



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS DE ACERO**

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD E HIDRODINÁMICOS DE**  
**SISTEMAS FLOTANTES DE PRODUCCIÓN TIPOS FPSO**

**TESIS**

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**FRANCISCO JAVIER**  
**CISNEROS RUIZ**

**TUTOR PRINCIPAL:**  
**DR. FRANCISCO LEONEL**  
**SILVA GONZÁLEZ**

**CO-ASESOR:**  
**DR. IVÁN FÉLIX GONZÁLEZ**

**MÉXICO, CDMX. ENERO 2019**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

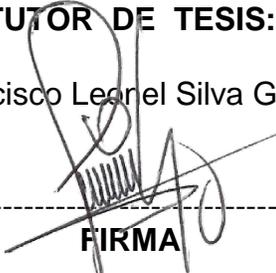
**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez  
Secretario: Dr. Ernesto Alfonso Heredia Zavoni  
Vocal: Dr. Francisco Leonel Silva González  
1<sup>er</sup>. Suplente: Dr. Iván Félix González  
2<sup>do</sup>. Suplente: Dr. Aldo Roberto Cruces Girón

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: Instituto de Ingeniería

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Francisco Leonel Silva González

  
-----  
**FIRMA**

*A mis padres.*

*Los amo con todo mi corazón, y aunque el proceso no fue fácil; con su amor, cariño,  
anhelo y respeto fui capaz de lograr hasta lo incapaz en este proyecto,  
se los dedico a ustedes.*



# Agradecimientos

---

Ha sido mucho el tiempo y las personas que han contribuido al proceso de este trabajo. En primer lugar, quiero agradecer a mi familia; principalmente mi madre, Lilia, que ha sido mi pilar más importante durante la realización en este proyecto, desde aportar un techo, comida, consejos, amor, compañía y salud a mi vida, desde que llegué a su hogar, hasta la infinidad de veces que me llevaba a las 6am a la carretera a que tomara el camión para ir a ver a mi asesor, así como contar con su valioso apoyo incondicional de madre durante la realización de este proyecto y tener paciencia de oro en cada obstáculo que se me presentara en él. A mi padre, por contribuir no solo monetariamente y me pagara mis viajes a México para ir a hacer trámites si no también por contar con amor, cariño y su presencia cada fin de semana sin falta, haciendo estos días más ameno. A mi hermano Eduardo, porque cada fin de semana que podía venir, hacía que me distrajera con sus interesantes pláticas de sus clases de física y por presentarme sus videojuegos para relajarme por las noches e invitar a sus amigos a la casa, cosa que hacía más relajante esas tardes. A mi abuelita Alba, porque mientras compartíamos habitación tenía la luz encendida cuando trabajaba por las noches, así como por el ruido que hacía mientras ella intentaba dormir. Gracias especiales, a la tía Rosa Martha, por saber que podía contar con su hogar, apoyo y cariño cuando iba a la Ciudad de México; a su hermanita, la tía Lili, a su esposo, el tío Beto y a todos sus adorables hijos: que igual manera, sabía que podía contar su techo, apoyo y amor de familia. Gracias por las atenciones y apoyo brindado; siempre amé ir con ustedes a comer los fines de semanas cada que podíamos; quiero que sepan que si no hubiera contado con el apoyo de ustedes, mi adorable familia “chilanga”, mi estancia en México hubiera sido muy difícil, gracias por saber que siempre contaré con ustedes y por haberme recibido con los brazos abiertos.

Con respecto a las instituciones académicas, agradezco al CONACyT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología) y al departamento de apoyos del posgrado de la UNAM (Universidad Nacional Autónoma de México), por la beca aportada durante la maestría y por los otros apoyos económicos adicionales proporcionados para la estancia académica en Texas, ya que sin ellos, dicha estancia no hubiera sido posible. Gracias al IMP (Instituto Mexicano del Petroleo), particularmente, agradezco mucho la ayuda de mi co-asesor, al dr. Iván Félix, por su paciencia, apoyo y conocimientos que pude aprender él, así como su ayuda y constantes revisiones y seguimientos en la elaboración de este importante proyecto académico, a su recibiendo en el CTAP (Centro de Tecnologías de Aguas Profundas), asesorías por las tardes y por brindar ayuda en los inconvenientes ocurridos en este traba-

jo; sin dejar de mencionar que gracias a su apoyo, la estancia en Texas fue posible. A mi asesor y profesor, al dr. Francisco Silva, por su detallada revisión, que contribuyó mucho a la calidad de este trabajo, así como su paciencia en los obstáculos que se presentaron; y finalmente al apoyo de los demás sinodales; al dr. Aldo Cruces, a la dra. Sonia Ruiz y al dr. Ernesto Heredia, por el apoyo brindado en sus revisiones para la entrega de los votos aprobatorios. Finalmente, gracias al dr. Gabriel Ascanio, por su apoyo brindado algunos procesos administrativos durante la maestría.

En cuánto a amistades, agradezco a la señora Francisca Garfias y a su familia, por no solo apoyarme durante el primer año de la maestría, si no por la cantidad de amor y apoyo brindado por su parte; a mis amigos, al ing. Isaías Hernández y a M. I. Rodrigo Amezcua, por su apoyo y buenos momentos vividos en la pensión; en especial a Rodrigo, por las asesorías brindadas en muchas ocasiones en relación a temas de programación y software en general, que siempre fue de mucha ayuda para este proyecto y a Isaías, por brindar material de apoyo durante mis clases del posgrado. Al físico, Jorge Castro, el “Potter”, por siempre contestar mis dudas ocasionales, al M. I. Alfredo Espinoza por su apoyo en las dudas del proceso de titulación, por su compañerismo y valiosa amistad, así como por los buenos momentos pasados en la maestría y por los que vienen. Finalmente, gracias a la psic. Alejandra Mendoza, por su increíble ayuda profesional durante el último año de la realización del proyecto, que ha sido un apoyo muy importante para mi crecimiento personal.

El camino de la realización de este proyecto fue difícil y lleno de obstáculos, que gracias a cada una de las personas mencionadas, unas contribuyendo en mayor medida, como mi co-asesor y mis padres; y otros de manera indirecta como otros familiares y amigos, fue posible concluir este trabajo que contribuyó grandes aprendizajes en mi vida académica y profesional. De todo corazón, ¡muchas gracias!.





# Declaración de autenticidad

---

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

FRANCISCO JAVIER CISNEROS RUIZ. Ciudad de México, 2018



# Resumen

---

La creciente demanda de crudo a nivel mundial, ha obligado a la industria petrolera explorar y explotar campos en aguas cada vez más profundas. Para la explotación de estos yacimientos se requiere el uso de sistemas flotantes de producción y sistemas submarinos, lo que implica un reto tecnológico.

Para el diseño de los sistemas flotantes de producción se deben realizar análisis de los efectos que producen las condiciones ambientales sobre éstos. En este trabajo de tesis se realizó un estudio paramétrico del efecto que tienen las principales variables de diseño de los sistemas flotantes de producción tipo FPSO (dimensiones del casco del FPSO y número de tanques longitudinales en la sección media) en su respuesta de movimientos y elementos mecánicos a lo largo de la embarcación.

Se realizaron análisis de estabilidad y el hidrodinámico a una serie de modelos generados paraméricamente; los parámetros fueron la longitud, ancho y altura del casco; para cada dimensión se establecieron tres valores diferentes, por lo tanto al realizar la combinación de éstos, se generaron 27 modelos a analizar. En el primero de los análisis se evalúa la estabilidad del sistema flotante debido a la fuerza del viento y se compara con los requisitos establecidos en la normatividad aplicable; dentro de los casos de estudio se consideraron cuatro para cada modelo, es decir, tres condiciones de daño distintas y una condición intacta para tres calados cada uno. En el segundo tipo de análisis, se calcula la respuesta de movimientos; arfada, balanceo y cabeceo (desplazamiento en el eje vertical, rotaciones al rededor del eje transversal y longitudinal respectivamente) del sistema flotante ante las cargas dinámicas de la ola, así como los elementos mecánicos a lo largo del sistema flotante; en total se realizaron 810 análisis a los 27 modelos, considerando los cuatro de estabilidad anteriormente mencionados y el hidrodinámico, cada uno con sus tres calados correspondientes.

Se concluyó que los modelos cuyo ancho es mayor que su altura tienen respuestas menores, fuerzas globales y diagramas de elementos con mayores valores y mayor estabilidad que los modelos cuya altura es mayor que su ancho. Además, todos los casos de estudio analizados cumplen con la estabilidad de manera adecuada debido a que las dimensiones propuestas son de acuerdo a las utilizadas en la industria costa afuera.

## Abstract

The growing demand for oil worldwide has forced the industry to explore and exploit oil fields in even deeper waters. For the exploitation of these deposits, the use of floating production systems and subsea systems are required, which implies a technological challen-

ge. For the design of floating production systems should perform an analysis of the effects that environmental conditions on these. In this thesis, a parametric study of the impact significant design variables of floating production systems FPSO (hull dimensions of the FPSO and number of longitudinal tanks in the middle section) in its response movements and like elements performed mechanically along with the boat. Stability analysis and hydrodynamic a series of models were conducted parametrically generated; parameters were the length, width, and height of the hull; for each dimension three different values were established, therefore, to make the combination of these generated models to analyze 27. In the first analysis of the stability of the floating system is evaluated due to the wind and compared with the requirements of applicable regulations; in the case studies were considered four for each model, i.e., three different conditions of damage and intact condition for three openwork each. In the second type of analysis, the response of movements calculated; heave, roll and pitch (displacement on the vertical axis, rotations around the longitudinal axis and transverse respectively) of the floating system to dynamic loads of the wave and the mechanical elements along the floating system; Total 810 analyzes the 27 models performed, considering the four aforementioned stability and hydrodynamic, each with three corresponding openwork. It concluded that models having a width greater than its height has minor responses, global forces and diagrams of elements with values greater and greater stability than models whose height is more significant than its diameter. Furthermore, all case studies analyzed meet stability correctly because the proposed dimensions are following those used in the offshore industry.

# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>xxi</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Sistemas Flotantes de Producción tipo FPSO . . . . .	1
<b>2. Análisis de Estabilidad</b>	<b>1</b>
2.1. Principio de Arquímedes . . . . .	1
2.2. Estabilidad . . . . .	3
2.3. Centros de gravedad . . . . .	5
2.4. Estabilidad transversal . . . . .	5
2.5. El brazo adrizante . . . . .	6
2.6. Estabilidad longitudinal . . . . .	9
2.7. Curvas de estabilidad . . . . .	10
2.8. Análisis de Estabilidad . . . . .	12
2.8.1. Introducción . . . . .	12
2.8.2. Ángulos de equilibrio estático . . . . .	13
2.8.3. Brazo de escora por efectos del viento . . . . .	13
2.9. Efectos de superficie libre . . . . .	15
2.9.1. Descripción . . . . .	15
2.10. Estabilidad intacta . . . . .	17
2.10.1. Introducción . . . . .	17
2.11. Estabilidad con daño . . . . .	18
2.11.1. Introducción . . . . .	18
2.11.2. Afectaciones principales . . . . .	18
2.12. Momento de flexión de quebranto y arrufo sobre el casco . . . . .	20
2.12.1. Definición . . . . .	20
2.12.2. Convención de signos para los diagramas de elementos mecánicos . . . . .	21
2.13. Normatividad . . . . .	23
2.13.1. Introducción . . . . .	23
2.13.2. Objetivos de la normatividad . . . . .	23
2.13.3. Alcance de las normas . . . . .	23
2.13.4. Determinación de las fuerzas de escora por el viento . . . . .	24
2.13.5. Requerimientos de la estabilidad intacta . . . . .	25

2.13.6. Requerimientos de la Estabilidad dañada . . . . .	31
<b>3. Análisis Hidrodinámico</b>	<b>35</b>
3.1. Introducción . . . . .	35
3.2. Teoría de potencial . . . . .	36
3.2.1. Linealización de condiciones frontera . . . . .	38
3.2.2. Olas planas progresivas . . . . .	39
3.3. Espectros de energía para olas irregulares . . . . .	42
3.3.1. Aspectos básicos . . . . .	42
3.3.2. Elevación de la ola . . . . .	42
3.3.3. Análisis espectral . . . . .	43
3.3.4. Valores más probables de amplitud de ola . . . . .	46
3.4. Hidrodinámica de cuerpos flotantes . . . . .	47
3.4.1. Sistema lineal . . . . .	47
3.4.2. Fuerzas de masa adherida y amortiguamiento . . . . .	50
3.4.2.1. Método de fuente . . . . .	55
3.4.3. Fuerzas de rigidez hidrostática . . . . .	59
3.4.4. Fuerzas de excitación . . . . .	60
3.5. Movimiento de cuerpos flotantes en olas regulares . . . . .	62
3.6. Respuestas irregulares de la estructura . . . . .	64
<b>4. Metodología</b>	<b>67</b>
4.1. Introducción . . . . .	67
4.2. Equilibrio estático . . . . .	67
4.2.1. Dimensiones y datos considerados dentro del análisis . . . . .	68
4.2.2. Volumen desplazado . . . . .	70
4.2.3. Peso en rosca . . . . .	72
4.2.4. Peso de la carga . . . . .	73
4.2.5. Distribución de la carga . . . . .	74
4.3. Procesamiento de análisis de resultados . . . . .	78
4.3.1. Configuración para el postprocesamiento de datos . . . . .	83
4.3.2. Casos de estudio . . . . .	84
4.3.3. Proceso para la obtención de resultados finales . . . . .	87
<b>5. Resultados</b>	<b>91</b>
5.1. Introducción . . . . .	91
5.2. Análisis de valores máximos y mínimos de los valores máximos más probables de respuestas globales . . . . .	92
5.2.1. RAOs de modelos significativos . . . . .	95
5.3. Análisis de valores de elementos mecánicos máximos a lo largo de la sección media . . . . .	101
5.4. Diagramas de elementos mecánicos de modelos seleccionados del análisis hidrodinámico . . . . .	106
5.5. Comparación de curvas adrizantes con las curvas escorantes . . . . .	112
5.6. Curvas de brazo adrizante para un mismo modelo para los tres calados . . . . .	117
5.7. Comparación de curvas adrizantes de modelos seleccionados . . . . .	119

5.8. Comparación de los datos hidrostáticos con las normas de estabilidad . . .	121
<b>6. Conclusiones</b>	<b>129</b>
<b>A. Glosario de términos de embarcaciones</b>	<b>131</b>
A.1. Sistema de coordenadas . . . . .	132
A.2. Definiciones de peso en embarcaciones . . . . .	134
<b>B. RAOs de modelos seleccionados</b>	<b>135</b>
<b>C. Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico</b>	<b>145</b>
<b>D. Comparación de las curvas escorantes con las curvas adrizantes</b>	<b>155</b>
<b>E. Comparación de curvas adrizantes para los casos de daño</b>	<b>163</b>
<b>F. Tablas comparativas de los datos hidrostáticos con las normas de esta- bilidad</b>	<b>171</b>
<b>Referencias</b>	<b>187</b>



# Índice de figuras

---

1.1.	Gráfica de producción del complejo Cantarell de los últimos años, importante yacimiento ubicado en aguas someras Fuente: <a href="https://www.energiaadebate.com/blog/1954/">https://www.energiaadebate.com/blog/1954/</a>	1
1.2.	Sistemas flotantes costa afuera Fuente: <a href="http://salvador-nautico.blogspot.com">http://salvador-nautico.blogspot.com</a>	2
1.3.	Plataforma tipo semi-sumergible Fuente: <a href="https://www.noticanarias.com">https://www.noticanarias.com</a>	2
1.4.	Plataforma tipo TLP Fuente: <a href="https://www.ihrdc.com">https://www.ihrdc.com</a>	3
1.5.	Tipos de sistemas de producción tipo SPAR Fuente: <a href="https://masqueingenieria.com/blog/tipos-estructuras-offshore/">https://masqueingenieria.com/blog/tipos-estructuras-offshore/</a>	3
1.6.	Sistema flotante de producción tipo FPSO Fuente: <a href="http://www.modec.com">http://www.modec.com</a>	4
1.7.	Tipos de torreta en sistema flotante tipo FPSO Fuente: <a href="http://www.aukevisser.nl">http://www.aukevisser.nl</a>	4
2.1.	Fuerza de empuje sobre un cuerpo flotante (Streeter, 1996)	1
2.2.	Equilibrio mediante la alineación del peso y la fuerza de flotación (Biran, 2003)	2
2.3.	Ley de Stevin (Biran, 2003)	3
2.4.	Condición de estabilidad (Biran, 2003)	4
2.5.	Equilibrio estable de una embarcación (Biran, 2003)	6
2.6.	Definición del brazo adrizante (Biran, 2003)	6
2.7.	Brazo de palanca $\overline{GZ}$ para valores pequeños de ángulos de escora Biran (2003)	7
2.8.	Corrección de las distancias para ángulos de escora grandes Fuente: <a href="https://www.myseatime.com/bl">https://www.myseatime.com/bl</a>	
2.9.	Trimado de un buque debido al desplazamiento longitudinal de los pesos a bordo. (Guerrero, 2011)	9
2.10.	Curva de estabilidad (Biran, 2003. Modificada por el autor)	10
2.11.	Curva de estabilidad Fuente: <a href="http://foro.latabernadelpuerto.com/">http://foro.latabernadelpuerto.com/</a> (Modificada por el autor)	12
2.12.	Brazo de escora por efectos del viento (Biran, 2003)	14
2.13.	Efectos de superficie libre. Fuente: <a href="http://marinersgalaxy.com">http://marinersgalaxy.com</a>	16
2.14.	Brazo adrizante efectivo por efectos de superficie libre (Biran, 2003)	17
2.15.	Reducción del área transversal $A_W$ de la embarcación (Henning, 2011)	19
2.16.	Altura metacéntrica $GM$ reducida debido al daño del buque (Henning, 2011)	20
2.17.	Momentos flexionantes en la sección media de la embarcación	21
2.18.	Diagramas de elementos mecánicos, Fuente: <a href="http://www.histarmar.com.ar">http://www.histarmar.com.ar</a>	22
2.19.	Curva de estabilidad. Viento y cabeceo sobre la embarcación (Tore, 2016)	27
2.20.	Curva de momento adrizante y el momento de escora (Henning, 2011)	30
2.21.	Estabilidad residual (Henning, 2011)	32
2.22.	Distancia dañada en el plano $YZ$ máxima permitida	33

3.1. Gráfica de una ola periódica en la superficie libre. $\lambda$ es la longitud de la ola, $A$ representa la amplitud de la ola, $\zeta$ es la elevación de la superficie libre, $V_p$ es la velocidad de fase en dirección mostrada por el vector. (Yue, 2005) .	38
3.2. Las órbitas circulares con radio $Ae^{kz}$ disminuyen exponencialmente con la profundidad. (Yue, 2005) . . . . .	41
3.3. Campo de velocidad de una ola plana progresiva en aguas profundas. (Newman, 1978) . . . . .	41
3.4. Descomposición del estado de mar en múltiples armónicos. (López, 2014) .	42
3.5. Registro de elevación de ola $\zeta$ en función del tiempo. (Murali, 2015) . . . .	43
3.6. Periodos y alturas de ola características de un registro de ola. (López, 2014)	44
3.7. Relación entre el registro de ola en el dominio del tiempo y el espectro de ola en el dominio de la frecuencia. (Faltinsen, 1987) . . . . .	44
3.8. Mar totalmente desarrollado. Murali (2015) . . . . .	45
3.9. Espectro de ola Pierson-Moskowitz. Murali (2015) . . . . .	45
3.10. Ejemplos de diferentes realizaciones de registro de ola (Faltinsen, 1987) . .	46
3.11. Relación entre los movimientos de la estructura y las olas (Murali, 2015. Modificada por el autor) . . . . .	47
3.12. Gráficas de la elevación de ola $\zeta$ y el balanceo $\phi$ de la estructura (Murali, 2015. Modificada por el autor) . . . . .	47
3.13. Condición de frontera para un cuerpo fijo. Chakrabarti (1987). . . . .	48
3.14. Superposición de fuerzas de excitación, fuerzas de masa adherida, amortiguamiento y fuerzas de restauración (Faltinsen, 1987. Modificada por el autor) . . . . .	49
3.15. Definiciones del sistema de ejes de coordenadas, modos de movimiento y sus respectivos nombres en la ingeniería naval (Faltinsen, 1987. Modificada por el autor) . . . . .	50
3.16. Problema bidimensional de condición de frontera para el movimiento en arfada $\eta_3$ de un cilindro circular a altas frecuencias $\omega$ (Faltinsen, 1987) . . .	51
3.17. Superficie de control usada en la relación entre el coeficiente de amortiguamiento y la amplitud de ola $A_3$ generada por la fuerza en arfada para un cuerpo bidimensional (Faltinsen, 1987) . . . . .	53
3.18. Cilindro horizontal radiando en aguas tranquilas (Murali, 2015) . . . . .	54
3.19. Diagrama de una fuente en un problema de frontera (Chakrabarti, 1987) . .	56
3.20. Subdivisión de un elemento. Las coordenadas $(y_i, z_i)$ están en el punto medio de cada segmento (Faltinsen, 1987) . . . . .	57
3.21. Proceso de la obtención del espectro de potencia (Henning, 2011. Modificada por el autor) . . . . .	65
4.1. Parámetros de estudio . . . . .	69
4.2. Equilibrio en la embarcación . . . . .	71
4.3. Regresión lineal . . . . .	72
4.4. Con el fin de mover más rápidamente el centro de carga en cada iteración realizada, la redistribución de ésta se debe realizar de los tanques más cercanos al centro de masas hacia los más cercanos a la proa o a la popa. .	76
4.5. Diferencia entre el centro de masas del volumen y el peso de la carga . . . .	76
4.6. Diagrama de flujo del proceso de equilibrio estático de los modelos a analizar	77

---

4.7. Curva de momento de escora . . . . .	79
4.8. Modelo de paneles . . . . .	80
4.9. Corte transversal en la sección media. Fuerzas para el cálculo del momento de escora . . . . .	81
4.10. Área de los módulos en cubierta y del área transversal del casco . . . . .	82
4.11. Función de la torreta en el sistema flotante Fuente: <a href="http://www.bluewater.com/fleet-operations/what-is-an-fpso/">http://www.bluewater.com/fleet-operations/what-is-an-fpso/</a> . . . . .	83
4.12. Direcciones de oleaje consideradas en los análisis . . . . .	86
4.13. Casos de estabilidad dañada . . . . .	87
4.14. Diagrama del proceso automatizado de análisis de estabilidad e hidrodinámico y obtención de resultados para los 27 modelos . . . . .	88
4.15. Fuerzas globales . . . . .	89
4.16. Diagramas representativos de elementos mecánicos superpuestos en el casco . . . . .	90
5.1. RAOs del modelo 3 (menos esbelto) del calado máximo con 5 tanques longitudinales . . . . .	97
5.2. RAOs del modelo 25 (más esbelto) del calado mínimo con 5 tanques longitudinales . . . . .	98
5.3. RAOs del modelo 3 (menos esbelto) del calado máximo con 8 tanques longitudinales . . . . .	99
5.4. RAOs del modelo 25 (más esbelto) del calado mínimo con 8 tanques longitudinales . . . . .	100
5.5. Sistema de referencia. Ubicación del origen y sentidos de los ejes coordenados de respuestas de elementos mecánicos analizados a lo largo de la sección media de los modelos . . . . .	101
5.6. Diagramas de elementos mecánicos del modelo 3 (menos esbelto) correspondiente a las respuestas de movimientos mínimas con 5 tanques . . . . .	108
5.7. Diagramas de elementos mecánicos del modelo 25 (más esbelto) correspondiente a las respuestas de movimientos máximas con 5 tanques . . . . .	109
5.8. Diagramas de elementos mecánicos del modelo 3 (menos esbelto) correspondiente a las respuestas de movimientos mínimas con 8 tanques . . . . .	110
5.9. Diagramas de elementos mecánicos del modelo 25 (más esbelto) correspondiente a las respuestas de movimientos máximas con 8 tanques . . . . .	111
5.10. Comparación de las curvas del brazo adrizante con el brazo escorante del modelo 3 con 5 tanques longitudinales . . . . .	112
5.11. Comparación de brazo adrizante con el brazo escorante del modelo 3 con 8 tanques longitudinales . . . . .	114
5.12. Comparación de las curvas del brazo adrizante con el brazo escorante del modelo 25 con 5 tanques longitudinales . . . . .	115
5.13. Comparación de brazo adrizante con el brazo escorante del modelo 25 con 8 tanques longitudinales . . . . .	116
5.14. Curvas de estabilidad del modelo 3 (menos esbelto) con los tres calados . . . . .	117
5.15. Curvas de estabilidad del modelo 25 (más esbelto) con los tres calados . . . . .	118
5.16. Comparación de las curvas de brazo adrizantes intactas de modelos seleccionados con 5 tanques longitudinales . . . . .	119

---

5.17. Comparación de las curvas de brazo adrizante intactas de modelos específicos con 8 tanques longitudinales . . . . .	120
A.1. Partes de una FPSO Fuente: <a href="https://ingenieromarino.com/definicion-partes-estructura-del-buque/">https://ingenieromarino.com/definicion-partes-estructura-del-buque/</a> . . . . .	131
A.2. Dimensiones de una embarcación . . . . .	132
A.3. Definiciones del sistema de ejes de coordenadas, modos de movimiento y sus respectivos nombres en la ingeniería naval (Faltinsen, 1987. Modificada por el autor) . . . . .	133
A.4. Ángulo de escora (Biran, 2003) . . . . .	133
A.5. Peso completo en una embarcación . . . . .	134
B.1. RAO del modelo 6 del calado máximo con 5 tanques longitudinales . . . . .	136
B.2. RAO del modelo 1 del calado máximo con 5 tanques longitudinales . . . . .	137
B.3. RAO del modelo 19 del calado máximo con 5 tanques longitudinales . . . . .	138
B.4. RAO del modelo 16 del calado mínimo con 5 tanques longitudinales . . . . .	139
B.5. RAO del modelo 1 del calado máximo con 8 tanques longitudinales . . . . .	140
B.6. RAO del modelo 9 del calado máximo con 8 tanques longitudinales . . . . .	141
B.7. RAO del modelo 7 del calado medio con 8 tanques longitudinales . . . . .	142
B.8. RAO del modelo 19 del calado máximo con 8 tanques longitudinales . . . . .	143
C.1. Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 1 de desplazamientos mínimos con 5 tanques . . . . .	146
C.2. Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 6 de desplazamientos mínimos con 5 tanques longitudinales . . . . .	147
C.3. Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 16 de desplazamientos máximos con 5 tanques longitudinales . . . . .	148
C.4. Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 19 de desplazamientos máximos con 5 tanques longitudinales . . . . .	149
C.5. Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 1 de desplazamientos mínimos con 8 tanques longitudinales . . . . .	150
C.6. Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 9 de desplazamientos mínimos con 8 tanques longitudinales . . . . .	151
C.7. Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 7 de desplazamientos máximos con 8 tanques longitudinales . . . . .	152
C.8. Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 19 de desplazamientos máximos con 8 tanques longitudinales . . . . .	153
D.1. Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 6 con 5 tanques longitudinales . . . . .	156
D.2. Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 1 con 5 tanques longitudinales . . . . .	157
D.3. Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 16 con 5 tanques longitudinales . . . . .	158
D.4. Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 9 con 8 tanques longitudinales . . . . .	159

D.5. Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 1 con 8 tanques longitudinales . . . . .	160
D.6. Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 7 con 8 tanques longitudinales . . . . .	161
E.1. Comparación de las curvas de estabilidad con daño 1 de modelos específicos con 5 tanques longitudinales . . . . .	164
E.2. Comparación de las curvas de estabilidad con daño 2 de modelos específicos con 5 tanques longitudinales . . . . .	165
E.3. Comparación de las curvas de estabilidad con daño 3 de modelos específicos con 5 tanques longitudinales . . . . .	166
E.4. Comparación de las curvas de estabilidad con daño 1 de modelos específicos con 8 tanques longitudinales . . . . .	167
E.5. Comparación de las curvas de estabilidad con daño 2 de modelos específicos con 8 tanques longitudinales . . . . .	168
E.6. Comparación de las curvas de estabilidad con daño 3 de modelos específicos con 8 tanques longitudinales . . . . .	169



# Índice de tablas

---

2.1.	Coefficiente de forma . . . . .	24
2.2.	Valores del factor $X_1$ . . . . .	29
2.3.	Valores del factor $X_2$ . . . . .	29
2.4.	Valores del factor $s$ . . . . .	30
2.5.	Valores de permeabilidad . . . . .	31
4.1.	Distribución del peso $W_{CARGO}$ en porcentajes a los dos fluidos según el calado . . . . .	74
4.2.	Parámetros de dimensiones con las que realizan las combinaciones para la generación de los modelos a analizar . . . . .	84
4.3.	Numeración y orden de las combinaciones de las dimensiones en metros de los modelos a analizar . . . . .	85
5.1.	Máximos y mínimos de los valores máximos más probables de respuesta de movimientos, considerando 5 tanques longitudinales . . . . .	93
5.2.	Máximos y mínimos de los valores máximos más probables de respuesta de movimientos, considerando 8 tanques longitudinales . . . . .	94
5.3.	Selección de los modelos significativos y condición de carga para presentación de resultados . . . . .	95
5.4.	Valores máximos y mínimos de fuerzas globales de los modelos con 5 tanques longitudinales así como dimensiones y calados en los que se presentan . . . . .	102
5.5.	Valores máximos y mínimos de momentos globales de los modelos de 5 tanques longitudinales así como las dimensiones y calados en los que se presentan . . . . .	103
5.6.	Valores máximos y mínimos de fuerzas globales de los modelos de 8 tanques longitudinales así como las dimensiones y calados en los que se presentan . . . . .	104
5.7.	Valores máximos y mínimos de momentos globales de los modelos de 8 tanques longitudinales así como las dimensiones y calados en los que se presentan . . . . .	105
5.8.	Comparación de datos hidrostáticos del modelo 3 (menos esbelto), condición intacta del calado máximo con 5 tanques longitudinales . . . . .	121
5.9.	Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 3 (menos esbelto), calado máximo, con 5 tanques longitudinales . . . . .	122
5.10.	Comparación de datos hidrostáticos del modelo 25 (más esbelto), condición intacta del calado mínimo con 5 tanques longitudinales . . . . .	123

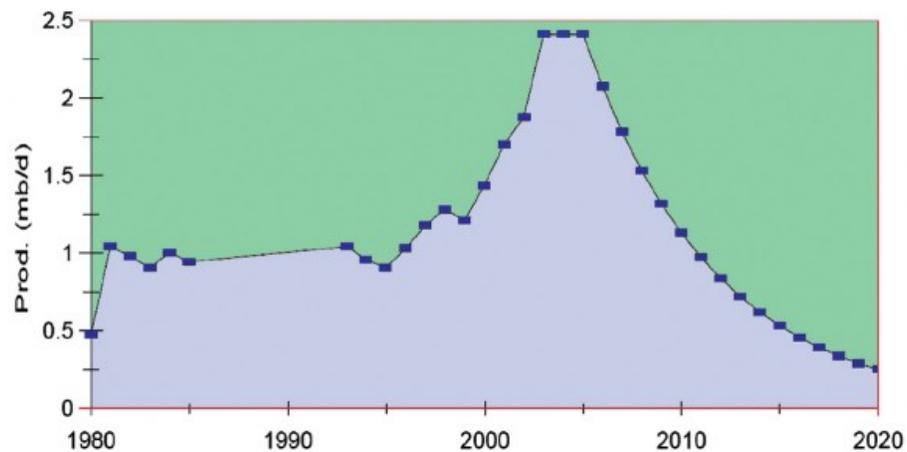
5.11. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 25 (más esbelto), calado mínimo, con 5 tanques longitudinales . . . . .	124
5.12. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 3 (menos esbelto), condición intacta del calado máximo con 8 tanques longitudinales . . . . .	125
5.13. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 3 (menos esbelto), calado máximo, con 8 tanques longitudinales . . . . .	126
5.14. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 25 (más esbelto), condición intacta del calado mínimo con 8 tanques longitudinales . . . . .	127
5.15. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 25 (más esbelto), calado mínimo, con 8 tanques longitudinales . . . . .	128
F.1. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 6, condición intacta del calado máximo con 5 tanques longitudinales . . . . .	171
F.2. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 6, calado máximo, con 5 tanques . . . . .	172
F.3. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 1, condición intacta del calado máximo con 5 tanques longitudinales . . . . .	173
F.4. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 1, calado máximo, con 5 tanques . . . . .	174
F.5. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 19, condición intacta del calado máximo con 5 tanques longitudinales . . . . .	175
F.6. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 19, calado máximo, con 5 tanques . . . . .	176
F.7. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 16, condición intacta del calado mínimo con 5 tanques longitudinales . . . . .	177
F.8. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 16, calado mínimo, con 5 tanques . . . . .	178
F.9. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 1, condición intacta del calado máximo con 8 tanques longitudinales . . . . .	179
F.10. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 1, calado máximo, con 8 tanques . . . . .	180
F.11. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 9, condición intacta calado máximo con 8 tanques longitudinales . . . . .	181
F.12. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 9, calado máximo, con 8 tanques . . . . .	182
F.13. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 7, condición intacta del calado medio con 8 tanques longitudinales . . . . .	183
F.14. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 7, calado medio , con 8 tanques . . . . .	184
F.15. Comparación de datos hidrostáticos del modelo 19, condición intacta del calado máximo con 8 tanques longitudinales . . . . .	185
F.16. Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 19, calado máximo, con 8 tanques . . . . .	186

# Introducción

---

## 1.1. Sistemas Flotantes de Producción tipo FPSO

Actualmente, el petróleo es la fuente principal de combustibles a nivel mundial; sin embargo, las extracciones de este material en aguas someras han ido disminuyendo debido a que las reservas se han estado agotando a través de los años (Barranco, 2012), obligando a la industria petrolera a explorar y explotar campos en aguas más profundas. Para llevar a cabo estas difíciles maniobras de producción costa afuera, se hace uso de sistemas submarinos y sistemas flotantes. En México, el complejo Cantarell, ubicado en aguas someras de la Sonda de Campeche y catalogado como uno de los yacimientos de petróleo más importantes a nivel mundial, ha presentado una declinación en su producción en los últimos años tal y como se muestra en la fig. 1.1.



**Figura 1.1:** Gráfica de producción del complejo Cantarell de los últimos años, importante yacimiento ubicado en aguas someras

Fuente: <https://www.energiaadebate.com/blog/1954/>

## 1. INTRODUCCIÓN

---

Se habla de aguas profundas cuando el tirante de agua va de los 500 m a los 1500 m y aguas ultra profundas cuando el tirante es mayor que 1500 m. A estas profundidades se emplean sistemas flotantes de producción para explotar los yacimientos, estos reciben los hidrocarburos por medio de *risers* (ductos ascendentes) para su procesamiento y en algunos casos almacenamiento. Los sistemas flotantes para que permanezcan en la localización deben estar anclados al lecho marino. Aquí es donde los sistemas (de producción y submarinos) juegan un papel muy importante. Los sistemas de producción se clasifican en semi-sumergibles, plataformas de piernas tensionadas TLP (*Tension Leg Platform*), SPARs y los buques de producción almacenamiento y trasiego tipo FPSO (*Floating Production, Storage and Offloading*) (Fig. 1.2).



**Figura 1.3:** Plataforma tipo semi-sumergible

Fuente: <https://www.noticanarias.com>

El aspecto principal de este tipo de sistemas es que los tendones le aportan una gran rigidez al sistema en arfada, cabeceo y balanceo, lo que le permite alojar equipo de perforación, los desplazamientos laterales son contrarrestados por una fuerza restauradora que corresponde a la componente horizontal de la fuerza de tensión en los tendones.

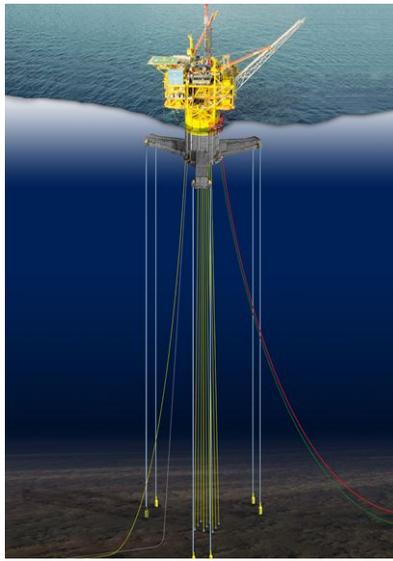


**Figura 1.2:** Sistemas flotantes costa afuera

Fuente: <http://salvador-nautico.blogspot.com>

Una plataforma semi-sumergible (Fig. 1.3) está compuesta por una estructura superficial soportada por columnas conectadas por pontones, ya sean éstos paralelos entre sí o en forma de anillo. Las columnas tienen la función principal de aportar estabilidad al sistema, mientras que los pontones dan una adecuada flotabilidad para soportar todas las cargas verticales como el peso, así como amortiguamiento al sistema.

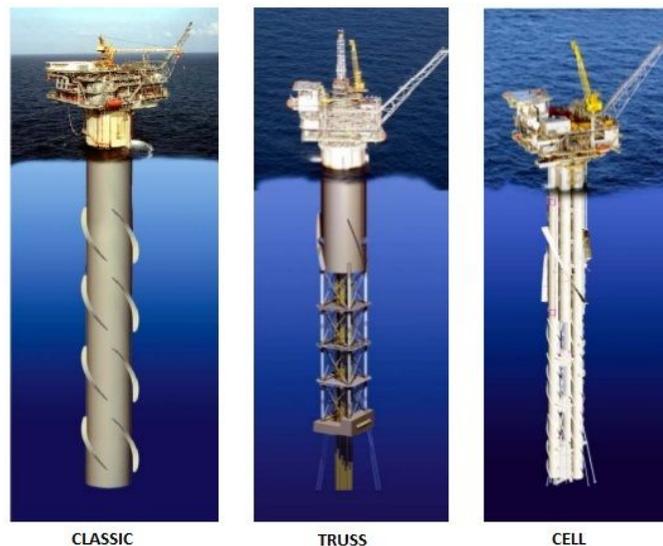
Una plataforma tipo TLP (Fig. 1.4) es una estructura flotante similar a la semi-sumergible, pero su sistema de amarre es a base de tendones, los cuales son tubos de acero que conectan a la plataforma con el lecho marino. La plataforma está atirantada verticalmente por medio de los tendones agrupa-



**Figura 1.4:** Plataforma tipo TLP

Fuente: <https://www.ihrdc.com>

Una plataforma SPAR tiene un casco de flotación de forma cilíndrica, tienen un gran contrapeso en la parte inferior de la plataforma. Consta además de una cubierta donde se alojan los equipos de producción. Existen tres tipos principales de plataformas tipo SPAR: clásica, armadura (*truss*) y celdas (*cell*) (Fig. 1.5) y al igual que las plataformas tipo TLP, éstas pueden alojar equipo de perforación de pozos.



**Figura 1.5:** Tipos de sistemas de producción tipo SPAR

Fuente: <https://masqueingenieria.com/blog/tipos-estructuras-offshore/>

Los sistemas de producción tipo FPSO (Fig. 1.6), a diferencia de las semi-sumergibles,

---

## 1. INTRODUCCIÓN

---

son unidades de tipo barcaza, algunas de éstas han sido habilitadas por medio de la conversión de un buque petrolero. Debido a sus ventajas y a su demanda en las últimas décadas, se han realizados FPSOs desde cero, partiendo de una nueva construcción; en ambos casos, éstos cuentan con equipo de servicios auxiliares, de seguridad, así como de procesamiento de hidrocarburos, los cuales se ubican sobre la cubierta y están conformados por módulos. Los últimos tiene la función de separar y dar tratamiento al crudo, éste es procesado y almacenado en los compartimientos del casco, para posteriormente ser transferido a buques tanques para su envío a tierra.



**Figura 1.6:** Sistema flotante de producción tipo FPSO

Fuente: <http://www.modec.com>

Las ventaja de estos sistemas es que son más eficaces en lugares remotos o de difícil acceso. Éstos son capaces de operar en aguas someras y ser utilizados en campos que puedan ser agotados a corto plazo, por lo que el FPSO pueda ser relocalizado fácilmente.. Otra ventaja es que por lo general las líneas de producción están conectadas a una componente denominada torreta, que le permite al sistema girar para alinearse con la dirección ambiental dominante (ola, viento y corriente) con el objetivo de que las fuerzas ambientales sobre la embarcación sean menores. Las torretas pueden ser externas o internas (Fig. 1.7), así como permanentes o desconectables. Ésta última con el propósito de poder transportar el FPSO a un lugar para guarecerlo ante una condición ambiental extrema.



(a) *externa*



(b) *interna*

**Figura 1.7:** Tipos de torreta en sistema flotante tipo FPSO

Fuente: <http://www.aukevisser.nl>

## Introducción al análisis de estabilidad

El análisis de estabilidad estudia las características y el estado de un sistema para mantenerse en equilibrio estable y que éste vuelva a dicho estado tras sufrir una perturbación externa. Este análisis se lleva a cabo generando y evaluando la curva de estabilidad; la cual es una gráfica que define el brazo de palanca con el que se calcula el momento para regresar al FPSO a su posición inicial de equilibrio para distintos ángulos de escora (Ver apéndice 1, fig. A.4). Esta gráfica sirve para evaluar los parámetros que puedan repercutir en la estabilidad del sistema y en caso de que sean favorables, confirmar su operación segura sin que ocurran accidentes que deriven en la pérdida de estabilidad o zozobra durante su vida en servicio, poniendo en riesgo la seguridad del personal a bordo y graves consecuencias económicas y ambientales. Un FPSO puede zozobrar debido a muchos factores; en el presente trabajo se evaluarán con dos casos de estabilidad, el primero es cuando el casco esté intacto, mientras que el segundo es cuando éste se encuentre dañado debido a la colisión contra otra embarcación de abastecimiento y descarga. El método seleccionado para evaluar la curva de estabilidad es por medio del cumplimiento de los datos hidrostáticos mínimos proporcionados por la normatividad de DNV-GL, que es una de las sociedades calificadoras más importantes a nivel mundial.

## Introducción al análisis hidrodinámico

El análisis hidrodinámico es un estudio que puede aplicarse a estructuras flotantes, en nuestro caso, su función es obtener los movimientos y esfuerzos de un sistema flotante ante condiciones ambientales, así como calcular las cargas dinámicas globales que genera la ola sobre el sistema. Su objetivo es proporcionar una condición óptima y favorable para que la estructura, maquinaria en general y el personal a bordo realicen sus principales funciones con el menor movimiento posible del sistema.

## Planteamiento del problema

En la práctica no se tienen establecidos procedimientos de diseño que permitan minimizar los movimientos de un FPSO generados por las condiciones ambientales y que a su vez cumplan con los requisitos de estabilidad y con la normatividad aplicable.

## Objetivo

Realizar un estudio paramétrico considerando las principales variables de diseño (eslora, manga y puntal) de un sistema tipo FPSO, realizando cambios en la configuración geométrica de su casco con el fin de evaluar su efecto en las respuestas de movimientos (arfada, cabeceo y balanceo), así como en los elementos mecánicos a lo largo de la embarcación. Se verifica que cada uno de los diseños cumpla con los requisitos establecidos en

las normas de estabilidad aplicables a este tipo de sistemas. Determinar qué combinación de valores en las variables de diseño son más favorables para minimizar el movimiento del sistema; cuáles modelos aportan mayor estabilidad y por qué, adicionalmente verificar si los valores hidrostáticos de éstos cumplen con los mínimos establecidos en la normatividad.

### Alcance del trabajo

El alcance incluye:

- Generación de modelos paramétricos de sistemas tipo FPSO considerando las variables de diseño eslora, manga y puntal.
- Análisis de estabilidad de los modelos generados para tres condiciones de calado (Ver apéndice 1, fig. A.2), incluyendo condición intacta y diferentes condiciones dañadas.
- Análisis hidrodinámicos de tipo lineal de los modelos generados para diferentes condiciones de calado, sin considerar el sistema de amarre ni cimentación.
  - Estudio de las respuestas más probables de movimientos y de distribución de elementos mecánicos a lo largo de la embarcación (sin considerar análisis de fatiga) para diferentes estados de mar asociados a un contorno ambiental (tormenta con duración de tres horas) para un periodo de retorno de 100 años.

### Organización del trabajo

En el capítulo 2, se explican los principios de las leyes de la física para la estabilidad de un cuerpo flotante y su implementación en una embarcación. Así como la aplicación de la normatividad de la casa clasificadora DNV GL<sup>1</sup> en los análisis de estabilidad.

En el capítulo 3, se exponen las bases del análisis hidrodinámico; las suposiciones básicas, descripción estadística de olas, el tipo de análisis a realizar, el planteamiento de las ecuaciones de movimiento, espectros a calcular y las fuerzas que intervienen en la interacción ola y sistema flotante. Así como los desplazamientos y rotaciones que se producen en una embarcación al estar en operación ante condiciones ambientales.

En el capítulo 4, se entra a detalle en la metodología; se enlistan los datos de entrada en el software utilizado, algunos procesos para preparar las condiciones de carga adecuadas para el modelo, los casos de estudio, así como las configuraciones iniciales en cada programa para realizar los análisis correspondientes.

En el capítulo 5, se muestran tablas de resultados con valores máximos y mínimos de las máximas respuestas esperadas ante condiciones extremas de oleaje para una localización en el Golfo de México. También se presentan los elementos mecánicos a lo largo de la embarcación, con el fin de identificar su comportamiento ante los diferentes casos de estudio. En el capítulo 6, se muestran las conclusiones finales.

---

<sup>1</sup>Det Norske Veritas (Noruega) y Germanischer Lloyd (Alemania).

# Análisis de Estabilidad

## 2.1. Principio de Arquímedes

El principio de Arquímedes afirma que todo cuerpo que se sumerge en un fluido, está sujeto a fuerzas en las tres direcciones, sin embargo, las componentes horizontales de esta fuerza se anulan entre sí, por lo que siempre actúa una fuerza vertical hacia arriba y es equivalente al peso de fluido desalojado; a esta resultante se le llama empuje y se expresa de la siguiente manera:

$$F_B = W = V\gamma \quad (2.1)$$

Donde:

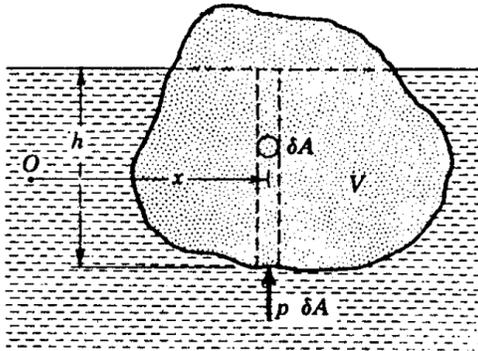
$F_B$  = empuje

$W$  = peso del cuerpo flotante

$V$  = volumen del fluido desplazado

$\gamma$  = peso específico del fluido

Se considera un sólido irregular que flota sobre un fluido (Fig. 2.1), la fuerza vertical ejercida sobre un prisma diferencial de sección recta  $\delta A$  es la siguiente:



$$\delta F_B = p\delta A = \gamma h\delta A = \gamma\delta V \quad (2.2)$$

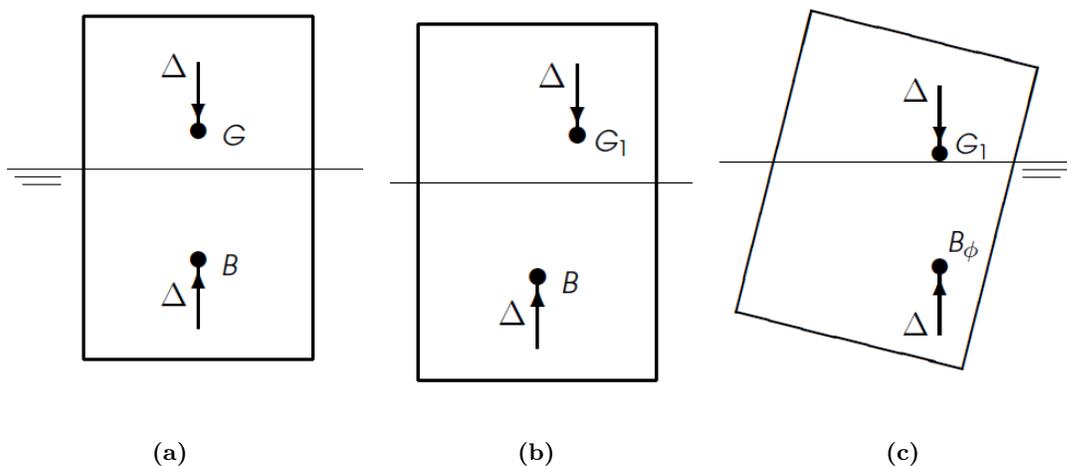
Donde  $p$  es la presión del fluido sobre el cuerpo, siendo  $\delta V$  el volumen de dicho prisma. Por lo que integrando las presiones a lo largo de la superficie del cuerpo se tiene:

$$F_B = \gamma \int_V dV = \gamma V \quad (2.3)$$

**Figura 2.1:** Fuerza de empuje sobre un cuerpo flotante (Streeter, 1996)

## 2. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Supóngase que tiene un cuerpo regular flotante (fig. 2.2(a)), el centro de gravedad se mueve a través del mismo plano a una nueva posición  $G_1$  y  $B$  representa el centro de flotación (fig. 2.2(b)), a través de  $B$  cruza el peso del volumen desplazado,  $\Delta$ ; éste es un vector fuerza que empuja el cuerpo hacia arriba. Debido a ésto la suma de los momentos es diferente a cero por lo que el cuerpo tiende a inclinarse hacia la derecha. Existe una porción del volumen que se sumerge al sentido de las manecillas del reloj y otro que emerge hacia el mismo sentido, haciendo que el centro de flotación se desplace hacia la derecha, al nuevo punto  $B_\phi$  (Fig. 2.2(c)). El cuerpo encontrará una posición de equilibrio cuando los dos puntos,  $G_1$  y  $B_\phi$  sean colineales. (Biran, 2003).

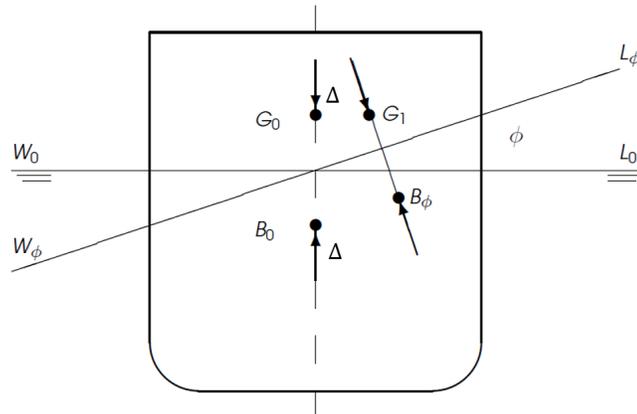


**Figura 2.2:** Equilibrio mediante la alineación del peso y la fuerza de flotación  
(Biran, 2003)

Planteando una nueva situación (Fig. 2.3), en vez de inclinar el cuerpo hacia la derecha y manteniendo el plano del agua constante, se mantendrá la posición del cuerpo y se rotará el plano hacia la izquierda con un ángulo  $\phi$ , con el único fin de explicar las ecuaciones de equilibrio de manera más práctica, por lo que se considera que es el mar que inclina su plano y el centroide de masas de la embarcación se supone constante.

El peso del fluido desplazado  $\Delta$  actúa a través del centro de gravedad inicial  $G_0$ ; el vector  $\Delta$  es vertical y perpendicular al plano  $W_0L_0$ . Se supone que la fuerza de flotación también equivale a  $\Delta$  y actúa a través del centro  $B_0$  y ésta es vertical y perpendicular al plano inicial.

Suponiendo que el centro de gravedad se mueve al punto  $G_1$  y el cuerpo rota a la misma dirección con un ángulo  $\phi$  hasta encontrar una nueva posición de equilibrio en el punto  $B_\phi$ . La línea que conecta a  $G_1$  y a  $B_\phi$  permanece horizontal y es perpendicular al nuevo plano  $W_\phi L_\phi$ , por lo tanto el peso del cuerpo y la fuerza de flotación actúan en la misma línea, satisfaciendo la segunda condición de equilibrio conocida como la ley de Stevin (Biran, 2003).

**Figura 2.3:** Ley de Stevin

(Biran, 2003)

Se considera un cuerpo flotante en equilibrio y supóngase que una fuerza o momento causa en él un pequeño cambio en su posición, por lo que pueden ocurrir tres posibles casos:

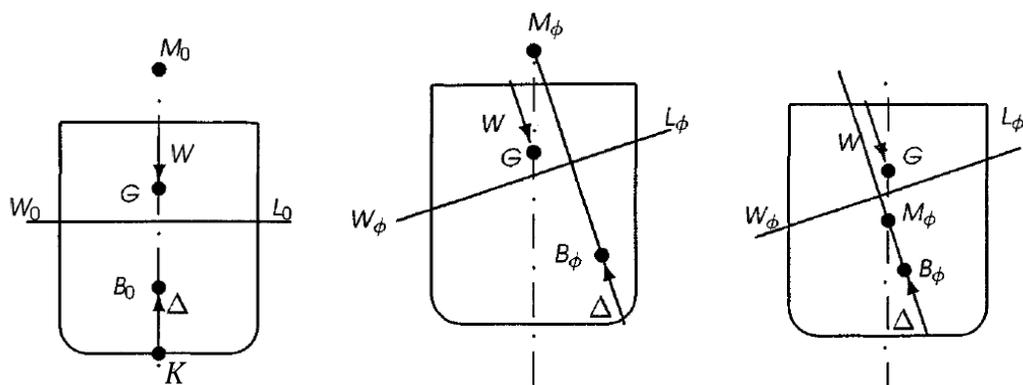
- Si el cuerpo regresa a su posición inicial, la condición de equilibrio es estable.
- Si la posición del cuerpo continua cambiando, la condición de equilibrio es inestable y en términos prácticos, se dice que el cuerpo tiende a zozobrar.
- Si éste permanece en una posición desplazada con respecto a la inicial hasta que cualquier pequeña perturbación la desplace de dicha posición, el cuerpo está en un equilibrio neutro (Biran, 2003).

## 2.2. Estabilidad

En la Fig 2.4(a) se tiene una sección transversal típica de una embarcación en dirección vertical y que no presenta ángulo de escora. Las fuerzas  $W$  y  $\Delta$  son de la misma magnitud y colineales, por lo que la embarcación se encuentra en equilibrio.

Siguiendo la misma analogía antes mencionada, se hace girar el plano del agua hacia estribor con un ángulo<sup>1</sup>  $\phi$  (Fig. 2.4(b)), el peso  $W$  y el centro  $G$  no se desplazan y una parte del volumen de fluido emerge y el otro se sumerge, haciendo que el centro de flotación se desplace al punto  $B_\phi$ . Las fuerzas  $W$  y  $\Delta$  son perpendiculares al plano  $W_\phi L_\phi$  y forman un momento que tiende a regresar la embarcación hacia su posición inicial; lo anteriormente explicado corresponde a una condición de equilibrio estable. Sin embargo, cuando estas fuerzas forman un momento a favor del giro, la embarcación tenderá a zozobrar con cualquier mínima fuerza que se le aplique, a esto corresponde una condición inestable de equilibrio (Biran, 2003).

<sup>1</sup>Dicho ángulo es equivalente a un valor pequeño, sin embargo en la figura se representa de manera exagerada para que se pueda apreciar claramente la condición de estabilidad y de inestabilidad



(a) *Cuerpo en equilibrio* y (b) *Cuerpo en condición estable* (c) *Cuerpo en condición inestable en dirección vertical*

**Figura 2.4:** Condición de estabilidad

(Biran, 2003)

La diferencia entre las dos figuras anteriores (Figs. 2.4(b) y (c)) es la ubicación del metacentro. En la Fig. 2.4(b) hay una línea sólida perpendicular al plano del agua inclinado que cruza al eje de simetría de la embarcación. El punto donde ambos ejes cruzan se le denomina metacentro. Las diferencias de las figuras 2.4 son:

- en (b) el metacentro se encuentra por encima del centro de gravedad  $G$ .
- en (c) el metacentro se encuentra por debajo del centro de gravedad  $G$

Lo anteriormente expuesto solo aplica para cuerpos simétricos y en dirección hacia arriba, y donde la quilla es el punto más bajo de la embarcación y el origen de la coordenada  $z$ , por lo tanto no existen valores negativos de éste (Biran, 2003).

El punto  $M_0$  en la fig. 2.4(a), se le denomina metacentro inicial. Ignorando el subíndice 0, se calcula de la siguiente manera:

$$\overline{GM} = \overline{KB} + \overline{BM} - \overline{KG} \quad \{\text{Altura metacéntrica}\} \quad (2.4)$$

Donde:

$$\overline{BM} = \frac{I_T}{\Delta} \quad (2.5)$$

Donde:

$I_T$  = segundo momento de área del plano del agua  
 $\Delta$  = volumen desplazado en metros cúbicos

La condición de estabilidad es la siguiente:

$$\overline{GM} > 0 \quad (2.6)$$

Donde la distancia  $\overline{GM}$  es denominada altura metacéntrica.

El vector  $\overline{KG}$  es la coordenada en  $z$  del centro de gravedad del cuerpo flotante con respecto a la quilla  $K$ . Los vectores  $\overline{KB}$  y  $\overline{BM}$  dependen de la geometría de la embarcación (Ec.2.5), y la distancia  $\overline{KG}$  depende de las distribuciones de las masas del cuerpo.

### 2.3. Centros de gravedad

En un caso general, la ley de Arquímedes del equilibrio establece que un número  $n$  de masas están situados en los puntos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  del eje  $x$ , entonces el centro de gravedad es:

$$\sum_{i=1}^n m_i(x_i - \bar{x}) = 0 \quad (2.7)$$

por lo tanto:

$$x_G = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad \{\text{Centro de gravedad}\} \quad (2.8)$$

Si ahora se considera que la masa se distribuye de forma continua, el centro se define mediante:

$$\bar{x} = \frac{\int_a^b x f(x) dx}{\int_a^b f(x) dx} \quad (2.9)$$

Donde el denominador de la ec. 2.9 representa la masa del sistema mientras que en el numerador el momento total de masas (Cabello, 2010). Para un sólido, en las dos direcciones restantes análogamente, se tiene:

$$\bar{y} = \frac{\int_a^b y f(y) dy}{\int_a^b f(y) dy} \quad (2.10)$$

$$\bar{z} = \frac{\int_a^b z f(z) dz}{\int_a^b f(z) dz} \quad (2.11)$$

### 2.4. Estabilidad transversal

Es inherente en el estudio de la estabilidad de embarcaciones, el cálculo del ángulo de escora, considerando constante al volumen desplazado. En base al principio de Arquímedes, el peso y el volumen de un cuerpo flotante en equilibrio son constantes sin depender del ángulo de escora.

Cuando un cuerpo flotante está en equilibrio, Fig. 2.5, el momento que tiende a regresar la embarcación a su posición original es producido por la distancia del segmento  $\overline{GZ}$ . A esta distancia se le denomina brazo adrizante.

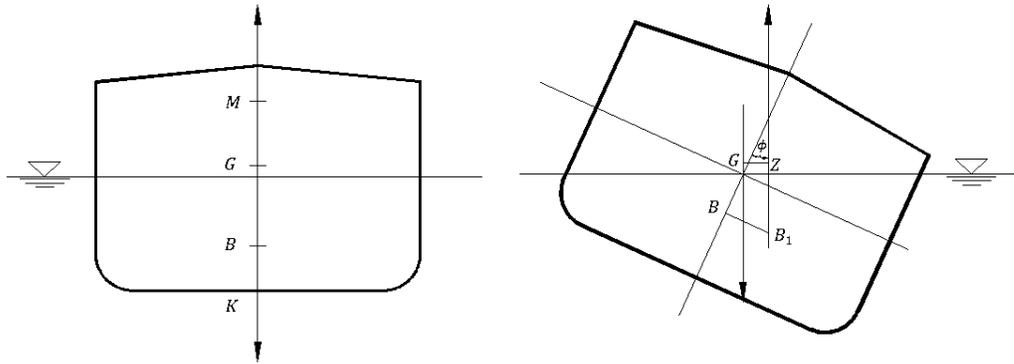


Figura 2.5: Equilibrio estable de una embarcación (Biran, 2003)

## 2.5. El brazo adrizante

Considérese una embarcación cuyo plano de agua  $W_0L_0$  está en dirección vertical (Fig. 2.6). La embarcación gira alrededor de centro de masas  $G$  con un ángulo de escora  $\phi$  en dirección a estribor, por lo que el centro de flotación  $B_\phi$  se mueve hacia el lado sumergido.

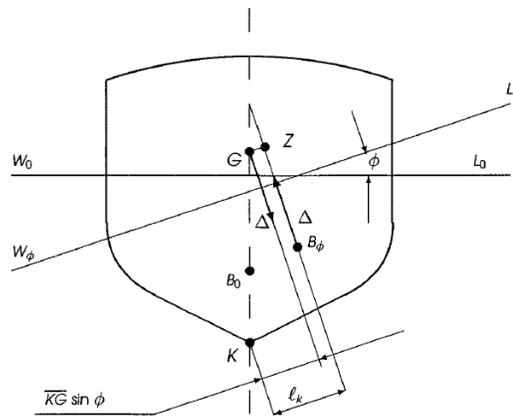


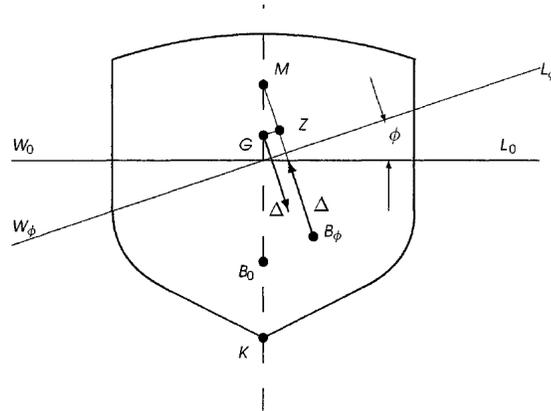
Figura 2.6: Definición del brazo adrizante(Biran, 2003)

La fuerza del peso equivalente a  $\Delta$ , pasa a través de  $G$  y es vertical y perpendicular al nuevo plano del agua  $W_\phi L_\phi$ , la fuerza de flotación pasa a través de  $B_\phi$  y también es perpendicular a dicho plano. Entre la línea de acción del centro de flotación y el punto  $G$  se forma un segmento perpendicular que interseca en  $Z$ . A dicho segmento se le denomina brazo adrizante (Biran, 2003). Las fuerzas de peso y de flotación producen un momento adrizante, el cuál se evalúa de la siguiente forma:

$$M_R = \Delta \overline{GZ} \quad \{\text{Momento adrizante}\} \quad (2.12)$$

El vector fuerza  $\Delta$  es un valor constante para todos los ángulos de escora, así el brazo  $\overline{GZ}$  se describe de la siguiente manera:

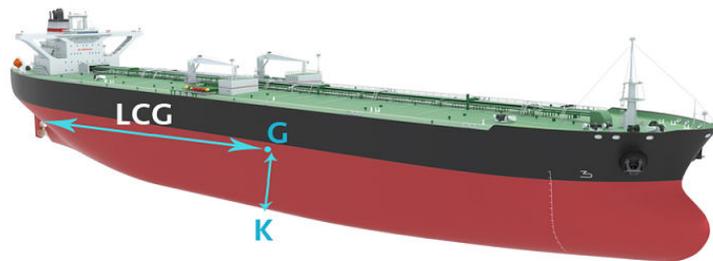
$$\overline{GZ} = \mathcal{L}_k - \overline{KG} \sin \phi \quad \{\text{Brazo adrizante}\} \quad (2.13)$$



**Figura 2.7:** Brazo de palanca  $\overline{GZ}$  para valores pequeños de ángulos de escora  
Biran (2003)

Con respecto a la fig. 2.6, el valor de la estabilidad  $\mathcal{L}_k$ , siempre positivo y medido a partir de la quilla  $K$ , representa el resultado de cálculos basados en gráficas hidrostáticas que definen la estabilidad en relación a la forma del casco. La relación entre  $\mathcal{L}_k$  y el ángulo de escora no es lineal (Biran, 2003), por lo que el cálculo de los datos hidrostáticos se realizan por medio de software (Biran, 2003). Aunque para el cálculo de valores reducidos de escora existe una simple expresión lineal (ec. 2.14).

$$\overline{GZ} = \overline{GM} \sin \phi \quad (2.14)$$



**Figura 2.8:** Corrección de las distancias  
para ángulos de escora grandes

Fuente: <https://www.myseatime.com/blogadm>

## 2. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

---

La ec. 2.14 es válida siempre y cuando el metacentro no se mueva de la posición original, así como para la construcción de los primeros puntos de la curva de estabilidad con rangos de hasta  $5^\circ$  o hasta  $15^\circ$ ; este valor depende principalmente de la forma del casco y de las condiciones de carga a las cuáles esté sometido (Biran, 2003).

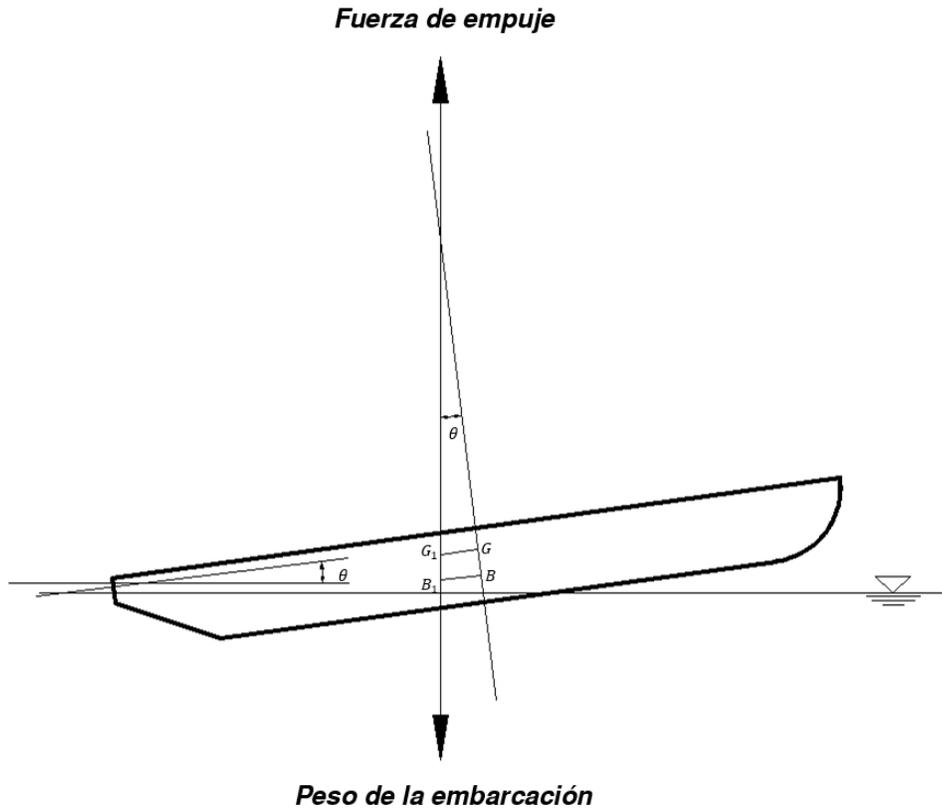
Para el cálculo de la curva, para ángulos cuyos valores son mayores de  $15^\circ$ , el proceso es más elaborado, involucrando los valores de brazos adrizantes de las curvas cruzadas en un desplazamiento apropiado y corrigiéndolos para reflejar la posición real del centro de gravedad (Akyldiz, 2017).

La corrección vertical es siempre necesaria, ya que la coincidencia de que  $\overline{KG}$  en una condición de carga dada esté exactamente en el mismo punto del centro de flotación es nula. Por el contrario, la corrección longitudinal  $LCG$  se realiza muy pocas veces, debido a que la carga de la embarcación requiere que el centro de gravedad esté en la línea central para que el barco flote en posición vertical.

## 2.6. Estabilidad longitudinal

En lo estudiado de la estabilidad transversal, al existir un ángulo de escora en una embarcación, los valores del volumen sumergido y la posición de su aplicación (centro  $B$ ) varían de tal manera que se crea un momento de adrizamiento con respecto al peso del cuerpo. Éste fenómeno ocurre de manera análoga con la estabilidad longitudinal (Guerrero, 2011).

En el estudio de la estabilidad longitudinal, se analiza la distribución de los pesos a bordo, suponiendo que uno de estos se desplaza desde proa hasta popa (Fig. 2.9), el centro de la embarcación se desplaza también al punto  $G_1$ . Ya que el centro de gravedad se desplaza, la embarcación tiende a cabecear, aumentando su calado en popa y reduciéndose en proa; por lo que varía la forma del volumen desplazado así como la posición de su centro geométrico hacia  $B_1$ . El ángulo de compensación se alcanza cuando el centro  $G_1$  se encuentra alineado con  $B_1$  (Guerrero, 2011).



**Figura 2.9:** Trimado de un buque

debido al desplazamiento longitudinal de los pesos a bordo. (Guerrero, 2011)

Es indispensable, que en la posición de equilibrio, los centros  $B$  y  $G$  estén alineados en la misma vertical, y la fuerza de flotación y el volumen sean equivalentes y de sentido contrario.

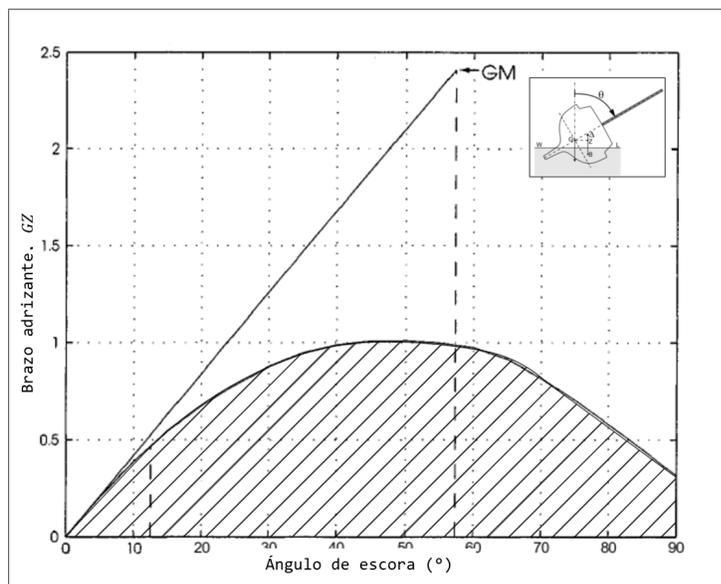
## 2. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Entre las verticales que forman ambos centros, se forma  $\theta$ . Éste es igual al ángulo que se forma entre las horizontales del plano del agua y la de la embarcación. La intersección de ambas verticales se le denomina metacentro longitudinal  $M_L$  y la distancia vertical entre el centro de gravedad y este punto es la altura metacéntrica longitudinal  $GM_L$  (Guerrero, 2011).

Un valor positivo de  $GM_L$  significa que la embarcación se encuentra longitudinalmente estable. Estos valores varían de 100 a 110 veces el valor del  $GM$  transversal, debido a esto se asume que este tipo de embarcaciones son intrínsecamente estables en la dirección longitudinal, y que por lo tanto, el estudio de la estabilidad está enfocado en la estabilidad transversal (Biran, 2003).

### 2.7. Curvas de estabilidad

La gráfica del brazo adrizante  $\overline{GZ}$  (Fig. 2.10), calculada en la ec. 2.13 en función del ángulo  $\phi$ , se le denomina curva de estabilidad. Ésta se usa para evaluar, mediante la comparación con la normativa, la estabilidad de una embarcación en ciertas condiciones de carga dadas (Biran, 2003).



**Figura 2.10:** Curva de estabilidad  
(Biran, 2003. Modificada por el autor)

Las características de las curvas del brazo adrizante son las siguientes:

- El valor máximo de  $\overline{GZ}$  y el ángulo de escora en donde éste se presente, cuanto mayor es el valor  $\overline{GZ}$  mayor es la estabilidad. Por ejemplo, en la fig. 2.10 se puede observar que el valor máximo es de 1.009 m correspondiente a 50°.

- El punto donde  $\overline{GZ}$  regresa a ser cero: dicho valor correspondiente de  $\phi$  es llamado ángulo de punto de convergencia de estabilidad y es clasificado como un ángulo crítico de estabilidad transversal ya que se anula el brazo adrizante. Ésta es la escora máxima permitida pues a partir de ella la embarcación es inestable. En la Fig. 2.10, la curva regresa al valor de cero en un ángulo mayor que  $90^\circ$  2.2(c)(Biran, 2003).
- La curva parte del origen de coordenadas es decir que la escora es nula, por lo que no se genera par de fuerzas alguno al actuar tanto el empuje como el desplazamiento a lo largo de la recta que une sus puntos de aplicación
- La pendiente en el origen es la derivada de la función  $GZ = GZ(\theta)$  en el origen  $\theta = 0$ . Cuanto mayor sea la pendiente mayor será la estabilidad transversal inicial (la estabilidad transversal ante pequeñas escoras).
- El área bajo la curva de la integral  $\int \theta GZ(d\theta)$ , es decir la parte sombreada de la Fig. 2.10. Una mayor área representa más  $GZ$  para cada ángulo de escora. Por lo tanto, la estabilidad transversal es más favorable cuanto mayor sea esta área (Biran, 2003).

## 2.8. Análisis de Estabilidad

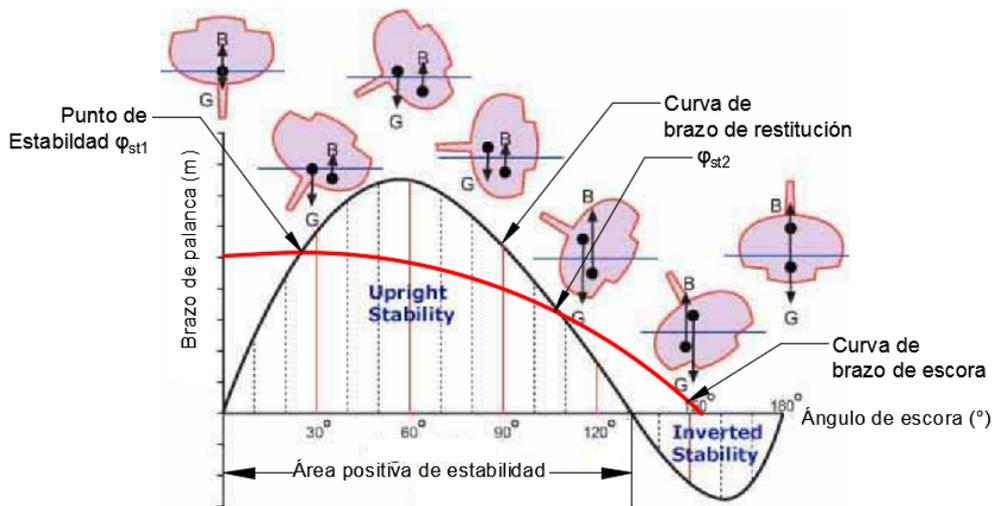
### 2.8.1. Introducción

Supóngase, que por analogía, se calculan las cargas sobre una viga y en base a su resistencia, se dimensionan para que soporte ciertas cargas; de manera similar, para evaluar la estabilidad del casco de una embarcación se determinan los momentos de escora en una embarcación, debido a los efectos del viento y posteriormente se compara con el momento adrizante de la curva de estabilidad. El momento de escora puede ser causado por efectos de fuerza centrífuga o por movimiento de la carga a bordo, sin embargo, en el presente trabajo se analiza el efecto del viento proyectado de manera perpendicular sobre el sistema flotante (Biran, 2003). Entonces, para evaluar la embarcación es necesario comparar el brazo adrizante con el brazo escorante; éste último se calcula de la siguiente manera:

$$l_g = \frac{M_g}{g\Delta} \quad \{\text{brazo escorante}\} \quad (2.15)$$

Donde:

- $l_g$  = brazo de escora
- $M_g$  = momento de escora
- $g$  = gravedad
- $\Delta$  = masa desplazada



**Figura 2.11:** Curva de estabilidad

Fuente: <http://foro.latabernadelpuerto.com/>

(Modificada por el autor)

### 2.8.2. Ángulos de equilibrio estático

En el análisis de estabilidad, la curva del brazo de escora  $l_g$  se superimpone sobre el brazo de adrizamiento  $\overline{GZ}$  (Fig. 2.11). Las curvas se intersecan en los puntos  $\phi_{st1}$  y  $\phi_{st2}$ . Ambos corresponden a las posiciones de equilibrio estático debido a que en ambos puntos el brazo de adrizamiento y el de escora son iguales. El primero corresponde a la posición de equilibrio estable mientras que en el segundo se encuentra el inestable. Supóngase que en el primer punto, una perturbación externa causa que el sistema escore hacia estribor con un ángulo  $\delta\phi$ , cuando la perturbación cesa, el brazo adrizante es mayor que el de escora, regresando así a la embarcación a su posición inicial de equilibrio. De la misma manera cuando la embarcación escore hacia babor, hacia el ángulo  $\phi_{st1} - \delta\phi$  el brazo adrizante es menor que al de escora. Ambas situaciones corresponden a la definición de equilibrio estable. En el segundo punto de equilibrio  $\phi_{st2}$ , si la perturbación causa que el sistema escore hacia estribor entonces el brazo de escora será mayor que el de adrizamiento haciendo que ésta se vuelque. Pero si la perturbación lo inclina a babor, después de que ésta cese el brazo adrizado será mayor que el de escora haciendo que ésta regrese a la posición original. Por lo que el segundo ángulo corresponde a una posición de equilibrio inestable (Biran, 2003).

Definimos al brazo adrizante como positivo si la embarcación es escorada hacia estribor, el momento adrizante tiende a regresar la embarcación hacia babor. Si la curva de brazo adrizante tiene valores negativos la embarcación se encuentra volteada (Fig. 2.11).

Lo anteriormente descrito, solo es válido si el momento de escora es aplicado sobre la embarcación de forma gradual, por lo que las fuerzas inerciales se desprecian (Biran, 2003).

### 2.8.3. Brazo de escora por efectos del viento

El momento de escora causado por el viento (Fig. 2.12) se supone perpendicular al plano central de la embarcación, debido que en ésta condición adquiere su máximo valor, siendo ésta la condición más crítica de la estabilidad del sistema.

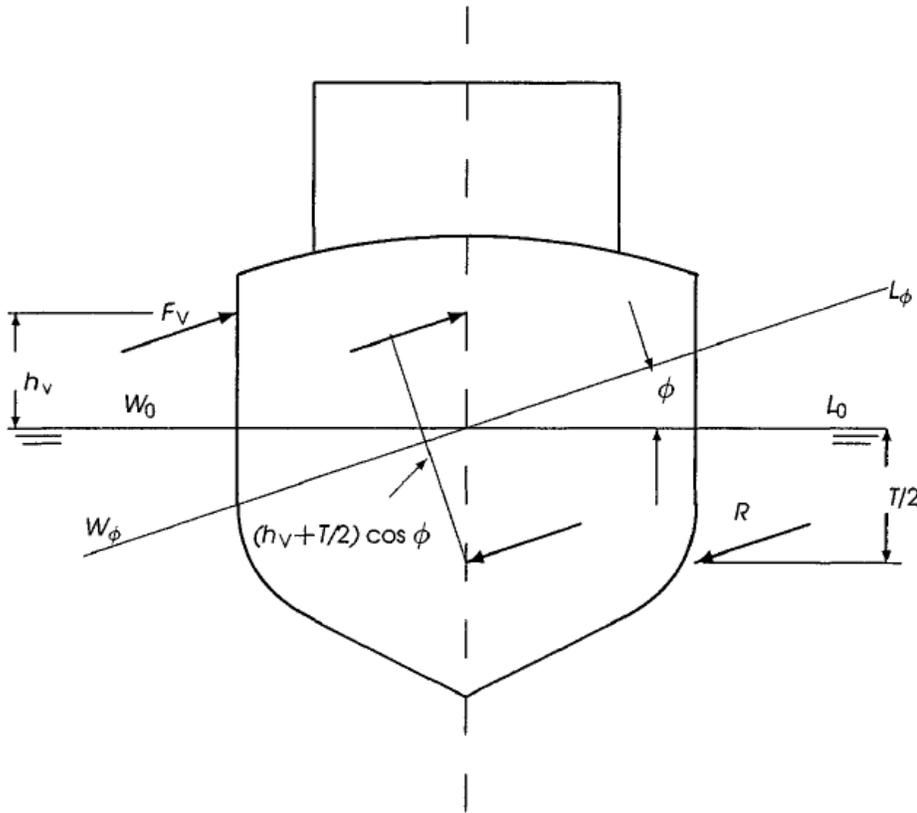
La fuerza  $F_V$  generada por el viento actúa en el centroide de la proyección lateral por encima de la superficie del plano del agua y se expresa de la siguiente manera.

$$F_V = p_V A_V \left\{ \begin{array}{l} \text{Magnitud de la fuerza} \\ \text{por el viento} \end{array} \right\} \quad (2.16)$$

Donde:

$p_v$  = presión del viento

$A_V$  = área lateral proyectada en la superficie de la embarcación



**Figura 2.12:** Brazo de escora por efectos del viento  
(Biran, 2003)

Debido a la fuerza  $F_V$  la embarcación tiende a rotar un movimiento opuesto al vector  $R$ , de mismo valor que la fuerza  $F_V$ . Para simplificar cálculos, se supone a  $R$  actuando a la mitad del calado  $T/2$ . Ambas fuerzas forman un par que inclina a la embarcación hasta que el momento de escora equivalga al adrizante. El valor del brazo de escora en dirección vertical<sup>1</sup>, será el siguiente:

$$l_v(0) = \frac{p_V A_V (h_V + T/2)}{g\Delta} \quad (2.17)$$

El cambio del brazo adrizante mientras el ángulo  $\theta$  va incrementándose es el siguiente:

$$l_v(\theta) = \frac{p_V A_V \cos \phi}{g\Delta} \left( h_V + \frac{T}{2} \right) \quad (2.18)$$

Mientras que la presión del viento  $p_V$  está en función de la velocidad del viento  $V_W$ :

$$p_V = \frac{1}{2} c_W \rho V_W^2 \quad (2.19)$$

Donde:

<sup>1</sup>es decir que el casco esté en posición completamente perpendicular al plano del agua

$C_w$  = coeficiente de resistencia aerodinámico

$\rho$  = densidad del aire

$V_W$  = velocidad del viento

$C_W$  oscila entre valores de 1.00 y 1.36. La ec. 2.19 es un cálculo rápido de la presión del viento, hay otros cálculos más precisos para el cálculo donde se considera el gradiente, para el análisis de sistemas flotantes elevados y/o con grúas altas; sin embargo, no se tomará en cuenta dicho cálculo debido a que se desprecian estos elementos estructurales (Biran, 2003).

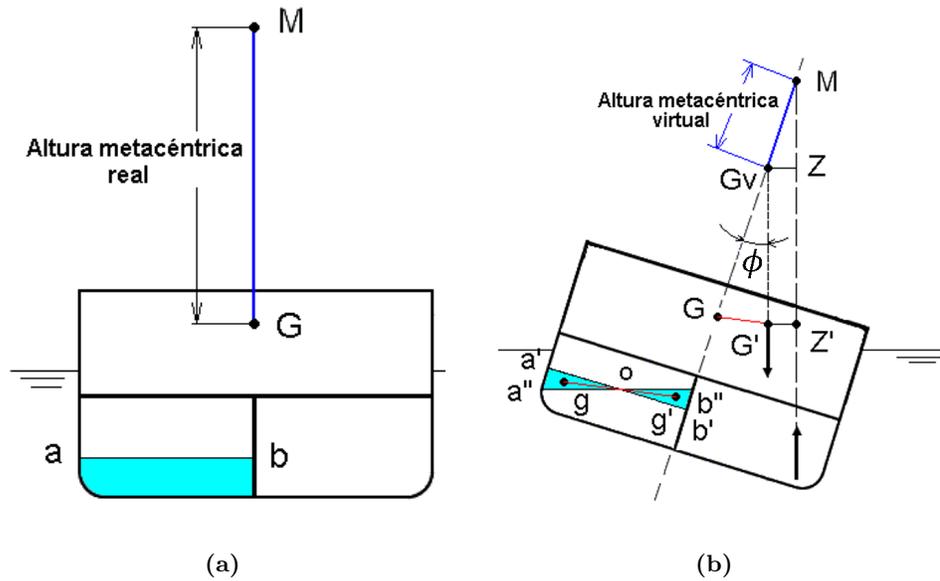
## 2.9. Efectos de superficie libre

Los efectos de superficie libre son algo intrínseco en los sistemas flotantes de producción ya que afectan a la estabilidad de la embarcación. Los tanques en la sección media almacenan grandes volúmenes de hidrocarburos y lastre.

Dicho fenómeno corresponde al efecto producido en los sistemas cuando los tanques están parcialmente llenos y el plano del líquido contenido en su interior es libre de mantener la horizontal mientras la embarcación rota; ésto provoca una reducción parcial del brazo adrizante afectando así la estabilidad del sistema (Biran, 2003).

### 2.9.1. Descripción

Supóngase un corte transversal (Fig.2.13a)) con una altura metacéntrica inicial  $GM$ . Un tanque parcialmente lleno cuya superficie  $ab$  se encuentra horizontal. Si la embarcación es inclinada y rotada de su verticalidad, se producirá un pequeño ángulo  $\theta$  (Fig.2.13b)) y la superficie del líquido adoptará una nueva posición  $a''b''$  manteniendo la horizontalidad formándose una cuña de base triangular  $a''a'o$  y de longitud igual, de manera simétrica se forma una cuña  $b''b'o$  del lado opuesto. Dichos cambios hacen que el centro de gravedad  $g$  de la cuña  $a''a'o$  se mueva a  $g'$  desplazando transversalmente el peso del tanque, por esta razón el centro de masas del sistema también se desplaza en dirección a la escora por el segmento  $GG'$  (Fig 2.13b).



**Figura 2.13:** Efectos de superficie libre.

Fuente: <http://marinersgalaxy.com>

El centro de masas del sistema se desplaza verticalmente a una nueva posición  $G_V$  (Fig 2.13b), el nuevo brazo adrizante es el segmento  $G'Z'$ . Formando así una elevación virtual del centro debido al efecto de superficie libre por lo que se ve desfavorecida la estabilidad de la embarcación (Biran, 2003).

El segmento  $GG_v$  representa la elevación virtual del centro de gravedad debido al efecto de superficie libre (Fig.2.14). Está dado por la siguiente ecuación:

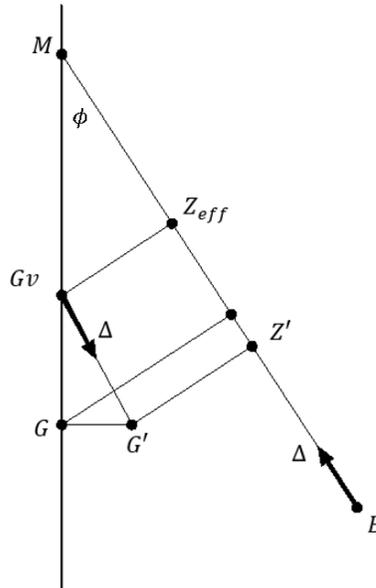
Donde:

$$GG_v = \frac{\gamma_t \cdot I}{\Delta} \quad (2.20)$$

$\gamma_t$  = peso específico del líquido en el tanque

$I$  = momento de inercia de la superficie del líquido

$\Delta$  = peso del volumen desplazado en Newtons



**Figura 2.14:** Brazo adrizante efectivo por efectos de superficie libre  
(Biran, 2003)

La fórmula 2.20 puede representarse para los  $n$  compartimientos que tenga la sección media del sistema de la siguiente manera:

$$GGv = \frac{\sum \gamma_t \cdot I}{\Delta} \quad (2.21)$$

El efecto de superficie libre se verifica en cualquier tanque lleno con más de un 5 % y hasta un 95 % de su capacidad ya que si un compartimiento estuviera al máximo de su capacidad se comportaría como un sólido y el efecto desaparecería.

En la ec. 2.20, el segmento  $GGv$  está en función del momento de inercia del compartimiento, es decir que el efecto de superficie libre aumenta considerablemente cuanto más ancho sea. Debido al efecto de superficie libre y con el fin de disminuir la pérdida de estabilidad del buque (Biran, 2003), se recomienda:

- Limitar la cantidad de tanque en servicio con cargamento parcial
- Subdividir en el sentido de la manga los tanques de carga
- Completar con lastre los doblefondos

## 2.10. Estabilidad intacta

### 2.10.1. Introducción

El estudio íntegro de la estabilidad de un sistema está conformado de dos condiciones. La primera es la intacta y la segunda es la estabilidad con daño. La primera es el estudio

de la estabilidad considerando al casco sin ningún daño en su estructura, así como ningún tipo de ingreso de fluido externo a algún compartimiento; este tipo de daños pueden alterar considerablemente los parámetros más importantes de la estabilidad del buque volviéndolo inestable (Biran, 2003).

### 2.11. Estabilidad con daño

#### 2.11.1. Introducción

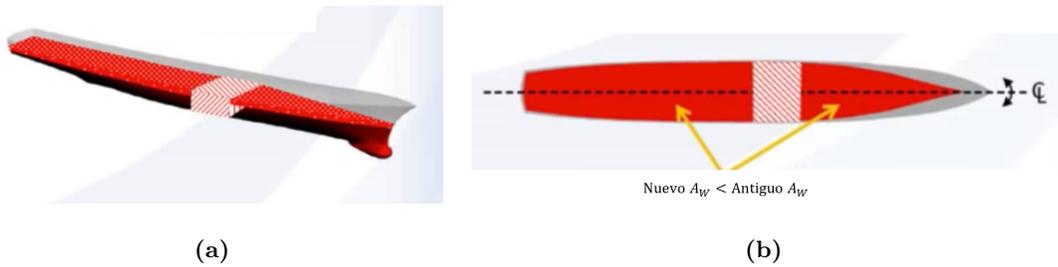
Hasta ahora se ha considerado al casco del sistema flotante intacto, la estabilidad del mismo no ha sido afectada por el ingreso de agua en ningún compartimiento. Sin embargo debido a que la función principal del sistema es almacenar y producir crudo, diversas embarcaciones de alijo con frecuencia se aproximan lo suficiente a la unidad para realizar maniobras de abastecimiento y descarga; por lo que en dichas maniobras existe el riesgo de que alguna embarcación colisione con el sistema, produciendo un daño en su estructura (Chakraborty, 2017).

#### 2.11.2. Afectaciones principales

Algunos de los efectos principales debido a la estabilidad con daño son:

- Cambio del calado: Las inundaciones provocan la entrada de agua al compartimiento dañado del barco, esto provocará un cambio en el calado.
- Cambio del ángulo de trimado: El ingreso de agua a un compartimiento se considera peso adicional en un lugar impredecible, que no se tenía previsto en los cálculos. Por lo que puede causar un cambio en el trimado de la embarcación afectando la estabilidad longitudinal.
- Cambio del ángulo de escora: El buque tendrá un ángulo de escora si el compartimiento dañado está asimétricamente posicionado alrededor de la línea central de la embarcación. Si la altura metacéntrica del buque en condiciones dañadas es negativa, la embarcación se vuelve inestable por lo que ésta se vuelve propensa a zozobrar debido a cualquier acción externa mínima que provoque algún momento de escora.
- Cambio de la estabilidad: La altura metacéntrica de la embarcación cambia por cualquier inundación del compartimiento. En la ec. 2.4, se observa cuáles valores aumentan y cuáles otros disminuyen para corroborar qué variables afectan y otras favorecen a la estabilidad (Chakraborty, 2017).

La reducción de área transversal (Fig. 2.15) debido al daño del casco se analiza a continuación:



**Figura 2.15:** Reducción del área transversal  $A_W$  de la embarcación  
(Henning, 2011)

En la ec.2.5 al tener menos momento de inercia en el numerador el valor de  $\overline{BM}$  disminuye en la ec.2.4 y al haber un aumento del calado, el valor de  $\overline{KB}$  en la misma ecuación aumenta, por lo que la altura metacéntrica disminuye. Tal como se ve en la ec.2.22:

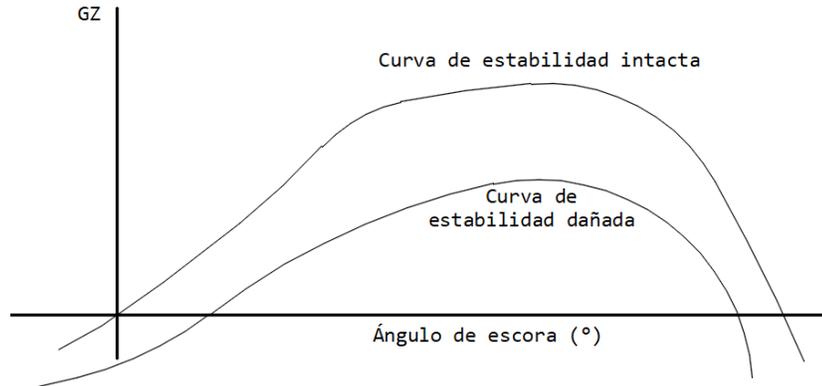
$$\underbrace{GM \downarrow}_{\text{disminuye}} = \overbrace{KB \uparrow}^{\text{aumenta}} + \underbrace{BM \downarrow}_{\text{disminuye}} - KG \quad (2.22)$$

Donde:

$$\underbrace{BM \downarrow}_{\text{disminuye}} = \overbrace{\frac{I_T}{\Delta} \downarrow}^{\text{disminuye}} \quad (2.23)$$

- Cambio del francobordo: El incremento del calado en una embarcación con alguno de sus tanques inundados resulta en la disminución del francobordo (Fig. A.2(a)), lo cual representa una amenaza para la estabilidad de la embarcación.
- Pérdida de la embarcación: Uno de los términos más comunes que se usa en una condición dañada de un barco es la línea de margen (Fig. A.2(a)). Esta referencia es una línea de flotación imaginaria considerada 75 mm por debajo de la cubierta. Si una unidad se encuentra dañada, se considera seguro solo si la línea de margen no está sumergida (Chakraborty, 2017).

La reducción de la altura metacéntrica debido a algún daño en el casco puede extrapolar la curva de estabilidad a una reducción de la altura de la curva  $GM$ , así como el rango de estabilidad, tal y como se muestra en la fig.2.16. Por lo que si la pérdida en altura metacéntrica es tal que la palanca de adrizamiento máximo restante  $GZ$  es menor que el momento de escora, la embarcación se volcará (Henning, 2011).



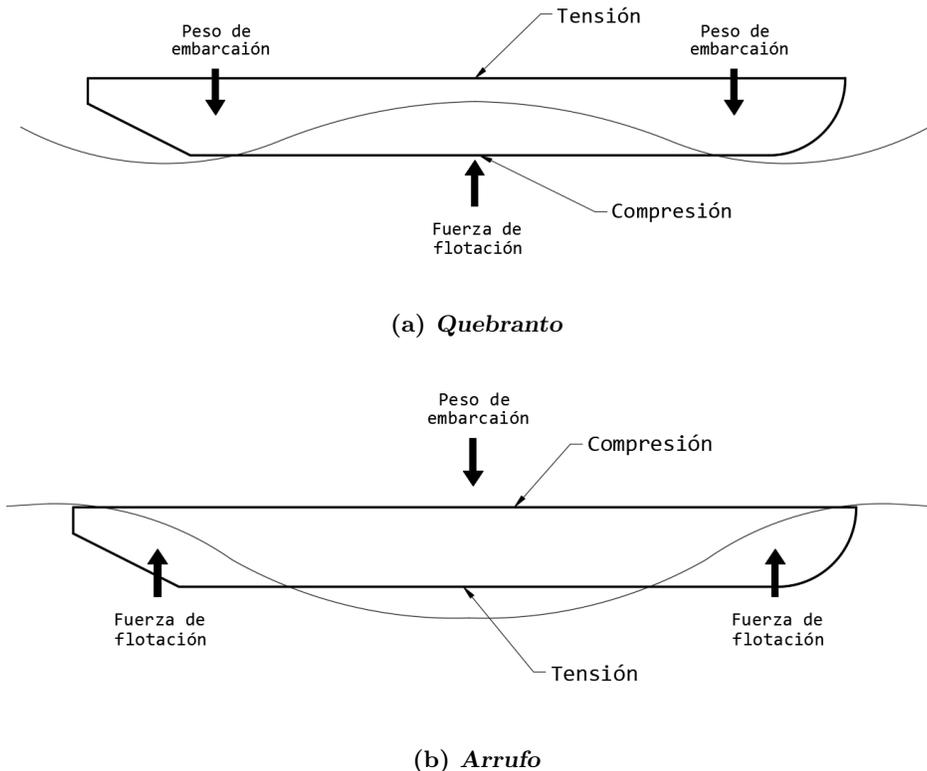
**Figura 2.16:** Altura metacéntrica  $GM$  reducida debido al daño del buque  
(Henning, 2011)

## 2.12. Momento de flexión de quebranto y arrufo sobre el casco

### 2.12.1. Definición

Una embarcación en pleno funcionamiento, se puede encontrar con un momento de flexión debido al contacto del movimiento de las olas. El caso más extremo ocurre cuando la longitud de ola llega a ser igual a la longitud de la embarcación (Henning, 2011). Los dos tipos de flexión son:

- La embarcación es flexionada de manera cóncava cuando la cresta de la ola se da al final de ambos extremos y el valle en el centro de esta (Fig. 2.17 *a*)
- La embarcación es flexionada de manera convexa cuando la cresta de la ola se da al final de ambos extremos y el valle en el centro de ésta. (Fig. 2.17 *b*)



**Figura 2.17:** Momentos flexionantes en la sección media de la embarcación

La flexión debida a las olas se alternará en la dirección a medida que la ola pase a lo largo del barco. La distribución de la carga y la flexión son puntos importantes a considerar en los siguientes casos:

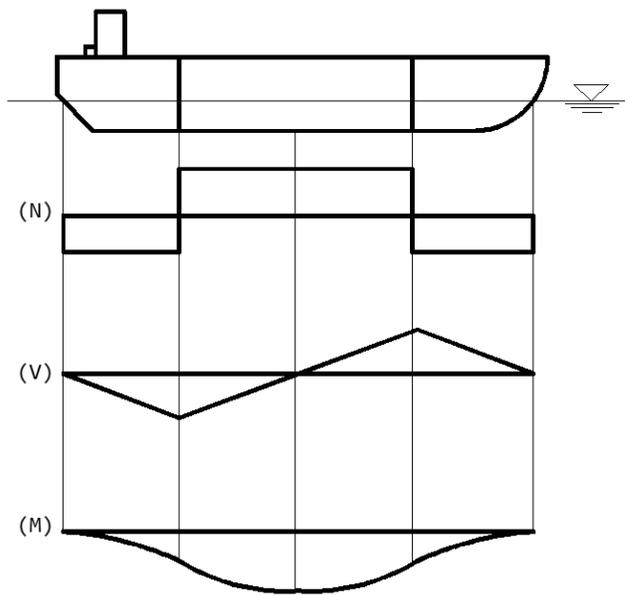
- Si la flexión de la embarcación es cóncava y ésta se encuentra con una ola cuyo valle esté en el centro de la sección media;
- Si la flexión de la embarcación es convexa y la ola tiene el valle en los extremos del sistema, es decir cerca de la proa y popa.

### 2.12.2. Convención de signos para los diagramas de elementos mecánicos

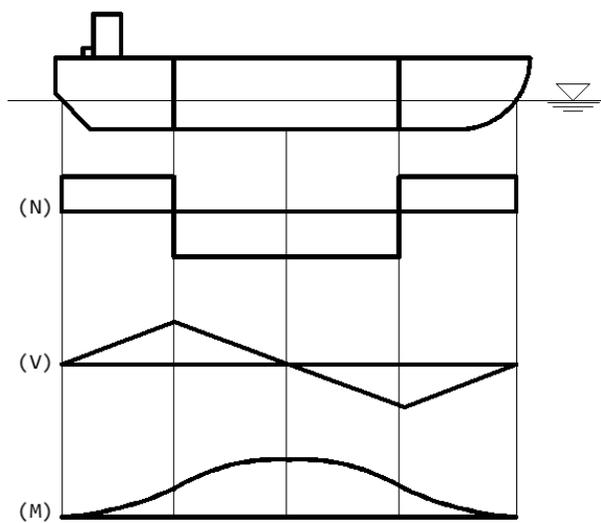
Al calcular los valores de fuerza cortante y momentos flexionantes se establece el siguiente convenio (Henning, 2011):

- El perfil de la embarcación está siempre considerado del lado de estribor
- La fuerza cortante y momento flexionante son valores calculados empezando del *after perpendicular* (AP) hacia adelante

Por lo que un ejemplo de los diagramas de elementos mecánicos en el casco de la embarcación está presentado en la fig 2.18



(a) *Quebranto*



(b) *Arrufo*

**Figura 2.18:** Diagramas de elementos mecánicos,

Fuente: <http://www.histarmar.com.ar>

## 2.13. Normatividad

### 2.13.1. Introducción

En las secciones anteriores se presentaron las leyes que rigen la relación del comportamiento de cuerpos flotantes aplicados a embarcaciones con las fuerzas externas provocadas por el viento. Se encontraron los parámetros de la curva y las condiciones que definen la estabilidad de un sistema en operación cuando se encuentra intacta o dañada. Sin embargo, es necesario especificar requisitos mínimos de estabilidad que tomen en cuenta la experiencia y el juicio de expertos.

En los subcapítulos anteriores se presentaron las leyes de la física que rigen la estabilidad, mientras que en los siguientes subcapítulos se explica la normatividad que ha sido fruto de numerosas investigaciones (Biran, 2003).

### Normativas a utilizar

Se usaron las normas de la Sociedad de Clasificación de ámbito mundial llamada DNV GL (Det Norske Veritas Germanischer Lloyd), que pertenece a la Asociación Internacional de Sociedades de Clasificación (IACS, por sus siglas en inglés)

### 2.13.2. Objetivos de la normatividad

Los objetivos de las normas son:

- Proporcionar un estándar de seguridad internacionalmente aceptable definiendo los requisitos mínimos de estabilidad
- Servir como guía para diseñadores, proveedores, compradores y reguladores
- Especificar procedimientos y requisitos para unidades o instalaciones sujetas a la certificación y clasificación de DNV

### 2.13.3. Alcance de las normas

- Proporcionar los requisitos relacionados con los siguientes parámetros de diseño:
  1. Flotabilidad
  2. Viento
  3. Calado medio, mínimo y máximo
  4. Peso en rosca y condiciones de carga
- La combinación de los parámetros de diseño anteriormente mencionados determinan el centro de gravedad vertical máximo admisible<sup>1</sup> *VCG* de la unidad. La carga de

---

<sup>1</sup>Altura metacéntrica máxima

## 2. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

---

la embarcación en las tres condiciones de calado dadas en los modelos analizados debe estar dentro de los límites de las curvas de  $VCG$  máximas permitidas (Henning, 2011). Para determinar el valor de  $VCG$  de las condiciones de carga reales, es necesario conocer el peso en rosca y su centro de gravedad<sup>1</sup>.

### 2.13.4. Determinación de las fuerzas de escora por el viento

Las curvas de los momentos de escora deben ser graficadas con valores de fuerzas debidas al viento (Henning, 2011), por medio de la siguiente fórmula:

$$F = 0.5 \cdot C_s \cdot C_h \cdot P \cdot V^2 \cdot A, \text{ (Henning, 2011)} \quad (2.24)$$

Donde:

$F$  = fuerza del viento en Newtons

$C_s$  = coeficiente de forma que depende del tipo de estructura a analizar (ver la tabla 2.1)

$C_h$  = coeficiente de altura relacionado directamente con la distancia horizontal a la que están ubicando los módulos en cubierta<sup>2</sup>

$P$  = densidad del aire (1.222 kg/m<sup>3</sup>)

$V$  = velocidad del viento en metros por segundo

$A$  = área proyectada expuesta en metros cuadrados

Las fuerzas debidas al viento son consideradas desde cualquier dirección relativa a la embarcación. Para la condición intacta, la velocidad del viento es de 100 nudos (51.44 m/s) mientras que para la dañada es de 50 nudos (25.2 m/s).

**Tabla 2.1:** Coeficiente de forma

Valores de Coeficientes $C_s$	
Forma	$C_s$
Esférica	0.4
Cilíndrica	0.5
<b>Superficies tipo cascarón</b>	<b>1.0</b>
Torre de perforación	1.25
Cables	1.2
Vigas expuestas	1.3
Estructuras elementales pequeñas	1.4

Al calcular los momentos de escora debido al viento, el brazo de palanca debe tomarse verticalmente desde el centro de presión de todas las superficies expuestas al viento hacia

---

<sup>1</sup>Los requisitos de esta sección se basan en el Código IMO MODU, 2009

<sup>2</sup>Para efectos prácticos  $C_h = 1.0$

el centro de la resistencia lateral del cuerpo. La embarcación debe asumirse que flota libre de restricción del sistema de amarre (Henning, 2011).

La curva del momento se calcula para un número suficiente de ángulos de escora para definir su curva. Para las plataformas flotantes en forma de barcaza, se puede suponer que la curva varía en función del coseno del ángulo de escora del modelo (Henning, 2011).

### 2.13.5. Requerimientos de la estabilidad intacta

La embarcación a modelar debe ser capaz de alcanzar una condición de tormenta en un periodo acorde con las condiciones meteorológicas más críticas. El sistema debe ser diseñado para sobrevivir a una condición crítica sin la necesidad de reubicar los hidrocarburos que contenga (Henning, 2011). Aunque puede ser aceptable<sup>1</sup> reubicarlos siempre y cuando se cumplan las condiciones siguientes:

- Que el lugar geográfico donde opera la embarcación no se presenten condiciones climáticas anuales estacionales que no sean lo suficientemente críticas como para requerir que la unidad flotante pase a una condición de tormenta.
- Cuando se requiera que la unidad soporte una carga extra durante un corto periodo que el pronóstico del tiempo sea favorable (Henning, 2011).

Los siguientes criterios, correspondientes a unidades de sistemas flotantes de tipo barcaza, son los siguientes (Tore, 2016):

- El área bajo la curva del brazo adrizante  $GM$  no debe ser menor que 0.055 metros-radianes hasta  $\theta = 30^\circ$  de ángulo de escora y no menos de 0.09 metros-radianes hasta  $\theta = 40^\circ$  o el ángulo de inundación<sup>2</sup> si este es menor que  $40^\circ$ . Además, el área bajo la curva del brazo adrizante entre los ángulos de escora de  $30^\circ$  y  $40^\circ$  o entre  $30^\circ$  y el ángulo de inundación, pero si este ángulo es inferior a  $40^\circ$ , no debe ser menor a 0.03 metros-radianes.
- El brazo adrizante  $GM$  será de al menos 0.20 metros con un ángulo de escora igual o superior a  $30^\circ$
- El brazo de adrizamiento máximo debe tener un ángulo de escora que preferiblemente excede los  $30^\circ$  pero no menos de  $25^\circ$
- La altura metacéntrica inicial  $GM_0$  no deberá de ser menor que 0.15 m

Los criterios a continuación<sup>3</sup> son equivalentes y aceptables cuando las características de un sistema hacen que el cumplimiento de las normas anteriores no sean posibles (Tore, 2016):

<sup>1</sup>siempre y cuando no se exceda del  $VCG$  (centro de gravedad vertical permitido)

<sup>2</sup>Se denomina ángulo de inundación de un buque, a la inclinación respecto de la horizontal (Flotación en aguas tranquilas) que debe alcanzar una embarcación para que la superficie del agua alcance la parte más baja de la abertura más baja que pueda producir una inundación progresiva de los espacios bajo la cubierta de francobordo. (Rowe, 2017)

<sup>3</sup>basados en el código IMO 2008 parte B cap.2.4.5

## 2. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

---

- El área bajo la curva del brazo de adrizamiento (curva  $GZ$ ) no debe ser inferior a 0.070 metros-radianes cuando el máximo valor de  $GZ$  se produce a  $15^\circ$  y 0.055 metros-radianes cuando  $GZ_{max}$  se produce a  $30^\circ$  o más. Cuando  $GZ_{max}$  se produce en ángulos de entre  $15^\circ$  y  $30^\circ$ , el área bajo la curva debe ser al menos (Tore, 2016):

$$0.055 + 0.001(30^\circ - \theta_{Max})\text{metros-radianes, (Tore, 2016)} \quad (2.25)$$

Donde:

$\theta_{Max}$  = ángulo de escora en grados cuando el brazo adrizante alcanza su máximo valor

- El área bajo la curva  $GZ$  entre los ángulos de escora de  $30^\circ$  y  $40^\circ$ , o entre  $30^\circ$  y el ángulo de inundación si este ángulo es inferior a  $40^\circ$ , no debe ser inferior a 0.03 metro-radianes
- El brazo adrizante  $GZ$  debe ser al menos 0.20 m cuando el ángulo de escora alcanza valores igual o superiores a  $30^\circ$
- $GZ$  debe alcanzar su máximo valor a un ángulo de escora no menor que  $15^\circ$ .
- $GM_0^1$  no debe ser inferior que 0.15 m

Para todos los modelos a analizar, deberán cumplirse los siguientes criterios enlistados (basados en IMO<sup>2</sup> 2008 IS código, parte A, capítulo 2.3):

1. La capacidad de una embarcación para resistir el efecto del viento aplicado transversalmente en el centro de la embarcación debe ser demostrado para cada calado<sup>3</sup> con las siguientes condiciones:
  - a) El sistema está sometido a una presión de viento constante que actúa perpendicularmente en la línea central (Fig. 4.9).
  - b) a partir del ángulo de equilibrio  $\theta_0$ , se supone que el barco se desplaza debido a la acción debida al viento con un ángulo de inclinación  $\theta_1$  hacia barlovento<sup>4</sup>. Se debe prestar especial atención al efecto del viento constante para evitar ángulos de escora excesivos. El ángulo de escora  $\theta_0$  debe limitarse a  $16^\circ$  o el 80 % del ángulo de inmersión<sup>5</sup> en el borde de la plataforma, se escogerá el que sea de menor valor
  - c) El área sombreada  $b$ , limitado por el ángulo  $\theta_2$ , debe ser igual o menor que al área  $a$  (Fig. 2.19).

---

<sup>1</sup>Altura metacéntrica inicial

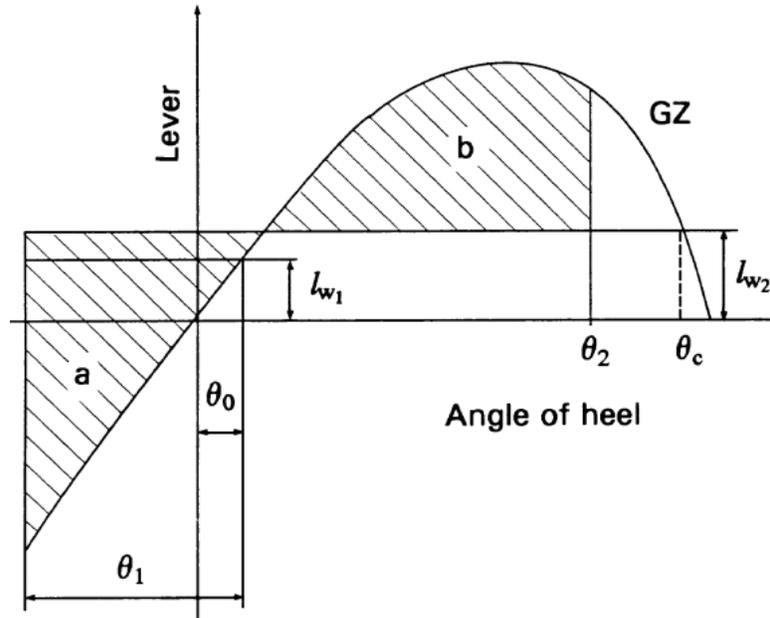
<sup>2</sup>La Organización Marítima Internacional (OMI, en inglés IMO) es un organismo especializado de las Naciones Unidas que promueve la cooperación entre Estados y la industria de transporte para mejorar la seguridad marítima y para prevenir la contaminación marina.

<sup>3</sup>Calado mínimo, medio y máximo

<sup>4</sup>Barlovento es de donde viene el viento, con respecto a un lugar determinado, mientras que sotavento es a donde se dirige.

<sup>5</sup>Es el valor del ángulo cuando la escora incrementa y el agua llega al punto de inundar la cubierta

- d) Los efectos de superficie libre deberán tenerse en cuenta en las condiciones de carga establecidas en la norma IACS<sup>1</sup> UI LL61.



**Figura 2.19:** Curva de estabilidad.

Viento y cabeceo sobre la embarcación  
(Tore, 2016)

De la Fig.2.19, las variables son definidas de la siguiente manera (Tore, 2016):

$\theta_0$  = ángulo de escora bajo la acción del viento

$\theta_1$  = ángulo de cabeceo a barlovento debido a la acción de la ola

$\theta_2$  = equivalente al ángulo de inundación o a un valor de  $50^\circ$  o  $\theta_c$ , se elegirá el valor más pequeño de los tres

$\theta_c$  = ángulo de la segunda intersección entre el brazo escorante del viento  $l_{w2}$  y la curva  $GZ$

2. El brazo escorante de viento  $l_{w1}$  y  $l_{w2}$  son valores constantes en todos los ángulos de inclinación y deben calcularse de la siguiente manera:

$$l_{w1} = \frac{P \cdot A \cdot Z}{100 \cdot g \cdot \Delta} (\text{m}), (\text{Henning}, 2011) \quad (2.26)$$

$$l_{w2} = 1.5l_{w1} (\text{m}), (\text{Henning}, 2011) \quad (2.27)$$

<sup>1</sup>La Asociación Internacional de Sociedades de Clasificación (IACS) es una organización no gubernamental de base técnica que actualmente consta de doce miembros de sociedades de clasificación marina, incluyendo a DNV GL

## 2. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

---

Donde:

$P = 504\text{N/m}^2$  (considerando una velocidad del viento = 29 m/s)<sup>1</sup>.

$A =$  Área lateral proyectada de la porción de la carga de la embarcación y la cubierta sobre la línea de flotación ( $\text{m}^2$ ) (Fig. 4.9)

$Z =$  distancia vertical desde el centro del área proyectada  $A$  al centro del área lateral sumergida o aproximadamente al punto medio del calado dado (m)

$\Delta =$  peso del volumen desplazado (ton)

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

El ángulo de cabeceo  $\theta_1$  debe ser calculado de la siguiente manera (Henning, 2011):

$$\theta_1 = 109kX_1X_2\sqrt{rs} \text{ (grados)}$$

Donde:

$X_1 =$  factor mostrado en la tabla 2.2

$X_2 =$  factor mostrada en la tabla 2.3

$k = 1.0$  para buques con quillas de fondo redondeados que no tengan quilla de balance ni estabilizadores

$r = 0.73 \pm 0.6 \text{ } OG/d$

Donde:

$OG =$  distancia entre el centro de gravedad y el plano del agua (m)

(positivo si el centro de gravedad está por encima del plano del agua y negativo si está por debajo)

$d =$  calado de la embarcación (m)

$s =$  factor en la tabla 2.4

---

<sup>1</sup>El valor de  $P$ , es aprobado por las normas para el diseño de embarcaciones de gran área transversal

**Tabla 2.2:** Valores del factor  $X_1$ 

$B/d$	$X_1$
$\leq 2.4$	1.0
2.5	0.98
2.6	0.96
2.7	0.95
2.8	0.93
2.9	0.91
3.0	0.90
3.1	0.88
3.2	0.86
3.3	0.84
3.4	0.82
$\geq 3.5$	0.80

**Tabla 2.3:** Valores del factor  $X_2$ 

$C_b$	$X_2$
$\leq 0.45$	0.75
0.50	0.82
0.55	0.89
0.60	0.95
0.65	0.97
$\geq 0.70$	1.0

El periodo de cabeceo se calcula de la siguiente manera:

$$T = \frac{2CB}{\sqrt{GM}} \quad (2.28)$$

Donde:

$$C = 0.373 + 0.023(B/d) - 0.043(L/100) \quad (2.29)$$

**Tabla 2.4:** Valores del factor  $s$

$T$	$s$
<6	0.1
7	0.098
8	0.093
12	0.065
14	0.053
16	0.044
18	0.038
20	0.035

Las variables de las tablas 2.2, 2.3 y 2.4 son:

$L$  = longitud total de la embarcación (m)

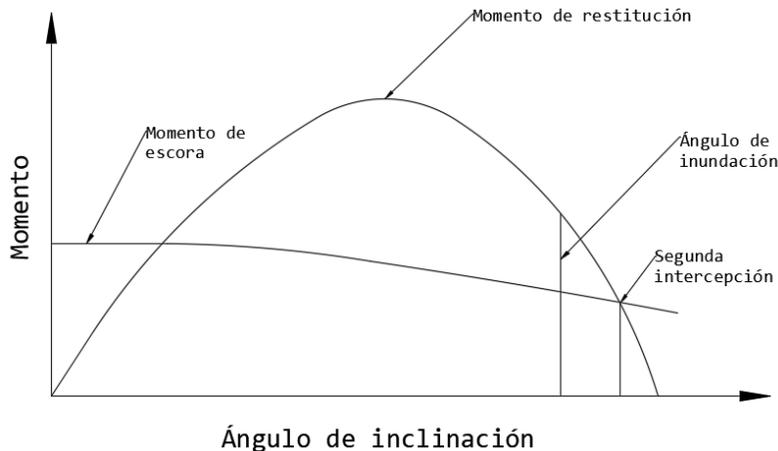
$B$  = manga del buque (m)

$d$  = calado de la embarcación (m)

$C_b$  = coeficiente de bloque<sup>1</sup>

$GM$  = altura metacéntrica corregida debido a los efectos de superficie libre (m)

El área bajo la curva de momento de adrizamiento hasta el segundo ángulo de intercepción o de inundación, cualquiera que sea menor, no deberá ser inferior al 40 % del área de la curva de momento de escora en referencia al ángulo limitante elegido (Henning, 2011).(Fig.2.20).



**Figura 2.20:** Curva de momento adrizante y el momento de escora  
(Henning, 2011)

---

<sup>1</sup> $C_b$  es la relación entre los volúmenes de la carena de un casco y el del paralelepípedo que lo contiene

### 2.13.6. Requerimientos de la Estabilidad dañada

La razón de estudiar la estabilidad dañada de un sistema flotante, es debido a que éste puede presentar algún riesgo de colisión con alguna embarcación de abastecimiento y descarga. Aunque un sistema tipo FPSO está diseñado para estar fondeado durante toda su vida útil<sup>1</sup>, es necesario el doble compartimiento en la sección media. Los tanques en contacto con el mar tendrán lastre para evitar el derrame de hidrocarburos al mar en caso de haber un daño (Henning, 2011). La unidad a diseñar debe cumplir con ciertos requerimientos que toman en cuenta las proporciones y las características de la unidad, así como las disposiciones y la configuración de los compartimientos dañados. Al realizar el análisis de daño, debe suponerse al modelo en las peores condiciones de servicio previstas en lo que a estabilidad se refiere, así como que éste flota libre de restricciones de amarre (Henning, 2011).

Se deben asumir los factores de permeabilidad mostrados en la Tabla 2.5

**Tabla 2.5:** Valores de permeabilidad

Pañoles	0.60
Cuarto de máquinas	0.85
<b>Tanques, espacios vacíos, etc.</b>	<b>0.95</b>

Se considera un valor de permeabilidad de 0.95 para los compartimientos en la sección media del modelo. La unidad con casco en forma de embarcación, deberá tener suficiente francobordo y subdividirse por medio de mamparos herméticos para proporcionar suficiente flotabilidad y estabilidad para soportar en general la inundación de cualquier compartimiento en cualquier condición de operación o tránsito. Los requisitos de los daños establecidos para la extensión de daño están en la secc. 2.13.6 del presente trabajo.

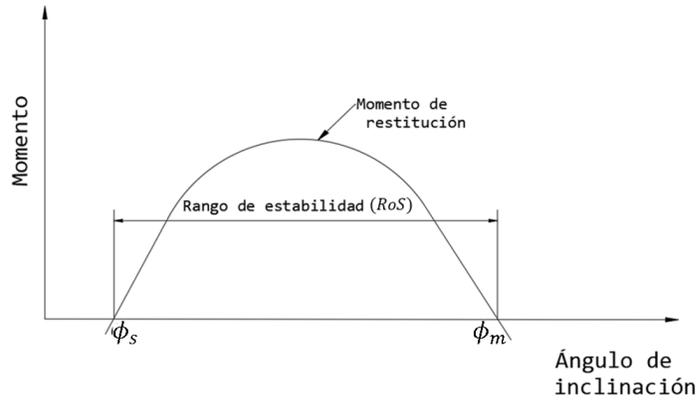
Cuando en una unidad se presenta una condición de daño, ésta debe tener suficiente estabilidad para resistir el momento de escora del viento<sup>2</sup>. En esta condición, la línea de flotación final, después de la inundación, debe estar por debajo del borde inferior de cualquier abertura de inundación (Henning, 2011).

El sistema deberá resistir (Henning, 2011):

- una inundación de cualquier compartimiento en cualquier condición operativa consistente con las extensiones de daños establecidos en el subcapítulo 2.14.8.3 (Fig. 2.21).

<sup>1</sup>motivo por el cuál no se considera doble fondo

<sup>2</sup>La velocidad del viento a considerar es de 25.72 m/s (50 nudos) para la condición dañada y 51.44 m/s (100 nudos) para la intacta desde cualquier dirección



**Figura 2.21:** Estabilidad residual  
(Henning, 2011)

Donde:

$$RoS \geq 7^\circ + (1.5\phi_s) \quad (2.30)$$

Pero:

$$RoS \geq 10^\circ$$

Donde:

$$RoS = \text{Rango de estabilidad, en grados} = \phi_m - \phi_s$$

Donde:

$\phi_m$  = ángulo máximo de estabilidad positiva, en grados

$\phi_s$  = ángulo de inclinación estático después del daño, en grados

El rango de estabilidad se determina sin referencia al ángulo de inundación.

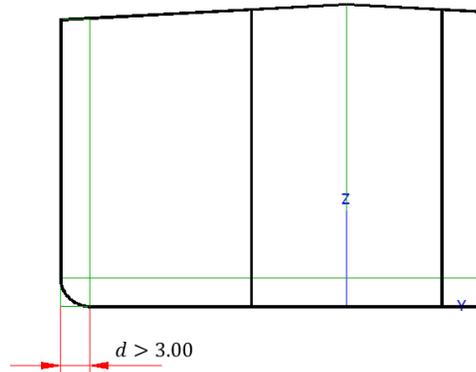
Para los compartimentos adyacentes al mar, se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- El ángulo de inclinación después de la inundación no debe ser mayor que  $25^\circ$
- Se debe proporcionar un rango de estabilidad positiva, más allá del ángulo de inclinación calculado en estas condiciones, de al menos  $7^\circ$

Al evaluar la estabilidad del daño de estas unidades el grado de daño entre los mamparos herméticos efectivos es asumido de la siguiente manera (Henning, 2011):

- Penetración horizontal: 1.5 m
- Extensión vertical: desde la línea de base hacia arriba

La distancia entre el compartimiento hermético efectivo o su compartimiento siguiente debe tener una separación horizontal  $d$  no menor que 3.0 metros (Fig. 2.22). Las normas también indican que la penetración horizontal de daño no será mayor que 3 metros; cuando haya una distancia menor, se descartarán uno o más mamparos adyacentes.



**Figura 2.22:** Distancia dañada en el plano  $YZ$  máxima permitida

La longitud de la extensión de daño horizontal debe ser  $\frac{1}{3}LT^{2/3}$  o 14.5 metros, lo que sea menor y siempre cubriendo al menos dos compartimientos (Fig. 4.13).



# Análisis Hidrodinámico

---

## 3.1. Introducción

Este capítulo describe el rol que tiene el análisis lineal en el dominio de la frecuencia para estructuras flotantes.

El análisis tiene dos objetivos:

- Caracterizar las respuestas del FPSO ante cargas ambientales
- Calcular las cargas dinámicas de ola para transferirlas al modelo estructural

Las respuestas del análisis hidrodinámico son:

- Elementos mecánicos
  - Momento de flexión vertical
  - Momento de flexión horizontal
  - Fuerzas cortantes global
  - Fuerza axial global
  - Momentos torsionantes
- Desplazamientos paralelo y rotaciones a los ejes cartesianos.

La estructura de este capítulo consiste en explicar brevemente las ecuaciones de la teoría de potencial, que es de donde parte el análisis lineal; posteriormente se explica la superposición, así como las fuerzas y ecuaciones que la conforman; este proceso tiene el fin de explicar la obtención de las fuerzas globales sobre la estructura por parte de las cargas de oleaje. Posteriormente se obtiene una función de transferencia; éste se eleva al cuadrado, se multiplica por espectro de ola y con esto se calcula el espectro de densidad de potencia de la estructura. Finalmente, a partir de estos últimos espectros se determinan las máximas respuestas globales de la embarcación.

### 3.2. Teoría de potencial

El agua de mar es supuesta como un fluido ideal, es decir, es incompresible, no viscoso e irrotacional. El potencial de velocidad  $\phi$  describe el campo de velocidades  $\mathbf{V}(x, y, z, t) = (u, v, w)$  de la particular del fluido en función del tiempo en un punto  $\mathbf{x} = (x, y, z)$ . El cálculo de este campo a partir de  $\phi$  se expresa de la siguiente manera:

$$\mathbf{V} = \nabla\phi = \mathbf{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\phi}{\partial z} \quad \{\text{Campo de velocidades del fluido}\} \quad (3.1)$$

Cuando el fluido se considera irrotacional significa que el vector de vorticidad en cualquier punto del fluido equivale a cero, lo anterior se expresa así:

$$\text{rot } \mathbf{V} = \boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{V} = 0 \quad (3.2)$$

Cuando a un fluido se le considera incompresible, significa que la densidad de éste permanece constante con el tiempo y que además tiene la capacidad de oponerse a la presión del mismo bajo cualquier condición, por lo que ni la masa ni el volumen de éste puede cambiar aún bajo presión. Matemáticamente significa que la divergencia de  $\mathbf{V}$  es igual a cero, es decir  $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ , de modo que  $\phi$  satisface la ecuación de Laplace de la siguiente manera:

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \quad \{\text{Ecuación de Laplace}\} \quad (3.3)$$

El problema consiste en encontrar el potencial de velocidad del fluido, solucionando la ecuación de Laplace con las respectivas condiciones de frontera correspondientes.

El gradiente del potencial de velocidad  $\phi$  es la velocidad del fluido  $\mathbf{V}$  (ec. 3.1), los efectos de  $\phi$  en la superficie libre de un fluido deben estar expresados en términos de condiciones de frontera; éstas son la cinemática y la dinámica. Primeramente se imponen éstas condiciones suponiendo que el fluido es ideal y posteriormente se realiza una linealización de las ecuaciones. Ésto último significa que los términos de segundo orden o superior son despreciados, en este caso, se linealizan las ecuaciones de la superficie libre y los movimientos asociados al fluido.

#### Condición de frontera cinemática

En un sistema cartesiano, en la superficie libre,  $z = 0$  nos indica que el plano del agua se encuentra tranquilo. La elevación vertical en cualquier punto de la superficie libre, en dos dimensiones, está definida con la función  $z = \zeta(x, y, t)$ , para calcular la tasa de cambio de la elevación con respecto al tiempo, se aplica una derivada sustancial de la siguiente forma:

$$\frac{DF}{Dt} \equiv \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla F \quad (3.4)$$

donde  $F$  está en función de la posición  $x, y$  y  $z$  de la partícula del agua y el tiempo  $t$ . La ec. 3.4 representa la derivada si el observador se mueve junto con una partícula del fluido.

La condición cinemática requiere que la función  $F$  sea derivada con respecto al tiempo  $t$ , ésta se lleva a cabo en la diferencia de  $z - \zeta$  sobre la superficie libre en aguas tranquilas, por lo que adicionalmente implica que  $\frac{dF}{dt} = 0$ . El resultado de esta condición, cuando  $z = \zeta$ , es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(z - \zeta(x, y, t)) + \nabla\phi \cdot \nabla(z - \zeta(x, y, t)) = 0 \quad (3.5)$$

es decir,

$$\frac{\partial}{\partial t}(z - \zeta) = \frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{\partial\zeta}{\partial y} - \frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = \zeta(x, y, t) \quad (3.6)$$

### Condición de frontera dinámica

La presión  $p$  del fluido se deduce de la ecuación de Bernoulli. Si asumimos que el eje  $z$  es vertical y positivo hacia arriba, la ecuación se puede representar de la siguiente manera:

$$\rho + \rho gz + \rho \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2} \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} = C(t) \quad (3.7)$$

Donde  $C(t)$  es una función arbitraria, pero que puede considerarse constante cuando el fluido es ideal. La condición dinámica de frontera es calculado a partir de la ecuación 3.7. Estableciendo que la presión del fluido es igual a la presión atmosférica  $p_a$  en cualquier punto de la superficie libre, se calcula la condición a satisfacer:

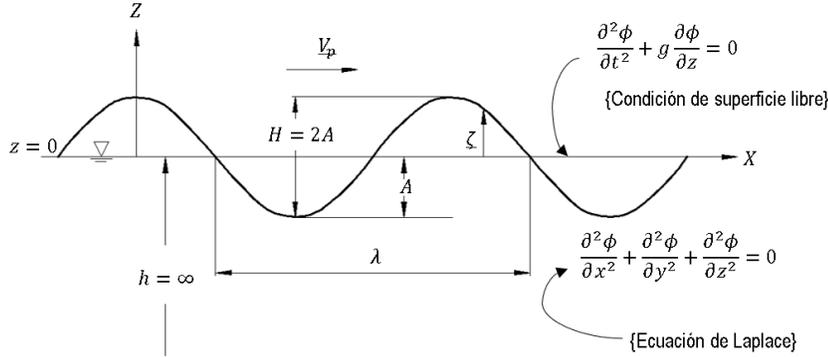
$$-\frac{1}{\rho}(p - p_a) = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi + gz = 0 \quad (3.8)$$

Sustituyendo la elevación de la superficie libre  $\zeta$  por  $z$  y despejando  $\zeta$  se tiene:

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi \right) \quad (3.9)$$

3.2.1. Linealización de condiciones frontera

Las condiciones de frontera en la superficie libre de las ecs. 3.6 y 3.7 tienen términos no lineales, por lo que la linealización se lleva a cabo si las amplitudes en la ola son pequeñas a comparación de su longitud, es decir,  $\frac{A}{\lambda} \ll 1$  y por lo tanto  $\frac{\zeta}{\lambda} \ll 1$  (Fig. 3.1).



**Figura 3.1:** Gráfica de una ola periódica en la superficie libre.

$\lambda$  es la longitud de la ola,  $A$  representa la amplitud de la ola,  $\zeta$  es la elevación de la superficie libre,  $V_p$  es la velocidad de fase en dirección mostrada por el vector. (Yue, 2005)

De modo que en ambas condiciones, se conservan solo los términos lineales:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \cancel{\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x}} - \cancel{\frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y}} = 0 \quad \{\text{Condición de frontera cinemática}\} \quad (3.10)$$

$$\zeta(x, t) = -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \cancel{\frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi} \right) \quad \{\text{Condición de frontera dinámica}\} \quad (3.11)$$

En la superficie libre,  $z = 0$  (Fig. 3.1), la condición dinámica de frontera puede ser derivada con respecto al tiempo y combinado con la condición cinemática, se obtiene la condición de superficie libre (ec. 3.12.a)

$$\left. \begin{array}{l} a) \text{ CCD : } \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad \text{en } z = 0 \\ b) \text{ CDF : } g\zeta + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0, \quad \text{en } z = 0 \end{array} \right\} c) \text{ CSL : } \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad \text{en } z = 0 \quad (3.12)$$

Donde:

CCD = Condición cinemática de frontera

CDF = Condición dinámica de frontera

CSL = Condición de superficie libre

### 3.2.2. Olas planas progresivas

La solución más sencilla de la condición de superficie libre es considerar el movimiento de oleaje como una onda sinusoidal y propagada con velocidad de fase  $V_p$ . Así la elevación en la superficie libre se expresa de la siguiente ecuación:

$$\zeta(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \varepsilon) \quad (3.13)$$

Donde:

- $A$  = amplitud de la ola
- $\varepsilon$  = angulo de fase arbitrario
- $\lambda$  = longitud de ola
- $k$  = número de ola

Donde  $\lambda$  representa la distancia real entre dos puntos sucesivos en una ola con la misma fase (Fig. 3.1), mientras que el parámetro  $k$  significa el número de olas por unidad de distancia a lo largo del eje  $x$ . Este último se expresa de la siguiente manera:

$$k = \frac{\omega}{V_p} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.14)$$

La solución se expresa en términos de un potencial de velocidad bidimensional  $\phi(x, y, t)$ , que debe ser proporcional a la elevación de la ola, satisfacer la ecuación de Laplace (ec. 3.3) y a la condición en la superficie libre (ec. 3.12.a); por lo que de acuerdo con Newman (1978), el potencial es la parte real de la siguiente ecuación:

$$\phi(x, z, t) = \text{Re}[Z(z)e^{-ikx+i\omega t}] \quad (3.15)$$

Por lo que a partir de la ec. 3.3,  $Z$  debe satisfacer la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{d^2 Z}{dy^2} - k^2 Z = 0, \quad (3.16)$$

La solución de la ec. 3.16 es dada en términos exponenciales:

$$Z = Ce^{kz} + De^{-kz} \quad (3.17)$$

Donde  $C$  y  $D$  son constantes a ser calculadas a partir de las condiciones de frontera de la superficie libre y de la profundidad respectivamente, no obstante ésta última va de  $-\infty < z < 0$ , por lo que la constante  $D$  puede ser despreciada:

$$Z = Ce^{kz} \quad (3.18)$$

Sustituyendo esta solución en la ec. 3.15, el potencial de velocidad resulta de la siguiente manera:

$$\phi = \text{Re}[Ce^{kz-ikx+i\omega t}] \quad (3.19)$$

### 3. ANÁLISIS HIDRODINÁMICO

---

De la condición de frontera dinámica, ec. 3.12.b, se despeja la elevación de ola:

$$\zeta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3.20)$$

Estrictamente hablando, esta condición de frontera es impuesta solo si en la superficie libre  $z = \zeta$ . Usando la ec. 3.20, se calcula la elevación de ola linealizada en aguas tranquilas,  $z = 0$ ; por lo que la constante  $C$  de la ec. 3.19 resulta de la siguiente manera:

$$C = \frac{igA}{\omega} \quad (3.21)$$

Donde:

$$A = \text{amplitud de la ola} \quad (3.22)$$

Por lo tanto el potencial de la ec. 3.19 se reescribe de la siguiente manera:

$$\phi = \frac{gA}{\omega} e^{kz} \text{sen}(kx - \omega t) \quad (3.23)$$

La solución de la ec. 3.23 aparentemente está completa, sin embargo la condición de superficie libre no ha sido impuesta. Por lo que si sustituimos este potencial en la ec. 3.12.b, se obtiene una razón entre el número de ola y la frecuencia, denominada relación de dispersión (ec. 3.24).

$$k = \frac{\omega^2}{g} \quad (3.24)$$

De manera que la frecuencia y el número de ola son parámetros dependientes de esta relación. La velocidad de fase  $V_p$  puede ser calculada por medio del número de ola (ec. 3.14) y la relación de dispersión de la siguiente manera:

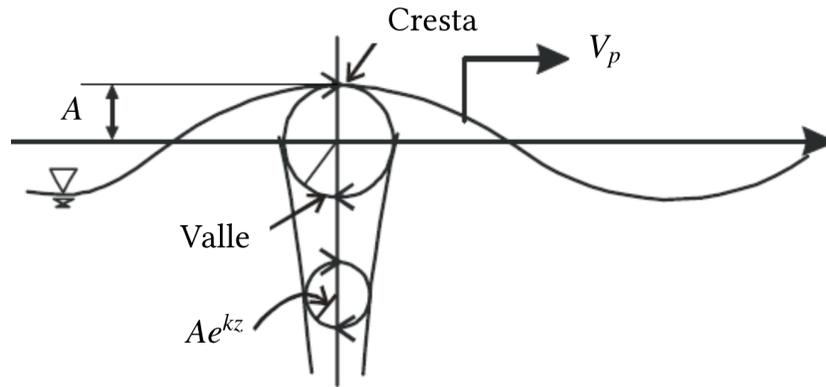
$$V_p = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega} = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad (3.25)$$

De acuerdo con Newman (1978), las componentes de velocidad  $(u, v)$  del fluido son los siguientes:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \omega A e^{kz} \cos(kx - \omega t) \quad (3.26)$$

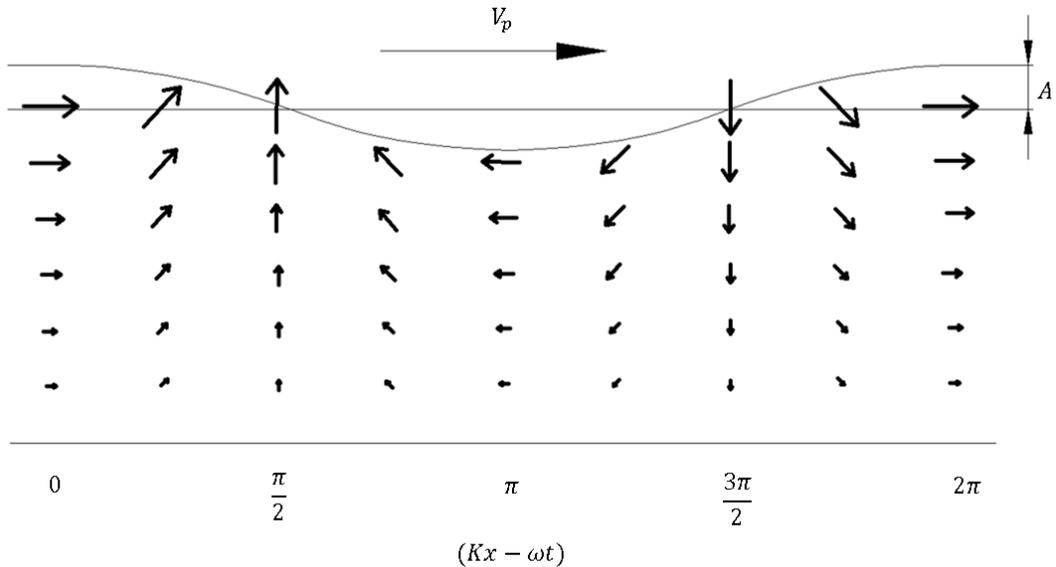
$$v = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \omega A e^{kz} \text{sen}(kx - \omega t) \quad (3.27)$$

De acuerdo con estas componentes, las partículas del fluido se mueven en órbitas circulares de radio  $Ae^{kz}$ , disminuyendo exponencialmente conforme la profundidad va aumentando (Fig. 3.2).



**Figura 3.2:** Las órbitas circulares con radio  $Ae^{kz}$  disminuyen exponencialmente con la profundidad. (Yue, 2005)

En la superficie libre linealizada,  $z = 0$ , la amplitud de este movimiento es igual a la amplitud de la ola  $A$ , esto concuerda con la condición cinemática de frontera. Comparando la ecs. 3.26 y 3.27 con la elevación de ola (ec. 3.13), se muestra que el valor máximo de la componente vertical se da en  $\zeta = 0$ , mientras que en el valle y la cresta se dan los valores máximos de las componentes horizontales, sin embargo en la cresta el valor es positivo en la misma dirección de la propagación de ola, mientras que en el valle es negativo. Todas estas características se aprecian en la fig. 3.3.

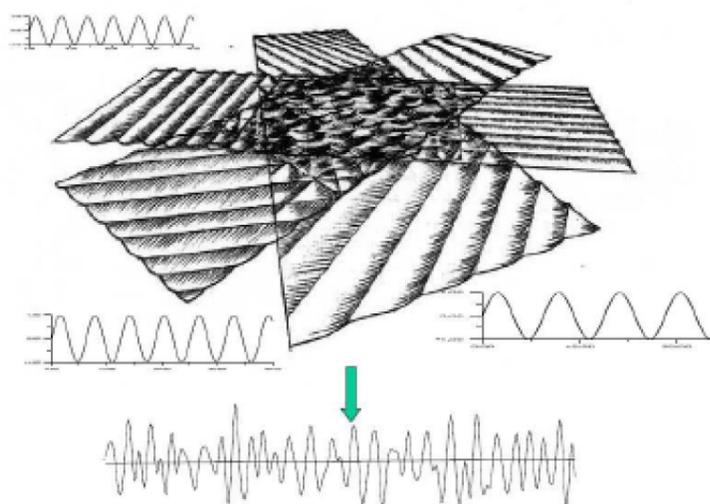


**Figura 3.3:** Campo de velocidad de una ola plana progresiva en aguas profundas. (Newman, 1978)

### 3.3. Espectros de energía para olas irregulares

#### 3.3.1. Aspectos básicos

Las olas irregulares representan una imagen más realista de la superficie oceánica, ya que la suma de longitudes de ola entre dos crestas sucesivas varían continuamente. Una ola irregular se representa por un registro de un estado de mar en función del tiempo; si se tiene en cuenta que la dirección de propagación de los diferentes frentes de ola y el abanico de frecuencias en cada una de estas, la forma irregular de la superficie de mar se podría separar en una serie de múltiples armónicos, tal y como se ve en la fig. 3.4, (López, 2014).



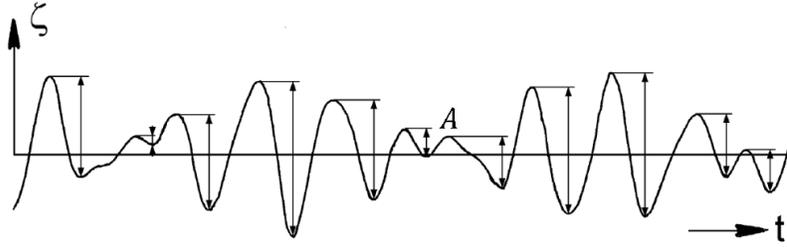
**Figura 3.4:** Descomposición del estado de mar en múltiples armónicos. (López, 2014)

#### 3.3.2. Elevación de la ola

En la práctica, la teoría de potencial se usa para simular olas irregulares con el fin de obtener estimaciones estadísticas. De acuerdo con lo que indica Faltinsen (1987), la elevación la ola irregular de cresta larga puede ser escrita como la suma de  $N$  componentes de ola de la siguiente manera:

$$\zeta = \sum_{j=1}^N A_j \text{sen}(\omega_j t - k_j x + \varepsilon_j) \quad (3.28)$$

Donde  $A_j$ ,  $\omega_j$ ,  $k_j$  y  $\varepsilon_j$  son la amplitud de la ola, frecuencia circular, número de ola y ángulo de fase de la  $j$ -componente de ola (Fig. 3.5).



**Figura 3.5:** Registro de elevación de ola  $\zeta$  en función del tiempo. (Murali, 2015)

La amplitud de la elevación instantánea de la ola se expresa por medio del espectro de ola  $S(\omega)$ , por lo que se tiene:

$$\frac{1}{2}A_j^2 = S(\omega_j)\Delta\omega \quad (3.29)$$

Se hace uso del método espectral para caracterizar la distribución de energía a corto plazo de la ola irregular por medio del espectro de la ec. 3.29, que será explicado a detalle en la siguiente sección.

### 3.3.3. Análisis espectral

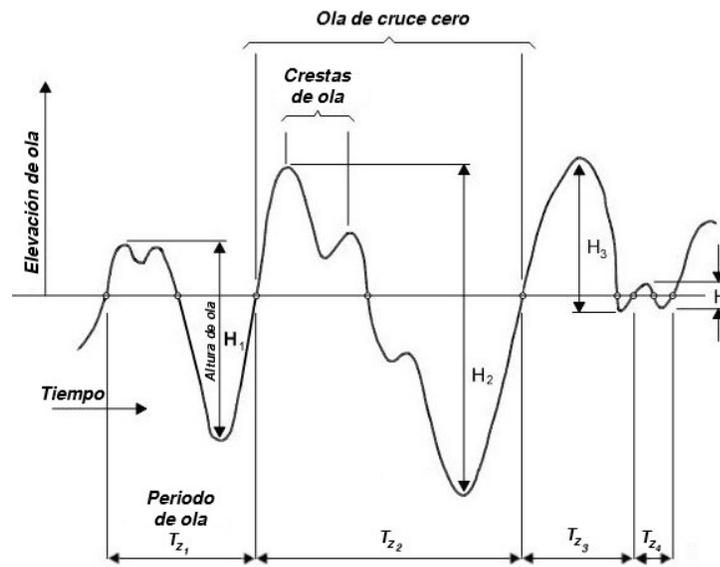
El análisis espectral sirve para determinar la distribución de energía de oleaje y sus parámetros estadísticos medios para cada frecuencia mediante la transformación de una serie de datos registrados en el dominio del tiempo en un espectro de oleaje. Esta forma de describir el estado de mar se basa en descomponer el movimiento de la superficie del mar mediante la transformada de Fourier. Las ventajas de una representación espectral de oleaje son que entrega directamente la frecuencia asociada a un valor pico de energía, lo que lo vuelve muy práctico a comparación de otros métodos basados meramente en la estadística. Adicionalmente Faltinsen (1987) indica que éste método se emplea para análisis de estados de mar concretos del orden de horas o días., es decir, a corto plazo.

Unas series de parámetros importantes a considerar son los siguientes:

- Momento espectral de orden  $k$  de la densidad espectral de oleaje:

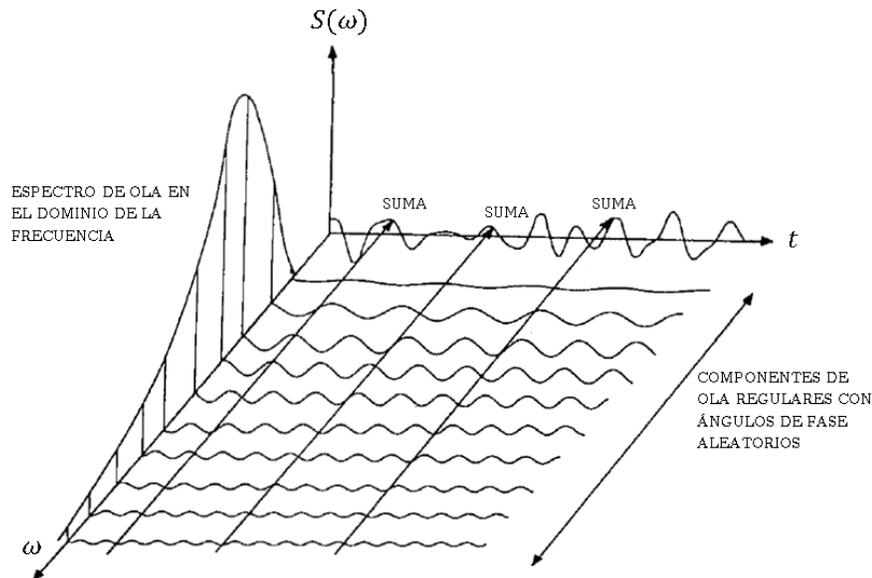
$$m_k = \int_0^\infty \omega^k S(\omega) d\omega \quad k = 0, 1, 2, \dots, k \quad (3.30)$$

- Altura de ola significativa  $H_{1/3}$ : es la media aritmética del tercio de las alturas de mayor valor de los registros de ola.
- Periodo medio de ola  $T_z$ : promedio de los periodos definidos como pasos ascendentes por cero.
- Periodo de ola significativa  $T_s$ : media aritmética de los periodos asociados al tercio de las olas más altas.



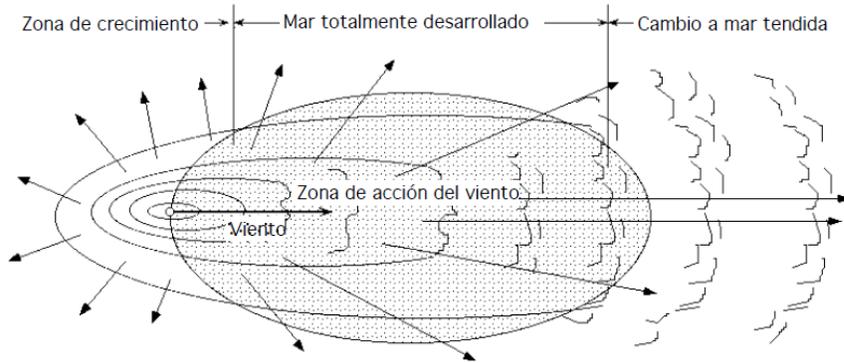
**Figura 3.6:** Periodos y alturas de ola características de un registro de ola. (López, 2014)

Faltinsen (1987) indica que la amplitud de la ola en cualquier punto determinado es una variable aleatoria con distribución de probabilidad de tipo Gaussiana con media cero y varianza  $\sigma^2$  igual a  $\int_0^\infty S(\omega)d\omega$ , por lo que aplicando los conceptos de distribución normal al registro de ola de la ec. 3.28, se obtiene una relación entre el registro de las olas irregulares en el dominio del tiempo y la representación de las olas en el dominio de la frecuencia por medio del espectro de ola  $S(\omega)$  (ver fig. 3.7).



**Figura 3.7:** Relación entre el registro de ola en el dominio del tiempo y el espectro de ola en el dominio de la frecuencia. (Faltinsen, 1987)

Existen varios espectros de ola idealizados para caracterizar la elevación de la ola. En la 15<sup>va</sup> conferencia internacional de la ITTC (*International Towing Tank Conference*), se recomendó el más efectivo y sencillo de usar, propuesto por Pierson y Moskowitz en 1964 (Faltinsen, 1987); ellos propusieron que si el viento sopla de forma constante durante un periodo largo en una gran área del mar, las olas entrarían en equilibrio con el viento; a esta suposición se le denominó mar totalmente desarrollado (fig. 3.8).



**Figura 3.8:** Mar totalmente desarrollado. Murali (2015)

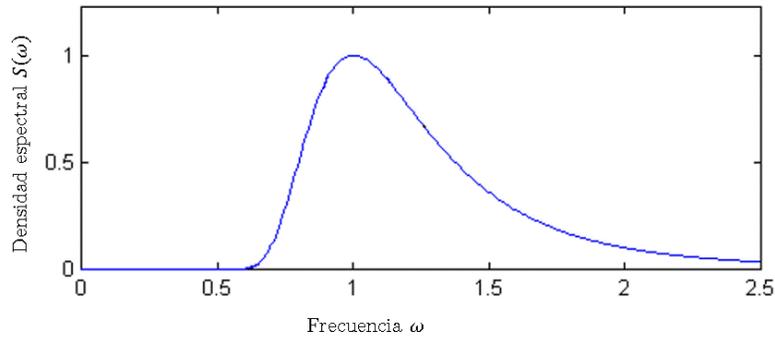
La formulación del espectro de ola de Pierson-Moskowitz es la siguiente:

$$\frac{S(\omega)}{H_{\frac{1}{3}}^2 T_s} = \frac{0.11}{2\pi} \left( \frac{\omega T_s}{2\pi} \right)^{-5} \exp \left[ -0.44 \left( \frac{\omega T_s}{2\pi} \right)^{-4} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Espectro de ola} \\ \text{de Pierson-Moskowitz} \end{array} \right\} \quad (3.31)$$

Donde:

$$T_s = 2\pi(m_0/m_1)$$

$$H_{1/3} = 4\sqrt{m_0}$$



**Figura 3.9:** Espectro de ola Pierson-Moskowitz. Murali (2015)

### 3.3.4. Valores más probables de amplitud de ola

Para una serie de simulaciones de elevación de ola, el valor más probable de amplitud  $A$  en cada serie se le considera una variable aleatoria con una distribución de probabilidad tipo Rayleigh, cuya función de densidad es la siguiente:

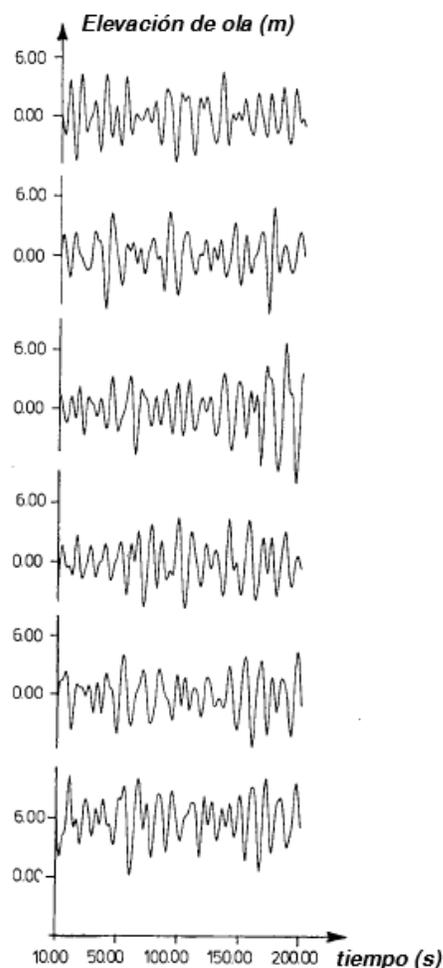
$$p(A) = \frac{A}{m_0} e^{-A^2/2m_0} \quad (3.32)$$

Un registro de ola se puede simular por medio de  $N$  componentes de la ec. 3.28. De acuerdo con Faltinsen (1987), el número de simulaciones que se requieren son al menos de 1,000 realizaciones.

La fig. 3.10, muestra un ejemplo de varias simulaciones de elevaciones de ola, todas ellas provenientes del mismo espectro de ola y de la misma duración en cada serie; la razón por la cual son diferentes es que fueron seleccionadas en intervalos de fases aleatorias, por lo que se puede observar que el máximo valor en cada realización es diferente. Al seleccionar un gran número de realizaciones se pueden calcular los valores máximos más probables de éstas. El valor más probable de la amplitud  $A$  a corto plazo, está dado por la ec. 3.33.

$$A_{max} = \left( 2m_0 \log \frac{t}{T_s} \right)^{1/2} \quad (3.33)$$

Donde  $t$  es la duración en segundos del estado de mar a considerar.



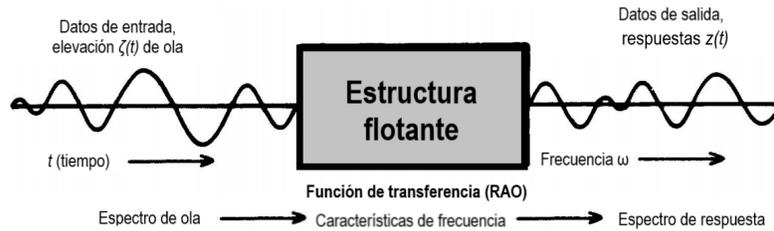
**Figura 3.10:** Ejemplos de diferentes realizaciones de registro de ola (Faltinsen, 1987)

### 3.4. Hidrodinámica de cuerpos flotantes

La relación entre el movimiento de los fluidos y cuerpos flotantes son establecidas por las combinaciones de fuerzas externas que involucra la inercia de los cuerpos. En cuanto a la dinámica del fluido, no se puede considerar que éste actúe en puntos discretos del cuerpo, sino como cargas distribuidas de manera continua en toda la masa de las partículas del cuerpo. Murali (2015) cita que “las distribuciones de las fuerzas y momentos y la descripción cinemática de los movimientos del fluido son continuas” (p. 193).

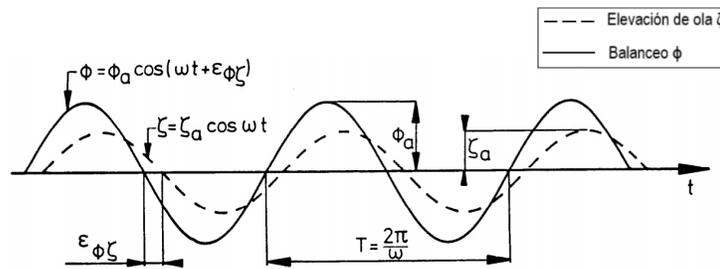
#### 3.4.1. Sistema lineal

En la secc. 3.3.2, se estudió acerca de los espectros de energía de ola; éste es el dato de entrada en el sistema lineal. Mientras que el dato de salida son las respuestas<sup>1</sup> de la estructura en el dominio de la frecuencia (Fig. 3.11).



**Figura 3.11:** Relación entre los movimientos de la estructura y las olas  
(Murali, 2015. Modificada por el autor)

Al referirnos que los movimientos de la estructura y el fluido tienen un comportamiento lineal, nos referimos que a en cada frecuencia, las diferentes relaciones entre amplitudes de movimiento, amplitud y cambios de fase son proporcionales entre sí. (Fig. 3.12) (Murali, 2015).



**Figura 3.12:** Gráficas de la elevación de ola  $\zeta$  y el balanceo  $\phi$  de la estructura  
(Murali, 2015. Modificada por el autor)

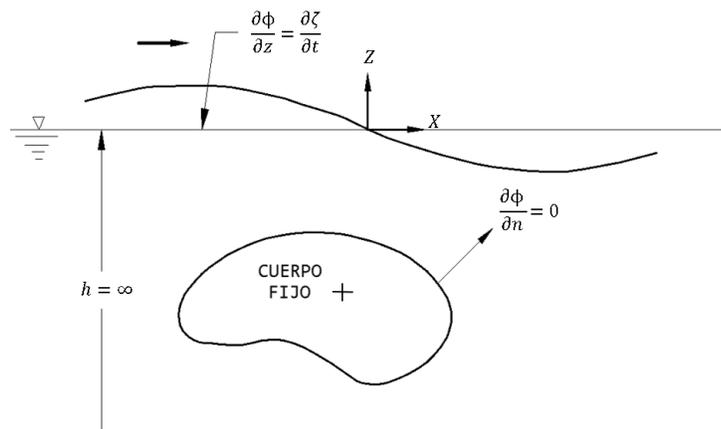
<sup>1</sup>Las respuestas a obtener son los desplazamientos, las rotaciones y los diagramas de elementos mecánicos a lo largo de la sección media

### Condiciones cinemáticas de frontera de un cuerpo flotante

Para el cálculo de los movimientos de un cuerpo flotante debido a los efectos de las olas, las condiciones de frontera juegan un papel importante. Estas se dividen en dos casos:

1. Para un cuerpo fijo en el que inciden olas en él (fig. 3.13), se tiene la siguiente condición de frontera:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{sobre la superficie del cuerpo} \quad (3.34)$$



**Figura 3.13:** Condición de frontera para un cuerpo fijo.  
Chakrabarti (1987).

La ec. 3.34, indica que el cuerpo es impermeable, es decir que no ingresa fluido a la superficie del cuerpo.

2. Si ahora se considera que el cuerpo se mueve con una velocidad  $U$ , la ec. 3.34, es dada de la siguiente manera:

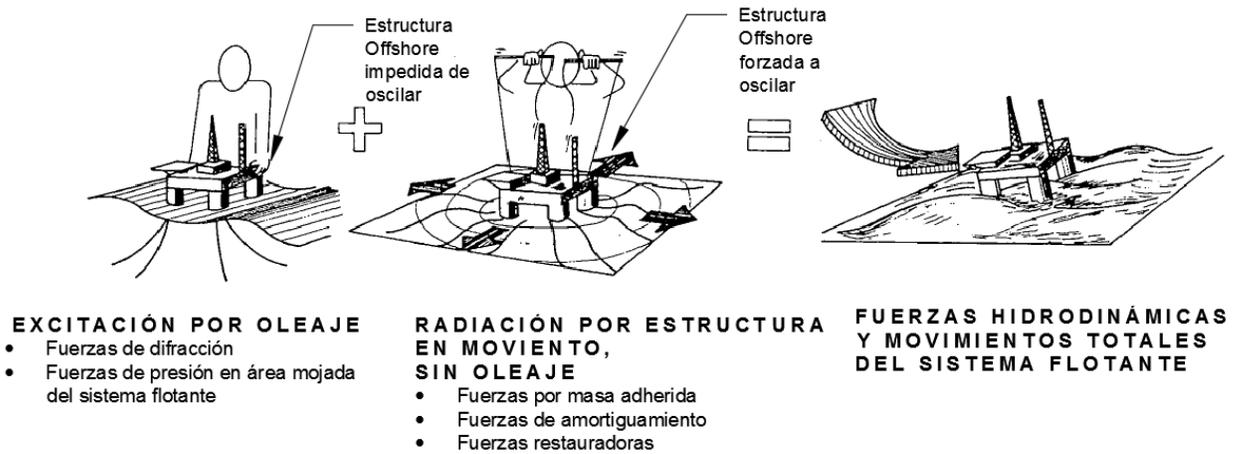
$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = U \cdot n \quad \text{sobre la superficie del cuerpo} \quad (3.35)$$

En ambas ecuaciones (3.34 y 3.35),  $n$  es el vector normal de la superficie del cuerpo y  $\partial/\partial n$  indica diferenciación a lo largo de la normal de la superficie del cuerpo.

### Superposición de cargas

En un sistema lineal, las fuerzas globales sobre la estructura son el resultado de la superposición de dos casos, el primero son las fuerzas del movimiento radial del cuerpo en aguas tranquilas y el segundo son las del producto del movimiento del agua sobre el cuerpo fijo (Fig. 3.14). Por lo que de acuerdo con lo que menciona Faltinsen (1987), la suma de estas fuerzas globales son:

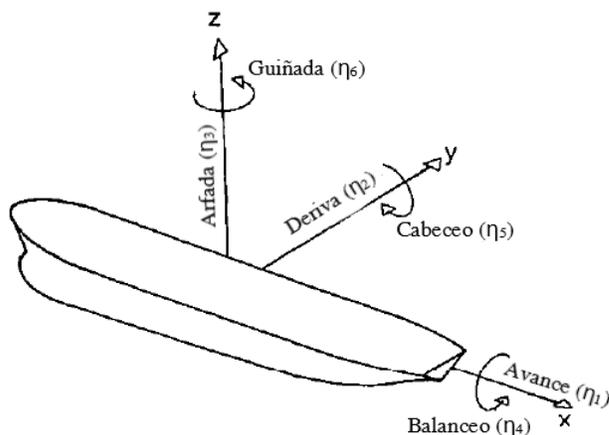
1. Las llamadas **fuerzas hidromecánicas**<sup>1</sup>, que son inducidas por oscilaciones armónicas por parte del cuerpo radiando en una superficie de agua sin perturbaciones,
2. y las **fuerzas de excitación** por parte de la ola sobre la estructura restringida de moverse.



**Figura 3.14:** Superposición de fuerzas de excitación, fuerzas de masa adherida, amortiguamiento y fuerzas de restauración  
(Faltinsen, 1987. Modificada por el autor)

Antes de entrar en detalle y describir las fuerzas mencionadas, se debe establecer un sistema de ejes coordenados en el sistema flotante. La fig. 3.15 define los grados de libertad traslacionales y rotacionales, así como sus nombres respectivos en la ingeniería naval; en dicha figura se observa un plano  $x - z$  de simetría en el sistema.

<sup>1</sup>Las fuerzas hidromecánicas incluyen las fuerzas hidrodinámicas e hidrostáticas sobre el fluido



**Figura 3.15:** Definiciones del sistema de ejes de coordenadas, modos de movimiento y sus respectivos nombres en la ingeniería naval (Faltinsen, 1987. Modificada por el autor)

### 3.4.2. Fuerzas de masa adherida y amortiguamiento

Las cargas de masa adherida y al amortiguamiento son fuerzas y momentos debido a movimientos armónicos por parte del cuerpo flotante. En este análisis, no existe presencia de olas incidentes sobre el sistema flotante, sin embargo el movimiento de éste genera olas salientes y da lugar a presiones del fluido sobre la superficie del cuerpo. La integración de las presiones, proporcionan las fuerzas y momentos globales. Las componentes de los elementos mecánicos en el grado de libertad  $\eta_j$ , se definen por medio de la siguiente ecuación:

$$F_k = -A_{kj} \frac{\partial^2 \eta_j}{\partial t^2} - B_{kj} \frac{\partial \eta_j}{\partial t} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Componentes de fuerzas y momentos} \\ \text{de masa adherida y amortiguamiento} \end{array} \right\} \quad (3.36)$$

Donde:

- $F_k$  = componentes de fuerza de masa adherida y amortiguamiento
- $A_{kj}$  = coeficientes de masa adherida
- $B_{kj}$  = coeficientes de amortiguamiento
- $\eta_j$  = grado de libertad

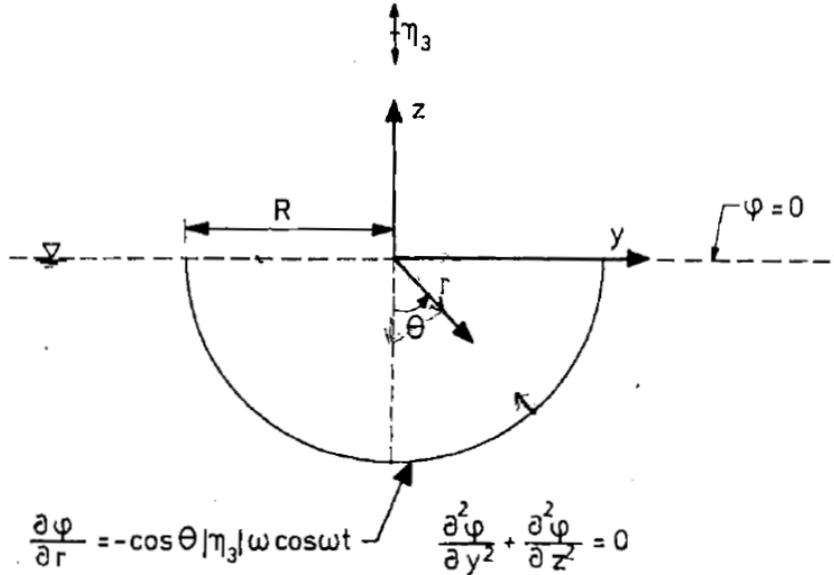
Ambos coeficientes de masa adherida y amortiguamiento, están conformados por una matriz simétrica de 36 elementos donde la mitad de los coeficientes son iguales a cero. Ésto último se cumple debido a que el sistema no navegará durante su operación, además que en su configuración geométrica presenta una simétrica a lo largo del eje longitudinal. En el caso de  $A_{kj}$ , no todos los elementos son masa, por ejemplo, el término  $A_{44}$  tiene dimensiones de momento de inercia y otros como  $A_{15}$  tiene unidades de masa por longitud.

Para encontrar el movimiento del fluido, primeramente se debe calcular el potencial de velocidad, posteriormente imponer las correspondientes condiciones de frontera, de modo que en la superficie del cuerpo es necesario que la componente normal de la velocidad del fluido sea igual a la componente normal de la velocidad de la fuerza en cada dirección correspondiente. Además que la presión del fluido en la superficie libre es igual a la presión atmosférica, así como, por motivos de practicidad, el correspondiente análisis debe realizarse en altas frecuencias  $\omega \rightarrow \infty$ . Cuando el potencial es calculado, la presión puede ser determinada por medio de la ec. linealizada de Bernoulli. Excluyendo la parte de la presión hidrostática e integrando sobre las paredes del cuerpo, se obtiene la fuerza y el coeficiente de masa adherida.

La parte lineal de la fuerza es expresada de la siguiente manera:

$$F_3 = -A_{33} \frac{\partial^2 \eta_3}{\partial t^2} - B_{33} \frac{\partial \eta_3}{\partial t} \quad \text{en este caso, para la dirección en arfada} \quad (3.37)$$

Considérese el siguiente ejemplo, con el fin de analizar la masa adherida de acuerdo con la ec. 3.37 en la dirección de arfada. Una sección transversal circular se desplaza verticalmente, la masa adherida se calcula en arfada para altas frecuencias ( $\omega \rightarrow \infty$ ). Al ser un problema bidimensional, se estudia el fluido en un plano y por lo tanto se calcula la fuerza por unidad de longitud axial del cilindro.



**Figura 3.16:** Problema bidimensional de condición de frontera para el movimiento en arfada  $\eta_3$  de un cilindro circular a altas frecuencias  $\omega$  (Faltinsen, 1987)

Suponiendo que el movimiento vertical se rige con la siguiente fórmula:

$$\eta_3 = \eta_3 \text{sen}(\omega t) \quad (3.38)$$

La condición de frontera para la superficie húmeda del cilindro es la siguiente:

### 3. ANÁLISIS HIDRODINÁMICO

---

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = \frac{\partial\phi}{\partial r} = -\cos\theta |\eta_3| \omega \cos(\omega t) \quad \text{para } r = R \quad \text{y } -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2 \quad (3.39)$$

La ec. 3.39 es la diferenciación del potencial a lo largo de la normal a la superficie. Esta es la condición cinemática de frontera sobre el cuerpo.

Para determinar la solución del potencial, se impone la condición linealizada de frontera en la superficie libre (ec. 3.12).

$$\phi = \eta_3 \omega \cos\left(\omega t \frac{R^2}{r}\right) \cos\theta \quad (3.40)$$

La ec. 3.40, nos indica que todo el fluido oscila armónicamente.

Posteriormente de la ec. 3.7 de Bernoulli, se considera solo la parte dinámica, obteniendo lo siguiente:

$$p = -\rho \frac{\partial\phi}{\partial t} = \rho \eta_3 \omega^2 \sin\left(\omega t \frac{R^2}{r}\right) \cos\theta \quad (3.41)$$

Finalmente, la fuerza vertical por unidad de longitud sobre el cilindro es resultado de integrar la presión de la ec. 3.41, de la siguiente manera:

$$F_3 = \int_{S_B} -\rho \frac{\partial\phi}{\partial t} dS = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho \eta_3 \omega^2 \sin(\omega r R^2) \cos^2 \theta d\theta \quad (3.42)$$

$$= \underbrace{-\frac{1}{2} \rho \pi R^2}_{\text{Coeficiente } A_{33}} \frac{\partial^2 \eta_3}{\partial t^2} \quad (3.43)$$

Para el análisis del coeficiente de amortiguamiento  $B_{33}$  es necesario relacionarlo con la amplitud de la ola  $A_3^1$  por medio de argumentos energéticos. De acuerdo con Newman (1978: pp. 260-266), la energía total  $E$  en el volumen  $V$  de un fluido es el resultado de la suma de la energía potencial y cinética:

$$E(t) = \rho \iiint_V \left( \frac{1}{2} V^2 + gz \right) dV \quad (3.44)$$

La derivada de la ec. 3.44 con respecto al tiempo se desarrolla de la siguiente manera:

$$\frac{dE(t)}{dt} = -\rho \iint_{S_B} \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} \frac{\partial\phi}{\partial n} - \left( \frac{p - p_0}{\rho} + \frac{\partial\phi}{\partial t} U_n \right) \right) dS \quad (3.45)$$

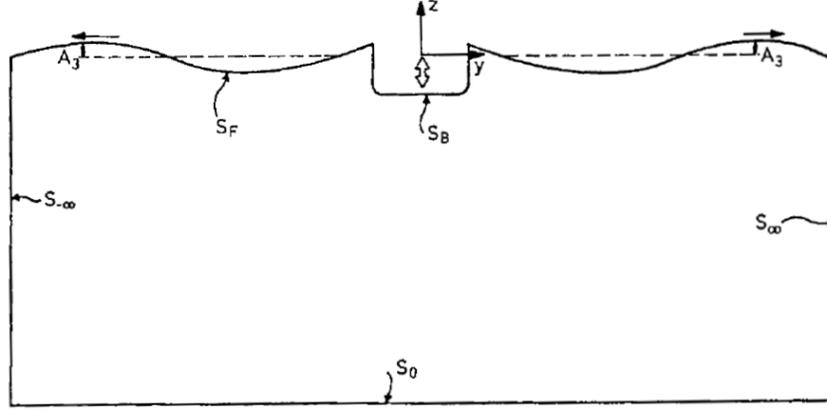
Donde  $S_B$  es la superficie del cuerpo que conforma el volumen  $V$ ,  $\partial/\partial n$  es la derivada a lo largo del vector  $n$  a la superficie,  $U_n$  es la velocidad normal de  $S_B$  y  $p_0$  es la presión atmosférica.

El fin de la ec. 3.45, es calcular el coeficiente de amortiguamiento calculando cuánta energía disipa el cuerpo. Para aplicarla es necesario plantear un volumen de control (Fig.

---

<sup>1</sup>el subíndice 3, significa que es la amplitud generada por las oscilaciones en arfada

3.17), esta consiste de una superficie que considere el límite de las paredes del cuerpo  $S_B$ , dos superficies de control horizontales<sup>1</sup> y la superficie libre del fluido ubicada entre éstas.



**Figura 3.17:** Superficie de control usada en la relación entre el coeficiente de amortiguamiento y la amplitud de ola  $A_3$  generada por la fuerza en arfada para un cuerpo bidimensional  
(Faltinsen, 1987)

Las condiciones de frontera a considerar son:

$$\begin{aligned} U_n &= \partial\phi/\partial n && \text{en } S_F \text{ y en } S_B \\ U_n &= 0 && \text{en } S_{\pm\infty} \\ p &= p_0 && \text{en } S_F \end{aligned}$$

Por lo que la ec. 3.45, se desarrolla de la siguiente manera:

$$\frac{dE}{dt} = \int_{S_B} (p - p_0) U_n dS - \rho \int_{S_{\infty} + S_{-\infty}} \frac{\partial\phi}{\partial t} \frac{\partial\phi}{\partial n} dS \quad (3.46)$$

El primer término de la ec. 3.46, es desarrollado como:

$$\begin{aligned} \int_{S_B} (p - p_0) U_n dS &= \frac{d\eta_3}{dt} \int_{S_B} (p - p_0) \eta_3 dS \\ &= \frac{d\eta_3}{dt} \left( (m + A_{33}) \frac{d^2\eta_3}{dt^2} + B_{33} \frac{d\eta_3}{dt} + C_{33}\eta_3 - \rho gV \right) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Debido a que la energía del movimiento del fluido es periódico, el trabajo hecho por los componentes de masa, amortiguamiento y rigidez hidrostática por unidad de tiempo durante un periodo de oscilación  $T$  se puede expresar por medio de la siguiente ecuación:

<sup>1</sup>que vayan de  $S_{\infty}$  a  $S_{-\infty}$  ubicadas en  $y = \infty$  y en  $y = -\infty$

### 3. ANÁLISIS HIDRODINÁMICO

$$\int_0^T \frac{dE}{dt} = 0 \quad (3.48)$$

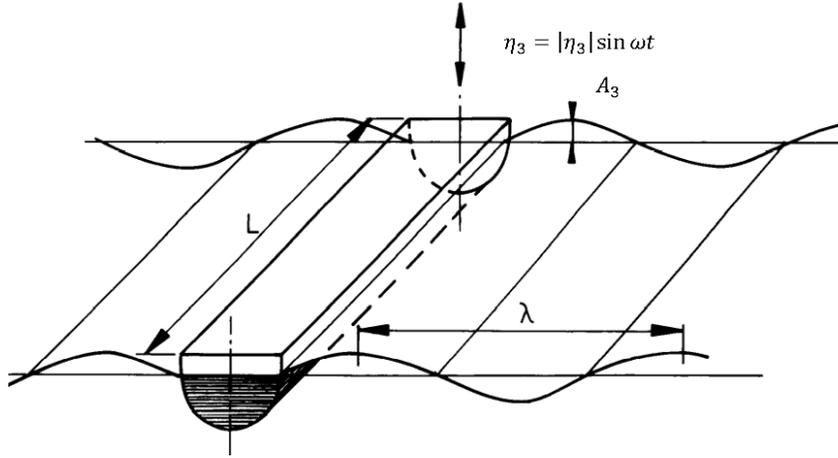
para cada término de la ec. 3.47, se tiene:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \{(m + A_{33}) \cdot \dot{\eta}_3\} \cdot \{\dot{\eta}_3 dt\} = \frac{-\eta_3^2 (m + A_{33}) \omega^3}{T} \int_0^T \text{sen} \omega t \cdot \cos \omega t dt = 0 \quad (3.49)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \{B_{33} \cdot \dot{\eta}_3\} \cdot \{\dot{\eta}_3 dt\} = \frac{\eta_3^2 B_{33} \omega^2}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{2} \omega^2 B_{33} \eta_3^2 \quad (3.50)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \{C_{33} \cdot \eta_3\} \cdot \{\dot{\eta}_3 dt\} = \frac{\eta_3^2 C_{33} \omega}{T} \int_0^T \text{sen} \omega t \cos \omega t dt = 0 \quad (3.51)$$

De estas ecuaciones (3.49, 3.50 y 3.51), la única que disipa energía es la fuerza de amortiguamiento de modo que el movimiento en arfada decrece. Físicamente, la ec. 3.50 es igual en magnitud pero es de sentido opuesto al trabajo de la fuerza sobre el cuerpo realizado en un periodo. El segundo término de la ec. 3.46 representa el potencial de velocidad de las olas salientes y éste se usa para calcular el coeficiente de amortiguamiento.



**Figura 3.18:** Cilindro horizontal radiando en aguas tranquilas  
(Murali, 2015)

Continuando con el ejemplo del cilindro, el potencial de velocidad es el siguiente:

$$\phi = \frac{gA_3}{\omega} e^{kz} \cos(\omega t \pm ky + \varepsilon) \quad \text{Cuando } y \rightarrow \pm\infty \quad (3.52)$$

Por lo que desarrollando el segundo término se tiene:

$$\frac{1}{T} \rho \int_0^T dt \int_{S_\infty} \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial \phi}{\partial n} dS = \frac{1}{T} \rho \int_0^T dt \int_{-\infty}^0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial \phi}{\partial y} dz = \frac{\rho g}{2} A_3^2 \frac{g}{2\omega} \quad (3.53)$$

La integral resuelta para  $S_{-\infty}$  nos da el mismo resultado. La ec. 3.53 representa la tasa de energía que sobre las paredes de la superficie  $S_B$ . El resultado de la ecuación 3.53, contiene la densidad de energía y la velocidad de grupo del fluido  $V_p$ :

$$E = \underbrace{\frac{1}{2}\rho g \eta_3^2}_{\text{Densidad de energía}} \cdot \underbrace{\frac{g}{2\omega}}_{V_p} T \quad (3.54)$$

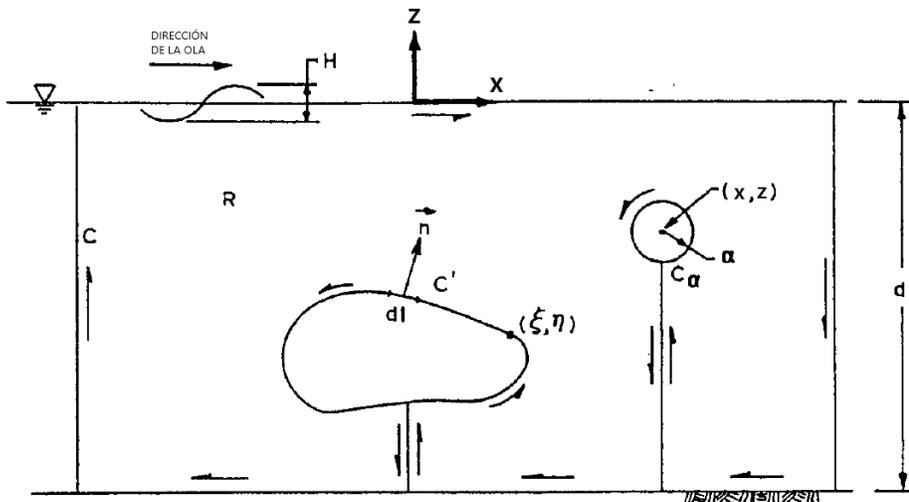
Por lo que al igualar la ecuación de energía (3.54) con la energía disipada (ec. 3.50), se puede despejar fácilmente el coeficiente de amortiguamiento:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}B_{33}\omega^2\eta_3^2 &= \frac{\rho g^2\eta_3^2}{2\omega} \\ B_{33} &= \rho \left(\frac{A_3}{\eta_3}\right)^2 \frac{g^2}{\omega^3} \end{aligned} \quad (3.55)$$

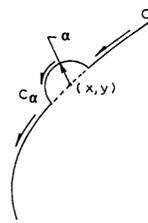
El coeficiente obtenido nos indica que dicha expresión siempre es positiva, de acuerdo con Faltinsen (1987) es válida para cualquier frecuencia. También nos indica que los resultados son similares para  $B_{ii}$  para  $i = 2$  y  $4$  (cabeceo y balanceo), pero que no puede garantizar lo mismo para los coeficientes de masa adherida ya que estos dependen de la configuración geométrica del cuerpo.

#### 3.4.2.1. Método de fuente

De acuerdo con Faltinsen (1987), el método de fuente es de las técnicas más usadas para analizar la respuesta lineal de una estructura de gran volumen en olas regulares. Este es más conocido con el nombre de método de elementos de frontera (en inglés conocido como *boundary element methods*). Éste se enfoca al análisis de estructuras donde las amplitudes de oscilación del fluido y el cuerpo son pequeñas en relación con las dimensiones de la sección transversal del sistema flotante. Básicamente, el método consiste en distribuir un número determinado de puntos sobre la superficie, a los que se les denomina fuentes. Una fuente es un punto desde el cuál se supone fluyendo en todas las direcciones (fig. 3.19), si el flujo pasa a través de una pequeña superficie cerrada que rodea el punto  $Q$ , entonces se llama “fuerza” de la fuente.



(a) Recorrido de las partículas de agua



(b) Fuente

**Figura 3.19:** Diagrama de una fuente en un problema de frontera  
(Chakrabarti, 1987)

El potencial de velocidad en cualquier fuente es:

$$\phi = \frac{Q}{2\pi} \log R \quad (3.56)$$

Donde  $R$  es la distancia de cualquier punto a la fuente.

Considérese de nuevo el ejemplo que se analizó en la sección anterior (fig. 3.16). Para calcular el potencial de velocidad, primeramente se distribuyen fuentes sobre la superficie mojada mediante la siguiente fórmula:

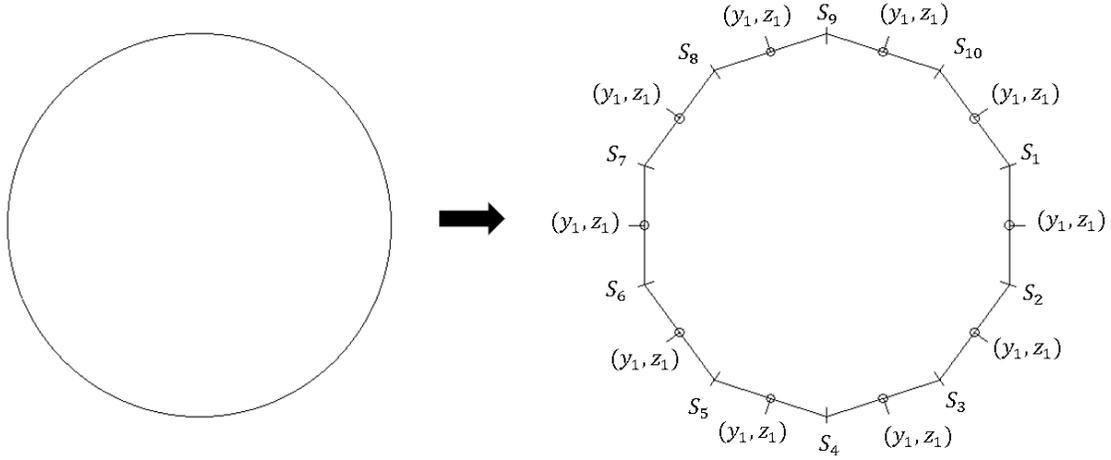
$$\phi(y, z) = \int_{S_B} q(s) \log \underbrace{\left( (y - \eta(s))^2 + (z - \zeta(s))^2 \right)^{\frac{1}{2}}}_R dS \quad (3.57)$$

Donde:

- $\phi(y, z)$  =potencial de velocidad
- $\eta(s), \zeta(s)$  =coordenadas de la superficie del cuerpo
- $x, y$  =coordenadas del fluido
- $q(s)$  =densidad de la fuente
- $S_B$  =superficie mojada del cuerpo
- $R$  =es la distancia de cualquier punto a la fuente

La ec. 3.57 debe cumplir con la ecuación de Laplace. La densidad de  $q(s)$  es calculada cuando se satisface la condición de frontera 3.39. Para aplicar el método de fuente a calcular una fuerza, se lleva a cabo un método numérico siguiendo los siguientes pasos:

1. Aproximar la superficie del cuerpo en  $N$  segmentos.



**Figura 3.20:** Subdivisión de un elemento.

Las coordenadas  $(y_i, z_i)$  están en el punto medio de cada segmento  
(Faltinsen, 1987)

2. De la fig. 3.20, se puede suponer constante a la densidad de la fuente  $q(s)$  en cada segmento  $S_i$ , por lo que significa que el potencial (ec. 3.57) se desarrolla como una suma sobre cada segmento de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \phi = & q_1 \int_{S_1} \log((y - \eta(s))^2 + (z - \zeta(s))^2)^{1/2} ds \\
 & + \dots \\
 & + q_{10} \int_{S_{10}} \log((y - \eta(s))^2 + (z - \zeta(s))^2)^{1/2} ds
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

### 3. ANÁLISIS HIDRODINÁMICO

---

3. Satisfacer la condición de frontera en el cuerpo (ec. 3.39) en el punto medio  $(\bar{y}_i, \bar{z}_i)$  de cada segmento. La densidad de la fuente en este caso se representan de la siguiente manera:

$$q(s) = -\bar{q}(s)|\eta_3|\omega \cos \omega t \quad (3.59)$$

Por lo que aplicando la suma de  $q(s)$  para cada uno de los puntos distribuidos y aplicando las condiciones de frontera, se tiene:

$$\begin{aligned} \bar{q}_1 \left[ \frac{\partial}{\partial n} \int_{S_1} [ \ ] ds \right]_{\bar{y}_1, \bar{z}_1} + \dots + \bar{q}_{10} \left[ \frac{\partial}{\partial n} \int_{S_{10}} [ \ ] ds \right]_{\bar{y}_1, \bar{z}_1} &= \cos \theta|_{\bar{y}_1, \bar{z}_1} \\ \vdots & \vdots \\ \bar{q}_1 \left[ \frac{\partial}{\partial n} \int_{S_1} [ \ ] ds \right]_{\bar{y}_{10}, \bar{z}_{10}} + \dots + \bar{q}_{10} \left[ \frac{\partial}{\partial n} \int_{S_{10}} [ \ ] ds \right]_{\bar{y}_{10}, \bar{z}_{10}} &= \cos \theta|_{\bar{y}_1, \bar{z}_1} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Dentro de los corchetes está  $\log((y - \eta(s))^2 + (z - \zeta(s))^2)^{1/2}$  y la derivada  $\partial/\partial n$  en el ejemplo equivale a  $\partial/\partial r$ . Al momento de derivar con respecto a  $n$ , se puede ver que  $y$  y  $z$  son derivables, por lo que  $n = n(y, z)$ . De modo que la derivada se desarrolla de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial y} n_2 + \frac{\partial}{\partial z} n_3 \quad (3.61)$$

Donde en el caso del círculo,

$$n_2 = \text{sen} \theta \quad (3.62)$$

$$n_3 = -\cos \theta \quad (3.63)$$

Donde:

$n_2$  =componente  $y$  del vector  $n$  en la superficie del cuerpo

$n_3$  =componente  $z$  del vector  $n$  en la superficie del cuerpo

Por lo tanto, la suma de la ec. 3.60 se puede resolver por medio de un sistema de ecuaciones de la siguiente forma:

$$A_{ij} \bar{q}_j = B_i \quad (3.64)$$

Donde  $A_{ij}$  es la matriz de dimensión  $i \times j$  y contiene las integrales de superficie sobre cada elemento para cada coordenada  $\bar{y}_i, \bar{z}_i$ , mientras que  $q_j$  contiene la “fuerza” de la fuente. La suma total de las contribuciones de cada elemento, pueden ser expresado como  $\sum_{j=1}^{10} A_{ij} \bar{q}_j$ . De modo que al satisfacer la condición de equilibrio correspondiente, el resultado del vector  $B_i$  es igual a la velocidad normal de la fuente en  $\bar{y}_i, \bar{z}_i$  con signo opuesto a la velocidad normal de la oscilación (Ghassemi, 2008).

4. El potencial normalizado  $\bar{\phi}$  se define como:

$$\phi = -\bar{\phi}|\eta_3|\omega \cos \omega t \quad (3.65)$$

5. Aplicando la presión de Bernoulli (solo la parte dinámica), se tiene:

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\rho \underbrace{\bar{\phi} \eta_3 \omega^2 \text{sen} \omega t}_{\frac{\partial \phi}{\partial t}} \quad (3.66)$$

6. De acuerdo con (Newman, 1978), la fuerza resultante se calcula de la siguiente manera:

$$F_3 = - \int_S p n_3 dS = - \int_S \underbrace{-\rho \bar{\phi} |\eta_3| \omega^2 \text{sen} \omega t}_p - \underbrace{\cos \theta}_{n_3} ds \quad (3.67)$$

donde  $n_3$  y  $\bar{\phi}$  están en función de la superficie  $S_B$  y por lo tanto, la masa adherida es:

$$A_{33} = -\rho \sum_{j=1}^{10} \left[ \int_S \bar{\phi} \cos \theta ds \right] \quad (3.68)$$

### 3.4.3. Fuerzas de rigidez hidrostática

Para cuerpos flotantes, las fuerzas de rigidez hidrostática solo están presentes en arfada, cabeceo y balanceo; los términos que las componen ya fueron explicados en el capítulo 2 y de acuerdo con Murali (2015), son los siguientes:

$$\text{Coeficiente en arfada} : c_{zz} = \rho g A_{WL} \quad (3.69)$$

$$\text{Coeficiente en balanceo: } c_{\phi\phi} = \rho g V \overline{GM} \quad (3.70)$$

$$\text{Coeficiente en cabeceo} : c_{\theta\theta} = \rho g V \overline{GM}_L \quad (3.71)$$

Donde:

$A_{WL}$  =área del plano del agua

$\overline{GM}$  =altura metacéntrica transversal

$\overline{GM}_L$  =altura metacéntrica longitudinal

$V$  =volumen desplazado

### 3.4.4. Fuerzas de excitación

Las fuerzas y momentos de excitación sobre un cuerpo flotante se producen cuando en el sistema restringido de oscilar existen olas incidentes y difractadas, suponiendo que a éstas como regulares y sinusoidales. El fluido sobre la estructura tiene dos contribuciones, una de éstas corresponde a la presión inducida por olas no perturbadas cuando se considera al cuerpo ausente del fluido; a éstas se les denomina **fuerzas de Froude-Kriloff**. Mientras que las otras fuerzas son consecuencia del cambio de presiones debido al efecto de la presencia del cuerpo en el fluido; a éstas se les denomina **fuerzas de difracción**. Ambas pueden ser calculadas de una manera similar a las fuerzas de masa adherida y amortiguamiento mediante el método de fuente (Faltinsen, 1987). Esta teoría aplica para cuerpos que sean mucho más grande que la longitud de la ola, de modo que las olas al incidir en la estructura experimentan una dispersión o refracción significativa (Chakrabarti, 1987). El método aplicado para un sistema de estas condiciones es el denominado teoría de la difracción, éste consiste en calcular la presión distribuida en todo el cuerpo. El problema consiste en resolver el potencial total de velocidad en un punto dado en una región del fluido en el tiempo  $t$  (Ngina, 2015). Se define el potencial de difracción como la suma de los incidentes y los potenciales dispersos de la siguiente manera:

$$\phi_D = \phi_0 + \phi_s \quad (3.72)$$

De la ec. 3.72,  $\phi_0$  corresponde al potencial de las olas incidentes cuando la ola no es obstruida por el cuerpo en el fluido; mientras que  $\phi_s$  es potencial de la ola perturbada debido a la presencia de la estructura.

En el potencial disperso  $\phi_s$ , la presencia del cuerpo causa que las perturbaciones de las olas dispersadas e irradiadas se propaguen lejos del cuerpo. En este caso el flujo no tiene condiciones de frontera impuestas en la dirección horizontal, por lo que se necesita una condición apropiada para permitir que las olas generadas localmente en el cuerpo se propaguen hasta el infinito.

Esta condición aplicado en el potencial dispersado se le denomina condición de radiación y es expresado de la siguiente manera:

$$\phi_s \approx \frac{e^{-ikr}}{\sqrt{r}} \quad r \rightarrow \infty \quad (3.73)$$

Donde  $i = \sqrt{-1}$ ,  $k$  es el número de ola y  $r$  es la distancia radial

De otra manera la ecuación 3.73, se expresa como:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left( \frac{\partial \phi_s}{\partial r} - ik\phi_s \right) = 0 \quad (3.74)$$

Cada potencial es calculado al resolver la ecuación de Laplace con sus condiciones de frontera correspondientes, por medio del conjunto de ecuaciones lineales establecidas en la teoría de potencial, pero con la diferencia de la siguiente condición de frontera en la superficie del cuerpo:

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_s}{\partial n} \quad (3.75)$$

Otra condición a cumplir en el cuerpo es:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (3.76)$$

Debido a que el cálculo de la difracción puede presentar no linealidad, la solución de  $\phi$  es supuesta como la serie de potencias con respecto a un parámetro de perturbación  $\varepsilon$  (Chakrabarti, 1987), por lo que el potencial se expresa de la siguiente manera:

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \phi_n \quad (3.77)$$

Donde  $\varepsilon = kH/2$ ,  $H$  es la altura de la ola y  $k$  es el número de ola.

En el que la suma de los términos hasta el índice  $n$  representa la teoría de  $n$ -orden.

De acuerdo a lo que indica Rahman (1984), el problema de difracción de primer orden corresponde a los efectos combinados de las olas incidentes de primer orden que dispersan un cuerpo que se considera fijo. La teoría de primer orden es proporcional a la pendiente de ola y de este modo la no linealidad del problema está expresada en términos de pendiente de la ola de orden uno.

En la superficie libre del cuerpo, la elevación de la ola también se puede expresar en series de potencia:

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \zeta_n \quad (3.78)$$

Donde  $\varepsilon$  es el parámetro de perturbación de la ec. 3.77. Si  $n = 1$ , el perfil de ola corresponde a olas de primer orden.

El potencial en la superficie libre, es expresado de la siguiente manera:

$$\phi(x, y, z, y, t) = \phi[x, z, \zeta(x, y, t), t] \quad (3.79)$$

Sustituyendo  $\phi$  y  $\zeta$  en términos de series de potencia de orden uno, se tiene:

$$\phi(x, y, \zeta, t) = \varepsilon \phi_1(x, y, 0, t) \quad (3.80)$$

Donde  $\phi_1$  es el potencial de difracción de orden uno.

Sustituyendo  $\phi(x, y, \zeta, t)$  en la condición dinámica de frontera (ec. de Bernoulli) sobre la superficie del fluido se tiene:

$$\varepsilon = \left( g\zeta_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right) = 0 \quad \text{en } z = 0 \quad (3.81)$$

y en la condición cinemática de frontera en la misma superficie, se tiene:

$$\varepsilon \left( \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} - \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{en } z = 0 \quad (3.82)$$

Al imponer las condiciones de frontera y por el medio del método de la fuente, se obtienen los potenciales correspondientes, por lo que la presión sobre la superficie del cuerpo es calculada de la siguiente manera:

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3.83)$$

Una vez que las presiones de las superficies en el cuerpo son calculadas, la fuerza en una dirección particular es determinada por medio de la integración de la presión en esa dirección sobre el área sumergida. Ésta se representa de la siguiente manera:

$$F_{n_j} = \varepsilon^n \iint_{S_B} p_n n_j ds \quad (3.84)$$

Donde:

- $j$  =dirección
- $S_B$  =superficie sumergida
- $n_j$  =vector normal en la dirección  $j$

### 3.5. Movimiento de cuerpos flotantes en olas regulares

#### Ecuación de movimiento

En las sección anterior, se estudió el procedimiento para calcular la presión total a lo largo de una ola, obteniendo como resultado las fuerzas que un cuerpo experimenta. Ahora se hace uso de la ecuación de movimiento para cada grado de libertad del cuerpo en olas al comparar las fuerzas hidromecánicas<sup>1</sup> y las fuerzas inerciales relacionadas con la aceleración del cuerpo. Las seis componentes de las fuerzas de inercia, asociadas a la masa del cuerpo se expresan de la siguiente manera:

$$F_i = \sum_{j=1}^6 M_{ij} \dot{U}_j, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (3.85)$$

Donde:

- $M_{ij}$  =matriz de masas del sistema
- $\dot{U}_j$  =derivada de la velocidad del cuerpo

La matriz de masas se expresa de la siguiente manera:

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & 0 \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mz_G & 0 & I_{44} & 0 & -I_{46} \\ mz_G & 0 & 0 & 0 & I_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{46} & 0 & I_{66} \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

---

<sup>1</sup>de masa adherida, amortiguamiento, rigidez hidrostática y de excitación

$z_G$  =vector de posición del centro de gravedad  
 $m$  =masa total del sistema  
 $I_{ij}$  =momento de inercia

La masa es igual a la siguiente expresión:

$$m = \iiint_{V_B} \rho dV \quad (3.87)$$

Igualando las fuerzas inerciales (ec. 3.85) con las fuerzas hidromecánicas, se tiene la ecuación de movimiento del sistema expresada de la siguiente manera:

$$\sum_{j=1}^6 \eta_j [-\omega^2 (M_{ij} + A_{ij}) + i\omega B_{ij} + C_{ij}] = \bar{A} X_i \quad (3.88)$$

Donde:

$\eta_j$  =grado de libertad de la estructura  
 $A_{ij}$  =matriz de coeficientes de masa adherida  
 $B_{ij}$  =matriz de coeficientes de amortiguamiento  
 $C_{ij}$  =matriz de coeficientes hidrostáticos  
 $\bar{A}$  =amplitud del movimiento del sistema  
 $X_i$  =amplitud compleja de fuerza o momento de excitación, en la dirección  $i$

Donde:

$$F_{exi} = \text{Re}\{Ae^{i\omega t} X_i\}, \quad (3.89)$$

$$X_i = -\rho \iint_{S_B} (\phi_0 + \phi_s) \frac{\partial \phi_i}{\partial n} dS \quad (3.90)$$

De acuerdo con Newman (1978), para la ec. 3.89,  $F_{exi}$  son las componentes de la fuerza de excitación. Mientras que de la ec. 3.90, para una ola incidental, el potencial  $\phi_0$  puede ser calculado mediante la ec. 3.23 y el potencial de difracción  $\phi_s$ , es determinado mediante la solución del problema de frontera; satisfaciendo a la condición de frontera de la ec. 3.75, la condición linealizada en la superficie libre (ec. 3.12.c) y la ec. de Laplace (ec. 3.3).

### Operador de amplitud de respuesta

De la ec. 3.88, se tiene un sistema de seis ecuaciones lineales simultáneas, que al despejar el vector de movimientos  $\eta_j$ , se tiene lo siguiente:

$$\eta_j = \bar{A} \sum_{j=1}^6 [X_{ij}]^{-1} X_i \quad (3.91)$$

### 3. ANÁLISIS HIDRODINÁMICO

---

En la ec. 3.91, el término  $X_{ij}$  dentro de los corchetes, se encuentran todos los términos del lado izquierdo de la ec. 3.88. Finalmente se obtiene la relación  $(\eta_j/\bar{A})$  tal y como se muestra a continuación.

$$Z_j(\omega, \theta) = \frac{\eta_j}{\bar{A}} = \sum_{i=1}^6 [X_{ij}]^{-1} X_i = \frac{X_i}{-\omega^2(A_{ij} + M_{ij} + i\omega B_{ij} + C_{ij})} \quad (3.92)$$

La ec. 3.92 es una función de transferencia con una amplitud compleja del movimiento del cuerpo en el  $j$ -ésimo modo, en respuesta a una ola incidente de unidad de amplitud, frecuencia  $\omega$  y dirección  $\theta$ . A la ec. 3.92 se le conoce como **operador de amplitud de respuesta**, por sus siglas en inglés RAO (*Response Amplitude Operator*). Esta función de transferencia puede ser calculada a partir de la ec. 3.92, cuando las fuerzas de masa adherida, amortiguamiento, excitación e hidrostáticas son conocidas. El operador RAO, juega un papel esencial para calcular el espectro de respuesta, (también llamado espectro de potencias), tanto en olas regulares como irregulares, ésto se revisará con más detalle en más detalle en la siguiente sección.

### 3.6. Respuestas irregulares de la estructura

Primeramente en la secc. 3.3.1, convertimos el registro del oleaje del dominio del tiempo al de la frecuencia mediante una transformada de Fourier. Posteriormente en la secc. 3.4.1, mediante un análisis de difracción al sistema se calculan los coeficientes<sup>1</sup> correspondientes y por medio de la ecuación de movimiento se obtiene la función de transferencia. Finalmente, cada componente de ola regular puede transferirse una a una a las componentes regulares de respuesta por medio de un simple proceso explicado a continuación.

De acuerdo con Chakrabarti (1987), “para un sistema lineal, la función de transferencia es el módulo del RAO elevado al cuadrado en una frecuencia dada, por lo que el cuadrado del RAO se multiplica por el espectro de ola para elevar el valor del espectro de potencia a esa frecuencia.” (p. 418). Esto mismo será comprobado a continuación. El espectro de ola se expresa de la siguiente manera:

$$S_\zeta(\omega)d\omega = \frac{1}{2}\zeta_a^2(\omega) \quad (3.93)$$

Murali (2015) señala que de manera análoga, el espectro de energía de la respuesta arfada  $z(\omega, t)$  puede ser definido de la siguiente manera:

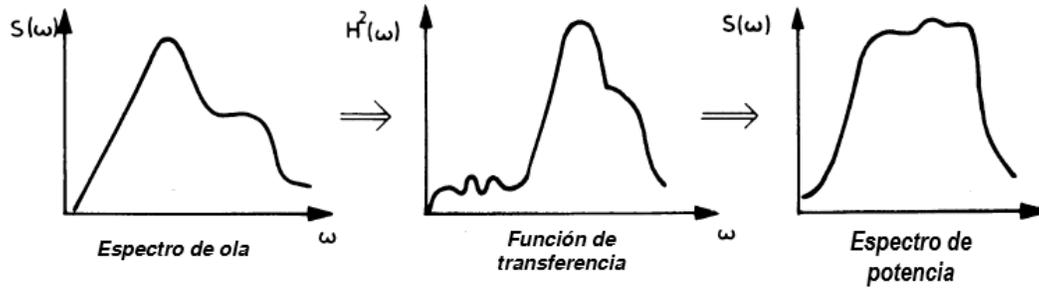
$$\begin{aligned} S_z(\omega) \cdot d\omega &= \frac{1}{2}z_a^2(\omega) \\ &= \left| \frac{z_a}{\zeta_a}(\omega) \right|^2 \cdot \frac{1}{2}\zeta_a^2(\omega) \\ &= \underbrace{[S_z(\omega)d\omega]^2}_{\text{RAO}(\omega)} \cdot S_\zeta(\omega) \cdot d\omega \end{aligned} \quad (3.94)$$

---

<sup>1</sup>coeficientes de masa adherida, amortiguamiento y rigidez hidrostática

Con la ec. 3.94, queda comprobado lo que cita (Chakrabarti, 1987).

La función RAO relaciona el comportamiento dinámico de la estructura con la función de fuerza de ola. Si esta relación es lineal la conversión entre un espectro y otro es completamente directa (Chakrabarti, 1987), tal y como se aprecia en la fig. 3.21.



**Figura 3.21:** Proceso de la obtención del espectro de potencia  
(Henning, 2011. Modificada por el autor)



# Metodología

---

## 4.1. Introducción

El análisis paramétrico a realizar es un estudio detallado para conocer las características y cualidades de las configuraciones geométricas de sistemas flotantes tipo FPSO considerando datos imprescindibles para valorar el desempeño de éstos. Dichos datos son las variables de diseño (eslora, manga y puntal); se realiza una combinación de éstas con el propósito de generar modelos; para cada variable se consideran tres valores, máximo, medio y mínimo, por lo que al realizar todas las combinaciones posibles de éstas, se obtienen un total de 27 modelos a analizar. Posteriormente se realiza una comparación de los resultados obtenidos con el fin de identificar las variables que hacen que éstos sean más o menos favorables. Se consideran condiciones favorables cuando se tiene una disminución del movimiento del sistema y que éste cumpla con los requisitos de estabilidad establecidos en la normatividad. Finalmente se extraen conclusiones de cuáles combinaciones de variables de diseño minimizan la respuesta del sistema y cuales minimizan los elementos mecánicos a lo largo de la embarcación.

## 4.2. Equilibrio estático

Antes de desarrollar los análisis de estabilidad e hidrodinámico, se requiere realizar un proceso de equilibrio estático a los modelos. Éste consiste en alinear en la dirección horizontal el centro de masas de éstos (incluyendo el de los módulos en cubierta) con el centro de flotación con el propósito de que los modelos se encuentren en equilibrio antes de desarrollar el análisis. Primero se calcula el volumen del modelo, este es usado para determinar el peso en rosca (Ver apéndice A.2) de la embarcación mediante una regresión lineal<sup>1</sup>. Posteriormente se determina el volumen desplazado en función del calado, que representa la fuerza de flotación aplicada sobre el modelo en dirección vertical. Por lo tanto, el peso muerto es la diferencia entre estas dos cantidades (el peso en rosca y el peso del volumen desplazado) y este valor es la masa total que requiere el modelo para que se encuentre en equilibrio. Referente a la posición del centro de la masa requerida,

---

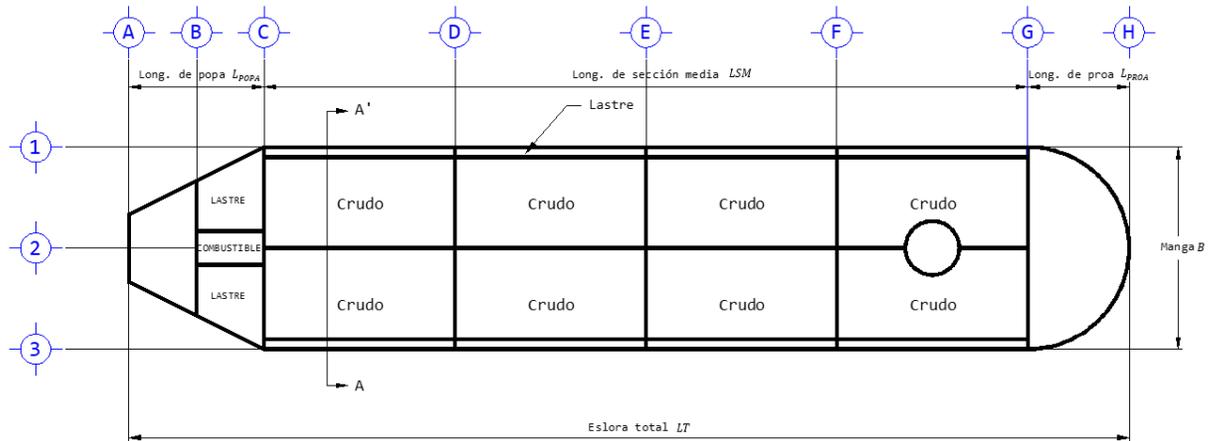
<sup>1</sup>Regresión que relaciona el peso del volumen desplazado del modelo con el peso en rosca del mismo

se realiza una distribución de la carga en todos los compartimientos para cada caso de calado. Posteriormente, se itera hasta que la diferencia en las coordenadas longitudinal y transversal del centro de flotación del volumen desplazado y el centro de masas del modelo se aproxime a cero. Lo anteriormente explicado será detallado en cada punto hasta la secc.(4.2.5) y está resumido en el diagrama de la fig. 4.6.

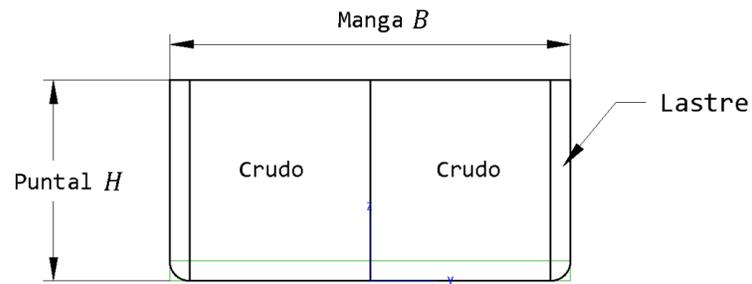
### 4.2.1. Dimensiones y datos considerados dentro del análisis

Se genera la configuración geométrica del casco con el fin de obtener el modelo a analizar. Incluye parámetros de entrada que nos permitirá modificar las dimensiones del modelo (Fig.4.1), las cuáles son las siguientes:

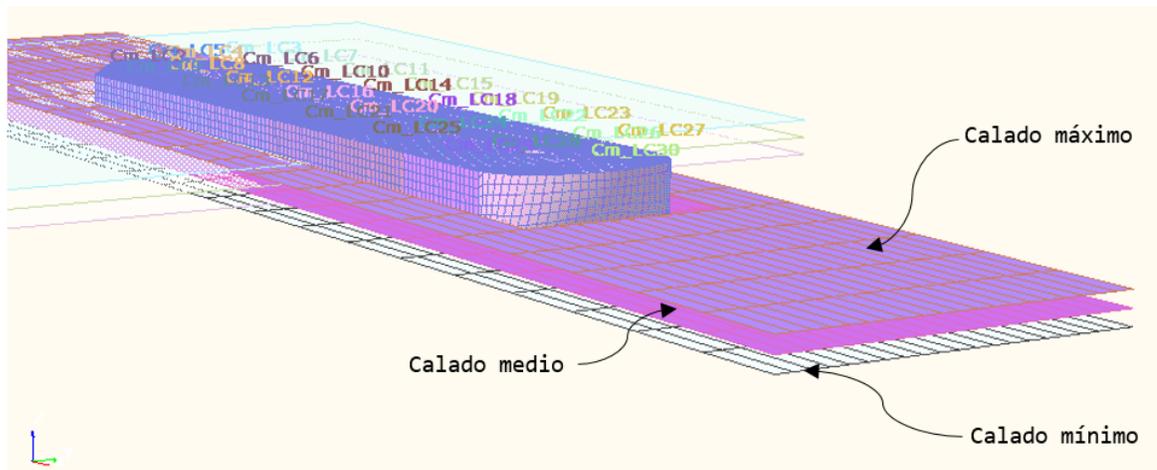
- Eslora total (LT)
- Puntal (H)
- Manga (B)
- Calado mínimo (Draft min)
- Calado medio (Draft)
- Calado máximo (Draft max)



(a) Vista superior



(b) Corte A-A'



(c) Calados ingresados

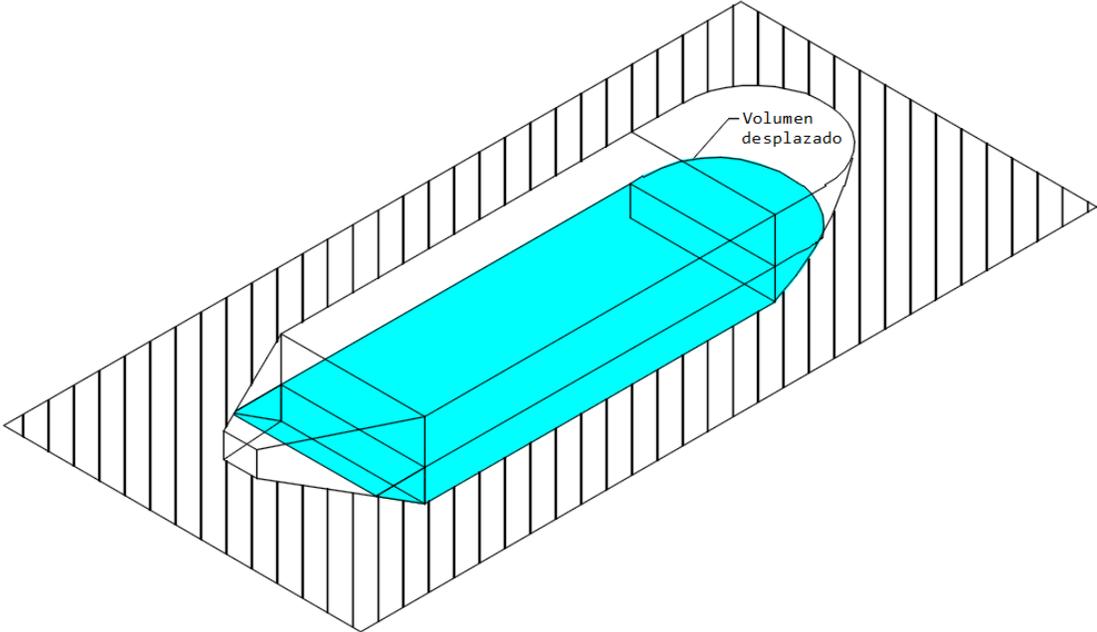
Figura 4.1: Parámetros de estudio

### 4.2.2. Volumen desplazado

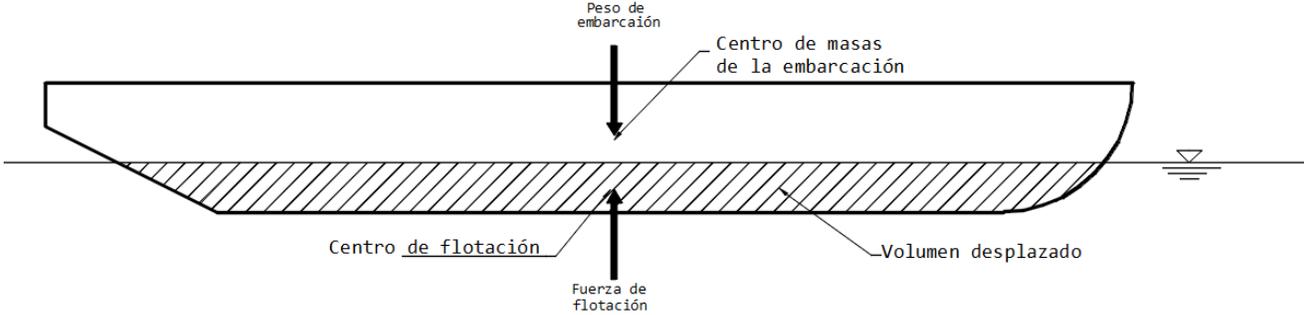
De acuerdo con el principio de Arquímedes (secc. 2.1), cuando el cuerpo flotante se encuentra en equilibrio, el peso es equivalente al fluido que desplaza, por lo tanto se cumple la ec. 4.1 y el centro de masa de toda la embarcación está alineado con el centro de flotación del volumen desplazado, tal y como se ve en la fig. 4.2. Así en la condición de equilibrio ambos centros se localizan en la misma posición en  $x$  y  $y$ . Calculando el centro de flotación, se puede determinar las coordenadas objetivo del centro de masas a mantener mientras se distribuya el peso muerto entre todos los compartimientos de carga y lastre.

Al distribuir el peso de los tanques en la sección media, el objetivo es llegar al equilibrio de la embarcación. Sin embargo, antes se debe determinar el peso del fluido asignado, partimos de la ec.(4.1) que representa el equilibrio entre la fuerza de empuje y el peso de la embarcación (Fig. 4.2).

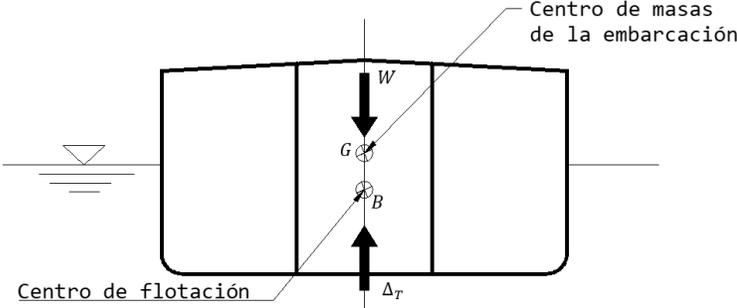
$$W = \Delta \tag{4.1}$$



(a) *Volumen desplazado*



(b) *Equilibrio longitudinal*



(c) *Equilibrio transversal*

Figura 4.2: Equilibrio en la embarcación

## 4. METODOLOGÍA

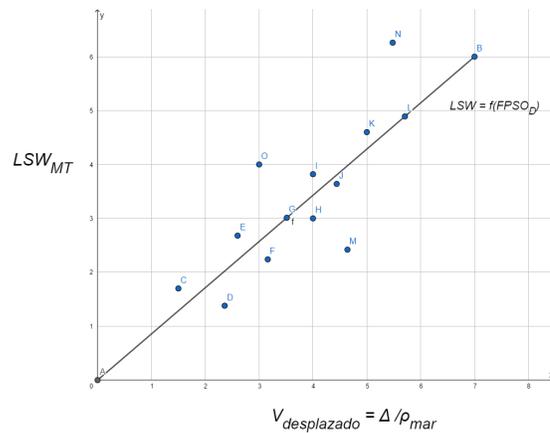
---

Otros datos ingresados, que no son directamente relacionados con la configuración geométrica del casco, son los pesos de los módulos en cubierta, así como su ubicación y dimensión.

### 4.2.3. Peso en rosca

#### Regresión lineal

Por falta de información, se usa un método de estimación para calcular el peso en rosca por medio de una regresión lineal. A partir cálculo del peso del volumen desplazado se pueda obtener el peso en rosca. Esta relación se generó por medio de una recopilación de la base de datos marítimos en línea *MarineTraffic* (Memos, 2018), que permite consultar características de cualquier embarcación que se encuentre en operación; dichos datos representan la variables independientes (puntos). Los datos recopilados son el peso en rosca y el volumen desplazado de distintas plataformas tipo FPSO ya construidas y operando al rededor del mundo. Generando una regresión lineal que calcula el peso en rosca en función del volumen del casco (Fig. 4.3).



**Figura 4.3:** Regresión lineal

Donde:

$LSW$  = Peso en rosca en función del volumen desplazado

$FPSO_D$  = Peso en rosca en función del volumen desplazado

$LSW_{MT}$  = Peso en rosca extraído de la plataforma MarineTraffic

$\Delta$  = Peso del volumen desplazado en kg

$\rho_{mar}$  = Densidad del agua de mar en  $\text{kg/m}^3$

$V_{desplazado}$  = Volumen desplazado en  $\text{m}^3$

### Escalado del material

En el modelo se realiza un proceso de escalado de la densidad del material, debido a que no se están modelando los detalles estructurales como refuerzos, placas, refuerzos de mamparas, atiesadores, etc.

$$Esc_{Mat} = \frac{LSW}{W_{Casco}} \quad (4.2)$$

Donde:

$$\begin{aligned} Esc_{Mat} &= \text{factor de escalado} \\ LSW &= \text{peso en rosca del modelo en kg} \\ W_{Casco} &= \text{peso del modelo en kg} \end{aligned} \quad (4.3)$$

El factor  $Esc_{Mat}$  (ec. 4.2) multiplica a la densidad del acero del modelo para manejar un peso amplificado cuando se modele el casco, todo esto antes de llevar a cabo el equilibrio del modelo.

#### 4.2.4. Peso de la carga

En una unidad en equilibrio, el peso de la embarcación y el peso del volumen desplazado son iguales (Fig. 4.2). El peso del sistema se distribuye de la siguiente manera:

$$\Delta = LSW_{Modelo} + DWT \quad (4.4)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \Delta &= \text{desplazamiento en kg} \\ LSW_{Modelo} &= \text{peso en rosca del modelo en kg} \\ DWT &= \text{peso muerto en kg} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Por lo tanto:

$$\Delta = LSW_{Modelo} + W_{CARGO} + W_{MOD} \quad (4.6)$$

De la ec. 4.6, se despeja el valor de  $W_{CARGO}$

$$W_{CARGO} = \Delta - LSW_{Modelo} - W_{MOD} \quad (4.7)$$

De la ec. 4.7,  $W_{CARGO}$  representa el peso de la carga del fluido que deben contener los tanques en la sección media para que el sistema esté en equilibrio, por lo que distribuimos este peso a los dos fluidos en la sección media, para los distintos casos de calados (ec. 4.8).

$$W_{CARGO} = \%W_{Salt} + \%W_{Oil} \quad (4.8)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \%W_{Salt} &= \text{porcentaje del peso } W_{CARGO} \text{ en los tanques de lastre,} \\ \%W_{Oil} &= \text{porcentaje del peso } W_{CARGO} \text{ en los tanques de crudo.} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Dentro de los casos de estudio (secc. 4.3.2), se tienen tres diferentes calados y para cada uno de éstos, se divide el peso para los dos fluidos que se distribuirán posteriormente en los tanques de la sección media que se tengan según el caso (este último paso mencionado se lleva a cabo en la siguiente secc. 4.2.5).

**Tabla 4.1:** Distribución del peso  $W_{CARGO}$  en porcentajes a los dos fluidos según el calado

Calado	$W_{OT}$	$W_{SW}$
Mínimo	50 % del $W_{CARGO}$	50 % del $W_{CARGO}$
Medio	80 % del $W_{CARGO}$	20 % del $W_{CARGO}$
Máximo	95 % del $W_{CARGO}$	5 % del $W_{CARGO}$

#### 4.2.5. Distribución de la carga

El centro de masas de la embarcación y del volumen desplazado se encuentran en la misma coordenada  $x$  (ec. 4.10).

$$\bar{x}_w = \bar{x}_f \quad \{\text{Premisa de equilibrio}\} \quad (4.10)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \bar{x}_w &= \text{centro de masas en } x \text{ de la embarcación,} \\ \bar{x}_f &= \text{centroide en } x \text{ del de la fuerza de empuje.} \end{aligned} \quad (4.11)$$

El centro de masas del modelo es:

$$\bar{x}_w = \frac{LSW \cdot \bar{x}_{LSW} + W_{MOD} \cdot \bar{x}_{MOD} + W_{CARGO} \cdot \bar{x}_{CARGO}}{LSW + W_{MOD} + W_{CARGO}} \quad (4.12)$$

Donde:

$$\begin{aligned}
\bar{x}_w &= \text{coordenada en } x \text{ del centro de masas de la embarcación} \\
LSW &= \text{peso del modelo con refuerzos estructurales en kg} \\
\bar{x}_{LSW} &= \text{centro de masas del } LSW \text{ en m} \\
W_{MOD} &= \text{peso total de los módulos en cubierta} \\
x_{MOD} &= \text{centro de masas de dichos módulos} \\
W_{CARGO} &= \text{peso total de la carga} \\
x_{CARGO} &= \text{centro de masas del cargo}
\end{aligned}
\tag{4.13}$$

Todos los datos de la ec. 4.12 son conocidos, a excepción del  $\bar{x}_{CARGO}$  (ec. 4.14), despejando dicha variable se tiene:

$$\bar{x}_{CARGO} = \left[ \frac{1}{W_{CARGO}} \right] * \left[ \underbrace{\bar{x}_f}_{\substack{\text{equivalente} \\ \text{a } \bar{x}_w}} \right] (LSW + W_{MOD} + W_{CARGO}) - (LSW \bar{x}_{LSW} + W_{MOD} \bar{x}_{MOD})
\tag{4.14}$$

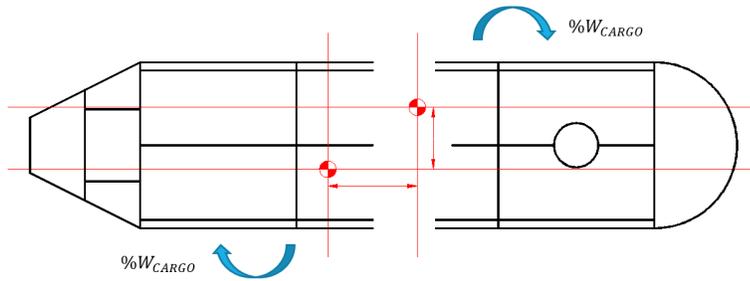
El centro  $\bar{x}_{CARGO}$  es despejada de la fórmula de centro de masas de volúmenes compuestos (4.15)

$$\bar{x}_{CARGO} = \frac{\sum W_i \cdot \bar{x}_i}{W_{CARGO}}
\tag{4.15}$$

Donde:

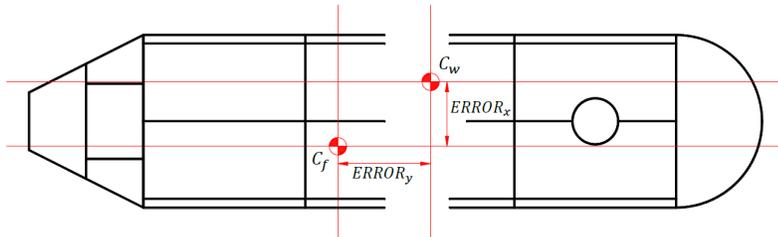
$$\begin{aligned}
W_{CARGO} &= \text{Peso total del fluido en los tanques} \\
W_i &= \text{Peso del fluido de cada compartimiento en la sección media} \\
\bar{x}_i &= \text{Centro de masas de cada compartimiento en sección media}
\end{aligned}
\tag{4.16}$$

Para mover la posición del  $x_{CARGO}$ , conviene mover las distribuciones del peso en los compartimientos en la sección media y para hacerlo más rápidamente se redistribuyen en los extremos (Fig. 4.4).



**Figura 4.4:** Con el fin de mover más rápidamente el centro de carga en cada iteración realizada, la redistribución de ésta se debe realizar de los tanques más cercanos al centro de masas hacia los más cercanos a la proa o a la popa.

En cada revisión, se verifica que la diferencia entre estos centros tienda a cero, para que cumpla la igualdad de la ec. 4.10(Fig. 4.5) y cuando el proceso termina, se calcula el peso que se tiene en cada compartimiento longitudinal, así como la fracción de llenado correspondiente para que los modelos cumplan con la ec. 4.10.



**Figura 4.5:** Diferencia entre el centro de masas del volumen y el peso de la carga

Realizar este proceso en el eje  $y$  de forma similar, se obtiene las mismas ecuaciones en términos de  $y$ , con la diferencia de tener solo dos tanques transversales en vez de los que se tengan longitudinalmente. Todo este proceso se explica en el diagrama de la fig. 4.6.

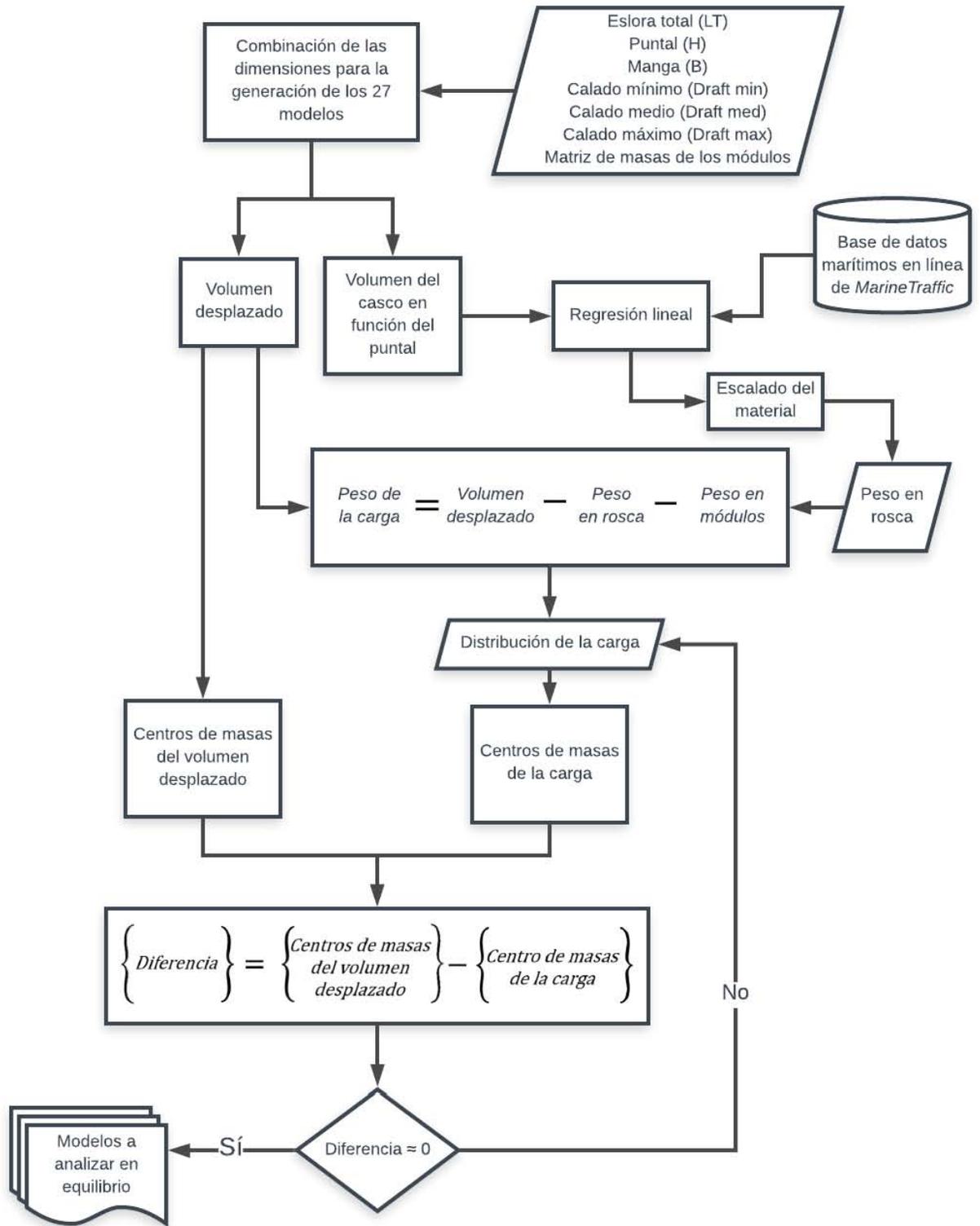


Figura 4.6: Diagrama de flujo del proceso de equilibrio estático de los modelos a analizar

### 4.3. Procesamiento de análisis de resultados

En la sección anterior se explicó concretamente el proceso de equilibrio de los modelos en base al cálculo y distribución del peso de la carga en los tanques de la sección media. Ahora se explica el proceso de obtención de resultados de los análisis correspondientes, así como las configuraciones de cada uno. Finalmente se expondrán los casos de estudio así como los resultados obtenidos. Todo lo anteriormente explicado está detallado en este capítulo y está resumido en el diagrama de la fig. 4.14.

#### Configuraciones iniciales en cada análisis

Dentro de las configuraciones iniciales, se consideran los siguientes datos:

- Datos de la localización:
  - Densidad del agua de mar:  $1025 \text{ kg/m}^3$
  - Profundidad: 2000 m
- Calados considerados para las condiciones de carga:
  - mínimo
  - medio
  - máximo
- Frecuencias de análisis:
  - En un intervalo de 0.333 a 0.025 hertz (3 a 35 segundos)
- Secciones transversales: ubicados a lo largo de la sección media con el fin de calcular los diagramas de elementos mecánicos en la embarcación.
- Factor de permeabilidad de los tanques = 0.95
- Propiedades de los fluidos
  - Crudo
    - $\rho_{crudo} = 900 \text{ kg/m}^3$
  - Agua salada
    - $\rho_{salada} = 1025 \text{ kg/m}^3$
  - Agua fresca
    - $\rho_{fresca} = 1000 \text{ kg/m}^3$
- Contenido y asignación de fracciones de llenado a cada uno de los compartimientos en sección media
- Momento de escora (Fig.4.7).

- Puntos de inundación a lo largo de la sección media (tomados en cuenta para la estabilidad estática): ubicados en los extremos laterales a la altura de la cubierta, son accesos a los compartimientos con el fin de realizar inspecciones a los mismos. La normativa marca que considere la estabilidad hasta el segundo punto de intersección de la curva de estabilidad con la curva de escora debido al viento o hasta el punto donde se tenga el primer punto de inundación por debajo del agua (secc. 2.13.5).

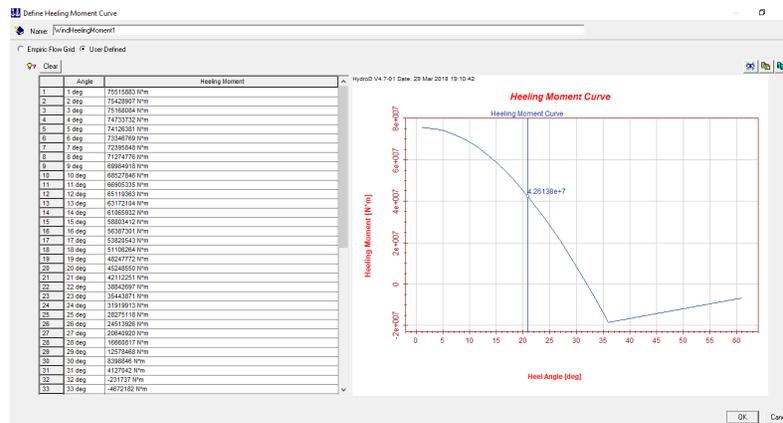


Figura 4.7: Curva de momento de escora

## Momento de escora producido por el viento

El viento será aplicado en la forma más crítica para la embarcación, éste es proyectado a un costado de manera perpendicular sobre al casco.

## Parámetros

Los parámetros para la generación de la curva de escora son:

- Ángulos
  - Inicial =  $0^\circ$
  - Final =  $60^\circ$
- Coeficientes de arrastre
  - Casco = 0.80
  - Módulos en cubierta = 1.00
- Viento
  - Densidad =  $1.225 \text{ kg/m}^3$
  - Velocidad
    - condición intacta = 100 nudos (51.44 m/s)

## 4. METODOLOGÍA

---

- condición dañada = 50 nudos (25.20 m/s)
- Modelo de paneles: se usaron elementos de 2.5 metros de longitud (Fig. 4.8)
  - Para los modelos  $NTL = 5$ , se tienen 16,805 elementos
  - Para los modelos  $NTL = 8$ , se tienen 21,493 elementosDonde:  $NTL$  = número de tanques longitudinales

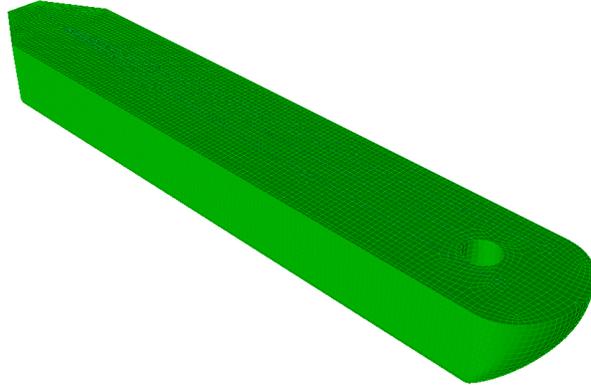


Figura 4.8: Modelo de paneles

### Área transversal, momento de escora del casco y módulos en cubierta

Para el cálculo del momento de escora, se considera la presión del viento aplicado a un costado de la embarcación, de modo que una fuerza puntual se aplica a la mitad de la distancia  $h$  del prisma de presiones del viento (Fig. 4.9), mientras que la fuerza de reacción  $F_R$  se genera en sentido contrario a la del viento, ubicado por practicidad, a la mitad del calado. Ésta última es equivalente a  $F_W$  (ec. 4.17).

$$F_w = F_R \quad (4.17)$$

Donde:

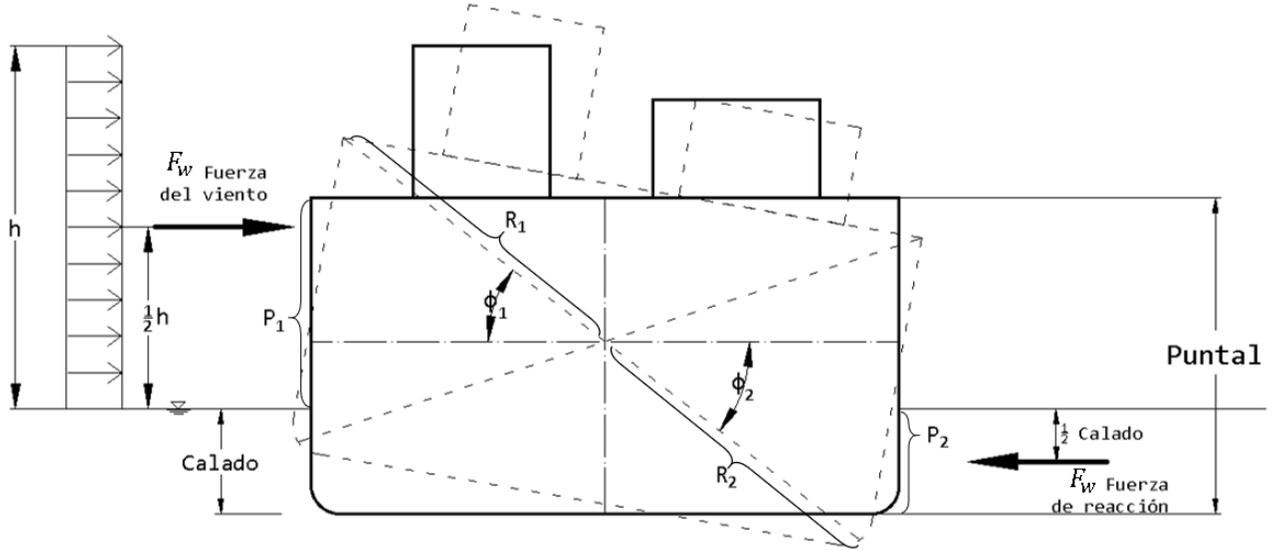
$$F_w = \frac{1}{2} C_d \rho_w A_E U_w^2 \quad (4.18)$$

Donde:

$F_w$  = fuerza del viento  
 $C_b$  = coeficiente de arrastre  
 $\rho_w$  = densidad del viento  
 $A_E$  = área de exposición  
 $U_w$  = velocidad del viento

(4.19)

En la fig. 4.9, la distancia  $P_1$  (ec. 4.20) es la proyección vertical y conforme el ángulo de escora  $\phi_1$  vaya aumentando  $\delta_{\phi_1}$ , la parte lateral del modelo irá emergiendo y la distancia  $P_1$  aumentando. En consecuencia, la proyección  $P_2$  (ec. 4.21) irá sumergiéndose conforme el ángulo de escora  $\phi_2$  vaya aumentando  $\delta_{\phi_2}$ .



**Figura 4.9:** Corte transversal en la sección media.  
Fuerzas para el cálculo del momento de escora

$$P_1 = R_1 \text{sen}(\phi_1 + \delta_{\phi_1}) \quad (4.20)$$

$$P_2 = R_2 \text{sen}(\phi_2 + \delta_{\phi_2}) \quad (4.21)$$

Donde:

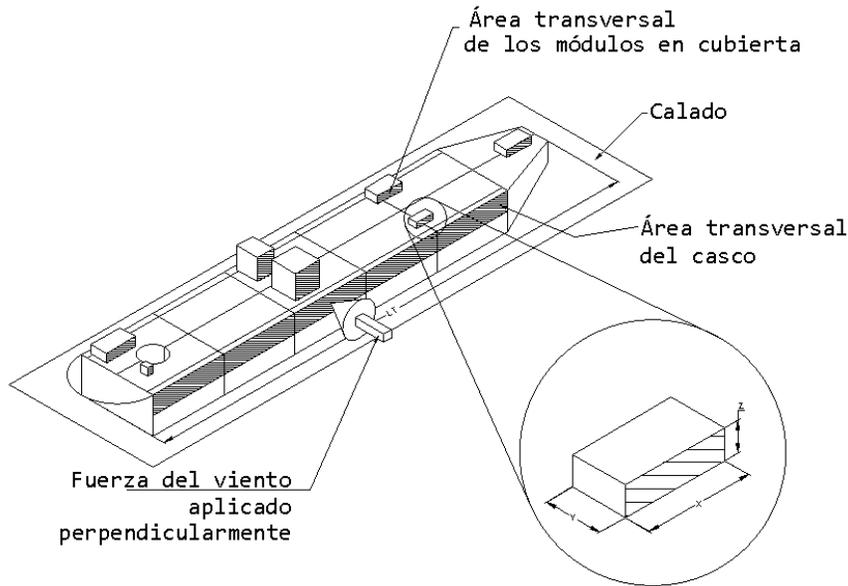
$$\delta_{\phi_1} = \delta_{\phi_2} = \text{incrementos del ángulo de escora} \quad (4.22)$$

Calculando las distancias  $P_1$  y  $P_2$ , de la ec. 4.18, el área de proyección (fig. 4.10) se calcula de la siguiente manera:

$$A_E = LT \cdot P_1 = LT \cdot R_1 \text{sen}(\phi_1 + \delta_{\phi_1}) \quad (4.23)$$

Donde:

$LT =$  longitud del modelo



**Figura 4.10:** Área de los módulos en cubierta y del área transversal del casco

El cálculo del área transversal y de las fuerzas en los módulos en cubierta (fig. 4.10), se desarrolla de la siguiente manera:

$$\underbrace{AMod_i}_{\text{Área transversal de cada módulo}} = \underbrace{X_i}_{\substack{\text{Dimensión} \\ \text{en X}}} * \underbrace{Z_i}_{\substack{\text{brazo de palanca} \\ \text{en cada módulo en Z}}} \quad (4.24)$$

$$FMod_i = \underbrace{0.5Aden}_{\text{Densidad del aire}} * \underbrace{AMod_i}_{\text{Área trasnversal}} * \underbrace{ModCar}_{\text{Coeficiente de arrastre}} * \underbrace{F_w^2}_i}_{\text{Velocidad descompuesta}} \quad (4.25)$$

Por lo tanto, el momento de escora sobre la embarcación es:

$$MHull_i = MMod_i + 0.5 * Fhull_i * Delta \quad (4.26)$$

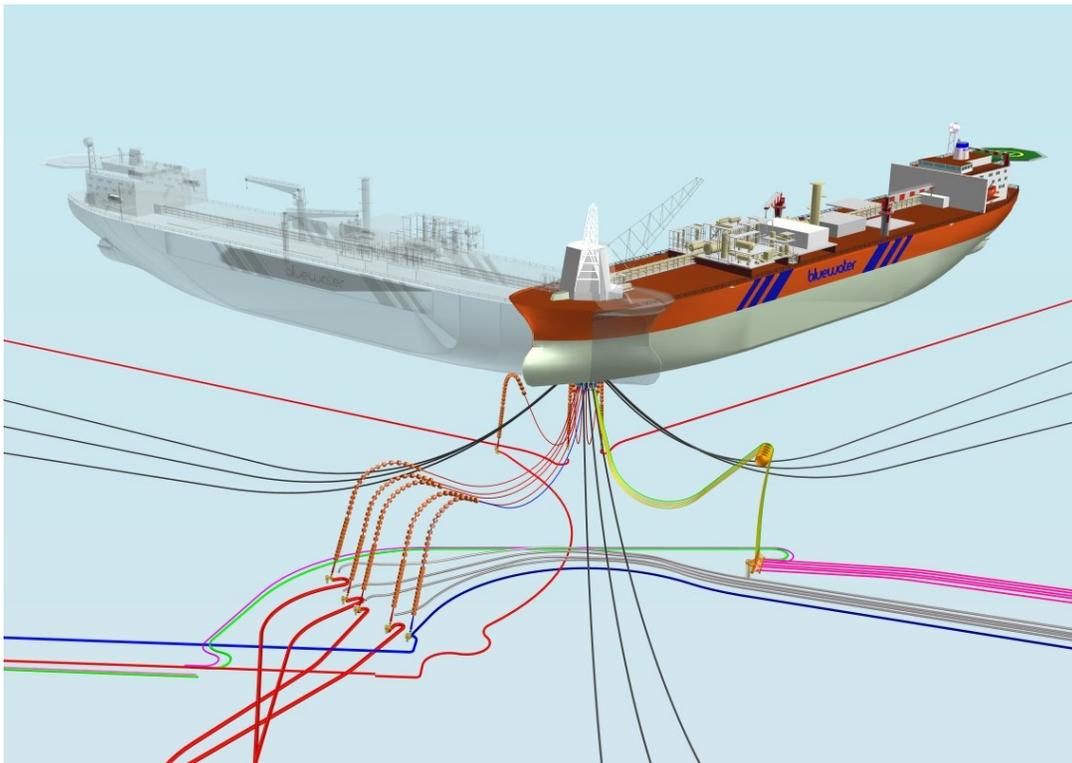
$$MMod_i = MMod_i + 0.5 * Aden * AMod_i * C_D * F_w^2 * Z_i \quad (4.27)$$

$$Mtot_i = MHull_i + MMod_i \quad (4.28)$$

### 4.3.1. Configuración para el postprocesamiento de datos

Dentro de las configuraciones iniciales se consideran:

- Espectros de oleaje tipo Pierson-Moskowitz de acuerdo con los pares  $H_s - T_z$  de cada uno asociados a un contorno ambiental, para un periodo de retorno de 100 años, de una locación hipotética en aguas profundas del Golfo de México,
- Generación del espectro de potencia para cada variable de respuesta (arfada, cabeceo, balanceo, las fuerzas y momentos asociados a los seis grados de libertad en todas las secciones transversales)
- Direcciones de ola a considerar: el rango elegido es de  $180^\circ$  a  $225^\circ$  con pasos de  $15^\circ$  (Fig. 4.12). Este rango es debido a que la presencia de torreta en el sistema (Fig. 4.11) alinea la embarcación a la dirección de la resultante de las fuerzas ambientales dado que se considera cierto desfase entre las componentes de dicha fuerza.



**Figura 4.11:** Función de la torreta en el sistema flotante

Fuente: <http://www.bluewater.com/fleet-operations/what-is-an-fpso/>

- Generación de RAOs asociado a cada variable de respuesta y en cada dirección de ola seleccionada.
- Obtención de las máximas respuestas de cada variable considerada y en cada dirección de ola seleccionada, tal y como lo establecen las normas de la siguiente manera:

## 4. METODOLOGÍA

---

- Duración del estado de mar: 10,800 segundos (3 horas de tormenta)
- Probabilidad de excedencia = 0.1

### 4.3.2. Casos de estudio

Los casos a analizar se dividirán de la siguiente manera:

- Combinaciones de las dimensiones de configuración geométrica: Se consideran tres cambios de cada dimensiones para el puntal  $H$ , la manga  $B$  y la eslora total  $LT$  (Tabla 4.2). Con cada uno de estas dimensiones, se realizan 27 combinaciones diferentes (Tabla 4.3).

**Tabla 4.2:** Parámetros de dimensiones con las que realizan las combinaciones para la generación de los modelos a analizar

Dimensión	Dimensiones elegidas en metros		
	Dim. mayor	Dim. media	Dim. menor
LT	350	340	330
B	60	55	50
H	35	30	25

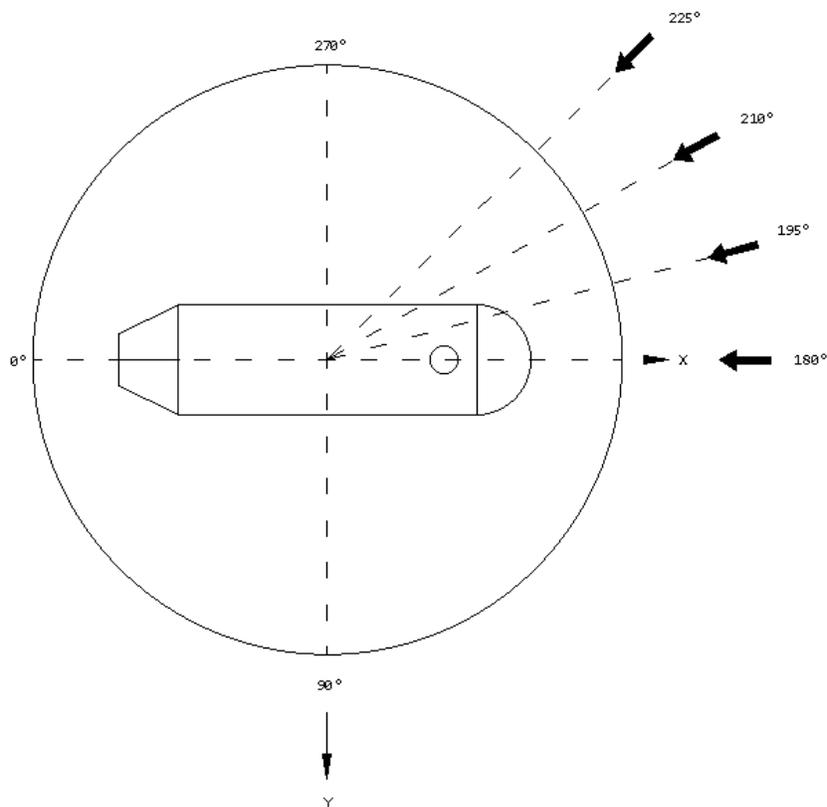
**Tabla 4.3:** Numeración y orden de las combinaciones de las dimensiones en metros de los modelos a analizar

<b>Modelo</b>	<b>LT</b>	<b>B</b>	<b>H</b>
1	350	60	35
2	350	60	30
3	350	60	25
4	350	55	35
5	350	55	30
6	350	55	25
7	350	50	35
8	350	50	30
9	350	50	25
10	340	60	35
11	340	60	30
12	340	60	25
13	340	55	35
14	340	55	30
15	340	55	25
16	340	50	35
17	340	50	30
18	340	50	25
19	330	60	35
20	330	60	30
21	330	60	25
22	330	55	35
23	330	55	30
24	330	55	25
25	330	50	35
26	330	50	30
27	330	50	25

#### 4. METODOLOGÍA

---

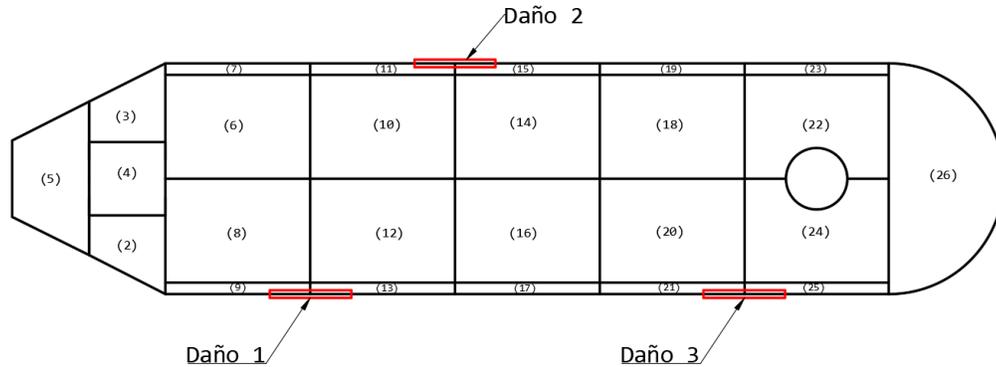
- Número de tanques longitudinales
  - $N_{TL} = 5$ ;
  - $N_{TL} = 8$ ;
- Direcciones de oleaje (Fig. 4.12)
  - $180^\circ$ ,
  - $195^\circ$ ,
  - $210^\circ$ ,
  - $225^\circ$



**Figura 4.12:** Direcciones de oleaje consideradas en los análisis

- Casos de estabilidad: Se presentan un caso intacto y los siguientes tres daños en los tanques correspondientes a la fig. 4.13 de la siguiente manera:
  - Daño 1: Tanques 9 y 13
  - Daño 2: Tanques 11 y 15
  - Daño 3: Tanques 21 y 25
  - Intacto: embarcación sin daño

Se considera la extensión de daño en dos tanques según lo marca la norma y como se indica en la secc. 2.13.6 del presente trabajo.

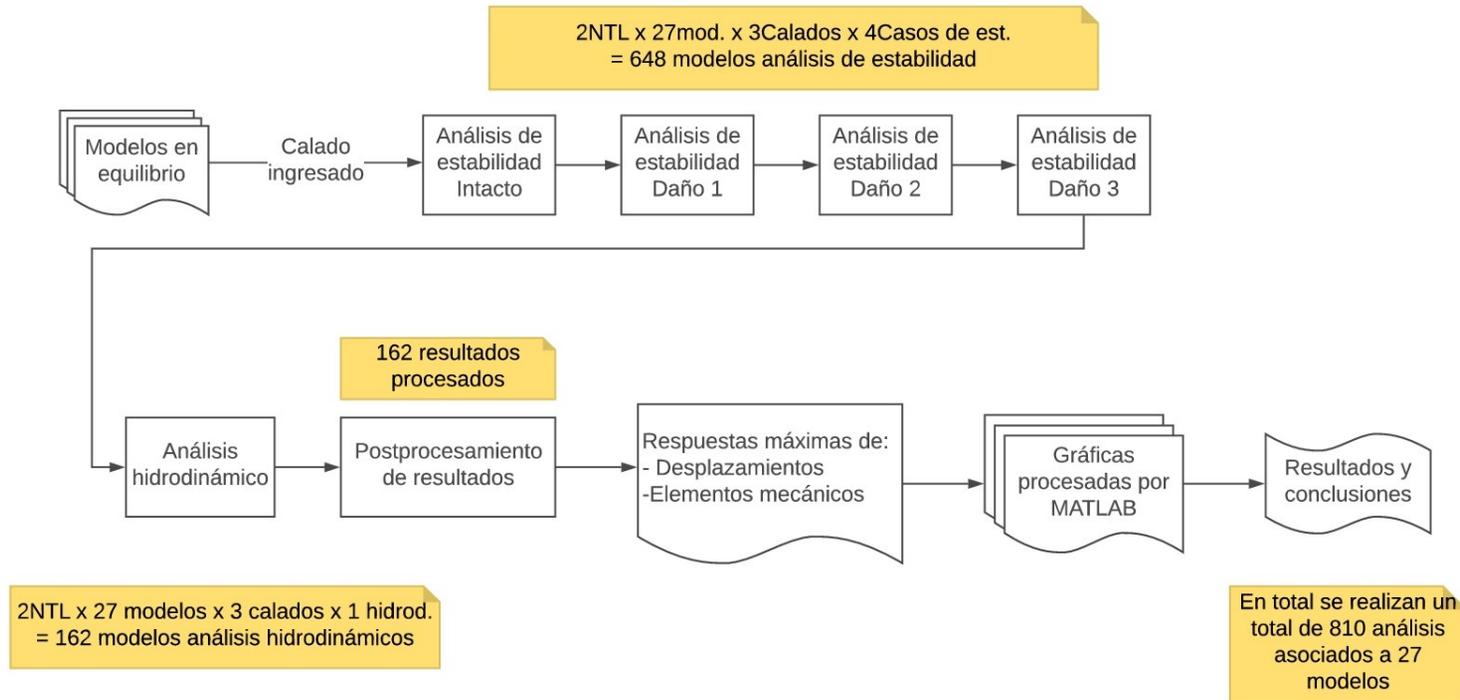


**Figura 4.13:** Casos de estabilidad dañada

Es importante mencionar que estos tres casos dañados se consideran independientes uno del otro y **no serán modelados de forma simultánea**, por lo que corresponde realizar un análisis de cada condición de daño.

### 4.3.3. Proceso para la obtención de resultados finales

Para los análisis, se generan 27 modelos con las dimensiones de la tabla 4.3 considerando las variables de diseño con los cuatro casos de estabilidad, los hidrodinámicos y su respectivo postprocesamiento de datos de manera automatizada (Fig. 4.14).



**Figura 4.14:** Diagrama del proceso automatizado de análisis de estabilidad e hidrodinámico y obtención de resultados para los 27 modelos

Para el caso de estabilidad, se realizan análisis a 27 modelos con tres condiciones de carga (calado), dando un total de 324 resultados. Mientras que para el hidrodinámico, se llevan a cabo análisis a los mismos 27 modelos con las tres condiciones de calado, obteniendo un total de 81 resultados.

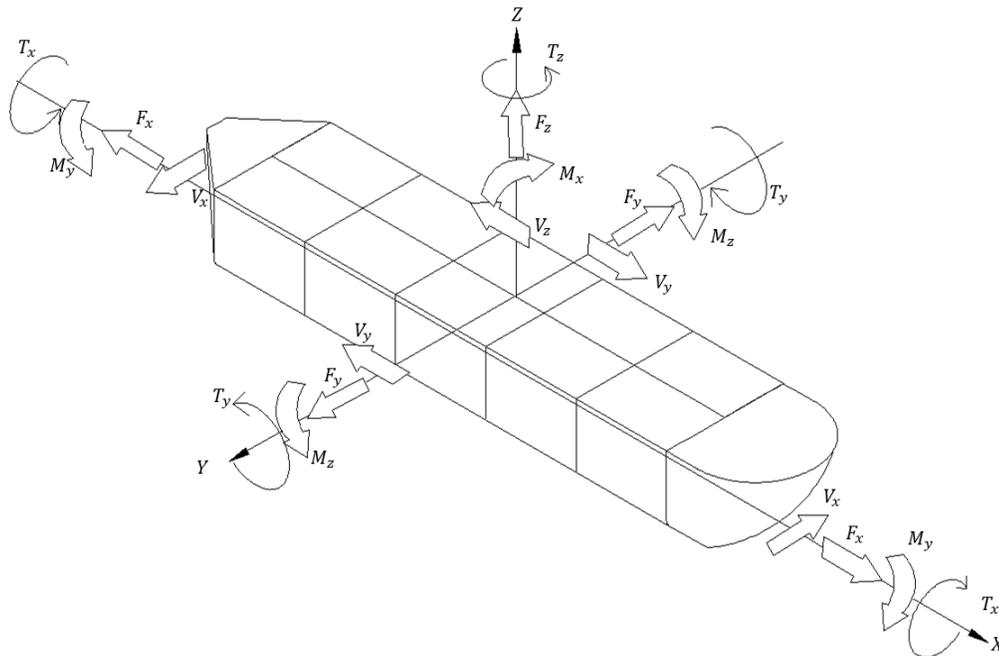
Los resultados para este análisis son los siguientes:

- Curvas de estabilidad
- Diagramas de elementos mecánicos
- Comparación de los datos hidrostáticos con las normas aplicables

Para el análisis hidrodinámico, cada archivo es postprocesado y ordenado con el fin de realizar gráficas correspondientes a cada modelo, así como las respuestas máximas globales para cada grado de libertad analizado. Las variables de este análisis son:

- 27 modelos
- 3 calados
- 9 secciones transversales
- 4 direcciones de ola ( $180^\circ$ ,  $195^\circ$ ,  $210^\circ$  y  $225^\circ$ )

Se obtienen los diagramas de elementos mecánicos y para respuestas globales, se seleccionan y agrupan los valores máximos y mínimos de las respuestas máximas globales con el fin de identificar en qué modelos y en qué calados se presentan. Ambos procesos se realizan para los modelos con 5 y 8 tanques longitudinales en la sección media.

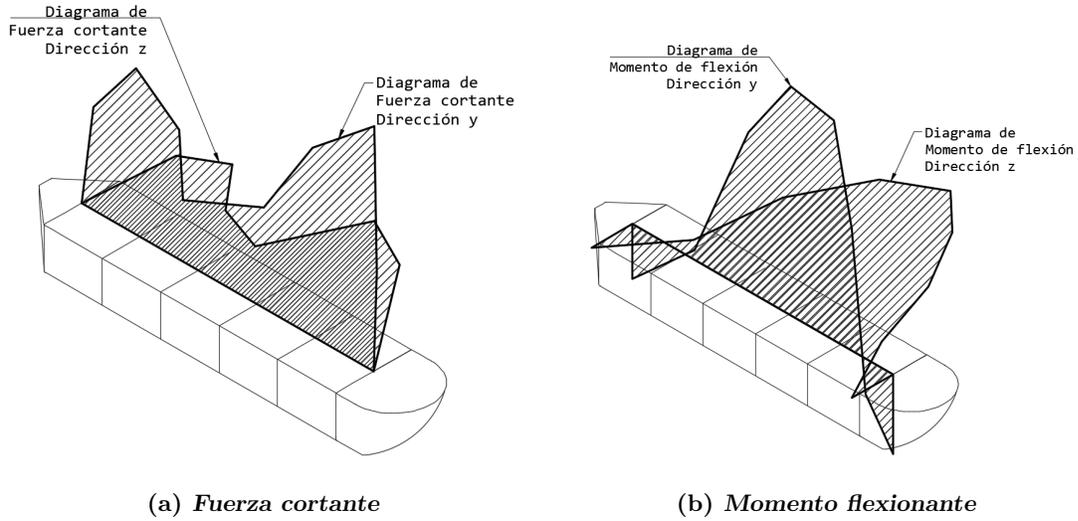


**Figura 4.15:** Fuerzas globales

#### 4. METODOLOGÍA

---

Los resultados que se revisan corresponden a las respuestas y fuerzas globales sobre el modelo del casco (Fig. 4.15) y con ello se generan los diagramas de elementos mecánicos asociados a cada sección transversal ubicada a lo largo del casco (Fig. 4.16)



**Figura 4.16:** Diagramas representativos de elementos mecánicos superpuestos en el casco

## 5.1. Introducción

Después de presentar un esquema general de los análisis y la metodología usada, el orden de la presentación de resultados está basado en el estudio de las respuestas máximas más probables del análisis hidrodinámico. Se realiza una selección de modelos para presentar los resultados de ambos análisis en todo el trabajo; ésta se realizó con el fin de identificar en qué modelos, con qué configuración geométrica y condición de carga se presentan los valores mínimos y máximos de las respuestas globales máximas más probables. Los análisis de resultados de ambos modelos se encuentran en este capítulo, mientras que los resultados de los demás seleccionados están los apéndices B, C, D, E y F del presente trabajo. En el presente capítulo se incluyen:

### 1. Resultados del análisis hidrodinámicos

- a) Análisis de valores máximos y mínimos de los valores máximos más probables de respuestas de movimientos; cabeceo, balanceo y arfada; provocadas por la fuerza de excitación de ola.
  - Tabla de resultados de modelos.
  - RAOs del modelo 3 y 25 considerando las dos distribuciones de número de tanques longitudinales.
- b) Análisis de máximos y mínimos de valores máximos más probables de fuerzas y momentos globales a lo largo de la embarcación<sup>1</sup>;
- c) Análisis de valores de elementos mecánicos máximos más probables a lo largo de la sección media de los modelos 3 y 25 considerando ambas configuraciones de distribución longitudinal de número de tanques;
- d) Diagramas de elementos mecánicos de los modelos menos y más esbeltos considerando ambas configuraciones de distribución longitudinal de número de tanques;

---

<sup>1</sup>En este análisis se consideraron los 27 modelos; los modelos con menores y mayores valores en las fuerzas y momentos cuentan con las mismas características geométricas que las seleccionadas en el análisis de respuestas.

## 5. RESULTADOS

---

### 2. Resultados de los análisis de estabilidad

#### a) Curvas estabilidad

- Comparación de curvas adrizantes con las curvas escorantes de los modelos 3 y 25;
- Comparación de curvas de brazo adrizante para los tres calados revisados del modelo 3 y 25, en una misma gráfica para cada modelo;
- Comparación de curvas del brazo adrizante de los modelos seleccionados en el análisis de valores de respuesta del hidrodinámico, para ambas configuraciones de distribución longitudinal de número de tanques;

#### b) Normatividad

- Comparación de los datos hidrostáticos obtenidos con las normas de estabilidad de los modelos 3 y 25 con ambas configuraciones de distribución longitudinal de número de tanques para las 3 condiciones de daño e intacta.

La selección y análisis de las respuestas máximas, se determinó que en los modelos cuya combinación del mayor valor de manga con el menor valor de puntal se obtienen los menores valores de respuestas de movimientos, mientras que el modelo con la menor manga y el mayor puntal se obtienen los mayores, se define la relación de esbeltez del modelo como la relación puntal/manga, por lo que se definió al modelo 3 como el menos esbelto y al 25 como el más esbelto; ambos se consideraron con las dos configuraciones de distribución longitudinal de número de tanques.

## 5.2. Análisis de valores máximos y mínimos de los valores máximos más probables de respuestas globales

De las tablas 5.1 y 5.2, la esbeltez representa la razón entre el puntal  $H$  y la manga  $B$ . Las mínimas respuestas están asociadas a los modelos cuya esbeltez es menor que 0.50, mientras que las máximas corresponden al mayor valor de esbeltez. Con respecto al cambio de dirección de incidencia de ola, se concluye lo siguiente:

- En la respuesta de balanceo, los valores van aumentando conforme la dirección de incidencia del oleaje va cambiando de  $180^\circ$  a  $225^\circ$ .
- Como es de esperarse, el balanceo es la respuesta que más incremento presenta conforme la dirección de incidencia va cambiando de  $180^\circ$  a  $225^\circ$ , presentando en los valores mínimos, un aumento promedio de  $4^\circ$  para ambas configuraciones de distribución longitudinal de número de tanques. Mientras que en los máximos, se presenta un aumento promedio de  $45^\circ$  para ambas consideraciones de distribución longitudinal de número de taques. El incremento se debe a que cuando el ángulo de incidencia está orientado a  $225^\circ$  (ver fig. 4.12), la respuesta dinámica asociada a la fuerza de excitación de la ola se incrementa en babor, haciendo que la respuesta en balanceo crezca. Los valores máximos de cada respuesta están asociados a los modelos con mayor esbeltez.

**Tabla 5.1:** Máximos y mínimos de los valores máximos más probables de respuesta de movimientos, considerando 5 tanques longitudinales

Resp.	Dir.	Mod.	Mínimos					Máximos					Esbeltez H/B			
			Unidades en metros			Cal.	Valores	Mod.	Unidades en metros			Cal.	Valores	Diferencia	mín.	máx.
			LT	B	H				LT	B	H					
Arfada	180°	3	350	60	25	máx.	4.879(m)	25	330	50	35	mín.	6.028(m)	1.149(m)	0.42	0.70
	195°	3	350	60	25	máx.	5.113(m)	25	330	50	35	mín.	6.283(m)	1.170(m)	0.42	0.70
	210°	3	350	60	25	máx.	5.937(m)	19	330	60	35	máx.	7.354(m)	1.417(m)	0.42	0.58
	225°	3	350	60	25	med.	7.501(m)	25	330	50	35	máx.	10.160(m)	2.659(m)	0.42	0.70
Cabeceo	180°	6	350	55	25	máx.	2.168°	19	330	60	35	máx.	2.723°	0.555	0.45	0.58
	195°	6	350	55	25	máx.	2.260°	19	330	60	35	máx.	2.859°	0.599°	0.45	0.58
	210°	3	350	60	25	med.	2.556°	25	330	50	35	máx.	3.321°	0.765°	0.42	0.70
	225°	3	350	60	25	med.	3.071°	25	330	50	35	máx.	4.264°	1.193°	0.42	0.70
Balanceo	180°	3	350	60	25	med.	0.047°	16	340	50	35	mín.	0.655°	0.609°	0.42	0.70
	195°	1	350	60	35	med.	1.215°	16	340	50	35	mín.	12.880°	11.665°	0.58	0.70
	210°	1	350	60	35	máx.	2.782°	16	340	50	35	mín.	31.650°	28.868°	0.58	0.70
	225°	1	350	60	35	máx.	4.136°	16	340	50	35	mín.	58.499°	54.363°	0.42	0.70

**Tabla 5.2:** Máximos y mínimos de los valores máximos más probables de respuesta de movimientos, considerando 8 tanques longitudinales

Resp.	Dir.	Mod.	Mínimos					Máximos					Esbeltez H/B			
			Unidades en metros			Cal.	Valores	Mod.	Unidades en metros			Cal.	Valores	Diferencia	mín.	máx.
			LT	B	H				LT	B	H					
Arfada	180°	3	350	60	25	máx.	4.685(m)	25	330	50	35	mín.	5.859(m)	1.174(m)	0.42	0.70
	195°	3	350	60	25	máx.	4.910(m)	25	330	50	35	mín.	6.108(m)	1.198(m)	0.42	0.70
	210°	3	350	60	25	máx.	5.679(m)	25	330	50	35	mín.	6.926(m)	1.247(m)	0.42	0.70
	225°	3	350	60	25	máx.	7.433(m)	19	330	60	35	máx.	9.491(m)	2.058(m)	0.42	0.58
Cabeceo	180°	9	350	50	25	máx.	2.072°	25	330	50	35	mín.	2.645°	0.572°	0.50	0.70
	195°	9	350	50	25	máx.	2.158°	25	330	50	35	mín.	2.739°	0.580°	0.50	0.70
	210°	9	350	50	25	máx.	2.439°	19	330	60	35	máx.	3.054°	0.616°	0.50	0.58
	225°	3	350	60	25	med.	2.948°	25	330	50	35	máx.	3.914°	0.966°	0.42	0.70
Balanceo	180°	3	350	60	25	med.	0.044°	7	350	50	35	med.	0.384°	0.340°	0.42	0.70
	195°	7	350	50	35	máx.	1.140°	7	350	50	35	máx.	3.873°	2.733°	0.70	0.50
	210°	1	350	60	35	máx.	2.323°	7	350	50	35	med.	11.591°	9.268°	0.58	0.70
	225°	1	350	60	35	máx.	4.020°	7	350	50	35	med.	32.074°	28.054°	0.42	0.70

Con base en los resultados de las tablas 5.1 y 5.2, se seleccionan los modelos (tabla 5.3) basándose en los valores mínimos y máximos de los modelos, con el fin de presentar los resultados del análisis hidrodinámico y de estabilidad. Los análisis de dos modelos de esta selección están en el presente capítulo; éstos corresponden a los modelos 3 y 25, que son los modelos menos y más esbeltos respectivamente, para ambas distribuciones longitudinales de número de tanques. Mientras que los resultados de los demás modelos se encuentran en los anexos.

**Tabla 5.3:** Selección de los modelos significativos y condición de carga para presentación de resultados

5 tanques longitudinales				8 tanques longitudinales			
respuestas mínimas		respuestas máximas		respuestas mínimas		respuestas máximas	
Modelo	Calado	Modelo	Calado	Modelo	Calado	Modelo	Calado
3	máximo	25	mínimo	3	máximo	25	mínimo
6	máximo	19	máximo	1	máximo	7	medio
1	máximo	16	mínimo	9	máximo	19	máximo

### 5.2.1. RAOs de modelos significativos

Con respecto a los RAOs calculados (Figs. 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4), la diferencia de los valores en arfada y cabeceo de los modelos más y menos esbeltos es poca, teniendo aproximadamente los mismos máximos valores en el mismo periodo en cada RAO, los máximos valores en arfada y cabeceo se presentan para un periodo cercano a los 25 segundos. En contraste, la diferencia de los valores máximos de balanceo sí es notable, ya que el valor pico en el menos esbelto apenas llega a tener una amplitud igual a 1 en la ola incidente a  $225^\circ$  para un periodo cercano a los 26 segundos, mientras que en el más esbelto se obtiene un máximo de 8 en un periodo de 21 segundos en la misma dirección de incidencia de ola. Cada uno de estos valores son congruentes con lo examinado en el análisis de respuestas; que en los modelos más esbeltos se obtienen valores de respuestas mayores que en los modelos de menor esbeltez.

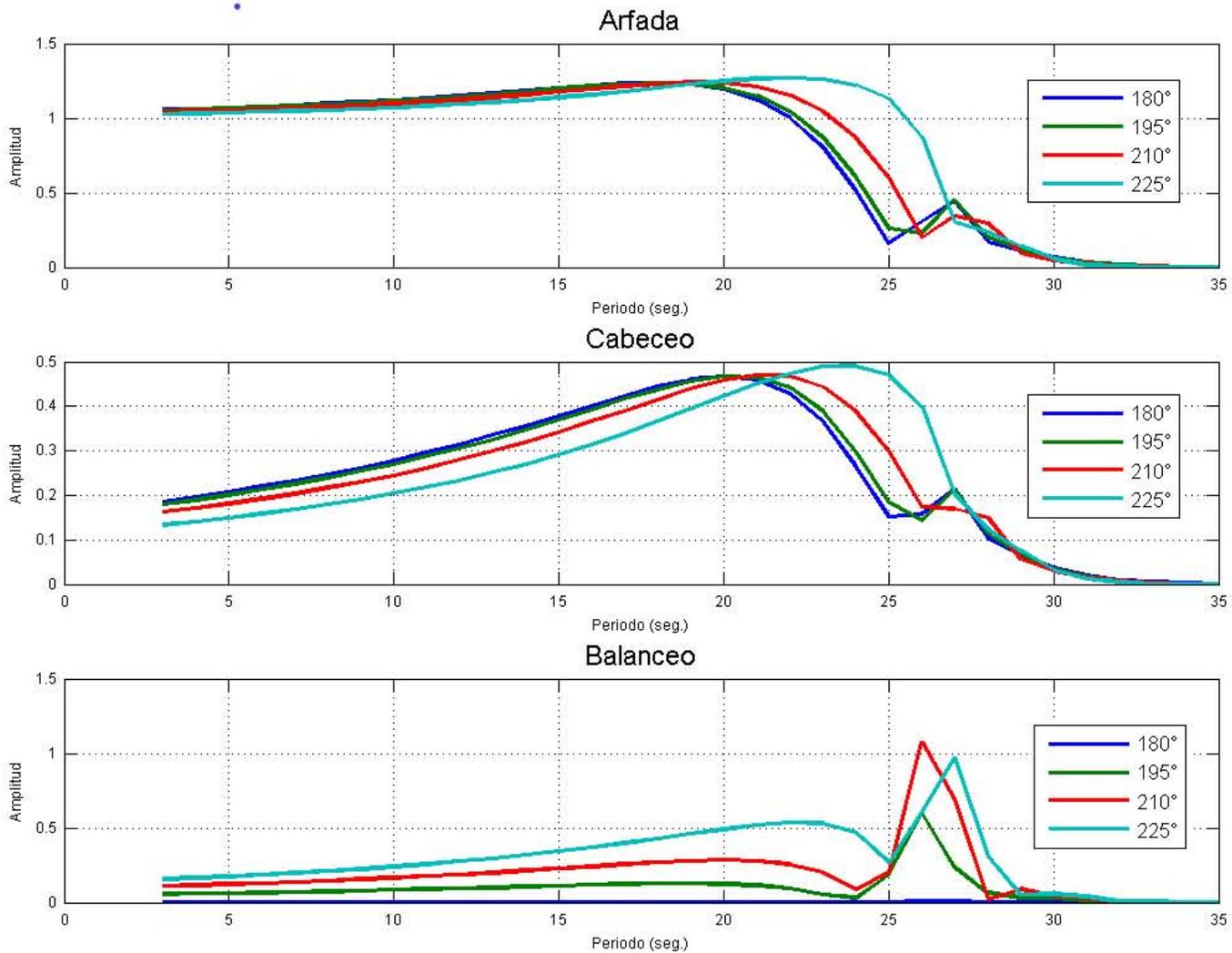


Figura 5.1: RAOs del modelo 3 (menos esbelto) del calado máximo con 5 tanques longitudinales

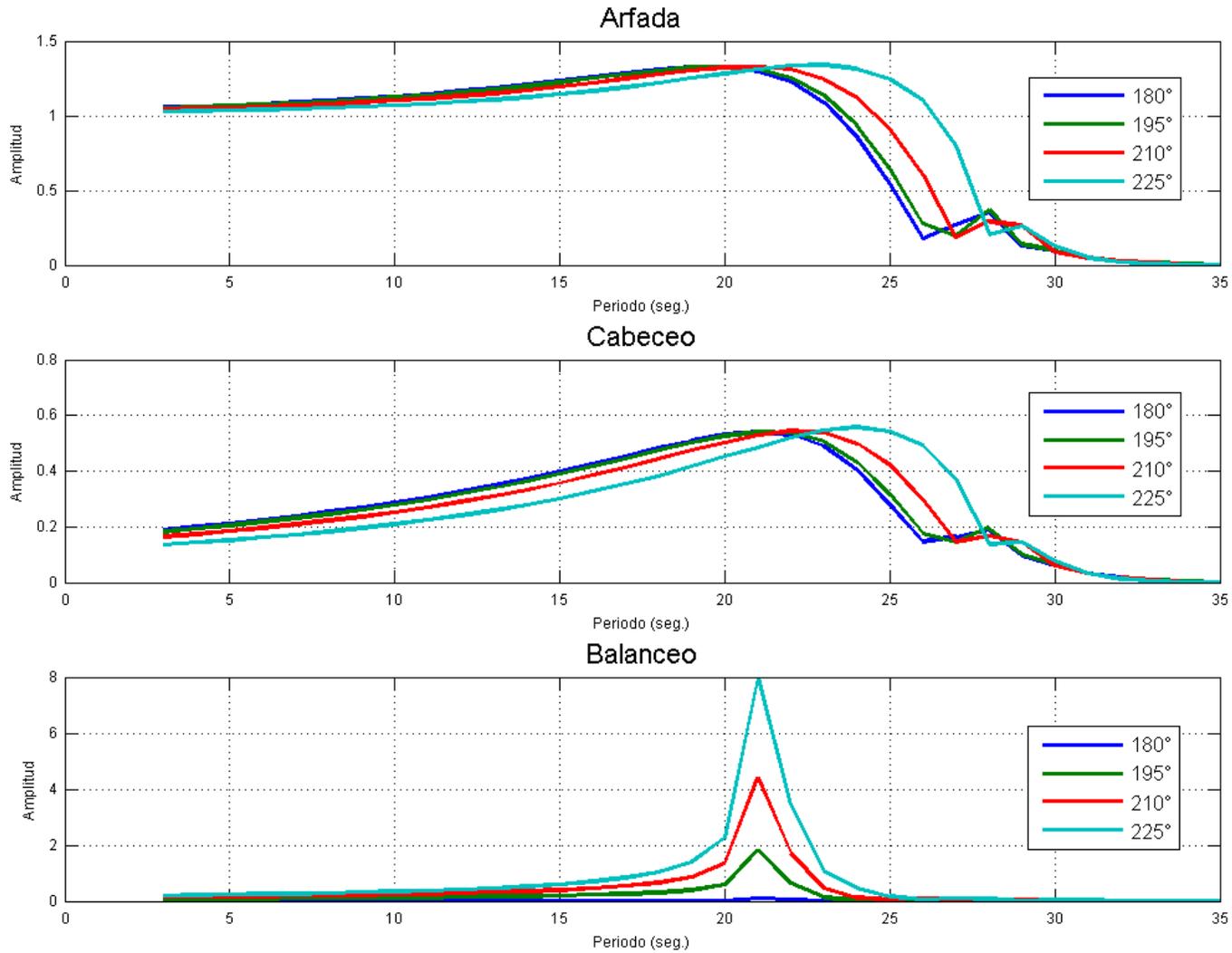


Figura 5.2: RAOs del modelo 25 (más esbelto) del calado mínimo con 5 tanques longitudinales

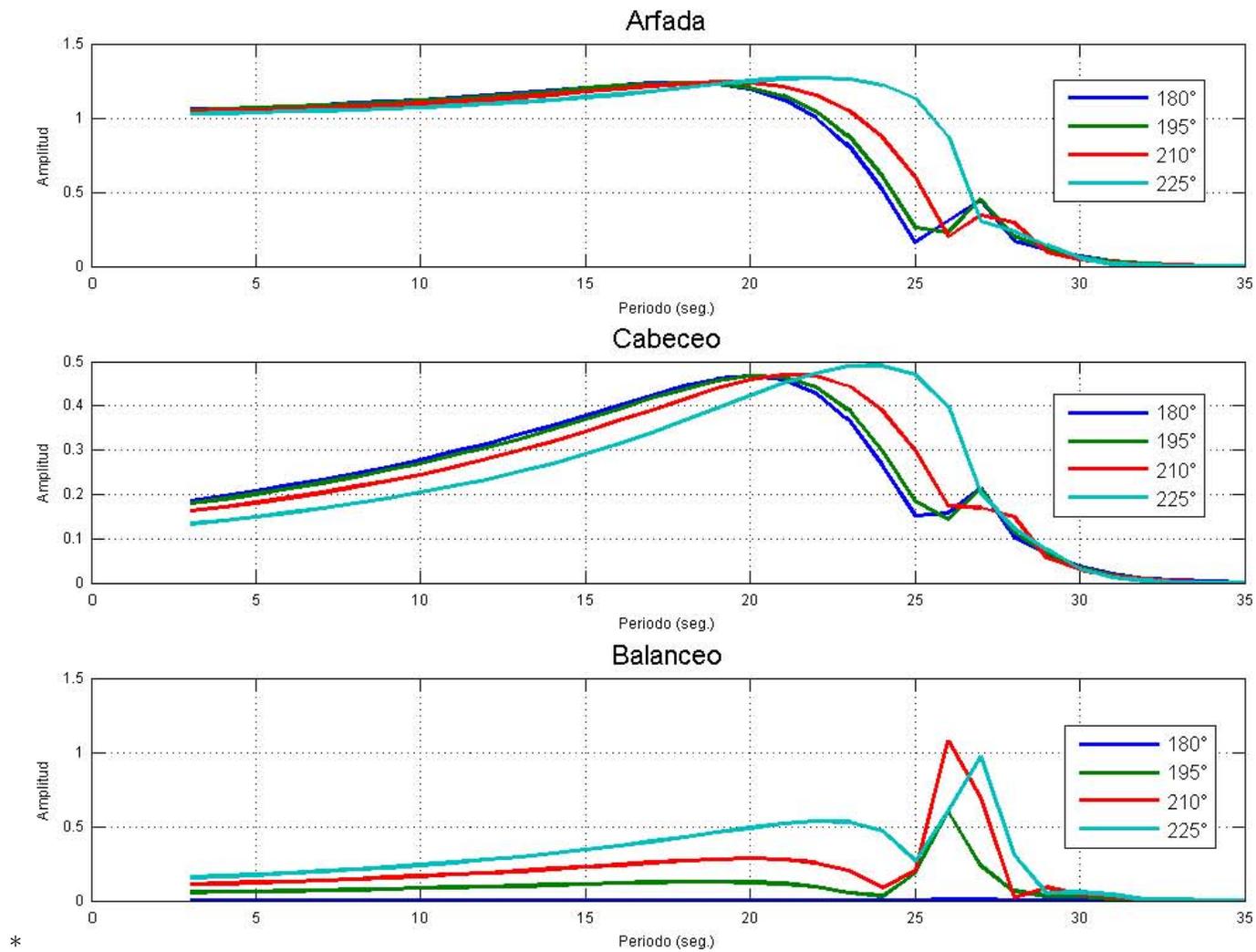


Figura 5.3: RAOs del modelo 3 (menos esbelto) del calado máximo con 8 tanques longitudinales

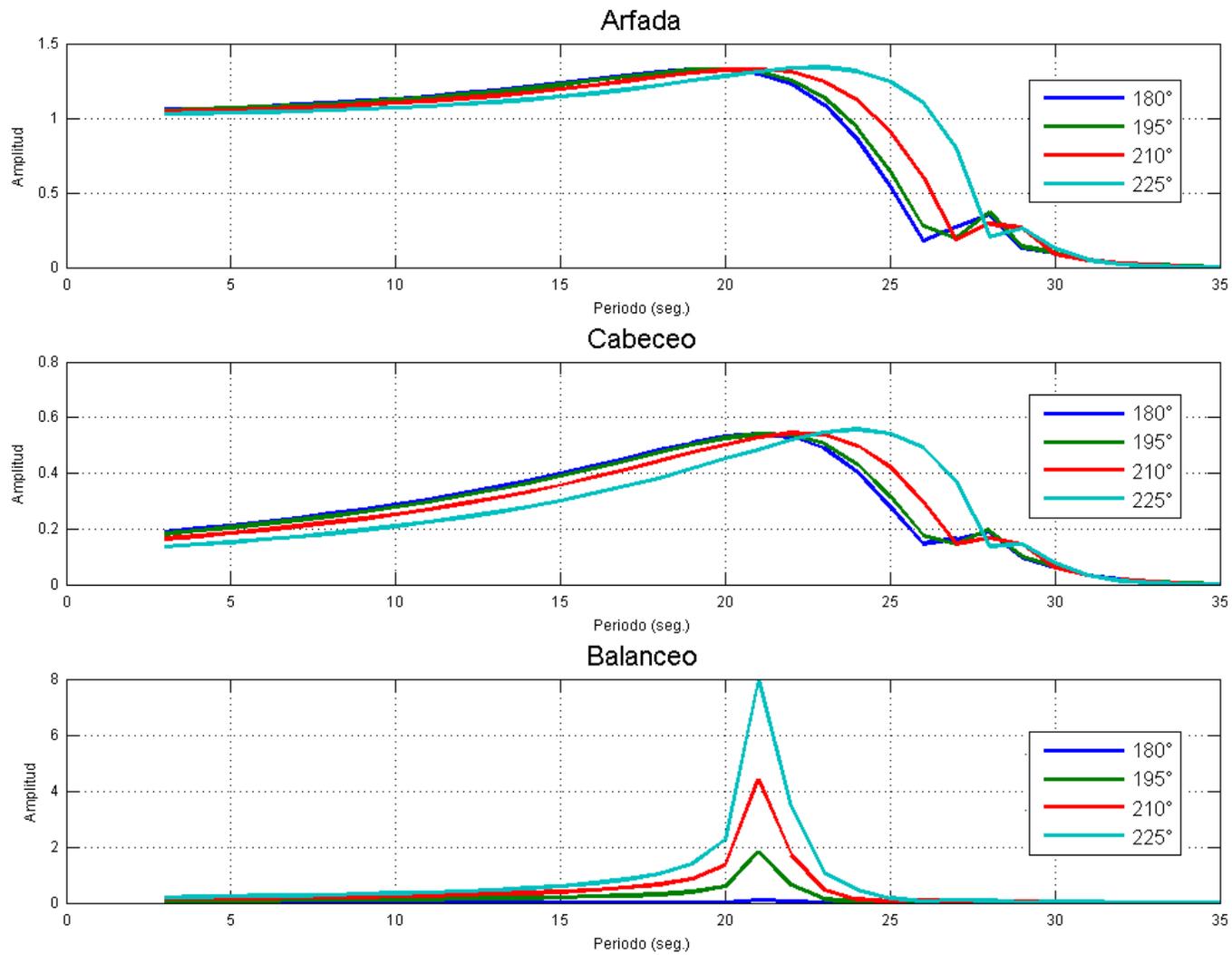
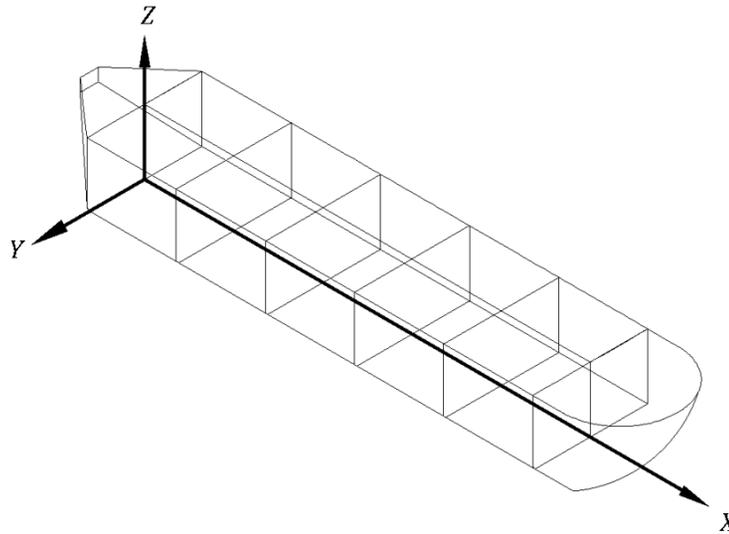


Figura 5.4: RAOs del modelo 25 (más esbelto) del calado mínimo con 8 tanques longitudinales

### 5.3. Análisis de valores de elementos mecánicos máximos a lo largo de la sección media

Las respuestas de elementos mecánicos de las tablas 5.4, 5.5, 5.6 y 5.7 se orientan de acuerdo con el sistema de referencia de la fig 5.5. Con base en estas tablas, se concluye que los valores máximos de fuerzas y momentos están asociados con los modelos de menor esbeltez, mientras que los mínimos con los de la mayor. Por lo tanto, se concluye que entre menos esbeltez presente un modelo, los elementos mecánicos son mayores y sus movimientos menores. Al diseñar un sistema se busca garantizar la seguridad y una correcta operación de éste por lo que reducir sus respuestas es imprescindible, al priorizar esta condición no sería posible elegir un sistema de mucha esbeltez aunque éste incluya reducir costos por tener menores valores en los elementos mecánicos y por lo tanto menos rigidez a considerar.



**Figura 5.5:** Sistema de referencia.

Ubicación del origen y sentidos de los ejes coordenados de respuestas de elementos mecánicos analizados a lo largo de la sección media de los modelos

**Tabla 5.4:** Valores máximos y mínimos de fuerzas globales de los modelos con 5 tanques longitudinales así como dimensiones y calados en los que se presentan

Resp.	Dir.	Mod.	Mínimos					Máximos					Diferencia	Esbeltez H/B		
			Unidades en metros			Cal.	Valores	Mod.	Unidades en metros			Cal.		Valores	mín.	máx.
			LT	B	H				LT	B	H					
$F_x$	180°	18	340	50	25	mín.	2.621E+07	19	330	60	35	máx.	1.473E+08	1.21E+08	0.50	0.58
	195°	18	340	50	25	mín.	2.602E+07	19	330	60	35	máx.	1.487E+08	1.23E+08	0.50	0.58
	210°	18	340	50	25	mín.	2.556E+07	19	330	60	35	máx.	1.544E+08	1.29E+08	0.50	0.58
	225°	18	340	50	25	mín.	2.575E+07	19	330	60	35	máx.	1.656E+08	1.40E+08	0.50	0.58
$F_y$	180°	3	350	60	25	med.	4.493E+04	16	340	50	35	mín.	8.628E+05	8.18E+05	0.41	0.70
	195°	27	330	50	25	mín.	1.128E+07	1	350	60	35	máx.	5.524E+07	4.40E+07	0.50	0.58
	210°	27	330	50	25	mín.	2.066E+07	1	350	60	35	máx.	9.756E+07	7.69E+07	0.50	0.58
	225°	27	330	50	25	mín.	2.720E+07	1	350	60	35	máx.	1.220E+08	9.48E+07	0.50	0.58
$F_z$	180°	25	330	50	35	máx.	6.591E+07	3	350	60	25	mín.	9.364E+07	2.77E+07	0.70	0.42
	195°	25	330	50	35	máx.	6.546E+07	6	350	55	25	mín.	9.558E+07	3.01E+07	0.70	0.45
	210°	25	330	50	35	máx.	6.316E+07	3	350	60	25	mín.	9.112E+07	2.80E+07	0.70	0.42
	225°	25	330	50	35	máx.	5.655E+07	6	350	55	25	mín.	9.098E+07	3.44E+07	0.70	0.45

**Tabla 5.5:** Valores máximos y mínimos de momentos globales  
de los modelos de 5 tanques longitudinales  
así como las dimensiones y calados en los que se presentan

Resp.	Dir.	Mod.	Mínimos					Máximos					Diferencia	Esbeltez H/B		
			Unidades en metros			Cal.	Valores	Mod.	Unidades en metros			Cal.		Valores	mín.	máx.
			LT	B	H				LT	B	H					
$M_x$	180°	27	330	50	35	med.	5.707E+06	16	340	50	35	mín.	5.306E+07	4.74E+07	0.50	0.70
	195°	26	330	50	30	med.	1.253E+08	16	340	50	35	mín.	1.035E+09	9.10E+08	0.60	0.70
	210°	8	350	50	30	med.	2.584E+08	16	340	50	35	mín.	2.545E+09	2.29E+09	0.60	0.70
	225°	27	330	50	25	máx.	4.085E+08	16	340	50	35	mín.	4.706E+09	4.30E+09	0.50	0.70
$M_y$	180°	25	330	50	35	máx.	5.930E+09	3	350	60	25	med.	8.206E+09	2.28E+09	0.70	0.42
	195°	25	330	50	35	máx.	5.905E+09	3	350	60	25	med.	8.243E+09	2.34E+09	0.70	0.42
	210°	25	330	50	35	máx.	5.783E+09	3	350	60	25	med.	8.336E+09	2.55E+09	0.70	0.42
	225°	25	330	50	35	máx.	5.326E+09	3	350	60	25	mín.	8.400E+09	3.07E+09	0.70	0.42
$M_z$	180°	27	330	50	25	med.	3.236E+06	16	340	50	35	mín.	5.041E+07	4.72E+07	0.50	0.70
	195°	27	330	50	25	mín.	7.682E+08	1	350	60	35	máx.	4.091E+09	3.32E+09	0.50	0.58
	210°	27	330	50	25	mín.	1.473E+09	1	350	60	35	máx.	8.015E+09	6.54E+09	0.50	0.58
	225°	27	330	50	25	mín.	1.990E+09	7	350	50	35	máx.	1.105E+10	9.06E+09	0.50	0.70

**Tabla 5.6:** Valores máximos y mínimos de fuerzas globales de los modelos de 8 tanques longitudinales así como las dimensiones y calados en los que se presentan

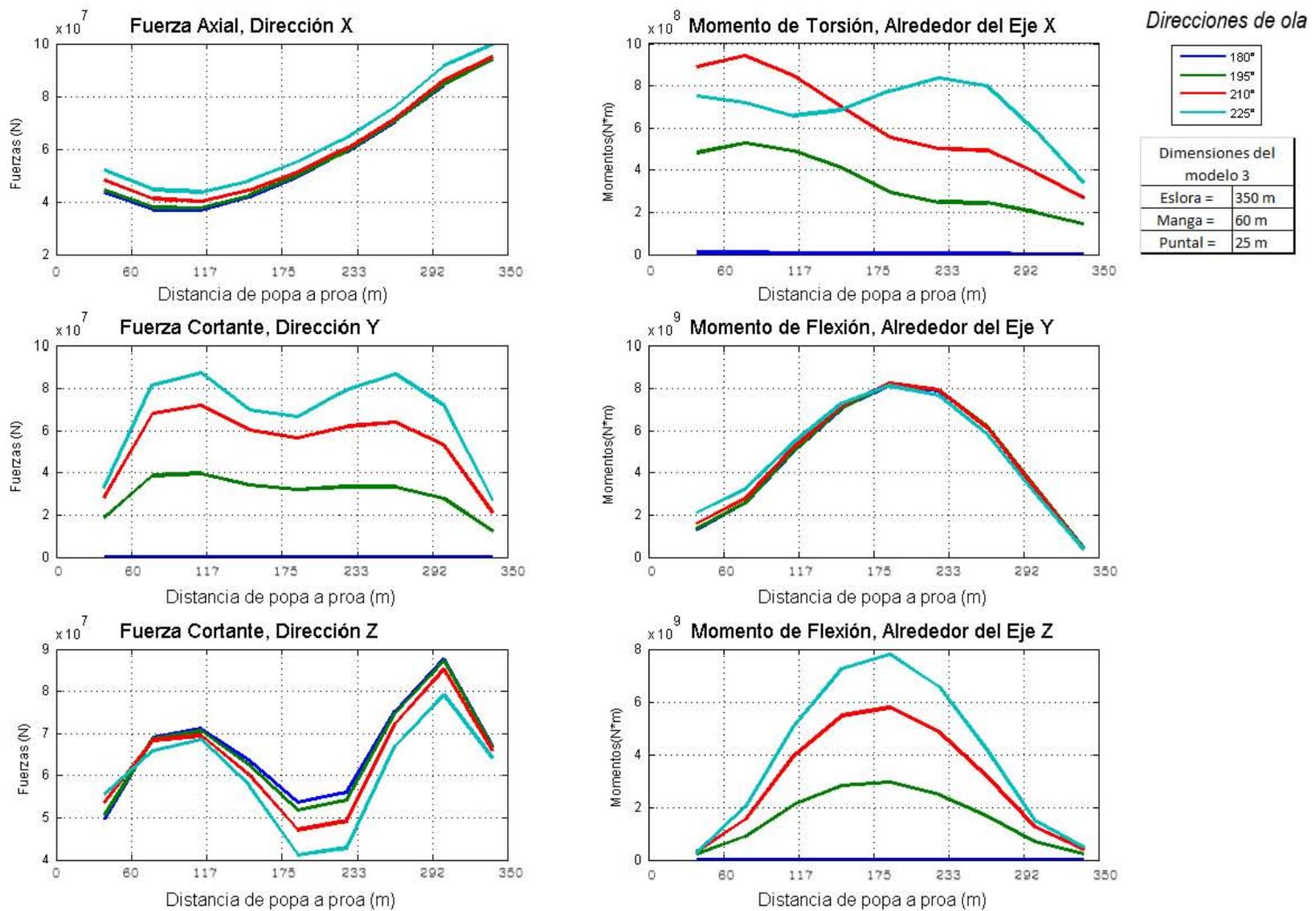
Resp.	Dir.	Mod.	Mínimos					Máximos					Esbeltez H/B			
			Unidades en metros			Cal.	Valores	Mod.	Unidades en metros			Cal.	Valores	Diferencia	mín.	máx.
			LT	B	H				LT	B	H					
$F_x$	180°	18	340	50	25	mín.	2.572E+07	19	330	60	35	máx.	1.31E+08	1.05E+08	0.50	0.58
	195°	18	340	50	25	mín.	2.550E+07	19	330	60	35	máx.	1.31E+08	1.06E+08	0.50	0.58
	210°	18	340	50	25	mín.	2.497E+07	19	330	60	35	máx.	1.34E+08	1.09E+08	0.50	0.58
	225°	18	340	50	25	mín.	2.438E+07	19	330	60	35	máx.	1.43E+08	1.18E+08	0.50	0.58
$F_y$	180°	3	350	60	25	med.	3.416E+04	7	350	50	35	med.	3.67E+05	3.33E+05	0.42	0.70
	195°	27	330	50	25	mín.	1.085E+07	1	350	60	35	máx.	5.35E+07	4.26E+07	0.50	0.58
	210°	27	330	50	25	mín.	2.003E+07	1	350	60	35	máx.	9.45E+07	7.45E+07	0.50	0.58
	225°	27	330	50	25	mín.	2.764E+07	1	350	60	35	máx.	1.16E+08	8.87E+07	0.50	0.58
$F_z$	180°	25	330	50	35	máx.	7.231E+07	3	350	60	25	mín.	9.20E+07	1.97E+07	0.70	0.42
	195°	25	330	50	35	máx.	7.250E+07	3	350	60	25	med.	9.15E+07	1.90E+07	0.70	0.42
	210°	25	330	50	35	mín.	7.255E+07	3	350	60	25	med.	8.99E+07	1.74E+07	0.70	0.42
	225°	26	330	50	30	mín.	6.785E+07	1	350	60	35	máx.	9.21E+07	2.43E+07	0.60	0.58

**Tabla 5.7:** Valores máximos y mínimos de momentos globales  
de los modelos de 8 tanques longitudinales  
así como las dimensiones y calados en los que se presentan

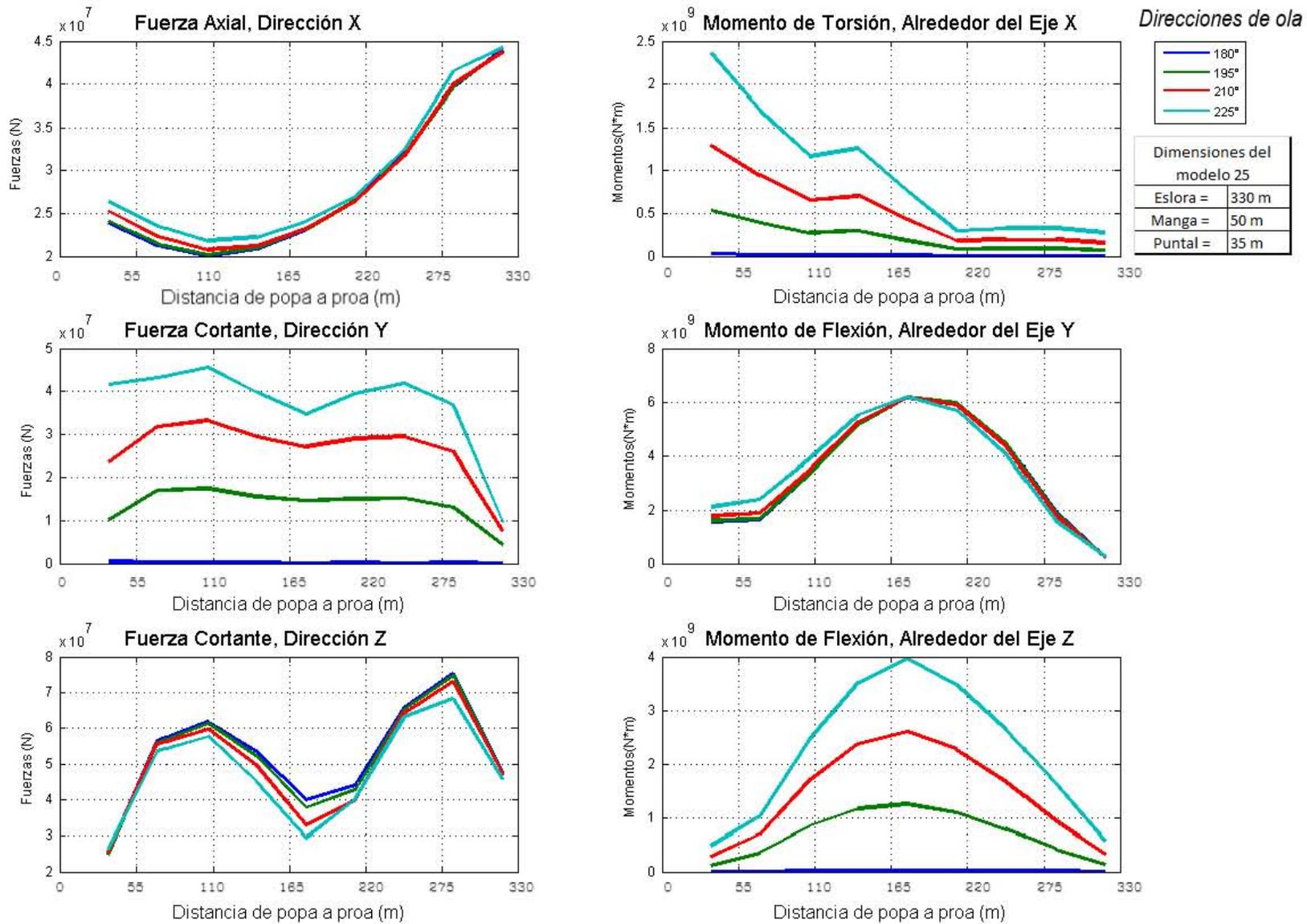
Resp.	Dir.	Mod.	Mínimos					Máximos					Diferencia	Esbeltez H/B		
			Unidades en metros			Cal.	Valores	Mod.	Unidades en metros			Cal.		Valores	mín.	máx.
			LT	B	H				LT	B	H					
$M_x$	180°	17	340	50	30	med.	4.184E+06	7	350	50	35	med.	2.60E+07	2.18E+07	0.60	0.70
	195°	8	350	50	30	mín.	1.155E+08	5	350	55	30	máx.	3.90E+08	2.75E+08	0.60	0.55
	210°	26	330	50	30	med.	2.214E+08	7	350	50	35	med.	7.75E+08	5.53E+08	0.60	0.70
	225°	8	350	50	30	máx.	3.553E+08	7	350	50	35	med.	2.15E+09	1.79E+09	0.60	0.70
$M_y$	180°	25	330	50	35	máx.	6.045E+09	3	350	60	25	máx.	8.19E+09	2.14E+09	0.70	0.42
	195°	25	330	50	35	mín.	6.051E+09	3	350	60	25	máx.	8.22E+09	2.17E+09	0.70	0.42
	210°	25	330	50	35	mín.	6.008E+09	3	350	60	25	máx.	8.34E+09	2.33E+09	0.70	0.42
	225°	25	330	50	35	mín.	5.933E+09	3	350	60	25	máx.	8.40E+09	2.47E+09	0.70	0.42
$M_z$	180°	17	340	50	30	med.	2.741E+06	7	350	50	35	med.	1.91E+07	1.63E+07	0.60	0.70
	195°	27	330	50	25	mín.	7.631E+08	1	350	60	35	máx.	3.93E+09	3.17E+09	0.50	0.58
	210°	27	330	50	25	mín.	1.466E+09	1	350	60	35	máx.	7.68E+09	6.21E+09	0.50	0.58
	225°	27	330	50	25	mín.	1.988E+09	4	350	55	35	máx.	1.05E+10	8.51E+09	0.50	0.64

#### 5.4. Diagramas de elementos mecánicos de modelos seleccionados del análisis hidrodinámico

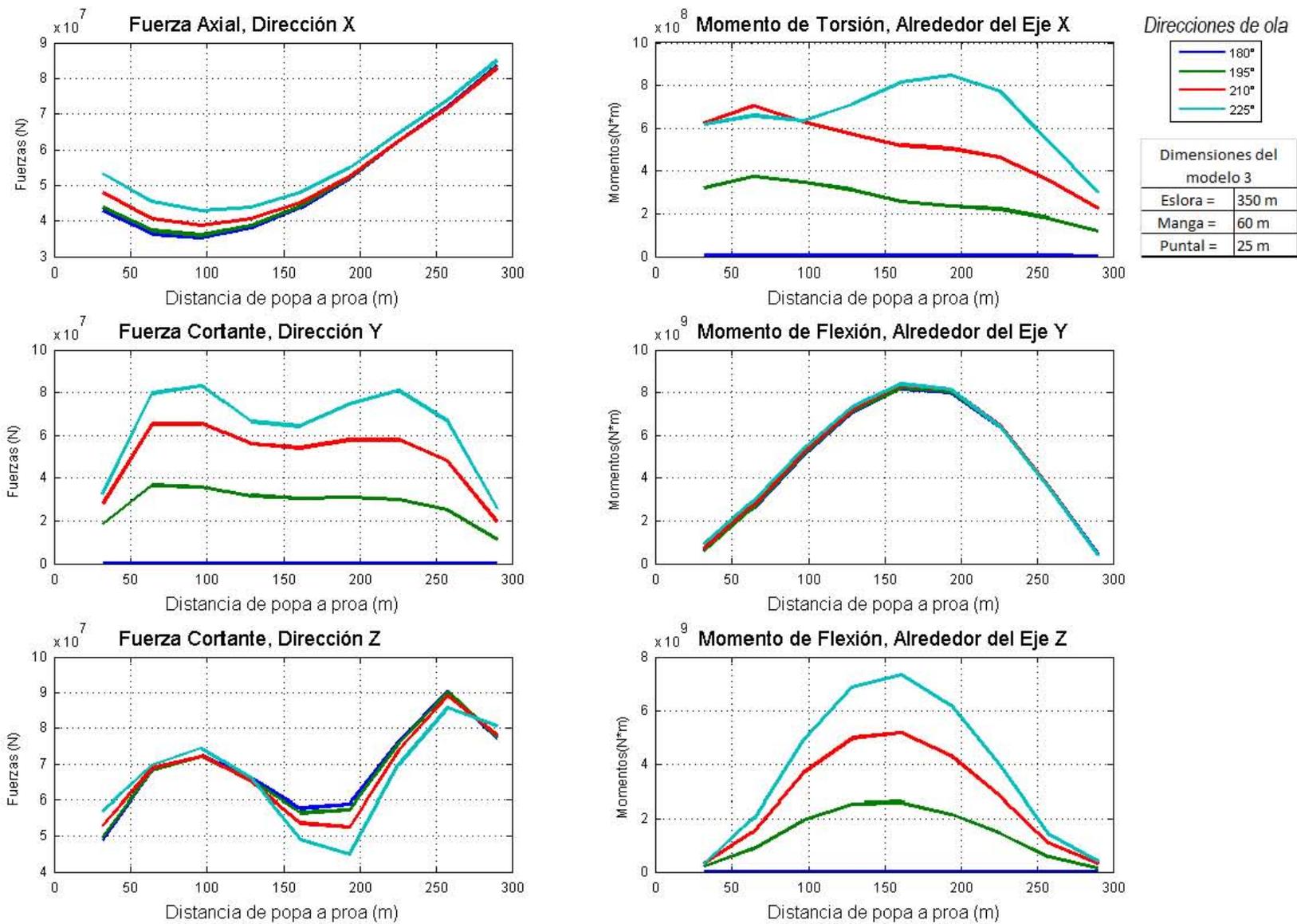
Los diagramas de los elementos mecánicos de las figs. 5.6, 5.7, 5.8 y 5.9 se orientan de acuerdo con el sistema de referencia de la fig. 5.5. De acuerdo a éstos, se puede apreciar que en los elementos  $T_z$ ,  $F_y$  y  $M_z$ , existe un gran cambio entre las direcciones de incidencia de ola sobre el modelo cuando la dirección de ola no es colineal con respecto al eje longitudinal del modelo. Caso contrario en los demás elementos mecánicos, que en las direcciones de incidencia consideradas se obtienen diagramas muy similares entre sí. Por último, los máximos valores en los elementos  $M_y$  y  $M_z$ , en las figs. 5.6, 5.7, 5.8 y 5.9, están ubicados aproximadamente a la mitad de la sección media de los modelos; debido a esto, al diseñar estructuralmente un sistema (fuera del alcance de este trabajo) es importante calcular cuidadosamente la resistencia de la sección media.



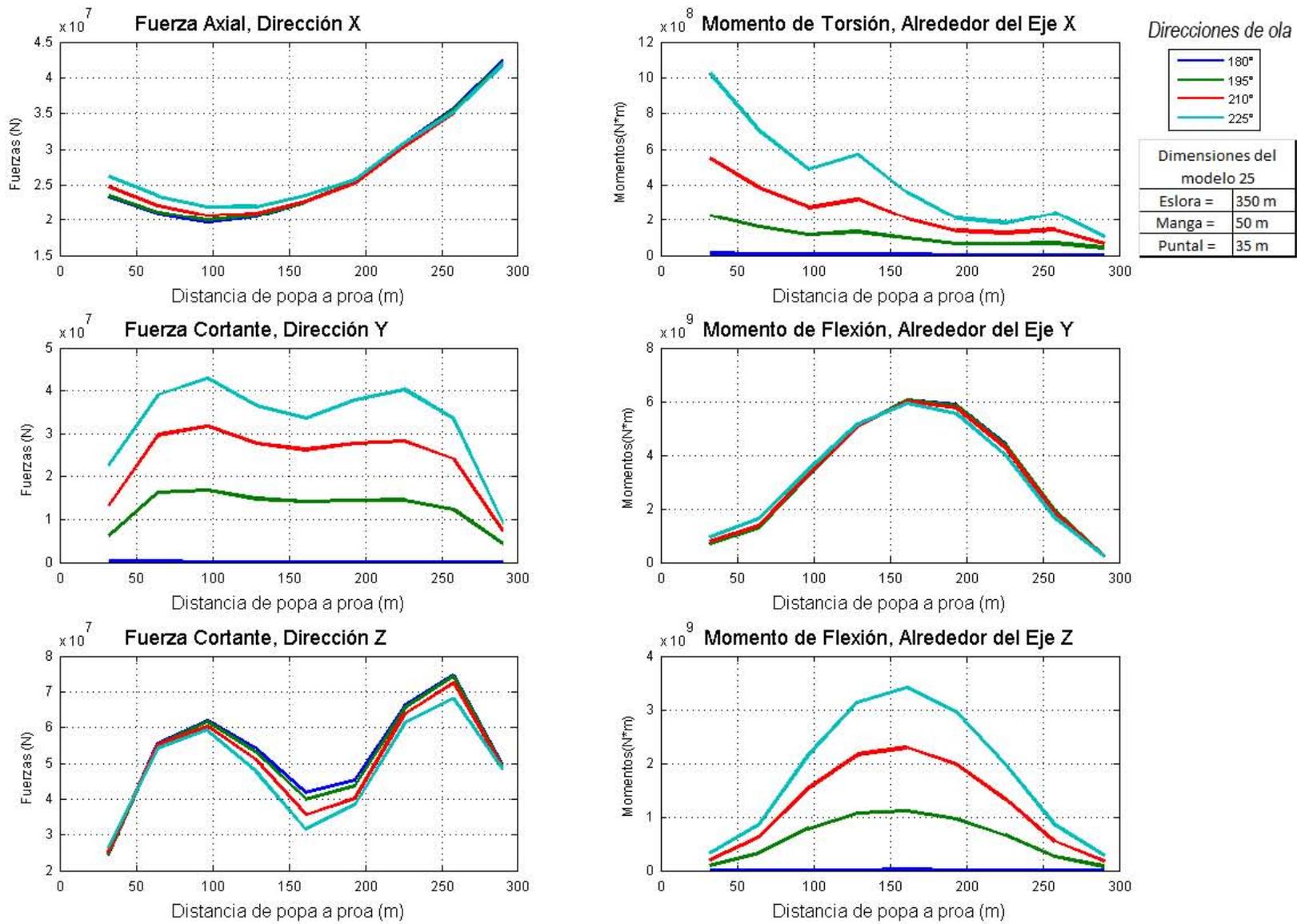
**Figura 5.6:** Diagramas de elementos mecánicos del modelo 3 (menos esbelto) correspondiente a las respuestas de movimientos mínimas con 5 tanques



**Figura 5.7:** Diagramas de elementos mecánicos del modelo 25 (más esbelto) correspondiente a las respuestas de movimientos máximas con 5 tanques



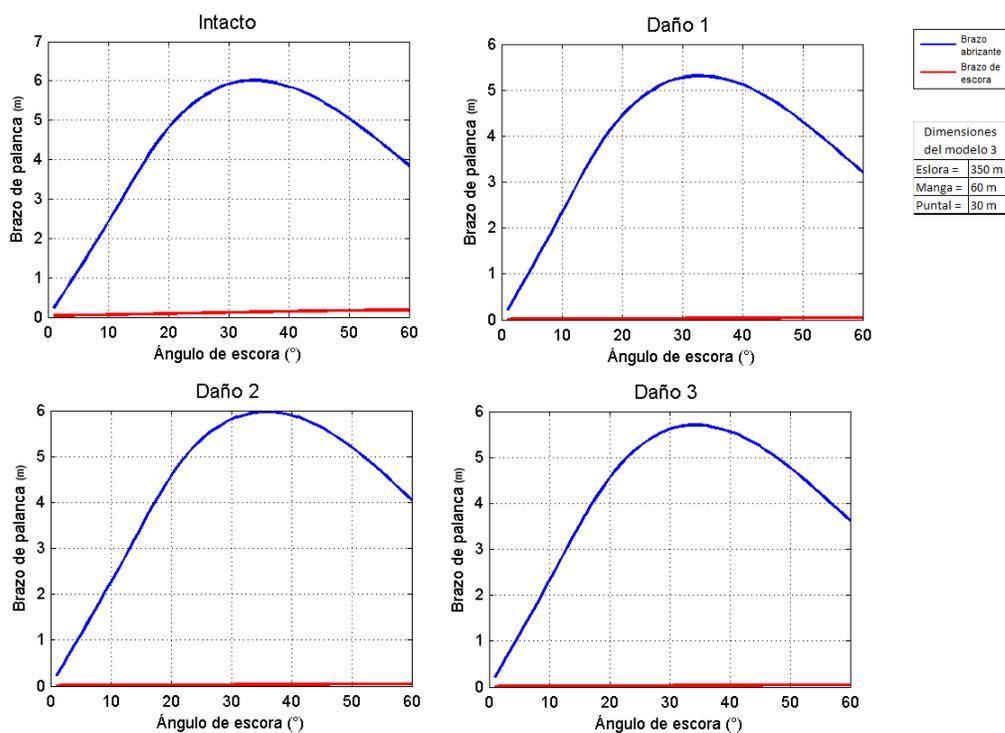
**Figura 5.8:** Diagramas de elementos mecánicos del modelo 3 (menos esbelto) correspondiente a las respuestas de movimientos mínimas con 8 tanques



**Figura 5.9:** Diagramas de elementos mecánicos del modelo 25 (más esbelto) correspondiente a las respuestas de movimientos máximas con 8 tanques

## 5.5. Comparación de curvas adrizantes con las curvas escorantes

A continuación se presentan las comparaciones de las curvas escorantes con las curvas adrizantes de los modelos más y menos esbeltos, 3 y 25 respectivamente. De acuerdo con las figuras 5.10, 5.11, 5.12 y 5.13, se concluye que para cualquiera de ambos modelos con ambas configuraciones de distribución de tanques longitudinales, la curva escorante no representa ninguna repercusión para las curvas de estabilidad ya que los valores que alcanzan los brazos adrizantes para este tipo de configuraciones son muy grandes a comparación de las curvas de escora en cualquier caso de estudio.



**Figura 5.10:** Comparación de las curvas del brazo adrizante con el brazo escorante del modelo 3 con 5 tanques longitudinales

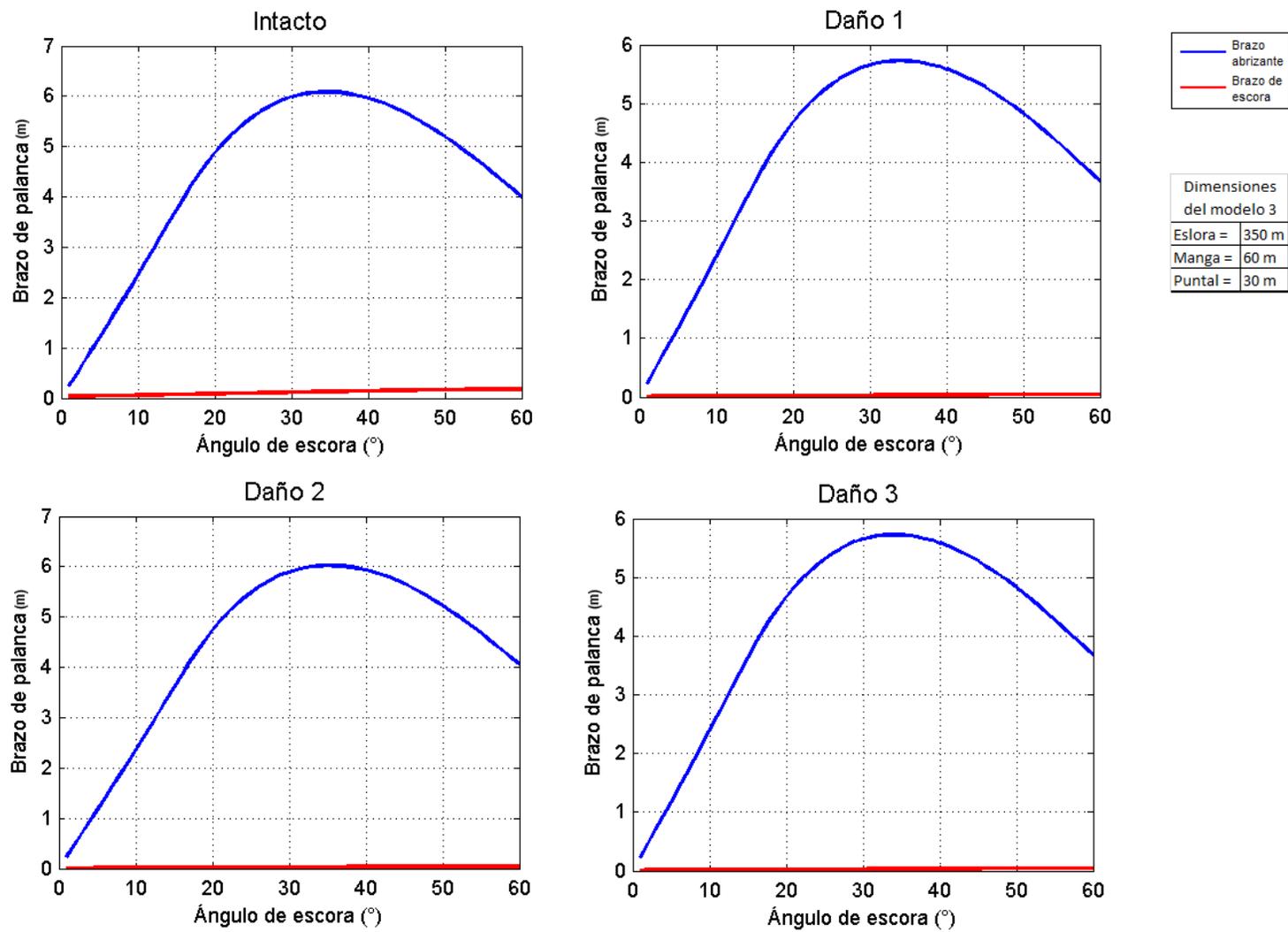


Figura 5.11: Comparación de brazo adrizante con el brazo escorante del modelo 3 con 8 tanques longitudinales

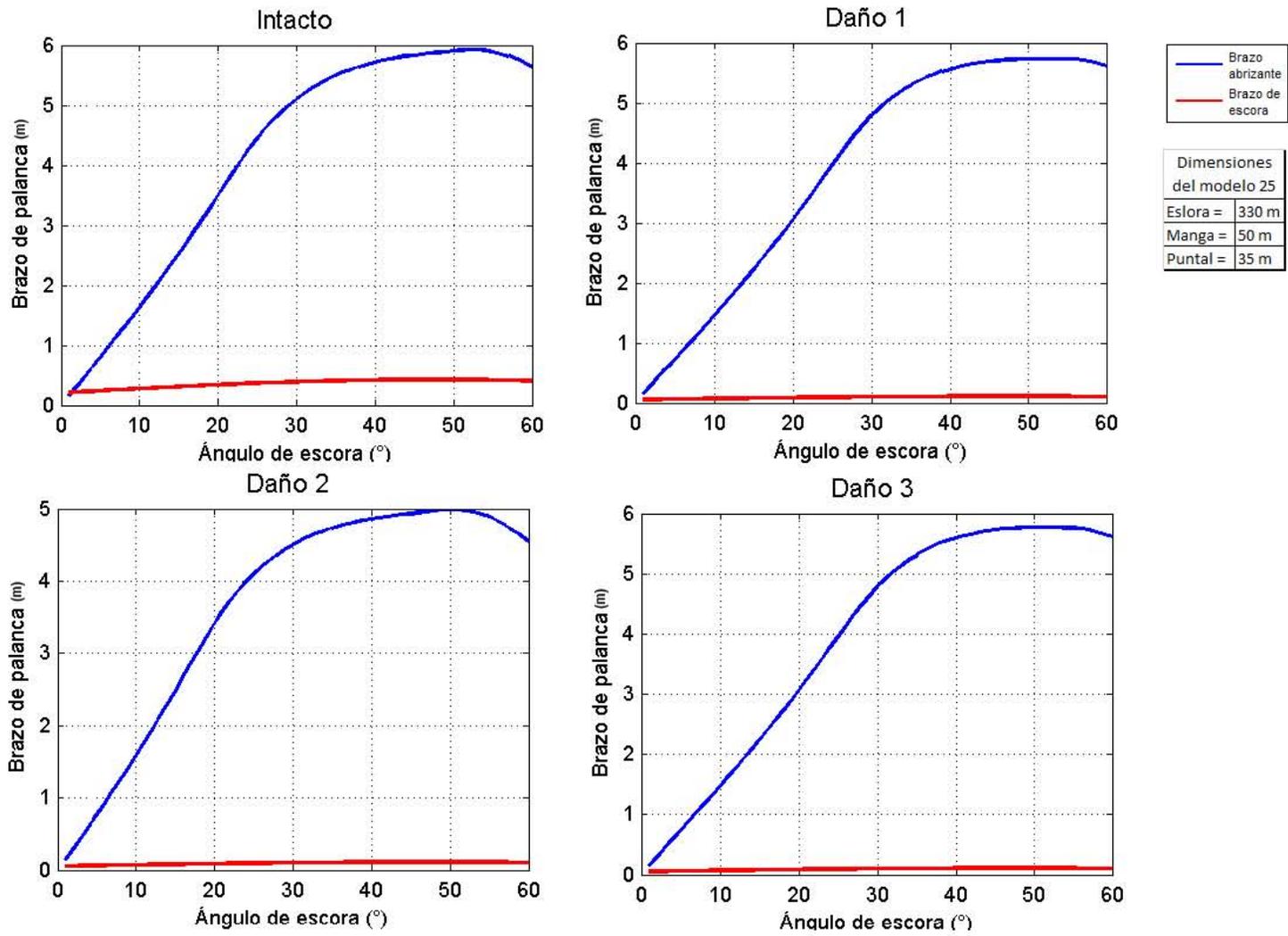


Figura 5.12: Comparación de las curvas del brazo adrizante con el brazo escorante del modelo 25 con 5 tanques longitudinales

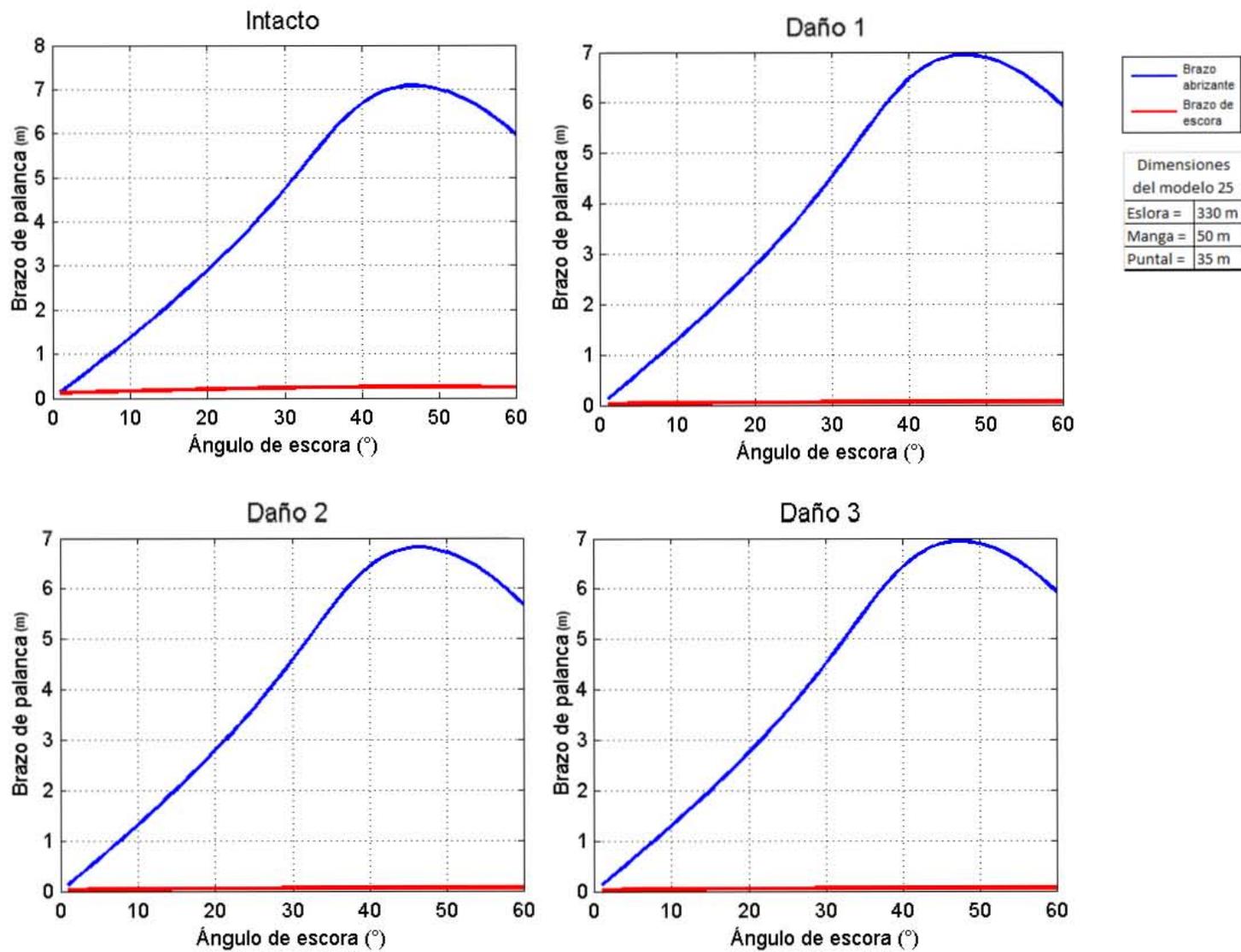


Figura 5.13: Comparación de brazo adrizante con el brazo escorante del modelo 25 con 8 tanques longitudinales

## 5.6. Curvas de brazo adrizante para un mismo modelo para los tres calados

De acuerdo a la fig. 5.14, se tienen las curvas de estabilidad del mismo modelo con los tres calados considerados (mínimo, medio y máximo); en ésta se aprecia cómo varían las distintas curvas. La asociada con el calado mínimo tiene la mayor pendiente inicial de las tres y por lo tanto acumula mayor área bajo la curva conforme el ángulo de escora aumenta, mientras que la asociada al máximo tiene la menor pendiente inicial y por tanto el área será menor. Esto se debe a que en la condición de máximo calado, el modelo tenderá a estar en equilibrio estático cuando los porcentajes de llenado en los compartimientos sea el máximo y por lo tanto su volumen también, haciendo que el centro de masas del sistema incremente su altura con respecto a la quilla, reduciéndose así el brazo adrizante, sin embargo, todos los datos hidrostáticos en esta condición satisfacen los límites establecidos por las normas.

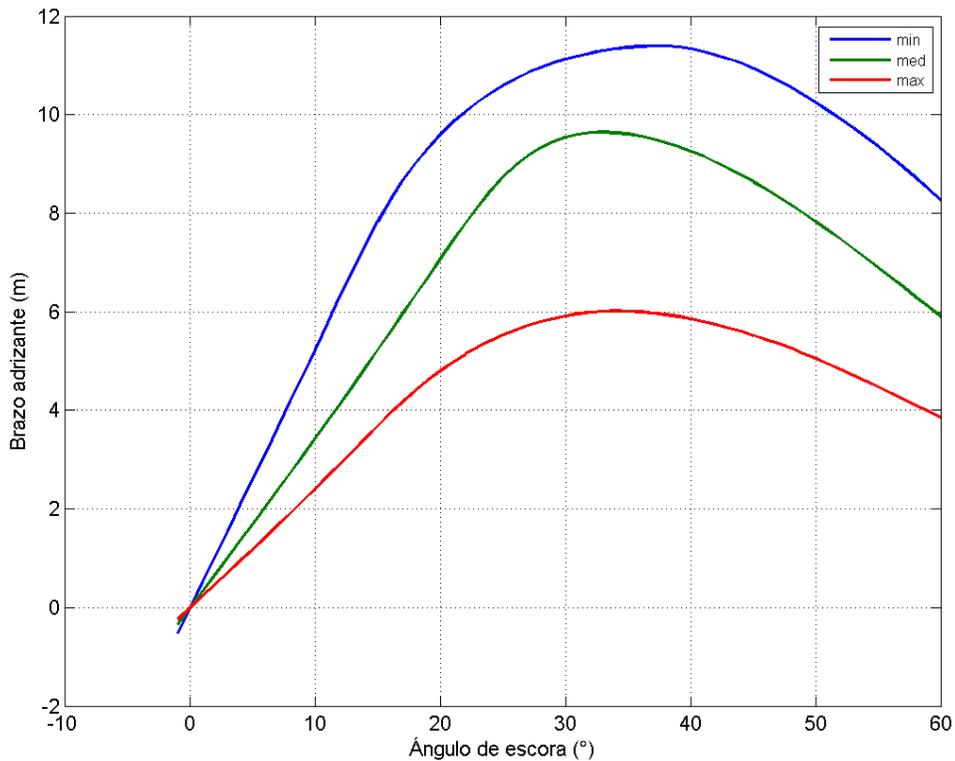
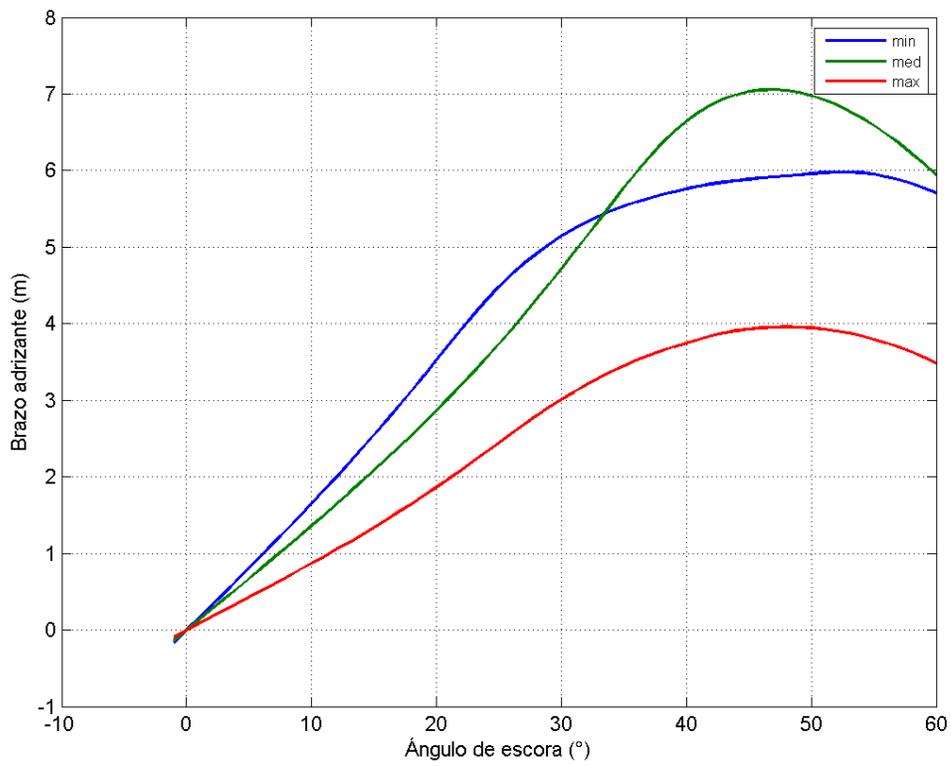


Figura 5.14: Curvas de estabilidad del modelo 3 (menos esbelto) con los tres calados

## 5. RESULTADOS

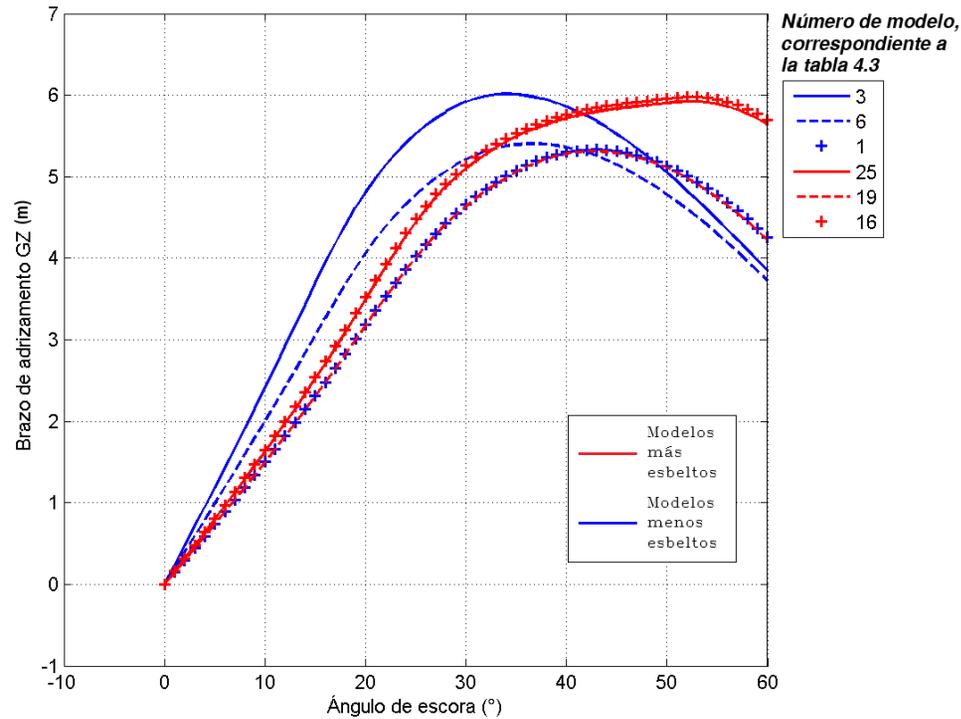
---



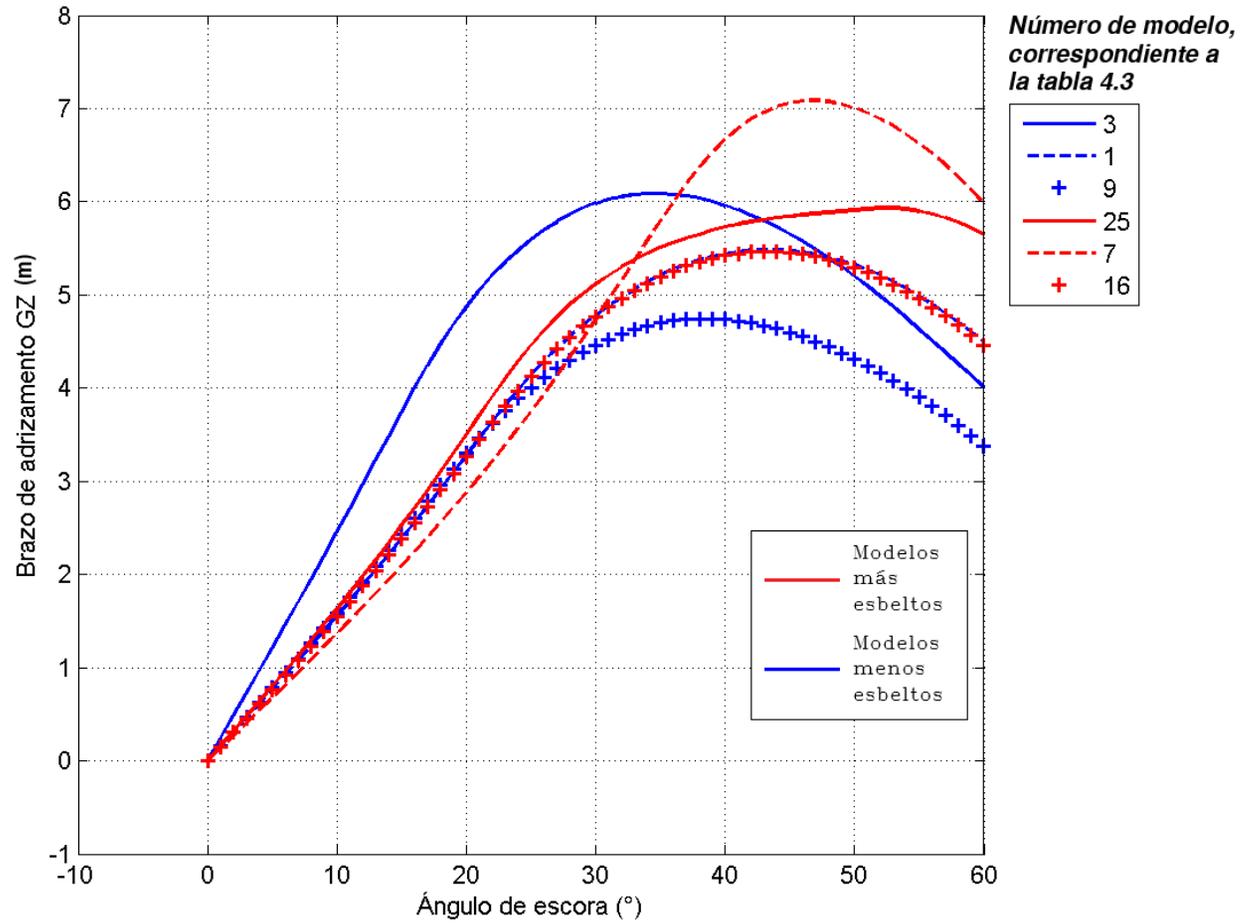
**Figura 5.15:** Curvas de estabilidad del modelo 25 (más esbelto) con los tres calados

## 5.7. Comparación de curvas adrizantes de modelos seleccionados

En esta sección, se presentan las comparaciones de las curvas adrizantes del caso intacto de los modelos seleccionados de la tabla 5.3. De acuerdo con las figuras 5.16 y 5.17; los modelos menos esbeltos obtienen mayor área para un menor valor de ángulo de escora a diferencia de los más esbeltos; ésto se cumple para ambas configuraciones de distribución longitudinal de número de tanques. La comparación de las curvas adrizantes de los distintos casos de daño considerados están ubicados en el apéndice E.



**Figura 5.16:** Comparación de las curvas de brazo adrizantes intactas de modelos seleccionados con 5 tanques longitudinales



**Figura 5.17:** Comparación de las curvas de braço adrizante intactas de modelos específicos con 8 tanques longitudinais

## 5.8. Comparación de los datos hidrostáticos con las normas de estabilidad

Finalmente, de acuerdo con las tablas 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 y 5.15 de los modelos más y menos esbeltos para ambas configuraciones de número de tanques, todos los datos hidrostáticos son satisfactorios; debido principalmente a que todos los modelos analizados cuentan con una manga de tamaño suficiente para proporcionarle un brazo adrizante grande a comparación del brazo de escora que es debido a la fuerza del viento. De acuerdo a las tablas 5.8, 5.10, 5.12 y 5.14, los datos hidrostáticos de modelos intactos con con menor esbeltez son mayores en comparación a los de mayor esbeltez.

**Tabla 5.8:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 3 (menos esbelto), condición intacta del calado máximo con 5 tanques longitudinales

Datos hidrostáticos intactos	Obtenidos	Requerido	Estado
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	13.54	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.80	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	0.35	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	1.45	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	6.01	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	34.07	25.00	OK

Acorde a las tablas 5.10 y 5.11, en el caso de 5 tanques, los datos hidrostáticos para la condición del daño 2 (Fig. E.2), ubicado aproximadamente a la mitad de la sección media son más favorables para la estabilidad del sistema; datos como el máximo brazo adrizante superior a 30° y el área bajo la curva hasta los 40°, resultan ser mayores en este caso que en el resto de los daños. Lo anterior aplica para el modelo de mayor y menor esbeltez

**Tabla 5.9:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 3 (menos esbelto), calado máximo, con 5 tanques longitudinales

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	25.00	1.99	OK	1.86	OK	0.25	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante GZ entre 0° y 20°	0.10	4.44	OK	4.58	OK	4.55	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ entre 0° y 20° (m)	0.02	0.81	OK	0.80	OK	0.81	OK

**Tabla 5.10:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 25 (más esbelto), condición intacta del calado mínimo con 5 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	11.33	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.53	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	0.37	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	1.17	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.40	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	36.59	25.00	OK

**Tabla 5.11:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 25 (más esbelto), calado mínimo, con 5 tanques longitudinales

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	25.00	1.78	OK	1.63	OK	1.47	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante GZ entre 0° y 20°	0.10	3.81	OK	3.82	OK	3.77	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.67	OK	0.66	OK	0.67	OK

**Tabla 5.12:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 3 (menos esbelto), condición intacta del calado máximo con 8 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	9.12	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.35	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	2.30	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	0.95	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.92	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	52.54	25.00	OK

Mientras tanto en los modelos de 8 tanques longitudinales, para la condición de daño 2 (Fig. E.5), en el modelo menos esbelto, los datos muestran que el máximo brazo adrizante y el área bajo la curva hasta  $40^\circ$  son mayores que en los otros dos daños. Finalmente, para el mismo número de tanques, para la condición de daño 1 (Fig. E.4), estos mismos datos son mayores que en las otras condiciones de daño.

En resumen, los datos hidrostáticos de los modelos de 5 tanques no se ven tan repercutidos cuando el daño ocurre aproximadamente a la mitad de la sección media, mientras que en los de 8, ésta es menos repercutida cuando el daño ocurre en el extremo cerca de la popa

**Tabla 5.13:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 3 (menos esbelto), calado máximo, con 8 tanques longitudinales

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio ( $^\circ$ )	30.00	3.88	OK	3.94	OK	4.24	OK
Rango de estabilidad ( $^\circ$ )	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante GZ entre $0^\circ$ y $20^\circ$	0.10	3.07	OK	3.40	OK	3.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ entre $0^\circ$ y $20^\circ$ (m)	0.02	0.52	OK	0.57	OK	0.52	OK

**Tabla 5.14:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 25 (más esbelto), condición intacta del calado mínimo con 8 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	8.43	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.23	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	0.41	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	0.81	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.31	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	42.66	25.00	OK

**Tabla 5.15:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 25 (más esbelto), calado mínimo, con 8 tanques longitudinales

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	25.00	3.14	OK	2.93	OK	0.38	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20°	0.10	3.12	OK	2.91	OK	3.03	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.52	OK	0.49	OK	0.51	OK

## Conclusiones

---

En este trabajo de investigación se realizó un estudio paramétrico con la finalidad de evaluar el efecto de las principales dimensiones de un FPSO en la respuesta de movimientos, en la distribución de elementos mecánicos a lo largo de la embarcación y en la estabilidad. Las variables de diseño fueron la eslora, la manga y el puntal. Además, se consideraron dos configuraciones del número de tanques longitudinales: 5 y 8 tanques. Con esta combinación de parámetros se obtienen un total de 27 modelos a estudiar. Asimismo, se consideraron tres condiciones de carga, resultando en tres calados: mínimo, medio y máximo.

Los análisis de estabilidad se realizaron con 4 condiciones: una intacta y tres de daño; que aplicados a los 27 modelos y los 3 calados, resulta en 648 casos, cumpliendo todos ellos con los requisitos de estabilidad establecidos en la normatividad aplicable. Además, se realizó el análisis hidrodinámico de cada uno de los 27 modelos en sus 3 condiciones de carga, resultando en 162 casos. De modo que, en total se realizaron 810 análisis.

Debido a la gran cantidad de información obtenida, fueron seleccionados los casos más representativos. Con base en esta selección, se prestaron los resultados de los modelos y condiciones de carga correspondientes a los más y menos esbeltos (relación puntal/manga), los que presentan las mayores y menores respuestas de movimientos respectivamente. En cuanto a los análisis de estabilidad, se observó que, para cualquiera de los modelos analizados, las curvas adrizantes presentan valores mucho mayores que las curvas de escora. Esto se debe a que las dimensiones de los cascos para los casos de estudio, fueron propuestas con base en las utilizadas en la industria costa afuera. Además, para este estudio, cumplir con los criterios de estabilidad fue un requisito para poder realizar los análisis hidrodinámicos.

Como un resultado interesante de los análisis de estabilidad, se observó que la curva de brazo adrizante es menor para la condición de calado máximo que para el mínimo de un mismo modelo. Ésto es debido a que, cuando el modelo presenta esta condición, el porcentaje de llenado en los compartimientos es máximo y, por lo tanto, su volumen también, haciendo que el centro de masas incremente su altura con respecto a la quilla, reduciéndose así el brazo adrizante.

Continuando el estudio, a partir de los análisis hidrodinámicos, se evaluaron las respuestas de movimiento del sistema en los grados de libertad de arfada, balanceo y cabeceo, con el fin de identificar las variables de diseño que minimizan las respuestas del sistema, las cuales fueron principalmente la manga y el puntal.

## 6. CONCLUSIONES

---

Por otro lado, se observó que, en el modelo más esbelto, la respuesta en balanceo presenta grandes amplitudes cuando la dirección de ola se desfasa con respecto al eje longitudinal del modelo. De los resultados obtenidos se concluyó que los modelos de menor esbeltez minimizan las respuestas ante cargas ambientales, pero presentan mayores valores en los diagramas de elementos mecánicos, así como curvas más favorables para la estabilidad del sistema, ya sea para la condición intacta o cualquiera de las condiciones de daño analizadas.

Un futuro trabajo de investigación relacionado a este proyecto, podría ser el evaluar la respuesta del sistema realizando cambios en la configuración geométrica de la proa, con el fin de evaluar las respuestas y reducir las fuerzas de impacto de la ola. En otro podría realizarse un proceso de optimización de las respuestas para calcular cuál configuración geométrica minimiza la respuesta y, que al mismo tiempo, cumpla con las normas de estabilidad; así como evaluar el efecto de las quillas de balance en la respuesta de balanceo, con la finalidad de obtener una reducción considerable de la amplitud en esta respuesta. Finalmente, también podría llevarse a cabo un proyecto enfocado al diseño estructural de todo el sistema, por medio de análisis de elemento finito.

## Glosario de términos de embarcaciones

---

1. Partes de las embarcaciones (Fig. A.1):



**Figura A.1:** Partes de una FPSO

Fuente: <https://ingenieromarinero.com/definicion-partes-estructura-del-buque/>

- Proa: parte frontal del barco en forma de cuña, para ofrecer menor resistencia al agua.
- Popa: parte posterior del buque donde va instalado el timón.
- Babor: la parte del buque que queda a la izquierda de la crujía, mirando de popa a proa.
- Estribor: parte que queda a la derecha del plano de crujía, mirando de popa a proa.

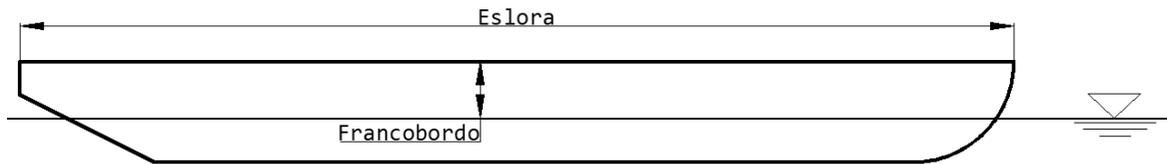
2. Dimensiones de embarcaciones (Álvaro Hernandez, 2014)(Fig. A.2).

- Eslora: es la longitud del buque medida de proa a popa.
- Manga: es la mayor anchura del casco.
- Puntal: es la altura medida desde el canto superior de la quilla hasta la cubierta principal.

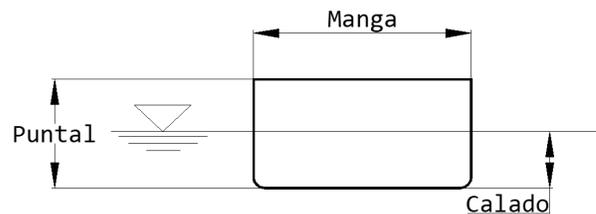
## A. GLOSARIO DE TÉRMINOS DE EMBARCACIONES

---

- Calado: es la distancia vertical medida desde la línea de flotación a la quilla o al punto más bajo.
- Francobordo: distancia entre la línea de flotación y la cubierta estanca más alta (P.E.R, 2014).



(a) *Vista lateral*

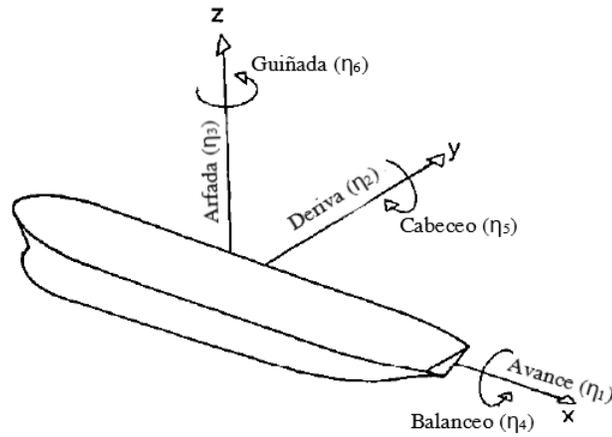


(b) *Vista frontal*

**Figura A.2:** Dimensiones de una embarcación

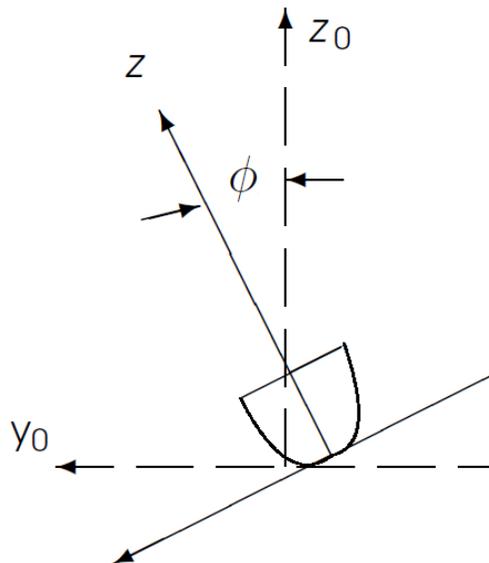
### A.1. Sistema de coordenadas

El estándar DIN 81029-1 recomienda emplear el sistema de coordenadas mostrada en la fig.A.3. El eje  $x$  se extiende a lo largo de la embarcación y de forma positiva de la proa hacia la popa y ésta es muy útil para definir las distintas condiciones de flotación, es decir, la posiciones que la embarcación puede tener. También se utiliza otro sistema de referencia fijo en el espacio que consta de los ejes  $x_0$ ,  $y_0$  y  $z_0$ . Si la embarcación se traslada verticalmente con respecto al sistema fijo  $z_0$ , éste produce cambios en el calado; este desplazamiento se le denomina Arfada. La rotación alrededor del eje  $x_0$  es nombrada balanceo, mientras que al rededor del eje  $y$  es llamada cabeceo (Fig.A.3).



**Figura A.3:** Definiciones del sistema de ejes de coordenadas, modos de movimiento y sus respectivos nombres en la ingeniería naval (Faltinsen, 1987. Modificada por el autor)

Observando la fig. A.4, se puede ver que existe una rotación alrededor de un eje paralelo al eje  $x$ , dicha rotación se le denomina ángulo de escora y es producido por viento en dirección perpendicular a la sección media (Biran, 2003). En el presente trabajo de investigación se analiza la estabilidad de la embarcación por efectos producidos por el viento.



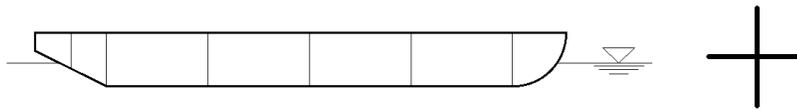
**Figura A.4:** Ángulo de escora (Biran, 2003)

## A.2. Definiciones de peso en embarcaciones

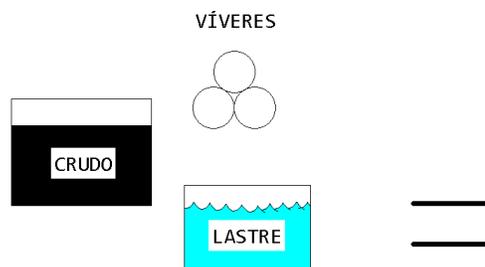
Las distintas definiciones de pesos asociados a una embarcación son los siguientes:

- **Peso en rosca (*Lighthship weight (LSW)*):** Es descrito como el peso de la embarcación cuando éste fue construido en el astillero incluyendo todos los detalles estructurales, marcos, refuerzos y cubierta (Fig A.5(a)). El peso en rosca excluye al peso de cualquier combustible, agua, crudo y cualquier tipo de suministros.
- **Peso muerto (*Deadweight (DWT)*):** El peso que una embarcación carga en su calado máximo y permisible. Dicha carga incluye combustible, agua fresca, crudo, maquinaria y tripulación (Fig A.5(b)).
- **Desplazamiento (*Displacement ( $\Delta$ )*):** Es el peso total de la embarcación (Fig. A.5(c)). Es la suma del peso en rosca y el muerto (Ec. A.1) y corresponde al peso del volumen de agua desplazado para la condición de calado máximo.

$$LSW + DWT = \Delta \quad (A.1)$$



(a) *Peso en rosca LSW*



(b) *Peso muerto DWT*



(c) *Desplazamiento  $\Delta$*

**Figura A.5:** Peso completo en una embarcación

## RAOs de modelos seleccionados

---

En el capítulo 5, se presentaron los resultados de los que se consideraron los modelos más y menos esbeltos, el 3 y 25 respectivamente. A continuación se presentan los RAOs de los demás modelos de la tabla 5.3; éstos cuentan con características similares a la esbeltez de los modelos del capítulo 5, con la diferencia de que éstos no presentaron los valores de amplitud máximos ni mínimos de todos los casos considerados. Las deducciones de estos modelos están al final del presente apéndice.

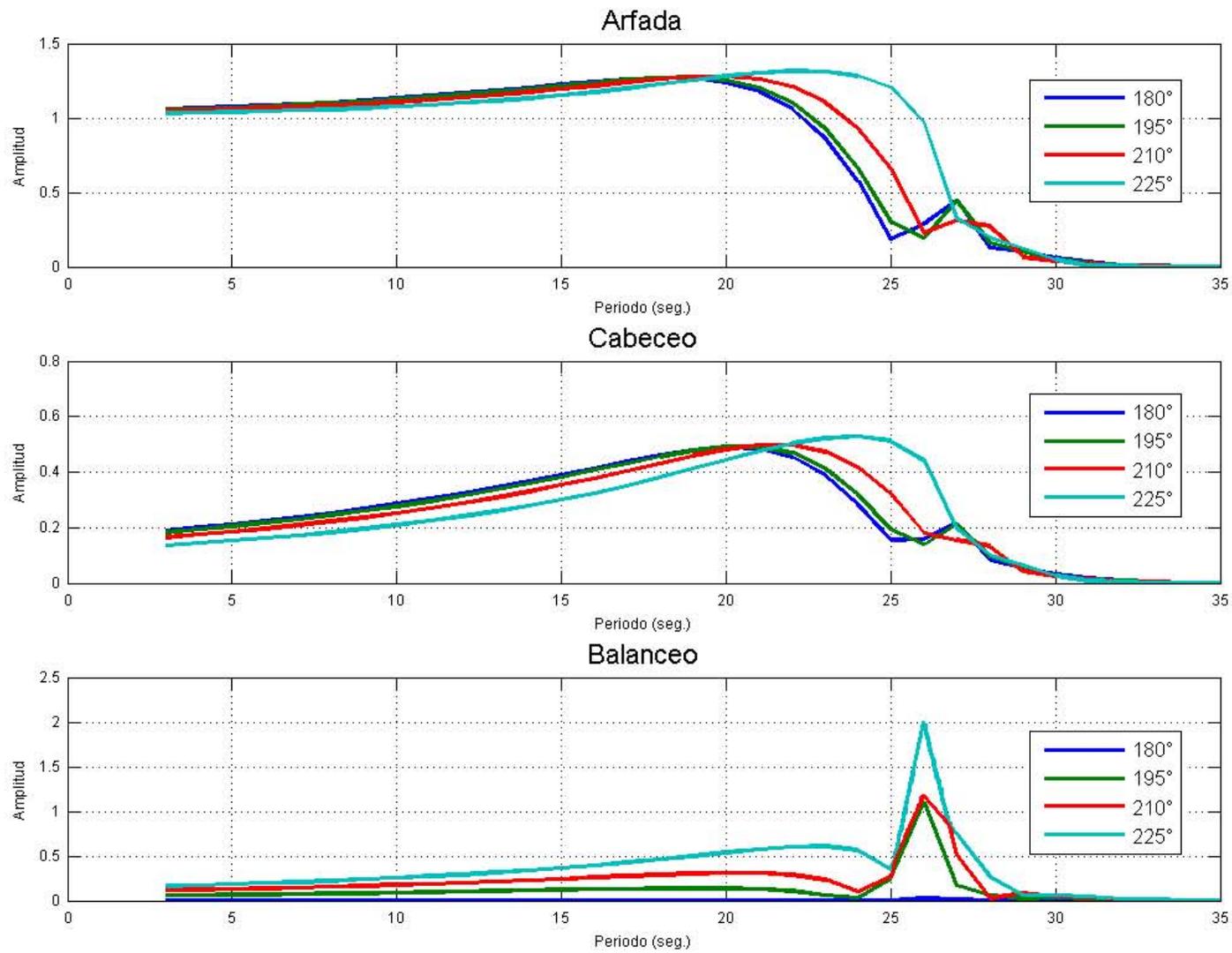
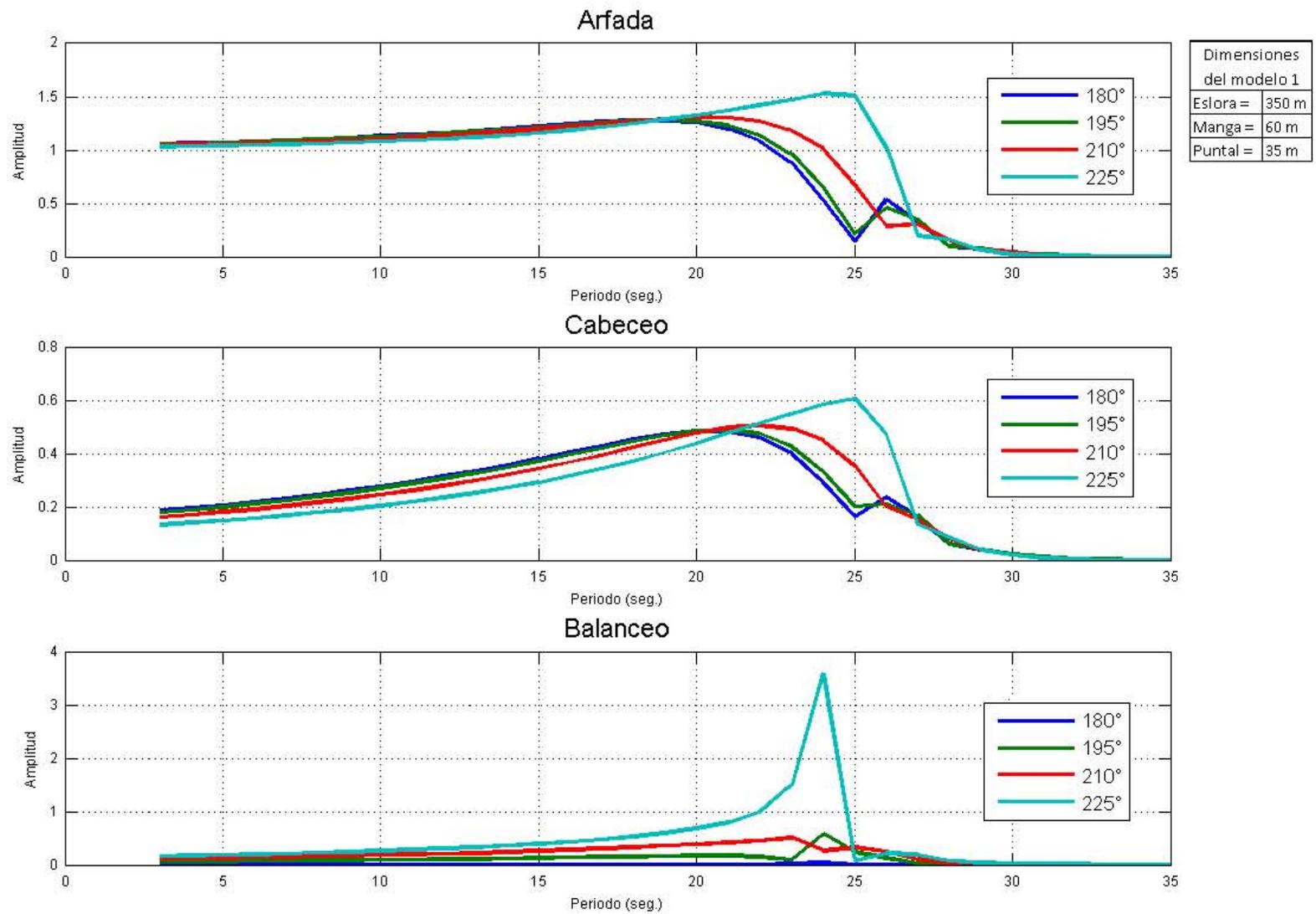


Figura B.1: RAO del modelo 6 del calado máximo con 5 tanques longitudinales



**Figura B.2:** RAO del modelo 1 del calado máximo con 5 tanques longitudinales

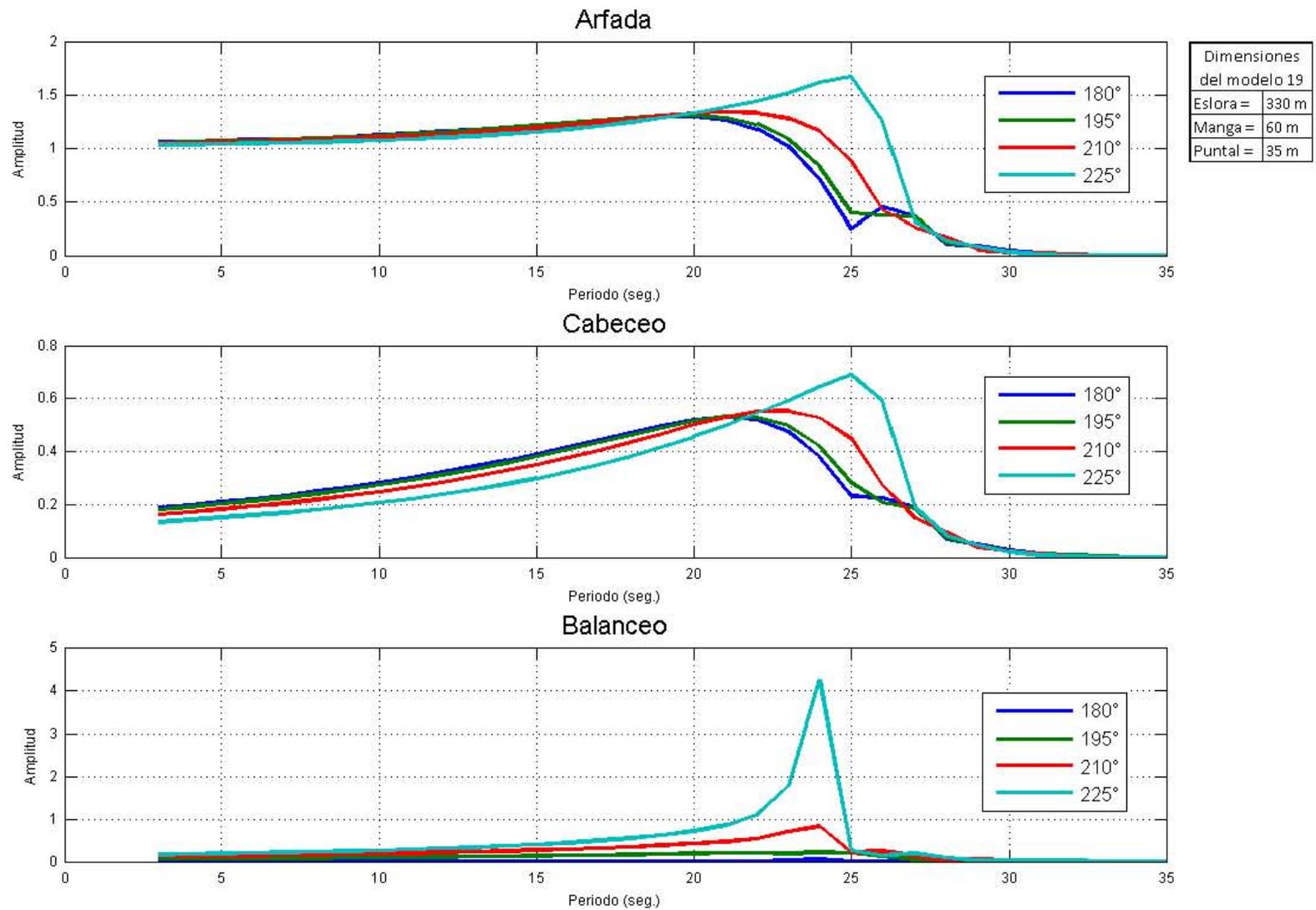


Figura B.3: RAO del modelo 19 del calado máximo con 5 tanques longitudinales

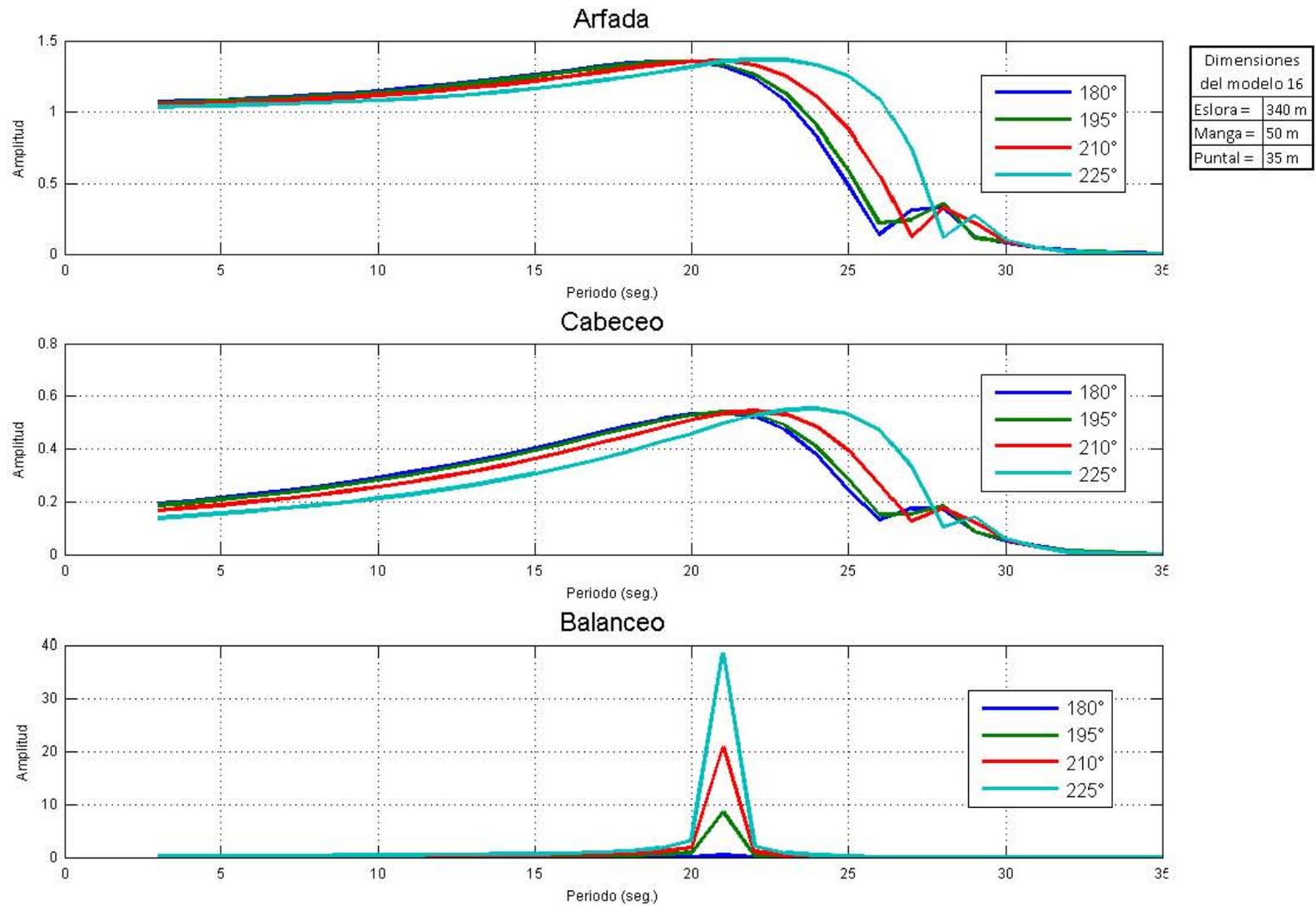


Figura B.4: RAO del modelo 16 del calado mínimo con 5 tanques longitudinales

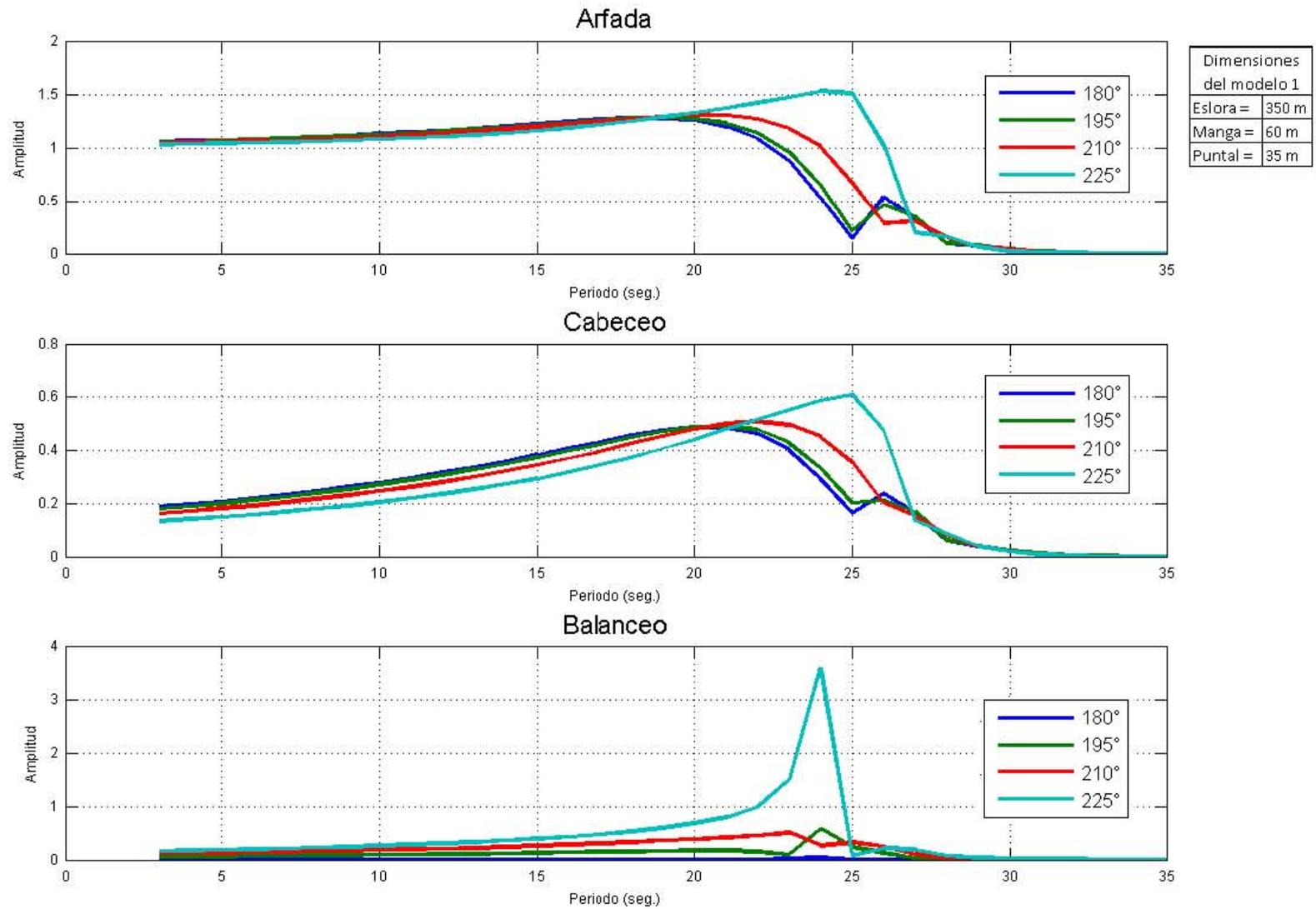
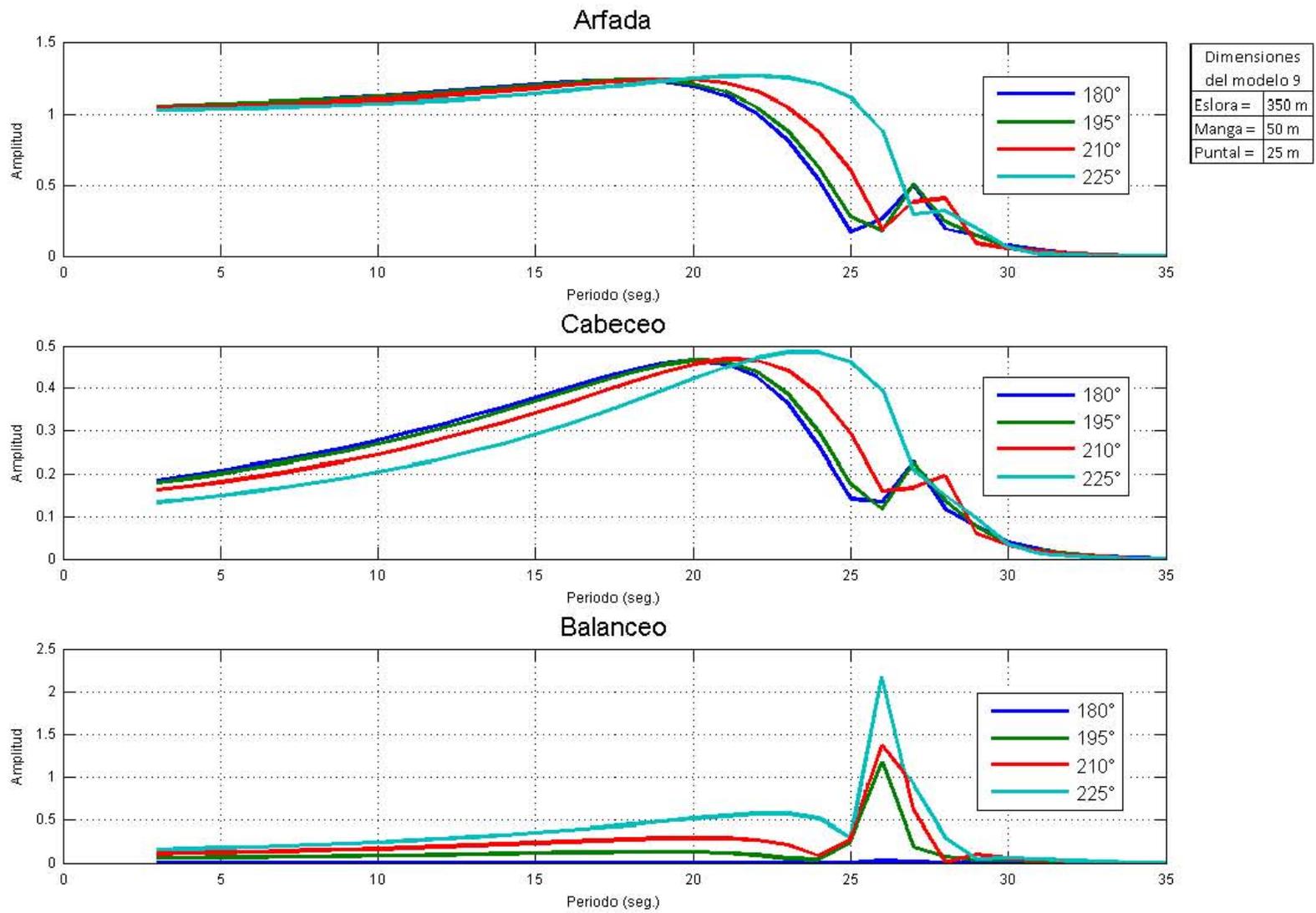


Figura B.5: RAO del modelo 1 del calado máximo con 8 tanques longitudinales



**Figura B.6:** RAO del modelo 9 del calado máximo con 8 tanques longitudinales

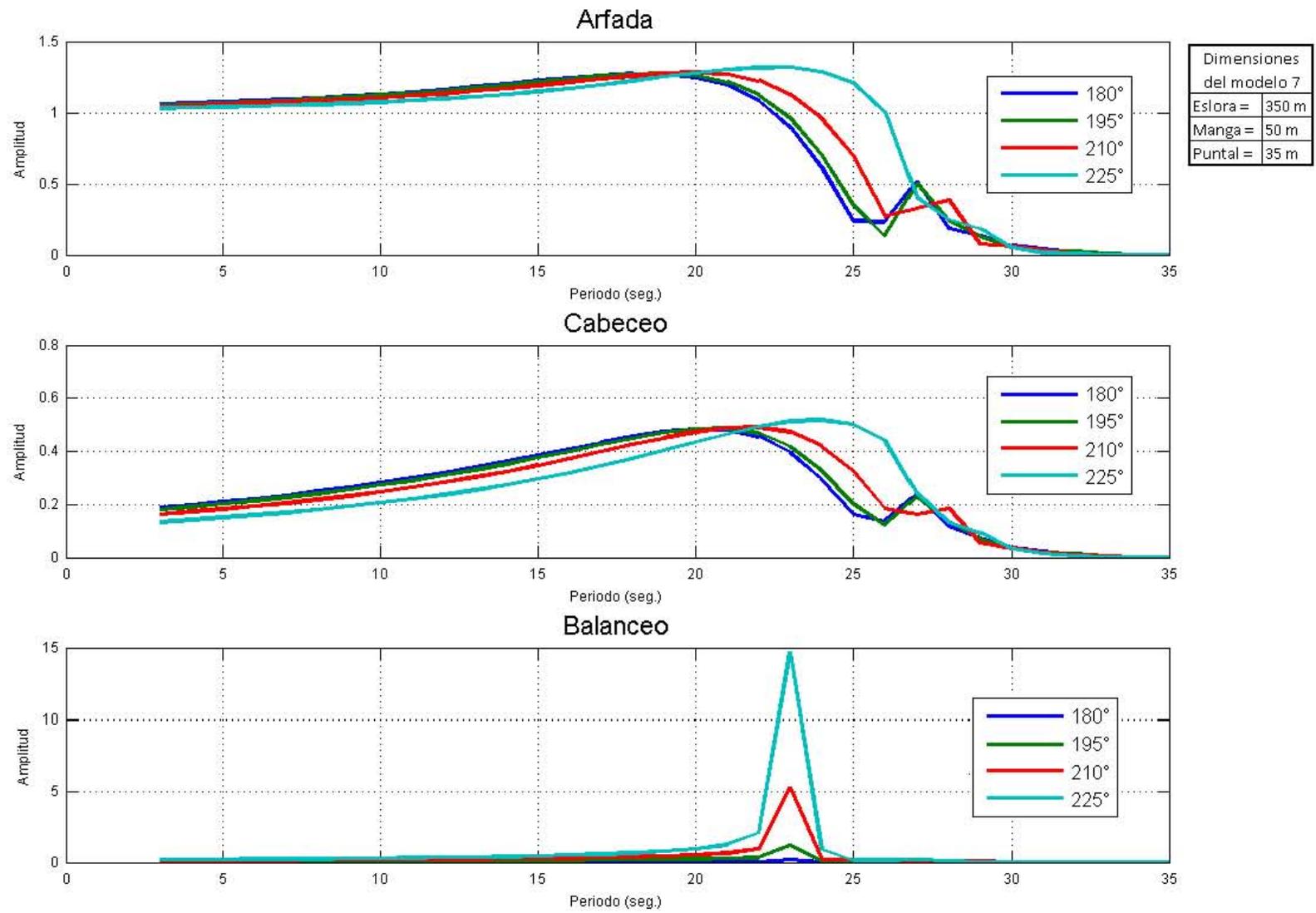


Figura B.7: RAO del modelo 7 del calado medio con 8 tanques longitudinales

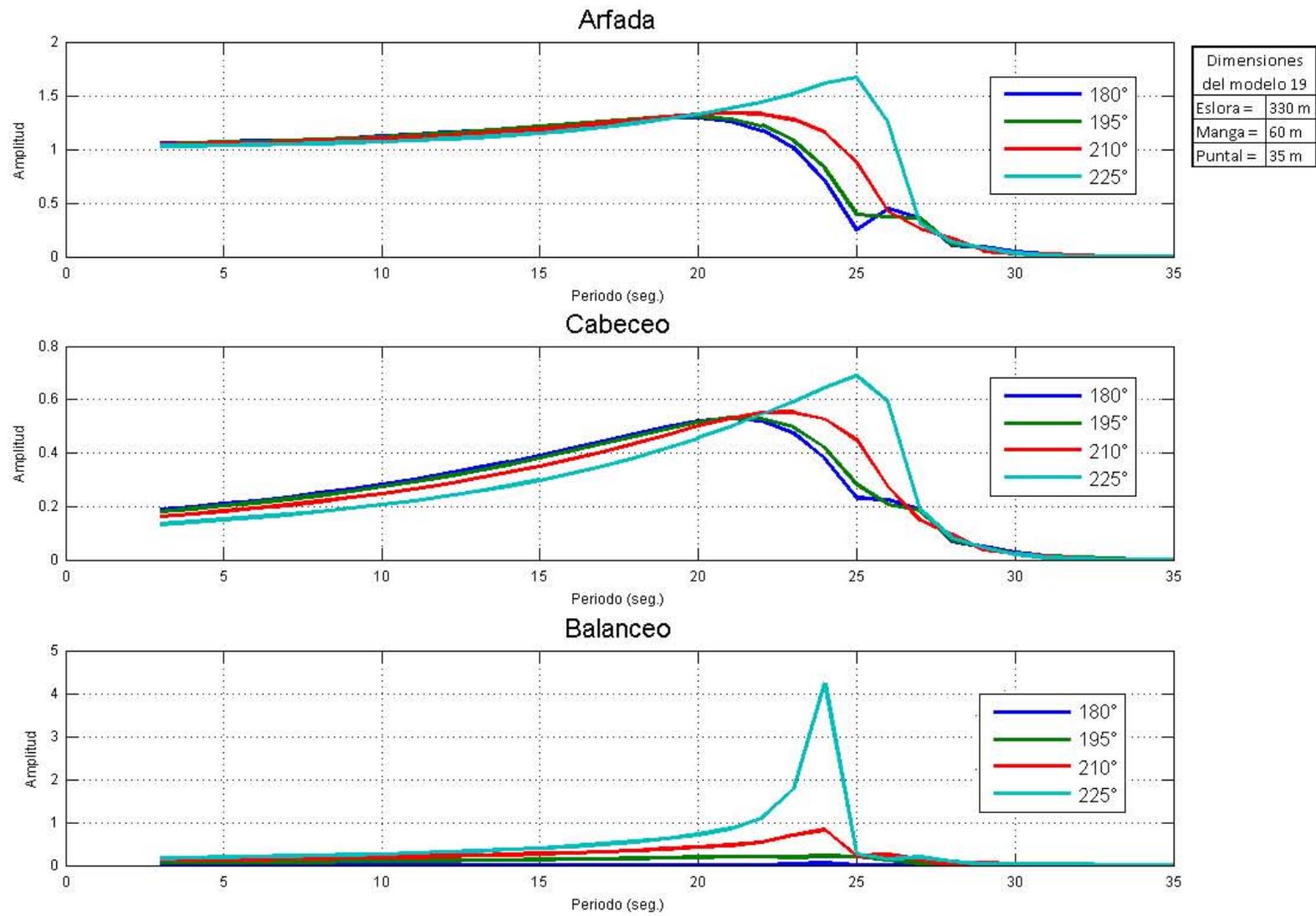


Figura B.8: RAO del modelo 19 del calado máximo con 8 tanques longitudinales

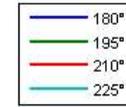
Para el caso de la distribución de 5 tanques longitudinales, el modelo 16 presentó la mayor amplitud en la respuesta del balanceo en el periodo de 21.5 segundos, éste presenta una configuración geométrica de manga y puntal iguales a 50 y 35 respectivamente, siendo un modelo muy esbelto a comparación de los demás; considerándose así como el modelo menos favorable para reducir los valores en esta respuesta. Por otra parte, los menores valores se dieron en el modelo 6 en un periodo de 26 segundos, esto debido a que su relación de esbeltez es la menor de todos los modelos en esta configuración de tanques longitudinales, por lo que éste es el más favorable para reducir los valores en esta respuesta. En la arfada y cabeceo, fue el modelo 19 que presentó las mayores amplitudes, ambas respuestas presentadas en un periodo cercano a los 25 segundos; este modelo aunque tienen dimensiones diferentes al 16, su relación de esbeltez son aproximadamente iguales. Mientras que el modelo 6, con la menor relación de esbeltez de todos, obtiene las menores amplitudes en arfada y cabeceo tal y como era de esperarse, por lo que éste es el modelo más favorable para reducir ambas respuestas. Para el caso de la distribución de 8 tanques longitudinales, el modelo 7 presentó por mucho la mayor amplitud en la respuesta del balanceo y cabeceo en un periodo cercano a los 21 segundos, cuya configuración está asociada a los modelos de mayor esbeltez ya estudiados. En contraste, el modelo 9 se presentaron los menores valores en ambas respuestas en un periodo cercano a los 25 segundos. En arfada, el mayor valor se presentó en el modelo 19 de la misma forma en un periodo cercano a los 25 segundos, pero no con gran diferencia como las otras respuestas consideradas.

## Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico

---

En el el capítulo 5 se mostraron los diagramas de los modelos menos y más esbeltos de todos los casos de configuraciones geométricas consideradas, que son el número 3 y 25 respectivamente con ambas configuraciones de distribuciones de tanques. En este apéndice se muestran los diagramas de los demás modelos de la tabla 5.3, que junto con los del capítulo 5, representan los modelos más y menos favorables. De acuerdo a la conclusión del capítulo 5, los modelos con mayores valores de elementos mecánicos presentan menores respuestas y por lo tanto a éstos se les considera más favorables, caso contrario con los que cuentan con menores valores ya que presentan mayores respuestas. Por lo tanto, de este apéndice, el modelo número 6 es el más favorable, con un puntal de 25 metros y manga de 55 metros; éste presenta los mayores valores de elementos mecánicos, para la configuración de 5 tanques longitudinales, debido principalmente a que es el modelo con el valor del puntal más pequeño; en cambio el modelo 16, cuyo manga es de 50 y puntal de 35 metros, presenta los menores valores de elementos mecánicos y por lo tanto cuenta con la configuración menos favorable para minimizar las respuestas del sistema. Mientras que los modelos con configuración de 8 tanques longitudinales, el modelo 9 presenta los máximos valores en sus elementos mecánicos y el 7 los menores, siendo el más y menos favorable respectivamente. Tal y como se concluyó en el capítulo 5.3, al diseñar un sistema flotante se busca reducir las respuestas para su correcta operación y garantizar seguridad al personal a bordo y por lo tanto elegir una configuración muy esbelta no sería una opción factible para lograr nuestro propósito.

Direcciones de ola



Dimensiones del modelo 1	
Eslora =	350 m
Manga =	60 m
Puntal =	35 m

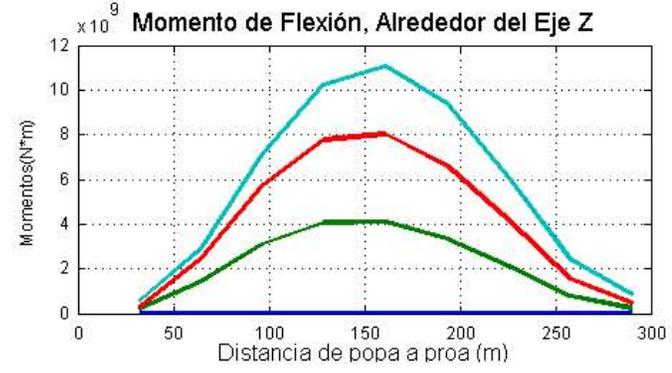
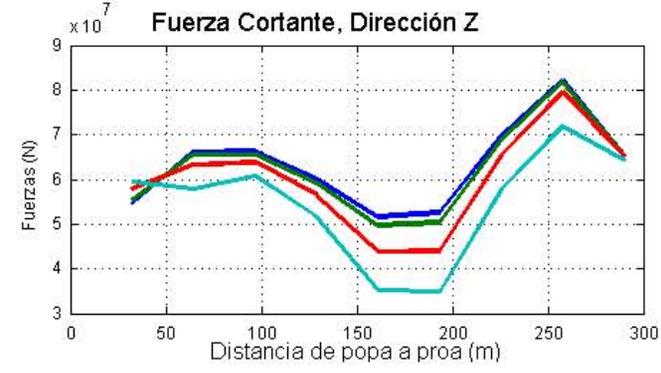
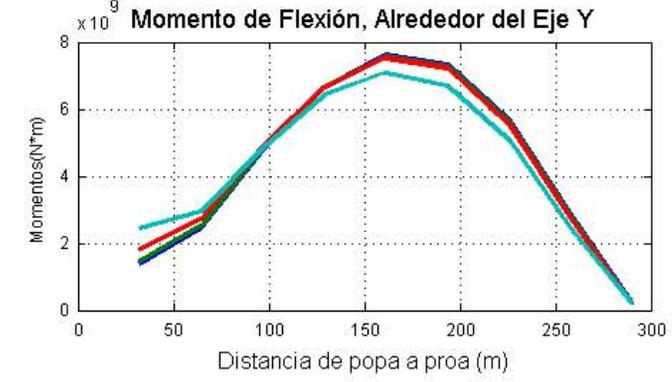
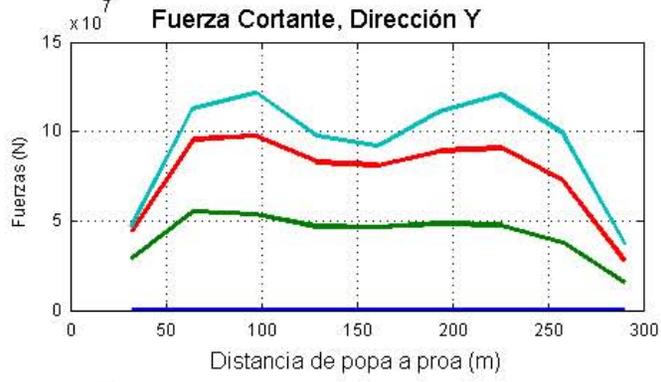
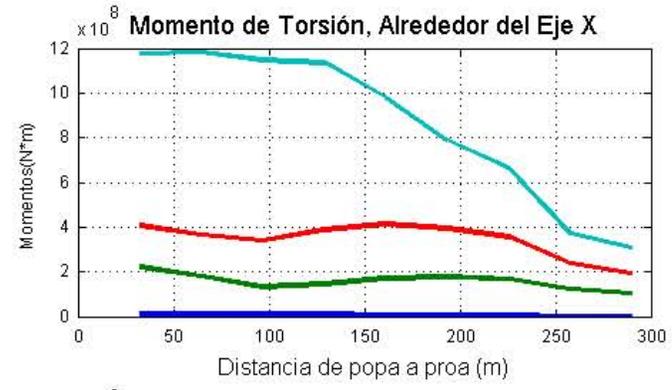
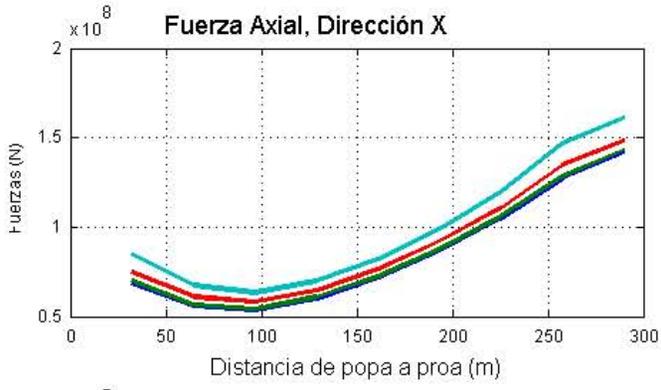
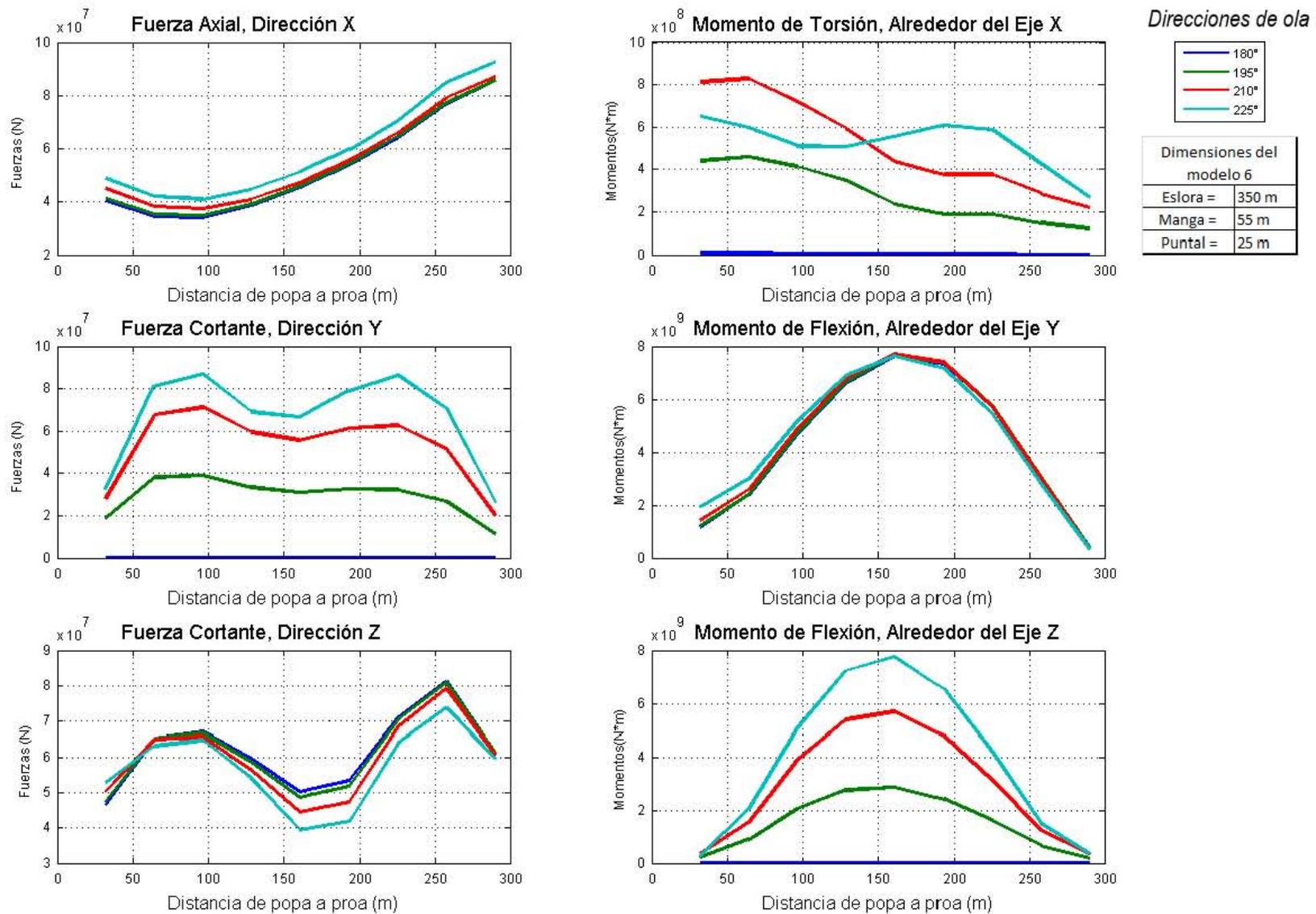
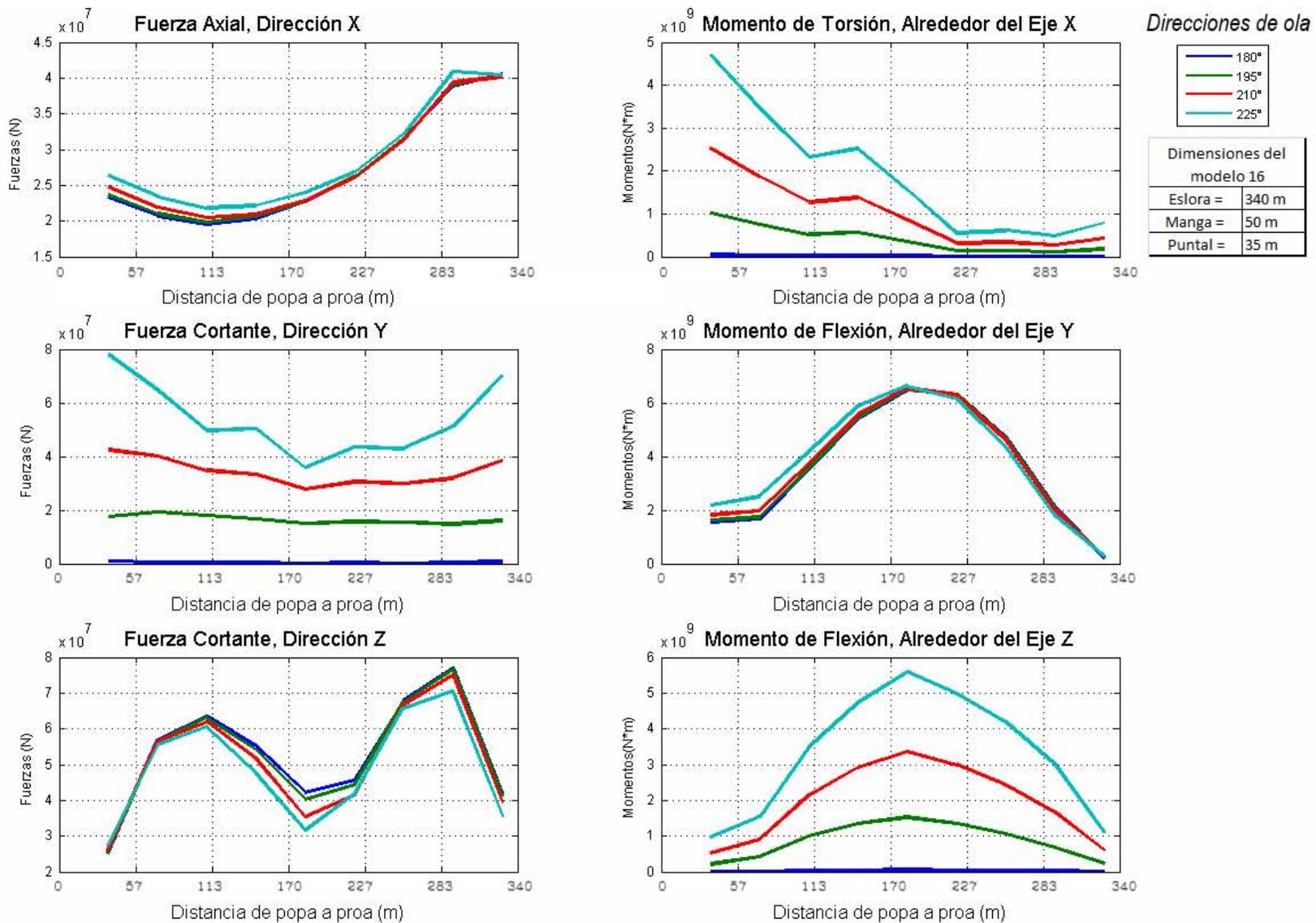


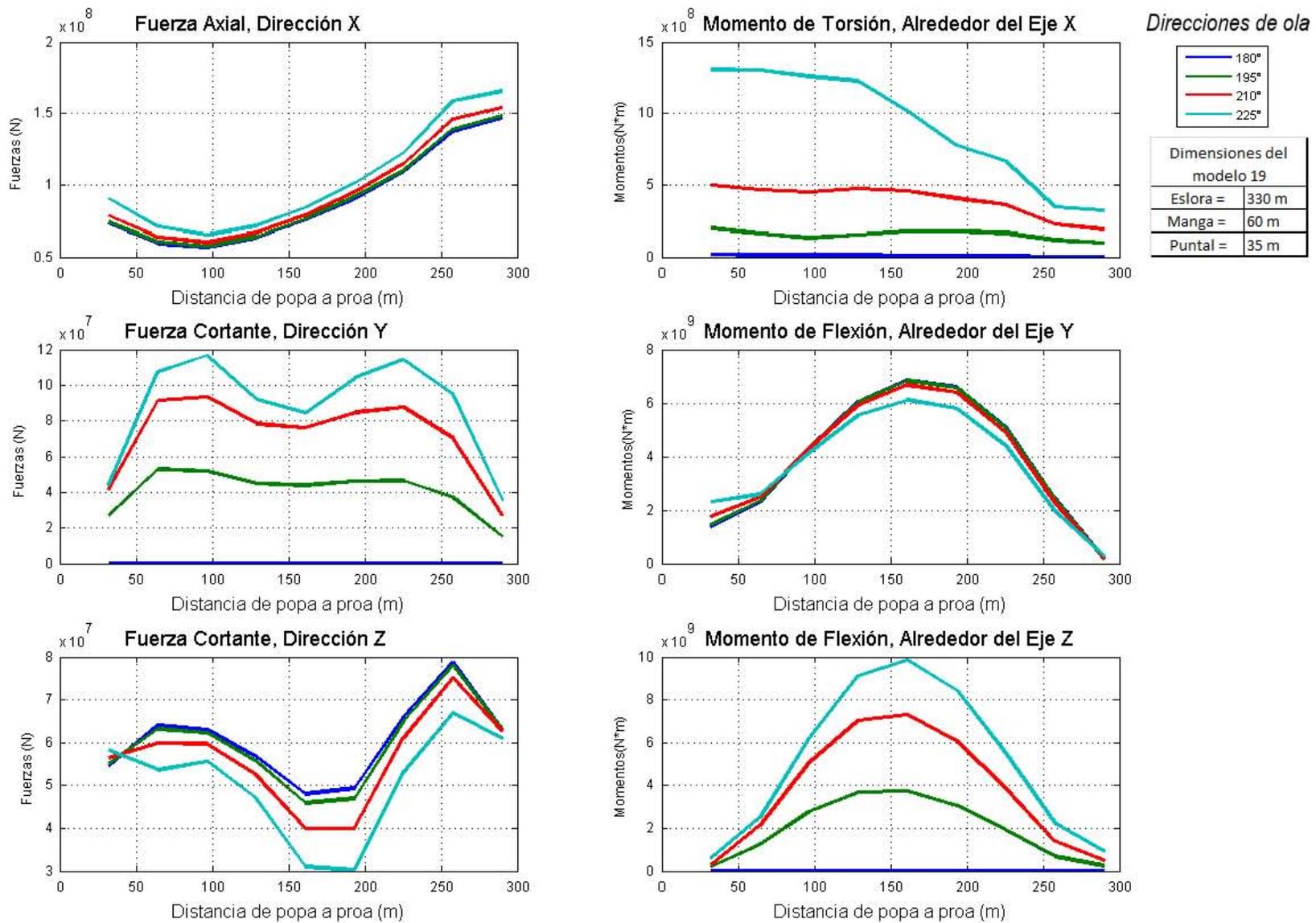
Figura C.1: Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 1 de desplazamientos mínimos con 5 tanques



**Figura C.2:** Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 6 de desplazamientos mínimos con 5 tanques longitudinales

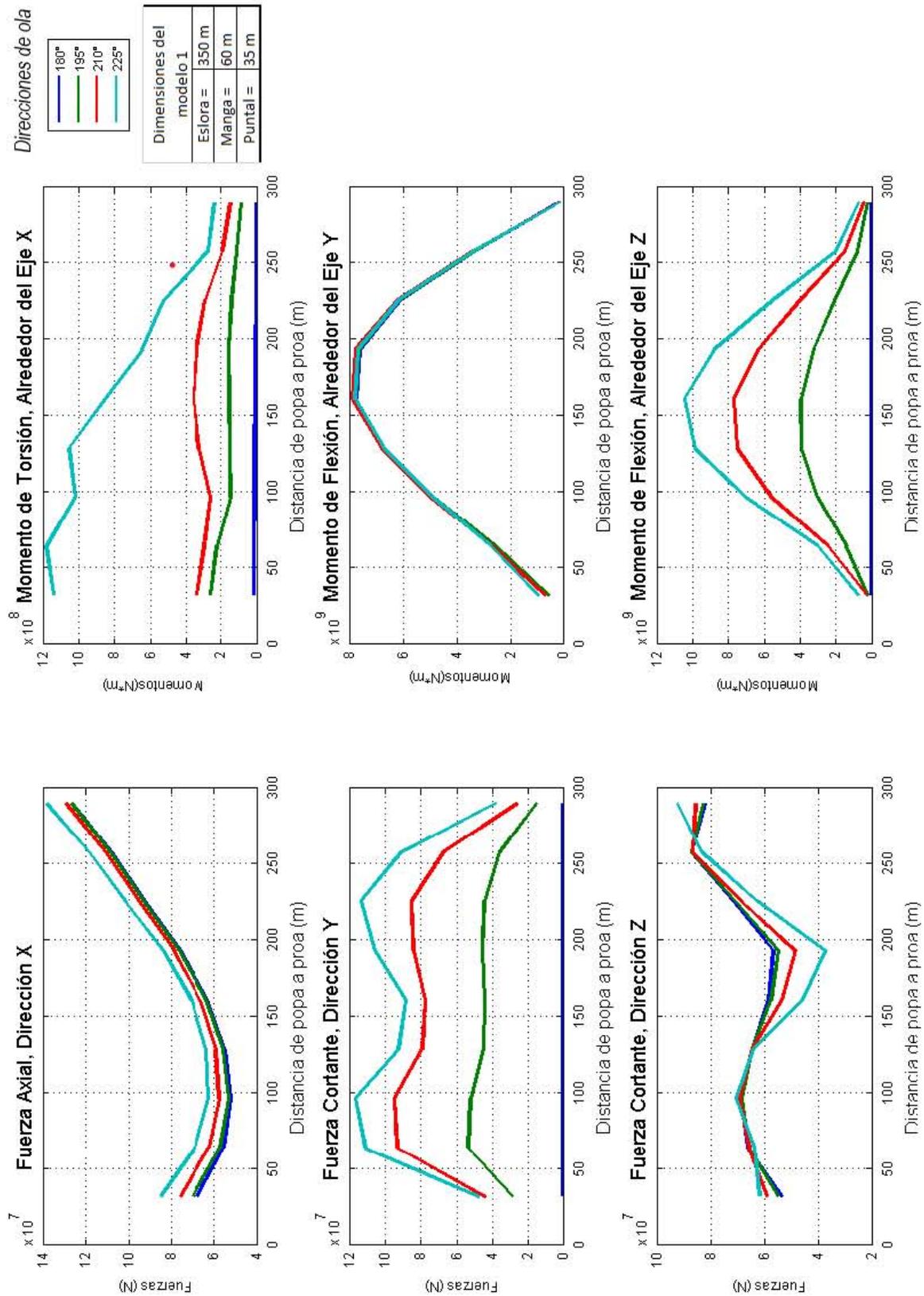


**Figura C.3:** Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 16 de desplazamientos máximos con 5 tanques longitudinales

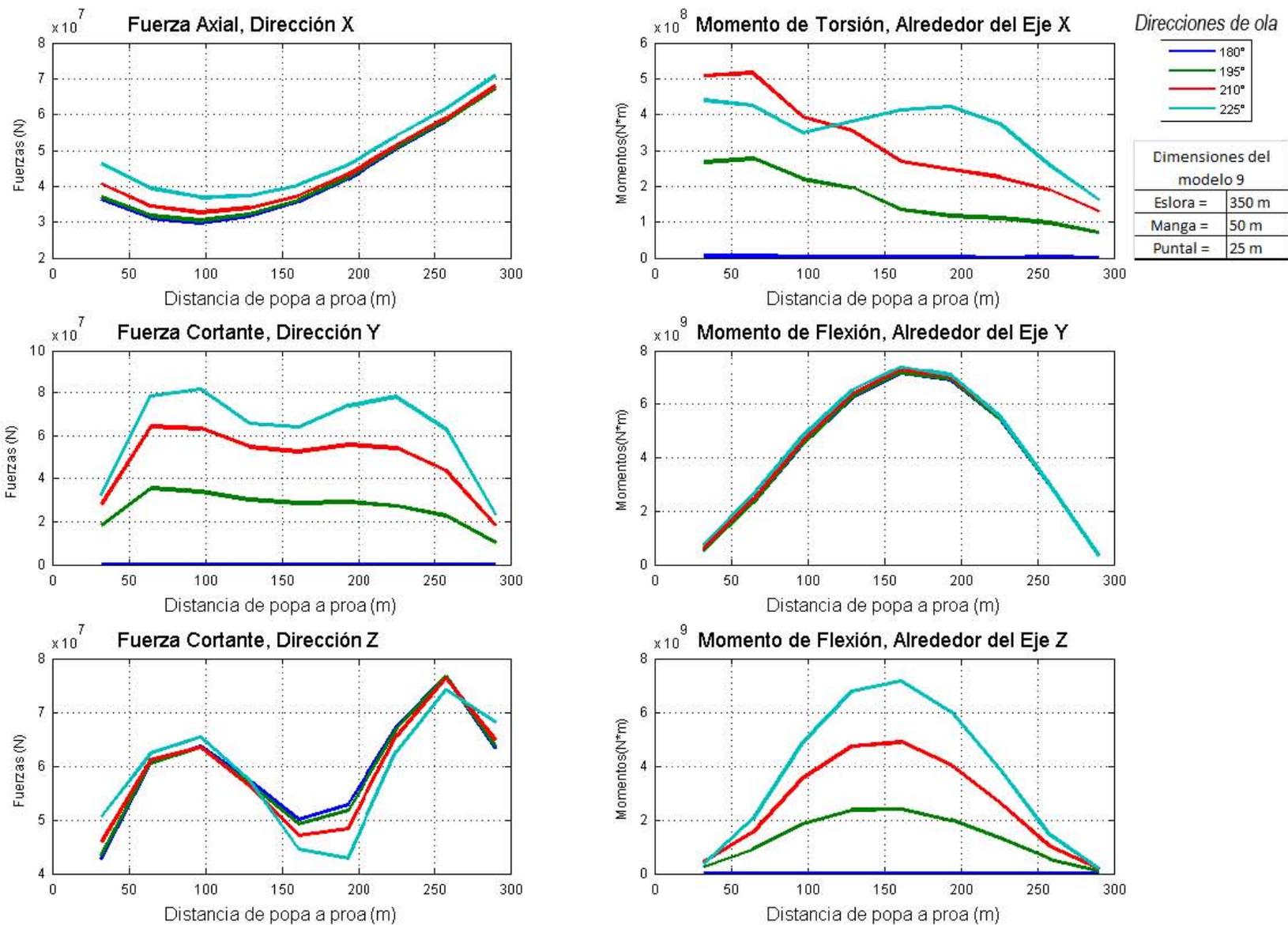


**Figura C.4:** Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 19 de desplazamientos máximos con 5 tanques longitudinales

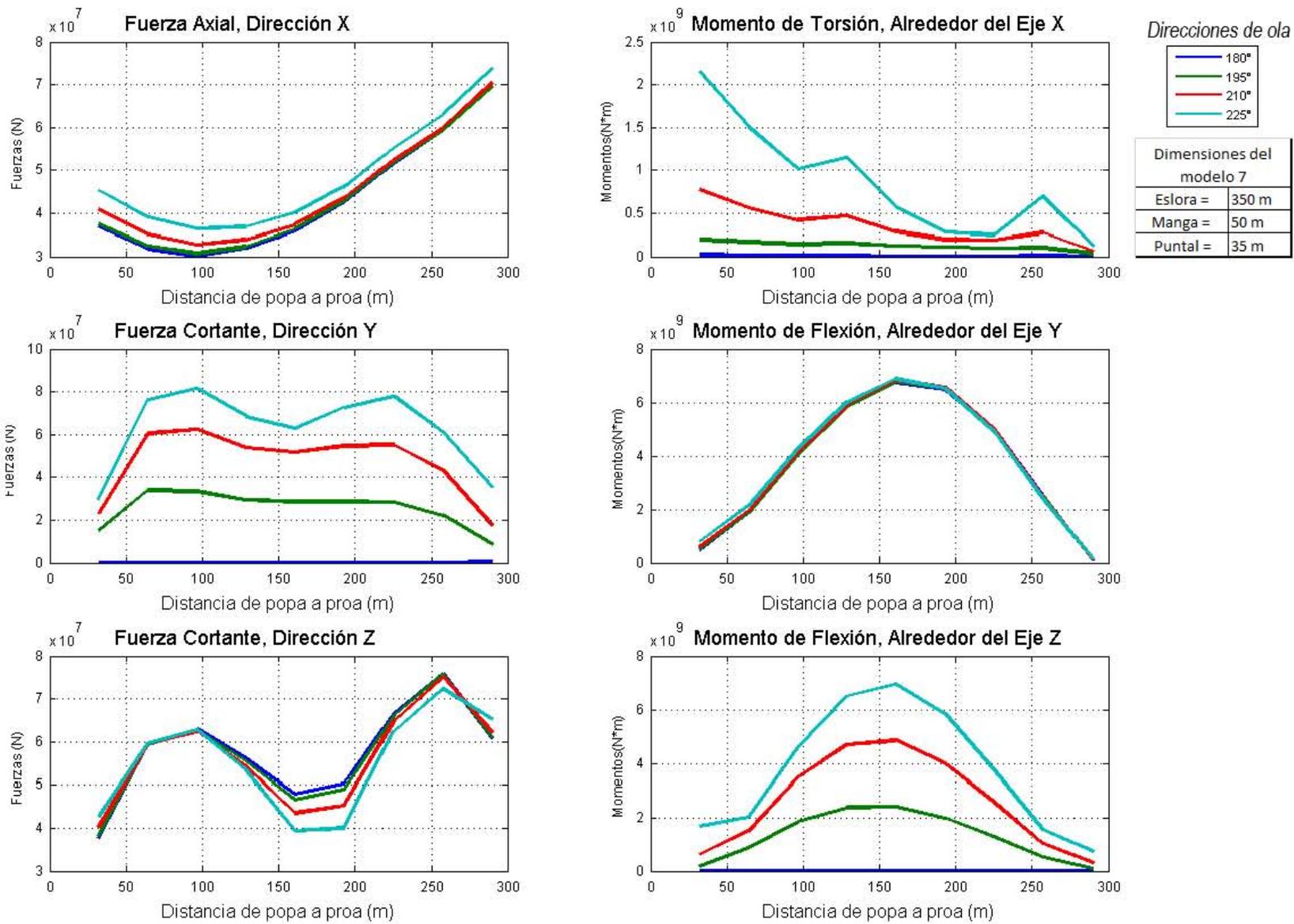
C. DIAGRAMAS DE ELEMENTOS MECÁNICOS DEL ANÁLISIS HIDRODINÁMICO



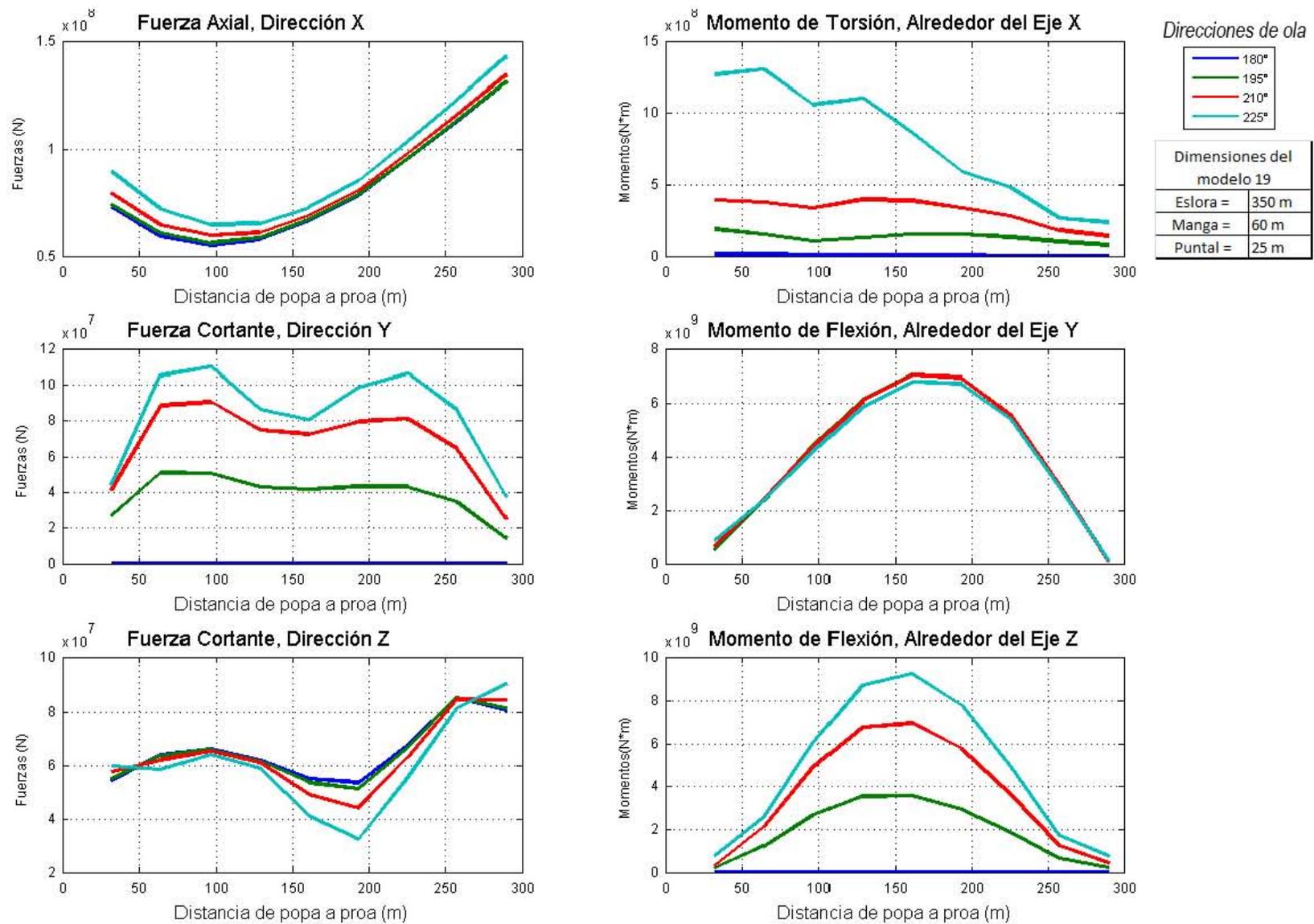
**Figura C.5:** Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 1 de desplazamientos mínimos con 8 tanques longitudinales



**Figura C.6:** Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 9 de desplazamientos mínimos con 8 tanques longitudinales



**Figura C.7:** Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 7 de desplazamientos máximos con 8 tanques longitudinales



**Figura C.8:** Diagramas de elementos mecánicos del análisis hidrodinámico del modelo 19 de desplazamientos máximos con 8 tanques longitudinales

## Comparación de las curvas escorantes con las curvas adrizantes

---

En el capítulo 5, se presentaron las comparaciones de curvas escorantes de los modelos más y menos esbeltos, en este apéndice se presentan las comparaciones de curvas escorantes con las curvas adrizantes de los demás modelos de la tabla 5.3. En éstas se concluyen lo mismo del capítulo anteriormente mencionado, las curvas de estabilidad de cualquier modelo considerado de la sección 5.5, la curva escorante no representa ninguna repercusión para las curvas adrizantes, debido a que los valores de brazos adrizantes para este tipo de configuraciones son muy grandes a comparación de la curva de escora para cada caso de estudio.

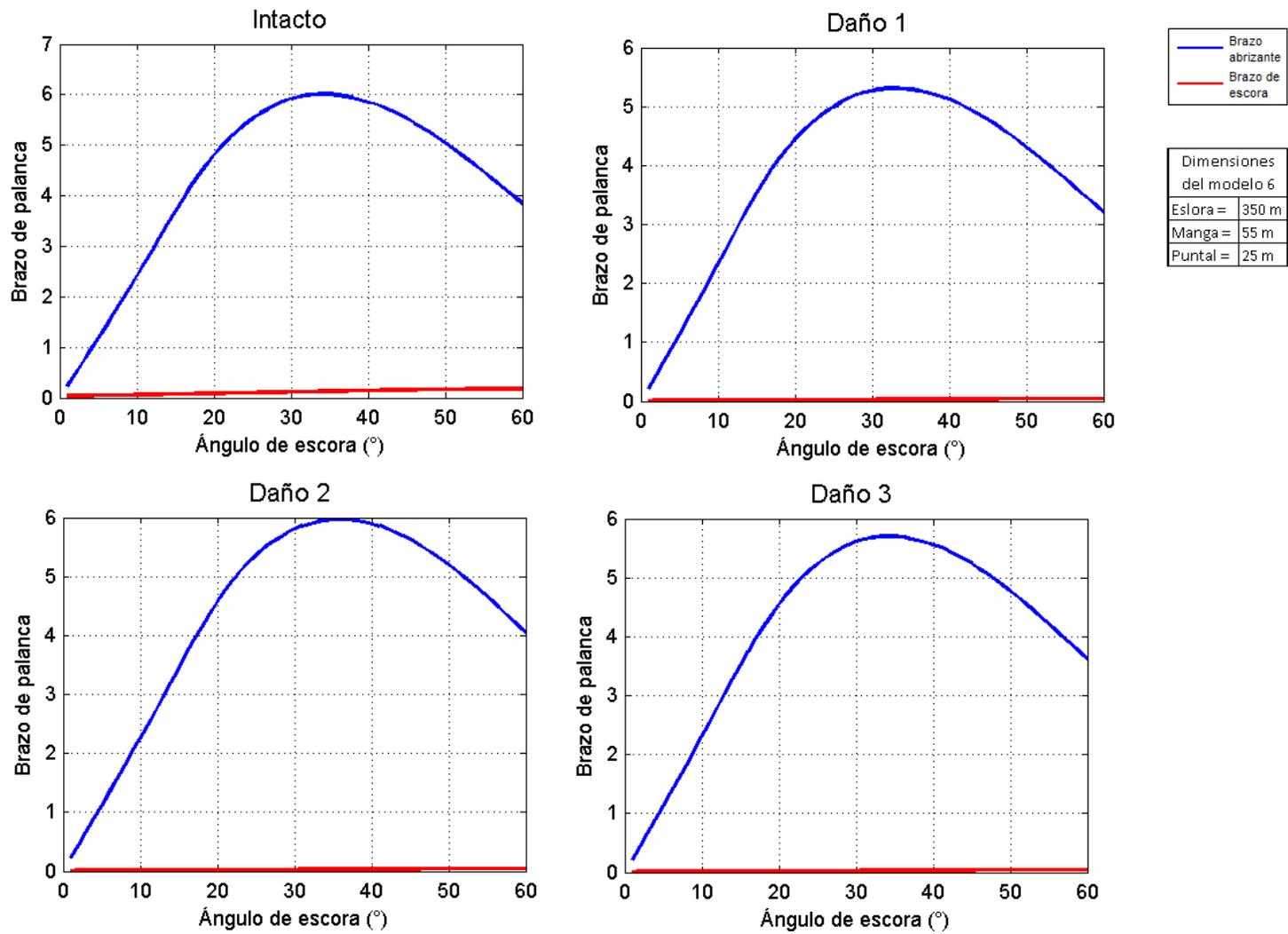


Figura D.1: Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 6 con 5 tanques longitudinales

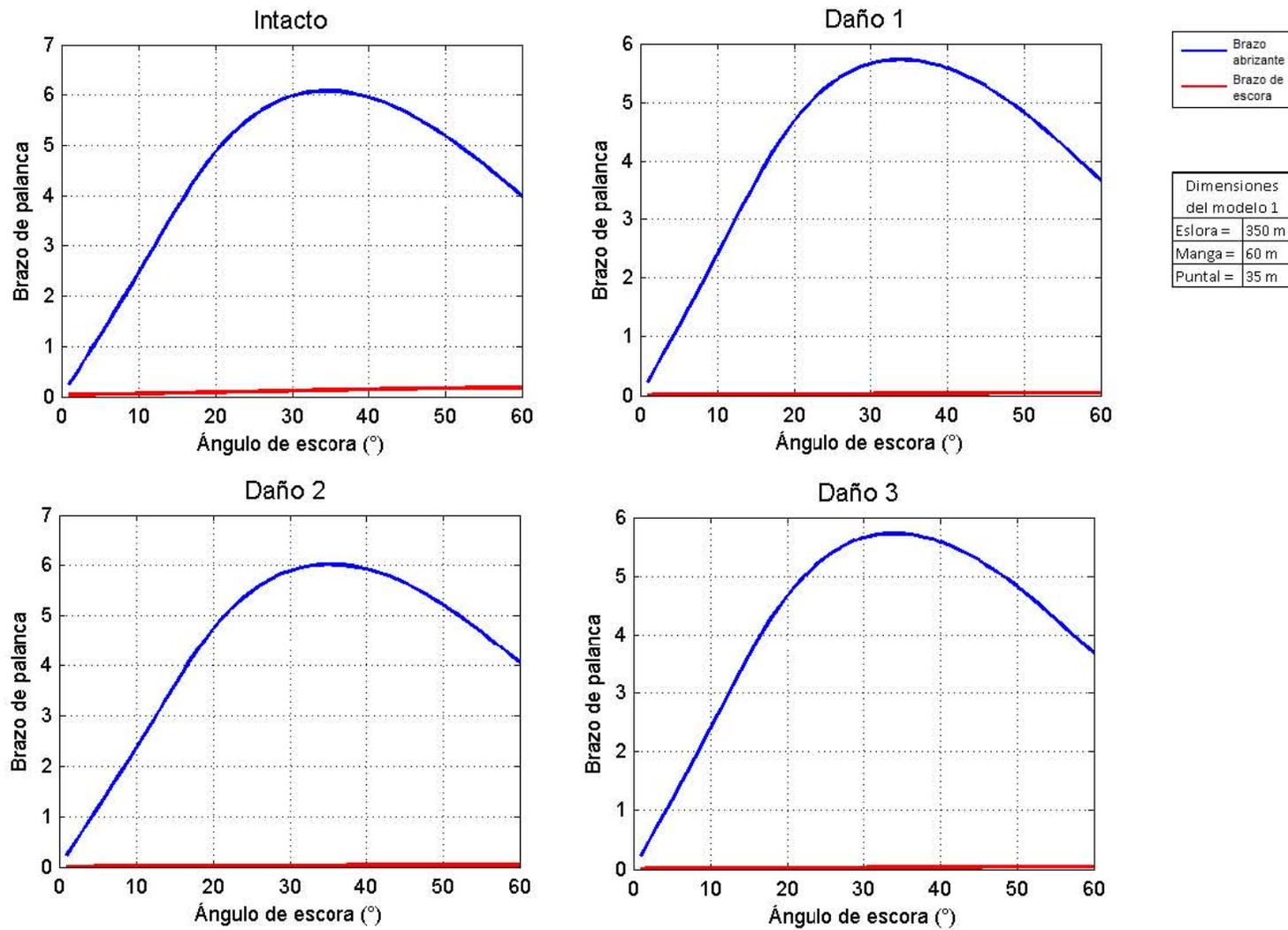


Figura D.2: Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 1 con 5 tanques longitudinales

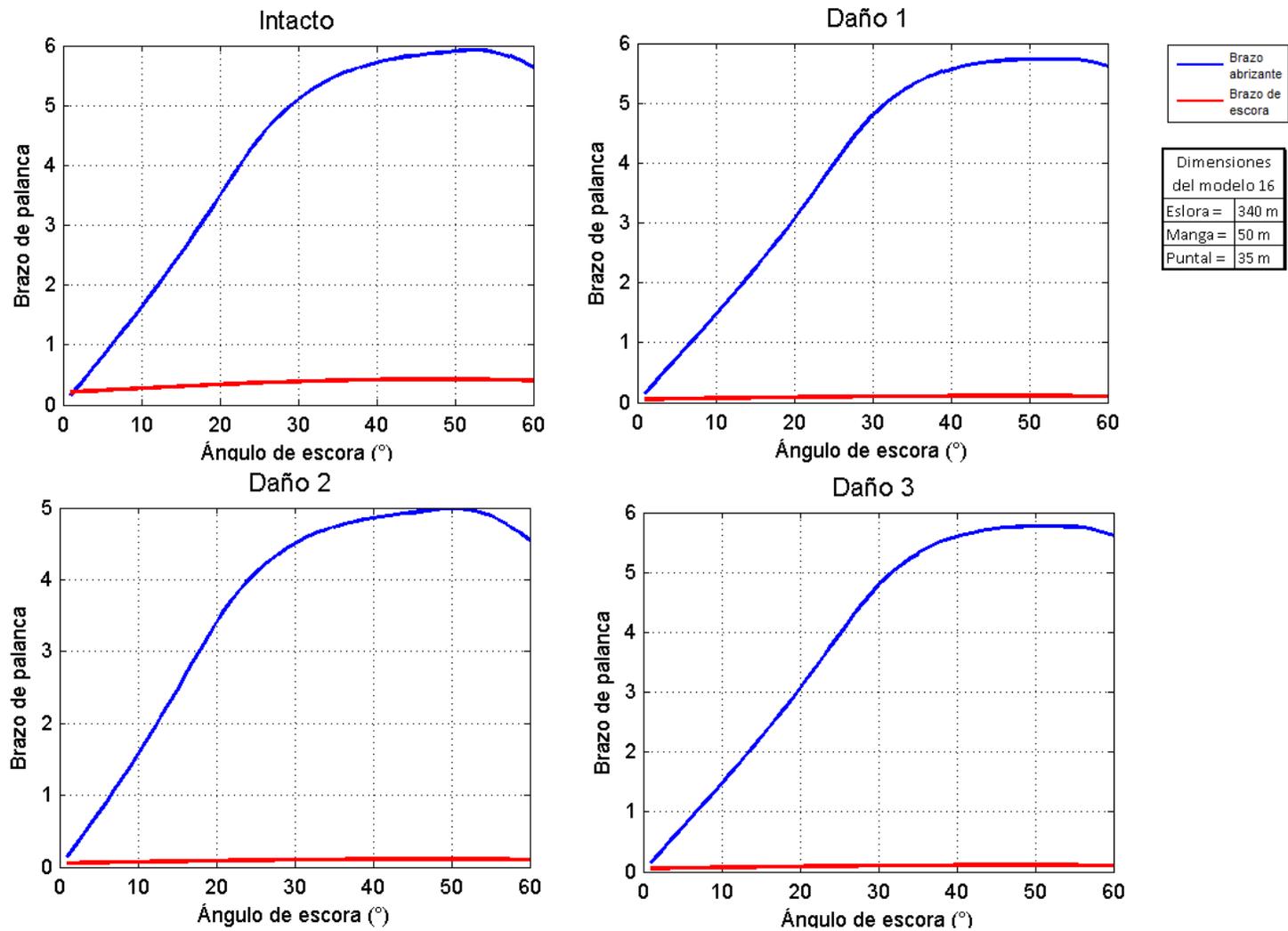


Figura D.3: Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 16 con 5 tanques longitudinales

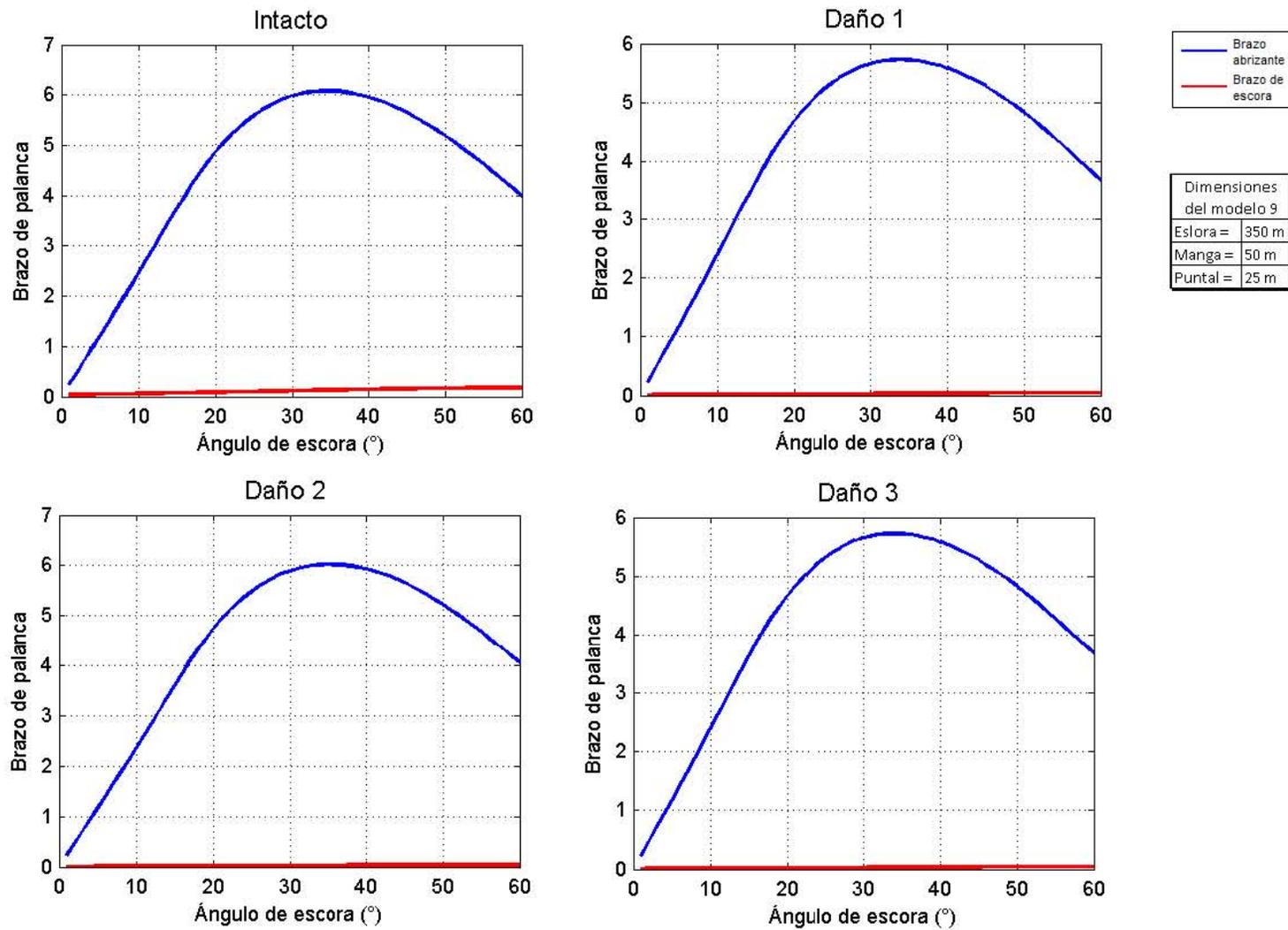


Figura D.4: Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 9 con 8 tanques longitudinales

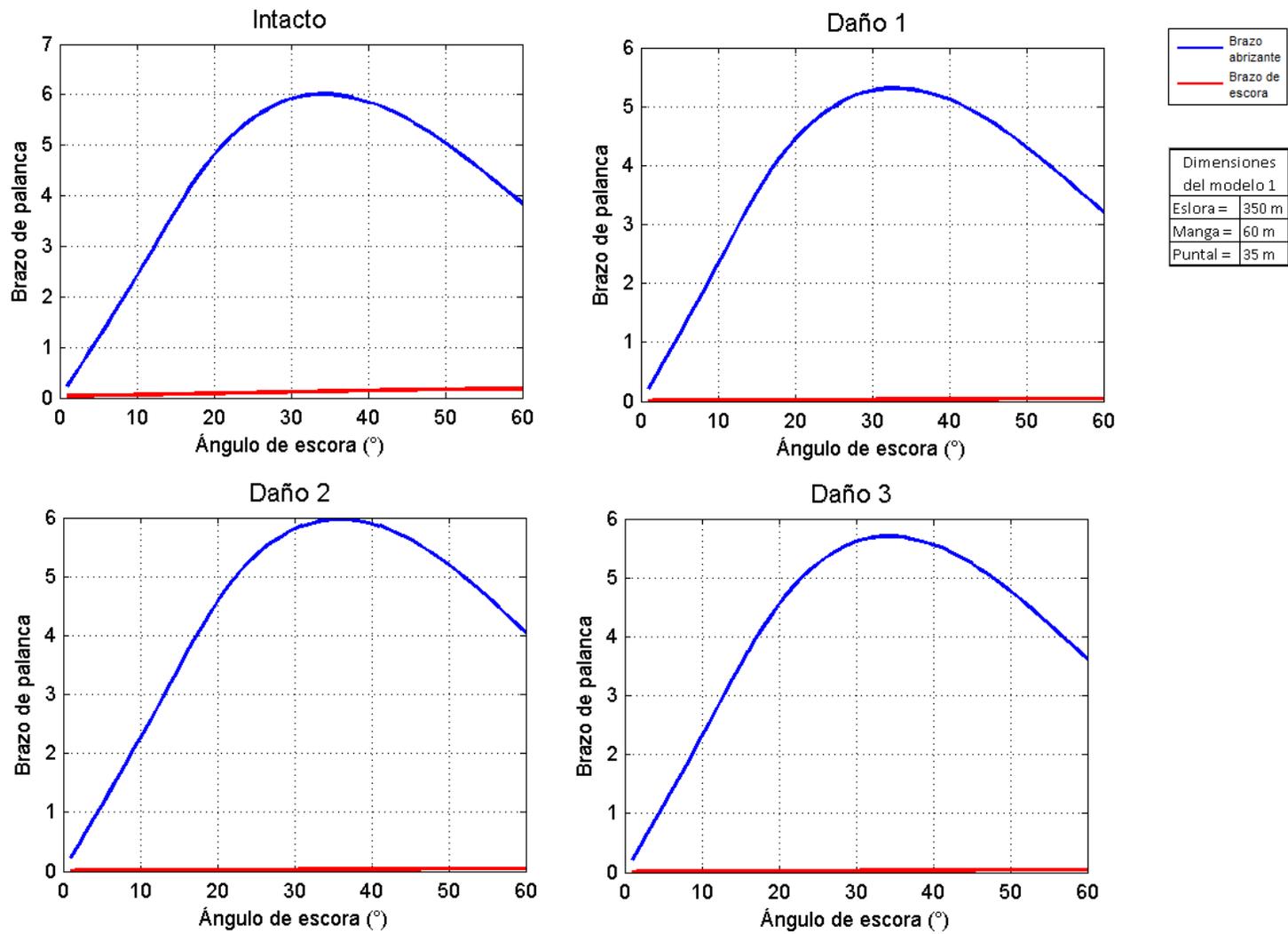


Figura D.5: Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 1 con 8 tanques longitudinales

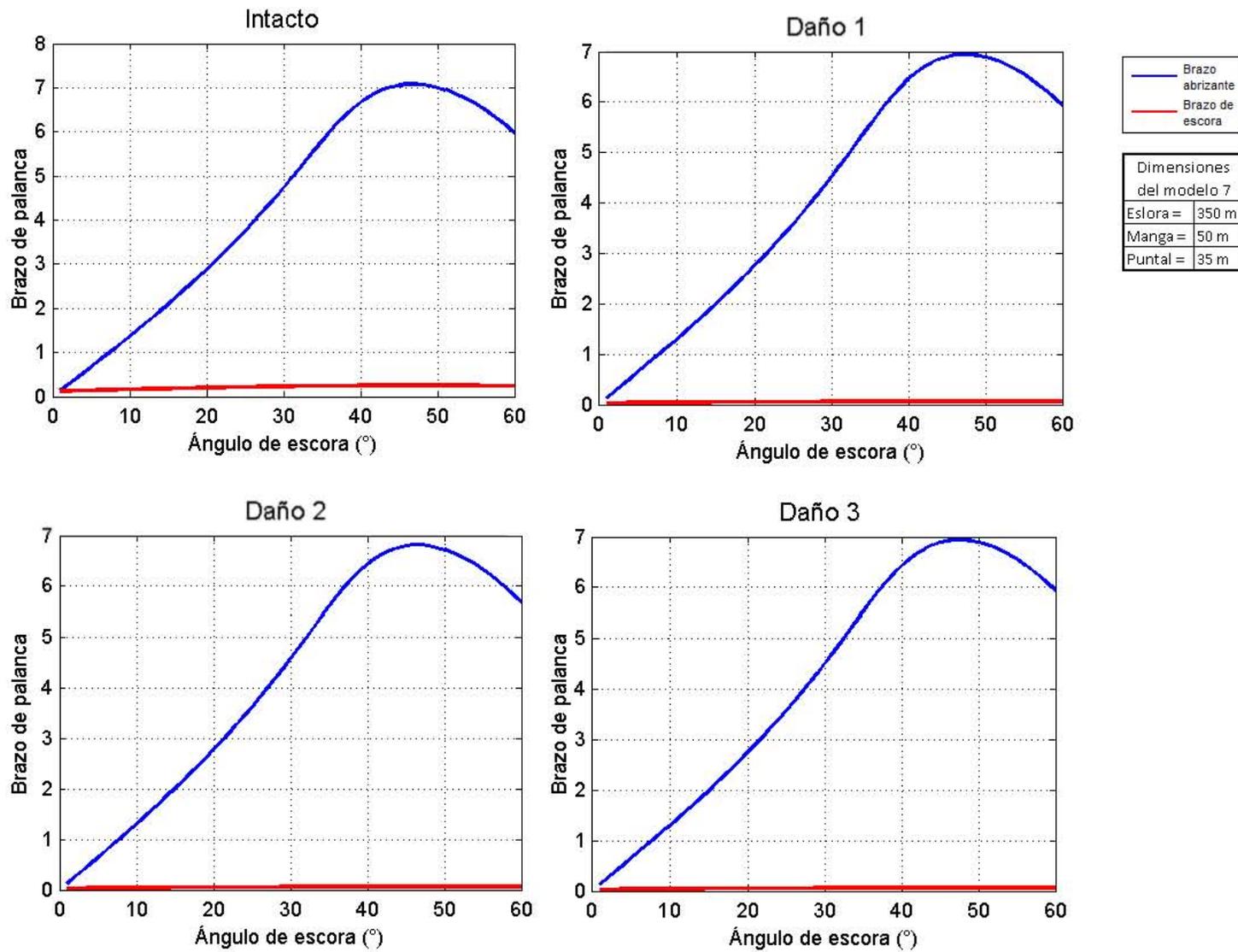


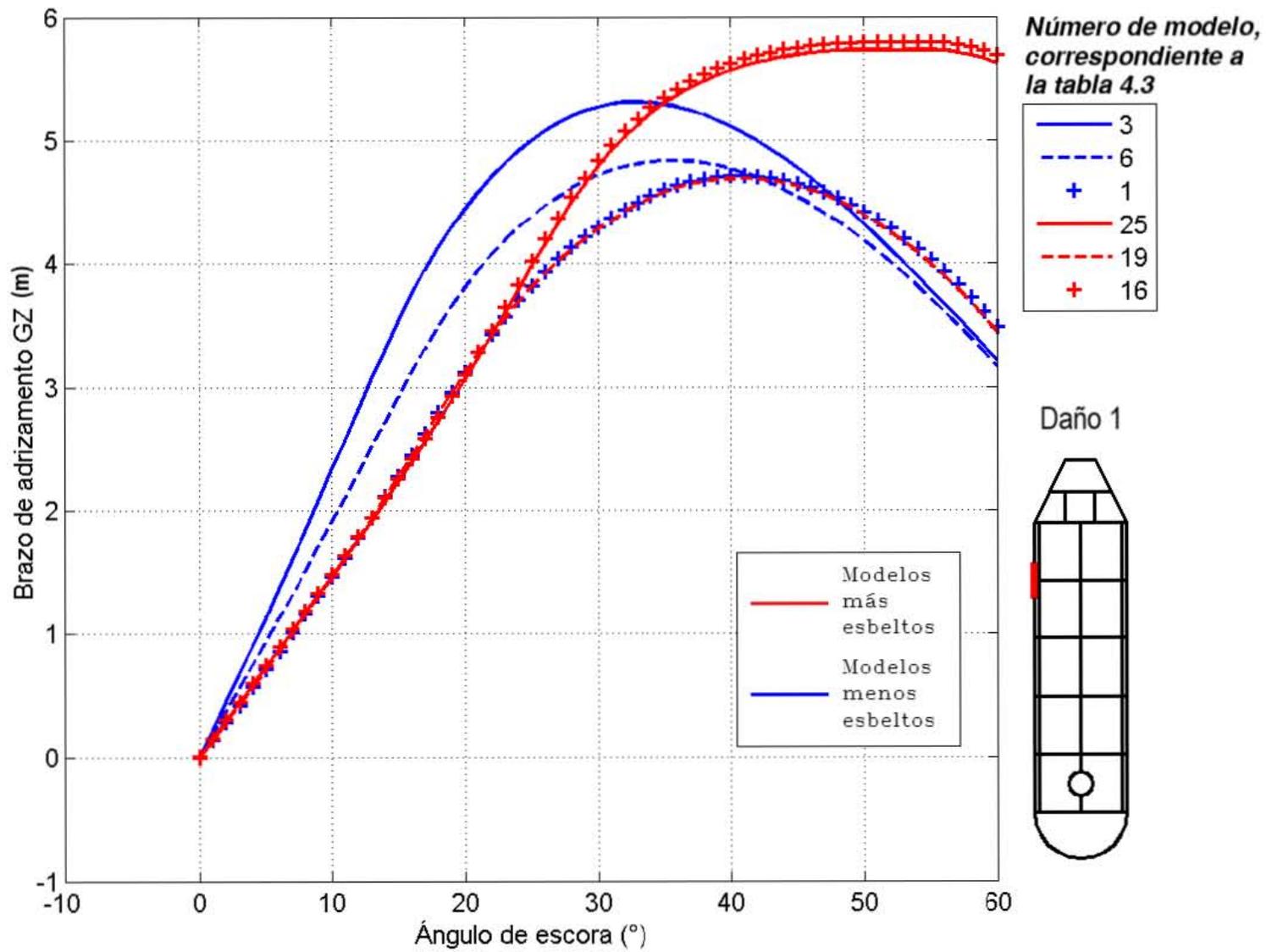
Figura D.6: Comparación de las curvas adrizantes con el brazo escorante del modelo 7 con 8 tanques longitudinales

---

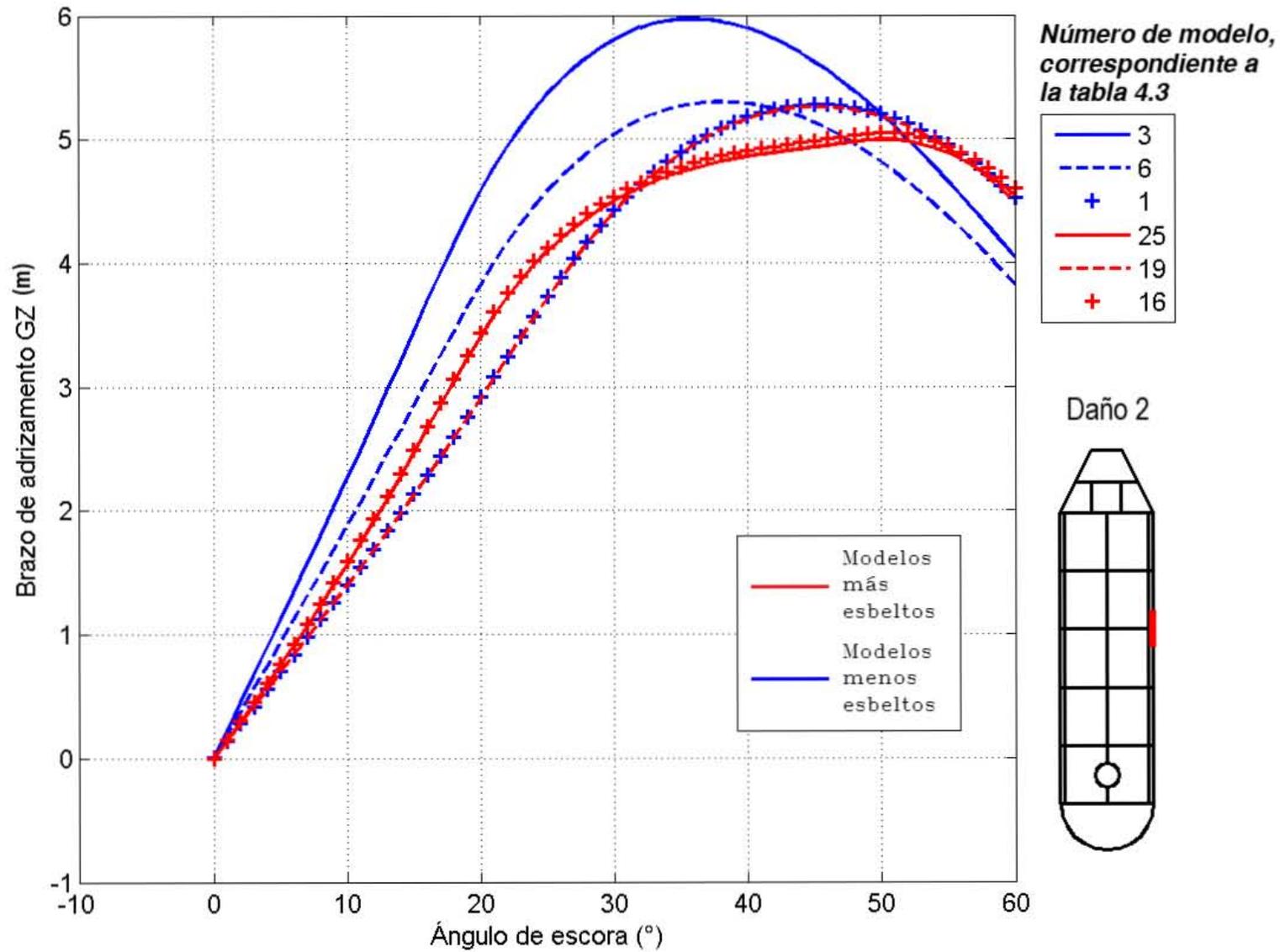
## Comparación de curvas adrizantes para los casos de daño

---

En la sección 5.7, se presentó la comparación de las curvas adrizantes del caso intacto de los modelos seleccionados de la tabla 5.3. En este apéndice, se presentan la comparación de las curvas de los mismos modelos pero considerando los casos de daño; en estas comparaciones se cumple la conclusión de la sección 5.7, las curvas de los modelos menos esbeltos obtienen mayor área para un menor valor de ángulo de escora a diferencia de los más esbeltos; ésto se cumple para ambas configuraciones de distribución longitudinal de número de tanques.



**Figura E.1:** Comparación de las curvas de estabilidad con daño 1 de modelos específicos con 5 tanques longitudinales



**Figura E.2:** Comparación de las curvas de estabilidad con daño 2 de modelos específicos con 5 tanques longitudinales

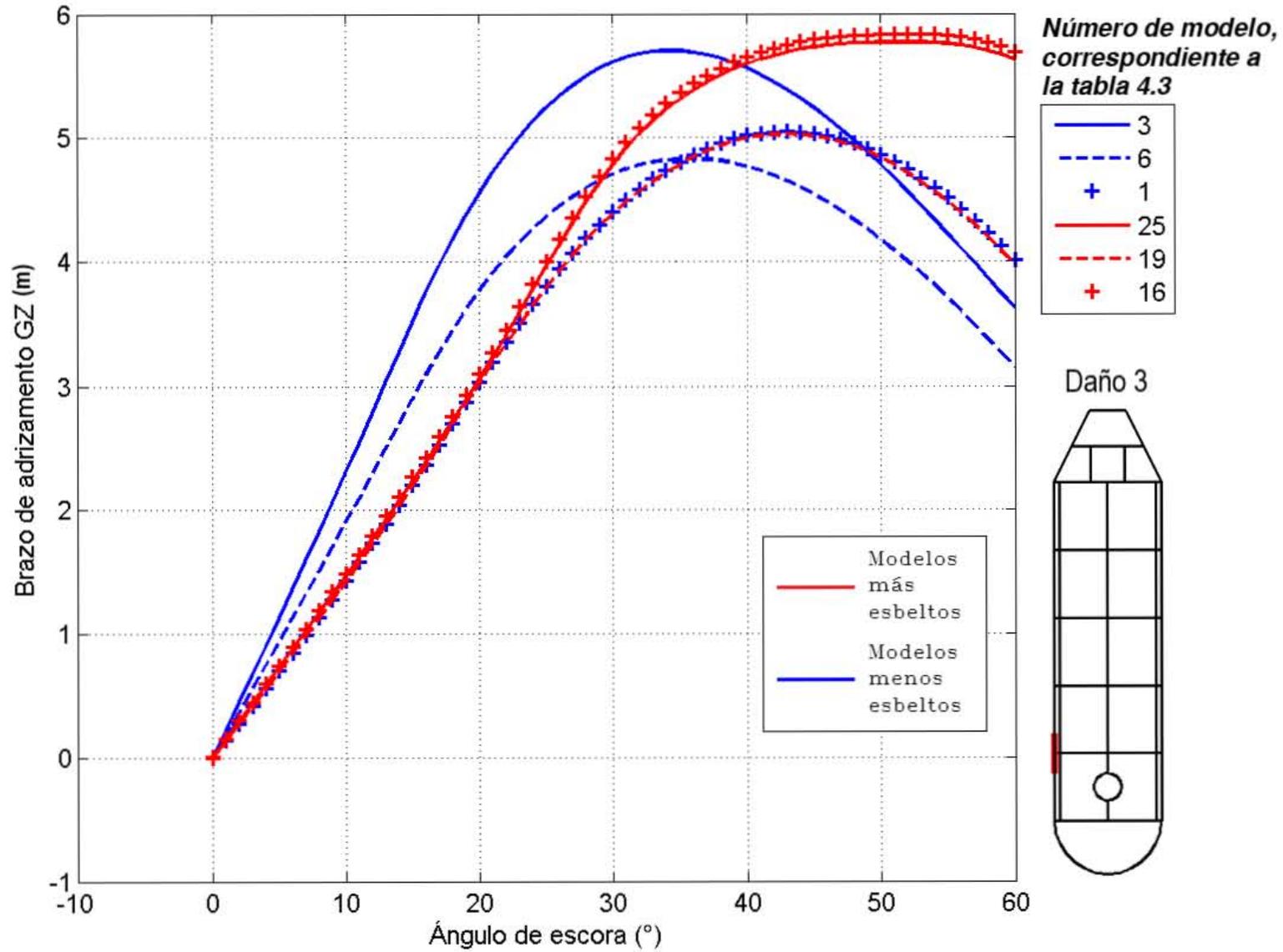
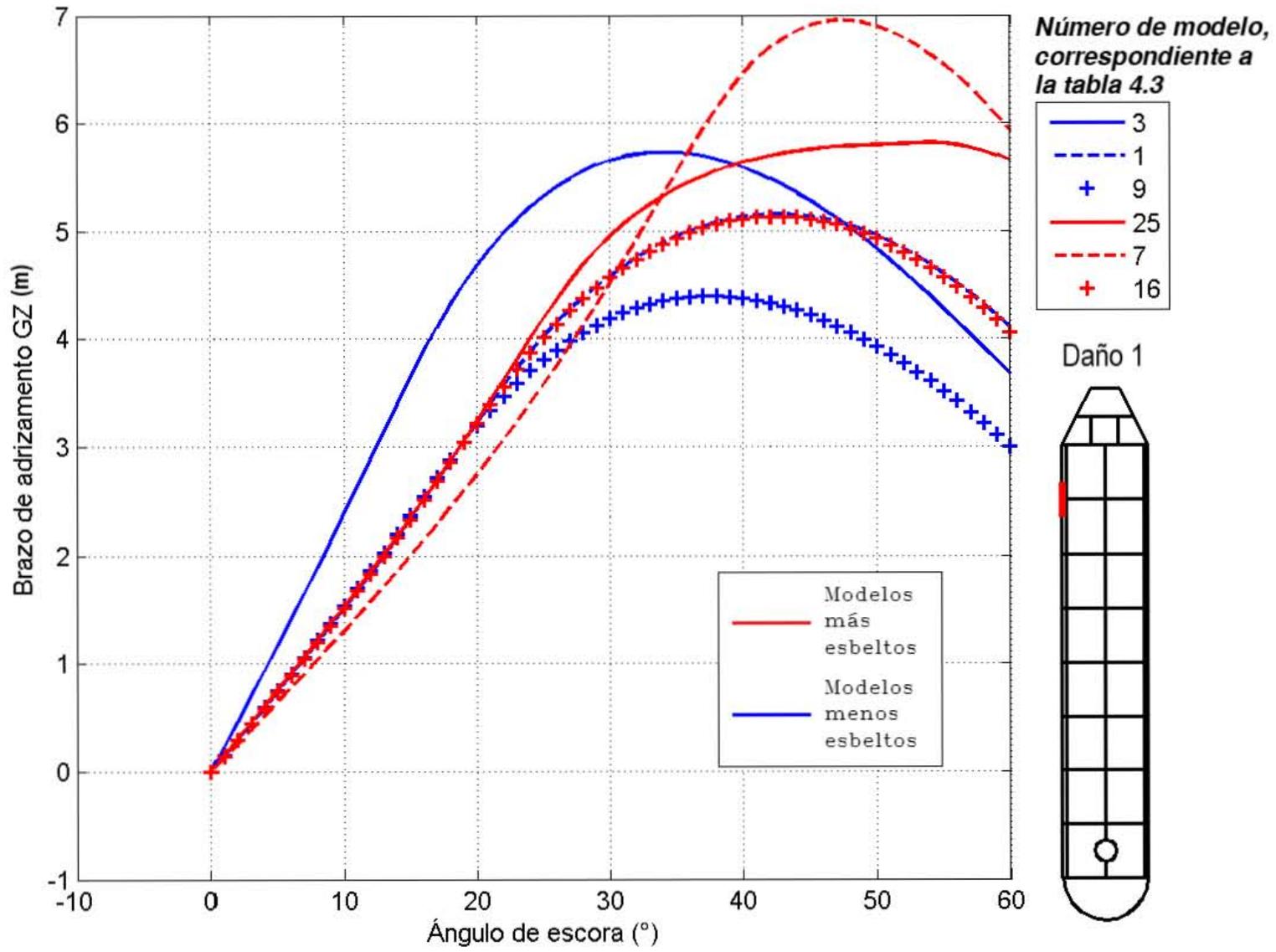
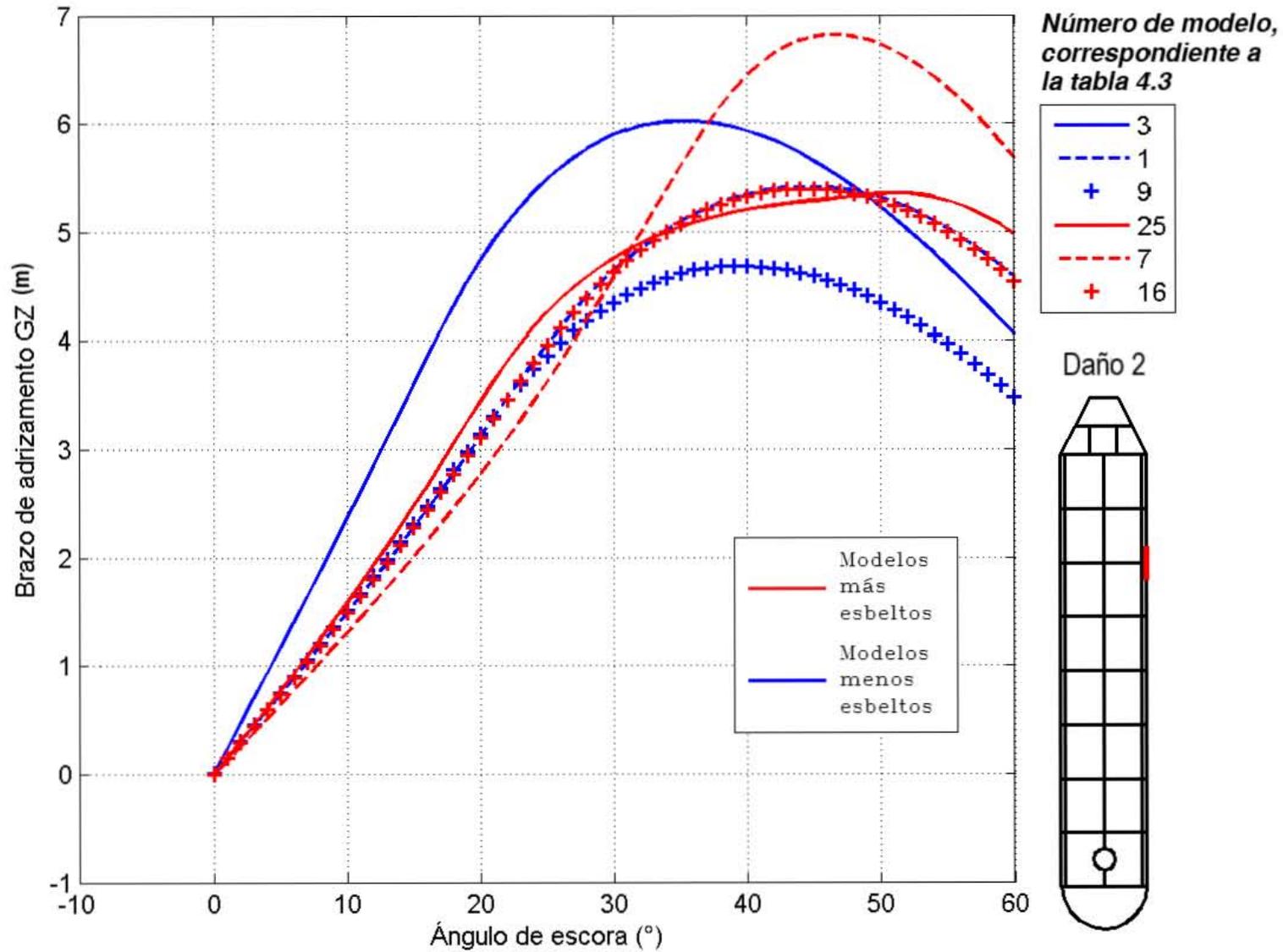


Figura E.3: Comparación de las curvas de estabilidad con daño 3 de modelos específicos con 5 tanques longitudinales



**Figura E.4:** Comparación de las curvas de estabilidad con daño 1 de modelos específicos con 8 tanques longitudinales



**Figura E.5:** Comparación de las curvas de estabilidad con daño 2 de modelos específicos con 8 tanques longitudinales

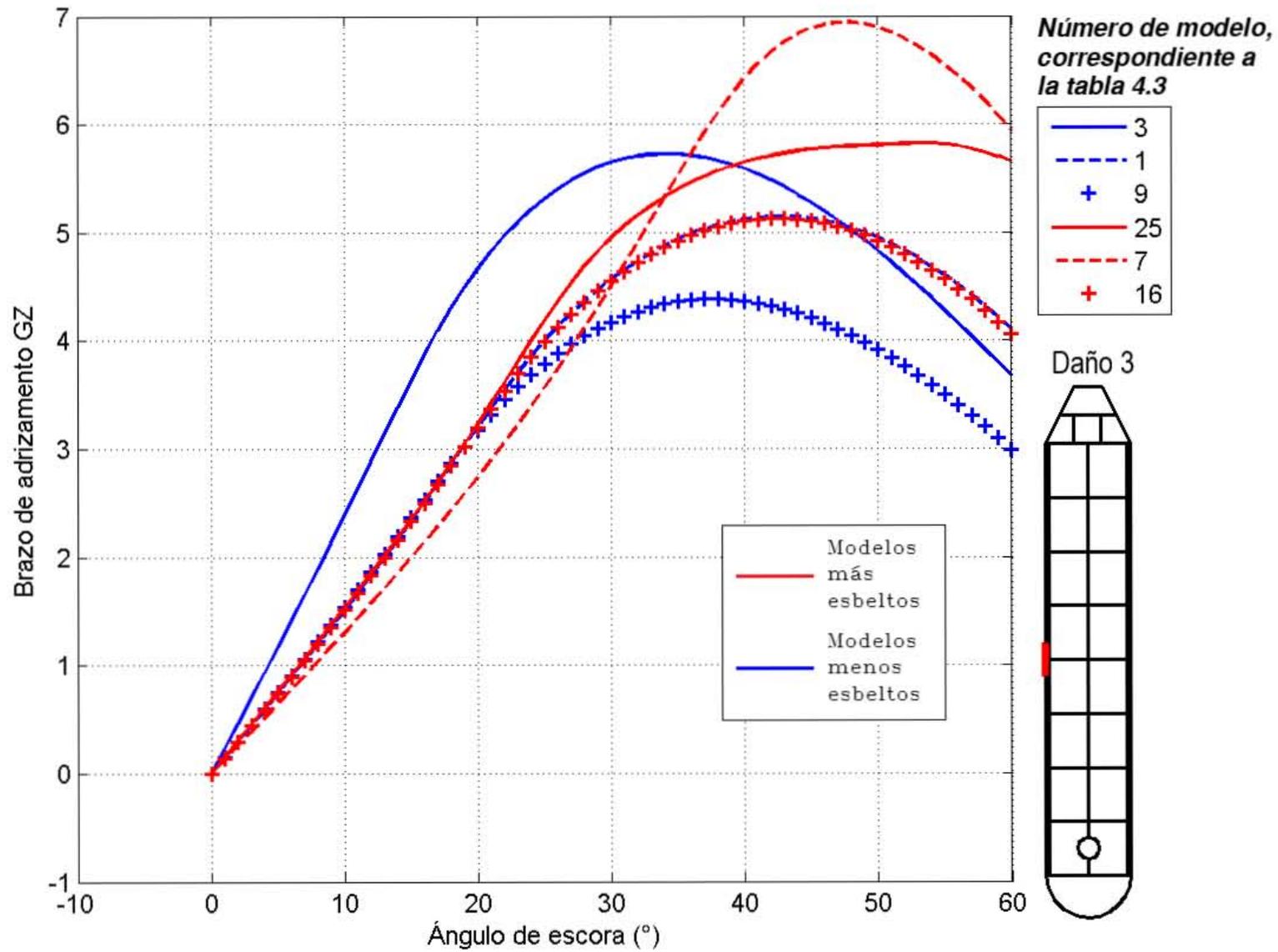


Figura E.6: Comparación de las curvas de estabilidad con daño 3 de modelos específicos con 8 tanques longitudinales

## Tablas comparativas de los datos hidrostáticos con las normas de estabilidad

En la sección 5.8, se presentan las tablas comparativas de los datos hidrostáticos obtenidos con los mínimos requeridos por la normatividad de los modelos más y menos esbeltos; en este apéndice se muestran los demás modelos de la tabla 5.3. Tal y como lo demuestran las tablas de este apéndice, todos los datos de valores hidrostáticos cumplen de manera satisfactoria.

**Tabla F.1:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 6, condición intacta del calado máximo con 5 tanques longitudinales

Datos hidrostáticos intactos	Obtenidos	Requerido	Estado
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	13.54	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.80	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	0.35	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	1.45	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	6.01	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	34.07	25.00	OK

**Tabla F.2:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 6, calado máximo, con 5 tanques

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	25.00	1.99	OK	1.86	OK	0.25	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20°	0.10	4.44	OK	4.58	OK	4.55	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.81	OK	0.80	OK	0.81	OK

---

**Tabla F.3:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 1, condición intacta del calado máximo con 5 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	11.33	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.53	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	0.37	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	1.17	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.40	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	36.59	25.00	OK

**Tabla F.4:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 1, calado máximo, con 5 tanques

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	25.00	1.78	OK	1.63	OK	1.47	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20°	0.10	3.81	OK	3.82	OK	3.77	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.67	OK	0.66	OK	0.67	OK

**Tabla F.5:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 19, condición intacta del calado máximo con 5 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	8.45	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.23	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	0.42	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	0.81	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.33	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	42.77	25.00	OK

**Tabla F.6:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 19, calado máximo, con 5 tanques

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	25.00	3.13	OK	2.91	OK	0.38	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante GZ entre 0° y 20°	0.10	3.13	OK	2.92	OK	3.04	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.52	OK	0.50	OK	0.51	OK

**Tabla F.7:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 16, condición intacta del calado mínimo con 5 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	8.45	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.23	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	0.42	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	0.81	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.33	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	42.77	25.00	OK

**Tabla F.8:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 16, calado mínimo, con 5 tanques

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	25.00	3.13	OK	2.91	OK	0.38	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante GZ entre 0° y 20°	0.10	3.13	OK	2.92	OK	3.04	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.52	OK	0.50	OK	0.51	OK

---

**Tabla F.9:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 1, condición intacta del calado máximo con 8 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	9.12	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.35	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	2.30	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	0.95	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.92	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	52.54	25.00	OK

**Tabla F.10:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 1, calado máximo, con 8 tanques

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	30.00	3.88	OK	3.94	OK	4.24	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante GZ entre 0° y 20°	0.10	3.07	OK	3.40	OK	3.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.52	OK	0.57	OK	0.52	OK

**Tabla F.11:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 9, condición intacta calado máximo con 8 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	8.43	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.23	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	0.41	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	0.81	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.31	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	42.66	25.00	OK

**Tabla F.12:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 9, calado máximo, con 8 tanques

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	25.00	3.14	OK	2.93	OK	0.38	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante GZ entre 0° y 20°	0.10	3.12	OK	2.91	OK	3.03	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.52	OK	0.49	OK	0.51	OK

**Tabla F.13:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 7, condición intacta del calado medio con 8 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	9.21	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.36	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	2.32	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	0.96	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.98	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	52.61	25.00	OK

**Tabla F.14:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 7, calado medio , con 8 tanques

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	30.00	3.89	OK	3.96	OK	4.26	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante GZ entre 0° y 20°	0.10	3.10	OK	3.44	OK	3.10	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.53	OK	0.57	OK	0.53	OK

**Tabla F.15:** Comparación de datos hidrostáticos del modelo 19, condición intacta del calado máximo con 8 tanques longitudinales

<b>Datos hidrostáticos intactos</b>	<b>Obtenidos</b>	<b>Requerido</b>	<b>Estado</b>
Altura metacéntrica inicial $GM$ (m)	9.21	0.15	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $30^\circ$ . (m-rad)	1.36	0.06	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante $GZ$ hasta $40^\circ$ (m-rad)	2.32	0.09	OK
$GZ_{max}$ entre $15^\circ$ y $30^\circ$ (m)	0.96	0.03	OK
Brazo adrizante $GZ$ superior a $30^\circ$ (m)	5.98	0.20	OK
Ángulo de máxima altura metacéntrica $GM$ ( $^\circ$ )	52.61	25.00	OK

**Tabla F.16:** Comparación de datos hidrostáticos en condiciones de daño del modelo 19, calado máximo, con 8 tanques

Datos hidrostáticos dañados	Requeridos	Daño 1		Daño 2		Daño 3	
		Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado	Obtenidos	Estado
Ángulo de escora de equilibrio (°)	30.00	3.89	OK	3.96	OK	4.26	OK
Rango de estabilidad (°)	20.00	>60	OK	>60	OK	>60	OK
Máximo brazo adrizante GZ entre 0° y 20°	0.10	3.10	OK	3.44	OK	3.10	OK
Área bajo la curva del brazo adrizante <i>GZ</i> entre 0° y 20° (m)	0.02	0.53	OK	0.57	OK	0.53	OK

# Referencias

---

- Akyldiz, H. (2017). Transverse stability at large angles of heel.
- Barranco, F. (2012). Sistemas flotantes para la producción de petróleo en aguas profundas mexicanas. Technical Report 1, Academia de Ingeniería de México.
- Biran, A. (2003). *Ship Hydrostatics and Stability*. BH.
- Cabello, J. (2010). Capítulo IV: Cálculo integral.
- Chakrabarti, S. K. (1987). *Hydrodynamics of offshore structures*. British Library Cataloguing.
- Chakraborty, S. (2017). Ship stability: Damaged stability of ships.
- Faltinsen, O. M. (1987). *Sea Loads on ships and offshore structures*. Cambridge University.
- Ghassemi, H. (2008). Determining the hydrodynamic forces on a planing hull in steady motion. *Journal of Marine Science and Application*, (2):3–7.
- Guerrero, I. B. (2011). Estabilidad longitudinal. Valparaíso.
- Henning, B. K. (2011). *Offshore Standard, Det Norske Veritas. DNV-OS-C301, Stability and Watertight Integrity*. DET NORSKE VERITAS (DNV).
- López, F. D. R. (2014). Descripción espectral de oleaje. Technical Report 1, Escuela Politécnica Superior de Alicante.
- Álvaro Hernandez (2014). Elementos básicos de nomenclatura náutica.
- Memos, D. (2018). Marine traffic.
- Murali, D. K. (2015). Advanced wave dynamics. Lectura de apuntes de clase universitaria.
- Newman, J. N. (1978). *Marine Hydrodynamics*. The MIT Press, London, England, 2 edition.
- Ngina, P. M. (2015). Wave exciting force on a floating rectangular barge due to surface waves. *International Journal of Scientific and Engineering Research*, 4:1–4.
- P.E.R, A. (2014). Partes del barco: Dimensiones.

## REFERENCIAS

---

- Rahman, M. (1984). Wave diffraction by large offshore structures: an exact second-order theory. *CML Publications*, 6(2):1–4.
- Rowe, N. (2017). Ángulo de inundación.
- Streeter, V. L. (1996). *Mecánica de fluidos*. Mc Graw Hill.
- Tore, S. (2016). *Hull equipment and safety*. DET NORSKE VERITAS (DNV).
- Yue, P. D. K. P. (2005). *Marine Hydrodynamics*. Massachusetts Institute of Technology, 6 edition.