

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA ENERGÍA – SISTEMAS ENERGÉTICOS

CÁLCULO DEL EQUILIBRIO MAGNETOHIDRODINÁMICO EN EL TJ-II PARA UN NÚMERO ARBITRARIO DE ISLAS MAGNÉTICAS

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA: LUIS BENJAMÍN CENTURIÓN FIGUEROA

TUTOR PRINCIPAL: DR. JULIO J. MARTINELL BENITO, INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

CIUDAD DE MÉXICO, SEPTIEMBRE 2018



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	DR. SERGIO CUEVAS GARCÍA
Secretario:	DR. JOSÉ JULIO E. HERRERA VELÁZQUEZ
1er. Vocal:	DR. JUAN LUIS FRANCOIS LACOUTURE
2do. Vocal:	DR. MARTÍN DE JESÚS NIETO PÉREZ
3er. Vocal::	DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

FACULTAD DE INGENIERÍA INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

TUTOR DE TESIS:

DR. JULIO J. MARTINELL BENITO

FIRMA

<u>(Segunda hoja)</u>

TABLA DE CONTENIDO

Resumen	1
Abstract	2
Introducción	3
1 – Marco Teórico	4
1.1 – Generación de Electricidad	4
1.2 – Fuentes de energía en México y el Mundo	6
1.3 – Energía Nuclear	9
1.3.1 – Fisión Nuclear	
1.3.2 – Fusión Nuclear	
1.4 – Reactores de Fusión	16
1.4.1 – Historia y Evolución de la Tecnología	16
1.4.2 – Componentes Principales	
1.4.3 – Tokamaks y Stellarators	
1.5 – Plasma	
1.5.1 – Descripción del Plasma	23
1.5.2 – Criterios del Plasma	
1.5.2 – Órbitas de partículas	
1.5.3 – Confinamiento Magnético	
1.5.4 – Superficies Magnéticas	
1.5.5 – Transformada Rotacional	
1.5.6 – Islas Magnéticas	40
1.5.7 – Teoría de Fluidos y Magnetohidrodinámica	42
1.5.8 – Equilibrio y Estabilidad MHD	45
1.6 – Introducción a VMEC y SIESTA	46
1.7 – TJ-II Heliac	47
2 – Antecedentes	
3 – Problema	49
4 – Objetivo	
5 – Justificación	
6 – Desarrollo	

6.1 – Mapeo del Proceso de los Códigos	51
6.2 – Superficies Toroidales con Armónicos de Fourier	56
6.3 – Cálculo del equilibrio sin simetría (NFP=4 a NFP=1)	62
6.3.1 – Frontera del plasma	62
6.3.2 – Eje magnético	63
6.3.3 – Resolución toroidal	65
6.3.4 – Cambios al archivo de entrada	65
6.4 – Descripción de los casos	66
7 – Resultados	68
7.1 – Caso A	68
7.2 – Caso B	70
7.3 – Caso C	73
8 – Discusión y Conclusiones	79
9 – Referencias	
Anexo 1 – Guía del proceso (Simulación de Stellarators)	
A1.1 – Terminal	
A1.2 – Vi	
A1.3 – Supercomputadora Miztli	
A1.3.1 – Módulos	
A1.3.2 – Silo	94
A1.4 – Paquete de códigos "stellinstall.zip"	96
A1.4.1 – MAKEGRID	
A1.4.2 – DESCUR	
A1.4.3 – VMEC2000	
A1.4.4 – SIESTA	
A1.4.5 – POINCARE	
A1.5 - matlabVMEC / VMECPlot	114
A1.6 – gnuplot	116
A1.7 – VisIt	
A1.8 – Resumen de Códigos y Programas	119
Anexo 2 – Formatos de archivos de entrada	
A2.1 Archivo de entrada "input.nombre" para VMEC2000	
A2.1 Archivo de entrada "siesta.jcf" para SIESTA	

LISTA DE FIGURAS

Figura	Título	Página	Ref.
1.1	Evolución esperada de la generación de electricidad en México	7	[1]
1.2	Evolución histórica de la generación electricidad en México	7	[2]
1.3	Evolución histórica de la generación de electricidad Mundial	8	[2]
1.4	Las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza	10	[3]
1.5	Déficit de masa y energía de ligadura del deuterio	10	
1.6	Energía de ligadura por nucleón y masa atómica	11	[5]
1.7	Reacción de fisión del U-235	13	
1.8	Reacción de fusión D-T	13	
1.9	Albert Einstein y Arthur Eddington	16	[8]
1.10	Planta de energía de fusión nuclear	19	[9]
1.11	Densidad de energía de los combustibles	20	[10]
1.12	Tokamak y Stellarator	21	[11]
1.13	Estados de la materia del agua (H ₂ O)	22	
1.14	Interacciones entre partículas	23	
1.15	Apantallamiento de Debye	24	
1.16	Potencial eléctrico alrededor de una carga en el plasma	25	
1.17	Fuerza de Lorentz	28	
1.18	Movimiento giratorio de ciclotrón y centro guía	30	
1.19	Deriva E×B	31	
1.20	Deriva ∇B	32	
1.21	Deriva de curvatura	33	
1.22	Geometrías de campo magnético	34	
1.23	Derivas en un campo magnético toroidal	35	
1.24	Campo magnético resultante	35	
1.25	Coordenadas para la geometría toroidal	36	
1.26	El mismo corte toroidal en coordenadas cilíndricas y de flujo	36	
1.27	Superficies magnéticas en un corte toroidal	37	
1.28	Límite del plasma en 3D y corte toroidal del TJ-II	37	
1.29	Línea de campo en una superficie racional	38	
1.30	Transformada rotacional en el TJ-II	38	
1.31	Transformada rotacional y superficies racionales	39	
1.32	Reconexión magnética	40	
1.33	Islas magnéticas en el TJ-II	41	
1.34	Analogía con la energía potencial gravitacional	45	
1.35	Equilibrios de VMEC y SIESTA	46	
1.36	Estructura y plasma del TJ-II	47	[12]

LISTA DE FIGURAS (cont.)

Figura	Título	Página	Ref.
6.1	Mapeo del proceso	52	
6.2	Representación paramétrica del círculo	58	
6.3	Componente R con 3 modos poloidales	59	
6.4	Diferentes fronteras del Plasma	59	[18]
6.5	Contribución de modos de mayor orden	60	
6.6	Cortes toroidales del TJ-II a diferentes ángulos	61	
6.7	Validación de coeficientes de Fourier para NFP=1	63	
7.1	Superficies magnéticas del caso A (2D)	68	
7.2	Superficies magnéticas del caso A (3D)	69	
7.3	Intensidad de campo magnético toroidal, caso A NFP=1	69	
7.4	Transformada rotacional, caso A	70	
7.5	Caso B, NFP=4	71	
7.6	Caso B, NFP=1	71	
7.7	Serie de islas para $\iota = 12/8$	72	[28]
7.8	Serie de islas para $\iota = 3/2$	72	
7.9	Transformada rotacional, caso C	73	
7.10	Equilibrios con islas magnéticas, caso C	74	
7.11	Diagramas de presión, caso C	74	
7.12	Perfiles de presión	75	
7.13	Presión de los electrones	75	[24]
7.14	Progreso del cálculo del equilibrio en SIESTA	76	
7.15	Superficies magnéticas con diferentes perturbaciones	77	
7.16	Equilibrio en SIESTA sin perturbaciones	78	
8.1	Barrido de superficies racionales y difusividad	80	[24]

LISTA DE TABLAS

Tabla	Título	Página	Ref.
1.1	Resumen de las fuentes de energía y de calor	5	
1.2	Generación de electricidad en México	6	[1]
1.3	Masa atómica y equivalencias	11	[4]
1.4	Combustibles de Fusión	15	[6]
1.5	Efecto de los campos sobre las partículas	27	
6.1	Puntos mínimos en la malla de cálculo de VMEC	65	
6.2	Casos	66	
6.3	Objetivos de las simulaciones	67	

GLOSARIO

d periods)
-

AGRADECIMIENTOS

- Este trabajo no hubiera sido posible sin la ayuda de mi tutor, el Dr. Julio Martinell, quién, además de su apoyo durante todo el proyecto, me impartió la clase de Física de Plasmas y me introdujo a este fascinante campo de la física. ¡Muchas gracias!
- A nuestros colaboradores desde España en el Ciemat y en la Universidad Carlos III: Antonio López-Fraguas, Daniel López-Bruna, José Miguel Reynolds y Raúl Sánchez; quiero agradecerles por sus muy valiosas aportaciones y discusiones que quedaron plasmadas en este trabajo.
- A los miembros del jurado por tomarse el tiempo para la revisión de este trabajo.
- Al departamento de Coordinación de Estudios de Posgrado de la UNAM por el apoyo económico brindado para realizar el viaje a la Escuela Internacional de Tecnologías de Fusión en Karlsruhe y para visitar el Ciemat.
- Al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica de la DGAPA de la UNAM por el apoyo económico para ir a presentar este trabajo al Congreso Internacional de Física de Plasmas en Vancouver. (IN 112118)
- Al departamento de supercómputo de la UNAM por el acceso a los recursos de la supercomputadora Miztli. (LANCAD-UNAM-DGTIC-104)
- Al Conacyt por el apoyo económico brindado a lo largo de este posgrado.
- A mis papás por su apoyo incondicional y por creer en mi.
- A mis hermanos, Jime y Fer, por ser mi ejemplo y por los ánimos.
- A ti Abril por inspirarme y acompañarme siempre.

A mi familia

Resumen

Los experimentos en el TJ-II muestran una correlación entre la posición de las superficies magnéticas racionales y modificaciones en los perfiles de temperatura de los electrones, medidos con Electron Cyclotron Emission (ECE) en plasmas de baja densidad, en descargas calentadas con Electron Cyclotron Resonance. En plasmas calentados con Neutral Beam Injection (NBI) no es posible hacer mediciones con ECE, debido a la alta densidad; sin embargo, usando la flexibilidad de configuraciones del TJ-II al modificar su corriente helicoidal, se hicieron barridos radiales (radio menor) y se encontró que el transporte se reduce en la posición de las superficies racionales. Estudios Bolométricos también han mostrado una correlación entre las barredas internas de transporte que aparecen en superficies racionales y actividad MHD. Esto se podría relacionar con las transiciones del tipo L-H. Estas observaciones sugieren que el confinamiento del plasma se puede mejorar si se colocan las superficies racionales estratégicamente, por su relación con las barreras de transporte. Las islas magnéticas se desarrollan en superficies racionales debido a que las perturbaciones magnéticas son resonantes en esa posición, por lo que investigar la presencia de las islas es muy interesante en el contexto del confinamiento magnético.

Se calcularon equilibrios MHD con islas magnéticas utilizando el código SIESTA para determinar las propiedades de las islas. Se comenzó con un equilibrio obtenido en VMEC, con superficies magnéticas anidadas. Los cálculos anteriores del TJ-II se hacían aprovechando la simetría de cuatro periodos toroidales de la máquina para reducir el tiempo de cálculo, pero al hacer esto, en SIESTA las islas estaban limitadas a periodicidades toroidales múltiplos de 4. En este trabajo se desarrolló un método para producir islas magnéticas en el TJ-II con cualquier periodicidad toroidal en SIESTA a través de modificaciones a los parámetros de entrada de VMEC. Se modificó la descripción de la ultima superficie cerrada del plasma en armónicos de Fourier que generó DESCUR para el caso simétrico y se adaptaron los coeficientes para que representaran al TJ-II completo. Se encontraron parámetros de entrada en VMEC que no estaban activos y que eran esenciales para aumentar la resolución del calculo y permitir que las fuerzas residuales disminuyeran hasta alcanzar buenos equilibrios MHD que pudieran ser utilizados en SIESTA.

Los resultados son muy interesantes porque se pueden relacionar con resultados experimentales. Los perfiles de presión obtenidos en los cálculos de este trabajo se asemejan a los perfiles de presión de los electrones medidos experimentalmente, al pasar por las superficies racionales se ve el mismo comportamiento de aplanamiento. Los resultados también muestran perfiles de presión con islas que concuerdan con la posición de las islas magnéticas observadas en los diagramas de Poincaré de líneas de campo magnético.

Abstract

Experiments in the TJ-II heliac show a correlation between the position of magnetic rational surfaces and a modification of the electron temperature profile, measured using Electron Cyclotron Emission (ECE) in low density Electron Cyclotron Resonance heated discharges. On plasma discharges heated using Neutral Beam Injection, ECE cannot be used due to the high density; however, using the heliac's flexibility, different rational surfaces can be swept along the minor radius by varying the helical current and it was found that the transport was reduced at the position of the rational surfaces. Bolometry studies have also shown a correlation between transport barriers appearing on rational surfaces and MHD activity. This may also lead to transitions of the L-H type. These observations suggest that the plasma confinement can be improved by strategically placing rational surfaces, which in turn give rise to a transport barrier. Since magnetic islands are likely to form at rational surfaces because the magnetic perturbations are resonant there, investigation of the presence of magnetic islands is quite interesting in the context of confinement improvement.

Using SIESTA code we calculated MHD equilibria with magnetic islands in TJ-II to deter- mine the properties of the islands. The starting equilibrium state is the one obtained by the VMEC code with nested magnetic surfaces. Standard computations use the heliac's toroidal periodicity of 4 periods to reduce the code runtime, but this, when used in SIESTA, limits the toroidal periodicity of the islands to multiples of 4. To solve this limitation we tailored the input parameters to run VMEC without 4-period symmetry. In this way, running SIESTA with those equilibria, magnetic islands of any periodicity are obtained.

The results are very interesting because they can be related to experimental results. The pressure profiles obtained in this work are similar to the electron pressure profiles measured experimentally, when crossing a rational surface we observe the same bulging and flattening behaviour. The results also show 2D pressure profiles that match the location of the magnetic islands observed in the Poincaré plots of the field lines.

Introducción

Uno de los mayores retos a nivel mundial es el poder satisfacer la demanda energética y al mismo tiempo combatir la contaminación que producen los métodos convencionales de generación de electricidad. A las fuentes de energía renovable les falta la capacidad para suministrar por si mismas toda la electricidad requerida. La otra fuente de energía limpia que sí posee esa capacidad es la fisión nuclear, pero tiene problemas de aceptación por riesgo de proliferación militar y por los accidentes en reactores de generaciones pasadas. La energía de fusión nuclear promete ser la fuente ideal para la generación de electricidad, ya que es segura, limpia, constante y prácticamente ilimitada. Para lograr la fusión es necesario mantener a un plasma confinado suficiente tiempo y a altas temperaturas para que se unan los núcleos de los átomos que lo conforman, pero las partículas se escapan y al mismo tiempo están radiando su energía, por lo que el plasma se enfría fácilmente.

En este trabajo se hicieron simulaciones en computadora del plasma en un experimento de fusión, el stellarator TJ-II, para estudiar configuraciones que tienen el potencial de mejorar el confinamiento de las partículas. El capítulo 1 contiene el marco teórico, en el cual se introducen brevemente los temas necesarios para la comprensión del trabajo. En los capítulos del 2 al 5 se detallan los antecedentes, el problema, el objetivo y la justificación de este proyecto de investigación. En resumen, el problema era que existía una limitante en uno de los códigos que se utilizan para hacer cálculos de equilibrio en el TJ-II, no se podían ver las cadenas de islas magnéticas de ciertas periodicidades, y el objetivo fue eliminar esa restricción para obtener resultados que no se habían podido observar antes. El capítulo 6 presenta el desarrollo que se siguió para la solución del problema. Los resultados de las simulaciones se explican en el capítulo 7. Las conclusiones se resumen en el capítulo 8 y el capítulo 9 enlista las referencias utilizadas.

Por último, para los interesados en simular plasmas de fusión con el proceso utilizado en este trabajo, se incluye en la sección de anexos una guía, que cubre desde la creación de cuentas e instalación de software hasta la ejecución y visualización de las simulaciones. Esto con el fin de incitar a más personas a trabajar en proyectos dentro de este campo de la física.

1 – Marco Teórico

1.1 – Generación de Electricidad

La electricidad se genera a partir de fuentes de energía muy diferentes, y las centrales eléctricas que las transforman en electricidad son igualmente distintas. Sin embargo, la mayoría de estas centrales tienen algo en común, y es que convierten energía mecánica en electricidad. La excepción son las centrales de energía solar fotovoltáica, las cuales generan electricidad sin necesidad de partes móviles. En el resto de las centrales eléctricas primero se debe transformar la energía de la fuente en un movimiento de rotación y esto se logra comúnmente con turbinas que giran impulsadas por algún fluido en movimiento. Este movimiento de rotación hace girar el rotor de un generador de electricidad. Dentro del generador el rotor tiene una serie de electroimanes y al girar, la variación del flujo magnético induce una corriente en las bobinas fijas del estator de acuerdo a la ley de inducción de Faraday. Esta corriente se transmite a través de la red para su consumo.

La mayoría de las centrales eléctricas utilizan el movimiento de un fluido para generar electricidad, pero el fluido que hace girar las turbinas es diferente dependiendo de la fuente de energía. Por ejemplo, en un parque eólico las turbinas giran impulsadas directamente por la energía cinética de las corrientes de aire y en una central hidroeléctrica la energía potencial del agua hace girar las turbinas en la base de la presa. La energía eólica y la hidroeléctrica son los únicos dos casos en los que se puede utilizar directamente la energía de la fuente para hacer girar el generador de electricidad. El resto de las fuentes comunes son de energía térmica, la cual se debe utilizar primero para producir vapor y las centrales eléctricas que utilizan estas fuentes son conocidas como centrales termoeléctricas.

En las centrales termoeléctricas primero se utiliza el calor de la fuente para hervir agua en una caldera de alta presión. El vapor de agua a alta presión se envía a las turbinas donde se expande y produce el trabajo que hace girar al generador eléctrico. Después el vapor se condensa en un intercambiador de calor con una fuente de agua fría, o con el aire en una torre de enfriamiento. Para reiniciar el ciclo, se bombea el agua fría de nuevo a la caldera. A este ciclo se le conoce como el ciclo termodinámico de Rankine, donde se transforma calor en trabajo. Debido a las pérdidas de calor en el proceso, la electricidad generada en una central termoeléctrica siempre será menor que la energía térmica entregada por la fuente.

La diferencia entre las fuentes de energía que utilizan el ciclo Rankine para la generación de electricidad es la manera en la que se calienta el agua para la producción de vapor. El método más común para hervir el agua es quemando combustibles fósiles como el petróleo, carbón y gas natural. Otra alternativa es la quema de biomasa o de basura. Existe también la energía solar térmica , que hierve el agua concentrando la luz del sol con muchos espejos apuntados a una caldera. Por último, se puede utilizar la energía liberada por las reacciones nucleares para llevar el agua a su punto de ebullición.

Fuente de energía	Fluido con energía	Fuente de energía térmica	
Eólica	Aire en movimiento	No aplica	
Hidroeléctrica	Agua a presión	No aplica	
Carbón			
Petróleo			
Gas natural		Combustión	
Biomasa			
Basura/Residuos	v apor de agua a presion		
Geotérmica	· · · · · ·	Calor de la tierra	
Nuclear		Reacción nuclear	
Solar Térmica		Radiación solar	
Solar Fotovoltáica	Radiación solar \rightarrow efecto fotoeléctrico \rightarrow flujo de electrones		

Tabla 1.1 – Resumen de las fuentes de energía y calor

1.2 – Fuentes de energía en México y el Mundo

En el 2017 el 80% de la electricidad en México se generó quemando combustibles fósiles, principalmente gas natural. Esto libera muchos gases contaminantes al medio ambiente, incluyendo entre 363 y 680 kg de dióxido de carbono por MWh, para gas y petróleo respectivamente. En segundo lugar está la hidroeléctrica, con casi el 10% de la producción de electricidad, seguida por la energía nuclear con 3.3%. Existen planes de expansión de la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde, por lo que se espera que en el 2032 esta central por sí sola genere un 8% de la electricidad en México, como se puede ver en la figura 1.1. En la misma figura se observa que, aunque hoy no representan un gran porcentaje de la generación de electricidad, las energías eólica y solar están siendo impulsadas fuertemente con el desarrollo de muchos proyectos en todo el país, incluyendo centrales termosolares, y tendrán un crecimiento acelerado en los próximos años.

Tecnología	20161/	20172/	TCA ^{3/} (%)
Convencional	254,496	259,766	2.1
Ciclo combinado	160,378	165,245	3.0
Termoeléctrica convencional	40,343	42,780	6.0
Carboeléctrica	34,208	30,557	-10.7
Turbogás⁴∕	12,600	12,849	2.0
Combustión Interna	3,140	4,006	27.6
Lecho fluidizado	3,826	4,329	13.1
Limpia	64,868	69,397	7.0
Renovable	49,244	51,578	4.7
Hidroeléctrica	30,909	31,848	3.0
Eólica	10,463	10,620	1.5
Geotérmica	6,148	6,041	-1.7
Solar	160	344	114.8
Bioenergía ^{5/}	1,471	1,884	28.0
Generación Distribuida (GD) ^{6/}	56	760	1,246.7
FIRCO ^{7/}	36	82	127.3
Otras	15,624	17,818	14.0
Nucleoeléctrica	10,567	10,883	3.0
Cogeneración eficiente	5,053	6,932	37.2
Frenos regenerativos	4	4	0.0
Total ^{8/}	319,364	329,162	3.1

^{1/}Datos revisados. ^{2/}Información preliminar. ^{3/}Tasa de Crecimiento Anual.

Tabla 1.2 – Generación de electricidad en México (GWh)^[1]



Figura 1.1 – Evolución esperada de la generación de electricidad en México^[1]

Las fuentes de energía que utiliza cada país dependen tanto de los recursos disponibles como de las decisiones tomadas por sus gobiernos. Un perfecto ejemplo de aprovechar los recursos disponibles es Islandia, un país que se encuentra en una isla volcánica. Toda su electricidad es generada en centrales hidroeléctricas y geotérmicas. Por otro lado, un año después de la crisis de petróleo de 1973, Francia tomó la decisión de incrementar su capacidad de energía nuclear en un esfuerzo por volverse independientes. Hoy producen más del 75% de su electricidad con sus 58 reactores nucleares, 17% de su electricidad proviene de combustible nuclear reciclado, y son el país que más electricidad exporta, en parte gracias a sus bajos costos de generación^[2].



Figura 1.2 – Evolución histórica de la generación electricidad en México ^[2]

Un caso especial es Japón, que siempre ha tenido que importar gran parte de su energía en forma de combustibles fósiles. En 2010 tomaron la decisión de incrementar su independencia energética al 70% para el año 2030, y la energía nuclear era una pieza clave para lograr este objetivo. En el 2011, después del accidente de Fukushima provocado por el terremoto y el tsunami, todas las centrales nucleoeléctricas se apagaron. En el 2015 se reiniciaron los primeros dos de los 42 reactores disponibles, y hasta principios del 2018 se habían reiniciado 7 reactores. Hoy Japón es independiente solo al 10% y tiene que comprar el 90% de su energía ^[2].



Figura 1.3 – Evolución histórica de la generación de electricidad Mundial^[2]

1.3 – Energía Nuclear

Las reacciones nucleares, como su nombre lo indica, son reacciones entre los núcleos de los átomos, ya sea entre ellos mismos o con otras partículas. Los productos de estas reacciones son átomos y partículas con mucha energía cinética, y es este movimiento lo que calienta al núcleo de un reactor nuclear. Adicionalmente, las partículas que se escapan del núcleo del reactor son frenadas por una barrera líquida, y de esa manera su energía cinética también se convierte en la energía térmica utilizada para calentar el agua de la caldera en las centrales nucleoeléctricas. Las dos reacciones nucleares que liberan la energía necesaria para este propósito son la fisión y la fusión.

La fisión consiste en dividir el núcleo de un átomo pesado en núcleos más pequeños. Durante este proceso salen despedidos algunos neutrones, que a su vez pueden iniciar la fisión de otros núcleos. La fusión se logra de manera inversa, uniendo los núcleos de átomos pequeños para formar elementos más pesados. Actualmente, toda la electricidad generada con energía nuclear proviene de la fisión, ya que es una tecnología madura y utilizada ampliamente alrededor del mundo desde mediados del siglo veinte. En cuanto a la fusión nuclear, inicialmente se pensó que se controlaría pocas décadas después que la fisión, pero desde entonces han surgido muchos retos de física de plasmas y de ingeniería, que hasta la fecha siguen sin ser resueltos por completo.

Para entender el origen de la energía de las reacciones nucleares, sirve hacer una comparación de las fuerzas fundamentales de la naturaleza (Figura 1.4). La fuerza de gravedad mantiene a un cohete en la superficie de la tierra, y para salir de su órbita necesita una energía cinética mínima para escapar de su atracción gravitatoria (velocidad de escape). Gracias a la fuerza electromagnética, un electrón se mantiene orbitando al núcleo de un átomo, y se requiere de cierta energía para separarlo (energía de ionización). Similarmente, para separar un nucleón (protón o neutrón) del núcleo de un átomo se necesita una energía mínima para superar el efecto de la fuerza nuclear fuerte.



Figura 1.4 – Las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza ^[3]

Esa energía mínima requerida es la energía de ligadura, y varía dependiendo de la masa atómica del elemento. También se puede interpretar como la energía que mantiene unidos a los nucleones. La unidad utilizada para medir la energía de ligadura es el electronvoltio (eV), que es la energía cinética que gana un electrón al ser acelerado por un potencial eléctrico de 1 volt ($1eV = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$).

La masa del núcleo siempre va a ser menor que la suma de la masa de los nucleones que lo componen. Ese déficit de masa es equivalente a la energía de ligadura que mantiene unido al núcleo. Para medir la masa en la escala de átomos y moléculas se utiliza la unidad de masa atómica (u), definida como un doceavo de la masa de un átomo de carbono-12.



Figura 1.5 – Déficit de masa y energía de ligadura del deuterio

Usando la relación de Einstein (E = m \cdot c²) obtenemos la equivalencia entre masa y energía, y para esto dividimos la energía entre el cuadrado de la velocidad de la luz, y se obtiene la unidad de masa eV/c² (1 u = 931.5 x 10⁶ eV/c² = 1.661 x 10⁻²⁷ kg).

Partícula	Masa atómica (u)	eV/c ²	kg
Protón (p)	1.007277	938.3 x 10 ⁶	1.673 x 10 ⁻²⁷
Neutrón (n)	1.008665	939.6 x 10 ⁶	1.675 x 10 ⁻²⁷
Electrón (e)	5.485 x 10 ⁻⁴	0.5 x 10 ⁶	9.109 x 10 ⁻³¹

Tabla 1.3 – Masa atómica y equivalencias^[4]

El núcleo más sencillo es el del deuterio, mostrado en la figura 1.5, su déficit de masa es de 0.002387 u, por lo que la energía de ligadura que mantiene unidos al protón y al neutrón es de 0.002387 u \cdot c², equivalente a 2.22 MeV, o a 1.11 MeV por cada nucleón. Siguiendo este método se puede obtener la energía de ligadura por nucleón de todos los elementos y sus isótopos. Se puede ver en la figura 1.6 que para separar un nucleón del átomo de hierro se necesitan 8.8 MeV de energía, por lo que es de los elementos con el núcleo más estable.



Figura 1.6 – Energía de ligadura por nucleón y masa atómica ^[5]

Una reacción nuclear libera energía cuando la masa total de los productos es menor que la masa total de los átomos y partículas antes de la reacción. Esa diferencia de masa, que anteriormente era energía de ligadura, se transforma principalmente en energía cinética de los productos. En la figura 1.6 se observa que los productos de las reacciones de fusión y de fisión se acercan a la región de núcleos estables, y la diferencia de las energías por nucleón es liberada.

La fuerza nuclear fuerte tiene un rango de acción muy pequeño, del tamaño del diámetro de un núcleo mediano. Es por eso que la energía de ligadura disminuye de nuevo para los núcleos pesados, pues la fuerza nuclear fuerte atractiva ya no interactúa entre todos los nucleones y se siente más el efecto de la fuerza electromagnética repulsiva entre los protones.

1.3.1 – Fisión Nuclear

En la naturaleza existen algunos isotopos radioactivos que se fisionan espontáneamente, pero en el campo de la energía nuclear, las reacciones de fisión por lo general comienzan cuando un neutrón de baja energía impacta el núcleo de un átomo pesado, como el uranio. Después de absorber al neutrón, el núcleo se encuentra en un estado excitado muy inestable, se divide en dos elementos de menor tamaño y se disparan algunos neutrones de alta energía.

La figura 1.7 muestra una de las muchas posibilidades que tiene el uranio-235 de fisionarse, en este caso produciendo bario-141, kriptón-92 y 3 neutrones. En este caso la pérdida de masa durante la reacción es de 0.186022 u y la energía liberada es de 173.3 MeV. Esta reacción se representa como:

$$^{1}n + ^{235}U \rightarrow ^{141}Ba + ^{92}Kr + 3^{1}n + 173.3 \text{ MeV}$$



Figura 1.7 – Reacción de fisión del U-235

Los neutrones al no tener carga eléctrica pueden colisionar con el núcleo de los átomos sin que su trayectoria sea afectada por los electrones o los protones. Después de la fisión, los neutrones expedidos tienen la posibilidad de encontrarse con otro núcleo pesado y producir más fisiones y de esta manera iniciar una reacción en cadena.



1.3.2 – Fusión Nuclear

Figura 1.8 – Reacción de fusión D-T

Una reacción de fusión consiste en unir átomos ligeros para formar uno de mayor tamaño. La figura 1.8 muestra la fusión del deuterio y tritio para formar helio y un neutrón libre. El resultado de la reacción es un estado más estable y la diferencia de energía con el estado anterior es liberada principalmente como energía cinética. Para una fusión exitosa, los núcleos del deuterio y tritio deben estar lo suficientemente cerca uno del otro para que la fuerza nuclear fuerte entre en efecto, su rango de acción es de 1×10^{-15} m. El problema es que ambos núcleos tienen carga positiva y mucho antes de estar a esa distancia, la fuerza electromagnética entre los protones ya los está repeliendo. Aún con esa complejidad, las fusiones nucleares suceden todo el tiempo en la naturaleza, en el sol y en las estrellas.

Con suficiente temperatura, densidad y tiempo los núcleos tendrán la energía suficiente para acercarse y las probabilidades de fusionarse aumentan. La presión ejercida por la fuerza de gravedad en el centro de las estrellas crea las condiciones perfectas para fusionar átomos no solo de hidrógeno, sino de elementos más pesados. En la tierra no tenemos la suficiente presión de la gravedad para fusionar elementos como en las estrellas, pero se están desarrollando otras maneras de replicar las condiciones necesarias para que esto suceda, siendo las principales el confinamiento inercial y el confinamiento magnético.

En el confinamiento inercial se busca implosionar una pequeña esfera de combustible, produciendo un instante de temperaturas y densidades muy altas en donde se produzcan fusiones. La implosión se logra concentrando la energía de muchos rayos láser en la superficie de la esfera. Para poder ser utilizado como fuente de energía este proceso se debe de repetir de manera continua.

El confinamiento magnético utiliza la fuerza electromagnética para mantener suspendido al combustible a temperaturas muy altas, sin que toque el contenedor. La densidad es menor que en el confinamiento inercial, pero se mantiene por tiempos más largos para que ocurran las fusiones. Las temperaturas necesarias solamente se pueden alcanzar cuando el combustible se encuentra en estado de plasma. Este estado tiene tanta energía que los electrones negativos se separan de los núcleos, creando iones positivos, y de esa manera se pueden contener las partículas positivas y negativas con campos magnéticos. La tabla 1.4 muestra una comparación de los principales combustibles estudiados para la energía de fusión. Las columnas muestran el tipo de combustible, la energía liberada en cada fusión, la temperatura necesaria para la fusión y la probabilidad de fusión en relación a la necesaria para la fusión D-T. El combustible D-T no solo es el que se fusiona a temperaturas más bajas, sino que tiene la probabilidad de fusión más alta. La mayoría de los experimentos de fusión actualmente utilizan D-D para evitar trabajar con el tritio, que es radioactivo, pero para producir energía y ganancia neta se utilizará el combustible D-T.

Combustible	Energía de fusión	Temperatura de fusión relativa	Probabilidad de fusión relativa	Producción de neutrones
D-T (1:1)	17.6 MeV	1 (10 ⁸ °C)	1	Sí
D- ³ He (1:1)	18.3 MeV	2	0.20	Sí
D-D	3.7 MeV	10	0.22	Sí
³ He- ³ He	12.9 MeV	20	0.15	No
p- ¹¹ B (5:1)	8.7 MeV	6	0.28	No
p- ⁶ Li (3:1)	4.0 MeV	16	0.19	No

Tabla 1.4 – Combustibles de Fusión^[6]

Algunos de estos combustibles no producen neutrones, lo que los hace atractivos desde el punto de vista de la seguridad. Los neutrones al no tener carga se escapan del confinamiento magnético, impactándose con el reactor, activando sus materiales y presentando un riesgo para los operadores. El principal esfuerzo por controlar la fusión aneutrónica es por parte de una empresa privada, llamada TAE Technologies, que se encuentra diseñando una máquina de confinamiento magnético que pueda fusionar un protón con el núcleo del boro (p-¹¹B), produciendo una ganancia de energía, tres núcleos de helio y cero neutrones.

1.4 – Reactores de Fusión

1.4.1 – Historia y Evolución de la Tecnología

El camino para tener un reactor de fusión comercial ha sido muy largo y aún no se ve claramente dónde pueda terminar. Ha habido altas y bajas en el ánimo de la comunidad de fusión a lo largo de estos años, pero la idea de tener una fuente de energía inagotable siempre ha motivado a la comunidad a continuar trabajando. En 1920 el astrónomo Arthur Eddington dijo acerca del sol:

> Esta reserva no puede ser otra cosa que la energía subatómica que existe abundantemente en toda la materia; a veces soñamos que el hombre algún día aprenderá como liberarla y utilizarla para su servicio. El almacén es inexhaustible, si tan solo se pudiera controlar.^[7]

Y es esta última frase la que ha sido el reto, controlar un plasma que es por naturaleza inestable.



Figura 1.9 – Albert Einstein y Arthur Eddington^[8]

Desde 1905 que Albert Einstein postuló su famosa ecuación de la energía, se ha tratado de obtener y controlar la energía del átomo. Ernest Rutherford en 1934 logró la fusión de dos núcleos de deuterio utilizando un acelerador de partículas, formando helio. El primer esfuerzo por lograr la fusión en un plasma confinado magnéticamente fue en 1938 en los laboratorios de la NACA, ahora NASA. No tuvieron buenos resultados y el proyecto fue abandonado.

Con la segunda guerra mundial, el enfoque de las investigaciones se fue a la fisión, por sus propiedades armamentistas. La fusión se investigó en ese tiempo para la producción de la bomba de hidrógeno. En 1946 el Colegio Imperial de Londres patenta el primer reactor de fusión, un diseño muy simple que no hubiera funcionado conociendo lo que se sabe ahora, pero eso mostraba el interés en desarrollar la tecnología.

Bajo los rumores de que en Argentina habían logrado la fusión, EUA lanzó lo que se llegó a conocer después como el Proyecto Sherwood, que consistía en tres tecnologías muy diferentes para lograr la fusión en plasmas confinados. Para cuando se descubrió que los rumores eran falsos, en EUA y en el resto del mundo, las potencias ya tenían proyectos de fusión en marcha. El Proyecto Sherwood estaba formado por los siguientes experimentos: El Stellerator en Princeton, el Perhapsatron en Los Alamos y el Experimento de Espejos en Livermore. En estos experimentos fue donde se empezaron a estudiar a fondo las inestabilidades del plasma que antes eran desconocidas.

En 1967 John D. Lawson planteó los criterios que se debían de cumplir en un plasma para alcanzar la fusión. El criterio de Lawson consistía en un producto de la densidad del plasma y el tiempo de confinamiento, posteriormente se agregó a este producto la temperatura, es decir la energía de las partículas. La temperatura era un valor fijo que dependía del combustible (Tabla 1.4), pero era posible jugar con las otras dos variables, el tiempo de confinamiento y la densidad. También se definió en ese entonces el concepto de Q_p, que no es nada más que la relación entre la energía que sale de la fusión y la energía que se introduce en la máquina.

 $Q_p = rac{energía \, de \, salida}{energía \, de \, entrada}$

Si el valor de Q_p es 1 quiere decir que las reacciones de fusión liberan la misma energía que se utiliza para correr la máquina. Cuando el valor es 5, se conoce como quemado. Los núcleos de helio productos de la fusión D-T contienen 1/5 de la energía total de la fusión, por lo que un valor Q_p de 5 significa que el plasma se calienta solo. Para un reactor comercial se espera operar con Q_p entre los valores de 30-40.

En 1960 se logra la primera reacción de fusión en un plasma, en el experimento SCYLLA en Los Alamos. Por su parte los rusos trabajaban en los tokamaks, y según sus reportes estaban alcanzando fácilmente las temperaturas de fusión, pero nadie los tomó en serio hasta 1968, cuando con la invención del láser la comunidad de fusión fue a Rusia a medir la temperatura en los tokamaks y comprobaron lo que les había sido reportado. La década de los 70's estuvo caracterizada por la construcción de experimentos de tipo tokamak alrededor del mundo.

En la década de los 80's se crea el proyecto internacional ITER, un experimento de comprobación de tecnología con el objetivo de lograr $Q_p = 10$, pero sin generación de electricidad. La construcción de ITER comenzó en el 2010 en Francia, y se esperan los primeros experimentos de plasma para el año 2025. El siguiente paso después de ITER es la construcción de DEMO, un reactor de fusión que contenga todos los componentes de una central nucleoeléctrica, descritos en la siguiente sección.

1.4.2 – Componentes Principales

Los componentes de una planta de energía de fusión nuclear son los siguientes:

- La cámara de combustión (Tokamak / Stellarator)
- El divertor
- El manto (Blanket)
- Calentador de plasma (Plasma heating)
- Bobinas (Magnet coils)
- Separador de D, T, He
- Intercambiador de calor
- Turbinas generadoras de electricidad



Figura 1.10 – Planta de energía de fusión nuclear^[9]

La cámara de combustión, donde se encuentra el plasma, es la fuente de energía. Las máquinas más comunes son tokamaks o stellarators. Los materiales deben ser de poca activación y que tengan las propiedades mecánicas para soportar la presión y las descargas de las inestabilidades del plasma.

El plasma está confinado por un campo magnético que es 10,000 veces más fuerte que el de la tierra. Para producir este campo magnético se utilizan, en algunos diseños, bobinas hechas de materiales superconductores para evitar las pérdidas de energía por calentamiento resistivo. Los materiales de las bobinas presentan la propiedad de superconductividad cuando se encuentran cerca del cero absoluto, por lo que es necesario mantenerlos refrigerados con helio líquido a 4 K. Se está experimentando también con superconductores de alta temperatura que solamente deben de ser enfriados a temperaturas entre 100 y 200 K y podrían ser refrigerados con nitrógeno líquido, reduciendo grandemente el costo.

El divertor es la zona por la que se extraen las cenizas de la combustión (He) junto con partículas que se hayan desprendido de las paredes y las partículas de D y T que no se quemaron. El divertor está en contacto directo con el plasma y tiene que ser muy resistente a las altas temperaturas. Los residuos que salen por la zona del divertor pasan por un separador de D, T, He. El helio se almacena ya sea para su uso en el enfriamiento de las bobinas o para su venta. El deuterio se canaliza de nuevo a la cámara de combustión. El tritio que no se quemó, junto con el tritio proveniente del manto también se introduce de nuevo como combustible. Una planta de 1,000 MW utilizará 20 gramos de Tritio y 13 gramos de Deuterio por hora.

Entre la cámara de combustión y las bobinas se encuentra el manto. El manto está formado por una sal que contiene Litio. Cuando los neutrones de la fusión interactúan con el litio se produce tritio. Este tritio se separa del manto y es utilizado como combustible. La sal se calienta con la interacción de los neutrones y este calor es extraído por un intercambiador de calor que calienta el agua de un ciclo de vapor y se genera la electricidad de forma convencional a partir de este punto.



FIND ENOUGH PAPER TO MAKE THEIR POINT PROPERLY.

(Combustión de Hidrógeno: 142 MJ/kg, Fusión de Deuterio 87,900,000 MJ/kg)

Figura 1.11 – Densidad de energía de los combustibles ^[10]

1.4.3 – Tokamaks y Stellarators

Las dos principales propuestas para un reactor de fusión de confinamiento magnético son los tokamaks y los stellarators. La palabra tokamak viene del ruso y significa cámara toroidal con bobinas magnéticas. La palabra stellarator hace referencia a que dentro de la máquina se intenta replicar lo que sucede en los cuerpos estelares. Cada una tiene sus ventajas y desventajas, y la comunidad de fusión sigue la investigación en ambos tipos de máquinas.

Los tokamaks tienen una geometría toroidal, en forma de dona. Las bobinas que producen el campo magnético principal son sencillas y fáciles de construir, al igual que la cámara de vacío donde se confinará al plasma. En contraste, las bobinas para producir los campos magnéticos de un stellarator pueden llegar a tener geometrías muy complejas, ya sea en su construcción o en su colocación. La principal ventaja que tienen los stellarators sobre los tokamaks es que generan su propio campo helicoidal, por lo que pueden operar de manera continua. Para producir el campo helicoidal en un tokamak se debe inducir una corriente toroidal en el plasma con un solenoide que se satura, así que la operación debe ser pulsada.



Figura 1.12 – Tokamak y Stellarator^[11]
1.5 – Plasma

La temperatura es una medida macroscópica de la energía que tiene la materia; si aumenta la energía cinética de las partículas que la componen, su temperatura aumentará también. Con poca energía, la materia estará en estado sólido, con más energía pasará al estado líquido y luego al gaseoso. Si se sigue calentando, los electrones tendrán tanta energía que no podrán mantenerse unidos al núcleo y se separarán, dejando atrás a un ion con carga positiva. A este estado de la materia se conoce como plasma. Para la fusión, nos interesa estudiar plasmas de hasta 100 KeV. A más altas energías existen otros tipos de plasma que no son relevantes para este propósito.



Figura 1.13 – Estados de la materia del agua (H₂O)

1.5.1 – Descripción del Plasma

Un plasma es un gas **casi neutral** de partículas neutras y partículas cargadas, en el que predominan las **interacciones colectivas** entre partículas. Casi neutral se refiere a que es un gas con aproximadamente el mismo número de partículas con carga positiva (átomos ionizados positivamente) y con carga negativa (electrones) en una escala de longitud grande comparada con la escala de longitud de las interacciones colectivas. Las partículas neutras pueden ser átomos que aún no se ionizan. Cuando interactúan las partículas neutras, las órbitas entre una colisión y otra son líneas rectas y solamente son interacciones entre dos cuerpos (Figura 1.14).



Figura 1.14 – Interacciones entre partículas

Interacciones colectivas significa que las partículas cargadas interactúan simultáneamente con muchas otras partículas. Cuando las partículas tienen carga, sienten la fuerza de Coulomb que ejercen todas las otras partículas cargadas a su alrededor, ya sea una fuerza atractiva o repulsiva. Las interacciones colectivas no se extienden a partículas que se encuentran a distancias infinitas, sino que están limitadas por el efecto de apantallamiento de una partícula cargada. La nueva longitud de interacción después de ese apantallamiento se conoce como la longitud de Debye (λ_D).



Figura 1.15 – Apantallamiento de Debye

La carga positiva en el centro de la figura 1.15.a ejerce una fuerza sobre las partículas con carga que la rodean. Las cargas positivas se alejarán y las negativas se acercarán, pero no se unirán pues tienen demasiada energía para formar un átomo. Las partículas con carga negativa formarán una pantalla alrededor de la carga positiva y a cierta distancia parecerá que la carga positiva ya no está ahí. Este efecto de apantallamiento hará que las partículas que se encuentren a una distancia mayor a la longitud de Debye ya no interactúen con la carga positiva inicial.

Para calcular la longitud de Debye primero debemos calcular el potencial eléctrico alrededor de una carga de prueba en el plasma. El potencial eléctrico dependerá únicamente de la densidad de carga total (ρ), compuesta por la carga de prueba (q_1), ubicada en r=0, y por la carga de polarización ($\delta \rho_{pol}$) debida al potencial (ϕ) en el plasma. Asumimos electrostática, para poder usar la ecuación de Poisson para calcular el potencial eléctrico, y también que las partículas tienen una distribución de Boltzmann.

Ec.1.1 – Ecuación de Poisson (Potencial eléctrico): $-\nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Ec.1.2 – Densidad de carga:

$$\rho = \rho_1 + \delta \rho_{pol} = q_1 \delta(r) + \sum_j n_j q_j$$
Ec.1.3 – Densidad (Distribución de Boltzmann):

$$n = n_0 e^{\frac{-q\phi}{T}} \approx n_0 \left(1 - \frac{q\phi}{T} + \cdots\right)$$

Asumimos que en el plasma las únicas especies (*j*) son los electrones (*e*) y los iones (*i*), y que los iones se encuentran inmóviles ($T_i=0$). Para cumplir con la casi neutralidad decimos que el término de densidad de polarización inicial $n_{0j}q_j$ es cero. Con esas consideraciones, de las ecuaciones anteriores obtenemos el potencial eléctrico:

Ec.1.4
$$\nabla^2 \phi = \frac{q_1 \delta(r)}{\varepsilon_0} - \frac{n_e q_e^2}{\varepsilon_0 T_e} \phi$$

El primer término es el potencial debido a la carga de prueba, y el segundo término es el efecto de polarización. Definimos a la longitud de Debye como:

Ec.1.5
$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{n_e q_e^2}{\varepsilon_0 T_e}$$

Sustituyendo la ecuación 1.5 en la ecuación 1.4 y reacomodando se obtiene:

Ec.1.6
$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{\lambda_D^2}\right)\phi = \frac{q_1\delta(r)}{\varepsilon_0}$$

Sin el término del apantallamiento de Debye, la ecuación anterior es simplemente el potencial coulombiano de la carga q_1 . La solución de la ecuación 1.6 nos da el potencial eléctrico alrededor de nuestra carga de prueba en el plasma:





Figura 1.16 – Potencial eléctrico alrededor de una carga en el plasma

Gráficamente se puede ver que el potencial de la carga de prueba decae mucho más rápido, porque está apantallado por la carga de polarización. En la figura 1.16 se puede ver también que la distancia promedio entre partículas del plasma (Δx) es mucho menor que la longitud de Debye. Se puede obtener una expresión para la longitud de Debye para nuestro ejemplo, despejándola de la ecuación 1.5.

Ec.1.8
$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 T_e}{n_e q_e^2}}$$

Un volumen de Debye se define como un cubo o una esfera que tenga como longitud característica λ_D . Se puede calcular el número de partículas dentro de ese volumen si lo multiplicamos por la densidad de partículas del plasma.

Ec.1.8
$$N = n\lambda_D^3$$

1.5.2 – Criterios del Plasma

Para decir que la materia se encuentra en el estado del plasma, debe cumplir con los siguientes criterios:

1. El tamaño del plasma es mucho mayor a la longitud de Debye

Ec.1.9 $L \gg \lambda_D$

2. Hay muchas partículas dentro de un volumen con longitud de Debye

Ec.1.10
$$n\lambda_D^3 \gg 1$$

3. La frecuencia del plasma ($\boldsymbol{\omega}$) multiplicada por el tiempo de entre colisiones con partículas neutras ($\boldsymbol{\tau}$) debe ser mucho mayor que 1. Este criterio existe pues la frecuencia del plasma representa el comportamiento colectivo del plasma y no queremos tener muchas colisiones, ya que estas destruyen los efectos colectivos. Significa asumir que las colisiones son despreciables.

Ec.1.11
$$\omega \tau \gg 1$$
 donde: $\omega^2 = \frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}$

1.5.2 – Órbitas de partículas

Cuando una partícula con carga se mueve a través de un campo electromagnético, experimenta una fuerza llamada Fuerza de Lorentz, descrita por la siguiente ecuación:

Ec.1.12
$$\overline{F}_L = m\overline{a} = m\frac{d\overline{v}}{dt} = q(\overline{E} + \overline{v} \times \overline{B})$$

El efecto de la fuerza de Lorentz sobre la trayectorias de una partícula dependerá de su masa, carga, dirección inicial, así como de la presencia de uno o ambos campos.

Campos	Efecto sobre las partículas					
E = 0 $B = 0$	No hay fuerza					
B = 0 E \ne 0 constante	Aceleración uniforme paralela a E					
E = 0 B ≠ 0 constante y uniforme	Movimiento constante paralelo a B, porque no hay fuerza Movimiento giratorio de ciclotrón alrededor de las líneas de campo B					
$E \neq 0$ $B \neq 0$ constantes y uniformes	Aceleración uniforme paralela a E Movimiento giratorio de ciclotrón alrededor de las líneas de campo B Deriva E×B, perpendicular a ambos campos. Cuando B es paralelo a E, la deriva E×B no existe.					
E ≠ 0 B ≠ 0 no uniformes no homogéneos	Aceleración paralela a E Movimiento giratorio de ciclotrón alrededor de las líneas de campo B Efecto de espejo magnético paralelo a B Deriva E×B Deriva de gradiente del campo B en dirección $B \times \nabla B/q$ Deriva de curvatura del campo B en dirección $R_c \times B/q$ Deriva de polarización en la dirección de la componente $E_{\perp B}$ cuando $E(t)$					
Otras Fuerzas	Una fuerza arbitraria producirá una deriva en la dirección F×B/q					

Tabla 1.5 – Efecto de los campos sobre las partículas

El movimiento giratorio de ciclotrón se presenta cuando la partícula cargada tiene una componente de velocidad perpendicular al campo magnético ($\mathbf{v}_{\perp \mathbf{B}} = \mathbf{v}_{\perp} \neq 0$). Para entender mejor el movimiento de ciclotrón, tomemos el caso en el que $\mathbf{E} = 0$ y $\mathbf{B} \neq 0$ constante y uniforme. De la ecuación 1.12 obtenemos que:

Ec.1.13
$$\bar{F}_L = m\bar{a} = m\frac{d\bar{v}}{dt} = q(\bar{v} \times \bar{B})$$

La dirección de la fuerza de Lorentz está dada por el producto cruz de la velocidad y el campo magnético. El producto cruz de dos vectores da como resultado un vector en una dirección perpendicular a ambos vectores. La dirección también depende de la carga de la partícula, así que será en una dirección para los iones positivos y en otra dirección para los electrones.



Figura 1.17 – Fuerza de Lorentz

Si trabajamos en coordenadas cartesianas para resolver la ecuación 1.13 y definimos al campo magnético en la dirección z positiva, encontramos lo siguiente para cada componente de la ecuación:

Ec.1.14
$$m \frac{d\bar{v}_z}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad \bar{v}_z = constante$$

Ec.1.15
$$m \frac{d\bar{v}_y}{dt} = q \bar{v}_x B \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 \bar{v}_y}{dt} = \left(\frac{qB}{m}\right) \frac{d\bar{v}_x}{dt}$$

Ec.1.16
$$m \frac{d\bar{v}_x}{dt} = -q \bar{v}_y B \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 \bar{v}_x}{dt} = -\left(\frac{qB}{m}\right) \frac{d\bar{v}_y}{dt}$$

Sustituyendo la ecuación 1.15 en 1.16 y viceversa obtenemos ecuaciones de osciladores armónicos, donde ω_c es la frecuencia de ciclotrón con la que giran las partículas alrededor de las líneas de campo magnético.

Ec.1.17
$$\frac{d^2 \bar{v}_x}{dt} = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 \bar{v}_x \quad \rightarrow \quad \ddot{\bar{v}}_x + \omega_c^2 \bar{v}_x = 0$$

Ec.1.18
$$\frac{d^2 \bar{v}_y}{dt} = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 \bar{v}_y \quad \rightarrow \quad \ddot{v}_y + \omega_c^2 \bar{v}_y = 0$$

Ec.1.19
$$\omega_c = \frac{qB}{m}$$

Las soluciones del oscilador armónico, describen una órbita circular en el plano perpendicular al campo magnético, con un radio de giro que es proporcional a la velocidad de la partícula y a su masa e inversamente proporcional a la carga de la partícula y a la intensidad del campo magnético. Este radio es el radio de ciclotrón (r_c).

Ec.1.20
$$x(t) = r_c \sin(\omega_c t)$$

Ec.1.21
$$y(t) = r_c \cos(\omega_c t)$$

Ec.1.22
$$r_c = \frac{v_0}{\omega_c} = \frac{v_0 m}{q_B}$$

Para describir el movimiento de las partículas en presencia de campos electromagnéticos no uniformes, es conveniente asumir que los radios de ciclotrón son pequeños con respecto a la escala de longitud del plasma ($r_c <<L$) y que la posición de la partícula en todo momento es igual a la posición de su centro guía. De esa manera una trayectoria en espiral se convierte en un movimiento más sencillo de analizar.



Figura 1.18 – Movimiento giratorio de ciclotrón y centro guía

La ecuación 1.23 describe el movimiento del centro guía de la partícula en dirección paralela al campo magnético y la ecuación 1.24 es la suma de todas las velocidades de deriva (v_D) del centro guía de la partícula, que aparecen en las direcciones perpendiculares al campo magnético. Estas ecuaciones son válidas para cualquier tipo de campo electromagnético asumiendo radios de ciclotrón pequeños y frecuencias del plasma lentas ($\omega << \omega_c$).

Ec.1.23
$$m \frac{v_{\parallel}}{dt} = q E_{\parallel} - \left(\frac{m v_{\perp}^2}{2B}\right) \left(\hat{b} \cdot \overline{\nabla}\right) B$$

Ec.1.24
$$\bar{v}_{D\perp} = \frac{\bar{E} \times \bar{B}}{B^2} + \frac{1}{\omega_c} \left[\left(v_{\parallel}^2 + \frac{\bar{v}_{\perp}^2}{2} \right) \frac{\bar{B} \times \bar{\nabla}B}{B^2} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{E}_{\perp}}{B} \right) \right]$$

$$\uparrow \qquad \uparrow \qquad \uparrow \qquad \uparrow \qquad \uparrow$$
Deriva de Deriva de Deriva de gradiente de B Deriva de polarización

1.5.2.1 – Deriva E×B

Las partículas con carga positiva son aceleradas en dirección del campo eléctrico, y las que tienen carga negativa en el sentido opuesto, como se ve en la parte superior del la figura 1.19, donde no hay campo magnético. La deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ aparece debido a que el campo eléctrico acelera y desacelera ligeramente a las partículas durante las revoluciones de ciclotrón. Cuando son aceleradas, su radio de ciclotrón instantáneo aumenta ligeramente y cuando son desaceleradas se encoge, provocando que la partícula no regrese a su posición inicial. Este fenómeno no depende ni de la masa ni la carga eléctrica, por lo que todas las partículas cargadas derivan en la misma dirección y a la misma velocidad. (cg = centro guía)

Ec.1.25
$$\bar{v}_{E\perp} = \frac{\bar{E} \times \bar{B}}{B^2}$$



Figura 1.19 – Deriva E×B

1.5.2.2 – Deriva **∇** B

La deriva de gradiente del campo magnético B existe porque en presencia de un gradiente, el radio de ciclotrón no es constante a lo largo de una revolución. En la figura 1.20 se observa un campo magnético más débil del lado derecho y más fuerte del lado izquierdo. El radio de ciclotrón es inversamente proporcional a la intensidad del campo magnético. Cuando la partícula se encuentra en la trayectoria del lado del campo magnético más débil, su radio de ciclotrón aumenta, y disminuye cuando pasa por la zona de campo magnético más fuerte. De nuevo, esto provoca que las partículas no regresen a su posición inicial después de un giro de ciclotrón, generando una deriva. (cg = centro guía).

Ec.1.26
$$\bar{v}_{\overline{\nabla}B} = \left(\frac{\bar{v}_{\perp}^2}{2\omega_c}\right) \frac{\bar{B} \times \bar{\nabla}B}{B^2}$$



Figura 1.20 – Deriva **∇** B

1.5.2.3 – Deriva de curvatura

Cuando el centro guía de una partícula sigue una línea de campo magnético curva, experimenta una fuerza centrífuga en dirección del radio de curvatura. Esta fuerza causará una deriva en la dirección $\mathbf{F} \times \mathbf{B}$. Adicionalmente, el campo magnético por lo general es mayor en el centro de un campo magnético curvo, así que también existe un gradiente de B, y esto genera la deriva en la dirección $\mathbf{B} \times \overline{\mathbf{\nabla}}$ B que se vio en la sección anterior y que coincide con la dirección de la deriva $\mathbf{F} \times \mathbf{B}$. La deriva para partículas con carga negativa será en la dirección opuesta. (cg = centro guía)

Ec.1.27
$$\overline{F}_C = \frac{mv_{\parallel}^2}{R_c}\hat{r}$$

Ec.1.28
$$\bar{v}_{Rc} = \left(\frac{v_{\parallel}^2}{\omega_c}\right) \frac{\bar{B} \times \bar{\nabla} B}{B^2}$$



Figura 1.21 – Deriva de curvatura

1.5.2.4 – Deriva de polarización

Cuando el campo eléctrico varía con el tiempo se desarrolla una deriva de polarización para mantener la casi neutralidad del plasma y que no haya separación de cargas. Depende directamente de la masa de la partícula, por lo que afecta más a los iones que a los electrones.

Ec.1.29
$$\bar{v}_p = \left(\frac{1}{\omega_c}\right) \frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{E}_\perp}{B}\right) = \left(\frac{m}{qB^2}\right) \frac{d\bar{E}_\perp}{dt}$$

1.5.3 – Confinamiento Magnético

La temperatura en un plasma de fusión es tan alta que ningún material puede estar en contacto por mucho tiempo, por eso se debe idear una manera de confinar al plasma sin que haya mayor interacción con los materiales de la vasija que lo contiene. La ventaja de que el plasma sea un gas de partículas cargadas es que responde a la presencia de campos electromagnéticos, y se puede diseñar una estructura de líneas de campo magnético que funcionen como contenedor de plasma.

Las partículas cargadas quedan confinadas alrededor de las líneas de campo magnético gracias al movimiento giratorio de ciclotrón, pero son libres de moverse a lo largo de ellas. Un geometría magnética en forma de cilindro no es suficiente para contener el plasma, pues las partículas pueden escapar por sus extremos, como en la figura 1.22.a. Una solución podría ser incrementar el campo magnético en los extremos del cilindro, y el efecto de espejo magnético haría que la mayoría de las partículas rebote y se mantengan confinadas, pero aún habría algunas fugas. Otra alternativa es unir los dos extremos del cilindro, como una dona, de manera que las líneas de campo magnético se cierren sobre sí mismas. La geometría toroidal que se muestra en la figura 1.22.b soluciona el problema de las fugas, pero crea una serie de derivas que hacen que el plasma choque contra las paredes del contenedor.



Figura 1.22 – Geometrías de campo magnético

La curva en las líneas de campo magnético crea una deriva de curvatura que afecta a las partículas positivas en una dirección y a las negativas en el sentido opuesto. Estas deriva resulta en una separación de cargas que produce un campo eléctrico. Con este campo eléctrico aparece la deriva E×B, que hará que todas las partículas, sin importar su carga, deriven hacia fuera del toro.



Figura 1.23 – Derivas en un campo magnético toroidal

Este nuevo problema se resuelve agregando un giro a la línea del campo magnético, de manera que las derivas de la partícula en una posición, cancelen la deriva que tuvieron en otra posición. Para lograr esto, además de la componente toroidal de **B**, se agrega una componente **B** poloidal, en la dirección corta del toro. Las líneas de campo resultantes son helicoidales y mantienen a las partículas bien confinadas en el plasma.



Figura 1.24 – Campo magnético resultante

Las coordenadas usadas para la geometría toroidal son: altura = Z, radio mayor = R, superficie magnética = s, ángulo toroidal = ϕ , ángulo poloidal = θ , radio menor normalizado = r



Figura 1.25 – Coordenadas para la geometría toroidal

En un diagrama de coordenadas cilíndricas se hace un corte toroidal y se grafica Z contra R. Una gráfica en coordenadas de flujo es un corte toroidal, pero ahora graficando en el eje de las ordenadas el radio menor normalizado y en el eje de las abscisas el ángulo poloidal. Estas coordenadas de flujo son muy útiles para observar las islas magnéticas, las cuales se pueden perder en las coordenadas cilíndricas, especialmente cuando el perfil del corte toroidal no es un círculo perfecto.





1.5.4 – Superficies Magnéticas

Las superficies magnéticas están formadas por muchas líneas de campo magnético. La geometría toroidal es la única geometría en la que las líneas de campo pueden crear superficies magnéticas cerradas, las cuales son muy convenientes para el confinamiento magnético de partículas. Las líneas de campo en una superficie no cruzan las otras superficies magnéticas, esto crea superficies anidadas, como se ve en la figura 1.27.



Figura 1.27 – Superficies magnéticas en un corte toroidal

Las superficies magnéticas en los stellarators, al no ser axisimétricos, pueden tener geometrías más complejas. Por ejemplo las superficies del stellarator TJ-II, mostradas en la figura 1.28, las cuales en un corte toroidal tienen un perfil de "judía" o "fríjol". En el corte toroidal también se aprecian los límites de la cámara de vacío y el limitador del plasma.



Figura 1.28 – Límite del plasma en 3D y corte toroidal del TJ-II en ϕ =15 grados

1.5.5 – Transformada Rotacional

Las líneas de campo magnético helicoidales cambian de posición poloidal a medida que avanzan en la dirección toroidal. La transformada rotacional (iota = ι) es una medida de cuánto giro tiene una línea de campo magnético. Varía de una superficie a otra y está definida como la periodicidad toroidal (n) sobre la periodicidad poloidal (m): $\iota = n/m$

El factor de seguridad es el inverso de iota ($q = \frac{2\pi}{l}$), el plasma es estable si el factor de seguridad es mayor que 1. La figura 1.29 muestra una superficie magnética donde la transformada rotacional es 0.25, lo que significa que en una vuelta toroidal, la línea avanzará 90 grados en la dirección poloidal, y después de 4 vueltas toroidales regresará exactamente a su punto de partida.



Figura 1.29 – Línea de campo en una superficie racional



Figura 1.30 - Transformada rotacional en el TJ-II

Aún teniendo un campo magnético uniforme en la dirección toroidal, debido a que el campo magnético poloidal es más fuerte en las superficies magnéticas internas, la transformada rotacional va a cambiar a medida que se aleja del eje magnético. Esto crea un efecto de cizalla magnética, que será importante más adelante, ver figura 1.32. La figura 1.31 muestra esta relación entre iota y el flujo normalizado, en este caso podemos ver que el perfil de iota abarca al menos 3 superficies racionales.



Figura 1.31 – Transformada rotacional y superficies racionales

Para normalizar la coordenada del radio menor, definimos que el radio en el eje magnético sea r=0 y escogemos que en la superficie externa del plasma sea r=1. La relación entre el radio normalizado y el flujo magnético (ψ) es:

$$r = \sqrt{\psi}$$

1.5.6 – Islas Magnéticas

Cuando una línea de campo magnético completa un número exacto de vueltas poloidales sobre un número exacto de vueltas toroidales, el valor de iota va a ser un número racional. A la superficie en la que se encuentran esas líneas de campo magnético se le conoce como superficie racional o resonante. La figura 1.30 muestra como en la superficie racional t = 4/3 después de 3 vueltas toroidales la línea de campo magnético regresa exactamente a su punto de inicio. Cuando esto sucede, las partículas cargadas se mantienen en posiciones bien definidas, sin cubrir toda la superficie como ocurre en las superficies irracionales, esto crea una filamentación de la corriente a lo largo de esa línea de campo magnético. Esta a su alrededor, y le da la apariencia de "islas" cuando se hace un corte toroidal.

En la figura 1.33 se observa un diagrama de Poincaré de un corte toroidal del TJ-II, cada punto corresponde al paso de una línea de campo magnético. Cerca del eje se puede ver como las líneas de campo magnético se agrupan formando superficies magnéticas. Se observa una cadena con periodicidad poloidal m=3 cerca del eje, más afuera una cadena de islas con periodicidad m=2 y ligeramente se ve cerca del límite del plasma una cadena con periodicidad m=5. Estas islas corresponden a las superficies racionales t = 4/3, t = 3/2 y t = 8/5 respectivamente.

La formación de islas magnéticas es posible gracias a la reconexión magnética, un fenómeno en el que las líneas de campo se ajustan en una configuración de menor energía. Para que haya una reconexión magnética en una simulación de magnetohidrodinámica es necesario incluir una resistividad que disipe la energía liberada por la reconexión. La energía magnética en la figura 1.32b es menor que en la figura 1.32a.



Figura 1.32 – Reconexión magnética



Figura 1.33 – Islas magnéticas en el TJ-II

1.5.7 – Teoría de Fluidos y Magnetohidrodinámica

Para estudiar los plasmas se utilizan diferentes aproximaciones. Una de ellas es la descripción microscópica estadística del plasma por medio de la teoría cinética. Otra alternativa es resolver la ecuación de movimiento para cada una de las partículas del plasma, pero el problema es que la densidad de partículas es muy alta, alrededor de 10^{19} partículas por metro cúbico. Las simulaciones en computadoras pueden manejar un máximo de 10^6 partículas por metro cúbico. Para resolver este problema se necesita ver al plasma de forma macroscópica, como un medio dieléctrico. Pero se presenta un nuevo problema, y es que la constante dieléctrica (ϵ) y la permeabilidad magnética (μ) son diferentes para las direcciones paralelas al campo magnético ($\epsilon \parallel$) y perpendiculares al campo magnético ($\epsilon \perp$).

Para estudiar los plasmas se necesita una combinación de la vista microscópica y macroscópica, no se usan ε y μ universales, sino que se calculan asumiendo que hay partículas cargadas libres creando una densidad de carga (ρ) y una corriente (J). Posteriormente se utilizan esos valores de ε y μ en las ecuaciones de Maxwell en el vacío. Para calcular ρ y J existen varias posibilidades. La primera es sumar la respuesta de cada partícula en el plasma, lo que se vio que era computacionalmente muy complejo. La segunda es usar la teoría cinética y promediar la respuesta sobre todas las partículas en un plasma, esto también es complicado y no tan riguroso. La tercera opción es usar una teoría de fluidos.

En la teoría de fluidos se acoplan las ecuaciones de Maxwell con un modelo de fluidos. Este modelo del plasma es una aproximación y para el cierre de las ecuaciones se utiliza la teoría cinética. La fuerza actuando sobre las partículas en el fluido viene de los campos electromagnéticos y está dada por la fuerza de Lorentz. En la descripción más simple de un fluido se usan ecuaciones de conservación de densidad y de momento sin transporte de calor y se cierran con una ecuación de estado.

Por lo general la temperatura de los iones es diferente a la temperatura de los electrones $(T_i \neq T_e)$, por lo que se necesitan ecuaciones de fluidos para dos especies, pero cuando sumamos las dos especies y las tratamos como un solo fluido se llama **Magnetohidrodinámica** o **MHD**.

Integrando la función de distribución de las partículas sobre el espacio de velocidades se obtiene la densidad. La velocidad macroscópica del fluido (\overline{V}) se obtiene promediando la función de distribución con un factor de peso de la velocidad microscópica de la partícula (\overline{v}).

Ec.1.30 – Función de distribución
$$f = f(\bar{x}, \bar{v}, t)$$

Ec.1.31 – Densidad
$$n(\bar{x}, t) = \int f(\bar{x}, \bar{v}, t) d^3 v$$

Ec.1.32 – Velocidad Macroscópica

$$\bar{V}(\bar{x},t) = \frac{\int \bar{v}f(\bar{x},\bar{v},t)d^3v}{\int f(\bar{x},\bar{v},t)d^3v} = \frac{\int \bar{v}f(\bar{x},\bar{v},t)d^3v}{n(\bar{x},t)} \to n\bar{V} = \int \bar{v}f(\bar{x},\bar{v},t)d^3v$$

Ec.1.33 – Presión

$$p(\bar{x},t) = nT = \int f(\bar{x},\bar{v},t)d^3v\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{mv^2}{2}\right)$$

Con las definiciones anteriores se construyen las ecuaciones de fluido. En la aproximación más sencilla, la ecuación de continuidad o conservación de densidad (Ec.1.34), se iguala a cero, lo que significa que no se ganan ni se pierden partículas. Si fuera diferente cero significa que hay ionizaciones o recombinaciones en el plasma. En la ecuación de momento solo queda la parte isotrópica de la presión, la parte anisotrópica se desprecia. La ecuación de estado muestra que no hay producción de entropía en la escala de tiempo considerada, esto es debido a que se asumió que se desprecian los efectos disipativos.

Ec.1.34 – Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot n\overline{V} = 0$$

Ec.1.35 – Conservación de momento

$$mn\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} = nq(\bar{E} + \bar{V} \times \bar{B}) - \bar{\nabla}P$$

Ec.1.36 – Ecuación de estado en tres dimensiones (Grados de libertad N=3)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{p}{\rho^{\gamma}}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{p}{\rho^{\gamma}} = constante, \qquad \gamma = \frac{N+2}{N} = \frac{5}{3} \quad \rightarrow \quad p \propto \rho^{5/3}$$

Se mencionó anteriormente que la MHD es el modelo de fluido donde los electrones y los iones son tratados como un solo fluido cuasi neutro. Para poder asumir esto hay ciertas restricciones. Primero se deben considerar escalas de tiempo suficientemente grandes para que haya un equilibrio térmico entre la temperatura de los iones y los electrones, esto significa que el modelo MHD solo es válido para frecuencias de plasma bajas. Otra restricción es que las longitudes de estudio deben ser mucho mayores que el radio de ciclotrón de los iones. El efecto de la gravedad se desprecia porque las fuerzas electromagnéticas son mucho más intensas que las gravitacionales.

Después de aplicar las restricciones y supuestos anteriores el sistema de ecuaciones de la magnetohidrodinámica es el siguiente:

Ec.1.37a – Ecuación de movimiento	$\bar{F} = \rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = \bar{J} \times \bar{B} - \bar{\nabla}p$
Ec.1.38a – Ley de Ohm	$\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B} = \eta \bar{J}$
Ec.1.39 – Conservación de masa	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot (\rho \overline{v}) = 0$
Ec.1.40 – Conservación de carga	$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \overline{J} = 0$
Ec.1.41 – Ecuación de estado	$\frac{p}{\rho^{\gamma}} = constante$

La forma más simple de la MHD asume que el fluido tiene tan poca resistividad que se considera un conductor perfecto y la resistividad (η) es igual a 0, a esto se le conoce como MHD ideal. Esta suposición implica que las líneas de campo magnético están congeladas a una corriente del fluido y por más que se retuerza la corriente, la línea de campo magnético seguirá el mismo camino sin reconectarse. Esto almacenará energía, la cuál será liberada solamente cuando exista una resistividad finita que permita la reconexión, ver figura 1.32. También se desprecian los efectos disipativos, es decir se considera un plasma sin colisiones para los tiempos de interés, en donde la frecuencia del plasma es mucho mayor que la frecuencia de colisiones.

Ec.1.38b – Ley de Ohm MHD ideal

$$\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B} = 0$$

1.5.8 – Equilibrio y Estabilidad MHD

El equilibrio consiste en que la variable que queramos analizar no cambie con el tiempo, en este caso la energía. La estabilidad es cuando el equilibrio tiene mínima energía. En el caso del plasma la energía que se quiere minimizar es la energía potencial. La figura 1.34 muestra una analogía con una esfera en diferentes posiciones de un barranco. Si la esfera tiene velocidad cero cuando se libera desde esas posiciones, todas son posiciones de equilibrio excepto la posición A. La posición C es un equilibrio inestable, porque una perturbación podría hacer que la esfera pierda el equilibrio y cambie de posición. Las posiciones B y D son equilibrios estables, porque bajo pequeñas perturbaciones la esfera regresa a su posición original. El equilibrio de la posición B es un equilibrio "local" pues no es el estado de menor energía potencial y estable hasta cierto punto, pues con una perturbación mayor la esfera podría terminar en la posición D, que es el equilibrio global en este ejemplo.



Figura 1.34 – Analogía con la energía potencial gravitacional

Con el modelo de MHD es posible describir la estabilidad del plasma de una manera sencilla. Combinando las ecuaciones MHD se define una energía potencial del plasma, la cual se va a buscar minimizar. Esta energía se minimiza cuando se cumple la condición del equilibrio magnetohidrostático, en donde la fuerza ejercida por la corriente y el campo magnético ($\bar{J} \times \bar{B}$) iguala a la fuerza ejercida por la presión ($\bar{\nabla}p$).

Ec.1.41 – Energía potencial total del plasma

$$W = \int \left(\frac{|\bar{B}|^2}{2\mu_0} + \frac{p}{\gamma - 1}\right) d^3x$$

 $\overline{I} \times \overline{B} = \overline{\nabla}p$

Ec.1.37b – Ecuación de equilibrio magnetohidrostático

1.6 – Introducción a VMEC y SIESTA

El código VMEC resuelve las ecuaciones de la magnetohidrodinámica ideal y encuentra el equilibrio MHD en plasmas con geometrías toroidales, como los tokamaks y stellarators. Se define como entrada los perfiles radiales de corriente y presión, así como la geometría de la última superficie magnética del plasma. VMEC utiliza la ecuación de la energía potencial definida en la sección anterior (Ec.1.41) y la minimiza utilizando un principio variacional aplicando el camino de mayor descenso y llegar al estado de equilibrio. Al ser un equilibrio de MHD ideal, no hay reconexiones de líneas de campo.

Para encontrar los equilibrios MHD con islas magnéticas se toma el equilibrio encontrado por VMEC y se usa como entrada del código SIESTA, el cual introduce un valor de resistividad en una parte del cálculo. Este código introduce perturbaciones del plasma para hacer resonar las superficies racionales para el desarrollo y crecimiento de islas magnéticas.

Ambos códigos están escritos en el lenguaje de programación Fortran y se ejecutan en el sistema operativo Linux. VMEC fue desarrollado por los investigadores del Laboratorio Nacional de Oak Ridge, en EUA ^[17]. SIESTA fue elaborado por el mismo grupo, en colaboración con la Universidad Carlos III, en España ^[19].



Figura 1.35 – Equilibrios del TJ-II en VMEC (izq.) y SIESTA (der.)

1.7 – TJ-II Heliac

El TJ-II es un dispositivo de confinamiento magnético del Laboratorio Nacional de Fusión de España, en el CIEMAT. Es un stellerator experimental de tipo heliac, con un amplio control sobre la transformada rotacional, lo que permite hacer estudios de islas magnéticas de diferentes periodicidades. El proyecto se aprobó en 1990 y los primeros plasmas se produjeron en 1997. El principal objetivo del TJ-II es el estudio de la relación entre la configuración magnética y el transporte de calor y partículas en el plasma. Es el segundo stellarator en operación más grande de Europa, después del W7-X en Alemania.



Figura 1.36 – Estructura y plasma del TJ-II^[12]

El TJ-II tiene un radio mayor de 1.5 m y un radio menor de 0.2 m, en promedio. El campo magnético toroidal lo generan 32 bobinas y la posición horizontal del plasma se controla con las bobinas de campo vertical. El plasma puede alcanzar valores de transformada rotacional desde 1=0.9 hasta 1=2.5, esto se logra cambiando las corrientes en sus dos bobinas centrales, una circular y otra helicoidal. Las bobinas generan un campo magnético de 1T. En operación normal puede hacer descargas de plasma de 0.25 segundos cada 7 minutos. El plasma se calienta con ECRH (Electron Cyclotron Resonance Heating), NBI (Neutral Beam Injection) y EBWH (Electron Bernstein Wave Heating). El combustible se inyecta por exhalaciones de gas o en forma de pellets por uno de sus 104 puertos de acceso. La geometría magnética del plasma se repite 4 veces en la dirección toroidal, como se ve en la figura 1.36, o sea que tiene una periodicidad de 4.

2 – Antecedentes

El TJ-II es un stellarator con una geometría de plasma relativamente compleja si la comparamos con un tokamak; no solo tienen un corte toroidal con perfil de "judía", sino que también ese perfil al dar la vuelta toroidal alrededor de la máquina, gira cuatro veces en la dirección poloidal. Al querer simular el plasma del TJ-II el cálculo se vuelve demasiado complejo, debido a esta geometría tan complicada. Para simplificar los cálculos de equilibrio en VMEC y SIESTA, el Ciemat y el Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM anteriormente habían simulado únicamente un cuarto del TJ-II, aprovechando la simetría de la máquina. Esto reducía mucho el tiempo de cálculo. La suposición era que la configuración del plasma se repite de la misma manera en cada una de las cuatro secciones.

Para estas simulaciones se definió en VMEC que la geometría tiene una simetría de 4 periodos la dirección toroidal (Number of toroidal[N] field periods: NFP=4). Utilizando esta simetría se lograron encontrar buenos equilibrios en VMEC, que se usaron iterativamente con simulaciones de transporte de partículas para diseñar mejores perfiles de presión y corriente para las descargas de las campañas de experimentos del TJ-II. Los equilibrios de VMEC con NFP=4 también se utilizaron como entradas del código SIESTA, donde se estudió el desarrollo de islas magnéticas pero con algunas limitantes.

Las simulaciones mostraban el crecimiento de algunas cadenas de islas magnéticas y otras no. Se observó que solamente crecían las islas en superficies racionales que tenían una periodicidad toroidal múltiplo de cuatro. Se identificó rápidamente que este fenómeno era debido a que las simulaciones se hacían con NFP=4 y se buscó simular el plasma del TJ-II con NFP=1, sin utilizar la simetría de la máquina. Antonio López-Fraguas, del Ciemat, hizo las primeras simulaciones con NFP=1, pero la resolución de la geometría se tuvo que reducir considerablemente para hacer que funcionara el código VMEC, las fuerzas residuales del cálculo eran muy grandes para ser consideradas un equilibrio y los archivos de salida de VMEC no eran adecuados para ser utilizados en SIESTA. Sin embargo, su trabajo es la base de este proyecto y su colaboración fue de gran ayuda para encontrar la solución al problema.

3 – Problema

Aunque la máquina tiene una simetría toroidal de 4, en el plasma del TJ-II hay fenómenos que no cumplen con esa simetría, la principal razón de esto es la transformada rotacional. Como se definió anteriormente, la transformada rotacional ($\iota = n/m$) es la relación entre la periodicidad toroidal (n) y la periodicidad poloidal (m). El TJ-II al tener la flexibilidad de cambiar la transformada rotacional, comúnmente opera en configuraciones donde existen superficies racionales con periodicidades toroidales que no son múltiplo de 4.

Problemas:

- Cuando se simula el plasma del TJ-II utilizando la simetría de la máquina (NFP=4) se restringe el crecimiento de islas magnéticas. Únicamente se desarrollan islas en superficies racionales donde la periodicidad toroidal es múltiplo de 4.
- 2. Cuando se intenta simular el plasma del TJ-II sin simetría (NFP=1), con el fin de resolver el problema 1, la resolución de la geometría del plasma se debe reducir para que el código VMEC funcione. Al hacer esto la fuerza residual del cálculo es muy alta y los archivos de salida de VMEC no se pueden utilizar como entrada de SIESTA para encontrar equilibrios con islas.

El problema 1 se identificó casi inmediatamente en el Ciemat, pues una de las superficies racionales de interés es la que corresponde a $\iota = \frac{3}{2}$. Cuando se utilizaba el equilibrio NFP=4 en SIESTA, lo que se hacía era identificar que esa era la superficie racional $\iota = 1.5$, pero en lugar de perturbar n=3 m=2 se tenía que perturbar la periodicidad equivalente n=12 m=8, para que la periodicidad toroidal correspondiera a un múltiplo de 4. Esto producía un equilibrio con 8 islas, en lugar de las 2 islas que se esperaba encontrar si no se usara la simetría. Se puede ver que los dos problemas están directamente relacionados, de manera que si se resuelve el segundo se debería solucionar el primero.

4 – Objetivo

Calcular el equilibrio MHD del plasma del TJ-II en VMEC para un periodo toroidal completo, sin utilizar la simetría de la máquina, permitiendo así la formación de un número arbitrario de islas magnéticas en los equilibrios de SIESTA.

5 – Justificación

El cálculo de equilibrios con islas magnéticas es relevante porque existen mediciones experimentales que relacionan la posición de las superficies racionales con mejoras en el confinamiento de las partículas del plasma ^{[22] [23] [24] [25]}. Entender cómo es que las islas magnéticas podrían estar contribuyendo a estas mejoras podría ser la clave para diseñar mejores configuraciones de confinamiento magnético que sean aplicables en el diseño de futuros experimentos de fusión y plantas de energía de fusión nuclear.

Para este trabajo en específico, cumplir el objetivo planteado nos da las herramientas necesarias para estudiar cualquier configuración de corrientes en el TJ-II y sus islas magnéticas relacionadas. En particular hay un caso estudiado por Daniel López-Bruna en el Ciemat, en el que se busca comparar dos configuraciones magnéticas, ambas incluyen a la $\iota = 3/2$, pero una de ellas tiene mayor cizalla magnética que la otra. Los resultados obtenidos con simulaciones sin simetría pueden mostrar los posibles equilibrios del plasma mejor de lo que se podía observar con simulaciones con NFP=4, donde se tenía que simular perturbando la superficie racional $\iota = \frac{12}{8}$.

Otra motivación para hacer este trabajo es abrir la puerta a que haya más investigación acerca de las islas magnéticas, pues el proceso para pasar de simular con simetría a simular con NFP=1 es aplicable a cualquier máquina. El proceso de VMEC y SIESTA también es fácil de replicar en otros experimentos.

6 – Desarrollo

En esta sección se presenta primero el mapa del proceso que se siguió durante este trabajo para la simulación de los equilibrios. Se explicará brevemente cómo es que se definen las geometrías usando los armónicos de Fourier y después se describirá qué fue lo que se modificó en ese proceso para solucionar el problema que se presentaba al intentar las simulaciones sin simetría. Por último se presentan las tres configuraciones que se simularon.

6.1 – Mapeo del Proceso de los Códigos

Para el cálculo se utilizó un paquete de códigos de equilibrio MHD para confinamiento magnético de fusión, desarrollados por el Laboratorio Nacional de Oak Ridge en EUA y la Universidad Carlos III en Madrid. El propósito de este mapa es mostrar la relación entre los códigos usados, así como la secuencia en la que se deben utilizar y las gráficas que se obtienen con cada uno de ellos. En el mapa se muestran únicamente los archivos de entrada y salida relevantes. **Para más información acerca de cómo ejecutar cada código o programa, así como la descripción de todos los archivos de entrada y de salida, consultar la guía en el Anexo 1.** En todos los títulos de archivos en los que aparezca la palabra "*nombre*", el usuario podrá definir un identificador para esa simulación. Leyenda:



El proceso comienza con la definición de las coordenadas espaciales de las bobinas, así como de la corriente que pasa por cada una de ellas. Esta información se introduce en el código HL que utiliza la ley de Biot-Savart para calcular la contribución de todas las bobinas al campo magnético en cada punto de la malla definida, la salida es un archivo con la información del campo magnético en cada punto. El código GOURDON traza las líneas de campo magnético definidas por el campo magnético en esos puntos. El código MAKEGRID cubre la misma función que HL y GOURDON y puede ser usado alternativamente, ajustando manualmente el formato de su archivo de salida para ser utilizado como entrada de DESCUR.



Figura 6.1a – Mapeo del Proceso



Figura 6.1b – Mapeo del Proceso (cont.)

El código DESCUR toma la información de las líneas de campo magnético de GOURDON como entrada y calcula una serie de armónicos de Fourier que describen la superficie de la última superficie toroidal cerrada. Para visualizar la geometría que describe DESCUR existe un código llamado DESCUR_PLOT, que muestra el corte toroidal de la superficie para cualquier ángulo toroidal dado, sin embargo en este trabajo no se usó ese código y en su lugar se utilizó la información del archivo "plotout" y se graficó en Excel para verificar que los armónicos de Fourier en efecto describían la superficie deseada. El archivo de salida de DESCUR "outcurve" contiene en su última sección los armónicos de Fourier en el formato requerido para el archivo de entrada de VMEC "input.nombre".

En el archivo de entrada de VMEC, además de la geometría dada por DESCUR, se definen los parámetros del cálculo, incluyendo número de modos a utilizar, resolución de las mallas en las direcciones toroidal, poloidal y radial, fuerzas residuales a alcanzar, número de iteraciones, etcétera. También se tiene que definir el flujo toroidal total encerrado en la superficie, así como los perfiles radiales de corriente y de presión. Otro parámetro en este archivo de entrada es la periodicidad toroidal con la que se quiere simular al plasma (NFP). VMEC resuelve el sistema de ecuaciones que dan la configuración magnética de menor energía y guarda el equilibrio en el archivo "wout_nombre.nc". Este equilibrio se visualiza con la rutina VMECPlot en MATLAB, desarrollada por Samuel Lazerson. Ahí se pueden observar entre otras cosas, los perfiles de la transformada rotacional, las superficies del plasma en 2D y 3D. El equilibrio de VMEC consiste en una serie de superficies toroidales anidadas, calculadas a partir de la geometría de la última superficie magnética descrita por DESCUR, la cual se mantiene fija.

A este tipo de cálculo de equilibrio en VMEC se le conoce como cálculo de frontera fija (Fixed boundary run). Esta última superficie magnética en la práctica corresponde a la última superficie cerrada del plasma, antes del limitador del plasma en la máquina (figura 1.28), y se asume que no cambia significativamente. Existe también la posibilidad de utilizar MAKEGRID y VMEC para hacer cálculos de frontera libre (Free boundary run), donde la frontera del plasma que se define inicialmente se deja evolucionar hasta encontrar equilibrios que consideran la geometría de la cámara de vacío en donde se encuentra el plasma. Los cálculos de frontera libre están fuera del alcance de este trabajo, pero se mencionan los archivos involucrados en la sección de MAKEGRID en el Anexo 1. El perfil de la transformada rotacional que proporciona VMECPlot es especialmente útil para encontrar las superficies racionales que abarca el equilibrio. Las periodicidades poloidales de las superficies que se quieran estudiar en SIESTA se deben definir en el archivo de entrada "siesta.jcf" para ser perturbadas. El diagrama de la transformada rotacional está dado en coordenadas de flujo magnético, por lo que hay que convertir el flujo normalizado en el radio normalizado para encontrar la posición de las superficies racionales, como se describió en la sección 1.5.5 : $r = \sqrt{\psi}$

En el archivo de entrada "siesta.jcf" se debe especificar qué equilibrio "wout_nombre.nc" de VMEC se utilizará como entrada de SIESTA y en caso de querer continuar con un cálculo anterior también se deberá incluir el nombre del archivo de reinicio "siesta_nombre.nc" que generó el cálculo anterior. Debido a que el cálculo de SIESTA es tardado, es conveniente ir monitoreando el progreso del cálculo hacia el equilibrio con el archivo "output_nombre.txt", así se podrá ver si los parámetros que se definieron en el archivo "siesta.jcf" fueron los correctos, y en caso de que no esté convergiendo al valor esperado detener el cálculo.

El archivo de salida de SIESTA "nombre-bfield_tracing.dat" contiene la información del campo magnético del equilibrio MHD con islas magnéticas y es la entrada del código POINCARE. Este código calcula diagramas de Poincaré en cortes toroidales o poloidales para el ángulo que se defina. La figura 1.33 muestra uno de los diagramas de corte toroidal generados por POINCARE, donde cada punto corresponde al paso de una línea de campo magnético en la dirección toroidal.

Con el programa de visualización VisIt se pueden leer los archivos de salida de SIESTA "nombre-2D.silo" y "nombre-3D.silo", los cuales contienen toda la información de presión, corrientes, campos magnéticos y fuerzas en cada punto de la malla. Los diagramas de presión son de especial interés en este trabajo, pues la presión está relacionada con la densidad y temperatura del plasma. Como la presión es una de las propiedades más complicadas de hacer converger en el cálculo del equilibrio, un buen equilibrio MHD debe producir diagramas de presión donde también sean visibles "islas de presión" que correspondan a las islas de campo magnético que se ven en los diagramas de Poincaré.

6.2 – Superficies Toroidales con Armónicos de Fourier

Antes de describir el proceso para hacer el cálculo del equilibrio con NFP=1, es importante describir como es que se define la geometría toroidal entre DESCUR, VMEC y SIESTA utilizando los armónicos de Fourier. Los coeficientes de Fourier $[R_{uv}(r) \ y \ Z_{uv}(r)]$ que recibe VMEC son generados con DESCUR, en este caso para la última superficie cerrada (r = 1). El archivo de salida de VMEC a SIESTA también contiene estos coeficientes de Fourier, pero para cada una de las superficies toroidales anidadas (0 < r < 1). En coordenadas cilíndricas (R, ϕ , Z) el ángulo toroidal corresponde a sí mismo y se usan las siguientes ecuaciones para R y Z:

Ec.6.1

$$R(r,\theta,\phi) = \sum_{u,v} R_{uv}(r) \cos(u\theta - v\phi)$$

Ec.6.2

$$Z(r,\theta,\phi) = \sum_{u,v} Z_{uv}(r) sin(u\theta - v\phi)$$

Los índices *u* y *v* en estas ecuaciones corresponden al número de modos poloidales y toroidales que se utilizarán para definir la geometría del plasma. Entre mayor sea el número de modos usados, la precisión será mejor, pero un mayor número de modos de Fourier producirá más ecuaciones y el cálculo se vuelve muy tardado. DESCUR genera una lista de coeficientes utilizando el mayor número posible se modos, basado en la resolución de su archivo de entrada. De ser necesario por limitantes de capacidad de cálculo, se debe acotar la salida de DESCUR y no usar todos los coeficientes generados.

Ejemplo:

u = 10, Conjunto de modos poloidales: $u = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

v = 9, Conjunto de modos toroidales: $v = \{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

El formato de los coeficientes en el archivo de entrada de VMEC es el siguiente:

$$RBC(v, u) = R_{uv}(r)$$
 $ZBS(v, u) = Z_{uv}(r)$

RBC = Boundary cosine coefficients for R (Coeficientes de coseno de frontera para R)

ZBS = Boundary sine coefficients for Z (Coeficientes de seno de frontera para Z)

A continuación se presenta una muestra de los coeficientes de Fourier como los genera DESCUR para un caso del TJ-II con NFP=4, u=10 y v=9. Al ser la entrada de VMEC, los coeficientes corresponden a r=1. Los puntos (...) significan líneas que fueron removidas para que el ejemplo cupiera en la página.

	RBC (-9,	0)	=	-6.1442E-04	ZBS (-9,	0)	=	6.9516E-04
	RBC (-8,	0)	=	8.8444E-04	ZBS (-8,	0)	=	1.0778E-03
	RBC(-7,	0)	=	2.5159E-03	ZBS(-7,	0)	=	1.4451E-03
	RBC(-1,	0)	=	1.4259E-01	ZBS(-1,	0)	=	-1.4286E-01
	RBC (Ο,	0)	=	1.5095E+00	ZBS (Ο,	0)	=	0.0000E+00
	RBC (-9,	1)	=	-1.6640E-03	ZBS (-9,	1)	=	1.1794E-03
	RBC (-8,	1)	=	3.5316E-04	ZBS (-8,	1)	=	-1.1621E-03
	RBC(-7,	1)	=	9.2201E-04	ZBS (-7,	1)	=	1.3773E-03
	RBC (Ο,	1)	=	1.6291E-01	ZBS(Ο,	1)	=	1.6729E-01
	RBC (7,	1)	=	9.6271E-04	ZBS(7,	1)	=	1.3366E-03
	RBC (8,	1)	=	-2.3163E-04	ZBS (8,	1)	=	-5.7733E-04
	RBC (9,	1)	=	-1.9382E-04	ZBS (9,	1)	=	-2.9082E-04
	RBC (-9,	2)	=	-1.3481E-03	ZBS (-9,	2)	=	-4.5286E-04
	RBC (-8,	2)	=	1.3963E-03	ZBS (-8,	2)	=	1.1428E-03
	RBC (-7,	2)	=	-7.4709E-04	ZBS (-7,	2)	=	-6.2575E-04
	RBC(9,	10)	=	-4.5549E-07	ZBS (9,	10)	=	6.1766E-07
Simplificando las ecuaciones 6.1 y 6.2 para la frontera del plasma (r=1) y para el ángulo toroidal $\phi = 0^{\circ}$, obtenemos que el perfil del plasma solamente depende del ángulo poloidal. Si tomamos estas ecuaciones con un solo modo poloidal (*u*=1) tenemos la ecuación paramétrica de una elipse, y del círculo si RBC es igual a ZBS, como se ve en la figura 6.2.

Ec.6.3

$$R(\theta) = \sum_{u} RBC_{uv} cos(u\theta)$$

Ec.6.4

$$Z(\theta) = \sum_{u} ZBS_{uv}sin(u\theta)$$



Figura 6.2 – Representación paramétrica del círculo

Cuando hay más de 1 modo poloidal, las componentes no trazan senos y cosenos puros, sino que son la suma de todos los modos utilizados, como se puede ver en la figura 6.3, donde se muestra un ejemplo únicamente de la componente radial para u=3. Se puede ver que el coeficiente radial para el modo 0 es el correspondiente al radio mayor de la máquina en ese ángulo toroidal.



 $R(\theta) = RBC_0 + RBC_1 cos(\theta) + RBC_2 cos(2\theta) + RBC_3 cos(3\theta)$

Figura 6.3 – Componente R con 3 modos poloidales

Al usar más modos, las ecuaciones pueden trazar geometrías más complejas, como las que se muestran en la figura 6.4. Como ya se vio anteriormente, el TJ-II tiene una geometría con perfil de judía.



Figura 6.4 – Diferentes fronteras del plasma ^[18]: a) Forma de D, b) Judía o frijol, c) "Belt pinch"

La figura 6.5 muestra cómo a medida que se van agregando modos de mayor orden, la geometría va tomando el perfil deseado.. Se utilizaron coeficientes que describen una geometría de judía, publicados en un artículo escrito por los autores de VMEC ^[18], en las ecuaciones 6.3 y 6.4

$$R = -0.320 + 1.115\cos(\theta) + 0.383\cos(2\theta) - 0.912\cos(3\theta) + 0.0358\cos(4\theta) - 0.0164\cos(5\theta)$$
$$Z = 1.408\sin(\theta) + 0.154\sin(2\theta) - 0.0264\sin(3\theta)$$



Figura 6.5 – Contribución de modos de mayor orden

La figura 6.6 es una gráfica hecha utilizando los coeficientes de DESCUR para un caso del TJ-II. Se ve como a medida que se avanza en la dirección toroidal, el perfil de judía va girando. La simetría de cuatro periodos hace que en $\phi = 90^{\circ}$ grados la frontera del plasma regrese a la posición que tenía en $\phi = 0^{\circ}$.



Figura 6.6 – Cortes toroidales del TJ-II a diferentes ángulos

6.3 – Cálculo del equilibrio sin simetría (NFP=4 a NFP=1)

6.3.1 – Frontera del plasma

Cuando se crea el archivo de entrada para DESCUR se define una periodicidad toroidal, por lo que los armónicos de Fourier generados describen únicamente la geometría del plasma en uno de esos periodos y se asume simetría para el resto de la máquina. Esta periodicidad debe coincidir con la que se introduce en VMEC, así que para cambiar la periodicidad de las simulaciones en VMEC se tuvieron que modificar los coeficientes de Fourier obtenidos con DESCUR. No se hizo directamente desde la entrada a DESCUR porque el número de modos necesarios para describir el plasma completo era muy grande y era impráctico trabajar con los archivos de DESCUR por su tamaño.

Lo que se hizo fue utilizar los mismos coeficientes que DESCUR había generado para NFP=4, y se multiplicó el valor de todos los modos toroidales por 4, que es el número de periodos, de manera que todos los coeficientes de la lista ahora corresponden solamente a modos toroidales múltiplos de la periodicidad. Esto se hizo manualmente en los archivos de entrada de VMEC. A continuación de muestra el ejemplo de los coeficientes de Fourier en VMEC para NFP=4 y NFP=1.

NFP=4

NFP=1

RBC(-9,	0) =	-6.1442E-04	ZBS(-9,	0) =	6.9516E-04
RBC(-8,	0) =	8.8444E-04	ZBS(-8,	0) =	1.0778E-03
RBC(-7,	0) =	2.5159E-03	ZBS(-7,	0) =	1.4451E-03
RBC(-36,	0) =	-6.1442E-04	ZBS(-36,	0) =	6.9516E-04
RBC(-32,	0) =	8.8444E-04	ZBS(-32,	0) =	1.0778E-03
RBC(-28,	0) =	2.5159E-03	ZBS(-28,	0) =	1.4451E-03

• • •

Cuando se hacen cálculos con simetría, VMEC usa el ángulo zeta (ζ) como coordenada toroidal dentro del periodo simétrico y lo usa en las ecuaciones 6.1 y 6.2 en lugar de ϕ . Por ejemplo, para el TJ-II donde la hay 4 periodos toroidales el ángulo zeta es:

Ec.6.5
$$\zeta = \frac{\phi}{_{NFP}} = \frac{\phi}{_4}$$

Se validó que los coeficientes modificados siguieran describiendo la misma geometría de la frontera del plasma, como se ve en la figura 6.7. La diferencia es que con NFP=1 las ecuaciones 6.1 y 6.2 usan directamente el ángulo toroidal ϕ , por lo que al hacer un barrido de 0 a 360 grados, el perfil de judía dará 4 vueltas poloidales, al contrario de usar ζ donde solamente da una vuelta poloidal.



Figura 6.7 – Validación de coeficientes de Fourier para NFP = 1

6.3.2 – Eje magnético

Los coeficientes de Fourier del eje magnético son otro valor que genera DESCUR que hay que convertir a NFP=1 en el archivo de entrada de VMEC, pero se hace de una forma diferente a lo que se hizo para la frontera. En este formato la posición del coeficiente corresponde al modo. El primer coeficiente es del modo 0, el segundo es del primer modo, el tercero del segundo, etcétera. Lo que se hizo fue hacer 0 todos los coeficientes que no fueran múltiplos de la periodicidad toroidal, en nuestro caso 4.

A continuación se muestra esa conversión. Solo se muestran los primeros 9 coeficientes que generó DESCUR. El modo 0 se dejó igual, el coeficiente que correspondía al primer modo se utilizó en el primer modo múltiplo de la periodicidad y así sucesivamente.

NFP=4

RAXIS = 1.50680	0.22312E+000	1.95640E-003	8.790400E-004	-6.08930E-005
	2.42300E-004	4.04760E-005	-9.32579E-005	2.88080E-005
ZAXIS = 0.00000	0.22631E+000	-1.59940 E-004	2.52730E-004	1.07230E-004
	-3.96250E-005	1.79480E-004	1.04260E-004	-2.74500E-005

NFP=1

RAXIS = 1.50680	0.0	0.0	0.0	0.22312E+000
	0.0	0.0	0.0	1.95640E-003
	0.0	0.0	0.0	8.790400E-004
	0.0	0.0	0.0	-6.08930E-005
	0.0	0.0	0.0	2.42300E-004
	0.0	0.0	0.0	4.04760E-005
	0.0	0.0	0.0	-9.32579E-005
	0.0	0.0	0.0	2.88080E-005
ZAXIS = 0.00000	0.0	0.0	0.0	0.22631E+000
	0.0	0.0	0.0	-1.59940 E-004
	0.0	0.0	0.0	2.52730E-004
	0.0	0.0	0.0	1.07230E-004
	0.0	0.0	0.0	-3.96250E-005
	0.0	0.0	0.0	1.79480E-004
	0.0	0.0	0.0	1.04260E-004
	0.0	0.0	0.0	-2.74500E-005

6.3.3 – Resolución toroidal

Al estar simulando el plasma completo en lugar de únicamente un periodo toroidal, debemos incrementar la resolución de la malla de cálculo en esa dirección. VMEC tiene en su código un valor mínimo de celdas para la malla en cada dirección, y si el mínimo no se cumple el cálculo falla. El problema es que el código no corrige los valores del archivo de entrada para cumplir ese mínimo. También se encontró que el mínimo definido por el código en la dirección toroidal no es suficiente, así que se aumentó por lo menos en uno *.

	Dirección Poloidal	Dirección Toroidal
Número de Modos	MPOL = u	NTOR = v
Puntos mínimos	NTHETA = 2u + 6	$NZETA = 2\nu + 4 + (1)^*$

Tabla 6.1 – Puntos mínimos en la malla de cálculo de VMEC

Estos valores de NTHETA y NZETA se incluyeron manualmente en el archivo de entrada de VMEC, con base en el número de modos utilizado en cada simulación. Entre mayor sea el número de puntos el cálculo tendrá más resolución, pero será más lento. Lo que se hizo en este trabajo fue dejar el NZETA = 120, cuando el mínimo era de 100 puntos, esto daba una buena resolución y tiempos de cálculo razonables.

6.3.4 – Cambios al archivo de entrada

En el archivo de entrada de VMEC se cambiaron las siguientes cosas:

- Cambiar el NFP = 4 a NFP =1
- Ajustar el número de modos al actual MPOL y NTOR, obtenidos en la sección 6.3.1
- Actualizar la resolución NTHETA y NZETA, sección 6.3.3
- Cambiar los modos de la frontera, sección 6.3.1
- Cambiar los modos del eje magnético, sección 6.3.2

Se corrieron los cálculos en VMEC con las modificaciones anteriores para obtener los equilibrios sin la simetría de la máquina. Los archivos de salida de VMEC se utilizaron en SIESTA sin ninguna otra modificación adicional necesaria, y con la ventaja de ya no tener la restricción en la periodicidad toroidal.

6.4 – Descripción de los casos

Se utilizaron tres configuraciones de corrientes del Ciemat, donde se utiliza una nomenclatura relacionada a las corrientes de cada bobina. Se renombraron en este trabajo como casos A, B y C para simplificar las referencias a los mismos.

Caso	ID del Ciemat	Descripción
Α	100_44_64	 Superficies racionales de interés: u = ⁸/₅ Corrientes: Bobina Circular: 10.028kA Bobina Helicoidal: 4.413kA Bobinas de Campo Vertical: -6.437kA Bobinas de Campo Toroidal: -27.307kA
В	32c (100_36_62)	 Superficies racionales de interés: u = ³/₂ Corrientes: Bobina Circular: 10.040kA Bobina Helicoidal: 3.615kA Bobinas de Campo Vertical: -6.155kA Bobinas de Campo Toroidal: -27.405kA
С	28c (100_36_62)	Superficies racionales de interés: $\iota = \frac{3}{2}$; $\iota = \frac{4}{3}$ Equivalente al caso B, pero con mayor cizalla magnética inducida por una corriente asociada al calentamiento óhmico.

Tabla 6.2 - Casos

Caso	NFP	Objetivos
A	4	 Mostrar los resultados de simulaciones hechas anteriormente con NFP=4 para tener como referencia
A	1	 Comparar con los resultados NFP=1 con NFP=4 y validar el procedimiento desarrollado
В	4	- Mostrar las limitantes de simular con NFP=4 : En $\iota = \frac{3}{2}$ no se ven las islas con m=2, pero se pueden ver las islas con m=8
В	1	- Mostrar las islas $\iota = \frac{3}{2}$ que antes no era posible observar
С	1	 Mostrar equilibrios con dos cadenas de islas en ι = ³/₂ y ι = ⁴/₃ Buscar el equilibrio con crecimiento de islas en los diagramas de presión Perturbar diferentes periodicidades en ι = ³/₂ Calcular el equilibrio sin introducir perturbaciones para ver si las islas se desarrollan naturalmente

Tabla 6.3 -	- Objetivos	de las	simu	laciones
-------------	-------------	--------	------	----------

7 – Resultados

Esta sección se presentan los resultados de las simulaciones enlistadas en la tabla 6.3. Para validar el procedimiento se usó una configuración que es alcanzable en ambos tipos de simulación, NFP=4 y NFP=1, el caso A. El caso B estudia un configuración de islas que no era posible con la restricción de la periodicidad toroidal. Por último, el caso C explora las posibilidades de las simulaciones en el TJ-II sin restricciones de simetría: simular equilibrios con varias cadenas de islas, encontrar islas de presión, comparar periodicidades poloidales y observar qué islas magnéticas se desarrollan de manera natural en el plasma sin agregar perturbaciones.

7.1 – Caso A

Se simularon ambas configuraciones, NFP=4 y NFP=1, para verificar esto. La figura 7.1 muestra la frontera del plasma en el corte toroidal. Tiene la misma forma, como se esperaba por lo visto en la figura 6.6. Y las superficies magnéticas internas también coinciden.



Figura 7.1 – Superficies magnéticas del caso A (2D)



Figura 7.2 – Superficies magnéticas del caso A (3D)

La principal pregunta al simular este caso era saber si después de haber modificado los modos de Fourier el plasma se simularía en un solo periodo manteniendo la periodicidad de la máquina. Las figuras 7.1 y 7.2 confirman que en efecto la geometría del plasma es la misma, ya sea simulando el plasma en 4 periodos o en un solo periodo. En la figura 7.3 se muestra la intensidad del campo magnético toroidal de una simulación con NFP=1. Alrededor del plasma se ve un efecto de rayado, esto nos indica que el procedimiento que se desarrolló incluso está representando fielmente la posición de las bobinas de campo toroidal a lo largo del plasma, las cuales al estar separadas producen estas variaciones.



Figura 7.3 - Intensidad de campo magnético toroidal, caso A NFP=1

En cuanto al perfil de la transformada rotacional se puede ver que la superficie racional de $\iota = \frac{8}{5}$ se ubica prácticamente en el mismo radio normalizado. El rango de iota también es el mismo en ambos casos, cubriendo desde -1.55 hasta -1.67.



Figura 7.4 - Transformada rotacional, caso A

7.2 – Caso B

Esta configuración de corrientes fue la que motivó la realización de este trabajo, pues anteriormente se trataba de observar a las islas en $\iota = \frac{3}{2}$ y se encontraba la limitante de solo poder crecer islas en periodicidades toroidales múltiplos de 4, la periodicidad toroidal de la máquina. La figura 7.5 muestra un claro ejemplo de este problema y también la solución temporal que se encontró. En lugar de introducir una perturbación con periodicidad poloidal m=3, que intentaría crecer n=2, se introdujo una perturbación con m=8, lo que corresponde a n=12 en esa misma superficie racional.

$$\iota = \frac{n}{m} = \frac{3}{2} = \frac{12}{8}$$

Como se puede ver el perfil de las superficies magnéticas, la geometría de la frontera del plasma y el perfil de la transformada rotacional coinciden perfectamente, sin embargo al ver los diagramas de Poincaré del campo magnético el caso NFP=4 tiene 8 islas y el caso NFP1 tiene las 2 islas poloidales que se esperaban de esta superficie racional.



Figura 7.5 - Caso B, NFP=4



Figura 7.6 – Caso B, NFP=1

En trabajos de investigación anteriores se había trabajado con esta superficie racional, pero se tenía la limitante de la periodicidad, la figura 7.7 muestra uno de estos resultados, del trabajo de tesis de Orson Sandoval. La figura 7.8 muestra el mismo caso pero con el método desarrollado en este trabajo donde se observan islas con cualquier periodicidad toroidal.



Figura 7.7 – ^[28] Serie de islas para $\iota = \frac{12}{8}$



Figura 7.8 – Serie de islas para $\iota = \frac{3}{2}$

7.3 – Caso C

Esta es una configuración con mayor cizalla magnética, que se obtiene induciendo una corriente óhmica en el plasma que tiene un máximo en el centro. El perfil de iota cubre el rango $-1.20 > \iota > -1.65$, una variación de 0.45 comparada con el rango de iota de los casos A y B de 0.12 y 0.10 respectivamente. Este perfil de iota cubre más superficies racionales que los casos anteriores, y en las simulaciones podemos observar dos cadenas de islas principales en las superficies correspondientes a $\iota = \frac{3}{2}$ y $\iota = \frac{4}{3}$. Como se ve en las figuras 7.9 y 7.10.



Figura 7.9 – Transformada rotacional, caso C

La figura 7.10 muestra los diagramas de Poincaré del campo magnético de un equilibrio. Se giró el diagrama de coordenadas de flujo para hacerlo coincidir con los diagramas de presión. Se alcanzan a ver también islas pequeñas en $\iota = 7/5 = 1.4$, y cerca de la frontera del plasma las resonancias de la superficie $\iota = \frac{8}{5} = 1.6$.



Figura 7.10 – Equilibrio con islas magnéticas, caso C



Figura 7.11 – Diagramas de presión, caso C



Figura 7.12 – Perfil de presión

Las figura 7.12 muestra los perfiles de presión de líneas que se ven en el diagrama de presión de la figura 7.11. La línea sólida va del eje magnético hacia la frontera del plasma pasando por el centro de una de las islas magnéticas de t=4/3, la línea punteada cruza justo en entre dos de las islas. Las bandas verticales muestran la ubicación de las cadenas de islas magnéticas. Al cruzar por el centro de la isla se observa que hay un aplanamiento en el perfil de presión. Se puede ver que hay un abultamiento de presión al pasar por las superficies racionales. esto es muy similar al abultamiento de la presión de los electrones que se ha observado experimentalmente en otras superficies resonantes del TJ-II. La figura 7.13 muestra el perfil de presión medido por el experimento, marcado con cruces, el cual muestra un aplanamiento en la posición de la superficie racional, macada por la zona vertical sombreada.



Figura 7.13 – ^[24] Presion de los electrones (× PeX)

Como se puede ver en la figura 7.11, se desarrollaron islas de presión en la superficie racional de t=4/3 con m=3, pero no en la de t=3/2 con m=2, esto probablemente porque el valor de la fuerza residual, que mide qué tan buena es la convergencia del equilibrio, aún era muy elevado para esta superficie. La figura 7.14 muestra cómo fue disminuyendo la fuerza residual al aumentar el número de iteraciones en SIESTA, el salto que se observa en la gráfica es porque el cálculo se hizo en dos partes, usando la función de reiniciar el cálculo anterior que tiene SIESTA (figura 6.1b). Por la experiencia de nuestros colaboradores de la Universidad Carlos III, se espera que las islas aparezcan en los diagramas de presión con fuerzas residuales por debajo del orden de $1.0x10^{-12}$, y en nuestros cálculos de SIESTA la fuerza dejaba de disminuir cerca de $1.0x10^{-11}$, incluso después de reiniciar el calculo varias veces. Se observa que se aproxima a un límite de convergencia, el cual no se ha podido remover.



Figura 7.14 – Progreso del cálculo del equilibrio en SIESTA

La geometría del TJ-II es compleja y al simular el plasma completo, sin usar la simetría, el cálculo se vuelve aún más complicado, lo que hace difícil encontrar buenos equilibrios. En SIESTA hay muchas variables con las que se puede experimentar para mejorar el cálculo, empezando con el equilibrio de VMEC que se use. Encontramos que para el TJ-II usando NFP=1 se pueden alcanzar equilibrios de VMEC con fuerzas residuales en el orden de 1.0x10⁻¹⁹, y entre menor sea la fuerza residual de VMEC, los equilibrios de SIESTA mejorarán también. El numero de modos en SIESTA es otro parámetro importante para el equilibrio, una forma de encontrar el número óptimo es haciendo un barrido manual, nuestros mejores resultados se encontraron con 8 modos poloidales y 48 modos toroidales. Otros parámetros que utilizamos son NSIN=101 (superficies magnéticas), MUPAR=0.2 (amortiguamiento paralelo), LEVMARQ_PARAM=0.15 (Levenberg-Marquardt, convergencia), propicia la ETA_FACTOR=0.1 (resistividad finita), HELPERT=5.0E-5 (fuerza de perturbación).

Las islas con m=2 no aparecieron en el diagrama de presión. Esto podría estar relacionado con una observación experimental que parece indicar que cuando se induce una corriente óhmica la isla que se desarrolla en la superficie iota=3/2 no es la de n/m=3/2 sino la de n/m=12/8. Esta conclusión se desprende de que en los detectores (bolómetros) que están separados 90 grados toroidalmente se observan señales que están en fase [27]; esto indica que el modo toroidal n debe tener una periodicidad múltiplo de 4. Esto se cumple para 12/8. Entonces podría ser que para este caso el equilibrio para la isla 3/2 es muy difícil de alcanzar y por eso se forma la 12/8. Por esta razón se probó excitar el equilibrio del caso C con otros valores de m.

En la figura 7.15 se muestra los resultados de perturbar el caso C con frecuencia poloidal m=3 para la superficie racional ι =4/3 y adicionalmente perturbaciones en la superficie de ι =3/2, primero con frecuencia m=4, después m=6 y por último en m=8. Sin embargo, con ninguno de los cálculos de equilibrio se lograron niveles fuerza residual suficientemente bajos como para observar las islas en los diagramas de presión. Nótese como cerca del eje magnético hay superficies que resuenan con las mismas frecuencias poloidales 4,6 y 8.



Figura 7.15 – Superficies magnéticas con diferentes perturbaciones

Para averiguar si las islas magnéticas de desarrollarían en esta configuración de manera natural, se calculó el equilibrio MHD en SIESTA sin introducir perturbaciones. De esta manera solo crecerían las islas magnéticas si algún ruido en el cálculo empieza a resonar en las superficies racionales. Los resultados se muestran en la figura 7.16, se observan las cadenas de islas pequeñas de m=3 y m=8 en r=0.3 y r=0.66 respectivamente. Esto significa que el estado de equilibrio de VMEC de esta configuración de mayor cizalla magnética es inherentemente inestable a la aparición de islas por efectos resistivos.



Figura 7.16 – Equilibrio en SIESTA sin perturbaciones

8 – Discusión y Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un método para producir islas magnéticas en el TJ-II con cualquier periodicidad toroidal en SIESTA a través de modificaciones a los parámetros de entrada de VMEC. Se modificó la descripción de la última superficie cerrada del plasma en armónicos de Fourier que generó DESCUR para el caso simétrico y se adaptaron los coeficientes para que representaran al TJ-II completo. Se encontraron parámetros de entrada en VMEC que no estaban activos y que eran esenciales para aumentar la resolución del cálculo y permitir que las fuerzas residuales disminuyeran hasta alcanzar buenos equilibrios MHD que pudieran ser utilizados en SIESTA.

En SIESTA se hicieron cálculos con tres configuraciones distintas de corrientes en las bobinas del TJ-II. El primer caso se utilizó como validación del método para calcular equilibrios sin simetría. El segundo caso mostró las ventajas del nuevo método sobre el método anterior, donde no se veían todas las islas esperadas. El tercer caso fue donde se buscó optimizar el equilibrio y obtener la menor fuerza residual posible para conseguir que las islas aparecieran también en los diagramas de presión. Como los parámetros óptimos de entrada de SIESTA son distintos para cada máquina, se modificaron de manera independiente de simulación a simulación hasta que se encontró el valor de cada parámetro que resultara en los mejores equilibrios. Con la convergencia de la presión se puede afirmar que SIESTA está calculando los equilibrios del TJ-II de la manera correcta con el método desarrollado.

Al poder hacer cálculos en VMEC sin tomar en cuenta la simetría toroidal del TJ-II se logró quitar la restricción que existía en SIESTA y esto permitió observar por primera vez en los diagramas de POINCARÉ las islas magnéticas con periodicidades toroidales distintas a múltiplos de 4, incluyendo las de t=3/2. Se necesitan más simulaciones de SIESTA para saber cuál es la verdadera periodicidad poloidal de las islas que se desarrollan en esa superficie racional (m=2, m=4, m=6, m=8 u otra). Una de las actualizaciones en las que está trabajando el equipo de SIESTA podría ser la solución, pues se podrá perturbar directamente el rango de superficies deseado, sin hacer el barrido radial completo que en este trabajo introdujo fuerzas de perturbación en superficies cerca del eje magnético que no eran de interés (Figura 7.15). Los resultados obtenidos con las simulaciones de VMEC y SIESTA son muy interesantes porque se pueden relacionar con resultados experimentales. Los perfiles de presión obtenidos en los cálculos de este trabajo se asemejan a los perfiles de presión de los electrones medidos experimentalmente ^[24], al pasar por las superficies racionales se ve el mismo comportamiento de aplanamiento. Las superficies racionales también se han relacionado con reducciones en el transporte de partículas ^[24], y con la formación de barreras internas de transporte ^[26], lo que ayuda a mantener el plasma confinado. En la figura 8.1 se pueden ver las mediciones de las difusividad de los electrones en un barrido de diferentes configuraciones al ir incrementando la corriente en la bobina helicoidal, las líneas punteadas corresponden a las superficies racionales presentes. Se puede ver como la flexibilidad del TJ-II permite colocar las superficies racionales en cualquier posición radial y además su posición coincide con áreas de baja difusividad.



Figura 8.1 – Barrido de superficies racionales y difusividad ^[24]

Estudiar a las islas magnéticas en el plasma es muy difícil, pues se debe hacer a través de mediciones de los efectos que producen, por eso los cálculos de equilibrio son muy importantes para hacer un estudio completo, ya que al compararlos con mediciones experimentales se complementan. Al poder calcular las propiedades de las islas magnéticas se podrían determinar las condiciones necesarias para que la reducción del transporte asociado a las islas sea suficiente para alcanzar el confinamiento que pueda llevar a un futuro experimento o reactor de fusión.

9 – Referencias

Marco Teórico

- [1] **Programa de Desarrollo del Sistema Eléctrico Nacional 2018-2032**. SENER (2018) https://www.gob.mx
- [2] **Statistics Electricity Generation by fuel**. International Energy Agency (2015) https://www.iea.org
- [3] Randall Munroe. Fundamental forces. XKCD 1489 (2015) https://www.xkcd.com/1489/
- [4] J. R. Lamarsh. Introduction to nuclear Engineering. Addison-Wesley (1983)
- [5] Francis F. Chen. An Indispensable Truth. Springer (2011)
- [6] T. H. Rider. Fundamental limitations on plasma fusion systems not in thermodynamic equilibrium. Physics of Plasmas 4, 1039 (1997)
- [7] Arthur Eddington. Address to the British Association in Cardiff. Observatory 43, 353 (1920)
- [8] Einstein and Eddington. Royal Astronomical Society (1930) https://www.sciencephoto.com/media/75382/view/einstein-and-eddington-1930
- [9] **Future fusion power plant**. Max-Planck-Institut für Plasmaphysik (2018) http://www.ipp.mpg.de/14755/aufbau
- [10] Randall Munroe. Log Scale. XKCD 1162 (2013) https://www.xkcd.com/11162/
- [11] **Magnetically confined fusion plasmas**. Deutsche Physikalische Gesellschaft (2011) https://www.dpg-physik.de/dpg/gliederung/fv/p/info/magnet.html
- [12] TJ-II. Laboratorio Nacional De Fusión (2018) http://www.fusion.ciemat.es/tj-ii/
- [13] Francis F. Chen. Plasma Physics and Controlled Fusion, Volume 1: Plasma Physics. Plenum Press (1984)
- [14] J.A. Bittencourt. Fundamentals of Plasma Physics. Springer (2004)
- [15] Goldston & Rutherford. Introduction to Plasma Physics. Institute of Physics Publishing (1995)
- [16] L. Merriman. Examination of the United States Domestic Fusion Program. Department Of Nuclear Science and Engineering at MIT (2015)

VMEC / SIESTA

- [17] S. P. Hirshman and J.C. Whitson. Steepest-descent moment method for threedimensional magnetohydrodynamic equilibria. The Physics of Fluids 26, 3553 (1983)
- [18] S. P. Hirshman and H. K. Meier. Optimized Fourier representation for threedimensional magnetic surfaces. The Physics of Fluids 28, 1387 (1985)
- [19] S. P. Hirshman and R. Sanchez. SIESTA: A scalable iterative equilibrium solver for toroidal applications. Physics of Plasmas 18, 062504 (2011)
- [20] E. Strumberger and M. Hölzl. User manual: Iterative computation of 3D ideal MHD equilibria and magnetic fields. Max-Planck-Institut für Plasmaphysik 5/113 (2005)
- [21] Samuel Lazerson . VMECwiki. Princeton Plasma Physics Laboratory PPPL (2010) http://vmecwiki.pppl.wikispaces.net

TJ-II

- [22] T. Estrada et al. Transitions to improved core electron heat confinement triggered by low order rational magnetic surfaces in the stellerator TJ-II. Nuclear Fusion 47, 305 (2007)
- [23] T. Estrada et al. Plasma flow, turbulence and magnetic islands in TJ-II. Nuclear Fusion 56, 026011 (2016)
- [24] D. López-Bruna et al. Are magnetic resonances practical transport controllers in fusion plasmas? The TJ-II experience. J. of Physics: Conf. Ser. 591 012013 (2015)
- [25] D. López-Bruna et al. Relationship between MHD events, magnetic resonances and transport barriers in TJ-II plasmas. Nuclear Fusion 53, 073051 (2015)
- [26] J. J. Martinell et al. Dynamics of magnetic islands and confinement transitions in TJ-II. J. of Physics: Conf. Ser. 591 012012 (2015)
- [27] M. A. Ochando, D. López-Bruna and M.A Pedrosa. Tracking magnetic resonances through their effect on global radiation signals. 19th ISHW (2013)
- [28] O. Sandoval Cárdenas. Estudio Numérico de Islas Magnéticas en Experimentos de Fusión Nuclear Controlada. Tesis de licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM (2017)

Anexo 1 – Guía del proceso (Simulación de Stellarators)

El objetivo de esta guía es detallar cada paso del proceso que se utilizó en este trabajo con la finalidad de que las personas que deseen seguir en esta línea de investigación la usen como referencia. Esta sección incluye todos los códigos y programas que fueron utilizados, y para cada uno de ellos se describen las funciones utilizadas, así como las lecciones aprendidas desde la instalación hasta la obtención de los resultados. Esta guía está organizada de forma que, al llegar a una sección nueva, los prerrequisitos de esa sección ya hayan sido cubiertos en secciones anteriores.

Es importante mencionar que muchos de los códigos y programas utilizados en este trabajo se ejecutan en el sistema operativo GNU/Linux, principalmente los códigos del paquete "stellinstall.zip", así que es necesario que el usuario tenga los conocimientos básicos suficientes para trabajar en este ambiente. Esta guía describirá brevemente los comandos más utilizados en durante la elaboración de este trabajo.

Se recomienda altamente que se instalen los códigos en una supercomputadora con gran capacidad de cálculo, ya que los códigos del paquete "stellinstall.zip" son muy demandantes en este sentido. Con mayor capacidad de procesamiento se obtendrán resultados más rápido gracias a que la mayoría de los códigos pueden hacer cálculos en paralelo. Para este trabajo se utilizaron los recursos de la supercomputadora Miztli de la UNAM, la cual tiene instalada una distribución de GNU/Linux llamada *Red Hat Enterprise Linux*. Como no es posible utilizar físicamente la supercomputadora, se debe trabajar en ella a través de la red, utilizando una computadora personal y una aplicación llamada *Terminal*.

En resumen, los recursos de cómputo necesarios para la realización de este trabajo fueron: una supercomputadora con GNU/Linux y una computadora personal. La primera para la ejecución de los códigos y la segunda como interfaz de la supercomputadora a través de la aplicación *Terminal*, así como para ejecutar el resto de los programas utilizados para visualizar los resultados de los cálculos.

A1.1 – Terminal

Todas las distribuciones de los sistemas operativos GNU/Linux y de Mac OS ya tienen instalada esta aplicación, para encontrarla solo hay que teclear *Terminal* en la barra de búsqueda de cualquiera de los dos sistemas operativos. Para las computadoras con sistema operativo Windows se recomienda utilizar una aplicación como VirtualBox e instalar Ubuntu, que es una de las distribuciones de GNU/Linux más parecidas a Windows. Con VirtualBox es posible tener activos ambos sistemas operativos y compartir archivos entre ellos activando las carpetas compartidas. Con sistema operativo Ubuntu instalado, la *Termina*l se puede ejecutar como en cualquier otra distribución de GNU/Linux.

En esta lista se incluyen únicamente los comandos más utilizados y algunos ejemplos para mostrarle al usuario algunas variantes. En las definiciones siguientes, la palabra directorio es equivalente a lo que comúnmente se conoce como carpeta o folder. En los ejemplos se utiliza la extensión ".txt" pero podría ser cualquier otra. Se puede utilizar la tecla "tab" para completar nombres de archivos y directorios automáticamente. Para ejecutar un comando en la *Terminal* solo hace falta escribir el comando deseado y presionar "enter" en el teclado.

pwd	mostrar la ubicación actual
ls	listar los contenidos del directorio actual
ls -l	mostrar los detalles de la lista de contenidos
ls -t	ordenar la lista de contenidos por fecha de modificación
ls -lt	mostrar los detalles de la lista de contenidos y ordenar por fecha
mkdir <i>Folder1</i>	crear directorio nuevo llamado "Folder1" en la ubicación actual
cd Folder1	cambiar ubicación del directorio actual al directorio "Folder1"
cd Folder1/Folder2	cambiar ubicación al directorio "Folder2" dentro de "Folder1"
cd	cambiar ubicación del directorio actual al directorio superior
cd//	cambiar ubicación: subir tres niveles

cp A.txt B.txt	copiar el archivo "A.txt" y guardar con el nombre "B.txt"
cp A.txt Folder1	copiar el archivo "A.txt" al directorio "Folder1"
cp A.txt Fol1/B.txt	copiar "A.txt" al directorio "Fol1" y guardar con el nombre "B.txt"
cp * <i>Folder1</i>	copiar todo el contenido del directorio actual a al "Folder1"
mv A.txt Folder1	mover el archivo "A.txt" al directorio "Folder1"
mv A.txt B.txt	renombrar el archivo "A.txt" con el nombre "B.txt"
mv A.txt/.	mover el archivo "A.txt" al directorio superior
rm A.txt	borrar el archivo "A.txt"
rm *	borrar todo el contenido del directorio actual
rm *. <i>data</i>	borrar todos los archivos del directorio actual que terminen en ".data"
rm -r <i>Folder1</i>	borrar el directorio "Folder1" y todo su contenido
ctrl+c	interrumpir proceso

Terminal tiene una memoria de los comandos usados recientemente, para verlos en la línea de comandos solamente hay que usar la flecha hacia arriba en el teclado hasta encontrar el deseado, para editarlo usa las flechas laterales hasta llegar a la posición deseada. Otra forma de llegar a un comando usado anteriormente es usando el buscador:

ctrl+r buscar comando usado anteriormente

ctrl+r

xvmecbuscar el último comando usado que contenga "xvmec" (La flecha hacia arribamostrará más comandos recientes que coincidan con la búsqueda)

A1.2 – Vi

Vi es un editor de texto que se encuentra instalado por default en la mayoría de las distribuciones de los sistemas operativos GNU/Linux y de Mac OS. Es muy útil para hacer modificaciones a los archivos de texto directamente en la *Terminal*. Para iniciar el programa, se teclea en la línea de comandos de la *Terminal*:

vi A.txt editar archivo "A.txt" (si "A.txt" no existe, se crea el archivo "A.txt")

Una vez dentro de Vi existen dos modos de operación, el modo de comandos y el modo de insertar texto. Cuando inicia Vi se inicia en el modo de comandos, cuando se teclea un comando de insertar, se pasa al modo de insertar texto. Para regresar al modo de comandos se debe oprimir la tecla "esc" en el teclado.

Comandos de movimiento:

flechas	mover el cursor dentro del documento (también con teclas h, j, k, l)
#	ir # líneas abajo
:#	ir a la línea #
ctrl+f	salto hacia adelante una pantalla (forwards)
ctrl+b	salto hacia atrás una pantalla (backwards)

Comandos de insertar:

i	insertar texto antes del cursor
I	insertar texto al principio de la línea
a	insertar texto después del cursor
A	insertar texto al final de la línea
r	remplazar texto en el cursor
R	remplazar texto en el cursor y avanzar cursor
0	insertar línea abajo
0	insertar línea arriba

Otros comandos:

X	borrar texto en el cursor
X	borrar texto anterior al cursor
dd	borrar línea (también utilizado para cortar líneas)
# dd	borrar # líneas a partir de la actual
уу	copiar línea
# yy	copiar # líneas a partir de la actual
р	pegar líneas copiadas o borradas (cortadas)
/hola	buscar la palabra "hola"
n	ir al siguiente resultado
Ν	ir al resultado previo
:w	guardar cambios
:wq	salir guardando cambios (también con el comando: ZZ)
:q!	salir sin guardar cambios

A1.3 – Supercomputadora Miztli

Para utilizar la supercomputadora Miztli de la UNAM se debe enviar una solicitud del proyecto a la convocatoria semestral de la Dirección General de Cómputo y de Tecnologías de Información y Comunicación (DGTIC). Una vez que el proyecto está aprobado, el investigador o profesor responsable del proyecto tendrá acceso y podrá solicitar cuentas adicionales para trabajar en el proyecto. Para esto se debe contactar a la DGTIC al correo que aparezca en su página web (www.super.unam.mx). En nuestro caso se nos requirió enviar los siguientes datos a la dirección ayuda@super.unam.mx solicitando la apertura de la cuenta adicional:

Proyecto de supercómputo: Nombre(s) del alumno: Primer apellido: Segundo apellido: Dependencia de adscripción (facultad, instituto o posgrado) Comprobante de adscripción a su dependencia en formato PDF Email: Teléfono de contacto: Ultimo Grado Académico Obtenido:

La DGTIC hace la entrega de la cuenta adicional de forma presencial en las instalaciones de la coordinación de supercómputo. La cuenta adicional incluye los archivos necesarios para utilizar la red privada virtual (VPN), que es necesaria para conectarse a la supercomputadora estando fuera de la red de la UNAM. La DGTIC proporciona instrucciones de instalación para los programas Tunnelblick y OpenVPN.

A continuación, se muestran algunos de los comandos más utilizados en la *Terminal* para interactuar con la supercomputadora.

ssh -X usuario@132.247.177.99

Secure Shell (ssh) se utiliza para conectarse a la supercomputadora. La dirección IP actual de Miztli es "132.247.177.99". La etiqueta "-X" permite que las aplicaciones en Miztli abran ventanas de gráficos en la computadora local.

cd ../../../tmpu/jjmb_g/usuario/

Este comando se escribe desde el directorio principal del usuario en Miztli para cambiar al directorio temporal del usuario en Miztli, para alguien trabajando bajo el proyecto del usuario "jjmb_g" (Julio Javier Martinell Benito). Esta dirección cambiará dependiendo del proyecto, pero siempre se encontrará en la carpeta "132.247.177.99:/tmpu/".

Nota: La capacidad del directorio principal del usuario puede no ser lo suficientemente grande para que algunos códigos como SIESTA guarden sus resultados, así que alternativamente se pueden ejecutar los códigos desde la carpeta temporal. Para llegar rápidamente a la carpeta temporal después de haber escrito el comando anteriormente se recomienda usar el comando de búsqueda:

ctrl+rcdbuscar el último comando usado que contenga "cd"

Por último, para cerrar la sesión:

ctrl+d desconectarse de la supercomputadora

Secure Copy (scp) es un comando que siempre se escribe desde la computadora local para copiar archivos entre la computadora local y la supercomputadora. A continuación, se muestran algunos ejemplos:

scp A.txt usuario@132.247.177.99:

copiar el archivo "A.txt" del directorio local actual al directorio principal en Miztli

scp A.txt usuario@132.247.177.99:Folder1/.

copiar el archivo "A.txt" del directorio local actual al directorio "Folder1" que se encuentra en el directorio principal del usuario en Miztli

scp A.txt usuario@132.247.177.99:/tmpu/jjmb_g/usuario/.

copiar el archivo "A.txt" del directorio local actual al directorio temporal en Miztli

scp usuario@132.247.177.99:/tmpu/jjmb_g/usuario/A.txt .

copiar el archivo "A.txt" del directorio temporal en Miztli al directorio local actual

scp usuario@132.247.177.99:Folder1/A.txt Folder2/.

copiar el archivo "A.txt" del "Folder1" en el directorio principal del usuario en Miztli al directorio "Folder2" que está en el directorio local actual.

scp usuario@132.247.177.99:A.txt B.txt

copiar el archivo "A.txt" del directorio principal del usuario en Miztli al directorio local actual y guardarlo con el nombre "B.txt"

La supercomputadora Miztli cuenta con un sistema de colas para administrar los trabajos. Los comandos para ejecutar cada código se detallarán más adelante en la guía, cuando se describa cada código. Esta lista solo contiene algunos comandos útiles, la guía completa del sistema de colas se encuentra en la página web de la DGTIC (www.super.unam.mx).

consulta	consultar los recursos y colas disponibles para el proyecto
uso	muestra el número de procesadores en uso (asignados al grupo)
bsub	enviar trabajo al sistema de colas (ver detalle en la guía de cada código)
bjobs	muestra los trabajos actuales del grupo en el sistema de colas

Para remover el trabajo del sistema de colas o cancelar un trabajo, se debe consultar el número de identificación del trabajo usando "bjobs" y posteriormente utilizar "bkill"

bkill 12345 cancelar el trabajo número "12345"

A1.3.1 – Módulos

Para la instalación y ejecución de los códigos del paquete "stellinstall.zip" es necesario tener instalados en la supercomputadora otros programas auxiliares, como compiladores, compactadores de archivos y librerías de operaciones algebraicas. Muchos de estos programas ya se encuentran instalados en Miztli y se pueden cargar como módulos en la sesión del usuario para utilizarse.

module avail	muestra la lista completa de módulos disponibles en Miztli
module load X	carga el módulo "X" a la sesión actual
module list	muestra la lista de los módulos cargados en la sesión actual

Los módulos cargados con el comando "module load" no estarán disponibles la siguiente vez que se inicie sesión en la supercomputadora. Para no tener que repetir esta operación cada vez que se inicie sesión, se deben incluir los módulos en el archivo oculto ".bashrc" que se encuentra en el directorio principal del usuario.

```
vi /home/jjmb_g/usuario/.bashrc
```

abrir el archivo ".bashrc" de un usuario en el grupo jjmb_g utilizando el editor de texto Vi

Los módulos necesarios son:

intel/2015.1.133 mkl/11.2_update1 mpi/intel-5.0.2p-044 hdf5/1.8.15-intel-15.0.1 netcdf/4.3.3.1-intel-15.0.1 netcdf-fortran/4.4.2-intel-15.0.1 El contenido del archivo ".bashrc" deberá quedar de la siguiente manera:

```
# .bashrc
# Source global definitions
if [ -f /etc/bashrc ]; then
               . /etc/bashrc
fi
# User specific aliases and functions
module load intel/2015.1.133
module load mkl/11.2_update1
module load mpi/intel-5.0.2p-044
module load hdf5/1.8.15-intel-15.0.1
module load netcdf/4.3.3.1-intel-15.0.1
```

La única librería no disponible como módulo en Miztli es la librería Silo y su instalación se describirá en la siguiente sección.
A1.3.2 – Silo

Esta librería la utiliza el código SIESTA para escribir archivos de salida binarios que pueden ser leídos con VisIt, el programa de visualización. Estos son los pasos que se deben seguir para la instalación de la versión más actual (4.10.2).

- Descargar el código de la página del Laboratorio Nacional de Lawrence Livermore (https://silo.llnl.gov/), la versión "silo-4.10.2-bsd-smalltest.tar.gz" es suficiente. Después de la descarga puede que el archivo se descomprima automáticamente, removiendo la extensión ".gz", el procedimiento a continuación sería el mismo, pero sin esa extensión.
- 2. Copiar el archivo a la supercomputadora, a la carpeta principal del usuario scp silo-4.10.2-bsd-smalltest.tar.gz *usuario*@132.247.177.99:
- 3. Descomprimir el archivo tar -xf silo-4.10.2-bsd-smalltest.tar.gz
- Entrar al directorio cd silo-4.19.2
- 5. Ejecutar el archivo de configuración de silo que se encuentra en ese directorio ./configure
- 6. Con el paso anterior termina la instalación de Silo en Miztli, pero aún hace falta verificar que el archivo de instalación de "stellinstall.zip" incluya el mapeo correcto de las librerías de Silo. La sección de la computadora Miztli en el archivo de "setup" del paquete "stellinstall.zip" debe incluir las siguientes líneas:

```
SILO_DIR="/home/jjmb_g/usuario/silo-4.10.2"
precomp=$precomp" -DSILO_AVAIL"
COMPILE="ifort -I$SILO_DIR/include"
LIB=" -L$SILO_DIR/lib -lsilo"
```

Notas:

- Validar que la dirección de la carpeta "silo-4.2.10" en la variable SILO_DIR sea la correcta, utilizando el comando "pwd" desde la carpeta "silo-4.2.10".
- El archivo de "setup" se puede modificar antes de descomprimir el archivo "stellinstall.zip", para hacer esto se puede utilizar el programa VIM. Se utiliza del mismo modo que el editor Vi (A1.2). Una vez adentro seleccionar el archivo de "setup" para su modificación.

vim stellinstall.zip

7. Si SIESTA ya estaba instalado antes de instalar Silo, se debe volver a instalar SIESTA utilizando el archivo "setup" actualizado en el paso anterior.

A1.4 – Paquete de códigos "stellinstall.zip"

El paquete de códigos "stellinstall.zip" incluye muchos códigos para la simulación de plasmas confinados magnéticamente de forma toroidal. Para obtenerlo es necesario contactar Martinell del Instituto Ciencias Nucleares al Dr. Julio de de la UNAM (martinell@nucleares.unam.mx) solicitando el archivo "stellinstall.zip". El paquete proporcionado ya debe tener el archivo "setup" compatible con la computadora Miztli, es decir que todas las librerías necesarias están correctamente mapeadas. Una vez obtenido, se debe copiar a la supercomputadora para su instalación.

scp stellinstall.zip usuario@132.247.177.99:

Una vez en la supercomputadora, se deben extraer los contenidos del archivo introduciendo el siguiente comando.

unzip stellinstall.zip

Dentro del archivo comprimido se encuentran los siguientes archivos:

setupejecutable para instalar los códigosstellinstall_sanssiesta.zipmismo paquete, pero con menos códigos

Y las siguientes carpetas de programas, cada una con su código en versión comprimida:

BNORM/	Calcula coeficientes de Fourier del campo magnético normal
BOOTSJ/	Calcula la corriente de bootstrap para un equilibrio de VMEC
BOOZ_XFORM/	Transforma el equilibrio de VMEC a coordenadas de Boozer
COBRAVMEC/	Calcula la inestabilidad ideal de ballooning para VMEC
COILOPT/	Optimiza las bobinas para un campo magnético dado
DESCUR/	Calcula armónicos de Fourier que describen una superficie
DIAGNO/	Simula mediciones para comparar con experimentos
DKES/	Obtiene los límites de los coeficientes de transporte
LIBSTELL/	Librería de herramientas compartidas entre los códigos
MAKEGRID/	Calcula campos magnéticos a partir de las bobinas definidas
NEO/	Calcula coeficientes de transporte neoclásico
PARVMEC/	Versión de VMEC diseñada para cálculos en paralelo (beta)
PGPLOT/	Graficador de archivos binarios
PGPROUT/	Graficador de archivos binarios
POINCARE/	Calcula diagramas de Poincare a partir de líneas magnéticas
SIESTA/	Encuentra el equilibrio MHD con islas magnéticas
STELLOPT/	Optimiza el equilibrio MHD en 3D a un parámetro objetivo
V3FITA/	V3FIT reconstruye un equilibrio 3D
V3RFUN/	Genera los archivos de entrada de V3FIT
VACOPT/	Optimiza los campos magnéticos de STELLOPT en el vacío
VMEC2000/	Encuentra el equilibrio MHD para tokamaks/stellarators

Para la instalación de cualquiera de los programas es necesario abrir el archivo ejecutable "setup" de la siguiente manera:

./setup

Si no se escribe "./" antes de "setup" el sistema pensará que se quiere entrar a los ajustes de la supercomputadora y pedirá una clave de administrador, si esto pasa, se puede cancelar el proceso (ctrl+c) y volver a intentar escribiendo "./setup".

Antes de comenzar la instalación se deben contestar las siguientes preguntas:

```
Enter version type to make (release-R, debug-D) :
R
Specify project(s) to make from the following list:
```

all animec bd_match booz_xform bootsj bnorm cobra cobravmec coilopt descur diagno dkes inductance j_invariant lib makegrid nbj neo nescoil parvmec pgplot pgprout poincare propack prout siesta stellopt vacopt vmec2000 v3fita v3post v3rfun

descur makegrid poincare siesta vmec2000

У

NETCDF es un formato de archivos comprimidos que facilita la manipulación de archivos de salida. MPI es la capacidad de la supercomputadora de ejecutar los códigos en paralelo. Se recomienda siempre hacer una instalación "CLEAN MAKE" para asegurar que no falte ningún archivo en la librería.

Después de esto comenzará la instalación de los códigos seleccionados. Si la instalación termina con algún error, se recomienda instalar cada código por separado. Para validar que se la instalación terminó correctamente, en las carpetas de "Release" de los códigos DESCUR, MAKEGRID, POINCARE, SIESTA y VMEC2000 deben estar los ejecutables: **xcurve**, **xgrid**, **xpoincare**, **xsiesta** y **xvmec2000** respectivamente.

A1.4.1 – MAKEGRID

Calcula el campo magnético total generado por las bobinas y corrientes definidas.

ENTRADA	EJECUCIÓN	MONITOREO	SALIDAS
coils.nombre	xgrid	en pantalla	mgrid.nombre
			extcur.nombre

ENTRADA

En la primera línea del archivo de entrada se define el número de periodos toroidales de la máquina y a partir de la línea 4 se incluye una tabla con las coordenadas de los puntos de las bobinas y las corrientes que pasan por ellas.

periods 1						
begin filament						
mirror NIL						
coordX	coordY	coordZ	corriente			

Ver la guía en línea de MAKEGRID para el detalle del formato del archivo de entrada: http://vmecwiki.pppl.wikispaces.net/MAKEGRID

EJECUCIÓN

Se usa este comando en la Terminal desde la ubicación del archivo de entrada:

~/MAKEGRID/Release/xgrid

El código pregunta la extensión del archivo de las bobinas y otros parámetros para la ejecución. Las respuestas de abajo son un ejemplo de una de las corridas para el TJ-II.

Enter extension of "coils" file : TJ-II_100_44_64 Scale (S) bfield to unit current/turn OR use raw (R) currents from coils file: S Assume stellarator symmetry (Y/N)? : Y Enter rmin (min radial grid dimension) : 0.5 Enter rmax (max radial grid dimension) : 2.5 Enter zmin (min vertical grid dimension): -1.0 Enter zmax (max vertical grid dimension): 1.0 Enter number of toroidal planes/period : 120 Enter number of r (radial) mesh points : 201 Enter number of z mesh points : 201

SALIDAS

mgrid.*nombre* Se usa como entrada de VMEC para casos de frontera libre extcur.*nombre* Incluye los valores de extcur sugeridos para el input de VMEC

A1.4.2 – DESCUR

Calcula los armónicos de Fourier que describen la última superficie cerrada del plasma. El archivo de salida incluye los armónicos de Fourier en el formato necesario

ENTRADA	EJECUCIÓN	MONITOREO	SALIDAS
nombre	xcurve	en pantalla	outcurve
			plotout

ENTRADA

En la primera línea del archivo de entrada se definen el número de puntos en theta, el número de puntos en phi y la periodicidad de la frontera. A partir de la segunda línea se incluye una tabla con las coordenadas R, phi y Z de los puntos que describen la superficie.

#puntos en	theta	#puntos en phi	periodicidad
coordR	coordPhi	coordZ	
• • •			

Ver la guía en línea de DESCUR para el detalle del formato del archivo de entrada: http://vmecwiki.pppl.wikispaces.net/DESCUR

EJECUCIÓN

Se usa este comando en la Terminal desde la ubicación del archivo de entrada:

~/DESCUR/Release/xcurve

El código pedirá el archivo de entrada más adelante de forma iterativa.

Enter spectral convergence parameter =0 for polar, =1 for equal arclength >1 for smaller spectral width =4 corresponds to STELLOPT choice): 1 Use (default) VMEC-compatible compression (V) or Advanced Hirshman-Breslau compression (A): V Select source of curve data to be fit: 0 : Points from file 1 : Fourier coeffs from file (wout file allowed) 2 : Solove'ev Equilibrium 3 : Assorted 2-D shapes 0 Enter file name containing R, PHI, Z data to fit: nombre

SALIDAS

outcurveLa última tabla contiene los armónicos de Fourier con formato para VMECplotoutInformación para graficar la curva, se visualiza con DESCUR_PLOT

A1.4.3 – VMEC2000

VMEC se utiliza para encontrar el equilibrio MHD de un tokamak o stellarator.

ENTRADA	EJECUCIÓN	MONITOREO	SALIDAS
input.nombre	xvmec2000	threed1.nombre	wout_nombre.nc
			threed1.nombre
			jxbout.nombre.txt
			mercier. <i>nombre</i> salida_VMEC.txt
			errores_VMEC.txt

ENTRADA

VMEC necesita los armónicos de Fourier que genera DESCUR, el perfil de corrientes, el perfil de presión y otros parámetros que van incluidos en el archivo de entrada (Ver formato de "input.*nombre*" en el anexo A2.1).

EJECUCIÓN

Se usa este comando en una sola línea, desde la ubicación del archivo de entrada:

bsub -oo salida_VMEC.txt -eo errores_VMEC.txt -q q_htc -n 32 mpirun ~/VMEC2000/Release/xvmec2000 input.*nombre*

Al ejecutar ese comando recibirás el mensaje de que el trabajo fue enviado al sistema de colas. La duración del cálculo dependerá del número de superficies y el valor de fuerza residual utilizado. Normalmente terminará en cuestión de minutos.

MONITOREO DE VMEC

Durante la ejecución de VMEC se puede ir monitoreando el progreso del equilibrio, el archivo de salida "threed1.*nombre*" se va actualizando a medida que avanza el cálculo. El valor de interés en la tabla es la **FSQR**, el cual corresponde a la fuerza residual actual del equilibrio.

SALIDAS

wout_nombre.nc	Equilibrio de VMEC
threed1.nombre	Reporte de la ejecución de VMEC
jxbout. <i>nombre</i> .txt	Detalle del campo magnético y corrientes en cada plano
mercier.nombre	Detalle de iota, cizalla, corrientes y presiones
salida_VMEC.txt	Contiene el texto que saldría en la pantalla durante la ejecución
errores_VMEC.txt	Si el cálculo termina con errores, aquí se muestran

A1.4.4 – SIESTA

Encuentra el equilibrio MHD con islas magnéticas partiendo del equilibrio de VMEC.

ENTRADA	EJECUCIÓN	MONITOREO	SALIDAS
wout_nombre.nc	xsiesta	output_nombre*.txt	output_nombre*.txt
siesta.jcf			Restart_Ext-2D-iteración.silo
			Restart_Ext-3D-iteración.silo
		Restar	t_Ext-bfield_tracing-iteración.dat
		Restar	t_Ext-pressure-CYL-iteración.dat
ENTRADA OPC	IONAL	Restar	t_Ext-pressure-FLUX-iteración.dat
siesta_Restart_Ext			siesta_Restart_Ext
			siesta_profiles.txt
			siesta_profiles_pest.txt
			profstat.dat
			fort.20
			fort.21
			salida_SIESTA.txt
			errores_SIESTA.txt

ENTRADAS

Para hacer el cálculo SIESTA necesita un equilibrio de VMEC y los parámetros de ejecución definidos por el usuario (Ver el formato se "siesta.jcf" en el anexo A2.2).

El archivo de entrada "siesta_*Restart_Ext*" se usa para continuar con un cálculo anterior; si ese archivo existe en la misma carpeta que "siesta.jcf", SIESTA retomará el equilibrio desde ese punto, de lo contrario SIESTA calculará el equilibrio desde el inicio. La extensión "*Restart_Ext*" que se anexa a los archivos de salida, se define dentro del archivo "siesta.jcf".

EJECUCIÓN

Debido al gran tamaño que pueden ocupar los archivos de salida, se recomienda ejecutar SIESTA desde la carpeta temporal del usuario, ya que tiene mayor capacidad de almacenamiento (Ver A1.3). Si en algún punto SIESTA intenta guardar un archivo de salida y no hay espacio en el disco, el cálculo terminará con error. Para ejecutar SIESTA se usa el siguiente comando en la *Terminal*, en una sola línea, desde la ubicación del archivo de entrada:

bsub -oo salida_SIESTA.txt -eo errores_SIESTA.txt -q q_htc -n 32 mpirun ~/SIESTA/Release/xsiesta siesta.jcf

Al ejecutar ese comando recibirás el mensaje de que el trabajo fue enviado al sistema de colas. La duración del cálculo depende principalmente del número de superficies y modos utilizados. Puede variar desde un par de horas hasta más de un día.

MONITOREO DE SIESTA

Durante la ejecución de SIESTA se puede ir monitoreando el progreso del equilibrio, el archivo de salida "output_*nombre**.txt" se va actualizando a medida que avanza el cálculo. El valor de interés en la tabla es la **F2(MHD)**, el cual corresponde a la fuerza residual actual del equilibrio.

Para visualizar el progreso:

- 1. Copia la tabla del archivo "output_*nombre**.txt" una hoja de cálculo.
- 2. Convierte el texto en columnas, dividiéndolas usando los espacios.
- Borra todas las filas extras, dejando solo los valores de cada iteración.
 Esto se puede lograr rápidamente agregando un filtro a la tabla y ordenando la columna de NITER de forma ascendente.
- 4. Agrega una columna a la derecha de la tabla y calcula el número de NCALLS Acumuladas en cada iteración. A partir de la segunda iteración, la fórmula es:
 = celda superior + celda de la izquierda
- 5. Crea una gráfica de dispersión con líneas donde **NCALLS Acumuladas** sea el eje horizontal (Escala lineal) y la fuerza **F2(MHD)** sea el eje vertical (Escala logarítmica).

NITER	(W-W0)/W0*1E6	F2(MHD)	F2(LIN)	F2SUBS	F2SUBU	F2SUBV	V rms	NCALLS	NCALLS ACUMULADAS
1	0.00E+00	3.93E-02		5.71E-03	7.23E-06	1.62E-05	0.00E+00	0	0
2	-7.72E-02	5.88E-03	2.23E-04	3.28E-04	8.84E-07	2.03E-06	8.66E-05	138	138
3	-1.08E-01	4.26E-03	1.24E-05	7.78E-05	3.64E-07	8.10E-07	2.08E-05	138	276
4	-1.28E-01	3.40E-03	2.46E-06	5.48E-05	2.72E-07	5.50E-07	8.68E-06	138	414

Tabla A1.1 Ejemplo de la estructura de la tabla

En cualquier momento durante el cálculo se puede descargar el archivo "output_*nombre**.txt" de la supercomputadora y agregar las filas nuevas a la tabla para ver el progreso en la gráfica. Esta técnica es especialmente útil para comparar 2 o más cálculos de equilibrio en la misma gráfica y ver como afectan los parámetros de entrada.



Figura A1.1 Progreso de un cálculo con un "restart" cerca de las 40000 NCALLS Ac.

SALIDAS

Archivos de salida para visualización:

Restart_Ext-2D-iteración.siloDatos del equilibrio en cortes toroidales para VisItRestart_Ext-3D-iteración.siloDatos del equilibrio en 3D para VisItRestart_Ext-bfield_tracing-iteración.dat Campo magnético para POINCARERestart_Ext-pressure-CYL-iteración.dat Presión en coord. cilíndricas para PGPLOTRestart_Ext-pressure-FLUX-iteración.datPresión en coord. de flujo para PGPLOT

Notas:

Los archivos de salida ".silo" se van a generar solamente si:

- La supercomputadora tiene instalado Silo (Ver A1.3.2)
- SIESTA se instaló después de haber instalado Silo.
- El archivo de entrada "siesta.jcf" tiene las siguientes líneas:

 $L_SILO_OUTPUT = T$ $L_SILO3D = T$

La palabra "*iteración*" en los archivos de salida representa un número de 4 dígitos que corresponde a la iteración en la que se terminó el cálculo, más uno. Por lo general solo se necesita tener los archivos del final del cálculo, pero es posible obtenerlos para cada iteración, solo hay que cambiar la línea L_OUTPUT_ALLITER de falso a verdadero, en el archivo de entrada.

Otros archivos de salida:

output_nombre*.txt

Reporte de la ejecución de SIESTA

* El nombre completo de este archivo incluye la información de cuántas superficies y modos se definieron para el cálculo en el archivo de entrada. Por ejemplo, una ejecución con NSIN=101, MPOLIN=8 y NTORIN=6 generaría un archivo llamado:

output_nombre_0101X008X006.txt

Otros archivos de salida (continuado):

siesta_Restart_Ext	Archivo de reinicio
siesta_profiles.txt	Perfiles de varios datos en formato de tablas
siesta_profiles_pest.txt	Perfiles de datos en formato de tablas
profstat.dat	Contador de subrutinas durante la ejecución
fort.20 y fort.21	Archivos de trabajo de SIESTA
salida_SIESTA.txt	Salida de pantalla de la ejecución de SIESTA
errores_SIESTA.txt	Si el cálculo termina con errores, aquí se muestran

A1.4.5 – POINCARE

POINCARE crea diagramas de cortes toroidales o poloidales donde muestra por dónde pasan las líneas de campo magnético del equilibrio que encontró SIESTA.

ENTRADA	EJECUCIÓN	SALIDAS
Restart_Ext-bfield_tracing-iteracion.dat	xpoincare	

Restart_Ext-bfield_tracing-*iteracion_*puncture_toroidal.dat *Restart_Ext*-bfield_tracing-*iteracion_*puncture_poloidal.dat

ENTRADA

POINCARE usa el archivo del campo magnético de SIESTA. Los parámetros de entrada se agregan directamente en la línea de comandos. Es buena idea renombrar el archivo de entrada para reducirlo y porque ya perdió la trazabilidad del *nombre* original.

EJECUCIÓN

Se usa el siguiente comando en una sola línea, desde la ubicación del archivo de entrada:

bsub -oo salida_POINCARE.txt -eo errores_POINCARE.txt -q q_htc -n 30 mpirun ~/POINCARE/Release/xpoincare *Restart_Ext*-bfield_tracing-*iteracion*.dat A B C D E F G H Donde:

Valor usado:

А	Número de tránsitos toroidales por cada órbita	100
В	Número de superficies	50
С	Número de órbitas por cada superficie (distribuidas uniformemente)	12
D	Número de pasos de integración por cada tránsito.	40
E	Posición de la superficie más interna (valores de 0 a 1)	0.05
F	Posición de la superficie más externa (valores de 0 a 1)	0.95
G	Tipo de corte: poloidal (theta constante) o toroidal (phi constante)	toroidal
Н	Ángulo constante al que se hará el corte.	0

El número de procesadores (-n) se debe poder dividir exactamente entre el número de órbitas (Órbitas = B * C = 600), por eso en la ejecución de POINCARE se usan solamente 30 de los 32 cores disponibles para el proyecto.

SALIDAS

Restart_Ext-bfield_tracing-iteracion_	_puncture_toroidal.dat	Abrir en gnuplot
Restart_Ext-bfield_tracing-iteracion_	_puncture_poloidal.dat	Abrir en gnuplot
salida_POINCARE.txt	Salida de pantalla de la ejecue	ción de POINCARE
errores_POINCARE.txt	Si el cálculo termina con erro	res, aquí se muestran

A1.5 - matlabVMEC / VMECPlot

Para instalar matlabVMEC:

- 1. Se necesita tener una computadora con MATLAB previamente instalado.
- 2. Registrate gratis en la página de MathWorks para poder hacer descargas: https://la.mathworks.com/mwaccount/register
- 3. Descarga la carpeta de matlabVMEC:

https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/29031-matlabvmec

4. Desde MATLAB, busca y agrega al carpeta al "Path", incluyendo subfolders.

MATLAB R2014a	Create Zip File Rename	F2		
HOME PLOTS	Delete	Suprimir		
New New Open Com Script File	New Folder New File Compare Selected Files/Folders Compare Against Source Control		> • > >	Analyze Code Run and Time Cear Commands + Library CODE SIMULINE
Current Folder Name Apps matlab	Cut Copy Paste	Ctrl+X Ctrl+C Ctrl+V		Selected Folders
matlabVMECv2.92 license.txt	Add to Path			Selected Folders and Subfolders

Figura A1.2 Agregar folders y subfolders de matlabVMEC a MATLAB

Para visualizar un archivo "wout_nombre.nc":

- 5. Similar al paso 4, agrega el archivo "wout_nombre.nc" a tu carpeta de MATLAB.
- 6. Ejectuta el script: VMECplot
- 7. Se abrirá la ventana del visualizador en blanco.
- 8. Selecciona archivos "wout" y las variables deseadas de los menús de la izquierda.

CÁLCULO DEL EQUILIBRIO MHD EN EL TJ-II PARA UN NÚMERO ARBITRARIO DE ISLAS MAGNÉTICAS



Figura A1.3 Equilibrio de VMEC en matlabVMEC / VMECplot

A1.6 – gnuplot

Este código se ejecuta desde la *Terminal* y lo utilizamos para visualizar los archivos de salida "..._puncture_toroidal.dat" que genera POINCARÉ. Es un programa de distribución gratuita y se puede descargar desde la página del proyecto Gnuplot (<u>http://www.gnuplot.info</u>). Sigue las instrucciones de instalación del paquete. Para abrir gnuplot ejecuta desde la *Terminal* el comando:

gnuplot

```
G N U P L O T
Version 5.2 patchlevel 2 last modified 2017-11-15
Copyright (C) 1986-1993, 1998, 2004, 2007-2017
Thomas Williams, Colin Kelley and many others
gnuplot home: http://www.gnuplot.info
faq, bugs, etc: type "help FAQ"
immediate help: type "help" (plot window: hit 'h')
```

Para visualizar el archivo de salida de POINCARE en coordenadas cilíndricas:

gnuplot> plot "Restart_Ext-bfield_tracing-iteracion_puncture_toroidal.dat" u 3:4 w d

Para visualizar el archivo de salida de POINCARE en coordenadas de flujo:

gnuplot> plot "Restart_Ext-bfield_tracing-iteracion_puncture_toroidal.dat" u 1:2 w d



Figura A1.4 Coordenadas Cilíndricas (izq.) y de flujo (der.)

A1.7 – VisIt

Este programa se utiliza para visualizar los archivos de salida ".silo" que genera SIESTA en 2D y en 3D. Se puede descargar de la página del Laboratorio Nacional de Lawrence Livermore (https://visit.llnl.gov/).

Para su instalación:

- Windows: Descargar el archivo ".exe" y seguir las instrucciones del instalador.
- Mac OS: Descargar el archivo ".dmg", abrir el archivo y copiar la aplicación VisIt a la carpeta de aplicaciones o al escritorio, abrir VisIt desde la nueva ubicación.
- GNU/Linux: Ver notas de instalación en la página de descargas.

Para abrir un archivo ".silo":

1. Selecciona el archivo del menún que aparece al hacer click en el botón de "Open".



2. Selecciona el tipo de gráfica y la variable a graficar con el botón de "Add"



3. Una vez elegido el tipo de gráfica y la variable, oprime el botón de "Draw"



A1.8 – Resumen de Códigos y Programas

Esta tabla resume los códigos y programas que se utilizaron en este trabajo. Todos los recursos son gratuitos, con la excepción del programa MATLAB, utilizado para ejecutar matlabVMEC. MathWorks ofrece periodos de prueba gratis de MATLAB, así como licencias de estudiantes a precios accesibles (Aproximadamente 50 usd).

Recurso	Тіро	GNU/Linux	Mac OS	Windows	Licencia \$	Instalación sugerida en computadora	Ubicación de descarga
Terminal	Aplicación	X	X			Local	Instalado por default
Vi, VIM	Editor de texto	X	X			Ambas	Instalado por default
Tunnelblick OpenVPN	Aplicación VPN	X	X	X		Local	https://tunnelblick.net (Mac OS) https://openvpn.net (Windows / Ubuntu)
Silo	Librería	X				Miztli	http://silo.llnl.gov
stellinstall.zip	Paquete de códigos	X				Miztli	Julio Martinell (ICN UNAM) (martinell@nucleares.unam.mx)
VisIt	Visualizador de SIESTA	X	X	X		Cualquiera	http://visit.llnl.gov
MATLAB	Aplicación	X	X	X	Sí	Cualquiera	https://la.mathworks.com
matlabVMEC	Visualizador de VMEC	X	X	X		Cualquiera	https://la.mathworks.com/matlabcentral /fileexchange/29031-matlabvmec
gnuplot	Visualizador de POINCARE	X	X	X		Cualquiera	http://www.gnuplot.info
LibreOffice - Calc	Hoja de cálculo	X	X	X		Cualquiera	https://www.libreoffice.org/discover/calc/

Se recomienda instalar los programas de visualización en la computadora local, y los de cálculo en la supercomputadora, con el propósito de dejar todos los recursos de supercómputo para el cálculo. Esto sin embargo conlleva a que para visualizar cualquier salida de un programa de cálculo sea necesario primero transferir el archivo de la supercomputadora a la computadora local, así que cuando la ubicación de instalación sugerida diga "Cualquiera", significa que queda abierta a la preferencia del usuario.

Anexo 2 – Formatos de archivos de entrada

A2.1 Archivo de entrada "input.nombre" para VMEC2000

&INDATA

!---- Runtime Parameters -----DELT = 0.9937 !Amount of blending from previous iterations (value from 0.0 to 1.0) NITER = 25000 !Total number of iterations NSTEP = 100!Output interval to screen and threed file TCON0 = 2.00000 !Weight factor for constrained force NS_ARRAY = 21 41 141 !Number of radial grid points for each grid iteration 1.00E-10 1.00E-15 FTOL_ARRAY = 1.00E-20 !Array of residual values at which a given multigrid iteration ends. PHIEDGE = 9.400E-02!Total enclosed toroidal flux for a fixed boundary run [Wb]. !For a free boundary run, this variable limits the radius of the plasma. !----- Grid Parameters -----LOPTIM = FLASYM = F !Non-stellarator symmetric configuration (tokamaks = T) NFP = 1!Number of toroidal field periods MPOL = 8 !Poloidal Mode Number (m) NTOR = 48!Toroidal Mode Number (n) NTHETA = 36!Number of points (in theta), min=2*MPOL+6 NZETA = 180!Number of planes (in zeta)... !... on which mgrid data has been calculated (min=2*NTOR+5) !----- Free Boundary Parameters -----LFREEB = F!Switch for free boundary run (T), must specify mgrid_file MGRID_FILE = 'none' !Vacuum Green's Function Filename, or 'none' EXTCUR = 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 !Array of currents in each external group for free boundary run. NVACSKIP = 8 !Interval for full update of vacuum solutions

!---- Pressure Parameters -----GAMMA = 0.0000000E+00!Adiabatic index (compressional index) !Note that for GAMMA=0.0 the code assumes it is being supplied a pressure not a mass. SPRES PED = 1.0000E+00 !Value (in s) beyond which pressure profile is flat. (pedestal) PRES SCALE = 1.0000E-05!Pressure Scale AM = 1.0000E+02 -1.0000E+02 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 !Mass (or Pressure if GAMMA=0) expansion coefficients !---- Current/Iota Parameters -----CURTOR = +0.0000E+03 !Total toroidal curent. [A] scaling for the toroidal current NCURR = 1!Switch for using (0) flux conservation or (1) prescribed toroidal current !specifies that the rotational transform (NCURR=0, iota) !or the toroidal current (NCURR=1) is specified at the boundary. 2.4872E-01 5.5284E-02 1.8578E-01 -1.2957E+00 1.2675E+00 0.0000E+00 AT = 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 !Iota expansion coefficients (used if NCURR=0) 1.0032E-00 -1.5959E+01 AC = 1.1916E+02 -4.9047E+02 1.2099E+03 -1.8377E+03 1.6806E+03 -8.4679E+02 1.8025E+02 0.0000E+00 0.0000E+00 !Toroidal current density expansion coefficients (used if NCURR=1) !---- Axis Parameters -----RAXIS = 1.507300E+000.000000E+000.000000E+000.00000E+002.346100E-010.000000E+000.000000E+002.211100E-030.000000E+000.000000E+000.000000E+009.499200E-040.000000E+000.000000E+000.000000E+00-4.569400E-05 !Radial Fourier Cosine Coefficients of magnetic Axis (R=raxis_cc*cos(-n*zeta)) ZAXIS = 0.00000E+000.000000E+000.000000E+000.000000E+002.381400E-010.00000E+000.000000E+000.000000E+00-4.895200E-050.000000E+000.000000E+000.000000E+002.922100E-040.000000E+000.000000E+000.000000E+001.001500E-04 !Vertical Fourier Sine Coefficients of magnetic Axis (Z=zaxis_cs*sin(-n*zeta)) !---- Fourier representation of last closed magnetic surface (DESCUR -----RBC(0, 0) = 1.5102E+00 ZBS(0, 0) = 0.0000E+00RBC(4, 0) = 1.4890E-01 ZBS(4, 0) = 1.4896E-01... ! coefficients removed to simplify example RBC(44, 7) = -1.2260E-05 ZBS(44, 7) = -1.1925E-05 RBC(48, 7) = -7.7001E-06 ZBS(48, 7) = -1.5332E-05

/

A2.1 Archivo de entrada "siesta.jcf" para SIESTA

```
&SIESTA_INFO
!INPUT-----
WOUT_FILE = 'wout_nombre.nc'
NSIN
          = 101 !(DEFAULT=101)
MPOLIN
          = 8
                   !(DEFAULT=12)
NTORIN
          = 48
                   !(DEFAULT=3)
!PERTURBATION PARAMETERS------
MRES(1)
          = 2
           = 3
! MRES(2)
HELPERT(1) = 5.0E-05
! HELPERT(2) = 5.000E-05
= 0.2 !(DEFAULT=0)
MUPAR
LEVMARQ_PARAM = 0.15 0 ! (DEFAULT=1.000E-03)
          = 1.000E-20 !(DEFAULT=1.000E-20)
FTOL
NITER
          = 30 !(DEFAULT=10) ITER AFTER DIAG PRECON
          = 0.1
ETA_FACTOR
                    !(DEFAULT=0.1)
NPRECON
           = 0
LPRECON_DIAG
          = T
LADD_PERT
          = Т
LRESISTIVE = T
                   ADD RESISTIVE E FIELD
LPOSDEF
          = F
                   POS-DEF APPROX HESSIAN FOR FSQ>E-12
```

CÁLCULO DEL EQUILIBRIO MHD EN EL TJ-II PARA UN NÚMERO ARBITRARIO DE ISLAS MAGNÉTICAS

!OUTPUT FILE PARAMETERS------

L_TRACING	= T	BFIELD ASCII FILE FOR POINCARE
L_VMEC_UNIFORM	= T	POINCARE REQUIRES A FLUX-UNIFORM MESH
L_SILO_OUTPUT	= T	SILO OUTPUT FILE VISIT
L_SILO3D	= T	!3D SILO FILE FOR VISIT
L_OUTPUT_ALLITER	= F	WRITE OUTPUT FILES EVERY ITERATION

LRESTART = T !WRITE RESTART FILE RESTART_EXT = 'nombre_reinicio'

BFIELD MESH RESOLUTION (VMEC COORDINATES): V(AND PHI),U,S

NVS	= 180	!(DEFAULT=100)			
NUS	= 180	!(DEFAULT=150)			
NSS	= 200	!(DEFAULT=150)	SIESTA	ASSIGNS	NSS=NSIN

!BFIELD MESH RESOLUTION (CYL COORDINATES): R AND Z

NRS	=	200	!(DEFAULT=200)					
NZS	=	200	!(DEFAULT=200)					
NPHIS	=	2	!(DEFAULT=2)	TOR	PLANES	IN	'P'	OUTPUT

/