

## UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA (INGENIERÍA CIVIL) – (HIDRÁULICA)

## CÁLCULO DE LAS PÉRDIDAS LOCALES EN REDES DE TUBERÍAS A PRESIÓN Y SU IMPORTANCIA DURANTE SU FUNCIONAMIENTO CON FLUJO NO PERMANENTE

## TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA

## PRESENTA: JOANA BERENICE LUNA ALONSO

## TUTOR DR. ÓSCAR ARTURO FUENTES MARILES, INSTITUTO DE INGENIERÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., SEPTIEMBRE 2018



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Domínguez Mora Ramón
Secretario:	Dr. Gracia Sánchez Jesús
Vocal:	Dr. Fuentes Mariles Óscar Arturo
1 er. Suplente:	M. en I. Franco Víctor
2 d o. Suplente:	Dr. Pozos Estrada Óscar

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

TUTOR DE TESIS:

Dr. ÓSCAR ARTURO FUENTES MARILES

FIRMA

## AGRADECIMIENTOS

Quiero dedicarle el presente trabajo de tesis a todas esas personas que me brindaron su apoyo en diversos aspectos, gracias a ello pude esforzarme y he logrado concluir una meta más en mi vida.

Agradezco a Dios ya que sin duda alguna me ha llenado de bendiciones y de fuerza para seguir adelante frente a cualquier circunstancia. A mis padres Patricia y Efraín, que siempre me han apoyado y con mucho cariño me han motivado a alcanzar mis sueños. A mis hermanos por todas esas pláticas y risas, gracias Elda y Daniel. A Yesi y a mi sobrino Jank por darme ánimos de una manera sincera. A mi amado esposo Guillermo, porque juntos hemos podido avanzar y dar un paso más, por todo el apoyo y ayuda en todos los aspectos posibles. A mis suegros, la Dra. Ana Silva y el Dr. Eduardo Vega, por todos esos consejos y confianza que nos brindaron, a mí cuñada Rosario por compartirnos de su alegría.

Mi más profundo agradecimiento a la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme una oportunidad de estudiar en sus aulas nuevamente, al Posgrado de Ingeniería por su excelente formación. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, al Instituto de Ingeniería de la UNAM por el apoyo para realizar este trabajo. Con especial agradecimiento a mi asesor de tesis, el Dr. Óscar Arturo Fuentes Mariles, por su guía y dedicación para la elaboración de este trabajo. A cada uno de los profesores que me impartieron clases, me llevo muchos conocimientos y una gran experiencia académica.

También quiero agradecer a mis compañeros de maestría por todas las vivencias, consejos y apoyo. A cada uno de mis amigos, que sin duda siempre están presentes de una u otra forma en mi vida, brindándome fuerza para seguir adelante.

# ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	6
2.	REDES DE TUBERÍAS DE AGUA POTABLE	8
2	2.1 FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERÍAS Y CLASIFICACIÓN	8
2	2.2 ECUACIONES FUNDAMENTALES	11
	2.2.1 ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE MASA (LEY DE CONTINUIDAD)	11
	2.2.2 ECUACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO	12
	2.2.3 ECUACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA	13
2 F	2.3 CARACTERÍTICAS GENERALES DE UNA RED DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE	14
	2.3.1 PRINCIPALES COMPONENTES DE UNA RED DE DISTRIBUCIÓN	15
	2.3.2 DEMANDA Y DOTACIÓN	16
	2.3.3 PRESIONES EN UNA RED DE DISTRIBUCIÓN	19
	2.2.4 COEFICIENTES DE VARIACIÓN Y CURVA DE VARIACIÓN HORARIA	20
3.	CÁLCULO DE REDES DE TUBERÍAS CON FLUJO PERMANENTE	25
3	3.1 PLANTEAMIENTO PARA LA RESOLUCIÓN DE UNA RED DE AGUA POTABL	E .27
3	3.2 MÉTODO PARA CÁLCULAR REDES DE TUBERÍAS A PRESIÓN	28
4.	CÁLCULO DE REDES DE TUBERÍAS CON FLUJO NO PERMANENTE	35
2	4.1 ECUACIONES DEL MODELO DINÁMICO	35
	4.1.1 ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO	36
	4.1.2 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD EN LOS NUDOS	38
	4.1.3 GASTOS DE DEMANDA	38
	4.1.4 GASTOS SUMINISTRADOS	38
	4.1.5 ACCESORIOS EN LA RED	39
	4.1.6 PLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES POR RESOLVER	41
5.	PÉRDIDAS DE ENERGÍA	44
Ę	5.1 PÉRDIDAS DE ENERGÍA POR FRICCIÓN EN CONDUCTOS CERRADOS	44
	5.1.1 ECUACIÓN DE DARCY-WEISBACH.	45
	5.1.2 ECUACIÓN DE MANNING	50
	5.1.3 ECUACIÓN DE HAZEN-WILLIAMS	51
Ę	5.2 PÉRDIDAS LOCALES EN CONDUCTOS CERRADOS	53

	5.2.1 PÉRDIDA LOCAL EN UNIONES DE TUBERÍAS	56
6.	EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE UNA RED DE TUBERÍAS A PRESIÓN.	59
(	6.1 CÁLCULO DE LA RED DE TUBERÍAS FUNCIONANDO A FLUJO PERM	<b>//ANENTE</b>
		61
e	6.2 CÁLCULO DE LA RED DE TUBERÍAS FUNCIONANDO A FLUJO NO PERMANENTE	68
e	6.3 RESULTADOS DE LA RED DE TUBERÍAS FUNCIONANDO CON FLUJ PERMANENTE	O NO 77
7.	CONCLUSIONES	101
8.	BIBLIOGRAFÍA	104
AN DII	NEXO A: CATÁLOGO DE COEFICIENTES K DE PÉRDIDA LOCAL PARA FERENTES ACCESORIOS	106
Ca	atálogo de pérdidas para diferentes accesorios	107
I	Entradas	107
ę	Salidas	108
/	Ampliación gradual	109
,	Ampliación brusca	110
I	Reducción gradual	111
I	Reducción brusca	112
(	Codos	113
`	Válvulas	117
-	Tes: unión y separación (bifurcaciones)	124
(	Cruces	128
I	Equivalencias entre longitudes equivalentes y número de diámetros	134

## 1. INTRODUCCIÓN

La variación de la demanda por parte de los usuarios a lo largo del día en las redes de distribución de agua potable, ocasiona modificaciones temporales de carga de presión y de caudales en sus tuberías, por lo tanto, para analizar su funcionamiento es necesario considerar el flujo no permanente en ellas.

Aunque en la actualidad existen diversos programas de cómputo para conocer el comportamiento hidráulico en las redes de distribución de agua potable, en su mayoría realizan un análisis de períodos extendidos, dejando a un lado los términos de inercia, los cuales si se consideran cuando se lleva a cabo un análisis dinámico.

También cabe señalar que estos programas no suelen considerar las pérdidas locales en función de los gastos que circulan en las redes; se asignan valores fijos o simplemente no se incluyen, por lo cual se desprecian los efectos que pueden llegar a tener en los gastos dentro de las tuberías y las cargas de presión en los extremos de estas a lo largo del tiempo. A menudo se les denominan pérdidas menores; sin embargo, cuando las longitudes de las tuberías son cortas, las pérdidas locales llegan a cobrar mayor importancia que las de fricción. Ello se aprecia en los casos de las tomas domiciliarias, los sistemas de riego por goteo y las redes de agua pequeñas; ya que estas contienen una gran cantidad de accesorios, ramificaciones, válvulas y cambios de alineamiento de las conducciones.

En el segundo capítulo se habla de las redes de tuberías de agua potable, comenzando con conceptos fundamentales como flujo y las distintas maneras de clasificarlo. Posteriormente y de manera breve, se presentan las ecuaciones fundamentales que permiten llevar a cabo un análisis hidráulico en una red de tuberías a presión. También se muestran los principales componentes de una red, así como los siguientes temas: demanda, dotación, coeficientes de variación y curva de variación horaria, incluyendo datos importantes y valores de las mismas.

En el capítulo 3 se plantea la forma de calcular una red de tuberías funcionando con flujo no permanente. En seguida se describe el método del Instituto de Ingeniería de la UNAM [Sánchez y Fuentes, 1991], con el cual es posible resolver el sistema de ecuaciones no lineales que se genera del planteamiento antes mencionado.

Como se había descrito, debido a la variación de la demanda a lo largo del día en una red, es necesario llevar a cabo un análisis a flujo no permanente, por lo que en el cuarto capítulo se presentan las ecuaciones que son usadas para el cálculo de flujo no permanente en el método desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, [Fuentes, 1992], este método permite realizar un análisis dinámico, es decir, se considera el cambio de almacenamiento en los tanques, la operación de las bombas y de válvulas.

En cuanto a las pérdidas de energía, en el capítulo 5 se describen las pérdidas por fricción, así como las diferentes ecuaciones que permiten calcularlas. En seguida se define qué son las pérdidas locales, también se muestran algunas formas de cómo obtenerlas, se hace énfasis en las pérdidas locales que se originan en las uniones de tuberías, como cruces y tes. En el anexo A: Catálogo de coeficientes de pérdida local (K) para diferentes accesorios, se recopilaron valores fijos para dicho coeficiente, así como expresiones para la obtención del coeficiente K en función del número de Reynolds (Re) para cruces, codos y tes.

En el capítulo 6 se incluyen algunos ejemplos de aplicación en una red de tuberías, se realizó un análisis dinámico de una red de tuberías a presión (teórica), considerando las pérdidas locales, posteriormente se compararon los resultados obtenidos con los proporcionados del análisis por períodos extendidos, esto para diferentes horas, así como la diferencia entre considerar o no las pérdidas dentro del cálculo de una red a presión.

Por último, se incluyen las conclusiones obtenidas en este trabajo y algunas recomendaciones de futuras líneas de investigación.

## 2. REDES DE TUBERÍAS DE AGUA POTABLE

## 2.1 FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERÍAS Y CLASIFICACIÓN

La materia en la naturaleza suele clasificarse en tres estados: sólido, líquido y gaseoso, siendo que los dos últimos se conocen como fluidos.

Los fluidos no ofrecen resistencia a los esfuerzos cortantes y tienden a deformarse continuamente. En este proceso, las moléculas del fluido cambian de posición relativa permanentemente, a la vez que tienen un movimiento relativo con respecto a un contorno sólido que se conoce como flujo.

En las aplicaciones de la ingeniería se consideran las condiciones medias de velocidad, presión, temperatura, densidad, entre otros y que es pequeño el espacio entre sus moléculas por lo cual se supone que el flujo es un medio continuo.

Si las características en un punto determinado varían con el tiempo, el flujo es no permanente. En caso contrario, es flujo permanente si las características en un punto son constantes para cualquier instante; o si las variaciones en ellas son muy pequeñas con respecto a sus valores medios y estos no varían con el tiempo.

Un flujo se considera incompresible si lo cambios de la densidad de un punto a otro son despreciables, en caso contrario el flujo será compresible.

Desde el punto de vista del espacio, los fluidos se clasifican en uniformes y no uniformes, es uniforme si en un instante en cualquier punto del flujo el vector velocidad es idéntico, es decir las cantidades físicas permanecen constantes en el espacio. En caso de que existan cambios el flujo es no uniforme.

Sin embargo, si el flujo es permanente no significa necesariamente que también sea uniforme, por lo tanto, se pueden presentar las siguientes combinaciones:

- 1) Flujo uniforme permanente
- 2) Flujo uniforme no permanente
- 3) Flujo variado (no uniforme) permanente, existen dos subtipos: gradualmente variado y rápidamente variado.
- 4) Flujo variado no permanente

Otra clasificación del flujo, es en unidimensional, bidimensional y tridimensional.

Al analizar el comportamiento del flujo de un fluido en los conductos cerrados, se puede clasificar en laminar, de transición y turbulento, esto con base al número de Reynolds. En el caso de un conducto cilíndrico a presión se expresa de la siguiente manera:

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\nu} \quad (2.1)$$

Dónde:

$$ho$$
 es la densidad del fluido,  $\left| {{kg_m} / {m^3 }} 
ight|$ 

V es la velocidad caracteristica del fluido,  $[m/_S]$ D es el diamétro de la tubería a través de la cual circula el fluido, [m] $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido, [Pa.s]v iscosidad cinemática del fluido,  $[m^2/_S]$ Para el caso del agua  $v = 1.0 \times 10^{-6} m^2/_S$  a una temperatura de 20°C.

Para el cálculo de una red de tuberías a presión la clasificación mencionada anteriormente es la más utilizada, por lo que a continuación se describe con más detalle.

Flujo laminar: El movimiento de las partículas se origina siguiendo trayectorias separadas de manera casi paralela (aunque no necesariamente), no existe intercambio transversal entre ellas, Figura 2.1.



Figura 2.1 Esquema de flujo laminar, [Sotelo, 1991].

Flujo turbulento: En este flujo las partículas tienden a un movimiento errático, se presenta movimiento en dirección transversal a la del flujo, Figura 2.2.



Figura 2.2 Esquema de flujo turbulento, [Sotelo, 1991].

Flujo de transición: Debido a la inestabilidad del movimiento laminar y a medida que aumenta el Reynolds, comienzan a aparecer eclosiones de fluctuaciones turbulentas. Este régimen está limitado por los regímenes laminar y turbulento.

En la siguiente tabla se muestran algunos rangos indicativos para definir el régimen que se presenta en función del número de Reynolds.

Rango	Régimen
0 < Re < 1	Movimiento laminar "lento" altamente viscoso
1 < Re < 100	Laminar, fuerte dependencia del número de Reynolds
$100 < Re < 10^3$	Laminar (es útil la teoría de capa límite)
$10^3 < Re < 10^4$	Transición a la turbulencia
$10^4 < Re < 10^6$	Turbulento, moderada dependencia del número de Reynolds
$10^6 < Re < \infty$	Turbulento, débil dependencia del número de Reynolds

Tabla 2.1 Rangos indicativos para identificar el tipo de régimen de acuerdo al Re, [White, 2008].

### **2.2 ECUACIONES FUNDAMENTALES**

Para describir de manera teórica el funcionamiento de una red a presión se utilizan las siguientes hipótesis:

- 1) El flujo es unidimensional en el sentido del eje de cada conducción de la red.
- 2) La distribución de velocidades y presiones es uniforme en cualquier sección transversal de las tuberías.
- 3) El fluido es incompresible, newtoniano y de características homogéneas.

En él análisis hidráulico de una red de agua potable se emplean métodos basados en las leyes de conservación de la masa (Ley de continuidad), cantidad de movimiento y energía.

#### 2.2.1 ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE MASA (LEY DE CONTINUIDAD)

El principio de conservación de la materia postula en palabras simples, debe existir un balance en la descarga que entra, el volumen que se almacena y la descarga que sale.



Figura 2.3 Ecuación de continuidad para una vena liquida.

La cantidad neta de masa que atraviesa el volumen de control:

$$\left[\rho VA + \frac{\partial(\rho VA)}{\partial s}ds\right] - \rho VA = \frac{\partial(\rho VA)}{\partial s}ds \quad (2.2)$$

Si el flujo es permanente, el cambio de masa respecto al tiempo es igual a cero, por lo que resulta:

$$\rho VA = C \quad (2.3)$$

Donde C es una constante, y si el fluido es incompresible, es decir la densidad no varía, y como la velocidad y área son constantes, el gasto que circula en cada sección de la vena liquida no cambia. Por lo tanto, para las secciones 1 y 2 la cantidad de masa que entra es igual a la cantidad que sale de masa, tal como se muestra a continuación:

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (2.4)$$

#### 2.2.2 ECUACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

De acuerdo a la segunda ley del movimiento de Newton (ecuación 2.6), se puede escribir el cambio de la cantidad de movimiento de un volumen dado de un fluido como:

$$F = ma \quad (2.6)$$
$$M_{salida} = F + M_{entrada} \quad (2.7)$$
$$\rho QV_b = F + \rho QV_a \quad (2.8)$$

La ecuación 2.7 y 2.8 representan la cantidad de movimiento en un sistema hidráulico, la cual no se puede perder aunque parte de la misma pueda llegar a ser fuerzas de impulso. Considerando la ecuación 2.6, en una sección con entrada y salida se obtiene lo siguiente (considerando que la masa es constante):

$$\sum F_{x} = mv_{2} - mv_{1} = m(v_{2} - v_{1}) \left[ \frac{Kg.m}{s^{2}} \right] \quad (2.9)$$

La ecuación 2.9 se puede escribir de la siguiente manera:

$$\sum F_x = m \, dv \quad (2.10)$$

Considerando que:

$$m = \rho A v$$
 (2.11)

Obtenemos lo siguiente:

$$\sum F_x = (\rho A v) \, dv \quad (2.12)$$

Si el eje x coincide con la dirección del flujo, podemos obtener la siguiente ecuación llamada de "fuerzas externas":

$$\sum F_{x} = -dWsen\theta - (dA + A)p_{1} + p_{2} \quad (2.13)$$

#### 2.2.3 ECUACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

La ley de la conservación de la energía establece que la energía no se puede perder, se convierte en otras.

La energía total de un fluido debería permanecer constante a lo largo de su trayecto, pero esto no es posible debido a que hay factores que provocan "pérdidas" como el rozamiento entre el fluido y las paredes internas de una tubería, accesorios o piezas especiales. Por lo que la ecuación de la energía entre dos secciones transversales de longitud L funcionando a presión a flujo permanente queda:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + h_{1-2} \quad (2.5)$$

Dónde:

 $h_{1-2}$  son las pérdidas de energía entre las secciones, tanto por fricción o por piezas especiales.



Figura 2.4 Esquema del comportamiento de la energía entre dos secciones transversales (con la misma área) de una tubería.

## 2.3 CARACTERÍTICAS GENERALES DE UNA RED DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE

Para que las personas puedan consumir el agua potable, se requiere de ciertos procesos, así como de conducciones que permitan transportarla, e inclusive de estructuras que permitan almacenarla. Por ello se emplean las redes de distribución de agua potable, las cuales son el conjunto de tuberías, accesorios u estructuras, instalados en una localidad, mediante las cuales se entrega el agua requerida. Las tuberías se conectan entre sí por medio de piezas especiales y se aíslan por tramos mediante válvulas de seccionamiento que permiten la operación y el control de la red en condiciones de seguridad y servicio adecuados, proporcionando este servicio todo el tiempo, en cantidad suficiente, con la calidad requerida y a una presión adecuada.



Figura 2.5 Esquema general de un sistema de abastecimiento de agua potable, [MAPAS, 2007].

#### 2.3.1 PRINCIPALES COMPONENTES DE UNA RED DE DISTRIBUCIÓN

Una red de distribución de agua potable se compone generalmente de:

 a) Tuberías: Se le llama así al conjunto formado por tubos (conductos de sección circular). La red de distribución está formada por un conjunto de tuberías que se unen en diversos puntos denominados nudos o uniones.

De acuerdo con su función, la red de distribución puede dividirse en: red primaria y red secundaria. A la tubería que conduce el agua desde el tanque de regulación hasta el punto donde inicia su distribución se le conoce como línea de alimentación, y se considera parte de la red primaria.

La división de la red de distribución en red primaria o secundaria dependerá del tamaño de la red y de los diámetros de las tuberías. De esta forma, la red primaria se constituye de tubos de mayor diámetro y la red secundaria por las tuberías de menor diámetro, las cuales abarcan la mayoría de las calles de la localidad.

- b) Piezas especiales: Son todos aquellos accesorios que se emplean para llevar a cabo ramificaciones, intersecciones, cambios de dirección, modificaciones de diámetro, uniones de tuberías de diferente material o diámetro, y terminales de los conductos, entre otros.
- *c)* Válvulas: Son accesorios que se utilizan para disminuir o evitar el flujo en las tuberías. Pueden ser clasificadas de acuerdo a su función en dos categorías:

1) *Aislamiento o seccionamiento*, las cuales son utilizadas para separar o cortar el flujo del resto del sistema de abastecimiento en ciertos tramos de tuberías, bombas y dispositivos de control con el fin de revisarlos o repararlos.

2) *Control*, usadas para regular el gasto o la presión, facilitar la entrada de aire o la salida de sedimentos o aire atrapados en el sistema.

d) Hidrantes: Se le llama de esta manera a una toma o conexión especial instalada en ciertos puntos de la red con el propósito de abastecer de agua a varias familias o conectar una manguera o una bomba para proveer agua para combatir el fuego (hidrante contra incendio).

- e) Tanques de distribución: Un tanque de distribución es un depósito situado generalmente entre la captación y la red de distribución que tiene por objeto almacenar el agua proveniente de la fuente.
- f) Tomas domiciliarias: Una toma domiciliaria es el conjunto de piezas y tubos que permite el abastecimiento desde una tubería de la red de distribución hasta el predio del usuario, así como la instalación de un medidor.
- g) Rebombeos: Consisten en instalaciones de bombeo que se ubican generalmente en puntos intermedios de una línea de conducción y excepcionalmente dentro de la red de distribución. Tienen el objetivo de elevar la carga hidráulica en el punto de su ubicación para mantener la circulación del agua en las tuberías.
- h) Cajas rompedoras de presión: Son depósitos con superficie libre del agua y volumen relativamente pequeño, cuya función es permitir que el flujo de la tubería se descargue en ésta, eliminando de esta forma la presión hidrostática y estableciendo un nuevo nivel estático aguas abajo.

Para diseñar una red de tuberías, se requiere hacer mediciones en campo y con ello conocer los datos que intervienen en el dimensionamiento de las tuberías, y posteriormente en el análisis hidráulico de las mismas. También se debe considerar algunos parámetros como lo son el coeficiente de variación diaria, la curva de variación horaria y etc.

#### 2.3.2 DEMANDA Y DOTACIÓN

En una red de distribución de agua potable, la demanda está compuesta por el consumo total de los usuarios y las pérdidas físicas de gasto (fugas) que se presentan a lo largo de la misma. En cuanto al consumo del agua, se tiene diferentes tipos: doméstico, que a su vez se subdivide en popular medio y en medio alto residencial, comercial y por último, industrial y de servicios.

Se debe estimar la población que corresponde a cada tipo de usuario y la dotación promedio a cada uno de ellos, para así conocer el consumo. Es importante señalar que estos varían dependiendo del país y también de la región.

Dentro de los factores que determinan el consumo, se tiene la cantidad de agua disponible, el tamaño de la población, el clima, el nivel económico, existencia de alcantarillado, la clase de abastecimiento, la calidad del agua, la presión en la red y control en el consumo.

La dotación es la cantidad de agua que se estima requiere un ser humano para satisfacer sus necesidades de alimentación e higiene, en un día medio anual. Esta varía de acuerdo al clima y los hábitos de consumo (se plantea en términos de su nivel socioeconómico). Sus unidades están dadas en l/hab/día.

En la siguiente tabla se muestran algunas cifras del uso del agua destinadas a algunas actividades.

Actividad	l/hab/día
Para bebida, cocina y limpieza	De 20 a 30
Descarga de muebles sanitarios	De 30 a 45
Para baño de regadera	De 20 a 30
Total	De 70 a 105

 Tabla 2.2 Fluctuaciones del consumo doméstico de agua, [César, 1990].

A la Tabla 2.2, se le agregan las siguientes cifras: lavado de coches de 20 a 200 litros por vehículo, riego de patios y jardines de 1 a 7 litros diarios por metro cuadrado y el uso de aire acondicionado de 100 a 500 litros diarios por habitante.

En la siguiente figura se muestra el porcentaje que se emplea en el consumo de agua para los diferentes usos domésticos.



Figura 2.6 Porcentaje del empleo del agua en las diferentes actividades domésticas, [Rosales, 2012].

Para un proyecto de una red, se recaba toda la información posible para calcular un promedio de la dotación diaria por habitante en la zona de interés, tanto registros de consumo como el número de habitantes en dicho registro. Cuando no cuentan con datos suficientes, se pueden adaptar los valores de comunidades similares, también se pueden seguir las normas de dotación media en función del número de habitantes y el clima, en la Tabla 2.3 se encuentran valores (l/hab/día) aplicables a las poblaciones del país.

		Clima	
Número de Habitantes	Cálido	Templado	Frío
2,500 a 15,000	150	125	100
15,000 a 30,000	200	150	125
30,000 a 70,000	250	200	175
70,000 a 150,000	300	250	200
Mayor de 150,000	350	300	250

Tabla 2.3 Dotación de agua potable en localidades urbanas de la República Mexicana [SRH, 1974].

Otro factor que influye en la demanda, son las fugas de agua y las tomas clandestinas en las redes, estas reducen la eficiencia de la red. En México, las fugas de agua llegan a ser del 50% de la cantidad requerida por los habitantes para satisfacer sus necesidades hídricas. En la siguiente tabla se muestra una serie de resultados de estudio sobre fugas en México realizado por el IMTA.

		Pérdidas	Tomas	Pérdidas	Pérdidas	Pérdidas	Pérdidas
		en tomas	con fuga	en la red	en la red	totales	totales
Ciudad	Gasto (I/s)	(l/s)	(%)	(l/s)	(%)	(l/s)	(%)
Campeche, Camo.	525.0	156.0	18.0	114.0	21.7	270.0	51.4
Cancún, Q. Roo	940.0	114.0	38.0	147.0	15.6	264.0	28.1
Cd. Juárez, Chih.	4,147.0	1,241.0	19.0	248.0	5.8	1,481.0	35.7
Chihuahua, Chih.	3,489.0	552.0	5.0	896.0	25.7	1,448.0	41.5
Coatzacoalcos, Ver.	736.0	262.0	19.0	36.0	1.9	298.0	40.8
Constitución, BCS.	165.0	52.0	35.0	2.0	1.2	55.0	33.3
Durango, Dgo.	2,129.0	649.0	21.0	187.0	32.4	1,616.0	53.1
Guaymas, Son.	468.0	114.0	29.0	30.0	6.2	130.0	34.0
León, Gto.	3,045.0	629.0	21.0	187.0	32.4	1,616.0	53.1
Mazatlán, Sin.	1,350.0	285.0	8.0	244.0	18.6	449.0	33.2
Oaxaca, Oax.	721.0	446.0	24.0	8.0	1.1	454.0	63.0
Querétaro, Qro.	1,783.0	242.0	40.0	50.0	2.8	536.0	38.1
San Cristobal, Chis.	218.0	118.0	15.0	10.0	5.6	129.0	43.2
Tapachula, Chis.	743.0	54.0	8.0	186.0	11.3	170.0	22.9
Tuxtla Gtz., Chis.	1,162.0	213.0	24.0	93.0	8.5	345.0	29.7
Veracruz, Ver.	2,869.0	644.0	16.0	445.0	5.5	1,098.0	38.8
Villahermosa, Tab.	1,900.0	530.0	17.0	137.0	1.2	667.0	35.1
Zacatecas, Zac.	485.0	134.0	14.0	15.0	3.1	149.0	38.7
Totales	29,497.0	6,435.0	16.4	3,024.0	9.4	10,385.0	38.9

#### Tabla 2.4 Resultados de estudios de fugas en México, [IMTA, 2001].

#### 2.3.3 PRESIONES EN UNA RED DE DISTRIBUCIÓN

En una red de distribución de agua se debe garantizar que se cumpla el rango de presiones máximas y mínimas a lo largo del día, establecidas por los organismos operadores del sistema. Es de vital importancia el cálculo de las presiones en cada nudo de la red, así como de las velocidades en las tuberías, esto con el fin de satisfacer la demanda de los usuarios.

En el caso de México, suele considerarse como carga de presión máxima 50 mca (5kg/cm<sup>2</sup>) para uso doméstico y comercial, mientras que la mínima es del orden de 10 mca (1kg/cm<sup>2</sup>).

#### 2.2.4 COEFICIENTES DE VARIACIÓN Y CURVA DE VARIACIÓN HORARIA

Los coeficientes de variación se derivan de las fluctuaciones que hay en la demanda debido a los días laborables y otras actividades. La demanda del agua en una red de distribución no es constante, sino que varía de forma diaria y horaria, por ello es importante conocer los gastos Máximo Diario y Máximo Horario, estos se obtienen multiplicando el coeficiente de variación diaria por el gasto medio diario, y el coeficiente de variación horaria por el gasto máximo diario.

Para la obtención de los coeficientes de variación diaria y horaria lo ideal es hacer un estudio de demanda de la localidad, pero si no es posible llevarlo a cabo, se puede considerar los valores de los coeficientes de variación diaria y horaria medios que se reportan a continuación.

Concepto	Valor
Coeficiente de variación diaria $(CV_d)$	1.40
Coeficiente de variación horaria (CV <sub>h</sub> )	1.495

Tabla 2.5 Coeficiente de variación diaria y horaria, [IMTA, 1993].

La cantidad de agua demandada es mayor en las horas en las que se necesita para ciertas actividades, como pueden ser la preparación de alimentos, la higiene personal, el riego de áreas verdes y etc. Mientras que por la noche el consumo disminuye.

Para la Ciudad de México, la ley de variación horaria fue determinada en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, esto, a partir de las mediciones de presiones de la red. La demanda horaria se estableció al relacionar el gasto instantáneo q al gasto promedio  $q_{med}$  en el día. Las relaciones obtenidas ( $q/q_{med}$ ) se muestran en la Tabla 2.6 y a su vez, en la Figura 2.7 se observa la curva de variación horaria.

t(h)	q/q <sub>med</sub>	t(h)	q/q <sub>med</sub>
0	0.570	12	1.495
1	0.560	13	1.430
2	0.550	14	1.350
3	0.560	15	1.250
4	0.580	16	1.175
5	0.650	17	1.125
6	0.800	18	1.100
7	1.000	19	1.075
8	1.300	20	1.000
9	1.425	21	0.780
10	1.475	22	0.650
11	1.500	23	0.600

Tabla 2.6 Coeficientes de variación horaria para la ciudad de México, [MAPAS, 2007].



Figura 2.7 Curva de variación horaria de la demanda para la ciudad de México, [MAPAS, 2007].

También se presentan una curva de variación del gasto de demanda aplicable a diferentes ciudades de la República Mexicana, Tabla 2.7 y Figura 2.8.

t(h)	q/q <sub>med</sub>	t(h)	q/q <sub>med</sub>
0	0.606	12	1.288
1	0.616	13	1.266
2	0.633	14	1.216
3	0.637	15	1.201
4	0.651	16	1.196
5	0.828	17	1.151
6	0.938	18	1.121
7	1.199	19	1.056
8	1.307	20	0.901
9	1.372	21	0.784
10	1.343	22	0.710
11	1.329	23	0.651





Figura 2.8 Curva de variación horaria para distintas ciudades de México, [MAPAS, 2007].

A continuación, se presenta una curva de variación noraria para poblaciones pequenas	А	continuación,	se presenta	una curva	de	variación	horaria	para	poblaciones	pequeñas.	
--	---	---------------	-------------	-----------	----	-----------	---------	------	-------------	-----------	--

t(h)	q/q <sub>med</sub>	t(h)	q/q <sub>med</sub>
0	0.45	12	1.20
1	0.45	13	1.40
2	0.45	14	1.40
3	0.45	15	1.30
4	0.45	16	1.30
5	0.60	17	1.20
6	0.90	18	1.00
7	1.35	19	1.00
8	1.50	20	0.90
9	1.50	21	0.90
10	1.50	22	0.80
11	1.40	23	0.60

Tabla 2.8 Coeficientes de variación horaria para pequeñas comunidades, [MAPAS, 2007].





Para revisar la capacidad de un tanque de almacenamiento es importante considerar los gastos de demanda planteados en una curva de variación horaria.

El primer paso consiste en obtener la curva masa de los gastos de salida y los de entrada en 24 horas (se acumulan por separado estos gastos). En seguida se hacen las diferencias entre las curvas acumuladas de los gastos de entrada y salida. La capacidad del tanque será igual a la suma de las dos diferencias en valor absoluto mayores multiplicada por el intervalo de tiempo entre los valores de gasto y por un factor mayor a 1 para disponer de un bordo libre y se agrega un volumen adicional del orden de un 5% de la capacidad requerida para que el tanque no se quede vacío.

El volumen inicial en el tanque es igual a la diferencia negativa más pequeña multiplicada por -1 más el volumen adicional mencionado. En el capítulo 6, se encuentra un ejemplo de este procedimiento.

## 3. CÁLCULO DE REDES DE TUBERÍAS CON FLUJO PERMANENTE

Para llevar a cabo el análisis hidráulico en una red de tuberías a presión en la cual se conocen sus características (diámetros, longitudes y rugosidad del material), es necesario determinar las cargas de presión en cada uno de los nudos de la red, así como el gasto que fluye en los tubos que la componen.

Cuando en la red, los gastos que circulan en cada tubería no cambian respecto al tiempo, se tiene un funcionamiento con flujo permanente, muchas veces suele llamarse red estática.

Para calcular las presiones y gastos que circulan en la red, se debe conocer la carga de presión en uno de los nudos, normalmente es la carga de un tanque de almacenamiento, y también los gastos que están entrando o saliendo de la red. Se emplean los principios de conservación de la energía y de conservación de masa para determinarlas de manera analítica.

Retomando la ecuación 2.5, en donde se aplica la ecuación de la conservación de la energía entre dos secciones 1 y 2 de una tubería funcionando a presión.

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha {V_1}^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha {V_2}^2}{2g} + h_{1-2} \quad (2.5)$$

Definiendo las cargas piezométricas como

$$h_1 = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma}$$
 (3.1)  
 $h_2 = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma}$  (3.2)

La conservación de la energía queda:

$$h_1 + \alpha_1 \frac{{V_1}^2}{2g} = \alpha_2 \frac{{V_2}^2}{2g} + h_f$$
 (3.3)

Se considera una tubería con área de sección transversal constante  $(A_1=A_2)$  y sin almacenamiento de masa. Por lo tanto, al aplicar el principio de continuidad:

$$A_1V_1 = A_2V_2$$

Resulta que:

$$V_1 = V_2 = V$$

Y si se considera que los coeficientes de Coriolis son iguales a uno ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ), la ecuación 3.3 queda de la siguiente forma:

$$h_f = h_1 - h_2$$
 (3.4)

Conforme la ecuación 3.4, la pérdida de carga es igual a la caída (diferencia entre los niveles piezométricos) que tiene lugar en la tubería entre las secciones 1 y 2.

La pérdida de carga que se produce durante el flujo de un fluido en una tubería, depende de la velocidad del flujo *v*, el diámetro *d*, la longitud *L* y la rugosidad de la tubería. También influyen la densidad  $\rho$  y viscosidad  $\mu$  del fluido. Se han propuesto varias fórmulas para estimar la pérdida de carga, las cuales son escritas como se muestra a continuación.

$$h_f = C|Q|Q \quad (3.5)$$

Donde el coeficiente C depende de los parámetros que se citaron anteriormente, y Q es el gasto que fluye por la tubería.

Para una tubería se tiene que al tomar la ecuación 3.5 en la 3.4, se tiene que:

$$h_1 - h_2 = C|Q|Q \quad (3.6)$$

$$Q = k(h_1 - h_2)^{1/2} \quad si \ h_1 \ge h_2 \quad (3.7a)$$

$$Q = -k(h_1 - h_2)^{1/2} \quad si \ h_1 < h_2 \quad (3.7b)$$

Considerando que:

$$k = \left(\frac{1}{C}\right)^{1/2} \quad (3.8)$$

La pérdida de carga  $(h_f)$  se obtiene generalmente con la ecuación de Darcy-Weisbach, en el capítulo 5 se abordará este tema con detenimiento.

## 3.1 PLANTEAMIENTO PARA LA RESOLUCIÓN DE UNA RED DE AGUA POTABLE

Al aplicar el principio de continuidad, el cual establece que en un nudo la suma de los gastos que entran a él es igual a la suma de los gastos que salen del mismo, en cada nudo de la red se establece una ecuación lineal en función de los gastos.

Para ejemplificar lo mencionado, se considera el esquema de la red en la Figura 3.1, en el nudo 5 la carga es conocida. Cabe mencionar, que se propone el sentido del flujo en cada tubería.

 $-\theta_1 - \theta_2 + \theta_4 = \theta_1$  (3.9)

El sistema de ecuaciones de la red mostrada queda de la siguiente forma:

Figura 3.1 Esquema de una red de tuberías cerrada, [MAPAS, 2017].

El sistema de ecuaciones correspondiente a cualquier red se puede escribir como:

$$\sum Q_J = q_n \quad (3.13)$$

Donde la suma se hace para todos los tubos *j* conectados al nudo *n*.

Al expresar los gastos  $Q_1$  y  $Q_5$  del sistema en función de las cargas mediante la ecuación 3.9, resulta lo siguiente:

$$-k_{1}(h_{1}-h_{2})^{1/2} - k_{2}(h_{1}-h_{3})^{1/2} + k_{6}(h_{5}-h_{1})^{1/2} = q_{1} \quad (3.14)$$

$$k_{1}(h_{1}-h_{2})^{1/2} - k_{3}(h_{2}-h_{3})^{1/2} - k_{4}(h_{2}-h_{4})^{1/2} = -q_{2} \quad (3.15)$$

$$k_{2}(h_{1}-h_{3})^{1/2} + k_{3}(h_{2}-h_{3})^{1/2} - k_{5}(h_{3}-h_{4})^{1/2} = q_{3} \quad (3.16)$$

$$k_{5}(h_{3}-h_{4})^{1/2} + k_{4}(h_{2}-h_{3})^{1/2} = q_{4} \quad (3.17)$$

Se aprecia al hacer dichas sustituciones que se forma un sistema no lineal de ecuaciones, que tiene como incógnitas a  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  y  $h_4$ .

Otra forma de escribir las ecuaciones del sistema anterior de un modo general consiste en:

$$\sum F_j(h) = q_n \quad (3.18)$$

Donde la suma se efectúa para todos los tubos *j* conectados al nudo *n* y F(h) es una función no lineal de las cargas de los extremos de las tuberías. Para la resolución de la red, se deben calcular las cargas h que satisfacen simultáneamente el sistema que se plantea a partir de la ecuación 3.18, ya obtenidas las cargas.

## 3.2 MÉTODO PARA CÁLCULAR REDES DE TUBERÍAS A PRESIÓN

Existen diversos métodos para resolver sistemas de ecuaciones no lineales, por ejemplo el método de Newton-Raphson, o también se puede buscar simplificar el problema matemático con un método, como el de Hardy-Cross. En este capítulo se describe el método Sánchez-Fuentes, el cual fue desarrollado en el Instituto de Ingeniería [Sánchez y Fuentes, 1991] de la Universidad Nacional Autónoma de México.

Él método Sánchez-Fuentes es un procedimiento iterativo que ha sido aplicado con éxito a redes de hasta 500 tubos como la de la ciudad de México.

El procedimiento consiste en partir de ciertos gastos, los cuales pueden ser asignados arbitrariamente pero con coherencia. Con dichos gastos y las características de cada tubería se forma el sistema de ecuaciones del flujo en la red, expresado en términos de las cargas hidráulicas en cada nudo. Se resuelve el sistema de ecuaciones, con ello se determinan nuevas cargas hidráulicas en cada nudo, con lo cual es posible calcular nuevos gastos en cada tubo. El procedimiento se repite hasta cumplir con cierta tolerancia entre los gastos de una iteración y otra.

El método Sánchez-Fuentes, considera que la ecuación f(Q), si se desarrolla hasta la primera derivada mediante la serie de Taylor, se obtiene la siguiente expresión:

$$f(Q + \Delta Q) = f(Q) + f'(Q)\Delta Q \quad (3.19)$$

Sea la función:

$$f(Q) = C|Q|Q = h_s^{k+1} - h_i^{k+1}$$

CASO 1

$$Para Q > 0; \quad |Q|Q = Q^2$$

La ecuación queda:

$$f(Q) = CQ^2 \quad (3.20)$$

Su primera derivada es:

$$f'(Q) = 2CQ$$
 (3.21)

La ecuación 3.19 se puede escribir como:

$$f(Q + \Delta Q) = CQ^2 + 2CQ\Delta Q \quad (3.22)$$

Considerando que  $Q = Q^k y \quad \Delta Q = Q^{k+1} - Q^k$  donde *k* es un superíndice que representa el número de iteración, la ecuación 3.22 queda:

$$f(Q + \Delta Q) = C(Q^k)^2 + 2CQ^k(Q^{k+1} - Q^k) \quad (3.23)$$

Reduciendo queda:

$$f(Q + \Delta Q) = -C(Q^k)^2 + 2CQ^k(Q^{k+1}) \quad (3.24)$$

Como  $f(Q + \Delta Q) = f(Q^{k+1}) = h_s^{k+1} - h_i^{k+1}$ 

Sustituyendo en la ecuación 3.22 las expresiones anteriores:

$$h_s^{k+1} - h_i^{k+1} = -C(Q^k)^2 + 2CQ^kQ^{k+1} \quad (3.25)$$

Despejando  $Q^{k+1}$  tenemos que:

$$Q^{k+1} = \frac{h_s^{k+1} - h_i^{k+1}}{2CQ^k} + \frac{Q^k}{2} \quad (3.26)$$

#### CASO 2

$$Para Q < 0; \quad |Q|Q = -Q^2$$

Realizando un procedimiento similar al anterior se llega a la siguiente expresión:

$$h_s^{k+1} - h_i^{k+1} = -C(Q^k)^2 - 2C(Q^k)(Q^{k+1} - Q^k) \quad (3.27)$$

Despejando  $Q^{k+1}$  tenemos que:

$$Q^{k+1} = -\frac{h_s^{k+1} - h_i^{k+1}}{2CQ^k} + \frac{Q^k}{2} \quad (3.28)$$

Las ecuaciones 3.26 y 3.28 se pueden reunir en la expresión que se escribe a continuación:

$$Q^{k+1} = \frac{h_s^{k+1} - h_i^{k+1}}{2C|Q^k|} + \frac{Q^k}{2} \quad (3.29)$$

Si se considera

$$\alpha^k = \frac{1}{2C|Q^k|} \quad (3.30)$$

Conforme *k* aumenta,  $Q^k y Q^{k+1}$  tienden a ser iguales.

El primer paso para la aplicación del método Sánchez-Fuentes, consiste en identificar y obtener los datos de las tuberías de la red, como se ha mencionado anteriormente. Teniendo datos como el diámetro y el valor de la rugosidad absoluta de las tuberías, la viscosidad del agua y los gastos arbitrarios propuestos en cada tubería, se puede proceder a calcular el número de Reynolds con la ecuación 3.31.

$$Re = \frac{4 \, Q^k}{\pi D v} \quad (3.31)$$

A continuación, se calcula el coeficiente de fricción *f* con la expresión de Swamee y Jain:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\frac{e}{3.7 D} + \frac{5.75}{Re^{0.9}}\right)\right]^2} \quad (3.32)$$

Posteriormente se obtiene el valor del coeficiente C con la siguiente expresión:

$$C^k = 0.0826 \ \frac{f \ L}{d^5} \quad (3.33)$$

Para incluir las pérdidas locales en el método de cálculo, se suma el incremento  $\Delta C$  al coeficiente C, para ello la ecuación 3.34 se escribe como:

$$h_L = K \frac{V^2}{2g} \quad (3.34)$$

$$h_L = K \frac{V^2}{2g} \frac{A^2}{A^2} = K \frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{0.08263K}{D^4} Q^2 \quad (3.35)$$

Para la fórmula de Darcy-Weisbach, el coeficiente C (del tubo que tiene la pérdida local) se aumenta en la cantidad:

$$\Delta C = \frac{0.08263K}{D^4} \quad (3.36)$$

En seguida se calcula  $\alpha$  para cada tubo con la ecuación 3.30 mostrada anteriormente. Una vez obtenido el valor de  $\alpha$ , se procede a formar el sistema de ecuaciones lineales para su posterior resolución. El sistema de ecuaciones lineales será expresado de forma matricial.

Para la formación de la matriz de coeficientes A, se presentan a continuación los pasos para estructurarla.

- a) Las variables serán las cargas totales en cada nudo  $(h_n)$ .
- b) El sistema de ecuaciones lineales, será una matriz de coeficientes cuadrada. Cada ecuación del sistema corresponderá a un nudo (n).
- c) Se verifica que el número de ecuaciones que se tienen sea siempre igual al número de nudos totales de la red menos el número de nudos en donde se conoce la carga (T).
- d) El valor del coeficiente amn en la diagonal principal es igual a la suma de los factores "alfas" con **signo negativo**, de todos los tubos que se conectan al nudo del que se esté tratando  $(-\sum \alpha)$ .
- e) En cada ecuación, se debe observar cuáles son los nudos (m) a los que se conecta el nudo (n) que corresponde a la ecuación y en ese lugar se anotará el valor de alfa α<sub>j</sub> que corresponda al tubo j que une los dos nudos (n con m). Siempre con signo positivo. Los demás coeficientes tendrán un valor de cero.

Se deben obtener también los términos independientes b del sistema de ecuaciones, a continuación se describen los pasos a seguir.

f) El término independiente será siempre  $\frac{q_n}{2}$  con signo positivo si el gasto sale del nudo o con signo negativo si entra al nudo. Si el nudo al que corresponde la ecuación se une a otro en el que se conozca la carga (T), entonces en el término independiente se agrega el producto de la carga con el factor alfa que corresponde al tubo (j) con el que están unidos los dos tubos. Siempre con signo negativo  $-\alpha_j h_T$ .

Es importante revisar que la matriz de coeficientes formada sea simétrica y que la suma algebraica de los coeficientes de cada renglón sea cero, excepto cuando se trata de la ecuación de un nudo conectado a un nudo de carga conocida.

Ahora se resuelve el sistema de ecuaciones lineales para conocer  $h^{k+1}$ . Existen diversos métodos para ello, teniendo en cuenta que cada uno tiene sus pros y sus contras, como el de la matriz inversa, el de Gauss-Seidel, entre otros. Para mayor facilidad es conveniente utilizar algún programa de cómputo y con ello hacer sencillo la resolución del sistema lineal. En la siguiente figura se muestra un diagrama de la secuencia de cálculo del método.



Figura 3.2 Diagrama de bloques del método del Instituto de Ingeniería (Sánchez-Fuentes).

## 4. CÁLCULO DE REDES DE TUBERÍAS CON FLUJO NO PERMANENTE

En las redes de tuberías a presión los gastos de demanda son variables a lo largo del día, es decir, los usuarios solicitan más caudal en determinado momento del día, esto origina que cambien los niveles piezométricos y gastos que circulan por las tuberías.

Para llevar a cabo el análisis de la red, es necesario considerar el tiempo en las ecuaciones de flujo. Las condiciones descritas anteriormente, corresponden a una red funcionando a flujo no permanente o red dinámica.

En una red dinámica, en cuanto al funcionamiento se puede considerar que, en los períodos en que los gastos de demanda son inferiores al gasto medio, se llenan tanques de almacenamiento, y cuando la demanda es superior al gasto medio, el gasto se proporciona a los usuarios con el agua de los tanques.

Existen varios programas de cómputo comerciales para simular el funcionamiento de redes de tuberías para el abastecimiento de agua potable los cuales se apoyan en varios métodos de solución entre ellos: Wood, 1991; CYBERNET, 1992; Walsky, et al 1990; EPANET; KYPIPE3; WATERCAD; SCADRED, 1996, algunos de ellos proporcionan solamente la solución para flujo permanente (análisis estático), otros hacen un análisis de períodos extendidos sin considerar los términos de inercia (análisis dinámico). Cabe mencionar que dichos programas no consideran las pérdidas locales en función de los gastos que circulan en las redes, les asignan valores fijos o simplemente no se incluyen.

## 4.1 ECUACIONES DEL MODELO DINÁMICO

Los métodos para el cálculo de redes a presión funcionando con flujo que cambia con el tiempo se basan en las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento. A continuación, se muestran las ecuaciones que son usadas para el cálculo de flujo no permanente en el método desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, [Fuentes, 1992].

Cabe mencionar que el modelo dinámico mostrado en este capítulo, considera el cambio de almacenamiento en el tanque, la operación de las bombas y de válvulas.
### 4.1.1 ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$\Sigma F = m \frac{dV}{dt} = \frac{m}{A} \frac{dQ}{dt} \quad (4.1)$$

Las fuerzas externas son debidas al empuje por la presión (E), de cuerpo (peso propio, W) y las fuerzas tangenciales desarrolladas por el contacto de movimiento del fluido con las paredes (F<sub>f</sub>).

$$E_{i} - E_{s} - F_{f} + W \, sen\alpha = \frac{m}{A} \frac{dQ}{dt} \quad (4.2)$$
$$Ap_{i} - Ap_{s} - \tau PL + mg \, sen\alpha = \frac{m}{A} \frac{dQ}{dt} \quad (4.3)$$

En la ecuación anterior, el movimiento del fluido se debe a las diferencias de la presión (p) entre las secciones s e i, a la fuerza debidas a la resistencia (opuesta sentido del movimiento del fluido), al componente del peso del fluido en dirección opuesta al movimiento m la masa de agua dentro del tubo (W sen $\alpha$ ). La derivada de la velocidad (V) y del gasto respecto al tiempo (t) son  $\frac{dV}{dt}$  y  $\frac{dQ}{dt}$  respectivamente. Además, A es el área de la sección transversal del tubo y la derivada del gasto (Q) respecto al tiempo.

Como:

$$E = Ap \ ; \ \tau = \frac{\rho g A}{PL} h_f \ ; \ m = \rho AL \ ; \ sen \alpha = \frac{(z_i - z_s)}{L}$$

$$Ap_i - Ap_s - \frac{\rho g A}{PL} h_f PL + \rho AL \ \frac{(z_i - z_s)}{L} = \frac{\rho AL}{A} \frac{dQ}{dt} \quad (4.4)$$

$$p_i - p_s - \rho g h_f + \rho g(z_i - z_s) = \frac{\rho L}{A} \frac{dQ}{dt} \quad (4.5)$$

$$\frac{p_i}{\rho g} - \frac{p_s}{\rho g} - h_f + z_i - z_s = \frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} \quad (4.6)$$

$$h_i - h_s - h_f = \frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} \quad (4.7)$$

Suponiendo que la pérdida de carga se puede estimar con la ecuación de flujo permanente de Darcy-Weisbach.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{|V|V}{2g} = f \frac{|V|V}{2g} \frac{A^2}{A^2} = \frac{L}{2gDA} f|Q|Q = Cf|Q|Q \quad (4.8)$$

Se tiene que:

$$h_i - h_s - C f|Q|Q = \frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} \quad (4.9)$$

En diferencias finitas entre los tiempos  $t = k\Delta t = t^k y t + \Delta t = (k+1)\Delta t = t^{k+1}$ , siendo  $\theta$  un factor de peso para considerar un promedio ponderado de las variables entre los tiempos t y t+ $\Delta t$  se tiene:

$$\begin{split} \theta \left( h_i^{\ k+1} - h_s^{\ k+1} \right) &+ (1 - \theta) \left( h_i^{\ k} - h_s^{\ k} \right) - \theta C f^k |Q^k| Q^{k+1} - (1 - \theta) C f^k |Q^k| Q^k \\ &= \frac{L}{gA} \frac{Q^{k+1} - Q^k}{\Delta t} \\ \frac{gA\Delta t}{L} \theta \left( h_i^{\ k+1} - h_s^{\ k+1} \right) + \frac{gA\Delta t}{L} (1 - \theta) \left( h_i^{\ k} - h_s^{\ k} \right) - \frac{gA\Delta t}{L} \theta C f^k |Q^k| Q^{k+1} - \frac{gA\Delta t}{L} (1 - \theta) C f^k |Q^k| Q^k \\ &= Q^{k+1} - Q^k \\ \\ \mathbf{Si} \quad \beta_1 = \frac{gA\Delta t}{L} \theta \quad \mathbf{y} \quad \beta_2 = \frac{gA\Delta t}{L} (1 - \theta) \\ \beta_1 \left( h_i^{\ k+1} - h_s^{\ k+1} \right) + \beta_2 \left( h_i^{\ k} - h_s^{\ k} \right) - \beta_1 C f^k |Q^k| Q^{k+1} - \beta_2 C f^k |Q^k| Q^k = Q^{k+1} - Q^k \end{split}$$

Al despejar a  $Q^{k+1}$ 

$$\beta_{1}(h_{i}^{k+1} - h_{s}^{k+1}) + Q^{k} + \beta_{2}(h_{i}^{k} - h_{s}^{k}) - \beta_{2} Cf^{k}|Q^{k}|Q^{k} = Q^{k+1} + \beta_{1} Cf^{k}|Q^{k}|Q^{k+1}$$
$$\frac{\beta_{1}}{1 + \beta_{1} Cf^{k}|Q^{k}|} (h_{i}^{k+1} - h_{s}^{k+1}) + \frac{Q^{k} + \beta_{2}(h_{i}^{k} - h_{s}^{k}) - \beta_{2} Cf^{k}|Q^{k}|Q^{k}}{1 + \beta_{1} Cf^{k}|Q^{k}|} = Q^{k+1}$$

Para

$$\alpha^{k} = \frac{\beta_{1}}{1 + \beta_{1}Cf^{k}|Q^{k}|} = \frac{\theta}{\frac{L}{Ag\Delta t} + 2\theta C|Q^{k}|} \quad (4.10)$$
$$\gamma^{k} = \frac{Q^{k} + \beta_{2}(h_{i}^{k} - h_{s}^{k}) - \beta_{2}Cf^{k}|Q^{k}|Q^{k}}{1 + \beta_{1}Cf^{k}|Q^{k}|}$$
$$\gamma^{k} = \frac{(L - Q)(h_{s}^{k} - h_{i}^{k}) + (2\theta - L)C|Q^{k}|Q^{k} + \frac{LQ^{k}}{Ag\Delta t}}{\frac{L}{Ag\Delta t} + 2\theta C|Q^{k}|} \quad (4.11)$$

La ecuación que permite obtener el gasto en el tiempo t +  $\Delta t$  queda:

 $\alpha^{k} \left( h_{i}^{k+1} - h_{s}^{k+1} \right) + \gamma^{k} = Q^{k+1} \quad (4.12)$ 

### 4.1.2 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD EN LOS NUDOS

En el nudo i de la red y para el tiempo t +  $\Delta t$ , se debe cumplir que la suma de los gastos que entran es igual a la de los gastos que salen; así se plantea que:

$$\Sigma Q^{k+1} = q^{k+1} \quad (4.13)$$

### 4.1.3 GASTOS DE DEMANDA

Para llevar a cabo la simulación del modelo dinámico, se requiere considerar la variación de la demanda a lo largo del día. En el capítulo 2 se muestran las demandas horarias y las curvas de variación horaria para la ciudad de México, y entre otras.

### **4.1.4 GASTOS SUMINISTRADOS**

Entre las consideraciones del modelo dinámico, se tiene que el gasto que sale de un nudo de la red en el tiempo *t* para satisfacer la demanda, depende de la carga de presión en dicho nudo, al igual que del gasto de demanda requerido en ese tiempo. Por lo tanto, el gasto suministrado se puede calcular de la siguiente manera.

$$q_R = C_d a \sqrt{2g} \sqrt{h - h_c} \quad (4.14)$$

Dónde:

$$C_d$$
 coeficiente de descarga

a área de la abertura por donde sale el agua

- $h_c\,$ elevación del punto medio de la sección transversal de la tubería
- g aceleración de la gravedad,  $[m^2/s]$

Se puede considerar que  $h_c$  es aproximadamente igual a la elevación de la superficie del terreno y que:

$$c = C_d a \sqrt{2g} \quad (4.15)$$

Por lo que:

$$q_R = c\sqrt{h - h_E} \quad (4.16)$$

La ecuación anterior permite determinar el gasto que puede aportar la red en cualquier instante. El gasto que se suministra a los usuarios es el menor entre el gasto de demanda y el gasto calculado con la ecuación 4.16, haciendo dicha ecuación lineal se tiene:

$$q_R = \tau^k h^{k+1} + \rho^k \quad (4.17)$$

Dónde:

$$\tau^{k} = \frac{0.5q_{a}}{(h^{k} - h_{E})} \quad (4.18)$$
$$\rho^{k} = 0.5q_{a} \left(1 - \frac{h_{E}}{(h^{k} - h_{E})}\right) \quad (4.19)$$

Dónde:

$$q_a = c\sqrt{h^k - h_E} \quad (4.20)$$

### 4.1.5 ACCESORIOS EN LA RED

### Tanques de almacenamiento

El nivel en el tanque  $h_s$  se modifica en cada instante, de acuerdo con lo que está ingresando del exterior  $Q_{ent}$  y el gasto que proporciona el tanque a la red  $Q_T^k$  por lo cual se considera que el cambio en el tiempo de almacenamiento del tanque está dado por:

$$\frac{h_s^{k+1}A}{\Delta t} = Q_{ent} - Q_T^k \quad (4.21)$$

Dónde:

#### A área transversal del tanque

Cabe resaltar que el tanque solo proporciona agua a la red cuando su carga  $h_s$  es mayor que la de los nudos de la red ligados al tanque y si hay agua en el tanque.

### Bombas

En cuanto al análisis de un equipo de bombeo, se utiliza la curva característica cargagasto de la bomba y una aproximación lineal basada en la serie de Taylor. La ecuación empleada es la siguiente:

$$Q_B^{\ k+1} = \delta^k + \beta^k h^k \quad (4.22)$$

La ecuación 4.22 se utiliza cuando *h* está entre *0* y la carga máxima de la bomba.

Dónde:

$$\delta_B{}^k = Q_B{}^k - (a_1 + 2a_2h^k)h^k \quad (4.23)$$
$$\beta^k = a_1 + 2a_2h^k \quad (4.24)$$

### Válvulas

En la ecuación 4.25 se representa la pérdida por cierre o apertura de una válvula  $h_L$ .

$$h_L = \frac{K_L Q^2}{2g a_v^2} \quad (4.25)$$

Dónde:

 $K_L$  coeficiente que depende del tipo del válvula

a área de la válvula, totalmente abierta o parcialmente abierta

Dado que la pérdida por fricción, considerando la fórmula de Darcy-Weisbach, está dada por:

$$h_f = \frac{f'LQ^2}{D2ga^2} \quad (4.26)$$

Donde L y D son la longitud y el diámetro de la tubería en cuestión, igualando  $h_f$  y  $h_L$  se obtiene:

$$f' = \frac{K_L D a^2}{L a_v^2} \quad (4.27)$$

Por lo tanto, el coeficiente de rugosidad de la tubería que tiene una válvula se aumenta en la cantidad *f*.

### 4.1.6 PLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES POR RESOLVER

Para ejemplificar como se lleva a cabo el planteamiento del sistema de ecuaciones, se establece la ecuación de continuidad en un nudo de la red mostrada en la Figura 4.1.



Figura 4.1 Nudo N de la red.

Como se observa, los tramos N1, N2 y N3 se conectan al nudo N, así mismo, este nudo está conectado al tanque T y también recibe suministro de una bomba B, por ultimo este nudo entrega agua al tanque de distribución D. Por lo que la ecuación de continuidad en el nudo N para el instante K queda de la siguiente manera.

$$Q_T^{k+1} + Q_B^{k+1} + q_{N1}^{k+1} = q_{N3}^{k+1} + q_{N2}^{k+1} + q_R^{k+1} \quad (4.28)$$

Los gastos  $q_{N1}^{k+1}$ ,  $q_{N2}^{k+1}$ , y  $q_{N3}^{k+1}$  se pueden expresar de otra forma de acuerdo a la ecuación 4.12. Mientras que  $Q_B$  y  $q_R$  se plantean según la ecuación 4.22 y 4.17 respectivamente, se obtiene la ecuación 4.29.

$$(-\alpha_{N1}{}^{k} - \alpha_{N2}{}^{k} - \alpha_{N3}{}^{k} - \alpha_{T}{}^{k} - \beta^{k} - \tau_{N}{}^{k})h_{n}{}^{k+1} + \alpha_{N1}{}^{k}h_{M}{}^{k+1} + \alpha_{N2}{}^{k}h_{j}{}^{k+1} + \alpha_{N3}{}^{k}h_{L}{}^{k+1}$$
$$+ \alpha_{N3}{}^{k}h_{L}{}^{k+1} = \gamma_{N1}{}^{k} + \gamma_{N2} + {}^{k}\gamma_{N3}{}^{k} + \gamma_{T}{}^{k} + \delta^{k} + \rho_{N}{}^{k}$$
(4.29)

En cada nudo de la red se plantean ecuaciones similares, con ello se establece un sistema de ecuaciones lineales, el cual tendrá tantas ecuaciones como nudos tenga la red (a excepción de los tanques).

Con los resultados obtenidos del análisis hidráulico de una red de tuberías funcionando a flujo no permanente se determina si es posible cumplir de forma total o parcial los gastos demandados por los usuarios, también con ello se puede revisar el comportamiento hidráulico y el tamaño de los tanques de regulación, así como la capacidad de conducción de las tuberías. Posteriormente se establecen políticas de operación y con ello se garantiza una mejor eficiencia de la red.

En la siguiente figura se muestra un diagrama de la secuencia de cálculo del método para el cálculo de una red funcionando con flujo no permanente.



Figura 4.2 Diagrama de bloques del método del Instituto de Ingeniería para flujo no permanente, [Sánchez-Fuentes].

## 5. PÉRDIDAS DE ENERGÍA

Las pérdidas por energía en conductos cerrados ocupados totalmente por un fluido en movimiento suelen dividirse en dos grupos; las pérdidas que se producen por el contacto entre el fluido y la superficie interna de la tubería, también conocidas como pérdidas longitudinales o pérdidas por fricción ( $h_f$ ) y aquellas que son originadas por elementos o piezas especiales localizados en una cierta parte de la tubería, llamadas pérdidas locales o menores ( $h_L$ ).

En una red de tuberías a presión es importante determinar las pérdidas de energía, para así conocer la carga de presión en cada nudo, con esto, es posible hacer un diseño óptimo y así garantizar un funcionamiento eficiente del sistema.



Figura 5.1 Pérdida de energía, [Hurtado, 2013].

## 5.1 PÉRDIDAS DE ENERGÍA POR FRICCIÓN EN CONDUCTOS CERRADOS

Como se vio en el capítulo 2, la clasificación del flujo en laminar, de transición y turbulento viene dada en función del número de Reynolds, en honor a Osborne Reynolds [1883], quien, con base en sus experimentos fue el primero que propuso el criterio para distinguir los tipos de flujo, estudió las condiciones en las que el flujo dentro de una tubería experimenta una transición de flujo laminar a flujo turbulento. Éste número permite

destacar la preponderancia de las fuerzas viscosas sobre las de inercia. También se mencionó que en el caso de un conducto cilíndrico a presión se utiliza la ecuación 2.1 para el cálculo del Re.

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\nu} \quad (2.1)$$

Para el cálculo de las pérdidas de energía debidas al esfuerzo cortante producido en las paredes de las tuberías, existen diversas expresiones, dentro de las cuales está la ecuación de Darcy-Weisbach, esta es ampliamente usada en el campo de la ingeniería hidráulica. También se tienen las ecuaciones de Hazen-Williams y la de Manning. A continuación, se muestran las tres ecuaciones mencionadas anteriormente para el cálculo de pérdidas por fricción.

### 5.1.1 ECUACIÓN DE DARCY-WEISBACH.

En una tubería de diámetro constante, la línea de cargas piezométricas es paralela a la línea de energía e inclinada en la dirección del movimiento. En 1850, Darcy, Weisbach y otros, dedujeron experimentalmente una fórmula para calcular en una tubería la pérdida por fricción.

La expresión de Darcy-Weisbach es una de las más recomendadas, ya que tiene homogeneidad dimensional y bases teóricas, además de que considera bajo qué régimen de flujo se desarrolla: laminar, de transición o turbulento. La ecuación general es la que se muestra a continuación:

$$h_f = f \ \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (5.1)$$

Dónde:

f es el factor de fricción de Darcy,[adimensional]L es la longitud del tramo que se esta analizando,[m]D es el diamétro interior de la tubería,[m]V es la velocidad media con la que circula el liquido, $[m/_{S}]$ g es la aceleración de la gravedad, $[m/_{S^2}]$ 

Otra manera de escribir la ecuación 5.1, es en términos del gasto Q (siendo Q = VA) como

$$h_f = \left(\frac{8fL}{\pi^2 g D^5}\right) Q^2 \quad (5.2)$$

Para el cálculo del factor de fricción *f* se debe considerar que tipo de flujo se desarrolla dentro de la tubería, el cual es representado por el número adimensional de Reynolds mencionado anteriormente y de la relación entre el diámetro interior y la rugosidad de la misma.

Se muestran algunas fórmulas para obtener el coeficiente de Darcy dependiendo del tipo de flujo que se trate. Es importante mencionar que estas requieren resolverse mediante algún método iterativo.

En el tipo de flujo laminar aplica la ecuación de Hagen-Poiseuille:

$$h_f = \frac{128 \, v \, LQ}{\pi D^4 g} \quad (5.3)$$

Al compararla con la ecuación de Darcy-Weisbach se dedujo lo siguiente:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (5.4)$$

Para el flujo turbulento hidráulicamente liso, el valor del factor de fricción no se ve afectado por la rugosidad de la tubería, varía únicamente con el número de Reynolds. Blasius sugirió la siguiente expresión:

$$f = \frac{0.3164}{Re^{0.25}} \quad (5.5)$$

Es válida la expresión para un intervalo de  $4000 \le Re \le 100000$ .

Mientras que Prandtl, sugirió la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log\left(\operatorname{Re}\sqrt{f}\right) - 0.8 \quad (5.6)$$

Que se puede escribir también de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log\left(\frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right) \quad (5.7)$$

Para el tipo de flujo turbulento hidráulicamente rugoso, Prandtl propuso la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2\log\left(\frac{\varepsilon}{D}\right) \quad (5.8)$$

Se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.71}\right) \quad (5.9)$$

Dónde:

ε representa la rugosidad absoluta de la tubería, (mm).

Esta varía de acuerdo con el material con que esté fabricada la tubería y con el nivel de su acabado interior.

Algunos valores de la rugosidad absoluta para diferentes tipos de tuberías se enlistan en la siguiente tabla:

Material	ε (mm)
Vidrio, latón, plástico, hule, madera bien cepillada	0.0015
Hierro fundido (nuevo)	0.25
Hierro fundido (oxidado)	1.00-1.50
Hierro fundido (con incrustaciones)	1.50-3.00
Hierro fundido con bridas o juntas macho y campana (nuevo)	0.15-0.30
Hierro fundido con bridas o juntas macho y campana (usado)	2.00-3.50
Hierro galvanizado	0.15
Acero soldado con una mano interior de pintura (nuevo)	0.0015
Acero soldado (nuevo)	0.05-0.10
Acero soldado (limpiado después de mucho uso)	0.15-0.20
Acero soldado (moderadamente oxidado, pocas incrustaciones)	0.40
Acero soldado (moderadamente oxidado, muchas incrustaciones)	3.00
Asbesto-cemento (nuevo)	0.025
Asbesto-cemento (con protección interior de asfalto)	0.0015
Concreto con acabado liso	0.025
Concreto con acabado normal	1.00-3.00
Concreto con acabado rugoso	10.00
Cemento liso	0.30-0.08
Cemento no pulido	1.00-2.00

Tabla 5.1 Valores para la rugosidad absoluta "ε", [Sotelo, 1991].

Para el caso del flujo turbulento de transición o intermedio, se utiliza la ecuación de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3.71} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (5.10)$$

Esta fórmula es aplicable a tubos lisos, semirugosos y rugosos, es decir se trata de una fórmula universal. La única excepción corresponde a la circulación laminar (Re < 2000) en la que debe de usarse la ecuación 5.3.

Para el caso de flujo de transición suele utilizarse la ecuación 5.10.

Cabe mencionar que aparte de las ecuaciones mostradas anteriormente existen también diagramas y ábacos, en los cuales se puede determinar el valor de f. En 1944, L.F. Moody tras ensayar con nuevos materiales publico sus resultados, esta vez en forma grafica, en un abaco que se conoce como el *"Diagrama de Moody"* el cual se muestra en la Figura 5.2.

El diagrama de Moody es una grafica log-log del factor de fricción f frente al número de Reynolds Re, actuando la rugosidad relativa  $\varepsilon_r$  como parametro de las diversas curvas. Permite determinar el valor del factor de fricción a partir de los parametros adimensionales Re y  $\varepsilon_r$ , sin necesidad de recurrir a procedimientos iterativos.



Figura 5.2 Diagrama universal de Moody, [Sotelo, 1991]

Existen múltiples aproximaciones a la ecuación de Colebrook-White, una de las más usadas es la de Swamee y Jain (1976), encontraron la siguiente expresión:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10} + \left(\frac{e/D}{3.7} + \frac{5.75}{Re^{0.9}}\right)\right]^2}$$
(5.11)

Válida para 5000 <  $Re < 10^8 y \ 10^{-6} < (e/D) < 10^{-2}$ 

Una opción que evita cualquier proceso de prueba y error se hace posible mediante fórmulas empíricamente derivadas, como las que fueron presentadas por Swamme y Jain (1976) para flujo desarrollado en un tubo:

$$h_{L} = 1.07 \frac{Q^{2}L}{g D^{5}} \left\{ ln \left[ \frac{e}{3.7D} + 4.62 \left( \frac{vD}{Q} \right)^{0.9} \right] \right\}^{-2}$$
(5.12)  $10^{-6} < \frac{e}{D} < 10^{-2}$   
 $3000 < Re < 3 \times 10^{8}$ 

$$Q = -0.965 \left(\frac{gD^5h_L}{L}\right)^{0.5} ln \left[\frac{e}{3.7D} + \left(\frac{3.17v^2L}{gD^3h_L}\right)^{0.5}\right]$$
(5.13)  $Re > 2000$ 

$$D = 0.66 \left[ e^{1.25} \left( \frac{LQ^2}{gh_L} \right)^{4.75} + vQ^{9.4} \left( \frac{L}{gh_L} \right)^{5.2} \right]^{0.04}$$
(5.14)  $10^{-6} < \frac{e}{D} < 10^{-2}$   
5000 < Re < 3 × 10<sup>8</sup>

### **5.1.2 ECUACIÓN DE MANNING**

La fórmula de Manning es sin duda la más popular aplicada para el diseño hidráulico del flujo en canales, sin embargo, se puede usar también para el cálculo de pérdidas por fricción en conductos cerrados. Originalmente fue derivada de manera empírica. Rouse (1938) y Keulegan (1938), están entre los primeros que intentaron justificar la fórmula de Manning bajo las bases de la mecánica de fluidos al relacionar su coeficiente con la f de Darcy-Weisbach.

En esta ecuación se utiliza un factor de rugosidad n, el cual se denomina usualmente coeficiente de rugosidad de Manning, los valores de este coeficiente se encuentran en diversas tablas. La ecuación es la siguiente:

$$V = \frac{1}{n} R_H^{2/3} S^{1/2} \quad (5.15)$$

Si se despeja *hf* de la ecuación anterior para estimar las pérdidas por fricción se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{Q}{A} = \frac{1}{n} Rh^{2/3} \left(\frac{hf}{L}\right)^{1/2}$$
(5.16)

Como:

$$A = \frac{\pi D^2}{4}; Rh = \frac{D}{4}$$
$$\frac{LQn}{\frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{D}{4}\right)^{2/3}} = hf$$

$$h_f = \frac{10.2936 \, n^2 L}{D^{16/3}} \, Q^2 \quad (5.17)$$

Dónde:

n es el coeficiente de rugosidad de Manning, (adimensional).

Q es el gasto que fluye a traves de la tubería,  $\binom{m^3}{s}$ .

S es la pendiente o pérdida unitaria de carga 
$$S = rac{h_f}{L}, (m,m).$$

En la siguiente tabla se enlistan algunos valores de este coeficiente:

Material	N
Acero galvanizado (nuevo y usado)	0.014
Acero remachado (nuevo)	0.015-0.016
Acero soldado con remache avellanado (nuevo)	0.012-0.013
Hierro fundido limpio (nuevo)	0.013
Concreto monolítico cimbrado deslizante ( $D < 1.25 m$ )	0.010-0.011
Concreto monolítico cimbrado deslizante y pulido $(D < 1.25 m)$	0.011-0.0123
Concreto monolítico cimbrado deslizante y sin pulir $(D < 1.25 m)$	0.014-0.015
Concreto con acabado tosco ( $D < 1.25 m$ )	0.015-0.017
Concreto con juntas macho y campana $(D < 0.80 m)$	0.0105-0.012
Concreto con juntas toscas ( $D > 0.50 m$ )	0.0125-0.014
Concreto con juntas toscas ( $D < 0.50 m$ )	0.014-0.017
Tubos de barro vitrificado	0.011
Túneles perforados en roca sin revestimiento	0.025-0.040
Madera cepillada	0.0105-0.012

Tabla 5.2 Valores para el coeficiente de rugosidad "n", [Sotelo, 1991].

### 5.1.3 ECUACIÓN DE HAZEN-WILLIAMS

En 1906 G. S. Williams y A.H. Hazen, desarrollaron una ecuación, dicha ecuación tiene una buena aceptación en el campo de la hidráulica debido a que es fácil de aplicar, cabe mencionar que es de naturaleza semiempírica.

$$V = 0.355 C_{HW} D^{0.63} S_f^{0.54} \quad (5.18)$$

Si se despeja *hf* de la ecuación anterior para estimar las pérdidas por fricción se obtiene la siguiente expresión:

$$h_f = \frac{10.6470 L}{C_{HW}^{1.852} D^{4.871}} Q^{1.852} \quad (5.19)$$

Dónde:

 $C_{HW}$  es el coeficiente de rugosidad de Hazen – Williams, (adimensional).

En la siguiente tabla se enlistan algunos valores de este coeficiente:

Material	$C_{HW}$
Acero corrugado	60
Acero galvanizado (nuevo y usado)	125
Acero remachado (nuevo)	110
Acero remachado (usado)	85
Acero soldado o con remache avellanado (nuevo)	120
Acero soldado o con remache avellanado (usado)	90
Hierro fundido limpio (nuevo)	130
Hierro fundido sin incrustaciones (usado)	110
Hierro fundido con incrustaciones (viejo)	90
Plástico	150
Asbesto-cemento (nuevo)	135
Cobre o latón	130
Acabado interior en cemento pulido	100
Concreto, acabado liso	130
Concreto, acabado común	120
Tubos de barro vitrificado	110
Madera cepillada	120

Tabla 5.3 Valores para el coeficiente de rugosidad "C<sub>HW</sub>", [Sotelo, 1991].

El coeficiente  $C_{HW}$  depende de la rugosidad de la tubería, del radio hidráulico y de la pendiente, por lo que carece de homogeneidad dimensional. Debe ser empleada con cuidado, sobre todo en el caso de tuberías de diámetros grandes. El coeficiente de Hazen-Williams es una medida de la rugosidad relativa, por lo tanto no es una característica física del tubo, por esta razón, el uso de la ecuación de Hazen-Williams debe estar limitado a ciertas características del fluido y del flujo. A continuación, se muestran algunos de los límites establecidos mediante pruebas experimentales por diversos autores.

- 1) El fluido debe ser agua a temperaturas normales.
- 2) El diámetro debe ser superior o igual a 75 mm (3 pulgadas).
- 3) La velocidad en las tuberías debe ser inferior a 3 m/s (10 pies/s).

Es importante considerar los límites mencionados anteriormente para usar la ecuación de Hazen-Williams, para así evitar que se realicen diseños ineficientes, ya que si no se encuentra en el rango de validez, la ecuación tiende a sobreestimar los diámetros requeridos.

### **5.2 PÉRDIDAS LOCALES EN CONDUCTOS CERRADOS**

Usualmente las tuberías que se utilizan para la conducción de agua están compuestas por tramos rectos y curvos, esto sucede porque se trata de adaptar en la medida de lo posible a la topografía del terreno. Muchas veces es necesario que haya cambios de sección en las tuberías, para que con ello se pueda satisfacer la demanda deseada. Además, se requiere de dispositivos para el control de la carga como lo son las válvulas, de piezas que permitan unir dos o más tuberías como los codos, tes y cruces. En una red de tuberías normalmente existe una considerable cantidad de piezas especiales o accesorios, estos originan pérdidas de energía que ocurren en los puntos específicos donde están ubicados, distintas a las pérdidas que son originadas por la fricción. Estas pérdidas son llamadas locales, menores, secundarias, localizadas, singulares o por accesorios.

Las pérdidas locales originadas por las piezas especiales suelen manifestarse en forma de perturbaciones, tales como lo son turbulencias, torbellinos y vórtices, con ello parte de la energía del fluido se disipa en forma de calor. En la Figura 5.3 se puede apreciar un ejemplo de lo mencionado anteriormente, siendo que el flujo que circula dentro de la tubería al encontrarse con un medidor (de caudal) de orificio circular comienza a experimentar turbulencias antes y después de este dispositivo, acompañado de una disminución de la carga estática y con ello un aumento de la carga de velocidad debido a que el flujo se va comprimiendo debido a la reducción originada por el medidor. Después de donde está localizado el medidor de orificio circular, la vena contracta se mantiene hasta una cierta longitud de la tubería, se aprecia que va acompañada de turbulencias, hasta que llega un punto en el cual esta vena comienza a expandirse gradualmente, sin embargo es importante señalar que sigue existiendo turbulencia. La carga estática vuelve a incrementarse, pero no alcanza el mismo nivel con el que entró al accesorio, justo esta diferencia de cargas corresponde a la pérdida localizada  $h_L$ . En dicha figura se puede apreciar también otra clase de dispositivos los cuales son tubos Venturi, estos miden el

caudal a partir de una diferencia de presión existente en el lugar donde entra la corriente y el punto donde está localizado.



Figura 5.3 Flujo a través de un medidor de orificio circular, [Simon, 1983].

En la actualidad hay varios métodos que permiten considerar las pérdidas locales, la más común de ellas es plantear su magnitud en términos de una constante de proporcionalidad K de la carga de velocidad de la sección inmediatamente aguas abajo de donde se encuentre el accesorio estudiado, ecuación 5.20.

$$h_L = K \frac{V^2}{2g} \quad (5.20)$$

Dónde:

 $h_L$  es la perdida local de energía, [m]

K es el coeficiente de proporcionalidad, también llamado coeficiente de pérdida local o simplemente coeficiente K del accesorio. Depende del tipo de pérdida que se trate, del número de Reynolds y de la rugosidad del tubo, [adimensional]

 $\frac{V^2}{2g}$  es la carga de velocidad aguas abajo de la zona de alteración del flujo, siendo V la velocidad media, [m/s]

El valor del coeficiente de pérdida local *K* es variable, como ya se había mencionado, depende de que pieza especial se esté estudiando, existe diversa bibliografía en donde se puede encontrar valores de dicho coeficiente para accesorios específicos.

Para la mayoría de los accesorios se ha notado una variación del coeficiente de pérdida local *K* cuando el número de Reynolds (*Re*) varía, sin embargo permanece constante para valores del número de Reynolds superiores a 50,000. Es decir, se puede tomar el valor de *K* como constante en los casos en donde el flujo sea régimen turbulento.

Sin embargo, en algunos trabajos de investigación se han obtenido expresiones que permiten calcular el coeficiente de pérdida local *K* en función del número de Reynolds de las tuberías en donde se ubica el accesorio, es decir, no son valores fijos, ya que consideran los gastos que están entrando y saliendo en las tuberías conectadas al accesorio. Cabe señalar que se cuentan con expresiones en función del número de Reynolds solo para algunos accesorios (tipo de material), entre los cuales están las uniones tipo te, los cruces, los codos y válvulas de globo. En el anexo A se encuentran dichas expresiones.

Otra forma de considerar las pérdidas locales, es el método de la longitud equivalente  $L_e$ , el cual consiste en agregar al modelo longitudes ficticias de tubería en los tramos donde se ubican los accesorios, de tal forma que se produzcan las mismas pérdidas de energía que las que ocasionaría cada uno de los accesorios ubicados en ella.

A continuación, se muestra un ejemplo del cálculo de la longitud equivalente (Le) de un codo de 90° de radio largo, D=0.019m.

Primero se utilizó la ecuación 5.21 para el cálculo de la Le, la cual se encuentra en el catálogo de accesorios del anexo A.

$$Le = 0.068 + 20.96 D \quad (5.21)$$

$$Le = 0.068 + 20.96 (0.019) = 0.47m$$

En seguida, se calculó la Le por medio del número de diámetros, al igual, en el anexo A Tabla 12, se encuentran dichas equivalencias.

$$Le/D = 22 \ diámetros$$
  
 $Le = 22 \ (0.019m) = 0.42m$ 

Aunque se les conozca a menudo como pérdidas menores no significa que carezcan de importancia, aunque frecuentemente son despreciadas en los cálculos hidráulicos de un proyecto, existen condiciones en la cuales las pérdidas menores o locales son de gran importancia, por ejemplo cuando se trata de redes que cuentan con longitudes cortas, cambios de alineamiento y una vasta cantidad de accesorios. En una toma domiciliaria, se ha reportado por algunos autores pérdidas menores de 2 a 5 veces la magnitud de las perdidas por fricción, para diámetros entre 13 mm y 19mm, y gastos que oscilan de 0.20 l/s y 0.40 l/s. A comparación de las pérdidas por fricción, donde existen numerosas expresiones para la obtención del coeficiente *f*, de origen teórico o empírico, en el caso de las pérdidas locales son pocas las expresiones que tiene fundamentación puramente teórica, por lo que se encuentran diversos resultados experimentales reportados por diferentes investigadores y compañías proveedoras o fabricantes de los accesorios. En muchas ocasiones, puede llegar a encontrarse resultados muy diferentes para accesorios similares, por lo que es conveniente tener cuidado a la hora de elegir un valor de *K* para su utilización.

### 5.2.1 PÉRDIDA LOCAL EN UNIONES DE TUBERÍAS.

Se ha tomado un especial interés en un tipo de accesorios o piezas especiales, su característica primordial es que en estos elementos convergen o divergen dos o más flujos. Ejemplos de este grupo de accesorios son las uniones tipo te, los cruces y los codos. Los estudios se han enfocado más al primero, también conocido como bifurcaciones, ya que dividen el flujo principal en dos flujos secundarios. En cuanto a los cruces, el caso más conocido es la trifurcación, es decir un flujo principal que se divide en tres flujos más pequeños. Dichos elementos tienen una gran importancia en el medio constructivo sobre todo en redes pequeñas, donde la influencia que tienen sobre la energía puede llegar a ser importantes.

En la Figura 5.4 se observan los dos casos posibles que pueden ocurrir en una unión tipo te, entrada o unión del flujo, y salida o separación, que a menudo se le llama bifurcación.



Figura 5.4 Esquema de entrada y salida de tes en redes, [Mataix, 1982].

La pérdida de energía en una bifurcación depende del ángulo que forma la tubería secundaria con respecto a la principal, así como de la relación entre el diámetro de cada una de las tuberías y de la dirección de la corriente como se muestra en la figura anterior.

Otro accesorio que ha tomado interés son los cruces, esto debido a su frecuente utilización, ejemplos de ello son, en una red de distribución de agua a presión, siendo la más habitual una red contra incendio, sistemas de riego, sistema de abastecimiento de agua potable, una red de gas domiciliar, entre otros.

En un cruce de tuberías se dan cuatro casos de flujo posibles, el primer caso se da cuando el flujo llega por una de las cuatro tuberías y sale por las tres que restan, usualmente este caso es llamado trifurcación, flujo dividido o con alimentación simple, Figura 5.5.



Figura 5.5 Cruce: Trifurcación.

En el segundo caso el flujo llega por dos tramos y sale por los dos restantes, en este los dos tramos de llegada son adyacentes. Usualmente es llamado flujo perpendicular o con alimentación doble, Figura 5.6.



Figura 5.6 Cruce: Flujo perpendicular.

El tercer caso, el flujo entra por dos tramos y sale por los otros dos, sin embargo, los tramos de llegada son opuestos entre sí. Es llamado flujo encontrado, Figura 5.7.



Figura 5.7 Cruce: Flujo encontrado.

Por último, en el cuarto caso el flujo entra por tres tuberías y sale por la tubería restante, es llamado flujo combinado, Figura 5.8.



Figura 5.8 Cruce: Flujo combinado.

# 6. EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE UNA RED DE TUBERÍAS A PRESIÓN

La variación a lo largo del día de la demanda de los usuarios de las redes de distribución de agua potable, ocasiona modificaciones temporales de carga de presión y de caudales en sus tuberías. Para analizar el funcionamiento de manera más parecido al real es necesario considerar el flujo no permanente en ellas.

Actualmente existen varios programas de cómputo para conocer el comportamiento hidráulico en las redes de distribución de agua potable, en su mayoría hacen un análisis de períodos extendidos, es decir, no consideran los términos de inercia (análisis dinámico). Cabe mencionar que dichos programas no suelen considerar las pérdidas locales en función del número de Reynolds o del gasto que circulan en las redes, ya que se les asignan valores fijos o simplemente no se incluyen, por lo cual se desprecian los efectos que pueden llegar a tener en los gastos dentro de las tuberías y las cargas de presión en los extremos de estas a lo largo del tiempo.

En la figura 6.1, en el inciso (a) se consideran los efectos de las pérdidas locales, mientras que en el inciso (b) se desprecian, lo que provoca que la presión no sea suficiente para suministrar el tanque de la casa.





Por lo que en este capítulo, se realizará un análisis dinámico de una red de tuberías a presión (teórica), considerando las pérdidas locales, comparando los resultados obtenidos del análisis por períodos extendidos para diferentes horas.

La red teórica mostrada en el esquema de la Figura 6.2, cuenta con 22 tuberías de policloruro de vinilo (PVC), los diámetros de las tuberías van de 19mm a 38mm, con

longitudes de 4.5m a 30m, Tabla 6.1, cuenta con 15 nudos la red, incluyendo el del tanque, Tabla 6.2. Dicha red cuenta con piezas especiales (las cuales sirven como uniones entre las tuberías) como lo son: cruces, tes y codos. En el nudo 15 se encuentra un tanque de almacenamiento, con una carga de 20m.



Figura 6.2 Esquema de la red de tuberías.

,					
TUBERIA	L (m)	D (mm)		NODO	DEMANDA
1	30	38			(m³/s)
2	5.7	25		1	0
3	4	19		2	0
4	4	19		3	0
5	3.5	19		4	0.00055
6	3.5	19		5	0
7	4	19		6	0
8	4	19		7	0
9	3.5	19		8	0
10	3	25		9	0.00055
11	4	19		10	0
12	4	19		11	0.00055
13	3.5	19		12	0.00055
14	4.53	25		13	0.00055
15	4.5	19		14	0
16	4.5	19			
17	4.5	19			
18	4.5	19	11		
19	4.5	19	11		
20	4.5	19	11		
21	4.5	19	11		
22	4.5	19	11		

## 6.1 CÁLCULO DE LA RED DE TUBERÍAS FUNCIONANDO A FLUJO PERMANENTE

El primer paso a realizar fue resolver la red funcionando a flujo permanente con los datos de las tablas 6.1 y 6.2, con ello se obtuvo una primera aproximación del comportamiento de la red, para ello se utilizó el método del Instituto de Ingeniería Sánchez-Fuentes, a continuación se muestra una parte del cálculo realizado en Excel.

XII	19-14-	-   -					4 FP Q	normal - Micros	oft Excel							- 0 X
Archi	vo Inicio	Insertar	Diseño de página	Fórmulas	Datos	Revisar Vista	Complemento	5							4	a 🕜 🗆 🗗 X
Pega	🔏 Cortar	Calib	ori - 11 K <u>S</u> - III-	• A * *	= = =	≫-  ali	istar texto mbinar y centrar *	General \$ * % 000	* €0 00 00 ≠0	Format	o Dar format	o Estilos de	Insertar Eliminar F	Σ Aut ormato	lenar * Ordena	ar Buscary
-	Portananeles	rormato	Fuente	-		Alineación		Númera	5	condicion	ial * como tabla Estilos	* celda *	Cetrias	* (Z D0)	Modificar	seleccionar
-	027	+6	fr			Contraction		(tume o			Latitoa		ccidos		inounisa	
-	A.	p		Ď	E	E	c	ш	i			v	1	54	N	L O E
	A	D	L.	U	E	F	G	н			1	ĸ	L	IVI	IN	
5	K=	1	1											m3/s		
6	Tubería	Q (m3/s)	L (m)	D (mm)	D (m)	A (m)	Re	f	C	2.00	α		q1	0		
7	1	0.0001	30	38	0.038	0.0011	3351	0.0430	13433	346	0.003722		q2	0		
8	2	0.0001	5.7	25	0.025	0.0005	5093	0.0377	1818:	188	0.002750		q3	0		
9	3	0.0001	4	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	46439	951	0.001077		q4	0.00055	1111	
10	4	0.0001	4	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	46439	951	0.001077		q5	0		
11	5	0.0001	3.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	40634	157	0.001230		q6	0		
12	6	0.0001	3.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	40634	157	0.001230		q7	0		
13	7	0.0001	4	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	46439	951	0.001077		q8	0		
14	8	0.0001	4	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	46439	951	0.001077		q9	0.00055		
15	9	0.0001	3.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	40634	457	0.001230		q10	0	1.1	
16	10	0.0001	3	25	0.025	0.0005	5093	0.0377	9569	41	0.005225		q11	0.00055		
17	11	0.0001	4	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	46439	951	0.001077		q12	0.00055		
18	12	0.0001	4	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	46439	951	0.001077		q13	0.00055		
19	13	0.0001	3.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	40634	457	0.001230		q14	0	1.1.2	
20	14	0.0001	4.53	25	0.025	0.0005	5093	0.0377	14449	981	0.003460		qt=	0.00275		
21	15	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	52244	145	0.000957					
22	16	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	52244	145	0.000957					
23	17	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	52244	145	0.000957					
24	18	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	52244	145	0.000957					
25	19	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	52244	145	0.000957					
26	20	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	52244	145	0.000957					
27	21	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	52244	145	0.000957					
28	22	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	52244	145	0.000957					
14 4	Calcu	los / Resultad	Ios EPANET / C	omparativa	Hoja1		-		-1							• 1

Figura 6.3 Datos de la red, obtención del coeficiente de fricción f, coeficiente C y coeficiente α de cada tubería, iteración K=1.

X 🚽 🤊 •	<i>[</i> <sup>21</sup> − ] <del>+</del>		-		-			4 FP Qnd	rmal - Micros	oft Excel									0 X
Archivo	nicio Inser	tar Diseño	de página	Fórmulas	Datos	Revisar 1	/ista Com	nplementos										\$	3 - B X
Pegar Co Portapar	ortar opiar * opiar formato peles ©	Calibri N K S	• 11 •   []] •   ]	• A• A• 3• • <u>A</u> •		≫·· 冒 律律 僅 Alineaciór	Q Ajustar texto Combinar y	centrar *	General \$ ≠ % 000 Número	* 00 00 00 * 0	Formato condiciona	Dar fo I * como Estil	ormato Estil tabla - cel os	os de In da *	sertar Eliminar I	Formato	∑ Autosuma Rellenar * Ø Borrar *	Ordenar y filtrar * s Modificar	Buscar y eleccionar +
Q2	3 🔻	C 1	fsc																
A 22 16 23 17 24 18 25 19 26 20 27 21	B 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001	C 4.5 4.5 4.5 4.5 4.5 4.5 4.5	D 19 19 19 19 19 19 19	E 0.019 0.019 0.019 0.019 0.019 0.019 0.019	F 0.0003 0.0003 0.0003 0.0003 0.0003 0.0003	G 6701 6701 6701 6701 6701 6701	H 0.0348 0.0348 0.0348 0.0348 0.0348 0.0348	I 5224445 5224445 5224445 5224445 5224445 5224445 5224445	j 0.000957 0.000957 0.000957 0.000957 0.000957 0.000957	ĸ			M	N	0	P	Q	R	S L
28 22 29	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6701	0.0348	5224445	0.000957										
30 31 Nudo 1 32 Nudo 2	h1 -0.011163 0.002750	h2 0.002750 -0.004784	h3 0 0.001077	h4 0 0	h5 0 0	h6 0.001230 0.000957	h7 0 0	h8	0 0	h10 0 0.003 0	h11 460 0	0 0	12 H 0 0	113	h14 0 0 0 0		qi -0.0744 0.0000	1 2	
33 Nudo 3 34 Nudo 4	0	0.001077	-0.003110 0.001077	0.001077	0.001230	0	0.000957	0.000	0 957 0 0.00005	0	0	0	0		0 0		0.0000	3	
36 Nudo 5 37 Nudo 7	0.001230	0.000957	0 0.000957	0.001230	0.002188	-0.004221 0.001077	0.001077	0.0010	0 0.00033	0	0 0.0	00957 0	0.000957		0 0		0.0000	6	
38 Nudo 8 39 Nudo 9	0 002450	0 0	0	0.000957	0.000957	0	0.001077	-0.004:	221 0.00123 230 -0.00314	0 5	0	0	0	0.0009	57 0 0 0.000957		0.0000	8 9	
41 Nudo 10 42 Nudo 12	0.003400	0 0	0	0	0	0.000957	0.000957		0	0 0.005	225 -0.0 0 0.0	07259 01077	0.001077 -0.003110	0.0010	0 0 177 0		0.0003	10	
43 Nudo 13 44 Nudo 14	0	0 0	0	0	0 0	0	0	0.000	957 0 0.00095	0 7	0	0 0	0.001077 0	-0.0032 0.0012	64 0.001230 30 -0.002188		0.0003 0.0000	13 14	
45 46 Carga di 47 h1 48 h2	19.63 19.47		Tubería 1 2	Q (m3/s) 0.0014 0.0005															
49 h3 50 h4 51 h5	19.12 18.82 18.76		3 4 5	0.0004 0.0004 0.0001															
52 h6 53 h7	19.38 19.08 Calculos Re	sultados EPAN	6 7 IET Com	0.0004 0.0004	oial 🕅														

Figura 6.4 Matriz de coeficientes α, iteración K=1.

X 🚽 🤊 • 🖓	-   <del>-</del>				4 FP Q	normal - Micros	oft Excel							o x
Archivo Inicio	Insertar Dis	seño de página Fórm	ulas Datos	Revisar Vista	a Complemento	)S		-	CTITIN	11-11		S. A. day and	۵ 🕜	
Cortar	Calibri	- 11 - A	A* = = =	≫r ≣r Aj	ustar texto	General	*	<b>S</b>				2 Autosuma	21	A
Pegar Copiar	NK	S A			mbinar y centrar *	\$ - % 000	€ 0 00 00 ÷ 0	Formato	Dar formato	Estilos de	Insertar Eliminar Formato	Rellenar *	Ordenar B	uscar y
+ Copiar	Tormato	Euseta		Aliparción	-	Número		condiciona	al * como tabla	★ celda ★	Taldas	∠ Borrar *	y filtrar ▼ sele	eccionar *
Portapapeles	14	ruente	19	Anneacion	14	Numero	121		ESTITOS		Celuas		Wodinical	12
Q23	• 0	Jx				1			-	~		2.5	22	1=
A	B	C D	E	F	G	н	1		1	К	L	M	N	0
45				1			-							
46 Carga dis	ponible (m)	Tuber	ria Q (m3/s)											
4/ h1	19.63	1	0.0014	-										
48 n2	19.47	2	0.0005	-										
49 n3	19.12	3	0.0004			-								
50 n4	18.82	4	0.0004	-										
51 n5	18.76	5	0.0001											
52 Nb	19.38	6	0.0004											
53 n/	19.08	/	0.0004											
54 18	18.83	8	0.0003	-										
55 19	18.09	9	0.0002	-										
50 NIU	19.45	10	0.0007	-										
57 h11	19.33	11	0.0004	-										
50 h12	10.70	12	0.0003				-							
55 h15	10.73	15	0.0001											
61 h15	20.00	14	0.0007											
62	20.00	15	0.0001	-										
62		10	0.0001	-			-	-						
64		10	0.0002	-										
65		10	0.0001	-			-							
65		20	0.0001	-				-						
67		20	0.0001				-							
68		21	0.0001	-			-							
69		OT =	0.0071	-				-						
	. Comment	- i,j	0.0071	1				-						

Figura 6.5 Cálculo de las cargas en cada nudo y de los gastos que circulan en cada tubería, iteración K=1.

En la siguiente figura se puede observar como en la iteración K=14 se resuelve la red a flujo permanente, ya que en esta iteración el gasto que circula por la tubería 1 (la cual es la tubería que conecta al tanque con el resto de la red) es igual a la suma de los gastos de demanda de dicha red.

q10 q11	0 0.00055					
q8 q9	0 0.00055					
q7	0					
q5 q6	0					
44 05	0.00055					
q3	0					
q2	0					
q1	0					
Nudo	q (m3/s)					
Gastos de demanda						

Tubería 1							
K (iteración)	Q (m3/s)						
2	0.001425						
3	0.002088						
4	0.002419						
5	0.002584						
6	0.002667						
7	0.002709						
8	0.002729						
9	0.002740						
10	0.002745						
11	0.002747						
12	0.002749						
13	0.002749						
14	0.002750						

Figura 6.6 Cambio en el gasto que circula en la tubería 1 y gastos de demanda de la red.

Por lo tanto la resolución de la red se obtuvo en la iteración K=14, los resultados obtenidos tanto cargas disponibles en los nudos, así como los gastos que circulan en cada una de las tuberías se muestran en la tabla 6.3 y tabla 6.4.

Carga di	isponible (m)		Tubería	Q (m <sup>3</sup> /s)
h1	15.65	1	1	0.0027
h2	14.66	1	2	0.0010
h3	13.08	1	3	0.0007
h4	12.00	1	4	0.0006
h5	11.91	1	5	0.0002
h6	14.41	1	6	0.0007
h7	12.98		7	0.0007
h8	12.05		8	0.0006
h9	11.80		9	0.0003
h10	14.77		10	0.0011
h11	14.18		11	0.0007
h12	12.64		12	0.0005
h13	11.91		13	0.0001
h14	11.86		14	0.0011
h15	20.00		15	0.0002
L		-	16	0.0002
			17	0.0003
			18	0.0001
			19	0.0002
			20	0.0001
			21	0.0001
			22	0.0002

En la siguiente figura, se muestra el esquema de la red de tuberías con los valores contenidos en las tablas anteriores, tanto de cargas disponibles en los nudos como los gastos que circulan en cada tubería.



Figura 6.7 Esquema de la red de tuberías con los valores de las cargas disponibles en los nudos y los gastos en cada tubería.

# 6.2 CÁLCULO DE LA RED DE TUBERÍAS FUNCIONANDO A FLUJO NO PERMANENTE

Se procedió a calcular la red de tuberías funcionando a flujo que cambia con el tiempo, primero mediante períodos extendidos y en seguida se realizó el análisis dinámico, esto para un período de 24 horas.

Para considerar los cambios en las demandas se utilizó la curva de variación horaria de la Ciudad de México mostrada en la Figura 2.7 del capítulo 2, a dicha curva se le ajustó una serie de Taylor de segundo orden, a fin de disponer de una expresión (ecuación 6.1) que permitiera considerar las variaciones de la demanda dentro del cálculo de la red a flujo no permanente. En la siguiente tabla se aprecia el ajuste realizado para los coeficientes de variación, y en la Figura 6.8 se observa la curva de ajuste.

t (s)	q/qmed (Serie de Taylor 2do orden)	Error <sup>2</sup>
0	0.587	0.0003
3600	0.516	0.0020
7200	0.481	0.0048
10800	0.496	0.0041
14400	0.568	0.0001
18000	0.693	0.0019
21600	0.858	0.0033
25200	1.040	0.0016
28800	1.216	0.0070
32400	1.363	0.0039
36000	1.462	0.0002
39600	1.506	0.0000
43200	1.498	0.0000
46800	1.446	0.0003
50400	1.369	0.0004
54000	1.281	0.0010
57600	1.196	0.0005
61200	1.122	0.0000
64800	1.057	0.0018

#### Tabla 6.5 Ajuste de la serie de Taylor de segundo orden.

68400	0.998	0.0060
72000	0.934	0.0043
75600	0.860	0.0064
79200	0.774	0.0153
82800	0.679	0.0062



Figura 6.8 Ajuste de los coeficientes de variación mediante una serie de Taylor de segundo orden.

$$q_d = 1.0 + 0.466 \, Sen \left[ 2\pi \left( \frac{t - 24571.78}{86400} \right) \right] - 0.119 \, Sen \left[ 2\pi \left( \frac{t - 2501.99}{86400/2} \right) \right] \tag{6.1}$$

Dónde:

t es el tiempo, [s]

Para el análisis dinámico se empleó el método desarrollado por el Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México para flujo no permanente.

En las siguientes figuras se muestra una parte del cálculo de la red funcionando con flujo no permanente, en este caso se trata del análisis dinámico.

	🚽 19 -	(°" -   ∓							4 FNP nu	eva serie - Micro	soft Excel					
Ar	chivo In	icio Insert	tar Diseñ	io de página	Fórmulas	Datos	Revisar	Vista Co	mplemento	5						
	<mark>```</mark>	rtar piar *	Calibri	* 11	т А <sup>*</sup> А <sup>*</sup>	= = =	≫>~-	🚔 Ajustar text	0	General	-	<u> </u>				Σ Autosuma ▼ A Rellenar ▼ Z
Pe	gar 👻 🍼 Co	piar formato	NK <u>S</u>	*	🄄 • <u>A</u> •	E E 3		•a• Combinar y	centrar *	\$ ~ % 000		Formato D ondicional • co	arformato Estilos omotabla * celda	de Inserta	r Eliminar Formato	⊘ Borrar ▼ y fil
	Portapap	eles 🕞		Fuente	G		Alineaci	ón	Es.	Número	Gi.		Estilos		Celdas	Modif
	AD1	. <b>.</b>	(=	f <sub>x</sub>												
	A	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K	L	М	N	0	Р
1	ε (mm)	0.0015		v (m2/s)	0.000001		0	0.6								
2	ε (m)	0.0000015					Δt (s)	600								
3							g (m/s2)	9.81								
4																
5	K=	: 1	T	= 25200	Δt =	600							Demanda	m3/s	Factor de demand	q real (m3/s)
6	Tubería	Q (m3/s)	L (m)	D (mm)	D (m)	A (m2)	Re	f	С	α	v		q1	0	1.040	0
7	1	0.0027	30	38	0.038	0.0011	92137	0.0184	575460	0.0003	0.0014		q2	0	1.040	0
8	2	0.0010	5.7	25	0.025	0.0005	50497	0.0210	101057	0 0.0005	0.0005		q3	0	1.040	0
9	3	0.0007	4	19	0.019	0.0003	50216	0.0211	281047	7 0.0002	0.0004		q4	0.00055	1.040	0.00057
10	4	0.0006	4	19	0.019	0.0003	40622	0.0221	294282	0 0.0003	0.0003		q5	0	1.040	0
11	5	0.0002	3.5	19	0.019	0.0003	10379	0.0308	359601	5 0.0009	0.0001		q6	0	1.040	0
12	6	0.0007	3.5	19	0.019	0.0003	47165	0.0213	249244	5 0.0003	0.0004		q7	0	1.040	0
13	7	0.0007	4	19	0.019	0.0003	47588	0.0213	284303	7 0.0002	0.0004		q8	0	1.040	0
14	8	0.0006	4	19	0.019	0.0003	37397	0.0225	299737	3 0.0003	0.0003		q9	0.00055	1.040	0.00057
15	9	0.0003	3.5	19	0.019	0.0003	19044	0.0263	307385	6 0.0006	0.0001		q10	0	1.040	0
16	10	0.0011	3	25	0.025	0.0005	53707	0.0207	524880	0.0009	0.0005	_	q11	0.00055	1.040	0.00057
17	11	0.0007	4	19	0.019	0.0003	49616	0.0211	281769	5 0.0002	0.0004	_	q12	0.00055	1.040	0.00057
18	12	0.0005	4	19	0.019	0.0003	32546	0.0232	309293	1 0.0003	0.0002		q13	0.00055	1.040	0.00057
19	13	0.0001	3.5	19	0.019	0.0003	7433	0.0338	394468	0 0.0011	0.0001	_	q14	0	1.040	0
20	14	0.0011	4.53	25	0.025	0.0005	53707	0.0207	792569	0.0006	0.0005		QT ent=	0.00275	QT sal=	0.00286
21	15	0.0002	4.5	19	0.019	0.0003	15805	0.0276	414109	2 0.0005	0.0001					
22	16	0.0002	4.5	19	0.019	0.0003	16228	0.0274	411346	3 0.0005	0.0001		QT ent-QT sal=	-0.00011	V (ent-sal)=	-0.066
23	17	0.0003	4.5	19	0.019	0.0003	19785	0.0261	391510	1 0.0004	0.0001					
24	18	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	9594	0.0315	472339	7 0.0007	0.0001		Atanque (m2)=	12	hmin (m)=	16.5
25	19	0.0002	4.5	19	0.019	0.0003	11742	0.0298	447325	2 0.0006	0.0001				_	
26	20	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	6612	0.0349	524462	6 0.0010	0.0000		V tanque (m3)	42		
27	21	0.0001	4.5	19	0.019	0.0003	7433	0.0338	507173	1 0.0009	0.0001					
28	22	0.0002	4.5	19	0.019	0.0003	10379	0.0308	462344	8 0.0007	0.0001					
29																
30																
31		h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8	h9	h10	h11	h12	h13	h14	
H	<	ujo no perm	anente 🖉 H	loja2 / Hoja	1 / Hoja3 /	Ноја4 📈 Ној	ja6 🖉 Hoja	5 / 🔁 /								

Figura 6.9 Datos de la red, obtención del coeficiente de fricción f, coeficiente C, coeficiente α y γ de cada tubería, iteración K=1.

🗶   🛃 🤫 -	1=- =				_			4 FNP nue	/a serie - N	licrosoft E	xcel									X
Archivo	nicio Insert	ar Diseño	de página	Fórmulas	Datos	Revisar Vi	sta Co	mplementos											ه 🕜 ه	2 @ O
Pegar Portapar	ortar opiar * opiar formato peles 🖕	Calibri N K S	• 11 •   <u>   </u> •   < Fuente	• A A •	■ <b>= =</b>	≫· 章 建建 靈 Alineación	Ajustar text Combinar y	centrar +	General \$ * % ( Núme	000   <b>*₀8</b> . ero	* 1 * 0 Col	Formato ndicional +	Dar forn como ta Estilos	nato Estilos bla • celda	de Inserta	r Elimin Celda	ar Formato	Σ Autosuma Rellenar * Ø Borrar *	Ordenar Busi y filtrar * selecci Modificar	icar y tionar *
AD	1 •	6 1	r.												_					
A	В	C	D	E	F	G	н	1	L		K	L		M	N		0	Р	Q	E
31	h1	h2	h3	h4 1	15	h6 ł	17	h8	h9	h10		h11	h12	1	13	h14	-		qi	
32 Nudo 1	-0.001695	0.000498	0	0	0	0.000285	(	D	0	0 (	0.000597		0	0	0		0		-0.0063057	7
33 Nudo 2	0.000498	-0.001236	0.000237	0	0	0.000501	(	D	0	0	0	)	0	0	0		0		-0.0000001	.8
34 Nudo 3	.0	0.000237	-0.001254	0.000280	0	0	0.000737	7	0	0	0	)	0	0	0		0		0.0000022	2
35 Nudo 4	0	0	0.000280	-0.002137	0.000895	0		0.0009	162	0	0	)	0	0	0		0		0.00029684	4
36 Nudo 5	0	0	0	0.000895	-0.001591	0			0 0.00	0696	0	)	0	0	0		0		0.0000000	0
37 Nudo 6	0.000285	0.000501	0	0	0	-0.001544	0.00024		0	0	0	0.000	511	0	0		0		0.0000000	0
38 Nudo /	0	0	0.000737	0	0	0.000247	-0.001/15	5 0.0002	99	0	0		0	0.000432	0.000606		0		0.0000000	3
39 Nudo 8		0	0	0.000962	0 000000	0	0.000299	-0.0024	108 0.00	05/1	0		0	0	0.000636		0.000005		0.0000044	2
40 Nudo 9	0	0	0	0	0.000696	0		0.0005	-0.00	2155	0 000 000		0	0	0		0.000885		0.00029639	9
41 Nudo 10	0.000597	0	0	0	U	0			0	0 -0	0.001499	0.000	902	0 000000	0		0		0.0000000	0
42 Nudo 11	0	0	0	0	0	0.000511	0.000.00		0	0 0	0.000902	-0.001	052	0.000239	0 000222		0		0.00029641	1
43 Nudo 12	0	0	0	0	0	0	0.000452	2 0.0000	0	0	0	0.000	259	-0.001004	0.000352		0.001100		0.0002968	5
44 Nudo 15	0	0	0	0	0	0		0.0000	0 0 00	U NOOF	0		0	0.000552	-0.002107		0.001158		0.00029675	9
45 NUCO 14	0	U	0	0	0	0			0 0.00	0000	0	,	U	0	0.001156		-0.002024		0.0000000	<u>.</u>
40 A7 Carena di	coorible (m)	1	Tubaria	O (m2/c)																
AP 61	15 20		1 IUDENIA	0.002861																
40 111	14.22		1	0.001021																
50 63	19.22		2	0.001031					-											
51 64	11.35		3	0.000780																
52 h5	11.35		5	0.000151					_											
53 h6	13.95		6	0.000732									_							
54 h7	12.41		7	0.000739																
55 h8	11.40		8	0.000581																
56 h9	11.40		9	0.000301																
57 h10	14.34		10	0.001097																
58 h11	13.71		11	0.000770																
59 h12	12.04		12	0.000505																
60 h13	11.26		13	0.000115																
61 h14	11.20		14	0.001097																
62 h15	20.00		15	0.000245																
14 4 5 61 F	luio no perm	nonto Ho	is7 /Hois1	/Hois3 /H	loip4 / Hoi:	a6 Hoia5	/ \$~	-	-	-										1.17

Figura 6.10 Matriz de coeficientes α y γ, iteración K=1.
X   🚽 🗉 -	[= -   =								4 FNP nu	ieva ser	ie - Micros	oft Excel					
Archivo Ini	icio Insert	ar D	iseño o	de página	Fórmulas	Datos	Revisar	Vista Com	plemento	5							
Cor	tar piar *	Calibri		- 11	* A* A*	= = =	87.	🛱 Ajustar texto		Gene	ral	*					Σ Autosuma *
Pegar	piar formato	N K	<u>s</u> -	-	<u> - A</u> - I			Combinar y	entrar *	\$ -	% 000	00 00     00     00     0	Formato	Dar formato Est	los de Inser	ar Eliminar Formato	2 Borrar *
Portapape	les 15		FI	uente	14		Alinead	ión	12		Número	6	second and	Estilos		Celdas	N
AD1	•	e	f <sub>x</sub>														
A	В	C		D	E	F	G	н	I.		1	К	L	М	N	0	P
39 Nudo 8	0		0		0 0.000962	0		0 0.000299	-0.00	2468	0.000571		0	0	0 0.00063	6 0	
40 Nudo 9	0		0		0 0	0.000696		0 0	0.00	0571	-0.002153		0	.0	0	0 0.000885	
41 Nudo 10	0.000597		0		0 0	0		0 0		0	0	-0.0014	499 0.0009	902	0	0 0	
42 Nudo 11	.0		0		0 0	0	0.0005	11 0		0	0	0.0009	-0.0016	552 0.0002	39	0 0	
43 Nudo 12	0		0		0 0	0		0 0.000432		0	0		0 0.0002	-0.0010	04 0.00033	2 0	
44 Nudo 13	0		0		0 0	0		0 0	0.00	0636	0		0	0 0.0003	32 -0.00210	7 0.001138	
45 Nudo 14	0		0		0 0	0		0 0		0	0.000885		0	0	0 0.00113	8 -0.002024	
46							-							-	1		
47 Carga dis	ponible (m)	1.		Tubería	Q (m3/s)												
48 h1	15.30	1.	- 11	1	0.002861												
49 h2	14.22			2	0.001031												
50 h3	12.52	1.	2 A 1	3	0.000780												
51 h4	11.35	1	0.11	4	0.000631												
52 h5	11.26		11.1	5	0.000161												
53 h6	13.96	1.	1 A 1	6	0.000732												
54 h7	12.41	11 B.	1 A 1	7	0.000739												
55 h8	11.40	1.	10.1	8	0.000581												
56 h9	11.14		10.1	9	0.000296												
57 h10	14.34	11.0		10	0.001097					_							
58 h11	13.71	11.00		11	0.000770												
59 h12	12.04			12	0.000505												
60 h13	11.26			13	0.000115												
61 h14	11.20			14	0.001097												
62 h15	20.00	11		15	0.000245					-							
63				16	0.000252					-							
64				17	0.000307												
65			0.11	18	0.000149					_							
66	1			19	0.000182					_							
67	1			20	0.000103					_							
68	1			21	0.000115												
69	1			22	0.000161			-							_		
70			0	ξT =	0.0129		- 1	- 10- 10									
IA A P PI FL	ijo no perm	anente	/ Hoja	az / Hoja	1 / Hoja3 / I	Hoja4 / Hoja	a6 / Hoja	5 / 2									

Figura 6.11 Cálculo de las cargas en cada nudo y de los gastos que circulan en cada tubería, iteración K=1.

#### Revisión de la capacidad del tanque de almacenamiento.

Tabla 6.6 Curva masa de gastos m	edios.
----------------------------------	--------

Hora	Q entrada (I/s)	q/qmed	Q salida (I/s)	Q entrada acumulado (l/s)	Q salida acumulado (l/s)	Diferencias (Q acumulado) (l/s)	Diferencias (Volumen) acumulado) (I)	Tránsito en el tanque (I)
								9281.25
0	2.75	0.59	1.62	2.75	1.62	1.13	4059	13340.25
1	2.75	0.52	1.43	5.50	3.05	2.45	8811	18092.25
2	2.75	0.48	1.32	8.25	4.37	3.88	13959	23240.25
3	2.75	0.50	1.38	11.00	5.75	5.25	18909	28190.25
4	2.75	0.57	1.57	13.75	7.32	6.44	23166	32447.25
5	2.75	0.69	1.90	16.50	9.21	7.29	26235	35516.25
6	2.75	0.86	2.37	19.25	11.58	7.67	27621	36902.25
7	2.75	1.04	2.86	22.00	14.44	7.56	27225	36506.25
8	2.75	1.22	3.36	24.75	17.79	6.96	25047	34328.25
9	2.75	1.36	3.74	27.50	21.53	5.97	21483	30764.25
10	2.75	1.46	4.02	30.25	25.55	4.70	16929	26210.25
11	2.75	1.51	4.10	33.00	29.65	3.36	12078	21359.25
12	2.75	1.50	4.13	35.75	33.77	1.98	7128	16409.25
13	2.75	1.45	3.99	38.50	37.76	0.74	2673	11954.25
14	2.75	1.37	3.77	41.25	41.53	-0.27	-990	8291.25
15	2.75	1.28	3.52	44.00	45.05	-1.04	-3762	5519.25
16	2.75	1.20	3.30	46.75	48.35	-1.59	-5742	3539.25
17	2.75	1.12	3.08	49.50	51.43	-1.92	-6930	2351.25
18	2.75	1.06	2.92	52.25	54.34	-2.09	-7524	1757.25
19	2.75	1.00	2.75	55.00	57.09	-2.09	-7524	1757.25
20	2.75	0.93	2.56	57.75	59.65	-1.90	-6831	2450.25
21	2.75	0.86	2.37	60.50	62.01	-1.51	-5445	3836.25
22	2.75	0.77	2.12	63.25	64.13	-0.88	-3168	6113.25
23	2.75	0.68	1.87	66.00	66.00	0.00	0	9281.25

V (I)=	[7.67-(-2.09)]*3600=	35145
C (I)=	1.05V+0.05V=	38659.5
0.05V (I)=	0.05*35145=	1757.25
Vol. Inicial (I)=	-(-2.09)(3600)+0.05V=	9281.25

De la tabla anterior se obtuvo el volumen máximo, el mínimo, y el mínimo necesario del tanque.

Vol. Máximo (I)	27621
Vol. Mínimo (I)	-7524
Vol. mín tanque (I)	35145

Con los valores mencionados anteriormente, se propusieron las siguientes dimensiones para el tanque, en este caso rectangular.

Vol del tanque (I)	42000
Vol del tanque (m <sup>3</sup> )	42
A (m <sup>2</sup> )	3x4 = 12
h (m)	3.5

Como se observa, se propuso un volumen del tanque mayor al definido en la curva masa, esto para dejar un bordo libre como medida de precaución y se dejó un volumen mínimo del orden de 1.76m<sup>3</sup> (4% de su capacidad) con una profundidad del agua mínima de 0.15m.

Para considerar las pérdidas locales dentro del cálculo, se utilizaron una serie de ecuaciones que permiten obtener el coeficiente de pérdida local (K) en función del número de Reynolds de las tuberías en donde se ubica el accesorio. En este caso, solo se incluyó la pérdida originada por cruces, tes y codos. Dichas ecuaciones relacionan el número de Reynolds del tramo de tubería que conecta la salida con el de la tubería que entra, estas fueron tomadas del anexo A. No se utilizaron tal cual las expresiones para cruces, primero se unificaron las ecuaciones disponibles para cada caso, esto, para los tipos de flujo que se presentaron en la red resuelta a flujo permanente.

En el caso de que en el cruce el flujo sea perpendicular:



Figura 6.12 Unificación de las ecuaciones disponibles para flujo perpendicular.

$$K = \frac{1.0561}{\left(\frac{Re_{sal}}{Re_{ent}}\right)^{1.191}} \quad (6.2)$$

En el caso de que en el cruce el flujo se trifurque para las salidas laterales:



Figura 6.13 Unificación de las ecuaciones disponibles para trifurcación.

$$K_{2,3} = \frac{1.108}{\left(\frac{Re_{sal}}{Re_{ent}}\right)^{1.735}} \quad (6.3)$$

Para obtener el coeficiente de pérdida en el tramo de tubería contiguo al de la entrada, se utilizó la ecuación 6.4 tomada del anexo A.

$$K_4 = \frac{0.711}{\left(\frac{Re_4}{Re_1}\right)^{2.922}} \quad (6.4)$$

En cuanto a las expresiones utilizadas para las tes y codos, se utilizaron las expresiones que se muestran a continuación, todas tomadas del anexo A.

Cuando en la unión tipo te se da una bifurcación o separación del flujo, para el tramo de salida que forma parte de la tubería principal, Q-Q<sub>r</sub>:

$$k = 0.685 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 - 0.3282 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 0.0142 \quad (6.5)$$

Y para el tramo que diverge de la tubería principal, Q-Q<sub>l</sub>, se utilizó la ecuación 6.6:

$$k = 0.9739 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 - 0.6966 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 1.0205$$
 (6.6)

Mientras que para los codos se utilizó la siguiente expresión:

$$K = 1.49 R e^{-0.145} \quad (6.7)$$

### 6.3 RESULTADOS DE LA RED DE TUBERÍAS FUNCIONANDO CON FLUJO NO PERMANENTE

Primero se hizo una comparativa entre las cargas obtenidas en cada nudo con el análisis de períodos extendidos y las obtenidas con el análisis dinámico, sin considerar las pérdidas originadas por los accesorios. En la Tabla 6.7, 6.8 y 6.9 se observan dichas comparativas a través de diferencias porcentuales, esto para las 2, 7 y 11 horas, las cuales corresponden respectivamente al momento que se presenta el gasto mínimo, medio y máximo demandados en la ciudad de México.

Períodos	s extendidos	Análisi	s dinámico		
Carga disponible (m)		Carga di	sponible (m)	Dif cargas (m)	%
h1	18.82	h1	17.43	1.39	7.38
h2	18.55	h2	17.16	1.39	7.49
h3	18.12	h3	16.73	1.39	7.66

 Tabla 6.7 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico sin considerar las pérdidas locales, para las 2 horas (Gasto mínimo).

h4	17.83	h4	16.44	1.39	7.79
h5	17.80	h5	16.41	1.39	7.80
h6	18.49	h6	17.10	1.39	7.51
h7	18.10	h7	16.71	1.39	7.67
h8	17.84	h8	16.45	1.39	7.78
h9	17.77	h9	16.38	1.39	7.81
h10	18.58	h10	17.19	1.39	7.48
h11	18.42	h11	17.03	1.39	7.54
h12	18.00	h12	16.61	1.39	7.71
h13	17.80	h13	16.41	1.39	7.80
h14	17.79	h14	16.40	1.39	7.80
h15	20.00	h15	18.61	1.39	6.96

![](_page_78_Figure_1.jpeg)

Figura 6.14 Cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico sin considerar las pérdidas locales, para las 2 horas, (Gasto mínimo).

Períodos extendidos		Análisis	s dinámico		
Carga disponible (m)		Carga di	sponible (m)	Dif cargas (m)	%
h1	15.65	h1	15.30	0.35	2.25
h2	14.66	h2	14.22	0.43	2.95
h3	13.08	h3	12.52	0.56	4.27
h4	12.00	h4	11.35	0.65	5.39
h5	11.91	h5	11.26	0.65	5.48
h6	14.41	h6	13.96	0.45	3.13
h7	12.98	h7	12.41	0.57	4.37
h8	12.05	h8	11.40	0.64	5.33
h9	11.80	h9	11.14	0.66	5.61
h10	14.77	h10	14.34	0.42	2.86
h11	14.18	h11	13.71	0.47	3.31
h12	12.64	h12	12.04	0.59	4.70
h13	11.91	h13	11.26	0.65	5.48
h14	11.86	h14	11.20	0.66	5.54
h15	20.00	h15	20.00	0.00	0.00

# Tabla 6.8 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico sin considerar las pérdidas locales, para las 7 horas, (Gasto medio).

![](_page_80_Figure_0.jpeg)

Figura 6.15 Cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico sin considerar las pérdidas locales, para las 7 horas, (Gasto medio).

Períodos	s extendidos	Análisi	s dinámico		
Carga di	sponible (m)	Carga disponible (m)		Dif cargas (m)	%
h1	10.89	h1	9.82	1.07	9.80
h2	8.81	h2	7.75	1.07	12.11
h3	5.52	h3	4.46	1.07	19.35
h4	3.28	h4	2.21	1.07	32.60
h5	3.11	h5	2.04	1.07	34.45
h6	8.31	h6	7.25	1.07	12.84
h7	5.33	h7	4.26	1.07	20.07
h8	3.39	h8	2.32	1.07	31.59
h9	2.88	h9	1.81	1.07	37.16

Tabla 6.9 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico sin considerar las pérdidas locales, para las 11 horas, (Gasto máximo).

h10	9.05	h10	7.99	1.07	11.79
h11	7.84	h11	6.77	1.07	13.63
h12	4.62	h12	3.55	1.07	23.14
h13	3.11	h13	2.04	1.07	34.44
h14	3.01	h14	1.94	1.07	35.58
h15	20.00	h15	18.94	1.06	5.32

![](_page_81_Figure_1.jpeg)

Figura 6.16 Cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico sin considerar las pérdidas locales, para las 11 horas, (Gasto máximo).

En seguida, se efectuó una comparación entre la red resuelta a flujo no permanente mediante el método de períodos extendidos y el análisis dinámico considerando las pérdidas locales originadas por uniones, al igual, para las 2, 7 y 11 horas.

Períodos extendidos		Análisi	s dinámico		
Carga di	sponible (m)	Carga di	sponible (m)	Dif cargas (m)	%
h1	18.83	h1	17.43	1.39	7.39
h2	18.56	h2	17.17	1.39	7.51
h3	18.13	h3	16.73	1.39	7.69
h4	17.81	h4	16.45	1.35	7.60
h5	17.78	h5	16.44	1.33	7.50
h6	18.50	h6	17.10	1.40	7.55
h7	18.10	h7	16.68	1.42	7.87
h8	17.85	h8	16.42	1.43	8.02
h9	17.73	h9	16.43	1.30	7.35
h10	18.58	h10	17.19	1.38	7.45
h11	18.41	h11	17.03	1.38	7.50
h12	17.98	h12	16.62	1.35	7.52
h13	17.77	h13	16.45	1.32	7.43
h14	17.76	h14	16.44	1.31	7.40
h15	20.00	h15	18.61	1.39	6.96

Tabla 6.10 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico considerando las pérdidas locales, para las 2 horas, (Gasto mínimo).

![](_page_83_Figure_0.jpeg)

Figura 6.17 Cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico considerando las pérdidas locales, para las 2 horas, (Gasto mínimo).

Periodos extendidos		Análisi	s dinámico		
Carga di	sponible (m)	Carga di	sponible (m)	Dif cargas (m)	%
h1	15.65	h1	15.30	0.35	2.25
h2	14.68	h2	14.26	0.42	2.84
h3	13.09	h3	12.54	0.55	4.22
h4	11.90	h4	11.19	0.71	5.96
h5	11.80	h5	11.08	0.72	6.12
h6	14.46	h6	14.04	0.42	2.89
h7	13.00	h7	12.44	0.56	4.27
h8	12.09	h8	11.47	0.61	5.08
h9	11.62	h9	10.85	0.77	6.60

 
 Tabla 6.11 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico considerando las pérdidas locales, para las 7 horas, (Gasto medio).

h10	14.73	h10	14.28	0.45	3.05
h11	14.12	h11	13.60	0.51	3.65
h12	12.52	h12	11.84	0.68	5.44
h13	11.78	h13	11.03	0.75	6.37
h14	11.72	h14	10.97	0.75	6.42
h15	20.00	h15	20.00	0.00	0.00

![](_page_84_Figure_1.jpeg)

Figura 6.18 Cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico considerando las pérdidas locales, para las 7 horas, (Gasto medio).

Períodos extendidos		Análisi	s dinámico		
Carga di	sponible (m)	Carga di	sponible (m)	Dif cargas (m)	%
h1	10.89	h1	9.82	1.07	9.80
h2	8.86	h2	7.79	1.07	12.04
h3	5.55	h3	4.48	1.07	19.24
h4	3.07	h4	2.00	1.07	34.78
h5	2.86	h5	1.79	1.07	37.41
h6	8.41	h6	7.35	1.07	12.68
h7	5.36	h7	4.30	1.07	19.91
h8	3.48	h8	2.41	1.07	30.75
h9	2.47	h9	1.40	1.07	43.26
h10	8.96	h10	7.90	1.07	11.90
h11	7.69	h11	6.62	1.07	13.88
h12	4.35	h12	3.28	1.07	24.56
h13	2.82	h13 1.75		1.07	37.98
h14	2.69	h14	1.62	1.07	39.75
h15	20.00	h15	18.94	1.06	5.32

Tabla 6.12 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico considerando las pérdidas locales, para las 11 horas, (Gasto máximo).

![](_page_86_Figure_0.jpeg)

Figura 6.19 Cargas obtenidas por períodos extendidos y análisis dinámico considerando las pérdidas locales, para las 11 horas, (Gasto máximo).

Posteriormente se obtuvieron las cargas disponibles en cada nudo de la red, considerando y no los efectos de las pérdidas originadas por los accesorios mencionados anteriormente, esto, para diferentes horas, por medio del análisis dinámico. En las siguientes tablas se aprecian los resultados de ambos análisis, así como la diferencia porcentual entre uno y otro para las 2, 7 y 11 horas.

Sin pérdidas locales		Con pérc	lidas locales		
Carga disponible (m)		Carga disponible (m)		Dif cargas (m)	%
h1	17.43	h1 17.43		0.00	0.00
h2	17.16	h2 17.17		0.00	-0.01
h3	16.73	h3	16.73	0.00	0.01
h4	16.44	h4	16.45	-0.01	-0.09

Tabla 6.13 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas con el análisis dinámico considerando y no las pérdidas locales, para las 2 horas.

h5	16.41	h5	16.44	-0.03	-0.19
h6	17.10	h6	17.10	0.00	-0.02
h7	16.71	h7	16.68	0.03	0.18
h8	16.45	h8	16.42	0.03	0.20
h9	16.38	h9	16.43	-0.05	-0.28
h10	17.19	h10	17.19	0.00	0.02
h11	17.03	h11	17.03	0.00	0.03
h12	16.61	h12	16.62	-0.01	-0.07
h13	16.41	h13	16.45	-0.04	-0.24
h14	16.40	h14	16.44	-0.04	-0.27
h15	18.61	h15	18.61	0.00	0.00

![](_page_87_Figure_1.jpeg)

Figura 6.20 Cargas obtenidas con el análisis dinámico considerando y no las pérdidas locales, para las 2 horas, (Gasto mínimo).

Sin pérdidas locales		Con pérc	lidas locales		
Carga di	sponible (m)	Carga di	sponible (m)	Dif cargas (m)	%
h1	15.30	h1	15.30	0.00	0.00
h2	14.22	h2	14.26	-0.03	-0.25
h3	12.52	h3	12.54	-0.02	-0.14
h4	11.35	h4	11.19	0.16	1.37
h5	11.26	h5	11.08	0.18	1.58
h6	13.96	h6	14.04	-0.08	-0.56
h7	12.41	h7	12.44	-0.03	-0.23
h8	11.40	h8	11.47	-0.07	-0.59
h9	11.14	h9	10.85	0.28	2.53
h10	14.34	h10	14.28	0.07	0.46
h11	13.71	h11	13.60	0.11	0.80
h12	12.04	h12	11.84	0.21	1.70
h13	11.26	h13	11.03	0.23	2.00
h14	11.20	h14	10.97	0.23	2.09
h15	20.00	h15	20.00	0.00	0.00

## Tabla 6.14 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas con el análisis dinámico considerando y no las pérdidas locales, para las 7 horas, (Gasto medio).

![](_page_89_Figure_0.jpeg)

Figura 6.21 Cargas obtenidas con el análisis dinámico considerando y no las pérdidas locales, para las 7 horas, (Gasto medio).

Sin pérdidas locales		Con péro	didas locales					
Carga di	sponible (m)	Carga di	sponible (m)	Dif cargas (m)	%			
h1	9.82	h1	9.82	0.00	0.00			
h2	7.75	h2	7.79	-0.05	-0.61			
h3	4.46	h3	4.48	-0.03	-0.61			
h4	2.21	h4 2.00		0.21	9.39			
h5	2.04	h5	1.79	0.25	12.11			
h6	7.25	h6	7.35	-0.10	-1.38			
h7	4.26	h7	4.30	-0.04	-0.93			
h8	2.32	h8	2.41	-0.09	-3.88			
h9	1.81	h9	1.40	0.41	22.42			

Tabla 6.15 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas con el análisis dinámico considerando y
no las pérdidas locales, para las 11 horas, (Gasto máximo).

h10	7.99	h10	7.90	0.09	1.11
h11	6.77	h11	6.62	0.15	2.17
h12	3.55	h12	3.28	0.27	7.55
h13	2.04	h13	1.75	0.29	14.27
h14	1.94	h14	1.62	0.32	16.29
h15	18.94	h15	18.94	0.00	0.00

![](_page_90_Figure_1.jpeg)

Figura 6.22 Cargas obtenidas con el análisis dinámico considerando y no las pérdidas locales, para 11 horas, (Gasto máximo).

También se utilizó el programa EPANET para resolver la red a flujo no permanente, este realiza un análisis de período extendido, y para que la demanda en los nudos varíe de forma periódica a lo largo del día se emplea una curva de modulación. En este caso, se usa la misma curva de variación horaria mencionada anteriormente. Cabe mencionar que en dicho programa, tampoco se toman en cuenta las pérdidas locales en función del cambio de gastos en los conductos, si se quieren incluir se debe introducir la pérdida que origina el accesorio manualmente. En las siguientes tablas se muestra una comparación

por medio de diferencias porcentuales entre los resultados obtenidos con EPANET y los que se obtuvieron en el análisis dinámico, esto para las 2, 7 y 11 horas.

EPANET FNP		Análisi	s dinámico		
Carga di	sponible (m)	Carga di	sponible (m)	Dif cargas (m)	%
h1	18.5	h1	17.43	1.07	5.76
h2	18.16	h2	17.17	0.99	5.47
h3	17.62	h3	16.73	0.89	5.03
h4	17.21	h4	16.45	0.76	4.40
h5	17.18	h5	16.44	0.74	4.28
h6	18.07	h6	17.10	0.97	5.36
h7	17.57	h7	16.68	0.89	5.08
h8	17.23	h8	16.42	0.81	4.71
h9	17.14	h9	16.43	0.71	4.15
h10	18.19	h10	17.19	1.00	5.49
h11	17.99	h11	17.03	0.96	5.34
h12	17.44	h12	16.62	0.82	4.68
h13	17.18	h13	16.45	0.73	4.23
h14	17.16	h14	16.44	0.72	4.18
h15	20	h15	18.61	1.39	6.96

Tabla 6.16 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas con EPANET y el análisis dinámico, para las 2 horas, (Gasto mínimo).

![](_page_92_Figure_0.jpeg)

Figura 6.23 Cargas obtenidas con EPANET y el análisis dinámico, para las 2 horas, (Gasto mínimo).

EPANET FNP		Análisis dinámico			
Carga di	Carga disponible (m)		sponible (m)	Dif cargas (m)	%
h1	15.63	h1	15.30	0.33	2.13
h2	14.64	h2	14.26	0.38	2.61
h3	13.08	h3	12.54	0.54	4.16
h4	11.88	h4	11.19	0.69	5.77
h5	11.8	h5	11.08	0.72	6.11
h6	14.39	h6	14.04	0.35	2.43
h7	12.93	h7	12.44	0.49	3.77
h8	11.96	h8	11.47	0.49	4.08
h9	11.69	h9	10.85	0.84	7.15
h10	14.74	h10	14.28	0.46	3.13

Fabla 6.17 Dif	ferencias	porcentuales	de las	cargas	obtenidas	con	EPANET	y el	análisis	dinámico,	para
			las 7	horas, (	(Gasto med	lio).					

h11	14.15	h11	13.60	0.55	3.86
h12	12.58	h12	11.84	0.74	5.89
h13	11.82	h13	11.03	0.79	6.67
h14	11.76	h14	10.97	0.79	6.72
h15	20	h15	20.00	0.00	0.00

![](_page_93_Figure_1.jpeg)

Figura 6.24 Cargas obtenidas con EPANET y el análisis dinámico, para las 7 horas, (Gasto medio).

Tabla 6.18 Diferencias porcentuales de las cargas obtenidas con EPANET y el análisis dinámico, para					
las 11 horas, (Gasto máximo).					

EPANET FNP		Análisis dinámico			
Carga disponible (m)		Carga disponible (m)		Dif cargas (m)	%
h1	10.92	h1	9.82	1.10	10.08
h2	8.87	h2	7.79	1.08	12.14
h3	5.66	h3	4.48	1.18	20.79

	1				
h4	3.16	h4	2.00	1.16	36.57
h5	3	h5	1.79	1.21	40.35
h6	8.35	h6	7.35	1.00	12.01
h7	5.34	h7	4.30	1.04	19.54
h8	3.32	h8	2.41	0.91	27.50
h9	2.77	h9	1.40	1.37	49.32
h10	9.08	h10	7.90	1.18	13.03
h11	7.86	h11	6.62	1.24	15.72
h12	4.61	h12	3.28	1.33	28.78
h13	3.03	h13	1.75	1.28	42.38
h14	2.93	h14	1.62	1.31	44.66
h15	20	h15	18.94	1.06	5.32

![](_page_94_Figure_1.jpeg)

![](_page_94_Figure_2.jpeg)

En las siguientes gráficas se realizó una comparación entre las cargas disponibles en cada nudo obtenidas con el análisis dinámico, con el método de períodos extendidos y también los que se generaron con el programa EPANET para flujo no permanente, tanto para los gastos mínimo, normal y máximo considerados en este trabajo.

![](_page_95_Figure_1.jpeg)

Figura 6.26 Cargas obtenidas con EPANET, análisis dinámico y períodos extendidos para las 2 horas, (Gasto mínimo).

![](_page_96_Figure_0.jpeg)

Figura 6.27 Cargas obtenidas con EPANET, análisis dinámico y períodos extendidos para las 7 horas, (Gasto normal).

![](_page_96_Figure_2.jpeg)

Figura 6.28 Cargas obtenidas con EPANET, análisis dinámico y períodos extendidos para las 11 horas, (Gasto máximo).

A continuación se muestran una serie de gráficas en donde se puede observar como varia la carga disponible en los nudos en 24 horas, tanto las que se obtuvieron con el análisis dinámico, con el análisis por períodos extendidos y con EPANET para flujo no permanente, considerando las pérdidas locales  $h_L$ .

![](_page_97_Figure_1.jpeg)

Figura 6.29 Variación de la carga disponible en el nudo 8 en un período de 24 horas.

![](_page_98_Figure_0.jpeg)

Figura 6.30 Variación de la carga disponible en el nudo 9 en un período de 24 horas.

![](_page_98_Figure_2.jpeg)

Figura 6.31 Variación de la carga disponible en el nudo 14 en un período de 24 horas.

Otro punto de interés en el presente trabajo es considerar los coeficientes de pérdida local K en función de los gastos que varían a lo largo del tiempo, en las siguientes gráficas se muestra la variación de dicho coeficiente para el caso de las tuberías conectadas al cruce del nudo 8 (trifurcación).

![](_page_99_Figure_1.jpeg)

Figura 6.32 Variación del coeficiente de pérdida local K en un período de 24 horas.

![](_page_99_Figure_3.jpeg)

Figura 6.33 Variación del coeficiente de pérdida local K en un período de 24 horas.

![](_page_100_Figure_0.jpeg)

Figura 6.34 Variación del coeficiente de pérdida local K en un período de 24 horas.

#### 7. CONCLUSIONES

Cabe resaltar que las pérdidas locales toman mayor importancia en aquellas redes donde sus tuberías tienen longitudes cortas.

Para algunas redes es importante contemplar las pérdidas locales en el cálculo de una red de tuberías a presión, sobre todo en los intervalos de tiempo en los que se tienen mayores gastos.

Debido a que en una red de tuberías a presión funcionando a flujo no permanente los gastos están cambiando principalmente por la variación de la demanda de los usuarios, es recomendable utilizar expresiones que permitan la obtención del coeficiente de pérdida local en función del número de Reynolds.

Se encontró que para conocer con mayor precisión las cargas de presión y la cantidad de agua disponible que se entrega en una red de tuberías a presión, es conveniente considerar el cambio de almacenamiento en los tanques, ya que en ocasiones se presenta un cambio de nivel importante y para cerciorarse de ello, es importante llevar a cabo un análisis dinámico.

A continuación se resume algunos comentarios sobre los resultados obtenidos, en los cuales se corrobora lo mencionado.

 a) Comparativa entre el análisis con períodos extendidos y el dinámico sin considerar las pérdidas locales.

En la tabla 6.9 para las 11 horas se tiene una diferencia porcentual hasta del 37% en el caso del nudo 9. En otros nudos tales como 4, 5, 8, 13 y 14 se tienen una diferencia porcentual mayor al 30%.

En las tablas 6.7 y 6.8, donde se obtuvieron los resultados para las 2 y 7 horas, que son horarios de baja demanda, se tienen diferencias porcentuales bajas en comparación con las anteriores.

Por lo tanto, se acepta que es importante considerar el cambio de almacenamiento en los tanques; es decir, resolver la red de tuberías a través de un modelo dinámico, sobre todo en los lapsos de tiempo en donde se tienen demandas más altas de caudal.

Los resultados arrojados de la comparación entre la red resuelta a flujo no permanente

mediante el método de períodos extendidos y el análisis dinámico considerando las pérdidas locales, se obtuvo que para las 11 horas (tabla 6.12) se tiene una diferencia porcentual hasta del 43%, tal es el caso del nudo 9, el cual se encuentra localizado en seguida del nudo 6, 7 y 8, en los cuales hay un cruce de tuberías, también dicho nudo está en medio de la salida de los codos 5 y 14.

En general, se observa como las diferencias porcentuales aumentaron en la mayoría de los nudos de la red en estudio.

En nudos tales como 5, 13 y 14 se tienen una diferencia porcentual mayor al 35%, por ejemplo la carga disponible en el nudo 13 es afectada por la trifurcación del nudo 8. En nudos como el 4 y el 8 se tiene una diferencia de más del 30%. Como se puede apreciar para las 2 (tabla 6.10) y 7 (tabla 6.11) horas, que son horarios de baja demanda, se tienen diferencias porcentuales bajas en comparación con las anteriores; en general, estos resultados son muy similares, es decir las diferencias entre períodos extendidos y análisis dinámico considerando las pérdidas locales no es tan notoria, esto debido a que son horas con baja demanda de los usuarios.

En cuanto a las cargas disponibles, se analizaron sus valores en el tiempo, incluyendo y no las pérdidas locales. En el ejemplo, se tiene que para las 11 horas hay una diferencia porcentual del 22% en el nudo 9, el cual como se había mencionado, se encuentra aguas abajo de tres accesorios (uniones de tuberías); por lo tanto, las pérdidas locales que se generan afectan la carga en dicho nudo.

En otros nudos tales como el 5, 13 y 14 se tiene una diferencia porcentual mayor al 10%. Aunque resultan diferencias porcentuales pequeñas, en realidad llevadas a metros de pérdida de carga puede significar falta de presión, por ejemplo en el caso del nudo 9 se está perdiendo medio metro, lo cual se reflejaría en que probablemente si se trata de una cisterna no alcanzaría a llegar el agua. Como se puede apreciar para las 2 y 7 horas, que son horarios de baja demanda, se tienen diferencias porcentuales bajas, se podría asumir que mientras mayor sea el gasto de demanda por los usuarios de la red, toma importancia incluir dentro del cálculo las pérdidas locales.

b) Comparación entre EPANET y el análisis dinámico.

Se aprecia en la Tabla 6.18, que para la hora de mayor demanda que es a las 11 horas, se tienen diferencias porcentuales de hasta el 49%. Con ello se nota que programas como

el citado, al realizar un análisis de período extendido subestiman los efectos (por ejemplo) que tiene el cambio de almacenamiento en un tanque, al igual se tiene la desventaja de no incluir dentro del cálculo las pérdidas locales que se originan por uniones de tuberías en función de los gastos que circulan por ellas.

- c) El obtener los coeficientes de pérdida local (K) en función del número de Reynolds da una mayor precisión de la pérdida que se da por un accesorio, esta pérdida puede cobrar mayor importancia debido a las variaciones de niveles de carga en los tanques, sobre todo cuando la carga dentro del tanque es baja.
- d) Para el dimensionamiento de los tanques, se debe realizar la curva masa de los gastos medios, para así conocer el volumen mínimo necesario, una vez conocido, y en conjunto con las características del terreno donde se vaya a instalar, dimensionarlo adecuadamente, ya que muchas veces no se cuenta con mucho espacio (tal es el caso de la Ciudad de México), trayendo consigo que tengan que ser tanques altos y por lo tanto los cambios en las cargas son más bruscos.

Para finalizar, una futura línea de investigación es experimentar con tuberías de diámetros mayores, y obtener diferentes expresiones para el cálculo del coeficiente de pérdida local, ya que la mayoría de las que se encontraron son para diámetros pequeños.

Otra variable es el uso de diferentes materiales para las tuberías y accesorios en estudio; por ejemplo, el polietileno de alta densidad, aunque en general las pérdidas locales son consecuencia de la turbulencia. También sería interesante llevar a cabo análisis en donde se consideren otros accesorios comunes en las redes de agua potable (aparte de las uniones de tuberías), y así observar el comportamiento de las cargas disponibles en una red de tuberías.

#### 8. BIBLIOGRAFÍA

**Basurto, H.I.** (2014). Tesis: "Pérdidas de energía en cruces de tuberías", México, Universidad Nacional Autónoma de México.

**Cengel Y.A. y Turner R.H.** (2001). *Fundamentals of Thermal-Fluid Sciences*, McGraw-Hill, New York.

**CONAGUA.** (2007). Manual de Agua Potable, Alcantarillado y Saneamiento: Redes de Distribución, Secretaria de Medio Ambiente y Recursos Naturales, México.

**De Luna, C.F.** (2001) Tesis: "Flujo no permanente en redes de tuberías funcionando a presión", México, Universidad Nacional Autónoma de México.

**Franco, H. L. E.** (2006). Tesis:" Cálculo de Redes de Agua Potable Considerando Flujo Permanente", México, Universidad Nacional Autónoma de México.

**Fuentes M.O.A.** (2004) "Variación de las pérdidas de energía a lo largo de un día en redes de distribución de agua potable". Instituto de Ingeniería UNAM, México, D.F.

**Fuentes, M.O.A. y Rosales, P.I.L.** (2004) "Estimación de pérdidas locales de energía en tomas domiciliarias de agua potable", En: Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XIX, Núm. 1, pp. 65-73, México.

**Fuentes M.O.A y Sánchez B.** (1991), "Actualización de un método para calcular redes de tuberías funcionando a presión en régimen permanente", Revista Ingeniería, Vol. LXI, No.4, México.

**Hurtado, R.A.** (2013). Tesis: "Algunos Aspectos sobre la importancia de considerar las pérdidas locales en el cálculo de redes de agua potable", México, Universidad Nacional Autónoma de México.

IMTA. (2001). Reducción integral de pérdidas de agua potable, México.

**Luna. A.J.B.** (2015). Tesis: "Cuantificación de las pérdidas locales en redes de agua potable", México, Universidad Nacional Autónoma de México.

Mataix, C. (1998). Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas, Shaki, México.

**Patiño, M. J. A.** (2011). Tesis: "Pérdidas menores de energía en redes de tubería de agua potable", México, Universidad Nacional Autónoma de México.

Porto, R. De M. (2004). Hidráulica Básica, EESC-USP, São Carlos.

**Rosales P.I.L.** (2012). Tesis: "Propuesta de métodos para revisión, rehabilitación y diseño de redes de tuberías de agua potable", México, Universidad Nacional Autónoma de México.

Sharp, Z.B. (2009), Energy Losses in cross junctions, Utah State University, Logan, Utah.

Simon, L.A. (1983), Hidráulica Básica, Limusa, México.

Sotelo, A.G. (1991). Hidráulica General, Limusa-Noriega Editores, México.

Streeter V. L. (1988). Mecánica de Fluidos, McGraw-Hill, México.

**U.S. EPA.** (2010). EPANET 2 Manual de Usuario. Traducción: Universidad Politécnica de Valencia, Cincinnati, Ohio.

White, F.M. (2007). Mecánica de Fluidos, McGraw-Hill, México.

### ANEXO A: CATÁLOGO DE COEFICIENTES K DE PÉRDIDA LOCAL PARA DIFERENTES ACCESORIOS.

Catálogo de pérdidas para diferentes accesorios	107
Entradas	107
Salidas	108
Ampliación gradual	109
Ampliación brusca	110
Reducción gradual	111
Reducción brusca	112
Codos	113
Válvulas	117
Tes: unión y separación (bifurcaciones)	124
Cruces	128
Equivalencias entre longitudes equivalentes y número de diámetros	134

## Catálogo de pérdidas para diferentes accesorios

Entradas

Accesorio o pieza	Valor de K	Ec. para K (en función del Re)	
Entrada sumergida			
	K = 0.80		
	(t < D y I ~ 0.1D)	S/N	
$\rightarrow \gamma p$	[Cengel y Turner, 2001].		
·			
Borde afilado			
Simon	K = 0.80		
	[Cengel y Turner, 2001].	S/N	
Policies Product of States			
Deside as the deside			
Borde redondeado			
. I see hand set a	K = 0.03		
	(r/D > 0.2)	S/N	
$\longrightarrow \mathcal{V}$ D	[Cengel y Turner, 2001]		
·			
Borde redondeado			
(ligeramente)	K = 0.13		
	(r/D = 0.1)	S/N	
	[Cengel y Turner, 2001]		
## Salidas

Accesorio o pieza	Valor de K	Ec. para K (en función del Re)
Salida sumergida	K=1.0 [Cengel y Turner, 2001]	S/N
Borde afilado	K=1 0	
-> v	[Cengel y Turner, 2001]	S/N
Borde redondeado		
	K=1.0 [Cengel y Turner, 2001]	S/N
	A <sub>s</sub> /A <sub>1</sub> K	
Salida (relaciones de areas)	0.1 0.83	
⊽	0.2 0.84	
	0.3 0.85	0.151
A,	0.4 0.87	S/N
V1 V	0.5 0.88	
	0.6 0.9	
	0.7 0.92	
1	0.8 0.94	
	0.9 0.965	
	1 1	
	[Sotelo, 1991].	

## Ampliación gradual

Accesorio o pieza		Valor	de K		Ec. para K (en función del Re)
Ampliación gradual Ampliación gradual	d/D	K	d/D	К	
	0.5	0.75	0.8	0.1	S/N
	0.0	0.5	0.9	0	
Ampliación súbita	L	[Hurtado	b, 2013	5]	
		θ°	К		
		20 (	0.02		
		45 (	0.04		
		60 (	0.07		
Ampliación gradual	[C	engel y Tu	urner, 20	001]	
(anguio)		<u> </u>	,	-	_
	Θ	K	Θ	K	S/N
	2°	0.033	20°	0.31	
$\longrightarrow \mathcal{V} \mid d \qquad   \theta \qquad   D$	4°	0.039	30°	0.49	
	6°	0.046	40°	0.60	
	8"	0.055	50°	0.67	
	10°	0.078	60°	0.72	
	12°	0.10	75°	0.72	
	15°	0.16	90°	0.67	
	[Bh	ave and C	I Gupta, 2	2006]	

## Ampliación brusca

Accesorio o piez	za			Valo	r de K			Ec. para K (en función del Re)				
	I						٦					
		d/	D	K	d/D	K						
		0.	2	1	0.65	0.35	-					
		0.3	35	0.8	0.8	0.15						
		0	5	0.6			-					
mpliación cúbit	· <b>`</b>	0.		0.0			]					
	.a		ĮΗ	lurtad	0, 201	3]						
	_				K							
	D1/	D2	V1:	= 0.6	m/s	V1=13	m/s	S/N				
d T 🛛 D	1.00	)		0.00	)	0.0	0	O, IT				
<u> </u>	0.8	3		0.11		0.08						
	0.7	1	0.26		6	0.20						
insanchamiento	o brusc <sup>0.63</sup>		0.40		)	0.3	2					
	0.50	5	0.51			0.4	0					
	0.50	0.50 0		0.60		0.47						
I	0.40	)	0.74		0.5	8						
	0.3	3	0.83		0.83		0.83		0.83		5	
	0.2	5		0.92	2	0.7	2					
	0.20	)		0.96	6	0.7	5					
Ampliación brus		[	Bhav	e and	Gupta,	2006]						
(ecuación en funció la relación de diáme	on de etros)											
	D	$K = \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2$ [Cengel y Turner, 2001]					S/N					

### Reducción gradual

Accesorio o pieza		Valor d	le K		Ec. para K (en función del Re)
TCOOCHOIL STOOLOGIA					
	d/D	Kc	d/D	K	
	0.5	0.2 (	0.8 0	.05	
	0.6	0.17 (	0.0	0	S/N
	0.0	0.17	0.9	0	
	0.7	0.1			
		[Hurtado, 2	2013]		
Reducción gradual					
(para 0-20 )			κL		
		0.2 0	).3		
$D = \theta = d$		0.4 0.	.25		S/N
			45		0,11
		0.6 0.	.15		
		0.8 0	).1		
	[C	engel y Turr	ner, 2001	]	
	θ	K	θ	K	
Reducción del ángulo					
	4° a 5°	0.005-0.0	06 35°	0.26	
	7°	0.16	40	0.28	
$ \bigwedge_{i}^{D_1} \xrightarrow{Y_1} \theta \left( \underbrace{\longrightarrow}_{V_2} V_2 \right) D_2 $	10°	0.16	45	0.3	S/N
	10	0.10	10	0.0	
<u>vi</u>	15°	0.18	60	0.32	
	20°	0.2	75°	0.34	
	25°	0.22	809	0 35	
	20	0.22		0.55	
	30°	0.24			
		[Sotelo, 1	991].		

## Reducción brusca

Accesorio o pieza		Valor	de K	Ec. para k	(en función del Re)		
educción súbita	d 0 0	/D K .5 0.5 0.6 0.45 [Hurtade	d/D 0.7 0.8	К 0.35 0.1 3]			
D d		К					
<del>`</del>	d1/d2	V1= 0.6 n	n/s	V1= 13	m/s		
	1.00	0.00		0.0	2		
Reducción brusca de	1.20	0.11		o.0	7		S/N
sección(contracción)	1.40	0.20		0.1	7		
	1.60	0.26		0.24	4		
	1.80	0.34		0.2	7		
	2.00	0.38		0.29	9		
	2.50	0.42		0.3	1		
	3.00	0.44		0.3	3		
	4.00	0.47		0.34	4		
	5.00	0.48		0.3	5		
		[Bhave and G	Supta,	2006]			
Redudcción brusca (ecuación en función de la relación de diámetros)	$K = \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right]^2$ [Streeter, 1958]						S/N
Reducción brusca		0.6					
la relación del cuadrado	100	-			Section	Palen Shiel	Sector La ver
de diámetros)		0.4		/		K. for sudden	and a second
12	K <sub>L</sub>					contraction	and realized in the
$D \longrightarrow d \rightarrow V$		0.2					
		00	0.2	0.	4	0.6 (	0.8 1.0
				20011			

## Codos

Accesorio o pieza	Valor de K	Ec. para K (en función del
		Re)
Codo de hierro fundido (diámetro: 50-1200 mm)		Codos de plástico y
		metal
Codo a 90°		
( JET)		
	0.4	$K = 1 \Lambda Q R \rho^{-0.145}$
Codo a 45°		N - 1.45/10 [White 2008]
		[**************************************
	0.2	
Codo de acero soldado (diámetro: 50-400 mm)		Codos de plástico y
Codo a 90° de radio corto		metal
	0.4	K = 1.40D = 0.145
Codo a 90° de radio largo		$K = 1.49Re^{-0.115}$
		[vvnite, 2008]
	0 35	
Codo o 45° do radio porto	0.00	
	0.2	
Codo a 45° de radio largo	0.17	
Codo de PVC		Codos de plástico y metal
Codo a 90° (diámetro: 1/2" - 8")		motar
	1.25	
Codo a 45° (diámetro: 1/2" - 8")		
		$K = 1.40 D_{0} = 0.145$
		$K = 1.49Re^{-0.000}$
		[willite, 2006]
	0.5	
		1







## Válvulas

Accesorio o pieza	Valor de K	Ec. para K (en función del Re)
Válvula de bola, completamente abierta		,
		S/N
	0.05	
De seguridad-totalmente abierta		
	2.5	S/N
De retención-totalmente abierta		
		S/N
	2	
De mariposa-totalmente abierta		
	0.3	S/N
De mariposa-3/4 abierta	2.5	S/N
De mariposa-1/2 abierta	14.5	S/N
De mariposa-1/4 abierta	150	S/N
De compuerta-totalmente abierta		
	0.2	S/N
Válvula de compuerta, 1/4 cerrada	0.3	S/N
Válvula de compuerta, 1/2 cerrada	2.1	S/N
Válvula de compuerta, 3/4 cerrada	17	S/N

Válvulas de compuerta de diámetro D=50mm	C         K         A/A <sub>0</sub> 1/8         0.07         0.040           2/8         0.26         0.856           3/8         0.81         0.74           4/8         2.06         0.609           5/8         5.52         0.466           6/8         17         0.315           7/8         97.8         0.159           31/32         159	S/N
Válvula de pie con pichancha abierta	D(m)         K         D(m)         K           0.04         12.9         0.2         5.2           0.05         10         0.25         4.4           0.065         8.8         0.3         3.7           0.08         8         0.35         3.4           0.1         7         0.4         3.1           0.125         6.5         0.45         2.8           0.15         6         0.5         2.5           [Sotelo, 1991]	S/N
Válvula check o de retención	D(m)         K         D(m)         K           0.05         18         0.25         4.5           0.075         11         0.3         3.5           0.1         8         0.35         3           0.15         6.5         0.4         2.5           0.2         5.5         0.5         0.8           [Sotelo, 1991]	S/N
Válvula de alivio de forma cónica	$K = 2.6 - 0.8 \frac{D}{z} + 0.14 \left(\frac{D}{z}\right)^{2}$ [Sotelo, 1991]	S/N
Válvula de alivio plana	$K = 0.6 + 0.15 \left(\frac{D}{z}\right)^2$ [Sotelo, 1991]	S/N









Debido a que el R<sup>2</sup> es menor a 0.6 en los ajustes, se sugiere utilizar directamente la gráfica que se muestra a continuación:





Accesorio o pieza		Ň	√alor de	϶K		Ec. para K (en función del Re)
Tee (flujo bifurcado)						
		Cor	n brida:	K=1.0		S/N
<i>v</i> → <i>−</i>		Ro	scada:	K=2.0		
Tee (flujo en tubería						
principal)						
<i>v</i> → →		Cor Ro:	n brida: scada: ∣	K=0.2 K=0.9	S/N	
		I				
	$\frac{\mathbf{Q}_{a}}{\mathbf{O}}$		Sepa	ración	170	
Too o 00°	×	θ =	90°	θ =	45°	
Tes a 90		K <sub>a</sub>	K <sub>c</sub>	K <sub>a</sub>	K <sub>c</sub>	
	0.0	0.95	0.04	0.90	0.04	
	0.2	0.88	-0.08	0.68	-0.06	
	0.4	0.89	-0.05	0.50	-0.04	Ecuaciones mostradas
	0.6	0.95	0.07	0.38	0.07	en las tablas 1, 2, 3,4,
	0.8	1.10	0.21	0.35	0.20	5 y 6.
	1.0	1.28	U.35 Sotelo 10	0.48	0.33	
Tes a 45°		Ľ	30lei0, 18	[166		
	$\frac{Q_a}{Q_a}$		Un	ión		
	Q	θ =	90°	θ =		
	0.0	Ka	K <sub>c</sub>	Ka	K <sub>c</sub>	
	0.0	- 1.20	0.04	- 0.92	0.04	
	0.2	- 0.40	0.17	- 038	0.17	
	0.4	0.08	0.30	0.00	0.19	
	0.6	0.47	0.40	0.22	0.09	
	0.8	0.72	0.51	0.37	- 0.17	
	1.0	0.91	0.60	0.37	-	
		[	L Sotelo, 19	991]	0.54	

# Tes: unión y separación (bifurcaciones).

# Tabla 0.1. Ecuaciones para el cálculo del coeficiente K en bifurcaciones o separación a 90° (cuando las<br/>tres conexiones son del mismo diámetro).

Tubería principal	Ángulo	Dirección	Fórmula
→ Q → Qr	000	$Q - Q_r$	$k = 0.685 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 - 0.3282 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 0.0142$
QI Tubería divergente	90-	$Q - Q_l$	$k = 0.9739 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 - 0.6966 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 1.0205$

Tabla 0.2. Ecuaciones para el cálculo del coeficiente K en bifurcaciones o separación a 60° (cuando las<br/>tres conexiones son del mismo diámetro).

Tubería principal	Ángulo	Dirección	Fórmula
Q Qr	000	$Q - Q_r$	$k = 0.658 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 - 0.3033 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 0.0142$
Tubería divergente QI	60*	$Q - Q_l$	$k = 1.1383 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 - 1.4599 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 1.0782$

## Tabla 0.3. Ecuaciones para el cálculo del coeficiente K en bifurcaciones o separación a 45° (cuando las<br/>tres conexiones son del mismo diámetro).

Tubería principal	Ángulo	Dirección	Fórmula
•Q•Qr	459	$Q - Q_r$	$k = 0.6653 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 - 0.3161 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 0.015$
Tuberia divergente	45°	$Q - Q_l$	$k = 1.2321 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 - 1.7547 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 0.9723$

#### Tabla 0.4. Ecuaciones para el cálculo del coeficiente K en uniones tipo "T" a 90°.

Tubería principal	Ángulo	Dirección	Fórmula
Qr Qr	0.00	$Q_r - Q$	$k = -0.795 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 + 1.204 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 0.083$
QI Tubería convergente	90°	$Q_l - Q$	$k = -1.6775 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 + 3.6678 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) - 0.9591$

#### Tabla 0.5. Ecuaciones para el cálculo del coeficiente K en uniones tipo "T" a 60°.

Tubería principal	Ángulo	Dirección	Fórmula
Qr QQ	<b>60</b> °	$Q_r - Q$	$k = -1.497 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 + 1.1292 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) + 0.1393$
QI QI	60*	$Q_l - Q$	$k = -1.6413 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 + 3.1151 \left(\frac{Q_l}{Q}\right) - 0.8277$

#### Tabla 0.6. Ecuaciones para el cálculo del coeficiente K en uniones tipo "T" a 45°.

Tubería principal	Ángulo	Dirección	Fórmula
QrQ	459	$Q_r - Q$	$k = -1.4566 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 + 0.8608 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 + 0.0639$
QI Tubería convergente	45	$Q_l - Q$	$k = -1.7334 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 + 2.9575 \left(\frac{Q_l}{Q}\right)^2 - 0.8888$





### Cruces



Q1 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2	Diámetro (mm)	Coeficiente de pérdida	Ecuación de mejor ajuste	$R^2$
Ecuaciones para $K_2$ y $K_3$	13	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_{2 a j u s t} = \frac{1.48}{\left(\frac{Re_2}{Re_1} - 0.15\right)^{0.75}}$	0.97
13 mm	13	K <sub>3</sub>	$K_{3 a j u s t} = \frac{5.56}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} + 0.71\right)^{9.11}} + 2.07$	0.99
	19	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_{2 a j u s t} = \frac{89.24}{\left(\frac{Re_2}{Re_1} + 1.20\right)^{7.49}}$	0.78
19 mm	19	K <sub>3</sub>	$K_{3 a j u s t} = \frac{1.16}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} - 0.06\right)^{1.20}}$	0.99
	13, 19, 25	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_{2 \ ajust} = \frac{0.58}{\left(\frac{Re_2}{Re_1}\right)^{1.71}}$	0.59
13,19 y 25 mm	13,19, 25	K <sub>3</sub>	$K_{3 a j u s t} = \frac{10.21}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} + 0.79\right)^{11.61}} + 1.68$	0.94
Ecuación unificada K⊥ para 13,19 y 25 mm	13, 19, 25	$K_{\perp a j u s t}$	$K_{\perp ajust} = \frac{0.54}{\left(\frac{Re_{\perp}}{Re_{ent.}} - 0.04\right)^{1.59}} + 1.44$	0.88

# Tabla 0.7. Ecuaciones de ajuste para los coeficientes de pérdidas K2 y K3 para cruces: trifurcación o alimentación simple, [Patiño, 2011].

Q1 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2	Diámetro (mm)	Coeficiente de pérdida	Ecuación de mejor ajuste	R <sup>2</sup>
	13	K <sub>3</sub>	$K_{3 ajust} = \frac{0.56}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} - 0.15\right)^{1.14}} - 0.06$	1.00
Ecuaciones para K <sub>3</sub> y K <sub>4</sub> 13 mm	13	$K_4$	$K_{4 a j u s t} = \frac{22.22}{\left(\frac{Re_4}{Re_2} + 1.17\right)^{4.53}} + 0.53$	0.91
	19	K <sub>3</sub>	$K_{3 ajust} = \frac{0.70}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} - 0.34\right)^{0.56}} - 0.24$	0.87
Ecuaciones para K <sub>3</sub> y K <sub>4</sub> 19 mm	19	$K_4$	$K_{4 a j u s t} = \frac{7.82}{\left(\frac{Re_4}{Re_2} + 0.83\right)^{4.31}} + 0.10$	0.81
	25	K <sub>3</sub>	$K_{3 ajust} = \frac{10.33}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} + 1.10\right)^{3.93}} + 0.33$	0.77
Ecuaciones para K <sub>3</sub> y K <sub>4</sub> 25 mm	25	$K_4$	$K_{4 a j u s t} = \frac{0.73}{\left(\frac{Re_4}{Re_2}\right)^{2.13}} + 0.60$	0.82
Ecuaciones para K <sub>3</sub> y K <sub>4</sub> 13,19 y 25 mm	13,19, 25	<i>K</i> <sub>3</sub>	$K_{3 ajust} = \frac{1.01}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} - 0.20\right)^{0.65}} - 0.39$	0.94

# Tabla 0.8. Ecuaciones de ajuste para los coeficientes de pérdidas K3 y K4 para cruces: flujoperpendicular o alimentación doble, [Patiño, 2011].

	13,19, 25	$K_4$	$K_{4 a j u s t} = \frac{42.05}{\left(\frac{Re_4}{Re_2} + 1.30\right)^{4.86}} + 0.41$	0.74
Ecuación unificada K <sub>sal⊥</sub> para 13,19 y 25 mm	13, 19, 25	$K_{sal\perp}$	$K_{sal^{\perp}} = \frac{0.558}{\left(\frac{Re_{sal}}{Re_{ent}}\right)_{\perp}^{1.872}} + 0.323$	0.81

Tabla 0.9. Ecuaciones de ajuste para trifurcación o alimentación simple, [Basurto, 2013].

Q1 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2	Diámetro (mm)	Coeficiente de pérdida	Ecuación de mejor ajuste	R <sup>2</sup>
	19	K <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{5.381}{\left(\frac{Re_2}{Re_1} + 0.686\right)^{10.882}} + 1.979$	0.98
Ecuaciones para $K_2$ , $K_3$ y $K_4$ 19 mm	19	K <sub>3</sub>	$K_3 = \frac{5.426}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} + 0.748\right)^{8.232}} + 2.263$	0.94
	19	$K_4$	$K_4 = \frac{5.777}{\left(\frac{Re_4}{Re_1} + 0.706\right)^{11.25}} + 0.878$	0.98
	25	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{14.801}{\left(\frac{Re_2}{Re_1} - 0.0714\right)^{0.705}} - 18.598$	0.91
Ecuaciones para K <sub>2</sub> , K <sub>3</sub> y K <sub>4</sub> 25 mm	25	K <sub>3</sub>	$K_3 = \frac{47.063}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} + 0.861\right)^{11.329}} + 6.789$	0.86
	25	K <sub>4</sub>	$K_4 = \frac{3.342}{\left(\frac{Re_4}{Re_1} - 0.123\right)^{1.210}} + 0.925$	0.99

	32	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{10.932}{\left(\frac{Re_2}{Re_1} - 0.072\right)^{0.999}} + 4.031$	0.98
Ecuaciones para $K_2$ , $K_3$ y $K_4$ 32 mm	32	K <sub>3</sub>	$K_3 = \frac{1.689}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} + 0.466\right)^{7.349}} - 1.766$	0.74
	32	$K_4$	$K_4 = \frac{2.29}{\left(\frac{Re_4}{Re_1} + 0.104\right)^{3.529}} + 19.967$	0.99
	19,25,32	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{1.115}{\left(\frac{Re_2}{Re_1}\right)^{2.433}}$	0.71
Ecuaciones para $K_2$ , $K_3$ y $K_4$ 19,25 y 32 mm	19,25,32	K <sub>3</sub>	$K_3 = \frac{0.374}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} + 0.25\right)^{5.372}} + 1.451$	0.66
	19,25,32	$K_4$	$K_4 = \frac{0.711}{\left(\frac{Re_4}{Re_1}\right)^{2.922}}$	0.79

### Tabla 0.10. Ecuaciones de ajuste para flujo perpendicular o alimentación doble, [Basurto, 2013].

Q1 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2 Q2	Diámetro (mm)	Coeficiente de pérdida	Ecuación de mejor ajuste	<i>R</i> <sup>2</sup>
Ecuación para K <sub>4</sub> 13 mm	13	$K_4$	$K_4 = \frac{0.215}{\left(\frac{Re_4}{Re_2} + 0.45\right)^{3.113}} + 0.229$	0.93
Ecuación para K <sub>4</sub> 19 mm	19	K <sub>4</sub>	$K_4 = \frac{2.496}{\left(\frac{Re_4}{Re_2} + 0.45\right)^{3.176}} + 0.431$	0.85

Ecuación para K <sub>4</sub> 25 mm	25	$K_4$	$K_4 = \frac{2.190}{\left(\frac{Re_4}{Re_2} + 0.45\right)^{0.544}}$	0.93
Ecuación para K <sub>4</sub> 32 mm	32	$K_4$	$K_4 = \frac{4.920}{\left(\frac{Re_4}{Re_2}\right)^{2.453}} + 2.913$	0.82
Ecuación para K <sub>4</sub> 50 mm	50	$K_4$	$K_4 = \frac{35.482}{\left(\frac{Re_4}{Re_2}\right)^{1.502}} + 11.547$	0.93
Ecuación para K <sub>4</sub> 13,19 y 25 mm	13,19,25	$K_4$	$K_4 = \frac{1.044}{\left(\frac{Re_4}{Re_2}\right)^{2.538}}$	0.60

### Tabla 0.11. Ecuaciones de ajuste para flujo encontrado, [Basurto, 2013].

	Diámetro (mm)	Coeficiente de pérdida	Ecuación de mejor ajuste	R <sup>2</sup>
	13	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{1.603}{\left(\frac{Re_2}{Re_4}\right)^{1.789}} + 1.789$	0.77
Ecuaciones para K <sub>2</sub> y K <sub>3</sub> 13 mm	13	<i>K</i> <sub>3</sub>	$K_3 = \frac{0.512}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} + 0.069\right)^{2.444}} + 2.538$	0.98
Ecuaciones para K <sub>2</sub> y K <sub>3</sub> 19 mm	19	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{1.429}{\left(\frac{Re_2}{Re_4}\right)^{2.375}} + 1.022$	0.97

	19	K <sub>3</sub>	$K_3 = \frac{0.656}{\left(\frac{Re_3}{Re_1}\right)^{3.881}} + 2.254$	0.95
Ecuación para K <sub>2</sub> 25 mm	25	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{4.237}{\left(\frac{Re_2}{Re_4}\right)^{2.048}} + 1.614$	0.98
Ecuación para K <sub>2</sub> 32 mm	32	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{1.160}{\left(\frac{Re_2}{Re_4}\right)^{2.818}} + 4.004$	0.96
Ecuación para K <sub>2</sub> 38 mm	38	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{0.346}{\left(\frac{Re_2}{Re_4}\right)^{4.083}} + 3.029$	0.86
Ecuación para K <sub>2</sub> 50 mm	50	<i>K</i> <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{37.278}{\left(\frac{Re_2}{Re_4}\right)^{1.818}}$	0.75
Ecuación para K <sub>2</sub> 13, 19, 25, 32 y 38 mm	13,19,25, 32,38	K <sub>2</sub>	$K_2 = \frac{2.338}{\left(\frac{Re_2}{Re_4} + 0.319\right)^{5.914}} + 3.546$	0.80
Ecuación para K <sub>3</sub> 13 y 19 mm	13,19	K <sub>3</sub>	$K_3 = \frac{6.083}{\left(\frac{Re_3}{Re_1} + 0.572\right)^{3.541}} + 1.891$	0.95

## Equivalencias entre longitudes equivalentes y número de diámetros.

Una forma de presentar las longitudes equivalentes puede ser en función de un determinado número de diámetros, tal como se muestra en la siguiente tabla:

Accesorio	Ecuación	Longitud equivalente (Le/D) (n° de diámetros)
Codo 90° radio largo	Le=0.068+20.96D	22
Codo 90° radio medio	Le=0.114+26.56D	28.5
Codo 90° radio corto	Le=0.189+30.53D	34
Codo 45°	Le=0.013+15.14D	15.4
Curva 90°R/D=1.5	Le=0.036+12.15D	12.8
Curva 90°R/D=1	Le=0.115+15.53D	17.5
Curva 45°	Le=0.045+7.08D	7.8
Entrada normal	Le=-0.23+18.63D	14.7

Tabla 0.12. Longitudes equivalentes en número de diámetro de canalización para pieza metálicas, de hierro fundido y galvanizado, (para diámetros de 3/4" a 14")

Entrada de borde	Le=-0.05+30.98D	30.2		
Registro de cajón abierto	Le=0.010+6.89D	7		
Registro de globo abierto	Le=0.010+340.27D	342		
Registro de ángulo abierto	Le=0.05+170.69D	171.5		
Te de 90°, pasaje directo	Le=0.054+20.90D	21.8		
Te de 90°, salida lateral	Le=0.396+62.32D	69		
Te de 90°, salida bilateral	Le=0.396+62.32D	69		
Válvula de pie con cribado	Le=0.56+255.48D	265		
Salida de canalización	Le=-0.05+30.98D	30.2		
Válvula de retención, ligera	Le=0.247+79.43D	83.6		
[De Melo, 2004]				