



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Métodos para el análisis de la
producción en yacimientos de gas
no convencionales de baja
permeabilidad y de lutitas: casos
de campo.

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A (N)
Abimael Avila Torres

DIRECTOR(A) DE TESIS
Dr. Jorge Alberto Arévalo Villagrán



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

1. CAPITULO I INTRODUCCION	1
1.1. Resumen.....	1
1.2. Objetivo y resultados.....	2
1.3. Organización del trabajo	3
2. CAPÍTULO II ANTECEDENTES Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	5
2.1. Introducción.....	5
2.2. Gas natural.....	5
2.2.1. Composición del gas natural.	5
2.2.2. Propiedades gas natural.....	6
2.2.3. Clasificación del gas Natural	7
2.2.4. Tipos de yacimientos de gas natural.	7
2.3. Yacimientos de Gas en formaciones de baja permeabilidad.	10
2.3.1. Mecanismo de almacenamiento en yacimientos de gas no convencionales.	12
2.3.2. Transporte de gas en yacimientos no convencionales.	13
2.3.3. Adsorción física de gas y desorción en yacimiento no convencionales.	15
2.3.4. Gas de lutita (Shale gas).....	16
2.3.5. Gas en arenas de baja permeabilidad (Tight gas).....	16
2.4. Fractura miento hidráulico.....	18
2.4.1. Física del fracturamiento.	18
2.5. Flujo de fluidos en el medio poroso.....	20
2.5.1. Ecuación de difusión.	20
2.5.2. Pseudo- presión del gas real.....	21
2.5.3. Dependencia de las propiedades del gas por efecto de la presión.	22
2.5.4. Regímenes de flujos.....	24
2.5.5. Radio de Investigación.	31
2.5.6. Volumen Original de Gas, G	32
2.6. Análisis de tipo curva.	33
2.7. Yacimiento Naturalmente Fracturados	35
2.7.1. Modelos de yacimientos naturalmente fracturados.	35

3.	CAPÍTULO III DIAGNÓSTICO Y CARACTERIZACIÓN DE RÉGIMENES DE FLUJOS: ECUACIONES Y GRÁFICAS	37
3.1.	Introducción.....	37
3.2.	Diagnóstico de régimen de flujo	37
3.3.	Graficas De Diagnostico Para Los Regímenes De Flujo.....	40
	3.3.1. Flujo Lineal.	40
	3.3.2. Flujo bilineal.	40
	3.3.3. Flujo radial.....	41
	3.3.4. Flujo esférico.....	41
	3.3.5. Efectos dominados por la frontera externa.....	42
	3.3.6. Flujo lineal temprano seguido de un flujo bilineal y posteriormente un flujo lineal tardío.	43
3.4.	Graficas Especializadas Para Cada Régimen De Flujo	45
	3.4.1. Flujo Lineal	45
	3.4.2. Flujo Bilineal	48
	3.4.3. Flujo Radial	49
	3.4.4. Flujo Esférico.....	51
	3.4.5. Régimen de flujo dominado por la frontera externa con la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, qg (PSS). 52	
	3.4.6. Régimen De Flujo Dominado Por La Frontera Externa Con La Condición De Producción A Presión De Fondo Fluyendo Constante, P_{wf} 54	
	3.4.7. Secuencia de flujo lineal temprano, seguido de un flujo bilineal y posteriormente un flujo lineal tardío.	55
3.5.	Construcción de la gráfica especializada de superposición de tiempo. 57	
	3.5.1. Superposición del tiempo para régimen de flujo lineal con o sin intersección en cero de la línea recta.....	57
	3.5.2. Superposición de tiempo para régimen de flujo radial con no intersección en cero de la línea recta.....	58
	3.5.3. Superposición de tiempo para régimen de flujo esférico con no intersección en cero de la línea recta.....	59
	3.5.4. Superposición de tiempo para régimen de flujo dominado por la frontera externa con la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, qg (estado pseudo-estacionario, PSS).....	59

4. CAPITULO IV MÉTODOS DE ANÁLISIS DE DATOS DE PRESIÓN Y PRODUCCIÓN.....	61
4.1. Introducción.....	61
4.2. Modelo de Duong.....	61
4.3. Modelo de declinación exponencial extendida.....	64
4.4. Modelo modificado de declinación exponencial extendida.....	66
4.5. Modelo de declinación exponencial de potencias.....	69
4.6. Modelo de crecimiento logístico.....	70
4.7. Modelo para pozos Horizontales multifracturados de Bello.....	72
5. CAPÍTULO V COMPARACION DE LOS METODOS EN EL ANALISIS DE LOS CASOS DE CAMPO.....	75
5.1. Introducción.....	75
5.2. Casos de Campo Tight Gas.....	76
5.3. Casos de Campo Shale Gas.....	103
5.4. Análisis de los resultados.....	133
6. CAPÍTULO VI CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	146
6.1. Conclusiones.....	146
6.2. Limitaciones.....	147
6.3. Recomendaciones.....	148
NOMENCLATURAS.....	150
REFERENCIAS.....	157
Apéndice A. DERIVACIÓN DE LA ECUACIÓN DE DIFUSIÓN.....	160
Apéndice B PROPIEDADES FISICO-QUIMICAS DE LOS GASES NATURALES	
170	
Apéndice C. DERIVACIÓN DE LAS ECUACIONES DE INTERPRETACIÓN PARA LOS DIFERENTES RÉGIMENES DE FLUJO DETECTADOS EN YACIMIENTOS DE GAS CON BAJA PERMEABILIDAD.....	193

LISTA DE FIGURAS

Ilustración 2-1 Diagrama de fase Presión-temperatura de un yacimiento de gas húmedo.	8
Ilustración 2-2 Diagrama de fase(presión-temperatura) para un yacimiento de gas seco.	10
Ilustración 2-3 Yacimientos Convencionales y No Convencionales.	11
Ilustración 2-4 Modelo de almacenamiento de triple porosidad para yacimientos de gas no convencionales.	13
Ilustración 2-5 Bosquejo de transporte de gas en yacimiento no convencionales con proceso de adsorción.	14
Ilustración 2-6 Típica Isotherma de Langmuir.	15
Ilustración 2-7 Triangulo de Recursos de Masters (1979).	17
Ilustración 2-8 Esfuerzos locales y propagación de las fracturas hidráulicas.	18
Ilustración 2-9 Presión de fractura miento.	19
Ilustración 2-10 Apuntalantes. Bauxita de alta resistencia(izquierda), sílice recubierto con resina(centro) y cerámica liviana(derecha).	20
Ilustración 2-11 Rango de aplicación del método de presión a 200°F	23
Ilustración 2-12 Rango de aplicación del método de presión a 100 °F.	23
2-13 Rango de aplicación de los métodos de presión al cuadrado a 100°F	24
Ilustración 2-14 Rango de aplicación de los métodos de presión a 300°F	24
Ilustración 2-15 Rango de aplicación del método de presión al cuadrado a 300°F ...	24
Ilustración 2-16 Rango de aplicación del método de presión al cuadrado a 200°F. ..	24
Ilustración 2-17 Grafica de $1/p$ contra pseudo presión con viscosidad del gas ideal y gas real.	26
Ilustración 2-18 $pDtD$ y $mDtD$ vs tD para yacimientos radiales cerrados a condiciones de producción a gasto constate.	27
Ilustración 2-19 $pDtD$ y $mDtD$ vs tD para flujo radial para líquido, gas ideal y gases reales.	28

Ilustración 2-20 Relación Presión-tiempo de los distintos flujos de fluidos.....	30
Ilustración 2-21 Distribución de la presión en la formación cercana del pozo productora.....	32
Ilustración 2-22 Grafica de Arps.....	34
Ilustración 2-23 Esquema de un yacimiento real completo, donde se muestran las fracturas, la matriz y los vgulos, en la parte derecha se representa el yacimiento en forma de pequeños cubos para representar la matriz interceptadas por las fracturas.	36
Ilustración 3-1 Grafica de la diferencia de presión contra tiempo, donde podemos identificar las regiones en el tiempo para un yacimiento homogéneo.....	38
Ilustración 3-2 Grafica de diagnóstico con sus distintos régimenes de flujo.	39
Ilustración 3-3 Graficas de diagnóstico, $\Delta mpqgvst$ y $Gp vs t$, para identificar un régimen lineal.....	40
Ilustración 3-4 Graficas de diagnóstico, $\Delta mpqgvst$ y $Gp vs t$, para identificar un régimen bilineal.	41
Ilustración 3-5 Graficas de diagnóstico, $\Delta mpqgvst$ y $Gp vs t$, para identificar un régimen radial.	41
Ilustración 3-6 Graficas de diagnóstico, $\Delta mpqgvst$ y $Gp vs t$, para identificar un régimen esférico.....	42
Ilustración 3-7 Graficas de diagnóstico, $\Delta mpqgvst$ y $Gp vs t$, para identificar un régimen esférico a la condición de flujo constante de gas, qg.....	42
Ilustración 3-8 Graficas de diagnóstico, $\Delta mpqgvst$ y $Gp vs t$, para identificar un régimen esférico a la condición de presión de fondo fluvente constante, pwf.....	43
Ilustración 3-9 Grafica especializada de flujo para régimen lineal. donde podemos apreciar ambos casos: con intercepción en cero y con intercepción en la recta.	46
Ilustración 3-10 Grafica especializada de flujo para régimen bilineal. donde podemos apreciar ambos casos: con intercepción en cero y con intercepción en la recta.	48
Ilustración 3-11 Grafica de especializada de flujo para régimen radial. donde podemos apreciar ambos casos: con intercepción en cero y con intercepción en la recta.	49
Ilustración 3-12 Grafica especializada para régimen de flujo esférico.....	52

Ilustración 3-13 Grafica especializada de flujo para régimen de flujo dominado por la frontera externa a la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, qg.	53
Ilustración 3-14 Grafica especializada de flujo para régimen de flujo dominado por la frontera externa a la condición de producción de presión de fondo fluyendo constante, pwf.	54
Ilustración 3-15 Grafica de especializada de régimen de flujo lineal tardío, donde podemos apreciar ambos casos: con intercepción en cero y con intercepción en la recta.	56
Ilustración 3-16 Graficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo lineal sin intercepción en la recta y con intercepción en la recta.	57
Ilustración 3-17 Graficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo bilineal sin intercepción en la recta y con intercepción en la recta.	58
Ilustración 3-18 Graficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo radial sin intercepción en la recta y con intercepción en la recta.	58
Ilustración 3-19 Graficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo esférico sin intersección en cero.	59
Ilustración 3-20 Graficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo dominado por la frontera externa sin intercepción en la recta y con intercepción en la recta a las condiciones de explotación de flujo de gas constante, qg.	60
Ilustración 4-1 Grafica $qGpvs t$ para determinar los parámetros "a" y "m".	62
Ilustración 4-2 Cuatro pasos propuestos para calcular el ajuste de producción.	63
Ilustración 4-3 Asumiendo los parámetros de $n=0.45$ y $\tau = 29.7$ calculamos los valores teóricos de qD y QD a varios tiempos, entonces aplicando la Ec. 4.13 obtenemos una recuperación potencial teórica (cuadros rojos). La línea recta se ajusta perfecto a los datos teóricos y tendrán una intercepción e igual a 1 y una intercepción x igual a $\tau n \Gamma 1n$. La grafica también muestran un rp de los mismos datos, si erróneamente asumimos un $n=0.4$ (triángulos azules) o $n=0.5$ (triángulos verdes). Se observa claramente que existe un error en el valor de n.	65
Ilustración 4-4 Caso de simulador ($k=0.1$ mD, $A=200$ acres, $Fcd=200$, $xf=300$ ft, $h=40$) se muestra un EUR 8% menor, pero un desajuste en el perfil de producción, si usamos el potencial de recuperación.	66
Ilustración 4-5 El mismo caso de simulación que la Fig. 4-4, el cual muestra un excelente ajuste en ambos perfiles de producción, si únicamente usamos 2nd y 3rd año de los datos de producción.	67

Ilustración 4-6 Grafica Especializada YM-SEPD	68
Ilustración 4-7 Esquema conceptual de bloques de matriz del modelo lineal para pozos hidráulicamente fracturados. Área transversal de la cara del pozo, $A_{cw} = 2xeh$.	72
Ilustración 4-8 Grafica de las cinco regiones de flujo del moldeo de Bello.	73
Ilustración 5-1 Histórico de Producción del pozo CIGE231	78
Ilustración 5-2 Grafica de diagnóstico de gasto acumulado de gas contra tiempo, G_p vs t, del Pozo CIGE 231.	78
Ilustración 5-3 Grafica de diagnóstico de la pseudo presión normalizada contra tiempo, Δm_{pqq} vs t, del pozo CIGE 231.	79
Ilustración 5-4 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para el flujo radial del pozo CIGE 231.	80
Ilustración 5-5 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo lineal del pozo CIGE 231.	80
Ilustración 5-6 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo lineal del pozo CIGE 231.	81
Ilustración 5-7 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo dominado por la frontera del pozo CIGE 231. ...	81
Ilustración 5-8 Grafica especializada del método de Duong de la relación de gasto de gas y gasto acumulado contra tiempo, $q_g G_p$ vs t, del pozo CIGE 231.	82
Ilustración 5-9 Ajuste de producción de gas, q_g, mediante el método de Duong del pozo CIGE 231.	83
Ilustración 5-10 Ajuste de la producción acumulada, G_p, de gas mediante el método de Duong para el pozo CIGE 231.	83
Ilustración 5-11 Ajuste de producción de gas, q_g, mediante el metodo de Decliacion exponencial extendida del pozo CIGE 231.	85
Ilustración 5-12 Ajuste de la producción acumulada de gas, G_p, mediante el método de SEPD del pozo CIGE 231.	85
Ilustración 5-13 Grafica especializada del método YM-SEPD para el pozo CIGE 231.	86
Ilustración 5-14 Ajuste de la producción de gas, q_g, mediante el método YM-SEPD del pozo CIGE 231.	87

Ilustración 5-15 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método YM-SEPD para el pozo CIGE 231.....	87
Ilustración 5-16 Grafica especializada del método de Potencias para el pozo CIGE 231.....	88
Ilustración 5-17 Ajuste de la producción de gas,qg, mediante el método de Potencias del pozo CIGE 231.....	89
Ilustración 5-18 Ajuste de la producción de gas,qg, mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo CIGE 231.....	90
Ilustración 5-19 Ajuste de la producción acumulada de gas,Gp, mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo CIGE 231.....	90
Ilustración 5-20 Histórico de presión- producción del pozo CIGE 218.....	92
Ilustración 5-21 Grafía de diagnóstico de producción acumulada contra tiempo,Gp vs t, del pozo CIGE 218.	92
Ilustración 5-22 Grafica de diagnóstico de pseudo presión normalizada contra tiempo,$\Delta mpqg$, del pozo CIGE 218.....	93
Ilustración 5-23 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo radial del pozo CIGE 218.....	94
Ilustración 5-24 Grafica especializada de pseudo- presión de tiempo normalizada contra superposición de tiempo para flujo Lineal del pozo CIGE 218.....	95
Ilustración 5-25 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo Bilineal del pozo CIGE 218.....	96
Ilustración 5-26 Grafica de ajuste de producción de gas mediante el método de Duong del pozo CIGE 218.....	97
Ilustración 5-27 Ajuste de Producción acumulada de gas mediante el método de Duong para el pozo CIGE 218.....	97
Ilustración 5-28 Ajuste de la producción de gas mediante el método de SEPD del pozo CIGE 218.....	98
Ilustración 5-29 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de SEPD del pozo CIGE 218.....	98
Ilustración 5-30 Ajuste de la producción de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo CIGE 218.....	99

Ilustración 5-31 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo CIGE 218.....	100
Ilustración 5-32 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Potencias del pozo CIGE 218.....	101
Ilustración 5-33 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Crecimiento logístico del pozo CIGE 218.	102
Ilustración 5-34 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de Crecimiento logístico del pozo CIGE 218.	102
Ilustración 5-35 Histórico de presión- producción del pozo Shale A. Se puede observar que existe bastante fluctuaciones de la presión- producción, es por ello por lo que se optó por analizar en dos secciones la producción del pozo Shale A.	105
Ilustración 5-36 Grafica de diagnóstico de flujo de producción acumulada contra tiempo, G_p vs t, de la primera sección del histórico de producción del pozo Shale A.	106
Ilustración 5-37 Grafica de diagnóstico de flujo de pseudo- presión normalizada contra tiempo, $\Delta m p q g$, de la primera sección del pozo Shale A.	106
Ilustración 5-38 Grafica de Diagnostico de flujo de producción acumulada de gas contra tiempo, G_p vs t, de la segunda sección del histórico de producción del pozo Shale A.	107
Ilustración 5-39 Grafica de diagnóstico de flujo de pseudo- presión normalizada contra tiempo de la segunda sección del histórico de producción del pozo Shale A.	107
Ilustración 5-40 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo radial de la primera sección del histórico de producción del pozo Shale A.	108
Ilustración 5-41 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra tiempo para flujo lineal de la primera sección del pozo Shale A.	108
Ilustración 5-42 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo Bilineal de la primera sección del pozo Shale A.	109
Ilustración 5-43 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo radial de la segunda sección de pozo Shale A.	110

Ilustración 5-44 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo Bilineal de la segunda sección del pozo Shale A.	111
Ilustración 5-45 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Duong del pozo Shale A.	111
Ilustración 5-46 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de Duong del pozo Shale A.	112
Ilustración 5-47 Ajuste de la producción de gas mediante el método de SEPD del pozo Shale A.	113
Ilustración 5-48 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de SEPD del pozo Shale A.	114
Ilustración 5-49 Ajuste de la producción de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo Shale A.	114
Ilustración 5-50 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo Shale A.	115
Ilustración 5-51 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Potencias del pozo Shale A.	116
Ilustración 5-52 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo Shale A.	117
Ilustración 5-53 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de crecimiento logístico del pozo Shale A.	117
Ilustración 5-54 Histórico de producción de gas del pozo Shale C.	119
Ilustración 5-55 Histórico de producción suavizado mediante el método de media móvil del pozo Shale C.	120
Ilustración 5-56 Grafica de diagnóstico de flujo de producción acumulada contra tiempo del pozo Shale C.	120
Ilustración 5-57 Grafica de diagnóstico de flujo de pseudo- presión normalizada contra tiempo del pozo Shale C.	121
Ilustración 5-58 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo de flujo radial del pozo Shale C.	121
Ilustración 5-59 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo de flujo lineal del poco Shale C.	123

Ilustración 5-60 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para el flujo Bilineal del pozo Shale C.....	124
Ilustración 5-61 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo dominado por la frontera externa del pozo Shale C.....	124
Ilustración 5-62 Grafica especializada de la relación de gasto de gas y gasto acumulado contra tiempo, $qgGp$ vs t, método de Duong del pozo Shale C.....	125
Ilustración 5-63 Grafica especializada de gasto de gas contra $t(a.m.)$, qg vs ta, m, del pozo Shale C.....	125
Ilustración 5-64 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Duong del pozo Shale C.....	126
Ilustración 5-65 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de Duong del pozo Shale C.....	126
Ilustración 5-66 Ajuste de la producción de gas mediante el método de SEPD del pozo Shale C.....	127
Ilustración 5-67 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método SEPD del pozo Shale C.....	128
Ilustración 5-68 Grafica especializada del método de YM-SEPD del pozo Shale C.	129
Ilustración 5-69 Ajuste de la producción de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo Shale C.....	129
Ilustración 5-70 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo Shale C.	130
Ilustración 5-71 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Potencias para el pozo Shale C.....	131
Ilustración 5-72 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo Shale C.....	132
Ilustración 5-73 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo Shale C.....	133
Ilustración 5-74 Modelo lineal para flujo Horizontal.	135
Ilustración 5-75 Comparación de ajuste de la producción de gas del pozo CIGE 231, mediante curvas de declinación	140

Ilustración 5-76 Grafica de comparación del ajuste de la producción de gas del pozo CIGE 218.	142
Ilustración 5-77 Grafica de ajuste de la producción de gas del pozo Shale A.	144
Ilustración 5-78 Grafica comparativa de ajuste de la producción de gas del pozo Shale C.	145
Ilustración 0-1 Volumen de control del medio poroso.	161
Ilustración 0-2 Gráficas de $2p/\mu z$ contra presión. Lado izquierdo cuando la presión es igual a 0 y lado derecho cuando la presión es mayor a cero.	168
Ilustración 0-1 Propiedades pseudo críticas de los gases naturales.	180
Ilustración 0-2 Corrección de las propiedades pseudo- críticas H_2S y CO_2.	183
Ilustración 0-3 Factor z para gases naturales con $0 < pr < 10$.	186
Ilustración 0-4 Factor z para gases naturales con $9 < pr < 20$.	187
Ilustración 0-5 Variación de la $crTr$ para gases naturales con $1.5 < Tr \leq 1.4$(esbozo izquierdo) y variación en $crTr$ para gases naturales con $1.4 < Tr \leq 3$(esbozo derecho).	190
Ilustración 0-1 Modelo del Flujo Lineal.	212
Ilustración 0-2 Flujo lineal ideal dentro de las fracturas.	213
Ilustración 0-3 Sistema lineal homogéneo.	214
Ilustración 0-4 Sistema lineal con matriz paralela.	214
Ilustración 0-5 Vista superior de un yacimiento rectangular y un pozo hidráulicamente fracturado, se muestra solamente flujo lineal dentro de la fractura ($x_e = y_e$).	215
Ilustración 0-6 Grafica normal del modelo tipo curva para régimen de flujo lineal con intersección en cero y no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a gasto constante de gas, qg.	218
Ilustración 0-7 Grafica normal del modelo de tipo curva para régimen de flujo lineal con intersección en cero y no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de presión de fondo fluyendo constante, pwf.	220
Ilustración 0-8 Modelo de flujo Bilineal.	222

Ilustración 0-9 Grafica especializada de presión adimensional contra tiempo adimensional de flujo bilineal.	223
Ilustración 0-10 Grafica que muestra la detección de un régimen o geometría de flujo bilineal alrededor de un pozo productor vertical u horizontal con base en el valor de la pendiente de la línea recta.	224
Ilustración 0-11 Esquema que muestra la presencia de un régimen de flujo bilineal alrededor de un pozo productor con intersección en cero y no intersección en cero de las lineales rectas.	226
Ilustración 0-12 Grafica semi- log del modelo tipo curva para régimen radial con no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, qg.	229
Ilustración 0-13 Grafica semi- log del modelo tipo curva para régimen radial con no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, pwf.	232
Ilustración 0-14 Ilustración de grafica normal del modelo de tipo curva para régimen de flujo esférico para evaluar algunos valores de yacimientos de baja permeabilidad con no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, qg.	235
Ilustración 0-15 Dibujos de las gráficas en las cuales se detecta un régimen de flujo dominado por la frontera externa bajo la condición de producción a gasto de flujo constante (estado pseudo- estacionario PSS).	236
Ilustración 0-16 Dibujos de las gráficas en las cuales se detecta un régimen de flujo dominado por la frontera externa bajo la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante (declinación exponencial).	237
Ilustración 0-17 Grafica normal del modelo de tipo curva para régimen de flujo dominado por la frontera externa con no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a gasto de flujo constante, qg.	239
Ilustración 0-18 Grafica de modelo semi- log del modelo tipo curva para régimen de flujo dominado por la frontera externa con no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, pwf.	244
Ilustración 0-19 Grafica doble logarítmica donde se detecta un régimen de flujo lineal temprano con valor de pendiente de un medio, seguido de un régimen de flujo Bilineal con valor de la pendiente de la línea recta de un cuarto.	245
Ilustración 0-20 Graficas de régimen de flujo lineal temprano con intersección en cero (esbozo izquierdo) y no intersección en cero de la línea recta (esbozo derecho), bajo la condición de producción a gasto de flujo constante de gas,	249

Ilustración 0-21 Graficas de régimen de flujo lineal temprano con intersección en cero(esbozo izquierdo) y no intersección en cero de la línea recta(esbozo derecho), bajo la condición de producción de presión de fondo fluyendo constante,*pwf*..... 253

LISTA DE TABLAS

Tabla 2-1-Componentes típicos del gas natural.	6
Tabla 2-2 Modelos de declinación	34
Tabla 2-3 Caracterización de los mecanismos de empuje según el parámetro b.	34
Tabla 3-1 Determinación del régimen de flujo mediante la gráfica de diagnóstico [$\Delta m(p)/qg$] vs $t=ct^n$	44
Tabla 3-2 Determinación del régimen de flujo mediante la gráfica $\Delta m(p)/qg$ vs t.	44
Tabla 3-3 Determinación del régimen de flujo mediante la gráfica G_p vs tiempo..	44
Tabla 3-4 Funciones específicas del tiempo para las distintas geometrías de flujo	45
Tabla 3-5 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo lineal en un modelo homogéneo e infinito para las condiciones de producción a presión de fondo fluyendo constante, <i>pwf</i> y a gasto de flujo constante de gas, <i>qg</i>	47
Tabla 3-6 Calculo de Área de sección transversal, <i>Ac</i> , y distancia a la frontera, <i>L</i> , según el tipo de modelo.	48
Tabla 3-7 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo bilineal en un modelo homogéneo para las condiciones de producción a gasto de flujo constante de gas, <i>qg</i>	49
Tabla 3-8 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo radial en un modelo homogéneo para la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, <i>pwf</i>	50
Tabla 3-9 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo radial en un modelo homogéneo para la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, <i>qg</i>	51
Tabla 3-10 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo esférico en un modelo homogéneo para la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, <i>qg</i>	52

Tabla 3-11 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo dominado por la frontera externa en un modelo homogéneo con la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, qg (PSS).	53
Tabla 3-12 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo dominado por la frontera externa en un modelo homogéneo para la condición a presión de fondo fluyendo constante, pwf (declinación exponencial).	55
Tabla 3-13 Ecuación de interpretación para régimen de flujo lineal temprano en un modelo homogéneo para las condiciones de producción a presión de fondo fluyendo constante, pwf y gasto de flujo constante de gas, qg	56
Tabla 5-1 Datos general Pozo CIGE 231	77
Tabla 5-2 Datos generales pozo CIGE 218.....	91
Tabla 5-3 Resultados modelo YM-SEPD- CIGE218	99
Tabla 5-4 Resultados modelo Crecimiento Logístico-CIGE 218	100
Tabla 5-5 Datos general Pozo Shale A	104
Tabla 5-6 Resultados modelo Crecimiento Logístico- Shale A.....	116
Tabla 5-7 Datos generales pozo Shale C.....	118
Tabla 5-8 Resultados modelo Crecimiento Logístico-Shale C	132
Tabla 5-9 Información General de los casos de capo de pozos de gas de baja permeabilidad.....	135
Tabla 5-10 Información de los yacimientos de gas de baja permeabilidad	135
Tabla 5-11 Datos de los fluidos obtenidos de los pozos productores de gas en formaciones de baja permeabilidad.....	136
Tabla 5-12 resultados calculados de los regímenes de flujo bilineal y lineal tardío.	136
Tabla 5-13 Resultados calculados del regimen de flujo dominado por la frontera externa.	137
Tabla 5-14 resultados de las permeabilidades-Modelo de Bello.	137
Tabla 5-15 Resultados del ajuste de la producción de gas de los modelos de Duong y SEPD.	138
Tabla 5-16 Resultados del ajuste de producción de gas de los modelos YM-SEPD y Potencias.....	138

Tabla 5-17 Resultados del ajuste de la producción de gas del modelo de Crecimiento Logístico.....	139
Tabla 5-18 Comparación del pronóstico de EUR- CIGE 231	140
Tabla 5-19 Comparación del pronóstico de EUR-CIGE 218	141
Tabla 5-20 Comparación del pronóstico de EUR-Shale A	143
Tabla 5-21 Comparación del pronóstico de EUR-Shale C	145
Tabla 11-1 Tabla de propiedades físicas de los gases a 14.7 psia y 60 °F.....	175

1. CAPITULO I INTRODUCCION

1.1. Resumen

La explotación y desarrollo de recursos no convencionales, especialmente los recursos de lutitas, ha ido aumentando sustancialmente desde 2006 a 2007. Varios países han experimentado el resurgimiento de la producción de aceite y gas, principalmente impulsado por el mejoramiento de las tecnologías asociadas con fracturamiento hidráulico multietapas y la perforación horizontal y lateral de los pozos. La evaluación de reservas de hidrocarburos es un reto importante en los yacimientos no convencionales, donde se pueden utilizar diversos enfoques para la evaluación de reservas: modelos empíricos, análogos, modelos semi-analíticos, simulación numérica y métodos probabilísticos.

Los alcances por los que se realizó este trabajo son: (1) presentar información relevante de los yacimientos de gas no convencionales, tales como las arenas compactas y las lutitas (2) presentar algunas metodologías gráficas y analíticas para el análisis de datos de presión-producción obtenidos de pozos en yacimientos de gas de baja permeabilidad y de gas de lutitas (shale), con el fin de proporcionar estimaciones de algunos valores del yacimiento (3) diagnosticar los diferentes regímenes de flujo de estos yacimientos mediante graficas doble logarítmicas de diagnóstico de flujo (producción de gas contra tiempo, G_p vs t , y de gas normalizado de gas contra tiempo, $\Delta m(p)/q_g$ vs t). Con esto se pueden determinar el volumen original, G , las reservas probadas o recuperación de gas, la conductividad de la formación, kh , la permeabilidad de la formación, k , el área de la sección transversal, A_c , el daño de la formación, s , el efecto del régimen de flujo, el área de drenaje del pozo, A , el volumen poroso asociado al área de drenaje, V_p , etc.

Se presentan las técnicas de análisis, procedimiento y los resultados: Modelo empírico de Duong (Duong, 2010), Modelo de declinación Exponencial Extendida (Valko & Lee, 2010), Modelo Modificado de Declinación Extendida (Yu, Lee, Miocevic, Li, & Harris, 2013), Modelo de potencias (Ilk, Rushing, A., & Blasingame, 2008a) y Modelo de Crecimiento Logístico (Clark, 2011) con datos de producción obtenidos en pozos reales. Asimismo, se realizan análisis comparativos de cada modelo de análisis de presión-producción para los diferentes casos reales de campo, proporcionando las recomendaciones para el empleo de cada metodología y sus limitaciones.

En este estudio se emplearon datos de 6 pozos productores de yacimientos no convencionales, de los cuales tres son de tipo lutitas gasíferas (Shale) y 3 de tipo arenas compactas (Tight), cada uno con características diferentes de cantidad de

datos de historia de producción, presión, porosidad, propiedades de los fluidos, gasto de producción, espesor, presión inicial y temperatura. El análisis de los pozos de formación de lutitas es más complejo, por ello se adiciono el análisis de metodología de Bello (Bello, 2009), el cual presenta una estimación de la permeabilidad y volumen original de gas, G , mediante el uso de función pseudotiempo y gasto normalizado utilizando las gráficas especializadas para diferentes regímenes de flujo.

Mediante el análisis de los datos de producción a través de los diferentes modelos; se presentan los resultados de los regímenes identificados en cada pozo, las propiedades del yacimiento calculadas mediante gráficas especializadas y el volumen de gas recuperado utilizando de los distintos métodos empíricos. Por lo que, haciendo uso de todo lo anterior, se realizó un análisis completo del comportamiento de cada pozo presentando las discusiones y resultados.

Adicionalmente, en el trabajo se incluyen tres apéndices. El apéndice A muestra la derivación de la ecuación de difusión, la cual se deriva de la combinación de la ecuación de continuidad, la ley de flujo y la ecuación de estado. Este modelo representa el flujo de fluidos en el medio poroso a través del tiempo y espacio. En el apéndice B se señalan las diferentes propiedades fisio-químicas de los gases naturales, los cuales son fundamentales para entender la interacción del movimiento de los fluidos en el medio poroso (sistema roca-fluidos), además se presentan algunos métodos para estimar algunas de las propiedades físico-químicas requeridas en el cálculo de la ingeniería de yacimientos y producción de gas. Por último, el apéndice C presenta la derivación de las soluciones analíticas para los pozos productores de gas con las condiciones de presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} , y gasto de gas constante, q_g , incluyendo, los modelos de flujo y el desarrollo de las ecuaciones de interpretación de los distintos periodos de flujo para calcular algunas propiedades del yacimiento.

1.2. Objetivo y resultados

El objetivo principal de este trabajo es presentar un procedimiento a seguir para el análisis de presión- producción en pozos productores de gas de formaciones con baja permeabilidad, mostrando la estimación de algunos valores de yacimiento, los distintos regímenes de flujo que existen en el yacimiento y un pronóstico del comportamiento donde se calculó la recuperación final de hidrocarburos o factor de recuperación y el volumen original de gas a c.e., G .

Los objetivos específicos de este trabajo son:

1. Presentar las bases conceptuales de los yacimientos de gas de baja permeabilidad y de lutitas gasíferas.

2. Mostrar las ecuaciones de interpretación para los diferentes regímenes de flujo presentados en yacimientos de baja permeabilidad, las cuales fueron desarrolladas y adaptadas para flujo de gas real a partir de soluciones analíticas, semi- analíticas y numéricas considerando diferentes regímenes de flujo bajo las consideraciones a flujo constante de gas y presión de fondo fluyendo constante.
3. Presentar los fundamentos de las diferentes metodologías empíricas y semi-analíticas de análisis de presión-producción en yacimiento no convencionales.
4. Desarrollar un software especializado en el análisis de la presión-producción de yacimiento de gas de baja permeabilidad para el uso de la comunidad estudiantil.
5. Proponer una metodología general que incluya tanto los modelos semi-analíticos y empíricos mostrados en este trabajo, para su mejor rendimiento, según sean las características del yacimiento analizado.
6. Realizar el análisis de distintos pozos productores con datos validados de presión y producción, tanto de arenas compactas o de baja permeabilidad (Tight), como de lutitas gasíferas (Shale) mostrando el procedimiento de análisis de las metodologías usadas, además de mostrar el rendimiento de cada método en los distintos pozos de campo usados.

Dentro de los resultados más relevantes obtenidos, se tienen:

1. Exposición didáctica de la teoría de los yacimientos de gas de baja permeabilidad y las metodologías de análisis de presión-producción empíricas y semi- analíticas.
2. Metodologías analíticas y empíricas fiables en el análisis de datos de pozos productores de gas de baja permeabilidad y lutitas gasíferas.
3. Buen rendimiento del software programado con las metodologías de análisis de presión producción de yacimientos no convencionales para el uso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
4. Recomendaciones obtenidas en el análisis de los casos de campo analizados en este trabajo.

1.3. Organización del trabajo

El trabajo se organiza de la siguiente manera: se inicia con la presentación de Capítulo I, donde se describe un breve resumen de este, así como los objetivos para la realización de este trabajo y los resultados obtenidos.

En el Capítulo II, se presentan los fundamentos teóricos de la ingeniería de yacimientos de gas, los cuales son importantes para el desarrollo de este trabajo, además de los conceptos más importantes de los yacimientos no convencionales

(tight y shale), así como de conceptos importante del flujo de fluidos en el medio poroso.

En el Capítulo III, se muestra las metodologías las diferentes gráficas de diagnóstico y específicas de análisis para la identificación y caracterización (interpretación), respectivamente, cada régimen de flujo detectado en los datos de producción de los pozos productores en los yacimientos de gas, empleando ecuaciones analíticas respectivas para el cálculo de algunos parámetros del yacimiento. También se muestra la técnica de superposición del tiempo y los diferentes escenarios de flujo que se presentan en los yacimientos de gas no convencionales.

El Capítulo IV , se muestra el desarrollo teórico y la metodología de uso de los métodos de análisis de presión-producción empíricos: modelos de Duong (Duong, 2010), Modelo de declinación Exponencial Extendida (Valko & lee, 2010), Modelo Modificado de Declinación Extendida (Yu, Lee, Miocevic, Li, & Harris, 2013), Modelo de potencias (Ilk, Rushing, A., & Blasingame, 2008a) y el Modelo de Crecimiento Logístico (Clark, 2011).

En el Capítulo V, se aplican las metodologías, mostradas en los Capítulos III y IV, en seis diferentes campos de formaciones de arenisca compactas (baja permeabilidad o Tight) y de lutitas (Shale), donde se analizan los diferentes regímenes de flujo mediante graficas de diagnóstico y posteriormente se hace un análisis individual de cada régimen de flujo con graficas especializadas, después se hace uso de las ecuaciones de modelos analíticos para el cálculo de algunas propiedades del yacimiento. Por último, se muestra el cálculo de la recuperación de gas de los pozos mediante el ajuste de curvas de declinación y se exponen las conclusiones de los resultados que arrojaron los modelos de análisis de presión-producción.

En el Capítulo VI, se presenta las conclusiones obtenidas, limitaciones del uso de los modelos de análisis de presión- producción y algunas recomendaciones en el uso de los modelos mostrados en el trabajo.

Finalmente se presenta la nomenclatura, referencias y algunos apéndices desarrollados a lo largo del trabajo.

2. CAPÍTULO II ANTECEDENTES Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

2.1. Introducción

El gas se considera un combustible de transición que va a ir sustituyendo a otros combustibles fósiles más contaminantes, por ese motivo se espera que su consumo crezca hasta 2030, quizás incluso hasta 2040. Por tal motivo es necesario el desarrollo de nuevas tecnologías para el óptimo desarrollo de los campos de gas convencionales y no convencionales. Aunque la mayor parte de la tecnología para los pozos de aceite se aplican a los pozos de gas, existen diferencias a resaltar, es por ello conocer estas diferencias y tener un buen conocimiento de los fundamentos de la ingeniería de yacimientos de gas y de los yacimientos no convencionales.

En la industria es fundamental el conocimiento y buen manejo de los conceptos fundamentales de las propiedades que interactúan en el yacimiento, dado que un buen manejo de estos podrá darnos el cómo se comporta nuestro yacimiento y poder tomar las mejores decisiones en su óptima explotación.

En el siguiente capítulo se presentan las definiciones, características y propiedades del gas natural, así como los conceptos más importantes que se presentan en los yacimientos de formaciones de areniscas compactas (Tight) y de lutitas (Shale), así como los conceptos referentes al fracturamiento Hidráulico, a los distintos regímenes de flujo de fluidos y los conceptos del flujo de fluidos en el medio poroso.

2.2. Gas natural.

EL gas natural es definido como un fluido homogéneo de baja viscosidad y densidad que no tiene volumen definido y toma la forma del recipiente que lo contiene. Generalmente, el gas natural es una mezcla de hidrocarburos y gases no hidrocarburos. Los gases hidrocarburos que normalmente son encontrados es metano(CH_4), etano(C_2H_6), propano(C_3H_8), butano(C_4H_{10}), pentano(C_5H_{12}) y pequeñas cantidades de hexano(C_6H_{14}) y fracciones pesadas(C_{7+}). Los gases no hidrocarburos incluyen al Dióxido de carbono(CO_2), sulfuro de hidrogeno(H_2S) y nitrógeno(N_2). El gas natural se encuentra como gas húmedo o gas seco, lo cual depende de la cantidad de hidrocarburos condensables presentes en la mezcla, el pentano y más pesados son considerados como hidrocarburos condensables, a temperatura y presión atmosférica el pentano es un líquido, mientras que el metano, etano, propano y butano existen en fase gaseosa a condiciones atmosféricas.

2.2.1. Composición del gas natural.

Los componentes principales del gas natural son C_1 a C_{7+} , generalmente son moléculas de tamaño pequeño las cuales pueden ser gases a condiciones normales de presión y temperatura.

De los componentes del gas el más común es el C_1 que generalmente varia su porcentaje entre 70% al 98% mol, seguido del C_2 entre 1% al 10% y los que presentan menor porcentaje son el C_6 (trazas a 0.5%) y el C_{7+} que generalmente presenta trazas.

Los componentes no hidrocarburos son los siguientes: N_2 , CO_2 , H_2S y Helio. El sulfuro de hidrogeno y dióxido de carbono se denominan gases ácidos porque ellos se disocian en agua para generar soluciones acidas. El sulfuro de Hidrogeno es muy toxico y corrosivo, mientras el dióxido de carbono es únicamente corrosivo.

Tabla 2-1-Componentes típicos del gas natural.

Componentes típicos del gas natural (W.D. McKay)	
Componente	% mol
Metano	70-98
Etano	1-10
Propano	Trazas-5
Butano	Trazas-2
Pentano	Trazas-1
Hexano	Trazas-0.5
Heptano	Trazas o generalmente nada
No Hidrocarburos	
Nitrógeno	Trazas-15
Bióxido de Carbono	Trazas-2
Ácido Sulhídrico	Trazas-2
Helio	Hasta el 5%, generalmente trazas o no existe.

2.2.2. Propiedades gas natural.

Las propiedades del gas cambian notablemente respecto a las propiedades del líquido, debido a que las moléculas en el gas se encuentran más alejadas respecto a las moléculas en los líquidos. Por lo tanto, un cambio en la presión tiene un efecto mayor sobre la densidad de un gas que la que actuaría en un líquido. El cálculo de las relaciones Presión-Volumen-Temperatura (PVT) y otras propiedades físicas y químicas de los gases, son necesarias para resolver problemas en la ingeniería de yacimientos de gas natural. La propiedad física de un gas natural se obtiene directamente por mediciones de laboratorio o por pronostico a partir de la composición química de la mezcla de los gases.

En el **Apéndice B** se presentan algunas propiedades fisicoquímicas de los gases naturales y los métodos para estimar algunas de sus propiedades fisicoquímicas requeridas para los cálculos en la ingeniería de yacimientos de gas.

2.2.3. Clasificación del gas Natural

El gas natural se clasifica dependiendo de la concentración de los hidrocarburos menos volátiles (propano, butano, etc.) (De la Cruz, 2007) (Aviles, 2007), los cuales se recuperan fácilmente como productos líquidos, técnicamente el gas se clasifican:

- Seco: Es aquel que tiene menos de 2.4 barriles de líquido por cada millón de pies cúbicos de gas.
- Pobre: Es aquel que contiene entre 2.4 a 7.2 barriles de líquido por cada millón de pies cúbicos de gas.
- Húmedo: Es aquel que contiene más de 7.2 barriles de líquido por cada millón de pies cúbicos de gas.
- Amargo: se le denomina así a aquel gas que contiene una alta concentración de azufre (mayor a 23 mg. por metro cubico de gas).
- Dulce: es el gas que contiene ácido sulfúrico, menor a 23 mg. por metro cubico de gas (1 gramo en 100 *pies*³).

2.2.4. Tipos de yacimientos de gas natural.

El gas se encuentra en estratos sedimentarios subsuperficiales compuestos de areniscas, caliza o dolomía. Un yacimiento de aceite siempre tiene alguna cantidad de gas asociado (algo de gas libre o gas en solución en el aceite) y algunos yacimientos pueden ser solamente de gas. Cada pozo en el yacimiento puede producir gas con una composición diferente y la composición de cada pozo cambia cada vez que se tiene una caída de presión en el yacimiento. Así el equipo de producción requiere ser modificado un tiempo a otro tiempo para compensar la composición alterada de gas. En síntesis, debido a su composición y cantidad de *Btu*, el gas natural se caracteriza en términos de su origen en el subsuelo, así:

1. Gas no Asociado. Este tipo de gas se encuentra en yacimientos con cantidades mínimas o sin cantidades de aceite crudo, el gas no asociado es típicamente rico en CH_4 y pobre en componentes pesados.
2. Gas disuelto o asociado. El gas en solución con el aceite crudo es nombrado gas disuelto, además el gas encontrado con el aceite crudo como casquete de gas es nombrado gas asociado. Típicamente al gas asociado es pobre en CH_4 , pero rico en componentes pesados.

3. Gas condensado. El gas condensado tiene alta cantidad de hidrocarburos líquidos y puede ocurrir como gas en el yacimiento. La fuente más deseable puede ser de tipo no asociado porque este puede ser producido a alta presión. El gas asociado o disuelto es separado del aceite crudo a baja presión en el separador y además exige más gastos de compresión. El gas condensado representa una gran cantidad de gas asociado con el líquido.

Yacimientos de Gas húmedo y gas seco.

En un diagrama de fase de presión-temperatura, los yacimientos de gas quedan situados a la derecha de la cricondenterma, no presentan cambios en el yacimiento durante su explotación. Estos tipos de yacimientos tienen la temperatura de yacimiento, T_y mayor a la temperatura crítica, T_c .

Yacimientos de gas húmedo.

Este tipo de yacimiento muestra un comportamiento de temperatura de yacimiento mayor que la cricondenterma, por lo tanto, en el yacimiento no se presentan dos fases de hidrocarburo (el agua congénita si está presente en el espacio poroso). El gas húmedo este compuesto principalmente de metano (CH_4) y otros componentes ligeros, cuando el fluido llega a la superficie puede producirse las dos fases y el líquido recuperable tiende a ser de color transparente. Al estar compuesto de un menor porcentaje de componentes pesados que el gas y condensado, el diagrama de gases se hace menos amplio, disminuyendo la temperatura crítica, ya que los componentes más ligeros tienen una menor temperatura crítica.

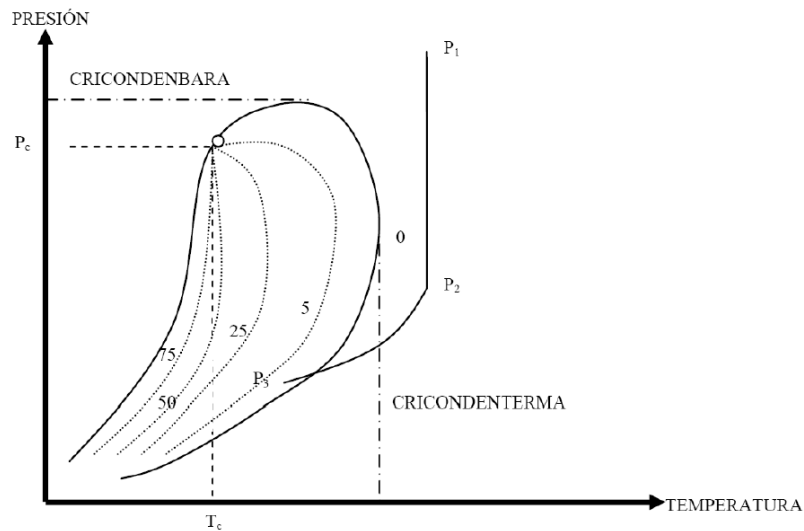


Ilustración 2-1 Diagrama de fase Presión-temperatura de un yacimiento de gas húmedo (Arévalo J. D., 2009).

En la **Fig. 2-1** podemos observar como las curvas de calidad tienden a cercarse más a la curva de presión y burbuja, estando presente muy poco líquido en la región de dos fases cerca de la curva de presión de rocío. Al describir el comportamiento de una muestra analizada en el yacimiento comenzando por el punto P_1 (donde la presión es mayor a la presión de rocío) el hidrocarburo se encuentra en fase gaseosa, disminuyendo la presión llega al punto P_2 donde apenas de estar por debajo de la cricondenbara siguen estando en fase gaseosa, pero en este punto entra en la tubería de producción hasta llegar a la batería de separación (en este trayecto existe una disminución en la presión y en la temperatura) que es el punto P_3 , en este punto ya se han condensado algunos de los componentes más pesados de la mezcla estando presentes las dos fases. Por lo tanto, no se formará líquido en el yacimiento, el término húmedo se deriva de que en la tubería de producción o en la batería de separación se entra en las dos fases, la formación de líquido es causada porque la energía cinética de las moléculas disminuye lo suficiente como consecuencia de la disminución de la temperatura, cambiando a líquido por las fuerzas atractivas entre las moléculas.

Yacimiento de gas seco.

El gas seco está compuesto en su mayor parte por metano y etano con pequeños porcentajes de componentes pesados (en su composición también pueden estar presentes no hidrocarburos como nitrógeno y dióxido de carbono). El gas seco contiene vapor de agua, que sería un condensado.

Seco significa libre de hidrocarburos líquidos mas no libre de agua, la temperatura de los yacimientos que contienen este tipo de fluidos es mucho mayor que la cricondenterma, en un diagrama de fase. Las curvas de calidad se acercan mucho más a la curva de burbuja cargándose las concentraciones de líquidos a esta, no se presentan condensados en el yacimiento. La energía cinética es tan alta comparada con las fuerzas de atracción por lo que no se condensa la mezcla.

En la **Fig. 2-2** el caso P_1, P_2 y P_{3a} el gas no entra en la región de dos fases, por lo tanto, los hidrocarburos no se condensan, pero en el caso P_1, P_2 y P_{3b} si se entra en la región de dos fases, debido al vapor de agua presente en la mezcla.

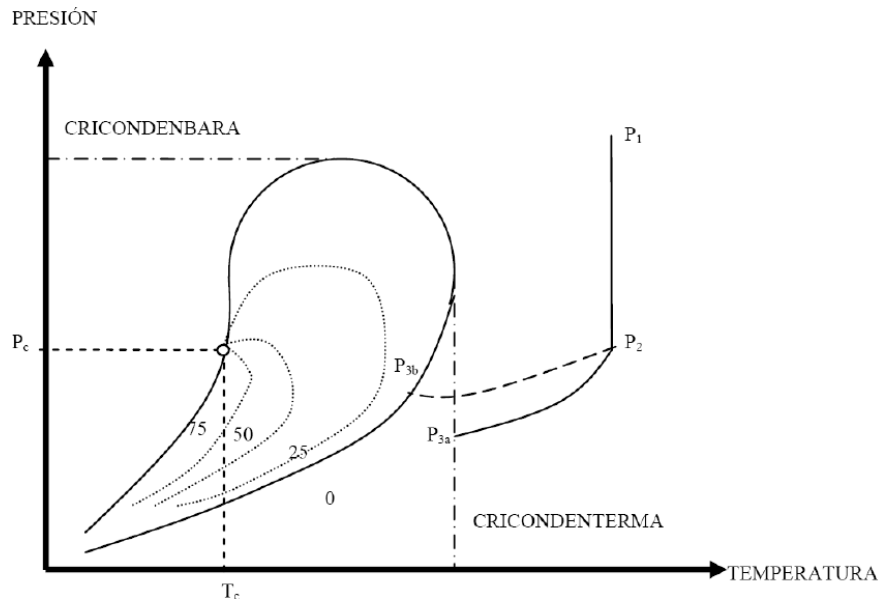


Ilustración 2-2 Diagrama de fase(presión-temperatura) para un yacimiento de gas seco (Arévalo J. D., 2009).

2.3. Yacimientos de Gas en formaciones de baja permeabilidad.

El gas lutita es generado de dos formas diferentes: (i) el gas termogénico es generado del agrietamiento de la materia orgánica o del segundo agrietamiento de aceite, y (ii) el gas biogénico es generado en áreas de recarga de agua fresca. El gas termogénico está asociado con materia orgánica madura que ha sido sometido a altas temperaturas y presiones para generar hidrocarburos. Mayor materia orgánica madura puede generar mayores recursos de gas que menos materia orgánica madura, suponiendo que todos los demás factores son iguales.

Los recursos de gas natural típicamente están divididos en dos categorías: convencionales y no convencionales, **Fig. 2-3**. Los gases convencionales se encuentran en yacimientos con permeabilidades mayores a una mili Darcy ($> 1 mD$) y se pueden extraer con técnicas tradicionales, debido a que generalmente se encuentran en trampas estratigráficas y/o estructurales. En contraste, los gases no convencionales se encuentran en yacimientos con relativamente baja permeabilidad ($< 1 mD$) y por lo tanto no se puede extraer con los métodos convencionales y se presentan en acumulaciones predominantemente en regionales extensas, la mayoría de las veces independiente de las trampas estratigráficas o estructurales.

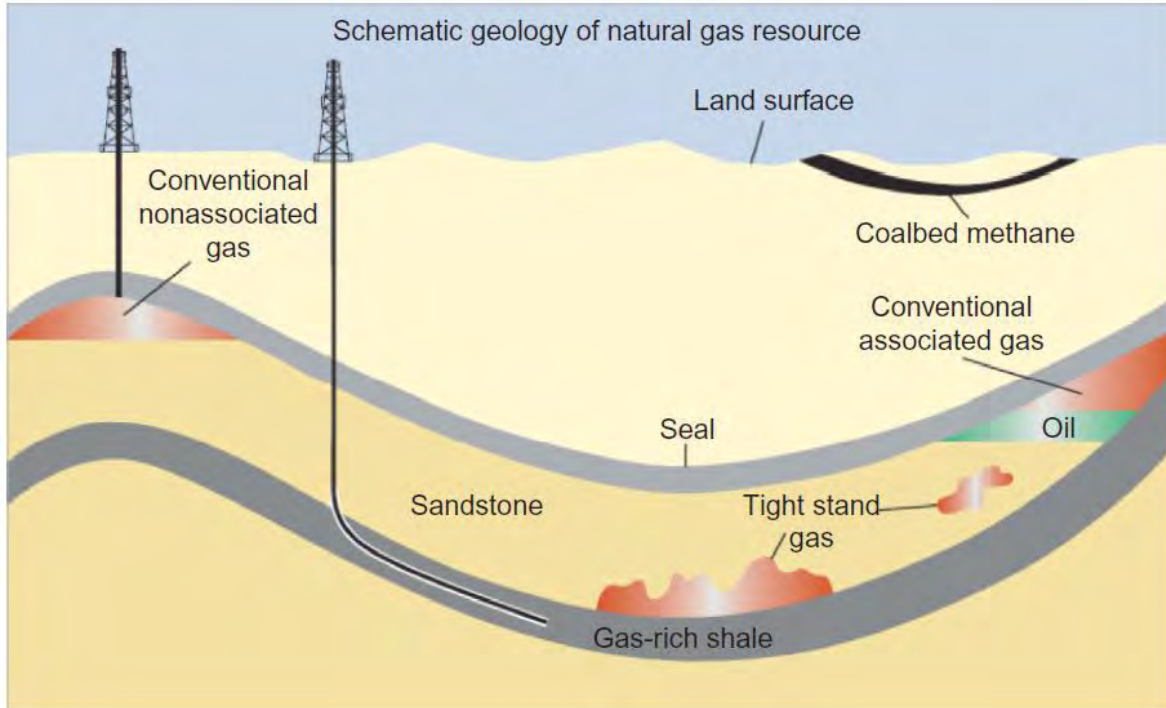


Ilustración 2-3 Yacimientos Convencionales y No Convencionales (Administration, 2017).

Los yacimientos no convencionales en general presentan propiedades petrolíferas limitadas (bajas permeabilidades y porosidades), además altas densidades y viscosidades a 1cp (movilidad $\frac{k}{\mu} < 1 \text{ mD}/\text{cp}$).

Para yacimientos de aceite podemos encontrar la siguiente clasificación:

- a) Aceite de Lutita (shale oil)
- b) Aceite en arenas de baja permeabilidad o compactas (tight oil)
- c) Aceites pesados y extrapesados (heavy and extra-heavy oil)
- d) Aceite en arenas bituminosas (shale oil)

Para yacimientos de gas:

- a) Gas de lutita (Shale gas)
- b) Gas en arenas de baja permeabilidad o compactas (tight gas)
- c) Gas metano del carbón (Coalbed methane gas, CBM)
- d) Hidratos de gas (gas hydrates)

El contenido de materia orgánica y el gas adsorbida son los factores que gobiernan el comportamiento los yacimientos de gas no convencionales con baja permeabilidad. (F., 2014). El comportamiento puede ser representado a través de modelos conceptuales tomando los siguientes conceptos en consideración:1) Mecanismo de almacenamiento en yacimientos de gas no convencionales,2) transporte en yacimientos de gas no convencionales, y 3) adsorción física del gas y efectos de desorción en yacimientos no convencionales.

2.3.1. Mecanismo de almacenamiento en yacimientos de gas no convencionales.

Hay dos principales tipos de gas almacenado en yacimientos de gas no convencionales: gas libre en los poros de la matriz y gas adsorbido en la superficie de la matriz. Un modelo teórico de triple-porosidad incluye ambos, gas libre y gas adsorbido el cual es usado para considerar todo el gas que esta almacenado en la formación que contiene la materia orgánica. (Arevalo-Villagran J.A. C. P., 2014)

Un sistema de triple-porosidad es una combinación de un sistema de doble porosidad, fracturas en la matriz, y gas adsorbido. Los microporos de la matriz son considerados como porosidad 1, las fracturas naturales como porosidad 2, y el gas adsorbido es la porosidad 3, **Fig. 2-4**, sin embargo, el almacenamiento del gas adsorbido no está en la superficie de las partículas de la formación de la matriz.

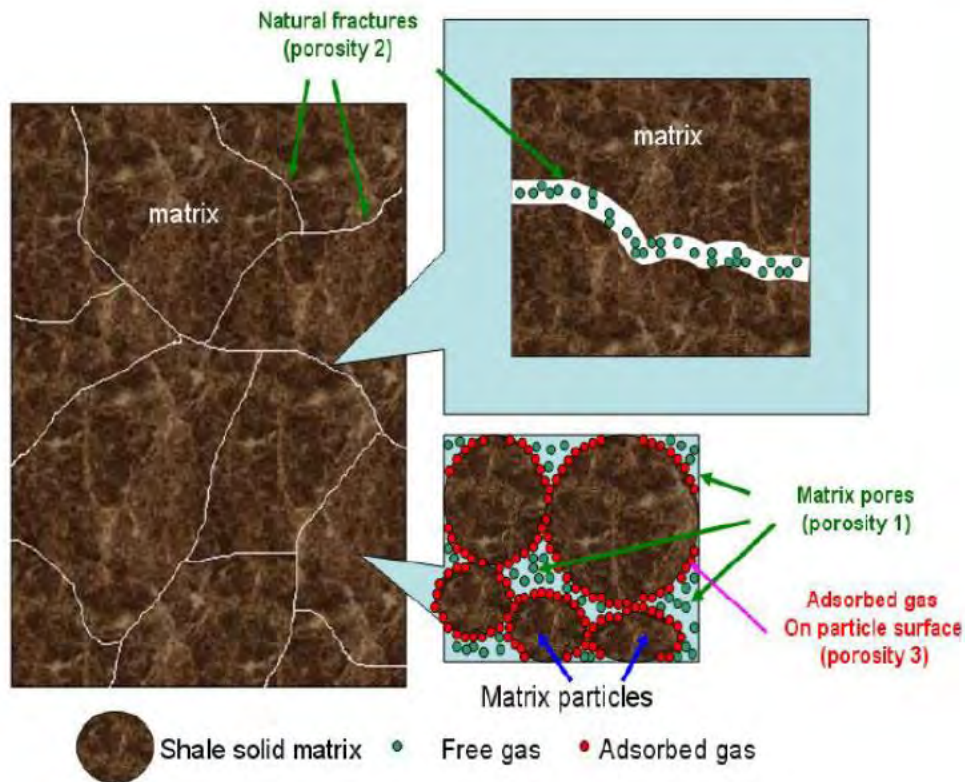


Ilustración 2-4 Modelo de almacenamiento de triple porosidad para yacimientos de gas no convencionales (Arévalo Villagran, Catellanos Páez, Martínez Romero, & Pumar Martínez, 2014).

2.3.2. Transporte de gas en yacimientos no convencionales.

En la porosidad primaria de formaciones no convencionales, hay grandes áreas de superficie para el gas adsorbido que permiten el almacenamiento de grandes cantidades de gas. Sin embargo, los poros de las rocas son muy pequeños, lo que causa que el sistema de permeabilidad primaria de la porosidad primaria sea pequeño, resultando en prácticamente no flujo de gas o agua. (Arevalo-Villagran J.A. C. P., 2014)

El modelo de transporte de King's establece que el proceso de difusión es presente en la porosidad primaria. El proceso de difusión puede ser dividido en tres diferentes mecanismos:

- a) Difusión de matriz de la roca donde la interacción dominante es la de molécula-molécula.
- b) Difusión de Knudsen donde la interacción dominante es la de molécula-superficie.
- c) Difusión de la superficie de la capa de gas adsorbido.

Estos mecanismos pueden actuar juntos o separados, ya sean las propiedades del gas y de la roca. El mecanismo que domina el transporte en la porosidad primaria de la matriz obedece la primera Ley de Fick (gradiente de concentración). El flujo de Darcy no es alcanzado debido al hecho de que la permeabilidad es muy baja, **Ec. 2.1.**

$$q_g = \frac{-D A z_{sc} R T_{sc} dC}{P_{sc}} \frac{dC}{dx} \quad (2.1)$$

Donde D es el coeficiente de difusividad, ft^3/dia ; y C es la concentración molar, $lb - mol/ft^3$.

En el caso de la porosidad secundaria en el sistema de fracturas naturales, difusión puede ser presentada en dos etapas:

- 1.-Hay difusión de la matriz a las fracturas debido a la liberación del gas adsorbido de la superficie de la primera porosidad debido a la caída de presión.
- 2.-Gas libre transportado por la Ley de Flujo de Darcy dentro de las fracturas naturales hacia el pozo productor.

El sistema de fracturas actúa de dos formas: a) como un sistema inyector para una red de la porosidad primaria y b) como un conducto para el pozo productor, **Fig. 2-5.**

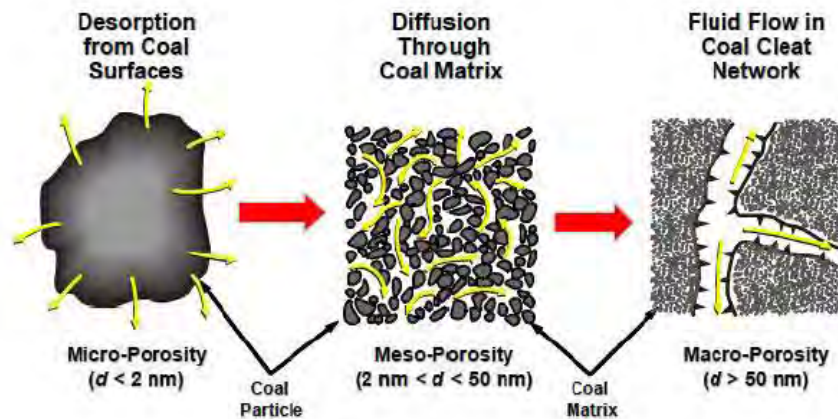


Ilustración 2-5 Bosquejo de transporte de gas en yacimiento no convencionales con proceso de adsorción (Arevalo-Villagran J.A. C. P., 2014).

2.3.3. Adsorción física de gas y desorción en yacimiento no convencionales.

Los yacimientos no convencionales presentan un mecanismo de almacenamiento diferente a los convencionales, el cual es el fenómeno de adsorción de las moléculas de gas de las paredes de la roca orgánica. El proceso de este fenómeno ocurre cuando la estructura electrónica del átomo o de las moléculas es apenas perturbada sobre adsorción. En otras palabras, las moléculas adsorbidas conservan su naturaleza química. (Arevalo-Villagran J.A. C. P., 2014)

El modelo de Langmuir ha sido el modelo más usado para describir el fenómeno de la adsorción de gas en sólidos. El cual considera que las moléculas de gas son adsorbidas en un único lugar y no afecta las moléculas vecinas. El modelo de Langmuir puede ser representada por la **Ec. 2.2**:

$$V_a = \frac{V_L p}{p_L + p} \quad (2.2)$$

Donde V_a es el volumen total del gas adsorbido por unidad de volumen que está en equilibrio en el yacimiento a la presión p ; V_L es el volumen de Langmuir o el volumen máximo adsorbido por unidad de volumen en el yacimiento a una presión infinita, y p_L es la presión Langmuir que representa la presión a la cual el volumen adsorbido V_a es igual a la mitad del volumen Langmuir, V_L .

Las isothermas de Langmuir describe la máxima cantidad de gas en un yacimiento no convencional que puede estar almacenado dentro ciertas condiciones con contenido de materia orgánica, presión y temperatura, **Fig 2-6**.

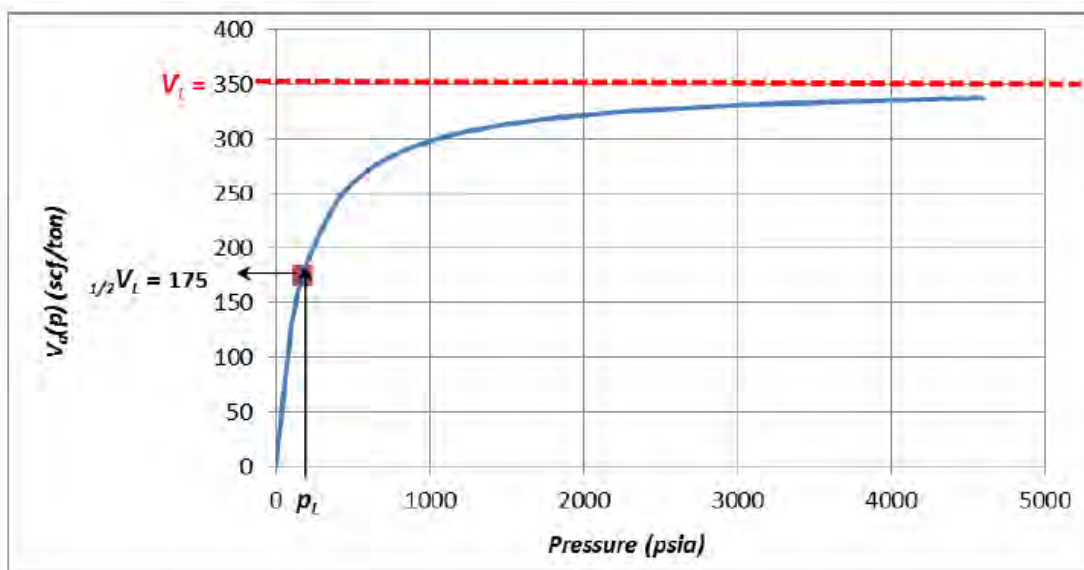


Ilustración 2-6 Típica Isotherma de Langmuir (Arevalo-Villagran J.A. C. P., 2014).

2.3.4. Gas de lutita (Shale gas).

El gas en lutitas se refiere a gas natural (principalmente metano) encontrado en granos muy finos, rocas ricas en materia orgánica. En adición, la palabra shale no se refiere a un específico tipo de rocas, mustone, ha sido usado para describir rocas con partículas de grano más fino (más pequeñas que las arenas) como (i) siltstone y (ii) areniscas de granos finos, así como también (iii) rocas carbonatadas. Así, el gas lutita se encuentra en un yacimiento que tiene permeabilidad extremadamente baja, menos de 0.1 mD, aunque existen sus excepciones donde la roca es naturalmente fracturada. (James G. Speight, 2013)

El gas lutita es generado por una combinación de (i) degradación termogénica de la materia orgánica, (ii) Descomposición termogénica de petróleo, y (iii) degradación biogénica de la materia orgánica.

El gas es almacenado de tres maneras diferentes (i) gas absorbido, el cual es físicamente unido (adsorción) o químicamente unido a la materia orgánica o a la arcilla (ii) gas libre (también conocido como no asociado), el cual ocurre dentro de los espacios de los poros o en los espacios creados por las fracturas, y (iii) gas en solución (gas asociado), en cual existe en solución en líquidos como en el petróleo y aceite pesado.

El alto contenido de gas libre contenido en yacimientos no convencionales de gas lutita generalmente resulta en altos gastos de producción, debido a que el gas libre que se encuentra dentro de las fracturas y los poros es más fácil en salir que el gas absorbido.

2.3.5. Gas en arenas de baja permeabilidad (Tight gas).

El termino de gas en arenas de baja permeabilidad comúnmente se refiere a yacimientos de baja permeabilidad que producen principalmente gas natural seco. La mejor definición para yacimientos de gas en arenas de baja permeabilidad es “un yacimiento no puede producir a flujo de fluidos económicos ni recupera volúmenes de gas natural económicos a menos que el pozo sea estimulado por fractura miento hidráulico o producido mediante el uso de pozos horizontales o multilaterales.” (Holditch, 2006)

El gas en arenas de baja permeabilidad es una forma de gas natural no convencional que se encuentra contenida en formaciones de muy baja permeabilidad, usualmente en formaciones de rocas duras o areniscas o calizas que son extraordinariamente impermeables y no porosas. Un yacimiento de gas en arenas de baja permeabilidad puede ser profundo o poco profundo, alta temperatura o baja temperatura, capa o lenticular, homogéneo o naturalmente fracturado y puede contener un solo estrato o múltiples estratos.

El concepto de triángulo de recursos fue usado por Masters (1979), el concepto es que todos los recursos naturales están distribuidos normalmente en la naturaleza. Como vas descendiendo en el triángulo de recursos-gas, los yacimientos son de bajo nivel, lo que significa que la permeabilidad del yacimiento está decreciendo, **Fig. 2-7**. Sin embargo, el tamaño es mayor que los yacimientos de mejor calidad. El tema principal es que los depósitos de baja calidad de gas natural requieren mejores tecnologías y adecuados precios de gas antes de ser económicamente desarrollados y producidos

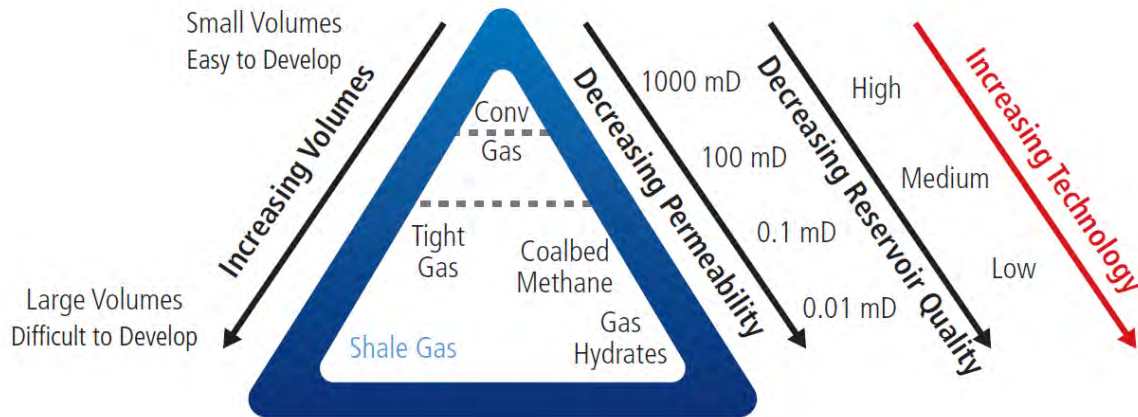


Ilustración 2-7 Triángulo de Recursos (Usman Ahmed). (Holditch 2006, Masters 1979 y Gray 1977).

Uno de los parámetros más difíciles de calcular en yacimientos de gas en arenas de baja permeabilidad es el tamaño del área de drenaje y la forma. Es necesario conocer el sistema de depósito y los efectos de la diagénesis en la roca para poder estimar el tamaño del área de drenaje y la forma para un pozo en específico. Aunque en los depósitos de lutitas gasíferas, el área promedio de drenaje depende del número de pozos perforados y el tamaño de la fractura bombeado dentro del pozo. En yacimientos lenticulares de gas en arenas de baja permeabilidad el área promedio de drenaje está en función del tamaño promedio de los lentes de arenas y no puede estar en función del tamaño de tratamiento de fracturamiento.

Analizar la producción post- fracturamiento y los datos de presión son requeridos para un completo entendimiento de los patrones de flujo en el yacimiento. (Lee, 1981) Para pozos que está hecho de fracturas hidráulicas de conductividad-finita, los regímenes de flujo consisten en flujo bilineal, flujo lineal, flujo transicional, y flujo pseudo- radial.

2.4. Fractura miento hidráulico.

La capacidad de un pozo para producir hidrocarburos o recibir fluidos de inyección es limitada por la permeabilidad natural del yacimiento y los cambios producidos en la región vecina al pozo como resultado de las operaciones de perforación o de otro tipo. El fracturamiento hidráulico, también conocido como estimulación hidráulica, mejora el flujo de hidrocarburos mediante la creación de fracturas en la formación, que conectan el yacimiento con el pozo. (Nolen-Hoeksema, 2013)

Una fractura hidráulica es una fractura inducida por presión, causada por la inyección de fluido altamente viscoso en una formación rocosa objetivo. El fluido es bombeado en a la formación a presiones que exceden la presión de fractura miento; la presión a la cual se fracturan las rocas. Para ingresar a una zona para el tratamiento de estimulación, los ingenieros disparan la tubería de revestimiento a través del intervalo de interés y utilizan tapones recuperables para asilar dicho intervalo de otras zonas abiertas. Luego, este intervalo se presuriza hasta alcanzar la presión de ruptura de la formación, o presión de iniciación de la fractura, punto en el cual la roca se rompe y se forma una fractura.

2.4.1. Física del fracturamiento.

El tamaño y la orientación de una fractura, y la magnitud de la presión necesaria para crearla, son determinados por el campo de esfuerzos locales de la formación. El cual está conformado por tres esfuerzos de compresión perpendiculares entre sí. La magnitudes y orientaciones de estos tres esfuerzos principales son determinadas por el régimen tectónico de la región y por la profundidad, la presión de poro y las propiedades de las rocas, que definen como se transmite y se distribuye el esfuerzo entre las formaciones. (Nolen-Hoeksema, 2013) (Rodriguez, 2014)

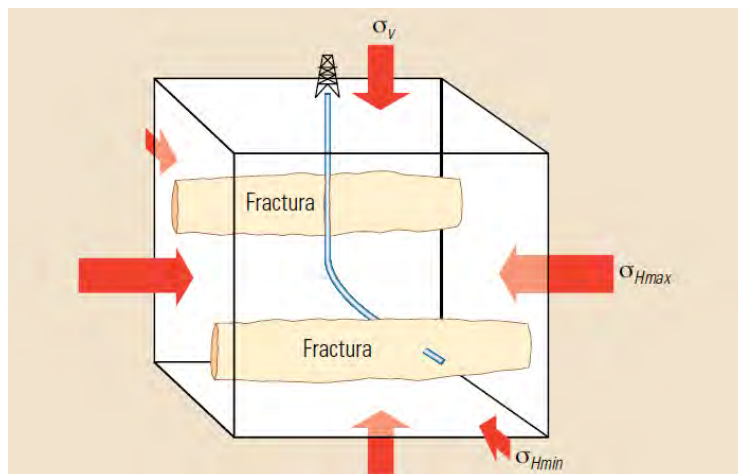


Ilustración 2-8 Esfuerzos locales y propagación de las fracturas hidráulicas (Nolen-Hoeksema, 2013).

Los esfuerzos locales controlan la orientación y la dirección de propagación de las fracturas hidráulicas, **Fig. 2-8**. Las fracturas hidráulicas se abren en la dirección de menor resistencia. Los tres esfuerzos principales se incrementan con la profundidad. El esfuerzo vertical principal, conocido generalmente como esfuerzo de sobrecarga, es causado por el peso de la roca que subyace un punto de medición. Su gradiente vertical se denomina litostático. Los esfuerzos horizontales mínimo y máximo son los otros dos esfuerzos principales. Sus gradientes verticales, que varían debido a la cuenca y litología, son controlados por los esfuerzos locales y regionales, principalmente a través de la litología.

Una caída repentina de la presión indica la iniciación de la fractura, a medida que el fluido fluye hacia la formación fracturada. Para hallar la presión de cierre de la fractura, los ingenieros dejan que la presión descienda hasta que indica que la fractura se ha cerrado nuevamente. Luego, hallan la presión de reapertura de la fractura mediante la presurización de la zona hasta que la nivelación de la presión indica que la fractura se ha reabierto, **Fig. 2-9**. Las presiones de cierre y reapertura son controladas por el esfuerzo de compresión principal mínimo. Por lo cual las presiones inducidas de fondo de pozo deben exceder el esfuerzo principal mínimo para extender la longitud de la fractura.

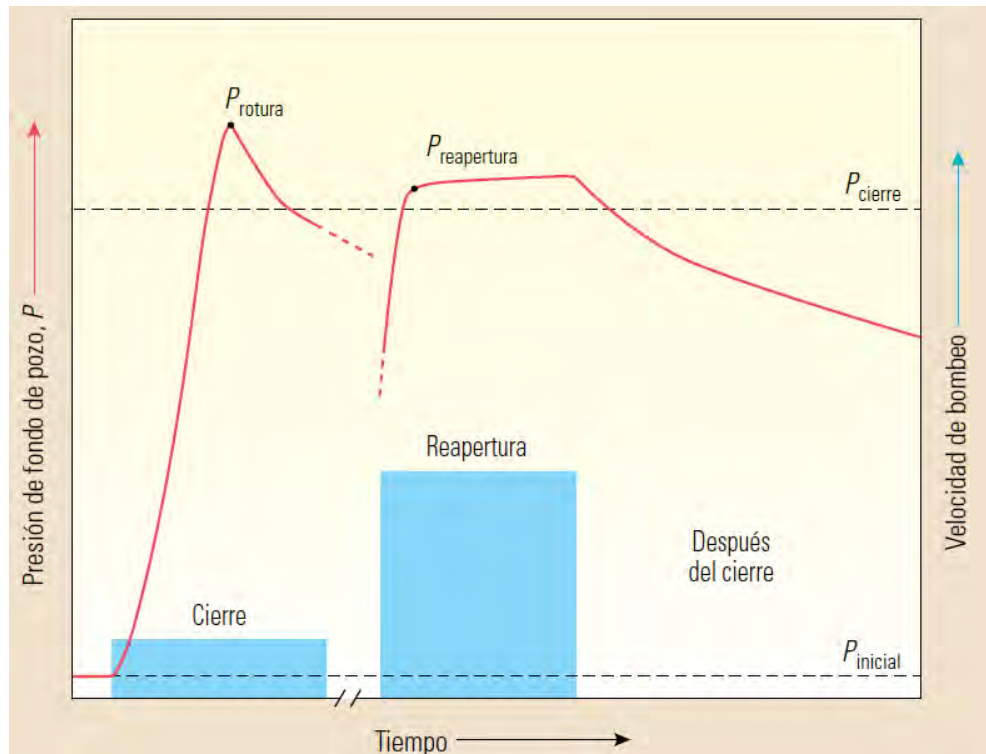


Ilustración 2-9 Presión de fracturamiento (Nolen-Hoeksema, 2013).

El efecto de incremento de drenaje de fluidos decrece rápidamente con el tiempo. Esto se debe a que la fisura se cierra y el pozo vuelve a sus condiciones casi originales. Para evitar que el cierre de la fractura, los ingenieros ingresan una lechada de fracturamiento compuesta de fluido y apuntalante; sólido que mantiene abierta la fractura después de que se interrumpe el bombeo, **Fig 2-10**.



Ilustración 2-10 Apuntalantes. Bauxita de alta resistencia(izquierda), sílice recubierto con resina(centro) y cerámica liviana(derecha) (Nolen-Hoeksema, 2013).

El volumen inyectado incluye el volumen adicional generado durante el fracturamiento y la pérdida de fluido en la formación como resultado de su admisión a través de la pared permeable de la fractura. No obstante, la tasa de pérdida de fluido en la punta de la fractura en desarrollo es extremadamente alta. Por lo tanto, no es posible iniciar una fractura con apuntalante en el fluido de fracturamiento por que la alta pérdida de fluido podría hacer que el apuntalante de la punta de la fractura alcanzara la consistencia de un sólido seco, generando una obturación. En consecuencia, se debe bombear un cierto volumen de fluido limpio, un colchón, antes del bombeo del apuntalante.

Los operadores diseñan los tratamientos de estimulación para controlar la propagación de las fracturas y asegurarse de que la fractura hidráulica permanezca dentro del yacimiento y no crezca verticalmente hasta penetrar en la formación adyacente. Para reducir riesgos, los operadores monitorean el crecimiento vertical de las fracturas. A medida que el fluido de fracturamiento hace que la roca se rompa y las fracturas crezcan, los pequeños fragmentos de roca se fracturan, produciendo diminutas emisiones sísmicas que se conocen como microsismos. Los geofísicos saben cómo localizarlas y debido a que los microsismos siguen el trayecto de las fracturas en proceso de crecimiento, los ingenieros saben cuándo redireccionar o detener el tratamiento.

2.5. Flujo de fluidos en el medio poroso.

2.5.1. Ecuación de difusión.

La ecuación de difusión es una ecuación diferencial obtenida por la combinada de la ecuación de continuidad, la ley de flujo y la ecuación de estado. La mayor parte de las matemáticas de pruebas de pozos se derivaron de soluciones de esta

ecuación, la cual se desarrolló originalmente para el estudio de transferencia de calor. El flujo de fluidos a través de medios porosos es directamente análogo al flujo de calor a través de sólidos. La siguiente expresión es la ecuación de difusividad para coordenadas radiales.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial t} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.3)$$

La derivación de la ecuación de difusividad se presenta en el **Apéndice A**.

2.5.2. Pseudo- presión del gas real

La **Ec. 2.4** es la ecuación que difusión para flujo de líquidos ligeramente compresibles en una sola fase para flujo radial.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial t} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{0.0002637 k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.4)$$

Asumiendo una permeabilidad constante, efectos gravitaciones despreciables y para un gas descrito mediante la ecuación de estado (ley de gases reales), podemos derivar la ecuación de difusividad para flujo de fluidos compresibles (por ejemplo, gas) en una sola fase para flujo radial:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial t} \left(r \frac{p}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{0.0002637 k \mu z} \frac{p}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.5)$$

Ahora para expresar la **Ec. 2.5** en forma similar a la ecuación de difusividad para flujo de líquidos, **Ec.2. 4**. Definimos la función pseudo- presión como:

$$p_p(p) = 2 \int_{p_b}^p \frac{p}{\mu z} dp \quad (2.6)$$

Para reportar las variaciones en las propiedades en el gas con el tiempo, definimos el pseudo- tiempo:

$$t_{ap}(t) = \int_0^t \frac{dr}{\mu c_t} \quad (2.7)$$

Obteniendo la ecuación de difusividad para flujo de gas en términos de pseudo- presión y pseudo- tiempo:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{0.0002637 k} \frac{\partial p_p}{\partial t_{ap}} \quad (2.8)$$

Si asumimos que $p/\mu z$ es constante, ϕ constante y se encuentra en condiciones isotérmicas podemos reescribir la ecuación de difusividad para flujo de gas en términos de tiempo y presión.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{0.0002637 k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2. 8)$$

Ahora para derivar la ecuación de difusividad en términos de presión al cuadrado y tiempo asumimos que μz son constantes.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial (p^2)}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{0.0002637 k} \frac{\partial (p^2)}{\partial t} \quad (2. 9)$$

2.5.3. Dependencia de las propiedades del gas por efecto de la presión.

Dado que la dependencia de las propiedades del gas por efecto de la presión, **Ec. 2.10**, es no-lineal, es una ecuación diferencial parcial. Si asumimos que el término $p/\mu z$ es constante con respecto a la presión y el término μc_g es evaluado con una presión promedio y se trata como constante se resuelve la **Ec. 2.5** en términos de la presión (**Ec. 2.6**). Generalmente, esas suposiciones son válidas únicamente por altas temperaturas y presiones, **Fig. 2-12** a **Fig. 2-14**, las cuales muestran la relación entre presión y $p/\mu z$ a diferentes temperaturas y varias gravedades específicas de gas, como se observa en la ilustración $p/\mu z$ es constante con la presión a temperaturas superiores a 3000 [psia] para 100°F, 5000 [psia] para 200°F y 6500 [psia] para 300°F. En conclusión, a valores altos en cuanto a la gravedad específica del gas y a la presión, los valores de $p/\mu z$ varían en función con la presión. Las figuras implican que las soluciones para la ecuación de difusión para el gas real, las cuales asumen constante a $p/\mu z$, se deben utilizar únicamente para gases a muy altas presiones. (Wattenbarger J. L., 1996)

Considerando que el producto μz es constante con la presión y que el producto μc_g se evalúa con un promedio de la presión, \bar{p} , se resuelve la **Ec. 2.5** en términos de la presión al cuadrado **Ec. 2.10**. La hipótesis de que el producto μz es constante, es válida solamente para bajas gravedades específicas y presiones con altas temperaturas. El esbozo de la **Fig. 2-15** a **Fig. 2-17** ilustran la variación del producto μz con respecto a la presión para diferentes gravedades específicas del gas y temperaturas de 100, 200 y 300°F, respectivamente.

Se nota que el producto μz es constante en función de la presión a presiones menores que 1200 psia para 100°F, 1750 psia para 200°F y 2200 psia para 300 °F.

Con valores altos para la gravedad específica del gas, el producto μz varía en función de la presión, entonces las soluciones para la ecuación de difusión deben ser utilizadas en términos de la presión al cuadrado solamente a muy bajas presiones y gravedades específicas de gas, con altas temperaturas.

Las consideraciones que se toman en cuenta para la derivación de la ecuación de difusividad son razonables para altas presiones en gases (aquellos con presiones mayores a 3000 psia). Para gases a bajas presiones (aquellos con menores a 3000 psia), la hipótesis de que la compresibilidad y viscosidad sea constante no es válida, pero esto se maneja mediante el concepto de “pseudo- presión del gas real” la cual es una ecuación para yacimientos de gas, con el objeto de obtener una mayor precisión para todos los rangos de presiones. Este método riguroso para linealizar la ecuación diferencial parcial **Ec. 2.5** es con la función de la pseudo- presión del gas real definida por Al-Hussainy.

$$m(p) = 2 \int_{p_0}^p \frac{p}{\mu_g z} dp \quad (2. 10)$$

La función de la pseudo- presión del gas real integra las variaciones de p , z y μ con la presión, lo que permite que la **Ec. 2.5** se resuelva sin la limitación de la suposición de ciertas propiedades como constantes en función de ciertos valores de la presión. Se introduce esta función dentro de la derivación de la ecuación de difusión, en términos de la pseudo- presión y el tiempo, la ecuación de difusión para el gas queda:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{0.0002637 k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (2. 11)$$

Esta ecuación de difusión no es completamente lineal, debido a que el término μc_g depende de la presión y de la pseudo-presión.

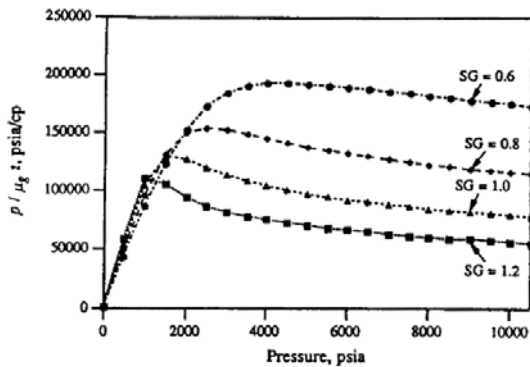


Ilustración 2-12 Rango de aplicación del método de presión a 100 °F (Wattenbarger J. L., 1996).

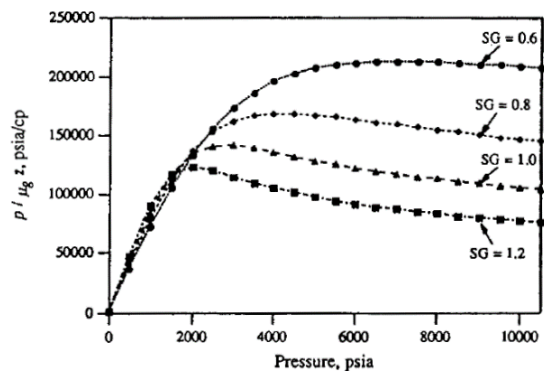


Ilustración 2-11 Rango de aplicación del método de presión a 200°F. (Wattenbarger J. L., 1996)

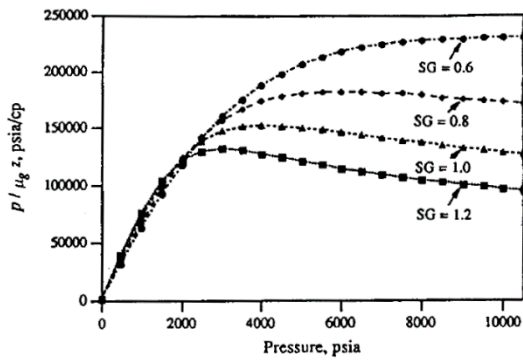
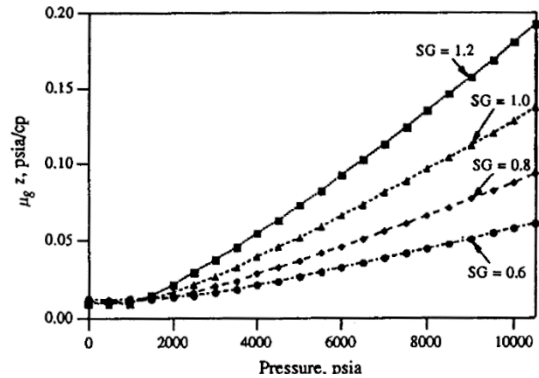


Ilustración 2-14 Rango de aplicación de los métodos de presión a 300°F. (Wattenbarger J. L., 1996)



2-13 Rango de aplicación de los métodos de presión al cuadrado a 100°F. (Wattenbarger J. L., 1996)

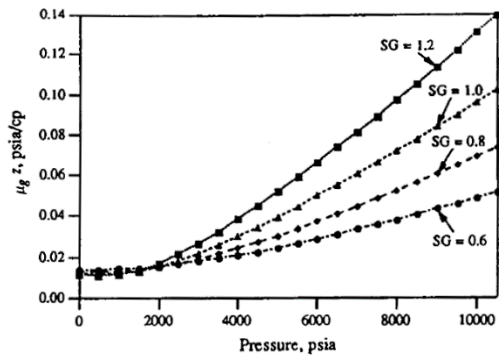


Ilustración 2-16 Rango de aplicación del método de presión al cuadrado a 200°F. (Wattenbarger J. L., 1996)

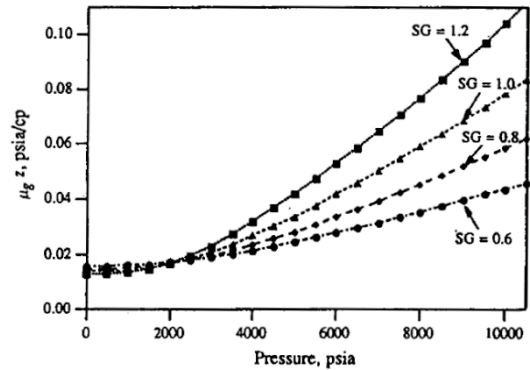


Ilustración 2-15 Rango de aplicación del método de presión al cuadrado a 300°F. (Wattenbarger J. L., 1996)

2.5.4. Regímenes de flujos.

Existen básicamente tres tipos de régimen de flujo que pueden ser reconocidos para describir el comportamiento de flujo de fluidos y la distribución de presión en el yacimiento en función del tiempo.

Flujo en estado estacionario. (R. A.-h. , 1965) (Hagoort, 1988) (Ahmed, Reservoir Engineering Handbook, 2006)

El régimen de flujo (presión constante en los límites externos) es identificado como flujo en estado estacionario si la presión en cada posición en el yacimiento permanece constante y no cambia con el tiempo.

El estado de flujo estacionario raramente puede obtenerse en la realidad por que los pozos de gas usualmente producen gas de un yacimiento finito limitado o de un volumen de drene. No puede haber flujo a través de limite exterior. Así, la presión declina como la producción continua. Un verdadero estado estacionario requeriría presión para mantener constante en el límite exterior, lo que implica flujo a través del límite exterior. (R. A.-h. , 1965)

Matemáticamente el estado de flujo en estado estacionario puede ser expresado como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i = 0 \quad (2.12)$$

Por lo tanto, la **Ec. 2.12** quedaría:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = 0 \quad (2.13)$$

Las condiciones de frontera para dos cilindros concéntricos de radio r_{sc} y r_r son:

$$r = r_{sc}: m(p) = m(p_{sc}) \quad (2.14)$$

$$r = r_c: m(p) = m(p_r) \quad (2.15)$$

Integrando la **Ec. 2.13** y usando las condiciones de frontera, la distribución de la presión en estado estacionario en el sistema es:

$$m(p_r) - m(p_{sc}) = \frac{q_{sc} p_{sc} T}{\pi k h T_{sc}} \left(\ln \frac{r}{r_w} \right) \quad (2.16)$$

La **Ec.2.16** puede ser evaluada para $p = p_e$ a $r = r_e$ y reareglando para proporcionar una ecuación análoga a la ecuación de flujo radial:

$$q_{sc} = \frac{\pi k h T_{sc} [m(p_r) - m(p_{sc})]}{p_{sc} T \ln \frac{r}{r_w}} \quad (2.17)$$

La **Ec. 2.16** y **Ec. 2.17** están en Darcy, o en unidades CGS. Así, la $m(p)$ tiene las unidades de $\frac{atm^2}{cp}$

Régimen de Flujo en Estado Transitorio. (Hagoort, 1988) (R. A.-h. , 1965) (Ahmed, Reservoir Engineering Handbook, 2006)

El flujo en esta transitorio es definido como las condiciones de flujo de fluidos a la cual el cambio de presión con respecto al tiempo en cualquier posición del yacimiento no es cero ni constante. Esta definición sugiere que la presión derivada con respecto del tiempo es esencialmente una función de la posición (i) y del tiempo t , así:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i = f(i, t) \quad (2.18)$$

Aronofsky y Jenkins demostraron que la producción de un gas ideal de un sistema cerrado radial puede ser aproximadamente cercano a la solución para flujo de líquidos en estado transitorio de van Everdingen y Hurst. (R. A.-h. , 1965)

La ecuación para flujo radial de un gas real está dada por la **Ec. 2.19**:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{0.0002637 k} \frac{\partial m(p)}{\partial t_{ap}} \quad (2.19)$$

La pseudo- presión real del gas, $m(p)$, puede correlacionarse como función del tiempo adimensional basado en la viscosidad y compresibilidad evaluado a la presión inicial, si la variación del producto de viscosidad-compresibilidad con $m(p)$ para el gas real es similar a la variación de la compresibilidad para el gas ideal, $(1/p)$, con presión cuadrada.

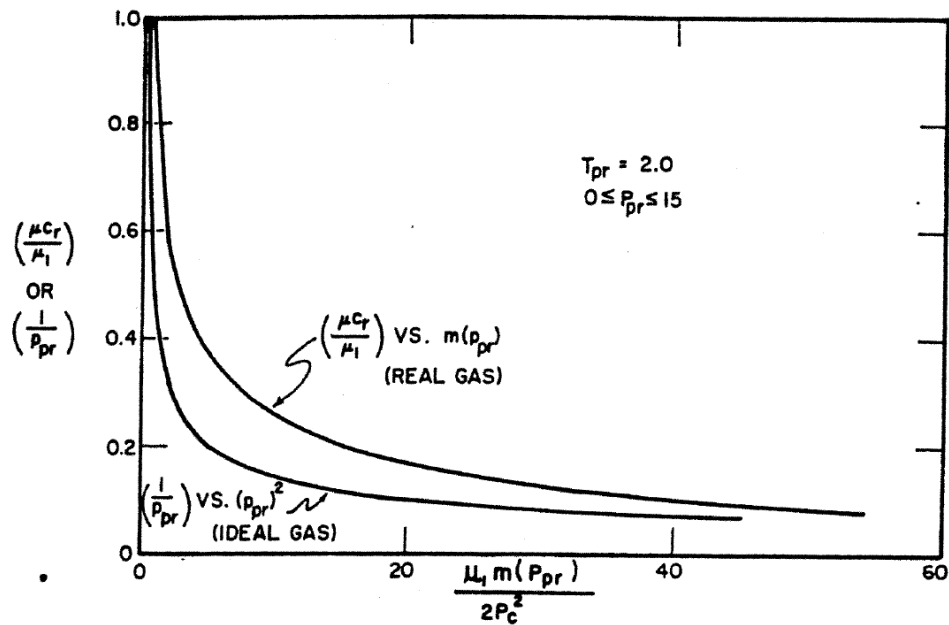


Ilustración 2-17 Grafica de $1/p$ contra pseudo presión con viscosidad del gas ideal y gas real (Wattenbarger J. L., 1996).

En vista del parecido entre (μc_g) vs $m(p)$ para gas real, y p^{-1} vs p^2 para gases ideales. Es razonable esperar soluciones para flujo de gases reales para correlacionar como funciones de tiempo adimensional basado en valores iniciales de viscosidad y compresibilidad. Que nos deja:

$$t_D = \frac{k t}{\phi (\mu c_g)_i r_{sc}^2} \quad (2.20)$$

Además, definimos la caída de presión adimensional para gas real $m_D(r_D, t_D)$:

$$m_D(r_D, t_D) = \frac{\pi k h T_{sc} [m(p_i) - m(r, t)]}{q_{sc} p_{sc} T} \quad (2.21)$$

Donde $r_D = r/r_{sc}$. La caída de presión adimensional de la pseudo-presión del gas real es semejante a la caída de presión adimensional de van Everdingen-Hurst (van Everdingen, 1949), $p_D(r_D, t_D)$.

La **Fig. 2-19** muestra la comparación entre $p_D(t_D)$ para la solución de flujo de líquidos y $m_D(t_D)$, obtenida por Eilerts, para la solución de flujo radial para gases naturales. Actualmente, la correlación de la **Fig. 2.19**, no es tan buena como aparenta. Sin embargo, es muy buena para tiempos antes de que se sientan los efectos de la frontera, a largos tiempos hay una considerable diferencia entre los valores de $p_D(t_D)$ y $m_D(t_D)$ **Fig. 2.19**.

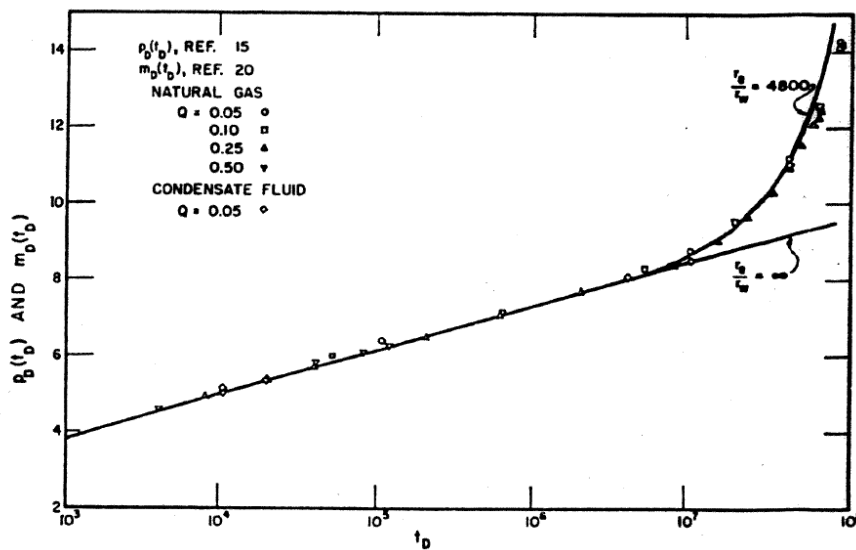


Ilustración 2-18 $p_D(t_D)$ y $m_D(t_D)$ vs t_D para yacimientos radiales cerrados a condiciones de producción a gasto constante (Wattenbarger J. L., 1996).

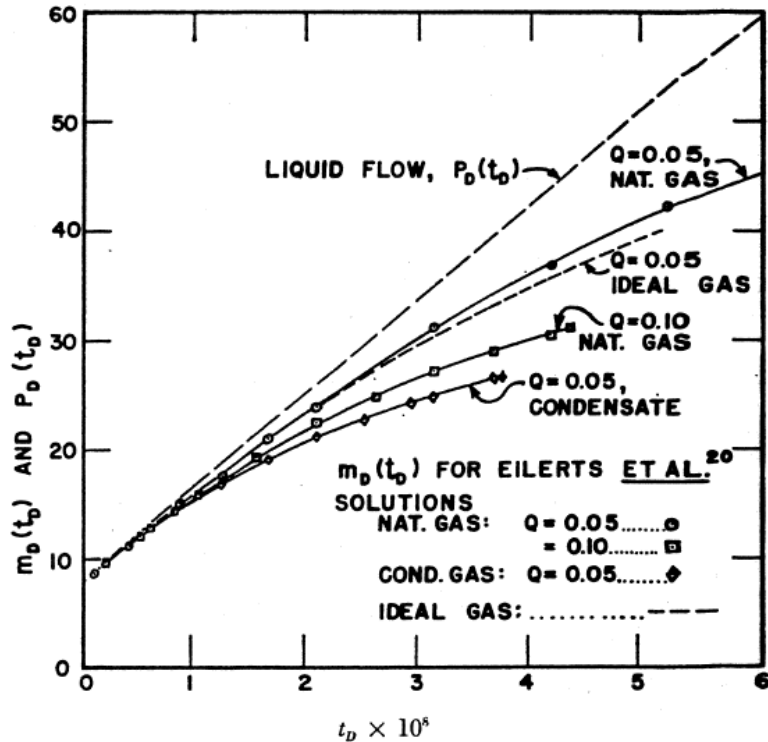


Ilustración 2-19 $p_D(t_D)$ y $m_D(t_D)$ vs t_D para flujo radial para líquido, gas ideal y gases reales. (Wattenbarger J. L., 1996)

En los casos de gas ideal y gas real de la **Fig. 2-20**, conduce a caídas de presión adimensional, las cuales son menos que el caso del líquido y hay dependencia de la tasa de flujo. Otra diferencia importante es en el caso de $Q = 0.05$. La línea de gas ideal termina en el punto donde la presión del pozo es cero. La solución del gas real termina cuando la presión del pozo está al 10 por ciento de la presión inicial. Sin embargo, la **Fig. 2-20** no muestra que tiempo de producción para los casos de gases reales para alcanzar la presión de producción limitada es cerca de dos y la mitad de los tiempos requeridos para los casos de los gases ideales.

La línea de gas natural está cerca del caso de los líquidos, pero la línea de condensados es muy debajo del caso de los líquidos. La presión de producción terminal se alcanza más rápido en el caso de los condensados que en la línea del caso de gas natural. Esto indica la importancia de la variación de las propiedades de gas encima del resultado.

La correlación de la **Fig. 2-19** y **Fig. 2-20** incluyen la dependencia de la permeabilidad a la presión. Si la una aproximación de los efectos de la caída de presión sobre la condensación de líquidos y reducción en la permeabilidad cerca del pozo puede ser hecha, el rendimiento puede estimarse de:

$$\ln \frac{r_d}{r_w} = \frac{\pi k h T_{sc}}{q_{sc} p_{sc} T} [m'(\bar{p}) - m'(p)] \quad (2.22)$$

Donde

$$m'(p) = 2 \int_{p_m}^p \frac{k p dp}{\mu z} \quad (2.23)$$

Y k está en función de la presión.

Eilerts determino el comportamiento con estado estacionario, en la región de flujo no-Darcy cerca del pozo productor. Como resultado, el efecto skin del estado estacionario puede ser introducido para darla siguiente aproximación para el flujo radial de gases reales durante la producción:

$$\frac{\pi k h T_{sc} [m(\bar{p}) - m(p)]}{q_{sc} p_{sc} T} = \ln \frac{r_d}{r_w} + s + Dq \quad (2.24)$$

Donde s es el efecto skin y D es el coeficiente de flujo no-Darcy.

Régimen de Flujo en estado pseudo- estacionario. (Hagoort, 1988) (R. A.-h. , 1965) (Ahmed, Reservoir Engineering Handbook, 2006)

Cuando la presión en diferentes posiciones en el yacimiento (no hay flujo en las fronteras externas) está disminuyendo linealmente con el tiempo a flujo constante, el flujo es caracterizado como flujo en estado pseudo- estacionario. Matemáticamente, esta definición establece que la tasa de cambio de presión con respecto del tiempo en cada posición es constante:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_i = constante \quad (2.25)$$

Puede ser señalado que el estado flujo pseudo- estacionario es comúnmente referido como estado de flujo semi- estacionario y estado de flujo cuasi-estacionario. La **Fig 2-20** muestra la comparación de los tres regímenes de flujo en una gráfica de Presión vs tiempo.

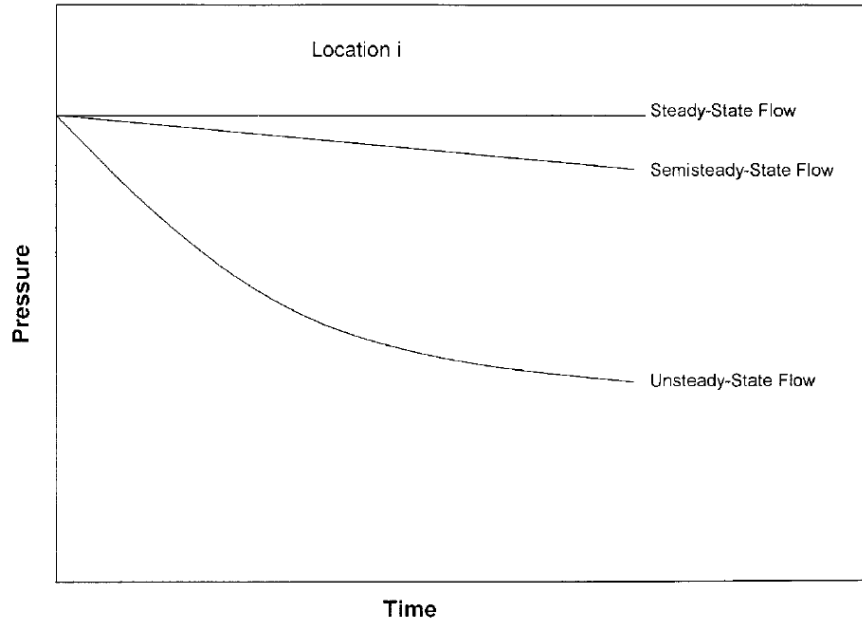


Ilustración 2-20 Relación Presión-tiempo de los distintos flujos de fluidos (Ahmed, *Reservoir Engineering Handbook*, 2006).

Cuando tenemos tiempo largo de producción, frontera externa cerrada, producción constante y flujo radial, la ecuación de flujo que describe su comportamiento es la siguiente:

$$\ln \frac{r_d}{r_w} = \ln \frac{0.472 r_e}{r_w} = \frac{\pi k h T_{sc}}{q_{sc} p_{sc} T} [m(\bar{p}) - m(p_{sc})] \quad (2.26)$$

En el caso de los líquidos, una ecuación similar a la **Ec. 2.26** puede ser derivada usando el concepto de estado de flujo pseudo- estacionario. La cual es la condición que es alcanzado por producción a flujo constante de líquido cuando la tasa de presión declina se vuelve constante en cada parte del yacimiento. Esta condición es expresada matemáticamente usando Laplaciano de la presión igual a la constante. Sin embargo, el Laplaciano de la pseudo- presión del gas real no puede ser igual a una constante, una condición de flujo similar al estado de flujo pseudo-estacionario parece existir para flujo de gas ideal y flujo de gas real. La existencia de tales como condición esta sugerida por la **Ec. 2-26** y la **Fig. 2-20**, la cual presenta una inspección del comportamiento de la presión durante el periodo que la **Ec. 2-26** se adapta al caso de Eilerts.

Como se vio en la **Fig. 2-19**, $m_D(t_D)$ no cambia a una tasa constante durante ese periodo. Sin embargo, se iguala a la solución del líquido a tiempo tempranos. Lo más interesante de la **Fig. 2-20** es que $m_D(r_D, t_D)$ para todas las ubicaciones radiales es esencialmente paralelo. Así, el perfil de $m(p)$ es independiente del

tiempo. Esta condición puede ser descrita por el Laplaciano de $m(p)$ igual a una constante. En cualquier acontecimiento, la **Ec. 2.27** describe el comportamiento de flujo radial con un sistema radial a tiempo largos con extraordinaria exactitud.

Otra consecuencia de la **Fig. 2-20** es que la distribución de $m(p)$ puede ser obtenida fácilmente. Por ejemplo, la siguiente ecuación también describe razonablemente el flujo:

$$\ln\left(0.606 \frac{r_e}{r_w}\right) = \frac{\pi k h T_{sc}}{q_{sc} p_{sc} T} [m(\bar{p}) - m(p_{sc})] \quad (2.27)$$

Flujo dominado por la frontera.

Cuando las presiones transitorias alcanzan el área de drene de no flujo en las fronteras, el régimen de flujo no es un flujo pseudo- estacionario, en lugar, es más correcto llamarlo flujo dominado por la frontera.

2.5.5. Radio de Investigación.

El radio de investigación es un valor cuantitativo y cualitativo en el diseño y análisis de una prueba de pozo, r_i . El radio de investigación es el punto en el yacimiento en el cual la reducción de la presión es insignificante, es una medición de la distancia en el cual la presión transitoria se ha movido en la formación, seguida de un cambio en el gasto de flujo de producción en el pozo. La presión transitoria se mueve del exterior al interior del yacimiento, la distancia en que se mueve esta presión transitoria no solamente está en función de las propiedades de la roca de la formación y del fluido, sino también del tiempo transcurrido en cuanto al cambio del gasto de flujo de producción.

Es el radio máximo calculado en una formación en el cual se ha afectado la presión durante el periodo de flujo de una prueba de presión transitoria, es decir, indica el punto más alejado de los cambios de presión del pozo.

Antes de desarrollar medios cuantitativos de cálculo de r_i , debemos examinar la distribución de la presión a cada incremento de tiempo para desarrollar un comportamiento del movimiento del flujo transitorio dentro de la formación. La **Fig. 2-22** muestra la presión como función del radio para 0.0001, 0.01, 1 y 100 horas después de que el pozo comenzó a producir.

Hay dos observaciones importantes que debemos hacer mención de la **Fig. 2-22**. Primero, la presión en el pozo a $r = r_w$ decrece continuamente con el incremento del tiempo de flujo. Igualmente, la presión en otro valor de r también decrecen con el tiempo de flujo. Segundo, la respuesta de la presión transitoria causada por la producción del pozo se mueve más dentro del yacimiento conforme el tiempo de flujo de producción aumenta.

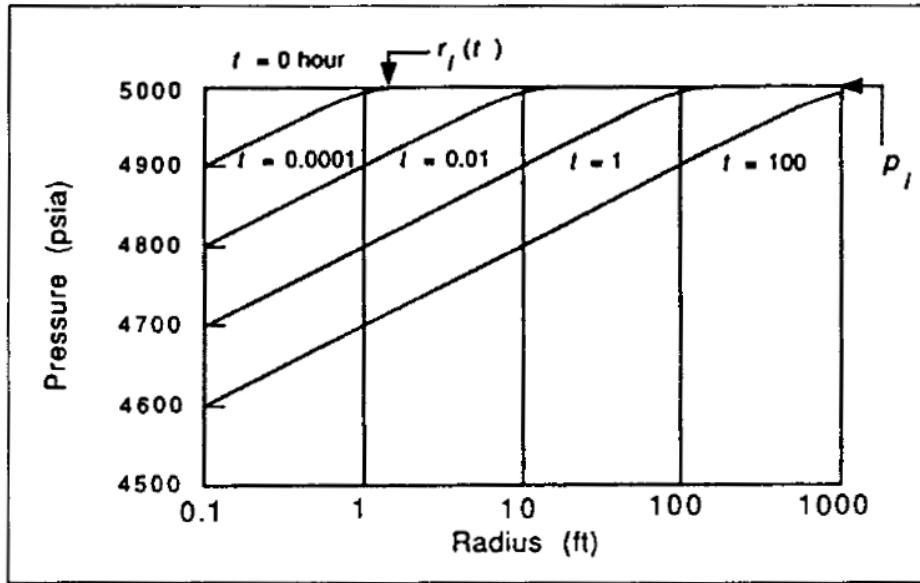


Ilustración 2-21 Distribución de la presión en la formación cercana del pozo productor (Wattenbarger J. L., 1996).

2.5.6. Volumen Original de Gas, G .

El volumen original de gas se define como la cantidad de gas que se estima existen inicialmente en un yacimiento y se encuentra en equilibrio a la temperatura y presión prevaleciente en el yacimiento. Este volumen incluye a las acumulaciones conocidas, económicas o no, recuperables o no, a la producción obtenida de los campos explotados o en explotación también a las cantidades estimadas en los yacimientos que podrían ser descubiertos. Este volumen original de gas, G , puede inferirse por procedimientos determinísticos y probabilísticos, los primeros incluyen principalmente a los volumétricos, balance de materia, análisis de producción y los de simulación numérica. Los segundos modelan la incertidumbre de parámetros como porosidad, saturación de agua, espesores netos, entre otros, como funciones de probabilidad que producen en consecuencia una función de probabilidad para el volumen original.

2.6. Análisis de tipo curva.

Existen dos problemas principales en un trabajo de evaluación, los cuales son: 1) La determinación de la más probable vida futura de un pozo y 2) la estimación de su producción futura. Algunas veces estos problemas pueden ser resueltos mediante cálculos volumétricos, pero la información no siempre está disponible, por lo cual existen la posibilidad de usar curvas de declinación, extrapolando la tendencia de la tasa de producción o producción acumulada contra el tiempo para poder encontrar el límite económico, y por ende la posible vida futura del pozo o la recuperación futura. (Arps, 1944)

El análisis de curvas de declinación es un procedimiento gráfico usado para analizar la declinación de la tasa de producción y predecir el comportamiento futuro de pozos de aceite o gas. La producción de aceite y gas declina en función del tiempo, causado por la pérdida de presión en el yacimiento o cambio de los volúmenes producidos de fluido.

En 1944, Arps publicó su método gráfico para el análisis del comportamiento de la declinación de la producción, en donde introdujo un modelo matemático, el cual muestra las tendencias de declinación en tres diferentes modelos:

- Declinación exponencial
- Declinación armónica
- Declinación Hiperbólica

La declinación hiperbólica es el modelo más general, los otros dos son degeneraciones del modelo de declinación hiperbólico. Los tres modelos están gobernados por la siguiente ecuación de declinación de Arps (1945):

$$\frac{1}{q} \frac{dq}{dt} = -D_i q^b \quad (2.28)$$

Donde D_i es la declinación inicial del gasto y b es el exponente de declinación. Cuando $b = 0$ se tiene una declinación exponencial, cuando $b = 1$ se tiene una declinación armónica y cuando $0 < b < 1$ la declinación es hiperbólica.

Para el análisis de los modelos de forma correcta, es necesario tomar en cuenta los siguientes puntos:

- A. Flujo dominado por la frontera.
- B. Condiciones de operación estables (gasto de flujo y presión de fondo fluyendo constante).
- C. Desarrollo de ecuaciones de forma empírica.
- D. Determinación de la recuperación final de forma rápida y sencilla.
- E. No se requiere de datos de presión.
- F. b depende del mecanismo de producción.

La **Tabla 2-2** muestra los tres modelos de declinación y sus valores de b correspondientes, además de las ecuaciones de gasto y de producción acumulada.

Tabla 2-2 Modelos de declinación

Tipo de declinación	Valor de b	Ecuación para el gasto	Ecuación para la producción acumulada
Exponencial	$b=0$	$q(t) = q_i e^{-D_i t}$	$N_p = \frac{1}{D_i} (q_i - q)$
Hiperbólica	$0 < b < 1$	$q(t) = \frac{q_i}{(1 + D_i b t)^{\frac{1}{b}}}$	$N_p = \frac{q_i^b}{D_i (1-b)} (q_i^{(1-b)} q^{(1-b)})$
Armónica	$b=1$	$q(t) = \frac{q_i}{(1 + D_i t)}$	$N_p = \frac{q_i}{D_i} \ln(1 + D_i t)$

Tabla 2-3 Caracterización de los mecanismos de empuje según el parámetro b .

Valor de b	Mecanismos de producción en el yacimiento
0	Fluido en una fase (arriba del punto de burbuja o de rocío, en una fase a altas presiones)
0.1-0.4	Empuje por gas disuelto
0.4-0.5	Gas en una fase
0.5	Empuje eficaz de agua
0.5-1.0	Yacimiento Estratifica combinados

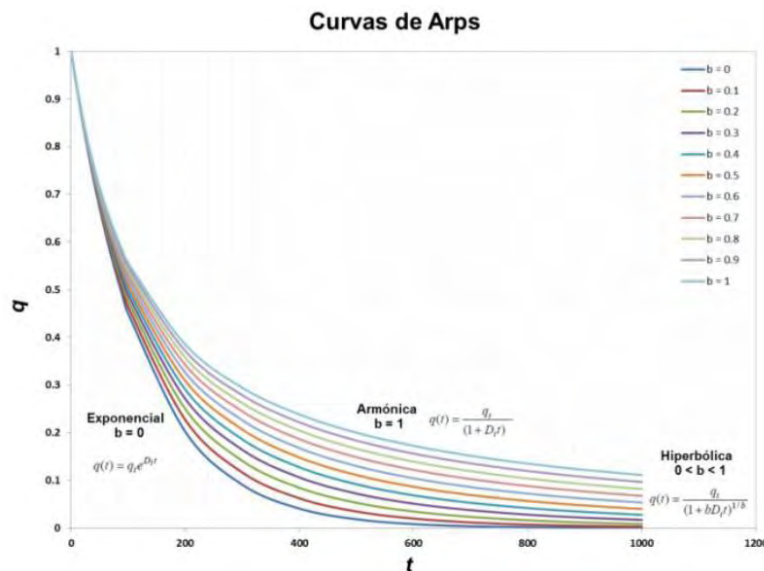


Ilustración 2-22 Gráfica de Arps (Castellanos Páez, 2015).

2.7. Yacimiento Naturalmente Fracturados

Una fractura natural es una discontinuidad macroscópica plana que resulta de esfuerzos que exceden la fuerza de ruptura de la roca (Stearn, 1990). Un yacimiento naturalmente fracturado es un yacimiento el cual contiene fracturas creadas por la madre naturaleza. Estas fracturas pueden tener un efecto positivo o negativo en el flujo de fluidos. Una fractura parcialmente mineralizada puede causar un efecto positivo en el flujo de aceite, pero efecto negativo en agua o gas debido a efecto de cronificación. (R. A.) (Wattenbarger J. L., 1996)

Los yacimientos sin duda fracturados se encuentran esencialmente en todos los tipos de litologías incluyendo areniscas, carbonatos, lutitas, etc. El porcentaje de la porosidad total hecha por las fracturas ronda entre muy pequeña al 100%. La existencia de las fracturas se atribuye a tres aspectos(1) el diastrofismo, como en el caso de afallamientos y los plegamientos, el afallamiento tiende a generar rompimientos a lo largo de la línea de falla, lo cual genera una zona de esfuerzos que provocan las fracturas,(2) la distribución del volumen de roca, como en el caso de las lutitas con la pérdida de agua o el enfriamiento de las rocas ígneas y desecación de las rocas sedimentarias y (3) la erosión causada por la sobrecarga de toda la columna de rocas, que permiten a las capas superiores expandirse, levantarse y provocar fracturas en las formaciones inferiores.

2.7.1. Modelos de yacimientos naturalmente fracturados.

Una característica de los yacimientos naturalmente fracturados es la presencia de dos distintos tipos de porosidades, matriz y porosidades de fracturas. Un yacimiento con heterogeneidad real de doble porosidad puede ser se modelado con un modelo homogéneo de doble porosidad. Las características de un modelo ideal de doble porosidad pueden ser modelado como una formación regular, pero con bloques de matriz discontinuos rodeados por canales que representan una red de fracturas naturales. Los conductos en yacimientos de doble porosidad son ante todo fracturas naturales, las cuales tienen altas permeabilidades, pero bajas porosidades. Los bloques de matriz no-fracturadas contienen la mayoría de la capacidad de almacenamiento del yacimiento. (Wattenbarger J. L., 1996)

Warren y Root introdujeron dos parámetros de doble porosidad para describir las características de los yacimientos naturalmente fracturados. El primer parámetro es el coeficiente de flujo de Inter porosidad, el cual mide la facilidad de flujo de la matriz a la fractura, y se define como:

$$\lambda = \alpha r_w^2 (k_{ma}/k_f) \quad (2.29)$$

Donde k_{ma} = permeabilidad de la matriz y k_f = permeabilidad de la fractura. El parámetro α , el cual caracteriza la geometría del sistema, es definido como:

$$\alpha = \frac{4j(j+2)}{L^2} \quad (2.30)$$

Donde L = característica adimensional del bloque de la matriz y j = numero de conjuntos de planos que limitan el medio menos permeable.

El segundo parámetro de doble porosidad es la tasa de almacenamiento, el cual es definido como:

$$\omega = \frac{(\phi V c_t)_f}{(\phi V c_t)_{f+ma}} = \frac{(\phi V c_t)_f}{(\phi V c_t)_f + (\phi V c_t)_{ma}} \quad (2.31)$$

Donde V = la razón de volumen total de un medio al BULK volumen total del sistema y ϕ = tasa de PV de un medio al volumen total del medio. Los sufijos $f + ma$ se refieren a la fractura y el sistema total (fractura más matriz).

Barenblatt y más autores, asumen un estado de flujo pseudo- estacionario; mientras otros, como deSwaan, asumen un estado de flujo transitorio en la matriz. Gringarten señala que, a pesar de que muchas pruebas de presión exhiben un comportamiento de Inter porosidad de flujo en estado pseudo- estacionario; otras pruebas sugieren comportamiento de Inter porosidad de flujo transitorio. Una posible explicación es que dentro del flujo Inter poroso siempre ocurre bajo condiciones transitorias, pero pueden exhibir un estado pseudo- estacionario si un impedimento de flujo existe entre el medio menos permeable(matriz) y el medio más permeable(fractura).

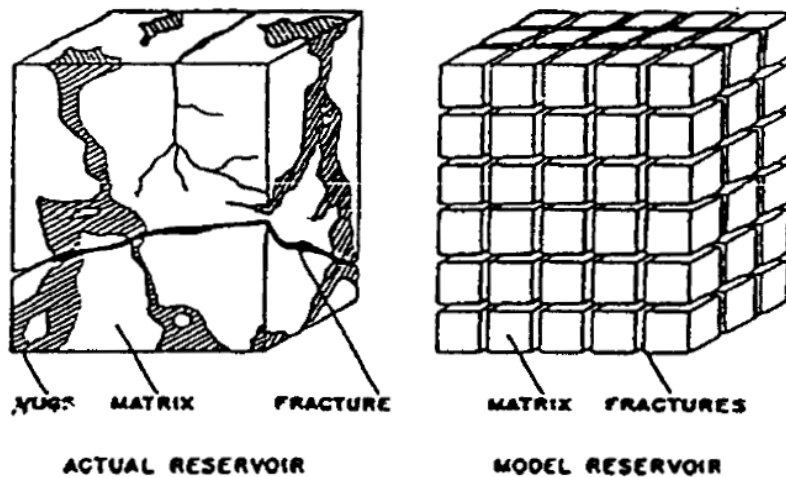


Ilustración 2-23 Esquema de un yacimiento real completo, donde se muestran las fracturas, la matriz y los vugos, en la parte derecha se representa el yacimiento en forma de pequeños cubos para representar la matriz interceptadas por las fracturas (Wattenbarger J. L., 1996).

3. CAPÍTULO III DIAGNÓSTICO Y CARACTERIZACIÓN DE RÉGIMENES DE FLUJOS: ECUACIONES Y GRÁFICAS

3.1. Introducción

En los yacimientos de baja permeabilidad de arenas compactas y lutitas gasífera se han identificado que presentan un régimen de flujo transitorio tardío (Lineal, Bilineal, radial y esférico) durante meses, años e incluso décadas de su vida productiva del pozo, hasta alcanzar las fronteras (pseudo- estacionario). Estos patrones de flujo transitorios se pueden llegar a presentar en diferente forma en el yacimiento y su identificación es crucial para la caracterización correcta del yacimiento y poder hacer uso eficiente de las distintas herramientas.

En este capítulo, se presentan las diferentes graficas de diagnóstico que podemos usar para su identificación en el yacimiento $\left(\frac{\Delta m(p)}{q_g} \text{ vs } t, \left[\frac{\Delta m(p)}{q_g}\right]' \text{ vs } t \text{ y } G_p \text{ vs } t\right)$, sus modelos de flujo, las graficas especializadas de flujo con sus ecuaciones analíticas para el cálculo de las distintas propiedades del yacimiento, tales como, el volumen original, G , las reservas probadas o recuperables de gas, la conductividad de la formación, kh , la permeabilidad de la formación, k , el área de la sección transversal, A_c , el daño de la formación, s , el efecto del régimen de flujo, el área de drene del pozo, A , el volumen poroso asociado al área de drene, V_p . Además, se muestra la técnica de superposición de tiempo, la cual tiene como finalidad de ser utilizada cuando las condiciones de presión de fondo fluyendo constante, P_{wf} , y gasto constante de gas, q_g , presentas variaciones sustanciales respecto al tiempo de explotación.

Adicionalmente, el **Apéndice A** se presenta el desarrollo de las ecuaciones de interpretación, las cuales se adaptaron para el flujo real de gases a partir de diferentes soluciones analíticas y semi- analíticas presentadas en la literatura técnica petrolera con la finalidad de analizar los datos de presión-producción provenientes de pozos productores reales.

3.2. Diagnóstico de régimen de flujo.

En la **Fig. 3-1** tenemos una gráfica de diagnóstico de flujo doble logarítmica del cambio de la presión y la derivada del cambio de la presión contra el tiempo. Se tienen tres regiones en el tiempo (al comienzo del tiempo, tiempo intermedio y tiempos tardíos) a la gráfica de diagnóstico de flujo.

Al comienzo del tiempo de producción, las respuestas del cambio de la presión y la derivada del cambio de la presión son controladas por el almacenamiento del agujero del pozo y por efectos cercanos al agujero de este. En esta etapa se

incluyen el almacenamiento o llenado del agujero del pozo productor, el factor de daño, la penetración parcial (la cual es una forma geométrica del factor de daño), la redistribución de fases y la finita e infinita conductividad hidráulica de las fracturas. En la etapa intermedia el comportamiento del yacimiento es forma infinita, lo que significa que los límites del yacimiento no incluyen en este lapso en particular. Los datos que aparecen en esta región proporcionan la mejor estimación en cuanto a la permeabilidad del yacimiento.

Finalmente, en la región de tiempo tardíos los efectos de la frontera son lo que dominan las respuestas en la evaluación de datos. Los efectos que influyen en la respuesta de la presión ocasionados por la frontera externa son: falla de sello, yacimientos cerrados, diversos contactos (gas/agua, aceite/ agua y gas/aceite).

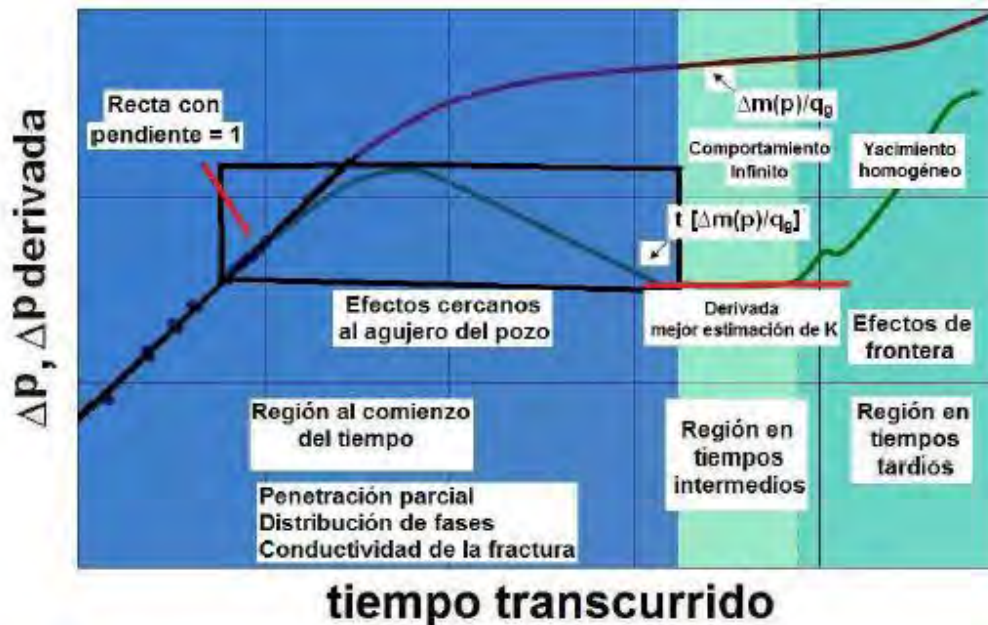


Ilustración 3-1 Gráfica de la diferencia de presión contra tiempo, donde podemos identificar las regiones en el tiempo para un yacimiento homogéneo (Arévalo J. D., 2009).

La **Fig. 3-1** muestra una gráfica de diagnóstico de flujo en la cual se observa una de las mayores ventajas de la gráfica de diagnóstico de flujo: "Identificar los regímenes de flujo que dominan la respuesta de la presión durante un tiempo en la evaluación de datos mediante el valor de sus pendientes. En el caso de la **Fig. 3-1** se observa que al comienzo del tiempo de explotación existe un efecto del almacenamiento del fluido en el agujero del pozo productor, gráficamente se observa debido a una pendiente con valor igual a la unidad. En el siguiente corte se observa un régimen de flujo esférico, con la derivada del cambio de la presión se tiene una pendiente de la línea recta de $-1/2$. Después es seguido por un flujo radial, el cual es identificado por la línea de la derivada del cambio de la presión en forma horizontal. Por último, en el periodo tardío se puede identificar que se tiene una pendiente igual a la unidad, lo que indica existe algún tipo de energía externa, la cual es una fuente de "recarga",

por ejemplo, un acuífero que provee de energía suficiente para recargar el yacimiento.

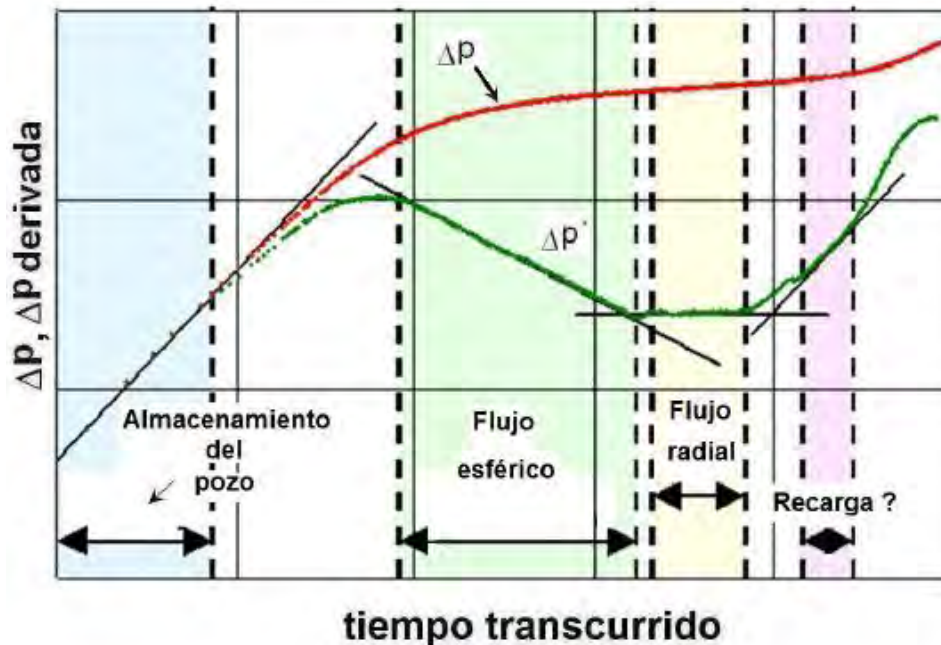


Ilustración 3-2 Grafica de diagnóstico con sus distintos regímenes de flujo (Arévalo J. D., 2009).

Para el análisis de la producción en pozos productores de gas en yacimientos de gas con baja permeabilidad con datos de presión-producción, se comienza con la elaboración de las gráficas de diagnóstico de flujo: grafica log-log de relación de la caída de pseudo- presión y gasto de gas contra el tiempo, $\Delta m(p)/q_g$ vs t , grafica con ejes log-log de la derivada de la caída de la pseudo-presión en relación con la función derivada del tiempo, $t \left[\Delta m(p)/q_g \right]'$ vs t , y la gráfica doble logarítmica del gasto de flujo de gas acumulado o producido, G_p vs t . Con la finalidad de determinar la geometría de flujo. Luego, se establecen las líneas rectas y se determinan los regímenes de flujo prevalecientes en función de la pendiente de cada línea recta detectada bajo los criterios de flujo que se presentan a continuación.

3.3. Graficas De Diagnostico Para Los Regímenes De Flujo

3.3.1. Flujo Lineal.

El periodo de flujo lineal se presenta si las líneas rectas de las gráficas de diagnóstico de flujo muestran una pendiente con valor de un medio como se muestra en la **Fig. 3-3**.

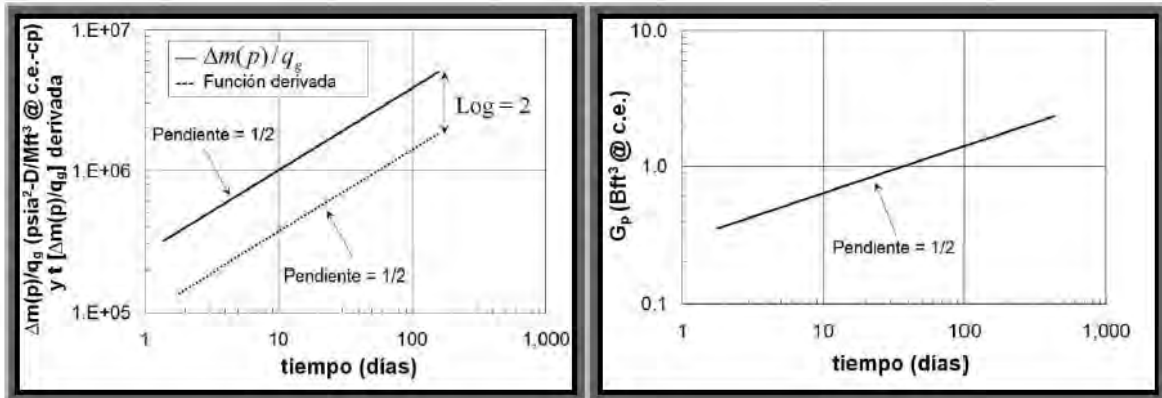


Ilustración 3-3 Graficas de diagnóstico, $\frac{\Delta m(p)}{q_g} t$ y G_p vs t , para identificar un régimen lineal (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories, 2001).

3.3.2. Flujo bilineal.

Este régimen de flujo se detecta si las líneas rectas, en ambas graficas con ejes log-log de $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g}$ vs t o $t \left[\frac{\Delta m(p)}{q_g} \right]'$ vs t muestran un cuarto de pendiente. De la misma forma, la línea recta de la grafica de diagnóstico de flujo $\log G_p$ vs $\log(t)$ mostrará una pendiente con valor mayor a 0.9, como se ilustra en la **Fig.3-4**.

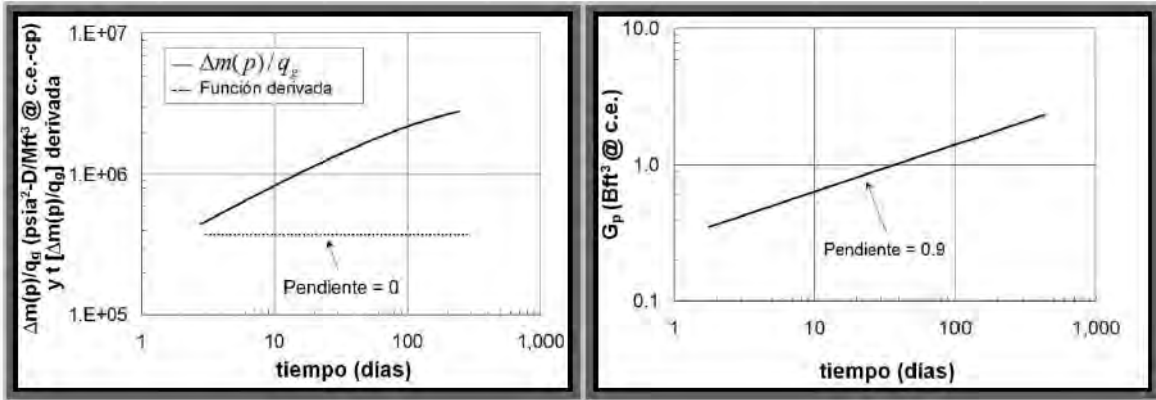


Ilustración 3-4 Graficas de diagnóstico, $\frac{\Delta m(p)}{q_g} vs t$ y $G_p vs t$, para identificar un régimen bilineal (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories*, 2001).

3.3.3. Flujo radial.

Esta trayectoria de flujo se detecta si la línea recta en la gráfica con ejes log-log de $t \left[\frac{\Delta m(p)}{q_g} \right]$, vs t muestra una línea horizontal (con el valor de la pendiente=0). De la misma forma, la línea recta en la gráfica de diagnóstico de flujo $\log G_p vs \log(t)$ mostrará una pendiente con valor mayor a 0.9, como se muestra en la **Fig. 3-5**.

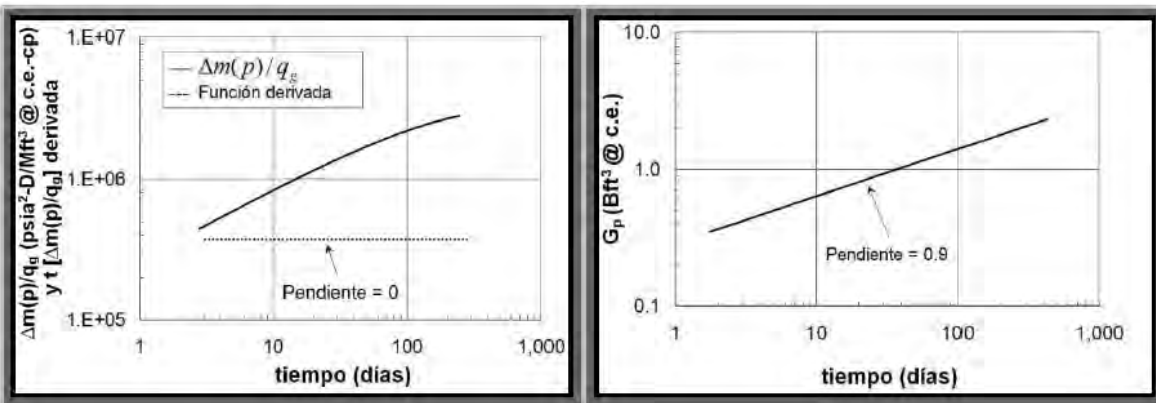


Ilustración 3-5 Graficas de diagnóstico, $\frac{\Delta m(p)}{q_g} vs t$ y $G_p vs t$, para identificar un régimen radial (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories*, 2001).

3.3.4. Flujo esférico.

El flujo esférico es detectado si la línea recta, en la gráfica de diagnóstico de flujo con ejes log-log de $t \left[\frac{\Delta m(p)}{q_g} \right]$, vs t , muestra una pendiente negativa con valor de un medio. De la misma forma, la línea recta de la gráfica con ejes log-log de $G_p vs t$ mostrara una pendiente con valor de 3/2, como se muestra en la **Fig. 3-6**.

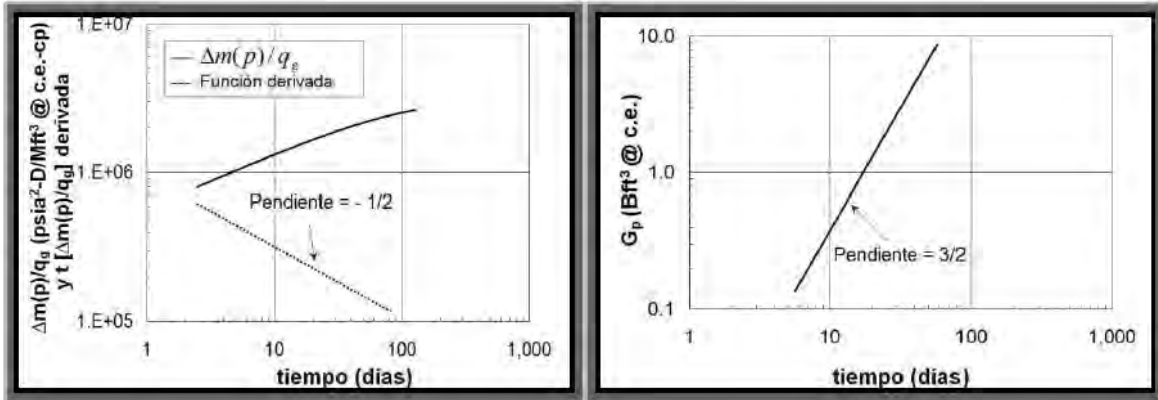


Ilustración 3-6 Graficas de diagnóstico, $\frac{\Delta m(p)}{q_g} vs t$ y $G_p vs t$, para identificar un régimen esférico (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories*, 2001).

3.3.5. Efectos dominados por la frontera externa.

Ambas graficas con ejes log-log de $\frac{m(p_i)-m(p_{wf})}{q_g} vs t$ o $t \left[\frac{\Delta m(p)}{q_g} \right]' vs t$ mostraran indicativos de flujo dominado por la frontera externa para cualquiera de las condiciones de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g (estado pseudo – estacionario) y a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} (declinacion exponencial) a largos tiempos de produccion, si las líneas rectas en las gráficas de diagnóstico de flujo con ejes log-log exhiben pendientes con valores iguales a la unidad y mayores que uno, respectivamente, como se muestra en la Fig.3-7 y Fig. 3-8.

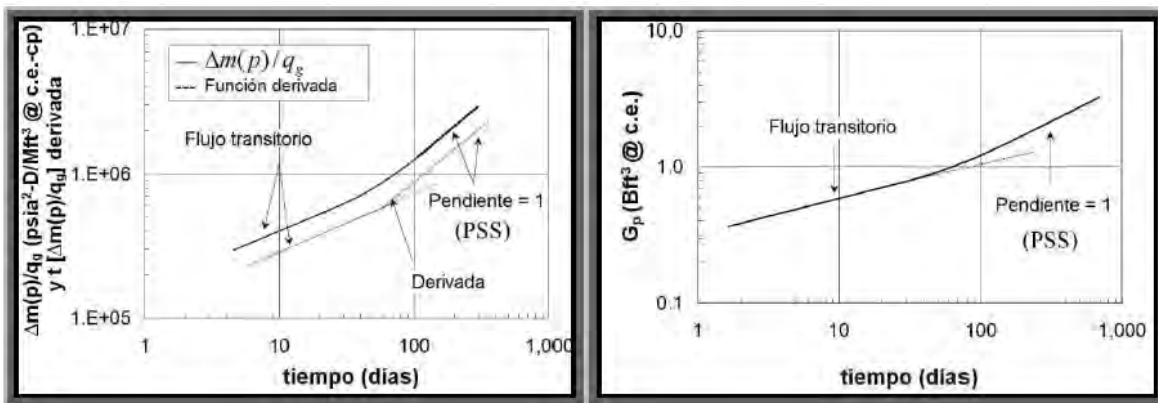


Ilustración 3-7 Graficas de diagnóstico, $\frac{\Delta m(p)}{q_g} vs t$ y $G_p vs t$, para identificar un régimen esférico a la condición de flujo constante de gas, q_g . (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories*, 2001)

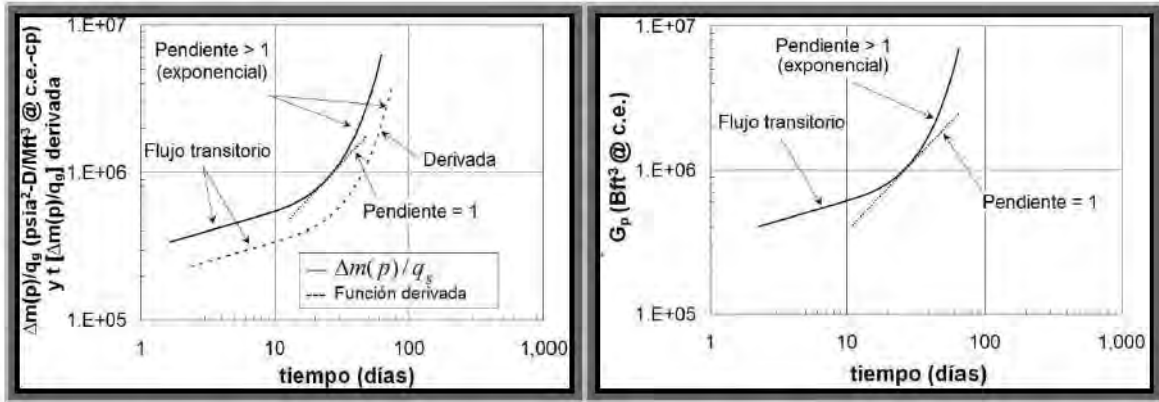


Ilustración 3-8 Graficas de diagnóstico $\frac{\Delta m(p)}{q_g} t$ y G_p vs t , para identificar un régimen esférico a la condición de presión de fondo fluyente constante, p_{wf} . (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*, 2001)

3.3.6. Flujo lineal temprano seguido de un flujo bilineal y posteriormente un flujo lineal tardío.

Este arreglo se caracteriza por las siguientes secuencias de flujo: al principio se presenta un régimen de flujo lineal temprano, después un régimen de flujo bilineal y posteriormente un régimen de flujo lineal tardío considerando presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} y gasto de flujo constante de gas, q_g . Esta secuencia de flujo generalmente es detectada en modelos de matriz transitoria para yacimientos lineales infinitos de doble porosidad. Al comienzo del tiempo de explotación, las líneas rectas en las gráficas de diagnóstico de flujo muestran una media pendiente, seguido de un flujo bilineal que se detecta si la recta en ambas graficas $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} vs t$ y $t \left[\frac{\Delta m(p)}{q_g} \right]' vs t$ muestran un cuarto de pendiente, y la línea recta en la gráfica con ejes log-log de $G_p vs t$ muestra una pendiente de $\frac{3}{4}$. Después, un flujo lineal es presentado si la línea recta en las graficas de diagnóstico de flujo muestra una pendiente con valor de un medio en tiempos largos o tardíos, esta secuencia se puede apreciar en la **Fig. 3-3**.

Las **Tablas 3-1, 3-2 y 3-3** indican la pendiente de la línea recta que se encuentran en las gráficas de diagnóstico de $t \left[\frac{\Delta m(p)}{q_g} \right]' vs t$, $\frac{\Delta m(p)}{q_g} vs t$ y $G_p vs t$, respectivamente.

Tabla 3-1 Determinación del régimen de flujo mediante la gráfica de diagnóstico $[\Delta m(p)/qg]'$ vs $t=ct^n$.

Valores de la pendiente en la gráfica de diagnóstico $[\Delta m(p)/qg]'$ vs $t=ct^n$	
Almacenamiento en el agujero del pozo	$n=1$
Flujo lineal	$n=1/2$
Flujo bilineal	$n=1/4$
Flujo Radial	$n=0$
Flujo Esférico	$n=-1/2$
Flujo dominado por la frontera externa	$n \geq 1$

Tabla 3-2 Determinación del régimen de flujo mediante la gráfica $\Delta m(p)/qg$ vs t

Valores de la pendiente en la gráfica de diagnóstico, $\Delta m(p)/qg$ vs t	
Almacenamiento en el agujero del pozo	$n=1$
Flujo lineal	$n=1/2$
Flujo bilineal	$n=1/4$
Flujo Radial	$n=0$
Flujo dominado por la frontera externa	$n \geq 1$

Tabla 3-3 Determinación del régimen de flujo mediante la gráfica G_p vs tiempo

Valores de la pendiente en la gráfica de diagnóstico, G_p vs t	
Almacenamiento en el agujero del pozo	$n=1$
Flujo lineal	$n=1/2$
Flujo bilineal	$n=3/4$
Flujo Radial	$n > 0.9$
Flujo Esférico	$n=3/2$
Flujo dominado por la frontera externa	$n \geq 1$

3.4. Graficas Especializadas Para Cada Régimen De Flujo

Una vez que se caracteriza cada periodo de flujo detectado en las gráficas de diagnóstico de flujo se elaboran las gráficas especializadas haciendo $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g}$ vs una funcion especifica de tiempo segun la geomtria de flujo, estas funciones de tiempo se exponen en la **Tabla.3-4**, de la línea recta producida en estas graficas se estima la pendiente, la no intersección en cero y el final de la misma. Posteriormente se estiman algunos valores del yacimiento, utilizando las ecuaciones de interpretación para cada régimen de flujo analizado.

Tabla 3-4 Funciones específicas del tiempo para las distintas geometrías de flujo

Flujo Lineal	$t^{1/2}$
Flujo bilineal	$t^{1/4}$
Flujo radial	$\log(t)$
Flujo esférico	$1/t^{1/2}$
Flujo dominado por la frontera externa	t

3.4.1. Flujo Lineal

Flujo Lineal con intersección en cero de la Línea Recta

Se crea la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g}$ vs \sqrt{t} y se detecta la línea recta como se muestra en la parte izquierda de la **Fig. 3-9**. Después, se calcula la pendiente de la línea recta para cualesquiera de las condiciones de producción, así como el tiempo final de la línea recta sobre la gráfica de \sqrt{t} .

Flujo Lineal sin intersección en cero de la Línea Recta

Se crea la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g}$ vs \sqrt{t} y se detecta la línea recta como se muestra en el esbozo derecho de la **Fig. 3-9**. Después se calcula la pendiente y la no intersección en cero de la línea recta para ambas condiciones de producción, así como el tiempo final de la línea recta sobre la gráfica de \sqrt{t} .

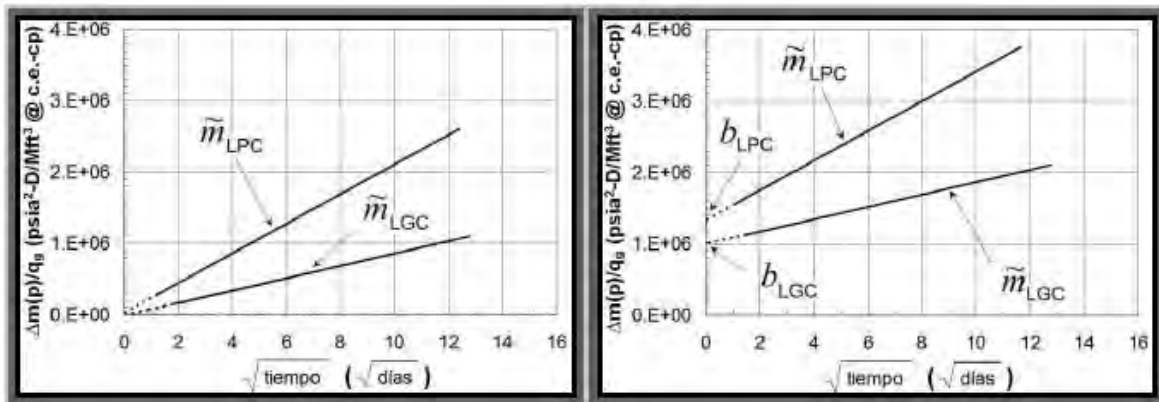


Ilustración 3-9 Grafica especializada de flujo para régimen lineal. donde podemos apreciar ambos casos: con intercepción en cero y con intercepción en la recta. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs: case histories*, 2001)

Mediante el uso de las expresiones de interpretación descritas en la **Tabla 3-5** se calcula el producto $\sqrt{k}A_c$, el área de drenaje, A , el volumen de poro, V_p , y el volumen original de gas, G para cualesquiera de las condiciones de producción. Adicionalmente, para el caso de flujo lineal con no intersección en cero de la línea recta, se estiman los valores de otros dos parámetros del yacimiento, tales como el factor de daño y/o el efecto del régimen de flujo al comienzo del tiempo de explotación, b .

Tabla 3-5 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo lineal en un modelo homogéneo e infinito para las condiciones de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} y a gasto de flujo constante de gas, q_g .

Presión de fondo fluyendo constante, p_{wf}	gasto de flujo constante de gas, q_g .
$\sqrt{k}A_c = \frac{1262 T}{\sqrt{(\phi\mu_g c_t)_i}} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{LPC}} \right)$	$\sqrt{k}A_c = \frac{803 T}{\sqrt{(\phi\mu_g c_t)_i}} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{LGC}} \right)$
$A = \frac{225 T}{(\phi\mu_g c_t)_i} \left(\frac{\sqrt{t_{frc}}}{\tilde{m}_{LPC} h} \right)$	$A = \frac{128 T}{(\phi\mu_g c_t)_i} \left(\frac{\sqrt{t_{frc}}}{\tilde{m}_{LGC} h} \right)$
$V_p = \frac{225 T}{(\mu_g c_t)_i} \left(\frac{\sqrt{t_{frc}}}{\tilde{m}_{LPC}} \right)$	$V_p = \frac{128 T}{(\mu_g c_t)_i} \left(\frac{\sqrt{t_{frc}}}{\tilde{m}_{LGC}} \right)$
$y_e = 0.1779 \sqrt{\frac{k t_{frc}}{(\phi\mu_g c_t)_i}}$	$y_e = 0.1591 \sqrt{\frac{k t_{frc}}{(\phi\mu_g c_t)_i}}$
$G = \frac{225 T S_{gi}}{(\mu_g c_t B_g)_i} \left(\frac{\sqrt{t_{frc}}}{\tilde{m}_{LPC}} \right)$	$G = \frac{128 T S_{gi}}{(\mu_g c_t B_g)_i} \left(\frac{\sqrt{t_{frc}}}{\tilde{m}_{LGC}} \right)$
$G = \frac{225 T}{(\mu_g c_t B_g)_i} \left(\frac{\sqrt{t_{frc}}}{\tilde{m}_{LPC}} \right)$	$G = \frac{128 T}{(\mu_g c_t B_g)_i} \left(\frac{\sqrt{t_{frc}}}{\tilde{m}_{LGC}} \right)$
$b = \frac{b_{LPC} k \sqrt{A_c}}{1424 T}$	$b = \frac{b_{LGC} k \sqrt{A_c}}{1424 T}$

En la **Tabla 3-5**, el término A_c es el área de sección transversal de la trayectoria de flujo provista de mayor permeabilidad. Las definiciones para el área de sección transversal, A_c y la adecuada distancia a la frontera externa en un yacimiento lineal, L , se presentan en la **Tabla 3-6**.

Tabla 3-6 Cálculo de Área de sección transversal, A_c , y distancia a la frontera, L , según el tipo de modelo.

Modelo	A_c	L
Bloque Lineal	$w h$	L
Fractura Hidráulica	$4 h x_f$	y_e
Fractura Hidráulica ($x_e = x_f$)	$4 h x_e$	y_e
Pozo productor en un bloque del yacimiento	$4 h x_f$	y_e
Veta de alta permeabilidad con flujo lineal sencillo	πr_e^2	h
Veta de alta permeabilidad con flujo lineal doble	$2 \pi r_e^2$	$h/2$
Vetas de n-altas permeabilidad con flujo lineal doble	$2 \pi r_e^2 n_{vetas}$	$h/(2 n_{vetas})$

3.4.2. Flujo Bilineal

Flujo Bilineal con intersección en cero de la Línea Recta

Se crea una gráfica especializada de $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g}$ vs $\sqrt[4]{t}$ y se identifica la línea recta como se muestra en la gráfica izquierda de la **Fig. 3-10**. Posteriormente, se determina el valor de la pendiente.

Flujo Bilineal sin intersección en cero de la Línea Recta

Se construye la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g}$ vs $\sqrt[4]{t}$ y se detecta la línea recta como se muestra en el esbozo derecho en la **Fig. 3-10**. Después, se calcula la pendiente y la no intersección en cero de la línea recta.

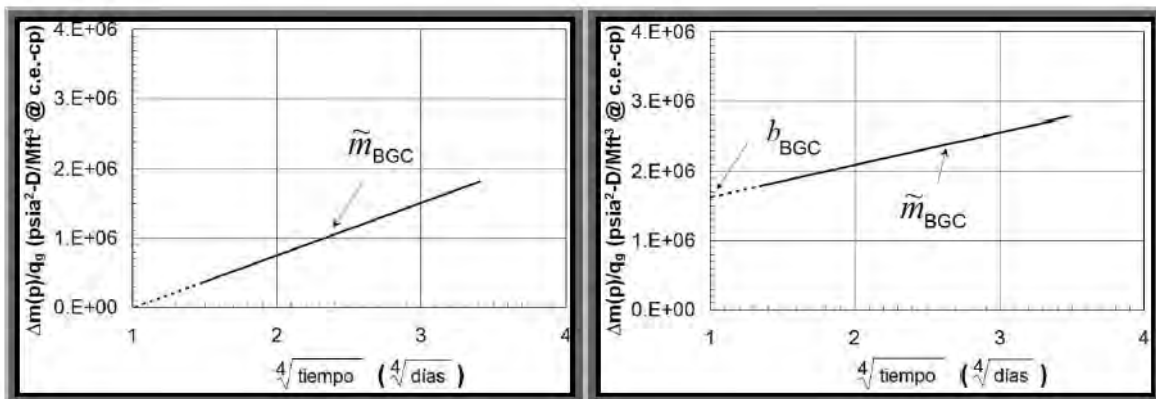


Ilustración 3-10 Gráfica especializada de flujo para régimen bilineal. donde podemos apreciar ambos casos: con intersección en cero y con intersección en la recta. (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories, 2001)

Se calcula el término $\sqrt{k_1 w}$ utilizando la ecuación de interpretación de la **Tabla 3-7** para flujo bilineal. Para el caso de flujo bilineal con no intersección en cero de la línea recta, se evalúa el factor de daño de la formación. Pero la estimación del factor de daño de la formación s_1 requiere del conocimiento de los valores de k y A_c .

Tabla 3-7 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo bilineal en un modelo homogéneo para las condiciones de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g .

$$\sqrt{k_1 w} = \frac{984 A_c^{1/4}}{\sqrt[4]{k(\phi\mu_g c_t)_i}} \left(\frac{T}{\tilde{m}_{BGC}} \right)$$

3.4.3. Flujo Radial

Flujo radial sin intersección en cero de la línea recta. Se crea la gráfica especializada $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g}$ vs $\log t$ y se detecta la línea recta como se presenta en los esbozos en la **Fig. 3-11**. Después, se evalúa la pendiente de la línea recta y la no intersección en cero de la misma, para la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} como se muestra en el esbozo izquierdo de la **Fig. 3-11** o para la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g como se muestra en la ilustración de la derecha de la **Fig. 3-11**. Además se estima el tiempo final sobre la línea recta.

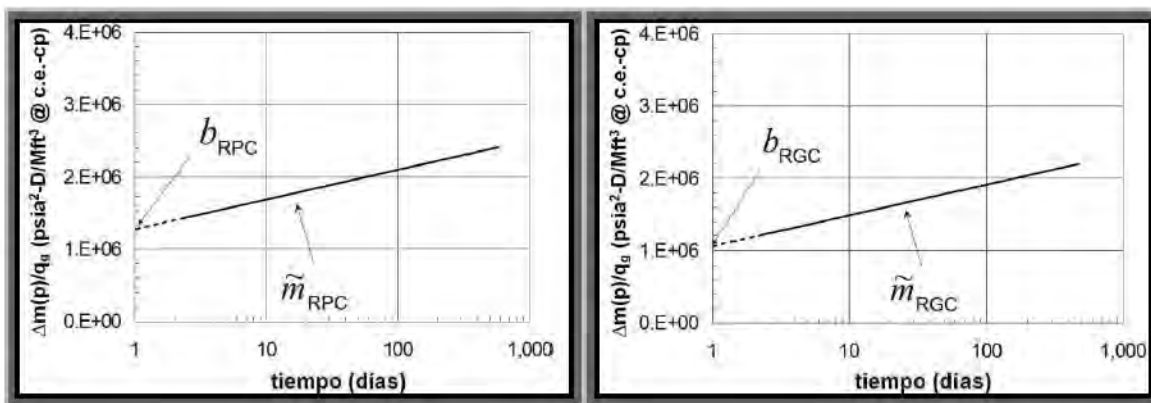


Ilustración 3-11 Gráfica de especializada de flujo para régimen radial. donde podemos apreciar ambos casos: con intersección en cero y con intersección en la recta. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*, 2001)

Se calcula el producto kh (potencial de flujo), el factor de daño, s , la longitud media de la fractura, x_f , el radio de investigación, r_{inv} y el volumen original de gas, G al radio de investigación mediante el uso de las ecuaciones descritas en la **Tabla 3-8**.

El volumen original de gas, G y el radio de investigación, r_{inv} se consideran valores *mínimos*, si toda la historia de producción aun tiende sobre la línea recta en la gráfica semilogarítmica. Si el comportamiento una sigue en línea recta, el último tiempo de producción es utilizado como tiempo final sobre la línea recta, t_{flr} , en las ecuaciones de la **Tabla 3-9**.

Tabla 3-8 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo radial en un modelo homogéneo para la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} .

$$kh = \frac{1640 T}{\tilde{m}_{RPC}}$$

$$s = \frac{1}{0.869} \left[\frac{b_{RPC} kh}{1640 T} - \log \left(\frac{0.00633 k}{(\phi \mu_g c_t)_i r_w^2} \right) - 0.352 \right]$$

$$x_f = \sqrt{\frac{0.00633 k}{\exp \left(\frac{kh b_{RPC}}{712 T} - 2.2 \right) \phi (\mu_g c_t)_i}}$$

$$r_{inv} = 0.1779 \sqrt{\frac{k t_{flr}}{(\phi \mu_g c_t)_i}}$$

$$A = \frac{163 T}{(\phi \mu_g c_t)_i h} \left(\frac{t_{flr}}{\tilde{m}_{RPC}} \right)$$

$$VP = \frac{163 T}{(\mu_g c_t)_i} \left(\frac{t_{flr}}{\tilde{m}_{RPC}} \right)$$

$$G = \frac{163 T s_{gi}}{(\mu_g c_t B_g)_i} \left(\frac{t_{flr}}{\tilde{m}_{RPC}} \right)$$

Tabla 3-9 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo radial en un modelo homogéneo para la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g .

Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo radial en un modelo homogéneo para la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g .

$$kh = \frac{1640 T}{\tilde{m}_{RGC}}$$

$$s = \frac{1}{0.869} \left[\frac{b_{RGC} k h}{1640 T} - \log \left(\frac{0.00633 k}{(\phi \mu_g c_t)_i r_w^2} \right) - 0.352 \right]$$

$$x_f = \sqrt{\frac{0.00633 k}{\exp \left(\frac{kh b_{RGC}}{712 T} - 2.2 \right) \phi (\mu_g c_t)_i}}$$

$$r_{inv} = 0.1779 \sqrt{\frac{k t_{flr}}{(\phi \mu_g c_t)_i}}$$

$$A = \frac{163 T}{(\phi \mu_g c_t)_i h} \left(\frac{t_{flr}}{\tilde{m}_{RGC}} \right)$$

$$VP = \frac{163 T}{(\mu_g c_t)_i} \left(\frac{t_{flr}}{\tilde{m}_{RGC}} \right)$$

$$G = \frac{163 T s_{gi}}{(\mu_g c_t B_g)_i} \left(\frac{t_{flr}}{\tilde{m}_{RGC}} \right)$$

3.4.4. Flujo Esférico

Flujo esférico con no intersección en cero de la línea recta. Se realiza la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} vs \frac{1}{\sqrt{t}}$ y se detecta la línea recta tal como se presenta en la **Fig. 3-12**. Después, se calcula la pendiente negativa y la no intersección en cero de la línea recta.

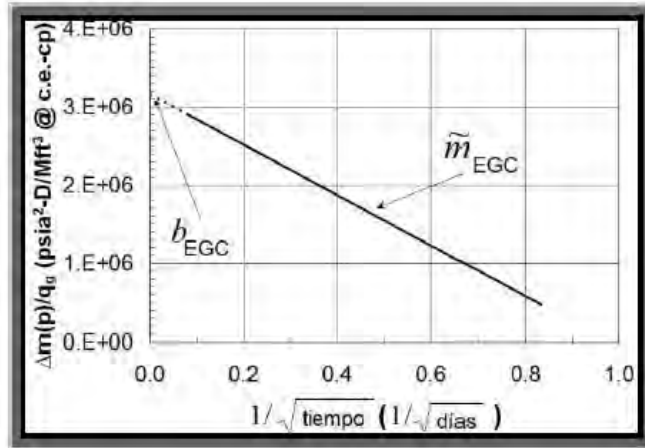


Ilustración 3-12 Grafica especializada para régimen de flujo esférico. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*, 2001)

Se determina la permeabilidad, k , y el radio equivalente de la esfera, r_{esf} , usando las ecuaciones de interpretación presentadas en la **Tabla 3-10**.

Tabla 3-10 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo esférico en un modelo homogéneo para la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g .

$$k = - \left[\frac{10098 T}{\tilde{m}_{EGC}} \sqrt{(\phi \mu_g c_t)_i} \right]^{2/3}$$

$$r_{esf} = \frac{1424 T}{k b_{EGC}}$$

3.4.5. Régimen de flujo dominado por la frontera externa con la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g (PSS).

En esta sección se presenta la metodología para el análisis de flujo en PSS con no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g .

Régimen de flujo en PSS con no intersección en cero de la línea recta. Se realiza la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g}$ vs t y se identifica la línea recta como se muestra en la **Fig. 3-13**. Se calcula la pendiente y la no intersección en cero de esta.

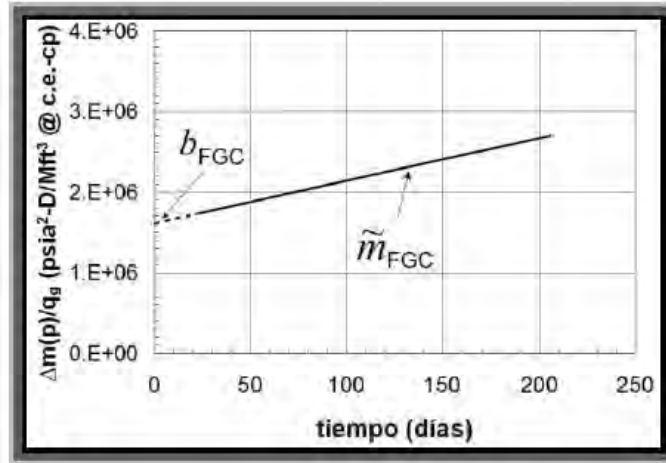


Ilustración 3-13 Grafica especializada de flujo para régimen de flujo dominado por la frontera externa a la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g . (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs: case histories*, 2001)

Después, se calcula el volumen del yacimiento, VY , el are de drene, A , el factor de forma de Diet'z, C_A , el volumen de poro, V_p , y el volumen original de gas, G , a través de las ecuaciones de interpretación de la **Tabla 3-11**.

Tabla 3-11 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo dominado por la frontera externa en un modelo homogéneo con la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g (PSS).

$$\begin{aligned}
 VY &= \frac{57 T}{(\phi \mu_g c_t)_i} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{FGC}} \right) \\
 A &= \frac{VY}{h} \\
 A &= \frac{57 T}{(\phi \mu_g c_t)_i} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{FGC}} \right) \left(\frac{1}{h} \right) \\
 C_A &= \frac{2.2458 A}{\exp \left[2 \left(\frac{b_{FGC} k h}{1424 T} \right) - 2s \right] r_w^2} \\
 V_p &= \frac{57 T}{(\mu_g c_t)_i} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{FGC}} \right) \\
 G &= \frac{57 T S_{gi}}{(\mu_g c_t B_g)_i} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{FGC}} \right)
 \end{aligned}$$

3.4.6. Régimen De Flujo Dominado Por La Frontera Externa Con La Condición De Producción A Presión De Fondo Fluyendo Constante, P_{wf}

Régimen de flujo dominado por la frontera externa y no intersección en cero de la línea recta. Se crea la gráfica especializada de $\log \frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g}$ vs t y se identifica la línea recta como se presenta en la **Fig. 3-14**. Se calcula la pendiente de la línea recta, m , y la no intersección en cero de la línea recta, b .

Se calcula el volumen del yacimiento, VY , el área de drene, A , el factor de forma de Dietz's, C_A , el volumen de poro, V_p , y el volumen original de gas, G , utilizando las ecuaciones de interpretación de la **Tabla 3-12**.

Es posible estimar el valor preciso del volumen de poro, V_p , sin tener buen conocimiento de la permeabilidad de la formación, K , de la porosidad, ϕ , del espesor, h y el área de drene, A .

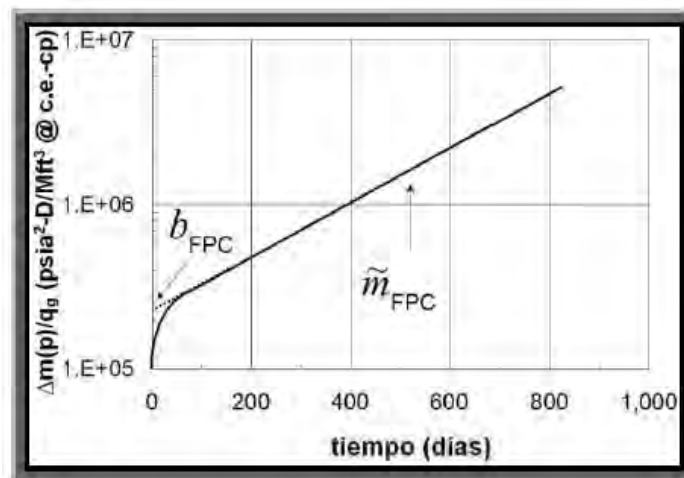


Ilustración 3-14 Gráfica especializada de flujo para régimen de flujo dominado por la frontera externa a la condición de producción de presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} . (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs: case histories*, 2001)

Tabla 3-12 Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo dominado por la frontera externa en un modelo homogéneo para la condición a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} (declinación exponencial).

$$\begin{aligned}
 VY &= \frac{25 T}{(\phi \mu_g c_t)_i b_{FPC}} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{FGC}} \right) \\
 A &= \frac{VY}{h} \\
 A &= \frac{25 T}{(\phi \mu_g c_t)_i b_{FPC} h} \left[\frac{1}{\tilde{m}_{FGC}} \right] \\
 C_A &= \frac{56 T}{h (\phi \mu_g c_t)_i b_{FPC} r_w^2} \left[\frac{1}{\tilde{m}_{FGC}} \right] \exp \left[\frac{-2 b_{FPC} k h}{1424 T} \right] \\
 V_p &= \frac{25 T}{(\mu_g c_t)_i b_{FPC}} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{FGC}} \right) \\
 G &= \frac{25 T S_{gi}}{(\mu_g c_t B_g)_i b_{FPC}} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{FGC}} \right)
 \end{aligned}$$

3.4.7. Secuencia de flujo lineal temprano, seguido de un flujo bilineal y posteriormente un flujo lineal tardío.

1) Flujo Lineal temprano. a) Se construye la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g}$ vs \sqrt{t} y se identifica el principio de la línea recta como se muestra en el esbozo en la **Fig. 3-9**. Entonces, se calcula la pendiente de la línea recta y su no intersección en cero, si esta existe, para cualesquiera de las condiciones de producción. b) Mediante el uso de las ecuaciones de interpretación presentadas en la **Tabla 3-13**. Para el caso sin intersección en cero de la línea recta se evalúa el daño de la cara de la fractura, s_f .

2.- Flujo Bilineal. a) Se produce la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g}$ vs $\sqrt[4]{t}$ y se identifica la línea recta como se muestra en los esbozos en la **Fig. 3-10**. Después se calcula el valor de la pendiente de la línea recta y la no intersección en cero de la línea recta, si esta existe. b) Con las ecuaciones descritas en la **Tabla 3-7**, se calcula el parámetro $\sqrt{k_1 w}$ para flujo bilineal con intersección en cero y no intersección en cero de la línea recta. Para el caso de flujo bilineal con no intersección en cero de la línea recta, se calcula el factor de daño de la formación, s_1 .

3.-Flujo Lineal tardío. a) Se crea la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g}$ vs \sqrt{t} y se identifica la línea recta en los tiempos tardíos como se muestra en la **Fig. 3-15**. Después, se calcula la pendiente y la no intersección en cero de la línea recta, si esta existe, para cualquiera de las condiciones de producción, y el tiempo final de la línea recta con raíz cuadrada de la gráfica del tiempo, t_{frc} . b) Mediante las expresiones de interpretación descritas en la **Tabla 3-5**, se calcula el producto $\sqrt{k}A_c$, el volumen de poro, V_p y el volumen original de gas, Además, para el caos de flujo lineal con no intersección en cero de la recta, se evalúa el daño de la formación, s_1 y/o b .

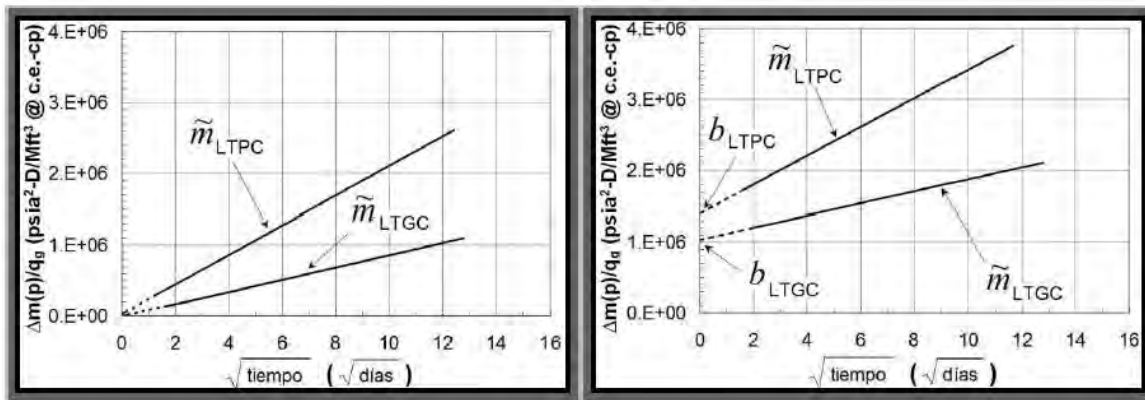


Ilustración 3-15 Grafica de especializada de régimen de flujo lineal tardío, donde podemos apreciar ambos casos: con intersección en cero y con intersección en la recta. (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories, 2001)

Tabla 3-13 Ecuación de interpretación para régimen de flujo lineal temprano en un modelo homogéneo para las condiciones de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} y gasto de flujo constante de gas, q_g .

Presión de fondo fluyendo constante, p_{wf}	Gasto de flujo constante de gas, q_g
$\sqrt{k_1 A_{c1}} = \frac{631 T}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi_{cti})_f}} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{LTPC}} \right)$ $s_f = \frac{b_{LTPC} k_1 \sqrt{A_{c1}}}{1424 T}$	$\sqrt{k_1 A_{c1}} = \frac{402 T}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi_{cti})_f}} \left(\frac{1}{\tilde{m}_{LTGC}} \right)$ $s_f = \frac{b_{LTGC} k_1 \sqrt{A_{c1}}}{1424 T}$

3.5. Construcción de la gráfica especializada de superposición de tiempo.

Si la presión de fondo fluyendo, p_{wf} y el gasto de flujo de gas, q_g varían lenta y suavemente respecto al tiempo de explotación, se recomienda emplear la técnica de superposición de tiempo. Esta técnica de superposición del tiempo considera que el tiempo de explotación en cada término de la serie matemática se comporta en función del régimen de flujo analizado. Suaviza y endereza los datos de presión-producción obtenidos del pozo productor al ser graficados.

3.5.1. Superposición del tiempo para régimen de flujo lineal con o sin intersección en cero de la línea recta.

a) Se crea la gráfica especializada $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g} \text{ vs } \sum_{j=1}^n \frac{(q_{gj}-q_{gj-1})}{q_{gn}} \sqrt{t_n - t_{j-1}}$ y se detecta el comportamiento de cualesquiera que las líneas rectas, como se muestra en los esbozos de las **Fig. 3-16**. Después, se estima la pendiente, la no intersección en cero (si esta existe) de la línea recta para cualesquiera de las condiciones de producción, y el tiempo final de la línea recta sobre la raíz cuadrada de la gráfica de superposición del tiempo. b) Mediante el uso de ecuaciones de interpretación para flujo lineal, descritas en el **Tabla 3-5**.

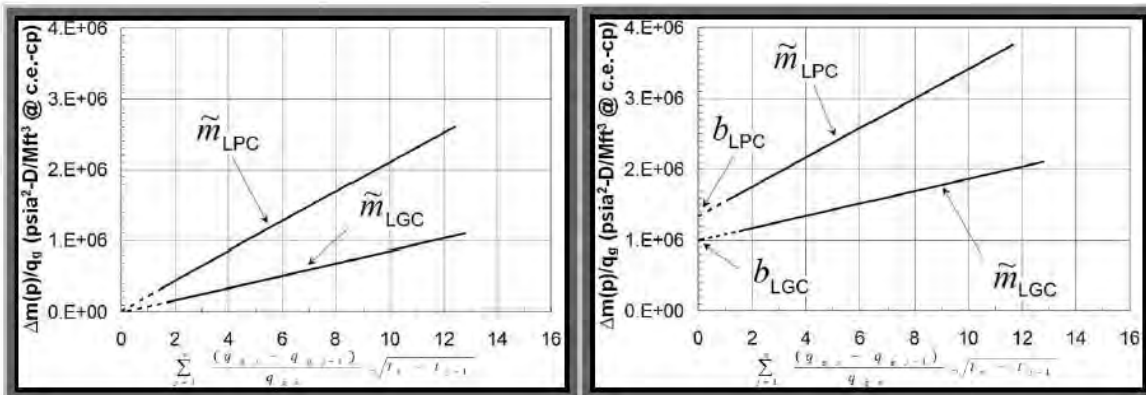


Ilustración 3-16 Gráficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo lineal sin intersección en la recta y con intersección en la recta. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*, 2001)

Superposición del tiempo para régimen de flujo bilineal con o sin intersección en cero de la línea recta. a) Se construye la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g} \text{ vs } \sum_{j=1}^n \frac{(q_{gj}-q_{gj-1})}{q_{gn}} \sqrt{t_n - t_{j-1}}$ y se detecta el comportamiento de la línea recta, con su intersección en cero y no intersección en cero, como se muestra en los esbozos de la **Fig. 3-17**. Después, se estima el valor de la pendiente, m , y la no intersección en cero de la línea recta, b . b) Se evalúa el término $\sqrt{k_f w}$ y el factor

de daño de la formación, s_1 , utilizando las ecuaciones de interpretación de la **Tabla 3-7**.

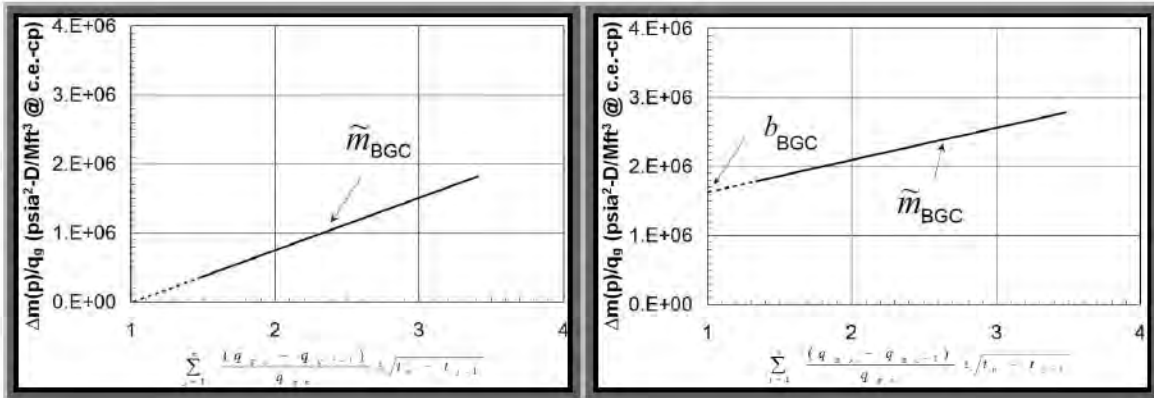


Ilustración 3-17 Graficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo bilineal sin intercepción en la recta y con intercepción en la recta. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories*, 2001)

3.5.2. Superposición de tiempo para régimen de flujo radial con no intersección en cero de la línea recta.

a) Se crea la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g}$ vs $\sum_{j=1}^n \frac{(q_{gj} - q_{gj-1})}{q_{gn}} \log(t_n - t_{j-1})$ y se detecta la línea recta. Posteriormente, se calcula pendiente y la no intersección en cero de la línea recta para cualesquiera de las condiciones de producción, como se muestra en la **Fig. 3-18**. b) Se estima el producto kh , el factor de daño s , la ongitud media de la fractura, x_f , el radio de investigación, r_{inv} , y el volumen original de gas, G , en el radio de investigación, utilizando las ecuaciones de interpretación de las **Tablas 3-8 o 3-9**.

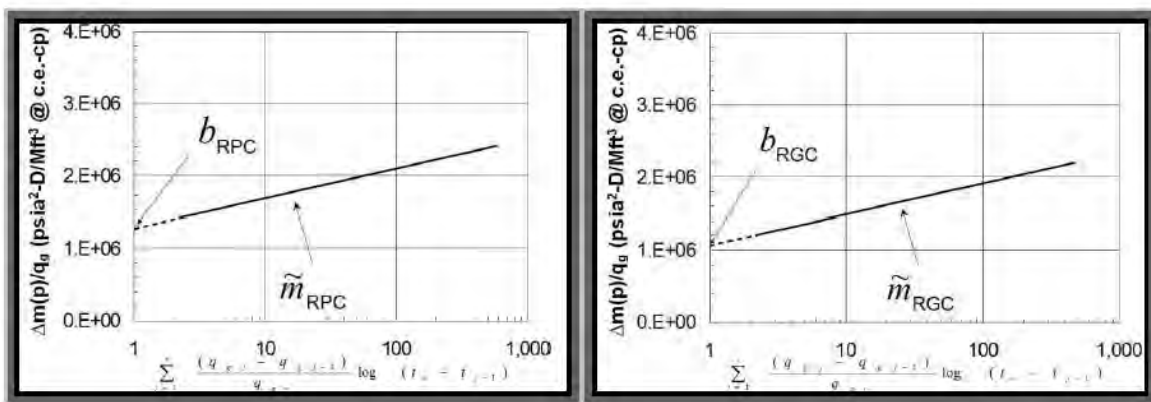


Ilustración 3-18 Graficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo radial sin intercepción en la recta y con intercepción en la recta. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories*, 2001)

3.5.3. Superposición de tiempo para régimen de flujo esférico con no intersección en cero de la línea recta.

a) Se elabora la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g} \text{ vs } \sum_{j=1}^n \frac{(q_{gj}-q_{gj-1})}{q_{gn}} \frac{1}{\sqrt{t_n-t_{j-1}}}$ y como se muestra en las **Fig. 3-19**. Después, se calcula la pendiente negativa y la no intersección en cero de la línea recta. b) Se calcula la permeabilidad, k , y el radio equivalente de la esfera, r_{esf} , utilizando las ecuaciones de interpretación de la **Tabla 3-10**.

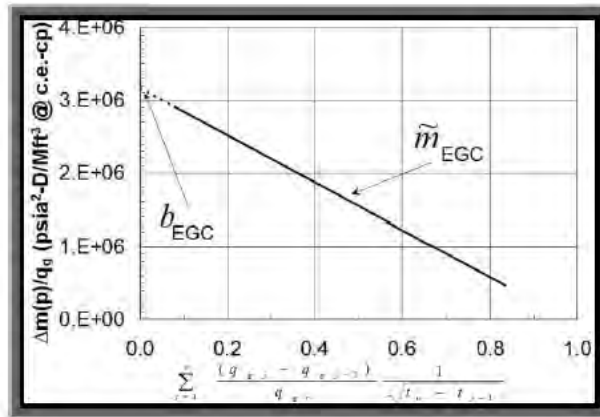


Ilustración 3-19 Gráficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo esférico sin intersección en cero. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*, 2001)

3.5.4. Superposición de tiempo para régimen de flujo dominado por la frontera externa con la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g (estado pseudo-estacionario, PSS).

a) Se realiza la gráfica especializada de $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g} \text{ vs } \sum_{j=1}^n \frac{(q_{gj}-q_{gj-1})}{q_{gn}} (t_n - t_{j-1})$, se detecta la línea recta con no intersección en cero, como se muestra en la ilustración izquierda de la **Fig. 3-20**. Después, se estima la pendiente de la línea recta y la no intersección en cero de la misma. b) Se calcula el volumen del yacimiento, VY , el factor de forma de Dietz's, C_A , el área de drenaje, A , y el volumen original de gas, G , mediante las ecuaciones de interpretación presentadas en la **Tabla 3-12**.

Superposición de tiempo para régimen de flujo dominado por la frontera externa con la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} (*declinación exponencial*). a) Se crea la gráfica especializada de $\log \frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g} \text{ vs } \sum_{j=1}^n \frac{(q_{gj}-q_{gj-1})}{q_{gn}} (t_n - t_{j-1})$ y se detecta la línea recta con su no intersección en cero, como se muestra en el esbozo derecho de la **Fig. 3-20**.

Después, se calcula la pendiente de la línea recta y la no intersección en cero de esta. b) Se calcula el volumen del yacimiento, VY , el factor de forma de Dietz's, C_A , el área de drene, A , y el volumen original de gas, G , mediante las ecuaciones de interpretación presentadas en la **Tabla 3-11**.

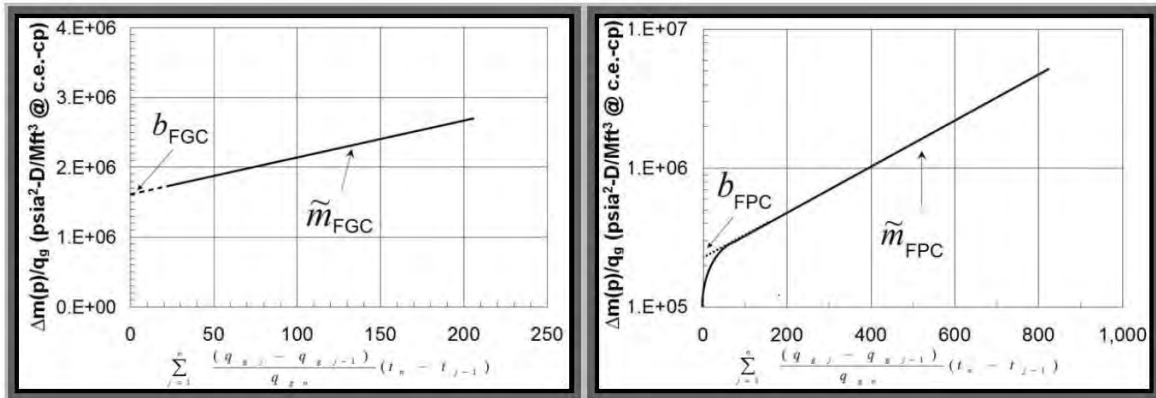


Ilustración 3-20 *Graficas especializadas con superposición de tiempo para régimen de flujo dominado por la frontera externa sin intercepción en la recta y con intercepción en la recta a las condiciones de explotación de flujo de gas constante, q_g . (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs: case histories, 2001)*

4. CAPITULO IV MÉTODOS DE ANÁLISIS DE DATOS DE PRESIÓN Y PRODUCCIÓN

4.1. Introducción.

El análisis de datos de presión y producción de yacimientos de gas y aceite de lutitas ha evolucionado a nuevas necesidades como: geometrías de pozo complejas, fracturamiento hidráulico, flujo transitorio durante la vida productiva de los pozos y a un sin número de efectos no considerados en el análisis tradicional. Actualmente se tienen tres técnicas de análisis: modelos empíricos, modelos semi- analíticos y simulación numérica. Los métodos semi- analíticos son simples de usar, pero muy a menudo dan un resultado aproximado debido a incertidumbre de propiedades del yacimiento y la necesidad de datos de presión de confianza. Los métodos numéricos, los cuales están basados en obtener una buena armonización de la historia, a menudo producen una solución no única. Sin embargo, los métodos empíricos debido a su simplicidad, sigue siendo el método más utilizado en la industria.

Desde 2008, un nuevo número de métodos empíricos se han introducido en la industria petrolera, específicamente para yacimientos de gas en yacimientos no convencionales. Algunos de ellos son: declinación exponencial extendida (Stretched exponential decline), declinación exponencial de ley de potencias (power law exponential decline), modelo de Duong, modelo de crecimiento logístico (logistic growth model), modelo para pozos verticales fracturados de Arévalo, modelo para pozos horizontales multi fracturados de Bello. En este capítulo analizaremos los métodos ya antes mencionados.

4.2. Modelo de Duong.

El modelo de Duong está basado en un flujo lineal a largo plazo. En un yacimiento hidráulicamente fracturado, el flujo de fluidos se comporta como un régimen lineal de larga duración, por lo tanto, la producción de gas va a ser:

$$q = q_1 t^{-n} \quad (4.32)$$

Donde $n = 1/2$ para flujo lineal, $n = 1/4$ para flujo bilineal y q_1 para la tasa de producción de un día.

El gas acumulado se comporta así:

$$G_p = \int_0^t q dt \quad (4.33)$$

Integrando la **Ec. 4.2**, queda:

$$G_p = q_1 \frac{t^{1-n}}{(1-n)} \quad (4.34)$$

Lo que da:

$$\frac{q}{G_p} = \frac{(1 - n)}{t} \quad (4.35)$$

Donde q es la tasa de flujo, q_1 es la tasa de flujo inicial y t es el tiempo de producción.

Debido a la suposición de flujo lineal en la mayor parte de la vida productiva en los yacimientos fracturados con extremadamente baja permeabilidad, Duong represento la tasa de declinación usando una analogía de la **Ec. 4.4**:

$$\frac{q}{G_p} = at^{-m} \quad (4.36)$$

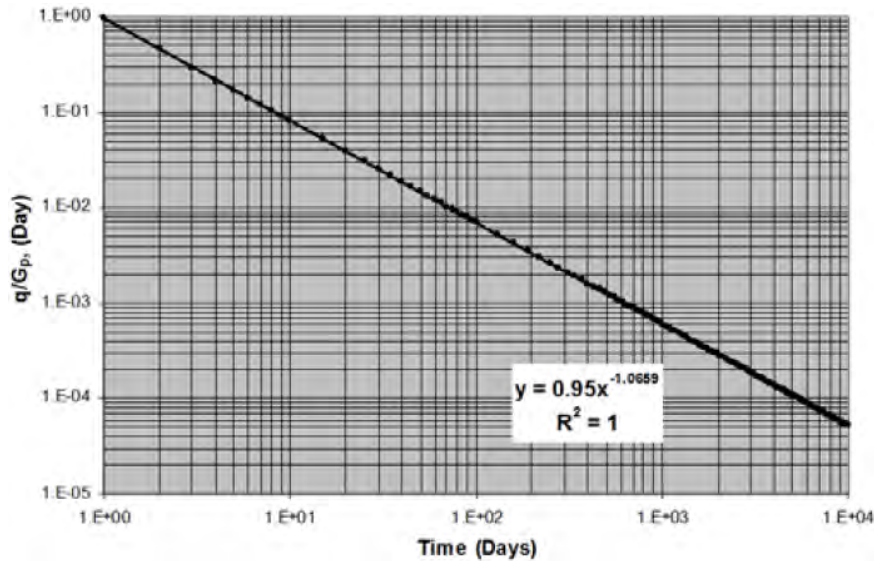


Ilustración 4-1 Grafica $\frac{q}{G_p}$ vs t para determinar los parámetros "a" y "m". (Duong, 2010)

En una gráfica log -log de q/G_p vs t , podemos encontrar representada una línea recta con pendiente negativa ($-m$) y una intercepción de a . La producción futura y la producción acumulada puede ser predecida usando las siguientes dos relaciones:

$$q = q_1 t^{-m} e^{\frac{a}{1-m}(t^{1-m}-1)} \quad (4.37)$$

$$G_p = \frac{q_1}{a} e^{\frac{a}{1-m}(t^{1-m}-1)} \quad (4.38)$$

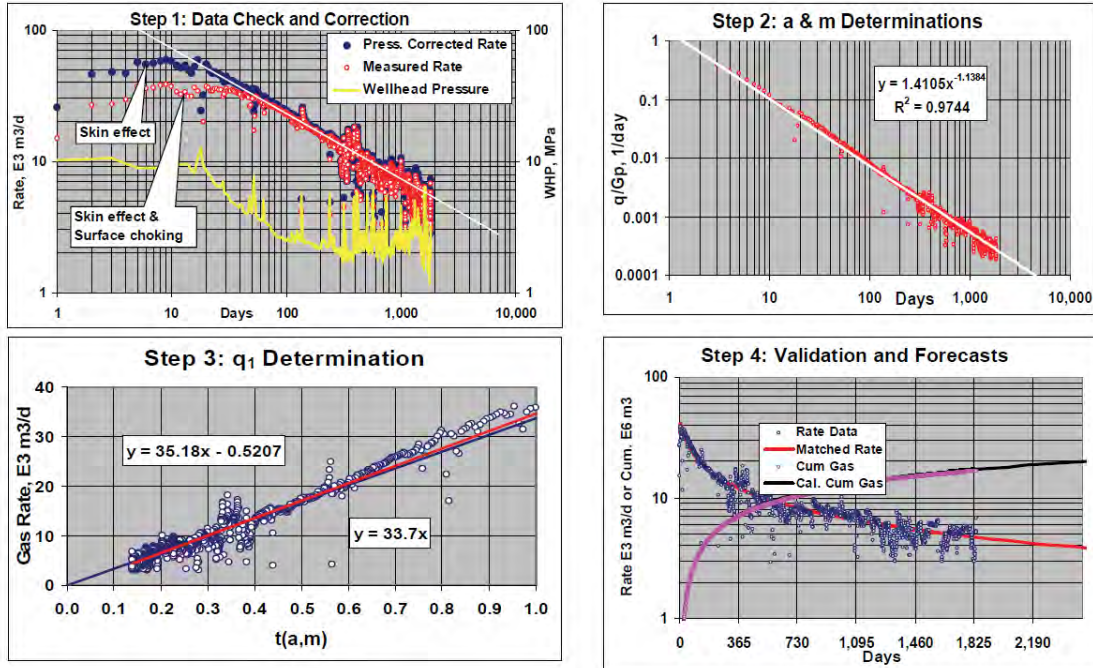


Ilustración 4-2 Cuatro pasos propuestos para calcular el ajuste de producción.
(Duong, 2010)

Procedimiento

Paso 1. Revisión de datos y corrección.

Se analizan los datos de la historia de producción del pozo realizando una gráfica presión en la cabeza del pozo, flujo de gas y flujo de agua. Las correcciones del gasto de gas se hacen basados en la presión de operación promedio.

Paso 2. Determinación de “a” y “m”.

Se realiza una gráfica $\log - \log$ de $\frac{q}{G_p}$ vs tiempo como se muestra en la Fig. 4-2. Se analiza la gráfica y se determinación la sección en donde se obtendrán los valores representativos de “a” y “m” para el pozo.

Paso 3. Pronóstico de producción y estimación de reservas.

Determinación de q_1 . Para obtener q_1 es necesario graficar gasto de gas contra t (a, m). De la Ec. 4.8:

$$q = q_1 t(a, m) = q_1 t^{-m} e^{\frac{a}{1-m}} (t^{1-m} - 1) \quad (4.8)$$

La gráfica q_g vs t (a, m) debe darnos una línea recta con la pendiente de q_1 . Y de la Ec. 4.9 obtenemos la producción de gas acumulado:

$$G_p = \frac{q_1}{a} e^{\frac{a}{1-m}} (t^{1-m} - 1) \quad (4.9)$$

Ventajas

- Es un método sencillo de usar.
- Se obtienen buenos pronósticos de producción tanto en yacimiento de baja permeabilidad como los de lutitas.

Desventajas

El modelo de Duong presenta problemas cuando existen alguno de estos casos:

- Historias de producción mayores a 2 años.
- Datos de producción con variaciones grandes.
- Mal ajuste de los datos en pozos que tienen un régimen dominado por la frontera externa.

4.3. Modelo de declinación exponencial extendida.

El método de declinación exponencial extendida propuesta por Valkó y lee (2010) es una forma diferente del modelado hiperbólico. Este método tiene tres parámetros: n es el exponente, τ es el numero característico de periodos y q_i es la producción máxima. A comparación del modelo de Arps, el método de SEPD ofrece más ventajas: 1) el delimitado natural de EUR de cualquier pozo individual y el comportamiento de línea recta del potencial de recuperación contra producción acumulada. (Valkó , 2009) Las siguientes ecuaciones describen el modelo de declinación exponencial extendida:

Ecuación diferencial del modelo SEPD:

$$\frac{dq}{dt} = -n \left(\frac{t}{\tau}\right)^n \frac{q}{t} \quad (4.10)$$

Ritmo de producción de gas o aceite:

$$q = q_0 \times \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau}\right)^n \right] \quad (4.11)$$

Producción acumulada

$$G_p = \frac{q_0 \tau}{n} \left\{ \Gamma \left[\frac{1}{n} \right] - \Gamma \left[\frac{1}{n} \left(\frac{t}{\tau}\right)^n \right] \right\} \quad (4.12)$$

Potencial de recuperación, R_p :

$$r_p = 1 - \frac{G_p}{EUR} = \left(\Gamma \left[\frac{1}{n} \right] \right)^{-1} \times \Gamma \left[\frac{1}{n}, -\ln \left(\frac{q}{q_0} \right) \right] \quad (4.13)$$

Ritmo de producción adimensional:

$$q_D = \frac{q}{q_t} = \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau} \right)^n \right] \quad (4.14)$$

Producción acumulada adimensional

$$Q_D = \frac{Q}{q_t} = \frac{\tau}{n} \left\{ \Gamma \left[\frac{1}{n} \right] \times \Gamma \left[\frac{1}{n}, \left(\frac{t}{\tau} \right)^n \right] \right\} \quad (4.15)$$

Donde $EUR = \frac{q_0 \tau}{n} \Gamma \left[\frac{1}{n} \right]$ es definida como la producción acumulada cuando el ritmo de producción se acerca a 0.

La ventaja más importante es la habilidad de calcular el potencial de recuperación. Conociendo el ritmo de producción adimensional y el parámetro “n”, podremos fácilmente calcular el potencial de recuperación, sin conocer el parámetro τ . (Valkó, 2009) Para analizar los datos de producción se sugiere el siguiente procedimiento:

1. Preparar la serie de datos de q_D y Q .
2. Asumir un parámetro “n”, calcular r_p de la **Ec. 4.13**.
3. Graficar r_p vs Q . De la grafica debe aparecer una línea recta con dos intercepciones:
 - Intercepción en “Y” =1
 - Intercepción en “X” =EUR

Si la intercepción en “Y” no es igual a 1, el parámetro “n” debe ser ajustado.

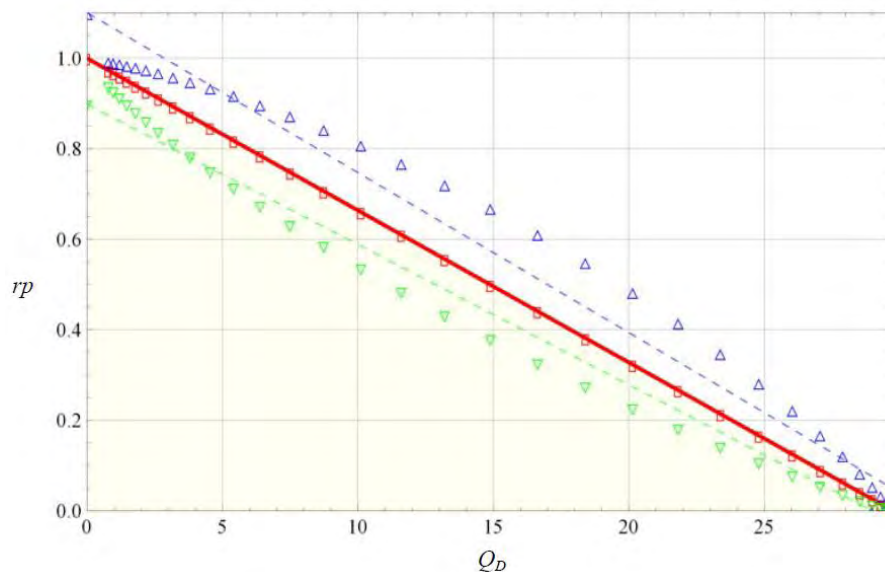


Ilustración 4-3 Asumiendo los parámetros de $n=0.45$ y $\tau = 29.7$ calculamos los valores teóricos de q_D y Q_D a varios tiempos, entonces aplicando la Ec. 4.13 obtenemos una recuperación potencial teórica (cuadros rojos). La línea recta se

ajusta perfecto a los datos teóricos y tendrán una intercepción e igual a 1 y una intercepción x igual a $\left(\frac{\tau}{n}\right) \Gamma \left[\frac{1}{n}\right]$. La grafica también muestran un r_p de los mismos datos, si erróneamente asumimos un $n=0.4$ (triángulos azules) o $n=0.5$ (triángulos verdes). Se observa claramente que existe un error en el valor de n. (Valko & lee, 2010)

4.4. Modelo modificado de declinación exponencial extendida.

El método modificado de declinación exponencial extendida fue introducido por Yu y Miocevic (YU & Miocevic, An Improved Method to Obtain Reliable Production and EUR Prediction for Wells with Short Production History in Tight/Shale Reservoirs., 2013). Este método está basado en el método de declinación exponencial extendida de Valko (Valko & lee, 2010), empleando una nueva grafica especializada, además es más fácil de usar y produce un pronóstico de más confianza y una estimación de EUR teniendo una historia de producción muy corta.

Datos sintéticos generados de un simulador han mostrado que el uso del método de Valko nos daría un desajuste (YU & Miocevic, An improved Method to Obtain Reliable Production and EUR Prediction for Wells with Short Production History in Tight/shale Reservoirs., 2013), como se muestra en la Fig. 4-4.

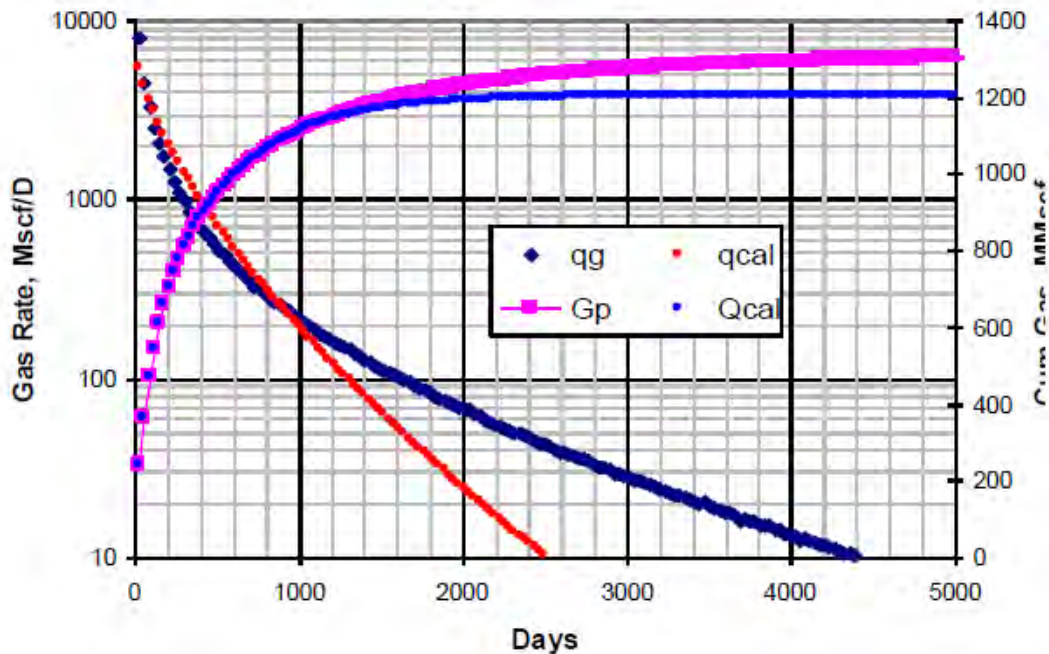


Ilustración 4-4 Caso de simulador ($k=0.1$ mD, $A=200$ acres, $Fcd=200$, $xf=300$ ft, $h=40$) se muestra un EUR 8% menor, pero un desajuste en el perfil de producción, si usamos el potencial de recuperación. (YU & Miocevic, An Improved Method to Obtain Reliable Production and EUR Prediction for Wells with Short Production History in Tight/Shale Reservoirs., 2013)

Sin embargo, si no usamos el primer año de producción y la metodología de potencial de recuperación, en lugar definimos “n” & “τ” manualmente igualando únicamente el 2nd o/y 3rd año de producción, podremos encontrar que toda la vida de producción y el pronóstico de EUR final se igualan bastante bien con las Ecs.9 y 10, como se muestra en la **Fig. 4-5**.

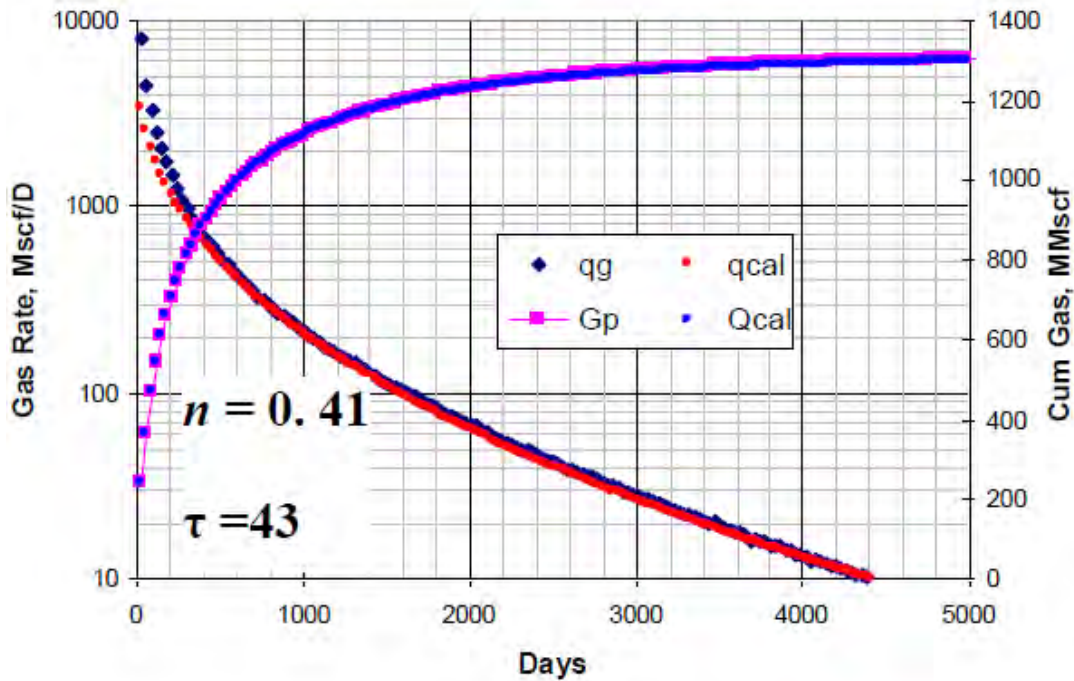


Ilustración 4-5 El mismo caso de simulación que la Fig. 4-4, el cual muestra un excelente ajuste en ambos perfiles de producción, si únicamente usamos 2nd y 3rd año de los datos de producción. (YU & Miocevic, *An improved Method to Obtain Reliable Production and EUR Prediction for Wells with Short Production History in Tight/shale Reservoirs.*, 2013)

Pero existe un problema, en la vida real es difícil obtener un único valor de “n” & “τ” por ajuste manual del 2nd ó 3rd año de producción debido al desconocido EUR. El método de YM-SEPD resuelve ese problema.

De la **Ec. 4.11**, es fácil obtener lo siguiente:

$$\frac{dq}{dt} = -n \left(\frac{t}{\tau}\right)^n \frac{q}{t} \quad (4.16)$$

De la **Ec. 4.16**, obtenemos:

$$-\int d \frac{\ln(q)}{dt} = \int n \tau^{-n} t^{n-1} \quad (4.17)$$

De la **Ec. 4.17** obtenemos:

$$\text{Ln} \left[\frac{q_0}{q(t)} \right] = \tau^{-n} t^n \quad (4.18)$$

Donde q_0 es la producción inicial (ritmo de producción inicial máximo).

Basado en la **Ec. 4.18** podremos graficar $\text{Ln} \left[\frac{q_0}{q(t)} \right]$ vs t en escala log-log como se muestra en la **Fig. 4-6**. Se obtiene una línea recta con la pendiente inicial “ n ”, y “ τ ” puede ser calculada de la intercepción (**Int**):

$$\tau = \text{Exp} \left[-\frac{\text{Ln}(\text{Int})}{n} \right] \quad (4.19)$$

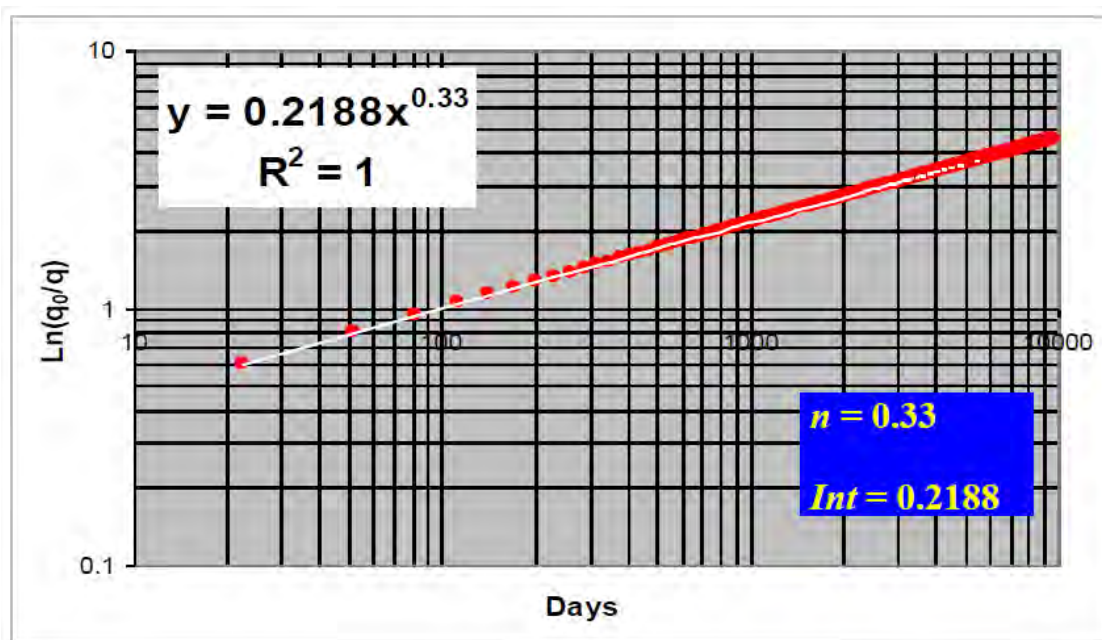


Ilustración 4-6 Grafica Especializada YM-SEPD. (YU & Miocevic, *An improved Method to Obtain Reliable Production and EUR Prediction for Wells with Short Production History in Tight/shale Reservoirs.*, 2013)

Finalmente se calcula el pronóstico de producción con la **Ec. 4.20**.

$$q = q_0 \times \text{Exp} \left[-\left(\frac{t}{\tau} \right)^n \right] \quad (4.20)$$

Ventajas

- Es un método fácil de aplicar que nos arroja pronóstico de producción bastante buenos.

- El método de YM-SEPD es aplicable a para el pronóstico de producción y EUR de yacimientos de gas seco, gas húmedo, gas retrogrado y aceites negros, mientras su perfil de producción tenga la forma de “palo de hockey”.
- Se puede predecir razonables EUR de pozos que tienen 2 o 3 años de historia de producción independientemente del porcentaje de EUR remanente (Yu, Lee, Miocevic, Li, & Harris, 2013).
- A diferencia del método de Duong, el método de YM-SEPD no es sensible a yacimientos con flujo dominado por la frontera.

Desventajas

- Con datos de producciones de 1 a 2 años de producción se obtienen errores en el pronóstico de la producción de gas, pero se pueden calcular una pseudo historia con el método de Duong para reducir el porcentaje de error (Yu, Lee, Miocevic, Li, & Harris, 2013).

4.5. Modelo de declinación exponencial de potencias.

El método de declinación exponencial de potencias fue presentado por Ilk (Ilk, Rushing, A., & Blasingame, 2008a) (Ilk, Perego, Rushing, & Blasingame, 2008b). La base del método de declinación exponencial de potencias recae en la definición de lo llamado “loss ratio” y la “derivada de loss ratio” el cual fue presentado por Arps [1945] y se definen de la siguiente manera:

$$\frac{1}{D} = - \frac{q}{dq/dt} \quad (4.21)$$

$$b = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{D} \right] = - \frac{d}{dt} \left[\frac{q}{dq/dt} \right] \quad (4.22)$$

En el caso de formaciones de tight gas, el parámetro “d” puede ser expresado en la forma de un yacimiento hidráulicamente fracturado:

$$D = D_{\infty} + D_1 t^{-(1-n)} \quad (4.23)$$

El parámetro b no es constante y está en función del tiempo. Sustituyendo la **Ec. 4.23** en la **Ec. 4.22**, obtenemos:

$$b = \frac{n\widehat{D}_i(1-n)}{[n\widehat{D}_i + D_{\infty}t^{(1-n)}]^2} t^{-n} \quad (4.24)$$

Sustituyendo la **Ec.4.23** en la **Ec. 4.21** y resolviendo para el gasto(q), obtenemos la relación de gasto del “método de declinación exponencial de potencias”, la cual es:

$$q = \hat{q}_i \exp \left[-D_\infty t - \frac{D_1}{n} t^n \right] \quad (4.25)$$

La cual se reduce en la forma de relación de la tasa de declinación de ley de potencias con “los-ratio” definida por Ilk (Ilk, Rushing, A., & Blasingame, 2008a).

$$q = \hat{q}_i \exp \left[-D_\infty t - \hat{D}_i t^n \right] \quad (4.26)$$

Donde:

\hat{q}_i = Gasto de intercepcion definida en la Ec. 4.25.

D_1 = Interpeccion en declinacion constante a 1 unidad de tiempo definida en la Ec. 4.23.

D_∞ = Declinacion constante a tiempo infinito definida en la Ec. 4.23 [$D(t = \infty)$]

\hat{D}_i = Declinacion cosntante definida en la Ec. 4.26 $\left[\hat{D}_i = \frac{D_1}{n} \right]$.

n = Exponente de tiempo definido en la Ec. 4.23.

Este método tiene la flexibilidad de modelar datos de flujo en estado estacionario, transitorio y dominado por la frontera.

Ventajas

- Este modelo es más flexible, debido a que podemos usar los datos de flujo transitorio y dominado por la frontera externa.

Desventajas

- Modelo de ajuste más complejo que los demás métodos empíricos.
- En la falta de datos de producción en algunas secciones, presenta fallos al momento de aplicar el método.

4.6. Modelo de crecimiento logístico.

Las curvas de crecimiento logístico son una familia de curvas de modelos matemáticos usados para realizar pronostico en numerosas aplicaciones. Originalmente desarrolladas por el matemático belga Pierre Verhulst en 1838, las curvas de crecimiento logístico fueron usadas para modelar el crecimiento de la población.

La ecuación del modelo de crecimiento logístico tiene un término referido como capacidad de carga. Este término es el tamaño máximo que una población puede crecer, el cual dice el momento en que el tamaño de la población se estabiliza y la tasa de crecimiento logístico terminará. La ecuación básica para el crecimiento.

El modelo de incremento logístico ha sido desarrollado para el pronóstico de producción y la estimación de reservas en yacimientos de muy baja permeabilidad. El modelo fue originalmente desarrollado por Tsoularis y Wallace en 2001 y es del mismo tipo que el modelo de Blumberg. Las curvas de crecimiento de Blumberg son hiperbólicas y es de esta forma en que los pozos no convencionales(tight) de aceite y gas declinan.

En un principio el modelo se presentó de la siguiente forma:

$$N(t) = \frac{K(t + a)^n}{b + (t + a)^n} \quad (4.27)$$

Donde:

N: Poblacion

K: Capacidad de carga

a: Constante

b: Constante

n: Parametro Exponencial

t: Tiempo

El modelo de incremento logístico que se usa para el pronóstico de producción de aceite y gas en yacimientos no convencionales(tight) es el siguiente:

$$Q(t) = \frac{Kt^n}{a + t^n} \quad (4.28)$$

Donde:

Q: Produccion acumulada

K: Capacidad de carga

n: Exponente hiperbólica

a: Constante

La capacidad de carga, *k*, es prácticamente el aceite y gas recuperable del yacimiento del mecanismo de producción. La capacidad de carga no toma en cuenta las limitaciones económicas que podrían ser utilizadas para pronosticar la EUR. La constante *a* es el tiempo elevado a la potencia *n* en el cual se ha recuperado la mitad del aceite o gas existente.

El ritmo de producción se obtiene al derivar la **Ec. 4.28**, quedando como resultado lo siguiente:

$$q(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{Knb t^{n-1}}{(a + t^n)^2} \quad (4.29)$$

Donde:

q : Ritmo de producción

El modelo de incremento logístico coincide con los datos de producción para los pozos de aceite y gas no convencionales.

4.7. Modelo para pozos Horizontales multifracturados de Bello.

El modelo de Bello y cols (Wattenbarger R. O., 2008) consideran un pozo horizontal con multifracturas, donde identificaron cinco regiones de flujo transitorio, a través de modelos lineales de doble porosidad, para los cuales presento ecuaciones. En la Fig.--- se muestra el modelo conceptual de los bloques de la matriz de la roca.

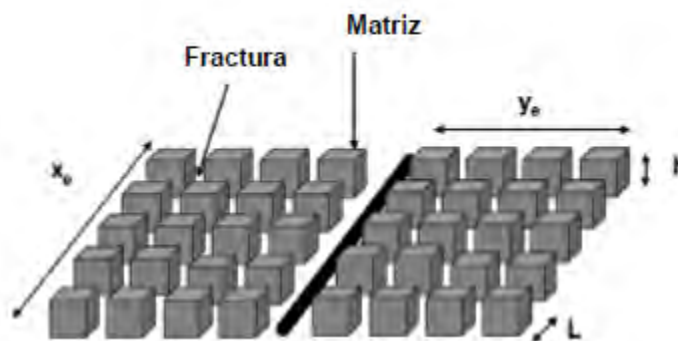


Ilustración 4-7 Esquema conceptual de bloques de matriz del modelo lineal para pozos hidráulicamente fracturados. Área transversal de la cara del pozo, $A_{cw} = 2x_e h$. (Bello, 2009)

Las consideraciones del modelo son las siguientes:

1. Es un yacimiento rectangular cerrado con una red de fracturas hidráulicas y naturales, donde no drenan más allá de los límites externos, definidos por su largo y ancho.
2. La distancia perforada en el pozo, x_e , es la misma que el ancho del yacimiento.
3. El flujo es hacia el pozo ubicado en el centro de una geometría rectangular.
4. Considera un sistema de doble porosidad de bloques de matriz y fracturas.
5. Modelos de doble porosidad transitorio y pseudo- estacionario para la solución en yacimientos con geometría lineal.

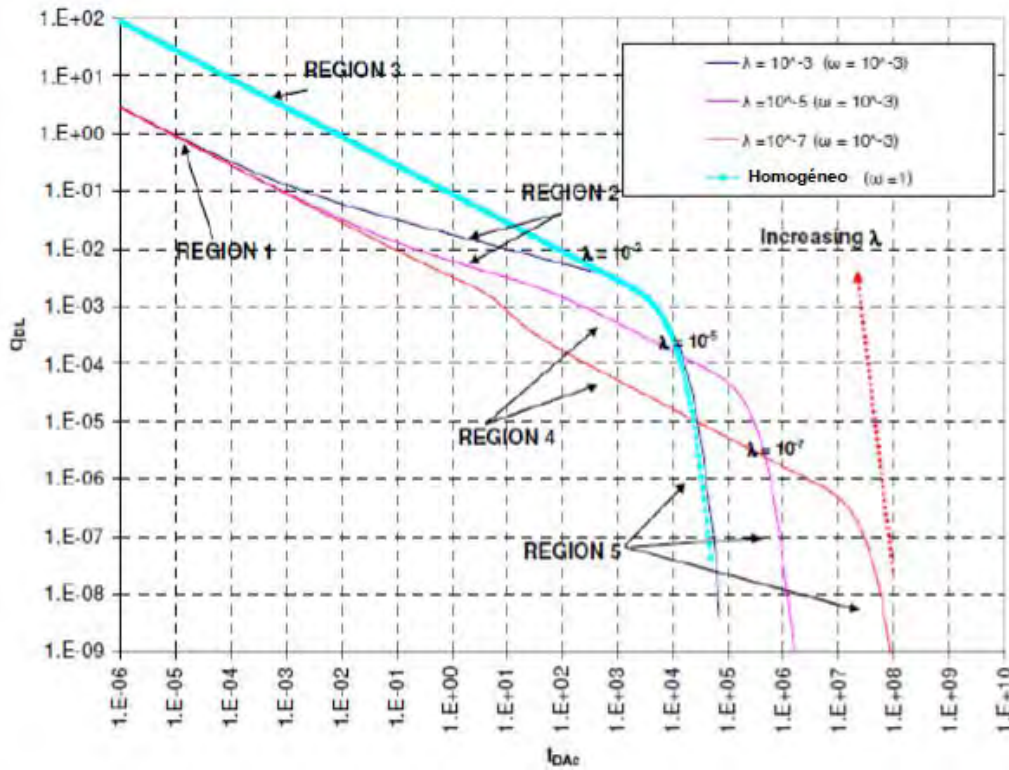


Ilustración 4-8 Grafica de las cinco regiones de flujo del molde de Bello.
(Bello, 2009)

En la región 1 identificamos un flujo lineal transitorio temprano, únicamente en el sistema de fracturas. El drene de la matriz es despreciable:

$$\sqrt{k_f A_{cw}} = \frac{1262 T}{\sqrt{\omega(\phi\mu c_t)_{f+m}}} \frac{1}{m_1} \quad (4.30)$$

Donde m_1 es la pendiente obtenida de la gráfica especializada $\Delta m(p)/q_g$ vs \sqrt{t} .

En el caso de la región 2 se tiene un flujo bilineal causado por el flujo transitorio simultaneo en el sistema de fracturas y la matriz. En este caso se obtiene una pendiente de un cuarto en una gráfica doble logarítmica.

$$\sqrt{k_f A_{cw}} = \frac{4064 T}{[\sigma k_m(\phi\mu c_t)_{f+m}]^{0.25}} \frac{1}{m_2} \quad (4.31)$$

Donde $\sigma = \frac{12}{\text{distancia entre las fracturas}}$ y m_2 es la pediente de una grafica de $\Delta m(p)/q_g$ vs $t^{0.25}$.

En la región 3 se presenta la respuesta para un yacimiento homogéneo, donde se tiene una pendiente de un medio en una gráfica doble logarítmica.

$$\sqrt{k_f A_{cw}} = \frac{1262 T}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_{f+m}}} \frac{1}{m_3} \quad (4.32)$$

Donde m_3 es la pendiente de una grafica de $\Delta m(p)/q_g$ vs \sqrt{t} .

La región 4 representa el caso de un flujo transitorio lineal, donde la respuesta principal es de los bloques de la matriz drenándose a partir de los bloques exteriores hacia su centro.

$$\sqrt{k_f A_{cw}} = \frac{1262 T}{\sqrt{(\phi \mu c_t)_{f+m}}} \frac{1}{m_4} \quad (4.33)$$

Donde m_4 es la pendiente de la grafica especializada de $\Delta m(p)/q_g$ vs \sqrt{t} .

Además, se asume $(\phi \mu c_t)_{f+m} = (\phi \mu c_t)_m$.

Por último, se tiene la región 5, que representa el periodo donde inicia la influencia del límite del yacimiento. Para este caso se utiliza la ecuación de balance de materia para yacimiento cerrados.

$$\frac{\bar{P}}{z} = \left(\frac{\bar{P}}{z}\right)_i \left(1 - \frac{G_p}{G}\right) \quad (4.34)$$

Clarkson y cols consideraron las definiciones de pseudotiempo aparente modificado y pseudo tiempo de balance de materia, las cuales consideran los efectos de la desorción del gas a través de la compresibilidad modificada, c_t^* y el factor de compresibilidad de gas modificado, z^* .

$$z^* = \frac{z}{\left[1 + \frac{p_{ce} T V_L z}{(p + p_L) \phi T_{ce}}\right]} \quad (4.35)$$

$$c_t^* = c_g(1 - s_w) + c_w s_w + c_f + c_d \quad (4.36)$$

$$t_a^*(\bar{p}) = \mu_i c_{ti}^* \int_0^t \frac{dt}{(\mu c_t^*)_{\bar{p}}} \quad (4.37)$$

$$t_{ca}^*(\bar{p}) = \frac{\mu_i c_{ti}^*}{q(t)} \int_0^t \frac{q(t)}{(\mu c_t^*)_{\bar{p}}} \quad (4.38)$$

Estas variables asumen la desorción instantánea, que es una suposición razonable para la producción a largo plazo en yacimientos de lutitas. Estas modificaciones se pueden usar juntamente con el modelo de Castellanos y Arévalo (Arevalo-Villagran J.A. C.-P. F.-R., 2014), que caracterizan dinámicamente el yacimiento, así como estiman algunas propiedades, Capitulo III.

5. CAPÍTULO V COMPARACION DE LOS METODOS EN EL ANALISIS DE LOS CASOS DE CAMPO

5.1. Introducción

En este capítulo se muestra la aplicación de métodos semi- analíticos y métodos empíricos para el análisis de la presión- producción de seis yacimientos de gas de baja permeabilidad con diferentes características. El procedimiento que se presenta es el siguiente: primero, se realizó un ajuste de los datos de presión mediante el método de media móvil, para suavizar el histórico de producción. Después, se identificaron los regímenes de flujo presentes en el yacimiento mediante graficas de diagnóstico de pseudo- presiones normalizadas para así poder realizar un análisis individual de cada régimen de flujo a través de graficas especializadas con superposición de tiempo y expresiones matemáticas que se analizaron en el capítulo 3. En el caso de los yacimientos de gas de lutitas se utilizó el método de bello para identificar la permeabilidad y volumen original de gas. Posteriormente, se realizó el análisis de la declinación de producción del yacimiento por medio de curvas de declinación para poder obtener el mejor ajuste y un pronóstico de producción.

En seguida se presenta un inventario y datos generales de los pozos analizados en este trabajo. Después, se presenta el análisis de los primeros tres pozos, los cuales son del tipo del tipo tight. Luego se muestra el procedimiento de los pozos de gas de lutitas.

Finalmente, se muestra un resumen de este capítulo V.

5.2. Casos de Campo Tight Gas

En esta sección, presentamos el análisis de producción de casos de caso de yacimientos tight gas. Primero, se usaron graficas de diagnóstico para identificar los regímenes de flujo en los pozos de tight gas, mediante el reconocimiento de la pendiente de su línea recta. Esta técnica de graficas de diagnóstico nos permiten identificar y separar la historia de producción, según su régimen de flujo.

Una vez identificado el régimen de flujo, se utilizaron graficas especializadas para determinar la duración, pendiente y la intercepción al origen de la línea recta para cada régimen de flujo encontrado. En varios pozos, se usó la técnica de superposición de tiempo para analizar el régimen de flujo, debido a la variación de P_{wf} y q_g (ej. Cierres de pozo, Operaciones superficiales, estimulación, etc.). Después, se utilizaron una serie de fórmulas para estimar algunas propiedades del yacimiento.

Finalmente, analizado el régimen de flujo se evaluó el pronóstico de producción de gas mediante métodos empíricos vistos en el capítulo 4 y mediante la ecuación de balance de materia para yacimientos volumétricos combinado con la ecuación de índice de productividad.

Pozo CIGE 231. En este caso, se describe el análisis que se hizo al pozo CIGE 231, el cual es un pozo de gas seco. El pozo ha sido producido por menos de un año (226 días), **Fig. 5-1**, y tiene las propiedades de la **Tabla 5-1**.

La **Fig. 5-2** muestra una gráfica de diagnóstico de flujo con ejes log-log de la producción de gas acumulada contra el tiempo de producción, G_p vs *Tiempo*, para este pozo productor. De igual manera, la **Fig. 5-3** muestra una gráfica de diagnóstico de flujo con ejes log-log de la caída de la pseudo- presión y el gasto de flujo de gas contra el tiempo de producción, $\Delta m(p)/q_g$ vs *Tiempo*. Los datos de producción de esta figuras exhiben un comportamiento de flujo transitorio largo, dominado en su mayor parte de la vida por un tendencia de recta con pendiente de un medio. En la **Fig. 5-2** se puede observar un flujo bilineal temprano representado por una recta de pendiente de tres cuartos y se puede confirmar en la **Fig. 5-3** donde también se observa un régimen bilineal con una línea de pendiente de un medio. Se detecto una pendiente de un medio en las **Fig. 5-2** y **5-3**, lo que indica un régimen de flujo lineal tardío. Por último, en la **Fig. 5-3** se detectó un flujo dominado por la frontera con una pendiente igual a la unidad.

Tabla 5-1 Datos general Pozo CIGE 231

Datos Generales		
Fecha	27-ene-01	
Campo	Castlegate	
Pozo	CIGE 231	
Tipo de gas	Seco	
Datos del Yacimiento		
Presión inicial, p_i	6700	psia
Presión de fondo Fluyendo, p_{wf}	500.00	psia
Temperatura Inicial, T_i	220	°F
Saturación de Agua, S_w	0.4645	fracción
Porosidad, f	0.081	fracción
Radio del pozo	0.27	ft
Compresibilidad de la formación, C_f	4×10^{-6}	psia ⁻¹
Espesor, h	62	ft
Datos del Fluido		
Gravedad específica del gas (air = 1), g_g	0.610	psia
Ácido Sulhídrico H_2S	0.000	Fracción mol
Dióxido de Carbono, CO_2	0.002	Fracción mol
Nitrógeno, N_2	0.010	Fracción mol
Temperatura @ s.c.	60.00	°F
Presión @ s.c.	14.70	psia

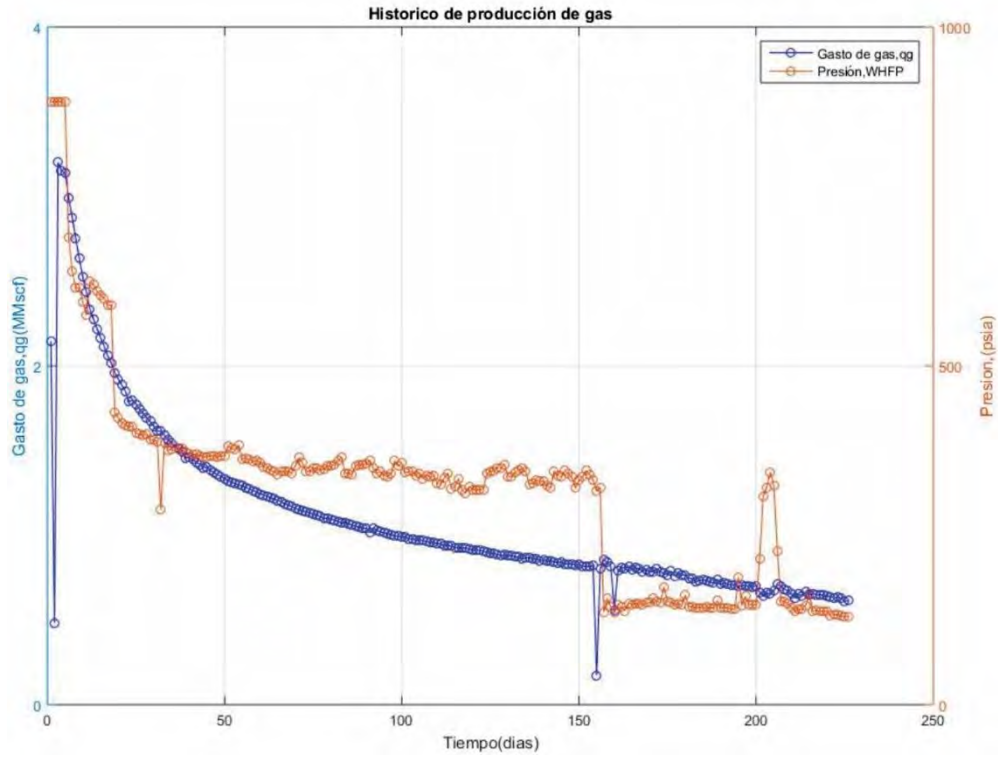


Ilustración 5-1 Histórico de Producción del pozo CIGE231

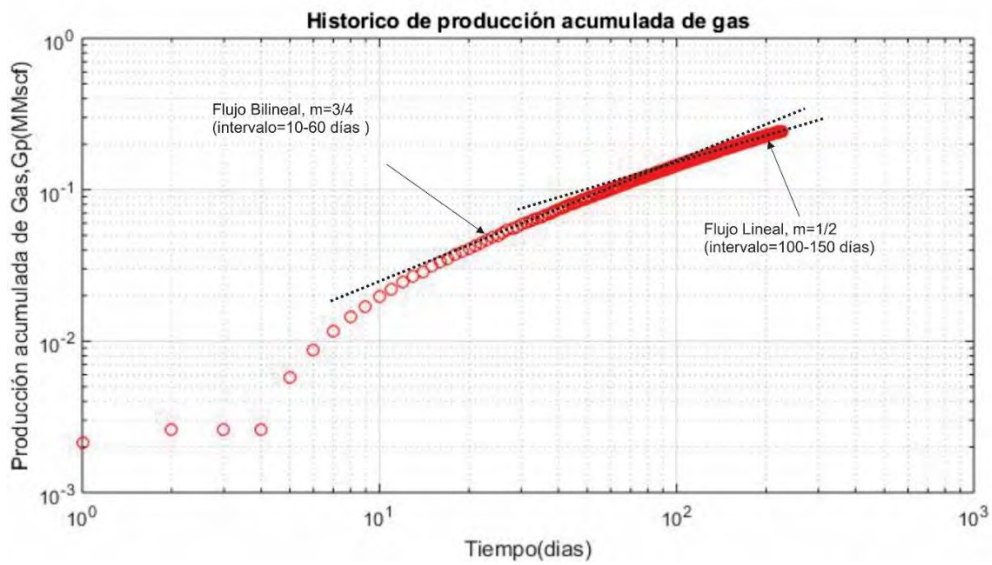


Ilustración 5-2 Grafica de diagnóstico de gasto acumulado de gas contra tiempo, G_p vs t , del Pozo CIGE 231.

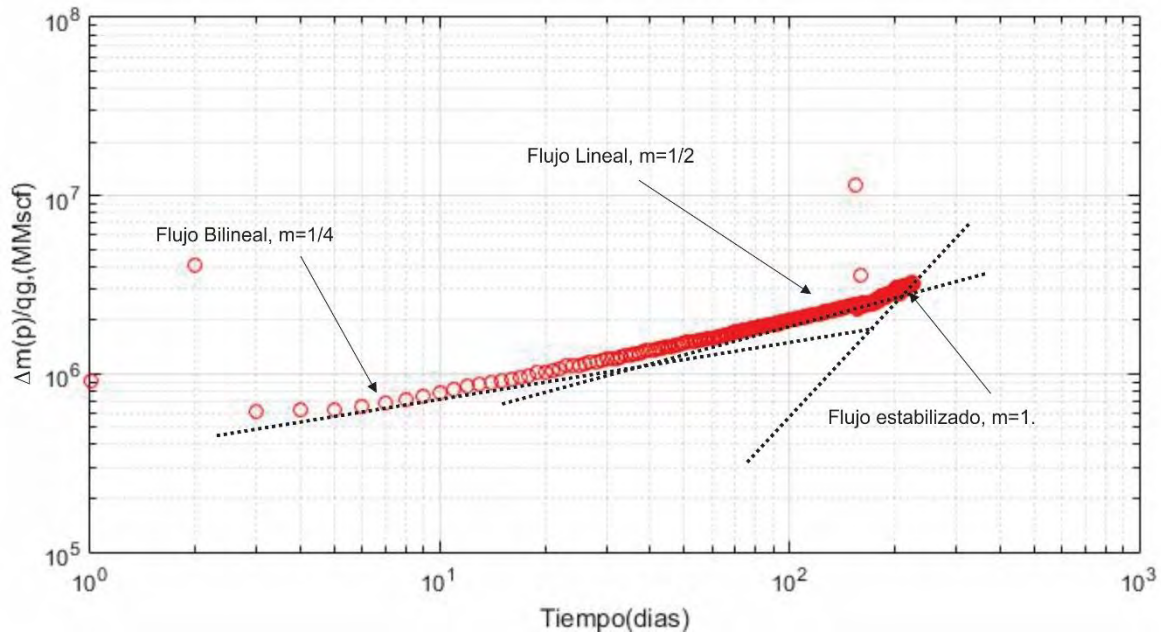


Ilustración 5-3 Grafica de diagnóstico de la pseudo presión normalizada contra tiempo, $\Delta m(p)/q_g$ vs t , del pozo CIGE 231.

Una vez detectado los regímenes de flujo se realizaron las gráficas especializadas de cada régimen. La **Fig. 5-4** es la gráfica especializada para flujo radial, como se puede observar se tiene una recta que termina a los 12 días de producción. La recta tiene una pendiente $m_{CRR} = 695259 \left[psia^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$ y una intercepción al eje de las ordenadas de $b_{CRR} = 320,000 \left[psia^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$. Mediante las ecuaciones del Capítulo 3 para régimen radial se obtuvieron algunas propiedades del yacimiento como: $k = 0.0139101md$ y $s = -4.74543$.

La **Fig. 5-5** muestra una gráfica especializada con superposición de tiempo para un régimen lineal. Los datos de la caída de la pseudo- presión, $\Delta m(p)/q_g$, siguen una tendencia de línea recta cuando son graficados contra la superposición del tiempo de \sqrt{t} . Lo que confirma que existe un régimen de flujo lineal tardío hasta los 165 días de producción. La pendiente de la recta es de $m_{CRL} = 73,579 \left[psia^2 - \frac{D^{.5}}{Mscf} - cp \right]$ con una ordenada de $b_{CRL} = 300,000 \left[psia^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$. Se obtuvo un valor de área de drene de $A = 28.643 [Acres]$, distancia de la fractura hidráulica a la frontera de $Y_e = 6684.17 [ft]$ y un valor mínimo de volumen original de gas, $G = 0.83315 Bscf$.

Como se puede observar en la **Fig. 5-6**, solo al inicio de la producción se tiene una tendencia de lineal, lo que significa un flujo bilineal temprano. La pendiente que se obtuvo de la gráfica especializada fue de $m_{CRB} = 444,438 \left[psia^2 - \frac{D^{\frac{3}{4}}}{Mscf} - cp \right]$ y una

ordenada de $b_{CRL} = 300,000 \left[\text{psia}^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$. Mediante las Ecuaciones del Capítulo 3 se obtuvieron los siguientes parámetros del yacimiento: Factor de daño de la formación $S_1 = 8.0366$ y la raíz de la permeabilidad de mayor flujo por el ancho de la fractura de $\sqrt{k_1 w} = 2266.91$.

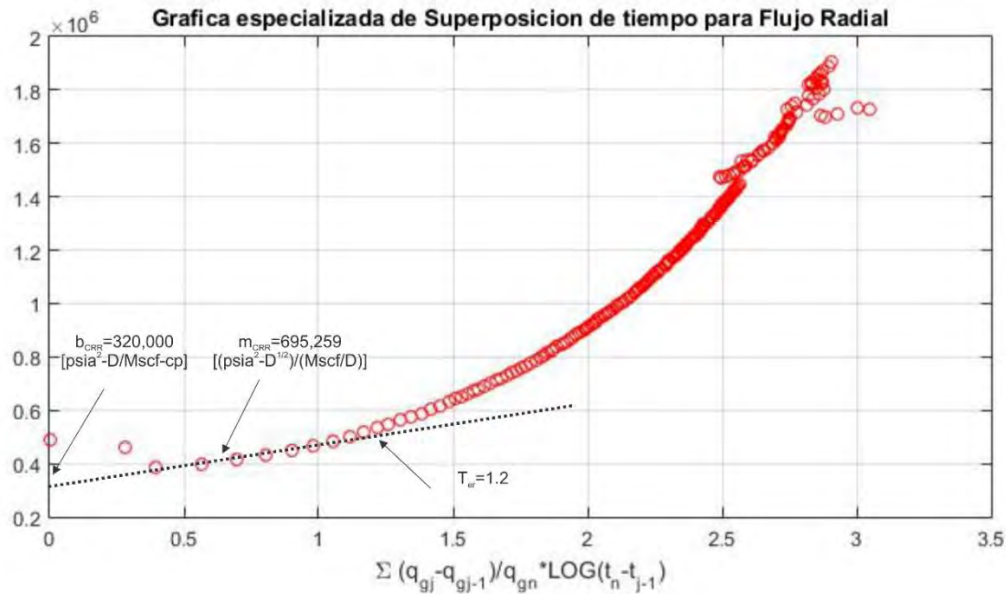


Ilustración 5-4 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para el flujo radial del pozo CIGE 231.

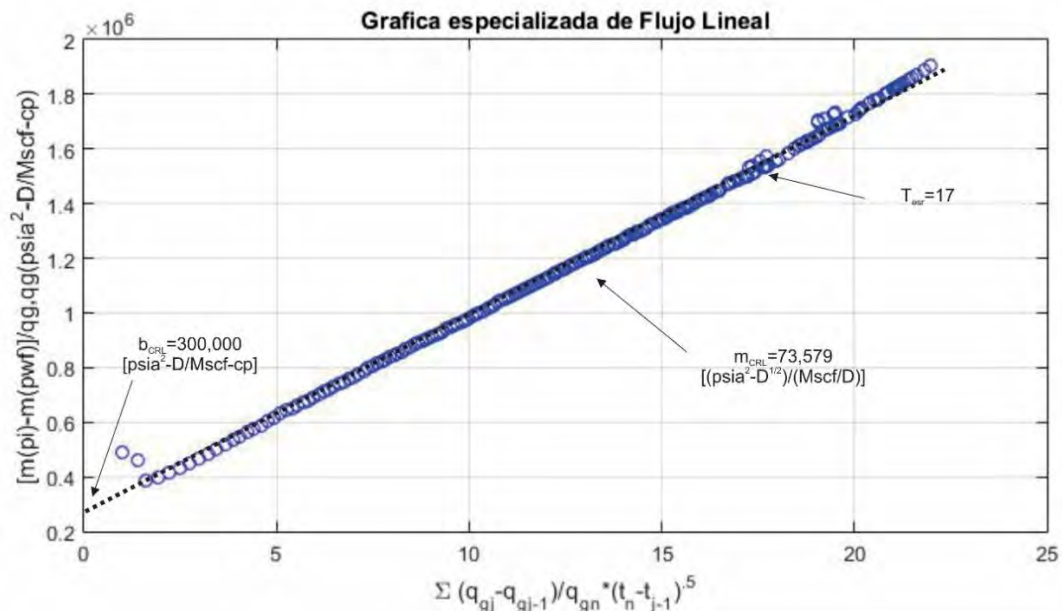


Ilustración 5-5 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo lineal del pozo CIGE 231.

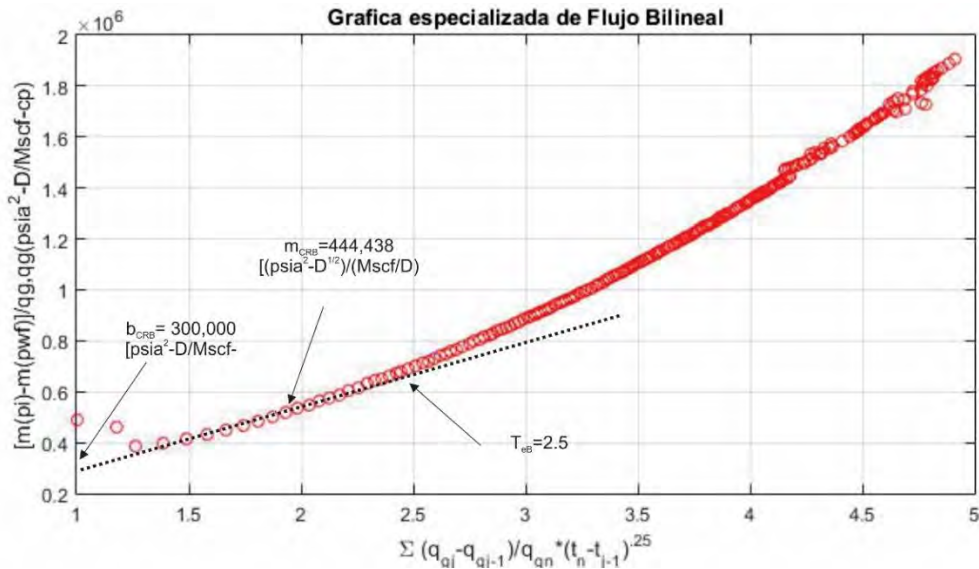


Ilustración 5-6 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo lineal del pozo CIGE 231.

Por último, se realizó la gráfica de diagnóstico del flujo dominado por la frontera, **Fig. 5-7**, donde se obtuvo la tendencia de línea recta en los últimos días de producción hasta los 152 días. Se obtuvo una pendiente $m_{SSP} = 1272.48 \left[psia^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$ y una ordenada $b_{SSP} = 300,000 \left[psia^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$. Se obtuvo un volumen poroso $V_p = 2.8 [MMrcf]$ y volumen original de gas de $G = 0.1462 Bscf$.

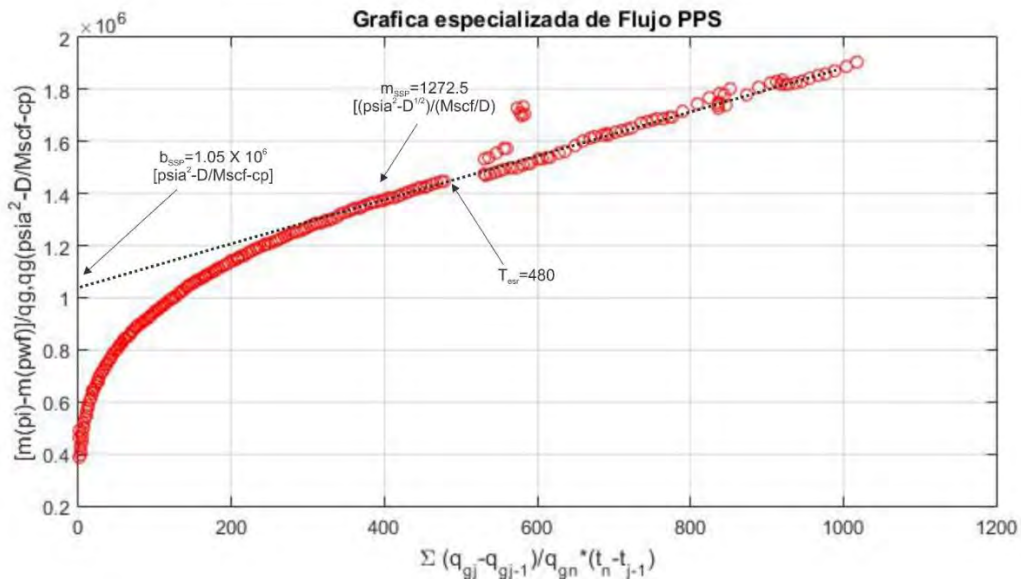


Ilustración 5-7 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo dominado por la frontera del pozo CIGE 231.

Se procedió a analizar la declinación de pozo de gas mediante métodos empíricos y ajustar su producción futura. En primer lugar, se analizó el pozo con el método de Duong, se introdujeron los datos de la historia de producción en el software de Matlab y se calcularon los parámetros “a” y “m” mediante una gráfica $\log - \log$ de $\frac{q_g}{G_p}$ vs *Tiempo*. **5.8**. Donde obtuvimos unos valores de “a=-1.22” y “m=1.924”. Se obtuvo un gasto inicial de $q_1 = 1.19477$ y un error de ajuste, **Fig. 5-9** y **5.10**, de producción de gas de **0.1822**, esto se atribuye a que se cuenta con tan solo 256 días de historia de producción y para un ajuste más confiable es necesario mínimo 2 años de historia de producción.

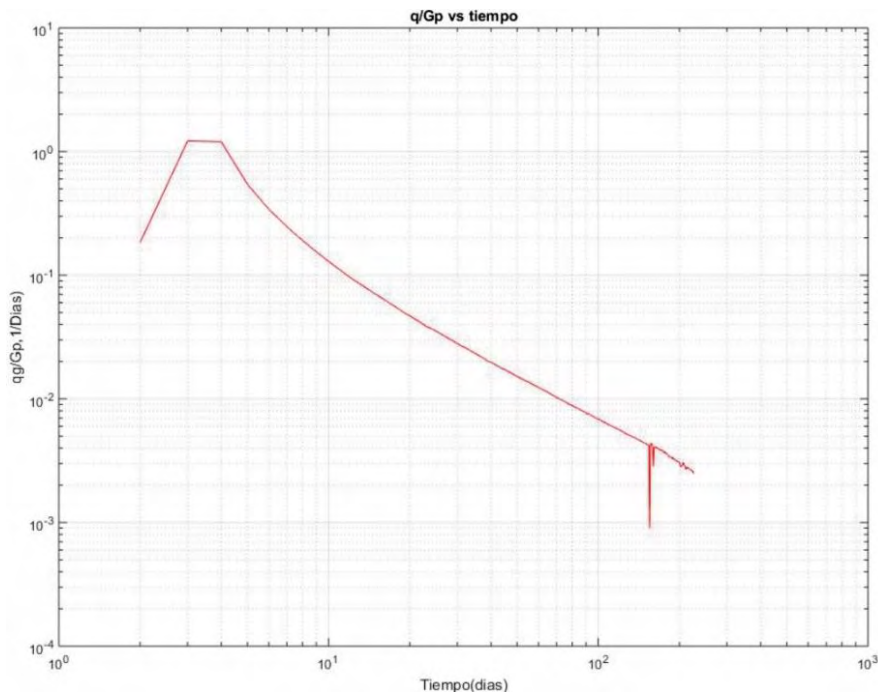


Ilustración 5-8 Grafica especializada del método de Duong de la relación de gasto de gas y gasto acumulado contra tiempo, q_g/G_p vs t , del pozo CIGE 231.

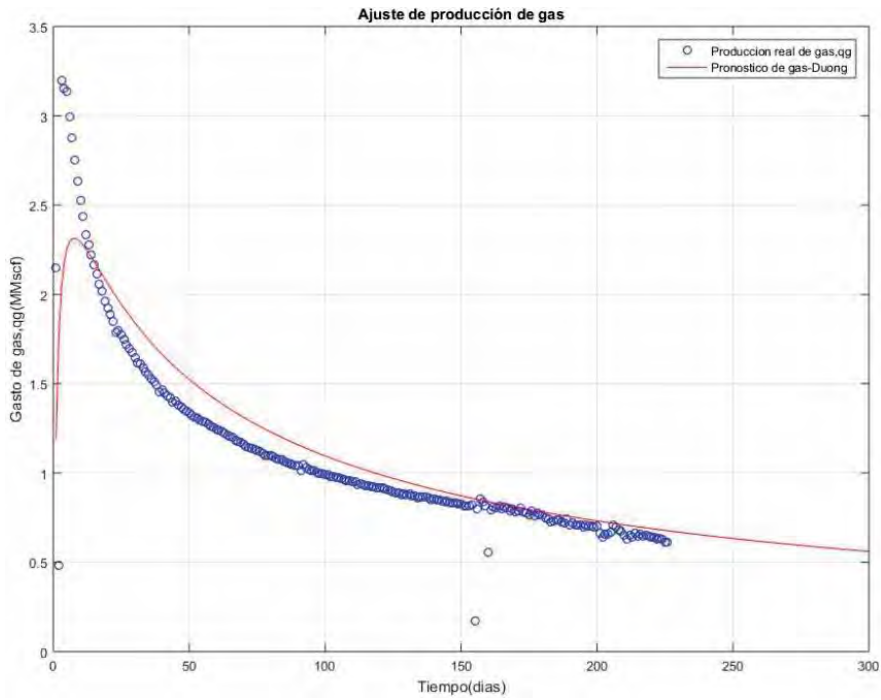


Ilustración 5-9 Ajuste de producción de gas, q_g , mediante el método de Duong del pozo CIGE 231.

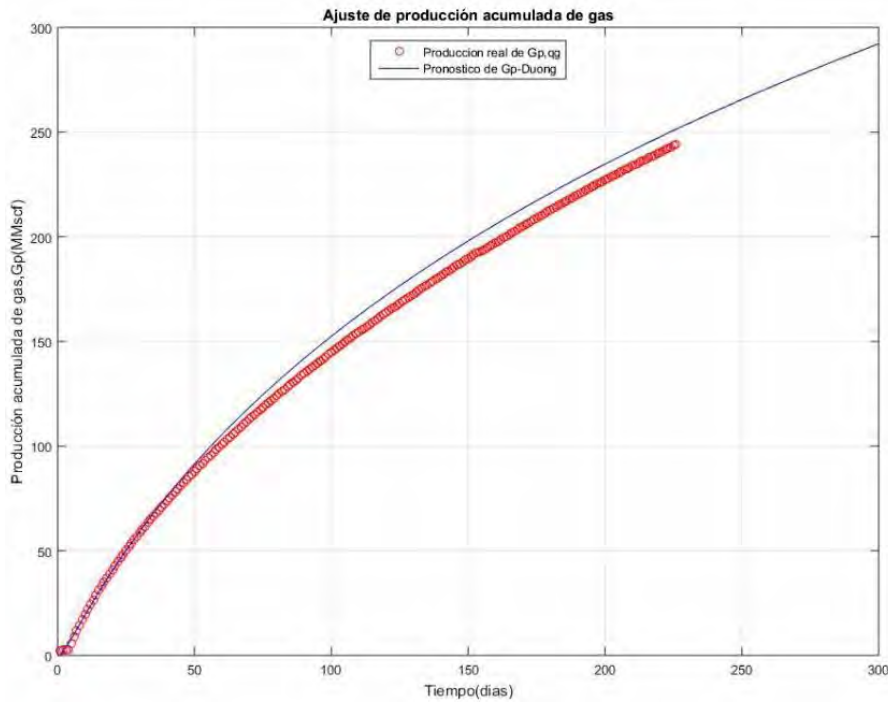


Ilustración 5-10 Ajuste de la producción acumulada, G_p , de gas mediante el método de Duong para el pozo CIGE 231.

Para el análisis del método de declinación exponencial extendida de Valkó se obtuvo:

$$q_i = 3649.6 \frac{Mscf}{D}$$

Sustituyendo las relaciones entre producciones acumuladas para los años tres y dos con respecto a la del uno, se desarrolló el sistema de ecuaciones siguiente.

$$\frac{\Gamma \left[\frac{1}{n} \right] - \Gamma \left[\frac{1}{n}, \left(\frac{23.5}{\tau} \right)^n \right]}{\Gamma \left[\frac{1}{n} \right] - \Gamma \left[\frac{1}{n}, \left(\frac{11.5}{\tau} \right)^n \right]} = r_{21}$$

$$\frac{\Gamma \left[\frac{1}{n} \right] - \Gamma \left[\frac{1}{n}, \left(\frac{35.5}{\tau} \right)^n \right]}{\Gamma \left[\frac{1}{n} \right] - \Gamma \left[\frac{1}{n}, \left(\frac{11.5}{\tau} \right)^n \right]} = r_{31}$$

Donde resolviendo el sistema de ecuaciones anterior, se obtienen los valores para los parámetros n y τ :

$$n = 0.36$$

$$\tau = 47.8$$

En la **Fig. 5-11** y **5-12** se puede observar el ajuste de la producción de gas y de la producción acumulada de gas, respectivamente. Se obtuvo un error de ajuste del **0.184466**, como se puede observar fue mejor el ajuste mediante el método de declinación, debido a que el método de declinación es aplicable tanto para flujo transitorio y flujo dominado por la frontera.

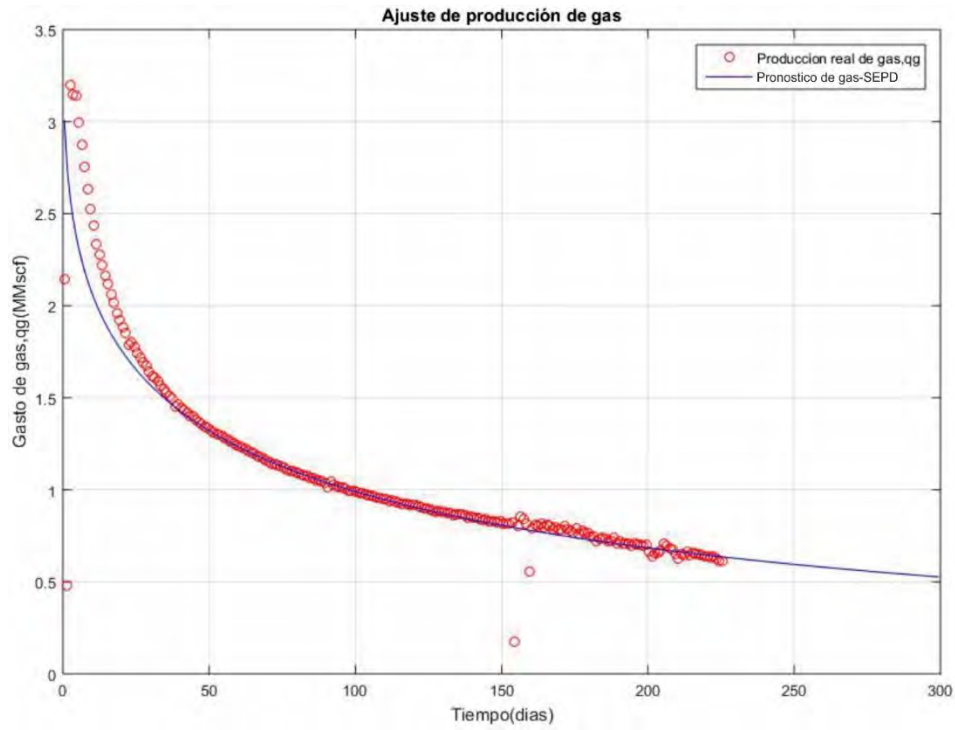


Ilustración 5-11 Ajuste de producción de gas, q_g , mediante el método de Declinación exponencial extendida del pozo CIGE 231.

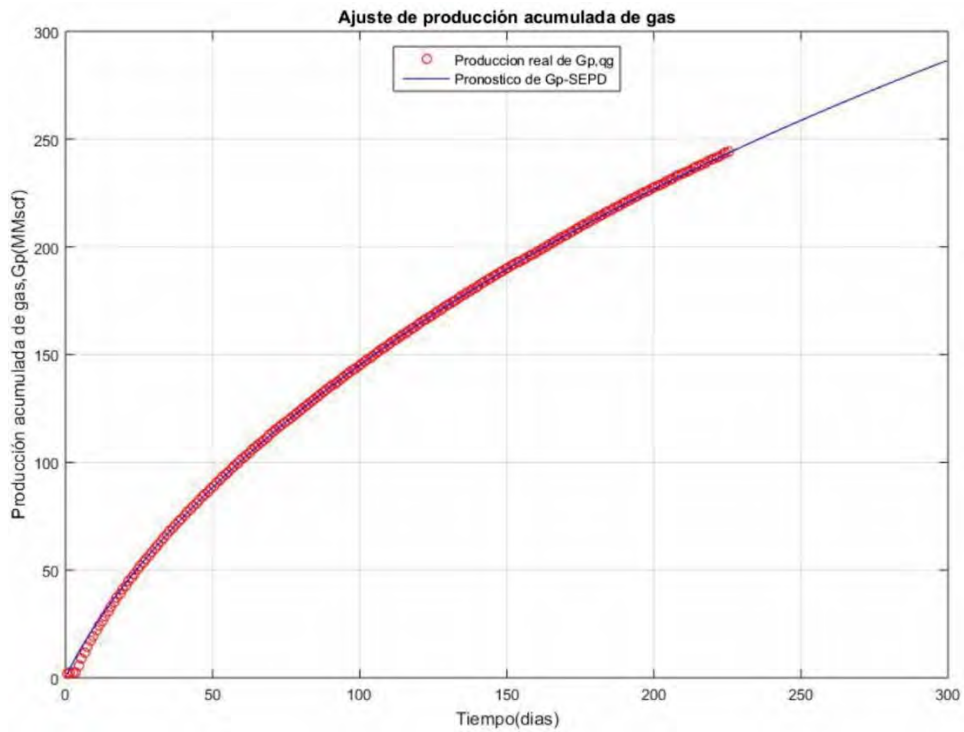


Ilustración 5-12 Ajuste de la producción acumulada de gas, G_p , mediante el método de SEPD del pozo CIGE 231.

El siguiente método que se analizó fue el método modificado de declinación exponencial extendida de Yu y Miocevic (YU & Miocevic, An Improved Method to Obtain Reliable Production and EUR Prediction for Wells with Short Production History in Tight/Shale Reservoirs., 2013), que a diferencia del método de Valko es un método más sencillo de usar. Primero se hizo una gráfica log-log $\log(q_0/q(t))$ vs tiempo del cual se seleccionó el intervalo de 40 a 130 días, donde podemos encontrar una tendencia lineal. De la **Fig. 5-13** obtuvimos “ $n= 0.413771$ ” de la pendiente y τ se calculó con la **Ec.5.1** y se obtuvo “ $\tau = 73.6025$ ”, los cuales se utilizaron para el cálculo del pronóstico de gas y producción de gas con las **Ec. 5.2**:

$$\tau = \text{Exp} \left[-\frac{\text{Ln}(\text{Int})}{n} \right] \quad (5.1)$$

$$q = q_0 \times \text{Exp} \left[-\left(\frac{t}{\tau}\right)^n \right] \quad (5.2)$$

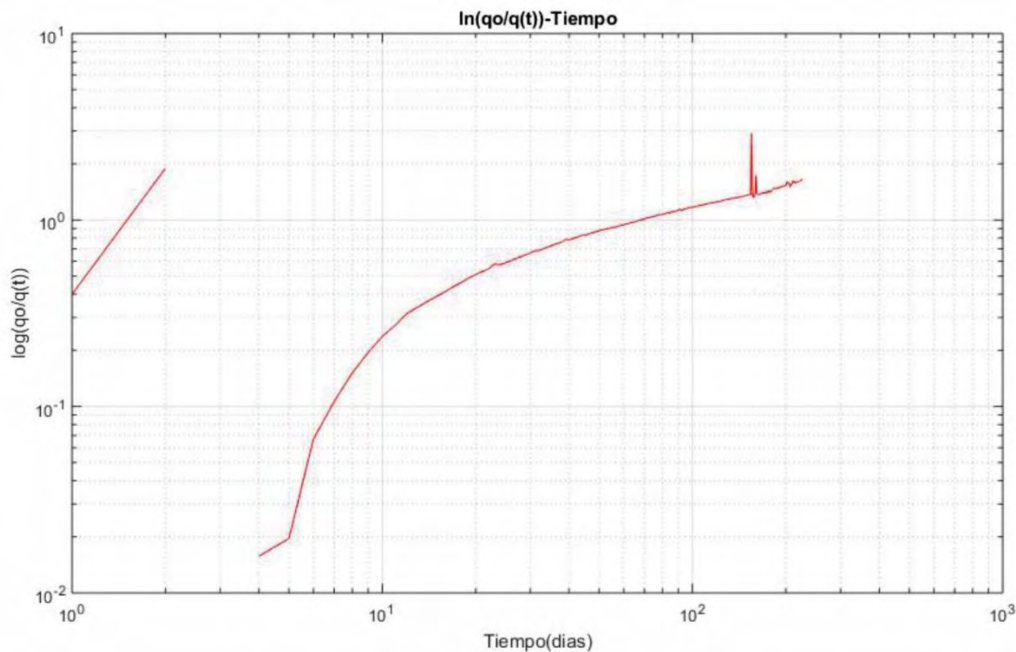


Ilustración 5-13 Gráfica especializada del método YM-SEPD para el pozo CIGE 231.

En las **Fig. 5-14** y **5-15** observamos el ajuste de la producción de gas y producción acumulada de gas, respectivamente, mediante el método modificado de declinación exponencial. El ajuste de la producción tuvo un error de **0.1827**.

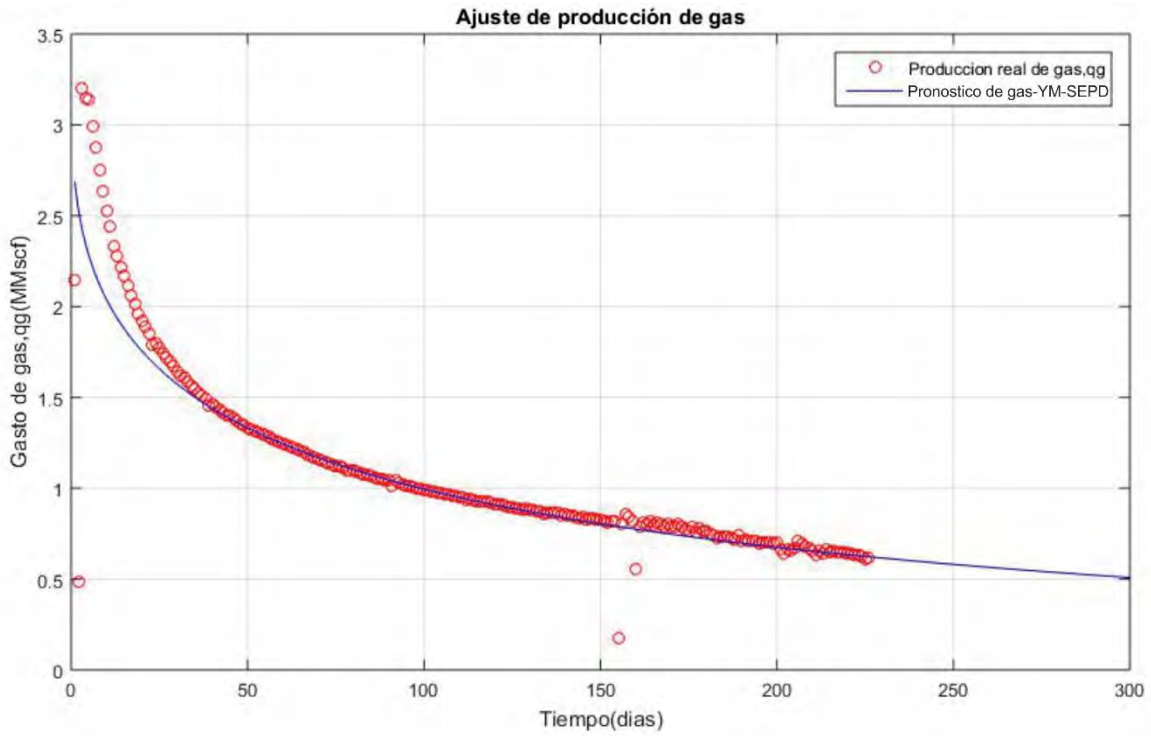


Ilustración 5-14 Ajuste de la producción de gas, q_g , mediante el método YM-SEPD del pozo CIGE 231.

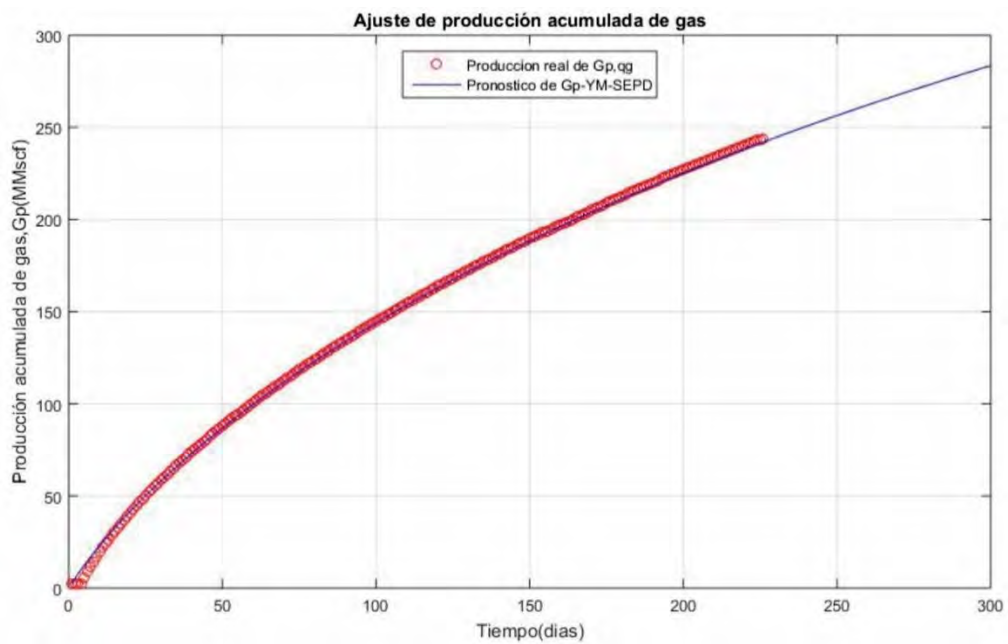


Ilustración 5-15 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método YM-SEPD para el pozo CIGE 231.

El siguiente método por el cual se analizó el pozo CIGE 231 fue el método de potencias presentado por Ilk (Ilk, Rushing, A., & Blasingame, 2008a) (IIK, Perego, Rushing, & Blasingame, 2008b). Se calcularon los parámetros “D” y “b” mediante el método diferencia numérica de Bourdet. Después, se calculó $\frac{dq}{dt}$ mediante el método de diferencia numérica de Bourdet y se graficó $\frac{1}{D} = -\frac{q}{dq/dt}$ vs tiempo, **Fig. 5-16**, para obtener los parámetros $n = 1 - m$, $Di = \frac{D_1}{n}$, $D_\infty = 0$ y $qi = 5.2$. Por último, se calculó el pronóstico de producción de gas con la **Ec. 5.4**, obteniendo un Error del **0.0577903** como se puede observar en el ajuste de la **Fig. 5-17**.

$$\frac{1}{D} = -\frac{q}{dq/dt} \quad (5.3)$$

$$q = \hat{q}_i \exp[-D_\infty t - \hat{D}_i t^n] \quad (5.4)$$

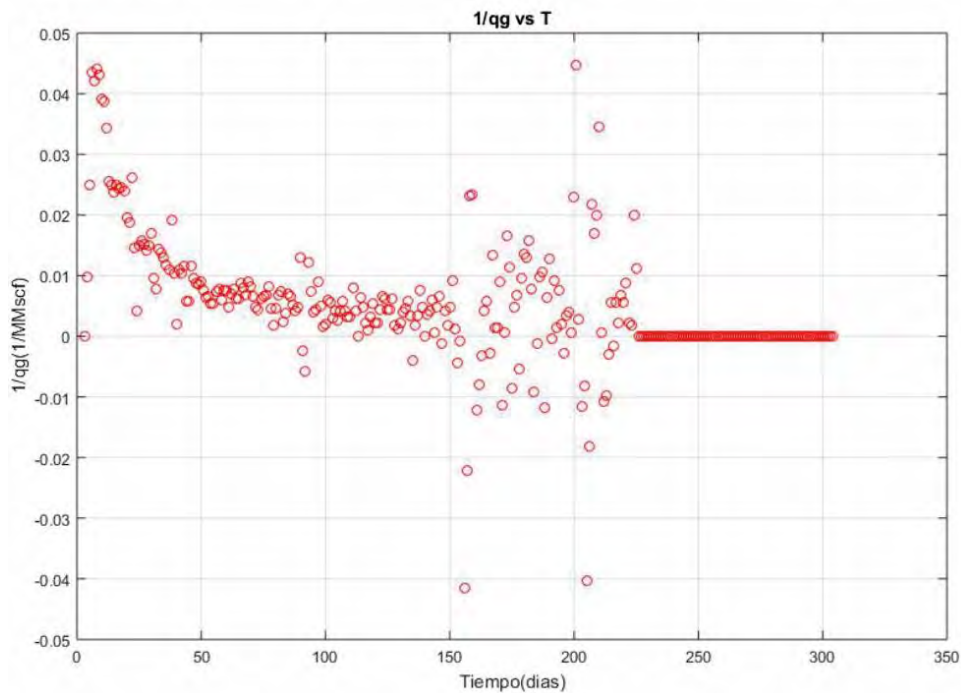


Ilustración 5-16 Grafica especializada del método de Potencias para el pozo CIGE 231.

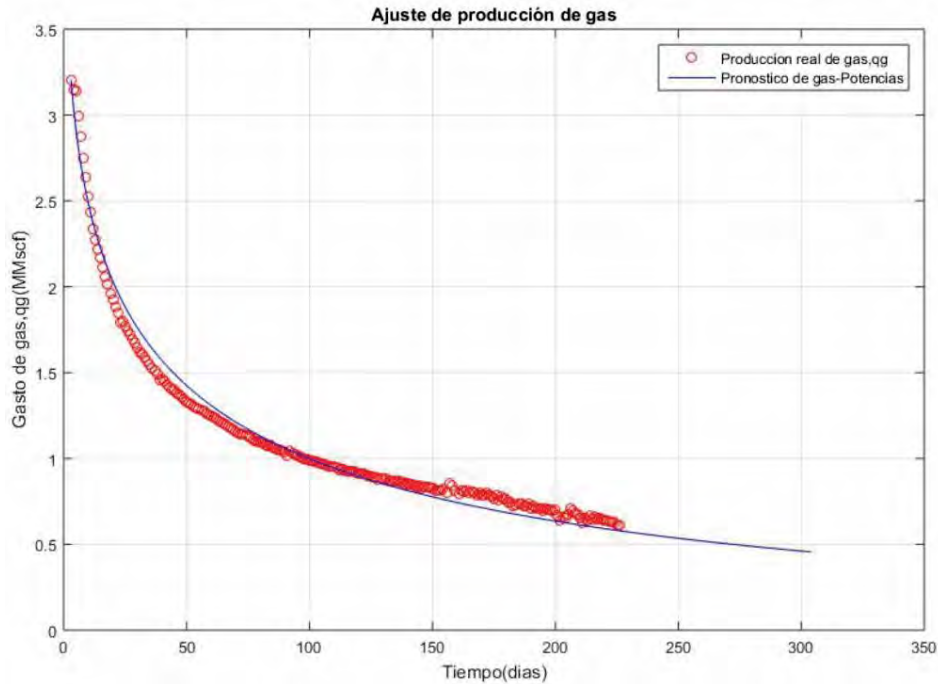


Ilustración 5-17 Ajuste de la producción de gas, q_g , mediante el método de Potencias del pozo CIGE 231.

El ultimo metodo empirico que se utilizo fue el metodo de crecimiento logistico y mediante la funcion de regresion no lineal `modelfun` de matlab se calcularon los siguientes parametros $k = 0.648913$, $n = 0.899255$, $a = 218.473$ y $b = 2.18077e + 08$. Por ultimo se utilizaron la **Ec. 5.5** para el pronostico de la produccion de gas y se obtuvo un error del **0.171579**, como se puede apreciar en el esquema de ajuste de produccion de gas y ajuste de produccion acumulada de gas como se muestra en las **Fig. 5-18 y 5-19**.

$$q(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{Knb t^{n-1}}{(a + t^n)^2} \quad (5.5)$$

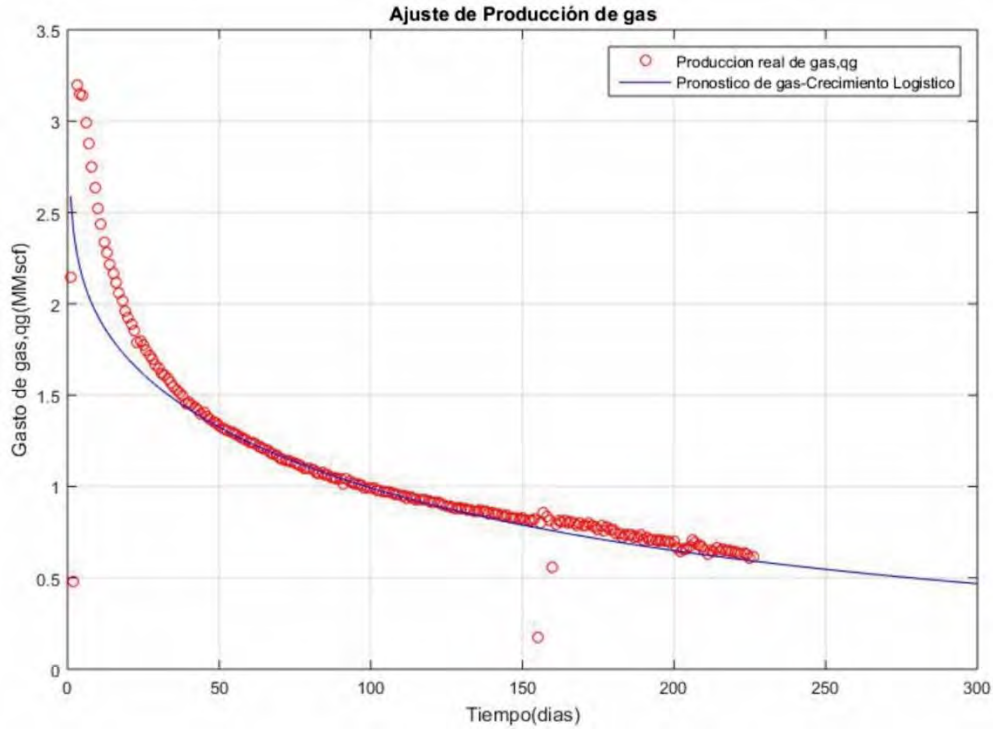


Ilustración 5-18 Ajuste de la producción de gas, q_g , mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo CIGE 231.

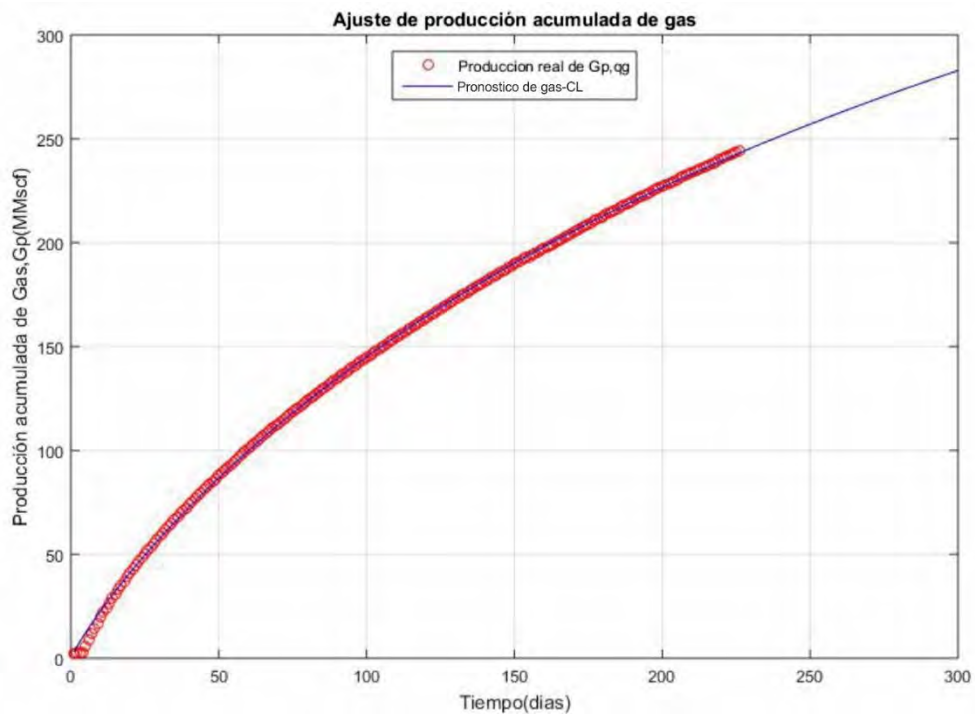


Ilustración 5-19 Ajuste de la producción acumulada de gas, G_p , mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo CIGE 231.

Pozo CIGE 218. En este caso se analizó un pozo seco tight que ha sido producido por menos de un año, 294 días. Como se puede observar en la **Fig. 5-20** existen dos fluctuaciones a los 270 días de producción, por lo que se suavizó la historia de producción mediante el método de media móvil.

La **Fig. 5-21** y **5-22** muestran las gráficas de diagnóstico doble logarítmica de producción acumulada contra tiempo, G_p vs *Tiempo*, y la caída de pseudo presión sobre gasto de gas contra tiempo, $\Delta m(p)/q_g$ vs *Tiempo*. Los datos de producción en estas figuras muestran un flujo lineal temprano definido por una pendiente de un medio, seguido de un comportamiento de pendiente de la recta de un cuarto, lo que nos indica un régimen de flujo bilineal el cual termina a los 230 días. A los 250 días se encontró otro comportamiento de la pendiente de un medio (régimen lineal tardío) que termina a los 280 días.

Tabla 5-2 Datos generales pozo CIGE 218

Datos Generales		
Fecha	27-ene-01	
Campo	Castlegate	
Pozo	CIGE 218	
Tipo de gas	Seco	
Datos del Yacimiento		
Presión inicial, p_i	6700	psia
Presión de fondo Fluyendo, p_{wf}	200.00	psia
Temperatura Inicial, T_i	220	°F
Saturación de Agua, S_w	0.5	fracción
Porosidad, f	0.077	fracción
Radio del pozo	0.27	ft
Compresibilidad de la formación, C_f	4×10^{-6}	psia ⁻¹
Espesor, h	46	ft
Datos del Fluido		
Gravedad específica del gas (air = 1), g_g	0.610	psia
Ácido Sulhídrico H_2S	0.000	Fracción mol
Dióxido de Carbono, CO_2	0.002	Fracción mol
Nitrógeno, N_2	0.010	Fracción mol
Temperatura @ s.c.	60.00	°F
Presión @ s.c.	14.70	psia

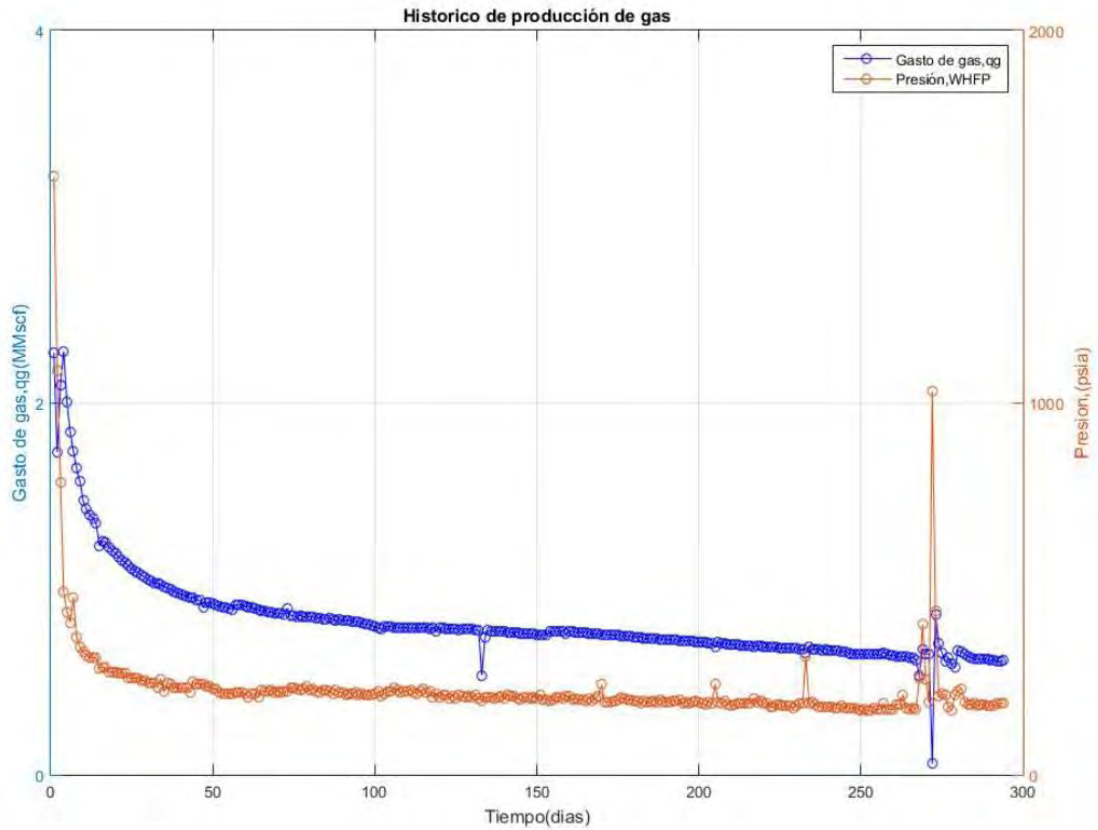


Ilustración 5-20 Histórico de presión- producción del pozo CIGE 218.

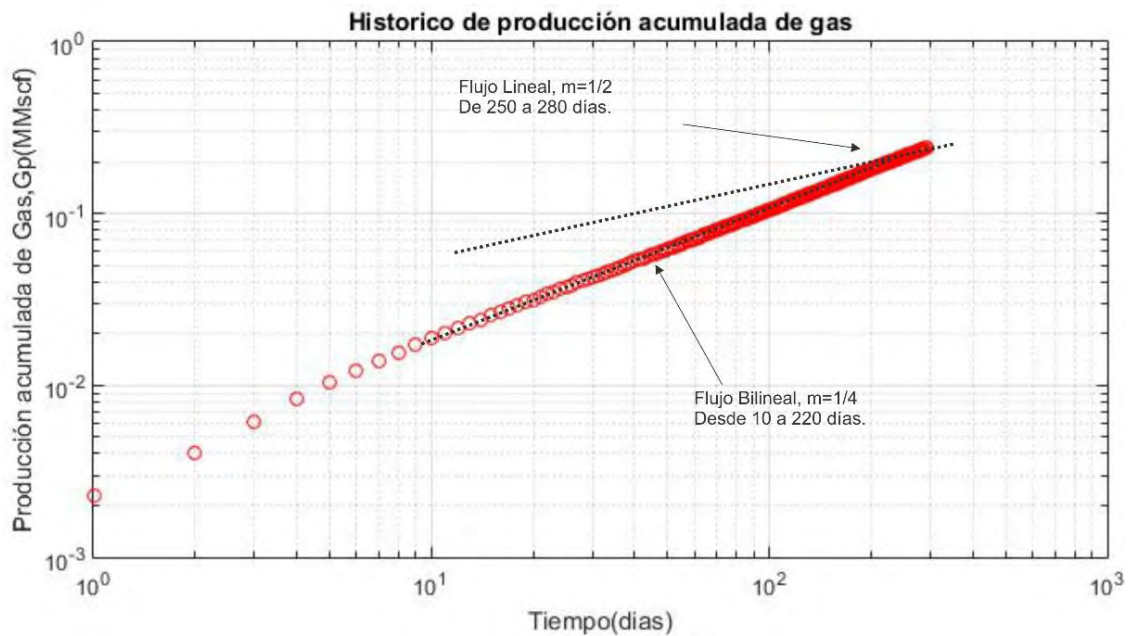


Ilustración 5-21 Gráfica de diagnóstico de producción acumulada contra tiempo, G_p vs t , del pozo CIGE 218.

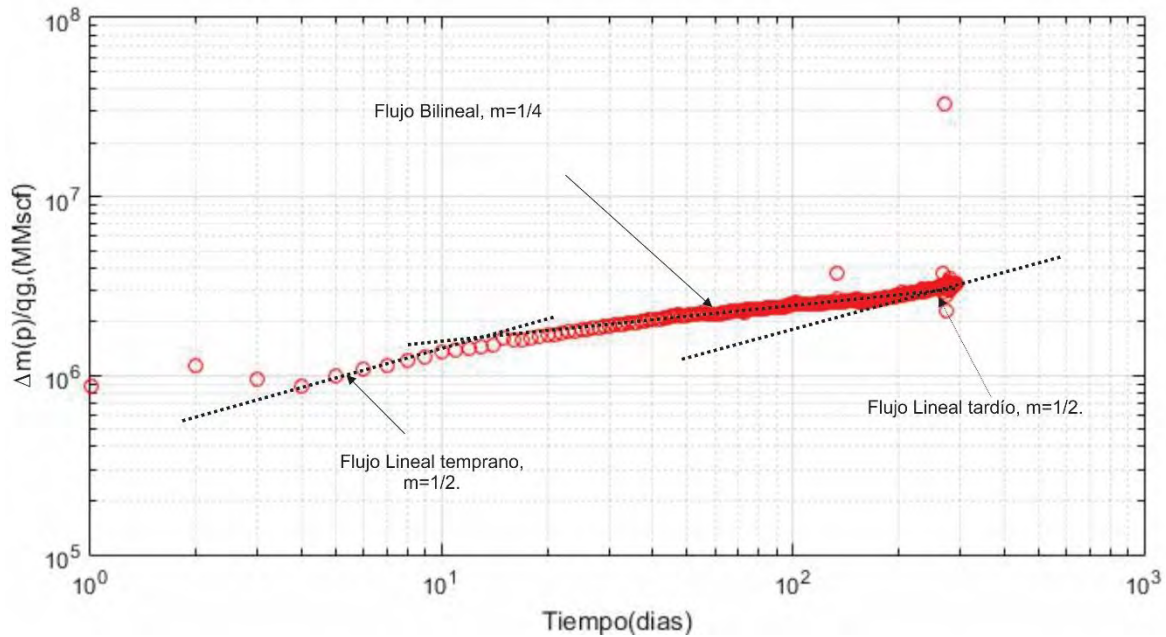


Ilustración 5-22 Grafica de diagnóstico de pseudo presión normalizada contra tiempo, $\Delta m(p)/q_g$, del pozo CIGE 218.

Una vez definido el régimen de flujo se realizaron las gráficas especializadas para los diferentes regímenes de flujo. En la **Fig. 5-23** se muestra la gráfica especializada para régimen radial donde observamos una recta lineal con pendiente $m_{CRR} = 695259 \left[\text{psia}^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$. Una intercesión en cero y termino del régimen de flujo radial a los 142 días. Mediante las ecuaciones del capítulo 3 se obtuvo una permeabilidad, longitud media de la fractura y daño del pozo de: $k = 0.0220744 \text{ md}$, $x_f = 419.185 \text{ [ft]}$ $s = -4.93879$.

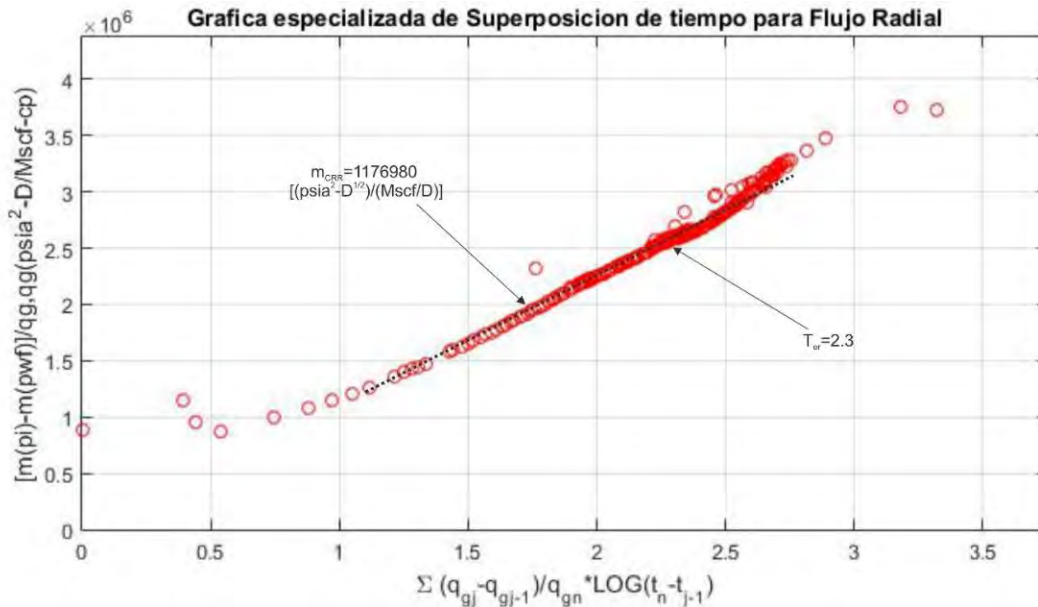


Ilustración 5-23 Grafica especializada de pseudo presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo radial del pozo CIGE 218.

La **Fig. 5-24** muestra la gráfica de especializada para régimen lineal de la caída de pseudo- presión y gasto de gas contra la superposición de tiempo, $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g} v_S \frac{\Sigma q_{gj}-q_{gj-1}}{q_{gn}\sqrt{t_n-t_{j-1}}}$. El comportamiento lineal comienza a los 148 días y terminar $T_{esr} = 276$ días y tiene una pediente de $m_{CRL} = 154134 \left[psia^2 - \frac{D^{.5}}{Mscf} - cp \right]$. La línea recta tiene una intersección en cero. Mediante las ecuaciones para flujo lineal, capítulo 3, se obtuvo un volumen poroso, una distancia de fractura hidráulica a la frontera y volumen original de gas de: $V_p = 10.92 [MM ft^3]$, $y_e = 442.144[ft]$ y $G = 1.3557[Bscf]$.

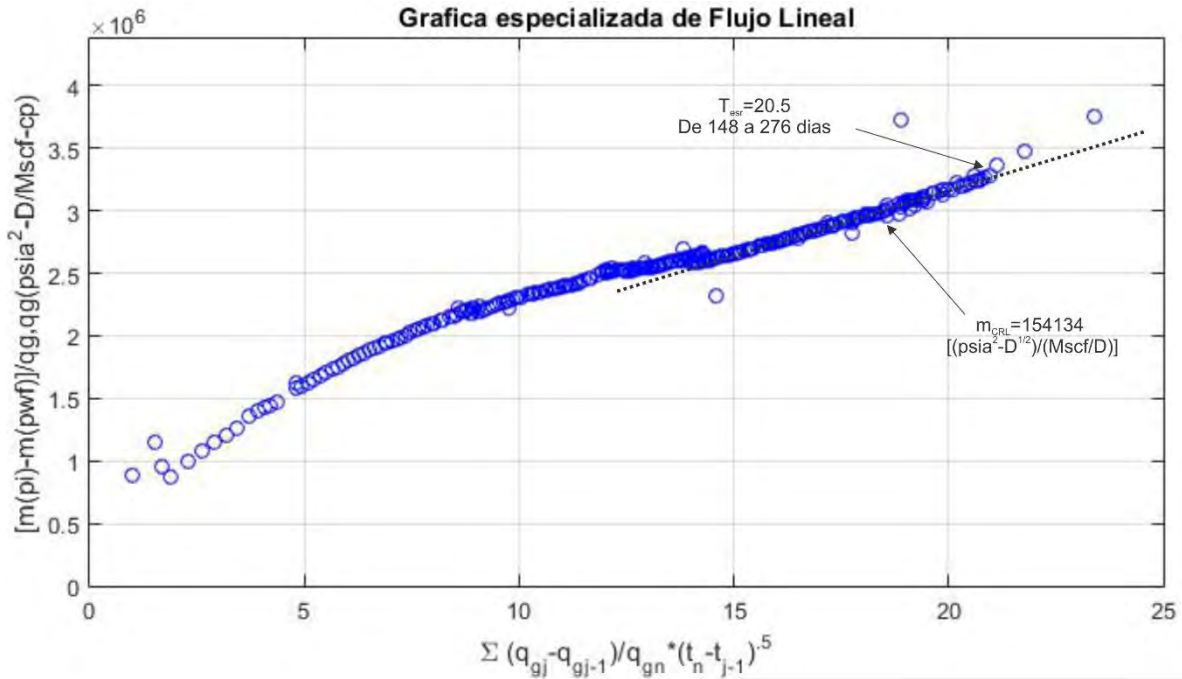


Ilustración 5-24 Grafica especializada de pseudo- presión de tiempo normalizada contra superposición de tiempo para flujo Lineal del pozo CIGE 218.

En **Fig. 5-25** podemos observar la gráfica especializada de flujo bilineal de $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g} \text{ vs } \frac{\sum q_{gj}-q_{gj-1}}{q_{gn}^{0.25}\sqrt{t_n-t_{j-1}}}$. Podemos observar un comportamiento de línea recta, el cual comienza a los 4 días y termina $T_{eB} = 3.05(60 \text{ días})$. La línea recta tiene una pendiente de $m_{CRB} = 858,674 \left[psia^2 - \frac{D^{\frac{3}{4}}}{Mscf} - cp \right]$ y con una intersección en cero. Mediante las Ecuaciones del Capítulo 3 se obtuvieron los siguientes parámetros del yacimiento: Factor de daño de la formación $S_1 = 4.51181$ y la raíz de la permeabilidad de mayor flujo por el ancho de la fractura de $\sqrt{k_1 w} = 2476.49$.

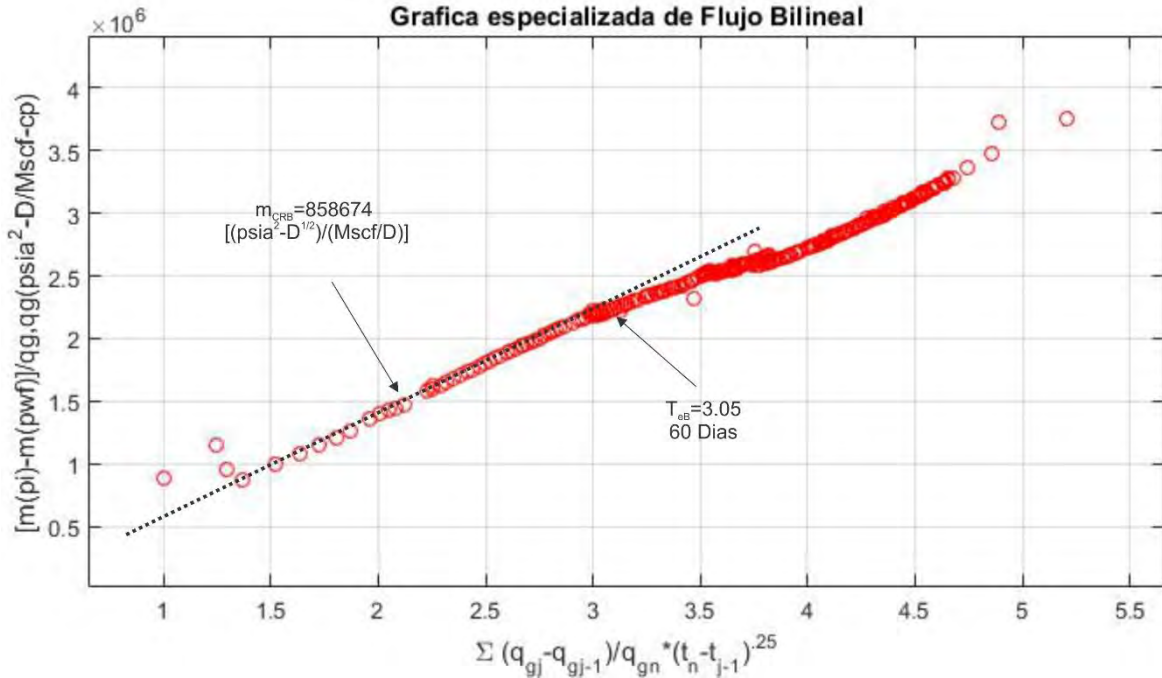


Ilustración 5-25 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo Bilineal del pozo CIGE 218.

La **Fig. 5-26** y **5-27** muestran en análisis de la declinación mediante el método de Duong. Mediante graficas especializadas y un ajuste de regresión potencial se obtuvo un valor de **“a=-1.014”**, **“m=0.8284”** y $q_i = 2.093 \frac{MMscf}{D}$. Debido a que el pozo CIGE 218 aún se encuentra en régimen transitorio y a pesar de que solo se cuenta con un histórico de producción de 294 días, se obtuvo un error de ajuste de **0.0746**.

En la **Fig. 5-28** y **5-29** podemos observar el ajuste del histórico de producción mediante el método de Declinación exponencial extendida, cabe mencionar que se obtuvo un mejor resultado al suavizar el histórico de producción mediante el método de media móvil. Mediante la solución de un sistema de ecuaciones con la función gamma, se obtuvieron los siguientes valores de n y τ :

$$n = 0.2$$

$$\tau = 88.7$$

Al final se obtuvo un error de ajuste de **0.0387** como se puede observar en la **Fig. 5-28**.

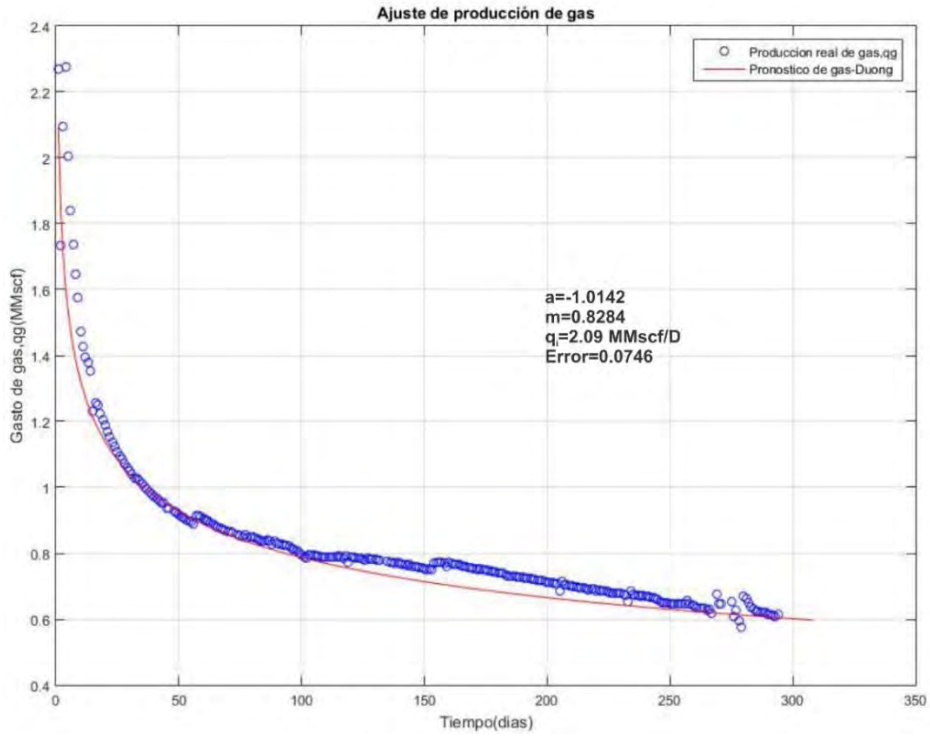


Ilustración 5-26 Grafica de ajuste de producción de gas mediante el método de Duong del pozo CIGE 218.

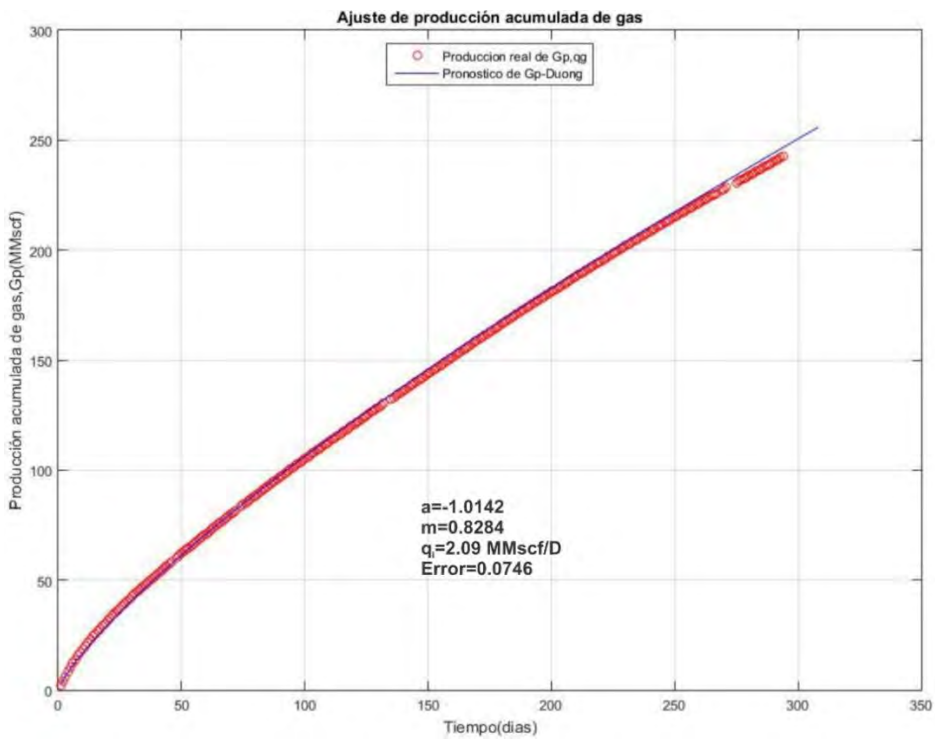


Ilustración 5-27 Ajuste de Producción acumulada de gas mediante el método de Duong para el pozo CIGE 218.

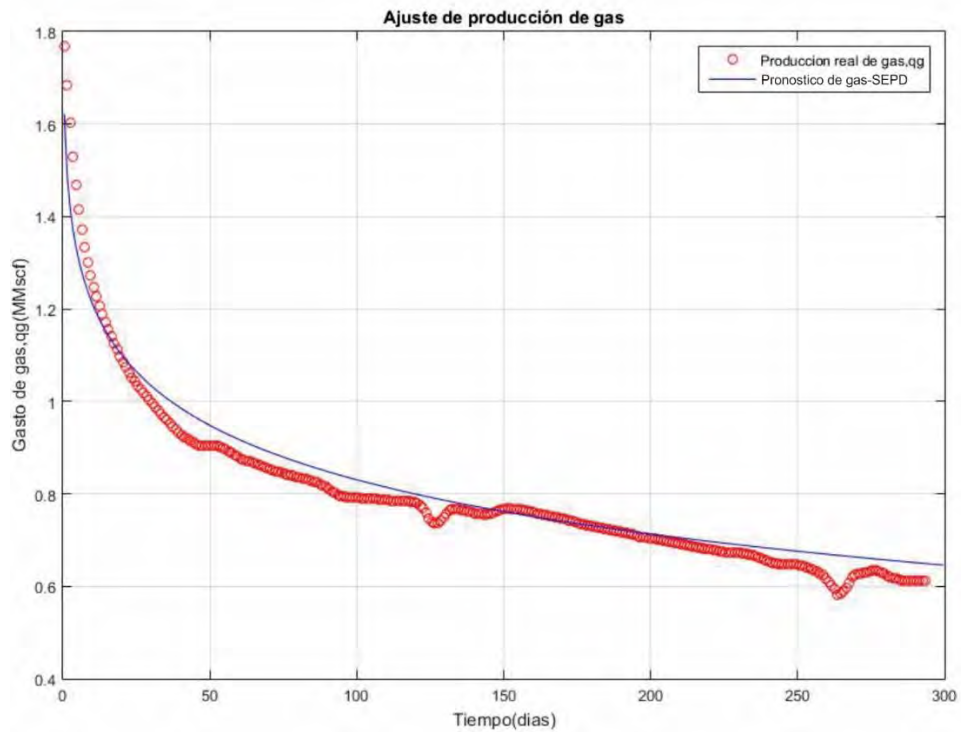


Ilustración 5-28 Ajuste de la producción de gas mediante el método de SEPD del pozo CIGE 218.

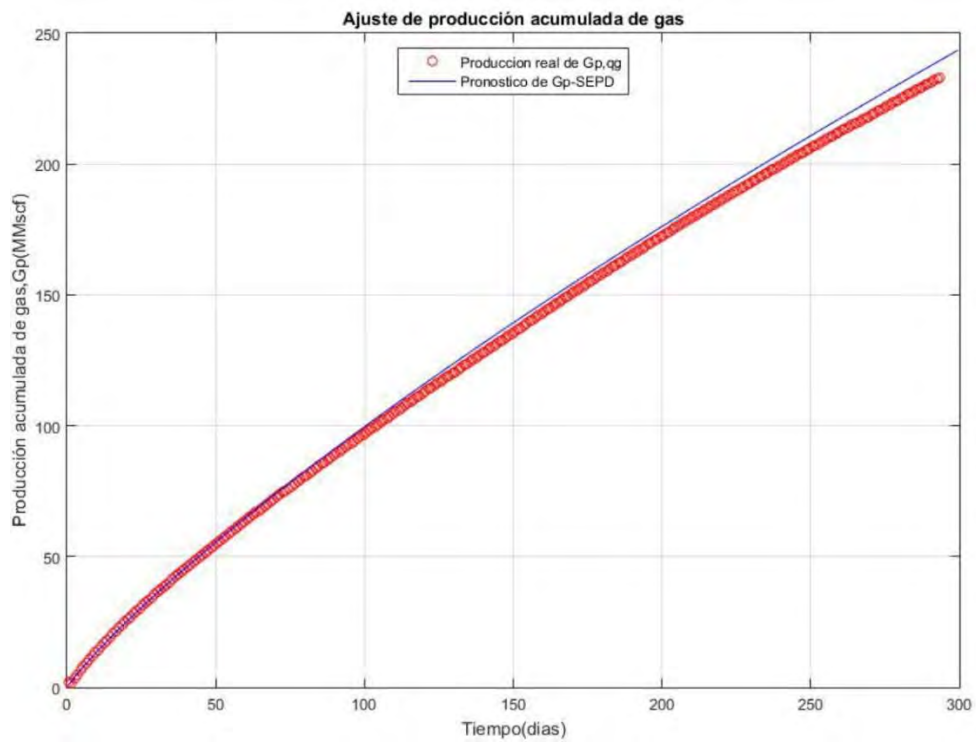


Ilustración 5-29 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de SEPD del pozo CIGE 218.

La **Fig. 5-30** y **5-31** muestran el ajuste de la producción de gas y producción acumulada, respectivamente, mediante el método modificado de Declinación Exponencial Extendida. Mediante una gráfica log-log de la relación de $\log\left(\frac{q_0}{q(t)}\right)$ vs tiempo se obtuvieron los siguientes valores

Tabla 5-3 Resultados modelo YM-SEPD- CIGE218

n	0.2399
Int	0.3319
τ	99.0533

Como resultado se obtuvo un error de ajuste del **0.0964316**, pero el ajuste de la producción acumulada de gas no fue tan bueno, debido a existen fluctuaciones en la producción y es afectado por el método de media móvil que se utilizó para suavizar la curva.

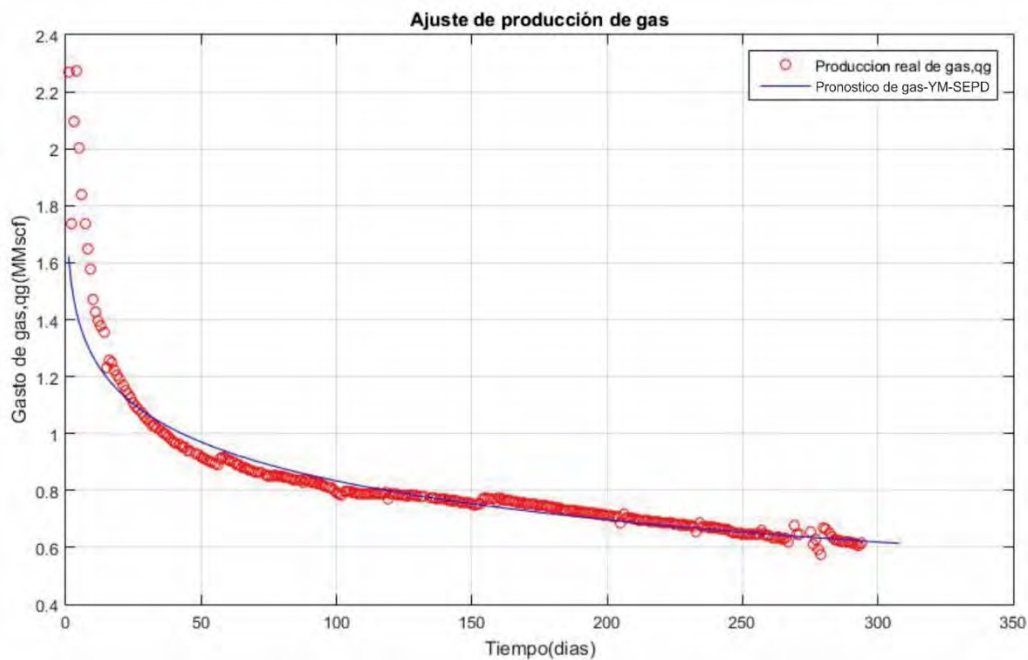


Ilustración 5-30 Ajuste de la producción de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo CIGE 218.

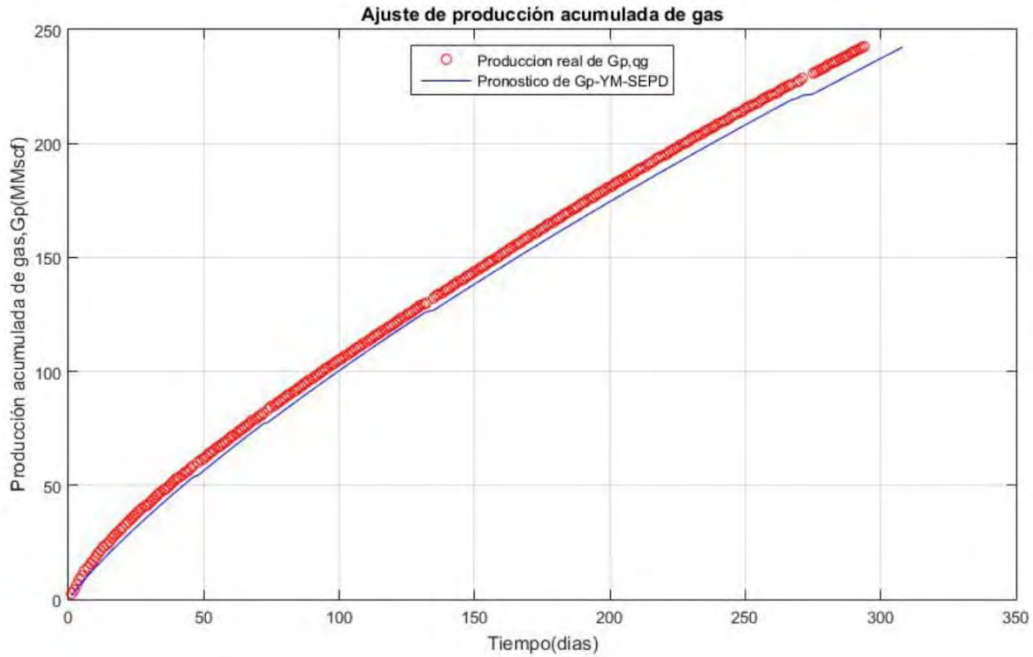


Ilustración 5-31 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo CIGE 218.

La **Fig. 5-32** muestra el análisis de la declinación de la producción de gas mediante el método de potencias donde se obtuvo un error de ajuste del **0.11184**. Primero se calculó $\frac{dq}{dt}$ mediante diferencia numérica de Bourdet y en una gráfica de $\frac{1}{D} = -\frac{q}{dq/dt}$ vs tiempo se obtuvo:

Tabla 5-4 Resultados modelo Crecimiento Logístico-CIGE 218

m	-0.77846
D1	0.07805
n	0.221533
Di	0.3523
qi	2.3

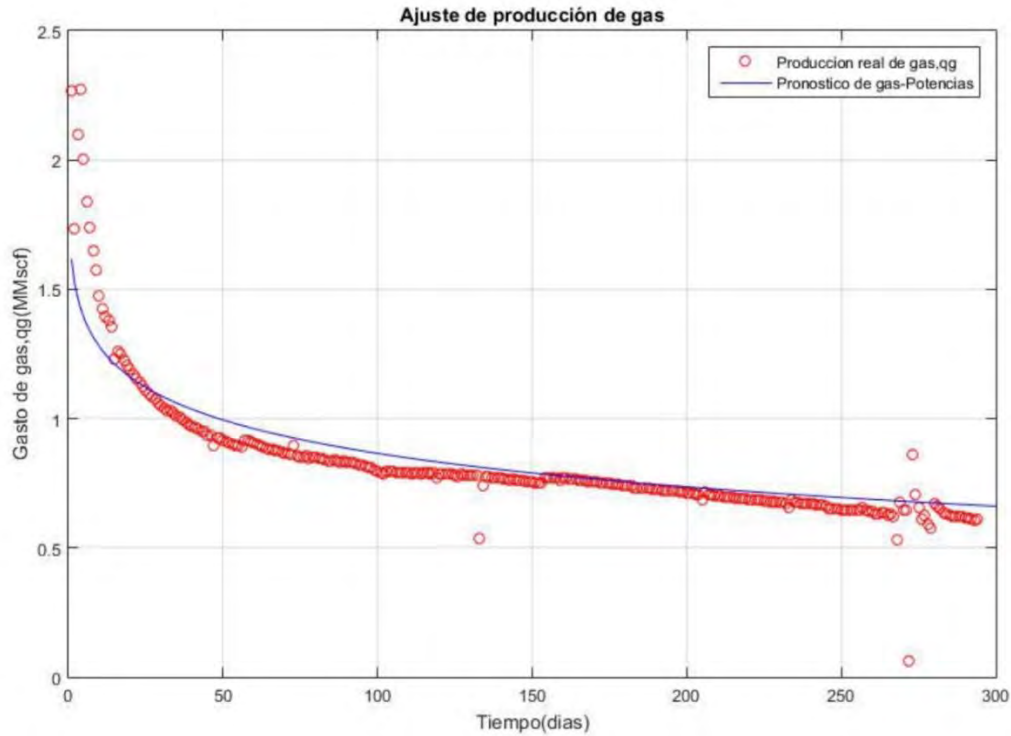


Ilustración 5-32 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Potencias del pozo CIGE 218.

La **Fig. 5-33** y **5-34** representa en análisis de la declinación de producción de gas y producción acumulada de gas, respectivamente. Mediante la función de regresión no lineal `modelfun` de `matlab` se calcularon los siguientes parámetros $k = 159279$, $n = 0.774657$, $a = 5.50134e + 07$ y $b = 5.42289e + 13$. Se obtuvo un error de ajuste de producción de gas de **0.0629568**, el cual fue el mejor resultado de ajuste.

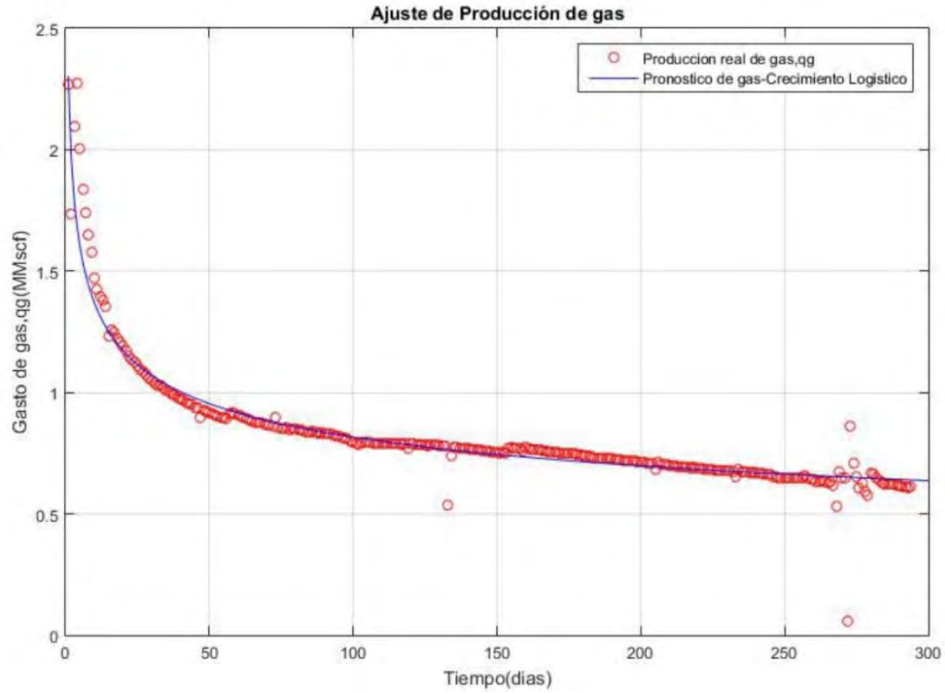


Ilustración 5-33 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Crecimiento logístico del pozo CIGE 218.

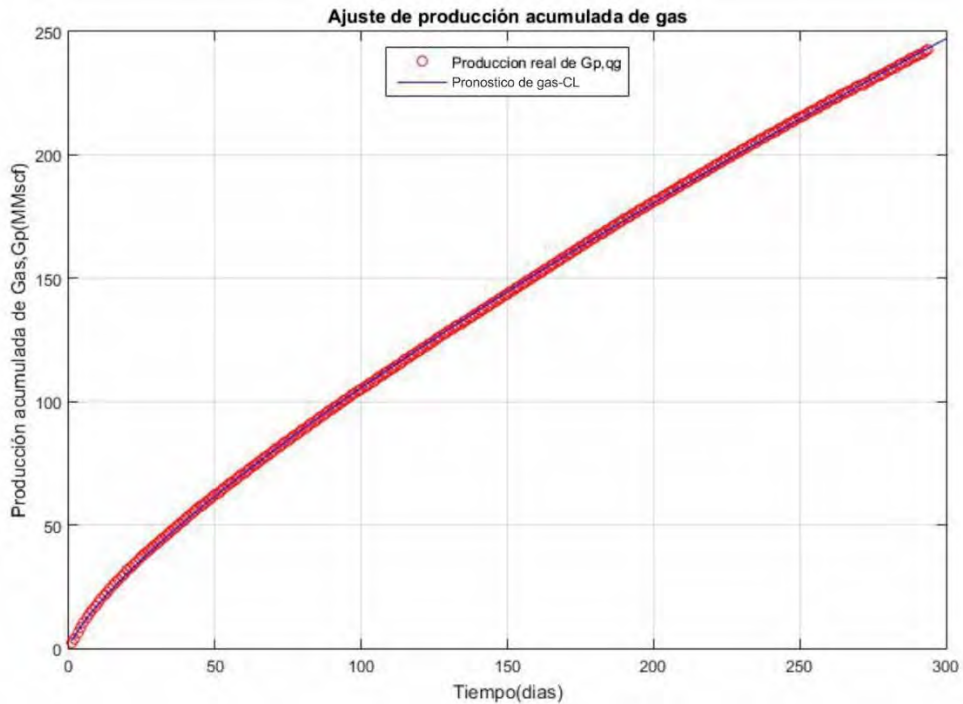


Ilustración 5-34 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de Crecimiento logístico del pozo CIGE 218.

5.3. Casos de Campo Shale Gas

Pozo Shale A. En este caso, se describe paso a paso la metodología de análisis del pozo Shale A. El pozo ha producido por 442 días, **Fig. 5-35**, pero existen variaciones en la producción, se infiere que se hizo una estimulación a los 288 días. Es por ello por lo que para el análisis del pozo se hizo para dos intervalos. El primer intervalo fue del día 1 a los 222 días de los datos de producción de gas del pozo, el segundo intervalo fue de 288 a 442 días. Para cada caso se consideró como un pozo independiente, pero tomando los mismos datos del yacimiento y fluido de la **Tabla 5-5**.

Primero se realizó el análisis de los regímenes de flujo que se encuentran en el yacimiento mediante graficas de diagnóstico, utilizando el primero intervalo de los datos del pozo. La **Fig. 5-36** y **5-37** muestran las gráficas de diagnóstico doble logarítmica de producción acumulada contra tiempo, G_p vs *Tiempo*, y la caída de pseudo presión sobre gasto de gas contra tiempo, $\Delta m(p)/q_g$ vs *Tiempo*, para el primer intervalo del pozo shale A. Los datos de producción en estas figuras muestran un flujo Bilineal, la cual se identifica por una pendiente de un cuarto y termina a los 50 días de producción. Después, se presentó una tendencia lineal de un medio, **Fig. 5-36**, lo que significa un régimen de flujo lineal tardío.

Las **Fig. 5-38** y **5-39**, muestran las gráficas de diagnóstico de producción acumulada contra tiempo, G_p vs *Tiempo*, y la caída de pseudo presión sobre gasto de gas contra tiempo, $\Delta m(p)/q_g$ vs *Tiempo*, para el segundo intervalo del pozo Shale A. Como se puede observar en la **Fig. 5-38** se encontró una tendencia de un cuarto de pendiente, lo que significa un régimen de flujo Bilineal, el cual se presenta durante toda la segunda parte del pozo productor Shale A.

Una vez identificado los regímenes de flujo que dominan, se prosiguió a hacer el análisis de cada régimen de flujo mediante graficas especializadas de la primera parte del histórico de producción. La **Fig. 5-40** muestra la gráfica especializado régimen radial donde observamos una recta lineal con pendiente $m_{CRR} = 345686 \left[psia^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$. Una intercesión en cero y termino del régimen de flujo radial a los 57 días. Mediante las ecuaciones del capítulo 3 se obtuvo una permeabilidad longitud media de la fractura y daño del pozo de: $k = 0.011 [md] x_f = 443.5 [ft]$ $s = -4.32$.

Tabla 5-5 Datos general Pozo Shale A

Datos Generales		
Fecha		
Campo		
Pozo	Shale A	
Tipo de gas	Seco	
Datos del Yacimiento		
Presión inicial, p_i	5100	psia
Presión de fondo Fluyendo, p_{wf}	500.00	psia
Temperatura Inicial, T_i	207	°F
Saturación de Agua, S_w	0.3	fracción
Porosidad, f	0.057	fracción
Radio del pozo	0.33	ft
Compresibilidad de la formación, C_f	4.22×10^{-6}	psia ⁻¹
Espesor, h	283	ft
Datos del Fluido		
Gravedad específica del gas (air = 1), g_g	0.596	psia
Ácido Sulhídrico H_2S	0.000	Fracción mol
Dióxido de Carbono, CO_2	0.040	Fracción mol
Nitrógeno, N_2	0.001	Fracción mol
Temperatura @ s.c.	60.00	°F
Presión @ s.c.	14.70	psia
Datos de Desorción		
VL	75	scf/tom
PL	656	psia
Pcdesor	2500	psia
ρ_r	1.3	gr/cm ³
SRV	16900000	ft

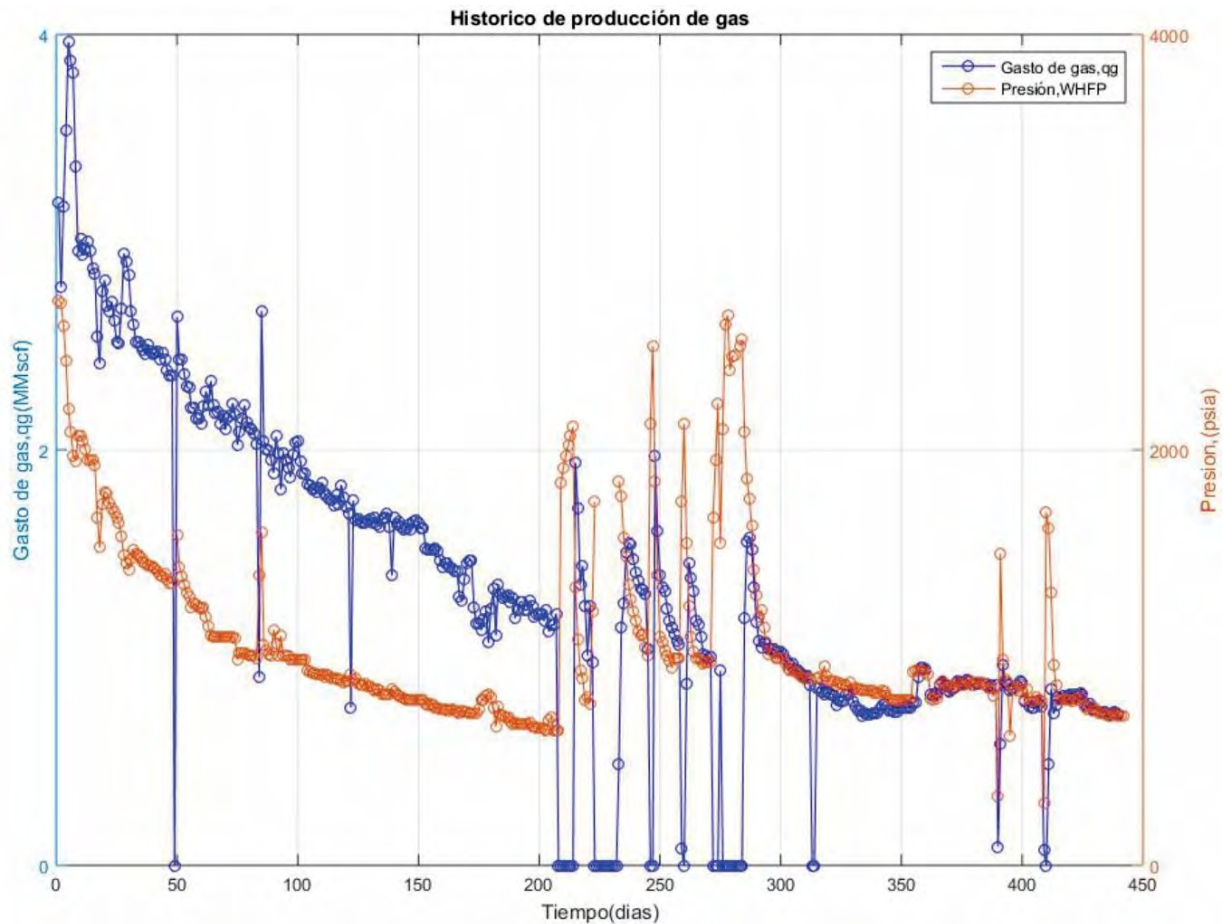


Ilustración 5-35 Histórico de presión- producción del pozo Shale A. Se puede observar que existe bastante fluctuaciones de la presión- producción, es por ello por lo que se optó por analizar en dos secciones la producción del pozo Shale A.

La **Fig. 5-41** muestra la gráfica de especializada para régimen lineal de la caída de pseudo- presión y gasto de gas contra la superposición de tiempo, $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g} v_s \frac{\sum q_{gj}-q_{gj-1}}{q_{gn}\sqrt{t_n-t_{j-1}}}$. El comportamiento lineal comienza a los 148 días y termina $T_{esr} = 276$ días y tiene una pendiente de $m_{CRL} = 42559.8 \left[psia^2 - \frac{D^{.5}}{Mscf} - cp \right]$. La línea recta tiene una intersección en cero. Mediante las ecuaciones para flujo lineal, capítulo 3, se obtuvieron valores del yacimiento como se muestra en la **Tabla 5-5**.

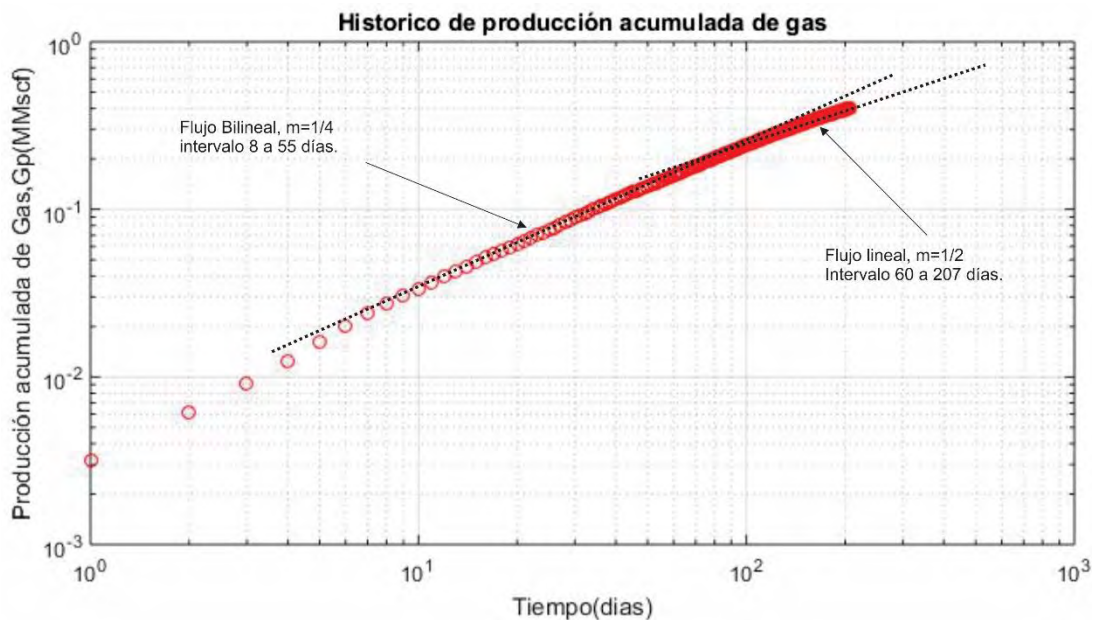


Ilustración 5-36 Grafica de diagnóstico de flujo de producción acumulada contra tiempo, G_p vs t , de la primera sección del histórico de producción del pozo Shale A.

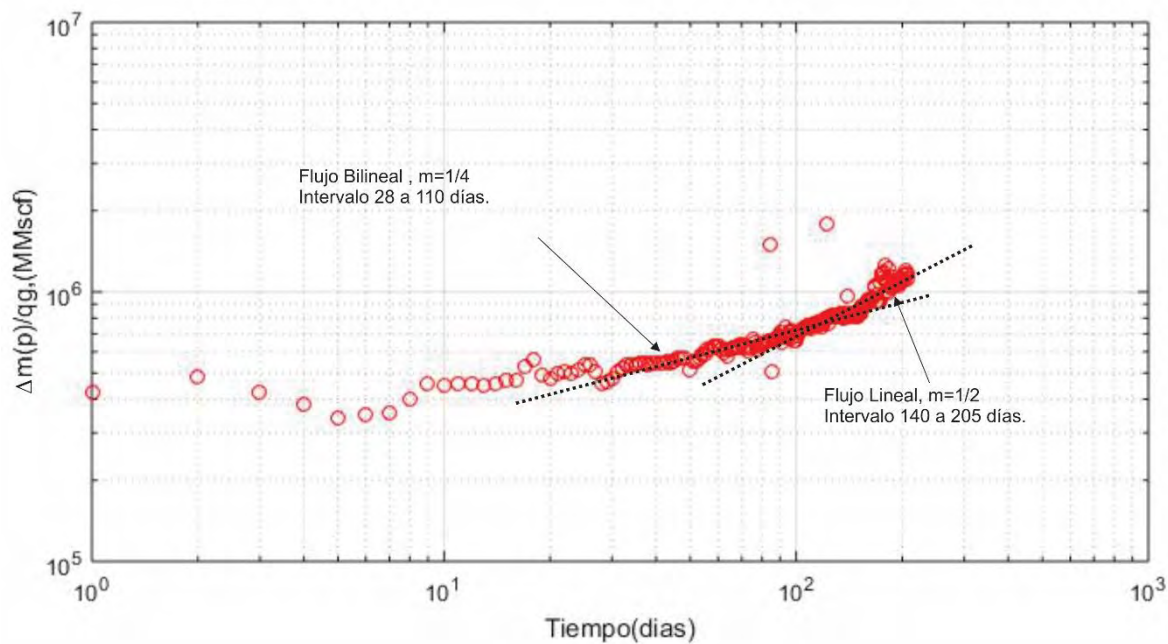


Ilustración 5-37 Grafica de diagnóstico de flujo de pseudo- presión normalizada contra tiempo, $\Delta m(p)/q_g$, de la primera sección del pozo Shale A.

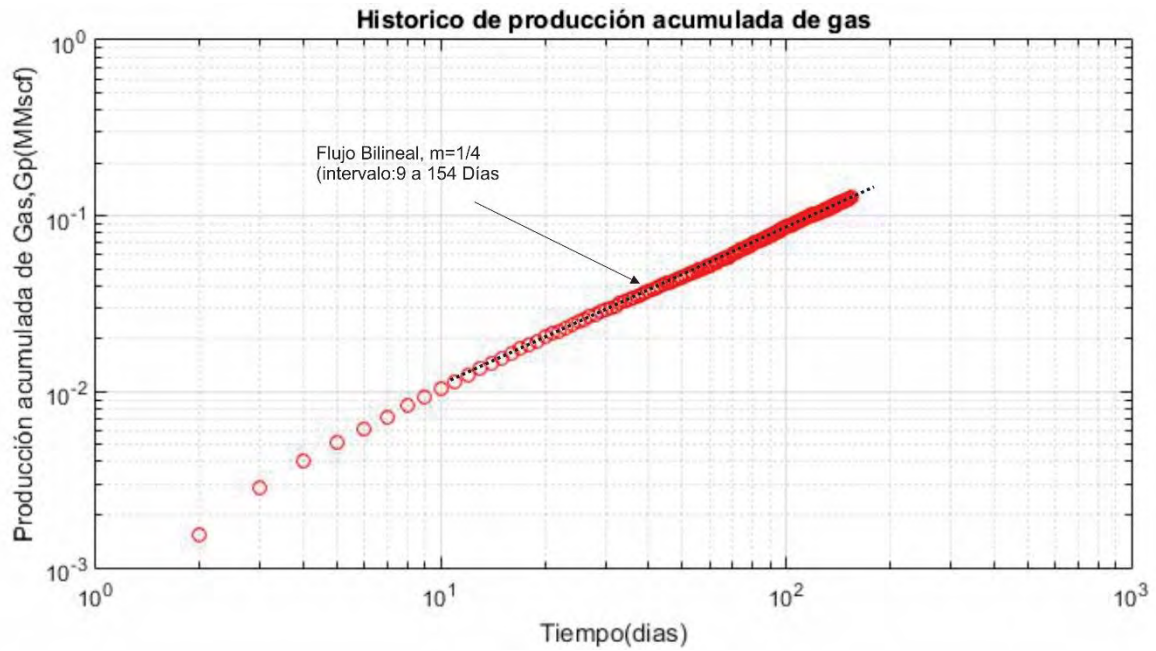


Ilustración 5-38 Grafica de Diagnostico de flujo de producción acumulada de gas contra tiempo, G_p vs t , de la segunda sección del histórico de producción del pozo Shale A.

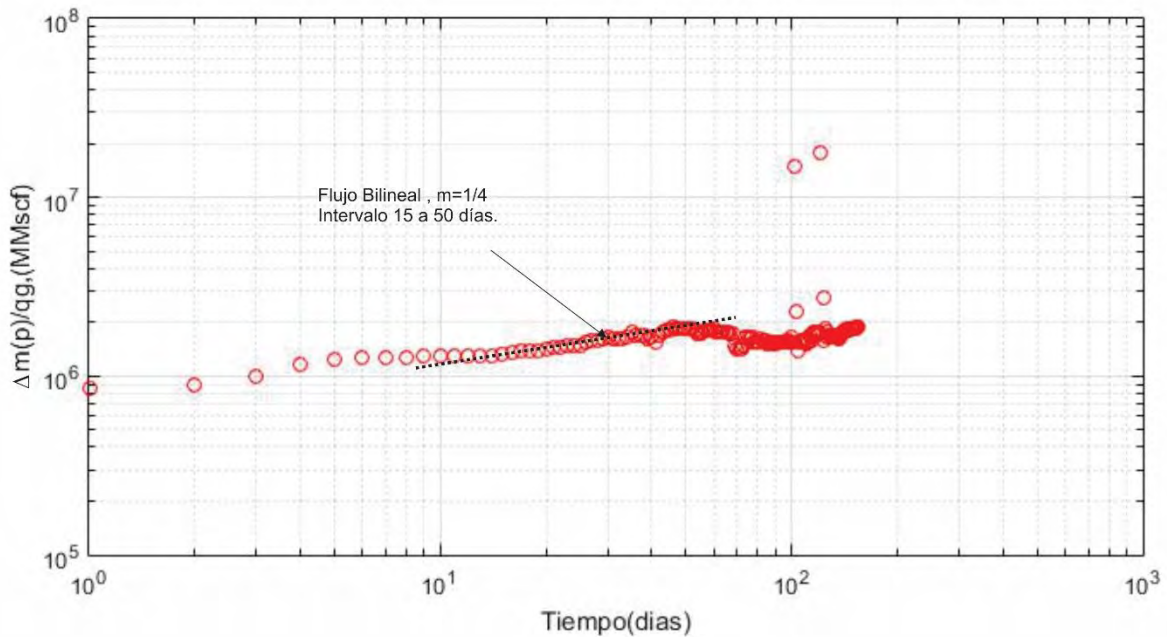


Ilustración 5-39 Grafica de diagnóstico de flujo de pseudo- presión normalizada contra tiempo de la segunda sección del histórico de producción del pozo Shale A.

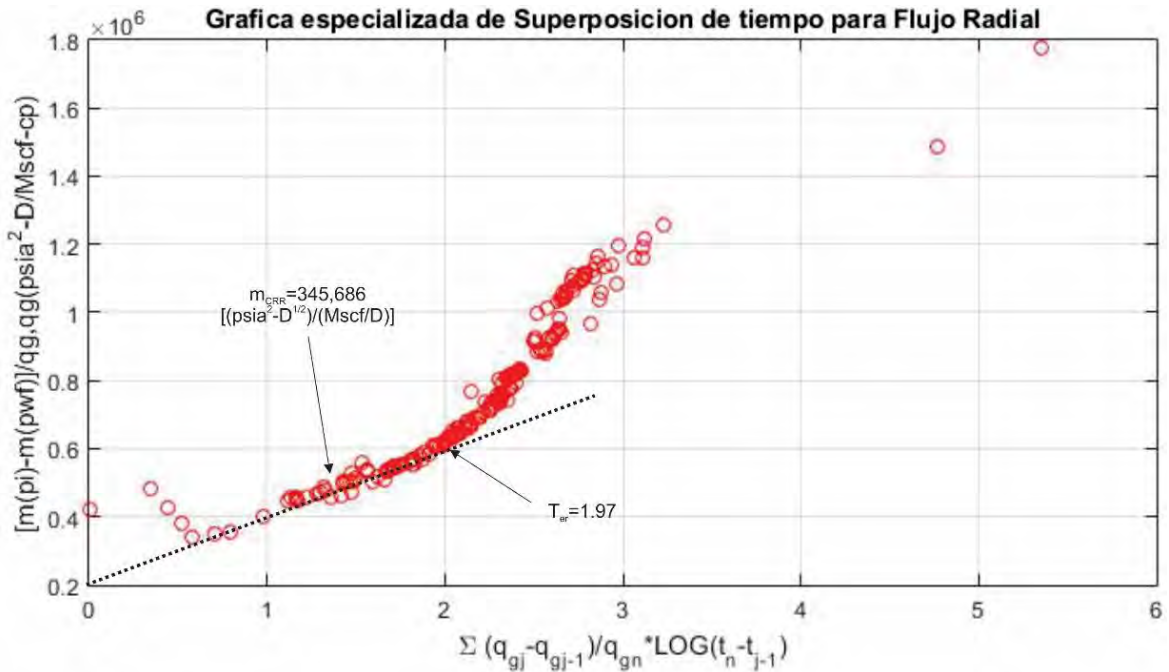


Ilustración 5-40 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo radial de la primera sección del histórico de producción del pozo Shale A.

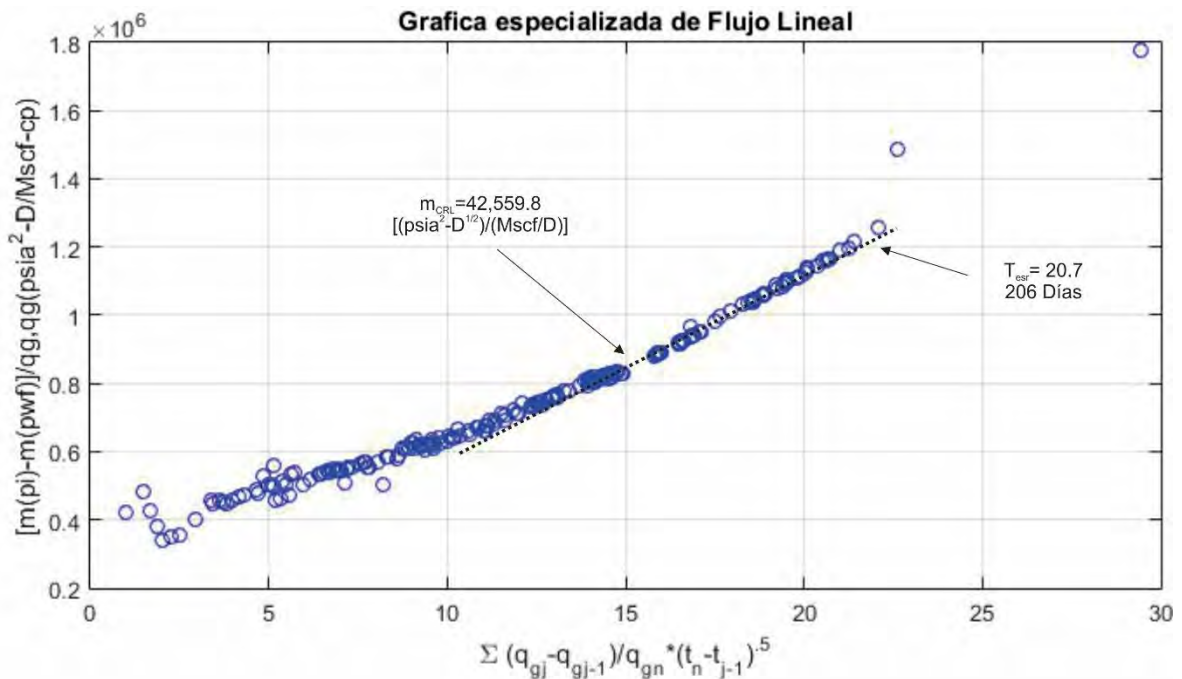


Ilustración 5-41 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra tiempo para flujo lineal de la primera sección del pozo Shale A.

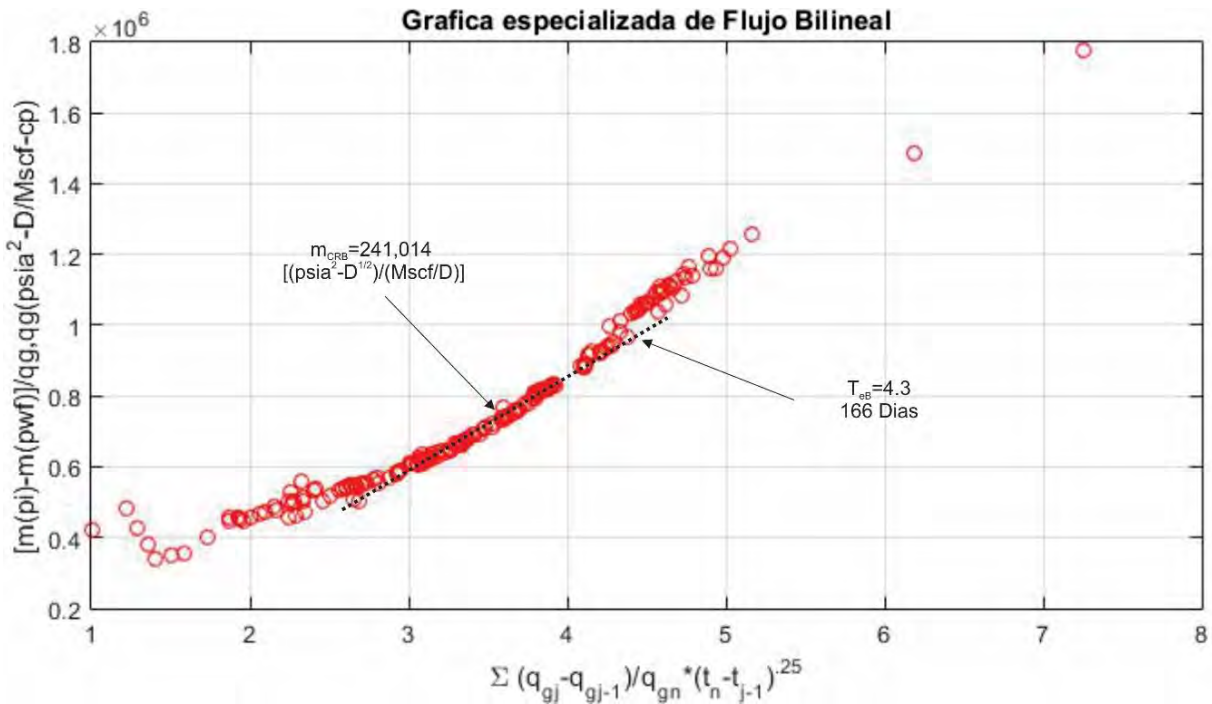


Ilustración 5-42 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo Bilineal de la primera sección del pozo Shale A.

En **Fig. 5-42** podemos observar la gráfica especializada de flujo bilineal de $\frac{[m(p_i)-m(p_{wf})]}{q_g} \text{ vs } \frac{\sum q_{gj}-q_{gj-1}}{q_{gn}^{0.25}\sqrt{t_n-t_{j-1}}}$. Podemos observar un comportamiento de línea recta, el cual comienza a los 4 días y termina $T_{eB} = 3.05(60 \text{ días})$. La línea recta tiene una pendiente de $m_{CRB} = 241,014 \left[\text{psia}^2 - \frac{D^3}{Mscf} - cp \right]$ y con una intersección en cero.

Se procedió a hacer el análisis de la segunda parte de los datos del pozo mediante graficas especializadas. La **Fig. 5-43** muestra en análisis del régimen de flujo radial con una gráfica especializada de superposición de tiempo contra pseudo- presión normalizada. Debido a las grandes variaciones de gasto de gas se tiene una distorsión en la gráfica especializada, debido a que muestra dos tendencias. Solo se tomó en cuenta la primera tendencia en todas las gráficas especializadas. En la **Fig. 5-43** podemos observar que la primera tendencia tiene una pendiente de $m_{CRR} = 767289 \left[\text{psia}^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$ con una intersección en cero.

Mediante las ecuaciones vistas en el Capítulo 3 se calcularon los parámetros de la **Tabla 5-12 a 5-14**. La **Fig. 5-44** muestra la gráfica especializada del régimen Bilineal, solo se tomó en cuenta la primera tendencia. Se obtuvo una pendiente de $m_{CRB} = 673,570 \left[psia^2 - \frac{D^{.5}}{Mscf} - cp \right]$ con una intersección en $b_{CRL} = 8 \times 10^5 \left[psia^2 - \frac{D^{.5}}{Mscf} - cp \right]$.

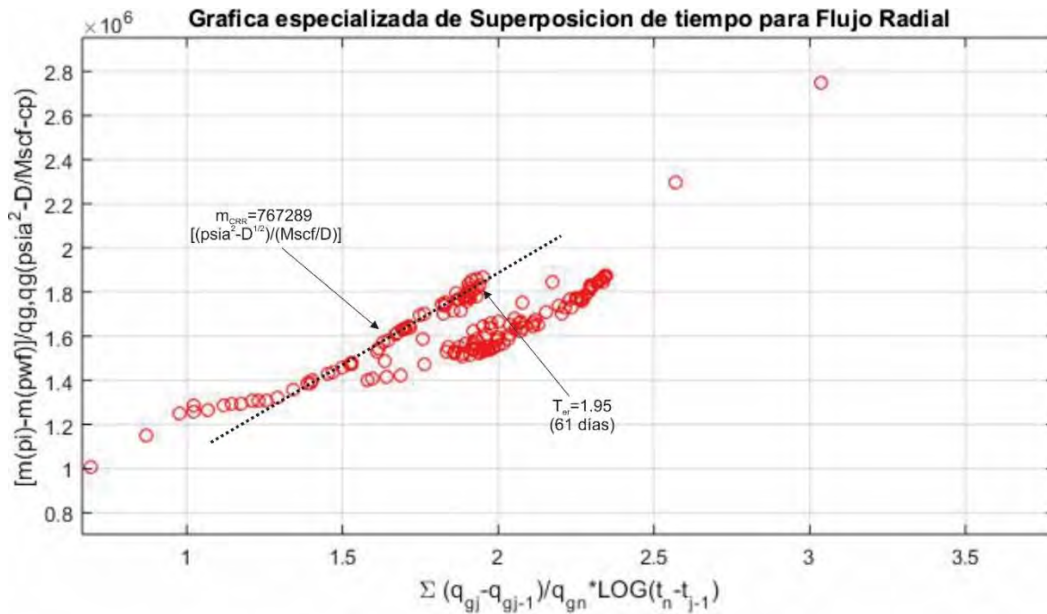


Ilustración 5-43 Gráfica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo radial de la segunda sección de pozo Shale A.

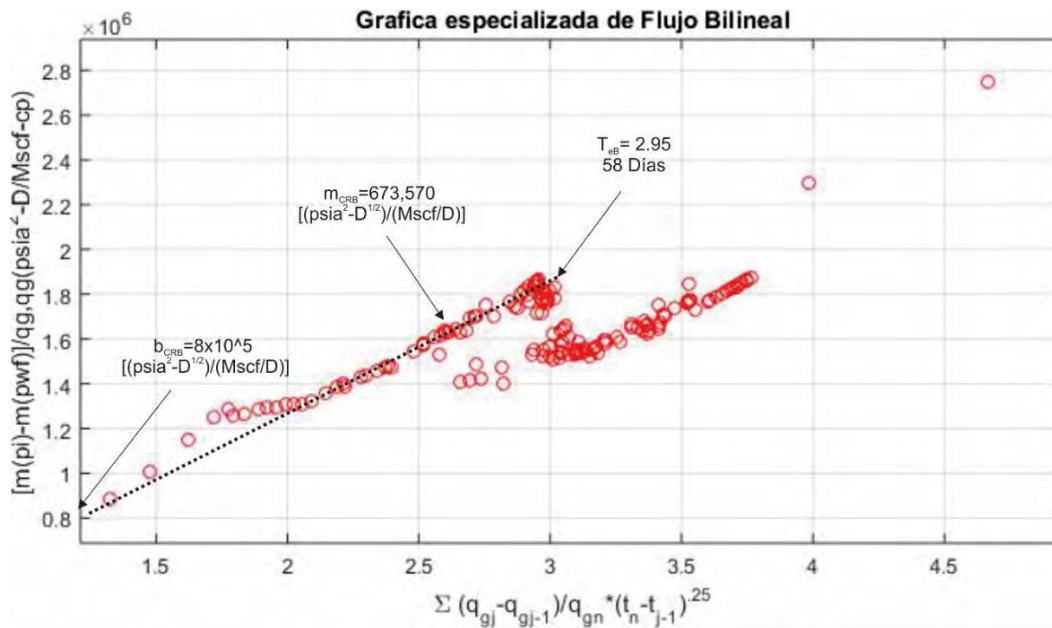


Ilustración 5-44 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo Bilineal de la segunda sección del pozo Shale A.

Después, mediante el método de bello se calculó la permeabilidad de matriz y permeabilidad de la fractura mediante las pendientes de las gráficas especializadas de tiempo normalizado del régimen lineal y bilineal. Para el caso de la presión del pozo se encuentra por arriba de la presión de desorción se obtuvo una permeabilidad de matriz de $k_m = 5.06295e - 05 [md]$ y una permeabilidad de fractura de $k_f = 0.0001307[md]$. Para el caso contrario, donde la presión del pozo se encuentra por debajo de la presión de desorción, y además se tiene un volumen de |máximo absorbido de $V_L = 75 \left[\frac{scf}{ton} \right]$ y una presión de Langmuir de $P_L = 656 [psia]$, se obtuvo un valor de matriz de $k_m = 0.000102883[md]$ y una permeabilidad de fractura de $k_f = 0.00015[md]$.

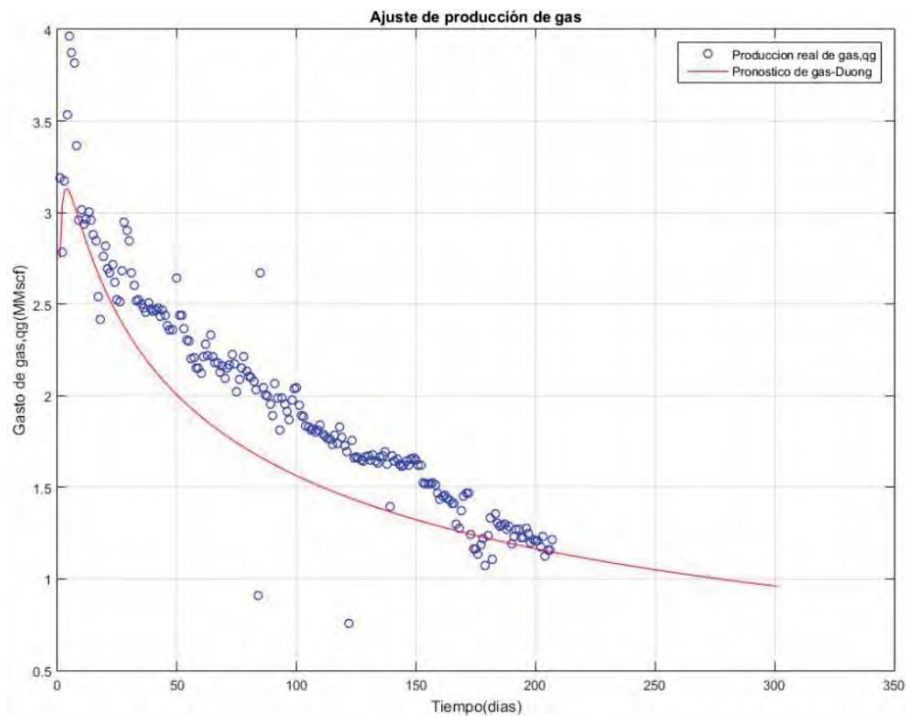


Ilustración 5-45 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Duong del pozo Shale A.

Posteriormente, se realizó el análisis de producción de gas de pozo mediante cinco métodos empíricos de curvas de declinación, únicamente para el primer intervalo del pozo, debido a que las distorsiones de la segunda parte generan errores muy grandes. La **Fig. 5-45** y **Fig. 5-46** muestra el análisis de producción de gas y producción acumulada del yacimiento Shale A mediante el método de Duong. Mediante graficas especializadas y un ajuste de regresión potencial se obtuvo un valor de “ $a=-1.129$ ”, “ $m=1.334$ ” y $q_i = 2.7516 \frac{MMscf}{D}$. Se obtuvo un error de ajuste de **0.2577** del análisis de la producción de gas, pero como se muestra en la **Fig. 5-45**, se tiene mejor ajuste con la producción acumulada del gas. Esto se debe a que se cuenta con muy pocos datos de producción de gas.

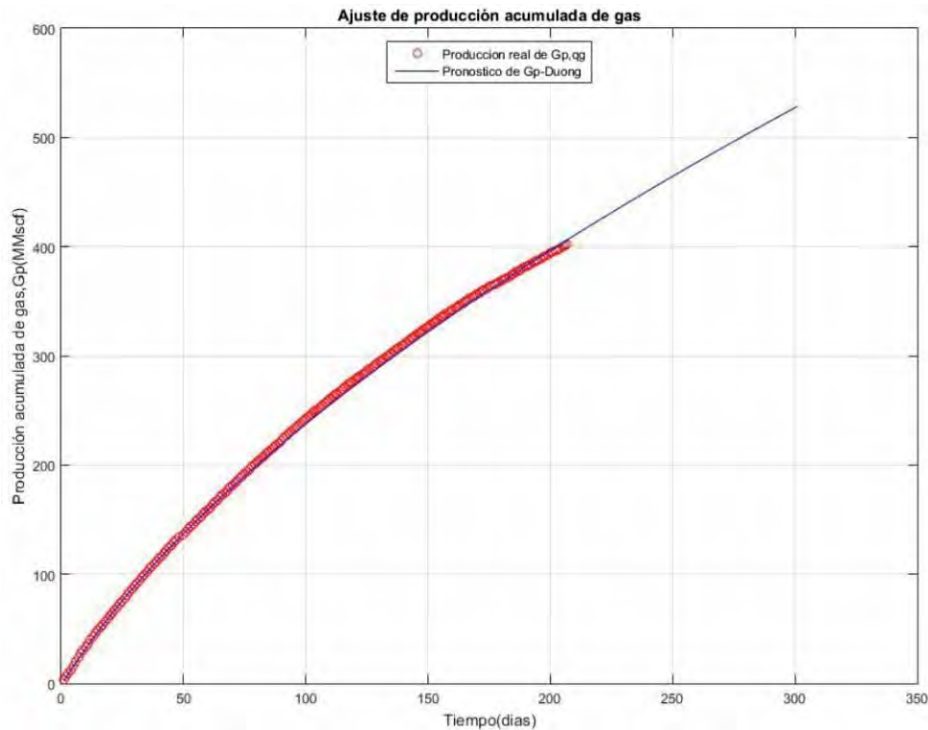


Ilustración 5-46 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de Duong del pozo Shale A.

Las **Fig. 5-47** y **Fig. 5-48** muestran el análisis de la declinación de la producción de gas y producción acumulada de gas, respectivamente, para el pozo Shale A, mediante el método de Declinación de Exponencial Extendida de Valko. Primero se resolvió un sistema de ecuaciones de las producciones acumuladas con la función gamma, al final se obtuvieron los siguientes valores de n y τ :

$$n = 0.36$$

$$\tau = 100$$

$$q_i = 4838.33$$

Al final se obtuvo un error de ajuste de **0.137032**, el cual fue mejor que el obtenido con el método de Duong.

El tercer método que se analizó fue el método modificado de declinación exponencial extendida de Yu y Miocevic (YU & Miocevic, An Improved Method to Obtain Reliable Production and EUR Prediction for Wells with Short Production History in Tight/Shale Reservoirs., 2013), que a diferencia del método de Valko es un método más sencillo de usar. Primero se hizo una gráfica log-log $\log(q_0/q(t))$ vs tiempo del cual se seleccionó el intervalo de 9 a 150 días, dado que fue el rango de datos donde se encontró una tendencia lineal. Posteriormente, de la gráfica anterior se obtuvieron los valores de $n = 0.49455$ y $\tau = 176.093$, los cuales se utilizaron para el pronóstico de la producción de gas y producción acumulada de gas, como se muestra en la **Fig. 5-49** y **Fig. 5-50**. Al final se obtuvo un error de ajuste de **0.12225**.

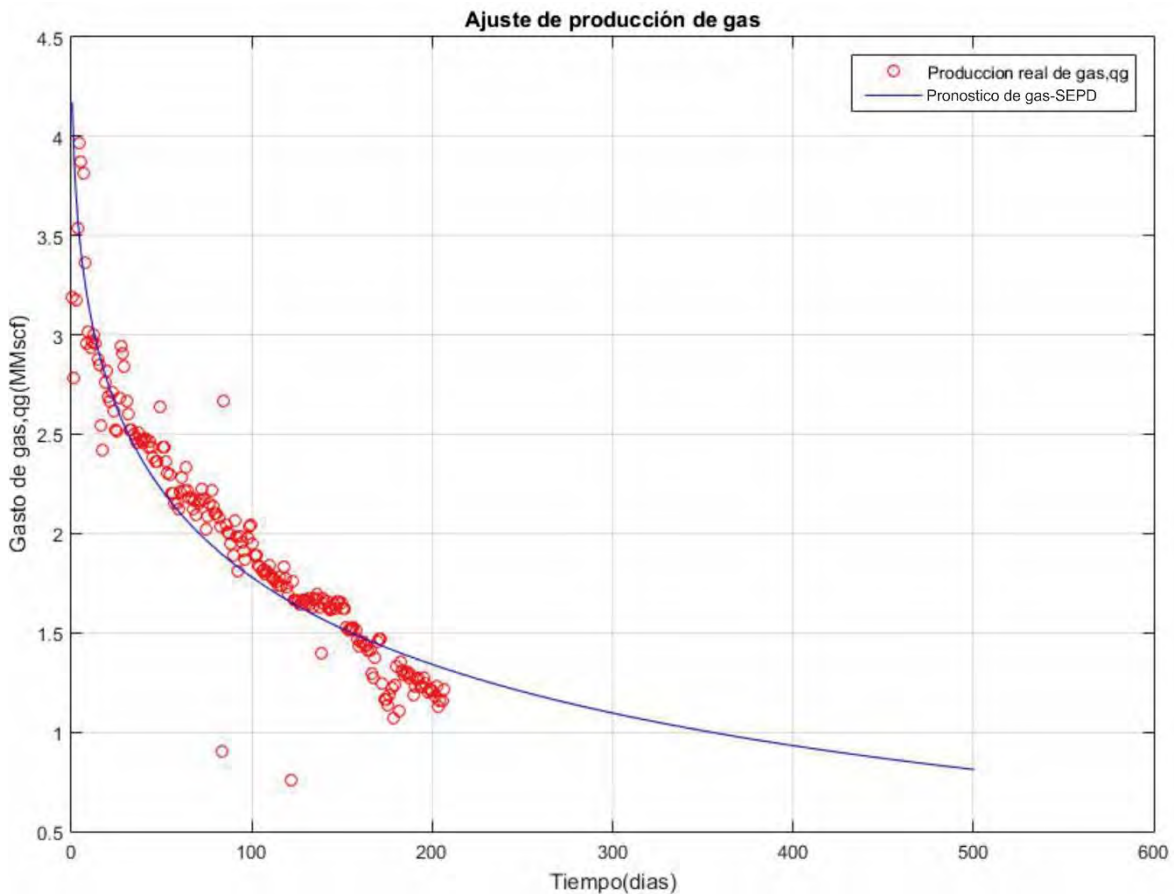


Ilustración 5-47 Ajuste de la producción de gas mediante el método de SEPD del pozo Shale A.

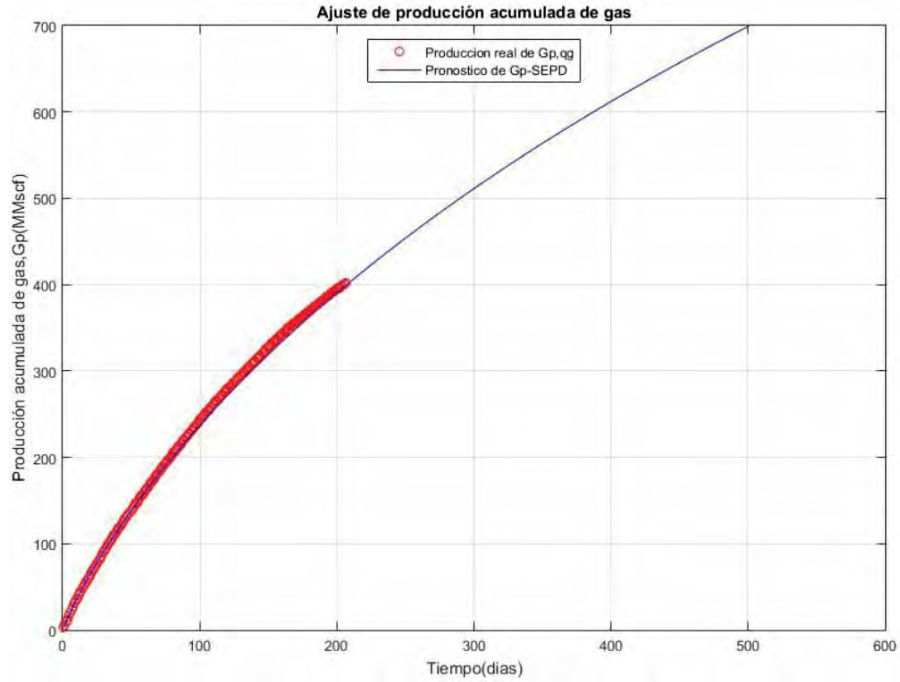


Ilustración 5-48 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de SEPD del pozo Shale A.

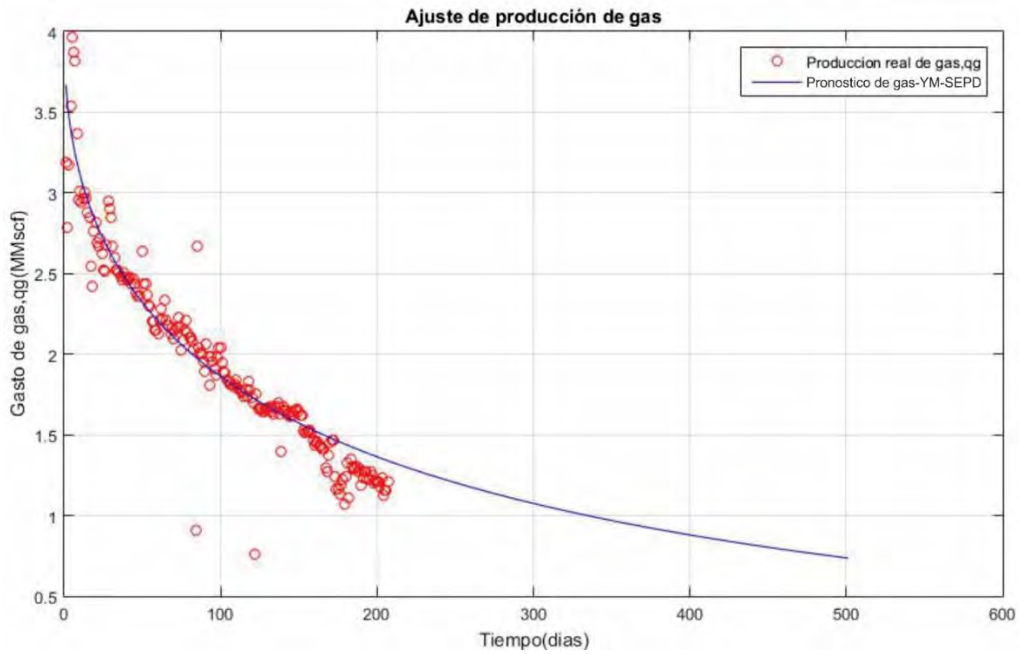


Ilustración 5-49 Ajuste de la producción de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo Shale A.

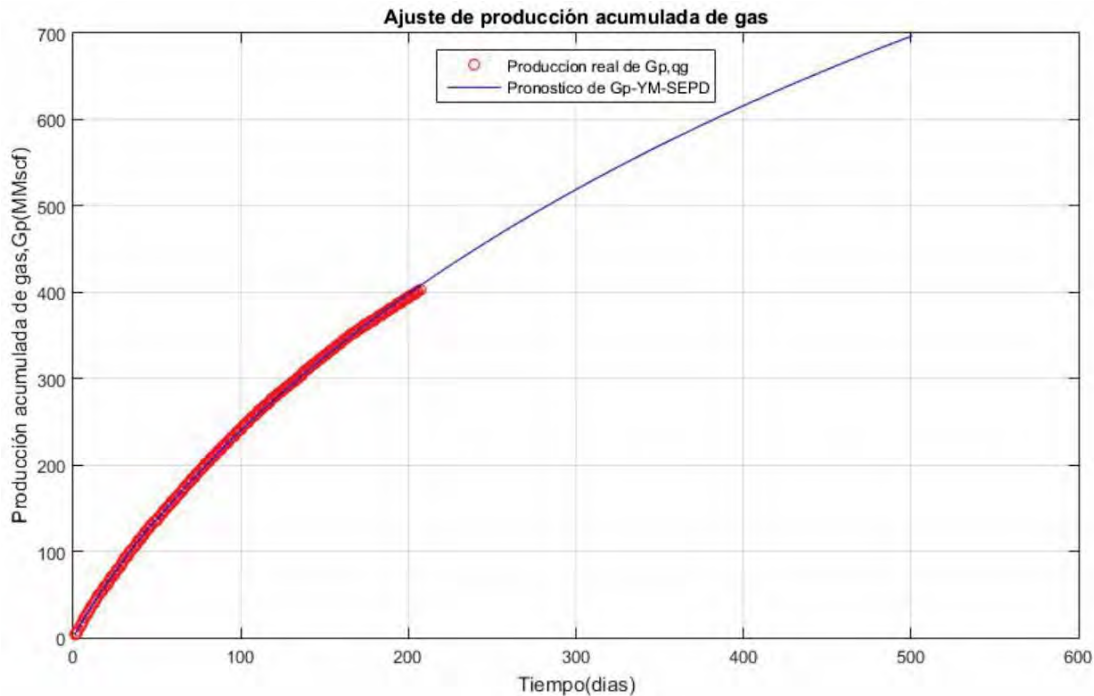


Ilustración 5-50 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo Shale A.

La **Fig. 5-51** muestra el análisis de la declinación de pozo Shale a mediante el método de potencias presentado por Ilk (Ilk, Rushing, A., & Blasingame, 2008a) (IIK, Perego, Rushing, & Blasingame, 2008b). Primero se calcularon los parámetros “D” y “b” mediante el método diferencia numérica de Bourdet. Posteriormente, se calculó $\frac{dq}{dt}$ mediante el método de diferencia numérica de Bourdet y se graficó $\frac{1}{D} = -\frac{q}{dq/dt}$ vs tiempo para poder calcular siguientes parámetros:

$$n = 1 - m = 1.09727$$

$$Di = \frac{D1}{n} = 0.0025368$$

$$D_1 = int. = 0.002783$$

$$D_\infty = 0$$

$$q_i = 2.8 \frac{Mscf}{D}$$

Por último, se calculó el pronóstico de producción de gas con la **Ec. 5.4**, obteniendo un Error del **0.140666** como se puede observar en el ajuste de la **Fig. 5-51**.

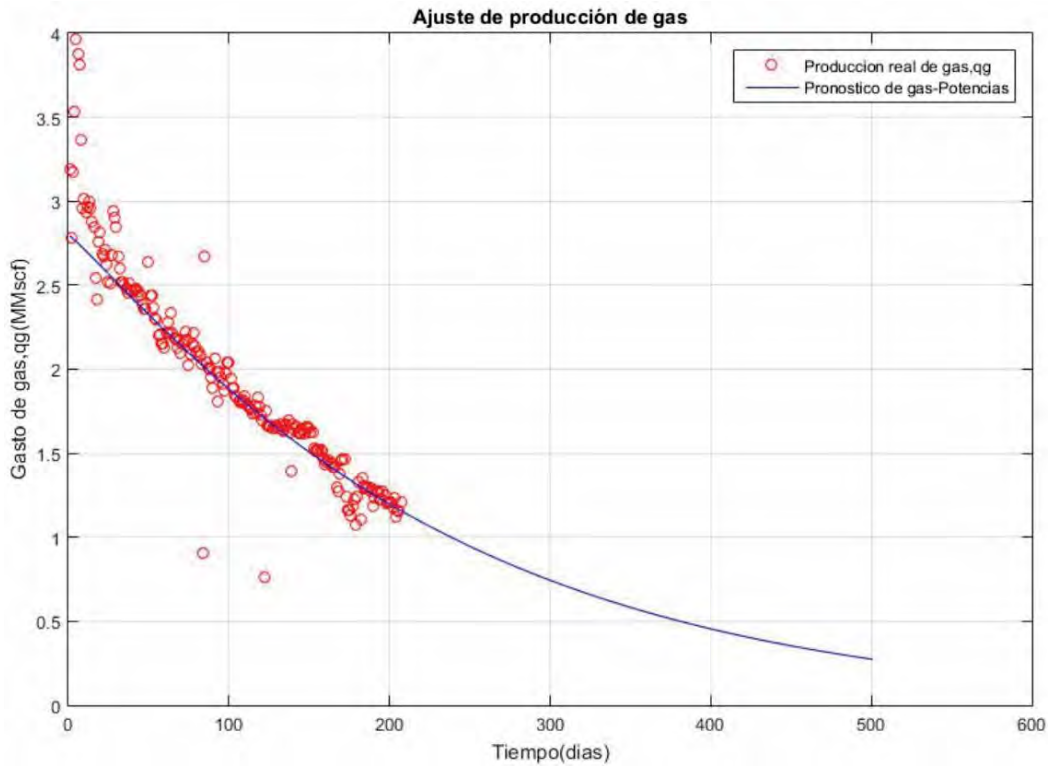


Ilustración 5-51 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Potencias del pozo Shale A.

La **Fig. 5-52 y 5-53** representa en análisis de la declinación de producción de gas y producción acumulada de gas, respectivamente. Mediante la función de regresión no lineal `modelfun` de `matlab` se calcularon los siguientes parámetros

Tabla 5-6 Resultados modelo Crecimiento Logístico- Shale A

K	1.19061
n	0.961445
a	328.068
b	2.62409e+08

Al final se obtuvo un error de ajuste de producción de gas de **0.45115**, el cual fue el peor resultado de ajuste obtenido para producción de gas, pero en la producción acumulada se obtuvo un ajuste muy bueno.

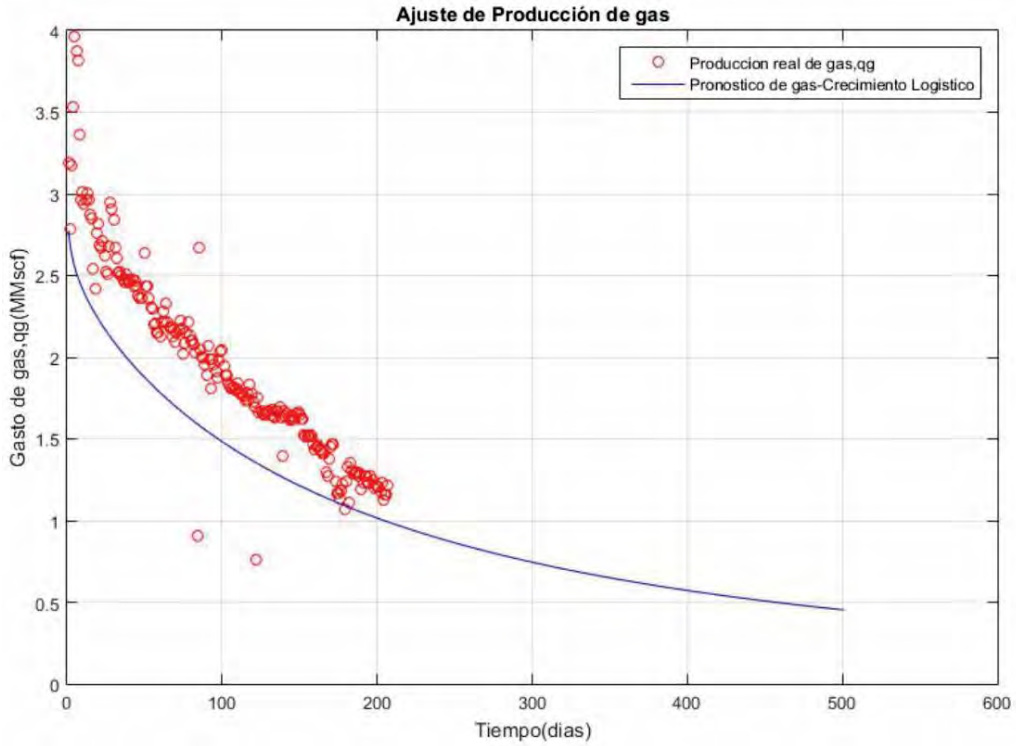


Ilustración 5-52 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo Shale A.

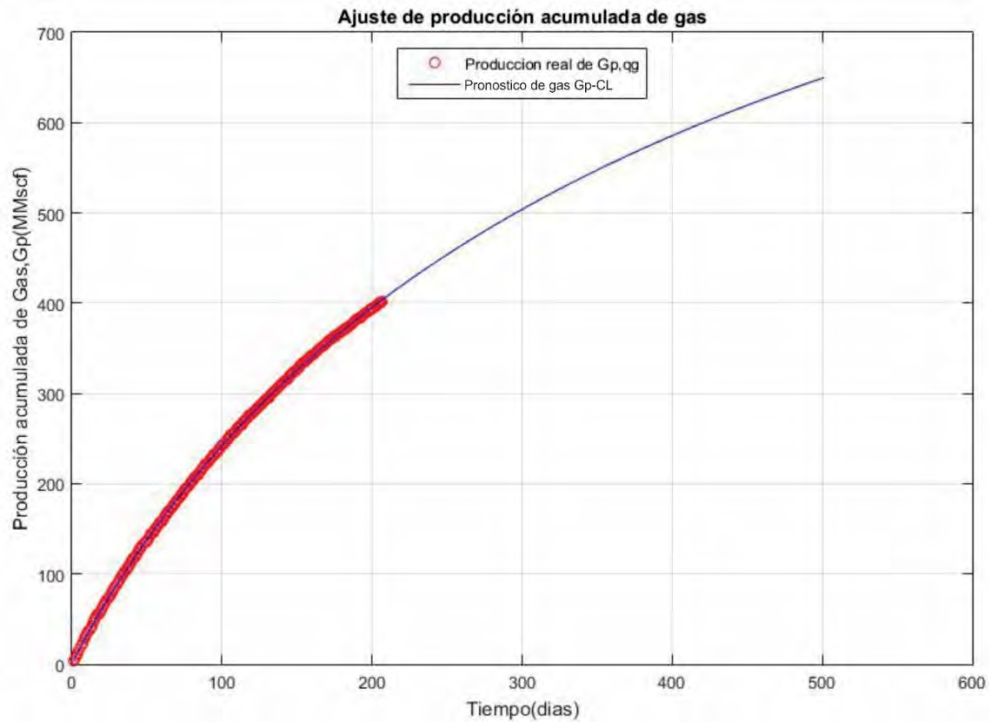


Ilustración 5-53 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de crecimiento logístico del pozo Shale A.

Pozo Shale C. El tercer pozo que se analizó fue el denominado Shale C, el cual cuenta con una historia de producción de 1274 días, pero tiene muchas fluctuaciones en la producción, además se supusieron algunos datos del yacimiento y fluidos, **Tabla 5-7**. Se hizo un filtrado de datos mediante el método de medial móvil para suavizar la producción y obtener mejores resultados al momento de aplicar los métodos empíricos, **Fig. 5-55**.

Las **Fig. 5-56** muestra la gráfica de diagnóstico de flujo con ejes log-log de la producción de gas acumulada contra el tiempo de producción, G_p vs t para el pozo Shale C. De igual manera, la **Fig. 5-57** muestra una gráfica de diagnóstico de flujo con ejes log-log de la caída de pseudo- presión y el gasto de flujo de gas contra el tiempo de producción, $\Delta m(p)/q_g$ vs t . En la **Fig. 5-56** se muestra un flujo bilineal temprano con pendiente de un cuarto, el cual se comienza a desviar a los 132 días de producción. A los 132 días se comienza una tendencia de media pendiente, lo cual confirma un régimen de flujo lineal que termina a los 560 días. En análisis de flujo muestra el alcance de la primera frontera a los 211 días, **Fig. 5-57**. Al final se identifica una tendencia de flujo pseudo- estacionario (PSS), ya que la curva de la caída de la pseudo- presión, **Fig. 5-57**, se dobla desde la media pendiente hacia abajo a los 1000 días.

Tabla 5-7 Datos generales pozo Shale C

Datos Generales		
Fecha		
Campo		
Pozo	Shale C	
Tipo de gas	Seco	
Datos del Yacimiento		
Presión inicial, p_i	5100	psia
Presión de fondo Fluyendo, p_{wf}	500.00	psia
Temperatura Inicial, T_i	210	°F
Saturación de Agua, S_w	0.25	fracción
Porosidad, f	0.05	fracción
Radio del pozo	0.27	ft
Compresibilidad de la formación, C_f	4×10^{-6}	psia ⁻¹
Espesor, h	300	ft
Datos del Fluido		
Gravedad específica del gas (air = 1), g_g	0.600	psia
Ácido Sulhídrico H ₂ S	0.000	Fracción mol
Dióxido de Carbono, CO ₂	0.020	Fracción mol

Nitrógeno, N₂	0.001	Fracción mol
Temperatura @ s.c.	60.00	°F
Presión @ s.c.	14.70	psia
Datos de Desorción		
VL	65	scf/tom
PL	250	psia
ρ_r	2.8	gr/cm ³
SRV	4444623155	ft

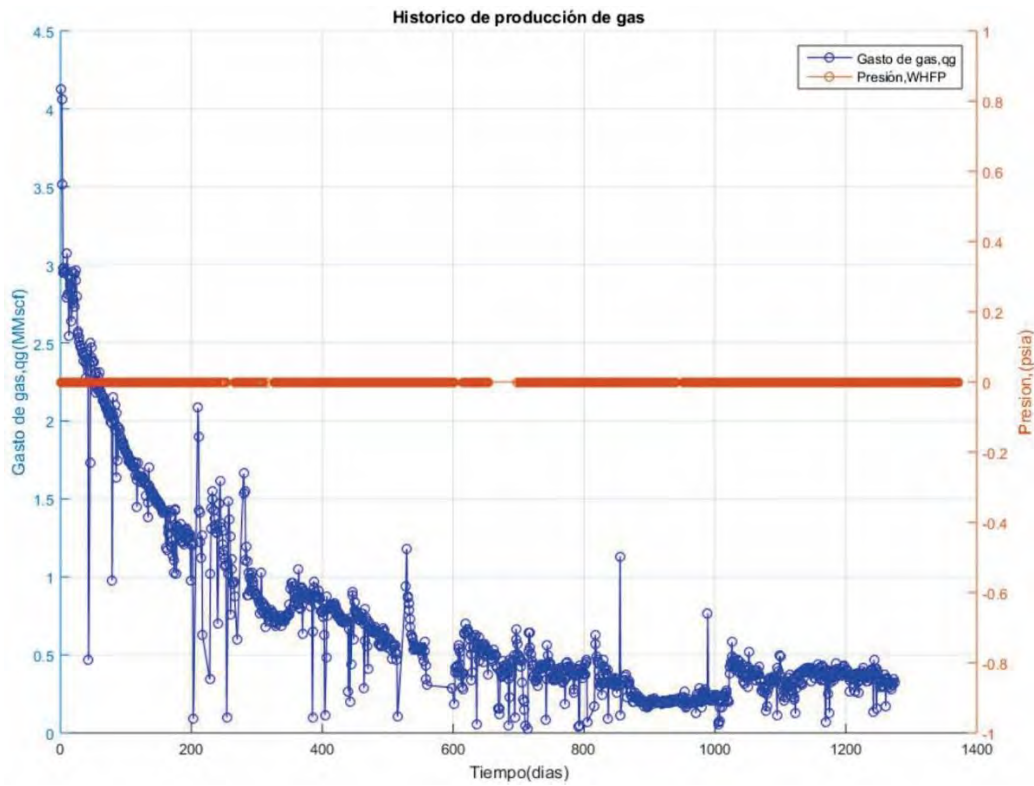


Ilustración 5-54 Histórico de producción de gas del pozo Shale C.

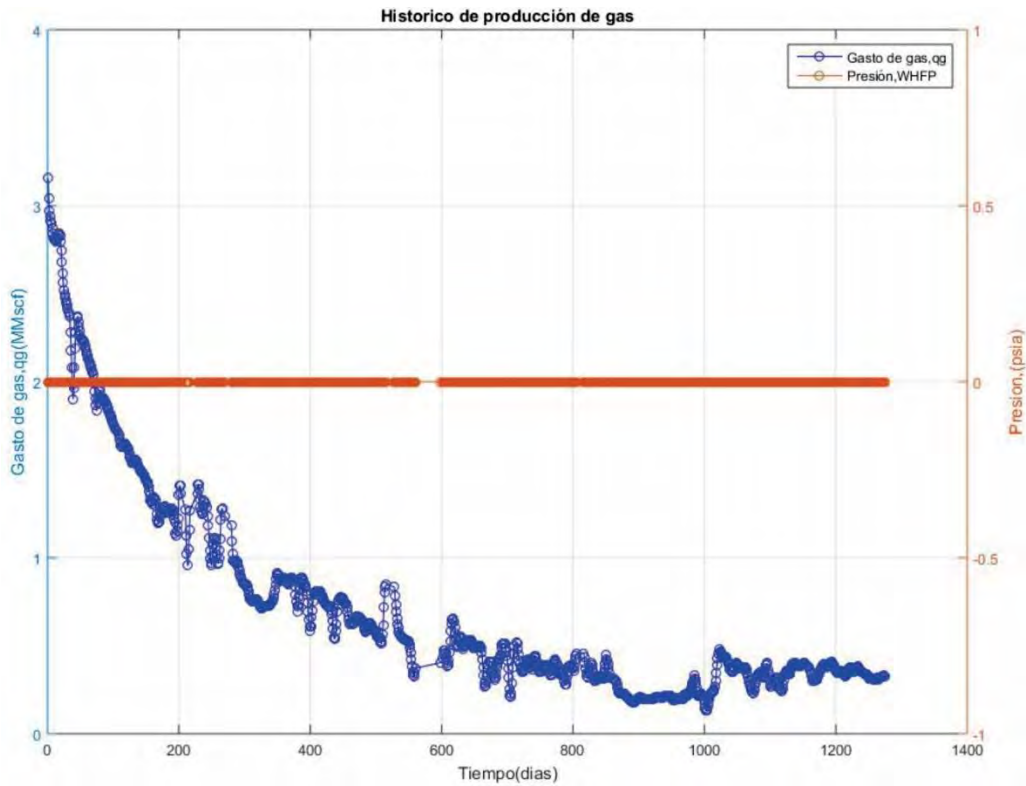


Ilustración 5-55 Histórico de producción suavizado mediante el método de media móvil del pozo Shale C.

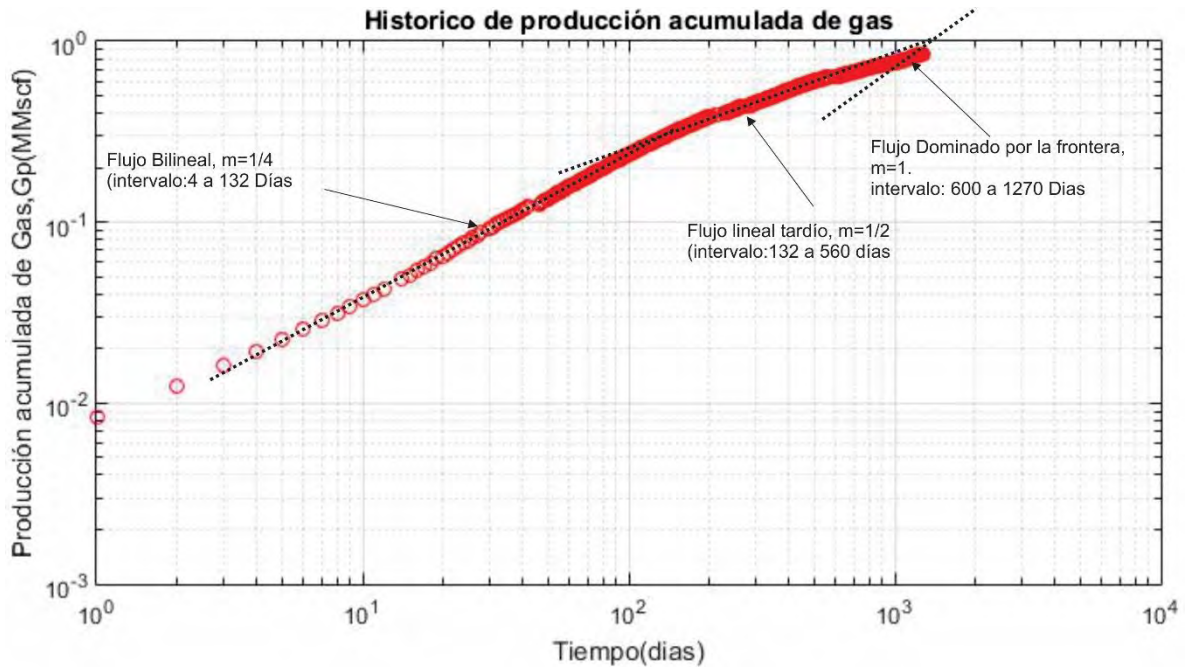


Ilustración 5-56 Grafica de diagnóstico de flujo de producción acumulada contra tiempo del pozo Shale C.

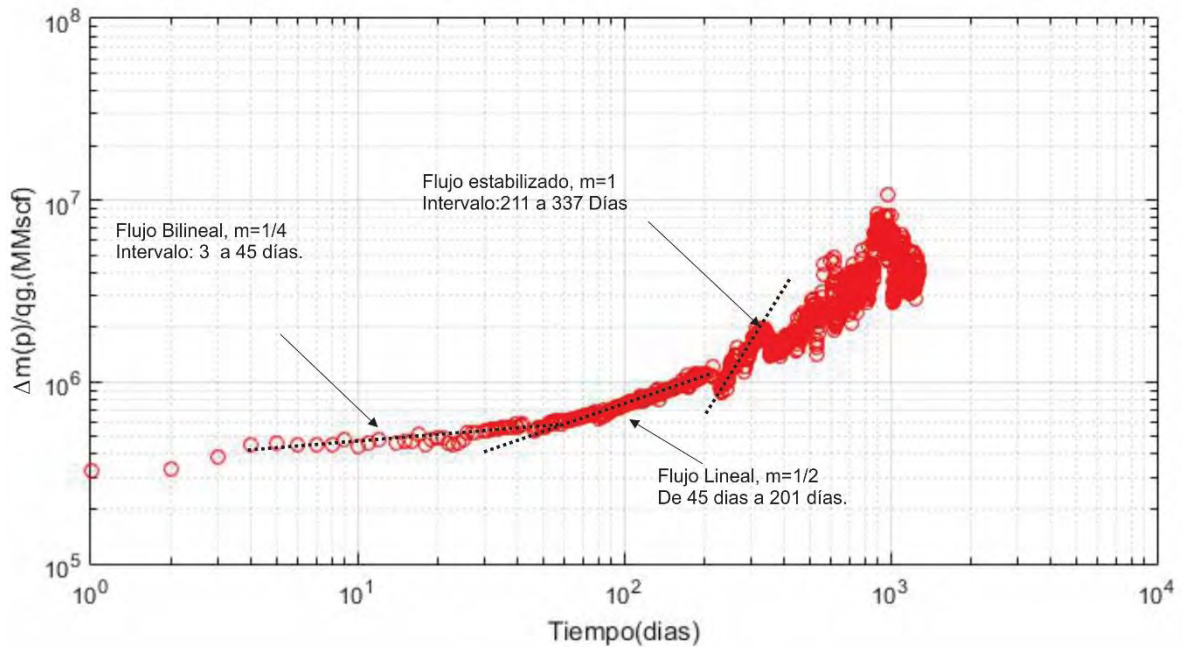


Ilustración 5-57 Grafica de diagnóstico de flujo de pseudo- presión normalizada contra tiempo del pozo Shale C.

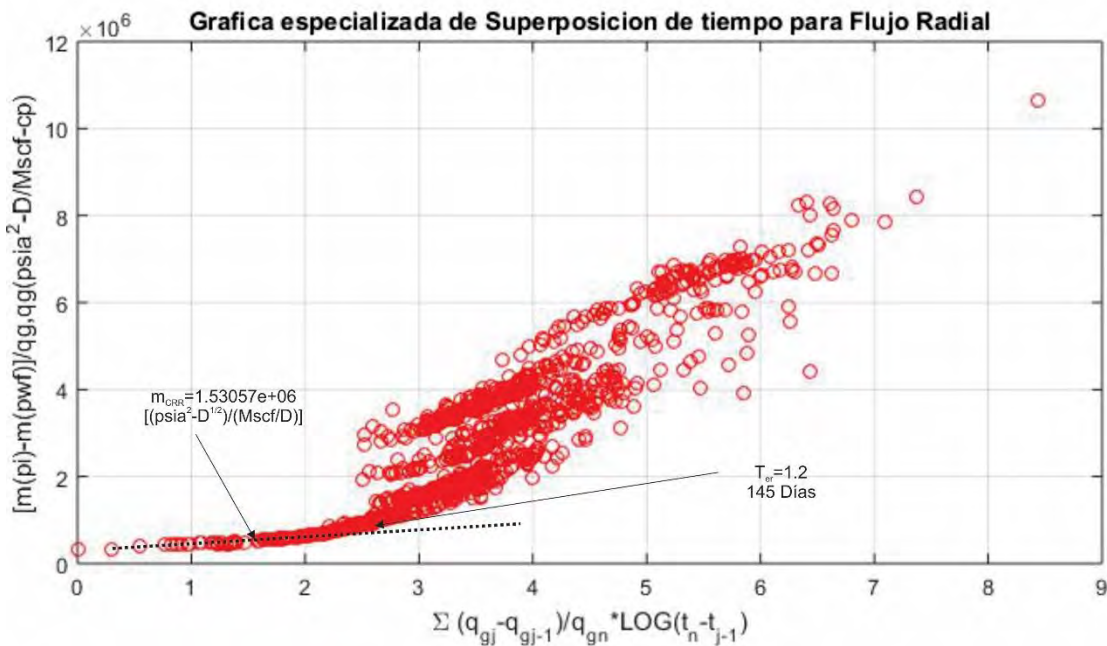


Ilustración 5-58 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo de flujo radial del pozo Shale C.

Para el análisis de los distintos regímenes de flujo del pozo Shale C, se utilizó la técnica de superposición de tiempo, debido a que los datos de producción de gas cuentan con muchas variaciones. La **Fig.5-58** muestra la gráfica especializada de

$\frac{\Delta m(p)}{q_g}$ vs *superposicion de tiempo* $\text{Log}(t)$ para el pozo Shale C. Como se muestra en la **Fig. 5-58**, los datos de producción siguen una tendencia de línea recta con una pendiente de $m_{CRR} = 1.53 e + 06 \left[\text{psia}^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$ y ordenada a cero, la línea recta se comienza a desviar a los 145 días. Mediante el análisis de ecuaciones de interpretación del capítulo 3 para flujo radial bajo la condición de presión de fondo fluyendo constante, P_{wf} , se estimaron los siguientes valores: $k = 0.00239 \text{md}$ y $s = -5.69816$.

En la **Fig. 5-59** los datos de producción se analizaron mediante la gráfica especializada de $\frac{\Delta m(p)}{q_g}$ vs *superposicion de tiempo* \sqrt{t} . Se observa un comportamiento en línea recta con pendiente $m_{CRL} = 70,583.4 \left[\text{psia}^2 - \frac{D^{.5}}{Mscf} - cp \right]$ y una intersección a la ordenada en cero. Se utilizaron las ecuaciones de interpretación, capítulo 3, para flujo línea bajo la condición de presión de fondo fluyendo constante, P_{wf} , para estimar un área de drene de $A = 17.5186 [\text{Acres}]$, distancia de la fractura hidráulica a la frontera de $Y_e = 442.735 [\text{ft}]$ y un valor mínimo de volumen original de gas, $G = 21.4364 \text{Bscf}$.

El análisis de los datos de producción de gas mediante la gráfica especializada de la **Fig. 5-60** muestran la tendencia línea, lo que confirma la existencia de un régimen de flujo bilineal. La línea recta de la **Fig. 5-60** tiene una pendiente de $m_{CRB} = 70583.4 \left[\text{psia}^2 - \frac{D^{\frac{3}{4}}}{Mscf} - cp \right]$ y una ordenada en cero. La línea recta comienza a desviarse a los 881 días de producción. Se calculo un valor de factor de daño de la formación $S_1 = -9.628$ y la raíz de la permeabilidad de mayor flujo por el ancho de la fractura de $\sqrt{k_1 w} = 5629.41$.

En las gráficas de diagnóstico de flujo de identifico un régimen de flujo pseudo-estacionario al final de la producción de gas. Mediante la gráfica especializada de diagnóstico de flujo dominado por la frontera, **Fig. 5-61**, se identificó una tendencia lineal con pendiente de $m_{SSP} = 52.4133 \left[\text{psia}^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$ y una ordenada $b_{SSP} = 1.5 \times 10^6 \left[\text{psia}^2 - \frac{D}{Mscf} - cp \right]$. Se obtuvieron valores de $Vp = [MMrcf]$ y volumen original de gas de $G = 30.33 \text{Bscf}$.

Para el cálculo de la permeabilidad se utilizó el método de bello para dos casos: debajo de la presión de desorción y arriba de la presión de desorción.

Para el primer caso se utilizó las pendientes de las gráficas especializadas de flujo bilineal $[m(p_i - m(p_{wf}))]/q_g$ vs $t^{1/4}$ y flujo lineal $[m(p_i - m(p_{wf}))]/q_g$ vs $t^{1/2}$, de las cuales se obtuvo un una permeabilidad de matriz de $k_m = 0.00170443 [\text{md}]$ y una permeabilidad de fractura $k_f = 9.14333e - 06 [\text{md}]$. Para el segundo caso se

realizaron las gráficas especializadas de pseudo presión normalizado contra pseudo tiempo para flujo bilineal, $[m(p_i - m(p_{wf}))]/q_g$ vs $(t^*)^{1/4}$, y flujo lineal, $[m(p_i - m(p_{wf}))]/q_g$ vs $(t^*)^{1/2}$. Igual que el primero caso se usaron las pendientes y se obtuvo una permeabilidad de matriz de $k_m = 0.0015824[md]$ y una permeabilidad de fractura de $k_f = 0.0000089311[md]$.

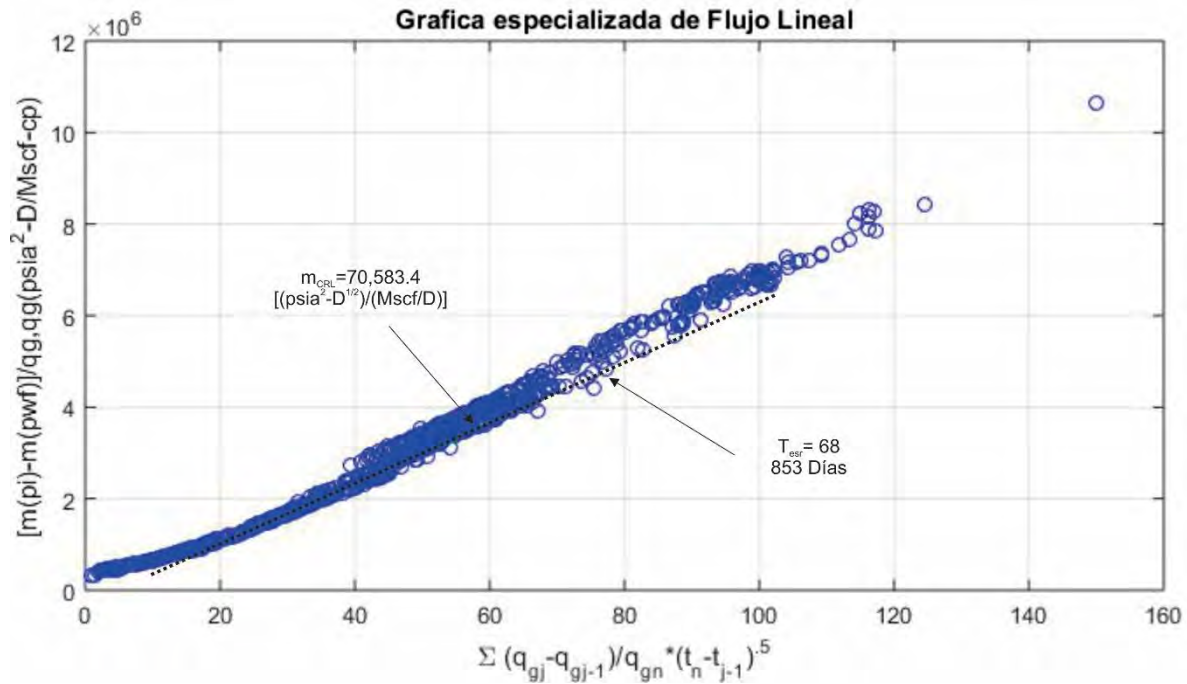


Ilustración 5-59 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo de flujo lineal del pozo Shale C.

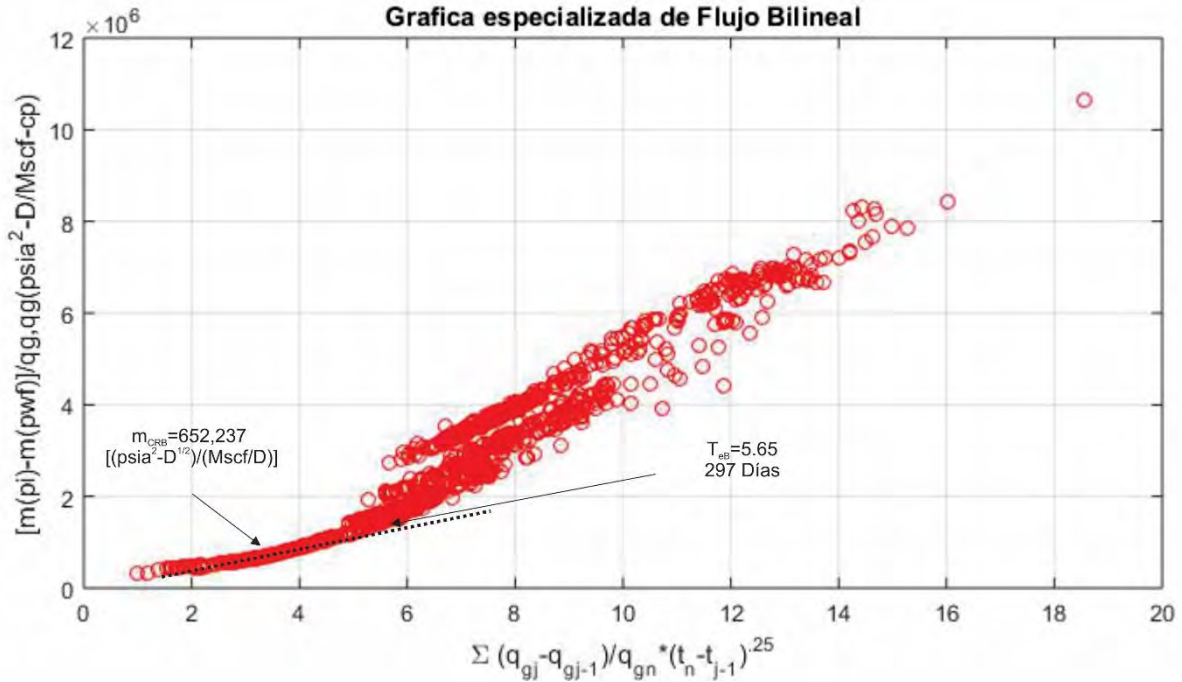


Ilustración 5-60 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para el flujo Bilineal del pozo Shale C.

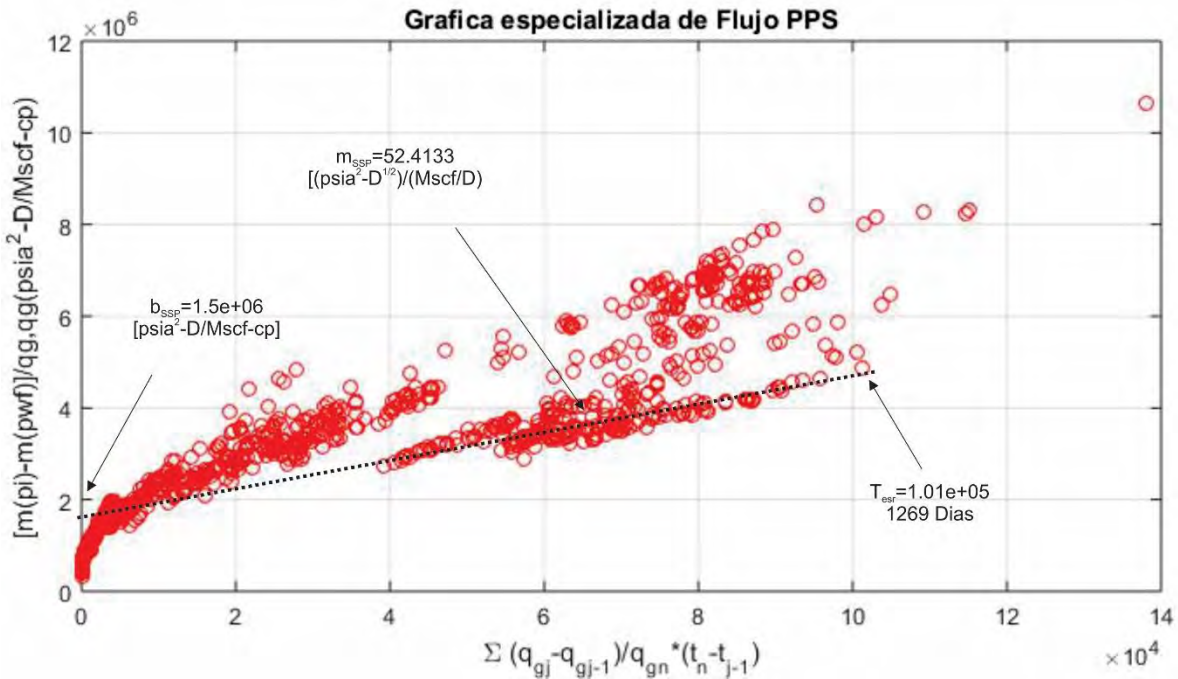


Ilustración 5-61 Grafica especializada de pseudo- presión normalizada contra superposición de tiempo para flujo dominado por la frontera externa del pozo Shale C.

Primero se analizó el pozo mediante el método de Duong, donde se grafico $\log - \log$ de $\frac{q_g}{G_p}$ vs Tiempo mediante una regresión potencial se calculo la pendiente “ $m=-1.20362$ ” y la ordenada el origen “ $a=1.70158$ ”. Después, se grafico q_g vs $t(a, m)$, **Fig. 5-62**, y se obtuvo un gasto inicial de gas de $q_i = 2.35932$. Al final se obtuvo un error de ajuste de producción de gas y gasto acumulado de gas del 0.148938, **Fig. 5-64** y **Fig. 5-65**.

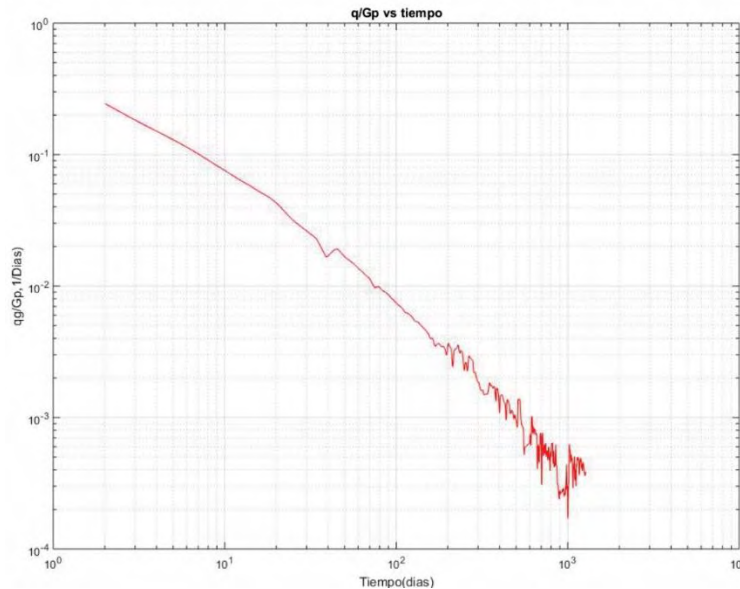


Ilustración 5-62 Grafica especializada de la relación de gasto de gas y gasto acumulado contra tiempo, q_g/G_p vs t , método de Duong del pozo Shale C.

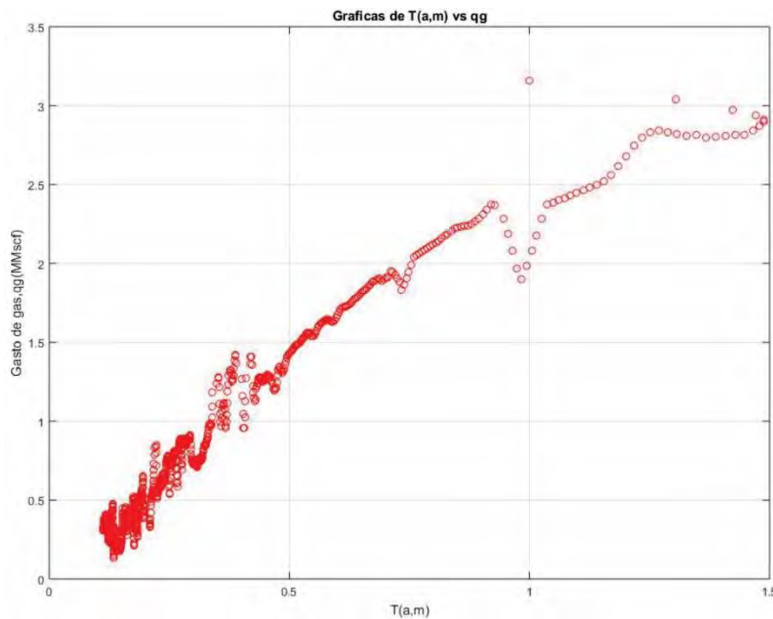


Ilustración 5-63 Grafica especializada de gasto de gas contra $t(a, m)$, q_g vs $t(a, m)$, del pozo Shale C.

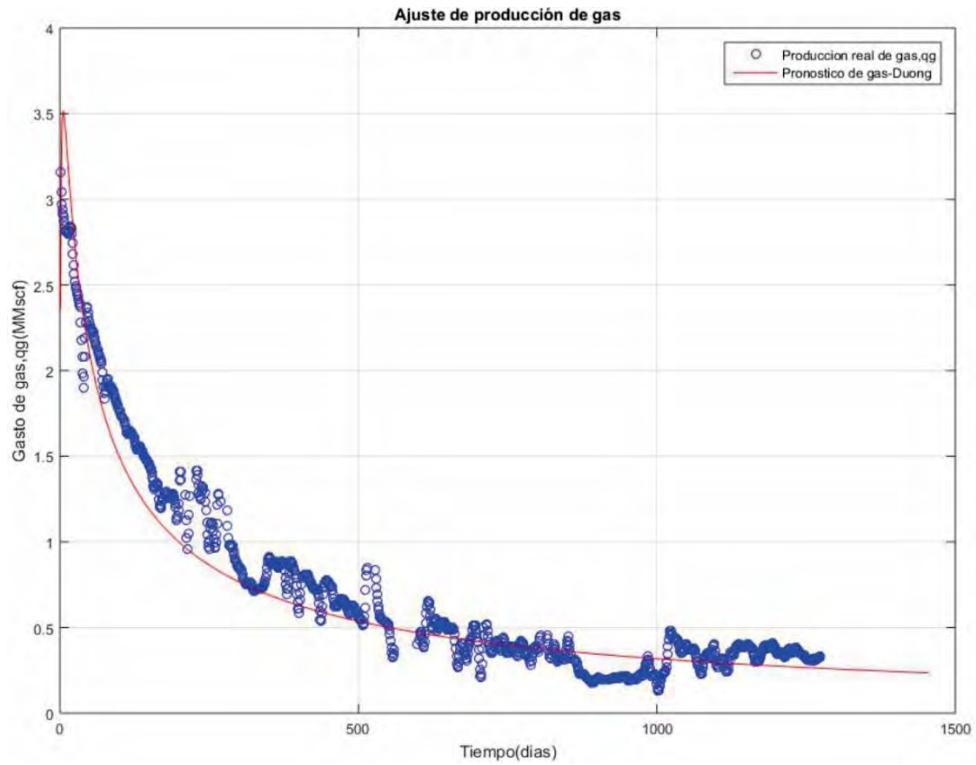


Ilustración 5-64 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Duong del pozo Shale C.

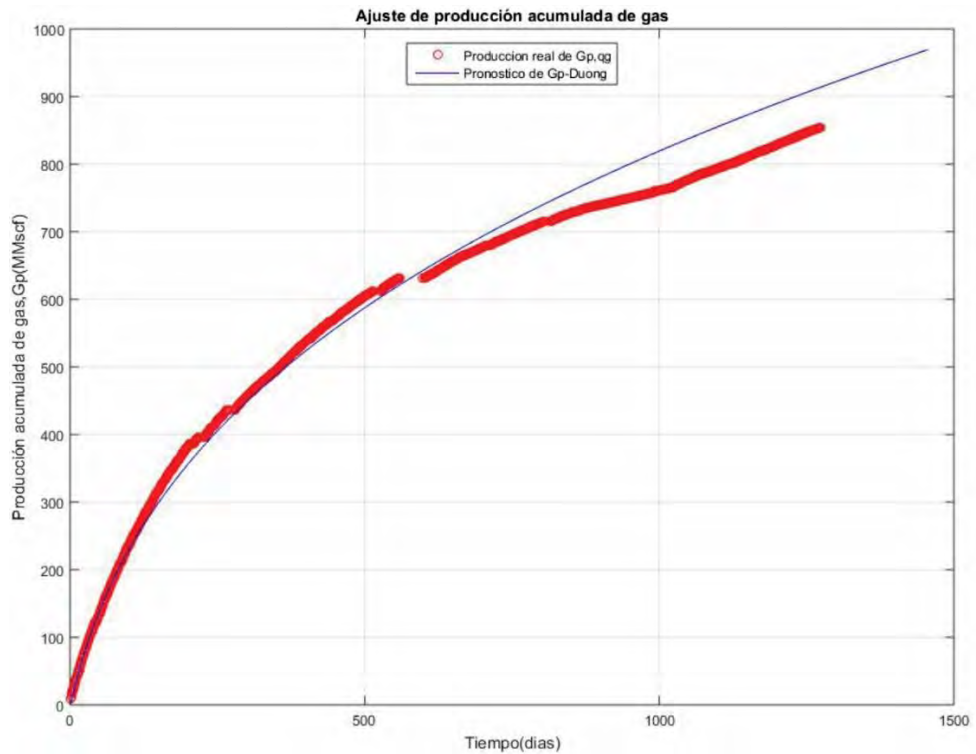


Ilustración 5-65 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de Duong del pozo Shale C.

Para el análisis del método de declinación exponencial extendida de Valkó se obtuvo:

$$q_i = 20024.7 \frac{Mscf}{D}$$

Sustituyendo las relaciones entre producciones acumuladas para los años tres y dos con respecto a la del uno, se desarrolló el sistema de ecuaciones siguiente.

$$\frac{\Gamma\left[\frac{1}{n}\right] - \Gamma\left[\frac{1}{n}, \left(\frac{23.5}{\tau}\right)^n\right]}{\Gamma\left[\frac{1}{n}\right] - \Gamma\left[\frac{1}{n}, \left(\frac{11.5}{\tau}\right)^n\right]} = r_{21}$$

$$\frac{\Gamma\left[\frac{1}{n}\right] - \Gamma\left[\frac{1}{n}, \left(\frac{35.5}{\tau}\right)^n\right]}{\Gamma\left[\frac{1}{n}\right] - \Gamma\left[\frac{1}{n}, \left(\frac{11.5}{\tau}\right)^n\right]} = r_{31}$$

Donde resolviendo el sistema de ecuaciones anterior, se obtienen los valores para los parámetros n y τ :

$$n = 0.2$$

$$\tau = 0.$$

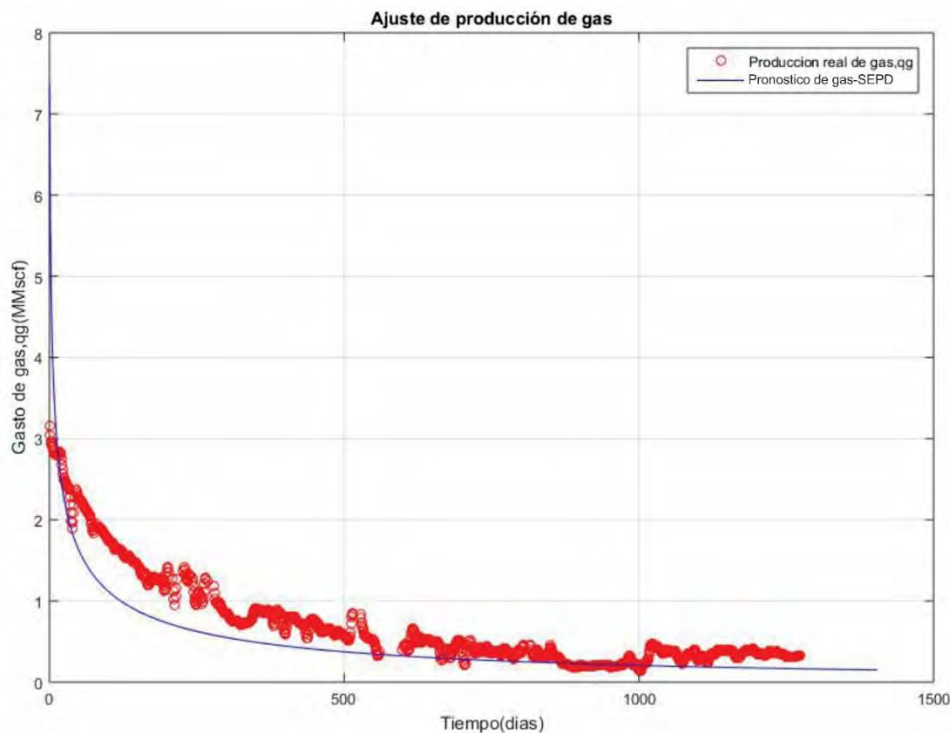


Ilustración 5-66 Ajuste de la producción de gas mediante el método de SEPD del pozo Shale C.

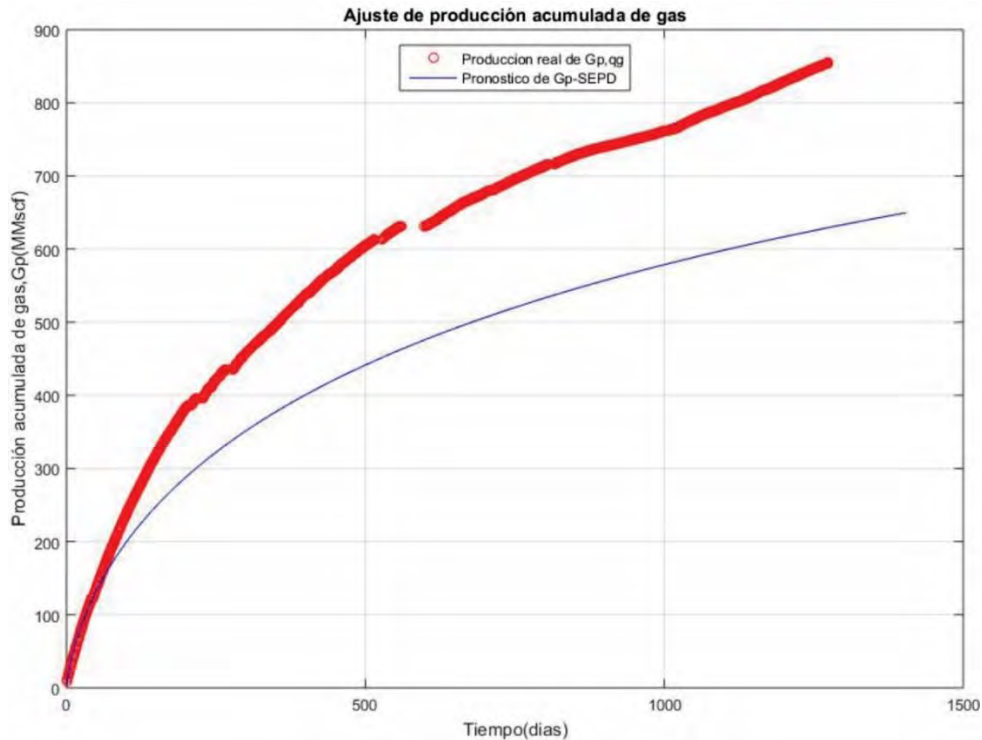


Ilustración 5-67 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método SEPD del pozo Shale C.

En la **Fig. 5-69** y **5-70** se muestra el ajuste de la producción de gas y el ajuste de producción acumulada de gas mediante el método modificado de Declinación Exponencial Extendida, respectivamente. Como se puede observar en la producción de gas se tiene un error de ajuste del 0.334508, lo cual es considerablemente grande, esto se debe a las fluctuaciones en la producción, pero se puede observar un error mayor en el ajuste de producción acumulada, donde es más significativo.

Se comenzó por realizar una gráfica de log-log $\log(q_0/q(t))$ vs tiempo, **Fig. 5-68**, donde se seleccionó el intervalo de 5 a 800 días, debido a su tendencia lineal, para obtener la pendiente de “ $n= 0.645857$ ” y una intersección de “ $Int= 0.0301608$ ”, se utilizó la **Ec.5.6** para calcular τ .

$$\tau = Exp \left[-\frac{Ln(Int)}{n} \right] = 226.112 \tag{5.6}$$

Finalmente se calculó el pronóstico de producción con la **Ec. 5.7**. Se obtuvo un error de ajuste del 0.106011, como se muestra al **Fig. 5-69** y **5-70**.

$$q = q_0 \times Exp \left[-\left(\frac{t}{\tau}\right)^n \right] \tag{39.7}$$

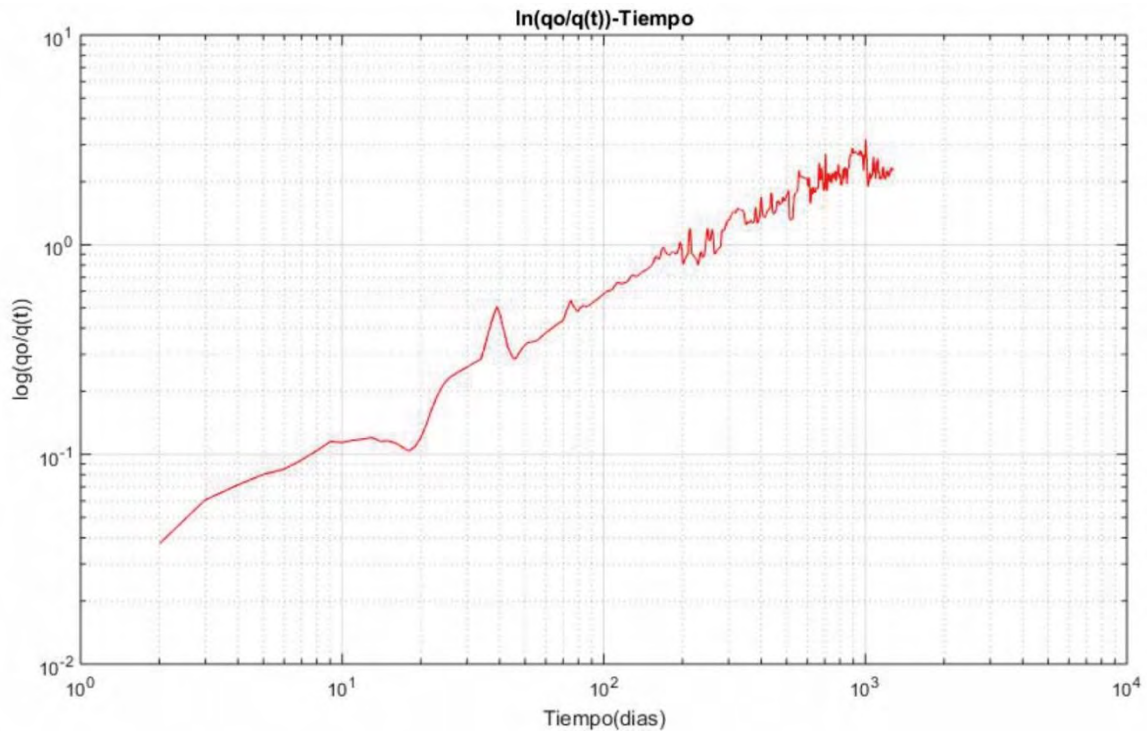


Ilustración 5-68 Grafica especializada del método de YM-SEPD del pozo Shale C.

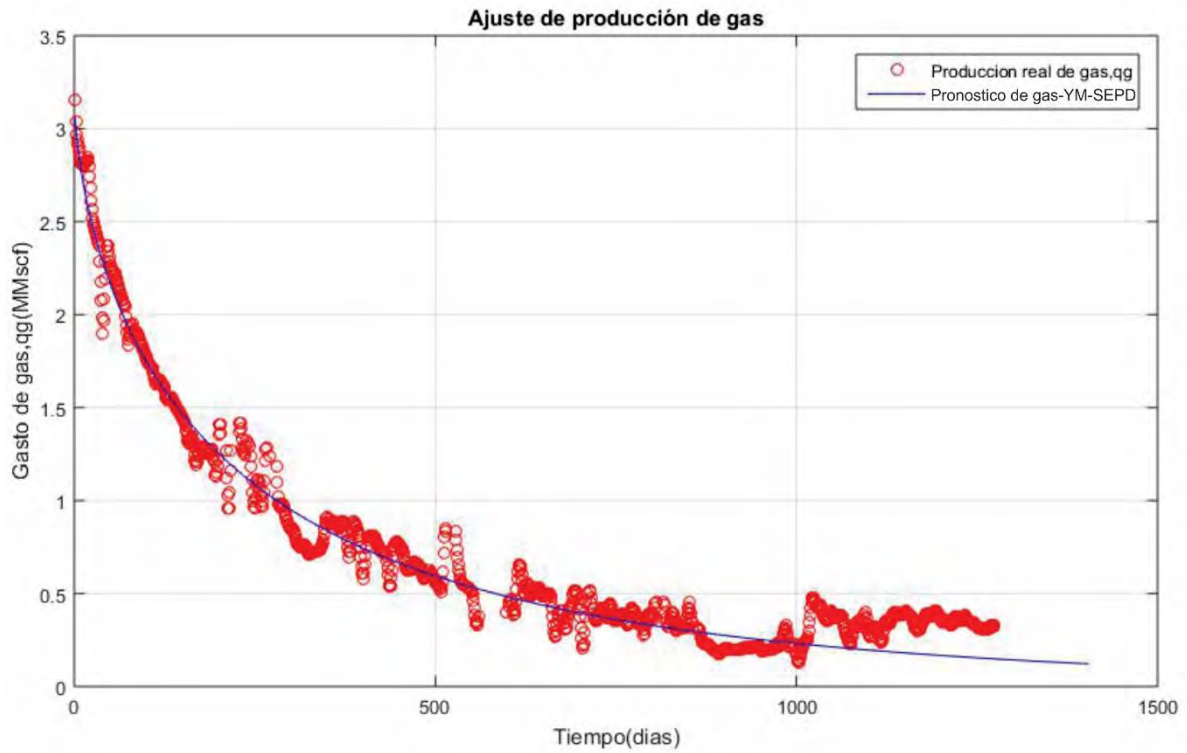


Ilustración 5-69 Ajuste de la producción de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo Shale C.

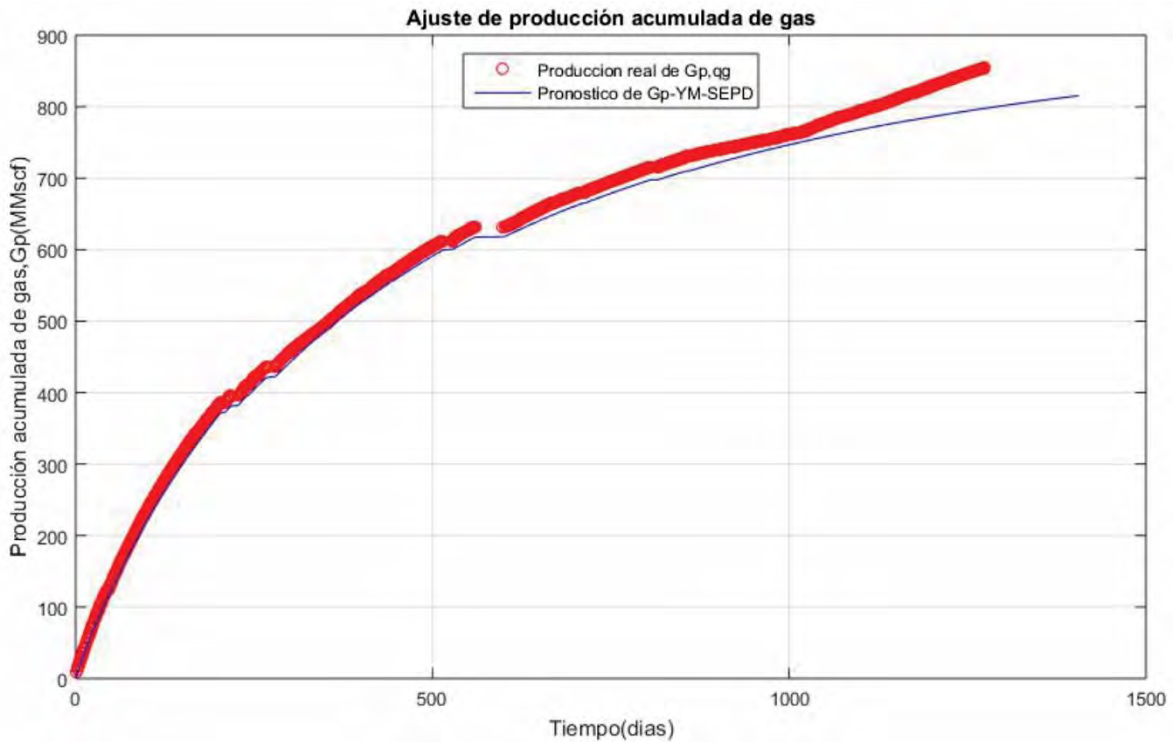


Ilustración 5-70 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de YM-SEPD del pozo Shale C.

Para el análisis mediante el método de potencias de Ik (Ik, Rushing, A., & Blasingame, 2008a) (Ik, Perego, Rushing, & Blasingame, 2008b), primero se aplicó el método de diferencia numérica de bourdet para $\frac{dq}{dt}$, después se graficó $\frac{1}{D} = -\frac{q}{dq/dt}$ vs tiempo, se obtuvo una pendiente y una ordenada origen de -0.42918 y 0.026679, respectivamente. El gasto inicial de gas se iteró hasta obtener el mejor ajuste de la curva de ajuste de producción.

$$n = 1 - m = 0.57082$$

$$D_i = \frac{D_1}{n} = 0.0467379$$

$$D_1 = \text{int.} = 0.026679$$

$$D_\infty = 0$$

$$q_i = 3.5 \frac{Mscf}{D}$$

Por medio de la **Ec.5.8** se calculó el pronóstico de producción de gas, obteniendo un error de ajuste de 0.114517, **Fig. 5-71**.

$$q = \hat{q}_i \exp[-D_{\infty}t - \hat{D}_i t^n] \quad (5.8)$$

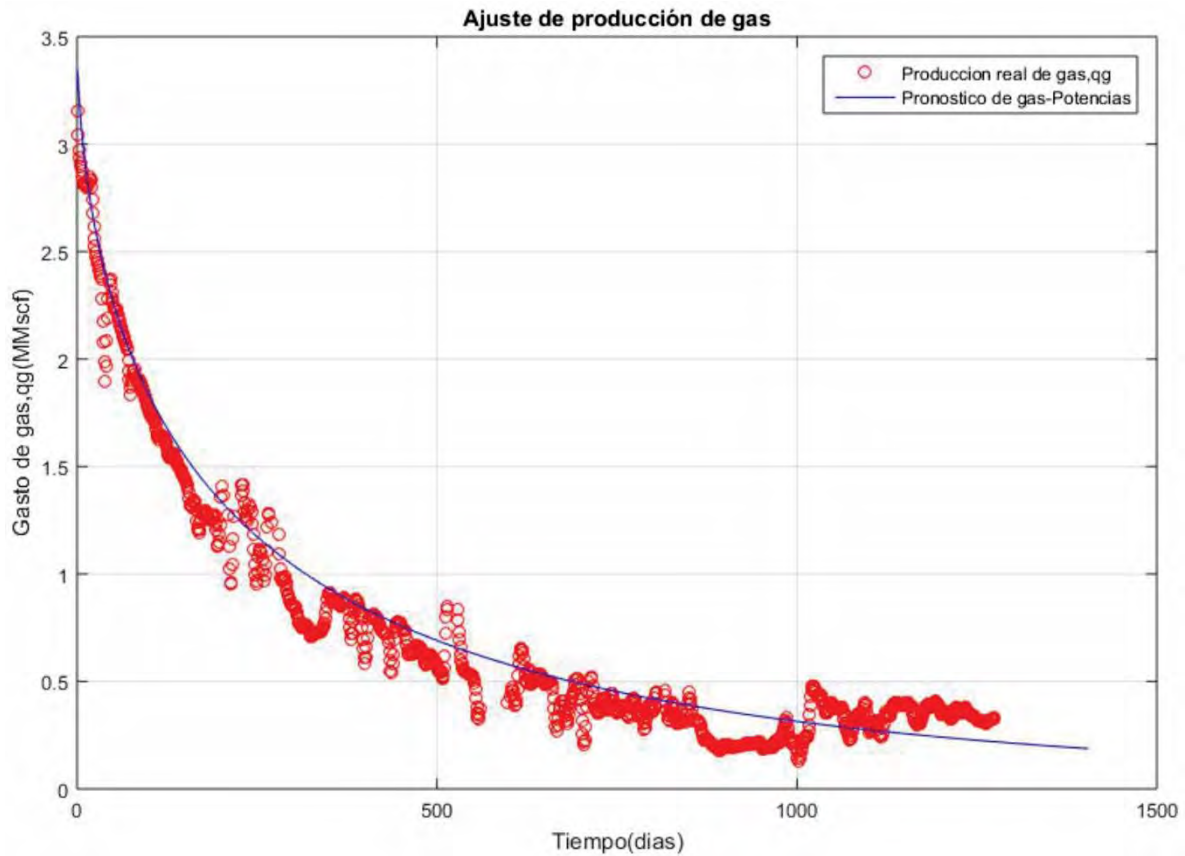


Ilustración 5-71 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Potencias para el pozo Shale C.

En la aplicación del método de crecimiento logístico de Clark se utilizó la función de Matlab gresion no lineal modelfun. Mediante iteraciones se calcularon los parámetros k, n, a y b .

Tabla 5-8 Resultados modelo Crecimiento Logístico-Shale C

<i>k</i>	1.28871
<i>n</i>	0.817643
<i>a</i>	189.614
<i>b</i>	1.88974e+08

Por medio de la **Ec.4.29** se calculó el pronóstico de producción de gas para el pozo Shale C, obteniendo un error de ajuste del 0.177491 como se puede observar en la **Fig. 5-72 y Fig. 5-73**.

$$Q(t) = \frac{Kt^n}{a + t^n} \quad (5.9)$$

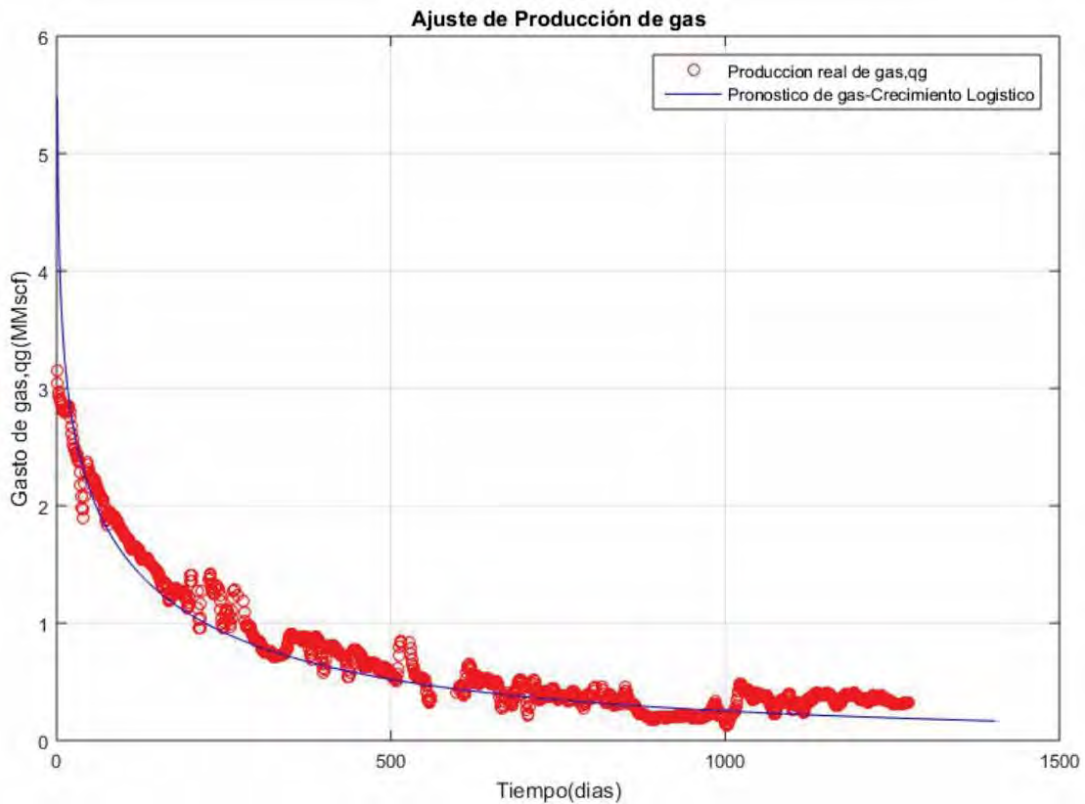


Ilustración 5-72 Ajuste de la producción de gas mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo Shale C.

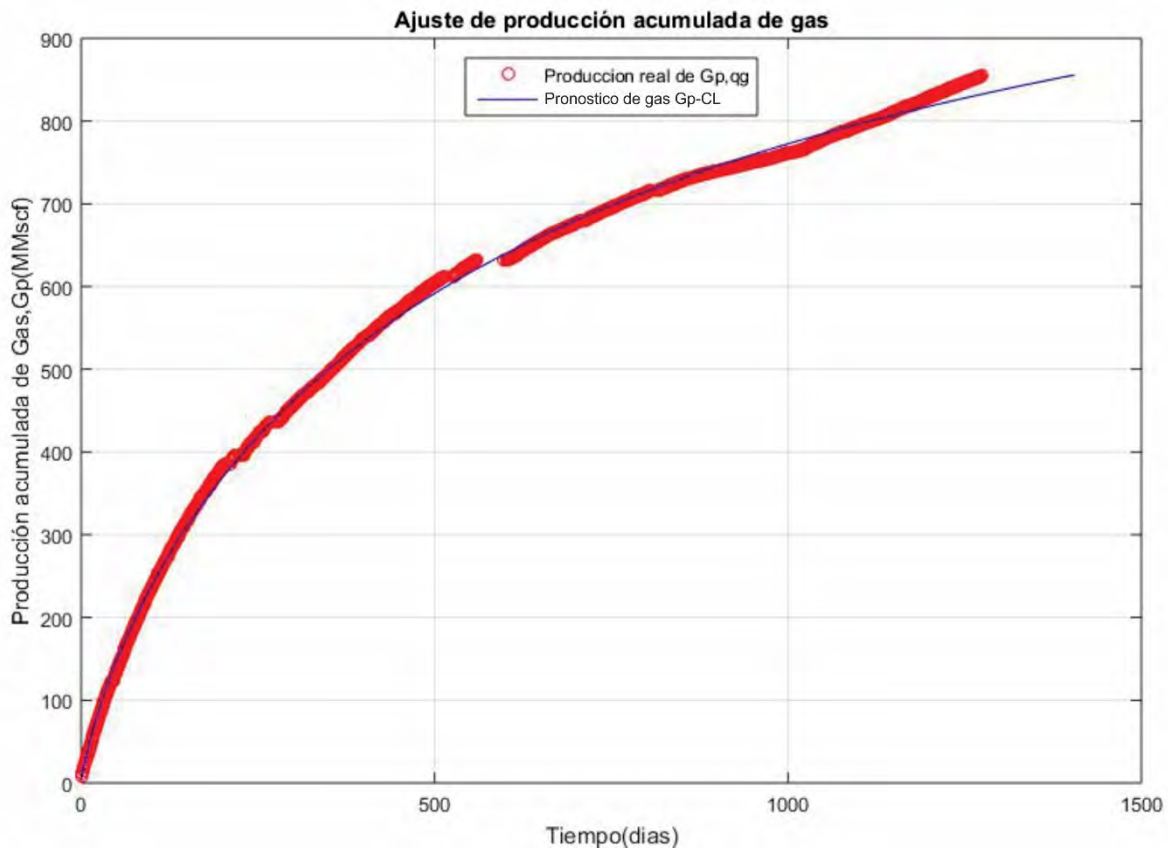


Ilustración 5-73 Ajuste de la producción acumulada de gas mediante el método de Crecimiento Logístico del pozo Shale C.

5.4. Análisis de los resultados.

Una vez realizado el análisis individual para cada pozo, se procedió a hacer el análisis general. En forma general los yacimientos de baja permeabilidad muestran un comportamiento con una pronunciada declinación presente en su primera etapa de explotación, debido al acceso fácil que tiene el gas libre y los fluidos producidos en las fracturas, y una segunda etapa de larga duración en la cual declina lentamente y se presenta un flujo de gas estabilizado.

En los campos de tipo tight gas, se identificó que todos tienen un estado de flujo transitorio de larga duración, en donde se encontraron los siguientes regímenes de flujo: régimen de flujo línea, régimen de flujo bilineal y solo en el caso del pozo NBU se encontró régimen de flujo dominado por la frontera externa.

El concepto y solución del flujo bilineal fue presentado por Cinco-Ley y Samaniego (Samaniego-V., 1981). En su modelo, el flujo de fluidos hacia el agujero del pozo productor a través de una trayectoria de flujo de alta permeabilidad (una fractura hidráulica). El fluido se encuentra fluyendo dentro de la trayectoria de flujo de alta permeabilidad en una dirección perpendicular al flujo del yacimiento.

La explicación geológica varia de caso en caso, pero la idea general es que existe una trayectoria de flujo de alta permeabilidad rodeada por una formación de mucha más baja permeabilidad. Una explicación es que existe un sistema de fracturas naturales paralelas. EL flujo de fluido de la formación de baja permeabilidad dentro de la trayectoria de flujo de la de mayor permeabilidad genera el flujo transitorio bilineal.

En el caso de los Pozos Castlegate se puede observar que existe un régimen de flujo lineal temprano, seguido de un flujo bilineal, un flujo lineal tardío y por último se alcanza el régimen dominado por la frontera. El flujo lineal temprano es afectado por $\sqrt{k_1 A_{c1}}$ de la trayectoria de flujo de alta permeabilidad y k_1 es la permeabilidad de la trayectoria de flujo de la misma área. El periodo de flujo lineal tardío es afectado por $\sqrt{k A_c}$ de la formación, en donde A_c es el área de flujo en la trayectoria provista de mayor permeabilidad para el flujo perpendicular proveniente de la formación hacia el interior de la trayectoria de flujo de alta permeabilidad y k es la permeabilidad de la formación.

En el análisis de flujo transitorio de los pozos Tight 231 y Tight 218 parece indicar algo sobre la naturaleza de este yacimiento de gas de baja permeabilidad. Como se muestra en la **Tablas 5-12 a 5-14**, el yacimiento no se comporta como un yacimiento homogéneo con valores sencillos de permeabilidad y de espesor. Además, este comportamiento sugiere que la geometría de flujo de la fractura es más complicada que el modelo común de un rectángulo con una longitud media de fractura, permeabilidad y con la altura de la fractura que es equivalente al espesor del yacimiento. Es probable que existan trayectorias naturales de alta permeabilidad, como lo son vetas naturales de alta permeabilidad o tal vez fracturas naturales. Las cuales se esperan que se encuentren en las proximidades del pozo productor.

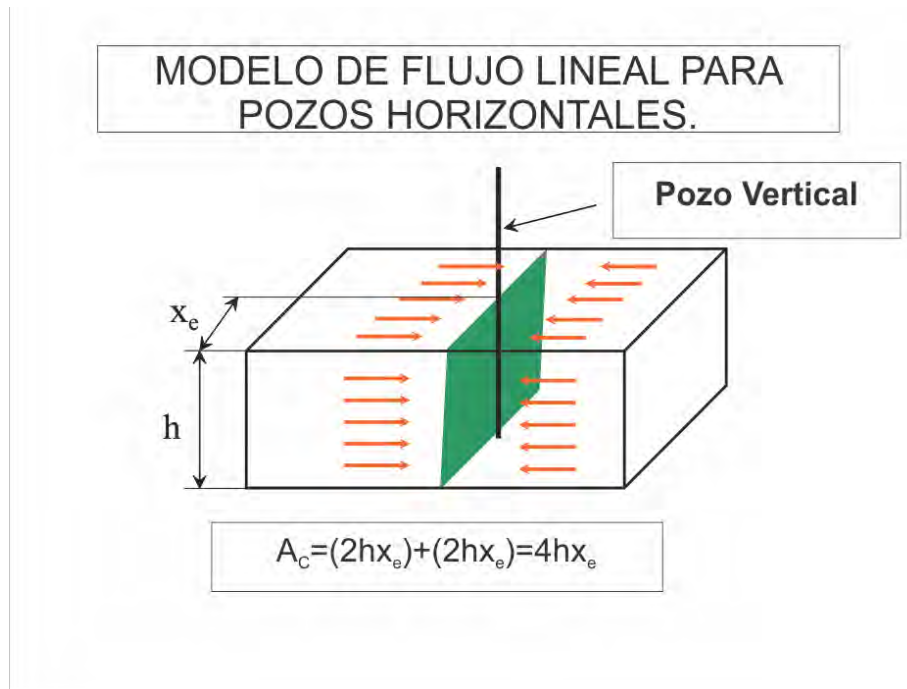


Ilustración 5-74 Modelo lineal para flujo Horizontal (J.A., 2001).

Tabla 5-9 Información General de los casos de capo de pozos de gas de baja permeabilidad.

Pozo	Permeabilidad	r_w	Tiempo de producción	G
	[md]	[ft]	[Días]	[Bft ³ @c.e.]
Tight 231	0.0139	0.27	226	0.83315
Tight 218	0.0220	0.27	294	1.3557
Tight NBU	0.0068	0.27	233	0.3276
Shale A	0.000051	0.33	442	1.951
Shale B	5.95E-03	0.33	583	38.736
Shale C	1.58E-03	0.27	1274	21.4364

Tabla 5-10 Información de los yacimientos de gas de baja permeabilidad

Pozo	Grosor	Porosidad	Cf	Swi
	[ft]	[Fracción]	[1/psia E ⁻⁶]	[Fracción]
Tight 231	62	0.081	4	0.4645
Tight 218	46	0.077	4.1	0.5
Tight NBU	42	0.077	4	0.526
Shale A	283	0.057	4.22	0.3
Shale B	300	0.06	4.22	0.3

Shale C	300	0.05	4	0.25
----------------	-----	------	---	------

Tabla 5-11 Datos de los fluidos obtenidos de los pozos productores de gas en formaciones de baja permeabilidad.

Pozo	P_i [psia]	T [°F]	γ_g [A]	C_t [1/psia E ⁻⁶]	μ_g [cp]	H ₂ S [%]	CO ₂ [%]	N ₂ [%]
Tight 231	6700	220	0.61	104	0.02414 7	0	0.002	0.1
Tight 218	6700	220	0.61	8.91	0.0287	0	0.002	0.01
Tight NBU	6700	220	0.61	4.817	0.028	0	0.002	0.01
Shale A	5100	207	0.596	176.8 1	0.02395	0	0.04	0.001
Shale B	2821. 5	181. 4	0.621	310.3	0.019	0	0.015	0.01
Shale C	5100	210	0.6	189.2	0.004	0	0.02	0.001

Tabla 5-12 resultados calculados de los regímenes de flujo bilineal y lineal tardío.

	Modelo Bilineal		Flujo Lineal Tardío					
	$(k_1w)^{1/2}$ [md ft] ^{1/2}	s_1	$k^{1/2}A_c$ md ^{1/2} ft ²	A [Acres]	b	y_e [ft]	V_p MMft ³	G [Bft ³]
Pozo								
Tight 231	2266.9	8.03	15455.2	28.6	5.3	6684.2	6.3	0.833
Tight 218	2476.5	4.51	20071.6	70.7	25.9	1047.4	10.9	1.35
Tight NBU	947.1	9.30	6729.38	19.7	2.8	442.1	2.8	0.327
Shale A1	9384.4	-1.89	40254.3	15.6	5.3	506.4	11	1.9
Shale A2			11313.2	10.1	2.27	187.0	1.7	0.302
Shale B	15726.9	-12.05	74391.6	41.1	0.85	705.8	32.2	38.7
Shale C	5629.4	-9.62	25272.1	17.5	-2.21	442.7	11.5	21.4

Tabla 5-13 Resultados calculados del régimen de flujo dominado por la frontera externa.

	Modelo de flujo dominado por la frontera externa				
	RV	A	C_A	V_p	G
Pozo	$MMft^3@c.y.$	[Acres]	$MMft^3@c.y.$		[$Bft^3@c.e.$]
Tight 231	80.4	13.061	4.30427	2.8	0.1462
Tight 218	84.856	42.3485	2.13857	6.5339	0.0039
Tight NBU	-	-	-	-	-
Shale A1	-	-	-	-	-
Shale A2	-	-	-	-	-
Shale B	484.8	37.1038	93.761	29.092	1.18938E-05
Shale C	1418.71	108.564	92.1013	70.9357	0.00001024

Tabla 5-14 resultados de las permeabilidades-Modelo de Bello.

Arriba de la presión de desorción			Debajo de la presión de desorción		
k_f	k_m	G	k_f	k_m	G
[md]	[md]	[$Bft^3@c.e.$]	[md]	[md]	[$Bft^3@c.e.$]
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
0.00005	0.00013	1.14400	0.00010	0.00015	1.58200
0.04981	0.00009	0.56200	0.02606	0.00008	0.40649
0.00595	0.00008	0.24759	0.01265	0.00013	0.36087
0.00158	0.00001	7.44400	0.00170	0.00001	7.72650

Pozo	Lim. Económico	Método de Modificado de Declinación Exponencial Extendida					Método de potencias						
		[años]	n	τ	int	Error	Gp	m	D_1	n	D_i	q_i	Error
					Fracción	MMscf		1/D		1/D	Mscf/D	Fracción	MMscf
Tight 231	30	0.42	72.9	0.15	0.018	638.3	0.2	0.014	0.8	0.016	3.000	0.070	475.1
Tight 218	50	0.26	263.87	0.23	0.006	3421	0.56	0.060	0.4	0.137	2.500	0.019	596.3
Tight NBU	20	0.53	116.49	0.07	0.007	198.5	4.12	57135	3.1	18290	0.320	0.020	2307.
Shale A1	20	0.49	175.62	0.07	0.032	1385.	0.1	0.003	1.1	0.003	3.000	0.037	668.3
Shale B	20	0.68	218.73	0.02	0.035	817.3	0.6	0.158	0.4	0.386	30.00	0.119	440.0
Shale C	15	0.52	144	0.07	0.052	925.8	0.6	0.107	0.4	0.258	10.00	0.190	675.4

Tabla 5-15 Resultados del ajuste de la producción de gas de los modelos de Duong y SEPD.

Tabla 5-16 Resultados del ajuste de producción de gas de los modelos YM-SEPD y

Pozo	Limite Económico	Método de Duong					Método de Declinación Exponencial Extendida					
		[años]	a	m	q_i	Error	Gp	q_i	τ	n	Error	Gp
					Mscf/D	[Fracción]	MMscf	Mscf/D			[Fracción]	MMscf
Tight 231	30	1.23	2.02	0.99	0.026	955.56	3652.65	0.36	47.8	0.019	780.63	
Tight 218	50	1.02	0.84	2.03	0.012	5575.81	3632.02	0.18	15.4	0.011	3635.47	
Tight NBU	20	1.29	3.33	0.03	0.015	383.72	1170.03	0.18	100	0.017	1417.66	
Shale A1	20	1.12	1.33	2.75	0.053	2385.83	4838.33	0.36	100	0.036	1929.13	
Shale B	20	1.65	34.27	8.50002e^-19	0.103	1474.82	9035.86	0.16	0.5	0.204	1481.82	
Shale C	15	1.20	1.80	2.06	0.069	1390.14	20206	0.20	0.5	0.159	935	

Potencias.

Tabla 5-17 Resultados del ajuste de la producción de gas del modelo de Crecimiento Logístico.

Pozo	Limite Económico	Método de Crecimiento Logístico						
		[años]	k	n	a	b	Error	Gp
		Mscf					[Fracción]	MMscf
Tight 231	30.00	0.65	0.90	218.47	1.86E+08	0.30		617.11
Tight 218	50.00	2.78	0.87	1493.76	4.70E+08	0.56		2123.88
Tight NBU	20.00	0.24	1.11	581.70	3.50E+08	0.22		228.21
Shale A1	20.00	1.19	0.96	328.06	2.40E+08	0.58		1118.82
Shale B	20.00	0.74	1.58	6365.89	7.68E+09	0.29		739.44
Shale C	15.00	1.29	0.82	190.55	1.93E+08	0.17		1108.16

Haciendo el análisis de las curvas de declinación a los casos de campo de tipo tight gas se observó que el ajuste de la curva depende de los siguientes factores: la calidad de los datos de producción (no existan tantas variaciones o cierres en los datos), la cantidad de datos de producción de gas y el régimen de flujo que domina en el yacimiento.

En los casos de los pozos de tipo tight se observó un mejor ajuste de producción de los métodos de declinación exponencial extendida (Valko & lee, 2010) y el modelo modificado de declinación exponencial extendida (Yu, Lee, Miocevic, Li, & Harris, 2013), respecto a los modelos de Duong (Duong, 2010), Potencias Crecimiento logístico (Clark, 2011). Como se puede observar en la **Fig.5-75** y en la **Tabla 5-18** del caso CIGE 231, se aprecia que el modelo modificado de declinación exponencial extendida presenta un mejor ajuste con un ajuste de error de tan solo un **0.018**, el modelo de Declinación exponencial extendida muestra un buen ajuste con **0.019**. El modelo de Duong presenta una sobre estimación del pronóstico de producción, esto debido a la poca cantidad de datos de producción de gas y dado que el pozo ha alcanzado el régimen de flujo dominado por la frontera externa. En el caso de los modelos de potencias y crecimiento logístico ofrecen una subestimación del pronóstico de producción del pozo CIGE 231.

En el pozo CIGE 218 se muestra un mejor ajuste por parte del modelo modificado de declinación exponencial con un error de ajuste del **0.0065**. A diferencia del caso anterior se muestra que los modelos de Declinación exponencial extendida y modelo de potencias muestran una sobre estimación de la producción de gas, esto debido a que solo se cuenta con 294 días de producción y esto es una limitante en el modelo de SEPD, debido a que arroja datos muy conservadores como se ve en la **Fig. 5-76**. Los modelos de Duong y Crecimiento logístico nos dan una subestimación de la producción de gas. A pesar de los pocos datos de producción con que se cuentan

el modelo de Duong presenta un ajuste bastante bueno, además de que el pozo se encuentra en un régimen de flujo transitorio de larga duración. En el último pozo, NBU, el mejor ajuste se obtuvo del modelo modificado de declinación exponencial y del modelo de Duong.

Tabla 5-18 Comparación del pronóstico de EUR- CIGE 231

Pozo CIGE 231		
Método	EUR	%Error
Duong	956	0.026
SEPD	781	0.019
YM-SEPD	638	0.018
Potencias	475	0.070
Crecimiento Logístico	617	0.296

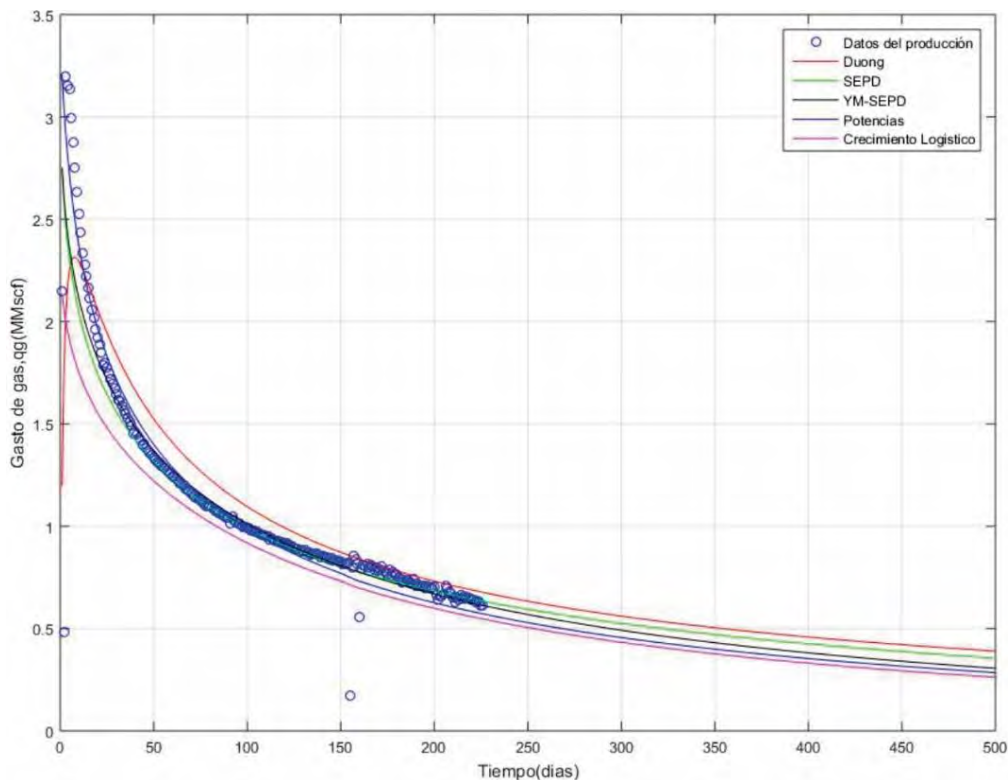


Ilustración 5-75 Comparación de ajuste de la producción de gas del pozo CIGE 231, mediante curvas de declinación

En general se obtuvieron mejores resultados con el modelo modificado de declinación exponencial, debido a que los tres pozos analizados son similares en cuestiones de la cantidad de datos de producción.

Yu (Yu, Best Practice of Using Empirical Method for Production Forecast and EUR Estimation in Tight/Shale Gas Reservoirs, 2013) recomienda el uso del método Modificado de Declinación exponencial para los yacimientos que cuentan con un rango de permeabilidades de **0.1 - 0.001[md]** , lo cual se comprobó en el análisis de los pozos CIGE 231 y CIGE 218, los cuales cuentan con unas permeabilidades de $k = 0.0139[md]$ y $k = 0.0220[md]$, a pesar de que solo se cuenta con unos históricos de producción menores de un año. Además, Yu (Yu, Best Practice of Using Empirical Method for Production Forecast and EUR Estimation in Tight/Shale Gas Reservoirs, 2013) menciona que para rangos de permeabilidades menores de **0.001[md]** se recomienda usar los modelos de Duong y modelo modificado de Declinación exponencial con un histórico de producción de 3 a 4 años. Pero en el caso del caso del pozo NBU, notamos que se aplica el mismo criterio, dado que cuenta con una permeabilidad de $k = 0.0068[md]$ y con un histórico de producción menor de un año.

En su artículo Duong (Duong, 2010) menciona que mediante la pendiente de la gráfica especializada log-log de q/G_p vs *días* podemos diferenciar si es un pozo profundo y una formación tight, $m < 1$, o un pozo shale, $m > 1$. Si observamos los datos obtenidos en la **Tabla 5-15**, podemos apreciar que solo un caso representa este comportamiento y los otros pozos tipo tight tienen una pendiente mayor a uno, lo cual no sigue el comportamiento descrito por Duong.

Tabla 5-19 Comparación del pronóstico de EUR-CIGE 218

Pozo CIGE 218		
Método	EUR	%Error
Duong	5576	0.0124
SEPD	3635	0.0113
YM-SEPD	3421	0.0065
Potencias	596	0.0192
Crecimiento Logístico	2124	0.5636

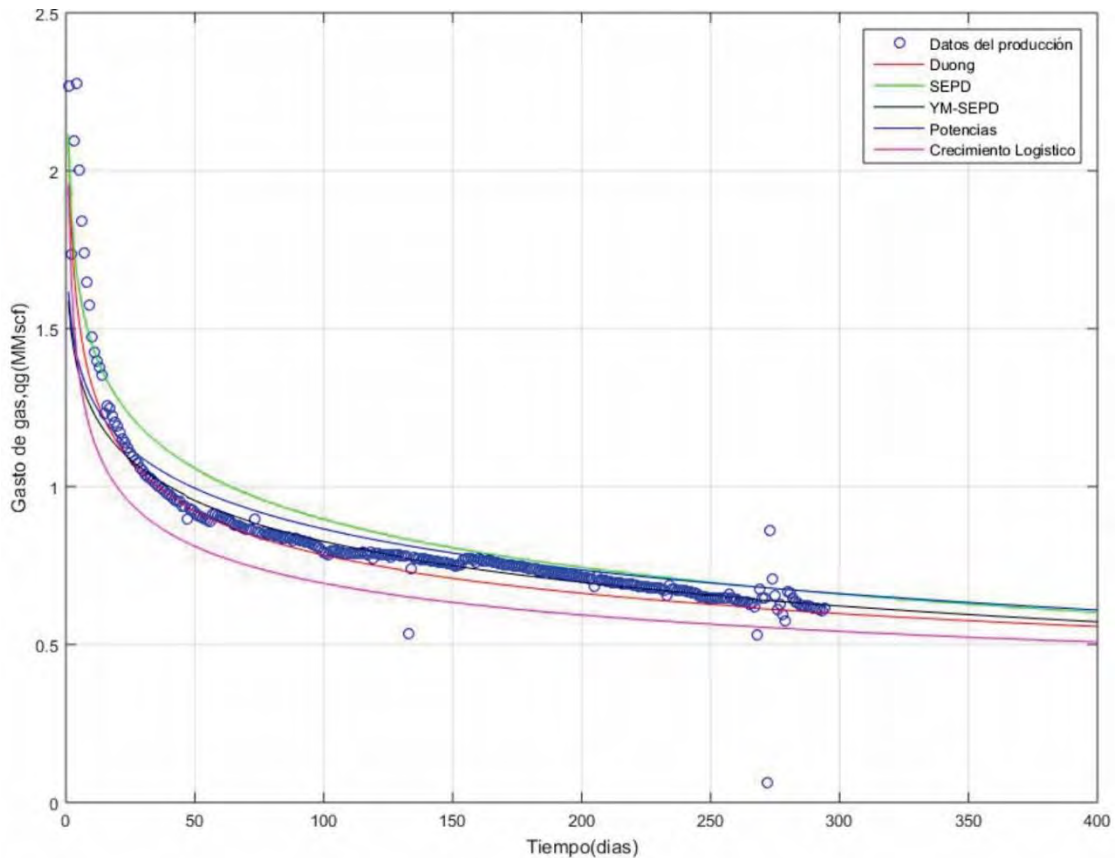


Ilustración 5-76 Grafica de comparación del ajuste de la producción de gas del pozo CIGE 218.

En los yacimientos de lutitas se pudo identificar un régimen de flujo en estado transitorio de larga duración. Por ejemplo, en el Pozo Shale A se identificaron los siguientes regímenes de flujo: Flujo lineal temprano, Flujo bilineal y flujo lineal tardío. Lo cual es muy similar a los identificados en los pozos tipo tight.

En el pozo Shale A se identificó un régimen de flujo lineal a largo plazo el cual es explicada mediante la **Fig. 5-74**. Este modelo representa un yacimiento elongado en el cual un flujo lineal de largo plazo fue detectado antes de que la frontera externa del yacimiento fuera alcanzada. Este tipo de pozos en sus yacimientos tienen algunas fracturas naturales las cuales están orientadas en alguna dirección. Se perciben que la formación del pozo Shale A tiene algunas fracturas naturales las cuales están orientadas en alguna dirección. La presencia de fracturas paralelas mejoran la permeabilidad en su dirección y dan lugar a grandes anillos de anisotropía. Esta podría ser una de las causas del este régimen de flujo línea de largo plazo.

El régimen de flujo bilineal esta dado por el flujo de fluidos hacia el agujero del pozo productor a través de una trayectoria de flujo de alta permeabilidad (una fractura

hidráulica). El fluido se encuentra fluyendo dentro de la trayectoria de flujo de alta permeabilidad en una dirección perpendicular al flujo del yacimiento.

Los resultados obtenidos con el análisis de la de modelo de Arévalo-Castellanos nos da unos resultados de permeabilidad bastante conservadores. Es por ello por lo que se optó por hacer el análisis de la permeabilidad de forma individual, mediante el método de Bello. Los resultados obtenidos son bastante aceptables. Se realizo el análisis dos casos: arriba de presión de desorción y debajo de presión de desorción.

En el caso del pozo Shale A se tiene un histórico de producción de 442 días. De los 207 días a los 284 días se da una etapa de cierres de pozo, donde al parecer se da una fractura miento del pozo. Esto se comprobó al hacer el análisis de la permeabilidad mediante el método de bello, donde se puede observar que la permeabilidad de fractura del primer intervalo del histórico fue $k_f = 0.00005[\text{md}]$ y en el segundo intervalo, después del fracturamiento, resulto una permeabilidad de fractura de $k_f = 0.04981 [\text{md}]$. Claramente existe un aumento en la permeabilidad de fractura, lo que nos indica que hubo fracturamiento.

Tabla 5-20 Comparación del pronóstico de EUR-Shale A

Pozo Shale A		
Método	EUR	%Error
Duong	2386	0.053
SEPD	1929	0.036
YM-SEPD	1385	0.032
Potencias	668	0.037
Crecimiento Logístico	1119	0.582

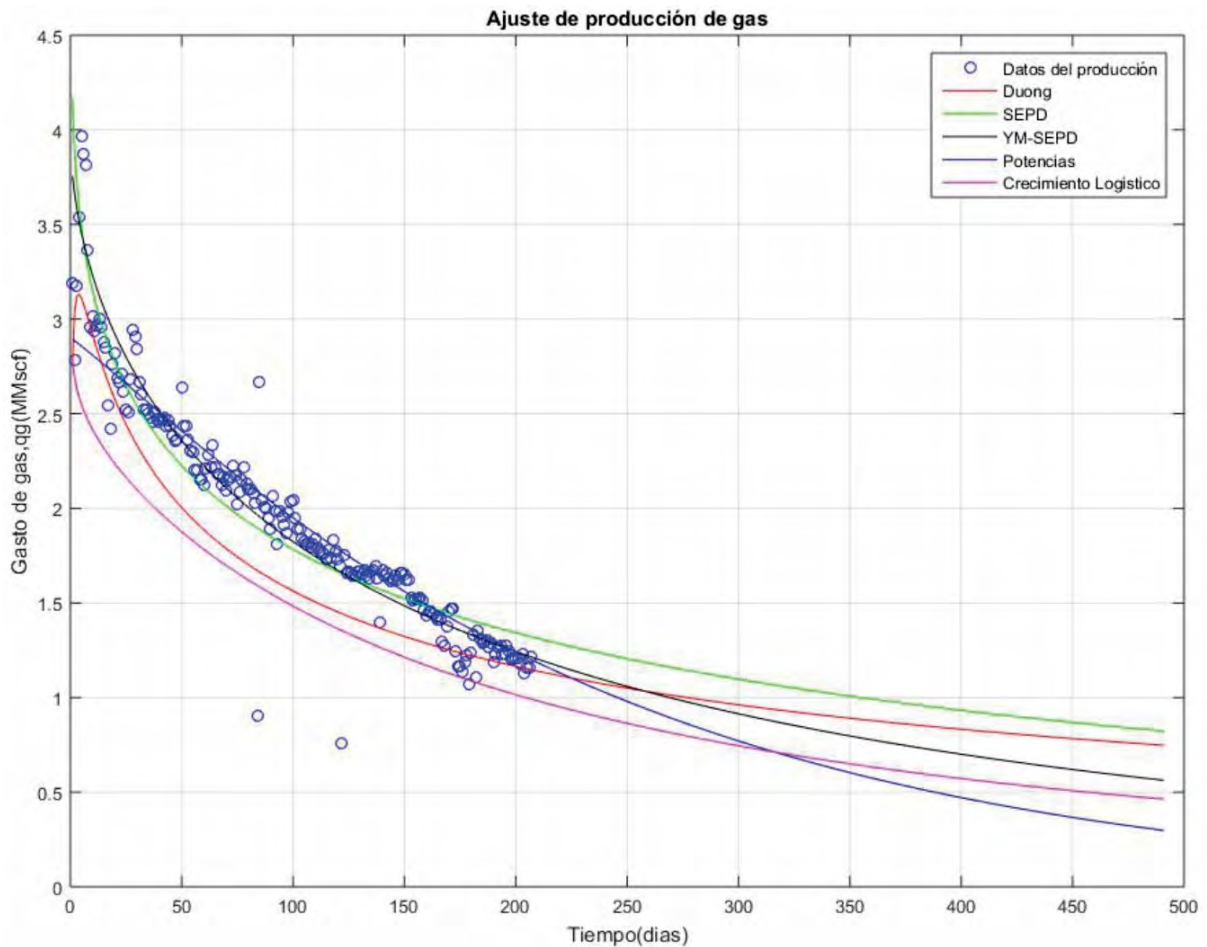


Ilustración 5-77 Grafica de ajuste de la producción de gas del pozo Shale A.

Los métodos que nos dieron mejor ajuste en los pozos shale fueron: método modificado de declinación exponencial y método de Duong. En el pozo Shale A se observa que el método de declinación exponencial, método de potencias y el método modificado de declinación exponencial muestran un buen ajuste. A diferencia del método de Duong que a tiempo largo de producción muestra una sobre estimación, al igual que el método de declinación exponencial. El método de Crecimiento logístico nos da muy malos ajustes y una subestimación de la producción de gas.

En el caso del pozo Shale C los métodos que mostraron mejor ajuste fueron los métodos de Duong y el método modificado de declinación exponencial, pero como en los casos anteriores muestra una sobre estimación de la producción. En este caso el método de crecimiento muestra un ajuste bastante aceptable y a tiempo largo de pronóstico es similar a los demás métodos.

En yacimientos con permeabilidad menor a $0.001[\text{md}]$ Yu (Yu, Best Practice of Using Empirical Method for Production Forecast and EUR Estimation in Tight/Shale Gas Reservoirs, 2013) recomienda usar el método de Duong y el método modificado de

declinación exponencial. En los casos analizados en este trabajo corroboramos las recomendaciones, pero podemos agregar que el método de Duong genera sobre estimaciones de la producción a tiempos largos.

Tabla 5-21 Comparación del pronóstico de EUR-Shale C

Pozo Shale C		
Método	EUR	%Error
Duong	1390.140	0.069
SEPD	935.000	0.159
YM-SEPD	925.840	0.052
Potencias	675.490	0.190
Crecimiento logístico	1108.16	0.17

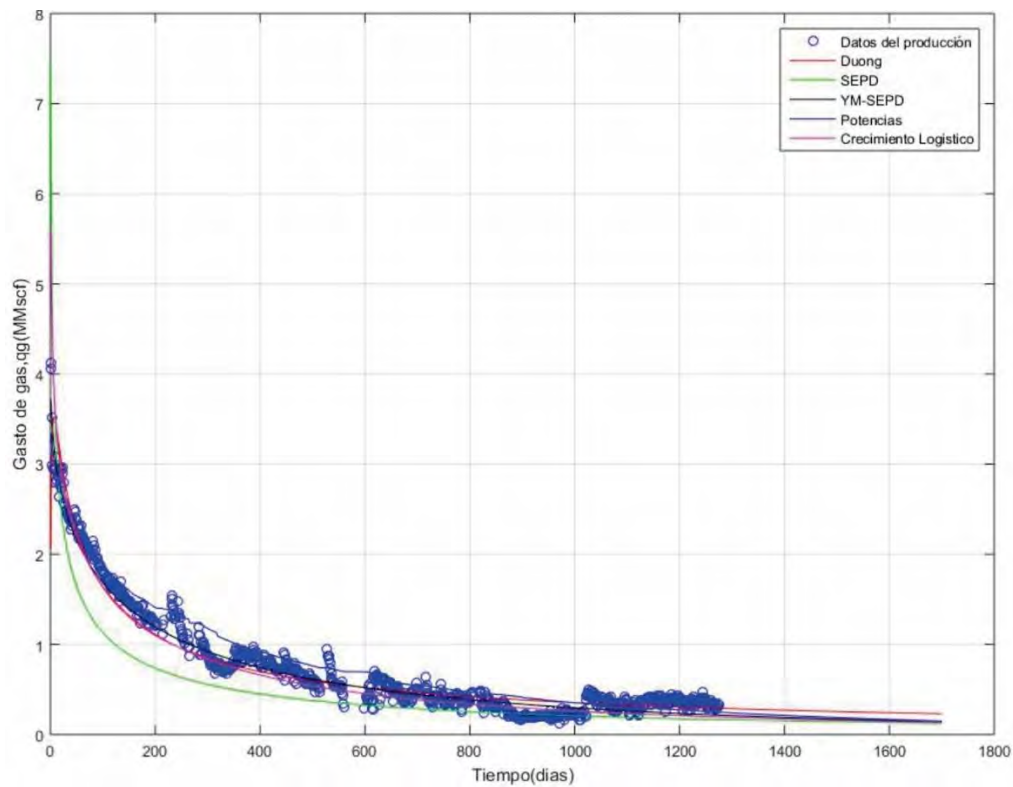


Ilustración 5-78 Grafica comparativa de ajuste de la producción de gas del pozo Shale C.

6. CAPÍTULO VI CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Conclusiones

El objetivo de este trabajo se enfoca en el análisis del comportamiento de la producción en los yacimientos no convencionales (baja permeabilidad y arenas compactas, Tight y Shale) mediante varios métodos empíricos y semi-analíticos. Después del estudio de los 6 campos de baja permeabilidad se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. Se percibió un comportamiento similar en los pozos de arenas compactas y lutitas. Donde presentan una gran declinación en las etapas tempranas de producción, esto se debe a la producción rápida de gas, provenientes de las fracturas hidráulicas y naturales. Esto resulta en la formación de flujos transitorios de largo plazo bilineal y lineal, lo cual se da por el flujo de gas de una formación de baja permeabilidad de matriz a una zona de alta permeabilidad (Fracturas naturales o inducidas).
2. Se observó que los flujos transitorios de larga duración son una característica predominante en los yacimientos de baja permeabilidad y pueden llegar a durar meses e incluso años. Sin embargo, también se observó que algunos pozos pueden llegar a mostrar un régimen de flujo dominado por la frontera externa, lo que hace inferir que no existe flujo de fluidos fuera del volumen estimulado de pozo para el caso de gas de lutitas, por ejemplo.
3. El uso de varios métodos de análisis de presión-producción en yacimientos de baja permeabilidad permite realizar una comparación consistente en relación con los volúmenes recuperables (reservas) que puede tener un campo a través de las condiciones actuales de producción, calcular parámetros del yacimiento, tales como k, A, s, V_p, G, etc , e identificar los regímenes de flujo en los cuales se encuentra el yacimiento y así por identificar el comportamiento para optimizar la explotación del yacimiento.
4. El uso de la superposición de tiempo en yacimiento con muchas variaciones de producción mostró un comportamiento de doble tendencia en las gráficas especializadas para cada régimen de flujo. Esto se debe a la gran variación de gasto de los pozos.
5. El modelo de bello (Bello, 2009) mostró mejor rendimiento en el cálculo de los valores de permeabilidad en los yacimientos de lutitas gasíferas, por ejemplo: en el caso del pozo Shale A se mostró que la permeabilidad de la fractura aumentó, dando como conclusión un fracturamiento hidráulico.
6. Los pozos de tipo Shale mostraron un únicamente un flujo lineal y/o bilineal y no muestran flujo pseudo-radial como se espera debido a una fractura

miento hidráulico. Esto se debe principalmente las características asiladas de los micro yacimientos en las formaciones de gas de lutita, la presión capilar o las curva o las curvas de permeabilidades relativas deben ser aplicadas a cada pequeño yacimiento, pero no puede ser aplicable a través de todo el yacimiento. Es por ello por lo que no muestran un flujo radial tardío o un régimen de flujo tardío.

7. El análisis de los dos tipos de yacimientos mediante curvas de declinación mostró que el método que mejor ajuste mostro para ambos casos fue el método modificado de declinación exponencial extendida. Debido a su versatilidad de uso en los diferentes regímenes de flujo mostro mejor resultados, además de su fácil uso.
8. El método de Duong mostro buenos resultados al ser aplicado en pozos que se encuentran en una etapa de flujo transitorio de larga duración. Pero a pronostico largos de producción, muestro una sobre estimación de valores de producción.
9. El método de SEPD mostro un buen ajuste en yacimiento con permeabilidades mayores a 0.01 y con buen histórico de producción. Pero en yacimientos con menores valores de permeabilidad mostro un mal rendimiento de ajuste.
10. El modelo de crecimiento logístico mostro un buen ajuste en yacimientos con pronósticos de producción menos a un año y a cortos pronósticos, debido a que si se hace un pronóstico a varios años se da un desajuste y mostrara un error bastante grande.

6.2. Limitaciones

1. El método semi- analítico de Arévalo-castellano solo se aplican a flujo de gas.
2. Las fórmulas semi- analíticas aplicadas para el cálculo de las propiedades mostradas (ver capítulo 3) se derivaron para las condiciones de flujo constante de gas, q_g , y presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} .
3. La variación constante en los datos de producción y presión podrían ocasionar grandes desajustes en la mayoría de los métodos aplicados en este trabajo.
4. El método de Duong arroja errores muy grandes en yacimientos que ya han alcanzado la frontera y presentara una sobre estimación de gas a pronósticos grandes.
5. El método de SEPD muestra un desajuste en yacimientos con un rango de permeabilidades de 0.01-0.001[md] y con datos de producción mayores de 2 años.

6. El método de Potencias calcula errores grandes en yacimientos con permeabilidades menos a 0.001 [md].
7. Los modelos de curvas de declinación son modelos empíricos y tienen algunas limitaciones:
 - No involucran las restricciones naturales del yacimiento
 - Dificultad de explicar el diseño del pozo.
 - Los efectos geo mecánicos son ignorados
 - No involucran datos geológicos del yacimiento.
 - Las predicciones son cuestionables debido a todo lo anterior.

6.3. Recomendaciones y trabajos futuros por realizar.

1. El uso de las gráficas de diagnóstico de la gráfica de gasto de gas normalizada contra tiempo, $\Delta m(p)/q_g$ vs tiempo, y de producción acumulada de gas contra tiempo, G_p vs tiempo, se recomiendan ampliamente para la identificación de los regímenes de flujo en los yacimientos no convencionales.
2. La aplicación de las técnicas de superposición se recomienda para el análisis del comportamiento de la producción de gas con algunas variaciones de presión-producción, pero no en pozos con bastantes variaciones, debido a que muestran una doble tendencia en las gráficas especializadas de cada régimen.
3. En los análisis de yacimientos que tengan una doble tendencia en las gráficas especializadas se recomienda hacer el análisis de ambas y/o solo de la primera tendencia y realizar una simulación con ambos datos para su corrección.
4. Para la aplicación de curvas de declinación es necesario tener buenos datos de presión-producción. Los datos no deben de tener muchas variaciones y entre más datos de producción se tengan mejor será el ajuste que obtendremos.
5. En general se recomienda el uso del método modificado de declinación exponencial para los yacimientos no Convencionales. Independientemente de la cantidad de datos de producción, debido a que fue el que mejor rendimiento mostramos en nuestros análisis.
6. Realizar la verificación de los métodos mediante simulación de yacimientos para poder comprobar su veracidad y así poder seleccionar mejor el modelo a utilizar.
7. Hacer una corrección o buscar otra alternativa para el análisis de datos de presión y producción para casos donde existan fluctuaciones en los datos.

8. Complementar en software de Método de Análisis de presión y producción en yacimientos no convencionales (MAPPYNC) con otras metodologías empíricas y semi analíticas.
9. Realizar el análisis de más yacimientos No convencionales con diferentes características y ver su comportamiento en los diferentes modelos de análisis de presión y producción.

NOMENCLATURAS

- A =área de drene del pozo, L^2 , [ft^2 , acres].
- a =constante de intersección definida en la Ec. 4.5, d^{-1} , [$dias^{-1}$].
- a =constante del método de Crecimiento Logístico.
- A_c =área de sección transversal al flujo L^2 , [ft^2] o sección transversal en un medio rectangular, ($= hL$), [in^2 , cm^2].
- b =exponente de declinación en las curvas tipo de gasto de Arps, [fracción].
- b =daño de la formación o el efecto del régimen de flujo al principio, [Adimensional].
- b_{LPC} =intersección al origen para p_{wf} evaluada desde el comienzo de la línea recta sobre la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs \sqrt{t} [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].
- b_{RPC} = intersección al origen para la constante de p_{wf} evaluada de la línea recta en la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs $\log(t)$ [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].
- b_{BPC} = intersección al origen para la constante de p_{wf} evaluada de la línea recta en la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs $\sqrt[4]{t}$ [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].
- b_{EPC} = intersección al origen para la constante de p_{wf} evaluada de la línea recta en la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs $1/\sqrt{t}$ [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].
- b_{FPC} = intersección al origen para la constante de p_{wf} evaluada de la línea recta en la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs t [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].
- b_{LGC} =intersección al origen para q_g evaluada desde el comienzo de la línea recta sobre la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs \sqrt{t} [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].
- b_{RGC} = intersección al origen para la constante de q_g evaluada de la línea recta en la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs $\log(t)$ [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].
- b_{BGC} = intersección al origen para la constante de q_g evaluada de la línea recta en la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs $\sqrt[4]{t}$ [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].
- b_{EGC} = intersección al origen para la constante de q_g evaluada de la línea recta en la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs $1/\sqrt{t}$ [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].
- b_{FGC} = intersección al origen para la constante de q_g evaluada de la línea recta en la gráfica de $\Delta m(p)/q_g$ vs t [$psia^2 - D/Mft^{2^{\wedge}}$ @c. e. -cp].

B	=factor de volumen de la formación.
B_{gi}	=factor de volumen inicial de formación, L^3/L^3 , $Mft^3 @c. y / Mft^3 @c. e.]$.
C_A	=factor de forma de Dietz's, [Adimensional].
c_d	=compresibilidad del gas absorbido, Lt^2/m , [$psia^{-1}$].
c_f	=compresibilidad de formación(roca), Lt^2/m , [$psia^{-1}$].
c_g	=compresibilidad del gas, Lt^2/m , [$psia^{-1}$].
c_t	=compresibilidad total del sistema, Lt^2/m , [$psia^{-1}$].
c_t^*	=compresibilidad total del sistema modificada, Lt^2/m , [$psia^{-1}$].
c_w	=compresibilidad del agua, Lt^2/m , [$psia^{-1}$].
D_1	=intercepción de la constante de declinación a la unidad, definida en la Ec. 4.23 , [$D(t) = 1$ día].
D_∞	=Declinación constante a tiempo infinito definida en la Ec. 4.23, [$D(t = \infty)$].
\hat{D}_1	=intercepción de la constante de declinación definida en la Ec. 4.23 , [$\hat{D}_1 = D_1/n$].
EUR	=Volumen ultimo estimado de recuperación, L^3 , ft^3 .
F_{CD}	=conductividad adimensional de la fractura, [$= k_f w / k x_f$].
G_p	=producción de gas acumulada, L^3 , [$Bft^3 @c. e.]$.
G	=Volumen de gas original(G), L^3 , [$Bft^3 @c. e.]$.
h	=espesor neto del yacimiento, (h_{neto}), L , [ft].
h_f	=espesor de la fractura, L , [cm, ft].

H_2S	=ácido sulfhídrico, [<i>fraccion mol</i>].
int	=intersección de la recta de la grafica $\ln(q_0/q)$ vs tiempo.
K	=constante de acarreamiento.
k	=permeabilidad del yacimiento, L^2 , [<i>md</i>].
k_f	=permeabilidad de la fractura, L^2 , [<i>md</i>].
k_m	=permeabilidad de la matriz de la roca, L^2 , [<i>md</i>].
k_x	=máxima permeabilidad o permeabilidad en la dirección x, L^2 , [<i>md</i>].
k_y	=máxima permeabilidad o permeabilidad en la dirección y, L^2 , [<i>md</i>].
k_z	=máxima permeabilidad o permeabilidad en la dirección z, L^2 , [<i>md</i>].
(kw_f)	=conductividad de la fractura [<i>adimensional</i>].
kh	=capacidad de flujo.
L	=distancia a la frontera para yacimiento lineales definidos, L , [<i>ft</i>].
L_f	=Longitud media de la fractura, L , [<i>ft</i>].
m	=metros, L .
m	=pendiente definida en la Ec.4.5 .
md	=mildarcy.
$m(p)$	=pseudo- presión del gas real, m/Lt^3 , [$psia^2/cp$].
$m(p_i)$	=pseudo- presión del gas real a la presión inicial, m/Lt^3 , [$psia^2/cp$].

- $m(p_{wf})$ =pseudo- presión del gas real a la presión de fondo fluyendo constante, m/Lt^3 , $[psia^2/cp]$.
- \tilde{m}_{LPC} =pendiente para la constante p_{wf} evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs \sqrt{t} , $[psia^2 - D^{1/2}/Mft^3 - cp]$.
- \tilde{m}_{RPC} =pendiente para la constante p_{wf} evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs $\log(t)$, $[psia^2/Mft^3 - cp]$.
- \tilde{m}_{BPC} =pendiente para la constante p_{wf} evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs $\sqrt[4]{t}$ $[psia^2 - D^{1/4}/Mft^3 - cp]$.
- \tilde{m}_{BPC} = pendiente para la constante p_{wf} evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs $1/\sqrt{t}$ $[psia^2 - 1/D^{1/2}/Mft^3 - cp]$.
- \tilde{m}_{FPC} =pendiente para la constante p_{wf} evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs t , $[psia^2/Mft^3 - cp]$.
- \tilde{m}_{LGC} =pendiente para la constante q_g evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs \sqrt{t} , $[psia^2 - D^{1/2}/Mft^3 - cp]$.
- \tilde{m}_{RGC} =pendiente para la constante q_g evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs $\log(t)$, $[psia^2/Mft^3 - cp]$.
- \tilde{m}_{BGC} =pendiente para la constante q_g evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs $\sqrt[4]{t}$ $[psia^2 - D^{3/4}/Mft^3 - cp]$.
- \tilde{m}_{BGC} = pendiente para la constante q_g evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs $1/\sqrt{t}$ $[psia^2 - 1/D^{1/2}/Mft^3 - cp]$.
- \tilde{m}_{FGC} =pendiente para la constante q_g evaluada del comienzo de la línea recta de la grafica $\Delta m(p)/q_g$ vs t , $[psia^2/Mft^3 - cp]$.
- n_{vetas} =número de vetas de permeabilidad.
- N^2 =nitrógeno, $[fraccion mol]$.
- n =exponente de tiempo de fractura, $[adimensional]$.
- n =parámetro exponencial del modelo SEPD, $[adimensional]$.
- n =parámetro exponencial, $[adimensional]$.
- N =población, $[adimensional]$.
- p = presión absoluta, m/Lt^2 , $[psia]$.

- p_{ce} = presión a condiciones estándar=14.596, m/Lt^2 , [psia].
- p_i = presión inicial del yacimiento, m/Lt^2 , [psia].
- p_{wf} = presión de fondo fluyendo, (BHFP), m/Lt^2 , [psia].
- p_L =presión de Langmuir, m/Lt^2 , [psia].
- p_{cdesor} =presión de desorción del gas, m/Lt^2 , [psia].
- q_1 =producción al día 1, [Mft^3/dia].
- \hat{q}_i =Gasto de intercepción definida en la Ec. 4.25.
- q_D =Gasto de producción adimensional.
- Q_D =Gasto de producción acumulada adimensional.
- q_0 =parámetro de producción común en los modelos de Arp's y SEPD, [Mft^3/dia].
- r_D =radio de drene adimensional.
- r =constante de método de Crecimiento Logístico, [adimensional].
- r_e =radio de drene del yacimiento, L, [ft].
- r_i =radio inicial, L, [ft].
- r_p =potencial de recuperación, [adimensional].
- r_{inv} =radio investigación, L, [ft].
- r_{esf} =radio equivalente de la esfera, L, [ft].
- r_w =radio del agujero del pozo, L, [ft].

- s =factor de daño, [*adimensional*].
- s =distancia en la dirección de flujo, L, [*ft*].
- s_1 =daño de la formación o el comienzo del efecto del régimen de flujo, L, [*adimensional*].
- s_f =daño en la cara de la fractura, [*adimensional*].
- s_g =saturación del gas, [*fracción*].
- s_w =saturación de agua de la formación, [*fracción*].
- SRV =volumen estimulado de yacimiento, L^3 , $MMft^3$.
- T =Temperatura del yacimiento, T, [$^{\circ}F, R$].
- t =tiempo, t, [*días*].
- $t(a, m)$ =función de tiempo basada en la **Ec. 4.8**.
- t_{AD} =Tiempo adimensional
- t_{er} =Tiempo en el fin de la línea recta en una gráfica semilogarítmica.
- t_{esr} =Tiempo en el fin de la línea recta en una gráfica de raíz cuadrada del tiempo.
- V =Volumen molar, L^3 , [$ft^3@c.y.$]
- V_p =Volumen poroso del yacimiento, L^3 , [$ft^3@c.y.$]
- V_L =volumen de Langmuir o volumen máximo adsorbido por unidad de volumen en el yacimiento a una presión infinita, L^3 , ft^3 .
- w_A, w_B =Ancho de las fracturas en los sistemas A, B, ..., L, [*ft*]
- w_f =Ancho de fractura, L, [*ft*]

x_e	=distancia del pozo a la frontera externa, L , [ft]
x_f	=Longitud media de la fractura, L , [ft]
y_e	=distancia a la fractura hidráulica a lo largo de la dirección x , L , [ft]
y_{inv}	=distancia de investigación de drenado, L , [ft]
z	=factor de compresibilidad del gas.
α	=exponente del método de crecimiento logístico.
β	=exponente del método de crecimiento logístico.
γ	=exponente del método de crecimiento logístico.
ρ_r	=densidad de la roca, m/L^3 , gr/cm^3 .
μ	=viscosidad, m/Lt , [cp].
ϕ	=porosidad, [fracción].
τ	=parámetro de tiempo característico del modelo SEPD, [meses].
ω	=factor acéntrico.

Subíndices

A	=sistema A.
a	=aparente.
ce	=condiciones estándar.
LPC	=presión de fondo fluyendo constante en flujo lineal.

- PC* =presión de fondo fluyendo constante
- LGC* =gasto de flujo de gas constante en flujo lineal.
- GC* =gasto de flujo de gas constante.
- flr* =tiempo real del final de la línea recta en la gráfica semilogarítmica del tiempo.
- frc* =tiempo real del final de la línea recta en la raíz cuadrada de la gráfica del tiempo.
- flb* =tiempo real del final de la línea recta en el régimen de flujo bilineal.
- flr* =tiempo real del final de la línea recta en el régimen de flujo radial.
- f* =fractura.
- f* =formación.
- g* =gas.
- i* =condiciones iniciales.
- inv* =investigación.
- m* =matriz de la roca del yacimiento.
- x* =dirección x.
- y* =dirección y.
- z* =dirección z.

REFERENCIAS

1. Abbott, C. A. (1982). Application of Linear and spherical flow Analysis Techniques to field Problems. (SPE 11088).
2. Administration, U. E. (2017). *Energy Information Administration*. Obtenido de <https://www.eia.gov/>
3. Ahmed H. El-Banbi, a. R. (1998). Analysis of Linear Flow in gas Well Production. (39972).
4. Ahmed H. El-banbi, R. A. (1996). Analysis of linear flow in Gas Well Production. (SPE 39972).
5. Ahmed, T. (2006). *Reservoir Engineering Handbook*. Elsevier.
6. Ahmed, T. (2006). *Reservoir Engineering Handbook*. GPP.
7. Al-Hussainy, R. (1965). The flow of real gases through porous media. *SPE*.
8. Arévalo Villagran, J. A. (2001). *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*. Texas A&M University.
9. Arévalo Villagran, J. A., Catellanos Páez, F., Martínez Romero, N., & Pumar Martínez, F. (2014). Dynamic Characterization of Unconventional Gas Reservoir. Field Cases. *SPE*, 17.
10. Arévalo, J. D. (2009). *Análisis de la producción en yacimientos de gas con baja permeabilidad*. Ciudad de México: UNAM.
11. Arévalo, J. F. (2012). *Técnicas de Modelado para la Simulación Numérica en Yacimientos y Pozos de Gas*. Tesis Profesional.
12. Arevalo-Villagran J.A., C. P. (2014). Dynamic Characterization of Unconventional Gas Reservoir. Field Cases. *SPE*, 17.
13. Arevalo-Villagran J.A., C.-P. F.-R. (2014). *Dynamic Characterization of Unconventional gas Reservoir. Field Cases*. *SPE*.
14. Arps, J. J. (1944). *Analysis of Decline Curves*. Houston : SPE.
15. Aviles, G. (2007). *Propiedades de los Hidrocarburos e Identificación de Zonas con Fluidos en el Yacimiento Utilizando Registros Geofísicos de Pozos*. Tesis Profesional.
16. Bello, R. O. (2009). *Rate Transient Analysis in Shale Gas Reservoir with Transient Linear Behaviour*. PhD, Texas A&M U, College Station.
17. Castellanos Páez, F. (2015). *Caracterización Dinámica de yacimientos no convencionales de gas*. CDMX: UNAM.
18. Clark, A. J. (2011). *Decline Curve Analysis in Unconventional Resource Play Using Logistic Growth Model*. USA: University of Texas at Austin.

19. De la Cruz, G. (2007). *Ingenieria en Produccion de Gas*. Tesis profesional.
20. Duong, A. N. (2010). *Rate-Decline Analysis for fractured Dominated Shale Reservoirs*. SPE.
21. F., A. V. (2014). *Dynamic Characterization of Unconventional Gas Reservoir. Field Cases*. SPE.
22. Gringarten, A. R. (1975). Applied pressure Analysis for fractured wells. (SPE 4051).
23. Hagoort, J. (1988). *Fundamental of Gas Reservoir Engineering*. Elsevier.
24. Holditch, S. A. (2006). Tight Gas Sands. *JPT*, 7.
25. Ilk, D., Perego, A., Rushing, J., & Blasingame, T. (2008b). Exponential vs. Hyperbolic Decline in Tight Gas Sands-Understanding the Origin and Implications for Reserve Estimates Using Arps' Decline Curves. (116731).
26. Ilk, Rushing, A., J., & Blasingame. (2008a). Estimating Reserves Using the Arps Hyperbolic Rate-Time Relation-Theoery, Practice and Pitfalls. (CIM 2008-108).
27. J.A. Arévalo-Villagrán, R. W.-V. (2001). *Some History Cases of long-term Linear Flow in tight gas wells*. SPE.
28. J.A., A. V. (2001). *Analysis of long-term behavior in tight gas reservoirs: case histories*. Texas A&M University.
29. James G. Speight, P. (2013). *Shale Gas Production Processes*. Elsevier.
30. Lee, W. a. (1981). Fracture Evaluation with Pressure Trasient Testing in Low-Permeability Gas reservoir. *JPT*, 271.
31. McKinney, T. A. (2005). *Advanced Reservoir Engineering*. Burlington, USA: Elsevier.
32. Nolem-Hoeksema, R. (2013). Elementos de fracturamiento hidraulico. *oilfield Review*, 57-58.
33. Nolen-Hoeksema, R. (2013). Definición del concepto de fracturamiento Hidráulico . *Oilfield Review*.
34. R., A. (s.f.). *Naturally Fractured Reservoirs*. PennwellBooks.
35. R., A.-h. (1965). The Flow of Real Gases Through Porous Media. *SPE*, 13.
36. Rodriguez, F. N. (2014). *Sistema de Terminación Mutietapas en un Pozo del Área de Chicontepec*. Ciudad de Mexico : UNAM.

37. Samaniego-V., H. C.-L. (1981). *Transient Pressure Analysis for Fractured Wells*. SPE.
38. Usman Ahmed, D. N. (s.f.). *Unconventional oil and gas resources exploitation and Development*. CRC Press.
39. Valkó , P. P. (2009). Assigning Value to Stimulation in the Barnett Shale:A Simultaneous Analysis of 7000 Plus Production Histories and Well Completion Records. *SPE*, 19.
40. Valko, P. P., & Lee, W. J. (2010). A Better Way to Forecast Production From Unconventional Gas Well. *SPE*, 16.
41. van Everdingen, A. F. (1949). The application of Laplace Transformation to flow Problems In Reservoir.
42. Verduzco, D. F. (2014). Flujo de gas a traves de medios porosos.
43. Villagran, J. A. (2001). *Analysis of long-term behavior in tight gas reservoir:cases histories*. Texas A&M University.
44. Wattenbarger, J. L. (1996). *gas reservoir Engineering*. SPE.
45. Wattenbarger, R. O. (2008). *Rate Transient Analysis in Naturally Fractured Shale Gas Reservoir*. SPE.
46. Yu, S. (2013). *Best Practice of Using Empirical Method for Production Forecast and EUR Estimation in Tight/Shale Gas Reservoirs*. Alberta,Canada: SPE.
47. YU, S., & Miocevic, D. J. (2013). An Improved Method to Obtain Reliable Production and EUR Prediction for Wells with Short Production History in Tight/Shale Reservoirs. *SPE(SPE 168684)*, 11.
48. YU, S., & Miocevic, D. J. (2013). An improved Method to Obtain Reliable Production and EUR Prediction for Wells with Short Production History in Tight/shale Reservoirs. *SPE*, 11.
49. Yu, S., Lee, W. J., Miocevic, D. J., Li, D., & Harris, S. (2013). Estimating Proved Reserves in Tight/shale Wells Using the Modified SEPDP Method. (166198).

Apéndice A. DERIVACIÓN DE LA ECUACIÓN DE DIFUSIÓN.
Introducción (Al-Hussainy, 1965)

En este apéndice presentaremos la derivación de la ecuación de difusividad para un flujo de fluido ligeramente compresible en un yacimiento homogéneo. La ecuación de difusión es un modelo matemático que un principio se desarrolló para el estudio de transferencia de calor, pero dado que el flujo de fluidos a través de los medios porosos es directamente análogo al flujo de calor a través de sólidos, se utilizó para describir el comportamiento del flujo de fluidos en el medio poroso. La ecuación de difusión se obtiene a partir de los siguientes principios físicos: (a) Ley de la conservación de la masa (ecuación de continuidad), (b) ecuación de movimiento (Ley de Darcy), (c) una ecuación de Estado y (d) Ley de la conservación de la Energía. Para la combinación de estos principios físicos es necesario hacer las siguientes consideraciones: (1) fluido ligeramente compresible, (2) gradiente de presión pequeño, (3) flujo cilíndrico, (4) no hay variación vertical de la presión, (5) son despreciados los efectos gravitacionales cuando se utiliza la ley de movimiento (flujo isotérmico, régimen laminar), (6) la permeabilidad es constante, (7) temperatura constante en el yacimiento, (8) la compresibilidad es constante y pequeña, (9) viscosidad constante, (10) la porosidad del yacimiento cambia con la presión, pero permanece constante con respecto a la posición, medio poroso incompresible (espesores uniformes), (11) fluido en una sola fase y (12) la Ley de Darcy es válida (flujo laminar).

Ecuación de continuidad (Verduzco, 2014) (Al-Hussainy, 1965)

El principio de conservación de masa para un fluido isotérmico a través del medio poroso es expresado por la bien conocida ecuación de continuidad. Para flujo en un sistema x, y, z se tiene el volumen elemental representativo siguiente:

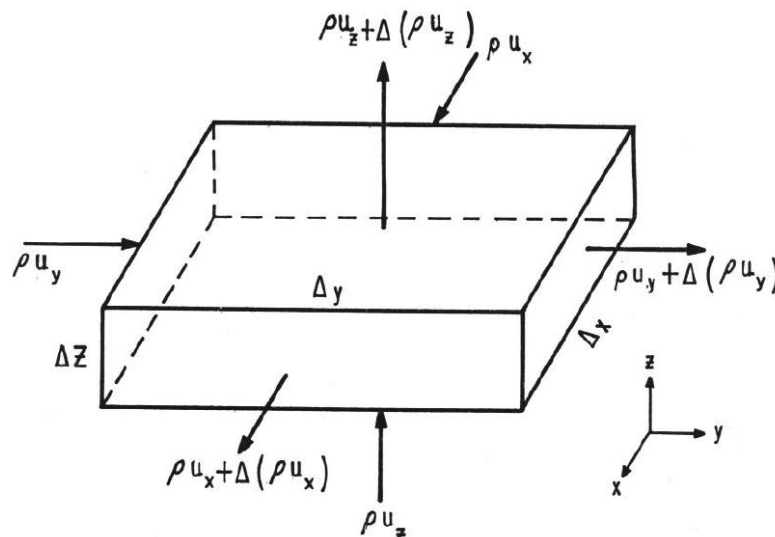


Ilustración 0-1 Volumen de control del medio poroso. (Wattenbarger J. L., 1996)

La ley de conservación de masa se representa con la **Ec. 1**

$$(masa\ que\ entra) - (masa\ que\ sale) = (Acumulacion) \quad (A-40)$$

Para el caso de la **Fig. 10-1** se expresa de la siguiente manera

$$\Delta t \left\{ (\rho\mu_x)\Delta y\Delta z + (\rho\mu_y)\Delta x\Delta z + (\rho\mu_z)\Delta x\Delta y + (q\Delta x\Delta y\Delta z\rho)_i - \left[(\rho\mu_x + \Delta(\rho\mu_x))\Delta y\Delta z + (\rho\mu_y + \Delta(\rho\mu_y))\Delta x\Delta z + (\rho\mu_z + \Delta(\rho\mu_z))\Delta x\Delta y + (q\Delta x\Delta y\Delta z\rho)_p \right] \right\} = \Delta x\Delta y\Delta z\phi S\rho|_{t+\Delta t} - \Delta x\Delta y\Delta z\phi S\rho|_t \quad (A-41)$$

Donde S es la saturación de gas en el medio poroso y q es el gasto producido, o inyectado, del volumen elemental por unidad de volumen.

$$q = \frac{q}{\Delta x\Delta y\Delta z} \quad (A-42)$$

Simplificando la **Ec. A-2**

$$-\Delta t \left\{ \Delta(\rho\mu_x)\Delta y\Delta z + \Delta(\rho\mu_y)\Delta x\Delta z + \Delta(\rho\mu_z)\Delta x\Delta y + (q^*\Delta x\Delta y\Delta z\rho)_p - (q^*\Delta x\Delta y\Delta z\rho)_i \right\} = \Delta x\Delta y\Delta z\phi S\rho|_{t+\Delta t} - \Delta x\Delta y\Delta z\phi S\rho|_t \quad (A-43)$$

Ahora dividimos la **Ec. A-4** por $\Delta x\Delta y\Delta z\Delta t$

$$-\left[\frac{\Delta(\rho\mu_x)}{\Delta x} + \frac{\Delta(\rho\mu_y)}{\Delta y} + \frac{\Delta(\rho\mu_z)}{\Delta z} + (q\rho)_p - (q\rho)_i \right] = \frac{\phi S\rho|_{t+\Delta t} - \phi S\rho|_t}{\Delta t} \quad (A-44)$$

Tomando límites $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ y $\Delta t \rightarrow 0$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho\mu_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho\mu_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho\mu_z) + (q^*\rho)_p - (q^*\rho)_i = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi S\rho) \quad (A-45)$$

Aplicamos notación vectorial y consideramos $S = 1$ o que $\phi = \phi_{hc} = \phi S$

$$\nabla \cdot (\rho\mu) + (q^*\rho)_p - (q^*\rho)_i = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho) \quad (A-46)$$

La **Ec. A-7** es la ecuación de continuidad para flujo de fluidos en una sola fase.

2.1.6.1 Ecuación de Estado

La compresibilidad isotérmica de un fluido se define:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad (\text{A-47})$$

En función de la densidad del fluido, ρ , la compresibilidad puede expresarse:

$$c = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (\text{A-48})$$

Para el flujo de gases a través de medios porosos comúnmente empleamos la ecuación general de los gases reales.

$$\rho = \frac{pM}{zRT} \quad (\text{A-49})$$

Sustituyendo la **Ec. A-10** en la **Ec. A-9**

$$c_g = \frac{zRT}{pM} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{pM}{zRT} \right) = \frac{z}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{z} \right) \quad (\text{A-50})$$

$$c_g = \frac{z}{p} \left(\frac{z - p \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right)}{z^2} \right) \quad (\text{A-51})$$

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{z} \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) \quad (\text{A-52})$$

2.1.6.2 Ley de Darcy

La ley de Darcy en forma general puede expresarse:

$$u = -\frac{k}{\mu} \rho \nabla \Phi \quad (\text{A-53})$$

Donde Φ es el potencial definido por Hubbert (1956) de la siguiente forma:

$$\Phi = \int_{p_o}^p \frac{dp}{\rho} + gz \quad (\text{A-54})$$

Donde z es la altura medida a partir de un plano de referencia y p_o es la presión en ese plano.

Para las condiciones de flujo en un sistema x, y, z la **Ec. A-14** puede escribirse en función de la presión empleando la **Ec. A-15**:

$$\begin{aligned} u_x &= -\frac{k_x \rho}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \\ u_y &= -\frac{k_y \rho}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \\ u_z &= -\frac{k_z \rho}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{k_z}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + g \rho \right) \end{aligned} \quad (A-55)$$

2.1.6.3 Flujo de gas (Verduzco, 2014) (Al-Hussainy, 1965)

De la **Ec. A-7**

$$\nabla \cdot (\rho u) + (q^* \rho)_p - (q^* \rho)_I = -\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (A-56)$$

Despreciando los efectos gravitacionales, los cuales se desprecian debido a que son normalmente pequeños para el flujo de gas, sustituyendo la **Ec. A-10** y **Ec. A-14** en la **Ec. A-7**, y considerando que no existe el termino de inyección:

$$\rho = \frac{pM}{zRT} \quad (A-57)$$

$$u = -\frac{k}{\mu} \rho \nabla \Phi \quad (A-58)$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{pM}{zRT} * \frac{k}{\mu} \Delta \rho \right) - \left(q^* \frac{pM}{zRT} \right)_I = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{pM}{zRT} \right) \quad (A-59)$$

$$\nabla \cdot \left(k \frac{p}{\mu z} \nabla p \right) - \left(q^* \frac{p}{z} \right)_I = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{p}{z} \right) \quad (A-60)$$

En unidades “practicas” del sistema inglés, considerando $\phi = \text{constante}$, la **Ec. A-21** se puede escribirse:

$$\nabla \cdot \left(k \frac{p}{\mu z} \nabla p \right) - \left(\frac{q^*}{5.615} \frac{p}{z} \right)_p = \frac{\phi}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) \quad (A-61)$$

Donde:

$k = \text{permeabilidad, perm} (1 \text{ perm} = 1.127 \text{ Darcys})$

$p = \text{presion, lb/pg}^2$

$\mu = \text{viscosidad, cp}$

$q = \text{gasto, } P_{cy}^3/D$

$t = \text{tiempo, dias}$

y 5.615 es la constante de conversión de pies³ a barril.

De la Ley General de Gases:

$$pv = znRT \quad (A-62)$$

$$v = \frac{znRT}{P} \quad (A-63)$$

A condiciones Estándares:

$$P_{ce}V_{ce} = nRT_{ce} \quad \text{ó} \quad V_{ce} = \frac{nRT_{ce}}{P_{ce}} \quad (A-64)$$

$$B_g = \frac{V}{V_{ce}} = \frac{\frac{nRT}{P}}{\frac{nRT_{ce}}{P_{ce}}} = \frac{P_{ce}}{T_{ce}} \left(\frac{zT}{P} \right) = \frac{q_p^*}{q_{ce}^*} \quad (A-65)$$

Si

$$q_p^* = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} \quad (A-66)$$

Entonces

$$q_p^* = \frac{P_{ce}}{T_{ce}} \left(\frac{zT}{P} \right) q_{ce}^* \quad (A-67)$$

Sustituimos la **Ec. A-28** en **Ec. A-22**

$$\nabla \cdot \left(k \frac{p}{\mu z} \nabla p \right) - \left(\frac{P_{ce}}{T_{ce}} \left(\frac{zT}{P} \right) q_{ce}^* \frac{1}{5.615} \frac{p}{z} \right)_p = \frac{\phi}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) \quad (A-68)$$

$$\nabla \cdot \left(k \frac{p}{\mu z} \nabla p \right) - C_1 T q_{ce}^* = \frac{\phi}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) \quad (A-69)$$

Donde

$$C_1 = \frac{1}{5.615} \frac{P_{ce}}{T_{ce}} = \frac{1}{5.615} \frac{14.7 \text{ PSIA}}{(460 + 60)^\circ R} = 0.00503 \left[\frac{\text{PSIA}}{p^3 \text{ }^\circ R} \right] \quad (A-70)$$

Flujo de Gases Ideales

Considerando momentáneamente flujo únicamente en la dirección x , el término $p\nabla\rho$, se puede expresar:

$$p\nabla\rho = \frac{1}{2} dp^2 \quad \text{ó} \quad p\nabla\rho \quad (\text{A- 71})$$

$$p \frac{dp}{dx} = \frac{1}{2} \frac{dp^2}{dx} \quad (\text{A- 72})$$

Para estas condiciones de flujo, el primer término del lado izquierdo de la **Ec. A-30** es:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{2\mu z} \frac{dp^2}{dx} \quad (\text{A- 73})$$

Si en la **Ec. A-30** se considera que el medio poroso es isotrópico y homogéneo, se obtiene:

$$\frac{1}{2\mu z} \nabla^2 p^2 + \Delta p^2 \nabla \cdot \left(\frac{1}{2\mu z} \right) - \frac{C_1 T}{k} q_{ce}^* = \frac{\phi}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) \quad (\text{A- 74})$$

Donde el operador ∇^2 se conoce como Laplaciano.

Simplificando la **Ec. A-32**

$$\frac{1}{2\mu z} [\nabla^2 p^2 + \Delta p^2 \nabla] - \frac{C_1 T}{k} q_{ce}^* = \frac{\phi}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) \quad (\text{A- 75})$$

Empleando la ley de derivación en cadena y la definición de la derivada del logaritmo:

$$\frac{1}{2\mu z} \left[\nabla^2 p^2 - \frac{d \ln(2\mu z)}{dp^2} (\Delta p^2)^2 \right] - \frac{C_1 T}{k} q_{ce}^* = \frac{\phi}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) \quad (\text{A- 76})$$

Considerando las siguientes suposiciones:

1. El producto μz es aproximadamente constante.
2. Los gradientes de presión al cuadrado son pequeños, $\nabla p^2 \ll 1$, y $(\Delta p^2)^2 \rightarrow 0$.
3. El gas se comporta idealmente ($z=1$) y la viscosidad es constante e independiente a la presión.

La ecuación anterior puede escribirse:

$$\nabla^2 p^2 - 2\mu z \frac{C_1 T}{k} q_{ce}^* = \frac{\phi \mu c_g(p)}{5.615 k} \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (A-77)$$

Donde se ha empleado la expresión siguiente obtenida de la **Ec. A-13**

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{z} \right) = c_g \frac{p}{z} \quad (A-78)$$

Si se considera que no hay termino de producción y empleando unidades de un sistema consistente:

$$\nabla^2 p^2 = \frac{\phi \mu c_g(p)}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (A-79)$$

Esta expresión es similar a la ecuación de difusión que describe el flujo para líquidos. Sin embargo, hay diferencias importantes. Por ejemplo, se puede mencionar que esta ecuación es no lineal, dado que la "constante de difusión" $\eta = k / \phi \mu c_g(p)$, es en realidad una variable de difusión, como resultado de que $c_g(p) = 1/p$. La suposición de que los gradientes de presión son pequeños causa normalmente problemas en yacimientos de gas, especialmente en los de baja permeabilidad.

Para condiciones de flujo estacionario:

$$\nabla^2 p^2 = 0 \quad (A-80)$$

Flujo de gases reales (Verduzco, 2014) (Al-Hussainy, 1965)

La **Ec. A-30** puede simplificarse empleando la teoría de gases reales desarrollada por Al-Hussainy y cols. (1966). Estos autores emplean una transformación denominada pseudo- presión o potencial de gas real, $P_p(p)$, definida por la **Ec. A-41**:

$$P_p(p) = 2 \int_{p_0}^p \frac{k p}{\mu Z} dp \quad (\text{A- 81})$$

Donde:

p_0 es una presión de referencia.

Si k no depende de la presión, la **Ec. A-41** puede simplificarse:

$$P_p(p) = 2 \int_{p_0}^p \frac{p}{\mu Z} dp \quad (\text{A- 82})$$

El potencial $p_p(p)$ puede estimarse por medio de los dos métodos siguientes:

1. De datos de viscosidad de gas μ y del factor z obtenidos en el laboratorio, o de correlaciones, e integrando numéricamente.

El número de datos de presión, n , que se emplean para estimar el potencial $P_p(p)$ varía normalmente entre 7 y 11. El espaciamiento entre las presiones es frecuentemente constante, pudiendo calcularse por medio de la siguiente expresión.

$$\Delta p = \frac{(p_i - p_o)}{(n - 1)} \quad (\text{A- 83})$$

Para estimar el potencial $P_p(p_2)$ se emplea las siguientes expresiones:

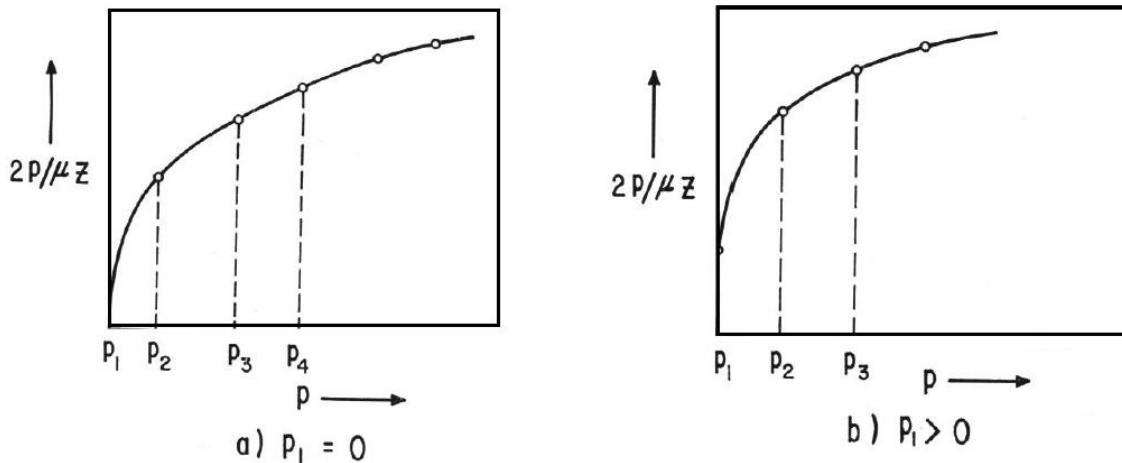


Ilustración 0-2 Gráficas de $2p/\mu z$ contra presión. Lado izquierdo cuando la presión es igual a 0 y lado derecho cuando la presión es mayor a cero. (Wattenbarger J. L., 1996)

$$P_p(p_2) = \left(\frac{2p_2}{\mu_2 z_2} \right) \frac{\Delta p}{2}, p_1 = 0 \quad (\text{A- 84})$$

$$P_p(p_2) = \left(\frac{2p_2}{\mu_2 z_2} + \frac{2p_1}{\mu_1 z_1} \right) \frac{\Delta p}{2}, p_1 \neq 0 \quad (\text{A- 85})$$

Para obtener $P_p(p)$ a presiones mayores se emplea la expresión siguiente:

$$P_p(p_j) = p_p(p_{j-1}) + \Delta p_p(p_j), 3 \leq j \leq n, \quad (\text{A- 86})$$

Donde

$$P_p(p_j) = \left(2 p_j / \mu_j z_j + 2 p_{j-1} / \mu_{j-1} z_{j-1} \right) \left(\frac{\Delta p}{2} \right) \quad (\text{A- 87})$$

2. De correlaciones en función de parámetros pseudo- reducidos de temperatura y presión, como la de Al-Hussain y cols. (1966), y de Zana y Thomas (1970). Adicionalmente se tiene la correlación matemática de klins y Biterge (1987).

La correlación de Al-Hussain y cols. Presenta valores en función del potencial pseudo- reducido $p_p(p)_{pr}$ el cual puede expresarse a partir de la definición de $p_p(p)$ dada por la **Ec. A-42**, empleando las definiciones para los parámetros pseudo- reducidos:

$$p_p(p)_{pr} = \frac{\mu_a p_p(p)}{2(p_{pc})^2 T_{pr}} = \int_{0.2}^{p_{pr}} \frac{p_{pr} dp_{pr}}{T_{pr} \frac{\mu}{\mu_a} z} \quad (\text{A- 88})$$

Donde el cociente μ/μ_a se obtuvo de la correlación de Carr y cols (1954) y z de la correlación de Standing y Katz (1942). En la **Ec. A-48** μ_a es la viscosidad del gas a la presión de una atmosfera y a la temperatura del yacimiento.

Sustituyendo la segunda definición para $p_p(p)$ dada por la **Ec. A-42** en la **Ec. A-30**, también haciendo uso de la **Ec. A-39**.

$$\Delta \cdot \left(k \nabla p_p(p) \right) - 2C_1 T q_{ce}^* = \frac{\phi \mu(p) c_g(p)}{5.615} \frac{\partial p_p(p)}{\partial t} \quad (\text{A- 89})$$

Esta es la ecuación fundamental general que describe el flujo de gases reales a través de medios porosos. Ahora bien, si el medio poroso es isotrópico y homogéneo, considerando que no existe el termino de producción y unidades del sistema----

$$\Delta^2 p_p(p) = \frac{\phi \mu(p) c_g(p)}{k} \frac{\partial p_p(p)}{\partial t} \quad (A-90)$$

Si $\phi = \phi(p)$ esta expresión puede escribirse:

$$\Delta^2 p_p(p) = \frac{\phi \mu(p) c_t(p)}{k} \frac{\partial p_p(p)}{\partial t} \quad (A-91)$$

Donde c_t es la compresibilidad total del sistema gas-medio poroso.

$$c_t(p) = c_g(p) + c_f^1 \quad (A-92)$$

Y c_f^1 es la compresibilidad modificada de la formación:

Considerando en forma rigurosa la situación física en que se tiene flujo de una sola fase, gas en contacto con agua a condiciones de saturación congénita, la compresibilidad total $c_t(p)$ puede expresarse:

$$c_t(p) = S_g c_g(p) + S_w c_w + c_f^1 \quad (A-93)$$

$$c_f^1 = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} = (1 - \phi) c_f \quad (A-94)$$

Apéndice B PROPIEDADES FISICO-QUIMICAS DE LOS GASES NATURALES

Introducción.

En este apéndice se presentarán las propiedades fisicoquímicas de los gases naturales y los métodos para estimar algunas de sus propiedades fisicoquímicas requeridas para los cálculos en la ingeniería de yacimientos de gas. El análisis de laboratorio de una muestra del fluido es la manera más exacta de determinar las propiedades físicas y químicas, pero no siempre se tiene datos de laboratorio, por lo que debemos recurrir a correlaciones empíricas y analíticas. En el siguiente apéndice se presentan algunas correlaciones para estimar propiedades para los gases naturales.

Mol y fracción mol.

Una libra-mol [lb-mol] es una cantidad de materia con una masa en libras igual al peso molecular. Definiciones similares se aplican al gramo-mol, kilogramo-mol, etc. Por ejemplo, 1 [lb-mol] de metano pesa 16.043 *lbm*. La fracción molar de un

componente en una mezcla es el número de libras-mol de ese componente dividido por el número total de moles de todos los componentes en esa mezcla. Luego, para un sistema de n componentes, la fracción molar es:

$$y_i = n_i / \sum_{j=1}^{n_c} n_j \quad (B-95)$$

Donde y_i = fracción molar del componente i , n_i = número de libras-mole del componente i , y n_c es el número de componentes en el sistema.

Ley de los gases Ideales.

Para comenzar la discusión del comportamiento de los gases reales, se considera un gas hipotético llamado gas ideal. Un gas Ideal (Perfecto) presenta las siguientes propiedades:

- El volumen ocupado por la molécula es insignificante en comparación con el volumen total ocupado por el gas.
- No existen fuerzas de atracción y repulsión entre las moléculas y las paredes del contenedor en donde se aloja el gas.
- Los choques entre las moléculas son perfectamente elásticas (no existiendo pérdida de energía interna durante los choques).

Una ecuación que describe la relación entre el volumen ocupado por el gas, la presión y la temperatura se denomina ecuación de estado (EOS). La forma de la ecuación de estado del gas ideal se desarrolló a partir de observaciones empíricas que, para una determinada masa de gas en una temperatura constante, el producto de la presión y el volumen, pV , es constante (Ley de Boyle) y, para una determinada masa de gas en una presión constante, la relación *volumen/temperatura*, V/T , es constante (Ley de Charles). Combinando la Ley de Boyle y la de Charles, se obtiene la ecuación de estado para un gas ideal:

$$pV = nRT = \left(\frac{m}{M}\right) RT \quad (B-96)$$

donde p = presión, [psia]; V = volumen, [ft³]; n = número de libras mol del gas; R = coeficiente universal del gas = 10.732, [psia – ft³/R – lbm]; T = Temperatura absoluta, [°R]; m = masa del gas, [lb]; y M = peso molecular, [lb – lbm – mol]. Se debe tener en cuenta que las unidades y la magnitud del coeficiente universal del gas varía dependiendo de las unidades de otras variables, **Ec. B-2**.

Volumen Molar.

El concepto de volumen molar, V_m , se utiliza para convertir una masa dada de gas a volumen de vapor a condiciones estándares de presión y

temperatura (60 °F y 14.65 psia). Este concepto implica que, para las condiciones estándares, el volumen molar es constante y puede ser usado para convertir masa a volumen o bien, como en algunas ocasiones se requiere, para convertir un volumen dado a condiciones estándares a masa.

Combinando la definición de volumen molar, $V_m = V/n$, y la ley de los gases ideales dada mediante la **Ec. B-2**, se obtiene:

$$V_m = RT_{sc}/p_{sc} \quad (B-97)$$

Se consideran condiciones base o estándares de $T_{sc} = 60^\circ F + 459.67 = 519.67^\circ R$ y $p_{sc} = 14.65 \text{ psia}$. La ecuación **B-3** se expresa como:

$$V_m = \frac{\left(10.732 \frac{\text{psia} - \text{ft}^3}{\text{lbm} - \text{mol}^\circ R}\right) (519.67^\circ R)}{(14.65 \text{ psia})} = 380.7 \text{ scf/lbm} - \text{mol} \quad (B-98)$$

El valor del volumen molar depende de las condiciones estándar de la presión y la temperatura. Aquí se usarán las condiciones estándar de $p_{sc} = 14.65 \text{ psia}$ y $T_{sc} = 60^\circ F$. Mas aun, para obtener el volumen molar en la **Ec. B-4**, se convierte la temperatura estándar de grados Fahrenheit a grados Ranking usando la constante de conversión de 459.67. Para cálculos subsecuentes en este apéndice, se utilizará la constante más comúnmente usada, aunque con menor precisión de 460.

Comportamiento de gases reales.

La ley del gas real es simplemente la relación presión/volumen predicha por la Ley del gas ideal modificada por un factor de corrección que cuantifica el comportamiento no ideal del gas. La Ley del gas ideal es:

$$pV = znRT \quad (B-99)$$

Donde z = cantidad adimensional llamado factor z , el factor de compresibilidad, o el factor de desviación del gas. El factor z corrige la simple ecuación de estado, **Ec. B-2** para un gas ideal y se permite describir el comportamiento de un gas real. Bajo las condiciones ideales de presión y temperatura, $z = 1.0$. El factor z , que depende de la presión y temperatura, la composición del gas puede ser medido en el laboratorio con una muestra de gas del yacimiento o, más aun, obtenido por coloraciones.

Principio de correspondencia de estados.

Varias propiedades de los gases tienen valores iguales para gases similares (tales como los hidrocarburos parafínicos) en cuanto a presión y temperatura reducida. Presión reducida y temperatura reducida para componentes puros se definen como:

$$p_r = p/p_c \quad (B-100)$$

Y

$$T_r = T/T_c \quad (B-101)$$

Respectivamente. La presión pseudo- reducida y la temperatura pseudo- reducida para mezclas se define como:

$$p_{pr} = p/p_{pc} \quad (B-102)$$

Y

$$T_{pr} = T/T_{pc} \quad (B-103)$$

Respectivamente, donde p_c =presión crítica para un gas puro, [psia]; p_{pc} =presión pseudo-crítica para una mezcla de gas, [psia]; T_c =temperatura crítica para un gas puro, [°R]; y T_{pc} =temperatura pseudo-crítica para una mezcla de gas, [°R].

El punto crítico (p_c, T_c) para una sustancia pura es la presión y temperatura a la cual las propiedades de las fases de líquido y vapor serán idénticas. A presiones por arriba de p_c , el líquido y el gas no pueden coexistir, sea cual sea la temperatura, a temperaturas por encima de T_c , la sustancia no puede ser licuada, sea cual sea la presión. Para sustancia puras, p_c y T_c están determinadas experimentalmente. Para mezclas, p_{pc} y T_{pc} ambas son obtenidas con alguna consistencia de reglas de mezclado o están estimadas por correlaciones. Estos valores computados de p_{pc} y T_{pc} no son verdaderos puntos críticos: por ejemplo, las propiedades de las fases de líquido y vapor no serán idénticas en el punto (p_c, T_c).

La observación segura de las propiedades del gas, tal como el factor z , serán aproximadamente las mismas a obtener la temperatura y presión reducidas para una sustancia pura y forma similar de gases por medio de las bases del principio de correspondencia de estados. Este comportamiento también será observado para mezclas y gases químicamente similares; por tanto, correlaciones del factor z para gases puros y mezclas de gas están basadas en este principio.

Propiedades de los gases naturales. (Wattenbarger J. L., 1996)

Al analizar las características de un yacimiento se deben comprender todas las propiedades que interactúan para el movimiento de fluidos (sistema roca fluidos),

debido a que, en la industria petrolera, este es un aspecto de gran importancia, ya sean en medios porosos (para la extracción o inyección de estos al yacimiento) o por tuberías (para el transporte de fluidos), en este caso se describen las propiedades del gas y la manera en que se obtienen.

Una propiedad es cualquier característica medible en una región cerrada por límites imaginarios, las propiedades dependen del tamaño y de la masa total de los límites fijados, algunas propiedades se definen en términos de otras, las propiedades pueden ser clasificadas en extensivas e intensivas, las propiedades extensivas dependen de la cantidad de masa como volumen, la masa, etc. Las propiedades intensivas son independientes de la cantidad de masa presente como la temperatura, la presión, etc. Las propiedades específicas que están definidas por unidad de masa son propiedades intensivas.

Ahora bien, un fluido es una sustancia que se deforma continuamente al ser sometido a un esfuerzo cortante (esfuerzo tangencial) no importa cuán pequeño sea este. Con esta definición queda entendido que un fluido puede ser líquido o gas.

El gas es una fase de la materia homogénea de baja densidad y viscosidad, que no tiene volumen ni forma fija, toma la forma y el volumen del recipiente que lo contiene, una de las propiedades más evidentes de los gases es que ejercen presión sobre sus alrededores en el cuerpo que los contiene. Está conformado por varios componentes, tales como el nitrógeno, bióxido de carbono, ácido sulfhídrico, metano, etano, propano, isobutano, n-butano, isopentano, n-pentano, n-hexano, n-heptano, n-octano, n-nonano, n-decano, oxígeno, hidrogeno, helio y vapor de agua. Cada uno de estos componentes poseen propiedades físicas. Además, se encuentran en un cierto porcentaje de la mezcla de gas; por tanto, las propiedades de cada componente constituyen las propiedades del gas.

Las propiedades físicas de los componentes puros que se presentan en los gases, evaluadas a condiciones estándar de $14.7 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs}$ y 60°F , se enlistan en la **Tabla 11-1**. Estas propiedades, incluyen la fórmula química, el peso molecular, temperatura y presión crítica, densidades del líquido y gas y viscosidad del gas (Para componentes más ligeros que el pentano). Estas propiedades de componentes puros son usadas en cálculos basados en las reglas de mezclado para desarrollar pseudo- propiedades para mezclas de gas, incluyendo el peso molecular aparente y gravedad específica del gas.

Peso molecular aparente para una mezcla de gas.

Debido a que la mezcla de gas está compuesta de moléculas de varios tamaños y de distintos pesos moleculares. Una mezcla de gas se comporta como si tuviera definido peso molecular. Esta observación del peso molecular para una mezcla de gas con n_c componentes es llamado aparente o peso molecular promedio molar y se determina por:

$$M = \sum_{i=0}^{n_c} y_i M_i$$

(B-104)

Donde M = peso molecular aparente de la mezcla de gas, [$lb/lbm - mol$]; M_i = peso molecular del componente i del gas, [$lb/lbm - mol$]; y y_i = fracción mol de la fase de gas del componente i [Fracción].

Tabla 0-1 Tabla de propiedades físicas de los gases a 14.7 psia y 60 °F.

Componente	Fórmula química	Peso molecular (lbm/ lbm-mol)	Temperatura crítica (°R)	Presión crítica (lb/pg ² abs)	Densidad del líquido (lbm/ ft ³)	Densidad del gas (lbm/ ft ³)	Viscosidad del gas (cp)
Hidrógeno	H ₂	2.109	59.36	187.5	4.432	0.005312	0.00871
Helio	He	4.003	9.34	32.9	7.802	0.010550	0.01927
Agua	H ₂ O	18.015	1,164.85	3,200.14	62.336	-	~ 1.122
Monóxido de carbono	CO	28.010	239.26	507.5	49.231	0.073810	0.01725
Nitrógeno	N ₂	28.013	227.16	493.1	50.479	0.073820	0.01735
Oxígeno	O ₂	31.99	278.24	731.4	71.228	0.084320	0.02006
Sulfuro de hidrógeno	H ₂ S	34.08	672.35	1,306.0	49.982	0.089810	0.01240
Dióxido de carbono	CO ₂	44.010	547.58	1,071.0	51.016	0.116000	0.01439
Aire	-	28.963	238.36	546.9	54.555	0.076320	0.01790
Metano	CH ₄	16.043	343.00	666.4	18.710	0.042280	0.01078
Etano	C ₂ H ₆	30.070	549.59	706.5	22.214	0.079240	0.00901
Propano	C ₃ H ₈	44.097	665.73	616.0	31.619	-	0.00788
i-Butano	iC ₄ H ₁₀	58.123	734.13	527.9	35.104	-	0.00732
n-Butano	nC ₄ H ₁₀	58.123	765.29	550.6	36.422	-	0.00724
i-Pentano	iC ₅ H ₁₂	72.150	828.77	490.4	38.960	-	-
n-Pentano	nC ₅ H ₁₂	72.150	845.47	488.6	39.360	-	-
n-Hexano	nC ₆ H ₁₄	86.177	913.27	436.9	41.400	-	-
n-Heptano	nC ₇ H ₁₆	100.204	972.37	396.8	42.920	-	-
n-Octano	nC ₈ H ₁₈	114.231	1,023.89	360.7	44.090	-	-
n-Nonano	nC ₉ H ₂₀	128.256	1,070.35	331.8	45.020	-	-
n-Decano	nC ₁₀ H ₂₂	142.285	1,111.67	305.2	45.790	-	-

Se dan valores de densidad de los líquidos para estos componentes, que puedan existir como líquidos a 60 °F y 14.7 (lb/pg²abs), se estima la densidad del líquido para componentes que son gases naturales a estas condiciones.

Gravedad específica de un gas, γ_g

Se define como la relación de la densidad del gas y la densidad del aire, ambas están medidas a determinada presión y temperatura:

$$\gamma_g = \rho_g / \rho_a \quad (B-105)$$

Donde ρ_g = densidad de la mezcla de gas, [lbm/ft³], y ρ_a = densidad del aire, [lbm/ft³].

A condiciones estándar (tales como 14.65 psia y 60 °F), el gas natural y el aire están modeladas precisamente por la Ley de los gases ideales. Bajo estas condiciones, si se usa la definición de libra-mole ($n = m/M$) y de densidad ($\rho = m/V$) y el modelo de comportamiento del aire y del gas por el gas ideal (EOS), se expresa la gravedad específica de una mezcla de gas como:

$$\gamma_g = (pM/RT)/(pM_a/RT) = M/M_a \quad (B-106)$$

Donde γ_g = gravedad específica del gas (aire=1.0); M = peso molecular aparente del gas, [lbm/lbm – mol]; y M_a = peso molecular del aire=28.9625 [lbm/lbm – mol].

Aunque la **Ec. B-12** es derivada bajo la hipótesis de un gas ideal (precisamente a condiciones estándar), es usada comúnmente como definición para gases reales y mezcla de gases reales en la industria del gas natural.

Calculo de las propiedades pseudo- críticas del gas. (Wattenbarger J. L., 1996)

En esta sección se presentan dos métodos para calcular la temperatura y presión pseudo- crítica de una mezcla de hidrocarburos gaseosos. Estas propiedades pseudo- críticas proveen un medio para correlacionar las propiedades físicas de las mezclas basándose en el principio de correspondencia de estados. Como se manifestó previamente, el principio de correspondencia de estados sugiere que puras, pero mezclas similares de gases, tienen alguna desviación o factor z para valores de presión y temperaturas reducidas. Otras propiedades físicas de los gases también tienen que ser correlacionadas con el principio de correspondencia de estados. Mezclas de gases químicamente similares puede ser correlacionadas con temperaturas reducidas y presiones reducidas.

El primer método, utiliza las reglas de mezclado desarrolladas por Stewart y otros autores. (Wattenbarger J. L., 1996), este método requiere que la composición sea conocida. También este método requiere de más cálculos que otros métodos

desarrollados con anterioridad (tales como el procedimiento de Kay (Wattenbarger J. L., 1996)). Las reglas de mezclado de Stewart proveen regularmente más precisión en sus resultados. El segundo método, desarrollado por Sutton, estima las propiedades pseudo-críticas cuando la composición del gas no es conocida. El método de Sutton requiere de manera considerable menores cálculos aritméticos en comparación con el método de reglas de mezclado de Stewart, y es el método de preferencia para cuando la rapidez en los cálculos es importante, sin importar mucho la precisión en los mismos. También es usada la gravedad específica del gas para una constante en lugar de una detallada composición del hidrocarburo. El método de Sutton es más preciso que el de las reglas de mezclado de Kay.

También presentaremos correlaciones de corrección de la temperatura y presión pseudo-críticas debido a la presencia de contaminantes comúnmente asociados con la producción del gas natural. Tales contaminantes son el ácido sulfhídrico (H_2S), bióxido de carbono (CO_2), nitrógeno, y vapor de agua. Mas aun, se mostrará una técnica de cálculo para estimar la gravedad específica del gas-húmedo y gas y condensado. Esta gravedad específica también puede ser usada en el método de Sutton para estimar las propiedades pseudo-críticas.

Estimación de las propiedades pseudo-críticas cuando la composición del gas es conocida: reglas de mezclado de Stewart.

Stewart y otros autores (Wattenbarger J. L., 1996) trabajaron con 21 diferentes reglas de mezclado concluyendo su trabajo mostrando las **Ec. B-19** hasta las **Ec. B-24**. Estas reglas de mezclado proveen los resultados más consistentes usando una simple cubica regla de mezclado con datos experimentales, en comparación con los resultados computarizados que también son muy confiables. El término "simple cubica" se refiere a las ecuaciones de estado en forma cubica (Ecuaciones de Estado de van der Waals y Redlich-Kwong). Debido a que estas reglas de mezclado dan resultados más precisos, el método de Stewart será usado para estimar presiones y temperaturas pseudo-críticas para la obtención de factor z , la compresibilidad del gas y la viscosidad.

Con el método de Sutton también se puede hacer correcciones para componentes de mayor peso molecular. Las ecuaciones de Kessler-Lee (Wattenbarger J. L., 1996)(**Ec. B-13** hasta B-15) son usadas para calcular las propiedades críticas de la fracción del heptano plus (C_{7+}).

Procedimiento de cálculo con el método de Stewart.

1. Si una fracción significativa de componentes pesados (C_7 y *pesados*) está presente en la mezcla de gas natural, mediciones en el laboratorio para la obtención del peso molecular y de la gravedad específica para el C_{7+} son necesarios para su utilización en las reglas de mezclado para el cálculo de la gravedad de la mezcla y de las propiedades pseudo-críticas. Las ecuaciones

de Whitson y Kessler-Lee (Wattenbarger J. L., 1996) son recomendadas para estimar las propiedades críticas de la fracción del C_{7+} .

A. Primero, estimar la temperatura de ebullición de la fracción C_{7+} .

$$T_{bc7+} = (4.5579 M_{C7+}^{0.15178} \gamma_{C7+}^{0.15427})^3 \quad (\text{B-107})$$

B. Estimar la presión pseudo- crítica de la fracción C_{7+} .

$$P_{pcC7+} = \exp \left[8.3634 - \frac{0.0566}{\gamma_{C7+}} - \left(0.24244 + \frac{2.2898}{\gamma_{C7+}} + \frac{0.11857}{\gamma_{C7+}^2} \right) \frac{T_{bc7+}}{1000} \right. \\ \left. + \left(1.4685 + \frac{3.648}{\gamma_{C7+}} + \frac{0.47227}{\gamma_{C7+}^2} \right) \frac{T_{bc7+}^2}{10^7} \right. \\ \left. - \left(0.42019 + \frac{1.6977}{\gamma_{C7+}^2} \right) \frac{T_{bc7+}^3}{10^{10}} \right] \quad (\text{B-14})$$

C. Estimar la temperatura pseudo- crítica de la fracción del C_{7+} .

$$T_{pcC7+} = (341.7 + 811\gamma_{C7+}) + (0.4244 + 0.1174\gamma_{C7+})T_{b7+} \quad (\text{B-15}) \\ + (0.4669 - 3.2623\gamma_{C7+}) \frac{10^5}{T_{bc7+}}$$

2. Determinar los factores de corrección F_j, ξ_j, ξ_k para componentes de alto peso molecular usando el método de Sutton.

$$F_j = \frac{1}{3} \left(\frac{yT_c}{P_c} \right)_{C7+} + \frac{2}{3} \left(\frac{y^2T_c}{P_c} \right)_{C7+} \quad (\text{B-108})$$

$$\xi_j = 0.6081F_j + 1.1325F_j^2 - 14.004 F_j\gamma_{C7+} + 64.434F_j\gamma_{C7+}^2 \quad (\text{B-109})$$

$$\xi_k = \left(\frac{T_c}{\sqrt{P_c}} \right)_{C7+} (0.3129 \gamma_{C7+} - 4.8156 \gamma_{C7+}^2 + 27.3751 \gamma_{C7+}^3)$$

3. Obtener las presiones críticas y las temperaturas de los componentes remanentes de la **Tabla 11-1**.

4. Determinar las presiones y temperaturas pseudo- críticas del gas.

A. Calcular los parámetros J y K.

$$j = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{n_c} \left(\frac{yT_c}{P_c} \right)_i + \frac{2}{3} \left[\sum_{i=1}^{n_c} \left(y \sqrt{\frac{T_c}{P_c}} \right)_i \right]^2$$

Y

$$K = \sum_{i=1}^{n_c} \left(\frac{y_i T_{c_i}}{\sqrt{P_{c_i}}} \right) \quad (\text{B-111})$$

B. Los parámetros de correlaciones J' y K' para la fracción de C_{7+} .

$$J' = J - \xi_j \quad (\text{B-112})$$

Y

$$K' = K - \xi_k \quad (\text{B-113})$$

C. Calcular la temperatura y presión pseudo- crítica.

$$T_{pc} = K'^2 / J' \quad (\text{B-114})$$

Y

$$p_{pc} = T_{pc} / J' \quad (\text{B-115})$$

Estimación de las propiedades pseudo- críticas cuando la composición del gas no es conocida: correlación de Sutton.

El método propuesto por Stewart para calcular las propiedades pseudo- críticas requiere información sobre la composición del gas, sin embargo, análisis de laboratorio a menudo no están disponibles. Usando datos de 264 muestras de gas, Sutton desarrollo una correlación para estimar la presión y temperatura pseudo- crítica como una función de la gravedad específica del gas. Las curvas de correlación de Sutton son mostradas en la **Fig. 11-1**, estas están basadas en una mayor base de datos que las usadas por Standing (Wattenbarger J. L., 1996) y por consecuencia difieren significativamente de las curvas de Standing. Sutton ajusto los datos en bruto con ecuaciones cuadráticas y obtuvo las siguientes ecuaciones empíricas relacionadas con las propiedades pseudo- críticas de los hidrocarburos a la gravedad específica del gas:

$$p_{pch} = 756.8 - 131.0\gamma_h - 3.6\gamma_h^2 \quad (\text{B-116})$$

Y

$$T_{pch} = 169.2 - 349.5\gamma_h - 74.0\gamma_h^2 \quad (\text{B-117})$$

Donde p_{pch} = presión pseudo-crítica de los componentes hidrocarburos, [psia];
 T_{pch} = temperatura pseudo- crítica de los componentes hidrocarburos, [°R]; y
 γ_h = gravedad específica del gas de los componentes hidrocarburos (aire=1.0).

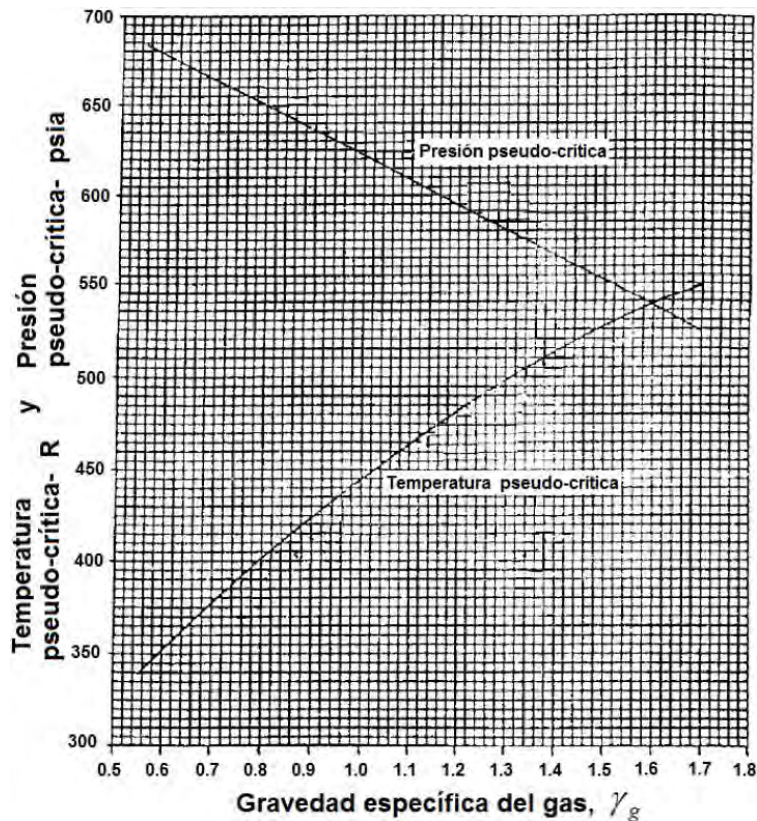


Ilustración 0-1 Propiedades pseudo críticas de los gases naturales. (Wattenbarger J. L., 1996)

Las **Ecs. 24,25** y la **Fig. 11-1** son aplicables para $0.57 < \gamma_h < 1.68$. Y si el gas contiene $< 12\%$ mol de CO_2 , $< 3\%$ mol de nitrógeno, y no contiene H_2S , entonces γ_h puede ser determinada de la siguiente forma:

1. Si el gas es seco (no forma condensados), y si el separador de gravedad del gas es usado, entonces $\gamma_h = \gamma_g$.
2. Si la gravedad del fluido en la corriente del pozo es computarizada, entonces $\gamma_h = \gamma_w$.

Sin embargo, si el gas contiene $>12\%$ mol de CO_2 , $> 3\%$ mol de nitrógeno, o algo de H_2S , entonces la gravedad del gas de los hidrocarburos puede ser calculada por:

$$\gamma_h = \frac{\gamma_w - 1.1767 y_{H_2S} - 1.5196 y_{CO_2} - 0.9672 y_{N_2} - 0.6220 y_{H_2O}}{1 - y_{H_2S} - y_{CO_2} - y_{N_2} - y_{H_2O}} \quad (B-118)$$

Donde $\gamma_w = \gamma_g$ si el separador de gravedad del gas ese está utilizando.

Una vez que la gravedad especifica del gas de los componentes hidrocarburos es estimada, las propiedades pseudo- críticas de la mezcla de los hidrocarburos serán calculadas con la correlación de Sutton dada por las **Ecs. B-24 y B-25** o en la **Fig. 11-1**. Las propiedades pseudo- críticas de toda la mezcla, que incluyen los contaminantes, se estiman con las siguientes ecuaciones.

$$p_{pc} = (1 - y_{H_2S} - y_{CO_2} - y_{N_2} - y_{H_2O})T_{pch} + 1306 y_{H_2S} + 1071 y_{CO_2} + 493.1 y_{N_2} + 3200.1 y_{H_2O} \quad (B-119)$$

Y

$$T_{pc} = (1 - y_{H_2S} - y_{CO_2} - y_{N_2} - y_{H_2O})T_{pch} + 672.35 y_{H_2S} + 547.58 y_{CO_2} + 227.16 y_{N_2} + 1164.9 y_{H_2O} \quad B-120$$

Donde los coeficientes de la presión crítica (**Ec. B-27**) y temperatura crítica (**Ec. B-28**) son las fracciones mol de los contaminantes. Notar que la formas de las **Ec. B-26** hasta las **Ec. B-28** inicialmente propuestas por Standing no contienen correcciones para vapor de agua.

Notar también que la presión temperatura pseudo-criticas calculadas con las **Ecs. B-27 y B-28** no son las correctas si la mezcla del gas está contaminada con los componentes no hidrocarburos. Correcciones para contaminantes del gas natural, CO_2 , H_2S , nitrógeno y vapor de agua son visualizadas más adelante.

Corrección de las propiedades pseudo- críticas para la contaminación con H_2S y CO_2 .

Witchert y Azis (Wattenbarger J. L., 1996) desarrollaron una correlación que toma en cuenta los efectos de H_2S y CO_2 sobre la presión y temperatura pseudo-critica. Estas correlaciones, ajustan las propiedades pseudo-críticas de la mezcla del gas natural dando valores correctos de estas propiedades, deben aplicarse entonces cuando se utiliza p_{pc} y T_{pc} para estimar el factor z , la compresibilidad del gas y la viscosidad del gas.

La correlación de Witchert y Azis, que se muestra en la **Fig. 11-2**, es:

$$\xi = 120(A^{0.9} - A^{1.6}) + 15(B^{0.5} - B^4) \quad (B-121)$$

Donde la temperatura T'_{pc} , y la presión p'_{pc} pseudo-criticas, ajustadas por contaminación de H_2S y CO_2 son:

$$T'_{pc} = T_{pc} - \xi \quad (B-122)$$

Y

$$p'_{pc} = \frac{p_{pc} T'_{pc}}{[T_{pc} + B(1 + B)\xi]} \quad (B-123)$$

En la **Ecs. 29** hasta la **B-31** donde, A = suma de las fracciones molares de H_2S y CO_2 en la mezcla de gas y B = fracción mol de H_2S en la mezcla.

El promedio de error absoluto en los cálculos del factor z fue de 0.97%, con un máximo error de 6.59% para los datos utilizados en el desarrollo de esta correlación. Las correlaciones fueron desarrolladas para gases bajo el siguiente rango de condiciones: $154 < p(\text{psia}) < 7026$, $40 < T(^{\circ}\text{F}) < 300$, $0 < CO_2(\% \text{ mol}) < 54.56$, y $0 < H_2S(\% \text{ mol}) < 73.85$.

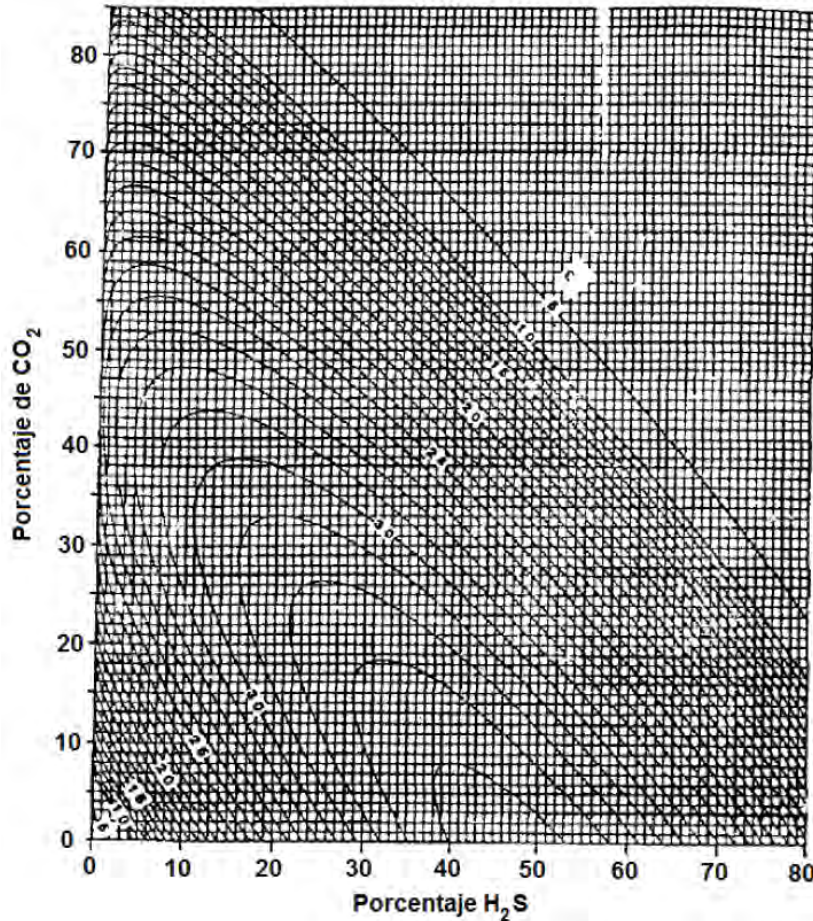


Ilustración 0-2 Corrección de las propiedades pseudo- críticas H₂S y CO₂. (Wattenbarger J. L., 1996)

Corrección de las propiedades pseudo- críticas por contaminación de nitrógeno y vapor de agua.

Existen correlaciones disponibles para corregir las propiedades pseudo- críticas por la presencia de nitrógeno y vapor de agua. Estas correlaciones son, en su mayoría, semi empíricas, deben ser consideradas precisas solamente en el sentido de que pueden ofrecer mejores resultados que ignorando los efectos de estos contaminantes. Las correcciones por nitrógeno y vapor de agua son:

$$T_{pc,cor} = -246.1 y_{N_2} + 400 y_{H_2O} \quad (B-124)$$

$$P_{pc,cor} = -162 y_{N_2} + 1270 y_{H_2O} \quad (B-125)$$

La temperatura y presión pseudo-críticas corregidas son:

$$T_{pc}'' = \frac{T_{pc}' - 227.1y_{N_2} - 1165y_{H_2O}}{1 - y_{N_2} - y_{H_2O}} + T_{pc,cor} \quad (B-126)$$

$$p_{pc}'' = \frac{p_{pc}' - 493.1 y_{N_2} - 3200 y_{H_2O}}{1 - y_{N_2} - y_{H_2O}} + p_{pc,cor} \quad (B-127)$$

Donde T_{pc}' y presión p_{pc}' son la temperatura y presión pseudo-crítica corregida por H_2S y CO_2 con la correlación de Wichert y Aziz. Si no hay H_2S o CO_2 en la mezcla de gas, entonces $T_{pc}' = T_{pc}$, y presión $p_{pc}' = p_{pc}$.

Procedimiento sistemático para calcular las propiedades pseudo- críticas de gas.

El siguiente procedimiento resume las técnicas expuestas anteriormente y deben ser utilizadas para calcular la presión y temperatura pseudo- críticas para estimar el factor z , compresibilidad del gas y la viscosidad del gas.

1. Estimar la presión pseudo- crítica, p_{pc} , y la temperatura, T_{pc} .
 - A. Si el análisis de laboratorio de la muestra de fluido del yacimiento está disponible, entonces calcular p_{pc} y T_{pc} con las reglas de mezclado de Stewart.
 - B. Si los análisis de laboratorio de la composición de los hidrocarburos no están disponibles o si la rapidez de los resultados es más importante que la precisión, estimar p_{pc} y T_{pc} con la correlación de Sutton.
 - 1.- Estimar la gravedad del gas de los hidrocarburos, γ_h .
 - a. Si el gas no contiene contaminantes, entonces:
 1. Si la gravedad del gas en el separador es utilizada, γ_g , entonces $\gamma_h = \gamma_g$ para un gas seco.
 - b. Si los contenidos del gas son más que 12% mol de CO_2 , más que el 3% mol de N_2 o algo de H_2S . Entonces calcular la gravedad del gas de la mezcla de hidrocarburos, γ_h , con la **Ec. B-26**.
 - 2.- Calcular p_{pch} y T_{pch} con las **Ecs. B-24 y B-25**, respectivamente.
 - 3.- Calcular p_{pc} y T_{pc} con las **Ecs. B-27 y B-28**, respectivamente.
2. Corregir las propiedades pseudo- críticas para la contaminación por H_2S o CO_2 .
 - A. Si el gas no contiene H_2S o CO_2 , entonces $p_{pc}' = p_{pc}$ y $T_{pc}' = T_{pc}$.
 - B. Si el gas contiene H_2S o CO_2 , entonces calcular las propiedades pseudo- críticas corregidas, p_{pc}' y T_{pc}' , con las correlacion de Wichert y Aziz.
3. Corregir las propiedades pseudo- críticas para nitrógeno y vapor de agua usando el método de Casey.

- A. Si el gas no contiene nitrógeno o vapor de agua, entonces $p_{pc}'' = p_{pc}'$ y $T_{pc}'' = T_{pc}'$.
 - B. Si el gas contiene nitrógeno y/o vapor de agua, entonces calcular p_{pc}'' y T_{pc}'' con los métodos presentados en la sección pasada.
4. P_{pc} y T_{pc} son valores apropiados para el uso de las correlaciones para obtener el factor z , la compresibilidad del gas y la viscosidad del gas.

Correlación para obtener el factor z por Dranchuk y Abou-kassem.

Standing y Katz (Wattenbarger J. L., 1996) presentaron una correlación grafica del factor z para los gases naturales como una función de la presión pseudo-reducida, p_r , y temperatura pseudo-reducida, T_r . Dranchuk y Abou-Kassem acomodaron 11 constantes de las ecuaciones de estados con datos de Standing y Katz y extrapolaron estas correlaciones para altas presiones reducidas. En la **Fig. 11-3 y 11-4**, están las gráficas del factor z vs p_r calculadas por Dranchuk y Abou-Kassem con su ecuación de estado.

Dranchuk y Abou-Kassem desarrollaron su ecuación de estado principalmente para estimar el factor z con rutinas de equipo. Ellos trabajaron con la ecuación de estado a 1500 puntos de datos con un promedio de error absoluto de 0.486%, cuando el factor z es una función de T_r y p_r . El factor z basado sobre esta ecuación de estado es exacto dentro de los estándares usuales de ingeniería por $0.2 \leq p_r \leq 30$ y $1.0 < T_r \leq 3.0$, y $p_r < 1.0$ y $0.7 < T_r \leq 1.0$.

Se recomienda el siguiente procedimiento para estimar el factor z con la correlación de Dranchuk y Abou-Kassem.

1. Calcular las propiedades pseudo-críticas corregidas para H_2S, CO_2, N_2 y H_2O . p_{pc}'' y T_{pc}'' usando el procedimiento presentado en la sección anterior.
2. Calcular las propiedades reducidas, $p_r = p/p_{pc}''$ y $T_r = T/T_{pc}''$.
3. Estimar el factor z usando la **Fig. 11-3 y 11-4**.

Factor de volumen del gas

El factor de volumen del gas, B_g , se define como:

$$B_g = V_R/V_{SC} \quad (B-128)$$

Donde V_R = volumen ocupado por el gas a presión y temperatura de yacimiento, V_{SC} = volumen ocupado por la misma masa del gas a condiciones estándar.

El volumen de n moles de gas a condiciones de yacimiento es obtenido por la Ley de los gases reales.

$$V_R = ZnRT/p$$

(B-129)

Donde T =temperatura del yacimiento, [°R], y p =presión del yacimiento, [psia]. De la misma manera, el volumen de n moles de gas a condiciones estándar se obtiene por la Ley de los gases reales.

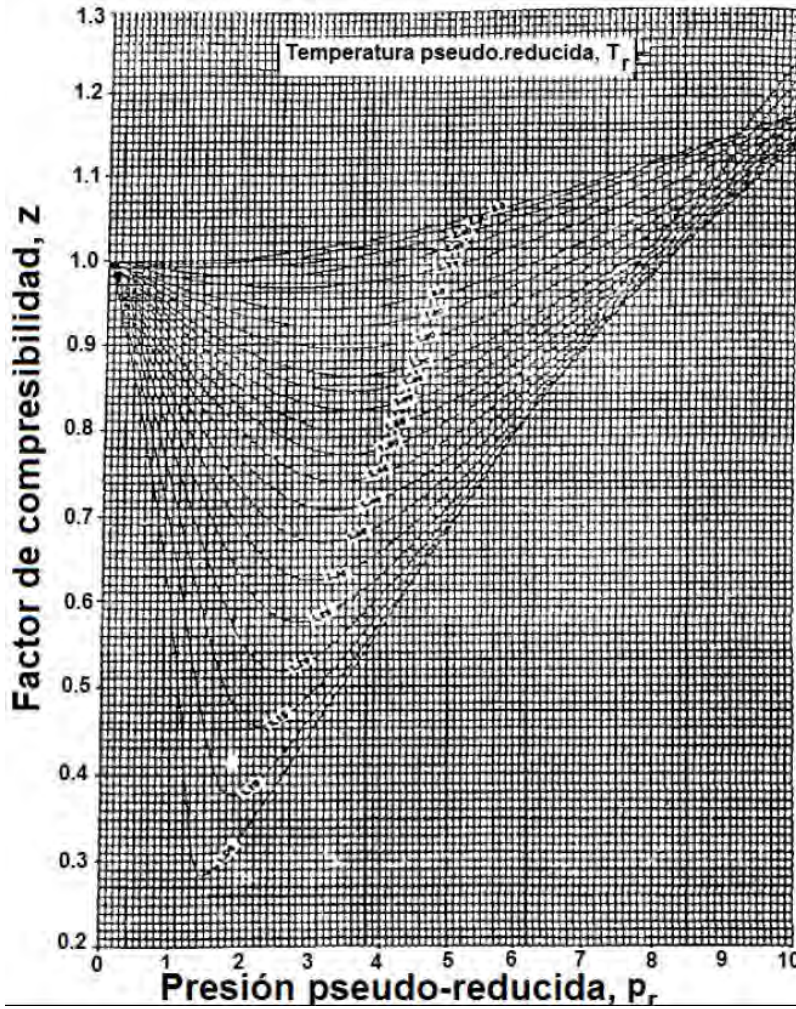


Ilustración 0-3 Factor z para gases naturales con $0 < p_r < 10$. (Wattenbarger J. L., 1996)

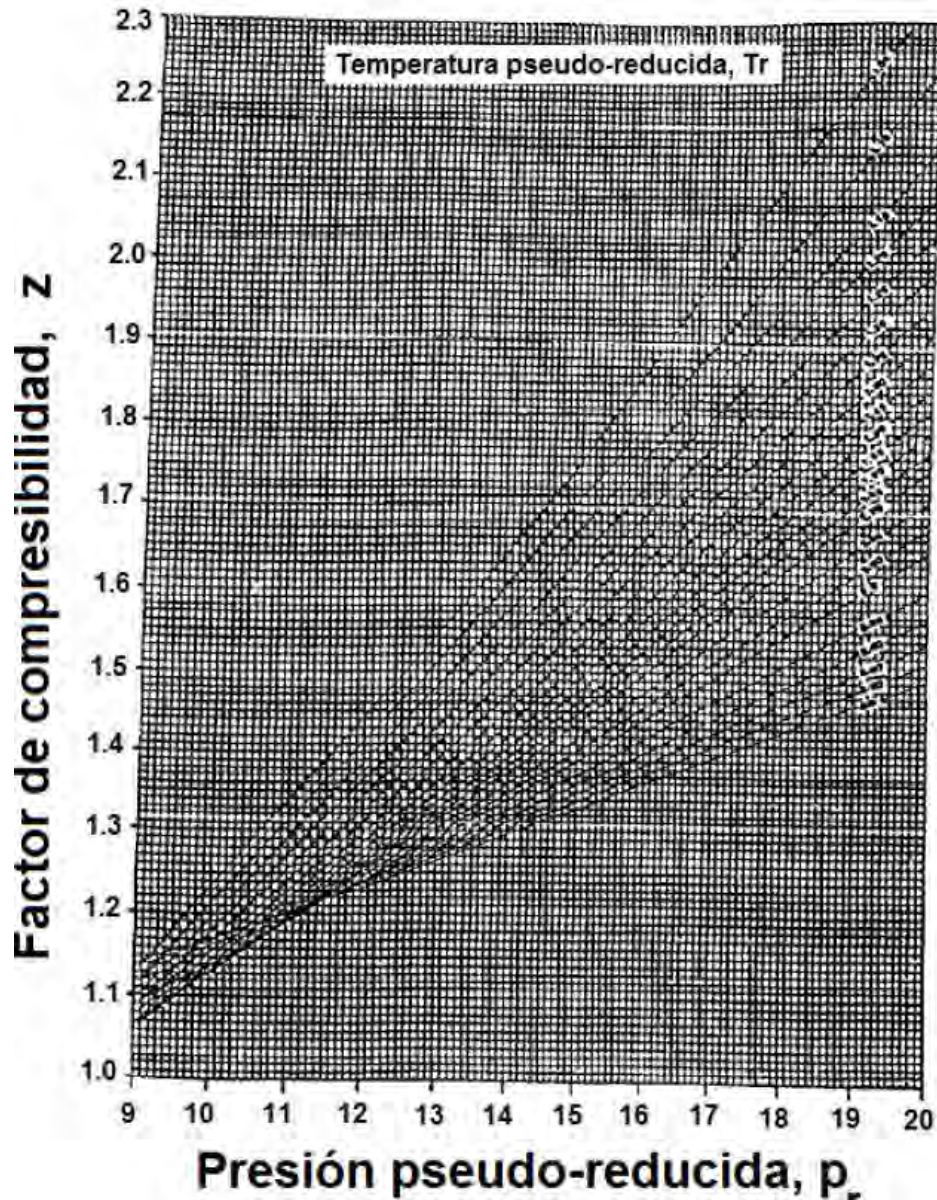


Ilustración 0-4 Factor z para gases naturales con $9 < p_r < 20$.
(Wattenbarger J. L., 1996)

$$V_{sc} = Z_{sc} n R T_{sc} / p_{sc} \quad (B-130)$$

Donde T = temperatura a condiciones estándar, [°R], y p = presión a condiciones estándar, [psia]. Se sustituye las **Ecs. B-37** y **B-38** en la **Ec. B-36**, se obtiene:

$$B_g = \frac{(ZnRT/p)}{(Z_{sc}nRT_{sc}/p_{sc})} = \frac{ZT p_{sc}}{Z_{sc} T_{sc} p} \quad (B-131)$$

Asumimos las condiciones estándares de $T_{SC} = 60^{\circ}F = 519.67^{\circ}R$, $p_{SC} = 14.65 \text{ psia}$, y $z_{SC} = 1$

$$B_g = \frac{ZT(14.65 \text{ [psia]})}{(1)(519.65 \text{ [}^{\circ}R])p} = 0.0282 \frac{zT \text{ ft}^3}{p \text{ scf}} \quad (\text{B-132})$$

Se convierten las unidades de B_g de $\text{ft}^3/\text{ft}^3 @ \text{ c.e.}$ a barriles de yacimiento/ $\text{Mft}^3 @ \text{ c.e.}$, se tiene:

$$B_g = \left(0.0282 \frac{zT \text{ ft}^3}{p \text{ scf}} \right) \left(\frac{\text{bbl}}{5.615 \text{ ft}^3} \right) \left(\frac{1000 \text{ scf}}{\text{Mscf}} \right) = \frac{5.02 zT}{p} \frac{\text{RB}}{\text{Mscf}} \quad (\text{B-133})$$

Densidad del gas.

Se sustituyen las definiciones de mol ($n = m/M$) y del volumen específico ($v = V/m$) dentro de la Ley de los gases reales, se obtiene:

$$pv = zRT/M \quad (\text{B-134})$$

Debido a que la densidad del gas es definida como masa de gas por unidad de volumen, o simplemente el recíproco del volumen específico,

$$\rho = m/V = 1/v \quad (\text{B-135})$$

Reacomodando la **Ec. B-42** y resolviendo para la densidad del gas en términos de la presión, temperatura, y el factor z :

$$\rho = 1/v = pM/zRT \quad (\text{B-136})$$

En términos de la gravedad específica del gas, γ_g , en la **Ec. B-44**, se tiene:

$$\rho = \frac{(p)(28.963\gamma_g)}{(z)(10.732)(T)} = \frac{2.70 p\gamma_g}{zT} \quad (\text{B-137})$$

Donde ρ = densidad del gas, [lbm/ft^3]; p = presión, [psia]; γ_g = gravedad específica del gas (aire=1.0); T = temperatura, [$^{\circ}R$], y z = factor de desviación del gas, [adimensional].

Compresibilidad del gas.

La definición del coeficiente isotérmico de compresibilidad, o simplemente compresibilidad, es:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{1}{B_g} \left(\frac{\partial B_g}{\partial p} \right)_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (\text{B-138})$$

Se combina la **Ec. B-44** y se deriva esta misma ecuación respecto a la temperatura constante, y la **Ec. B-46** expresa la compresibilidad del gas en términos de su factor de desviación como:

$$c = \frac{1}{p} - \frac{1}{z} \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right)_T \quad (\text{B-139})$$

La cual es una ecuación fundamental para calcular la compresibilidad del gas. La compresibilidad del gas se evalúa directamente de datos de $p - z$; sin embargo, se desarrolló una relación explícita para compresibilidad del gas si se usa la correlación de Dranchuk y Abou-Kassem (Wattenbarger J. L., 1996). Definieron la compresibilidad pseudo- reducida, c_r , como:

$$c_r = c_g p_{pc} \quad (\text{B-140})$$

En términos de la presión pseudo- reducida, la **Ec. B-48**, se convierte en:

$$c_r = \frac{1}{p_r} - \frac{1}{z} \left(\frac{\partial z}{\partial p_r} \right)_{T_r} \quad (\text{B-141})$$

$$c_r = \frac{c_r T_r}{T_r} \quad (\text{B-142})$$

Mattar y otros autores (Wattenbarger J. L., 1996) utilizaron 11 constantes de ecuaciones de estado para generar los dos esbozos de la **Fig.11-5**, en donde el producto de la compresibilidad pseudo- reducida y temperatura pseudo- reducida, $c_r T_r$, se grafica como una función de la presión pseudo- reducida, p_r , y la temperatura pseudo- reducida, T_r . La temperatura pseudo- reducida y la presión pseudo- reducida para una mezcla de gas están definidas por las ecuaciones **B-8** y **B-9**, respectivamente. Los cálculos con c_g y el factor z son aplicables sobre el rango $0.2 \leq p_r < 30$ y $1.0 < T_r \leq 3.0$ y $p_r < 1.0$ y $0.7 < T_r < 1.0$. Sin embargo, este método es pobre en cuanto a resultados en $T_r = 1.0$ y $p_r > 1.0$.

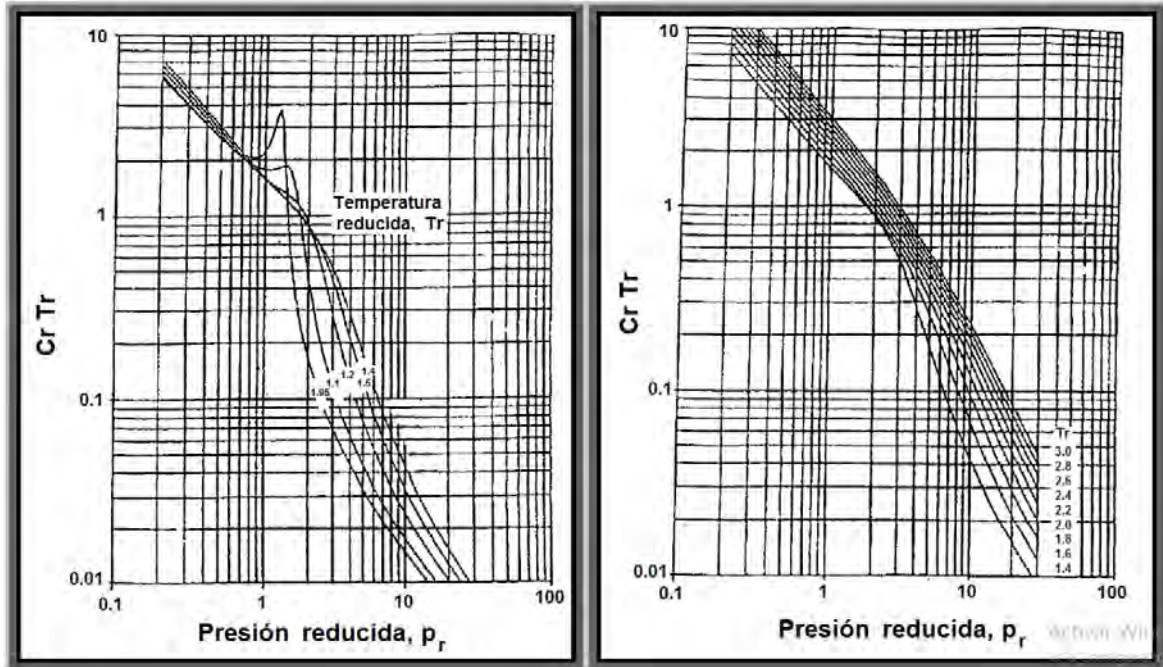


Ilustración 0-5 Variación de la $c_r T_r$ para gases naturales con $1.5 < T_r \leq 1.4$ (esbozo izquierdo) y variación en $c_r T_r$ para gases naturales con $1.4 < T_r \leq 3$ (esbozo derecho). (Wattenbarger J. L., 1996)

Viscosidad del gas.

La viscosidad de una mezcla de gas puede ser estimada por interpolación o por datos tabulados, interpretaciones gráficas, por correlaciones semi-empíricas, etc. Todas son exactas para gases naturales dulces, pero no todas son válidas para gases que contienen H_2S . Aquí, se recomienda el método de Lee y otros autores (Wattenbarger J. L., 1996). Este método semi-empírico puede ser considerado para dar pobres resultados para gases naturales amargos, sin embargo, si la densidad del gas o el factor z han sido corregidos por contaminantes, esta correlación de viscosidad será confiable al estimar la viscosidad del gas.

La correlación de Lee para estimar la viscosidad es:

$$\mu_g = (1 \times 10^4) K \exp(X \rho^Y) \quad (B-143)$$

Donde:

$$\rho = 1.4935 \times 10^{-3} (pM/zT) \quad (B-144)$$

$$K = \frac{(9.379 + 0.01607M) T^{1.5}}{(209.2 + 19.26M + T)} \quad (B-145)$$

$$X = 3.448 + \frac{986.4}{T} + 0.01009M \quad (B-146)$$

$$Y = 2.447 - 0.2224X \quad (B-147)$$

Y donde μ_g = viscosidad de gas, [cp]; ρ = densidad del gas, [g/cm³]; T = temperatura, [°R]; y M = peso molecular aparente de una mezcla de gas, [lbm/lb - mol].

La desviación estándar en los cálculos de la viscosidad del gas en comparación con los datos experimentales fue de 2.69%; el máximo error fue de 9.0%. En general, el método de Lee es válido para $100 < p[\text{psia}] < 8000$ y $100 < T_f(^{\circ}F) < 340$. La correlación también es válida para contaminantes de CO_2 entonces $0.90 < CO_2(\%mol) < 3.20$.

Factor de turbulencia del gas y coeficiente de flujo no-Darcy.

El flujo no-Darcy, a menudo es llamado flujo turbulento, ocurre con altas velocidades de gastos de flujo de gas. El coeficiente de inercia o factor de turbulencia, β , es definido mediante la ecuación de Forchheimer (Wattenbarger J. L., 1996), la cual es para flujo lineal en una dimensión:

$$-\frac{dp}{dL} = \frac{\mu v}{k} + 3.238 \times 10^{-8} \beta \rho v^2 \quad (B-148)$$

En donde dp/dL = gradiente de presión fluyendo; v = velocidad del fluido (gasto de flujo dividido mediante el área de sección transversal); μ_g = viscosidad del fluido; k = permeabilidad de la formación; ρv^2 = termino inercial de flujo; y β = coeficiente inercial o factor de turbulencia. El coeficiente inercial de turbulencia, β , tiene la dimensión del recíproco de la longitud, la **Ec. B-56** indica que el gradiente de presión requiere de tener un flujo determinado a través de un medio poroso, mayor de lo que se predijo mediante la ecuación de flujo de Darcy, cuando el termino $\beta \rho v^2$ no es insignificante. Se reescribe la **Ec. B-56**:

$$-\frac{dp}{dL} = \frac{\mu v}{k} + \left(1 + \frac{c_1 k \beta \rho v}{\mu}\right) \quad (B-149)$$

En donde c_1 es una constante y los términos en la parte derecha dentro del paréntesis representando el número de Reynolds (relación de inercia para las fuerzas de viscosidad). Si el número de Reynolds es la unidad, entonces la mayoría del gradiente de presión fluyendo es resultado del flujo viscoso, y se aplica la

ecuación de Darcy. Conforme el número de Reynolds se incrementa, las fuerzas de inercia se incrementan de manera significativa, y el flujo no se modela ya por la ecuación de Darcy. A esto se le nombra efecto de flujo no-Darcy. Muchos experimentos (Wattenbarger J. L., 1996) se han realizado para mediciones de β , en cuanto a las propiedades de la roca. Utilizando 355 muestras de arena y 29 muestras de calizas, Jones determino experimentalmente β y desarrollo correlaciones describiendo β como función de la porosidad y de la permeabilidad. La siguiente correlación se recomienda para estimar β .

$$\beta = 1.88 \times 10^{10} K^{-1.47} \phi^{-0.53} \quad (B-150)$$

El componente no-Darcy en la ecuación de flujo es significativo solamente en el área de alta velocidad y de alta caída de presión, cercana al agujero del pozo, por lo tanto, el efecto de flujo no-Darcy usualmente es incorporado dentro de las ecuaciones de flujo de fluidos como un factor de daño adicional como gasto dependiente. EL factor de daño total, el cual es el valor determinado en el análisis de presión transitoria, es un valor aparente, s' , que incluye ambos conceptos: el factor de daño, s , y el termino que representa los efectos de flujo no-Darcy, $D_q \cdot \beta$ es incorporado dentro del termino D .

$$D = \frac{2.715 \times 10^{-15} \beta k M p_{sc}}{h r_w T_{sc} \mu_{g, wf}} \quad (B-151)$$

En donde D = coeficiente de flujo no-Darcy, $[Mft^3 @ c.e.]^{-1}$; $\mu_{g, wf}$ = presión dependiente de la viscosidad del gas evaluada con la presión de fondo fluyendo, [cp]; y M = peso molecular del gas, $[lbm/lb - mol]$. El coeficiente de flujo no-Darcy no es contante, pero varía en función de la presión. Después del comienzo de la explotación, el radio de la región de flujo con alta velocidad inicialmente se incrementa con el tiempo y pronto se estabiliza. D es inversamente proporcional a la viscosidad del gas evaluada en p_{wf} . La viscosidad es directamente relacionada a la presión, lo cual significa que está en función del tiempo. Como la presión declina, la viscosidad asa mismo declina, se causa por tanto un incremento en D . Debido a que D no es constante, el análisis en cuanto a pruebas de potencial del pozo con métodos desarrollados para flujo de líquidos trae consigo resultados erróneos si el flujo no-Darcy afecta la respuesta de la presión.

Apéndice C. DERIVACIÓN DE LAS ECUACIONES DE INTERPRETACIÓN PARA LOS DIFERENTES RÉGIMENES DE FLUJO DETECTADOS EN YACIMIENTOS DE GAS CON BAJA PERMEABILIDAD.

Ecuaciones de interpretación para régimen de Flujo lineal en un yacimiento Homogéneo infinito con una producción a gasto constante de gas, q_g .

Calculo de la distancia de investigación.

La distancia, X_e , puede ser calculada identificando el fin de la pendiente de la línea, t_{ehs} , y comparándolo ese tiempo, en días, con el tiempo adimensional, t_{Dye} , correspondiente. Este valor de $(t_{Dye})_{ehs}$ es 0.5 para el caso de gasto contante, q_g . La distancia correspondiente a la frontera externa es dada por el la **Ec. C-1**, al tiempo correspondiente y a la distancia X_e .

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i x_e^2} \quad (C-152)$$

Despejamos $y_e^2 = x_e^2$

$$x_e^2 = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i t_{DL}} \quad (153)$$

Sabemos que $t_{Dye} = 0.5$, por lo tanto:

$$x_e^2 = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i 0.5} \quad (154)$$

$$x_e = \sqrt{\frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i 0.5}} \quad (155)$$

Reordenamos y realizamos las operaciones:

$$x_e = \sqrt{\frac{0.00633}{0.5}} \sqrt{\frac{kt}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (156)$$

La distancia a la frontera externa es obtiene mediante la **Ec. C-6** o **Ec. C-7** y sabemos que $L=x_e = y_e$:

$$y_e = 0.1125 \sqrt{\frac{kt}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (157)$$

o

$$x_e = 0.1125 \sqrt{\frac{kt}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (158)$$

La distancia a la frontera externa debe ser considerado el mínimo valor si todos los datos aún están en la mitad de la pendiente de la tendencia. Otra vez, en estas ecuaciones es necesario conocer el valor de la permeabilidad, k . Este es un punto débil en determinar la distancia a la frontera externa con este método.

Calculo del área de drene, A .

Para el cálculo del área de drene no es necesario conocer el valor de la permeabilidad, k , o de x_e . El área esta dado mediante la siguiente ecuación:

$$A = 4x_e y_e \quad (159)$$

Pero $x_e = y_e$

$$A = 4x_e^2 \quad (160)$$

El área de drene puede ser usada para calcular el área de drene de la pendiente y el final del tiempo de 1/2 de la pendiente.

$$m_{LGC} = \left[\frac{200.8107 T}{\sqrt{(\phi\mu c_t) h}} \right] \frac{1}{\sqrt{k} x_e} \quad (161)$$

Despejamos la permeabilidad

$$\sqrt{k} = \left[\frac{200.8107 T}{\sqrt{(\phi\mu c_t) h}} \right] \frac{1}{m_{LGC} x_e} \quad (162)$$

Sabemos que la distancia a la frontera externa para podemos obtener mediante la siguiente expresión:

$$x_e = 0.1125 \sqrt{\frac{kt}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (163)$$

Reordenamos la ecuación anterior y sustituimos en la **Ec. C-10**.

$$x_e = 0.1125 \sqrt{k} \sqrt{\frac{t}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-13)$$

$$x_e = 0.1125 \left[\frac{200.8107 T}{\sqrt{(\phi\mu c_t) h}} \right] \frac{1}{m_{LGC} x_e} \sqrt{\frac{t}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (164)$$

Despejamos x_e de la **Ec. C-13**:

$$x_e x_e = 0.1125 \left[\frac{200.8107 T}{\sqrt{(\phi \mu c_t) h}} \right] \frac{1}{m_{LGC}} \sqrt{\frac{t}{(\phi \mu c_t)_i}} \quad (165)$$

$$x_e^2 = \frac{22.6 T}{h(\phi \mu c_t)_i m_{LGC}} \sqrt{t} \quad (166)$$

Despejamos x_e^2 de la **Ec. C-9** y la sustituimos en la **Ec. C-16**:

$$A = \frac{90.36 T}{h(\phi \mu c_t)_i m_{LGC}} \sqrt{t} \quad (167)$$

Calculo del Volumen de poro, V_p .

El volumen de poro está representado por la siguiente expresión:

$$V_p = A \phi_i h \quad (168)$$

Reordenamos la **Ec. C-17** y sustituimos en la **Ec. C-18**

$$A h \phi_i = \frac{90.36 T}{(\mu c_t)_i m_{LGC}} \sqrt{t} \quad (169)$$

Sustituimos la **Ec. C-18** en la **Ec. C-19**

$$V_p = \frac{90.36 T}{(\mu c_t)_i m_{LGC}} \sqrt{t} \quad (170)$$

Para el cálculo de Volumen de Poro, **Ec. C-20**, no es necesario de tener buenas estimaciones de k , h y ϕ .

Calculo del Volumen Original de gas, G .

Teniendo calculado el volumen de poro, el volumen original de gas puede ser calculado mediante la siguiente ecuación:

$$G = \frac{V_p(1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (171)$$

Sustituimos la **Ec. C-20** en la **Ec. C-21**:

$$G = \frac{V_p = \frac{90.36 T}{(\mu c_t)_i m_{LGC}} \sqrt{t} (1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (172)$$

$$G = \frac{90.36 T \sqrt{t} (1 - s_{wi})}{(\mu c_t)_i B_{gi} m_{LGC}} \quad (173)$$

Además, sabemos:

$$(1 - s_{wi}) = s_{gi} \quad (174)$$

Sustituimos la **Ec. C-24** en la **Ec. C-23** y reacomodamos.

$$G = \frac{90.36 T s_{gi}}{(\mu c_t B_g)_i} \left(\frac{\sqrt{t}}{m_{LGC}} \right) \quad (175)$$

Si la compresibilidad domina, el cálculo de gas se vuelve insensible para el valor usado para s_w . Por lo tanto tenemos

$$c_t = c_f + s_g c_g + s_w c_w = s_g c_g \quad (176)$$

Sustituyendo en la **Ec. C-25**:

$$G = \frac{90.36 T s_{gi}}{(\mu s_g c_g B_g)_i} \left(\frac{\sqrt{t}}{m_{LGC}} \right) \quad (177)$$

Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo lineal en yacimiento homogéneo infinito a presión de fondo fluyendo constante, P_{wf} .

Calculo de la distancia de investigación, x_e .

La distancia de investigación puede ser calculada identificando el fin de la pendiente de 0.5, t_{ehs} , y comparando ese tiempo, en días, con el tiempo adimensional correspondiente, t_{Dye} . Este valor $(t_{Dye})_{ehs}$ es 0.25 para el caso de presión de fondo fluyendo constante. Para conocer la distancia de investigación debemos comenzar con el arreglo del tiempo correspondiente, t_{flr} , y a la distancia, y_e .

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt}{(\phi \mu c_t)_i x_e^2} \quad (C-28)$$

Pero sabemos que $(t_{Dye})_{ehs} = 0.25$, entonces:

$$\frac{0.00633kt}{(\phi \mu c_t)_i x_e^2} = 0.25 \quad (C-29)$$

Despejamos la distancia de la fractura a la frontera externa, y_e^2 .

$$x_e^2 = \frac{0.00633kt}{0.25 (\phi \mu c_t)_i} \quad (C-30)$$

$$x_e = \sqrt{\frac{0.00633}{0.25}} \sqrt{\frac{kt}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-31)$$

$$x_e = 0.159122 \sqrt{\frac{kt}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-32)$$

Redondeando los valores

$$x_e = 0.159 \sqrt{\frac{kt}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-33)$$

La distancia a la frontera debe considerarse el valor mínimo en caso de que los datos aún están en la tendencia de la pendiente 0.5. Otra vez, estas ecuaciones requieren que la permeabilidad sea conocida.

Calculo del área de Drene, A.

El área de drenaje puede ser calculada directamente, no es necesario conocer el valor de k y x_f . Sabemos que el área de drenaje está dada mediante la siguiente ecuación:

$$A = 4x_f y_e \quad (C-34)$$

Pero consideramos que $x_e = x_f = y_e$, por lo tanto

$$A = 4x_e^2 \quad (C-35)$$

Despejamos \sqrt{k} de la **Ec. C-36**

$$m_{LPC} = \frac{315.43}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} h} \frac{T}{\sqrt{k} x_e} \quad (C-36)$$

$$\sqrt{k} = \frac{315.43T}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} h} \frac{1}{m_{LPC} x_e} \quad (C-37)$$

Reordenamos la **Ec. C-33** y sustituimos la **Ec. C-37**

$$x_e = 0.159 \sqrt{k} \sqrt{\frac{t}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-38)$$

$$x_e = 0.159 \frac{315.43T}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} h} \frac{1}{m_{LPC} x_e} \sqrt{\frac{t}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-39)$$

Despejamos x_e la **Ec. C-39** y re arreglamos la ecuación

$$x_e x_e = 0.159 \frac{315.43T}{(\phi\mu c_t)_i h m_{LPC}} \frac{1}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i t}} \quad (C-40)$$

$$x_e^2 = \frac{50.153T}{(\phi\mu c_t)_i h m_{LPC}} \sqrt{t} \quad (C-41)$$

Agregamos el área de drene de la **Ec. C-35** en la **Ec. C-41**

$$\frac{A}{4} = \frac{50.153T}{(\phi\mu c_t)_i h m_{LPC}} \sqrt{t} \quad (C-42)$$

$$A = \frac{200.612 T \sqrt{t}}{(\phi\mu c_t)_i m_{LPC} h} \quad (C-43)$$

El área de drene, A , está en ft^2 . Otra vez, si el desempeño del pozo aún se encuentra en el periodo de $1/2$ de la pendiente, el último tiempo es considerado mínimo.

Calculo del volumen de poro, v_p .

El volumen de poro calculado con la siguiente expresión:

$$V_p = A\phi_i h \quad (C-44)$$

Despejamos ϕh de la **Ec. C-43**

$$A\phi_i h = \frac{200.612 T \sqrt{t}}{(\mu c_t)_i m_{LPC}} \quad (C-45)$$

Lo que resulta en el volumen poroso

$$V_p = \frac{200.612 T \sqrt{t}}{(\mu c_t)_i m_{LPC}} \quad (C-46)$$

Calculo del volumen original de gas, G .

Calculado el volumen de poro, el volumen original de gas puede ser calculado mediante la siguiente ecuación:

$$G = \frac{V_p(1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (17847)$$

Sustituimos la ecuación de volumen poro, **Ec. C-46**, obteniendo:

$$G = \frac{200.612 T \sqrt{t} (1 - s_{wi})}{(\mu c_t)_i m_{LPC} B_{gi}} \quad (C-48)$$

Reordenamos la **Ec. C-48**

$$G = \frac{200.612 T \sqrt{t} (1 - s_{wi})}{(\mu c_t)_i B_{gi} m_{LPC}} \quad (C-49)$$

Sabemos que la saturación de gas es igual a:

$$(1 - s_{wi}) = s_{gi} \quad (C-50)$$

Por lo tanto:

$$G = \frac{200.612 T \sqrt{t} s_{gi}}{(\mu c_t)_i B_{gi} m_{LPC}} \quad (C-51)$$

Reacomodando términos finalmente obtenemos:

$$G = \frac{200.612 T s_{gi} \sqrt{t}}{(\mu c_t B_g)_i m_{LPC}} \quad (C-52)$$

Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo Bilineal en un yacimiento homogéneo infinito a condiciones de producción de gasto constante de gas, q_g .

Calculo del daño al comienzo del efecto del régimen de flujo

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{984.072}{\sqrt[4]{k(\phi \mu c_t)_i A_c^{1/2}} \sqrt{k_f w}} \frac{T}{\sqrt[4]{t} + X S^g} \quad (C-53)$$

La no intersección en cero para flujo bilineal con la condición de explotación a gasto de flujo constante de gas, q_g , es b_{BGC} .

$$c_2 = b_{BGC} = X S^g \quad (C-54)$$

Donde X es:

$$X = \frac{1424T}{k\sqrt{A_c}} \quad (C-55179)$$

Remplazando X en la **Ec. C-54**

$$b_{BGC} = \frac{1424T}{k\sqrt{A_c}} S^g \quad (C-56)$$

Si $s^g = s_1$ en la línea recta de la gráfica en la **Fig. 3-17**. Entonces la **Ec. C-56** queda:

$$b_{BGC} = s_1 \frac{1424T}{k\sqrt{A_c}} \quad (C-57)$$

Despejando s_1 y el daño al comienzo del régimen de flujo puede ser calculado como:

$$s_1 = b_{BGC} \frac{k\sqrt{A_c}}{1424T} \quad (C-58)$$

Ecuaciones de interpretación para flujo radial en un modelo homogéneo infinito a las condiciones de explotación a gasto constante de gas, q_g .

Calculo del radio de investigación, r_{inv} .

El radio de investigación se calcula mediante la identificación del final de la línea recta para régimen de flujo radial, t_{flr} , y comparando este tiempo en días, para el correspondiente tiempo adimensional, $t_{Dr_{inv}}$. Este valor de $(t_{Dr_{inv}})_{flr}$ es de 0.20, el radio de investigación correspondiente a la frontera externa se obtiene mediante el arreglo de la **Ec. C-59** al tiempo t_{flr} y la distancia del radio de investigación, r_{inv} .

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2} \quad (C-59)$$

Sabemos que $t = t_{flr}$, $t_{DL} = t_{Dr_{inv}}$, $L^2 = r_{inv}^2$ y $t_{Dr_{inv}} = 0.20$, por lo tanto:

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i r_{inv}^2} = 0.20 \quad (C-60)$$

Despejando r_{inv} , obtenemos:

$$r_{inv}^2 = \frac{0.00633kt_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i 0.20} \quad (C-61)$$

$$r_{inv} = \sqrt{\frac{0.00633 k t_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i 0.20}} \quad (C-62)$$

Realizando el producto y despejando de la raíz:

$$r_{inv} = \left(\frac{0.00633}{0.20}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{k t_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-63)$$

$$r_{inv} = 0.1779 \sqrt{\frac{k t_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-64)$$

Calculo del área de drene, A .

Para la derivación del cálculo del área de drene debemos iniciar con la siguiente ecuación:

$$A = \pi r_{inv}^2 \quad (C-65)$$

Despejando k de la **Ec. C-66**

$$k h = \frac{1640 T}{m_{RGC}} \quad (C-66)$$

$$k = \frac{1640 T}{m_{RGC} h} \quad (C-67)$$

Reacomodando la **Ec. C-64**

$$r_{inv} = 0.1779 \sqrt{k} \sqrt{\frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i}} \quad (C-69)$$

Sustituyendo la **Ec. C-67** en la **Ec. C-69**

$$r_{inv} = 0.1779 \sqrt{\frac{1640 T}{m_{RGC} h}} \sqrt{\frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i}} \quad (C-70)$$

Sustituimos la **Ec. C-70** en la **Ec. C-65**

$$A = \pi \left(0.1779 \sqrt{\frac{1640 T}{m_{RGC} h}} \sqrt{\frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i}} \right)^2 \quad (C-71)$$

Reacomodando términos

$$A = \pi \left(51.9034 \frac{T}{m_{RGC} h} \frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i} \right) \quad (C-72)$$

$$A = \frac{163.0593 T}{m_{RGC} h} \frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i} \quad (C-73)$$

Quedando finalmente:

$$A = \frac{163 T}{m_{RGC} h} \frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i} \quad (C-74)$$

Calculo del volumen de poro, V_P .

EL volumen de poro esta dado por la siguiente expresión:

$$V_p = A(\phi)_i h \quad (C-75)$$

Sustituyendo la **Ec. C-74** en la **Ec. 75**, queda:

$$V_p = \frac{163 T}{m_{RGC} h} \frac{t_{flr}}{(\phi \mu_{ct})_i} (\phi)_i h \quad (C-76)$$

Eliminando ϕ_i y h

$$V_p = \frac{163 T}{(\mu_{ct})_i} \left(\frac{t_{flr}}{m_{RGC}} \right) \quad (C-77)$$

Calculo del volumen original de gas, G .

Tenemos la siguiente expresión:

$$G = \frac{V_p(1 - s_w)}{B_{gi}} \quad (C-78)$$

Sustituyendo la **Ec. C-77** en la **Ec. C-78**

$$G = \frac{\frac{163 T}{(\mu_{ct})_i} \left(\frac{t_{flr}}{m_{RGC}} \right) (1 - s_w)}{B_{gi}} \quad (C-79)$$

$$G = \frac{163 T t_{flr} (1 - s_w)}{(\mu_{ct})_i B_{gi} m_{RGC}} \quad (C-80)$$

Tenemos lo siguiente:

$$(1 - s_{wi}) = s_{gi} \quad (C-81)$$

Sustituimos la **Ec. C-81** en la **Ec. C-80**

$$G = \frac{163 T t_{flr} s_{gi}}{(\mu_{ct})_i B_{gi} m_{RGC}} \quad (C-82)$$

Reacomodando términos, finalmente queda:

$$G = \frac{163 T s_{gi}}{(\mu_{ct} B_g)_i} \left(\frac{t_{flr}}{m_{RGC}} \right) \quad (C-83)$$

Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo radial en un modelo homogéneo infinito a condiciones de presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} .

Calculo del radio de investigación, r_{inv} .

El radio de investigación se calcula mediante la identificación del final de la línea recta para régimen de flujo radial, t_{flr} , y comparando este tiempo en días, para el correspondiente tiempo adimensional, $t_{Dr_{inv}}$. Este valor de $(t_{Dr_{inv}})_{flr}$ es de 0.20, el radio de investigación correspondiente a la frontera externa se obtiene mediante el arreglo de la **Ec. C-84** al tiempo t_{flr} y la distancia del radio de investigación, r_{inv} .

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2} \quad (C-84)$$

Sabemos que $t = t_{flr}$, $t_{DL} = t_{Dr_{inv}}$, $L^2 = r_{inv}^2$ y $t_{Dr_{inv}} = 0.20$, por lo tanto:

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i r_{inv}^2} = 0.20 \quad (C-85)$$

$$r_{inv}^2 = \frac{0.00633kt_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i 0.20} \quad (C-86)$$

$$r_{inv} = \sqrt{\frac{0.00633kt_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i 0.20}} \quad (C-87)$$

$$r_{inv} = \left(\frac{0.0063}{0.20}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{kt_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-88)$$

Realizando las operaciones pertinentes, obtenemos la ecuación para determinar el radio de investigación:

$$r_{inv} = 0.1779 \sqrt{\frac{kt_{flr}}{(\phi\mu c_t)_i}} \quad (C-89)$$

Calculo del área de drene, A .

El área de drene esta dado por:

$$A = \pi r_{inv}^2 \quad (C-90)$$

Despejando la permeabilidad en la **Ec. C-91**

$$k h = \frac{1640 T}{m_{RPC}} \quad (C-91)$$

$$k = \frac{1640 T}{h m_{RPC}} \quad (C-92181)$$

De la **Ec. C-89** reordenamos términos

$$r_{inv} = 0.1779 \sqrt{k} \sqrt{\frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i}} \quad (C-93)$$

Sustituyendo la **Ec. C-92** en la **Ec. C-93**

$$r_{inv} = 0.1779 \sqrt{\frac{1640 T}{h m_{RPC}}} \sqrt{\frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i}} \quad (C-94182)$$

Ahora sustituimos la **Ec. C-94** en la **Ec. C-90**

$$A = \pi \left(0.1779 \sqrt{\frac{1640 T}{h m_{RPC}}} \sqrt{\frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i}} \right)^2 \quad (C-95183)$$

Reordenando términos

$$A = \pi \left(51.9034 \frac{T}{m_{RPC} h} \frac{t_{flr}}{(\phi \mu c_t)_i} \right) \quad (C-96)$$

Finalmente obtenemos:

$$A = \frac{163.0593 T}{(\phi \mu c_t)_i h} \frac{t_{flr}}{m_{RPC}} \quad (C-97184)$$

Caculo del volumen de poro, V_p .

El volumen de poro esta dado por la ecuación:

$$V_p = A(\phi)_i h \quad (C-98)$$

Redondeamos y sustituyendo la **Ec. C-97** en la **Ec. C-98**

$$V_p = \frac{163 T}{(\phi \mu c_t)_i h} \frac{t_{flr}}{m_{RPC}} (\phi)_i h \quad (C-99)$$

Reordenamos y eliminamos términos

$$V_p = \frac{163 T}{(\mu c_t)_i} \frac{t_{flr}}{m_{RPC_i}} \quad (C-100)$$

Calculo del volumen original de gas, G .

Tenemos la siguiente ecuación:

$$G = \frac{V_p(1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (C-101)$$

Sustituimos la **Ec. C-100** en la **Ec. C-101**

$$G = \frac{\frac{163 T}{(\mu c_t)_i} \frac{t_{flr}}{m_{RPC_i}} (1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (C-102)$$

$$G = \frac{163 T t_{flr} (1 - s_{wi})}{(\mu c_t)_i m_{RPC_i} B_{gi}} \quad (C-103)$$

Pero sabemos que:

$$(1 - s_{wi}) = s_{gi} \quad (C-104185)$$

Por lo tanto:

$$G = \frac{163 T t_{flr} s_{gi}}{(\mu c_t)_i m_{RPC_i} B_{gi}} \quad (C-105186)$$

Reordenando términos:

$$G = \frac{163 T s_{gi}}{(\mu c_t B_g)_i} \frac{t_{flr}}{B_{gi} m_{RPC_i}} \quad (C-106187)$$

Ecuaciones de interpretación para flujo esférico en un modelo homogéneo infinito a condiciones de explotación a gasto contante constante, q_g .

Calculo de la permeabilidad, k .

En una grafica $m(p_i) - m(p_{wf})/q_g$ vs $\frac{1}{\sqrt{t}}$ obtenemos una línea recta con la siguiente pendiente:

$$c_1 = m_{EGC} = \frac{10097.95 T \sqrt{(\phi\mu c_t)_i}}{k^{3/2}} \quad (C-107)$$

Redondeando y despejando la permeabilidad:

$$m_{EGC} = \frac{10098 T \sqrt{(\phi\mu c_t)_i}}{k^{3/2}} \quad (C-108)$$

$$k = \left[\frac{10098 T \sqrt{(\phi\mu c_t)_i}}{m_{EGC}} \right]^{2/3} \quad (C-109)$$

Calculo del radio equivalente de la esfera, $r'_w = r_{esf}$.

De la **Ec. C-110** la no intersección en cero de la línea recta para la condición de explotación a gasto de flujo constante, q_g es de acuerdo con el modelo de tipo de curva para flujo esférico, $y = mx + b \Rightarrow \Delta p = c_1 \frac{1}{\sqrt{t}} + c_2$, donde:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = - \frac{10097.95 T \sqrt{(\phi\mu c_t)_i}}{k^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{1424 T}{kr'_w} \quad (C-110)$$

$$c_2 = b_{EGC} = \frac{1424 T}{kr'_w} \quad (C-111)$$

Se despeja de la **Ec. C-111** el radio equivalente de la esfera, r_{esf} y queda finalmente, así:

$$r_{esf} = \frac{1424 T}{k b_{EGC}} \quad (C-112)$$

Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo dominado por la frontera externa en un yacimiento homogéneo infinito a las condiciones a gasto constante de gas, q_g , en estado pseudo-estacionario (PSS).

Calculo del volumen de yacimiento, VY .

Tenemos el producto de:

$$Ah = VY \quad (C-113)$$

Despejando Ah de la **Ec. C-114** y sustituyendo en la **Ec. C-113**, queda:

$$c_1 = m_{FGC} = \frac{56.6361 T}{(\phi\mu c_t)_i A h} \quad (C-114)$$

$$VY = \frac{56.6361 T}{(\phi\mu c_t)_i m_{FGC}} \quad (C-115)$$

Reagrupando y redondeando términos:

$$VY = \frac{57 T}{(\phi\mu c_t)_i} \left(\frac{1}{m_{FGC}} \right) \quad (C-116)$$

Calculo del factor de forma de Dietz's, C_A .

Tenemos la ecuación del modelo de tipo curva para flujo dominado por la frontera externa a condiciones de explotación a gasto de gas constante, q_g :

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{56.6361 T}{(\phi\mu c_t)_i A h} t + \frac{1424}{2} \frac{T}{k h} \left[\ln \left(\frac{A 2.2458}{r_w^2 C_A} \right) + 2s \right] \quad (C-117)$$

Donde es similar a la ecuación de la línea recta $y = mx + b \rightarrow \Delta p = c_1 t + c_2$, por lo tanto:

$$c_2 = \frac{1424}{2} \frac{T}{k h} \left[\ln \left(\frac{A 2.2458}{r_w^2 C_A} \right) + 2s \right] \quad (C-118)$$

Reacomodando términos y despejando C_A de la **Ec. C-118**:

$$\frac{2 b_{FGC} k h}{1424 T} - 2s = \ln \left(\frac{A 2.2458}{r_w^2 C_A} \right) \quad (C-119)$$

$$\exp\left(\frac{2 b_{FGC} kh}{1424 T} - 2s\right) = \frac{A 2.2458}{r_w^2 C_A} \quad (C-120)$$

$$C_A = \frac{2.2458 A}{\exp\left(\frac{2 b_{FGC} kh}{1424 T} - 2s\right) r_w^2} \quad (C-121)$$

Calculo del volumen de poro del yacimiento, V_p , y del área de drene del pozo, A .

Sabemos que el área de drene esta dado por la **Ec. C-122**:

$$V_p = A(\phi)_i h \quad (C-122)$$

Despejando el área de la **Ec. C-113** y sustituyendo la **Ec. C-114** en la **Ec. C-113**

$$A = \frac{VY}{h} \quad (C-123)$$

$$A = \frac{57 T}{(\phi\mu c_t)_i} \left(\frac{1}{m_{FGC}}\right) \left(\frac{1}{h}\right) \quad (C-124)$$

Sustituimos la **Ec. C-124** en la **Ec. C-122**

$$V_p = \frac{57 T}{(\phi\mu c_t)_i} \left(\frac{1}{m_{FGC}}\right) \left(\frac{1}{h}\right) (\phi)_i h \quad (C-125)$$

Eliminando términos y reagrupando, queda:

$$V_p = \frac{57 T}{(\mu c_t)_i} \left(\frac{1}{m_{FGC}}\right) \quad (C-126)$$

Calculo del volumen original de gas, G .

Sabemos que el volumen original de gas está representado por la siguiente ecuación:

$$G = \frac{V_p(1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (C-127)$$

Sustituimos la **Ec. C-126** en la **Ec. C-127**, lo que daría:

$$G = \frac{\frac{57 T}{(\mu c_t)_i} \left(\frac{1}{m_{FGC}}\right) (1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (C-128)$$

$$G = \frac{57 T}{(\mu c_t)_i} \left(\frac{1}{m_{FGC}}\right) \frac{(1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (C-129)$$

Sabemos que:

$$(1 - S_{wi}) = S_{gi} \quad (C-130)$$

Por lo tanto:

$$G = \frac{57 T}{(\mu c_t)_i} \left(\frac{1}{m_{FGC}} \right) \frac{S_{gi}}{B_{gi}} \quad (C-131)$$

Reacomodando términos, obtenemos:

$$G = \frac{57 T S_{gi}}{(\mu c_t B_g)_i} \left(\frac{1}{m_{FGC}} \right) \quad (C-132)$$

Ecuaciones de interpretación para régimen de flujo dominado por la frontera externa en un yacimiento homogéneo infinito de presión de fondo fluyendo constante, P_{wf} (declinación exponencial).

Calculo del área de drene del pozo, A , y el factor de Dietz's, C_A .

De la **Ec. C-133**, se despeja A :

$$m_{FPC} = \left(\frac{4 \pi (0.00633) k}{2.303 \ln \left(\frac{2.2458 A}{r_w^2 C_A} \right) (\phi \mu c_t)_i A} \right) \quad (C-133)$$

$$A = \left(\frac{4 \pi (0.00633) k}{2.303 \ln \left(\frac{2.2458 A}{r_w^2 C_A} \right) (\phi \mu c_t)_i m_{FPC}} \right) \quad (C-134)$$

Se sustituye la **Ec. C-135** en la **Ec. C-134**

$$C_A = \frac{2.2458 A}{\exp \left[2 \left(\frac{b_{FPC} k h}{1424T} \right) \right] r_w^2} \quad (C-135)$$

$$A = \left(\frac{4 \pi (0.00633) k}{2.303 \ln \left(\frac{2.2458 A}{r_w^2 \frac{2.2458 A}{\exp \left[2 \left(\frac{b_{FPC} k h}{1424T} \right) \right] r_w^2}} \right) (\phi \mu c_t)_i m_{FPC}} \right) \quad (C-136)$$

$$A = \left(\frac{4 \pi (0.00633) k}{2.303 \ln \left(\frac{\exp(2b_{FPC} kh)}{1424 T} \right) (\phi \mu c_t)_i m_{FPC}} \right) \quad (C-137)$$

$$A = \left(\frac{4 \pi (0.00633) k}{\frac{2.303 (\phi \mu c_t)_i m_{FPC} 2b_{FPC} kh}{1424 T}} \right) \quad (C-138)$$

$$A = \left(\frac{4 \pi (0.00633) (1424) T}{2.303 (\phi \mu c_t)_i m_{FPC} 2b_{FPC} h} \right) \quad (C-139)$$

$$A = \left(\frac{24.5923 T}{(\phi \mu c_t)_i m_{FPC} b_{FPC} h} \right) \quad (C-140)$$

Por lo tanto, obtenemos:

$$A = \left(\frac{25 T}{(\phi \mu c_t)_i b_{FPC} h} \right) \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) \quad (C-141)$$

Se sustituye la **Ec. C-141** en la **Ec. C-135**, y da:

$$C_A = \frac{2.2458 \left(\frac{25 T}{(\phi \mu c_t)_i b_{FPC} h} \right) \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right)}{\exp \left[2 \left(\frac{b_{FPC} k h}{1424 T} \right) \right] r_w^2} \quad (C-142)$$

$$C_A = \frac{2.2458}{\exp \left[2 \left(\frac{b_{FPC} k h}{1424 T} \right) \right] r_w^2} \left[\frac{25 T}{(\phi \mu c_t)_i b_{FPC} h} \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) \right] \quad (C-143)$$

Finalmente obtenemos:

$$C_A = \frac{56 T}{h (\phi \mu c_t)_i b_{FPC} r_w^2} \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) \exp \left[\left(\frac{-2 b_{FPC} k h}{1424 T} \right) \right] \quad (C-144)$$

Calculo del volumen del yacimiento, VY.

Se tiene el producto de:

$$Ah = VY \quad (C-145)$$

Tenemos la **Ec. C-141** y se sustituye en la **Ec. C-145**, se obtiene:

$$Ah = VY = \frac{25 T}{(\phi \mu c_t)_i h b_{FPC}} \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) h \quad (C-146)$$

O

$$VY = \frac{25 T}{(\phi \mu c_t)_i b_{FPC}} \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) \quad (C-147)$$

Calculo del Volumen de poro del yacimiento.

EL volumen poro está representando por la siguiente ecuación:

$$V_p = A(\phi)_i h \quad (C-148)$$

Sustituimos la **Ec. C-141** en la **Ec. C-148**

$$V_p = \left(\frac{25 T}{(\phi \mu c_t)_i b_{FPC} h} \right) \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) (\phi)_i h \quad (C-149)$$

$$V_p = \left(\frac{25 T}{(\mu c_t)_i b_{FPC}} \right) \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) \quad (C-150)$$

Calculo del volumen original de gas, G.

Se tiene la siguiente ecuación:

$$G = \frac{V_p(1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (C-151)$$

Se sustituye la **Ec. C-150** en la **Ec. C-151**:

$$G = \frac{\left(\frac{25 T}{(\mu c_t)_i b_{FPC}} \right) \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) (1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (C-152)$$

$$G = \left(\frac{25 T}{(\mu c_t)_i b_{FPC}} \right) \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) \frac{(1 - s_{wi})}{B_{gi}} \quad (C-153)$$

Sabemos que:

$$(1 - s_{wi}) = s_{gi} \quad (C-154)$$

Por lo tanto:

$$G = \left(\frac{25 T}{(\mu c_t)_i b_{FPC}} \right) \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) \frac{s_{gi}}{B_{gi}} \quad (C-155)$$

Reacomodando términos, finalmente obtenemos:

$$G = \frac{25 T s_{gi}}{(\mu c_t B_g)_i b_{FPC}} \left(\frac{1}{m_{FPC}} \right) \quad (C-156)$$

3.1.1 Régimen de flujo lineal en yacimiento de tight gas

El flujo lineal se produce cuando las trayectorias de flujo son paralelas y el fluido fluye en una sola dirección. (McKinney, 2005) En **Fig. 12-1** podemos observar una representación ideal de un sistema de flujo lineal. Este tipo de flujo se presenta en un gran número de pozos de baja permeabilidad. Algunas veces el flujo lineal transitorio dura muchos años, debido a la extremadamente baja permeabilidad de los yacimientos. El análisis de producción de flujo lineal a corto plazo se puede caracterizar con tratamiento de fracturas, pero el flujo lineal a largo plazo puede ser controlado en algunos casos por la geometría del yacimiento. En algunos casos el flujo lineal de largo plazo en yacimientos de tight gas se puede presentar en yacimientos lineales o largos, vetas de alta permeabilidad entre dos pozos sin límites de flujo, comportamiento transitorio de doble porosidad para yacimientos radiales, pozos interceptados por fracturas verticales y pozos horizontales con fracturas. (J.A. Arévalo-Villagrán, 2001)

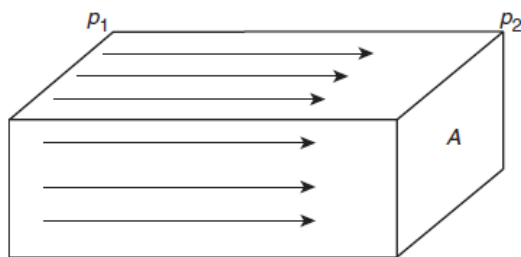


Ilustración 0-1 Modelo del Flujo Lineal. (Arévalo J. D., 2009)

Al final del flujo lineal, la respuesta de la presión de los pozos comienza a disminuir como el flujo entra desde afuera de las puntas de fracturas, lo que indica un efecto de la frontera externa. (Gringarten, 1975) Para estos pozos, parece ser flujo lineal durante flujo transitorio y dominado por la frontera externa.

El régimen de flujo lineal está caracterizado por el comportamiento \sqrt{t} durante el flujo transitorio. El flujo lineal puede ser detectado por $\frac{1}{2}$ de la pendiente en graficas log-log, ya sea de la caída de presión o el recíproco de la tasa de producción contra el tiempo. (Ahmed H. El-Banbi, 1998) En muchos casos, el flujo lineal puede estar presente durante años antes de alcanzar los efectos de la frontera. (Ahmed H. El-banbi, 1996)

El flujo lineal de largo plazo se ha reportado en pozos de tight gas, los cuales no tienen un tratamiento de fractura grande. (J.A. Arévalo-Villagrán, 2001) Los esfuerzos tectónicos determinan la dirección de las fracturas hidráulicas y fracturas naturales. Las fracturas naturales tienden a ser paralelas al plano de las fracturas hidráulicas y causaría un flujo lineal, incluso si la longitud de la fractura es limitada. La **Figura 3.2** representa flujo lineal de fluidos dentro de las fracturas Hidráulicas.

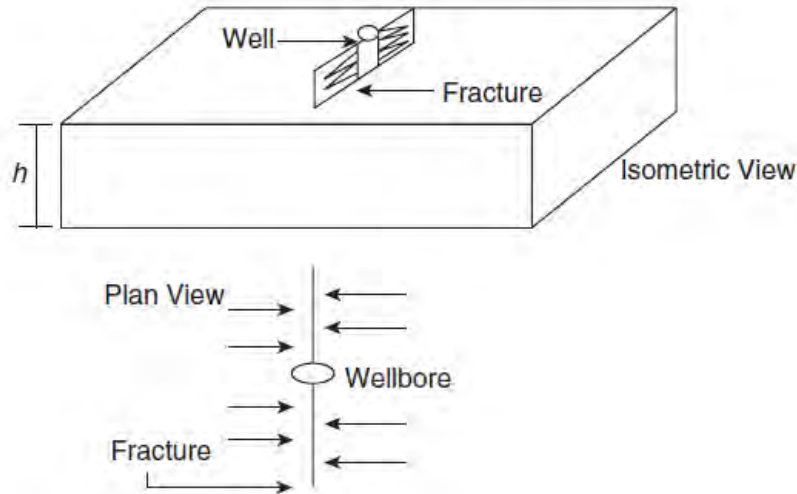


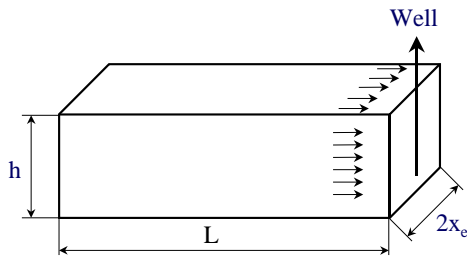
Ilustración 0-2 Flujo lineal ideal dentro de las fracturas. (Arévalo J. D., 2009)

Presentaremos una solución para y tipos de curvas para un yacimiento cerrado e infinito, ya se para las condiciones de presión de fondo fluyendo constante, P_{wf} , o gasto constante, q_g .

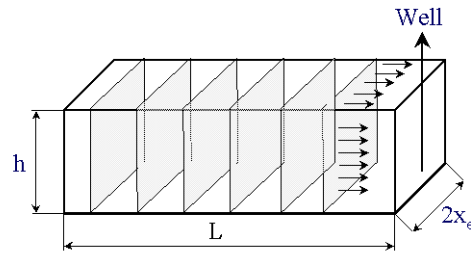
3.1.2 Modelos para régimen de flujo lineal en un modelo de yacimiento homogéneo infinito para las condiciones de explotación a gasto constante de gas, q_g , y a presión de fondo fluyendo constante, P_{wf} .

En varios pozos se ha observado la presencia de flujo lineal a largo plazo que dura meses y hasta años. Una razón para el flujo lineal a largo plazo es debido a que esos pozos han sido perforados y completados en yacimientos de gas de baja permeabilidad con apropiado fracturamiento hidráulico, el cual la mitad de la longitud de la fractura, x_f , puede continuar y extenderse a los límites laterales en la dirección x, x_e , lo que significa que $x_f = x_e$.

En la **Fig. 12.3** muestra un sistema lineal homogéneo para yacimientos de gas de baja permeabilidad y en su parte derecha muestra un sistema de fracturas naturales de matriz-paralelas para yacimientos de gas de baja permeabilidad.



HOMOGENEOUS LINEAR SYSTEM



MATRIX-PARALLEL LINEAR SYSTEM

Ilustración 0-3 Sistema lineal homogéneo. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories*, 2001)

Ilustración 0-4 Sistema lineal con matriz paralela. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories*, 2001)

El flujo lineal ocurre en un pozo productor cuando el yacimiento tiene un sistema de fracturas natural. La **Fig. 12.4** encontramos un esbozo de la geometría de un pozo de forma cuadrada el cual tiene fracturas paralelas en un yacimiento de gas de baja permeabilidad, el cual la mitad de la longitud de la fractura, x_f , continua y se extiende a la frontera lateral del yacimiento en la dirección x, x_e , lo que significa que $x_f = x_e$.

Asumimos que el pozo se encuentra en el centro del are de drene rectangular y las fracturas tienen una conductividad infinita. La distancia a la frontera en la dirección perpendicular a la fractura es y_e . El área de drene de la geometría del pozo de la **Fig. 12.5** es $4x_e y_e$.

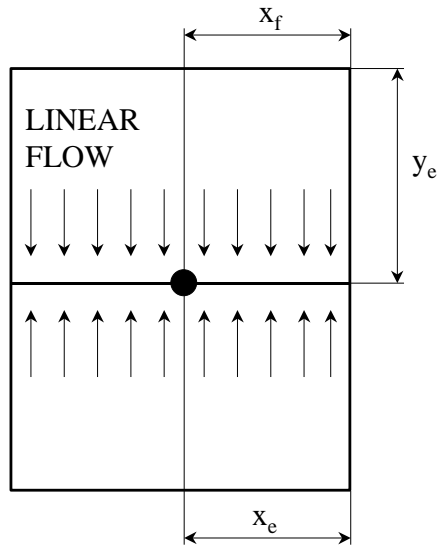


Ilustración 0-5 Vista superior de un yacimiento rectangular y un pozo hidráulicamente fracturado, se muestra solamente flujo lineal dentro de la fractura ($x_e = y_e$). (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories, 2001)

Sin embargo, la geometría de flujo de la **Fig 3.3** es más simple que la mayoría de los casos de los pozos fracturados en la literatura petrolera. Generalmente, los casos incluyen yacimientos infinitos, lo que significa que se acaba el flujo lineal y se convierte en flujo pseudo- radial. Sin embargo, la fractura es tratada como si tuviera una conductividad limitada.

Wattenbarger ha adaptado las soluciones de Miller and Nabor and Barham para pozos fracturados en la geometría de la **Fig 3.3**. Incluyen ambas el gasto contante, q_g , y la presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} , para flujo lineal en yacimientos rectangulares.

Dichos autores contribuyeron con las siguientes ecuaciones que nos ayudan al análisis del comportamiento de flujo lineal a largo plazo en yacimientos de gas con baja permeabilidad y con valores adimensionales de conductividad de la fractura, $F_{cd} > 50$.

Las **Ec. C-157** y **Ec. C-158** se aplican para flujo lineal dentro de la fractura. Además, fueron adaptadas para yacimientos de gas con muy buena exactitud.

$$P_{wDL} = \sqrt{\pi t_{DL}} \quad (C-157)$$

$$\frac{1}{q_D} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\pi t_{DL}} \quad (C-158)$$

Sustituimos la pseudo presión real para el gas, m_D , por la presión adimensional para líquido, p_D , para utilizarlo en casos de comportamiento lineal para gasto de flujo constante de gas, q_g , y a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} , respectivamente, en el comienzo de la explotación.

$$m_{wDL} = \sqrt{\pi t_{DL}} \quad (C-158)$$

$$\frac{1}{m_{wDL}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\pi t_{DL}} \quad (C-159)$$

Debemos notar que las soluciones para un yacimiento lineal infinito a gasto constante y presión constante solo difiere por un factor de $\frac{\pi}{2}$.

3.1.3 Modelo para régimen de Flujo lineal en un yacimiento Homogéneo infinito con una producción a gasto constante de gas, q_g .

En la solución de líquidos puede ser adaptada para flujo de gas usando la pseudo-presión real. Reemplazamos p_{wD} por m_{wD} , el cual se definió como:

$$m_{DL} = \frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_gT} \quad (C-160)$$

$$m_{wDL} = \sqrt{\pi t_{dx}} \quad (C-161)$$

Donde $m(p)$ es la pseudo-presión real definida como:

$$m(p) = \int_{p_0}^p \frac{p}{z\mu} dp \quad (C-162)$$

Y el tiempo adimensional esta referenciado a la distancia del límite del yacimiento, y_e , es definido en términos de las propiedades iniciales del fluido.

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2} \quad (C-163)$$

Sabemos que:

$$m_{DL} = m_{wDL} + S^g \quad (C-164)$$

Sustituimos la **Ec. C-160** y **Ec. C-161** en la **Ec. C-164** para poder llegar al modelo de la ecuación de la línea recta $y = mx + b \Rightarrow \Delta p = c_1\sqrt{t} + c_2$, la cual es el modelo tipo curva para flujo lineal.

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_gT} = \sqrt{\pi t_{DL}} + S^g \quad (C-165)$$

Sustituimos la **Ec. C-163** en la **Ec. C-165**.

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_gT} = \sqrt{\pi \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2}} + S^g \quad (C-166)$$

Despejamos $\Delta m(p)/q_g$

$$\frac{\Delta m(p)}{q_g} = \left[\frac{1424T}{kh} \right] \left[\sqrt{\pi \cdot 0.00633} \sqrt{\frac{kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2}} + S^g \right] \quad (C-167)$$

Consideramos lo siguiente:

$$X = \frac{1424T}{kh} \quad (C-168)$$

Reacomodando la **Ec. C-167**:

$$\frac{\Delta m(p)}{q_g} = \left[\frac{200.8107 T}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} h} \right] \frac{1}{\sqrt{k} L} \sqrt{t} + XS^g \quad (C-169)$$

La **Ec. C-169** nos representa la forma de la línea recta $y = mx + b \Rightarrow \Delta p = c_1\sqrt{t} + c_2$. Una gráfica normal de $m(p_i) - m(p_{wf})/q_g$ vs \sqrt{t} genera una línea recta, en donde $XS^g = b_{LGC} = \Delta P_s$. Por lo tanto, obtenemos la pendiente de la **C-169**:

$$c_1 = m_{LGC} = \left[\frac{200.8107 T}{\sqrt{(\phi\mu c_t) h}} \right] \frac{1}{\sqrt{k} L} \quad (C-170)$$

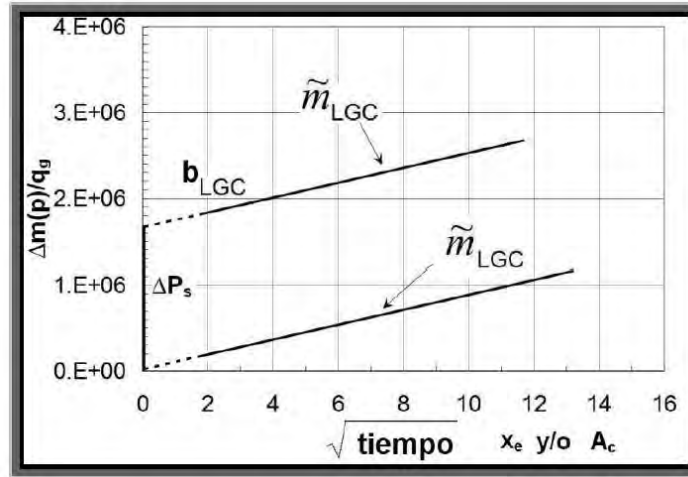


Ilustración 0-6 Grafica normal del modelo tipo curva para régimen de flujo lineal con intersección en cero y no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a gasto constante de gas, q_g . (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs: case histories, 2001)

Despejando $\sqrt{k} y_e$ de la **Ec. C-170** y sabemos que $L=x_e = y_e$, obtenemos:

$$\sqrt{k} x_e = \left[\frac{200.8107 T}{\sqrt{(\phi\mu c_t) h}} \right] \frac{1}{m_{LGC}} \quad (C-171)$$

Sabemos que el área de drene de la **Fig.12.5** es la siguiente:

$$A = 4x_e h \quad (C-172)$$

$$X_e h = \frac{A}{4} \quad (C-173)$$

Despejando $X_e h$ de la **Ec. C-173** y sustituyendo en la **Ec. C-171**..:

$$\sqrt{k} A = 4 \left[\frac{200.8107 T}{\sqrt{(\phi\mu c_t) h}} \right] \frac{1}{m_{LGC}} \quad (C-174)$$

$$\sqrt{k}A = \left[\frac{803.2427 T}{\sqrt{(\phi\mu c_t)}} \right] \frac{1}{m_{LGC}} \quad (C-175)$$

3.1.4 Modelo para régimen de flujo lineal en yacimiento homogéneo infinito a presión de fondo fluyendo constante, P_{wf} .

Para el modelo del comportamiento de flujo lineal de fractura a una condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} . Reemplazamos p_{wD} por m_{wD} , como se defino en la **Ec. C-158** y la **Ec. C-159**:

$$\frac{1}{q_{DL}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\pi t_{DL}} \quad (C-176)$$

$$\frac{1}{m_{wDL}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\pi t_{DL}} \quad (C-177)$$

$1/q_D$ se representa con la siguiente expresión

$$\frac{1}{q_{DL}} = \frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} \quad (C-178)$$

Tenemos la siguiente relación:

$$\frac{1}{q_{DL}} = \frac{1}{m_{wDL}} + S^g \quad (C-179)$$

La cual representa el modelo de línea recta $y = mx + b \Rightarrow \Delta p = c_1\sqrt{t} + c_2$, refleja el modelo de tipo curva para régimen de flujo lineal.

Sustituyendo la **Ec. C-177** y la **Ec. C-178** en la **Ec. C-179**.

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\pi t_{DL}} + S^g \quad (C-180)$$

Pero t_{dx_f} está representado en la **Ec. C-163** y sustituimos en la **Ec. C-180**

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\pi \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i x_e^2}} + S^g \quad (C-181)$$

Despejamos $\frac{\Delta m(p)}{q_g}$

$$\frac{\Delta m(p)}{q_g} = 1424 \frac{\pi}{2} \sqrt{\pi \cdot 0.00633} \frac{T}{kh} \sqrt{\frac{kt}{(\phi\mu c_t)_i x_e^2}} + \frac{1424 T}{kh} S^g \quad (C-182)$$

Hacemos lo siguiente:

$$X = \frac{1424 T}{kh} \quad (C-183)$$

Haciendo las operaciones y reordenando la **Ec. C-182**:

$$\frac{\Delta m(p)}{q_g} = \frac{315.43}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} \sqrt{kh} x_e} T \sqrt{t} + X S^g \quad (C-184)$$

La **Ec. C-184** nos representa el modelo de tipo curva para flujo lineal. Que podemos encontrar en una gráfica normal de $[m(p_i) - m(p_{wf})]/q_g$ vs \sqrt{t} , donde podemos encontrar la pendiente mediante:

$$C_1 = m_{LPC} = \frac{315.43}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} \sqrt{kh} x_e} T \quad (C-185)$$

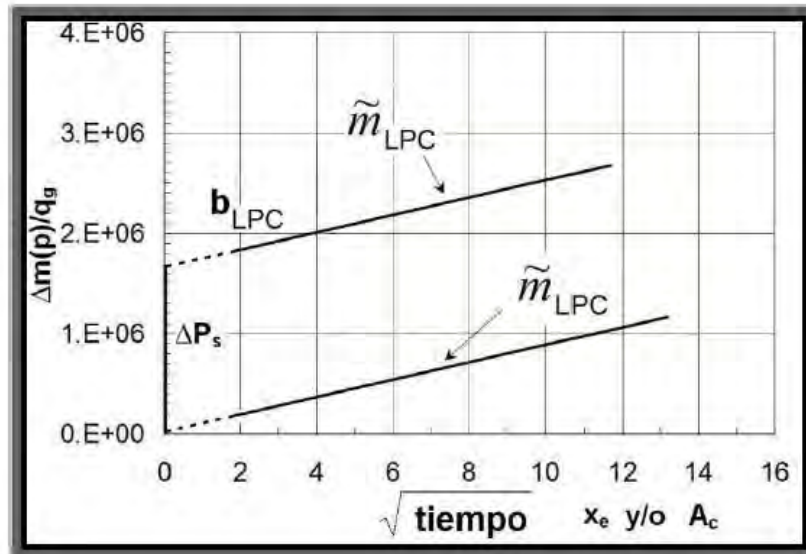


Ilustración 0-7 Gráfica normal del modelo de tipo curva para régimen de flujo lineal con intersección en cero y no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} . (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*, 2001)

La **Ec. C-185** representa la pendiente de la línea recta con base en la distancia del pozo a la frontera externa y la fractura hidráulica. Tomamos en cuenta que $y_e = x_e = x_f$, por lo tanto:

$$m_{LPC} = \frac{315.43}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} h} \frac{T}{\sqrt{k} x_e} \quad (C-186)$$

Despejando $\sqrt{k} x_e$ de la **Ec. C-186**:

$$\sqrt{k} x_e = \frac{315.43}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} m_{LPC} h} T \quad (C-187)$$

Sabemos que el área se calcula mediante la siguiente ecuación

$$A_c = 4x_e h \quad (C-188)$$

$$x_e h = \frac{A_c}{4} \quad (C-189)$$

Reacomodando términos en la **Ec. C-187** y sustituyendo la **Ec. C-189**

$$\sqrt{k} x_e h = \frac{315.43}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} m_{LPC}} T \quad (C-190)$$

$$\sqrt{k} \frac{A_c}{4} = \frac{315.43}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} m_{LPC}} T \quad (C-191)$$

$$\sqrt{k} A_c = \frac{1261.72}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} m_{LPC}} T \quad (C-192)$$

Redondeando obtenemos la siguiente expresión

$$\sqrt{k} A_c = \frac{1261.72}{\sqrt{(\phi\mu c_t)_i} m_{LPC}} T \quad (C-193)$$

Para el cálculo de la **Ec. C-183** es necesario conocer la permeabilidad, k , para poder calcular A_c . Es por ello por lo que es muy complicado utilizar esta ecuación a menos que se conozca el valor de la permeabilidad mediante otros medios.

3.2 Régimen de Flujo Bilineal.

El término "Flujo bilineal" fue introducido por Cinco-ley y Samaniego (1981), quienes desarrollaron un modelo para flujo para pozos verticales fracturas a flujo constante. Observaron un periodo de flujo caracterizado por una línea recta con una pendiente de un cuarto en una gráfica log-log de presión de fondo fluyendo vs tiempo. Este periodo de flujo ocurre cuando dos líneas de flujo existen simultáneamente en la fractura y en el sistema de la matriz. Uno de los flujos es un flujo lineal incompresible en la fractura, y el otro es un flujo lineal compresible en la formación, la **Fig. 12-8** representa los flujos en el pozo.

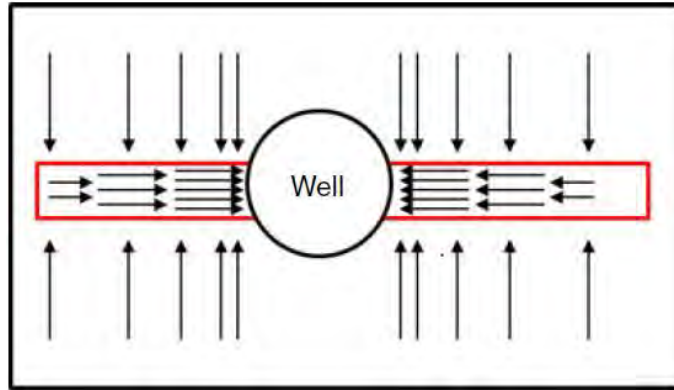


Ilustración 0-8 Modelo de flujo Bilineal. (Arévalo J. D., 2009)

Un flujo bilineal existe cuando la mayoría del fluido que ingresa al pozo proviene de la formación y los efectos de la punta de la fractura no afectan aun el comportamiento del pozo. En una gráfica log-log de P_{wD} vs t_{DB} , el comportamiento de la presión del flujo bilineal exhibe una línea recta cuya pendiente es igual a $1/4$.

El flujo en el interior de la fractura puede ser considerado como incompresible debido a que el volumen de la fractura es muy pequeño. Este flujo es observado cuando la conductividad de la fractura es intermedia o pequeña, $F_{CD} = k_f w_f$. Esto significa que el valor del producto entre el ancho y la permeabilidad de la fractura sea bajo como la caída de la presión en la misma. La conductividad adimensional de la fractura es:

$$F_{CD} = (k_f w_f)_D = \frac{k_f w_f}{k x_f} \quad (C-194)$$

3.2.1 Modelo para régimen de flujo Bilineal en un yacimiento homogéneo infinito a condiciones de producción de gasto constante de gas, q_g .

La presión adimensional del pozo para un periodo de flujo bilineal esta dado por:

$$P_{WDB} = \frac{\pi}{\Gamma(1.25) \sqrt{2(k_f b_f)_D}} t_{DB}^{1/4} + s^g \quad (C-195)$$

o

$$P_{WDB} = \frac{2.45}{\sqrt{(k_f b_f)_D}} t_{DB}^{1/4} + s^g \quad (C-196)$$

Esta ecuación indica que la gráfica de P_{WDB} vs $\sqrt[4]{t_{DB}}$ genera una línea recta cuya pendiente es $2.45 / \sqrt{(k_f b_f)_D}$, interceptando al origen. Y modela la caída de presión

adimensional para la condición de explotación a gasto constante de producción, q_L , para líquidos.

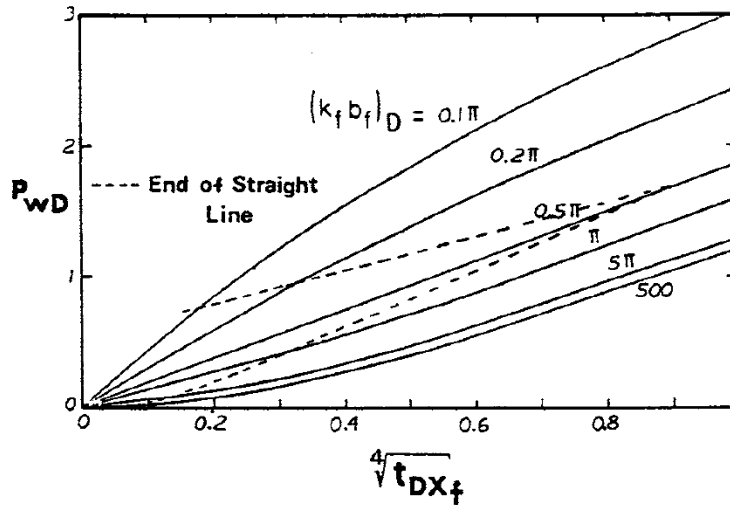


Ilustración 0-9 Gráfica especializada de presión adimensional contra tiempo adimensional de flujo bilineal. (Wattenbarger J. L., 1996)

La gráfica ---- representa una gráfica de Presión adimensional, P_{WDB} , vs tiempo adimensional, $\sqrt[4]{t_{DB}}$, a diferentes valores de conductividad adimensional, $(k_f b_f)_D$. Un aspecto importante de la gráfica anterior es que después del periodo de flujo bilineal, las curvas para $\sqrt{(k_f b_f)_D} < 1.6$ son cóncavas hacia abajo y las curvas para $\sqrt{(k_f b_f)_D} > 1.6$ son cóncavas hacia arriba.

La porción final de la línea recta de las curvas depende de la conductividad de la fractura y puede ser expresando de tres formas.

$$t_{DBF} \approx \frac{0.1}{(k_f b_f)_D^2} \text{ para } (k_f b_f)_D \geq 3 \quad (C-197)$$

$$t_{DBF} \approx 0.025 \left[(k_f b_f)_D - 1.5 \right]^{-1.53} \text{ para } 1.6 \leq (k_f b_f)_D \leq 3 \quad (C-198)$$

$$t_{DBF} \approx \left[\frac{4.55}{\sqrt{(k_f b_f)_D}} - 2.25 \right]^{-4} \quad \text{para } (k_f b_f)_D \leq 1.6 \quad (C-199)$$

Dado que la **Ec. C-196** es el modelo matemático para la caída de presión adimensional para la condición de producción a gasto contante, q_L , para el caso de líquidos debemos deducir las fórmulas para el caso de gas, donde $P_{WDB} = m_{WDB}$.

$$m_{WDB} = \frac{2.45}{\sqrt{(k_f b_f)_D}} t_{DB}^{1/4} + s^g \quad (C-200)$$

Ahora le **Ec. C-200** es el modelo matemático para la caída de presión adimensional para la condición de explotación a gasto contante de gas, q_L . La ecuación para la presión adimensional del gas real es la siguiente:

$$m_{DL} = \frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} \quad (C-201)$$

Ahora hacemos:

$$m_{DL} = m_{WB} + S^g \quad (C-202)$$

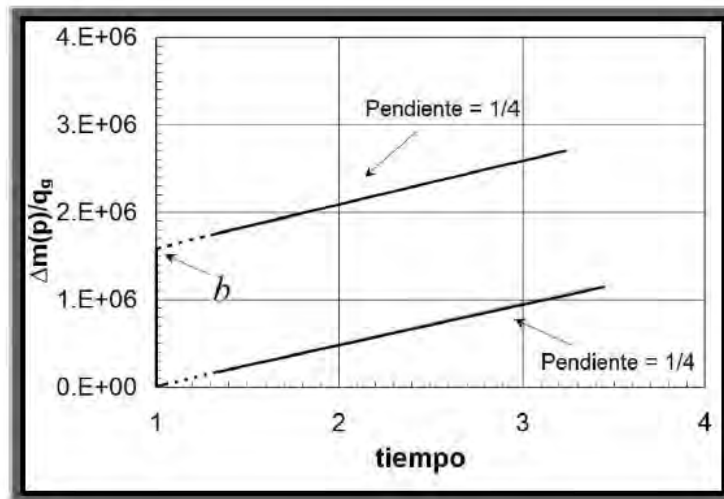


Ilustración 0-10 Grafica que muestra la detección de un régimen o geometría de flujo bilineal alrededor de un pozo productor vertical u horizontal con base en el valor de la pendiente de la línea recta. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs: case histories*, 2001)

Para poder llegar al modelo de línea recta, el cual es el modelo de tipo curva para flujo bilineal. Hacemos la sustitución de la **Ec. C-200** y **Ec. C-201** en la **Ec. C-202**.

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{2.45}{\sqrt{(k_f b_f)_D}} t_{DB}^{1/4} + s^g \quad (\text{C-203})$$

El tiempo adimensional se representa como en la **Ec. C-204**.

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2} \quad (\text{C-204})$$

Tenemos que $t_{DL} = t_{Dxf}$ Como muestra la **Fig.12.5** sabemos que $L^2 = x_f^2 = A_c$, también $h = \sqrt{A_c}$

$$t_{Dxf} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i A_c} \quad (\text{C-205})$$

Sabemos que la conductividad esta dado por la **Ec. C-195**

$$F_{CD} = (k_f w_f)_D = \frac{k_f w_f}{k x_f} \quad (\text{C-206})$$

Y dado que $L^2 = x_f^2 = A_c$, la **Ec. C-206** queda:

$$F_{CD} = (k_f w_f)_D = \frac{k_f w_f}{k \sqrt{A_c}} \quad (\text{C-207})$$

Sustituimos la **Ec. C-207** y **Ec. C-205** en la **Ec. C-203**

$$\frac{k\sqrt{A_c}[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{2.45}{\sqrt{\frac{k_f w_f}{k \sqrt{A_c}}}} \frac{0.00633kt^{1/4}}{(\phi\mu c_t)_i A_c} + s^g \quad (\text{C-208})$$

Reacomodando términos

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{(1424) * 2.45 * 0.00633^{1/4} T}{k\sqrt{A_c} \sqrt{\frac{k_f w_f}{k \sqrt{A_c}}}} \frac{kt^{1/4}}{(\phi\mu c_t)_i A_c} + \frac{1424T}{k\sqrt{A_c}} s^g \quad (\text{C-209})$$

Para mayor comodidad hacemos

$$X = \frac{1424T}{k\sqrt{A_c}} \quad (\text{C-210})$$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{984.072 T k^{1/2} (A_c^{1/2})^{1/2}}{k A_c^{1/2} \sqrt{k_f w}} \frac{k^{1/4} t^{1/4}}{(\phi \mu c_t)_i^{1/4} A_c^{1/4}} + X_S^g \quad (C-211)$$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{984.072 T}{k^{1/4} A_c^{1/2} \sqrt{k_f w} (\phi \mu c_t)_i^{1/4}} \sqrt[4]{t} + X_S^g \quad (C-212)$$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{984.072 T}{\sqrt[4]{k(\phi \mu c_t)_i} A_c^{1/2} \sqrt{k_f w}} \sqrt[4]{t} + X_S^g \quad (C-213)$$

La ecuación anterior es el modelo de tipo curva para flujo bilineal. Donde nos indica que el cambio de presión es inversamente proporcional a la raíz de la conductividad de la fractura y directamente proporcional a la raíz cuarta del tiempo. En una grafica $m(p_i) - m(p_{wf})/q_g$ vs $\sqrt[4]{t}$ podemos encontrar una línea recta que pasa por el origen, donde la pendiente es dada por:

$$c_1 = m_{BGC} = \frac{984.072 T}{\sqrt[4]{k(\phi \mu c_t)_i} A_c^{1/2} \sqrt{k_f w}} \quad (C-214)$$

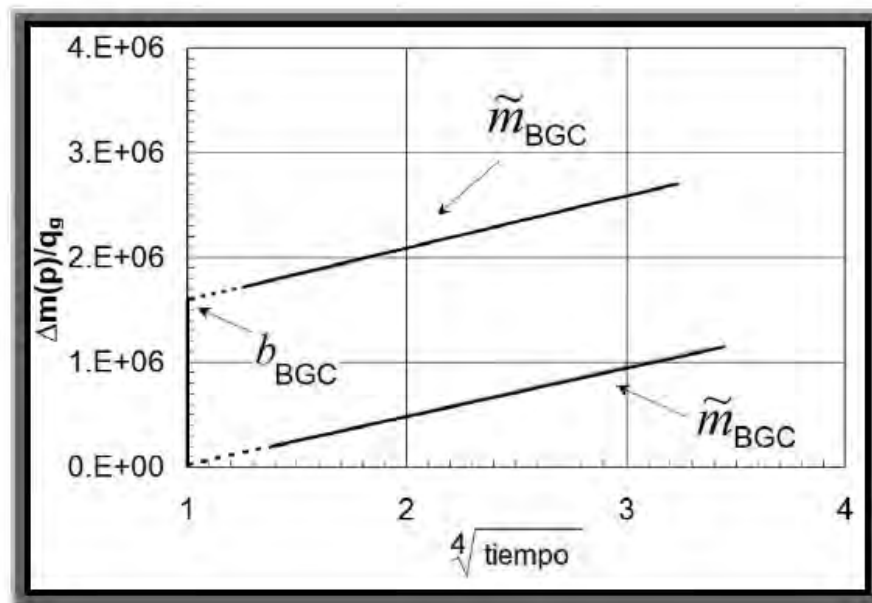


Ilustración 0-11 Esquema que muestra la presencia de un régimen de flujo bilineal alrededor de un pozo productor con intersección en cero y no intersección en cero de las lineales rectas. (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*, 2001)

Despejamos el termino $\sqrt{k_f w}$

$$\sqrt{k_f w} = \frac{984.072}{\sqrt[4]{k(\phi\mu c_t)_i A_c}} \frac{T}{m_{BGC}} \quad (C-215)$$

3.3 REGIMEN DE FLUJO RADIAL

La geometría de flujo radial se identifica por que las líneas de flujo convergen hacia un cilindro circular. Las situaciones físicas que pueden causar flujo radial son:

- 1) Un pozo vertical que pasa a través de la formación, la aparición de flujo radial en algún momento es muy probable, en un pozo productor hidráulicamente fracturado no se tiene flujo radial al comienzo del tiempo de explotación, pero una vez que el periodo transitorio o el radio de investigación ha ido más allá de la fractura, entonces se tiene flujo radial.
- 2) Una segunda aparición en un pozo horizontal se da después que el periodo transitorio termina en la formación, más allá de los extremos del pozo, algo análogo a tener la posibilidad de tener flujo radial en pozos verticales hidráulicamente fracturados después de que el periodo transitorio ha avanzado más allá de las puntas de fractura.

3.3.1.1 Modelo para flujo radial en un modelo homogéneo infinito a las condiciones de explotación a gasto constante de gas, q_g .

La **Ec. C-216** representa la solución analítica en yacimientos homogéneos, para el caso de líquidos, para la condición de producción de gasto constante, q_L , para flujo radial.

$$P_{WD} = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0.80907 + 2s) \quad (C-216)$$

La solución analítica para el flujo de líquidos se adapta para el flujo de gas usando la pseudo- presión del gas real. Sustituyendo P_{WD} por m_{WD} , así la solución analítica para gasto constante quedaría:

$$m_{WD} = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0.80907 + 2s) \quad (C-217)$$

La pseudo- presión del gas real se presenta por la **Ec. C-218**

$$m_{DL} = \frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} \quad (C-218)$$

Si hacemos

$$m_{DL} = m_{WD} \quad (C-219)$$

Sustituimos la **Ec. C-217** y la **Ec. C-218** en la **Ec. C-219**

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0.80907 + 2s) \quad (C-220)$$

Tomamos a $t_{DL} = t_D$ y $L^2 = r_w^2$ y sustituimos la **Ec. C-163** en las **Ec. C-220**

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.80907 + 2s \right) \quad (C-221)$$

Ahora aplicamos el cambio de logaritmo natural a logaritmo decimal con base 10, $\ln = 2.3025850929 \log$, en la **Ec. C-221**.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2.3025850929} \right) \frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} & \quad (C-222) \\ & = \frac{1}{2} \left(2.3025850929 \log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.80907 \right. \\ & \quad \left. + 2s \right) \left(\frac{1}{2.3025850929} \right) \end{aligned}$$

Simplificamos términos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2.3025850929} \frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} & \quad (C-223) \\ & = \frac{1}{2} \left(\log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686s \right) \end{aligned}$$

Despejamos $\frac{m(p_i) - m(p_{wf})}{q_g}$

$$0.434294 \frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{1424 T}{2 k h} \left(\log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686s \right) \quad (C-224)$$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{1639.442 T}{k h} \left(\log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686s \right) \quad (C-225)$$

Reagrupando términos tenemos:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{1639.442 T}{k h} \left(\log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686s \right) \quad (C-226)$$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \quad (C-227)$$

$$= \frac{1640 T}{k h} \log t + \frac{1640 T}{k h} \left(\log \frac{0.00633k}{(\phi \mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686s \right)$$

La **Ec. 129** es similar a la ecuación de línea recta $y = mx + b = c_1 \log t + c_2$. En una gráfica de $\frac{m(p_i) - m(p_{wf})}{q_g}$ vs tiempo la pendiente está dada por:

$$m_{RGC} = \frac{1640 T}{k h} \quad (C-228)$$

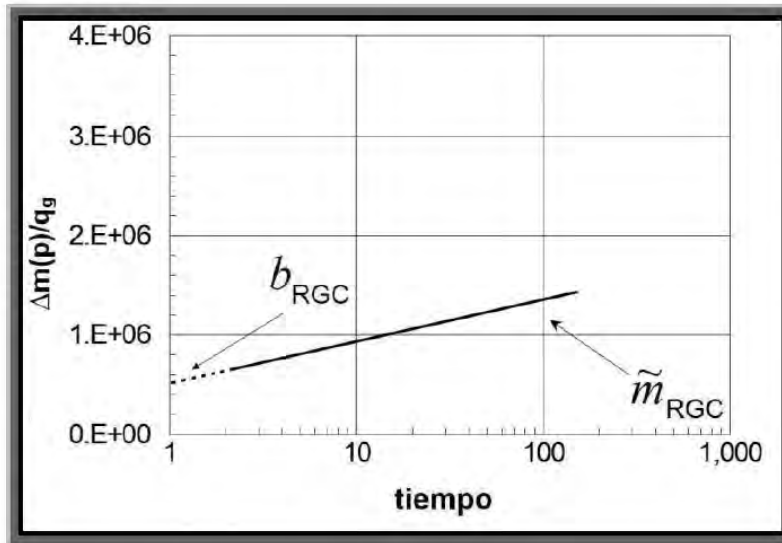


Ilustración 0-12 Grafica semi- log del modelo tipo curva para régimen radial con no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g . (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories, 2001)

Despejando $k h$

$$k h = \frac{1640 T}{m_{RGC}} \quad (C-229)$$

Y del modelo de flujo radial, **Ec. C-227**, se obtiene $c_2 = b$

$$c_2 = b = \frac{1640 T}{k h} \left(\log \frac{0.00633k}{(\phi \mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686s \right) \quad (C-230)$$

De la **Ec. C-230** se obtiene la distancia en dirección al flujo, s :

$$s = \frac{1}{0.8686} \left(\frac{bkh}{1640T} - \log \frac{0.0063k}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} - 0.352 \right) \quad (C-231)$$

3.3.2 Modelo para régimen de flujo radial en un modelo homogéneo infinito a condiciones de presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} .

Se tiene el modelo de flujo radial con la condición de explotación a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} :

$$\frac{1}{m_{WD}} = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0.80907 + 2s) \quad (C-232)$$

Sabemos que la pseudo- presión real está dado por la **Ec. C-233** y el tiempo adimensional por las **Ec. C-234**

$$m_{DL} = \frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} \quad (C-233)$$

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2} \quad (C-234)$$

Se hace:

$$m_{DL} = \frac{1}{m_{WD}} \quad (C-235)$$

Sustituyendo la **Ec. C-232** y la **Ec. C-233** en la **Ec. C-235**, nos da:

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0.80907 + 2s) \quad (C-236)$$

Tomamos en cuenta que $t_{DL} = t_D$ y $L^2 = r_w^2$, se sustituye la **Ec.C-234** en la **Ec. C-236**

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.80907 + 2s \right) \quad (C-237)$$

Aplicamos el cambio de logaritmo natural a logaritmo decimal con base 10, $\ln = 2.3025850929 \log$, en la **Ec. C-237**, obtenemos:

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{1}{2} \left(2.3025850929 \log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.80907 + 2s \right) \quad (C-238)$$

Simplificamos términos

$$\begin{aligned} \frac{1}{2.3025850929} \left(\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} \right) & \quad (C-239) \\ = \left(\frac{1}{2} \right) \left(2.3025850929 \log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.80907 \right. \\ & \left. + 2s \right) \left(\frac{1}{2.3025850929} \right) \end{aligned}$$

Despejamos $\frac{m(p_i) - m(p_{wf})}{q_g}$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \left(\frac{3278.8812 T}{2k h} \right) \left(\log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686s \right) \quad (C-240)$$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \left(\frac{1639.4406 T}{k h} \right) \left(\log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686s \right) \quad (C-241)$$

Reordenando los términos

$$\begin{aligned} \frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} & \quad (C-242) \\ = \frac{1640 T}{k h} \log t \\ + \frac{1640 T}{k h} \left(\log \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686s \right) \end{aligned}$$

La **Ec. C-242** se compara con la ecuación de la línea recta $y = mx + b = c_1 \log t + c_2$, el cual es un modelo de flujo radial a condiciones de explotación de presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} . Por lo tanto, en una grafica de presión adimensional sobre gasto versus tiempo, la pendiente será:

$$m_{RPC} = \frac{1640 T}{k h} \quad (C-243)$$

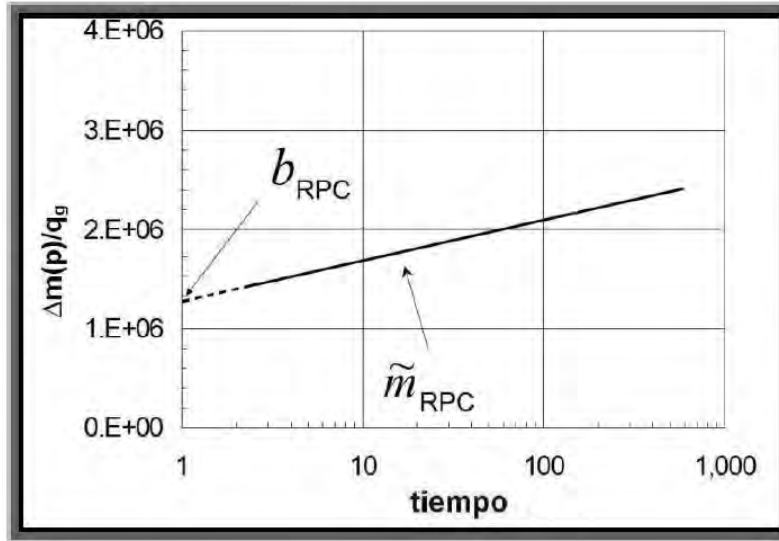


Ilustración 0-13 Grafica semi- log del modelo tipo curva para régimen radial con no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} . (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories, 2001)

Despejando $k h$

$$k h = \frac{1640 T}{m_{RPC}} \quad (C-244)$$

De la **Ec.C-242** también podemos obtener $b = c_2$

$$c_2 = b = \frac{1640 T}{k h} \left(\log \frac{0.00633 k t}{(\phi \mu c_t)_i r_w^2} + 0.3516 + 0.8686 s \right) \quad (C-245)$$

De la ecuación anterior despejamos s para poder determinar la distancia en dirección del flujo:

$$s = \frac{1}{0.869} \left(\frac{b k h}{1640 T} - \log \frac{0.00633 k}{(\phi \mu c_t)_i r_w^2} - 0.3516 \right) \quad (C-246)$$

3.4 Régimen de flujo esférico.

La geometría de flujo esférico ocurre como un periodo intermedio entre dos periodos de flujo radial para pozos productores terminados en yacimientos de espesor amplio con solamente un pequeño intervalo abierto al flujo. (Abbott, 1982) Existen dos hipótesis hechas para la solución de este problema:

1. Flujo dentro de un hundimiento esférico ficticio.
2. Flujo dentro de un agujero del pozo cilíndrico de conductividad finita.

El caso más realista es el segundo caso y varias técnicas numéricas y de simplificación han sido utilizadas para resolver las ecuaciones.

El régimen de flujo esférico ocurre para pozos productores que penetran solamente una corta distancia dentro de la zona de interés, en cuyo caso, se añade flujo hemisférico, o en pozos productores verticales que tienen solo un número limitado de perforación abiertas al flujo, se incluye el caso más simple de tener solamente una perforación abierta al flujo, ya que solamente se tiene efecto en un área pequeña abierta al flujo, se tiene la presencia de régimen de flujo esférico.

3.4.1 Modelo para flujo esférico en un modelo homogéneo infinito a condiciones de explotación a gasto constante, q_g .

Tenemos la ecuación para el comportamiento de la caída de presión adimensional durante el periodo de flujo esférico en un yacimiento homogéneo e infinito para el caso de líquidos con la condición de explotación a gasto constante:

$$p_{WDE} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi t_{DL}}} \quad (C-247)$$

Sabemos que:

$$r_D = \frac{r_e}{r_w} \quad (C-248)$$

Para $r_D = 1$ y $t_D \geq 50$ y con la **Ec. C-248** en el pozo se tiene:

$$r_D = \frac{r_e}{r_w} = 1 \quad (C-249)$$

La solución de líquidos puede ser adaptada para flujo de gas usando la pseudo-presión real. Reemplazamos p_{WDE} por m_{WDE} , el cual se define como:

$$m_{WDE} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi t_{DL}}} \quad (C-250)$$

Se hace:

$$m_{DL} = m_{WDE} \quad (C-251)$$

Para poder llevar al modelo de la ecuación de línea recta $y = mx + b = c_1 \frac{1}{\sqrt{t}} + c_2$, el cual es el modelo de tipo curva para flujo esférico. Sustituimos las **Ec.C-160** y la **Ec. C-247** en la **Ec. C-251**

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi t_{DL}}} \quad (C-252)$$

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2}}} \quad (C-253)$$

Sabemos que $r_w = r'_w$, $h = r'_w$ y $L = r'_w$ siendo r'_w el radio equivalente de la esfera, entonces se produce:

$$\frac{kr'_w[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i r'^w{}^2}}} \quad (C-254)$$

Despejamos la caída de la pseudo- presión, $\frac{m(p_i) - m(p_{wf})}{q_g}$ y reacomodamos términos:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{1424 T}{kr'_w} - \frac{1424 T \sqrt{(\phi\mu c_t)_i (r'_w)^2}}{kr'_w \sqrt{\pi 0.00633kt}} \quad (C-255)$$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = - \frac{10097.95 T \sqrt{(\phi\mu c_t)_i}}{k^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{1424 T}{kr'_w} \quad (C-256)$$

La **Ec. C-256** es similar a la ecuación de la línea recta $y = mx + b = c_1 \frac{1}{\sqrt{t}} + c_2$, la cual es el modelo de tipo curva para flujo esférico.

3.4.1.1 Cálculo de la permeabilidad, k .

En una grafica $\frac{m(p_i) - m(p_{wf})}{q_g}$ vs $\frac{1}{\sqrt{t}}$ obtenemos una línea recta con la siguiente pendiente:

$$c_1 = m_{EGC} = \frac{10097.95 T \sqrt{(\phi\mu c_t)_i}}{k^{3/2}} \quad (C-257)$$

Redondeando y despejando la permeabilidad:

$$m_{EGC} = \frac{10098 T \sqrt{(\phi\mu c_t)_i}}{k^{3/2}} \quad (C-258)$$

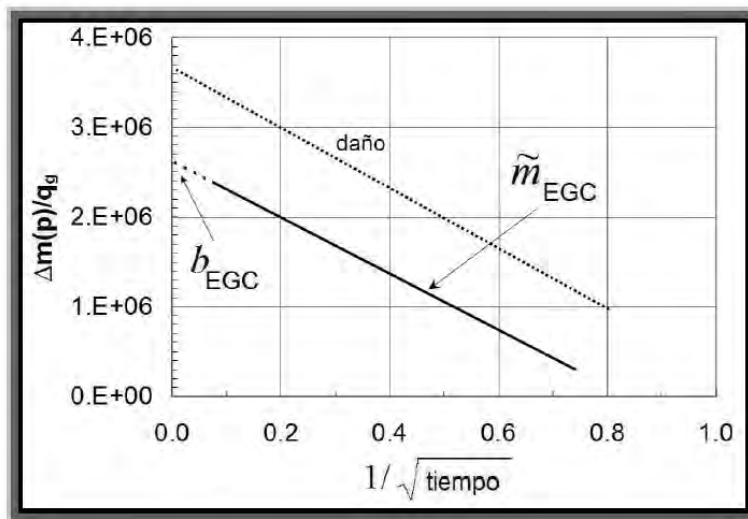


Ilustración 0-14 Ilustración de grafica normal del modelo de tipo curva para régimen de flujo esférico para evaluar algunos valores de yacimientos de baja permeabilidad con no intercepción en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a gasto de flujo constante de gas, q_g . (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs: case histories*, 2001)

$$k = \left[\frac{10098 T \sqrt{(\phi\mu c_t)_i}}{m_{EGC}} \right]^{2/3} \quad (C-259)$$

3.5 Régimen de flujo dominado por la frontera externa.

Después de un periodo inicial de producción ya sea con cualquiera de las condiciones de explotación a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} , o a gasto de flujo constante de gas, q_g , es decir, periodo o flujo transitorio, las condiciones de la frontera externa (no-flujo y $p = cte$) comienza a afectar la producción en el pozo y

el flujo se estabiliza. Este periodo o régimen de flujo dominado por la frontera externa inicial al final del periodo transitorio cuando la condición de no-flujo más alejada de la pared del pozo es alcanzada por el disturbio de la presión y el área total de drene comienza a contribuir en la producción, es decir, el área de drene ha alcanzado las fronteras externas de no-flujo. Así mismo, las condiciones en la cercanía del pozo, (gasto de flujo y presión) tienden a estabilizarse durante este régimen de flujo dominado por la frontera.

Las fronteras se generan alrededor del pozo como resultado del gasto de flujo de producción y variación de las propiedades de la formación (permeabilidad, espesor de la zona productora, etc.). El ritmo de declinación de la presión en el yacimiento dependerá de que tan rápido los fluidos sean producidos, la expansión de los fluidos en el yacimiento y compactación del volumen de poros, pero el efecto más significativo es el deterioro del comportamiento de afluencia, que se ve reflejada en la declinación de la presión media del yacimiento y el incremento de la resistencia de flujo, él se puede evaluar mediante el balance de materia. Las **Fig.12-15 y 12.15** muestran dos casos de abatimiento a las condiciones de producción a gasto de flujo constante (estado pseudo-estacionario PSS) y a presión de fondo fluyendo constante (declinación exponencial), respectivamente.

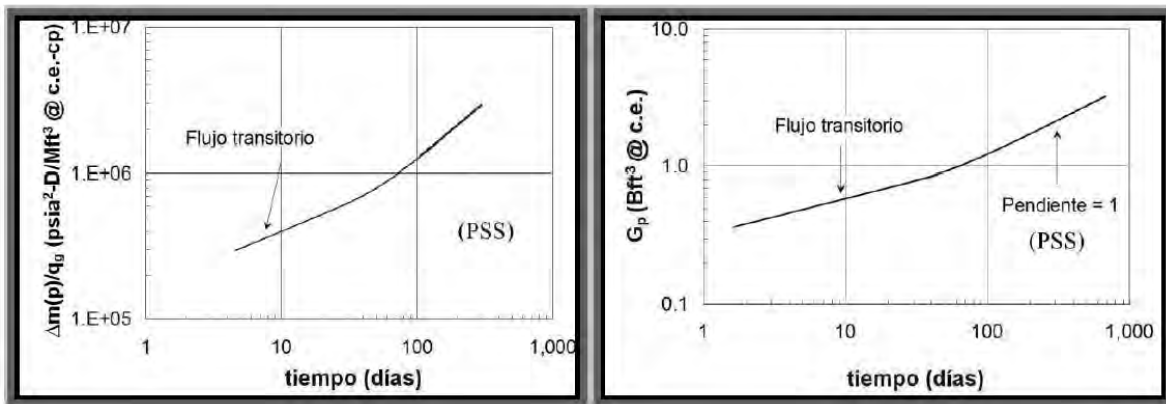


Ilustración 0-15 Dibujos de las gráficas en las cuales se detecta un régimen de flujo dominado por la frontera externa bajo la condición de producción a gasto de flujo constante (estado pseudo-estacionario PSS). (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*, 2001)

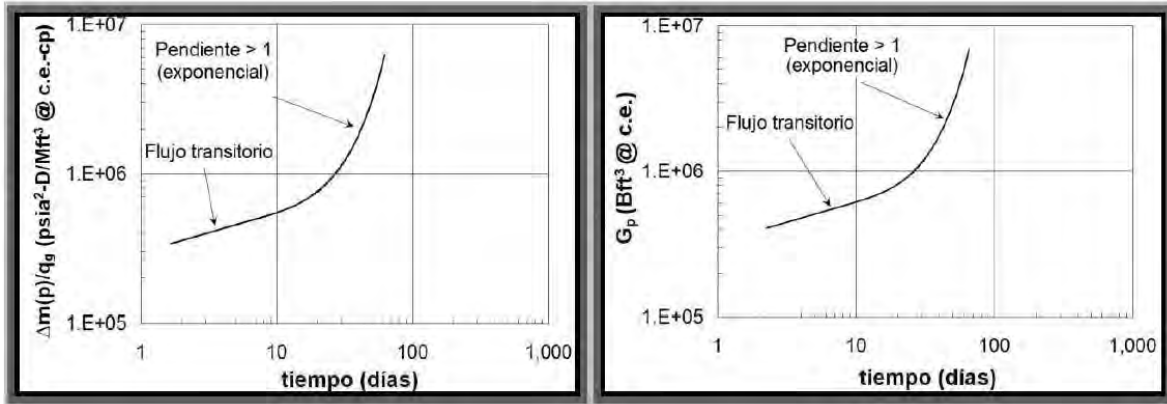


Ilustración 0-16 Dibujos de las gráficas en las cuales se detecta un régimen de flujo dominado por la frontera externa bajo la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante (declinación exponencial). (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs: case histories*, 2001)

3.5.1 Modelos para régimen de flujo dominado por la frontera externa en un yacimiento homogéneo infinito a las condiciones a gasto constante de gas, q_g , en estado pseudo- estacionario (PSS) y a presión de fondo fluyendo constante, P_{wf} (declinación exponencial).

Las ecuaciones son las soluciones analíticas para el comportamiento de la caída de presión adimensional durante el periodo de flujo dominado por la frontera externa en un yacimiento homogéneo para el caso de líquidos para las condiciones de explotación a gasto de flujo contante de líquido, q_L , y la presion de fondo fluyendo constante, p_{wf} , respectivamente.

$$p_{WDFGC} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{A}{r_w^2}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2.2458}{C_A}\right) + s \quad (C-260)$$

Y

$$q_{WDFPC} = \frac{2}{\ln c_{fpc}} \exp\left(-\frac{4\pi}{\ln c_{fpc}} t_{DA}\right) + \frac{1}{2s} \quad (C-261)$$

Las **Ecs. C-260 y C-261** pueden ser adaptadas para el flujo de gas mediante la implementación de la caída pseudo- presión del gas real. Reemplazamos la solución de p_{WDFGC} por m_{WDFGC} , con la condición de explotación a gasto constante de gas, q_g :

$$p_{WDFGC} = m_{WDFGC} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{A}{r_w^2}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2.2458}{C_A}\right) + s \quad (C-262)$$

Para la condición de explotación a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} :

$$q_{WDFPC} = m_{WDFGC} = \frac{2}{\ln c_{fpc}} \exp\left(-\frac{4\pi}{\ln c_{fpc}} t_{DA}\right) + \frac{1}{2s} \quad (C-263)$$

3.5.2 Modelo para régimen de flujo dominado por la frontera externa en un yacimiento homogéneo infinito a las condiciones a gasto constante de gas, q_g , en estado pseudo-estacionario (PSS).

Sabemos que la solución analítica para el caso de flujo de gas real para la condición de explotación a gasto constante de gas, q_g , es dado por la **Ec. C-262**:

$$m_{WDFGC} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{A}{r_w^2}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2.2458}{C_A}\right) + s \quad (C-264)$$

Ahora hacemos:

$$m_{DL} = m_{WDFGC} \quad (C-265)$$

Sustituimos las **Ecs. C-160 y C-264** en la **Ec. C-265** para poder llegar el modelo de la ecuación de línea recta $y = mx + b \rightarrow \Delta p = c_1 t + c_2$, el cual es el modelo de tipo curva para flujo dominado por la frontera externa a condiciones de explotación a gasto de gas constante, q_g :

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{A}{r_w^2}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2.2458}{C_A}\right) + s \quad (C-266)$$

Se hace el tiempo adimensional, $t_{DL} = t_{DA}$ y $L^2 = A$, ahora sustituimos en la **Ec. C-163** y así mismo en la **Ec. C-266**, para obtener:

$$t_{DA} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i A} \quad (C-267)$$

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = 2\pi \left(\frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i A}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{A}{r_w^2}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2.2458}{C_A}\right) + s \quad (C-268)$$

Despejamos $m(p_i) - m(p_{wf})/q_g$ y simplificamos términos:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \quad (C-269)$$

$$= \frac{1424 T}{k h} \left(2\pi \left(\frac{0.00633 k t}{(\phi \mu c_t)_i A} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2.2458}{C_A} \right) + s \right)$$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \quad (C-270)$$

$$= \left(\frac{2 \pi (1424) (0.00633) T t}{(\phi \mu c_t)_i A h} \right) + \frac{1424 T}{k h} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2.2458}{C_A} \right) + s \right]$$

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{56.6361 T}{(\phi \mu c_t)_i A h} t + \frac{1424 T}{2 k h} \left[\ln \left(\frac{A}{r_w^2} \frac{2.2458}{C_A} \right) + 2s \right] \quad (C-271)$$

La **Ec. C-271** tiene la forma de línea recta $y = mx + b \rightarrow \Delta p = c_1 t + c_2$. En una grafica normal de $\frac{m(p_i) - m(p_{wf})}{q_g}$ vs t obtendremos una línea recta con pendiente igual a:

$$c_1 = m_{FGC} = \frac{56.6361 T}{(\phi \mu c_t)_i A h} \quad (C-272)$$

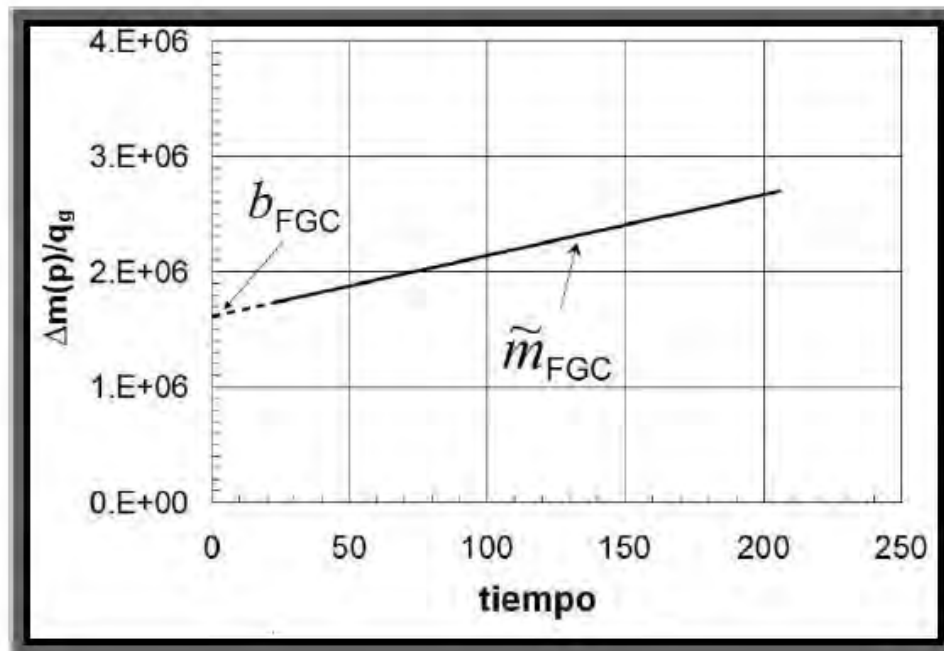


Ilustración 0-17 Grafica normal del modelo de tipo curva para régimen de flujo dominado por la frontera externa con no intersección en cero de la línea recta, bajo

la condición de producción a gasto de flujo constante, q_g . (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories, 2001)

3.5.3 Modelo para régimen de flujo dominado por la frontera externa en un yacimiento homogéneo infinito de presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} (declinación exponencial).

En la vida productiva de un pozo después de un periodo donde se estabilizo la producción, se ha encontrado que existe un momento en el que el pozo no puede sostener su producción y su capacidad fue decayendo regularmente, es decir, comenzó a declinar mes tras mes. La declinación a porcentaje constante es también conocida como declinación exponencial debido a que la expresión matemática que define este tipo de declinación es una ecuación exponencial.

La solución analítica para el caso de flujo de líquido con la condición de producción a presión de fondo fluyendo constantes, p_{wf} , es:

$$q_{WDFPC} = \frac{2}{\ln c_{fpc}} \exp\left(-\frac{4\pi}{\ln c_{fpc}} t_{DA}\right) + \frac{1}{2s} \quad (C-273)$$

Se tiene para esta condición de explotación:

$$\frac{1}{q_{DL}} = \frac{k h [m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424 q_g T} \quad (C-274)$$

Despejando el termino q_{DL} :

$$q_{DL} = \frac{1424 q_g T}{k h [m(p_i) - m(p_{wf})]} \quad (C-275)$$

La **Ec. 243** es la pseudo- presión del gas real adimensional con la condición de explotación a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} , para flujo dominado por la frontera externa.

La solución analítica para el caso de flujo de gas real para la condición de explotación a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} , es análoga a la solución analítica para el caso de líquido con la misma condición:

$$m_{WDFGC} = \frac{2}{\ln c_{fpc}} \exp\left(-\frac{4\pi}{\ln c_{fpc}} t_{DA}\right) + \frac{1}{2s} \quad (C-276)$$

En donde:

$$c_{fpc} = \frac{2.2458 A}{r_w^2 C_A} \quad (C-277)$$

Se igualan y se sustituyen las **Ecs. C-275 y C-276**:

$$q_{DL} = m_{WDFGC} \quad (C-278)$$

Para llegar al modelo de la ecuación de la línea recta $y = mx + b \rightarrow \Delta p = c_1 t + c_2$, el cual es el modelo tipo curva para flujo de la frontera externa para la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} .

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{2}{\ln c_{fpc}} \exp\left(-\frac{4\pi}{\ln c_{fpc}} t_{DA}\right) + \frac{1}{2s} \quad (C-279)$$

Se renombra la **Ec. C-163** y se toma así, $t_{DL} = t_{DA}$ y $L^2 = A$, dando:

$$t_{DA} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i A} \quad (C-280)$$

Sustituyendo en la **Ec. C-279**

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{2}{\ln c_{fpc}} \exp\left(-\frac{4\pi}{\ln c_{fpc}} \left(\frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i A}\right)\right) + \frac{1}{2s} \quad (C-281)$$

Se despeja $\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g}$ y se simplifican términos:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{1424T}{k h} \left\{ \frac{2}{\ln c_{fpc}} \exp\left(-\frac{4\pi}{\ln c_{fpc}} \left(\frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i A}\right)\right) + \frac{1}{2s} \right\} \quad (C-282)$$

Se invierte el primero y segundo miembro de la **Ec. C-282** para que se logre la gráfica de la **Fig.12.18**.

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{1424T}{k h} \left\{ \frac{\ln c_{fpc}}{2 \left[-\frac{4\pi}{\ln c_{fpc}} \left(\frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i A}\right) \right]} + 2s \right\} \quad (C-283)$$

Reordenando términos:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{1424T \ln c_{fpc}}{k h} \exp\left[\frac{4\pi}{\ln c_{fpc}} \left(\frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i A}\right)\right] + 2s X \quad (C-284)$$

Donde X es:

$$X = \left(\frac{1424T}{k h} \right) \quad (\text{C-285})$$

Se aplica logaritmo natural en ambos lados de la **Ec. C-285**:

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \right) & \quad (\text{C-286}) \\ & = \ln \left(\frac{1424T \ln c_{fpc}}{k h} \exp \left[\frac{4 \pi}{\ln c_{fpc}} \left(\frac{0.00633kt}{(\phi \mu c_t)_i A} \right) \right] \right) + \ln(2s X) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \right) & \quad (\text{C-287}) \\ & = \ln \left(\frac{1424T \ln c_{fpc}}{k h} \right) + \ln \left(\exp \left[\frac{4 \pi}{\ln c_{fpc}} \left(\frac{0.00633kt}{(\phi \mu c_t)_i A} \right) \right] \right) \\ & \quad + \ln(2s X) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \right) & \quad (\text{C-288}) \\ & = \ln \left(\frac{1424T \ln c_{fpc}}{k h} \right) + \left(\frac{4 \pi}{\ln c_{fpc}} \left(\frac{0.00633kt}{(\phi \mu c_t)_i A} \right) \right) + \ln(2s X) \end{aligned}$$

Reacomodando termino obtenemos:

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \right) & \quad (\text{C-289}) \\ & = \left(\frac{4 \pi 0.00633k}{\ln c_{fpc} (\phi \mu c_t)_i A} \right) t + \ln \left(\frac{1424T \ln c_{fpc}}{k h} \right) + \ln(2s X) \end{aligned}$$

Aplicamos cambio de logaritmo natural a logaritmo común o decimal en base 10. Si $\ln = 2.3025850929 \log = 2.303 \log$, en la **Ec. C-289**, se obtiene:

$$\begin{aligned} 2.303 \log \left(\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \right) & \quad (\text{C-290}) \\ & = \left(\frac{4 \pi 0.00633k}{\ln c_{fpc} (\phi \mu c_t)_i A} \right) t + 2.303 \log \left(\frac{1424T \ln c_{fpc}}{k h} \right) \\ & \quad + 2.303 \log (2s X) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{2.303}\right) 2.303 \log \left(\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \right) \quad (C-291)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2.303}\right) \left(\frac{4 \pi 0.00633 k}{\ln c_{fpc} (\phi \mu c_t)_i A} \right) t \\ &+ \left(\frac{1}{2.303}\right) 2.303 \log \left(\frac{1424 T \ln c_{fpc}}{k h} \right) \\ &+ \left(\frac{1}{2.303}\right) 2.303 \log (2s X) \end{aligned} \quad (C-292)$$

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \right) \\ &= \left(\frac{4 \pi (0.00633) k}{2.303 \ln c_{fpc} (\phi \mu c_t)_i A} \right) t + \log \left(\frac{1424 T \ln c_{fpc}}{k h} \right) \\ &+ \log (2s X) \end{aligned}$$

La **Ec. C-292** tiene la forma de la línea recta $y = mx + b \rightarrow \log \Delta p = c_1 t + \log c_2$, el cual representa el modelo de tipo curva para el flujo de la frontera externa para la condición de explotación a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} . En una gráfica de $\log \left(\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} \right) / t$ se produce una línea recta con pendiente igual a:

$$c_1 = m_{FPC} = \left(\frac{4 \pi (0.00633) k}{2.303 \ln c_{fpc} (\phi \mu c_t)_i A} \right) \quad (C-293)$$

Sustituimos la **Ec. C-277** en la **Ec. C-293**:

$$m_{FPC} = \left(\frac{4 \pi (0.00633) k}{2.303 \ln \left(\frac{2.2458 A}{r_w^2 C_A} \right) (\phi \mu c_t)_i A} \right) \quad (C-294)$$

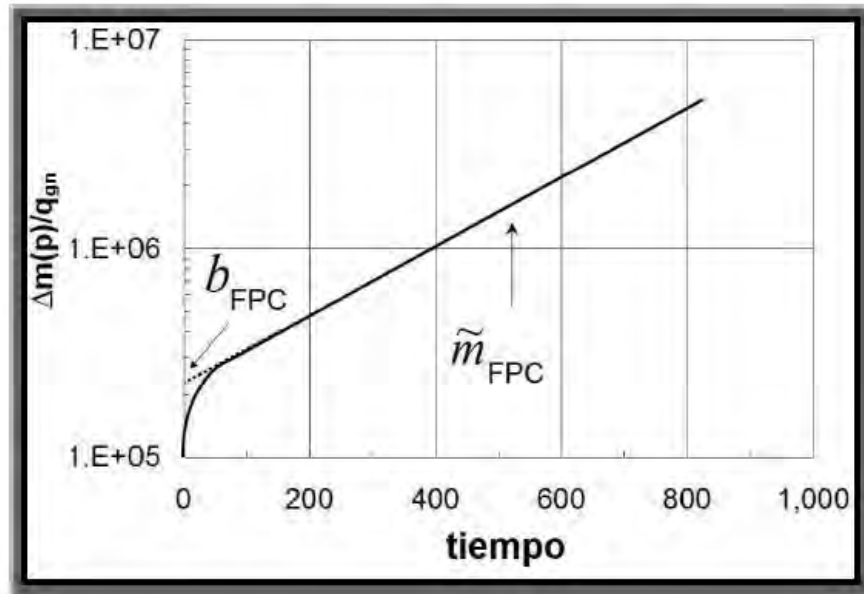


Ilustración 0-18 Grafica de modelo semi- log del modelo tipo curva para régimen de flujo dominado por la frontera externa con no intersección en cero de la línea recta, bajo la condición de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} . (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories*, 2001)

Además, la **Ec. C-292** produce una línea recta con no intersección en cero igual a:

$$\log c_2 = \log(b_{FPC}) = \log\left(\frac{1424T \ln c_{fpc}}{k h}\right) \quad (C-295)$$

El termino $\log(2s X)$ se desprecia por no considerar este tipo de daño. Sustituimos la **Ec. C-277** en la **Ec. C-295**:

$$\log(b_{FPC}) = \log\left(\frac{1424T \ln\left(\frac{2.2458 A}{r_w^2 C_A}\right)}{k h}\right) \quad (C-296)$$

Reordenando términos en la **Ec. C-296**, obtenemos:

$$b_{FPC} = \frac{1424T}{2 k h} \ln\left(\frac{2.2458 A}{r_w^2 C_A}\right) \quad (C-297)$$

Se despeja el factor de forma de Dietz's, C_A , y se tiene:

$$b_{FPC} \frac{2 k h}{1424T} = \ln\left(\frac{2.2458 A}{r_w^2 C_A}\right) \quad (C-298)$$

$$\exp\left(\frac{b_{FPC} 2 k h}{1424T}\right) = \frac{2.2458 A}{r_w^2 C_A} \quad (C-299)$$

$$C_A = \frac{2.2458 A}{r_w^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{b_{FPC} 2 k h}{1424T}\right)} \quad (C-300)$$

$$C_A = \frac{2.2458 A}{\exp\left[2\left(\frac{b_{FPC} k h}{1424T}\right)\right] r_w^2} \quad (C-301)$$

3.6 Régimen de flujo lineal temprano.

Este periodo de flujo lineal de fractura cuyo comportamiento ocurre a valores pequeños en cuanto a tiempo adimensional. Durante este periodo de flujo, la mayoría de los fluidos que entran en el pozo provienen de la expansión del sistema dentro de la fractura y el flujo es esencialmente lineal. Este flujo lineal de fractura termina regularmente cuando comienza la aportación de fluidos provenientes de la expansión de la formación, convirtiendo así en flujo bilineal, por desgracia, este flujo se produce en un periodo de tiempo adimensional pronto para ser de uso práctico. (Samaniego-V., 1981)

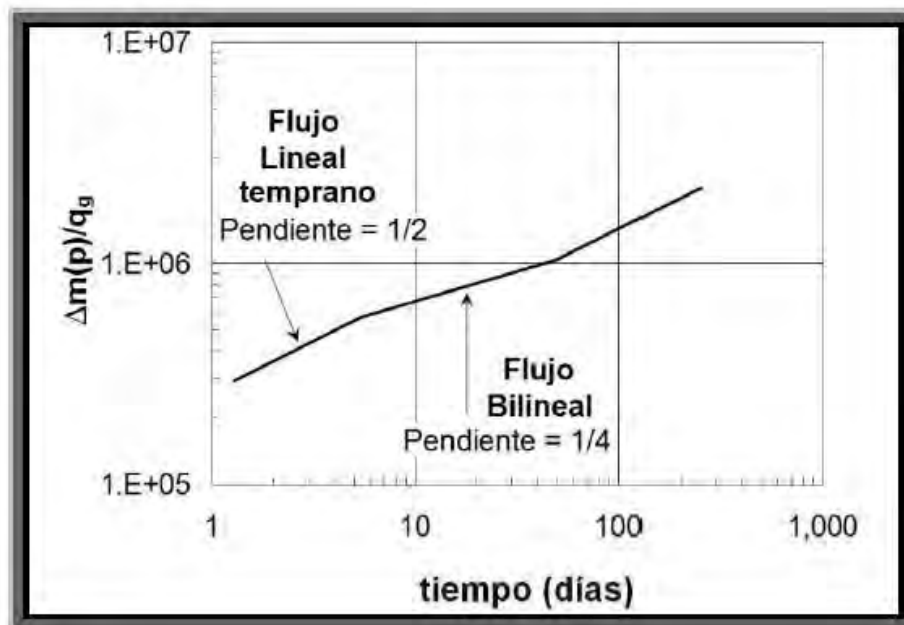


Ilustración 0-19 Grafica doble logarítmica donde se detecta un régimen de flujo lineal temprano con valor de pendiente de un medio, seguido de un régimen de flujo Bilineal con valor de la pendiente de la línea recta de un cuarto. (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories, 2001)

3.6.1 Modelos para régimen de flujo lineal temprano en un yacimiento homogéneo a condiciones de producción de gasto constante de gas, q_g , y a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} .

Las soluciones para yacimientos lineales para el caso de líquidos en un yacimiento homogéneo e infinito se tienen las siguientes ecuaciones que modelan el comportamiento de flujo lineal:

$$P_{wDL} = \sqrt{\pi t_{DL}} \quad (C-302)$$

Para las condiciones de producción a gasto de flujo constante de líquido, q_L .

$$\frac{1}{q_{wDL}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\pi t_{DL}} \quad (C-303)$$

Para las condiciones de producción a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} .

Se tiene la relación entre las dos soluciones para flujo lineal:

$$\frac{P_{wDL}}{\frac{1}{q_{wDL}}} = \frac{\sqrt{\pi t_{DL}}}{\frac{\pi}{2} \sqrt{\pi t_{DL}}} = \frac{2}{\pi} \quad (C-304)$$

Se aplica la relación anterior con las **Ecs. C-302 y C-303**, de la siguiente forma:

$$P_{wDL} = \frac{1}{q_{wDL}} \quad (C-305)$$

$$\frac{P_{wDL}}{1/q_{wDL}} = 1 \quad (C-306)$$

Entonces, tomamos el resultado de la relación de la **Ec. C-304** y la sustituimos en la **Ec. C-306**:

$$P_{wDL} q_{wDL} = \frac{2}{\pi} \quad (C-307)$$

Reordenando términos:

$$P_{wDL} = \left(\frac{2}{\pi}\right) \left(\frac{1}{q_{wDL}}\right) \quad (C-308)$$

$$\frac{1}{q_{wDL}} = P_{wDL} \left(\frac{\pi}{2}\right) \quad (C-3188)$$

Conocemos el modelo de flujo lineal de respuesta para la presión adimensional obtenido de modelos lineales para trayectorias con alta permeabilidad con flujo lineal de fractura al comienzo del tiempo de explotación para el caso de líquidos con la condición de explotación de producción a gasto constante de líquido, q_L :

$$P_{wDL} = \frac{2}{(k_f w)_D} \sqrt{\pi \eta_{FD} t_{DL}} + S^g \quad (C-310)$$

Sustituimos la **Ec. C-310**, en la **Ec. C-309**, para obtener:

$$\frac{1}{q_{wDL}} = \left(\frac{\pi}{2}\right) \left[\frac{2}{(k_f w)_D} \sqrt{\pi \eta_{FD} t_{DL}} + S^g \right] \quad (C-311)$$

$$\frac{1}{q_{wDL}} = \frac{\pi}{(k_f w)_D} \sqrt{\pi \eta_{FD} t_{DL}} + \frac{\pi}{2} S^g \quad (C-312)$$

La **Ec. C-312** es una nueva derivación para la condición de explotación a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} para el caso de líquidos.

La solución de la **Ec. C-312** se puede adaptar para el caso de gases, simplemente agregamos pseudo presión real para el gas, m_{wDL} sustituyendo P_{wDL} , y $\frac{1}{m_{wDL}}$ sustituye a $\frac{1}{q_{wDL}}$, quedando:

$$m_{wDL} = \frac{2}{(k_f w)_D} \sqrt{\pi \eta_{FD} t_{DL}} + S^g \quad (C-313)$$

$$\frac{1}{m_{wDL}} = \frac{\pi}{(k_f w)_D} \sqrt{\pi \eta_{FD} t_{DL}} + S^g \quad (C-314)$$

Las **Ec. C-313 y C-314** son las ecuaciones que modelan el flujo lineal de fractura o en una trayectoria de flujo con alta permeabilidad para la condición de explotación a gasto de flujo constante, q_g y a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} , para el caso de gas, respectivamente, al comienzo del tiempo de explotación.

3.6.2 Modelo para régimen de flujo lineal temprano en un yacimiento homogéneo infinito a condiciones de producción de gasto constante de gas, q_g .

La ecuación que modela el flujo lineal de fractura para la condición de producción a gasto de flujo constante es:

$$m_{WDL} = \frac{2}{(k_f w)_D} \sqrt{\pi \eta_{FD} t_{DL}} + S^g \quad (C-315)$$

Se la hace la igualdad:

$$m_{DL} = m_{WDL} + S^g \quad (C-316)$$

Para llegar al modelo de línea recta, $y = mx + b \Rightarrow \Delta p = c_1 \sqrt{t} + c_2$, se sustituyen la **Ec. C-274** y **Ec. C-315** en la **Ec. C-316**, para obtener:

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{2}{(k_f w)_D} \sqrt{\pi \eta_{FD} t_{DL}} + S^g \quad (C-317)$$

Ahora renombramos las **Ecs. C-318, C-319 y C-320**:

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt}{(\phi \mu c_t)_i L^2} \quad (C-318)$$

$$\eta_{FD} = \frac{k_f \phi C_t}{k \phi_f c_{ft}} \quad (C-319)$$

$$F_{CD} = (k_f w)_D = \frac{k_f w}{k x_f} \quad (C-320)$$

Donde t_{DL} es el tiempo adimensional, η_{FD} es factor adimensional de difusividad para el fracturamiento hidráulico, y F_{CD} es el factor de conductividad adimensional de la fractura. Se sustituyen las **Ec. C-318, Ec. C-319 y Ec. C-320** en la **Ec. C-317**, da:

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{2}{\frac{k_f w}{k x_f}} \sqrt{\pi \left(\frac{k_f \phi C_t}{k \phi_f c_{ft}} \right) \left(\frac{0.00633kt}{(\phi \mu c_t)_i L^2} \right)} + S^g \quad (C-321)$$

Utilizamos el concepto de longitud media de la fractura, $x_f = L$, así como también se utiliza la compresibilidad inicial de la formación o de la roca, c_f , la compresibilidad total inicial del sistema, c_t y la porosidad inicial, ϕ_i .

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{2}{\frac{k_f w}{k x_f}} \sqrt{\pi \left(\frac{k_f \phi_i c_{ti}}{k \phi_f c_{ft}} \right) \left(\frac{0.00633kt}{(\phi \mu c_t)_i x_f^2} \right)} + S^g \quad (C-322)$$

Despejamos el término $\frac{m(p_i) - m(p_{wf})}{q_g}$ y se eliminan términos semejantes:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \left(\frac{1424 T}{k h} \right) \left[\frac{2k x_f}{k_f w} \sqrt{\pi \left(\frac{k_f 0.00633 t}{\phi_f c_{f ti} \mu_{gi} x_f^2} \right)} + S^g \right] \quad (C-323)$$

Hacemos:

$$X = \left(\frac{1424 T}{k h} \right) \quad (C-324)$$

Entonces:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \left[\left(\frac{2(1424)\sqrt{\pi 0.00633k x_f}}{\sqrt{\mu_{gi} (\phi c_{ti})_f}} \right) \left(\frac{T}{h w \sqrt{k_f}} \right) \sqrt{k_f} \right] \sqrt{t} + XS^g \quad (C-325)$$

Simplificando términos:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{401.62}{\sqrt{\mu_{gi} (\phi c_{ti})_f}} \left(\frac{T}{h w \sqrt{k_f}} \right) \sqrt{t} + XS^g \quad (C-326)$$

Se tiene que $A_{c1} = wh_f$, $h_f = h$ (capa lineal), se aplica esto en la **Ec.C-326** y obtenemos:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{401.62T}{\sqrt{\mu_{gi} (\phi c_{ti})_f}} \left(\frac{1}{\sqrt{k_f A_{c1}}} \right) \sqrt{t} + XS^g \quad (C-327)$$

Obtenemos la forma de la ecuación de la línea recta $y = mx + b \Rightarrow \Delta p = c_1 \sqrt{t} + c_2$, el cual es el modelo de tipo curva para flujo lineal.

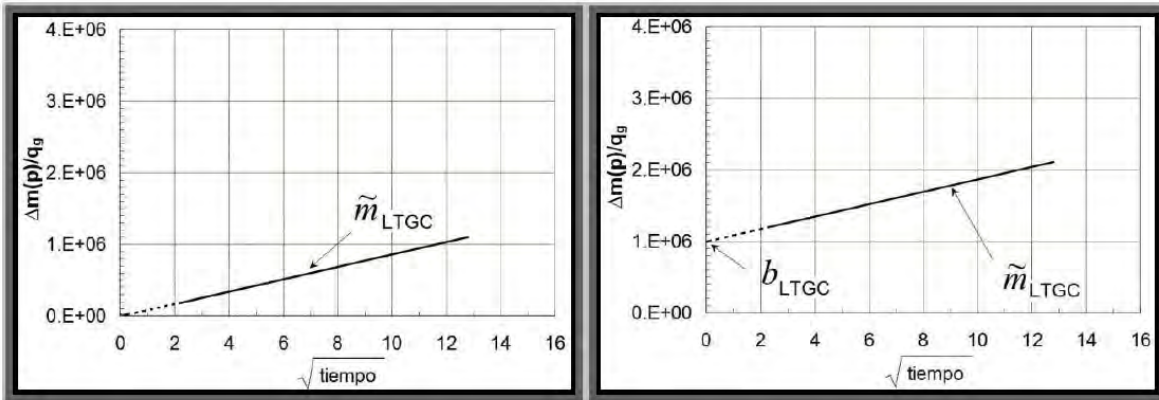


Ilustración 0-20 Graficas de régimen de flujo lineal temprano con intersección en cero (esbozo izquierdo) y no intersección en cero de la línea recta (esbozo derecho), bajo la condición de producción a gasto de flujo constante de gas. (Arévalo Villagran, Analysis of Long-term Behavior in tight gas reservoirs: case histories, 2001)

En una gráfica de $m(p_i) - m(p_{wf})/q_g$ vs \sqrt{t} , la pendiente se puede obtener mediante la siguiente expresión:

$$c_1 = m_{LTGC} = \frac{401.62 T}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi c_{ti})_f}} \left(\frac{1}{\sqrt{k_f A_{c1}}} \right) \quad (C-328)$$

Se despeja el termino $\sqrt{k_f A_{c1}}$:

$$\sqrt{k_f A_{c1}} = \frac{401.62 T}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi c_{ti})_f}} \left(\frac{1}{m_{LTGC}} \right) \quad (C-329)$$

Ahora tenemos que $c_2 = b \Rightarrow b = b_{LTGC} \Rightarrow b_{LTGC} = S^g X$ y se hace $h = \sqrt{A_{c1}}$, se sustituye la **Ec. C-324** y se aplica el concepto en la **Ec. C-327**:

$$b_{LTGC} = \frac{1424 T S^g}{k \sqrt{A_{c1}}} \quad (C-330)$$

También se tiene que $S^g = s_f$, y se toma en cuenta que $k = k_1$ en donde k_1 es la trayectoria de flujo que posee mayor permeabilidad en el sistema, se sustituye lo anterior en la **Ec. C-330**:

$$b_{LTGC} = \frac{1424 T s_f}{k_1 \sqrt{A_{c1}}} \quad (C-331)$$

Se despeja el factor de daño en la cara de la fractura, s_f :

$$s_f = \frac{b_{LTGC} k_1 \sqrt{A_{c1}}}{1424 T s_f} \quad (C-332)$$

3.6.3 Modelo para régimen de flujo lineal temprano en un yacimiento homogéneo infinito a condiciones a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} .

Se tiene el modelo de flujo lineal de fractura para la condición de explotación a presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} :

$$\frac{1}{m_{WDL}} = \frac{\pi}{(k_f w)_D} \sqrt{\pi \eta_{FD} t_{DL}} + S^g \quad (C-333)$$

Sabemos que la pseudo- presión del gas real con la condición de explotación a presión de fondo fluyendo constante es la siguiente:

$$\frac{1}{q_{DL}} = \frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} \quad (C-334)$$

Se hace la igualdad:

$$\frac{1}{q_{DL}} = \frac{1}{m_{WD}} + S^g \quad (C-335)$$

Sustituimos la **Ec. C-334** y la **Ec. C-333** en la **Ec. C-335** para poder llegar al modelo de la línea recta $y = mx + b \Rightarrow \Delta p = c_1\sqrt{t} + c_2$, por lo tanto, obtenemos:

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{\pi}{(k_f w)_D} \sqrt{\pi \eta_{FD} t_{DL}} + S^g \quad (C-336)$$

Se renombran la **Ec. C-337**, **Ec. C-338** y **Ec. C-339**:

$$t_{DL} = \frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2} \quad (C-337)$$

$$\eta_{FD} = \frac{k_f \phi C_t}{k \phi_f c_{ft}} \quad (C-338)$$

$$F_{CD} = (k_f w)_D = \frac{k_f w}{k x_f} \quad (C-339)$$

Donde t_{DL} es el tiempo adimensional, η_{FD} es factor adimensional de difusividad para el fracturamiento hidráulico, y F_{CD} es el factor de conductividad adimensional de la fractura. Se sustituyen las **Ec. C-337**, **Ec. C-338** y **Ec. C-339** en la **Ec. C-336**, para obtener:

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{\pi}{\frac{k_f w}{k x_f}} \sqrt{\pi \left(\frac{k_f \phi C_t}{k \phi_f c_{ft}} \right) \left(\frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i L^2} \right)} + S^g \quad (C-340)$$

Utilizamos el concepto de longitud media de la fractura, $x_f = L$, así como también se utiliza la compresibilidad inicial de la formación o de la roca, c_f , la compresibilidad total inicial del sistema, c_t y la porosidad inicial, ϕ_i . Se aplica para poder obtener:

$$\frac{kh[m(p_i) - m(p_{wf})]}{1424q_g T} = \frac{\pi}{\frac{k_f w}{k x_f}} \sqrt{\pi \left(\frac{k_f \phi_i C_{ti}}{k \phi_f c_{fti}} \right) \left(\frac{0.00633kt}{(\phi\mu c_t)_i x_f^2} \right)} + S^g \quad (C-341)$$

Se despeja el término $m(p_i) - m(p_{wf})/q_g$ y se eliminan términos semejantes:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \frac{1424 T}{k h} \left[\frac{\pi k x_f}{k_f w} \sqrt{\pi \left(\frac{k_f \phi_i C_{ti}}{k \phi_f c_{f ti}} \right) \left(\frac{0.00633 kt}{(\phi \mu c_t)_i x_f^2} \right)} + S^g \right] \quad (C-342)$$

Hacemos:

$$X = \frac{1424 T}{k h} \quad (C-343)$$

Por lo tanto:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \left[\left(\frac{\pi(1424)\sqrt{\pi(0.00633)}}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi c_{ti})_f}} \right) \left(\frac{T x_f}{h k_f w x_f} \right) \sqrt{k_f} \right] \sqrt{t} + X S^g \quad (C-344)$$

Simplificando términos:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \left[\left(\frac{630.865}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi c_{ti})_f}} \right) \left(\frac{T}{h w \sqrt{k_f}} \right) \right] \sqrt{t} + X S^g \quad (C-345)$$

Se tiene que $A_{c1} = wh_f$, $h_f = h(\text{capa lineal})$, se aplica esto en la **Ec.C-345** y se tiene:

$$\frac{[m(p_i) - m(p_{wf})]}{q_g} = \left[\left(\frac{630.865 T}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi c_{ti})_f}} \right) \left(\frac{1}{A_{c1} \sqrt{k_f}} \right) \right] \sqrt{t} + X S^g \quad (C-346)$$

En la **Ec. C-346** obtenemos el modelo de línea recta $y = mx + b \Rightarrow \Delta p = c_1 \sqrt{t} + c_2$.

Para obtener la pendiente de la **Ec. C-346** se hace:

$$c_1 = m_{LTPC} = \frac{630.865 T}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi c_{ti})_f}} \left(\frac{1}{A_{c1} \sqrt{k_f}} \right) \quad (C-347)$$

Se despeja el termino $A_{c1} \sqrt{k_f}$

$$A_{c1} \sqrt{k_f} = \frac{630.865 T}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi c_{ti})_f}} \left(\frac{1}{m_{LTPC}} \right) \quad (C-348)$$

Se redondean cifras y se hace $k_1 = k_f$, para obtener:

$$A_{c1} \sqrt{k_f} = \frac{631 T}{\sqrt{\mu_{gi}(\phi c_{ti})_f}} \left(\frac{1}{m_{LTPC}} \right) \quad (C-349)$$

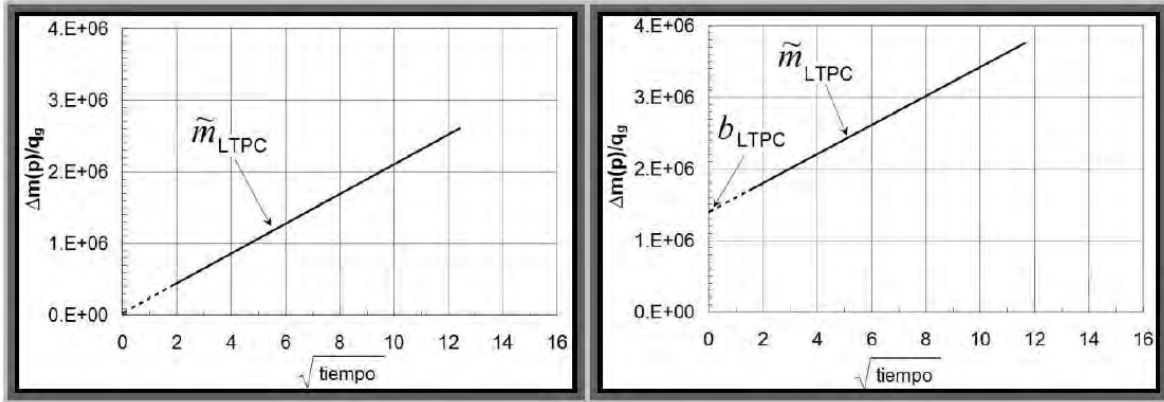


Ilustración 0-21 Graficas de régimen de flujo lineal temprano con intersección en cero(esbozo izquierdo) y no intersección en cero de la línea recta(esbozo derecho), bajo la condición de producción de presión de fondo fluyendo constante, p_{wf} . (Arévalo Villagran, *Analysis of Long-term Behavior in tight gas resevoirs:case histories*, 2001)

Se sustituye $c_2 = b \Rightarrow b = b_{LTGC} \Rightarrow b_{LTGC} = S^g X$ y se hace $h = \sqrt{A_{c1}}$, se sustituye la **Ec. C-343** y se aplica el concepto en la **Ec. C-346**:

$$b_{LTGC} = \frac{1424 T}{k \sqrt{A_{c1}}} S^g \quad (C-350)$$

También se tiene que $S^g = s_f$, y se toma en cuenta que $k = k_1$ en donde k_1 es la trayectoria de flujo que posee mayor permeabilidad en el sistema, se sustituye lo anterior en la **Ec. C-350**:

$$b_{LTGC} = \frac{1424 T s_f}{k_1 \sqrt{A_{c1}}} \quad (C-351)$$

Se despeja el factor de daño en la cara de la fractura, s_f :

$$s_f = \frac{k_1 \sqrt{A_{c1}} b_{LTGC}}{1424 T} \quad (C-352)$$