



**Universidad Nacional Autónoma de México**  
**Programa de Posgrado en Ciencias de la Administración**

**El filtro de Kalman y otros modelos para el pronóstico de la tasa  
TIIE a 28 días: un análisis comparativo con diferentes horizontes  
temporales**

**T e s i s**

Que para optar por el grado de:

**Maestro en Finanzas**

Presenta:

**Julio César Soriano Villarreal**

Tutor:

**Doctor Francisco López Herrera**  
**Posgrado de Contaduría y Administración**

**Ciudad de México, septiembre de 2018**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



**A la memoria de mamá Tere,  
gracias por tantos años de amor.**

## **Agradecimientos**

**A mis padres Roberto y María por todo el amor y apoyo incondicional.**

**A mi querida abuela mamá Tere por su cariño eterno.**

**A mi tutor el Dr. Francisco López un maestro en todos los aspectos, por su paciencia, su guía y la pasión por el conocimiento que contagia.**

**A la Maestra Rosario Higuera por su apoyo incondicional y su paciencia.**

**Al Profesor Ricardo Villegas por sus consejos, guía y apoyo.**

**A mi amada UNAM, la casa que me ha hecho el profesional que soy.**

**A mis hermanos los que nunca dejan de apoyar me y cuidar me.**

**A mis amigos y hermanos de vida Sandra, Octavio, Eder y Paulina, quienes siempre creen en mí.**

**A Pau quien siempre me motiva a ser mejor.**

# Índice

<b>Introducción</b> .....	<b>5</b>
<b>Capítulo 1: Tasas de Interés y Tasa TIIE</b> .....	<b>5</b>
1.1 Antecedentes.....	5
1.2 El interés y el pensamiento económico.....	7
1.2.1 Keynes y la tasa de interés.....	10
1.2.2 El interés y capital de Böhm Bawerk.....	11
1.2.3. Fisher y la tasa de interés.....	12
1.3 Tasas de interés en México .....	14
1.3.1 Tasas de interés activas y pasivas.....	14
1.3.2 Tasa de interés Interbancaria de Equilibrio (TIIE).....	14
1.4 Las tasas de interés internacionales más importantes para México .....	17
1.5 Riesgo por Tasa de Interés.....	19
1.5.1 Riesgo por Tasa de Interés.....	19
1.5.2 Las fuentes de riesgo de tasa de interés.....	20
1.5.3 Gestionar el riesgo de tasa de interés.....	22
1.5.4 Especulación, arbitraje con tasas de interés.....	22
1.6 Derivados sobre tasa de interés TIIE a 28 días.....	23
1.6.1 Futuros con tasa TIIE.....	24
1.6.2 Futuros de Swap sobre TIIE .....	24
<b>Capítulo 2: Modelos de pronósticos</b> .....	<b>29</b>
2.1 Series Temporales.....	29
2.2 Modelos ARIMA .....	30
2.2.1 Modelo Autorregresivos AR(p) .....	31
2.2.2 Modelo de Medias móviles MA(q).....	32
2.2.3 Modelos ARMA (p,q).....	32
2.2.4 Modelo ARIMA (p,d,q) .....	33
2.2.5 Ruido Blanco .....	35
2.2.5 Transformación de Box-Cox .....	36
2.3 Filtro de Kalman .....	37
2.3.1 Desarrollo del filtro de Kalman .....	38

2.3.2 Aplicación del filtro de Kalman .....	39
2.3.3 Enfoque Bayesiano .....	41
2.4 Modelo TAR.....	42
2.4.1 Estimación del modelo.....	43
2.4.2 Modelo SETAR .....	43
2.5 Redes neuronales.....	45
2.5.1 La neurona.....	45
2.5.2 Desarrollo de modelos neuronales .....	47
2.5.3 Redes neuronales artificiales.....	49
2.5.4 Modelo Matemático .....	53
2.5.5 Funciones de Base.....	54
2.5.6 Función de activación .....	55
2.5.7 Arquitecturas neuronales .....	56
2.5.8 Modelización de redes neuronales .....	59
<b>Capítulo 3: Análisis y pronósticos de la tasa TIIE a 28 días .....</b>	<b>64</b>
Proceso de pronóstico .....	64
3.1 Análisis y pronóstico con modelos AR(1) .....	65
3.1.1 Pronóstico con el modelo AR(1) para 6 meses: .....	66
3.1.2 Pronóstico con el modelo AR(1) para 3 meses .....	68
3.1.3 Pronóstico con el modelo AR(1) para 1 mes .....	69
3.1.4 Pronóstico con el modelo AR(1) para 15 días .....	70
3.2 Análisis y pronóstico con el filtro de Kalman .....	72
3.2.1 Pronóstico con el filtro de Kalman para 6 meses .....	73
3.2.2 Pronóstico con el filtro de Kalman para 3 meses .....	74
3.2.3 Pronóstico con el filtro de Kalman para 1 mes .....	75
3.2.4 Pronóstico con el filtro de Kalman para 15 días .....	76
3.3 Análisis y pronóstico con modelos SETAR.....	77
3.3.1 Pronóstico con el modelo SETAR para 6 meses .....	77
3.3.2 Pronóstico con el modelo SETAR para 3 meses .....	79
3.3.3 Pronóstico con el modelo SETAR para 1 meses .....	80
3.3.4 Pronóstico con el modelo SETAR para 15 días .....	81
3.4 Análisis y pronóstico con una red neuronal.....	82

3.4.1 Pronóstico con una red neuronal para 6 meses .....	82
3.4.2 Pronóstico con una red neuronal para 3 meses .....	84
3.4.3 Pronóstico con una red neuronal para 1 mes .....	85
3.4.4 Pronóstico con una red neuronal para 15 días .....	86
3.5 Análisis de los resultados obtenidos.....	87
3.5.1 Pronósticos para 6 meses.....	88
3.5.2 Pronósticos para 3 meses.....	91
3.5.3 Pronósticos para 1 mes .....	93
3.5.4 Pronósticos para 15 días.....	96
<b>Conclusiones .....</b>	<b>99</b>
<b>Anexo A.....</b>	<b>103</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>117</b>



## Introducción

En México existe un entorno donde la inestabilidad política, social y económica pueden generar cambios significativos en los indicadores económicos en periodos cortos de tiempo como es el caso de la tasa de interés interbancaria de equilibrio (tasa comúnmente empleado como referencia para la colocación de otras tasas en el mercado), de tal manera que si una empresa cuenta con una deuda a tasa variable o revisable, se ve afectado por la alza en el nivel de está o si por el contrario contará con una deuda a tasa fija, de igual manera se verá afectada por la disminución en las tasas de interés, ya que, el servicio de su deuda será menos a que si hubiera estado en tasa variable.

De esta incertidumbre surge la necesidad de buscar un mecanismo que le permita hacer un pronóstico del comportamiento de la tasa de interés interbancario de equilibrio a 28 días que permita a entes financieros reducir o eliminar el riesgo ocasionado por las oscilaciones en la tasas de interés.

Tener una idea del comportamiento posible de las tasas de interés es de gran utilidad en la toma de decisiones, la planeación financiera o en la forma de administrar el riesgo de una institución, empresa o individuo.

El objetivo principal que persigue el presente trabajo es encontrar un modelo que capaz de pronosticar el comportamiento de la tasa interbancaria de equilibrio a 28 días, para conseguir esto se hace uso de diferentes modelos de pronóstico de series de tiempo.

Existen dos tipos de modelos que se pueden emplear para el pronóstico de series de tiempo, los modelos lineales y los modelos no lineales, ambos modelos son capaces predecir el valor de una variable atravésó de otras ya observadas, de esta manera se pueden proponer posibles valores que tomaría en un futuro la serie.

Es importante hacer hincapié en que los dos modelos realizan los pronósticos empleando metodologías y principios matemáticos distintos, es por eso que como un objetivos particulares se busca decir si algún modelo posee alguna supremacía sobre el otro (esto en función de ser capaz de generar un pronóstico más acertado), más concretamente si los modelos no lineales son capaces de generar un mejor pronóstico que los modelos lineales, además de realizar pronósticos diarios de la tasa de interés interbancaria de equilibrio a 28 días y finalmente hacer un comparativo de los pronósticos obtenidos por cada uno de los modelos empleados.



Con esta idea de que un modelo pueda ser superior a otro, surge como pregunta general: ¿Pueden los modelos no lineales dar un mejor pronóstico que los modelos lineales para una misma serie de tiempo? Para dar respuesta a esta pregunta se han seleccionado dos modelos lineales (el modelo AR(1) y el filtro de Kalman) y dos modelos no lineales (el modelo SETAR y una red neuronal artificial), y también empleando estos modelos se da respuestas a las siguientes preguntas específicas:

- ¿Cuál modelo de los empleados genera el mejor pronóstico de la serie?
- ¿Los modelos lineales son inferiores a los no lineales?
- ¿En qué circunstancias el modelo AR(1) hace un buen pronóstico?
- ¿Una Red Neuronal Artificial es un buen modelo para el pronóstico de series financieras?
- ¿El filtro de Kalman puede pronosticar series con un grado alto de volatilidad?
- ¿el modelo SETAR es capaz de adaptarse al comportamiento de la serie TIIE a 28 días?
- ¿Cuál de los modelos realiza el mejor pronóstico en un horizonte de tiempo de 6 meses?
- ¿Cuál de los modelos realiza el mejor pronóstico en un horizonte de tiempo de 3 meses?
- ¿Cuál de los modelos realiza el mejor pronóstico en un horizonte de tiempo de 1 mes?
- ¿Cuál de los modelos realiza el mejor pronóstico en un horizonte de tiempo de 15 días?

Los modelos lineales otorgan cierto grado de libertad al comportamiento de las variables durante el pronóstico y esto permite que los valores pronosticados varíen entre ellos, por el contrario los modelos lineales son más rígidos en este sentido, ya que no dan esta facilidad a las variables de pronóstico haciendo que haya poca variación entre cada uno de los valores pronosticados; lo que nos lleva a plantear la hipótesis de que los modelos no lineales (SETAR y una Red Neuronal Artificial) pronostican de mejor manera la serie financiera TIIE a 28 días que los modelos lineales (AR(1) y el filtro de Kalman).

Con el fin de poder llevar a cabo los objetivos propuestos se hará uso de una metodología cuantitativa, aunque se hará uso de información primaria de la mayor calidad posible que respalde cada uno de los modelos de pronóstico empleados, además de contar con los valores de la tasa de interés interbancaria de equilibrio a 28 días proporcionada por el Banco de México en el periodo del 1 de enero del año 2000 al 15 de mayo de 2018.



En las siguientes paginas se desarrollarán los temas de la tasa de interés su importancia en el tiempo y de los diferentes formas de interpretación que se le a dado y la importancia que tiene en los mercados financieros, se usara el ejemplo de la tasa TIIE a 28 días que proporciona el Banco de México y su importancia en para los entes financieros.

Se hará uso de modelos matemáticos para analizar el comportamiento de la tasas TIIE a 28 días con la finalidad de realizar pronósticos a diferentes horizontes de tiempo y realizar un comparativo de la tasa original contras las tasas pronosticadas con los modelos y de esta manera encontrar el modelo que mejor resultados dé tratando de describir el comportamiento de la tasa TIIE a 28 días.

Los resultados encontrados después de hacer los pronósticos concernientes a la tasa TIIE a 28 días para diferentes plazos de tiempo, demuestran que los modelos seleccionados son capaces de generar un panorama del posible comportamiento de la tasa de manera muy cercana a lo observado, en general todos los modelos dieron pronósticos capaces de generar una idea de los posibles valores que podría tomar la tasa TIIE a 28 días en un futuro; claro que algunos modelo dieron resultados mejores que los otros.



## Capítulo 1: Tasas de Interés y Tasa TIIE

La tasa de interés es el costo del dinero en el tiempo.

La tasa de interés tiene un papel central en la determinación del gasto de inversión y el ahorro de las instituciones bancarias y de los usuarios de servicios financieros, con una relación inversa entre la tasa de interés y la inversión, y, directa con el ahorro, con base en lo cual se postula que el ahorro antecede la inversión (teoría del ahorro ex ante), el dinero es neutro y, la flexibilidad de la tasa de interés garantiza el equilibrio entre el ahorro y la inversión.

La tasa de interés es el precio del dinero en el mercado financiero. Al igual que el precio de cualquier producto, cuando hay más liquidez en el mercado la tasa de referencia del mercado baja y cuando hay escasez sube; es el costo del uso del capital o la tasa de retorno del ahorro, determinando lo que se refiere como el “el precio del dinero en el mercado financiero”.

En términos generales, a nivel individual, la tasa de interés (expresada en porcentajes) representa un balance entre el riesgo y la posible ganancia (oportunidad) de utilización de una suma de dinero en una situación y tiempo determinado. En este sentido, la tasa de interés es el precio de dinero, el cual se debe pagar/cobrar por tomarlo prestado/cederlo en préstamo en una situación determinada.

Todo individuo está destinado a sacrificar una disposición inmediata de un bien por una disponibilidad futura superior, a condición de que la diferencia de disponibilidades (disponibilidad futura menos disponibilidad inmediata), compense la preferencia individual o subjetiva por el presente. La tasa de interés, es la formulación explícita del precio del tiempo (Lozano, 1993).

### 1.1 Antecedentes

Para abordar el tema de la tasa de interés, primero se hablara sobre el interés y su desarrollo a través del tiempo.

En el mundo antiguo el uso del interés era incomprendido al estar dentro del ámbito de lo divino y que escapaba del conocimiento humano, notándose más en la antigua Grecia donde intentaron enmarcar el tema dentro del ámbito de lo divino mostrando su incomprensión al verse necesitados de desarrollos “singulares” ajenos al marco de los postulados y/o términos primitivos fundamentales de la



ciencia, es decir, no explicaban adecuadamente el tema del interés por dejarlo en el terreno de lo divino.

El grado de “singularidad” de la tasa de interés hasta fines del siglo XX iba de la mano con el desarrollo histórico de la teoría monetaria.

### Edad Clásica

En la antigua Grecia los temas económicos se estudiaban dentro del marco de la ética y la moral en búsqueda de lo justo, que a su vez estaba vinculado a la *ley natural*<sup>1</sup> que pertenecía al ámbito de lo divino, motivo por el cual la razón humano tenía vedada su comprensión. El interés era uno de los temas que causaban más cuestionamiento y de mayor relevancia dentro del marco económico. En este contexto el interés (también conocido como “usara”) era visto como injusto o inmoral, tal circunstancia se justificaba por el cambio en el precio “justo” en general y como pertenecía al ámbito de lo divino, al que la razón humana no tenía alcance, no se debía cobrar interés.

### Edad media

Durante la edad media se planteaban argumentos anti-usura bajo la justificación de que: *que quien cobra interés sobre un préstamo está intentando “vender el tiempo”, algo que es propiedad común de todas las criaturas.*

Estos argumentos sentaron la base para la solución a la problemática de la tasa de interés que sería tratado por la escuela Austriaca, con el argumento de que: *no se trata de la venta del “tiempo” si no de la “preferencia temporal”, en la que el acreedor vende al deudor dinero, bien presente (un bien útil ahora) a cambio de una promesa de pago en el futuro, que es un “bien futuro” (un bien que sólo estará disponible en algún momento en el futuro). Puesto que todo el mundo prefiere un bien presente a su equivalente en el futuro, el prestamista cargará y el prestatario estará dispuesto a pagar un interés por el préstamo. El interés es por lo tanto, el precio de la preferencia temporal.*

Aun con este argumento, no se dio la solución al tema del interés.

### Edad Contemporánea

---

<sup>1</sup> Ley Natural es un término utilizado alrededor de varias escuelas de filosofía, ciencia, historia, teología, y de la ley. Es una teoría moral de jurisprudencia que mantiene que la ley debe estar basada en la moral y la ética; por lo que se sostiene que la ley está basada en lo que es "correcto." La Ley Natural es "descubierta" por los humanos mediante el uso de la razón y el escoger entre lo bueno y lo malo. Por lo tanto, el poder de la Ley Natural reside en descubrir ciertos estándares universales de la moralidad y de la ética.



Durante el siglo XVII y el XVIII predominó la teoría esencialmente monetaria del interés, es decir, la idea que la tasa de interés se relaciona sólo con la cantidad de dinero. Autores como John Locke, William Petty y John Law son algunos de los más destacados en cuanto a la difusión de la idea de que el interés es el precio pagado por el alquiler del dinero y que sería menor cuando hubiera más dinero, análogamente al precio de un bien que baja cuando se vuelve menos escaso, es decir, lo definen como una relación inversa entre la tasa de interés y la cantidad de dinero.

En la mayor parte del siglo XVIII con el surgimiento del análisis real y su creciente dominio sobre el análisis monetario empleado por los primeros mercantilistas transformó radicalmente la teoría del interés aceptada hasta entonces. Las nuevas teorías reales del interés, impulsadas por Richard Cantillon, David Hume y Jacques Turgot pasaron a primer plano en la escena económica de entonces; aceptaban que un aumento en la oferta de dinero podría reducir temporalmente la tasa de interés; por lo que, si los precios aumentaban en proporción a la cantidad de dinero, el equilibrio resultaba imposible a menos que la tasa de interés volviera a su nivel anterior; a precios mayores tendría que pedirse prestado más dinero para financiar cualquier proyecto, por lo tanto, aumentaría la demanda de préstamos de dinero y el equilibrio implicaba que éste aumentara en la misma proporción que la oferta de préstamo de dinero (Sánchez Daza, 1994).

La importancia de la tasa de interés como variable fundamental para explicar las relaciones que se establecen entre la esfera productiva y la financiera, radica en ser uno de los canales más importantes de la política monetaria que se asocia al costo de financiamiento, permitiendo identificar la relación que se establece entre la tasa de interés nominal y la inflación.

## **1.2 El interés y el pensamiento económico**

### **La teoría clásica del Interés**

Los economistas del pensamiento clásico surgieron con el objetivo de rechazar el “contexto mercantilista” que planteaba la idea de que la riqueza era el sinónimo del dinero, en lugar de que la riqueza generara al dinero”, fue con esta premisa que economistas como Adam Smith trata de demostrar el origen de la riqueza (la riqueza de las Naciones) y su distribución; planteamiento que a la larga da comienzo a la sistematización del pensamiento económico.

No se consideraba al interés como una retribución de factor de producción alguno y estaba implícito el concepto de “interés natural o real” con el de “ajuste clásico”



dónde los precios de mercado y costos confluyen, en una suerte de tendencia a la extinción del beneficio.

Dentro de lo que se puede considerar como economía clásica, (con Adam Smith como uno de los principales exponentes); se tenía un concepto de interés real, fue transformada en varios aspectos sustanciales, estos se pueden resumir en tres:

1. Se mantenía una interpretación rígida de la relación entre el dinero y los precios, y por consecuencia el vínculo de aquél con la tasa de interés. Lo efectos de un aumento de la oferta monetaria fueron explicados a través del llamado *Efecto Cantillón* (Richard Cantillón 1680 - 1734) que destaca el hecho de que el nivel de precios (P), aumenta en proporción a la cantidad de dinero (M) y el volumen de transacciones (T) cuando M aumenta, y que no sólo se eleva P sino que se modifica la estructura de los precios, dependiendo de quienes sean los beneficiarios iniciales del nuevo efectivo y de su demanda relativa de bienes. Esta idea del efectivo diferenciado de una inyección de efectivo, determinado por la naturaleza de la inyección, es original de Cantillón y fue reproducida en su totalidad por Hume en el ensayo "On Money" (1752), y es tal y como la conocieron los economistas clásicos .
2. La sustitución de la idea que hacía depender al interés exclusivamente del dinero, por un concepto en el que la tasa de interés monetaria depende del rendimiento del capital real; los significados monetarios y contables del término fueron reemplazados por el surgimiento de distintas teorías del capital, ésta es la razón por la cual en el siglo XIX el interés ya no es comúnmente atribuido al dinero, sino al capital; y también la razón de que el interés más bien se explica como una deducción del beneficio empresarial.

Algunos economistas clásicos sostenían que la tasa de interés está determinada en última instancia por las mismas fuerzas reales que gobiernan a la tasa de beneficio del capital.

Si se da que M aumenta al doble, entonces se duplica P, es decir, si  $2M = 2P$ , los individuos ofrecerán y demandarán exactamente el doble del valor de los fondos prestables del que depende la tasa de interés. Es el excedente inicial de la oferta de préstamo lo que reduce la tasa de interés. Cuando el nivel de precios se ha duplicado finalmente, la cantidad real de dinero existente en la economía es la misma, de modo que la demanda y oferta de préstamo se intersectan a la misma tasa de interés. Cuando los costos se incrementan al doble, toda la inversión requiere el doble de préstamos monetarios. La tasa de rendimiento de la inversión no se



afectada, porque la duplicación del costo va acompañada de una duplicación de los rendimientos de los rendimientos monetarios esperados. Pero si el individuo conserva dinero simplemente para poder realizar transacciones de cierto valor real, deseará conservar exactamente el doble de dinero a una tasa de interés dada cuando los precios se hayan duplicado. Sumando este resultado para todos los individuos, se llega a la conclusión clásica de la constancia de las tasas de interés ante la oferta monetaria, o de que el dinero es “neutral” con respecto a la tasa de interés.

3. Solamente el ahorro (voluntario) crea capital, y esto sucede “inmediatamente”, lo que significa que cada decisión de ahorro se transforma en capital (real) prácticamente sin trabas y como cosa natural es decir, que ahorrar equivale directamente a crear capital (real).

Se considera a la obra de Turgot como la más importante del siglo XVIII en el campo de la teoría del interés y también al haberse anticipado a ideas como la de que la cantidad de dinero no determina al interés, así como la independencia conceptual entre los dos significados de la expresión “valor del dinero” (valor en el mercado monetario de la oferta de dinero por la fecha de ahorro).

Fue Turgot quien pudo comprender que la afirmación “dinero prestado es dinero ahorrado” no era suficiente para ser la respuesta buscada, siendo que propuso que los fondos proporcionados por el capitalista representan “anticipos” que cumplen la función de ser los requisitos indispensables para la producción, así, el capital rinde interés por que sirve de puente para salvar el intervalo de tiempo existente entre el esfuerzo productivo y el producto. De esta forma Turgot vincula el fenómeno del interés al hecho más elemental más elemental de la producción y así es que el tipo de interés está en relación inversa a la tasa de ahorro y esta tasa mide el punto que puede alcanzar la producción.

De acuerdo con la teoría clásica, la obtención de fondos en préstamos se lleva a cabo con el propósito de comprar bienes de capital, con lo que se logra incrementar la producción en lo futuro. Y precisamente, como la mayor utilización de la mano de obra da como resultado un producto marginal positivo pero decreciente, se suponía que el producto marginal del capital decrecía mientras más grande fuese la inversión acumulada.

La economía clásica plantea que la tasa de interés influye e incentiva los ahorros y que éstos se convirtieron en la oferta de fondos prestables o en la inversión se convierten en la oferta de fondos prestables o en la inversión conecta la tasa de interés y las inversiones. En tal sentido, si ambas funciones se explican con dos



curvas, la primera de ellas tendrá una pendiente positiva lo que quiere decir que a medida que aumenta la tasa de interés, aumenta el ahorro, y, en la segunda función, se puede representar por una curva de pendiente negativa que significa que las inversiones serán mayores con menos tasas de interés. Luego el cruce de ambas curvas define la tasa de interés.

### 1.2.1 Keynes y la tasa de interés

Uno de los postulados más importantes en la teoría clásica era la existencia de un factor que igualara la demanda de ahorros, en forma de nuevas inversiones, es decir, la proclamación de una tasa de interés ya que el precio que pone en equilibrio la demanda de los recursos a invertir. En cambio para John Maynard Keynes (uno de los más influyentes economistas del siglo XX); la tasa de interés es el precio que equilibra la demanda de inversiones y ahorros, siendo que la eficiencia es la que define la cantidad de fondos disponibles para que se lleven a cabo las inversiones. Esto significa que la tasa de interés no equilibra la demanda de inversión y los ahorros, sino que se fija en el mercado de dinero, es decir, de la interacción de la cantidad de dinero y de la preferencia por la liquidez o de la señal del costo de la inversión, mientras que la eficiencia marginal del capital puede ser vista como la variable que incentivará a las empresas para llevar a cabo nuevas inversiones en capital o en ensanchamiento de sus planes o en nuevos negocios (Sánchez Daza, 1994).

Existen dos factores que determinan una inversión, el primero es la Eficiencia Marginal del Capital (EMC), la cual contemplaba los costos de incremento en la producción fiscal por cambios de maquinaria, mano de obra (salarios) y otros factores de la producción y el segundo elemento determinante es la tasa de interés la cual se basa en la idea de la propensión psicológica a ahorrar, o la preferencia por la liquidez, es decir, la proporción de recursos que un individuo está dispuesto a sacrificar de su consumo inmediato en poder adquisitivo, dejándolo a una situación futura del mercado.

Es de aquí que surge el planteamiento opuesto a lo establecido por la teoría clásica del interés y el planteamiento propuesto por Keynes; en la teoría clásica el interés es una recompensa por retrasar el consumo; mientras que para Keynes “es la recompensa por privarse de la liquidez, durante un periodo determinado que dicha tasa no es en sí misma más que la inversa de la propensión que hay entre una suma de dinero y, lo que se puede obtener por desprenderse del control del dinero a cambio de una deuda”.

Existen otros factores que influyen en la tasa de interés sobre todo si se tiene en cuenta de que la propensión marginal a consumir determina que proporción



marginal a consumir determina que proporción del ingreso que se destinará al consumo y que el resto del ingreso será un residuo y que no necesariamente se convertirá en una inversión porque existirá una ley psicológica que influirá en las personas cuanto de este residuo permanecerá atesorado para imprevistos y transacciones y que existirá una parte del residuo antes mencionado que será invertido con la finalidad de obtener una ganancia que será la tasa de interés o ganancia de la inversión. Esta ganancia influye en los agentes a estar dispuestas a abandonar la liquidez en su poder.

### 1.2.2 El interés y capital de Böhm Bawerk

Según Böhm Bawerk, el problema teórico del interés es explicar por qué el poseedor de un capital tiene la posibilidad de obtener, con carácter permanente, una renta neta, o el interés del capital, que es independiente de cualquier actividad del propietario. Es así que logra vincular el capital y el interés, vinculación que se transformaría en su dicotomía entre la “teoría del interés” y “tasa de interés”. Böhm Bawerk plantea en su libro “Teoría positiva del capital” que el interés se origina por tres razones combinadas:

1. Existe una preferencia por los bienes presentes por sobre los bienes futuros. Se supone que los individuos esperan que en el futuro sus ingresos sean mayores a los del presente, de manera que la utilidad marginal de un bien en el presente es mayor que en el futuro.
2. Los individuos tienden a subestimar el futuro, por deficiencias de imaginación, limitación de voluntad e incertidumbre de la vida.
3. Existe un vínculo entre la producción y a la tesis de que los bienes presentes tiene una superioridad técnica por sobre los bienes futuros, aunque encuentran su fundamento último en la teoría subjetiva.

Böhm Bawerk sostiene que “como regla general, los bienes presentes son más valiosos que los bienes futuros de igual clase y número”. Por lo que se entiende que si los bienes presentes son más valiosos que los bienes futuros, cualquier individuo sólo aceptará renunciar a la disposición de los primeros a cambio de una mayor cantidad de los segundos. El que pide “prestados” los bienes en el presente a cambio de los futuros, tiene que pagar una “agio” o una prima, y esto es el interés. De este modo, el interés procedente de un modo más directo de la diferencia de valor entre los bienes presentes y futuros.

Sin embargo, pese a que su postulado basado en la preferencia temporal es importante en el desarrollo de la teoría del Interés ya que supuso una auténtica revolución dentro de la ciencia económica; está lejos de ser perfecto y completo. Böhm Bawerk dejó fuera de la explicación del interés a los fenómenos del riesgo y



de la liquidez. También le hizo falta el desarrollo como la productividad marginal del capital influía sobre la preferencia temporal y, por tanto sobre el tipo de interés. Y finalmente, no incorpora adecuadamente la posibilidad de que hubiera distintos tipos de interés según el período temporal considerado. Aun así sirvió de base para el desarrollo de una línea de pensamiento vinculada al descuento de valor intemporal y de la productividad marginal del capital al olvidarse del descuento intertemporal.

### 1.2.3. Fisher y la tasa de interés

Irving Fisher (1867-1947)<sup>2</sup> economista americano, planteo una teoría no “rígida” basándose en los efectos temporales durante el periodo de transición, lo que resulta opuesto a lo que llamo “efectos permanentes o finales”, puede se hace notar en su ecuación que busca el equilibrio a largo plazo. Siendo este el punto de partida para que Fisher relacionará al interés como una retribución de la abstinencia.

De acuerdo con lo anterior,  $T$  es el volumen real de todas las transacciones del mercado durante un periodo de tiempo;  $V$  es el número de transferencias monetarias entre individuos y empresas durante el mismo periodo de tiempo relacionado con todas las compras y transacciones financieras;  $M$  representa las monedas, billetes y depósitos a la vista, en el supuesto de que los requerimientos de reservas se determinan por convenciones rígidas y que los depósitos a la vista guardan una relación estable con la circulación comercial.

Si  $Y$  se define como el ingreso nacional real anual,  $V$  y se convierte en el número de veces que una unidad de dinero sale de los saldos en efectivo de los receptores finales de ingreso durante un año; la cantidad total de dinero que la comunidad desee mantener en forma de saldos en efectivo puede expresarse como cierta proporción,  $K$ , del ingreso anual real  $I$ . De esta forma se deriva la ecuación del ingreso de Cambridge:  $M=KPY$ . Con excepción de la definición diferente de  $T$  y el índice de precios asociado. La ecuación del ingreso es idéntica a la ecuación de transacciones  $M=PT/V$ .

Fisher tuvo como objetivo principal definir la tasa de interés, no por definir su existencia, es decir no contemplo el axioma bien económico-precio.

---

<sup>2</sup> Irving Fisher fue un importante economista teórico estadounidense durante la primera mitad del siglo XX, considerado como uno de los fundadores de la econometría y de la economía matemática. Entre sus obras destacan: *Investigaciones matemáticas sobre la teoría del valor y del precio* (1892), *La naturaleza del capital y la renta* (1906), *El poder adquisitivo del dinero* (1911) y *La teoría del interés* (1930).



Con estos antecedentes Fisher creo la fórmula del valor presente actual de los activos en la economía resumida en la siguiente

$$VA(X) = X'(i + i)^{-n}$$

Donde

$X'$  = valor presente actual del bien X

$n$  = el tiempo

$i$  = la tasa de interes

### La ecuación de Fisher

Fisher sostiene que la tasa de interés nominal de mercado se compone de dos componentes: el rendimiento real del capital y la compensación por la depreciación del poder adquisitivo del dinero.

Define la tasa de interés como el producto de la tasa de interés real y la tasa de inflación esperada de la economía.

$$(1 + i_a)] = (1 + \pi)(1 + i_r)$$

Dónde

$i_a$  = Tasa de interés nominal o aparente

$\pi$  = Tasa de inflación

$i_r$  = Tasa de rendimiento real del capital

La ecuación de Fisher es de gran utilidad cuando se quiere evaluar el resultado económico real de una inversión así como para el definir cuál deberá ser el objetivo económico para inversiones de corto y mediano plazo.

Se intuye que en los componentes de la ecuación las tasas de interés reales deben de ser positivas o en su defecto deben compensar la inflación; ya que de no ser así habría una fuga de capital a opciones de inversión más atractivas.

La más importante de esta ecuación es que Fisher logra vincular la inflación, la tasa de rendimiento nominal y la tasa de interés real, para así crear un instrumento útil para evaluar el rendimiento de las inversiones; aunque puede ser usada para medir la variación absoluta del valor de sus componentes no se limita únicamente



a eso, sino que también mide su inestabilidad; Fisher hace la recomendación de hacer un conjunto de opciones de inversión por parte de los agentes económicos.

### **1.3 Tasas de interés en México**

El Banco de México lleva a cabo operaciones en el mercado de valores con el objetivo de regular la liquidez en el sistema financiero. De igual manera, en su calidad de agente financiero del Gobierno Federal y de otras entidades del sector público, realiza subastas primarias de títulos de deuda y emite disposiciones para regular las distintas operaciones de los intermediarios financieros.

#### **1.3.1 Tasas de interés activas y pasivas.**

Existen dos tipos de tasas de interés: la tasa pasiva o de capacitación, es la que pagan los intermediarios financieros a los oferentes de recursos por el dinero captado y la tasa activa o de colocación, que es la que reciben los intermediarios financieros de los demandantes por los préstamos otorgados. Esta última siempre es mayor, porque la diferencia con la tasa de capacitación es la que permite al intercambio financiero cubrir los costos administrativos, dejando además una utilidad.

En términos más sencillos las tasas activas son aquellas tasas que los bancos fijan para otorgar créditos, mientras que las pasivas, son las tasas de interés que se fijan para pagar a los ahorradores. La diferencia entre la tasa activa y la pasiva se llama margen de intermediación.

Tasa de interés preferencial: es un porcentaje inferior al costo de fondeo establecido de acuerdo a las políticas del Gobierno Federal y que se cobra a los préstamos destinados a actividades específicas que se desea promover ejemplo: crédito regional selectivo, crédito a pequeños comerciantes, crédito a ejidatarios, etc.

#### **1.3.2 Tasa de interés Interbancaria de Equilibrio (TIIE)**

Es una tasa creada por el Banco de México en el año de 1996 con la finalidad de establecer una tasa de interés interbancaria capaz de representar de maneras más fiel las condiciones del mercado. Para conseguir este objetivo la tasa TIIE se establece según las condiciones de las tasas de interés a diferentes plazos de al menos seis entidades bancarias.

La TIIE es un promedio de las tasas de interés a diferentes plazos y se calcula diariamente (para plazos de 28, 91 y 182 días) y como se mencionó menciona, con al menos seis entidades bancarias. De no reunirse el número de cotizaciones,



el Banco de México determina la tasa de interés interbancaria de equilibrio de que se trate, tomando en cuenta las condiciones prevalecientes en el mercado de dinero. Es mediante el Diario Oficial de la federación que se da a conocer el día hábil bancario inmediato siguiente a aquél en que se determinó, así como el nombre de las instituciones que participaron en la determinación de dicha tasa.

El procedimiento del cálculo de la tasa TIIE se establece en la circular 2019/95 emitida por el Banco de México.

Es de gran utilidad para el público en general y en particular las personas que realicen operaciones en el sistema financiero, conocer la tasa de interés interbancario de equilibrio; ésta se utiliza para viabilizar montos de dinero a lo largo del tiempo, es decir, por ejemplo un crédito a tasa variable y la misma se ata a la evolución de la tasa TIIE a un lapso; entonces si la tasa TIIE sube, el interés a pagar será mayor y viceversa.

Algunas institución financieras la utilizan como un indicador para sus préstamos y/o inversiones al tomar la TIIE más algunos puntos porcentuales (TIIE + x puntos porcentuales). La TIIE un muy buen referente de análisis de los créditos bancarios, ya que ofrece un panorama más amplio sobre las cotizaciones de las tasas de interés que establecen los bancos.

### **Calculo de la TIIE**

El Banco de México diariamente publica el diferencial que se utilizara para el cálculo de la TIIE. Todas las instituciones participantes envían su postura con las tasas con las que están dispuestos a participar.

Una vez el Banco de México recibe las posturas por parte de los bancos, y se crean dos vectores crea una lista llamada vector, de las diferentes tasas recibidas, a cada tasa se le suma el diferencial que publico previamente y las ordena de mayor a menor.

Al mismo tiempo se crea un vector de tasa pasivas, donde a cada tasa se le restara el diferencial que se publicó y nuevamente se ordena de mayor a menor.

Cuando se cuenta con ambos vectores se procede a hacer una resta de término a término de la lista de tasas pasivas menos la lista de las tasas activas, al resultado de esta operación se le llama Vector de Diferencia.



Si se da el caso en el que el vector de referencia no posea términos positivos, la TIIE se calculará mediante un promedio aritmético simple, tomando en cuenta el primer valor de los vectores con tasas pasivas y activas.

Por otro lado, cuando el vector de diferencia si posee términos positivos, el valor máximo se ubicará entre el segundo valor de la lista activa y el tercer valor de la lista pasiva, así mismo el valor mínimo se ubicara entre el segundo valor de la lista pasiva y el tercer valor de la lista activa; posteriormente se realizará un promedio aritmético con los dos valores máximos y mínimos.

En el caso de que se presente tres términos positivos en el vector de diferencia, se ubicara el valor máximo entre el tercer valor de la lista activa y el cuarto de la lista pasiva para después realizar el procedimiento mencionado anteriormente.

### Algoritmo del cálculo de la TIIE y la TIIE-UDIS

A continuación se presenta el algoritmo empleado por el Banco de México para el cálculo de la tasa TIIE. Este algoritmo es extraído de la Circular 2019/95 Anexo 1 Apéndice 2 publicada por el Banco de México.

1. Sea  $MB$  el monto base determinado por le Banco de México;  $n$ , el número de bancos que presentaron las posturas  $(y_j, z_j) j = 1, \dots, n$ , donde  $y_j$  es el monto (múltiplo de  $MB$ ) y  $z_j$  la tasa de la postura.
2. para cada banco  $j$  se construyen  $n_j = \frac{y_j}{MB}$  posturas homogéneas con monto  $MB$  y tasa  $z_j$  para cada una.
3. Sea  $X_a = (X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)})$  el vector de tasas de todas las posturas homogéneas ordenadas de menor mayor. Obsérvese que  $k = \sum_{j=1}^n n_j$  sea  $X_p = (X^{(k)}, X^{(k-1)}, \dots, X^{(1)})$  el vector de tasas de todas las posturas homogéneas ordenadas de mayor a menor. El vector  $X_a$  y  $X_p$  representan las tasas pasivas y activas respectivamente.
4. Al vector de tasas activas se le suma el diferencial  $dif$ , y a de las tasas pasivas se les resta, para obtener los siguientes vectores:

$$X = (X^{(1)} + dif, X^{(2)} + dif, \dots, X^{(k)} + dif)$$

$$= (X'_{a1}, X'_{a2}, \dots, X'_{ak})$$

$$X_p = (X^{(k)} - dif, X^{(k-1)} - dif, \dots, X^{(1)} - dif)$$



$$= (X'_{p1}, X'_{p2}, \dots, X'_{pk})$$

5. Sea “ $u$ ” el número de componentes positivos del vector diferencial:

$$X'_p - X'_a = \{(X'_{p1} - X'_{a1}), (X'_{p2} - X'_{a2}), \dots, (X'_{pk} - X'_{ak})\}$$

6. La TIIE y la TIIE-UDIS se calculan como el promedio aritmético de las tasas  $r_1$  y  $r_2$ , donde

- I. Si  $u > 0$ 

$$r_1 = \text{máximo} \{X'_{au}, X'_{p(u+1)}\}$$

$$r_2 = \text{mínimo} \{X'_{a(u+1)}, X'_{pu}\}$$
- II. Si  $u = 0$ 

$$r_1 = X'_{a1}$$

$$r_2 = X'_{p1}$$

#### 1.4 Las tasas de interés internacionales más importantes para México

En todos los países se manejan varias tasas de interés que, que pueden ser: tasas hipotecarias, de depósitos en bancos, tasas primarias (las que fija el Banco Central del país), etc. La tasa de interés aplicable en una situación dada depende del riesgo de crédito. Este riesgo es aquel que está presente cuando la persona que pidió prestado no puede pagar al que le prestó, ni los intereses ni el capital.

Hoy en día existe una alta integración de los mercados financieros a nivel mundial y las tasas de interés internacionales son fácilmente observables, lo que genera muchas expectativas acerca de que las tasas internas sigan el comportamiento del costo del dinero en el exterior, cuando este se conduce a la baja.

Las principales tasas externas que sirven de referencia al mercado mexicano son:

- **La tasas LIBOR** (London Interbank Offered Rate): es la tasa a la cual los bancos toman préstamos de otros bancos en el mercado interbancario de Londres. Es definida por la Asociación Británica de Bancos (BBA) y es publicada cada día al mercado a las 11:00 horas de Londres. Para calcular la LIBOR, la BBA toma los datos de tasas de préstamos interbancarios de un conjunto de 16 bancos que son seleccionados para reflejar una muestra representativa del mercado. Con los datos seleccionados se eliminan aquellas tasas que se ubiquen en el cuartil superior e inferior de la muestra y se promedia el resto de las tasas para obtener la LIBOR del día.



Los grandes bancos del mundo cotizan vencimientos a 1, 3, 6 y 12 meses en las principales monedas. Por ejemplo, 1-m Libor, es la tasa que pagará el banco por un depósito a un mes. De hecho, otro banco puede depositar dinero en un banco, con lo cual se considera que le está prestando dinero.

- **Tasa de Fondos Federales de Estados Unidos:** La tasa de fondos es el precio que se paga por el dinero en el mercado interbancario norteamericano por préstamos a un día (overnight). Es una tasa de interés libre ya que no está regulada directamente por la Reserva Federal de Estados Unidos.

Los bancos norteamericanos deben mantener un porcentaje de sus depósitos en la Reserva Federal para atender posibles episodios de salida de depósitos. Estos fondos o encajes son los denominados *federal funds*. Si bien la Reserva Federal da a conocer luego de las reuniones del FOMC (Comité Federal de Mercado Abierto), la tasa objetivo alrededor de la cual se espera que fluctúe la tasa de fondos federales de mercado.

- **Prime.** Esta tasa surge del promedio de una muestra de tasas que las principales instituciones financieras norteamericanas cobran por préstamos a empresas de primera línea.

Es la tasa preferencial a la que prestan los bancos comerciales, en los mercados de Nueva York y Chicago. La tasa prima (prime rate) constituye una tasa mundial que varía constantemente en función de la demanda del crédito y de la oferta monetaria; pero también en función de las expectativas inflacionarias y los resultados de la cuenta corriente en la balanza de pagos de los Estados Unidos de América

- **Tasas de los Bonos del Tesoro de Estados Unidos.** Son las tasas internas de retorno (TIR) o tasas de interés implícitas de los bonos emitidos por el Departamento del Tesoro de Estados Unidos. Son tasas de interés de referencia tanto para la determinación de las tasas internas de la economía norteamericana, como para la determinación del piso del costo de financiamiento en el mercado internacional de capitales.

Las tasas de retorno de los bonos norteamericanos se utilizan para la medición del riesgo país. Los bonos del Tesoro norteamericano son títulos que no tienen riesgo de, con lo cual sus retornos se utilizan como piso en la medición del riesgo país de bonos emergentes, los que en general están expuestos a mayores probabilidades de entrar en default.



- **Certificados de la Tesorería de la federación.** En México la tasa de interés que ofrecen los Cetes (Certificados de la Tesorería), que son los equivalentes mexicanos de los T-bills., da origen a la tasa líder, equivalente a la prime rate norteamericana. Se supone con toda certeza que estas inversiones están respaldadas por el gobierno respectivo, por lo que, la probabilidad de no pago es cero, es decir, el riesgo es cero, por tanto, el valor de estas tasas es el más bajo del mercado, porque el riesgo es cero. Los T-bills vencen hasta plazo de 1 año, las T-notes vencen entre 2 y 5 años y los T-bonds de 6 hasta 30 años. Los Cetes de 7 días hasta 9 meses.

## 1.5 Riesgo por Tasa de Interés

### Riesgo:

La palabra riesgo proviene del latín “risicare” que significa “atreverse”. En finanzas, el concepto de riesgo está relacionado con la posibilidad de que ocurra un evento que se traduzca en pérdidas para los participantes en los mercados financieros, como pueden ser inversionistas, deudores o entidades financieras. El riesgo es producto de la incertidumbre que existe sobre el valor de los activos financieros, ante movimientos adversos de los factores que determinan su precio; a mayor incertidumbre mayor riesgo (Banco de México, 2005).

### 1.5.1 Riesgo por Tasa de Interés

“Una tasa de interés en una situación particular determina la cantidad de dinero que un prestatario promete pagar al prestamista” (Hull, 2014). Las tasas se cotizan para hipotecas, tasas sobre depósitos, tasas preferenciales, prestamos etc.

El riesgo de crédito es el de que el prestatario de los fondos incurra en un incumplimiento, de modo que el interés y el principal no se paguen al prestamista como se prometió. Cuanto más alto sea el riesgo de crédito, más alta será la tasa de interés prometida por el prestatario. En este sentido son las fluctuaciones en los tipos de interés de los activos y pasivos que tenga un ente financiero, los que generan el riesgo.

Entre algunas de las posibles causas de variación de los tipos de interés, se pueden encontrar:

- Tipos de interés exteriores.
- La incertidumbre por la política monetaria que se emplea.
- Déficit público, compitiendo con el sector privado por los recursos disponibles.



- Tasa de inflación.
- Las expectativas de crecimiento y/o recesión de la economía de un país.

El tipo de interés es la remuneración del uso de dinero, es decir, es el precio del tiempo. Al momento de seleccionar activos se puede definir la tasa de interés, fija o variable, de manera que el prestamista y prestatario asumirán un riesgo en función del sentido de la variación de dicho precio, o dicho de otra forma, cada agente asume el riesgo que desea en función de sus expectativas, traspasando el restante riesgo de la variación al otro agente. En consecuencia el ente financiero que este adquiriendo el riesgo debe ser responsable de garantizar de adoptar las medidas oportunas para identificar, cuantificar, vigilar y controlar el riesgo de tasa de interés, y para esto debe de tener en cuenta las siguientes medidas:

- Definir los límites para dicho riesgo,
- Poseer sistemas y estándares adecuados para su cuantificación,
- Poseer estándares para valorar las posiciones y el desempeño de las tasas que ha suscrito,
- Contar con procedimientos para actualizar escenarios de perturbación y tención de las tasas de interés,
- Tener controles y sistemas de información de gestión internos eficaces, entre otras medidas.

Por su naturaleza el riesgo de tasa de interés suele ser característico de la estructura financiera de una empresa o institución financiera, pero también afecta a toda inversión a plazo que pudiera tener alguna persona que haya adquirido un crédito hipotecario por ejemplo.

Un ambiente cambiante en las tasas de interés obligan a los individuos a examinar su endeudamiento y buscar sacar ventaja de tasas más bajas. El efecto de las tasas más bajas actuales ha sido también percibido mientras los individuos invierten o renovaban certificados de depósitos o bonos del gobierno.

### **1.5.2 Las fuentes de riesgo de tasa de interés**

Una institución financiera o una empresa o una persona, están expuestas al riesgo de tasa de interés esencialmente de las maneras siguientes:

- Por la reasignación de precios, es la que surge de las diferencias en el tiempo de los vencimientos (para tasas fijas) y de reasignación de precios (tasa variable) de los activos de un ente financiero, de los pasivos y de las posiciones fuera de balance. Teniendo que las asimetrías en la



reasignación de precios son fundamentales para el negocio bancario, pueden exponer al ingreso y al valor económico subyacente de los bancos a fluctuaciones no anticipadas conforme varían las tasas de interés.

- Los provenientes de la curva de rendimiento, que son las asimetrías en la reasignación de precios en la forma y pendiente de la curva de rentabilidad. El riesgo surge cuando cambios no anticipados de la curva tienen efectos adversos en el ingreso de los bancos o en su valor económico subyacente.
- Por el sólo hecho de haber tomado deuda con tasa variable, cualquiera que sea la tasa de referencia utilizada (por ejemplo la tasa TIIE), sobre la cual se aplica un margen; esa tasa de referencia puede aumentar, lo que aumenta los intereses a pagar.
- Puede darse al revés por el hecho de tener depósitos y otros activos financieros que no rinden una tasa fija sino una tasa variable, igualmente basada en una referencia; la disminución de ingresos que puede derivar de una fuerte baja de las tasas de interés.
- Por el riesgo base, que surge de la correlación imperfecta en el ajuste de las tasas ganadas y pagadas sobre diferentes instrumentos con otras características similares de reasignación de precios. Los cambios en las tasas de interés pueden ocasionar cambios inesperados en los flujos de efectivo y en los márgenes de utilidades entre los activos, pasivos e instrumentos fuera de balance de vencimientos similares o frecuencias en la reasignación de precios.
- Otro riesgo, que afecta mayoritariamente a los bancos, es el que se deriva de los prepagos por parte de los deudores, o de un gran número de incumplimientos o atrasos, (cartera vencida): eso puede causarles grandes sobrecostos respecto de su propio financiamiento.
- Que una entidad financiera se exponga a sí misma por errores en sus estrategias relativas al cálculo del riesgo de tasa de interés, sobre todo cuando tiene activos poco líquidos, sobre lo que paga y que recibe.

Una consecuencia al estar expuesto al riesgo de las tasas de interés es que los cambios ocasionan que el valor de las inversiones de ingreso fijo pueda incrementarse o caerse; esto es, cuando las tasas de interés suben los valores de las inversiones de ingreso fijo, como los bonos, caen, y viceversa, cuando las tasas de interés caen los valores de los bonos suben. Esto ocurre porque el valor de los bonos se determina en el mercado de valores, ahí hay miles de negociaciones de los inversionistas que están comprando y vendiendo bonos constantemente. Los precios a los cuales se compran y venden están basados las tasas de interés existentes.



La cantidad por la cual los valores se incrementan o caen está en función principalmente del vencimiento del bono. Mientras más largo sea el vencimiento del bono, en mayor medida su valor y cambiará cuando cambien las tasas de interés. Para bonos de pronto vencimiento, como Cetes a 28 días, el impacto de cambio en las tasas es muy pequeño.

### **1.5.3 Gestionar el riesgo de tasa de interés**

Lo más simple es evitarlo, esto se realiza mediante la selección desde un inicio de una tasa fija únicamente, así uno conoce bien, por adelantado y sus gastos por concepto de intereses. Otra forma es esforzarse en tener depósitos que rindan una tasa fija por el mayor plazo posible.

Aun así se tienen que considerar otras acciones:

- Decidir endeudarse a una tasa fija cuando las tasas están a un nivel considerablemente elevado puede ocasionar que a veces no se pueda aprovechar los momentos de baja de las tasas y cuando llega ese momento se teme deshacer una operación con cierto grado de certidumbre frente al riesgo de que dicha baja sea efímera.
- En la mayoría de las veces lo que está disponible y a menor costo es el préstamo a tasa variable; asegurar una tasa fija suele tener un costo elevado, aún más para mediano y largo plazo.
- Las tasas fijas para depósitos relativamente largos contienen a menudo la posibilidad para el banco de poder variarlas (es decir bajarlas) si las condiciones del mercado cambian.

El riesgo de un activo está en función de su duración de vida. La madurez de un activo representa el lapso de tiempo transcurrido hasta el último flujo de capital. (Ma. Carmen, 1993).

Este riesgo se puede medir a través del cálculo de la duración esperada de los flujos de los activos, aunque se debe mencionar que no todos los activos tienen la misma proporción de depreciación o apreciación para una misma variación de las tasas ya que existen activos más sensibles o con mayor riesgo. Es entonces que entiende que el riesgo está compuesto de dos factores: la sensibilidad y la madurez.

### **1.5.4 Especulación, arbitraje con tasas de interés**

La especulación en el mercado de tasas de interés consiste en asumir de forma deliberada el riesgo con la expectativa de obtener un beneficio. El especulador



tiene expectativas definidas acerca de la evolución de las tasas y está interesado en obtener beneficio derivado de la variación que experimente mercado.

El especulador tiene expectativas acerca de la evolución futura de los tipos de tasas y está interesado en lograr una ganancia de capital pactando la compra (venta) cuando considere que las tasas van a subir (bajar) en el futuro. Si el especulador acierta en sus expectativas, lograra un beneficio, si se equivoca sufrirá una pérdida.

El arbitraje es la oportunidad de obtener una ganancia instantánea libre de riesgo con la operación de instrumentos financieros. En un mercado eficiente no existe la oportunidad de arbitraje.

### **1.6 Derivados sobre tasa de interés TIIE a 28 días**

Los instrumentos derivados son instrumentos que contribuyen a la liquidez, estabilidad y profundidad de los mercados financieros; generando condiciones para diversificar las inversiones y administrar riesgos.

Se tratan de instrumentos financieros cuya principal particularidad es el elevado nivel de apalancamiento. En todos ellos, es posible tomar posiciones alcistas o bajistas en el activo subyacente con escasa necesidad de liquidez, en la medida en la cual constituyen básicamente compromiso o derechos futuros de compra o venta dicha variable. Hasta que dicha fecha futura no llegue, el trasvase real de la compra o venta no se materializa y por tanto la exigencia de fondos no se produce hasta entonces. (Jimeno Moreno, Knop Muszynski, & Libero Guerra, 2014).

Los siguientes son algunos de los instrumentos derivados sobre tasas de interés interbancaria de equilibrio (TIIE) listados en Ila Bolsa Mexicana de Valores y cuyo subyacente es un instrumento del Mercado de Títulos de Deuda:

- Futuro de la Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio (TIIE) a 28 días
- Futuro sobre el SWAP de Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio (TIIE28)

Para la valuación de los instrumentos derivados en mercados organizados se utilizan los precios publicados por los Proveedores de Precios, cuya fuente es la que se genera en Mexder. Para la valuación de los derivados OTC, los precios son calculados por el sistema de derivados, utilizando la información de los factores de riesgo publicados por el Proveedor de Precios.



### 1.6.1 Futuros con tasa TIIE

Mediante el manejo de este instrumento los inversionistas obtienen un alto rendimiento en la planeación financiera, debido a que conocen de antemano las tasas de interés en fechas futuras.

En un instrumento de vida limitada, (ya que no puede exceder de una fecha mayor a dos años), el cual debe efectuarse en un día hábil bancario en que se determine la tasa de interés interbancaria de equilibrio (TIIE) observada, que es la tasa que se utiliza como referencia, basada en un año de 360 días.

Fórmula para el cálculo del pago, ya sea de compra o de venta

Tasa acordada (Ta): es la TIIE especificada por las partes, expresadas anualmente, sobre el año de 360 días.

Tasa observada (To): Es misma TIIE

Monto de Referencia (MR): cantidad de dinero acordado por partes.

Días: Plazo de TIIE de referencia.

Formula:

$$Pago = \frac{MR(Tasa Mayor - Tasa Menor)/36,000 \times Días}{(i + T_0 \times \frac{Días}{36,000})}$$

(Blanco H. & Verma, 1996).

### 1.6.2 Futuros de Swap sobre TIIE

Los contratos de futuros tienen como activo subyacente subyacente los depósitos a 28 días que tienen como rendimiento a la tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio, la cual como se ha mencionado, es calculada por el Banco de México con base en cotizaciones presentadas por las instituciones de banca múltiple.

Cada contrato de Futuro sobre TIIE a 28 días ampara un valor nominal de \$100,000.00 y en términos de los respectivos reglamentos interiores de MexDer y Asigna estos podrán listar y mantener para su negociación distintas Series consecutivas del contrato de Futuro de la TIIE a 28 días sobre una base mensual hasta por diez años.



Para identificar las distintas series de contratos de la TIIE se utilizan un símbolo en la pizarra que se integrará por la expresión: “TE28” a la que se agregará la primera letra más la siguiente consonante del mes de vencimiento y los últimos dos dígitos del año de vencimiento conforme al ejemplo siguiente:

Símbolo o clave de pizarra del contrato de futuros	Clave del activo subyacente	Mes de vencimiento	Año de vencimiento
TE28 NV17	TIIE	NV = Enero	2017
TE28 DC17	TIIE	DC = Diciembre	2017
TE28 EN18	TIIE	EN = Enero	2018
TE28 NV18	TIIE	NV = Noviembre	2018

Los Contratos de Futuros sobre TIIE a 28 días tienen como unidad de cotización de la Tasa Futura a la tasa porcentual de rendimiento anualizada, expresada en tantos por ciento, con dos dígitos después del punto decimal.

Las presentaciones de las posturas se hacen en base a la fluctuación mínima de la Tasa Futura en intervalos de un punto base (0.01) de la tasa porcentual de rendimiento anualizada.

### Tasa teórica

**Paso 1.** Se toma la curva de rendimiento construida con base en los niveles de cierre de los swaps de TIIE que cotizan OTC de tres meses (3x1) hasta 30 años (390 x 1). Dicha Curva servirá para estimar el valor de la diferencia entre la parte Fija y Variable del Futuro del Swap.



Una vez recolectada la información de los Swaps de Tasas de Interés (IRS - Interest Rate Swap), con posturas obtenidas de las diferentes fuentes de información para compra y venta, se procede a lo siguiente:

- a. Se obtiene la mejor postura de compra y la mejor postura de venta.
- b. Para determinar los niveles de mercado de las curvas se considera, del inciso “a”, el nivel medio entre la compra y la venta.
- c. Para los días en que los incisos “a” y “b” no cuenten con información se determinará el nivel medio a través de las posturas de compra y de venta utilizando referencias tomadas directamente de las mesas de operación de intermediarios financieros con participación en este segmento del mercado. Al menos se considerarán referencias de cuatro intermediarios diferentes y se tomará el nivel promedio de éstas.

**Paso 2. Construcción de la Curva de “Ceros”.** Se construye una curva al plazo que corresponde a la fecha de vencimiento del Contrato de Futuro más el plazo del Subyacente. Esta Curva se infiere a través de los Nodos y/o niveles de la Tasa de Interés Interbancaria de equilibrio de 28 días (TIIE 28) y el punto medio de los Swaps de TIIE.

En el mercado mexicano el plazo mayor de los bonos cupón cero es de un año y resulta necesario extender la estructura temporal de tasas a plazos mayores. En respuesta a ello, el método más comúnmente utilizado es el “Bootstrapping”, que consiste en estimar de manera recursiva niveles de tasas cero a partir de la información de las tasas de rendimiento al vencimiento (Yield to Maturity o Tasas Yield) de las que se tiene información a largo plazo.

### **Determinación de Nodos y Construcción de la Curva**

Los valores de los dos primeros nodos, para las curvas se determinan de la siguiente manera:

El primer nodo correspondiente a un día ( $r_1$ ) se obtiene al restar a la tasa TIIE a 28 días, correspondiente al día de valuación, la diferencia en puntos base entre la tasa de fondeo bancario “AAA” con plazo a un día, contra el fondeo bancario con plazo de 28 días.

El segundo nodo asociado a 28 días ( $r_{28}$ ), corresponde a la tasa TIIE de dicho plazo, determinada por Banxico el día de valuación.



Para el tercer y cuarto nodos, de 56 y 84 días respectivamente ( $r_{56}$  y  $r_{84}$ ), se aplica el método de Bootstrapping usando tasas en composición continua a partir del nivel obtenido para el contrato IRS 3x1.

Una vez que se conocen los primeros cuatro nodos, se aplica nuevamente el Bootstrapping tomando el contrato IRS 6x1, para obtener las tasas simples correspondientes a 112, 140 y 168 días.

Con la aplicación sucesiva del Bootstrapping se obtienen los valores correspondientes a cada IRS hasta llegar al último contrato de 30 años, el IRSx390, por lo que el último nodo de mercado corresponde a 10,920 días ( $r_{10920}$ ).

**Paso 3. Construcción de la Curva Forward.** Una vez que se tiene la curva de “ceros”, se infieren las Tasas Forwards correspondientes a los Cortes de Cupón o revisiones Futuras. Con estas Tasas se proyectan los flujos de la pata flotante y se traen a Valor Presente con la tasa Cupón Cero correspondiente a cada período.

Los Flujos de la pata fija se proyectan con la Tasa Futura del Swap y se traen a Valor Presente con la Tasa Cupón Cero que corresponde a cada período.

**Paso 4. Cálculo de la Tasa Futura del Swap.** Podemos decir que el valor y/o nivel de la Tasa Futura de un Swap, considerando el período de vencimiento del Subyacente (2 ,5 y 10 años), está dado por:

$$\text{Tasa Futura del Swap (pata fija)} = T \frac{28}{360} \sum_{k=1}^m FD_{n+k*28}$$

Donde

$T$  es la tasa futura del Swap negociada que determina los flujos

$m$  es el número de intercambios (flujos) del Swap.

$n$  es el número de días por vencer del contrato de Futuro del Swap

$FD_{n+k*28}$  es el fctor e desceunto para el flujo  $k$  con  $n+k*28$  días por vencer

El factor de descuento  $n+k*28$  días por vencer se obtiene de la siguiente manera:

$$FD_{n+k*28} = 1 + \frac{1}{\frac{TIIIE_{n+k*28}(n + k * 28)}{360}}$$

donde:



$TIE_{n+k*28}$  es el valor de la curva cero de TIE para el día  $n+k*28$

$n+k*28$  ( $n$ ) son los días por vencer del flujo a descontar que contiene los días por vencer el contrato de Futuro, más ( $k$ ) que es el número de días que le restan por vencer al flujo del Swap.

La tasa teórica Futura de un Swap que elimina posibilidades de arbitraje (los flujos de la Pata Fija traídos a valor presente son iguales a los flujos de la Pata Flotante), está dada por la tasa fija ( $T$ ) que satisface la siguiente expresión:

$$\left(\frac{28}{360}\right) \left(\sum_{k=1}^m F_{n+(k-1)*28}^{n+k*28}\right) = T \frac{28}{360} \sum_{k=1}^m F D_{n+k*28}$$

Donde

$m$  es el número de flujos del Swap (26, 65 o 130)

$n$  es el número de días por vencer del Futuro del Swap

$F_{n+(k-1)*28}^{n+k*28}$  es la tasa forward correspondiente al flujo  $k$ , que comienza en  $n+(k-1)*28$  y termina en  $n+k*28$  días

$F_{n+k*28}$  es el factor de descuento para el flujo con  $n+k*28$  días por vencer

$T$  es la tasa Swap que determina los flujos de la pata fija.

Con esta tasa teórica se logra que el valor de la pata fija sea igual al de la pata variable y con ello el valor de la tasa de un Swap con inicio en una fecha futura sea cero.



## Capítulo 2: Modelos de pronósticos

### 2.1 Series Temporales

Son un conjunto de técnicas de estudio de series de observaciones ordenadas en el tiempo estas se denominan Análisis de Series Temporales. La finalidad de emplear estos instrumentos es crear un modelo que permita reproducir el comportamiento de la variable de interés.

Los modelos de Series Temporales pueden ser:

- Univariantes: sólo se analiza una serie temporal en función de su propio pasado
- Multivariantes: se analizan varias series temporales a la vez. Refleja las interacciones dinámicas entre ambas series es construir un modelo multivariante. Cuando se construye un modelo multivariante, se hacen suposiciones de cierta dependencia o relación entre los pasados de las diversas series.  
También se suelen usar en la construcción de modelos multivariantes para variables económicas, tales como la renta, consumo e inversión entre otras.

Una serie temporal univariante consiste en un conjunto de observaciones de una variable  $Y$ . Si hay  $T$  observaciones, se denota por:

$$Y_t \quad t \in \xi \quad Y_t \quad t = 1, \dots, T$$

El sub índice  $t$  indica el tiempo en que se observa el dato  $Y_t$ . Los datos u observaciones se suelen recoger a intervalos iguales de tiempo, es decir, equidistantes los unos de los otros; es el caso de series semanales, mensuales, trimestrales etc.

Series temporales discretas son las observaciones se recogen solo en momentos determinados de tiempo, generalmente a intervalos iguales.

Las variables de flujo son aquellas que se miden respecto a un intervalo de tiempo.

Variables stoc son aquellas que se miden en un momento determinado de tiempo, por ejemplo son, en general, los mismos para ambos tipos de variables, pero puede haber ocasiones en que la distinción sea de interés debido a los distintas características que tienen las observaciones. El uso de la información muestral pasa normalmente por la formulación de modelos que pueden describir la evolución de la serie.



Los modelos utilizados para describir el comportamiento de las variables económicas de interés, siempre responden a la misma estructura:

$$Y_t = PS_t + a_t$$

Donde

$PS_t$  = parte sistemática o comportamiento regular de la variable,

$a_t$  = es la parte aleatoria o *Innovación*.

En los modelos de series temporales univariantes  $PS_t$  se determina únicamente en función de la información disponible en el pasado de la serie:

$$PS_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3}, \dots)$$

El análisis de series temporales se basa en dos nociones fundamentales:

I. Componentes no observados.

Están basado en la idea de que una series temporal puede ser considerada como superposición de varios componentes elementales no observables: tendencia, estabilidad y ciclo. La estimación de tendencias y el ajuste estacional son de gran importancia en el análisis de series económicas.

II. Modelos ARIMA

Llamados por su nombre en inglés *Auto Regresive Integrated Moving Average* (ARIMA). Son modelos paramétricos que tratan de obtener la representación de la serie en términos de la interrelación temporal de sus elementos.

## 2.2 Modelos ARIMA

Definimos un modelo como autorregresivo si la variable endógena de un período  $t$  es explicada por las observaciones de la misma correspondientes a periodos anteriores añadiéndose, como en los modelos estructurales, un término de error. En el caso de proceso estacionario con distribución normal, la teoría estadística de los procesos estocásticos dice que, bajo determinadas condiciones previas, toda  $Y_t$  puede expresarse como una combinación lineal de sus valores pasados (parte sistemática) más un término de error (innovación).

Permiten describir un valor como una función lineal de datos anteriores y errores debido al azar, además pueden incluir un comportamiento cíclico o estacional. Este tipo de modelos que caracterizan las series como sumas o diferencias, ponderadas o no, de variables aleatorias o de las series resultantes, fue propuesto por YULE y SLUTSKY en los años veinte.



Para poder aplicarlos (P. Box, Jenkins, Reinsel, & Ljung, 2016)<sup>3</sup> recomiendan como mínimo 50 observaciones en la serie temporal.

El coeficiente de autocorrelación es un componente esencial para analizar las propiedades de una serie temporal y las interrelaciones de sus observaciones. Éste coeficiente mide el grado de asociación lineal que existe entre observaciones separadas  $k$  periodos. Estos coeficientes de autocorrelación proporcionan mucha información sobre cómo están relacionadas entre sí las distintas observaciones de una serie temporal, lo que ayudará a constituir el modelo apropiado para los datos. Vale la pena recordar que el coeficiente de correlación entre dos variables mide el grado de asociación lineal entre ambas variables; se define como:

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma(x, y)}{\sigma(x)\sigma(y)}$$

Donde si

El coeficiente de correlación toma los valores entre -1 y 1, es decir,  $-1 \leq \rho_{xy} \leq 1$

Si  $\rho_{xy} = 0 \Rightarrow$  no existe relación lineal entre  $x$  e  $y$ .

Si  $\rho_{xy} = 1 \Rightarrow$  existe relación lineal perfecta y positiva entre  $x$  e  $y$ .

Si  $\rho_{xy} = -1 \Rightarrow$  existe relación lineal perfecta y negativa entre  $x$  e  $y$ .

El coeficiente de correlación se puede utilizar como instrumento para analizar la estructura de correlación existente entre las observaciones de una serie temporal  $Y_t$ .

### 2.2.1 Modelo Autorregresivos AR(p)

Un modelo autorregresivo SR describe una clase particular de proceso en que las observaciones en un momento dado son predecibles a partir de las observaciones previas, del orden más un término de error. El caso más simple es el ARIMA (1,0,0) o de primer orden, cuya expresión es:

$$AR(1) = Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + a_t$$

El proceso autorregresivo de orden  $p$ , representado por ARIMA (1,0,0) o simplemente por AR(p):

$$AR(p) = Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$

Y puede ponerse, mediante el operador de cambio retroactivo B, en forma:

<sup>3</sup> George E. P. Box & Gwilym M. Jenkins (1976) *Time Series Analysis: forecasting and Control*.



$$(1 - \phi_2 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) Y_t = a_t \quad B^k(Y_t) = Y_{t-k}$$

- Un proceso autorregresivo AR(p) es **estacionario** si las raíces del polinomio en **B** dado por:  $(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$  caen fuera del círculo unidad. Esta relación es equivalente a que las raíces de la ecuación  $y^p - \phi_1 y^{p-1} - \phi_2 y^{p-2} - \dots - \phi_{p-1} y - \phi_p = 0$  sean todas inferiores a uno en módulo.
- Un proceso autorregresivo siempre es **invertible**.

### 2.2.2 Modelo de Medias móviles MA(q)

Un modelo de medias móviles **MA** describe una serie temporal estacionaria. En este modelo el valor actual puede predecirse a partir de la componente aleatoria de este momento y, en menor medida, de los impulsos aleatorios anteriores. El modelo **ARIMA (0,0,1)**, también denotado por MA(1), bien dado por la expresión:

$$Y_t = a_t - v_1 a_{t-1}$$

El proceso de medias móviles de orden q, representado por ARIMA(0,0,q) también por MA(q), viene dado por la expresión:

$$Y_t = a_t - v_1 a_{t-1} - v_2 a_{t-2} - \dots - v_q a_{t-q}$$

Que puede ponerse, mediante el operador de cambio retroactivo B, en la forma:

$$Y_t = (1 - v_1 B - v_2 B^2 - \dots - v_q B^q) a_t$$

- Un proceso de medias móviles es siempre estacionario.
- Un proceso de medias móviles MA(q) es invertible si las raíces del polinomio en B definido por  $(1 - v_1 B - v_2 B^2 - \dots - v_q B^q)$  caen fuera del círculo unidad. Esta condición es equivalente a que las raíces de la ecuación  $y^q - \phi_1 y - \dots - \phi_{q-1} y - \phi_q = 0$  sean todas inferiores a un módulo.

### 2.2.3 Modelos ARMA (p,q)

Son una extensión de los modelos AR(p) y MA(q), es un tipo de modelo que incluye tanto términos autorregresivos como de medias móviles y se define como ARIMA(p,0,q) y se representan por la ecuación:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - v_1 a_{t-1} - v_2 a_{t-2} - \dots - v_q a_{t-q}$$

Y que puede ponerse de la forma:



$$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} = a_t - v_1 a_{t-1} - v_2 a_{t-2} - \dots - v_q a_{t-q}$$

Es decir,  $Y_t(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) = a_t(1 - v_1 B - v_2 B^2 - \dots - v_q B^q)$

El proceso ARMA(p,q) es estacionario si lo es su componente autorregresiva, y es inevitable si lo es su componente de medias móviles.

- Un modelo ARMA(p,q) es **estacionario** si las raíces del polinomio definido por  $(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$  caen fuera del círculo unidad. Esta condición es equivalente a las raíces de la ecuación:  $y^p - \phi_1 y^{p-1} - \phi_2 y^{p-2} - \dots - \phi_{p-1} y - \phi_p = 0$  sean inferiores a uno en módulo.
- Un modelo ARMA(p,q) es **invertible** si las raíces del polinomio en B definido mediante  $(1 - v_1 B - v_2 B^2 - \dots - v_q B^q)$  caen fuera del círculo unidad. Esta condición es equivalente a que las raíces de la ecuación:  $y^q - \phi_1 y^{q-1} - \phi_2 y^{q-2} - \dots - \phi_{q-1} y - \phi_q = 0$  Sean todas inferiores a uno en módulo.

### 2.2.4 Modelo ARIMA (p,d,q)

Un modelo ARIMA(0,d,0) es una serie temporal que se convierte en ruido blanco (proceso puramente aleatorio) después de ser diferenciada d veces.

El modelo (0,d,0) se expresa mediante:  $(1 - B)^d Y_t = a_t$

El modelo general ARIMA(p,d,q) denominado proceso autorregresivo integrado de medias móviles de orden p,d,q, toma a expresión:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d Y_t = (1 - v_1 B - v_2 B^2 - \dots - v_q B^q) a_t$$

Un modelo ARIMA(p,d,q) permite describir una serie de observaciones después de que hayan sido diferenciadas **d** veces, a fin de extraer las posibles fuentes de no estacionalidad. Esta fórmula se puede aplicar a cualquier modelo. Si hay alguna componente p,d,q igual a cero, se elimina el término correspondiente a la fórmula general.

Los modelos cíclicos o estacionales son aquellos que se caracterizan por oscilaciones cíclicas, también denominadas variaciones estacionales. Las variaciones cíclicas a veces se superponen a una tendencia secular.

Las series con tendencias secular y variaciones cíclicas pueden representarse mediante los modelos ARIMA (p,d,q)(P,D,Q). el primer paréntesis (p,d,q) se refiere



a la tendencia secular o parte regular de la serie y el segundo paréntesis (P,D,Q) se refiere a las variaciones estacionales, o parte cíclica de la serie temporal.

En este sentido, se adjuntan algunas expresiones del modelo:

- $ARIMA(0,1,1)(0,0,1)_{12}: (1 - B)Y_t = (1 - v_1 B^{12})(1 - \delta_{12} B^{12})$
- $ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}: (1 - B)(1 - B^{12})Y_t = (1 - v_1 B^{12})(1 - \delta_{12} B^{12})$
- $ARIMA(2,1,0)(1,0,0)_{12}: (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^{12})(1 - \Omega_1 B^{12})(1 - B)Y_t = a_t$
- $ARIMA(1,1,1)(2,1,1)_{12}: (1 - \phi_1 B)(1 - \Omega_1 B^{12} - \Omega_2 B^{24})(1 - B^{12})(1 - B)Y_t = (1 - v_1 B)(1 - \delta_{12} B^{12})a_t$

## Estacionalidad

Un proceso estocástico es **estacionario** en el sentido estricto si los vectores  $[Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_{t_n}]$  y  $[Y_{t_1+s}, Y_{t_2+s}, \dots, Y_{t_n+s}]$  tiene la misma función de distribución, independientemente de  $s$ , para cualquier  $n$  dado. Esta definición implica que las características del proceso estocástico no sufren alteraciones en tiempos históricamente diferentes.

Un proceso es estacionario cuando se verifica que  $u_t = u < \infty$  y  $g(t, t+k) = g_k < \infty$ , es decir, la media del proceso es constante (no depende del tiempo) y la autocovarianza es solo función del lapso temporal considerado, y no del tiempo histórico.

Los momentos de orden superior pueden variar con el tiempo.

## Función de autocorrelación

En procesos estacionarios, la función de autocorrelación es:

$$h_k = \frac{g_k}{g_0} = \frac{cov(Y_t, Y_{t-1})}{Var(Y_t)} \quad k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

Para procesos reales se verifica además que  $g_0 > 0, g_k = g_{-k}, h_k = h_{-k}, h_0 = 1$  y  $|h_k| \leq 1$

Se denomina **correlograma** del proceso a la presentación gráfica con  $h_k$  en ordenadas y  $k$  en abscisas.

## Función de autocorrelación estimada

Cuando se dispone de ciertas observaciones  $(Y_t)_{t=1,2,3,\dots,T}$ , relativas a un proceso estocástico que se supone estacionario, la medida del proceso se estima mediante



$$\bar{Y} = \sum_{t=1}^T \frac{Y_t}{T}.$$

Análogamente, la función de autocorrelación  $h_k$  se estima mediante la función de autocorrelación muestral, que se define por:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2}$$

Se denomina correlograma muestral a la representación gráfica de  $r_k$ , que es muy importante en el análisis de series temporales.

La función de auto correlación muestral no se puede calcular cuando  $(k > T + 1)$  y no debe calcularse para  $(T > T/4)$ .

### 2.2.5 Ruido Blanco

Es una sucesión de variables aleatorias (proceso estocástico) con esperanza (media) cero, varianza constante e independiente para distintos valores de  $t$  (covarianza nula).

Este proceso puramente aleatorio, se define por las condiciones:

$$u = E(Y_t) = 0, \quad \sigma_0^2 = (Y_t), \quad cov(Y_t, Y_{t+k}) = 0 \quad k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2 \dots$$

En este tipo de procesos puramente aleatorio el **correlograma** se reduce a un segmento de longitud unitaria sobre el eje de ordenadas.

### Estacionalidad y eliminación de la tendencia

Muy pocas series temporales son estacionarias. La mayoría presentan tendencia, varianza no constante y variaciones estacionales.

La presencia de variaciones estacionales se traduce en una variabilidad de la medida del proceso, lo que es contrario a la hipótesis de estacionalidad.

Las series no estacionales que presentan tendencia lineal son sometidas a la transformación  $Z_t = Y_t - Y_{t-1}$  para convertirlas en estacionarias. Si  $Y_t$  muestra tendencia lineal, la primera diferencia de la serie  $Z_t$  ya no tendrá esa tendencia. En este caso se dice que  $Y_t$  es una serie temporal homogénea de primer orden o integrada de primer orden y se denota por  $I(1)$ .

La eliminación de la tendencia cuadrática puede conseguirse mediante una doble diferenciación. Esta operación se realiza en dos etapas, primero  $W_t = Y_t - Y_{t-1}$ . Si



$Z_t$  ya no incorpora tendencia (es estacionaria) se dice que  $X_t$  es una serie temporal homogénea de segundo orden  $I(2)$ .

Análogamente una tendencia de orden  $p$  puede eliminarse llevando a cabo una diferenciación de orden  $p$  dando lugar a una serie homogénea o integrada  $I(p)$  de orden  $p$ .

## 2.2.5 Transformación de Box-Cox

Permite estabilizar la varianza de una serie temporal (serie estacionaria en varianza) y aproximar su distribución a una normal.

Si  $Y_t$  es la serie temporal inicial, la transformación viene dada por:

$$\begin{cases} Z_t = \frac{(Y_t + I_2)^{I_1 - 1}}{I_1 g^{I_1 - 1}} \text{ si } I_1 \neq 0 \text{ y } X_t > -I_2 \\ Z_t = g \ln(X_t + I_2) \text{ si } I_1 = 0 \text{ y } I_2 < 0 \end{cases}$$

donde  $g$  es la media geométrica simple de  $Y_t + I_2$ , el primer parámetro  $I_1$  gobierna la fuerza de la transformación. Para  $I_1 = 1$  se tiene la serie original  $Y_t$  y  $I_2$  se elige de la forma que  $Y_t + I_2$  sea siempre positiva. En consecuencia  $I_2$  será cero si se trabaja con datos positivos e igual en valor absoluto al valor más negativo observado, en otro caso.

La transformación de Box-Cox es una familia de transformaciones dependientes del parámetro  $I_1$ , que incluye como caso particulares la transformación logarítmica, la raíz cuadrada y la inversa.

La eliminación de las variaciones estacionales, para inducir la estacionalidad, suelen hacerse casi siempre, mediante la diferenciación estacional.

Si después de efectuar esta transformación la serie sigue presentando evidencias de las variaciones estacionales, es posible aplicar de nuevo el procedimiento, es decir, calcular las diferencias de segundo orden, y así sucesivamente.

### Función de autocorrelación parcial estimada

El primer término de la función de autocorrelación parcial se denota por  $\phi_{11}$ , puede estimarse transformando la serie  $Y_t$  en desviaciones respecto a su media muestral  $Y_t = Y_t - \bar{Y}$  y a continuación estimando una regresión de  $Y_t$  sobre  $Y_{t-1}$ .

En el modelo de regresión:  $Y_t = \phi_{11}Y_{t-1} + u_t$ , la pendiente estimado de esta regresión es  $\phi_{11}$ .



La función de autocorrelación parcial puede estimarse mediante una serie de regresiones, cada una de las cuales contiene como variable explicativa un retardo más que la anterior, y en cada caso se eligen los coeficientes estimados en los retardos más altos  $(\phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{13}, \dots)$ , que son así los valores estimados de la función de autocorrelación parcial.

### Identificación del término independiente

Para ajustar la serie temporal, a veces conviene introducir un término independiente en el modelo ARIMA.

Para contrastar la hipótesis nula de que el modelo se ajusta con una constante, se utiliza el estocástico:

- Si  $X_t$  es ruido blanco (proceso aleatorio), el estadístico:  $t_{N-1} = \frac{\bar{X}}{\sqrt{\frac{S_X^2}{(N-1)}}}$  (t-Student)
- Si  $X_t$  está autocorrelacionada, siendo significativos los primeros  $k$  coeficientes de autocorrelación  $(r_1, r_2, \dots, r_k)$  el estadístico a utilizar es:

$$t_{N-1} = \frac{\bar{X}}{\sqrt{S_X^2(1+2r_1+r_2+\dots+2r_k)/N}}$$

### 2.3 Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es en esencia un estimador óptimo de variables de estado para sistemas dinámicos que ha encontrado innumerables aplicaciones desde la publicación original de Rudolph Kalman en 1960 y que sigue siendo utilizado ampliamente en nuestros días. El filtro de Kalman combina la información dinámica del sistema con la que se dispone para producir una estimación óptima de las variables de interés.

Esencialmente es un set de ecuaciones, que permiten que los coeficientes y predicciones se actualicen cuando nuevas observaciones se hacen disponibles. Este proceso se realiza en dos etapas, primero se forma el predictor óptimo de las observaciones siguientes, dada toda la información hasta ese momento disponible, luego se incorpora la nueva información al estimar el vector de estado, usando las ecuaciones de actualizaciones. El filtro de Kalman da una solución óptima al problema de actualización y de predicción. Si las observaciones se distribuyen normalmente y si los estimadores corrientes del vector de estado son los mejores disponibles, el estimador de predicción y el de actualización también lo serán.



Una vez que el modelo ha sido formulado en el espacio de los estados, el filtro de Kalman proporciona el medio de estimar el estado inobservable a partir de alguna magnitud observable relacionada con éste, de forma que la estimación se actualice cada vez que se dispone de nueva información. Se pueden emplear varios algoritmos de alisado, que constituyen extensiones de la formulación original diseñada por Kalman para obtener una estimación óptima del estado en cualquier punto de la muestra.

### 2.3.1 Desarrollo del filtro de Kalman

Para el desarrollo de esta sección, nos apoyaremos en el documento de investigación realizado por Rosio Elizondo, Estimaciones del PIB mensual basadas en el IGAE y publicado por el banco de México. El algoritmo de Kalman permite obtener información sobre el estado  $\alpha_t$  a partir del nivel de información que se pretenda alcanzar. La primera tiene por objeto encontrar un estimador incesgado del estado que minimice el error cuadrático medio. En la segunda, el objetivo se formula en términos más amplios, ya que se pretende obtener la distribución del estado  $\alpha_t$  condicionada al conjunto de información disponible  $I_t : \{y_1, \dots, y_t\}$  es decir  $f(\alpha_t | I_t)$ .

De forma más general, el objetivo del filtro de Kalman consiste en encontrar  $f(\alpha_t | I_t)$ , donde  $I_t : \{y_1, \dots, y_t\}$ . Dependiendo del conjunto de información,  $I_t$ , empleado en la obtención de la distribución condicionada del estado se pueden distinguir tres casos:

- Si  $k < t$  se trata de un problema de predicción
- Si  $k = t$  se trata de un problema de filtrado
- Si  $k = T$  o en general  $k > t$  se trata de un problema de alisado.

La solución de un problema de predicción ofrecerá estimaciones que son extrapolaciones hacia el futuro de los componentes del vector de estado. Por otro lado, el filtrado permitirá actualizar las estimaciones del estado no observable a medida que se disponga de una nueva observación de la magnitud observable relacionada con éste; y finalmente, el alisado ofrece la mejor estimación del estado en cualquier instante del tiempo con toda la información de la muestra.

El modelo del filtro de Kalman se describe a continuación:

$$X_t = A_t X_{t-1} + C_t + w_t$$

Donde

$X_t$  = es la observación



$A_t$  = componente de regresión

$C_t$  = componente constante

$w_t$  = componente de cambio lento o tendencia

### 2.3.2 Aplicación del filtro de Kalman

El filtro de Kalman se puede aplicar a los modelos dinámicos que tienen una representación de espacio-estado, el cual incluye una ecuación de medida y una ecuación de Transición. En cada punto en el tiempo, la ecuación de medida relacionada al vector de variables observables  $Z_t$ , con un vector de estado  $X_t$ , que como se mencionó en general es no observable.

La ecuación de medida es:

$$Z_t = H_t X_t + v_t \quad v_t \sim N(0, R_t)$$

Donde

$Z_t$  es un vector de dimensiones  $m \times 1$  de variables observables,

$H_t$  es la matriz de parámetros  $m \times n$  (es la que mapea el espacio de estados dentro del espacio observado),

$X_t$  es el vector de variables no observables de dimensiones  $n \times 1$ , y

$v_t$  es el vector de error de dimensiones  $m \times 1$ ,  $v_t \sim N(0, R_t)$

La ecuación de transición describe la dinámica de las variables de estado:

$$X_t = A_t X_{t-1} + C_t + w_t \quad w_t \sim (0, Q_t)$$

$A_t$  es la matriz de transición de dimensiones  $n \times n$ ,

$C_t$  es el vector de control de dimensiones  $n \times 1$

$w_t$  es el vector de errores  $n \times 1$  con media 0 y varianza  $Q_t$

El vector  $w_t$  también es conocido como la señal y define el comportamiento estocástico de la parte del modelo que cambia a través del tiempo.

Bajo esta representación las variables de estado tienen una distribución normal multivariada.

Las matrices  $A_t$ ,  $C_t$ ,  $H_t$ ,  $R_t$  y  $Q_t$  son características del sistema y se supone son no estocásticas y variables en el tiempo, además los vectores de error de estado y de observación o medida son no correlacionados.

Sea  $P_t$  la matriz de covarianza de los errores de estimación de la variable de estado definida como:



$$P_t = E[(X_t - \hat{X}_t)(X_t - \hat{X}_t)']$$

El filtro de Kalman es un algoritmo que pronostica el nuevo estado a partir de su estimación previa añadiendo un término de correlación o actualización proporcional al error de predicción de tal forma que éste último es minimizado estadísticamente.

Entonces dados  $X_{t-1}$  y  $P_{t-1}$ , los cuales incluyen toda la información disponible hasta el tiempo  $t - 1$ , el estimados de la variable de estado y matriz de covarianza el tiempo  $t$  serán determinados mediante el filtro de Kalman.

En general, las ecuaciones del filtro de Kalman se pueden clasificar en dos grupos:

- las que actualizan el tiempo que son las ecuaciones de predicción y son las responsables de la proyección del estado al momento  $t$  tomando como referencia el estado en el momento  $t-1$  y de la actualización intermedia de la matriz de covarianza del estado.
- las que actualizan los datos observados que son las ecuaciones de actualización y son responsables de la retroalimentación, es decir, incorpora la nueva información dentro de la estimación anterior con lo cual se llega a una estimación mejorada del estado.

Para entender el funcionamiento del filtro de Kalman se describe cada uno de estos grupos de ecuaciones mediante los siguientes pasos:

1) primer paso: Predicción

- a) Se define la variable de estado al tiempo  $t$

$$X_{t/t-1} = A_t X_{t-1/t-1} + C_t$$

- b) Se define la matriz de covarianza de las variables de estado

$$P_{t/t-1} = A_t P_{t-1/t-1} A_t' + Q_t$$

2) Segundo paso: Actualización o Correlación

- a) Se calcula la innovación o medida residual

$$Y_t = Z_t - H_t X_{t/t-1}$$

- b) Se calcula la matriz de covarianza de la innovación o medida del residual

$$S_t = H_t P_{t/t-1} H_t' - R_t$$

- c) Se estima la ganancia óptima de Kalman

$$K_t = P_{t/t-1} H_t' R_t^{-1}$$

- d) Se actualiza la variable de estado

$$X_{t/t} = X_{t/t-1} + K_t Y_t$$



e) Se actualiza la matriz de covarianza

$$P_{t/t} = (1 - K_t H_t) P_{t/t-1}$$

Intuitivamente, el paso de actualización correspondiente a la estimación de las esperanzas condicional de las variables de estado  $X_t$ , dado que se conoce toda la historia de las observaciones  $\{Z\}_{t=1}^{t-1}$  y la nueva información  $Z_t$ , es decir,  $\hat{X}_t = E_{t-1}(X_t/Z_t)$ .

Además, basados en el supuesto de normalidad tanto del vector de estado inicial como de las perturbaciones (o errores) del sistema es posible calcular la función de verosimilitud sobre el error de predicción, con lo cual se puede llevar a cabo la estimación de los parámetros no conocidos del sistema, simultáneamente con la estimación de las variables no observables. Así, para  $\theta$  el vector de parámetros del modelo, la función de verosimilitud de los errores de innovación está dada por la siguiente expresión:

$$\log L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum \log |S_t| - \frac{1}{2} \sum Y_t' S_t^{-1} Y_t$$

Esta función tiene que ser maximizada con respecto al vector  $\theta$  de parámetros desconocidos.

### 2.3.3 Enfoque Bayesiano

Para un óptimo desempeño del filtro de Kalman, este debe propagar la densidad de probabilidad condicional de las cantidades deseadas condicionando al conocimiento de los datos que proviene de los dispositivos de medición. Se debe tener en cuenta que una distribución gaussiana queda determinada solo con los primero dos momentos de la distribución los cuales son fáciles de averiguar normalmente.

Considerando la densidad de probabilidad condicional del valor de una variable  $x$  en un instante  $i(x(i))$ , condicionada al conocimiento de que una variable medida en el instante 1( $z(1)$ ) tomó el valor  $z_1$  al medirla en el instante 2( $z(2)$ ) tomó el valor  $z_2$  y así sucesivamente, por lo que tendríamos que:

$$f_{x(i)|z(1),z(2),\dots,z(i)}(x|z_1, z_2, \dots, z_i)$$

Se debe tener en cuenta que la densidad condicional contiene toda la información disponible acerca de  $x(i)$  e indica la probabilidad de  $x(i)$  de asumir cualquier valor específico, para el valor dado de todas las mediciones tomadas hasta el instante  $i$ , esta es condicional, por que el valor reportado depende de todas las mediciones tomadas.



El filtro de Kalman realiza la propagación de la densidad de probabilidad para problemas en las que el sistema puede ser descrito mediante un modelo lineal y los ruidos en las mediciones son gaussianos. Si se elimina la presunción de gaussianidad, el filtro de Kalman sería un filtro con el menor error de la clase de filtros no sesgados.

Después de hecha la predicción de valor que las variables deseadas tendrán la próxima vez que se haga la medición, se hace una diferencia entra la medición anterior y la obtenida para corregir la predicción de las variables deseadas.

## 2.4 Modelo TAR

La familia de modelos TAR (Threshold Autoregressive) son modelos no lineales que se emplean para reflejar los hechos estilizados características de las series temporales. En este modelo el cambio de régimen, se encuentra muy relacionado, ya que caracterizan la presencia de un número determinado de regímenes; sin embargo presentan dificultades en los procesos de identificación y estimación de los parámetros estructurales (número de regímenes y de valores umbrales). La ventaja que presenta el uso de modelos TAR es el enfoque bayesiano para identificación y estimación de parámetros.

Un modelo TAR representa un sistema dinámico con un proceso de entrada  $\{Z_t\}$  y uno de salida  $\{X_t\}$ , tales que:

$$\{X_t\} = a_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{k_j} a_i^{(j)} X_{t-1} + h^{(j)} \varepsilon_t$$

Si  $Z_t \in \mathbb{R}_j = (r_{j-1}, r_j)$  para algún  $j, j = 1, \dots, l$ , con  $r_0 = -\infty$  y  $r_l = \infty$ . Además  $a_i^{(j)}, h^{(j)}$ , son números reales. Los números reales  $r_j$  con  $r_1 < r_{j-1}$ , que definen  $l$  regímenes para el proceso  $Z_t$ , son llamados los umbrales y los números enteros no negativos  $k_1, \dots, k_l$  representan los órdenes autoregresivos en cada régimen. Adicionalmente el proceso  $\varepsilon_t$  es Gaussiano de media 0 y varianza 1 y es mutuamente independiente de  $\{Z_t\}$ . Se usa el símbolo  $TAR(l; k_1, \dots, k_l)$  para representar el modelo y  $l; r_1, \dots, r_{l-1}; k_1, \dots, k_l$  se llaman los parámetros estructurales. Los demás parámetros se llaman no estructurales.

Se dice que  $\{Z_t\}$  es exógeno, en el sentido de que no existe retroalimentación de  $\{X_t\}$  hacia el y su comportamiento estocástico esta descrito por una cadena de Markov homogénea de orden  $p$ , con distribución inicial  $F_1(z, \theta_z)$  y distribución



kernel  $F(z_t / z_{t-1}, \dots, z_{t-p}, \theta_z)$ , donde  $\theta_z$  es un vector de parámetros en un espacio numérico apropiado.

### 2.4.1 Estimación del modelo

Sea  $\theta$  el vector de parámetros desconocidos de  $\{X_t\}$  y  $\{Z_t\}$ ,  $\theta_z = (a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, \dots, a_{k_j}^{(j)})$ , ( $j = 1, \dots, l$ ),  $h = (h^{(1)}, \dots, h^{(l)})$  y  $\theta_x = (\theta_1, \dots, \theta_l, h)$ . Así  $\theta = (\theta_x, \theta_z)$  y densidad condicional de interés es  $p(\theta|x, z)$ .

Las densidades a priori para componentes de  $\theta_x$  son las siguientes:

$$\theta_x \sim N(\theta_{o,j}, V_{o,j}^{-1})$$

con  $\theta_{o,j}$  un vector de  $k_{j+1}$  componentes y  $V_{o,j}^{-1}$  un matriz diagonal, y

$$[h^{(j)}]^2 \sim IG(\gamma_{o,j}, \beta_{o,j})$$

donde IG representa la distribución de probabilidad “Gama Inversa” .

Se asume a priori que los parámetros entre regímenes son independientes, y  $\theta_x$  no depende de  $\theta_z$ .

### Validación del modelo

Para cada  $t=1, \dots, T$ , sea

$$\hat{e}_t = (X_t - X_{(t|t-1)})/h^{(j)}$$

si  $Z_t \in B_j$  para algún  $j(j=1, \dots, n)$ , donde

$$X_{(t|t-1)} = a_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{k_j} a_i^{(j)} X_{(t-i|t-1)}$$

es el predictor un paso adelante de  $X_t$ .

### 2.4.2 Modelo SETAR

El modelo SETAR (Self-Exciting Threshold Autoregressive) es un modelo no lineal definido por partes determinadas cada una de ellas por el valor de la variable umbral, lo que lo hace muy útil al describir conceptualmente el comportamiento de la serie de volatilidades.



El modelo SETAR es un caso particular del modelo TAR en el que  $\{Z_t\}$ , es un mecanismo que rige la dinámica del proceso, se le elige en función de los valores retardados de  $X_t$ . La formula de un modelo SETAR( $l; k_1, \dots, k_l$ ) es la siguiente:

$$X_t = a_0^{(j)} + a_i^{(j)} X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde:

$X_t$  es a tasa TIEE28 en el tiempo t

$a_0^{(j)}$  es el valor de la constante según el régimen j

$a_i^{(j)}$  es el coeficiente en el régimen j

$X_{t-1}$  es la tasa TIEE en el periodo  $t - 1$

j es el régimen

El modelo SETAR, inicialmente propuesto por Tong(1978) es un modelo autoregresivo por tramos por tramos, en el espacio de la variable umbral, capaz de describir ciclos límites asimétrico. A diferencia de los modelos autoregresivos lineales, la estacionalidad de  $X_t$  no requiere que todas las raíces del polinomio  $\varphi^j(B) = 1 - \varphi_1^{(j)}B - \dots - \varphi_{p_j}^{(j)}B^{p_j}$  estén por fuera del círculo unitario, lo cual significa que a pesar de existir estacionalidad a nivel global, se puede presentar una alternativa entre regímenes explosivos y contractivos. La ecuación muestra además que aun cuando la serie puede ser modelada apropiadamente por un AR lineal, su comportamiento dinámico está determinado por el régimen que ocurre en un momento dado del tiempo.

Sea  $(r_0, \dots, r_l)$  un conjunto de número ordenado tal que  $-\infty < r_0 < \dots < r_l < \infty$  y sea  $R_1, R_2, \dots, R_l$  una partición de  $\mathbb{R}$  donde  $R_l = (r_{l-1}, r_l)$ .

Si en la definición anterior del modelo TAR consideramos  $X_t = (X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-k+1})$  y sustituimos  $A^{(j)}$ ,  $B^{(j)}$  y  $C^{(j)}$  por las siguientes expresiones

$$A^{(j)} = \begin{pmatrix} a_0^{(j)} & \dots & a_{k-1}^{(j)} & a_k^{(j)} \\ I_{k-1} & & & 0 \end{pmatrix} \quad B^{(j)} = \begin{pmatrix} h_1^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C^{(j)} = (a_0^j, 0, \dots, 0)$$

$$\varepsilon_t = (\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k+1})$$

donde d es un entero del conjunto  $\{1, 2, \dots, k\}$  y  $J_t = j$

si  $X_{t-1} \in R_{j,d}^k$ , entonces cumple



$$X_t = a_0^{(j)} + \sum_{i=1}^k a_i^{(j)} X_{t-i} + \varepsilon_t^{(j)}$$

y decimos que el par ordenado  $(X_t, J_t)$  sigue un modelo SETAR

## 2.5 Redes neuronales

### 2.5.1 La neurona

La neurona es considerada la unidad estructural y funcional, es decir la unidad físico-química del impulso y transmisión de la señal nerviosa. Se interconectan formando redes de comunicación que transmite señales por zonas definidas del sistema nervioso. Las funciones complejas son consecuencias de la interacción entre redes de neuronas y no el resultado de las características específicas de cada neurona individual. Son las encargadas de realizar estas funciones puesto que están especializadas en la recepción, procesamiento y emisión de información mediante mecanismos químicos y eléctricos que están fundamentalmente asociados.

Las funciones de una neurona pueden ser:

- Recibir señales desde receptores sensoriales
- Conducir estas señales como impulsos nerviosos,
- Transmitir las señales a otras neuronas a células afectoras.

Las neuronas constan de tres como ponentes principales, las dendritas, el cuerpo de la célula o soma y el axón.

**Dendritas:** son el árbol principal de la red, parecidas a fibras nerviosas, se encargan de cargar con señales eléctricas el cuerpo de la célula.

**Cuerpo o soma:** es el encargado de realizar la suma de las señales de entrada a la célula.

**Axón:** es una fibra larga que lleva la señal desde el cuerpo de la célula hasta otras neuronas.

El punto de contacto entre el axón de una célula y una dendrita de otra célula se denomina sinapsis; la longitud de la sinapsis es determinada por la complejidad del proceso químico que estabiliza la función de la red neuronal.

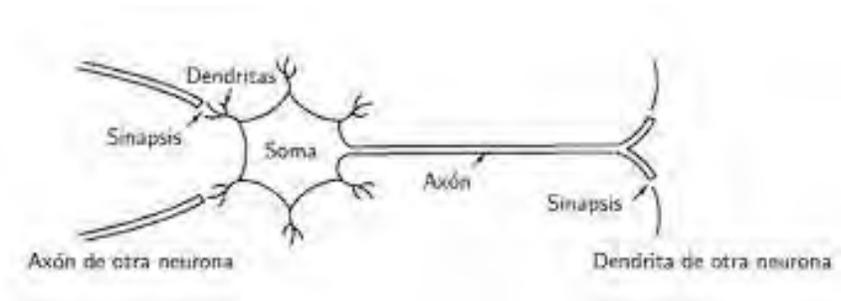


Fig. 2.1 modelo simplificado de una neurona biológica

En todas las neuronas la información viaja a lo largo de axones en breves impulsos eléctricos, denominados como potenciadores de acción; estos potenciadores de acción llegan a alcanzar una amplitud de 100 mV (milivoltios) que son el resultado del desplazamiento a través de la membrana celular de iones de sodio dotados de carga positiva, que pasan desde el fluido extracelular hasta el citoplasma intracelular, seguidos de un desplazamiento de iones de potasio (con carga negativa) que se desplaza desde el fluido intracelular al extracelular.

## Sinapsis

Son impulsos eléctricos que transfieren la información a otras neuronas, la información viaja a lo largo de los axones en breves impulsos. Los axones tienen una cubierta que se denomina vaina de mielina, la cual funciona como una capa aislante; ésta es interrumpida en varios puntos por los nodos de Ranvier<sup>4</sup>. El estímulo es creado por la información que llega a través de las dendritas. La apertura del canal puede a lo largo verse como un cambio de conducta de la membrana.

La sinapsis convierte la señal eléctrica de la neurona pre sináptica en un proceso químico de la sinapsis, que después se reconvierte en una señal eléctrica en la neurona pos sináptica. En términos de procesamiento de información, la sinapsis realiza una transformación frecuencia-voltaje.

Estas funciones las realizan grupos más o menos numerosos de neuronas conectadas entre sí formando circuitos. En el sistema nervioso existen una gran cantidad de circuitos neuronales comunicados entre sí. Una neurona tiene la capacidad de responder a los estímulos generando un impulso nervioso que se transmite a otra neurona, a un músculo o a una glándula.

<sup>4</sup> Los nodos de Ranvier constituyen una serie de interrupciones que se originan en intervalos regulares a lo largo del axón en una neurona.



Existen tres tipos de neuronas:

- Neuronas sensitivas: se encuentran aisladas o localizadas en órganos sensoriales o en zonas del sistema nervioso relacionadas con la integración de estímulos y sensaciones.
- Neuronas motoras: localizadas en áreas del sistema nervioso responsable de la respuesta motora.
- Interneuronas o neuronas de asociación: relacionan distintos tipos de neuronas entre sí.

Además de las neuronas el sistema nervioso existen otras células llamadas de glía o neuroglia, estas existen en una proporción de hasta 10 por cada neurona y son fundamentales para el buen funcionamiento del sistema nervioso.

Cuando se habla de redes neuronales biológicas se entiende que estas son capaces de establecerse como un grupo de neuronas especializadas en tareas como matemáticas, procesamiento y/o memoria.

### **2.5.2 Desarrollo de modelos neuronales**

El desarrollo de modelos neuronales de aprendizaje comenzó a reconocerse a partir del trabajo publicado por Donald O. Hebb<sup>5</sup> en 1945 en cual proponía la ley de aprendizaje, pieza fundamental en los algoritmos de aprendizaje de las redes neuronales artificiales.

Hebb postulo que si por alguna circunstancia dos neuronas se activan simultáneamente, se fortalecen las conexiones entre esas dos neuronas, haciendo que para una de ellas sea más fácil disparar, si la otra dispara. Esto generaría nuevas teorías sobre el aprendizaje y la memoria.

En la década de los años cincuenta se combinaron resultados que se habían obtenido en áreas como la biología, matemáticas, psicología y de modelos de simulación en computadora de redes, obteniendo éxito en especificar la primera red neuronal llamada Perceptrón y desarrollada por Frank Rosenblatt en 1958. Esta primera red neuronal artificial era capaz de aprender y demostrar comportamiento adaptativo complejo, atrayendo la atención la atención de los investigadores.

---

<sup>5</sup> Donald Olding Hebb nacido en Chester, Nueva Escocia. Postula la idea que los estímulos y sus respuestas activan diferentes grupos de neuronas y cuando pasa esto, las conexiones internas y entre los grupos se refuerzan.



Frank Rosenblatt publicó su libro *Principles of Neurodynamics* (1962) de donde surgieron varias aplicaciones para su modelo de perceptrón, como en la predicción climatología, la interpretación de electrocardiogramas entre otros. Mediante el uso del modelo perceptrón se buscaba emular las redes neuronales naturales mediante el uso de redes complejas.

Sin embargo pronto se comprobó que las redes perceptrón no eran capaces de resolver problemas tan simple como la simulación de una compuerta lógica de tipo exclusivo. Minsky y Pappert investigaron las limitaciones y problemas que presentaban los perceptrones y publicaron un libro llamado *Perceptrons* en 1969 (Minsky & Pappert 1969) en cual se hacían mención de esas limitantes.

La primera clasificación de los modelos de redes neuronales es:

1. Los modelos inspirados en la biología: estos modelos comprenden a las redes que tratan de simular los sistemas neuronales biológicos, así como ciertas funciones como las auditivas o de visión.
2. Los modelos artificiales aplicados: son modelos que no guardan similitud estricta con los sistemas biológicos. Sus arquitecturas están bastante ligadas a las necesidades de las aplicaciones para las que son diseñados.

El elemento básico de toda red neuronal es el nodo o unidad, es el encargado de recibir (input) la información desde otras unidades o de una fuente externa de datos, cada input tiene un peso asociado  $w$  que se ira modificando a través del proceso de aprendizaje. Cada unidad aplica una función dada  $f$  de la suma de los inputs ponderados con los pesos.

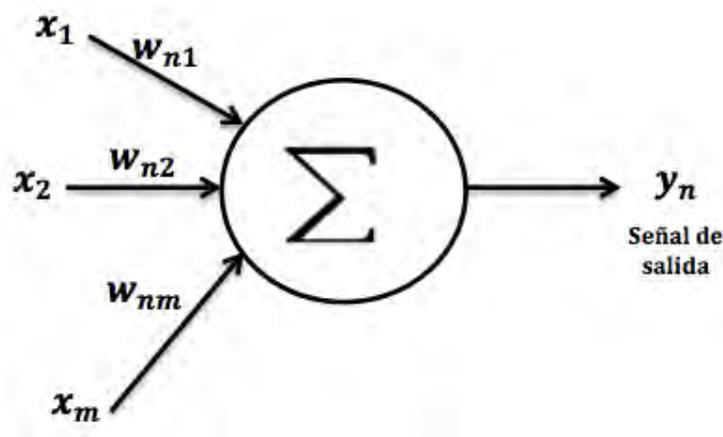


Fig. 2.2 Diseño de un nodo



Actualmente se continúan realizando trabajos de investigación en el área ya que en años recientes el uso de redes neuronales artificiales se ha extendido en el mercado del software doméstico (programas de reconocimiento de voz, videojuegos programas de contabilidad y muchos otros más), usos que hacen que la aplicación de las redes neuronales no este restringidos a la investigación.

### **Aplicación en otras ciencias**

Las redes neuronales son aplicadas en situaciones en las que las técnicas tradicionales han fallado en dar resultados satisfactorios, o cuando una mejora en el modelo puede significar una diferencia de la operación de un sistema, buscando una mejora en el costo-beneficio.

Las características de las redes neuronales, hace que su aplicación en diversas áreas del conocimiento sea muy amplias, algunos ejemplos son:

- Finanzas: ventas, predicciones, perfilamiento de clientes, detección de fraudes, predicción de rentabilidad de acciones, etc.
- Energía: predicción de consumo eléctrico, distribución de recursos hidráulicos.
- Biología: medio ambiente, alimentación bases neurobiológicas, modulación y simulación computacional, etc.
- Medicina: aprender más del cerebro y otros sistemas, modelos de retina, ayuda de diagnóstico, desarrollo de medicamentos, distribución de recursos, diagnóstico y tratamiento a partir de síntomas y/o de datos analíticos.
- Ingeniería química.
- Ingeniería eléctrica y mecánica
- Modelos meteorológicos
- Transportes y comunicaciones
- Optimización en la distribución de recursos

Entre muchos otros campos de aplicación y de muchos otros que se encuentran en desarrollo.

### **2.5.3 Redes neuronales artificiales**

Son sistemas de procesamiento de la información cuya estructura y función están inspirados en las redes neuronales biológicas. Consisten en un conjunto de elementos simples de procesamiento llamados nodos o neuronas conectadas entre sí por conexiones que tienen un valor numérico modificable llamado peso. El modelo de una neurona artificial es una imitación del proceso de una neurona



biológica, puede también asemejarse a un sumador hecho con un amplificador operacional.

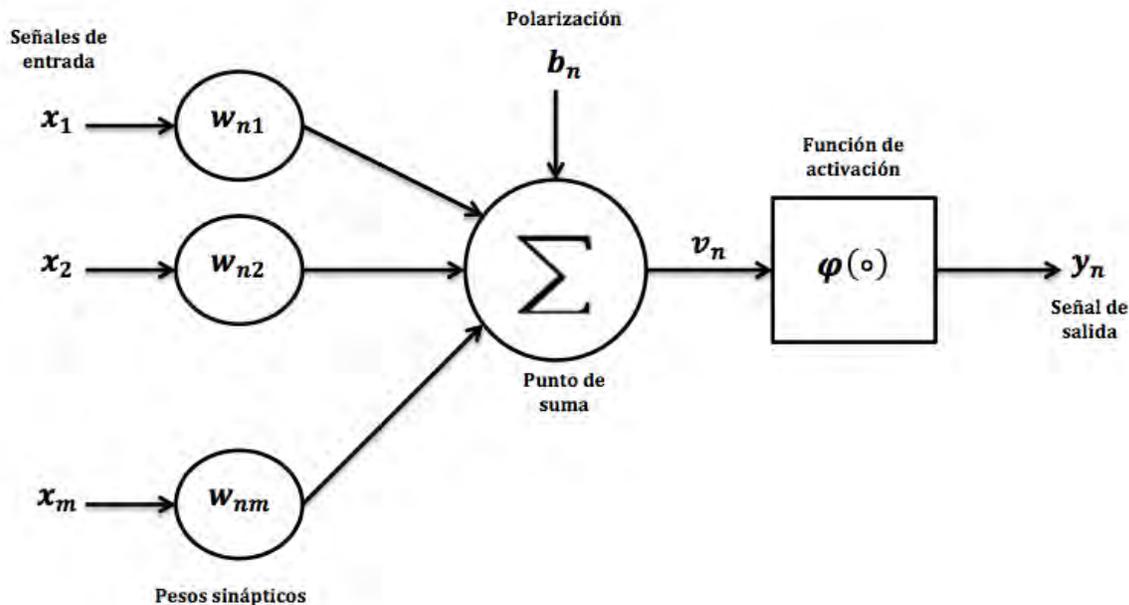


Fig 2.3 modelo de una neurona artificial

Las redes neuronales artificiales son una herramienta para representar los sistemas no lineales y/o de gran complejidad, ante los cuales los métodos de regresión pueden presentar limitaciones. Existen varias formas de nombrar una neurona artificial, es conocida como nodo, neuronodo, celda, unidad o elemento de procesamiento. Para facilitar la redacción a partir de este punto se omitirá la especificación de la palabra artificial ya que se tratará exclusivamente de redes neuronales artificiales.

La estructura de una red neuronal está formada por nodos o neuronas, que se conectan entre sí y tienen la capacidad de recibir datos de entrada y producir una salida. Las redes neuronales pueden presentar capas de neuronas con propagación de la información hacia adelante, están compuestas por una capa de entrada cuyas neuronas en cada una de las entradas, ingresan los parámetros, una capa de neuronas ocultas (capa de unidades de procesamiento), cuyo número de neuronas no necesariamente es igual al de la capa de entrada, y una capa de neuronas de salida, que codifican el resultado del cálculo. La cantidad de neuronas de la capa de salida depende del problema a resolver. (Ovando, Bocco, & Sayago, 2005).



Una red neuronal posee una estructura jerárquica similar a la de un sistema neuronal biológico, pero en el modelo artificial se constituye de varias capas junto con interfaces de entrada y salida.

Un sistema neuronal conexionista está compuesto por los siguientes elementos:

- Un conjunto de procesadores elementales o neuronas artificiales
- Un patrón de conectividad o arquitectura
- Una dinámica de actividades
- Una regla dinámica de aprendizaje
- El entorno en el que opera

De la observación detallada del proceso biológico se definen las siguientes definiciones análogas en el sistema artificial:

- Las entradas  $X_i$  representan las señales que proviene de otras neuronas y que son capturadas por las dendritas,
- Los pesos  $W_i$  son la densidad de la sinapsis que conecta dos neuronas; tanto  $X_i$  como  $W_i$  son valores reales,
- $\theta$  es la función umbral que la neurona debe sobrepasar para activarse; este proceso ocurre biológicamente en el cuerpo de la célula.

Las señales de entrada  $X_1, X_2, \dots, X_n$  son variables continuas, cada una pasa a través de una ganancia o peso, llamado peso sináptico o fortaleza de la conexión cuya función es análoga a la de función sináptica de la neurona biológica. La entrada neta de cada unidad puede escribirse de la siguiente manera:

$$neta_i = \sum_{i=1}^n W_i X_i = \vec{X} \vec{W}$$

Ya calculado la activación del nodo, el valor de salida equivale a:

$$x_i = \varphi(neta_i)$$

En donde  $\varphi(\circ)$  es la función de activación, es decir, la función elegida para transformar la entrada  $neta_i$  en el valor de salida  $x_i$  y que dependerá de las características específicas de cada red.

### Entradas y Salidas

Las variables de entrada y salida pueden ser binarias (digitales) o continuas (analógicas) esto dependiendo del modelo de aplicación. Dependiendo de la



salida, las neuronas reciben nombres específicos; si la salida solo toma valores 0 o 1 se les denomina neuronas de tipo McCulloch-Pitts; por otro lado que si únicamente tienen salidas -1 o 1 se suelen denominar neuronas tipo Ising. Se les llama Potts a las neuronas adoptan diversos valores discretos en la salida, (-2,-1-0,1,2). En ocasiones el intervalo de los valores de salida continua de una neurona puede limitarse en intervalos definidos, por ejemplo (0,1) o (-1,1).

### Peso Sináptico

Es la intensidad existente entre la neurona pre sináptica  $j$  y la pos sináptica  $i$ , dada una entrada positiva, se tiene que el peso será positivo y tenderá a excitar a la neurona pos sináptica; en caso contrario si el peso es negativo, tenderá a inhibirla. Se define entonces sinapsis excitadoras (de peso positivo) e inhibidoras (de peso negativo). Si se da el caso de ser cero, se dice que no existe comunicación entre el par de neuronas. El ajuste de los pesos sinápticos hace posible a la red adaptarse a cualquier entorno y realizar una tarea.

### Regla de propagación

La regla de propagación definida como  $\varphi(w_{ij}, x_j(t))$  hace posible obtener partiendo de las entradas y los procesos, el valor del potencial postsináptico  $n_i$ , de la neurona:

$$n_i(t) = \varphi(w_{ij}, x_j(t))$$

La función más habitual es de tipo lineal, que se basa en la suma ponderada de las entradas con los pesos sinápticos, es decir:

$$n_i(t) = \sum_j w_{ij} x_j = \mathbf{w}_i^T * \mathbf{x}$$

### Ventajas de las redes neuronales artificiales

Las redes neuronales en general tienen las características principal son las siguientes:

1. Auto organización y adaptabilidad: utiliza algoritmos de aprendizajes adaptativo y auto-organización, por lo que ofrecen mejores posibilidades de procesamiento robusto y adaptativo
2. Procesamiento no lineal: aumenta la capacidad de la red para aproximar funciones, clasificar patrones y aumentar su inmunidad frente al ruido.



3. Procesado paralelo: normalmente se usa gran número de nodos de procesado, con alto nivel de interconectividad.
4. Transición entrada-salida: el proceso de aprendizaje consiste básicamente en presentar a la red, un ejemplo y modificar sus pesos sinápticos de acuerdo con su respuesta. Aprende por lo tanto, una transformación entrada/salida.
5. Adaptabilidad: la red tiene la capacidad de adaptar sus parámetros, aun en tiempo real.
6. Tolerancia a las fallas: debido a la interconexión masiva, la falla de un procesador no altera seriamente la operación
7. Uniformidad en el análisis y diseño: esto permite garantizar características precisas.
8. Analogía con las redes biológicas: esto permite la utilización mutua del conocimiento de dos áreas.

### 2.5.4 Modelo Matemático

La idea básica de las redes neuronales, consiste en simplificar la información de entrada y tomando los elementos más relevantes de la misma, obtener una respuesta.

En términos matemáticos, las neuronas están representadas como elementos procesadores, las rutas de entrada están definidas como interconexiones, los procesos combinan las señales y la salida generada es tratada por una función de transferencia de naturaleza no lineal. La fuerza sináptica de cada conexión está representada como un peso y el cambio en la fuerza sináptica se define como el aprendizaje de la red. Es posible describir una neurona mediante el siguiente para de ecuaciones:

$$u_n = \sum_{j=1}^m w_{nj} x_j$$

y

$$y_n = \varphi(u_n + b_n)$$

donde

$x_1, x_2, \dots, x_m$  son las señales de entrada;

$w_{n1}, w_{n2}, \dots, w_{nm}$  son los procesos sinápticos de la neurona  $n$ ;

$u_n$  es la combinación lineal de las entradas ponderadas de los pesos sinápticos;

$b_n$  es la polarización o umbral;



$\varphi(\circ)$  es la función de activación;  
 $y_n$  es la señal de salida de la neurona

La polarización es un parámetro externo de la neurona  $n$ , pero es posible considerarla como parte de las señales de entrada, de tal forma que si se combinan las ecuaciones darían como resultado:

$$v_n = \sum_{j=0}^m w_{nj} x_j$$

y

$$y_n = \varphi(v_n)$$

a  $v_n$  se le denomina potencial de activación.

Si a  $x_j$  se le agrega una nueva sinapsis, su entrada es:

$$x_0 = +1$$

y su peso correspondiente es:

$$w_{n0} = b_n$$

### 2.5.5 Funciones de Base

Una red neuronal se puede caracterizar por la función de base y la función de activación.

Cada nodo, suministra un valor a su salida. Este valor se propaga a través de la red mediante conexiones unidimensionales hacia otros nodos de la red. Asociado a cada conexión hay un peso sináptico, que determina el efecto del nodo  $j$ -ésimo sobre el nodo  $i$ -ésimo.

Las entradas al nodo  $i$ -ésimo que provienen de los otros nodos son acumulados junto con el valor de umbral y se aplica la función base  $f$ .

Función base

- La función lineal de tipo hiperplano: El valor de red es una combinación lineal de las entradas:



- Función radial de tipo hiperesférico: es una función de base segundo orden no lineal. El valor de red representa la distancia a un determinado patrón de referencia.

### 2.5.6 Función de activación

El valor de red, expresado por la función de base, se transforma mediante una función de activación no lineal. Las funciones de activación, denotadas por  $\varphi(v)$ , definen la salida de la neurona en función del potencial de activación  $v$ . Las funciones más comunes son la función sigmoideal y gaussiana, pero no son las únicas.

La función de activación proporciona el estado de activación actual, de la neurona  $i$  en función de su estado anterior y de su potencial pos sináptico

A continuación se analizarán algunas de las funciones de activación más utilizadas en redes neuronales.

1. *Función escalón o umbral*: para este tipo de funciones de activación, se define como:

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1 & \text{si } v \geq 0 \\ 0 & \text{si } v < 0 \end{cases}$$

correspondientemente, la salida de la neurona  $n$  empleando esta función de activación queda expresada como:

$$y_n = \begin{cases} 1 & \text{si } v_n \geq 0 \\ 0 & \text{si } v_n < 0 \end{cases}$$

2. *Función lineal a tramos*: para este tipo de función, se tiene:

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1 & v \geq +\frac{1}{2} \\ v & +\frac{1}{2} > v > -\frac{1}{2} \\ 0 & v \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Donde el factor de amplificación dentro de la región de operación se supone igual a la unidad.



3. *Función sigmoïdal*: ésta es la función más comúnmente utilizada en redes neuronales. Es estrictamente creciente, con un comportamiento asintótico. Un ejemplo de la función sigmoïdal es la función logística:

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + e^{av}}$$

Donde  $a$  es el parámetro que determina la pendiente de la función sigmoïdal.

Las funciones de activación toman valores en el intervalo cerrado  $[0,1]$ . Sin embargo, también se puede permitir que éstas tomen valores en el intervalo cerrado  $[-1,1]$ ; en ese caso la función escalón queda definida como:

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1 & \text{si } v > 0 \\ 0 & \text{si } v = 0 \\ -1 & \text{si } v < 0 \end{cases}$$

La cual es comúnmente llamada función signo. Para la forma correspondiente de la función sigmoïdal se puede usar la función tangente hiperbólica, definida como:

$$\varphi(v) = \tanh(v)$$

### 2.5.7 Arquitecturas neuronales

La organización de las neuronas dentro de una red neuronal toma el nombre de topología y viene dada por el número de capas, de neuronas por capas, el grado de conectividad y el tipo de conexión entre neuronas. En una red neuronal los nodos se conectan por medio de sinapsis, estando el comportamiento de la red determinado por la estructura de conexiones sinápticas. En general las neuronas se suelen agrupar en unidades estructurales llamadas capas.

Existen tres tipos de capas: de entrada, de salida y ocultas.

*Capa de entrada*: también denominada sensorial, está compuesta por neuronas que reciben datos o señales procedentes del entorno.

*Capa de salida*: está compuesta por las neuronas que proporcionan la respuesta de la red neuronal.

*Capa oculta*: estas redes pueden no tener una conexión directa con el entorno, es decir, no se conectan directamente ni a órganos sensoriales ni a efectores. Este tipo de capa proporciona grados de libertad a la red neuronal gracias a los cuales es capaz de representar más fehacientemente determinadas características del entorno que trata de modelar.

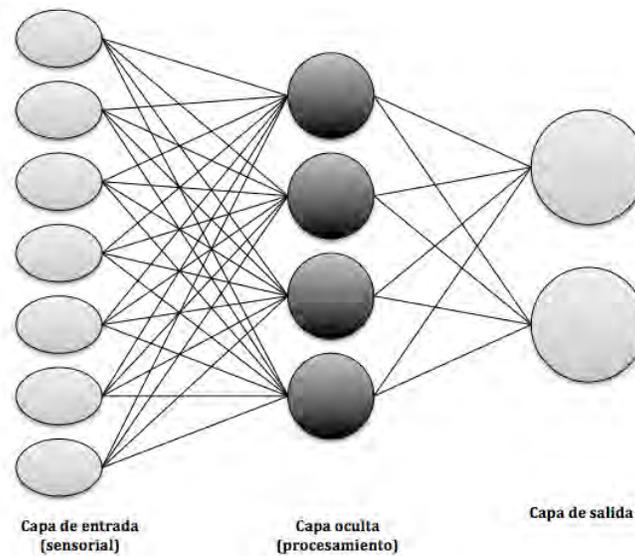


Fig. 2.4 Arquitectura con tres capas de neuronas

En general es posible identificar tres clases diferentes de arquitecturas neuronales.

### Redes unicapa

Generalmente, en las redes neuronales, las neuronas están organizadas por capas. En el caso más simple, una red neuronal unicapa, la capa de entrada se conecta directamente a la capa de neuronas de salida por medio de la sinapsis. Esto para el caso de cuatro nodos, tanto en la capa de entrada como en la capa de salida. Se le da la designación de unicapa, porque sólo tiene una capa con nodos computacionales; para designación no se toma en cuenta la capa que contiene los nodos de entrada.

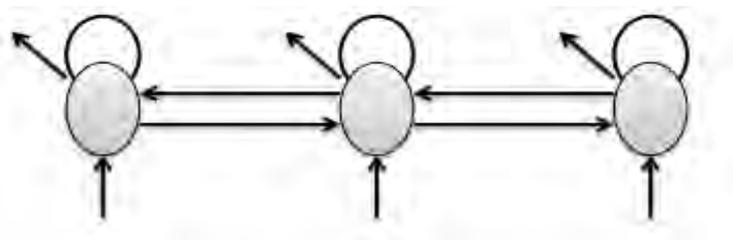


Fig. 2.5 Red unicapa

### Redes neuronales multicapa

Las redes neuronales multicapas se distinguen por tener una o más capas de neuronas ocultas, cuyos nodos computacionales se denominan neuronas ocultas



o unidades ocultas. La red neuronal se dice totalmente conectada, en el sentido de que todos en cada capa de la red están conectados a todos los otros nodos en la siguiente capa. En el caso de que falten alguna de las sinapsis de la red, entonces se dice que la red es parcialmente conectada.

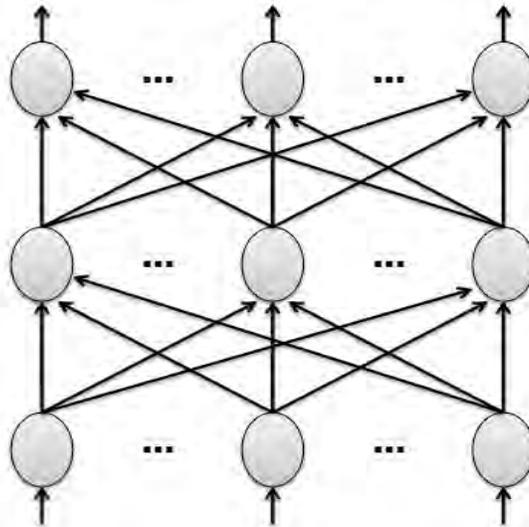


Fig. 2.6 Red multicapa y unidireccional

### Redes neuronales recurrentes

Las redes neuronales recurrentes se distinguen de las anteriores en que por lo menos tienen un lazo de retroalimentación, por ejemplo, una red recurrente puede consistir en una sola capa oculta con cada una de sus neuronas retroalimentando las señales de salida a la entrada de otras neuronas, donde se introduce el operador de retardo unitario  $q^{-1}$  en el lazo de retroalimentación. En la estructura no existen lazos de retroalimentación en la red. La presencia de una estructura recurrente tiene un profundo impacto en la capacidad de aprendizaje y de representación de la red neuronal.

Los lazos de retroalimentación, puede ser local, es decir, la neurona se retroalimenta a sí misma; o global, cuando la neurona retroalimenta neuronas de la misma capa o de capas anteriores. Las redes recurrentes responden temporalmente a una señal de entrada externa. La retroalimentación habilita a las redes neuronales recurrentes a tener una representación en espacio de estado, lo cual las hace convenientes para diversas aplicaciones.

Las características que poseen en común son:

- Incorporan un perceptrón multicapa o parte de él.



- Exploran las capacidades de la transformación no lineal del perceptrón multicapa.

La arquitectura de una red recurrente surge de manera natural de un perceptrón multicapa. El modelo tiene sólo una entrada que se aplica a la entrada de la red, junto con  $l$  de sus retardos; así mismo se retroalimenta a la entrada de la red  $l$  retardos de salida  $y(k + 1)$ .

### 2.5.8 Modelización de redes neuronales

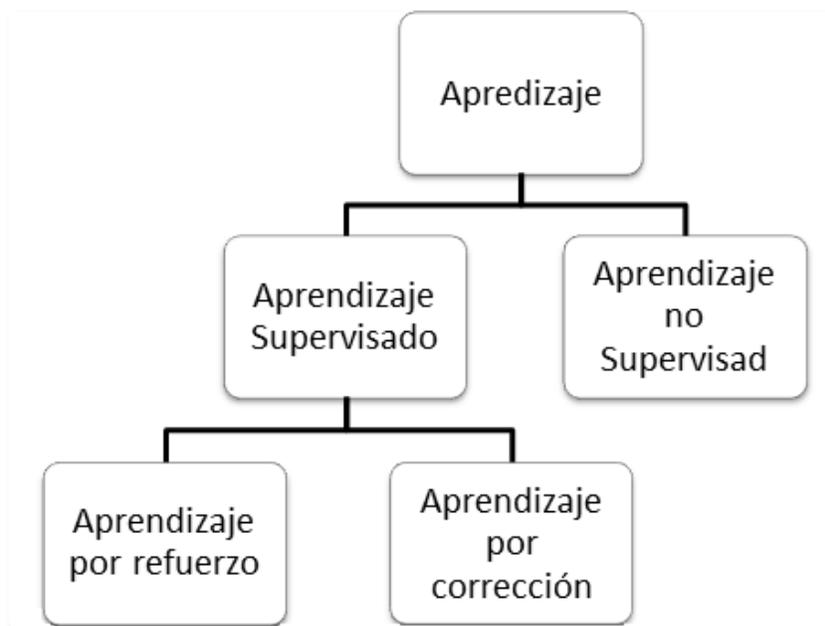
#### Procedo de aprendizaje

La red neuronal aprende variando sus parámetros, en particular los pesos sinápticos y el umbral de polarización. El aprendizaje es un proceso por el cual los parámetros se adaptan, por la interacción continua con el medio ambiente. El tipo de aprendizaje está determinado por la forma en que se realiza dicha adaptación. Este proceso implica la siguiente secuencia de eventos:

- La red neuronal es estimulada por el medio ambiente
- La red neuronal ajusta sus parámetros
- La red neuronal genera una nueva respuesta

Durante la fase de aprendizaje de la red, se determinan iterativamente los pesos de las conexiones, que conectan a las neuronas de entrada con las de la capa oculta y para la transferencia entre la capa oculta y la de salida. A partir de los datos de entrada la red en cada iteración propaga una salida, a través de las neuronas que la componen, con los pesos y función de activación considerada, esta salida se compara con la real, obteniéndose así un error. El aprendizaje concluye cuando la red es capaz de reproducir las salidas conocidas para los parámetros de entrada, con un error mínimo arbitrario. Las funciones de transferencia y activación utilizadas pueden ser de tipo lineal, escalón o sigmoidea. (Ovando, Bocco, & Sayago, 2005)

El conocimiento de una red neuronal se encuentra distribuido en los pasos de las conexiones entre las neurona que conforman la red. Todo proceso de aprendizaje implica cierto número de cambios en estas conexiones, es decir, se aprende modificando los valores de los pesos en respuesta a un conjunto de datos denominado grupo de entrenamiento. Las reglas de aprendizaje consisten generalmente en algoritmos matemáticos que pueden llegar a ser sumamente complejos. Existen dos tipos de reglas de aprendizaje: aprendizaje supervisado y aprendizaje no supervisado.



*Aprendizaje supervisado:* en este tipo de aprendizaje existe un “profesor” o supervisor que controla el proceso de aprendizaje de la red. La función que desempeña es comprobar la salida de la red en respuesta a una determinada entrada y en el caso de que la salida no coincida con la deseada, se procede a modificar los pesos de las conexiones, con el fin de conseguir que la salida obtenida se aproxime a la deseada.

Los datos para el aprendizaje supervisado están constituidos por varios pares de patrones de entrenamiento de entrada y salida. Dado un patrón de aprendizaje, en la etapa  $(m+1)$ -ésima, los pesos se adaptan de la siguiente forma:

$$w_{ij}^{m+1} = w_{ij}^m + \Delta w_{ij}^m$$

*Aprendizaje no supervisado:* o auto organizado; no requiere de la influencia de un “profesor” para ajustar los pesos de las conexiones entre sus neuronas. La red no recibe ninguna información por parte del entorno que le indique si la salida generada en respuesta a una determinada entrada es o no correcta. En este sentido la función de la red es encontrar las características, regularidades o categorías que se pueden establecer entre los datos que se presentan en su entrada. Este tipo de aprendizaje se utiliza más frecuentemente en tareas auto asociativas y en la agrupación de datos en función de su similitud.

El aprendizaje supervisado posee dos variantes: el aprendizaje por refuerzo o aprendizaje por corrección. En el aprendizaje por refuerzo solo se conoce si la salida de la red corresponde con o no con la salida deseada, es decir la



información de tipo booleana (verdadero o falso), mientras que en el aprendizaje por corrección se conoce la magnitud del error y determina la magnitud en el cambio de los pesos.

Después de la fase de entrenamiento le sigue una fase de test, en esta fase no se modifican los pesos, simplemente se presentan casos nuevos (llamados casos de test), a la entrada de la red y ésta proporciona una salida para cada uno de ellos. Durante el proceso de entrenamiento los pesos modificados de forma iterativa de acuerdo con los valores del grupo de entrenamiento, con el objeto de minimizar el error cometido entre la salida obtenida por la red y la salida deseada por el usuario.

En las primeras fases de aprendizaje la red se va adaptando progresivamente al conjunto de datos de entrenamiento, acomodándose al problema y favoreciendo la generalización. Así se puede observar que el error que comete la red ante los datos de entrenamiento va descendiendo paulatinamente hasta alcanzar un valor mínimo. Sin embargo, a partir de un momento dado el sistema puede comenzar a ajustarse demasiado a las partículas irrelevantes (ruido) presentes en los patrones de entrenamiento en vez de ajustarse a la función subyacente que relaciona entradas y salidas.

Durante el entrenamiento de una red neuronal puede aparecer un fenómeno indeseable llamado overfitting, motivado por que la red memoriza los datos de entrenamiento en lugar de captar la estructura subyacente a los mismos. De este modo, la aparición de overfitting provoca una pérdida de capacidad de generalización de la red neuronal.

### **2.5.8.1 Fase de test o de prueba**

Normalmente, los pesos óptimos se obtienen optimizando (minimizando) alguna función. Por ejemplo en el entrenamiento supervisado, se busca minimizar el error cuadrático medio entre el valor de salida y el valor real esperado.

El modelo puede que se ajuste demasiado a las particularidades presentes en los patrones de aprendizaje, perdiendo su habilidad de generalizar su aprendizaje a casos nuevos (sobreajustes).

Para evitar problemas de sobre ajuste, se utiliza un segundo grupo de datos diferentes a los de aprendizaje, el grupo de validación, que permita controlar el proceso de aprendizaje. La red aprende a adaptarse basada en las experiencias recogidas de los patrones de entrenamiento anteriores.



### 2.5.8.2 Regla de Hebb

Fue el primer postulado de como aprenden las neuronas, hecho por Hebb en su libro la organización de la conducta: una teoría neuropsicológica publicado en 1949: *cuando el axón de una neurona A está lo suficientemente cerca de una neurona B, y repetida y persistentemente ayuda a su disparo, se produce un proceso de crecimiento o cambio de metabolismos en una o ambas neuronas, de tal manera que la eficiencia de A, como una de las neuronas que disparan a B, se incrementa.*

En una forma formal, se puede decir que la regla de Hebb es un mecanismo variante en el tiempo, local y altamente interactivo, para incrementar la eficiencia de la sinapsis como una función de la correlación entre las actividades pre y pos sináptica.

Se puede interpretar en términos estadísticos como correlación. Una correlación positiva implica un incremento, mientras que una correlación negativa o no correlación es un decremento.

Para formular matemáticamente la regla de Hebb se considera el peso sináptico  $w_{nj}$  de la neurona  $n$  con señales pre y pos sinápticas  $x_j$  y  $y_n$  respectivamente. El ajuste aplicado al peso sináptico  $w_{nj}$  en la iteración  $k$  es expresado en forma general de la siguiente manera:

$$\Delta w_{nj}(k) = F(y_n(k), x_j(k))$$

donde  $F(\circ, \circ)$  es la función de las señales pre y postsináptica.

### 2.5.8.3 Modelo de retro-propagación Backpropagation

Este modelo de aprendizaje es usado para entrenar redes de varias capas. A través de esta técnica se busca minimizar el error promedio al cuadrado entre la salida real y la esperada, aplicando el concepto de gradiente descendiente. Se basa en hacer que los pesos de las capas ocultas generen una representación interna adecuada del problema que se busca resolver.

El algoritmo backpropagation también conocido como regla delta generalizada o método de gradiente decreciente, debido a que pone una extensión de la regla propuesta por Widrow y Hoff en 1960 (regla delta) a redes con capas intermediarias. El problema principal de la modificación de los valores de las conexiones en una red MLP es hallar el error cometido por las unidades de las capas intermedias, por esta razón el objetivo principal del algoritmo backpropagation es propagar los errores cometidos por una unidad de salida hacia



atrás, ya que, en un sistema de este tipo, el error cometido por una unidad intermedia depende del error cometido por las unidades de salida a las que dicha unidad intermedia está conectada. Una vez que el error cometido es conocido puede modificarse las conexiones entre unidades de entrada y unidades intermedias.

La base matemática del algoritmo de backpropagation es la técnica de gradiente decreciente, basada en modificar los pesos en la dirección opuesta al gradiente.



## Capítulo 3: Análisis y pronósticos de la tasa TIIE a 28 días

### Proceso de pronóstico

Para el proceso de análisis de información de la serie de tiempo de los precios de colocados de la tasa TIIE 28 se empleara el programa de análisis econométrico EViews esto por las facilidades que brinda a la hora de hacer un análisis estadístico además de ser una herramienta de fácil acceso y un programa muy intuitivo a la hora de hacer uso de todas las opciones de análisis de que dispone.

Los datos de la serie de tiempo seleccionada en el periodo de tiempo a estudiar, son los datos recopilados desde el 1 de febrero de 2000 al 30 de abril de 2018, siendo un total de 4613 observaciones en un periodo de poco más de 17 años, cabe resaltar que por las características de la información, no tienen un valor asignado los días feriados que no público el Banco de México y que cayeron entre semana.

La finalidad del estudio de esta serie de tiempo es teniendo como base la información de todo el periodo se estimara una pequeña parte del mismo con la finalidad de comparar la eficiencia de los modelos de AR y el modelo SETAR contra una red neuronal en series de tiempo con una alta volatilidad y ver cuál es capaz de pronosticar de mejor manera los comportamiento de una serie con altas volatilidades.

Para esto la serie será tomada en cuatro partes, para ver la capacidad de emitir pronósticos en series de tiempo con volatilidades, por lo que se tomara seis meses antes de la fecha del 15 de mayo del año 2018, con periodos de seis, tres y un mes y una parte de 15 días, con la finalidad de encontrar que modelo pronostica de mejor manera la serie comparadora con la serie publicada. Las fechas con que tomaran los periodos de tiempo para el análisis son:

- 6 meses: tomando la información del 1 de Enero del 2000 al 15 de noviembre de 2017 para estimar los parámetros necesarios para pronosticar el comportamiento de la TIIE del 16 de noviembre de 2017 hasta el 15 de mayo de 2018.
- 3 meses: tomando la información del 1 de Enero del 2000 al 15 de febrero de 2018 para estimar los parámetros necesarios para pronosticar el comportamiento de la TIIE del 16 de febrero de 2018 hasta el 15 de mayo de 2018.



- 1 mes: tomando la información del 1 de Enero del 2000 al 13 de abril de 2018 para estimar los parámetros necesarios para pronosticar el comportamiento de la TIIE del 16 de abril hasta el 15 de mayo de 2018.
- 15 días: tomando la información del 1 de Enero del 2000 al 2 de mayo de 2018 para estimar los parámetros necesarios para pronosticar el comportamiento de la TIIE del 2 de mayo del 2018 hasta el 15 de mayo de 2018.

### 3.1 Análisis y pronóstico con modelos AR(1)

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + a_t$$

$Y_t$  es el asa TIIE en el tiempo  $t$

$c$  es una constante

$\phi_1$  es el parametro

$Y_{t-1}$  es la tasa TIIE en el tiempo  $t - 1$

$a_t$  es el termino de perturbación

Ahora se procederá a realizar un análisis detallado de la serie de tiempo a través de los modelos AR(1) con la finalidad de encontrar el mejor estimador o el que pueda dar una aproximación más cercana a los valores futuros de la serie.

Empleando el programa de análisis econométrico EVIEW y con los datos de la serie de las tasas TIIE 28, recopilados del portal oficial del Banco de México, se realizara una estimación de los posibles valores futuros que podría tener la serie.

El programa EVIEW nos da la facilidad de realizar el análisis de los datos inmediatamente después de introducir nuestra serie de tiempo por lo que procedemos a analizar la.

Gráficamente el comportamiento de los datos, de la distribución y si presentan alguna tendencia haciendo uso de sus estadísticos descriptivos.



### 3.1.1 Pronóstico con el modelo AR(1) para 6 meses:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	11.46329	4.224171	2.713736	0.0067
AR(1)	0.999836	0.000312	3209.663	0.0000
SIGMASQ	0.010952	4.52E-05	242.4730	0.0000
R-squared	0.999115	Mean dependent var		7.109519
Adjusted R-squared	0.999115	S.D. dependent var		3.518142
S.E. of regression	0.104687	Akaike info criterion		-1.673244
Sum squared resid	49.31675	Schwarz criterion		-1.668972
Log likelihood	3770.309	Hannan-Quinn criter.		-1.671739
F-statistic	2540012.	Durbin-Watson stat		1.443984
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	1.00			

Como primer paso del proceso de estimación se observó que el valor de p y claramente se nota que al ser 0.0000 es término autorregresivo es estadísticamente significativo.

El resultado del coeficiente R cuadrado fue de .0999115 lo que confirma que los datos de la línea de regresión es ajustada; es decir es el porcentaje de la variación de respuesta, la prueba dio un valor muy cercano a 1 lo que indica que el modelo explica la variación de los datos de respuesta en torno a su media.

Se tomó el estadístico de Durbin–Watson y se confirma que si existe autocorrelación, el valor debería de caer en entre 1.15 y 2.15, en nuestro caso el valor del estadístico cae en 1.443984 lo que quiere decir que no existe autocorrelación de las variables (es decir, no existen patrones repetidos dentro de la serie).

Se realizó el pronóstico de la serie para el periodo de tres meses posteriores al 15 de noviembre de 2018 y hasta el 15 de mayo de 2019; donde se obtuvo una estimación que se comporta de manera lineal y posee un excelente desempeño al arrojar valores muy cercanos a la serie observada.

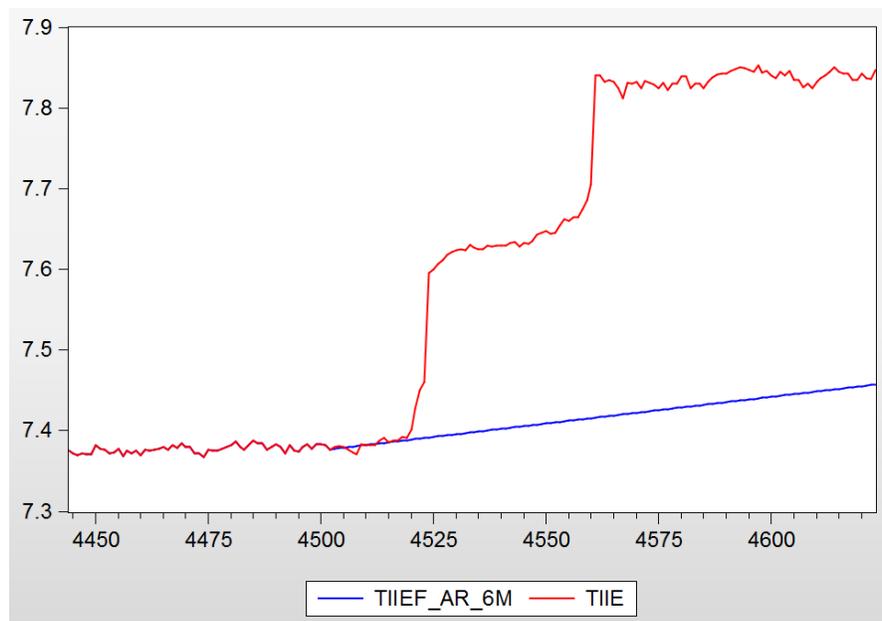


Forecast: TIEF_AR_6M	
Actual: TIIE	
Forecast sample: 4503 4623	
Included observations: 121	
Root Mean Squared Error	0.316477
Mean Absolute Error	0.281467
Mean Abs. Percent Error	3.616553
Theil Inequality Coefficient	0.020934
Bias Proportion	0.788997
Variance Proportion	0.203822
Covariance Proportion	0.007181

### Estadísticos del proceso de estimación

Se tomó la raíz del error cuadrático medio (root mean squared error) y se elevó al cuadrado para obtener el ECM con valor de 0.100157, un valor pequeño pero aun así considerable y que indica que el pronóstico no será tan cercano a lo observado.

Realizando un comparativo gráfico de la serie estimada contra la observada para el periodo de 6 meses tenemos que el análisis AR(1) pronostica un comportamiento lineal de la serie además de dar resultados por debajo de los observados.



Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.1.1.



### 3.1.2 Pronóstico con el modelo AR(1) para 3 meses

A continuación se presentan los resultados obtenidos para la estimación de la serie con un periodo de 3 meses.

Se observó un valor de p de 0.0000 es término autorregresivo es estadísticamente significativo. Con un valor de R cuadrado de 0,999141 lo que nos indica que no tiene estacionalidad, es decir la media y la varianza no dependen del tiempo.

El estadístico de Durbin–Watson arrojó un valor de 1.444164 un valor entre 1.15 y 2.15 lo que quiere decir que no existe autocorrelación de las variables.

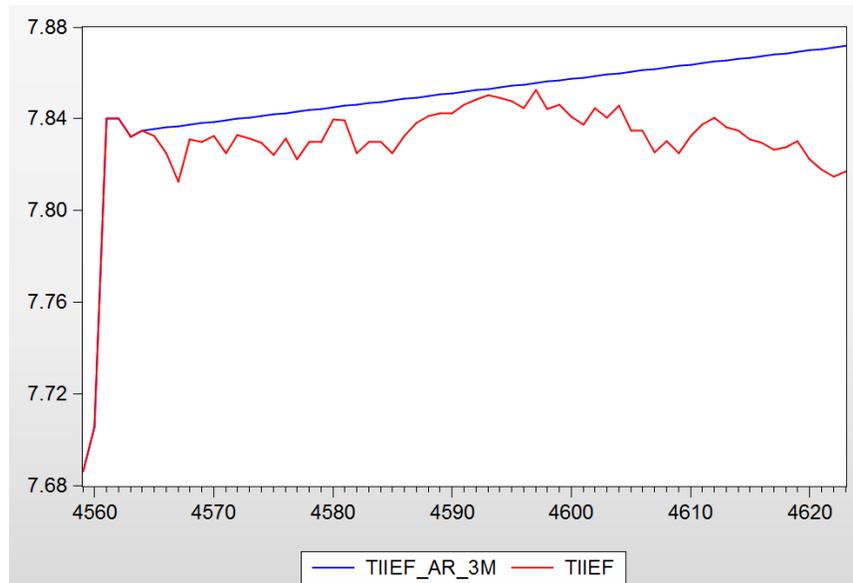
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	11.59773	4.159157	2.788480	0.0053
AR(1)	0.999834	0.000307	3252.432	0.0000
SIGMASQ	0.010814	4.40E-05	245.5172	0.0000
R-squared	0.999114	Mean dependent var		7.115679
Adjusted R-squared	0.999114	S.D. dependent var		3.494982
S.E. of regression	0.104025	Akaike info criterion		-1.685958
Sum squared resid	49.35555	Schwarz criterion		-1.681734
Log likelihood	3850.356	Hannan-Quinn criter.		-1.684471
F-statistic	2573059.	Durbin-Watson stat		1.444164
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	1.00			

Los pronósticos realizados, del periodo del 15 de febrero de 2018 al 15 de mayo del 2018 se toma en consideración el raíz del error cuadrático, elevada al cuadrado se obtiene un ECM de 0.00038224 un valor pequeño y cercano a cero, lo que dio la certeza de que el análisis realizado se apega a los resultados observados.



Forecast: TIEF_AR_3M	
Actual: TIIE	
Forecast sample: 4565 4623	
Included observations: 59	
Root Mean Squared Error	0.019551
Mean Absolute Error	0.016981
Mean Abs. Percent Error	0.216730
Theil Inequality Coefficient	0.001246
Bias Proportion	0.754398
Variance Proportion	0.011630
Covariance Proportion	0.233971

Después de haber realizado una comparación grafica de los valores pronosticados contra los observados, se tiene más claro que el análisis del modelo tiene un mejor desempeño en periodos cortos de tiempo, pero mantiene una tendencia lineal y en este caso pronostica valores por arriba de los observados.



Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.1.2.

### 3.1.3 Pronóstico con el modelo AR(1) para 1 mes

El análisis realizado para pronosticar un mes partiendo del 16 de abril de 2018 al 15 de mayo de 2018, obteniendo los siguientes resultados:



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	11.59967	4.146718	2.797315	0.0052
AR(1)	0.999835	0.000305	3281.034	0.0000
SIGMASQ	0.010725	4.33E-05	247.5764	0.0000
R-squared	0.999115	Mean dependent var		7.121625
Adjusted R-squared	0.999114	S.D. dependent var		3.481130
S.E. of regression	0.103596	Akaike info criterion		-1.694242
Sum squared resid	49.35712	Schwarz criterion		-1.690047
Log likelihood	3901.450	Hannan-Quinn criter.		-1.692765
F-statistic	2595325.	Durbin-Watson stat		1.444202
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	1.00			

El valor obtenido para R cuadrada de 0.999115 un valor cercano a 1 lo que nos garantiza que el pronóstico se ajuste a los valores observados.

El estadístico de Durbin–Watson con valor de 1.444202 cae en entre 1.15 y 2.15, garantizando que no existe autocorrelación de las variables.

Forecast: TIEF_AR_1M	
Actual: TIIE	
Forecast sample: 4603 4623	
Included observations: 21	
Root Mean Squared Error	0.014467
Mean Absolute Error	0.012874
Mean Abs. Percent Error	0.164301
Theil Inequality Coefficient	0.000922
Bias Proportion	0.791874
Variance Proportion	0.041987
Covariance Proportion	0.166139

Estimación para un mes realizada utilizando modelos AR(1) contra el valor observado, del periodo del 16 de abril de 2018 al 15 de mayo del 2018.

Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.1.3.

### 3.1.4 Pronóstico con el modelo AR(1) para 15 días

Se procede a analizar los resultados obtenidos por el programa EVIEW de la serie, con el fin de confirmar su viabilidad, aunque para este punto parece más que claro que si los resultados obtenidos en los ejemplos anteriores cumplen con los

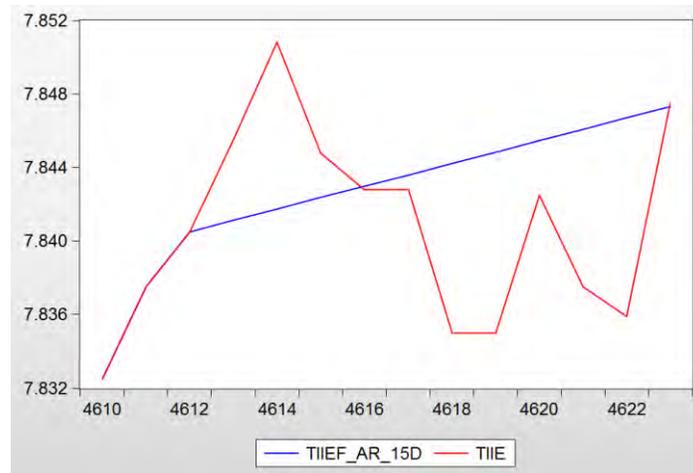


requisitos necesarios para ser considerados un análisis robustos, se entendería que con solo aumentar un poco más el intervalo de los datos recopilados esté también debería cumplirlos. Aun así los resultados obtenidos son:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	11.59971	4.143299	2.799632	0.0051
AR(1)	0.999835	0.000304	3289.317	0.0000
SIGMASQ	0.010700	4.31E-05	248.1731	0.0000
R-squared	0.999115	Mean dependent var		7.123328
Adjusted R-squared	0.999114	S.D. dependent var		3.477150
S.E. of regression	0.103473	Akaike info criterion		-1.696628
Sum squared resid	49.35752	Schwarz criterion		-1.692442
Log likelihood	3916.272	Hannan-Quinn criter.		-1.695155
F-statistic	2601772.	Durbin-Watson stat		1.444212
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	1.00			

Forecast: TIEF_AR_15D	
Actual: TIIE	
Forecast sample: 4613 4623	
Included observations: 11	
Root Mean Squared Error	0.006664
Mean Absolute Error	0.005312
Mean Abs. Percent Error	0.067753
Theil Inequality Coefficient	0.000425
Bias Proportion	0.128674
Variance Proportion	0.220090
Covariance Proportion	0.651236

Finalmente se presenta la estimación para un mes realizada utilizando modelos AR(1) contra el valor observado, el pronóstico realizado es del periodo del 2 de mayo de 2018 al 15 de mayo del 2018.



Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.1.4.

### 3.2 Análisis y pronóstico con el filtro de Kalman

$$X_t = A_t X_{t-1} + C_t + w_t$$

El primer paso para comenzar con el pronóstico empleando el filtro de Kalman es construir un espacio de los estados, un espacio de los estados es necesario para modelar y analizar la serie de TIIE a 28 días. Eview nos da la capacidad de crear un espacio de los estados sobre el cual se trabajo para obtener los pronósticos.

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	-4.517416	0.004066	-1111.087	0.0000
	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	0.009272	0.003511	2.640837	0.0083
SV2	0.998340	0.000443	2255.479	0.0000
Log likelihood	3753.642	Akaike info criterion		-1.667100
Parameters	1	Schwarz criterion		-1.665676
Diffuse priors	2	Hannan-Quinn criter.		-1.666598

#### Modelo de espacio de los estados

El análisis y pronóstico de los diferentes periodos de tiempo se realizó con el programa EVIEW y se presenta a continuación.



### 3.2.1 Pronóstico con el filtro de Kalman para 6 meses

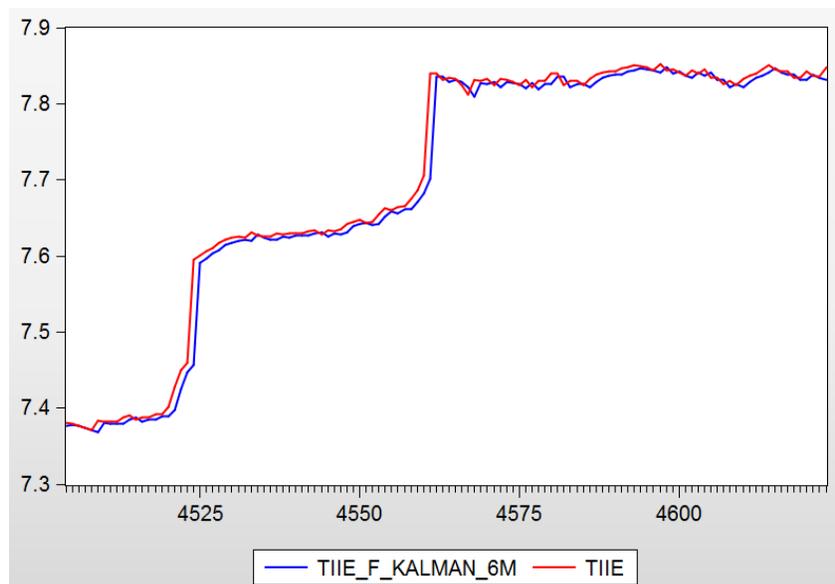
El software EVIEW despues de haber generado un espacio de los estados, da la posibilidad de emplear el filtro de kalman para pronosticos de un paso. Se realizo el pronostico para el periodo de 6 meses.

Para el pronostico se tomaron datos del 1 de enero de 2000 al 15 de noviembre de 2017 y se realizo un pronostico del 16 de noviembre de 2017 al 15 de mayo de 2018.

	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	0.009272	0.003511	2.640837	0.0083
SV2	0.998340	0.000443	2255.479	0.0000
Log likelihood	3753.642	Akaike info criterion	-1.667544	
Parameters	0	Schwarz criterion	-1.667544	
Diffuse priors	2	Hannan-Quinn criter.	-1.667544	

SV1 representa el ruido del proceso y SV2 el de la medición. Ambas son independiente

A continuación se presenta la grafica comparativa de los resultados obtenidos contra los observados, a simple vista se puede apreciar que el filtro de Kalman en un periodo de 6 mese da resultados muy cercanos a los observados en el mismo periodo.





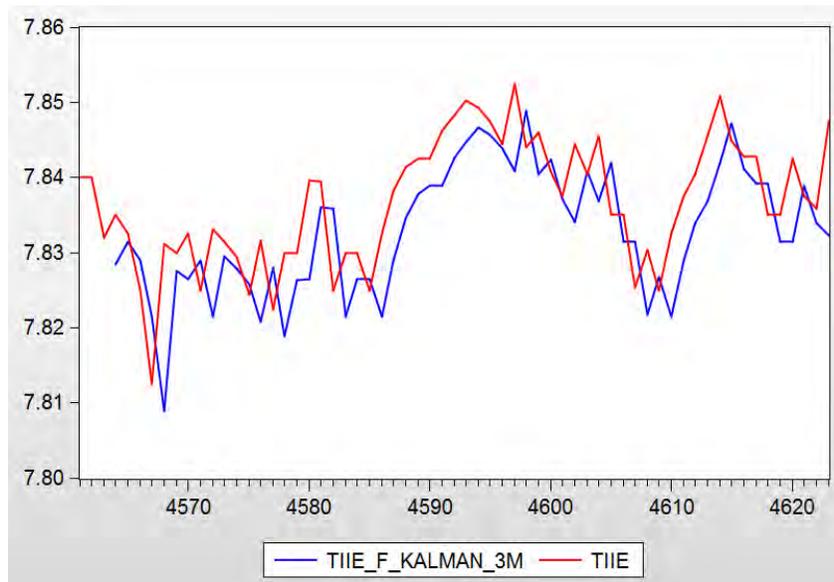
Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.2.1.

### 3.2.2 Pronóstico con el filtro de Kalman para 3 meses

A continuación se presenta el resultado del análisis con el filtro de Kalman para el periodo pronóstico de tres meses del 16 de febrero de 2018 al 15 de mayo del 2018.

	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	0.009378	0.003509	2.672924	0.0075
SV2	0.998346	0.000443	2255.763	0.0000
Log likelihood	3833.403	Akaike info criterion	-1.680212	
Parameters	0	Schwarz criterion	-1.680212	
Diffuse priors	2	Hannan-Quinn criter.	-1.680212	

Con apoyo de la una gráfica comparativa de los valores pronosticados contra los observados, es mas facil observar el desempeño del filtro de Kalman.



Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.2.2.

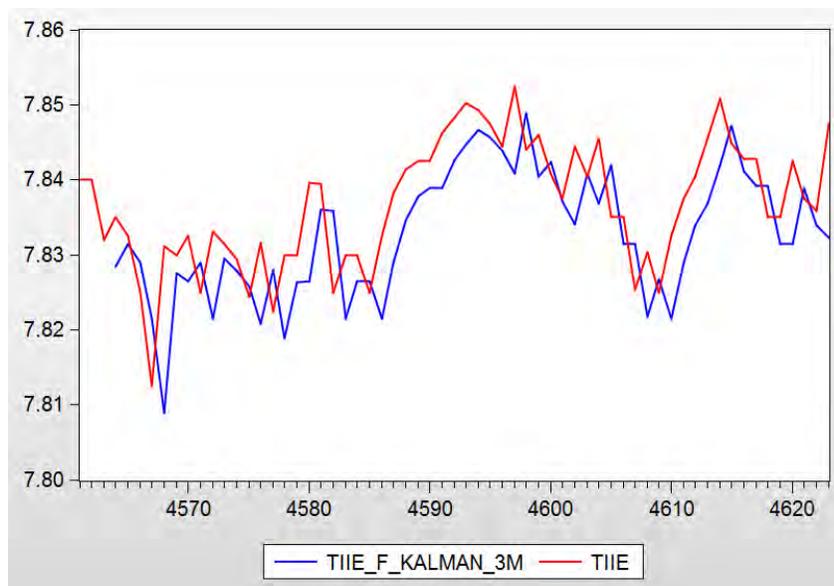


### 3.2.3 Pronóstico con el filtro de Kalman para 1 mes

A continuación se presenta el resultado del análisis con el filtro de Kalman para el periodo pronóstico de un mes del 16 de abril de 2018 al 15 de mayo del 2018.

	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	0.009396	0.003508	2.678917	0.0074
SV2	0.998347	0.000442	2256.163	0.0000
Log likelihood	3884.210	Akaike info criterion	-1.688420	
Parameters	0	Schwarz criterion	-1.688420	
Diffuse priors	2	Hannan-Quinn criter.	-1.688420	

Graficamente se observa que el filtro de Kalman en periodos cortos pronostica valores que se separan por una diferencia minima de los valores observados.



En el caso de tres meses el desempeño del pronóstico al emplear el filtro de Kalma fue mejor de los que se había obtenido con los otros dos periodos, donde los valores pronosticados quedan muy cerca de describir el comportamiento observado.

Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.2.3.

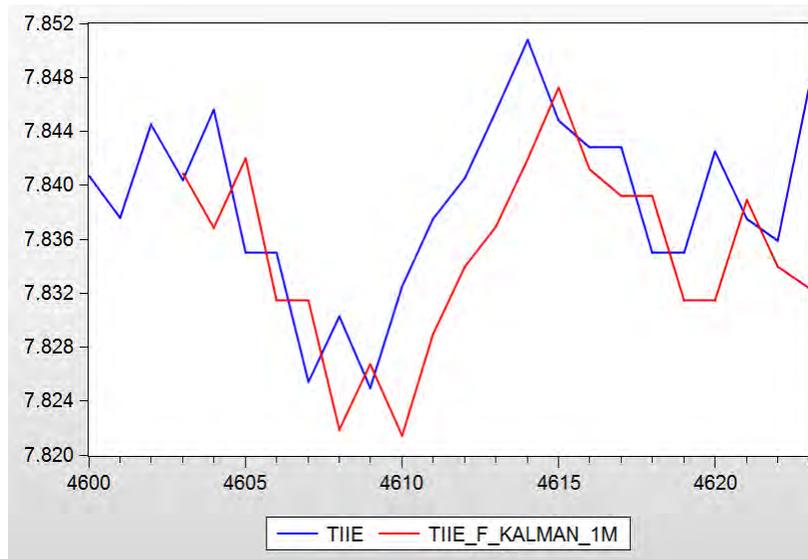


### 3.2.4 Pronóstico con el filtro de Kalman para 15 días

Por último el último periodo de tiempo a pronosticar fue de 15 días, del 1 al 15 de mayo de 2018. A continuación se presentan los resultados del análisis y pronóstico.

	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	0.009402	0.003507	2.680569	0.0073
SV2	0.998348	0.000442	2256.277	0.0000
Log likelihood	3898.920	Akaike info criterion	-1.690772	
Parameters	0	Schwarz criterion	-1.690772	
Diffuse priors	2	Hannan-Quinn criter.	-1.690772	

Como comparación final de los resultados obtenidos, tenemos la comparación entre los valores observados contra los pronosticados; donde estos últimos cumplen con ser una excelente aproximación a lo observado.



Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.2.4.



### 3.3 Análisis y pronóstico con modelos SETAR

$$X_t = a_0^{(j)} + a_i^{(j)} X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde:

$X_t$  es a tasa TIE28 en el tiempo  $t$

$a_0^{(j)}$  es el valor de la constante según el régimen  $j$

$a_i^{(j)}$  es el coeficiente en el régimen  $j$

$X_{t-1}$  es la tasa TIE en el periodo  $t - 1$

$j$  es el régimen

#### 3.3.1 Pronóstico con el modelo SETAR para 6 meses

El modelo SETAR tiene como una de sus características principales el poder hacer cambios de régimen a la hora de hacer el análisis de la información, hecho que ayuda a delimitar el camino a seguir a durante el proceso de estimación.

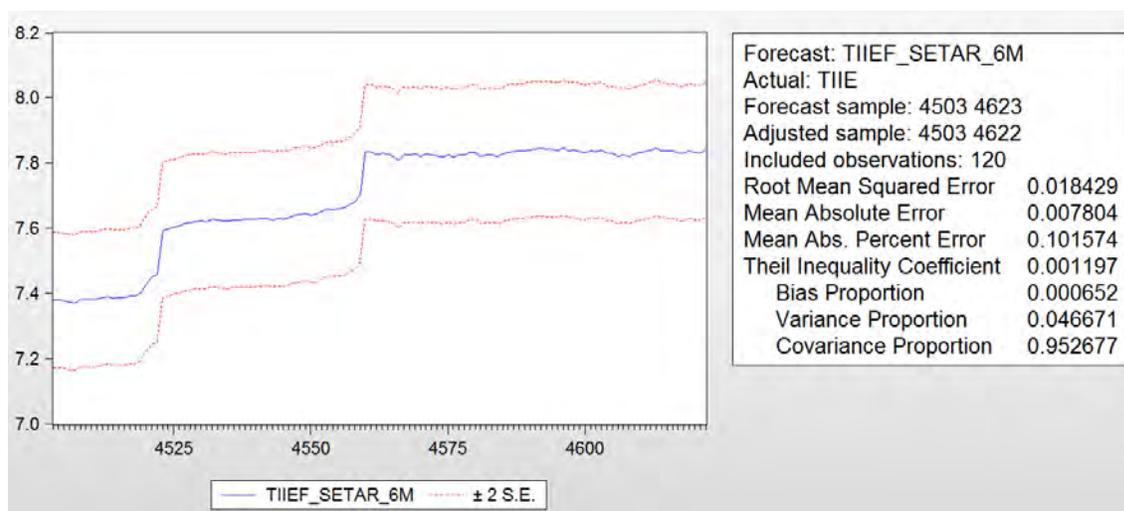
El empleo de los valores de umbral umbrales en el modelo SETAR se hace para cada uno de los regimenes y para un parametro de retardo que es parte de la variable de umbral, esto permite al modelo irse ajustando conforme se vayan haciendo los pronosticos, cada nuevo valor pronosticado ajusta las bandas de umbral y guía al modelo a valores más cercanos a los observados.

Se realizó el pronóstico para el periodo del 16 de noviembre del 2017 al 15 de mayo de 2018 teniendo los siguientes resultados.



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
<b>TIIE(-1) &lt; 4.1137999 – 704 obs</b>				
TIIE(1)	0.975277	0.004844	201.3448	0.0000
<b>4.1137999 &lt;= TIIE(-1) &lt; 6.0199999 – 1378 obs</b>				
TIIE(1)	0.981501	0.003547	276.7274	0.0000
<b>6.0199999 &lt;= TIIE(-1) &lt; 8.75 – 1545 obs</b>				
TIIE(1)	0.988054	0.002287	432.0590	0.0000
<b>8.75 &lt;= TIIE(-1) – 875 obs</b>				
TIIE(1)	0.994839	0.001354	734.8367	0.0000
<b>Non-Threshold Variables</b>				
C	0.087631	0.017327	5.057502	0.0000
R-squared	0.999131	Mean dependent var	7.106931	
Adjusted R-squared	0.999130	S.D. dependent var	3.514244	
S.E. of regression	0.103629	Akaike info criterion	-1.694897	
Sum squared resid	48.29278	Schwarz criterion	-1.687775	
Log likelihood	3820.212	Hannan-Quinn criter.	-1.692387	
F-statistic	1292933.	Durbin-Watson stat	1.443793	
Prob(F-statistic)	0.000000			

la siguiente grafica muestra el resultado ajustado del pronóstico por las bandas de umbral





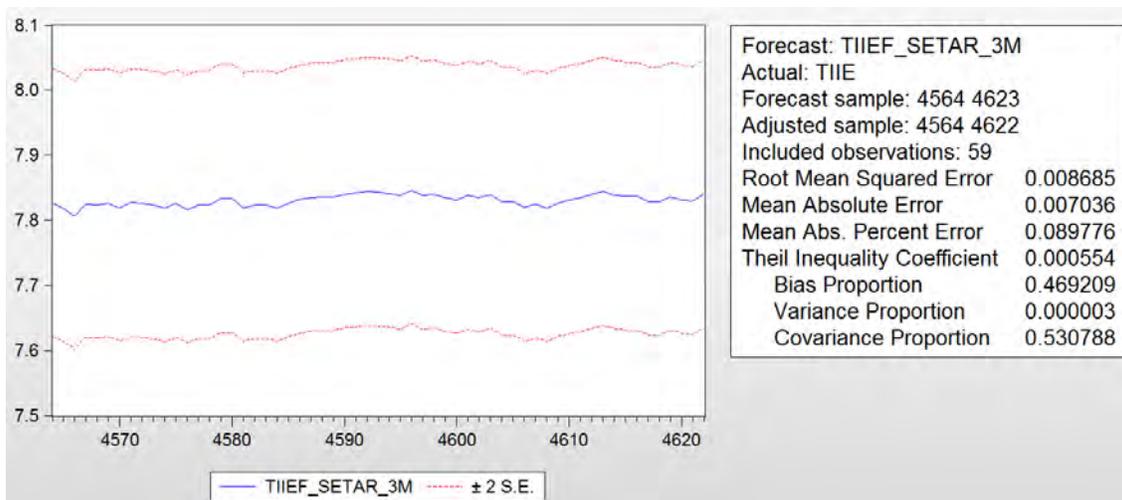
Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.3.1.

### 3.3.2 Pronóstico con el modelo SETAR para 3 meses

Los resultados del pronóstico de para tres meses del 16 de febrero al 15 de mayo de 2018 se presentan a continuación:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
<b>TIIE(-1) &lt; 4.1137999 -- 704 obs</b>				
TIIE(1)	0.975276	0.004840	201.5237	0.0000
<b>4.1137999 &lt;= TIIE(-1) &lt; 6.0199999 -- 1378 obs</b>				
TIIE(1)	0.981500	0.003544	276.9728	0.0000
<b>6.0199999 &lt;= TIIE(-1) &lt; 8.75 -- 1606 obs</b>				
TIIE(1)	0.988031	0.002284	432.5649	0.0000
<b>8.75 &lt;= TIIE(-1) -- 875 obs</b>				
TIIE(1)	0.994839	0.001353	735.4104	0.0000
<b>Non-Threshold Variables</b>				
C	0.087633	0.017311	5.062150	0.0000
R-squared	0.999131	Mean dependent var	7.113127	
Adjusted R-squared	0.999130	S.D. dependent var	3.491110	
S.E. of regression	0.102972	Akaike info criterion	-1.707630	
Sum squared resid	48.32923	Schwarz criterion	-1.700589	
Log likelihood	3900.959	Hannan-Quinn criter.	-1.705151	
F-statistic	1309813.	Durbin-Watson stat	1.444032	
Prob(F-statistic)	0.000000			

En periodos de tiempo más cortos los modelos se ajustan de mejor manera a lo observado ya que los bandas de umbral manejan valores con una varianza menor.



Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.3.2.

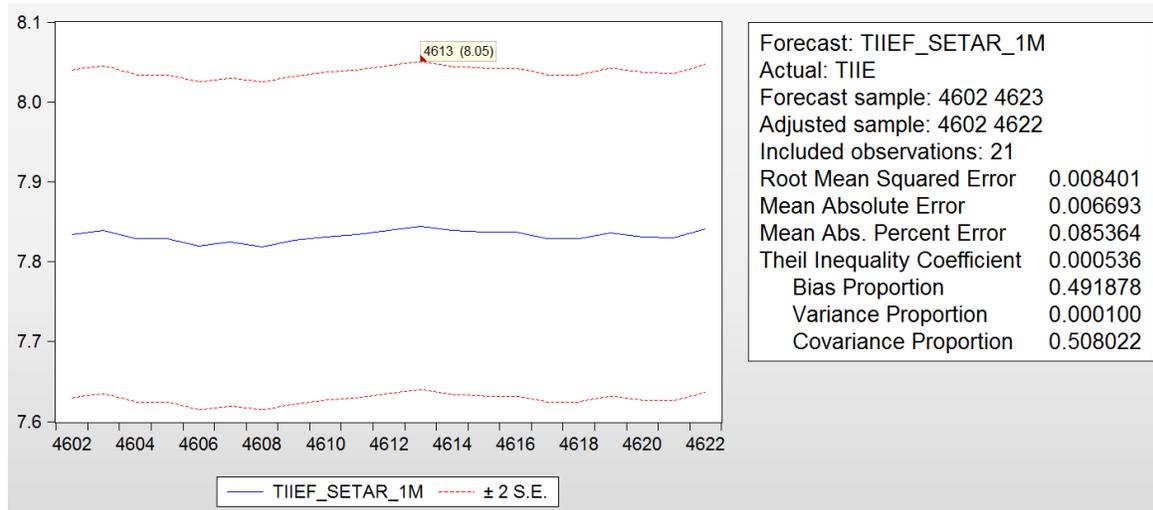
### 3.3.3 Pronóstico con el modelo SETAR para 1 meses

El modelo se ajusta con 4 bandas de umbral, los valores del pronóstico realizado para el periodo del 16 de abril al 15 de mayo se presentan a continuación.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
<b>TIIE(-1) &lt; 4.1137999 – 704 obs</b>				
TIIE(1)	0.975293	0.004836	201.6578	0.0000
<b>4.1137999 &lt;= TIIE(-1) &lt; 6.0199999 – 1378 obs</b>				
TIIE(1)	0.981512	0.003541	277.1554	0.0000
<b>6.0199999 &lt;= TIIE(-1) &lt; 8.75 – 1644 obs</b>				
TIIE(1)	0.988058	0.002280	433.2775	0.0000
<b>8.75 &lt;= TIIE(-1) – 875 obs</b>				
TIIE(1)	0.994843	0.001352	735.8324	0.0000
<b>Non-Threshold Variables</b>				
C	0.087574	0.017300	5.062014	0.0000
R-squared	0.999131	Mean dependent var	7.119096	
Adjusted R-squared	0.999130	S.D. dependent var	3.477276	
S.E. of regression	0.102548	Akaike info criterion	-1.715881	
Sum squared resid	48.33216	Schwarz criterion	-1.708889	
Log likelihood	3952.385	Hannan-Quinn criter.	-1.713420	
F-statistic	1321120.	Durbin-Watson stat	1.444069	
Prob(F-statistic)	0.000000			



Se hace mas evidente que en periodos cortos de tiempo las bandas de umbral que ajustan al modelo se van haciendo mas rectas ya que va disminuyendo la variación de los pronósticos con respecto a los observados.



Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.3.3.

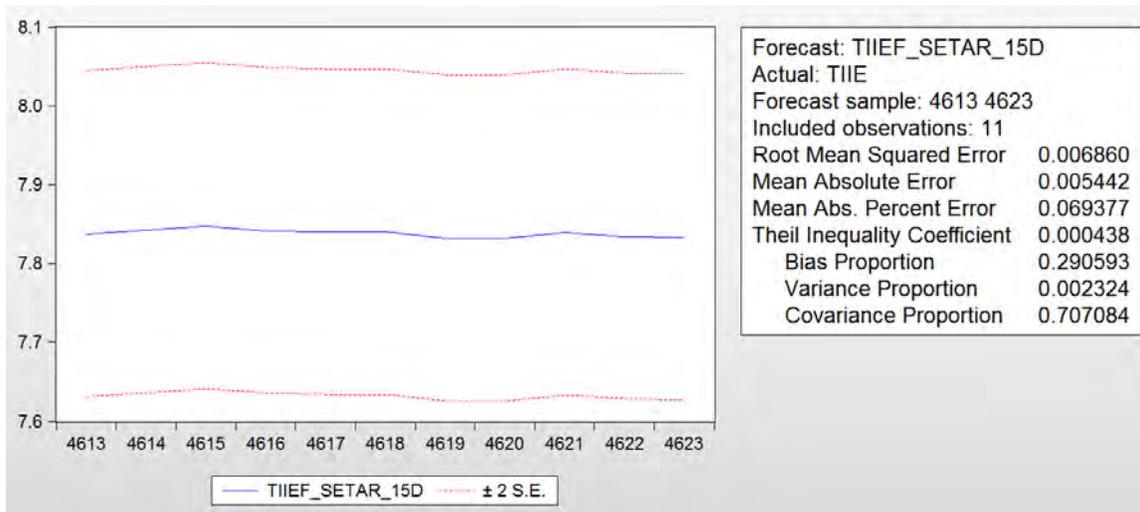
### 3.3.4 Pronóstico con el modelo SETAR para 15 días

Finalmente el ultimo periodo de estimación realizado con el modelo SETAR es del 1 al 15 de mayo del 2018, los resultados se presentan a continuación.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
<b>TIIE(-1) &lt; 4.0014999 -- 579 obs</b>				
TIIE(-1)	0.996709	0.001694	588.4467	0.0000
<b>4.0014999 &lt;= TIIE(-1) -- 4033 obs</b>				
TIIE(-1)	0.998158	0.000477	2093.797	0.0000
<b>Non-Threshold Variables</b>				
C	0.011382	0.003991	2.851688	0.0044
R-squared	0.999116	Mean dependent var	7.120805	
Adjusted R-squared	0.999116	S.D. dependent var	3.473302	
S.E. of regression	0.103279	Akaike info criterion	-1.702115	
Sum squared resid	49.16213	Schwarz criterion	-1.697929	
Log likelihood	3928.078	Hannan-Quinn criter.	-1.700642	
F-statistic	2605206.	Durbin-Watson stat	1.445375	
Prob(F-statistic)	0.000000			



En un periodo tan caorto de tiempo el modelo se ajusta con dos bandas de umbral, ya que la variación entre los valores pronosticados y observados son minimos.



Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.3.4.

### 3.4 Análisis y pronóstico con una red neuronal

#### 3.4.1 Pronóstico con una red neuronal para 6 meses

Para el proceso de selección la red que mejor describiera el comportamiento de la serie se hizo una selección; la mejor estimación del pronóstico con la red neuronal varía dependiendo del número de iteraciones que se le dé al momento de ejecutar el programa, siendo así que el pronóstico puede arrojar resultados por debajo de la serie (subvaluando) o quedar por encima de la serie (sobreevaluado). De lo anterior, la forma en la que se seleccionó el número de iteraciones fue dando un número aleatorio de interacciones y apoyándonos en el resultado del análisis arrojado por el programa nos fijamos en el criterio del Error Cuadrado Medio o MSE (Mean Square Error en inglés) puesto que en cuanto más cercano a 0 esté más preciso será la estimación; por eso después de seleccionar un valor aleatorio de interacciones, se procedió a hacer nuevamente el análisis pero esta vez con un número mayor de iteraciones y base al resultado obtenido en esta nueva iteración se fue creando un margen en el que se podía encontrar la iteración que minimice en lo posible el MSE y con esto garantizar que el análisis y la estimación de la serie será el mejor posible.

Igual que con los análisis realizados anteriormente se comenzara con el pronóstico obtenido para el periodo de 6 meses posteriores al 15 de noviembre y

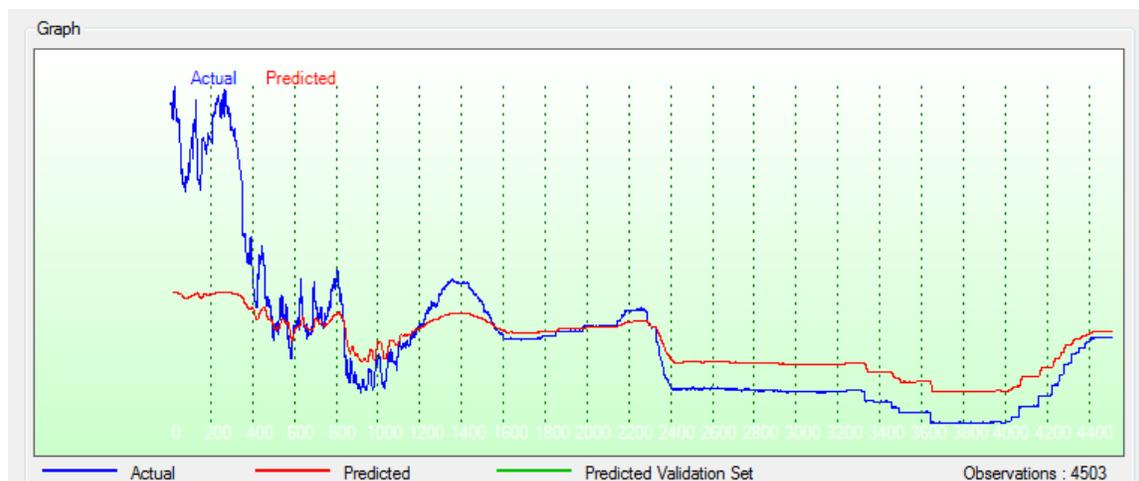


hasta el 15 de mayo. Teniendo esto en cuenta la primera estimación se realizó seleccionados los siguientes datos:

Neural Network Analysis

Neural Network Structure		Learning		Activation Function		Stopping Condition	
Neurons Count		Learning Rate	0.005	<input type="radio"/> Semi Linear <input checked="" type="radio"/> Sigmoid <input type="radio"/> Bipolar Sigmoid <input type="radio"/> Hyperbolic Tangent		<input type="checkbox"/> with Checking Cycle    100	
Input Layer	12	Momentum	0.05				
Hidden Layer	12	Max Iteration	14				
Output Layer	1						

Se selecciono una función de activación sigmoial por se la que mejor se adapta a estimaciones de series con variaciones, además de 12 capas ocultas en la red, finalmente se obtuvo que el número de estimaciones necesarias para conseguir minimizar en lo más posible el ECM fue de 14, de donde se obtuvo la siguiente grafica de estimación:



Donde se aprecia que el pronóstico realizado por la red neuronal mantiene trata de replicar el comportamiento de la serie, aunque de la serie al principio tiene valores muy altos y los valores estimados por la red neuronal son pequeños, a comparación de la mitad de la serie donde tiene un mejor desempeño; pero sin duda alguna es al final de la serie pronosticada donde la red casi iguala a la serie observada.

Es mediante los resultados obtenidos (Anexo A) que podemos observar los resultados pronosticados son ligeramente mayor que los observados, lo que lo hace una buena estimación.



Otros valores a tener en consideración para el análisis de los pronósticos obtenidos son:

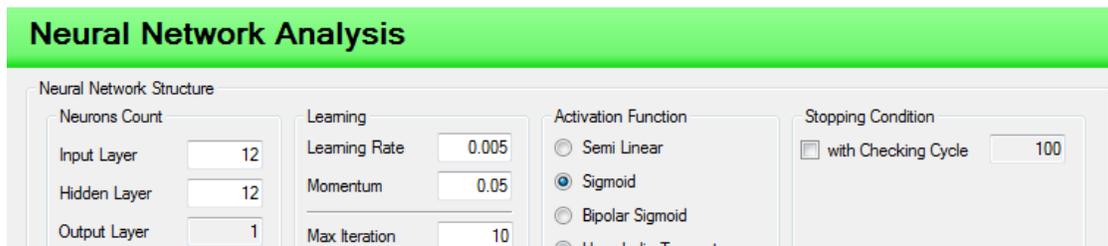
Error	0.116150
MSE	5.515596
MAE	1.457324

En nuestro caso el menor MSE encontrado fue de 5.155596, si es un valor grande para una estimación, pese a esto la estimación se comporta de una manera bastante aceptable y nos da resultados prometedores.

Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.4.1.

### 3.4.2 Pronóstico con una red neuronal para 3 meses

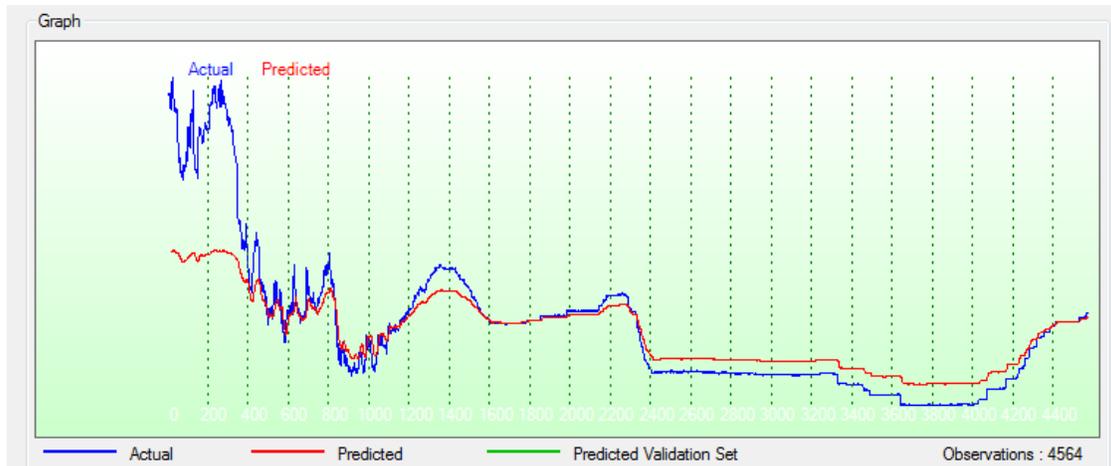
El siguiente pronóstico realizado con la red neuronal se hizo ampliando el intervalo de datos de la serie hasta el 15 de febrero de 2018 con el fin de realizar el pronóstico del 16 de febrero al 15 de mayo de 2018. Para el análisis se empleo una función de activación sigmoideal.



Se obtuvo que el número mínimo de iteraciones necesarias para minimizar el MSE es de 10, dando y se continuó empleando la función característica sigmoideal para la mejor estimación; el pronóstico arrojo los siguientes datos:

Error	0.097488
MSE	3.885602
MAE	1.115472

Se obtuvo un ECM de 3.8856602 un valor que se puede considerar alto pero que aun así proporciono un pronóstico aceptable y un desempeño muy bueno por parte de la red neuronal y esto se puede observar en la gráfica del pronóstico realizado:



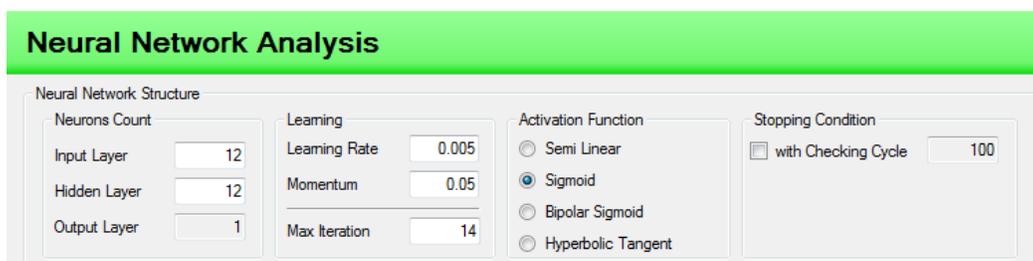
Con ayuda de una gráfica comparativa podemos notar que la red neuronal ajusta mejor la estimación de los resultados observados y deja entre ver un pronóstico más cercano a los valores de la serie original, se revisaron los pronósticos emitidos, y los resultados quedaron a penas por debajo de los resultados observados. Haciéndola una excelente estimación de tres meses.

Los valores resultado del pronostico se pueden observar en el anexo A.4.2.

### 3.4.3 Pronóstico con una red neuronal para 1 mes

Se hizo el análisis y la estimación para un mes de la serie, bajo el supuesto de que al tomar un intervalo de tiempo mayor y un horizonte de tiempo menor, el pronóstico de la red debería de estar más cercano a lo observado.

El número de iteraciones necesarias para este caso de pronóstico fue 14, se continuo con los 12 capas ocultas en la red neuronal y empleando la función de activación sigmoial para adecuar más la capacidad de aprendizaje la red.

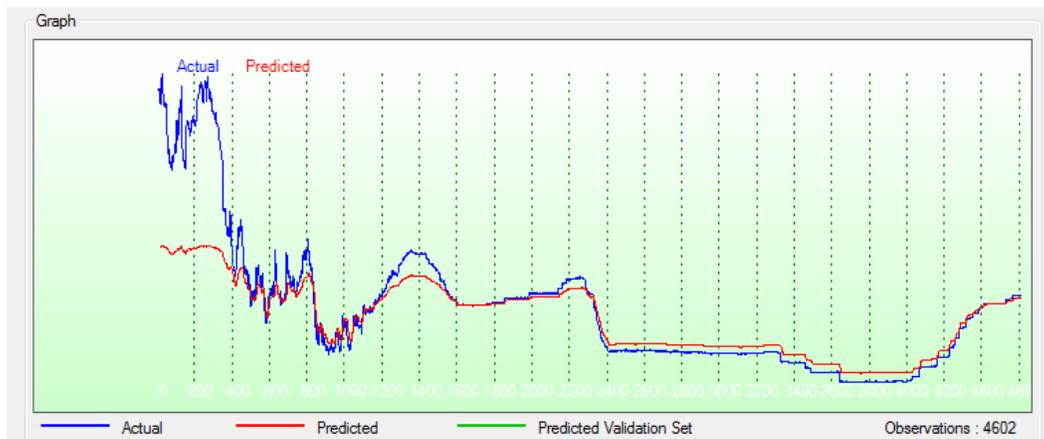


El ECM obtenido en esta estimación fue de 3.660779 nuevamente un valor alto, pero suficientemente pequeño para que los resultados de los pronósticos sean considerados buenos, ya que se acercan mucho a los resultados observados.



Error	0.094626
MSE	3.660779
MAE	0.863241

La grafica de comparación de la serie observada contra la estimada por la red nos deja ver que los resultados obtenidos en el pronóstico:



Efectivamente los valores pronosticados son inferiores los observados por muy poco, se podrían incluso considerar como ínfimos, pero aun así son significativos.

Los valores resultado del pronóstico se pueden observar en el anexo A.4.3.

### 3.4.4 Pronóstico con una red neuronal para 15 días

El último análisis a realizar fue para los 15 días posteriores al 30 de abril de 2018 y hasta el 15 de mayo de 2018, en un periodo tan corto de tiempo se esperaba que los valores pronosticados sean más cercanos a los observados.

Neural Network Analysis

**Neural Network Structure**

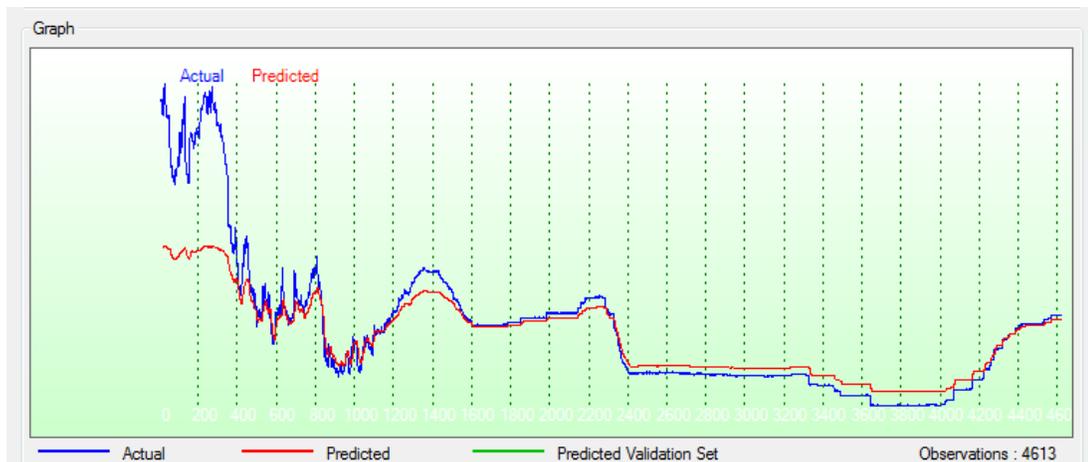
<p>Neurons Count</p> <p>Input Layer <input type="text" value="12"/></p> <p>Hidden Layer <input type="text" value="12"/></p> <p>Output Layer <input type="text" value="1"/></p>	<p>Learning</p> <p>Learning Rate <input type="text" value="0.005"/></p> <p>Momentum <input type="text" value="0.05"/></p> <p>Max Iteration <input type="text" value="10"/></p>	<p>Activation Function</p> <p><input type="radio"/> Semi Linear</p> <p><input checked="" type="radio"/> Sigmoid</p> <p><input type="radio"/> Bipolar Sigmoid</p> <p><input type="radio"/> Hyperbolic Tangent</p>	<p>Stopping Condition</p> <p><input type="checkbox"/> with Checking Cycle <input type="text" value="100"/></p>
--	--	--	--

Los valores que se emplearon para el análisis, fueron los mismo que se habían considerado polos análisis anteriores, se emplearon 12 capas ocultas, una función de activación sigmoideal y se encontró que eran necesarias 10 iteraciones para minimizar el ECM de 2.920736 un valor más pequeño que los obtenidos para



Error	0.084522
MSE	2.920736
MAE	0.827287

Al ser ECM el más pequeño de todos los pronósticos realizados, por lo que se esperaba que los resultados fueran los más cercanos a la serie observada de todos los que se hicieron empleando una red neuronal.



Efectivamente haciendo uso de la gráfica comparativa se nota que los resultados de la estimación son muy cercanos a los observados lo que lo hace un pronóstico bastante bueno.

Los valores resultado del pronostico se pueden observar en el anexo A.4.4.

### 3.5 Análisis de los resultados obtenidos

Los diferentes modelos de análisis y estimación que se emplearon proporcionan datos similares a los observados y con el fin de comprobar la hipótesis y saber cuál es el que describe de mejor manera la serie financiera de la TIIE a 28 días, se procede a realizar una comparación de los resultados encontrados.

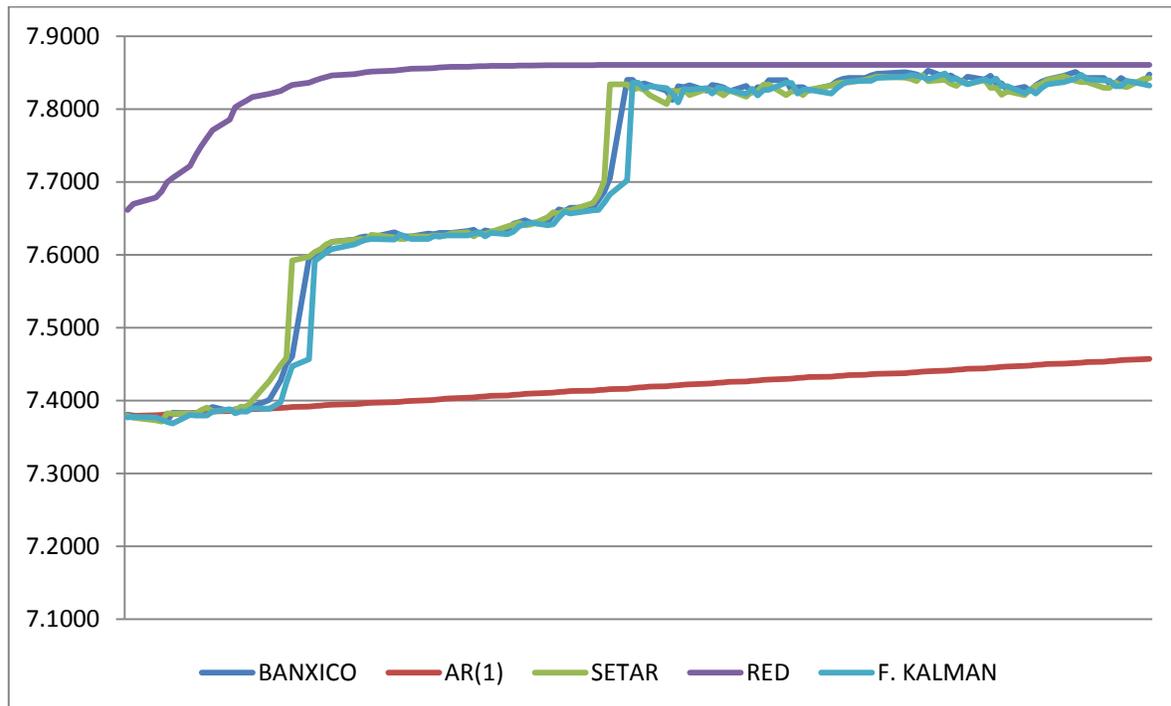
El análisis comparativo de los resultados de las estimaciones de cada uno de los modelos será presentadas de la misma forma en que fueron seccionadas y de acuerdo con los periodos de pronóstico en que se realizaron.

Para realizar el análisis de los resultados obtenidos de los diferente modelos nos apoyaremos en nos apoyaremos con la gráfica de las estimaciones realizadas de la TIIE contra la TIIE observada.



### 3.5.1 Pronósticos para 6 meses

El primer caso de estudio son las predicciones para los seis meses siguientes al 15 de noviembre de 2017 al 15 de mayo de 2018, para facilitar el análisis nos apoyaremos en una gráfica de la tasa TIIE a 28 días estimada por los modelos contra la TIIR observada, de esta manera se podrá tener una idea cuál de los modelos tuvo una estimación más aproximada a la TIIE observada.



Gráficamente podemos ver hay dos modelos que pronostican de mejor manera la serie: el filtro de Kalman y el modelo SETAR, mientras que es evidente que los dos modelos restantes, el modelo AR y la Red Neuronal, quedan algo distanciados de la TIIE observada.

Primero hablaremos de los modelos que más cuyos pronósticos distan más de la TIIE observada, es decir los modelos AR(1) y la Red Neuronal. Se puede apreciar que al hacer la estimación con modelos lineales como lo es el AR(1) se esperaría que el resultado de la estimación tenga una tendencia lineal, hecho que efectivamente ocurre y que podría ser el causante de que la distribución no replique de mejor manera a los resultados observados, por el contrario se planteó un crecimiento constante; pese a todo esto al inicio del pronóstico el modelo describe de forma bastante aceptable el comportamiento de la serie.

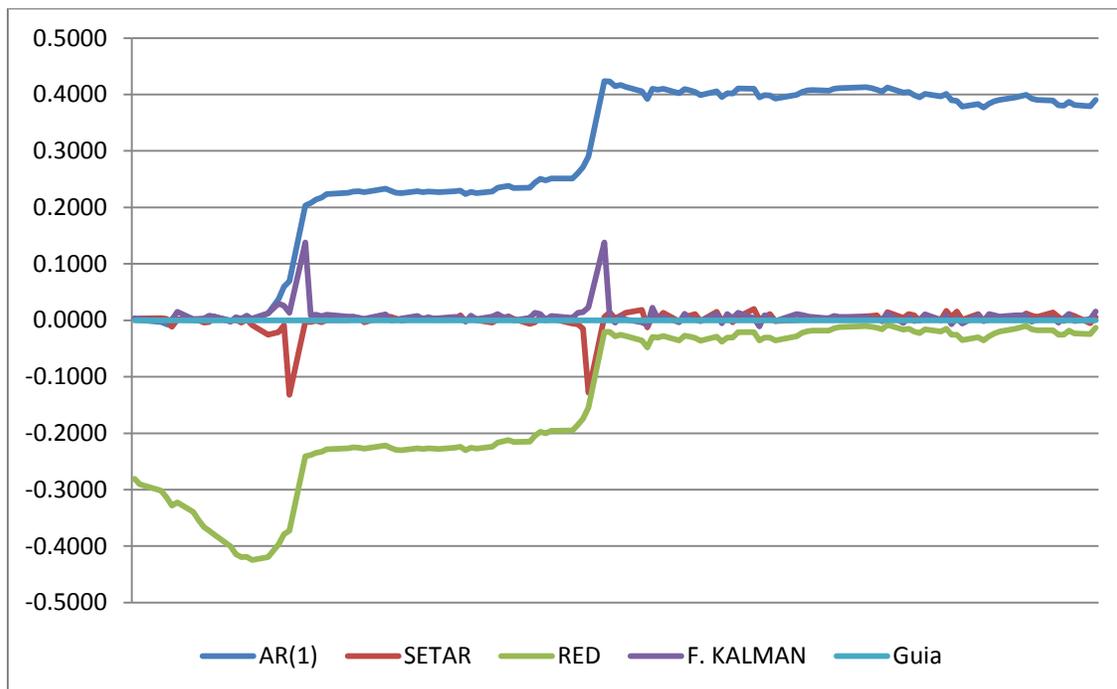


Por otra parte el pronóstico realizado con la Red Neuronal está por encima de la TIIE observada, esto ocurre porque el proceso analítico de la red que sobre estima el comportamiento de la serie observada, esto puede suceder en el proceso de aprendizaje de la red, o pudiera ser ocasionando por al analizar la información de muchas veces de manera recurrente y sobre los nuevos resultados obtenidos en múltiples iteraciones, esas son solo algunas posibles explicaciones del porque los resultados estimados pudieran estar encima de los observados.

Finalmente los dos casos donde los modelos pronostican de manera mucho más eficiente el comportamiento de la serie observada; ambos modelos en el proceso de estimación arrojan pronósticos bastante cercanos a los observados y que a simple vista parecen iguales, pero son distintos en su concepción, ya que el filtro de Kalman es un modelo lineal mientras que el modelo SETAR son modelos no lineales.

A pesar de eso, se puede observar en la gráfica que el pronóstico obtenido por el modelo SETAR está ligeramente más cercano a la serie TIIE observada que los resultados obtenidos mediante el filtro de Kalman, pero para confirmarlo continuaremos analizando los residuos de la resta de la TIIE observada menos los resultados obtenidos de cada uno de los modelos respectivamente.

Y para poder observar de mejor manera los resultados de esta resta se graficaran los residuos, esto dará una mejor idea de cuál de los pronósticos se acerca más a la serie TIIE observada.





Las diferencias de la serie TIIR observada (para fines de comodidad en el manejo de la información, definida como guía) menos las estimaciones se distinguen de mejor manera en este gráfico. Debemos hacer notar que, si la diferencia queda positiva quiere decir que el proceso de pronóstico arroja resultados por encima de la serie observada mientras que si quedara negativo estaría dando resultados por debajo.

Una vez más se confirma que tanto el modelo AR(1) como la Red neuronal, pese a tener una estimación bastante aceptable, no son las mejores estimaciones para nuestro caso de estudio.

Se puede observar que las estimaciones que más se acercan a describir a la serie original son las realizadas con el filtro de Kalman y el modelo SETAR, al tener diferencias que apenas se separan de la serie original TIIE y presentar una distribución muy parecida pero de sentido contrario; como consecuencia aun no nos es posible confirmar cuál de los dos modelos es el mejor.

Finalmente para respaldar lo que se ha presentado en las gráficas y análisis anteriores, se consultaron los resultados al obtener el ECM (Error Cuadrático Medio), para esto tomaremos los resultados de la resta de la TIIE observada menos la estimación, el resultado se eleva al cuadrado y finalmente se le saca el promedio, este proceso se realizó para cada estimación y se presenta en la siguiente tabla:

<b>Modelo</b>	<b>ECM</b>
AR(1)	0.100992
F. Kalman	0.000385
RED	0.037592
SETAR	0.000340

El ECM nos ayuda a tener una idea de cuánto se espera se separe la serie estimada de la serie real observada. Tenemos que las dos opciones que ya habíamos considerado como las mejores (filtro de Kalman y modelo SETAR) presentan un ECM bastante cercano a 0 y con muy poca diferencia entre ellos; lo



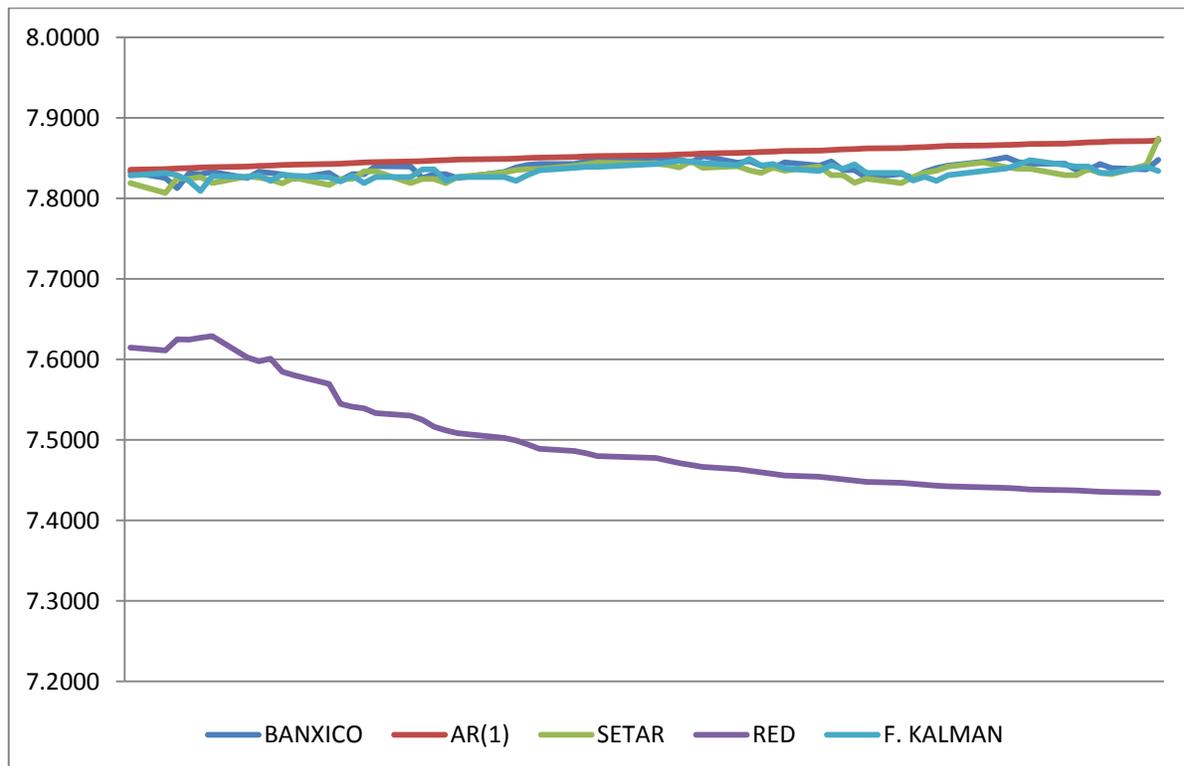
que sin duda alguna hace a ambos excelentes modelos para el pronóstico de series en un periodo de 6 meses. Pero en un sentido estricto se tiene que el mejor pronóstico es el que se obtiene usando el modelo SETAR ya que cuenta con el ECM más pequeño de todas las estimaciones.

Entonces podemos decir que el modelo que mejor pronostica el comportamiento de la serie para el periodo de 6 meses es el modelo SETAR.

### 3.5.2 Pronósticos para 3 meses

Continuando con el análisis de los modelos, se procederá a revisar el pronóstico para los 3 meses a partir del 14 de febrero al 15 de mayo de 2018 que se hizo empleando los 4 modelos ya mencionados. La finalidad sigue siendo saber si los modelos no lineales pueden estimar de mejor manera una serie solo que ahora se toman más datos de los que se tomaron en el análisis anterior para 6 meses.

Comenzaremos comparando nuevamente la gráfica de la TIIE observada contra la TIIE pronostica, esto porque es una forma fácil y clara de ver que pronóstico se acerca más a los resultados reales. Tenemos entonces la siguiente gráfica:



De forma muy parecida al pronóstico para 6 meses tenemos una vez más que los pronósticos que hace el modelo AR(1) y la Red Neuronal, si bien no dan malas

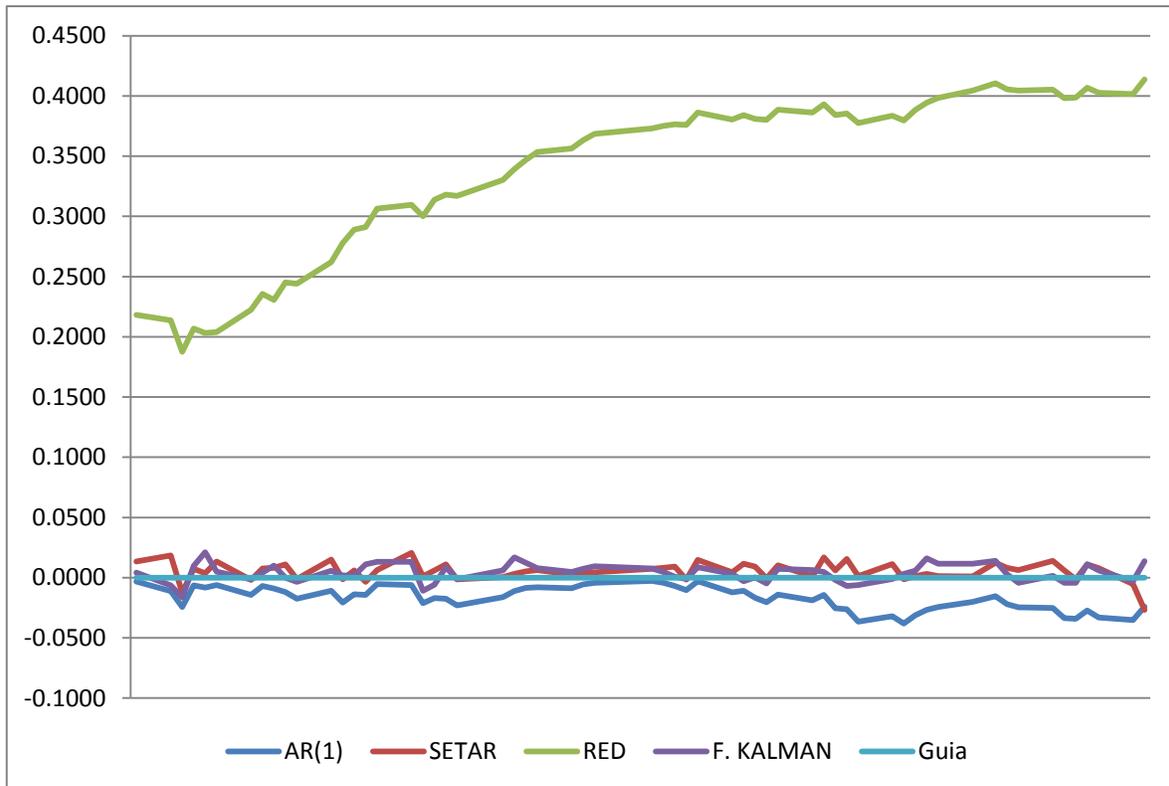


aproximaciones, si son los dos modelos cuyas aproximaciones de la TIIE se separan más de la TIIE observada. El caso de la Red Neuronal es más evidente ya que su separación de la tasa observada es mayor, aunque esta vez a diferencia del pronóstico para 6 meses, el valor de los pronósticos sea menor al valor de la TIIE observada; pero pese a esto sigue siendo un buen pronóstico.

Por otra parte es difícil descartar el pronóstico obtenido por el modelo AR(1) ya que a pesar de describir el comportamiento de la serie con una clara tendencia lineal, los resultados arrojados están bastante cerca de los observados lo que sin duda lo hace un pronóstico muy confiable para intervalos de tiempo más cortos de 3 meses.

Los pronósticos que mejor pretenden replicar los valores reales de la TIIE son el filtro de Kalman y el modelo SETAR, ambos pronostican la serie TIIE de manera excepcional y con un muy pequeño margen de diferencia a los datos observados.

Para diferenciar mejor que tanto se alejan los datos de las observaciones se presenta la gráfica de la diferencia de la serie TIIE observada menos los respectivos pronósticos.





Esta gráfica corrobora lo mencionado anteriormente que tres de los cuatro modelos dan pronósticos que describen bastante bien el comportamiento de la serie observada, tanto el modelo AR(1), el filtro de Kalman y el modelo SETAR dan aproximaciones bastante cercanas a los resultados observados de la TIIE.

Se empleará el ECM para poder decidir cuál es el modelo que mejor pronostica la serie en un plazo de 3 meses.

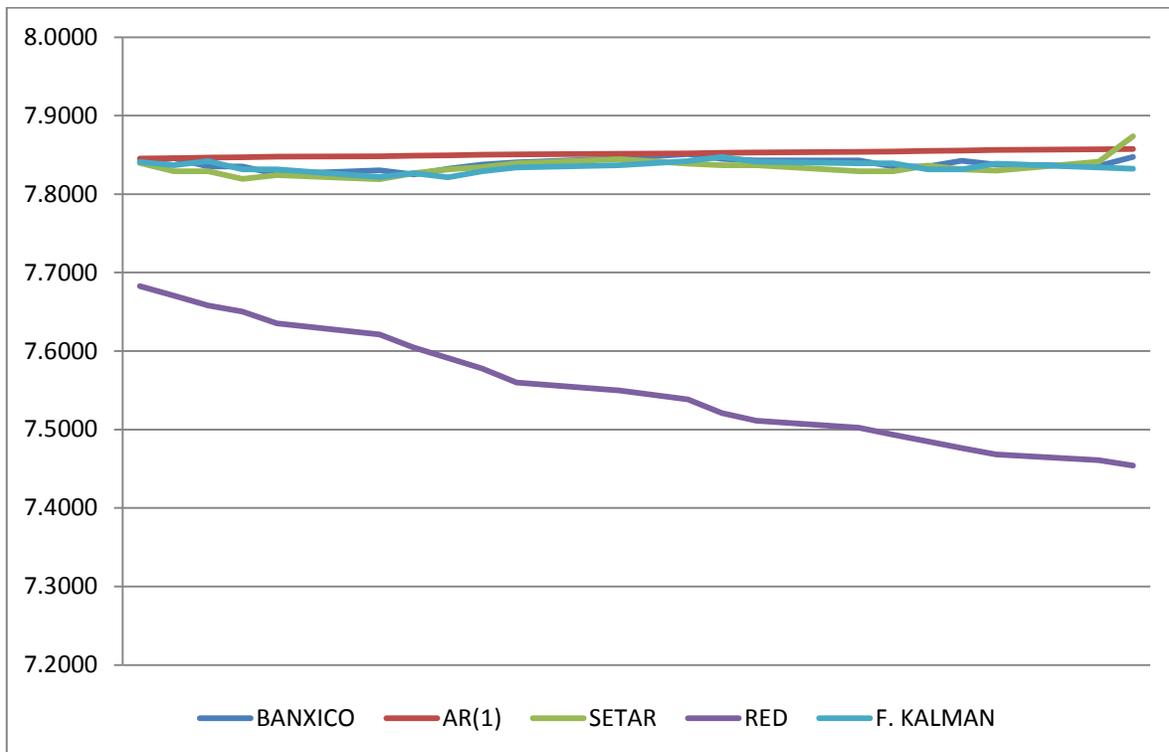
<b>Modelo</b>	<b>ECM</b>
AR(1)	0.00038
F. Kalman	0.00007
RED	0.11921
SETAR	0.00009

Revisando ERM, el menor de todos es el obtenido con el filtro de Kalman con un 0.00007 es el valor más cercano a 0 y más pequeño que el que se obtuvo empleando el modelo SETAR, por lo que esta vez, la estimación que más se acerca a los valores observados de la TIIE es la que se consiguió con el filtro de Kalman.

### **3.5.3 Pronósticos para 1 mes**

En periodos cortos de tiempo y con tanta información de la serie, los pronósticos de los distintos modelos deberían acercarse mucho a los valores observados.

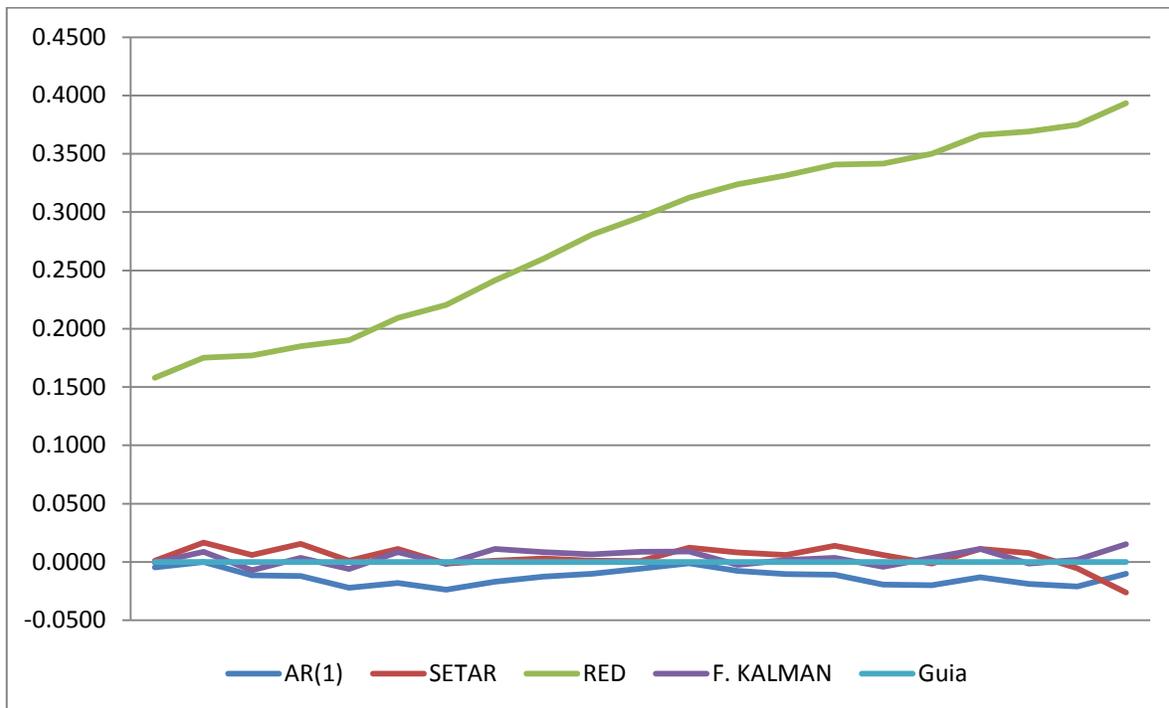
La grafica de los pronósticos realizados contra los valores observados de la TIIE y para un mes posterior al 13 de abril de 2018 y hasta el 15 de mayo de 2018 se presentara a continuación:



A estas alturas hay tres modelos pronostican valores muy cercanos y con poca separación de la serie observada de la TIIE.

El único caso a resaltar es el del pronóstico realizado empleando una red neuronal que, nuevamente no es un mal pronóstico por que arroja valores cercanos a los observados, es simplemente que hay modelos que pronostican mejor la serie, incluso el modelo AR(1) manteniendo una tendencia lineal pronostica de manera más satisfactoria los posibles valores para la serie TIIE.

De igual manera que en los análisis anteriores, se grafica la diferencia de la serie observada menos los respectivos pronósticos, y así observar las la separación de los calores entre la serie observada y las pronosticadas.



Se descarta nuevamente la Red Neuronal por pronosticar valores por debajo de los observados pero se vuelve a hacer hincapié que no es un mal pronóstico, es solo que otros modelos pronostican la serie TIIE de manera ligeramente más precisa.

Se tiene entonces que tres modelos de los cuales dos son modelos lineales (AR(1) un modelo lineal invariante y el filtro de Kalman modelo lineal variante en el tiempo) y solo uno es no lineal (modelo SETAR); son los que pronostican valores más cercanos a los observados en la serie TIIE.

Por medio del análisis gráfico de las diferencias notamos que una vez más el modelo AR(1) sufre pequeños desvíos o por lo menos son más notables que los que tienen estimaciones realizadas por el filtro de Kalman o el modelo SETAR. Por lo que los tres modelos son muy útiles a la hora de realizar pronósticos en periodos cortos como un mes; pero para una conclusión más precisa de cual modelo hace el mejor pronóstico, se toma en cuenta el ECM, con los siguientes resultados:

Modelo	ECM
AR(1)	0.000209

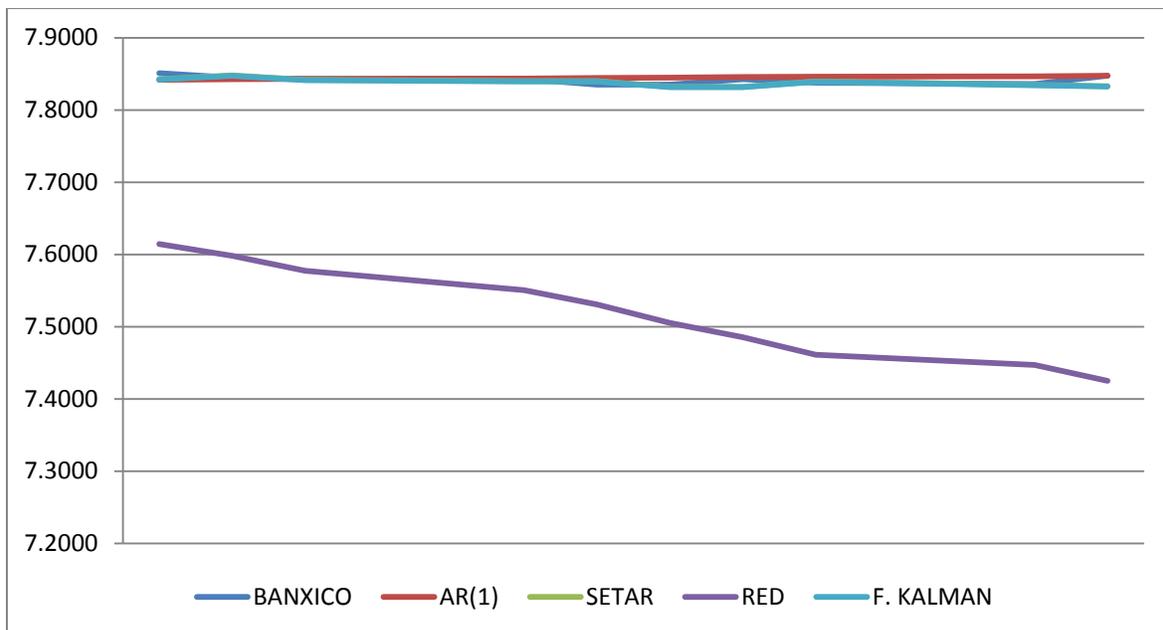


F. Kalman	0.000049
RED	0.084521
SETAR	0.000098

Los resultados del ECM muestran como mejor estimador al filtro de Kalman apenas por encima del modelo SETAR, por lo que podemos decir que en pronósticos de un mes el filtro de Kalman proporciona valores más cercanos a los valores observados en la serie de la TIIE.

### 3.5.4 Pronósticos para 15 días

El último pronóstico de tiempo que se va analizar es de 15 días antes, para esto se hicieron pronósticos tomando valores del 1 de enero de 2000 al 30 de mayo de 2018 y se pronosticaron los siguientes 15 días hasta el 15 de mayo de 2018. A continuación se presenta la gráfica comparativa de los pronósticos realizados con los cuatro modelos:

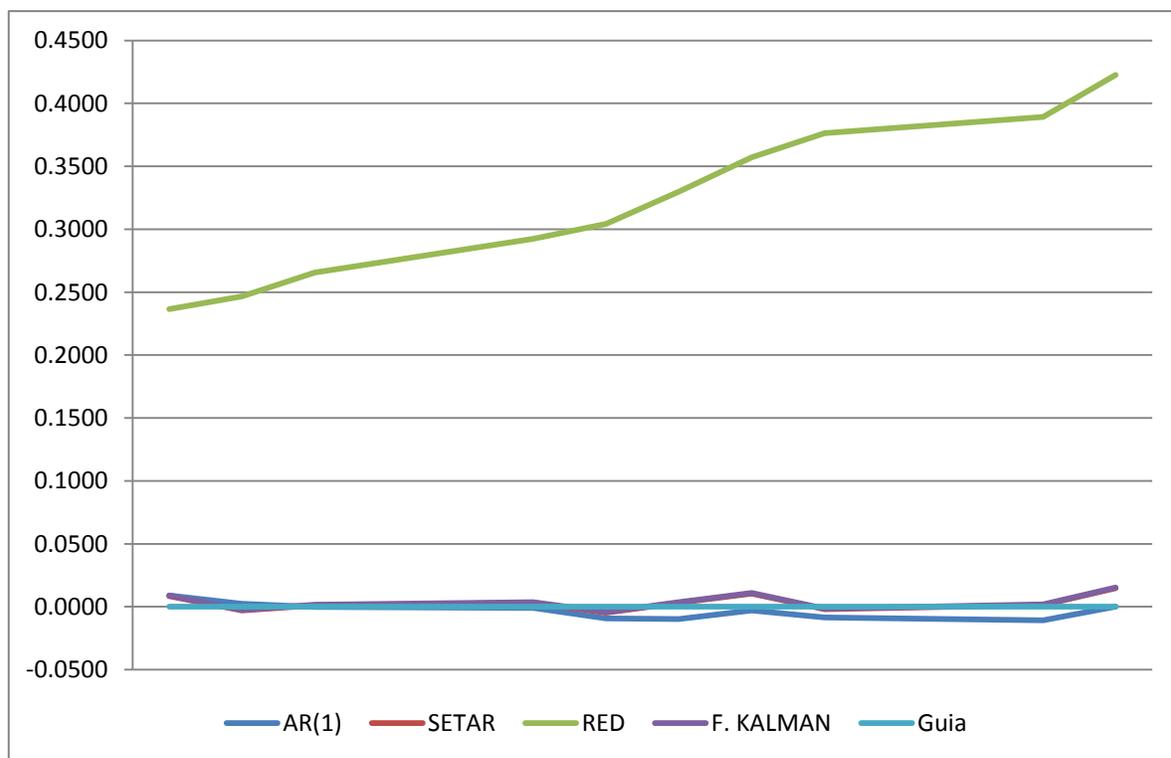


A muy corto plazo los modelos AR(1), el filtro de Kalman y el modelo SETAR arrojan pronósticos muy cercanos a los valores observados y esto se puede notar mediante la gráfica.



Si bien la estimación realizada con la Red Neuronal ha demostrado realizar pronósticos por debajo de los valores observados, estos siguen siendo una buena aproximación a pesar de tener una marcada tendencia a la baja, aun así comparada con los otros modelos se tiene que descartar lo como un mejor estimador de los que se postularon.

Para pronósticos de 15 días se observa resultados excelentes a la hora de hacer pronósticos por medio de los tres modelos restantes. A simple vista no es fácil notar cual es el que presenta la mejor aproximación, por lo que mediante el análisis de la grafica no se podría concluir cual es el mejor estimador, así que se procede a revisar el grafico de los residuos de la resta de la serie observadas menos las estimadas.



Descartado nuevamente la Red Neuronal por general valores por debajo de la serie observada, quedan tres modelos que se ajustan de manera excepcional a la serie TIIE con pronósticos de 15 días, pese a la capacidad de analizar graficamente los resultados, este análisis no permite concluir cual es modelo estima mejor la serie. Por lo que se recurrirá al ECM para conocer el mejor estimador.



<b>Modelo</b>	<b>ECM</b>
AR(1)	0.000047
F. Kalman	0.000049
RED	0.107318
SETAR	0.000045

El ECM reafirma lo antes planteado, los tres modelos AR(1), filtro de Kalman y modelo SETAR tienen un excelente desempeño para pronósticos a corto plazo y cualquiera de los tres se puede considerar como un excelente modelo de estimación; pero basados en los resultados y de manera estricta el ECM más cercano a cero y por lo tanto el mejor pronóstico que se realizó fue empleando el modelo SETAR, esto por presentar el menor de los ERM de todas la estimaciones, por muy poca que sea la diferencia que haya entre ellos, haciendo lo el mejor estimador para periodos muy cortos de tiempo.



## Conclusiones

La tasa de interés es un instrumento (sino el más) importante en la historia de la economía, considerado por algunos como un pago injusto y por otros como lo mínimo que se debe de pagar por tener recursos en el momento que se quiera, a cambiado la forma de percibir el dinero a través del tiempo. Hoy en día es normal hablar de tasas de interés y existen varias en el mercado financiero, creadas para cubrir diferentes propósitos pero todas con el mismo fin, generar una ganancia para el prestamista. La tasa TIIE es una de las tasas de referencia más importantes en México, se emplea como referencia en diferentes tipos de préstamos (interbancarios, hipotecarios, personales, etc.), es tanto su uso que se desarrollan productos derivados con la TIIR como subyacente y así se pueda garantizar mejores tasas que una para una institución, empresa o usuario del mercado de valores.

El conocer el posible comportamiento de la tasa TIIE a través del tiempo es de gran utilidad para administrar el riesgo evitando así cambios en la tasa, nos da la capacidad de anticipar y tomar las medidas necesarias para evitar situaciones adversas.

Existen varias técnicas y modelos con los que se pueden obtener pronósticos del posible comportamiento de una serie financiera; en este trabajo se presentaron dos modelos lineales y dos no lineales, cada uno con características propias, un proceso y una base matemática que lo respalda, los modelo lineales invariantes en el tiempo como el modelo AR(1) en pronósticos de largo tiempo presentan complicaciones ya que no son capaces de adaptarse a variaciones repentinas o drásticas en las series de tiempo y mantiene una tendencia lineal que puede estar lejos de los valores observados; pero entre menor sean los horizontes de tiempo a pronosticar, mejoran considerablemente los resultados que se obtiene al emplearlos.

Modelos como el filtro de Kalman que utilizan los pronósticos variantes en el tiempo y partiendo de ellos se realiza pronósticos de los valores siguientes, considerando el ultimo valor observado (incluyendo a los que ya había estimado) le dan la capacidad de adaptarse de mejor manera y de pronosticar resultados de una manera más certera.

Por otro lado los modelos no lineales como el modelo SETAR define bandas de confianza en las cuales los valores pronosticados deben caer, proporcionando así una cierta libertad de movimiento en el pronóstico de valores y de esta forma el



modelo puede adaptarse mejor a los comportamientos abruptos o inesperados de la serie. El otro modelo no lineal empleado fue una red neuronal artificial que con su capacidad de aprendizaje y comprensión del comportamiento de las variables de estudio; partiendo de esta experiencia recolectada, es capaz de realizar pronósticos muy cercanos a los valores observados.

La tasa TIIE es un indicador financiero que puede servir para ver cual es la percepción del comportamiento económico que tienen los bancos, al ofertar diversas tasas entre ellos. Y saber cómo se puede comportar las tasas serviría para crear estrategias de cobertura ante posibles riesgo financieros.

El principal problema es saber si se puede realizar un pronóstico que sea el mejor pronóstico de la tasa TIIE a 28 días, para eso se realizó una comparación entre modelos lineales y no lineales. Comprobando que efectivamente al menos uno de los modelos no lineales puedo dar un mejor pronóstico que los dos modelos lineales, este modelo con los mejores resultados fue el modelo SETAR y por ende confirmando la hipótesis de que los modelos no lineales tienen un mejor desempeño a la hora de hacer pronósticos que los modelos lineales para la tasa TIIE a 28 días.

El modelo SETAR, con las excepción de la estimación para un mes -donde el filtro de Kalman tuvo un mejor desempeño- demostró ser el mejor modelo para pronosticar la tasa TIIE a 28 días en periodos de seis meses y de 15 días. Pese a esto los modelos lineales tuvieron un desempeño muy bueno en periodos cortos de tiempo como pudieran ser tres meses, un mes o 15 días lo que comprobó que de ninguna manera son se les podría considerar inferiores a los modelos no lineales.

El modelo AR(1) en su pronóstico tuvo resultados bastante aceptables, si bien en el pronóstico de seis meses fue que el menos certero al pronosticar el comportamiento como una serie lineal y por debajo de los valores observados; logro ser una buena forma de estimación para periodos cortos de tiempo menores a tres meses donde los resultados del análisis pronosticaron estuvieron muy cerca de los resultados observados. Esto lo hace un modelo de estimación viable si se busca hacer estimaciones a corto plazo y si se cuenta con una gran cantidad e datos.

En el transcurso del análisis de los resultado se vio de manera notoria que al emplear una red neuronal el pronóstico de la serie se distancia de los observados, esto puede deberse al proceso de aprendizaje de la red que al tener un número mayor de iteraciones de las necesarias sobrevalora los resultados y en caso



contrario se en el que los resultaron quedaron por debajo seria por que faltaron iteraciones para alcanzar el mejor pronóstico, de cualquier manera por medio de los resultados obtenidos podemos afirmar que efectivamente un análisis y pronostico empleando redes neuronales artificiales es un buen pronóstico.

Aunque el modelo SETAR haya estimado mejor en dos de los cuatro periodos de tiempo considerados y solo haya sido supera por el filtro de Kalman en pronósticos de tres y un mes la diferencia entre estos dos modelos en su ECM fue infima. Podemos decir que el modelo no lineal SETAR es el mejor estimador para la tasa TIIE a 28 días de entre los modelos que se emplearon.

Después del análisis de los resultados obtenidos se observó que el modelo no lineal SETAR tuvo un mejor desempeño en el pronóstico de seis meses y 15 días siendo que solo fue superado por muy poco en los intervalos de pronostico de tres y un mes donde el filtro de Kalman que mostro una mejor estimación. Por su puesto esto visto en un sentido estricto ya que la diferencia entre los modelos - principalmente entre el filtro de Kalman y el modelo SETAR- es ínfima y casi insignificante.

Vale la pena mencionar que efectivamente desde un punto de vista estricto el modelo SETAR pronostica mejor la serie pero los otros modelos en especial el filtro de Kalman tienen un desempeño bastante bueno quedando por debajo del SETAR por muy poco.

El pronóstico de una serie financiera como lo es la serie TIIE a 28 días resulta de gran utilidad en el proceso de administración de riesgos, ya que poder tener una idea del comportamiento de una tasa puede servir para fijar una estrategia de negocios si una empresa busca apalancarse con algún préstamo bancario, al conocer el comportamiento que tendrá la tasa en un futuro y negociando la tasa que más convenga a los objetivos buscados.

Otro caso en que el pronóstico de tasa TIIE a 28 días puede ser útil es se una empresa o individuo solicita un crédito hipotecario, estos por lo general definen la tasa de interés a la que se realizaran en función de la tasas TIIE a 28 días, una tasa fija podría sugerir que el banco este anticipando se a que las tasas en el mercado bajen mientras que una tasa variable podría ser el caso contrario, en el que se espera que la tasa del mercado suba, de aquí la necesidad de pronosticar la tasa TIIE a 28 días, no solo para saber en que comento es más conveniente contraerla sino también para saber que esperar de su comportamiento en un futuro.



Incluso si se hace usos de productos financieros derivados, como medida de cobertura de un empresa o institución financiera, el pronóstico de la tasa es de gran utilidad a la hora de contratar futuros sobre tasa TIIE a 28 días o sobre swaps de tasa TIIE a 28 días o si se tiene una menor aversión al riesgo se podrían convenir contratos forward con la tasa pronosticada, transfiriendo así de manera más óptima el riesgo adquirido por los movimientos en las tasas de interés.

Al finalizar el presente trabajo de investigación y con los resultados obtenidos, se abre la posibilidad de expandir algunos de los modelos empleados como es el caso del filtro de Kalman, donde el proceso de pronostico podría quizá arrojar mejores resultados si se le agregara un componente estocástico y de esta forma refinar el pronostico. Otro caso en el tambien existe la posibilidad de indagar para tratar de mejorar el proceso es emplear los modelos de redes neuronales diferenciales estos modelos dan la capacidad de análisis con dos funciones de activación distintas y de esta manera se trataria de reducir el ECM para obtener un pronostico más certero; estas posibles formas de optimizar el los modelos quedan como un posibilidad de ser retomadas en un futuro para ampliar el estudio.

## Anexo A

Este anexo contiene los resultados de los pronósticos realizados por cada uno de los modelos empleados para la tasa de interés interbancario a 28 días.

### A.1.1 Pronósticos con el modelo AR(1) para seis meses

Fecha	TIE Observada	TIE Pronosticada	Fecha	TIE Observada	TIE Pronosticada
16/11/2017	7.3806	7.3783	15/02/2018	7.8350	7.4183
17/11/2017	7.3796	7.3790	16/02/2018	7.8325	7.4190
21/11/2017	7.3767	7.3797	19/02/2018	7.8250	7.4196
22/11/2017	7.3735	7.3803	20/02/2018	7.8125	7.4203
23/11/2017	7.3714	7.3810	21/02/2018	7.8312	7.4210
24/11/2017	7.3832	7.3817	22/02/2018	7.8300	7.4216
27/11/2017	7.3825	7.3824	23/02/2018	7.8325	7.4223
28/11/2017	7.3824	7.3830	26/02/2018	7.8250	7.4230
29/11/2017	7.3825	7.3837	27/02/2018	7.8331	7.4236
30/11/2017	7.3875	7.3844	28/02/2018	7.8315	7.4243
01/12/2017	7.3911	7.3850	01/03/2018	7.8294	7.4249
04/12/2017	7.3855	7.3857	02/03/2018	7.8244	7.4256
05/12/2017	7.3880	7.3864	05/03/2018	7.8316	7.4263
06/12/2017	7.3875	7.3870	06/03/2018	7.8225	7.4269
07/12/2017	7.3925	7.3877	07/03/2018	7.8299	7.4276
08/12/2017	7.3916	7.3884	08/03/2018	7.8300	7.4282
11/12/2017	7.4010	7.3890	09/03/2018	7.8396	7.4289
13/12/2017	7.4275	7.3897	12/03/2018	7.8395	7.4296
14/12/2017	7.4500	7.3904	13/03/2018	7.8250	7.4302
15/12/2017	7.4600	7.3910	14/03/2018	7.8300	7.4309
18/12/2017	7.5950	7.3917	15/03/2018	7.8300	7.4315
19/12/2017	7.6004	7.3924	16/03/2018	7.8250	7.4322
20/12/2017	7.6069	7.3930	20/03/2018	7.8325	7.4329
21/12/2017	7.6109	7.3937	21/03/2018	7.8382	7.4335
22/12/2017	7.6177	7.3944	22/03/2018	7.8414	7.4342
26/12/2017	7.6210	7.3950	23/03/2018	7.8425	7.4349
27/12/2017	7.6240	7.3957	26/03/2018	7.8425	7.4355
28/12/2017	7.6250	7.3964	27/03/2018	7.8463	7.4362
29/12/2017	7.6241	7.3970	28/03/2018	7.8483	7.4368
02/01/2018	7.6311	7.3977	02/04/2018	7.8503	7.4375
03/01/2018	7.6275	7.3984	03/04/2018	7.8493	7.4382

<b>04/01/2018</b>	7.6250	7.3990	<b>04/04/2018</b>	7.8475	7.4388
<b>05/01/2018</b>	7.6250	7.3997	<b>05/04/2018</b>	7.8445	7.4395
<b>08/01/2018</b>	7.6292	7.4004	<b>06/04/2018</b>	7.8525	7.4401
<b>09/01/2018</b>	7.6282	7.4010	<b>09/04/2018</b>	7.8441	7.4408
<b>10/01/2018</b>	7.6300	7.4017	<b>10/04/2018</b>	7.8460	7.4414
<b>11/01/2018</b>	7.6298	7.4024	<b>11/04/2018</b>	7.8407	7.4421
<b>12/01/2018</b>	7.6299	7.4030	<b>12/04/2018</b>	7.8376	7.4428
<b>15/01/2018</b>	7.6325	7.4037	<b>13/04/2018</b>	7.8445	7.4434
<b>16/01/2018</b>	7.6343	7.4044	<b>16/04/2018</b>	7.8404	7.4441
<b>17/01/2018</b>	7.6287	7.4050	<b>17/04/2018</b>	7.8456	7.4447
<b>18/01/2018</b>	7.6334	7.4057	<b>18/04/2018</b>	7.8350	7.4454
<b>19/01/2018</b>	7.6318	7.4064	<b>19/04/2018</b>	7.8350	7.4461
<b>22/01/2018</b>	7.6350	7.4070	<b>20/04/2018</b>	7.8254	7.4467
<b>23/01/2018</b>	7.6428	7.4077	<b>23/04/2018</b>	7.8303	7.4474
<b>24/01/2018</b>	7.6450	7.4084	<b>24/04/2018</b>	7.8250	7.4480
<b>25/01/2018</b>	7.6475	7.4090	<b>25/04/2018</b>	7.8325	7.4487
<b>26/01/2018</b>	7.6441	7.4097	<b>26/04/2018</b>	7.8375	7.4494
<b>29/01/2018</b>	7.6450	7.4103	<b>27/04/2018</b>	7.8405	7.4500
<b>30/01/2018</b>	7.6550	7.4110	<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.4507
<b>31/01/2018</b>	7.6625	7.4117	<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.4513
<b>01/02/2018</b>	7.6600	7.4123	<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.4520
<b>02/02/2018</b>	7.6643	7.4130	<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.4526
<b>06/02/2018</b>	7.6650	7.4137	<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.4533
<b>07/02/2018</b>	7.6750	7.4143	<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.4540
<b>08/02/2018</b>	7.6862	7.4150	<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.4546
<b>09/02/2018</b>	7.7056	7.4157	<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.4553
<b>12/02/2018</b>	7.8400	7.4163	<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.4559
<b>13/02/2018</b>	7.8400	7.4170	<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.4566
<b>14/02/2018</b>	7.8320	7.4176	<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.4572

### A.1.2 Pronósticos con el modelo AR(1) para tres meses

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada	Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
<b>15/02/2018</b>	7.8350	7.8356	<b>03/04/2018</b>	7.8493	7.8543
<b>16/02/2018</b>	7.8325	7.8363	<b>04/04/2018</b>	7.8475	7.8550
<b>19/02/2018</b>	7.8250	7.8369	<b>05/04/2018</b>	7.8445	7.8556
<b>20/02/2018</b>	7.8125	7.8375	<b>06/04/2018</b>	7.8525	7.8562
<b>21/02/2018</b>	7.8312	7.8381	<b>09/04/2018</b>	7.8441	7.8568
<b>22/02/2018</b>	7.8300	7.8387	<b>10/04/2018</b>	7.8460	7.8574
<b>23/02/2018</b>	7.8325	7.8394	<b>11/04/2018</b>	7.8407	7.8581
<b>26/02/2018</b>	7.8250	7.8400	<b>12/04/2018</b>	7.8376	7.8587

<b>27/02/2018</b>	7.8331	7.8406	<b>13/04/2018</b>	7.8445	7.8593
<b>28/02/2018</b>	7.8315	7.8412	<b>16/04/2018</b>	7.8404	7.8599
<b>01/03/2018</b>	7.8294	7.8419	<b>17/04/2018</b>	7.8456	7.8605
<b>02/03/2018</b>	7.8244	7.8425	<b>18/04/2018</b>	7.8350	7.8612
<b>05/03/2018</b>	7.8316	7.8431	<b>19/04/2018</b>	7.8350	7.8618
<b>06/03/2018</b>	7.8225	7.8437	<b>20/04/2018</b>	7.8254	7.8624
<b>07/03/2018</b>	7.8299	7.8444	<b>23/04/2018</b>	7.8303	7.8630
<b>08/03/2018</b>	7.8300	7.8450	<b>24/04/2018</b>	7.8250	7.8637
<b>09/03/2018</b>	7.8396	7.8456	<b>25/04/2018</b>	7.8325	7.8643
<b>12/03/2018</b>	7.8395	7.8462	<b>26/04/2018</b>	7.8375	7.8649
<b>13/03/2018</b>	7.8250	7.8469	<b>27/04/2018</b>	7.8405	7.8655
<b>14/03/2018</b>	7.8300	7.8475	<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.8661
<b>15/03/2018</b>	7.8300	7.8481	<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.8668
<b>16/03/2018</b>	7.8250	7.8487	<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.8674
<b>20/03/2018</b>	7.8325	7.8494	<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.8680
<b>21/03/2018</b>	7.8382	7.8500	<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.8686
<b>22/03/2018</b>	7.8414	7.8506	<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.8692
<b>23/03/2018</b>	7.8425	7.8512	<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.8699
<b>26/03/2018</b>	7.8425	7.8518	<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.8705
<b>27/03/2018</b>	7.8463	7.8525	<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.8711
<b>28/03/2018</b>	7.8483	7.8531	<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.8717
<b>02/04/2018</b>	7.8503	7.8537	<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.8713

### A.1.3 Pronósticos con el modelo AR(1) para un mes

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
<b>16/04/2018</b>	7.8404	7.8451
<b>17/04/2018</b>	7.8456	7.8457
<b>18/04/2018</b>	7.8350	7.8464
<b>19/04/2018</b>	7.8350	7.8470
<b>20/04/2018</b>	7.8254	7.8476
<b>23/04/2018</b>	7.8303	7.8482
<b>24/04/2018</b>	7.8250	7.8488
<b>25/04/2018</b>	7.8325	7.8495
<b>26/04/2018</b>	7.8375	7.8501
<b>27/04/2018</b>	7.8405	7.8507
<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.8513
<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.8519
<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.8526
<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.8532
<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.8538

<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.8544
<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.8550
<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.8557
<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.8563
<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.8569
<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.8575

#### A.1.4 Pronósticos con el modelo AR(1) para 15 días

Fecha	TIIIE Banxico	Estimada
<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.8417
<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.8424
<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.8430
<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.8436
<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.8442
<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.8448
<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.8455
<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.8461
<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.8467
<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.8473

#### A.2.1 Pronósticos con el filtro de Kalman para seis meses

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada	Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
<b>16/11/2017</b>	7.3806	7.3770	<b>15/02/2018</b>	7.8350	7.8283
<b>17/11/2017</b>	7.3796	7.3776	<b>16/02/2018</b>	7.8325	7.8313
<b>21/11/2017</b>	7.3767	7.3766	<b>19/02/2018</b>	7.8250	7.8288
<b>22/11/2017</b>	7.3735	7.3737	<b>20/02/2018</b>	7.8125	7.8213
<b>23/11/2017</b>	7.3714	7.3705	<b>21/02/2018</b>	7.8312	7.8088
<b>24/11/2017</b>	7.3832	7.3684	<b>22/02/2018</b>	7.8300	7.8275
<b>27/11/2017</b>	7.3825	7.3802	<b>23/02/2018</b>	7.8325	7.8263
<b>28/11/2017</b>	7.3824	7.3795	<b>26/02/2018</b>	7.8250	7.8288
<b>29/11/2017</b>	7.3825	7.3794	<b>27/02/2018</b>	7.8331	7.8213
<b>30/11/2017</b>	7.3875	7.3795	<b>28/02/2018</b>	7.8315	7.8294
<b>01/12/2017</b>	7.3911	7.3845	<b>01/03/2018</b>	7.8294	7.8278
<b>04/12/2017</b>	7.3855	7.3881	<b>02/03/2018</b>	7.8244	7.8257
<b>05/12/2017</b>	7.3880	7.3825	<b>05/03/2018</b>	7.8316	7.8207
<b>06/12/2017</b>	7.3875	7.3850	<b>06/03/2018</b>	7.8225	7.8279
<b>07/12/2017</b>	7.3925	7.3845	<b>07/03/2018</b>	7.8299	7.8188
<b>08/12/2017</b>	7.3916	7.3895	<b>08/03/2018</b>	7.8300	7.8262

<b>11/12/2017</b>	7.4010	7.3886	<b>09/03/2018</b>	7.8396	7.8263
<b>13/12/2017</b>	7.4275	7.3980	<b>12/03/2018</b>	7.8395	7.8359
<b>14/12/2017</b>	7.4500	7.4244	<b>13/03/2018</b>	7.8250	7.8358
<b>15/12/2017</b>	7.4600	7.4469	<b>14/03/2018</b>	7.8300	7.8213
<b>18/12/2017</b>	7.5950	7.4569	<b>15/03/2018</b>	7.8300	7.8263
<b>19/12/2017</b>	7.6004	7.5917	<b>16/03/2018</b>	7.8250	7.8263
<b>20/12/2017</b>	7.6069	7.5971	<b>20/03/2018</b>	7.8325	7.8213
<b>21/12/2017</b>	7.6109	7.6035	<b>21/03/2018</b>	7.8382	7.8288
<b>22/12/2017</b>	7.6177	7.6075	<b>22/03/2018</b>	7.8414	7.8345
<b>26/12/2017</b>	7.6210	7.6143	<b>23/03/2018</b>	7.8425	7.8377
<b>27/12/2017</b>	7.6240	7.6176	<b>26/03/2018</b>	7.8425	7.8388
<b>28/12/2017</b>	7.6250	7.6206	<b>27/03/2018</b>	7.8463	7.8388
<b>29/12/2017</b>	7.6241	7.6216	<b>28/03/2018</b>	7.8483	7.8425
<b>02/01/2018</b>	7.6311	7.6207	<b>02/04/2018</b>	7.8503	7.8445
<b>03/01/2018</b>	7.6275	7.6277	<b>03/04/2018</b>	7.8493	7.8465
<b>04/01/2018</b>	7.6250	7.6241	<b>04/04/2018</b>	7.8475	7.8455
<b>05/01/2018</b>	7.6250	7.6216	<b>05/04/2018</b>	7.8445	7.8437
<b>08/01/2018</b>	7.6292	7.6216	<b>06/04/2018</b>	7.8525	7.8408
<b>09/01/2018</b>	7.6282	7.6258	<b>09/04/2018</b>	7.8441	7.8487
<b>10/01/2018</b>	7.6300	7.6248	<b>10/04/2018</b>	7.8460	7.8404
<b>11/01/2018</b>	7.6298	7.6266	<b>11/04/2018</b>	7.8407	7.8422
<b>12/01/2018</b>	7.6299	7.6264	<b>12/04/2018</b>	7.8376	7.8370
<b>15/01/2018</b>	7.6325	7.6265	<b>13/04/2018</b>	7.8445	7.8339
<b>16/01/2018</b>	7.6343	7.6291	<b>16/04/2018</b>	7.8404	7.8408
<b>17/01/2018</b>	7.6287	7.6309	<b>17/04/2018</b>	7.8456	7.8367
<b>18/01/2018</b>	7.6334	7.6253	<b>18/04/2018</b>	7.8350	7.8419
<b>19/01/2018</b>	7.6318	7.6300	<b>19/04/2018</b>	7.8350	7.8313
<b>22/01/2018</b>	7.6350	7.6284	<b>20/04/2018</b>	7.8254	7.8313
<b>23/01/2018</b>	7.6428	7.6316	<b>23/04/2018</b>	7.8303	7.8217
<b>24/01/2018</b>	7.6450	7.6394	<b>24/04/2018</b>	7.8250	7.8266
<b>25/01/2018</b>	7.6475	7.6416	<b>25/04/2018</b>	7.8325	7.8213
<b>26/01/2018</b>	7.6441	7.6441	<b>26/04/2018</b>	7.8375	7.8288
<b>29/01/2018</b>	7.6450	7.6407	<b>27/04/2018</b>	7.8405	7.8338
<b>30/01/2018</b>	7.6550	7.6416	<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.8368
<b>31/01/2018</b>	7.6625	7.6516	<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.8418
<b>01/02/2018</b>	7.6600	7.6591	<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.8470
<b>02/02/2018</b>	7.6643	7.6566	<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.8411
<b>06/02/2018</b>	7.6650	7.6609	<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.8391
<b>07/02/2018</b>	7.6750	7.6616	<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.8391
<b>08/02/2018</b>	7.6862	7.6715	<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.8313
<b>09/02/2018</b>	7.7056	7.6827	<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.8313

<b>12/02/2018</b>	7.8400	7.7021	<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.8388
<b>13/02/2018</b>	7.8400	7.8363	<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.8338
<b>14/02/2018</b>	7.8320	7.8363	<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.8322

### A.2.2 Pronósticos con el filtro de Kalman para tres meses

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada	Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
<b>15/02/2018</b>	7.8350	7.82842	<b>03/04/2018</b>	7.8493	7.84669
<b>16/02/2018</b>	7.8325	7.83141	<b>04/04/2018</b>	7.8475	7.84569
<b>19/02/2018</b>	7.8250	7.82892	<b>05/04/2018</b>	7.8445	7.84389
<b>20/02/2018</b>	7.8125	7.82143	<b>06/04/2018</b>	7.8525	7.84090
<b>21/02/2018</b>	7.8312	7.80895	<b>09/04/2018</b>	7.8441	7.84888
<b>22/02/2018</b>	7.8300	7.82762	<b>10/04/2018</b>	7.8460	7.84050
<b>23/02/2018</b>	7.8325	7.82642	<b>11/04/2018</b>	7.8407	7.84240
<b>26/02/2018</b>	7.8250	7.82892	<b>12/04/2018</b>	7.8376	7.83710
<b>27/02/2018</b>	7.8331	7.82143	<b>13/04/2018</b>	7.8445	7.83401
<b>28/02/2018</b>	7.8315	7.82952	<b>16/04/2018</b>	7.8404	7.84090
<b>01/03/2018</b>	7.8294	7.82792	<b>17/04/2018</b>	7.8456	7.83680
<b>02/03/2018</b>	7.8244	7.82582	<b>18/04/2018</b>	7.8350	7.84200
<b>05/03/2018</b>	7.8316	7.82083	<b>19/04/2018</b>	7.8350	7.83141
<b>06/03/2018</b>	7.8225	7.82802	<b>20/04/2018</b>	7.8254	7.83141
<b>07/03/2018</b>	7.8299	7.81893	<b>23/04/2018</b>	7.8303	7.82183
<b>08/03/2018</b>	7.8300	7.82632	<b>24/04/2018</b>	7.8250	7.82672
<b>09/03/2018</b>	7.8396	7.82642	<b>25/04/2018</b>	7.8325	7.82143
<b>12/03/2018</b>	7.8395	7.83601	<b>26/04/2018</b>	7.8375	7.82892
<b>13/03/2018</b>	7.8250	7.83591	<b>27/04/2018</b>	7.8405	7.83391
<b>14/03/2018</b>	7.8300	7.82143	<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.83690
<b>15/03/2018</b>	7.8300	7.82642	<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.84190
<b>16/03/2018</b>	7.8250	7.82642	<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.84719
<b>20/03/2018</b>	7.8325	7.82143	<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.84120
<b>21/03/2018</b>	7.8382	7.82892	<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.83920
<b>22/03/2018</b>	7.8414	7.83461	<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.83920
<b>23/03/2018</b>	7.8425	7.83780	<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.83141
<b>26/03/2018</b>	7.8425	7.83890	<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.83141
<b>27/03/2018</b>	7.8463	7.83890	<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.83890
<b>28/03/2018</b>	7.8483	7.84270	<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.83391
<b>02/04/2018</b>	7.8503	7.84469	<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.83231

### A.2.3 Pronósticos con el filtro de Kalman para un mes

Fecha	TIIIE	TIIIE
-------	-------	-------

	Observada	Pronosticada
16/04/2018	7.8404	7.8409
17/04/2018	7.8456	7.8368
18/04/2018	7.8350	7.8420
19/04/2018	7.8350	7.8314
20/04/2018	7.8254	7.8314
23/04/2018	7.8303	7.8219
24/04/2018	7.8250	7.8268
25/04/2018	7.8325	7.8215
26/04/2018	7.8375	7.8290
27/04/2018	7.8405	7.8339
30/04/2018	7.8455	7.8369
02/05/2018	7.8508	7.8419
03/05/2018	7.8448	7.8472
04/05/2018	7.8428	7.8412
07/05/2018	7.8428	7.8392
08/05/2018	7.8350	7.8392
09/05/2018	7.8350	7.8314
10/05/2018	7.8425	7.8314
11/05/2018	7.8375	7.8389
14/05/2018	7.8359	7.8339
15/05/2018	7.8475	7.8323

#### A.2.4 Pronósticos con el filtro de Kalman para 15 días

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
02/05/2018	7.8508	7.8417
03/05/2018	7.8448	7.8424
04/05/2018	7.8428	7.8430
07/05/2018	7.8428	7.8436
08/05/2018	7.8350	7.8442
09/05/2018	7.8350	7.8448
10/05/2018	7.8425	7.8455
11/05/2018	7.8375	7.8461
14/05/2018	7.8359	7.8467
15/05/2018	7.8475	7.8473

#### A.3.1 Pronósticos con el modelo SETAR para seis meses

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada	Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
-------	--------------------	-----------------------	-------	--------------------	-----------------------

16/11/2017	7.3806	7.3791	15/02/2018	7.8350	7.8266
17/11/2017	7.3796	7.3762	16/02/2018	7.8325	7.8192
21/11/2017	7.3767	7.3730	19/02/2018	7.8250	7.8068
22/11/2017	7.3735	7.3710	20/02/2018	7.8125	7.8253
23/11/2017	7.3714	7.3826	21/02/2018	7.8312	7.8241
24/11/2017	7.3832	7.3819	22/02/2018	7.8300	7.8266
27/11/2017	7.3825	7.3818	23/02/2018	7.8325	7.8192
28/11/2017	7.3824	7.3819	26/02/2018	7.8250	7.8272
29/11/2017	7.3825	7.3869	27/02/2018	7.8331	7.8256
30/11/2017	7.3875	7.3904	28/02/2018	7.8315	7.8235
01/12/2017	7.3911	7.3849	01/03/2018	7.8294	7.8186
04/12/2017	7.3855	7.3874	02/03/2018	7.8244	7.8257
05/12/2017	7.3880	7.3869	05/03/2018	7.8316	7.8167
06/12/2017	7.3875	7.3918	06/03/2018	7.8225	7.8240
07/12/2017	7.3925	7.3909	07/03/2018	7.8299	7.8241
08/12/2017	7.3916	7.4002	08/03/2018	7.8300	7.8336
11/12/2017	7.4010	7.4264	09/03/2018	7.8396	7.8335
13/12/2017	7.4275	7.4486	12/03/2018	7.8395	7.8192
14/12/2017	7.4500	7.4585	13/03/2018	7.8250	7.8241
15/12/2017	7.4600	7.5919	14/03/2018	7.8300	7.8241
18/12/2017	7.5950	7.5972	15/03/2018	7.8300	7.8192
19/12/2017	7.6004	7.6037	16/03/2018	7.8250	7.8266
20/12/2017	7.6069	7.6076	20/03/2018	7.8325	7.8322
21/12/2017	7.6109	7.6143	21/03/2018	7.8382	7.8354
22/12/2017	7.6177	7.6176	22/03/2018	7.8414	7.8364
26/12/2017	7.6210	7.6206	23/03/2018	7.8425	7.8364
27/12/2017	7.6240	7.6215	26/03/2018	7.8425	7.8402
28/12/2017	7.6250	7.6207	27/03/2018	7.8463	7.8422
29/12/2017	7.6241	7.6276	28/03/2018	7.8483	7.8442
02/01/2018	7.6311	7.6240	02/04/2018	7.8503	7.8432
03/01/2018	7.6275	7.6215	03/04/2018	7.8493	7.8414
04/01/2018	7.6250	7.6215	04/04/2018	7.8475	7.8384
05/01/2018	7.6250	7.6257	05/04/2018	7.8445	7.8463
08/01/2018	7.6292	7.6247	06/04/2018	7.8525	7.8380
09/01/2018	7.6282	7.6265	09/04/2018	7.8441	7.8399
10/01/2018	7.6300	7.6263	10/04/2018	7.8460	7.8347
11/01/2018	7.6298	7.6264	11/04/2018	7.8407	7.8316
12/01/2018	7.6299	7.6290	12/04/2018	7.8376	7.8384
15/01/2018	7.6325	7.6307	13/04/2018	7.8445	7.8344
16/01/2018	7.6343	7.6252	16/04/2018	7.8404	7.8395
17/01/2018	7.6287	7.6298	17/04/2018	7.8456	7.8290

<b>18/01/2018</b>	7.6334	7.6283	<b>18/04/2018</b>	7.8350	7.8290
<b>19/01/2018</b>	7.6318	7.6314	<b>19/04/2018</b>	7.8350	7.8196
<b>22/01/2018</b>	7.6350	7.6391	<b>20/04/2018</b>	7.8254	7.8244
<b>23/01/2018</b>	7.6428	7.6413	<b>23/04/2018</b>	7.8303	7.8192
<b>24/01/2018</b>	7.6450	7.6438	<b>24/04/2018</b>	7.8250	7.8266
<b>25/01/2018</b>	7.6475	7.6404	<b>25/04/2018</b>	7.8325	7.8315
<b>26/01/2018</b>	7.6441	7.6413	<b>26/04/2018</b>	7.8375	7.8345
<b>29/01/2018</b>	7.6450	7.6512	<b>27/04/2018</b>	7.8405	7.8394
<b>30/01/2018</b>	7.6550	7.6586	<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.8446
<b>31/01/2018</b>	7.6625	7.6561	<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.8387
<b>01/02/2018</b>	7.6600	7.6604	<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.8367
<b>02/02/2018</b>	7.6643	7.6611	<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.8367
<b>06/02/2018</b>	7.6650	7.6709	<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.8290
<b>07/02/2018</b>	7.6750	7.6820	<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.8290
<b>08/02/2018</b>	7.6862	7.7012	<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.8364
<b>09/02/2018</b>	7.7056	7.8340	<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.8315
<b>12/02/2018</b>	7.8400	7.8340	<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.8299
<b>13/02/2018</b>	7.8400	7.8261	<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.8414
<b>14/02/2018</b>	7.8320	7.8290	<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.8421

### A.3.2 Pronósticos con el modelo SETAR para tres meses

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada	Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
<b>15/02/2018</b>	7.8350	7.8190	<b>03/04/2018</b>	7.8493	7.8382
<b>16/02/2018</b>	7.8325	7.8066	<b>04/04/2018</b>	7.8475	7.8462
<b>19/02/2018</b>	7.8250	7.8251	<b>05/04/2018</b>	7.8445	7.8379
<b>20/02/2018</b>	7.8125	7.8239	<b>06/04/2018</b>	7.8525	7.8397
<b>21/02/2018</b>	7.8312	7.8264	<b>09/04/2018</b>	7.8441	7.8345
<b>22/02/2018</b>	7.8300	7.8190	<b>10/04/2018</b>	7.8460	7.8314
<b>23/02/2018</b>	7.8325	7.8270	<b>11/04/2018</b>	7.8407	7.8382
<b>26/02/2018</b>	7.8250	7.8254	<b>12/04/2018</b>	7.8376	7.8342
<b>27/02/2018</b>	7.8331	7.8233	<b>13/04/2018</b>	7.8445	7.8393
<b>28/02/2018</b>	7.8315	7.8184	<b>16/04/2018</b>	7.8404	7.8289
<b>01/03/2018</b>	7.8294	7.8255	<b>17/04/2018</b>	7.8456	7.8289
<b>02/03/2018</b>	7.8244	7.8165	<b>18/04/2018</b>	7.8350	7.8194
<b>05/03/2018</b>	7.8316	7.8238	<b>19/04/2018</b>	7.8350	7.8242
<b>06/03/2018</b>	7.8225	7.8239	<b>20/04/2018</b>	7.8254	7.8190
<b>07/03/2018</b>	7.8299	7.8334	<b>23/04/2018</b>	7.8303	7.8264
<b>08/03/2018</b>	7.8300	7.8333	<b>24/04/2018</b>	7.8250	7.8313
<b>09/03/2018</b>	7.8396	7.8190	<b>25/04/2018</b>	7.8325	7.8343
<b>12/03/2018</b>	7.8395	7.8239	<b>26/04/2018</b>	7.8375	7.8392

<b>13/03/2018</b>	7.8250	7.8239	<b>27/04/2018</b>	7.8405	7.8445
<b>14/03/2018</b>	7.8300	7.8190	<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.8385
<b>15/03/2018</b>	7.8300	7.8264	<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.8366
<b>16/03/2018</b>	7.8250	7.8320	<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.8366
<b>20/03/2018</b>	7.8325	7.8352	<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.8289
<b>21/03/2018</b>	7.8382	7.8363	<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.8289
<b>22/03/2018</b>	7.8414	7.8363	<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.8363
<b>23/03/2018</b>	7.8425	7.8400	<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.8313
<b>26/03/2018</b>	7.8425	7.8420	<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.8297
<b>27/03/2018</b>	7.8463	7.8440	<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.8412
<b>28/03/2018</b>	7.8483	7.8430	<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.8534
<b>02/04/2018</b>	7.8503	7.8412	<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.8742

### A.3.3 Pronósticos con el modelo SETAR para un mes

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
<b>16/04/2018</b>	7.8404	7.8395
<b>17/04/2018</b>	7.8456	7.8290
<b>18/04/2018</b>	7.8350	7.8290
<b>19/04/2018</b>	7.8350	7.8195
<b>20/04/2018</b>	7.8254	7.8244
<b>23/04/2018</b>	7.8303	7.8191
<b>24/04/2018</b>	7.8250	7.8265
<b>25/04/2018</b>	7.8325	7.8315
<b>26/04/2018</b>	7.8375	7.8344
<b>27/04/2018</b>	7.8405	7.8394
<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.8446
<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.8387
<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.8367
<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.8367
<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.8290
<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.8290
<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.8364
<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.8315
<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.8299
<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.8414
<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.8737

### A.3.4 Pronósticos con el modelo SETAR para 15 días

Fecha	TIIIE	TIIIE
-------	-------	-------

	Observada	Pronosticada
<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.8424
<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.8477
<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.8417
<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.8397
<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.8397
<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.8319
<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.8319
<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.8394
<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.8344
<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.8328

#### A.4.1 Pronósticos con la Red Neuronal Artificial para seis meses

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada	Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
<b>16/11/2017</b>	7.3806	7.6615	<b>15/02/2018</b>	7.8350	7.8605
<b>17/11/2017</b>	7.3796	7.6698	<b>16/02/2018</b>	7.8325	7.8605
<b>21/11/2017</b>	7.3767	7.6785	<b>19/02/2018</b>	7.8250	7.8605
<b>22/11/2017</b>	7.3735	7.6868	<b>20/02/2018</b>	7.8125	7.8605
<b>23/11/2017</b>	7.3714	7.6995	<b>21/02/2018</b>	7.8312	7.8605
<b>24/11/2017</b>	7.3832	7.7056	<b>22/02/2018</b>	7.8300	7.8605
<b>27/11/2017</b>	7.3825	7.7219	<b>23/02/2018</b>	7.8325	7.8605
<b>28/11/2017</b>	7.3824	7.7364	<b>26/02/2018</b>	7.8250	7.8606
<b>29/11/2017</b>	7.3825	7.7489	<b>27/02/2018</b>	7.8331	7.8606
<b>30/11/2017</b>	7.3875	7.7601	<b>28/02/2018</b>	7.8315	7.8606
<b>01/12/2017</b>	7.3911	7.7709	<b>01/03/2018</b>	7.8294	7.8606
<b>04/12/2017</b>	7.3855	7.7856	<b>02/03/2018</b>	7.8244	7.8606
<b>05/12/2017</b>	7.3880	7.8024	<b>05/03/2018</b>	7.8316	7.8606
<b>06/12/2017</b>	7.3875	7.8071	<b>06/03/2018</b>	7.8225	7.8606
<b>07/12/2017</b>	7.3925	7.8117	<b>07/03/2018</b>	7.8299	7.8606
<b>08/12/2017</b>	7.3916	7.8162	<b>08/03/2018</b>	7.8300	7.8606
<b>11/12/2017</b>	7.4010	7.8206	<b>09/03/2018</b>	7.8396	7.8606
<b>13/12/2017</b>	7.4275	7.8247	<b>12/03/2018</b>	7.8395	7.8606
<b>14/12/2017</b>	7.4500	7.829	<b>13/03/2018</b>	7.8250	7.8606
<b>15/12/2017</b>	7.4600	7.8328	<b>14/03/2018</b>	7.8300	7.8606
<b>18/12/2017</b>	7.5950	7.8361	<b>15/03/2018</b>	7.8300	7.8606
<b>19/12/2017</b>	7.6004	7.8389	<b>16/03/2018</b>	7.8250	7.8606
<b>20/12/2017</b>	7.6069	7.8416	<b>20/03/2018</b>	7.8325	7.8606
<b>21/12/2017</b>	7.6109	7.8441	<b>21/03/2018</b>	7.8382	7.8606
<b>22/12/2017</b>	7.6177	7.8462	<b>22/03/2018</b>	7.8414	7.8606
<b>26/12/2017</b>	7.6210	7.8477	<b>23/03/2018</b>	7.8425	7.8606

<b>27/12/2017</b>	7.6240	7.8491	<b>26/03/2018</b>	7.8425	7.8606
<b>28/12/2017</b>	7.6250	7.8504	<b>27/03/2018</b>	7.8463	7.8606
<b>29/12/2017</b>	7.6241	7.8515	<b>28/03/2018</b>	7.8483	7.8606
<b>02/01/2018</b>	7.6311	7.8526	<b>02/04/2018</b>	7.8503	7.8606
<b>03/01/2018</b>	7.6275	7.8535	<b>03/04/2018</b>	7.8493	7.8606
<b>04/01/2018</b>	7.6250	7.8544	<b>04/04/2018</b>	7.8475	7.8606
<b>05/01/2018</b>	7.6250	7.8551	<b>05/04/2018</b>	7.8445	7.8606
<b>08/01/2018</b>	7.6292	7.8558	<b>06/04/2018</b>	7.8525	7.8606
<b>09/01/2018</b>	7.6282	7.8563	<b>09/04/2018</b>	7.8441	7.8606
<b>10/01/2018</b>	7.6300	7.8568	<b>10/04/2018</b>	7.8460	7.8606
<b>11/01/2018</b>	7.6298	7.8573	<b>11/04/2018</b>	7.8407	7.8606
<b>12/01/2018</b>	7.6299	7.8577	<b>12/04/2018</b>	7.8376	7.8606
<b>15/01/2018</b>	7.6325	7.858	<b>13/04/2018</b>	7.8445	7.8606
<b>16/01/2018</b>	7.6343	7.8583	<b>16/04/2018</b>	7.8404	7.8606
<b>17/01/2018</b>	7.6287	7.8586	<b>17/04/2018</b>	7.8456	7.8606
<b>18/01/2018</b>	7.6334	7.8588	<b>18/04/2018</b>	7.8350	7.8606
<b>19/01/2018</b>	7.6318	7.859	<b>19/04/2018</b>	7.8350	7.8606
<b>22/01/2018</b>	7.6350	7.8592	<b>20/04/2018</b>	7.8254	7.8606
<b>23/01/2018</b>	7.6428	7.8594	<b>23/04/2018</b>	7.8303	7.8606
<b>24/01/2018</b>	7.6450	7.8595	<b>24/04/2018</b>	7.8250	7.8606
<b>25/01/2018</b>	7.6475	7.8597	<b>25/04/2018</b>	7.8325	7.8606
<b>26/01/2018</b>	7.6441	7.8598	<b>26/04/2018</b>	7.8375	7.8606
<b>29/01/2018</b>	7.6450	7.8599	<b>27/04/2018</b>	7.8405	7.8606
<b>30/01/2018</b>	7.6550	7.86	<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.8606
<b>31/01/2018</b>	7.6625	7.86	<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.8606
<b>01/02/2018</b>	7.6600	7.8601	<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.8606
<b>02/02/2018</b>	7.6643	7.8602	<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.8606
<b>06/02/2018</b>	7.6650	7.8602	<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.8606
<b>07/02/2018</b>	7.6750	7.8603	<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.8606
<b>08/02/2018</b>	7.6862	7.8603	<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.8606
<b>09/02/2018</b>	7.7056	7.8603	<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.8606
<b>12/02/2018</b>	7.8400	7.8604	<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.8606
<b>13/02/2018</b>	7.8400	7.8604	<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.8606
<b>14/02/2018</b>	7.8320	7.8604	<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.8606

#### A.4.2 Pronósticos con la Red Neuronal Artificial para tres meses

Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada	Fecha	TIIIE Observada	TIIIE Pronosticada
<b>15/02/2018</b>	7.8350	7.6144	<b>03/04/2018</b>	7.8493	7.4711
<b>16/02/2018</b>	7.8325	7.6112	<b>04/04/2018</b>	7.8475	7.4687
<b>19/02/2018</b>	7.8250	7.6249	<b>05/04/2018</b>	7.8445	7.4663

20/02/2018	7.8125	7.6244	06/04/2018	7.8525	7.4638
21/02/2018	7.8312	7.6268	09/04/2018	7.8441	7.4618
22/02/2018	7.8300	7.6287	10/04/2018	7.8460	7.4597
23/02/2018	7.8325	7.6025	11/04/2018	7.8407	7.4576
26/02/2018	7.8250	7.5975	12/04/2018	7.8376	7.4559
27/02/2018	7.8331	7.6008	13/04/2018	7.8445	7.4542
28/02/2018	7.8315	7.5844	16/04/2018	7.8404	7.4525
01/03/2018	7.8294	7.5803	17/04/2018	7.8456	7.451
02/03/2018	7.8244	7.5695	18/04/2018	7.8350	7.4495
05/03/2018	7.8316	7.5446	19/04/2018	7.8350	7.448
06/03/2018	7.8225	7.5409	20/04/2018	7.8254	7.4468
07/03/2018	7.8299	7.539	23/04/2018	7.8303	7.4455
08/03/2018	7.8300	7.5332	24/04/2018	7.8250	7.4443
09/03/2018	7.8396	7.53	25/04/2018	7.8325	7.4432
12/03/2018	7.8395	7.525	26/04/2018	7.8375	7.4422
13/03/2018	7.8250	7.5162	27/04/2018	7.8405	7.4412
14/03/2018	7.8300	7.512	30/04/2018	7.8455	7.4402
15/03/2018	7.8300	7.5081	02/05/2018	7.8508	7.4394
16/03/2018	7.8250	7.5024	03/05/2018	7.8448	7.4385
20/03/2018	7.8325	7.499	04/05/2018	7.8428	7.4377
21/03/2018	7.8382	7.4945	07/05/2018	7.8428	7.437
22/03/2018	7.8414	7.4891	08/05/2018	7.8350	7.4363
23/03/2018	7.8425	7.4861	09/05/2018	7.8350	7.4356
26/03/2018	7.8425	7.4832	10/05/2018	7.8425	7.435
27/03/2018	7.8463	7.4799	11/05/2018	7.8375	7.4344
28/03/2018	7.8483	7.4773	14/05/2018	7.8359	7.4338
02/04/2018	7.8503	7.4743	15/05/2018	7.8475	7.4341

#### A.4.3 Pronósticos con la Red Neuronal Artificial para un mes

Fecha	TIIE Observada	TIIE Pronosticada
16/04/2018	7.8404	7.6826
17/04/2018	7.8456	7.6706
18/04/2018	7.8350	7.658
19/04/2018	7.8350	7.6501
20/04/2018	7.8254	7.6352
23/04/2018	7.8303	7.621
24/04/2018	7.8250	7.6045
25/04/2018	7.8325	7.591
26/04/2018	7.8375	7.5776
27/04/2018	7.8405	7.5599

<b>30/04/2018</b>	7.8455	7.5497
<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.5385
<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.5209
<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.5113
<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.5021
<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.4935
<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.4849
<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.4765
<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.4683
<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.4611
<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.454

#### A.4.4 Pronósticos con la Red Neuronal Artificial para 15 días

<b>Fecha</b>	<b>TII E Observada</b>	<b>TII E Pronosticada</b>
<b>02/05/2018</b>	7.8508	7.6144
<b>03/05/2018</b>	7.8448	7.5982
<b>04/05/2018</b>	7.8428	7.5773
<b>07/05/2018</b>	7.8428	7.5505
<b>08/05/2018</b>	7.8350	7.5307
<b>09/05/2018</b>	7.8350	7.5052
<b>10/05/2018</b>	7.8425	7.4853
<b>11/05/2018</b>	7.8375	7.4612
<b>14/05/2018</b>	7.8359	7.4468
<b>15/05/2018</b>	7.8475	7.4249

## Bibliografía

- Banco de México. (Noviembre de 2005). *www.banxico.gob.mx*. Obtenido de <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/intermedio/riesgo.html>
- Blanco H., G., & Verma, S. (1996). *El Sistema Financiero en Mexico: las Instituciones, los Instrumento, las Operaciones*. Distrito Federal: Captus Press.
- Elizondo, R. (Octubre de 2012). Estimación del PIB mensual basadas en el IGAE. *Docuemntos de investigación*.
- Elizondo, R. (junio de 2017). Pronostico de la estructura temporal de las tasas de interes en México con un modelo afín. *Estudios economicos*, 32(2), 213-253.
- Firat , E. H. (2017). SETAR (self-exciting threshold autoregressive) non-linear currency modelling in EUR/USD EUR/TRY and USD/TRY parities. 5(1), 33-55.
- Francoq, C., & Zakoian, J.-M. (2010). *GARCH MODELS structure, statistical inference and financial applications*. Chichester, West Sussex, United Kingdom: Wiley.
- Gharleghi, B., Shaari Mid Nor, A. H., & Sarmidi, T. (Febrero de 2014). Application of the threshold model for modelling and forecasting of exchange rate in selected ASEAN countries. 43(10), 1609-1622.
- Gibson , D., & Nur, D. (2011). Threshold Autoregressive Model in Finance: a comparative approach. *ASEARG Conference*. Paramatta: University of western Sydney.
- González, M., & Pérez, M. (Noviembre de 2015). Simulación de la estructura temporal de tasas de interés: una aplicación del cálculo de riesgo de tasas de interés. (70).
- Hull, J. C. (2014). *introducción a los Mercados de Futuros y Opciones*. Distrito Federal, México : Pearson.
- Infante, S., Rojas, J., Hernández, A., & Cartaya, V. (2010). Modelo de espacio estado basados en una distribución normal inversa gaussiana: una aplicación de series de tiempo de la economía venezolana. 62(178), 5-36.
- Jimeno Moreno, J. P., Knop Muszynski, R., & Libero Guerra, A. (2014). *Instrumentos Derivados para la Empresa*. Madrid: Delta, Publicaciones Universitarias .
- Kalman, R. E. (1960 ). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *ASME Jornal of Basic Engineering* , 82.

- Labán, R. (junio de 1988). Evolución de la demanda por dinero en Chile (1974-86): una aplicación del filtro de Kalman. *R. de Econometria*, VIII(1), 45-82.
- Lozano, G. M. (1993). La gestión del riesgo en tasas de interés. *Cuaderno de Estudios empresariales*, 163-175.
- Ma. Carmen, L. G. (1993). La gestión del riesgo en tasas de interés. *Cuaderno de Estudios Empresariales* (3), 168.
- Manrique, M., & Marqués, J. (2004). Una aproximación empírica a la evolución de la tasa neutral de interés y el crecimiento potencial. (0416).
- Mentz, R. P. (1988). Estimación en los modelos autorregresivos y promedios móviles. *Estadística Española*(116), 87-106.
- Montaño Mereno, J. J. (2002). *Redes neuronales artificiales aplicadas al análisis de datos*. Universitat de les Illes Balears, Facultat de Psicologia. Universitat de les Illes Balears.
- Moreno, E. C., & Nieto, F. H. (Diciembre de 2004). Modelos TAR en series de tiempo financieras. 7(2).
- Müller, B., & Reinhardt, J. (1990). *Neural Networks An Introduction*. Berlin, Alemania: Springer.
- Ovando, G., Bocco, M., & Sayago, S. (2005). Redes Neuronales para Modelar Predicción de Heladas. *Agricultura Técnica*, 65, 65-73.
- P. Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2016). *Time Series Analysis Forecasting and Control*. Hoboken, New Jersey, United States of America: Wiley.
- Pasricha, G. K. (Octubre de 2006). Kalman filter in the economic applications. *MPRA*(22734).
- Rodríguez Pinzón, H. Y. (junio de 2009). Profundización teórica de modelos de volatilidad ARCH-GARCH y una aplicación al caso colombiano. *Comunicaciones en Estadística*, 2(1).
- Rodríguez, G. M. (Mayo de 2002). Representación en el espacio de los estados y filtro de Kalman en el contexto de las series temporales económicas.
- Rojas, R. (1996). *Neural Networks A Systematic Introduction*. Berlin, Alemania : Springer.
- Saborío Muñoz, G., & Solera Ramírez, Á. (1 de Diciembre de 2004). Incorporación de nuevas herramientas de pronóstico en la combinación de proyecciones de inflación. *Economía y sociedad*, 9(25-26), 91-99.
- Sánchez Camperos, E. N., & Alanís Gracia, A. Y. (2006). *Redes Neuronales Conceptos Fundamentales y Aplicaciones a Control Automático*. Madrid, España: Pearson Educación S.A.

- Sánchez Daza, A. (1994). *Teorías de la tasas de interés*. Ciudad de México, Ciudad de México, México: Universidad Autonoma Metropolitana.
- Solera Ramírez, Á. (Julio de 2003). El filtro de Kalman.
- Vlasquez, J., & Franco, C. (Enero-Junio de 2012). Pronóstico de series de tiempo con tendencia y ciclo estacional usando el modelo airline y redes neuronales artificiales. *Ingeniería y Ciencia*, 8(15), 171-189.
- Welch, G., & Bishop, G. (Octubre de 1998). An introduction to the Kalman filter. 95(041).