UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

COLEGIO DE LETRAS CLÁSICAS

EL MÉTODO DE ARQUÍMEDES DE SIRACUSA

TRADUCCIÓN COMENTADA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADA EN LETRAS CLÁSICAS

PRESENTA

ELEONORA GONZÁLEZ BERNAL

ASESOR:

DR. OMAR DANIEL ÁLVAREZ SALAS

CIUDAD UNIVERSITARIA. CD. MX. 2018

Facultad de Filosofía y Letras

Índice

Traducción comentada de *El método* de Arquímedes de Siracusa

Introducción

Entre todos los grandes matemáticos antiguos, Arquímedes de Siracusa (s. III a.C.) ocupa un lugar prominente debido a las grandes aportaciones que hizo a las matemáticas y a la ingeniería. Como es usual en el caso de toda mente pretérita, los cauces de su pensamiento y la forma en la que especulaba las conclusiones que luego demostraba sistemáticamente son poco conocidas. Sin embargo, por azares de la transmisión textual, nos llegó una carta suya dirigida a Eratóstenes que nos permite extraer un atisbo de su razonamiento y de sus técnicas demostrativas. Tal carta, objeto de esta traducción comentada, es conocida de manera sintética como *El Método.*

El texto de esa carta, encontrado en un códice palimpsesto, lleva el título de *Ἀρχιμήδους περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων πρὸς Ἐρατοσθένην ἔφοδος* y no ha sido traducido a ningún idioma moderno de manera íntegra tal y como fue publicado en 2011 en el volumen *The Archimedes Palimpsest*[1], por lo que considero pertinente ofrecer a los estudiosos de la historia de la ciencia una traducción completa al español.

Dicho texto sobrevivió al paso de los años en un único ejemplar que, luego de apasionantes vicisitudes, fue reconstruido gracias al uso de avanzadas tecnologías espectroscópicas que permitieron a los estudiosos recuperar partes del texto que no se habían podido leer anteriormente.

[1] Los mismos estudiosos que trabajaron en la edición del códice han propuesto una traducción parcial al inglés: Reviel Netz, Ken Saito, y Natalie Tchernetska. "A New Reading of Method Proposition 14: Preliminary Evidence from the Archimedes Palimpsest." *Sciamvs* Part 1, volume 2 (2001), part 2,volume 3 (2002). En tales artículos se propone una traducción y un comentario.

En efecto, ese ejemplar ya había sido trabajado antes, pues la edición canónica de este tratado fue publicada en el año 1912 como suplemento a las *Opera omnia Archimedis* por Johan Ludvig Heiberg, tras una edición preliminar ("*Eine neue Archimedeshandschrift*") en la revista *Hermes* (Vol. XLII 1907). Desde entonces no hubo otras ediciones, sino hasta el año 2011, cuando salió a la luz la nueva edición del texto en *The Archimedes Palimpsest* a cargo de Reviel Netz, William Noel, Nigel Wilson y Natalie Tchernetska, sobre la que me propongo trabajar ahora.

Las aportaciones de esta nueva edición consisten en nuevas lecturas de algunas partes ya conocidas (por ejemplo, la proposición XIV) y en la reconstrucción del texto de la proposición XV. Ese trabajo hizo uso de nuevas técnicas papirológicas apoyadas por las tecnologías modernas, por lo que resulta pertinente traducir y estudiar esta nueva versión.

Su importancia matemática radica en que esta carta, en concordancia con otros trabajos de Arquímedes —como la *Cuadratura de la parábola*— hace uso de un procedimiento desarrollado por el propio científico siracusano para calcular áreas comprendidas entre líneas curvas, llamado Método de exhaución, el cual anticipa lo que posteriormente se convertiría en el cálculo infinitesimal.

Las numerosas traducciones a diferentes lenguas modernas (incluido el español) realizadas con base en la edición de Heiberg nos dan una idea del particular interés que el trabajo ha despertado entre la comunidad científica; gran parte de este interés obedece, como ya dijimos, a que en ese texto de Arquímedes se pueden encontrar los orígenes del cálculo.

Me propongo realizar un breve comentario sobre el lenguaje que emplea la obra y los principales textos de Arquímedes que se relacionan con *El método*. Emprendo esta traducción y comentario con el objetivo de ofrecer a los estudiosos actuales de las ciencias una traducción completa de esta carta que constituye un valioso documento de la matemática antigua y, también, para trabajar un campo poco explorado por los estudiosos de la cultura clásica: las ciencias en la antigüedad.

1. Contexto de la ciencia helenística

1.1 Antecedentes

Desde el siglo VI a.C., el conocimiento de la llamada filosofía natural fue de interés para la mentalidad griega. Tales de Mileto (624-547 a. C) es considerado el primer pensador racionalista al que se atribuye una vinculación entre los avances técnicos de otras culturas y la búsqueda de demostración científica propia de los griegos. En la tradición que recoge Proclo[2] en su *Comentario al Libro I de los Elementos de Euclides*[3], Tales aparece como el primer griego en hacer descubrimientos geométricos, como la congruencia entre dos triángulos que tienen dos ángulos iguales y el lado comprendido por ellos, la bisección del círculo por su diámetro, la igualdad de los ángulos opuestos por el vértice y la semejanza de los ángulos internos alternos, además de haber realizado hazañas de cálculo, como la de conocer la altura de una pirámide desde el centro de su base y la distancia de una nave en el mar desde un punto en la tierra, naturalmente sin alcanzar dichos puntos inaccesibles.

Después del Milesio, se mencionan otros geómetras, como Mamerco (cuya fecha aproximada se fija por la del poeta Estesícoro, que era su hermano), que se ocuparon de hacer avanzar la disciplina; de ellos no tenemos más referencias que las que conservamos por letra

[2] Proclo: (410- 485 d.C.) filósofo neoplatónico de época imperial, llegó dirigir la escuela de Atenas, es considerado uno de los últimos filósofos de la antigüedad.(Lesky 1968: 918), (López Férez 2008: 1126) Para estudiar la historia de las matemáticas griegas desde sus orígenes es necesario remitirnos a Proclo, comentarista de Euclides, que escribió, como se dijo antes, un *Comentario al libro primero de los Elementos de Euclides* del que forma parte el llamado “Catálogo de los Geómetras” o “Sumario”, un documento invaluable que recoge la trayectoria evolutiva de las matemáticas tempranas (desde Tales de Mileto) y que se ha considerado como un resumen hecho por Proclo de una historia más amplia redactada por Eudemo. Generalmente se acepta que Proclo tuvo acceso a la *Historia de la geometría y a la Historia de la aritmética* de Eudemo de Rodas, colaborador de Aristóteles cuyo trabajo era precisamente compilar el conocimiento científico de su época. (Artmann 1999:11), (Lesky 1968:606) Aunque el “Catálogo de los Geómetras” se ha considerado ampliamente como un resumen de la obra de Eudemo, Conrado Eggers (Eggers 1985:127) lo pone en duda.

[3] Procl. *In primum Eucl. Elem. libr. comm*. Prol. II p. 65 Friedlein.

de Proclo. En el inicio del *Catálogo de los Geómetras* se lee que la geometría surgió de la necesidad de medir terrenos en Egipto, mientras que la aritmética, del intercambio comercial en Babilonia.[4] Kline se suma a la opinión de que los griegos tomaron de otras culturas conocimientos empíricos que les sirvieron como impulso para desarrollar diversas ciencias:

> La influencia de Egipto y Babilonia seguramente fue muy sensible en Mileto, una importante ciudad jonia en las costas de Asia Menor, en la que nacieron la filosofía, las matemáticas y las demás ciencias griegas. (Kline 1992:48)[5]

A partir de las aproximaciones naturalistas de los primeros pensadores jonios, las matemáticas se volvieron una herramienta que permitió desarrollar todos los demás campos de la ciencia: se separan del utilitarismo físico de medir la tierra o de llevar contabilidad comercial para volverse teoréticas. Desde entonces, las matemáticas serán una reflexión no servil que se basta en sí misma. Sabemos muy poco de los avances que tuvieron las matemáticas griegas desde los jonios hasta Pitágoras, quien es uno de los primeros griegos que pueden ser considerados matemáticos.

Es un lugar común decir que "el hombre que transformó el estudio geométrico en enseñanza liberal fue Pitágoras, quien se propuso cimentar esta ciencia sobre principios fundamentales, investigando sus teoremas por medio del intelecto puro, con abstracción de la materia." (Farrington 1986:194) Esta opinión se basa en Proclo,[6] quien, además de la referencia a la formación liberal, nos menciona los aportes precisamente matemáticos que hizo Pitágoras: "fue él quien descubrió el tratamiento de los irracionales y la construcción de las figuras cósmicas."[7] Pitágoras y su escuela constituyen un hito en las matemáticas griegas

[4] Procl. p. 64 Friedlein.
[5] Tanto historiadores de la ciencia como de la literatura repiten esta idea basada en Proclo.
[6] Procl. p. 65 Friedlein.
[7] Ibid.

porque “en este periodo la matemática de la Antigüedad alcanzó completamente una estructura interna propia, que caracteriza lo que se conoce como álgebra geométrica.” (Miguel Gil 2018:7)

La tradición babilónica fue una base de las matemáticas que construyeron los pitagóricos; pero Van der Waerden se plantea la cuestión de por qué no los pitagóricos tomaron el álgebra y las matemáticas tal y como las conocieron de los babilonios y sugiere que este paso tiene su origen en el descubrimiento de lo que hoy llamamos números irracionales y magnitudes inconmensurables. Mientras que, para los babilonios, una aproximación a los resultados era aceptable, para los pitagóricos tal resultado no encajaba dentro del rigor que buscaban, por eso la geometría se vuelve una alternativa exacta a la aritmética. (van der Waerden 1954:124-125)

La noción griega *ἀριθμός* siempre significó un número entero positivo, mientras que para los números fraccionarios se usaba el término *λόγος*, es decir, relación entre dos números. Originalmente no existía denominación para otro tipo de números, aunque las cantidades irracionales o *ἄλογοι* aparentemente fueron descubiertas por los pitagóricos —y desarrolladas posteriormente por otros científicos griegos como Teodoro de Cirene y Teeteto de Atenas— al ocuparse de encontrar tercias de números que correspondieran a las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, cosa que sólo era posible para los escalenos, pues los isósceles revelaron la inconmensurabilidad de los catetos con la hipotenusa y la existencia de magnitudes *ἄλογα*.[8] (Knorr 1975:9)

[8] Para la cuestión de la inconmensurabilidad y de los irracionales, véase Arist. *Anal. Pr*. I 41a 21-32, así como la probable demostración pitagórica conservada en Eucl. *Elem*. App. 27.

> Dentro de la geometría, el programa pitagórico tenía como objetivo asociar, a entes geométricos, valores numéricos. Empezando por la escogencia de una unidad de medida, asociaron a cada segmento un número, su longitud. El siguiente paso fue asociar con cada par de segmentos la razón de sus longitudes. … El problema de la inconmensurabilidad fue el detonante para que explotara el gran problema de la insuficiencia de los números naturales en la representación de magnitudes geométricas y como consecuencia de ello buscar alternativas nuevas para asociar estas magnitudes a números de otra especie. (Pareja Heredia 2008: 32)

La razón numérica entre las longitudes de dos segmentos constituye, para los pitagóricos, la esencia de las figuras; pues sólo a partir de esta relación se pueden hacer razonamientos universalmente válidos, pero cuando la relación de las longitudes de los segmentos que se quieren estudiar no es un número entero, nos encontramos ante cantidades irracionales.

Digno de mención entre los matemáticos del siglo V a.C., es Hipócrates de Quíos, autor de la demostración geométrica más antigua que ha llegado hasta nosotros, conservada por Simplicio en su *Comentario a la Física de Aristóteles*, a propósito de la mención que hace el filósofo de Estagira de la cuadratura de las lúnulas por parte de Hipócrates (*Phys*. 185a 14). Además, parece que este geómetra fue el primero en componer un libro de *Elementos.* [9]

Aunque no todos los matemáticos de la antigüedad griega pertenecieron estrictamente a una escuela, se pueden clasificar como seguidores de la escuela jónica, los pitagóricos, la escuela eleática, los sofistas, la academia de Platón, a quienes se unieron después los discípulos de Eudoxo de Cnido, y la escuela peripatética de Aristóteles. (Kline 1992:47-87) Como vemos, también durante la época clásica, las llamadas escuelas filosóficas se avocaron a los estudios geométricos y matemáticos en general; de este modo, al lado de su producción

[9] Procl. p. 66, 8 Friedlein.

puramente filosófica, también tenían preocupaciones matemáticas, pues en ese momento las matemáticas eran una rama de estudio de la filosofía. Sin embargo, de los matemáticos de la Atenas clásica (ss. V y IV a.C.) prácticamente no llegaron obras hasta nosotros, y sólo contamos con el testimonio del "*Catálogo de los Geómetras*" de Proclo[10] del que ya hablamos antes. El testimonio de Proclo, sea o no derivado de la lectura de Eudemo, nos deja ver un gran interés por la matemática y la geometría en la época clásica; además, da fe de que en las más importantes escuelas filosóficas clásicas se cultivaron estos saberes.

1.2 Matemática griega clásica

No podemos pasar por alto las dos escuelas más importantes del período: la Academia y el Liceo. Platón y sus seguidores, en primer lugar, reconocieron la importancia de las matemáticas como ejercicio mental, tal como *República* VII lo demuestra. El mismo libro nos deja ver que en esta escuela filosófica sistematizaron las reglas de la demostración, lo cual conduce a resultados lógicos. Aunado a esto, los diálogos nos sirven como testimonio histórico para conocer nombres de científicos que no hubieran llegado hasta nosotros de otra manera. A estos estudiosos se debe la organización de los teoremas; al menos desde este momento la demostración deductiva se considera indispensable en el estudio de las matemáticas. (Kline 1992:75)

Aristóteles fija las bases de la deducción sobre las que se construyen las matemáticas posteriores. Hasta donde sabemos, su escuela no se preocupó ampliamente por la matemática, aunque sí por la astronomía, Eudemo de Rodas constituye una excepción. (Babini 1969:25)

[10] Esa sección es parte del comentario al primer libro de los *Elementos* de Euclides que redactó Proclo durante el s. V d.C.

> La investigación y la actividad docente de Aristóteles se efectuaron en el marco de una vida que estaba ya en pleno desenvolvimiento científico. […] la empresa de Aristóteles que aspiraba a recopilar sistemáticamente los resultados obtenidos y los intentos de los predecesores en todos los campos de la ciencia, empresa que presuponía una importante biblioteca precursora de las grandes bibliotecas de Alejandría y Pérgamo, ocupó a diversos personajes, […] Eudemo de Rodas, discípulo de Aristóteles y amigo de Teofrasto, fue el primero que escribió, a lo que nos es dado conocer, una historia de la Aritmética, de la Geometría y de la Astronomía; las pocas noticias que poseemos de la matemática se las debemos a él. Añadimos aquí los dos matemáticos Aristeo y Autólico de Pítane, que ejercieron su actividad a finales del siglo IV y señalan el tránsito a Euclides. (Lesky 1968:607)

Según Lesky, (1968:606) para Aristóteles y Platón parecía inimaginable desprender de la filosofía las ciencias particulares, pero en Alejandría fue una realidad que permitió a los científicos avocarse a una sola disciplina.

Los matemáticos de época clásica: Hipócrates de Quíos, Arquitas de Tarento, Antifón, Brisón, Hipias de Elis, Dinóstrato y Menecmo[11] trataron de resolver los problemas de geometría clásica, como duplicar el volumen de un cubo, dividir un ángulo en tres partes iguales (trisección) y calcular el lado de un cuadrado equivalente al área de un círculo de radio conocido. Sin embargo, para resolver estos problemas debían hacer uso de otras figuras además de rectas y círculos. (Babini 1969:25-28)

Un tema popular entre los matemáticos antiguos es el problema délico[12], como se ha llamado al intento de duplicar el volumen del cubo, mencionado antes, en el que habían trabajado Arquitas de Tarento[13] (van der Waerden 1954:151) y Menecmo (van der Waerden 1954:162), ambos reconocieron nuevas propiedades de las curvas que ayudarían a encontrar el lado que duplicara ese volumen. A partir de los trabajos del segundo matemático al que

[11] Datado alrededor del 350 a. C por van der Waerden página 82.
[12] Se llama problema délico porque se supone que el oráculo de Delos pidió que su altar fuera el doble de grande; sin embargo, todos los intentos fallaron. Desde entonces los geómetras se ocuparán de resolverlo. *Vida de Marcel*o de Plutarco cuenta la historia
[13] Datado alrededor del 390 a. C. por van der Waerden página 82.

me referí, lo que hoy conocemos como elipse, hipérbola y parábola se conocen como curvas de Menecmo o secciones cónicas, pues él notó que se pueden construir haciendo pasar un plano por un cilindro. Si el plano que se atraviesa es paralelo a un segmento de recta que está en la superficie del cono (generatriz), se habrá trazado, en la intersección del cono con tal plano, una sección cónica que después se conocerá como parábola y, si el plano atravesado no es perpendicular a ninguna generatriz, entonces la intersección del plano está delimitada por lo que luego se conocerá como elipse (o círculo si el plano es paralelo a la base del cilindro).

1.3 Euclides

Durante la época helenística, el desarrollo de la ciencia se reduce, con pocas excepciones —entre ellas la gloriosa contribución de Arquímedes de Siracusa, en Sicilia, así como la nada despreciable de Apolonio de Perge, en Panfilia—, a las investigaciones llevadas a cabo en Alejandría, de tal forma que la gestación de la obra de Euclides tuvo su inicio, desarrollo y conclusión en esa ciudad. En cualquier caso, es difícil poner en duda que las matemáticas griegas del tiempo de Arquímedes tomaran la forma por la que las conocemos gracias a Euclides, cuyos *Elementos* constituyen no sólo un curso completo de geometría, hasta hace muy poco vigente todavía como libro de texto, sino además como un modelo de exposición matemática. (B. L. Van der Waerden 1954:196) Sabemos que Arquímedes había estudiado esta obra, pues la menciona.

El tratado cumple perfectamente una función introductoria sin ahondar en problemas más complejos que requieran mayores bases. Al parecer, el nivel matemático del texto de

Euclides depende del predecesor en el que está basada cada una de las proposiciones que desarrolla. (B. L. Van der Waerden 1954:197)

El libro 1 de los *Elementos* comienza con 23 definiciones, en ellas expresa lo que se entenderá como línea, punto y otros conceptos que resultarán útiles; en seguida, Euclides presenta 5 postulados y 5 nociones comunes[14]. Algunos libros introducen nuevas definiciones, según va cambiando el tema; hay una división tradicional que nos dice que los libros I-IV hablan de geometría plana. El libro V, de teoría de la proporción, del VI al X nos hablan de aritmética y los libros XI al XIII, de sólidos. Cada libro puede utilizar lo que se ha dicho en los previos, pero no mantienen una fuerte unidad.

Los únicos datos seguros que poseemos sobre la vida de Euclides son que se desempeñaba como profesor en el 300 a.C. y que trabajó en el Museo de Alejandría, donde aparentemente compuso, bajo el mecenazgo de Ptolomeo I, los *Elementos*, obra que marca el inicio de las matemáticas helenísticas. Para Proclo,[15] Euclides era platónico.[16] En cuanto a su colocación en el desarrollo de la ciencia, mientras que van der Waerden (1954: 202) lo considera el último matemático del periodo clásico, Heath (1921: 355) lo ubica como el primero del periodo helenístico, opinión que comparto, tanto por su datación como por su trabajo.

Los *Elementos* de Euclides no fueron el primer tratado en su tipo, como nos mencionan todos sus comentaristas; Proclo señala a Hipócrates de Quíos, León y Teudio de

[14] Aunque en algunos documentos parecen 9, Heiberg recoge sólo 5 nociones comunes, por considerar que las restantes son una interpolación.
[15] Procl. p. 68, 20 Friedlein.
[16] Vega (1991:14) dice que tenemos la imagen de que era "inclinado al platonismo en cuestión de ideas y, al aristotelismo en cuestión de metodología deductiva".

Magnesia como autores de otros *Elementos* de geometría, él mismo afirma que Euclides "introdujo en sus *elementos* muchos de los teoremas de Eudoxo, perfeccionó teoremas de Teeteto y proporcionó demostraciones irrefutables de muchos resultados insuficientemente demostrados por sus predecesores."[17] Actualmente podemos suponer en qué autores se basan las proposiciones en cada libro, gracias a la comparación con fragmentos y testimonios antiguos, de esta manera, autores de la modernidad como Artmann (1999) y Knorr (1975) rastrean las fuentes a las que Euclides pudo tener acceso.

Kline considera que el trabajo de Euclides es tanto un resumen de las matemáticas previas a él, como una teoría metodológica para acercarse a esta disciplina. A Euclides se debe la elección del sistema de axiomas, la manera lógica en que se ordenan los teoremas y, por supuesto, muchas de las demostraciones, aunque se cree que algunas ya eran del conocimiento común. (Kline 1992:90) Knorr propone que Euclides hizo "trabajo editorial" al poner juntos los tratados relevantes en la materia a los que tuvo acceso. (Knorr 1975:303) También nos dice que no hay una cronología indudable para los *Elementos,* muchas proposiciones y demostraciones se basan en ideas gestadas varios siglos antes de la vida de Euclides, mientras que otras serían relativamente nuevas.

Euclides organizó la geometría como un sistema axiomático demostrativo. Si bien la exposición no es perfecta (por ejemplo, usa postulados que no ha enunciado o hay definiciones que nunca se utilizan (Fernández 2004:56)), sí constituye un sistema cerrado y bien fundamentado en la lógica de su época, por eso es muy claro que el trabajo de Euclides fue un perfeccionamiento de saberes que ya existían.

[17] Procl. p. 68, 8 Friedlein.

Proclo[18] esquematiza cómo debe redactarse la demostración de un postulado o de un teorema: *Πότασις, ἔκθεσις, διορισμός, κατασκευή, ἀπόδειξις, συμπέπασμα.*

> We owe to Proclus (in the fifth century CE) the formal analysis of geometric reasoning in six steps.15 (1) First there is the protasis, or enunciation of the proposition to be proved. (2) Next there is the ekthesis, or setting out. (3) Third is the diorismos, the definition of the goal, sometimes one that specifies the conditions of possibility for achieving it. (4) There then follows, fourth, the kataskeue, the construction of the diagram. (5) Next comes the apodeixis, or proof proper, and finally (6) the sumperasma, or conclusion. Of course, this pattern is not always rigidly adhered to, and how far it was followed self-consciously by earlier mathematicians is a moot point. But it fits a good deal of Euclid pretty well. (Lloyd 2012:398)

Una de las típicas estructuras para demostrar es la reducción al absurdo, que consiste en negar la premisa que se quiere probar y derivar todas las implicaciones lógicas de esa propuesta hasta llegar a un absurdo, así queda demostrada la imposibilidad de que la proposición sea falsa, también se puede hacer una doble reducción al absurdo, en ella se quiere demostrar que dos cantidades son iguales entre sí, para eso se hipotetiza que la primera magnitud es mayor y se llega a un resultado ilógico, luego se hipotetiza que la segunda magnitud es mayor y también se llega a algún resultado ilógico, por lo tanto queda demostrado que las magnitudes son iguales. El método de exhaución[19] está relacionado con la reducción al absurdo, consiste en saturar de rectas conocidas una curva o de polígonos una superficie curva como la parábola. *Ἀπαγωγή* es una técnica de reducción que consiste en simplificar un problema a otro cuya respuesta es axiomática o se ha demostrado previamente. La reducción al absurdo es su forma más común. (Gow 2010:17)

[18] Procl. *In primum Eucl. Elem. libr. comm*. Prop. I probl. I p. 206 Friedlein.

[19] Esta palabra, calco del inglés *exhaustion*, que se deriva del latín *methodus exhaustionibus,* es el término utilizado por los estudiosos de las matemáticas para referirse al procedimiento por agotamiento, que se describe más adelante. Al no existir mejor traducción en español, uso el término “exhaución”.

Las formas en que los griegos descubrían los resultados que en los tratados se demuestran podrían ser tres: la intuición, la forma analítica y la manera mecánica. Una vez averiguados los resultados, éstos se demostraban y el producto se publicaba, hay que destacar que en los documentos de geometría no figura el descubrimiento.

En general la manera analítica de descubrimiento geométrico es preferida, consiste en suponer un resultado desconocido y derivar mentalmente todo lo que es posible obtener de él hasta dar con algo conocido; para redactar la prueba, se parte de lo conocido y se revierten los pasos para construir el resultado deseado. El método mecánico es aquel que se apoya en la construcción física del objeto geométrico y apela a sus características sensibles, a veces es del todo físico, como en caso de la superposición de una figura con otra, si dos figuras se ponen una sobre otra y coinciden, se ha descubierto que son semejantes (porque eso se puede ver), a veces el método mecánico es parcialmente físico y utiliza la imaginación, por ejemplo, cuando se habla de movimientos y traslaciones. Por último, la intuición hace al investigador dar con obviedades, como que todos los ángulos rectos son iguales entre sí.

Euclides compila un sistema en el que los objetos del mundo pasan a ser objetos mentales que pueden ser operados de manera deductiva sin necesidad de una verificación empírica o de una representación.

1.4 Alejandría y la cultura científica

La helenización de los territorios alcanzados por Alejandro contribuyó a la difusión de la cultura griega o, mejor dicho, helenística.

Convencionalmente se entiende por época Helenística el periodo que va desde la muerte de Alejandro hasta la conquista de Egipto por Roma en 31 a.C. La muerte de

Alejandro en el 323 a. C y la de Aristóteles en el 322 a. C señalan el comienzo de una etapa de expansión de la cultura griega en todo el mediterráneo Oriental. (Rodríguez Alfageme 2004:111) El amplio intercambio cultural de la época favoreció la creación de nuevas instituciones para los estudios de todas las disciplinas.

Alejandría y, particularmente, el templo a las Musas que ahí existía constituyó un centro cultural donde se desarrollaron investigaciones en múltiples materias hasta aproximadamente el siglo IV d.C.; para entonces los estudios se habían trasladado al templo de Serapis. (Pomeroy 2001:481)

Las actividades del famoso Museo de Alejandría comenzaron cuando Ptolomeo I, ayudado por Demetrio de Falerno, se propuso fundar una biblioteca que recopilara todo el saber humano. "Es de suponer que su funcionamiento y los estudios que en él [ella] se desarrollaban estaban basados en el modelo del Liceo, con la diferencia de que el museo obtenía los fondos para su funcionamiento directamente del rey, que se reservaba el nombramiento del director y los miembros de la institución." (Rodríguez Alfageme 2004:131) Casi todas las disciplinas cultivadas en esta biblioteca continuaron la labor comenzada en el Liceo; sin embargo "Las matemáticas, que en opinión de muchos fue la disciplina en que la ciencia griega alcanzó sus mayores éxitos, refleja, en cambio, la influencia de la academia." (Farrington 1986:179)

La enseñanza y la investigación estuvieron bien patrocinadas, el vivir en Alejandría les garantizaba a los estudiosos el acceso a grandes facilidades para sus trabajos. Además de la biblioteca más grande de la época, "el Museo contó con un observatorio, un jardín zoológico y un jardín botánico", (Farrington 1986:179) así como con aulas y salas de dirección. Las actividades del museo, así como la cultura Helenística en general, se nutrieron de la migración de sabios de todo el mundo conocido hasta entonces. (Pomeroy 2001:481)

Los tres grandes matemáticos de la antigüedad griega: Euclides, Arquímedes y Apolonio desarrollaron sus teorías en un tiempo relativamente breve[20], la civilización helenística en la que se desarrollaron estos tres pensadores tuvo características particulares que permitieron el desarrollo de las ciencias y de la matemática.

Las dos características más importantes del periodo que dan lugar al avance de la ciencia son, a mi parecer, el uso de la lengua común y el protagonismo de Alejandría como centro de conocimientos.

> A partir de este momento (después de Apolonio de Perge), sin embargo, los matemáticos antiguos hicieron muy pocos progresos a causa del tosco sistema numeral griego que fue un obstáculo para la evolución del álgebra. (Starr 1974:473)

El uso de la koiné propició que, aunque los reinos helenísticos se encontraran en una gran extensión, la comunicación fuera más efectiva y se difundieran las escuelas griegas, esa formación permitía a las personas trasladarse a otra ciudad para continuar sus estudios.

Como hemos dicho, los geómetras griegos se interesaron por el estudio de las secciones cónicas. Las elipses, hipérbolas y parábolas fueron nombradas así por Apolonio de Perge que no trabajó toda su vida en Alejandría, pero debió realizar estudios en esa ciudad; fue el más importante escritor de C*ónicas* que hicieron prescindible cualquier obra anterior, razón por la que no se conservan los *Elementos de cónicas* atribuidos a Euclides que provendrían de una obra anterior del mismo nombre escrita por Aristeo.

---

[20] Euclides escribió aproximadamente en el 300 y Apolonio murió en 190 a.C.

Apolonio de Perge (¿262 a. C. - 190 a. C.?) fue un geómetra helenístico, especializado en cónicas. Los parcos datos que tenemos de su vida provienen de su propia obra conservada. Nació cerca del año de 262 a. C. en Perge, en la actual Turquía. Realizó estudios en el Museo de Alejandría, vivió un tiempo en Éfeso y finalmente se trasladó a Pérgamo, ahí continuó sus investigaciones en la Biblioteca, al amparo de ese centro académico. Murió también en Pérgamo, alrededor del año 190 a. C.

Conservamos de Apolonio *Secciones en una razón dada* en un solo libro y *Cónicas* en ocho libros, de los que conservamos siete, los primeros 4 en griego y los otros 3 llegaron a nosotros por tradición árabe. También tenemos noticias de otras obras no conservadas: *Lugares planos, Secciones en un área dada, Secciones determinadas, De las inclinaciones, Las tangencias, Sobre el icosaedro y el dodecaedro.*

Su obra más importante, y conservada casi en su totalidad, es Cónicas, en ella, Apolonio estudia que de un mismo cono pueden obtenerse tres tipos de cónicas (parábola, elipse e hipérbola) simplemente variando el ángulo de inclinación del plano que corta el cono. Asimismo, Apolonio acuñó los nombres de las cónicas, ya que anteriormente los geómetras griegos se referían a ellas con perífrasis y no con un nombre propio. Su extenso trabajo fue de gran interés para los eruditos árabes, quienes lo tradujeron a su lengua. (González Urbaneja s.f.)

2. Vida y obra de Arquímedes

1.1. Contexto histórico de Arquímedes

La vida de Arquímedes transcurrió en el contexto de la civilización helenística, influida fuertemente por las escuelas y la cultura científica que se describió antes. Siracusa, su ciudad natal, era una antigua colonia griega fundada en el S. VIII a.C., durante toda la vida de nuestro autor, la ciudad fue gobernada por una tiranía.

Al final de la vida de Arquímedes, Siracusa no pudo mantenerse al margen de los conflictos por el control del mediterráneo que se dieron entre Cartago y Roma, los últimos reyes de la ciudad se declararon a favor de Cartago, provocando así que los romanos atacaran y anexaran la ciudad a su dominio en 212 a.C.

1.2. Vida de Arquímedes

Arquímedes fue un geómetra, matemático e ingeniero siracusano de siglo III, tradicionalmente se considera que nació en 287, Plutarco y Cicerón aseguran su muerte en 212, durante la toma de su ciudad natal por los romanos. Tuvo una importante participación en la defensa de Siracusa durante la Segunda Guerra Púnica y mantenía correspondencia con matemáticos de Alejandría, por lo que se piensa que realizó alguna parte de sus estudios en esa ciudad.

Algunos autores han considerado a Arquímedes uno de los más grandes científicos de la tradición griega; ciertamente, junto a Euclides y Apolonio, es uno de los matemáticos más influyentes de la antigüedad.[21] Pero, como es normal en la vida de los grandes personajes del pasado, predominan las informaciones de tipo anecdótico y no tenemos datos precisos.

2.2.1 Fuentes

Las fuentes antiguas que nos hablan de Arquímedes son varias, principalmente transmiten una serie de anécdotas sobre sus máquinas o sobre su ingenio, pero también tenemos relatos sobre su muerte. En orden cronológico, los siguientes autores griegos nos dicen algo sobre él:

Arquímedes (287-212 a.C.) en su obra *El Arenario* I, 9 nos dice que era hijo del astrónomo Fidias[22], a quien se refiere como Φειδία δὲ τοῦ ἀμοῦ πατρὸς; en la misma fuente, se percibe cierta cercanía con Hierón II (tirano de Siracusa del 270 al 216) y con Gelón II[23].

Polibio (200-118 a.C.), en VIII, 5-10, nos da cuenta de varias máquinas creadas por Arquímedes como catapultas, garras para inutilizar barcos o lanzadoras de flechas; también, narra la toma de Siracusa y las dificultades que encontraron los generales romanos para tomar por asedio la ciudad, debido a la intervención de nuestro científico e inventor:

> Ἄππιος Κλαύδιος […] Μάρκος Κλαύδιος. […] Ἑτοιμασάμενοι δὲ γέρρα καὶ βέλη καὶ τἄλλα τὰ πρὸς τὴν πολιορκίαν, ἐν ἡμέραις πέντε διὰ τὴν πολυχειρίαν ἤλπισαν καταταχήσειν τῇ παρασκευῇ τοὺς ὑπεναντίους, οὐ λογισάμενοι τὴν Ἀρχιμήδους δύναμιν, οὐδὲ προϊδόμενοι διότι μία ψυχὴ τῆς ἁπάσης ἐστὶ πολυχειρίας ἐν ἐνίοις καιροῖς ἀνυστικωτέρα.(VIII, 5, 3)
>
> Apio Claudio y Marco Claudio [Marcelo], habiendo preparado los escudos, lanzas y todas las otras cosas para el asedio; en cinco días, a causa de la multitud de manos, esperaban adelantar a los enemigos en cuanto a la preparación. No pensaron en el poder de Arquímedes, ni

[21] Aunque varios autores dicen que Arquímedes es el científico más influyente de la antigüedad, baste citar a Calinger (1999:150) y a Netz y Noel (2007:41) quienes hacen las afirmaciones más contundentes sobre el asunto.
[22] De quien no sabemos nada más que la mención en *El arenario*; donde Arquímedes nos dice que Fidias intentó demostrar que el diámetro del sol era 12 veces mayor que el de la luna.
[23] Hijo de Hierón II, gobernó Siracusa junto a su padre a partir de 240 a.C., a él está dedicado *El arenario*.

previeron que, en el momento oportuno, una mente de alguien es más útil que una multitud de manos.

Diódoro Sículo (s. I d. C.), en *Bibliotheca historica* V, 37, 3, describe cómo se extrae el agua subterránea de las minas españolas para lograr su explotación por medio de unos "tornillos egipcios" también llamados *tornillos de Arquímedes*, supuestamente creados por el matemático en su visita a Egipto[24]. Diódoro expresa su intención de describir más a fondo esas máquinas en la parte de su obra histórica correspondiente a la época de Arquímedes; esa parte está perdida lamentablemente.

> οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακόσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον […] θαυμάσαι δ᾽ ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν οὐ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην, περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν ἀκριβῶς διέξιμεν (V, 37, 3)[25]
>
> Los cuales [tornillos] descubrió Arquímedes de Siracusa cuando pasaba por Egipto. […] Alguien admiraría plausiblemente el ingenio del técnico no sólo en estas, sino también en otras muchas y más grandes publicaciones por toda región habitada, sobre las que entraremos en detalle de manera precisa cuando lleguemos a la parte sobre la época de Arquímedes.

Plutarco (s. I d. C.), en su *Vida de Marcelo* XIV-XIX, cuenta que Hierón II incitó a Arquímedes a hacer máquinas de guerra con la geometría; para el matemático, esto era como un juego. Plutarco menciona que Arquímedes no fue el primero en darle un uso práctico a esta ciencia; sin embargo, otros pensadores, como Platón, se oponían a degradar lo intelectual transformándolo a lo sensible. También encontramos en Plutarco una descripción de algunas estrategias que usó Arquímedes contra el ejército de Marcelo, como lanzar grandes piedras, hacer caer una lluvia de dardos, voltear barcos. También, el historiador nos habla un poco sobre las costumbres de nuestro científico: absorto en el estudio no cuidaba mucho de su higiene o de su apariencia y consideraba innoble el escribir sobre las máquinas, lo que sí

[24] Se ha considerado este viaje como el periodo durante el que supuestamente estudió en Alejandría.
[25] *Diodori Bibliotheca Historica*, Vol 1. Ludwig August Dindorf. in aedibus B. G. Teubneri. Leipzig. 1826 p. 420.

disfrutaba era trabajar en cuestiones del ingenio puro y demostraciones. Ese pasaje también nos narra dos versiones de la muerte de Arquímedes: en uno, un soldado le pregunta su nombre y, como él estaba absorto en un dibujo y no respondió, el soldado le dio muerte; en otra versión, cuando conducían al matemático a la presencia del general Marcelo, le dieron muerte pensando que los instrumentos que se disponía a mostrarle eran algún tipo de arma. Finalmente, sabemos por esa obra que era voluntad de Arquímedes que se grabara en su tumba la proporción entre una esfera y el cilindro que circunscribe.

En *Moralia* 75, 11, Plutarco nos narra la historia en la que Arquímedes descubre, mientras se bañaba, cómo medir el volumen de la corona de Hierón sumergiéndola en agua y midiendo luego el volumen de agua desplazada, al tener esa idea, se supone que dijo la palabra *εὗρεκα*.

Ateneo de Naucratis (s. II d. C.), en V, 206 d- 208 f, hablando de grandes barcos, dice que un autor llamado Mosquión describe un ingenio inventado por Arquímedes para mover un gran peso con mínimo esfuerzo por medio de poleas, también describe el tornillo de Arquímedes.

Marco Aurelio (121-180 d. C.), en *Meditationes* VI, 47 dice que la muerte no es temible, al contrario, es necesaria para encontrarse con grandes hombres, entre ellos menciona a Arquímedes.

Los autores latinos que hablan de nuestro autor son los siguientes, también presentados en orden cronológico:

Cicerón (106- 43 a.C.) menciona varias veces a Arquímedes. En *De republica* I, 14, 22, describe unas esferas que el general Marcelo llevó a Roma, éstas mostraban el movimiento de la luna, el sol y los cinco errantes, tal descripción coincide con un planetario, supuestamente creado por Arquímedes.

En *Tusculanae disputationes* I, 63, el orador vuelve a hacer alusión al planetario de Arquímedes que simulaba los movimientos celestes. En la misma obra, pero en V, XXIII 64, Cicerón califica a Arquímedes de *hombrecillo humilde*[26] y relata que cuando fue cuestor encontró la tumba del matemático en Sicilia, ayudado de un poema que contenía el epitafio de Arquímedes.

En *Pro Cluentio* 32, 87, Cicerón, al hablar de unas cuentas que no resultan bien hechas, dice que ni Arquímedes podría explicarlas.

En su obra *De Finibus bonorum et malorum,* Cicerón transmite su admiración por Arquímedes con las siguientes palabras: *quem enim ardorem studii censetis fuisse in Archimede, qui dum in pulvere quaedam describit attentius, ne patriam quidem captam esse senserit?*[27] "Qué gran ardor por el estudio piensas que había en Arquímedes, quien, mientras trazaba algo atentamente en la arena, no se percató de que su patria había sido capturada." En otra obra reitera la estima en que se le tenía al matemático y su obra: *et Archimedem arbitrantur plus valuisse in imitandis sphaerae conversionibus quam naturam in efficiendis.*[28] "[Los estudiosos] consideran que Arquímedes es más estimable al imitar los giros de la esfera que la naturaleza al crearlos." También en *In Verrem* libro II, 4, 131, Arquímedes aparece como ejemplo de estudio y disciplina.

[26] Esta afirmación contrastaría con la idea general que se tiene de que Arquímedes tenía algún parentesco con el tirano Hierón II.
[27] *M. Tulli Ciceronis scripta quae manserunt omnia,* fasc. 43. *de Finibus Bonorum et Malorum*. M. Tullius Cicero. Th. Schiche. Leipzig. Teubner. 1915. (5,50)
[28] *de Natura Deorum.* M. Tullius Cicero. O. Plasberg. Leipzig. Teubner. 1917.(2, 88)

Vitruvio (s. I a. C.). El nombre de Arquímedes aparece 6 veces en *de Architectura.* En I, 1 dice que es preciso que el arquitecto conozca de filosofía y, propiamente, que conozca la naturaleza a través de la filosofía; dice también que quien se proponga estudiar arquitectura debe conocer lo que dijeron Arquímedes y otros autores.

> *hi autem inveniuntur raro, ut aliquando fuerunt Aristarchus Samius, Philolaus et Archytas Tarentini, Apollonius Pergaeus, Eratosthenes Cyrenaeus, Archimedes et Scopinas ab Syracusis, qui multas res mechanicas, organicas, gnomonicas numero naturalibusque rationibus inventas atque explicatas posteris reliquerunt. 1, 1*
>
> Ciertamente ellos se encuentran de manera escasa, como fueron, en otro momento, Aristarco de Samos, Filolao y Arquitas de Tarento, Apolonio de Perge, Eratóstenes de Cirene, Arquímedes y Escopinas de Siracusa quienes dejaron descubiertos y explicados a los venideros muchos asuntos mecánicos, orgánicos y gnómicos sobre los números naturales y racionales.

En el libro 7, el nombre de Arquímedes también aparece dentro de listas de nombres que el arquitecto debe conocer. La mención del libro 8, capítulo 5 es interesante, se pregunta si la superficie del agua nunca está nivelada por la forma esférica de la Tierra y se refiere a los que discuten cuestiones geométricas como *qui Archimedis libros legit* "cualquiera que haya leído los libros de Arquímedes". En el prefacio al libro 9 encontramos una contribución a las anécdotas sobre Arquímedes, aquella en la que descubre si la corona del rey es de oro o está mezclada con otro metal.

Valerio Máximo (s. I a. C- I d. C.), en sus *Factorum et dictorum memorabilium* VIII, 7 ext. 6, muestra a Arquímedes como un hombre más preocupado por sus razonamientos que por su vida y nos narra su muerte, también el general Marcelo lo admiraba:

> *Captis enim Syracusis Marcellus, etsi machinationibus eius multum ac diu uictoriam suam inhibitam senserat, eximia tamen hominis prudentia delectatus ut capiti illius parceretur edixit, paene tantum gloriae in Archimede seruato quantum in oppressis Syracusis reponens.*
>
> Ya conquistada Siracusa, Marcelo, aunque entendía que su victoria había sido retasada, en gran medida, por las máquinas [de Arquímedes], no obstante, asombrado por gran la

> mentalidad del hombre, ordenó que actuaran cautelosamente sobre su cabeza; recibiendo casi la misma gloria por conservar a Arquímedes que por capturar Siracusa

Tito Livio (59 a.C.- 17 d. C.) cuenta cómo Arquímedes frustró los intentos por mar y por tierra de tomar Siracusa, usando un gancho que volteaba e inutilizaba barcos y diversos ingenios para arrojar rocas. Livio se refiere a Arquímedes como: *unicus spectator caeli siderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorum tormentorum operumque* "gran observador del cielo y las estrellas, pero más admirable como inventor y constructor de armas y obras de guerra" (XXIV, 34).

Más adelante cuenta su muerte:

> *cum multa irae, multa avaritiae foeda exempla ederentur, Archimeden memoriae proditum est in tanto tumultu, quantum captae terror urbis in discursu diripientium militum ciere poterat, intentum formis quas in pulvere descripserat, ab ignaro milite quis esset interfectum; aegre id Marcellum tulisse sepulturaeque curam habitam, et propinquis etiam inquisitis honori praesidioque nomen ac memoriam eius fuisse (XXV, 31, 9-10)*
>
> "Se cometieron muchos actos brutales de saña y codicia, y en medio de la enorme confusión que pueden provocar los soldados entregados al pillaje corriendo por las calles de una ciudad conquistada, cuenta la tradición que Arquímedes, cuando estaba inclinado sobre unos dibujos que había trazado en el suelo, fue muerto por un soldado que desconocía de quién se trataba; Marcelo se disgustó por ello y se ocupó de que se le diera sepultura y además hizo buscar a sus parientes, significando para ellos honores y protección su nombre y su recuerdo."[29]

Quintiliano (35- 95 d. C.), en I, 10, 41-49, afirma que un orador debe poder disertar sobre cualquier tema, pero eso no se puede lograr sin un conocimiento de geometría, además reconoce las aplicaciones militares de esa ciencia. Pone un ejemplo: *Archimedes unus obsidionem Syracusarum in longius traxit* "Arquímedes solo hizo más largo el bloqueo de Siracusa" (*Institutio Oratoria* I, 10, 48).

---

[29] Traducción tomada de: Tito Livio, *Historia de Roma desde su fundación*, libros: XXI- XXV trad. José Antonio Villar Vidal. Madrid, Gredos, 1993: p. 430

Apuleyo (123- c. 180 d. C.), en *Apologia* 16, hablando sobre espejos, menciona a Arquímedes por sus aportaciones sobre la óptica, aquí está la primera mención a un acomodo de espejos que podía incendiar algo que se le acercara: […] *alia praeterea eiusdem modi plurima, quae tractat uolumine ingenti Archimedes Syracusanus, uir in omni quidem geometria multum ante alios admirabilis subtilitate,* [menciona antes algunas cuestiones de óptica] "y muchas otras cosas del mismo tipo que trata en un gran volumen Arquímedes el siracusano, hombre muy admirable entre todos por su habilidad en geometría."

Amiano Marcelino (s. IV), en *Rerum Gestarum* XXVI, 1, 8, proporciona una lista de nombres en la que aparece Arquímedes como uno de los expertos para explicar el concepto de año: *Spatium anni vertentis id esse, periti mundani motus et siderum definiunt veteres, inter quos Meton et Euctemon et Hipparchus et Archimedes excellunt.* "El espacio recorrido de un año es ese que los antiguos, conocedores del movimiento del mundo y de las estrellas, definieron; entre ellos destacaron Metón, Euctemón[30], Hiparco y Arquímedes".

Como vemos, entre las fuentes antiguas, Plutarco y Cicerón son los autores aportan datos biográficos más importantes sobre el matemático; por otro lado, entre las declaraciones de los autores que apenas mencionan al personaje, se encuentran datos anecdóticos y el reconocimiento a su gran dedicación e ingenio, así como atribuciones de obras de ingeniería.

Casi no hay, en esta época, referencias a sus aportaciones matemáticas, lo que encontramos son datos sobre su relación con los romanos, sobre sus labores como ingeniero y especialmente sobre la curiosa forma del matemático de hacer la guerra. Sin duda, que

[30] Metón y Euctemón: astrónomos atenienses del s. V.

conservemos muchas de sus obras casi íntegras da testimonio de un interés por la ciencia un poco posterior.

2.3 Obra

Todo lo que sabemos de la transmisión de las obras de Arquímedes data por lo menos del siglo VI, cuando Isidoro de Mileto compiló y pasó a koiné la obra de Arquímedes, tal vez lo hizo de forma fragmentaria, ya que Eutocio, quien probablemente ocupó esa compilación no conocía todos los tratados que nos llegaron, tales son,[31] en el orden en que parecen en *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutoci* en la edición de J. L. Heiberg:

De Sphaera et Cylindro (I & II): en 2 libros donde el autor nos habla de algunas propiedades y relaciones de las esferas, cilindros y conos, ahí se encuentra la interesante demostración de que una esfera es 2/3 el volumen del cilindro que la circunscribe.[32]

Dimensio Circuli: habla sobre las relaciones del círculo consigo mismo para calcular sus medidas, sólo tiene tres proposiciones, en ese tratado el autor se acerca sorprendentemente al cálculo del valor de π. [33]

De Conoidibus et Sphaeroidibus: se trata de sólidos no considerados por Euclides, elipsoides, paraboloides e hiperboloides, hoy se usaría análisis infinitesimal para resolver esos problemas, de ahí su mérito.[34]

---

[31] Ofrezco los títulos de las obras de Arquímedes en latín que propuso Heiberg y una breve mención de sus contenidos.
[32] *Sobre la esfera y el cilindro*.
[33] *La medida del círculo*.
[34] *Sobre conoides y esferoides.*

De Lineis Spiralibus: Se trata sobre una curva plana, llega también a resultados que hoy se obtienen con análisis infinitesimal.[35]

De Planorum Aequilibriis (I & II): En estos tratados, el matemático ejemplifica las condiciones necesarias para que una palanca funcione, esto es, que el punto de apoyo se encuentre a una cierta distancia de los pesos aplicados; con ese conocimiento físico, traslada a la geometría lo que más tarde se llamará equilibrio.[36]

Arenarius: Es una obra única, la obra más accesible de Arquímedes, no está dedicada a un matemático, sino al rey Gelón, ahí el autor, con el pretexto de comprobar que el número de granos de arena no es infinito, desarrolla una notación de números muy grandes, como no se había hecho antes en griego.[37]

Quadratura Parabolae: Es el primer ejemplo de cuadratura con segmentos rectos, se obtiene el resultado por un procedimiento mecánico incluyendo palancas y puntos de equilibrio.[38]

De Iis, Quae in Humido Vehuntur (I & II) tít. alterno: *De Corporibus fluitantibus:* Habla sobre hidrostática y el primer libro nos lega el actual principio de Arquímedes. [39]

Lemmata: Es una serie de proposiciones atribuidas a Arquímedes por tradición árabe.[40]

---

[35] *Sobre las líneas espirales.*
[36] *Sobre el equilibrio de los planos.*
[37] *El arenario.*
[38] *La cuadratura de la parábola.*
[39] *Sobre los cuerpos flotantes.*
[40] *Lemas.*

Problema Bovinum: Un problema sobre teoría de los números, figura en un epigrama de Arquímedes a Eratóstenes que consta de 22 dísticos elegiacos.[41]

Por último, Heiberg incluye *Eutocii Commentarii,* Eutocio fue un matemático del s. VI nacido en Ascalón y educado en Constantinopla, en sus comentarios, trata de aclarar algunos pasos y operaciones que no son muy claros en las obras originales, comenta *el equilibrio de los planos, sobre la esfera y el cilindro* y *la medida del círculo,* pues Arquímedes solía saltar pasos u obviar demostraciones que para cualquier alumno de Euclides hubieran resultado innecesarios, recordemos que Arquímedes escribía para otros matemáticos, como lo demuestran las dedicatorias con las que inician sus tratados.

Además de esas obras, conocemos la que nos ocupa, *El método,* pero suponemos que muchos escritos de Arquímedes no llegaron hasta nosotros, al respecto, Babini nos dice:

> Teón de Alejandría y otros mencionan una obra de Arquímedes sobre la óptica, mientras Pappus le atribuye una obra sobre los poliedros regulares… así como la construcción de una esfera planetaria. Por último, Hiparco afirma que Arquímedes habría escrito una obra sobre el calendario o la longitud del año. (Babini 1948:51)

Continúa con una lista de obras que se le han atribuido por tradición árabe. A todo esto, habría que agregar la obra que el mismo Arquímedes nos dice que escribió: *Principios,* sobre la numeración griega, de la cual, el *Arenario* sería continuación.

Existen también dos obras que se consideraban perdidas y que se descubrieron en 1889: el *Stomachion*, que es un juego, una especie de rompecabezas con piezas poligonales, que no figura en la edición de Heiberg, y *El Método*. A propósito de esto, un importante estudioso moderno escribe:

[41] *El problema de los bueyes.*

> Several works by Archimedes are mentioned in ancient sources but are no longer extant. These are listed by Heiberg as "fragments," collected at the end of the second volume of the second edition: *On Polyhedra, On the Measure of a Circle, On Plynths and Cylinders, On Surfaces and Irregular Bodies, Mechanics, Catoptrics, On Sphere-Making, On the Length of the Year*. (Netz 2004: 13)

Además, tras la lectura de *El método,* Knorr (1978: 258 n.) plantea, basado en sus propias observaciones y en conclusiones de Heiberg, que existió un tratado de Arquímedes sobre los centros de gravedad de los sólidos, *ἰσορροπίαι*, al que Knorr referirá posteriormente como *Equilibria*.

No hay que dejar de lado su obra en ingeniería; aunque Plutarco afirma que a Arquímedes le parecía un juego y que era indigno escribir sobre ello, seguramente sí era una actividad que el autor disfrutaba, incluso se ha llegado considerar su interés por la aplicación de los conceptos una de las causas por las que no permaneció en Alejandría para continuar sus investigaciones ahí, pues las ideas platónicas que nos transmite el mismo Plutarco no le permitían desarrollar su talento como ingeniero. Los principales descubrimientos atribuidos a él en este campo son: el tornillo de Arquímedes, la *manus ferrea*,[42] los espejos ustorios que incendiaban barcos, mejoras a catapultas y acomodos de poleas para mover grandes pesos.

[42] El gancho para voltear barcos del que nos habla Polibio VIII, 7.

3. El método

El texto objeto de mi traducción: *Ἀρχιμήδους περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων πρὸς Ἐρατοσθένην ἔφοδος*, cuyo título tradicionalmente se vierte al español como *El método,* proviene de un *codex unicus*, en el cual las obras de Arquímedes se registraron con una nueva escritura del S. XII. Este tratado consta de los folios numerados como “ARCH 15R” al “ARCH 29V” del palimpsesto de Jerusalén.

3.1. Descripción física del palimpsesto de Arquímedes

El palimpsesto que contiene *El método* es descrito como un libro de oraciones del siglo XII o XIII, sobre material reciclado del siglo IX, algunas de cuyas páginas tenían una escritura anterior que contenía siete obras de Arquímedes; para reutilizarlo, el pergamino no fue raspado, sino sólo lavado. Consta de 185 hojas, de las cuales 177 son de pergamino, las restantes son papel de una época posterior. (González Urbaneja 2008:215)

> Los escritos tienen letra bonita y minúscula del s. X, de 24.4 cm de altura por 6.8 cm de anchura y alrededor de 35 líneas por columna… el amanuense domina un sistema de abreviaturas y otro taquigráfico usando ambos de manera caprichosa… los signos de puntuación suelen faltar. En el documento aparecen figuras geométricas con letras, pero son dibujadas a la ligera, nunca completadas y solo esbozadas. El amanuense del escrito superior ha cambiado el orden de los folios, poniéndolos en una sucesión arbitraria, ha separado las hojas del folio pequeño del manuscrito originario y las ha plegado en dos, para pasar de folio a cuartilla, perdiendo líneas y cambiando la dirección de las mismas.

3.2. Historia del tratado

La fecha de redacción de esta epístola y tratado nos es desconocida, Knorr en 1978 publicó un artículo que intenta establecer el orden cronológico de las obras de Arquímedes, pero no tiene aceptación plena; (Ortiz García 2005:30) sin embargo, siguiendo a Knorr, consideraré *El método* como una obra tardía, porque, en él, Arquímedes hace referencia a cosas que ya había demostrado en documentos que se pueden considerar de lo que él llama el grupo de obras maduras.

Las obras de Arquímedes que conocieron los eruditos del siglo VI eran pocas: Eutocio e Isidoro de Mileto conocían algunas sólo de nombre, quizá la compilación de Isidoro sólo contenía algunas obras que tratan de cuadrar el círculo, tema muy estudiado por los geómetras antiguos. La única mención en la antigüedad a la obra *El Método* es la que supuestamente hace Herón de Alejandría (s. I d. C.) en la *Métrica.* Posteriormente, Suidas (s. X) también menciona la obra, pero haciendo referencia a que Teodosio de Trípoli la usó.

En el siglo IX, probablemente, los escritos de Arquímedes resultaron más interesantes y, por lo tanto, más copiados, de ese momento proviene el palimpsesto de Jerusalén que es el códex más antiguo con textos de Arquímedes en griego actualmente.

En el siglo XIII Guillermo de Moerkebe tradujo los códices que hoy llamamos A y B[43] al latín, en esa traducción, que fue la que conocieron los sabios renacentistas, no figuraban: *El Método* ni otra obra llamada *Stomachion.* Tanto el códice A, como el códice B se encontraban en la biblioteca papal de Viterbo en el momento de la traducción con los números de manuscrito 612 y 608 respectivamente. Ambos están actualmente perdidos, pero conservamos algunas copias de A, conocido como Valla.[44] El códice C, es decir, el que hoy es conocido como el palimpsesto de Jerusalén, no estaba a disposición del traductor.

[43] Del códice B no se sabe nada desde 1311 y del códice A desde 1564

[44] Perteneció a Giorgio Valla, sobrino de Lorenzo Valla; posteriormente lo compró Alberto Pio, príncipe de Carpi. Del códice A se conservan 4 copias. (Ortiz García 2005:60-61)

Comparando la información que tenemos de esos tres códices sabemos que:

> Los tres contienen *Sobre el equilibrio de los planos*, el A y el B contienen *La cuadratura de la parábola*, el A y el C tienen *sobre la esfera y el cilindro*, *La medida del círculo y sobre las espirales* en común y el B y el C comparten *Sobre los cuerpos flotantes*. El códice A es el único testigo de *Sobre conoides y esferoides* y de *El arenario*; y el códice C, el único que conoció *El Método y Stomachion.* (Netz y Noel 2007 102)

El palimpsesto de Jerusalén, códice C o códice de Arquímedes, fue reconocido por un estudioso en 1899, luego, en 1907 Heiberg publicó la edición canónica de *El Método*, después, el manuscrito desapareció hasta que en 1997 reapareció siendo subastado en New York. La historia de lo que sucedió con esa obra, único testimonio de un importante tratado de Arquímedes, es muy larga.

El Método fue una obra desconocida hasta 1889. Esta obra figura en *Archimedis opera omnia*, volumen II, segunda edición, publicada en 1907 del filólogo danés Johan Ludvig Heiberg, hasta entonces, nadie (fuera de los alejandrinos) había leído la obra, pero había suposiciones de que contendría el secreto de cómo Arquímedes llegaba a los resultados que luego demostraba con métodos rigurosos en sus tratados.

William Noel y Reviel Netz cuentan de una forma novelada esos fascinantes sucesos en las más de 300 páginas de su libro *El códice de Arquímedes*; una ventaja de ese libro es su claridad, pues se trata de una obra de divulgación que está escrita con un profundo conocimiento de los hechos recientes al respecto, pues los autores forman parte del equipo que restauró y publicó la nueva edición del palimpsesto de Arquímedes.

Un muy buen resumen de los sucesos alrededor del palimpsesto es el que proporciona González Urbaneja en *Arquímedes y los orígenes del cálculo integral* entre las páginas 212 y 230, el principal aporte de ese apartado es que además ofrece un recorrido por las versiones más importantes de *El Método* y comenta brevemente las traducciones al español que tiene la obra, todas basadas en la edición de Heiberg.

Dado que existen esas obras, producto de una ardua investigación y que además están en nuestro idioma, sólo daré una breve cronología de los hechos relativos al palimpsesto.

C. 1860- Tischendorf en la Biblioteca del Patriarcado griego encuentra y mutila “un palimpsesto sobre matemáticas”.

1899 -El paleógrafo griego Papadopoulos Kerameus, autor del catálogo de manuscritos del Patriarcado griego, cataloga el códice en el Monasterio de San Sevas, en Palestina. Él nota que se trata de un palimpsesto y que contiene obras de Arquímedes.

1906- El manuscrito es trasladado a Constantinopla. Donde Heiberg lo estudia y fotografía.

1907- Heiberg publica en la revista *Hermes* la primera edición de *El Método.*

1907- 1930 Luego de las fotografías que tomó Heiberg, el códice no se vuelve a usar y no se sabe de su paradero.

1929- Mientras está perdido, el códice sufre cuatro interpolaciones de media hoja cada una, son ilustraciones de cuatro apóstoles que se realizaron sin conocimiento de que se trataba de un palimpsesto, probablemente para incrementar el precio del códice como libro de oraciones. Las figuras se notaron hasta 1997 cuando reaparece.

1930- Un comprador francés lo adquiere en un bazar de Estambul.

1930-1997 el palimpsesto de Jerusalén permanece con una familia francesa.

1971- La hoja mutilada por Tischendorf aparece en la biblioteca de la Universidad de Cambridge, tal hoja está catalogada desde 1886.

1998- A pesar de las denuncias de robo por parte del Patriarcado de Grecia, el palimpsesto se vende por dos millones doscientos mil dólares en la casa de subastas Christie's en Nueva York. Fue adquirido por alguien anónimo.

1999- El comprador desconocido deja el libro a cargo del Museo de Arte Walters en Baltimore. Ahí se comienza la nueva edición.

2011- Sale a la luz la edición del palimpsesto de Arquímedes que fue hecha en Baltimore por un equipo de restauradores y estudiosos del área (*The Archimedes Palimpsest*).

De tal modo que hoy contamos con dos ediciones "modernas" del palimpsesto; la propuesta por Heiberg en 1907 y la publicada en 2011 como resultado del *proyecto The Archimedes Palimpsest*, es esta última la que me propongo traducir.

3.3. *El método y* su contenido

Los métodos por los que se demostraba un teorema geométrico en la antigüedad exigían el conocimiento previo del resultado; para causar algunas sorpresas, la carta de Arquímedes a Eratóstenes no contiene precisamente una revelación sobre la manera en la que el matemático siracusano obtenía los resultados que luego demostraba en sus tratados más formales, lo que contiene el tratado es una visión distinta de la geometría, entre las figuras geométricas que usualmente se concebían como perfectas e imaginarias y sus hipotéticas relaciones mecánicas si se construyeran en nuestras 3 dimensiones.

Esa comparación con el mundo real, por supuesto, no procura resultados contundentes, aún requiere de una demostración matemática para considerarse cierta, los fenómenos físicos aparentes no siempre se corresponden con la teoría que buscaban los geómetras de esa época (corresponde sólo a la parte de análisis de Papo). Para realizar la comparación el autor imagina las figuras como sólidos o superficies que tras trasladarse pueden entrar en balance con otra de las formas dibujadas dentro de un sistema y establecer relaciones de equilibrio.

Este tratado tal vez contiene los primeros esbozos de cálculo en la humanidad. Aunque el tratado que me ocupa no fue conocido por Isaac Newton ni por Gottfried Leibniz[45] que iniciaron el cálculo infinitesimal como lo conocemos y por lo tanto no influyó en nuestra manera de medir áreas delimitadas por curvas, sí nos acerca la forma de pensar de una de las grandes mentes de la antigüedad como fue Arquímedes de Siracusa.

El Método consta de una introducción; once lemas en los que establece algunas bases necesarias para adentrarse en los conceptos geométricos que usa en este tratado; el texto propiamente expositivo que se divide, según la tradición, en 16 proposiciones con su demostración.

3.4. Estructura de *El método*

La introducción de la carta nos revela que fue dirigida a Eratóstenes de Cirene, quien fue director de la biblioteca de Alejandría, poeta, historiador, matemático y geógrafo famoso principalmente por calcular la circunferencia de la Tierra[46], sobre quien sus contemporáneos pensaban que no destacaba en las disciplinas en las que incursionaba. (Lesky 1968:816)

[45] Filósofo alemán del s. XVII reconocido, entre otras cosas, por haber inventado el cálculo infinitesimal independientemente de Newton.
[46] Aunque por nuestro desconocimiento del valor lineal del estadio empleado por Eratóstenes no sabemos qué tan certera es su medición, lo correcto de su razonamiento nos sigue sorprendiendo.

Eratóstenes nació en la costa de África, desde donde se trasladó a Atenas, ahí recibió una esmerada formación, hasta que Ptolomeo III lo llamó a Alejandría para dirigir la biblioteca y tomar parte en la educación del príncipe; en esa misma ciudad quedó ciego y se suicidó a una edad avanzada. (van der Waerden 1954:228- 230) Mantenía correspondencia con Arquímedes, pues en la introducción de *El método* nos informa que había habido cartas previas y el *Problema de los bueyes* de Arquímedes también se dirige a él.

En la introducción también encontramos las construcciones sobre las que versa el tratado: lo que hoy llamamos cuña cilíndrica y la intersección de dos cilindros, cuyo volumen se calculará con respecto al cilindro del que provienen las figuras.

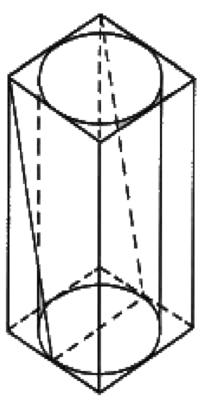


Figura 1: construcción descrita en el primer teorema de la introducción.

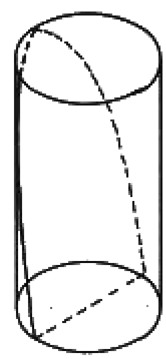


Figura 2: El segmento es la sexta parte del prisma.

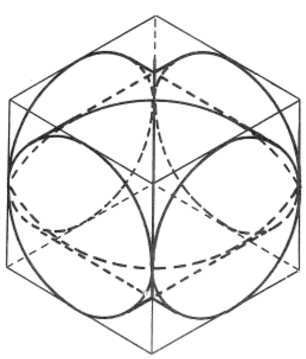


Figura 3:[47] construcción de la figura a estudiar en el segundo teorema, el cual no se ha conservado.

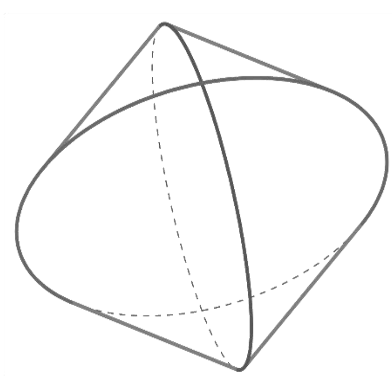


Figura 4: el sólido construido es un tercio del cubo.

[47] Figuras 1, 2 y 3 tomadas de Hernández Martín 1992:156.

Posteriormente enuncia los lemas, que Hernández Martín (1992: 145) considera relacionados con las demás obras:

> Los lemas 2 a 6 pertenecen a *Del equilibro de los planos*. El lema 1 está íntimamente emparentado con el 2. El lema sin numerar[48] es el primer teorema de *Sobre conoides y esferoides*. Los lemas restantes pueden considerarse como pertenecientes a la obra perdida. – En algunos de estos lemas se hace particularmente evidente la identidad de centro de gravedad y centro geométrico –

Siguen las proposiciones, cuya secuencia y contenido presentamos en forma de tabla:

Proposición	Tema	Método	Resultado	Conservación
1	Área del segmento parabólico.	Mecánico, no queda demostrado.	El área del segmento es un entero y un tercio del triángulo inscrito.	Completa.
2	Volumen de una esfera. Relación con el cono y el cilindro que tienen su círculo máximo por base.	Mecánico, explica que intuyó esto por analogía con las relaciones que establece la circunferencia con un triángulo.	El volumen de la esfera es el doble de un cono que tiene por base su círculo máximo y altura igual al radio de la esfera. El volumen de la esfera es 2/3 el del cilindro que tiene por base su círculo máximo y por altura el diámetro de la esfera.	Completa. Las secciones ilegibles son partes de palabras que se han restituido.
3	Volumen del esferoide.	Mecánico, similar al anterior.	El cilindro cuya base es igual al círculo máximo de un esferoide y cuya altura igual al eje del esferoide tiene una vez y media el volumen del esferoide.	Completa, salvo una pequeña laguna sin integración en ARCH 18 R columna

[48] Heiberg numeró los lemas 1 a 10, la edición que estoy usando no lo hizo. El 11 sería el lema sin numerar. La obra perdida es *Equilibria.*

				derecha, línea 21.
4	Volumen de un segmento de paraboloide.	Mecánico, usa nociones de equilibrio entre las figuras.	La sección es una vez y media el cono que tiene la misma base y el mismo eje.	Completa. Las secciones ilegibles son partes de palabras que se han restituido.
5	Centro de gravedad de un segmento paraboloide.	Mecánico, usa nociones de equilibrio entre las figuras.	El centro de gravedad esta sobre el eje del segmento; la parte que esta hacia el vértice es el doble del resto.	Completa.
6	Centro de gravedad de media esfera.	Mecánico, usa nociones de equilibrio entre las figuras.	Si prolongamos el eje de la semiesfera, para que esa línea mida una vez y media del eje; el centro de gravedad esta sobre la línea trazada, de modo que el lado más cercano al vértice guarda la misma relación de 5/3 con respecto al resto de la línea.	Presenta grandes lagunas al interior de la proposición. Algunas partes se han restituido tentativamente.
7	Volumen de un segmento de esfera	Mecánico, usa nociones de equilibrio entre las figuras.	En lo conservado de este tratado no aparece la conclusión que el autor desea demostrar.	Lagunas importantes que no permiten la lectura.
8	Volumen de un segmento de esferoide.[49]	Desconocido. Suponemos método mecánico.[50]	Desconocido.	Solo se conservan algunas letras. Los editores restituyen 5

[49] Dado que en esta nueva edición no se puede leer nada nuevo a este respecto, baso mis indicaciones en la obra de Knorr (1978:260) así como en las suposiciones de Heiberg y Heath (1912).
[50] Ver nota anterior.

				líneas en el folio ARCH 23V.
9	Centro de gravedad de un segmento de esfera.	Mecánico.		Laguna al principio.
10	Centro de gravedad de un segmento de esferoide.	Analogía con la proposición anterior.	El centro de gravedad esta sobre el eje; la parte que esta hacia el vértice es el cuádruple del resto.	Completa.
11	Centro de gravedad de un hiperboloide.	Sin razonamiento mecánico ni demostración formal.		Completa.
12	Volumen de la cuña cilíndrica.	Mecánico	La cuña cilíndrica es la sexta parte del prisma sobre el que la generó.	Completa.
13	Volumen de la cuña cilíndrica.	Suponemos mecánico.	Continuación del anterior, establece nuevas relaciones entre los prismas.	El final está perdido.
14	Volumen de la cuña cilíndrica.	Sin método mecánico, hace uso de los indivisibles.	Establece nuevas relaciones entre los prismas. Muestra nuevamente que la cuña es la sexta parte del prisma.	Completa, con una nueva lectura que surge de la reciente reconstrucción.
15	Volumen de la cuña cilíndrica.	Prueba formal.	Muestra nuevamente que la cuña es la sexta parte del prisma.	Sólo se conserva el principio.
16[51]	Suponemos que trataría el			Perdida.

[51] Ver dos notas arriba.

	volumen de la intersección de dos cilindros			

De la proposición 1 a la 10, el autor sienta las bases que le servirán para llegar a intuir los volúmenes que se propuso estudiar al principio del tratado; en la proposición 12 ya entra en materia, pues de 12 a 15 explica cómo ha llegado al primer resultado que le compete: el volumen de una cuña cilíndrica trazada al atravesar un plano que va desde un lado de un prisma cuadrangular al centro del circulo que está en la base opuesta del cilindro inscrito en aquel prisma, ese volumen es una sexta parte del prisma. Sin embargo, la introducción anuncia que se hablará del volumen de la bóveda cilíndrica, pero ese tema no se toca en las secciones conservadas, por lo que, dado que la proposición 16 está perdida, suponemos que era ahí donde se trataba ese punto.

3.5. Recepción e influencia del tratado

Una vez analizado su contenido, me referiré brevemente a cómo *El Método* puede compararse con el trabajo de científicos posteriores.

Para discutirlo es importante saber a partir de cuándo se considera una obra perdida, porque, por supuesto, no pudo tener efecto en el desarrollo de los pensadores entre los SS. I a. C. y XIX d. C. Pues sólo tenemos referencia de que hayan conocido esa obra en el S. I a.C. Teodosio de Trípoli y Herón, cuyas menciones también se encuentran en obras perdidas; después de ellos, no hay noticia de que alguien haya accedido a la obra. Por lo cual, sin descartar el notable aporte de Arquímedes al pensamiento científico, especialmente de tradición árabe, podemos concluir que no contamos con obra alguna que muestre influencia de *El método*. Pero luego de 1906 (tras el descubrimiento del palimpsesto de Arquímedes), se puede comparar el desarrollo de las soluciones propuestas por los científicos de la era moderna con las ideas arquimedianas.

En 1635 Bonaventura Cavalieri, jesuita italiano, publica *Geometría de los continuos por indivisibles presentada por métodos nuevos*, en tal obra, Cavalieri propone teorías que consisten en saturar con líneas los planos y con planos, los sólidos para calcular sus áreas y volúmenes. Considera que estos elementos que componen las figuras son indivisibles y apoya sus descubrimientos en los conocimientos del libro V de los *Elementos* de Euclides, que a su vez provienen del método de exhaución de Eudoxo. (González Urbaneja 2008: 307-10)

El procedimiento es sorprendentemente similar a lo que expone Arquímedes en *El método*, por ejemplo, en la proposición 14, pero Cavalieri ya contaba con el álgebra que le facilitó hacer la suma de las secciones indivisibles; también opta por la estrategia de evitar la discusión sobre el continuo y el infinito y, al igual que Arquímedes, no considera que su método aporte una demostración rigurosa, sino sólo una simplificación del método de exhaución. (González Urbaneja 2008: 314)

Otro sistema parecido al de Arquímedes es el de Blaise Pascal, quien aplica, desde 1658, técnicas de balanza para estudiar las propiedades de la cicloide[52] como: su centro de gravedad, cuadratura y los sólidos de revolución generados por tal figura. (González Urbaneja 2008: 334)

[52] Curva trazada por un punto de una circunferencia que rueda sin desplazarse sobre una recta.

Isaac Newton (1643-1727) descubrió el cálculo, primero vio la luz su obra *sobre el cálculo por medio de ecuaciones con un número infinito de términos* (1711); además, en una obra publicada póstumamente, en 1734, se recopilan los resultados de sus estudios sobre curvas y el uso de las sumas infinitas que propone: *Método de las fluxiones y de las series infinitas*. Como vemos desde los títulos, para Newton ya no fue necesario evitar el concepto de infinito, sino que lo aborda de lleno. Él usó lo que hoy llamamos integrales, pero las expresó con series infinitas de potencias a falta de mejores términos. (Sánchez y Valdés 2007:87- 90)

Sin embargo, quien sistematizó todas estas herramientas fue Gottfried Wilhelm Leibniz, pensador alemán que incursionó en diversas áreas del conocimiento. Nació en 1646, en Leipzig, su padre murió cuando él tenía 6 años, pero dejó en manos de Leibniz una amplia biblioteca que lo nutrió; así, aprendió latín y griego de manera autodidacta y se interesó especialmente por la lógica, pero también mostró inclinación por estudiar política, matemáticas, mecánica, historia, leyes y teología. Fue embajador del duque de Hannover, quien le encargó un trabajo historiográfico que permitió a Leibniz amplios viajes; finalmente fue acusado de plagio por sus aportes al estudio de los infinitesimales, pero hoy se considera que sus descubrimientos son simultáneos e independientes de los de Newton. Murió en 1716. (Sánchez y Valdés 2007:94-95)

Uno de sus principales intereses fue encontrar sistemas universales que permitiesen a todos los estudiosos expresarse en los mismos términos; ese intento lo llevó a acuñar conceptos que aún hoy están en uso como: variable, constante y parámetro. Pero sus aportes son de gran profundidad y van más allá de los nombres. De hecho, si en alguna época se consideró que la diferencia entre los métodos infinitesimales de Arquímedes y de los pensadores de la modernidad eran sólo conceptuales,[53] con el artículo de Leibniz queda claro que estamos ante una nueva herramienta matemática. Él explicita que "los problemas de la cuadratura de una curva y el hallazgo de su tangente son uno el inverso de otro", (Sánchez y Valdés 2007:96) supo explicar también que una curva es un polígono de infinitos lados con longitud infinitamente pequeña —cosa que concuerda plenamente con la concepción desarrollada y empleada por Arquímedes—, además, con la inclusión de las curvas trascendentes, se posibilita la resolución de problemas mecánicos para los que otras herramientas no bastan. (Sánchez y Valdés 2007:96-97)

[53] Véase González Urbaneja 2008:303

4. Lengua y terminología en *El método*

4.1 Dialecto de Siracusa

La principal dificultad que presenta el texto griego del que nos ocupamos aquí es que, como se explicó en el capítulo anterior, nos fue transmitido exclusivamente en un palimpsesto que es códice único del texto, el cual fue editado muy recientemente por Nigel Wilson y Reviel Netz siguiendo un criterio diplomático de transcripción, es decir, reproduciendo el texto tal y como se lee en el manuscrito, por lo que no hay normalización ortográfica ni variantes y, por supuesto, no hay prácticamente integraciones de los editores que puedan ayudar a entender cómo interpretar pasajes oscuros del texto. Sin embargo, dado lo que nos permiten ver los otros tratados de Arquímedes, que redactó en su dialecto dorio siracusano, es dable suponer que *El Método* no fue la excepción y debió también escribirse en esa variante lingüística. Sin embargo, el texto transmitido se nos presenta escrito en koiné, con sólo ocasionales destellos de formas dorias caracterizadas por la conservación de una α larga donde el ático y la koiné helenística presentan η —como en ARCH18R línea 32 s., donde se lee τμάματι en lugar de la forma τμήματι que aparece en otros puntos del texto (ver ARCH19V línea 3 *et passim*), o τὰν αὐτὰν al inicio de la Proposición 11—, de manera que es verosímil pensar que éste fuera uno de los escritos vertidos tempranamente a la koiné helenística por copistas no muy versados en la forma dialectal originaria.[54] (Ortiz García 2005:19)

4.2 Terminología especializada en Arquímedes

[54] Los demás tratados en koiné son: *Sobre la Esfera y el cilindro, la Medida del círculo, la Cuadratura de la parábola, el Stomachion, y el Problema de los Bueyes* (Ortiz García 2005: 19)

Sobre la elección de vocabulario, aunque Euclides sistematizó la geometría y de algún modo la estandarizó, sus *Elementos* todavía presenta oscilación y aún en tiempos de Arquímedes no había una manera canónica de describir los objetos y procedimientos geométricos. La concepción normal que encontramos en este tratado y otros escritos geométricos es que un punto (σημεῖον) describe y delimita los extremos de un segmento de línea, cuya extensión es potencialmente infinita hacia cualquiera de los dos sentidos de su trazo; las líneas, a su vez, delimitan los planos, los cuales a su vez delimitan los volúmenes. Por consiguiente, cada punto es designado con una letra del alfabeto para establecer su posición en el plano.

Ahora bien, un punto se define con una sola letra: τὸ Α σημεῖον o solamente τὸ Α significa el punto A. Un segmento de recta se define por sus dos extremos ἡ ΑΒ εὐθεῖα o ἡ ΑΒ significa el segmento de recta trazado entre los puntos A y B; cuando tal expresión aparece, simplemente traduzco "la recta AB". Asimismo, un triángulo se define por sus tres vértices: τὸ ΑΒΓ τρίγωνον significa "el triángulo ΑΒΓ".

En cuanto a las superficies, se usa constantemente el término ἐπίπεδον para designar un "plano". Ahora bien, parecería que Arquímedes imagina tales planos en sentido euclidiano, es decir, como extensiones infinitas en todas las direcciones, sin ninguna delimitación.

La palabra usual en geometría para referirse a un cuadrado es τετράγωνον. Así, por ejemplo, en Euclides *Elem.* 1, prop. 46 se describe de la manera siguiente el cuadrado construido sobre una recta dada: ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι "Trazar un cuadrado sobre una recta dada", es decir, se refiere a construir lo que hoy llamamos el cuadrado de una longitud. A partir de la siguiente proposición, se refiere indiferentemente a los cuadrados como τετράγωνον o como τὸ ἀπὸ τῆς (más los dos puntos que delimitan el segmento de recta que será el lado del cuadrado); en el libro II ya encontramos la forma sintética, pues sólo aparece τὸ ἀπὸ más los dos puntos que delimitan la recta. De igual forma, en *Elem* 2, prop. 9, 30 leemos ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ τῷ ἀπὸ ΓΕ.[55]

Esa forma abreviada será la que Arquímedes usará a lo largo de *El método* para referirse al cuadrado de una longitud, en cambio, usará τετράγωνον cuando hable de una figura con forma cuadrada desde el inicio de su construcción. Un claro ejemplo es cuando propone las figuras a estudiar, en ARCH 15 R línea 22; sin embargo, es notorio que, pocas líneas antes (13-14 y 17), se refirió a un cuadrado como παραλληλόγραμμος, término que Euclides habría reservado para los rectángulos.

Sobre los rectángulos, esto nos dice Euclides en la primera definición del libro II: πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν "Se dice que todo paralelogramo rectangular[56] está comprendido por las dos rectas que comprenden el ángulo recto". A partir de esa definición, es usual referirse a ellos como τὸ ὑπὸ τῶν más los puntos extremos de las dos líneas que forman sus lados. Lo normal en *El método* será que Arquímedes use la forma τὸ ὑπὸ más los puntos extremos de las dos líneas que forman sus lados, es decir, los cuatro vértices, sin usar el artículo τῶν, si bien a veces encontramos explícitos sólo tres puntos,[57] donde el punto omitido es extremo común a las dos rectas y, por lo tanto, aparece como uno de los dos extremos de la otra recta.

[55] También el cuadrado de ΑΓ es igual al cuadrado de ΓΕ.
[56] El adjetivo ὀρθογώνιος califica a aquellas figuras planas que tienen ángulos rectos, como el rectángulo.
[57] Esto sucede también en Euclides, pues en *Elem.* 2, prop. 1, τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΔΕ se refiere al rectángulo ΑΕ ΔΕ.

Así sucede en la proposición 2: ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΓΑΣ τῶι[58] ὑπὸ ΜΣ ΣΠ cuya traducción sería "el rectángulo ΓΑΣ es igual al rectángulo ΜΣ ΣΠ", donde por el diagrama de la construcción geométrica contenido en el manuscrito sabemos que el primer rectángulo es ΓΑ ΑΣ.

Para el círculo y la circunferencia se usa indistintamente el término κύκλος y para describir su posición se dice dónde se encuentra el diámetro (διάμετρος); se puede expresar: ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος "el círculo [trazado] alrededor del diámetro ΒΔ" o bien ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ "el circulo cuyo diámetro es MN".

Sobre otras figuras planas vale lo que nos dice Babini en las notas a la traducción que él hizo al mismo tratado.

> En esta versión se ha mantenido la nomenclatura adoptada por Arquímedes para designar las figuras que hoy se denominan "cónicas" y "cuádricas". De ahí que, de una vez por todas, valen las siguientes equivalencias: Sección de cono rectángulo (τομὴ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου) = parábola. Sección de cono acutángulo (ὀξυγωνίου κώνου τομὴ) = elipse. Sección de cono obtusángulo (ἀμβλυγωνίου κώνου τομὴ)[59] = hipérbola. Esferoide (σφαιροειδῆ) = elipsoide de rotación. Conoide rectángulo (ὀρθογώνιον κωνοειδὲς) = paraboloide de rotación. Conoide obtusángulo (ἀμβλυγωνίον κωνοειδὲς) = hiperboloide de rotación (el de dos hojas, aunque Arquímedes considera una sola).[60] (Babini 1966:91)

Como vemos, Arquímedes aún no usa el término parábola, que se usa comúnmente sólo después de la obra de Apolonio. Vale para este estudio todo lo indicado en el capítulo VIII de la introducción de Heath a *The Works of Archimedes* "The terminology of Archimedes" (p. clv ss.).

---

[58] Aquí el texto presenta τὸ, pero asumimos (de acuerdo con la corrección de Heiberg en su edición) que es error ortográfico del escriba medieval, en lugar del dativo homófono τῶι.

[59] Reconstruí la expresión, pero no consta en el tratado, pues lo que se encuentra es el genitivo τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμηθέντος el segmento de un conoide obtuso.

[60] Los términos griegos fueron agregados por mí.

En la nota anterior, Babini incluye los sólidos de rotación; la nomenclatura de los demás sólidos es la estandarizada, que perdura hasta nuestros días:

Esfera: σφαίρα

Cilindro: κύλινδρος

Cono: κῶνος

Prisma: πρίσμα

Cubo: κύβος

En cuanto a las relaciones de las figuras y de sus magnitudes, hemos visto que las preposiciones servían para describir las dimensiones de algunas figuras; otra preposición usual será *πρὸς* que se utiliza para indicar una proporción: πέντε πρὸς τὰ τρία ("cinco sobre tres"), también se trata de una abreviatura, la expresión completa habría especificado la palabra λόγος 'relación'. Aunque πρὸς siempre expresa relación, hay variación sintáctica, pues a veces esta misma noción en el texto de Arquímedes se construye con acusativo y a veces con genitivo.

Otras relaciones espaciales son expresadas por términos como κατεναντίον 'opuesto' y ὀρθόν que literalmente significa 'recto', aunque describe en ocasiones la posición perpendicular de un objeto geométrico con respecto a otro.

Será de especial relevancia para el contenido de este tratado el verbo ἰσορροπέω, "estar en equilibrio", con el cual el primer objeto que está en ese estado se construye en nominativo como sujeto gramatical del verbo, mientras el segundo objeto se construye en dativo o, alternativamente, en nominativo conectado con el primero a través de la conjunción copulativa καί ‘y’, donde el punto de equilibrio se expresa en acusativo precedido indistintamente de alguna de las preposiciones κατὰ o περὶ, de manera que encontramos en la misma proposición ambas expresiones ἰσορροπήσουσι κατὰ τὸ Α σημεῖον, literalmente “estarán en equilibrio en coincidencia con el punto A” y ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α σημεῖον, literalmente “estarán en equilibrio alrededor del punto A”.

Los términos τμῆμα (segmento) y τομή (sección) no son sinónimos, el primero se refiere a segmentos obtenidos de cortar un sólido y, el segundo, a secciones de rectas o de superficies. Así, encontramos en el texto pasajes como τὸ τμῆμα τοῦ ὀρθογωνίου κώνου, para referirse a un segmento sólido como la cuña cilíndrica y τομὴ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου para referirse a una sección plana, como es la sección parabólica.

Por otra parte, se usan en contextos semejantes los verbos γίγνομαι (‘generarse’) y ποιέω (‘hacer’), aunque no son sinónimos, pues el primero es intransitivo y permite visualizar un proceso como en desarrollo autónomo, mientras el segundo es transitivo y enfoca la atención en el efecto de una operación o traslación.

De gran interés es el uso por parte de Arquímedes de los términos δείκνυμι (‘mostrar’) y ἀποδείκνυμι (‘demostrar’) y sus derivados nominales, ἀπόδειξις en particular. *Δείκνυμι* es el verbo que ya se usaba en la tradición geométrica para referirse a la operación demostrativa, como revela la usual frase euclidiana con la que finaliza un procedimiento apodíctico: ὅπερ ἔδει δεῖξαι “lo que se tenía que demostrar” (*Elementos* I, prop. 4). En especial, en el proemio epistolar del tratado que nos concierne aquí, Arquímedes insiste con gran énfasis en la aportación que su trabajo significa para la demostración de las cuestiones que aborda (Τοῦτο δὲ πέπεισμαι χρήσιμον εἶναι ... εἰς τὴν ἀπόδειξιν), a diferencia de las intuiciones de matemáticos anteriores que aparentemente ofrecían construcciones sin una demostración rigurosa, como es el caso del descubrimiento de Demócrito de que el volumen de un cono es la tercera parte del del cilindro que tiene la misma base y altura, que Arquímedes explícitamente define como un enunciado χωρὶς ἀποδείξεως "sin demostración", en contraste con la demostración rigurosa dada luego por Eudoxo (FOL. 46V+43R [ARCH15V] columna derecha). Sin embargo, a lo largo del tratado que estudiamos aquí, Arquímedes usa varias veces indistintamente dichos términos para indicar un resultado por vía mecánica o para su demostración por vía geométrica.

Por último, es notable que el lenguaje técnico de Arquímedes es mucho más sintético que el de Euclides. Seguramente esto se debe a que sus obras, ésta en particular, no fueron concebidas como manuales didácticos, sino que son una forma de boletín o correspondencia dirigida a otros expertos, situación que se confirma por las dedicatorias de sus tratados, en las que aparecen nombres como Eratóstenes, Conón y Dositeo.[61] El texto conserva el lenguaje repetitivo para aludir a situaciones típicas y a figuras recurrentes a lo largo del tratado.

[61] Es excepcional la dedicatoria del *Arenario* al tirano de Siracusa, Gelón II.

5. Traducción

5.1 Sobre esta traducción.

Como documento técnico de la cultura griega, *El método* de Arquímedes plantea cuestiones de geometría que hoy se calculan con métodos puramente matemáticos y en notación sintética. Como las matemáticas actuales disponen de herramientas más eficaces para hacer la misma operación[62], me parece que la traducción no debería apegarse a la intención de relacionar la mecánica con la geometría como método heurístico, ya que eso sería actualmente objeto de un artículo científico. Por ello, yo no propongo una adaptación del texto de Arquímedes a la notación matemática moderna, como fue el caso de la que hizo Thomas Heath en inglés[63]. No he tratado este texto como un instrumento de geometría moderna, (que no es mi campo de estudio), sino como un documento histórico que sirve como medio para conocer mejor el pensamiento matemático griego de la antigüedad y acercar a un lector moderno a su mentalidad.

Para elaborar la traducción presentada en este trabajo, di prioridad a respetar la sintaxis natural del español manteniendo el sentido que capté del original. Diría Hurtado (2001: 248) que los documentos técnicos y científicos requieren siempre una traducción literal, aunque en las lenguas clásicas esto no siempre es fácil de lograr. Sin apegarme ciegamente a la técnica de traducción literal, he decidido conservar las formas en que se expresaban en griego las operaciones matemáticas y respetar la formulación encontrada en el texto original, por haber considerado que eso hace más fácil la comparación entre nuestro

[62] Es decir, hoy se usa el cálculo infinitesimal. (Babini 1966:13)
[63] Heath 1912.

sistema para expresar conocimientos geométricos y el que usó Arquímedes. De esta manera, se podrá quizá seguir el razonamiento de Arquímedes tal y como él mismo lo ha planteado.

Para hacer la traducción me apegué a lo que la perspectiva funcionalista llamaría traducción filológica (Nord 1997). Una traducción centrada en la lengua de partida, en donde mi objeto de estudio es el contenido del tratado, pero también la forma lingüística en la que fue expresado. Esto tiene como resultado una cierta dosis de 'extrañamiento' ante un texto que se presenta bajo una forma ajena a los usos lingüísticos y estilísticos normales de la lengua de destino, pero que, tras ser adaptado a las reglas sintácticas del español, puede servir como una etapa previa en la comprensión del texto original.

En las notas al texto griego, comento acerca de las dificultades de lectura que presenta el texto en la edición de Nigel & Netz y sobre las posibles soluciones, también indico cuándo me apoyé en la edición de Heiberg para la lectura y comprensión de ciertos pasajes, así como para ofrecer una traducción. En las notas a la traducción propongo algunas aclaraciones con respecto al contenido matemático de las proposiciones del tratado y establezco relaciones con otras obras, del mismo Arquímedes o de Euclides, que ayudan a entender mejor el desarrollo de las argumentaciones geométricas y mecánicas de Arquímedes.

Texto confrontado

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 46R+43V [ARCH15R] columna derecha

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΘΕΩΡΗΜΑΤΩΝ ΠΡΟΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΝ·ΕΦΟΔΟΣ

Ἀρχιμήδης Ἐρατοσθένει εὖ πράττειν. Ἀπέστειλά σοι πρότερον τῶν εὑρημένων θεωρημάτων ἀναγράψας αὐτὰς τὰς προτάσεις φάμενος εὑρίσκειν ταύτας τὰς ἀποδείξεις, ἃς οὐκ εἶπον ἐπὶ τοῦ παρόντος· ἦσαν δὲ τῶν ἀπεσταλμένων θεωρημάτων αἱ προτάσεις αἵδε· τοῦ μὲν πρώτου· ἐὰν εἰς πρίσμα ὀρθὸν[1] παραλληλόγραμμον ἔχον βάσιν κύλινδρος ἐγγραφῆι τὰς μὲν βάσεις ἔχων ἐν τοῖς ἀπεναντίον παραλληλογράμμοις, τὰς δὲ πλευρὰς ἐπὶ τῶν λοιπῶν τεσσάρων ἐπιπέδων ἐφαπτομένας, διά δὲ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅ ἐστι βάσις τοῦ κυλίνδρου, καὶ μιᾶς πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου τοῦ ἐν τῶι κατεναντίον ἐπιπέδωι ἀχθῆι ἐπίπεδον, τὸ ἀχθὲν ἐπιπίπεδον ἀποτέμεη τμῆμα ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, ὅ ἐστι περιεχόμενον ὑπὸ δύο ἐπιπέδων καὶ ἐπιφανείας κυλίνδρου, ἑνὸς μὲν τοῦ ἀχθέντος, ἑτέρου δὲ ἐν ὧι ἡ βάσις ἐστὶν τοῦ κυλίνδρου τῆς μεταξὺ τῶν εἰρημένων ἐπιπέδων τὸ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τμῆμα ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὅλου πρίσματος. Τοῦ δὲ ἑτέρου θεωρήματος ἡ πρότασις ἥδε ὅτι ἐὰν εἰς κύβον κύλινδρος

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 46V+43R [ARCH15V] columna izquierda

ἐγγραφῆι τὰς μὲν βάσεις ἔχων πρὸς τοῖς κατεναντίον παραλληλογράμμοις, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν[2] τῶν λοιπῶν τεσσάρων ἐπιπέδων ἐφαπτόμενος, ἐγγραφῆ καὶ ἄλλος πύλινδρος εἰς τὸν αὐτὸν κύβον τὰς μὲν βάσεις ἔχων ἐν ἄλλοις παραλληλογράμμοις, τῆι δὲ ἐπιφανείαι[3]

[1] Las nociones de "recto" y de "perpendicular" se expresan con el mismo adjetivo, ὀρθός, que se traduce como "recto" cuando no hay un término respecto al cual la figura que califica pueda ser "perpendicular".
[2] Acusativo de relación, alternado con el dativo de instrumento en contextos idénticos.
[3] Dativo de instrumento, que ilustra la afirmación hecha en la nota anterior.

[I]Sobre los teoremas mecánicos de Arquímedes a Eratóstenes. Procedimiento: [4]

Arquímedes saluda a Eratóstenes[5].

Te envié antes las proposiciones de los teoremas descubiertos, mismas que transcribí, con la propuesta de que encontraras sus demostraciones, las cuales no di entonces. Las proposiciones de los teoremas mandados eran éstas:[6]

La del primero: si, en un prisma recto, cuya base es un paralelogramo, se inscribe un cilindro cuyas bases están en los paralelogramos opuestos y cuya cara lateral toca los cuatro planos restantes y se traza un plano, por el centro del círculo que es base del cilindro y por un lado del cuadrado[7] que está en el plano opuesto, tal plano corta un segmento de cilindro que está delimitado por dos planos: uno el trazado [de esta manera] y otro, aquel en el que está la base del cilindro, así como por la superficie del cilindro, aquella comprendida entre los planos mencionados; el segmento del cilindro así separado es la sexta parte de todo el prisma.[8]

La proposición del otro teorema era que, si en un cubo se inscribe un cilindro[II] cuyas bases están en los paralelogramos opuestos y cuya superficie toca los cuatro planos restantes y se inscribe, en el mismo cubo, otro cilindro cuyas bases están en distintos paralelogramos y que toca con la superficie los cuatro planos restantes, la figura comprendida por las superficies

[4] Los tratados de Arquímedes suelen ser precedidos de una carta, en la que dedica e introduce sus objetivos. En este caso, la carta previa abarca 3 columnas y media de las 59 columnas conservadas de *el Método*.

[5] Eratóstenes de Cirene. De quien se habló en la introducción, pp. 38 y 39.

[6] Arquímedes no escribía para el gran público, sino para Matemáticos, la mayoría de ellos radicados en Alejandría con quienes mantenía correspondencia. Por lo que leemos aquí, Arquímedes les había impuesto a sus colegas el reto de encontrar las demostraciones que explicará en este escrito, al no recibir respuesta alguna, él presenta sus investigaciones; así sabemos también que ésta no fue la primera carta a Eratóstenes, al menos hubo una previa, la del planteamiento; es notable que esta afirmación nos hace pensar que, además de enviarle tratados, mantuvo con Eratóstenes correspondencia no destinada a publicarse.

[7] Cuadrado, ver introducción p. 48.

[8] Ver figuras 1 y 2, p. 39.

τῶν λοιπῶν τεσσάρων ἐπιπέδων ἐφαπτόμενος τὸ περιληφθὲν σχῆμα ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κυλίνδρων, ὅ ἐστιν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς κυλίνδροις, δίμοιρόν ἐστι τοῦ ὅλου κύβου. Συμβαίνει δὲ ταῦτα τὰ θεωρήματα διαφέρειν τῶν πρότερον εὑρημένων· ἐκεῖνα μὲν γὰρ τὰ σχήματα, τά τε κωνοειδῆ καὶ σφαιροειδῆ καὶ τὰ τμήματα τὰ αὐτά τε πρὸς[9] ἄλληλα καὶ πρὸς κώνων καὶ κυλίνδρων συνεκρίναμεν, ἐπιπέδων δὲ περιεχομένω[ι][10] στερεῶι σχήματι οὐδὲν αὐτῶν ἴσον ἐὸν εὕρηται, τούτων δὲ τῶν σχημάτων τὸ μὲν δυσὶν ἐπιπέδοις καὶ ἐπιφανείας κυλίνδρων ἕκαστον αὐτῶν ἐπιπέδωι περιεχομένωι στερεῶι σχήματι ἴσον εὑρίσκεται. Τούτων δὴ τῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξεις ἐν τῶιδε τῶι βιβλίωι γράψας ἀποστελῶ σοι. Ὁρῶν δέ σε, καθάπερ λέγω, σπουδαῖον καὶ φιλοσοφίας προεστῶτα ἀξιολόγως καὶ τὴν ἐν τοῖς μαθήμασιν κατὰ τὸ ὑποπίπτον

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 46V+43R [ARCH15V] columna derecha

θεωρίαν τετιμηκότα ἐδοκίμασα γράψαι σοι καὶ εἰς τὸ αὐτὸ βιβλίον ἐξορίσαι τρόπου τινὸς ἰδιότητα, καθ' ὅν ἐπιπορευόμενον ἔσται λαμβάνειν ἀφορμὰς εἰς τὸ δύνασθαί τινα τῶν ἐν

[9] Nótese que Arquímedes usa en este pasaje alternativamente la preposición πρός con acusativo (dirección hacia) y con genitivo (dirección desde).

[10] Περιεχομένω, esta palabra está transcrita con un criterio diplomático, para traducir consideramos que funciona como dativo, lectura apoyada por el texto cuatro líneas más abajo.

de los cilindros, la parte correspondiente a ambos cilindros, es equivalente a tres sobre dos de todo el cubo.[11] Pero sucede que estos teoremas difieren de los hallados primero[12]: pues en aquellos comparábamos las figuras conoides[13] y esferoides y los segmentos mismos unos con otros y con los conos y los cilindros[14], pero se encontró que ninguno de ellos es igual a una figura sólida delimitada por planos, en cambio, se encuentra que cada una de estas figuras es igual a una figura sólida plana[15] delimitada por dos planos y la superficie del cilindro.[16]

Luego de escribirlas en este rollo [de papiro] [17], te enviaré las demostraciones de esos teoremas. Viéndote como digo: diligente, que eres digno exponente de la filosofía[18] y que cuando ha habido oportunidad has mostrado aprecio[III] por el estudio de las matemáticas[19], consideré apropiado escribirte y exponer en este rollo un método particular, con apego al cual[20], será posible tomar el punto de partida para poder investigar algunas cuestiones

[11] Ver figuras 3 y 4, p. 39.

[12] "Los hallados primero" son, sin duda, las proposiciones que estudió en su tratado *Sobre conoides y esferoides* enviado a Dositeo. Aunque no hay acuerdo sobre si *El método* es anterior o posterior a tal obra; Knorr, cuyo tratado es el más aceptado sobre la cronología de la obra de Arquímedes, piensa que *El método* es su último escrito. (1975: 269)

[13] La concepción de conoide de Arquímedes es un sólido que se forma al girar sobre su eje una parábola o una hipérbola, es decir, lo que hoy se conoce como paraboloide de revolución e hiperboloide de revolución (el sólido se parece a un cono con la punta redondeada); aunque la idea moderna de conoide es un poco diferente, he decidido mantener el término con la acepción que entiende Arquímedes y que explica en *Sobre conoides y esferoides,* intr. p.152, 14-21. Mugler.

[14] Aquí cambió el régimen de la preposición πρός, esto implicaría que el punto de partida son los conos y los cilindros.

[15] Se trata de una figura cuyas caras son planas.

[16] Arquímedes se propone "cuadrar" las dos figuras a investigar, es decir, encontrar figuras delimitadas por rectas con volúmenes iguales a las figuras dadas, antes sólo había establecido relaciones con figuras también delimitadas por curvas en sus tratados *Sobre conoides y esferoides* y *Sobre la esfera y el cilindro*. En cambio, en *la cuadratura de la parábola* sí llega a encontrar cuadraturas, pero con una prueba distinta: por exhaución.

[17] βιβλίον: equivalente a nuestra palabra "libro", en ese momento designaba escritos sin distinción del material, el soporte de escritura más común en el mundo helenístico era el rollo de papiro. (Reynolds y Wilson 1995:12), por lo tanto, opté por traducir "rollo".

[18] Formación enciclopédica general, no diríamos que Eratóstenes era filósofo. (Lesky 1968: 816)

[19] μάθημα fue un término que refirió al aprendizaje en general, pero aquí vemos cómo se ha especializado para referirse sólo a la disciplina matemática como se entiende en la actualidad.

[20] ἐπιπορευόμενον: aunque vierto al español "con apego al cual", significa "al ir siguiéndolo".

τοῖς μαθήμασι θεωρεῖν διὰ τῶν μηχανικῶν. Τοῦτο δὲ πέπεισμαι[21] χρήσιμον εἶναι οὐδὲν ἧσσον καὶ εἰς τὴν ἀπόδειξιν αὐτῶν τῶν θεωρημάτων. Καὶ γάρ προτέρων μοι φανέντων μηχανικῶς ὕστερον γεωμετρικῶς ἀπεδείχθη διὰ τὸ χωρὶς ἀποδείξεως εἶναι τὴν διὰ τοῦ τρόπου θεωρίαν· ἑτοιμότερον γάρ ἐστι προλαβόντα διὰ τοῦ τρόπου γνῶσίν τινα τῶν ζητημάτων πορίσασθαι τὴν ἀπόδειξιν μᾶλλον ἢ μηδενὸς ἐγνωσμένου ζητεῖν. Διὸ καὶ τὰς εὑρήσεις τῶν θεωρημάτων τούτων Εὔδοξος ἐξήνεγκε πρῶτος· τὴν ἀπόδειξιν τε τοῦ κώνου καὶ τῆς πυραμίδος, ὅτι τρίτον μέρος ἐστὶν ὁ μὲν κῶνος τοῦ κυλίνδρου, ἡ δὲ πυραμὶς τοῦ πρίσματος, τῶν βάσιν ἐχόντων τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον, οὐ μικρὰν ἀπονείμαι τις Δημοκρίτωι μερίδα πρώτωι τὴν ἀπόφασιν τὴν περὶ τοῦ εἰρημένου σχήματος χωρὶς ἀποδείξεως ἀποφηναμένῳ. Ἡμῖν δὲ συμβαίνει καὶ τοῦ νῦν ἐκδιδομένου θεωρήματος τὴν εὕρεσιν ὁμοίαν ταῖς πρότερον γεγενῆσθαι· ἠβουλήθην δὲ τὸν τρόπον ἀναγράψας ἐξενεγκεῖν ἅμα μὲν

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 57R+64V [ARCH16R] columna izquierda

καὶ διὰ τὸ προειρηκέναι ὑπὲρ αὐτοῦ, μή τισιν δοκῶμεν κενὴν φωνὴν καταβεβλῆσθαι, ἅμα δὲ καὶ πεπ[ε]ισμένοις εἰς τὸ μάθημα[22],

[21] En esta palabra vemos un reflejo del itacismo o vocalismo propio del área.

[22] Literalmente "quienes están consagrados a la matemática" consideramos que es una forma perifrástica de decir "los matemáticos".

matemáticas según procedimientos mecánicos. Estoy convencido de que esto será de utilidad no menor para la demostración de los mismos teoremas; efectivamente se dio *a posteriori* una demostración geométrica de problemas que se me revelaron primero por vía mecánica[23]; ya que la investigación a través de este método carece de demostración. Pues es más realizable que alguien que, a través del método [mecánico], anticipó algún conocimiento proporcione la demostración de las investigaciones y no buscar sin ningún conocimiento previo[24]. Por ello, también Eudoxo fue el primero en publicar los descubrimientos de estos teoremas:[25] la demostración relativa al cono y a la pirámide de que tanto el cono es la tercera parte del cilindro, como la pirámide del prisma cuando tienen la misma base e igual altura; si bien se podría atribuir no pequeña parte a Demócrito[26], por haber hecho por primera vez el enunciado relativo a la figura indicada, sin demostración. Sucede, también, que el descubrimiento del teorema que ahora publicamos se nos dio de manera semejante a las anteriores.

Quise publicar el método por escrito al mismo tiempo[IV] que hacer una justificación previa en su favor, para que no parezca a algunos que registramos una voz infundada, y al mismo tiempo hacer también una contribución de no poca utilidad para quienes están consagrados a

[23] Se supone que esta afirmación (primero por vía mecánica y luego se hizo la demostración) apoyaría la idea de Heath de que el tratado *Sobre conoides y esferoides* en el que aparecen pruebas más rigurosas de asuntos tratados por vía mecánica en *El método* es posterior a la obra que aquí nos ocupa; opinión que no compartimos, porque no es necesario que el orden de descubrimiento sea el orden de publicación.

[24] Podría ser una crítica al método analítico con el que se hacía geometría en Alejandría.

[25] Eudoxo: discípulo de Arquitas, aquí Arquímedes usa el verbo para publicar, aunque no han llegado a nosotros sus trabajos, sabemos que existieron, se sabe también que él fue el precursor del método de exhaución que resultó tan útil para Arquímedes.

[26] Demócrito: Sabio griego con conocimientos enciclopédicos, famoso por su teoría atomista, entre la larga lista de obras que Diógenes Laert. menciona de la autoría de Demócrito, encontramos: *Περὶ διαφορῆς γνώμης. ἢ Περὶ ψαύσιος κύκλου καὶ σφαίρης, Περὶ γεωμετρίης* y *Γεωμετρικῶν*, por lo que no resultaría sorprendente que él haya postulado y publicado por primera vez esa relación. “Democritus” *New Pauly.*

οὐ μικρὰν συμβαλέσθαι χρείαν· ὑπολαμβάνω γάρ τινας ἢ τῶν ὄντων ἢ ἐπιγινομένων διὰ τοῦ ἀποδειχθέντος[27] τρόπου καὶ ἄλλα θεωρήματα οὔπω.. ὑποπεπτωκότα εὑρήσειν. Γράφομεν οὖν πρῶτον τὸ καὶ πρῶτον φανὲν διὰ τῶν μηχανικῶν, ὅτι πᾶν τμῆμα ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστιν τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον, μετὰ δὲ τοῦ το ἕκαστον διὰ τοῦ αὐτοῦ τρόπου θεωρηθέντων· ἐπὶ τέλει δὲ τοῦ βιβλίου γράφομεν τὰς γεωμετρουμένας[28]... [προ]τάσεις[29] ἀπεστείλαμεν... Ἐὰν ἀπὸ μεγέθους μέγεθος ἀφαιρεθῆι, τὸ δὲ αὐτὸ σημεῖον κέντρον τοῦ βάρους ἦ τοῦ τε ὅλου καὶ τοῦ ἀφαιρουμένου, τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους. Ἐὰν ἀπὸ μεγέθους μέγεθος ἀφαιρεθῆι, ἦι δὲ μὴ τὸ αὐτὸ σημεῖον κέντρον τοῦ βάρους τοῦ τε ὅλου μεγέθους καὶ τοῦ ἀφαιρουμένου μεγέθους, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ λοιποῦ μεγέθους ἐπὶ τῆς εὐθείας τῆς ἐπιζευγνυούσης τὰ κέντρα τοῦ βάρους τοῦ τε ὅλου μεγέθους καὶ τοῦ ἀφαιρουμένου ἐκβεβλημένης

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 57R+64V [ARCH16R] columna derecha

καὶ ἀφαιρεθείσης ἀπ' αὐτῆς πρὸς τὴν μεταξὺ τῶν εἰρημένων κέντρων τοῦ βάρους τοῦτον ἔχουσα τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ ἀφηρημένου μεγέθους πρὸς τὸ λοιπὸν βάρος τοῦ λοιποῦ μεγέθους.

Ἐὰν ὁπωσωνοῦν μεγεθέων τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ᾖ, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον ἔσται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας. Πάσης εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἡ διχοτομία τῆς εὐθείας.

[27] En este contexto ἀποδείκνυμι y δείκνυμι son intercambiables, ambos verbos significan demostrar por vía mecánica o geométrica indistintamente.

[28] Sintaxis complicada, entiendo el artículo con valor demostrativo.

[29] Completé la palabra.

la matemática, pues asumo que algunos, o de la generación presente o de las venideras, encontrarán otros teoremas que aún no se han ocurrido a través del método demostrado.

Así pues, describimos primero lo que se reveló primeramente a través de los [procedimientos] mecánicos: que todo segmento de un cono ortogonal es cuatro tercios de la sección del triángulo que tiene la misma base e igual altura, junto con éste, describo cada una de las proposiciones estudiadas a través de este método y al final del rollo describimos las [demostraciones] geométricas […] antes mandamos las proposiciones.

[Lemas][30]

Si se resta una magnitud de otra magnitud y el mismo punto es el centro de gravedad de la magnitud entera y de la restada, el mismo punto es el centro de gravedad de la magnitud residual.

Si se resta de una magnitud otra magnitud y el mismo punto no es el centro de gravedad de la magnitud entera y de la magnitud restada, el centro de gravedad de la magnitud residual está en la recta que une los centros de gravedad de la magnitud entera y de la magnitud restada;[31] [dicha recta, al ser][V] prolongada y restada de la primera guardará con respecto a la recta que une los centros de gravedad mencionados la misma proporción que guarda el peso de la magnitud restada con respecto al peso residual de la magnitud residual.[32]

Si el centro de gravedad de un número cualquiera de magnitudes está sobre la misma recta, también el centro de la magnitud compuesta por todas está en la misma recta.

El centro de gravedad de toda recta es el punto medio de la recta.

[30] Este subtítulo no aparece en el texto griego, lo he agregado para seguir la tradición y facilitar la lectura.
[31] Demostrado en *Equilibrio de los planos* prop. 4 p. 82 Mugler
[32] Esto aparece demostrado en *Equilibrio de los planos* I*,* prop. 14.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ [15] βάρους τὸ σημεῖον, καθ' ὃ αἱ ἐκ τῶν γωνιῶν τοῦ τριγώνου ἐπὶ μέσας τὴς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας. Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον ἐστὶν *[20]* τοῦ βάρους τὸ σημεῖον, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτουσιν. Κύκλου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστὶ κέντρον. Παντὸς κυλίνδρου τὸ κέντρον τοῦ βάρους *[25]* ἐστὶν ἡ διχοτομία τοῦ ἄξονος. Παντὸ ς πρίσματος τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἡ διχοτομία τοῦ ἄξονος. Παντὸς κώνου τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους ἐπὶ τοῦ ἄξονος διαιρεθέντος *[30]* οὕτως, ὥστε τὸ πρὸς τῆι κορυφῆι τμῆμα τριπλάσιον εἶναι τοῦ λοιποῦ. Χρησόμεθα δὲ καὶ ἐν τῶι προγεγραμμένωι Κωνοειδῶν τῶιδε θεωρήματι· Ἐὰν ὁποσαοῦν μεγέθη *[35]* ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσα τὸ πλῆθος κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχηι λόγον τὰ ὁμοίως τεταγμένα, ᾖι δὲ τὰ πρῶτα

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 57V+64R [ARCH16V] columna izquierda

μεγέθη ἐν τόποις[33] ὁποιοισοῦν, ἢ τὰ πάντα ἤ τινα αὐτῶν, καὶ τὰ ὕστερον μεγέθη πρὸς τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ᾖ, πάντα τὰ *[5]* πρῶτα μεγέθη πρὸς πάντα τὰ λεγόμενα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἔχει πάντα τὰ ὕστερον πρὸς πάντα τὰ λεγόμενα.

[33] Supongo λόγοις en vez de τόποις para poder ofrecer una traducción, puede tratarse de una sustitución inadvertida por parte del copista.

El centro de gravedad de todo triángulo es el punto en el que se cortan unas a otras las líneas trazadas desde [cada uno de] los ángulos del triángulo hasta el punto medio del lado opuesto.[34]

El centro de gravedad de todo paralelogramo es el punto en el que los diámetros se encuentran.[35]

El centro de gravedad de un círculo es también el centro del círculo.

El centro de gravedad de todo cilindro es el punto medio del eje.[36]

El centro de gravedad de todo prisma es el punto medio del eje.

El centro de gravedad de todo cono está sobre el eje, una vez dividido de tal modo que el segmento que está hacia el vértice sea el triple del [segmento] residual.[37]

Y también usaremos el teorema [que está] en la parte preliminar sobre los conoides[38]: si unas magnitudes[39] cuantas sean son iguales a otras magnitudes en número, si tomadas de dos en dos tienen la misma proporción, las que están en orden semejante y las primeras magnitudes en cualquier lugar o todas o algunas de ellas y que las últimas magnitudes estén en relaciones con sus homólogas, todas las primeras[VI] magnitudes, en relación con todas las dichas, tendrán la misma proporción que guardan todas la últimas con todas las mencionadas.

[34] El punto donde las medianas se encuentran, hoy llamado centroide.
[35] Se refiere aquí a la diagonal.
[36] Eje es, en el caso del cilindro, la recta que une los centros de los círculos.
[37] En este caso, une el centro de las caras.
[38] Esta parte se reconstruye gracias a *sobre Conoides y Esferoides,* proposición 1.
[39] Magnitud es un término más general que puede incluir segmentos de recta, superficies o volúmenes.

Ἔστω τμῆμα τὸ ΑΒΓ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τῆς ΑΓ καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς τῆς ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΑΓ κατὰ τὸ Δ, καὶ παρὰ τὴν διάμετρον ἤχθω ἡ ΔΒΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ. Λέγω ὅτι ἐπίτριτόν ἐστιν τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. Ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν ΑΓ σημείων ἡ μὲν ΑΖ παρὰ τὴν ΔΒΕ, ἡ δὲ ΓΖ ἐπιψαύουσα τῆς τομῆς , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΒ καὶ τετμήσθω τὴν ΑΖ κατὰ τὸ Κ, καὶ κείσθω τῆι ΓΚ ἴση ἡ ΚΘ, καὶ νοείσθω ζυγὸς ὁ ΓΘ καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Κ καὶ τὸ [40] ΕΔ παράλληλος τυχοῦσα ἡ ΜΞ. Ἐπεὶ οὖν παραβολή ἐστιν ἡ ΓΒΑ, καὶ ἐφάπτεσθαι ἡ ΓΕ, καὶ τεταγμένως ἡ ΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῆι ΒΔ· τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς στοιχείοις δείκνυται· διὰ δὴ τοῦτο, καὶ διότι παράλληλοί εἰσιν αἱ ΖΑ ΜΞ τῆι ΕΔ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ μὲν ΜΝ τῆι ΝΞ, ἡ δὲ ΖΚ τῆι ΚΑ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΞ, οὕτως ἡ ΜΞ πρὸς ΞΟ, τοῦτο γὰρ τὸ λῆμμα δείκνυται, ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς ΑΞ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΚΝ, καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΚ τῆι ΚΘ, ὡς ἄρα ἡ ΘΚ πρὸς ΚΝ, οὕτως ἡ ΜΞ πρὸς ΞΟ.

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 57V+64R [ARCH16V] columna derecha

Καὶ ἔστι τὸν σημεῖον κέντρον τοῦ βάρους τῆς ΜΞ εὐθείας ἐπεί περ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΝ τῆι ΝΞ, ἐὰν ἄρα τῆι ΞΟ ἴσην θῶμεν τὸ ΝΤ κέντρον τοῦ βάρους αὐτῆς τὸ Θ, ὅπως ἴση ἡ ΤΘ τῆι ΘΗ, ἰσορροπήσει ἡ ΤΗ τῆι ΜΞ αὐτοῦ μενούσηι διὰ τὸ ἀντιπεπονθότως τετμῆσθαι τὴν ΘΝ τοῖς ΤΗ ΜΞ βάρεσιν, καὶ ὡς τὴν ΘΚ πρὸς ΚΝ, οὕτως τὴν ΜΞ πρὸς τὴν ΗΤ· ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων βάρους κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Κ.

[40] Es este el punto de comparación, aunque el texto registra τὸ: nominativo, neutro, en vez de τῆι: dativo, femenino.

Proposición 1[41]

Sea ΑΒΓ un segmento comprendido entre la recta ΑΓ y la sección ΑΒΓ de un cono recto y que el punto Δ sea la bisección de ΑΓ, trácese la [recta] ΔΒΕ paralela al diámetro y conéctense los puntos ΑΒ y ΒΓ, digo que el segmento ΑΒΓ es cuatro sobre tres veces el triángulo ΑΒΓ. Queden trazadas desde los puntos Α y Γ, primero [la recta] ΑΖ paralela a ΔΒΕ y luego, la recta ΓΖ tangente a la sección, prolónguese ΓΒ y que corte a ΑΖ en Κ, que ΓΚ sea igual a ΚΘ considérese ΓΘ una balanza y su punto medio Κ. Y que resulte que ΜΞ sea paralela a ΕΔ. Así pues, puesto que ΑΒΓ es una parábola y ΓΕ es su tangente, así también ΓΔ está en orden semejante, y ΕΒ es igual a ΒΔ; pues esto se demuestra en los *Elementos*[42], por esto y porque ΖΑ y ΜΞ, son paralelas a ΕΔ: por un lado, ΜΝ es igual a ΝΞ y, por otro lado, ΖΚ es igual a ΚΑ, y puesto que así como es ΓΔ con relación a ΑΞ, así también es ΜΞ con relación a ΞΘ, pues el lema demuestra esto[43], y como ΓΑ es con relación a ΑΞ así es también ΓΚ con relación a ΚΝ, también ΓΚ es igual a ΚΘ y, por consiguiente, entonces como es ΘΚ con relación a ΚΝ, así es ΜΞ con relación a ΞΟ[VII], y el punto Ν es centro de gravedad de la recta ΜΞ, puesto que ΜΝ es igual a ΝΞ, entonces, si suponemos que ΝΤ igual a ΞΟ, el centro de gravedad de ésta es Θ, para que ΤΘ es igual a ΘΗ; ΤΗ está en equilibrio con ΜΞ que permanece en su sitio**.** Porque ΘΝ está cortada [de manera] inversamente [proporcional] a los pesos ΤΗ y ΜΞ, así como es ΘΚ con relación a ΚΝ, así es ΜΞ con relación a ΗΤ. De tal manera que el centro de gravedad del peso resultante de ambos es Κ.

[41] No aparece indicación alguna cuando inicia cada proposición, se indica cada una de acuerdo el cambio de tema y la división tradicional que hizo Heiberg del tratado y que incluye las 15 proposiciones conservadas.
[42] Esto no se demuestra en los *Elementos* de Euclides, por lo que podemos suponer que Arquímedes está pensando en la obra atribuida a Euclides llamada *Elementos de cónicas,* obra basada en los trabajos de Aristeo, en donde se demostraría la relación de las parábolas y sus tangentes. Ver introducción, p. 20.
[43] No contamos con la fuente a la que se refiere en este pasaje, por lo que no sabemos a qué lema remitirnos.

Ὁμοίως δὲ καὶ ὅσαι ἐὰν ἀχθῶσιν ἐν τῶι ΖΑΓ τριγώνωι παράλληλοι τῆι ΗΔ, ἰσορροπήσουσιν αὐτοῦ μένουσαι ταῖς ἀπολαμβανομέναις ἀπ' αὐτῶν ὑπὸ τῆς τομῆς μετενεχθείσαις περὶ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ. Καὶ ἔσται τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν βαρῶν κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ. Καὶ ἐπεὶ ἐκ μὲν τῶν ἐν τῶι ΖΑΓ τριγώνωι συνέστηκεν, ἐκ δὲ τῶν ἐν τῆι τομῆι ὁμοίως τῆι ΞΟ λαμβανομένων συνέστηκε τὸ ΑΒΓ τμῆμα, ἰσορροπήσει ἄρα τὸ ΖΑΓ τρίγωνον αὐτοῦ μένοντων τμήματι τῆς τομῆς τεθέντι περὶ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ κατὰ τὸ Κ σημεῖον, ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Κ. Τετμήσθω δὴ ἡ ΓΚ τῶι Χ, ὥς τετραπλασίαν εἶναι τὴν ΓΚ τῆς ΚΧ· ἔσται ἄρα τὸ Χ σημεῖον κέντρον τοῦ βάρους τὸ ΑΖΓ τρίγωνον· τοῦτο γὰρ δείκνυται

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 66R+71V [ARCH17R] columna izquierda

ἐν τοῖς Ἰσορροπικοῖς. Ἔσται οὖν ἰσόρροπον τὸ ΖΑΓ τρίγωνον αὐτοῦ μένον τῶι ΒΑΓ τμήματι κατὰ τὸΚ τεθέντι περὶ τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρους, καί ἐστιν τοῦ ΖΑΓ τριγώνου κέντρον βάρους τὸ Χ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΖΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα κείμενον περὶ τὸ Θ κέντρον, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ΧΚ. Τριπλασία δέ ἐστιν ἡ ΘΚ τῆς ΚΧ· τριπλάσιον ἄρα καὶ τὸ ΑΖΓ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ τμήματος · Ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΑΓ τρίγωνον τετραπλάσιον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΖΚ τῆι ΚΑ, τὴν δὲ ΑΔ τῆι ΔΓ· ἐπίτριτον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. Τοῦτο γοῦν φανερόν.

De la misma manera, si son trazadas cuantas paralelas a ΗΔ se quieran en el triángulo ΖΑΓ, estarán en equilibrio con las [rectas] que permanecen en su sitio y que son obtenidas a partir de éstas por la sección [del cono] al ser trasladadas al centro de gravedad Θ y Κ será el centro de gravedad [del peso] resultante de ambos pesos. [44]

Y puesto que, por un lado, el triángulo ΖΑΓ se compone de las rectas que están en él y, por otro lado, el segmento [de parábola] ΑΒΓ se compone de las rectas que están tomadas en la sección de manera semejante a ΟΞ, entonces el triángulo ΖΑΓ estará en equilibrio con un segmento, de los que permanecen en su sitio, de la sección trasladada al centro de gravedad Θ hacia el punto Κ, de tal manera que Κ es el centro de gravedad de los [pesos] resultantes de ambos. Que ΓΚ quede cortada en [el punto] Χ, de modo que ΓΚ sea el cuádruple de ΚΧ, entonces el punto Χ será el centro de gravedad en el triángulo ΑΖΓ, pues esto se demuestra[VIII] en los *Equilibrios*[45]; así pues, el triángulo ΖΑΓ, si permanece en su sitio, estará en equilibrio con el segmento ΒΑΓ que fue puesto en Κ alrededor del centro de gravedad Θ y Χ es el centro de gravedad del triángulo ΖΑΓ.

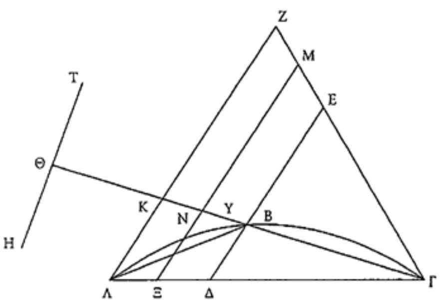
Entonces, así como es el triángulo ΑΖΓ, en relación con el segmento ΑΒΓ, que está colocado en el centro [de gravedad] Θ, así es ΘΚ en relación con ΧΚ. Y ΘΚ es el triple de ΚΧ, entonces, el triángulo ΑΖΓ es el triple del segmento ΑΒΓ y el triángulo ΖΑΓ es el cuádruple del triángulo ΑΒΓ porque ΚΖ es igual a ΚΑ y ΑΔ a ΔΓ. Entonces el segmento ΑΒΓ es un entero y un tercio del triángulo ΑΒΓ. Esto, al menos, es evidente.

---

[44] En esto consiste el método mecánico de Arquímedes, en saturar las figuras y luego trasladarlas a una balanza para hacer la comparación del punto de equilibrio con la relación que guardan unas figuras con otras.

[45] Ésta es la primera mención en el tratado de la obra perdida de Arquímedes en la que hablaría sobre los centros de gravedad de los sólidos, *Equilibria*, suponemos que esta demostración se encontraba en aquella obra, pero el centro de gravedad de un triángulo se demuestra también en *Sobre el equilibrio de los planos,* prop. 14.

Τοῦτο δὴ διὰ μὲν τῶν νῦν εἰρημένων οὐκ ἀποδέδεικται, ἔμφασιν δέ τινα πεποίηκε τὸ συμπέρασμα ἀληθὲς εἶναι· διόπερ ἡμεῖς ὁρῶντες μὲν οὐκ ἀποδεδειγμένον, ὑπονοοῦντες δὲ τὸ συμπέρασμα ἀληθὲς εἶναι, τάξομεν τὴν γεωμετρουμένην ἀπόδειξιν ἐξευρόντες αὐτοὶ τὴν ἐδοθεῖσαν πρότερον. [46]



Ὅτι δὲ πᾶσα σφαῖρα διπλασία ἐστὶν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 66R+71V [ARCH17R] columna B

ἴσην τῶι μεγίστωι κύκλωι τῶν ἐν τῆι σφαίραι, ὕψος δὲ ἴσον τῆι ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῶι μεγίστωι κύκλωι τῶν ἐν τῆι σφαίραι, ὕψος δὲ ἴσον τῶι διαμέτρωι τῆς σφαίρας, ἡμιόλιος τῆς σφαίρας ἐστίν, ὧδε θεωρεῖται διὰ τοῦ τρόπου τούτου. Ἔστω γάρ τις σφαῖρα, ἐν ἧι μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετροι δὲ αἱ ΑΓ ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις οὔσαις, ἔστω δὲ κύκλος ἐν τῆι σφαίραι περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ ἀπὸ τοῦ ὀρθοῦ τούτου κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ Α σημεῖον, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδωι διὰ τοῦ Γ παρὰ τὴν βάσιν· ἔστιν δὴ ἡ τομὴ κύκλος ὀρθὸς πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἡ ΕΖ. Ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἀναγεγράφθω ἄξονα ἔχων τὴν ΑΓ, πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ κυλίνδρου αἱ ΕΛ ΖΥ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΑ, καὶ κείσθω αὐτῆ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ὁ ζυγὸς ὁ ΓΘ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, καὶ ἤχθω τις παράλληλος τυχοῦσα τῆι ΒΔ ἡ ΜΝ, τεμνέτω δὴ αὕτη τὸν μὲν ΑΒΓΔ κύκλον κατὰ τὰ ΞΟ, τὴν δὲ ΑΓ διάμετρον κατὰ τὸ Σ, τὴν δὲ ΑΕ εὐθεῖαν κατὰ τὸ Τ, τὴν δὲ ΑΖ κατὰ τὸ Ρ,

[46] Se insertan en el texto griego las ilustraciones que acompañan a la edición en uso; tales figuras aparecen al final de las proposiciones cuyo final conservamos, excepto prop. 3, 10 y 11; estas figuras reproducen lo observado en el palimpsesto por los editores.

Justo esto no queda demostrado, con lo anteriormente dicho, pero sugirió que la conclusión era verdadera. Por ello, nosotros al ver que no está demostrado, pero sospechando que es un resultado verdadero, acomodamos la demostración por vía geométrica dada antes y que nosotros mismos habíamos descubierto.[47]

[Proposición 2]

Que toda esfera es el doble del cono cuya base es[IX] igual al círculo máximo de los que están en la esfera y cuya altura es igual al radio[48] y el cilindro, cuya base es igual al círculo máximo de los que están en la esfera y cuya altura es igual al diámetro de la esfera, tiene una vez y media el volumen de la esfera, eso se desprende teóricamente por este método. Sea una esfera, cuyo círculo máximo es ΑΒΓΔ y cuyos diámetros ΑΓ y ΒΔ se corten de manera que sean perpendiculares[49] entre sí.

Que haya un círculo de diámetro ΒΔ en la esfera, perpendicular al círculo ΑΒΓΔ y, a partir de este círculo perpendicular, dibújese un cono con vértice en el punto Α y, prolongada la superficie de él, córtese el cono por un plano paralelo a la base [que pase] a través de Γ. La sección es precisamente un círculo perpendicular a ΑΓ cuyo diámetro es ΕΖ.

Trácese un cilindro desde ese círculo, que tenga como eje ΑΓ, sean ΕΛ y ΖΥ lados del cilindro y prolónguese ΓΑ hasta que ΑΘ sea igual a ésa, considérese ΓΘ una balanza cuyo punto medio es Α, trácese una paralela ΜΝ que se encuentre con ΒΔ y que corte al círculo ΑΒΓΔ en los puntos Ξ y Ο, al diámetro ΑΓ en Σ, a la recta ΑΕ en Τ y a [la recta] ΑΖ en Ρ.

---

[47] Esta parte se reconstruye gracias a *Cuadratura de la parábola*, prop. 14.

[48] Radio se expresa de una forma perifrástica "recta que va desde el centro de la esfera". Tampoco en Euclides hay una palabra propia para llamar al radio, aunque se usa de forma incipiente la palabra διάστημα en la construcción descrita en *Elementos* I post. 3.

[49] Aquí ὀρθὰς no significa recto, sino perpendicular, puesto que está expresando una relación entre dos figuras. Este adjetivo se traduce en lo sucesivo como perpendicular sólo si aparece explícito respecto a qué figura es perpendicular. Ver nota 1 de esta sección.

καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ εὐθείας ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῶι κυλίνδρωι τομὴν

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 66V+71R [ARCH17V] columna izquierda

κύκλον, οὗ ἔσται διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ το[50] ΑΕΖ κώνωι κύκλον, οὗ ἔσται ἡ διάμετρος ἡ ΠΡ, καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΓΑΣ, τὸ[51] ὑπὸ ΜΣ ΣΠ, ἴση γὰρ γὰρ ἡ μὲν ΑΓ τῆι ΣΜ, ἡ δὲ ΑΣ τῆι ΠΣ, τὸ δὲ ὑπὸ ΓΑ ΑΣ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΞ, τουτέστιν τὰ ἀπὸ ΞΣ ΣΠ, ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ τῶν[52] ΜΣ ΣΠ τοῖς ἀπὸ τῶν ΞΣ ΣΠ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῆι ΑΘ, ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣ ΣΠ. Τῶι[53] δὲ ὑπὸ ΜΣ ΣΠ ἴσα ἐδείχθη τὰ ἀπὸ ΞΣ ΟΠ· ὡς ἄρα ἡ ΑΘ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ ἀπὸ ΞΣ ΣΠ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ ἀπὸ ΞΣ ΣΠ, οὕτως τὰ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὰ ἀπὸ ΞΟ ΠΡ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΝ[54] πρὸς τὰ ἀπὸ ΞΟ ΠΡ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῶι κυλίνδρωι, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους τὸν[55] τε ἐν τῶι κώνωι, οὗ ἐστι διάμετρος ἡ ΠΡ, καὶ τὸν ἐν τῆι σφαίραι, οὗ ἐστιν ἡ διάμετρος ἡ ΞΟ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῶι κυλίνδρωι πρὸς τοὺς κύκλους τόν τε ἐν τῆι σφαίραι καὶ τὸν ἐν τῶι κώνωι. Ἐπεὶ οὖν ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ αὐτὸς κύκλος ὁ ἐν τῶι κυλίνδρωι αὐτοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύκλοις[56], ὧν εἰσιν διάμετροι αἱ ΞΟ,

[50] Esperamos dativo. Usar τὸ (nominativo o acusativo neutro) en lugar de τῶι (dativo) es un error común que cometió el escriba, para quien seguramente la ι omitida no tenía sonido y no distinguía la cantidad vocálica.

[51] Esperamos dativo, como en la nota 49.

[52] En donde se lee τὸ ἀπὸ τῶν, esperaríamos que la preposición fuera ὑπὸ, pero quizá el escriba hizo una analogía con la construcción siguiente.

[53] Aquí el texto presenta τὸ, pero asumimos que es uno de los frecuentes errores ortográficos del escriba medieval, en lugar del dativo homófono τῶι.

[54] Corrección mía en vez del plural Τὰ απὸ ΜΝ, pues se espera singular. Probablemente es un nuevo error del escriba.

[55] En vez de τῶν, corregí con el acusativo singular τὸν que esperamos; como se mencionó antes, la cantidad vocálica no era bien percibida por el escriba.

[56] Nótese la variación para expresar la relación entre dos términos, que antes se expresó con πρὸς y acusativo y en este caso con dativo sin preposición.

Desde la recta MN, levántese un plano perpendicular a ΑΓ; justamente hará en el cilindro una sección[X] circular[57] cuyo diámetro será ΞΟ y [cortará] el cono ΑΕΖ produciendo un círculo cuyo diámetro será ΠΡ.

Puesto que el rectángulo ΓΑ [Α]Σ es igual al rectángulo ΜΣ ΣΠ, es igual ΑΓ a ΣΜ y ΑΣ a ΠΣ, el rectángulo ΓΑ ΑΣ es igual al cuadrado de ΑΞ, es decir, los cuadrados de ΞΣ y de ΣΠ [sumados], entonces el cuadrado ΜΣ y ΣΠ[58] es igual a los cuadrados ΞΣ y ΣΠ [sumados]. Puesto que como es ΓΑ con relación a ΑΣ, así es ΜΣ con relación a ΣΠ, y ΓΑ es igual a ΑΘ, entonces, como sea ΘΑ con relación a ΑΣ, así será ΜΣ con relación ΣΠ, esto es, el cuadrado de ΜΣ con relación al rectángulo ΜΣ ΣΠ. se demostró que los cuadrados ΞΣ ΟΠ son iguales al rectángulo ΜΣ ΣΠ. entonces como es ΑΘ en relación a ΑΣ, así será el cuadrado de ΜΣ con relación a los cuadrados de ΞΣ y ΣΠ; como sea el cuadrado de ΜΣ con relación a los cuadrados de ΞΣ ΣΠ, así será el cuadrado de ΜΝ con relación a los cuadrados de ΞΟ ΠΡ; y como sea el cuadrado de ΜΝ con relación a los cuadrados de ΞΟ ΠΡ, así será el círculo que está en el cilindro cuyo diámetro es ΜΝ, con relación a los dos círculos: el que está en el cono, cuyo diámetro es ΠΡ y el que está en la esfera cuyo diámetro es ΞΟ.

Entonces como sea ΘΑ con relación ΑΣ, así será el círculo que está en el cilindro con relación a los círculos, el que está en la esfera y el que está en el cono.

Así pues, puesto que como sea ΘΑ con relación a ΑΣ, así será el círculo que está en el cilindro que permanece fijo con relación[59] a dos círculos, cuyos diámetros son ΞΟ y

[57] Literalmente: hará como sección un círculo. Sustantivo en aposición que opté por traducir como adjetivo: hará una sección circular.

[58] ΜΣ ΣΠ es un rectángulo, como en la línea 12.

[59] Existe variación sintáctica entre πρὸς con acusativo y dativo sin preposición, que en mi traducción se vierten igual, pese a la variación del griego.

ΠΡ, μετενεχθεῖσιν καὶ τεθεῖσιν οὕτως ἐπὶ τὸ Θ, ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ, ἰσορροπήσουσι κατὰ τὸ Α σημεῖον. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλλη ἀχθῆ ἐν τῶι ΑΖ παραλληλογράμμωι παρὰ τὴν ΕΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῆ ὀρθὸν

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 66V+71R [ARCH17V] columna B

πρὸς τὴν ΑΓ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῶι κυλίνδρωι ἰσορροπήσει περὶ[60] τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύκλοις τῶι τε ἐν τῆι σφαίραι γινομένωι καὶ τῶι ἐν τῶι κώνωι μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσιν ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ[61] τὸ Θ οὕτως, ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους περὶ τὸ Θ. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τῶν ληφθέντων κύκλων καὶ τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κώνου ἰσορροπήσει ὁ κύλινδρος περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων συναμφοτέροις τῆι τε σφαίραι καὶ τῶι κώνωι μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὰ εἰρημένα μεγέθη κατὰ τὸ Α σημεῖον καὶ τοῦ κυλίνδρου τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ, τῆς δὲ σφαίρας καὶ τοῦ κώνου μετενηνεγμένων, ὡς εἴρηται, περὶ κέντρον βάρους τὸ Θ, ἔσται, ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΚ, οὕτως ὁ κύλινδρος πρὸς τὴν σφαῖραν καὶ τὸν κῶνον. Διπλασία δὲ ἡ ΘΑ τῆι ΑΚ· διπλάσιον ἄρα καὶ ὁ κύλινδρος συναμφοτέρων[62] τῆς τε σφαίρας καὶ τοῦ κώνου. Αὐτοῦ τε τοῦ κώνου τριπλασίων ἐστί· τρεῖς ἄρα κῶνοι ἴσοι εἰσὶ δυσὶ κώνοις τοῖς αὐτοῖς καὶ δυσὶ σφαίραις. Κοινοὶ ἀφηιρήσθωσαν δύο κῶνοι· εἷς ἄρα κῶνος οὗ ἐστιν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΕΖ ἴσος ἐστὶ ταῖς εἰρημέναις δυσὶ σφαίραις. Ἀλλ' ὁ κῶνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐστι τρίγωνον τὸ ΑΕΖ, ἴσος ἐστὶν

[60] Κατά y περὶ se alternan en el mismo sentido, cuando Arquímedes indica el punto en el cual se da el equilibrio.
[61] Aquí κατά alterna con περὶ en idéntico contexto, como se indicó en la nota anterior.
[62] La lectura manuscrita συναμφοτέρου presenta un nuevo error del escriba, que esta vez en el número, pues escribe singular en una palabra cuya semántica sólo admite plural.

ΠΡ, los cuales, al ser trasladados y colocados sobre Θ de tal modo que el centro de gravedad de cada uno de ellos sea Θ, quedarán en equilibrio en el punto A.

Igualmente, se demostrará que si en el paralelogramo AZ se traza otra recta paralela a EZ y sobre esta recta trazada se alza un plano perpendicular[XI] a ΑΓ, el círculo generado en el cilindro que permanece fijo estará en equilibrio en el punto A con ambos círculos, el que se generó en la esfera y el [generado] en el cono, que fueron trasladados y puestos sobre la balanza en el punto Θ, de tal modo que el centro de gravedad de cada uno de ellos está en el punto Θ.

Así pues, una vez completado el cilindro, por los círculos obtenidos, tanto el de la esfera como el del cono; el cilindro, que permanece fijo, estará en equilibrio, en el punto A, con ambos: la esferay el cono, trasladados y puestos sobre la balanza en el punto Θ, de tal modo que el centro de gravedad de cada uno de ellos sea el punto Θ.

Así pues, puesto que las mencionadas magnitudes están en equilibrio en el punto A y el centro de gravedad del cilindro es K, dado que la esfera y el cono fueron trasladados al centro de gravedad Θ, como se dijo, ΘA será, en relación con AK, como el cilindro en relación con la esfera y el cono.[63] ΘA es el doble de AK. Entonces el cilindro es el doble de la esfera y el cono juntos y es el triple de ese mismo cono,[64] entonces tres conos son iguales a dos conos como éstos y dos esferas. Quítense los dos conos comunes, entonces un cono, por cuyo eje está el triángulo AEZ, es igual a las dos esferas mencionadas. Pero el cono, cuya proyección es el triángulo AEZ[XII] que pasa por el eje, es igual[65]

[63] Debía tratarse esto en la obra *Equilibria,* ver nota 45.
[64] Esto por el descubrimiento de Demócrito que el mismo Arquímedes mencionó antes, en el proemio.
[65] Esto se expresa en griego como “ocho de los conos”, en versión literal, que decidimos no usar.

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 65R+72V [ARCH18R] columna izquierda

ὀκτὼ κώνοις, ὧν ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ, διὰ τὸ διπλῆν εἶναι τὴν ΕΖ τῆς ΒΔ. Ἄρα ὀκτὼ κῶνοι οἱ εἰρημένοι ἴσοι εἰσὶ δυσὶ σφαίραις. Τετραπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, τοῦ κώνου, οὗ κορυφὴ μέν ἐστι τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὸν[66] ΑΓ. Ἤχθωσαν δὴ διὰ τῶν ΒΔ σημείων ἐν τῶι ΛΖ παραλληλογράμμωι τῆι ΑΓ παράλληλοι οἱ ΦΒ ΧΨ ΔΩ, καὶ νοείσθωσαν κύλινδροι, ὧν βάσεις μὲν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΦΨ ΧΩ κύκλους, ἄξων δὲ ὁ ΑΓ. Ἐπεὶ δὴ διπλάσιός ἐστιν ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κυλίνδρου, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΔ, αὐτὸς δὲ οὗτος τριπλασίων ἐστὶν τοῦ κώνου, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ, ὡς ἐν τοῖς Στοιχείοις, ἑξαπλασίων ἄρα ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος[67] παραλληλόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κώνου, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ. Ἐδείχθη δὲ τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλασία οὖσα ἡ σφαῖρα, ἧς μέγιστός μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· ἡμιόλιος ἄρα ὁ κύλινδρος τῆς σφαίρας· ὅπερ ἔδει δειχθῆναι.[68] Τοῦ τοῦ δὲ θεωρήματος, διότι πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ τοῦ κώνου βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 65R+72V [ARCH18R] columna derecha

τῆι ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἡ ἔννοια ἐγένετο, ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῆι σφαίραι

[66] No se refiere aquí a una recta, sino al diámetro, lo sabemos por el género del artículo.

[67] οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον: "del cual es el paralelogramo atravesado por el eje" no tendría sentido al verterse literalmente al español, por lo que decidí traducir su sentido matemático como "cuya proyección es", con probable referencia al diagrama que acompañaba el texto.

[68] Es una variante de una forma común de indicar el fin de una proposición en Euclides, aunque éste usa la voz activa. Por ejemplo, al final de I, prop. 4: ὅπερ ἔδει δεῖξαι "lo que se tenía que demostrar".

a ocho veces el cono cuya proyección es el triángulo ABΔ, ya que EZ es el doble de BΔ.[69] Entonces los ocho conos mencionados son iguales a dos esferas, entonces, la esfera con círculo máximo ABΓΔ es el cuádruple del cono cuyo vértice es el punto A y cuya base es el círculo de diámetro BΔ que es perpendicular[70] al [diámetro] AΓ.

Trácense las [rectas] ΦB XΨ y ΔΩ paralelas a AΓ a través de los puntos B y Δ en el paralelogramo ΛZ y considérense los cilindros cuyas bases son los círculos con diámetros ΦΨ y XΩ y cuyo eje es AΓ.

Puesto que el cilindro, cuya proyección es el paralelogramo ΦΩ que pasa por el eje, es el doble del cilindro, cuya proyección es el paralelogramo ΦΔ que pasa por el eje, y como éste mismo es el triple del cono, cuya proyección es el triángulo ABΔ que pasa por el eje, como se dijo en los *Elementos*[71], entonces el cilindro, cuya proyección es el paralelogramo ΦΩ que pasa por el eje, es seis veces el cono cuya proyección es el triángulo ABΔ que pasa por el eje. Se demostró que la esfera cuyo máximo círculo es ABΓΔ es el cuádruple del cono: entonces, el cilindro es una y media vez la esfera, es lo que tenía que demostrarse.

Del teorema de que toda esfera es el cuádruple del cono cuya base es el círculo máximo[XIII] y cuya altura es igual al radio de la esfera[72] surgió la noción de que la superficie de toda esfera es el cuádruple de la del círculo máximo de la esfera.

---

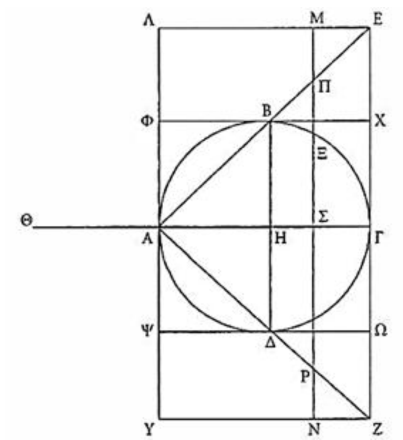
[69] Esto es así por el teorema que la relación de los círculos es semejante a la relación de los cuadrados de los diámetros, demostrada en el libro XII, prop. 2 de los *Elementos* de Euclides.

[70] Sobre el doble valor de ὀρθὸς, como "recto" y como "perpendicular", ver nota 1.

[71] Aunque se trata en *Elementos* XII, prop. 10; seguramente se abordó ampliamente en los *Elementos de cónicas* que Euclides redactó con base en el tratado anterior de Aristeo. Ver introducción p. 19.

[72] La demostración geométrica se encuentra en *Sobre la esfera y el cilindro* I prop. 33.

· ὑπόληψις γὰρ ἦν καὶ διότι πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνωι τῶι βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, ὕψος δὲ ἴσον τῆι ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, καὶ διότι πᾶσα σφαῖρα ἴση ἐστὶ κώνωι τῶι βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ ἴσον τῆι ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.



Θεωρεῖται δὲ διὰ τοῦ τρόπου τούτου .π. δ.... ἔσται .. σφαιποειδ..[73] τὸ σχῆμα ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῶι μεγίστωι κύκλωι τῶν ἐν τῶι σφαιροειδεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῶι ἄξονι τοῦ σφαιροειδοῦς, ἡμιόλιός ἐστι τοῦ σφαιροειδοῦς· τούτου δὲ θεωρηθέντος φανερὸν, ὅτι παντὸς σφαιροειδοῦς ἐπιπέδω{ι}[74] τμηθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶι πρόσθετον[75] ἄξονα τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδοῦς διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῶι τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἔστω γάρ τι σφαιροειδὲς καὶ τετμήσθω ἐπιπέδωι διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ γινέσθω ἐν τῆι ἐπιφανείαι αὐτοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὴ ἡ ΑΒΓΔ, διάμετροι δὲ αὐτῆς ἔστωσαν αἱ ΑΓ ΒΔ, κέντρον

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 65V+72R [ARCH18V] columna izquierda

δὲ τὸ Κ, ἔστω δὲ κύκλος τις ἐν τῶι σφαιροειδεῖ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΓ, νοείσθω δὲ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν εἰρημένον κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδω διὰ τοῦ Γ παρὰ τὴν βάσιν·

[73] En la línea 21 hay integraciones parciales, pues se pueden suponer las letras faltantes y completar la idea.
[74] El texto presenta una transcripción diplomática, pero infiero que aquí se trataba de un dativo de instrumento. A partir de este punto será común la falta de la ι de dativo adscrita. Heiberg corrigió sistemáticamente tal ausencia. En lo sucesivo, marco el añadido en el texto griego con corchetes: {ι}.
[75] Para aproximar una traducción sigo al anterior editor Heiberg, que lee πρός τε τὸν.

Pues estaba la suposición de que [dado que] todo círculo es igual al triángulo cuya base es igual a la circunferencia y cuya altura es igual al radio del círculo[76], pues toda esfera es igual al cono cuya base es la superficie de la esfera y cuya altura es el radio de la esfera.

Proposición 3

Por este procedimiento teórico se ve también que: el cilindro cuya base es igual al círculo máximo de un esferoide y la altura igual al eje del esferoide es una vez y media del esferoide.[77] Tras haber visto esto, es claro que todo esferoide cortado, a través de su centro, por un plano perpendicular al eje, la mitad del esferoide es el doble del cono[78] cuya base es igual a la [del] segmento [elipsoidal][79] y cuyo eje es el mismo [que el del esferoide]. Sea pues cortado un esferoide por un plano a través del eje y genérese en su superficie la sección de un cono acutángulo [80] ΑΒΓΔ, y sean sus diámetros ΑΓ y ΒΔ y su centro[XIV] Κ, y sea un círculo en el esferoide con diámetro ΒΔ y perpendicular al [diámetro] ΑΓ, considérese un cono cuya base es el mencionado círculo y el punto Α el vértice. Prolongada la superficie de éste, córtese el cono con un plano a través de Γ paralelamente a la base.

---

[76] Arquímedes presenta esto como un saber común, pero no es muy evidente, especialmente en una época en la que el perímetro del círculo no estaba suficientemente estudiado. Corresponde a la primera proposición en el tratado *Sobre la medida de círculo,* el cual es famoso porque en él Arquímedes aproxima el valor de π, donde el abordaje al problema es la doble reducción al absurdo.

[77] Se aborda parcialmente en *Conoides y esferoides* prop. 27, pero es una generalización del tema del tratado *Sobre la esfera y el cilindro*.

[78] Esta es la proposición principal en *Sobre Conoides y esferoides* prop. 27, como vemos, aquí Arquímedes usa de apoyo la propiedad que demostró en aquella obra, para sustentar lo que entonces usó de apoyo; sin embargo, considero que no estamos ante una argumentación circular, porque aquí no pretende demostrar, sino sólo intuir resultados.

[79] Se refiere a la superficie obtenida, por eso la base es igual a la base del segmento y no al segmento mismo, que es un sólido.

[80] Esto es un elipsoide, ver introducción, p. 50.

ἔσται δὴ ἡ τομὴ αὐτοῦ κύκλος ὀρθὸς πρὸς τὴν ΑΓ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΖ. Ἔστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν αὐτὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΕΖ, ἄξονα δὲ τὴν ΑΓ εὐθεῖαν, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ΓΑ κείσθω αὐτῆ{ι}[81] ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ζυγὸς ὁ ΘΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, ἤχθω δέ τις ἐν τῶι ΛΖ παραλληλογράμμῳ παρὰ τὴν ΕΖ ἡ ΜΝ, καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῶι κυλίνδρωι τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, ἐν δὲ τῶι σφαιροειδεῖ τομὴν, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῶι κώνωι τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ. Καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΣ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΠ, τουτέστιν ἡ ΜΣ πρὸς τὴν ΣΠ, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῆι ΑΘ, ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ. Ὡς δὲ ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣ ΣΠ· τῶ δὲ ὑπὸ ΜΣ ΣΠ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΠΣ ΣΞ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς τὸ ὑπὸ ΑΣ ΣΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΚ ΚΓ, τουτέστιν

τὸ ἀπὸ ΑΚ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΒ, ἀμφότεροι γὰρ οἱ λόγοι ἐν τῶι τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν εἰσίν, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ, ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀπὸ[82]

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 65V+72R [ARCH18V] columna B

ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΣΓ, τὸ ἀπὸ ΠΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΣΓ,[83] τὸ ἀπὸ ΣΠ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΠ ΠΜ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΜΠ ΠΣ τῶι ἀπὸ ΞΕ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ ΠΣ·

[81] ι de dativo agregada por mí, ver nota 74.
[82] La preposición ἀπὸ se repite al final de esta columna y al principio de la siguiente.
[83] Esperamos οὕτως en el texto griego para completar la idea comparativa.

y la sección será un círculo perpendicular a ΑΓ y el diámetro de éste será ΕΖ. Sea también un cilindro cuya base es el mismo círculo, cuyo diámetro es ΕΖ y cuyo eje es la recta ΑΓ; prolónguese ΓΑ, de tal manera que ΑΘ quede igual a ésta y considérese ΘΓ una balanza y Α su punto medio, trácese una [recta] ΜΝ paralela a ΕΖ en el paralelogramo ΛΖ, y levántese desde ΜΝ un plano perpendicular a ΑΓ. Esto hará en el cilindro una sección circular cuyo diámetro es ΜΝ y en el esferoide, una sección cuyo diámetro es ΞΟ, y en el cono [hará] una sección circular cuyo diámetro es ΠΡ. Y puesto que como sea ΓΑ con relación a ΑΣ, así será ΕΑ con relación a ΑΠ, así es ΜΣ con relación a ΣΠ; y ΓΑ es igual a ΑΘ, entonces, como sea ΘΑ con relación a ΑΣ así será ΜΣ con relación a ΣΠ. Como sea ΜΣ con relación a ΣΠ, así será el cuadrado de ΜΣ con relación al rectángulo ΜΣ ΣΠ.

los cuadrados de ΜΣ y ΣΞ son iguales al rectángulo ΜΣ ΣΠ; en efecto, puesto que, como es el rectángulo ΑΣ ΣΓ con relación al cuadrado de ΣΞ, así es el rectángulo ΑΚ ΚΓ; es decir, el cuadrado de ΑΚ; con relación al cuadrado de ΚΒ, pues ambas proporciones [se encuentran en la del lado transversal con respecto al lado recto],[84] como sea el cuadrado de ΑΚ con relación al cuadrado de ΚΒ, así será el cuadrado de ΑΣ con relación al cuadrado de ΣΠ, alternativamente, como es el cuadrado[XV] de ΑΣ con relación al rectángulo ΑΣΓ[85], [así] será el cuadrado de ΠΣ con relación al cuadrado de ΣΞ. Y como es el cuadrado de ΑΣ con relación al rectángulo ΑΣΓ[86], así es el cuadrado de ΣΠ con relación al rectángulo ΣΠ ΠΜ; entonces el rectángulo ΜΠ ΠΣ es igual al cuadrado de ΞΕ. Añádase en común el cuadrado de ΠΣ;

[84] πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν: lado transversal y lado recto de una elipse, son términos introducidos por Apolonio, explicados en *Cónicas* 1, def. 1. Latus rectum aún se usa como el segmento de recta que pasa por el foco y corta a la elipse de manera perpendicular al eje mayor.
[85] Por esquema sabemos que se refiere al rectángulo ΑΣ ΣΓ, ver introducción, página 49.
[86] Se refiere al rectángulo ΑΣ ΣΓ. Como en la nota anterior.

τὸ ἄρα ὑπὸ ΜΕ ΣΠ τοῖς ἀπὸ ΠΣ ΣΞ ἴσον. Ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ ἀπὸ ΜΣ ΣΞ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ ἀπὸ ΣΞ ΣΠ, οὕτως ὁ ἐν τῶι κυλίνδρω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους, ὧν διάμετροι αἱ ΞΟ ΠΡ· ὥστε ἰσορροπήσουσι περὶ τὸ Α σημεῖον ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, αὐτοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύκλοις, ὧν διάμετροι αἱ ΞΟ ΠΡ, μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσιν[87] τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ἐστι τοῦ μὲν κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, κέντρον τοῦ βάρους τὸ Σ, συναμφοτέρων δὲ τῶν κύκλων, ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΞΟ ΠΡ, μετενηνεγμένων κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ· καὶ ὡς
ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους, ὥς εἰσι διάμετροι αἱ ΞΟ ΠΡ.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν τῶι ΛΖ παραλληλογράμμωι παρὰ τὴν ΕΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῆι ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ, ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῶι κυλίνδρωι ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων συναμφοτέροις τοῖς κύκλοις τῶι τε ἐν τῶι σφαιροειδεῖ γινομένωι καὶ ἐν τῶι κώνωι μετενεχθεῖσιν τοῦ ζυγοῦ

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 58R+63V [ARCH19R] columna izquierda

κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τῶν ληφθέντων κύκλων καὶ τοῦ σφαιροειδοῦς καὶ τοῦ κώνου ἰσόρροπος ὁ κύλινδρος ἔσται περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων τῶι τε σφαιροειδεῖ καὶ τῶι κώνωι μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσης[88] ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Καί ἐστι τοῦ μὲν κυλίνδρου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ, τοῦ δὲ σφαιροειδοῦς καὶ τῶι κώνωι συναμφοτέρων, ὡς ἐρρέθη, κέντρον τοῦ βάρους

[87] Falta ἐπὶ, por el resto del tratado podemos comprobar que la expresión completa es ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ.

[88] Nuevo error de escriba, en su pronunciación quizá sonaba similar τεθεῖσης y τεθεῖσι, esperamos dativo, plural.

entonces el cuadrado de ME ΣΠ es igual a los cuadrados de ΠΣ ΣΞ. Entonces como es ΘA con relación a AΣ, [así] es el cuadrado de MΣ con relación a los cuadrados de MΣ y ΣΞ. Y como es el cuadrado de MΣ con relación a los cuadrados de ΣΞ ΣΠ, así es el círculo que está en el cilindro cuyo diámetro es MN, con relación a ambos círculos cuyos diámetros son ΞO y ΠP [sumados]. De manera que el círculo cuyo diámetro es MN, que permanece en su sitio, está en equilibrio en el punto A con ambos círculos cuyos diámetros son ΞO y ΠP, transportados y puestos en la balanza en el punto Θ, de manera que el centro de cada uno de éstos es Θ. Así pues, puesto que el centro de gravedad del círculo cuyo diámetro es MN, es Σ; trasladados ambos círculos, cuyos diámetros son ΞO y ΠP, el centro de gravedad es Θ; entonces, como sea ΘA con relación a AΣ, así es el círculo cuyo diámetro es MN con relación a ambos círculos [sumados] cuyos diámetros son ΞO y ΠP.

Igualmente se demostrará, que también, si es trazada alguna otra [recta] paralela a EZ en el paralelogramo ΛZ y desde esa recta trazada se levanta un plano perpendicular a AΓ, el círculo generado en el cilindro, que permanece en su sitio, está en equilibrio en el punto A con ambos círculos, tanto el generado en el esferoide y, como [el generado] en el cono, trasladados [y colocados sobre] la balanza[XVI] en el punto Θ, de manera que el centro de gravedad de cada uno de éstos sea Θ.

Así pues, completado el cilindro por los círculos obtenidos y por el esferoide y el cono; el cilindro, que permanece en su sitio, estará en equilibrio en el punto A con el esferoide y el cono trasladados y puestos sobre la balanza en el punto Θ, de manera de manera que el centro de cada uno de éstos sea Θ.

También el centro de gravedad del cilindro es K y, como se dijo, el centro de gravedad de ambos, del esferoide y del cono, es Θ.

τὸ Θ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΚ, ὁ κύλινδρος πρὸς ἀμφότερα τό τε σφαιροειδὲς καὶ τὸν κῶνον. Διπλασία δὲ ἡ ΘΑ τῆς ΑΚ· διπλάσιος ἄρα καὶ ὁ κύλινδρος ἀμφοτέρων τοῦ τε σφαιροειδοῦς καὶ τοῦ κώνου· εἷς ἄρα κύλινδρος ἴσος δυσὶν κώνοις καὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν. Εἷς δὲ κύλινδρος ἴσος ἐστὶ τρεῖς κώνοις τοῖς αὐτοῖς· τρεῖς ἄρα κῶνοι ἴσοι εἰσὶ δυσὶ κώνοις καὶ δυσὶ σφαιροειδέσι κώνοις. Ἀφηρήσθωσαν δύο κῶνοι· λοιπὸς ἄρα εἷς κῶνος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΕΖ, ἴσος ἐστὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν. Εἷς δὲ κῶνος ὁ αὐτὸ ς ἴσος ἐστὶν ὀκτὼ κώνοις, ὧν ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ· ὀκτὼ ἄρα κῶνοι οἱ εἰρημένοι ἴσοι εἰσὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν· καὶ τέσσαρες

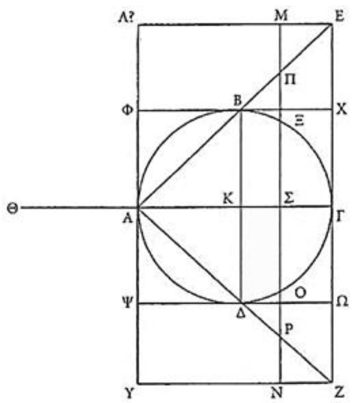
ARCHIMEDES, METHOD FOL. 58R+63V [ARCH19V] columna B

ἄρα κῶνοι ἴσοι εἴσιν ἑνὶ σφαιροειδεῖ· τετραπλάσιον ἄρα·ἐστὶ τὸ σφαιροειδὲς τοῦ κώνου, ἔστι κορυφὴ μέν ἐστι τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΓ, ὥστε τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιός ἐστι τοῦ εἰρημένου κώνου. Ἤχθωσαν δὲ διὰ τῶν ΒΔ σημείων ἐν τῶι ΛΖ παραλληλογράμμωι τῆι ΑΓ παράλληλοι αἱ ΦΧ ΨΩ, καὶ νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσεις μέν ἐστιν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΦΧ ΨΩ κύκλοι, ἄξων δὲ ἡ ΑΓ εὐθεῖα. Ἐπεὶ οὖν διπλάσιός ἐστιν ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κυλίνδρου, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΔ, διὰ τὸ ἴσας αὐτῶν εἶναι τὰς βάσεις, τὸν δὲ ἄξονα τοῦ ἄξονος διπλάσιον, αὐτὸ ς δὲ ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΔ, τριπλασίων[89] ἐστὶ τοῦ κώνου, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλον ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΓ, ἑξαπλάσιος ἄρα ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ

[89] En lugar de τριπλασίων, esperamos τριπλάσιον en concordancia con παραλληλόγραμμον. Esto reitera que el escriba no distinguía la cantidad vocálica.

Entonces, como es ΘA con relación a AK, así es el cilindro con relación a ambos, el esferoide y el cono [sumados]. ΘA es el doble de AK, entonces el cilindro es el doble de ambos, el esferoide y el cono.

Entonces, un cilindro es igual a dos conos y dos esferoides; y un cilindro es igual a tres conos de estos, entonces tres conos son iguales a dos conos y dos esferoides, réstense dos conos a los conos, entonces, el cono restante, cuya proyección es el triángulo AEZ que atraviesa el eje, es igual a dos esferoides, y este cono es igual a ocho veces el cono cuya proyección es el triángulo ABΔ que atraviesa el eje, entonces [el volumen de] los ocho conos mencionados es igual a dos esferoides y cuatro[XVII] conos son iguales a un esferoide; entonces, el esferoide es el cuádruple del cono, cuyo vértice es el punto A y cuya base es el círculo de diámetro BΔ que es perpendicular a AΓ, de manera que la mitad del esferoide es el doble del cono mencionado. Y trácense por los puntos BΔ en el paralelogramo ΛZ las [líneas] ΦX y ΨΩ [que] son paralelas a AΓ y considérese un cilindro, cuyas bases son los círculos alrededor de los diámetros ΦX y ΨΩ y cuyo eje es la recta AΓ, Así pues, puesto que el cilindro cuya proyección es el paralelogramo ΦΩ que pasa por el eje es el doble del cilindro cuya proyección es el paralelogramo ΦΔ que pasa por el eje, por ser las bases de éstos iguales y un eje el doble del otro eje; también este cilindro cuya proyección es ΦΔ que pasa por el eje es el triple del cono cuyo vértice es el punto A y cuya base el círculo de diámetro BΔ, que es perpendicular a AΓ. Entonces, el cilindro cuya proyección es el paralelogramo ΦΩ, ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ εἰρημένου κώνου. Ἐδείχθη δὲ τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλάσιον τὸ σφαιροειδές· ἡμιόλιος ἄρα ὁ κύλινδρος τοῦ σφαιροειδοῦς· ΟΙ.



Ὅτι δὲ πᾶν τμῆμα ὀρθογώνιον κωνοειδές ἐπιπέδω{ι} ἀποτεμνόμενον

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 58V+63R [ARCH19V] columna izquierda

ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῶι τμήματι καὶ τὸν ἄξονα τὸν αὐτόν, ὡς διὰ τοῦ τρόπου τούτου θεωρεῖται.

Ἔστω γὰρ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καὶ τετμήσθω ἐπιπέδω διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν[90] ἐν τῆι ἐπιφανείαι ὀρθογωνίου κώνου τομὴν τὴν ΑΒ, τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρωι ἐπιπέδωι ὀρθῶι πρὸς τὸν ἄξονα, καὶ ἔστω αὐτῶν κοινὴ τομὴ ἡ ΒΓ, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμήματος ὁ ΔΑ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΑ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ κείσθω αὐτῆ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ὁ ζυγὸς ὁ ΔΘ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, ἔστω δὲ ἡ τοῦ τμήματος βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΔ, ἔστω δὲ καὶ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἐστι διάμετρος ἡ ΒΓ

κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον, ἔστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΒΓ, ἄξονα δὲ τὸν ΑΔ, καὶ ἤχθω τις ἐν τῶι παραλληλογράμμωι ἡ ΜΝ παράλληλος οὖσα τῆι ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΔ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῶι κυλίνδρωι τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, ἐν δὲ τῶι τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ.

[90] Palabra repetida, τομὴν aparece en la línea 8 y en la 9, para traducir se ignoró una de estas apariciones.

que pasa por el eje es el séxtuple del cono mencionado. Y quedó demostrado que el esferoide es el cuádruple del cono; entonces, el cilindro es una vez y media el esferoide. OI[91]

[Proposición 4]

Que todo segmento de conoide rectangular[92] cortado por un plano de manera perpendicular [XVIII] al eje es una vez y media el cono que tiene la misma base que el segmento y el mismo eje, como se visualiza por este procedimiento teórico.[93]

En efecto, sea un conoide rectangular[94] y córtese por un plano a través del eje y hágase en la superficie la sección de cono ortogonal[95] AB, también córtese [el conoide] por otro plano perpendicular al eje, sea ΒΓ la sección común de ellos y sea ΔΑ el eje del segmento y prolónguese ΔΑ hacia Θ de tal manera que ΑΘ quede igual a ésta. Considérese ΑΘ una balanza y A su punto medio; sea la base del segmento el círculo cuyo diámetro es la recta ΒΓ y que es perpendicular a ΑΔ; sea también un cono cuya base es el círculo de diámetro ΒΓ y cuyo vértice es el punto A; sea también un cilindro cuya base es el círculo de diámetro ΒΓ y ΑΔ el eje. Levántese en el paralelogramo la recta MN paralela a ΒΓ y desde MN que haya un plano perpendicular a ΑΔ. Esto hará en el cilindro, una sección circular cuyo diámetro es MN y en el segmento del conoide rectangular, [hará] una sección circular cuyo diámetro es ΞΟ.

---

[91] Al final de ésta y la siguiente proposición, aparecen en el manuscrito las letras OI para las que no hay explicación; en la edición de Heiberg, esta expresión aparece entre paréntesis angulares.

[92] Se refiere al segmento de un paraboloide de revolución, ver la página 50 de la introducción.

[93] Esta proposición sirve para comparar *El método* de Arquímedes como herramienta de descubrimiento, pues aparece la demostración geométrica por doble reducción al absurdo en *Sobre conoides y esferoides* prop. 21. En esa proposición el planteamiento es saturar la figura con sólidos cilíndricos y comparar sus relaciones, sin establecer la relación por medio de la mecánica ni de los puntos de equilibrio.

[94] El uso de “conoide” no se corresponde con la terminología actual, porque un conoide para Arquímedes es lo indicado en la nota 13 de esta sección.

[95] Es decir, una parábola, ver introducción, p. 50.

Καὶ ἐπεὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐστιν ἡ ΒΑΓ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΑΔ, καὶ τεταγμένως

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 58V+63R [ARCH19V] columna B

κατηγμέναι εἰσὶν αἱ ΞΣ, ΒΔ, ἔστιν ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ. Ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῆι ΑΘ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῶι κυλίνδρωι, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς τὸν κύκλον τὸν ἐν τῶι τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς, οὗ διάμετρος ἡ ΞΣ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ. Ἰσόρροπος ἄρα ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, ὁ ἐν τῶι κυλίνδρωι πρὸς[96] τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων τῶι κύκλωι, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, μετενεχθέντι καὶ τεθέντι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον αὐτοῦ εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν κύκλου, οὗ ἐστιν ἡ διάμετρός ἡ ΜΝ, κέντρον τοῦ βάρους τὸ Σ, τοῦ δὲ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, μετενηνεγμένου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ, καὶ ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, ὃν ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν τῶι ΕΓ παραλληλογράμμωι παρὰ τὴν ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῆι ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΘ, ὅτι ἰσορροπήσει πρὸς[97] τῷ[98] Α σημείωι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῶι κυλίνδρωι αὐτοῦ μένων τῶι γενομένωι ἐν τῷ[99] τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος

[96] Es una variación de la forma κατὰ más acusativo, que antes se había usado en este tratado.
[97] La proposición esperada es περὶ más acusativo, aquí vemos la forma inusual πρὸς + dativo.
[98] Dativo sin ι, pero con vocal larga, a diferencia de lo visto en la nota 49.
[99] Dativo sin ι, pero con vocal larga, a diferencia de lo visto en la nota 49.

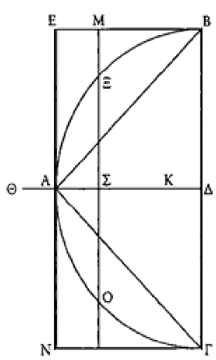
Y en la sección de cono ortogonal[100] está ΒΑΓ, cuyo diámetro[101] es ΑΔ y las trazadas ordenadamente[XIX] son ΞΣ y ΒΑ, como sea ΔΑ con relación a ΑΣ, así será el cuadrado de ΒΔ con relación al cuadrado de ΞΟ, también ΔΑ es igual a ΑΘ, entonces, como es ΘΑ con relación a ΑΣ, así es el cuadrado de ΜΣ con relación al cuadrado de ΣΞ; y como es el cuadrado de ΜΣ con relación al cuadrado de ΣΞ así es el circulo que está en el cilindro cuyo diámetro es ΜΝ con relación al círculo que está en la segmento de cono ortogonal cuyo diámetro es ΞΣ[102]. Entonces, como sea ΘΑ con relación a ΑΣ, así es el círculo cuyo diámetro es ΜΝ con relación al círculo cuyo diámetro es ΞΟ. Entonces, el círculo [que permanece fijo] cuyo diámetro es ΜΝ que está en el cilindro, está en equilibrio, en el punto Α, con el círculo cuyo diámetro es ΞΟ; trasladado y puesto sobre la balanza en el punto Θ, de modo que el centro de gravedad de éste sea Θ.

Así pues, puesto que, el centro de gravedad del círculo cuyo diámetro es ΜΝ es Σ; y el centro de gravedad del círculo trasladado, cuyo diámetro es ΞΟ, es Θ. Recíprocamente, la proporción de ΘΑ con ΑΣ, es la misma del círculo cuyo diámetro es ΜΝ con relación a al círculo cuyo diámetro es ΞΟ. De la misma manera, se demostrará que, si es trazada alguna otra paralela a ΒΓ en el paralelogramo ΕΓ y sobre la [recta] trazada se levanta un plano perpendicular a ΑΘ, el círculo generado en el cilindro, que permanece en su sitio, estará en equilibrio, en el punto Α con, ambos círculos, el que se generó en el esferoide y el que se generó en el segmento del conoide rectangular

[100] Es decir, la parábola
[101] Se está refiriendo a un eje, en griego, διάμετρος puede referirse a cualquier línea que corta una superficie (generalmente en dos partes iguales).
[102] Esto se demuestra en *Elementos* XII prop. 2.

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 45R+44V [ARCH20R] columna izquierda

μετενεχθέντι[103] ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ τμήματος τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α σημεῖον κύλινδρος αὐτοῦ μένων τῶ τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος μετενεχθέντι καὶ τεθέντι[104] τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἐπεὶ δὲ ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α σημεῖον τὰ εἰρημένα μεγέθη, καί ἐστι τοῦ μὲν κυλίνδρου κέντρον βάρους τὸ Κ σημεῖον δίχα τεμνομένης τῆς ΑΔ κατὰ τὸ Κ σημεῖον, τοῦ τμήματος μετενηνεγμένου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος[105] τὸ Θ, ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἡ ΘΑ πρὸς ΑΚ, ὃν ὁ κύλινδρος πρὸς τὸ τμῆμα . Διπλασία δὲ ἡ ΘΑ τῆς ΑΚ· διπλάσιος ἄρα καὶ ὁ κύλινδρος τοῦ τμήματος . Ὁ δὲ αὐτὸ ς κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΒΓ, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τμῆμα ἡμιόλιόν ἐστιν τοῦ αὐτοῦ κώνου. ΟΙ.



Ὅτι δὲ τοῦ τμήματος τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτεμνομένου

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 45R+44V [ARCH20R] columna B

ἐπιπέδωι ὀρθῶι πρὸς τῶν ἄξονα τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἥ ἐστιν ἄξων τοῦ τμήματος , τμηθείσης οὕτως τῆς εἰρημένης εὐθείας, ὥστε διπλασίονα[106] εἶναι τὸ μέρος αὐτοῦ τὸ πρὸς τῆι

[103] La expresión está incompleta, falta καὶ τεθέντι.
[104] Falta la preposición ἐπὶ.
[105] Es una particularidad del ático que por metátesis cuantitativa el genitivo sea -έως (cfr. -ηος en homérico). Los demás dialectos tienen el genitivo de la forma que aparece en el texto.
[106] El texto presenta plural, pero esperamos singular en concordancia con μέρος.

[XX] trasladado [y colocado] sobre la balanza en Θ, de modo que el centro de gravedad de éste sea Θ, así pues, completados el cilindro y el segmento del cono ortogonal; el cilindro que permanece en su sitio está en equilibrio, en el punto A, con el segmento del cono ortogonal, trasladado y puesto sobre la balanza en Θ, de modo que su centro de gravedad sea Θ.

Y puesto que, las magnitudes mencionadas están en equilibrio en el punto A y el centro de gravedad del cilindro es el punto K, porque la recta AΔ está cortada en dos por el punto K; el centro de gravedad del segmento trasladado es Θ. Recíprocamente ΘA tendrá la misma proporción con respecto a AK que tiene el cilindro con respecto al segmento. Y como ΘA es el doble de AK entonces, el cilindro es el doble del segmento y el mismo cilindro es el triple del cono que tiene por base el círculo cuyo diámetro es BΓ y cuyo vértice es el punto A. [107]

Así pues, es evidente[108] que el segmento es una vez y media del cono. OI

[Proposición 5]

Que el centro de gravedad del segmento de un conoide rectangular cortado[XXI] por un plano perpendicular al eje está sobre la recta que es eje del segmento, dividida dicha recta de manera que la parte de ésta que va hacia

[107] Esto debió mostrarse geométricamente en *Equilibria,* ver nota 45.

[108] Es evidente por lo demostrado en *Equilibrio de los planos* prop. 6, que aquí nunca se mencionó, pero se supone a lo largo de todo el tratado: Τὰ σύμμετρα μεγέθεα ἰσορροπέοντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν. “las magnitudes conmensurables están en equilibrio a distancias inversamente proporcionales a la relación que tienen los pesos entre sí” Mugler, p. 85.

κορυφῆι τοῦ λοιποῦ τμήματος , ὧδε διὰ τοῦ τρόπου θεωρεῖται· Ἔστω τμῆμα ὀρθογώνιον κωνοειδές ἀποτεμνόμενον ἐπιπέδωι ὀρθῶι πρὸς τὸν ἄξονα καὶ τετμήσθω ἐπιπέδωι ἑτέρωι διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῆι ἐπιφανείαι τὴν ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομήν, τοῦ δὲ ἀποτετμηκότος τὸ τμῆμα ἐπιπέδου καὶ τοῦ τμήματος κοινὴ τομὴ ἔστω ἡ ΒΓ, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμήματος καὶ διάμετρος τῆς ΑΒΓ τομῆς ἡ ΑΔ εὐθεῖα, καὶ τῆι ΔΑ εὐθείαι ἴση κείσθω ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ζυγὸς ὁ ΔΘ, μέσον δὲ αὐτῆς τὸ Α, ἔστω δὲ καὶ κῶνος γεγραμμένος ἐν τῶι τμήματι , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ αἱ ΒΑ ΑΓ, ἤχθω δέ τις ἐν τῆι τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆι ἡ ΞΟ παράλληλος οὖσα τῆι ΒΓ, τεμνέτω δὲ αὕτη τὴν μὲν τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομὴν κατὰ τὸ Ξ Ο, τὰς δὲ τοῦ κώνου πλευρὰς κατὰ τὸ ΠΡ σημεῖα. Ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομῆι κάθετοι ἠγμέναι εἰσὶν ἐπὶ τὴν διάμετρον αἱ ΞΟ ΒΔ, ἔστιν, ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΣ. Ὡς δὲ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ ΠΣ· ἔσται ἄρα καὶ, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΣ, οὕτως

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 45V+44R [ARCH20V] columna izquierda

τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔ ΠΣ. Ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΞΣ τὸ [109] ὑπὸ ΒΔ ΠΣ· ἀνάλογον ἄρα εἰσὶν αἱ ΒΔ ΣΞ ΣΠ, διὰ δὴ τοῦτό ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΞΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ. Ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, τουτέστιν ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΞΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ.

Ἀνεστάτω δὴ ἀπὸ τῆς ΞΟ ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΔ· ποιήσει δὲ τοῦτο ἐν μὲν τῶι τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῷ κώνωι κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΞΣ πρὸς τὸ ἀπὸ

[109] Esperamos dativo, como en la nota 49.

el vértice sea el doble del segmento residual; así se ve teóricamente por este método.[110]

Sea un segmento de un conoide rectangular cortado por un plano perpendicular al eje y córtese con otro plano a través del eje, hágase una sección ΑΒΓ en la superficie de un cono ortogonal y sea ΒΓ el segmento del plano cortado y de la sección común del segmento; que la recta ΑΔ sea eje del segmento y el diámetro[111] de la sección ΑΒΓ; que ΑΘ quede igual a la recta ΑΔ y considérese ΑΘ una balanza cuyo punto medio es Α. Sea un cono trazado en el segmento cuyos lados son ΒΑ y ΑΓ y trácese, en la sección del cono ortogonal, ΞΟ que sea paralela a ΒΓ y que ésta corte a la sección del cono ortogonal en [los puntos] Ξ y Ο y [que corte a] los lados del cono en los puntos Π y Ρ.

Así pues, puesto que en la sección del cono ortogonal han sido trazados las rectas ΞΟ y ΒΔ perpendiculares[112] al diámetro. Como es ΔΑ con relación a ΑΣ, así es el cuadrado de ΒΔ con relación a ΞΣ, como es ΔΑ con relación a ΑΣ, así es ΒΔ con relación a ΠΣ y como es ΒΔ con relación a ΠΣ, entonces también así será el cuadrado de ΒΔ con relación al rectángulo ΒΔ ΠΣ.[XXII] Por lo tanto, es igual el cuadrado de ΞΣ al rectángulo ΒΔ ΠΣ y, entonces, son proporcionales[113] [las rectas] ΒΔ, ΞΣ y ΣΠ. Justamente por esto, como es ΒΔ con relación a ΠΣ, así es el cuadrado de ΞΣ con relación al cuadrado de ΣΠ, como es ΒΔ con relación a ΠΣ así es ΔΑ con relación a ΑΣ, es decir, así es ΘΑ con relación a ΑΣ y entonces, como es ΘΑ con relación a ΑΣ, así es el cuadrado de ΞΣ con relación a l cuadrado ΣΠ.

---

[110] Esta misma proposición debió demostrarse geométricamente en *Equilibria,* como lo menciona Arquímedes en *Sobre los cuerpos flotantes* II, prop.2, donde usa esta propiedad para demostrar otra proposición. Nótese que, aunque se usa justamente esta propiedad, no hay mención a *El Método*, nos inclinamos a creer que es así porque aún no estaba redactado, además de que no considera que los temas tratados aquí queden demostrados.

[111] Lo que nosotros entenderíamos por eje de una cónica.

[112] Existe variación, pues aquí κάθετοι tiene el sentido de perpendicular.

[113] Teoría de las proporciones aplicable a inconmensurables, elaborada por Eudoxo, recopilada en el libro V de los *Elementos* de Euclides; ἀνάλογον de define en *Elementos* V, def. 6.

ΣΠ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ. Ἰσορροπήσει οὖν περὶ τὸ Α σημεῖον ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, αὐτοῦ μένων τῶι κύκλῶι, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, μετενεχθέντι[114] τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, αὐτοῦ μένοντος κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Σ, τοῦ δὲ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, μετενεχθέντος ὡς ἐρρέθη κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ, καὶ ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, ὃν ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, ἰσορροπήσουσιν ἄρα πρὸς τῶι Α σημείω. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλλη

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 45V+44R [ARCH20V] columna derecha

τις ἀχθῆι ἐν τῆι τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆι παράλληλος τῆι ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῆι ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΔ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῶι τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος αὐτοῦ μένων ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α σημεῖον τῶι γενομένωι κύκλωι ἐν τῶι κώνωι μετενεχθέντι καὶ τεθέντι[115] τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. Συμπληρωθέντων οὖν ὑπὸ τῶν κύκλων τοῦ τε τμήματος καὶ τοῦ κώνου ἰσορροπήσουσι περὶ τὸ Α σημεῖον τεθέντες οἱ κύκλοι οἱ ἐν τῶι τμήματι αὐτοῦ μένοντες πᾶσι τοῖς κύκλοις τοῖς ἐν τῶι κώνωι μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι [116]τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε ἑκάστου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ· ἰσόρροπον οὖν καὶ τὸ τμῆμα

[114] La expresión está incompleta, falta καὶ τεθέντι ἐπὶ.
[115] Falta la preposición ἐπὶ.
[116] Falta la preposición ἐπὶ.

Levántese sobre ΞO un plano perpendicular a AΔ y que éste hará en el segmento del conoide rectangular un círculo cuyo diámetro es ΞO y, en el cono, un circulo cuyo diámetro es ΠP. Y Puesto que, como es ΘA con relación a AΣ, así es el cuadrado de ΞΣ con relación al cuadrado de ΣΠ; y así es el círculo cuyo diámetro es ΞO con relación al círculo cuyo diámetro es ΠP. Entonces, como es ΘA con relación a AΣ, así es el círculo cuyo diámetro es ΞO con relación al círculo cuyo diámetro es ΠP.

Así pues, estará en equilibrio, en el punto A, el círculo que permanece en su sitio, cuyo diámetro es ΞO con el círculo cuyo diámetro es ΠP que fue trasladado y [puesto] sobre la balanza en Θ, de modo que Θ sea el centro de gravedad.

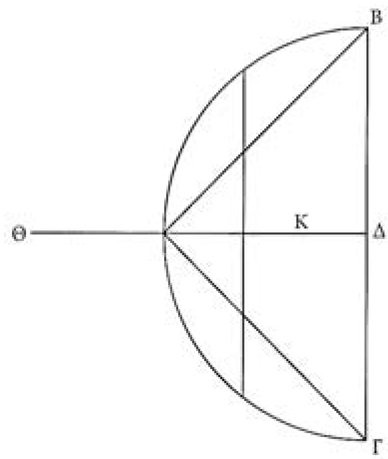
Así pues, puesto que, Σ es el centro de gravedad del círculo que permanece en su sitio, cuyo diámetro es ΞO y Θ es el centro de gravedad del círculo cuyo diámetro es ΠP y que fue trasladado como ha sido dicho. Recíprocamente guarda la misma proporción ΘA con relación a AΣ que el círculo cuyo diámetro es ΞO con relación al círculo cuyo diámetro es ΠP, entonces estarán en equilibrio en al punto A.

De la misma manera se demostrará que si es trazada alguna otra[XXIII] paralela a BΓ en la sección del cono ortogonal y sobre la trazada se levanta un plano perpendicular a AΔ, el círculo generado en el segmento del conoide rectangular, que permanece en su sitio, está en equilibrio en punto A con el círculo generado en el cono que fue trasladado y colocado sobre la balanza en Θ, de manera que Θ sea su centro de gravedad.

Así pues, completados por los círculos tanto el segmento como el cono; los círculos puestos en el segmento, que permanecen en su sitio, estarán en equilibrio en el punto A con todos los círculos [que están] en el cono trasladados y puestos sobre la balanza en Θ, de tal forma que el centro de gravedad de cada uno de estos sea Θ, así pues. está en equilibrio el segmento del τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένον τῶι κώνωι μετενεχθέντι καὶ τεθέντι[117] τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι τοῦ βάρους αὐτοῦ τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν συναμφοτέρων τῶν μεγεθέων ὡς ἑνὸς λέγομεν κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Α, αὐτοῦ δὲ τοῦ κώνου τοῦ μετενηνεγμένου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ, τοῦ λοιποῦ ἄρα μεγέθους τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς ΑΘ εὐθείας ἐκβεβλημένης ἐπὶ τὸ Α καὶ ἀποληφθεῖσα αὐτῆς τῆς ΑΚ τηλικαύτης,

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 170R+163V [ARCH21R] columna izquierda

ὥστε τὴν ΑΘ πρὸς αὐτὴν τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον. Ἡμιόλιον δέ ἐστιν τὸ τμῆμα τοῦ κώνου· ἡμιόλιος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΘΑ τῆς ΑΚ, καί ἐστιν τὸ Κ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τῆς ΑΔ τετμημένης οὕτως, ὥστε διπλάσιον εἶναι τὸ



μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῆι κορυφῆι τοῦ τμήματος τοῦ λοιποῦ τμήματος

Εἶναι τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἥ ἐστίν ἄξων τοῦ ἡμιολίου, τμηθείσης οὕτως, ὥστε τὸ τμῆμα αὐτῆς τὸ πρὸς τῆι κορυφῆι τοῦ ἡμισφαιρίου πρὸς τὸ λοιπὸν τμῆμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ πέντε πρὸς τὰ τρία. Ἔστω σφαῖρα καὶ τετμήσθω ἐπιπέδωι διὰ τοῦ κέντρου, καὶ γενέσθω ἐν τῆι ἐπιφανείαι τομὴ ὁ ΑΒ ΓΔ κύκλος, διάμετροι δὲ ἔστωσαν τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ ΒΔ, ἀπὸ δὲ τῆς ΒΔ ἐπίπεδον ἂν ἔστω[118] ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ ἔστω κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον, πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ κώνου

[117] Falta la preposición ἐπὶ.

[118] ἂν más imperativo no tiene sentido, tomamos la corrección de la edición anterior, de manera que para traducir consideraremos: ἀνεστάτω.

conoide rectangular, que permanece en su sitio en el punto A con el cono trasladado y puesto sobre la balanza en el punto Θ, de modo que su centro de gravedad sea Θ.

Así pues, puesto que decimos que A es el centro de gravedad de ambas magnitudes [tomadas] como una y el centro de gravedad del cono que había sido trasladado es Θ, entonces el centro de gravedad de la magnitud restante está sobre la recta AΘ prolongada hacia A y restada de AK [una porción] tan grande[XXIV] como para que AΘ tenga, con relación a ella, la misma proporción que tiene el segmento respecto al cono.

El segmento es una vez y media el cono, luego entonces, una vez y media es ΘA con relación a AK y K es el centro de gravedad del conoide rectangular, cortada AΔ, de tal manera que la parte de ésta hacia el vértice del segmento es el doble que el resto del segmento.

Proposición 6[119]

Que el [centro] de gravedad [de una semiesfera] está sobre la recta que es su eje una vez y media, cortada de tal modo que el segmento de la misma que está hacia el vértice de la semiesfera respecto al segmento restante tiene la misma proporción que tiene 5 respecto a 3.[120]

Sea una esfera, que esté cortada por un plano por el centro y genérese una sección circular ΑΒΓΔ en la superficie y los diámetros del círculo ΑΓ ΒΔ sean perpendiculares uno al otro. Levántese desde ΒΔ un plano perpendicular a ΑΓ y que haya un cono cuya base es el círculo con diámetro ΒΔ y el punto A como vértice. Sean los lados del cono[XXV]

[119] La proposición 6 presenta importantes lagunas que la edición en uso no intenta reconstruir. Sólo propongo la traducción de las partes que resultaron legibles para los editores.

[120] Esta proposición no se relaciona con alguna que haya estudiado Arquímedes en otro tratado; podría pertenecer a la obra perdida *Equilibria*, pero no hay alguna mención que lo confirme, como sí sucede en el caso de la proposición 5, ver nota 110.

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 170R+163V [ARCH21R] columna derecha

αἱ ΒΑ ΑΔ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΑ, καὶ κείσθω τῆι ΓΑ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ζυγὸς ἡ ΘΓ εὐθεῖα, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, καὶ ἤχθω τις ἐν τῶι ΒΑΔ ἡμικυκλίω ἡ ΞΟ παράλληλος οὖσα τῆι ΒΔ, τεμνέτω δὲ αὕτη τῆς[121] μὲν τοῦ ἡμικυκλίου περιφέρειαν κατὰ τὸ ΞΟ, τὰς δὲ τοῦ κώνου πλευρὰς κατὰ τὰ ΠΡ σημεῖα, τὴν δὲ ΑΓ κατὰ τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τῆς ΞΟ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΕ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῶι ἡμισφαιρίωι τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῶι κώνωι τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡΚαὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΑΕ, τὸ ἀπὸ ΞΑ πρὸς τὸ ΑΕ, τῶι δὲ ἀπὸ ΞΑ ἴσα τὰ ἀπὸ ΑΕ ΕΞ, τῆι δὲ ΑΕ ἴση ἡ ΕΠ, ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΑΕ, οὕτως τὰ ἀπὸ ΞΕ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΠ.

Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΞΕ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΠ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΠΡ, καί ἐστιν ἡ ΓΑ τῆι ΑΘ ἴση· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΠΡ[122] πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΠΡ. Ἰσορροπήσουσιν ἄρα περὶ τὸ Α σημεῖον ἀμφότεροι οἱ κύκλοι, εἰσι διάμετροι αἱ ΞΟ ΠΡ, αὐτοῦ μένοντες τῶι κύκλωι, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, μετενεχθέντι καὶ τεθέντι κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ἀμφοτέρων μὲν τῶν κύκλων εἰσι διάμετροι αἱ ΞΟ ΠΡ, αὐτοῦ μενόντων κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν

[121] Esperamos acusativo τῆν en concordancia con περιφέρειαν, en vez del genitivo τῆς, que aparece en el texto.
[122] Error de escriba, aparece el círculo de diámetro ΠΡ en relación consigo mismo.

BA y AΔ y prolónguese ΓA y que quede AΘ igual a ΓA. Considérese como balanza la recta ΘΓ, cuyo punto medio es A y trácese en el semicírculo BAΔ la recta ΞO que es paralela a BΔ, y que ésta corte por un lado, la periferia del semicírculo en [los puntos] Ξ y O, y [por otro lado] a los lados del cono en los puntos Π y P, también a [la recta] AΓ en E y levántese sobre ΞO un plano perpendicular a AE, éste hará en la semiesfera una sección circular cuyo diámetro es ΞO y en el cono una sección circular cuyo diámetro es ΠP.

Puesto que, como es AΓ con relación a AE, así es el cuadrado de ΞA con relación [al cuadrado de][123] AE y los cuadrados de AE y EΞ [sumados] son iguales al cuadrado de ΞA[124]. y EΠ es igual a AE, entonces, como es AΓ con relación a AE, así son los cuadrados de ΞE y EΠ [sumados] con relación al cuadrado de EΠ. Como son los cuadrados de ΞE y EΠ [sumados] con relación al cuadrado de EΠ así es el círculo de diámetro ΠP[125] y ΓA es igual a AΘ; entonces, como es ΘA con relación a AE, así es el círculo de diámetro ΠP[126] con relación al círculo de diámetro ΠP. Entonces estarán en equilibrio en el punto A los dos círculos que permanecen en su sitio y que tienen por diámetros ΞO y ΠP con el círculo cuyo diámetro es ΠP trasladado y puesto en Θ de tal modo que su centro de gravedad sea Θ; así pues, puesto que el centro de gravedad de los dos círculos que permanecen en su sitio, cuyos diámetros son ΞO y ΠP, es[XXVI]

[123] Solamente hay proporciones entre elementos de la misma naturaleza, por lo que suponemos que hubo un ἀπό, no se podría comparar la proporción entre una superficie y una recta.
[124] Esto es así por el teorema de Pitágoras, demostrado en *Elementos* I, prop. 48.
[125] La idea se corta, pues falta el segundo término de relación.
[126] Parece que se refiere al círculo de diámetro ΞO.

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 170V+163R [ARCH21V] columna izquierda

……………. ... ΞΟ... Β.Δ... ....ὀρθὸν πρὸς... ἰσορροπ... περὶ τὸ Α... ἀμφότερ... μεν... ωι α... ... ενομενωι... μετενεχθέντι... τε... ζυγοῦ κατὰ τὸ ... ἡμισφαιρίου καὶ τοῦ κώνου ἰσορροπήσουσι περὶ τὸ Α σημεῖον πάντες οἱ κύκλοι οἵ τε ἐν τῶ ἡμισφαιρίωι καὶ οἱ ἐν τῶι κώνωι αὐτοῦ μένοντες πᾶσι τοῖς κύκλοις τοῖς ἐν τῶι κώνωι μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν τὸ Θ· ἰσορροπήσουσι περὶ ἄρα περὶ τὸ Α σημεῖον συναμφότερα τό τε ἡμισφαίριον καὶ ὁ κῶνος αὐτοῦ μένοντα τῶι κώνωι μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ σημεῖον. Διηρήσθω δή ὁ κωνος εἰς δύο μέρη ἄνισα ὥστε τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον λόγον ἔχειν τοῦ

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 170V+163R [ARCH21V] columna derecha

Τον, ὃ ἔχει... ... ... κώνου αὐτοῦ μένον τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ, τῶν δὲ τριῶν ὀγδοημορίων αὐτοῦ τῶν κατὰ τὸ Θ κειμένων κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Καί ἐστιν, ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως ὁ κῶνος οὗ ἐστιν ἄξων ἡ ΑΚ πρὸς τὰ τρία ὀγδοημόρια αὐτοῦ τοῦ κώνου. Ὁ γὰρ ἄξων ὁ αὐτός ἐστιν... τ...ἰσορροπήσει περὶ τὸ Χ σημεῖον, καὶ τὸ ἡμισφφαίπιον αὐτοῦ μένον τοῖς πέντε ὀγδοημορίοις τοῦ κώνου κειμένοις κατὰ τὸ Θ. Καὶ ἐπεὶ τετραπλασία ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, διπλάσιον δὲ τὸ ἡμισφαίριόν ἐστι τοῦ κώνου. Ὁ δὲ κῶνος πρὸς τὰ πέντε [laguna] [127]del hemisferio y del cono. Todos los círculos que permanecen en su lugar que están en la semiesfera y los que están en el cono están en equilibrio alrededor del punto A con todos los círculos en el cono, desplazados y colocados sobre la balanza en el punto Θ de modo que el centro de gravedad de cada uno de éstos sea [el punto] Θ.

Entonces estarán en equilibrio alrededor del punto A ambos: la semiesfera y el cono, que permanecen en su sitio, con el cono trasladado y puesto sobre la balanza en el punto Θ de tal manera que su centro de gravedad sea el punto Θ.

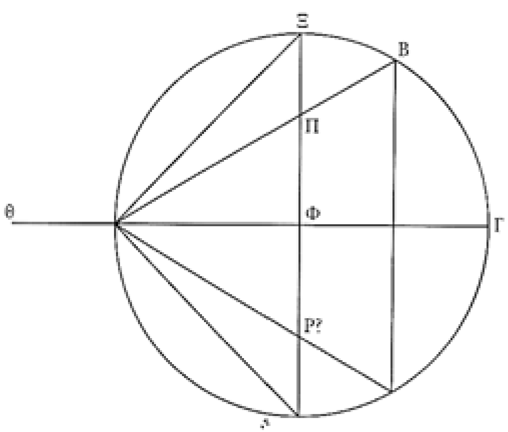
Sea dividido el cono en dos partes desiguales, de tal modo que el más grande con respecto al más pequeño tenga una relación …[XXVII] [laguna][128] que permanece en su sitio, el centro de gravedad del cono es X y el centro de gravedad de los tres octavos que están en Θ es Θ y, como es AΘ con relación a AX, así es el cono cuyo eje es AK con relación a los tres octavos del mismo cono, pues el eje es el mismo [… laguna]

Estará en equilibrio en el punto X, también la semiesfera que permanece en su sitio, con los cinco octavos del cono que quedaron en Θ y, puesto que, la esfera es el cuádruple es del cono cuya base es el círculo de diámetro BΔ y cuyo vértice es el punto A, la semiesfera es el doble del cono. Y el cono con respecto a los cinco

[127] La mitad superior del folio ARCH 21V es completamente ilegible.
[128] La mitad superior del folio ARCH 21V es ilegible.

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 157R+160V [ARCH22R] columna izquierda

ὀγδοημόρια αὐτοῦ λόγον ἔχει, ὃν ὀκτὼ πρὸς τὰ πέντε. τὸ ἄρα ἡμισφαίριον.... ντι πέντε ὀγδοη... πρὸς... ἔστω. ἔσται οὖν καὶ ἡ.. πρὸς Α.. ΙΑ πρὸς Ε κέντρον δὲ ἔσται τοῦ βάρους τοῦ ἡμισφαιρίου τὸ Φ καὶ... τῆς... πρὸς ΑΦ... λόγον ἔχει, ὃν Ις πρὸς Ε... δὴ... Φ ὥστε τὴν ΑΦ πρὸς... λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει τὰ τρία... ... ὀρθῶι πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ σφαιροειδέος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἥ ἐστιν ἄξων τοῦ... μα... τμηθείσης ὥστε τῆς εἰρημένης εὐθείας τῶ πρὸς τὴν κορυφὴν τοῦ σφαιροειδέος πρὸς τὸ λοιπὸν τμῆμα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ πέντε πρὸς τρία. Θεωρεῖται δὲ διὰ τοῦ τρόπου τούτου καὶ ὅτι πᾶν τμῆμα σφαίρας πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῶι τμήματι



ARCHIMEDES, METHOD FOL. 157R+160V [ARCH22R] columna derecha

καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν...... ρι.. τμή- ... τοῦ ἀντικειμένου τμήματος πρὸς τὸν ἄξονα. Ἔστω γὰρ σφαῖρα τεμνομένη ἐπιπέδωι... καὶ τετμήσθω ὥστε... ἐπι... κυλινδρ....... καὶ ἔστω τῆς μὲν σφαίρας τομὴ ὁ ΑΒ ΓΔ κύκλος, τοῦ δ᾽ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμηκότος... τοῦ τμήματος ἡ ΒΔ εὐθῖα. Καὶ ἔστω τοῦ ΑΒ ΓΔ κύκλοῦ διάμετρος ἡ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τῆι ΒΔ εὐθείαι, τὸ δὲ τμῆμα τῆς σφαίρας οὗ κορυφὴ τὸ Α σημεῖον.

Ἐν μὲν τῶι ἑτέρωι σχήματι μεῖζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῶ ἑτέρωι ἔλασσον, καὶ ἀπειλήφθω τε[129] μὲν ΑΗ ἴση ἑκατέρα τῶν ΕΗ ΗΖ, τῆ δὲ ΑΓ ἴση ἑκατέρα τῶν ΚΗ ΗΛ,

[129] Debería ser artículo, dativo, femenino: τῆι, en vez de la partícula τε.

[XXVIII] octavos tiene la misma relación de ocho con respecto a cinco, entonces la semiesfera, [los cinco octavos] del cono [laguna[130]] Sea... Así pues, será también la …con respecto a A…IA con relación a E. el centro de gravedad de la semiesfera es Φ y [laguna] Con relación a AΦ …Tiene proporción…IΣ con respecto a E … [laguna] Φ de tal manera que la recta es … AΦ con relación a tiene proporción de tres [laguna] Perpendicular con respecto a al eje del esferoide. El centro de gravedad está sobre la recta que es el eje del segmento… cortada dicha recta, de tal modo que la parte de está hacia el vértice del esferoide tiene, con respecto al segmento restante, la proporción que tiene cinco con respecto a tres.

[Proposición 7][131]

También se ve por este procedimiento teórico que todo segmento de una esfera con respecto al cono que tiene por base la misma que el segmento[XXIX] y como eje… el mismo [laguna] del segmento que está frente al eje.

Sea, pues, una esfera cortada por un plano y córtese de manera que [laguna] Cilindro [laguna] Y sea ΑΒΓΔ una sección circular de la esfera del plano cortado …. Del segmento, la recta ΒΔ. Y sea ΑΓ el diámetro del círculo ΑΒΓΔ perpendicular a la recta ΒΔ, y el segmento de la esfera cuyo vértice es el punto A. En una de las dos figuras, mayor que una semiesfera, en la otra, es menor [que una semiesfera] y tómese una y otra [de las rectas] EH y HZ igual a AH Y tómese cada una de las rectas KH y HΛ igual a ΑΓ

[130] Con algunas palabras legibles.
[131] Esta proposición trata sobre el volumen de un segmento de esferoide, también tratado en *Sobre la esfera y el cilindro* II, prop. 2.

καὶ ἀπὸ τῆς ΚΛ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ ἐν τῶι ἐπιπέδωι τούτωι κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὴν ΚΑ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἄξονα ἔχων τὴν ΑΗ. ἔστω δὲ κώνος βασιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ ὀρθὸν ὂν πρὸς τὴν ΑΓ, κορυφὴν δὲ τὸ Α, οὗ πλευραὶ αἱ ΕΑ ΑΖ... ... καὶ ἤχθω ἐν τῶι

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 157V+160R [ARCH22V] columna izquierda

ΚΘ παραλληλογράμμωι ἡ ΜΝ τῆι ΚΛ παράλληλος· τεμνέτω δὲ αὐτὴ τὴν μὲν σφαῖραν κατὰ τὰ ΞΟ τὸν δὲ κῶνον κατὰ τὰ ΠΡ… πλευρὰς... καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῶι κυλίνδρωι τομὴν κύκλον, οὗ ἐστι διάμετρος ἡ ΜΝ, ἑν δὲ τῶι τμήματι τῆς σφαίρας τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῶι κώνωι, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, κύκλον, οὗ διάμετρος ἔσται ἡ ΠΡ. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἰσόρροπον[132] περὶ τὸ Α σημεῖον κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, αὐτοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύκλοις, ὧν διάμετρος ἡ ΞΟ ΠΡ, μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσιν[133] τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ·τοῦτο γοῦν δὲδεικται. συμπληρωθέντων οὖν ὑπὸ τῶν κύκλων τοῦ τε κυλίνδρου καὶ τοῦ κώνου καὶ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἔχοντος ἄξονα τὴν ΑΗ εὐθεῖαν ἰσόρροποι περὶ τὸ Α σημεῖον. Πάντες οἱ κύκλοι ἐν τῶι κυλίνδρωι αὐτοῦ μένοντες πᾶσι τοῖς ἐν τῶι κὼνωι κύκλοις καὶ πᾶσι ἐν τῶι τμήματι τῆς σφαίρας μετενεχθεῖσι τοῦ ζυγοῦ καὶ τεθεῖσι οὕτως, ὥστε κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν τὸ Θ ἰσόρροπος ἄρα............... ειαν καὶ

[132] Debería concordar con κύκλος.

[133] Falta la preposición ἐπὶ.

Levántese sobre KΛ un plano perpendicular a AΓ y en ese plano dibújese un círculo de diámetro KA y, sobre ese círculo, un cilindro que tiene por eje AH. Sea un cono cuya base es el círculo de diámetro EZ, perpendicular a AΓ y cuyo vértice es A, [sus] lados son EA y AZ…[Laguna] Tácese en [XXX] el paralelogramo KΘ la [recta] MN paralela a KΛY que ésta corte a la esfera en Ξ y O y al cono en Π y P

[laguna]los lados. Y en MN levántese un plano perpendicular a AΓ, éste hará en el cilindro una sección circular cuyo diámetro es MN y, en el segmento de la esfera, una sección circular cuyo diámetro es ΞO y en el cono, cuya base es el círculo de diámetro EZ y cuyo vértice es el punto A, [hará] un círculo cuyo diámetro será ΠP.

Se demostrará de manera semejante a lo anterior que el círculo cuyo diámetro es MN que permanece en su sitio, está en equilibrio en el punto A, con ambos círculos cuyos diámetros son ΞO y ΠP traslados y colocados sobre la balanza en Θ, de manera que Θ sea el centro de gravedad de uno y otro, así pues, esto queda demostrado.

Así pues, completados por los círculos el cilindro, el cono y el segmento de la esfera que tiene por eje la recta AH están en equilibrio, en punto A, todos los círculos en el cilindro que permanecen en su sitio con todos los círculos en el cono y con todos los que están en el segmento de la esfera trasladados y colocados sobre la balanza, de modo que su centro de gravedad sea Θ… Entonces… Equilibrio…[XXXI]

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 157V+160R [ARCH22V] columna derecha

ὁ κύλινδρος αὐτοῦ μένων συναμφοτέροις τῶι τε κώνωι καὶ τῶι τμήματι τῆς σφαίρας μετενηνεγμένοις καὶ κειμένοις τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ. Τεμνέσθω δὲ ἡ ΑΓ κατὰ τὰ ΦΧ σημεῖα οὕτως ὥστε τὴν μὲν ΑΧ εἶναι ἴσην τῆι ΧΗ, τὴν δὲ ΑΦ τρίτον μέρος τῆς ΑΗ· ἔσται δὴ τοῦ μὲν κυλίνδρου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ διὰ τὸ διχοτομίαν εἶναι τὸ Χ τοῦ ἄξονος. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α σημεῖον τὰ εἰρημένα μεγέθη, ἔσται ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς ἀμφότερα τόν τε κῶνον, τὸ ΕΖ, καὶ τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΧ. Καὶ ἐπεὶ τριπλασία ἐστὶν ἡ ΗΑ τῆς ΑΦ, τρίτον μέρος ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῆς[134] ΓΑ ΑΦ, τοῦ τέστιν τῶν[135] ὑπὸ ΑΗ ΗΒ.

Ἔστω δὴ καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΗ τρίτον μέρος τὸ ὑπὸ ΓΑ ΑΥ. Λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΗ τριπλάσιόν ἐστιν τοῦ ὑπὸ ΑΓ ΨΦ, τῶ δὲ ἀπὸ ΑΗ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ΗΕ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΓ ΥΦ τρίτον μέρος ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΕΗ, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῆι ΑΘ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΑ ΥΦ τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΕ

. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΑ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΕ, ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, οὕτως ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστιν βάσις ὁ περὶ διά μετρον τὴν ΚΛ κύκλος, πρὸς τὸν κύλινδρον οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρόν ἐστιν

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 104V [ARCH23R] columna izquierda

ἡ ΖΕ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓ ΥΦ, οὕτως ὁ κύλινδρος, οὗ βάσις ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος πρὸς τὸν ΔΕΖ κῶνον. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΘΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓ ΥΦ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΥΦ· ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΥΦ, οὕτως ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κῶνον.

---

[134] Ignoramos el artículo τῆς, parece un error mecánico del escriba.

[135] Esperamos singular, τοῦ.

el cilindro que permanece en su sitio estará en equilibrio con ambos, el cono y el segmento de la esfera trasladados y colocados sobre la balanza en el punto Θ; y córtese ΑΓ en los puntos Φ y Χ, de tal modo que ΑΧ sea igual a ΧΗ y que ΑΦ sea la tercera parte de ΑΗ; Χ será justamente el centro de gravedad del cilindro, porque Χ es el punto medio del eje.

Así pues, puesto que, están en equilibrio las mencionadas magnitudes en el punto Α, como sea el cilindro con relación a ambos, tanto al cono a ΕΖ como al segmento de la esfera ΒΑΔ, así será ΘΑ con relación a ΑΧ; y puesto que la recta ΗΑ es el triple de la recta ΑΦ, es decir, el rectángulo ΓΑ ΑΦ es la tercera parte del rectángulo ΑΗ ΗΒ. [136]

Sea el rectángulo ΓΑ ΑΥ también la tercera parte del cuadrado de ΒΗ. Entonces el cuadrado de [la recta] restante ΑΗ es el triple del rectángulo ΑΓ ΨΦ. El cuadrado de ΗΕ es igual al cuadrado de ΑΗ. Entonces el rectángulo ΑΓ ΥΦ es la tercera parte del cuadrado ΕΗ, y es igual ΓΑ a ΑΘ, entonces el rectángulo ΘΑ ΥΦ es la tercera parte del cuadrado de ΗΕ y, puesto que, como sea el cuadrado de ΚΗ con respecto al cuadrado de ΗΕ así es el círculo cuyo diámetro es ΚΑ con respecto al círculo cuyo diámetro es ΖΕ y como es el círculo respecto al otro círculo, así es el cilindro cuya base es el círculo de diámetro ΚΛ con relación al cilindro cuya base es el círculo de diámetro[XXXII] **[137]** ΖΕ. Entonces como sea el cuadrado de ΑΘ con respecto al rectángulo ΑΓ ΥΦ, así es el cilindro cuya base es el círculo de diámetro ΚΛ con relación al cono ΑΕΖ y como sea el cuadrado de ΘΑ con relación al rectángulo ΑΓ ΥΦ así es ΑΓ con relación a ΥΦ entonces como es ΑΓ con relación a ΥΦ así es el cilindro con relación al cono.

[136] Por lo demostrado en *Equilibrio de los planos* I, prop. 6.

[137] En los siguientes dos folios, ilegibles casi en su totalidad, estaría el final de la proposición 7, la proposición 8 completa y el inicio de la 9. No se cree que existan folios adicionales, aunque recordemos que no se encontraban en orden y parte del trabajo de Heiberg fue ordenar el palimpsesto.

Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΑΧ, αὕτως ὁ κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος πρὸς τὸ *[10]* τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΔ καὶ τὸν κῶνον· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΘ πρὸς συναμφοτέροας τὰς ΑΥ ΦΧ, οὕτως τὸ κύλινδρος πρὸς τὸ ΑΒΔ τμῆμα τῆς σφαίρας... α... *[15]* ... και... συναμφοτερ... ΑΥ ΦΧ

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 104V [ARCH23R] columna derecha

ὡς τὸ ΑΒΔ τμῆμα πρὸς τὸν κύλινδρον, οὗ ἐστι βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν... κυκ... ἄξων...... Χ πρὸς... ω.... *[5]* κύλινδρος, οὗ βάσις... τὴν Κ......... ΑΒΔ ωνον... τω... πρὸς... Β... η... *[10]* Φ.… ὡς ἡ.… ἡ Α. τῆι... *[15]* ...

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 104R [ARCH23V] columna izquierda

... καὶ ἡ ΑΓ καὶ...... αι διὰ δὲ τοῦ αυ... πᾶν τμῆμα ... ἀποτετμημένου ἐπιπέδωι *[5]* ὀρθῶι πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τ.ν αὐτ. ν τῶι τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος ἥ τε η... τοῦ ἄξονος τοῦ .φαιρο... *[10]* ... καὶ... τοῦ... κειμενου... προ. *[15]* ...

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 104R [ARCH23V] columna derecha

… τμηκότος... εὐθεῖα δια... τ... ΒΔ καὶ τετμη... ατ... *[5]* ... στε... τμημ... φη τὸ .σημεῖον ἄξων... τ... ἀντικειμεν... Γ τετμήσθω.. ἡ ΑΗ κατὰ... ὡς τὴν . Χ πρὸς . Η... *[10]* ...τρ... αν τῆς ΗΓ πρὸς τὴν ΑΗ καὶ τὴν διπλασίαν... ε.ω ὅτι... μ... κο . υφὴ τὸ Α σημεῖον .εντπ... Χ εἰ γὰρ ἡμισφαίριόν

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 166R+167V [ARCH24R] columna izquierda

σφαίριόν ἐστι τὸ τμῆμα, κέντρον ἐστὶν τὸ Η σημεῖον, ὥστε ἐστὶν ὡς ἡ ΑΗ καὶ τετραπλασὶα τῆς ΗΓ πρὸς τὴν ΑΗ καὶ τὴν διπλασίαν τῆς ΗΓ, οὕτως *[5]* τὰ πέντε πρὸς τρία, κέντρον ἄρα τοῦ βάρους ἐστὶν τοῦ τμῆματος τὸ Χ.

Quedó demostrado que como es ΑΓ con relación a ΑΧ, así es el cilindro cuya base es el círculo de diámetro ΚΛ con relación al segmento de la esfera ΑΒΔ y al cono. Entonces como es ΑΘ con relación a ambas ΑΓ y ΦΧ [juntas] así es el cilindro con relación al segmento de la esfera ΑΒΔ…[Laguna] [XXXIII] Como es el segmento ΑΒΔ con relación al cilindro cuya base es el círculo de diámetro … [Laguna] [XXXIV]…y [la recta] ΑΓ y…

Inicio de la proposición 8 [138]

…. A través de… … todo segmento… cortado por un plano perpendicular al cono cuya base está en el mismo segmento y cuyo eje tiene en la misma proporción que tienen ambas la … del eje del esfero[ide]…Y … queda …[XXXV] cortado La recta que va a través BD y cortado…, el segmento…

Inicio de la proposición 9 [139]

el vértice es el punto ... y el eje …. Con relación a ΗΑ y el doble… opuesto… Γ córtese la recta ΑΗ en … de manera que Χ sea con relación a Η … de ΗΓ con relación a ΑΗ y el doble …. Que... …El vértice es el punto Α**…** Χ…la semiesfera.[XXXVI] Pues si el segmento es semiesférico, su centro está en el punto Η, de modo que: como es ΑΗ y el cuádruple de ΗΓ[sumados] con relación a ΑΗ y el doble de ΗΓ [sumados], así es 5 con relación a 3, entonces, el centro de gravedad del segmento es Χ.

---

[138] La proposición 8 debió ser breve, similar en extensión a la proposición 10 de esta misma obra, que sólo enuncia el problema sin ofrecer el tratamiento mecánico. Sabemos que se trata del volumen de segmento de un esferoide y explica que la solución mecánica es análoga a la descrita en la proposición 7 que habla sobre el volumen del segmento de una esfera. La prueba geométrica sí está conservada en *Sobre conoides y esferoides* prop. 29, donde se compara el volumen del segmento con el volumen del cono con igual base y altura.

[139] Aunque la parte inicial de la construcción está perdida, sabemos por el resto de la proposición 9 y por la 10, que se trata del centro de gravedad del segmento de esfera. Como todo centro de gravedad de sólidos, se cree que la demostración geométrica constaba en *Equilibria*, pero en este caso tampoco hay otras menciones a las que podamos remitirnos para asegurar que tal obra lo abordaba.

εἰ δὲ μή ἐστιν ἡμισφαίριον, ἔστω ἐν μὲν τῶι ἑτέρωι σχήματι μεῖζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῶι ἑτέρωι ἔλασσον. Καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΓ, καὶ κείσθω αὐτῆ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ τῆι ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἴση ἡ ΓΞ, καὶ νοείσθω ζυγὸς, τὸ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, γεγράφθω δὲ καὶ κύκλος ἐν τῶι ἐπιπέδωι τῶι ἀποτέμνοντι τὸ τμῆμα κέντρωι μὲν τῶι Η, διαστήματι δὲ ἴσω τῶι Η η[140], καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἀνεστάτω κορυφὴν ἔχων τὸ Α σημεῖον, πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ κώνου αἱ ΑΕ ΑΖ, καὶ ἤχθω τις τῆι ΕΖ παράλληλος ἡ ΚΛ καὶ συμβαλλέτω τῆι μὲν περιφερείαι τοῦ τμήματος κατὰ τὰ ΚΛ, τοῦ[141] δὲ τοῦ ΑΕ ΑΖ κώνου πλευραῖς κατὰ τὰ ΡΟ, τῆι δὲ ΑΓ κατὰ τὸ Η ἐπίπεδόν[142] ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς ΑΠ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΠ, καί ἐστι τὸ μὲν ἀπὸ ΚΑ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΠ ΠΚ, τῶι δὲ ἀπὸ τῆς ΑΠ τὸ ἀπὸ ΠΟ, ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ[143] ΑΗ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἐστὶν ἴσον, ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΠ, οὕτως τὰ ἀπὸ ΚΠ ΠΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΟ. Ὡς δὲ τὰ ἀπὸ ΚΠ ΠΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΟ, οὕτως ὁ κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ,

[140] En donde esta edición pone ἴσω τῶι Η η, la antigua edición, Heiberg anotaba τῶι ἴσωι τῆι ΑΗ Η, que parece más coherente, utilizamos la lectura anterior para traducir.

[141] Esperamos dativo, plural, femenino, ταῖς, en vez el genitivo τοῦ que asumimos que se presenta por analogía con la siguiente construcción.

[142] Error de vocabulario, esperamos σημεῖον.

[143] Esperamos dativo, como en la nota 49.

Si no es una semiesfera, que en una de las dos construcciones sea mayor que una semiesfera y en la otra, más pequeño.[144]

Y prolónguese [la recta] ΑΓ y que quede igual a ésta ΑΘ y sea igual a ΓΞ al radio de la esfera[145], considérese una balanza cuyo punto medio es A, tácese también un círculo en el plano que corta el segmento, cuyo centro es H y cuyo radio es igual a H[146].

Levántese sobre ese círculo un cono cuyo vértice es el punto A y que sean lados del cono AE y AZ, que ΚΛ sea una paralela a EZ y que se encuentre con el perímetro del segmento en K y Λ, con los lados AE y AZ del cono en P y O y con [la recta] ΑΓ en el punto H. Y como es A con relación a ΑΠ, así es el cuadrado de KA con relación al cuadrado de ΑΠ y los cuadrados de ΑΠ y ΠΚ [sumados] son iguales a KA[147].

Y el cuadrado de ΠΟ es [igual] al cuadrado de ΑΠ, y puesto que el cuadrado de EH es igual al cuadrado de AH; entonces, como es ΓΑ con relación a ΑΠ, así son los cuadrados de ΚΠ y ΠΟ con relación al cuadrado de ΠΟ. Como son los cuadrados de ΚΠ y ΠΟ con relación al cuadrado de ΠΟ, así es el círculo de diámetro ΚΛ y el de diámetro OP con relación al círculo de diámetro OP.

---

144 Aquí Arquímedes usa su famoso método de exhaución, por medio del cual, aproxima un resultado inscribiendo y circunscribiendo superficies delimitadas por rectas a una superficie delimitada por curvas. Luego de esto, aumenta el número de lados de la superficie recta hasta que la diferencia sea mínima, la superficie delimitada por curvas es el "límite" al que la diferencia entre la figura circunscrita y la inscrita se acerca, pero nunca llega.

145 Éste es uno de los pasajes que nos permite conjeturar que la carta de Arquímedes venía acompañada de diagramas desde su concepción, de hecho, uno de los valores de este manuscrito es que los diagramas del S. XIII son muy distintos a los reconstruidos en el S. XX.

Netz, investigador que participó en el proyecto *the Archimedes palimpsest*, afirma que es posible y deseable hacer edición crítica de los diagramas matemáticos y que desde Aristóteles es notorio que los diagramas acompañaban la demostración. (Netz 1999: 16)

146 Ya en Euclides aparece διάστημα como radio, *Elementos* I post. 3. Ver nota 48.

147 Esto por el teorema de Pitágoras, demostrado en *Elementos* I, prop. 47

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 166R+167V [ARCH24R] columna derecha

καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΑ τῆι ΑΘ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΠ, οὕτως ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ καί ἐστι τοῦ μὲν περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλου κέντρον τὸ Π δὲ περίμετρον τὴν ΟΡ κύκλου κέντρον τὸ Θ. Μετακείσθω οὖν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ κύκλον[148] καὶ κείσθω[149] τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΠ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ αὐτοῦ μένοντες πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ μετενεχθέντα καὶ τεθέντα τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ· ἰσόρροποι ἄρα οἱ κύκλοι ὅ τε ἐν τῶι τμήματι τῶι ΒΑΔ καὶ ὁ ἐν τῶι ΑΕΖ κώνωι τῶι ἐν τῶι ΑΕΖ κώνωι κατὰ τὸ Α. Ὁμοίως δὲ καὶ πάντες οἱ κύκλοι οἱ ἐν τῶι ΒΓΔ τμήματι καὶ ἐν τῶι ΑΕΖ κώνωι αὐτοῦ μένοντες κατὰ τὸ Α σημεῖον ἰσόρροποι πᾶσι τοῖς κύκλοις τοῖς ἐν τῶι ΑΕΖ κώνωι μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι[150] τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΔ τμῆμα τῆς σφαίρας καὶ ὁ ΑΕΖ κῶνος ἰσόρροποι περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένοντος τῶι ΕΑΖ κώνω μετενεχθέντι καὶ τεθέντι[151] τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἔστω δὲ τῶι κώνωι τῶι βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλον, κορυφὴν δὲ

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 166V+167R [ARCH24V] columna izquierda

τὸ Α σημεῖον, ἴσος κύλινδρος ὁ ΜΝ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΗ κατὰ τὸ Φ οὕτως, ὥστε τριπλασίαν εἶναι τὴν ΑΦ τῆς ΦΗ· τὸ Φ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΕΑΖ κώνου· τοῦτο γὰρ γράφεται.

[148] Esperamos nominativo, en vez de acusativo.
[149] Falta la preposición ἐπὶ.
[150] Falta la preposición ἐπὶ.
[151] Falta la preposición ἐπὶ.

[XXXVII]Y es igual ΓΑ a ΑΘ, entonces, como es ΘΑ con relación a ΑΠ, así el círculo de diámetro ΚΛ y el [círculo] de diámetro ΟΡ [sumados] con relación al [círculo] de diámetro ΟΡ.

Y Π es el centro del círculo de diámetro ΚΛ y Θ es el centro del círculo de diámetro ΟΡ.

Así pues, trasládese el círculo de diámetro ΟΡ y que quede en el punto Θ sobre la balanza, de modo que su centro de gravedad sea Θ.

Entonces, como es ΘΑ con relación a ΑΠ, así son los círculos de diámetro ΚΛ y de diámetro ΟΡ [sumados] con relación al círculo de diámetro ΟΡ trasladado y colocado sobre la balanza en Θ de manera que su centro de gravedad sea Θ.

Entonces están en equilibrio en el punto Α los círculos: el que está en el segmento ΒΑΔ y el que está en el cono ΑΕΖ [Sumados] con el [círculo] que está en el cono ΑΕΖ.

De igual manera, también, todos los círculos que están en el segmento ΒΓΔ y en el cono ΑΕΖ que permanecen en su sitio están en equilibrio en punto Α con todos los círculos que están en el cono ΑΕΖ trasladados y puestos sobre la balanza en Θ de tal manera que Θ sea el centro de gravedad. De manera que también el segmento ΑΒΔ de la esfera y el cono ΑΕΖ que permanecen en su sitio en el punto Α están en equilibrio con el cono ΑΕΖ trasladado y puesto sobre la balanza en Θ, de manera que su centro de gravedad sea Θ.

Sea un cilindro ΜΝ igual al cono que tiene como base el círculo de diámetro ΕΖ y como vértice [XXXVIII] el punto Α, y córtese [la recta] ΑΗ en Φ, de manera tal que ΑΦ sea el triple de ΦΗ. Entonces [el punto] Φ el centro de gravedad del cono ΕΑΖ. En efecto, éste es el trazo [de la construcción].[152]

---

[152] No es una demostración sino una construcción, justo que hace Arquímedes en este tratado, la demostración por construcción se indica comúnmente con γράφω y sus derivados.

Καὶ τετμήσθω δὲ ὁ ΜΝ κύλινδρος ἐπιπέδωι παρὰ τὴν βάσιν οὕτως, ὥστε τὸν Μ κύλινδρον ἰσορροπεῖν τῶ ΕΑΖ κώνωι. Ἐπεὶ οὖν ἰσόρροπος[153] ὁ ΕΑΖ κῶνος καὶ τὸ ΑΒΔ τμῆμα αὐτοῦ μένοντα τῶι ΕΑΖ κώνωι μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ, καί ἐστιν τὸ ΕΑΖ κώνωι ἴσος ὁ ΜΝ κύλινδρος, καὶ κεῖται ἑκάτερος τῶι ΜΝ κυλίνδρωι κατὰ τὸ Θ, καὶ ἰσόρροπος ὁ ΜΝ κύλινδρος τῶι ΕΑΖ κώνωι. Λοιπὸς ἄρα ὁ Ν κύλινδρος ἰσορροπεῖ τῶ ΒΑΔ τμήματι τῆς σφαίρας κατὰ τὸ Α σημεῖον. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΒΑΔ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς ΗΓ· τοῦτο γὰρ προγράφεται. Ὡς δὲ ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς τὸν ΕΖ κῶνον, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ, καί ἐστι τῶι μὲν ἀπὸ ΒΗ ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΗ ΗΑ, τῶι δὲ ἀπὸ ΗΕ ἴσον τὸ ἀπὸ ΗΑ, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΓΗ ΗΑ πρὸς τὸ

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 166V+167R [ARCH24V] columna derecha

ἀπὸ ΗΑ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΑ· ὡς ἄρα ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΑ. Ἐδείχθη[154] δὲ καὶ ὡς ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς ΒΑΔ τμῆμα , οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΞ· δι' ἴσου ἄρα ὡς τὸ ΒΑΔ πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΧ πρὸς ΧΗ, οὕτως ἡ ΗΑ καὶ ἡ τετραπλασία τῆς ΗΓ πρὸς τὴν ΑΗ καὶ τὴν διπλασίαν τῆς ΗΓ,

[153] Esperamos plural, pero el texto presenta concordancia *ad sensum* con κῶνος.

[154] Aquí Ἐδείχθη tiene el sentido de demostrar geométricamente.

Córtese el cilindro MN por un plano paralelo a la base, de tal manera que el cilindro M esté en equilibrio cono el cono EAZ. Así pues, puesto que el cono EAZ y el segmento ABΔ que permanecen en su sitio están en equilibrio con el cono EAZ trasladado y puesto sobre la balanza en el punto Θ, de manera que Θ sea su centro de gravedad. Y el cilindro MN quede igual al cono EAZ, y uno y otro quedan [en equilibrio[155]] con el cilindro MN en Θ, también el cilindro MN está en equilibrio con el cono EAZ. Entonces, el cilindro N restante está en equilibrio con el segmento de la esfera BAΔ en el punto A. Y, puesto que, como es el segmento de la esfera BAΔ con relación al cono cuya base es el círculo de diámetro BΔ cuyo vértice es el punto A, así es ΞH con relación a HΓ, en efecto, esto quedó trazado adicionalmente. [156]

Como es el cono BAΔ con relación al cono EZ, así es el círculo de diámetro BΔ con relación al círculo de diámetro EZ, como es el círculo con relación al círculo, así es el cuadrado de BH con relación al cuadrado de HE[157], es igual el rectángulo ΓH HA al cuadrado de BH, mientras que es igual el cuadrado de HA al cuadrado de HE. Y como es el rectángulo ΓH HA con relación [XXXIX] al cuadrado de HA, así es ΓH con relación a HA. Entonces, como es el cono BAΔ con relación al cono EAZ así es ΓN con relación a HA. Se mostró que como es el cono BAΔ con relación al segmento BAΔ así es ΓH con relación a HΞ., análogamente Entonces, como es [el segmento] BAΔ con relación al cono EAZ así es ΞH con relación a HA y puesto que como es AX con relación a XH, así es HA y el cuádruple de HΓ [sumados] con relación a AH y el doble de HΓ [sumados];

[155] Parece que κεῖται cambió de significado y ahora expresa equilibro, pues presenta la misma construcción sintáctica que ἰσορροπέω, ver introducción, p. 51.
[156] Ver nota 152 sobre γράφεται.
[157] Por el teorema del cuadrado de los diámetros, demostrado en *Elementos* XII, prop. 2.

ἀνάπαλιν ἔσται ὡς ἡ ΗΧ πρὸς ΧΑ, οὕτως ἡ διπλασία τῆς ΓΗ καὶ ἡ ἑξαπλῆ τῆς ΗΑ. Πρὸς τὴν τετραπλῆν τῆς ΓΗ καὶ τὴν ΗΑ. Συνθέντι ὡς ἡ ΗΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως *[15]* ἡ ἑξαπλασία τῆς ΓΗ καὶ διπλασίαν[158] τῆν[159] ΗΑ πρὸς τὴν ΗΑ καὶ τετραπλῆν τὴν[160] ΗΓ. Καὶ τῆς μὲν ἑξαπλασίας τῆς ΗΓ καὶ διπλασίας τῆς ΗΓ καὶ διπλασίας τῆς ΗΑΔ μέρος *[20]* ἡ ΗΞ τῆς δὲ τετραπλασίας τῆς ΗΓ καὶ τῆς ΗΑ τέταρτον μέρος ἡ ΓΦ· τοῦτο γὰρ φανερόν· ὡς ἄρα ἡ ΗΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς ΓΦ· ὥστε καὶ ὡς ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως ἡ ΓΦ πρὸς ΧΑ. *[25]* Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως τὸ τμῆμα , οὗ ἐστι κορυφὴ τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ ἐστι κορυφὴ τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον *[30]* τὴν ΕΖ κύκλος· ὡς ἄρα τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ ΓΦ πρὸς ΧΑ. Καὶ ἐπεὶ ἰσόρροπος ὁ Μ κύλινδρος τῶι ΕΑΖ κώνωι κατὰ τὸ Α, καί ἐστι τοῦ μὲν Μ κυλίνδρου κέντρον *[35]* βάρους τὸ Θ, τοῦ δὲ ΕΑΖ κώνου τὸ Φ, ἔσται ἄρα ὡς ὁ ΕΑΖ κῶνος πρὸς τὸν

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 48R+41V [ARCH25V] columna izquierda

Μ κύλινδρον, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΦ, τουτέστιν ἡ ΓΑ πρὸς ΑΦ.

Καί ἐστι τῶ ΕΑΖ κώνω ἴσος ὁ ΜΝ κύλινδρος πρὸς τὸν Ν κύλινδρον, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΦ. Καί ἐστιν *[5]* ἴσος ὁ ΜΝ κύλινδρος τῶι ΕΑΖ κώνωι· ὡς ἄρα ὁ ΕΑΖ κῶνος πρὸς τὸν Ν κύλινδρον, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΓΦ, του τέστιν ἡ ΘΑ πρὸς ΓΦ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως *[10]* ἡ ΓΦ πρὸς ΧΑ

[158] Esperamos nominativo en concordancia con ἑξαπλασία.
[159] Esperamos genitivo τῆς.
[160] Esperamos genitivo τῆς.

inversamente[161], como es HX con relación a XA, así es el doble de ΓH y seis veces HA[sumados] con relación al cuádruple de ΓH y HA[sumados]. Por composición, como es HA con respecto a AX, así es el séxtuple de ΓH y el doble de HA con relación a HA y al cuádruple de HΓ [sumados]. También HΞ es una [cuarta[162]] parte del séxtuple de HΓ y del doble de HΓ y del doble de HAΔ [todo sumado], mientras que ΓΦ es una cuarta parte del cuádruple HΓ y HA [sumadas]. Pues esto es evidente[163]. Entonces, como es AH con relación a AX así es ΞH con relación a ΓΦ. De tal manera que, como es ΞH con relación a HA así es ΓΦ con relación a XA.

Se ha demostrado también que como es ΞH, con relación a HA, así es el segmento cuyo vértice es el punto A y cuya base es el círculo de diámetro BΔ con relación al cono cuyo vértice es el punto A y cuya base es el círculo de diámetro EZ. Entonces, como es el segmento BAΔ, con relación al cono EAZ, así es ΓΦ con relación a XA. Y puesto que está en equilibrio el cilindro M con el cono EAZ en el punto A y Θ es el centro de gravedad del cilindro M y [el centro de gravedad] del cono EAZ es Φ. Entonces, como sea el cono EAZ con relación[XL] al cilindro M, así es ΘA con relación a AΦ, es decir, ΓA con relación a AΦ. Y el cilindro MN con relación al cilindro N es igual al cono EAZ [con relación al cilindro N][164], así también es AΓ con relación a ΓΦ. Y el cilindro MN es igual al cono EAZ. Como es el cono entonces EAZ con relación al cilindro N así es ΓA con relación a ΓΦ, es decir, ΘA con relación a ΓΦ,

---

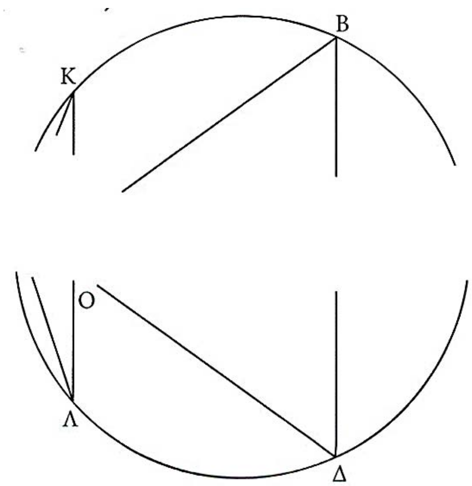
161 ἀνάπαλιν, en geometría se usa este término que indica la repetición para indicar la proporcionalidad inversa *Elementos* IV, prop. 13, particularmente en Arquímedes, *Sobre la esfera y el cilindro* II, prop. 4.

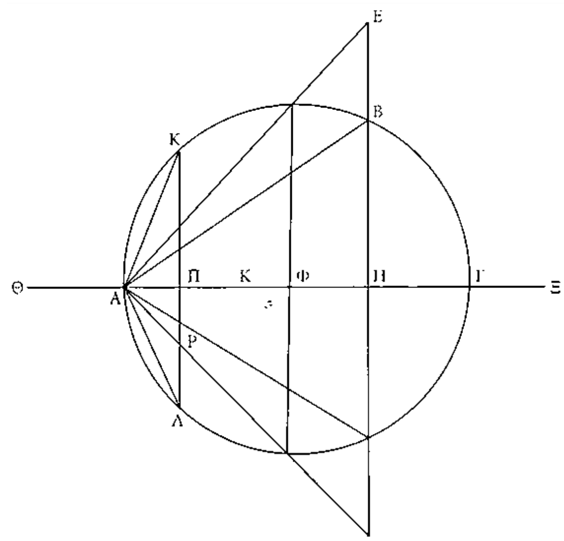
162 La integración se debe a que presumimos que falta τέταρτον, como se expresa 2 líneas abajo.

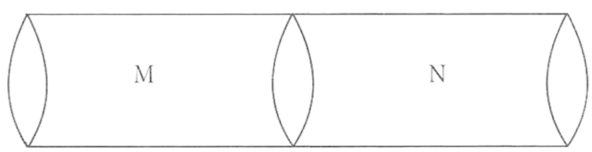
163 Arquímedes hace esta afirmación cuando el resultado que menciona se desprende de la construcción, es decir, se ilustra sin demostrarse.

164 Dado que está estableciendo relaciones y el cono no tiene punto de comparación, integramos la relación.

δι' ἴσου ἄρα ἔσται ὡς τὸ ΑΒΔ τμῆμα πρὸς τὸν Ν κύλινδρον, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΧ. Καὶ ἐδείχθη ἰσόρροπον τὸ ΒΑΔ τμῆμα τῶι Ν κυλίνδρωι κατὰ τὸ Α, καί ἐστι τοῦ Ν κυλίνδρου *[15]* κέντρον βάρους τὸ Θ· καὶ τοῦ ΒΑΔ ἄρα τμήματος κέντρον τὸ Χ. ἑξῆς τὸ ΣΧΗΜΑ.







ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 48R+41V [ARCH25R] columna derecha

Ὁμοίως δὲ τούτοις θεωρεῖται καὶ ὅτι παντὸς τμήματος σφαιροειδέος τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἥ ἐστιν ἄξων τοῦ τμήματος , *[5]* διῃρημένης τῆς εὐθείας, ὥστε τὸ μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῆ κορυφῆι τοῦ τμήματος πρὸς τὸ λοιπὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος ὅ τε ἄξων τοῦ *[10]* τμήματος καὶ ἡ τετραπλασία τοῦ ἄξονος τοῦ ἐν τῶι ἀντικειμένωι τμήματι πρὸς συναμφότερον τόν τε ἄξονα τοῦ τμήματος καὶ τὴν διπλασίαν τοῦ ἄξονος τοῦ ἐν τῶ[165] *[15]* ἀντικειμένωι τμήματι ἐν τῆι ἐχομένηι[166].

[165] Falta la ι, aunque sí aparece la vocal larga.

[166] Heiberg corrigió, pero aún no ofrece una solución, dado que no hay concordancia de este participio con alguna otra palabra.

y se mostró también que como es el segmento BAΔ con relación al cono EAZ, así es ΓΦ con relación a XA; análogamente, pues como sea el segmento ABΔ con relación al cilindro N así es ΘA con relación a AX y se muestra que el segmento BAΔ está en equilibrio con el cilindro N en [el punto] A y el centro de gravedad del cilindro N es Θ entonces el centro del segmento BAΔ es X., sigue, la ilustración.[XLI]

[Proposición 10] [167]

Igualmente, con esto, se ve teóricamente que: de todo segmento de un esferoide, el centro de gravedad está sobre la recta que es eje del segmento, cuando la recta es dividida de modo que la parte de ella que está hacia el vértice del segmento tenga la misma relación, con respecto a [la parte] restante [de la recta], que tienen el eje del segmento y el cuádruple del eje que está en el segmento opuesto [sumados,] respecto al eje del segmento y al doble del eje que está en el segmento opuesto [sumados].

[167] De nuevo se plantea estudiar el centro de gravedad de un sólido. Las proposiciones 10 y 11 sólo enuncian sin mostrar el tratamiento mecánico.

Θεωρεῖται δὲ διὰ τοῦ τρόπου τούτου καὶ διότι παντὸς ἀμβλυγωνίου πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν[168] τῶι τμήματι καὶ *[20]* ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος ὅ τε ἄξων τοῦ τμήματος καὶ ἡ τριπλασία τῆς προσούσης τῶι ἄξονι πρὸς συναμφότερον τόν τε ἄξονα τοῦ *[25]* τμήματος τοῦ κωνοειδοῦς καὶ τὴν διπλασίαν τῆς προσούσης τῶι ἄξονι, κέντρον δὲ τοῦ βάρους τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμηθέντος τοῦ ἄξονος αὐτοῦ ὥστε τὸ πρὸς τῆι *[30]* κορυφῆι τμῆμα πρὸς τὸν λοιπὸν λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ἡ τετραπλσία τοῦ ἄξονος καὶ ὀκταπλασία

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 48V+41R [ARCH25V] columna izquierda

τῆς προσκειμένης[169] πρὸς τὸν ἄξονα αὐτοῦ τοῦ κωνοειδέος καὶ τὴν τετραπλασίαν αὐτῆς τῆς προσκειμένη[170] ὄντων δὲ καὶ ἄλλων πλειόνων *[5]* ὁμοίων τούτοις θεωρουμένων τὰ πλείω περιλήψομεν. Ἀρκοῦντος[171] γὰρ ὁ τρόπος ὑποδέδεικται διὰ τῶν προειρημένων.

Ἐὰν εἰς πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους ἔχοντι[172] βάσεις *[10]* κύλινδρος ἐγγραφῇ τὰς μὲν βάσεις ἔχων ἐν τοῖς ἀπεναντίον τετραγώνοις, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν τῶν λοιπῶν παραλληλογράμμων τεσσάρων ἐπιπέδων ἐφαπτομένων[173], *[15]* διὰ δὲ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅ ἐστι βάσις τοῦ κυλίνδρου, καὶ μιᾶς πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου ἐπίπεδον ἀχθῇ, τὸ ἀποτμηθὲν σχῆμα ὑπὸ τοῦ ἀχθέντος ἐπιπέδου *[20]* ἐστὶ μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος

[168] Esta es una de las pocas palabras que conserva la forma doria.
[169] Cambió el término para referirse a lo mismo, usa προσκειμένη a lo que antes se había referido como προσούσης.
[170] Esperamos genitivo προσκειμένης
[171] Esperamos adverbio con terminación en ω.
[172] Esperamos ἔχον nominativo, neutro, el dativo ἔχοντι aquí no tiene función alguna.
[173] ἐφαπτομένην se refiere a ἐπιφάνειαν.

[Proposición 11][174]

Con este procedimiento se ve teóricamente también que todo [segmento de un conoide] obtuso[175] con respecto al cono, cuya base es la misma base que la del segmento y cuyo eje es el mismo, tiene la relación que tienen sumados el eje del segmento y el triple de la recta añadida al eje[176] con respecto al eje del segmento del conoide sumado al doble de la recta añadida al eje.

El centro de gravedad del conoide obtuso está sobre su eje, cuando su eje está cortado de modo que el segmento que está hacia el vértice, con respecto a lo restante, tiene la proporción que tiene el cuádruple del eje y ocho veces[XLII] la [recta] añadida con respecto al eje del mismo conoide y cuatro veces la misma añadida.

Aunque hay también otros muchos [casos] que se ven teóricamente semejantes a éstos, subsumiremos la mayoría. Pues el método quedó mostrado suficientemente con lo que ya se ha dicho.[177]

[Proposición 12]

Si en un prisma recto cuyas bases son cuadrados se inscribe un cilindro que tenga las bases en los cuadrados opuestos uno al otro, y cuya superficie toca los cuatro paralelogramos planos restantes, y a través del centro del círculo que es base del cilindro y de un lado del cuadrado opuesto se traza un plano, la figura recortada por el plano trazado es una sexta parte de

---

[174] La proposición 11 enuncia dos problemas que resumen los que ha abordado Arquímedes en este tratado: el volumen y el centro de gravedad de sólidos delimitados por curvas.

[175]Este segmento de conoide está construido con un plano que corta el esferoide de manera a la base.

[176] La añadida al eje se define en la introducción de *Sobre conoides y esferoides:* τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν τᾶς τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι, es llamada añadida al eje la recta que está entre el vértice del conoide y el vértice del cono que lo inscribe. Mugler 154.

[177] Con esta afirmación, Hernández Martín (1992: 155) da por terminada la explicación del novedoso método para descubrir, el resto del tratado será demostrar que con este método se puede llegar a las relaciones de figuras sólidas establecidas en la introducción.

διὰ τοῦ τρόπου τούτου θεωρεῖται. Δείξαντες[178] δὴ ἀναχωρήσομεν ἐπὶ τὴν διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀπόδειξιν αὐτοῦ.

Νοείσθω *[25]* πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον βάσεις ἐν τῶι πρίσματι κύλινδρος ἐγγεγραμμένος ὡς εἴρηται, τμηθέντος δὲ τοῦ πρίσματος διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδωι *[30]* ὀρθῶι πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμηκὸς τὸ τμῆμα τοῦ κυλίνδρου τοῦ μὲν πρίσματος τοῦ κύλίνδρου κοινὴ τομὴ ἔστω ΑΒ παραλληλόγραμμον,

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 48V+41R [ARCH25V] columna derecha

τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμηκότος τὸ τμῆμα ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἠγμένου ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς *[5]* τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμηκὸς τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τμῆμα κοινὴ τομὴ ἔστω ἡ ΒΓ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ πρίσματος καὶ τοῦ κυλίνδρου ἡ ΓΔ εὐθεῖα, καὶ τεμνέτω *[10]* αὐτὴν ἡ ΕΖ δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς, καὶ διὰ τῆς ΕΖ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΓΔ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῶ πρίσματι τομὴν τετράγωνον, ἐν δὲ τῶι κυλίνδρωι *[15]* τομὴν κύκλον.

Ἔστω οὖν τοῦ μὲν πρίσματος τομὴ τὸ ΜΝ τετράγωνον, τοῦ δὲ κυλίνδρου ὁ ΞΟ ΠΟ κύκλος ἔστω δὴ τὰ Π.σημεῖα... ὥστε ἐφαπτέσθω ὁ κύκλος *[20]* τῶν τοῦ τετραγώνου πλευρῶν κατὰ τὰ ΞΟΠΡ σημεῖα, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμηκότος τὸ τμῆμα ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ διὰ τῆς ΕΖ ἀχθέντος *[25]* ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου κοινὴ τομὴ ἔστω ἡ ΚΛ εὐθεῖα· τέμνει δὲ αὐτὴν δίχα ἡ ΠΘΞ. Ἤχθω δέ τις εὐθεῖα ἐν τῶ ΟΠΡ ἡμικυκλίωι ἡ ΣΤ πρὸς ὀρθὰς οὖσα *[30]* τῆι ΠΞ, καὶ ἀπὸ τῆς ΣΤ ἐπίπεδον ἀνασταθὲν ὀρθὸν πρὸς τὴν ΞΠ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα τὸ ἐπιπέδον, ἐν ὧι ἐστιν ἡ ΞΟΠΡ κύκλος· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν τῶι ἡμικυλίνδρωι, *[35]* οὗ ἐστι βάσις τὸ ΟΠΡ ἡμικύκλιον, ὕψος δὲ ὁ ἄξων τοῦ πρίσματος,

[178] En este pasaje parece que, para Arquímedes, δείκνυμι es sólo indicar, mientras que los derivados de ἀποδείκνυμι sí constituyen pruebas formales, así lo revelaría el uso de ἀπόδειξιν; pero a lo largo del tratado se usan como sinónimos.

todo el prisma, eso se ve teóricamente con el método.[179] Habiéndolo indicado, volveremos a su demostración geométrica.

Considérese, como ya se dijo, un prisma recto que tenga bases cuadrangulares y, en este prisma, un cilindro inscrito. cuando este prisma esté cortado a través del eje por un plano perpendicular al plano que recortó el segmento del cilindro. Y por otro lado el paralelogramo AB sea la sección común [XLIII] del prisma y del cilindro.

Sea la recta ΒΓ el segmento común del plano que recortó el segmento del cilindro y del plano que fue trazado a través del eje, perpendicular al plano que recortó el segmento del cilindro. Sea la recta ΓΔ el eje del prisma y del cilindro y que EZ la biseque perpendicularmente. Y que a través de EZ se levante un plano perpendicular a ΓΔ. Esto hará en el prisma una sección cuadrangular lados y en cilindro [hará] una sección circular.

Así pues, sea el cuadrado MN la sección del prisma, la del cilindro el círculo ΞΟ ΠΟ y sean los puntos Π …[laguna] de modo que el círculo toque los lados del cuadrado en los puntos ΞΟΠΡ. Sea la recta ΚΛ la sección común del plano que recortó al segmento del cilindro y del plano trazado a través de EZ perpendicular al eje del cilindro. [La recta] ΠΘΞ biseca [a la recta ΚΛ].

Sea trazada una recta ΣΤ en el semicírculo ΟΠΡ que sea perpendicular a ΠΞ, y prolónguese hacia uno y otro [lados] el plano levantado desde ΣΤ perpendicular a ΞΠ, en cual está el círculo ΞΟΠΡ. Precisamente esto hará, en el semicilindro cuya base está en el semicírculo ΟΠΡ, y cuya altura es [igual a] el eje del prisma[XLIV]

[179] Menciona, de nuevo, la construcción de la cuña cilíndrica, sobre la que versará el resto del tratado conservado.

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 47R+42V [ARCH26R] columna izquierda

τομὴν παραλληλόγραμμον, οὗ ἔσται μία μὲν πλευρὰ ἴσηι[180] τῆι ΣΤ, ἡ δὲ ἑτέραι τήι τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶι, ποιήσει δὲ[181] καὶ ἐν τῶι τμήματι τῶι ἀποτετμημένωι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τὸ ΜΗ παραλληλόγραμμον, οὗ ἐστιν ἡ μὲν ἑτέρα πλευρὰ ἴση τῆι ΝΥ

· ἔστω δ' οὕτως ἡ ΝΥ ἠγμένη ἐν τῶι ΔΕ παραλληλογράμμωι παράλληλος οὖσα τῆι ΒΩ ἴσην ἀπολαμβάνουσα τὴν ΣΙ τῆι ΠΧ. Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΓ, καὶ παράλληλος ἡ ΝΙ τῆι ΘΓ, καὶ δὴ ἠγμέναι ἐστὶν[182] καὶ ΕΘ ΘΒ, ἔστιν ὡς ἡ ΕΘ πρὸς ΘΙ, οὕτως ὡς ἡ ΩΓ πρὸς ΓΝ, τουτέστιν ἡ ΒΩ πρὸς ΥΝ. Ὡς δὲ ἡ ΒΩ πρὸς ΥΝ, οὕτως τὸ παραλληλόγραμμον[183] τὸ γενόμενον ἐν τῶι ἡμικυλινδρίωι πρὸς τὸ γενόμενον ἐν τῶι ἀποτμήματι τῶι ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου· ἀμφότερον[184] γὰρ τῶν παραλληλογράμμων ἡ αὐτὴ πλευρά ἐστιν ἡ ΟΤ· καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ τῆι ΘΠ, ἡ δὲ ΙΘ τῆι ΧΘ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΠΘ τῆι ΘΞ, ὡς ἄρα ἡ Θ . πρὸς ΘΧ, οὕτως τὸ γενόμενον παραλληλόγραμμον ἔστω ἡμικυλίνδριον πρὸς τὸ γενόμενον ἐν τῶι ἀποτμήματι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου. Νοείσθω μετακείμενον τῶι ἐν τῶι τμήματι παραλληλόγραμμον καὶ κείμενον κατὰ τὸ Ξ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ, καὶ ἐστι νοείσθω ζυγὸς ἡ ΠΞ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Θ·ἰσορροπεῖ δὴ περὶ

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 47R+42V [ARCH26R] columna derecha

τὸ Θ σημεῖον τὸ παραλληλόγραμμον τὸ ἐν τῶι ἡμικυλινδρίωι τὸ γενόμενον τῶι παραλληλόγραμμον τῶι γενομένωι ἐν τῶι ἀποτμήματι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενεχθέντι

[180] Esperamos nominativo ἴση, aquí, en vez de faltar, sobra la ι, quizá por analogía con el dativo que está a continuación.
[181] De nuevo existe error en la cantidad, esperamos δὴ, en vez de δὲ.
[182] Plural por singular.
[183] Marcar corrección παραλληλόγραμμον
[184] Esperamos genitivo plural ἀμφοτέρων

una sección [con forma de] paralelogramo, uno de cuyos lados será igual a [la recta] ΣΤ, y el otro lado [igual] al lado[185] del cilindro. Y hará en el segmento recortado del cilindro el paralelogramo MH, cuyo otro lado es igual a NY.

Y así, que [la recta] NY sea trazada en el paralelogramo ΔE, paralela a BΩ, y que determine a ΣI igual a ΠX.

Y Puesto que, EΓ es un paralelogramo, también NI es paralela a ΘΓ y [las rectas] EΘ ΘB quedan atravesadas.

como es EΘ con relación a ΘI así es ΩΓ con relación a ΓN; y así es BΩ con relación a YN, y como es BΩ con relación a YN, así es el paralelo generado en el semicilindro con relación al segmento recortado del cilindro, ya que ambos paralelogramos tienen el mismo lado OT y EΘ es igual a ΘΠ, también IΘ a XΘ.

Y puesto que es igual [la recta] ΠΘ a [la recta] ΘΞ, entonces como es Θ con relación a ΘX, así será el paralelogramo en el semicilindro con relación al [paralelogramo] generado en lo separado del cilindro.

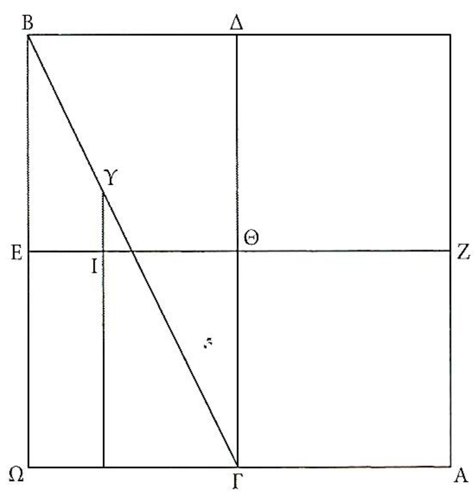
Considérese que el paralelogramo que está en el segmento se traslada y que descanse sobre Ξ, de manera que su centro de gravedad sea Ξ y considérese que ΠΞ es una balanza cuyo [punto] medio es Θ, está en equilibrio respecto al punto Θ[XLV] el paralelogramo generado en el semicilindro con el paralelogramo generado en lo separado del cilindro, trasladado y

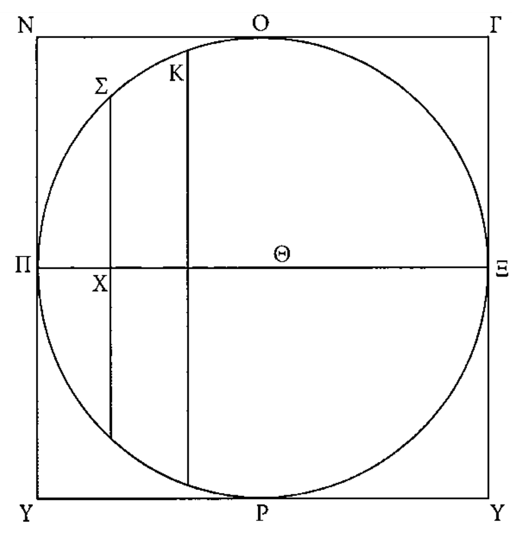
[185] El lado del cilindro, es decir la línea perpendicular a ambas bases que une dos puntos de las circunferencias es igual a la altura del cilindro.

καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Ξ οὕτως, ἔσται κέντρον εἶναι τοῦ αὐτοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον. Καὶ ἐπεί ἐστι τοῦ μὲν παραλληλογράμμου τοῦ γενομένου ἐν τῶι ἡμικυλινδρίωι κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ, τοῦ δὲ παραλληλογράμμου τοῦ γενομένου ἐν τῶι τμήματι τῶι ἀποτμηθέντι μετενηνεγμένου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ξ, καὶ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΞΘ πρὸς ΘΧ, ὃν τὸ παραλληλόγραμμον, οὗ εἴπαμεν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Χ, πρὸς τὸ παραλληλόγραμμον, οὗ εἴπομεν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Ξ, ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῆι ἐν τῶι ΟΠΡ ἡμικυκλίωι πρὸς ὀρθὰς τῆι ΠΘ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῆ ὀρθὸν πρὸς τὴν ΠΘ καὶ ἐκβληθῆι ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐν ὧι ἐστιν ὁ ΞΟ ΠΡ κύκλος, [ὅτι] τὸ γινόμενον παραλληλόγραμμον ἐν τῶι ἡμικυλινδρίωι ἰσόρροπον περὶ τὸ Θ σημεῖον αὐτοῦ μένον παραλληλογράμμωι τῶι γενομένωι ἐν τῶι τμήματι τῶι ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μενενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον. Καὶ πάντα

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 47V+42R [ARCH26V] columna izquierda

ἄρα τὰ παραλληλόγραμμα τὰ γενόμενα ἐν τῶι ἡμικυλινδρίωι αὐτοῦ μένοντα ἰσορροπήσει περὶ τὸ Θ σημεῖον πᾶσι τοῖς παραλληλογράμμοις τοῖς γενομένοις ἐν τῶι τμήματι τῶι ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενηνεγμένους κειμένοις τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Ξ σημεῖον·





puesto en la balanza en [el punto] Ξ, de manera que su centro de gravedad sea el punto Ξ.

Puesto que X es el centro de gravedad del paralelogramo generado en el semicilindro, del paralelogramo generado en el segmento separado trasladado, el centro de gravedad es Ξ. ΞΘ tiene la misma proporción con ΘX que el paralelogramo cuyo centro habíamos dicho que es X, con relación al paralelogramo cuyo centro de gravedad habíamos dicho que es Ξ.[186]

De la misma manera se muestra que si alguna otra [recta] es trazada en el semicírculo OΠP perpendicular a ΠΘ y sobre la [recta] trazada se levanta un plano perpendicular a ΠΘ y se prolonga hacia a ambos [lados] del plano, en que está el círculo ΞOΠP. El paralelogramo generado en el semicilindro que permanece en su sitio está en equilibrio respecto al punto Θ con el paralelogramo generado en el segmento separado del cilindro trasladado y colocado sobre la balanza en Ξ, de manera que el punto Ξ sea su centro de gravedad.

Y entonces, todos[XLVI] los paralelogramos generados en el semicilindro que permanecen en su sitio están en equilibrio respecto al punto Θ con los paralelogramos generados en el segmento separado del cilindro, trasladados y colocados sobre la balanza en el punto Ξ. Y está en equilibrio el semicilindro que permanece en su sitio respecto al punto Θ con el segmento separado y colocado sobre la balanza en el punto Ξ de manera que su centro de gravedad sea el punto Ξ.[187]

---

[186] Por lo demostrado en *Equilibrio de los planos* 1, prop. 6.

[187] Aquí el tratamiento de los indivisibles es similar al realizado en *Cuadratura de la parábola*

ἰσορροπεῖν καὶ τὸ ἡμικυλίνδριον αὐτοῦ μένον περὶ τὸ Θ σημεῖον τῶι τμήματι τῶι ἀποτμηθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον.

Ἔστω δὴ πάλιν τὸ περὶ μέσον τὸν ἄξονα παραλληλόγραμμον τὸ ΜΝ καὶ ὁ κύκλος ὁ ΞΟ ΠΡ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΗ ΘΜ καὶ ἀνεστάτω ἐπὶ αὐτῶν ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἐν ὧι ἐστιν ὁ ΞΟ ΠΡ κύκλος, καὶ

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 47V+42R [ARCH26V] columna derecha

ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα τὰ εἰρημένα ἐπίπεδα· ἔσται δή τι πρίσμα βάσιν μὲν ἔχον τηλικαύτην, ἡλίκη ἐστὶ τὸ ΘΜΗ τρίγωνον, ὕψος δὲ ἴσον τῶι ἄξονι τοῦ κυλίνδρου, καί ἐστι τὸ πρίσμα τοῦτο τέταρτον μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος τοῦ περὶ ὅλον τὸν κύλινδρον. Ἤχθωσαν δέ τινες εὐθεῖαι ἐν τῶι ΟΠΡ ἡμικυκλίω καὶ ἐν τῶι ΜΝ τετραγώνωι αἱ ΚΛ ΤΥ ἴσον ἀπέχουσαι τῆι ΣΠΞ· τέμνουσιν δὴ αὗται τὴν μὲν τοῦ ΟΠΡ ἡμικυκλίου περιφέρειαν κατὰτὰ ΚΤ σημεῖα, τὴν δὲ ΟΡ διάμετρον κατὰ τὰ ΕΖ, τὰς δὲ ΘΗ ΘΜ κατὰ τὰ ΦΧ, καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τῶν ΚΛ ΤΥ ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὴν ΟΡ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ὧι ἐστιν ὁ ΞΟ ΠΡ κύκλος· ποιοῦσι δὴ τὸ αὗται ἐν μὲν τῶι ἡμικυλινδρίωι, οὗ βάσις μέν ἐστιν τὸ ΟΠΡ ἡμικύκλιον, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῶι κυλίνδρω, τομὴν παραλληλόγραμμον, οὗ ἔσται μία μὲν πλευρὰ ἴση τῆι ΚΕ, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση τῶι ἄξονι τοῦ κυλίνδρου, ἐν δὲ τῶι πρίσματι τῶι ΘΗ ΝΜ ὁμοίως παραλληλόγραμμον, οὗ ἔσται

μία μὲν ἴση τῆι Χ, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση τῶι ἄξονι· διὰ τὰ αὐτὰ τῶ ἐν τῶι αὐτῶι ἡμικυλινδρίωι ἔσται τὸ μὲν παραλληλόγραμμον, οὗ ἔσται μία μὲν πλευρὰ ἴση τῆι ΤΖ, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση τῶι ἄξονι τοῦ κυλίνδρου, ἐν δὲ τῶι πρίσματι μία μὲν πλευρὰ ἴση τῆι ΦΥ, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση τῶι ἄξονι τοῦ κυλίνδρου καῖ[188]

[188] Sobra la palabra καῖ, pues en la siguiente columna inicia una nueva proposición.

[Proposición 13][189]

Que esté de nuevo el paralelogramo MN alrededor de la mitad del eje y el círculo ΞΟΠΡ, que se unan ΘΗ y ΘΜ y que sobre éstas se levanten planos perpendiculares al plano en el que está el círculo ΞΟΠΡ y[XLVII] que sean prolongados por cada [lado] los planos mencionados. Habrá pues, un prisma cuya base es en magnitud como el triángulo ΘΜΗ y cuya altura es igual al eje del cilindro. Este prisma es la cuarta parte del prisma entero que está alrededor de todo el cilindro.

Sean trazadas las rectas ΚΛ y ΤΥ en el semicírculo ΟΠΡ y en el cuadrado MN, separadas de ΣΠΞ [por una distancia] igual. Éstas cortan la periferia del semicírculo ΟΠΡ en los puntos K y T; [cortan] al diámetro ΟΡ en los puntos E y Z, [cortan] a [las rectas] ΘΗ y a ΘΜ en [los puntos] Φ y X.

Y que sean levantados desde ΚΛ y ΤΥ planos perpendiculares a ΟΡ y prolónguense hacia ambos [lados] del plano en que está el círculo ΞΟΠΡ

Éstos [planos] generan, en el semicilindro cuya base es el semicírculo ΟΠΡ, una sección [con forma de] paralelogramo de la misma altura que el cilindro, del cual un lado será igual a KE y el otro igual al eje del cilindro, de la misma manera [los planos generan] en el prisma ΘΗΝΜ un paralelogramo, del cual [un lado] es igual a X y el otro igual al eje.

Derivado de éstas, en el mismo semicilindro habrá un paralelogramo, uno de cuyos lados será igual a TZ y otro igual al eje del cilindro; en el prisma [habrá un paralelogramo] un lado es igual a ΦΥ y el otro al eje del cilindro.[190] [XLVIII]

[189] Sin duda, esta proposición exhibe una nueva prueba de que la cuña cilíndrica es la sexta parte de todo el prisma, pero la proposición anterior no presenta la conclusión, y la proposición 13 se vale de la misma construcción que la 12. Por lo tanto, no es claro, porque Heiberg decidió dividir en dos proposiciones estas dos pruebas que comparten el principio y no lo hizo, en la proposición 11 en la que sí se plantean dos problemas.

[190] El final de la proposición está perdido

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 110R+105V [ARCH27R] columna izquierda

Ἔστω πρίσμα ὀρθὸν τετραγών[191] ἔχον βάσεις, καὶ ἔστω αὐτοῦ μία τῶν βάσεων τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ πρίσμα κύλινδρος, καὶ ἔστω τοῦ κυλίνδρου βάσις ὁ ΕΖ ΗΘ κύκλος ἐφαπτόμενος τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς τῆς Ε κατεναντίον ἐπιπέδωι τοῦ[192] ΑΒ ΓΔ τῆς κατὰ τὴν ΓΔ ἐπίπεδον ἤχθω· ἀποτεμεῖ[193] δὴ τοῦτο ἀπὸ τοῦ ὅλου πρίσματος, ἔσται τέταρτον μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος, αὐτὸ δὲ τοῦτο ἔσται περιεχόμενον ὑπὸ τριῶν παραλληλογράμμων καὶ δύο τριγώνων κατεναντίον ἀλλήλοις. Γεγράφθω δὴ ἐν τῶι ΕΖΗ ἡμικυκλίωι ὀρθογωνίου κώνου τομή, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἔστω ἡ ΖΚ, ἔστω δὲ καὶ παρ’ ἣν δύνανται [αἱ][194] καταγόμεναι ἐν τῆι τομῆι αὐτὴ ἡ ΖΚ καὶ ἤχθω τις ἐν τῶ ΔΗ παραλληλογράμμωι ἡ ΜΝ παράλληλος οὖσα τῆι ΚΖ· τεμεῖ δὴ αὕτη τὴν μὲν τοῦ ἡμικυκλίου περιφέρειαν κατὰ τὸ Σ, τὴν δὲ τοῦ κώνου τομὴν κατὰ τὸ Λ. Καί ἔσται ἴσον τὸ ὑπὸ ΜΝΛ τῶι ἀπὸ τῆς ΝΣ· τοῦτο γάρ ἐστι σαφές· διὰ τοῦτο δὴ ἔσται, ὡς ἡ ΜΝ πρὸς ΝΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΣ. Καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΕΗ· Ποιήσει δὴ τὸ ἐπίπεδον ἐν τῶι πρίσματι τῶι ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ ὅλου πρίσματος τομὴν τρίγωνον

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 110R+105V [ARCH27R] columna derecha

ὀρθογώνιον, οὗ ἔσται μία τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἡ ΜΝ, ἡ δὲ ἑτέραι[195] ἐν τῶι

[191] Palabra incompleta, esperaríamos τετραγώνους, adjetivo en acusativo con función atributiva en concordancia con βάσεις, tal y como Heiberg integró en su edición de las *Opera omnia* de Arquímedes de 1915.

[192] Este punto parece bastante corrupto, pues se observa una serie de confusiones del escriba con probable omisión de palabras, con el resultado de producir un texto que no respeta la sintaxis canónica.

[193] Esta palabra está repetida en el manuscrito.

[194] Integración de Netz et al. 2011, al igual que la lectura καταγόμεναι, donde Heiberg había indicado una laguna, por el estado casi ilegible de ese punto del palimpsesto.

[195] Esperamos nominativo singular, como corrigió Heiberg en su edición citada; parecería una confusión por ‘atracción’ debida a los dativos que siguen.

[Proposición 14][196]

Sea un prisma recto con bases cuadradas, una de cuyas bases sea el cuadrado ΑΒΓΔ e inscríbase en tal prisma un cilindro, y sea la base del cilindro el círculo ΕΖΗΘ, que es tangente al lado Ε del cuadrado. Por [el lado] ΓΔ, opuesto a ΑΒΓΔ trácese un plano[197], que segmentará a éste de todo el prisma, y será la cuarta parte del prisma entero. El [segmento] mismo será delimitado por tres paralelogramos y dos triángulos [rectángulos] opuestos uno al otro.

Trácese, en el semicírculo ΕΖΗ, una sección de cono ortogonal, cuyo diámetro sea ΖΚ, sea trazada en el paralelogramo ΔΗ una recta ΜΝ que sea paralela a ΚΖ y que ésta corte la periferia del semicírculo en [el punto] Σ y a la sección del cono en [el punto] Λ. Será igual el rectángulo ΜΝΛ al cuadrado de ΝΣ; en efecto, esto resulta claro[198]. Por ello precisamente, como es ΜΝ con relación a ΝΛ, así será el cuadrado de ΜΝ con relación al cuadrado de ΝΣ. Y sobre ΜΝ levántese un plano perpendicular a ΕΗ. El plano hará precisamente, en el prisma recortado de todo el prisma, una sección [con forma de] triángulo[XLIX] rectángulo. Uno de los [lados que comprenden] el ángulo recto es la [recta] ΜΝ; el otro [lado], [que] está en

[196] En esta proposición, Arquímedes ya ha abandonado el tratamiento mecánico y se dispone ahora a elaborar una demostración geométrica. Resulta interesante comparar los resultados del procedimiento descrito aquí con los obtenidos en *Cuadratura de la parábola*, donde igualmente primero intuye los resultados por vía mecánica y luego demuestra geométricamente en la prop. 24, la última del tratado.
[197] El sentido del pasaje se desprende de la construcción, pues el pasaje parece corrupto y no se apega a la sintaxis canónica. Véase la nota al texto griego.
[198] Arquímedes dice que es 'claro' porque la construcción misma lo ilustra.

ἐπιπέδω{ι}[199] τῶι κατὰ τὴν ΓΔ ὀρθὴν πρὸς τὴν ΓΔ ἀνεσταμένη[200] ἀπὸ τοῦ Μ[201] ἴση τῶι ἄξονι τοῦ κυλίνδρου, ἡ δὲ ὑποτείνουσα ἐν αὐτῶ{ι}[202] τῶι τέμνοντι ἐπιπέδω{ι}· ποιήσει δὴ καὶ ἐν τῶι τμήματι[203] τῶι ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἀχθέντος διὰ τῆς ΕΗ καὶ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς τῆς κατεναντίον τῆς ΓΔ τομὴν τρίγωνον ὀρθογώνιον, οὖ ἔσται μία τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἡ ΝΣ, ἡ δὲ ἑτέρα ἐν τῆι ἐπιφανείαι τοῦ κυλίνδρου ἀνεσταμένη ἀπὸ τοῦ Σ ὀρθὴ πρὸς τὸ ΔΗ ἐπίπεδον, ἡ δὲ ὑποτείνουσα ἐν τῶι τέμνοντι ἐπιπέδωι, καὶ ἔσται τὰ τρίγωνα ὅμοια. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΜΝ ΝΛ τῶι ἀπὸ ΝΣ· τοῦτο γὰρ φανερόν τὸ σχῆμα[204]. Ἔσται ὡς ἡ ΜΝ πρὸς ΝΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΣ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ τὴν[205] ΜΝ τρίγωνον ἐν τῶι ὅλωι ἀποτμηθέντι πρίσματι πρὸς τὸ ἀπὸ τὴν[206] ΝΣ τρίγωνον τὸ ἐν τῶι ἀποτεμνομένωι τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ἀφηρημένον. ὡς ἄρα ἡ ΜΝ πρὸς ΝΛ, οὕτως τὸ τρίγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καί ἐν[207] ἄλλη τις ἀχθῆ ἐν τῶι ΔΗ παραλληλογράμμωι παρὰ τὴν ΚΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῆ ὀρθὸν πρὸς τὴν

[199] Como es práctica habitual de nuestro escriba, omite la ι adscrita del dativo singular en palabras de cualquier género. Heiberg corrigió esto sistemáticamente en su edición citada.

[200] Nuevamente estamos ante unn pasaje muy probablemente corrupto, como sugiere la duplicación, con variación preposicional, del sintagma κατὰ τὴν ΓΔ ὀρθὴν πρὸς τὴν ΓΔ, así como la presencia del participio femenino ἀνεσταμένη cuya semántica invitaría a conectarlo más bien con τῶι ἐπιπέδω(ι) de la línea anterior y a corregir en ἀνεσταμένωι. Heiberg, sin embargo, aparentemente sugestionado por FOL. 110R línea 10, leyó ἀναγομένη (cuyos caracteres centrales están borrosos) con referencia a la πλευρά implícita en ἑτέρα[ι].

[201] Heiberg leyó N en vez de M.

[202] Se aplica la misma observación hecha en notas anteriores sobre la omisión, por parte del escriba, de la ι adscrita del dativo singular.

[203] Usa aquí τμήμα, el término usual para un segmento sólido (véase el apartado sobre lengua y terminología especializada en la Introducción), que se sobreentiende a lo largo de esta proposición.

[204] La integración de Heiberg en este punto es ἐστιν, aunque no la consideramos imprescindible.

[205] Aquí el escriba introdujo en el texto griego una discrepancia con respecto al uso normal de la preposición ἀπὸ, que aparece aquí seguida del acusativo τὴν en lugar del genitivo τῆς, que fue la corrección impresa por Heiberg en su edición de este tratado.

[206] Aparece el mismo reemplazo del acusativo τὴν por el genitivo τῆς, para el que la edición de Netz et al. no registran la corrección de Heiberg.

[207] La corrección de Heiberg aquí es ἐὰν, aunque quizá el escriba trató de reproducir la forma ἣν.

el plano levantado perpendicularmente a ΓΔ con respecto a ΓΔ desde M[208], es igual al eje del cilindro; la hipotenusa está en el propio plano que corta.

Se hará, en el segmento recortado del cilindro por el plano que atravesó por [la recta] EH y por el lado opuesto del triángulo, el lado ΓΔ, una sección [con forma de] triángulo rectángulo del cual uno de los [lados que comprenden] el ángulo recto es la [recta] NΣ, el otro, está en la superficie del cilindro levantada desde Σ perpendicularmente al plano ΔH, la hipotenusa está en el plano que corta y los [dos] triángulos [descritos] serán semejantes; y puesto que el rectángulo MNNΛ es igual al cuadrado de NΣ, pues esto es evidente [por] el diagrama[209]. Como es [la recta] MN con relación a [la recta] NΛ, así los cuadrados de MN serán con relación al cuadrado de NΣ, y como es el cuadrado de MN con relación al cuadrado de NΣ, así el triángulo de base MN en todo el prisma segmentado será con relación al triángulo de base NΣ obtenido del cilindro en el segmento recortado. Entonces, como es MN con relación a NΛ, así será un triángulo con relación al otro triángulo.

Igualmente se mostrará que, si se trazara alguna otra [recta] paralela a KZ en el paralelogramo ΔH y sobre [la recta así] trazada se levantará un plano perpendicular[L]

[208] La traducción capta el sentido del texto de acuerdo con las observaciones hechas *ad locum* sobre el estado aparentemente corrupto de este pasaje. Véanse las notas correspondientes al texto griego.
[209] De nuevo se hace referencia a algo que resulta evidente por construcción.

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 110V+105R [ARCH27V] columna izquierda

ΕΗ, ὅτι ἔσται ὡς τὸ τρίγωνον τὸ γενόμενον ἐν τῶι πρίσματι πρὸς τὸ τρίγωνον τὸ ἐν τῶι ἀποτμήματι τὸ ἐν τῶι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, οὕτως ἡ ἀχθεῖσα ἐν τῶι ΔΗ παραλληλογράμμωι παράλληλος οὖσα τῆ{ι}[210] ΚΖ πρὸς τὴν ἀποληφθεῖσαν ἀπὸ τῆς ΗΖ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ τε ΔΗ παραλληλογράμμου ὑπὸ τῶν ἀγομένων παρὰ τὴν ΚΖ καὶ τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ἐν τῶ τμήματι· συμπληρωθέντος δὲ καὶ τοῦ πρίσματος ὑπὸ τῶν τριγώνων τῶν γενομένων ἐν αὐτῶι, καὶ τοῦ τμήματος τοῦ ἀποτμηθέντος ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου· ἔσται τινὰ μεγέθη ἴσα ἀλλήλοις, τὰ τρίγωγα τὰ ἐν τῶι πρίσματι, καὶ ἕτερα μεγέθη, αἵ εἰσιν εὐθεῖαι ἐν τῶ ΔΗ παραλληλογραμμω{ι}[211] παράλληλοι οὖσαι τῆι ΖΚ ἴσαι ἀλλήλοις καὶ ἔτι τῶι πλήθει ἴσα{ι}[212] τοῖς ἐν τῶ πρίσματι τριγώνοις· ἔσται δὲ καὶ ἕτερα τρίγωνα τὰ γενόμενα ἐν τῶι ἀποτμηθέντι[213] ἴσα τῶι πλήθει τοῖς γενομένοις ἐν τῶι πρίσματι τριγώνοις· καὶ αἱ ἕτεραι εὐθεῖαι ἀπολαμβανόμεναι ἀπὸ τῶν

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 110V+105R [ARCH27V] columna derecha

ἀγομένων παρὰ τὴν ΚΖ μεταξὺ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ ἴσαι τῶι πλήθει ταῖς ἐν τῶι ΔΗ παραλληλογράμμωι ἠγμέναις παρὰ τὴν ΚΖ,

[210] Se aplica la misma observación hecha en notas anteriores sobre la omisión, por parte del escriba, de la ι adscrita del dativo singular.

[211] Se aplica la misma observación hecha en notas anteriores sobre la omisión, por parte del escriba, de la ι adscrita del dativo singular.

[212] Aquí la omisión, por parte del escriba, de la ι del nominativo plural puede deberse a una atracción psicológica de género al neutro de τριγώνοις.

[213] En este punto se sobreentiende la palabra τμήματι, que Arquímedes usó antes en combinación con el genitivo del participio ἀποτμηθέν.

a EH, como sea el triángulo generado en el prisma con relación al triángulo que está en el [segmento] recortado del cilindro, así será la recta trazada en el paralelogramo ΔH, que es paralela a KZ, con relación a la [recta] delimitada por la sección de cono ortogonal HZ y por la diagonal[214] EH.Así pues, una vez completado el paralelogramo ΔH por las [rectas] trazadas en forma paralela a KZ y [completado] el segmento comprendido por la sección del cono ortogonal y por la diagonal[215] EH, [así como] por las [rectas] obtenidas en el segmento. Completado también el prisma por los triángulos que se generaron en él y por el segmento recortado del cilindro, serán iguales unas a otras las [siguientes] magnitudes: los triángulos en el prisma y otras magnitudes que son rectas paralelas a ZK en el paralelogramo ΔH, son iguales unas a otras y, además, iguales en número[216] a los triángulos que están en el prisma. Habrá también otros triángulos generados en el [segmento] recortado iguales en número a los triángulos generados en el prisma.

También habrá las otras rectas, determinadas por[LI] las [rectas] trazadas en forma paralela a KZ entre la sección del cono ortogonal y [la recta] EH, son iguales en número[217] a las [rectas] trazadas en forma paralela a KZ en el paralelogramo ΔH.[218]

---

214 Aquí διάμετρος se usa en el sentido antiguo de 'diagonal' de un cuadrado o rectángulo, que es diferente de la designación perifrástica que emplea Arquímedes para el diámetro de un circulo como ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ("la recta que viene desde el centro"); sobre esto véase en la introducción.

215 Se aplica la misma observación de arriba sobre el uso de διάμετρος como 'diagonal' de un cuadrado o rectángulo.

216 Obsérvese cómo Arquímedes considera no sólo la igualdad dimensional de los objetos geométricos, sino también su cantidad numérica o πλῆθος, que, aun siendo infinita, se define igual en número a otra cantidad infinita semejante.

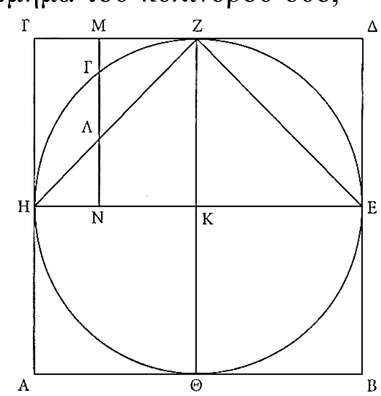
217 Arquímedes continúa estableciendo relaciones entre magnitudes evaluadas como infinitas e iguales en número (πλῆθος) a otras cantidades infinitas semejantes.

218 Aquí compara sin trasladar, ya no se está valiendo del método mecánico de la balanza.

καὶ ὡς ἔσται πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἐν τῶι πρίσματι πρὸς πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἐν τῶι ἀποτμηθέντι τῶι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ἀφηρημένα, οὕτως πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐν τῶι ΔΗ παραλληλογράμμωι πρὸς πάσας τὰς εὐθείας τὰς μεταξὺ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας. Καὶ ἐκ μὲν τῶν ἐν τῶι πρίσματι τριγώνων σύγκειται τὸ πρίσμα, ἐκ δὲ τῶν ἐν τῶι ἀποτμήματι τῶι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τὸ ἀπότμημα, ἐκ δὲ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῶι ΔΗ παραλληλογράμμωι τῶν παρὰ τὴν ΚΖ τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον, ἐκ δὲ τῶν εὐθειῶν μεταξὺ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ τὸ τμῆμα τῆς παραβολῆς· ὡς ἄρα τὸ πρίσμα πρὸς τὸ ἀπότμημα τοῦ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, οὕτως τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖΗ τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας. Ἡμιόλιον δέ ἐστι τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας. δέδεικται

ARCHIMEDES, METHOD FOL. 158R+159V [ARCH28R] columna izquierda

γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις· ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ πρίσμα τοῦ ἀποτμήματος τοῦ ἀφηρημένου ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου· οἵων ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κυλίνδρου δύο, τοιούτων ἔσται τὸ πρίσμα τριῶν. Τοιούτων ἐστὶν τὸ ὅλον πρίσμα τὸ περὶ ὅλον τὸν κύλινδρον ΙΒ[219] διὰ τὸ Δ εἶναι τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου· οἵων ἄρα τὸ ἀπότμημα τοῦ κυλίνδρου δύο, τοιούτων ἐστὶν τὸ ὅλον πρίσμα ΙΒ· ὥστε τὸ τμῆμα τὸ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ ὅλου κυλίνδρου ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὅλου πρίσματος.



[219] El uso de numerales a lo largo de *El método* es escaso, por lo que quizá los pasajes en que aparecen sean interpolaciones posteriores.

Y como sean todos los triángulos en el prisma con respecto a todos los triángulos obtenidos del [segmento] recortado del cilindro, así serán todas las rectas en el paralelogramo ΔH con relación a todas las rectas que están entre la sección del cono ortogonal y la recta EH. El prisma se compone por los triángulos que están en el prisma; el segmento recortado [se compone] por los [triángulos] que están en el [segmento] recortado del cilindro; el paralelogramo ΔH [se compone] por las rectas que están en el paralelogramo ΔH y que son paralelas a KZ y el segmento de la parábola[220] [se compone] por las rectas que están entre la sección del cono ortogonal y la recta EH.

Entonces, como sea el prisma con relación al segmento recortado del cilindro, así será el paralelogramo ΔH con relación al segmento EZH, que está delimitado por la sección del cono ortogonal y la recta EH. El paralelogramo ΔH tiene [un volumen equivalente a] una y media veces el segmento delimitado por la sección del cono ortogonal y la recta EH.[LII]

Pues esto se muestra en los [teoremas] publicados anteriormente[221]. Entonces, el prisma tiene [un volumen equivalente a] una y media veces el [segmento] recortado del cilindro. Entonces, el segmento recortado del cilindro es a dos [unidades] tales como el prisma es a tres. Todo el prisma que está rodeando a todo el cilindro es a doce de tales [unidades], debido a que uno es cuatro [veces] el otro. Entonces, el segmento recortado del cilindro es a dos [unidades] tales como todo el prisma es a doce. De tal forma que el segmento recortado de todo el cilindro es la sexta parte de todo el prisma.

---

[220] Aunque en el texto leemos la palabra παραβολῆς, parece tratarse de una glosa que se incorporó *a posteriori*, pues Arquímedes no usaba este término, que todavía en su época significaba 'aplicación' de un área a una recta, que fue utilizada originalmente por la tradición pitagórica, según nos informa Proclo (*in Eucl*. p. 419 Friedlein) aparentemente con base en Eudemo. Fue Apolonio de Perge quien la empleó en el sentido matemático que hoy es habitual, con referencia a una sección cónica.

[221] La expresión parecería remitir a alguna obra de Arquímedes no identificable publicada previamente, aunque podría también tratarse de alguna sección previa del presente tratado, ya que esto se muestra en la proposición 1.

Ἔστω πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον βάσεις, ὧν μία ἔστω τὸ ΑΒ ΓΔ τετράγωνον, καὶ ἀπειλήφθω εἰς τὸ πρίσμα ὁ κύλινδρος, οὗ βάσις ἔστω ὁ ΕΖ ΗΘ κύκλος· ἐφάψεται δὴ οὗτος τῶν τοῦ τετραγώνοῦ πλευρῶν κατὰ τὰ ΕΖ ΗΘ σημεῖα· κέντρον δὲ αὐτοῦ ἔστω τὸ Κ, διὰ δὲ τῆς ΕΗ διαμέτρου καὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου τοῦ ἐν τῆι ἑτέραι βάσει τοῦ πρίσματος τοῦ κατὰ τὴν ΓΔ ἐπίπεδον ἤχθω·

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 158R+159V [ARCH28R] columna derecha

τοῦτο δὴ ἐπίπεδον ἀποτέμνει πρίσμα ἀπὸ τοῦ ὅλου πρίσματος καὶ ἀπὸ τῆς βάσεως καὶ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τμῆμα. Τοῦτο ἔσται δὲ τὸ τμῆμα τὸ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ὑπο τοῦ ἀχθέντος ἐπιπέδου ἕκτον μέρος ὧν[222] δειχθήσεται τοῦ ὅλου πρίσματος. Πρῶτον δὲ δείξομεν ὅτι δυνατὸν ἔσται εἰς τὸ τμῆμα τὸ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ πρισμάτων συγκείμενον ἴσον ὕψος ἐχόντων καὶ βάσεις τριγώνους ἐχόντων ὁμοίας, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν έλάσσονι παντὸς τοῦ δοθέντος στερεοῦ μεγέθους. Τούτου γὰρ τοῦ πρίσματος τοῦ κατὰ τὸ ΕΔ ΖΗ παραλληλογράμμου ἐστὶν τοῦ μὲν πρίσματος τοῦ ἀποτεμνομένου ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου ἥμισυ, τοῦ δὲ ὅλου πρίσματος η΄ μέρος τούτου ἀεὶ δίχα τεμνομένου ὀρθοῖς ἐπιπέδοις πρὸς τὴν ΕΗ ἔσται ποτὲ τὸ καταλειπόμενον πρίσμα. ἔλασσον[223] ἥμισυ τοῦ δοθέντος στερεοῦ μεγέθους λελείφθω καὶ ἔστω καταλειπόμενον τὸ πρίσμα τὸ βάσεις μὲν ἔχον τὰ τρίγωνα τὰ κατὰ τὰς ΖΚ ΛΜ εὐθείας, ὕψος δὲ ἴσον τῆι ΚΜ. Αὐτὸ δὴ τὸ

[222] Debería ser ὂν.

[223] Faltaría ἢ τὸ.

[Proposición 15][224]

Sea un prisma recto que tiene por bases ciertos cuadrados, de las que uno es el cuadrado ΑΒΓΔ y, dentro del prisma, quede delimitado un cilindro cuya base es el círculo ΕΖΗΘ; que éste sea tangente a los lados del cuadrado justamente en los puntos Ε, Ζ, Η y Θ y que Κ sea su centro. Por la diagonal[225] ΕΗ y por el lado del cuadrado que está en la otra base del prisma, paralelo al lado ΓΔ, trácese un plano.[LIII] Este plano recorta un prisma [con triángulos rectángulos como bases][226] a partir del prisma entero y un segmento a partir de la base y del cilindro. Se mostrará que este segmento recortado del cilindro por el plano trazado es la sexta parte del prisma entero.[227]

Primero mostraremos que es posible inscribir una figura sólida compuesta de prismas al segmento recortado del cilindro y circunscribir otra [figura sólida igualmente compuesta de prismas], que tengan la misma altura y que tengan por bases los mismos triángulos; de modo que la figura circunscrita supere a la inscrita por una magnitud más pequeña que cualquier sólido dado.[228] En efecto, de este prisma [que está] sobre el paralelogramo ΕΔΖΗ será la mitad del prisma que es cortado por el plano oblicuo, y el prisma restante será la sexta parte de todo el prisma segmentado continuamente en dos por planos perpendiculares a ΕΗ. Quede el prisma restante menor que la mitad de la magnitud del sólido dado y sea el prisma restante aquel cuyas bases son los triángulos sobre las rectas ΖΚ y ΛΜ y cuya altura sea igual a ΚΜ.

---

[224] Expone una demostración geométrica de lo que ha explicado desde la proposición 12.

[225] Como vimos en la proposición 14, también aquí διάμετρος se usa en el sentido antiguo de 'diagonal' de un cuadrado o rectángulo, en contraste con la designación perifrástica que emplea Arquímedes para el diámetro de un circulo ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ("la recta que viene desde el centro"); véase en la introducción.

[226] La integración "con triángulos rectángulos como bases" se hizo con base en la construcción descrita, que habla de un plano que pasa por la diagonal del cuadrado que era la base del primer prisma, éste resulta así bisecado, con lo cual las dos bases son triángulos rectángulos.

[227] Estas palabras anuncian que la prueba formal se hará mediante el método de exhaución.

[228] Esto se demuestra también en *Sobre conoides y esferoides*, prop. 19.

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 158V+159R [ARCH28V] columna izquierda

πρίσμα ἔλασσόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ δοθέντος στερεοῦ μεγέθους... *[5]* ... διὰ τὰ... ἤχθωσαν παράλληλοι τῆι ΚΖ αἱ ΜΛ ΠΡΣΤ τέμνουσι δὲ αὗται τὴν ΕΖ περιφέρειαν ε.....ν κατὰ τὰ ΝΞΟ σημεῖα ..... η..ων τοτων*¸[10]* παράλληλοι ἤχθωσαν τῆι ΚΕ ἐφ᾽ ἑκάτερα τούτων .... ἕως τῆς... ν ἐγγύς παραλλήλου τῆς[229] ΚΖ αἱ ΑΒΓ ΔΕΖ καὶ ἀπὸ τῶν ΜΛΠ ΡΣΤ ἐπίπεδα ἀνεστάτω ὀρθὰ πρὸς τὴν ΕΚ *[15]* ἕως το2ῦ τέμνοντος ἐπιπέδου, ἀπὸ δὲ τῶν παραλλήλων εὐθειῶν τῶν ΑΒ ΓΔ ΕΖ ἐπίπεδα ἀνεστάτω ὀρθὰ πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον ἕως οὗ ἐπιπίπτουσιν *[20]* τῶ τέμνοντι ἐπιπέδωι. Ἔσται δή τι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐν τῶι σχήματι ἀνὰ μέσον τοῦ τμήματος τοῦ ἀποτμηθέντος ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου *[25]* καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ πρισμάτων συγκείμενον οἵων εἴρηται, καὶ τῶν μὲν τρίτων [230], ἐγγεγραμμένωι σχήματι[231] πρισμάτων μέγιστον τὸ κατά τὸ[232] *[30]* ΚΟ παραλληλόγραμμον, τῶν δὲ ἐν τῶι περιγεγραμμένωι μέγιστόν ἐστι τὸ ΚΛ παραλληλόγραμμον, καί ἐστι ἔλασσον τῶν μὲν ἐν τῶι ἐγγεγραμμένωι

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 158V+159R [ARCH28V] columna derecha

σχήματι πρισμάτων τὸ κατὰ τὴν ΠΟ παραλληλόγραμμον, τῶν δὲ ἐν τῶι περιγεγραμμένωι τὸ κατὰ τὴν ΕΟ. Ὁμοίως δὴ... *[5]* ἐγγεγράφθω καὶ εἰς τὸ ἄλλο ἥμισυ τοῦ τμήματος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ πρισμάτων ἴσων καί ὁμοίων αὐτοῖς[233] συγκειμένων. Λοιπὸν δὲ, *[10]* δεῖξαι ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἑκάστου τοῦ δοθέντος στερεοῦ μεγέθους. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ἔλασσον τῶν πρισμάτων τῶν *[15]* ἐν τῶι

[229] Por lo que se lee en las líneas 15 ss., asumimos que la lectura debe ser παράλληλοι τῆι.
[230] Debería ser τριῶν.
[231] Dativo solo, debería estar precedido de ἐν τῶι.
[232] En comparación con el inicio de la siguiente columna, τὸ κατὰ τὴν ΠΟ, esperamos artículo acusativo femenino τὴν.
[233] Podría ser un error de escriba en lugar de ἑαυτοῖς reflexivo, que podría sugerir una semejanza entre los prismas que constituyen este sólido circunscrito.

Este[LIV] [234] prisma es menor que la mitad de la magnitud del sólido dado …. A través de las … Trácense ΜΛ, ΠΡ y ΣΤ paralelas a ΚΖ. Éstas cortan la periferia ΕΖ en los puntos ΝΞΟ… de éstos.

Trácense [líneas] paralelas a ΚΕ hacia uno y otro lado de estos ... cerca … las [rectas][235] ΑΒΓ ΔΕΖ paralelas a ΚΖ y desde las [rectas] ΜΛΠ ΠΣΤ, levántense planos perpendiculares a ΕΚ desde las rectas paralelas ΑΒ ΓΔ ΕΖ hasta el plano de corte y levántense planos perpendiculares al paralelogramo ΕΖ hasta que lleguen al plano de corte. Habrá una figura sólida inscrita en la figura en medio del segmento recortado del cilindro y otro circunscrito constituido de prismas, tales como se dijo.

De los tres[236]prismas en la figura inscrita, el mayor es el paralelogramo alrededor de ΚΟ; de los [prismas] que están en la [figura] circunscrita, el mayor es el paralelogramo ΚΛ y de los prismas que están en la figura inscrita[LV] el menor es el paralelogramo que está sobre [la recta] ΠΟ; de los que están en la circunscrita, el [menor es el paralelogramo] que está sobre [la recta] ΕΟ.

De manera semejante … quede inscrita en la otra mitad del segmento también una figura sólida y otra quede circunscrita que esté compuesto por prismas iguales y semejantes a estos[237]. Finalmente, mostrar que la figura circunscrita supera [en volumen] a cada magnitud sólida inscrita dada. En efecto, puesto que el menor de los prismas que están en la figura

[234] El folio presenta muchas lagunas, por lo que para el anterior editor fue imposible leer gran parte de esta proposición.
[235] Como se indicó en la introducción p. 48, la palabra εὐθεῖα suele omitirse para hacer referencia a un segmento de recta de que sólo se indican los extremos, pero en este caso se indican tres de sus puntos, el artículo femenino nos hace saber que se está hablando de segmentos de recta.
[236] La traducción atiende a la corrección τριῶν.
[237] αὐτοῖς, que no sabemos si se refiere a una semejanza entre los prismas que constituyen este sólido circunscrito o a una semejanza con los prismas que constituyen el sólido inscrito

περιγεγραμμένωι σχήματι τὸ κατὰ τὸ ΘΟ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶν τῶι ἐλάσσονι πρίσματι τῶι ἐν τῶι ἐγγεγραμμένωι τῶι κατὰ τὸ ΠΟ παραλληλόγραμμον· βάσιν γὰρ ἔχει ἴσον αὐτῶ{ι} καὶ ὕψος ἴσον· ὁμοίως δὲ καὶ τὸ δεύτερον πρίσμα τῶν ἐν τῶι ἐγγεγραμμένω σχήματι ἴσον ἐστὶν τῶι δευτέρωι πρίσματι τῶν ἐν τῶι περιγεγραμμένωι σχήματι πρισμάτων κατὰ τὸ αὐτὸ ὄντι· δῆλον ἄρα ὅτι τὸ γεγραμμένον[238] σχῆμα περὶ τὸ ἥμισυ τοῦ τμήματος τοῦ ἀποτμηθέντος ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μεῖζόν ἐστιν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν αὐτῶι σχήματος ἐν τῶι πρίσματι τῶι κατὰ τὸ ΖΜ παραλληλόγραμμον... δὲ ἐστιν ἔλασσον

...ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 165V [ARCH29R] columna izquierda

… τοῦ κυλίνδρου ἔλασσον ἄρα ἢ ἡμιόλιον τοῦ πρίσματος τοῦ[239] λοξοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸ ἀπότμημα τοῦ[240] ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου στερεοῦ[241]. Ἐδείχθη ὡς τὸ ἀπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου ἀφηρημένου πρίσματος[242] πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον στερεὸν εἰς τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, οὕτως τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὰ ἐγγεγραμμένα παραλληλόγραμμα εἰς τὸ τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας· ἔλασσον ἄρα ἢ ἡμιόλιον τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον τῶν παραλληλογράμμων τῶν ἐν τῶι τμήματι τῶι περιεχομένωι ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας· ὅπερ ἀδύνατον, ὅλου γὰρ τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας ἡμιόλιον δέδεικται τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον ἐν ἑτέροις. Οὐκ ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ... ...

[238] Aunque la restitución del texto indica γεγραμμένον, seguramente se refiere a la figura circunscrita περιγεγραμμένον.

[239] Aquí parecería faltar algo que complete la idea esbozada, quizá: ἀποτμηθέντος ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ὑπο τοῦ λοξοῦ κτλ.

[240] Sería de esperar nominativo τὸ en lugar del genitivo τοῦ.

[241] También aquí se tiene la impresión de que hay una laguna, difícil de integrar.

[242] Aquí el texto parece de nuevo corrupto y/o lagunoso; una integración/corrección posible podría ser: τὸ ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου πρίσμα τὸ ἀφηρημένον ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου.

circunscrita, [es decir,] el que está sobre el paralelogramo ΘO, es igual al prisma menor que está [en la figura] inscrita, [es decir,] el que está sobre el paralelogramo ΠO, ya que tiene la misma base y la misma altura que éste.

De manera semejante, el segundo prima de los que están en la figura inscrita es igual el segundo prisma de los prismas que están en la figura circunscrita, ya que está en la misma [posición]. Está claro entonces que la figura circunscrita a la mitad del segmento recortado del cilindro es mayor que la figura inscrita en este, […][243] en el prisma que está sobre el paralelogramo ZM … Y es menor …[LVI] […] del cilindro … Pues es menor que uno y medio del prisma [recortado del cilindro por][244] el plano oblicuo, inscrito en el segmento obtenido del cilindro sólido[245] …

Se mostró que, como es el prisma desprendido [del cilindro] por el plano oblicuo[246] con relación al sólido inscrito en el segmento [recortado] del cilindro, así es el paralelogramo ΔH con respecto a los paralelogramos inscritos en el segmento comprendido por la sección de cono ortogonal y la recta EH. Entonces, el paralelogramo ΔH es menor que una vez y media los paralelogramos que están en el segmento comprendido por la sección de cono ortogonal y la recta EH. Lo cual es imposible, pues quedó demostrado en otro tratado que el paralelogramo ΔH es una vez y media el segmento delimitado por la sección de cono ortogonal y la recta EH. Entonces, el segmentono es mayor que el … del cilindro …[247][LVII]

---

[243] Posible laguna o corrupción del texto, no hay coherencia entre una idea y otra.
[244] La traducción sigue aquí la integración propuesta al texto griego, para lo cual véase mi nota a este punto.
[245] Es difícil proponer una integración para esta laguna.
[246] El texto está bastante corrupto y/o lagunoso, por lo que la traducción se basa en la integración propuesta en el texto griego.
[247] Se procede igual que en *Cuadratura de la Parábola* prop. 24 y en cualquier proposición que use el método de exhaución y doble reducción al absurdo, hasta este punto se ha llegado a un absurdo asegurando que la magnitud es mayor que el resultado intuido.

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 165V [ARCH29R] columna B

... περὶ τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου στερεοῦ[248] ενε ... ἀποτεμνομεν... σχῆμα... τα ὅμοιον... ἔστω τὸ περιγραφὲν μεῖζον τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπεροχῆι ἧ ὑπερέχει τὸ πρίσμα τοῦ ἡμιολίου τοῦ τμήματος τοῦ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου. Ἐγγεγράφθω δὲ ἐν τῶ τμήματι τῶι περιεχομένω ὑπό τε τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας, καὶ περιγεγράφθω, καὶ ἔσται ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ περιγραφὲν στερεὸν σχῆμα καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῶι ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, καὶ πάλιν ἔστω τὸ Ψ στερεὸν μεῖζον τοῦ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τῶι ἀπὸ τοῦ σχήματος ἐλάσσονι τοῦ[249]. ἔστιν καὶ τὸ Ψ μεῖζον τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τοῦ κυλίνδρου. Καὶ ἔσται τινὰ μεγέθη ἴσα ἀλλήλοις τὰ πρίσματα τὰ ἐν τῶι πρίσματι τῶι ἀποτετμημένωι ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου...

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 165R [ARCH29V] columna A

... καὶ ἕτερα μεγέθη ... τὰ δὲ στερεὰ τὰ κατὰ τὰ ἐν τῶι ΔΗ παραλληλογράμμωι παράλληλα πρὸς τὰ στερεὰ σχήματα... τὰ περιγεγραμμένα περὶ τὸ ἀπὸτμημα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐν τῶι ΔΗ παραλληλογράμμωι παράλληλα πρὸς τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐν τῶι σχήματι τῶι ἐγγεγραμμένωι ἐν τῶι τμήματι τῶι περιεχομένωι ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ ὑπὸ τῆς ΕΗ εὐθείας ἐστιν .... ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις τὸ .. παραλληλόγραμμον με...τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένον περὶ τὸ τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ ΕΗ εὐθείας .... ἄλλων δὴ πρισμάτων ὄντων .... τῶν ἐν τῶι στερεῶι σχήματι τὸ ἀποτετμημένωι ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου. Ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ..... ταὐτὸν τῶν... ... ...

[248] El texto presenta una laguna o una corrupción difícil de sanar.

[249] Sobra el artículo τοῦ.

… alrededor de la sección obtenida del cilindro sólido … segmentamos … figura … semejante. Sea [el prisma] circunscrito más grande que el inscrito por un excedente menor de lo que excede el prisma del segmento recortado del cilindro que es un tanto y medio...

Quede inscrito en el segmento que está contenido por la sección de cono ortogonal y la recta EH, y quede circunscrito, y serán semejantes a las antes descritas, la figura sólida circunscrita y la inscrita en el segmento recortado del cilindro y, a su vez, sea Ψ una figura sólida más grande que la figura [recortada] del cilindro por un [excedente] menor que la figura[250]. Y también Ψ es mayor que la figura inscrita en el segmento del cilindro. Y que haya unas magnitudes iguales unas a otras: los prismas que están en el prisma segmentado por el plano oblicuo [laguna][LVIII]

Y otras magnitudes

Los sólidos que están sobre las paralelas al paralelogramo ΔH con respecto a las figuras sólidas que están circunscritas al corte y a los paralelogramos que son paralelos al paralelogramo ΔH, con respecto a los paralelogramos que están en la figura que está inscrita en el segmento, que es delimitado por la sección de cono ortogonal y por la recta EH son

En esas relaciones, el paralelogramo …. [laguna]

De la figura circunscrita al segmento que está delimitado por la sección del cono ortogonal y la recta EH …Siendo otros prismas que están en la figura sólida cortada por el cruce del plano. De la misma manera primero es mostrado esto, de los [laguna][LIX]

[250] Todo este pasaje está muy lagunoso y corrupto, por lo que la traducción trata de captar el sentido de un texto que no presenta una sintaxis normal.

ARCHIMEDES, METHOD · FOL. 165R [ARCH29V] columna derecha

… τ... περιεχομενεν... ὑπὸ τοῦ ὀρθογωνίου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας καὶ πάντα τὰ πρίσματα τὰ ἐν τῶι πρίσματι τῶι ἀποτετμημένωι ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου πρὸς πρὸς πάντα τὰ πρίσματα τὰ ἐν τῶι στερεῶι σχήματι τῶι περιγεγραμμένωι περὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κυλίνδρου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν πάντα τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐν τῶι ΔΗ παραλληλογράμμωι πρὸς πάντα τα παραλληλόγραμμα τὰ ἐν τῶι σχήματι τῶι περιγεγραμμένωι περὶ τὸ τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας, τουτέστιν τὸ πρίσμα ἀποτετμημένον ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸ τμῆμα τοῦ κυλίνδρου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας. Μεῖζον δέ ἐστι τὸ πρίσμα τὸ ἀποτετμημένον ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου ἢ ἡμιόλιον τοῦ στερεοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸ

ἀπότμημα τοῦ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου

Contenido por la sección ortogonal y la recta EH

Y todos los prismas en el prisma que es cortado por el cruce del plano con relación a todos los prismas que están en la figura sólida circunscrita al corte del cilindro tienen la misma relación que todos los paralelogramos que están en el paralelogramo ΔH con relación a todos los paralelogramos que están en la figura que está circunscrita alrededor del segmento delimitado por la sección del cono ortogonal y la recta EH.

Así, el prisma cortado por el cruce del plano, con respecto a la figura circunscrita al segmento del cilindro, tiene la misma relación que el paralelogramo ΔH con relación a la figura circunscrita por la sección del cono ortogonal y la recta EH.

El prisma que es cortado por el cruce del plano es más grande que una y media veces la figura sólida que está circunscrita al corte recortado del cilindro. [251]

[251] Faltan folios, se considera perdido el final de la proposición 15 y la proposición 16 completa.

[I] En la traducción, indico con nota al final el comienzo de cada columna y el nombre del folio. Empieza aquí ARCH 15 R columna derecha p. 69. ed. Netz, Wilson *et al.*

[II] ARCH 15 V columna izquierda p.71. ed. Netz, Wilson *et al.*

[III] ARCH 15 V columna derecha p.71.

[IV] ARCH 16 R columna izquierda p.73. ed. Netz, Wilson *et al.*

[V] ARCH 16 R columna derecha p. 73.

[VI] ARCH 16V columna izquierda p.75. ed. Netz, Wilson *et al.*

[VII] ARCH 16 v columna derecha p.75.

[VIII] ARCH 17R columna izquierda p.77. ed. Netz, Wilson *et al.*

[IX] ARCH 17R columna derecha

[X] ARCH 17V columna izquierda p.79. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XI] ARCH 17V columna derecha p.79.

[XII] ARCH 18R columna izquierda p.81. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XIII] ARCH 18R columna derecha p.81.

[XIV] ARCH 18V columna izquierda p.83. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XV] ARCH 18V columna derecha. p. 83.

[XVI] ARCH 19R columna izquierda. p. 85 ed. Netz, Wilson *et al.*

[XVII] ARCH 19R columna derecha. p. 85.

[XVIII] ARCH 19V columna izquierda p.87. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XIX] ARCH 19V columna derecha. p. 87.

[XX] ARCH 20R columna izquierda. p.89. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXI] ARCH 20R columna derecha. p. 89.

[XXII] ARCH 20V columna izquierda p.91. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXIII] ARCH 20V columna derecha. p. 91.

[XXIV] ARCH 21R columna izquierda p.93. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXV] ARCH 21R columna derecha. p. 93.

[XXVI] ARCH 21V columna izquierda p.95. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXVII] ARCH 21V columna derecha. p. 95.

[XXVIII] ARCH 22R columna izquierda p.97. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXIX] ARCH 22R columna derecha. p. 97.

[XXX] ARCH 22V columna izquierda. p.99. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXXI] ARCH 22V columna derecha. p. 99.

[XXXII] ARCH 23R columna izquierda p.101. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXXIII] ARCH 23R columna derecha. p. 101.

[XXXIV] ARCH 23V columna izquierda. p.103. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXXV] ARCH 23V columna derecha. p. 103.

[XXXVI] ARCH 24R columna izquierda p.105. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXXVII] ARCH 24R columna derecha. p. 105.

[XXXVIII] ARCH 24V columna izquierda. p.107. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XXXIX] ARCH 24V columna derecha. p. 107.

[XL] ARCH 25R columna izquierda p.109. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XLI] ARCH 25R columna derecha. p. 109.

[XLII] ARCH 25V columna izquierda p.111. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XLIII] ARCH 25V columna derecha. p. 111.

[XLIV] ARCH 26R columna izquierda p.113. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XLV] ARCH 26R columna derecha. p. 113.

[XLVI] ARCH 26V columna izquierda p.115. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XLVII] ARCH 26V columna derecho. p. 115

[XLVIII] ARCH 27R columna izquierda p.117. ed. Netz, Wilson *et al.*

[XLIX] ARCH 27R columna derecha. p. 117.

[L] ARCH 27V columna izquierda p.119. ed. Netz, Wilson *et al.*

[LI] ARCH 27V columna derechap.119.

[LII] ARCH 28R columna izquierda p.121. ed. Netz, Wilson *et al.*

[LIII] ARCH 28R columna derecha.p. 121

[LIV] ARCH 28V columna izquierda p.123. ed. Netz, Wilson *et al.*

[LV] ARCH 28V columna derecha. p. 123

[LVI] ARCH 29R columna izquierda p.125. ed. Netz, Wilson *et al.*

[LVII] ARCH 29R columna derecha. p. 125

[LVIII] ARCH 29V columna izquierda p.127. ed. Netz, Wilson *et al.*

[LIX] ARCH 29V columna derecha. p. 127

6. Conclusiones

Después de la elaboración de este trabajo, se puede llegar a algunas conclusiones que se dividen en dos partes: las conclusiones que competen a la figura de Arquímedes y a su obra en su dimensión histórica y filológica y las que competen al texto y a sus alcances en cuanto a obra matemática y científica.

Sobre el primer grupo de conclusiones, después del análisis de las fuentes antiguas, quedo convencida de que la figura de nuestro científico y matemático fue, en primer lugar, admirada por el estereotipo de sabio, estudioso y esforzado en sus labores intelectuales con el que Arquímedes fue identificado. Más allá de un asombro específico por sus logros o conclusiones matemáticas, a mi parecer, la antigüedad lo consagró por el mero hecho de ser un intelectual totalmente entregado a sus intereses, cuales quiera que éstos hubieran sido, de la misma manera que fueron admirados filósofos, poetas e historiadores por la misma razón.

Ligado al punto anterior, es también una conclusión evidente que el interés genuinamente matemático por el autor no es muy antiguo; es decir, habría que esperar hasta después del S. III d.C. para que pensadores como Pappus de Alejandría (Ss. III-IV), Teón de Alejandría (Ss. IV-V) o Eutocio (S. VI)[315] comenzaran a hablar de las obras matemáticas que nos legó Arquímedes. De este modo, llamó primero la atención de los intelectuales más conservados hasta nuestros días como Cicerón y Plutarco la figura misma del autor que el contenido de su obra, si bien, esto puede atribuirse en parte a que ellos no eran especialistas, recordemos que la educación antigua era integral, incluso Vitrubio a quien sí podemos llamar

[315] Ver introducción. p. 29.

especialista no nos dice ningún aporte de Arquímedes ni el nombre de algún tratado específico cuyo estudio recomiende.[316]

Atendiendo a la historia de la recepción de las ideas de Arquímedes, también puedo concluir que es de suma importancia el grado de subordinación a la tradición o lo popular de la línea de pensamiento en la que se incluye el autor para que lo tomen en cuenta sus contemporáneos y, de algún modo, sea admitido en el panorama hegemónico de la intelectualidad vigente. Arquímedes es un antiacadémico, en el sentido más etimológico de la palabra, y su distanciamiento del predominio platónico pudo haberle costado el retraso en la propagación de sus ideas.

Sobre el contenido de *El método*, y después realizar la traducción, me atrevo a concluir que la reconstrucción de textos científicos y técnicos es más difícil y delicada que la de textos literarios. Las correcciones o enmiendas que se hacen a estos textos traen consigo mayor riesgo de llevarnos a conclusiones erróneas, en el ámbito científico yo misma he tenido que tomar decisiones que quizá no respeten el sentido del texto original, pero consideré que cuento con razones filológicas. Si bien las enmiendas a la literatura también pueden llevarnos a conclusiones erróneas (opiniones que tal vez el autor original de los textos no hubiera defendido), estas conclusiones literarias no tienen el valor binario de “correcto o incorrecto” que sí presenta la producción científica.

Para decidir, por ejemplo, entre dos nominativos cuál debe entenderse como dativo[317] para que el texto conserve una estructura sintáctica consistente, atendí a la opinión del

[316] Ver introducción, pp. 22-28.
[317] Ver traducción, p. 67. n.

anterior editor, Heiberg, y a la analogía con las estructuras que se habían usado antes en el texto. Así como yo tuve que tomar decisiones, todos los escribas que participaron en la transmisión de *El método* y las demás obras de este palimpsesto realizaron enmiendas e interpretaciones.

Siguiendo con la parte textual del trabajo, concluyo también que el escriba que realizó la versión con la que contamos suele tener errores en la consignación de los casos. Un fenómeno nada raro cuando se encargaba la realización del trabajo a un escriba sin conocimientos amplios del idioma.

Tras este trabajo, quedé totalmente convencida de que la conservación del texto fue una casualidad interesante. Como ya dije, no se interesaban en la antigüedad por el fondo de lo que decía Arquímedes en un tratado como éste, hay varias razones para que se perdiera el texto, entre ellas su carácter dedicado a especialistas, su escasa inserción en la geometría de la época[318] y que trata de parábolas, un tema que fue bien estudiado y se consideró agotado por Apolonio. Sin embargo, un libro de oraciones del siglo XIII sí le pareció a la historia digno de conservación y, por algún juego del destino, se pudo leer lo que estaba bajo él.

Es notable el hecho de que la obra no hace honor a su nombre. *El método* de Arquímedes no nos ofrece ciertamente un método, es decir un camino sistemático para llegar a las conclusiones que nos ofrece, no encontramos en la obra descripciones detalladas del razonamiento que fue seguido para la obtención del resultado. Sólo nos ofrece al principio un resultado (que no sabemos cómo obtuvo) y luego se muestra que se acerca a la verdad (sin

[318] Es decir, no demuestra los resultados de los problemas planteados. No es el caso, por ejemplo, de: *sobre la medida del círcul*o, que se insertaba tan bien y resultaba tan útil para los geómetras posteriores que se conservaron sus ideas resumidas y acotadas, sin la carta previa, que seguramente no fue de interés matemático.

demostración geométrica rigurosa, a excepción de las proposiciones 14 y 15), pero hace esto por un camino innovador: el movimiento.

Con respecto a su contenido meramente científico, la obra corrobora la cercanía del pensamiento de Arquímedes a lo que hoy denominamos *cálculo*. Es imposible leer y entender la obra completa del autor y no aceptar que los rudimentos del cálculo ya se muestran en su pensamiento, así el cálculo de las tangentes (cálculo diferencial) y las sumas al infinito (cálculo integral) habían sido trabajados en tratados como *Sobre Conoides y Esferoides* y *La Cuadratura de la Parábola;* pero *El método* tiene un papel especial, por eso considero importante que los historiadores de las matemáticas estudien este texto que podría darnos a entender lo cerca que estuvieron los matemáticos antiguos de descubrir una herramienta tan útil como el cálculo.

7. Bibliografía

Ediciones y traducciones

Arquímedes "The Archimedes Palimpsest." Ed. Reviel Netz, y otros. New York: Cambridge University Press, 2011. 2 vols.

Arquímedes. *El método relativo a los teoremas mecánicos.* Traducido por Pedro Miguel González Urbaneja y Joan Vaque Jordi. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 1993.

Arquímedes. *Opera omnia: Cum commentariis Eutocii*. Ed. Iohan Ludvig Heiberg. Bibliotheca scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana, 1912.

Archimedè *Oeuvres* volume 1: *De la sphère et du cylindre, La mesure du cercle, Sur les conoides et sphéroïdes.* ed. Charles Mugler París: Les Belles Letres. 1970

Archimedè *Oeuvres* volume 2: *Des Spirales, De l'Équilibre des Figures Planes, L'Arénaire, La Quadrature de la Parabole* ed. Charles Mugler París: Les Belles Letres. 1970

Heiberg, Johan Ludvig. "Eine neue Archimedeshandschirift." *Hermes* (1907): 234-303.

Netz, Reviel, y otros, *The Archimedes Palimpsest*. Vol. 2. New York: Cambridge University Press, 2011.

Heath, Thomas Little, Sir. *The method of Archimedes*, recently discovered by Heiberg; a supplement to the Works of Archimedes, 1897. by Archimedes; Heiberg, J. L., 1912.

Autores clásicos:

Apuleyo. *Apología.* Traducido por Roberto Heredia Correa. México: UNAM, 2003.

Ateneo. *El banquete de los eruditos III-V.* Traducido por Lucía Rodríguez-Noriega. Madrid: Gredos, 1998.

Cicerón. *Disputas Tusculanas I-II*. Trad. Julio Pimentel Álvarez. México: UNAM, 1987.

Cicerón. *Disputas Tusculanas Libros III-V*. Trad. Julio Pimentel Álvarez. México: UNAM, 1979.

Diódoro de Sicilia. *Biblioteca histórica.* Traducido por Juan José Torres Esbarranch. Madrid: Gredos, 2004.

Marco Aurelio. *Meditaciones*. Trad. Ramón Bach Pellicer. Madrid: Gredos, 2005.

Proclo. *Sumario.* Trad. Conrado Eggers Lan. 1985.

Proclo. *In primum Euclidis Elementorum librum commentarii.* Godofredi Friedlein. Ed. BG Teubner, 1873.

Polibio. *Historias: Libros V-XV*. Trad. Manuel Balasch Recort. Tomo II. Madrid: Gredos, 1981.

Plutarco. *Vida de Marcelo.* En *Vidas Paralelas.* Tomo II. México: UNAM, 1923. Págs. 259-302.

Quintiliano. *Sobre la enseñanza de la oratoria: libros I-III.* Trad. Carlos Gerhard Hortet. México: UNAM, 2006.

Tito Livio, *Historia de Roma desde su fundación, libros: XXI- XXV*. Trad. José Antonio Villar Vidal. Madrid, Gredos, 1993.

Estudios:

Artmann, Benno. *Euclid, the creation of mathematics*. New York: Springer-Verlag, 1999.

Babini, José. "Introducción." Arquímedes. *Método*. Buenos Aires: Editorial universitaria de Buenos Aires, 1966. 5- 29.

Babini, José. *Arquímedes*. Buenos Aires: Espasa-Calpe, 1948.

Babini, José. *Historia sucinta de la Matemática*. Tercera. Madrid: Espasa-Calpe, 1969.

Calinger, Ronald. *A contextual history of Matematics.* New Jersey: Prentice Hall, 1999.

Canguilhem, Georges, "El objeto de la historia de la ciencia", *EMPIREA, revista de metodología de ciencias sociales,* N. 18, pp. 199-210, 2009

Eggers Lan, Conrado. "Eudemo y el ‹‹catálogo de geómetras›› de Proclo." *Emerita* 53.1 p.p. 127-157. 1985

Farrington, Benjamin. *Ciencia griega*. Segunda. Barcelona: Icaria editorial, 1986.

Fernández Fernández, Santiago. *Lobachevski, un espíritu indomable.* Madrid: Nívola, 2004.

González Urbaneja, Pedro Miguel. *Arquímedes y los orígenes del cálculo integral*. Madrid: Nívola, 2008.

González Urbaneja, Pedro Miguel. *Apolonio, el Gran Geómetra.* s.f. Disponible en: http://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autores/pag/mat/Apolonio-1.asp.htm consultado en mayo de 2018

Gow, James. *A short history of Greek mathematics.* Cambridge University Press, 2010.

Heath, Thomas L. *"The method of Archimedes".* Cambridge: Cambridge University Press, 1912. Disponible en http://www.wilbourhall.org/pdfs/archimedes/archimedes Heiberg. pdf consultado en mayo de 2018

Heath, Thomas L. *A History of Greek mathematics.* Oxford: Oxford University Press, 1921.

Hernández Martin, María del Carmen. *Lógica y racionalidad del descubrimiento Acerca del método de Arquímedes.* Salamanca: Universidad de Sevilla, 1992

Hurtado Albir, Amparo. *Traducción y traductología.* Madrid: Cátedra, 2001.

Kline, Morris. *El pensamiento matemático de la actualidad a nuestros días.* Madrid: Alianza, 1992.

Knorr, Wilbur Richard. "Archimedes and the Elements: Proposal for a Revised Chronological Ordering of the Archimedean Corpus." en *History of Exact Sciences*, vol. 19, no. 3, 1978, p.p. 211–290. Disponible en https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2FBF00357582.pdf consultado en mayo de 2018.

Knorr, Wilbur Richard. *The evolution of the Euclidean Elements.* Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1975.

Lesky, Albin. *Historia de la Literatura Griega*. Madrid: Gredos, 1968.

López Férez, Antonio. *Historia de la Literatura Griega*. Cuarta edición. Madrid: Cátedra, 2008.

Lloyd, G. E. R. 2012. *"*Mathematics and Narrative: An Aristotelian Perspective.*"* en: *Doxiadis*, A. & B. Mazur (eds.), Circles Disturbed: The Interplay of Mathematics and Narrative. Princeton, 389–406

Miguel Gil, Ana María. *El ocaso de la matemática helena y la matemática en Roma* s.f. disponible en: http://matematicas.uclm.es/itacr/web_matematicas/trabajos/3/3_ocasomatematica_helena.pdf, consultado 14 mayo de 2018.

Netz, Raviel and William Noel. *El código de Arquímedes*. México: Planeta, 2007.

Netz, Reviel. *The shaping of deduction in Greek mathematics a study in cognitive history*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

Nord, Christiane. (1997) *Translating as a Purposeful Activity. Functionalist Approaches Explained*. Manchester: St. Jerome.

Ortiz García, Paloma. "Introducción general." Arquímedes. *Tratados*. Madrid: Gredos, 2005. 7-97.

Pareja Heredia, Diego. *Aproximación a la Epistemología de las Matemáticas, temas cruciales en la historia de las matemáticas. Notas de clase para un curso introductorio.* 2008. Documento en línea, disponible en: http://www.matematicasyfilosofiaenelaula.info/Epistemologia%202009/El%20problema%20de%20la%20Inconmensurabilidad.pdf consultado en mayo de 2018

Pomeroy, Sahara. *La antigua Grecia: Historia política, social y cultural*. Barcelona: Crítica, 2001.

Rodríguez Alfageme, Ignacio. *Literatura científica griega*. Síntesis, 2004.

Reynolds, Leighton Durham y Nigel Wilson. *Copistas y filólogos*. Madrid: Gredos, 1995.

Sánchez Fernández, Carlos y Concepción Valdés Castro. *Las funciones, un paseo por su historia* . Madrid. Nívola, 2007

Starr, Chester G. *Historia del mundo antiguo.* Madrid: Akal, 1974.

Taton, René. *La ciencia antigua y medieval*. Trad. Manuel Sacristán. Vol. 1. Barcelona: Ediciones Destino, 1971.

Van der Waerden, Bartel Leenert. *Science Awakening.* Trad. Arnold Dresden. Groningen: P. Noordhoff Ltd., 1954.

Vega, Luis. "Introducción." en Euclides. *Elementos*. Trad. María Luisa Puertas Castaños. Madrid: Gredos, 1991.

Vega, Miguel Ángel. *Textos clásicos de teoría de la traducción*. Madrid: Cátedra, 1994.

Vera, Francisco. *Científicos Griegos*. Madrid: Aguilar, 1970.