra en el pizarrón.
2. El área de los cuatro triángulos rectángulos se expresa como:

$$A_r = 4 \left(\frac{ab}{2} \right)$$

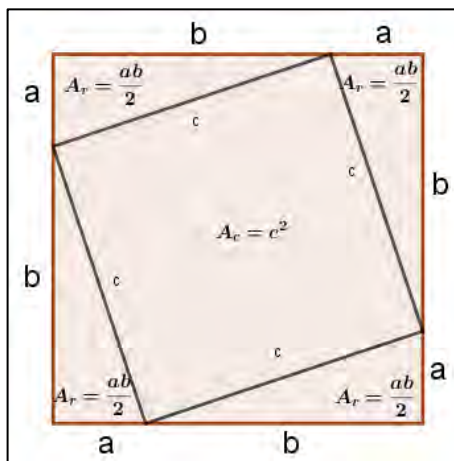
$$A_r = 2 a b$$

3. El área del cuadrado de lado $l = c$ se expresa como:

$$A_c = c^2$$

4. Al expresar el área del cuadrado de lado $l = a + b$, en términos de la suma de áreas de las figuras geométricas.

$$A = 2 a b + c^2 \dots \text{Ecuación (2)}$$





III. Pide a los alumnos que observen que están expresando el área del cuadrado de diferentes formas, por lo que es válido igualar las ecuaciones (1) y (2).

1. Al igualar las ecuaciones (1) y (2):

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

2. El término $2ab$ se cancela por estar en ambos lados de la igualdad.

$$a^2 + \cancel{2ab} + b^2 = \cancel{2ab} + c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

IV. Hace énfasis en la importancia de la demostración algebraica, pues ésta permite la generalización del Teorema de Pitágoras y el uso de su recíproco. Es importante asegurarse de que los alumnos hayan comprendido el desarrollo y las relaciones pertinentes del tema.

El alumno

- I. Realiza los trazos correspondientes y el desarrollo algebraico de las expresiones encontradas.
- II. Participa activamente ante el grupo y expresa dudas en caso de tenerlas.

Actividad 3. (20 minutos)

El profesor:



	<p>I. Plantea problemas, con la finalidad de que los alumnos se involucren con la resolución de triángulos rectángulos.</p> <p>1. Demuestra que la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado a es igual a $\sqrt{2} \cdot a$.</p> <p>2. La distancia entre la base de la Torre inclinada de Pisa y su parte más alta es 180 pies. La Torre está desviada 16 pies de la perpendicular. Determina la distancia desde la parte más alta de la torre hasta el piso.</p> <p>II. Propone que pasen al pizarrón a escribir sus resultados y verifica que todos coincidan en sus respuestas.</p> <p>El alumno:</p> <p>I. Resuelve los problemas planteados por el profesor y expresa sus dudas.</p> <p>Cierre (20 minutos)</p> <p>Actividad 4. (20 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <p>I. Pide a los alumnos que escriban una síntesis de cinco renglones sobre los conceptos trabajados en la sesión, el alumno puede apoyarse con lenguaje algebraico y pictórico.</p> <p>El alumno:</p> <p>II. Expone ante el grupo la síntesis realizada y hace observaciones.</p>
--	---



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
Sesión 4. Teorema de Pitágoras y su recíproco.



ORGANIZACIÓN	<p>La actividad de inicio es diagnóstica, para conocer el dominio que se tiene sobre el tema, en caso de no saber o no recordar el tema, se comenta con los alumnos que después de realizar las actividades 1, 2 y 3, podrán retomar la actividad y concluirla.</p> <p>Las actividades 1 y 2 se realizan en parejas, cada integrante trabajará con su material.</p> <p>La actividad 3 se realiza de forma individual y se considera parte de la evaluación continua.</p> <p>En la actividad de cierre todos los alumnos participan alternadamente, para enriquecer y aclarar dudas frente al grupo.</p> <p>La estrategia está diseñada para un total de 30 alumnos.</p>
MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO	<p>Materiales:</p> <p>Juego geométrico</p> <p>Tijeras</p> <p>Resistol</p> <p>Anexo D.1</p>
EVALUACIÓN	<p>Al inicio de la estrategia se realiza una evaluación diagnóstica que permite recuperar conocimientos previos.</p> <p>Al final de la sesión se solicita a los alumnos que entreguen sus hojas de trabajo, ya que estas forman parte de la evaluación formativa y continua.</p>



V. REFERENCIAS DE APOYO

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA LOS ALUMNOS.	<p>[1] Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M. (2015). <i>Matemáticas Simplificadas</i>. 4ª ed. México: Pearson Educación.</p> <p>[2] Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). <i>Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones</i>. México: McGraw Hill, Interamericana.</p> <p>[3] Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, Jhon. (2013). <i>Matemática: razonamiento y aplicaciones</i>. 12ª ed. México: Pearson. Addison Wesley.</p> <p>[4] Video de Teorema de Pitágoras. Explicación y ejemplos. https://www.youtube.com/watch?v=JZ_GrI7ueqE</p> <p>Consultado el 7 de marzo del 2018.</p>
BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA EL PROFESOR	<p>[1] Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M. (2015). <i>Matemáticas Simplificadas</i>. 4ª ed. México: Pearson Educación.</p> <p>[2] Álvarez, E. (2012). <i>Elementos de Geometría</i>. Colombia: Universidad de Medellín.</p>



	<p>[3] Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). <i>Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones</i>. México: McGraw Hill, Interamericana.</p> <p>[4] Eggen, P. y Kauchak, D. (2009). <i>Estrategias docentes: Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades del pensamiento</i>. México: Fondo de cultura económico.</p> <p>[5] Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, Jhon. (2013). <i>Matemática: razonamiento y aplicaciones</i>. 12^a ed. México: Pearson. Addison Wesley.</p> <p>[6] Polya, G. (1981). <i>Cómo plantear y resolver problemas</i>. 1ed., 9 reimp. ed. México: Trillas.</p> <p>[7] Video de Teorema de Pitágoras. Explicación y ejemplos: https://www.youtube.com/watch?v=JZ_GrI7ueqE</p> <p>Consultado el 7 de marzo del 2018.</p>
COMENTARIOS ADICIONALES	Como actividad extra clase se sugiere a los alumnos algunos videos para reforzar el tema.

VI. ANEXOS

Anexo D.1



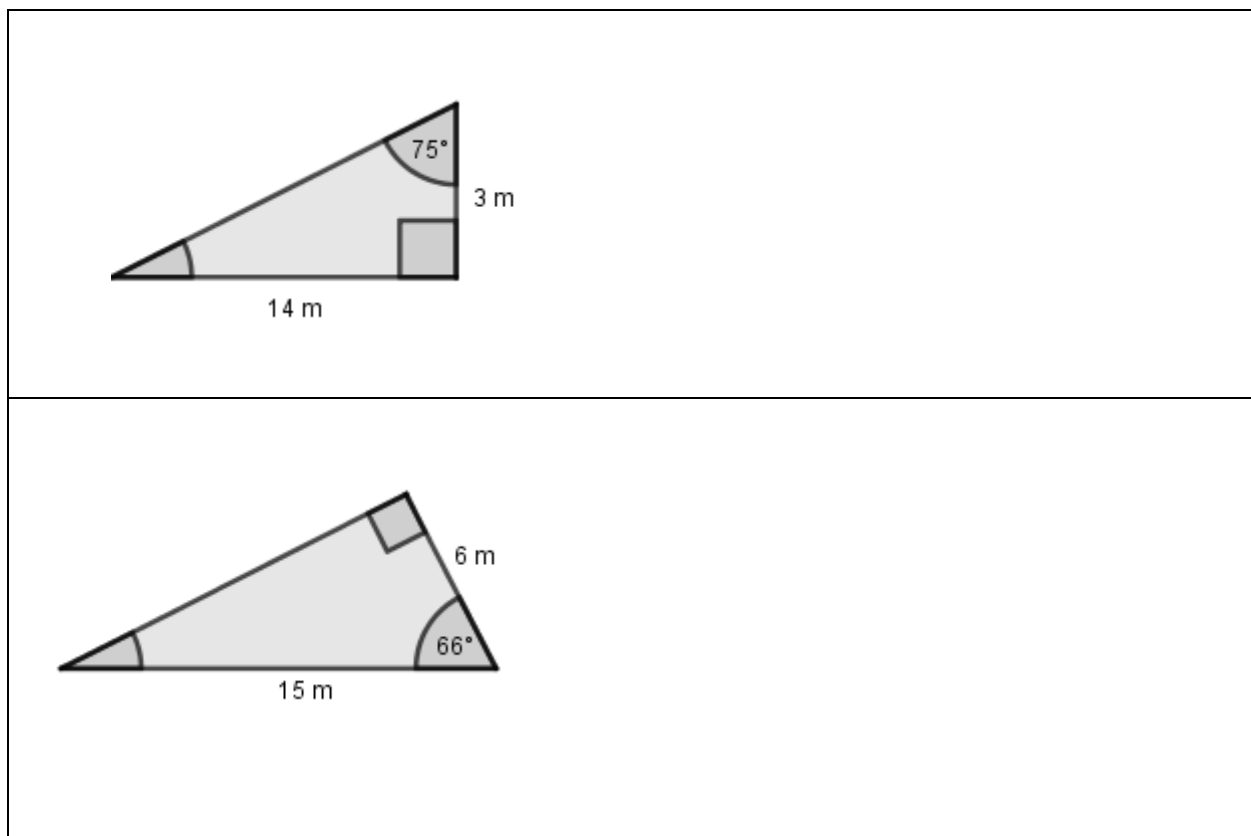
Alumno (a):

Objetivos:

- Reconoce la relación que existe entre la solución de triángulos rectángulos y el Teorema de Pitágoras.
- Comprueba el Teorema de Pitágoras mediante la demostración geométrica y algebraica.
- Calcula las medidas de los lados de triángulos rectángulos aplicados en resolución de problemas.

Inicio (20 minutos)

Actividad 1. Calcula los valores de los ángulos y lados desconocidos en los siguientes triángulos.





¿Qué tipo de triángulos identificas? ¿cuáles son las características principales?

¿Cómo obtienes los valores de los ángulos de los triángulos?

¿Cómo obtienes los valores de los lados de un triángulo rectángulo?

Desarrollo (80 minutos)

Actividad 2. Demostración geométrica del Teorema de Pitágoras.

En una hoja de cuadrícula:

- Traza un triángulo rectángulo de catetos 3 y 4 unidades.
- Traza tres cuadrados: uno de 3 x 3 unidades (cuadrado del cateto de 3), 4 x 4 unidades (cuadrado del cateto de 4) y 5 x 5 unidades (cuadrado de la hipotenusa).
- Cuenta los cuadros que tiene cada cuadrado de los catetos y compara con los que hay en el cuadrado de la hipotenusa.
- Recorta y pega las figuras.

¿Qué relación encuentras entre las áreas construidas sobre los cuadrados de los catetos y el cuadrado de la hipotenusa?

¿Qué expresión podrías utilizar para generalizar la relación que encontraste?



Actividad 3. Demostración algebraica del Teorema de Pitágoras.

Traza en el siguiente cuadrado:

- Con el compás, divide cada uno de los lados de los cuadrados en dos secciones, las cuales serán a y b respectivamente.
- En ambos cuadrados une las divisiones que realizaste.

Cálculo del área del cuadrado en términos de la suma de a y b .



Expresa el área del cuadrado en términos de a y b .



Cálculo del área del cuadrado mediante descomposición de áreas.



Expresa el área con la suma de áreas que componen al cuadrado.

Iguala las expresiones obtenidas anteriormente.



Actividad 3. Resuelve los siguientes problemas.

1. Demuestra que la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado a es igual a $\sqrt{2} \cdot a$

2. La distancia entre la base de la Torre inclinada de Pisa y su parte más alta es 180 pies. La Torre está desviada 16 pies de la perpendicular. Determina la distancia desde la parte más alta de la torre hasta el piso.





Cierre (20 minutos)

Actividad 4. Escribe una síntesis de cinco renglones sobre los conceptos trabajados en esta sesión, puedes utilizar lenguaje escrito, algebraico y pictórico.

Comenta ante el grupo lo que consideres más relevante de la sesión.

Para reforzar el tema.

1. Una persona sale de su casa y viaja 4 km hacia el Este, luego 3 km hacia el Norte. ¿Cuál es la distancia más corta para regresar a su casa?
2. Imagina que estás situado en la orilla de un lago grande, y subes por una escalera de 3 m de alto, que te permite ver un faro que se encuentra mar adentro a una distancia de 6100 m. Estima el valor del radio de la tierra.

ANEXO E

SECUENCIA DIDÁCTICA

SITUACIONES QUE INVOLUCRAN LA RESOLUCIÓN TRIÁNGULOS

RECTÁNGULOS



I. DATOS GENERALES

PROFESOR(A)	Rocío Paola Martínez Cid
ASIGNATURA	Matemáticas III
SEMESTRE ESCOLAR	Segundo Semestre
PLANTEL	CCH SUR
FECHA DE ELABORACIÓN	8 de marzo de 2018

II. PROGRAMA

UNIDAD TEMÁTICA	Unidad 1. Elementos de trigonometría.
PROPÓSITOS DE LA UNIDAD	<ul style="list-style-type: none">Utilizará las razones e identidades trigonométricas, así como las leyes de senos y cosenos mediante la resolución de problemas en distintos contextos que involucren triángulos con la finalidad de construir conocimientos que serán empleados en asignaturas posteriores.
APRENDIZAJE(S)	El alumno: <ul style="list-style-type: none">Comprende que el concepto de razón trigonométrica se deriva de la relación de los lados de un triángulo rectángulo y que son respectivamente invariantes en triángulos semejantes.



	<ul style="list-style-type: none">• Resuelve problemas que involucren triángulos rectángulos.
TEMA(S)	Elementos de trigonometría. I. Razones trigonométricas para ángulos agudos de un triángulo rectángulo. II. Solución de problemas de aplicación. - Ángulo de elevación. - Ángulo de depresión. - Distancias inaccesibles. - Cálculo de áreas.

III. ESTRATEGIA

Esta actividad tiene como apertura el planteamiento de un problema de un problema particular de la construcción de techos a dos aguas, para despertar el interés en el alumno.

Para el desarrollo de la estrategia se plantean actividades basadas en la resolución de ejercicios y problemas que involucren triángulos rectángulos, además de que se integran elementos adicionales al problema como lo son costos y cantidades requeridas que permiten que el alumno utilice el análisis de una situación contextualizada.

Para la actividad de cierre se plantea una situación que permite la resolución de triángulos rectángulos mediante la aplicación de Teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas que permiten conocer ángulos y lados en triángulos rectángulos, también se analiza la relación de los ángulos de inclinación en techos a dos aguas con el uso destinado.



IV. SECUENCIA

TIEMPO DIDÁCTICO	1 sesión (120 minutos)
OBJETIVOS:	<p>Que el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none">• Calcule longitudes y ángulos en triángulos utilizando las razones trigonométricas. <p>Calcule las medidas de los lados y ángulos de triángulos rectángulos aplicados en resolución de problemas contextualizados</p>
DESARROLLO Y ACTIVIDADES	<p>Inicio (20 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <ol style="list-style-type: none">Proporciona el material “Hojas de trabajo de la sesión 4”¹⁴, para el registro de cada actividad.Inicia la clase cuestionando a los alumnos sobre la importancia y uso de los techos a dos aguas. <p>El alumno:</p> <ol style="list-style-type: none">Escribe las respuestas en las hojas de trabajo y comenta sus respuestas de la situación planteada. <p>Desarrollo (100 minutos)</p> <p>Actividad 1. (30 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <ol style="list-style-type: none">Indica que el trabajo se realiza en equipos de 4 personas.Define las relaciones que existen entre los ángulos y lados de los triángulos mediante las razones trigonométricas.

¹⁴ Anexo E.1



	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none">I. Realiza los cálculos y observaciones pertinentes que permitan la definición de las razones trigonométricas.II. Expresa sus dudas ante el grupo. <p>Actividad 2. (30 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <ul style="list-style-type: none">I. Solicita a los alumnos que calculen los valores de los ángulos y lados en diferentes triángulos rectángulos, con la finalidad de que apliquen las razones trigonométricas.II. Asigna a cada equipo un triángulo, para que lo resuelva en el pizarrón ante el grupo. <p>El alumno</p> <ul style="list-style-type: none">I. Resuelve los diferentes triángulos planteados y pasan al pizarrón en equipo para escribir sus respuestas.II. Verifican que las respuestas de sus compañeros coincidan y que las respuestas sean correctas. <p>Actividad 3. (30 minutos)</p> <p>El profesor:</p> <ul style="list-style-type: none">I. Plantea una situación contextualizada donde se utiliza la resolución de triángulos rectángulos en el diseño de un soporte de un techo a dos aguas, se integra a este problema cuestiones de costos, para que el alumno analice la situación.
--	---



	<p>El alumno:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Resuelve con sus compañeros el problema y presenta la solución ante el grupo. <p>Cierre (30 minutos)</p> <p>Actividad 4</p> <p>El profesor:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Plantea una situación en donde tiene que resolver triángulos rectángulos y analizar la importancia del ángulo de inclinación en un techo a dos aguas en diferentes condiciones.II. Retomar los puntos importantes con la finalidad de que los alumnos expresen verbalmente sus ideas. <p>El alumno:</p> <ol style="list-style-type: none">I. Resuelve la situación planteada y analiza el uso de los soportes de techos a dos aguas.II. Responde alternadamente y expone sus puntos de vista.
ORGANIZACIÓN	<p>La actividad de inicio se realiza de forma individual y las respuestas se expresan ante el grupo, con la finalidad de generar interés en los alumnos.</p> <p>Las actividades 1, 2, 3 se realizarán en equipos de 4 ó 5 personas, cada integrante responderá en sus hojas de trabajo.</p> <p>La actividad 4 se realiza de forma individual y se considera parte de la evaluación continua.</p> <p>En la actividad de cierre todos los alumnos participan alternadamente, para enriquecer y aclarar dudas frente al grupo.</p> <p>Los equipos se forman de acuerdo al criterio de los alumnos, para evitar que se sientan incómodos.</p> <p>La estrategia está diseñada para un total de 30 alumnos.</p>



MATERIALES Y RECURSOS DE APOYO	Materiales: Juego geométrico Hojas blancas Anexo E.1
EVALUACIÓN	En la actividad de cierre se plantea una situación que el alumno debe responder de forma individual, esta actividad involucra la resolución de triángulos rectángulos y el análisis de diversas situaciones. Al final de la sesión se solicita a los alumnos que entreguen sus hojas de trabajo, ya que estas forman parte de la evaluación formativa y continua.

V. REFERENCIAS DE APOYO

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA LOS ALUMNOS.	[1] Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M. (2015). Matemáticas Simplificadas. 4ª ed. México: Pearson Educación. [2] Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). <i>Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones</i> . México: McGraw Hill, Interamericana. [3] Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, Jhon. (2013). <i>Matemática: razonamiento y aplicaciones</i> . 12ª ed. México: Pearson. Addison Wesley.
---	--



	<p>[4] Razones trigonométricas</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=B3KXN5IFzs8</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=CRg5jQRj1Hg</p> <p>Consultado el 25 de febrero del 2018.</p>
<p>BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA EL PROFESOR</p>	<p>[1] Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M. (2015). Matemáticas Simplificadas. 4ª ed. México: Pearson Educación.</p> <p>[2] Álvarez, E. (2012). <i>Elementos de Geometría</i>. Colombia: Universidad de Medellín.</p> <p>[3] Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). <i>Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones</i>. México: McGraw Hill, Interamericana.</p> <p>[4] Eggen, P. y Kauchak, D. (2009). <i>Estrategias docentes: Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades del pensamiento</i>. México: Fondo de cultura económico.</p> <p>[5] Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, Jhon. (2013). <i>Matemática: razonamiento y aplicaciones</i>. 12ª ed. México: Pearson. Addison Wesley.</p>



	<p>[6] Polya, G. (1981). <i>Cómo plantear y resolver problemas</i>. 1ed., 9 reimp. ed. México: Trillas.</p> <p>[7] Video explicación de Razones trigonométricas. https://www.youtube.com/watch?v=B3KXN5IFzs8 https://www.youtube.com/watch?v=CRg5jQRj1Hg</p> <p>Consultado el 25 de febrero del 2018.</p>
COMENTARIOS ADICIONALES	<p>El profesor puede sugerir algunos videos con la finalidad de reforzar el tema.</p>

VI. ANEXOS

Anexo E.1



Alumno (a):

Objetivos:

- Calcula longitudes y ángulos en triángulos utilizando las razones trigonométricas.
- Calcula las medidas de los lados y ángulos de triángulos rectángulos aplicados en resolución de problemas contextualizados.

Inicio. (10 minutos)

Los techos a dos aguas se soportan principalmente mediante armaduras. Se utilizan en construcciones de casas, naves industriales, terrazas, entre otras.

¿Qué ventajas consideras que tiene el uso de techos a dos aguas? ¿por qué se construyen este tipo de techos?

Desarrollo. (90 minutos)

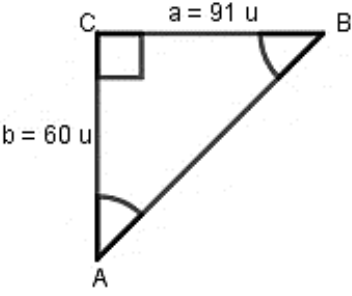
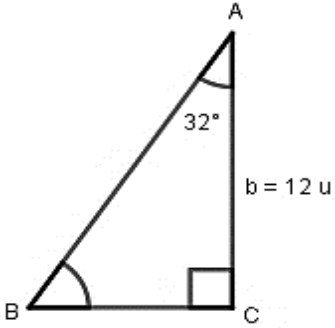
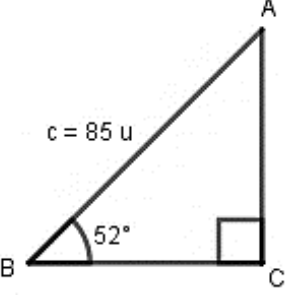
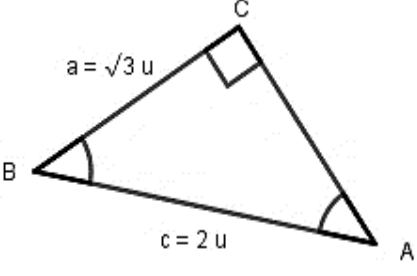
Actividad 1. Definición de Razones Trigonómicas.

		Razones Trigonómicas	
		$sen \alpha = \frac{c.o}{hip}$	$csc \alpha = \frac{hip}{c.o}$
$cos \alpha = \frac{c.a}{hip}$	$sec \alpha = \frac{hip}{c.a}$		
$tan \alpha = \frac{c.o}{c.a}$	$ctg \alpha = \frac{c.a}{c.o}$		

$sen \beta = \frac{c.o}{hip}$	$csc \beta = \frac{hip}{c.o}$
$cos \beta = \frac{c.a}{hip}$	$sec \beta = \frac{hip}{c.a}$
$tan \beta = \frac{c.o}{c.a}$	$ctg \beta = \frac{c.a}{c.o}$



Actividad 2. Calcula los valores desconocidos de los ángulos y lados en cada triángulo.

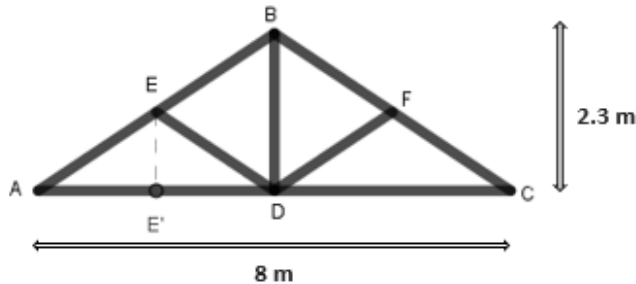
	Calcula los valores del $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$ y lado \overline{AB} .
	Calcula los valores del $\sphericalangle B$, lado \overline{AB} y lado \overline{BC} .
	Calcula los valores del $\sphericalangle A$, lado \overline{AC} y lado \overline{BC} .
	Calcula los valores del $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$ y lado \overline{AC} .



Actividad 3. Resuelve la siguiente situación planteada que involucra la resolución de triángulos.

Se tiene que un soporte para techo mide de altura 2.3 m y de ancho de 8 m, además se tiene como dato que los triángulos DEB y DBF son equiláteros.

- Calcula la longitud de cada elemento para determinar la longitud total que se requiere de material para la construcción del soporte.
- Si cada metro lineal de viga de encino blanco cuesta \$178.00 MXN, ¿cuánto costará el material necesario para construir el soporte?

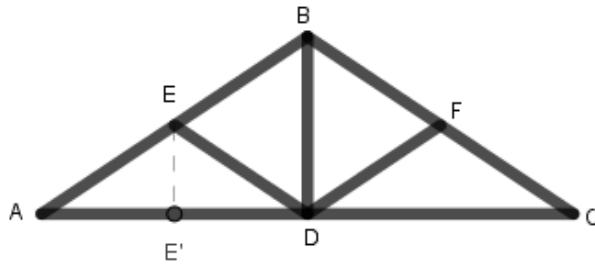


Cierre (30 minutos)

Actividad 4. Resuelve el siguiente problema.

En un techo que soportará nieve constantemente, se sabe que para cada metro se requiere una elevación de 1.10 m para que la nieve se deslice fácilmente.

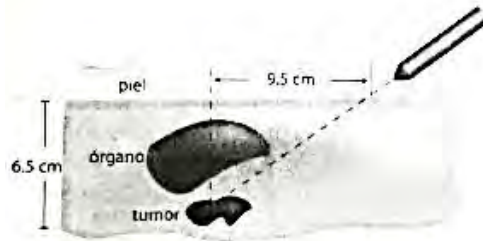
- Calcula la longitud \overline{AB} y el $\sphericalangle A$, para un soporte de ancho igual a 8 m.
- Compara las medianas de éste diseño con el de la actividad anterior, explica por qué son diferentes.



Explica con tus palabras las razones trigonométricas definidas y una reflexión sobre su uso en contextos específicos como la construcción de soportes de techos.

Para reforzar el tema.

1. Mediante la medición de la sombra de los objetos es posible determinar su altura. Calcula la altura de un edificio que proyecta una sombra de 92 m, cuando el ángulo de elevación del sol es de 18° .
2. Un paciente recibe un tratamiento con radioterapia para combatir un tumor localizado detrás de un órgano vital. Para no dañar el órgano, el radiólogo debe dirigir los rayos en cierto ángulo hacia el tumor. Si éste se halla 6.5 centímetros debajo de la piel y los rayos penetran en el cuerpo 9.5 cm a la derecha del tumor. ¿Cuál es el ángulo en que los rayos deben entrar en el cuerpo?





UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
Sesión 5. Resolución de que involucran triángulos rectángulos.



3. Una pista de aterrizaje para avión tiene como longitud 300 m, para que el avión logre aprovechar esta distancia para poder frenarse es importante que al tocar suelo lo haga justo en el inicio de la pista; para lograrlo el piloto puede conocer el ángulo de depresión en el que debe dirigir el avión. Si el piloto mide un ángulo de depresión de 15° cuando comienza su descenso a 2 000 m del inicio de la pista, ¿cuál es la altitud que deberá tener el avión para lograr un aterrizaje adecuado?

ANEXO F

EVALUACIÓN FINAL

PARA GRUPOS PILOTO Y PRÁCTICA



Nombre del alumno (a): _____

Indicaciones: resuelve los siguientes reactivos de acuerdo a lo que se solicita, cada respuesta debe tener justificación y no debes omitir ningún paso.

1. Se requiere delimitar con malla un jardín de forma triangular con todos los lados desiguales en un terreno, para esto se compró una malla de 19 metros de longitud. Las longitudes de los lados del jardín son desconocidas.

a) Se propone dividir la malla en 2 m, 10 m y 7 m. ¿Es posible construir el cercado del jardín con estas medias?

b) ¿Qué valores propondrías para el cercado del jardín, cumpliendo las condiciones establecidas? (Sólo utiliza valores enteros)

(Valor: 1 punto)

2. Demostrar que la diagonal de un rectángulo de lados a y $2a$ es igual a $\sqrt{5} * a$.

(Valor: 1 punto)

3. Se sabe que para medir el paralaje de una estrella (movimiento aparente de una estrella, que se debe al movimiento de la tierra en torno al sol) se emplea el cálculo de distancias mediante Geometría simple, como se muestra en la figura 1¹⁵.

Se conoce que la distancia entre el Sol y la Tierra es $d = 150,000,000 \text{ km}$.

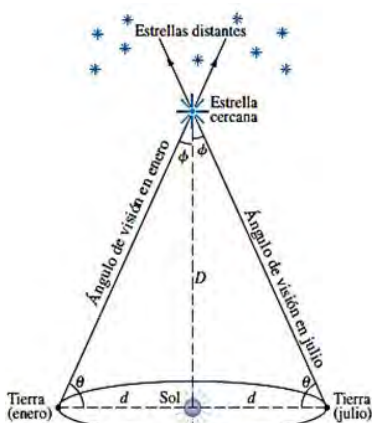


Figura 1. Distancia entre la tierra y una estrella.

a) Calcula la distancia de la tierra a la estrella cercana, si se midió un ángulo de visión en enero de

$$\theta = 76.85^\circ.$$

b) Calcula la distancia de la tierra a la estrella cercana, si se midió un ángulo de visión en julio de

$$\theta = 85.60^\circ.$$

c) ¿Cuánto se desplazó la estrella de enero a julio

(Valor: 3 puntos)

¹⁵ Extraída de Sears, Zemansky, Young y Freedman (2004).

4. Un cliente visita a un diseñador y productor de mosaicos. Le muestra la Figura 2. Mosaico; diseño que quiere el cliente. Cuando el diseñador de mosaicos iba a realizar el trabajo, éste se percató de que hacían falta datos y no tiene forma de comunicarse con el cliente. Los datos que conoce son:

- Triángulo ABD es rectángulo.
- Ángulos conocidos: $\angle DAC=10^\circ$, $\angle DCA=20^\circ$, $\angle BDA=50^\circ$
- Lados conocidos: $\overline{BD} = \overline{DC} = 15 \text{ cm}$, $\overline{AB} = 20 \text{ cm}$

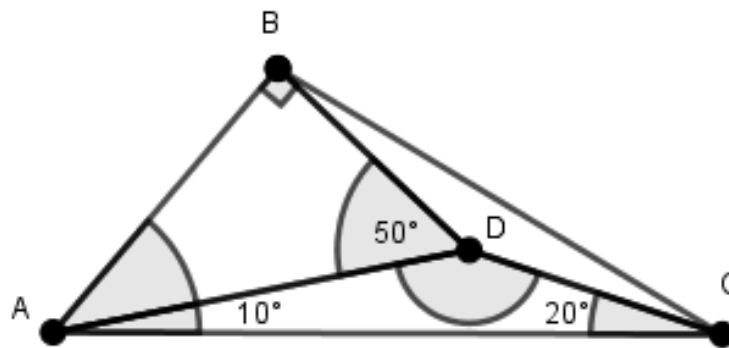


Figura 2. Mosaico

- Calcula los ángulos $\angle BAD$, $\angle ADC$, $\angle BDC$, $\angle BCD$ y $\angle DBC$.
- Calcula los lados: \overline{AD} , \overline{AC} y \overline{BC} para poder diseñar la figura del mosaico que el cliente solicita.

(Valor: 5 puntos)



Referencias

Alcántara, A, y Zorrilla, J. (2010). *Globalización y educación media superior en México: en busca de la pertinencia curricular. Perfiles educativos.*

Recuperado de

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S018526982010000100003&lng=es&tlng=es el 30 de julio de 2018.

Anderson, L. W. and Krathwohl, D. R., et al ed. (s), (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revisión of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives.* Pearson Educación.

Chi, M., y Glaser, R. (1986). *Capacidad de resolución de problemas, en R. J. Sternberg (ed.): las capacidades humanas. Un enfoque desde el pensamiento de la información.* Barcelona. Labor.

Giancoli, Douglas C. (2008). *Física para ciencias e ingeniería.* 4ª ed. México: Pearson Educación.

Hoffer, A. (1990). *La Geometría es más que demostración.* Notas de Matemática.

Newel, A., y Simon, H. (1972). *Human Problem Solving.* Prentice Hall, Englewood Cliff.

Puig, L. (1993). *Elementos para la instrucción en resolución de problemas de Matemáticas.* Tesis doctoral, Universidad de Valencia.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
Matemáticas II. Evaluación.





Bibliografía

Alsina, C. et al. (1998). *Enseñar matemáticas*. 2ª ed. España: Graó.

Anijovich, R. y González, C. (2013). *Evaluar para aprender: conceptos e instrumentos*. 1ª ed. 2ª reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor.

Arnaut, A. y Giorguli, S., (2010). *Los grandes problemas de México*. 1ª ed. México: El Colegio de México.

Bedoya, A. y Rúa, J. (Aceptado noviembre 24 de 2008). *Entre Ciencia e Ingeniería*. Universidad de Medellín.

Cantú, E. (2014). *Enséñame a aprender: ideas para una educación creativa y activa*. México: Trillas.

Carrera, B., y Mazzarella, C. (2001). *Vygotsky: enfoque sociocultural*. Educare.

Castelnuovo, E. (1970). *Didáctica de la matemática moderna*. 7ª reimp. México: Trillas.

Castillo, S. y Cabrerizo, J. (2003). *Evaluación Educativa y Promoción Escolar*. Madrid: Pearson Educación.

Elola, N. et al. (2010). *La evaluación educativa: fundamentos teóricos y orientaciones prácticas*. 1ª ed. Buenos Aires: Aique Educación.

García, S. y López, O. (2008). *La enseñanza de la Geometría: Materiales para apoyar la práctica educativa*. 1ª ed. México: Instituto para la evaluación de la educación.



- Lorenzo, J. y Cárdenas, J. (Aceptado septiembre 2013). La Resolución de Problemas como contenido en el Currículo de Matemáticas de Primaria y Secundaria. *Campo Abierto*, vol. 32.
- Noda, A., Hernández, J. y Socas, M., (2006). *Estudio del comportamiento de alumnos de Magisterio en la resolución de problemas mal definidos*. Universidad de la Laguna.
- Parra, C. y Saiz, I. (comps.), (1994). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. 1ª ed. Argentina: Paidós.
- Pólya, G. (1965). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. México: Trillas.
- Radmila, M. y Gómez, J. (2016). *Geometría: Cuadernos de Olimpiadas de Matemáticas*. 2ª ed. México: Facultad de Ciencias, UNAM.
- Rico, L. (2006). *Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas*. Universidad de Granada.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Schoenfeld, B., Alan, H. (1992). *Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics*. En Grouws, D. A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 334-369). New York: Macmillan.
- Tejada, F. (1999). *La evaluación, su conceptualización*, en Jiménez, B. *Evaluación de programas, centros y profesores*. Madrid: Síntesis.



Villela, S. (2001). *Uno, dos, tres... Geometría otra vez de la intuición al conocimiento formal en la EGB*. 1ª ed. Argentina: Aique.

Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos superiores*. Buenos Aires: Grijalbo.

Wilson, P. (1993). *Research Ideas for the Classroom. HighSchool Mathematics*. Macmillan Publishing Company.

Zarzar, C. (1993). *Habilidades Básicas para la docencia: una guía para desempeñar la labor docente más completa y enriquecedora*. 1ª ed. México: Grupo Editorial Patria.

Zarzar, C. (2009). *Habilidades Básicas del Pensamiento*. 1ª ed. México: Grupo Editorial Patria.

