



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO.**

F.E.S. ARAGÓN

**CONSIDERACIONES Y DISEÑO DE TUBERÍA A PRESIÓN
EXTERIOR POR ELEMENTO FINITO PARA PROYECTOS
HIDROELÉCTRICOS**

TESIS CONJUNTA

Que para obtener el título de

INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

JORGE LECONA GALINDO
PABLO ENRIQUE SÁNCHEZ IGLESIAS

DIRECTOR DE TESIS:

ING. ARTURO MACÍAS FERREIRA



FES Aragón

CIUDAD NEZAHUALCÓYOTL ESTADO DE MÉXICO JULIO 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TITULO

CONSIDERACIONES Y DISEÑO DE TUBERÍA A PRESIÓN EXTERIOR POR ELEMENTO FINITO PARA PROYECTOS HIDROELÉCTRICOS

OBJETIVO

EL SIGUIENTE DOCUMENTO TIENE POR OBJETO MOSTRAR LAS CONSIDERACIONES NECESARIAS PARA EL DISEÑO DE UNA TUBERÍA EXTERIOR, EL ANÁLISIS Y DISEÑO SERA PARA UN CASO ESPECIFICO CON LAS NORMAS Y CRITERIOS EXISTENTES.

Í N D I C E

1	INTRODUCCIÓN	8
2	CONSIDERACIONES DE DISEÑO	10
2.1	Información requerida	10
2.2	Requisitos del cliente	10
2.3	Requisitos Específicos del Sitio	11
2.4	Tipo de instalación.....	11
2.5	Estudio Preliminar.....	13
2.6	Criterios de diseño generales	13
2.7	Concepto seleccionado	14
2.8	Diseño Definitivo	14
2.9	Distribución Física	15
2.9.1	¿Qué secciones podemos utilizar?	15
2.9.2	Secciones especiales.....	15
2.9.3	Soportes.....	15
2.9.4	Geología / cimentación.....	16
2.9.5	Juntas mecánicas	16
2.9.6	Atraques.....	17
2.10	Selección del material	18
2.10.1	Selección de Acero	18
2.10.2	Características del acero.....	19
2.10.3	Especificaciones y criterios de aceptación	19
2.11	Cargas de Diseño y de Servicio	21
2.12	Consideraciones especiales.....	22
2.13	Análisis de cargas	22
2.13.1	Vigas y anillos de soporte	23
2.13.2	Esfuerzos de flexión generados por viga de anillo o silletas	23
2.13.3	Reacciones en los soportes	23
2.14	Factores de seguridad para esfuerzos permisibles (K)	23
2.15	Espesores mínimos para la tubería	24
2.15.1	Espesor mínimo por manejo	24
2.15.2	Espesor por vibración.....	24

2.15.3	Espesor de la tubería por presión interna	25
2.15.4	Espesor adicional por corrosión	25
3	CARGAS DE DISEÑO, COMBINACIÓN DE CARGAS Y CONDICIONES DE SERVICIO	26
3.1	Cargas de diseño	26
3.1.1	Cargas de Construcción	26
3.1.2	Cargas vivas	26
3.1.3	Cargas muertas.....	26
3.1.4	Cargas intermitentes	27
3.1.5	Cargas de Servicio- Presiones internas y externas.....	27
3.2	Condiciones de servicio	29
3.2.1	Condición normal	29
3.2.2	Condición intermitente.....	29
3.2.3	Condición de Emergencia	29
3.2.4	Condición Excepcional	29
3.2.5	Condiciones de Construcción.....	30
3.2.6	Prueba hidrostática	30
3.3	Combinaciones de carga.....	30
4	CRITERIOS DE DISEÑO	32
4.1	Principios del método de análisis por elementos finitos	32
4.1.1	Introducción al Método de Elementos Finitos.....	32
4.1.2	Introducción a la Notación Matricial	33
4.1.3	El papel de la Computadora en la solución de Matrices	34
4.1.4	Aspectos Generales del Método de Elementos Finitos	35
4.1.5	Aplicaciones del Método de Elementos Finitos	37
4.1.6	Introducción al Método de Rigidez de Elementos Finitos.....	37
4.1.7	Definición de la Matriz de Rigidez	38
4.1.8	Forma de Obtención de la Matriz de Rigidez para elementos de Resorte. ...	38
4.1.9	Ensamble de Elementos de Resorte	39
4.1.10	Ensamble de la Matriz de Rigidez por Superposición.	41
4.1.11	Condiciones de Frontera y Solución del sistema.	44
4.2	Teoría de Von Mises - Teoría de la energía de distorsión	46
5	ANÁLISIS Y DISEÑO DE LA TUBERÍA A PRESIÓN	50
5.1	Sistema de Unidades	50
5.2	Descripción de la estructura	50
5.3	Materiales.....	51
5.3.1	Acero ASTM 516 Gr 70	51
5.3.2	Concreto.....	51
5.3.3	Concreto de reposición	51
5.4	Condiciones de carga.....	52

5.4.1	Cargas muertas (D).....	52
5.4.2	Cargas de servicio (Pi).....	52
5.4.3	Cargas vivas (L).....	53
5.5	Combinaciones de cargas para el análisis	55
5.6	Análisis estructural	55
5.6.1	Condiciones de frontera	55
5.6.2	Geometría	58
5.7	Diseño estructural.....	60
5.7.1	Esfuerzos permisibles	60
5.7.2	Espesores mínimos de la placa.	60
5.7.3	Esfuerzos máximos en tubería.....	62
6	CONCLUSIONES	67
7	REFERENCIAS	68

1 INTRODUCCIÓN

Desde que se descubrió la energía eléctrica y sus usos ha hecho que las sociedades cada vez más demanden mayor cantidad de esta, es por esto que los pueblos en todo el mundo han creado diferentes sistemas para obtenerla.

De los cuales destacan los Proyectos hidroeléctricos, estos consisten esencialmente en contener parcialmente una corriente de agua, de la cual después a través de una línea de conducción la hacen pasar por turbinas que convierten la fuerza hidráulica en fuerza mecánica generando así la energía.

En nuestro caso es de principal importancia el estudio de las líneas de conducción; la conducción del agua hacia la casa de máquinas puede ser por túneles revestidos de concreto armado, revestidos con acero o por tuberías expuestas a la intemperie.

Las tuberías expuestas representan en algunas ocasiones mayor beneficio para el dueño y para el constructor ya que se evitan gastos de excavaciones y se construyen con mayor rapidez.

Una tubería expuesta requiere del análisis específico de sus apoyos y un análisis previo de sensibilidad para determinar que diámetro y que tipo de material utilizar. Con el uso de software y computadoras el análisis y diseño de este tipo de tuberías puede ser más estricto y así podemos obtener un diseño final optimizado, sobre todo cuando se tienen bifurcaciones donde se ramifica una tubería en dos o más tuberías de diámetro menor.

Para iniciar el análisis de nuestra tubería podemos apoyarnos en las formulas clásicas que se utilizaban para el diseño de este tipo de tuberías expuestas; con esto tenemos un punto de partida para refinar el análisis por medio del método de elemento finito (FEA) el cual nos ayudara generando una malla y así poder identificar la zonas más esforzadas.

Es importante para el diseño conocer todos los componentes del sistema de generación y su funcionamiento al operar la planta, conocer la geometría y los cambios de dirección tomando en cuenta los apoyos como pueden ser atraques o silletas que generar esfuerzos locales en nuestra tubería.

También es importante tener el último análisis de la envolvente hidráulica que determinara las presiones a las que estará sometida nuestra tubería en sus diferentes niveles.

A continuación se mostraran las consideraciones necesarias para el diseño de una tubería a presión expuesta.

2 CONSIDERACIONES DE DISEÑO

El diseño de un sistema de tubería a presión, segura y rentable, requiere tener presente las consideraciones de los ingenieros, los factores ambientales del sitio, los factores económicos así como también la construcción del mismo.

En la figura 1 se muestra el flujo de las consideraciones que se tienen en cuenta para el diseño de un sistema de tubería a presión.

2.1 Información requerida

Es importante para el diseñador reunir la mayor cantidad de información posible acerca del proyecto.

La información esencial incluye:

- a) los requisitos del cliente y
- b) los requisitos específicos del sitio

2.2 Requisitos del cliente

Las prioridades y los requisitos de instalación del cliente debe ser claramente delimitadas, ya que estas prioridades afectan la orientación global del sistema de la tubería a presión, incluyendo la metodología, selección del material, y el diseño.

Hay que prestar atención a:

- a) El material elegido y el tipo de diseño.
- b) La metodología de Inspección y mantenimiento.
- c) Los criterios y requisitos de diseños internos y gubernamentales aplicables
- d) Las cuestiones jurídicas y políticas, incluidas las cuestiones ambientales, permisos y licencias.

2.3 Requisitos Específicos del Sitio

Los requisitos específicos del lugar son igualmente importantes, los cuales afectan el diseño mediante la imposición de restricciones medioambientales, limitaciones en el tamaño y peso de las secciones de la tubería, las restricciones geológicas, las consideraciones hidrológicas y limitaciones (alineación y apoyo) para la distribución física tubería.

Hay que prestar atención a:

- a) Propiedad del terreno, derecho de vía, los derechos mineros, y las limitaciones en relación con operaciones de minas / canteras
- b) Las restricciones ambientales, incluyendo la pesca, la caza y la conservación de la fauna, excavaciones arqueológicas, la eliminación del material, la limpieza, y la erosión
- c) La configuración del terreno
- d) La geología del sitio, la hidrología (condiciones de agua subterránea), y los suelos
- e) los códigos aplicables y los requisitos obligatorios
- f) Otras consideraciones específicas del sitio

2.4 Tipo de instalación

El tipo de instalación seleccionado debe reflejar las consideraciones anteriores.

Una tubería de presión dada la instalación podría incluir todos los siguientes tipos:

- Tubería forzada expuesta (sobre el suelo)
- Túnel revestido (subterráneo)
- Revestimiento del túnel de acero (subterráneo)

Cada tipo de tubería a presión tiene diferentes materiales, diseño y costos de construcción.

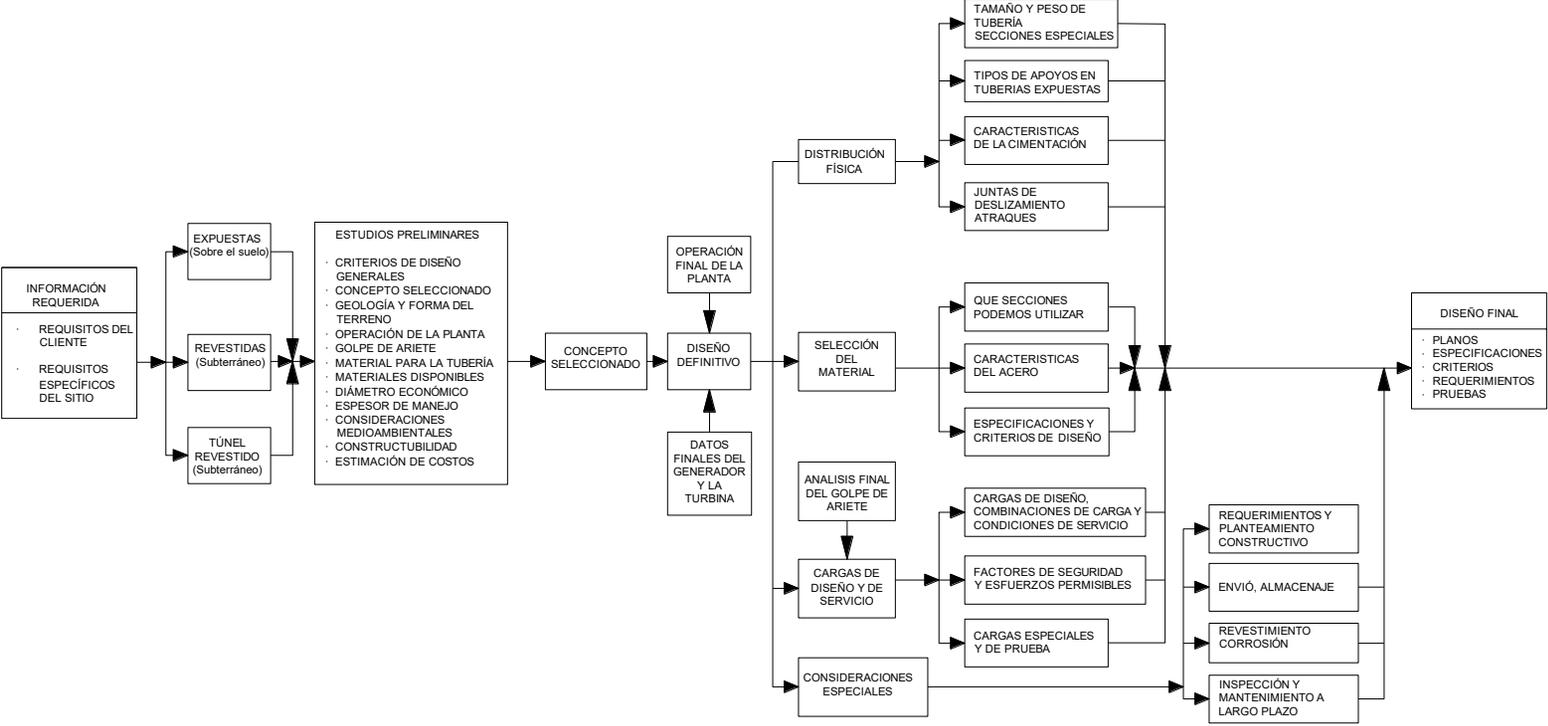


Figura 1.- Consideraciones que afectan al diseño de un sistema de tubería a presión.

2.5 Estudio Preliminar

La fase de estudio preliminar es una fase importante del diseño general y requiere un diseñador experimentado. La configuración final de la tubería a presión, la alineación, el diseño, los requisitos, y parámetros deben ser determinados durante esta fase del estudio.

El diseñador debe investigar las condiciones del sitio y hacer varios diseños con diferentes alineaciones.

El terreno, las características geológicas, y la condición de las cimentaciones juegan un papel importante durante esta fase del estudio. Dado que el objetivo final de esta fase del estudio es determinar la alineación más económica y construible, no es necesario acercarse a la fase del diseño final con gran precisión.

2.6 Criterios de diseño generales

Durante la fase de estudio preliminar, se debe poner atención a los criterios y parámetros en relación con la presión de diseño y esfuerzos permisibles.

Se deben utilizar valores conservadores para los esfuerzos permisibles, en función del tipo de acero, características de resistencia del material de la placa y los factores de seguridad que serán considerados para el tipo de instalación.

La presión de diseño interior debe ser al menos igual a la máxima altura estática en el punto de la tubería siendo investigado. Algún refinamiento a esto es posible mediante la realización de un análisis hidráulico de presión transitoria utilizando características preliminares de los equipos. Como una alternativa al análisis de transitorios hidráulicos podemos utilizar un aumento de presión conservador en la turbina de 10 % a 20% para unidades de tipo Pelton; 30 % a 40 % para el tipo Francis y unidades sin válvulas reductoras de presión, 10 % a 20 % con válvulas reductoras de presión; y 30 % a 40 % de unidades de turbinas de bombeo.

La línea de presión luego variaría linealmente de la turbina a la primera superficie de agua libre, entiéndase esto como el diagrama de presión desde la cortina hasta el eje de las unidades.

Se debe considerar por lo menos dos tipos de acero (baja o alta resistencia). El acero de alta resistencia puede ser requerido por el diseño donde la instalación de perfiles pesados sería difícil (que requiera secciones ligeras).

El diseñador debe evaluar el riesgo de corrosión en la tubería a presión y comparar los costos de varios métodos disponibles para protección contra esta. El costo de los revestimientos y los sistemas de protección contra la corrosión deben ser comparados con el costo de material de la placa de acero añadido.

Se pueden utilizar varias fórmulas para determinar el diámetro económico. El flujo de velocidades y características de regulación del sistema deben ser evaluados para determinar que son razonables y se ajustan a la práctica común para instalaciones similares. El espesor mínimo requerido de la tubería de acero por manejo debe ser comparado con el espesor requerido para resistir la presión interna y las cargas externas. El mayor valor de espesor debe controlar el diseño.

2.7 Concepto seleccionado

La configuración de la tubería a presión seleccionada deberá incorporar materiales y diseños que minimicen el costo de la vida útil de la estructura, tomando en cuenta las consideraciones dadas por los técnicos, la contractibilidad, los problemas que pueda presentar en el mantenimiento y los problemas ambientales que afecten la dicha configuración.

2.8 Diseño Definitivo

La fase de diseño definitivo consiste en la recopilación de datos relacionados con el diseño final, la alineación y el diseño de la tubería, la confirmación de las características finales de la planta de operación (Turbina, generador), las características del regulador y la válvula de cierre que influirá en el análisis de los golpes de ariete.

Las directrices definitivas y criterios de diseño deben estar preparados para:

- a) La disposición física, alineación del conducto, soportes y atraques

- b) Selección de materiales para la tubería de acero, revestimientos de túneles y accesorios
- c) Cargas de diseño y de servicio
- d) Consideraciones para la instalación y fabricación en campo

2.9 Distribución Física

El espesor calculado durante la fase preliminar de estudio para el sistema de tuberías seleccionado ahora debe ser refinado para lograr un concepto óptimo en la alineación y el diseño. Estos refinamientos aplican principalmente a:

2.9.1 ¿Qué secciones podemos utilizar?

El tamaño y el peso de las secciones se deben seleccionar para que sean compatibles con las necesidades y dificultad de la instalación en el campo. Se debe considerar el tráfico, el transporte, las limitaciones de acceso y sistemas de apoyo. Habitualmente, se pueden transportar tramos de hasta 3.6 metros de diámetro, 12 metros de largo, y un peso de 25 a 35 toneladas.

O tal vez sea más factible construir un taller para elaborar la tubería en sitio.

2.9.2 Secciones especiales

Es necesario dar mayores consideraciones a las secciones especiales como codos, bifurcaciones, y las conexiones de salida. Se debe dar especial atención a la definición detallada de estas secciones, particularmente las bifurcaciones con apoyo externo.

2.9.3 Soportes

Los soportes deben ser diseñados para resistir las consideraciones ambientales, como la geología y las condiciones de cimentación locales. Las silletas de concreto armado o vigas de anillo de acero, son los dos tipos de apoyo más utilizados para las instalaciones sobre tierra. Los atraques son aplicaciones especiales de los sistemas de apoyo localizados. También se utilizan postes con cables de acero para sostener tuberías suspendidas que cruzan grandes claros; estos son considerados soportes especiales. El espaciamiento de las vigas de anillo se rige por

consideraciones prácticas. El diámetro, el espesor y tipo de material tienen una gran influencia en el espaciamiento, que puede variar de 3 a 15 m.

Las silletas se utilizan en conjunto con tubos de acero rígido o no rigidizado. Los factores a considerar en el espaciamiento de las silletas incluyen la pendiente y perfil del terreno, la deflexión máxima aceptable de la tubería cuando actúa como una viga, las condiciones de esfuerzos en la placa, y las condiciones de cimentación de los soportes de la silleta. Además, se debe tener en cuenta que por encima de cada soporte de la silleta se desarrollan los momentos de flexión circunferencial en la tubería y hace que la parte superior de un tubo no rigidizado se deforme.

2.9.4 Geología / cimentación

Las características geológicas y de la cimentación son importantes para todo tipo de instalaciones. Para las vigas de anillo y diseño de los apoyos para la silletas se requiere la base para resistir la bajada de cargas, algunas cargas pequeñas paralelas a la tubería debida principalmente a cargas por fricción, y algunas de las cargas que resultan de los efectos de temperatura. En las zonas propensas a los sismos, el apoyo de las cimentaciones y el terreno inclinado también debe soportar con seguridad las cargas sísmicas.

La instalación de tuberías sobre terrenos inclinados está sujeta a posibles problemas de estabilidad de taludes. La inestabilidad de taludes debe abordarse e investigarse para determinar las características geológicas y propiedades del terreno.

Las cargas acumuladas que actúan en consonancia con la tubería deben ser resistidas por los atraques. Se recomienda que las condiciones de cimentación en cada ubicación de los atraques se determinen individualmente para su uso.

2.9.5 Juntas mecánicas

Las juntas mecánicas se utilizan en ambas tuberías, expuestas y enterradas para amortiguar el movimiento longitudinal causado por los cambios de temperatura y para facilitar la construcción. Las articulaciones también permiten el movimiento, donde se prevé el asentamiento diferencial o deflexiones. En caso de que el

ingeniero decida no utilizar juntas mecánicas, la tubería a presión y los atraques deben ser diseñados adecuadamente para absorber las cargas debido a los cambios de temperatura, asentamientos, o desviaciones.

Las articulaciones deslizantes se dividen en dos grandes categorías:

- (a) las juntas de expansión, y
- (b) atornillada tipo bridas.

Las juntas de dilatación sólo permiten el movimiento longitudinal. Las articulaciones se utilizan principalmente en tuberías sobre el suelo y están situados entre la viga de soporte o la silleta, en el punto donde las deflexiones de la tubería son de igual magnitud y dirección. Si se utiliza en una instalación enterrada, las juntas deben estar ubicadas en una bóveda para permitir la inspección y el mantenimiento. Las juntas de expansión también se pueden utilizar cuando se justifique para permitir la expansión y contracción.

Las bridas se utilizan tanto en instalaciones sobre el suelo como en subterráneas. Para las instalaciones subterráneas, la tubería a presión y los acoplamientos para el control de fugas deben estar presurizados antes de que se entierre la tubería a presión. Los acoplamientos de tipo brida permiten movimientos longitudinales, angulares, y algunos asentamientos diferenciales.

Existen otros tipos de juntas y acoplamientos, en particular para las instalaciones subterráneas. Estos incluyen juntas tóricas y acoplamientos mecánicos Victaulic.

Los deslizadores (expansión o contracción) son los elementos que absorben fuerzas resultantes al alcanzar equipos operativos (válvulas, bombas, etc.) también debe ser considerados.

2.9.6 Atraques

Los atraques fijan la tubería en su lugar durante la instalación y operación. Están diseñados para resistir las cargas resultantes de: la gravedad, hidrodinámica, hidrostática, y fuerzas sísmicas, así como de los cambios de temperatura y los cambios en la alineación.

Para los diseños sobre tierra, los atraques normalmente se encuentran en todos los puntos significativos de cambio en la pendiente o la alineación horizontal. Para las instalaciones que utilizan juntas de dilatación, una separación de hasta 15 m puede ser utilizada entre los atraques y juntas de dilatación, todo esto en función del rango de temperatura de diseño.

Las tuberías a presión enterradas generalmente no requieren atraques en los puntos donde los cambios de alineación vertical / horizontal son mínimos. Esto se debe verificar mediante un análisis.

2.10 Selección del material

2.10.1 Selección de Acero

La selección del acero para el diseño, la construcción de la tubería a presión, y accesorios depende del espesor de la placa, la disponibilidad, el uso particular, el costo y la facilidad de fabricación. El espesor de la placa es importante porque afecta los requisitos de tratamiento, los ensayos mecánicos, los ensayos no destructivos y el costo de material de fabricación. Los aceros deben estar fabricados y probados de conformidad con las especificaciones apropiadas del ASTM o sus normas equivalentes.

Los aceros de calidad para tuberías a presión (ASTM A53, ASTM A516 ETC) o el equivalente se utilizan normalmente, a menos que las cargas de diseño no controlen el espesor de la placa, en estos casos los aceros de calidad estructural pueden ser considerados para la tubería.

En la selección del material de acero, se debe especificar los requisitos para las pruebas no destructivas (PND) y las pruebas de presión hidrostática para las piezas especiales como bifurcaciones, codos, y las juntas de expansión. Para este tipo de secciones se justifica aceros especiales y requisitos más estrictos.

Adicionalmente las piezas tales como vigas de anillo, anillos de refuerzo, y los sistemas de soporte pueden ser diseñados y fabricados a partir de placas o perfiles estructurales hechos con acero estructural. Se debe tener cuidado, debido a que la

selección de algunas aleaciones de alta resistencia de acero para la tubería a presión puede impedir el uso de accesorios hechos de diferentes materiales.

Una vez más, los criterios clave para la selección son:

- a) El rendimiento y resistencia a la tensión
- b) La ductilidad y trabajabilidad
- c) Soldabilidad
- d) Resistencia plástica
- e) Costos.

2.10.2 Características del acero

El acero debe ser fabricado y probado de conformidad con las normas de acero ASTM. Los requisitos suplementarios justificados por una instalación en particular también deben ser especificados. Si el acero "extranjero" se utiliza para la tubería a presión, se deben revisar las normas extranjeras aplicables y compararlas con las normas ASTM aplicables. Pueden existir diferencias sutiles entre las normas y deben ser identificadas, los requisitos de "especiales" deben ser presentados en el criterio. Del mismo modo, los métodos de prueba extranjeros pueden diferir de prácticas locales. En algunos casos, las normas extranjeras pueden requerir pruebas adicionales. La soldabilidad de los aceros extranjeros también debe ser verificada.

2.10.3 Especificaciones y criterios de aceptación

Las especificaciones y los criterios de aceptación pueden prepararse individualmente, cada uno debe incluir todo lo relacionado a la fabricación y a la construcción de la tubería a presión, o en su caso, una sola especificación debe cubrir lo relacionado a los materiales, al taller de fabricación y a la instalación de campo. Estos documentos deben abordar todos requisitos de una manera clara y concisa.

Las especificaciones de materiales, junto con los planos correspondientes, deberán indicar claramente el material de los diferentes componentes de la tubería a presión. Esto se aplica a todas las secciones, accesorios, y piezas adjuntas. Los requisitos de fabricación de los códigos aplicables deben ser identificados claramente. Los

análisis mecánicos, químicos y las frecuencias de las pruebas deben ser especificados.

La inspección del material, las calificaciones del soldador del taller de fabricación, el control de calidad del taller, y procesos de instalación deben estar claramente definidos, ya sea mediante el uso de códigos aplicables y normas o mencionando los requisitos directamente en la especificación. Es recomendable que se especifiquen los requisitos críticos de inspección.

La prueba hidrostática a 125 % al 150 % de la presión de diseño se considera una prueba " no destructiva".

La necesidad de pruebas hidráulicas depende:

- a) Posición del sitio, válvulas de cierre automático
- b) El riesgo de pérdida de vidas y daños a la propiedad
- c) La complejidad de las soldaduras y estructuras

Las especificaciones de instalación para la construcción de la tubería a presión, deben ser compatibles con el diseño de la tubería a presión.

Durante el almacenamiento y la instalación, la tubería a presión y sus accesorios deben manipularse y apoyarse de una manera que se impida las concentraciones de esfuerzos y distorsiones (puntos duros).

2.11 Cargas de Diseño y de Servicio

Las cargas de diseño y servicio varían, pero las cargas más importantes aplicadas a un sistema de tubería son la presión interna hidrostática e hidrodinámica. Otras condiciones de carga clave incluyen cargas externas de presión, las cargas relacionadas con la gravedad, las cargas resultantes de los cambios de temperatura, viento, cargas de nieve, sismos, e incluyen también vibraciones causadas por operaciones de la planta y equipo de la turbina. El diseñador debe identificar y cuantificar estas cargas. Los niveles de servicio y las combinaciones de carga que se recomiendan en el “MANUAL STEEL PENSTOCKS” pueden necesitar ser aumentadas para incluir otras combinaciones de cargas más críticas para una instalación específica. Se deben tomar en cuenta el golpe de ariete. Los efectos de las cargas relacionadas con la temperatura no deben de ser subestimados, en particular para las secciones de tuberías a presión expuestas.

Los factores de seguridad y los esfuerzos permisibles se deben especificar teniendo en cuenta tanto el rendimiento y resistencia a la tensión del material. Se deben considerar otras propiedades críticas del acero incluyendo la ductilidad, la plasticidad, y la soldabilidad. Una amplia gama de recipientes a presión de acero están disponibles para su uso en el diseño de la tubería a presión. Estos aceros presentan diferentes rangos entre el límite de elasticidad y la resistencia a la tensión. Para la economía del diseño, deben ser consideradas las condiciones de esfuerzos concentrados que excedan los permisibles, dada la probabilidad de rendimiento local y la redistribución de esfuerzos.

El diseñador debe ser consciente de las posibles cargas especiales que pueden ser impuestas a la estructura, particularmente durante la construcción, el llenado, la deshidratación, y las pruebas. A partir de estas cargas especiales se deben realizar los ajustes necesarios para disminuir los esfuerzos a niveles aceptables.

2.12 Consideraciones especiales

El diseñador, en conjunto con el personal con experiencia en instalaciones de campo, constantemente debe preguntar cómo se realiza la instalación y construcción de la tubería. La construcción es un aspecto importante que a menudo se complica. Un diseño puede parecer bueno en el papel, pero extremadamente difícil para construir. El diseñador debe pensar en toda la instalación, punto por punto.

- a. ¿La tubería puede ser manejada en el taller y el campo?
- b. ¿Cuáles son las limitaciones de tamaño y peso para su envío?
- c. ¿Cómo se almacena cada pieza?
- d. ¿Existen requisitos especiales de almacenamiento / apuntalamiento?
- e. ¿Se necesitarán procedimientos de tratamiento de calor en campo?
- f. ¿Cuáles son las especificaciones de recubrimiento y pintura?

La corrosión es también un factor importante. Es necesario analizar el agua para determinar el contenido químico y dureza del agua. Es necesario evaluar la corrosión de otras posibles fuentes, es decir, diferentes metales, las corrientes parásitas, suelos corrosivos, alta velocidad de flujo, etc. Además, se debe dar atención especial a la protección contra la corrosión / erosión en codos, bifurcaciones, y otros componentes especiales. Para algunos tipos de tuberías a presión la protección catódica puede ser necesaria. Se debe prestar especial atención a los accesorios tales como válvulas de alivio de presión, tomas de agua, válvulas de aire, vías de acceso y sistemas de cierre de flujo de tuberías forzadas.

2.13 Análisis de cargas

Las cargas descritas anteriormente deben aplicarse a la tubería a presión y al sistema de soportes, como pueden ser silletas, atraques o vigas de anillo. El análisis debe tener en cuenta la discontinuidad del sistema en las juntas de dilatación (acoplamiento mecánico).

2.13.1 Vigas y anillos de soporte

Las ecuaciones de vigas comúnmente usadas se deben utilizar para calcular los esfuerzos longitudinales debido a las cargas, separación y tipo de soporte de la tubería a presión.

2.13.2 Esfuerzos de flexión generados por viga de anillo o silletas

Cuando se utilizan soportes de viga de anillo y silletas genera un esfuerzo de flexión local en la parte superior de la tubería a presión, que debe añadirse a los esfuerzos longitudinales y / o circunferencial.

2.13.3 Reacciones en los soportes

Estas cargas varían de acuerdo con el tipo de apoyo que normalmente se encuentran en la práctica convencional. Para tuberías de presión con juntas soldadas de campo el método de viga continuo puede ser utilizado en el análisis. Hay que prestar atención a las reacciones para cuando un solo soporte experimente asentamientos diferenciales.

2.14 Factores de seguridad para esfuerzos permisibles (K)

El esfuerzo permisible para cada condición está definido por un factor (K) multiplicado por el menor que resulte de $1/3$ de f_y o $2/3$ de F_u .

Tabla 1.- Factores de seguridad (K)

CONDICIONES DE CARGA	(K)
Condiciones normales de operación	1,00
Condiciones intermitentes	1,33
Condiciones de emergencia	1,50
Condiciones excepcionales	2,50
Condiciones de construcción e hidrostáticas	1,33

2.15 Espesores mínimos para la tubería

2.15.1 Espesor mínimo por manejo

De acuerdo a la Ref. [1,3], el espesor mínimo de pared del tubo por manejo es:

Formula Del Bureau of Reclamation.

$$t_m = \frac{D+20}{400} \quad \text{Tuberías mayores a 54 pulgadas de diámetro}$$

$$t_m = \frac{D}{288} \quad \text{Tuberías menores a 54 pulgadas de diámetro}$$

Dónde:

D = Es el diámetro nominal de la tubería (in)

t_m = Es el espesor mínimo de pared por manejo (in)

2.15.2 Espesor por vibración

El espesor debe ser adecuado para resistir vibraciones por el paso del flujo Ref. [1,3]:

$$t_m = 0.0025D + 1.2 \quad \text{Para velocidades menores a 5m/s}$$

$$t_m = 0.00385D + 3.1 \quad \text{Para velocidades mayores a 5m/s}$$

Dónde:

D = Es el diámetro nominal de la tubería (mm)

t_m = Es el espesor mínimo por vibración (mm)

2.15.3 Espesor de la tubería por presión interna

Se considera el esfuerzo permisible para calcular el espesor mínimo para una presión definida Ref. [1,3].

$$t = \frac{Pr}{\sigma_{per}}$$

Dónde:

σ_{per} = Esfuerzos permisibles a presión interna (MPa)

P = Es la presión interna en la tubería, (MPa)

r = Es el radio interior de la tubería (m)

t = Es el espesor de pared de la tubería (m)

2.15.4 Espesor adicional por corrosión

El espesor determinado por resistencia se le debe sumar un espesor de 2 mm (1/16") adicional por corrosión a largo tiempo. Ref. [4].

3 CARGAS DE DISEÑO, COMBINACIÓN DE CARGAS Y CONDICIONES DE SERVICIO

3.1 Cargas de diseño

El diseño de todos los componentes expuestos a la presión de las tuberías utiliza el método de diseño de esfuerzos permisibles en el que tienen cabida todas las cargas (vivas y muertas), se aplican los factores de carga igual a 1,0.

En este capítulo se explica las cargas que deben ser consideradas en el diseño de tuberías a presión expuestas. Las cargas que se deben incluir son las cargas de construcción, cargas vivas, cargas muertas, cargas intermitentes, y las cargas de servicio, que se definen de la siguiente manera.

3.1.1 Cargas de Construcción

- P_{C1} : Durante el transporte, la manipulación, el almacenamiento, y levantamiento.
- P_{C2} : Supresión o Presión externa de concreto húmedo
- P_{C3} : Presión por inyección

3.1.2 Cargas vivas

- $LL1$: Viento
- $LL2$: Nieve y / o hielo
- $LL3$: Vehículos
- $EQ1$: Sismo básico de operación (SBO)
- $EQ2$: Sismo máximo creíble (SMC)

3.1.3 Cargas muertas

- $DL1$: Peso de la estructura y los accesorios permanentes
- $DL2$: Peso del agua cuando esté lleno o parcialmente lleno

- DL3: Peso de suelo, roca o relleno.
- DL4: Presión hidrostática externa incluyendo flotación
- DL5: Carga de roca en túneles

3.1.4 Cargas intermitentes

- DL2: Llenado y vaciado.

3.1.5 Cargas de Servicio- Presiones internas y externas

Además de las cargas definidas anteriormente el revestimiento de la tubería y el túnel debe estar diseñado para las cargas de presión interna y externa de servicio.

3.1.5.1 Cargas Presión Interna

- PN1: La carga estática máxima sin picos o golpes de ariete sobre el nivel más alto del embalse.
- PN2: La carga estática máxima menos la pérdida de carga, más el golpe de ariete y la sobrepresión por un rechazo de carga (cierre de compuerta, válvula aguja, etc.) cuando todas las unidades están operando y se cierra a tiempo el regulador de velocidad.
- PN3: La carga estática mínima menos las presiones de golpe de ariete y la descarga cuando las unidades funcionan desde una velocidad sin carga hasta la aceptación de las unidades con carga completa.
- PI1: La tubería llena de agua, sin presión.
- PI2: La tubería media llena de agua.
- PEM1: El golpe de ariete
- PEX1: El valor de la presión interna, que incluye el cierre de compuerta completa con el mal funcionamiento de control del equipo en la forma más desfavorable
- PT1: La presión interna de la prueba hidrostática

3.1.5.2 Cargas de presión externa

P_{I3} : La tubería de presión se deshidrata y se somete a la presión máxima de filtración de aguas subterráneas, o para tuberías de presión expuestas, el vacío máximo que se puede generar por deshidratación.

3.1.5.3 Cargas de presión externa debida a la construcción

P_{C1} : La presión externa equivalente, debido al concreto húmedo. Que consiste en el espesor del recubrimiento por el peso volumétrico del concreto.

P_{C2} : La presión externa equivalente debido a la lechada del espacio entre el concreto y el revestimiento del túnel de acero.

3.1.5.4 Cargas de temperatura

T_{L1} : Las cargas debidas a la expansión y contracción de la temperatura diaria y a las variaciones estacionales, incluyendo los casos de construcción y pruebas hidrostáticas.

T_{L2} : El gradiente de temperatura a través del diámetro tubería forzada.

3.1.5.5 Cargas por fricción o asentamientos.

E_{JL} : Las cargas longitudinales debidas a la fricción en deslizamiento juntas de dilatación / acoplamientos mecánicos.

S_{FL} : Las cargas longitudinales debidas a la fricción o deslizamiento en los apoyos.

3.1.5.6 Asentamientos diferenciales de Apoyos Adyacentes

D_{S1} : Las cargas generadas por el asentamiento del soporte.

3.2 Condiciones de servicio

La tubería a presión debe estar diseñada para las combinaciones de carga incluidas en cada una de las condiciones de la Tabla 2.

3.2.1 Condición normal

Las cargas de condición normal y combinaciones de carga consisten en una de las tres presiones normales, cargas muertas, cargas vivas, cargas térmicas, y cargas de fricción que figuran en los tres casos que se muestran en la Tabla 2. Los esfuerzos permisibles se muestran en la Sección 2.14.

3.2.2 Condición intermitente

Las cargas de condición intermitente y combinaciones de carga consisten en una de las tres presiones normales, tres presiones intermitentes, cargas muertas, cargas vivas, cargas sísmicas, cargas térmicas, y la fricción de cargas enumeradas para los once casos que se muestran en la Tabla 2. Los esfuerzos permisibles en esta condición se muestran en la Sección 2.14.

3.2.3 Condición de Emergencia

Las cargas de condición de emergencia y las combinaciones de carga consisten en la presión de emergencia, cargas muertas, cargas vivas, cargas de asentamiento diferencial, cargas térmicas, y cargas de fricción enumeradas para los tres casos mostrados en la Tabla 2. Los esfuerzos permisibles se muestran en la Sección 2.14.

3.2.4 Condición Excepcional

Las cargas y combinaciones de cargas para la condición excepcional consisten en una de las presiones normal, una presión excepcional, cargas muertas, cargas vivas, cargas sísmicas y cargas de fricción que se indican para los dos casos que se muestran en la Tabla 2. Los esfuerzos permisibles se muestran en la Sección 2.14.

3.2.5 Condiciones de Construcción

Las condiciones de construcción incluyen las cargas muertas, cargas vivas y cargas de manejo descritas en Sección 3.1.1. Esto incluye la fabricación de la tubería, almacenamiento, envío, manejo e instalación. La carga importante a considerar para esta condición es el peso propio de la tubería. Deben tomarse precauciones para evitar que se sobrecargue la carcasa debido a que la tubería soporta su propio peso. Además, se deben tomar medidas para prevenir la desviación excesiva de la tubería, en particular después de aplicar el revestimiento. El refuerzo interno puede ser usado para prevenir flexiones en la placa por una sobrecarga excesiva. Se puede usar soportes internos y correas de amarre si se requiere, para evitar daños en el revestimiento.

Las tuberías a presión o el revestimiento de túneles con placas de acero deber ser diseñadas tomando en cuenta las cargas que genera el vaciado del concreto.

Las cargas y combinaciones de cargas para las condiciones de construcción se muestran en la Tabla 2. Los esfuerzos permisibles se muestran en la Sección 2.14.

3.2.6 Prueba hidrostática

Las cargas y combinaciones de cargas para la condición de prueba hidrostática consisten en un caso que se muestra en la Tabla 2. Los esfuerzos permisibles para esta condición se muestran en la Sección 2.14.

3.3 Combinaciones de carga

En la Tabla 2 se muestran las combinaciones de carga que se deben considerar para las diferentes condiciones a las que puede estar sometida la tubería a presión.

Tabla 2.- Combinaciones de cargas para condiciones de servicios

CARGA	NORMAL			INTERMITENTE											EMERGENCIA			EXCEPCIONAL		CONSTRUCCION	PRESIONES DE PRUEBA	
	1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	1	2	1	1	
PN1	•			•															•			
PN2		•			•	•																
PN3			•					•														
PI1									•	•												
PI2											•	•										
PI3													•	•								
PEM1															•	•	•					
PEX1																		•				
PT1																					•	
DL1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
DL2	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
DL3													•	•								•
DL4	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
DL5	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
LL1					•		•		•		•		•			•					•	
LL2	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
LL3	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
EQ1				•		•		•		•		•		•							•	
EQ2																					•	
DS1																•						
TL1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
TL2													•	•								
EJL	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
SFL	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
PC1																					•	
PC2																					•	
PC3																					•	

4 CRITERIOS DE DISEÑO

4.1 Principios del método de análisis por elementos finitos

4.1.1 Introducción al Método de Elementos Finitos

El método de elementos finitos, es un método numérico para la solución de problemas de ingeniería hoy comúnmente empleado para la resolución de problemas que involucran un alto grado de complejidad, de matemáticas aplicadas así como las fisicomatemáticas, ya que la gran mayoría de los problemas que se presentan en estas áreas, comúnmente involucran geometrías complejas, cargas no distribuidas y determinación de propiedades de materiales, por lo que generalmente no es posible obtener alguna solución analítica directamente de expresiones matemáticas.

Entre las áreas de la fisicomatemática y la ingeniería en las que el uso del método de elementos finitos es aplicado para la solución de problemas destacan: el análisis de estructuras, problemas de transferencia de calor, flujo de fluidos, así como el cálculo de potencial electromagnético.

Se entiende por solución analítica a aquellas expresiones matemáticas que arrojan valores para alguna determinada incógnita, la cual es válida a lo largo del cuerpo estudiado y por lo tanto, es válida también en cualquier sección del cuerpo en un número infinito de locaciones dentro del cuerpo. Estas soluciones analíticas, generalmente requieren la solución de ecuaciones diferenciales ya sean parciales u ordinarias, las cuales, debido a que se analizan geometrías complejas, cargas no distribuidas y determinación de propiedades de materiales, no son posibles de resolver.

Sin embargo la formulación que se propone por medio del uso del método de elementos finitos, permite que el problema sea planteado como una serie de ecuaciones algebraicas simultaneas, en lugar de requerir la resolución de ecuaciones diferenciales complejas, pero, dado que el problema tiene que ser “**discretizado**”, este método numérico, al igual que todos los métodos numéricos,

arrojan valores aproximados de las incógnitas en un número finito de locaciones dentro del cuerpo, las cuales dependen directamente, del número de elementos usados para la discretización de la pieza.

Discretización, es el proceso de modelación de un cuerpo que consiste en la división equivalente del mismo, en un sistema conformado por cuerpos más pequeños (elementos finitos) interconectados por medio de puntos comunes o nodos, los cuales forman superficies y se comportan como volúmenes de control independientes, los que a su vez son afectados por las condiciones de frontera que afecten al cuerpo estudiado como un todo. Durante la aplicación del método de elementos finitos, en lugar de intentar resolver el problema como un todo en una sola operación, se divide el cuerpo del problema en un número finito de elementos, los cuales a su vez se resuelven simultáneamente y se obtienen el resultado de un todo conformado por cada resultado arrojado por los elementos finitos.

4.1.2 Introducción a la Notación Matricial

La siguiente investigación y por así cumplir con las necesidades de esta tesis, no pretende explicar las bases de la matemática matricial, más bien pretende dar una visión general de algunos conceptos útiles para la cimentación de los conceptos del método de elementos finitos que discutiremos más tarde en este mismo capítulo.

Los Métodos matriciales, son una herramienta necesaria cuando se habla del método de elementos finitos, ya que dada la magnitud de ecuaciones que comúnmente se emplean, es necesaria la simplificación de las ecuaciones de los elementos de rigidez y una de sus más grandes aplicaciones, es sin duda, la programación, ya que para propósitos de la misma, los métodos matemáticos de uso de matrices para la solución de sistemas de ecuaciones dada la simplicidad de su notación y su fácil implementación en algoritmos.

Una matriz, se define como un arreglo rectangular de cantidades, las cuales se disponen en columnas y filas, dichos arreglos de cantidades, son comúnmente

usados para auxiliar en la expresión y solución de sistemas algebraicos de ecuaciones.

4.1.3 El papel de la Computadora en la solución de Matrices

Como ya ha sido mencionado anteriormente, a principios de los años 50, los métodos matriciales y su asociación al método de elementos finitos, no estaba listo para la solución de problemas complicados. A pesar de que el método de elementos finitos ya había sido empleado para describir estructuras complejas, las cuales requerían la solución de una gran cantidad de ecuaciones algebraicas asociadas a la modelación del fenómeno empleando dicha técnica para el análisis estructural, la obtención de una solución estructural por medio del método de elementos finitos, se tornaba extremadamente difícil de resolver y por ende, de aplicar, por lo que pese a que la modelación de estructuras y el entendimiento de las matemáticas de estructuras estaba bien cimentado en la descripción del fenómeno físico, el método resultaba impráctico. No fue hasta el advenimiento de la computadora, cuando la solución de miles de ecuaciones en cuestión de minutos se hizo posible.

El desarrollo de la computadora, impulso el desarrollo de nuevas tecnologías de software. Un gran número de programas enfocados a la solución de problemas generales y especiales fueron escritos para la solución de problemas estructurales.

De manera general, para ocupar una computadora, el diseñador una vez definido el modelo de elementos finitos a estudiar, alimenta el ordenador con la información necesaria para la realización del cálculo.

Esta información puede incluir la posición coordinada de los nodos, la manera en la que se interconectan los nodos, las condiciones de frontera, las fuerzas aplicadas, las restricciones y el tipo de análisis a realizar. De esta información, la computadora genera las ecuaciones necesarias para resolver el sistema y lleva a cabo el análisis.

4.1.4 Aspectos Generales del Método de Elementos Finitos

En esta sección, se presenta de manera general, los pasos a seguir que intervienen durante la formulación y la solución de problemas de ingeniería empleando del método de elementos finitos. Por razones de simplicidad y a forma de una descripción introductoria, los pasos a continuación descritos, solo ejemplifican el caso del análisis estructural, ya que análisis de transferencia de fluidos y de calor para casos de cumplir con los objetivos planteados por esta tesis, no serán cubiertos.

Típicamente, para el análisis de un problema estructural de esfuerzos, el ingeniero analista, busca la determinación de esfuerzos y desplazamientos en la estructura estudiada, la cual se encuentra en equilibrio y a que es sometida a cargas determinadas. Para la gran mayoría de los análisis estructurales, es difícil determinar la distribución de deformaciones usando métodos convencionales por lo que el método de elementos finitos entra en escena.

Existen dos acercamientos generales asociados al entendimiento y aplicación del método FEA (Finite Element Method). El primer acercamiento, es llamado el método de FUERZA o FLEXIBILIDAD, el cual se basa en el uso de fuerzas internas como las incógnitas del problema. Para la obtención de las ecuaciones gobernantes, tienen que emplearse primero las ecuaciones de equilibrio. Después es necesario introducir ecuaciones adicionales generadas por las ecuaciones de compatibilidad. El resultado es el arreglo de ecuaciones algebraicas redundantes que determinan las fuerzas internas desconocidas. El segundo acercamiento del método, es el llamado método de DESPLAZAMIENTO, o método de RIGIDEZ, el cual asume el desplazamiento de nodos como las incógnitas del problema.

Por requerimiento del método de RIGIDEZ, se necesita que los elementos estudiados se interconecten por nodos comunes entre sí, a lo largo de un eje común o una superficie común de tal manera que aun después de que la deformación se presente, los nodos permanezcan conectados al nodo común. Las

ecuaciones gobernantes son expresadas en términos de desplazamientos nodales usando las ecuaciones de equilibrio en cada nodo, de tal forma que al se pueda aplicar la ley de relaciona la fuerza con los desplazamientos.

Estos dos acercamientos, resultan en dos diferentes incógnitas (fuerzas y desplazamientos) en el análisis y el uso de diferentes matrices asociadas a sus planteamientos (flexibilidad y rigidez). Como ya ha sido mencionado, para aplicación de modelos computacionales a la solución de problemas, el método por matrices de rigidez, es mucho más fácil de implementar ya que el planteamiento del problema es mucho más sencillo. Sin embargo la vasta mayoría de programas de aplicación general para la solución de problemas estructurales empleando el método de elementos finitos, ha incorporado planteamientos de desplazamientos para la solución de problemas.

El método de elementos finitos involucra la modelación de una estructura empleando pequeños elementos interconectados llamados elementos finitos. Una función de desplazamiento es asociada a cada elemento. Cada elemento interconectado, está ligado entre sí, directa o indirectamente a través de interfaces comunes, como lo pueden ser: nodos, superficies comunes, bordes.

Al usar incógnitas de propiedades de materiales en donde se estudie el esfuerzo / deformación, se puede determinar el comportamiento de un nodo determinado en términos de las propiedades de cualquier otro elemento en la estructura.

El arreglo total de ecuaciones, describen el comportamiento de cada nodo en una serie de ecuaciones algebraicas las cuales se expresan en notación matricial para su mejor entendimiento y menos complicada solución.

4.1.5 Aplicaciones del Método de Elementos Finitos

Existen diferentes aplicaciones del método de elementos finitos, que van desde el análisis de esfuerzos estructurales, la transferencia de calor y el análisis multifenómeno para la determinación de secuencias mecánicas. El área de elementos finitos es un campo en continuo desarrollo y día a día diversos investigadores están desarrollando nuevas aplicaciones.

4.1.6 Introducción al Método de Rigidez de Elementos Finitos.

Durante el presente texto, se hará la introducción a las bases del método de rigidez. El método de resortes lineales será descrito primero ya que este provee de los conceptos básicos para el entendimiento del método de la rigidez. Primero comenzaremos con la matriz de rigidez y después llegaremos a los conceptos de la matriz de rigidez que describan el comportamiento lineal y elástico de un elemento de resorte. Después se ilustrará como crear un ensamble total de la matriz de rigidez para elementos estructurales compuestos por elementos de resorte usando los principios mecánicos de equilibrio y compatibilidad. Es importante mencionar que dicho ensamble matricial es obtenido a partir de la superposición de matrices de rigidez que describen el comportamiento de los elementos elásticos que intervienen de forma directa en el sistema. A esta técnica de ensamble de matrices se le conoce con el nombre de “Método de rigidez directo”.

Una vez definido los conceptos del ensamble de la matriz de rigidez, se ilustrará como aplicar las condiciones de frontera para los casos homogéneos y no homogéneos. Después se explicará cómo obtener la solución completa del sistema matricial de los desplazamientos nodales y las reacciones obtenidas.

Más adelante también veremos una breve descripción del concepto de energía potencial mínima, el cual se aplica para lograr obtener las ecuaciones de los elementos de tipo resorte y se usa para resolver problemas de ensambles elásticos.

4.1.7 Definición de la Matriz de Rigidez

Para un mejor entendimiento de la matriz de rigidez es esencial entender que es el método de rigidez. Se define matriz de rigidez como el elemento K , el cual es la matriz que conforma la ecuación $F=KD$ donde K se relaciona con las coordenadas locales del desplazamiento D en donde afectan las fuerzas f para un solo elemento.

En un medio continuo o una estructura compuesta por una serie de elementos elásticos, la matriz de rigidez “ K ” relaciona las coordenadas globales (x, y, z), los desplazamientos nodales “ D ” y las fuerzas globales “ F ” de todo el medio o la estructura. Es importante recalcar que esta matriz global esta referenciada a la matriz que describe el comportamiento local para cada elemento que conforma todo del sistema.

$$\{F\} = [K]\{d\}$$

4.1.8 Forma de Obtención de la Matriz de Rigidez para elementos de Resorte.

Usando el acercamiento de equilibrio directo, ahora describiremos la forma de obtención de la matriz de rigidez para un sistema de resorte lineal unidimensional, un resorte que obedece a la Ley de Hooke, la cual solo resiste fuerzas en la dirección de elemento elástico. Las fuerzas nodales locales son F_{1x} , F_{2x} para un elemento de resorte asociado al eje local X . el eje local actúa en la dirección de resorte de tal forma que nosotros podemos medir de forma directa que son causados por las fuerzas a lo largo del resorte. Los desplazamientos nodales locales son de $1x$ y $2x$ para un elemento de resorte. Estos desplazamientos nodales son llamados “Grados de libertad de cada nodo”. Una dirección positiva para las fuerzas y desplazamientos de cada nodo van en dirección del eje. El símbolo k es conocido como la Constante de elasticidad o la Rigidez de un resorte. Analogías a las constantes de resorte son comúnmente aplicadas en problemas de ingeniería.

Una vez que se ha definido el sistema que conforma un resorte sus ejes

coordinados, las fuerzas y los desplazamientos que lo afectan el paso que sigue es el desarrollar las relaciones entre las fuerzas nodales y los desplazamientos para el elemento resorte. Estas relaciones se ilustran por medio de ecuaciones matriciales siguiendo la ley de Hooke, a este conjunto se le conoce como “Matriz de Rigidez”.

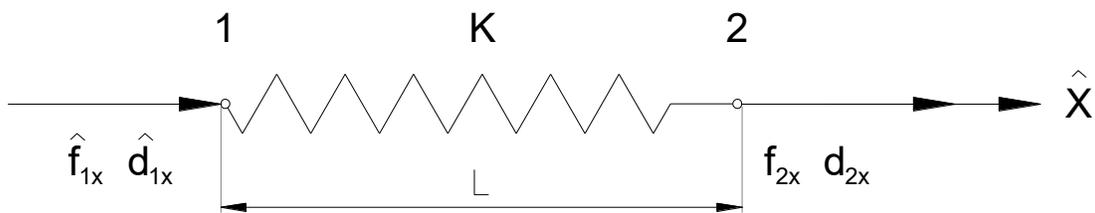


Figura 2.- Comportamiento de un elemento elástico

$$\begin{pmatrix} f_{1x} \\ f_{2x} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{2x} \end{Bmatrix}$$

La matriz de rigidez que se describe en la Figura 2 ejemplifica el comportamiento de un solo elemento elástico que actúa en una sola dimensión o unidimensional, pero es importante tener en mente que para tener soluciones aplicables, las matrices de rigidez se componen de más elementos. Durante este texto se hace la introducción al ensamble de matrices de rigidez de distintos elementos elásticos interconectados.

4.1.9 Ensamble de Elementos de Resorte

Estructuras como las armaduras, marcos de edificios y puentes, conforman lo que es conocido como Elementos estructurales. Para analizar estos elementos, primero tenemos que determinar la rigidez total de la estructura para obtener la rigidez de sistemas interconectados de elementos. Antes de considerar una armadura o un cuadro, nosotros determinaremos la matriz de rigidez total en un ensamble de resortes, empleando matrices de fuerza-desplazamiento, según las leyes de equilibrio. A continuación se describe un ejemplo que nos mostrara el ensamble de dos resortes.

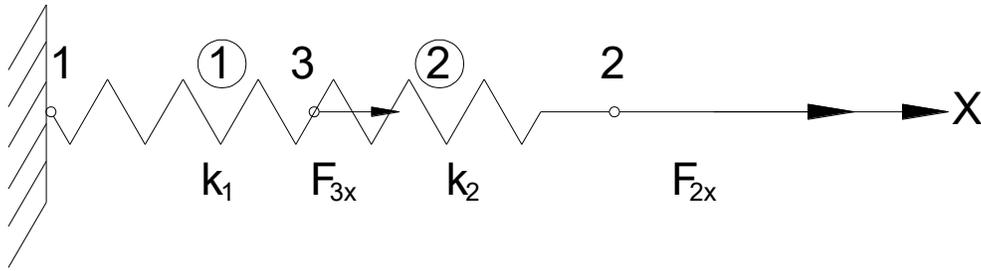


Figura 3.- Ensamble de dos resortes

Este ejemplo también nos mostrara el uso del principio de equilibrio directo para obtener matrices de rigidez. Como se muestra en la Figura 3 el nodo 1 del elemento 1 esta empotrado y se aplica una fuerza axial sobre el nodo 3 que interconecta los elementos 1 y 2 y también se aplica una fuerza en el nodo 2 del elemento 2. El eje X será el eje global del ensamblaje y debemos tomar en cuenta que el eje x representa el eje local para cada elemento el cual para este caso específico coincide con el eje global. Para el elemento 1 obtenemos la siguiente Ecuación 1.

$$\begin{pmatrix} f_{1x} \\ f_{3x} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x}^{(1)} \\ d_{3x}^{(1)} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 1

Para el elemento 2 obtenemos la siguiente Ecuación 2 como podemos apreciar el elemento 1 y 2 se conectan por el nodo común 3 a través de su desplazamiento, ha este principio se le conoce como continuidad o compatibilidad.

$$\begin{pmatrix} f_{3x} \\ f_{2x} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{3x}^{(2)} \\ d_{2x}^{(2)} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 2

Diagramas de cuerpo libre para cada elemento son usados para establecer la convención de signos para cada elemento nodal de tal forma que el sistema mantenga su equilibrio. La tercera ley de Newton que ilustra que a cada fuerza le resiste una fuerza de igual magnitud y de sentido contrario es aplicada en cada nodo para obtener la siguiente Ecuación 3, las cuales en lenguaje matricial son

Ecuación 4, un arreglo numérico dependiendo de los grados de libertad nos arroja la siguiente matriz Ecuación 5, las cuales expresadas siguiendo la ley de Hooke, nos dan las siguientes matrices.

$$F_{3x} = (-k_1 d_{1x} + k_1 d_{3x}) + (-k_2 d_{3x} + k_2 d_{2x})$$

$$F_{2x} = -k_2 d_{3x} + k_2 d_{2x}$$

$$F_{1x} = -k_1 d_{1x} + k_1 d_{3x}$$

Ecuación 3

$$\begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{2x} \\ F_{1x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & -k_1 \\ -k_2 & k_2 & 0 \\ -k_1 & 0 & k_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{3x} \\ d_{2x} \\ d_{1x} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 4

$$\begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & -k_1 \\ 0 & k_2 & -k_2 \\ -k_1 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{2x} \\ d_{3x} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 5

De esta forma es como se obtiene las matrices de rigidez para cada elemento dado que el eje local coincide con el eje global de cada elemento pero cabe recalcar que si no hubiera sido de esta forma se hubiera obtenido relaciones trigonométricas para describir cada fuerza.

4.1.10 Ensamble de la Matriz de Rigidez por Superposición.

Ahora nosotros consideraremos un método más convencional para la construcción de la matriz total de rigidez. Este método se basa en la súper posición de matrices de rigidez de elementos que conforman la estructura. Siguiendo con nuestro ejemplo del ensamble de dos resortes tenemos las siguientes matrices Ecuación 6.

$$k^{(1)} = \begin{bmatrix} & d_{1x} & d_{3x} \\ k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{3x} \end{Bmatrix}$$

$$k^{(2)} = \begin{matrix} & d_{3x} & d_{2x} \\ \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} & \begin{matrix} d_{3x} \\ d_{2x} \end{matrix} \end{matrix}$$

Ecuación 6

Las dos matrices que describen la rigidez de nuestro ejemplo de dos resortes, no están asociadas con el mismo grado de libertad; esto es, el elemento uno es asociado con los desplazamientos axiales de los nodos 1 y 3 mientras que el elemento 2 es asociado a los desplazamiento axiales de los nodos 2 y 3 . Por esta razón las matrices no pueden ser sumadas en superposición en su estado actual. Para sobreponer las matrices nosotros debemos expandirlas al orden de la matriz total de rigidez que describe la estructura de tal forma que cada matriz de rigidez este 40 asociada a todos los grados de libertad del sistema. Para expandir las matrices de rigidez de elementos al orden de la matriz total de rigidez nosotros simplemente añadimos columnas y filas de ceros en aquellas direcciones de los desplazamientos no involucrados a ese elemento en particular.

$$k_1 \begin{matrix} & d_{1x} & d_{2x} & d_{3x} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} d_{1x}^{(1)} \\ d_{2x}^{(1)} \\ d_{3x}^{(1)} \end{matrix} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} f_{1x}^{(1)} \\ f_{2x}^{(1)} \\ f_{3x}^{(1)} \end{matrix} \end{matrix}$$

Ecuación 7

$$k_1 \begin{matrix} & d_{1x} & d_{2x} & d_{3x} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} d_{1x}^{(2)} \\ d_{2x}^{(2)} \\ d_{3x}^{(2)} \end{matrix} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} f_{1x}^{(2)} \\ f_{2x}^{(2)} \\ f_{3x}^{(2)} \end{matrix} \end{matrix}$$

Ecuación 8

Para el elemento 1, nosotros tenemos la siguiente matriz expandida Ecuación 7. Y para el elemento 2 tenemos la siguiente matriz expandida Ecuación 8. Ahora consideraremos el equilibrio de fuerzas en cada nodo que resulta en Ecuación 9, lo cual expresado en forma matricial y empleando las ecuaciones expandidas de cada elemento tenemos la siguiente Ecuación 10. Como vimos a lo largo de este ejemplo fue relativamente fácil expandir las matrices de los elementos y sobreponerlas para lograr obtener la matriz total. Sin embargo para problemas que involucran un mayor número de grados de libertad este procedimiento se vuelve tedioso.

$$\begin{Bmatrix} f_{1x}^{(1)} \\ 0 \\ f_{3x}^{(1)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ f_{2x}^{(2)} \\ f_{3x}^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 9

$$\begin{bmatrix} k_1 & 0 & -k_1 \\ 0 & k_2 & -k_2 \\ -k_1 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{2x} \\ d_{3x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 10

De forma simplificada y una vez que se observan las bases de la expansión de matrices es preferible usar una superposición de columnas y filas las cuales son nombradas de acuerdo a los grados de libertad asociado a ellas para después ser puestas en su respectivo lugar de la matriz total. De esta forma se evitan errores como lo ejemplifica la siguiente matriz Ecuación 11.

$$k = \begin{matrix} & d_{1x} & d_{2x} & d_{3x} \\ \begin{bmatrix} k_1 & 0 & -k_1 \\ 0 & k_2 & -k_2 \\ -k_1 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} & \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{2x} \\ d_{3x} \end{Bmatrix} \end{matrix}$$

Ecuación 11

4.1.11 Condiciones de Frontera y Solución del sistema.

Es necesario expresar las condiciones de frontera que afectan los modelos estructurales como lo es nuestro ensamble de resortes, ya que si no se especifican de forma adecuada las restricciones dinámicas o la condición de soporte la estructura tendrá la libertad de moverse como un cuerpo rígido y no ofrecerá resistencia a las cargas aplicadas.

Existen dos tipos de condiciones de frontera, las homogéneas, que son las que comúnmente ocurren en lugares fijos o empotrados y las no homogéneas, las cuales se encuentran comúnmente en asientos o soportes, lo que significa que tenemos una tendencia de movimiento hacia la dirección libre.

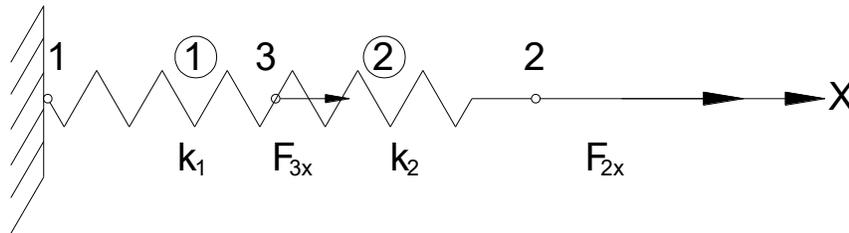


Figura 4.- Ensamble de dos resortes

Para ilustrar estos dos tipos de condiciones de frontera, retomemos nuestro ejemplo de los dos resortes Figura 4. Primero consideraremos el caso de condiciones de frontera homogéneas ya que esto significa que el desplazamiento en ese nodo es cero, dado que esta fijo, por lo que tenemos la siguiente matriz Ecuación 12. La cual por simplificación nos arroja Ecuación 13. Como podemos apreciar las condiciones homogéneas nos ayudan a eliminar filas y columnas asociadas a las entidades donde el desplazamiento es cero. Gracias a esta simplificación podemos resolver la matriz en forma directa y obtener las reacciones en el sistema como lo muestra la siguiente Ecuación 14.

$$\begin{bmatrix} k_1 & 0 & -k_1 \\ 0 & k_2 & -k_2 \\ -k_1 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ d_{2x} \\ d_{3x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 12

$$\begin{aligned}
 k_1(0) + (0)d_{2x} - k_1d_{3x} &= F_{1x} \\
 0(0) + k_2d_{2x} + k_2d_{3x} &= F_{2x} \\
 k_1(0) - k_2d_{2x} + (k_1 + k_2)d_{3x} &= F_{3x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{2x} \\ d_{3x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 13

$$\begin{Bmatrix} d_{2x} \\ d_{3x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_1} & \frac{1}{k_1} \\ \frac{1}{k_1} & \frac{1}{k_1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 & 0 & -k_1 \\ 0 & k_2 & -k_2 \\ -k_1 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ d_{2x} \\ d_{3x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 14

Sin embargo cuando se especifica una ecuación de frontera no homogénea no se pueden borrar arbitrariamente las columnas asociadas a la condición de frontera como lo hicimos para las condiciones homogéneas. Para condiciones de frontera no homogéneas nosotros debemos en general, transformar los términos asociados con los desplazamientos conocidos del lado derecho a la matriz antes de resolver alguna incógnita de desplazamiento. Para resolver estas matrices, de forma general hacemos uso de la matemática matricial, de forma que las condiciones de soporte son abordadas partiendo las ecuaciones de equilibrio global, como lo muestra la siguiente Ecuación 15. Una vez obtenidas las ecuaciones que describen la restricción de movimiento en alguna dirección podemos resolver el sistema.

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

Ecuación 15

4.2 Teoría de Von Mises - Teoría de la energía de distorsión

Esta teoría de falla también se llama teoría de la energía de cortante o teoría de von Mises – Hencky. Aplicarla es solo un poco más difícil que aplicar la del esfuerzo cortante máximo, y es la más conveniente para el caso de materiales dúctiles. Como la del esfuerzo cortante máximo, esta se emplea solo para definir el principio de fluencia.

La teoría de la energía de distorsión se originó a partir de la observación de que materiales dúctiles, sometidos a esfuerzos hidrostáticos (de igual tensión o compresión), tenían resistencia de fluencias muy superiores a los valores obtenidos por el ensayo a tensión simple. Así, se postuló que la fluencia no era, de ninguna manera, un fenómeno de tensión o de compresión simples, sino más bien que estaba relacionada de algún modo con la **distorsión** (o deformación angular) del elemento esforzado. Ahora bien, una de las primeras teorías de la falla afirmaba que la fluencia se inicia cuando la energía total de deformación almacenada en el elemento esforzado llega a ser igual a la energía elástica que hay en un elemento contenido en la probeta de tensión en el punto de fluencia:

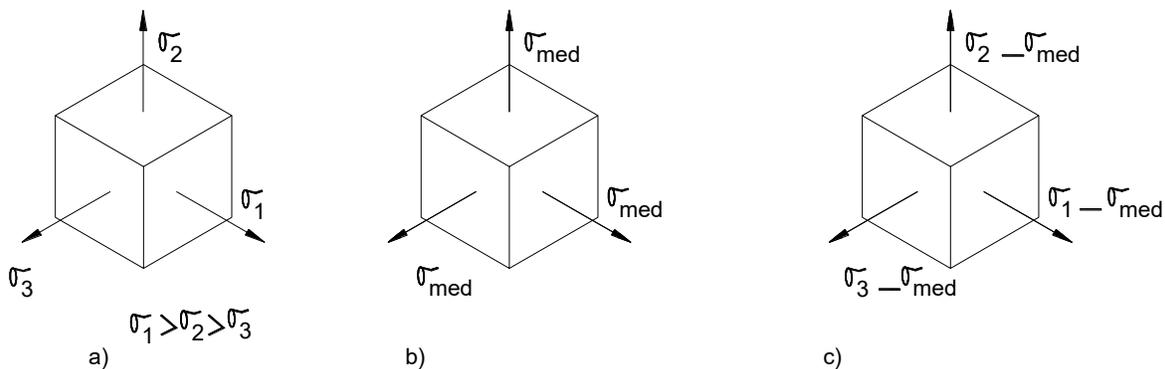


Figura 5.- ejes locales de los solidos

- Elemento en estado de esfuerzo triaxial, en este se produce cambio de volumen y distorsión.
- Elemento en estado de tensión hidrostática, en el que solo hay cambios de volumen.
- Elemento en que solo se produce deformación angular sin cambio de volumen.

Esta teoría, denominada teoría de la energía máxima de deformación, ha dejado de utilizarse pero fue precursora de la teoría de la energía de distorsión. Se ha formulado el siguiente razonamiento: (¿por qué no considerar la energía total de deformación y restar de ella la energía utilizada, para producir únicamente un cambio de volumen? Así, la energía restante sería la correspondiente a la distorsión) Veamos cómo funciona esto.

La Figura 5a muestra un elemento en el que actúa esfuerzo tales;

$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. En el caso de un cubo unitario el trabajo efectuado en una de las direcciones principales es:

$$U_n = \frac{\sigma_n \varepsilon_n}{2}$$

Ecuación 16

Donde $n=1, 2, 3$. Por lo tanto, la energía total de deformación es:

$$u = u_1 + u_2 + u_3 = [1/(2E)][\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]$$

Ecuación 17

A continuación se definirá un esfuerzo medio:

$$\sigma_{med} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

Ecuación 18

Y se aplicara este esfuerzo a cada una de las direcciones principales de un cubo unitario (Figura 5b). Los esfuerzos restantes, $\sigma_1 - \sigma_{med}$, $\sigma_2 - \sigma_{med}$, $\sigma_3 - \sigma_{med}$ (Figura 5c), producirían únicamente distorsión. Sustituyendo σ_{med} en vez de $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ en la ecuación (b), se obtiene la cantidad de energía de deformación que solo produce cambio de volumen

$$u_v = \frac{1}{2E} [3\sigma_{med}^2 - 2\mu(3)\sigma_{med}^2] = \frac{3\sigma_{med}^2}{2E} (1 - 2\mu)$$

Ecuación 19

Si ahora se hace la sustitución $\sigma_{med}^2 = \left[(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3 \right]^2$ en la Ecuación 19 y se

simplifica la expresión, queda

$$u_v = \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_3\sigma_1)$$

Ecuación 20

Luego, para obtener la energía de distorsión, se resta la Ecuación 20 de la Ecuación 17. Con esto queda:

$$u_v = \frac{1-\mu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}{2} \right]$$

Ecuación 21

Obsérvese que la energía de distorsión es nula cuando $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$

En el caso de un ensayo a tensión simple $\sigma_1 = S_y$ y $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. Por lo tanto, la energía de distorsión es:

$$u_d = \frac{1+\mu}{3E} S^2 y$$

Ecuación 22

El criterio se obtiene igualando las ecuaciones $u_v = \frac{1-\mu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}{2} \right]$

Ecuación 21 y

$$2S^2 y = (\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2$$

Ecuación 23

Lo cual define la iniciación de la fluencia para un estado de esfuerzo triaxial. Si σ_1, σ_2 o σ_3 es cero, el estado de esfuerzo es biaxial. Sea entonces σ_A el mayor de los dos esfuerzos distintos de cero, y σ_B , el menor. La Ecuación 23 se reduce a:

$$S^2 y = \sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2$$

Ecuación 24

Para casos de torsión pura $\sigma_B = -\sigma_A$ y $\tau = \sigma_A$; en consecuencia.

$$S_{xy} = 0.577s_y$$

Ecuación 25

Al comparar la Ecuación 25, se observa que el criterio de energía de distorsión predice una resistencia de fluencia al cortante sensiblemente mayor que la predicha por la teoría del esfuerzo cortante máximo. ¿A qué conclusión se llegara al hacer una comparación con la resistencia de fluencia al cortante, evaluada según la teoría del esfuerzo normal máximo?

Para estudio de análisis y diseño conviene definir el concepto de esfuerzo de Von Mises a partir de la Ecuación 24, como:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_A^2 - \sigma_A\sigma_B + \sigma_B^2}$$

Ecuación 26

La ecuación correspondiente al estado de esfuerzo triaxial es

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

Ecuación 27

Es posible pasar por alto el análisis del círculo de Morh en el caso especial de flexión y torsión combinadas, cuando se determina el esfuerzo de Von Mises. Un círculo de Morh para tal estado de esfuerzo revelara que los dos principales distintos de cero son:

$$\sigma_A = \frac{\sigma_x}{2} + \tau_{xy} \quad , \quad \sigma_B = \frac{\sigma_x}{2} - \tau_{xy}$$

Ecuación 28

Cuando ambos esfuerzos se sustituyen en la Ecuación 26, resulta

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

Ecuación 29

5 ANÁLISIS Y DISEÑO DE LA TUBERÍA A PRESIÓN

5.1 Sistema de Unidades

Se usa el Sistema Internacional de Unidades (SI). Este sistema está desarrollado a base de la unidad de masa denominada Kilogramo (Kg) y utilizó como unidad de esfuerzos el Mega Pascal (MPa).

5.2 Descripción de la estructura

La conducción del agua contenida en el embalse se realiza de la obra de toma a la casa de máquinas por medio de una tubería metálica a presión del tipo superficial con atraques en los cambios de dirección significativos. Las dimensiones de la tubería son de 3,0 m de diámetro y una longitud aproximada de 87,42m.

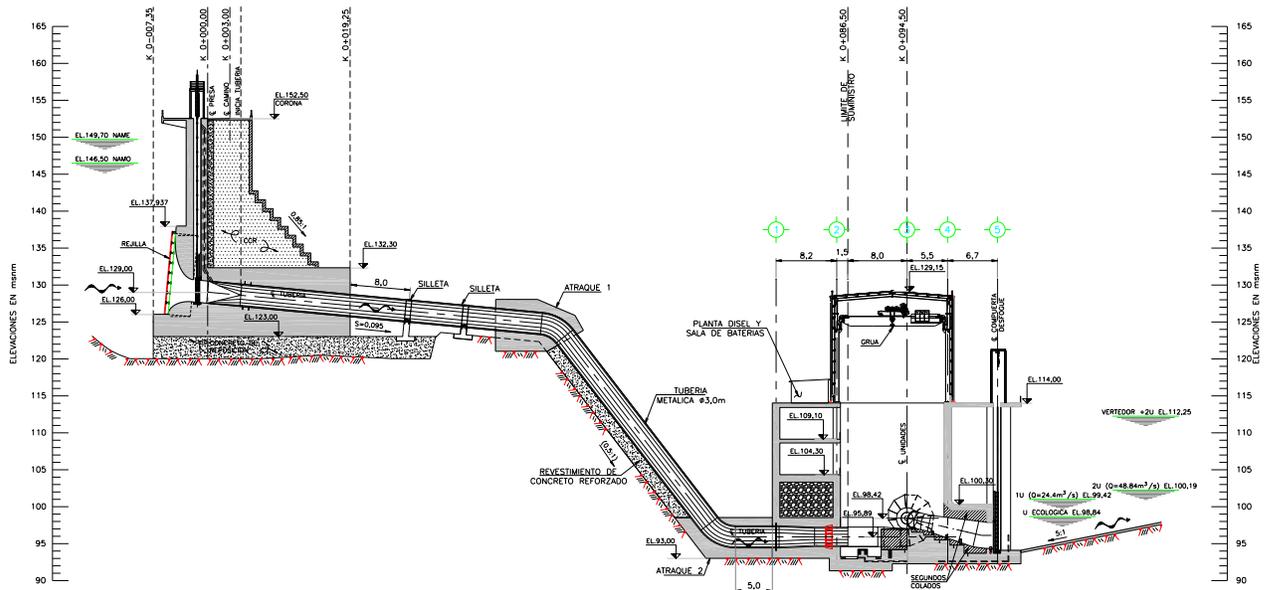


Figura 6.- Perfil Por eje de Tubería.

5.3 Materiales

Como datos de entrada, el programa de análisis estructural requiere las constantes de los materiales que conforman los elementos del modelo, como son módulo de elasticidad, peso volumétrico y relación de Poisson.

5.3.1 Acero ASTM 516 Gr 70

Propiedades	Símbolo	Magnitud	Unidades
Resistencia a la Tensión	f_y	412,00	MPa
Módulo de Elasticidad	E_s	200000,00	MPa
Relación de Poisson	μ_s	0,33	adimensional
Peso Volumétrico	γ_s	76,80	kN/m ³

5.3.2 Concreto

Propiedades	Símbolo	Magnitud	Unidades
Resistencia a la compresión simple:	f_c	24,52	MPa
Módulo de elasticidad:	E_c	23273,31	MPa
Relación de Poisson:	μ_c	0,20	adimensional

5.3.3 Concreto de reposición

Propiedades	Símbolo	Magnitud	Unidades
Resistencia a la compresión simple:	f_c	15,00	MPa
Módulo de elasticidad:	E_c	18203,02	MPa
Relación de Poisson:	μ_c	0,20	adimensional

5.4 Condiciones de carga

En los siguientes incisos se describen las cargas utilizadas en el modelo.

5.4.1 Cargas muertas (D)

5.4.1.1 Tubería

Peso propio de la Tubería el cual es estimado considerando las dimensiones de la tubería y su espesor. Peso volumétrico del acero $Y_s=76,80 \text{ KN/m}^3$.

5.4.1.2 Agua

Peso propio del Agua el cual es estimado considerando la geometría de la tubería y aplicado al modelo en la parte inferior de la tubería.

Peso volumétrico del agua $Y_w =9.81 \text{ KN/m}^3$.

5.4.2 Cargas de servicio (Pi)

La presión interna es la envolvente de las cargas normales de operación, cargas máximas de operación más el golpe de ariete cuando se presente un paro de las turbinas y se genere un rechazo de carga.

De los análisis del golpe de ariete se tomaron las presiones internas estáticas de operación, intermitentes por rechazos de carga a los niveles de agua en el embalse.

La carga de agua para la condición de carga estática se consideró como la diferencia entre los niveles EL. 146,50 de la condición normal y la elevación del eje de la tubería.

La carga de agua para la condición de presión máxima se consideró como la diferencia entre los niveles EL. 158,97 de la condición intermitente y la elevación del eje de la tubería.

A continuación se muestra esquemáticamente los anteriores valores:

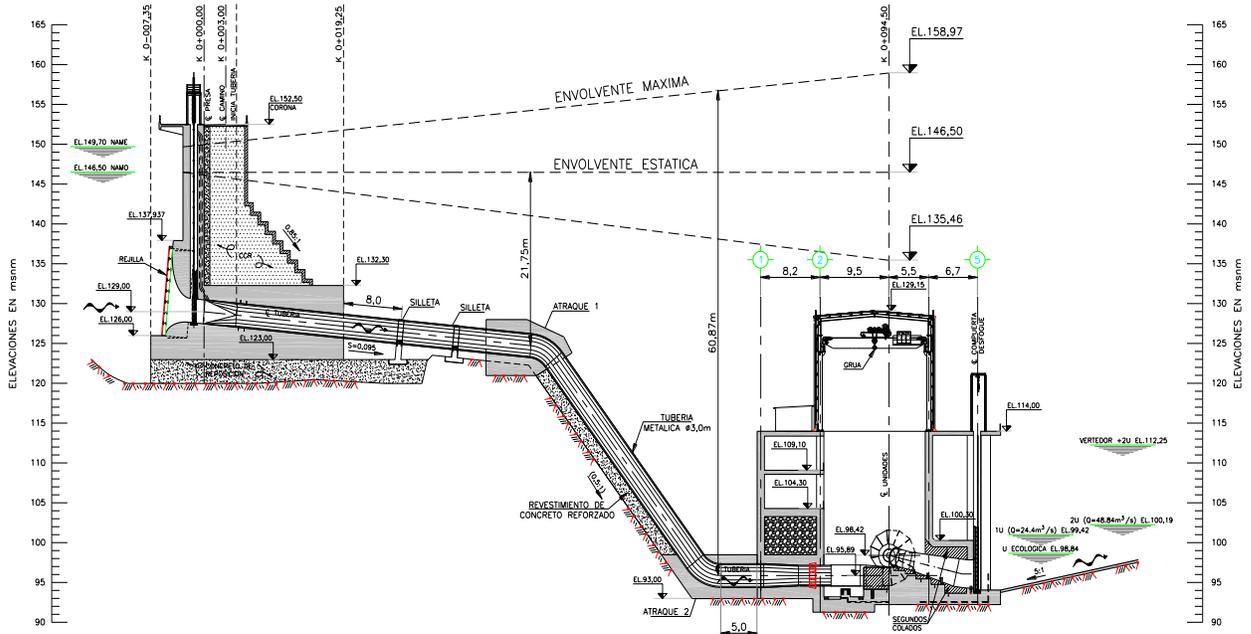


Figura 7.- Esquema de envoltente de presión.

5.4.3 Cargas vivas (L)

5.4.3.1 Viento (L_{L1})

Debido a que la tubería se encuentra lo suficientemente apoyada, se desprecia el efecto del viento.

5.4.3.2 Sismo (E_{Q1}, E_{Q2})

Para las fuerzas de sismo, se utilizó:

Sismo base de operación en dirección horizontal (SBO) = 0,18

Sismo máximo creíble en dirección horizontal (SMC) = 0,33

5.4.3.3 Sismo por carga muerta

La fuerza sísmica horizontal y vertical de la tubería y agua contenida en esta, se calculó con la siguiente ecuación.

$$P_e = W\alpha$$

Dónde:

P_e	=	Fuerza Sísmica
W	=	Peso de la tubería y agua
α	=	Coefficiente sísmico

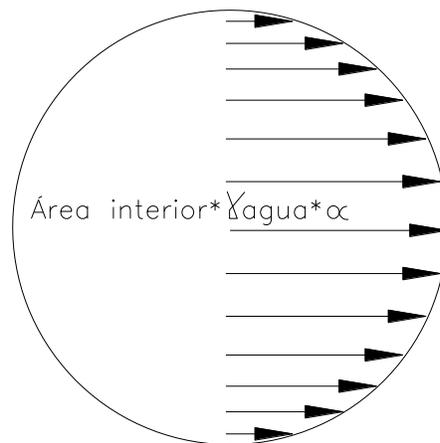


Figura 8.-Aplicación de carga sísmica del agua dentro la tubería

5.4.3.4 Cargas por temperatura (T)

Estas cargas se originan debido a los cambios de temperatura; se consideró un diferencial de temperatura de 10° C.

5.5 Combinaciones de cargas para el análisis

La Tubería a Presión se diseña tomando en cuenta las categorías establecidas en la Tabla 1 y que se resumen a continuación:

Tabla 3.- Combinaciones de Carga para análisis de la tubería

Combinación	Carga	Categoría
1	<ul style="list-style-type: none"> • Peso Propio • Peso propio del Agua • Presión interna para carga estática • Temperatura 	Normal
2	<ul style="list-style-type: none"> • Peso Propio • Peso propio del Agua • Presión interna para carga máxima • Temperatura 	Intermitente
3	<ul style="list-style-type: none"> • Peso Propio • Presión interna para carga estática • Sismo en dirección transversal MCE • Temperatura 	Excepcional
4	<ul style="list-style-type: none"> • Peso Propio • Sismo en dirección transversal SBO • Temperatura 	Construcción

5.6 Análisis estructural

5.6.1 Condiciones de frontera

En el contacto de la tubería con los atraques se consideraron apoyos elásticos (resortes), que simularon la interrelación concreto-acero, por medio de restricciones de los grados de libertad perpendiculares con la interfaz concreto-acero de acuerdo al procedimiento que a continuación se describe.

Con el objetivo de simular la interacción elástica, se utilizaron resortes que de acuerdo con los parámetros del medio, fueron calculados y aplicados en los nodos de forma radial y tangencial.

$$K_{sr} = \frac{Er}{R(1 + \mu)}$$

Dónde:

Coeficiente de reacción radial de la roca	K_{sr}	kN/m^3
Módulo de elasticidad de la roca	E_r	kN/m^2
Módulo de Poisson de la Roca	μ	adimensional
Radio de la sección analizada	R	m

5.6.1.1 Cálculo de resortes para concreto:

Sustituyendo valores:

$$K_{sr} = \frac{23273310 \text{ kN/m}^2}{(1,50\text{m})(1 + 0.20)} = 12929616,67 \text{ kN/m}^3$$

Para los apoyos en los nodos de la tubería se consideró su área de influencia y ángulo radial.

5.6.1.2 Cálculo de resortes para concreto de reposición:

Sustituyendo valores:

$$K_{sr} = \frac{18203000 \text{ kN/m}^2}{(1,50\text{m})(1 + 0.20)} = 10112777,78 \text{ kN/m}^3$$

Para los apoyos en los nodos de la tubería se consideró su área de influencia y ángulo radial.

Tabla 4. Apoyos para obra de toma (Concreto).

Ksr circular (kN/m³)	Área de aplicación (m²)	Ksr por nodo (kN/m)	Angulo (°)	Kx (kN/m)	Ky (kN/m)
12929616.67	0.04	517184.67	7.50	512760.08	67506.15
12929616.67	0.04	517184.67	15.00	499562.03	133857.24
12929616.67	0.04	517184.67	22.50	477816.33	197918.00
12929616.67	0.04	517184.67	30.00	447895.06	258592.33
12929616.67	0.04	517184.67	37.50	410310.18	314842.08
12929616.67	0.04	517184.67	45.00	365704.78	365704.78
12929616.67	0.04	517184.67	52.50	314842.08	410310.18
12929616.67	0.04	517184.67	60.00	258592.33	447895.06
12929616.67	0.04	517184.67	67.50	197918.00	477816.33
12929616.67	0.04	517184.67	75.00	133857.24	499562.03
12929616.67	0.04	517184.67	82.50	67506.15	512760.08

Tabla 5. Apoyos para atraque 1 y 2 (Concreto).

Ksr circular (kN/m³)	Área de aplicación (m²)	Ksr por nodo (kN/m)	Angulo (°)	Kx (kN/m)	Ky (kN/m)
12929616.67	0.04	517184.67	7.50	512760.08	67506.15
12929616.67	0.04	517184.67	15.00	499562.03	133857.24
12929616.67	0.04	517184.67	22.50	477816.33	197918.00
12929616.67	0.04	517184.67	30.00	447895.06	258592.33
12929616.67	0.04	517184.67	37.50	410310.18	314842.08
12929616.67	0.04	517184.67	45.00	365704.78	365704.78
12929616.67	0.04	517184.67	52.50	314842.08	410310.18
12929616.67	0.04	517184.67	60.00	258592.33	447895.06
12929616.67	0.04	517184.67	67.50	197918.00	477816.33
12929616.67	0.04	517184.67	75.00	133857.24	499562.03
12929616.67	0.04	517184.67	82.50	67506.15	512760.08

Tabla 6. Apoyos para recubrimiento (Concreto de reposición).

Ksr circular (kN/m ³)	Área de aplicación (m ²)	Ksr por nodo (kN/m)	Angulo (°)	Kx (kN/m)	Ky (kN/m)
10112777.78	0.04	404511.11	7.50	401050.46	52799.30
10112777.78	0.04	404511.11	15.00	390727.73	104695.18
10112777.78	0.04	404511.11	22.50	373719.54	154799.70
10112777.78	0.04	404511.11	30.00	350316.90	202255.56
10112777.78	0.04	404511.11	37.50	320920.24	246250.76
10112777.78	0.04	404511.11	45.00	286032.55	286032.55
10112777.78	0.04	404511.11	52.50	246250.76	320920.24
10112777.78	0.04	404511.11	60.00	202255.56	350316.90
10112777.78	0.04	404511.11	67.50	154799.70	373719.54
10112777.78	0.04	404511.11	75.00	104695.18	390727.73
10112777.78	0.04	404511.11	82.50	52799.30	401050.46

5.6.2 Geometría

Se realizó el análisis estructural de la tubería, mediante la utilización de un modelo tridimensional con placas del tipo rectangular; cada elemento quedó definido por cuatro nudos.

El modelo de análisis y diseño Estructural de la tubería quedó conformado por:

Número de elementos Placa 27367

Número de nudos 25676

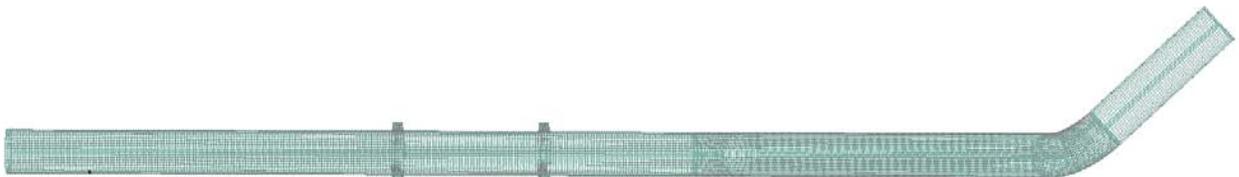


Figura 9.- Modelo tubería a presión-planta

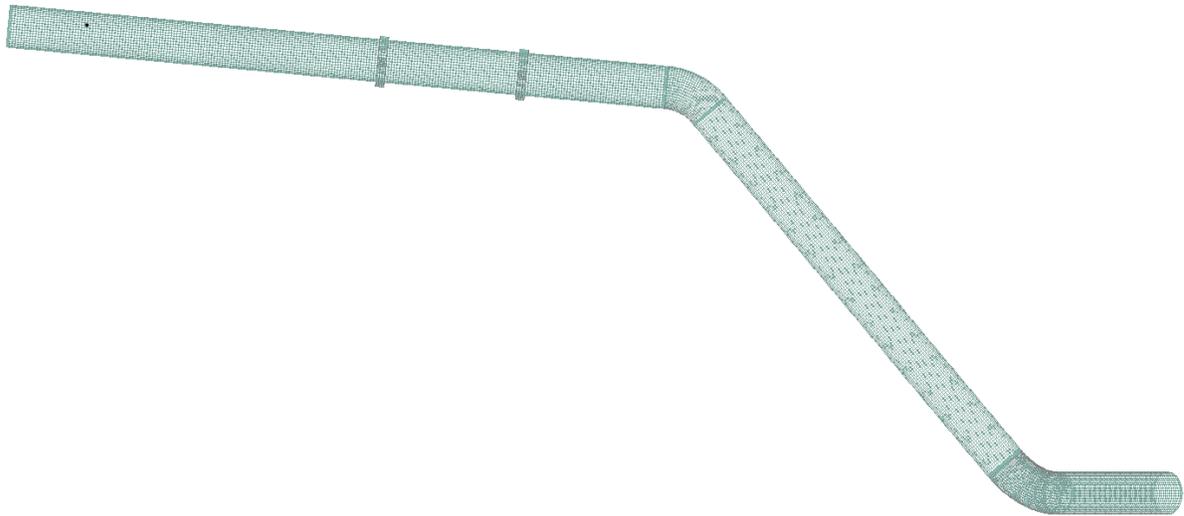


Figura 10.- Modelo tubería a presión-perfil



Figura 11.- Modelo tridimensional tubería a presión

5.7 Diseño estructural

5.7.1 Esfuerzos permisibles

El diseño estructural de la tubería se realizó conforme a los lineamientos establecidos en el inciso 2.14. El esfuerzo permisible para el caso de la condición de presión normal debe ser el menor de 1/3 de la resistencia a tensión o 2/3 de la resistencia a la fluencia, considerando un acero estructural ASTM A-516 grado 70 con resistencia a la tensión de $F_t=482,55$ MPa y resistencia a la fluencia de $F_y=261,86$ MPa, el esfuerzo permisible será igual a:

$$\sigma_{per} = \frac{F_t}{3} = 160.85 \text{ Mpa}$$

O

$$\sigma_{per} = \frac{2F_y}{3} = 174.57 \text{ Mpa}$$

Para el caso de la condición de presión intermitente, específica factores de incremento para los esfuerzos permisibles, tal y como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 7.- Factores de Incremento de esfuerzos Permisibles (K)

Combinación de carga	Factor K	Esfuerzo permisible $K * \sigma_{per}$
Condición normal	1,00	160,85 MPa
Condición intermitente	1,33	213,93 MPa
Condición excepcional	2,50	402,12 MPa
Condición construcción	1,33	213,93 MPa

5.7.2 Espesores mínimos de la placa.

De acuerdo al diámetro de la tubería se determinan espesores mínimos para el buen funcionamiento de la misma, y con estos espesores calculados se puede iniciar las iteraciones en el software con el fin de determinar el espesor que resista las cargas a las que estará sometida la tubería.

5.7.2.1 Espesor mínimo por manejo

El espesor mínimo de pared del tubo por manejo para tuberías mayores a 54 pulgadas de diámetro es:

Formula Del Bureau of Reclamation.

$$t_m = \frac{D + 20}{400}$$

Dónde:

D = Es el diámetro nominal de la tubería (in)

t_m = Es el espesor mínimo de pared por manejo (in)

Aplicando la expresión nos resulta:

$$D = 300\text{cm} = 118,1\text{in}$$

$$t_m = \frac{D + 20}{400} \quad t_m = (118,1\text{in} + 20) / 400 = 0,345\text{in} = \mathbf{8,76\text{mm}}$$

5.7.2.2 Espesor por vibración

El espesor debe ser adecuado para resistir vibraciones por el paso del flujo:

$$t_m = 0.0025D + 1.2 \quad \text{Para velocidades menores a 5m/s}$$

$$t_m = 0.00385D + 3.1 \quad \text{Para velocidades mayores a 5m/s}$$

Dónde:

D = Es el diámetro nominal de la tubería (mm)

t_m = Es el espesor mínimo por vibración (mm)

Para nuestro caso tenemos:

D = 3.0m = 3,000 mm, y una velocidad en la tubería de aprox. 3.6m/seg, < 5m/s, por lo que aplica:

$$t_m = 0.0025 (3000) + 1.2 = 7.5 + 1.2 = \mathbf{8,7\text{mm}}$$

5.7.2.3 Espesor de la tubería por presión interna

Los esfuerzos circunferenciales ocasionados por presión interna se calcularon con la siguiente ecuación.

$$t = \frac{Pr}{\sigma_{per}}$$

Dónde:

σ_{per} = Esfuerzos permisibles a presión interna (MPa)

P = Es la presión interna en la tubería, (MPa)

r = Es el radio interior de la tubería (m)

t = Es el espesor de pared de la tubería (m)

5.7.2.4 Espesor adicional por corrosión

El espesor determinado por resistencia o manejo se le debe sumar un espesor adicional por corrosión a largo tiempo, que de acuerdo al inciso 2.15.4 se toma como 2 mm (1/16").

5.7.3 Esfuerzos máximos en tubería

Los esfuerzos máximos actuantes en la tubería en cada una de las condiciones de carga deben ser menores que los permisibles de 160 MPa y 213 MPa.



Figura 12.- Esfuerzos máximos para condición de carga normal (100 MPa)

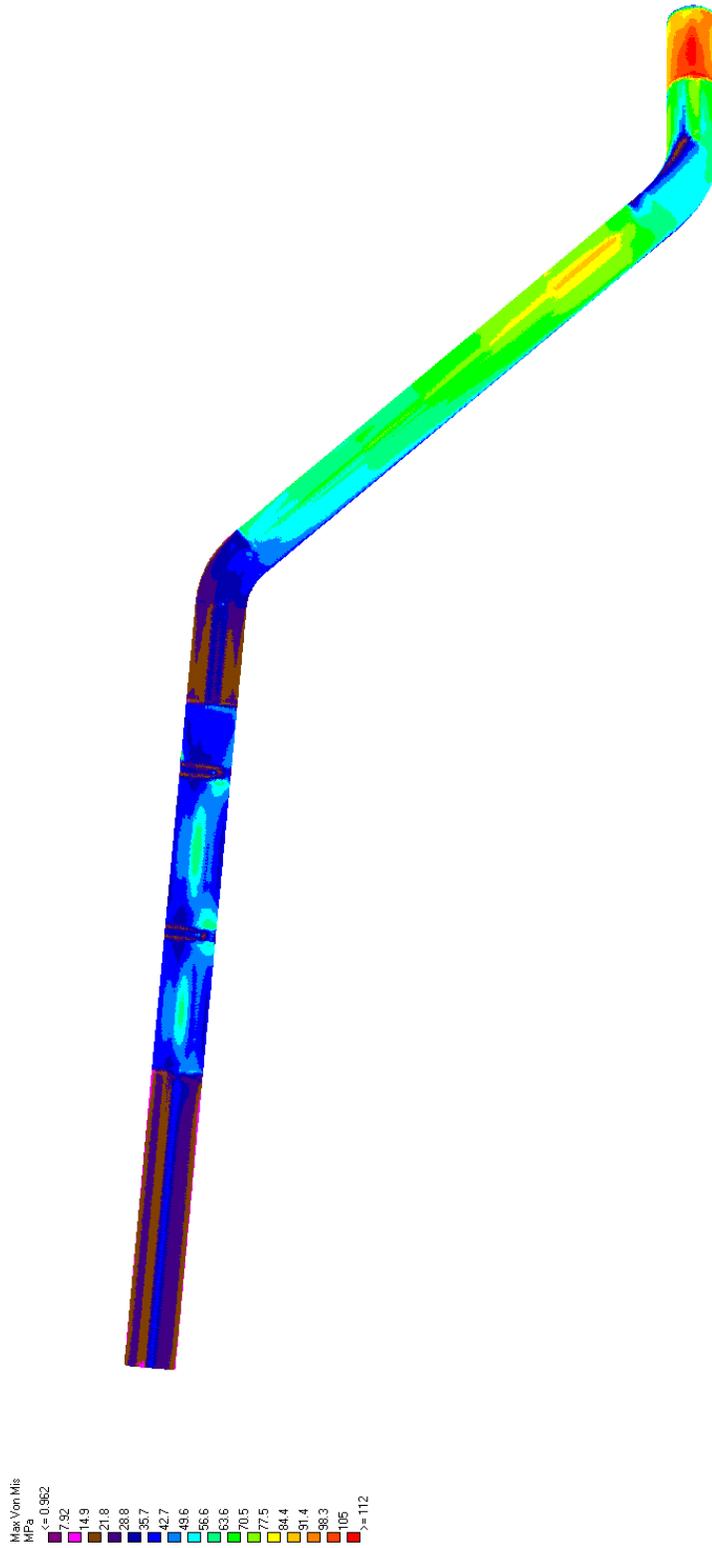


Figura 13.- Esfuerzos máximos para condición de carga intermitente (112 MPa)

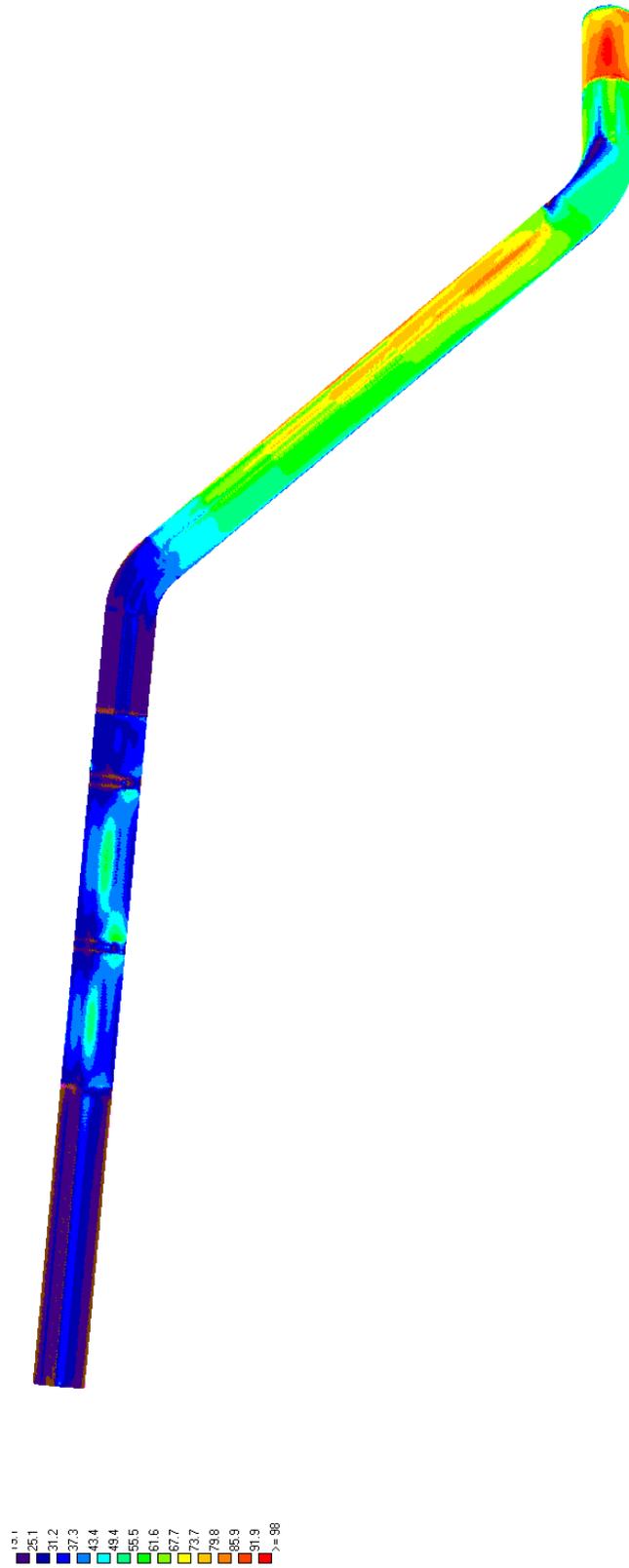


Figura 14.- Esfuerzos máximos para condición de carga de excepcional. (98 MPa)

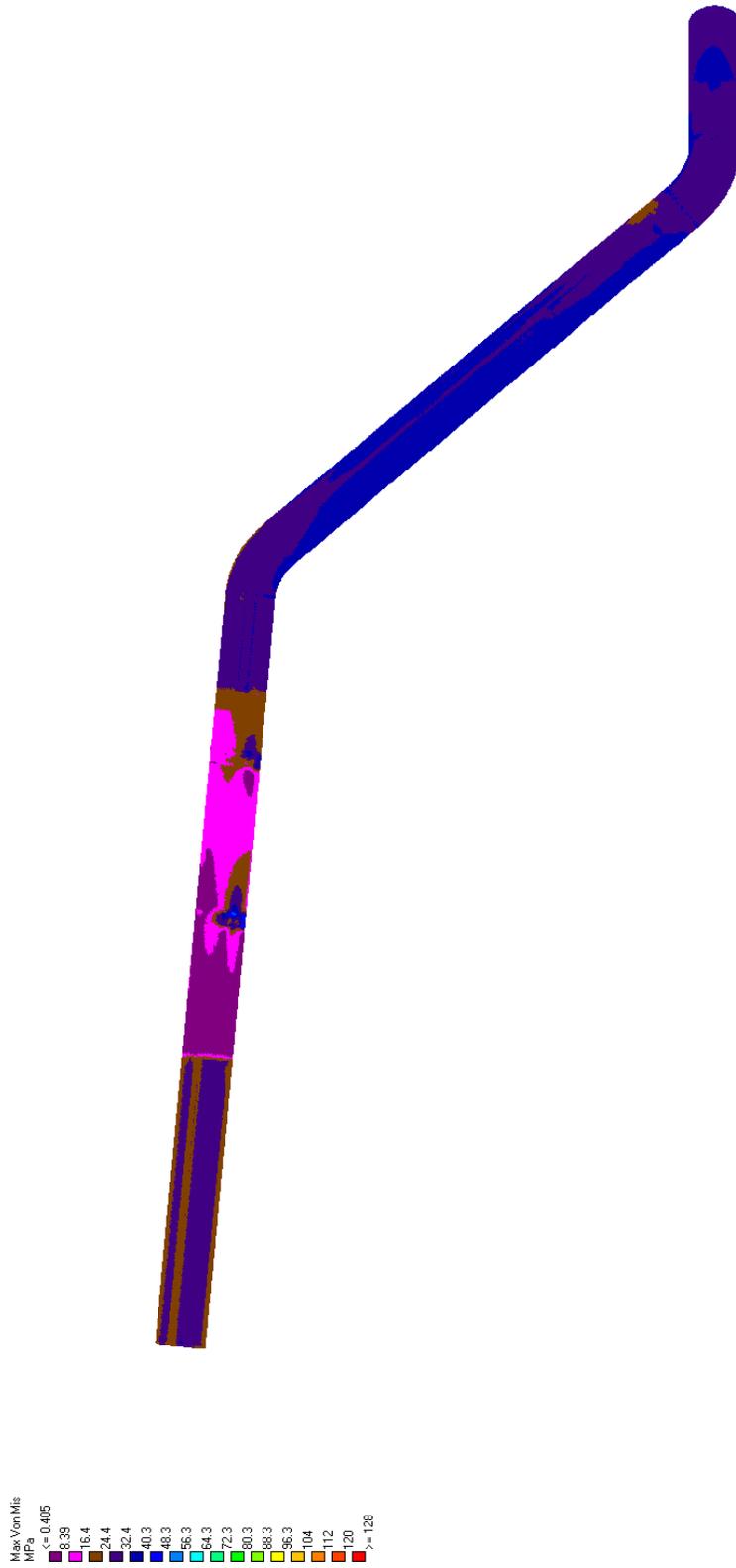


Figura 15.- Esfuerzos máximos para condición de carga de construcción (48 MPa)

6 CONCLUSIONES

El espesor propuesto para el primer tramo de tubería que inicia en la obra de toma y termina hasta el primer codo será de 11,1mm (7/16”), este espesor cumple satisfactoriamente los requisitos de manejo y resistencia de la normatividad aplicada, de acuerdo con el análisis y diseño estructural.

El espesor propuesto para el segundo tramo de tubería que inicia donde termina el primer codo y llega hasta casa de máquinas será de 12,7mm (1/2”), este espesor cumple satisfactoriamente los requisitos de manejo y resistencia de la normatividad aplicada, de acuerdo con el análisis y diseño estructural.

De acuerdo al diseño obtenido se tiene un peso aproximado de 77,85 Toneladas.

7 REFERENCIAS

- [1] ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice No. 79, Steel Penstocks, 1982.
- [2] Manual de Diseño de Obras Civiles, Estructuras, Métodos de análisis y diseño sección C.2.6 (tuberías), Comisión Federal de Electricidad, México, D.F. 1981.
- [3] Manual AWWA M-11, Steel Pipe – A Guide for Design and Installation, Second Edition, 1981
- [4] Manual de Recipientes a Presión. Diseño y Calculo Megyesy
- [5] Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado y sus comentarios. ACI 318.