



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERIA DE SISTEMAS – INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

DESARROLLO DE UN MODELO MMIRP PARA RESOLVER DE MANERA ÓPTIMA EL
PROBLEMA DE INVENTARIO Y REABASTECIMIENTO EN UNA CADENA MAYORISTA.

TESIS
PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA

PRESENTA:
ING. SALUTINO FLORES MONROY

DIRECTORA DE TESIS
DRA. ISABEL PATRICIA AGUILAR JUÁREZ, FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, OCTUBRE 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

PRESIDENTE: Dra. Balderas Cañas Patricia
SECRETARIO: Dra. Flores De La Mota Idalia
VOCAL: Dra. Aguilar Juárez Isabel Patricia
1ER. SUPLENTE: Dra. Sánchez Larios Hérica
2DO. SUPLENTE: Dra. Huerta Barrientos Aida

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:
Ciudad Universitaria, México, Ciudad de México

TUTORA DE TESIS:
Dra. Isabel Patricia Aguilar Juárez

FIRMA

Agradecimientos

A Dios, por darme la oportunidad de vivir, por la capacidad de perseguir mis sueños la fortaleza para superar obstáculos y miedos, por no abandonarme jamás.

A la Universidad Autónoma de México, al Posgrado de la Facultad de Ingeniería, al departamento de Ingeniería de Sistemas, el personal académico que su inspiración de enseñar y hacer de México un mejor país prevalezca por generaciones.

Agradezco de manera especial al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por facilitarme el apoyo económico necesario para poder llevar a cabo con éxito el desarrollo de esta investigación.

A mi familia, por apoyarme en mis iniciativas, en mis emprendimientos, gracias.

A la Dra. Isabel Patricia Aguilar Juárez, por su invaluable apoyo, dirección, conocimiento y paciencia por la guía brindada para enfocar mis ideas y plasmarlas en esta tesis.

A la Dra. Aida Huerta Barrientos y Dra. Idalia Flores de la Mota por su impulso para la internacionalización que me dieron, tanto para el EMSS en Chipre y la estancia de investigación en la Universidad de Bolonia.

I would also like to thank Dr. Danielle Vigo of the University of Bologna for his support in my stay in Italy. It was a research stay that has made me grow in many aspects both academic and life. Thanks also to Carlos Bolton of Chile for his guidance and friendship on this journey.

Muchas gracias a mis amigos Pablo e Hikuri, por su apoyo y consideración en este emprendimiento, me quedo con ustedes con quien puedo ser yo, en toda mi esencia y con total libertad.

A mis compañeros y amigos de la maestría, pues siempre tuve su apoyo y compañía para superar los retos del día a día, gracias por sus palabras de aliento.

Gracias Alma por acompañarme en el fin de este sueño, para comenzar uno nuevo, gracias por inspirar el futuro.

El siguiente trabajo de tesis de maestría es para todos ustedes en agradecimiento.

Índice

Resumen	11
Abstract.....	12
Capítulo 1 Descripción del sistema de estudio	13
1.1. Objetivo del capítulo	13
1.2 Antecedentes	13
1.3 Problemática	17
1.4 Definición del problema.....	22
1.5 Objetivo General	22
1.5.1 Objetivos específicos	22
1.6 Justificación	23
Capítulo 2 Marco Teórico	25
2.1 Objetivo del capítulo	25
2.2 Introducción	25
2.3 Componentes de los modelos de inventarios.....	26
2.3.1 Costos	26
2.3.2 Tiempo de entrega.....	28
2.3.3 Demanda.....	28
2.4 Pronósticos: Series de Tiempo.....	29
2.4.1 Modelo Holt – Winters	30
2.4.1.1 Método Multiplicativo	31
2.4.1.2 Método Aditivo	31
2.5 Modelos de Transporte	32
2.6 Problema del Ruteo de Inventario	33
2.6.1 Origen del IRP	33
2.6.2 Descripción matemática básica del IRP	34
2.6.3 El multi – producto, multi – vehículo problema de ruteo de vehículos con Inventario.....	37
2.6.4 Programación matemática del problema	39
2.7 Estado del arte	41

Capítulo 3 Desarrollo de la investigación.....	45
3.1 Objetivos del Capitulo	45
3.2 Validación de los datos de la demanda	45
3.3 Generación de pronósticos	47
3.4 Aplicando el método aditivo de Holt – Winters.....	49
3.5 Aplicando el método multiplicativo de Holt – Winters	52
3.6 Formulación del Modelo Matemático	54
3.6.1 Datos.....	55
3.6.2 Variables de decisión.....	55
3.6.3 Variable auxiliar.....	56
3.6.4 Modelo matemático.....	56
3.7 Validación del Modelo Matemático.....	58
3.8 Resultados	60
3.8.1 Ambas restricciones activadas volumen y peso.....	60
3.8.2 Resultados de solo restricción del peso activada	62
3.8.3 Resultados de solo restricción de volumen activada	65
Capítulo 4 Conclusiones y Recomendaciones	68
4.1 Conclusiones	68
4.2. Recomendaciones.....	69
4.3. Líneas de Investigación	69
Bibliografía	70
Anexos.....	73
Anexo A: Tabla de Pesos, Volumen y <i>him</i> de <i>m</i>	73
Anexo B: Tabla de Inventario inicial	74
Anexo C: Tabla de Demanda	75
Anexo D: Tabla de resurtimiento por parte del proveedor.	81
Anexo E: Registro del motor de ambas restricciones de volumen y peso activadas	82
Anexo F: Resultado de Producto a enviar ambas restricciones activadas.....	84
Anexo G: Registro del motor de solo la restricción de peso activado.....	87

Anexo H: Resultado de Producto a enviar solo la restricción de peso activado ..	89
Anexo I: Registro del motor de solo la restricción de volumen activado	92
Anexo J: Resultado de Producto a enviar solo la restricción de volumen activado	94
Anexo K: Resultado de Experimento	97

Índice de Tablas

Tabla 1. Líneas de negocio. Elaboración propia	15
Tabla 2 Detallada entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools.....	49
Tabla 3 Errores entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools.....	51
Tabla 4 Comparación entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools.....	52
Tabla 5 Comparación entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools.....	54
Tabla 6 Matriz de distancias, información proporcionada por la empresa "ABC"	59
Tabla 7 Capacidad de almacenamiento en lo nodos	60
Tabla 8 Resultados Y de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando AMBAS restricciones activadas	61
Tabla 9 Resultados en X de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando AMBAS restricciones	61
Tabla 10 Análisis cumplimiento de las capacidades del vehículo k en el tiempo t .	62
Tabla 11 Resultados Y de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando solo restricción del peso activada	63
Tabla 12 Resultados en X de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando solo restricción del peso activada	64
Tabla 13 Análisis cumplimiento de las capacidades del vehículo k en el tiempo t usando solo restricción del peso activada	64
Tabla 14 Resultados Y de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando solo restricción del volumen activada	65
Tabla 15 Resultados en X de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando solo restricción del volumen activada	66
Tabla 16 Análisis cumplimiento de las capacidades del vehículo k en el tiempo t usando solo restricción del volumen activada	67

Índice de gráficas

Gráfica 1 datos de inventarios proporcionados por Abarrotes "ABC", Elaboración propia,	46
Gráfica 2 Ventas de Confitería, Desarrollo propio	48
Gráfica 3 Comparación entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools	49
Gráfica 4 Errores entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools.....	51
Gráfica 5 Comparación entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools	52
Gráfica 6 Errores entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools.....	54

Índice de Figuras

Figura 1 Mapa conceptual del sistema. Elaboración Propia	16
Figura 2 Esquema del sistema. Elaboración Propia	18
Figura 3 Diagrama del ruteo de camioneta Bajío. Elaboración Propia	19
Figura 4 Diagrama del ruteo de camioneta Norte. Elaboración Propia	20
Figura 5 Diagrama del ruteo de camioneta Centro Norte. Elaboración Propia	20
Figura 6 Diagrama del ruteo de camioneta Texcoco. Elaboración Propia	20
Figura 7 Diagrama del ruteo de camioneta Puebla. Elaboración Propia	21
Figura 8 Diagrama del ruteo de camioneta Oriente. Elaboración Propia	21
Figura 9 Categorización de productos de acuerdo a la rentabilidad. Elaboración Propia basada en (D'Andrea, Ring et al., 2011)	23
Figura 10 Representación del modelo de transporte con nodos y arcos. Elaboración Propia	33
Figura 11 Mapa de Proceso para obtención del dato de la demanda, Elaboración Propia.	47

Índice de Imágenes

Imagen 1 Localización geográfica de las sucursales de Abarrotes ABC. Elaboración propia usando Google Maps	14
Imagen 2 Selección de las sucursales a evaluar, elaboración propia usando GoogleMaps	58
Imagen 3 Resultado arrojado por el software CPLEX corriendo AMBAS restricciones activadas de Peso y Volumen.	60
Imagen 4 Resultado arrojado por el software CPLEX corriendo PESO restricciones activadas de Peso y Volumen.	63
Imagen 5 Resultado arrojado por el software CPLEX corriendo solo con la restricción del Volumen.....	65

Resumen

En la literatura, generalmente se estudia los problemas de enrutamiento de inventario (IRP) con un solo producto homogéneo de demanda determinista. El problema del enrutamiento de inventario multi producto multi vehículo (MMIRP) es un problema logístico que surge en aquellas organizaciones en las que se comercializa productos con características diversas y se cuenta con una flota heterogénea. El distribuidor decide qué estrategia de entrega debe hacerse teniendo en cuenta la demanda y el inventario de los clientes en un horizonte de tiempo finito y discreto para minimizar el costo total de entrega. Este trabajo se centra en las restricciones de peso y volumen que tienen que ser calculadas al llenado de los vehículos para ser tomadas del centro de distribución a la sucursal de una cadena de abarrotes mayorista mexicana. Este tipo de estudio es importante porque a pesar de que la restricción de peso se ha aplicado, muchas veces por volumen el vehículo de transporte no puede tomar toda la mercancía y deja algo en el centro de distribución. La demanda se predice con modelos Holt – Winters de series de tiempo. Definimos formalmente y modelamos el problema, y lo resolvemos exactamente con ayuda del solucionador CPLEX.

Palabras clave: MMIRP, series de tiempo, CPLEX, cadena de abarrotes al mayoreo.

Abstract

In the literature, inventory routing problems (IRP) are usually studied with a single homogeneous product of deterministic demand. The multi-product multi-vehicle inventory routing problem (MMIRP) is a logistical problem that arises in those organizations in which products with diverse characteristics are commercialized and a heterogeneous fleet is available. The distributor decides what delivery strategy should be made considering the demand and inventory of customers in a finite and discrete time horizon to minimize the total delivery cost. This work focuses on the weight and volume restrictions that must be calculated when filling vehicles to be taken from the distribution center to the branch of a Mexican wholesale grocery chain. This type of study is important because although the weight restriction has been applied, often by volume the transport vehicle can not take all the merchandise and leaves something in the distribution center. The demand is predicted with the Holt - Winters models of times series. We formally define and shape the problem, and we solve it exactly with the help of the CPLEX solver.

Keywords: MMIRP, time series, CPLEX, wholesale grocery chain.

Capítulo 1 Descripción del sistema de estudio

1.1. Objetivo del capítulo

Este capítulo presenta los antecedentes que generaron la problemática dentro de la empresa a estudiar desde un punto de vista sistémico; analizando el manejo de información que nos otorga, la planeación de la demanda, el manejo de inventarios. En este primer capítulo se establecerá el escenario global del sistema, considerando los siguientes objetivos a través de su desarrollo:

- Analizar el proceso de manejo de inventarios.
- Describir la cadena de suministro
- Analizar la administración de inventarios

De tal forma, el capítulo se encarga en representar y describir el comportamiento actual del sistema a estudiar, para posteriormente poder realizar una propuesta para el manejo y la optimización de los recursos de la empresa a través del contexto de la investigación de operaciones como alternativa para abordar y plantear soluciones a los problemas planteados.

1.2 Antecedentes

En la actualidad, el comercio de abarrotes al mayoreo en México encuentra condicionado su desarrollo por una serie de presiones, los clientes orientan cada vez más sus preferencias a favor de propuestas de mayor valor. Entre las propuestas está el precio como componente fundamental en la evaluación de una propuesta minorista pero también lo es la comodidad en términos de cercanía, la calidad de los productos, la mezcla de productos, atención al cliente, categorías seleccionadas y los servicios ofrecidos que ahorren tiempo.

La orientación de los clientes al valor es apoyada por una creciente actividad competitiva en el sector mayorista, como la entrada de clubes de precio (SAM'S CLUB, CITY CLUB), alimentada por la globalización del sector. La expansión internacional de cadenas y las fusiones y adquisiciones de empresas del sector promueven la aparición en los mercados de nuevas propuestas con ventajas competitivas sobre los jugadores locales tradicionales, cambiando los patrones de valoración de los clientes a favor de propuestas mejor formuladas.

El canal mayoreo abarrotero equivale al 1.02% del PIB nacional y al 6.55% del PIB del Sector Comercio. Se estima que este canal representa el 45.6% del total de ventas dentro del mercado abarrotero en México. ("ANAM - Servicios - ISCAM," 2015)

El estudio de caso se desarrolla sobre una empresa mexicana del sector mayorista cuya cadena de suministro adolece de certidumbre en tiempos de entrega y

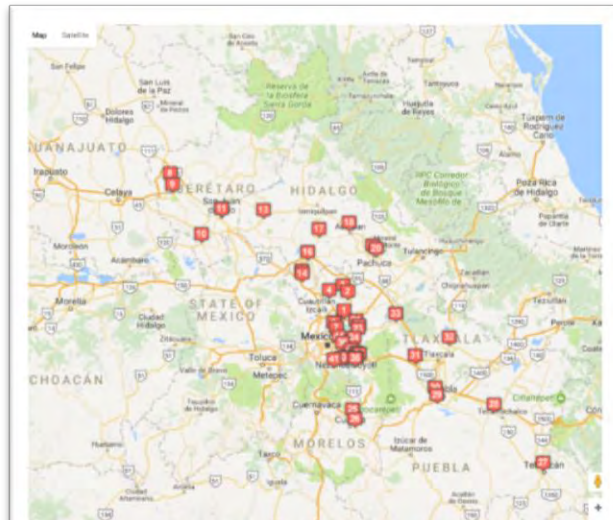


Imagen 1 Localización geográfica de las sucursales de Abarrotes ABC. Elaboración propia usando Google Maps

cantidades entregadas, debido a las políticas de entrega establecidas por los proveedores, lo que provoca que existan artículos rezagados, desabasto y sobreabastecimiento de productos en los puntos de venta, ya que se dificulta el control de manera óptima de la disponibilidad de los productos que se requieren en la cantidad y momento adecuados.

Por políticas de seguridad y confidencialidad en el manejo de las bases de datos para la realización del caso de estudio, se ha decidido omitir el nombre de la empresa y utilizar un nombre ficticio, que nombraremos a lo largo del trabajo, "ABC".

ABC Es una empresa mexicana comercializadora dedicada abastecer a mayoristas, medio mayoristas, detallistas y consumidor final, de abarrotes en general como: productos de perfumería, medicamentos populares, cremería, semillas, dulcería, jarcería, vinos y licores, etc. en sus 43 sucursales (Imagen 1) en formatos de mostrador y cash & carry distribuidas en la ciudad de México, Estado de México, Morelos, Hidalgo, Puebla Tlaxcala y Querétaro.

Se manejan 14 líneas de negocio que se dividen en 152 categorías, haciendo un total de 5483 productos al 14 de octubre del 2015 (Tabla 1 Tabla 1. Líneas de negocio. Elaboración propia). En total se trabaja con 369 proveedores.

Línea	Descripción	Categorías	Productos
A	Abarrotes	58	2269
B	Bebidas	4	242
C	Cremería	20	642
D	Dulcería	11	675
F	Farmacia	27	655
G	Galletas	5	288
H	Huevo	1	8
I	Cigarros	1	25
J	Jarcería	3	190
P	Pan	5	89
S	Semillas	13	222
T	Tiempo Aire	1	33
U	Azúcar	1	8
V	Vinos & Licores	2	137
Total	14	152	5483

Tabla 1. Líneas de negocio. Elaboración propia

En algunos casos los clientes que acuden a ABC no son consumidores finales, sino que compran para surtir su propio negocio, ya sea una tiendita, recaudería, panadería, servicios de comedores, restaurantes, cooperativas escolares, mayoristas, medio mayoristas, farmacias, papelerías, freidores, cocinas económicas, público en general, entre otras.

Un sistema se define como un conjunto de elementos interrelacionados y estructurados que llevan a cabo un proceso de transformación con un objetivo determinado. (Ochoa Rosso, 1985) En este caso, el sistema describirá de manera global a la abarrotera "ABC".

El aspecto importante desde el punto de vista sistémico, el cual nos indica que todos los elementos de una organización están relacionados entre sí exponiendo los fenómenos que le afectan de manera integral, en su totalidad y no en partes aisladas, es determinar la estructura de la empresa y las relaciones de los agentes que le afectan. En el caso de ABC la estructura de la empresa y las relaciones de los agentes se describen en el Error! Reference source not found..

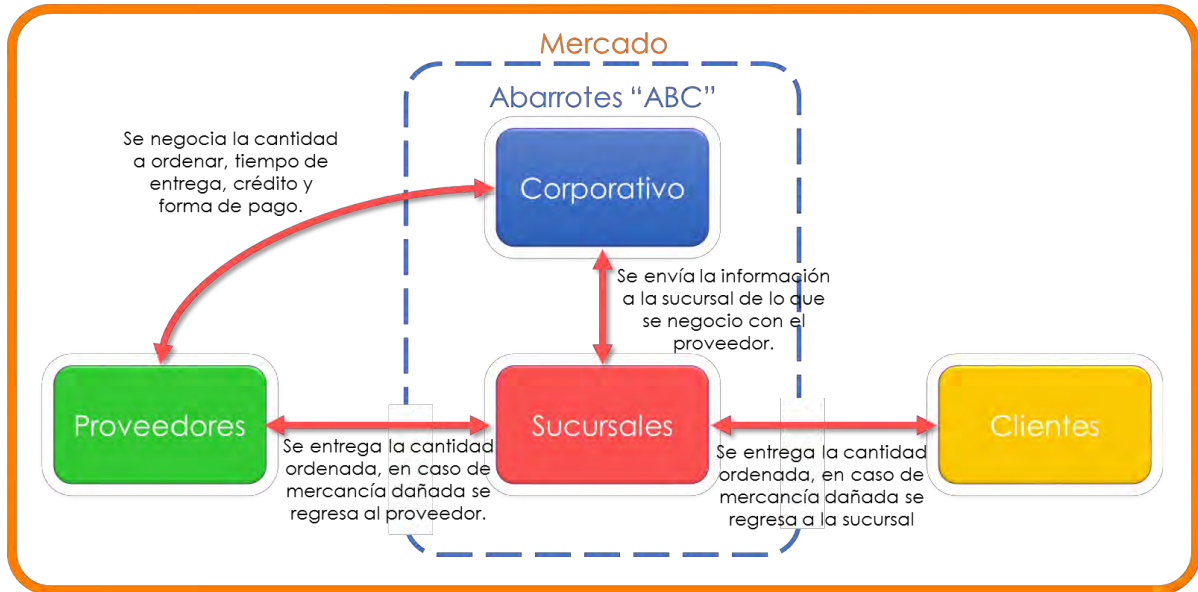


Figura 1 Mapa conceptual del sistema. Elaboración Propia

Para el abastecimiento del inventario en tienda se manejan 2 formas de trabajar:

1. El proceso con el que se generan los pedidos para entregar en sucursales es el siguiente. La empresa trabaja en un sistema basado en comportamientos históricos, en el cual se revisan los cambios en la demanda de acuerdo con la temporalidad. Antes de revisar el requerimiento de pedido, se establece el pronóstico de venta para el artículo en la sucursal. Este se calcula con el máximo de los últimos 3 meses de venta o si es un producto de temporada con la venta del año anterior. Con este dato, se hace una revisión que contempla el ciclo de revisión del proveedor, el tiempo de entrega, la necesidad de inventario de seguridad y el pronóstico de venta obtenido. Con este procedimiento que se obtiene, se establece el máximo a pedir de acuerdo con la estrategia de abasto para el artículo, **en "ABC" se consideran un plazo de 21 días de inventario como el adecuado.** Una vez calculados, el *cuánto*, *cuándo* y *dónde pedir*, se revisa la cantidad de producto con el que cuenta la sucursal y se toma la decisión sobre si se debe levantar la orden de compra o no.
 - a. Para aquellas sucursales en las que el pedido mínimo de entrega no pudo ser entregado, se surte de alguna sucursal cercana con unidades de 1 a 5 toneladas de capacidad. En la actualidad se encuentran 6 vehículos para surtir entre sucursales.

2. Hay proveedores que cuentan con productos de caducidad corta, como el pan y los quesos frescos, que hacen la negociación en preventiva directamente en la sucursal, con un tiempo de entrega de 24 a 48 horas.

El sistema de compras puede proporcionar pronósticos de demanda basados en el comportamiento histórico de venta de las sucursales. Dichos pronósticos se ven afectados cuando el inventario de la sucursal es insuficiente, puesto que existe un subregistro de demanda, el cual nos indica que productos se encuentran maltratados, la existencia de los mismos en la sucursal o si se encuentran en tránsito. Cualquier variación en el abasto normal, inhibe fuertemente el pronóstico, por lo que se pueden tener variaciones importantes con respecto a las ventas reales.

Una vez que el transporte del proveedor llega a la sucursal, este se recibe de acuerdo con la orden de compra generada en el corporativo. El pedido se contabiliza y se sella la factura de recibido anotando el estado de cada producto; completo, incompleto o dañado, así como devoluciones si se autorizaron en previo convenio entre el proveedor y el corporativo. Una vez ingresada la mercancía al sistema de la sucursal, está lista para la venta. La mercancía puede ser llevada a los siguientes puntos:

1. Piso de venta; los productos se exhiben inmediatamente a piso de venta disponibles al público.
2. Bodega; los productos se almacenan para su venta de mayoreo.

Cualquier manejo inadecuado por parte del personal, como no respetar primeras entradas, primeras salidas, mal manejo de estibas, colocación distinta del producto, podría tener un impacto negativo en el inventario de las sucursales y el disgusto en los clientes por no cubrir sus necesidades. Teniendo como parte fundamental contar con el producto en las cantidades correctas en el tiempo adecuado para cubrir su demanda.

1.3 Problemática

El inventario es la pesadilla de todos los comerciantes a nivel mundial es muy difícil lograr que en este no sobren ni falten artículos. Muchas veces los comerciantes adquieren productos en mayor cantidad de su demanda, quedando con excedentes no deseados, obligados a ofrecer rebajas al margen para deshacerse de artículos sobrantes y limitar la pérdida. Contrariamente, en otros casos se enfrentan a la falta de existencia, que redundará en pérdidas de ventas y clientes insatisfechos que terminan comprando en otros lugares. (Fisher & Raman, 2010)

El sector mayorista enfrenta cambios en las necesidades de los consumidores, los clientes prefieren los servicios sobre los bienes, buscan una gama amplia de opciones y favorecen la **competencia**, ya que no son “leales” a una marca o establecimiento y se obligan a buscar el producto deseado en distintos establecimientos a mejor precio.

. Dentro del sector mayorista se encuentran los siguientes retos:

- Competencia directa
- Demografía cambiante de los clientes
- Proliferación de opciones para los clientes.
- Agregado a esto también existe un cruce de canal con el canal de autoservicio o los clubes de precio.

Para Abarrotes ABC el surtido que ha manejado lo ha posicionado entre los preferidos del mercado. Esto genera una creciente necesidad de administrar los inventarios con mayor asertividad. El producto no debe faltar en piso de venta, pero tampoco debe ser tanto que merme la utilidad.

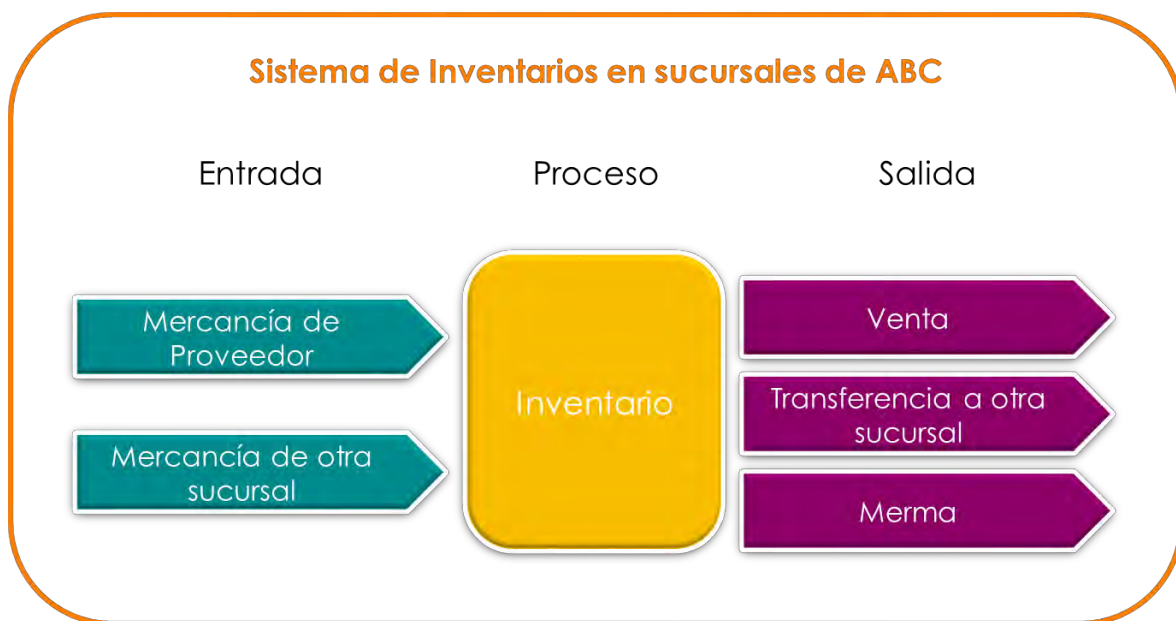


Figura 2 Esquema del sistema. Elaboración Propia

El sistema punto de venta de las sucursales de la abarrotera ABC, se alimenta como se muestra en el Diagrama 2 de la mercancía recibida por el proveedor o de otras sucursales y registra los movimientos hechos por venta, transferencia a otra sucursal o merma. La venta es la parte importante del sistema, ya que será la que genere la utilidad para la empresa.

Pero, ¿qué sucedería si no se encuentra la mercancía en tiempo, cantidad y forma que el cliente lo requiere?; ¿cómo se verán afectados los registros de la demanda?

Hay líneas de negocio que, derivadas de la presentación y precio de sus artículos sólo se desplazan por medio del autoservicio de la sucursal, por ejemplo, el catálogo de dulcería, son artículos que en una tienda de la colonia encontramos sólo un exhibidor, una bolsa, en la que el encargado sólo nos vende una pieza. La recompra de otro exhibidor al mayorista se genera cuando al comerciante se le ha terminado en su totalidad el producto en su tienda.

El desplazamiento de este catálogo en el mayorista "ABC" no llega a ser más de la venta de una caja al mes. Lo que origina que se pueda tener un producto agotado o se pueda tener en exceso para poder satisfacer la demanda, es por eso, que las estrategias actuales de los proveedores de aumentar las entregas mínimas a sucursales, ya sea por volumen de cajas o por valor de la carga para hacer más rentables sus entregas, han llevado a que se tengan que centralizar los pedidos y hacer la distribución en rutas internas establecidas.

En la actualidad abarrotera ABC cuenta con 6 unidades para transportar la mercancía de una tienda a otra, con destinos y rutas seleccionadas; 2 con capacidad para transportar 1.5 toneladas y 4 con capacidad de 5 toneladas.

En los siguientes Diagramas (3, 4, 5, 6, 7 y 8) se muestran los destinos y rutas asignados para cada transporte.

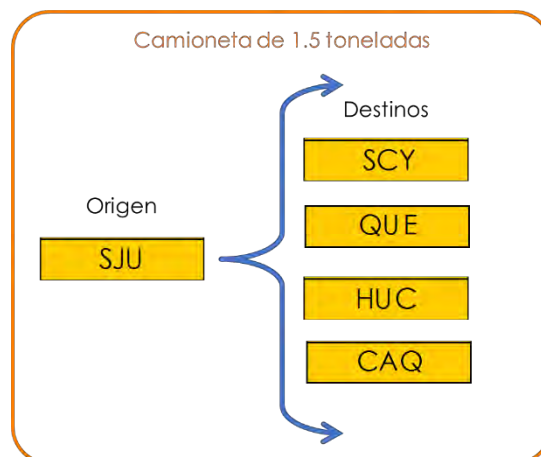


Figura 3 Diagrama del ruteo de camioneta Bajío. Elaboración Propia

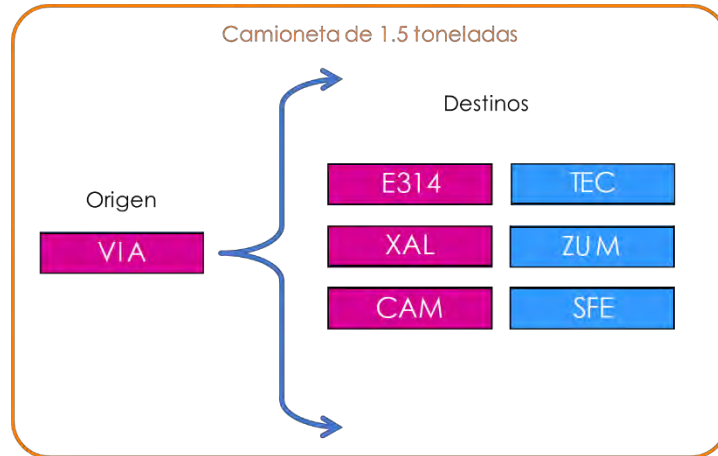


Figura 4 Diagrama del ruteo de camioneta Norte. Elaboración Propia

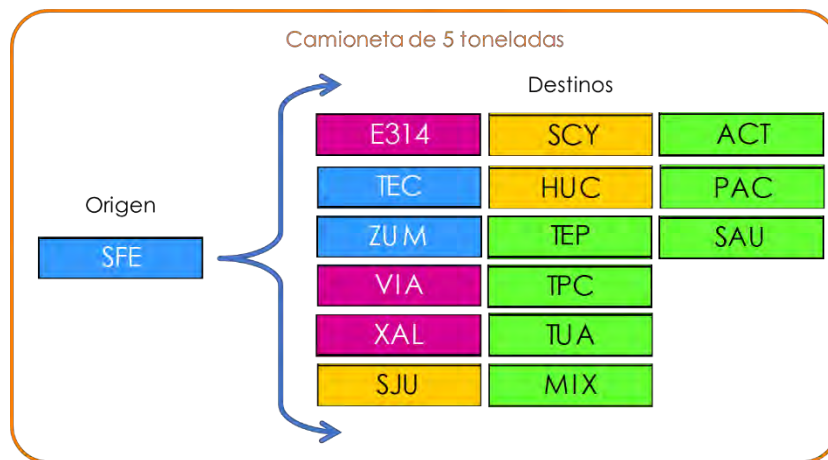


Figura 5 Diagrama del ruteo de camioneta Centro Norte. Elaboración Propia

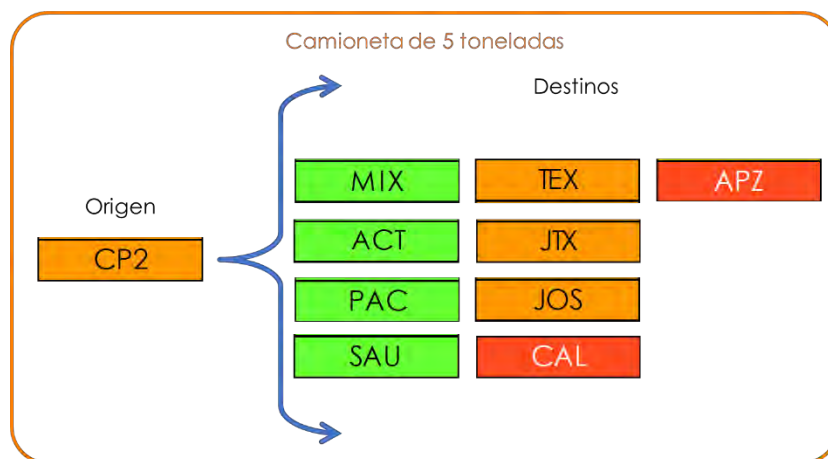


Figura 6 Diagrama del ruteo de camioneta Texcoco. Elaboración Propia

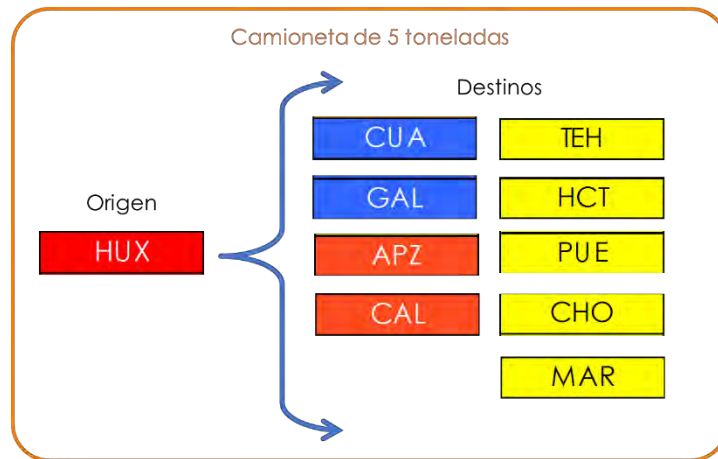


Figura 7 Diagrama del ruteo de camioneta Puebla. Elaboración Propia

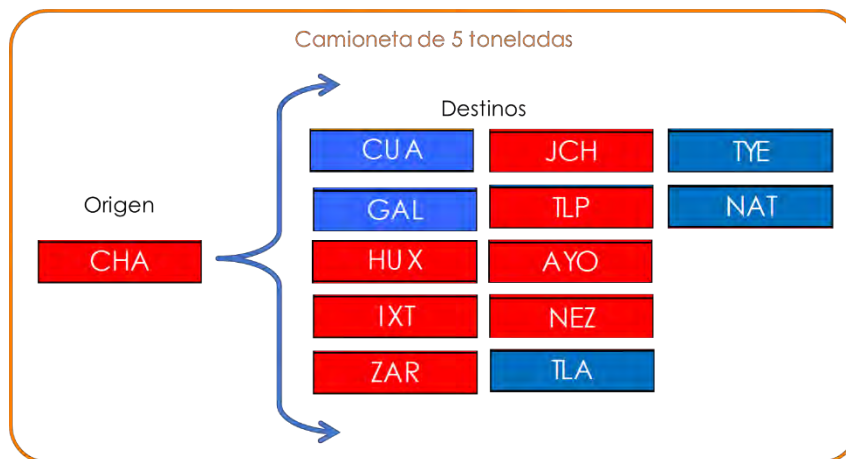


Figura 8 Diagrama del ruteo de camioneta Oriente. Elaboración Propia

En las sucursales origen es donde se centralizan los requerimientos para ser llevados a las sucursales destino, sin embargo, existen retrasos derivados de los tiempos de entrega de proveedor y la ruta preestablecida. Lo que origina que el cliente cuando requiere el producto encuentre vacío el anaquel.

Otro problema es generado por la capacidad de almacenamiento de la sucursal. ABC cuenta con sucursales de 2,000 m² y otras de 250 m², estas últimas sin espacio de almacenaje para venta de mayoreo o exhibición de productos en las cantidades deseadas por la rotación que le dan al inventario debido a su tamaño. Estas sucursales frecuentemente caen en agotados que, si se les envía mucho producto, se genera un problema operativo por no tener dónde guardarlo. Otro caso es el de las sucursales grandes que tienen mucho mayor espacio de exhibición y de almacenamiento, en éstas suele provocarse un excedente ya que se requiere tener lleno el punto de venta, pero luego el volumen colocado no corresponde a la rotación de los artículos.

Se pueden tener problemas en el almacenamiento de la mercancía si al momento de una venta se entregó el bien solicitado, pero con características diferentes de las solicitadas, ya sea aroma, sabor u otra presentación genera imprecisión en el registro del inventario.

En el caso de transportar la mercancía de una sucursal a otra, se pueden generar faltantes en tienda por tener que esperar a que el camión se llene y justifique económicamente el envío a la sucursal. Esto sucede en sucursales lejanas y de baja rotación o con proveedores cuyos artículos también presentan baja rotación. El enviar un transporte con poca mercancía es muy caro, por lo que el proveedor o la sucursal origen esperan a juntar más mercancía.

Cuando los pronósticos de venta se encuentran sesgados por falta de mercancía, la probabilidad de generar un excedente o un agotado es muy alta, provocando que vaya disminuyendo el registro de la demanda.

1.4 Definición del problema

Por lo mencionado anteriormente es claro que esta forma de control de inventarios y distribución provoca gastos excesivos en el manejo del inventario y pérdida de venta por faltantes con la correspondiente reducción en las utilidades.

1.5 Objetivo General

Desarrollar una alternativa al ruteo actual para el traslado de productos de las líneas de dulcería, cuidado personal, farmacia, especias, vinos & licores, y jarciería, de abarrotes ABC, de manera que se satisfagan los niveles de inventario óptimos a tiempo al mínimo costo posible considerando la estimación de la demanda con pronósticos de series de tiempo.

1.5.1 Objetivos específicos

Los principales objetivos a lograr durante el desarrollo del proyecto son:

- Describir la problemática que pueda existir en el reabastecimiento del inventario en los puntos de venta de las líneas de negocio seleccionadas en Abarrotes ABC.
- Mencionar cuales estrategias son las más utilizadas en el mercado mayorista para reabastecer los puntos de venta.
- Revisar modelos de pronóstico con series de tiempo.

- Proponer un modelo de programación matemática para optimizar el reabastecimiento de inventario en las sucursales de las líneas seleccionadas considerando la estimación de la demanda usando pronósticos de series de tiempo.
- Desarrollar e implementar computacionalmente un algoritmo para resolver el modelo matemático propuesto.

1.6 Justificación

Una de las estrategias para seguir con el crecimiento es teniendo más puntos de venta, siempre que se cuente con el catálogo disponible.



Figura 9 Categorización de productos de acuerdo a la rentabilidad. Elaboración Propia basada en (D'Andrea, Ring et al., 2011)

Debemos de considerar que se ofrecen un total de 5483 productos distintos entre todas las sucursales. Sería muy complejo abarcar todos y por otro lado no se tiene el problema de distribución porque lo hace el propio proveedor. Por ello la preocupación se tiene aquellos productos que el proveedor entrega de manera centralizada.

Se puede hacer una categorización seleccionando aquellos productos que proporcionen una utilidad mayor al 12% que al ser negados impacten a la rentabilidad del negocio. De acuerdo a la categorización hecha por D'Andrea, Ring, & Tigert (D'Andrea et al., 2011), estaríamos trabajando con los 2 cuadrantes

inferiores mostrados en el Diagrama 8, considerando que mantener el abastecimiento de los productos, la venta de estos aumente.

Es importante notar que el problema que se trata de resolver no es un problema determinista pues las demandas de los artículos son estocásticas, por lo que se hace necesario contar un algoritmo para determinar las rutas que cubran los requerimientos a costo mínimo.

Capítulo 2 Marco Teórico

2.1 Objetivo del capítulo

En este capítulo se detallan los elementos teóricos a utilizar en la investigación que ayuden a plantear y desarrollar una solución a la problemática:

- se revisará los componentes principales en los modelos de inventarios,
- se revisará los métodos de pronósticos Holt – Winters para conocer mejor la demanda que será necesaria conocerla para usarla en el modelo que servirá para resolver la problemática de ruteo descrita.
- Se presentará el modelo de transporte básico
- Se hablará del problema de ruteo de inventario, el cual aborda tanto el problema de inventario como el de ruteo.
- Se presenta el estado del arte

2.2 Introducción

Los problemas de ruteo del Inventario (IRP) son problemas complejos de logística en los que dos problemas difíciles se integran en un marco unificado: la gestión del inventario y la determinación de rutas de vehículos. En general, el modelo de IRP consiste en una política de reabastecimiento de un conjunto de clientes durante un horizonte de planeación corto o largo con un solo producto proveniente de un solo proveedor o planta, la literatura le llama el vendedor. (Campbell, Clarke et al., 1998) A lo largo del horizonte de planeación el proveedor debe desarrollar rutas específicas para garantizar entregas oportunas a sus clientes. El objetivo del IRP es determinar una política de envíos que minimice el costo total de la entrega de un producto a un conjunto de clientes en virtud de las restricciones operativas relacionadas con la capacidad limitada de los vehículos, y procurando que ningún cliente caiga en desabasto del producto. Las principales ventajas ofrecidas por el IRP contra la administración del inventario convencional consisten en una reducción considerable de costos en las políticas de reabastecimiento, y la flexibilidad que se da al proveedor para la planificación de las rutas de entrega, teniendo por ventaja un ahorro de costos.

El IRP tiene como característica la presencia simultánea de tres aspectos básicos, transporte, inventario y dinamismo. Para poder comprender de mejor manera el IRP es necesario conocer aspectos generales de los modelos de inventario y transporte.

2.3 Componentes de los modelos de inventarios.

2.3.1 Costos

Los modelos de inventarios cuentan con componentes que nos van a ayudar a determinar esta rentabilidad son; (1) costos de ordenamiento o fabricación, (2) costos de mantenimiento o almacenaje y (3) costos de penalización por faltantes o demanda insatisfecha. Otros costos relevantes incluyen (4) ingresos, (5) costos de recuperación y (6) tasas de descuento:

A continuación, su desglose.

2.3.1.1 Costos de Ordenamiento.

El costo de ordenar o fabricar una cantidad z (ya sea mediante compra o producción de esa cantidad) se puede representar por una función $c(z)$. La forma más sencilla de esta función es aquella que es directamente proporcional a la cantidad ordenada o producida, es decir, $c \cdot z$, donde c representa el precio unitario pagado. Otro supuesto común es que $c(z)$ se compone de dos partes: un término que es directamente proporcional a la cantidad ordenada o producida y un término que es una constante K para z positiva y 0 para $z = 0$. En este caso:

$$c(z) = \text{costo de ordenar } z \text{ unidades} = \begin{cases} 0 & \text{si } z=0 \\ K + cz & \text{si } z>0 \end{cases}$$

Donde $K = \text{costo fijo de preparación}$ y $c = \text{costo unitario}$

La constante K incluye el costo administrativo de ordenar o cuando se fabrica, el costo del trabajo de preparación para poner en marcha la producción. (Hillier & Lieberman, 2010)

2.3.1.2 Costos de mantenimiento.

El costo de mantener inventario (a veces llamado costo de almacenaje) representa los costos asociados con el almacenamiento del inventario hasta que se vende o se usa. Este costo incluye el costo del capital invertido, espacio, seguros, protección e impuestos atribuibles al almacenamiento. Desde otra perspectiva, se puede evaluar de manera continua o por periodo. En este caso puede ser una función de la

cantidad máxima que se guarda durante un periodo, de la cantidad promedio en el almacén o de la cantidad en inventario al final del periodo. (Hillier & Lieberman, 2010)

2.3.1.3 Costo de faltantes.

El costo por faltantes (a veces llamado costo de demanda insatisfecha) surge cuando la cantidad que se requiere de un bien (demanda) es mayor que el inventario disponible. Este costo depende de cuál de los dos casos siguientes se aplica.

- En un caso, llamado con faltantes, la demanda excesiva no se pierde, sino que queda pendiente hasta que se pueda satisfacer con el siguiente reabastecimiento normal.
- En el segundo caso, llamado sin faltantes, si ocurre un exceso de demanda sobre el inventario disponible, el distribuidor no puede esperar a la siguiente entrega normal para reabastecer el inventario, ya sea que
 - 1) el exceso de demanda se satisfaga mediante un envío prioritario o
 - 2) no se cumpla todo porque las órdenes fueron canceladas.

En la situación 1, el costo por faltantes se puede interpretar como el costo del envío prioritario. En la situación 2, este costo por faltantes se puede ver como la pérdida en la que se incurre por no satisfacer la demanda, más el costo de perder negocios futuros debido a la pérdida de la imagen. (Hillier & Lieberman, 2010)

2.3.1.4 Ingresos.

El ingreso puede o no incluirse en el modelo. Si se supone que el mercado establece tanto el precio como la demanda de un producto y por ello ambos factores están fuera del control de la compañía, el rendimiento sobre las ventas (si se cumple la demanda) es independiente de la política de inventarios de la compañía y puede dejarse fuera; pero si no se incluye en el modelo, entonces la pérdida del ingreso debe incluirse en el costo de penalización por faltantes siempre que la empresa no pueda cumplir con esa demanda y se pierda la venta. Lo que es más, aun en el caso de que se permitan faltantes, debe incluirse el costo del retraso en el ingreso dentro del costo por faltantes. (Hillier & Lieberman, 2010)

2.3.1.5 Valor de rescate.

El valor de rescate o salvamento de un producto es el valor de un artículo sobrante

cuando no se requiere más del inventario. Para la empresa, el valor de rescate representa el valor de desecho del artículo, quizá a través de una venta con descuento. El negativo del valor de rescate se llama costo de recuperación. Si existe un costo asociado al hecho de poder deshacerse de un artículo, el costo de recuperación puede ser positivo. (Hillier & Lieberman, 2010)

2.3.1.6 Tasa de descuento

La tasa de descuento toma en cuenta el valor del dinero en el tiempo. Cuando una empresa compromete capital en inventarios, no puede usarlo para otros fines.

Al usar técnicas cuantitativas para buscar políticas óptimas de inventarios, se utiliza el criterio para minimizar el costo descontado total (esperado). Bajo los supuestos de que el precio y la demanda del producto no se encuentran bajo el control de la compañía y que el ingreso perdido o retrasado se incluye entre los costos de penalización por faltantes, minimizar el costo equivale a maximizar el ingreso neto. Otro criterio útil que se debe tomar en cuenta es que la política de inventarios que se determine debe ser sencilla, es decir, la regla que indica cuándo y cuánto conviene ordenar debe ser de fácil comprensión y sencilla de implantar. (Hillier & Lieberman, 2010)

2.3.2 Tiempo de entrega

El tiempo de entrega, que es el lapso que transcurre desde que se coloca una orden de reabastecimiento (ya sea por compra o producción) hasta la recepción de los bienes. Si el tiempo de entrega es siempre el mismo (fijo), el reabastecimiento se puede programar justo cuando se desea. (Hillier & Lieberman, 2010)

2.3.3 Demanda

La demanda de un producto en inventario es el número de unidades que será necesario extraer de éste para algún uso (como venta) durante un periodo específico. Si la demanda en periodos futuros se puede pronosticar con precisión considerable, es razonable usar una política de inventarios que suponga que los pronósticos siempre serán muy precisos. Éste es el caso de la demanda conocida, ante la cual se usa un modelo de inventarios determinístico. Sin embargo, cuando no se puede predecir con exactitud, es necesario usar un modelo de inventarios estocástico, en el cual la demanda en cualquier periodo es una variable aleatoria en lugar de una constante conocida. (Hillier & Lieberman, 2010)

2.4 Pronósticos: Series de Tiempo.

Los pronósticos o predicciones sólidas de las demandas y las tendencias ya no son artículos de lujo, sino una necesidad, ¿cómo hacemos frente a la estacionalidad, a los cambios repentinos de los niveles de demanda, a los precios de la competencia, a los grandes cambios en la economía global? Los pronósticos nos pueden ayudar a lidiar con estos. (Abdul, 1988)

Para poder pronosticar a corto plazo se utilizan métodos basados en series de tiempo. Una serie de tiempo es el conjunto de observaciones de una variable en diferentes periodos de tiempo. En el análisis de una serie de tiempo la variable se explica exclusivamente por su historia, es decir, cada dato está determinado por el simple paso del tiempo. (Castillo, 2005)

- Tendencia. Es el componente de largo plazo que constituye la base del crecimiento (o declinación) de una serie histórica. Las fuerzas básicas que producen o afectan la tendencia de una serie son: cambios en la población, inflación, cambio tecnológico e incremento en la productividad.
- Variación cíclica. El componente cíclico es un conjunto de fluctuaciones en forma de onda o ciclos, de más de un año de duración producidas por cambios en las condiciones económicas. Representa la diferencia entre los valores esperados de una variable (tendencia) y los valores reales la variación residual que fluctúa alrededor de la tendencia.
- Variación estacional. Las fluctuaciones estacionales se encuentran típicamente en los datos clasificados por trimestre, mes o semana. La variación estacional se refiere a un patrón de cambio regularmente recurrente a través del tiempo. El movimiento se completa dentro de la duración de un año y se repite a si mismo año tras año.
- Fluctuación irregular. El comportamiento irregular está compuesto por fluctuaciones causadas por sucesos impredecibles o no periódicos, como un clima poco usual, huelgas, guerras, rumores de guerras, elecciones y cambios en las leyes.

2.4.1 Modelo Holt – Winters

El origen del método de Holt-Winters (HW) data de la década de 1950 cuando investigadores de renombre se reunieron para satisfacer una solicitud de la Oficina de Investigación Naval, planificación y control de las operaciones industriales en los Estados Unidos. El objetivo era desarrollar con alta precisión y bajo costo un modelo de pronóstico que podrían integrarse con el sistema existente (Holt, 2004). En 1957s, el investigador Charles Holt mostró que el método de pronóstico más usado en ese tiempo era el método de media móvil exponencialmente ponderada, podría ser utilizado no sólo para suavizar el nivel de una variable, pero también para suavizar él tendencia, estacionalidad y otra componentes de una predicción (Holt, 2004).

El nuevo modelo creado por Holt podía controlar la multiplicidad y la aditividad de la estacionalidad, así como la tendencia y los errores estándar. Además, el nuevo sistema era rápido y fácil de programar, requiere un mínimo de almacenamiento de datos, utiliza las condiciones iniciales simples y parámetros robustos, y permitió la adaptación automática. a continuación, este modelo fue estudiado y probado en varias series de tiempo por el estudiante graduado P. R. Winters, quien encontró que las fórmulas de predicción eran sorprendentemente precisas (Holt, 2004). Winters publicó sus resultados en 1960 y el nuevo modelo se llama (Hyndman, 2008) método de Holt-Winters. Las fórmulas de Holt y Holt-Winters se incorporaron rápidamente en sistemas de software comercial para el pronóstico y más de 50 años después, todavía se han utilizado en las investigaciones (Jan & Rob, 2005). En general, se puede decir que el método de Holt-Winters, a veces llamado el método de Winters o de suavizado exponencial de temporal, es una extensión de la metodología sofisticada de suavizado exponencial, ya que generaliza esta metodología para hacer frente a la tendencia y la estacionalidad. Para ello, se considera que los tres parámetros de suavizado α , β y γ denotan el número de observaciones por ciclo estacional (Jan & Rob, 2005). Es similar al método lineal de Holt, con una ecuación adicional para hacer frente a la estacionalidad. Hay dos métodos diferentes de Holt-Winters, que difieren en cómo se modela la estacionalidad, clasificado como aditivo y multiplicativo. Con el fin de entender este modelo de pronóstico clásico, esta sección se explicará ambos métodos.

2.4.1.1 Método Multiplicativo

$$\begin{aligned}
 \text{Indice } l_t: & \quad l_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-m}} + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \\
 \text{Tendencia } b_t: & \quad b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1} \\
 \text{Estacionalidad } s_t: & \quad s_t = \frac{\gamma y_t}{(l_{t-1} + b_{t-1})} + (1 - \gamma)s_{t-m} \\
 \text{Pronostico } \hat{y}_{t+h/t}: & \quad \hat{y}_{t+h/t} = (l_t + b_t h)s_{t-m+h_m^+}
 \end{aligned}$$

Los parámetros (α , β y γ) generalmente se restringen en el rango de 0 a 1.

2.4.1.2 Método Aditivo

Método aditivo se llama así porque la estacionalidad se añade a la tendencia de la serie (que está representado por la suma del nivel y el crecimiento), como se muestra en las siguientes ecuaciones (Hyndman, 2008):

$$\begin{aligned}
 \text{Indice } l_t: & \quad l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \\
 \text{Tendencia } b_t: & \quad b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1} \\
 \text{Estacionalidad } s_t: & \quad s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} + b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m} \\
 \text{Pronostico } \hat{y}_{t+h/t}: & \quad \hat{y}_{t+h/t} = l_t + b_t h + s_{t-m+h_m^+}
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones (2) y (6) son idénticas. La diferencia en el Holt-Winter método aditivo es que se añade la estacionalidad y se resta más que multiplicar y dividir, como en el método multiplicativo. Críticas a la reivindicación de método aditivo de Holt-Winter que no genera buenas estimaciones para el nivel y a la estacionalidad de la serie temporal. Esta limitación, sin embargo, puede ser corregido por un enfoque en particular (Lawton, 1998).

Cuando el componente estacional es aditivo, el cálculo de corrección de errores para la actualización del nivel local promedio, la tendencia local, y el índice de locales de tenencia, se dispone de la siguiente manera:

$$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t$$

$$b_t = b_{t-1} + \alpha \gamma e_t$$

$$s = s_{t-p} + \delta(1 - \alpha)e_t$$

Donde $e_t = X_t - \hat{X}_{t-1}$ (1) representa la previsión de error un paso por delante en el tiempo t . Por lo tanto, el nuevo pronóstico realiza en el momento de la viene dado por:

$$\hat{X}_t(k) = l_t + kb_1 + s_{t-p+k}$$

Donde $k = 1, 2, \dots, p$.

Al igual que con todos los métodos de suavizado exponencial, los componentes del modelo de Holt-Winters (ya sea aditivo o multiplicativo) se obtienen mediante el establecimiento de los valores de las constantes α, β y γ para estimar los valores iniciales (Hyndman, 2008). De estos, es posible establecer los valores concretos para los parámetros para reducir al mínimo la suma de errores cuadráticos de la previsión un paso por delante (Segura & Vercher, 2001).

2.5 Modelos de Transporte

Hay m orígenes y n destinos, cada uno representado por un nodo. Los arcos representan las rutas que unen los orígenes con los destinos (Diagrama 4). El arco (i, j) que une el origen i con el destino j transporta dos piezas de información: el costo de transporte por unidad, c_{ij} y la cantidad transportada, x_{ij} . La cantidad de la oferta en el origen i es a_i y la cantidad de la demanda en el destino j es b_j . El objetivo del modelo es minimizar el costo de transporte total al mismo tiempo que se satisfacen las restricciones de la oferta y la demanda. (Taha, 2012) su formulación es:

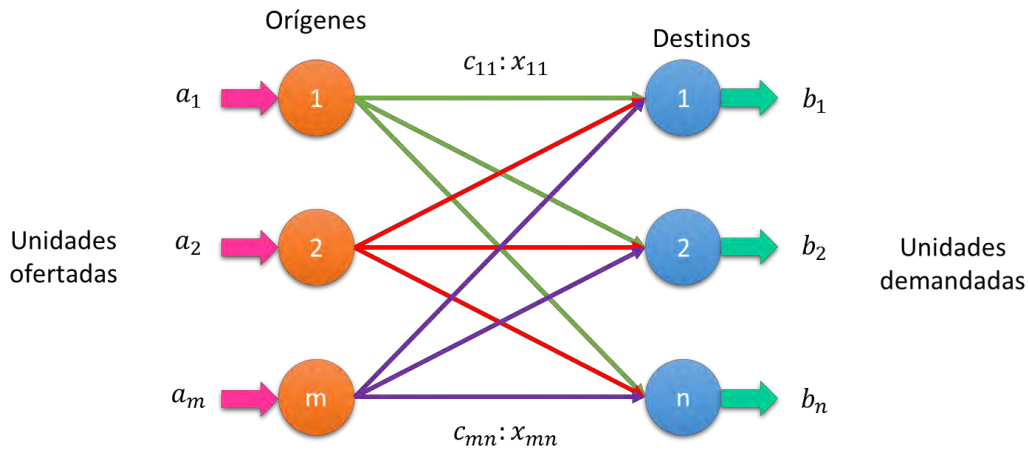


Figura 10 Representación del modelo de transporte con nodos y arcos. Elaboración Propia

$$\text{Min } \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

Sujeto a:

Límite de capacidad máxima de producción de cada fábrica o centro de distribución

$$\sum_j x_{ij} \leq a_i$$

Satisfacción de la demanda de cada cliente

$$\sum_i x_{ij} \geq b_j$$

2.6 Problema del Ruteo de Inventario

2.6.1 Origen del IRP

La administración del reabastecimiento por parte del proveedor es una tendencia emergente en la logística actual y se refiere a una situación en la que un proveedor gestiona el inventario de sus clientes. Los proveedores tienen un importante ahorro en el costo de distribución derivado de coordinar las entregas a los diferentes clientes, y los clientes no tienen que dedicar más recursos en la gestión de sus inventarios. En el siguiente apartado veremos la parte básica del modelo, hasta el modelo el cual nos interesa como parte de estudio para aplicación para la resolución de la problemática planteada. El modelo del problema de ruteo de vehículos con inventario fue propuesto por Federgruen y Zipkin en 1984 (Federgruen

& Zipkin, 1984). A partir de entonces se consideraron diversas variaciones del problema, así como varias estrategias de solución.

El papel de la gestión de la logística está cambiando. Muchas empresas se están dando cuenta de que el valor de un cliente se creará a través de la gestión logística. El valor del cliente puede ser creada a través de la disponibilidad de productos, la puntualidad y la consistencia de la entrega, la facilidad de colocación de órdenes, y otros elementos de servicio al cliente. En consecuencia, el servicio de logística está siendo reconocido como un elemento esencial de la satisfacción del cliente en un número cada vez mayor de los mercados de productos en la actualidad. El efecto neto es un cambio en la logística de un enfoque reactivo al modo proactivo.

El cambio en la filosofía de tener una logística reactiva de hasta que se genere el agotado he de volver a surtir a prever que tenga el agotado y siga teniendo el mismo nivel de servicio hacen que el modelo de IRP se ajuste a la problemática señalada con anterioridad. Debido a que las sucursales (clientes) no tienen capacidad de decisión sobre cómo deben ser reabastecidos. Es obligación del proveedor (corporativo) de decidir como serán resurtidos de tal forma que los costos de distribución, inventario y nivel de servicio sean minimizados y por ende la calidad de servicio mantenido para así lograr maximizar las ventas al dejar de negar productos para la venta.

2.6.2 Descripción matemática básica del IRP

Se consideraron en el siguiente modelo de un solo periodo. En el comienzo de éste, el inventario inicial, que puede ser el inventario con el que el cliente ya cuente de un periodo anterior, para cada ubicación, es reportado al centro de distribución. (Campbell et al., 1998) Esta información se utiliza para determinar el nivel de producto disponible. Al mismo tiempo la asignación de las rutas hacia lo clientes y los vehículos por utilizar son determinados. Después, se realizan las distribuciones, las demandas se satisfacen; y los costos de transporte a la localidad del inventario y de escasez de producto son cargados a cada ubicación proporcionalmente, al nivel de inventario, al final del periodo.

El objetivo es reducir al mínimo los costos de distribución durante el período de planificación sin causar agotados de las existencias en cualquiera de los clientes. Tres decisiones tienen que ser hechas:

- ¿Cuándo debemos de entregarle al cliente?
- ¿Cuánto hay que entregarle al cliente cuando a este se le visita?

- ¿Cuáles rutas debemos de elegir?

El IRP difiere de problemas de ruteo para vehículos tradicionales, ya que se basa en la demanda del cliente en lugar de las ordenes que nos puedan generar los clientes. El IRP que a continuación se presenta es determinista y estático debido a nuestra hipótesis de que las tasas de uso son conocidos y constante.

La notación para el modelo básico del IRP es el siguiente:

K = número de vehículos

$F_i(\cdot)$ = función de distribución acumulativa de la demanda de un periodo en la localidad

h_i^+ = costo de manejo de inventario por unidad en la localidad i

h_i^- = costo de déficit de inventario por unidad en la localidad i

β_i = inventario inicial en la localidad i

W = cantidad total disponible de producto en el almacén central

b = capacidad del vehículo

A diferencia del VRP (Vehicle Routing Problem), w_i , la cantidad entregada al cliente i , es ahora una variable. Sea $y_{ij} = 1$ si el punto de entrega i es asignado a la ruta k , y $y_{ij} = 0$ en otro caso. Sea $x_{ijk} = 1$ si el vehiculo k viaja directamente de la ubicación i a la ubicación j , y $x_{ijk} = 0$ en otro caso.

La función de costo de inventario $s_i(\cdot)$ está dado por:

$$s_i(w_i) = \int_{\beta_i + w_i}^{\infty} h_i^- (u - \beta_i - w_i) dF_i(u) + \int_0^{\beta_i + w_i} h_i^+ (u - \beta_i - w_i) dF_i(u)$$

Para toda i , mientras su derivada es denotada por $s'_i(\cdot)$ y donde $s_i(\cdot)$ es estrictamente convexa y continuamente diferenciable.

Es así que el problema de distribución del inventario de un único almacén y de un único periodo, se puede formular de la siguiente manera.

Minimizar

$$\sum_{i,j,k} c_{ij}x_{ijk} + \sum_i s_i(w_i)$$

Sujeto a:

$$\sum_i w_i y_{ik} \leq b \quad \forall k = 0, 1, \dots, K \quad (1)$$

$$\sum_i w_i \leq W \quad (2)$$

$$w_i \geq 0 \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{0k} = K \quad (4)$$

$$\sum_{k=0}^K y_{ik} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$$0 \leq y_{ik} \leq 1 \quad \text{y entera} \quad (6)$$

$$\sum_i x_{ijk} = y_{jk} \quad \forall j, k \quad (7)$$

$$\sum_i x_{ijk} = y_{ik} \quad \forall i, k \quad (8)$$

$$\sum_{ij \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq \{1, \dots, n\} \quad (9)$$

$$0 \leq x_{ijk} \leq 1 \quad \text{y entera} \quad (10)$$

La restricción (1) asegura que la carga total asignada a un vehículo no es mayor que su capacidad. La restricción (2) garantiza que la cantidad embarcada no es mayor que W , la cantidad disponible en el almacén, mientras que la restricción (3) garantiza que esta cantidad sea no negativa, esto es que no se envíe más producto del que se tiene disponible en el almacén central. Las restricciones restantes aparecen en los modelos de ruteo de vehículos (VRP, Vehicle Routing Problem), donde las restricciones (4) y (5) asignan a cada cliente a una ruta única, mientras que las restricciones (7), (8) y (9) definen un problema del agente viajero (TSP, Traveling Salesman Problem) para cada ruta creada. Finalmente, las restricciones

(6) y (10) imponen las condiciones lógicas que deben de cumplir las variables de decisión.

Federgruen y Zipkin abordan el problema de distribución del inventario como un solo problema al día y sacan provecho de muchas de las ideas del problema de ruteo de vehículos. Su versión del problema tiene un centro de distribución con una cantidad limitada de existencias disponibles y las cantidades de uso por día a un cliente se supone que es una variable aleatoria. Para un día determinado, el problema es asignar este inventario entre los clientes a fin de minimizar los costos de transporte, además de los costos de inventario y la escasez al final del día (después del uso del día y la recepción de la entrega del día).

Federgruen y Zipkin modelan el problema como un programa lineal entero. Debido a los costos de inventario, el agotamiento, el inventario disponible, no es posible visitar a todos los clientes en un solo día. Esto se maneja en el modelo por el uso de una ruta ficticia que incluye a todos los clientes que no reciben una entrega. (Federgruen & Zipkin, 1984) El problema no lineal entero tiene la propiedad de que, para cualquier asignación de los clientes a las rutas, el problema se descompone en un problema de asignación de inventario que determina los costos de inventario y la escasez y un problema de agente viajero (TSP) para cada vehículo que genera costos de transportación.

Obviamente, en la vida real, el problema es estocástico y dinámico. Por lo tanto, una variante importante del IRP es el problema de estocástico de distribución del inventario (SIRP = Stochastic Inventory Routing Problem). El SIRP difiere del IRP en que la demanda del cliente es incierta. En el SIRP, se nos da, para cada cliente i , las distribuciones de probabilidad de la demanda u_{ij} entre los puntos de decisión t y $t + 1$ para $t = 1, 2, \dots, T - 1$. Debido a que la demanda futura es incierta, es probable que tengamos una probabilidad positiva de que logremos negar el producto con el cliente, es decir, la falta de existencias no siempre se puede prevenir. El desabastecimiento se calcula con una pena de h_i^- por unidad de escasez por hora por cliente i , donde la escasez es el uso entre el momento de la falta de existencias y la entrega de reposición.

2.6.3 El multi – producto, multi – vehículo problema de ruteo de vehículos con Inventario

A continuación, se verá el multi – producto, multi – vehículo problema de ruteo de vehículos con Inventario (MMIRP, Multi-vehicle Mutli-product InventoryRouting Problem) Es una extensión del problema de ruteo de vehículos con inventario (IRP)

teniendo en cuenta los múltiples productos y múltiples vehículos, lo que es más cerca de los problemas de la vida real, como es el caso de estudio. El objetivo de la MMIRP es minimizar el costo total de inventario de distribución, mientras que satisfacer la demanda de cada cliente. El plan de reposición está sujeto a las siguientes limitaciones:

- el nivel de inventario en cada cliente nunca puede exceder su capacidad máxima;
- los niveles de inventario no se les permite ser negativo;
- cada uno de los vehículos del proveedor puede realizar como máximo una ruta por un periodo de tiempo; cada ruta comienza y termina en el centro de distribución;
- la capacidad de transporte no puede ser sobrepasado.

Estos problemas están definidos en un grafo $G = (V, A)$, donde $V = \{0, \dots, n\}$ es el conjunto de vértices y A es el conjunto de arcos. El vértice 0 representa al centro de distribución y los vértices de $V' = V \setminus \{0\}$ representa a las sucursales. El centro de distribución es el responsable de distribuir el conjunto $M = \{1, \dots, M\}$ de productos a los clientes. Tanto el centro de distribución como las sucursales incurren en un costo de mantener el inventario h_i^m por periodo ($i \in V, m \in M$). La longitud de planeación del horizonte es p y en cada periodo de tiempo $t \in T = \{1, \dots, p\}$, la cantidad de producto m disponible con el centro de distribución es r^{mt} . Asumimos que el centro de distribución tiene suficiente inventario para satisfacer toda la demanda durante el horizonte de planificación y que los inventarios tanto en el centro de distribución como en las sucursales no puede ser 0. Las variables I_0^{mt} y I_i^{mt} están definidas como los niveles de inventario del producto m al final del periodo t , respectivamente en el centro de distribución y con las sucursales i . Al inicio del horizonte de planificación el decisor conoce el nivel de inventario actual del centro de distribución y de todos las sucursales (I_0^{mt} para $i \in V, m \in M$), y tiene total conocimiento de la demanda d_i^{mt} del producto m de cada sucursal i para cada periodo t . Existe un conjunto $K = \{1, \dots, K\}$ de vehículos disponibles. Cada vehículo es capaz de realizar una ruta por un periodo de tiempo para la entrega de productos desde el centro de distribución a un subconjunto de sucursales. El costo de ruteo c_{ij} está asociada con el arco $(i, j) \in A$.

La solución al problema debe determinar qué clientes servir en cada periodo de tiempo con el transporte disponible en el centro de distribución, la cantidad de entregas de cada producto para cada cliente visitado, así como las rutas que se utilicen. (Leandro C Coelho & Gilbert Laporte, 2013a) Estos autores incorporan varias

características de consistencia con el fin de aumentar la calidad de servicio sin dejar de ser rentable. Algunos de ellos son particularmente significativos cuando se distribuyen varios productos.

- Coherencia parcial del conductor: La extensión de la obra (Groër, Golden et al., 2009) a la MMIRP, la función de la consistencia controlador estándar requiere que cada sucursal se le asigna a un solo transporte. Se ha puesto en el modelo propuesto una relajación de esta regla para permitir que algunas de las entregas a no ser sometido a la misma, es decir, la mayoría de las entregas deben ser realizadas por el mismo conductor al mismo cliente.
- Ventana de tiempo: Esta característica impone un espacio temporal entre visitas consecutivas a un mismo cliente.

2.6.4 Programación matemática del problema

En esta sección se propone un modelo de programación lineal entero mixto. Suponiendo que la matriz de costo de transporte es simétrica, trabajamos con una formulación no dirigida con el fin de reducir el número de variables. Así, el modelo utiliza variables x_{ij}^{kt} igual al número de veces en las que los vértices (i, j) con $i < j$ usadas en la ruta del vehículo k en el periodo t . También se usará las variables binarias y_i^{kt} , igual a uno si y solo si el nodo i (el proveedor o el cliente) es visitado por el vehículo k en el periodo t . Permitamos I_i^{mt} denota el nivel de inventario del producto m en el vértice $i \in V$ al final del periodo $t \in T$. Cada sucursal $i \in V'$ tiene una capacidad de almacenamiento común C_i , el cual es compartido para todos los productos $m \in M$. La capacidad del vehículo es Q_k , el cual es compartido por todos los productos que pueda cargar. Se denota por q_i^{mkt} la cantidad de producto m entregado por el centro de distribución usando el vehículo k hacia la sucursal i en el periodo de tiempo t . Usando como referencia el modelo anterior recordemos que necesita el mismo número de variables binarias. La única diferencia recae en el número de variables continuas I_i^{mt} y q_i^{mkt} . Entonces el problema puede ser formulado como:

Minimizar:

$$\sum_{i \in V} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} h_i^m I_i^{mt} + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, i < j} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} c_{ij} x_{ij}^{kt} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$I_0^{mt} = I_0^{m,t-1} + r^{mt} - \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} q_i^{mkt}, \quad m \in M, t \in T \quad (2)$$

$$I_i^{mt} = I_i^{m,t-1} + \sum_{k \in K} q_i^{mkt} - d_i^{mt}, \quad m \in M, t \in T, i \in V' \quad (3)$$

$$I_i^{mt} \geq 0, \quad m \in M, t \in T, i \in V \quad (4)$$

$$\sum_{m \in M} I_i^{mt} \leq C_i, t \in T, i \in V' \quad (5)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{k \in K} q_i^{mkt} \leq C_i - \sum_{m \in M} I_i^{m,t-1}, t \in T, i \in V' \quad (6)$$

$$q_i^{mkt} \leq C_i y_i^{kt}, \quad m \in M, t \in T, k \in K, i \in V' \quad (7)$$

$$\sum_{i \in V'} \sum_{m \in M} q_i^{mkt} \leq Q_k y_0^{kt}, \quad k \in K, t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{j \in V, i < j} x_{ij}^{kt} + \sum_{j \in V, j < i} x_{ji}^{kt} = 2y_i^{kt}, \quad k \in K, t \in T, i \in V \quad (9)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S, i < j} x_{ij}^{kt} \leq \sum_{i \in S} x_{ji}^{kt} - y_g^{kt}, \quad S \subseteq V', k \in K, t \in T, \quad (10)$$

Para algún $g \in S$,

$$q_i^{mkt} \geq 0, \quad i \in V', k \in K, t \in T \quad (11)$$

$$x_{i0}^{kt} \in \{0,1,2\}, \quad i \in V', k \in K, t \in T \quad (12)$$

$$x_{ij}^{kt} \in \{0,1\}, \quad i, j \in V', k \in K, t \in T \quad (13)$$

$$y_i^{kt} \in \{0,1\}, \quad i \in V, k \in K, t \in T \quad (14)$$

Las restricciones (2) y (3) definen los inventarios con el centro de distribución y en las sucursales, mientras que las restricciones (4) previene el desabastecimiento centro de distribución. La restricción (5) marca el nivel de inventario máximo en las sucursales. Las restricciones (6) y (7) enlazan las cantidades entregadas a las variables de enrutamiento. Esto permite que solo un vehículo es capaz de entregar cualquiera de los productos a la sucursal si esta es visitado por el vehículo. La restricción (8) asegura que se respeten las capacidades del vehículo mientras que las restricciones (9) y (10) son las restricciones y limitaciones de grado de eliminación subtour, respectivamente. Restricciones (11) - (14) hacer cumplir la integralidad y condiciones de no negatividad de las variables.

2.7 Estado del arte

El problema del enrutamiento del inventario (IRP) data desde 1984. Este problema se puede describir como la combinación de enrutamiento de vehículos y problemas de administración de inventario, en los que un proveedor tiene que entregar productos a un número de clientes geográficamente dispersos, sujeto a restricciones laterales (Toth & Vigo, 2014) y proporciona soluciones de logística integradas al optimizar simultáneamente la gestión de inventario, el enrutamiento de vehículos y la programación de entregas. Algunos algoritmos exactos y varios enfoques metaheurísticos y matemáticos poderosos se han desarrollado para esta clase de problemas, especialmente en los últimos años. (Coelho, Cordeau et al., 2013)

El IRP tiene como característica la presencia simultánea de tres aspectos básicos:

- Ruteo: entendido como el movimiento físico de bienes entre diferentes sitios geográficos, tales como depósitos, almacenes, puntos de producción, puntos de venta al menudeo, etc.
- Inventario: considerando elementos, tales como cantidades y valores de los bienes que son movidos y que son importantes para la definición y evaluación de estrategias de organización y operación.
- Dinamismo: los dos primeros aspectos están combinados en un ambiente dinámico de tal forma que, repetidas decisiones son tomadas en diferentes momentos del horizonte de tiempo, y decisiones pasadas influirán en decisiones futuras. (Elizondo Cortés & Aceves García, 2005)

Los problemas de enrutamiento de inventario (IRP) han recibido una mayor atención en los últimos años. En la práctica, se pueden encontrar diversas técnicas de

solución para problemas que involucran un solo producto y un solo vehículo. Entre las técnicas heurísticas se han propuesto varios heurísticos para resolverlos como dividir en varias etapas las etapas de decisión determinar para cada instante de tiempo discreto los comercios a visitar y la ruta del vehículo, se usaron también heurísticos basados en el vecino más próximo. (Bertazzi, Paletta et al., 2002; Archetti, Bertazzi et al., 2007; Coelho, Cordeau et al., 2012) y algunos algoritmos exactos, como mencionan Archetti, Solyali y Süral (Archetti et al., 2007; Solyalı & Süral, 2011). Recientemente, el caso de varios vehículos (MIRP) también se resolvió de forma heurística, como muestra Leandro Coelho (Leandro C. Coelho & Gilbert Laporte, 2013) y de manera exacta, tal como presenta Adulyasak (Adulyasak, Cordeau et al., 2013); Leandro C Coelho and Gilbert Laporte (2013b). En todos estos documentos, sólo se considera un producto, mientras que muchas aplicaciones de inventario administrado por el vendedor (VMI) se preocupan por la distribución de varios productos.

El IRP debe decidir la mejor planeación de actividades de abastecimiento de uno o varios bienes, desde uno o varios orígenes, a uno o varios destinos, durante algún horizonte de tiempo que puede ser finito o infinito, considerando a la vez problemas de ruteo y de inventario. Las decisiones que deben tomar los encargados de estas actividades son:

- Cuándo deben ser hechos los envíos; i.e., cuándo deben ser cargados los vehículos y cuándo deben ser visitados los clientes.
- Cuánto se debe cargar en cada vehículo, en términos de la cantidad de cada producto bajo consideración, y cuánto de tal carga debe distribuirse entre los clientes que la requieran;
- Qué ruta debe seguir cada vehículo para visitar a sus clientes.

En este documento, modelamos y resolvemos de manera óptima el IRP multi-producto y multi vehículo (MMIRP). Varias aplicaciones del MMIRP están bien documentadas. La mayoría de estas aplicaciones surgen en la logística marítima, es decir, en la distribución de varios tipos de combustible y gases por buques compartimentados (Bausch, Brown et al., 1998; Qu, Bookbinder et al., 1999; Bertazzi et al., 2002; D. Ronen, 2002; Persson & Göthe-Lundgren, 2005; Roar, Marielle et al., 2010; Christiansen, Fagerholt et al., 2011; Engineer, Furman et al., 2012; Stålhane, Rakke et al., 2012; Uggen, Fodstad et al., 2013) .Las aplicaciones no marítimas incluyen la distribución de productos perecederos (Federgruen & Zipkin, 1984; Federgruen, Prastacos et al., 1986), el transporte de gases en camiones cisterna (Bell, Dalberto et al., 1983), la industria de componentes del automóvil (Alegre, Laguna et

al., 2007) y la entrega de combustible (Popović, Vidović et al., 2012). Al igual que las aplicaciones, las suposiciones y los procedimientos de solución también son diversos. Una heurística basada en Lagrange y un algoritmo VRP fue propuesta por Chien y Wong (Chien, Balakrishnan et al., 1989). Speranza y Ukovich estudiaron un caso especial del problema con un solo cliente y entregas de frecuencias predeterminadas. Posteriormente, Bertazzi, Speranza y Ukovich, ampliaron estos estudios para manejar clientes múltiples, en los que cada cliente es tratado individualmente, y aquellos con la misma frecuencia óptima se agregan para el cálculo de ruta (Bertazzi, Speranza et al. (1997)s. Por su parte, Carter, Farvolden, Laporte y Xu, propusieron una heurística de dos fases que primero resuelve un problema de asignación para determinar cuándo y cuánto entregar a los clientes, y luego construye rutas de entrega (Carter, Farvolden et al., 1996). (Sindhuchao, Romeijn et al., 2005) asumieron que cada vehículo siempre lleva el mismo conjunto de elementos y luego formula el IRP como un problema de división de conjuntos. (Huang & Lin, 2010) estudiaron un MMIRP con incertidumbre de la demanda, que lo resolvió mediante un algoritmo de optimización de colonias de hormigas. Varias versiones del modelo de Moin, Saldhi y Aziz analizaron una variante de la versión multiproducto que también considera múltiples proveedores pero sólo un cliente (estructura de varios a uno) (Moin, Salhi et al., 2011). Los mismos autores derivan límites inferiores y superiores después de resolver una formulación matemática lineal con un solucionador comercial y luego calcular mejores límites superiores por medio de un algoritmo genético. Sobre la base de la estructura anterior, propusieron un MILP para un IRP multisitio multipropositivo de muchos a muchos (Ramkumar, Subramanian et al., 2012), sin embargo, los resultados computacionales mostraron las limitaciones del método ya que las instancias pequeñas con solamente dos vehículos, dos productos, dos proveedores, tres clientes y tres períodos no pudieron resolverse de manera óptima dentro de las ocho horas del tiempo de computacional. Por su parte, Coelho y Laporte retoman los estudios anteriores para por medio de un método exacto, logran resolverlo con diferentes productos y diversos vehículos, con una matriz de distancia, simétrica (Leandro C. Coelho & Gilbert Laporte, 2013). (Laganà, Longo et al., 2015) hacen una descomposición del problema en 2 fases, un costo de penalización adecuado modelado a través de la simulación de la posibilidad de tener una entrega anticipada o retrasada del producto en el día de entrega devuelto del modelo de inventario (por ejemplo, Cantidad de orden económica) es la característica clave de la primera fase. En la segunda fase, las entregas se programan a diario teniendo en cuenta las ventanas de tiempo asociadas a cada cliente, sin embargo, este problema solo se enfoca en los multi productos y considera que se tiene una flota homogénea.

La investigación realizada muestra que existe más de una restricción para el movimiento de la mercancía, que no solo puede ser el peso de la unidad, sino también el volumen o viceversa, se considera también que la matriz de distancia es asimétrica y se resuelve exactamente logrando que el traslado de mercancía sea más eficiente y las unidades no se vayan medio vacías, logrando cuidar la unidad de que no lleve sobrecarga, sobre todo evitar los agotados en los puntos de venta y mejorar la satisfacción del cliente de que encuentre lo que busca.

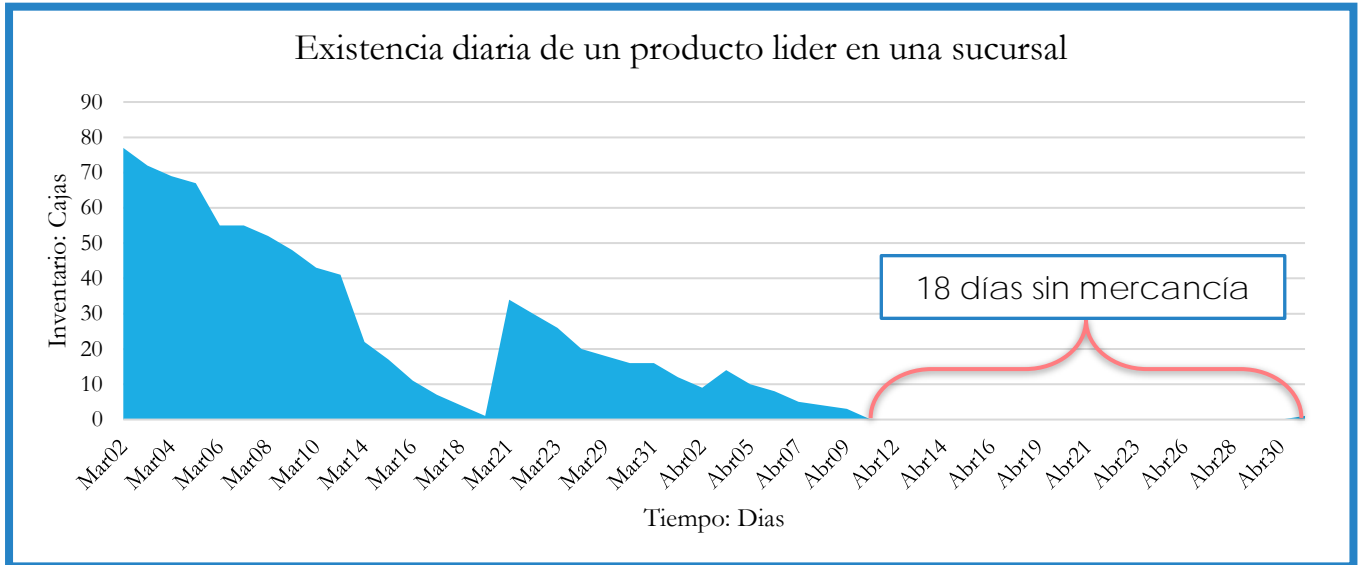
Capítulo 3 Desarrollo de la investigación

3.1 Objetivos del Capitulo

En este capítulo se formulará y validará el modelo matemático que mejorará el sistema actual de ruteo utilizando los conceptos previamente descritos de pronóstico, así como el MMIRP con cambios hechos a su restricción de la capacidad del vehículo, en la que cuando son muchos productos, y diferentes, no tienen el mismo peso y el mismo volumen entonces veremos cómo afecta dicha restricción a lo que se envía en cada vehículo a cada sucursal.

3.2 Validación de los datos de la demanda

Es importante conocer la demanda en estos modelos de ruteo para enviar lo que la sucursal requiere, sin embargo, hay veces que los datos proporcionados no son confiables al 100% debido tanto a factores externos como internos, externos en las que la demanda supera al productor y a este no le es posible entregarle más mercancía al cliente. interna porque no se pudo hacer el traspaso de mercancía dado a que el transporte que lo hace se encuentra en mantenimiento. Con el siguiente ejemplo quedará más claro el punto. Dado que se tiene la información diaria del comportamiento de un producto en un periodo de tiempo, en nuestro caso de marzo y abril, el cliente nos indica que en marzo se vendieron 115 cajas, esta información es correcta porque durante todo el mes se tuvo el producto. Ahora, en abril vemos que se tienen 18 días sin producto lo que genera que solo se hayan vendido 39 cajas, pero al ser un producto de alta demanda, no sería correcto considerar que la demanda real del mes hubiera sido 39 cajas, que no se ha considerado la demanda que hubo durante los 18 días que no hubo inventario.



Gráfica 1 Datos de inventarios proporcionados por Abarrotes "ABC", Elaboración propia,

La información de ventas de las categorías seleccionadas es de enero del 2014 a diciembre del 2016, sin embargo, la información de la venta se encuentra en meses. Para se realizó el siguiente proceso de validación.

Si hubo inventario durante todo el mes, la venta reflejada por el sistema se toma como verdadera. En caso contrario, si el inventario del día anterior es mayor que el día de hoy, Se resta la mercancía del día nuevo con el día anterior, y se guarda esta diferencia, sino existe se guarda 0.

Al final se suma todas las diferencias y se presenta como la venta del producto.

Fin del proceso.

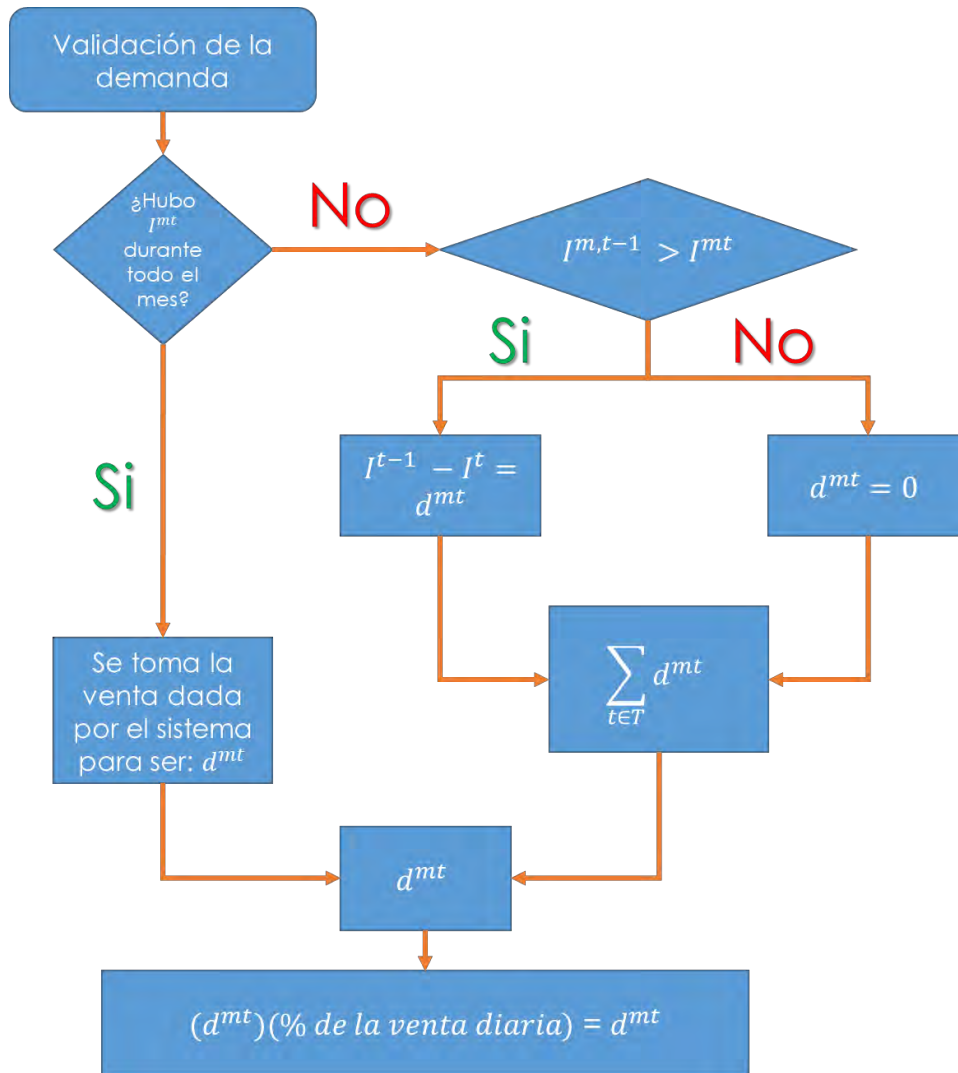
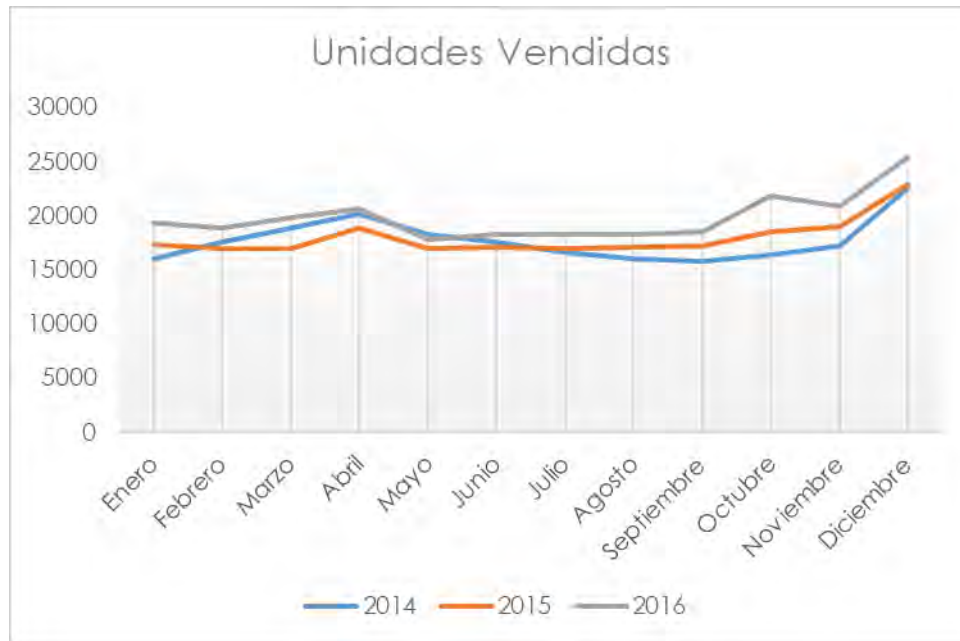


Figura 11 Mapa de Proceso para obtención del dato de la demanda, Elaboración Propia.

3.3 Generación de pronósticos

Cuando las familias hacen sus despensas para su hogar necesitan conocer las actividades que realizarán durante la semana, el espacio con el que cuentan de almacenamiento, el presupuesto con el que cuentan. Así también las empresas dedicadas a vender productos necesitan conocer el comportamiento del mercado para realizar sus compras y tener el producto disponible, en tiempo y forma en el punto de venta. Los pronósticos forman parte esencial de un negocio para determinar su estrategia de negocios.

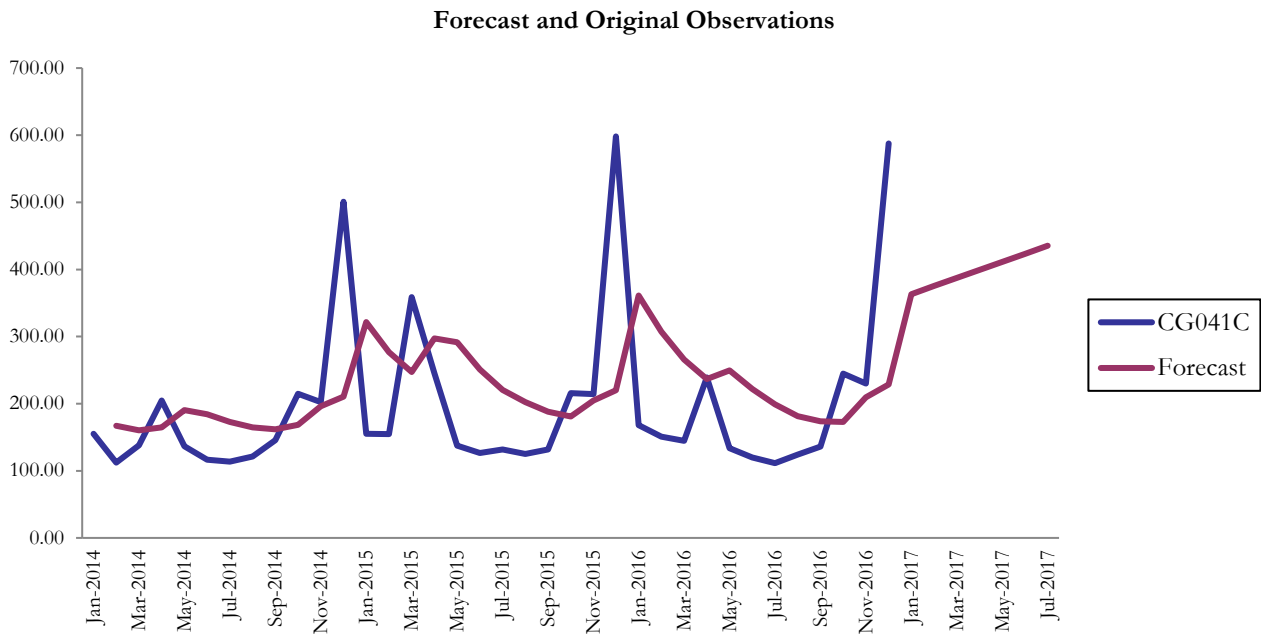
Con 3 años de datos, de enero del 2014 a diciembre del 2016, de 7 categorías elegidas, son 1278 artículos diferentes, por cuestiones académicas, solo se consideraron 21 productos de la categoría de confitería, en la que se marcaban el 50% de la categoría a total del grupo "ABC". Se eligió confitería porque muestra tendencias en abril referente al día del niño y en los últimos tres meses dadas diversas celebraciones, como día de muertos y las posadas.



Gráfica 2 Ventas de Confitería, Desarrollo propio

A continuación, se determinará cual pronósticos es más eficiente con la categoría de confitería, para cuestiones de ejemplo se eligió un producto que fuera líder en todas las sucursales, y en global en el grupo para poder elegir el mejor método de pronóstico y que tuviera el menor error. Para poder desarrollar los diferentes métodos de pronósticos se utilizó el software @StatTools, de Palisade, la razón por la que se eligió el software fue que permite obtener de manera fácil y útil el pronóstico, así como, el material disponible en línea para poder aprender usarlo y aplicarlo. Los resultados obtenidos fueron:

3.4 Aplicando el método aditivo de Holt – Winters

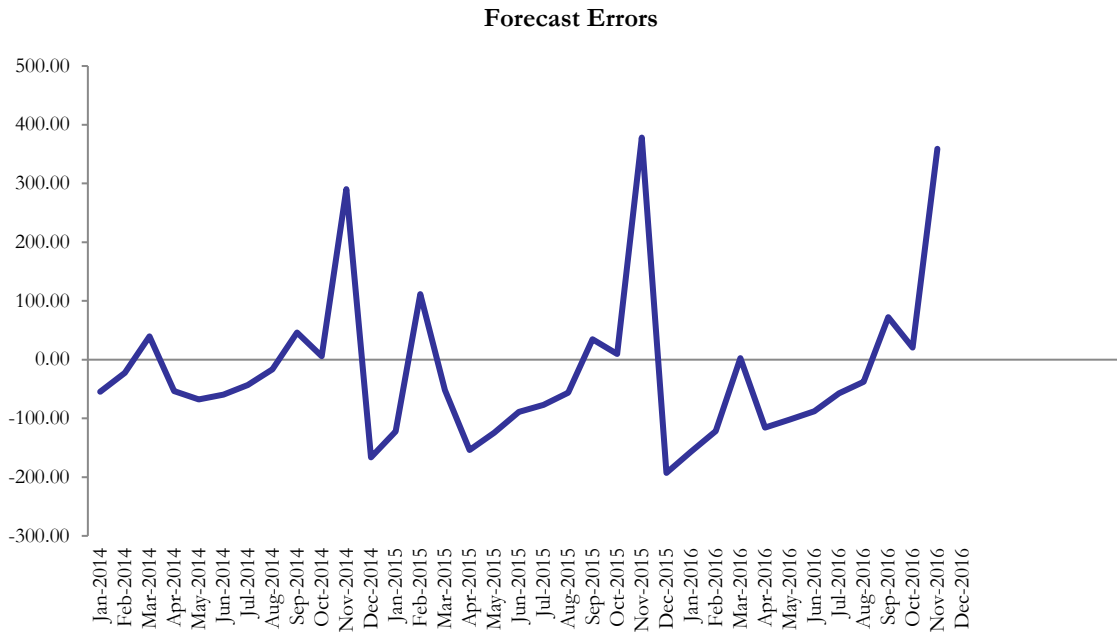


Gráfica 3 Comparación entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools

Tabla 2 Detallada entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools

Fechas	Venta: CG041C	Nivel	Tendencia	Pronostico	Error
Enero 2014	154.93	154.93	12.02		
Febrero 2014	112.25	148.28	12.02	166.95	-54.70
Marzo 2014	138.08	152.72	12.02	160.31	-22.23
Abril 2014	204.65	178.36	12.02	164.75	39.90
Mayo 2014	136.75	172.08	12.02	190.39	-53.64
Junio 2014	116.43	161.01	12.02	184.11	-67.68
Julio 2014	113.56	152.74	12.02	173.03	-59.47
Agosto 2014	121.42	149.97	12.02	164.76	-43.34
Septiembre 2014	145.81	156.47	12.02	161.99	-16.18
Octubre 2014	214.69	184.26	12.02	168.49	46.20
Noviembre 2014	202.16	198.29	12.02	196.28	5.88
Diciembre 2014	500.83	309.47	12.02	210.31	290.52
Enero 2015	155.11	264.71	12.02	321.49	-166.38
Febrero 2015	154.59	235.04	12.02	276.73	-122.14
Marzo 2015	358.94	285.25	12.02	247.07	111.87
Abril 2015	245.42	279.58	12.02	297.27	-51.85
Mayo 2015	137.70	239.08	12.02	291.60	-153.90
Junio 2015	126.67	208.63	12.02	251.10	-124.43
Julio 2015	131.61	190.27	12.02	220.66	-89.05

Fechas	Venta: CG041C	Nivel	Tendencia	Pronostico	Error
Agosto 2015	125.09	175.94	12.02	202.29	-77.20
Septiembre 2015	131.61	168.73	12.02	187.97	-56.36
Octubre 2015	215.68	192.68	12.02	180.76	34.92
Noviembre 2015	214.22	207.95	12.02	204.70	9.52
Diciembre 2015	598.14	349.04	12.02	219.97	378.17
Enero 2016	168.25	295.26	12.02	361.06	-192.81
Febrero 2016	150.75	253.86	12.02	307.28	-156.53
Marzo 2016	144.49	224.45	12.02	265.88	-121.39
Abril 2016	239.11	237.38	12.02	236.48	2.63
Mayo 2016	133.81	209.95	12.02	249.40	-115.59
Junio 2016	119.71	187.07	12.02	221.97	-102.26
Julio 2016	111.42	169.17	12.02	199.10	-87.68
Agosto 2016	124.07	161.70	12.02	181.20	-57.13
Septiembre 2016	135.99	160.85	12.02	173.72	-37.73
Octubre 2016	245.00	197.49	12.02	172.87	72.13
Noviembre 2016	230.17	216.56	12.02	209.51	20.66
Diciembre 2016	587.80	351.18	12.02	228.59	359.21
Enero 2017				363.21	
Febrero 2017				375.23	
Marzo 2017				387.26	
Abril 2017				399.28	
Mayo 2017				411.30	
Junio 2017				423.33	
Julio 2017				435.35	



Gráfica 4 Errores entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools

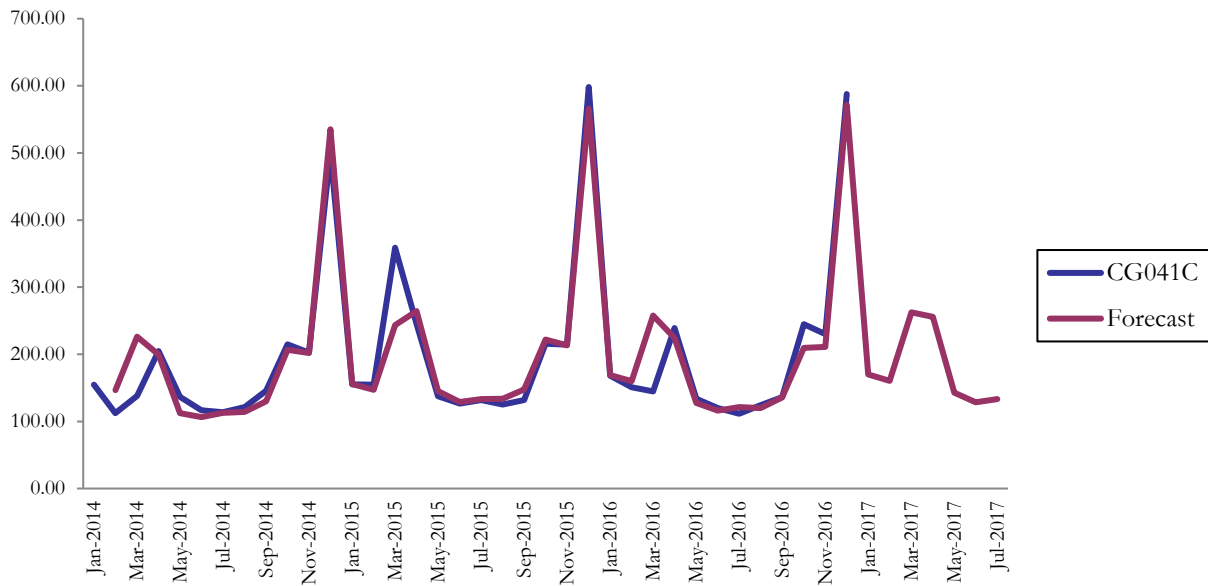
De acuerdo a los resultados que se obtuvieron aplicando el método aditivo de Holt-Winters se observa que los meses pronosticados se ajustan a la demanda real, sin embargo, muestran un alto error ante la demanda real, a un 51.29% de lo real.

Tabla 3 Errores entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools

<i>Holt's Exponential</i>	
Mean Abs Err	97.18
Root Mean Sq Err	132.06
Mean Abs Per% Err	51.29%

3.5 Aplicando el método multiplicativo de Holt – Winters

Forecast and Original Observations

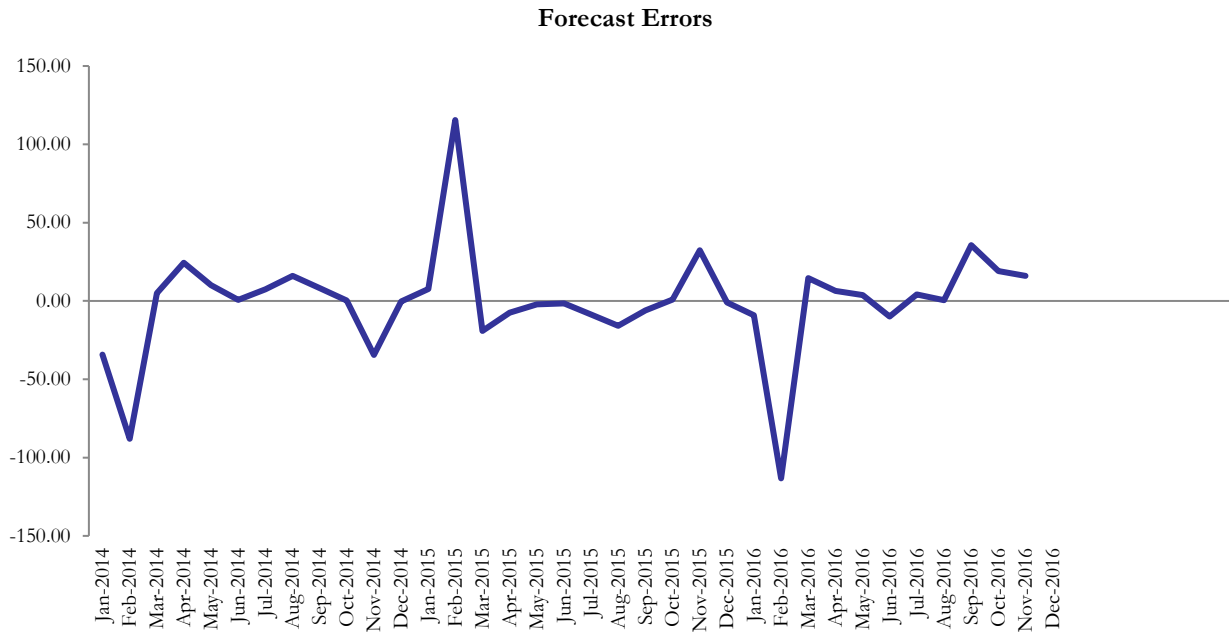


Gráfica 5 Comparación entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools

Tabla 4 Comparación entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools

Fechas	CG041C	Nivel	Tendencia	Estacionalidad	Pronostico	Error
Enero 2014	154.93	193.50	0.62	0.80		
Febrero 2014	112.25	183.07	0.62	0.76	146.59	-34.34
Marzo 2014	138.08	166.29	0.62	1.23	226.15	-88.07
Abril 2014	204.65	167.93	0.62	1.20	199.68	4.97
Mayo 2014	136.75	177.47	0.62	0.67	112.30	24.45
Junio 2014	116.43	182.17	0.62	0.60	106.42	10.01
Julio 2014	113.56	183.03	0.62	0.62	112.96	0.60
Agosto 2014	121.42	186.54	0.62	0.62	114.04	7.38
Septiembre 2014	145.81	192.79	0.62	0.69	129.77	16.04
Octubre 2014	214.69	195.27	0.62	1.07	206.49	8.20
Noviembre 2014	202.16	195.98	0.62	1.03	201.82	0.34
Diciembre 2014	500.83	193.52	0.62	2.72	535.28	-34.45
Enero 2015	155.11	194.04	0.62	0.80	155.44	-0.33
Febrero 2015	154.59	197.11	0.62	0.76	147.00	7.59
Marzo 2015	358.94	220.54	0.62	1.23	243.44	115.50
Abril 2015	245.42	217.27	0.62	1.20	264.58	-19.16
Mayo 2015	137.70	215.16	0.62	0.67	145.17	-7.47
Junio 2015	126.67	214.86	0.62	0.60	128.94	-2.27

Fechas	CG041C	Nivel	Tendencia	Estacionalidad	Pronostico	Error
Julio 2015	131.61	214.87	0.62	0.62	133.16	-1.55
Agosto 2015	125.09	212.08	0.62	0.62	133.81	-8.72
Septiembre 2015	131.61	207.14	0.62	0.69	147.48	-15.87
Octubre 2015	215.68	206.36	0.62	1.07	221.82	-6.14
Noviembre 2015	214.22	207.21	0.62	1.03	213.24	0.98
Diciembre 2015	598.14	210.72	0.62	2.72	565.87	32.27
Enero 2016	168.25	211.05	0.62	0.80	169.21	-0.96
Febrero 2016	150.75	208.74	0.62	0.76	159.84	-9.09
Marzo 2016	144.49	186.99	0.62	1.23	257.76	-113.27
Abril 2016	239.11	190.60	0.62	1.20	224.45	14.66
Mayo 2016	133.81	193.56	0.62	0.67	127.40	6.41
Junio 2016	119.71	195.68	0.62	0.60	116.03	3.68
Julio 2016	111.42	192.41	0.62	0.62	121.31	-9.89
Agosto 2016	124.07	194.68	0.62	0.62	119.86	4.21
Septiembre 2016	135.99	195.50	0.62	0.69	135.41	0.58
Octubre 2016	245.00	204.23	0.62	1.07	209.39	35.61
Noviembre 2016	230.17	209.37	0.62	1.03	211.05	19.12
Diciembre 2016	587.80	211.42	0.62	2.72	571.74	16.06
Enero 2017					169.78	
Febrero 2017					160.59	
Marzo 2017					262.60	
Abril 2017					255.90	
Mayo 2017					142.94	
Junio 2017					128.56	
Julio 2017					133.34	



Gráfica 6 Errores entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools

De acuerdo a los resultados que se obtuvieron aplicando este método de pronóstico se observa que los meses que se ajustan mejor al comportamiento de la demanda, que se producto en los meses de temporada alta de la confitería, como es abril y diciembre, también algo importante a resaltar que el error desciende a 10.58% .

Tabla 5 Comparación entre la demanda real y la pronosticada, Elaborado usando el software @StatTools

<i>Winters' Exponential</i>	
Mean Abs Err	19.44
Root Mean Sq Err	34.50
Mean Abs Per% Err	10.58%

Dicho procedimiento se realizó con los 20 productos restantes, en la que el método multiplicativo represento menores niveles absolutos de error por lo cual se considera para su uso en la demanda.

3.6 Formulación del Modelo Matemático

Para la formulación del modelo matemático del problema tratado en esta investigación se tomó como base el modelo presentado por (Leandro C Coelho & Gilbert Laporte, 2013a) y con la formulación del MTZ descrito por (Roberti & Toth, 2012) para el problema del agente viajero cuando la matriz de distancia es asimétrico.

El modelo de programación lineal entera mixta que representa el problema tratado en esta investigación está conformado por:

3.6.1 Datos

- $V = \{0,1,2,\dots,n\}$ es el conjunto de nodos, clientes o sucursales. El nodo $i = 0$ representa el centro de distribución.
- $T = \{0,1,2,\dots,t\}$ es el conjunto finito y discreto de los instantes de tiempo pertenecientes al horizonte de planificación considerado, en nuestro caso es a días.
- $K = \{0,1,2,\dots,k\}$ es el conjunto de vehículos disponibles con capacidad de transporte homogénea.
- $M = \{0,1,2,\dots,m\}$ es el conjunto de vehículos disponibles con capacidad de transporte homogénea.
- Q_k^{Vol} es la capacidad de volumétrica de los vehículos k en metros cúbicos.
- Q_k^W es la capacidad de carga de los vehículos k en kilogramos.
- C_i^{vol} es la capacidad de almacenamiento de los nodos i en volumen, en metros cúbicos.
- r^{mt} es la tasa de reabastecimiento de los productos, m al centro de distribución $i = 0$.
- c_i es el costo de transporte del arco e .
- d_i^{mt} es la demanda de los productos m , en el tiempo t , en la sucursal i .
- h_i^m es el costo de mantener los productos m en el nodo i .
- W^m es el peso de cada producto m en kilogramos.
- Vol^m es el volumen de cada producto m en metros cúbicos.
- I_i^{m0} es el inventario inicial de los productos m en los nodos i cuando el tiempo $t = 0$.

3.6.2 Variables de decisión

- q_i^{mkt} es la cantidad de cajas enteras enviadas de los productos m por el vehículo k en el tiempo t hacia el nodo i .

- I_i^{mt} es el inventario guardado de los productos m en cada sucursal i en el tiempo t .
- $y_i^{kt} \begin{cases} 1, & \text{si el nodo } i \text{ es visitado por el vehículo } k \text{ en el tiempo } t \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$
- $x_{ij}^{kt} \begin{cases} 1, & \text{si el arco } ij \text{ es usado por el vehículo } k \text{ en el tiempo } t \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$

3.6.3 Variable auxiliar

- u_i^{kt} , $i = 2, \dots, n$ Es un número real arbitrario que representa el orden del vértice i en el recorrido óptimo, del vehículo k en el tiempo t .

3.6.4 Modelo matemático

Minimizar:

$$\sum_{i \in V} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} h_i^m I_i^{mt} + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, i < j} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} c_{ij} x_{ij}^{kt} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$I_0^{mt} = I_0^{m,t-1} + r^{mt} - \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} q_i^{mkt}, \quad m \in M, t \in T \quad (2)$$

$$I_i^{mt} = I_i^{m,t-1} + \sum_{k \in K} q_i^{mkt} - d_i^{mt}, \quad m \in M, t \in T, i \in V' \quad (3)$$

$$I_i^{mt} \geq 0, \quad m \in M, t \in T, i \in V \quad (4)$$

$$\sum_{m \in M} I_i^{mt} Vol^m \leq C_i^{vol}, \quad t \in T, i \in V' \quad (5)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{k \in K} q_i^{mkt} Vol^m \leq C_i - \sum_{m \in M} I_i^{m,t-1} V^m, \quad t \in T, i \in V' \quad (6)$$

$$q_i^{mkt} Vol^m \leq C_i^{vol} y_i^{kt}, \quad m \in M, t \in T, k \in K, i \in V' \quad (7)$$

$$\sum_{i \in V'} \sum_{m \in M} q_i^{mkt} Vol^m \leq Q_k^{Vol} y_0^{kt}, \quad k \in K, t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{i \in V'} \sum_{m \in M} q_i^{mkt} W^m \leq Q_k^W y_0^{kt}, \quad k \in K, t \in T \quad (9)$$

$$\sum_{i \in V, i \neq j} x_{ij}^{kt} = y_j^{kt}, \quad j \in V, k \in K, t \in T \quad (10)$$

$$\sum_{j \in V, j \neq i} x_{ji}^{kt} = y_i^{kt}, \quad i \in V, k \in K, t \in T \quad (11)$$

$$u_i^{kt} - u_j^{kt} + (n - 1)x_{ji}^{kt} \leq n - 2, \quad (12)$$

$$, i \in V: i > 1, j \in V: j > 1, j \neq i, k \in K, t \in T$$

$$q_i^{mkt} \geq 0, \quad i \in V', k \in K, t \in T \quad (13)$$

$$x_{i0}^{kt} \in \{0,1,2\}, \quad i \in V', k \in K, t \in T \quad (14)$$

$$x_{ij}^{kt} \in \{0,1\}, \quad i, j \in V', k \in K, t \in T \quad (15)$$

$$y_i^{kt} \in \{0,1\}, \quad i \in V, k \in K, t \in T \quad (16)$$

Las restricciones (2) y (3) definen los inventarios con el centro de distribución y en las sucursales, mientras que las restricciones (4) previene el desabastecimiento centro de distribución. La restricción (5) marca el nivel de inventario máximo en las sucursales. Las restricciones (6) y (7) enlazan las cantidades entregadas a las variables de enrutamiento. Esto permite que solo un vehículo es capaz de entregar cualquiera de los productos a la sucursal si esta es visitada por el vehículo. La restricción (8) asegura que se respeten las capacidades del vehículo del vehículo en volumen mientras que la restricción (9) hace lo propio con la capacidad de peso del vehículo, la información de los costos de distancia que nos proporcionó la empresa era una matriz de distancias asimétricas, por lo cual se utilizó la formulación propuesta dada por Miller-Tucker-Zemlin, para la resolución del problema del agente viajero asimétrico (Roberti & Toth, 2012) en lo que las restricciones (10) y (11) representan lo que entra y sale de los arcos, y la restricción (12) es la encargada de

romper los subtour generados. Las restricciones (13) - (16) hacen cumplir la integralidad y condiciones de no negatividad de las variables.

3.7 Validación del Modelo Matemático

Ahora se describirá algunos detalles relacionados con los experimentos computacionales utilizados para evaluar el algoritmo. Para la validación del modelo matemático formulado en la sección anterior, se desarrolló una instancia del problema con las siguientes características, en una computadora Modelo del sistema HP ENVY 15 Notebook PC, Procesador: Intel(R) Core(TM) i7-4700MQ CPU @ 2.40GHz, 2401 Mhz, 4 procesadores principales, 8 procesadores lógicos, Memoria física instalada (RAM): 16.0 GB, usando OPL de IBM ILOG CPLEX Optimization Studio Versión: 12.6.0.0

- Número de clientes n : 10 nodos, 9 sucursales y 1 centro de distribución.

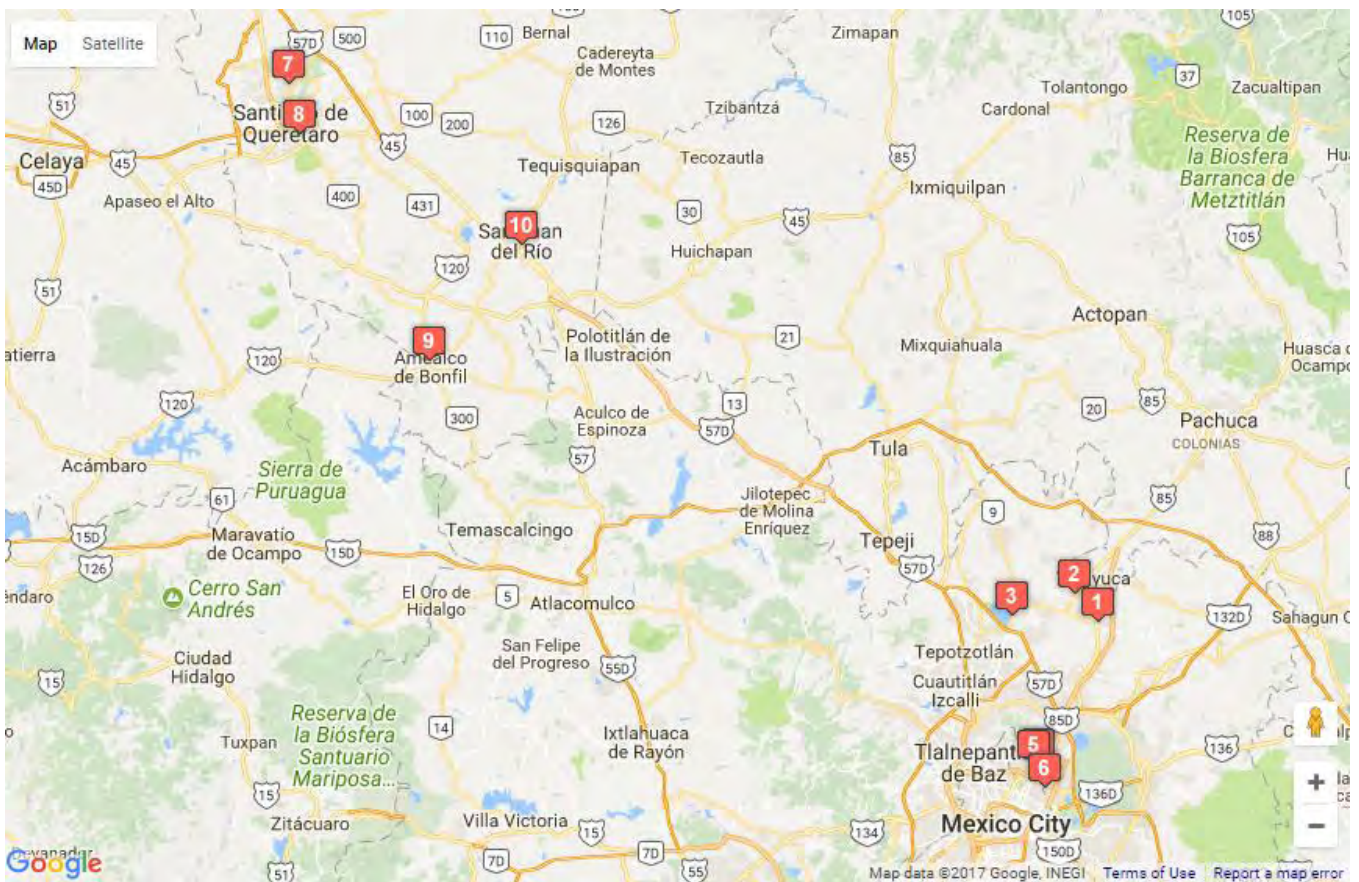


Imagen 2 Selección de las sucursales a evaluar, elaboración propia usando GoogleMaps

- Número de productos M : igual a 21 productos m .
- Número de vehículos K : 2
 - $Q_{k=1}^W$: 6 toneladas y Q_k^{Vol} : 28.8 metros cúbicos.
 - $Q_{k=2}^W$: 1.5 toneladas y Q_k^{Vol} : 8 metros cúbicos.
- $T = \{0,1,2, \dots, t\}$ Horizonte de Planificación: 7 días.
- Naturaleza de la Demanda d_i^{mt} : Determinística pronosticada usando el método multiplicativo Holt - Winters y dinámica (cambia con el tiempo), la información se encuentra en los anexos.
- Matriz de Distancia c_i : Dada por la empresa "ABC" de naturaleza asimétrica.

Tabla 6 Matriz de distancias, información proporcionada por la empresa "ABC"

Sucursales	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		22	36	26	19	18	22	201	196	154
2	23		9	26	34	33	37	226	221	178
3	37	9		18	48	47	51	199	193	151
4	27	26	18		37	36	43	180	175	133
5	18	33	47	35		2	7	211	206	163
6	16	32	45	34	1		6	210	205	162
7	24	39	53	44	7	7		219	214	172
8	203	226	200	181	213	212	219		13	84
9	197	220	194	175	207	206	213	14		78
10	177	200	173	155	187	185	193	80	75	

- I_i^{m0} Inventario inicial dado por la empresa "ABC", la información se encuentra en los anexos.
- h_i^m la información sale de los gastos totales de almacenamiento del total de la empresa entre la participación que tienen cada uno de los productos en el inventario.
- W^m es el peso de cada producto m en kilogramos, la información se encuentra en los anexos.
- Vol^m es el volumen de cada producto m en metros cúbicos, la información se encuentra en los anexos.

- C_i^{vol} es la capacidad de almacenamiento de los nodos i en volumen, en metros cúbicos, que por cuestiones académicas se ha dejado con capacidad ilimitada.

Tabla 7 Capacidad de almacenamiento en lo nodos

n	Capacidad
1	99999
2	100000
3	100001
4	100002
5	100003
6	100004
7	100005
8	100006
9	100007
10	100008

- r^{mt} es la tasa de reabastecimiento de los productos, m al centro de distribución $i = 0$, la tabla se encuentra en los anexos, se ha dejado con resurtimiento ilimitado por parte del proveedor.

3.8 Resultados

3.8.1 Ambas restricciones activadas volumen y peso

El software arroja el siguiente resumen:

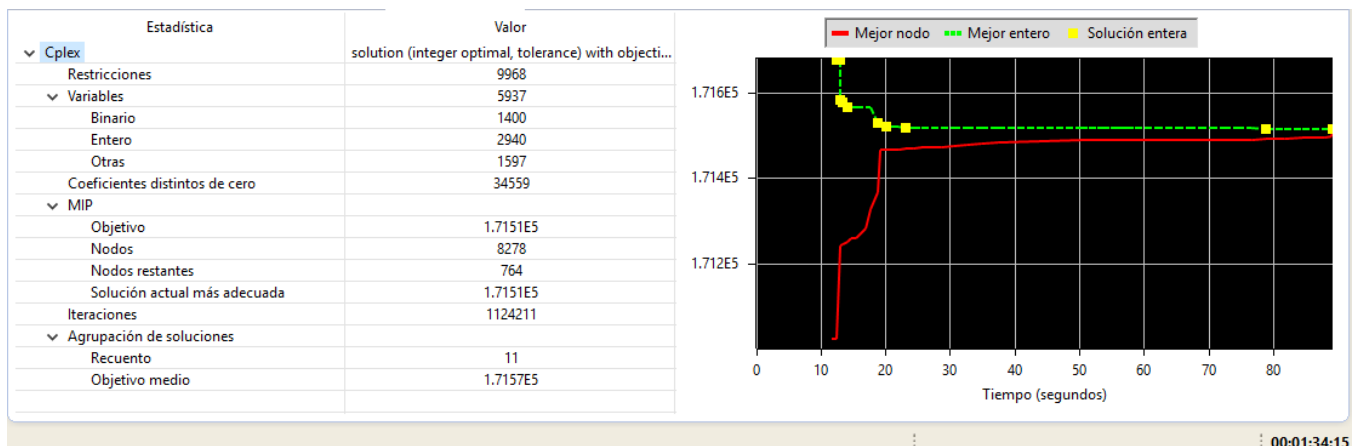


Imagen 3 Resultado arrojado por el software CPLEX corriendo AMBAS restricciones activadas de Peso y Volumen.

// solution (integer optimal, tolerance) with objective 171514.5419
 Modelo MMIRP AMBAS con nNodes: 10 / kVehiculos: 2 / tTiempo: 7 / mProductos: 21
 Optimal value AMBAS: 171515/ Tiempo AMBAS: 83.281
 Costo Total Distancia AMBAS: \$ 544 con 10 Nodos y 2 Vehiculos
 Costo Total Inventario AMBAS: \$ 170971 con 10 Nodos

Tabla 8 Resultados Y de las sucursales n visitados por los vehiculos k en el tiempo t usando AMBAS restricciones activadas

Ambas: Y			
n	k	t	y
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	1	1
6	1	1	1
8	1	1	1
9	1	1	1
10	1	1	1
1	2	1	1
5	2	1	1
6	2	1	1
7	2	1	1

En la cual observamos que se van a utilizar los 2 vehiculos, solo durante el día 1, ya que, dada las condiciones establecidas, solo es necesario salir el día 1.

Tabla 9 Resultados en X de las sucursales n visitados por los vehiculos k en el tiempo t usando AMBAS restricciones

Ambas: x					
Orden	n	n	k	t	x
1	1	2	1	1	1
2	2	3	1	1	1
3	3	4	1	1	1
4	4	10	1	1	1
5	10	9	1	1	1
6	9	8	1	1	1
7	8	6	1	1	1
8	6	1	1	1	1
1	1	6	2	1	1
2	6	5	2	1	1
3	5	7	2	1	1
4	7	1	2	1	1

Cómo podemos observar tanto la ruta del vehículo 1 como la del vehículo 2, salen y entran del nodo inicial, que es el centro de distribución, esto nos indica que las rutas dadas por el modelo son correctas.

En el anexo F podrá encontrar la mercancía enviada en cada uno de los vehículos k a las sucursales i . La capacidad en la que se va los camiones es la siguiente:

Tabla 10 Análisis cumplimiento de las capacidades del vehículo k en el tiempo t

Vehículo $k = 2$	Tiempo $t = 7$	CapVolumen / CapPeso	Cap en Volumen	% Volumen	Cap Peso	% Peso
1	1	28.8 m3 / 6000 Kgs	16.58558788	58%	5930.53	98.84%
1	2	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	3	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	4	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	5	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	6	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	7	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	1	8 m3 / 1500 Kgs	4.980969125	62%	1298.367	86.56%
2	2	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	3	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	4	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	5	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	6	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	7	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%

Cómo vemos en ninguna de las 2 capacidades esto se excede haciendo que la anexión de dicha restricción agregue valor a lo hecho por Coelho y Laporte.

3.8.2 Resultados de solo restricción del peso activada

Analicemos los resultados de dicho escenario si solo hubiéramos puesto la restricción de peso.

// solution (integer optimal, tolerance) with objective 171515.5419
 Modelo MMIRP PESO con nNodes: 10 / kVehiculos: 2 / tTiempo: 7 / mProductos: 21
 Optimal value PESO: 171516/ Tiempo PESO: 23.25
 Costo Total Distancia PESO: \$ 545 con 10 Nodos y 2 Vehiculos
 Costo Total Inventario PESO: \$ 170971 con 10 Nodos

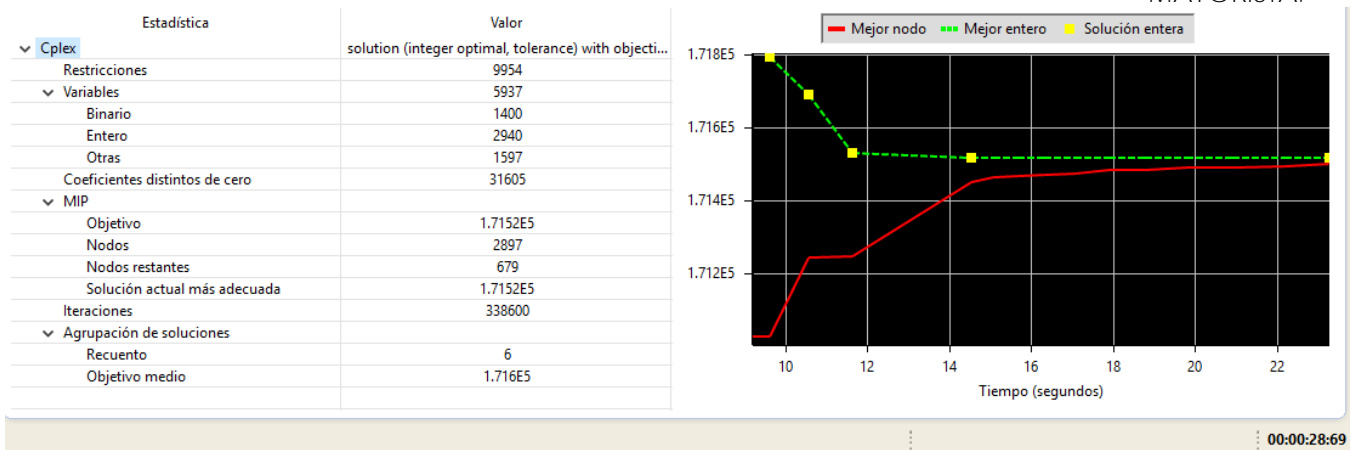


Imagen 4 Resultado arrojado por el software CPLEX corriendo PESO restricciones activadas de Peso y Volumen.

En el que podemos observar que se resuelve al óptimo en un tiempo de 23.25 segundos, veamos como arrojó las variables de decisión, de cuántas restricciones constó el problema dado al modelo, cuántas variables fueron binarias, cuántas enteras. Ahora analicemos los resultados de las variables de decisión:

Tabla 11 Resultados Y de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando solo restricción del peso activada

Peso: Y			
n	k	t	y
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	1
6	1	1	1
8	1	1	1
9	1	1	1
10	1	1	1
1	2	1	1
6	2	1	1
7	2	1	1

En la cual observamos que se van a utilizar los 2 vehículos, solo durante el día 1, ya que, dada las condiciones establecidas, solo es necesario salir el día 1, muy similar a lo dado cuando ambas restricciones están activadas.

Tabla 12 Resultados en X de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando solo restricción del peso activada

Peso: x					
Orden	n	n	k	t	x
1	1	6	1	1	1
2	6	5	1	1	1
3	5	8	1	1	1
4	8	9	1	1	1
5	9	10	1	1	1
6	10	4	1	1	1
7	4	3	1	1	1
8	3	2	1	1	1
9	2	1	1	1	1
10	1	6	2	1	1
11	6	7	2	1	1
12	7	1	2	1	1

Cómo podemos observar tanto la ruta del vehículo 1 como la del vehículo 2, salen y entran del nodo inicial, que es el centro de distribución, esto nos indica que las rutas dadas por el modelo son correctas.

En el anexo H podrá encontrar la mercancía enviada en cada uno de los vehículos k a las sucursales i . La capacidad en la que se van los camiones es la siguiente:

Tabla 13 Análisis cumplimiento de las capacidades del vehículo k en el tiempo t usando solo restricción del peso activada

Vehículo k = 2	Tiempo t = 7	CapVolumen / CapPeso	Cap en Volumen	% Volumen	Cap Peso	% Peso
1	1	28.8 m3 / 6000 Kgs	17.10428	59%	5997.432	99.96%
1	2	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	3	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	4	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	5	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	6	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	7	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	1	8 m3 / 1500 Kgs	4.462278	56%	1231.465	82.10%
2	2	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	3	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	4	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	5	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	6	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%

Vehiculo $k = 2$	Tiempo $t = 7$	CapVolumen / CapPeso	Cap en Volumen	% Volumen	Cap Peso	% Peso
1	7	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%

Podríamos usar solo una restricción como lo sugiere Laporte, el tiempo es adecuado y las capacidades de las camionetas cumplen.

3.8.3 Resultados de solo restricción de volumen activada

// solution (integer optimal, tolerance) with objective 171481.5419
 Modelo MMIRP VOLUMEN con nNodes: 10 / kVehiculos: 2 / tTiempo: 7 / mProductos: 21
 Optimal value VOLUMEN: 171482/ Tiempo VOLUMEN: 13.219
 Costo Total Distancia VOLUMEN: \$ 511 con 10 Nodos y 2 Vehiculos
 Costo Total Inventario VOLUMEN: \$ 170971 con 10 Nodos

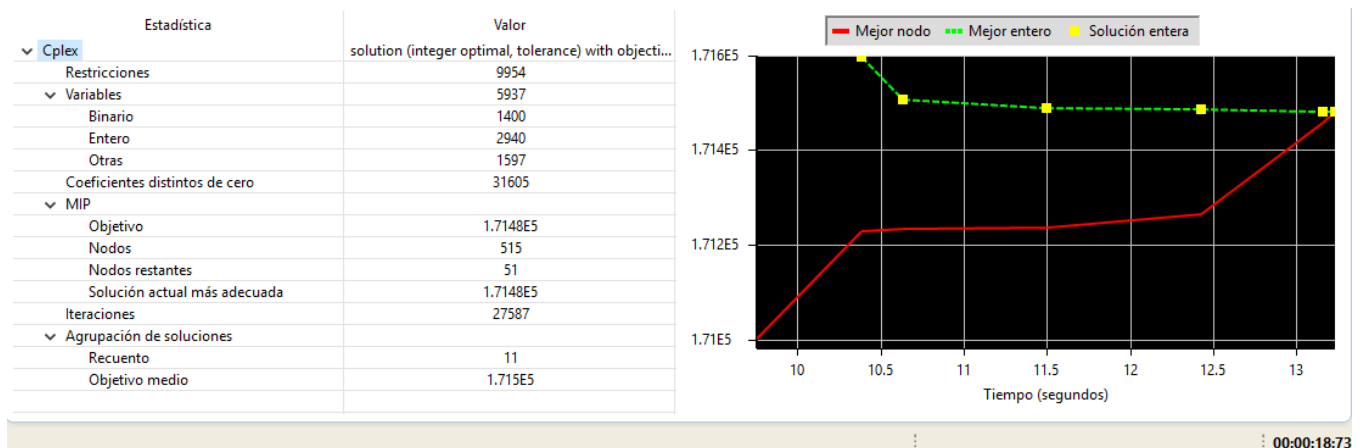


Imagen 5 Resultado arrojado por el software CPLEX corriendo solo con la restricción del Volumen

En el que podemos observar que se resuelve al óptimo en un tiempo de 13.219 segundos, veamos como arrojó las variables de decisión, de cuántas restricciones constó el problema dado al modelo, cuántas variables fueron binarias, cuántas enteras. Ahora analicemos los resultados de las variables de decisión:

Tabla 14 Resultados Y de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando solo restricción del volumen activada

Volumen: Y			
n	k	t	y
1	1	1	1
2	1	1	1

Volumen: Y			
n	k	t	y
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	1
6	1	1	1
7	1	1	1
8	1	1	1
9	1	1	1
10	1	1	1

En la cual observamos que se van a utilizar solo 1 vehículo, solo durante el día 1, ya que, dada las condiciones establecidas, solo es necesario salir el día 1.

Tabla 15 Resultados en X de las sucursales n visitados por los vehículos k en el tiempo t usando solo restricción del volumen activada

Volumen: x					
Orden	n	n	k	t	x
1	1	2	1	1	1
2	2	3	1	1	1
3	3	4	1	1	1
4	4	9	1	1	1
5	9	8	1	1	1
6	8	10	1	1	1
7	10	5	1	1	1
8	5	6	1	1	1
9	6	7	1	1	1
10	7	1	1	1	1

En el anexo J podrá encontrar la mercancía enviada en cada uno de los vehículos k a las sucursales i . La capacidad en la que se va los camiones es la siguiente:

Tabla 16 Análisis cumplimiento de las capacidades del vehículo k en el tiempo t usando solo restricción del volumen activada

Vehiculo $k = 2$	Tiempo $t = 7$	CapVolumen / CapPeso	Cap en Volumen	% Volumen	Cap Peso	% Peso
1	1	28.8 m3 / 6000 Kgs	21.56656	75%	7228.897	120.48%
1	2	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	3	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	4	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	5	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	6	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	7	28.8 m3 / 6000 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	1	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	2	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	3	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	4	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	5	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
2	6	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%
1	7	8 m3 / 1500 Kgs	0	0%	0	0.00%

Si solo se considerara la capacidad del volumen en dicho problema se pasaría en cuanto a la restricción de la capacidad de peso del vehículo.

Capítulo 4 Conclusiones y Recomendaciones

4.1 Conclusiones

Esta investigación cumplió con el objetivo de desarrollar un modelo de ruteo de inventario con múltiples productos y múltiples vehículos dadas las características con las que la abarrotera "ABC" trabaja el manejo de mercancía entre sus sucursales.

Se logro en base a los resultados de la investigación realizada y el diseño de la metodología propuesta que la logística "ABC" pueda hacer una selección entre un camión completo a su máxima capacidad o un fletero, que pase por la mercancía al punto de venta para realizar la transferencia (Chu, 2005). La adecuada planificación del reabastecimiento de las sucursales lograra que las ventas se incrementen, derivado de no negar la mercancía cuando el cliente la requiere.

El nivel táctico se ocupa de la asignación de recursos y la medición del desempeño en relación con los objetivos que deben cumplirse para lograr resultados especificados a nivel estratégico. (Gunasekaran, Patel et al., 2004) El trabajo aquí desarrollado es de índole táctico en la que se desea conocer en el tiempo como se generaran las rutas para las cuales se optimicen los vehículos disponibles y se vayan al 100% de su capacidad, ya que el costo de enviar la mercancía equivale a lo mismo si se va llena o no la unidad.

Se desarrolló una aplicación real de un modelo en la que la principal aportación es la prueba con datos reales, de la importancia de las restricciones de peso y volumen de mercancía cuando se tienen múltiples productos, y que aunque sea factible la solución dada por el software, en la vida real esto se puede complicar porque excede las capacidades del vehículo, logrando que con el ejemplo presentando ver qué en un tiempo menor a los 10 minutos, se puede encontrar una solución factible menor al 5% con respecto al optimo global, cuando el número de nodos es menor a 40. El trabajo desarrollado sobre el modelo presentado por Coelho y Laporte permitirá a la empresa "ABC" una mejor logística sobre los productos de las categorías presentadas.

A través de los experimentos computacionales se comprobó que es una herramienta adaptativa muy eficaz para resolver este tipo de problemas hallando las soluciones óptimas para problemas de tamaño relativamente pequeños en un intervalo corto de tiempo. [Ver la tabla 8]

4.2. Recomendaciones

Con la decisión táctica ofrecida por parte del modelo en la que ya sabemos las rutas que debe tomar, los vehículos a usar, los días en las que saldrán y la mercancía que debería de ir, falta a Abarrotes ABC la decisión de como deberán de hacer la carga de los vehículos nuestra recomendación es que inicien por los productos con mayor peso para que aquellos productos ligeros no se maltraten para que al llegar a la sucursal el producto esté en condiciones satisfactorias para que el cliente lo prefiera.

Sugerimos que se use también los pronósticos de la demanda con lo cual se podrán realizar mejores compras para el grupo con lo cual se podrán alcanzar economías de escala con lo cual mejoraran la rentabilidad.

4.3. Líneas de Investigación

Aún al modelo le quedan muchas cosas por las cuales trabajar, como se desarrollo en el modelador CPLEX que trabaja con el algoritmo Branch & Cut, se recomienda lo siguiente:

- Considerar las ventanas de tiempo, esto es importante porque hay rutas que es imposible realizar en un día, así como pensar también en la salud del operario, en la que solo es posible trabajar 8 horas al día, más su tiempo de comida.
- Consideraría también las órdenes de compra para las sucursales, porque hay sucursales que derivadas de su venta, el proveedor nos puede surtir directo, y el trabajo logístico solo serviría para cumplir en lo que llega el proveedor y evitar el agotado en el punto de venta.
- Se debe de trabajar con un heurístico para la parte de ruteo, para que mejore el tiempo computacional.

Este proyecto se presento en el pasado Annual Workshop of the EURO Working Group on Vehicle Routing and Logistics optimization (VeRoLog) del 11 de julio del 2017 en Amsterdam (Holanda) en la que **se me pregunto por el “Logistic Ratio”** o relación logística que es la relación entre el costo total de enrutamiento y la cantidad total distribuida. La relación logística da lugar a un nuevo problema de optimización cuya formulación de programación matemática es no lineal.

Otra de las líneas de investigación sugeridas es el desarrollo del MMIRP con el algoritmo Branch Price and Cut para la solución exacta del modelo.

Bibliografía

- Abdul, T. (1988). How to choose the right forecasting technique. *Harward Business Rev*, 45-74.
- Adulyasak, Y., Cordeau, J.-F., & Jans, R. (2013). Formulations and branch-and-cut algorithms for multivehicle production and inventory routing problems. *INFORMS Journal on Computing*, 26(1), 103-120.
- Alegre, J., Laguna, M., & Pacheco, J. (2007). Optimizing the periodic pick-up of raw materials for a manufacturer of auto parts. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 736-746.
- ANAM - Servicios - ISCAM. (2015). *Asociación Nacional de Abarroteros Mayoristas*. Retrieved from http://www.anam.mx/descargas/iscam/ISCAMago_2015.pdf
- Archetti, C., Bertazzi, L., Laporte, G., & Speranza, M. G. (2007). A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem. *Transportation science*, 41(3), 382-391.
- Bausch, D. O., Brown, G. G., & Ronen, D. (1998). Scheduling short-term marine transport of bulk products. *Maritime Policy & Management*, 25(4), 335-348.
- Bell, W. J., Dalberto, L. M., Fisher, M. L., Greenfield, A. J., Jaikumar, R., Kedia, P., . . . Prutzman, P. J. (1983). Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer. *Interfaces*, 13(6), 4-23.
- Bertazzi, L., Paletta, G., & Speranza, M. G. (2002). Deterministic order-up-to level policies in an inventory routing problem. *Transportation science*, 36(1), 119-132.
- Bertazzi, L., Speranza, M. G., & Ukovich, W. (1997). Minimization of logistic costs with given frequencies. *Transportation Research Part B: Methodological*, 31(4), 327-340.
- Campbell, A., Clarke, L., Kleywegt, A., & Savelsbergh, M. (1998). The inventory routing problem *Fleet management and logistics* (pp. 95-113): Springer.
- Carter, M. W., Farvolden, J. M., Laporte, G., & Xu, J. (1996). Solving an integrated logistics problem arising in grocery distribution. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 34(4), 290-306.
- Coelho, L. C., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2012). Consistency in multi-vehicle inventory-routing. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 24, 270-287.
- Coelho, L. C., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2013). Thirty years of inventory routing. *Transportation science*, 48(1), 1-19.
- Coelho, L. C., & Laporte, G. (2013). A branch-and-cut algorithm for the multi-product multi-vehicle inventory-routing problem. *International Journal of Production Research*, 51(23/24), 7156-7169. doi:10.1080/00207543.2012.757668
- Coelho, L. C., & Laporte, G. (2013a). A branch-and-cut algorithm for the multi-product multi-vehicle inventory-routing problem. *International Journal of Production Research*, 51(23-24), 7156-7169.
- Coelho, L. C., & Laporte, G. (2013b). The exact solution of several classes of inventory-routing problems. *Computers & Operations Research*, 40(2), 558-565.
- Chien, T. W., Balakrishnan, A., & Wong, R. T. (1989). An integrated inventory allocation and vehicle routing problem. *Transportation science*, 23(2), 67-76.
- Christiansen, M., Fagerholt, K., Flatberg, T., Haugen, Ø., Kloster, O., & Lund, E. H. (2011). Production, Manufacturing and Logistics: Maritime inventory routing with

- multiple products: A case study from the cement industry. *European Journal of Operational Research*, 208, 86-94. doi:10.1016/j.ejor.2010.08.023
- D'Andrea, G., Ring, L. J., & Tigert, D. J. (2011). *Claves de la estrategia y la gestion minorista*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Temas.
- D. Ronen, a. (2002). Marine Inventory Routing: Shipments Planning. *The Journal of the Operational Research Society*(1), 108.
- Elizondo Cortés, M., & Aceves Garcia, R. (2005). *Una estrategia para resolver el problema de inventario-distribucion*.
- Engineer, F. G., Furman, K. C., Nemhauser, G. L., Savelsbergh, M. W. P., & Jin-Hwa, S. (2012). A Branch-Price-and-Cut Algorithm for Single-Product Maritime Inventory Routing. *Operations Research*, 60(1), 106-122.
- Federgruen, A., Prastacos, G., & Zipkin, P. H. (1986). An allocation and distribution model for perishable products. *Operations Research*, 34(1), 75-82.
- Federgruen, A., & Zipkin, P. (1984). A combined vehicle routing and inventory allocation problem. *Operations Research*, 32(5), 1019-1037.
- Fisher, M., & Raman, A. (2010). *The new science of retailing*. Boston: Harvard Business Press.
- Groër, C., Golden, B., & Wasil, E. (2009). The consistent vehicle routing problem. *Manufacturing & service operations management*, 11(4), 630-643.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. S. (2010). *Introducción a la Investigación de las Operaciones*. Ciudad de México: McGraw Hill.
- Holt, C. C. (2004). Author's retrospective on 'Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages'. *International Journal of Forecasting*(1), 11.
- Huang, S.-H., & Lin, P.-C. (2010). A modified ant colony optimization algorithm for multi-item inventory routing problems with demand uncertainty. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 46(5), 598-611.
- Hyndman, R. J. (2008). *Forecasting with exponential smoothing : the state space approach*: Berlin : Springer Verlag, 2008.
- Jan, G. d. G., & Rob, J. H. (2005). 25 Years of IIF Time Series Forecasting: A Selective Review: Tinbergen Institute.
- Laganà, D., Longo, F., & Santoro, F. (2015). Multi-Product Inventory-Routing Problem in the Supermarket Distribution Industry. *International Journal of Food Engineering*, 11(6). doi:10.1515/ijfe-2015-0052
- Lawton, R. (1998). How should additive Holt-Winters estimates be corrected? *International Journal of Forecasting*(3), 393.
- Moin, N. H., Salhi, S., & Aziz, N. (2011). An efficient hybrid genetic algorithm for the multi-product multi-period inventory routing problem. *International Journal of Production Economics*, 133(1), 334-343.
- Ochoa Rosso, F. (1985). *Apuntes: El método de los sistemas*. Ciudad de México: Facultad de Ingenieria (UNAM).
- Persson, J. A., & Göthe-Lundgren, M. (2005). Shipment planning at oil refineries using column generation and valid inequalities. *European Journal of Operational Research*, 163, 631-652. doi:10.1016/j.ejor.2004.02.008
- Popović, D., Vidović, M., & Radivojević, G. (2012). Variable neighborhood search heuristic for the inventory routing problem in fuel delivery. *Expert Systems with Applications*, 39(18), 13390-13398.

- Qu, W. W., Bookbinder, J. H., & Iyogun, P. (1999). An integrated inventory-transportation system with modified periodic policy for multiple products. Research supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, through Operating Grants OGP 05292 and OGP 42141, and the Strategic Grant STR148950.1. *European Journal of Operational Research*, 115, 254-269. doi:10.1016/S0377-2217(98)00301-4
- Ramkumar, N., Subramanian, P., Narendran, T., & Ganesh, K. (2012). Mixed integer linear programming model for multi-commodity multi-depot inventory routing problem. *Opsearch*, 49(4), 413-429.
- Roar, G., Marielle, C., Guy, D., & Jacques, D. (2010). A Branch-and-Price Method for a Liquefied Natural Gas Inventory Routing Problem. *Transportation science*(3), 400.
- Roberti, R., & Toth, P. (2012). Models and algorithms for the Asymmetric Traveling Salesman Problem: an experimental comparison. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 1(1-2), 113-133. doi:10.1007/s13676-012-0010-0
- Segura, J. V., & Vercher, E. (2001). A spreadsheet modeling approach to the Holt-Winters optimal forecasting. *European Journal of Operational Research*(2), 375.
- Sindhuchao, S., Romeijn, H. E., Akçali, E., & Boondiskulchok, R. (2005). An integrated inventory-routing system for multi-item joint replenishment with limited vehicle capacity. *Journal of Global Optimization*, 32(1), 93-118.
- Solyalı, O., & Süral, H. (2011). A branch-and-cut algorithm using a strong formulation and an a priori tour-based heuristic for an inventory-routing problem. *Transportation science*, 45(3), 335-345.
- Stålhane, M., Rakke, J. G., Moe, C. R., Andersson, H., Christiansen, M., & Fagerholt, K. (2012). A construction and improvement heuristic for a liquefied natural gas inventory routing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 62, 245-255. doi:10.1016/j.cie.2011.09.011
- Taha, H. A. (2012). *Investigación de Operaciones*. Ciudad de México: Pearson.
- Toth, P., & Vigo, D. (2014). *Vehicle routing: problems, methods, and applications*: SIAM.
- Uggen, K. T., Fodstad, M., & Nørstebø, V. S. (2013). Using and extending fix-and-relax to solve maritime inventory routing problems. *Top*, 21(2), 355-377.

Anexos

Anexo A: Tabla de Pesos, Volumen y h_i^m de m

M (producto)	Peso (Kg)	Volumen (m3)	Hcost (costo mantener)
1	8	0.016482375	\$ 0.201
2	3.68	0.0663	\$ 0.195
3	2.148	0.05073	\$ 0.168
4	1.5	0.0367745	\$ 0.154
5	2.4	0.01914	\$ 0.286
6	8	0.016482375	\$ 0.217
7	12	0.0235125	\$ 0.296
8	9.2	0.030888	\$ 0.385
9	3.68	0.0663	\$ 0.195
10	8	0.016482375	\$ 0.217
11	12	0.025051	\$ 0.592
12	1.313	0.035076	\$ 0.171
13	12.96	0.01998	\$ 0.976
14	2.475	0.054145	\$ 0.142
15	7.35	0.0211185	\$ 0.262
16	9.2	0.030888	\$ 0.385
17	2.625	0.023205	\$ 0.158
18	3.2	0.004281875	\$ 0.107
19	4	0.025568	\$ 0.360
20	4	0.038025	\$ 0.455
21	3	0.11856	\$ 0.077

Anexo B: Tabla de Inventario inicial

	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7	n = 8	n = 9	n = 10
m = 1	0	56.1	127.6	138	12.6	21.3	4.4	0.6	1.4	2.8
m = 2	6	129.6	144.6	100.6	5.8	72.6	1	0	0	0
m = 3	559	119	55	61	74	114	6	43	109	3
m = 4	8	40	11	76	24	47	11	46	173	5
m = 5	0	1.3	1.8	0	20.5	10.3	1.1	2.8	1.7	0
m = 6	0	47.3	76.9	147.8	11	14.3	4	0.1	2.4	3.8
m = 7	0	7.3	35.6	8.9	7.1	3	2.3	0	0	0
m = 8	0	5.5	6.8	1.7	3.8	31.3	1.7	14.2	3.7	3.8
m = 9	2	34.6	51.9	16	5.6	23.9	1	0	0	0
m = 10	0	19	122.6	134.9	14.1	20.8	3	0.1	0.5	1.9
m = 11	0	2.3	7.4	5.4	4	6.7	2.5	0	0	0
m = 12	0	2	2	18	5	5	3	0	2	2
m = 13	1.4	6.1	4	6.5	3	9.5	1.3	25	15.3	2.9
m = 14	0	0	0	3.3	0	0	0	6	5	0
m = 15	0	3.7	13.1	5	4	8.9	2.8	0	0.3	0.6
m = 16	0	2.2	11.7	1.3	1.7	18.8	1.7	13.7	4.2	1.5
m = 17	0	9.3	32.7	31	6	0	0	0	0	0
m = 18	1	38.7	42.5	11.6	24.1	3	2.8	0	0	0.9
m = 19	0	1.8	6.3	11	2.6	6.4	4.1	0	0	0
m = 20	0	4.1	6.6	3.7	4.2	6.6	2.1	0	0	0.8
m = 21	41	38	101	22	12	16	2	0	0	2

Anexo C: Tabla de Demanda

m = 21	n = 10	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7
1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	1	1	1	1	1	1
1	3	1	1	1	2	2	2	2
1	4	1	1	1	1	2	2	2
1	5	1	1	1	1	1	1	1
1	6	1	1	1	1	1	1	1
1	7	1	1	1	1	1	1	1
1	8	1	1	1	1	1	1	1
1	9	1	1	1	1	0	1	1
1	10	1	1	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	1	1	2	1	1	1
2	3	1	1	1	2	1	2	1
2	4	1	1	1	1	1	1	1
2	5	0	0	0	0	0	0	0
2	6	1	2	1	1	2	1	1
2	7	1	1	1	1	1	1	1
2	8	0	0	0	0	0	0	0
2	9	0	0	0	0	0	0	0
2	10	1	1	1	1	1	1	1
3	1	8	9	8	8	11	9	7
3	2	4	2	3	4	3	3	3
3	3	3	3	2	4	3	4	3
3	4	5	3	5	6	6	7	7
3	5	2	2	2	2	2	2	2
3	6	2	3	2	2	3	3	2
3	7	1	1	1	1	2	1	1
3	8	2	2	2	2	2	2	2
3	9	3	5	4	4	0	5	5
3	10	1	2	2	1	1	2	2
4	1	12	13	12	11	16	12	9
4	2	3	2	3	3	3	3	3
4	3	1	1	1	2	1	2	1
4	4	2	1	2	2	2	3	3
4	5	1	1	1	1	1	1	1
4	6	3	3	3	3	3	3	2
4	7	1	1	1	1	1	1	1
4	8	1	1	1	2	1	2	1

m = 21	n = 10	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7
4	9	4	5	4	5	0	5	6
4	10	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1	1	1
5	2	1	1	1	1	1	1	1
5	3	1	1	1	1	1	1	1
5	4	1	1	1	1	1	1	1
5	5	1	1	1	1	1	1	1
5	6	1	1	1	1	1	1	1
5	7	1	1	1	1	1	1	1
5	8	1	1	1	1	1	1	1
5	9	1	1	1	1	0	1	1
5	10	1	1	1	1	1	1	1
6	1	0	0	0	0	0	0	0
6	2	1	1	1	1	1	1	1
6	3	2	2	2	3	3	3	2
6	4	2	1	2	2	3	3	3
6	5	1	1	1	1	1	1	1
6	6	1	1	1	1	1	1	1
6	7	1	1	1	1	1	1	1
6	8	1	1	1	1	1	1	1
6	9	1	1	1	1	0	1	1
6	10	1	1	1	1	1	1	1
7	1	0	0	0	0	0	0	0
7	2	1	1	1	1	1	1	1
7	3	1	1	1	1	1	1	1
7	4	1	1	1	1	1	1	1
7	5	1	1	1	1	1	1	1
7	6	1	1	1	1	1	1	1
7	7	1	1	1	1	1	1	1
7	8	0	0	0	0	0	0	0
7	9	0	0	0	0	0	0	0
7	10	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1
8	2	1	1	1	1	1	1	1
8	3	1	1	1	1	1	1	1
8	4	1	1	1	1	1	1	1
8	5	1	1	1	1	1	1	1
8	6	1	1	1	1	1	1	1
8	7	1	1	1	1	1	1	1
8	8	1	1	1	1	1	1	1

m = 21	n = 10	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7
8	9	1	1	1	1	0	1	1
8	10	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	0	0	0	0	0
9	2	1	1	1	1	1	1	1
9	3	1	1	1	2	1	1	1
9	4	1	1	1	1	1	1	1
9	5	1	1	1	1	1	1	1
9	6	1	1	1	1	1	1	1
9	7	1	1	1	1	1	1	1
9	8	0	0	0	0	0	0	0
9	9	0	0	0	0	0	0	0
9	10	1	1	1	1	1	1	1
10	1	0	0	0	0	0	0	0
10	2	0	0	0	0	0	0	0
10	3	1	2	1	2	2	2	2
10	4	2	1	2	2	2	2	3
10	5	1	1	1	1	1	1	1
10	6	1	1	1	1	1	1	1
10	7	0	0	0	0	0	0	0
10	8	1	1	1	1	1	1	1
10	9	0	0	0	0	0	0	0
10	10	1	1	1	1	1	1	1
11	1	0	0	0	0	0	0	0
11	2	1	1	1	1	1	1	1
11	3	1	1	1	1	1	1	1
11	4	1	1	1	1	1	1	1
11	5	1	1	1	1	1	1	1
11	6	1	1	1	1	1	1	1
11	7	1	1	1	1	1	1	1
11	8	0	0	0	0	0	0	0
11	9	0	0	0	0	0	0	0
11	10	1	1	1	1	1	1	1
12	1	3	3	3	3	4	3	3
12	2	1	1	1	1	1	1	1
12	3	1	1	1	1	1	1	1
12	4	1	1	1	1	1	1	1
12	5	1	1	1	1	1	1	1
12	6	1	1	1	1	2	1	1
12	7	0	0	0	0	0	0	0
12	8	0	0	0	0	0	0	0

m = 21	n = 10	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7
12	9	1	1	1	1	0	1	1
12	10	1	1	1	1	1	1	1
13	1	21	24	22	20	29	23	17
13	2	12	8	9	12	8	10	9
13	3	11	11	10	17	13	16	13
13	4	11	6	11	13	14	15	16
13	5	5	6	6	4	6	5	5
13	6	8	10	8	9	12	10	8
13	7	2	2	3	2	3	3	2
13	8	3	4	3	4	3	4	3
13	9	6	9	7	9	0	9	11
13	10	2	3	2	1	1	3	3
14	1	1	1	1	1	1	1	1
14	2	1	1	1	1	1	1	1
14	3	1	1	1	1	1	1	1
14	4	1	1	1	1	1	1	1
14	5	1	1	1	1	1	1	1
14	6	1	1	1	1	2	1	1
14	7	0	0	0	0	0	0	0
14	8	0	0	0	0	0	0	0
14	9	0	0	0	0	0	0	0
14	10	0	0	0	0	0	0	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0
15	2	1	1	1	1	1	1	1
15	3	1	1	1	1	1	1	1
15	4	1	1	1	1	1	1	1
15	5	1	1	1	1	1	1	1
15	6	1	1	1	1	1	1	1
15	7	1	1	1	1	1	1	1
15	8	1	1	1	1	1	1	1
15	9	0	0	0	0	0	0	0
15	10	1	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1	1	1
16	2	1	1	1	1	1	1	1
16	3	1	1	1	1	1	1	1
16	4	1	1	1	1	1	1	1
16	5	1	1	1	1	1	1	1
16	6	1	1	1	1	1	1	1
16	7	1	1	1	1	1	1	1
16	8	0	0	0	0	0	0	0

m = 21	n = 10	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7
16	9	1	1	1	1	0	1	1
16	10	1	1	1	1	1	1	1
17	1	0	0	0	0	0	0	0
17	2	0	0	0	0	0	0	0
17	3	1	1	1	1	1	1	1
17	4	1	1	1	1	1	1	1
17	5	0	0	0	0	0	0	0
17	6	0	0	0	0	0	0	0
17	7	0	0	0	0	0	0	0
17	8	1	1	1	1	1	1	1
17	9	0	0	0	0	0	0	0
17	10	1	1	1	1	1	1	1
18	1	0	0	0	0	0	0	0
18	2	1	1	1	1	1	1	1
18	3	1	1	1	1	1	1	1
18	4	1	1	1	1	1	1	1
18	5	1	1	1	1	1	1	1
18	6	1	1	1	1	1	1	1
18	7	1	1	1	1	1	1	1
18	8	0	0	0	0	0	0	0
18	9	0	0	0	0	0	0	0
18	10	0	0	0	0	0	0	0
19	1	0	0	0	0	0	0	0
19	2	1	1	1	1	1	1	1
19	3	1	1	1	1	1	1	1
19	4	1	1	1	1	1	1	1
19	5	1	1	1	1	1	1	1
19	6	1	1	1	1	1	1	1
19	7	1	1	1	1	1	1	1
19	8	0	0	0	0	0	0	0
19	9	0	0	0	0	0	0	0
19	10	1	1	1	1	1	1	1
20	1	0	0	0	0	0	0	0
20	2	1	1	1	1	1	1	1
20	3	1	1	1	1	1	1	1
20	4	1	1	1	1	1	1	1
20	5	1	1	1	1	1	1	1
20	6	1	1	1	1	1	1	1
20	7	1	1	1	1	1	1	1
20	8	0	0	0	0	0	0	0

m = 21	n = 10	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7
20	9	0	0	0	0	0	0	0
20	10	1	1	1	1	1	1	1
21	1	1	1	1	1	1	1	1
21	2	1	1	1	1	1	1	1
21	3	2	2	2	3	2	3	2
21	4	1	1	1	1	1	1	1
21	5	1	1	1	1	1	1	1
21	6	1	1	1	1	1	1	1
21	7	1	1	1	1	1	1	1
21	8	1	1	1	1	1	1	1
21	9	0	0	0	0	0	0	0
21	10	1	1	1	1	1	1	1

Anexo D: Tabla de resurtimiento por parte del proveedor.

Productos	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7
m = 1	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 2	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 3	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 4	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 5	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 6	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 7	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 8	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 9	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 10	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 11	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 12	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 13	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 14	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 15	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 16	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 17	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 18	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 19	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 20	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
m = 21	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000

Anexo E: Registro del motor de ambas restricciones de volumen y peso activadas

Tried aggregator 2 times.
MIP Presolve eliminated 5215 rows and 974 columns.
MIP Presolve modified 3006 coefficients.
Aggregator did 196 substitutions.
Reduced MIP has 4557 rows, 4767 columns, and 21447 nonzeros.
Reduced MIP has 1400 binaries, 2646 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0.13 sec. (18.36 ticks)
Probing time = 0.03 sec. (2.13 ticks)
Tried aggregator 1 time.
Reduced MIP has 4557 rows, 4767 columns, and 21447 nonzeros.
Reduced MIP has 1400 binaries, 2979 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0.00 sec. (8.52 ticks)
Probing time = 0.02 sec. (2.01 ticks)
Clique table members: 809.
MIP emphasis: balance optimality and feasibility.
MIP search method: dynamic search.
Parallel mode: deterministic, using up to 8 threads.
Root relaxation solution time = 0.25 sec. (90.97 ticks)

Nodes		Objective		Cuts/		ItCnt		Gap	
Node	Left	Inf	Best	Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	ItCnt	Gap
0	0	171024.1749	409		171024.1749	2283			
*	0+	0	171675.5419		171024.1749	6122	0.38%		
0	0	171235.8192	240	171675.5419	Cuts: 992	6122	0.26%		
0	0	171242.1266	388	171675.5419	Cuts: 120	6557	0.25%		
0	0	171243.5336	321	171675.5419	Cuts: 295	6984	0.25%		
*	0+	0	171674.5419		171243.5336	6984	0.25%		
*	0+	0	171581.5419		171243.5336	7244	0.20%		
0	0	171245.0071	345	171581.5419	Cuts: 137	7244	0.20%		
*	0+	0	171577.5419		171245.0071	7958	0.19%		
0	0	171248.3603	293	171577.5419	Cuts: 162	7958	0.19%		
0	0	171251.8991	339	171577.5419	Cuts: 149	8131	0.19%		
*	0+	0	171574.5419		171251.8991	8131	0.19%		
*	0+	0	171563.5419		171251.8991	8131	0.18%		
0	2	171251.8991	339	171563.5419	171251.8991	8131	0.18%		
Elapsed time = 3.13 sec. (1878.92 ticks, tree = 0.01 MB, solutions = 6)									
3	5	171256.2358	315	171563.5419	171255.0224	9795	0.18%		
8	9	171423.0190	319	171563.5419	171259.7429	13591	0.18%		
9	8	171366.2979	300	171563.5419	171259.7429	14636	0.18%		
13	12	171512.6407	248	171563.5419	171259.7429	17428	0.18%		
26	19	171490.0182	391	171563.5419	171261.1954	21147	0.18%		
35	26	171280.0234	229	171563.5419	171261.1954	25766	0.18%		
121	84	171491.9501	175	171563.5419	171281.5789	36103	0.16%		
320	240	171384.9773	342	171563.5419	171281.5789	48301	0.16%		
380	276	171467.1153	185	171563.5419	171281.5789	55316	0.16%		
*	485+	355	171527.5419		171328.7271	67294	0.12%		
779	469	171491.2219	107	171527.5419	171465.0425	94813	0.04%		
Elapsed time = 8.38 sec. (5611.49 ticks, tree = 5.73 MB, solutions = 8)									
*	807+	489	171519.5419		171465.0425	98015	0.03%		
1460	776	171494.3032	417	171519.5419	171465.8931	146762	0.03%		
*	1762	917	integral	0	171515.5419	171467.2209	180482	0.03%	

```

2090 967 171500.8340 412 171515.5419 171468.4901 220744 0.03%
2469 1089 171472.5064 383 171515.5419 171471.5959 266239 0.03%
2864 1233 171493.2908 226 171515.5419 171472.4846 308384 0.03%
3423 1434 171512.9797 283 171515.5419 171472.4846 356251 0.03%
3946 1623 171515.3443 209 171515.5419 171474.5184 414044 0.02%
4372 1728 cutoff 171515.5419 171476.1863 461498 0.02%
4778 1872 171490.0391 404 171515.5419 171479.0299 506721 0.02%
5214 2019 171514.4894 276 171515.5419 171481.9077 555504 0.02%
Elapsed time = 26.77 sec. (15157.54 ticks, tree = 15.95 MB, solutions = 10)
5533 2073 cutoff 171515.5419 171481.9077 600154 0.02%
5634 2097 171336.9152 432 171515.5419 171488.0157 623591 0.02%
5639 1680 171484.0059 91 171515.5419 171488.0157 626435 0.02%
5644 1683 171489.6442 333 171515.5419 171488.0157 629172 0.02%
5653 1114 171490.9562 212 171515.5419 171488.0157 642806 0.02%
5662 990 171491.6678 255 171515.5419 171488.0157 647065 0.02%
5694 478 171424.5902 522 171515.5419 171488.0157 654359 0.02%
5750 92 171458.4082 339 171515.5419 171488.0157 667331 0.02%
5836 98 171493.0353 340 171515.5419 171488.0157 683844 0.02%
5933 116 171514.5951 123 171515.5419 171488.0157 713861 0.02%
Elapsed time = 47.48 sec. (30760.28 ticks, tree = 0.18 MB, solutions = 10)
6027 173 171524.4352 444 171515.5419 171488.0157 735087 0.02%
6288 344 171512.7801 264 171515.5419 171488.0157 775539 0.02%
6395 416 171496.0504 342 171515.5419 171488.0157 788843 0.02%
6646 545 171493.0504 336 171515.5419 171488.0157 823020 0.02%
6907 693 171492.5679 421 171515.5419 171488.0157 855336 0.02%
7091 784 cutoff 171515.5419 171488.0157 886729 0.02%
7220 843 171508.5165 353 171515.5419 171488.0157 913860 0.02%
7408 893 171502.0405 316 171515.5419 171488.0157 949764 0.02%
* 7422 884 integral 0 171514.5419 171488.0157 952417 0.02%
7575 879 171498.7450 59 171514.5419 171490.4950 988968 0.01%
Elapsed time = 65.91 sec. (39784.50 ticks, tree = 5.20 MB, solutions = 11)
7786 915 cutoff 171514.5419 171492.5974 1030638 0.01%
7994 859 171515.6336 290 171514.5419 171493.7486 1072318 0.01%
8102 832 171505.0983 371 171514.5419 171493.7486 1095860 0.01%

```

Clique cuts applied: 17
 Cover cuts applied: 14
 Implied bound cuts applied: 29
 Flow cuts applied: 309
 Mixed integer rounding cuts applied: 242
 Zero-half cuts applied: 13
 Gomory fractional cuts applied: 2

Root node processing (before b&c):
 Real time = 3.11 sec. (1870.26 ticks)
 Parallel b&c, 8 threads:
 Real time = 70.36 sec. (41545.43 ticks)
 Sync time (average) = 9.21 sec.
 Wait time (average) = 0.00 sec.

 Total (root+branch&cut) = 73.47 sec. (43415.68 ticks)

Anexo F: Resultado de Producto a enviar ambas restricciones activadas

Ambas: q						
n	m	k	t	Valor	Volumen	Peso
2	5	1	1	6	0.115	14.40
2	8	1	1	2	0.062	18.40
2	11	1	1	5	0.125	60.00
2	12	1	1	5	0.175	6.57
2	13	1	1	62	1.239	803.52
2	14	1	1	7	0.379	17.33
2	15	1	1	4	0.084	29.40
2	16	1	1	5	0.154	46.00
2	19	1	1	6	0.153	24.00
2	20	1	1	3	0.114	12.00
3	5	1	1	6	0.115	14.40
3	8	1	1	1	0.031	9.20
3	12	1	1	5	0.175	6.57
3	13	1	1	87	1.738	1,127.52
3	14	1	1	7	0.379	17.33
3	19	1	1	1	0.026	4.00
3	20	1	1	1	0.038	4.00
4	5	1	1	7	0.134	16.80
4	8	1	1	6	0.185	55.20
4	11	1	1	2	0.050	24.00
4	13	1	1	80	1.598	1,036.80
4	14	1	1	4	0.217	9.90
4	15	1	1	2	0.042	14.70
4	16	1	1	6	0.185	55.20
4	20	1	1	4	0.152	16.00
6	7	1	1	4	0.094	48.00
6	11	1	1	1	0.025	12.00
6	12	1	1	3	0.105	3.94
6	13	1	1	56	1.119	725.76
6	14	1	1	8	0.433	19.80
6	18	1	1	4	0.017	12.80
6	19	1	1	1	0.026	4.00
6	20	1	1	1	0.038	4.00
8	1	1	1	7	0.115	56.00

Ambas: q						
n	m	k	t	Valor	Volumen	Peso
8	5	1	1	5	0.096	12.00
8	6	1	1	7	0.115	56.00
8	10	1	1	7	0.115	56.00
8	15	1	1	7	0.148	51.45
8	17	1	1	7	0.162	18.38
8	21	1	1	7	0.830	21.00
9	1	1	1	5	0.082	40.00
9	5	1	1	5	0.096	12.00
9	6	1	1	4	0.066	32.00
9	8	1	1	3	0.093	27.60
9	12	1	1	4	0.140	5.25
9	13	1	1	36	0.719	466.56
9	16	1	1	2	0.062	18.40
10	1	1	1	5	0.082	40.00
10	2	1	1	7	0.464	25.76
10	3	1	1	8	0.406	17.18
10	4	1	1	2	0.074	3.00
10	5	1	1	7	0.134	16.80
10	6	1	1	4	0.066	32.00
10	7	1	1	7	0.165	84.00
10	8	1	1	4	0.124	36.80
10	9	1	1	7	0.464	25.76
10	10	1	1	6	0.099	48.00
10	11	1	1	7	0.175	84.00
10	12	1	1	5	0.175	6.57
10	13	1	1	13	0.260	168.48
10	15	1	1	7	0.148	51.45
10	16	1	1	6	0.185	55.20
10	17	1	1	7	0.162	18.38
10	19	1	1	7	0.179	28.00
10	20	1	1	7	0.266	28.00
10	21	1	1	5	0.593	15.00
5	8	2	1	4	0.124	36.80
5	9	2	1	2	0.133	7.36
5	11	2	1	3	0.075	36.00
5	12	2	1	2	0.070	2.63
5	13	2	1	34	0.679	440.64
5	14	2	1	7	0.379	17.33

Ambas: q						
n	m	k	t	Valor	Volumen	Peso
5	15	2	1	3	0.063	22.05
5	16	2	1	6	0.185	55.20
5	19	2	1	5	0.128	20.00
5	20	2	1	3	0.114	12.00
7	1	2	1	3	0.049	24.00
7	2	2	1	6	0.398	22.08
7	3	2	1	2	0.101	4.30
7	5	2	1	6	0.115	14.40
7	6	2	1	3	0.049	24.00
7	7	2	1	5	0.118	60.00
7	8	2	1	6	0.185	55.20
7	9	2	1	6	0.398	22.08
7	11	2	1	5	0.125	60.00
7	13	2	1	16	0.320	207.36
7	15	2	1	5	0.106	36.75
7	16	2	1	6	0.185	55.20
7	18	2	1	5	0.021	16.00
7	19	2	1	3	0.077	12.00
7	20	2	1	5	0.190	20.00
7	21	2	1	5	0.593	15.00

Anexo G: Registro del motor de solo la restricción de peso activado

Tried aggregator 2 times.
MIP Presolve eliminated 5215 rows and 974 columns.
MIP Presolve modified 3168 coefficients.
Aggregator did 196 substitutions.
Reduced MIP has 4543 rows, 4767 columns, and 18787 nonzeros.
Reduced MIP has 1400 binaries, 2646 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0.02 sec. (18.78 ticks)
Probing time = 0.02 sec. (2.05 ticks)
Tried aggregator 1 time.
MIP Presolve modified 153 coefficients.
Reduced MIP has 4543 rows, 4767 columns, and 18787 nonzeros.
Reduced MIP has 1400 binaries, 2979 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0.01 sec. (7.67 ticks)
Probing time = 0.00 sec. (1.93 ticks)
Clique table members: 809.
MIP emphasis: balance optimality and feasibility.
MIP search method: dynamic search.
Parallel mode: deterministic, using up to 8 threads.
Root relaxation solution time = 0.06 sec. (42.45 ticks)

	Nodes			Cuts/				
	Node	Left	Objective	Inf Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	
	0	0	171024.1749	287	171024.1749	1641		
*	0+	0		171793.5419	171024.1749	3517	0.45%	
	0	0	171235.8551	231	171793.5419	Cuts: 821	3517	0.32%
	0	0	171242.1559	410	171793.5419	Cuts: 126	3968	0.32%
	0	0	171243.6272	451	171793.5419	Cuts: 348	4685	0.32%
*	0+	0		171690.5419	171243.6272	5004	0.26%	
	0	0	171244.6949	453	171690.5419	Cuts: 230	5004	0.26%
*	0+	0		171549.5419	171244.6949	5004	0.18%	
*	0+	0		171529.5419	171244.6949	5004	0.17%	
	0	2	171244.6949	453	171529.5419	171244.6949	5004	0.17%
Elapsed time = 2.63 sec. (1776.39 ticks, tree = 0.01 MB, solutions = 4)								
	4	6	171264.5294	131	171529.5419	171244.7053	6367	0.17%
	27	19	171497.2263	303	171529.5419	171249.4633	10209	0.16%
	98	59	171497.8391	238	171529.5419	171284.5974	17815	0.14%
	191	97	171464.8480	330	171529.5419	171350.6197	28231	0.10%
	286	132	171412.5564	256	171529.5419	171350.6197	42886	0.10%
	311	145	171496.8056	248	171529.5419	171350.6197	50080	0.10%
*	434	228	integral	0	171515.5419	171350.6197	62362	0.10%
	510	196	171478.6781	137	171515.5419	171450.6680	72573	0.04%
	647	280	171488.2586	77	171515.5419	171461.3091	88728	0.03%
	1158	546	171493.3812	105	171515.5419	171473.7094	148243	0.02%
Elapsed time = 8.22 sec. (5089.97 ticks, tree = 2.41 MB, solutions = 6)								
	1664	752	171491.7626	102	171515.5419	171483.8091	209005	0.02%
	2228	842	171509.8828	130	171515.5419	171490.4419	273354	0.01%
	2811	711	cutoff		171515.5419	171492.8143	332353	0.01%

Clique cuts applied: 12
Cover cuts applied: 13

Implied bound cuts applied: 92

Flow cuts applied: 290

Mixed integer rounding cuts applied: 162

Zero-half cuts applied: 1

Gomory fractional cuts applied: 15

Root node processing (before b&c):

Real time = 2.61 sec. (1767.82 ticks)

Parallel b&c, 8 threads:

Real time = 11.61 sec. (6419.11 ticks)

Sync time (average) = 1.29 sec.

Wait time (average) = 0.00 sec.

Total (root+branch&cut) = 14.22 sec. (8186.92 ticks)

Anexo H: Resultado de Producto a enviar solo la restricción de peso activado

Peso: q

n	m	k	t	q	Volumen	Peso
2	5	1	1	6	0.115	14.40
2	8	1	1	2	0.062	18.40
2	11	1	1	5	0.125	60.00
2	12	1	1	5	0.175	6.57
2	13	1	1	62	1.239	803.52
2	14	1	1	7	0.379	17.33
2	15	1	1	4	0.084	29.40
2	16	1	1	5	0.154	46.00
2	19	1	1	6	0.153	24.00
2	20	1	1	3	0.114	12.00
3	8	1	1	1	0.031	9.20
3	5	1	1	6	0.115	14.40
3	12	1	1	5	0.175	6.57
3	13	1	1	87	1.738	1,127.52
3	14	1	1	7	0.379	17.33
3	19	1	1	1	0.026	4.00
3	20	1	1	1	0.038	4.00
4	8	1	1	6	0.185	55.20
4	5	1	1	7	0.134	16.80
4	11	1	1	2	0.050	24.00
4	13	1	1	80	1.598	1,036.80
4	14	1	1	4	0.217	9.90
4	15	1	1	2	0.042	14.70
4	16	1	1	6	0.185	55.20
4	20	1	1	4	0.152	16.00
5	8	1	1	4	0.124	36.80
5	9	1	1	2	0.133	7.36
5	11	1	1	3	0.075	36.00
5	12	1	1	2	0.070	2.63
5	13	1	1	34	0.679	440.64
5	14	1	1	7	0.379	17.33
5	15	1	1	3	0.063	22.05
5	16	1	1	6	0.185	55.20
5	19	1	1	5	0.128	20.00
5	20	1	1	3	0.114	12.00

Peso: q

n	m	k	t	q	Volumen	Peso
6	7	1	1	3	0.071	36.00
6	13	1	1	15	0.300	194.40
6	18	1	1	4	0.017	12.80
6	20	1	1	1	0.038	4.00
8	1	1	1	7	0.115	56.00
8	5	1	1	5	0.096	12.00
8	6	1	1	7	0.115	56.00
8	10	1	1	7	0.115	56.00
8	15	1	1	7	0.148	51.45
8	17	1	1	7	0.162	18.38
8	21	1	1	7	0.830	21.00
9	1	1	1	5	0.082	40.00
9	5	1	1	5	0.096	12.00
9	6	1	1	4	0.066	32.00
9	8	1	1	3	0.093	27.60
9	12	1	1	4	0.140	5.25
9	13	1	1	36	0.719	466.56
9	16	1	1	2	0.062	18.40
10	1	1	1	5	0.082	40.00
10	2	1	1	7	0.464	25.76
10	3	1	1	8	0.406	17.18
10	4	1	1	2	0.074	3.00
10	5	1	1	7	0.134	16.80
10	6	1	1	4	0.066	32.00
10	7	1	1	7	0.165	84.00
10	8	1	1	4	0.124	36.80
10	9	1	1	7	0.464	25.76
10	10	1	1	6	0.099	48.00
10	11	1	1	7	0.175	84.00
10	12	1	1	5	0.175	6.57
10	13	1	1	13	0.260	168.48
10	15	1	1	7	0.148	51.45
10	16	1	1	6	0.185	55.20
10	17	1	1	7	0.162	18.38
10	19	1	1	7	0.179	28.00
10	20	1	1	7	0.266	28.00
10	21	1	1	5	0.593	15.00
6	7	2	1	1	0.024	12.00

Peso: q

n	m	k	t	q	Volumen	Peso
6	11	2	1	1	0.025	12.00
6	12	2	1	3	0.105	3.94
6	13	2	1	41	0.819	531.36
6	14	2	1	8	0.433	19.80
6	19	2	1	1	0.026	4.00
7	1	2	1	3	0.049	24.00
7	2	2	1	6	0.398	22.08
7	3	2	1	2	0.101	4.30
7	5	2	1	6	0.115	14.40
7	6	2	1	3	0.049	24.00
7	7	2	1	5	0.118	60.00
7	8	2	1	6	0.185	55.20
7	9	2	1	6	0.398	22.08
7	11	2	1	5	0.125	60.00
7	13	2	1	16	0.320	207.36
7	15	2	1	5	0.106	36.75
7	16	2	1	6	0.185	55.20
7	18	2	1	5	0.021	16.00
7	19	2	1	3	0.077	12.00
7	20	2	1	5	0.190	20.00
7	21	2	1	5	0.593	15.00

Anexo I: Registro del motor de solo la restricción de volumen activado

Tried aggregator 2 times.
MIP Presolve eliminated 5215 rows and 974 columns.
MIP Presolve modified 3051 coefficients.
Aggregator did 196 substitutions.
Reduced MIP has 4543 rows, 4767 columns, and 18787 nonzeros.
Reduced MIP has 1400 binaries, 2646 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0.02 sec. (19.03 ticks)
Probing time = 0.02 sec. (2.03 ticks)
Tried aggregator 1 time.
Reduced MIP has 4543 rows, 4767 columns, and 18787 nonzeros.
Reduced MIP has 1400 binaries, 2979 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0.02 sec. (7.95 ticks)
Probing time = 0.02 sec. (1.91 ticks)
Clique table members: 809.
MIP emphasis: balance optimality and feasibility.
MIP search method: dynamic search.
Parallel mode: deterministic, using up to 8 threads.
Root relaxation solution time = 0.08 sec. (54.70 ticks)

	Nodes			Cuts/				
	Node	Left	Objective	Inf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap
	0	0	171002.1076	367		171002.1076	1723	
	0	0	171227.5419	154		Cuts: 958	3426	
*	0+	0		171595.5419	171227.5419	3643	0.21%	
	0	0	171233.1941	211	171595.5419	Cuts: 231	3643	0.21%
	0	0	171233.3202	260	171595.5419	Cuts: 109	3966	0.21%
*	0+	0		171507.5419	171233.3202	3966	0.16%	
	0	0	171233.5419	12	171507.5419	Cuts: 120	4004	0.16%
	0	0	171234.5373	358	171507.5419	Cuts: 6	4285	0.16%
*	0+	0		171487.5419	171234.5373	4285	0.15%	
	0	2	171234.5373	353	171487.5419	171234.5373	4285	0.15%
Elapsed time = 1.94 sec. (1157.33 ticks, tree = 0.01 MB, solutions = 3)								
	3	5	171247.6888	377	171487.5419	171234.7349	5224	0.15%
	12	11	171256.9650	289	171487.5419	171238.1233	7457	0.15%
	27	22	171265.5671	233	171487.5419	171238.1233	8487	0.15%
*	28+	21		171485.5419	171238.1233	8699	0.14%	
	201	55	171473.5762	76	171485.5419	171290.4783	18721	0.11%
*	333	48	integral	0	171484.5419	171323.5373	23606	0.09%
*	393	68	integral	0	171483.5419	171323.5373	25028	0.09%
*	401	67	integral	0	171481.5419	171323.5373	25146	0.09%

Clique cuts applied: 22
Cover cuts applied: 28
Implied bound cuts applied: 73
Flow cuts applied: 202
Mixed integer rounding cuts applied: 153
Zero-half cuts applied: 3
Lift and project cuts applied: 3
Gomory fractional cuts applied: 16

Root node processing (before b&c):
Real time = 1.92 sec. (1148.95 ticks)

Parallel b&c, 8 threads:

Real time = 1.73 sec. (1332.94 ticks)

Sync time (average) = 0.80 sec.

Wait time (average) = 0.00 sec.

Total (root+branch&cut) = 3.66 sec. (2481.89 ticks)

Anexo J: Resultado de Producto a enviar solo la restricción de volumen activado

Volumen: q						
n	m	k	t	q	Volumen	Peso
2	5	1	1	6	0.115	14.40
2	8	1	1	2	0.062	18.40
2	11	1	1	5	0.125	60.00
2	12	1	1	5	0.175	6.57
2	13	1	1	62	1.239	803.52
2	14	1	1	7	0.379	17.33
2	15	1	1	4	0.084	29.40
2	16	1	1	5	0.154	46.00
2	19	1	1	6	0.153	24.00
2	20	1	1	3	0.114	12.00
3	8	1	1	1	0.031	9.20
3	5	1	1	6	0.115	14.40
4	8	1	1	6	0.185	55.20
3	12	1	1	5	0.175	6.57
3	13	1	1	87	1.738	1,127.52
3	14	1	1	7	0.379	17.33
3	19	1	1	1	0.026	4.00
3	20	1	1	1	0.038	4.00
4	5	1	1	7	0.134	16.80
4	11	1	1	2	0.050	24.00
4	13	1	1	80	1.598	1,036.80
4	14	1	1	4	0.217	9.90
4	15	1	1	2	0.042	14.70
4	16	1	1	6	0.185	55.20
4	20	1	1	4	0.152	16.00
5	8	1	1	4	0.124	36.80
5	9	1	1	2	0.133	7.36
5	11	1	1	3	0.075	36.00
5	12	1	1	2	0.070	2.63
5	13	1	1	34	0.679	440.64
5	14	1	1	7	0.379	17.33
5	15	1	1	3	0.063	22.05
5	16	1	1	6	0.185	55.20
5	19	1	1	5	0.128	20.00

Volumen: q						
n	m	k	t	q	Volumen	Peso
5	20	1	1	3	0.114	12.00
6	7	1	1	4	0.094	48.00
6	11	1	1	1	0.025	12.00
6	12	1	1	3	0.105	3.94
6	13	1	1	56	1.119	725.76
6	14	1	1	8	0.433	19.80
6	18	1	1	4	0.017	12.80
6	19	1	1	1	0.026	4.00
6	20	1	1	1	0.038	4.00
7	1	1	1	3	0.049	24.00
7	2	1	1	6	0.398	22.08
7	3	1	1	2	0.101	4.30
7	5	1	1	6	0.115	14.40
7	6	1	1	3	0.049	24.00
7	7	1	1	5	0.118	60.00
7	8	1	1	6	0.185	55.20
7	9	1	1	6	0.398	22.08
7	11	1	1	5	0.125	60.00
7	13	1	1	16	0.320	207.36
7	15	1	1	5	0.106	36.75
7	16	1	1	6	0.185	55.20
7	18	1	1	5	0.021	16.00
7	19	1	1	3	0.077	12.00
7	20	1	1	5	0.190	20.00
7	21	1	1	5	0.593	15.00
8	1	1	1	7	0.115	56.00
8	5	1	1	5	0.096	12.00
8	6	1	1	7	0.115	56.00
8	10	1	1	7	0.115	56.00
8	15	1	1	7	0.148	51.45
8	17	1	1	7	0.162	18.38
8	21	1	1	7	0.830	21.00
9	1	1	1	5	0.082	40.00
9	5	1	1	5	0.096	12.00
9	6	1	1	4	0.066	32.00
9	8	1	1	3	0.093	27.60
9	12	1	1	4	0.140	5.25
9	13	1	1	36	0.719	466.56

Volumen: q						
n	m	k	t	q	Volumen	Peso
9	16	1	1	2	0.062	18.40
10	1	1	1	5	0.082	40.00
10	2	1	1	7	0.464	25.76
10	3	1	1	8	0.406	17.18
10	4	1	1	2	0.074	3.00
10	5	1	1	7	0.134	16.80
10	6	1	1	4	0.066	32.00
10	7	1	1	7	0.165	84.00
10	8	1	1	4	0.124	36.80
10	9	1	1	7	0.464	25.76
10	10	1	1	6	0.099	48.00
10	11	1	1	7	0.175	84.00
10	12	1	1	5	0.175	6.57
10	13	1	1	13	0.260	168.48
10	15	1	1	7	0.148	51.45
10	16	1	1	6	0.185	55.20
10	17	1	1	7	0.162	18.38
10	19	1	1	7	0.179	28.00
10	20	1	1	7	0.266	28.00
10	21	1	1	5	0.593	15.00

Anexo K: Resultado de Experimento

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	Inf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
10	2	3	21	Ambas	0	0	\$ 37,961.48	100		\$ 37,961.48	\$ 577.00					
10	2	3	21	Ambas	10	9	\$ 38,204.95		\$ 38,459.94	\$ 38,211.49	\$ 2,486.00	1%				
10	2	3	21	Ambas	321	20	\$ 38,453.90	77	\$ 38,453.94	\$ 38,231.07	\$ 13,006.00	1%	\$ 38,453.90	10.83	\$ 511.00	\$ 37,942.90
10	2	3	21	Peso	0	0	\$ 37,961.33	101		\$ 37,961.33	\$ 549.00					
10	2	3	21	Peso	14	10	\$ 38,207.41		\$ 38,455.94	\$ 38,215.14	\$ 2,591.00	1%				
10	2	3	21	Peso	263	24	\$ 38,453.90	164	\$ 38,453.94	\$ 38,244.10	\$ 8,476.00	1%	\$ 38,453.90	8.66	\$ 511.00	\$ 37,942.90
10	2	3	21	Volumen	0	0	\$ 37,955.31	134		\$ 37,955.31	\$ 644.00					
10	2	3	21	Volumen	289	43	\$ 38,453.90	52	\$ 38,453.94	\$ 38,370.44	\$ 8,732.00	0%	\$ 38,453.90	8.88	\$ 511.00	\$ 37,942.90
10	2	7	21	Ambas	189366	156645	\$ 42,649.23	1045	\$ 42,940.18	\$ 42,631.84	\$ 13,386,230.00	1%				
10	2	7	21	Ambas	3	5	\$ 171,256.24	315	\$ 171,563.54	\$ 171,255.02	\$ 9,795.00	0%				
10	2	7	21	Ambas	8102	832	\$ 171,514.54	371	\$ 171,514.54	\$ 171,493.75	\$ 1,095,860.00	0%	\$ 171,514.54	83.28	\$ 511.00	\$ 170,971.00
10	2	7	21	Peso	0	0	\$ 171,024.17	287		\$ 171,024.17	\$ 1,641.00					
10	2	7	21	Peso	4	6	\$ 171,264.53	131	\$ 171,529.54	\$ 171,244.71	\$ 6,367.00	0%				
10	2	7	21	Peso	2811	711	\$ 171,515.54		\$ 171,515.54	\$ 171,492.81	\$ 332,353.00	0%	\$ 171,515.54	21.09	\$ 545.00	\$ 170,971.00

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	lInf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
10	2	7	21	Volumen	0	0	\$ 171,002.11	367		\$ 171,002.11	\$ 1,723.00					
10	2	7	21	Volumen	3	5	\$ 171,247.69	377	\$ 171,487.54	\$ 171,234.73	\$ 5,224.00	0%				
10	2	7	21	Volumen	401	67	\$ 171,481.54	0	\$ 171,481.54	\$ 171,323.54	\$ 25,146.00	0%	\$ 171,481.54	11.52	\$ 511.00	\$ 170,971.00
10	5	3	21	Ambas	0	0	\$ 37,961.48	101		\$ 37,961.48	\$ 1,211.00					
10	5	3	21	Ambas	10	12	\$ 38,203.49	251	\$ 38,568.94	\$ 38,189.39	\$ 5,220.00	1%				
10	5	3	21	Ambas	12378	573	\$ 38,453.94	216	\$ 38,453.94	\$ 38,429.58	\$ 1,092,720.00	0%	\$ 38,453.94	75.16	\$ 511.00	\$ 37,942.90
10	5	3	21	Peso	0	0	\$ 37,961.33	123		\$ 37,961.33	\$ 800.00					
10	5	3	21	Peso	7	7	\$ 38,193.82	96	\$ 38,455.94	\$ 38,189.43	\$ 2,650.00	1%				
10	5	3	21	Peso	10447	331	\$ 38,453.94	246	\$ 38,453.94	\$ 38,440.04	\$ 672,017.00	0%	\$ 38,453.94	57.05	\$ 511.00	\$ 37,942.90
10	5	3	21	Volumen	0	0	\$ 38,187.13	113		Cuts: 254	\$ 1,995.00					
10	5	3	21	Volumen	14	14	\$ 38,187.50		\$ 38,554.94	\$ 38,187.88	\$ 3,875.00	1%				
10	5	3	21	Volumen	7859	740	\$ 38,453.94		\$ 38,453.94	\$ 38,433.02	\$ 307,880.00	0%	\$ 38,453.94	21.80	\$ 511.00	\$ 37,942.90
10	5	7	21	Ambas	0	0	\$ 171,024.17	438		\$ 171,024.17	\$ 5,720.00					
10	5	7	21	Ambas	6	8	\$ 171,243.51	205	\$ 171,590.54	\$ 171,239.72	\$ 12,163.00	0%				
10	5	7	21	Ambas	17557	3064	\$ 171,489.54	0	\$ 171,489.54	\$ 171,467.01	\$ 3,974,783.00	0%	\$ 171,489.54	2,463.61	\$ 519.00	\$ 170,971.00
10	5	7	21	Peso	0	0	\$ 171,024.17	268		\$ 171,024.17	\$ 3,722.00					

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	lnf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
10	5	7	21	Peso	5	7	\$ 171,242.26	261	\$ 171,561.54	\$ 171,239.28	\$ 10,260.00	0%				
10	5	7	21	Peso	7298	286	\$ 171,489.54		\$ 171,489.54	\$ 171,471.52	\$ 1,556,587.00	0%	\$ 171,489.54	308.58	\$ 519.00	\$ 170,971.00
10	5	7	21	Volumen	0	0	\$ 171,002.11	427		\$ 171,002.11	\$ 4,530.00					
10	5	7	21	Volumen	5	7	\$ 171,226.33	179	\$ 171,511.54	\$ 171,223.53	\$ 8,379.00	0%				
10	5	7	21	Volumen	8404	147	\$ 171,481.54	9	\$ 171,481.54	\$ 171,438.61	\$ 1,211,380.00	0%	\$ 171,481.54	129.88	\$ 511.00	\$ 171,482.00
20	2	3	21	Ambas	0	0	\$ 38,343.61	221		\$ 38,343.61	\$ 1,389.00					
20	2	3	21	Ambas	37	36	\$ 38,860.83	21	\$ 39,063.20	\$ 38,847.25	\$ 6,628.00	1%				
20	2	3	21	Ambas	25922	9840	\$ 38,982.20	150	\$ 38,982.20	\$ 38,907.42	\$ 1,252,592.00	0%	\$ 38,982.20	1,150.02	\$ 677.00	\$ 38,305.20
20	2	3	21	Peso	0	0	\$ 38,343.48	199		\$ 38,343.48	\$ 984.00					
20	2	3	21	Peso	17	19	\$ 38,850.10	21	\$ 39,043.20	\$ 38,847.90	\$ 3,208.00	1%				
20	2	3	21	Peso	13	271	\$ 38,982.20	308	\$ 38,982.20	\$ 38,899.84	\$ 1,442,278.00	0%	\$ 38,982.20	129.39	\$ 677.00	\$ 38,305.20
20	2	3	21	Volumen	0	0	\$ 38,333.80	284		\$ 38,333.80	\$ 1,025.00					
20	2	3	21	Volumen	3	3	\$ 38,846.27		\$ 39,011.20	\$ 38,846.70	\$ 3,240.00	0%				
20	2	3	21	Volumen	35604	16323	\$ 38,982.20	118	\$ 38,982.20	\$ 38,895.35	\$ 1,395,088.00	0%	\$ 38,982.20	129.56	\$ 677.00	\$ 38,305.20
20	2	7	21	Ambas	0	0	\$ 170,982.53	800		\$ 170,982.53	\$ 8,800.00					
20	2	7	21	Ambas	2	4	\$ 171,520.10	1461	\$ 173,672.63	\$ 171,527.56	\$ 26,218.00	1%				

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	lnf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
20	2	7	21	Ambas	38524	230 93	\$ 171,972.63	1080	\$ 171,972.63	\$ 171,625.08	\$ 8,979,358.00	0%	\$ 171,972.63	3,608.72	\$ 1,097.00	\$ 170,876.00
20	2	7	21	Peso	0	0	\$ 170,981.18	629		\$ 170,981.18	\$ 6,294.00					
20	2	7	21	Peso	4	6	\$ 171,522.26	1500	\$ 174,112.63	\$ 171,521.90	\$ 21,130.00	1%				
20	2	7	21	Peso	71564	491 92	\$ 171,918.63	1819	\$ 171,918.63	\$ 171,625.00	\$ 6,669,272.00	0%	\$ 171,918.63	3,621.23	\$ 1,043.00	\$ 170,876.00
20	2	7	21	Volumen	0	0	\$ 170,950.12	871		\$ 170,950.12	\$ 5,356.00					
20	2	7	21	Volumen	5	7	\$ 171,451.27	1379	\$ 173,060.63	\$ 171,450.72	\$ 17,238.00	1%				
20	2	7	21	Volumen	41978	255 19	\$ 171,829.63		\$ 171,829.63	\$ 171,567.20	\$ 10,551,320.00	0%	\$ 171,829.63	3,609.31	\$ 954.00	\$ 170,876.00
20	5	3	21	Ambas	0	0	\$ 38,343.61	194		\$ 38,343.61	\$ 4,350.00					
20	5	3	21	Ambas	1	3	\$ 38,842.28	473	\$ 39,237.20	\$ 38,841.90	\$ 13,135.00	1%				
20	5	3	21	Ambas	37707	857 1	\$ 38,982.20	1180	\$ 38,982.20	\$ 38,877.63	\$ 9,643,476.00	0%	\$ 38,982.20	3,607.28	\$ 677.00	\$ 38,305.20
20	5	3	21	Peso	0	0	\$ 38,343.48	222		\$ 38,343.48	\$ 2,988.00					
20	5	3	21	Peso	5	7	\$ 38,846.73	384	\$ 39,041.20	\$ 38,842.75	\$ 10,752.00	1%				
20	5	3	21	Peso	41651	119 44	\$ 38,990.20	542	\$ 38,990.20	\$ 38,888.66	\$ 12,329,483.00	0%	\$ 38,990.20	3,607.34	\$ 685.00	\$ 38,305.20
20	5	3	21	Volumen	0	0	\$ 38,333.80	267		\$ 38,333.80	\$ 2,460.00					
20	5	3	21	Volumen	7	9	\$ 38,838.19	428	\$ 39,328.20	\$ 38,837.33	\$ 9,065.00	1%				
20	5	3	21	Volumen	35247	153 78	\$ 38,982.20		\$ 38,982.20	\$ 38,885.99	\$ 15,924,294.00	0%	\$ 38,982.20	3,607.72	\$ 677.00	\$ 38,305.20

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	lInf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
20	5	7	21	Ambas	0	0	\$ 170,982.53	816		\$ 170,982.53	\$ 16,160.00					
20	5	7	21	Ambas	2	4	\$ 171,471.50	1377	\$ 177,606.63	\$ 171,471.34	\$ 38,657.00	3%				
20	5	7	21	Ambas	6681	345 8	\$ 172,235.63	2420	\$ 172,235.63	\$ 171,512.35	\$ 3,537,764.0 0	0%	\$ 172,235.63	3,608.92	\$ 1,360.00	\$ 172,236.0 0
20	5	7	21	Peso	0	0	\$ 170,981.18	642		\$ 170,981.18	\$ 8,756.00					
20	5	7	21	Peso	3	5	\$ 171,471.27	1417	\$ 174,985.63	\$ 171,471.21	\$ 27,813.00	2%				
20	5	7	21	Peso	13682	906 4	\$ 171,931.63	1969	\$ 171,931.63	\$ 171,513.23	\$ 3,552,447.0 0	0%	\$ 171,931.63	3,609.64	\$ 1,056.00	\$ 170,876.0 0
20	5	7	21	Volumen	0	0	\$ 170,950.12	923		\$ 170,950.12	\$ 10,359.00					
20	5	7	21	Volumen	2	4	\$ 171,446.02	1126	\$ 172,497.63	\$ 171,445.86	\$ 32,261.00	1%				
20	5	7	21	Volumen	12825	826 3	\$ 171,767.63	567	\$ 171,767.63	\$ 171,460.82	\$ 4,967,361.0 0	0%	\$ 171,767.63	3,609.16	\$ 892.00	\$ 170,876.0 0
30	2	3	21	Ambas	0	0	\$ 39,953.03	280		\$ 39,953.03	\$ 2,515.00					
30	2	3	21	Ambas	17	19	\$ 40,999.61	1019	\$ 42,104.38	\$ 40,992.53	\$ 10,497.00	3%				
30	2	3	21	Ambas	4	492 3	\$ 41,314.38	284	\$ 41,314.38	\$ 41,077.16	\$ 8,809,070.0 0	1%	\$ 41,314.38	3,609.31	\$ 1,429.00	\$ 39,885.40
30	2	3	21	Peso	0	0	\$ 39,952.52	278		\$ 39,952.52	\$ 1,771.00					
30	2	3	21	Peso	10	12	\$ 41,000.28	1133	\$ 42,100.38	\$ 40,996.84	\$ 8,772.00	3%				
30	2	3	21	Peso	13	734 4	\$ 41,318.38	448	\$ 41,318.38	\$ 41,064.38	\$ 14,044,161.0 00	1%	\$ 41,318.38	3,610.09	\$ 1,433.00	\$ 39,885.40
30	2	3	21	Volumen	0	0	\$ 39,937.48	337		\$ 39,937.48	\$ 1,970.00					

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	lnf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
30	2	3	21	Volumen	3	5	\$ 40,970.56	837	\$ 41,731.38	\$ 40,970.38	\$ 9,325.00	2%				
30	2	3	21	Volumen	3	4984	\$ 41,203.38	92	\$ 41,203.38	\$ 41,037.15	\$ 2,884,575.00	0%	\$ 41,203.38	3,610.91	\$ 1,318.00	\$ 39,885.40
30	2	7	21	Ambas	0	0	\$ 172,271.52	986		\$ 172,271.52	\$ 9,464.00					
30	2	7	21	Ambas	2	4	\$ 173,603.90	3174	\$ 176,927.33	\$ 173,603.90	\$ 52,832.00	2%				
30	2	7	21	Ambas	16727	11137	\$ 175,460.33		\$ 175,460.33	\$ 173,806.76	\$ 3,623,322.00	1%	\$ 175,460.33	3,609.80	\$ 3,426.00	\$ 172,034.00
30	2	7	21	Peso	0	0	\$ 172,248.14	927		\$ 172,248.14	\$ 6,013.00					
30	2	7	21	Peso	2	4	\$ 173,601.81	3025	\$ 176,788.33	\$ 173,601.58	\$ 50,533.00	2%				
30	2	7	21	Peso	25033	18932	\$ 175,325.33		\$ 175,325.33	\$ 173,793.13	\$ 5,663,537.00	1%	\$ 175,325.33	3,609.06	\$ 3,291.00	\$ 172,034.00
30	2	7	21	Volumen	0	0	\$ 172,236.84	1034		\$ 172,236.84	\$ 7,185.00					
30	2	7	21	Volumen	1	3	\$ 173,420.70	2768	\$ 181,535.33	\$ 173,400.56	\$ 48,954.00	4%				
30	2	7	21	Volumen	19924	14857	\$ 175,991.33	2717	\$ 175,991.33	\$ 173,743.58	\$ 2,761,679.00	1%	\$ 175,991.33	3,609.84	\$ 3,957.00	\$ 172,034.00
30	5	3	21	Ambas	0	0	\$ 39,953.03	309		\$ 39,953.03	\$ 6,968.00					
30	5	3	21	Ambas	4	6	\$ 40,973.41	622	\$ 44,277.38	\$ 40,971.83	\$ 18,059.00	7%				
30	5	3	21	Ambas	8153	6340	\$ 41,386.40		\$ 41,386.38	\$ 40,991.48	\$ 1,946,004.00	1%	\$ 41,386.40	3,610.20	\$ 1,501.00	\$ 39,885.40
30	5	3	21	Peso	0	0	\$ 39,952.52	310		\$ 39,952.52	\$ 3,133.00					
30	5	3	21	Peso	8	10	\$ 40,975.72	739	\$ 42,614.38	\$ 40,971.83	\$ 15,093.00	4%				

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	lnf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
30	5	3	21	Peso	41164	256 14	\$ 41,223.38	1672	\$ 41,223.38	\$ 40,999.71	\$ 6,188,891.00	1%	\$ 41,223.38	3,609.66	\$ 1,338.00	\$ 39,885.40
30	5	3	21	Volumen	0	0	\$ 39,937.48	351		\$ 39,937.48	\$ 3,644.00					
30	5	3	21	Volumen	6	8	\$ 40,966.75	299	\$ 43,141.38	\$ 40,964.63	\$ 12,037.00	5%				
30	5	3	21	Volumen	14960	121 41	\$ 41,301.38	1100	\$ 41,301.38	\$ 40,987.14	\$ 2,740,596.00	1%	\$ 41,301.38	3,610.28	\$ 1,416.00	\$ 39,885.40
30	5	7	21	Ambas	0	0	\$ 172,271.52	963		\$ 172,271.52	\$ 24,003.00					
30	5	7	21	Ambas	1	3	\$ 173,271.00	3663	\$ 181,421.33	\$ 173,270.97	\$ 106,724.00	4%				
30	5	7	21	Ambas	3478	192	\$ 175,740.33	4261	\$ 175,740.33	\$ 173,401.19	\$ 1,184,959.00	1%	\$ 175,740.33	3,610.49	\$ 3,706.00	\$ 172,034.00
30	5	7	21	Peso	0	0	\$ 172,248.14	912		\$ 172,248.14	\$ 13,798.00					
30	5	7	21	Peso	1	3	\$ 173,278.89	3750	\$ 194,165.33	\$ 173,278.84	\$ 83,316.00	11%				
30	5	7	21	Peso	4046	522	\$ 175,121.33	2339	\$ 175,121.33	\$ 173,404.75	\$ 1,514,433.00	1%	\$ 175,121.33	3,610.84	\$ 3,087.00	\$ 172,034.00
30	5	7	21	Volumen	0	0	\$ 172,236.84	1156		\$ 172,236.84	\$ 15,801.00					
30	5	7	21	Volumen	1	3	\$ 173,219.94	3251	\$ 199,873.33	\$ 173,219.88	\$ 70,564.00	13%				
30	5	7	21	Volumen	3817	120 4	\$ 174,956.33	2063	\$ 174,956.33	\$ 173,331.87	\$ 1,842,161.00	1%	\$ 174,956.33	3,610.67	\$ 2,922.00	\$ 172,034.00
40	2	3	21	Ambas	0	0	\$ 41,355.66	436		\$ 41,355.66	\$ 2,663.00					
40	2	3	21	Ambas	13	15	\$ 42,591.10	1343	\$ 44,661.18	\$ 42,588.48	\$ 13,188.00	5%				
40	2	3	21	Ambas	144081	115 737	\$ 42,969.18	950	\$ 42,969.18	\$ 42,679.80	\$ 6,119,618.99	1%	\$ 42,969.18	3,610.06	\$ 1,721.00	\$ 41,248.20

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	lnf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
40	2	3	21	Peso	0	0	\$ 41,347.11	364		\$ 41,347.11	\$ 1,785.00					
40	2	3	21	Peso	14	16	\$ 42,599.48	1344	\$ 44,743.18	\$ 42,589.11	\$ 10,140.00	5%				
40	2	3	21	Peso	174925	145053	\$ 43,035.18	566	\$ 43,035.18	\$ 42,681.02	1 13360583	1%	\$ 43,035.18	3,609.53	\$ 1,787.00	\$ 41,248.20
40	2	3	21	Volumen	0	0	\$ 41,339.45	497		\$ 41,339.45	\$ 2,368.00					
40	2	3	21	Volumen	14	16	\$ 42,539.31	1229	\$ 44,446.18	\$ 42,541.50	\$ 10,143.00	4%				
40	2	3	21	Volumen	149328	88293	\$ 42,957.18	664	\$ 42,957.18	\$ 42,633.71	\$ 6,636,200.00	1%	\$ 42,957.18	3,619.99	\$ 1,709.00	\$ 41,248.20
40	2	7	21	Ambas	0	0	\$ 174,717.81	2687		Cuts: 4361	\$ 22,508.00					
40	2	7	21	Ambas	2	4	\$ 175,747.51	5117	\$ 228,053.95	\$ 175,747.37	\$ 91,740.00	23%				
40	2	7	21	Ambas	6342	2307	\$ 189,507.95	1462	\$ 180,708.95	\$ 176,000.09	\$ 1,618,224.00	3%	\$ 189,507.95	3,610.89	\$ 15,842.00	\$ 173,666.00
40	2	7	21	Peso	0	0	\$ 174,718.04	2891		Cuts: 4477	\$ 15,746.00					
40	2	7	21	Peso	1	3	\$ 175,742.43	4686	\$ 182,677.95	\$ 175,726.83	\$ 66,932.00	4%				
40	2	7	21	Peso	6957	2783	\$ 179,262.95	1097	\$ 179,887.95	\$ 175,984.75	\$ 2,219,900.00	2%	\$ 179,262.95	3,611.24	\$ 5,597.00	\$ 173,666.00
40	2	7	21	Volumen	0	0	\$ 174,656.93	2503		Cuts: 4406	\$ 26,553.00					
40	2	7	21	Volumen	1	3	\$ 175,448.53	4188	\$ 213,868.95	\$ 175,444.47	\$ 69,687.00	18%				
40	2	7	21	Volumen	5322	2403	\$ 177,953.95	3637	\$ 178,739.95	\$ 175,839.51	\$ 1,868,940.00	2%	\$ 177,953.95	3,612.39	\$ 4,288.00	\$ 173,666.00
40	5	3	21	Ambas	0	0	\$ 41,355.66	476		\$ 41,355.66	\$ 9,280.00					

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	lnf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
40	5	3	21	Ambas	4	6	\$ 42,515.58	839	\$ 46,296.18	\$ 42,515.08	\$ 27,965.00	8%				
40	5	3	21	Ambas	9212	415 1	\$ 42,970.18		\$ 42,970.18	\$ 42,530.11	\$ 2,915,269.0 0	1%	\$ 42,970.1 8	3,609.95	\$ 1,722.00	\$ 41,248.20
40	5	3	21	Peso	0	0	\$ 41,347.11	362		\$ 41,347.11	\$ 5,349.00					
40	5	3	21	Peso	5	7	\$ 42,516.74	727	\$ 46,081.18	\$ 42,515.10	\$ 24,095.00	8%				
40	5	3	21	Peso	5	7	\$ 42,516.74	727	\$ 46,081.18	\$ 42,515.10	\$ 24,095.00	8%				
40	5	3	21	Peso	12925	849 5	\$ 43,114.18	1692	\$ 43,114.18	\$ 42,531.88	\$ 2,980,059.0 0	1%	\$ 43,114.1 8	3,610.00	\$ 1,866.00	\$ 41,248.20
40	5	3	21	Volumen	0	0	\$ 41,339.45	514		\$ 41,339.45	\$ 4,139.00					
40	5	3	21	Volumen	24	26	\$ 42,542.92	1243	\$ 44,785.18	\$ 42,541.50	\$ 10,705.00	5%				
40	5	3	21	Volumen	15983	106 93	\$ 42,807.18		\$ 42,807.18	\$ 42,532.56	\$ 2,994,630.0 0	1%	\$ 42,807.1 8	3,610.92	\$ 1,559.00	\$ 41,248.20
40	5	7	21	Ambas	0	0	\$ 174,679.64	2581		Cuts: 3649	\$ 58,670.00					
40	5	7	21	Ambas	1	3	\$ 175,214.18	5656	\$ 189,507.95	\$ 175,213.22	\$ 179,885.00	8%				
40	5	7	21	Ambas	359	359	\$ 189,507.95	4612	\$ 189,507.95	\$ 175,214.22	\$ 954,827.00	8%	\$ 189,507. 95	3,610.89	\$ 15,842.0 0	\$ 173,666.0 0
40	5	7	21	Peso	0	0	\$ 174,679.04	2510		Cuts: 3547	\$ 42,433.00					
40	5	7	21	Peso	1	3	\$ 175,217.16	5993	\$ 216,166.95	\$ 175,216.93	\$ 155,077.00	19%				
40	5	7	21	Peso	3719	276 1	\$ 179,262.95	59	\$ 179,262.95	\$ 175,217.16	\$ 1,472,999.0 0	2%	\$ 179,262. 95	3,611.24	\$ 5,597.00	\$ 173,666.0 0
40	5	7	21	Volumen	0	0	\$ 173,909.83	1583		\$ 173,909.83	\$ 16,954.00					

n	k	t	m	Opcion	Node	Left	Objective	lInf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap	Optima Value	Tiempo	Distancia	Inventario
40	5	7	21	Volumen	1786	1449	\$ 176,472.81		\$ 179,597.95	\$ 175,071.99	\$ 782,178.00	3%				
40	5	7	21	Volumen	3420	2577	\$ 177,953.95	4329	\$ 177,953.95	\$ 175,072.06	\$ 1,102,321.00	2%	\$ 177,953.95	3,612.39	\$ 4,288.00	\$ 173,666.00