



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Estudio comparativo entre los
modelos y métodos de análisis de
pruebas de presión y datos de
producción como herramientas
para la caracterización dinámica
de yacimientos

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Jesús Antonio Martínez Medrano

DIRECTOR DE TESIS

Ing. Héctor Erick Gallardo Ferrera



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, gracias a la cual me ha formado, educado, y me ha brindado la oportunidad de conocer profesores y compañeros de los que he podido aprender, así como de permitirme el uso de sus instalaciones y bibliotecas.

A mis padres, Antonio Martínez Venegas y María Antonieta Medrano Chavarria, por su amor, apoyo, paciencia y comprensión

A mis hermanas, Diana, Claudia, Nadia, Berenice, Alejandra y Andrea, que siempre me han apoyado y motivado a avanzar con su ejemplo.

A todos mis familiares que cuidaron de mí y aportaron su tiempo y esfuerzo en mi desarrollo.

A mis sinodales, por todo su tiempo y consejos para poder realizar esta tesis.

Al ingeniero Héctor Erick Gallardo Ferrera, por todas sus enseñanzas para poder llegar hasta aquí.

A mis amigos, Adriana, Alejandro, Ángel, Arias, Emigdio, Enrique, Gabriel, Israel, Ivonne, José Miguel, Juan, Marina, Mey, Ricardo, Roberto, Simón, y Toño; quienes me han escuchado y me han apoyado en este trayecto.

A todos mis profesores de la facultad, de quienes me llevo lecciones de vida y de ingeniería.

*"Para que yo me llame Ángel González,
para que mi ser pese sobre el suelo,
fue necesario un ancho espacio
y un largo tiempo:
hombres de todo el mar y toda tierra,
fértiles vientres de mujer, y cuerpos
y más cuerpos, fundiéndose incesantes
en otro cuerpo nuevo.
Solsticios y equinoccios alumbraron
con su cambiante luz, su vario cielo,
el viaje milenarío de mi carne
trepando por los siglos y los huesos.
De su pasaje lento y doloroso
de su huida hasta el fin, sobreviviendo
naufragios, aferrándose
al último suspiro de los muertos,
yo no soy más que el resultado, el fruto,
lo que queda, podrido, entre los restos;
esto que veis aquí,
tan sólo esto:
un escombros tenaz, que se resiste
a su ruina, que lucha contra el viento,
que avanza por caminos que no llevan
a ningún sitio. El éxito
de todos los fracasos. La enloquecida
fuerza del desaliento..."*
Ángel González

Contenido

Resumen.....	1
Introducción	2
Capítulo 1.....	3
1.1 Objetivos de los problemas de flujo en los yacimientos	4
1.1.1 Predicción del comportamiento de un yacimiento	5
1.1.2 Caracterización de los parámetros de un yacimiento	5
1.1.3 Deconvolución de los datos de presión-producción.....	5
1.2 Tipos de modelos de flujo.....	6
1.2.1 Modelos de pruebas de presión	6
1.2.2 Modelos de datos de producción.....	7
1.2.3 Modelos de simulación de yacimientos.....	8
1.3 Evolución del análisis de pruebas de presión.....	9
1.4 Evolución del análisis de datos de producción.....	10
1.5 Evolución de los estudios de simulación de yacimientos	11
Capítulo 2.....	13
2.1 Herramientas de estudio para el análisis de datos de producción	13
2.1.1 Gasto integral	13
2.1.2 Función derivada del gasto integral	14
2.2 Modelos de declinación de Arps	14
2.3 Modelos de declinación de Fetkovich.....	21
2.4 Modelos de Arps-Fetkovich	29
2.5 Modelos de Blasingame	31
2.6 Modelos de Agarwal-Gardner	40
2.7 Modelos de NPI.....	46
2.8 Modelos de declinación transitoria	51
Capítulo 3.....	56
3.1 Tipos de pruebas de presión	56
3.1.1 Pruebas de decremento.....	57
3.1.2 Prueba de incremento.....	58
3.1.3 Prueba de inyectividad	59
3.1.4 Prueba a gastos múltiples	60
3.1.5 Prueba de interferencia.....	60

3.2 Herramientas de análisis de pruebas de presión	62
3.2.1 Gráficos especializados.....	62
3.2.2 Gráfico diagnóstico.....	63
3.2.3 Curvas tipo	68
3.2.4 Funciones de superposición.....	68
3.2.5 Deconvolución.....	69
3.3 Metodología para el análisis de pruebas de presión.....	69
Capítulo 4.....	74
4.1 Método de curvas tipo.....	78
4.1.1 Determinación de la presión promedio p	78
4.1.2 Determinación de la pseudo-presión Δp_p	79
4.1.3 Tiempo de balance de materia adimensional t_{ca}	80
4.1.4 Gasto normalizado $q/\Delta p_p$	80
4.2 Método de Arps-Fetkovich	80
4.3 Método de Blasingame	87
4.4 Método de Agarwal-Gardner	89
4.5 Método de NPI.....	92
4.6 Método de declinación transitoria	95
4.7 Método de Deconvoloución	98
4.7.1 Gráfico diagnóstico.....	100
4.7.2 Gráficos especializados.....	101
4.8 Análisis de resultados.....	104
Conclusiones.....	105
Recomendaciones.....	106
Referencias.....	107
Anexo A	109
A.1 Ecuación de difusión	109
A.1.1 Ecuación de continuidad.....	109
A.1.2 Ecuación de transporte	110
A.1.3 Ecuación de estado o constitutivas	110
A.1.4 Otras ecuaciones auxiliares.....	111
A.1.5 Ecuación de difusividad.....	112

A.2 Estados de flujo	113
A.2.1 Estado estacionario	114
A.2.2 Estado pseudo-estacionario	114
A.2.3 Estado transitorio	115
A.3 Geometrías de flujo	115
A.3.1 Flujo radial o cilíndrico	115
A.3.2 Flujo esférico	116
A.3.3 Flujo esférico o hemisférico	116
A.3.4 Flujo lineal	116
A.3.5 Flujo bilineal	116
A.3.6 Flujo elíptico	117
A.4 Principio de curvas tipo	118
Anexo B	120
Anexo C	123
Anexo D	129

Índice de figuras

Figura 2.1 Curvas tipo de Arps para q_{Dd} y diferentes valores de b	17
Figura 2.2 Curvas tipo de Arps para Q_{pDd} y diferentes valores de b	18
Figura 2.3 Curvas tipo de Arps para q_{IDd} y diferentes valores de b	19
Figura 2.4 Curvas tipo de Arps para $Der(q_{IDd})$ y diferentes valores de b	20
Figura 2.5 Curvas tipo de Fetkovich para q_{Dd} con r_{eD} de 5 a 10^5	24
Figura 2.6 Curvas tipo de Fetkovich para Q_{pDd} con r_{eD} de 5 a 10^5	25
Figura 2.7 Curvas tipo de Fetkovich para q_{IDd} con r_{eD} de 5 a 10^5	26
Figura 2.8 Curvas tipo de Fetkovich para $Der(q_{IDd})$ con r_{eD} de 5 a 10^5	27
Figura 2.9 Comparativa de las diferentes curvas tipo de Fetkovich con r_{eD} de 5 a 10^5	28
Figura 2.10 Curva tipo de los modelos de Arps-Fetkovich con r_{eD} de 5 a 10^5	30
Figura 2.11 Representación del tiempo de balance de materia.....	31
Figura 2.12 Comportamiento de t_{cDd} respecto a t_{Dd} para r_{eD} de 10 a 10^7	32
Figura 2.13 Solución de Fetkovich evaluada en t_{cDd} y t_{Dd} , con $r_{eD} = 100$	33
Figura 2.14 Comportamiento de las soluciones para un yacimiento cerrado a presión de fondo y gasto constantes contra t_{cDd} , $r_{eD} = 100$	34
Figura 2.15 Curvas tipo de Blasingame para q_{Dd} con r_{eD} de 10 a 10^7 , obtenidas, con modelos para q_w constante.....	35
Figura 2.16 Curvas tipo de Blasingame para q_{IDd} con r_{eD} de 10 a 10^7 , obtenidas, con modelos para q_w constante.....	36
Figura 2.17 Curvas tipo de Blasingame para $Der(q_{IDd})$ con r_{eD} de 10 a 10^7 , obtenidas, con modelos para q_w constante.....	37
Figura 2.18 Comparativa del comportamiento de las diferentes curvas tipo de Blasingame con r_{eD} de 10 a 10^7	39
Figura 2.19 Curvas tipo de Agarwal-Gardner de $1/p_D$ con r_{eD} de 10 a 10^7	41
Figura 2.20 Curvas tipo de Agarwal-Gardner de $1/Der(p_D)$ con r_{eD} de 10 a 10^7	42
Figura 2.21 Curvas tipo de Agarwal-Gardner de $1/Der(p_{ID})$ con r_{eD} de 10 a 10^7	44
Figura 2.22 Conjunto de curvas tipo de Agarwal-Gardner con r_{eD} de 10 a 10^7	45
Figura 2.23 Curvas tipo de NPI de p_D vs t_{DA} con r_{eD} de 2 a 10^7	47
Figura 2.24 Curvas tipo de NPI de p_{ID} vs t_{DA} con r_{eD} de 2 a 10^7	48
Figura 2.25 Curvas tipo de NPI de $Der(p_{ID})$ vs t_{DA} con r_{eD} de 2 a 10^7	49
Figura 2.26 Conjunto de curvas tipo de NPI con r_{eD} de 10 a 10^7	50
Figura 2.27 Curvas tipo de periodo transitorio de $1/p_D$ vs t_D con r_{eD} de 2 a 10^7	52
Figura 2.28 Curvas tipo de periodo transitorio de $1/p_{ID}$ vs t_D con r_{eD} de 2 a 10^7	53
Figura 2.29 Curvas tipo de periodo transitorio de $1/Der(p_{ID})$ vs t_D con r_{eD} de 2 a 10^7	54
Figura 2.30 Conjunto de curvas tipo de periodo transitorio con r_{eD} de 2 a 10^7	55
Figura 3.1 Representación de la presión durante una prueba de decremento.....	57
Figura 3.2 Comportamiento de p_{wf} vs t en una prueba de decremento.....	57
Figura 3.3 Representación de la presión durante una prueba de incremento.....	58
Figura 3.4 Comportamiento de p_{wf} vs t en una prueba de incremento.....	58
Figura 3.5 Representación de la presión durante una prueba de inyección.....	59
Figura 3.6 Comportamiento de p_{wf} vs t en una prueba de inyección.....	59

Figura 3.7 Representación de la presión y gasto de una prueba a gasto múltiple.	60
Figura 3.8 Representación de una prueba de interferencia.	61
Figura 3.9 Respuesta de la presión en una prueba de pulsos.	61
Figura 3.10 Ejemplo de un gráfico especializado.....	63
Figura 3.11 Ejemplo de posibles respuestas en log-log de p_D y $Der(P_D)$ vs t_D	67
Figura 3.12 Proceso de interpretación de una prueba de presión.....	73
Figura 4.1 Regresión a los datos del gasto.....	81
Figura 4.2 Ajuste con curvas tipo de Arps-Fetkovich.	86
Figura 4.3 Ajuste de curvas con los modelos de Blasingame.	88
Figura 4.4 Ajuste con curvas tipo de Agarwal-Gardner.....	91
Figura 4.5 Ajuste con curvas tipo de NPI.....	94
Figura 4.6 Ajuste con curvas tipo de declinación transitoria.....	97
Figura 4.7 Datos obtenidos de la deconvolución comparados a los datos originales.	99
Figura 4.8 Gráfico diagnóstico log-log de la presión y su derivada.	100
Figura 4.9 Gráfico para el periodo de comportamiento radial infinito Δp vs $\log \Delta t$	102
Figura 4.10 Gráfico para el periodo de temprano, Δp vs Δt	103
Figura 4.11 Gráfico para el periodo de tardío, Δp vs Δt	103
Figura A.1 Representación de un elemento de volumen de control cilíndrico (Ertekin et al., 2001)	110
Figura A.2 Ejemplo del uso de curvas tipo.....	119

Resumen

Dentro de la ingeniería de yacimientos la caracterización dinámica es una parte fundamental para la explotación de yacimientos, entre las herramientas disponibles para realizar la caracterización se encuentran los análisis de datos de producción y pruebas de presión. Aunque en principio su objetivo es distinto, ambas nos otorgan información importante del yacimiento, por lo que en este trabajo son presentadas, y se aplican ambas en un caso de estudio.

Los modelos y métodos son presentados para comprender cual es el objetivo y enfoque de los análisis de datos de producción y de pruebas de presión, en los métodos de análisis de datos de producción aquí presentados se hace uso en gran parte de curvas tipo, las que, para facilitar su aplicación y contar con una mejor resolución, fueron construidas a partir de su definición teórica; esto requirió la aplicación del inversor de Stehfest y de obtener soluciones de la ecuación de difusividad.

Introducción

El objetivo principal de esta tesis es presentar métodos y modelos de análisis de datos de producción, así como de pruebas de presión y señalar cuales aspectos los relacionan y cuales los distinguen entre sí. Siendo ambas partes fundamentales de la caracterización dinámica de yacimientos.

En el capítulo 1 realizamos una aproximación a la base teórica, el papel que desempeñan en la caracterización dinámica, junto con un breve repaso histórico de la evolución de ambas.

El capítulo 2 se enfoca en los modelos de análisis de datos de producción, desde Arps hasta modelos de presión integral, haciendo uso del tiempo de balance de materia, se generan curvas tipo de cada modelo, las cuales serán de utilidad para el capítulo 4.

El capítulo 3 consta de una descripción más a detalle de las pruebas de presión, métodos de análisis de pruebas de presión, culminando con una metodología de análisis.

El capítulo 4 presenta un caso de estudio, donde se aplica la metodología presentada en el capítulo 3, y se hace uso de los métodos mostrados en los 2 capítulos anteriores. los resultados obtenidos son comparados.

Por último, se presentan las conclusiones resultantes de este trabajo escrito, así como del proceso de su elaboración, recomendaciones para extender el alcance de este trabajo y aprovechar lo aquí presentado. Se cuenta con anexos que profundizan en detalles relevantes para esta tesis.

Capítulo 1

Revisión de la literatura

El uso de modelos macroscópicos para representar los sistemas geológicos subterráneos de flujo de fluidos es una práctica arraigada en la ingeniería de yacimientos. Estas representaciones requieren de diversos parámetros que pueden ser expresados a través de un vector β como:

$$\beta(k, \mu, \phi, C_t, S, \dots), \dots\dots\dots 1.1$$

y que a su vez se define para cada problema en función de las particularidades geológicas, petrofísicas y de los fluidos del sistema estudiado. De esta manera, los modelos describen el comportamiento de las variables de producción involucradas en un vector α

$$\alpha(p, q, N_p, G_p, \dots), \dots\dots\dots 1.2$$

que son calculadas para un conjunto de variables independientes δ que se especifican en los puntos de interés

$$\delta(X, t), \dots\dots\dots 1.3$$

donde X es el conjunto de coordenadas para el dominio espacial del problema. Las soluciones a α pueden ser obtenidas en forma analítica o numérica [1,2,3].

En esta sección se plantean los diferentes tipos de problemas de flujo que pueden ser abordados por la ingeniería de yacimientos y se hace una revisión de los diferentes métodos que existen para caracterizar el comportamiento de un sistema geológico a través de datos medidos

1.1 Objetivos de los problemas de flujo en los yacimientos

Independientemente del tipo de aproximación realizada para su solución, el análisis de la información a través de los modelos obtenidos de la Ec. 1.4 Puede esquematizarse como [4]:

$$E \rightarrow S \rightarrow R, \quad \dots\dots\dots 1.4$$

donde (E) es un estímulo que se aplica sobre un sistema (S), y (R) es la respuesta que este emite. La **Tabla 1.1** muestra los diferentes objetivos que pueden ser planteados con las soluciones a la Ec. 1.4 [4], mismos que se explican a continuación

Tabla 1.1. Objetivos de un estudio de flujo de fluidos en un yacimiento

Estímulo (E)	Sistema (S)	Respuesta (R)	Problema	Tipo
Conocido	Conocido	Desconocido	Pronóstico	Directo
Conocido	Desconocido	Conocido	Caracterización	Inverso
Desconocido	Conocido	Conocido	Deconvolución	Inverso

1.1.1 Predicción del comportamiento de un yacimiento

Las predicciones o pronósticos son problemas de tipo directo, pues al tener modelos suficientes para poder estimar el comportamiento de un fenómeno en el futuro, basta con evaluarlos a las condiciones de interés, esto facilita la obtención de una solución única en todos los casos para el conjunto de expresiones seleccionadas.

Las relaciones que se utilizan para complementar los modelos de flujo y predecir el comportamiento de un sistema son [5]:

1. Relaciones gas-aceite y condensado-gas instantáneas.
2. Relación de permeabilidades relativas al gas y al aceite en función de la saturación, ya sea de líquido o aceite.
3. Relación general de saturación de hidrocarburos.

1.1.2 Caracterización de los parámetros de un yacimiento

Los problemas de caracterización son inversos, involucran la determinación y ajuste de un modelo a una serie de valores medidos para el sistema (α_m), de tal manera que se cumpla la siguiente condición [1]:

$$g(\alpha) = \alpha - \alpha_m = 0 . \quad \dots\dots\dots 1.5$$

Debido al conjunto de variables que pueden ser modificadas en un modelo para satisfacer a la Ec. 1.5, los problemas de caracterización carecen de unicidad en la solución [6, 7, 8].

1.1.3 Deconvolución de los datos de presión-producción

La deconvolución refiere al problema en el que, dada una interpretación, se requiere filtrar la respuesta del sistema para eliminar el ruido indeseable que se detecta y existe durante la toma de datos, para obtener así un estímulo equivalente que permita ampliar la ventana de estudio y refinar los valores de los parámetros del modelo

estudiado [4, 9]. Al ser un problema inverso, la deconvolución también carece de soluciones únicas.

1.2 Tipos de modelos de flujo

El estudio del flujo macroscópico en un yacimiento parte de la integración de diferentes principios y expresiones que permiten plantear los problemas de interés. Los fundamentos de los mismos se discuten en el **anexo A** de este trabajo, toda vez que para los estudios subsecuentes se parte de soluciones a la ecuación de difusividad:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t}, \dots\dots\dots 1.6$$

sujeta a diferentes condiciones en (t) y de frontera. Los problemas clásicos de flujo pueden ser categorizados, de acuerdo a los modelos obtenidos como [1]:

1. Pruebas de presión: cuando se definen condiciones controladas durante un periodo de flujo limitado, para el cual es válido considerar $\partial\beta/\partial t = 0$.
2. Análisis de datos de presión-producción: cuando se definen condiciones de análisis para un periodo de flujo extendido, para el que se estudia el comportamiento promedio β a un momento dado.
3. Simulación: cuando las condiciones de análisis consideran el cambio continuo de las condiciones del sistema en forma discreta.

A continuación, se presenta una breve reseña de los mismos.

1.2.1 Modelos de pruebas de presión

Las pruebas de presión son estudios controlados de corta duración en los que se generan variaciones en el gasto para medir cambios en la presión, mismos que se asume son un reflejo del comportamiento de las líneas de flujo de los fluidos en el yacimiento, por lo que el objetivo del análisis de estas pruebas es encontrar una posible explicación a los comportamientos observados durante la medición, para lo que se identifica el

modelo de interpretación más adecuado, que define los parámetros a obtener y el significado de los mismos [1, 2, 3].

La duración de la prueba está relacionada con la distancia de investigación, por lo que conforme se prolonga el tiempo se alcanzan regiones del yacimiento más alejadas al pozo que genera el estímulo. Por su naturaleza, se distinguen dos tipos de estímulos de presión: de incremento y de decremento. El incremento de presión se logra cerrando o disminuyendo el gasto del pozo, o inyectando fluidos en la formación, con lo que se eleva la presión del sistema; mientras que un decremento o caída de presión ocurre al aumentar el gasto del pozo, o en su cierre después de un periodo de inyección. Normalmente se busca que el gasto permanezca constante durante el periodo de flujo establecido, para que sus fluctuaciones no afecten la lectura de los datos en la prueba de presión.

Entre los datos que se pueden conocer en estas pruebas están: la presión inicial del yacimiento (p_i), la permeabilidad efectiva (k), el factor de daño total de un pozo (S), estimaciones del volumen original (N y G), fronteras de flujo y no flujo, entre otros de pruebas más especializadas. Estos datos dependen de cuál es el objetivo de la prueba, el tipo de pozo con el que se trata y el momento en la vida del pozo que se realiza.

1.2.2 Modelos de datos de producción

El análisis de datos de producción parte de la base de que se dispone de una gran cantidad de información asociada al gasto, presión y temperatura del sistema, que puede ser tomada durante aforos periódicos o en forma continua con el apoyo de sensores de fondo, y que son tomados en forma natural para llevar un control de los pozos, ya que durante su vida ocurren diversos eventos, como taponamientos, operaciones de fracturamiento y estimulaciones, o la perforación, arranque y cierre de pozos en las cercanías [3, 10, 11].

A partir de los datos de producción se pueden observar comportamientos característicos del yacimiento, mismos que responden a principios físicos asociados al

flujo de las fases en el medio poroso. clásicamente esta información está ajustada para determinar el valor del gasto, las reservas o la producción acumulada de un sistema a través de modelos simples de declinación que dependen del factor de forma de los datos (b), la tasa de declinación (D) y el tiempo (t). No obstante, dada la amplia disponibilidad de información para estos análisis, diversos métodos han sido desarrollados para extender su aplicación e identificar elementos de modelo de flujo del yacimiento, como su configuración y capacidad de flujo.

A diferencia de las pruebas de presión, el análisis de los datos de producción no requiere del cierre u operación particular del pozo, por lo que no son invasivos ni interrumpen la cotidianidad del mismo. Además, se dispone de una mayor cantidad de información para estudiar al sistema. Por otro lado, este tiene algunos inconvenientes asociados, ya que dada la cantidad de puntos, es necesario filtrar la información para un análisis adecuado, y como los datos no son adquiridos en un ambiente controlado, su precisión se ve afectada por las condiciones cambiantes.

Algunos gráficos típicamente utilizados para tratar con los datos de producción son los de diagnóstico (doble logarítmicos), los de balance de materia y los históricos de producción; estos permiten validar los datos y realizar un análisis similar al de las pruebas de presión, con excepción del último, ya que se utiliza en casos donde existen muchas variaciones, y dada la dificultad de identificar algún comportamiento en particular, se asume un modelo cilíndrico homogéneo para el yacimiento, con el que se pueden determinar parámetros como la movilidad (k/μ), el índice de productividad (J) y el área de drene (A).

1.2.3 Modelos de simulación de yacimientos

Si bien la ingeniería de yacimientos siempre ha tenido interés en reproducir lo que ocurre en los sistemas de geo-fluidos, ha sido gracias a los adelantos tecnológicos que la simulación numérica se ha convertido en una herramienta básica para el estudio del comportamiento de yacimientos [11, 12, 13].

En los modelos de simulación se subdivide al yacimiento en una serie de bloques o celdas, que poseen propiedades independientes, pero que están interconectadas y transmiten fluidos entre sí. Un caso particular de estos modelos son los denominados de balance de materia, que sobre-simplifican a los yacimientos asumiendo sus propiedades macroscópicas como un valor promedio único.

Otros casos son los modelos de una, dos y tres dimensiones, en los que la anisotropía y heterogeneidades del medio son honradas para el estudio del flujo en el yacimiento. Pese a las bondades que esto último implica, la generación de modelos detallados con un gran número de celdas requiere de grandes cantidades de información y consume muchos recursos, por lo que el uso de esta técnica requiere de herramientas computacionales adecuadas.

1.3 Evolución del análisis de pruebas de presión

Las primeras técnicas de análisis de pruebas de presión fueron asimiladas por la industria petrolera entre los años 1950 y 1960, cuando se adaptaron los trabajos desarrollados por Theis en 1935 para el análisis hidrogeológico de acuíferos, que hacían uso de gráficos especializados y curvas básicas [4]. Los desarrollos hechos se enfocaron principalmente en la definición de métodos de toma de información y modelos obtenidos a través de la transformada de Laplace con los que determinar parámetros básicos del yacimiento [14].

En años posteriores se implementaron soluciones basadas en funciones de Green (Gringarten y Ramey, 1973) y las interpretaciones fueron mejoradas con la introducción de conceptos como variables independientes (Gringarten, 1979), factores de daño (Agarwal, 1970), algoritmos matemáticos, la derivada de Bourdet (1983) o nuevos modelos de análisis para sistemas más complejos, como los de doble porosidad (Bourdet y Gringarten, 1980) [4, 6]. Con la mejora en los modelos disponibles, los desarrollos se centraron en apuntalar la metodología de análisis, enfatizando la importancia de conjuntar datos provenientes de diversas fuentes para eliminar problemas de unicidad.

Los avances tecnológicos a su vez potenciaron la aplicación y análisis de las pruebas de presión, tanto por la mejora en los métodos y técnicas de análisis, como el algoritmo de Stehfest para la inversa de Laplace (1970), o la metodología basada en la teoría de señales (Ramey, 2001), y en la medición y calidad de la información; de tal manera que, aunque en sus orígenes forzosamente se recurría a operaciones para obtener información del pozo, actualmente se pueden utilizar datos que no hayan sido obtenidos de esta forma, y tener resultados tanto o más confiables a través de procesos como la deconvolución (Von Schroeter, 2001).

1.4 Evolución del análisis de datos de producción

A diferencia de las pruebas de presión, el análisis de datos de producción ha tenido una evolución diferida. En un inicio, (Culer, 1924) integró una base totalmente empírica mediante funciones de declinación para ajustar la producción y predecir su comportamiento futuro. Posteriormente, en 1940, Arps introdujo una serie de modelos de declinación de tipo armónico desarrollados para casos de producción a presión de fondo constante. Si bien estas tampoco poseían una base completamente analítica, permitían cuantificar algunos parámetros mediante análisis específicos [10, 15].

Mas adelante, en 1960 Fetkovich obtuvo soluciones a las ecuaciones de flujo para representar la declinación de sistemas producidos a presión de fondo constante, y que coincidían con el comportamiento de los modelos de Arps durante el periodo dominado por las fronteras. Las expresiones de Arps-Fetkovich fueron extendidas posteriormente por Carter (1985) para su uso en sistemas de gas [10, 16].

Una limitante histórica del desarrollo de los métodos de análisis de datos de producción se relaciona con la disponibilidad de mediciones periódicas y suficientemente precisas de gasto y presión, por lo que gran parte de los avances realizados durante la década de 1990 se centraron en mejorar la consistencia de los estudios. Entre los avances más importantes se encuentran la introducción del tiempo de balance de materia para analizar el comportamiento de sistemas con presiones de fondo variables (Palacio y Blasingame, 1993), así como de los conceptos de las funciones integrales del gasto y

su derivada que mejoraron los procesos de ajuste a curvas tipo (Doublet et al., 1994 y Agarwal et al., 1999). En forma paralela Doublet y Blasingame (1995) desarrollaron soluciones para sistemas cilíndricos con pozos con fracturas hidráulicas de conductividad finita e infinita, para sistemas cilíndricos o rectangulares con flujo radial, elíptico y con entrada de agua, y para pozos horizontales [10].

Posteriormente, a partir del año 2000, la implementación de sensores de fondo en algunos pozos permitió integrar los datos de presión disponibles. Asimismo, el avance de la computación ha permitido aprovechar la información adquirida, ya que se ha facilitado el manejo de grandes volúmenes de datos y la implementación de técnicas como la deconvolución para estudiar el comportamiento por efecto de un gasto unitario [17].

1.5 Evolución de los estudios de simulación de yacimientos

Los inicios de la simulación de yacimientos como se conoce en la actualidad se remiten a la década de 1950, en la que su uso permitió el desarrollo de soluciones para medios heterogéneo para flujo bidimensional en dos fases. En la década de 1960 los esfuerzos se orientaron al desarrollo de simuladores en dos y tres dimensiones, para modelos de aceite negro que incorporaban efectos en múltiples pozos [18].

Por su parte, en la década de 1970 los avances en la simulación se vieron influenciados por el desarrollo e implementación de diversos métodos de recuperación, por lo que se construyeron modelos para intentar emular estos procesos; y en la década de 1980, los esfuerzos se enfocaron a la representación de sistemas naturalmente fracturados, modelos composicionales y pozos horizontales.

A partir de la década de 1990 los desarrollos se enfocaron a mejorar la operatividad de los simuladores, implementar nuevos métodos numéricos para obtener algoritmos más robustos y versátiles, así como en metodologías para realizar estudios integrales que conjunten información de diferentes elementos de los sistemas de producción.

En este trabajo se discuten las diferencias y relaciones que existen entre los modelos de análisis de pruebas de presión y datos de producción como herramientas para caracterizar los parámetros de un sistema.

Capítulo 2

Análisis cuantitativo de datos de producción

El análisis de la declinación de un pozo típicamente es considerado un ejercicio cualitativo, porque se cree que los modelos clásicos no proveen una base razonable para interpretar la información disponible, que usualmente es de mala calidad. No obstante, conocer las suposiciones que dan fundamento a los métodos de análisis, así como los aspectos operativos de los sistemas estudiados, pueden permitir su aplicación acertada. Por ello, en esta sección se explican los modelos utilizados en este trabajo.

2.1 Herramientas de estudio para el análisis de datos de producción

Debido a la gran cantidad de fenómenos que pueden ocurrir durante la vida productiva de un pozo, contamos con diferentes herramientas de normalización de datos para facilitar la identificación de los comportamientos característicos del sistema [19]. A continuación, se describen las mismas.

2.1.1 Gasto integral

El gasto integral (q_I) es el valor promedio al que tendría que fluir un pozo para obtener la producción acumulada reportada a un tiempo (t), y se define como:

$$q_I(t) = \frac{Q_p}{t} = \frac{1}{t} \int_0^t q(\tau) d\tau, \dots\dots\dots 2.1$$

donde la producción acumulada (Q_p) es:

$$Q_p = \int_0^t q(t) dt . \dots\dots\dots 2.2$$

2.1.2 Función derivada del gasto integral

La función derivada del gasto integral permite analizar el comportamiento de la producción en forma más precisa que el gasto, pues esta es más sensible a los cambios debidos a los mecanismos de producción presentes en el sistema. Su definición base es:

$$\text{Der}(q_I) = -\frac{d q_I}{d \ln t} = -t \frac{d q_I}{d t}, \dots\dots\dots 2.3$$

con lo que

$$\text{Der}(q_I) = -t \frac{d}{d t} \left(\frac{1}{t} \int_0^{t_{Dd}} q(\tau) d\tau \right) = q_I - q . \dots\dots\dots 2.4$$

2.2 Modelos de declinación de Arps

Los modelos más utilizados para el análisis de datos de producción en la industria petrolera continúan siendo los desarrollados por Arps, quien ajustó la ecuación de una hipérbola para definir la siguiente relación del gasto contra el tiempo:

$$q(t) = \frac{q_i}{[1 + bD_it]^{1/b}}, \dots\dots\dots 2.5$$

donde (b) es el factor de forma de la curva (D_i) es el índice de declinación y (q_i) es el gasto inicial del modelo. Dos casos particulares de la Ec. 2.5 son el de la declinación exponencial ($b = 0$):

$$q(t) = q_i e^{-D_i t} , \dots\dots\dots 2.6$$

y el de la declinación armónica ($b = 1$):

$$q(t) = \frac{q_i}{[1 + D_i t]} . \dots\dots\dots 2.7$$

Si bien las expresiones de Arps no se fundamentan en el estudio del flujo en los yacimientos, su desarrollo se basa en que la producción de todos los sistemas declina con el tiempo de acuerdo a la siguiente relación:

$$D = -\frac{1}{q} \frac{dq}{dt} = -\frac{d(\ln q)}{dt} . \dots\dots\dots 2.8$$

donde (D) representa la declinación; y es posible definir a (b) como:

$$b = -\frac{d(1/D)}{dt} , \dots\dots\dots 2.9$$

de tal manera que

$$-\frac{d(\ln q)}{dt} = \frac{D_i}{1 + b t D_i} , \dots\dots\dots 2.10$$

y cuya solución integral resulta en las Ecs. 2.5 a 2.7.

La utilidad de estos modelos recae principalmente en poder obtener estimaciones para el abandono, tanto en tiempos, gastos y producción acumulada (Q_p):

$$Q_p = \int_0^t q(t) dt = \left[\frac{q_i^b}{(b-1)D_i} \right] \times [q^{1-b} - q_i^{1-b}] . \dots\dots\dots 2.11$$

El uso de los modelos de Arps ha sido extendido por Gentry con los siguientes parámetros adimensionales:

$$t_{Dd} = tD_i , \quad \dots\dots\dots 2.12$$

$$q_{Dd} = \frac{q}{q_i} , \quad \dots\dots\dots 2.13$$

$$Q_{pDd} = \frac{D_i Q_p}{q_i} , \quad \dots\dots\dots 2.14$$

de tal manera que la Ec 2.5 se reescribe como:

$$q_{Dd} = \frac{1}{(1 + bt_{Dd})^{1/b}} , \quad \dots\dots\dots 2.15$$

y los casos de las Ecs. 2.6 y 2.7, cuando b=0 y 1 respectivamente:

$$q_{Dd} = e^{-t_{Dd}} , \quad \dots\dots\dots 2.16$$

$$q_{Dd} = \frac{1}{1 + bt_{Dd}} , \quad \dots\dots\dots 2.17$$

mientras que la producción acumulada es:

$$Q_{pDd} = \left[\frac{1}{(b-1)} \right] \times [q_{Dd}^{1-b} - 1] . \quad \dots\dots\dots 2.18$$

En todos los casos el subíndice (*d*) indica que las variables son de declinación.

El uso de los parámetros adimensionales de Gentry permitió la generación de curvas tipo para observar el comportamiento general de los modelos de Arps Ec. 2.15 a 2.18, como se muestra en las **Figura 2.1** y **2.2**. Adicionalmente, considerando las definiciones del gasto integral y su función derivada dadas, pueden utilizarse las curvas presentadas en las **Figura 2.3** y **2.4** para el análisis de datos normalizados.

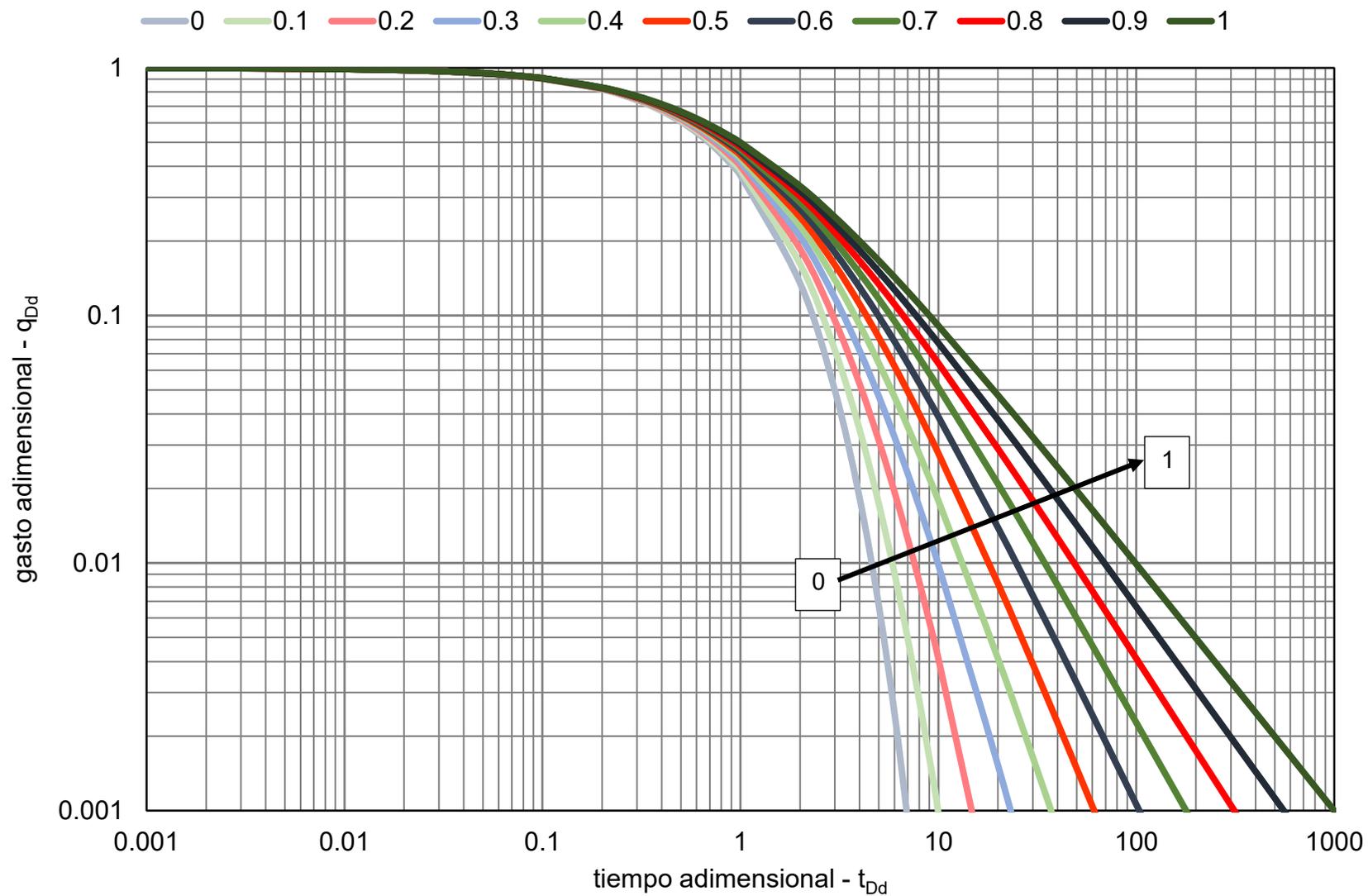


Figura 2.1 Curvas tipo de Arps para q_{Dd} y diferentes valores de b .

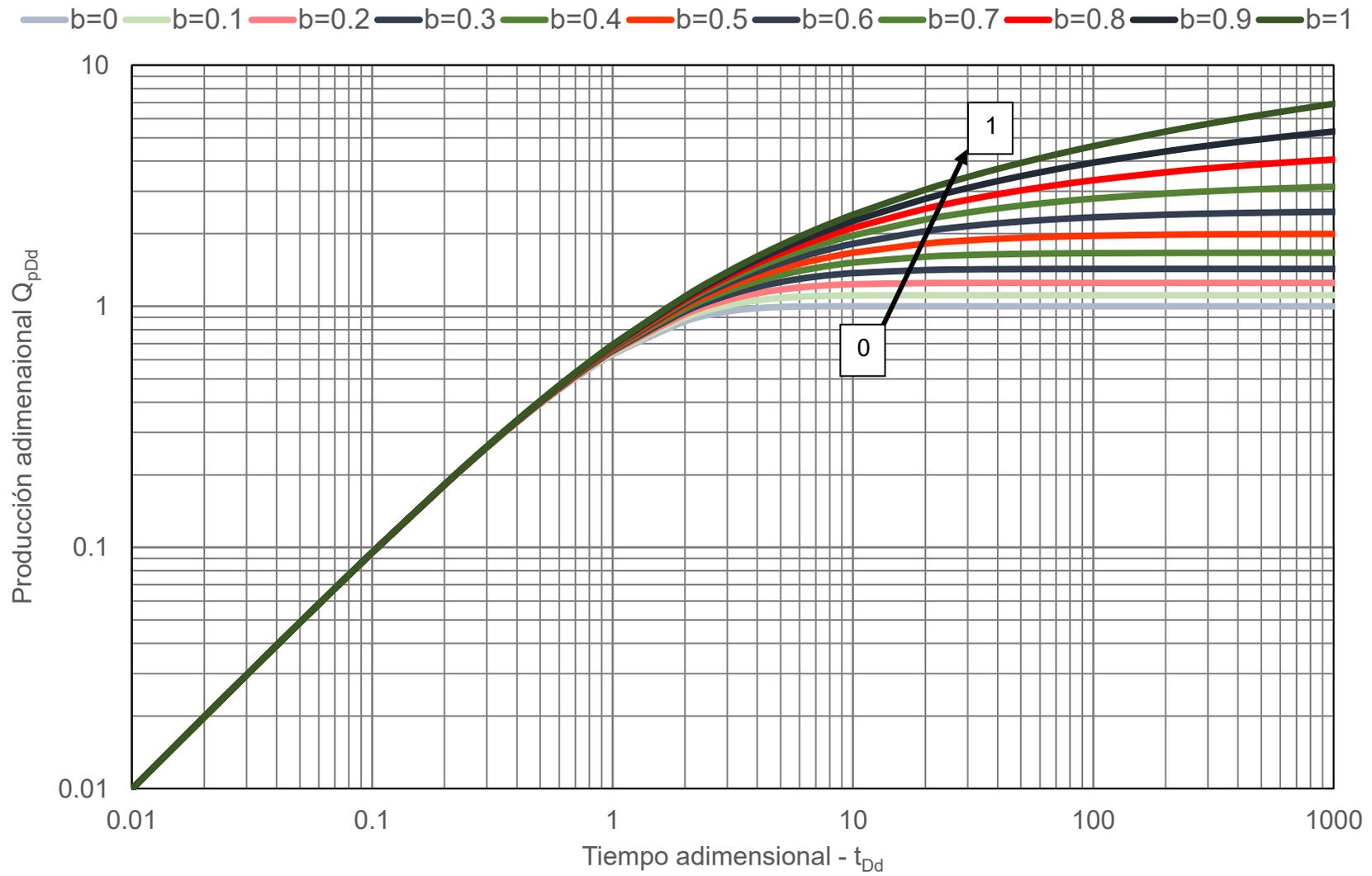


Figura 2.2 Curvas tipo de Arps para Q_{pDd} y diferentes valores de b .

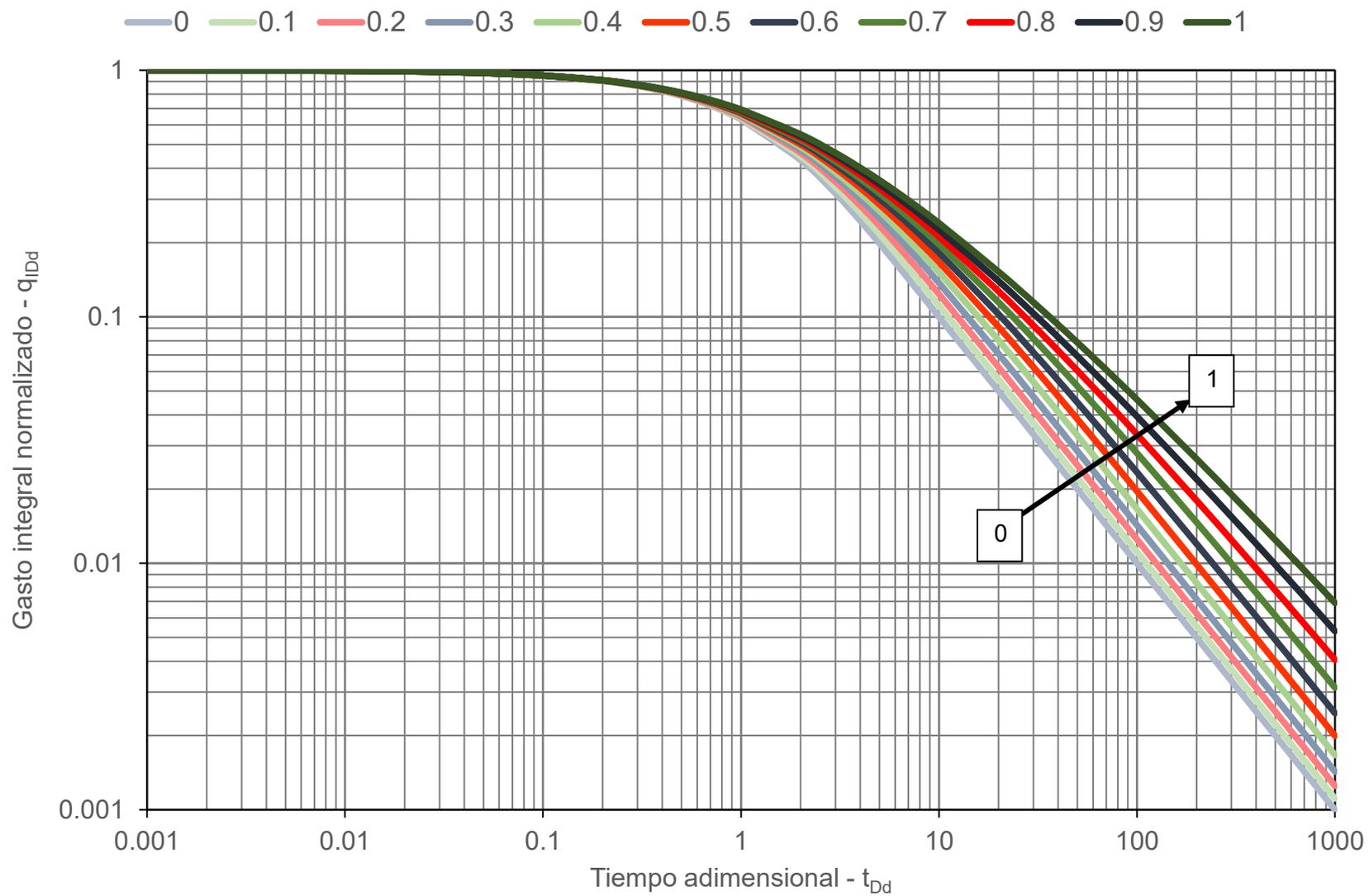


Figura 2.3 Curvas tipo de Arps para q_{IDd} y diferentes valores de b .

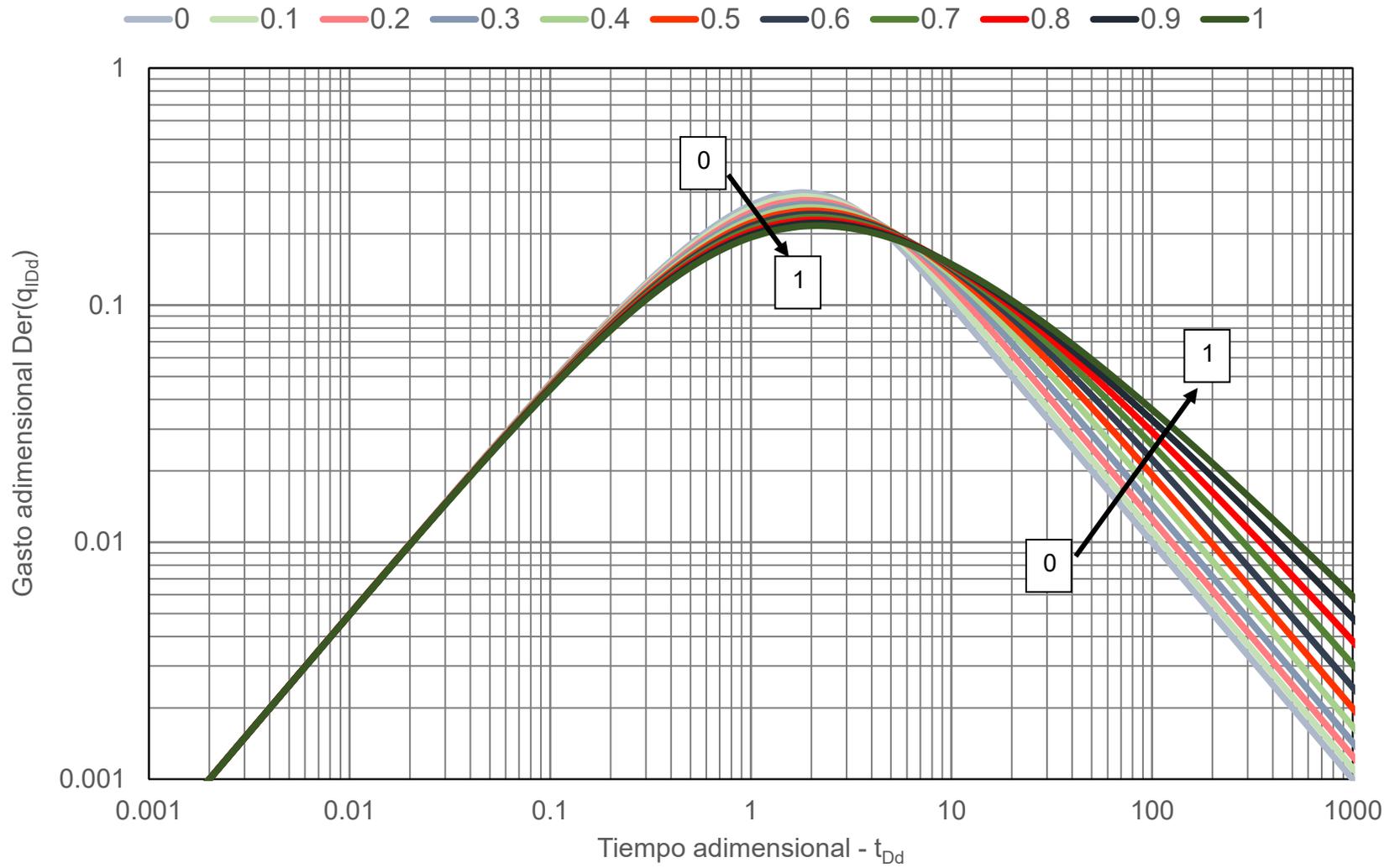


Figura 2.4 Curvas tipo de Arps para $Der(q_{IDd})$ y diferentes valores de b .

2.3 Modelos de declinación de Fetkovich.

Las soluciones de Fetkovich complementan el trabajo de Arps en el periodo de flujo transitorio. Para ello, el autor considera las siguientes variables adimensionales:

$$r_D = \frac{r}{r_{wa}}, \quad \dots\dots\dots 2.19$$

$$q_D = \frac{q\mu B}{2\pi kh(p_i - p_{wf})}, \quad \dots\dots\dots 2.20$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t r_{wa}}, \quad \dots\dots\dots 2.21$$

$$p_D = \frac{2\pi kh}{qB\mu}(p_i - p_{wf}), \quad \dots\dots\dots 2.22$$

donde (r_{wa}) es el radio aparente del pozo y ($r_{eD} = r_e/r_{wa}$). De esta manera, para el periodo dominado por las fronteras, Fetkovich propone usar la fórmula de Dupuit [20]:

$$q_{iD} = \frac{1}{\ln r_{eD} - \frac{1}{2}}, \quad \dots\dots\dots 2.23$$

con la que el gasto adimensional de Gentry se define como:

$$q_{Dd} = \frac{q}{q_i} = q_D \left[\ln|r_{eD}| - \frac{1}{2} \right] = \alpha q_D, \quad \dots\dots\dots 2.24$$

$$q_{Dd} = -\alpha \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right). \quad \dots\dots\dots 2.25$$

De esta manera, Fetkovich obtuvo una expresión para el gasto de un pozo producido a presión de fondo constante en un sistema cerrado a través de la solución para flujo pseudo-estacionario:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{2t_D}{(r_{eD}^2 - 1)} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}, \quad \dots\dots\dots 2.26$$

para ello utilizó el principio de superposición en el espacio de Laplace como se propone por Van Everdingen y Hurst [14]:

$$\bar{p}_{wD}(z)\bar{q}_D(z) = \frac{1}{z^2}, \quad \dots\dots\dots 2.27$$

$$\bar{q}_D(z) = \frac{1}{z^2 \left[\frac{2}{z^2(r_{eD}^2 - 1)} + \frac{1}{z} \left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right) \right]}, \quad \dots\dots\dots 2.28$$

cuya antitransformada es:

$$q_D = \frac{1}{[\ln r_{eD} - \omega]} \exp \left[- \frac{2}{(r_{eD}^2 - 1)(\ln r_{eD} - \omega)} t_D \right], \quad \dots\dots\dots 2.29$$

donde ω es un factor que resulta de simplificar los cocientes de los radios durante la solución a la Ec. 2.29. Si bien su valor es de 3/4, Fetkovich lo modificó a 1/2 al encontrar que este permitía tener un mejor ajuste entre los valores predichos por sus modelos y los medidos en la práctica. De esta manera puede definirse a t_{Dd} como:

$$t_{Dd} = t_D \left[\frac{2}{(r_{eD}^2 - 1)(\ln r_{eD} - \omega)} \right] = \beta t_D, \quad \dots\dots\dots 2.30$$

Con las definiciones dadas, Fetkovich planteó el problema de un pozo cilíndrico fluyente, a presión de fondo constante, en un yacimiento volumétrico como:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = \beta \frac{\partial p_D}{\partial t_{Dd}}, \quad \dots\dots\dots 2.31$$

$$p_D(r_D, 0) = 0, \quad \dots\dots\dots 2.32$$

$$p_D(1, t_{Dd}) = 1, \quad \dots\dots\dots 2.33$$

$$\frac{\partial p_D}{\partial r_D}(r_{eD}, t_{Dd}) = 0, \quad \dots\dots\dots 2.34$$

cuya solución en el espacio de Laplace, que se obtiene en el **Anexo B**, está dada por:

$$\bar{q}_{Dd} = \alpha \sqrt{\frac{\beta}{z}} \left[\frac{K_1(\sqrt{\beta z}) I_1(r_{eD} \sqrt{\beta z}) - I_1(\sqrt{\beta z}) K_1(r_{eD} \sqrt{\beta z})}{I_0(\sqrt{\beta z}) K_1(r_{eD} \sqrt{\beta z}) + K_0(\sqrt{\beta z}) I_1(r_{eD} \sqrt{\beta z})} \right], \quad \dots\dots\dots 2.35$$

y la solución en términos del gasto acumulado se obtiene considerando que:

$$\bar{Q}_{pDd} = \mathcal{L} \left\{ \int_0^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau) d\tau \right\} = \frac{\bar{q}_{Dd}(z)}{z}, \quad \dots\dots\dots 2.36$$

con lo que:

$$\bar{Q}_{pDd} = \frac{\alpha}{z} \sqrt{\frac{\beta}{z}} \left[\frac{K_1(\sqrt{\beta z}) I_1(r_{eD} \sqrt{\beta z}) - I_1(\sqrt{\beta z}) K_1(r_{eD} \sqrt{\beta z})}{I_0(\sqrt{\beta z}) K_1(r_{eD} \sqrt{\beta z}) + K_0(\sqrt{\beta z}) I_1(r_{eD} \sqrt{\beta z})} \right]. \quad \dots\dots\dots 2.37$$

El comportamiento de los modelos de Fetkovich se muestra en las **Figura 2.5** y **2.6**, obtenidas a partir de las Ec. 2.35 y 2.37 y el de las variables normalizadas del gasto integral y su función derivada, en las **Figura 2.7** y **2.8** para el análisis de los datos normalizados. Este método tiene la ventaja respecto al de Arps que tiene una base teórica sólida, y un manejo del periodo transitorio. La comparación de estos modelos se muestra en la **Figura 2.9**, y en todos los casos se observa que, al finalizar el periodo transitorio, el comportamiento del sistema corresponde a uno con declinación exponencial. Tanto estas gráficas como las mostradas más adelante fueron obtenidas utilizando el algoritmo de inversión numérica de Stehfest a su solución en el espacio de Laplace.

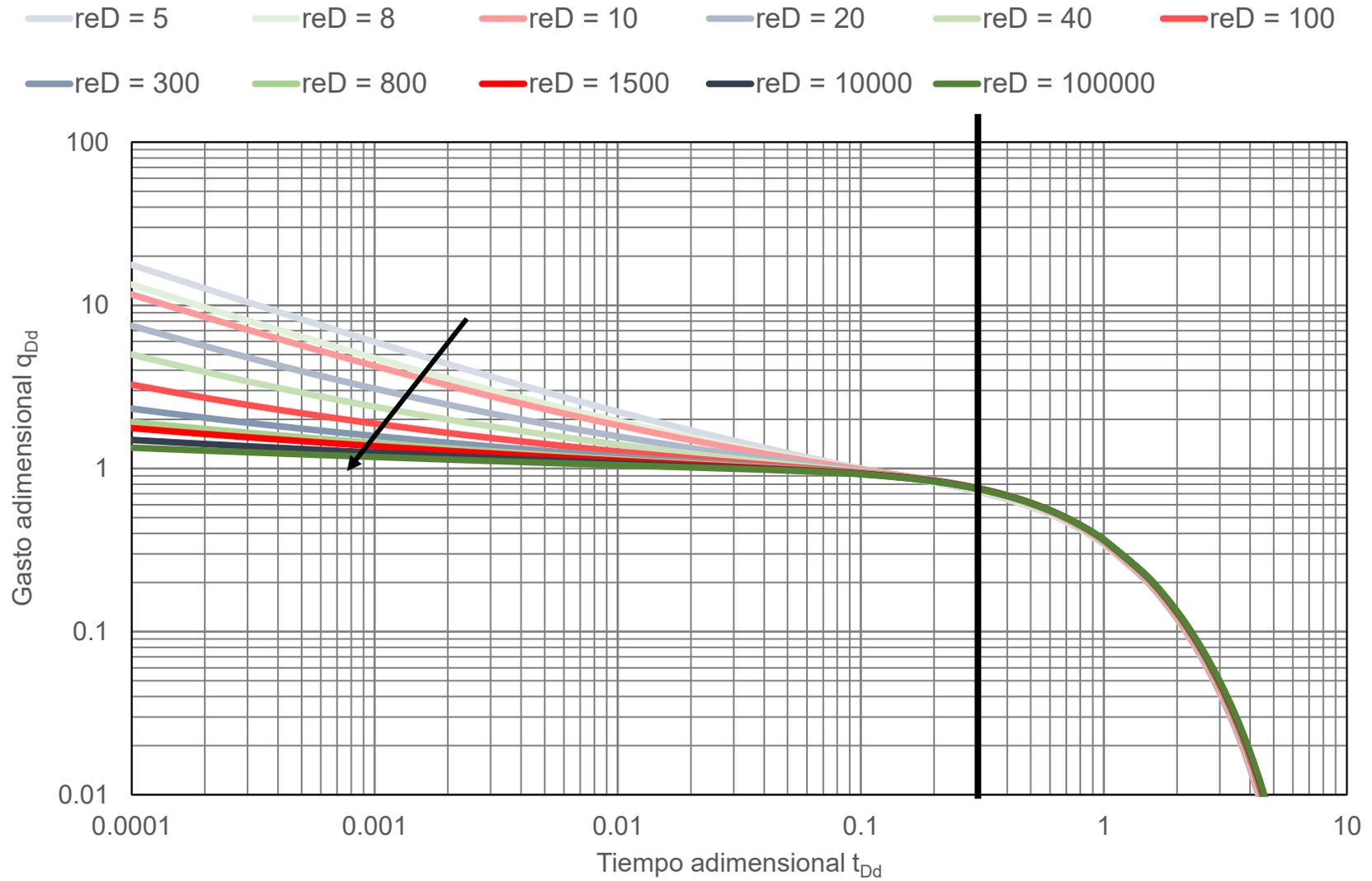


Figura 2.5 Curvas tipo de Fetkovich para q_{Dd} con r_{eD} de 5 a 10^5 .

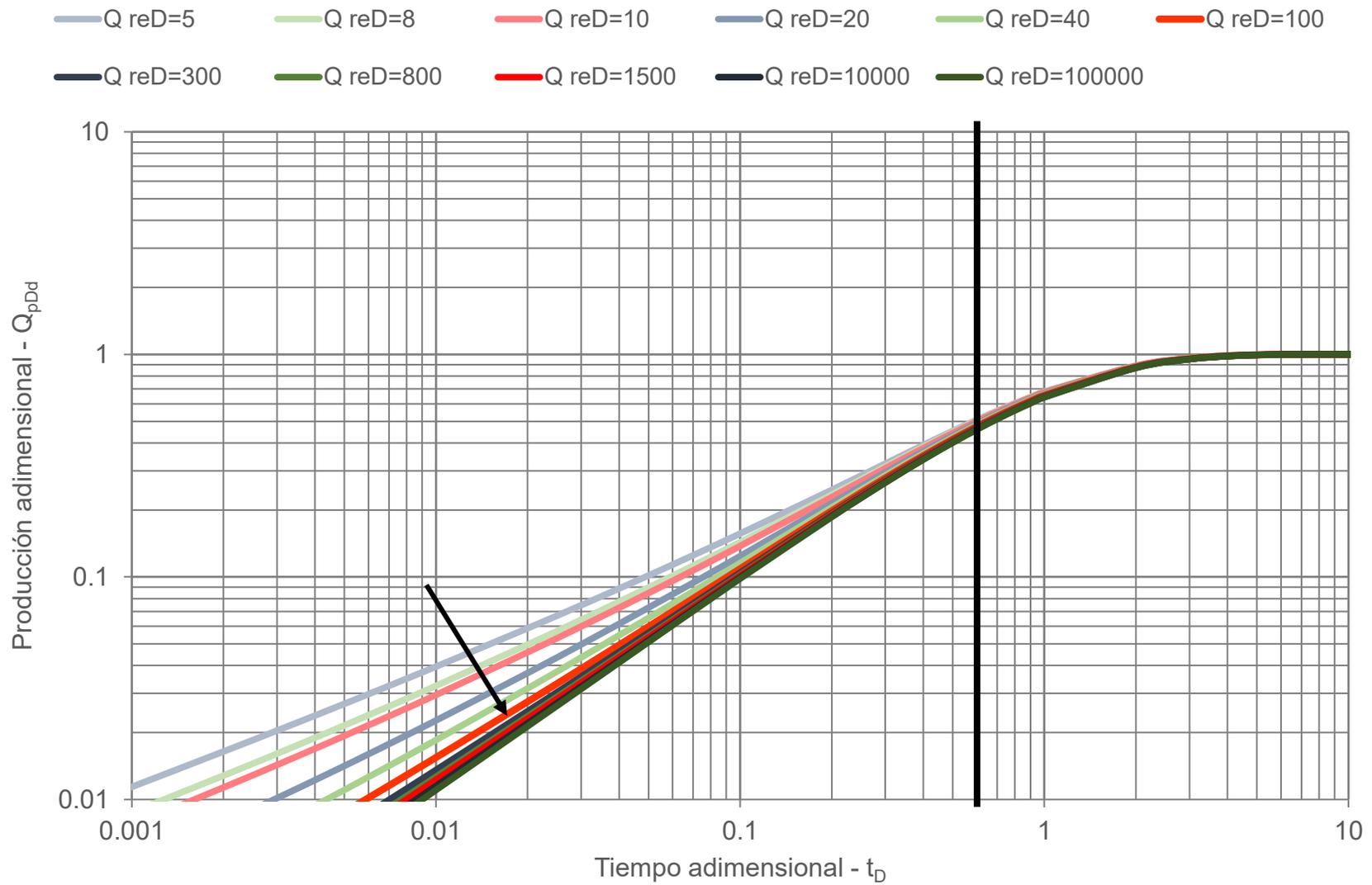


Figura 2.6 Curvas tipo de Fetkovich para Q_{pDd} con r_{eD} de 5 a 10^5 .

reD = 5 reD = 8 reD = 10 reD = 20 reD = 40 reD = 100
 reD = 300 reD = 800 reD = 1500 reD = 10000 reD = 100000

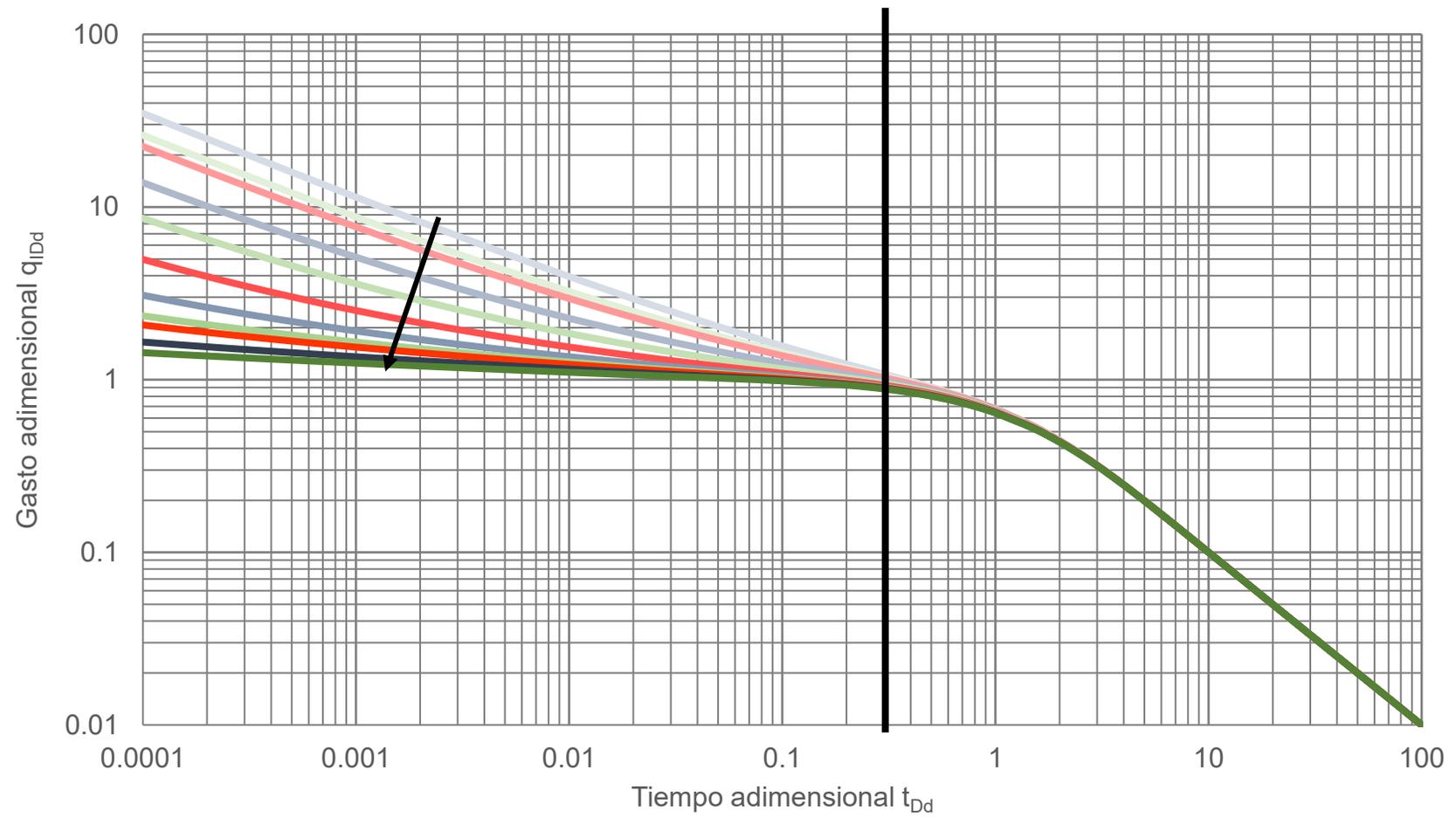


Figura 2.7 Curvas tipo de Fetkovich para q_{IDd} con reD de 5 a 10^5 .

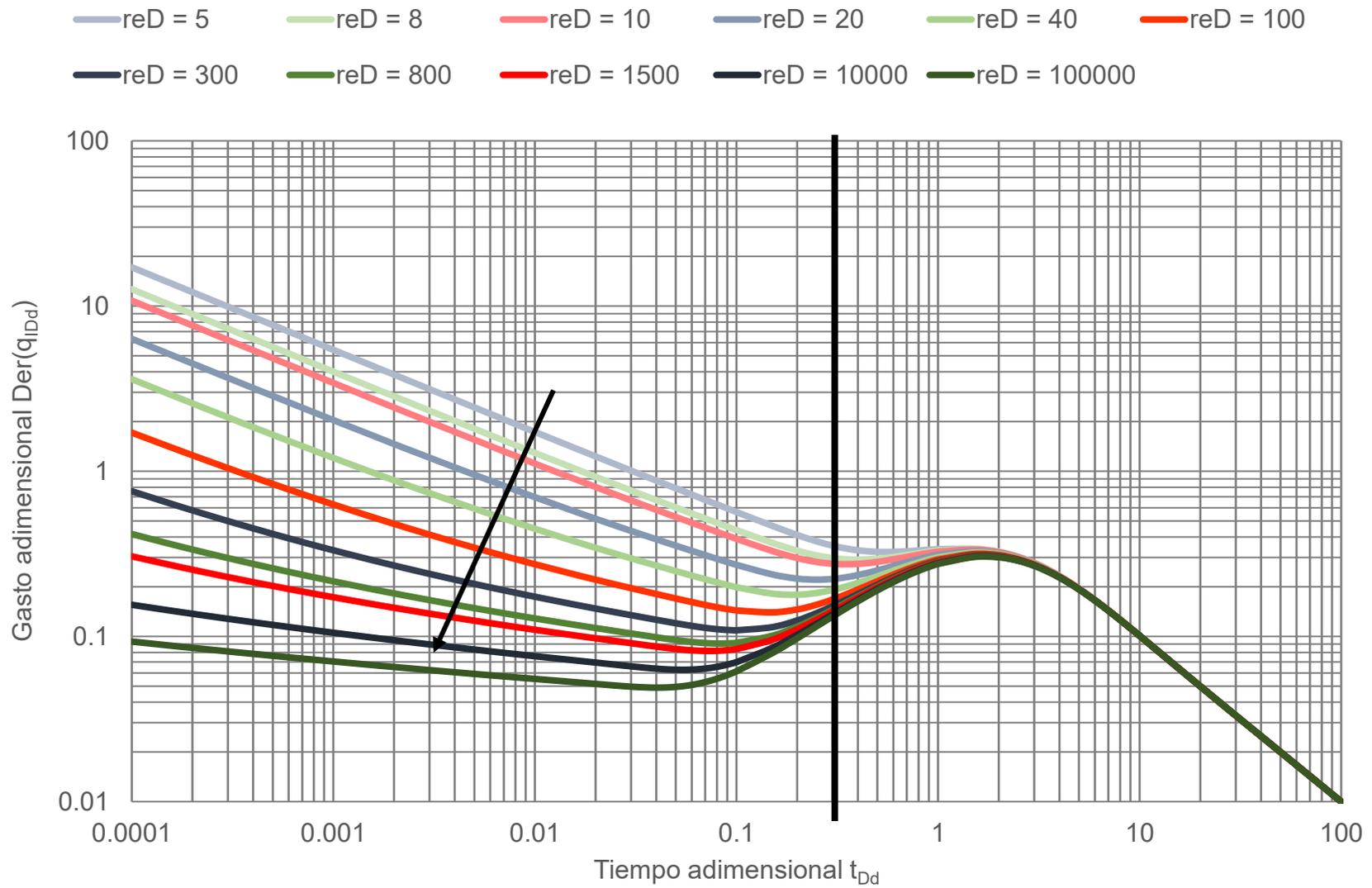


Figura 2.8 Curvas tipo de Fetkovich para $Der(q_{1Dd})$ con r_{eD} de 5 a 10^5 .

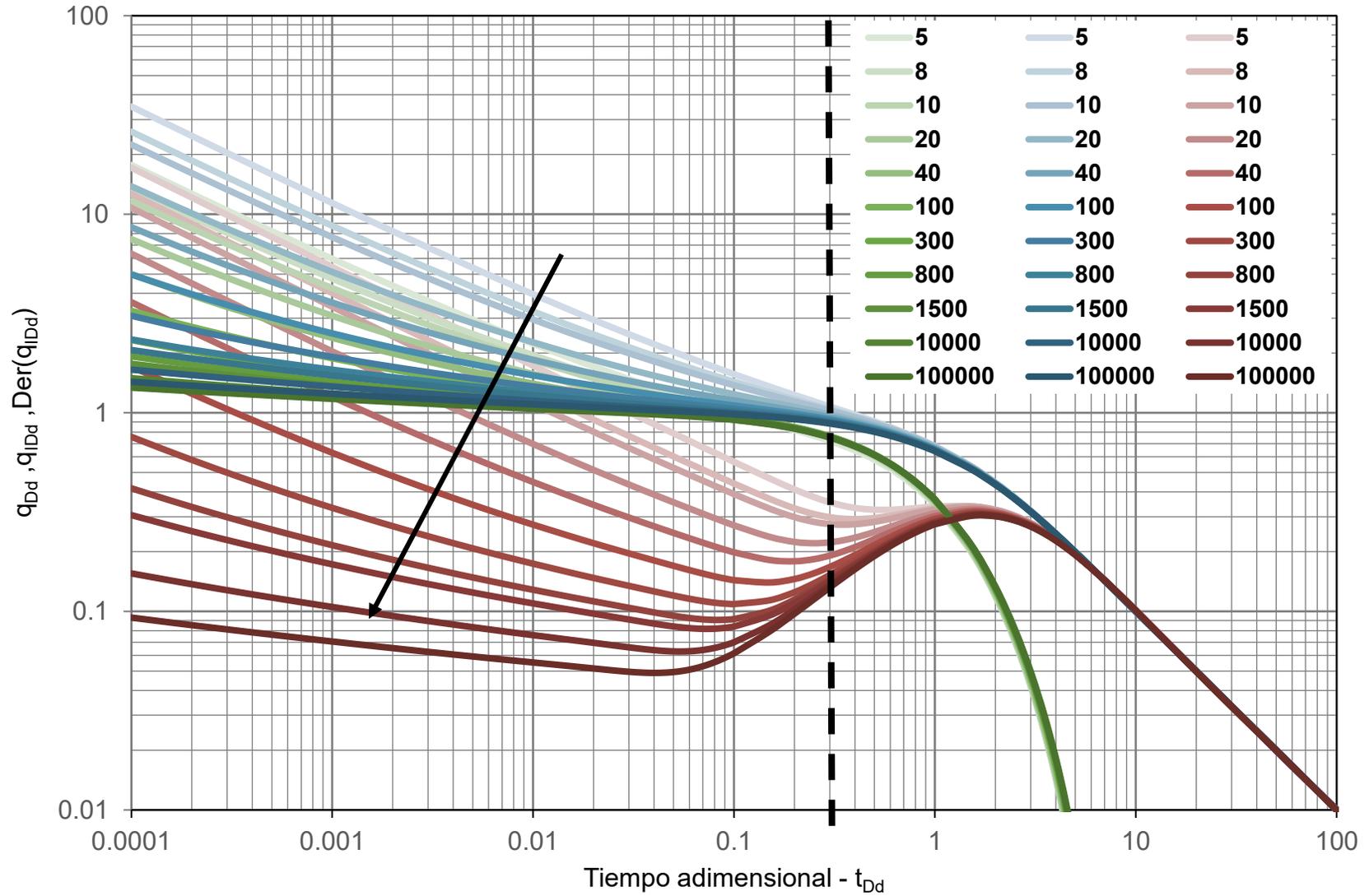


Figura 2.9 Comparativa de las diferentes curvas tipo de Fetkovich con r_{eD} de 5 a 10^5 .

2.4 Modelos de Arps-Fetkovich

Considerando que los modelos de Fetkovich, dentro del periodo dominado por las fronteras, muestran una declinación exponencial, es posible incluir los modelos de Arps a partir del momento en que concluye el periodo transitorio de flujo en las curvas. De esta manera puede extenderse la aplicación para el análisis de datos de producción como se muestra en la **Figura 2.10**.

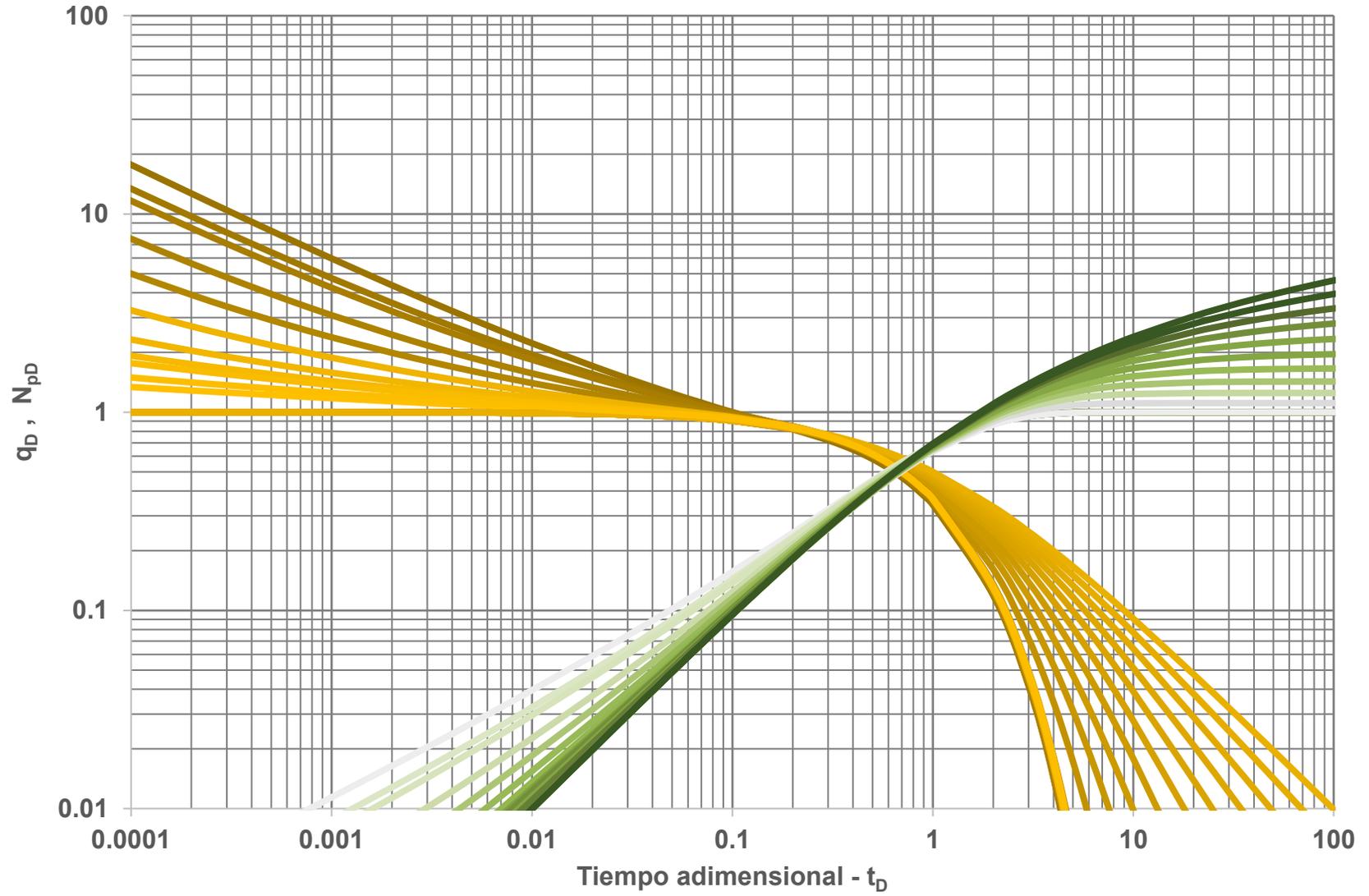


Figura 2.10 Curva tipo de los modelos de Arps-Fetkovich con r_{eD} de 5 a 10^5 .

2.5 Modelos de Blasingame

Una limitante de los modelos de Fetkovich se asocia al uso de las condiciones de producción a presión de fondo constante, ya que no es representativa de todos los pozos en su vida productiva. Para resolver esto, Blasingame et al. [21] han propuesto el uso del tiempo de balance de materia (t_c) para superponer los periodos de flujo como:

$$t_c = \frac{Q_p}{q} = \frac{1}{q} \int_0^t q(t) dt , \quad \dots\dots\dots 2.38$$

o en términos de variables adimensionales:

$$t_{cD} = \frac{Q_{pD}}{q_D} , \quad \dots\dots\dots 2.39$$

y para las variables de Fetkovich:

$$t_{cDd} = \frac{Q_{pDd}}{q_D d} . \quad \dots\dots\dots 2.40$$

El tiempo de balance de materia permite conocer el tiempo equivalente al que debe fluir un pozo producido a un gasto constante para obtener la misma producción acumulada que se reporta al tiempo (t), como se ilustra en la **Figura 2.11**.

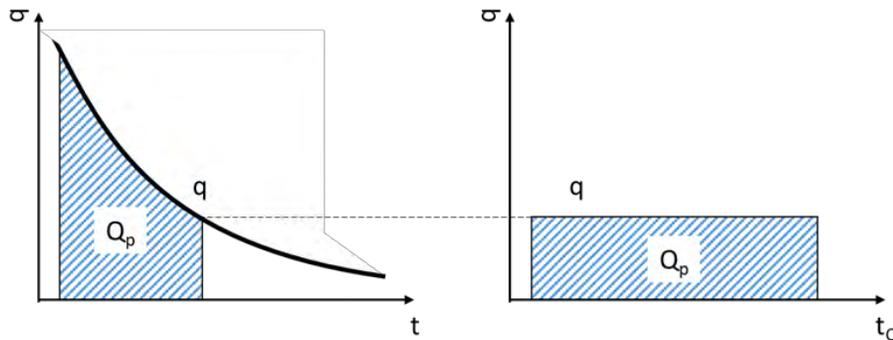


Figura 2.11 Representación del tiempo de balance de materia.

Para ejemplificar el efecto del tiempo de balance de materia sobre las soluciones de flujo, se incluyen las **Figura 2.12** y **2.13**, el desarrollo se presenta en el **Anexo C**. La primera muestra el comportamiento del tiempo de balance de materia (t_{cDd}) (con diferentes valores de r_{eD}) respecto al tiempo de declinación (t_{Dd}) de Arps-Fetkovich, y la segunda el de la solución de Fetkovich evaluada en términos de t_{Dd} y t_{cDd} . Se observa que durante el periodo transitorio la correspondencia de las escalas de tiempo es lineal, lo que provoca que los valores obtenidos para ambos casos sean similares. No obstante, a partir del periodo dominado por las fronteras, el tiempo de balance de materia extiende el comportamiento observado de las soluciones.

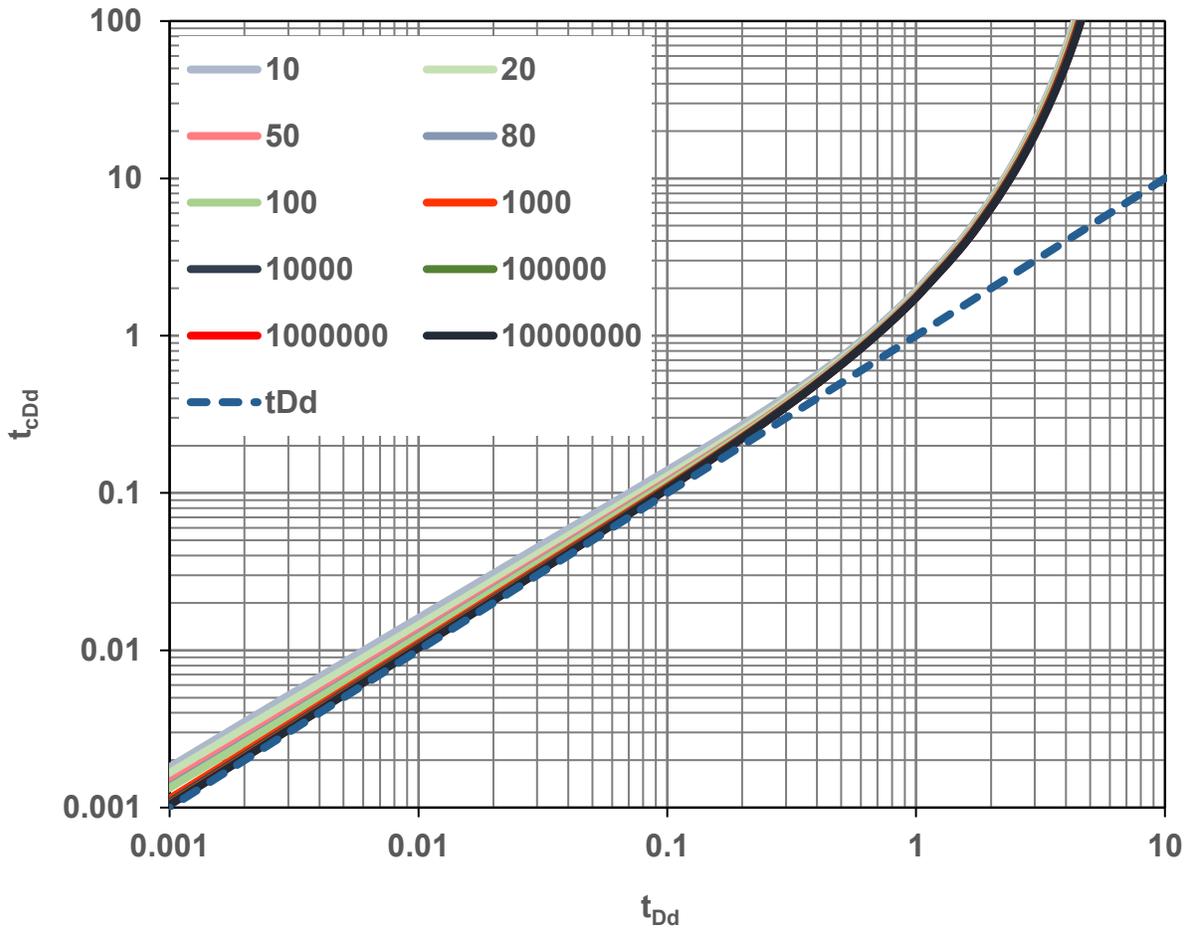


Figura 2.12 Comportamiento de t_{cDd} respecto a t_{Dd} para r_{eD} de 10 a 10^7 .

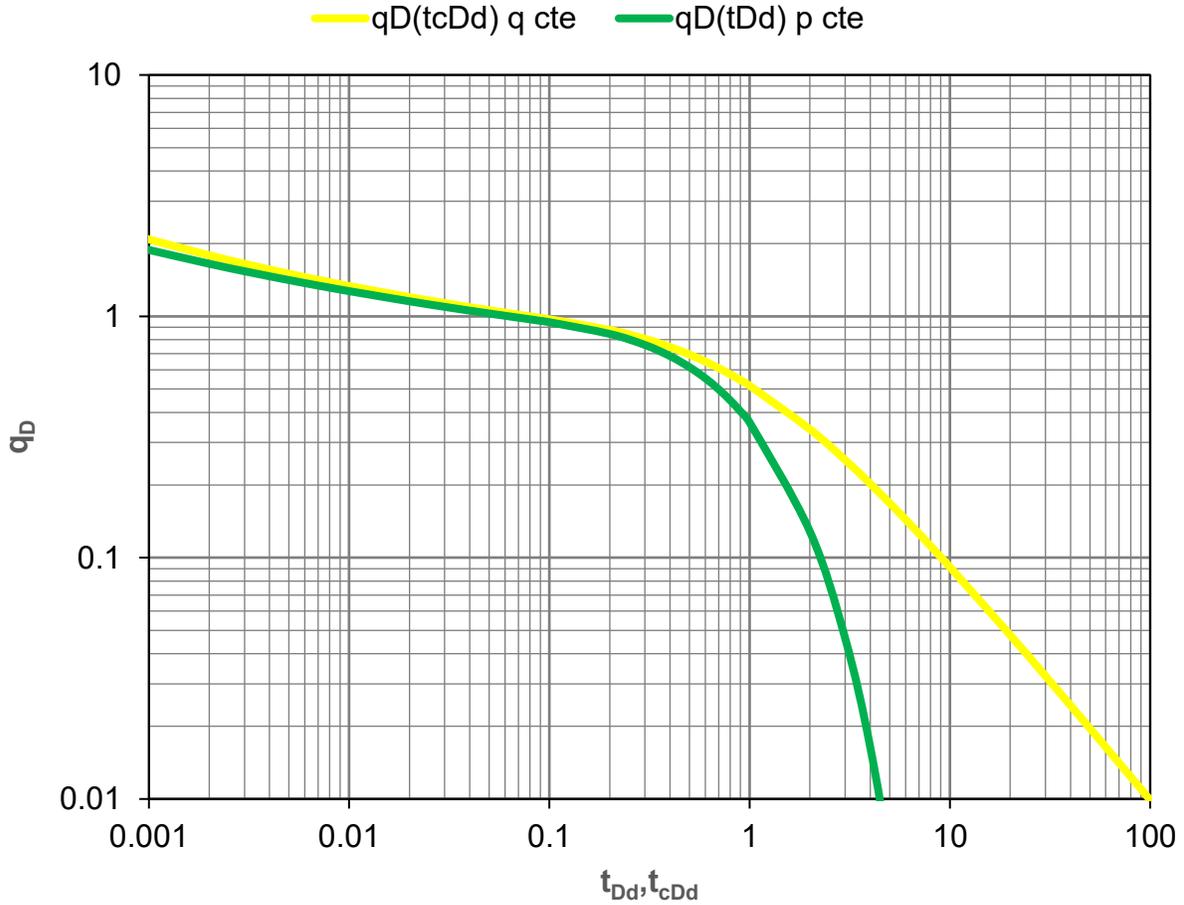


Figura 2.13 Solución de Fetkovich evaluada en t_{cDd} y t_{Dd} , con $r_{eD} = 100$.

Además, por el principio de superposición, el tiempo de balance de materia permite usar soluciones obtenidas a condiciones de producción a gasto constante (algunas de las cuales se incluyen en el **Anexo D**) como:

$$q_{Dd} = q_{Dd}(\ln r_{eD} - \omega, t_{cDd}) = \frac{\ln r_{eD} - \omega}{L^{-1}[\bar{P}_D]}, \quad \dots\dots\dots 2.41$$

donde \bar{P}_D es la solución para la presión de fondo en el espacio de Laplace, obtenida a condiciones de producción a gasto constante. Por ejemplo, la **Figura 2.14** muestra los comportamientos de la solución de Fetkovich y su caso análogo, Ec. 2.42, contra el tiempo de balance de materia, observándose que se sobreponen.

$$\bar{p}_D = \frac{1}{z\sqrt{\beta z}} \left[\frac{\frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})} + \frac{K_0(\sqrt{\beta z})}{I_0(\sqrt{\beta z})}}{\frac{K_1(\sqrt{\beta z})}{I_0(\sqrt{\beta z})} - \frac{I_1(\sqrt{\beta z})K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{I_0(\sqrt{\beta z})I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}} \right] \dots\dots\dots 2.42$$

De esta manera, considerando el tiempo de balance de materia para evaluar soluciones para producción a gasto constante, se obtienen las curvas tipo que se muestran en la **Figura 2.15**. Asimismo, los gráficos correspondientes a las variables normalizadas del gasto integral y su función derivada, en las **Figura 2.16** y **2.17**.

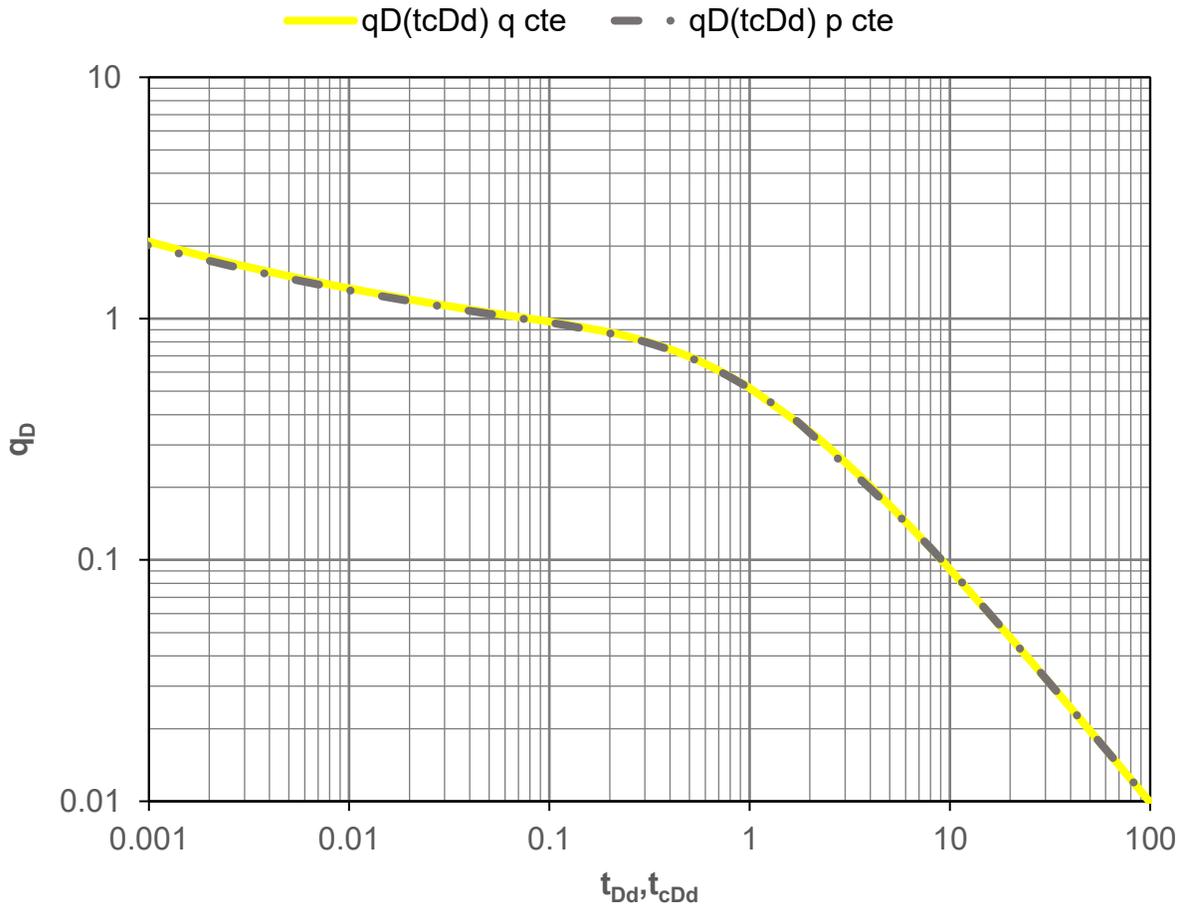


Figura 2.14 Comportamiento de las soluciones para un yacimiento cerrado a presión de fondo y gasto constantes contra t_{cDd} , $r_{eD} = 100$.

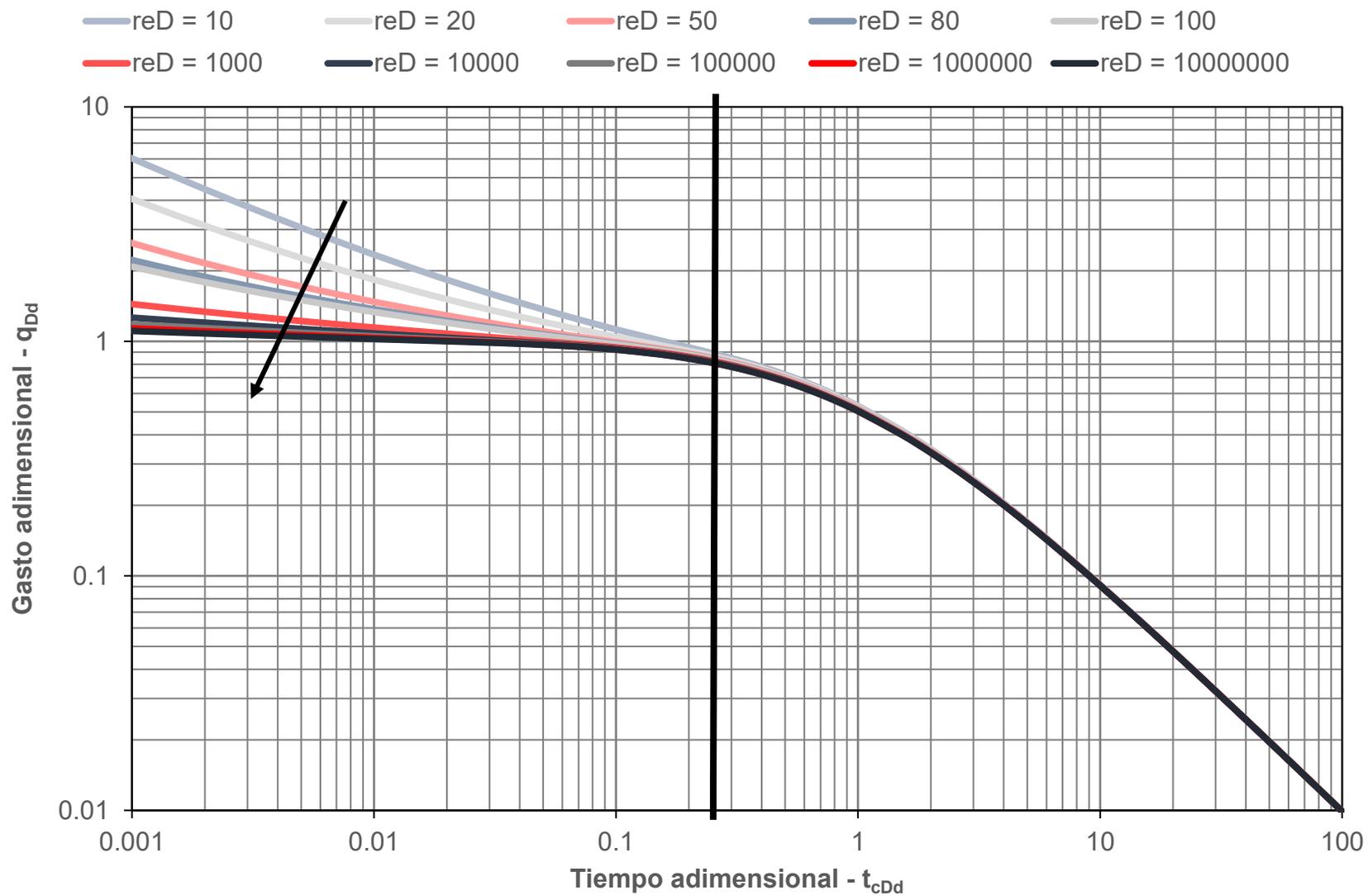


Figura 2.15 Curvas tipo de Blasingame para q_{Dd} con r_{eD} de 10 a 10^7 , obtenidas, con modelos para q_w constante.

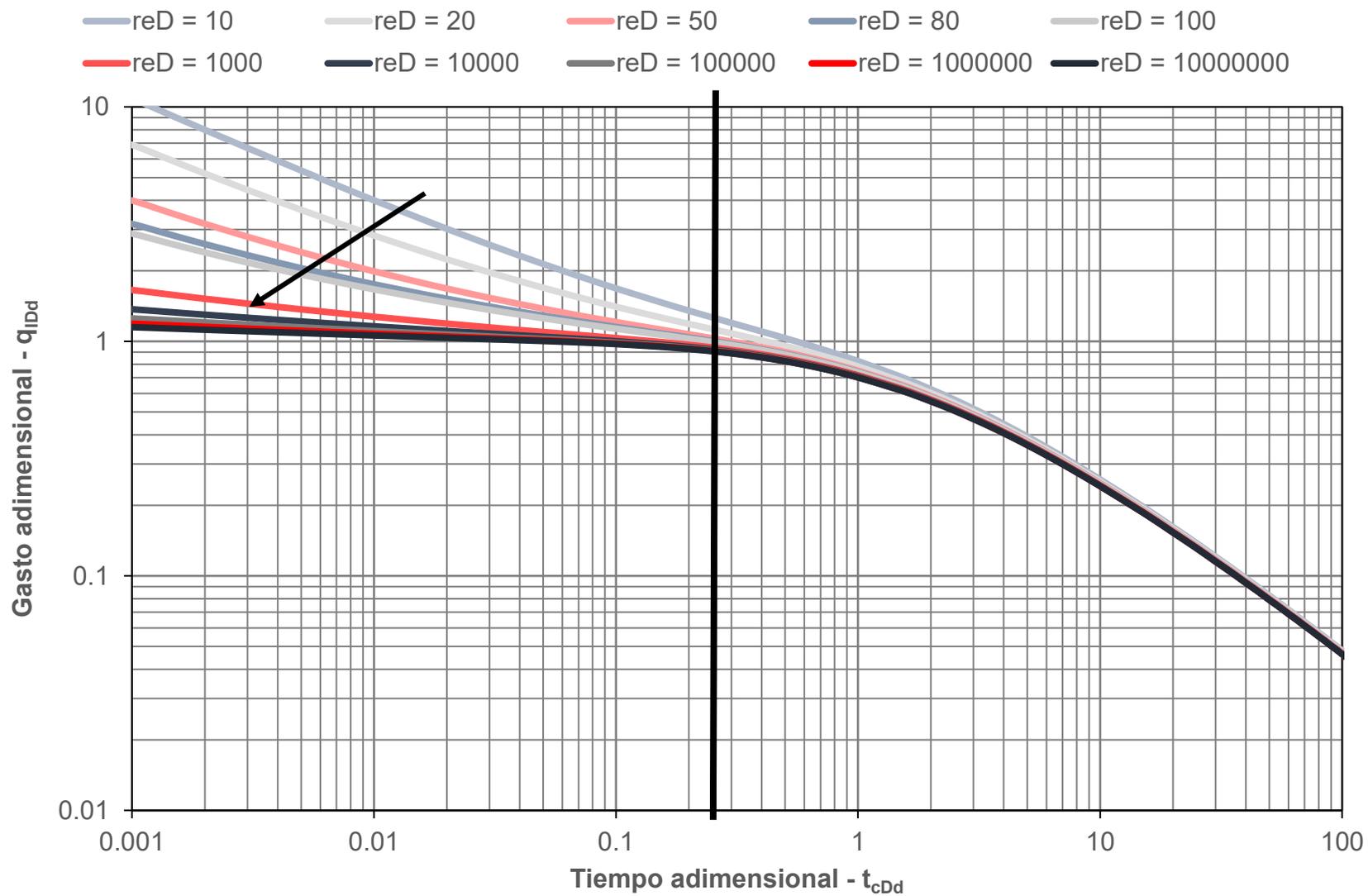


Figura 2.16 Curvas tipo de Blasingame para q_{IDd} con r_{eD} de 10 a 10^7 , obtenidas, con modelos para q_w constante.

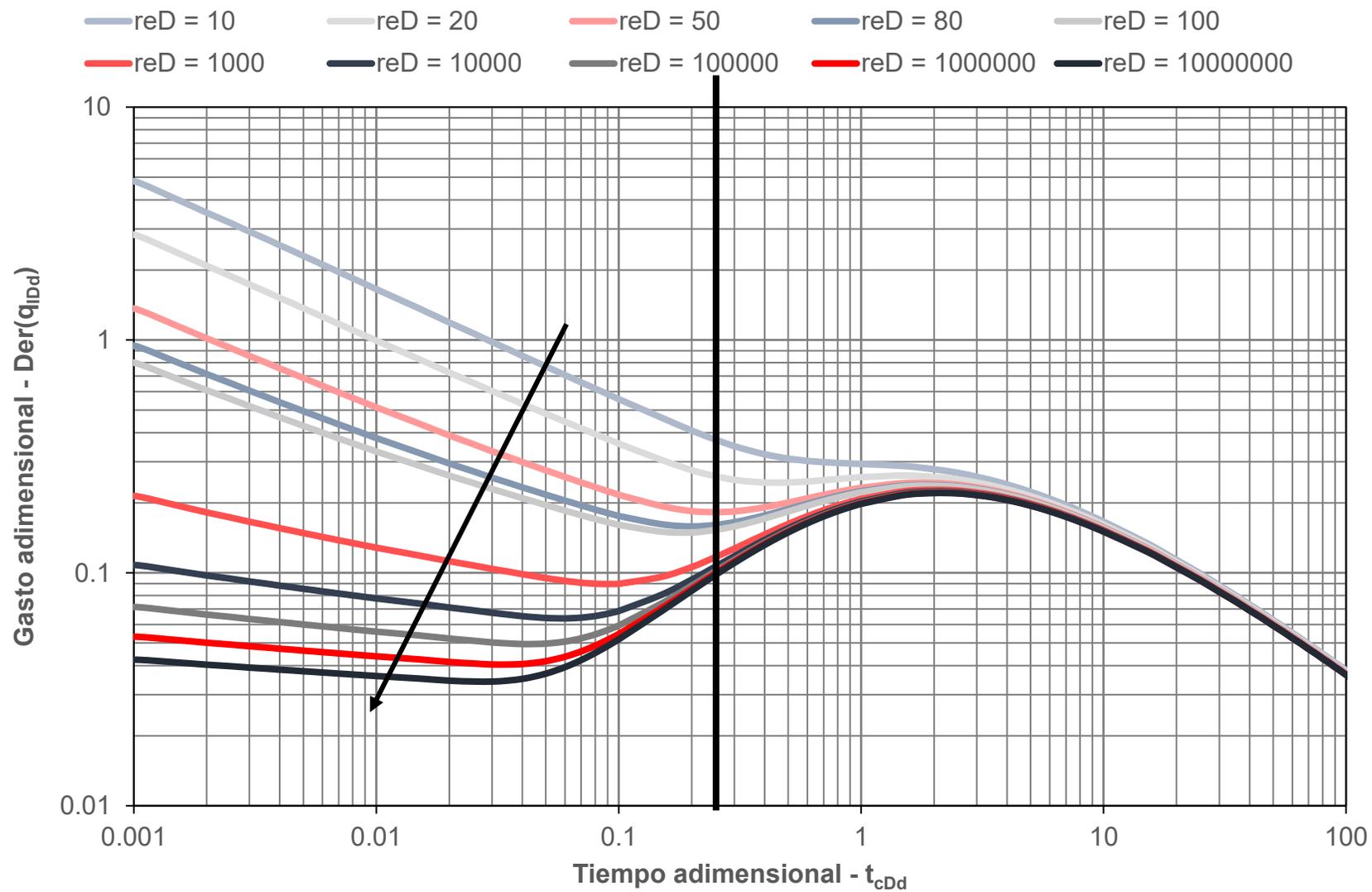


Figura 2.17 Curvas tipo de Blasingame para $Der(q_{IDd})$ con reD de 10 a 10^7 , obtenidas, con modelos para q_w constante.

Para generar las curvas tipo normalizadas de Blasingame no debe utilizarse las soluciones obtenidas a presión de fondo constante con el tiempo de balance de materia, ya que, además de que conceptualmente el tiempo de balance de materia permite usar soluciones a gasto constante, su uso sobre-suavizaría el comportamiento observado en el periodo dominado por las fronteras, lo que favorece errores en la aplicación de las curvas.

Para calcular los valores de la función derivada del gasto de Blasingame en la **Figura 2.17** se integraron numéricamente los resultados obtenidos mediante la regla trapezoidal, Ec. 2.43. Cabe señalar que esta fórmula de integración fue utilizada en todos los métodos integrales para este trabajo.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{j=1}^{n-1} f\left(a + j \frac{b-a}{n}\right) \right) . \dots\dots\dots 2.43$$

El comportamiento conjunto de los modelos de Blasingame se presenta en la **Figura 2.18**.

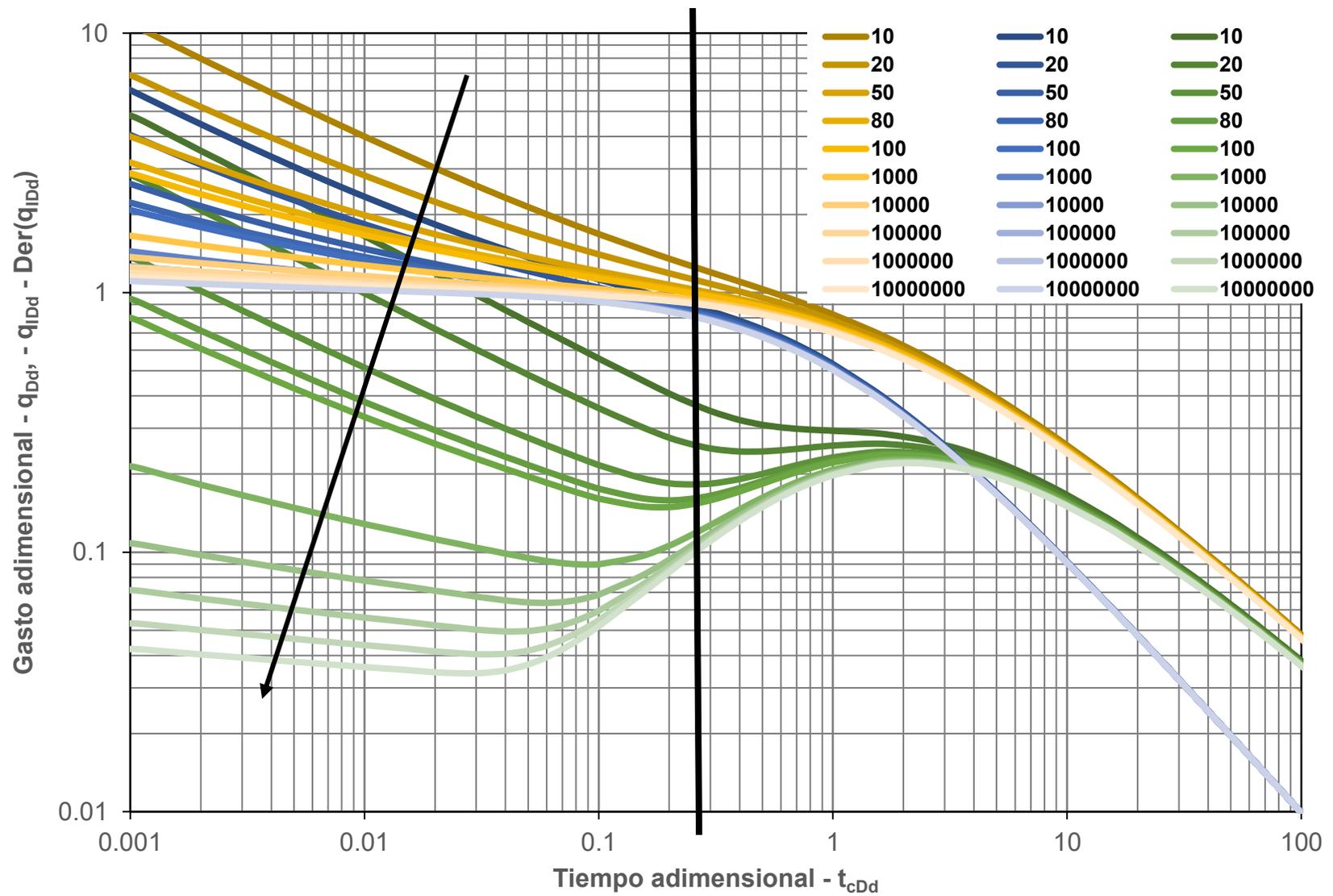


Figura 2.18 Comparativa del comportamiento de las diferentes curvas tipo de Blasingame con r_{eD} de 10 a 10^7 .

2.6 Modelos de Agarwal-Gardner

Este método parte del trabajo realizado por Blasingame, pero se modificó la definición del tiempo de balance de materia y el gasto adimensional, para facilitar la identificación de los estados de flujo en el sistema. Los cambios son los siguientes:

$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi\mu C_t r_w^2} \frac{r_w^2}{A} = \frac{1}{\pi(r_{eD}^2 - 1)} t_D = \beta t_D, \quad \dots\dots\dots 2.44$$

$$\bar{q}_D = \frac{1}{L^{-1}[\bar{p}_D]} = \frac{qB\mu}{2\pi kh(p_i - p_{wf})}. \quad \dots\dots\dots 2.45$$

Cabe señalar que en la Ec. 2.45, (\bar{p}_D) refiere a la caída de presión adimensional evaluada al tiempo de balance de materia definido por Agarwal y Gardner. El comportamiento del gasto (el inverso de la presión adimensional) contra el tiempo de balance de materia se presenta en la **Figura 2.19**. Por otro lado, para el análisis, los autores proponen usar el inverso de la función derivada de la presión como:

$$\frac{1}{Der(p_D)} = \frac{1}{\frac{\partial p_D}{\partial \ln t_{DA}}} = \frac{1}{t_{DA} \frac{\partial p_D}{\partial t_{DA}}} = \frac{1}{t_{DA} p'_D}, \quad \dots\dots\dots 2.46$$

donde p'_D se obtiene en el espacio de Laplace como:

$$\bar{p}'_D = \frac{1}{\sqrt{\beta z}} \left[\frac{\frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})} + \frac{K_0(\sqrt{\beta z})}{I_0(\sqrt{\beta z})}}{\frac{K_1(\sqrt{\beta z})}{I_0(\sqrt{\beta z})} - \frac{I_1(\sqrt{\beta z})}{I_0(\sqrt{\beta z})} \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}} \right], \quad \dots\dots\dots 2.47$$

con lo que al sustituir:

$$\frac{1}{Der(p_D)} = \frac{1}{L^{-1}[\bar{p}'_D] t_{DA}}. \quad \dots\dots\dots 2.48$$

La gráfica de $Der(p_D)$ contra t_{DA} para diferentes r_{eD} se muestra en la **Figura 2.20**.

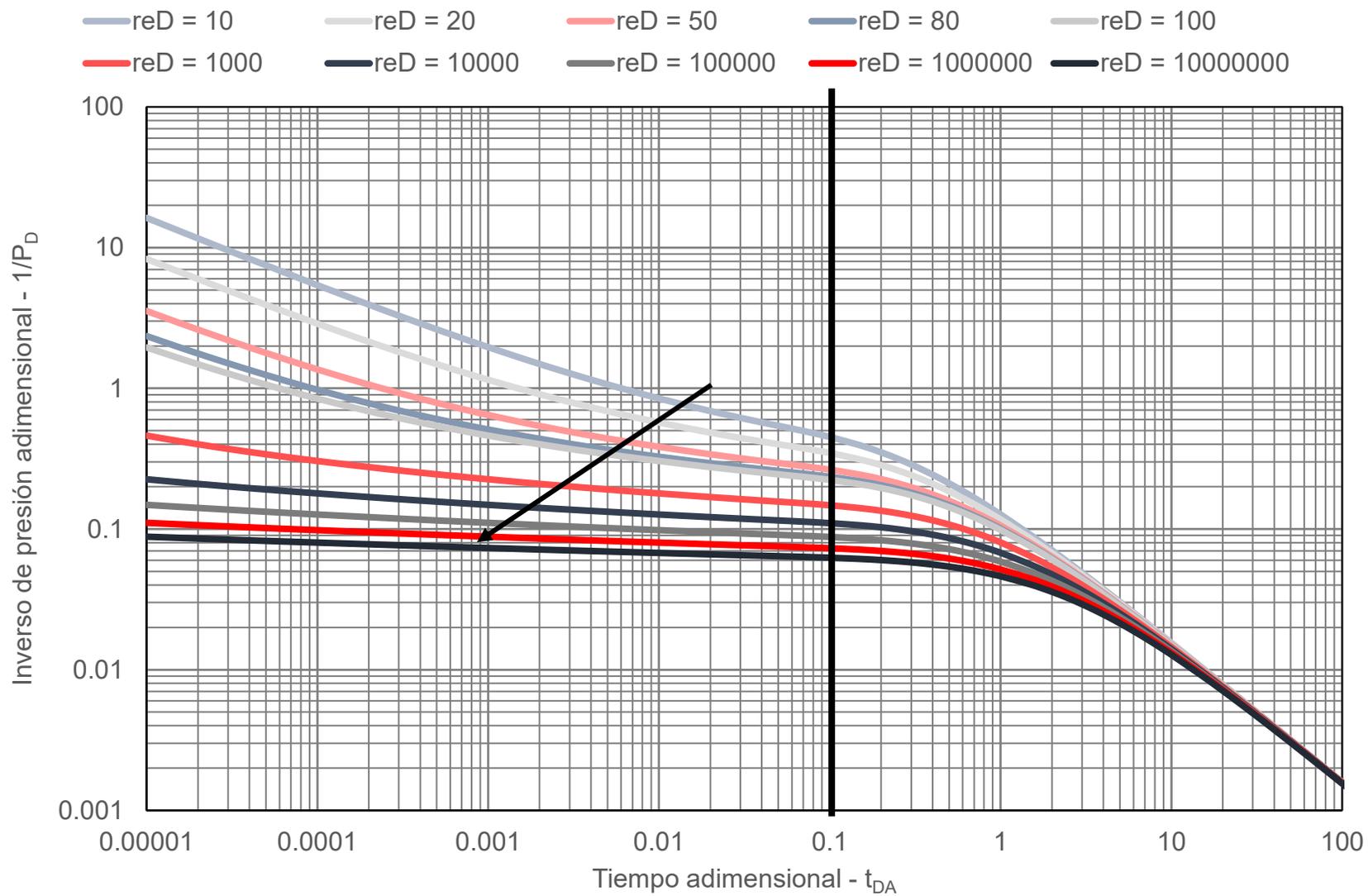


Figura 2.19 Curvas tipo de Agarwal-Gardner de $1/p_D$ con r_{eD} de 10 a 10^7 .

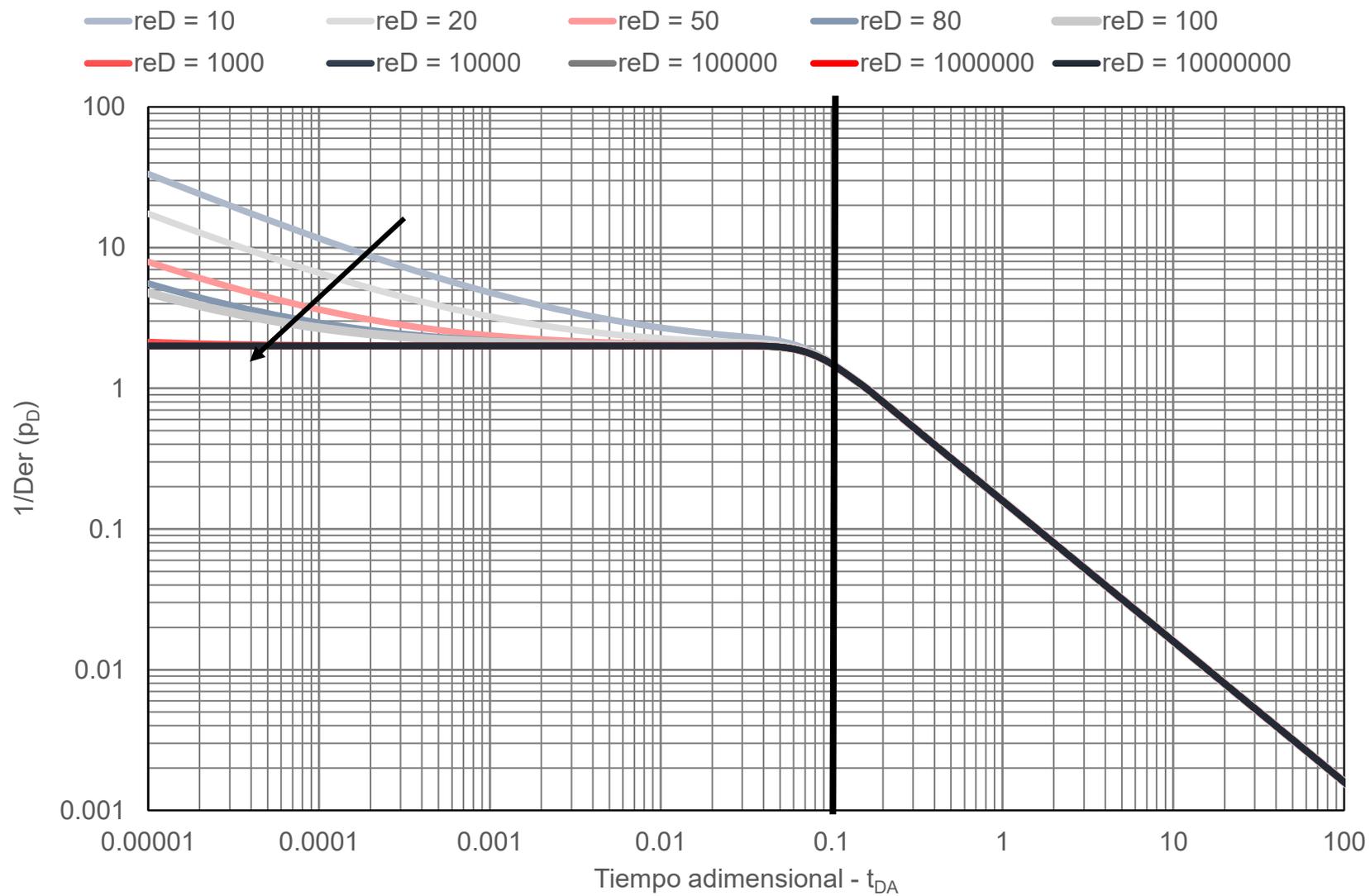


Figura 2.20 Curvas tipo de Agarwal-Gardner de $1/Der(p_D)$ con r_{eD} de 10 a 10^7 .

Finalmente, para este caso, se hace uso de la presión normalizada (p_{ID}) para refinar el análisis. Para ello se define que:

$$p_{ID} = \frac{1}{t_{DA}} \int_0^{t_{DA}} p_D dt_{DA} , \dots\dots\dots 2.49$$

y al derivar respecto a t_{DA} se obtiene:

$$dp_{ID} = \frac{t_{DA} p_D dt_{DA} - \int_0^{t_{DA}} p_D dt_{DA}}{t_{DA}^2} , \dots\dots\dots 2.50$$

que retomando la definición de la función derivada de la presión

$$\frac{1}{Der(p_{ID})} = \frac{1}{\left(\frac{P_D}{t_{DA}} - \frac{\int_0^{t_{DA}} p_D dt_{DA}}{t_{DA}^2} \right) t_{DA}} = \frac{1}{p_D - p_{ID}} . \dots\dots\dots 2.51$$

El comportamiento de la función derivada de la presión normalizada se muestra en la **Figura 2.21**. El conjunto de las curvas tipo de Agarwal-Gardner se presenta en la **Figura 2.22**. Este método destaca respecto a los anteriores gracias a que se remarca el paso de flujo transitorio a flujo dominado por las fronteras, además de que al igual que con Blasingame, es capaz de trabajar con presiones variables, lo que les permite utilizar datos de producción diarios.

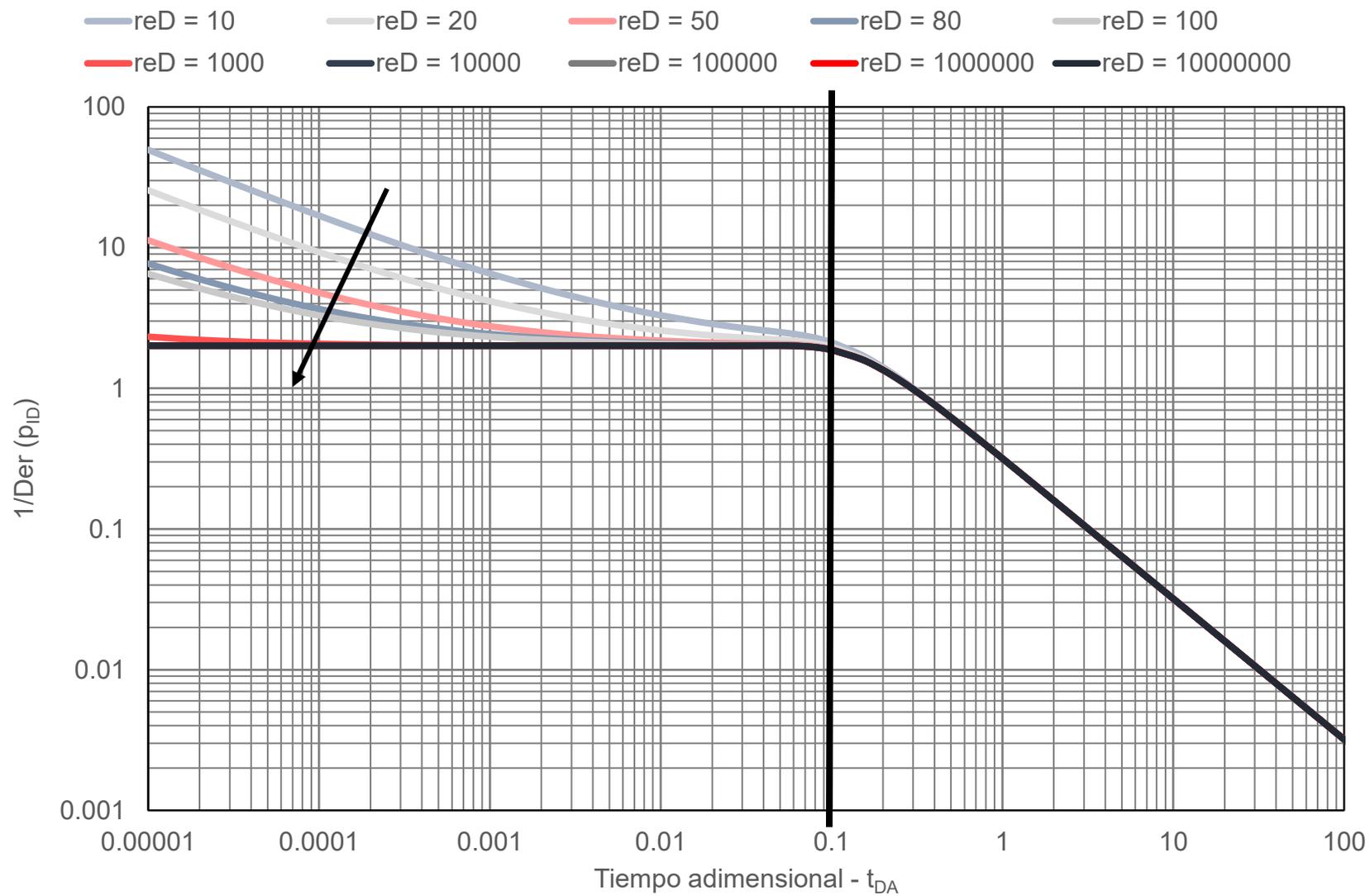


Figura 2.21 Curvas tipo de Agarwal-Gardner de $1/Der(p_{ID})$ con r_{eD} de 10 a 10^7 .

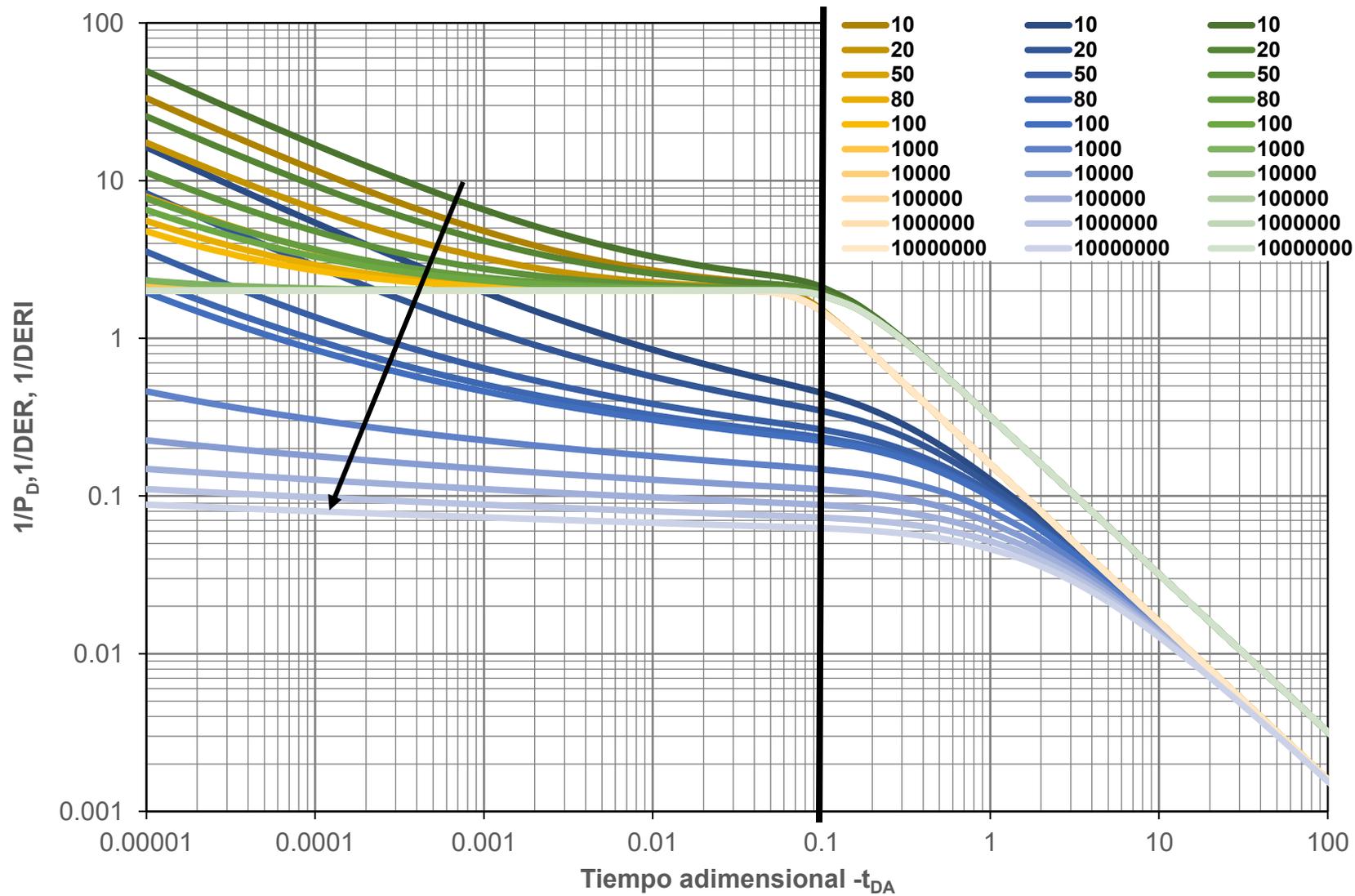


Figura 2.22 Conjunto de curvas tipo de Agarwal-Gardner con r_{eD} de 10 a 10^7 .

2.7 Modelos de NPI

Este método retoma conceptos como el tiempo de balance de materia y la normalización de la presión, de donde obtiene su nombre NPI (*Normalized Pressure Integral*). De esta manera, se parte de la solución para flujo radial de la Ec. 2.42, pero considerando que el factor (β) es aquel definido por Agarwal y Gardner en la Ec. 2.44, y se integra según la Ec. 2.49, que se puede reescribir como:

$$p_{ID} = \frac{1}{t_{DA}} L^{-1} \left[\frac{\bar{p}_D}{z} \right] \dots\dots\dots 2.52$$

Por último, el análisis correspondiente puede refinarse con ayuda de la función derivada de la presión, que se define como [16]:

$$Der(p_{ID}) = \frac{dp_{DI}}{d \ln t_{DA}} = t_{DA} \left(\frac{dp_{DI}}{dt_{DA}} \right) \dots\dots\dots 2.53$$

que al sustituir la definición de la caída de presión normalizada resulta en:

$$Der(p_{ID}) = p_D - p_{ID} \dots\dots\dots 2.54$$

Los comportamientos de la caída de presión adimensional, su valor normalizado y la función derivada se presentan en las **Figura 2.23 a 2.25**, y el conjunto de las mismas se incluye en la **Figura 2.26**. Se observa claramente que estos modelos resultan ser los inversos del modelo de Agarwal-Gardner, lo que permite trabajar con presiones en lugar de gastos.

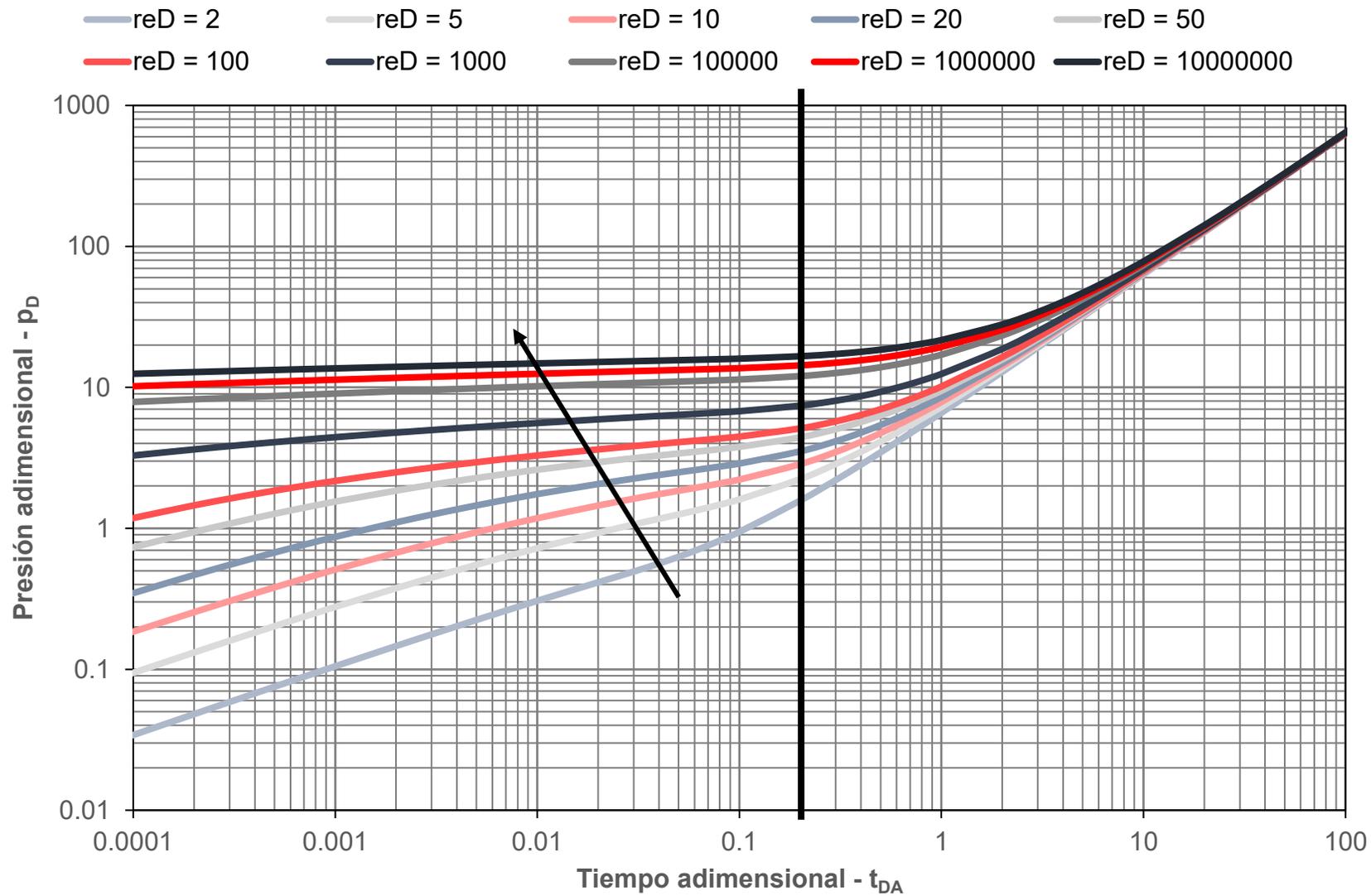


Figura 2.23 Curvas tipo de NPI de p_D vs t_{DA} con r_{eD} de 2 a 10^7 .

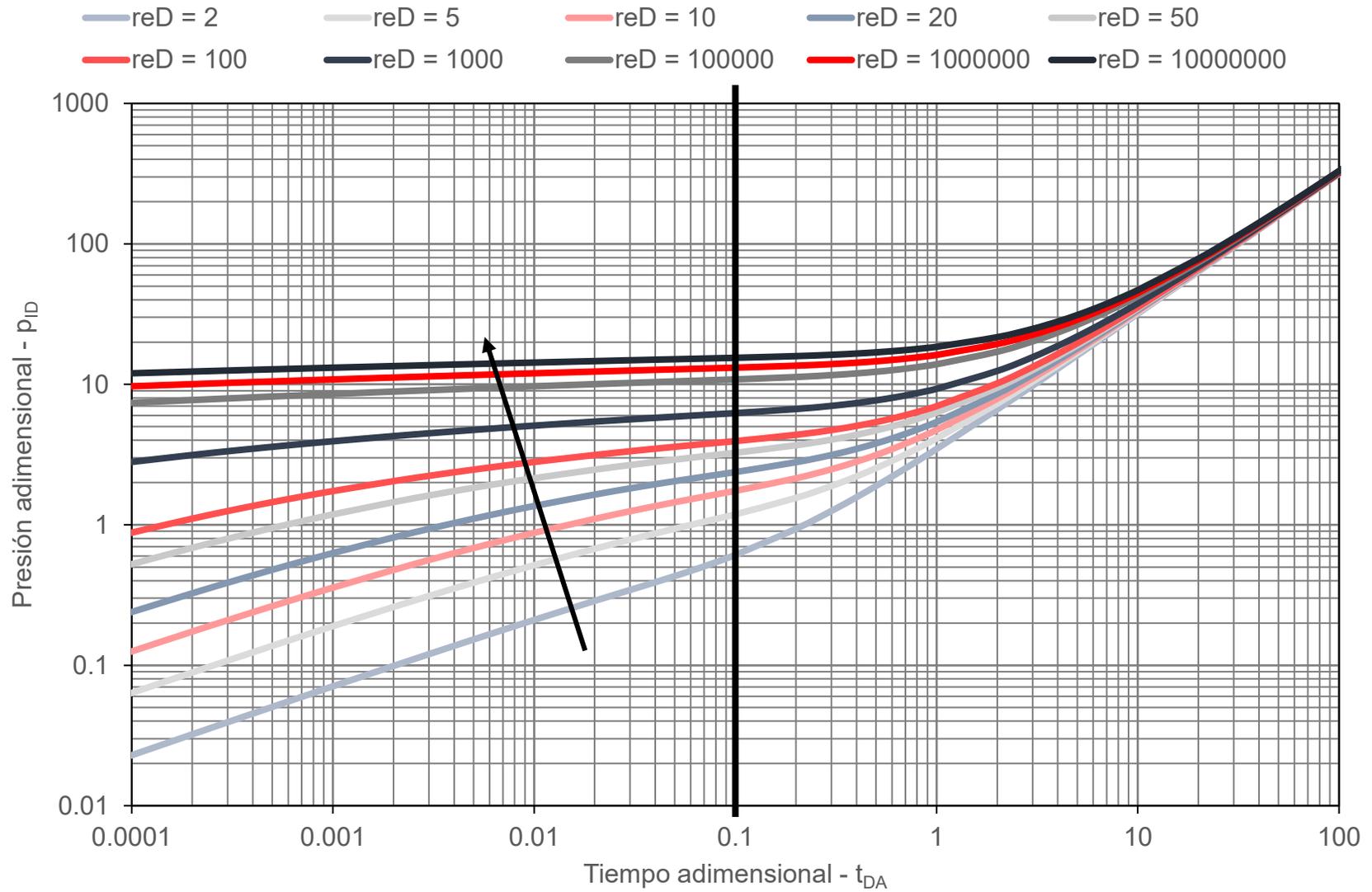


Figura 2.24 Curvas tipo de NPI de p_{ID} vs t_{DA} con r_{eD} de 2 a 10^7 .

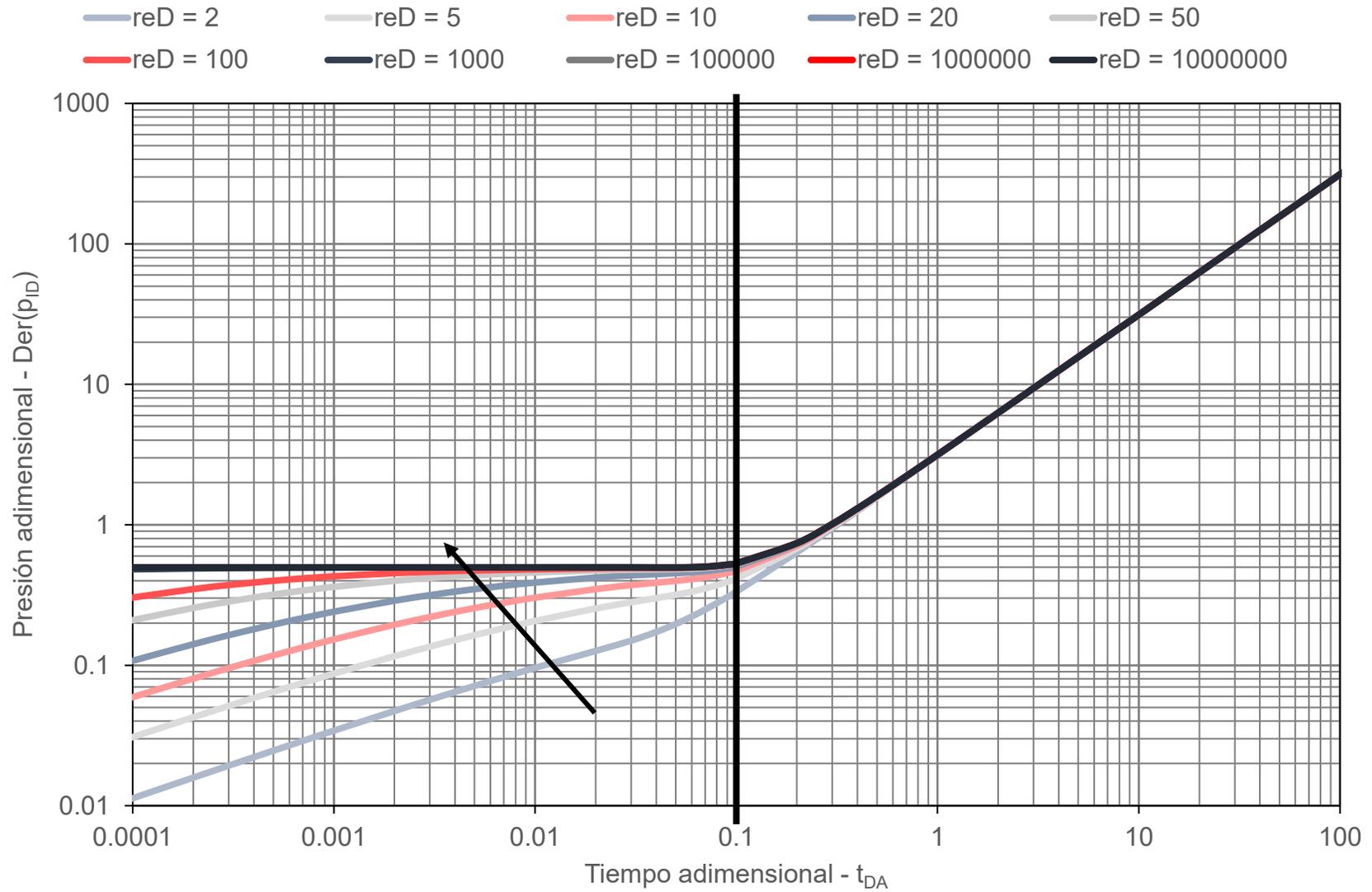


Figura 2.25 Curvas tipo de NPI de $Der(p_{ID})$ vs t_{DA} con r_{eD} de 2 a 10^7 .

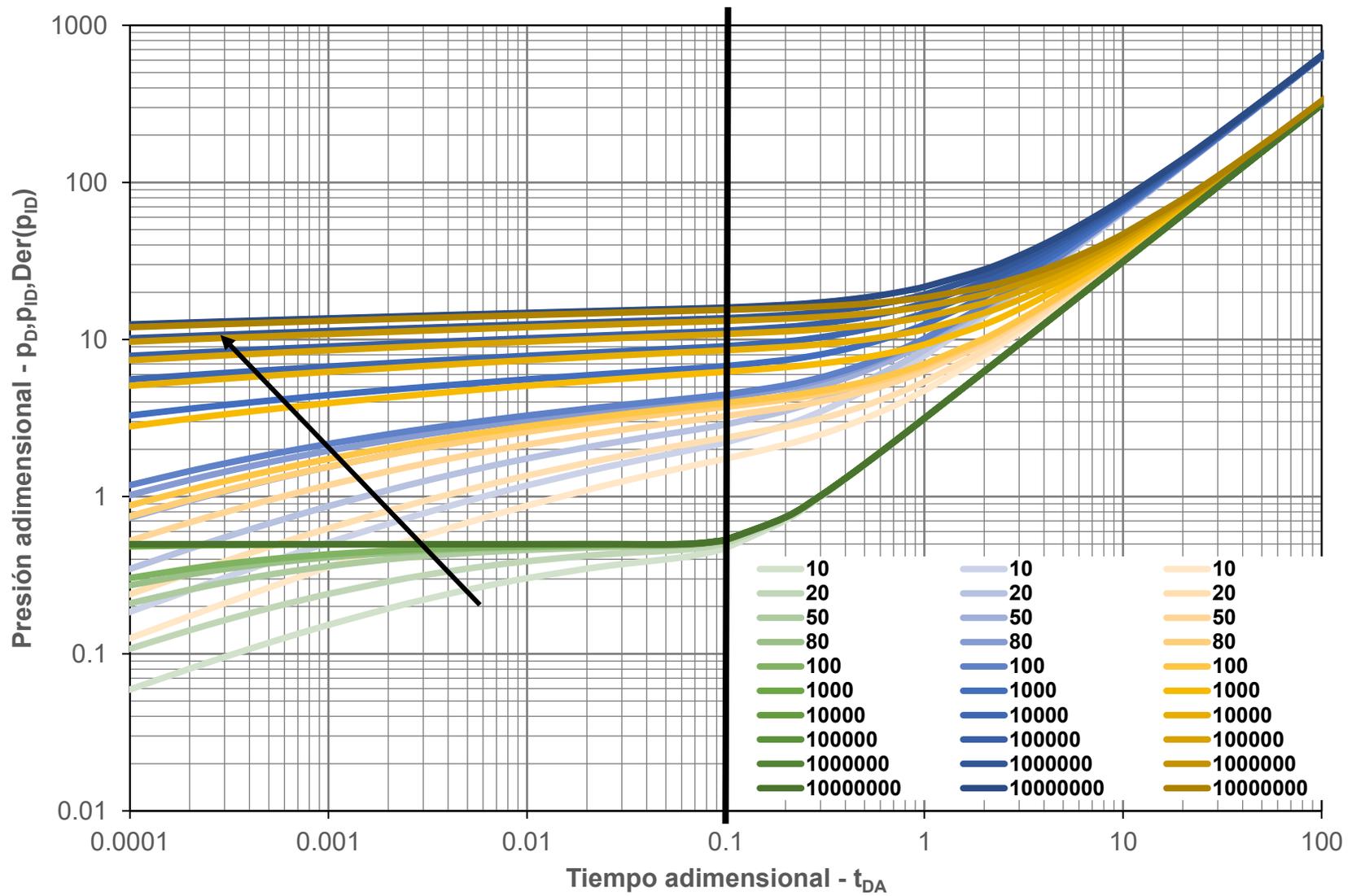


Figura 2.26 Conjunto de curvas tipo de NPI con r_{eD} de 10 a 10^7 .

2.8 Modelos de declinación transitoria

Tal como con el método de NPI, se parte de la base propuesta por Agarwal-Gardner, únicamente considerando que (β) es igual a uno, con lo que la solución al problema de flujo radial en un yacimiento cerrado con producción a gasto constante resulta [22]:

$$\bar{p}_D = \frac{\frac{K_0(\sqrt{z})}{I_0(\sqrt{z})} + \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{z})}}{z\sqrt{z} \left[-\frac{K_1(r_{eD}\sqrt{z})I_1(\sqrt{z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{z})I_0(\sqrt{z})} + \frac{K_1(\sqrt{z})}{I_0(\sqrt{z})} \right]} \cdot \dots\dots\dots 2.55$$

De esta manera, al graficar ($1/p_D$) contra (t_D), como se muestra en **Figura 2.27**, se observa que los datos correspondientes al periodo transitorio convergen en una sola línea, misma que se separa en el periodo dominado por las fronteras. Esto permite mejorar el ajuste de datos medidos e identificar con mayor facilidad el fin del periodo radial infinito en el modelo, además permite obtener mejores resultados respecto a los primeros datos.

Este método propone el uso de la presión normalizada y el inverso de su función derivada, cuyo comportamiento respecto a (t_D) se muestra en las **Figura 2.28** y **2.29** El comportamiento del conjunto de curvas utilizadas se incluye en **Figura 2.30**.

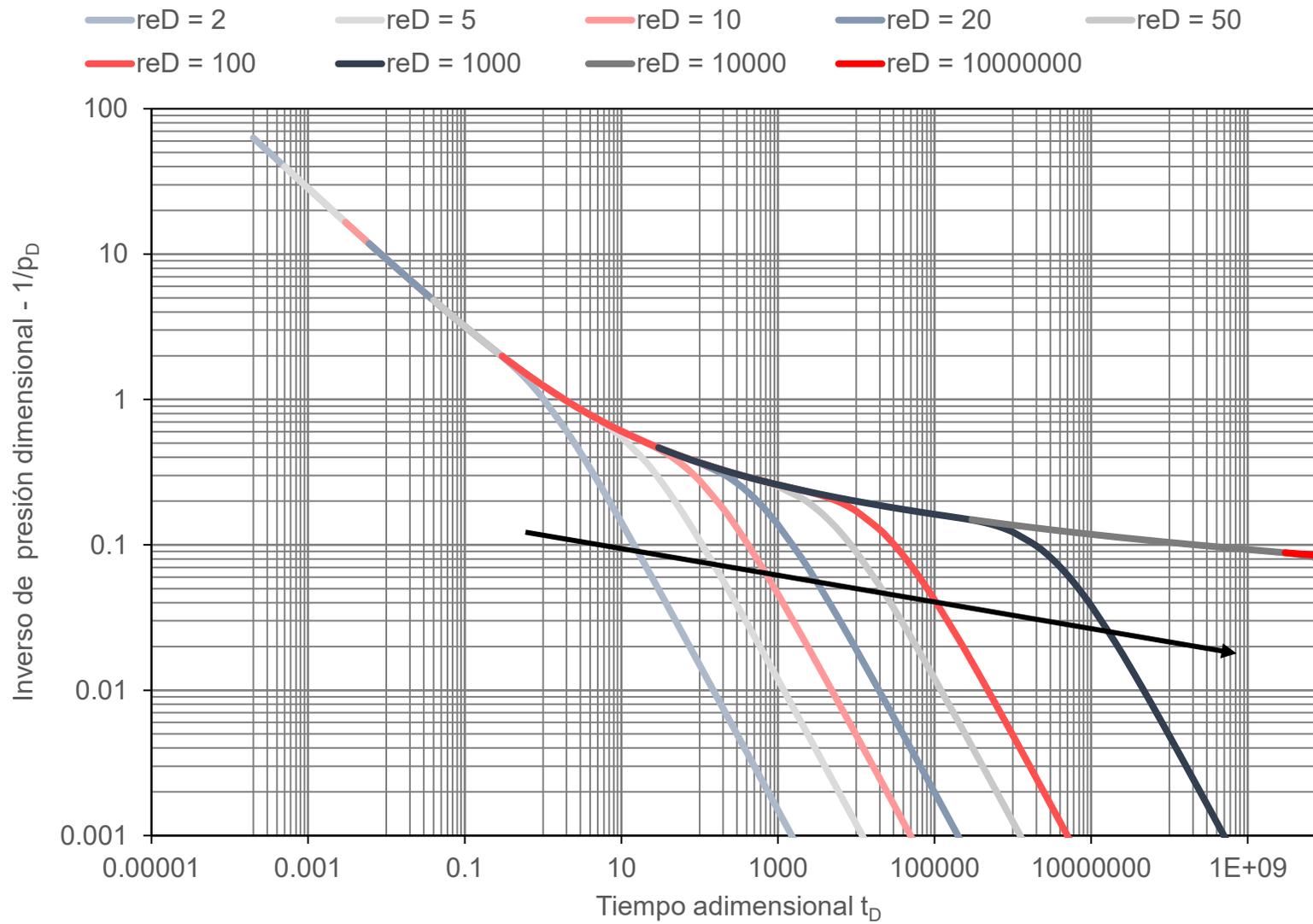


Figura 2.27 Curvas tipo de periodo transitorio de $1/p_D$ vs t_D con r_{eD} de 2 a 10^7 .

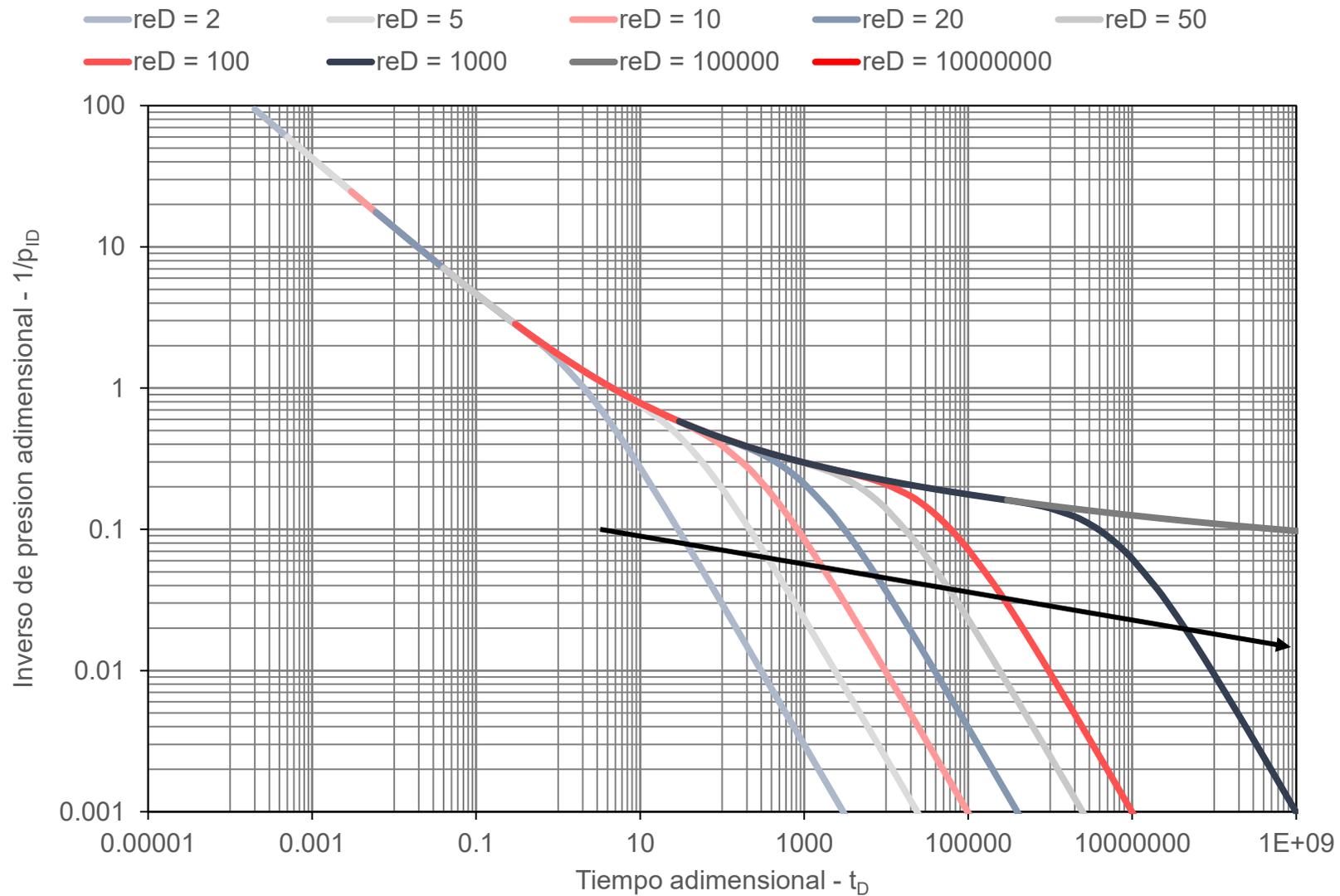


Figura 2.28 Curvas tipo de periodo transitorio de $1/p_{ID}$ vs t_D con r_{eD} de 2 a 10^7 .

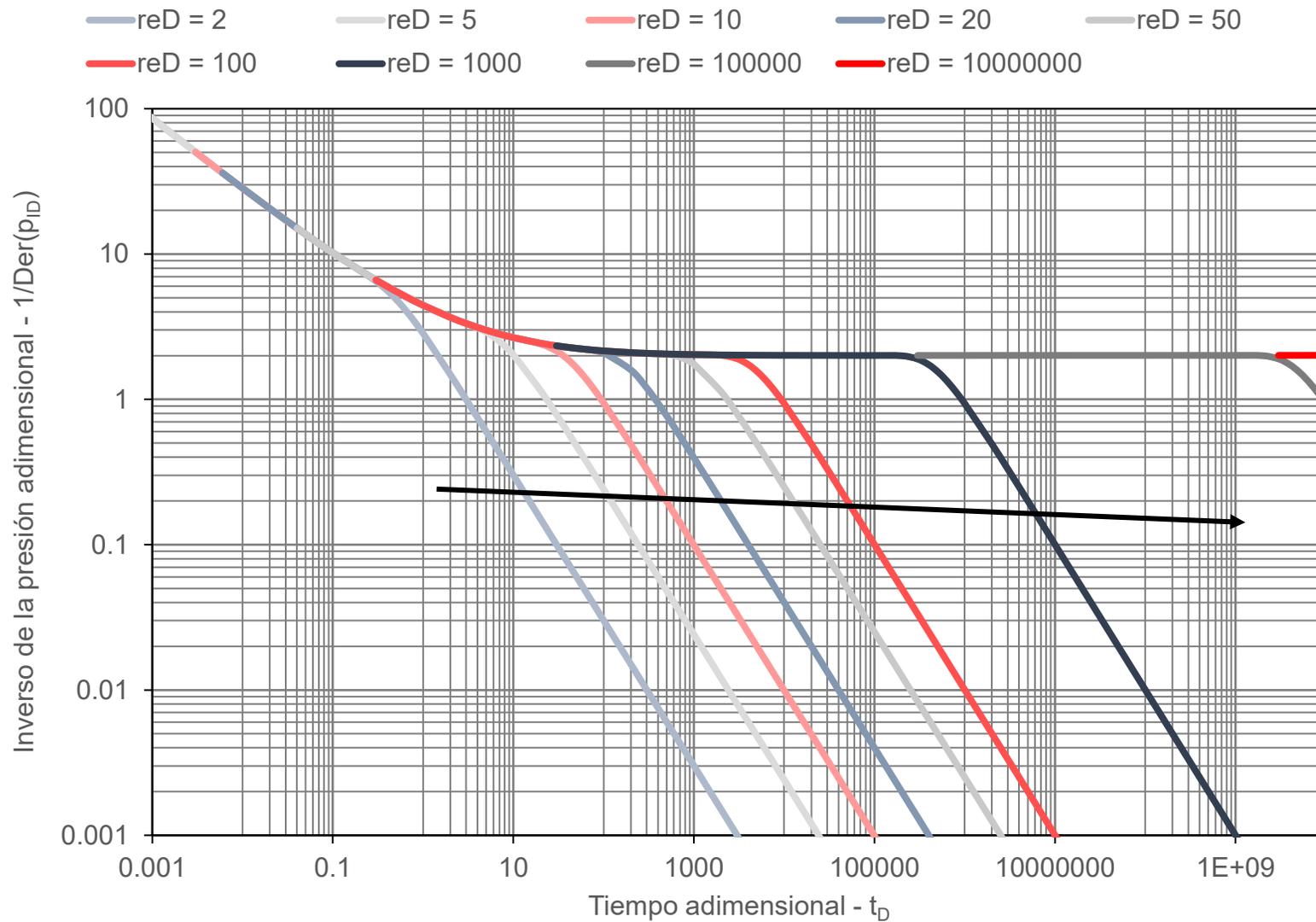


Figura 2.29 Curvas tipo de periodo transitorio de $1/Der(p_{ID})$ vs t_D con r_{eD} de 2 a 10^7 .

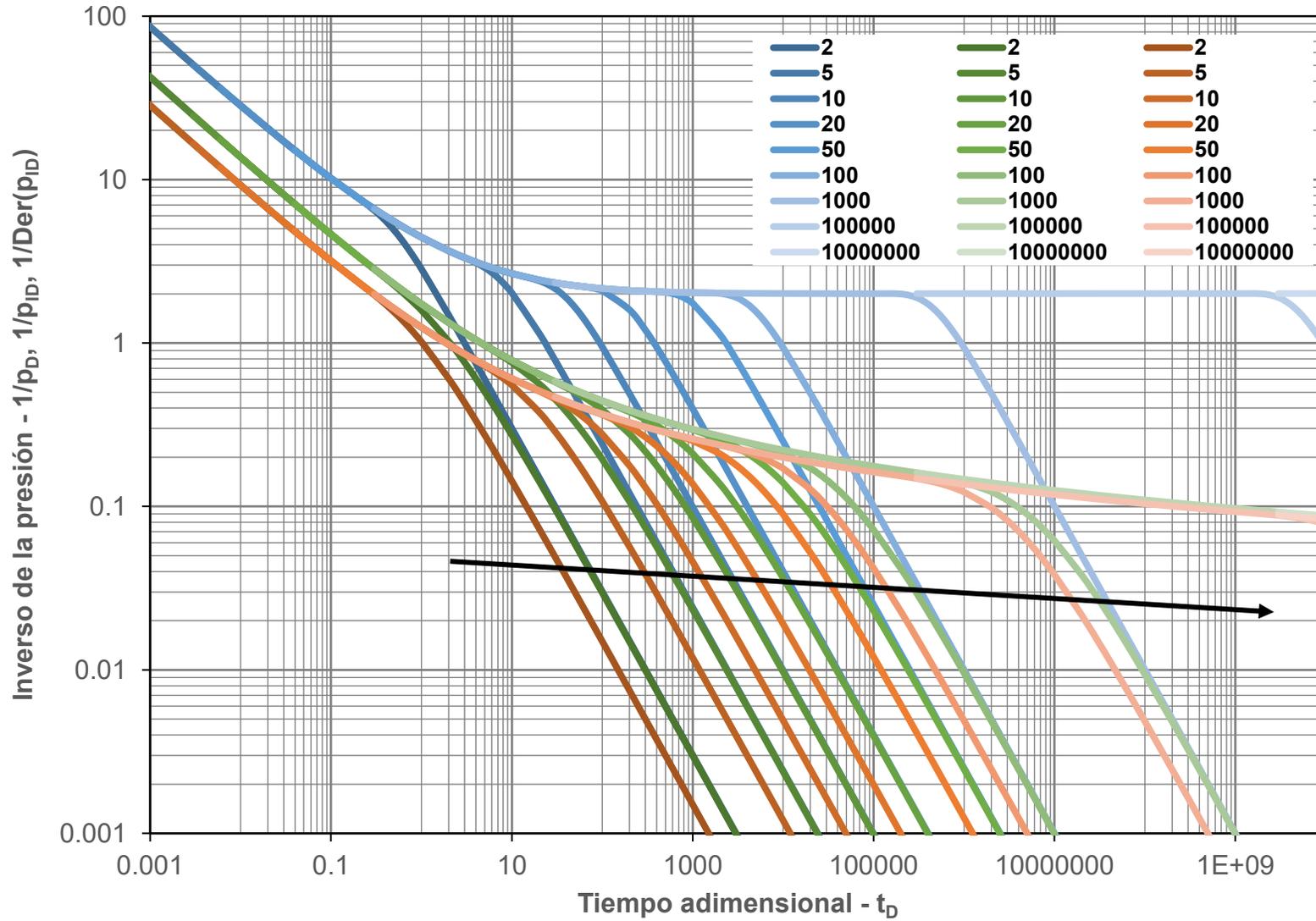


Figura 2.30 Conjunto de curvas tipo de periodo transitorio con r_{eD} de 2 a 10^7 .

Capítulo 3

Análisis cuantitativo de pruebas de presión

Los problemas relacionados a una prueba de presión se diseñan de acuerdo con el tipo de medición de interés, por lo que se dispone de una mayor cantidad de modelos para el análisis respecto a los que existen para estudiar datos de producción, y los datos medidos (que son adquiridos con sondas especializadas) son de mayor calidad respecto a los obtenidos en los aforos o con ayuda de sensores permanentes. No obstante, las herramientas de análisis disponibles pueden ser categorizadas, sin importar el tipo de prueba, como: gráficos diagnóstico, especializados, curvas tipo, funciones derivadas y de superposición. A continuación, se describen algunos aspectos de estos métodos.

3.1 Tipos de pruebas de presión

A diferencia de las mediciones periódicas de presión y gasto durante la etapa de producción, una prueba de presión consiste en un estímulo controlado que se realiza en uno o más pozos durante un periodo de tiempo, y medir la respuesta para evaluar parámetros del sistema de flujo. Debido a que pueden diseñarse diferentes problemas de flujo que involucren modelos de pruebas de presión, es conveniente acotar aquellas que sean de interés, siendo que en este trabajo únicamente se abordan aquellas que se definen para condiciones de producción a gasto constante como i. Pruebas de decremento, ii. Pruebas de incremento, iii. Pruebas a gasto múltiple, iv. Pruebas de Inyectividad y v. Pruebas de interferencia [23].

3.1.1 Pruebas de decremento

Consiste en la apertura de un pozo al flujo, lo que genera un abatimiento de presión que se propaga en forma de un frente a través del yacimiento. El área afectada por esta caída de presión es la que aporta el gasto para que el pozo fluya. El comportamiento transitorio típico de la presión contra el radio en un sistema que presenta flujo radial cilíndrico durante un periodo de decremento se muestra en **Figura 3.1** y **3.2**.

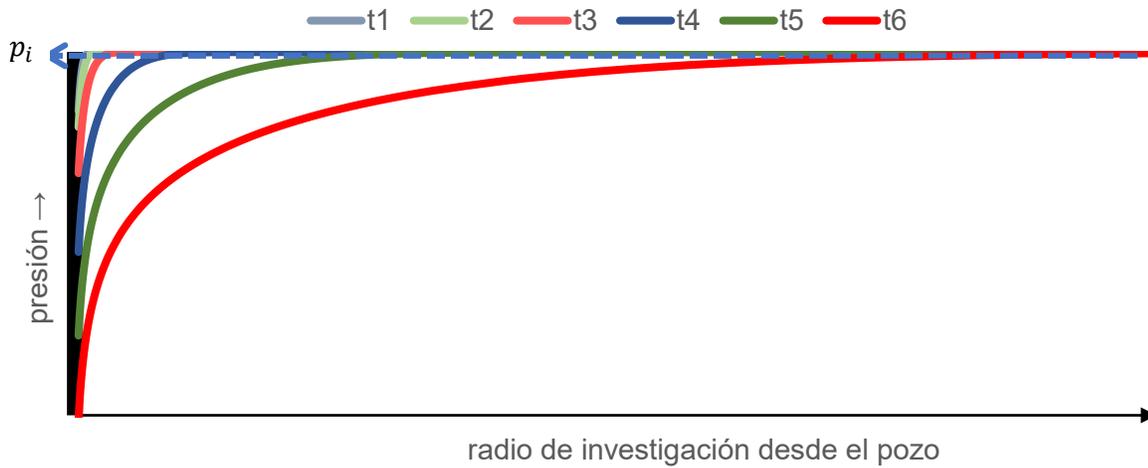


Figura 3.1 Representación de la presión durante una prueba de decremento.

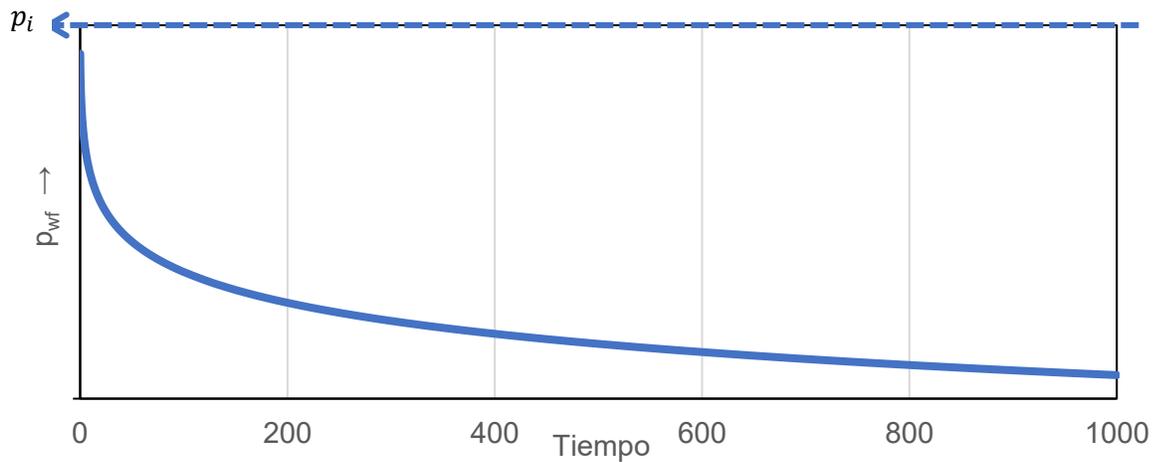


Figura 3.2 Comportamiento de p_{wf} vs t en una prueba de decremento.

3.1.2 Prueba de incremento

Esta consiste en tener un pozo productor a condiciones de gasto constante por un tiempo determinado (t_p), para después detener la producción y así observar la restauración de su presión de fondo hasta un valor cercano a la presión estática del yacimiento. El comportamiento típico de la presión contra el radio y tiempo en un sistema con flujo radial cilíndrico a estas condiciones se muestra en la **Figura 3.3 y 3.4**.



Figura 3.3 Representación de la presión durante una prueba de incremento.

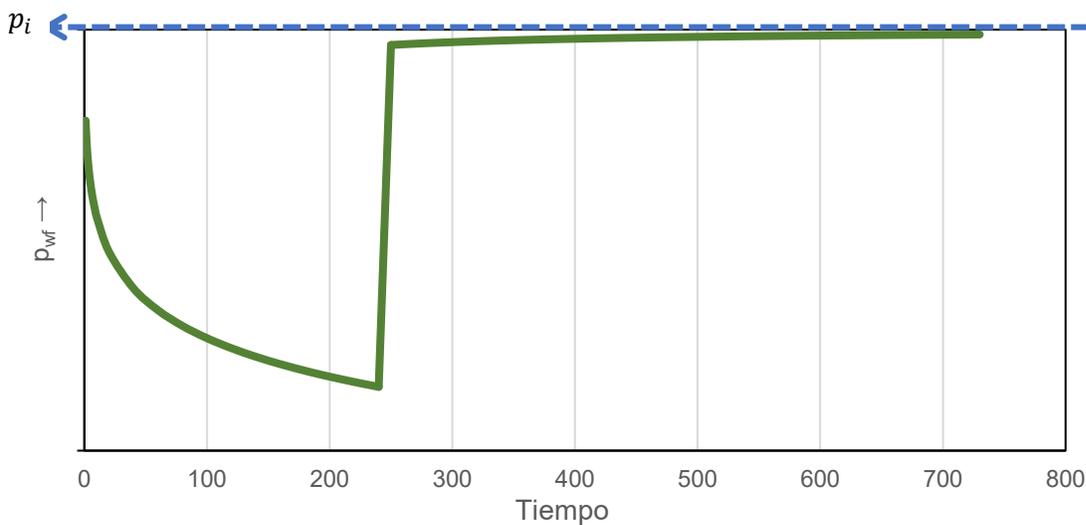


Figura 3.4 Comportamiento de p_{wf} vs t en una prueba de incremento.

3.1.3 Prueba de inyectividad

En este caso, el impulso de presión no es provocado por la producción, sino por la inyección en un pozo, lo que ocasiona un incremento por encima de la presión inicial del sistema, como se muestra en las **Figura 3.5** y **3.6**.

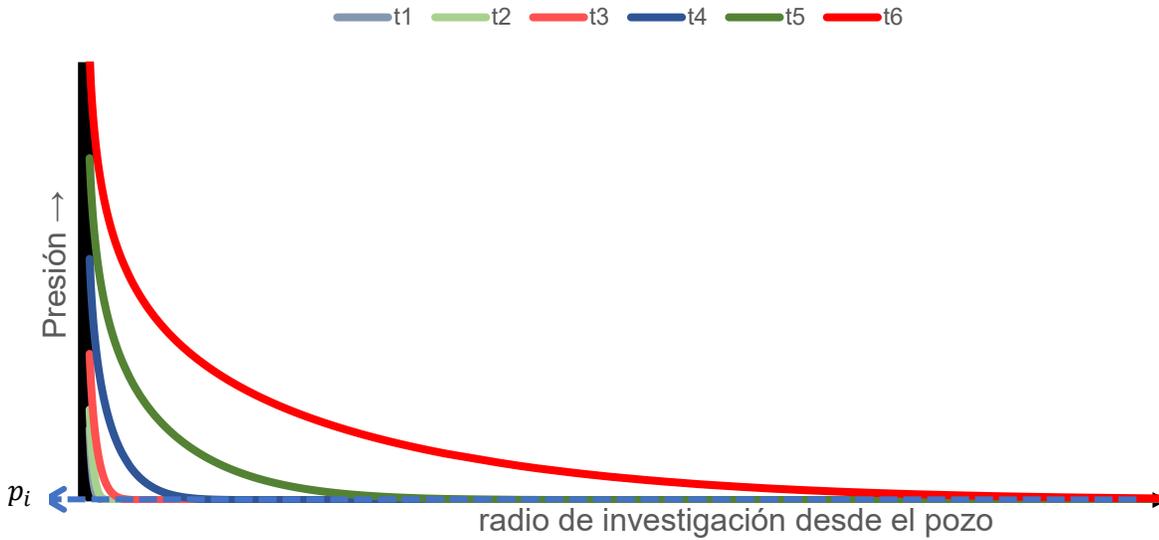


Figura 3.5 Representación de la presión durante una prueba de inyección.

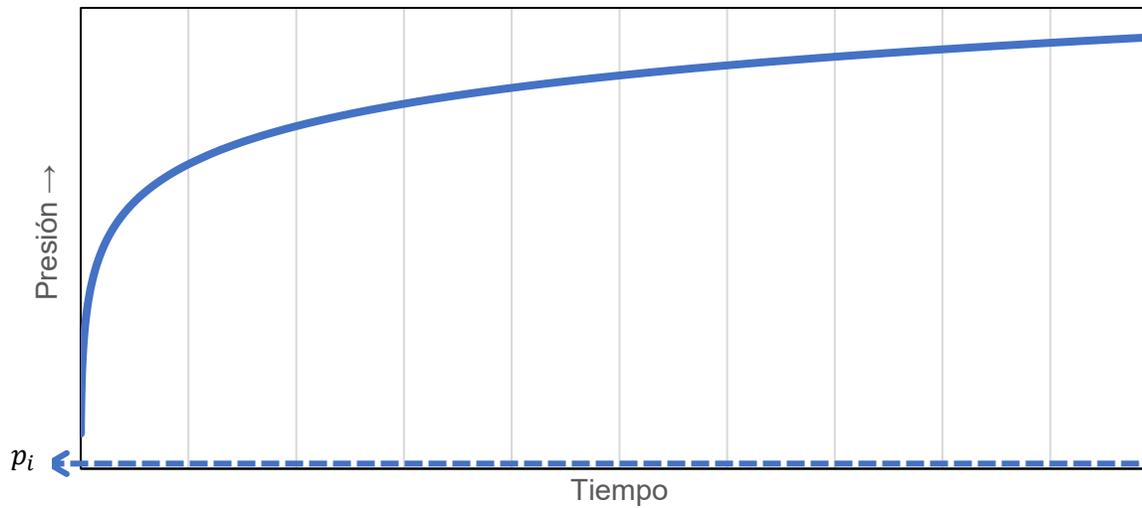


Figura 3.6 Comportamiento de p_{wf} vs t en una prueba de inyección.

3.1.4 Prueba a gastos múltiples

Son pruebas que se usan en lugar de una prueba común de decremento, ya que el mantener un único gasto durante toda la duración de la prueba puede resultar poco práctico o casi imposible en ciertos casos, por ello, en estas pruebas se busca mantener gastos constantes durante cierto periodo de tiempo, hasta que ya no es posible mantenerlo se pasa a otro valor de gasto, así de forma consecutiva, con lo que el gasto tendrá un comportamiento escalonado durante la prueba, y se podrá considerar gasto constante en cada periodo; en conjunto podrá analizarse la prueba mediante el uso del principio de superposición.

En la **Figura 3.7** observamos un ejemplo de una prueba a gasto múltiple.

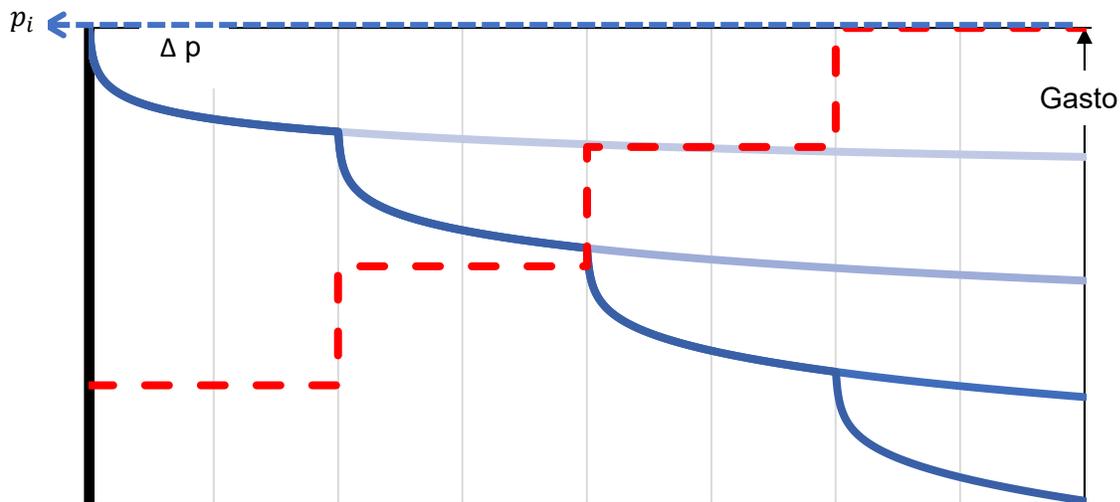


Figura 3.7 Representación de la presión y gasto de una prueba a gasto múltiple.

3.1.5 Prueba de interferencia

Se definen como pruebas de interferencia las que se realizan para caracterizar la comunicación entre dos o más pozos, donde al menos uno genera el estímulo y otro (que se denomina pozo observador) registre la respuesta de presión. Una representación de este problema se muestra en la **Figura 3.8**.

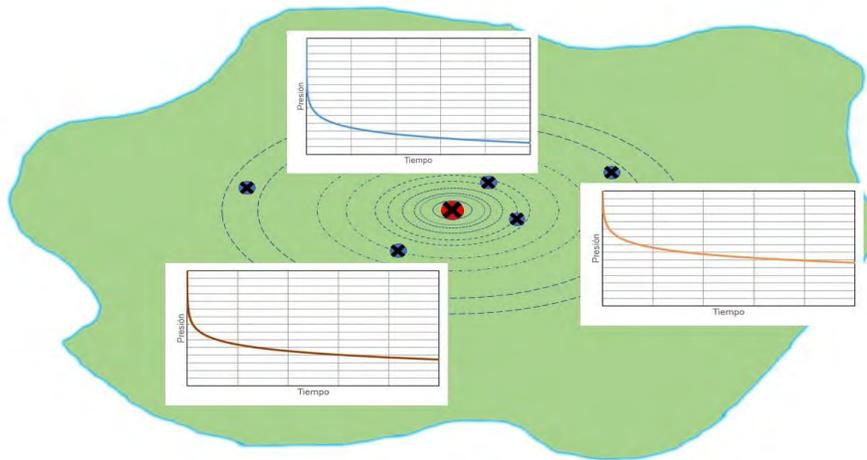


Figura 3.8 Representación de una prueba de interferencia.

Dado que la respuesta de los pozos observadores depende del estímulo, las propiedades del medio poroso y la distancia a la fuente; también es posible realizar pruebas con gastos variables. Un caso particular de estas corresponde a las pruebas de pulsos, en las que se realizan cambios cortos en el gasto del pozo para observar la respuesta de otros pozos a estos “pulsos”, tal como se observa en la **Figura 3.9** [25].

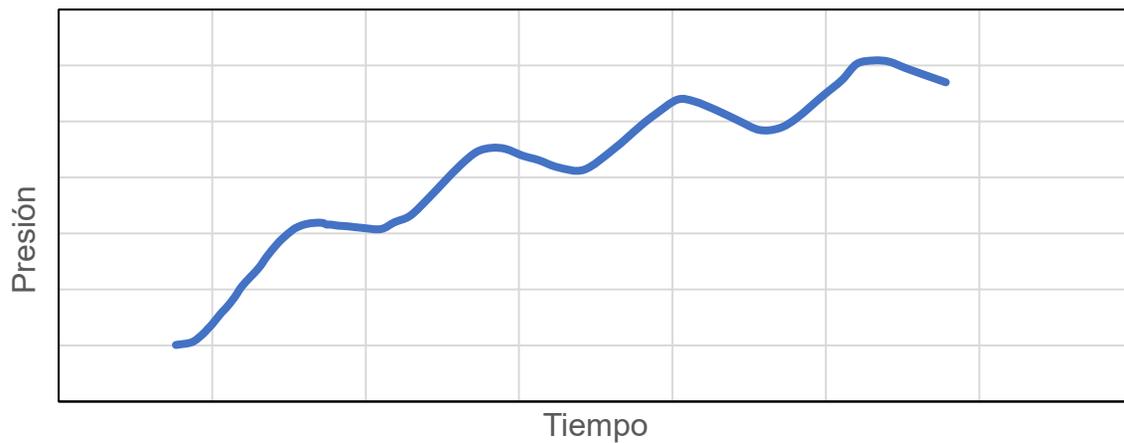


Figura 3.9 Respuesta de la presión en una prueba de pulsos.

3.2 Herramientas de análisis de pruebas de presión

Actualmente se cuenta con una gran variedad de herramientas tanto cualitativas como cuantitativas para analizar pruebas de presión, las cuales se tratará de presentar mediante una lista de acuerdo a su manejo.

En una prueba de presión se pueden observar distintos periodos en el tiempo, los cuales son dominados por diferentes componentes del sistema, según sea el punto que ha alcanzado la presión. El primer periodo es dominado por el almacenamiento en el pozo, el segundo lo dominan las condiciones de la vecindad del pozo; estos dos se suelen conjuntar ya que abarcan poco tiempo respecto al total de la prueba, el tercero es el periodo en el que ya se superó la vecindad del pozo, pero aún no se tocan las fronteras, por lo que se puede observar un comportamiento radial infinito. Por último, el cuarto periodo es aquel dominado por las fronteras.

Una de las mayores problemáticas para poder interpretar el comportamiento de la respuesta de presión de un pozo es identificar los cambios en las tendencias de flujo del sistema estudiado. Para ello actualmente se cuenta con diferentes herramientas, que se pueden usar de forma conjunta para realizar una mejor interpretación de la prueba. A continuación se explican algunas de ellas.

3.2.1 Gráficos especializados

Estos parten de la selección de un modelo de interpretación, con el cual el comportamiento de la presión de fondo contra una función $(g(t))$ de un sistema puede ser representado a través de una línea recta, a la que se asocia una pendiente y una ordenada al origen, las cuales quedan en función de los parámetros característicos del modelo. De esta manera puede generarse un gráfico como el que se muestra en la **Figura 3.10**, donde $(g(t))$ es la función especializada del tiempo que permite representar el problema a través de una línea recta.

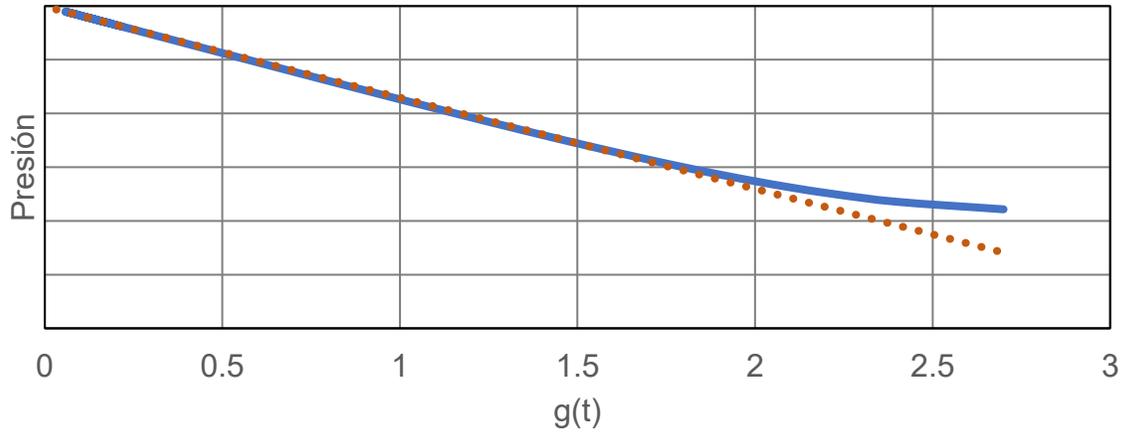


Figura 3.10 Ejemplo de un gráfico especializado.

En general las funciones especializadas pueden ser representadas como:

$$\Delta p_w = mg(t) + b \quad \dots\dots\dots 3.1$$

toda vez que la **Tabla 3.1** muestra un catálogo para diferentes funciones especializadas.

3.2.2 Gráfico diagnóstico

El gráfico diagnóstico es un gráfico en log-log que permite distinguir los distintos periodos de flujo presentes durante la prueba de presión, que además puede acompañarse de la derivada de la diferencia de presión respecto al log del tiempo, conocida como la derivada de Bourdet. La forma general de la función derivada es Ec.3.2

$$Der (\Delta p_w) = \omega \Delta t^n \quad \dots\dots\dots 3.2$$

La derivada de Bourdet consiste en la derivada de la presión respecto al logaritmo del tiempo, lo que equivale a la pendiente de la presión en un gráfico semilogarítmico. Esta función de la presión resulta bastante útil ya que su comportamiento es indicativo de características específicas del yacimiento, [24]. Así, por ejemplo, se puede determinar

si durante la prueba de presión se presentó almacenamiento si tanto la presión como la derivada cuentan con una pendiente de uno; mientras que al alcanzar un comportamiento radial infinito se observaría una línea horizontal en ambas funciones, la **Figura 3.11**, presenta dos ejemplos de comportamientos característicos de la presión en conjunto con su derivada.

La **Tabla 3.2** muestra diferentes funciones especializadas y definiciones para la pendiente y la ordenada al origen [16].

Tabla 3.1 Valor de la pendiente y la ordenada en 1 de los modelos.

Modelo	m	$g(t)$	b	Ec.
Radial	$\frac{162.6qB\mu}{kh}$	$\log \Delta t$	$162.6 \frac{qB\mu}{kh} \left[\log \frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} - 3.23 + .87s \right]$	3.3
Lineal	$\frac{0.3928qB\mu^{3/2}}{wh(k_f(\phi c_t)_f)^{1/2}}$	$\sqrt{\Delta t}$	0	3.4
Bilineal	$\frac{37.97qB\mu}{h\sqrt{k_f w_f}(\phi\mu c_t k)^{1/4}}$	$\sqrt[4]{\Delta t}$	0	3.5
Esférico	$-\frac{2453qB\mu(\phi\mu c_t)^{1/2}}{k_s^{3/2}}$	$\frac{1}{\sqrt{\Delta t}}$	$\frac{70.6qB\mu}{k_s r_s}$	3.6
Pseudo-estacionario	$\frac{0.234qB}{\phi c_t hA}$	Δt	$162.6 \frac{qB\mu}{kh} \left[\log \frac{A}{C_A r_w^2} + 0.351 + S \right]$	3.7
Almacenamiento	$\frac{qB}{24C}$	Δt	0	3.8
Estacionario	$162.6 \frac{qB\mu}{kh}$	Δt	0	3.9

Tabla 3.2 Diferentes modelos de flujo con el valor de su pendiente en la derivada.

Modelo	ω	n	Ec.
Radial	$70.6 \frac{qB\mu}{kh}$	0	3.10
Lineal	$0.1964 \frac{qB\sqrt{\mu}}{wh\sqrt{k_f(\phi c_t)_f}}$	1/2	3.11
Bilineal	$9.4925 \frac{qB\mu}{h\sqrt{k_f w_f (\phi \mu c_t k)^{1/4}}}$	1/4	3.12
Esférico	$1226.5 \frac{qB\mu\sqrt{\phi\mu c_t}}{k_s^{3/2}}$	-1/2	3.13
Pseudo-estacionario	$0.234 \frac{qB}{\phi c_t h A}$	1	3.14
Almacenamiento	$\frac{qB}{24C}$	1	3.15

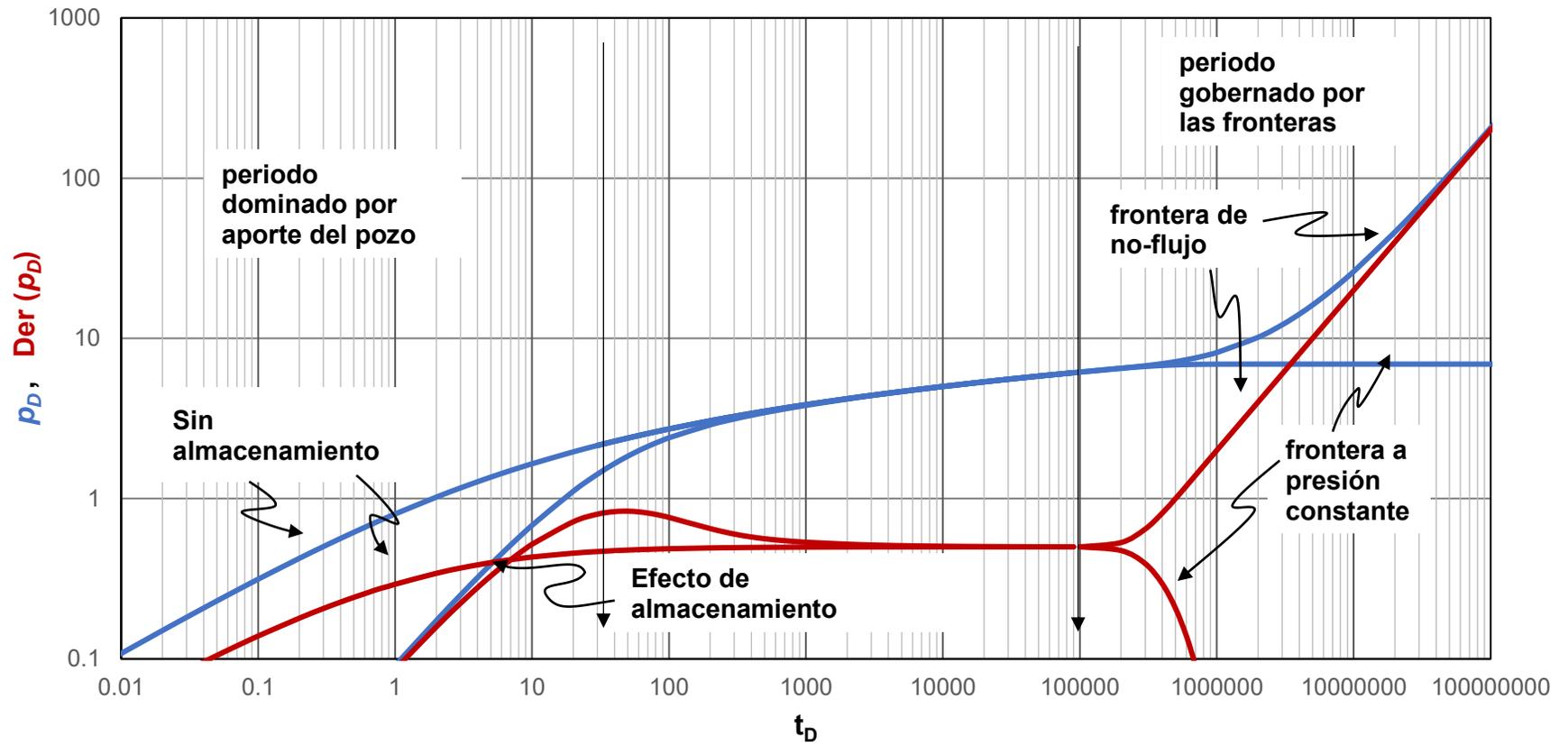


Figura 3.11 Ejemplo de posibles respuestas en log-log de p_D y $Der(p_D)$ vs t_D .

3.2.3 Curvas tipo

Las curvas tipo se han presentado y desarrollado ampliamente en el capítulo anterior para el caso de análisis de datos de presión, y los principios en los que se basa se presentan en el **Anexo A**. Su manejo para el análisis de pruebas de presión es igual. Se define un modelo que ajuste a los datos medidos, se grafican los datos requeridos en el papel y escala determinados por las curvas tipo, se realiza el ajuste y se procede a realizar los cálculos de los parámetros del yacimiento obtenidos a partir del ajuste de curvas.

3.2.4 Funciones de superposición

Para pruebas de presión la convolución funciona como una representación matemática de la respuesta de la presión en función del gasto producido a condiciones de presión constante,

$$[f \cdot g](t) = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad \dots\dots\dots 3.16$$

Esto es el problema directo, entre las aplicaciones de esta técnica se encuentra la superposición en tiempo y espacio, las cuales son soluciones discretas de la convolución, estas se pueden representar como:

$$p(t) = p_i - \sum_{i=1}^n (q_i - q_{i-1})\Delta p(t - t_i) \quad \dots\dots\dots 3.17$$

$$p(t) = p_i - \sum_{i=1}^n (q_j)\Delta p(r_{Dj}, t_D) \quad \dots\dots\dots 3.18$$

y son una herramienta fundamental para la interpretación de pruebas de interferencia y de gasto variable. Además de estas formas existen variaciones obtenidas para ajustar mejor a un determinado modelo de flujo.

3.2.5 Deconvolución

La deconvolución es la solución al problema inverso de la convolución, es decir, el obtener las funciones que originan una respuesta de presión a partir de un modelo de yacimiento en convolución a un gasto a condiciones de presión constante. Esto permite que se puedan observar respuestas del yacimiento que fueron opacadas por la presencia de alteraciones como almacenamiento o daño. Para ello se cuenta con soluciones analíticas de la Ec. 3.16, pero en la práctica la deconvolución se realiza especialmente con métodos numéricos, los cuales gracias a la posibilidad de realizar los cálculos mediante computadora facilitó que la deconvolución alcanzara protagonismo entre las demás herramientas de análisis.

3.3 Metodología para el análisis de pruebas de presión

Las pruebas de presión requieren una serie de pasos para que su interpretación e impacto en la caracterización del yacimiento sea óptimo, los cuales evolucionan a la par con la tecnología y el desarrollo teórico, como mejores prácticas [26], los pasos son:

- **Documentación.** Las pruebas de presión comienzan desde su planeación, donde se plantea que se desea saber, que se desconoce para llevarse a cabo y que herramientas se necesitan para llevar a cabo la prueba. Así se define que tipo de prueba será, su duración, que pozos estarán involucrados, que condiciones de producción se requieren y que instrumentos se ocuparán para realizar la medición.
- **Toma y validación.** Durante la prueba se obtienen los datos con los medidores de presión, los cuales deben encontrarse calibrados y bien posicionados para evitar errores en los datos obtenidos. Las mediciones registradas serán de presión, gasto y tiempo, según el objetivo de la prueba será su duración, la cual también se ve afectada por las condiciones del yacimiento. El conjunto de datos obtenidos debe de validarse, mediante una observación cuantitativa y cualitativa, observando que los cambios en el gasto tengan un efecto

en los de presión, además los datos también serán filtrados y suavizados para una mejor interpretación, en medida que la prueba lo requiera.

- **Diagnóstico.** Con los datos ya optimizados para su estudio, se observarán en una gráfica log-log de tiempo contra presión, para diagnosticar y distinguir diferentes regímenes y geometrías de flujo que podrían estar presentes en la prueba.
- **Conceptualización.** Una vez realizado el diagnóstico se podrá realizar una primera conceptualización del yacimiento a partir de las condiciones observadas durante el diagnóstico, como pueden ser doble porosidad, fracturas de alta conductividad o fronteras impermeables.
- **Caracterización.** En este punto se pueden tomar los datos obtenidos y compararlos con curvas tipo, curvas especializadas o aplicarles deconvolución; para así obtener valores para propiedades como la permeabilidad, el daño o el volumen original, según el tipo de prueba realizada.
- **Formulación del modelo.** A partir de lo obtenido es posible formular el modelo de yacimiento, con todo lo observado y aprendido de la prueba de presión, y en caso de ya contar con un modelo previo, realizar su ajuste.
- **Ajuste.** Los resultados obtenidos podrán cotejarse con valores obtenidos de núcleos en laboratorio o valores previamente supuestos en el modelo de yacimiento, y en base a esto acordar cual es el modelo de yacimiento más adecuado, que de no ser el propuesto se podrá seleccionar un modelo distinto y reinterpretar los resultados de la prueba de presión.
- **Simulación.** Por último, al tener ya un alto grado de confianza en los resultados obtenidos del análisis de la prueba, se podrá realizar simulaciones, y así optimizar la producción del yacimiento, o plantear más pruebas en función de la información que daría certidumbre a las predicciones obtenidas de las simulaciones.

Durante estos pasos es posible que se presenten variaciones en las respuestas, que se podrán solucionar mediante refinamientos en el mismo paso o tendrá que volver

hasta la validación de datos, mientras sea posible se buscará la mejor interpretación, tal como lo ilustra la **Figura 3.12**.

Como comparativa entre lo visto en el presente capítulo y en el anterior, se cuenta con la **Tabla 3.3** [10, 24] que resume aspectos generales de pruebas de presión y análisis de datos de producción.

Tabla 3.3 Comparativo de pruebas de presión y datos de producción.

Característica	Pruebas de presión	Datos de producción
Base teórica	Teoría de flujo en medios porosos	Teoría de flujo en medios porosos
Rango de tiempo	Horas, días, semanas.	Días, semanas, meses, años
Periodos de interés	Principalmente periodos de cierre, periodos de producción lo más limpios posible Ciclo de vida completo	Fases de producción, con posibilidad de incluir los cierres del pozo
Fuente de datos	Pruebas de presión, probadores de formación, medidores permanentes.	Producción medida-definida Lecturas de presión en superficie Medidores permanentes
Áreas de interés del yacimiento	Cualquiera que sea el de interés durante la prueba o cierre.	Área de drene de un pozo o grupo de pozos
Generación	Empalme manual, con curvas clásicas, con curvas modernas	Arps Fetkovich Blasingame
Principal régimen de interés	Periodo transitorio	Estado pseudoestacionario Flujo dominado por las fronteras General
Resultados	Capacidad de flujo de la formación, daño, fronteras, el área de drene y las reservas	Área de drene y reservas, capacidad de flujo de la formación, factor de daño, etc.
Validez	Muy alto	Muy alto

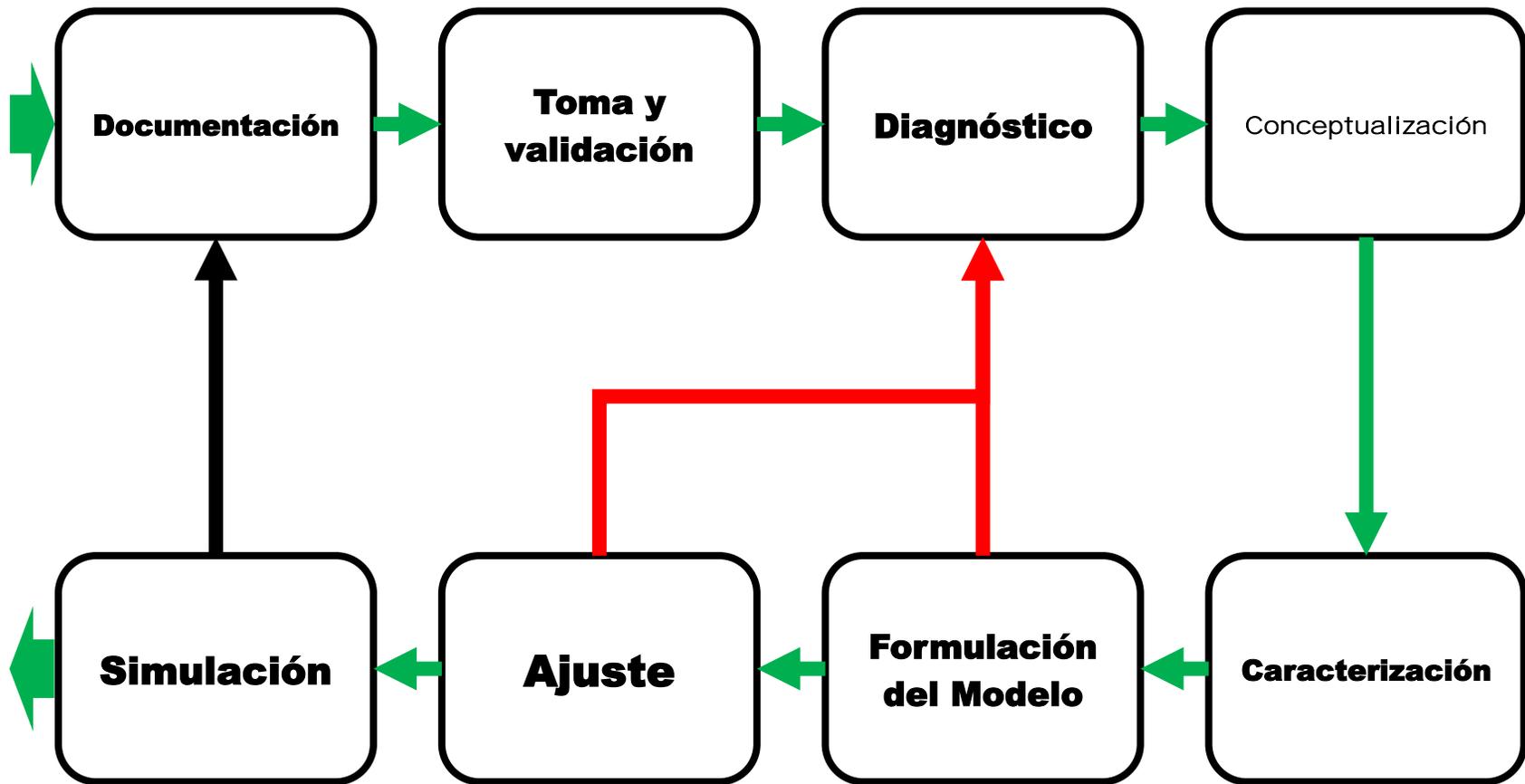


Figura 3.12 Proceso de interpretación de una prueba de presión.

Capítulo 4

Caso de estudio

Se estudiará el caso de un pozo de gas que se encuentra en un yacimiento radial cerrado, en un sistema homogéneo e isótropo, a una temperatura de 176°F y cuyas propiedades se muestran en la **Tabla 4.1** (Sun, 2015). El pozo produce con las presiones de fondo y gastos reportados en la **Tabla 4.2**.

Para este sistema se determinarán los valores de G , r_e , S y k a través de los métodos Arps, Fetkovich, Blasingame, Agarwal-Gardner, NPI y declinación transitoria; se compararán los resultados obtenidos y los procedimientos. Asimismo, se hará uso de la deconvolución para generar un conjunto de datos definido para un gasto constante de 1 *MMSCF*, y estudiarlos como una prueba de presión. Los resultados de los parámetros se presentan en la **Tabla 4.3**.

Tabla 4.1 Propiedades medias del yacimiento estudiado.

p_i , psia	4351.13	h , ft	32.8
k , md	2	μ_{g_i} , cp	0.0228
c_t , 1/psi	1.73×10^{-4}	B_{g_i} , cft/SCF	0.00395
S	-5.52	γ_g	0.6
G , MMCSF	7063	T_{pc} , °R	352.25
ϕ , fracción	0.1	r_w , ft	0.328
r_e , ft	1640.42	p_{pc} , psia	677

Tabla 4.2 Datos de producción, gastos y presiones reportadas en el caso de estudio.

Tiempo	Gasto	Presión	Gp	Tiempo	Gasto	Presión	Gp
Días	Mpc/d	psi	MMpc	Días	Mpc/d	psi	MMpc
1	7055.87	4020.45	7.06	150	6264.82	3060.30	997.99
2	7052.34	3949.38	14.13	160	6215.38	3018.24	1060.15
3	7045.28	3904.42	21.19	170	6165.94	2992.13	1122.30
4	7041.74	3872.51	28.25	180	6116.50	2937.01	1183.39
5	7034.68	3847.85	35.32	190	6067.06	2896.40	1244.49
6	7027.62	3826.10	42.38	200	6017.62	2857.24	1304.88
7	7024.09	3808.69	49.44	210	5971.71	2818.08	1364.91
8	7017.02	3794.19	56.15	220	5922.27	2780.37	1424.24
9	7013.49	3779.68	63.21	230	5876.36	2742.66	1483.22
10	7006.43	3768.08	70.28	240	5830.45	2704.95	1541.84
20	6949.93	3685.41	140.20	250	5781.01	2668.69	1599.75
30	6896.95	3627.39	209.42	260	5735.10	2632.44	1657.32
40	6840.45	3573.73	277.93	270	5689.19	2597.63	1714.53
50	6787.48	3522.97	346.08	280	5646.82	2561.37	1771.03
60	6730.98	3472.20	413.54	290	5600.91	2526.56	1827.18
70	6678.00	3422.89	480.63	300	5555.00	2493.20	1882.98
80	6625.03	3375.03	547.02	310	5512.62	2458.39	1938.42
90	6572.06	3327.17	613.06	320	5466.71	2425.03	1993.16
100	6519.09	3280.75	678.40	330	5424.33	2391.67	2047.54
110	6469.65	3235.79	743.02	300	5555.00	2493.20	1882.98
120	6416.67	3190.83	807.65	310	5512.62	2458.39	1938.42
130	6363.70	3145.87	871.57	320	5466.71	2425.03	1993.16
140	6314.26	3102.36	935.13	330	5424.33	2391.67	2047.54

Tabla 4.2 Datos de producción, gastos y presiones reportadas en el caso de estudio.

Tiempo	Gasto	Presión	Gp	Tiempo	Gasto	Presión	Gp
Días	Mpc/d	psi	MMpc	Días	Mpc/d	psi	MMpc
340	5381.96	2359.76	2101.58	580	4442.58	1660.68	3276.14
350	395.52	2327.86	2155.25	590	4407.27	1634.58	3320.28
360	5297.20	2295.95	2208.23	600	4371.96	1608.47	3364.43
370	5254.82	2264.04	2261.20	610	4336.64	1582.36	3407.86
380	5212.44	2232.13	2313.46	620	4301.33	1556.26	3450.95
390	5170.07	2201.67	2365.38	630	4266.01	1530.15	3493.68
400	5127.69	2171.22	2416.94	640	4234.23	1504.04	3536.41
410	5088.84	2140.76	2467.79	650	4198.91	1479.39	3578.44
420	5046.47	2110.30	2518.64	660	4167.13	1453.28	3620.11
430	5007.62	2079.84	2568.79	670	4131.82	1427.17	3661.78
440	4968.77	2050.83	2618.58	680	4100.03	1402.52	3702.74
450	4926.40	2021.83	2668.02	690	4068.25	1377.86	3743.71
460	4887.55	1992.82	2717.11	700	4032.94	1351.75	3783.97
470	4848.70	1963.81	2765.84	710	4001.15	1327.10	3824.22
480	4809.86	1934.80	2814.23	720	3969.37	1302.44	3864.13
490	4771.01	1907.25	2861.90	730	3937.58	1276.33	3903.68
500	4735.70	1878.24	2909.58	740	3905.80	1251.68	3942.88
510	4696.85	1850.68	2956.54	750	3877.55	1227.02	3981.73
520	4658.00	1823.12	3003.51	760	3845.77	1202.36	4020.22
530	4622.69	1795.57	3049.78	770	3813.98	1177.71	4058.72
540	4583.84	1768.01	2989.74	780	3785.73	1153.05	4096.50
550	4548.53	1740.45	3141.59	790	3753.95	1126.94	4134.29
560	4513.21	1714.35	3186.80	800	3725.70	1102.29	4171.72
570	4477.90	1686.79	3231.64				

Tabla 4.3 Comparativo de resultados.

	k, mD	r_{wa}, ft	r_e, ft	s	G, ft³ x10⁹
Arps-Fetkovich	1.35	73.19	1506.21	-5.44	4.76 7.91
Blasingame	1.97	80.72	1614.47	-5.52	6.82
Agarwal-Gardner	1.82	82.76	1655.3	-5.53	7.15
NPI	1.82	82.76	1655.23	-5.53	7.15
Declinación transitoria	1.85	77.76	1555.18	-5.47	6.31
Deconvolución gráfico diagnóstico	2.036	111.8	1698	-5.83	7.53
Gráficos especializados	2.03	86.94	1805	-5.58	8.59
Valores reportados	2	81.88	1637.6	-5.52	7.06

4.1 Método de curvas tipo

Los métodos presentados para el análisis se basan en el uso de curvas tipo, y los pasos a seguir son los siguientes:

1. Definir el método a usar, y seleccionar las curvas adecuadas.
2. Preparar los datos a graficar, en la mayoría de los métodos no se grafica directamente el gasto o la presión contra el tiempo, si no que se obtienen variables análogas a las de las curvas tipo.
3. Graficar los datos medidos, con el mismo escalamiento que la curva tipo.
4. Sobreponer las curvas para hacer el ajuste. Para ello se busca el mejor empalme de las curvas, y se seleccionan los puntos de ajuste en ambos gráficos. Al respecto, cabe señalar que dichos puntos deben ser fácilmente identificables y no es indispensable que sean un punto de las curvas.
5. Por último, con la información de las gráficas, se obtienen los parámetros del yacimiento a través de las definiciones de las variables adimensionales.

En los métodos que manejan un tiempo de balance de materia, el paso 2 comparte varios cálculos intermedios, su cálculo se explica a continuación y se presentan los resultados en la **Tabla 4.4**.

4.1.1 Determinación de la presión promedio \bar{p}

La presión promedio fue obtenida a través de un método iterativo basado en la ecuación de balance de materia, con lo que se estable que:

$$\frac{\bar{p}}{\bar{Z}} = \left(\frac{p}{Z}\right)_i \left(1 - \frac{G_p}{G}\right), \quad \dots\dots\dots 4.1$$

cuya resolución se logró al proponer un valor de presión con el que se determinó el factor Z y para el que se buscó satisfacer la siguiente función objetivo:

$$\left| \frac{\bar{p}}{Z} - \left(\frac{p}{Z} \right)_i \left(1 - \frac{G_p}{G} \right) \right| = 0. \quad \dots\dots\dots 4.2$$

En general, la presión seleccionada que permitiese reducir la diferencia en la Ec. 4.2 a un valor menor a 1×10^{-6} psi. Finalmente, el cálculo del factor Z se realizó por el método de Dranchuk- Aboukassem, mediante las siguientes ecuaciones:

$$\rho_r = \frac{0.27 p_{pr}}{Z T_{pr}}, \quad \dots\dots\dots 4.3$$

$$Z = 1 + \rho_r \times \left(A_1 + \frac{A_2}{T_{pr}} + \frac{A_3}{T_{pr}^3} \right) + \rho_r^2 \times \left(A_4 + \frac{A_5}{T_{pr}} \right) + C, \quad \dots\dots\dots 4.4$$

$$C = +A_5 \times A_6 \times \frac{\rho_r^5}{T_{pr}} + \left(A_7 \times \frac{\rho_r^2}{T_{pr}^3} \right) \times e^{-A_8 \times \rho_r^2}. \quad \dots\dots\dots 4.5$$

4.1.2 Determinación de la pseudo-presión Δp_p

Para el cálculo de las pseudo-presiones, se utilizó la siguiente definición con base en variables aparentes:

$$p_p = \left(\frac{\mu Z}{p} \right)_i \int_{p_0}^{p_i} \frac{p}{\mu Z} dp, \quad \dots\dots\dots 4.6$$

con lo que el cálculo de las diferencias de presión fue obtenido como:

$$(p_{p_i} - p_p) = \left(\frac{\mu Z}{p} \right)_i \int_p^{p_i} \frac{p}{\mu Z} dp, \quad \dots\dots\dots 4.7$$

donde la viscosidad se obtuvo mediante la correlación de Lee. Cabe señalar que, Como se mencionó en el **Capítulo 2**, las integrales fueron obtenidas aplicando el método de integración numérica del trapecio.

4.1.3 Tiempo de balance de materia adimensional t_{ca}

El tiempo adimensional está definido por:

$$t_{ca} = \frac{(\mu C_t)_i}{q} \int_0^t \frac{q}{\mu(\bar{p}) C_t(\bar{p})} dt = \frac{GCt_i}{q} (p_{pi} - p_p), \quad \dots\dots\dots 4.8$$

para la cual se usa la pseudo-presión obtenida de la presión promedio.

4.1.4 Gasto normalizado $q/\Delta p_p$

El último dato de la tabla es el gasto normalizado $q/\Delta p_p$, el cual es la razón del gasto reportado contra la diferencia de pseudo-presión de fondo fluyendo.

$$\frac{q}{\Delta p_p} = \frac{q}{\Delta p_{pprom}}. \quad \dots\dots\dots 4.9$$

4.2 Método de Arps-Fetkovich

Como primera aproximación, se realizará el método de Arps con una declinación exponencial, para el cual se grafican los datos del gasto contra el tiempo en forma semilogarítmica **Figura 4.1**, y se realiza una regresión para obtener el valor de q_i y D por un cambio de base:

$$\log q = 3.849 - 0.00035t \quad \dots\dots\dots 4.10$$

$$q = q_i e^{-D_i t} = 7063.091 e^{-.0008t} . \quad \dots\dots\dots 4.11$$

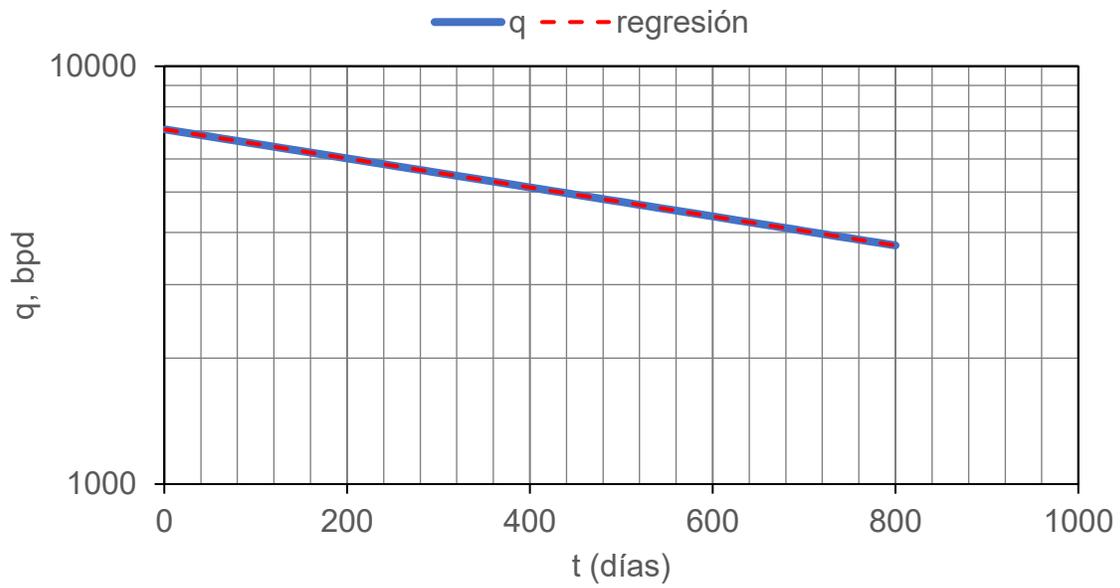


Figura 4.1 Regresión a los datos del gasto.

Tabla 4.4 Conjunto de datos recurrentes.

\bar{p} , psia	$\Delta\bar{p}_p$, psi	Δp_{pwf} , psi	t_{ca} , d	$q/\Delta\bar{p}_p$, Mpcpd/psi
4020.45	7.25	328.08	1.23	21.51
3949.38	13.05	397.81	2.22	17.73
3904.42	18.85	441.77	3.20	15.95
3872.51	24.64	472.89	4.19	14.89
3847.85	30.44	496.89	5.18	14.16
3826.10	36.23	518.03	6.18	13.57
3808.69	42.02	534.91	7.17	13.13
3794.19	47.82	548.97	8.16	12.78
3779.68	53.60	563.01	9.16	12.46
3768.08	59.39	574.24	10.15	12.20
3685.41	115.73	653.91	19.95	10.63
3627.39	171.93	709.50	29.86	9.72
3573.73	226.53	760.68	39.67	8.99
3522.97	279.53	808.86	49.34	8.39
3472.20	330.94	856.81	58.90	7.86
3422.89	382.20	903.16	68.56	7.39
3375.03	431.88	947.92	78.09	6.99
3327.17	479.55	992.44	87.49	6.62
3280.75	527.90	1035.39	97.01	6.30
3235.79	574.25	1076.78	106.33	6.01
3190.83	620.46	1117.93	115.84	5.74
3145.87	665.08	1158.85	125.20	5.49
3102.36	708.12	1198.22	134.35	5.27
3060.30	751.03	1236.05	143.61	5.07
3018.24	793.81	1273.65	153.00	4.88
2977.62	834.99	1309.73	162.23	4.71
2937.01	874.62	1345.59	171.30	4.55
2896.40	914.09	1381.22	180.49	4.39
2857.24	952.00	1415.34	189.52	4.25
2818.08	989.78	1449.24	198.55	4.12
2780.37	1027.44	1481.66	207.83	4.00
2742.66	1063.53	1513.86	216.81	3.88
2704.95	1099.49	1545.83	225.91	3.77
2668.69	1133.89	1576.35	234.97	3.67
2632.43	1168.17	1606.04	244.01	3.57
2597.63	1200.88	1635.51	252.86	3.48
2561.37	1233.48	1665.35	261.68	3.39
2526.56	1265.97	1693.77	270.77	3.31

Tabla 4.4 Conjunto de datos recurrentes.

\bar{p} , psia	$\Delta\bar{p}_p$, psi	Δp_{pwf} , psi	t_{ca} , d	$q/\Delta\bar{p}_p$, Mpcpd/psi
2493.20	1296.89	1720.80	279.68	3.23
2458.39	1329.14	1748.78	288.84	3.15
2425.03	1358.39	1775.37	297.67	3.08
2391.67	1388.99	1801.75	306.76	3.01
2359.76	1418.02	1826.76	315.63	2.95
2327.86	1445.49	1851.57	324.30	2.88
2295.95	1474.33	1876.16	333.42	2.82
2264.04	1501.58	1900.53	342.32	2.76
2232.13	1528.75	1924.68	351.35	2.71
2201.67	1555.81	1947.53	360.50	2.65
2171.21	1581.32	1970.16	369.44	2.60
2140.76	1606.77	1992.58	378.24	2.55
2110.30	1632.07	2014.79	387.43	2.50
2079.84	1655.86	2036.77	396.12	2.46
2050.83	1681.00	2057.50	405.28	2.41
2021.83	1704.59	2078.03	414.51	2.37
1992.82	1728.09	2098.34	423.56	2.33
1963.81	1750.04	2118.45	432.38	2.29
1934.80	1773.35	2138.34	441.67	2.25
1907.25	1795.16	2157.03	450.75	2.21
1878.24	1816.84	2176.49	459.59	2.18
1850.68	1837.02	2194.76	468.54	2.14
1823.12	1858.51	2212.84	477.97	2.10
1795.57	1878.52	2230.70	486.81	2.07
1768.01	1898.44	2248.36	496.14	2.04
1740.45	1918.23	2265.80	505.21	2.01
1714.35	1937.99	2282.12	514.40	1.98
1686.79	1956.22	2299.14	523.34	1.95
1660.68	1975.81	2315.06	532.78	1.92
1634.58	1993.89	2330.78	541.96	1.89
1608.47	2011.83	2346.30	551.26	1.86
1582.36	2029.75	2361.62	560.70	1.84
1556.25	2046.15	2376.72	569.87	1.81
1530.15	2063.92	2391.62	579.58	1.78
1504.04	2080.12	2406.31	588.51	1.76
1479.38	2097.76	2419.98	598.49	1.74
1453.28	2113.88	2434.26	607.69	1.71
1427.17	2128.43	2448.31	617.10	1.69

Tabla 4.4 Conjunto de datos recurrentes.

\bar{p} , psia	$\Delta\bar{p}_p$, psi	Δp_{pwf} , psi	t_{ca} , d	$q/\Delta\bar{p}_p$, Mpcpd/psi
1402.51	2144.42	2461.38	626.56	1.67
1377.86	2160.29	2474.26	636.13	1.64
1351.75	2174.71	2487.68	645.98	1.62
1327.10	2190.45	2500.14	655.82	1.60
1302.44	2204.69	2512.41	665.37	1.58
1276.33	2218.87	2525.17	675.06	1.56
1251.68	2233.00	2537.02	684.88	1.54
1227.02	2245.62	2548.65	693.77	1.52
1202.36	2259.64	2560.08	703.87	1.50
1177.71	2273.54	2571.31	714.11	1.48
1153.05	2286.01	2582.32	723.38	1.47
1126.94	2298.36	2593.74	733.45	1.45
1102.29	2310.67	2604.31	742.97	1.43

Para realizar este análisis se requiere del conocimiento de una presión de fondo constante, para ello se determina un valor promedio a partir de:

$$\bar{p}_{wf} = \frac{\sum_{i=1}^N p_{wf_i} \times N_{p_i}}{\sum_{i=1}^N N_{p_i}}, \dots\dots\dots 4.12$$

con lo que resultó $\bar{p}_{wf} = 1862.2 \text{ psi}$.

Teniendo este dato se pueden graficar los valores de gasto (q) y producción acumulada (G_p) contra el tiempo, y realizar la superposición con las curvas tipo.

El punto será $(100, 353.14)$ y $(0.078, 0.19)$ y las curvas $r_{eD} = 20$, $b = 0.5$, tal como lo muestra la **Figura 4.2**. Continuando los cálculos.

$$k = \frac{(\mu Z)_{prom} T p_{c.e.} \left[\ln r_{eD} - \frac{1}{2} \right]}{\pi h T_{c.e.} (p_i^2 - \bar{p}_{wf}^2)} \left(\frac{q}{q_{Dd}} \right)_M, \dots\dots\dots 4.13$$

resultando $k = 1.35 \text{ mD}$.

Así para los parámetros de interés, se tiene que al substituir la permeabilidad para el radio aparente (r_{wa}):

$$r_{wa} = \sqrt{\frac{k}{\phi\mu C_t(r_{eD}^2 - 1)(\ln r_{eD} - 0.5)} \left(\frac{t}{t_{Dd}}\right)_M} = 73.19 \text{ ft} , \quad \dots\dots\dots 4.14$$

el daño (s):

$$s = \ln \frac{r_w}{r_{wa}} = -5.44 , \quad \dots\dots\dots 4.15$$

el radio de drene (r_e):

$$r_e = r_{eD} \times r_{wa} = 1506.21 \text{ ft} , \quad \dots\dots\dots 4.16$$

y el volumen original (G):

$$V_p = \frac{ZT p_{sc}}{C_t(p_i^2 - p_{wf}^2)Z_{ce}T_{ce}/2} \left(\frac{t}{t_{Dd}}\right)_M \left(\frac{q}{q_{Dd}}\right)_M \quad \dots\dots\dots 4.17$$

$$G = \frac{V_p(1 - s_w)}{B_i} = 7.91 \times 10^9 \text{ ft}^3 . \quad \dots\dots\dots 4.18$$

Por otro lado, este valor también puede obtenerse utilizando la declinación hiperbólica de Arps

$$G = \frac{q_i}{(1 - b)D_i} = 4.76 \times 10^9 \text{ ft}^3 , \quad \dots\dots\dots 4.19$$

donde $q_i = (q/q_{Dd})_M$ y $D_i = (t_{Dd}/t)_M$. Además, a partir de la curva de Arps es posible obtener la producción total esperada, si se define un valor de gasto de abandono. En este caso tomaremos un valor arbitrario de 10 *Mpc/d*

$$G_{p \text{ futura}} = G_p + Q_f = G_p + \frac{q_i^b}{(1 - b)D_i} = 5.27 \times 10^9 \text{ ft}^3 . \quad \dots\dots\dots 4.20$$

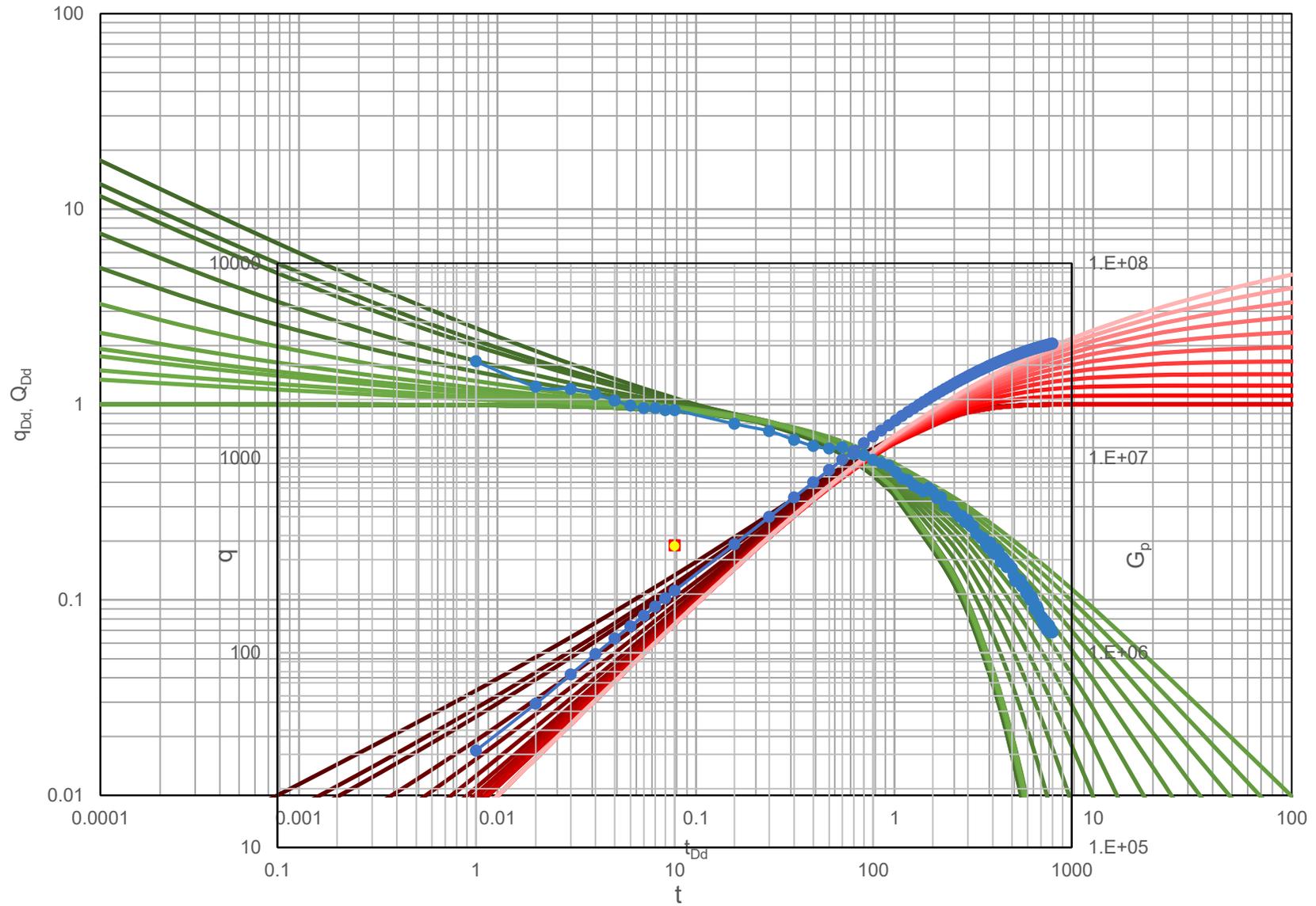


Figura 4.2 Ajuste con curvas tipo de Arps-Fetkovich.

4.3 Método de Blasingame

Se ocupará el gasto normalizado, y a partir de él se obtendrán otros dos para completar 3 curvas distintas a comparar, una integral y una derivada; estos gastos definidos como:

$$\left(\frac{q}{\Delta p}\right)_I = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} \frac{q}{p_i - p_{wf}} d\tau, \quad \dots\dots\dots 4.21$$

$$Der\left(\frac{q}{\Delta p}\right) = \frac{d\left(\frac{q}{\Delta p}\right)_I}{d \ln t_c} = -\frac{t_c d\left(\frac{q}{\Delta p}\right)_I}{dt_c}. \quad \dots\dots\dots 4.22$$

Estas tres curvas $q/\Delta p_p$, $(q/\Delta p_p)_i$, $Der(q/\Delta p_p)_i$ contra t_{ca} serán superpuestas a las curvas tipo. Al realizar el empalme, como se muestra en **Figura 4.3** se ajusta a la curva de $r_{eD} = 20$. Los puntos para realizar los cálculos son $(1, 01)$ y $(108, 1.13)$

La permeabilidad se calcula mediante:

$$k = \frac{(q/\Delta p_p)_M}{(q_{Dd})_M} \left(\frac{\mu B}{2\pi h}\right) (\ln r_{eD} - 0.5) = 1.9538 mD, \quad \dots\dots\dots 4.23$$

y por su parte r_{wa} es

$$r_{wa} = \sqrt{\frac{2k/\phi\mu C_t}{(r_{eD}^2 - 1)(\ln r_{eD} - 0.5)} \left(\frac{t_{ca}}{t_{caDd}}\right)_M} = 83.096ft, \quad \dots\dots\dots 4.24$$

con lo que se obtiene el factor de daño:

$$s = \ln\left(\frac{r_w}{r_{wa}}\right) = -5.535. \quad \dots\dots\dots 4.25$$

Por último, obtenemos el radio de drene y el volumen original:

$$r_e = r_{wa}r_{eD} = 1661.924ft, \quad \dots\dots\dots 4.26$$

$$G = \frac{1}{C_t} \left(\frac{t_{ca}}{t_{caDd}}\right)_M \left(\frac{q/\Delta p_p}{q_{Dd}}\right)_M (1 - S_w) = 7.07 \times 10^9 ft^3. \quad \dots\dots\dots 4.27$$

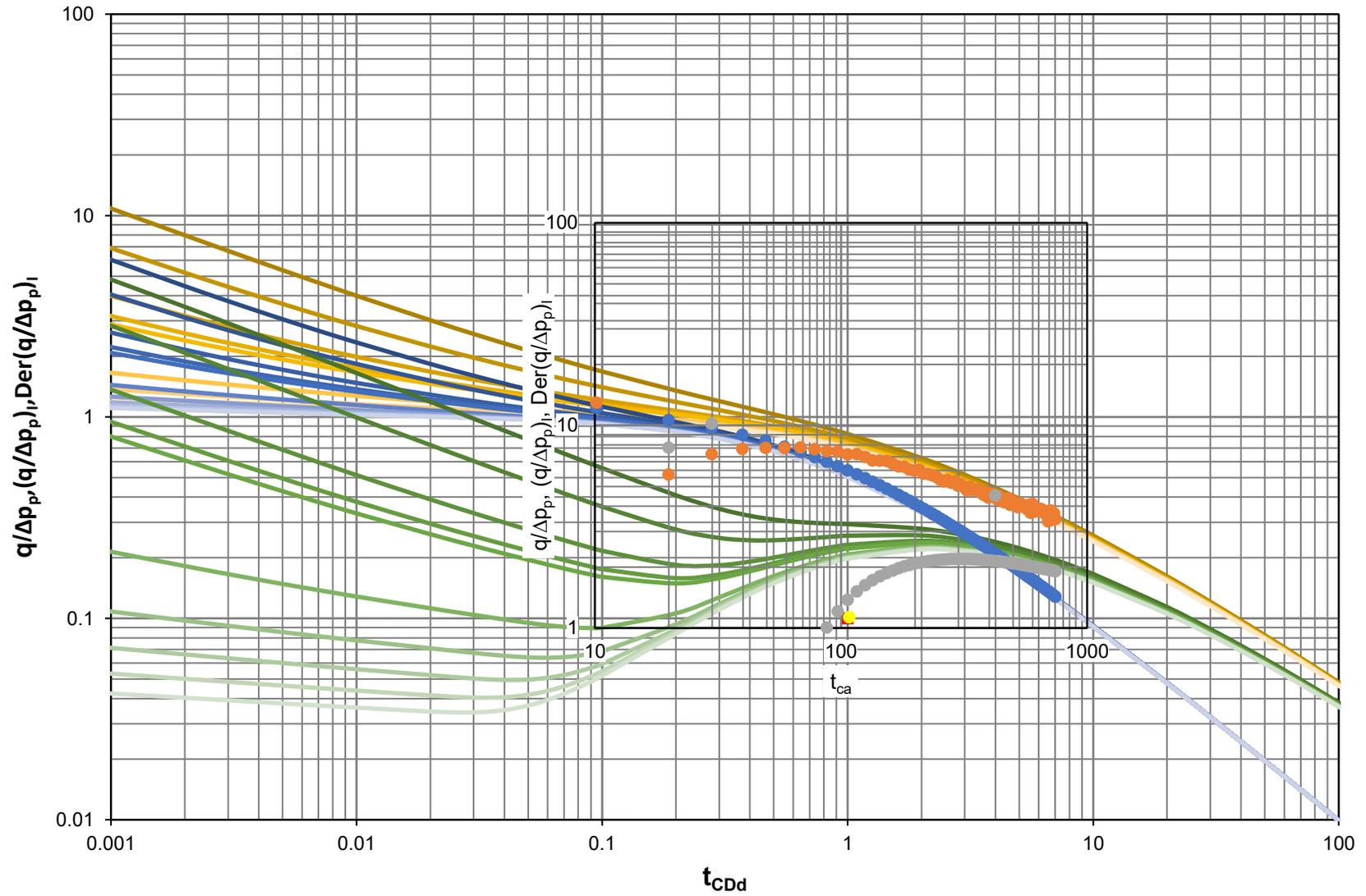


Figura 4.3 Ajuste de curvas con los modelos de Blasingame.

4.4 Método de Agarwal-Gardner

En este caso el manejo de datos será el siguiente:

La presión integral normalizada

$$\left(\frac{\Delta p}{q}\right)_I = \frac{1}{t_{ca}} \int_0^{t_c} \frac{p_i - p_{wf}}{q} d\tau, \quad \dots\dots\dots 4.28$$

la derivada

$$Der\left(\frac{\Delta p}{q}\right) = \frac{d\left(\frac{\Delta p}{q}\right)}{d \ln t_{ca}} = t_c \frac{d\left(\frac{\Delta p}{q}\right)}{dt_{ca}}, \quad \dots\dots\dots 4.29$$

y el inverso de la presión normalizada integral

$$\frac{1}{Der\left(\frac{\Delta p}{q}\right)_I} = \frac{1}{\frac{\partial\left(\frac{\Delta p}{q}\right)_I}{\partial \ln t_{ca}}} = \frac{1}{t_{ca} \frac{\partial\left(\frac{\Delta p}{q}\right)_I}{\partial t_{ca}}}. \quad \dots\dots\dots 4.30$$

Así, los datos a graficar serán el gasto normalizado $q/\Delta p_p$, $1/Der(\Delta p/q)$, $1/Der(\Delta p/q)_I$ contra t_{ca} .

Realizamos la superposición de estos datos graficados sobre las curvas tipo de Agarwal-Gardner, **Figura 4.4**, ajustando a $r_{eD} = 20$ y tomando como punto de ajuste el punto (1,1), y (290.26,26.29). Y se podrá continuar obteniendo los parámetros:

Permeabilidad:

$$k = \frac{\left(\frac{q}{\Delta p}\right)_M}{(q_{Dd})_M} \left(\frac{\mu B}{2\pi h}\right), \quad \dots\dots\dots 4.31$$

un radio de drene r_e , a partir del cual se puede calcular el radio aparente r_{wa} .

$$r_e = \sqrt{\frac{k}{\pi\phi\mu C_t} \left(\frac{t_{ca}}{t_{caDA}} \right)}_M, \dots\dots\dots 4.32$$

$$r_{wa} = \frac{r_e}{r_{eD}} = 82.76 \text{ ft}, \dots\dots\dots 4.33$$

El daño (s) y el volumen original (G):

$$s = \ln \frac{r_w}{r_{wa}} = -5.53, \dots\dots\dots 4.34$$

$$G = \frac{\pi r_e^2 \phi h s_g}{B_{gi}} = 7.15 \times 10^9 \text{ ft}^3. \dots\dots\dots 4.35$$

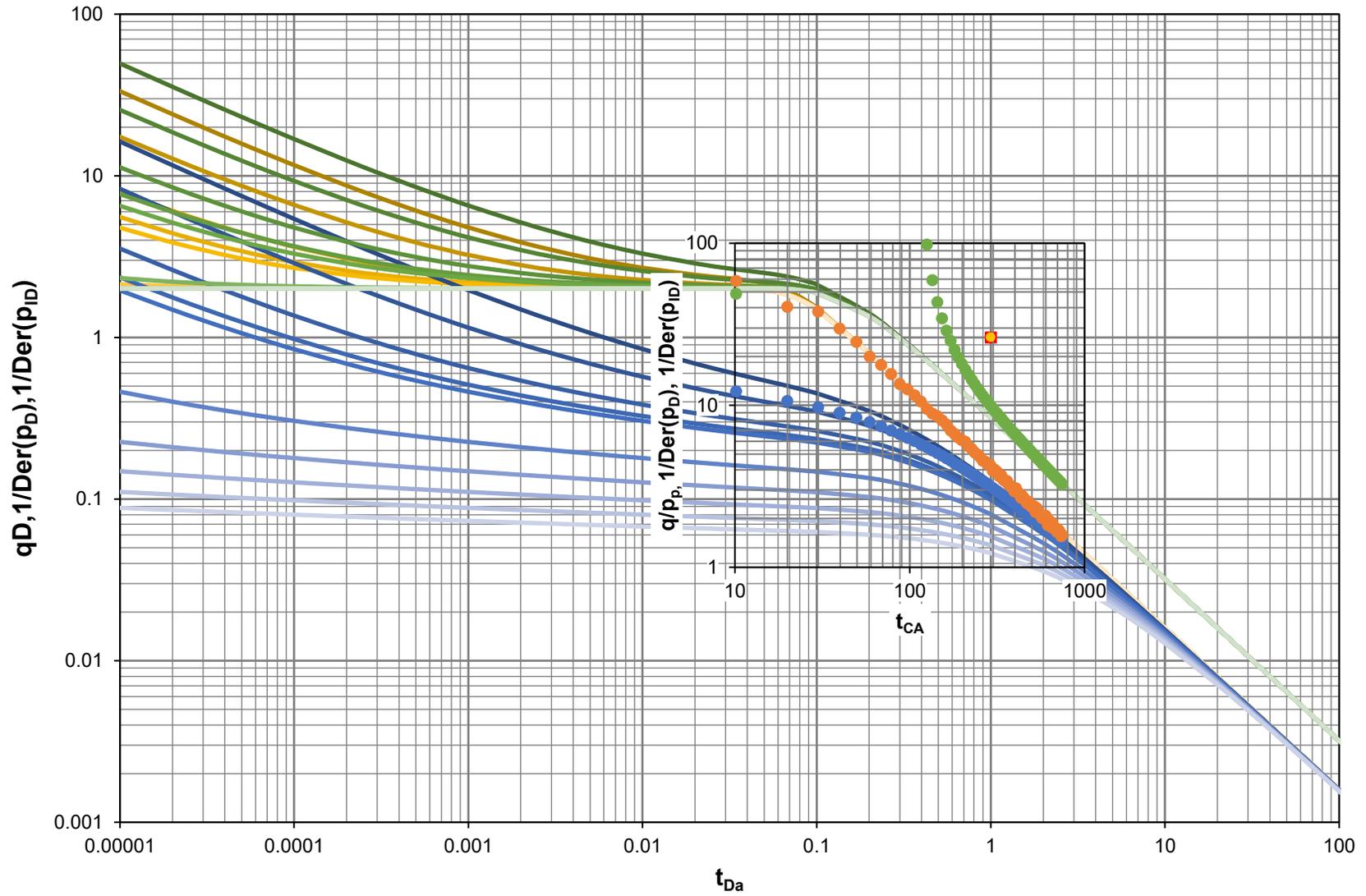


Figura 4.4 Ajuste con curvas tipo de Agarwal-Gardner.

4.5 Método de NPI

Esta técnica recurre a cotejar presiones en lugar de gastos en la gráfica, por lo que primero se obtiene el inverso del gasto normalizado, que será la presión normalizada,

$$p_D = \frac{1}{\frac{q}{\Delta p_p}} = \frac{\Delta p_p}{q} = \frac{p_{p_i} - p_{p_{wf}}}{q}, \quad \dots\dots\dots 4.36$$

se obtiene la presión integral mediante:

$$\left(\frac{\Delta p_p}{q}\right)_I = \frac{1}{t_{ca}} \int_0^{t_{ca}} \frac{p_i - p_{wf}}{q} d\tau, \quad \dots\dots\dots 4.37$$

y la derivada de la presión integral:

$$Der\left(\frac{\Delta p_p}{q}\right)_I = \frac{d\left(\frac{\Delta p_p}{q}\right)_I}{d \ln t_{ca}} = t_{ca} \frac{d\left(\frac{\Delta p_p}{q}\right)_I}{dt_{ca}}. \quad \dots\dots\dots 4.38$$

Después de obtener estos valores se grafican $\Delta p_p/q$, $(\Delta p_p/q)_I$, $Der(\Delta p_p/q)_I$ contra t_{ca} y realizamos el ajuste con las curvas tipo de NPI para calcular los parámetros del yacimiento, **Figura 4.5**, obteniendo el ajuste a $r_e = 20$ y el punto $(290,0.038)$ y $(1,1)$.

El cálculo de las características del yacimiento será muy similar al realizado al método anterior, pero el factor del empalme será invertido (dado que son presiones normalizadas respecto al gasto).

$$k = \frac{(p_D)_M}{\left(\frac{\Delta p_p}{q}\right)_M} \left(\frac{\mu B}{2\pi h}\right), \quad \dots\dots\dots 4.39$$

El radio aparente y el radio de drene

$$r_e = \sqrt{\frac{k}{\pi\mu C_t} \left(\frac{t_{ca}}{t_{caD\alpha}} \right)_M}, \quad \dots\dots\dots 4.40$$

$$r_{wa} = \frac{r_e}{r_{eD}} = 82.76 \text{ ft}, \quad \dots\dots\dots 4.41$$

con el cual se puede estimar el daño y el volumen original G

$$s = \ln \frac{r_w}{r_{wa}} = -5.53, \quad \dots\dots\dots 4.42$$

$$G = \frac{\pi r_e^2 \phi h s_g}{B_{gi}} = 7.15 \times 10^9 \text{ ft}^3. \quad \dots\dots\dots 4.43$$

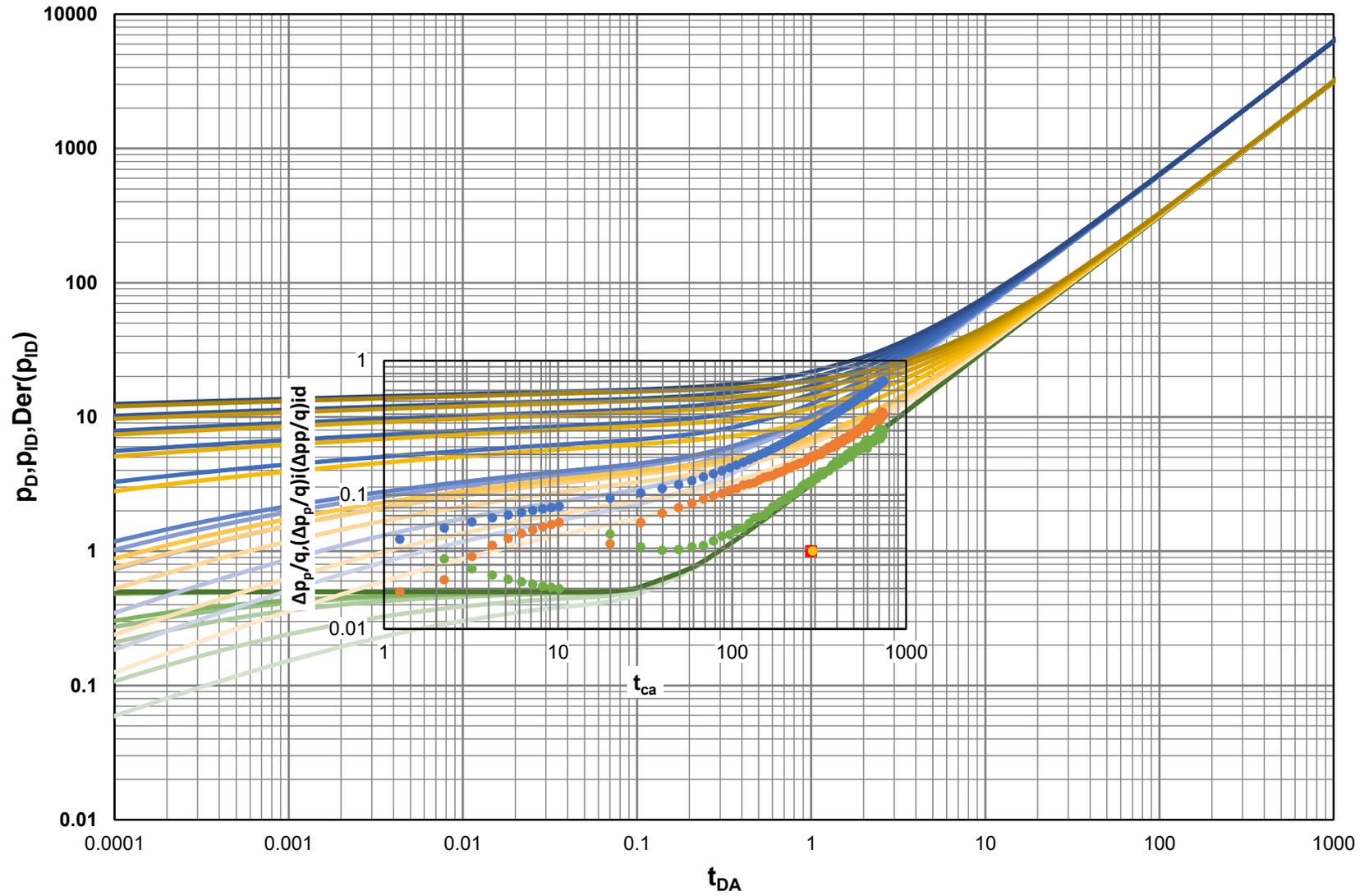


Figura 4.5 Ajuste con curvas tipo de NPI.

4.6 Método de declinación transitoria

Ahora realizaremos el método de declinación transitoria, se volverán a utilizar los primeros parámetros calculados en NPI, pero con un manejo distinto:

$$\frac{\Delta p_p}{q} = \frac{p_{p_i} - p_{p_{wf}}}{q}, \quad \dots\dots\dots 4.44$$

$$p_I = \left(\frac{\Delta p_p}{q} \right)_I = \frac{1}{t_{ca}} \int_0^{t_{ca}} \frac{p_i - p_{wf}}{q} d\tau, \quad \dots\dots\dots 4.45$$

$$Der(p_I) = \left(\frac{\Delta p_p}{q} \right)_{Id} = \frac{d \left(\frac{\Delta p_p}{q} \right)_I}{d \ln t_{ca}} = t_{ca} \frac{d \left(\frac{\Delta p_p}{q} \right)_I}{dt_{ca}}. \quad \dots\dots\dots 4.46$$

Para realizar las gráficas se tomarán $\Delta p_p/q$, $1/(p_I)$, $1/Der(p_I)$ contra t_{ca} que se superpondrán a las curvas tipo, como se observa en **Figura 4.6**.

Una vez ajustadas las curvas al comportamiento con $r_{eD} = 20$, se toma un punto arbitrario de ajuste $(20,2.68)$ y $(100,0.1)$, para poder realizar los cálculos de los parámetros, los resultados se presentan en la **Tabla 4.3**.

La permeabilidad, radio aparente, daño y volumen original.

$$k = \frac{\left(\frac{q}{\Delta p} \right)_M}{(q_{Dd})_M} \left(\frac{\mu B}{2\pi h} \right), \quad \dots\dots\dots 4.47$$

$$r_{wa} = \sqrt{\frac{k}{\phi \mu C_t} \left(\frac{t_{ca}}{t_{caD}} \right)_M}, \quad \dots\dots\dots 4.48$$

$$s = \ln \frac{r_w}{r_{wa}} = -5.47, \quad \dots\dots\dots 4.49$$

$$r_e = r_{wa} \times r_{eD} = 1555.18 \text{ ft}, \quad \dots\dots\dots 4.50$$

$$G = \frac{\pi r_e^2 \phi h s_g}{B_{gi}} = 6.31 \times 10^9 \text{ ft}^3, \quad \dots\dots\dots 4.51$$

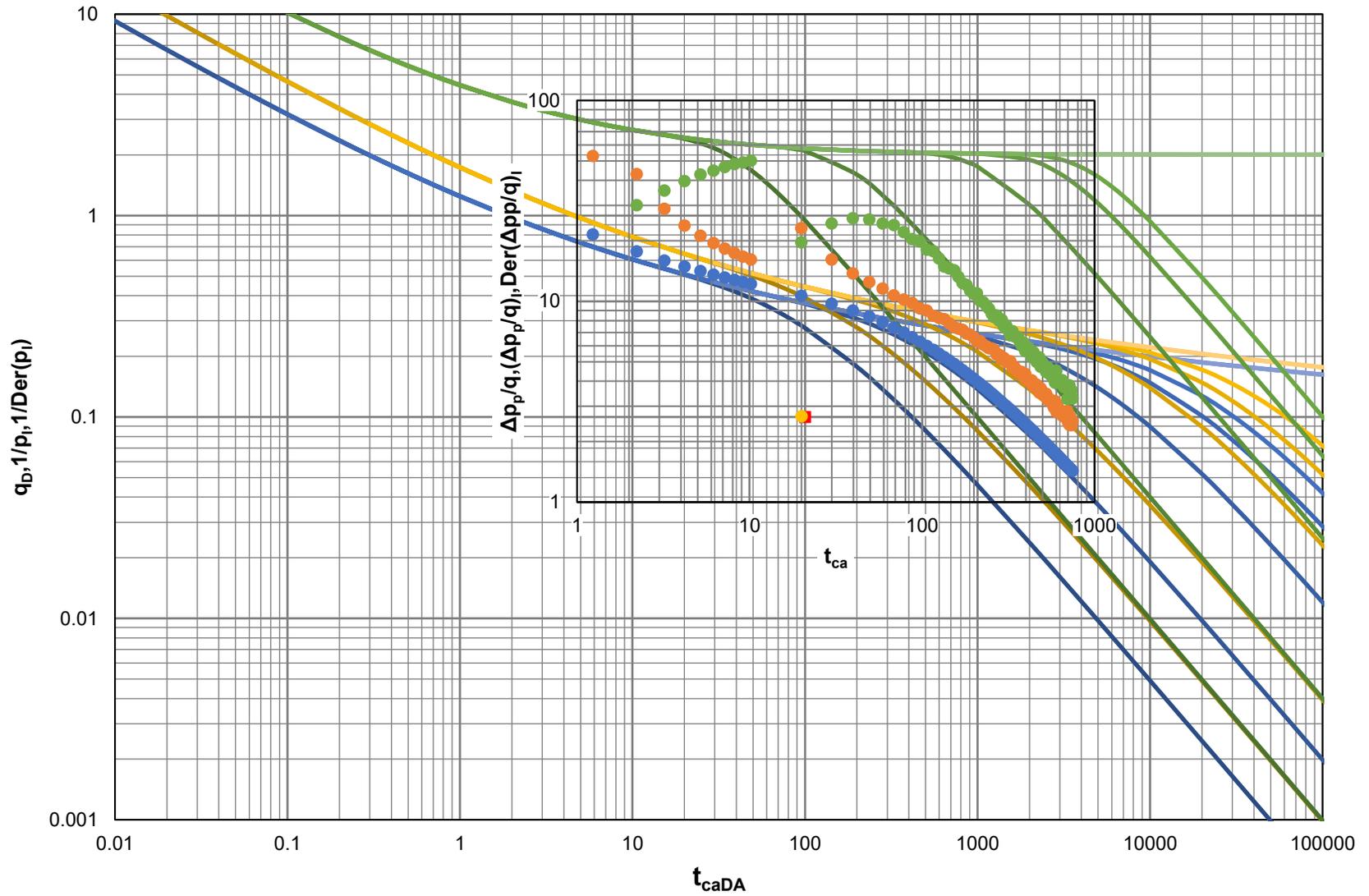


Figura 4.6 Ajuste con curvas tipo de declinación transitoria.

4.7 Método de Deconvolución

Por último, se trató al problema como si se tratase de una prueba de presión, la cual se analizó mediante un software, que nos permitió realizar de forma práctica una deconvolución, que se muestra en la **Figura 4.7**, y a su vez obtener los parámetros del yacimiento, los cuales se muestran en un comparativo con los resultados de los otros métodos en la **Tabla 4.3**.

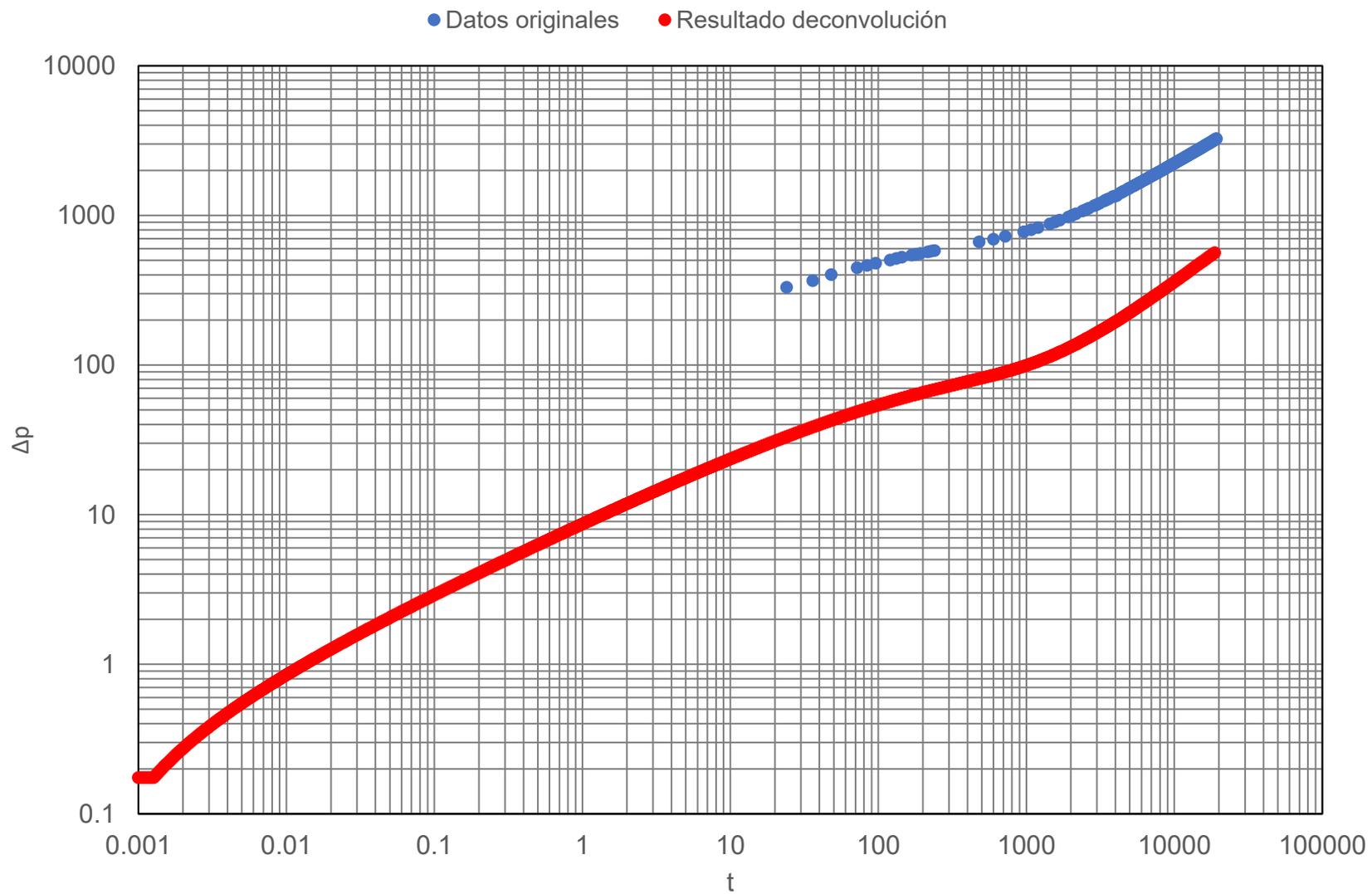


Figura 4.7 Datos obtenidos de la deconvolución comparados a los datos originales.

4.7.1 Gráfico diagnóstico

A partir de los mostrado en la **Figura 4.8** se observan 3 comportamientos distintos durante la prueba, un primer periodo con pendiente de 1/2 atribuida a flujo lineal, un periodo de flujo radial terminando con un periodo pseudoestacionario en la sección donde ambas curvas comienzan a ascender.

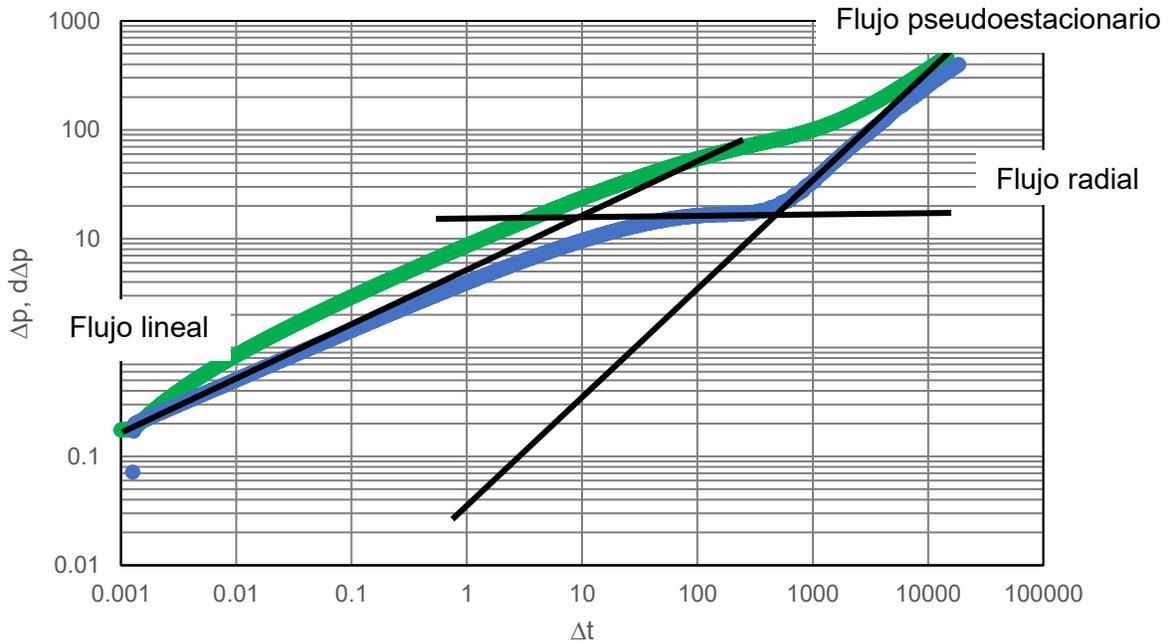


Figura 4.8 Gráfico diagnóstico log-log de la presión y su derivada.

Se obtienen una serie de parámetros a partir de este gráfico diagnóstico y las pendientes de las líneas de tendencia, primero tomamos la línea horizontal del periodo de comportamiento radial infinito:

$$Der(\Delta p) = \frac{70.6qb\mu}{kh} \dots\dots\dots 4.52$$

Al leer en un gráfico diagnóstico la recta horizontal esta tiene un valor de 17, al despejar la permeabilidad resulta $k = 2.03 \text{ mD}$.

Podemos continuar con el periodo temprano, donde se observa un periodo del flujo lineal, con pendiente de 1/2, la cual se define como:

$$Der(\Delta p) = \frac{2.032qb\mu}{X_f h \sqrt{k\phi\mu c_t}} \dots\dots\dots 4.53$$

En este caso se despeja la longitud de fractura (X_f) y se sustituye la derivada por su valor en $Der(\Delta p)_{t=1} = 5.7$ según la línea de tendencia con pendiente de 1/2.

$$X_f = \frac{2.032qb\mu}{5.07h\sqrt{k\phi\mu c_t}} = 194.77 \text{ ft} \dots\dots\dots 4.54$$

Por último, de la línea recta con pendiente unitaria en el periodo tardío obtendremos el volumen original y el radio aparente. La derivada para este periodo es:

$$Der(\Delta p) = \frac{0.234qB}{\phi c_t h A} \dots\dots\dots 4.55$$

La intersección de la recta pendiente unitaria con $t=1$, $Der(\Delta p)_{t=1} = 0.032$, con lo que el radio aparente resulta:

$$r_e = \sqrt{\frac{0.234qB}{0.032\phi c_t h \pi}} = 1698.65 \text{ ft} \dots\dots\dots 4.56$$

4.7.2 Gráficos especializados

Teniendo como primera aproximación el gráfico diagnóstico, se obtendrán los parámetros utilizando gráficos especializados para cada periodo de flujo, de igual forma se realiza primero el gráfico para el periodo radial, aproximadamente con $100 < t < 1000$, para obtener un valor de permeabilidad, graficando Δp contra $\log \Delta t$, **Figura 4.9**.

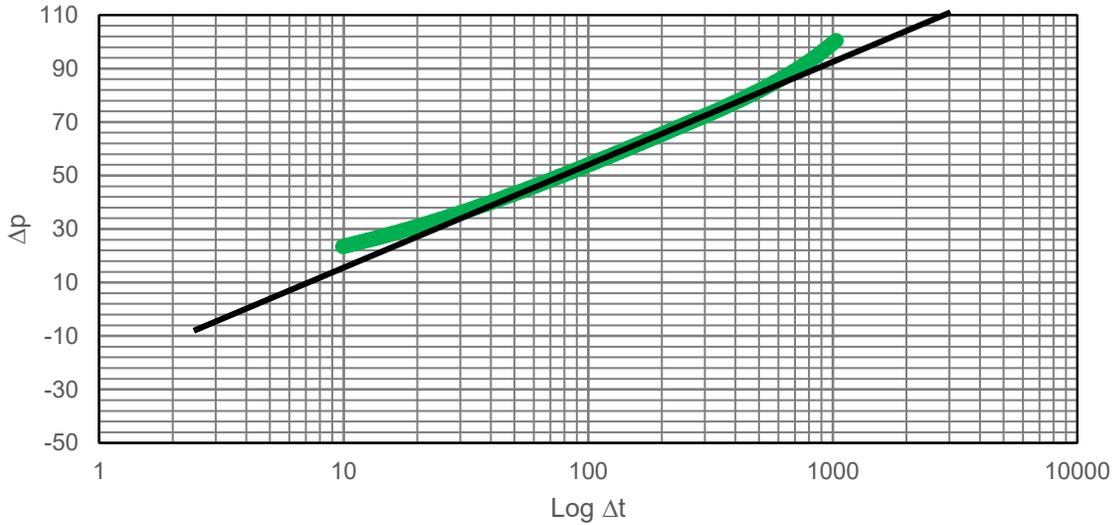


Figura 4.9 Gráfico para el periodo de comportamiento radial infinito Δp vs $\log \Delta t$.

Se observa del gráfico que $\Delta p_{t=1} = -21$ y la pendiente $m = 39 \text{ psi/ciclo}$ a partir de estos valores podremos obtener la permeabilidad y el daño como:

$$k = \frac{162.4qB\mu}{mh} = 2.03 \text{ mD} \quad \dots\dots\dots 4.57$$

$$s = 1.151 \left[\frac{p_{1hr} - p_{wf}}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} \right) + 3.23 \right] = -5.58 \quad \dots\dots\dots 4.58$$

Ahora tomamos el periodo temprano relacionado al flujo lineal, para el que se realizará el gráfico de $\sqrt{\Delta t}$ contra Δp , **Figura 4.10**, la recta se traza en el periodo con $0.03 < t < 0.3$, de la recta de tendencia medimos la pendiente $m = 9.2$.

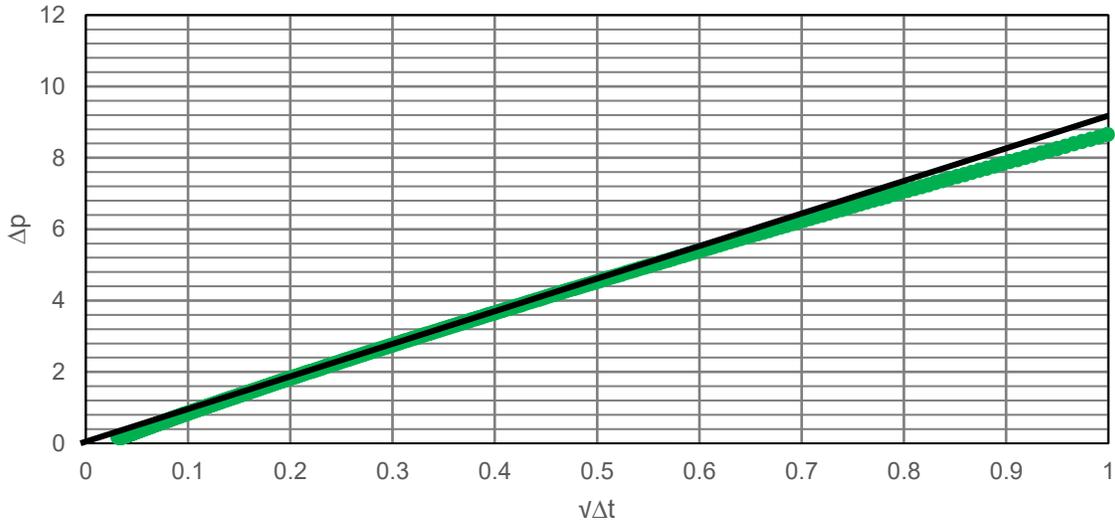


Figura 4.10 Gráfico para el periodo de temprano, Δp vs $\sqrt{\Delta t}$.

$$x_f = \frac{4.064qB\mu}{2mh\sqrt{\phi\mu c_t k}} = 171.97 \text{ ft} \quad \dots\dots\dots 4.59$$

Por último, se analizó el periodo tardío donde se observa un comportamiento pseudo-estacionario, mediante un gráfico de p vs t , **Figura 4.11**.

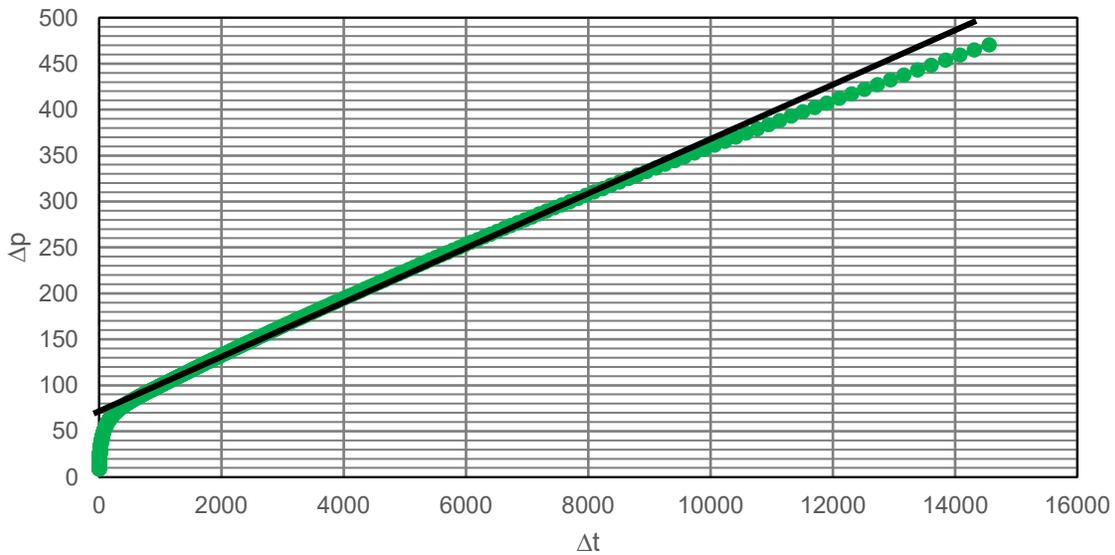


Figura 4.11 Gráfico para el periodo de tardío, Δp vs Δt .

De donde podemos obtener el radio de drenaje (r_e) y el volumen (G) a partir de la pendiente de la recta de tendencia observada $m = 0.03$.

$$r_e = \sqrt{\frac{0.234qB}{\pi\phi hc_t m}} = 1805.3 \text{ ft} \quad \dots\dots\dots 4.60$$

$$G = \frac{\pi r_e^2 \phi h}{B} = 8.59 \times 10^9 \text{ ft}^3 \quad \dots\dots\dots 4.61$$

4.8 Análisis de resultados

Se observa que, salvo los resultados de Arps-Fetkovich, todos los valores de permeabilidad están cerca del valor reportado, de igual forma esto pasa con los cálculos de radio aparente y daño. El rango de valores para el volumen original es más amplio, esto se debe a que el error presentado en el radio aparente aumenta. Los resultados obtenidos de los métodos que aplican tiempo de balance de materia son más cercanos a los reportados que de Fetkovich que utiliza un supuesto de presión constante. Además se tiene la ventaja de que los cálculos realizados para Blasingame coinciden con varios cálculos para los demás métodos, con lo que se acelera la obtención de resultados. Particularmente, el manejo de datos en el método de Agarwal-Gardner remarca la transición de un periodo de flujo a otro

Conclusiones

Derivado del trabajo desarrollado, se han obtenido las siguientes conclusiones:

1. Se realizó una comparación entre la evolución de los métodos para el análisis de pruebas de presión y datos de producción, misma que se resume en la **Tabla 3.3**, donde además se comparan las metodologías generales definidas para su estudio.
2. Se presentaron distintas herramientas para el manejo de datos de producción.
3. Se generaron curvas tipo para diferentes métodos de análisis de datos de producción que, exceptuando las de Arps, parten de soluciones en el espacio de Laplace que se invirtieron con el algoritmo de Stehfest.
4. Se observó en el caso de estudio que la respuesta no es única, si no que se obtiene un rango de valores para cada parámetro. De esta manera, la mejor interpretación se logra al conjuntar diversos métodos de estudio para intentar reducir los problemas de unicidad asociados.
5. Se observó en el caso de estudio que los resultados obtenidos a partir de Arps-Fetkovich son los más alejados respecto a los demás, debido a que suponen una presión constante durante la producción
6. El uso de la deconvolución permitió extender de manera significativa los datos disponibles y realizar un estudio con métodos típicos del análisis de pruebas de presión, permitiendo observar aspectos del sistema que no pudieron ser visualizados con las mediciones originales.

Recomendaciones

Derivado del trabajo desarrollado, se observaron las siguientes áreas de trabajo, que pueden ser abordadas en estudios complementarios:

1. Los métodos abordados pueden ser integrados en una herramienta de análisis y manejo de datos que permita realizar estudios en forma práctica y eficiente.
2. Se observó que el ajuste manual a las curvas tipo desarrolladas puede ser muy cambiante en función del intérprete. La implementación de métodos para el ajuste automático asistido por computadora de estas curvas permitirá reducir errores inherentes a la observación humana.
3. El estudio realizado puede extenderse a modelos para flujo horizontal, con doble porosidad y reologías complejas, obtenidos a través de soluciones en el espacio de Laplace, y así contar con un catálogo más completo para el análisis de casos.
4. Los métodos de análisis de datos de producción que son capaces de trabajar con presiones variables permiten obtener resultados más acertados, por lo que se recomienda incluirse en el temario de la materia de caracterización dinámica de yacimientos.

Referencias

1. Gallardo, E. E. (2017) *Apuntes de caracterización dinámica de yacimientos*. México
2. Mathews, C. S., Russell, D. G. (1967). *Pressure build-up and flow test in wells*. New York: Society of Petroleum Engineers of AIME.
3. Earlougher, R. C. (1977). *Advances in well test analysis*. New York: Society of Petroleum Engineers of AIME.
4. Gringarten, A. C. (2008). *From straight lines to deconvolution: The evolution of the state of the art in Well test Analysis*. SPE Reservoir Evaluation & Engineering, 11(01), pp.41-62
5. Garaicochea, F., Bashbush, J. L., (1984). *Apuntes de comportamiento de yacimientos*. México: Facultad de ingeniería.
6. Cinco, H. (1990). *Nuevos conceptos en el diseño, conducción e interpretación de pruebas de incremento de presión*. Ingeniería petrolera, 13, pp. 23-33.
7. Valkó, P. P. (2009). *Assignig value to stimulation in the Barnett Shale: A simultaneous analysis of 7000 plus production histories and well completion records*. Texas A&M University: Society of Petroleum Engineers
8. Rosa, A. J. (1995). *New approaches for robust nonlinear parameter estimation in automated well test analysis using the least absolute value criterion*. SPE Advanced Technology series, 4(01), pp. 21-27
9. Kuchuk, F. (2010). *Convolution and deconvolution in pressure transient formation and well testing*. Amsterdam: Elsevier science
10. Sun, H. (2015). *Advanced production decline analysis and application*. Waltham MA: Gulf Professional.
11. Poston, S., Poe, B. (2008). *Analysis of production decline curves*. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers.
12. Ertekin, T., Abou-Kassem, J., & King, G. (2001). *Basic applied reservoir simulation*. Richardson, Texas: Henry L. Doherty Memorial Fund of Aime, Society of Petroleum Engineers.

13. Farouq Ali, S., Nielsen, R. (1970). *The material balance approach vs reservoir simulation as an aid to understanding reservoir mechanics*. Texas: Society of Petroleum Engineers of AIME
14. Van Everdingen, A. F., Hurst, W. (1949) *The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs*. Trans AIME (186), pp 305-324
15. Towler, B. (2002). *Fundamental principles of reservoirs engineering*. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers
16. Bourdet, D. (2002). *Well test analysis: the use of advanced interpretation models*. Amsterdam, Paises Bajos: Elsevier science B.V.
17. Anderson, S. (2012). *Pressure normalized decline curve analysis for rate-controlled wells*. Alberta, Canada: Society of Petroleum Engineers.
18. Gallardo, E. E. (2012) *Simulación numérica de yacimientos*. México
19. McCray, T. L. (1990). *Reservoir analysis using production decline data and adjusted time*. (Master of science). Texas A&M University.
20. Fetkovich, M. J. (1980). *Decline curve analysis using type curves*. JPT 32(6), 1065-1077
21. Blasingame, T. A., McCray, T., Lee, W. J. (1991). *Decline curve analysis for variable pressure drop/variable flow rate systems*. Houston, Texas: Society of Petroleum Engineers
22. Gajdica, R. *Solutions of the diffusivity equation by the method of Laplace transforms*.
23. Donohue, D. A. T., (1986). *Introduction to well testing and measurement techniques*. Boston, EUA: International Human Resources Development Corportation.
24. Houze, O., Viturat, D., Fjaere, O. S. (2008). *Dynamic flow analysis*. KAPPA.
25. Kamal, M. K. (2009). *Transient Well Testing*. Richardson, Texas: Society of Petroleum engineers.

Anexo A

Teoría de flujo en medios porosos.

A.1 Ecuación de difusión

La base del estudio del flujo en medios porosos es la ecuación de difusión, la cual se basa en ecuaciones de continuidad, transporte, constitutivas o de estado, y otras ecuaciones auxiliares que permitan explicar características particulares del sistema, como diferentes comportamientos de viscosidad del fluido, entre otros.

Para este trabajo se analiza el caso de flujo monofásico de un fluido ligeramente compresible en un medio poroso homogéneo, con flujo horizontal y unidireccional.

A.1.1 Ecuación de continuidad

Representa el principio de la conservación de la materia para un volumen de control **Figura A.1**, en el que se cumple:

$$m_{entra} - m_{sale} = m_{acum}, \dots\dots\dots A.1$$

de tal manera que la ecuación diferencial de continuidad de la materia que representa el problema de flujo monofásico resulta:

$$\nabla \cdot (\rho v) = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho), \dots\dots\dots A.2$$

donde (v) es la velocidad de flujo, (ρ) es la densidad del fluido, y (ϕ) es la porosidad a los hidrocarburos, que se define como el producto de la porosidad efectiva y la saturación de hidrocarburos ($\phi_c (1 - s_w)$).

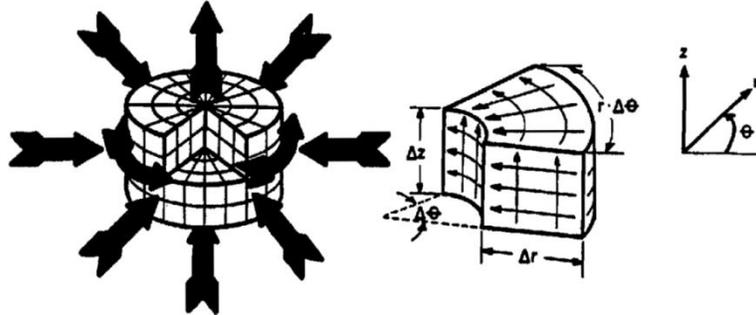


Figura A.1 Representación de un elemento de volumen de control cilíndrico (Ertekin et al., 2001)

A.1.2 Ecuación de transporte

La ecuación de Darcy representa el desplazamiento del fluido a través del medio poroso debido a la diferencia de presión que experimenta según su posición. Para flujo horizontal se define como:

$$q = -kA \frac{\partial p}{\partial x} \dots\dots\dots A.3$$

A.1.3 Ecuación de estado o constitutivas

Aquí se incluyen ecuaciones que permitan definir propiedades del fluido a determinadas condiciones, por ejemplo, la ecuación para un aceite que se comporta como un fluido ligeramente compresible es:

$$C_o = \frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \rho_o}{\partial p}, \dots\dots\dots A.4$$

mientras que para el gas se establece:

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p}, \quad \dots\dots\dots A.5$$

y para el medio poroso:

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}, \quad \dots\dots\dots A.6$$

donde (c_o) es la compresibilidad del aceite, (c_g) es la compresibilidad del gas, y (c_f) es la compresibilidad de la formación.

Otras relaciones constitutivas de utilidad son los modelos reológicos, que ayudan a describir el comportamiento de la viscosidad del fluido, usualmente considerada como newtoniana.

A.1.4 Otras ecuaciones auxiliares

Entre ellas podemos encontrar ecuaciones que modifiquen el planteamiento básico, tales como ecuaciones de potencial, para flujos con componentes verticales, y ecuaciones de energía para temperaturas variables. En este caso la pseudo-presión ($m(p)$), y el pseudo-tiempo, (t_a), resultan de gran interés para linealizar los problemas de flujo de gas, y se definen como:

$$m(p) = 2 \int_{p_0}^p \frac{kp}{\mu z} dp, \quad \dots\dots\dots A.7$$

$$t_a = \int_0^t \frac{dt}{\mu c_t}. \quad \dots\dots\dots A.8$$

A.1.5 Ecuación de difusividad

Con las ecuaciones anteriormente presentadas se puede llegar a obtener la siguiente expresión para un fluido ligeramente compresible:

$$\nabla^2 p = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad \dots\dots\dots \text{A.9}$$

y para un sistema de gas:

$$\nabla^2 m(p) = \frac{\partial m(p)}{\partial t_a}. \quad \dots\dots\dots \text{A.10}$$

Las Ecs. A.9 y A.10 son formas de la ecuación de difusividad para flujo monofásico horizontal. Estas tratan de explicar, de la forma más sencilla posible, el desplazamiento de los fluidos y su comportamiento dentro del medio poroso. Al conjunto de variables agrupadas que representan la velocidad de respuesta del yacimiento se le denomina difusividad hidráulica, y se define como:

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_t}, \quad \dots\dots\dots \text{A.11}$$

La definición de los operadores gradiente (∇), divergencia ($\nabla \cdot$) y laplaciano (∇^2) se presentan en la **Tabla A.1**.

Tabla A.1 Definiciones de los operadores divergencia y Laplaciano en diferentes geometrías de flujo (Modificado de Bird et al., 1960).

Tres dimensiones	Una dimensión
Coordenadas Rectangulares	
$\nabla F = \left(\frac{\partial F_x}{\partial x}, \frac{\partial F_y}{\partial y}, \frac{\partial F_z}{\partial z} \right)$	$\nabla F = \frac{\partial F_x}{\partial x}$
$(\nabla \cdot \mathbf{F}) = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$(\nabla \cdot \mathbf{F}) = \frac{\partial F_x}{\partial x}$
$(\nabla^2 F) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$	$(\nabla^2 F) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$
Coordenadas Cilíndricas	
$\nabla F = \left(\frac{\partial F_r}{\partial r}, \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta}, \frac{\partial F_z}{\partial z} \right)$	$\nabla F = \frac{\partial F_r}{\partial r}$
$(\nabla \cdot \mathbf{F}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$(\nabla \cdot \mathbf{F}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_r)$
$(\nabla^2 F) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(r \frac{\partial F}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$	$(\nabla^2 F) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(r \frac{\partial F}{\partial r} \right)$
Coordenadas Esféricas	
$\nabla F = \left(\frac{\partial F_r}{\partial r}, \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta}, \frac{\partial F_\sigma}{\partial \sigma} \right)$	$\nabla F = \frac{\partial F_r}{\partial r}$
$(\nabla \cdot \mathbf{F}) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 F_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta F_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_\sigma}{\partial \sigma}$	$(\nabla \cdot \mathbf{F}) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 F_r)$
$(\nabla^2 F) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial F}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 F_\sigma}{\partial \sigma^2}$	$(\nabla^2 F) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial F}{\partial r} \right)$

Donde \mathbf{F} es una función vectorial y F es una función escalar

A.2 Estados de flujo

Para estudiar el flujo de fluidos en medios porosos es necesario dar solución a la ecuación de difusividad presentada con anterioridad, considerando diferentes casos en el yacimiento; para ello puede hacerse uso de métodos numéricos o analíticos.

Las soluciones pueden obtenerse para tres diferentes comportamientos de acuerdo a las variaciones de la presión respecto al tiempo en la frontera externa:

estacionario, pseudo-estacionario y transitorio; mismas que influyen en la forma que se determina el gasto volumétrico en la formación.

A.2.1 Estado estacionario

En este estado se manifiestan las condiciones de presión y densidad respecto al tiempo, esto puede implicar un aporte constante de fluido que no permite una caída de presión, ni una disminución en la misma en la masa dentro de un volumen de control, por lo tanto, ambas derivadas resultan:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \dots\dots\dots \text{A.12}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad \dots\dots\dots \text{A.13}$$

Estas condiciones son favorables para establecer un ritmo adecuado de producción de un yacimiento.

A.2.2 Estado pseudo-estacionario

Es un estado para el cual el cambio resulta constante, se relaciona con sistemas en los que no existe ningún agente externo al yacimiento que modifique su comportamiento, y ya se tiene contacto con todas las fronteras.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = cte, \quad \dots\dots\dots \text{A.14}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = cte. \quad \dots\dots\dots \text{A.15}$$

A.2.3 Estado transitorio

Cuando no es posible establecer que el cambio de la presión respecto del tiempo es constante o igual a cero, se tiene el caso de flujo transitorio:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0, \quad \dots\dots\dots \text{A.16}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} \neq 0. \quad \dots\dots\dots \text{A.17}$$

Los comportamientos observados en este estado de flujo son asociados a periodos en los que no se conocen todas las fronteras del yacimiento, y normalmente se hace referencia a él como un sistema finito o semi-infinito; mientras que los estados estacionario y pseudo-estacionario se definen una vez que se conoce todo el volumen poroso del yacimiento, por lo que en estos casos se refiere a sistemas dominados por las fronteras.

A.3 Geometrías de flujo

Se han observado diferentes geometrías de flujo, según las condiciones de contacto entre el pozo y su vecindad, estas son:

A.3.1 Flujo radial o cilíndrico

Todas las líneas de flujo convergen hacia un cilindro, el pozo, que es completamente penetrante en la formación; y se puede presentar al principio o en una etapa posterior de la producción. Cuando este comportamiento ocurre en periodos tempranos de la prueba, y no ha sido influenciado por alguna condición de frontera, se le denomina flujo radial infinito; por otro lado, cuando es antecedido por otros

comportamientos se denomina flujo radial o pseudo-radial, dependiendo del sistema de flujo.

A.3.2 Flujo esférico

Se da en etapas iniciales de la producción, cuando el flujo converge hacia los disparos, y en la vecindad de un pozo, antes de alcanzar los límites inferior y superior del intervalo productor. Esta geometría se encuentra asociada a pozos parcialmente penetrantes.

A.3.3 Flujo esférico o hemisférico

Se da en condiciones similares al flujo esférico, pero en este caso se conoce antes una de las dos fronteras verticales del yacimiento, por lo que la onda de presión percibe muy pronto este límite, y las líneas de potencial producen una media esfera.

A.3.4 Flujo lineal

Se refiere a que las líneas de flujo se dan sólo en una dirección, y puede darse en diferentes situaciones del yacimiento, por ejemplo, al producir un pozo en un canal alargado, cuando en él dos fronteras paralelas han limitado ya al flujo; o bien al inicio de la producción de un pozo hidráulicamente fracturado con conductividad infinita en las fracturas.

A.3.5 Flujo bilineal

Ocurre cuando se superponen dos flujos lineales perpendiculares entre sí. Puede ocurrir de manera consecuente al flujo lineal cuando se tienen yacimientos compuestos, sistemas con fallas conductivas, en yacimientos naturalmente fracturados, o en pozos hidráulicamente fracturados con conductividad finita en las fracturas.

A.3.6 Flujo elíptico

Es la transición entre el flujo lineal o bilineal hacia un radial tardío en la formación. Normalmente se encuentra asociado a pozos hidráulicamente fracturados.

Tabla A.2 Diferentes geometrías de flujo

Geometría	Diagrama
Radial	<p>Flujo Radial</p>
Esférico	<p>Flujo Esférico</p>
Hemisférico	<p>Flujo Hemisférico</p>
Lineal	<p>Flujo Lineal</p>
Bilineal	<p>Flujo Bilineal</p>
Elíptico	<p>Flujo Elíptico</p>

A.4 Principio de curvas tipo

Las curvas tipo son generadas de soluciones, analíticas o numéricas, en las cuales se obtiene el comportamiento esperado de un modelo definido, estas resultan relevantes gracias a que permiten compararlas con datos reales para definir el tipo de yacimiento y estimar sus propiedades mediante el escalamiento de los ejes, por ejemplo, las variables adimensionales de tiempo y presión para un flujo radial son:

$$\ln t_D = \ln \Delta t + \ln \left(\frac{\alpha_t k}{\phi \mu C_t r_w^2} \right), \quad \dots\dots\dots \text{A.18}$$

$$\ln p_D = \ln \Delta p + \ln \left(\frac{kh}{\alpha_p \mu B} \right), \quad \dots\dots\dots \text{A.19}$$

Mismas que se pueden reescribir como:

$$\ln t_D = \ln \Delta t + C_1, \quad \dots\dots\dots \text{A.20}$$

$$\ln p_D = \ln \Delta p + C_2, \quad \dots\dots\dots \text{A.21}$$

donde ambas constantes están determinadas por las condiciones del yacimiento. De esta manera, si se tiene el mismo comportamiento en un yacimiento respecto a la curva tipo, el problema se reducirá a una traslación de ejes de las dos gráficas, que podrá resolverse al definir un punto en ambas gráficas para hacer el ajuste de los mismos, **Figura A.2**.

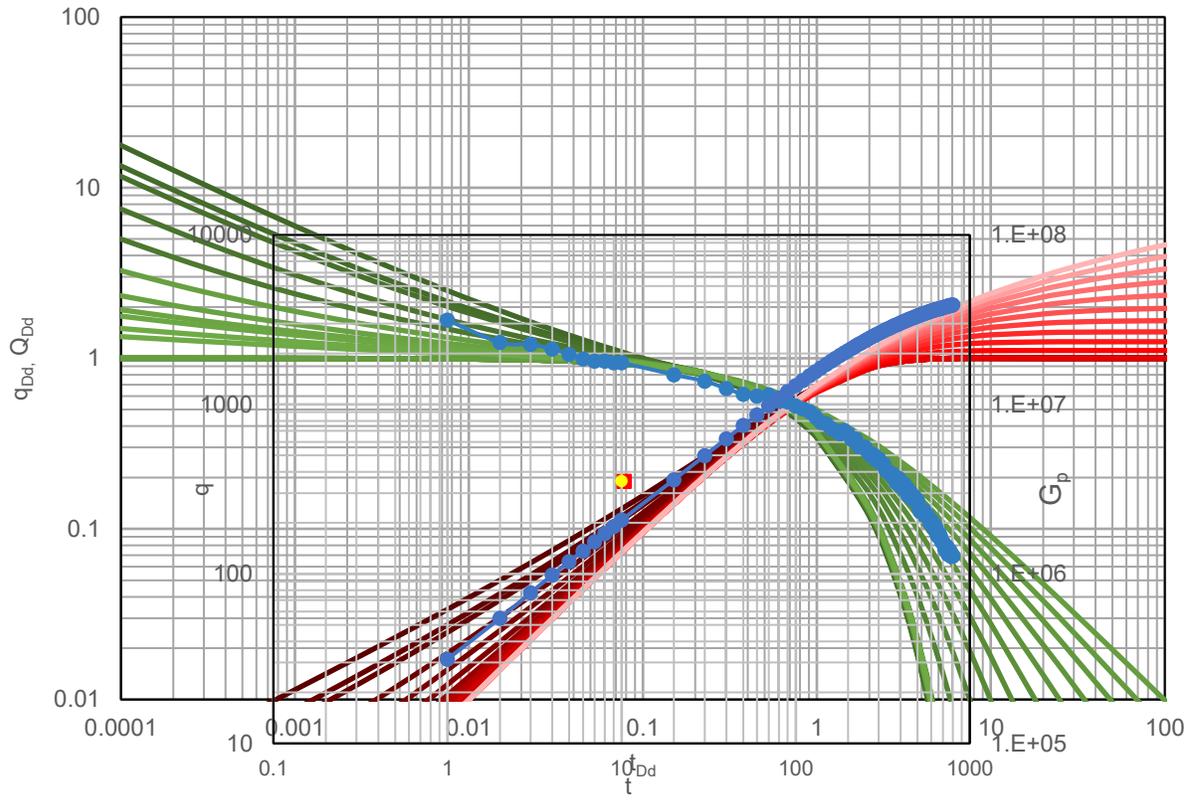


Figura A.2 Ejemplo del uso de curvas tipo.

Anexo B

Ejemplo de yacimiento con frontera cerrada y presión constante (Fetkovich)

$$t_{Dd} = t_D \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}(r_{eD} - 1) \left(\ln r_{eD} - \frac{1}{2} \right)} = \beta t_D, \quad \dots\dots\dots B.1$$

$$q_{Dd} = q_D \left[\ln |r_{eD}| - \frac{1}{2} \right] = \alpha q_D, \quad \dots\dots\dots B.2$$

$$q_{Dd} = -\alpha \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right), \quad \dots\dots\dots B.3$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = \beta \frac{\partial p_D}{\partial t_D}. \quad \dots\dots\dots B.4$$

Las funciones de gasto y presión en el espacio de Laplace son:

$$\bar{p}_D = AK_0(r_D\sqrt{\beta z}) + BI_0(r_D\sqrt{\beta z}), \quad \dots\dots\dots B.5$$

$$q_D = -\alpha(r_D\sqrt{\beta z}[-AK_1(r_D\sqrt{\beta z}) + BI_1(r_D\sqrt{\beta z})]). \quad \dots\dots\dots B.6$$

Para la frontera interna tenemos que:

$$\bar{p}_D(1, z) = AK_0(\sqrt{\beta z}) + BI_0(\sqrt{\beta z}) = \frac{1}{z}, \quad \dots\dots\dots B.7$$

mientras que para la externa:

$$\bar{q}_D(r_{eD}, z) = \alpha(r_D\sqrt{\beta z}[-AK_1(r_{eD}\sqrt{z}) + BI_1(r_{eD}\sqrt{z})]) = 0. \quad \dots\dots\dots B.8$$

Al despejar obtenemos el valor de A y B referido como:

$$A = \frac{\frac{1}{z} - BI_0(\sqrt{\beta z})}{K_0(\sqrt{\beta z})} = \frac{1 - zBI_0(\sqrt{\beta z})}{zK_0(\sqrt{\beta z})}, \quad \dots\dots\dots B.9$$

$$B = \frac{AK_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}, \quad \dots\dots\dots B.10$$

$$A = \frac{1 - z\left(\frac{AK_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}\right)I_0(\sqrt{\beta z})}{zK_0(\sqrt{\beta z})}, \quad \dots\dots\dots B.11$$

$$A + \frac{\left(\frac{AK_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}\right)I_0(\sqrt{\beta z})}{K_0(\sqrt{\beta z})} = \frac{1}{zK_0(\sqrt{\beta z})}, \quad \dots\dots\dots B.12$$

$$A \left(1 + \frac{\left(\frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})} \right) I_0(\sqrt{\beta z})}{K_0(\sqrt{\beta z})} \right) = \frac{1}{zK_0(\sqrt{\beta z})}, \quad \dots\dots\dots \text{B.13}$$

$$A \left(\frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})I_0(\sqrt{\beta z}) + I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})K_0(\sqrt{\beta z})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})K_0(\sqrt{\beta z})} \right) = \frac{1}{zK_0(\sqrt{\beta z})}, \quad \dots\dots\dots \text{B.14}$$

$$A = \frac{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{z \left(K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})I_0(\sqrt{\beta z}) + I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})K_0(\sqrt{\beta z}) \right)}, \quad \dots\dots\dots \text{B.15}$$

$$B = \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})}{z \left(K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})I_0(\sqrt{\beta z}) + I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})K_0(\sqrt{\beta z}) \right)}. \quad \dots\dots\dots \text{B.16}$$

Con lo que al sustituir ambas constantes en la ecuación principal del gasto Ec.B.8 tenemos:

$$q_D = \alpha \left(\frac{r_D \sqrt{\beta} \left[\left(I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z}) \right) K_1(r_D \sqrt{\beta z}) - \left(K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z}) \right) I_1(r_D \sqrt{\beta z}) \right]}{\sqrt{z} \left(K_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})I_0(\sqrt{\beta z}) + I_1(r_{eD}\sqrt{\beta z})K_0(\sqrt{\beta z}) \right)} \right) \quad \text{B.17}$$

con la cual se podrán construir las curvas tipo de Fetkovich.

Anexo C

Tiempo de balance de materia para un pozo

Para un pozo abierto, que produce diariamente, el tiempo de balance de materia se define como:

$$t_c = \frac{N_p}{q}. \quad \dots\dots\dots \text{C.1}$$

Si tenemos en cuenta la definición de compresibilidad total:

$$C_t = C_o s_o + C_w s_w + c_g s_g + c_f. \quad \dots\dots\dots \text{C.2}$$

La compresibilidad del aceite en el yacimiento es:

$$C_o = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \approx -\frac{1}{NB_{oi}} \frac{(N - N_p)B_o}{\Delta p}, \quad \dots\dots\dots \text{C.3}$$

esta formulación es aplicable para cada componente de la compresibilidad total, y diferenciando respecto al tiempo:

$$-C_o NB_{oi} \frac{d\Delta p}{dt} = -B_o \frac{dN_p}{dt}, \quad \dots\dots\dots \text{C.4}$$

el volumen original se puede sustituir por:

$$NB_{oi} = Ah\phi s_o, \quad \dots\dots\dots \text{C.5}$$

y el diferencial de presión:

$$\frac{d\Delta p}{dt} = \frac{d}{dt}(p_i - p) = -\frac{dp}{dt}, \quad \dots\dots\dots \text{C.6}$$

$$q = -\frac{Ah\phi s_o C_o}{B_o} \frac{dp}{dt}, \quad \dots\dots\dots \text{C.7}$$

al aplicar para la compresibilidad total se tiene que:

$$q = -\frac{Ah\phi C_t}{B} \frac{dp}{dt}, \quad \dots\dots\dots \text{C.8}$$

ahora se integra:

$$\int_0^t q dt = -\frac{Ah\phi C_t}{B} \int_{p_i}^{\bar{p}} d\bar{p}, \quad \dots\dots\dots \text{C.9}$$

resultando:

$$N_p = -\frac{Ah\phi C_t}{B} (p_i - \bar{p}), \quad \dots\dots\dots \text{C.10}$$

y reordenando:

$$\frac{N_p}{Ah\phi C_t} = \frac{h}{B} (p_i - \bar{p}), \quad \dots\dots\dots \text{C.11}$$

teniendo, además, la ecuación de Darcy para flujo radial:

$$q = -\frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta x}, \quad \dots\dots\dots \text{C.12}$$

en ambos lados de la Ec. C.11 se sumará:

$$\frac{N_p}{A\phi C_t} \frac{2\pi k}{q\mu} = \frac{h}{B} (p_i - \bar{p}) \frac{2\pi k}{q\mu}, \dots\dots\dots C.13$$

sustituyendo al tiempo de balance de materia

$$\frac{2\pi k}{\mu A\phi C_t} t_c = \frac{h}{B} (p_i - \bar{p}) \frac{2\pi k}{q\mu}, \dots\dots\dots C.14$$

y al pasar a variable adimensional:

$$\frac{k}{\mu A\phi C_t} t_c = t_{cD}, \dots\dots\dots C.15$$

$$2\pi t_{cD} = (p_i - \bar{p}) \frac{2\pi kh}{q\mu B}, \dots\dots\dots C.16$$

Expresión en la cual no importa si el gasto es o no constante, de igual forma con la presión de fondo fluyendo.

Siguiendo el desarrollo se toma la ecuación de Dupuit:

$$q = \frac{2\pi Kh(\bar{p} - p_{wf})}{\mu\beta \left[\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right]}, \dots\dots\dots C.17$$

para un pozo en estado pseudo-estacionario la presión se define como:

$$(\bar{p} - p_{wf}) = \frac{q\mu\beta}{2\pi Kh} \left[\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right] = \frac{q\mu\beta}{4\pi Kh} \ln \left(\frac{4A}{C_A e^{\gamma} r_w^2} \right), \dots\dots\dots C.18$$

Y ahora suponiendo que el flujo transitorio entra en un estado pseudo-estacionario instantáneamente, lo cual puede entenderse en un área delimitada de drene relacionada al flujo transitorio:

$$(\bar{p} - p_{wf}) = (p_i - p_{wf}) - (p_i - \bar{p}), \quad \dots\dots\dots \text{C.19}$$

$$\frac{q\mu\beta}{4\pi Kh} \ln\left(\frac{4A}{C_A e^{\gamma} r_w^2}\right) = (p_i - p_{wf}) - 2\pi t_{cD} \frac{q\mu B}{2\pi kh}, \quad \dots\dots\dots \text{C.20}$$

$$(p_i - p_{wf}) = \frac{q\mu\beta}{2\pi Kh} \left[\frac{1}{2} \ln\left(\frac{4A}{C_A e^{\gamma} r_w^2}\right) + 2\pi t_{cD} \right], \quad \dots\dots\dots \text{C.21}$$

$$\frac{2\pi Kh}{q\mu\beta} (p_i - p_{wf}) = \left[\frac{1}{2} \ln\left(\frac{4A}{C_A e^{\gamma} r_w^2}\right) + 2\pi t_{cD} \right], \quad \dots\dots\dots \text{C.22}$$

$$\frac{(p_i - p_{wf})}{q} = \frac{\mu\beta}{4\pi Kh} \ln\left(\frac{4A}{C_A e^{\gamma} r_w^2}\right) + \frac{\mu\beta}{kh} t_{cD}, \quad \dots\dots\dots \text{C.23}$$

Con la que podríamos tener:

$$\frac{(p_i - p_{wf})}{q} = m t_{cD} + b_{pss}, \quad \dots\dots\dots \text{C.24}$$

$$\frac{(p_i - p_{wf})}{q b_{pss}} = \frac{m}{b_{pss}} t_{cD} + 1, \quad \dots\dots\dots \text{C.25}$$

$$\frac{q}{(p_i - p_{wf})} b_{pss} = \frac{1}{\frac{m}{b_{pss}} t_{cD} + 1}, \quad \dots\dots\dots C.26$$

$$\frac{q}{(p_i - p_{wf})} b_{pss} = \frac{q}{(p_i - p_{wf})} \frac{\mu B}{2\pi kh} \left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right) = \frac{q}{q_i} = q_{Dd}, \quad \dots\dots\dots C.27$$

que se aproxima como:

$$q_{Dd} \approx q_D \left(\ln r_{eD} - \frac{1}{2} \right), \quad \dots\dots\dots C.28$$

$$\frac{m}{b_{pss}} t_c = t_{cDd} = \frac{B}{\phi Ah C_t} \frac{1}{\frac{\mu B}{2\pi kh} \left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right)} t_c, \quad \dots\dots\dots C.29$$

pasando a variable adimensional

$$\frac{2k}{\phi r_e^2 C_t \mu \left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right)} t_c = \frac{1}{\frac{r_{eD}^2}{2} \left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right)} t_{cD}, \quad \dots\dots\dots C.30$$

con valores altos de (r_{eD}) es válido:

$$\frac{1}{\frac{r_{eD}^2}{2} \left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right)} t_c \approx \frac{1}{\frac{1}{2} (r_{eD}^2 - 1) \left(\ln r_{eD} - \frac{1}{2} \right)} t_{cD} = t_{cDd}, \quad \dots\dots\dots C.31$$

sustituyendo en C.26:

$$q_{Dd} = \frac{1}{t_{cDd} + 1}. \quad \dots\dots\dots C.32$$

Con ello es posible seguir el procedimiento de contar con una solución a presión constante y la traslación de la solución a gasto constante mediante la formulación de Van Everdingen y Hurst, anteriormente presentada en la Ec. 2.27 utilizando el concepto de tiempo de balance de materia, así es posible observar en la **Figura 2.12** que ambos modelos coinciden al mostrar el mismo comportamiento hasta un periodo tardío, en el que la presión constante implica una frontera cerrada y un gasto constante un mantenimiento de presión en la frontera, el tiempo de balance de materia entonces permite el empalme casi perfecto de ambos modelos.

Anexo D

Conjunto de soluciones en el espacio de Laplace a la ecuación de difusividad

A continuación, se presenta una serie de soluciones a la ecuación de difusividad con diferentes condiciones tanto de frontera interna como externa [21]. Las cuales resultaron de utilidad para elaborar las curvas tipo presentadas en este trabajo, aplicando el inversor de Stehfest.

Interna Externa	Presión constante	Gasto constante
Infinito	$\bar{q}_D = \frac{-r_D K_1(r_D \sqrt{z})}{\sqrt{z} K_0(\sqrt{z})}$	$\bar{p}_D = \frac{K_0(r_D \sqrt{z})}{z \sqrt{z} K_1(\sqrt{z})}$
Presión constante	$q_D = \frac{r_D - I_0(r_{eD} \sqrt{z}) K_1(r_D \sqrt{z}) - K_0(r_{eD} \sqrt{z}) I_1(r_D \sqrt{z})}{\sqrt{z} (I_0(r_{eD} \sqrt{z}) K_0(\sqrt{z}) + I_0(\sqrt{z}) K_0(r_{eD} \sqrt{z}))}$	$\bar{p}_D = \frac{I_0(r_{eD} \sqrt{z}) K_0(r_D \sqrt{z}) - K_0(r_{eD} \sqrt{z}) I_0(r_D \sqrt{z})}{z \sqrt{z} [-K_0(r_{eD} \sqrt{z}) I_1(\sqrt{z}) + K_1(\sqrt{z}) I_0(r_{eD} \sqrt{z})]}$
Cerrado	$q_D = \frac{r_D \sqrt{z} \left(\left[- \left(I_1(r_{eD} \sqrt{z}) \right) K_1(r_D \sqrt{z}) + \left(K_1(r_{eD} \sqrt{z}) \right) I_1(r_D \sqrt{z}) \right] \right)}{z \left(K_1(r_{eD} \sqrt{z}) I_0(\sqrt{z}) + I_1(r_{eD} \sqrt{z}) K_0(\sqrt{z}) \right)}$	$\bar{p}_D = \frac{I_1(r_{eD} \sqrt{z}) K_0(r_D \sqrt{z}) + K_1(r_{eD} \sqrt{z}) I_0(r_D \sqrt{z})}{z \sqrt{z} [-K_1(r_{eD} \sqrt{z}) I_1(\sqrt{z}) + K_1(\sqrt{z}) I_1(r_{eD} \sqrt{z})]}$

