UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN FILOSOFIA DE LA CIENCIA

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS, FACULTAD DE CIENCIAS,
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS Y
DIRECCIÓN GENERAL DE DIVULGACIÓN DE LA CIENCIA

FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS Y LÓGICA DE LA CIENCIA

LA NEGACIÓN ABELIANA Y EL ESQUEMA DE CLAUSURA

T E S I S
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

PRESENTA:

MANUEL EDUARDO TAPIA NAVARRO

TUTOR: DR. LUIS ESTRADA GONZÁLEZ
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

CIUDAD UNIVERSITARIA, CIUDAD DE MÉXICO JUNIO DE 2018

A Teresita Navarro Amaya y Manuel Tapia García

porque les debo absolutamente todo

Agradecimientos

Quiero agradecer a Teresita Navarro Amaya y a Manuel Tapia García, mis padres por todo el apoyo y amor con el que me formaron. Les agradezco su paciencia y comprensión en momentos realmente complicados. Simplemente jamás podré encontrar palabras para agradecerles todo lo que han hecho por mí. A mis hermanas por darme momentos de inmensa felicidad y cariño durante toda mi vida. Quiero agradecer a Dominic por todo el amor que me ha dado. La amo profundamente y siempre le agradeceré que me acompañe en mi vida. A Natalia le agradezco ser mi pequeña gran alegría constante.

Quiero agradecer a mi tutor, Luis Estrada por la paciencia con la que me ha tratado durante mis procesos. Es el profesor de quién más he aprendido y agradezco que me haya dado la oportunidad de hacerlo.

Quiero agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo que me otorgaron para realizar mis estudios de maestría y realizar esta investigación. Quiero agradecer al proyecto PAPIIT IA401117 “Aspectos filosóficos de las lógicas contraclásicas” por el apoyo que me otorgaron en sus actividades y talleres para realizar esta investigación, y por el apoyo recibido para presentar en distintos foros avances de esta investigación. Finalmente, quiero agradecer al Instituto de Investigaciones Filosóficas y al programa de Estudiantes Asociados por el apoyo y recursos que me proporcionaron para realizar este trabajo.

Introducción

Graham Priest (1994), siguiendo algunas ideas de Russell (1905, 1908), propuso el **Esquema de clausura** para caracterizar las paradojas de autorreferencia. Por otra parte, adoptó el *Principio de solución uniforme* (PSU) de acuerdo con el cual, si dos paradojas son del mismo tipo, es razonable esperar que tengan el mismo tipo de solución: "mismo tipo de paradojas, mismo tipo de solución"(Priest 1995: 183). Previsiblemente, la solución uniforme que Priest considera es adoptar una lógica paraconsistente para que de las contradicciones, como las que se obtienen en las paradojas, no se siga lógicamente cualquier otra proposición.[1]

Una de las críticas usuales a la postura de Priest es que enfrenta un dilema: o bien el **Esquema de clausura** no es suficientemente comprehensivo, pues no puede caracterizar paradojas de autorreferencia como la de Curry, que por lo demás parecen ser bastante similares a otras paradojas de autorreferencia, o bien el PSU es falso, pues incluso si la paradoja de Curry satisficiera el esquema, no basta adoptar una lógica paraconsistente para solucionarla. La respuesta de Priest es que la paradoja de Curry pertenece a una familia diferente de paradojas pues en ella no está involucrada la negación y, por ello, ninguna contradicción

[1]No está de más recordar que el contexto de la discusión son los intentos de conservar íntegramente teorías ingenuas –de conjuntos, de la verdad, etcétera– que sean semánticamente cerradas, esto es, cuyos lenguajes contengan sus propios predicados semánticos pertinentes. Aunque en esos casos podría conservarse la lógica clásica al costo de, digamos, restringir la aplicabilidad de la autorreferencia o complicar la teoría de la significación (véase por ejemplo Read (2015)), la gran mayoría de los intentos dejan la autorreferencia y otros principios relacionados intactos, por lo que las soluciones tendrán que pasar por un cambio de lógica.

se obtiene en paso alguno de la paradoja, por lo que no requiere una solución del mismo tipo que las otras paradojas.

Pleitz (2015) ha argumentado que la paradoja de Curry comparte la misma estructura que otras paradojas y para mostrarlo presenta un esquema del que el **Esquema de clausura** es un caso particular.[2] Pleitz critica además la postura de Priest señalando que aplicar el PSU y sostener que la solución es modificar la lógica implicaría utilizar una lógica paraconsistente que no valide la regla de contracción, pero que "es dudoso si esta solución cuente como uniforme", pues la paradoja de Curry sería solucionada por el carácter no contractivo de tal lógica, mientras que el resto de paradojas sería solucionado por su carácter paraconsistente.

En este trabajo daremos algunas razones adicionales para defender la tesis de Pleitz de que la paradoja de Curry pertenece a la misma familia que el resto de las paradojas de autorreferencia. Sin embargo, no seguiremos a Pleitz en considerar dudoso que haya una solución uniforme para las paradojas: usando una noción muy general de negación, proveniente de la lógica abeliana y del álgebra, mostraremos que hay estrategias que cuentan como soluciones a la paradoja de Curry si y sólo si la estrategia paraconsistentista de bloquear el principio de explosión cuenta como solución a las otras paradojas de autorreferencia.

Antes de comenzar, es preciso señalar algunas limitaciones de este trabajo. En primer lugar, no cuestionaremos el PSU. De que todas las paradojas de autorreferencia exhiban un patrón de razonamiento similar se sigue que, si se evita uno de sus pasos, se evitarán todas las paradojas, pero de esto no se sigue que la misma solución tenga sentido, o sea igualmente buena, para todas las paradojas. Sin embargo, no ahondaremos en este asunto aquí; en Brendel (1992) y Martínez Fernández (1999) pueden encontrarse discusiones más

[2] Una idea similar, aunque menos desarrollada, está en Cook (2013).

pormenorizadas del PSU. En segundo lugar, queremos enfatizar que no estamos defendiendo una solución a las paradojas, sino que si cierta propuesta es una solución a las paradojas, tal otra también lo es, y viceversa. Finalmente, tampoco discutimos si el **Esquema de clausura**, o alguna modificación del mismo en el espíritu de la sugerida por Pleitz, captura de hecho todas y sólo las paradojas de autorreferencia.[3] Dejamos estas cuestiones para trabajos futuros[4].

[3]Creemos que aunque sea posible extender la estrategia paraconsistentista para incluir a la paradoja de Curry, como argumentaremos en este trabajo, esto sirve de poco para considerar que la solución uniforme a las paradojas de autorreferencia será específicamente paraconsistentista, pues la paradoja de Hinnion-Libert parece pertenecer a la misma familia que las anteriores aunque no aparezca conectiva lógica alguna en la derivación (véase Restall 2013). La paradoja de Hinnion-Libert exige rechazar ya sea principios conjuntistas expresados en términos de reglas de Gentzen, o bien reglas estructurales como Reflexividad o Corte. Sin embargo, en la medida en la que el principio de explosión no está involucrado de ninguna manera en la derivación —esto es, ni como el principio de explosión, ni en forma de silogismo disyuntivo o de Modus Ponens—, las ideas para resolverla serán ajenas a la paraconsistencia.

[4]Versiones previas de este trabajo fueron presentadas en IV Congreso de la ALFAn 2016, en *Logic Colloquium* 2017 y en el taller *Liars, Curries and Beyond* del proyecto PAPIIT IA401117 “Aspectos filosóficos de las lógicas contraclásicas”

La negación abeliana y el esquema de clausura

1. El Esquema de clausura y el *Principio de solución uniforme*

El esquema que Priest propone para caracterizar las paradojas de autorreferencia es el siguiente:

(Esquema de clausura) φ y ψ son dos propiedades y $\delta(x)$ una función tales que satisfacen las siguientes condiciones:

(Existencia) $\Omega = \{x|\varphi(x)\}$ existe y $\psi(\Omega)$

(Trascendencia) $\forall x \subseteq \Omega(\psi(x) \supset \delta(x) \notin x)$

(Clausura) $\forall x \subseteq \Omega(\psi(x) \supset \delta(x) \in \Omega)$

Aplicando las últimas dos condiciones del esquema a Ω mismo, podemos obtener que $\delta(\Omega) \in \Omega$ y $\delta(\Omega) \notin \Omega$. La clave de cómo el esquema caracteriza las paradojas es generar precisamente una contradicción de esta forma. La mayoría de las paradojas de la autorreferencia conocidas satisfacen este esquema. Por ejemplo, la paradoja de Russell se genera considerando a $\Omega = V$, $\delta(x) = \{w \in x | w \notin w\}$, $\psi(x) = (\lambda x\, x = x)$ y $\varphi(x) = x$ es un conjunto. En este caso, aplicando (Trascendencia) y (Clausura) a V obtenemos que $\delta(V) \notin V$ y $\delta(V) \in V$, una contradicción.

Por otra parte, el *Principio de solución uniforme* (PSU) dice que, si dos paradojas son del mismo tipo, entonces es razonable esperar que tengan el mismo tipo de solución: "mismo tipo de paradojas, mismo tipo de solución" (Priest 1995: 183). Previsiblemente, la solución uniforme que Priest considera es adoptar una lógica paraconsistente, de tal manera que la contradicción obtenida con el esquema no necesariamente trivialice la teoría en cuestión.

Aunque el **Esquema de clausura** sirve para caracterizar muchas de las paradojas más conocidas, como la paradoja del mentiroso, la de Berry y la de Russell, no parece que sirva para caracterizar la paradoja de Curry. Esta paradoja es de especial interés pues su conclusión es una proposición cualquiera, es decir, implica que la teoría en cuestión es trivial, sin contradicción de por medio y sin usar el principio de explosión. Para ver cómo ocurre esto, definimos la proposición

(C) $C = (C \supset P)$

donde P es una proposición cualquiera. La paradoja de Curry es el siguiente razonamiento:

1. $T(C) \equiv C$ [Esquema T]
2. $C \equiv (C \supset P)$ [1, Sustitución y definición de C]
3. $C \supset (C \supset P)$ [2, definición de $\equiv$]

4. $(C \supset (C \supset P)) \supset (C \supset P)$ [Contracción]

5. $C \supset P$ [2, 3, Modus ponens]

6. C [3, Sustitución]

7. P [5, 6, Modus ponens]

Así, es posible concluir una proposición cualquiera P, implicando trivialidad. Priest afirma que la paradoja de Curry no se ajusta al **Esquema de clausura**. La razón que Priest da es que en ningún paso de la paradoja de Curry se concluye una contradicción y la trivialización ocurrió sin que hubiera principios acerca de la negación de por medio, en particular el principio de explosión. Por ello la paradoja de Curry requeriría una solución diferente y pertenecería a una familia diferente de paradojas (cf. Priest 1995: 186).

Una de las críticas usuales a la postura de Priest es que se enfrenta a un dilema: o bien el **Esquema de clausura** no es suficientemente comprehensivo, pues no puede caracterizar paradojas como la de Curry que parecen pertenecer a la misma familia de paradojas que el resto de paradojas de autorreferencia, o bien el PSU es falso, pues incluso si la paradoja de Curry satisficiera el esquema, no basta adoptar una lógica paraconsistente para solucionarla, pues considerar que el principio de explosión es inválido es inútil si el principio no está involucrado en la derivación. La respuesta de Priest es que la paradoja de Curry pertenece a una familia diferente de paradojas pues en ella no está involucrada la negación y, por ello, la trivialización no es obtenida a partir de una contradicción.

2. Pleitz y el Esquema de Curry

Pleitz (2015) ha argumentado que la paradoja de Curry comparte la misma estructura que otras paradojas, y para mostrarlo presenta un esquema del que el **Esquema de clausura** es un caso particular:

(Esquema de Curry) Sean φ y ψ dos propiedades y $\delta(x)$ una función que satisfagan las siguientes condiciones

(Existencia) $\Omega = \{x|\varphi(x)\}$ existe y $\psi(\Omega)$

(p-Condimentación) $\forall x \subseteq \Omega(\psi(x) \supset (\delta(x) \in x) \supset p)$

(Clausura) $\forall x \subseteq \Omega(\psi(x) \supset \delta(x) \in \Omega)$

Este esquema es idéntico al **Esquema de clausura** excepto en que la cláusula (Trascendencia) es sustituida por la cláusula (p-Condimentación). En la nueva cláusula, la fórmula $\delta(x) \notin x$ es sustituida por $(\delta(x) \in x) \supset P$. El propio **Esquema de clausura** es una instancia del **Esquema de Curry** considerando la equivalencia $\neg\alpha \equiv (\alpha \supset \perp)$ y que la proposición p es $\perp$. En este caso, $(\delta(x) \in x) \supset p$ sería $(\delta(x) \in x) \supset \perp$, que por definición es equivalente a $\delta(x) \notin x$. Por esto, (Trascendencia) es una instancia de (p-Condimentación).[5]

Dado que el **Esquema de clausura** es una instancia del **Esquema de Curry**, éste puede caracterizar tantas paradojas como aquel, además de la paradoja de Curry. A partir de eso, Pleitz sostiene que la paradoja pertenece a la misma familia de paradojas que las demás paradojas de autorreferencia.

Pleitz termina su crítica a la postura de Priest señalando que aplicar el PSU y sostener que la solución es modificar la lógica implicaría utilizar una lógica paraconsistente que no

[5]Como ya hemos mencionado, una propuesta similar se encuentra en Cook (2013).

valide la regla de contracción, pero que "es dudoso si esta solución cuente como uniforme" (Pleitz 2015: 246). En efecto, si bien una sola lógica, tal lógica paraconsistente no contractiva, serviría para resolver todas esas paradojas de autorreferencia, lo haría por dos propiedades distintas: la de Curry sería resuelta por el carácter no contractivo de la lógica, mientras que el resto de las paradojas se resolverían por el carácter paraconsistente de esa lógica.

3. La negación generalizada

Aquí daremos nuevas razones para sostener que la paradoja de Curry pertenece a la misma familia de paradojas que el resto de las paradojas de la autorreferencia. En particular, sostendremos, contra Priest, que la negación sí está involucrada en la paradoja de Curry, aunque en una forma generalizada, y para esto usaremos algunas nociones algebraicas y de la lógica abeliana. Nótese que nuestra propuesta de unificación es conceptualmente diferente a la idea de Pleitz (2015) y Cook (2013) de mostrar que hay un condicional involucrado en las otras paradojas, a saber, el dado por la definición $\neg A =_{def} A \supset \bot$, porque lo que nosotros proponemos es que la negación está involucrada en la paradoja de Curry lo cual, creemos, tiene consecuencias más interesantes.

Meyer y Slaney propusieron una lógica basada en la lógica relevantista R[6] a la que

[6] R es la lógica que consta de los siguientes axiomas:

Identidad $A \supset A$

Sufijación $(A \supset B) \supset ((B \supset C) \supset (A \supset C))$

Aserción $A \supset ((A \supset B) \supset B)$

Contracción $(A \supset (A \supset B)) \supset (A \supset B)$

$\wedge$-Eliminación $(A \wedge B) \supset A$, $(A \wedge B) \supset B$

$\vee$-Introducción $A \supset (A \vee B)$, $B \supset (A \vee B)$

llamaron *lógica abeliana*. La versión axiomática de la lógica abeliana, A, se obtiene a partir del sistema RW (que es a su vez el sistema R sin el axioma Contracción) sustituyendo el axioma Doble negación ($\neg\neg A \supset A$) por lo que Meyer y Slaney llaman *axioma de relatividad*:

(Axioma de relatividad) $((A \supset B) \supset B) \supset A$

donde A y B son fórmulas cualquiera.

El axioma de relatividad es llamativo por dos razones. La primera es que, al incluirlo entre sus teoremas, A es una lógica no clásica de un tipo bastante peculiar. Típicamente, las lógicas no clásicas se han desarrollado bajo el supuesto de que, si la lógica clásica es incorrecta, lo es por exceso: la lógica clásica valida más argumentos de los que debería. Pero hay otra manera de desarrollar lógicas no clásicas, a saber, siguiendo la idea de que la lógica clásica puede estar equivocada también por defecto, esto es, que hay argumentos intuitivamente válidos que son considerados inválidos en la lógica clásica. Las lógicas que añaden argumentos válidos a la lógica clásica (pudiendo o no además considerar inválidos algunos argumentos que sean válidos según la lógica clásica) se denominan 'lógicas contraclásicas'. Ya que el axioma de relatividad es una contingencia en la lógica clásica, la lógica abeliana es una lógica contraclásica.

La segunda razón, más importante para este trabajo, es que, aunque el axioma de relatividad sea una contingencia en lógica clásica, está estrechamente relacionada con el axioma

$\wedge$-Introducción $((A \supset B) \wedge (A \supset C)) \supset (A \supset (B \wedge C))$

$\vee$-Eliminación $((A \vee B) \supset C) \equiv ((A \supset C) \wedge (B \supset C))$

Distribución $(A \wedge (B \vee C)) \supset ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$

Contraposición $(A \supset \neg B) \supset (B \supset \neg A)$

Doble negación $\neg\neg A \supset A$

Sus reglas de inferencia son Separación (del condicional) y Adjunción. La disyunción se define con base en la negación y la conjunción de la manera usual, mientras que el bicondicional se define de la manera usual por medio de la conjunción y el condicional.

de doble negación, que es una verdad lógica en la lógica clásica. Recordemos que la negación usualmente puede definirse del siguiente modo:

$$\neg A =_{def} A \supset \bot$$

donde '$\bot$' es una falsedad lógica cualquiera. De este modo, el axioma de doble negación puede reescribirse del siguiente modo:

(Axioma de doble negación) $((A \supset \bot) \supset \bot) \supset A$

Meyer y Slaney señalan que la negación puede generalizarse si el consecuente en el definiens es una proposición cualquiera y no sólo una falsedad lógica. Al respecto, Meyer y Slaney dicen que "[l]a lógica debe decirnos qué se sigue de qué, y no decirnos qué proposiciones son depreciadas y rechazadas. ¿Hay una proposición tan verdadera que lógicamente no puede tomarse como f [el valor falso] para algunos propósitos? Nuestra Modesta Propuesta es que no."(Meyer y Slaney 1989: 252). Entonces la motivación para definir una negación relativa de esta manera es justamente que, en principio, cualquier proposición puede desempeñar el rol lógico de una falsedad lógica.[7] De este modo tenemos:

(Negación generalizada) $\neg_B A \equiv (A \supset B)$

Es decir, el condicional $A \supset B$ es una negación de A relativa a B. Entonces, el axioma de relatividad puede verse como una versión generalizada del axioma de doble negación y por ello, pese a su carácter contingente en la lógica clásica, bien podría ser considerado una verdad lógica.

[7] A nivel algebraico, la preocupación principal de Meyer y Slaney era que el sistema R no podía verse como un grupo. Con el axioma de relatividad, es posible entender a la negación como un complemento y el posible interpretar la lógica A usando grupos abelianos (cf. Meyer y Slaney 1989).

La importancia de la negación generalizada en este contexto es que, usándola, es posible presentar el razonamiento detrás de la paradoja de Curry mostrando que hay una negación involucrada en ella y que la trivialidad se sigue gracias a una versión generalizada del principio de explosión, por lo que hay prospectos de ofrecer una solución paraconsistentista (generalizada) uniforme a las paradojas de autorreferencia. En el razonamiento original sustituyamos todas las apariciones de $C \supset P$ por la negación generalizada correspondiente $\neg_P C$:

1. $T(C) \equiv C$ [Esquema T de Tarski]
2. $C \equiv \neg_P C$ [1, (C), Sustitución]
3. $C \supset \neg_P C$ [2, Separación de $\equiv$]
4. $(C \supset \neg_P C) \supset \neg_P C$ [Contracción]
5. $\neg_P C$ [2, 3, Modus Ponens]
6. C [3, Sustitución]
7. $C \supset P$ [5, Definición de $\neg_P$]
8. P [6, 7, Modus Ponens]

Así, usando la negación generalizada es posible ver en qué sentido la negación está involucrada en la paradoja de Curry. Y no sólo eso, sino que, contrario a lo que afirma Priest, hay una contradicción involucrada en ella (pasos 5 y 6). Sin embargo, dado que la trivialización no se alcanzó por medio del principio de explosión, todavía sería dudoso que una solución paraconsistentista sirva como solución uniforme a las paradojas de autorreferencia.

4. Paraconsistencia generalizada y solución uniforme

A diferencia de Pleitz, creemos que es posible ofrecer una solución uniforme a las paradojas de la autorreferencia, incluida la de Curry,[8], en específico, una solución de corte paraconsistente. En primer lugar, considerando la negación generalizada es posible mostrar que restringir el principio de explosión (generalizado) equivale a restringir Separación (del condicional, esto es, Modus Ponens). Consideremos esta última regla:

(Separación)
$$\frac{A \supset B \qquad A}{B}$$

Como ya mencionamos, todo condicional de la forma $A \supset B$ es una negación de la forma $\neg_B A$, por lo cual, Separación puede reescribirse del siguiente modo:

(Principio de explosión generalizado)
$$\frac{\neg_B A \qquad A}{B}$$

Debido a la generalidad de la definición de negación en la lógica abeliana, el principio de explosión vale para cualquier fórmula B. De esta manera, una posible solución uniforme a las paradojas es restringir la regla del Modus Ponens, que es fundamental en la presentación de la paradoja de Curry. Nótese que el paso 8 en la derivación de la sección precedente pudo

[8]Con la única salvedad, como ya dijimos, de que no funcionará para la paradoja de Linnion-Hibert u otras que no involucren vocabulario lógico.

haberse justificado, pues, con los pasos 5 y 6 y el principio de explosión generalizado; el paso 7 sólo fue necesario para aplicar Modus Ponens directamente.

Como nota final, es preciso decir que, aunque hemos usado el análisis abeliano de la negación para unificar y bloquear uniformemente las paradojas, la lógica abeliana A completa no sirve para dichos propósitos. En ella no valen Contracción ni Modus Ponens para el condicional "oficial" de esa lógica (cf. Meyer y Slaney 1989: 258). Además, como variante del sistema R, también el principio de explosión es inválido, de modo que parece que carece de los principios que suelen ser asociados con la posibilidad de paradojas de autorreferencia. A puede denominarse, pues, libre de contracción. Sin embargo, una teoría semánticamente cerrada basada en A puede trivializarse ya que A no es no sería *robustamente libre de contracción*: puede definirse otro condicional que satisface todos los principios requeridos para tener una paradoja tipo Curry. Para esto, véase Restall (1993: sección 4).

Por otro lado, nuestra solución sigue ideas similares a las de Goodship (1996), donde se propone rechazar la regla de Separación (o alguna de sus equivalentes como silogismo disyuntivo) para solucionar uniformemente las paradojas de la autorreferencia incluída la de Curry. Goodship propone utilizar el condicional material de *LP* (Logic of Paradox) de Priest (1979) como el condicional involucrado en el Esquema T y el Esquema de Comprensión, dado que esta lógica ya inválida el Principio de Explosión y no válida Separación. Por supuesto, Priest ha rechazado esta propuesta por dos razones. La primera es que él acepta que Separación es una propiedad esencial de un genuino condicional, por lo cual el condicional material de LP no lo es. La segunda razón es que como mencionamos Priest es escéptico sobre si la pardoja de Curry necesita la misma solución que el resto de las paradojas de la autorreferencia.

Sin embargo, hemos visto que hay fuerte evidencia de que la paradoja de Curry pertence a la misma familia que las otras paradojas de la autorreferencia, por lo tanto no es una buena razón para rechazar la propuesta de Goodship. Por otro lado, existen recientes intentos para explicar porque Separación no es esencial al condicional. Veáse por ejemplo Beall (2015). Por lo tanto, las razones dadas por Priest contra la propuesta de Gooship no son concluyentes. Pero ya que una de las objeciones de Priest tiene relación con la naturaleza del condicional, podríamos enfrentar serias dudas acerca de la naturaleza de la negación generalizada. ¿Son los condicionales realmente negaciones, incluso si sólo en un sentido más general?

5. Objeciones

Podría haber una preocupación acerca de la legitimidad de la definición de negación generalizada. Se puede objetar que la negación generalizada no es una auténtica negación pues, aún cuando las negaciones se representen en lógicas clásica como un condicional de cierto tipo, es falso que los condicionales sean negaciones. La definición de negación generalizada confunde dos conectivas lógicas claramente distintas por lo cual en realidad no se ha mostrado que la negación esté involucrada en la paradoja de Curry. Es cierto que no es suficiente con postular que todas las fórmulas condicionales son negaciones, hay que garantizar que estos condicionales puedan cumplir con ciertas propiedades que se esperan de las negaciones mismas. Por ejemplo, se podría esperar que una negación satisfaga algunas de las siguientes propiedades:

(No Contradicción) $\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$

(Explosión) $\alpha, \neg\alpha \vdash \beta$

(Tercio Excluso) $\vdash \alpha \vee \neg\alpha$

(Implosión) $\beta \vdash \alpha \vee \neg\alpha$

(Dualidad de $\wedge$ y $\vee$) $(\alpha \vee \beta) \vdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ y $(\alpha \wedge \beta) \vdash \neg(\neg\alpha \vee \neg\beta)$

(Contraposición) $(\alpha \supset \beta) \vdash (\neg\beta \supset \neg\alpha)$

(Doble Negación) $\neg\neg\alpha \vdash \alpha$

Estas son algunas propiedades que se podría esperar que una auténtica negación cumpla. Sin embargo, no cualquier negación satisface estas propiedades. Por ejemplo, la solución de Priest a las paradojas de al autorreferencia consiste en adoptar una lógica que no valide (No Contradicción). Aún más, existen lógicas (como FDE) cuyas negaciones no satisfacen (No contradicción) y (Tercio Excluso). Por otro lado, la definición de negación generalizada satisface con varias de estas propiedades, incluso en la lógica clásica. Considerando la discusión que desarrollamos en este artículo, es pertinente evaluar estas propiedades en la lógica clásica y alguna lógica paraconsistente, por ejemplo *LP*. Usando la definición de negación generalizada, estas propiedades serían expresadas de la siguiente manera:

(No Contradicción) $\vdash \neg_\gamma(\alpha \wedge \neg_\gamma\alpha)$

(Explosión) $\alpha, \neg_\gamma\alpha \vdash \beta$

(Tercio Excluso) $\vdash \alpha \vee \neg_\gamma\alpha$

(Implosión) $\beta \vdash \alpha \vee \neg_\gamma\alpha$

(Dualidad de $\wedge$ y $\vee$) $(\alpha \vee \beta) \vdash \neg_\gamma(\neg_\gamma\alpha \wedge \neg_\gamma\beta)$ y $(\alpha \wedge \beta) \vdash \neg_\gamma(\neg_\gamma\alpha \vee \neg_\gamma\beta)$

(Contraposición) $(\alpha \supset \beta) \vdash (\neg_\gamma \beta \supset \neg_\gamma \alpha)$

(Doble Negación) $\neg_\gamma \neg_\gamma \alpha \vdash \alpha$

Es fácil ver que a excepción de (Explosión) y (Doble negación), todas estas propiedades son satisfechas tanto en la lógica clásica como en LP de Priest. En realidad, que (Explosión) no sea satisfecha es una ventaja tomando en cuenta que en este artículo estamos considerando una solución paraconsistente a las paradojas de la autorreferencia. A pesar de que la definición de negación generalizada no satisfaga todas las propiedades que se podría esperar de la negación, sí satisface gran parte de ellas. Así, no parece haber impedimento para considerar que la negación generalizada satisface propiedades de una auténtica negación.

Por otro lado, Priest podría objetar que la negación generalizada no es una negación legítima pues relaciona dos nociones muy diferentes: $\supset$ (implicación) y $\neg$ (negación). En realidad, parte del argumento de Priest para afirmar que la paradoja de Curry pertenece a una familia diferente de paradojas es precisamente que definiciones de la negación como $\neg\alpha \equiv (\alpha \supset \bot)$ no son legítimas porque la negación ($\neg$) y la impliación ($\supset$) son nociones muy diferentes. En efecto, en (Priest 2006b: 83 - 85) defiende que (1) la impliación es una noción intensional y (2) la inferencia problemática en la paradoja de Curry es la regla de contracción. Por otro lado, Priest parece presuponer que la negación sería una noción extensional. A partir de esto, Priest rechazaría el análisis que defendemos pues relaciona dos nociones distintas en naturaleza. De hecho, Priest defiende que $\alpha \supset \bot$ no es una negación, pues "Sus propiedades dependen, por supuesto, de la noción de condicionalidad empleada" (Priest 2006a: 85). Siguiendo estas ideas, Priest rechazaría que el esquema de clausura sea una instancia del esquema de Curry en virtud de que depende de la validez de $\neg\alpha \equiv (\alpha \supset \bot)$.

El esquema de Curry sólo logra capturar la paradoja de Curry pero fracasa en capturar las demás paradojas de la autorreferencia. Sin embargo, esta observación no es conluyente. La intencionalidad de la negación ha sido defendida a partir del operador Routley Star como en Restall (1999) y Berto (2015). La extensionalidad de la negación ha sido defendida a su vez en De y Omori (por aparecer). Pero dado que sus argumentos son contra la teoría de Berto y no son lo suficientemente generales para abarcar el proyecto completo de la negación intensional, el debate sigue abierto, y la negación generalizada es aún una opción.[9]

[9]Existe por supuesto la opción de sostener que tanto la negación como el condicional son extensionales, pero es poco común en el contexto de las lógicas no clásicas.

Conclusiones

En este trabajo hemos dado razones para considerar que la paradoja de Curry pertenece a la misma familia que otras paradojas de la autorreferencia. Expusimos el **Esquema de Curry** propuesto por Pleitz, que generaliza el **Esquema de Clausura** de Priest, y con el que pueden caracterizarse todas estas paradojas; al menos todas las conocidas que involucren conectivas lógicas. Como complemento a la idea de Pleitz, argumentamos que la negación sí está involucrada en la paradoja de Curry, contrario a lo sostenido por Priest, pues según nociones de la lógica abeliana un condicional es una negación generalizada. La definición abeliana permite presentar la paradoja de Curry en términos de la negación de manera simple y natural. Finalmente, mostramos que es posible proporcionar una solución uniforme a las paradojas de la autorreferencia a partir precisamente de que la negación generalizada está involucrada en la presentación de la paradoja de Curry.

Referencias

Beall, Jc (2015): “Free of detachment: Logic, rationality and gluts”, *Noûs* 49(2): 410–423.

Berto, Franz (2015): “A modality called ‘negation”’, *Mind* 124(495): 761–793.

Brendel, Elke (1992): *Die Warheit über den Lügner. Eine philosophisch-logische Analyse der Antinomie des Lügners*, Walter de Gruyter.

Cook, Roy T. (2013): *Paradoxes*, Estados Unidos: Polity.

De, Michael and Omori, Hitoshi (forthcoming): “There is more to negation than modality”, *Journal of Philosophical Logic.*

Goodship, Laura (1996): “On Dialethism” en *Australasian Journal of Philosophy*, 74(1): 153–161.

Hinnion, Roland y Thierry Libert (2003): “Positive abstraction and extensionality”, *Journal of Symbolic Logic* 68(3): 828-836.

Martínez Fernández, José (1999): “Sobre la relación entre la paradoja de Russell y la del mentiroso”, en José L. Falguera, Uxia Rivas y José Miguel Sagüillo, eds., La filosofía analítica en el cambio de milenio, Universidade de Santiago de Compostela, pp. 87–94.

Meyer, Robert K. y John K. Slaney (1989): “Abelian logic (From A to Z)”, en Graham Priest, Richard Routley y Jean Norman, eds., *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Munich: Philosophia Verlag, 1989, pp. 245–289.

Meyer, Robert K. y John K. Slaney (2002): “A, still adorable”, en W. A. Carnielli, M. E. Coniglio e I. M. L. D’Ottaviano (eds.), *Paraconsistency, the Logical Way to the Inconsistent*, Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, vol. 228, Marcel Dekker, 2002, pp. 241–260.

Pleitz, Martin (2015): “Curry’s Paradox and the Inclosure Schema”, en Pavel Arazim y Michael Dancak (eds.), *The Logica Yearbook 2014*, Londres: College Publications, pp. 233–248.

Priest, Graham (1979): “The Logic of Paradox” en *Journal of Philosophical Logic*, 8 (1): 219–241.

Priest, Graham (1994): “The structure of the paradoxes of self-reference”, *Mind* 103 (409): 25–34.

Priest, Graham (1995): *Beyond the Limits of Thought*, Gran Bretaña: Cambridge University Press.

Priest, Graham (2006a): *Doubt Truth to be a Liar*, Gran Bretaña: Oxford Clarendon Press.

Priest, Graham (2006b): *In Contradiction: A Study of the Transconsistency*, 2da. Edición, Gran Bretaña: Oxford Clarendon Press.

Read, Stephen (2015): “Truth, signification and paradox”, en Kentaro Fujimoto, José Martínez Fernández, Henri Galinon y Theodora Achourioti (eds.), *Unifying the Philosophy of Truth* , The Netherlands: Springer, pp. 393–408.

Restall, Greg (1993): “How to be *really* contraction free”, *Studia Logica* 52: 381–391.

Restall, Greg (1999): “Negation in Relevant Logics (How I Stopped Worrying and Learned to Love the Routley star)”, in Dov M. Gabbay and Heinrich Wansing, eds., *What is Negation?*, Kluwer Academic Publishers, 1999, pp. 53–76.

Restall, Greg (2013): “Assertion, denial, and non-classical theories”, en Koji Tanaka, Francesco Berto, Edwin Mares y Francesco Paoli, eds., *Paraconsistency: Logic and Applications*, Springer, pp. 81-100.

Russell, Bertrand (1905): “On some difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types”, *Proceedings of the London Mathematical Society* 4: 29–53.

Russell, Bertrand (1908): “Mathematical logic as based on the Theory of Types”, *American Journal of Mathematics* 30 (3): 222–262.