



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

CONTROL DEL QUEMADO
DE UN REACTOR DE FUSIÓN TERMONUCLEAR
TIPO ITER
POR MEDIO DE LÓGICA DIFUSA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

PRESENTA:

ARTURO SAIR GARCÍA AMADOR

TUTOR:

DR. JULIO JAVIER MARTINELL BENITO

CDMX. SEPTIEMBRE 2018





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicado a mis padres...
Silvia Amador & Arturo García

Agradecimientos

- A la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme una formación profesional y académica de calidad.
 - Al Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM por todas las prestaciones y servicios que estuvieron a mi alcance como estudiante asociado del instituto.
 - Al Dr. Julio Martinell por su gran apoyo y paciencia durante mi formación, además de mostrarme qué tipo de persona quiero ser en esta vida.
 - Al Dr. Julio Herrera por todo su apoyo, su dedicación e investigación en el área de "física de plasmas y fusión nuclear".
 - A todos los sinodales:
 - Dr. Carlos Gay García.
 - Dr. José Julio Emilio Herrera Velázquez
 - Dr. Julio Javier Martinell Benito.
 - Dr. Felipe de Jesús Lara Rosano.
 - Dr. Gonzalo Alonso Ramos López.Por todo el tiempo y esfuerzo invertido en la revisión de este trabajo de tesis y por todos los valiosos comentarios y aportes hechos al mismo.
 - A todas y todos los profesores que participaron en mi formación, porque de cada uno he recibido grandes y valiosas enseñanzas en el momento preciso.
 - A toda la comunidad de la Facultad de Ciencias de la UNAM por estar siempre al servicio de nuestro México.
-

Resumen

Ante la estabilización de las condiciones de quemado para un reactor de fusión tipo ITER, se propone diseñar un controlador que utilice las técnicas de lógica difusa con las que sea relativamente sencillo inferir las reglas que permitan mantener las condiciones de equilibrio deseadas. También se logra mantener el equilibrio cuando se introducen perturbaciones aleatorias en ciertas cantidades que simulan incertidumbres en el sistema.

El reactor de fusión es simulado por un modelo 0D con una fuente de combustible (\hat{S}_f), fuente de partículas Alfa (\hat{S}_α) y Potencia Auxiliar (\hat{S}_{aux}) como variables de control; por otro lado se utiliza la densidad de electrones (\hat{n}_e), fracción de partículas Alfa (\hat{f}_α) y Temperatura (\hat{T}) como las cantidades que caracterizan al plasma dentro del reactor. Estas cantidades se usan como entradas del sistema de control para conformar un sistema retroalimentado con el objetivo principal de mostrar el potencial de la lógica difusa como una herramienta útil de control y específicamente como propuesta viable para mantener el estado de equilibrio ante perturbaciones en el sistema.

En el primer capítulo se aborda sobre la importancia actual de las fuentes de energía y más específicamente la energía de fusión nuclear y sus ventajas. En los capítulos siguientes se retoman los conceptos básicos, sobre los diferentes tipos de reactores de fusión; posteriormente se mencionan las bases de la lógica difusa y el funcionamiento práctico de los conjuntos difusos con los que se trabaja. En los últimos capítulos se encuentra la descripción del sistema de control propuesto, capacidades (prueba de robustez), alcances y límites. Finalmente se tienen los resultados de las diferentes pruebas que se le hicieron al sistema de control y una comparativa con otro sistema de control de mismas condiciones pero enfocado en el uso de redes neuronales artificiales como mecanismo de control.

Abstract

In the framework of burning conditions stabilization for an ITER-like fusion reactor, It was designed a control system using fuzzy logic techniques with relative simplicity, with some rules that allow to achieve the equilibrium state.

The fusion reactor is simulated by 0D model with fuel source (\hat{S}_f), Alpha particle source (\hat{S}_α) and Auxiliary heating (\hat{S}_{aux}) as control variables. On the other hand we have electron density (\hat{n}_e), Alpha particle fraction (\hat{f}_α) and Temperature (\hat{T}) as state variables. The variables make up a feedback system with a main purpose, showing the potential of fuzzy logic as a useful tool on control systems and specifically as a viable choice to achieve and maintain the equilibrium state under disturbances in the system.

The first chapter talking about the current importance of energy sources and more specifically the nuclear fusion energy and its advantages. In the following chapters is about the different types of fusion reactor, an introduction of fuzzy logic and the practical operation of fuzzy sets. Furthermore, the next chapters contain the description of the proposed fuzzy control system, its capabilities and limits. Finally there are the results of the behavior of the system under many types of perturbances and a comparison with other control system with the same initial conditions but focused on artificial neural networks as control mechanism.

Contenido

1. Introducción	1
1.1. La fusión nuclear como fuente de energía no contaminante	1
1.2. Fisión y Fusión Nuclear	3
1.3. Sistemas de control	4
1.4. Descripción de esta TESIS	5
2. Reactores de Fusión	7
2.1. Breve historia e introducción	7
2.2. ITER	12
2.3. Reacciones D-T	14
2.4. Ecuaciones que describen un plasma	18
2.5. Equilibrio estable	20
3. Lógica Difusa	23
3.1. Breve historia	23
3.2. Clásicos vs Difusos	24
3.3. Conjuntos difusos	24
3.4. Funciones de pertenencia	26
3.5. Reglas de inferencia	28
3.6. Implicaciones difusas	30
3.7. Operaciones con lógica difusa	31
3.8. Métodos de nitidificación	32
3.9. Lógica difusa como sistema de control	34
4. Sistema de Control	37
4.1. Modelo de reactor termonuclear tipo ITER	38
4.2. Control difuso	44
4.3. Sistema de control	49
4.4. Prueba de robustez	51
5. Resultados	53
5.1. Resultados de los modos de operación I y II	53
5.2. Tiempo de equilibrio y tipos de perturbaciones	57
5.3. Resultados con ruido en el tiempo de confinamiento de energía	58
5.4. Comparación de lógica difusa con redes neuronales	62
6. Conclusiones	67
Bibliografía	69
Índice de figuras	71

Índice de tablas	75
Anexos	76
Acrónimos y abreviaturas	79
Código I: Valor nominal con/sin ruido.	81
Código II: Diferencia de valores sin ruido.	85
RSC.m	87
FRM.m	89

Capítulo 1

Introducción

1.1. La fusión nuclear como fuente de energía no contaminante

De acuerdo con los datos de las Naciones Unidas, en el planeta Tierra la mayor parte de la población vive en áreas urbanas, aproximadamente un 54 % de la población, medido hasta el año 2014 y se pronostica que alcanzará el 66 % a mitad de este siglo XXI. Las regiones más urbanizadas son Norteamérica, América Latina y Europa con un 82 %, 80 % y 73 % respectivamente. (DESA, 2010) Lo anterior hace referencia a dos clasificaciones, una llamada urbana y la otra rural o bien se podría llamar “no urbana” primero que nada porque así lo sugiere la definición del INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía) y de otros organismos de censo alrededor del mundo y en segundo lugar porque dichos censos clasifican las zonas urbanas, suburbanas y rurales en función del tamaño y densidad demográfica.

Las definiciones utilizadas por el INEGI son las siguientes:

“Área geoestadística básica urbana: Área geográfica ocupada por un conjunto de manzanas que generalmente va de 1 a 50, perfectamente delimitadas por calles, avenidas, andadores o cualquier otro rasgo de fácil identificación en el terreno y cuyo uso del suelo sea principalmente habitacional, industrial, de servicios, comercial, etcétera, sólo se asignan al interior de las localidades urbanas.” (Censo, 2010)

“Área geoestadística básica rural: Subdivisión de las áreas geoestadísticas municipales que se ubican en la parte rural, cuya extensión territorial es variable y se caracteriza por el uso del suelo de tipo agropecuario o forestal. Contiene localidades rurales y extensiones naturales como pantanos, lagos, desiertos y otros, delimitada por lo general por rasgos naturales (ríos, arroyos, barrancas, etcétera) y culturales (vías de ferrocarril, líneas de conducción eléctrica, carreteras, brechas, veredas, ductos, límites prediales, etcétera).” (Censo, 2010)

Independientemente del tipo de área geoestadística en donde se asientan las poblaciones en el planeta Tierra, en su gran mayoría se utilizan fuentes energéticas para el transporte, educación, industria, alimentos, etc. La vida moderna como la conocemos depende totalmente del consumo energético y por lo tanto de su propia fuente de abastecimiento, pero existen diferentes tipos de fuentes energéticas con sus respectivos costos y beneficios en muchos sentidos.

La energía se manifiesta de formas diferentes como la energía gravitacional, cinética, calorífica, elástica, eléctrica, química, radiante, nuclear, energía de masa, etc. Algunas de las diferentes fuentes de energía más usadas son: Solar, Eólica, Química, Biocombustible, Combustible Fósil, Geotérmica y Nuclear; todas las anteriores tienen origen directo o indirecto en el Sol y podemos afirmar que el

Sol es la fuente principal de energía para el planeta Tierra y para todos los seres vivos que la habitan.

La energía de los combustibles fósiles como el carbón, gas y petróleo se pueden ver como un “condensado de Sol” pero más específicamente el petróleo que se generó gracias a los organismos fotosintéticos que hace miles de millones de años absorbieron la luz solar durante un largo periodo y al morir quedaron enterrados en los estratos geológicos donde posteriormente fueron sometidos a grandes presiones, para después separarse en sus diferentes compuestos y finalmente convertirse en lo que hoy conocemos como “crudo” y “gas natural”.

En este mismo sentido, los vientos también son generados gracias al Sol, aunque de forma indirecta; debido a que la atmósfera genera sus movimientos gracias a los gradientes de energía, humedad y presión, que son formados gracias al sol y a la inclinación del eje terrestre. (Castillo and Jordán, 1999)

La vida moderna y la tecnología de este siglo es totalmente dependiente de la disponibilidad continua del suministro eléctrico; en la mayoría de los países el suministro eléctrico comercial se abastece a través de redes nacionales que interconectan numerosas estaciones generadoras de corriente alterna; esta red debe abastecer las necesidades básicas nacionales de iluminación, calefacción, refrigeración, transporte, alimentación, uso doméstico, industrial y financiero. El suministro eléctrico comercial literalmente le permite al mundo funcionar a un paso muy acelerado, penetrando profundamente en los hogares, industria, comercio y en todas las áreas de la sociedad humana. (Seymour and Horsley, 2005)

Retomando el costo y los beneficios de los energéticos, se tiene que aclarar que costo no se refiere al sentido monetario exclusivamente; el calentamiento global y el cambio climático (junto con sus respectivas consecuencias) es el precio que se paga actualmente por el uso desmedido de los energéticos de origen fósil. Estos energéticos emiten gases de efecto invernadero a la atmósfera y estos a su vez afectan en la composición y temperatura media de la misma, lo que propicia un cambio en la dinámica “normal” de la atmósfera tanto en intensidades como en frecuencias; estos cambios en los ciclos anuales son referidos como “cambio climático antropogénico”. Aunque en realidad existen muchos factores que están involucrados en el cambio climático, se piensa que uno de los principales y más viables de controlar son las emisiones de CO_2 en la atmósfera que tienen origen principalmente en la combustión de carbón, petróleo y gas natural; ya que existen procesos naturales que también emiten grandes cantidades del mismo gas (como las emisiones y erupciones volcánicas), a diferencia de que no se puede tener un control sobre estos últimos.

Dicho lo anterior es necesario acotar la existencia de grandes dificultades previstas desde el punto de vista técnico, económico y geopolítico. Acorde con datos de la “US. Energy Information Administration”, actualmente el carbón es el energético más usado para la generación de electricidad en E.U y en los países más poblados de Asia, con una tasa de crecimiento que pronostica duplicarse hacia el año 2030. (Chapman et al., 2006)

Las reservas de carbón son económicamente viables en aproximadamente 70 países, en donde USA, Rusia, China e India son los que tiene la mayor parte de estas reservas probadas; la “US. Energy Information Administration” estima que los tres primeros poseen el 28 %, 19 % y 14 % del total respectivamente. Solo para tener una idea, el “World Coal Institute” hace un estimado que supera los 847 mil millones de toneladas ($8.5 \times 10^{14} \text{ kg}$) para estas reservas de carbón en todo el mundo; esto sería suficiente para cubrir las necesidades energéticas de los próximos 130 años a nivel mundial, de acuerdo a las tasas de producción y consumo esperadas. (Chapman et al., 2006)

Como se ha dicho, el calentamiento global es considerado como el incremento en el promedio de la temperatura global a causa del efecto invernadero originado de modo natural más el de origen

antropogénico; aunque su medida tiene como base la temperatura en los años preindustriales, esto no significa que se deba regresar al modo de vida preindustrial. Es necesario para la sociedad actual mantener el consumo energético, pero reducir la emisión de gases de efecto invernadero en la atmósfera, esto se puede lograr desarrollando nuevas fuentes de energía libres de emisiones y con el suficiente potencial para cubrir la demanda actual, a estas últimas se les conoce comúnmente como “energías verdes” y es razonable pensar que dichas energías verdes proveen un método eficiente para mitigar el calentamiento global.

Dentro de las energías verdes se tiene la Eólica, Solar, Geotérmica e Hidroeléctrica como las más importantes; además es importante añadir que estas últimas, no son perfectas y que también tienen algún tipo de impacto en la esfera ambiental, social y política, por otro lado, también se encuentra la energía de fisión nuclear aunque muchos autores no la incluyen como energía verde a pesar de que no emite CO_2 a la atmósfera.

Muchas veces se confunde el término “energía verde con energía alternativa” y aunque coinciden en algunos puntos, el concepto de energía alternativa se originó en los años 80's cuando se pensó en el grupo de fuentes energéticas con el potencial suficiente para sustituir a las fuentes energéticas preponderantes de ese entonces (carbón, petróleo y gas) y que además sean renovables. Actualmente las energías renovables son una realidad a tal grado que los países más avanzados en el tema están en plena transición a una producción energética 100 % libre de gases de efecto invernadero o cuando menos algo muy cercano.

1.2. Fisión y Fusión Nuclear

Una fuente alternativa de energía también es la nuclear. Esta se logra por la división de núcleos pesados (fisión) o por la unión de núcleos ligeros (fusión). En este caso nos interesa abordar la fusión nuclear y aunque todavía está en desarrollo, resulta de gran interés para la ciencia básica e ingeniería, pero además se calcula que será muy útil en el próximo siglo.

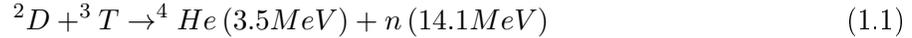
La idea principal de la fusión nuclear es unir dos núcleos de átomos ligeros para formar un núcleo más pesado y liberar la energía contenida en la diferencia de masa existente. Para poder lograr esto es necesario vencer la barrera coulombiana que hace que los núcleos se repelan por tener carga positiva; una vez que están suficientemente cerca se puede dar la fusión, que ocurre por la acción de las fuerzas nucleares de corto alcance. En la reacción de Deuterio y Tritio se libera gran cantidad de energía al formar helio-4, por lo que se denomina “exotérmica”.

En “Fusión termonuclear”, se consigue lograr un gran número de reacciones nucleares al calentar un gas a temperaturas extremadamente altas, de modo que la gran velocidad térmica de las partículas sea la que permita vencer la barrera coulombiana ante eventuales colisiones.

Al llegar a las temperaturas requeridas el gas se ioniza por lo que se convierte en un plasma, así que en la fusión termonuclear se utiliza un plasma caliente para fusionar átomos de hidrógeno por medio de aprovechar las velocidades térmicas.

La “Bomba H” demostró que es posible extraer energía de los átomos de hidrógeno, es decir aprovechar la energía de fusión, pero con este modo tan violento sería imposible utilizarla con fines pacíficos, por lo tanto pensar en cómo si hacerlo de una manera controlada y emprender un proyecto que contribuya al aprovechamiento de la fusión como fuente de energía se ha convertido en la meta de muchos científicos alrededor del mundo. (Martinell, 1995)

Aunque existen varias reacciones de fusión con diferentes elementos con el mismo fin de extraer energía, se puede decir que la más eficaz es la siguiente:



En esta reacción, cada átomo de Deuterio se fusiona con uno de Tritio y obtenemos un átomo de Helio con energía de 3.5MeV más un neutrón con 14.1MeV de energía.

Por otro lado, la fisión nuclear se logra cuando los núcleos pesados (como Uranio) se rompan por medio de la absorción de un neutrón e induciendo una reacción en cadena. En la primera mitad del siglo XX el desarrollo de la fusión y fisión nuclear se veían como procesos con gran potencial para ser aprovechados como fuentes energéticas. El desarrollo de la fisión fue más exitoso durante la segunda guerra mundial, cuando el “Proyecto Manhattan” intentó usar la energía concentrada en un átomo como arma. En 1942 Enrico Fermi y su equipo crearon el primer reactor nuclear controlado y auto-sostenible en el mundo debajo del estadio de la Universidad de Chicago, y así fue como la energía de Fisión llegó a ser una técnica bien desarrollada y conocida para la producción energética a gran escala. El problema principal con la fisión es que produce desechos radiactivos de muy larga vida y que debe manejarse con sumo cuidado para evitar que las reacciones en cadena se salgan de control. Por ello la energía nuclear se percibe por una parte de la población como una fuente de energía de gran riesgo. A pesar de ello, la energía nuclear por fisión ha llegado a ser una de las fuentes de energía más importantes a nivel mundial. Sin embargo después del reciente accidente en Fukushima, Japón planea terminar por completo con sus programas nucleares existentes.

Queda entonces la fusión como una alternativa energética pues esta no presenta los problemas de reacciones en cadena que se salgan de control, ni producción de residuos radiactivos a largo plazo; pero entonces surge la siguiente pregunta:

¿Puede la Fusión Nuclear, sustituir a la energía de Fisión?.. Esta es una pregunta que todavía no tiene respuesta.

1.3. Sistemas de control

Un sistema de control básicamente se compone por un conjunto de dispositivos encargados de administrar, ordenar, dirigir, corregir y regular el comportamiento de otros sistemas o alguna combinación de las anteriores con el fin de reducir las posibilidades de fallo y así obtener resultados teóricamente eficaces convergentes a una solución. Lo anterior hace referencia a que el diseño de un sistema de control siempre se sustenta en un modelo de ecuaciones diferenciales.

Existen dos clases comunes de sistema de control, sistemas de lazo abierto y de lazo cerrado.

a) Sistema de control de lazo abierto.

Las acciones del control son en cierto modo independientes de la salida, permitiendo que estos sistemas por lo general utilizan un regulador o actuador para obtener una respuesta deseada, de acuerdo al modelo estudiado. (Gaviño, 2010)

b) Sistema de control de lazo cerrado.

Es en donde las acciones del control dependen de la misma salida utilizando un sensor que detecte la respuesta real para compararla con los parámetros establecidos y con una referencia a manera de entrada. Dicha razón da a los sistemas de lazo cerrado el nombre de “sistemas retroalimentados”.

El término “retroalimentar” también hace referencia a “comparar”, en este caso, la salida real se compara con respecto al comportamiento deseado, y si el sistema requiere de una corrección sobre el proceso, se lleva a cabo dicha acción. (Gaviño, 2010)

Entre los principales objetivos y capacidades del diseño, implementación y seguimiento de los sistemas de control están los siguientes:

- Estabilidad, robustez y eficiencia ante perturbaciones.
- Visualización de los procesos.
- Control y monitoreo.
- Almacenar y visualizar información.
- “Big Data & Long Data”.
- Minería de Datos.

1.4. Descripción de esta TESIS

La motivación de este trabajo se origina en el desarrollo de la energía de fusión termonuclear ya que es una de las energías alternas que promete tener un gran potencial en términos de eficiencia sin contribuir al calentamiento global, aunado a que la materia prima para dicha fuente energética es inmensamente abundante en el planeta y el universo, también es importante mencionar que en la historia alguna de las revoluciones industriales se fundamentan en las fuentes energéticas preponderantes para la sociedad y sus diferentes alcances y consecuencias; probablemente nos encontremos ahora mismo en esta situación.

Esta tesis comienza bajo el supuesto de que ya ha sido posible producir un plasma confinado, estable y con la capacidad de sostener reacciones de fusión nuclear a un nivel tal que se mantiene en el un estado marginal de ignición, que significa que dicho reactor no necesitaría que se le siga inyectando energía externa para sostener las reacciones nucleares, es decir que por su cuenta puede obtener energía a consecuencia de las mismas reacciones que generan en su interior. Al mismo tiempo, dicho estado de ignición tendría perturbaciones y estados desequilibrados. Aquí es donde surge la necesidad de un sistema de control que mantenga en equilibrio el estado de ignición, regule las perturbaciones y controle el consumo de combustible; sobre esto último trata este trabajo.

El siguiente diagrama de bloques de la figura 1.1 resume los componentes de esta investigación de manera gráfica y sencilla.

En el reactor de fusión tipo ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) se diseñó una programa que emula el comportamiento cero-dimensional de la “combustión” dentro un reactor, basado en un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas que describen el balance de las densidades de combustible D-T (Deuterio - Tritio), cenizas de Helio y Energía térmica, obtenido del artículo “Burn conditions stabilization with artificial neural networks of subignited thermonuclear reactors with scaling law uncertainties” referencia. (Vitela and Martinell, 2001)

En adición al punto anterior, podemos decir que el modelo de reactor que se utiliza es el experimento ITER que se encuentra en construcción en Cadarache, Francia y se pretende sea el primer aparato con un plasma en combustión. Los parámetros usados para los cálculos de ITER son aquellos utilizados durante la fase de diseño ITER-EDA (“Engineering Design Activities of International Thermonuclear Experimental Reactor”). (ITER, 2002)

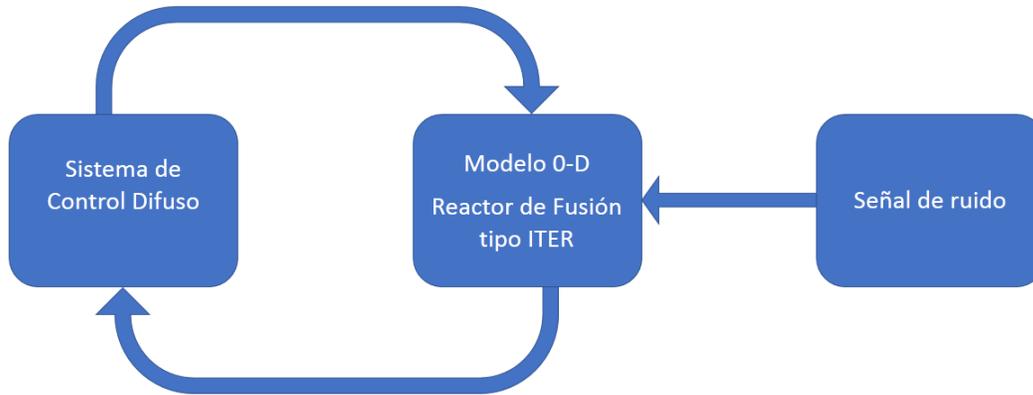


Figura 1.1: Diagrama de bloques que resume los tres componentes esenciales de la tesis e ilustra las conexiones gráficamente.

Cabe mencionar que el Reactor Termonuclear Experimental Internacional (ITER) es un proyecto en el que participan siete socios que son la Unión Europea, Estados Unidos, Japón, Rusia, Corea del Sur, China y la India, que se reparten los gastos, aunque el socio mayoritario es la Unión Europea con un 45 % del total.

El bloque del lado izquierdo (de la figura 1.1) representa el programa de control que se ha escogido que sea diseñado sobre un sistema basado en lógica difusa. Las entradas del controlador son las mismas que las salidas del reactor, es decir que tiene como datos de entrada la densidad de electrones, fracción de partículas Alfa y Temperatura, Con esta información, el algoritmo de control difuso permite determinar la magnitud de las salidas apropiadas para mantener la operación estable, siendo estas: entrada de combustible $D - T$, fuente inyectada de partículas Alfa y Potencia Auxiliar. El funcionamiento y los detalles del algoritmo difuso se abordan en el cuarto capítulo.

Por último, en el bloque derecho (de la figura 1.1) se tiene representada la parte del código que puede ser introducida para simular perturbaciones al reactor de manera aleatoria para probar la robustez del sistema y comprobar que funciona en condiciones de error inherente al diseño y también al funcionamiento dependiente del tiempo. En la operación normal del reactor este bloque no estaría presente y sólo se usa para evaluar el desempeño del sistema.

Capítulo 2

Reactores de Fusión

2.1. Breve historia e introducción

La idea de utilizar la fusión nuclear como fuente de energía surgió en la primera mitad del siglo XX, visto en un principio con el mismo potencial que la fisión nuclear para ser aprovechados como fuentes energéticas viables. En menos de una década de investigación se logró obtener energía de la fusión con fines bélicos desafortunadamente; así como fue demostrado gracias al diseño de Teller-Ulam para la bomba de Hidrógeno; lo cual demuestra que es posible extraer esa energía contenida en los núcleos atómicos ligeros. Sin embargo resulta poco probable actualmente, aprovechar la energía de fusión de manera controlada, segura y libre de emisiones de CO_2 a causa de las dificultades técnicas presentes. En este siglo XXI se pretende lograr fusionar núcleos de Deuterio y Tritio ($D-T$) acelerando dichos elementos y haciéndolos colisionar a temperaturas muy elevadas (velocidad térmica alta) del orden de 100 millones de kelvin en un espacio confinado. Este concepto será referido como FTC (Fusión Termonuclear Controlada) en esta tesis.

Contener un plasma caliente resulta un gran reto tecnológico y para resolver este problema se idearon dos conceptos; el confinamiento magnético (logrado gracias a campos magnéticos) y el confinamiento inercial (ideado como una implosión de material).

Actualmente dentro de los dispositivos de confinamiento magnético más avanzados, desarrollados y con mayor presupuesto para investigación resaltan dos familias principalmente: los de tipo “Tokamak” y los llamados “Stellarator”, ambos tienen en principio una geometría toroidal pero con grandes diferencias en su campo magnético.

El confinamiento inercial se logra mediante un pulso intenso de radiación o de partículas que hacen implotar una pequeña esfera de combustible produciendo la temperatura y densidad requeridas para fusionar los elementos, es decir, se logra la condición $\eta\tau_E$ suficiente para que dicho pulso resulte exotérmico (donde η es la densidad y τ_E es el tiempo de confinamiento de energía). Este proceso es repetido muchas veces por segundo para producir energía de fusión; cabe mencionar que el combustible al calentarse lo suficiente se convierte en un plasma totalmente ionizado y este puede ser confinado por un campo magnético. (Meade, 2009)

Al producto $\eta\tau_E$ se le conoce como parámetro de Lawson, en términos del cual se formula el criterio de Lawson. Este establece que para que pueda llegarse a la ignición, dicho producto debe ser mayor que un cierto valor ($10^{14} s cm^{-3}$ para reacciones de Deuterio-Tritio). En el estado de ignición se podría tener al reactor funcionando, mantenido únicamente por la energía de fusión producida, contra las pérdidas de energía sin inyección externa de más energía.

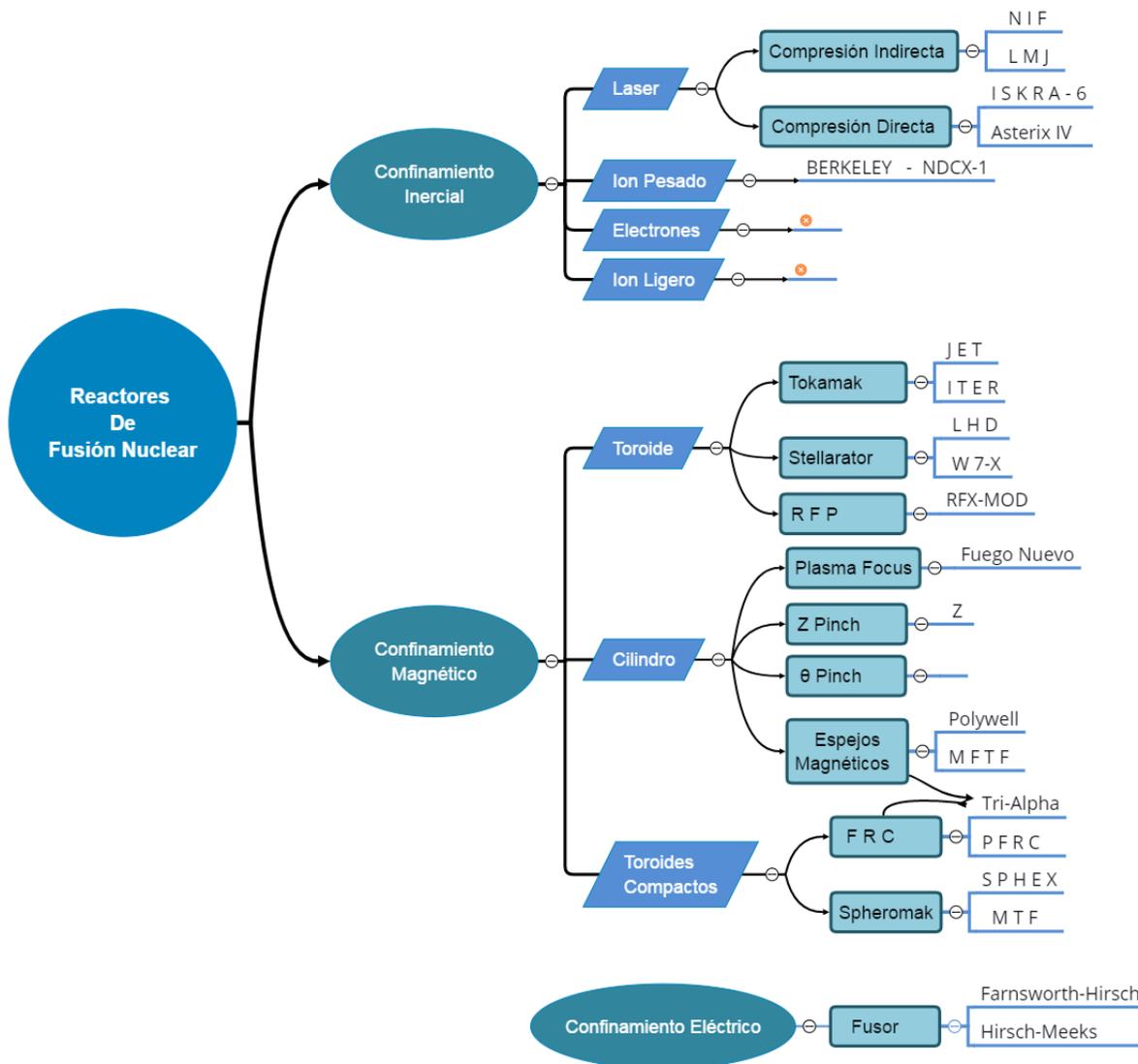


Figura 2.1: Clasificación de los dispositivos de FTC dependiendo del mecanismo de confinamiento y de la geometría del mismo reactor. Confinamiento magnético e inercial.

Para entender mejor el parámetro de Lawson y su importancia es necesario entender que los requerimientos del confinamiento en fusión nuclear son convenientemente expresados en términos de la densidad y del tiempo de confinamiento de energía que mide la tasa a la que se pierde la energía interna del plasma y por ello tiene que estarse suministrándole energía a fin de que pueda mantenerse en estado estacionario. Una fracción de las pérdidas se debe a procesos de transporte que llevan energía de las regiones calientes (en el centro del reactor) a las frías. De modo análogo el tiempo de confinamiento de partículas está definido en términos de las partículas contenidas y de la tasa de reemplazo. En un plasma de fusión estacionario que ha llegado al estado de ignición, la energía de entrada vendría de las reacciones de fusión internas y no de fuentes auxiliares externas. (Hazeltine and Meiss, 2003)

En el enfoque de la fusión por confinamiento magnético se logra encerrar un plasma caliente dentro de un contenedor magnético por largos periodos de tiempo alcanzando condiciones estables, en donde una vez más el criterio de Lawson $\eta\tau_E$ debe satisfacerse y superarse para eventualmente obtener una producción neta de energía. (Meade, 2009)

Por otro lado también es importante notar que las pérdidas de energía por radiación son inevitables y deben ser contabilizadas para obtener una tasa neta de energía; a esta radiación se le conoce como “Bremsstrahlung” (del alemán bremsen (frenar) y Strahlung (radiación)).

De algún modo el parámetro de Lawson está relacionado con la capacidad técnica e ingenieril de los experimentos para alcanzar mayores temperaturas, densidades y tiempos de confinamiento requeridos. En la figura 2.2 se pueden apreciar los avances en el tiempo de los múltiples experimentos de gran relevancia en las últimas décadas y al mismo tiempo se puede señalar en dónde se encuentran las siguientes etapas para los próximos experimentos de FTC. Existe una región llamada “Break-Even” que quiere decir, punto de equilibrio, refiriéndose al punto en donde la entrada de energía total invertida es igual a la energía que se obtiene del reactor, es decir que no hay ganancias ni pérdidas de energía en términos generales $Q=1$.

La palabra “Tokamak” es el acrónimo ruso de “Cámara Toroidal de Bobinas Magnéticas”, desarrollado primero en la URSS durante la segunda mitad del siglo XX. En ese entonces el concepto de Tokamak se posicionó como el mejor evaluado y más prometedor entre los experimentos de confinamiento magnético gracias al “T-3A Tokamak”. El concepto original fue de un contenedor toroidal de plasma, análogo al devanado secundario de un transformador, sostenido por la combinación de la corriente de plasma y de un campo magnético toroidal adicional a modo de que las líneas del campo magnético resultantes describan trayectorias helicoidales dentro de dicha geometría en forma de toroide.

Los Tokamak se remontan a los años de Igor Tamm y Andrei Sakharov, ambos involucrados en el programa de la bomba nuclear de la Unión Soviética. (Melnikov, 2016)

Los avances de los últimos años han sido posibles gracias a los resultados de cientos de instalaciones. A razón de metáfora la figura 2.3 ilustra una pared que se construye con cada bloque poco a poco y estos mismos bloques de la base sostienen los subsecuentes superiores. Del mismo modo los experimentos han tenido su propio acompañamiento teórico y tecnológico que proporciona una base científica para la construcción de otras nuevas instalaciones con mayor alcance y capacidad en favor de la energía de fusión nuclear.

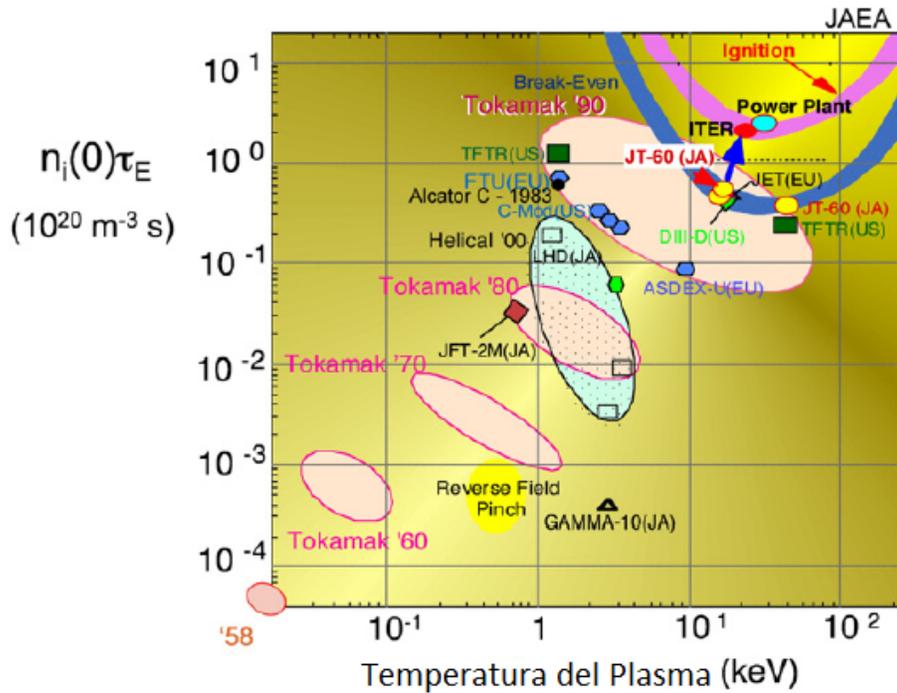


Figura 2.2: Diagrama de Lawson que muestra el progreso de la Fusión Nuclear por confinamiento magnético en los últimos 50 años. Cortesía de la Agencia de Energía Atómica de Japón: “Naka Fusion” (Meade, 2009)

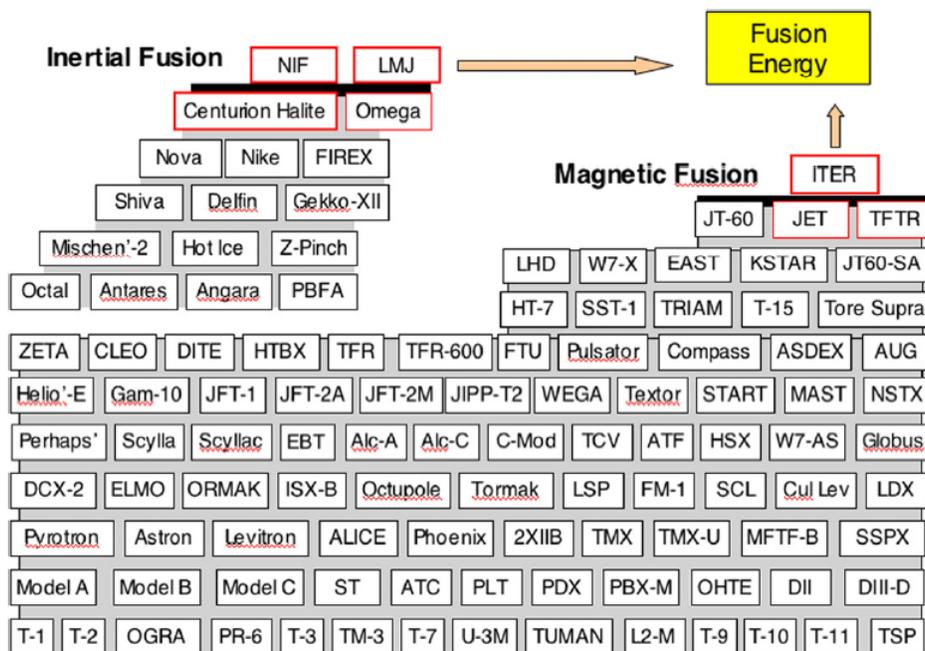


Figura 2.3: La “barra” de la fusión nuclear ha sido construida gracias a los resultados de muchas instalaciones y experimentos a lo largo de 50 años. Los diferentes programas de fusión ahora están a punto de demostrar que es factible científica y tecnológicamente producir energía de fusión nuclear. (Meade, 2009)

Cabe mencionar que tras décadas de experimentos y nuevos hallazgos en el campo de la física de plasmas y fusión nuclear; en plena noche de Halloween de 1997, en Culham, Reino Unido, en las instalaciones de JET (Joint European Torus), se realizó un experimento con Deuterio y Tritio en el que se registró una potencia $P_{Fus} = 16.1 MW$ y una $P_{in} = 24.1 MW$, obteniendo un cociente $Q = \frac{P_{Fus}}{P_{in}} = 0.66$. Estos valores dieron evidencia experimental de que los cálculos teóricos extrapolando de reacciones $D - D$ a reacciones $D - T$ eran correctos y que por tanto es posible obtener energía de fusión a través del confinamiento magnético. (Bart and Taroni, 2016)

JET es uno de los experimentos más grandes y más sofisticados en Europa y en el mundo, que están operando hasta nuestros días, sin embargo estos esfuerzos no son suficientes y queda mucho por hacer en los próximos años. Por otro lado, el experimento más caro en FTC se llama ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor), aunque también la palabra ITER significa 'el camino' en latín, curiosamente este reactores es el proyecto (hablando de la fase experimental de FTC) más ambicioso del mundo. Dicho proyecto tiene sede en Cadarache, Francia y cuenta con la colaboración de más de 30 países para lograr construir este reactor tipo Tokamak y hasta ahora diseñado como el más grande del mundo. Se espera que ITER contribuya de manera importante a los avances en FTC, para dar guía a los futuros diseños de centrales comerciales basados en energía de fusión, si es que los resultados lo favorecen. Los pronósticos para ITER prevén que será el primer experimento de fusión que consiga una ganancia de energía neta y que además pueda mantener las reacciones de fusión durante periodos largos de tiempo. (Bart and Bigot, 2016)

Las ventajas de la fusión son obvias, en especial para los físicos y científicos... pero surge una pregunta.

¿Por qué ha tomado tanto tiempo lograr un reactor de fusión termonuclear capaz de generar más energía de la que necesita su operación?

Hasta ahora no se han podido superar todos los obstáculos que se han encontrado en el camino de la fusión, pues involucran el desarrollo de tecnologías más potentes que las que se tienen actualmente. En uno de los enfoques para superar obstáculos se ha optado por construir aparatos cada vez más grandes. Es en donde ITER fue concebido, pero su puesta en marcha ha llevado mucho tiempo. Por esta razón, se trata de una inversión a largo plazo, en donde es necesaria la cooperación de todas naciones científica y tecnológicamente más avanzadas para garantizar el éxito del proyecto. Además, este reactor es el primero de su tipo: nadie ha construido una máquina así. La amplificación es de casi diez veces, en comparación con las dimensiones de las instalaciones más grandes que operan actualmente en Culham, Reino Unido (JET). (Bart and Bigot, 2016)

Más allá del objetivo primordial de ITER; demostrar la viabilidad de la fusión nuclear y mostrar que se puede operar sin algún tipo de impacto negativo, en Europa el programa de fusión por confinamiento magnético pretende lograr un reactor demostrativo para la producción eléctrica llamado "DEMO" (DEMONstration Power Station) en la década de los 2040s. Los diseños preconceptuales de este señalan la necesidad de mejoras en comparación con ITER, también se destaca la necesidad de desarrollar nuevos materiales sólidos y aptos para el entorno nuclear de un reactor de fusión. Es importante agregar que entre ITER y un reactor comercialmente viable, hay muchos años de investigación, una gran inversión y constante innovación para los problemas ya vislumbrados, además de otros muchos problemas que aún no estén previstos. (Cowley, 2016)

Solo por mencionar algunos de los experimentos existentes y operativos al día de hoy, se tienen los Tokamak esféricos de Princeton “NSTX” y en Culham UK el “MAST Upgrade” que han logrado un buen rendimiento a escala reducida mediante la disminución de la turbulencia, además de buenas mejoras en estabilidad. También existe un experimento en Greifswald, Alemania de clase stellarator (a diferencia del tokamak), llamado W7-X (Wendelstein 7-X) con un campo magnético 3D optimizado computacionalmente para reducir la pérdida de calor por colisiones.

El ahínco sobre FTC se ha extendido mucho y los interesados no son exclusivamente de la comunidad de científicos. No se debe olvidar que actualmente existe una creciente simpatía del sector privado por patrocinar opciones de menor costo para lograr nuevos avances al experimentar con diferentes conceptos. Se espera que esto contribuya a la solución de problemas relacionados con el transporte, estabilidad del plasma e ingeniería en nuevos materiales. La comunidad interesada en los problemas alrededor de la FTC es muy amplia pues converge con problemas como el cambio climático, calentamiento global, seguridad energética, desarrollo económico y otras más. Una comunidad multidisciplinaria puede generar diferentes soluciones a estos problemas con muchas perspectivas diferentes, actualmente científicos de diversas áreas han mostrado interés en este problema, como se aprecia en el documento titulado “Powering Ahead. A National Response to the Rise of the International Fusion Power Program” a cargo de la “ANU”, “ANSTO” y el “Australian ITER Forum” en nombre de la comunidad australiana de ciencia e ingeniería en fusión.

En la portada de dicha publicación se puede leer lo siguiente:

“The problem I hope scientists will have solved by the end of the century is nuclear fusion. It would provide an inexhaustible supply of energy without pollution or global warming.”

El problema que espero resuelvan los científicos para finales de este siglo es el de la Fusión Nuclear. Proveerá una inagotable fuente de energía sin contaminación ni calentamiento global.

Stephen Hawking

2.2. ITER

Es de gran provecho abordar con mayor profundidad las características de ITER. El trabajo de esta tesis está basado en las propiedades técnicas del mismo, para diseñar un sistema de control de quemado “ad hoc” al comportamiento de dicho reactor, simulado por un conjunto de ecuaciones, detallado en el cuarto capítulo.

La construcción de ITER estará enfocada en demostrar que es posible producir energía por fusión en mayor cantidad que la invertida en operar el reactor, además se espera que la ganancia sea de un factor de 10. La contribución de los países socios es principalmente a través de la construcción de distintas partes del aparato lo que permite optimizar los gastos de financiamiento. Esto al mismo tiempo permitirá pronto resultados experimentales para evaluar los requisitos técnicos de los equipos que se instalarán en las etapas posteriores. En particular la capacidad de estudiar y diagnosticar la operación del experimento en el estado estable y evaluar si es necesaria una inversión adicional dependiendo de los resultados en cada etapa. Es de primordial importancia obtener una buena calificación en cuanto a seguridad e impacto ambiental en las etapas tempranas pues sirve de referente para los futuros reactores de fusión. Por otro lado es necesario tener en cuenta la naturaleza experimental de ITER, es decir que los parámetros y técnicas en los experimentos pueden muy distantes de los diseños comerciales a futuro. (ITER, 2002)

Producir energía térmica $Q > 10$
Mantener el estado estacionario incluso con $Q > 5$
Mantener un pulso mayor a 500 s
Desarrollar tecnologías como superconductividad y asistencia remota
Verificar los conceptos sobre la generación de Tritio
Desarrollar y refinar la tecnología para extraer la energía de neutrones energéticos

Tabla 2.1: Lista de objetivos de ITER

ITER deberá incorporar características que permitan poner a prueba la fiabilidad de los componentes nucleares (ingeniería en materiales), proporcionar los datos necesarios para nuevos conceptos sobre “materiales nucleares” y su comportamiento, así como proporcionar una base para la extrapolación adecuada. Actualmente hay muchos desafíos desde el punto de vista de la física de plasmas como el control de disrupciones, dominar la turbulencia que ocurre en los plasma de fusión, así como la producción de Tritio a partir de Litio dentro del mismo reactor y el análisis de datos sobre los materiales de prueba relacionados con fusión nuclear; también será importante entender cómo se comporta un plasma en combustión en presencia de partículas Alfa e investigar sobre el mantenimiento RH (a control remoto), refiriéndose a las máquinas que asisten a la manutención dentro del reactor en un entorno nuclear y que se diseñarán y acreditarán para permitir la inserción y eliminación oportuna de los diferentes componentes en el interior de la cámara de vacío, así como otros artículos de prueba. (ITER, 2002)

Los proyectos como ITER en la Unión Europea son muy criticados por ser enormes y de muy alto costo, sin embargo el presupuesto requerido debería situarse bajo otra perspectiva, es decir se debe comparar con proyectos del mismo alcance, pues las estimaciones de ITER pertenecen alrededor de los 30 mil millones de dólares.

Por otro lado, se estima que ITER puede llegar a desarrollar una producción energética de 500 MW como Potencia de Fusión, resultando en un cociente $Q = 10$, además se tiene que demostrar la viabilidad de la fusión nuclear y probar que se puede desarrollar sin impactar negativamente el ambiente. Como ya se ha mencionado, lo anterior es primordial para el futuro del reactor.

En resumen, es posible resaltar los siguientes objetivos de ITER:

- Producir energía térmica $Q > 10$.
- Mantener el estado estacionario incluso con $Q > 5$.
- Mantener un pulso mayor a 500 s.
- Verificar los conceptos sobre la generación de Tritio.
- Desarrollar y refinar la tecnología para extraer la energía de neutrones energéticos.
- Superar el estado de ignición del criterio de Lawson .
- Desarrollar tecnologías y procesos necesarios para generar energía de fusión, incluyendo superconducción magnética y asistencia remota robotizada.

Tiempo de combustión inductiva de plasma	$> 400 s$
Carga de pared de neutrones	$0.57 MW/m^2$
Radio mayor de plasma	$6.2 m$
Radio menor de plasma	$2.0 m$
Corriente de plasma	$15 MA$
Calentamiento auxiliar	$73 MW$

Tabla 2.2: Medidas y capacidades del reactor obtenidas de ITER-EDA.

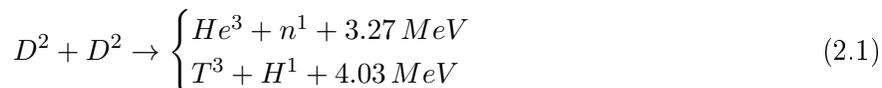
Para el desarrollo de esta tesis, se enlistan algunas de las propiedades más importantes de ITER en la tabla 2.2, estas mismas serán requeridas para el desarrollo del modelo 0D que simula el quemado de combustible del mencionado reactor.

2.3. Reacciones D-T

Fusión nuclear, como su nombre lo dice, se trata de la unión de dos o más núcleos, en este sentido se hablará de núcleos atómicos preferentemente ligeros, es decir de apenas un par de nucleones porque de estos se obtiene mayor “energía de amarre” gracias a la pequeña diferencia de masa que existe entre los elementos separados y una vez juntos.

La energía resultante es calculada con la famosa igualdad de Albert Einstein: $E = mc^2$

En la naturaleza existen diferentes reacciones de fusión con distinta energía de amarre cada una, pero en un plasma constituido por $D - T$ encontramos las siguientes:



Un reactor de fusión que opera con Deuterio y Tritio, tiene una serie de reacciones con diferente probabilidad de reacción y que además producen múltiples residuos, como se puede observar en las reacciones 2.1, 2.2 y 2.3. Una de las reacciones que libera más energía es directamente $D - T$ (reacción 2.3) y representa una ventaja de oportunidad para tener buena probabilidad de acontecer, pero al mismo tiempo es un gran reto obtener la suficiente cantidad de Tritio necesario para sostener las reacciones por largos periodos, así como el manejo de residuos, principalmente de los neutrones.

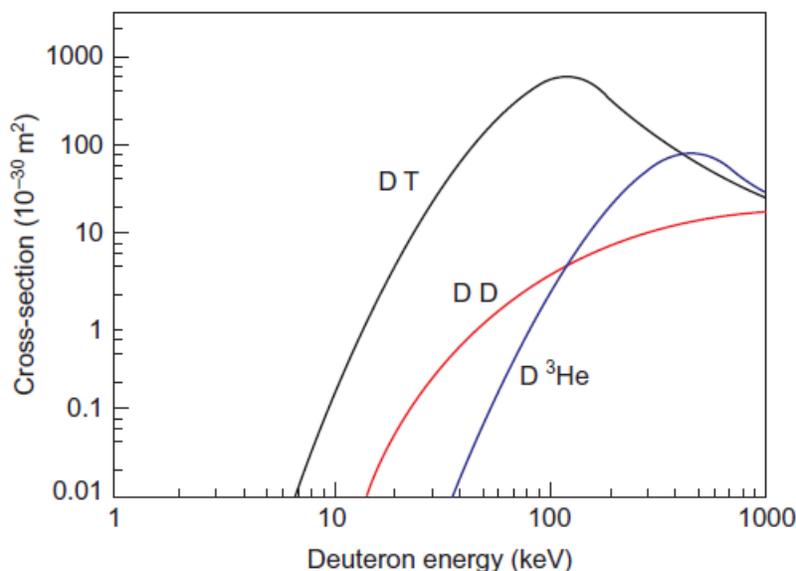


Figura 2.4: Muestra los datos de tres reacciones: $(D - D)$, $(D - T)$ & $(D - {}^3\text{He})$ (las de mayor probabilidad). En fusión, “el tamaño efectivo del agujero” depende de la energía de los núcleos en colisión. Para $(D - T)$, la sección transversal es mayor cuando los núcleos se han acelerado, pero disminuye nuevamente con energías aún más altas. La reacción $(D - T)$ es la más favorable y ofrece la mayor probabilidad de fusión (la mayor sección transversal) a la menor energía posible. (McCracken and Stott, 2012)

En cuanto a Tritio se refiere, es importante tener en cuenta que este elemento no se encuentra en la naturaleza por su tiempo de vida media aproximado de 12 años, por lo tanto se necesita Litio como fuente o precursor. Cabe resaltar que el Litio es un elemento que se puede encontrar como ${}^6\text{Li}$ o ${}^7\text{Li}$ con una abundancia relativa de 7.4 % y 92.4 % respectivamente. (Kikuchi and Azumi, 2015)

La reacción que genera Tritio a partir de la absorción de un neutrón dentro de un átomo de Litio, se representa a continuación.



Los físicos miden la energía de las partículas atómicas en términos del voltaje con el que deben acelerarse para alcanzar dicha energía. Para lograr reacciones de fusión se requiere una aceleración equivalente a los 100,000 voltios. Por otro lado la probabilidad de que se produzca una reacción de fusión se calcula por medio de la sección transversal. Esta medida es tan sencilla como calcular el tamaño del agujero en el cual una bola puede caer. En la figura 2.4 se muestran las secciones transversales de las reacciones de fusión más relevantes.

La reacción $D - T$ produce un núcleo de ${}^4\text{He}$, generalmente conocido como “partícula Alfa”, más un neutrón (ecuación 2.3). La energía liberada por la reacción de fusión se reparte entre dicha partícula Alfa y el Neutrón a una razón de 20 % y 80 % del total de la energía respectivamente. El Neutrón

no tiene carga eléctrica, por lo que no se ve afectado por el campo magnético de los reactores y se escapa del plasma para posteriormente colisionar con la estructura de la cámara de vacío, en donde puede transferir su energía y/o reaccionar con alguna película o estructura de Litio para producir más Tritio y alimentar nuevamente las reacciones de fusión $D - T$. Por otro lado la partícula Alfa tiene una carga positiva y queda atrapada por el campo magnético dentro del plasma. La energía de la partícula Alfa puede usarse para mantener caliente el plasma. Inicialmente se necesita una fuente de energía externa para elevar la temperatura del plasma también llamada “Potencia Auxiliar”.

A medida que la temperatura aumenta, la velocidad de las reacciones de fusión aumenta y las partículas Alfa resultantes a su vez proporcionan más y más potencia de calentamiento. Finalmente el “calentamiento Alfa” tendría que ser suficiente por sí mismo para mantener las reacciones en el plasma, entonces se vuelve auto-sostenible la reacción y la potencia auxiliar deja de ser requerida; a este punto se le llama “ignición”. (McCracken and Stott, 2012)

La ecuación que describe el estado estacionario (para ignición se toma que $S_{aux} = 0$), iguala las entradas de energía con las salidas energéticas respecto al mismo sistema, es decir, se tiene del lado izquierdo de la ecuación la suma del calentamiento Alfa (S_α) más el calentamiento auxiliar (S_h) y del lado derecho tiene que ser igual a las pérdidas de energía por Bremsstrahlung (S_B) y por conducción térmica (S_k).

$$S_\alpha + S_h = S_B + S_k \quad (2.6)$$

Sustituyendo los valores para los términos anteriores se obtiene:

$$\left(\frac{E_\alpha}{16}\right) p^2 \frac{\langle \sigma v \rangle}{T^2} + S_h = \left(\frac{C_B}{4}\right) \frac{p^2}{T^{3/2}} + \frac{3 p}{2\tau_E} \quad (2.7)$$

En el estado de ignición se asume que el calentamiento por Alfas es suficiente para balancear la pérdida por Bremsstrahlung y por conducción de calor, sin la necesidad de ningún calentamiento auxiliar.

$$S_\alpha = S_B + S_k \quad (2.8)$$

Dicha expresión es conveniente porque expone claramente un equilibrio de potencias en el estado estacionario de un reactor de fusión dentro de un modelo 0D. Para determinar un límite cuantitativo del estado de ignición se redefinen las siguientes constantes.

$$\begin{aligned} S_\alpha &= \frac{E_\alpha}{16} \frac{\langle \sigma v \rangle}{T^2} = K_\alpha \frac{\langle \sigma v \rangle}{T_k^2} p^2 \text{ MW/m}^3 \\ S_B &= \frac{C_B}{4} \frac{p^2}{T^{3/2}} = K_B \frac{p^2}{T_k^{3/2}} \text{ MW/m}^3 \\ S_k &= \frac{3}{2} \frac{p}{\tau_E} = K_k \frac{p}{\tau_E} \text{ MW/m}^3 \end{aligned}$$

En donde $K_\alpha = 1.37$, $K_B = 0.052$ y $K_k = 0.15$

Respecto a las unidades de medida se tiene para la temperatura T_k (KeV), para el tiempo de confinamiento de energía se usa τ_E (s), para la frecuencias de colisiones multiplicado por la sección transversal se define con $\langle \sigma v \rangle$ ($10^{-22}m^3/s$) y para la presión se dimensiona con p ($10^5 Pa$). En general las ecuaciones y los modelos se tiene que proveer de un sentido físico y de una escala adecuada, esta es la razón por la cual la presión se mide en dicha escala, siendo equivalente a $1 atm$.

Después de ordenar algebraicamente cada términos, se obtiene la siguiente ecuación que relaciona $p\tau_E$ en términos de la temperatura T .

$$p\tau_E \geq \frac{K_k T_k^2}{K_\alpha \langle \sigma v \rangle - K_B T_k^{1/2}} \approx K_1 \frac{T_k^2}{\langle \sigma v \rangle} \text{ atm.} \quad (2.9)$$

La condición “ $p\tau_E$ ” mínima tiene dos posibles soluciones correspondientes a dos temperaturas diferentes. La importancia de estas soluciones está relacionada con la estabilidad térmica del sistema. Por otro lado se puede observar en la figura 2.5 que un plasma de $15 KeV$ con un tiempo de confinamiento de energía de $1 s$, se requiere una presión de aproximadamente $8 atm$ para que el plasma “se encienda”; es decir que alcance el estado de ignición.

Dichas condiciones prácticas son muy importantes.

El tamaño del reactor y/o del campo magnético de estos experimentos implica un aumento en el presupuesto requerido. Por ende la facilidad o dificultad de satisfacer las siguientes condiciones, (conclusión de la figura 2.5) es un factor crucial en la toma de decisiones para estos proyectos, independientemente del concepto y geometría. (Freidberg, 2008)

$$\begin{aligned} T_{min} &= 15.0 keV \\ (p\tau_E)_{min} &= 8.3 atm \end{aligned} \quad (2.10)$$

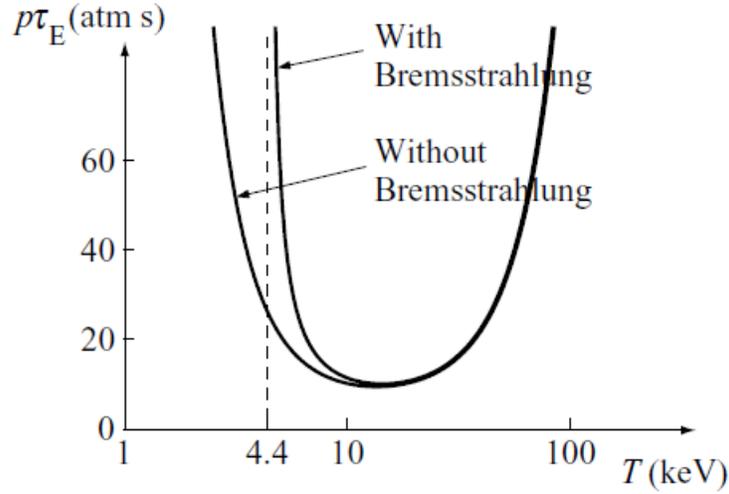


Figura 2.5: Condición $p\tau_E$ crítica requerida en función de la temperatura de un reactor de fusión nuclear de confinamiento magnético. Imagen de (Freidberg, 2008)

2.4. Ecuaciones que describen un plasma

Modelo de dos fluidos

Este modelo trata con la conservación de la masa, momento y energía, tanto para electrones como para los iones que componen el plasma, además introduce las ecuaciones de Maxwell. El acoplamiento de las variables del fluido con las ecuaciones de Maxwell ocurre a través de las definiciones que relacionan la densidad de número de partículas (n_e, n_i) y las diferentes velocidades del flujo (\bar{u}_e, \bar{u}_i) junto con la densidad de corriente \bar{J} y la densidad de carga σ .

$$\begin{aligned}\bar{J} &= e(n_i\bar{u}_i - n_e\bar{u}_e) \\ \sigma &= e(n_i - n_e)\end{aligned}\tag{2.11}$$

Por otro lado las incógnitas que resaltan en el modelo son: $n_e, n_i, \bar{u}_e, \bar{u}_i, T_e, T_i, \bar{E}, \bar{B}$.

Además, las presiones están relacionadas con la densidad y temperatura mediante las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned}p_e &= n_e T_e \\ p_i &= n_i T_i\end{aligned}\tag{2.12}$$

El modelo completo resulta conformado de las ecuaciones a continuación presentadas.

Conservación de masa

En la ecuación 2.13 se expresa que el cambio en la densidad de número de partículas esta únicamente definida por un flujo de masa (segundo termino) para cada especie (sean iones o electrones), pero independientemente del termino de la divergencia, no hay más cambios posibles.

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \bar{u}_e) &= 0 \\ \frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \bar{u}_i) &= 0\end{aligned}\tag{2.13}$$

Conservación de momento

La ecuación 2.14 para cada especie (iones y electrones) tiene del lado izquierdo el cambio en el momento del fluido definido por tres términos. Del lado derecho de la igualdad los tres términos que pueden provocar el cambio en el momento son: la fuerza de Lorentz (primer termino), el gradiente de presión (segundo termino) y el intercambio de momento entre los dos fluidos debido a las colisiones entre diferentes especies (tercer termino).

$$\begin{aligned}m_e n_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_e \cdot \nabla \right) \bar{u}_e &= -e n_e (\bar{E} + \bar{u}_e \times \bar{B}) - \nabla p_e - m_e n_e \bar{\nu}_{ei} (\bar{u}_e - \bar{u}_i) \\ m_i n_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_i \cdot \nabla \right) \bar{u}_i &= e n_i (\bar{E} + \bar{u}_i \times \bar{B}) - \nabla p_i - m_e n_e \bar{\nu}_{ei} (\bar{u}_i - \bar{u}_e)\end{aligned}\tag{2.14}$$

Conservación de energía

Otra medida de gran importancia y utilidad para generar el modelo que simulará el reactor de fusión termonuclear es la planteada en la ecuación 2.15. Las fuentes de energía para electrones y iones S_e y S_i están definidas por un lado en términos de la temperatura de las partículas, la presión y de los flujos de energía en cada especie (q_e y q_i).

Por el otro lado (ecuación 2.16) encontramos que las mismas fuentes energéticas para cada especie radican en las reacciones nucleares, del calentamiento ohmico, en la radiación de Bremsstrahlung y en el intercambio de energía entre iones y electrones.

$$\begin{aligned}\frac{3}{2} n_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_e \cdot \nabla \right) T_e + p_e \nabla \cdot \bar{u}_e + \nabla \cdot \bar{q}_e &= S_e \\ \frac{3}{2} n_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_i \cdot \nabla \right) T_i + p_i \nabla \cdot \bar{u}_i + \nabla \cdot \bar{q}_i &= S_i\end{aligned}\tag{2.15}$$

$$\begin{aligned}S_e &= \frac{F_e^{(\alpha)}}{4} E_\alpha n_e^2 \langle \sigma v \rangle + F_e^{(\alpha)} S_\alpha + \eta J^2 - C_B n_e^2 T_e^{1/2} - \frac{3}{2} n_e \bar{\nu}_{eq} (T_e - T_i) \\ S_i &= \frac{1 - F_e^{(\alpha)}}{4} E_\alpha n_e^2 \langle \sigma v \rangle + (1 - F_e^{(\alpha)}) S_\alpha - \frac{3}{2} n_e \bar{\nu}_{eq} (T_i - T_e)\end{aligned}\tag{2.16}$$

Se representan como S_i y S_e las fuentes de energía para iones y electrones respectivamente.

Por otro lado también tenemos a $F_e^{(\alpha)} = T_c/(T_c + T)$ como la fracción de energía absorbida por los electrones, en esta expresión se asume que $T_e \approx T_i \equiv T$.

Las contribuciones en el calentamiento auxiliar se expresan gracias a los términos que se utilizan en la ecuación 2.16. Por lo tanto $F_e^{(\alpha)} S_\alpha$ es el término que representa el calentamiento auxiliar para los electrones y su complemento $(1 - F_e^{(\alpha)}) S_\alpha$ es el término del calentamiento auxiliar para iones.

Estas ecuaciones forman la base para la descripción macroscópica de un plasma confinado magnéticamente. Los factores importantes que se estudian con estas ecuaciones son el equilibrio, la estabilidad y el transporte del plasma confinado. En el caso de estudio de esta tesis, se hace la suposición de que el plasma ya cumple con las condiciones de equilibrio y estabilidad dinámicas, por lo tanto no serán consideradas. La manera más simple de tener en cuenta el transporte de partículas y de energía, es expresándolo como un término de pérdida, esto se abordará en los siguientes capítulos.

2.5. Equilibrio estable

La diferencia entre estabilidad e inestabilidad se puede entender con ayuda de la figura 2.6 (a) y (b) donde se puede observar una bola situada en dos posiciones diferentes, en lo alto de una colina y en el caso contrario, en un valle. Si la bolita se encuentra en el valle, (a) es decir en un estado de mínima energía, cualquier perturbación puede desplazar la bola un poco, pero al final dicha acción resulta en una fuerza que restaure el estado inicial de regreso. Por otro lado cuando la bola se encuentra en la cima de la colina, (b) cualquier perturbación va a desplazar la bola a otro estado y los efectos resultantes no tendrán la suficiente capacidad de regresar el sistema (la bolita) al estado inicial, por el contrario, la velocidad añadida actúa en la misma dirección de la perturbación y en consecuencia el sistema se aleja más del punto de equilibrio. (Bellan, 2008)

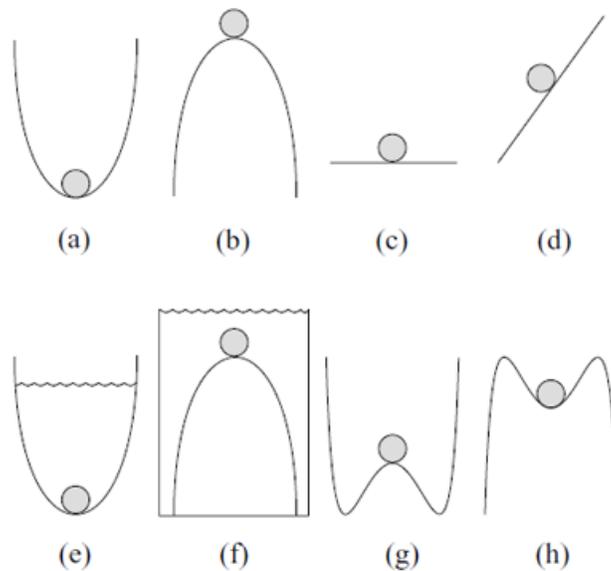


Figura 2.6: Analogía de la estabilidad mecánica: (a) estabilidad, (b) inestabilidad, (c) marginalmente estable, (d) fuera de equilibrio, (e) estabilidad con disipación, (f) inestabilidad con disipación (g) linealmente inestable, no-linealmente estable, (h) linealmente estable, no-linealmente inestable. (Freidberg, 2008)

Para una presión dada y una distribución de corriente se pueden encontrar las siguientes configuraciones estables:

- Un plasma con o sin pared perfectamente conductora los ejemplos (a) - (c) representan un análogo comparable.
- Con una presión crítica y su corriente correspondiente a dicha estabilidad marginal (c), ya que en la medida en que I y β aumentan, el pozo de potencial se vuelve menos profundo, posteriormente se aplanan y finalmente se transforman en una colina.
- Los valores de I y β en la estabilidad marginal definen en lo general dichos límites de estabilidad. Por último cabe mencionar que el caso de un plasma con una pared resistiva es cualitativamente similar a las analogías (e) y (f).
En estos sistemas la pared sigue siendo crítica porque ralentiza drásticamente el movimiento del plasma, permitiendo la utilidad y el diseño de los sistemas de control retroalimentados y prácticos, que mejoren la estabilidad. (Freidberg, 2008)

Pensando en el Sol como ejemplo de reactor de fusión nuclear, se tiene un plasma confinado por un campo gravitacional (contenedor gravitatorio) con geometría esférica y que apunta radialmente hacia el centro; en el caso de los reactores de fusión, básicamente el contenedor magnético de plasmas a altas temperaturas tiene otra geometría. Se confinan partículas cargadas con ayuda de la fuerza de Lorentz, pero esta fuerza actúa en dirección perpendicular a las líneas de campo. Por esta razón el confinamiento magnético no tiene forma esférica.

Cabe mencionar que el equilibrio en un plasma es un estado de balance de fuerzas, dicho estado es fundamental para el entendimiento de las órbitas formadas por las partículas cargadas dentro del reactor de fusión nuclear. (Bellan, 2008)

Para este caso se han ideado distintas geometrías que pueden mantener confinado al plasma, pero hasta ahora la que ha dado mejores resultados es la basada en campos magnéticos toroidales.

Capítulo 3

Lógica Difusa

3.1. Breve historia

La lógica difusa fue desarrollada en la década de los años 60s en la Universidad de Berkeley en California USA, por el ingeniero Lotfy A. Zadeh, después de tratar diversos problemas inmersos en el principio de incompatibilidad: “En la medida que la complejidad de un sistema aumenta, la capacidad de precisión y respuesta de los sistemas de control disminuye, hasta llegar al umbral más allá del cual la misma precisión y su significado llegan a ser características excluyentes”.

En respuesta a esto Zadeh introdujo el concepto de “Fuzzy Set”; bajo este reside la idea de que los elementos sobre los que se construye el pensamiento humano no son números sino etiquetas lingüísticas. La lógica difusa ha permitido representar las expresiones del lenguaje común, que mayoritariamente son de origen cualitativo en términos del lenguaje matemático; todo esto se logra a través de la teoría de conjuntos difusos y sus funciones características asociadas. El término lingüísticos es inherentemente menos precisos que los datos numéricos pero en muchos problemas aporta información más útil. ([Morcillo, 2011](#))

El aspecto central de los sistemas basados en lógica difusa consideran que la certeza es más una cuestión de grado. Por otro lado se puede analizar el término “lógica” como la ciencia de los principios formales y normativos del razonamiento, pero la lógica difusa o borrosa (como algunos la llaman) se refiere a los principios formales del razonamiento aproximado, considerando el razonamiento preciso (lógica clásica) como caso límite. De este modo las características más atractivas de la lógica difusa son la flexibilidad, tolerancia con la imprecisión, capacidad para modelar problemas no-lineales y con base en el lenguaje natural de un sistema interpretativo, en el que los objetos o elementos están relacionados a través de un conjuntos de fronteras no nítidamente definidas, otorgándoles cierto grado de pertenencia gradual y no tan estricta como es costumbre en la “lógica tradicional”. En cierto sentido, se podría decir que existe una especie de unión entre una frontera y otra, o bien entre un conjunto y otro. Lo anterior ha permitido incorporar afirmaciones del lenguaje común, mismas que se caracterizan por ser un tanto indefinidas, para interpretar el estado de las variables de cierto proceso, asignándoles en cada momento un grado de pertenencia a estos conjuntos difusos. Esta interpretación puede ser fácilmente relacionada mediante operadores lógicos tradicionales con cierta medida de acción, también de naturaleza no exacta, pero que son diseñadas de tal manera que se produzca el cambio deseado en las variables de interés. ([Kovacic and Stjepan, 2005](#))

En resumen, es posible diseñar un controlador que interprete de forma intuitiva (y no numéricamente exacta) el estado de ciertas variables; en base a esto analizar lógicamente una posible respuesta que permita llevar las variables al estado deseado. También es conveniente recalcar que lo difuso, borroso, impreciso o vago no es la lógica en sí misma, sino el objeto que se estudia, a decir verdad el fundamento matemático que sostiene la “lógica difusa” es una teoría muy sólida y estudiada por muchos años; específicamente se fundamenta en la teoría de conjuntos. De esta manera, los sistemas de control basados en lógica difusa combinan variables de entrada, definidas en términos de

conjuntos difusos y por medio un grupo de reglas se produce una o varias respuestas que concluyen generalmente en valores de salida precisos.

3.2. Clásicos vs Difusos

Los conjuntos clásicos surgen por la necesidad del ser humano de clasificar objetos y conceptos. Estos pueden ser estudiados como un conjunto bien definido de elementos mediante una función de pertenencia M que toma única y exclusivamente los valores de verdad el cero ó uno dentro del universo de discurso para todos los elementos existentes. Un conjunto clásico se puede definir con la función de pertenencia como la que se muestra en la ecuación 3.1. (Hung et al., 2003)

$$M_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin A \\ 1 & \text{si } x \in A \end{cases} \quad (3.1)$$

Los conjuntos difusos son una extensión de la lógica tradicional (Booleana) que utiliza conceptos de pertenencia a dichos conjuntos más parecidos al modo de pensar de los humanos. El concepto de un subconjunto difuso es una generalización de un “subconjunto nitido” (tradicional), donde en vez de utilizar los subconjuntos exactos con valores uno o cero para sus operaciones, se utilizan todos los valores operativamente posibles, entre uno y cero (inclusive), estos valores indican el grado de pertenencia que se tiene respecto al uno o el cero dependiendo de qué tan cercano o alejado se encuentren de estos límites. (Hung et al., 2003)

Retrospectivamente, la necesidad de trabajar con conjuntos difusos surge naturalmente de que los conceptos no tienen límites claros. Un conjunto difuso se encuentra asociado a un valor lingüístico que está definido por una palabra, etiqueta lingüística o adjetivo, cabe mencionar que el valor entre cero y uno es gradual dentro del dominio de la función y no cambia de manera discontinua como pasa con los conjuntos clásicos. Un conjunto difuso en su universo de discurso puede definirse con la ecuación 3.2 (Hung et al., 2003)

$$A = \{(x, m_A(x)) \mid x \in U\} \quad (3.2)$$

En otras palabras, A es el grado de pertenencia que tiene un elemento del conjunto x ; Este mismo grado de pertenencia se determina gracias a la relación que se existe de dicho elemento del conjunto con la función m_A que depende de x claramente y que al mismo tiempo dicho conjunto existe dentro del universo de discurso U .

Es importante no confundir la idea de lógica difusa con probabilidad. Aunque están relacionados de alguna manera son dos visiones sin duda muy diferentes. La probabilidad representa información de frecuencias relativas de un evento bien definido con respecto a un total de eventos. Por otro lado, en lógica difusa el grado de pertenencia representa la similitud del evento con respecto a otro único, (uno a uno) en donde dichas propiedades no se encuentran definidas de forma nítida y/o precisa, más bien se asemejan gradualmente.

3.3. Conjuntos difusos

El lenguaje humano es “muy” impreciso. Como se muestra en la oración anterior (del lenguaje cotidiano), tratar de cuantificar el adverbio “muy” resulta complicado en términos matemáticos de acuerdo a los conjuntos clásicos, sin embargo una aproximación difusa permite acercarse más al sentido que requiere dicha oración. En otras palabras, la teoría difusa tiene la capacidad de plasmar

la vaguedad del lenguaje y del pensamiento de las personas. La transformación del lenguaje natural a un set difuso, resulta muy conveniente para simplificar sistemas de control, para hacerlos más veloces y hasta para reducir costos de producción y operación, dependiendo del problema a tratar.

Cabe mencionar que existen dos tipos de inferencia muy comunes entre los sistemas difusos, el primero es el método de Mamdani, que tiene más tiempo de haber sido propuesto y desarrollado y el segundo es el método TSK (Takagi, Sugeno y Kang). Nótese que los sistemas difusos no son una simple serie de aproximaciones dirigidas a prueba y error hasta un punto de equilibrio, hay más tema en el fondo entre los diferentes métodos, aunado a los respectivos detalles a relucir. Cada uno de estos métodos tienen diferentes etapas pero se tratará de explicar a continuación con la mayor claridad y brevedad posible para posteriormente describir los detalles que existen en algunas etapas compartidas entre dichos métodos.

Método de Mamdani

Este es posiblemente el método más utilizado, desarrollado por Ebrahim Mamdani a mediados de la década de los 70s. El proceso se realiza por lo general en cuatro pasos: (Aurrand-Lions et al., 1991)

1. Difusificación de las variables de entrada.
2. Evaluación dentro de las reglas de inferencia.
3. Agregación de las salidas de las reglas.
4. Nitidificación

Difusificación

Este paso inicia tomando los valores de las entradas y posteriormente determina el grado de pertenencia asociado al conjunto o los conjuntos difusos relacionados.

Previamente también se determinaron las formas de las funciones implicadas (triangular, sigmoidea, gaussiana, etc...) y los límites de cierto o falso asociados, esto último muchas veces implica intersección entre una y otra función.

Evaluación de reglas

A todas las subfunciones de las variables difusas se someten a las reglas difusas previamente asignadas. Para sintetizar la relación entre diferentes reglas difusas se necesitan los operadores AND u OR para obtener un único número que represente el resultado de la evaluación.

Agregación de las salidas

Es la unificación de todas las salidas obtenidas para cada variable, del paso anterior. Es decir que se superponen los valores repetidos para cada subfunción con el fin de conformar una nueva función única.

Nitidificación

Este es el resultado final en la mayoría de los conjuntos difusos, así que es necesario expresarlo mediante un valor nítido o fijo. Sencillamente se toma la función resultante (del paso anterior), para determinar un valor de salida preciso, de acuerdo con alguno de los métodos de nitidificación (se abordarán más adelante). Es posible que el más ampliamente usado sea el método de "centroide de área", donde se calcula el punto que divide el área de la intersección de las funciones de membresía en dos partes iguales.

Cabe mencionar que el método de Mamdani es más utilizado también porque se desarrolló antes y por su facilidad para representar el conocimiento de un “experto” en el área. También permite describir dichos sistemas, intuitivamente. (Aurrand-Lions et al., 1991)

TSK

A diferencia del método de Mamdani, TSK no requiere algún tipo de nitidificación, en consecuencia es posible disminuir el tiempo de inferencia utilizando una función matemática como salida para cada regla de inferencia, de modo que el formato general en este método se puede describir como:

$$\text{si } (X \rightarrow A \cdot Y \rightarrow B) \implies Z \rightarrow f(x, y) \quad (3.3)$$

Este método proporciona mayor eficiencia, pero el marco de trabajo empleado no resulta tan natural para la representación del razonamiento humano. La función $f(x, y)$ puede ser cualquier función que pueda describir apropiadamente la salida del modelo dentro de una región especificada por las mismas reglas de inferencia y las variables difusas utilizadas. Cuando $f(x, y)$ es un polinomio de primer orden, el resultado del sistema de inferencia difuso es llamado “Modelo Difuso de Sugeno a Primer Orden” el cual fue originalmente propuesto T. Takagi y M. Sugeno en las referencias. (Takagi and Sugeno, 1993; Sugeno and Kang, 1988)

Cuando $f(x, y)$ resulta ser una constante, entonces se tiene un “Modelo Difuso de Sugeno a Orden Cero” y puede ser visto también como un caso especial de los sistemas de inferencia de Mamdani, en donde cada una de las reglas es consecuencia específica de un “fuzzy singleton” o circunstancia única difusa. Es importante mencionar que los sistemas difusos de Sugeno por más simples que se diseñen, en algunas ocasiones generan comportamiento complejo y/o no lineal. (Kovacic and Stjepan, 2005)

3.4. Funciones de pertenencia

La función de pertenencia $m_A(x)$ dependiente de la variable (x) , dentro del universo de discurso U otorga el valor al conjunto A , que va desde 0 (cuando es nulo el grado de pertenencia) hasta 1 (cuando el grado de pertenencia es total). Además no son exclusivos, la variable (x) puede pertenecer al mismo tiempo a más de un conjunto, es decir que las subfunciones de pertenencia se traslapan, en esto último radica lo difuso de las variables.

Algunas de las funciones $m_A(x)$ más usadas en lógica difusa son las funciones triangular, trapezoidal, gaussiana y campana (Lorentziana); formadas de acuerdo a las siguientes expresiones: (Kovacic and Stjepan, 2005)

Triangular

$$m_F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{si } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{si } x > c \end{cases} \quad (3.4)$$

Trapezoidal

$$m_F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{si } b \leq x \leq c \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{si } c \leq x \leq d \\ 0 & \text{si } x > d \end{cases} \quad (3.5)$$

Gaussiana

$$m_F(x) = e^{-(x-C_F)^2/w} \quad (3.6)$$

Campana

$$m_F(x) = \frac{1}{1 + (x - c_F)^2} \quad (3.7)$$

Determinar la forma de la función con la que se va a trabajar depende del problema a tratar y de como se evalúa previamente el comportamiento del sistema. De cualquier modo, en la literatura se recomienda usar, las funciones triangulares por la simpleza matemática y por un sentido meramente pragmático, porque no se percibe una diferencia significativa en la mayoría de los sistemas de control cuando se opta entre una forma triangular y alguna otra con forma parecida. También pueden ser elegidas las funciones de 'rampa' o de tipo sigmoidal cuando el valor máximo ya no vuelve a bajar (en los extremos).

En la figura 3.1 se ejemplifica la difusificación de una variable; en este caso tenemos la altura de un edificio (la variable (x) es la altura medida en metros), esta se puede localizar para cualquier edificio y puede catalogarse como bajo, mediano o alto dentro del "Universo de discurso".

Suponiendo que dicho edificio mide 16 m (marcado con la línea punteada); difusificar esta medida "nítida" implica obtener dos valores de pertenencia diferentes en las subfunciones Mediano y Alto. Los puntos que cruza (aproximadamente 0.85 en Mediano y 0.15 en Alto) generan información que llamamos difusa, con la que se trabaja en las etapas posteriores.

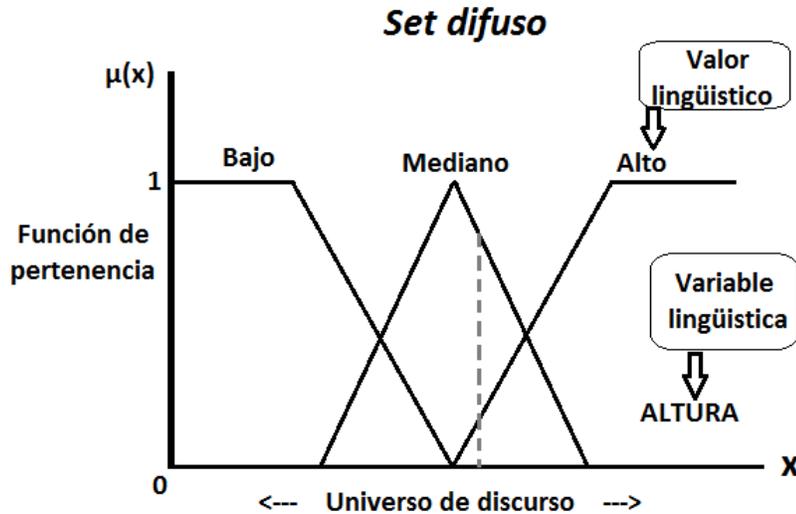


Figura 3.1: Conjunto difuso con subfunciones triangulares y con las distintas partes que lo conforman.

3.5. Reglas de inferencia

El objetivo de los controladores difusos es imitar las acciones de un operador humano y tomar decisiones similares bajo circunstancias específicas, utilizando el conocimiento sobre el control de un sistema (aun sin conocer el modelo o las ecuaciones que lo describen). Esto se logra con las reglas de inferencia difusas que constituyen una buena base para los sistemas de control difusos. La base de las reglas de inferencia difusas es un componente central que representa la 'inteligencia' en cualquier algoritmo de control difuso. Este es el lugar donde el conocimiento y la experiencia del diseñador o "experto" deben ser interpretadas y organizadas correctamente con un conjunto adecuado de reglas con el fin de lograr un objetivo en conjunto. (Braae and Rutherford, 1979; Xiangchu and Chengyuan, 1988; Höhle and Stout, 1991)

Cada regla de inferencia difusa puede tratar con problemas de una entrada y una salida en la forma descriptiva de causa y efecto, pero lo más común en los sistemas de control difusos es atender casos en donde se usen dos entradas para cada salida; en estos casos se usan implicaciones o normas que permiten asociar las dos primeras entradas con la salida correspondiente.

El uso de algoritmos difusos no se limita únicamente a los controladores de lógica difusa. También se pueden usar como mecanismos de adaptación no lineal, aproximaciones universales o como unidades auxiliares agregadas a ciertos sistemas de control convencionales. Es necesario mencionar que los controladores difusos son muy convenientes como controladores de supervisión; algunas veces, los algoritmos de lógica difusa también se usan como controladores de estado modal o de estado difuso, a pesar de esta gran variedad de posibilidades para los controladores difusos. Aunque hay muchos controladores analógicos difusos en el mercado, la mayoría de los controladores difusos de hoy en día se implementan en forma digital, esto último hace forzosa la nitidificación para manejar la información resultante. (Kovacic and Stjepan, 2005)

La organización de una base de reglas difusas normalmente se considera el paso más exigente en el diseño de sistemas difusos de control. Considerando las otras partes del controlador, la difusificación

y nitidificación también se pueden entender como un servicio para la base de reglas de inferencia. A nivel práctico resulta que el número de conjuntos difusos de entrada y salida, la forma de las funciones de pertenencia, la distribución de estas últimas a lo largo del universo del discurso y finalmente la elección de un cierto método de nitidificación, tienen un poco menos influencia sobre el sistema de control difuso que la base de reglas en sí; pero también tienen su respectiva relevancia.

El tamaño de la base de las reglas de inferencia no depende estrictamente del número de variables difusas en la entrada o en la salida; es normal que el número de reglas disminuya si el conocimiento sobre el control del proceso es incompleto, redundante o se asocia con algunas contradicciones; incluso hay muchos casos en donde algunas reglas permanecen indefinidas, generalmente cuando no se tiene conocimiento preciso al respecto. En general, la formación de reglas difusas debe seguir lo que llamamos sentido común para preservar las características básicas de una base de reglas difusas consistentes, continuas e integradas. (Kovacic and Stjepan, 2005)

Uno de los métodos más usados y con mayor sencillez para visualizar las reglas de inferencia en un set difuso es la 'tabla de búsqueda' gracias a esta se pueden seleccionar funciones de membresía para las diferentes salidas de control, dadas por los términos lingüísticos, evitando caer reglas redundantes y/o contradictorias. (Chen and Pham, 2000)

La tabla de reglas difusas o tabla de búsqueda es frecuentemente utilizada en un controlador difuso con estructura DISO (double input – single output). Con un sistema DISO resulta muy conveniente mostrar la base completa de reglas difusas en dicha tabla de reglas (figura 3.2). Cada regla en la tabla está asociada con una de las posibles salidas del conjunto difuso. La posición de cada regla dentro de la tabla está determinada por las coordenadas (x, y) de las subfunciones de cada variable como:

$$\begin{aligned} \text{si } X_a \cup Y_b &\implies Z_c \\ \text{si } X_a \cap Y_b &\implies Z_d \end{aligned} \tag{3.8}$$

Dicho en otras palabras, en la ecuación 3.8, la 'unión' entre dos variables de entrada equivale a la operación lógica 'OR' y la intersección equivale a la operación 'AND'. El resultado de cada operador, claramente es un conjunto diferente aunque las variables iniciales sean las mismas.

Por lo tanto, la tabla de reglas difusas proporciona una visión directa de las reglas y resuelve automáticamente la creación de reglas difusas contradictorias, redundantes y/o ausentes. (Kovacic and Stjepan, 2005)

Con el fin de incorporar más generalidad al proceso del diseño de un controlador, se aconseja la normalización de los dominios de sus entradas y salidas. El universo del discurso de las entradas y salidas difusas del controlador pueden ser muy variados entre una aplicación y otra. Esto evitará futuros ajustes para cada aplicación, entre las entradas y salidas. (Kovacic and Stjepan, 2005)

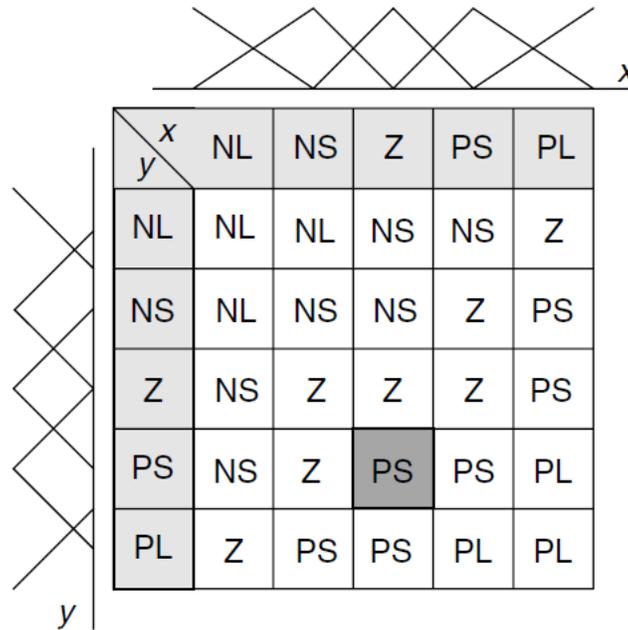


Figura 3.2: Tabla de reglas difusas de un controlador tipo DISO con cinco sub-funciones triangulares definidas para la variable de entrada 'X', y cinco más para otra variable de entrada 'Y'; las posibles salidas en 'Z' son: NL (negative large), NS (negative small), Z (zero), PS (positive small) y PL (positive large). Por lo tanto esta tabla de búsqueda tiene la capacidad para 25 reglas difusas. (Kovacic and Stjepan, 2005)

3.6. Implicaciones difusas

Cualquier forma que tengan las reglas difusas, la principal preocupación es:

¿Cómo interpretar el significado de cada regla?, es decir...

¿Qué influencia producen las reglas difusas y cuáles son sus consecuencias?

El procedimiento para evaluar esta influencia se denomina implicación difusa. Hay muchas formas posibles de definir una implicación difusa, pero en las aplicaciones de control se utilizan comúnmente dos de ellas: una implicación de productos (también llamada implicación de Larsen) y una implicación de mínimos (conocida como implicación de Mamdani).

La diferencia entre estas dos implicaciones difusas, es que con la implicación del producto, la función de membresía se forma únicamente escalando las subfunciones; es decir que conserva la misma forma pero se altera la proporción, como resultado de la implicación. Por otro lado, la implicación de mínimos 'recorta' la función de membresía original, arrojando una forma trapezoidal; es decir que se altera la forma de la subfunción resultante. La diferencia entre los resultados de estas distintas implicaciones sugieren que el tipo de implicación utilizada en el diseño del controlador difuso tendrá cierta influencia en la estructura del algoritmo final. (Kovacic and Stjepan, 2005)

3.7. Operaciones con lógica difusa

Previamente se ha descrito cómo modelar conceptos vagos usando conjuntos difusos y cómo representar dichos conjuntos. Para operar con estos conceptos “vagos” o para aplicar algún tipo de mecanismo de deducción a estos mismos, se necesita de operaciones adecuadas para estos conjuntos difusos. Las operaciones como unión, intersección y complemento son bien conocidas en teoría clásica de conjuntos y se pueden extender para operar sobre el terreno de la lógica difusa. (Michels et al., 2007)

Intersección

En los conjuntos ordinarios o clásicos M_1 y M_2 se puede tener un elemento X que pertenece a ambos conjuntos, es decir a la intersección de dichos conjuntos ($M_1 \cap M_2$). Por el lado de los conjuntos difusos m_1 y m_2 también el grado de pertenencia de un elemento x en la intersección de dichos conjuntos también depende única y exclusivamente del grado de pertenencia de x en m_1 y m_2 .

(Nótese el uso de mayúsculas para los conjuntos clásicos y el uso de minúsculas para los conjuntos difusos en la notación)

Se interpreta como el grado de pertenencia de $m(x)$ como el valor o porcentaje de verdad que hay de $x \in m$ para dicha proposición difusa. Determinar el grado de pertenencia de un elemento x de la intersección de los conjuntos difusos m_1 y m_2 , implica necesariamente calcular el valor de verdad de la conjunción:

* x es un elemento de m_1 “y” a la vez “x” es un elemento de m_2 *

Después de esta equivalencia se puede definir el valor de verdad de la conjunción de las dos diferentes proposiciones difusas, pero es necesario elegir una función llamada “t-norma” denotada por “ t ” y adecuada como función de verdad. Por lo tanto, se define la intersección de dos conjuntos difusos m_1 y m_2 como el conjunto difuso $m_1 \cap t m_2$, es decir:

$$(m_1 \cap t m_2)(x) = t(m_1(x), m_2(x))$$

Unión

Así como se extiende de los conjuntos clásicos a los conjuntos difusos la operación de intersección, también es posible hacer lo mismo con operación de unión gracias a la función “t-conorma” denotada como “ s ” en los conjuntos difusos m_1 y m_2 , utilizando la misma interpretación del grado de pertenencia $m(x)$ en un elemento x al conjunto difuso m . El valor o grado de verdad tal que $x \in m$ de dicha proposición difusa se define, en el caso de la unión como la función de verdad para la disyunción “t-conorm” o ‘ s ’. Utilizando esta operación se obtiene el valor máximo de las funciones, así mismo la unión de estos dos conjuntos (operación ‘OR’) se puede escribir de la siguiente manera:

$$(m_1 \cup s m_2)(x) = s(m_1(x), m_2(x))$$

Complemento

Dado un conjunto M , su conjunto complementario está formado por todos los elementos del universo que no pertenecen a M , es decir: \bar{M} . Para el caso difuso, dicho conjunto está definido por una función 'c' de pertenencia calculada para cada elemento basada en su pertenencia al conjunto m .

Es decir:

$$\bar{m}(x) = c(m(x))$$

A esta función 'c' desde un punto de vista intuitivo, se le debe exigir que cumpla con las siguientes características:

- Concordancia con el caso nítido.
- Estrictamente decreciente.
- Involución.

En general se considera como función del complementario: $c(x) = 1 - x$ así el conjunto difuso puede estar definido en cada uno de sus puntos.

3.8. Métodos de nitidificación

La nitidificación es un proceso matemático usado para convertir un conjunto difuso en un número real, es decir que se obtiene un valor preciso como producto de un set difuso. También se puede decir que es el paso en donde se obtiene un valor claro y concreto, partiendo de los conjuntos difusos. Este proceso toma la información difusa que resulta después de aplicar las reglas de inferencia. Hay cinco métodos más comunes para nitidificar un conjunto difuso A del universo de discurso (X). ([Jang et al., 1997](#))

COA

El centroide de área depende de la geometría de la figura obtenida, en un sentido analogico el centro del area determina el punto de equilibrio o también llamado centro de gravedad de una figura geométrica con densidad homogénea. En cuanto a lógica difusa se refiere, calcular el centroide de área como método de nitidificación se obtiene con la siguiente ecuación.

$$COA = \frac{\int_x m_A(x) x dx}{\int_x m_A(x) dx} \quad (3.9)$$

BOA

El bisector de área básicamente arroja como resultado el valor numérico de donde se debería colocar una línea recta vertical que permite dividir la figura del set difuso resultante en dos secciones con áreas iguales.

$$\int_{\alpha}^{BOA} m_A(x) dx = \int_{BOA}^{\beta} m_A(x) dx \quad (3.10)$$

MOM

Se obtiene dividiendo con un línea por la mitad la subfunción de mayor pertenencia o de mayor peso, arrojando como resultado el valor por el que pasa esta línea. La ecuación para hacer este cálculo es la siguiente.

$$MOM = \frac{\int_{x'} x dx}{\int_{x'} dx} \quad (3.11)$$

SOM

Se refiere al mínimo en términos de la magnitud del valor más alto de las subfunciones resultantes de las reglas de inferencia. Figura 3.2

LOM

Selecciona el valor máximo en términos de la magnitud del valor más alto de las subfunciones resultantes de las reglas de inferencia. Figura 3.2

Debido a la arbitrariedad de los dos últimos métodos de nitidificación, (SOM y LOM) no son usados con tanta frecuencia como los otros tres.

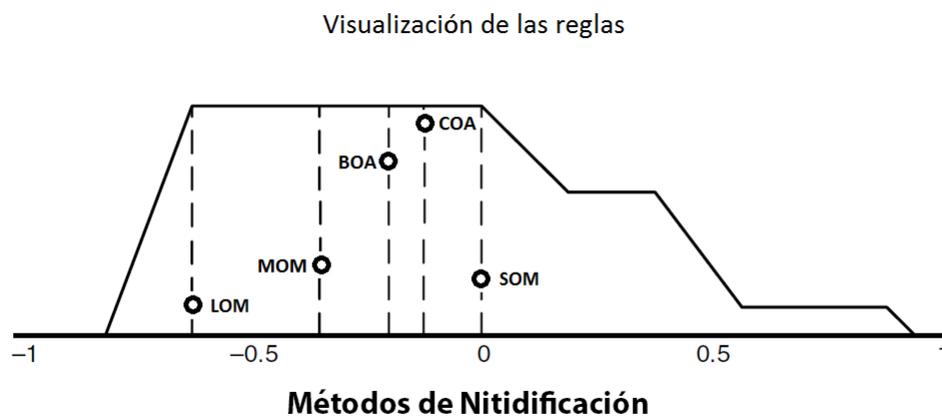


Figura 3.3: Diferentes métodos de nitidificación con la salida calculada para el mismo set difuso. Figura obtenida de la referencia ([Kovacic and Stjepan, 2005](#))

3.9. Lógica difusa como sistema de control

La teoría moderna de los sistemas de control se remonta a la época de la Segunda Guerra Mundial, o incluso antes, cuando el diseño, el análisis y la síntesis de mecanismos automatizados eran esenciales en la fabricación de sistemas electromecánicos.

El desarrollo de la teoría de sistemas de control ha pasado por un proceso evolutivo, desde modelos básicos, simplistas, del dominio de frecuencia para sistemas de control lineal para una única entrada y una salida; hasta los más generalizados de una teoría moderna matemáticamente sofisticada con múltiples entradas y múltiples salidas; tanto sistemas lineales como no lineales descritos por ecuaciones diferenciales. Se cree que los avances de la tecnología espacial en la década de 1950 cambiaron por completo el espíritu y la orientación de la teoría clásica de sistemas de control: los desafíos planteados por la alta precisión y extrema complejidad de los sistemas espaciales, vehículos y estructuras, estimularon y promovieron la teoría de control existente con mucha fuerza, desarrollándose a un nivel matemático tan alto que puede aplicarse sobre muchos conceptos nuevos. La teoría aun está creciendo rápidamente en esta década, se emplean matemáticas avanzadas como geometría diferencial, teoría de operadores y análisis funcional; además se conecta a muchas ciencias teóricas y aplicadas como la inteligencia artificial, informática y varias ramas de la ingeniería. (Chen and Pham, 2000)

La teoría moderna de los sistemas de control ha madurado con el tiempo y ahora toma la delantera en aplicaciones industriales donde el control y la automatización son fundamentales. Además de estos avances, las teorías de control de sistemas adaptativos y robustos así como las no lineales también están experimentando un desarrollo veloz en las últimas dos décadas. Del mismo modo las matemáticas y el control clásico excluye la vaguedad y las condiciones contradictorias. Como consecuencia, la teoría de sistemas de control convencionales no intenta estudiar ninguna formulación, análisis y control de lo que se ha denominado sistemas difusos, que pueden ser vagos, incompletos, lingüísticamente descritos o incluso inconsistentes.

Por otro lado la teoría de conjuntos difusos y la lógica difusa, desempeñan un papel central en la investigación del control de tales sistemas. La principal contribución del control difuso es su capacidad para manejar muchos problemas prácticos que no pueden ser manejados adecuadamente por técnicas de control convencionales. Al mismo tiempo, los resultados del control difuso son consistentes con los clásicos. En otras palabras, muchos resultados clásicos bien conocidos pueden extenderse de manera natural a una configuración difusa. (Chen and Pham, 2000)

Básicamente, el objetivo de la teoría de sistemas de control difusos es extender lo más posible las técnicas y los métodos de control convencionales exitosos ya existentes y desarrollar nuevos métodos especiales para una clase mucho más grande de sistemas complejos. Se puede afirmar que esta teoría está desarrollada para resolver problemas del mundo real. Actualmente los sistemas difusos expanden sus horizontes al área de control adaptativo, procesamiento de señales adaptativas, regresión no lineal y reconocimiento de patrones. (Jang et al., 1997)

Nótese que aunque la teoría de sistemas de control difusos se usa para manejar sistemas “vagos”, la teoría en sí misma no es vaga, por el contrario, es de rigurosa matemática en el fondo; lo vago y lo difuso radica en los objetos a estudiar y sus relaciones. (Chen and Pham, 2000)

Los sistemas de control difuso dan lugar al estudio de dos grandes áreas; identificación y control directo. En ambas áreas la base es muy simple, pues radica en el conocimiento proporcionado por un operador humano o también llamado “experto” (básicamente es alguien que ya conoce cómo se comportan las variables del sistema, la interrelación entre estas y sus propios límites). Sin esta base, muchas veces no es posible desarrollar una aplicación que funcione de manera adecuada. El conocimiento y experiencia de un operador humano proporciona la información necesaria para construir el controlador; en comparación con el control tradicional, el control difuso tiene dos ventajas prácticas, en primer lugar, no es requerido un modelo matemático del proceso a controlar y por otro lado se obtiene un controlador no lineal desarrollado empíricamente, sin la necesidad de resolver sistemas de ecuaciones que implican un coste computacional generalmente elevado. (Ying, 2000)

Capítulo 4

Sistema de Control

Los sistemas de control se pueden entender como una interconexión de elementos, configurados de tal manera que dicho arreglo resulte capaz de regular un sistema por sí mismo. A los componentes del sistema de control susceptibles a ser controlados, generalmente se les aplica una señal de entrada para obtener una respuesta que proporcione información de su comportamiento; esta información se procesa para arrojar una señal de salida que ejerza influencia directamente en el comportamiento del sistema. Iterando dicha rutina de señales de prueba y de respuesta consecutivas, se pueden inducir muchos sistemas a evolucionar hasta alcanzar un estado deseado, mantenerlo ahí si ya se ha llegado o incluso sacarlo de algún otro estado inconveniente.

La clasificación de los sistemas de control puede construirse de acuerdo al principio físico que los define o al modelo matemático con que se analice. Así, es posible tener sistemas mecánicos, eléctricos, hidráulicos, térmicos, biológicos, etc o clasificarlos con respecto al orden de la ecuación diferencial que define el modelo de cada sistema. Es decir, los sistemas de primer orden son aquellos definidos por ecuaciones diferenciales de primer orden; análogamente, los sistemas de segundo orden son aquellos que se definen por ecuaciones diferenciales de segundo orden; y finalmente se tienen los sistemas de orden superior (ecuación diferencial de tercer o mayor orden), también se les clasifican así cuando varios subsistemas interactúan entre sí. ([Gaviño, 2010](#))

Propiamente, este trabajo está constituido por tres secciones:

1) Sección que simula el comportamiento del “quemado” de combustible dentro de un reactor de fusión nuclear tipo ITER 0D, lo que quiere decir que no se contempla ningún movimiento de las partículas dentro del reactor, ni los problemas tácitos sobre transporte (geometría, distribuciones espaciales de las variables, etc).

2) Sistema de control difuso tipo Mamdani con tres entradas y tres salidas, retroalimentado con la sección anterior.

3) Admisión de una señal de ruido, sobre el tiempo de confinamiento de la energía para simular errores implícitos de medición y acercar este modelo a condiciones más parecidas a la realidad.

4.1. Modelo de reactor termonuclear tipo ITER

'El quemado de combustible' dentro de un reactor de fusión, debe mantenerse a un ritmo cercano al de una constante, con el fin de tener una producción de energía continua que permita eventualmente su aprovechamiento. Para asegurar esto es conveniente adaptar un sistema de control que actúe ante los cambios en la producción energética, para llevar de regreso al reactor al nivel estable deseado. El primer paso es determinar el estado estacionario que se desea alcanzar, por lo tanto es necesario modelar al plasma dentro del reactor con un método simple.

El modelo de plasma cuasineutral 0D propuesto consiste en una mezcla D-T 50:50, con iones de Helio (completamente ionizados) y electrones, más una pequeña fracción de impurezas. Se considera que el plasma es termalizado inmediatamente cuando algo le cambia la energía. Además se considera que las únicas vías de pérdidas de energía son el Bremsstrahlung (A_B) por radiación y las pérdidas por transporte a través del campo magnético, que están incluidas en los términos del tiempo de confinamiento de partículas y energía (τ_p para D-T, τ_α para Alphas y τ_E para la energía). Bajo las consideraciones anteriores se plantea un sistema regido por las siguientes ecuaciones no lineales, acopladas, obtenidas de un modelo de multifluidos y promediado sobre las dimensiones angulares y radial para eliminar las dependencias espaciales. Estas son las mismas ecuaciones usadas en (Vite-la and Martinell, 2001) para estudiar otro mecanismo de control en un sistema similar al de esta tesis.

En las ecuaciones se representa el balance de partículas D-T, balance de cenizas de Helio y balance en la densidad de energía térmica dentro del hipotético reactor de fusión tipo ITER (lado izquierdo de las ecuaciones 4.1, 4.2 y 4.3 respectivamente), por otra parte tenemos que la densidad de electrones es n_e y la densidad de iones de la mezcla de Deuterio-Tritio es n_{DT} , la temperatura es T y la fracción de Alfas se calcula como $f_\alpha = n_\alpha/n_e$

Del lado derecho de las ecuaciones (4.1, 4.2 y 4.3) se encuentran los terminos que permiten le control del sistema propuesto, aquí se encuentran las siguientes variables:

- S_f definida como la velocidad de abastecimiento de combustible.
- S_α representa la tasa de inyección 4He neutral.
- P_{aux} expresa la densidad de potencia para el calentamiento auxiliar.

Además dichas ecuaciones que describen la conservación de energía y de partículas dentro del reactor, también están descritas en función de la densidad de impurezas n_I y su carga, z_I que permanecen constantes para todo tiempo. Adicionalmente la energía de fusión transportada por las partículas Alfa es $Q_\alpha = 3.5 MeV$ y se mantiene dentro del reactor para mantenerlo caliente, con una eficiencia de calentamiento por Alfas de 96 %. Aunado a esto, tenemos que $\langle \sigma v \rangle$ representa la reactividad $D - T$ medida en cm^3/s ; el coeficiente de pérdidas por radiación (Bremsstrahlung) se encuentra como A_B de acuerdo con (Glasstone and Lovberg, 1960) y η es la resistividad paralela neoclásica obtenida de la referencia (Hirshman and Sigmar, 1981), la cual determina el calentamiento óhmico debido a la corriente de plasma inducida. Por ultimo, es preciso recordar que también se incluye la presencia de calentamiento auxiliar externo P_{aux} (además del óhmico) como ya se ha mencionado, este ultimo es un mecanismo de control y así como también lo es la inyección de combustible $D - T$ (S_f) y partículas Alfa (S_α).

$$\frac{d}{dt}n_{DT} = S_f - 2 \left(\frac{n_{DT}}{2} \right)^2 < \sigma v > - \frac{n_{DT}}{\tau_p} \quad (4.1)$$

$$\frac{d}{dt}n_\alpha = S_\alpha + \left(\frac{n_{DT}}{2} \right)^2 < \sigma v > - \frac{n_\alpha}{\tau_\alpha} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{3}{2} (n_e + n_{DT} + n_\alpha + n_I) T \right] = P_{aux} + Q_\alpha \left(\frac{n_{DT}}{2} \right)^2 < \sigma v > + \eta j^2 - \\ A_B Z_{eff} n_e^2 T^{1/2} - \frac{3}{2} (n_e + n_{DT} + n_\alpha + n_I) \frac{T}{\tau_E} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Para cumplir con el propósito de este trabajo de tesis, se harán las siguientes suposiciones:

- Expresión analítica para la reactividad $D - T < \sigma v >$ de acuerdo con (Hively, 1977):
- Condición de “quasineutralidad” $n_e = n_{DT} + 2n_\alpha + z_I n_I$
- Condición del estado de equilibrio $P_{aux} = 0$ y $S_\alpha = 0$

Por otro lado es importante puntualizar que la ley de escala del confinamiento de energía libre de ELM se obtiene de la referencia (Cordey, 2002) y se toman los tiempos de confinamiento de partículas y de partículas Alfas proporcionales a este, acordes con las siguientes constantes:

$$\tau_E = 0.031 I^{0.95} B^{0.25} P^{-0.67} n^{0.35} R^{1.92} \epsilon^{0.08} \kappa^{0.63} M^{0.42}$$

$$\tau_p = 3 \tau_E$$

$$\tau_\alpha = 5.5 \tau_E$$

Donde I representan la intensidad de corriente, B el campo Magnético, P la potencia absorbida (por eso tiene coeficiente negativo), n la densidad central promedio, R es el radio mayor del toroide, ϵ el aspecto de radio inverso, κ es la elongación, M representa la masa isotópica de Hidrógeno y S_0 junto con f_0 representan el tasa de abastecimiento para el estado nominal y la constante de normalización en dicho estado de equilibrio, respectivamente (recordar la consideración para el estado de equilibrio).

El estado deseado del sistema o también llamado estado de sub-ignición se centrará en los siguientes valores que además son solución al sistema de ecuaciones anterior en el estado estacionario y cumple que: $\frac{d}{dt} = 0$:

$$n_e = n_0 = 1.0 \times 10^{20} m^{-3}$$

$$T = T_0 = 12 keV$$

$$f_\alpha = f_0 = 0.09$$

$$S_0 = 3.58 \times 10^{18} m^{-3} s^{-1}$$

$$\tau_E = 7.65 s$$

$$\text{Eficiencias del calentamiento por Alfas} = Q_\alpha = 0.96$$

$$\text{Densidad de impurezas de alta } z \text{ } n_I = 7.0 \times 10^{17} m^{-3}$$

$$\text{Carga } z_I = 14.7$$

Los valores anteriores para este modelo 0-D del plasma constituyen los puntos de operación nominal para el reactor tipo ITER en estado de “sub-ignición”. Para trabajar adecuadamente se definen las siguientes variables de estado normalizadas. Claramente \hat{Z}_1 se refiere a la fracción electrónica, \hat{Z}_2 fracción de partículas Alfa y \hat{Z}_3 a la temperatura del reactor (no confundir con la densidad de impurezas denotada como z_I).

$$\begin{aligned} \hat{Z}_1 &= n_e/n_0 \\ \hat{Z}_2 &= f_\alpha/f_0 \\ \hat{Z}_3 &= T/T_0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

En el lado derecho de las ecuaciones se tienen las variables utilizadas para el control del sistema (velocidad de re-abastecimiento de combustible $D - T$, fuente de átomos de Helio neutros y densidad de potencia auxiliar), también normalizadas cada una de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} \hat{S}_f &= S_f/n_0 \\ \hat{S}_\alpha &= S_\alpha/f_0 n_0 \\ \hat{P}_{aux} &= 2P_{aux}/3n_0 T_0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Además se definen las siguientes constantes:

$$\begin{aligned} k_1 &\equiv z_I (z_I - 1) n_I/n_0 \\ k_2 &\equiv z_I n_I/n_0 \\ k_3 &\equiv (z_I - 1) n_I/n_0 \end{aligned}$$

Finalmente se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones escritas explícitamente para las tres variables \hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 y \hat{Z}_3 :

$$\frac{d}{dt}\hat{Z}_1 = \hat{S}_f + 2f_0\hat{S}_\alpha - \left(\frac{2f_0\hat{Z}_2}{\tau_\alpha} + \frac{1-2f_0\hat{Z}_2}{\tau_p} \right) \hat{Z}_1 + \frac{k_2}{\tau_p} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{Z}_2 = & \frac{1n_0}{4f_0} \left(1 - 2f_0\hat{Z}_2 - k_2/\hat{Z}_1 \right)^2 \hat{Z}_1 < \sigma\nu > + \\ & \hat{Z}_2 \left(1 - 2f_0\hat{Z}_2 \right) \left[\frac{1}{\tau_p} - \frac{1}{\tau_\alpha} \right] - \frac{k_2\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1\tau_p} - \hat{S}_f \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1} + \frac{1-2f_0\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1} \hat{S}_\alpha \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{Z}_3 = & \left[\frac{1}{6} \frac{Q_\alpha}{T_0} + \frac{1}{4} \hat{Z}_3 \right] \frac{\left(1 - 2f_0\hat{Z}_2 - k_2/\hat{Z}_1 \right)^2}{2 - f_0\hat{Z}_2 - k_3/\hat{Z}_1} n_0 < \sigma\nu > \hat{Z}_1 \\ & + \left[\frac{2}{3} A_h \frac{T_0^{-5/2}}{n_0 \left(2 - f_0\hat{Z}_2 - k_3/\hat{Z}_1 \right)} \left(\frac{\hat{Z}_3^{-3/2}}{\hat{Z}_1} \right) \left(1 + 2f_0\hat{Z}_2 - k_1/\hat{Z}_1 \right)^{1/2} \right] \\ & \times \left[\frac{1.0 + 1.198 \left(1 + 2f_0\hat{Z}_2 + k_1/\hat{Z}_1 \right)^{1/2} + 0.222 \left(1 + 2f_0\hat{Z}_2 + k_1/\hat{Z}_1 \right)}{1.0 + 2.966 \left(1 + 2f_0\hat{Z}_2 + k_1/\hat{Z}_1 \right)^{1/2} + 0.75 \left(1 + 2f_0\hat{Z}_2 + k_1/\hat{Z}_1 \right)} \right] \\ & - \frac{2}{3} A_B n_0 \left(\frac{\left(1 + 2f_0\hat{Z}_2 - k_1/\hat{Z}_1 \right)}{\left(2 - f_0\hat{Z}_2 - k_3/\hat{Z}_1 \right)} \right) T_0^{-1/2} \hat{Z}_1 \hat{Z}_3^{1/2} - \frac{1}{\tau_E} \hat{Z}_3 \\ & + 2 \left(\frac{\left(1 - 2f_0\hat{Z}_2 - k_2/\hat{Z}_1 \right)}{\left(2 - f_0\hat{Z}_2 - k_3/\hat{Z}_1 \right)} \right) \frac{\hat{Z}_3}{\tau_p} + \left(\frac{3f_0\hat{Z}_2}{2 - f_0\hat{Z}_2 - k_3/\hat{Z}_1} \right) \frac{\hat{Z}_3}{\tau_\alpha} \\ & + \left(\frac{1}{\hat{Z}_1 \left(2 - f_0\hat{Z}_2 - k_3/\hat{Z}_1 \right)} \right) \hat{P}_{aux} - \left(\frac{\hat{Z}_3}{\hat{Z}_1 \left(2 - f_0\hat{Z}_2 - k_3/\hat{Z}_1 \right)} \right) \left[2\hat{S}_f + 3f_0\hat{S}_\alpha \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

Cabe mencionar que estas variables de control, efectivamente se pueden modificar en el reactor de fusión nuclear real, bajo ciertas restricciones. Actualmente existen los mecanismos y dispositivos que permiten accionar o inhabilitar en cierta medida las variables mencionadas (\hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}).

La normalización facilita trabajar con las entradas y salidas del sistema de control difuso, pues se admiten valores del orden de 1 para realizar todas las operaciones intermedias necesarias, además la normalización permite tener una idea más adecuada del tamaño de las perturbaciones introducidas.

Es importante abrir un paréntesis antes de continuar con los detalles de la siguiente sección, para comentar el significado de estas variables y el efecto esperado de cada una sobre el sistema. La potencia auxiliar (\hat{P}_{aux}) observada en la ecuación 4.3, en términos generales se relaciona con el cambio en la temperatura y directamente con la temperatura del sistema, además no aparece en ninguna otra ecuación. La fuente de partículas Alfa (\hat{S}_α) de la ecuación 4.2 está relacionada directamente con el cambio en el número de partículas Alfa dentro del reactor y con el total de partículas Alfa; pero al mismo tiempo la cantidad de Alfas influye en las ecuaciones 4.3 y 4.1. Finalmente la fuente de ($D - T$) (\hat{S}_f) de la ecuación 4.1 es proporcional al cambio en el número de partículas $D - T$ (como es de esperarse) y además en la cantidad neta de partículas $D - T$; en consecuencia estas dos últimas tienen cierta influencia sobre la ecuación 4.3.

Es de esperarse que una vez alcanzado el estado estable en el límite por debajo de la ignición, donde \hat{P}_{aux} es igual a cero, por la definición del mismo estado, \hat{S}_α resulte muy cercana o igual a cero porque está relacionada directamente con la temperatura del reactor; por otro lado también se prevé que la inyección de material D-T se mantenga a un mismo ritmo, es decir que \hat{S}_f sea una constante en dicho estado de equilibrio.

$$\begin{aligned}\hat{S}_f &= C_1 \\ \hat{S}_\alpha &= 0 \\ \hat{P}_{aux} &= 0\end{aligned}\tag{4.9}$$

Hasta aquí se tiene un modelo que emula el comportamiento del “quemado del combustible” ($D - T$) dentro de un reactor de fusión nuclear 0D tipo ITER de acuerdo con (ITER, 2002), dimensionado en unidades normalizadas.

Para resolver estas ecuaciones diferenciales con un método numérico se utilizó la rutina “ODE45” (Ordinary Differential Equation 45) de Matlab. Dicha rutina fue introducida a fines de la década de 1990 (refleja que se utilizó un método ya bastante probado) y se basa en un algoritmo de Dormand y Prince (Dormand and Prince, 1980). Utiliza seis etapas, emplea la estrategia FSAL, proporciona fórmulas de cuarto y quinto orden, tiene extrapolación local y un interpolador complementario; todo esto la hace una rutina óptima a bajo coste computacional.

Se dice que esta es una rutina de paso variable, además utiliza el método “Runge-Kutta” para ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y de segundo orden; la sintaxis de ODE45 utilizada para ambos tipos de ecuaciones es prácticamente la misma. Además cada paso tiene cierta independencia en relación con los pasos anteriores, esto significa que se transmiten dos partes importantes de información entre un paso y el siguiente, por un lado el tamaño de paso “h” y por otro lado el valor final esperado de la función al término de dicho paso exitoso, dicho método es una estrategia llamada FSAL (First Same as Last).

Sin embargo, el diferencial de tiempo ' dt ' programado para esta simulación, se ha fijado en 0.001s al iniciar cualquier rutina y ante cualquier tipo de perturbación, con o sin sistemas de control.

Usando la solución del sistema de ecuaciones se debe probar y verificar su comportamiento. Para ello, se da una condición inicial ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$) cercana a los valores de equilibrio ('pequeña' perturbación) y se deja evolucionar al sistema de ecuaciones hasta que eventualmente alcanza el estado de equilibrio nuevamente.

Nótese que el estado base, visto desde las variables de control, corresponden a la definición del estado de ignición en donde la inyección de partículas Alfa (\hat{S}_α) el calentamiento auxiliar (\hat{P}_{aux}) permanecen nulos y únicamente la inyección de combustible D-T (\hat{S}_f) permanece constante en todo momento.

Algunos de los casos típicos se muestra en las figuras 4.1 y 4.2.

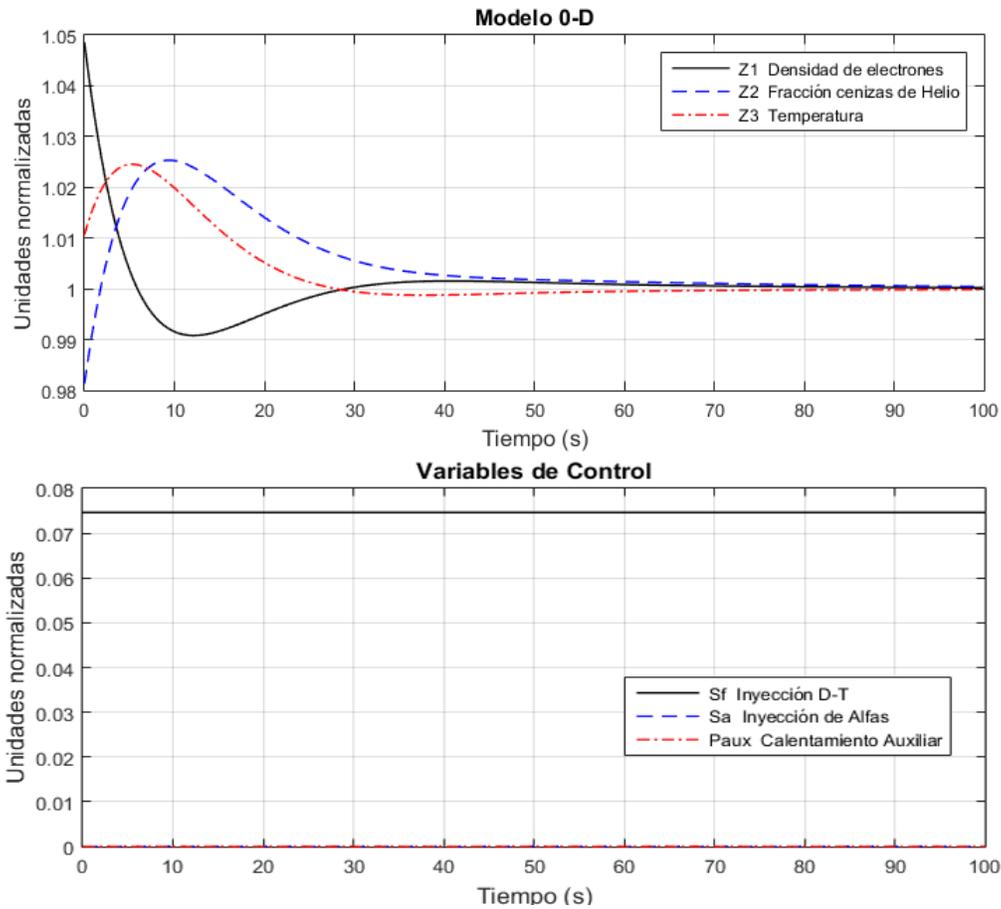


Figura 4.1: Perturbación inicial introducida en las ecuaciones del sistema: $\hat{Z}_1 = 1.05$; $\hat{Z}_2 = 0.98$; $\hat{Z}_3 = 1.01$; posteriormente regresa a un estado de equilibrio por sí mismo. Esto es conocido como relajación del plasma.

Es importante mencionar que existen diferentes tipos de perturbaciones, bajo esta premisa se presenta a continuación un perturbación inicial con las tres variables de estado por encima del valor nominal ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$), con el único objetivo de revelar su comportamiento ante la eventual relajación del plasma. Además es necesario resaltar que las variables de control se encuentran inactivas en esta etapa de la simulación, es decir que: $\hat{S}_f = 0.07464$, $\hat{S}_\alpha = 0.0$ y $\hat{P}_{aux} = 0.0$.

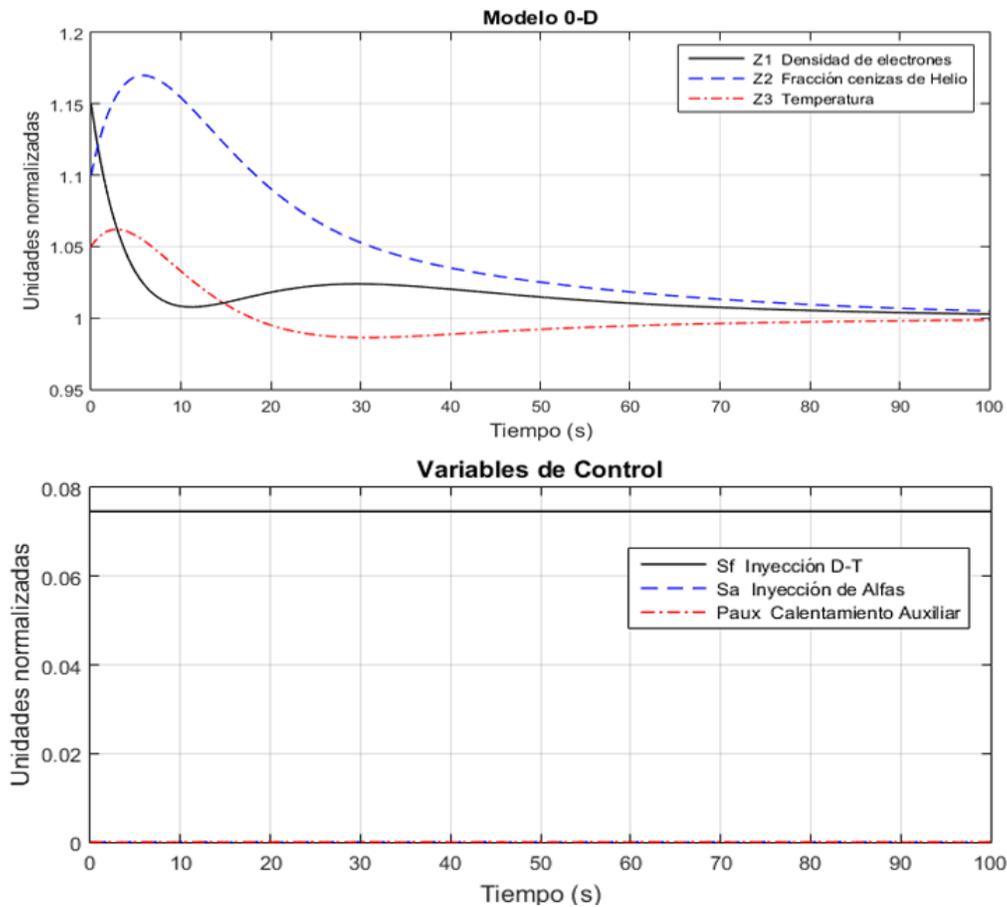


Figura 4.2: Perturbación inicial (caliente): $\hat{Z}_1 = 1.15$; $\hat{Z}_2 = 0.10$; $\hat{Z}_3 = 1.05$; posteriormente el sistema regresa a un estado de equilibrio por sí mismo. Esto es conocido como relajación del plasma.

Nótese que el tiempo tomado para la relajación del plasma se encuentra entre 60 y 100 s dependiendo del tipo de perturbación. En un escenario más cercano a la realidad, se esperan múltiples perturbaciones con mayor frecuencia; esto significa que difícilmente el plasma podría llegar a un estado de equilibrio por sí mismo, añadiendo que los tiempos de operación esperados para ITER se prevén de unos cientos de segundos. Todo esto indica la necesidad de un sistema de control que disminuya significativamente el tiempo de las perturbaciones, en consecuencia es posible afirmar que se busca habilitar la estabilidad del reactor a pesar de las perturbaciones presentes.

4.2. Control difuso

En esta sección se expone el controlador de lógica difusa desarrollado; dicho controlador tiene como propósito: ajustar adecuadamente los parámetros de velocidad de abastecimiento de D-T, potencia del calentamiento auxiliar e inyección de un haz de Helio neutro (de acuerdo a su escala), para amortiguar las perturbaciones presentes en un hipotético reactor tipo ITER en tiempos relativamente cortos. Se utiliza un controlador difuso de tipo Mamdani con la cantidad de funciones de membresía adecuadas al modelo 0D mencionado anteriormente; éste produce una respuesta “ad-hoc” a las perturbaciones. Se espera que el controlador difuso permita minimizar el tiempo de respuesta a las perturbaciones y mejorar la estabilidad dentro del reactor.

El sistema de control propuesto se encarga de aceptar valores de entrada ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$), convertirlos a un valor difuso, relacionar las entradas con las salidas de acuerdo a las reglas de inferencia, obtener valores difusos de respuesta y finalmente arrojar un resultado nítido para $\hat{S}_f, \hat{S}_\alpha$ y \hat{P}_{aux} que permitan influir favorablemente en el reactor.

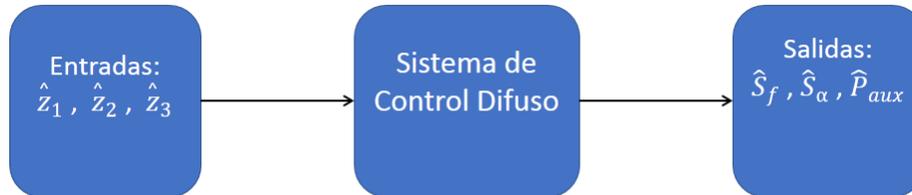


Figura 4.3: Visualización tipo diagrama de bloques del sistema de control difuso, en donde tres valores de entrada arrojan tres valores de salida; representando una variable distinta cada uno.

Difusificación de variables

A continuación se procede con una descripción lingüística de las variables (de entrada y de salida); esto permite difusificar y nitidificarlas de manera sencilla, únicamente observando el comportamiento del sistema y describiéndolo, a través de reglas apropiadas.

En primer lugar la temperatura, ¿Qué se puede decir al respecto?

Existe una temperatura de equilibrio marcada como ' EQ ', en consecuencia existen temperaturas superiores e inferiores a este punto; a las temperaturas por debajo de la unidad se les nombró como ' S ' y finalmente se utilizó ' H ' para las temperaturas que superan dicho punto de equilibrio.

En la figura 4.4 se puede observar la variable ' \hat{Z}_3 ' que representa la temperatura normalizada y su relación con las subfunciones (S, EQ, H) dentro de esta. La función ' S ' asciende en términos de pertenencia respecto de sí misma conforme se aleja del punto medio ' EQ ' y del mismo modo, la función ' H ' mientras más alejada está de ' EQ ' aumenta su nivel de pertenencia consigo misma.

Describiendo lingüísticamente la función de membresía de la temperatura y su comportamiento con mayor detalle; tenemos que en principio se fijó el universo de discurso desde 0 hasta +2 pasando por el valor +1 en el centro (punto de equilibrio).

La subfunción llamada ' S ' adquiere su valor total (100 %), en el rango del universo de discurso desde 0 hasta 0.1 y desciende linealmente hasta llegar al centro, con un valor de pertenencia igual a 0 %. El caso contrario se presenta para la subfunción ' H ' en donde comienza valiendo 0 % en el centro del universo de discurso, pero comienza a ascender linealmente hasta que llega al punto 1.9 en el universo de discurso con un valor 100 % como grado de pertenencia. En esta misma variable se eligió una tercer subfunción que indica el estado de equilibrio alrededor de la unidad con forma triangular y un ancho de base 0.06 dentro del universo de discurso llamada ' EQ ' (figura 4.4, función \hat{Z}_1). El ancho elegido indica la tolerancia a variaciones del estado de equilibrio.

Esta misma descripción se realizó para las seis variables de interés por igual ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3, \hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$); sin embargo hay que puntualizar que el universo de discurso es diferente en las variables de entrada y en las de salida; además durante la etapa de prueba se hicieron pequeñas modificaciones a cada una de las variables con la finalidad de mejorar la respuesta del sistema. Todos los detalles del código se pueden revisar a detalle en los apéndices del final.

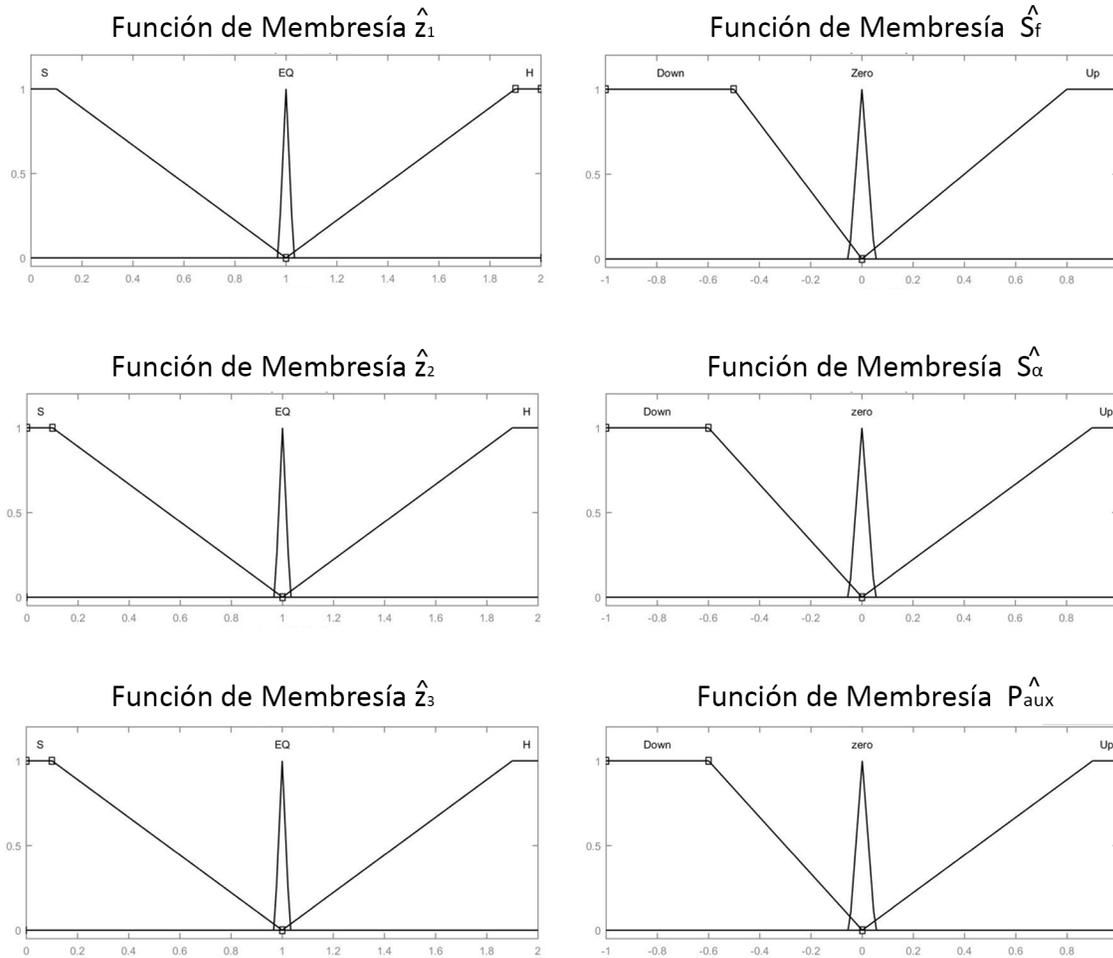


Figura 4.4: Funciones de difusificación (\hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 , \hat{Z}_3 , \hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}) definidas con tres subfunciones cada una (S, EQ, H) ó (Down, Zero, Up).

Reglas de Inferencia

Las reglas de inferencia se determinaron a manera de que se pueda proporcionar estabilidad a todo tipo de perturbaciones en temperatura, densidad y fracción de partículas alfa. Es necesario decir que estas reglas son el paso intermedio de los sistemas difusos de control y constituyen la parte más importante de todo el conjunto; en estas reglas se establece la relación de las variables difusas de entrada con las variables difusas de salida; también se determina específicamente la forma resultante de la función de salida difusa. En algunos sistemas no es necesario utilizar la nitidificación cuando se trabaja directamente con valores y salidas difusas, 'per se'.

Tomando como referencia las ecuaciones 4.1, 4.2 y 4.3 se obtiene el siguiente cuadro con una serie de relaciones lógicas que en general pueden analogar cualitativamente las tendencias de dichas ecuaciones, para encontrarlas se aplicaron distintos tipos de perturbaciones y se observó la respuesta que se tiene en el tiempo cuando se varían los parámetros de control. Esto reemplaza la experiencia del experto que caracteriza a otros sistemas difusos. También se puede entender como una "descripción lingüística" de las mismas ecuaciones. Adicionalmente se probaron las tendencias del modelo 0D, realizando pequeñas perturbaciones para cada caso y analizando su comportamiento; se llegó a la conclusión y verificación de las siguientes reglas de inferencia.

01. If (\hat{Z}_3 is H) then (\hat{S}_f is Up)(\hat{S}_α is zero)(\hat{P}_{aux} is Down)
02. If (\hat{Z}_1 is S) and (\hat{Z}_2 is S) then (\hat{S}_α is Up)
03. If (\hat{Z}_2 is H) then (\hat{S}_f is Up)
04. If (\hat{Z}_1 is EQ) or (\hat{Z}_2 is EQ) then (\hat{P}_{aux} is zero)
05. If (\hat{Z}_1 is EQ) and (\hat{Z}_3 is H) then (\hat{P}_{aux} is Down)
06. If (\hat{Z}_1 is H) or (\hat{Z}_3 is S) then (\hat{S}_f is Down)(\hat{S}_α is Down)(\hat{P}_{aux} is zero)
07. If (\hat{Z}_1 is H) then (\hat{S}_f is Down)(\hat{P}_{aux} is zero)
08. If (\hat{Z}_2 is S) then (\hat{S}_f is Down)(\hat{P}_{aux} is zero)
09. If (\hat{Z}_2 is S) or (\hat{Z}_3 is H) then (\hat{S}_α is zero)(\hat{P}_{aux} is Down)
10. If (\hat{Z}_2 is EQ) and (\hat{Z}_3 is H) then (\hat{P}_{aux} is Down)
11. If (\hat{Z}_2 is H) then (\hat{S}_α is Down)(\hat{P}_{aux} is Up)
12. If (\hat{Z}_2 is H) or (\hat{Z}_3 is H) then (\hat{S}_f is Up)
14. If (\hat{Z}_1 is S) then (\hat{S}_α is Up)(\hat{S}_α is Up)(\hat{P}_{aux} is Up)
13. If (\hat{Z}_1 is EQ) and (\hat{Z}_2 is EQ) and (\hat{Z}_3 is EQ) then (\hat{S}_f is zero)(\hat{S}_α is zero)(\hat{P}_{aux} is zero)

Tabla 4.1: Reglas de inferencia del sistema de control difuso.

Nótese que la decimotercera regla es una solución lingüística al sistema, obtenida del supuesto en que ya se ha alcanzado el estado de equilibrio deseado y justo en dichas circunstancias no se necesita hacer cambios; es decir que una vez alcanzado el estado estable que se tiene como objetivo no se debe intentar corregir nada más. Dicho en otras palabras; donde la fuente de partículas alfa y potencia auxiliar se deben detener para no perturbar de nuevo el sistema y además la fuente de $D - T$ continúa a un ritmo constante para sostener la ignición por más tiempo.

Para visualizar el comportamiento del sistema de control es necesario incluir la forma de las subfunciones, tanto de entrada como de salida y como se asocian en función de las reglas de inferencia antes planteadas. Existen diferentes métodos de visualización, cómo las tablas de reglas, mencionadas en el capítulo anterior; en este caso no es posible utilizar dicha representación por la cantidad de relaciones en este sistema.

En la literatura sobre lógica difusa se encuentra que las diferentes formas de visualizar el comportamiento de los conjuntos difusos permiten plasmar con claridad una sola respuesta por cada dos variables, no obstante el sistema de control propuesto tiene tres funciones de respuesta (output), activadas de acuerdo a las relaciones existentes entre otras tres funciones de lectura (input) representadas con más claridad gracias a la figura 4.5. Cabe mencionar que esta serie de gráficos 2D se puede resumir con un menor número de figuras en 3D, aunque estas no reflejan una mayor claridad en el análisis de este conjunto difuso.

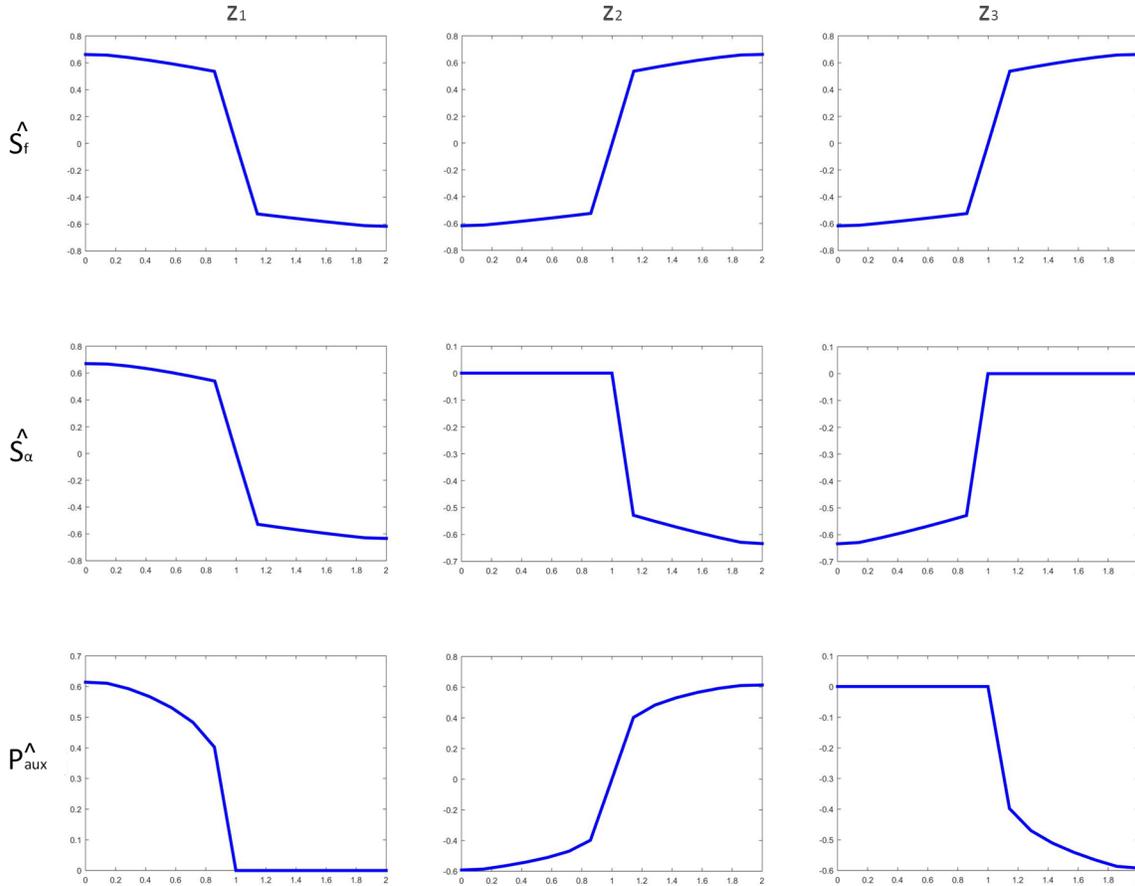


Figura 4.5: Funciones resultantes de las reglas de inferencia; se utilizó el universo de discurso y las subfunciones de las diferentes entradas ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$) como los ejes de las abscisas y el universo de discurso y subfunciones de las salidas ($\hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$) como el eje de las ordenadas.

Nitidificación

"Para obtener un valor de salida se debe asignar un valor único determinado a la acción del conjunto difuso; en otras palabras, los valores difusos deben ser nitificados. En la literatura al respecto se encuentra que se han propuesto una gran variedad de estrategias de nitidificación de origen heurístico. Sin embargo, no se especifica con mayor precisión cómo deberían interpretarse los conjuntos difusos y las reglas de inferencia que sustentan algunos sistemas difusos de control". (Michels et al., 2007)

Intuitivamente, si se toma el peso de cada función en el proceso de nitidificación, se favorece al valor de la salida mayor (con mayor peso), pero también se debe considerar que un valor de salida de menor magnitud en diferente lugar del universo de discurso, puede tener igual valor o importancia al momento de obtener un único valor como resultado de incluir toda la información. Esta interpretación se justifica de muchas maneras, pero en este caso se tiene que elegir un único valor de salida resultante, que modere las diferentes reglas entre sí.

En este mismo sentido, se eligió el "centroide de área (COA)" como método de nitidificación para este sistema de control. En la figura 4.6 se visualiza cómo se comportan las reglas de inferencia ante una perturbación en el sistema. Además se observan las salidas difusas y el valor nítido obtenido con el método del centroide.

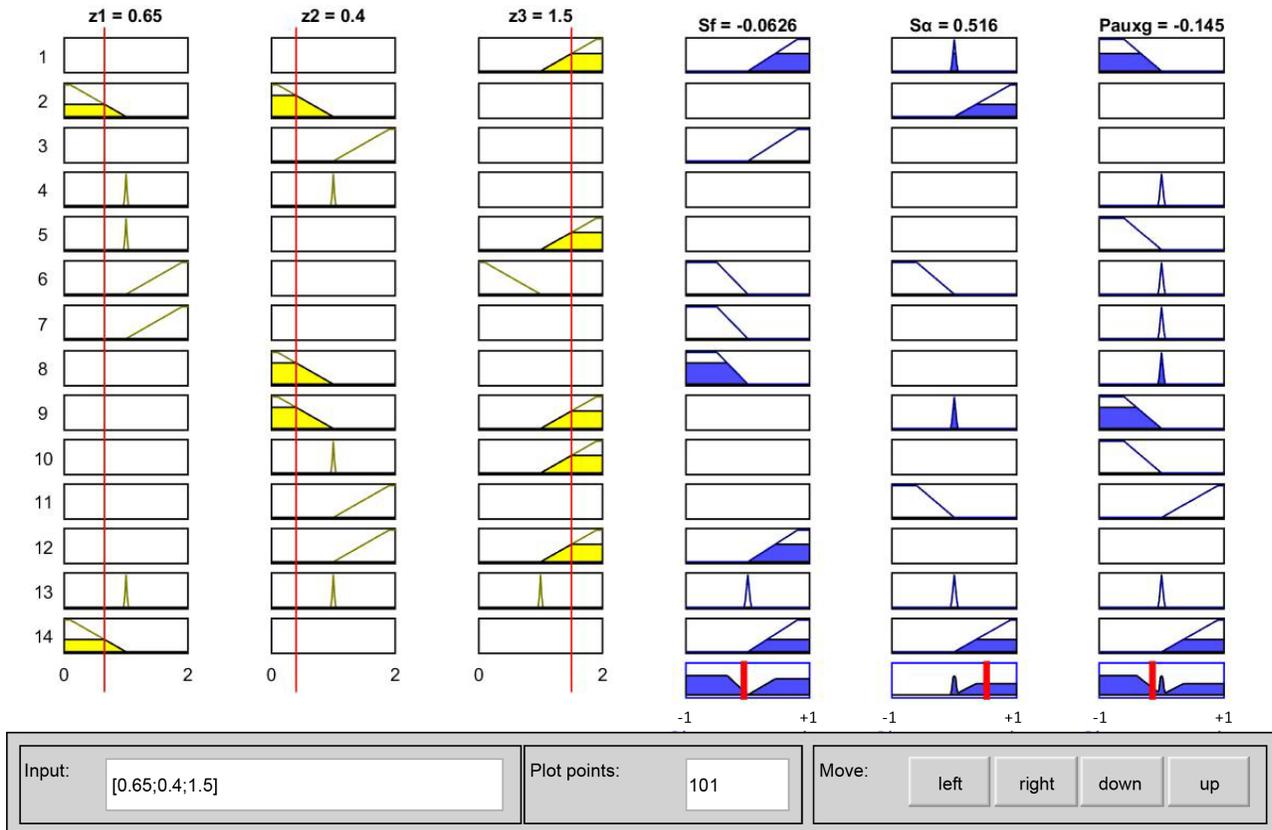


Figura 4.6: Ejemplo de una perturbación inicial ($\hat{Z}_1 = 0.65$, $\hat{Z}_2 = 0.4$, $\hat{Z}_3 = 1.5$), además se muestran los valores obtenidos como valor nítido resultante del sistema de control difuso, mediante el método de centroide ($\hat{S}_f = -0.0626$, $\hat{S}_\alpha = 0.516$, $\hat{P}_{aux} = -0.145$); también se aprecia la completa visualización de las funciones activadas dentro del proceso que implica a cada una de las reglas de inferencia.

4.3. Sistema de control

Una vez conformado y acoplado el sistema de control, es importante analizarlo. Se llegó a la conclusión de imponer algunas restricciones de origen físico, una de estas va en el sentido de excluir los valores nítidos negativos; es decir que las variables (\hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}) no pueden alcanzar valores negativos en ningún momento. Esto tiene mucho sentido ya que no se pueden quitar partículas del reactor, ni tampoco es posible algo como el “enfriamiento auxiliar”. Desde luego, esto limita las posibilidades de actuar como sistema de control, porque se acotan todas las acciones posibles en cierta medida.

Las anteriores restricciones mencionadas se pueden representar de la siguiente manera:

$\text{If } \hat{S}_f < 0 \longrightarrow \hat{S}_f = 0.0$ $\text{If } \hat{S}_\alpha < 0 \longrightarrow \hat{S}_\alpha = 0.07464$ $\text{If } \hat{P}_{aux} < 0 \longrightarrow \hat{P}_{aux} = 0.0$
--

Tabla 4.2: Restricciones Físicas.

Antes de acoplar por completo estos dos últimos bloques (el conjunto difuso con el modelo de reactor 0D) se analizaron dos posibles modos de operación. El primero que trabaja con las diferencias entre

los valores de salida de un paso y el anterior (Modo I), de la salida del conjunto difuso, con el fin de frenar los cambios grandes en las variables de control.

$$\begin{aligned}\hat{S}_f^{(n)} &= \left(F_{out}(1) + \hat{S}_f^{(n-1)} \right) \\ \hat{S}_\alpha^{(n)} &= \left(F_{out}(2) + \hat{S}_\alpha^{(n-1)} \right) \\ \hat{P}_{aux}^{(n)} &= \left(F_{out}(3) + \hat{P}_{aux}^{(n-1)} \right)\end{aligned}\quad (4.10)$$

El segundo modo de operación utiliza el valor nominal de las salidas nítidas del conjunto difuso (valores nítidos) para asignar directamente los valores de las diferentes variables de control (Modo II).

$$\begin{aligned}\hat{S}_f^{(n)} &= (F_{out}(1) + 0.07464) \\ \hat{S}_\alpha^{(n)} &= (F_{out}(2)) \\ \hat{P}_{aux}^{(n)} &= (F_{out}(3))\end{aligned}\quad (4.11)$$

Finalmente los dos bloques acoplados y las iteraciones de las rutinas en el programa se pueden visualizar en la figura 4.7. Resulta el mismo esquema para los dos modos de operación mencionados anteriormente.

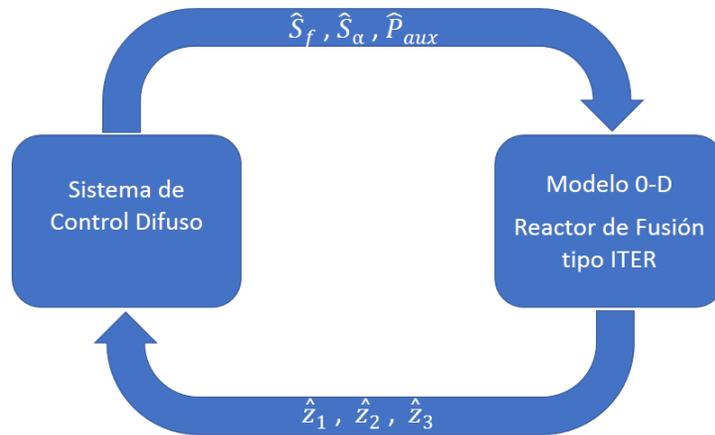


Figura 4.7: Acoplamiento del sistema de control mediante las variables $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$ que se obtienen de las soluciones del modelo 0D del reactor de fusión tipo ITER, introducidas en el conjunto difuso propuesto; este sistema procesa la información y arroja tres salidas nítidas: $\hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$ que se conectan al bloque inicial e influyen en este, modificando el comportamiento del “reactor” con el objetivo de llevarlo al estado de equilibrio a pesar de cualquier tipo de perturbación.

4.4. Prueba de robustez

Para simular un entorno de medición ruidoso o bien una ley de escala incierta, ahora a la variable de tiempo de confinamiento de energía τ_E se combina con una función más; esta última se construye mediante una función aleatoria con distribución gaussiana y desviación estándar de 0.04, haciendo fluctuar el valor de τ_E en cada paso de tiempo y afectando notablemente el comportamiento del modelo 0D. Esta prueba tiene como propósito mostrar qué tan robusto puede ser este sistema de control propuesto ante pequeñas fluctuaciones.

Es importante puntualizar que la señal de ruido introducida es suficiente para sacar las variables de estado del reactor ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$) de su estado de equilibrio, indefinidamente en el tiempo. Dicho efecto se puede apreciar con mayor claridad en la figura 5.6.

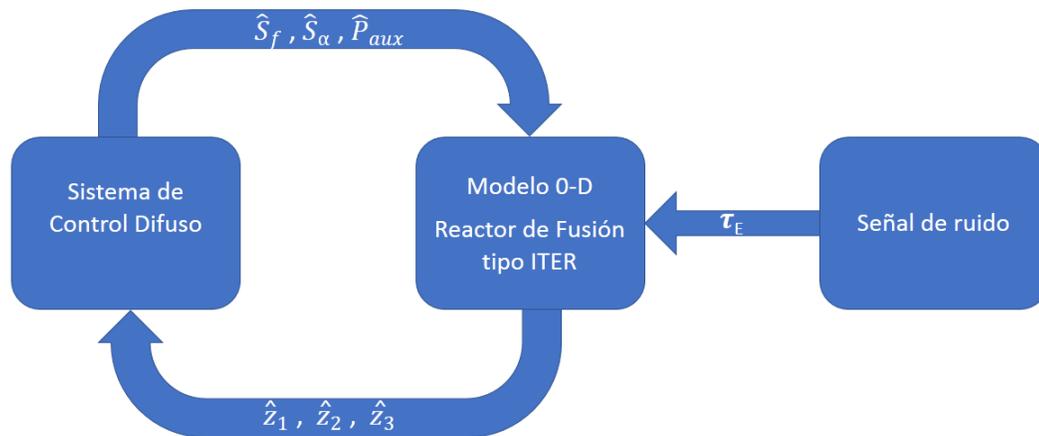


Figura 4.8: Diagrama de bloques del sistema completo señala el sentido en que se transmiten la información y las variables utilizadas para hacerlo. El simulador 0D junto con el conjunto difuso se retroalimentan mediante las variables $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3, \hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$ en forma cíclica; por el lado derecho se tiene una función que simula el ruido por errores implícitos de medición y lo introduce en las ecuaciones del reactor a través del tiempo de confinamiento de energía τ_E .

Capítulo 5

Resultados

5.1. Resultados de los modos de operación I y II

En este capítulo se mostrarán los resultados del sistema de control en sus diferentes etapas de construcción y prueba, descritas anteriormente. Se presentan dos gráficas para cada caso, la primera ilustra el comportamiento de las variables de estado ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$), desde la perturbación inicial, hasta el momento en que llega al estado de equilibrio. La segunda gráfica en cada caso contiene las variables de control ($\hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$), dependientes totalmente de la respuesta del bloque difuso, estas últimas muestran cómo son modificadas las variables que llevan el sistema (reactor) al estado nominal de operación.

Ambos modos de operación tienen las mismas ecuaciones que describen el comportamiento del plasma, las mismas entradas y salidas del sistema difuso (variables de estado y variables de control) e incluso las mismas reglas de inferencia y difusificación de las variables; la sutil diferencia radica en la interpretación de las salidas del control difuso y como se relacionan estas con las variables de control dentro del reactor.

Modo I

En este modo de operación las variables de control ($\hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$) calculan la diferencia que existe entre el valor nominal de las salidas del sistema de control difuso y el valor de las mismas salidas en el paso anterior para calcular la magnitud de dichas variables de control. El comportamiento del sistema en este modo de operación queda representado por la figura 5.1 y 5.2 en donde se muestra una serie de oscilaciones cada vez más pequeñas y continuas que eventualmente permiten llegar al estado de equilibrio (todo esto después de una perturbación inicial); estos movimientos toman más tiempo, en comparación con los sistemas de control que evitan dicho comportamiento oscilatorio.

La figura 5.1 muestra la capacidad de reacción ante perturbaciones en $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$. Se hicieron múltiples pruebas para analizar su comportamiento con diferentes condiciones iniciales.

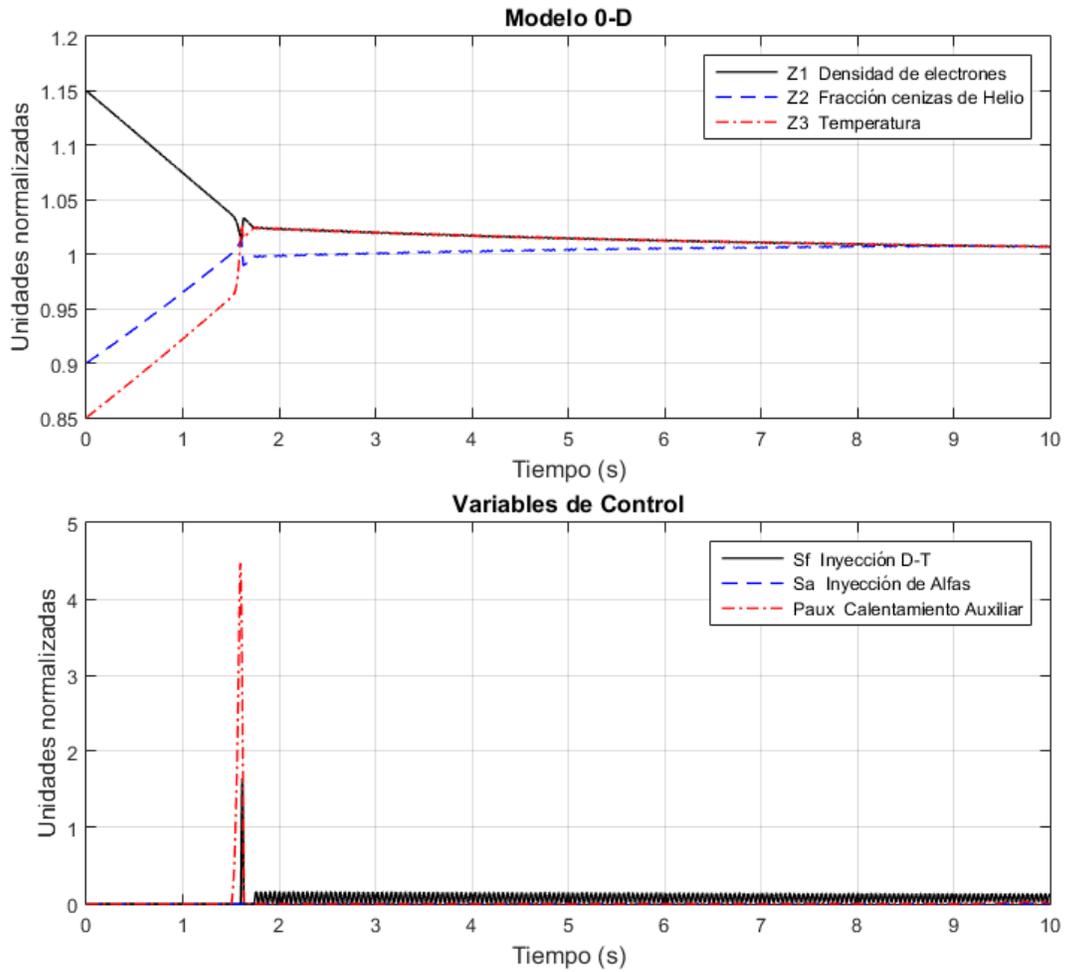


Figura 5.1: Perturbación en el sistema, equilibrada a través de la diferencia de valores nítidos resultantes del bloque de lógica difusa. El tiempo de equilibrio está entre 6 y 8 s.

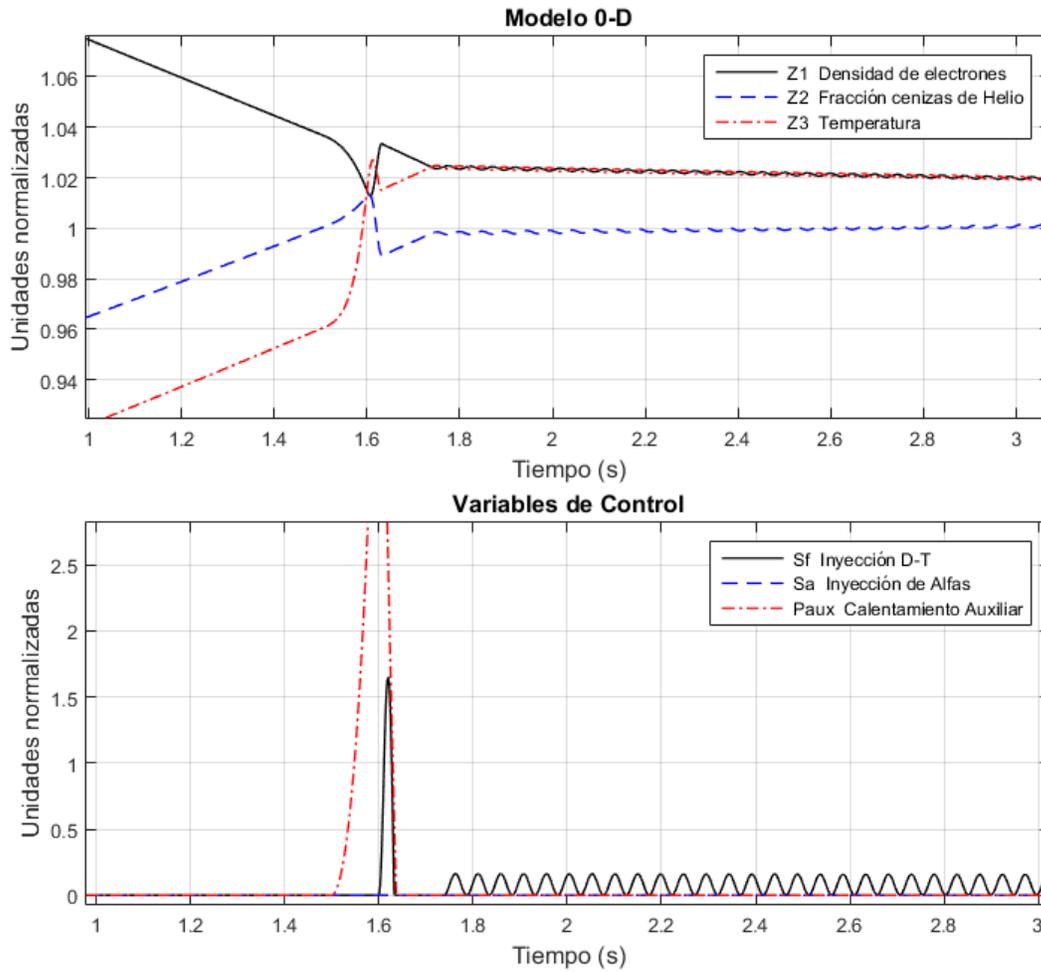


Figura 5.2: Acercamiento desde el segundo 1 hasta el 3 de la perturbación del sistema mostrado anteriormente en la figura 5.1. Se puede apreciar con mayor claridad algunas oscilaciones y el comportamiento de las variables de control en este modo de operación.

Modo II

En el modo de operación que se ilustra con ayuda de la figura 5.3, es utilizada la salida nítida del control difuso como valor nominal de las variables de control (\hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}); el tiempo de equilibrio resulta mucho menor que el tiempo de relajación del plasma abordado y con ayuda de la figura 4.1 (aproximadamente en un orden de magnitud) también resulta más eficiente que el modo I de operación. Aun así, todavía es mucho mayor el tiempo de relajación natural que con cualquiera de los anteriores modos de operación.

Adicionalmente se introdujeron diferentes valores iniciales de perturbación en cada variable. Resultando favorable el tiempo de equilibrio en este modo II de operación. De acuerdo con el resultado, se decidió tomar dicho modo de operación como el principal empleado en el sistema de control y así continuar con las siguientes pruebas en esta tesis.

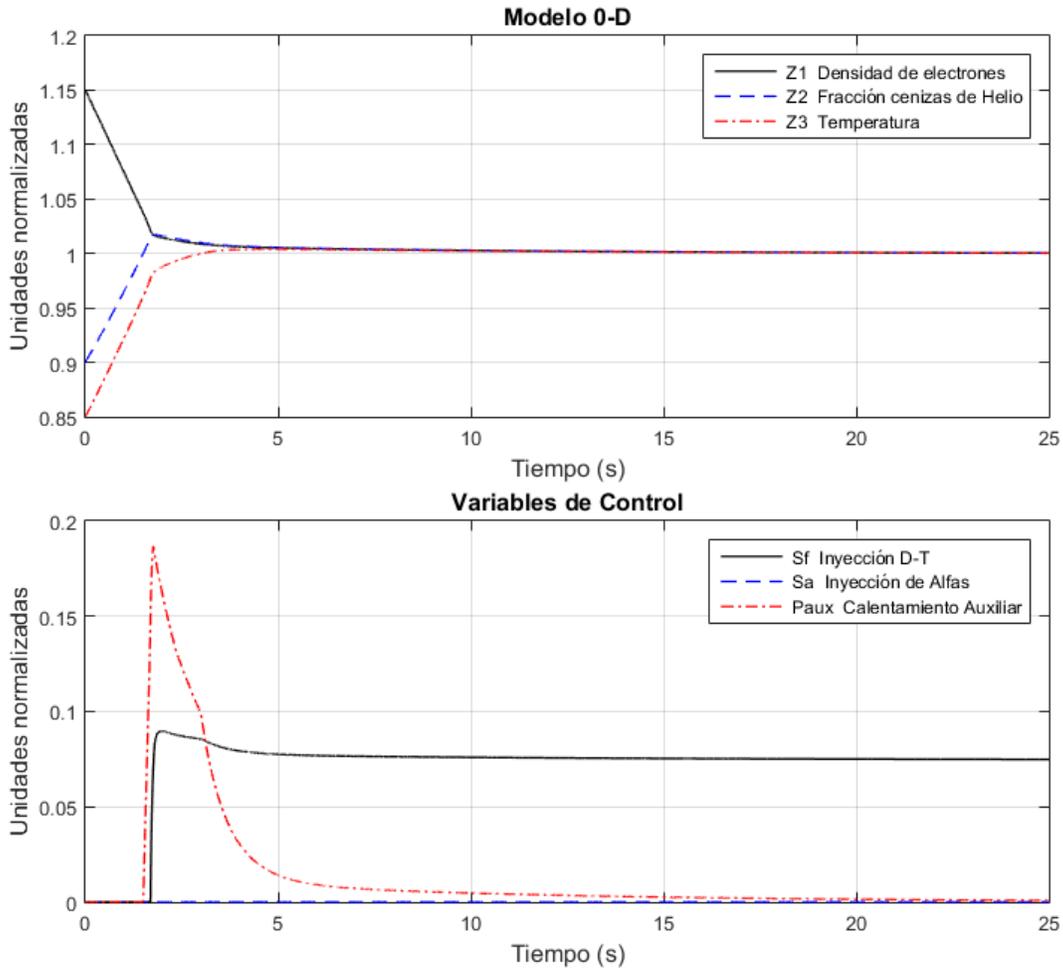


Figura 5.3: Perturbación en el sistema controlada mediante lógica difusa con valores iniciales: $\hat{Z}_1 = 1.15$; $\hat{Z}_2 = 0.90$; $\hat{Z}_3 = 0.85$; se emplea un valor nítido de salida como valor nominal en las variables de la segunda gráfica (\hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}). El tiempo que tarda el sistema en corregir esta perturbación se encuentra entre los 3 y 4 s.

5.2. Tiempo de equilibrio y tipos de perturbaciones

En las múltiples corridas que se hicieron en el modelo, se encontraron diferentes tipos de perturbaciones; en cada tipo de perturbación el sistema de control responde de manera diferente en las variables del sistema, así como las variables de control y el tiempo que tarda en llegar al equilibrio. Las diferentes opciones se agruparon en una tabla resumida, que da una idea, a muy grandes rasgos sobre qué tipo de perturbaciones tienen los mejores resultados con este sistema de control difuso.

	\hat{Z}_1	\hat{Z}_2	\hat{Z}_3	Tiempo de Equilibrio (s)
I	>1	>1	>1	>20
II	>1	>1	<1	>15
III	>1	<1	>1	>15
IV	>1	<1	<1	2-5
V	<1	>1	>1	2-5
VI	<1	>1	<1	2-6
VII	<1	<1	>1	2-6
VIII	<1	<1	<1	>20

Tabla 5.1: Se expresa el tipo de perturbación para cada variable (\hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 , \hat{Z}_3), de acuerdo a dos opciones, mayor que uno y menor que uno, además se mezclan obteniendo ocho combinaciones posibles y se le asigna un rango de tiempo de equilibrio.

En la tabla 5.1 se resumen los tipos de perturbaciones y las posibles combinaciones. Se observa que las perturbaciones con mayor tiempo de amortiguamiento son las de tipo I y VIII. Las de tipo I son perturbaciones que poseen valores de \hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 y \hat{Z}_3 por encima del valor de equilibrio, es lógico pensar que estas perturbaciones sean de las más difíciles de amortiguar debido a que no se tienen los mecanismos necesarios para reducir el exceso de densidad electrónica, fracción de Alfas y temperatura al mismo tiempo debido a que las restricciones físicas planteadas anteriormente (tabla 4.2) impiden extraer cenizas de Helio, extraer combustible y disminuir la temperatura como mecanismo de control.

Por otro lado las perturbaciones de tipo VIII representan el caso contrario, en donde se tienen todos los valores del reactor por debajo de la unidad. Igualmente en estos casos se tarda mucho en llegar al equilibrio, porque el efecto de aumentar alguna de las variables \hat{S}_f , \hat{S}_α ó \hat{P}_{aux} resulta en la reducción del valor en \hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 ó \hat{Z}_3 , dependiendo el caso. Por esta misma razón se tiene que amortiguar de poco en poco este tipo de perturbaciones.

Los otros tipos de perturbación en general se encuentran dentro de un rango razonable con cierto margen de maniobra en las variables de control para que el sistema de control difuso logre su objetivo.

En algunos casos como los de la figura 5.4 y la figura 5.5 no se llega exactamente a los valores nominales, quedan un poco por debajo de 1.

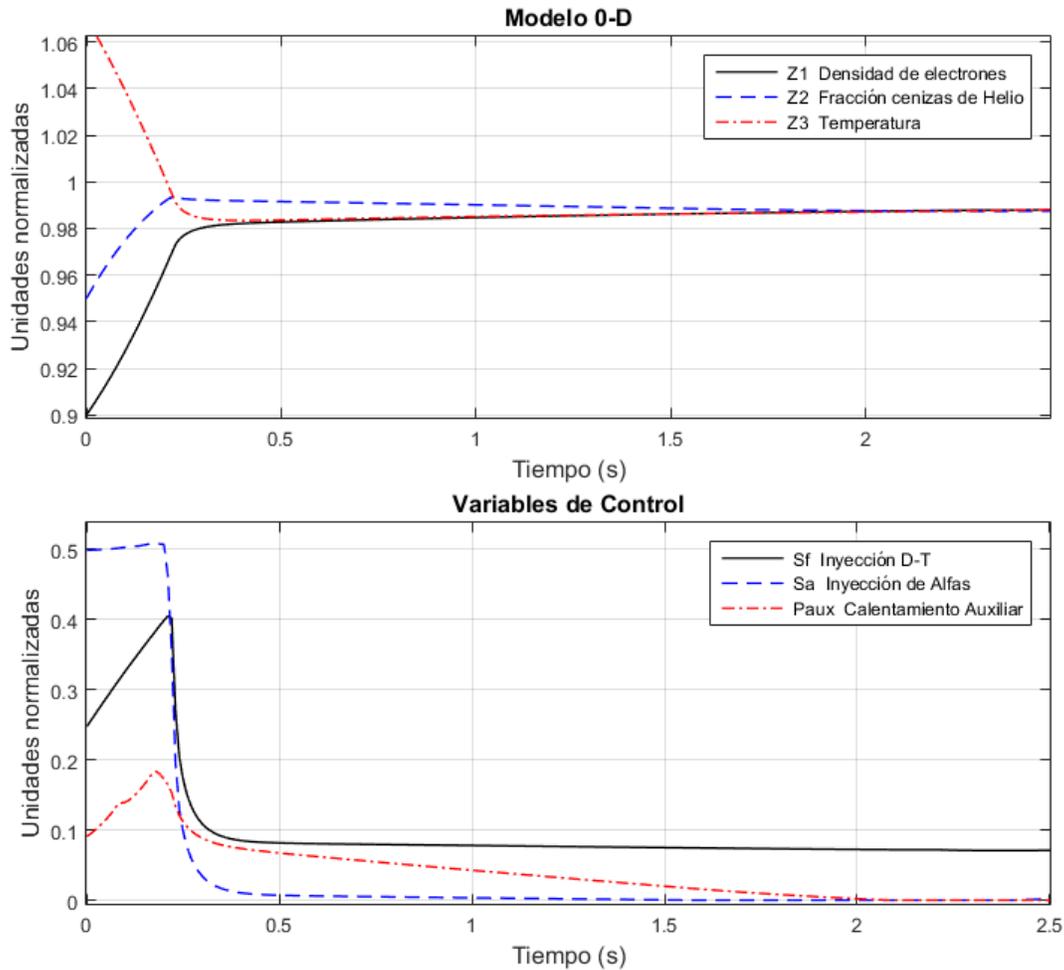


Figura 5.4: Ejemplo de la perturbación tipo VII en donde se aprecia que el tiempo que tarda el sistema en corregir la perturbación está alrededor de 2 s; sin embargo se puede observar cierta estabilidad desde poco antes.

5.3. Resultados con ruido en el tiempo de confinamiento de energía

Acorde con el capítulo anterior, se quiere simular un entorno ruidoso de medición o bien una ley de escala incierta para probar la robustez del sistema de control difuso y su desempeño ante dichas circunstancias. Para lograrlo, el tiempo de confinamiento de energía τ_E es multiplicado por una función aleatoria con distribución gaussiana y con desviación estándar de 0.04 (ejemplo en la figura 5.7)

(cabe mencionar que son las mismas condiciones planteadas en el artículo de (Vitela and Martinell, 2001)). Y se puede verificar la construcción de esta función en el apéndice de esta tesis que describe el segmento de código titulado “FRM”.

Es importante notar que si se deja evolucionar al sistema con la señal de ruido y sin la intervención del sistema de control, el reactor no puede regresar al estado de equilibrio por si solo (figura 5.6) en comparación con lo que se aprecia en la figura 4.1. Esto ejemplifica valor de tener un sistema de control difuso.

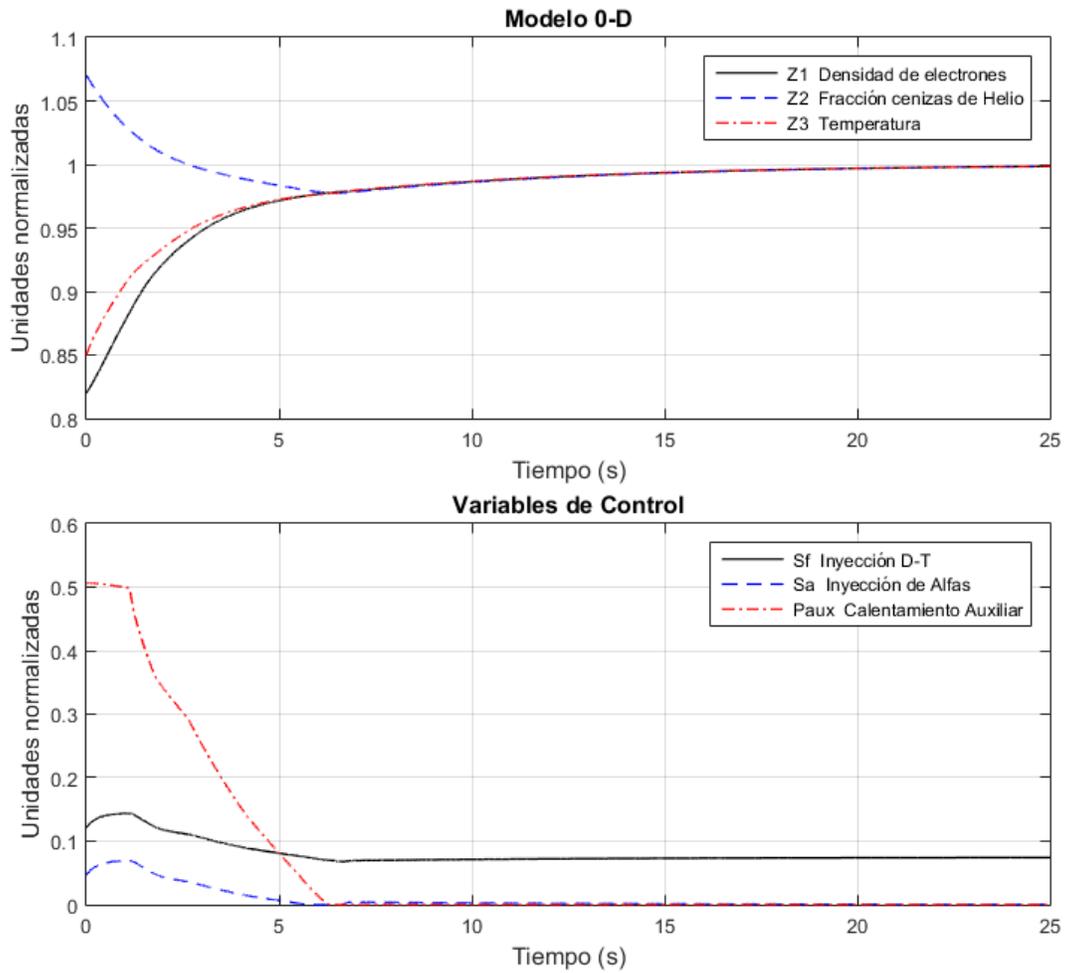


Figura 5.5: Ejemplo de la perturbación tipo VI en donde se juntan las variables del sistema alrededor de los 6 s; para posteriormente acercarse al estado de equilibrio hasta alcanzarlo entre los 15 y 20 s.

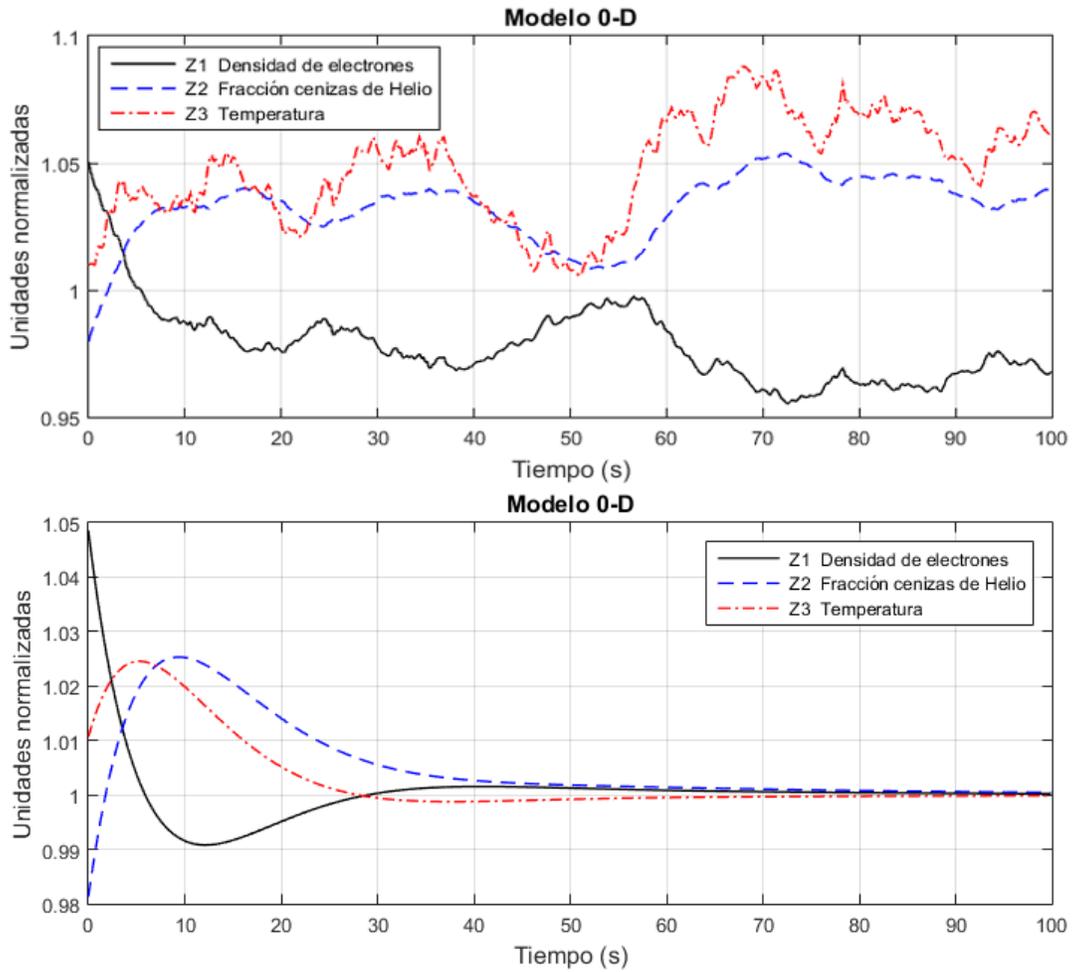


Figura 5.6: Perturbación inicial con los mismos valores utilizados en la figura 4.1: $\hat{Z}_1 = 1.05$, $\hat{Z}_2 = 0.98$, $\hat{Z}_3 = 1.01$. En la primera gráfica se observa cómo interviene la señal de ruido en el relajamiento natural del plasma sin el sistema de control difuso activado y se concluye que es suficiente para desequilibrar el reactor indefinidamente. En la segunda gráfica se observa la relajación natural del plasma sin señal de ruido y sin control difuso.

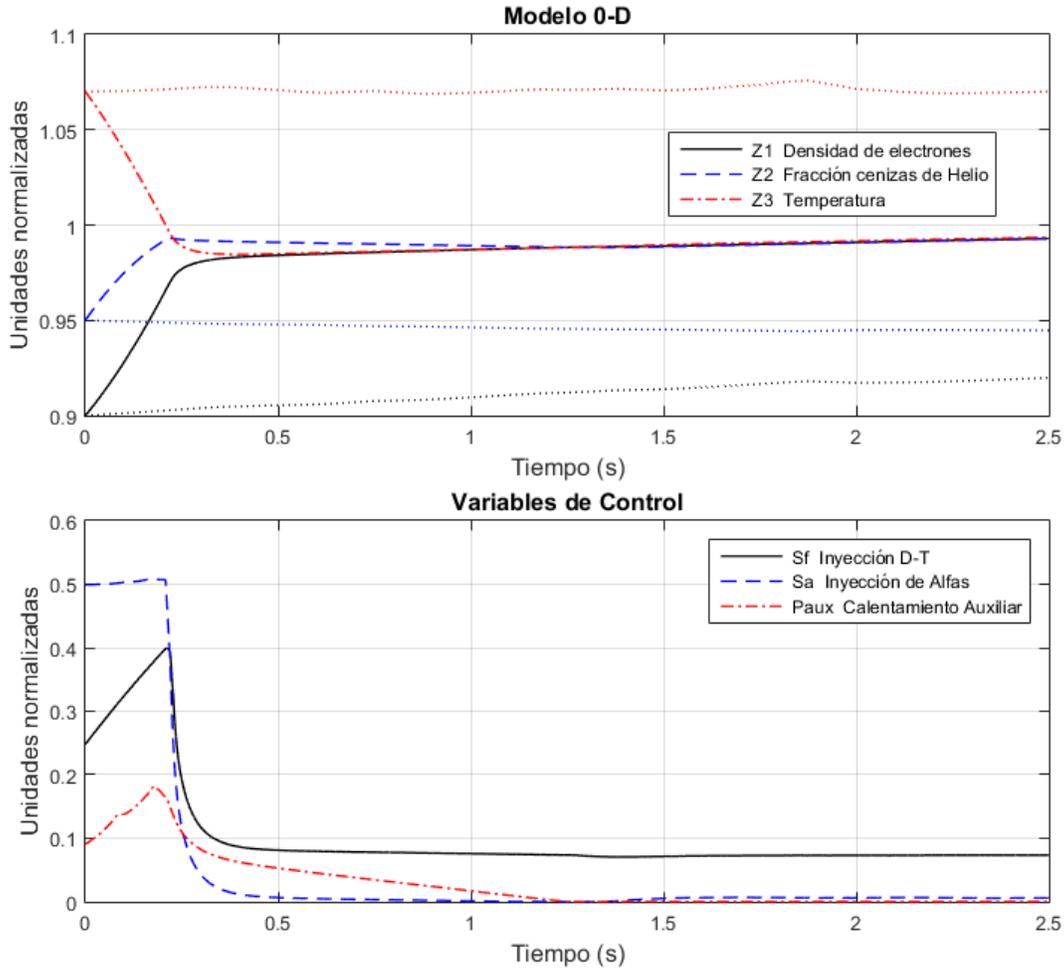


Figura 5.7: Perturbación que inicia con los mismos valores utilizados en la figura 5.4 $\hat{Z}_1 = 0.9$, $\hat{Z}_2 = 0.95$, $\hat{Z}_3 = 1.07$; adicionalmente se le somete a las condiciones de ruido en τ_E para probar la su robustez ; los resultados son buenos; no se notan cambios sustanciales en el comportamiento de las variables de estado, ni en el tiempo de equilibrio. En la gráfica se muestra con líneas punteadas el comportamiento según el modelo 0D de las variables \hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 , \hat{Z}_3 bajo las condiciones de ruido, pero sin el sistema de control difuso; estas últimas no llegan al estado de equilibrio por sí mismas aunque se le permita relajar por largos tiempos. Nótese el cambio en la escala.

5.4. Comparación de lógica difusa con redes neuronales

De acuerdo con (Vitela and Martinell, 2001) se desarrolló un sistema de control con los mismos objetivos, pero en aquel caso se utilizó una red neuronal artificial como sistema de control, en vez de los conjuntos difusos para controlar las perturbaciones.

A continuación se comparan estos dos métodos con perturbaciones que poseen los mismos valores iniciales y posteriormente las mismas condiciones de ruido (valores señalados en la misma referencia).

En las figuras 5.8, 5.9 y 5.10 se compara visualmente el comportamiento de los sistemas de control ante perturbaciones iniciales. Se puede apreciar que los valores en las variables de control (\hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}) difieren entre cada técnica, pero en el tiempo de equilibrio se observa una mejora con el uso del sistema de control difuso. En estas comparaciones es importante notar la escala de tiempo ya que en una de las perturbaciones propuestas es más lento el equilibrio para ambos casos. Por otro lado se puede apreciar que los casos controlados con la red neuronal artificial tienen un valor τ_E fijo, mientras que en el sistema difuso se tiene como una variable de la potencia auxiliar P_{aux} , potencia ohmica P_{ohm} , potencia de fusión (de las reacciones nucleares) P_{fus} y de la pérdida de potencia de Bremsstrahlung P_{Br} (para más detalles del calculo, se puede consultar el anexo RSC.m ó FRM.m).

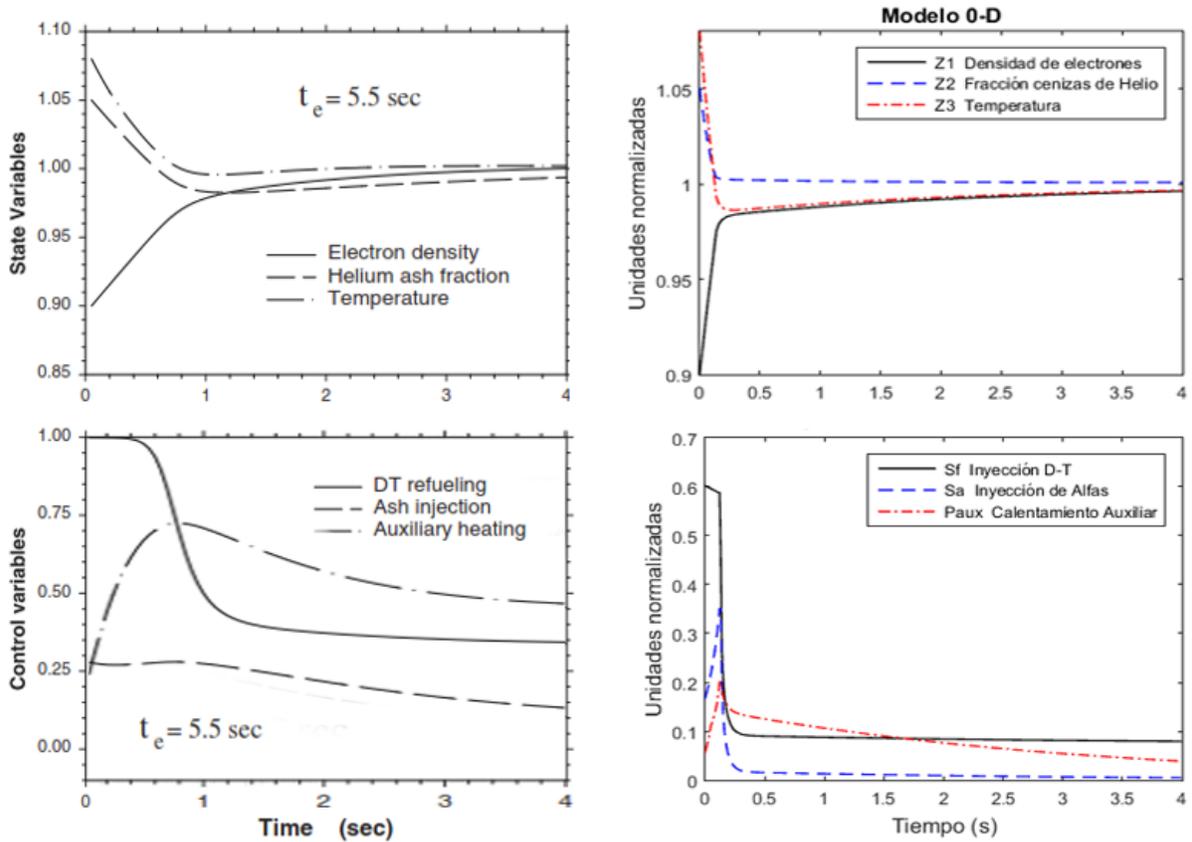


Figura 5.8: Perturbación inicial de: $\hat{Z}_1 = 0.90$, $\hat{Z}_2 = 1.05$, $\hat{Z}_3 = 1.08$) y con $\tau_E = 5.5$ para la red neuronal artificial.

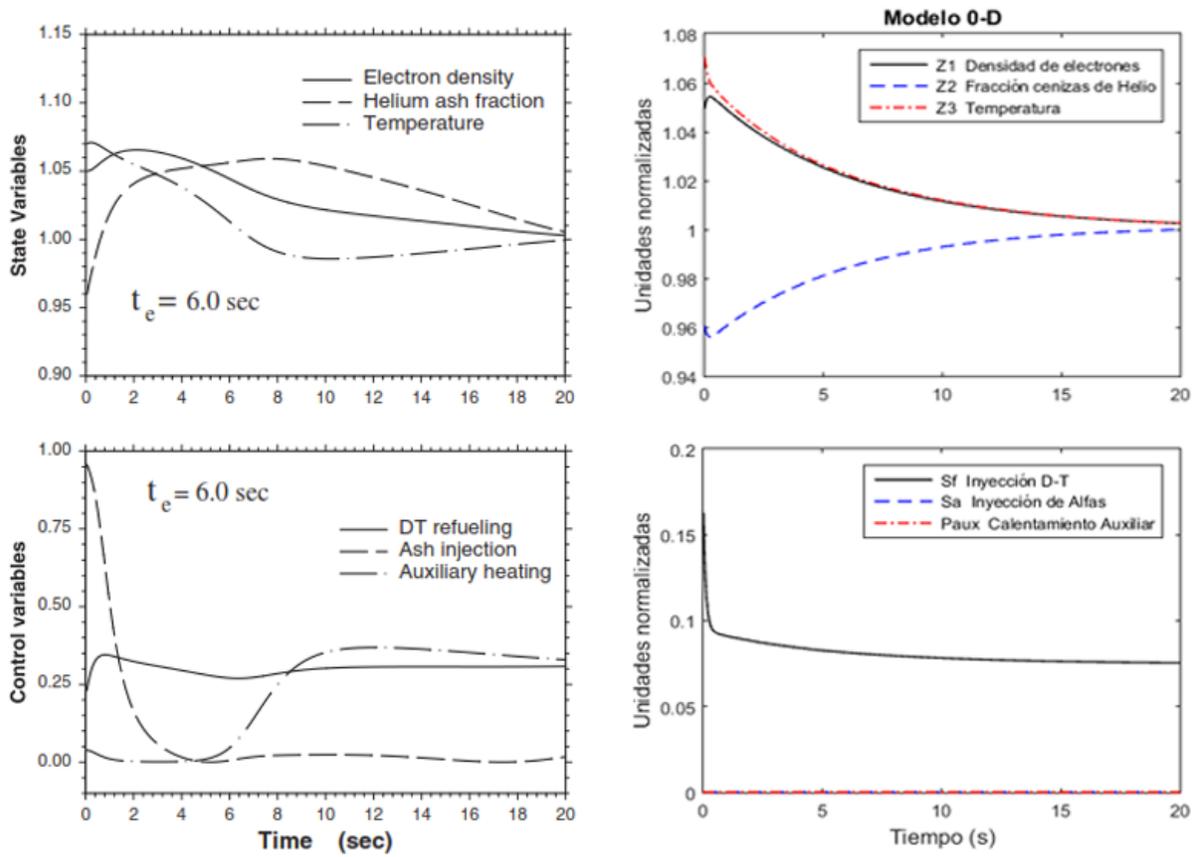


Figura 5.9: Perturbación inicial de: $\hat{Z}_1 = 1.05$, $\hat{Z}_2 = 0.96$, $\hat{Z}_3 = 1.07$) y con $\tau_E = 6.0$. Nótese la escala de tiempo a 20 s.

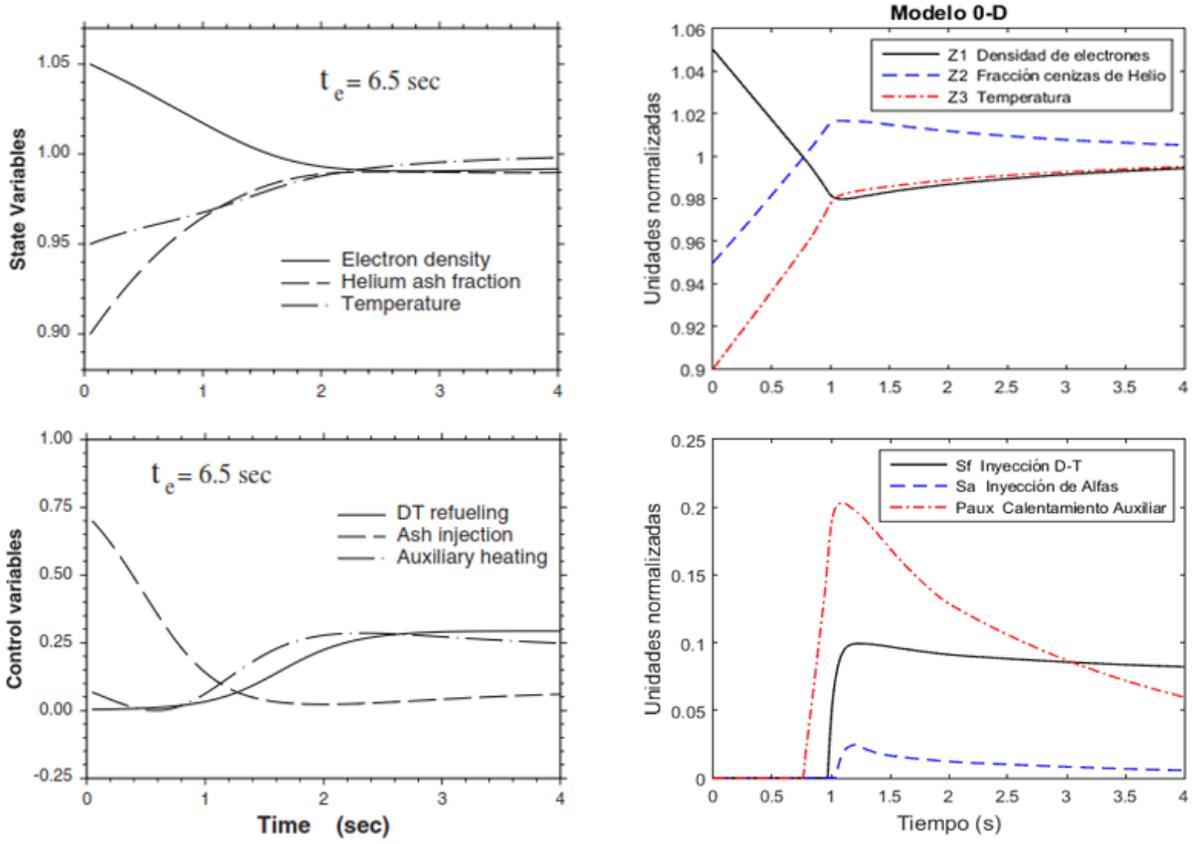


Figura 5.10: Perturbación inicial de: $\hat{Z}_1 = 1.05$, $\hat{Z}_2 = 0.95$, $\hat{Z}_3 = 0.90$) y con $\tau_E = 6.5$

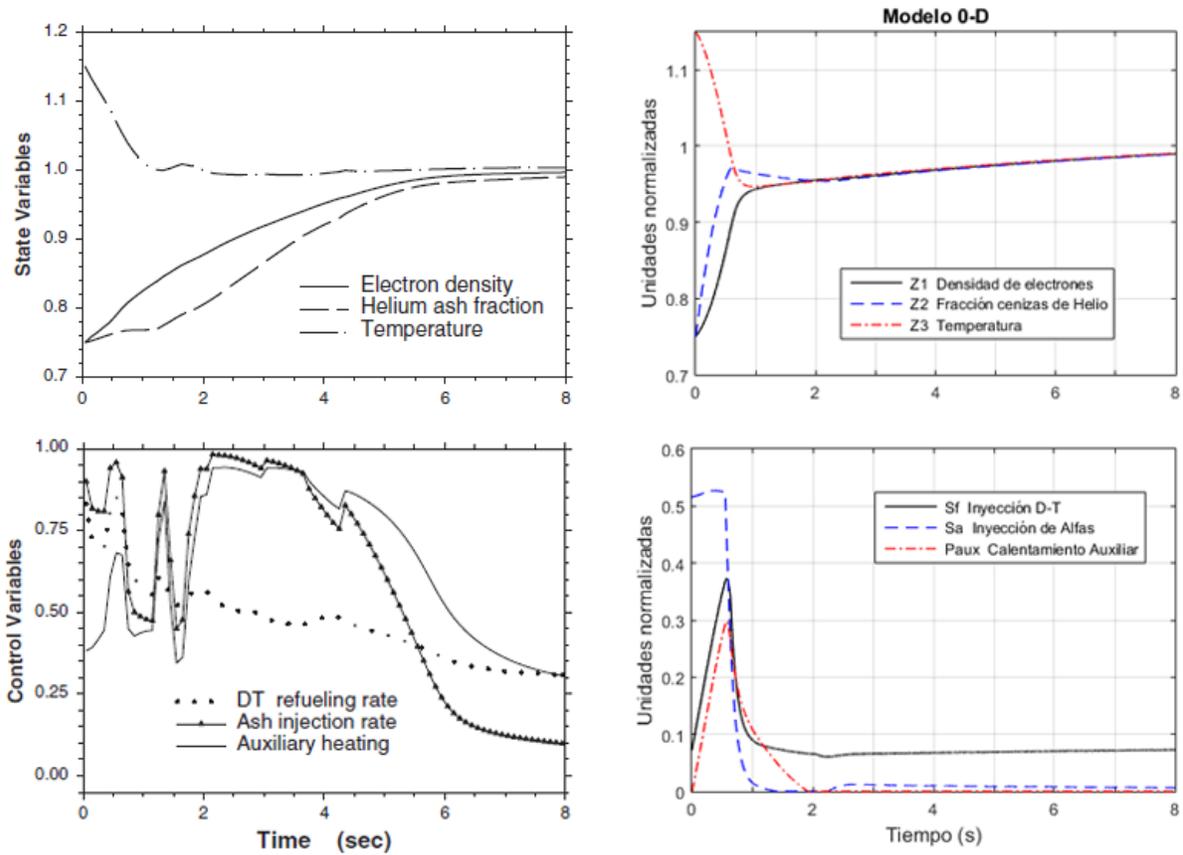


Figura 5.11: Comparación entre sistemas de control ante mismos valores la perturbación inicial ($\hat{Z}_1 = 0.75$, $\hat{Z}_2 = 0.75$, $\hat{Z}_3 = 1.15$). Se nota un comportamiento diferente, tanto en las variables de estado (\hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 , \hat{Z}_3) como en las variables de control (\hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}). Nótese que el tiempo invertido en equilibrar dichas perturbaciones pertenecen al mismo orden de magnitud en ambos sistemas. Los valores iniciales de la perturbación que se observan en el primer gráfico fueron obtenidos de la referencia (Vitela and Martinell, 2001).

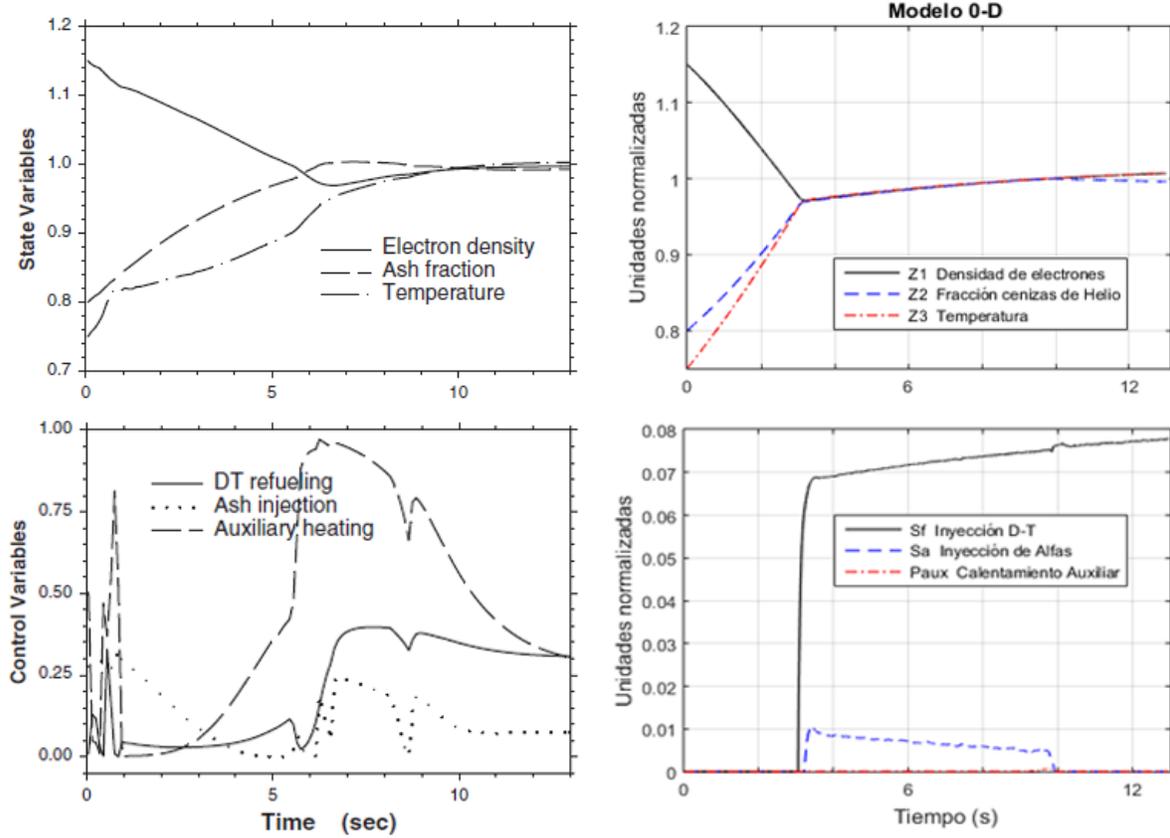


Figura 5.12: Segunda comparación entre dos diferentes sistemas de control ante los mismos valores la perturbación inicial ($\hat{Z}_1 = 1.15$, $\hat{Z}_2 = 0.80$, $\hat{Z}_3 = 0.75$). Se nota un comportamiento muy diferente en las variables de estado (\hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 , \hat{Z}_3); así como la activación en las variables de control (\hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}) en diferentes tiempos. Nótese que el tiempo de equilibrio en ambos sistemas de control pertenece al mismo orden de magnitud, acotado entre los 8 y 10 s en este ejemplo. Los valores iniciales de la perturbación que se observan en el primer gráfico fueron obtenidos de la referencia (Vitela and Martinell, 2001).

Los dos sistemas de control son comparables, se observa en los ejemplos obtenidos (Figuras 5.11 y 5.12) un control más rápido para la versión difusa de los sistemas de control en ciertas perturbaciones, siempre equivalentes ante el mismo tipo de perturbación y la misma escala de tiempo, por otro lado es interesante observar que en las figuras 5.12 y 5.10 aparentemente el sistema de control difuso no hace nada (observar las variables de control) en los primeros segundos, pero el detalle yace en que las condiciones iniciales en el modelo, sin el sistema de control activado, originalmente se plantearon con una inyección de combustible constante ($\hat{S}_f = 0.7464$), por lo tanto, la reducción en el ritmo de inyección de combustible $D - T$ hasta cero es por si misma un mecanismo de control que cambia la dinámica en las variables de estado.

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo de tesis se planteo la posibilidad de controlar las perturbaciones (únicamente del quemado de combustible) dentro de un reactor de fusión termonuclear con los mismos parámetros que el diseño de ITER. Este sistema de control opera bajo reglas de lógica difusa que facilitan el diseño y operación del propio sistema de control, así como su eventual implementación y actualización.

- Se concluye que el sistema de control difuso tiene mejores resultados cuando se usa el modo de operación que se basa en variaciones de los parámetros de salida a partir de sus valores nominales ($\hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$) (Modo II) para el modelo 0D de un reactor de fusión tipo ITER, en comparación con el modo de operación por diferencias de valores entre un paso y el anterior (Modo I).
- Se demostró que al implementar este sistema de control, se mejora el tiempo de relajación frente a las perturbaciones en las densidades de iones y electrones, partículas Alfa y temperatura (variables de estado $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$).
- La eficiencia del sistema de control depende también del tipo de perturbación que se quiere equilibrar; es decir de la relación inicial que existe entre las variables de estado (n_{DT}, n_α, T), lo que significa que es más eficiente controlar un tipo de operaciones que otras, de acuerdo a la tabla 5.1 del capítulo anterior. Una explicación a estas diferencias puede coincidir con que no existen en realidad mecanismos que permitan el pronto “enfriamiento” del plasma; un ejemplo claro es el tipo de perturbación I de la misma tabla 5.1.
- Los sistemas de control difusos tienen la ventaja de tener un tiempo de respuesta corto y una implementación operativa sencilla y económica en los sistemas electrónicos de los propios reactores o experimentos. Además, los datos de operación permiten monitorizar el comportamiento, analizarlo a través de largos períodos y finalmente desarrollar actualizaciones al mismo sistema que permitan mejores resultados a mediano plazo.
- Ante fluctuaciones en el ‘tiempo de confinamiento de energía’ τ_E , el sistema de control sigue devolviendo las variables del sistema ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$) al estado de equilibrio funcionalmente, mostrando la solidez del sistema de control difuso ante este tipo de incertidumbres.
- Después de comparar el sistemas de control basado en lógica difusa y sistema de control basado en una red neuronal artificial, bajo las mismas condiciones iniciales; es decir bajo la misma perturbación en cualquiera de las variables $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$; se obtienen tiempos de respuesta más cortos en el control difuso. (Figuras 5.11 y 5.12)

Bibliografía

- Aurrand-Lions, J., Fournier, L., Jarri, P., de Saint Blanchard, M., and Sanchez, E. (1991). Application of fuzzy control for isis vehicle braking. *Peugeot SA, Direction des Recherches et Affaires Scientifiques*, 78140:1–7.
- Bart, V. and Bigot, B. (2016). Building the way to fusion energy. *Nature physics*, 12:395.
- Bart, V. and Taroni, A. (2016). Powerful physics. *Nature physics*, 12:375.
- Bellan, P. M. (2008). *Fundamentals of plasma physics*. Cambridge University Press.
- Braae, M. and Rutherford, D. (1979). Theoretical and linguistic aspects of the fuzzy logic controller. *Automatica*, 15(5):553–577.
- Castillo, M. C. C. and Jordán, M. A. (1999). *Meteorología y clima*, volume 79. Univ. Politèc. de Catalunya.
- Censo, de población y vivienda, N. (2010). Inegi. *Recuperado en <http://www.censo2010.org.mx>*.
- Chapman, G., Highley, D., Cameron, D., Norton, G., Taylor, L., and Lusty, P. (2006). Summary of information on coal for land-use planning purposes.
- Chen, G. and Pham, T. T. (2000). *Introduction to fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy control systems*. CRC press.
- Cordey, J. (2002). Iter confinement database and modelling working group 1997 plasma phys. *Control. Fusion*, 39:B115.
- Cowley, S. C. (2016). Powerful physics. *Nature physics*, 12:385.
- DESA, U. (2010). United nations department of economic and social affairs. population division 2009b world population, prospects: The 2008 revision. *<http://esa.un.org/unpp>*.
- Dormand, J. R. and Prince, P. J. (1980). A family of embedded runge-kutta formulae. *Journal of computational and applied mathematics*, 6(1):19–26.
- Freidberg, J. P. (2008). *Plasma physics and fusion energy*. Cambridge university press.
- Gaviño, R. H. (2010). *Introducción a los sistemas de control, conceptos, aplicaciones y simulación con MATLAB recurso electrónico*. Pearson Educación.
- Glasstone, S. and Lovberg, R. H. (1960). Controlled thermonuclear reactions: an introduction to theory and experiment.
- Hazeltine, R. D. and Meiss, J. D. (2003). *Plasma confinement*. Courier Corporation.
- Hirshman, S. and Sigmar, D. (1981). Neoclassical transport of impurities in tokamak plasmas. *Nuclear Fusion*, 21(9):1079.

-
- Hively, L. (1977). Convenient computational forms for maxwellian reactivities. *Nuclear Fusion*, 17:873–876.
- Höhle, U. and Stout, L. N. (1991). Foundations of fuzzy sets. *Fuzzy sets and systems*, 40(2):257–296.
- Hung, N., Nguyen, T., Walker, C., and Walker, E. (2003). A first course in fuzzy and neural control.
- ITER, E. (2002). documentation series no. 24. *ITER technical basis, IAEA, Vienna*, 1104.
- Jang, J.-S. R., Sun, C.-T., and Mizutani, E. (1997). Neuro-fuzzy and soft computing a computational approach to learning and machine intelligence book review. *IEEE Transactions on automatic control*, 42(10):1482–1484.
- Kikuchi, M. and Azumi, M. (2015). *Frontiers in Fusion Research II: Introduction to Modern Tokamak Physics*. Springer.
- Kovacic, Z. and Stjepan, B. (2005). *Fuzzy controller design: theory and applications*, volume 19. CRC press.
- Martinell, J. (1995). *Los prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear*. Fondo de Cultura Económica.
- McCracken, G. and Stott, P. (2012). *Fusion: the Energy of the Universe*. Academic Press.
- Meade, D. (2009). 50 years of fusion research. *Nuclear Fusion*, 50(1):014004.
- Melnikov, A. V. (2016). Applied and fundamental aspects of fusion science. *Nature physics*, 12(5):386.
- Michels, K., Klawonn, F., Kruse, R., and Nürnberger, A. (2007). *Fuzzy control: fundamentals, stability and design of fuzzy controllers*, volume 200. Springer.
- Morcillo, C. G. (2011). Lógica difusa, una introducción práctica. *Técnicas de Softcomputing*, 29.
- Seymour, J. and Horsley, T. (2005). Los siete tipos de problemas en el suministro eléctrico. *APC Legendary Reliability*.
- Sugeno, M. and Kang, G. (1988). Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy sets and systems*, 28(1):15–33.
- Takagi, T. and Sugeno, M. (1993). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. In *Readings in Fuzzy Sets for Intelligent Systems*, pages 387–403. Elsevier.
- Vitela, J. E. and Martinell, J. J. (2001). Burn conditions stabilization with artificial neural networks of subignited thermonuclear reactors with scaling law uncertainties. *Plasma physics and controlled fusion*, 43(2):99.
- Xiangchu, T. and Chengyuan, T. (1988). A new approach to fuzzy control. *Fuzzy Logic in Knowledge Based Systems*, pages 307–315.
- Ying, H. (2000). *Fuzzy control and modeling: analytical foundations and applications*. Wiley-IEEE Press.

Índice de figuras

1.1.	Diagrama de bloques que resume los tres componentes esenciales de la tesis e ilustra las conexiones gráficamente.	6
2.1.	Clasificación de los dispositivos de FTC dependiendo del mecanismo de confinamiento y de la geometría del mismo reactor. Confinamiento magnético e inercial.	8
2.2.	Diagrama de Lawson que muestra el progreso de la Fusión Nuclear por confinamiento magnético en los últimos 50 años. Cortesía de la Agencia de Energía Atómica de Japón: “Naka Fusion” (Meade, 2009)	10
2.3.	La “barda” de la fusión nuclear ha sido construida gracias a los resultados de muchas instalaciones y experimentos a lo largo de 50 años. Los diferentes programas de fusión ahora están a punto de demostrar que es factible científica y tecnológicamente producir energía de fusión nuclear. (Meade, 2009)	10
2.4.	Muestra los datos de tres reacciones: $(D - D)$, $(D - T)$ & $(D - {}^3He)$ (las de mayor probabilidad). En fusión, “el tamaño efectivo del agujero” depende de la energía de los núcleos en colisión. Para $(D - T)$, la sección transversal es mayor cuando los núcleos se han acelerado, pero disminuye nuevamente con energías aún más altas. La reacción $(D - T)$ es la más favorable y ofrece la mayor probabilidad de fusión (la mayor sección transversal) a la menor energía posible. (McCracken and Stott, 2012)	15
2.5.	Condición $p\tau_E$ crítica requerida en función de la temperatura de un reactor de fusión nuclear de confinamiento magnético. Imagen de (Freidberg, 2008)	18
2.6.	Analogía de la estabilidad mecánica: (a) estabilidad, (b) inestabilidad, (c) marginalmente estable, (d) fuera de equilibrio, (e) estabilidad con disipación, (f) inestabilidad con disipación (g) linealmente inestable, no-linealmente estable, (h) linealmente estable, no-linealmente inestable. (Freidberg, 2008)	20
3.1.	Conjunto difuso con subfunciones triangulares y con las distintas partes que lo conforman.	28
3.2.	Tabla de reglas difusas de un controlador tipo DISO con cinco sub-funciones triangulares definidas para la variable de entrada 'X', y cinco más para otra variable de entrada 'Y'; las posibles salidas en 'Z' son: NL (negative large), NS (negative small), Z (zero), PS (positive small) y PL (positive lange). Por lo tanto esta tabla de búsqueda tiene la capacidad para 25 reglas difusas. (Kovacic and Stjepan, 2005)	30
3.3.	Diferentes métodos de nitidificación con la salida calculada para el mismo set difuso. Figura obtenida de la referencia (Kovacic and Stjepan, 2005)	33
4.1.	Perturbación inicial introducida en las ecuaciones del sistema: $\hat{Z}_1 = 1.05$; $\hat{Z}_2 = 0.98$; $\hat{Z}_3 = 1.01$; posteriormente regresa a un estado de equilibrio por sí mismo. Esto es conocido como relajación del plasma.	43

4.2.	Perturbación inicial (caliente): $\hat{Z}_1 = 1.15$; $\hat{Z}_2 = 0.10$; $\hat{Z}_3 = 1.05$; posteriormente el sistema regresa a un estado de equilibrio por sí mismo. Esto es conocido como relajación del plasma.	44
4.3.	Visualización tipo diagrama de bloques del sistema de control difuso, en donde tres valores de entrada arrojan tres valores de salida; representando una variable distinta cada uno.	45
4.4.	Funciones de difusificación ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3, \hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$) definidas con tres subfunciones cada una (S, EQ, H) ó (Down, Zero, Up).	46
4.5.	Funciones resultantes de las reglas de inferencia; se utilizó el universo de discurso y las subfunciones de las diferentes entradas ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$) como los ejes de las abscisas y el universo de discurso y subfunciones de las salidas ($\hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$) como el eje de las ordenadas.	48
4.6.	Ejemplo de una perturbación inicial ($\hat{Z}_1 = 0.65$, $\hat{Z}_2 = 0.4$, $\hat{Z}_3 = 1.5$), además se muestran los valores obtenidos como valor nítido resultante del sistema de control difuso, mediante el método de centroide ($\hat{S}_f = -0.0626$, $\hat{S}_\alpha = 0.516$, $\hat{P}_{aux} = -0.145$); también se aprecia la completa visualización de las funciones activadas dentro del proceso que implica a cada una de las reglas de inferencia.	49
4.7.	Acoplamiento del sistema de control mediante las variables $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$ que se obtienen de las soluciones del modelo 0D del reactor de fusión tipo ITER, introducidas en el conjunto difuso propuesto; este sistema procesa la información y arroja tres salidas nítidas: $\hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$ que se conectan al bloque inicial e influyen en este, modificando el comportamiento del “reactor” con el objetivo de llevarlo al estado de equilibrio a pesar de cualquier tipo de perturbación.	50
4.8.	Diagrama de bloques del sistema completo señala el sentido en que se transmiten la información y las variables utilizadas para hacerlo. El simulador 0D junto con el conjunto difuso se retroalimentan mediante las variables $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3, \hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$ en forma cíclica; por el lado derecho se tiene una función que simula el ruido por errores implícitos de medición y lo introduce en las ecuaciones del reactor a través del tiempo de confinamiento de energía τ_E	51
5.1.	Perturbación en el sistema, equilibrada a través de la diferencia de valores nítidos resultantes del bloque de lógica difusa. El tiempo de equilibrio está entre 6 y 8 s. . .	54
5.2.	Acercamiento desde el segundo 1 hasta el 3 de la perturbación del sistema mostrado anteriormente en la figura 5.1. Se puede apreciar con mayor claridad algunas oscilaciones y el comportamiento de las variables de control en este modo de operación. . .	55
5.3.	Perturbación en el sistema controlada mediante lógica difusa con valores iniciales: $\hat{Z}_1 = 1.15$; $\hat{Z}_2 = 0.90$; $\hat{Z}_3 = 0.85$; se emplea un valor nítido de salida como valor nominal en las variables de la segunda gráfica ($\hat{S}_f, \hat{S}_\alpha, \hat{P}_{aux}$). El tiempo que tarda el sistema en corregir esta perturbación se encuentra entre los 3 y 4 s.	56
5.4.	Ejemplo de la perturbación tipo VII en donde se aprecia que el tiempo que tarda el sistema en corregir la perturbación está alrededor de 2 s; sin embargo se puede observar cierta estabilidad desde poco antes.	58
5.5.	Ejemplo de la perturbación tipo VI en donde se juntan las variables del sistema alrededor de los 6 s; para posteriormente acercarse al estado de equilibrio hasta alcanzarlo entre los 15 y 20 s.	59

5.6. Perturbación inicial con los mismos valores utilizados en la figura 4.1: $\hat{Z}_1 = 1.05$, $\hat{Z}_2 = 0.98$, $\hat{Z}_3 = 1.01$. En la primera gráfica se observa cómo interviene la señal de ruido en el relajamiento natural del plasma sin el sistema de control difuso activado y se concluye que es suficiente para desequilibrar el reactor indefinidamente. En la segunda gráfica se observa la relajación natural del plasma sin señal de ruido y sin control difuso.	60
5.7. Perturbación que inicia con los mismos valores utilizados en la figura 5.4 $\hat{Z}_1 = 0.9$, $\hat{Z}_2 = 0.95$, $\hat{Z}_3 = 1.07$; adicionalmente se le somete a las condiciones de ruido en τ_E para probar la su robustez ; los resultados son buenos; no se notan cambios sustanciales en el comportamiento de las variables de estado, ni en el tiempo de equilibrio. En la gráfica se muestra con líneas punteadas el comportamiento según el modelo 0D de las variables \hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 , \hat{Z}_3 bajo las condiciones de ruido, pero sin el sistema de control difuso; estas últimas no llegan al estado de equilibrio por sí mismas aunque se le permita relajarse por largos tiempos. Nótese el cambio en la escala.	61
5.8. Perturbación inicial de: $\hat{Z}_1 = 0.90$, $\hat{Z}_2 = 1.05$, $\hat{Z}_3 = 1.08$) y con $\tau_E = 5.5$ para la red neuronal artificial.	62
5.9. Perturbación inicial de: $\hat{Z}_1 = 1.05$, $\hat{Z}_2 = 0.96$, $\hat{Z}_3 = 1.07$) y con $\tau_E = 6.0$. Nótese la escala de tiempo a 20 s.	63
5.10. Perturbación inicial de: $\hat{Z}_1 = 1.05$, $\hat{Z}_2 = 0.95$, $\hat{Z}_3 = 0.90$) y con $\tau_E = 6.5$	64
5.11. Comparación entre sistemas de control ante mismos valores la perturbación inicial ($\hat{Z}_1 = 0.75$, $\hat{Z}_2 = 0.75$, $\hat{Z}_3 = 1.15$). Se nota un comportamiento diferente, tanto en las variables de estado (\hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 , \hat{Z}_3) como en las variables de control (\hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}). Nótese que el tiempo invertido en equilibrar dichas perturbaciones pertenecen al mismo orden de magnitud en ambos sistemas. Los valores iniciales de la perturbación que se observan en el primer gráfico fueron obtenidos de la referencia (Vitela and Martinell, 2001).	65
5.12. Segunda comparación entre dos diferentes sistemas de control ante los mismos valores la perturbación inicial ($\hat{Z}_1 = 1.15$, $\hat{Z}_2 = 0.80$, $\hat{Z}_3 = 0.75$). Se nota un comportamiento muy diferente en las variables de estado (\hat{Z}_1 , \hat{Z}_2 , \hat{Z}_3); así como la activación en las variables de control (\hat{S}_f , \hat{S}_α , \hat{P}_{aux}) en diferentes tiempos. Nótese que el tiempo de equilibrio en ambos sistemas de control pertenece al mismo orden de magnitud, acotado entre los 8 y 10 s en este ejemplo. Los valores iniciales de la perturbación que se observan en el primer gráfico fueron obtenidos de la referencia (Vitela and Martinell, 2001).	66

Índice de tablas

2.1. Lista de objetivos de ITER	13
2.2. Medidas y capacidades del reactor obtenidas de ITER-EDA.	14
4.1. Reglas de inferencia del sistema de control difuso.	47
4.2. Restricciones Físicas.	49
5.1. Se expresa el tipo de perturbación para cada variable ($\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Z}_3$), de acuerdo a dos opciones, mayor que uno y menor que uno, además se mezclan obteniendo ocho combinaciones posibles y se le asigna un rango de tiempo de equilibrio.	57

Anexos

Acrónimos y abreviaturas

0D	Cero Dimensional
ANN	Artificial Neural Network
ANSTO	Australian Nuclear Science and Technology Organisation
ANU	Australian National University
BOA	Bisector of Area
COA	Centroid of Area
D-T	Deuterio - Tritio
DEMO	DEMONstration Power Station
DISO	Double Input-Single Output
ELM	Edge-Localized Mode
FSAL	First Same as Last
FTC	Fusión Termonuclear Controlada
ITER	International Thermonuclear Experimental Reactor
ITER-EDA	ITER - Engineering Design Activities
JET	Joint European Torus
LHD	Large Helical Device
LMJ	Laser MegaJoule
LOM	Largest of Maximum
MAST	Mega-Ampere Spherical Tokamak
MFTF	Mirror Fusion Test Facility
MHD	Magneto HidroDinamica
MOM	Mean of Maximum
MPI	Message Passing Interface
NDCX	Neutralized Drift Compression Experiment
NIF	National Ignition Facility
NSTX	National Spherical Torus Experiment
NSTX-U	National Spherical Torus Experiment Upgrade
ODE45	Ordinary Differential Equation 45
PFRC	Princeton Field-Reversed Configuration Reactor
RFX	Reversed-Field eXperiment
SOM	Smallest of maximum
TOKAMAK	Toroidal'naya Kamera's Magnitnymi Katushkami
TSK	Takagi, Sugeno y Kang
UE	Union Europea
UK	United Kingdom
URSS	Unión de Republicas Sovieticas Socialistas
USA	United States of America
W7-X	Wendelstein 7-X

Código I: Valor nominal con/sin ruido.

```
% Código que grafica las variables:  
% nee (densidad electrónica), fae (fracción de Alfas) y tee (temperatura);  
% perturbadas inicialmente y las variables de control del set difuso 'fuzzy_rules.fis'  
% operando con el VALOR NOMINAL de sus salidas para amortiguar la perturbación.  
% Adicionalmente se introduce un RUIDO por medio de una función aleatoria  
% con distribución gaussiana dentro de la sección de código "FRM"  
% Nota: para quitar el ruido en la variable \tau_E se deben descomentar las líneas con RSC"  
% y comentar las líneas con "FRM".
```

```
clear  
global f0 n0 te0 sfg sag pauxg taoe;  
global nee fae tee;
```

```
% Perturbacion inicial  
%= -----
```

```
nee=0.90;  
fae=0.95;  
tee=1.07;  
%= -----  
f0=0.0729;  
n0=1.3668e+20;  
te0= 12;  
sfg=0.07464;  
sag=0.0;  
pauxg=0.0;
```

```
ti = 0;  
tf = 100;  
dt = 0.01;  
tt = 0:dt:tf-dt;
```

```
fzset = readfis('fuzzy_rules.fis');  
[Eout(1), Eout(2), Eout(3)] = size(tf);  
[Cout(1), Cout(2), Cout(3)] = size(tf);
```

```
% = -----  
[td,zd] = ode45('FRM',[0 tf], [nee, fae, tee]);  
% [td,zd] = ode45('RSC',[0 tf], [nee, fae, tee]);  
% = -----
```

```
for (i=1:tf*(1/dt));
```

```

%Ecuaciones
%= -----
[t,z] = ode45('FRM',[ti ti+dt], [nee, fae, tee]);
% [t,z] = ode45('RSC',[ti ti+dt], [nee, fae, tee]);
%= ----- nee=z(end,1);
fae=z(end,2);
tee=z(end,3);
Eout(i,1)=nee;
Eout(i,2)=fae;
Eout(i,3)=tee;

% Entrada_Fuzzy
Fout=evalfis([nee,fae,tee],fzset);
%Salida_Fuzzy Valor nominal
sfg = ((Fout(1))+0.07464);
sag = (Fout(2));
pauxg = (Fout(3));

%Restricciones
if pauxg<0
pauxg=0.0; end;
if sfg<0;
sfg=0.0; end;
if sag<0;
sag=0.0; end;

Cout(i,1)=sfg;
Cout(i,2)=sag;
Cout(i,3)=pauxg;
ti=ti+dt;
end

% Gráfica: ne, fa, T
figure;
plot(tt,real(Eout));
plot1 = plot(tt,real(Eout),'LineWidth',1);

% Tipo de lineas
set(plot1(1),'Color',[0 0 0]);
set(plot1(2),'LineStyle','-','Color',[0 0 1]);
set(plot1(3),'LineStyle','-','Color',[1 0 0]);

%Título y etiquetas
grid 'on';
title('Modelo 0D','FontSize',12);
xlabel('Tiempo (s)','FontSize',12);
ylabel('Unidades normalizadas','FontSize',12);
legend(' Z1 Densidad de electrones',' Z2 Fracción cenizas de Helio',' Z3 Temperatura');

% Gráfica con ruido pero sin control difuso hold on

```

```
plot(td,real(zd),':','Color',[0 0 0],'LineWidth',1);
hold off

% Gráfica las variables del control difuso
figure;
plot(tt,real(Cout));
plot2 = plot(tt,real(Cout),'LineWidth',1);

% Tipo de lineas
set(plot2(1),'Color',[0 0 0]);
set(plot2(2),'LineStyle','-', 'Color',[0 0 1]);
set(plot2(3),'LineStyle','-.', 'Color',[1 0 0]);

% Título y etiquetas
grid 'on';
title('Variables de Control','FontSize',12);
xlabel('Tiempo (s)','FontSize',12);
ylabel('Unidades normalizadas','FontSize',12);
legend(' Sf Inyección D-T', ' Sa Inyección de Alfas', ' Paux Calentamiento Auxiliar');
```

Código II: Diferencia de valores sin ruido.

```
% Codigo que grafica las la variables:  
% nee (densidad electronica), fae (fraccion de Alfas) y tee (temperatura);  
% perturbadas inicialmente y las variables de control del conjunto difuso 'fuzzy_rules.fis'  
% Se operan con la DIFERENCIA DE VALORES entre de sus salidas en un paso y el paso anterior,  
% para amortiguar la perturbación.
```

```
clear  
global f0 n0 te0 sfg sag pauxg taoe;  
global nee fae tee ;  
%Perturbacion inicial  
% = - - - - -  
nee=1.15;  
fae=0.90;  
tee=0.85;  
% = - - - - -  
f0=0.0729;  
n0=1.3668e+20;  
te0= 12;  
sfg=0.07464;  
sag=0.0;  
pauxg=0.0;  
ti = 0;  
tf = 10;  
dt = 0.01;  
tt = 0:dt:tf-dt;  
  
fzset=readfis('fuzzy_rules.fis');  
[Eout(1), Eout(2), Eout(3)] = size(tf);  
[Cout(1), Cout(2), Cout(3)] = size(tf);  
[td,zd] = ode45('RSC',[0 10], [nee, fae, tee]);  
for (i=1:tf*(1/dt));  
  
[t,z] = ode45('RSC',[ti ti+dt], [nee, fae, tee]);  
nee=z(end,1);  
fae=z(end,2);  
tee=z(end,3);  
Eout(i,1)=nee;  
Eout(i,2)=fae;  
Eout(i,3)=tee;  
% Entrada_Fuzzy  
Fout=evalfis([nee,fae,tee],fzset);  
% Salida_Fuzzy  
sfg = ((Fout(1))+sfg);
```

```

sag = ((Fout(2))+sag);
pauxg = ((Fout(3))+pauxg);
if pauxg<0
pauxg=0.0; end;
if sfg<0;
sfg=0.0; end;
if sag<0;
sag=0.0; end;
ti=ti+dt;
Cout(i,1)=sfg;
Cout(i,2)=sag;
Cout(i,3)=pauxg;
end

%Grafica: ne, fa, T
figure;
plot(tt,real(Eout));
plot1 = plot(tt,real(Eout),'LineWidth',1);

%Tipo de lineas
set(plot1(1),'Color',[0 0 0]);
set(plot1(2),'LineStyle','-','Color',[0 0 1]);
set(plot1(3),'LineStyle','-','Color',[1 0 0]);

%Titulo y etiquetas
grid 'on';
title('Modelo 0D','FontSize',12);
xlabel('Tiempo (s)','FontSize',12);
ylabel('Unidades normalizadas','FontSize',12);
legend(' Z1 Densidad de electrones',' Z2 Fracción cenizas de Helio',' Z3 Temperatura');

%Grafica las variables del control difuso
figure;
plot(tt,real(Cout));
plot2 = plot(tt,real(Cout),'LineWidth',1);

%Tipo de lineas
set(plot2(1),'Color',[0 0 0]);
set(plot2(2),'LineStyle','-','Color',[0 0 1]);
set(plot2(3),'LineStyle','-','Color',[1 0 0]);

%Titulo y etiquetas
grid 'on';
title('Variables de Control','FontSize',12);
xlabel('Tiempo (s)','FontSize',12);
ylabel('Unidades normalizadas','FontSize',12);
legend(' Sf Inyección D-T',' Sa Inyección de Alfas',' Paux Calentamiento Auxiliar');

```

RSC.m

% Ecuaciones que describen el quemado de un reactor tipo ITER, cero dimensional.

```
function dzdt= RSC(t,z)
global f0 n0 te0 sfg sag pauxg taoe;

dzdt = zeros(size(z));

% Constantes -----
ni=7*1e+17;
zi=14.7;
ab=3.325071*1e-21;
ah=3.654729*1e+20;
er=0.2935;
a1=-21.377692;
a2=-25.204054;
a3=-7.1013427*1e-2;
a4=1.9375451*1e-4;
a5=4.9246592*1e-6;
a6=-3.9836572*1e-8;
aa=8.75*1e-4;
ii=15;
bb = 5.3;
cnv = 1.6*1e-22;

% nn esta en unidades de 10^19 m^-3 -----
nn = 10;
rr=6.2;
ee=0.323;
kk=1.86;
mm=2.5;
vol=831;

% Renombrando factores en común -----
k1=zi*(zi-1)*ni/n0;
k2=zi*ni/n0;
k3=(zi-1)*ni/n0;
k1z=k1/z(1);
k2z=k2/z(1);
k3z=k3/z(1);
f2z=1-2*f0*z(2);
fz=f0*z(2);
```

```
% Variables - - - - -
```

```
paux=pauxg*(3*n0*te0)/2;
sigv=exp((a1/((te0*er)^z(3)*er))+a2+(a3*te0*z(3))+(a4*te0^2*z(3)^2)+(a5*te0^3*z(3)^3)+(a6*te0^4*z(3)^4));
```

```
% Calculo de las potencias - - - - -
```

```
poh=ah*(te0^(-3/2))*(z(3)^(-3/2))*((1+(2.0*fz)+k1z)^(1/2))*((1.0+1.198*((1+2*fz+k1z)^(1/2))
+0.222*(1.0+2*fz+k1z))/(1.0+(2.966*((1+2*fz+k1z)^(1/2)))+0.75*(1+2*fz+k1z)));
pfu=(aa*((n0*z(1))^2)*sigv*(f2z-k2z)^2);
pbr=ab*(n0*z(1))^2*(1.0+(2.0*fz)+k1z)*(te0^1/2)*(z(3)^(1/2));
pnet=paux+poh+pfu-pbr;
```

```
% Tiempo de confinamiento de energía - - - - -
```

```
taoe = (0.031*ii0.95)*(bb0.25)*((vol*pnet*cnv)^(0.67))*(nn0.35)*(rr1.92)*(ee0.08)*(kk0.63)*(mm0.42);
taoa = 5.5*taoe;
taop = 3.0*taoe;
qalf = 3500;
```

```
% Ecuaciones - - - - -
```

```
dzdt(1) = sfg+(2*f0*sag)-((2*f0*(z(2)))/taoa)+((f2z)/taop)*(z(1))+(k2/taop);
```

```
dzt21= 1e-6*(n0/(4*f0))*(z(1))*sigv*((f2z-(k2z))^2);
dzt22= ((z(2))*f2z*((1/taop)-(1/taoa)));
dzt23= -(k2z*(z(2)))/taop;
dzt24= -(sfg*(z(2))/(z(1)))+(f2z*sag/(z(1)));
dzdt(2)=dzt21+dzt22+dzt23+dzt24;
```

```
dzt31 = (1e-6)*((qalf/(6*te0))+(0.25*z(3)))*n0*sigv*z(1)*(((f2z-k2z)^2)/(2-fz-k3z));
dzt32 = (2*ah/3)*((te0^(-5/2))/(n0*(2-fz-k3z)))*((z(3)^(-3/2))/(z(1)))*((1+(2.0*fz)+k1z)^(1/2))
*((1.0+1.198*((1+2*fz+k1z)^(1/2)))+0.222*(1.0+2.0*fz+k1z))
/(1.0+(2.966*((1.0+2.0*fz+k1z)^(1/2)))+0.75*(1.0+2.0*fz+k1z));
dzt33 = -(2/3)*ab*n0*((1+2*fz+k1z)/(2-fz-k3z))*(te0^(-1/2))*z(1)*(z(3)^(1/2));
dzt34 = -(z(3)/taoe);
dzt35 = 2*((1-2*fz-k2z)/(2-fz-k3z))*(z(3)/taop);
dzt36 = (3*fz/(2-fz-k3z))*(z(3)/taoa);
dzt37 = (pauxg/(z(1)*(2-fz-k3z)));
dzt38 = -z(3)*(2*sfg+(3*f0*sag))/((z(1)*(2-fz-k3z)));
dzdt(3) = dzt31+dzt32+dzt33+dzt34+dzt35+dzt36+dzt37+dzt38;
```

FRM.m

%Ecuaciones que describen el quemado de un reactor tipo ITER, cero dimensional con una señal de ruido añadida en el termino τ_E

```
global f0 n0 te0 sfg sag pauxg taoe;
```

```
dzdt = zeros(size(z));
```

```
% Constantes -----
```

```
ni=7*1e+17;
```

```
zi=14.7;
```

```
ab=3.325071*1e-21;
```

```
ah=3.654729*1e+20;
```

```
er=0.2935;
```

```
a1=-21.377692;
```

```
a2=-25.204054;
```

```
a3=-7.1013427*1e-2;
```

```
a4=1.9375451*1e-4;
```

```
a5=4.9246592*1e-6;
```

```
a6=-3.9836572*1e-8;
```

```
aa=8.75*1e-4;
```

```
ii=15;
```

```
bb = 5.3;
```

```
cnv = 1.6*1e-22;
```

```
% nn esta en unidades de  $10^{19} \text{ m}^{-3}$  -----
```

```
nn = 10;
```

```
rr=6.2;
```

```
ee=0.323;
```

```
kk=1.86;
```

```
mm=2.5;
```

```
vol=831;
```

```
% Renombrando factores en común -----
```

```
k1=zi*(zi-1)*ni/n0;
```

```
k2=zi*ni/n0;
```

```
k3=(zi-1)*ni/n0;
```

```
k1z=k1/z(1);
```

```
k2z=k2/z(1);
```

```
k3z=k3/z(1);
```

```
f2z=1-2*f0*z(2);
```

```
fz=f0*z(2);
```

```
% Variables - - - - -
```

```
paux=pauxg*(3*n0*te0)/2;
sigv=exp((a1/((te0*er)^z(3)*er))+a2+(a3*te0*z(3))+(a4*te0^2*z(3)^2)+(a5*te0^3*z(3)^3)+(a6*te0^4*z(3)^4));
```

```
% Calculo de las potencias - - - - -
```

```
poh=ah*(te0^(-3/2))*(z(3)^(-3/2))*((1+(2.0*fz)+k1z)^(1/2))*((1.0+1.198*((1+2*fz+k1z)^(1/2))
+0.222*(1.0+2*fz+k1z))/(1.0+(2.966*((1+2*fz+k1z)^(1/2)))+0.75*(1+2*fz+k1z)));
pfu=(aa*((n0*z(1))^2)*sigv*(f2z-k2z)^2);
pbr=ab*(n0*z(1))^2*(1.0+(2.0*fz)+k1z)*(te0^(1/2))*(z(3)^(1/2));
pnet=paux+poh+pfu-pbr;
```

```
% Tiempo de confinamiento de energía - - - - -
```

```
taoe = (0.031*ii0.95)*(bb0.25)*((vol*pnet*cnv)^(0.67))*(nn0.35)*(rr1.92)*(ee0.08)*(kk0.63)*(mm0.42);
```

```
% = - - - - - Señal de Ruido como Función Aleatoria
```

```
xran = randn;
yran = abs(xran*0.08)+0.96;
taoeran = taoe*yran;
% = - - - - -
taoe = taoeran;
taoa = 5.5*taoe;
taop = 3.0*taoe;
qalf = 3500;
```

```
% Ecuaciones - - - - -
```

```
dzdt(1) = sfg+(2*f0*sag)-((2*f0*(z(2)))/taoa)+((f2z)/taop)*(z(1))+(k2/taop);
```

```
dzt21= 1e-6*(n0/(4*f0))*(z(1))*sigv*((f2z-(k2z))^2);
dzt22= ((z(2))^2*f2z*((1/taop)-(1/taoa)));
dzt23= -(k2z*(z(2))/taop);
dzt24= -(sfg*(z(2))/(z(1)))+(f2z*sag/(z(1)));
dzdt(2)=dzt21+dzt22+dzt23+dzt24;
```

```
dzt31 = (1e-6)*((qalf/(6*te0))+0.25*z(3))*n0*sigv*z(1)*(((f2z-k2z)^2)/(2-fz-k3z));
dzt32 = (2*ah/3)*((te0^(-5/2))/(n0*(2-fz-k3z)))*((z(3)^(-3/2))/(z(1)))*((1+(2.0*fz)+k1z)^(1/2))
*((1.0+1.198*((1+2*fz+k1z)^(1/2))+0.222*(1.0+2.0*fz+k1z))
/(1.0+(2.966*((1.0+2.0*fz+k1z)^(1/2)))+0.75*(1.0+2.0*fz+k1z)));
dzt33 = -(2/3)*ab*n0*((1+2*fz+k1z)/(2-fz-k3z))*(te0^(-1/2))*z(1)*(z(3)^(1/2));
dzt34 = -(z(3)/taoe);
dzt35 = 2*((1-2*fz-k2z)/(2-fz-k3z))*(z(3)/taop);
dzt36 = (3*fz/(2-fz-k3z))*(z(3)/taoa);
dzt37 = (pauxg/(z(1)*(2-fz-k3z)));
dzt38 = -z(3)*(2*sfg+(3*f0*sag))/((z(1)*(2-fz-k3z)));
dzdt(3) = dzt31+dzt32+dzt33+dzt34+dzt35+dzt36+dzt37+dzt38;
```
