



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS  
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

ESTUDIO DE LOS RETROCESOS DE NÚCLEOS DE SI DE UN  
CCD DEBIDOS A LA DISPERSIÓN DE NEUTRONES,  
CONSIDERANDO EFECTOS DE “CHANNELING”

T E S I S  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRA EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:  
BRENDA AUREA CERVANTES VERGARA

TUTOR PRINCIPAL:  
DR. JUAN CARLOS D'OLIVO SÁEZ, ICN, UNAM

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:  
DR. ALEXIS ARMANDO AGUILAR ARÉVALO, ICN, UNAM  
DR. EDUARDO PEINADO RODRÍGUEZ, IF, UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, MAYO 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

*Pase lo que pase, no debes renunciar a tus deseos.  
No los cambies por cosas más fáciles.*

## Agradecimientos

---

Primero que nada deseo agradecer a mis padres, María de la Paz Vergara Peña y Cruz Aurelio Cervantes Ayala, por el apoyo incondicional que me han brindado a lo largo de mi formación académica. A mi hermano, Ricardo Aurelio Cervantes Vergara, por ser mi compañero de vida y hacerme sonreír en los momentos en los que todo parecía complicarse.

Agradezco a mi tutor principal, el Dr. Juan Carlos D'Olivo Saez, por su total apoyo, comprensión y tolerancia desde el comienzo de este trabajo hasta la culminación del mismo. A los miembros de las colaboraciones DAMIC y CONNIE, porque de todos ellos he aprendido un poco con el trabajo que realizan a diario. En particular, agradezco al Dr. Juan Estrada por haberme apoyado y guiado durante mi estancia en el laboratorio Fermilab para la realización de este trabajo. Así mismo agradezco a mi comité tutor por su apoyo e interés en las actividades que realicé durante mi maestría en el PCF, en particular al Dr. Alexis Armando Aguilar Arévalo por sus comentarios constructivos en torno a este trabajo.

Agradezco a la UNAM como institución por ser mi casa de formación desde el año 2003 que ingresé a Iniciación Universitaria. Agradezco al CONACYT por la beca recibida durante mis estudios de maestría. El trabajo desarrollado en esta tesis contó con los apoyos de la DGAPA-UNAM, mediante los proyectos PAPIIT IN 112213 y PAPIIT IN 108917, y del CONACYT, a través del proyecto 240666.



# Índice general

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>III</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. El efecto <i>channeling</i></b>	<b>5</b>
1.1. Modelos continuos . . . . .	7
1.2. Distancias críticas para el <i>channeling</i> . . . . .	10
1.3. Ángulos críticos para el <i>channeling</i> . . . . .	13
1.4. Correcciones debido a la temperatura . . . . .	15
1.5. <i>Channeling</i> de núcleos en retroceso . . . . .	17
<b>2. Los CCD's</b>	<b>27</b>
2.1. Estructura y funcionamiento de un CCD . . . . .	27
2.1.1. Generación de carga . . . . .	30
2.1.2. Recolección de carga . . . . .	33
2.1.3. Transferencia de carga . . . . .	34
2.1.4. Lectura de carga . . . . .	36
2.2. El CCD del dispositivo experimental . . . . .	38
2.2.1. Sistema de adquisición de imágenes . . . . .	39
2.2.2. Cadena de procesamiento de imágenes . . . . .	40
<b>3. Dispositivo experimental: calibración y caracterización</b>	<b>45</b>
3.1. Dispositivo experimental . . . . .	45
3.2. Calibración con fuente de rayos X . . . . .	46

3.2.1.	Método experimental . . . . .	47
3.2.2.	Obtención de las constantes de calibración . . . . .	51
3.3.	Caracterización del <i>background</i> . . . . .	56
<b>4.</b>	<b>Exposición del CCD a fuentes radiactivas</b>	<b>63</b>
4.1.	Fuente de neutrones de $^{252}\text{Cf}$ . . . . .	63
4.1.1.	Método experimental . . . . .	65
4.2.	Fuente de rayos $\gamma$ de $^{60}\text{Co}$ . . . . .	74
4.3.	Método experimental . . . . .	74
<b>5.</b>	<b>Contribución al espectro de la fuente de <math>^{252}\text{Cf}</math> debida a la dispersión de neutrones</b>	<b>87</b>
5.1.	Cálculo teórico . . . . .	87
5.1.1.	Dispersión elástica en el marco de referencia del laboratorio . . . . .	88
5.1.2.	Dispersión elástica en el marco de referencia del centro de masa . . . . .	90
5.1.3.	Función de onda de las partículas dispersadas . . . . .	91
5.1.4.	Sección eficaz diferencial de dispersión . . . . .	95
5.1.5.	Espectro energético de los neutrones incidentes . . . . .	97
5.1.6.	Espectro energético de los retrocesos de núcleos de Si debidos a la dispersión de neutrones provenientes de una fuente de $^{252}\text{Cf}$ . . . . .	101
5.1.7.	El factor de <i>quenching</i> . . . . .	103
5.1.8.	Espectro energético de los retrocesos de núcleos de Si en un CCD debidos a la dispersión de neutrones provenientes de una fuente de $^{252}\text{Cf}$ . . . . .	105
5.2.	Simulación mediante GEANT4 . . . . .	107
<b>6.</b>	<b>Ajustes al espectro de la fuente de <math>^{252}\text{Cf}</math></b>	<b>113</b>
6.1.	Ajustes considerando contribución de neutrones . . . . .	117
6.1.1.	Energías entre 0.4 y 30 keV . . . . .	118
6.1.2.	Energías entre 30 y 200 keV . . . . .	120

## ÍNDICE GENERAL

---

6.2. Ajustes considerando contribución de rayos $\gamma$ . . . . .	122
6.2.1. Energías entre 0.4 y 30 keV . . . . .	123
6.2.2. Energías entre 30 y 200 keV . . . . .	124
6.3. Ajustes considerando ambas contribuciones . . . . .	124
6.3.1. Energías entre 0.4 y 30 keV . . . . .	125
6.3.2. Energías entre 30 y 200 keV . . . . .	128
<b>Conclusiones</b>	<b>133</b>
<b>Apéndices</b>	<b>137</b>
<b>A. Potenciales axiales y planares</b>	<b>137</b>
A.1. Aproximación de Lindhard . . . . .	137
A.1.1. Potencial axial . . . . .	138
A.1.2. Potencial planar . . . . .	139
A.2. Aproximación de Molière . . . . .	139
A.2.1. Potencial axial . . . . .	139
A.2.2. Potencial planar . . . . .	140
<b>B. Dispersión por una cuerda de átomos</b>	<b>141</b>
<b>C. Estructura cristalina del Silicio</b>	<b>143</b>





# Introducción

---

La idea central de este trabajo es identificar si existe alguna diferencia entre los espectros de energías obtenidos de la exposición de un CCD a una fuente de  $^{252}\text{Cf}$  situada en diferentes posiciones, que dependa de la dirección de incidencia de las partículas provenientes de esta fuente. CCDs con características similares al utilizado en la parte experimental de este trabajo forman parte de los experimentos DAMIC (siglas en inglés de *DARK MATTER IN CCDs*) y CONNIE (siglas en inglés de *COHERENT NEUTRINO NUCLEUS INTERACTION EXPERIMENT*) en los que colabora el Instituto de Ciencias Nucleares (ICN) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). El experimento DAMIC, situado en el laboratorio SNOLAB, en Canadá, realiza una búsqueda directa de materia oscura considerando como principales candidatas a partículas masivas que interactúan débilmente o WIMPs (siglas en inglés de *Weakly Interactive Massive Particles*). Por otra parte, el experimento CONNIE, situado junto a uno de los reactores en la planta nuclear Angra dos Reis en Brasil, estudia la interacción coherente de neutrinos provenientes del reactor nuclear con los núcleos de Silicio de los CCDs en el detector.

Es de interés estudiar los espectros energéticos de los retrocesos nucleares debidos a la dispersión elástica de neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$  porque los dos objetos principales de estudio de los experimentos DAMIC y CONNIE, WIMPs y neutrinos respectivamente, también interactúan con los núcleos de Si vía dispersión elástica. Es de particular interés el análisis de la región energética menor a 5 keV porque es a estas energías en donde podrían identificarse eventos debidos a la incidencia de WIMPs o neutrinos.

Este trabajo considera, en particular, los efectos en los espectros de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  debidos al fenómeno de *channeling*. Los núcleos que han sufrido retroceso son los que pueden presentar o no efecto *channeling* dependiendo de su energía, del ángulo de salida de su sitio en la red cristalina y del eje o plano cristalográfico por el que se muevan. Los núcleos canalizados pierden más energía por ionización que por colisiones nucleares. Esto provoca que el factor de *quenching* de estas partículas sea aproximadamente igual a la unidad, es decir, la energía medida por el detector de los retrocesos nucleares en los núcleos canalizados es aproximadamente igual a la energía real de retroceso del núcleo.

Por ello, en este trabajo también se estudiaron las repercusiones en los espectros de retrocesos nucleares al considerar tres distintas expresiones para el factor de *quenching*: la proveniente de las mediciones realizadas por algunos miembros de la colaboración DAMIC en [46], la basada en la teoría de Lindhard y cuando  $Q=1$ . La contribución a los espectros experimentales de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  debida a la incidencia de neutrones se comparó con

un cálculo teórico, también realizado en este trabajo, del espectro de retrocesos nucleares en un blanco de Si con las dimensiones del CCD debidos a la incidencia de neutrones con una distribución energética que emula la de los neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , y con una simulación realizada en GEANT4 a partir del esquema del dispositivo experimental, considerando en ambos casos los tres distintos factores de *quenching*.

Así mismo, en este trabajo se estudiaron las otras dos contribuciones a los espectros experimentales de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  debidas a la incidencia de eventos de *background* y de rayos  $\gamma$  provenientes del decaimiento por fisión espontánea de este elemento. Esta última contribución se comparó con los espectros energéticos obtenidos de la exposición del CCD a una fuente de  $^{60}\text{Co}$ .

Este trabajo está estructurado en seis capítulos. En el primero se discute el fenómeno de canalización o efecto *channeling* desde las aproximaciones de Lindhard y Molière, caracterizando los potenciales a los que está sujeto un ion canalizado y estableciendo los parámetros necesarios para que un núcleo, inicialmente situado en una red cristalina, pueda sufrir canalización. Se consideran las correcciones a estos parámetros debidas a la temperatura de la red cristalina y se obtiene la fracción de núcleos canalizados como función de la energía y ángulo de retroceso para dos distintos canales axiales y planares de una red de Si.

El segundo capítulo discute la estructura y funcionamiento de los CCD's utilizados en los experimentos DAMIC y CONNIE, así como del que se usó en la parte experimental de este trabajo. También se presentan las herramientas de análisis de imágenes requeridas para procesar las imágenes adquiridas por el CCD y se discute su funcionamiento.

En el tercer capítulo se presenta el dispositivo experimental con el que se trabajó para el desarrollo de esta tesis. En particular, se presenta el proceso de calibración del CCD con una fuente de  $^{55}\text{Fe}$  y la caracterización del *background* al que estaba sometido. Se discuten estos espectros en términos de la deposición de energía y de la longitud de traza por evento.

En el cuarto capítulo se describe el proceso de adquisición de imágenes al exponer el CCD a las fuentes de  $^{252}\text{Cf}$  y de  $^{60}\text{Co}$ . También se describen las posiciones en las que se situaron las fuentes y los blindajes considerados en el dispositivo experimental. Se discuten los espectros de estas fuentes en términos de la deposición de energía y de la longitud de traza por evento.

El capítulo 5 discute el problema de dispersión elástica de un neutrón con un núcleo de Si. A partir de ello, se realiza un cálculo teórico del espectro de los retrocesos nucleares en un blanco de Si debidos a la incidencia de neutrones con una distribución energética que emula la de los neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$ . También se presentan los espectros obtenidos a partir de una simulación en GEANT4 del experimento. Además, se obtiene una expresión analítica para el factor de *quenching* a partir de las mediciones realizadas en [46]. Por último, se corrigen los espectros provenientes del cálculo teórico y de la simulación por los tres distintos factores de *quenching* considerados en este trabajo.

---

Finalmente, en el capítulo 6 se presentan todos los espectros obtenidos normalizados. Se comparan y se realizan ajustes de las diferentes contribuciones al espectro de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ . También se discuten los resultados obtenidos.

Por último, se presentan las conclusiones de este trabajo en donde, además de discutir los resultados experimentales y teóricos, se presentan posibles mejoras al experimento que permitirán obtener nuevos resultados importantes para las colaboraciones DAMIC y CONNIE.



# Capítulo 1

## El efecto *channeling*

---

Al atravesar un medio, una partícula cargada pierde energía a través de dos procesos principales: por frenado electrónico o por frenado nuclear. En el frenado electrónico, la partícula cargada interactúa directamente con los electrones de los átomos en el medio, perdiendo su energía al excitarlos o arrancarlos. Si los electrones son ligeros comparados con la partícula que atraviesa el medio, la transferencia de momento lineal debido a la interacción es pequeña y la trayectoria de la partícula es prácticamente recta. En cambio, en el frenado nuclear, la partícula cargada interactúa con los átomos completos transfiriendo energía y momento lineal. Como resultado de estas interacciones usualmente la partícula se deflecta, pues las fuerzas y las masas involucradas en la interacción son mayores. El frenado electrónico domina al nuclear cuando las partículas incidentes son altamente energéticas. Análogamente, el nuclear domina al electrónico cuando las partículas poseen baja energía.

En un medio homogéneo e isotrópico, en donde sus átomos constituyentes están distribuidos aleatoriamente, es válido considerar que la probabilidad de ocurrencia de los procesos de frenado es independiente de la dirección en la que se mueve la partícula. Sin embargo, si el medio no cumple con las características anteriormente mencionadas, esta probabilidad puede verse afectada debido a efectos direccionales. El efecto *channeling*, o de canalización, es uno de ellos.

La existencia de este efecto fue postulada desde 1912 [1]. Sin embargo, fue hasta la década de los 60 cuando se empezaron a observar dependencias direccionales en el poder de penetración de iones al ser implantados en sólidos cristalinos. En 1963, con una simulación de iones implantados que consideraba interacciones binarias de los iones con los átomos en la red, se confirmó la dependencia direccional observada previamente. En años posteriores, la existencia de este efecto fue verificada experimentalmente en diversas ocasiones.

En general, en un medio cristalino, las partículas cargadas que presentan efecto *channeling*, axial o planar, son aquellas que se mueven a lo largo de los ejes o planos principales del cristal, respectivamente. Estas partículas sufren dispersiones correlacionadas de ángulo pequeño con los núcleos atómicos en los ejes o planos del cristal a lo largo de los que se mueven. Lo anterior provoca que las deflexiones en su trayectoria sean pequeñas, aumentando su probabilidad de penetración en el sólido cristalino y disminuyendo su

frenado nuclear.

En general, las trayectorias de las partículas canalizadas se encuentran confinadas: en el espacio interatómico del cristal, para partículas positivas; o en los alrededores cercanos a los ejes o planos del cristal, para partículas negativas. A estos espacios, delimitados por los ejes o planos principales del cristal y sus alrededores, se les denomina “canales”.

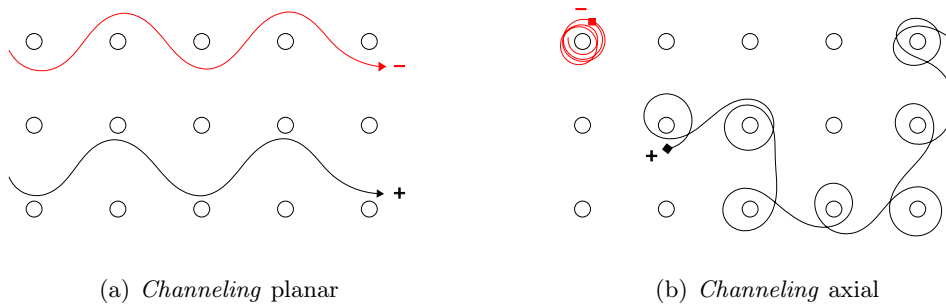


Figura 1.1. Esquema de la trayectoria de partículas positivas (negro) y negativas (rojo) en a) *channeling* planar y b) *channeling* axial

En el caso de *channeling* planar, las partículas negativas serán atraídas por los núcleos en el plano y, después de atravesar el centro del plano, serán atraídas nuevamente, lo que provoca que estas partículas sigan la dirección de un solo plano cristalino. Dado que estas partículas atraviesan el plano varias veces a lo largo de su trayectoria, en donde hay una gran densidad de átomos, poseen una gran probabilidad de sufrir en algún momento una dispersión a ángulo grande. Esto provocaría una deflexión significativa en su trayectoria y la partícula sufriría *dechanneling*. Por otra parte, las partículas positivas canalizadas planarmente son repelidas por los núcleos en el plano y, al acercarse a un plano vecino, vuelven a ser repelidas. Por lo tanto, estas partículas se mueven en el espacio entre dos planos vecinos, siempre a la mayor distancia posible de cada uno de ellos. Dado que en ese espacio hay una menor densidad de átomos, estas partículas poseen una menor probabilidad de sufrir *dechanneling*.

En el caso de *channeling* axial, las partículas positivas son repelidas del eje a lo largo del que se mueven promoviendo su movimiento “libre” de un eje a otro. En cambio, las partículas negativas son atraídas provocando que su movimiento sea circundando un solo eje [2].

En este trabajo se estudia el posible *channeling* de núcleos de Silicio que sufrieron un retroceso nuclear debido a la incidencia de neutrones provenientes de una fuente de Cf-252 sobre un CCD de Silicio. Dado que la posible partícula canalizada a estudiar es un núcleo de Silicio, cargado positivamente, de ahora en adelante, para la descripción del efecto, se considerará que las partículas canalizadas tienen carga positiva. Así mismo, las gráficas presentadas en este trabajo consideran la propagación de un ion de Si en una red cristalina de Si.

## 1.1. Modelos continuos

Para explicar el efecto *channeling* de una forma analítica, en lugar de considerar una serie de interacciones binarias discretas de la partícula incidente con cada átomo en la red, los átomos se agrupan en cuerdas o planos uniformemente cargados y se consideran las interacciones, ahora continuas, entre éstos y la partícula que atraviesa el medio. En la descripción más sencilla, se considera la interacción entre la partícula incidente con una cuerda de átomos, caracterizada por un potencial axial  $U_A$ , y con un plano de átomos, caracterizada por un potencial planar  $U_P$ .

A la interacción entre un ion positivo de número atómico  $Z_1$  con un átomo de número atómico  $Z_2$  separados entre sí por una distancia  $r$  se le puede asociar un potencial  $V(r)$  tipo Thomas-Fermi de la forma:

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \Phi\left(\frac{r}{a}\right) \quad (1.1)$$

donde  $a = 0.4685\text{\AA} (\sqrt{Z_1} + \sqrt{Z_2})^{-2/3}$  es la longitud de apantallamiento de Thomas-Fermi cuando el ion no está completamente ionizado y  $\Phi$  es una función de apantallamiento tipo Thomas-Fermi. Existen varias aproximaciones analíticas para la función de apantallamiento. Las más usadas son la de Lindhard [3] y la de Molière. Estas funciones tienen la forma siguiente:

$$\Phi^L\left(\frac{r}{a}\right) = 1 - \left[1 + \left(\frac{Ca}{r}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \quad (1.2)$$

$$\Phi^M\left(\frac{r}{a}\right) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \exp\left(-\frac{\beta_i r}{a}\right) \quad (1.3)$$

donde  $C = \sqrt{3}$ ,  $\{\alpha_i\} = \{0.1, 0.55, 0.35\}$  y  $\{\beta_i\} = \{6, 1.2, 0.3\}$ .

Los potenciales  $U_A$  y  $U_P$  que siente un ion a una distancia  $\rho$  de una fila o un plano de átomos, respectivamente, se calculan integrando el potencial  $V(r)$  a lo largo de la fila o plano correspondiente, es decir:

$$U_A(\rho) = \frac{1}{d} \int_{-\infty}^{\infty} V\left[(\rho^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}\right] dx \quad (1.4)$$

$$U_P(\rho) = 2\pi n \int_0^{\infty} V\left[(\rho^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}\right] R dR \quad (1.5)$$



donde  $d$  es la distancia entre átomos en una fila y  $n = Nd_{chP}$  la densidad superficial de átomos en el plano, con  $N$  la densidad atómica del medio cristalino y  $d_{chP}$  el ancho del canal planar. Utilizando las aproximaciones de Lindhard y de Molière para  $\Phi$ , se obtienen las expresiones siguientes para  $U_A(\rho)$  y  $U_P(\rho)$ :

$$U_A^L(\rho) = \frac{2Z_1Z_2e^2}{d} \ln \left[ 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.6)$$

$$U_A^M(\rho) = \frac{2Z_1Z_2e^2}{d} \sum_{i=1}^3 \alpha_i K_0 \left( \frac{\beta_i \rho}{a} \right) \quad (1.7)$$

$$U_P^L(\rho) = 2\pi na Z_1 Z_2 e^2 \left( \frac{\rho}{a} \right) \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \right\} \quad (1.8)$$

$$U_P^M(\rho) = 2\pi na Z_1 Z_2 e^2 \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\alpha_i}{\beta_i} \right) \exp \left( -\frac{\beta_i \rho}{a} \right) \quad (1.9)$$

donde  $K_0$  es la función de Bessel modificada de segunda especie de orden cero. Véase el Apéndice A para una deducción detallada de las ecuaciones 1.6 - 1.9.

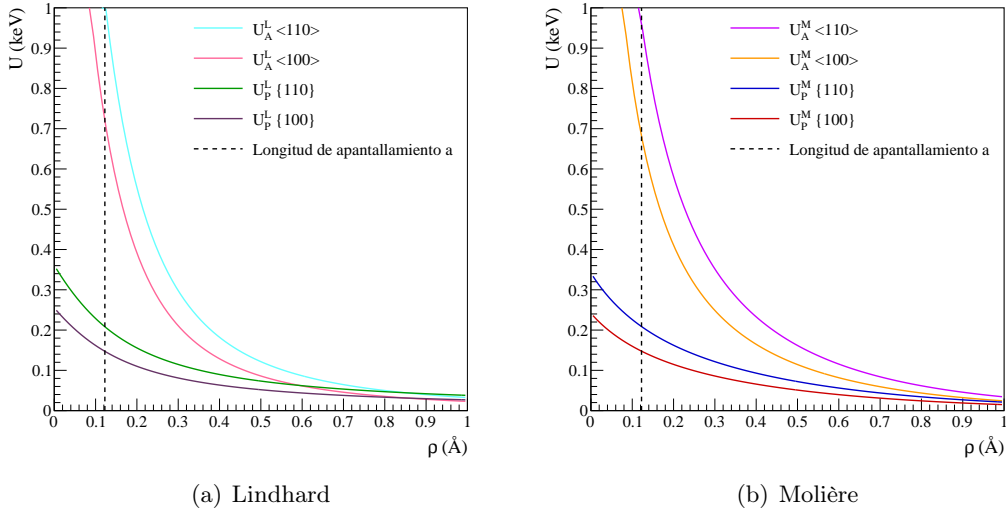


Figura 1.2. Potenciales axiales ( $\langle 100 \rangle$  y  $\langle 110 \rangle$ ) y planares ( $\{100\}$  y  $\{110\}$ ) en las dos aproximaciones para un ion de Si propagándose en una red de Si. La línea vertical discontinua representa la longitud de apantallamiento de Thomas-Fermi cuando el ion no está completamente ionizado (en el caso de Si-Si,  $a = 0.1225 \text{ \AA}$ )

La Figura 1.2 muestra los potenciales axiales y planares a los que está sometido un ion de Si que se propaga en una red cristalina de Si en función de la distancia  $\rho$  a la que se encuentra de la fila o plano de átomos considerado, en las aproximaciones de Lindhard y Molière para cuatro canales:  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$ ,  $\{100\}$  y  $\{110\}$ . Los valores de  $d$  para cada fila se encuentran en el Apéndice C. Las densidades superficiales de átomos en cada plano considerado se calcularon considerando los valores de  $d_{chP}$  para cada canal planar y de la densidad atómica del Si cristalino  $N$ , los cuales también se encuentran en el Apéndice C.

Los potenciales  $U_A(\rho)$  y  $U_P(\rho)$  no son equivalentes al potencial real que siente un ion que se encuentra a una distancia  $\rho$  de una fila o plano de átomos. En efecto, el potencial real consiste de una serie de máximos cerca de los átomos en la red y mínimos entre ellos. El modelo continuo iguala la deflexión del ion debido a la sucesión de impulsos provocada por los máximos del potencial real con la deflexión que sufriría al estar sujeto a las fuerzas  $-U'_A(\rho)$  y  $-U'_P(\rho)$ .

En el caso de *channeling* axial, Lindhard [3] demostró que la condición a cumplir para que el modelo continuo sea válido es:

$$U''_A(\rho) < \frac{8}{d^2}E \quad (1.10)$$

donde  $E$  es la energía cinética del ion incidente. Véase el Apéndice B para una deducción detallada de la ecuación 1.10.

En el caso de *channeling* planar, es más complicado establecer una condición a cumplir para que el modelo continuo sea válido, puesto que los átomos con los que interactúa el ion canalizado no se encuentran a una separación fija respecto a su trayectoria.

Una forma de simplificar este problema es la que propusieron Morgan y Van Vliet [4]. Ellos redujeron el problema de la dispersión debida a un plano de átomos al de la dispersión debida a una fila ficticia de átomos que se encuentra dentro de una banda de ancho  $2R$  centrada en la proyección de la trayectoria del ion en el plano. Así mismo, propusieron que el área promedio por átomo en el plano,  $1/n$ , fuera  $2R$  veces la distancia  $\tilde{d}$  entre átomos en esta fila ficticia, esto es:

$$\tilde{d} = \frac{1}{2Rn} = \frac{1}{2RNd_{chP}} \quad (1.11)$$

En [5] se encuentra una aproximación para  $R$ , válida en Si para energías de los iones incidentes menores a 50 MeV. Su expresión es:

$$R(y) = a \left[ 0.716014 + 0.510922 \ln y + 0.12047 (\ln y)^2 + 0.0180492 (\ln y)^3 + 0.00442459 (\ln y)^4 - 0.000824744 (\ln y)^5 \right] \quad (1.12)$$

donde  $y = Z_1 Z_2 e^2 / a \sqrt{E U_P(0)}$ , con  $U_P(0)$  el potencial planar evaluado sobre el plano.

Sea  $\widetilde{U}_A(\rho)$  el potencial axial producido por la fila ficticia de átomos el cual, según la propuesta de Morgan y Van Vliet, es equivalente a  $U_P$ . Nótese que  $\widetilde{U}_A(\rho)$  se obtiene de sustituir  $d$  por  $\widetilde{d}$  en  $U_A(\rho)$ .

Entonces, para *channeling* planar, una vez hecha la reducción del problema de acuerdo a la propuesta de Morgan y Van Vliet, la ecuación 1.10 es la condición a cumplir para que el modelo continuo sea válido sustituyendo  $U_A(\rho)$  por  $\widetilde{U}_A(\rho)$  y  $d$  por  $\widetilde{d}$ .

## 1.2. Distancias críticas para el *channeling*

La distancia crítica  $\rho_c$  define el límite de acercamiento de un ion canalizado a la fila o plano de átomos dispersores. Si la distancia entre éstos es menor a  $\rho_c$ , el ion comienza a sentir interacciones individuales con los átomos, provocando su dispersión a ángulos mayores (el ion no permanece canalizado). Por lo tanto, para que permanezca canalizado, en cada instante de su trayectoria el ion debe encontrarse a una distancia mayor a  $\rho_c$ .

Para definir la distancia crítica según Lindhard, en el caso de *channeling* axial, se considera la igualdad en la ecuación 1.10. Sustituyendo en esta igualdad la aproximación de Lindhard al potencial axial se obtiene:

$$U_A^{L''}(\rho_{cA}^L) = \frac{8}{\widetilde{d}^2} E \quad (1.13)$$

Derivando el potencial axial en la aproximación de Lindhard, dado por la ecuación 1.6, se tiene que:

$$U_A^{L'}(\rho) = - \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \right) \frac{2(Ca)^2}{\rho^3 \left[ 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 \right]} = - \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \right) \frac{2(Ca)^2}{\left[ \rho^3 + \rho(Ca)^2 \right]} \Rightarrow$$

$$U_A^{L''}(\rho) = \left[ \frac{2Z_1 Z_2 e^2 (Ca)^2}{d} \right] \frac{[3\rho^2 + (Ca)^2]}{[\rho^3 + \rho(Ca)^2]^2} = \left[ \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{d(Ca)^2} \right] \frac{[1 + 3(\frac{\rho}{Ca})^2]}{(\frac{\rho}{Ca})^2 [1 + (\frac{\rho}{Ca})^2]^2}$$

Sustituyendo la segunda derivada de  $U_A^L$  en la ecuación 1.13 se obtiene la siguiente ecuación implícita para  $\rho_{cA}^L$ :

$$\frac{4E}{dZ_1 Z_2} \left( \frac{Ca}{e} \right)^2 = \frac{[1 + 3(\frac{\rho_{cA}^L}{Ca})^2]}{(\frac{\rho_{cA}^L}{Ca})^2 [1 + (\frac{\rho_{cA}^L}{Ca})^2]^2} \quad (1.14)$$

Por otra parte, Morgan y Van Vliet definen la distancia crítica sustituyendo el factor 8 por un 5 en la definición de distancia crítica según Lindhard (ecuación 1.13), de acuerdo al mejor ajuste de sus simulaciones de *channeling* axial en cristales de Cu. Esta definición se utilizará para definir la distancia crítica axial que deriva de la aproximación de Molière al potencial axial, es decir:

$$U_A^{M''}(\rho_{cA}^M) = \frac{5}{d^2} E \quad (1.15)$$

Derivando el potencial axial en la aproximación de Molière, dado por la ecuación 1.7, se tiene que:

$$U_A^{M'}(\rho) = \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{d} \sum_{i=1}^3 \alpha_i \frac{\beta_i}{a} K_0'(x) = - \left( \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{d} \right) \sum_{i=1}^3 \alpha_i \frac{\beta_i}{a} K_1 \left( \frac{\beta_i \rho}{a} \right) \Rightarrow$$

$$U_A^{M''}(\rho) = - \left( \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{d} \right) \sum_{i=1}^3 \alpha_i \left( \frac{\beta_i}{a} \right)^2 K_1'(x) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{da^2} \sum_{i=1}^3 \alpha_i \beta_i^2 \left[ K_0 \left( \frac{\beta_i \rho}{a} \right) + K_2 \left( \frac{\beta_i \rho}{a} \right) \right]$$

en donde se utilizó que  $K_\nu'(x) = - [K_{\nu-1}'(x) + K_{\nu+1}'(x)] / 2$  y  $K_{\nu-1}(x) = K_{\nu+1}(x) - [2\nu K_\nu(x)] / x$ , de acuerdo a [6].

Sustituyendo la segunda derivada de  $U_A^M$  en la ecuación 1.15 se obtiene la siguiente ecuación implícita para  $\rho_{cA}^M$ :

$$\frac{5E}{dZ_1Z_2} \left(\frac{a}{e}\right)^2 = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \beta_i^2 \left[ K_0 \left(\frac{\beta_i \rho_{cA}^M}{a}\right) + K_2 \left(\frac{\beta_i \rho_{cA}^M}{a}\right) \right] \quad (1.16)$$

La ecuación 1.14 tiene solución analítica la cual está dada por:

$$\rho_{cA}^L(x) = Ca \sqrt{\frac{2}{3} \left\{ \left[ \sqrt{1+x} \cos \left( \frac{1}{3} \arccos \left[ \frac{1 - \frac{3x}{2}}{(1+x)^{\frac{3}{2}}} \right] \right) \right] - 1 \right\}} \quad (1.17)$$

con  $x \equiv 9dZ_1Z_2e^2/Ea^2C^2$ .

Por otra parte, no hay solución analítica para 1.16. Sin embargo, existe una aproximación calculada en [5], válida para E entre 1 keV y 29 TeV, cuya expresión es:

$$\begin{aligned} \rho_{cA}^M(\alpha) = a \left[ 0.57305\alpha^{\frac{1}{2}} - 0.0220301\alpha + 7.28889 \times 10^{-4}\alpha^{\frac{3}{2}} \right. \\ \left. - 1.55189 \times 10^{-5}\alpha^2 + 2.04162 \times 10^{-7}\alpha^{\frac{5}{2}} - 1.65057 \times 10^{-9}\alpha^3 \right. \\ \left. + 7.9749 \times 10^{-12}\alpha^{\frac{7}{2}} - 2.11041 \times 10^{-14}\alpha^4 + 2.35121 \times 10^{-17}\alpha^{\frac{9}{2}} \right] \quad (1.18) \end{aligned}$$

con  $\alpha \equiv dZ_1Z_2e^2/Ea^2$ .

En el caso de *channeling* planar, considerando la simplificación propuesta por Morgan y Van Vliet, las ecuaciones 1.13 y 1.15 definen las distancias críticas planares  $\rho_{cP}^L(E)$  y  $\rho_{cP}^M(E)$ , sustituyendo  $U_A^L(\rho)$  por  $\widetilde{U}_A^L(\rho)$ ,  $U_A^M(\rho)$  por  $\widetilde{U}_A^M(\rho)$  y  $d$  por  $\widetilde{d}$ , respectivamente. Por lo tanto, las ecuaciones 1.17 y 1.18 son las soluciones para  $\rho_{cP}^L(E)$  y  $\rho_{cP}^M(E)$  sustituyendo  $d$  por  $\widetilde{d}$  en los parámetros  $x$  y  $\alpha$ .

La Figura 1.3 muestra las distancias críticas axiales y planares de un ion de Si propagándose en una red cristalina de Si en función de su energía cinética E, en las aproximaciones de Lindhard y Molière para cuatro canales:  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$ ,  $\{100\}$  y  $\{110\}$ . En los canales axiales, las distancias críticas son menores al radio del canal, lo que implica que el efecto *channeling* sucede para todas las energías, en el intervalo de 1 keV a 100 keV, del ion de Si incidente. En cambio, en los canales planares, existen energías del ion incidente para las cuales la distancia crítica es mayor al radio del canal. En estos casos el efecto *channeling* no sucede.

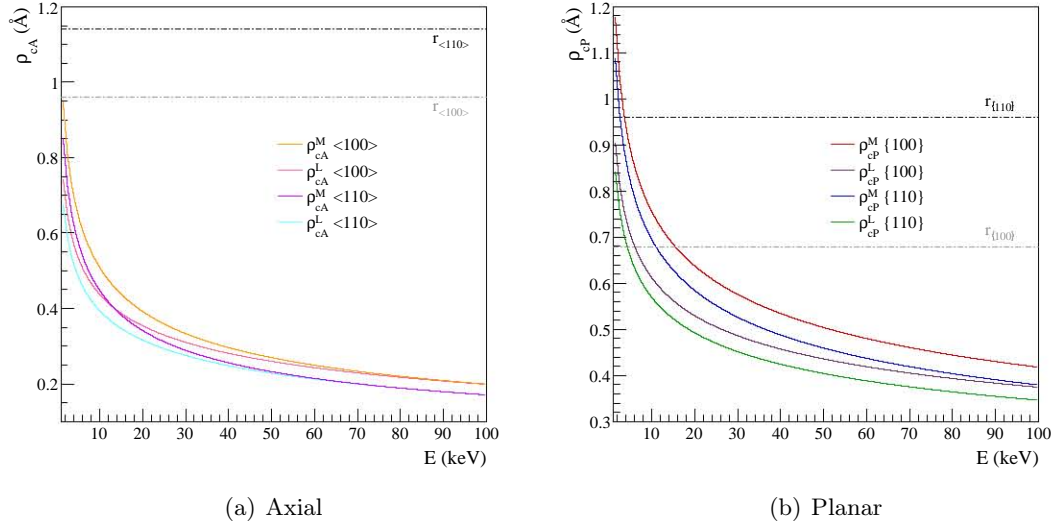


Figura 1.3. Distancias críticas axiales (<100> y <110>) y planares ({100} y {110}) en las aproximaciones de Lindhard y Molière para un ion de Si en una red de Si. Las líneas horizontales discontinuas representan los radios de los canales respectivos (en el caso de Si,  $r_{<100>} = 0.960074 \text{ \AA}$ ,  $r_{<110>} = 1.141727 \text{ \AA}$ ,  $r_{\{100\}} = 0.678875 \text{ \AA}$  y  $r_{\{110\}} = 0.960074 \text{ \AA}$ ).

### 1.3. Ángulos críticos para el *channeling*

Supóngase que el ion se encuentra canalizado, por lo tanto, sufre dispersiones a ángulos pequeños. Sea  $\psi$  el ángulo que forma la trayectoria del ion con la fila o plano de átomos dispersores y  $\rho$  la distancia a la que se encuentra. Bajo esta suposición, Lindhard demostró que para un ion, propagándose con energía cinética  $E$ , la denominada “energía transversal”  $E_{\perp}$  se conserva. donde  $E_{\perp}$  está dada por:

$$E_{\perp} = E \sin^2 \psi + U(\rho) \simeq E\psi^2 + U(\rho) \quad (1.19)$$

Dada una energía transversal, de la ecuación 1.19 pueden determinarse la distancia  $\rho_{min}$  de la fila o plano de átomos en la red a la cual el ion es dispersado a ángulo cero (viaja paralelo a la fila o plano de átomos) y el ángulo  $\Psi$  con el que se dispersa el ion lo más lejos posible de la fila o plano de átomos dispersores (cuando  $U \simeq 0$ ), aunque en realidad esta posición es la mitad del canal, cuyo ancho es  $d_{chA} = 1/\sqrt{Nd}$  para un canal axial y  $d_{chP}$  para uno planar. Por conservación de energía transversal:

$$E_{\perp} = U(\rho_{min}) = E\Psi^2 + U\left(\frac{d_{ch}}{2}\right)$$

La distancia de acercamiento de un ion canalizado a los átomos en la red cristalina debe ser mayor a  $\rho_c(E)$ , por lo que  $\rho_{min} > \rho_c(E)$ . Como el potencial  $U(\rho)$  decrece monótonamente con la distancia,  $U(\rho_{min}) < U(\rho_c(E))$ . Entonces:

$$E\Psi^2 + U\left(\frac{d_{ch}}{2}\right) < U(\rho_c(E)) \quad (1.20)$$

Se define al ángulo crítico  $\Psi_c(E)$  como aquel que cumple la igualdad en la ecuación 1.20, es decir:

$$\Psi_c(E) = \sqrt{\frac{U(\rho_c(E)) - U\left(\frac{d_{ch}}{2}\right)}{E}} \quad (1.21)$$

$\Psi_c(E)$  es el máximo ángulo al que puede dispersarse a la mitad del canal (axial o planar) el ion canalizado. A bajas energías,  $\rho_c(E) \rightarrow d_{ch}/2$ , por lo que  $\Psi_c(E) \rightarrow 0$ . Esto implica que, incluso para iones que se mueven inicialmente a la mitad del canal, hay una energía mínima del ion incidente debajo de la cual el efecto *channeling* no sucede. En otras palabras, al disminuir la energía del ion incidente, el rango de interacción entre el ion y los átomos individuales en la red cristalina aumenta, hasta el punto en el que no hay alguna posición dentro del cristal en donde el ion no sea dispersado a ángulos grandes.

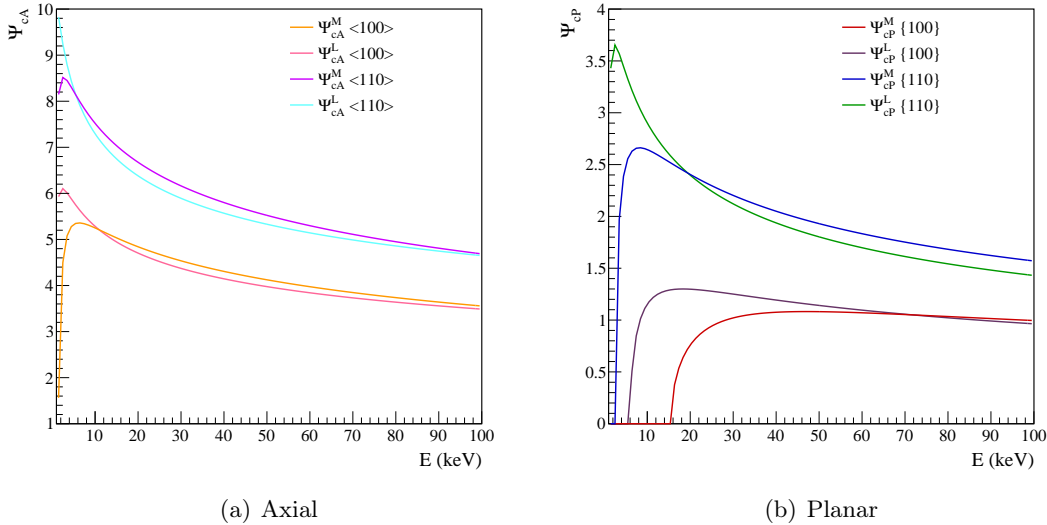


Figura 1.4. Ángulos críticos axiales ( $\langle 100 \rangle$  y  $\langle 110 \rangle$ ) y planares ( $\{100\}$  y  $\{110\}$ ), medidos en grados, en las aproximaciones de Lindhard y Molière para un ion de Si en una red de Si.

La Figura 1.4 muestra los ángulos críticos axiales y planares de un ion de Si propagándose en una red cristalina de Si en función de su energía cinética  $E$ , en las aproximaciones

de Lindhard y Molière para cuatro canales:  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$ ,  $\{100\}$  y  $\{110\}$ . Cabe hacer notar que los ángulos críticos axiales son mayores que los planares. A energías pequeñas, los ángulos críticos tienden rápidamente a cero, ya que las correspondientes distancias críticas se acercan cada vez más al radio del canal. En concordancia con lo observado en la Figura 1.3, los ángulos críticos se vuelven cero a energías del ion incidente para las cuales la distancia crítica es mayor al radio del canal. Se confirma que en estos casos el efecto *channeling* no sucede.

## 1.4. Correcciones debido a la temperatura

En las definiciones anteriores no se consideró que los átomos en la red cristalina están en realidad vibrando, ya que el cristal se encuentra a una temperatura  $T$  distinta de cero. Es importante considerar los efectos térmicos puesto que a mayor temperatura, las distancias críticas para el *channeling* aumentan y, por lo tanto, los ángulos críticos disminuyen. Una manera de considerar las vibraciones atómicas es modificando la definición de distancia crítica de acercamiento. Según Hobler [7], tanto para canales axiales como para planares es válida la siguiente ecuación:

$$\tilde{\rho}_c(E, T) = \sqrt{\rho_c^2(E) + [ku_1(T)]^2} \quad (1.22)$$

donde  $k \in \Re$  es un parámetro adimensional con  $k \in [1, 2]$  y  $u_1$  es el valor cuadrático medio de la amplitud de vibración unidimensional según el modelo de Debye, el cual está dado por la siguiente ecuación:

$$u_1(T) = 12.1\text{\AA} \left[ \left( \frac{\mathcal{D}(\Theta/T)}{\Theta/T} + \frac{1}{4} \right) \frac{1}{M\Theta} \right]^{\frac{1}{2}}$$

donde  $M$  es la masa atómica en unidades de masa atómica (uma),  $\Theta$  y  $T$  la temperatura de Debye y del cristal en Kelvin (K), respectivamente, y  $\mathcal{D}$  la función de Debye dada por:

$$\mathcal{D}(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{tdt}{e^t - 1}$$

Las Figuras 1.5 y 1.6 muestran las distancias críticas axiales y planares de un ion de Si propagándose en una red cristalina de Si en función de su energía cinética considerando las vibraciones de la red debidas a su temperatura, en las aproximaciones de Lindhard y Molière para cuatro canales:  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$ ,  $\{100\}$  y  $\{110\}$ . Se consideró  $T = 128\text{K}$  como la temperatura de la red cristalina pues en el desarrollo experimental se trabajó con CCD's de Si a esa temperatura.



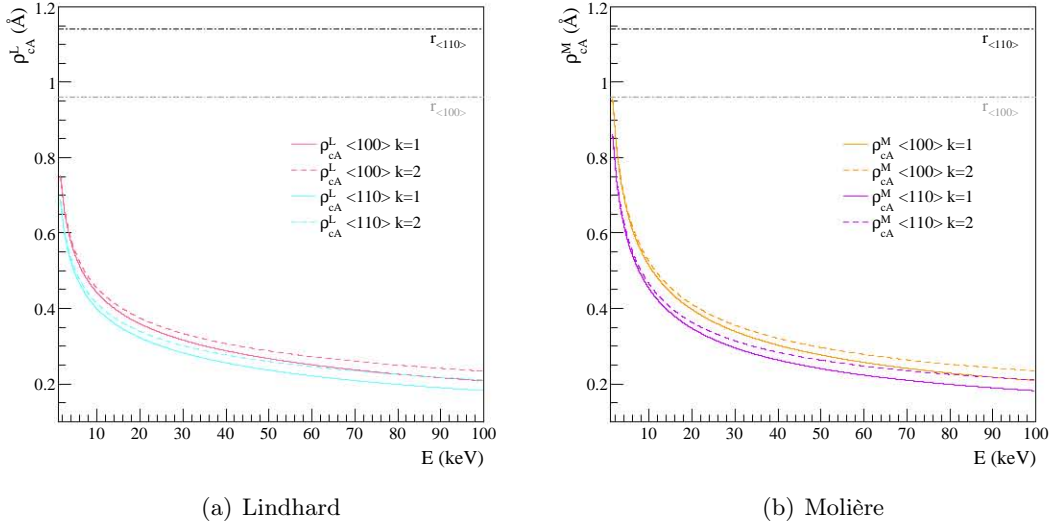


Figura 1.5. Distancias críticas axiales ( $\langle 100 \rangle$  y  $\langle 110 \rangle$ ) con la corrección de temperatura ( $T = 128\text{K}$ ) en las dos aproximaciones para un ion de Si en una red de Si. En línea continua se consideró  $k = 1$  y en línea discontinua,  $k = 2$ . Las líneas discontinuas horizontales representan los radios de los respectivos canales.

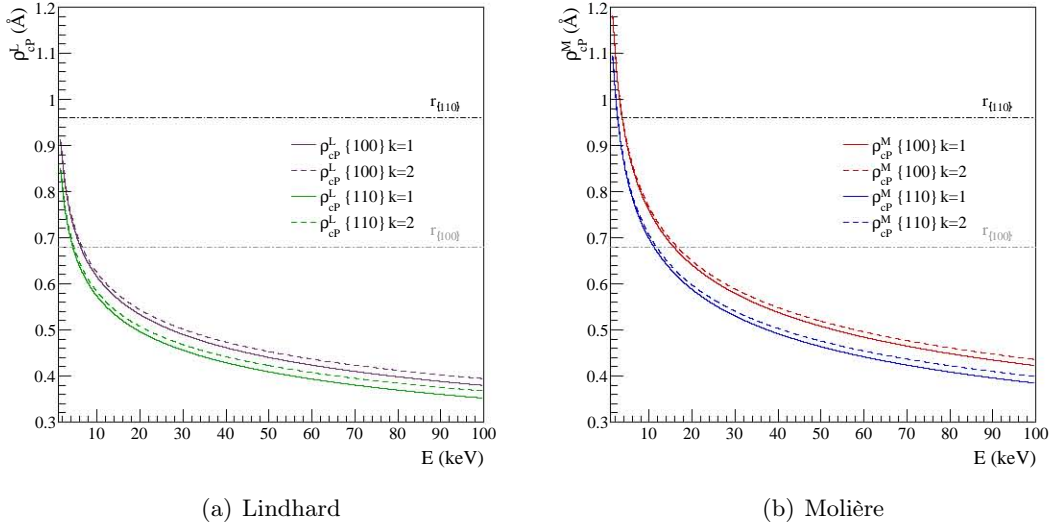


Figura 1.6. Distancias críticas planares ( $\{100\}$  y  $\{110\}$ ) con la corrección de temperatura ( $T = 128\text{K}$ ) en las dos aproximaciones para un ion de Si en una red de Si. En línea continua se consideró  $k = 1$  y en línea discontinua,  $k = 2$ . Las líneas discontinuas horizontales representan los radios de los respectivos canales.

Considerando que, para Si cristalino,  $\Theta = 490\text{K}$ , a  $T = 128\text{K}$  el valor cuadrático medio de la amplitud de vibración unidimensional según el modelo de Debye es  $u_1 = 0.082713 \text{ \AA}$ .

Para calcular los ángulos críticos, axiales y planares, considerando las vibraciones de la red cristalina en la que se propaga el ion incidente debidas a su temperatura, basta con sustituir  $\rho_c(E)$  por  $\tilde{\rho}_c(E, T)$  en la ecuación 1.21.

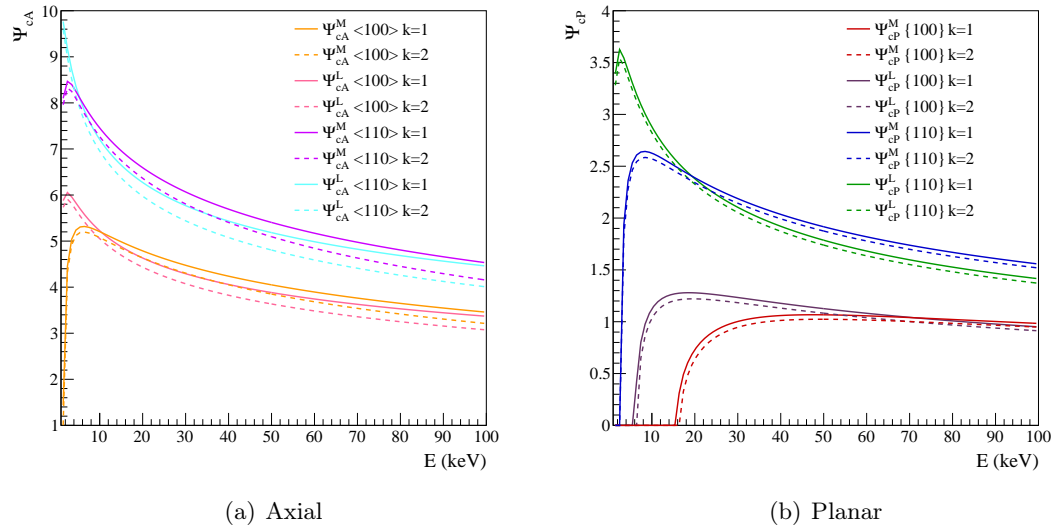


Figura 1.7. Ángulos críticos axiales ( $\langle 100 \rangle$  y  $\langle 110 \rangle$ ) y planares ( $\{100\}$  y  $\{110\}$ ), medidos en grados, con la corrección de temperatura ( $T = 128\text{K}$ ) en las aproximaciones de Lindhard y Molière para un ion de Si en una red de Si. En línea continua se consideró  $k = 1$  y en línea discontinua,  $k = 2$ .

La Figura 1.7 muestra los ángulos críticos axiales y planares de un ion de Si propagándose en una red cristalina de Si en función de su energía cinética considerando las vibraciones de la red que se encuentra a  $T = 128\text{K}$ , en las aproximaciones de Lindhard y Molière para cuatro canales:  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$ ,  $\{100\}$  y  $\{110\}$ .

## 1.5. Channeling de núcleos en retroceso

Como se ha comentado anteriormente, en este trabajo se estudia el posible *channeling* de núcleos de Silicio que sufrieron un retroceso nuclear debido a la incidencia de neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$  sobre un CCD de Silicio. Inicialmente, los núcleos que han sufrido retroceso comienzan su movimiento desde un sitio en la red cristalina. En principio, en una red cristalina estática ideal, considerando que la energía se conserva en todo momento, una partícula que inicia su movimiento desde un sitio en la red tiene probabilidad cero de ser canalizada [3]. Esto es porque, bajo estas condiciones, una

partícula canalizada debe encontrarse en todo momento de su trayecto a una distancia mayor a  $\rho_c(E)$  del eje o plano a lo largo del que se mueve. Sin embargo, en la realidad, estas condiciones ideales no se cumplen debido a diversos factores, siendo uno de ellos las vibraciones atómicas.

Las vibraciones modifican, tanto positiva como negativamente, la fracción de núcleos en la red cristalina que pueden ser canalizados. Por un lado, si las vibraciones atómicas aumentan, existe una mayor probabilidad de que los neutrones incidentes colisionen con los núcleos atómicos fuera de su posición de equilibrio en la red. En algunos casos, la colisión se da a una distancia mayor a  $\rho_c(E)$ , permitiéndole a los núcleos ser canalizados. Por otro lado, a mayores vibraciones, la distancia crítica aumenta y el ángulo crítico disminuye, lo que provoca una reducción en la fracción de núcleos que pueden sufrir efecto *channeling*.

Supóngase un ion canalizado que inicialmente ocupaba un sitio en la red. Se define  $\rho$  como la distancia a la que se encuentra este ion de la fila o plano de átomos cuando siente el potencial causado por el átomo vecino. Si  $\rho_i^*$  es la distancia a la fila o plano de átomos a la que se encontraba el núcleo al momento de la colisión con el neutrón,  $\psi_r$  el ángulo de retroceso del núcleo respecto a la fila o plano de átomos y  $d^*$  la distancia entre átomos vecinos en la fila o en el plano de átomos, la distancia  $\rho$  de un ion canalizado que inicialmente ocupaba un sitio en la red es:

$$\rho = \rho_i^* + d^* \tan \psi_r \quad (1.23)$$

Nótese que  $d^* \equiv d$  en una fila de átomos y  $d^* \equiv 1/\sqrt{n}$  en un plano de átomos.

Sea  $E_r$  la energía inicial de retroceso del núcleo de Si. Por conservación de energía transversal y como el potencial  $U$  disminuye con la distancia se tiene:

$$E_r \sin^2 \psi_r + U(\rho_i^* + d^* \tan \psi_r) = U(\rho_{min}) < U(\rho_c) \quad (1.24)$$

Al considerar la igualdad en la ecuación 1.24,  $\rho_i^* \rightarrow \rho_{i,min}^*$ , donde  $\rho_{i,min}^*$  es la distancia mínima inicial a la que debe encontrarse el núcleo, inicialmente en la red, de la fila o plano de átomos al momento de la colisión para que pueda ser canalizado. Despejando  $\rho_{i,min}^*$  se obtiene:

$$\rho_{i,min}^*(E_r, \psi_r) = U^{-1} [U(\rho_c(E_r)) - E_r \sin^2 \psi_r] - d^* \tan \psi_r \quad (1.25)$$

Considerando la corrección a las distancias críticas por la temperatura de la red cristalina y utilizando la aproximación de Lindhard a los potenciales axial y planar, se obtienen en [8], las distancias mínimas  $\rho_{iA,min}^*$  y  $\rho_{iP,min}^*$  a las que debe encontrarse un núcleo, perteneciente a la red, de la fila o plano de átomos al momento de la colisión para que pueda ser canalizado, respectivamente.

Las expresiones de estas distancias mínimas son:

$$\rho_{iA,min}^*(E_r, \psi_r) = \frac{Ca}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{\widetilde{\rho_{cA}^L}}{Ca}\right)^{-2}\right] \exp\left(-\frac{Ed \sin^2 \psi_r}{Z_1 Z_2 e^2}\right) - 1}} - d \tan \psi_r \quad (1.26)$$

$$\rho_{iP,min}^*(E_r, \psi_r) = \frac{a \left[ C^2 - \left( \sqrt{\left( \frac{\widetilde{\rho_{cP}^L}}{a} \right)^2 + C^2} - \frac{\widetilde{\rho_{cP}^L}}{a} - \frac{E \sin^2 \psi_r}{2\pi n a Z_1 Z_2 e^2} \right)^2 \right]}{2 \left( \sqrt{\left( \frac{\widetilde{\rho_{cP}^L}}{a} \right)^2 + C^2} - \frac{\widetilde{\rho_{cP}^L}}{a} - \frac{E \sin^2 \psi_r}{2\pi n a Z_1 Z_2 e^2} \right)} - \frac{\tan \psi_r}{\sqrt{n}} \quad (1.27)$$

Para calcular la fracción de núcleos de Silicio que pueden ser canalizados después de sufrir un retroceso nuclear se utilizará un procedimiento análogo al descrito en [8]. Primeramente, se considera una función gaussianas para describir la distribución de probabilidad  $g$  de que la colisión neutrón-núcleo ocurra a una distancia  $\rho^*$  de la fila o plano de átomos. Dado que las principales vibraciones atómicas se dan, para una fila de átomos, en un espacio bidimensional (los átomos vibran en dirección radial a la fila), y para un plano de átomos, en un espacio unidimensional (los átomos vibran en dirección normal al plano), las distribuciones de probabilidad  $g_A$  y  $g_P$  están dadas por:

$$g_A(\rho_A^*) = \frac{\rho_A^*}{u_1^2} \exp\left(-\frac{\rho_A^{*2}}{2u_1^2}\right) \quad (1.28)$$

$$g_P(\rho_P^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}u_1} \exp\left(-\frac{\rho_P^{*2}}{2u_1^2}\right) \quad (1.29)$$

Para que un núcleo, inicialmente en la red, pueda ser canalizado, debe encontrarse a una distancia mayor a  $\rho_{i,min}^*$  de la fila o del plano de átomos al momento de la colisión. La fracción de núcleos canalizados  $\chi$  está dada por la fracción de núcleos que pueden encontrarse a una distancia  $\rho^*$  mayor que  $\rho_{i,min}^*$  de la fila o del plano de átomos al momento de la colisión. De acuerdo a [8], para *channeling* axial:

$$\chi_A(E_r, \psi_r) = \int_{\rho_{iA,min}^*}^{\infty} g_A(\rho_A^*) d\rho_A^* = \exp\left(-\frac{\rho_{iA,min}^{*2}}{2u_1^2}\right) \quad (1.30)$$

En 1.30, el límite superior de la integral se ha considerado como  $\infty$  en lugar del radio del canal axial  $d_{chA}/2$  porque, como se discute en [8], la integral es despreciable para valores

de  $\rho_{iA,min}^*$  entre  $d_{chA}/2$  e infinito. Para  $\psi_r > \Psi_{cA}^L$ ,  $\chi_A = 0$  pues ya se ha impuesto la condición 1.24 en la definición de  $\rho_{iA,min}^*$ .

Las Figuras 1.8 a 1.11 muestran la fracción de núcleos en retroceso canalizados axialmente en los canales  $\langle 100 \rangle$  y  $\langle 110 \rangle$  en función de  $E_r$  y  $\psi_r$ , considerando la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura de la red de Si ( $T = 128K$ ).

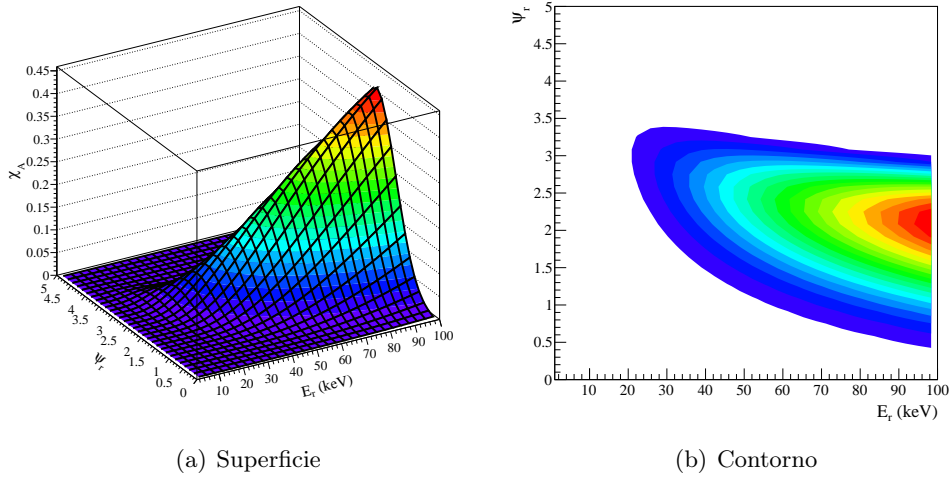


Figura 1.8. Fracción de núcleos en retroceso canalizados axialmente en el canal  $\langle 100 \rangle$  en función del ángulo y la energía inicial de retroceso, considerando  $k = 1$  en la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura.

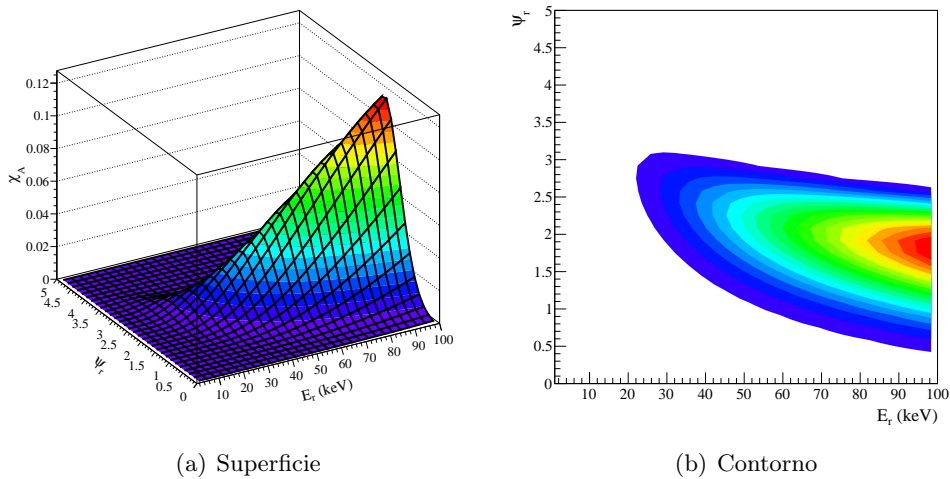


Figura 1.9. Fracción de núcleos en retroceso canalizados axialmente en el canal  $\langle 100 \rangle$  en función del ángulo y la energía inicial de retroceso, considerando  $k = 2$  en la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura.

## 1.5. CHANNELING DE NÚCLEOS EN RETROCESO

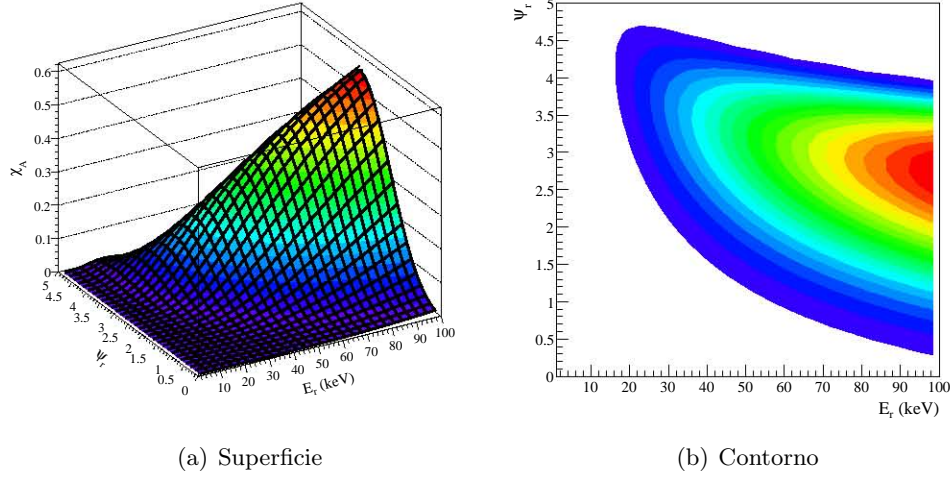


Figura 1.10. Fracción de núcleos en retroceso canalizados axialmente en el canal  $\langle 110 \rangle$  en función del ángulo y la energía inicial de retroceso, considerando  $k = 1$  en la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura.

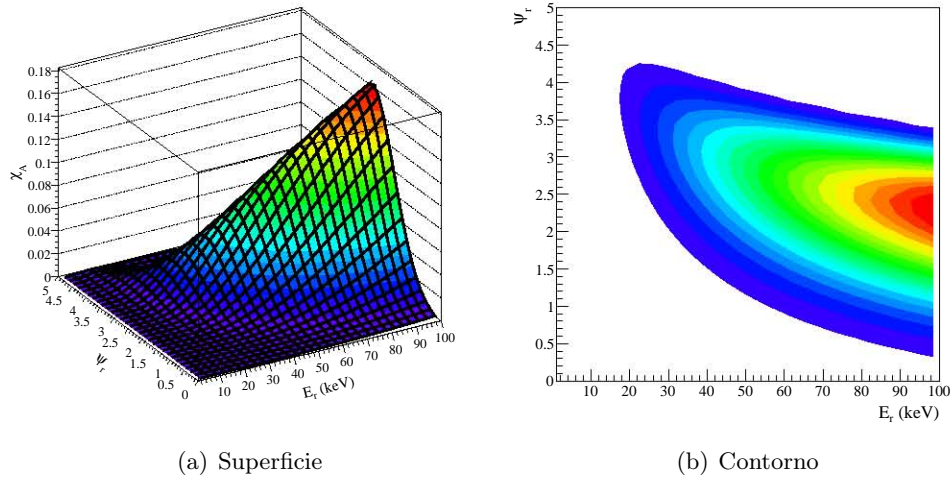


Figura 1.11. Fracción de núcleos en retroceso canalizados axialmente en el canal  $\langle 110 \rangle$  en función del ángulo y la energía inicial de retroceso, considerando  $k = 2$  en la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura.

Cabe hacer notar que  $\chi_A$  depende en gran medida del parámetro  $k$  que se utilice en la ecuación 1.22. De las gráficas en las Figuras 1.8 a 1.11 puede observarse que el valor de  $\chi_A$  es menor en un  $\sim 70\%$  cuando  $k = 2$  comparado con el valor que adquiere cuando  $k = 1$ . En todos los casos,  $\chi_A$  es máximo para  $E_r \sim 100$  keV y  $2^\circ \leq \psi_r \leq 3^\circ$ .

Por otra parte, para *channeling* planar:

$$\begin{aligned}\chi_P(E_r, \psi_r) &= \int_{\rho_{iP,min}^*}^{\infty} 2g_P(\rho_P^*) d\rho_P^* \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\rho_{iP,min}^*}^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{\rho_P^{*2}}{2u_1^2}\right)}{\sqrt{2}u_1} d\rho_P^* = \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho_{iP,min}^*}{\sqrt{2}u_1}\right)\end{aligned}\quad (1.31)$$

En 1.31 se ha multiplicado por 2 a  $g_P(\rho_P^*)$ , normalizada a 1 para  $-\infty < \rho_P^* < +\infty$ , porque en el cálculo sólo se consideran valores positivos de  $\rho_P^*$  para obtener la fracción de núcleos canalizados para cada plano. Análogamente a lo hecho en 1.30, el límite superior de la integral se ha considerado como  $\infty$  en lugar del radio del canal planar  $d_{chP}/2$  porque, como se discute en [8], la integral se vuelve despreciable para valores de  $\rho_{iP,min}^*$  entre  $d_{chP}/2$  e infinito. Para  $\psi_r > \Psi_{cP}^L$ ,  $\chi_P = 0$  pues ya se ha impuesto la condición 1.24 en la definición de  $\rho_{iP,min}^*$ .

Las Figuras 1.12 a 1.15 muestran la fracción de núcleos en retroceso canalizados planarmente en los canales 100 y 110 en función de  $E_r$  y  $\psi_r$ , considerando la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura de la red de Si ( $T = 128K$ ).

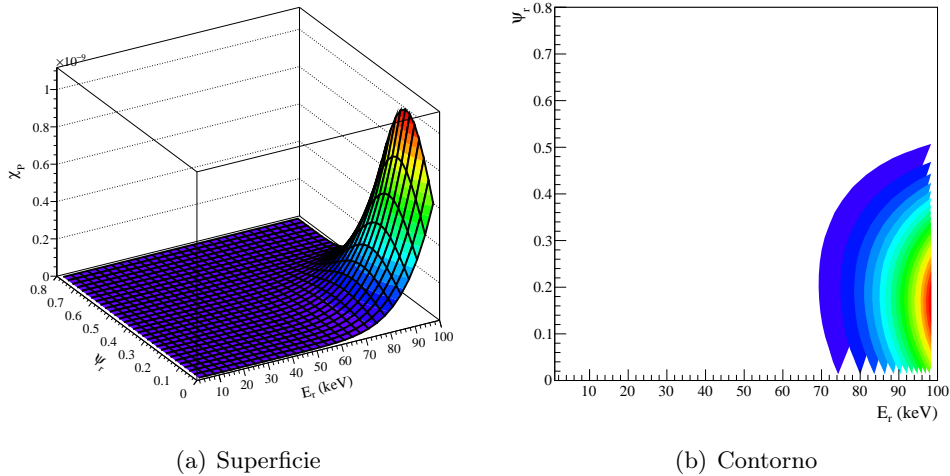


Figura 1.12. Fracción de núcleos en retroceso canalizados planarmente en el canal {100} en función del ángulo y la energía inicial de retroceso, considerando  $k = 1$  en la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura.

## 1.5. CHANNELING DE NÚCLEOS EN RETROCESO

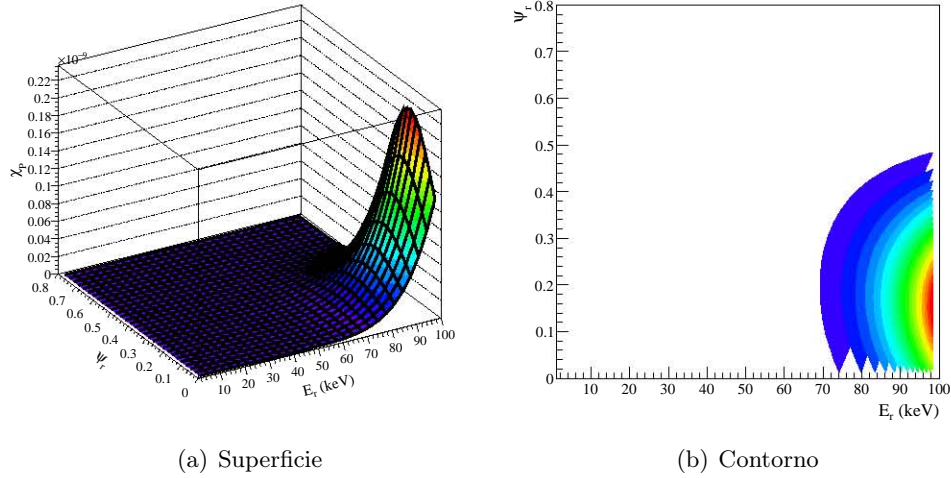


Figura 1.13. Fracción de núcleos en retroceso canalizados planarmente en el canal  $\{100\}$  en función del ángulo y la energía inicial de retroceso, considerando  $k = 2$  en la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura.

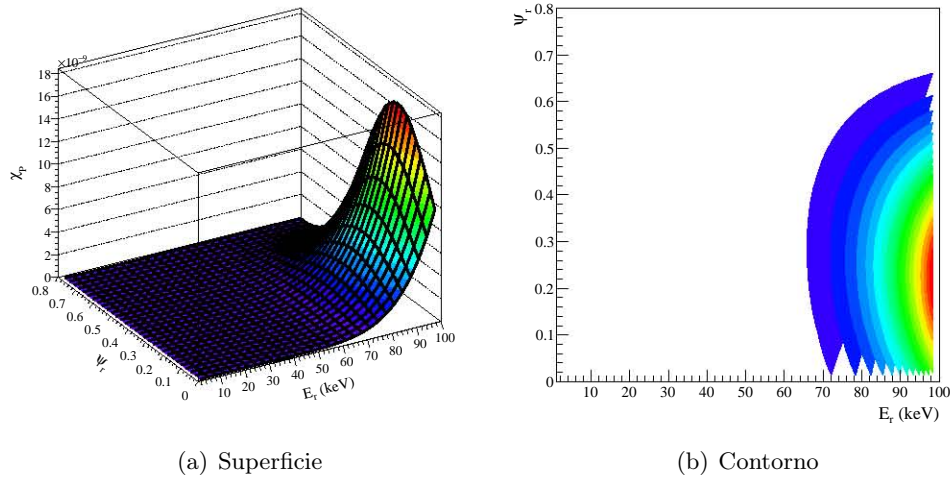


Figura 1.14. Fracción de núcleos en retroceso canalizados planarmente en el canal  $\{110\}$  en función del ángulo y la energía inicial de retroceso, considerando  $k = 1$  en la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura.



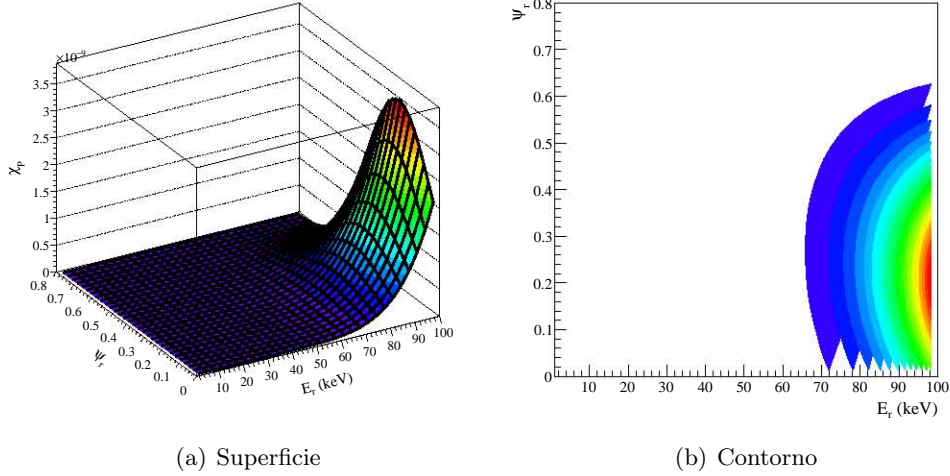


Figura 1.15. Fracción de núcleos en retroceso canalizados planarmente en el canal  $\{110\}$  en función del ángulo y la energía inicial de retroceso, considerando  $k = 2$  en la corrección a la distancia crítica debido a la temperatura.

En este caso, el valor de  $\chi_P$  es menor en un  $\sim 80\%$  cuando  $k = 2$  comparado con el valor que adquiere cuando  $k = 1$ . Cabe hacer notar que los valores de  $\chi_P$  son 9 órdenes de magnitud menores a los de  $\chi_A$ . En todos los casos,  $\chi_P$  es máximo para  $E_r \sim 100$  keV y  $0.1^\circ \leq \psi_r \leq 0.3^\circ$ .

Las ecuaciones 1.30 y 1.31 definen la fracción de núcleos en retroceso que fueron canalizados para un canal axial o planar, respectivamente. La probabilidad  $\chi_r(E_r, \hat{q})$  de que un núcleo en retroceso con energía inicial  $E_r$  sea canalizado en dirección  $\hat{q}$  es la probabilidad de que el núcleo entre a cualquiera de los canales axiales o planares en los que la dirección  $\hat{q}$  forma un ángulo con el eje o plano menor al ángulo crítico del canal respectivo. Sea  $m$  el número de canales que cumplen esta condición y  $\text{Ch}_j$  la referencia a cada uno de ellos con  $j = 1, 2, \dots, m$ . Entonces,

$$\chi_r(E_r, \hat{q}) = P(\text{Ch}_1 \text{ o } \text{Ch}_2 \dots \text{ o } \text{Ch}_m) \quad (1.32)$$

La probabilidad  $P$  de que el núcleo en retroceso entre a cualquiera de los canales  $\text{Ch}_i$  se calcula de acuerdo a la regla de suma de probabilidades. Por ejemplo, para dos canales:

$$P(\text{Ch}_1 \text{ o } \text{Ch}_2) = P(\text{Ch}_1) + P(\text{Ch}_2) - P(\text{Ch}_1)P(\text{Ch}_2) \quad (1.33)$$

donde  $P(\text{Ch}_j) = \chi_{Aj}(E_r, \psi_{rj})$  si el canal  $j$  es un canal axial o  $P(\text{Ch}_j) = \chi_{Pj}(E_r, \psi_{rj})$  si es planar.

## 1.5. CHANNELING DE NÚCLEOS EN RETROCESO

---

Para encontrar la fracción total de iones canalizados  $P_r$  se promedia  $\chi_r$  a lo largo de las direcciones  $\hat{q}$ , asumiendo una distribución isotrópica de las direcciones iniciales  $\hat{q}$  de los núcleos en retroceso, es decir:

$$P_r(E_r) = \frac{1}{4\pi} \int \chi_r(E_r, \hat{q}) d\Omega_{\hat{q}} \quad (1.34)$$



## Capítulo 2

### Los CCD's

---

El dispositivo de carga acoplada, mejor conocido como CCD (siglas en inglés de *Charge-Coupled Device*), fue inventado en 1969 por Willard S. Boyle y George E. Smith en los laboratorios Bell [9]. La idea central era crear un dispositivo, con un material semiconductor, capaz de convertir señales digitales en carga eléctrica de modo que la carga generada pudiera almacenarse y, posteriormente, transferirse controladamente a lo largo de la superficie del semiconductor. Para ello, se propuso como estructura básica del CCD un arreglo de capacitores MIS (siglas en inglés de *Metal-Insulator-Semiconductor*). Al aplicar una diferencia de potencial entre el metal y el semiconductor de cada capacitor se crea un pozo de potencial en la superficie del semiconductor el cual permite almacenar la carga. Por otra parte, variando la diferencia de potencial entre el metal y el semiconductor, se controla el valor del mínimo del pozo de potencial. Un ajuste conveniente de los mínimos de potencial del arreglo de capacitores permite realizar la transferencia controlada de la carga a lo largo de la superficie del semiconductor [10].

El primer CCD fabricado fue un arreglo lineal de 8 bits, cada bit compuesto de tres capacitores MIS de  $250 \times 50 \mu\text{m}$  de área con  $3 \mu\text{m}$  de separación entre sí [11]. Este dispositivo demostró exitosamente el funcionamiento del CCD y dejó ver su potencial para ser aplicado en el desarrollo de registros de desplazamiento, dispositivos de lógica digital y dispositivos de adquisición de imágenes. De hecho, gran parte del desarrollo astronómico de finales del siglo XX se debió a la incorporación de los CCD's en su instrumentación. Cuarenta años después de la invención del CCD, el Premio Nobel de Física 2009 fue otorgado a Boyle y Smith.

#### 2.1. Estructura y funcionamiento de un CCD

Un CCD es, en esencia, un arreglo de capacitores enlazados. Los capacitores comúnmente utilizados son del tipo MOS (siglas en inglés de *Metal-Oxide-Semiconductor*). Éstos se obtienen haciendo crecer una capa delgada aislante, usualmente de dióxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ), sobre un sustrato semiconductor, comúnmente Si, y, posteriormente, depositando una capa conductora, comúnmente de Si policristalino (poly-Si) altamente dopado. La razón de usar poly-Si como conductor es que puede calentarse a altas temperaturas sin tener una reacción con el  $\text{SiO}_2$ . La estructura MOS es equivalente a tener un condensador

plano, en donde el material dieléctrico es el  $\text{SiO}_2$  y los dos electrodos son el sustrato y la capa conductora, comúnmente denominada *gate* o compuerta. El sustrato de Si está a potencial cero.

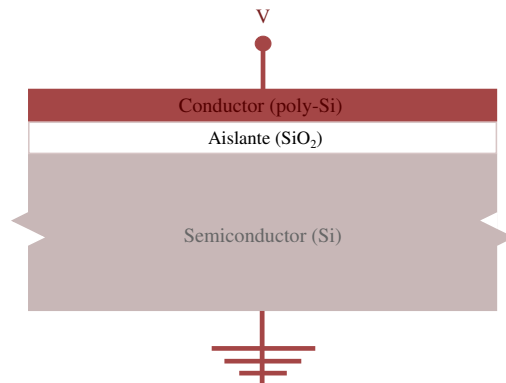


Figura 2.1. Esquema de un capacitor MOS

Se habla de una estructura n-MOS cuando el Si del sustrato es tipo p, es decir, está dopado de tal forma que tiene un exceso de cargas positivas. Análogamente, una estructura p-MOS contiene un sustrato tipo n. Dependiendo del voltaje aplicado a la compuerta de estos capacitores, se identifican tres condiciones de funcionamiento [12]:

1. Acumulación: En una estructura n-MOS sucede cuando se aplica un voltaje negativo a la compuerta. En este caso, los portadores mayoritarios de carga en el sustrato (huecos) serán atraídos hacia la compuerta provocando su acumulación en la superficie del Si, justo debajo de la capa de  $\text{SiO}_2$ . Análogamente, en un capacitor p-MOS se genera acumulación de cargas negativas al aplicar un voltaje positivo a la compuerta.
2. Agotamiento: En un capacitor n-MOS sucede al aplicar un voltaje positivo a la compuerta. Los portadores mayoritarios (huecos) serán repelidos de la compuerta. Ésto provocará, en la superficie del sustrato, una región con baja densidad de portadores mayoritarios de carga denominada “de agotamiento”. Similarmente, en un capacitor p-MOS se creará dicha región al aplicar un voltaje negativo.
3. Inversión: En un dispositivo n-MOS sucede al aplicar un voltaje positivo aún mayor a la compuerta. En este caso, los portadores minoritarios (electrones) serán atraídos a la compuerta provocando la creación de una capa, en la superficie del sustrato, denominada “de inversión”. Lo anterior porque, en esta capa, el sustrato pasa de ser de tipo p a tipo n. En este estado, el capacitor tendrá también una capa de agotamiento localizada justo por debajo de la capa de inversión. El límite entre el estado de agotamiento y el de inversión está definido como el momento en el que la concentración de electrones en la superficie del sustrato iguala la concentración de huecos en el semiconductor. De forma análoga, en un dispositivo p-MOS, este estado se alcanza aplicando un voltaje aún más negativo a la compuerta.

## 2.1. ESTRUCTURA Y FUNCIONAMIENTO DE UN CCD

Un CCD bidimensional consiste de un arreglo de pixeles, en filas (registros horizontales) y columnas (registros verticales), donde cada pixel contiene 3 x 3 capacitores MOS. La parte “activa” de un CCD es la parte expuesta a la radiación y está constituida por una serie de registros verticales paralelos. Entre cada uno de estos registros existen barreras de potencial denominadas “barreras de canal” o *channel stops*, las cuales impiden la propagación de carga proveniente de una señal entre columnas. Los capacitores en una misma fila están conectados a un mismo electrodo. Cada tercer electrodo se encuentra a un mismo potencial ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ). Para leer el CCD, la carga se transfiere verticalmente, a lo largo de los registros, pixel por pixel. La carga en la última fila de pixeles del CCD es transferida por medio de un electrodo o “compuerta de transferencia” a un registro horizontal llamado “registro serial”. En este registro, los capacitores en una misma columna están conectados a un mismo electrodo y cada tercer electrodo se encuentra a un mismo potencial ( $H_1$ ,  $H_2$  y  $H_3$ ). Antes de recibir la carga de la siguiente fila de pixeles, la carga existente en el registro serial se mueve horizontalmente hacia una última columna de tres capacitores MOS conectados a un mismo electrodo a un potencial independiente. Al pozo de potencial creado debajo de este último electrodo se le denomina *summing well*. Este pozo permite acumular la carga transferida hasta que se desee hacer su lectura al moverla hacia un amplificador, el cual convierte la carga recibida en un voltaje. Dado que la carga puede ser leída fila por fila, pixel por pixel, se puede identificar el lugar espacial bidimensional en donde fue generada. La capacidad de resolución de un CCD depende del número de pixeles por unidad de área que contenga, de la capacidad que tienen sus pixeles para acumular portadores de carga y de la eficiencia con la que se colectan y leen estos portadores. La Figura 2.2 muestra un esquema de un CCD bidimensional.

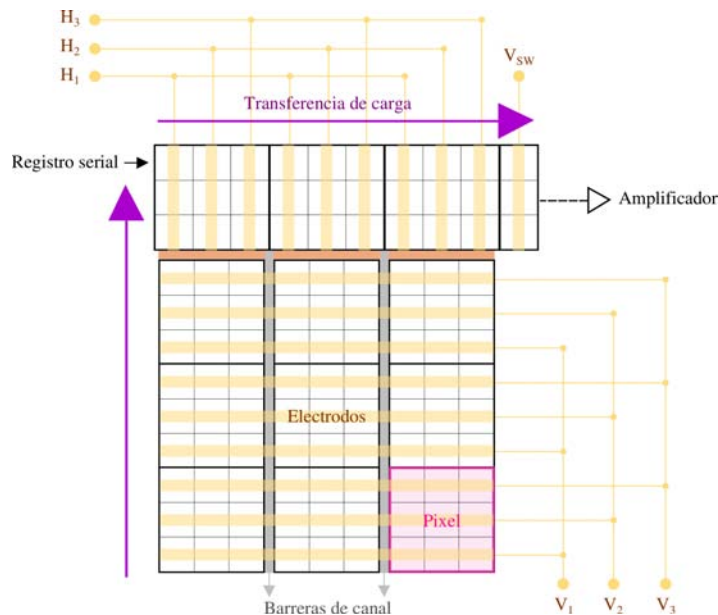


Figura 2.2. Esquema de un CCD bidimensional de 3 x 3 pixeles

En su estructura más simple, la carga generada en un CCD es transferida a lo largo de la superficie del sustrato semiconductor. Debido a la existencia de defectos cristalinos superficiales, algunos de los portadores de carga pueden perderse en el proceso de transferencia ocasionando una disminución en la eficiencia del CCD. La pérdida de carga puede evitarse al colocar una capa de semiconductor tipo n (p) sobre el sustrato tipo p (n) de un dispositivo n-MOS (p-MOS). Con ello, los portadores minoritarios de carga generados serán transferidos para su lectura a lo largo de la superficie de un material dopado con portadores de carga de su mismo signo, disminuyendo de forma importante su pérdida. A la capa de semiconductor tipo n o p añadida en un capacitor n-MOS o p-MOS respectivamente se le conoce como “canal enterrado” o *buried channel*.

Se dice que un CCD está iluminado frontalmente cuando las partículas incidentes deben pasar a través de los electrodos y la capa aislante del CCD para llegar al sustrato, en donde se generará la carga. Por otra parte, en un CCD iluminado por atrás, las partículas inciden directamente sobre el sustrato semiconductor. Los dispositivos iluminados frontalmente son menos eficientes puesto que la radiación incidente sufre una mayor atenuación al tener que atravesar más capas antes de llegar al sustrato.

Al producir una imagen, un CCD realiza cuatro funciones principales: generación, recolección, transferencia y lectura de carga. A continuación se describen con detalle cada una de estas funciones.

### 2.1.1. Generación de carga

El hablar de generación de carga en el sustrato semiconductor de los capacitores que conforman al CCD es hablar de generación de pares electrón-hueco. El sustrato semiconductor está compuesto por varios átomos de Si unidos covalentemente. Cada átomo de Si presenta 4 electrones en su orbital más externo (electrones de valencia) los cuales comparte con sus 4 átomos vecinos para alcanzar el octeto estable, es decir, tener 8 electrones en su órbita de valencia. Un par electrón-hueco se genera cuando un electrón en la órbita de valencia de uno de los átomos que constituyen al sustrato recibe suficiente energía para salir de su órbita. El electrón, ahora “libre”, deja un “hueco” en la órbita de valencia del átomo al que estaba unido. Este par electrón-hueco generado tiende a recombinarse después de un cierto tiempo denominado “tiempo de vida” [13].

Para describir la estructura electrónica de un material se utiliza la teoría de bandas. Al juntar un gran número de átomos, sus orbitales atómicos que, por separado, corresponden el mismo nivel energético, adquieren distintos niveles, con una diferencia energética entre ellos muy pequeña, de acuerdo al principio de exclusión de Pauli. La teoría de bandas considera que la diferencia energética entre el conjunto de niveles es despreciable, entonces, un nivel energético en un átomo aislado corresponde a una banda energética continua en el material. Por lo tanto, los niveles de energía conjunta del sólido se representan como bandas energéticas continuas separadas entre sí por brechas energéticas o *gaps*. Estos *gaps* se crean porque algunos intervalos energéticos no contienen orbita-

les, independientemente del número de átomos en el sólido. La banda de valencia en un material está ocupada por los electrones de valencia de sus átomos constituyentes mientras que la banda de conducción está ocupada por los electrones libres. Entre estas dos bandas existe un *gap* cuyo tamaño depende de las características del medio (si se trata de un conductor, semiconductor o aislante).

El valor del *gap* energético en un sólido de Si entre su banda de conducción y la de valencia es de  $\sim 1.12$  eV a 300 K. Por lo tanto, para producir un par electrón-hueco dentro del sólido es necesario proporcionar, como mínimo, esa energía. En el caso de fotones,  $\sim 1.12$  eV corresponde a una longitud de onda de  $\sim 1100$  nm (infrarrojo). Dado que fotones con longitudes de onda mayores no generan pares electrón-hueco, se dice que los CCD's son "transparentes" a ellos. Sin embargo, cuando una partícula atraviesa el sustrato, parte de su energía contribuye a la vibración de los átomos en la red (calienta el material). Por ello, en la realidad, a 300 K, para generar un par electrón-hueco en Si se requiere proporcionar  $\sim 3.65$  eV [14]. Para Si de alta calidad, el tiempo de vida media de un par electrón-hueco es de algunos milisegundos antes de recombinarse.

A la radiación capaz de generar pares electrón-hueco dentro del semiconductor se le conoce como radiación ionizante. Dependiendo de su interacción con la materia, esta radiación puede clasificarse en dos tipos: directa e indirecta. La radiación ionizante directa la conforman partículas cargadas con energía suficiente para producir pares electrón-hueco en el sustrato semiconductor. Se denomina directa porque estas partículas interactúan directamente, vía la fuerza de Coulomb, con los electrones en el material, atrayéndolos o repeliéndolos según su carga (positiva o negativa). Dado el largo alcance de la fuerza electromagnética, las partículas cargadas interactúan simultáneamente con muchos electrones en el material, perdiendo su energía de forma gradual pero continua a lo largo de su trayectoria [15]. Algunos ejemplos de este tipo de radiación son: partículas alfa, con energías típicas de  $\sim 4$  MeV, usualmente provenientes de decaimientos alfa de elementos radiactivos presentes en la naturaleza como  $^{238}\text{U}$ ,  $^{232}\text{Th}$  y sus productos; electrones energéticos, con energías entre 100 keV y 1.5 MeV, productos de decaimientos beta de elementos radiactivos como  $^{40}\text{K}$  y  $^{14}\text{C}$ ; muones, con energías de  $\sim 4$  GeV, que forman parte de la radiación cósmica secundaria; protones y otros iones positivos pesados [16].

Cada una de estas partículas deja una traza característica de pares electrón-hueco a su paso por el semiconductor que depende principalmente de su masa y energía. Los protones, partículas alfa y otros iones positivos pesados, son partículas cargadas positivamente con una masa mucho mayor que la de los electrones con los que interactúan ( $m_p \simeq 1836m_e$  y  $m_\alpha \simeq 7292m_e$ ). Sus trazas son esencialmente rectas y anchas siendo, a mayor masa, más puntuales debido a su bajo poder de penetración. Los muones son partículas con carga eléctrica negativa cuya masa es unas doscientas veces mayor que la del electrón ( $m_\mu \simeq 200m_e$ ). Estas partículas son altamente penetrantes y las trazas que dejan son rectas, largas y gruesas. Por último, los electrones energéticos poseen una masa y carga igual a la de los electrones con los que interactúan, por ello presentan desviaciones importantes en su trayectoria dejando trazas erráticas.



Por otra parte, la radiación ionizante indirecta genera pares electrón-hueco que son resultado de procesos que siguen a la interacción de partículas sin carga (neutrones, fotones, etc.) con los átomos de Si en el CCD. Los neutrones interactúan con los núcleos atómicos de Si vía dispersión elástica, es decir, al ocurrir un choque de un neutrón con el núcleo de un átomo de Si en el sustrato, el neutrón le dará energía cinética suficiente ya sea para ponerlo a vibrar o para sacarlo de su sitio en la red cristalina. En ambos casos hay una generación limitada de pares electrón-hueco por absorción de energía térmica y, si hubo expulsión de su sitio de red del núcleo atómico (ahora considerado un ion positivo), éste puede producir ionización directa dejando una traza bastante puntual debido a su bajo poder de penetración. En cambio, los fotones pueden generar pares electrón-hueco si sucede alguno de los siguientes tres procesos:

1. Efecto fotoeléctrico: el fotón transmite toda su energía a un electrón en las bandas internas del sustrato de Si liberándolo; el fotón desaparece. La energía del electrón emitido, también denominado fotoelectrón, es igual a la energía del fotón incidente menos la energía que se ocupó para liberarlo. Este fotoelectrón puede producir pares electrón-hueco por ionización directa. El efecto fotoeléctrico es dominante cuando la energía del fotón es menor a  $\sim 100$  keV.

Posteriormente, el hueco dejado por el fotoelectrón es ocupado por un electrón libre o por un electrón en alguna de las bandas externas promoviendo un rearrreglo electrónico. Durante este proceso se libera energía, usualmente en forma de rayos X característicos de los átomos constituyentes (los cuales pueden generar cargas por ionización indirecta), aunque también puede ser transferida a otro electrón en las bandas externas del sustrato sacándolo de su sitio (electrón Auger, el cual puede generar cargas por ionización directa).

2. Efecto Compton: el fotón transmite parte de su energía a un electrón en el sustrato de Si la cual es suficiente para liberarlo y ponerlo en movimiento; el fotón continúa moviéndose en otra dirección con menor energía la cual puede ser aún suficiente para producir más portadores de carga por ionización indirecta. El electrón en movimiento produce pares electrón-hueco por ionización directa. Este efecto es dominante cuando la energía del fotón se encuentra entre  $\sim 100$  keV y  $\sim 5$  MeV.

Igual que en el efecto fotoeléctrico, la producción de rayos X característicos y la generación de electrones Auger son procesos que pueden secundar la ionización indirecta mediante efecto Compton.

3. Formación de pares: un fotón con energía mayor a 1.02 MeV, al interactuar electromagnéticamente con un núcleo atómico, se convierte en un par  $e^- e^+$  con masas de 0.51 MeV cada uno; ambas partículas pueden producir pares electrón-hueco por ionización directa; al final, el positrón tiende a recombinarse con otro electrón libre produciendo así dos fotones con energías de 0.51 MeV cada uno. Este proceso es dominante cuando la energía del fotón es mayor a  $\sim 5$  MeV.

Las trazas debido a la ionización indirecta por fotones corresponden más bien a las trazas

de las partículas secundarias producidas por alguno de estos tres procesos.

La eficiencia del CCD para generar carga eléctrica debido a la incidencia de radiación ionizante se describe con una función denominada “eficiencia cuántica” o QE (siglas en inglés de *Quantum Efficiency*). Esta función depende de la manera en la que interactúan las partículas incidentes con los átomos de Si en el sustrato y mide la fracción de partículas ionizantes, con una energía dada, capaces de producir carga “útil” (carga exitosamente leída). Usualmente, la eficiencia cuántica de un CCD es medida haciendo incidir fotones de diferentes energías sobre el sustrato.

Por otra parte, no solamente la incidencia de radiación ionizante en el CCD genera pares electrón-hueco. La absorción de energía térmica intrínseca del CCD puede convertir electrones en la capa de valencia del sustrato de Si en electrones libres. Al conjunto de cargas libres generadas mediante este proceso se le denomina “corriente oscura”. Una forma de minimizar la corriente oscura es enfriando el CCD, sin embargo, dado que no es posible alcanzar el cero absoluto, siempre habrá una generación de cargas debida a absorción de energía térmica. En general, esta corriente varía de pixel a pixel. Se denomina “píxeles calientes” a aquellos que presentan una mayor corriente oscura.

Durante el proceso de generación de carga, todos los capacitores MOS en el CCD se encuentran en el estado de agotamiento. Esto se logra aplicando un mismo voltaje a sus compuertas denominado voltaje de polarización ( $V_{sub}$ ), el cual es positivo o negativo en el caso de sustratos tipo p o n (dispositivos n-MOS o p-MOS), respectivamente.

### 2.1.2. Recolección de carga

Después de la generación de pares electrón-hueco debido a la incidencia de radiación ionizante o a la absorción de energía térmica, los portadores minoritarios de carga son atraídos a la superficie del sustrato debido a la presencia del voltaje de polarización creando una región de inversión bajo la superficie. Para separar la carga generada por píxeles, a los capacitores MOS correspondientes al potencial  $V_1$  en el CCD se les aplica un voltaje de compuerta aún mayor (entiéndase por mayor a “mayor positivo” o “mayor negativo” dependiendo de si se trata de un dispositivo n-MOS o un p-MOS, respectivamente). En consecuencia, bajo estos capacitores se crean pozos de potencial de mayor profundidad en los que se concentran los portadores de carga previamente generados. Entonces, en cada pixel, la carga recolectada se confina bajo una “fila del pixel”, compuesta por tres capacitores MOS al potencial  $V_1$ .

Idealmente, los portadores deberían recolectarse dentro del pixel original en el que fueron generados. Sin embargo, durante el proceso de recolección, los portadores viajan a través del sustrato desde el lugar en el que se generaron hasta su superficie y, en su trayecto, algunos de ellos se mueven lateralmente, siendo finalmente colectados en píxeles vecinos. A este efecto se le conoce como difusión lateral de carga y depende principalmente de la distancia que deben recorrer los portadores para llegar a la superficie del sustrato,

del tiempo que tardan en alcanzar dicha superficie (tiempo de tránsito) y del número máximo de portadores de carga que el pozo de potencial de recolección en un pixel puede confinar.

En lo que respecta a la dependencia en la distancia, los portadores de carga generados en la parte posterior del CCD presentan una mayor difusión lateral al ser recolectados que los generados en la parte anterior. Esto es porque los primeros deben recorrer una mayor distancia para llegar a la superficie del sustrato. Debido a ello, los CCD iluminados por atrás presentan mayormente este efecto pues, en ellos, la radiación incide por la superficie posterior del dispositivo provocando que la mayoría de los portadores se generen lejos de la superficie del sustrato [17]. En cuanto al tiempo que dura el recorrido de los portadores desde su lugar de generación hasta la superficie, éste puede ser regulado mediante el voltaje de polarización. Aplicar voltajes de polarización mayores implica una disminución en el tiempo de tránsito y, por lo tanto, una menor difusión lateral. Por último, al número máximo de portadores de carga que el pozo de potencial de recolección en un pixel puede confinar se le conoce como capacidad del pozo. Éste varía de pixel a pixel y depende de la temperatura a la que se encuentra el dispositivo [14].

Observar el efecto de difusión lateral de carga en las trazas dejadas por partículas que atraviesan el CCD proporciona información espacial de sus trayectorias [18]. Por ejemplo, en trazas largas, como las producidas por electrones o muones, es posible observar una variación en su ancho proveniente del efecto de difusión lateral. La observación de un incremento indica que los portadores de carga fueron generados más cercanos a la parte posterior del dispositivo, mientras que un decremento indica que se generaron más cerca de la parte anterior. La variación en el ancho de las trazas proporciona información sobre el movimiento de las partículas en el eje perpendicular a la superficie del sustrato.

La resolución espacial de un CCD está determinada por el tamaño de sus pixeles y por la difusión lateral de carga que se presenta. Si la difusión lateral es menor al tamaño de los pixeles, la información del movimiento en el eje perpendicular a la superficie del CCD se pierde. Por el contrario, si es mayor, la resolución en el plano que contiene a la superficie del CCD disminuye.

### 2.1.3. Transferencia de carga

La transferencia de carga entre capacitores en un CCD se logra ajustando adecuadamente los voltajes de compuerta de cada capacitor MOS. Como se mencionó, cada tercer capacitor en una misma columna en la parte activa del CCD se encuentra a un mismo potencial, cuyo valor es controlado en el tiempo por un mismo “reloj”. Lo anterior ocurre también en el registro serial pero con cada tercer capacitor en una misma fila, exceptuando los capacitores en la última fila cuyo valor de pozo de potencial (*summing well*) está controlado en el tiempo por un reloj independiente. Se dice que la transferencia de carga es un proceso de tres fases haciendo referencia a los tres distintos potenciales ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$  o  $H_1$ ,  $H_2$  y  $H_3$ ) a los que se encuentran secuencialmente los capacitores MOS

## 2.1. ESTRUCTURA Y FUNCIONAMIENTO DE UN CCD

---

que conforman al CCD.

El proceso de transferencia de carga de todo un pixel se da en seis tiempos, los cuales se ilustran en la Figura 2.3:

- A  $t_1$  (proceso de recolección), para acumular la carga bajo los capacitores en fase 1 del pixel,  $V_1 > V_2 = V_3 = V_{sub}$  (entiéndase por mayor a “mayor positivo” o “mayor negativo” dependiendo de si se trata de un dispositivo n-MOS o un p-MOS, respectivamente). En este primer momento, los capacitores en fase 2 y 3 se encuentran en el estado de agotamiento mientras que los capacitores en fase 1 están en el estado de inversión.
- A  $t_2$ , para pasar la carga a los capacitores en fase 2,  $V_1 = V_2 > V_3 = V_{sub}$ . Aquí, los capacitores en fase 1 y 2 se encuentran en el estado de inversión, compartiendo la carga, mientras que los capacitores en fase 3 se mantienen en el estado de agotamiento.
- A  $t_3$ , para almacenar la carga bajo los capacitores en fase 2,  $V_2 > V_3 = V_1 = V_{sub}$ . En este momento, los capacitores en esta fase se encuentran en el estado de inversión mientras que los capacitores en fase 1 y 3 están en el estado de agotamiento.
- A  $t_4$ , para pasar la carga a los capacitores en fase 3,  $V_2 = V_3 > V_1 = V_{sub}$ . Los capacitores en fase 2 y 3 se encuentran en el estado de inversión, compartiendo la carga, mientras que los capacitores en fase 1 se mantienen en el estado de agotamiento.
- A  $t_5$ , para almacenar la carga bajo los capacitores en fase 3,  $V_3 > V_1 = V_2 = V_{sub}$ . Los capacitores en esta fase se encuentran en el estado de inversión mientras que los capacitores en fase 1 y 2 están en el estado de agotamiento.
- A  $t_6$ , para que los capacitores en fase 1 reciban la carga del pixel anterior y los capacitores en fase 3 transfieran la carga al pixel posterior,  $V_3 = V_1 > V_2 = V_{sub}$ . Los capacitores en fase 1 y 3 se encuentran en el estado de inversión, compartiendo la carga con la primera y última fila de capacitores del pixel posterior y anterior respectivamente, mientras que los capacitores en fase 2 se encuentran en el estado de agotamiento.

Repetiendo esta secuencia, la carga de todos los pixeles del CCD puede ser transferida a lo largo de la superficie del semiconductor. Para transferir carga del registro serial al *summing well*, se sigue la misma secuencia de tres fases pero variando los potenciales horizontales.

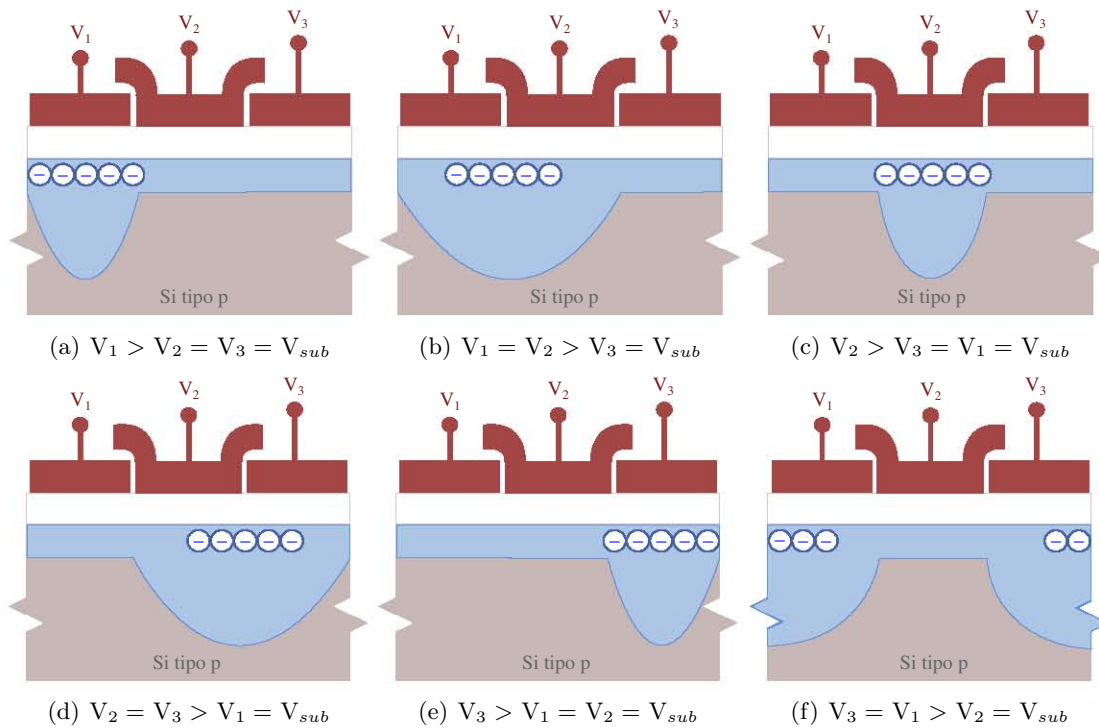


Figura 2.3. Proceso de transferencia de carga entre capacitores n-MOS de un pixel en un CCD

#### 2.1.4. Lectura de carga

En el proceso de lectura de carga intervienen el *summing well* y el amplificador MOSFET de salida (siglas en inglés de *Metal-Oxide-Silicon Field Effect Transistor*). El *summing well* es un pozo de potencial creado bajo la última columna de capacitores en el registro serial el cual se encarga de coleccionar la carga para lectura. El amplificador MOSFET lee la carga coleccionada y la convierte en una señal de voltaje. Estos dos elementos están conectados entre sí mediante una compuerta de transferencia o *transfer gate*.

El valor del voltaje asociado al *summing well* ( $V_{SW}$ ) está controlado en el tiempo por un reloj independiente de los relojes de las fases. Cuando  $V_{SW}$  es máximo, el *summing well* alcanza su máxima profundidad y la carga puede ser acumulada. Durante la acumulación de carga la compuerta de transferencia se encuentra abierta, aislando el *summing well* del amplificador. El reloj que controla el voltaje  $V_{SW}$  permite determinar el momento en el que el *summing well* deja de coleccionar carga para moverla al amplificador, minimizando el voltaje y cerrando la compuerta de transferencia. Gracias a la independencia de este reloj, es posible coleccionar la carga de no solo uno, sino varios pixeles a la vez, es decir, es posible hacer *binning*.

Para iniciar el proceso de acumulación de carga para su posterior lectura, al tiempo  $t_6$  de la secuencia de fases del primer ciclo de transferencia a lo largo del registro serial, el mínimo del *summing well* iguala el mínimo del pozo de potencial debajo de los capacitores en fase 3 (conectados al potencial  $H_3$ ). De esta manera, la carga comienza a colectarse en el *summing well*, ya sea durante uno o varios ciclos de transferencia, dependiendo de si se desea leer pixel por pixel o hacer *binning*. Durante el proceso de acumulación de carga el amplificador MOSFET recibe un voltaje de *reset* de una fuente de potencial externa. Esta fuente se conecta con el amplificador mediante una compuerta conocida como *reset gate*.

El proceso de lectura de carga toma lugar entre los tiempos  $t_1$  a  $t_5$  de la secuencia de fases. En el momento en el que se determina que toda la carga ya colectada en el *summing well* va a ser leída, se disminuye el voltaje  $V_{SW}$  para minimizar el tamaño del pozo sin desaparecerlo. Para permitir el paso de la carga al amplificador, la compuerta de *reset* se abre y la de transferencia se cierra. El tiempo de integración o “ventana de integración” (T) hace referencia al tiempo en el que se mantiene cerrada la puerta de transferencia. Durante este tiempo, el amplificador maximiza y estabiliza la señal recibida para finalmente convertirla en un voltaje. Posteriormente,  $V_{SW}$  iguala a  $V_{sub}$  mientras que la compuerta de transferencia vuelve a abrirse y la de *reset* a cerrarse para que el amplificador esté listo para leer un nuevo paquete de carga. Esta secuencia vuelve a repetirse durante todo el proceso de lectura del CCD. La Figura 2.4 ilustra el proceso de lectura de carga.

Nótese que entre el tiempo  $t_6$  y  $t_1$  pudieron o no haber sucedido más ciclos de transferencia de carga dependiendo de si se hizo *binning* o no. Cabe también hacer notar que los momentos de apertura y cierre de las compuertas de transferencia y de *reset* no necesariamente están coordinados con los tiempos de la secuencia de fases.

Una vez que el amplificador genera una señal de voltaje, ésta pasa a un convertidor análogo-a-digital, o ADC (siglas en inglés de *Analog-to-Digital Converter*), el cual convierte el valor del voltaje en un número binario para que pueda ser leído por una computadora. El ADC, aunque ya no forma parte del CCD, es un elemento importante al referirse al proceso de lectura de carga. Este convertidor le asigna a cada pixel un valor digital, cuyas unidades son las ADU (siglas en inglés de *Analog-to-Digital Units*), dependiendo de su resolución. Por ejemplo, un ADC con 12 bits de resolución asigna valores desde 0 hasta 4095 (pues su capacidad de resolución son 12 dígitos en binario, correspondiendo el número binario máximo 11111111111 al número decimal 4095). Cabe mencionar que el amplificador de salida agrega ruido al paquete de carga leído, el cual, aunque pequeño, no puede anularse.

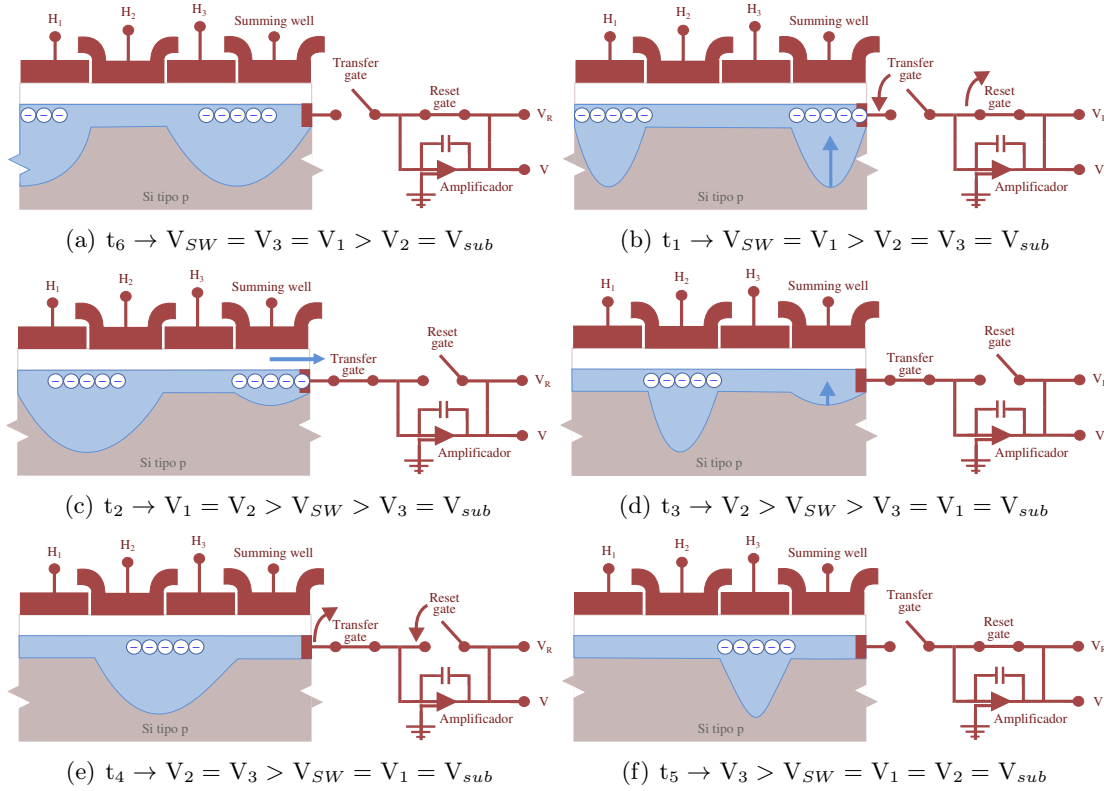


Figura 2.4. Proceso de lectura de un paquete de carga correspondiente a un pixel en un CCD n-MOS, esquematizado haciendo referencia a los tiempos de la secuencia de fases

## 2.2. El CCD del dispositivo experimental

El CCD utilizado durante el desarrollo experimental de este trabajo de tesis fue fabricado por el *Lawrence Berkeley National Laboratory* (LBNL) e inicialmente estaba destinado al experimento *Dark Energy Camera* (DECam). Este CCD es un arreglo bidimensional, de 6.34 cm x 3.33 cm, de capacitores p-MOS cuyo espesor de sustrato es de 250  $\mu\text{m}$ . En total cuenta con 2048 x 4096 pixeles, de 15  $\mu\text{m}$  x 15  $\mu\text{m}$  cada uno [19].

El sustrato está hecho de Si tipo n de alta resistividad ( $\sim 10 \text{ k}\Omega \text{ cm}$ ) correspondiente a una densidad de átomos dopantes de  $\sim 4 \times 10^{11}$  por  $\text{cm}^3$  [20]. A este sustrato se le aplica un voltaje de polarización ( $V_{sub}$ ) desde la parte posterior del CCD para crear una región de agotamiento. La alta resistividad del Si permite que esta región abarque prácticamente todo el volumen del sustrato (condición de total agotamiento) al aplicar voltajes entre 20 V y 30 V [21]. Aplicando voltajes aún mayores puede llevarse al CCD a una condición de sobre agotamiento para reducir el efecto de difusión lateral. El sustrato del CCD está cortado de tal forma que el eje perpendicular a su superficie es un eje cristalográfico equivalente a la dirección [100] (denotado como  $\langle 100 \rangle$ ). Así mismo, el

## 2.2. EL CCD DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

---

sustrato tiene un *buried channel* tipo p para facilitar la movilidad de los portadores de carga, que en este caso son los huecos. La parte posterior del sustrato está cubierta por una película antireflejante de 55  $\mu\text{m}$  de óxido de indio y estaño o ITO (siglas en inglés de *Indium-Tin-Oxide*).

Este CCD se ilumina posteriormente. Debido al grosor de su sustrato, presenta una eficiencia del  $\sim 50\%$  a  $\sim 1000$  nm (infrarrojo cercano). La parte anterior del CCD se encuentra sobre un soporte de nitruro de aluminio (AlN). Este material presenta características de expansión térmica similares a las del Si y es un buen conductor térmico a temperaturas criogénicas. Usualmente el CCD se opera a  $\sim 130$  K en alto vacío.

La transferencia de carga se realiza en un proceso de tres fases. Dos amplificadores en paralelo, situados en los extremos opuestos del registro serial, se utilizan para la lectura. Esto permite elegir sólo un amplificador por el que se desea leer la carga, derecho (*right* - R) o izquierdo (*left* - L), o trabajar con los dos, proceso en el cual la mitad de las columnas, divididas desde el centro del CCD, se leen por un lado y la otra mitad por el otro. Cada amplificador realiza un muestreo doble correlacionado de las señales o CDS (siglas en inglés de *Correlated Double Sampling*) para reducir el ruido de lectura. Este proceso consiste, a grandes rasgos, en registrar la señal de carga dos veces, una considerando sólo la señal y otra considerando la señal y el voltaje de *reset*. Finalmente, la señal de salida del amplificador es la diferencia entre las dos señales registradas. Este proceso se realiza durante el tiempo de integración T, el cual puede ser ajustado libremente. La ganancia electrónica de salida es de  $\sim 2.5 \mu\text{V}/e^-$ .

### 2.2.1. Sistema de adquisición de imágenes

Para realizar la adquisición de las imágenes del CCD se utilizó el sistema Monsoon. Este sistema de código abierto fue desarrollado por el *National Optical Astronomy Observatory* (NOAO) [22]. Esencialmente consiste de tarjetas de lectura o DHE (siglas en inglés de *Detector Head Electronics*) que conectan el CCD a una computadora con el *software* de control conocida como PAN (siglas en inglés de *Pixel Acquisition Node*). Usualmente el DHE consiste de tres tarjetas: la tarjeta de control maestra o MCB (siglas en inglés de *Master Control Board*), la tarjeta controladora de relojes o CBB (siglas en inglés de *Clock and Bias Board*) y la tarjeta de adquisición de video o VAB (siglas en inglés de *Video Acquisition Board*). Dado que el CCD se opera a alto vacío, una tarjeta de interfaz de vacío o VIB (siglas en inglés de *Vacuum Interface Board*) conecta al CCD con las tarjetas del sistema Monsoon [23].

El programa que permite controlar el sistema se denomina Panview. Al correr este programa se debe especificar si se desea leer la carga real depositada en el CCD con un amplificador (R o L) o con los dos. Así mismo, el programa permite especificar los valores de varios parámetros correspondientes al tamaño del detector (*detformat*), al voltaje de polarización aplicado (*VSUB*), al tiempo de integración (*INTEG\_WIDTH*), entre otros. Después de ejecutar el comando de lectura de carga, una imagen con extensión *.fits* es



generada (FITS corresponde a las siglas en inglés de *Flexible Image Transport System*). Usualmente la carga real se lee sólo con un amplificador. En este caso, el otro amplificador lee “cargas virtuales” consideradas como “ruido de lectura”. La imagen *.fits* resultante estará dividida en dos partes: de un lado, la carga asociada a cada pixel será la carga real depositada en ese pixel más el ruido correspondiente al amplificador que leyó las cargas reales, mientras que, del otro lado, la carga asociada a cada pixel será solamente el ruido de lectura del otro amplificador. A esta imagen se le denomina imagen “en crudo” o RAWI (siglas en inglés de *RAW Image*).

### 2.2.2. Cadena de procesamiento de imágenes

A partir de un conjunto de RAWIs obtenidas con el programa Panview, es posible generar archivos *.root* con la información de los eventos incidentes al CCD durante el periodo de exposición correspondiente a esas imágenes. Para ello, se realiza una cadena de procesamiento, la cual utiliza unos programas de análisis desarrollados por el Dr. Javier Tiffenberg, investigador asociado en el laboratorio Fermilab y miembro de las colaboraciones DAMIC y CONNIE.

Antes de iniciar esta cadena, algunos parámetros, contenidos en un archivo *.xml* deben ser especificados (XML corresponde a las siglas en inglés de *eXtensible Markup Language*). Los más importantes son el ruido electrónico del CCD ( $\sigma$ ), en unidades ADU, y el número de calibración (*calib*), en unidades keV/ADU. Estos parámetros dependen principalmente de la ventana de integración utilizada en el proceso de lectura. Dado que la información del archivo *.xml* será empleada en la cadena de procesamiento, una vez especificados los parámetros se procede a procesar las imágenes.

La cadena de procesamiento consta de seis pasos principales, los cuales se esquematizan en la Figura 2.5:

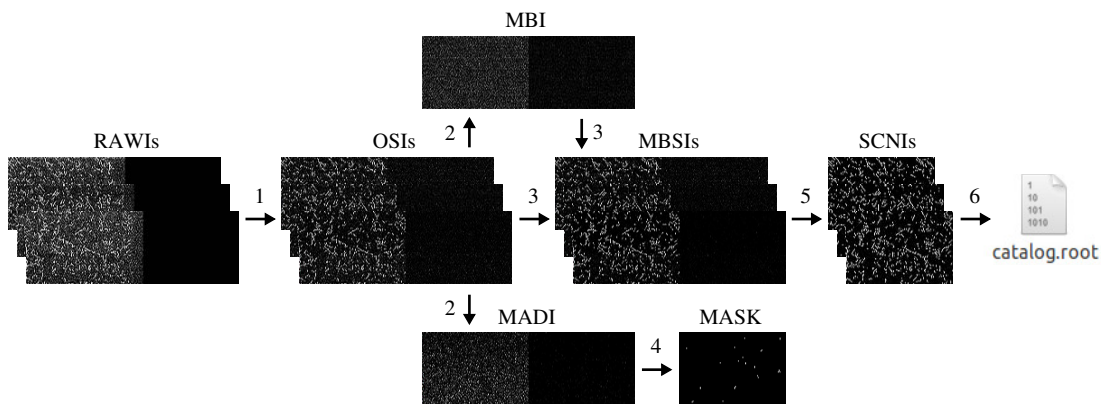


Figura 2.5. Esquema de la cadena de procesamiento de imágenes

### 1. Substracción del ruido de sobre escaneo

Antes de realizar la lectura de carga, con el programa Panview, se suele especificar que el detector contiene más píxeles que los físicos. Con ello, al momento de realizar la lectura, cada amplificador leerá algunas filas de “píxeles virtuales” que registrará en cada una de las RAWIs. Estos píxeles virtuales, o píxeles sobre escaneados, contendrán la información del ruido de lectura de cada amplificador. En este paso de la cadena de procesamiento, de cada RAWI se construye una nueva imagen *.fits* denominada OSI (siglas en inglés de *Over-scan Subtracted Image*). El valor de carga asociado a cada píxel en la OSI es igual al valor de carga registrado para ese píxel en la RAWI menos la media de los valores de carga asociados a los píxeles sobre escaneados en la RAWI que fueron registrados por el amplificador que leyó a ese píxel. Tanto las RAWIs como las OSIs están compuestas de partes derecha e izquierda, correspondientes a cada uno de los amplificadores de lectura.

### 2. Obtención de la *Master Bias Image* y la *Median Absolute Deviation Image*

La *Master Bias Image* (MBI) y la *Median Absolute Deviation Image* (MADI) son imágenes *.fits* construidas a partir de un conjunto de OSIs. Con los valores de carga correspondientes a cada píxel de este conjunto de imágenes, se obtienen las distribuciones de valores de carga asociadas a cada píxel. Éstas son distribuciones gaussianas. La MBI se construye asignando a cada píxel el valor de la mediana de la distribución de valores de carga asociada a ese píxel. En cambio, la MADI se construye asignando a cada píxel el valor del ancho de la distribución de valores de carga asociada a ese píxel (desviación estándar). Ambas imágenes, MBI y MADI, están compuestas de partes derecha e izquierda, correspondientes a cada uno de los amplificadores de lectura.

### 3. Substracción de la *Master Bias Image*

En este paso, de cada OSI se construye una nueva imagen *.fits* denominada MBSI (siglas en inglés de *Master Bias Subtracted Image*). El valor de carga asociado a cada píxel en la MBSI es igual al valor de carga registrado para ese píxel en la OSI menos el valor de carga registrado para ese píxel en la MBI. Las MBSIs, las OSIs y la MBI, están compuestas de partes derecha e izquierda, correspondientes a cada uno de los amplificadores de lectura.

#### 4. Obtención de la Máscara

La Máscara o MASK es otra imagen *.fits* que contiene la información de los pixeles “dañados”, es decir, pixeles con anomalías (sobre saturados, que no pudieron ser leídos, etc.). Se crea a partir de la MADI, pues el ancho de las distribuciones gaussianas de los valores de carga asociados a los pixeles que presentan anomalías generalmente es más grande que el de los pixeles sin anomalías. En la creación de la MASK, se elige un valor medio de desviación estándar para discriminar si un pixel presenta anomalías o no. Si el valor de carga asociado a un pixel en la MADI es menor o mayor al valor de referencia, en la MASK se le asigna a ese pixel el valor 0 o 1 (color negro o blanco) respectivamente. Los pixeles negros representan pixeles sin anomalías mientras que los blancos son los pixeles dañados. La MASK se construye sólo para la parte derecha o izquierda, dependiendo de si el amplificador que leyó las cargas reales fue el derecho o el izquierdo, respectivamente.

#### 5. Substracción del ruido correlacionado

Este paso genera, por cada MBSI, una imagen *.fits* denominada SCNI (siglas en inglés de *Subtracted Correlated Noise Image*), compuesta sólo de parte derecha o izquierda, dependiendo de si el amplificador que leyó las cargas reales fue el derecho o el izquierdo, respectivamente. Cada SCNI se construye asignando a cada pixel el resultado de la diferencia del valor de carga asociado a ese pixel del lado correspondiente al amplificador que leyó cargas reales de la MBSI menos una combinación lineal de los valores de carga asociados a ese pixel del lado correspondiente al otro amplificador del conjunto de MBSIs. Los coeficientes de esta combinación lineal son aquellos que minimizan la varianza de esta diferencia. Por ejemplo, supóngase que en el proceso de lectura el amplificador derecho (R) leyó las cargas reales. Las RAWIs, OSIs y MBSIs tendrán la información de la carga real depositada en el CCD del lado derecho (R) y la información del ruido del otro amplificador del lado izquierdo (L). Las SCNIs sólo poseerán lado derecho (R). Sea  $N$  el número total de imágenes obtenidas,  $R_i$  y  $L_i$  los lados derechos e izquierdos de las MBSIs, respectivamente, y  $\hat{R}_i$  las SCNIs, con  $i = 1, 2, \dots, N$ . Entonces,  $\hat{R}_i = R_i - \sum_j a_{ij}L_j$  donde  $a_{ij}$  son tales que  $\text{Var}(\hat{R}_i)$  es mínima.

#### 6. Extracción de las trazas de las partículas y generación del catálogo *.root*

En este paso final de la cadena de procesamiento, un archivo *.root* es creado. Este archivo contiene información de los eventos registrados por el CCD que corresponden al conjunto de RAWIs analizadas. De este “catálogo”, como es llamado, se pueden extraer la traza de cada evento (Figura 2.6), su energía depositada, sus coordenadas X y Y (mínimas y máximas), el número de pixeles saturados en la traza, entre otras variables.

## 2.2. EL CCD DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

---

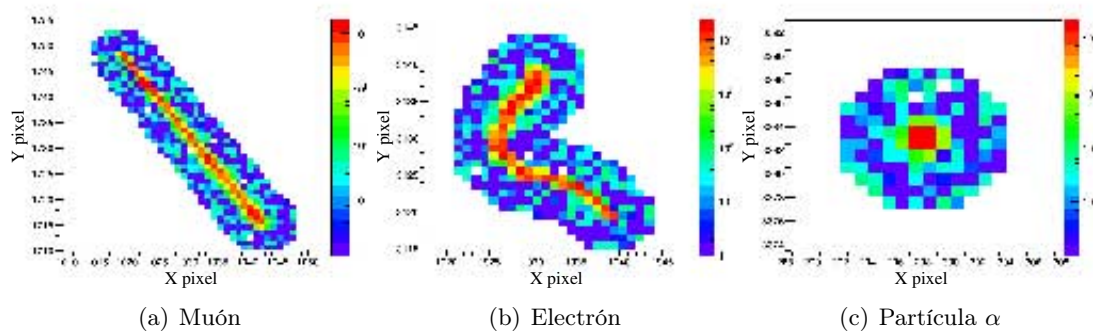


Figura 2.6. Ejemplos de trazas de partículas extraídas mediante el procesamiento vistas mediante el software DamicViewer, desarrollado por Javier Tiffenberg



## Capítulo 3

### Dispositivo experimental: calibración y caracterización

---

#### 3.1. Dispositivo experimental

El trabajo experimental se desarrolló durante los meses de Septiembre a Noviembre del 2015 en SiDet (siglas en inglés de *Silicon Detector Facility*), dentro del laboratorio Fermilab, en Illinois, Estados Unidos de América. El CCD descrito en la Sección 2.2 se encontraba dentro de una cámara de vacío de acero inoxidable en forma de cruz. A esta cámara estaban conectados los siguientes dispositivos: una bomba de vacío turbomolecular por la parte superior, un *cryocooler* por la parte posterior, un controlador de temperatura LakeShore por la izquierda y, por la derecha, la tarjeta electrónica de interfaz de vacío para conectar al CCD con el sistema Monsoon. Esta tarjeta se conectaba, por medio de cables, al *crate* electrónico que contenía las tarjetas MCB, CBB y VAB del sistema Monsoon. Por último, la MCB estaba conectada, mediante un cable de fibra óptica, a la computadora Monsoon. La Figura 3.1 muestra los principales elementos del dispositivo experimental.

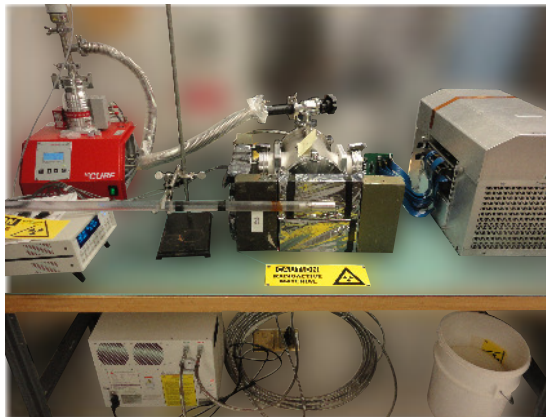


Figura 3.1. Dispositivo experimental general. Se observa la cámara de vacío, la bomba de vacío, el *cryocooler*, el medidor de temperatura y la tarjeta electrónica para la lectura del CCD conectada al *crate* electrónico. En esta imagen el dispositivo está siendo utilizado para el experimento con la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  (sección 4.1).

En todas las exposiciones del CCD ante las diferentes fuentes radiactivas y en la obtención del espectro de *background* se mantuvo un vacío de  $\sim 1 \times 10^{-7}$  mbar y una temperatura de  $\sim 130$  K.

### 3.2. Calibración con fuente de rayos X

Cuando una partícula interactúa con el CCD y produce una deposición de energía se generan cargas eléctricas. Estas cargas son colectadas y leídas posteriormente por un amplificador. Las unidades que le asigna el amplificador a la carga leída son las ADU. Para poder conocer la relación que guardan estas unidades asignadas por el amplificador a la energía depositada con las del SI (Sistema Internacional) es necesario realizar un método de calibración. Usualmente se expone el CCD a fuentes emisoras de rayos X cuya energía característica es previamente conocida. Posteriormente, se relacionan las unidades de carga depositada (ADU) con la energía conocida de los rayos X característicos del elemento. De esta manera, es posible obtener el número o constante de calibración (*calib*), dado usualmente en unidades de keV/ADU, por el cual debe multiplicarse la carga medida con el amplificador para obtener el correspondiente valor de la energía que depositó la partícula incidente. Este número es dependiente del valor de la ventana de integración utilizada al momento de realizar la lectura de las imágenes.

Los rayos X son fotones con longitudes de onda entre  $10^{-8}$  y  $10^{-11}$  m. Pueden clasificarse en dos tipos: los rayos X *bremsstrahlung* y los rayos X característicos. Los primeros se producen cuando un electrón energético es desviado de su trayectoria inicial o frenado debido a la interacción con el campo electromagnético de un núcleo u ion, produciendo así radiación electromagnética en forma de rayos X. Por otra parte, los rayos X característicos se producen cuando un electrón que se encontraba en un orbital superior de un átomo transita hacia uno inferior para llenar una vacante.

Las fuentes de rayos X utilizadas para calibrar emiten rayos X característicos por captura electrónica. En este proceso, el núcleo del átomo atrapa un electrón que se encontraba inicialmente en alguna de sus órbitas interiores dejando una vacante. Como consecuencia de la captura, uno de los protones del núcleo se transforma en un neutrón, disminuyendo así el número atómico. La vacante producida por el electrón capturado es ocupada por un electrón proveniente de alguna de las órbitas superiores del “nuevo” átomo, con mayor energía. La diferencia energética entre la órbita inicial y la final del electrón que sustituye a la vacante se emite en forma de un fotón de rayos X característicos [24].

De acuerdo a la notación propuesta en [25] por la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada o IUPAC (siglas en inglés de *International Union of Pure and Applied Chemistry*), a los rayos X característicos de los elementos se les identifica con la notación de las órbitas final e inicial del electrón que sustituyó a la vacante separadas por un guión. Por ejemplo, K-L<sub>3</sub> denota que un electrón del orbital 2p<sub>3/2</sub> (capa L<sub>3</sub>) llenó el hueco existente en el orbital 1s (capa K). Es común que en algunos textos, en lugar de

### 3.2. CALIBRACIÓN CON FUENTE DE RAYOS X

---

la notación de IUPAC, se utilice la notación de Siegbahn para denotar a estos rayos. En [25] se encuentra una tabla que relaciona estas dos notaciones.

Los rayos X provenientes de estas fuentes interactúan con los átomos de la materia a su alrededor de tres formas principales, mediante: efecto Compton, efecto fotoeléctrico o dispersión Rayleigh (en la cual el fotón presenta una deflexión en su trayectoria, sin que pierda energía, por interactuar con partículas de un tamaño mucho menor que su longitud de onda).

Se habla de fluorescencia por rayos X cuando un material, que ha sido bombardeado con rayos X de energía  $E_{inc}$ , emite rayos X característicos (o de fluorescencia) de energía  $E_{flu}$ . En este caso, los rayos X incidentes interactúan mediante efecto fotoeléctrico con los electrones en las capas interiores de los átomos en el material, produciendo átomos ionizados con vacancias en sus capas internas. Electrones en las capas externas de estos átomos ocuparán las vacancias, emitiendo fotones de rayos X característicos (fotones de fluorescencia). La energía cinética de los fotoelectrones será igual a la diferencia entre la energía de los fotones incidentes, provenientes de la fuente de rayos X, menos la energía de los fotones de fluorescencia producidos. Un “pico de escape” en un espectro de rayos X corresponde a la deposición de toda la energía de los fotoelectrones producidos en el proceso antes descrito. Es por ello que la energía correspondiente a este pico está dada por:  $E_{esc} = E_{inc} - E_{flu}$ .

#### 3.2.1. Método experimental

Dentro de la cámara de vacío, pegada al interior de la tapa frontal, se colocó una fuente de  $^{55}\text{Fe}$  (ID source<sup>1</sup>: 55-3.3-1). Esta fuente decae por captura electrónica a  $^{55}\text{Mn}$  emitiendo rayos X característicos provenientes de las transiciones K-L<sub>3</sub>, K-L<sub>2</sub> y K-M<sub>2,3</sub> ( $K_{\alpha 1}$ ,  $K_{\alpha 2}$  y  $K_{\beta}$ , respectivamente, en notación de Siegbahn). La energía de estos rayos X característicos, según [26], es  $K_{\alpha 1} = 5.89875$  keV,  $K_{\alpha 2} = 5.88765$  keV y  $K_{\beta} = 6.49045$  keV.

Se tomaron varias exposiciones, en diferentes días, con dos diferentes ventanas de integración:  $T=8 \mu\text{s}$  y  $T=400 \mu\text{s}$ . En todas las exposiciones, el voltaje de polarización aplicado fue:  $V_{sub} = 40$  V.

Para  $T=8 \mu\text{s}$ , la exposición se realizó el 23 de Septiembre del 2015, obteniendo un total de 15 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo total de exposición de 27 minutos ( $\sim 1.5$  minutos por imagen). Se utilizaron ambos amplificadores (derecho e izquierdo) al leer las imágenes.

---

<sup>1</sup>De acuerdo a la convención utilizada en el inventario de fuentes radiactivas en Fermilab, el ID source está dado como N1 - N2.N3 - N4 o como N1 (N2.N3) N4, donde N1, N2, N3 y N4 son números enteros. La masa atómica del elemento, expresada en unidades de masa atómica, está dada por N1. La actividad inicial de la fuente corresponde a  $N3 \times 10^{N2} \mu\text{Ci}$ . Por último, N4 corresponde al número de serie otorgado a la fuente.



Para  $T=400 \mu\text{s}$ , las exposiciones cubrieron un tiempo total de 74 horas 23 minutos. Estas exposiciones se realizaron en las fechas siguientes, con las siguientes especificaciones:

- 23 de Septiembre del 2015: Se obtuvieron 10 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 1 hora 13 minutos ( $\sim 7$  minutos por imagen). Se utilizó el amplificador derecho al leer las imágenes.
- 23 de Septiembre del 2015: Se obtuvieron 15 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 56 minutos ( $\sim 3.5$  minutos por imagen). Se utilizaron ambos amplificadores (derecho e izquierdo) al leer las imágenes.
- 23 y 24 de Septiembre del 2015: Se obtuvieron 80 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 9 horas 46 minutos ( $\sim 7$  minutos por imagen). Se utilizó el amplificador derecho al leer las imágenes.
- 25 al 28 de Septiembre del 2015: Se obtuvieron 55 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 61 horas 44 minutos ( $\sim 1$  hora 7 minutos por imagen). Se utilizó el amplificador derecho al leer las imágenes.
- 29 de Septiembre del 2015: Se obtuvieron 6 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 44 minutos ( $\sim 7$  minutos por imagen). Se utilizó el amplificador derecho al leer las imágenes.

Para cada ventana de integración, se realizó la cadena de procesamiento en varios conjuntos de imágenes obtenidas, generando sus respectivos catálogos *.root*. Con la información contenida en los catálogos de los eventos registrados por el CCD durante el tiempo total de exposición, se realizó un histograma de energía (en ADU) en función del número de eventos, para cada una de las ventanas de integración consideradas (Figuras 3.2 y 3.3).

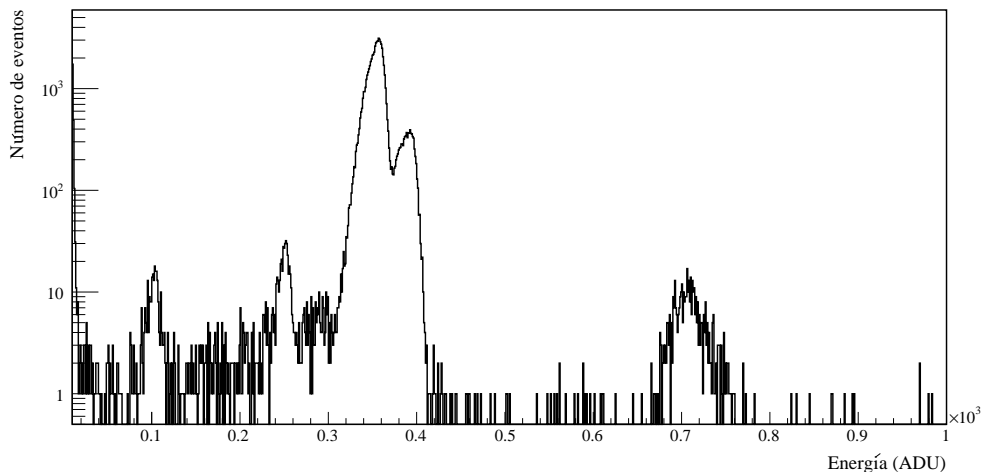


Figura 3.2. Espectro de energías de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  en cuentas ADU para  $T=8 \mu\text{s}$ .

### 3.2. CALIBRACIÓN CON FUENTE DE RAYOS X

---

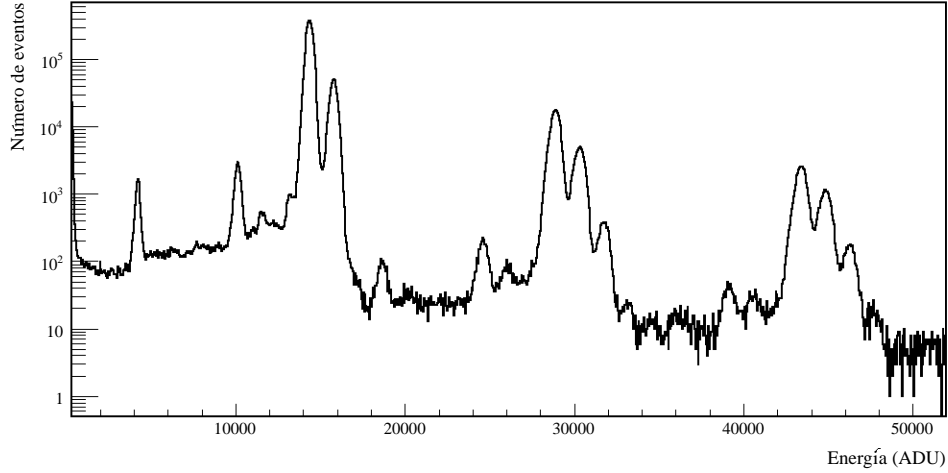


Figura 3.3. Espectro de energías de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  en cuentas ADU para  $T=400 \mu\text{s}$ .

Por otra parte, a cada evento registrado en el CCD se le calculó una “longitud de traza superficial”  $d_{XY}$  dada como:

$$d_{XY} = \sqrt{(x_{\text{Max}} - x_{\text{Min}})^2 + (y_{\text{Max}} - y_{\text{Min}})^2} \quad (3.1)$$

donde  $x_{\text{Max}}$  y  $x_{\text{Min}}$  son las coordenadas X en pixeles asociadas a los extremos derecho e izquierdo de la traza del evento, respectivamente, mientras que  $y_{\text{Max}}$  y  $y_{\text{Min}}$  son las coordenadas Y en pixeles asociadas a los extremos superior e inferior de la traza del evento, respectivamente.

Para cada ventana de integración, se realizaron los histogramas de  $d_{XY}$  de los eventos registrados por el CCD al ser expuesto a la fuente de  $^{55}\text{Fe}$ . Estos histogramas se muestran en la Figura 3.4.

De estos histogramas puede observarse que la longitud de traza superficial de la mayoría de los eventos registrados en el CCD, en las dos ventanas de integración consideradas, abarca entre 2 y 2.5 pixeles. Lo anterior significa que los eventos registrados son bastante puntuales. Esto es lo que se espera de las trazas producidas por rayos X pues, al ser fotones de baja energía, el número de pares e-h que generan por su interacción con los átomos en el medio vía efecto fotoeléctrico es pequeño.

### 3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL: CALIBRACIÓN Y CARACTERIZACIÓN

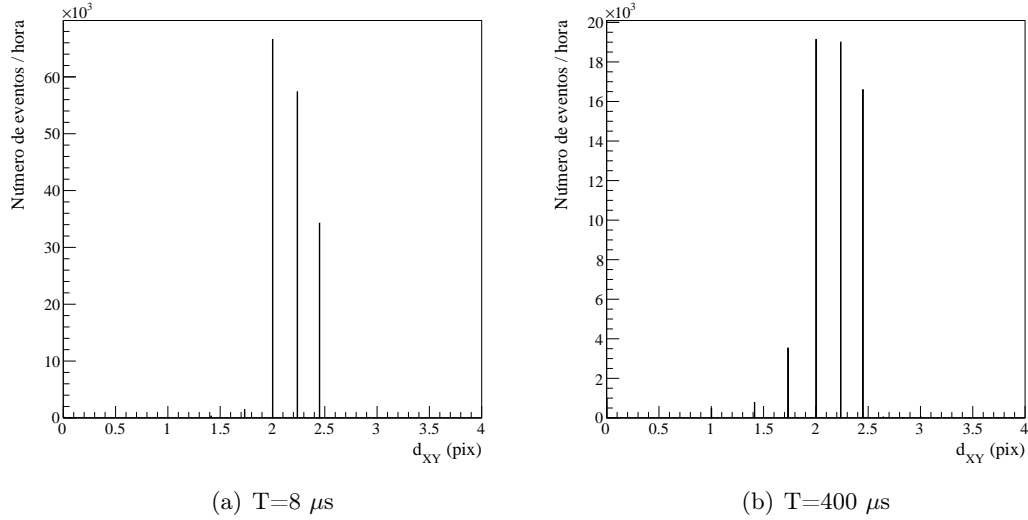


Figura 3.4. Histogramas de la longitud de traza superficial de los eventos registrados en el CCD por hora al ser expuesto a una fuente de rayos X de  $^{55}\text{Fe}$  para diferentes ventanas de integración.

También se realizaron los histogramas de la energía de los eventos registrados por el CCD, al ser expuesto a la fuente de rayos X de  $^{55}\text{Fe}$ , dividida entre la longitud de traza superficial de cada evento, para las ventanas de integración consideradas, los cuales se muestran en la Figura 3.5.

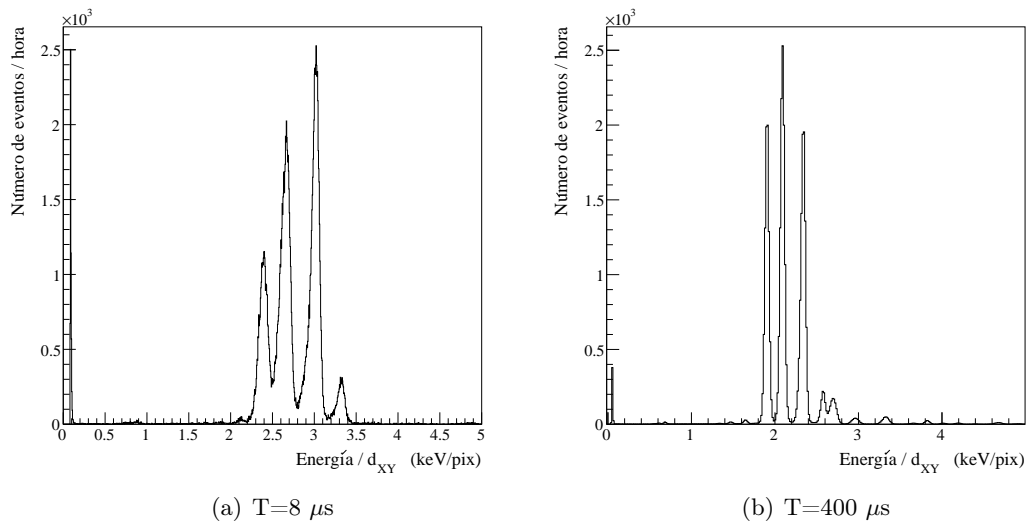


Figura 3.5. Histogramas de la energía de los eventos registrados por el CCD, al ser expuesto a la fuente de  $^{55}\text{Fe}$ , dividida entre la longitud de traza superficial de cada evento, para diferentes ventanas de integración.

## 3.2. CALIBRACIÓN CON FUENTE DE RAYOS X

---

De los histogramas en la Figura 3.5 se puede observar que los eventos asociados a los rayos X provenientes de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  depositan, en su mayoría, una energía entre 1.5 keV y 3.5 keV por pixel. Las energías de los rayos X característicos provenientes de una fuente de  $^{55}\text{Fe}$  se encuentran entre 5.5 keV y 6.5 keV. Esto implica que estos rayos pierden toda su energía al cruzar entre 1 y 5 pixeles, lo cual confirma el carácter puntual de sus trazas.

La Figura 3.6 muestra un área de una de las imágenes adquiridas al exponer el CCD a la fuente de  $^{55}\text{Fe}$ . Como se discutió anteriormente, la mayor parte de las trazas que se encuentran en la imagen son de carácter puntual.

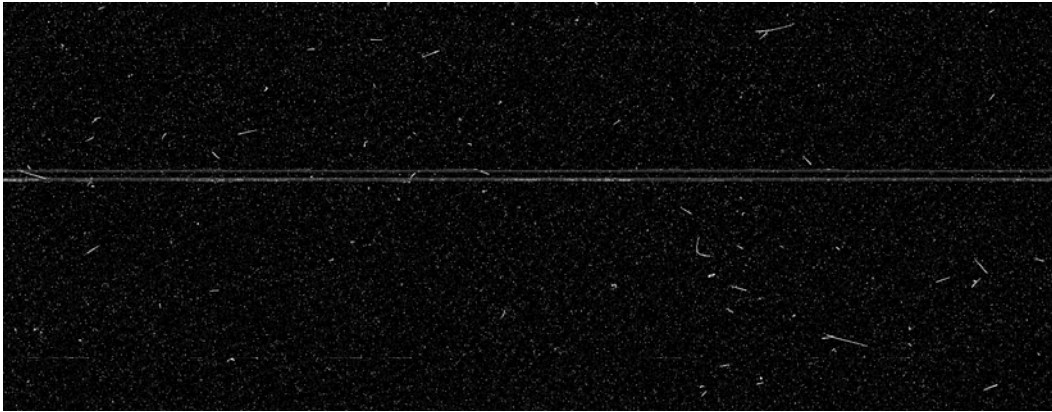


Figura 3.6. Área de una de las imágenes adquiridas al exponer el CCD a la fuente de  $^{55}\text{Fe}$ .

### 3.2.2. Obtención de las constantes de calibración

Para obtener los valores de las constantes de calibración correspondientes a cada ventana de integración utilizada durante la lectura de las imágenes, primero es necesario asociar cada pico observado en el espectro de energías obtenido experimentalmente con el proceso físico al que representa.

En los espectros de las Figuras 3.2 y 3.3 se identificaron cinco picos principales, los cuales se asociaron con:

1. La emisión de rayos X  $K_\alpha$  de Mn ( $K\text{-L}_{2,3}$ , en notación de IUPAC). Su energía corresponde al promedio de las energías de los rayos X  $K_{\alpha_1}$  y  $K_{\alpha_2}$  de Mn, es decir,  $(5.89875 \text{ keV} + 5.88765 \text{ keV})/2 = 5.8932 \text{ keV}$ .
2. La emisión de rayos X  $K_\beta$  del Mn, con energía de 6.49045 keV.
3. La emisión de rayos X  $K_\alpha$  del Si, consecuencia de su fluorescencia, cuyo valor energético en [26] es de 1.73968 keV.
4. El pico de escape  $\alpha$  del Mn, cuya energía corresponde a la diferencia energética

de los rayos X  $K_\alpha$  de Mn menos la de los rayos X  $K_\alpha$  de Si, es decir,  $5.8932 \text{ keV} - 1.73968 \text{ keV} = 4.15352 \text{ keV}$ .

5. El pico de escape  $\beta$  del Mn, cuya energía corresponde a la diferencia energética de los rayos X  $K_\beta$  de Mn menos la de los rayos X  $K_\alpha$  de Si, es decir,  $6.49045 \text{ keV} - 1.73968 \text{ keV} = 4.75077 \text{ keV}$ .

En estos espectros también pueden observarse algunos picos a energías superiores. Estos picos forman parte de una repetición periódica de los cinco picos principales. La razón de esta repetición es que, durante la cadena de procesamiento de las imágenes *.fits*, los programas utilizados contaron dos o más eventos cercanos como uno, provocando que los picos a energías superiores sean combinaciones lineales con constantes enteras de los cinco picos fundamentales.

Una vez teniendo clara la asociación de los picos con los procesos físicos que ocurren y conociendo las energías en keV que deben depositar los productos de estos procesos en el CCD, para obtener las constantes de calibración hace falta conocer los valores energéticos en ADU que fueron asociados al número máximo de eventos en cada pico por el amplificador. Una forma de obtener cada uno de estos valores es ajustando una función  $N(E)$  a cada pico en el espectro experimental, de donde se puede obtener el valor de la energía en ADU para la cual  $N(E)$  es máxima. A esta energía se le denotará como  $E_{max}$ .

Se decidió realizar el ajuste a los primeros cuatro picos principales (1-4) de los espectros obtenidos para cada ventana de integración por ser los más definidos. Debido a su forma, las funciones que se consideraron para hacer los ajustes fueron una distribución tipo Weibull, dada por la ecuación 3.2, y una distribución gaussiana, descrita por la ecuación 3.3.

$$N(E) = p_3 \left\{ \frac{p_0}{p_1} \left( \frac{E - p_2}{p_1} \right)^{p_0 - 1} \exp \left[ - \left( \frac{E - p_2}{p_1} \right)^{p_0} \right] \right\} \quad (3.2)$$

$$N(E) = p_0 \left\{ \exp \left[ - \frac{1}{2} \left( \frac{E - p_1}{p_2} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.3)$$

Los valores energéticos correspondientes a los máximos de las distribuciones descritas por 3.2 y 3.3 están dados por 3.4 y 3.5, respectivamente.

$$E_{max} = \left( \frac{p_0 - 1}{p_0} \right)^{\frac{1}{p_0}} p_1 + p_2 \quad (3.4)$$

$$E_{max} = p_1 \quad (3.5)$$

### 3.2. CALIBRACIÓN CON FUENTE DE RAYOS X

Para los datos adquiridos con  $T=8 \mu s$ , a los picos 1 y 2 se les realizó un ajuste tipo distribución de Weibull, mientras que a los picos 3 y 4 se les realizó un ajuste gaussiano (Figura 3.7).

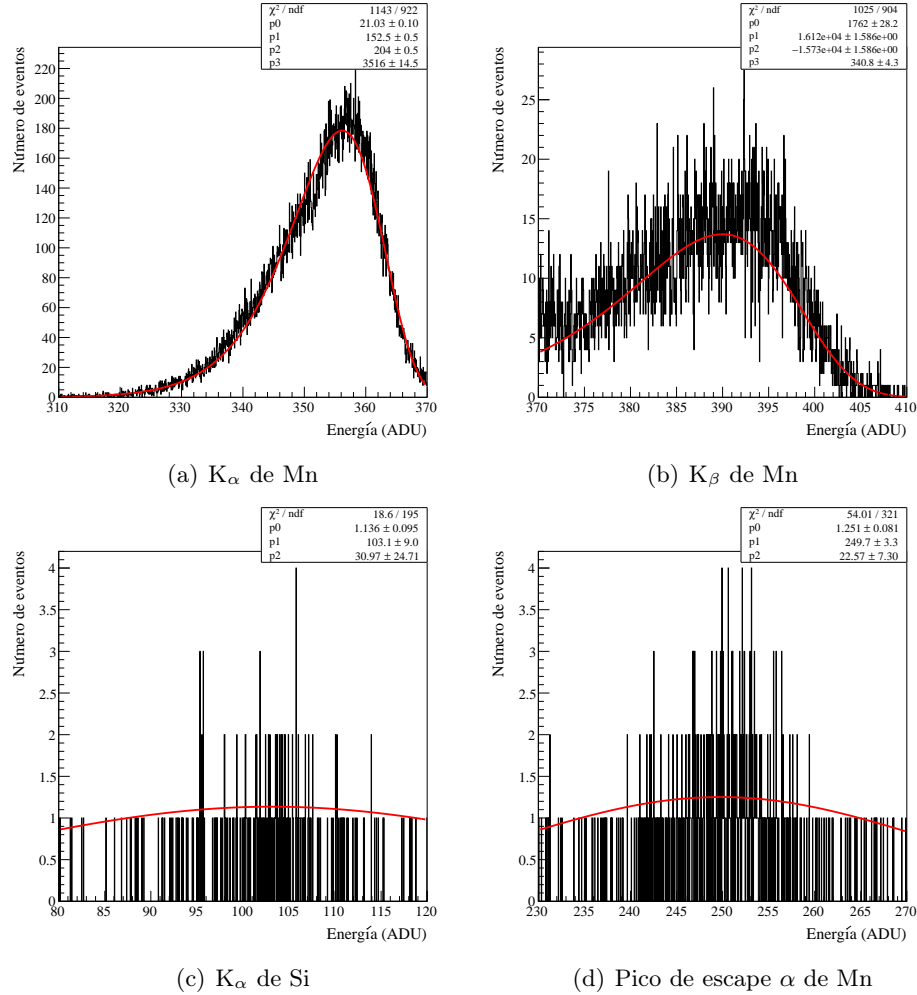


Figura 3.7. Ajustes a los picos encontrados en el espectro de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  para  $T=8 \mu s$ .

Con los parámetros obtenidos de estos ajustes y las ecuaciones 3.4 y 3.5, se calcularon los valores energéticos correspondientes al máximo número de eventos ( $E_{max}$ ) de los picos principales 1-4 del espectro de energías obtenido con  $T=8 \mu s$ . La Tabla 3.1 muestra, para cada pico ajustado en el espectro de energías obtenido con  $T=8 \mu s$ : el valor  $E_{max}$  en ADU; el valor energético esperado asociado al máximo ( $E_{real}$ ) en keV, de acuerdo a [26]; y las constantes de calibración ( $calib$ ) calculadas como el cociente de  $E_{real}$  y  $E_{max}$ , en keV/ADU.

### 3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL: CALIBRACIÓN Y CARACTERIZACIÓN

Pico asociado	$E_{max}$ (ADU)	$E_{real}$ (keV)	$calib$ (keV/ADU)
$K_{\alpha}$ de Mn	$356.1574 \pm 0.9745$	5.8932	$(1.6547 \pm 0.0045) \times 10^{-2}$
$K_{\beta}$ de Mn	$389.9792 \pm 3.1723$	6.49045	$(1.6643 \pm 0.0001) \times 10^{-2}$
$K_{\alpha}$ de Si	$103.1379 \pm 9.0052$	1.73968	$(1.6868 \pm 0.1473) \times 10^{-2}$
Escape $\alpha$ de Mn	$249.7246 \pm 3.3190$	4.15352	$(1.6632 \pm 0.0221) \times 10^{-2}$

Tabla 3.1. Valores de energía y constantes de calibración asociados a los máximos de los picos principales 1-4 en el espectro de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  para  $T=8 \mu\text{s}$ .

Para los datos adquiridos con  $T=400 \mu\text{s}$ , a los cuatro picos se les realizó un ajuste gaussiano (Figura 3.8). El parámetro  $p_1$  de estos ajustes, de acuerdo a la ecuación 3.5, corresponde a la energía asociada al máximo número de eventos del pico ajustado ( $E_{max}$ ).

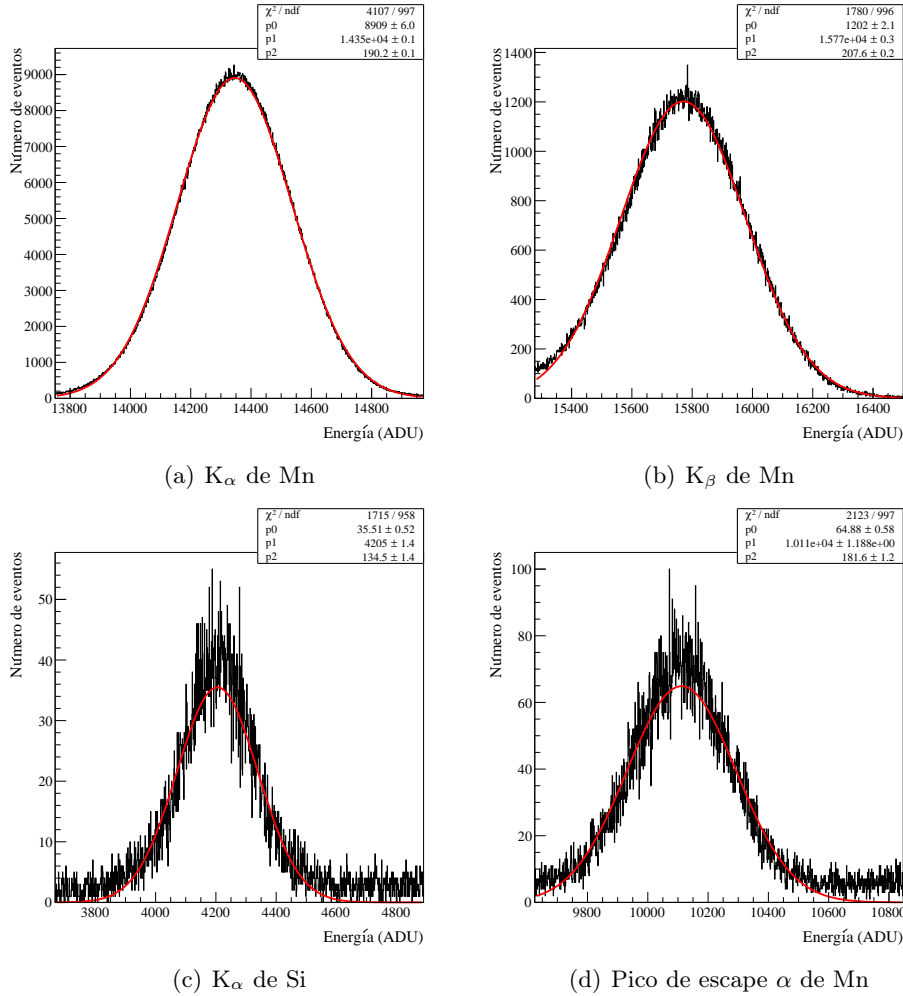


Figura 3.8. Ajustes gaussianos a los picos encontrados en el espectro de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  para  $T=400 \mu\text{s}$ .

### 3.2. CALIBRACIÓN CON FUENTE DE RAYOS X

La Tabla 3.2 muestra, para cada pico ajustado en el espectro de energías obtenido con  $T=400 \mu\text{s}$ : el valor  $E_{max}$  en ADU; el valor energético esperado asociado al máximo ( $E_{real}$ ) en keV, de acuerdo a [26]; y las constantes de calibración ( $calib$ ) calculadas como el cociente de  $E_{real}$  y  $E_{max}$  en keV/ADU.

Pico asociado	$E_{max}$ (ADU)	$E_{real}$ (keV)	$calib$ (keV/ADU)
$K_{\alpha}$ de Mn	$14345.6953 \pm 0.1030$	5.8932	$(4.1080 \pm 0.00003) \times 10^{-4}$
$K_{\beta}$ de Mn	$15770.4365 \pm 0.3073$	6.49045	$(4.1156 \pm 0.0001) \times 10^{-4}$
$K_{\alpha}$ de Si	$4205.0322 \pm 1.3654$	1.73968	$(4.1371 \pm 0.0013) \times 10^{-4}$
Escape $\alpha$ de Mn	$10111.8408 \pm 1.1883$	4.15352	$(4.1076 \pm 0.0005) \times 10^{-4}$

Tabla 3.2. Valores de energía y constantes de calibración asociados a los máximos de los picos principales 1-4 en el espectro de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  para  $T=400 \mu\text{s}$ .

Con los datos en las Tablas 3.1 y 3.2, se graficó  $E_{real}$  en función de  $E_{max}$ , para cada una de las ventanas de integración (Figura 3.9).

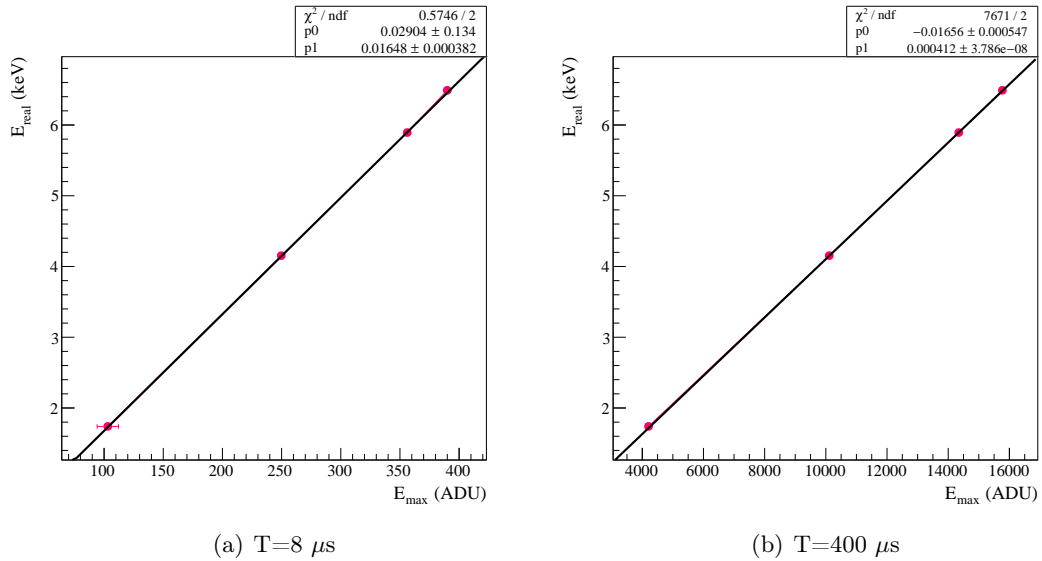


Figura 3.9. Rectas de calibración a partir del espectro de rayos X de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  para diferentes ventanas de integración.

A cada gráfica se le realizó un ajuste lineal de la forma  $E_{real} = p_1 E_{max} + p_0$ , en donde los valores de las pendientes de las rectas (parámetros  $p_1$  en la ecuación) corresponden a las constantes de calibración promedio ( $calib$ ) asociadas a cada ventana de integración utilizada. Los números de calibración promedio ( $calib$ ) obtenidos para cada una de las ventanas de integración de acuerdo a los ajustes lineales realizados fueron:

- Para  $T=8 \mu\text{s}$ :  $calib = (1.6477 \pm 0.0382) \times 10^{-2}$  keV/ADU.
- Para  $T=400 \mu\text{s}$ :  $calib = (4.1204 \pm 0.0004) \times 10^{-4}$  keV/ADU.



Los valores asociados a la energía en todas las mediciones posteriores se calibraron considerando estos números de calibración para las dos diferentes ventanas de integración. Los espectros de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  así corregidos se muestran en las Figuras 3.10 y 3.11.

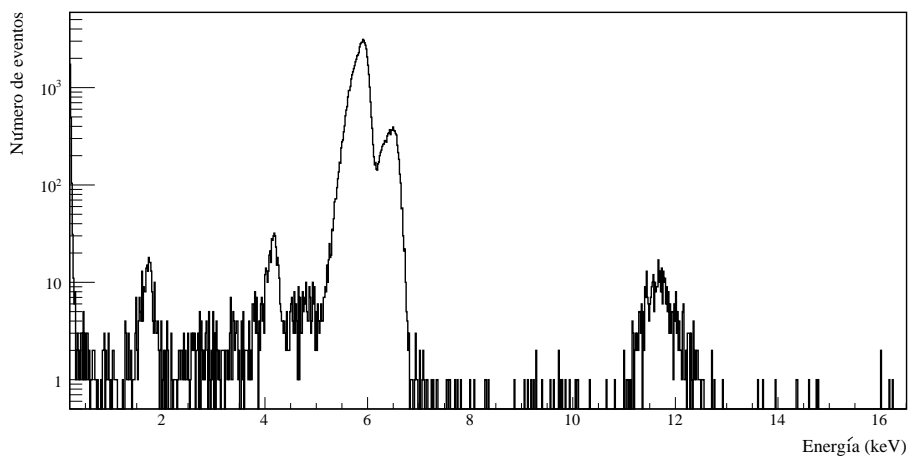


Figura 3.10. Espectro de energías de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  para  $T=8 \mu\text{s}$ .

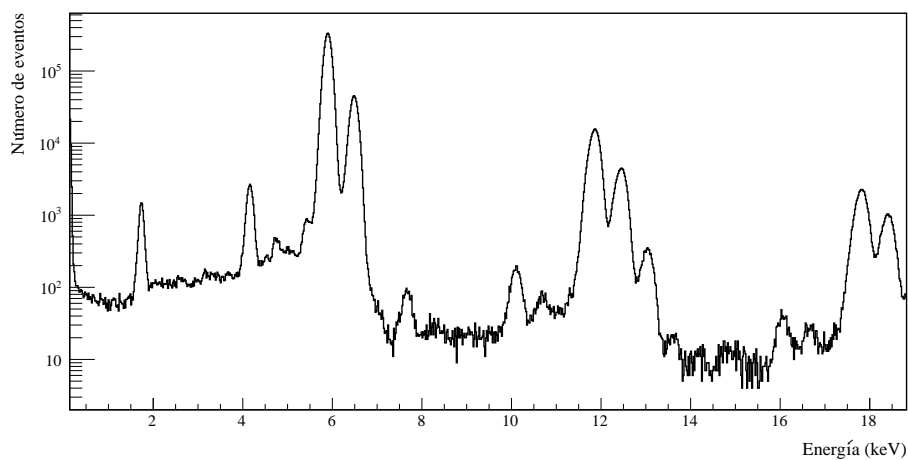


Figura 3.11. Espectro de energías de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  para  $T=400 \mu\text{s}$ .

### 3.3. Caracterización del *background*

Al trabajar con un detector de partículas es necesario tener conocimiento del *background* al que está sometido. Este *background* consiste de diversas partículas ionizantes, principalmente: muones, los cuales forman parte de la radiación cósmica secundaria;

### 3.3. CARACTERIZACIÓN DEL *BACKGROUND*

---

partículas alfa, provenientes de decaimientos alfa de elementos radiactivos presentes en la naturaleza como  $^{238}\text{U}$  y  $^{232}\text{Th}$ ; electrones energéticos, productos de decaimientos beta de elementos radiactivos como  $^{40}\text{K}$  y  $^{14}\text{C}$ ; fotones; así como otras partículas ionizantes productos de la interacción de estas radiaciones con los átomos de los materiales que rodean al detector, por ejemplo, rayos X de fluorescencia, fotoelectrones, electrones Compton, etcétera. Las partículas que conforman esta radiación de fondo depositarán su energía en el detector, conformando un espectro de energías de *background*. Mientras las condiciones del entorno en el que se encuentra el detector no cambien, este espectro permanecerá estable. Lograr una buena caracterización del espectro de *background* permite identificar eventos que no forman parte del mismo, necesidad sustancial en un detector de partículas.

Para obtener el espectro del *background* al que estaba sometido el CCD con el que se trabajó, se tomaron varias exposiciones con  $T=400\ \mu\text{s}$  y  $V_{\text{sub}} = 40\ \text{V}$ , utilizando el amplificador derecho al leer las imágenes, en diferentes días. Las exposiciones cubrieron un tiempo total de 7 días 36 minutos y fueron realizadas en las fechas siguientes:

- 02 al 05 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 109 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 2 días 19 horas 51 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 05 y 06 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 28 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 17 horas 27 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 18 y 19 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 34 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 21 horas 14 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 30 de Octubre al 02 de Noviembre del 2015: Se obtuvieron 100 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 2 días 14 horas 4 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).

Nuevamente, con las herramientas de análisis, considerando el número de calibración para  $T=400\ \mu\text{s}$  y el tiempo total de exposición, se generaron varios catálogos *.root* con la información de los eventos de *background* registrados. Con esta información se elaboró el espectro de energías de los eventos de *background* por hora mostrado en la Figura 3.12.

Este espectro presenta dos regiones de interés, las cuales se muestran en la Figura 3.13. La primera es la región de energías menores a 30 keV, en donde se espera observar un mayor número de eventos asociados a la fluorescencia de los átomos de los materiales que se encuentran en los alrededores del detector ya que las energías de los rayos X característicos de los elementos en la tabla periódica con número atómico menor a  $\sim 55$  caen dentro de este rango de energías. La segunda es la región de energías entre 30 keV y 200 keV, en donde se espera que la mayoría de los eventos que depositen en el CCD una energía entre este rango sean muones. Cabe mencionar que en los histogramas de la Figura 3.13, el número de eventos por hora es menor al que se muestra en el histograma de la Figura 3.12. Esta diferencia solamente está asociada con el intervalo de energías que abarca cada bin en los diferentes histogramas.

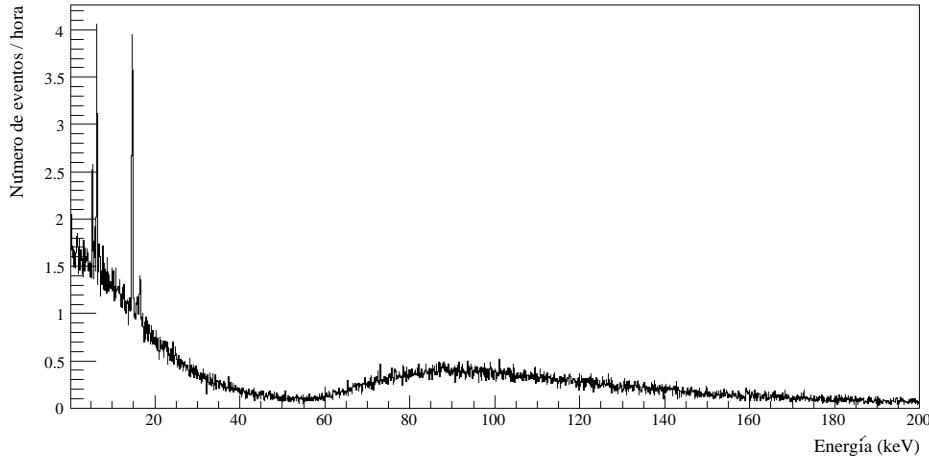
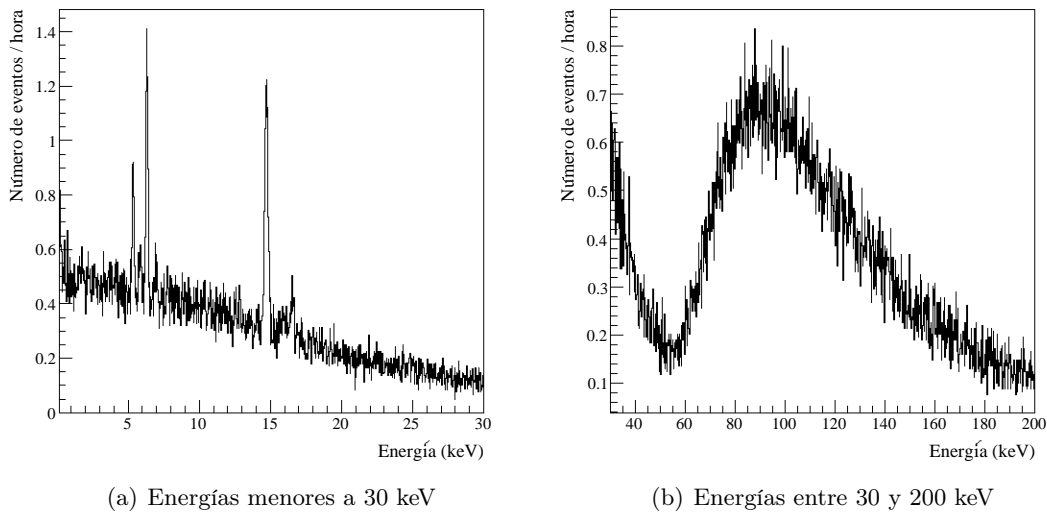


Figura 3.12. Espectro de energías de eventos de *background* por hora.



(a) Energías menores a 30 keV

(b) Energías entre 30 y 200 keV

Figura 3.13. Espectro de energías de eventos de *background* por hora en diferentes intervalos de energía.

Como se comenta en [27], para muones que inciden perpendiculares a la superficie del sustrato, se espera que el número de pares electrón-hueco producidos se distribuya alrededor de algún valor más probable teniendo una asimetría positiva (la cola más dispersa del lado de los valores altos). El número más probable de pares electrón-hueco producidos debido a la incidencia de muones cósmicos depende principalmente del espesor del sustrato. A  $\sim 173$  K, este valor es de  $\sim 75$  pares e-h por  $\mu\text{m}$  para una región activa de  $300 \mu\text{m}$ ,  $56$  para un grosor de  $20 \mu\text{m}$  y tan sólo  $27$  para un espesor de  $13 \mu\text{m}$ . Considerando

### 3.3. CARACTERIZACIÓN DEL *BACKGROUND*

---

que el CCD utilizado tiene 250  $\mu\text{m}$  de espesor y un área superficial de 4096 pixeles x 2048 pixeles, donde cada pixel es de 15  $\mu\text{m}$  x 15  $\mu\text{m}$ , muones que atraviesen por completo el CCD dejarán una traza de longitud mínima de  $\sim 250$   $\mu\text{m}$  (muones verticales) y una traza de longitud máxima de  $\sim 68700$   $\mu\text{m}$  (muones que atraviesen el volumen del CCD por esquinas opuestas). Si se considera que se generan  $\sim 70$  pares e-h por  $\mu\text{m}$ , en el primer caso se generarán 17500 pares, mientras que, en el segundo caso se producirán 4809000. Suponiendo que se necesitan  $\sim 3.6$  eV para generar un par e-h, en el primer caso, el muón vertical habrá depositado  $\sim 4.86$  keV, mientras que, en el segundo caso, el muón habrá depositado  $\sim 1335.83$  keV. Las energías depositadas por muones en el CCD se espera que se encuentren dentro de estos límites.

En la región de energías menores a 30 keV del espectro de *background* se observan cuatro picos principales cuyos máximos se asocian a las energías 5.40725 keV, 6.379 keV, 14.82575 keV y 16.61975 keV, respectivamente. Comparando estos valores energéticos con la energía de los rayos X emitidos por la fluorescencia de algunos elementos, se asocian cada uno de los máximos con la emisión de rayos X  $K_\alpha$  de Cr, rayos X  $K_\alpha$  de Fe, rayos X  $K_\alpha$  de Y y rayos X  $K_\beta$  de Y, respectivamente. Las energías de estos rayos X en [26] son 5.41011 keV, 6.39734 keV, 14.92065 keV y 16.7378 keV, respectivamente.

Los picos encontrados en el espectro concuerdan con los esperados. En efecto, la fluorescencia de Y proviene de la interacción de la radiación de fondo con los átomos en el sustrato de nitrato de aluminio sobre el que se encuentra el CCD pues éste está contaminado con Y. Por otra parte, la fluorescencia de Cr y Fe es producida por la interacción de la radiación de fondo con los átomos que componen la cámara de vacío, ya que ésta era de acero inoxidable (aleación de acero con un mínimo del 10% al 12% de Cr, mientras que el acero es Fe con una cantidad de C variable entre el 0.03% y el 2.14%).

En la región entre 30 keV y 200 keV, el espectro también concuerda con lo esperado. La distribución de energías que puede observarse en esta región es de tipo Landau con una asimetría positiva, correspondiente a la deposición de energía de los muones al atravesar el CCD.

A cada evento registrado en el espectro de *background* se le calculó su longitud de traza superficial mediante la ecuación 3.1. Para cada región de interés, se realizaron los histogramas de  $d_{XY}$  de los eventos registrados por el CCD cuya energía se encontraba dentro de los intervalos energéticos considerados en cada región. Estos histogramas se muestran en la Figura 3.14.

De los histogramas en la Figura 3.14 puede observarse que los eventos que contribuyen al espectro de bajas energías, menores a 30 keV, presentan trazas más puntuales, de una longitud superficial entre 1 y 4 pixeles. Esto concuerda con lo esperado ya que los eventos a bajas energías están asociados con rayos X, de los que se sabe que su traza es bastante puntual. Por otra parte, los eventos cuya energía se encuentra entre 30 y 200 keV, presentan trazas más largas cuya longitud superficial se extiende a unas cuantas

### 3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL: CALIBRACIÓN Y CARACTERIZACIÓN

decenas de pixeles. Esto también es de esperarse pues las partículas asociadas a estos eventos son principalmente muones los cuales, al incidir en el CCD, generan trazas largas y rectas.

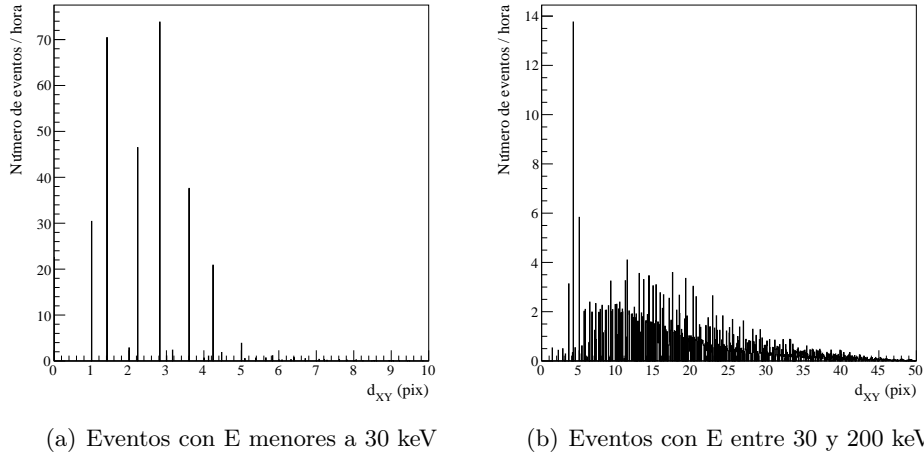


Figura 3.14. Histogramas de la longitud de traza superficial de los eventos de *background* por hora cuya energía está comprendida en alguno de los dos intervalos considerados.

Por último, se realizaron los histogramas de la energía de los eventos de *background* registrados por el CCD dividida entre la longitud de traza superficial de cada evento, para las dos regiones energéticas consideradas. Estos histogramas se muestran en la Figura 3.15.

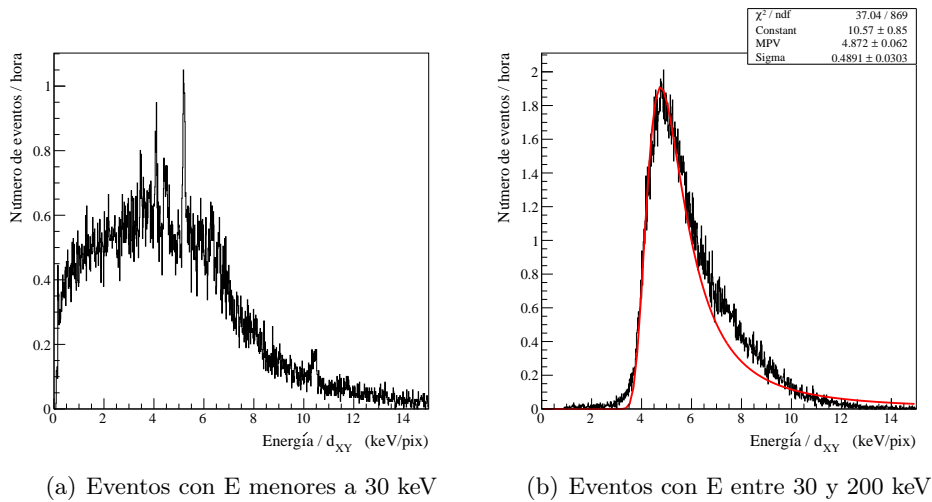


Figura 3.15. Histogramas de la energía de los eventos de *background* registrados por el CCD dividida entre la longitud de traza superficial de cada evento cuya energía está comprendida en alguno de los dos intervalos considerados.

### 3.3. CARACTERIZACIÓN DEL *BACKGROUND*

---

De los histogramas en la Figura 3.15 puede observarse que, para los eventos con energías menores a 30 keV, no existe un valor más probable de deposición de energía por pixel. Sin embargo, para los eventos con energías entre 30 keV y 200 keV, el valor más probable de deposición de energía por pixel, de acuerdo al ajuste tipo Landau que se le realizó al histograma es de  $(4.872 \pm 0.062)$  keV/pix. Considerando que se necesitan  $\sim 3.6$  eV para generar un par e-h, estos eventos generan con mayor probabilidad  $\sim 1353$  pares por pixel. Considerando la longitud superficial máxima de un pixel, es decir  $15\sqrt{2}$   $\mu\text{m}$ , estos eventos generan con mayor probabilidad  $\sim 63$  pares e-h por  $\mu\text{m}$ . Este dato concuerda con el mencionado en [27], en donde se estipula que a  $\sim 173$  K, el número más probable de pares e-h producidos en un CCD de Si debido a la incidencia de muones cósmicos es de  $\sim 75$  pares por  $\mu\text{m}$  para una región activa de 300  $\mu\text{m}$ .

La Figura 3.16 muestra un área de una de las imágenes adquiridas al exponer el CCD al *background*. En ella pueden observarse las trazas de distintas partículas: muones, electrones, trazas puntuales, entre otras.

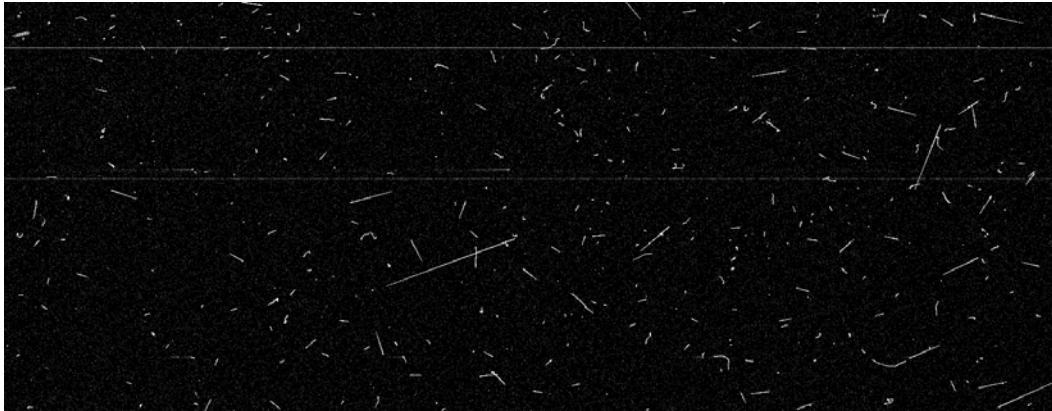


Figura 3.16. Área de una de las imágenes adquiridas al exponer el CCD al *background*.

### 3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL: CALIBRACIÓN Y CARACTERIZACIÓN

---

## Capítulo 4

### Exposición del CCD a fuentes radiactivas

---

#### 4.1. Fuente de neutrones de $^{252}\text{Cf}$

El  $^{252}\text{Cf}$  es un isótopo radiactivo del Cf. Cuenta con 98 protones y 154 neutrones en su núcleo y su tiempo de vida media es de 2.647 años [28]. Este isótopo decae en un 96.914 % de las veces emitiendo una partícula  $\alpha$  al estado base de  $^{248}\text{Cm}$ . La energía de las partículas  $\alpha$  emitidas es de 6.2168 MeV (en un 81.7 %) y de 6.17363 MeV (en un 15.1 %).

Por otra parte, el  $^{252}\text{Cf}$  decae vía fisión espontánea en un 3.086 %. La fisión espontánea es una forma de desintegración radiactiva en donde núcleos pesados, usualmente de masa atómica mayor a 230 unidades, se separan en dos o más fragmentos de manera espontánea liberando una gran cantidad de energía. La fisión nuclear no es promovida por algún agente externo. De hecho, la razón por la que ocurre es porque, en núcleos con una gran masa atómica, la fuerza repulsiva de Coulomb entre protones dentro del núcleo llega a ser mayor que la fuerza nuclear atractiva que mantiene a los nucleones juntos. Los productos inmediatos después de la fisión del núcleo inicial son neutrones y dos (o incluso tres) núcleos secundarios de menor masa atómica. Estos núcleos secundarios usualmente se encuentran en estados excitados y en su transición al estado base emiten rayos  $\gamma$  (rayos a los cuales se les denomina en inglés como *prompt gamma rays*). Posteriormente, los núcleos secundarios pueden presentar decaimientos  $\beta^-$  (proceso en el cual un neutrón es convertido a un protón liberando un electrón y un antineutrino electrónico) hasta llegar a transformarse en núcleos más estables.

En cada evento de fisión del  $^{252}\text{Cf}$  se emiten en promedio 3.7675 neutrones y se producen un par de fragmentos secundarios que emiten radiación  $\gamma$ , en donde uno es un isótopo pesado mientras que el otro es uno ligero. Dado que los protones no se emiten individualmente en la fisión, los mismos pares de isótopos son siempre producidos:  $^{40}\text{Zr}$  y  $^{58}\text{Ce}$ ,  $^{42}\text{Mo}$  y  $^{56}\text{Ba}$ ,  $^{44}\text{Ru}$  y  $^{54}\text{Xe}$ , etcétera [29].

De acuerdo a [30], el espectro de energías de los neutrones emitidos por una fuente de  $^{252}\text{Cf}$  puede ser ajustado por una expresión empírica de la forma:

$$N(E_n) = N_0 e^{-\alpha E_n} \sinh \sqrt{\beta E_n} \quad (4.1)$$



donde  $N(E_n)$  es el número de neutrones con energía  $E_n$  en MeV,  $N_0$  es una constante de normalización,  $\alpha = (0.88 \pm 0.05) \text{ MeV}^{-1}$  y  $\beta = (2.0 \pm 0.2) \text{ MeV}^{-1}$ . Considerando que esta distribución está normalizada a uno, la constante  $N_0$  está dada por:

$$N_0 = \left[ \int_0^{\infty} e^{-\alpha E_n} \sinh \sqrt{\beta E_n} dE_n \right]^{-1} \quad (4.2)$$

En [31] se simuló con GEANT4<sup>1</sup>(siglas en inglés de *GEometry ANd Tracking*) el espectro de energías de neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$  después de haber atravesado una pared de Al de 2.5 cm de ancho. Ajustando el espectro obtenido con una función de la forma de la ecuación 4.1, se encontró que los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  que ajustaban de mejor manera el espectro simulado eran  $(0.98 \pm 0.02) \text{ MeV}^{-1}$  y  $(2.5 \pm 0.3) \text{ MeV}^{-1}$ , respectivamente.

La Figura 4.1 muestra la forma de la distribución energética de los neutrones emitidos por una fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , normalizada a la unidad, con los valores encontrados en [30] y [31] para los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ .

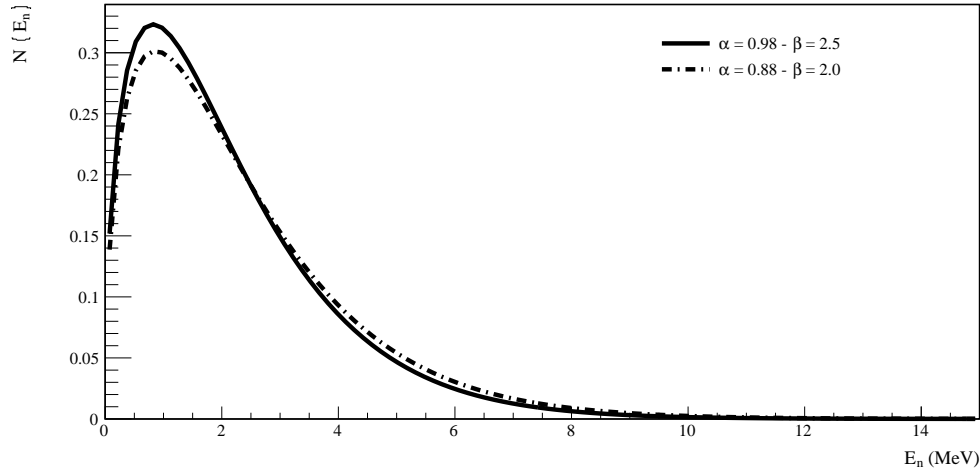


Figura 4.1. Espectro de energías de neutrones emitidos en la fisión espontánea del  $^{252}\text{Cf}$  para los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  dados en [30] y [31].

De acuerdo a varias referencias [32] [33] [34], los neutrones emitidos en la fisión espontánea del  $^{252}\text{Cf}$  presentan una energía promedio de  $\sim 2.1 \text{ MeV}$ , y un valor energético más probable de  $\sim 0.7 \text{ MeV}$ , valores que concuerdan con los resultados en [30] y [31].

<sup>1</sup>Plataforma para la simulación de detectores e interacciones de las partículas elementales con la materia utilizando métodos Monte Carlo.

En lo que respecta a los rayos  $\gamma$  emitidos durante la desexcitación de los núcleos secundarios, productos de la fisión espontánea del  $^{252}\text{Cf}$ , su espectro energético ha sido estudiado en diferentes trabajos [35] [36]. De acuerdo a estos estudios, la energía promedio de estos rayos es de  $\sim 0.8$  MeV.

##### 4.1.1. Método experimental

Con el objetivo de obtener el espectro energético producido por los retrocesos de núcleos de Silicio del CCD debidos a la dispersión elástica de neutrones incidentes al detector, se expuso el CCD a una fuente de neutrones de  $^{252}\text{Cf}$  (ID source: 252-7.2-1). Según mediciones realizadas el 30 de Septiembre del 2015, esta fuente tenía  $3.81 \mu\text{Ci}$  de actividad y emitía  $1.76 \times 10^4$  neutrones por segundo. La fuente se encontraba situada en la punta de una barra cilíndrica de plástico transparente de aproximadamente 1 metro de longitud y 3 centímetros de diámetro. Para transportar la fuente, la barra se insertaba dentro de un cilindro de polietileno de aproximadamente 35 cm de altura y 30 cm de diámetro. Una imagen de esta fuente se muestra en la Figura 4.2.



Figura 4.2. Fuente de neutrones de  $^{252}\text{Cf}$  utilizada

Como se mencionó en la Sección 2.2, el CCD utilizado está cortado de tal forma que el eje perpendicular a su superficie de mayor área es un eje cristalográfico equivalente a la dirección  $[100]$  (denotado como  $\langle 100 \rangle$ ). Para tratar de determinar si el espectro energético obtenido es dependiente de la dirección de incidencia de los neutrones en el CCD, se decidió colocar la fuente en dos posiciones principales, denominadas “Posición a  $0^\circ$ ” y “Posición a  $90^\circ$ ”, las cuales se esquematizan en la Figura 4.3.

En la posición a  $0^\circ$ , la dirección que llevan los neutrones que inciden perpendicularmente a la superficie de mayor área del CCD es paralela a la dirección del eje cristalográfico  $\langle 100 \rangle$ . En cambio, en la posición a  $90^\circ$ , la dirección que llevan los neutrones que inciden tangencialmente a esta superficie es paralela a un eje cristalográfico dentro de un plano coplanar a  $(100)$ .

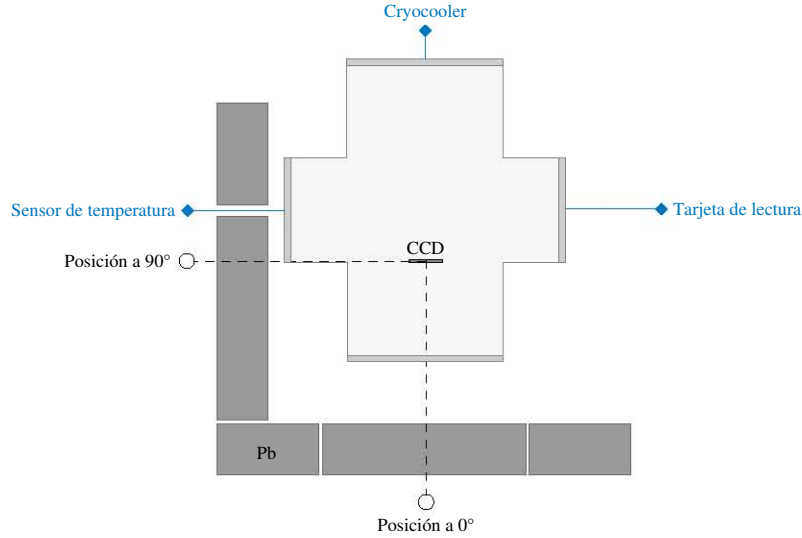


Figura 4.3. Esquema del dispositivo experimental indicando las dos posiciones en las que se situó la fuente de neutrones.

Puesto que el interés era obtener el espectro energético producido por los retrocesos de núcleos de Silicio del CCD debidos a la dispersión elástica de neutrones incidentes al detector, se buscó blindar los otros tipos de radiación provenientes de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  (partículas  $\alpha$  y rayos  $\gamma$ ). Dado que las partículas  $\alpha$  tienen poco poder de penetración, prácticamente ninguna de ellas podía atravesar las paredes de la cámara de vacío en donde se encontraba el CCD, por lo que no hubo necesidad de colocar algún blindaje especial para este tipo de radiación. En cambio, para blindar la radiación  $\gamma$ , se colocaron unos ladrillos de Pb de  $\sim 5$  cm de ancho entre las posiciones a  $0^\circ$  y  $90^\circ$  y la cámara de vacío. De acuerdo a [37], cuando radiación  $\gamma$  de una intensidad inicial  $I_0$  incide sobre un material absorbente de ancho  $L$ , la intensidad de la radiación que atraviesa el material está dada por:

$$I = I_0 e^{-\mu \rho L} \quad (4.3)$$

donde  $\mu$  es el coeficiente de atenuación de masa en  $\text{cm}^2/\text{g}$  y  $\rho$  es la densidad del material en  $\text{g}/\text{cm}^3$ . El valor de  $\mu$  varía con la energía de los fotones incidentes. De acuerdo a los datos en [38], el valor de  $\mu$  del Pb para fotones de 0.8 MeV es de  $0.0887 \text{ cm}^2/\text{g}$ , mientras que su densidad es  $\rho = 11.35 \text{ g}/\text{cm}^3$ . Por lo tanto, considerando que el ancho de los ladrillos de Pb es  $L = 5$  cm, la intensidad de la radiación  $\gamma$  proveniente de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  después de atravesar los ladrillos será  $e^{-5.0337} = 6.514 \times 10^{-3}$  veces la intensidad inicial.

En la Figura 4.4 se muestra una fotografía del arreglo experimental con la fuente de neutrones colocada en la posición a  $0^\circ$ .

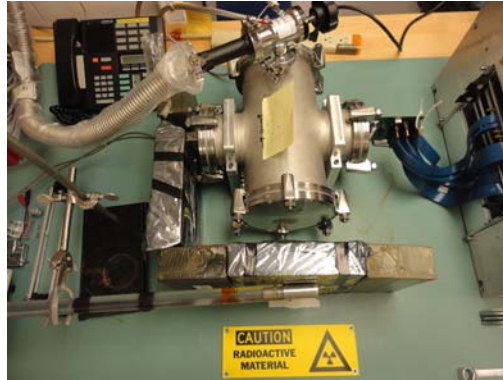


Figura 4.4. Configuración experimental con la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  colocada en la posición a  $0^\circ$ .

Además de la posible dependencia del espectro con la dirección de incidencia de los neutrones, existe una dependencia del mismo con el flujo de partículas que atraviesan el detector. En efecto, mientras más alejada se encuentra la fuente del CCD, menos neutrones inciden al detector y por lo tanto, menos eventos son registrados, provocando un cambio visible en el espectro.

Para poder cuantificar las dos dependencias antes mencionadas, se decidió colocar la fuente en tres posiciones respecto al CCD: en la posición a  $0^\circ$ , a  $\sim 19$  cm y a  $\sim 23$  cm respecto al centro del CCD, y en la posición a  $90^\circ$ , a  $\sim 23$  cm respecto al centro del mismo. Una comparación de los datos obtenidos en las posiciones a  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , a  $\sim 23$  cm del centro del CCD, permitirá determinar el posible cambio en el espectro debido al cambio en la dirección de incidencia de los neutrones. Por otra parte, una comparación de los datos obtenidos en las posiciones a  $0^\circ$ , a  $\sim 19$  cm y a  $\sim 23$  cm respecto al centro del CCD, permitirá determinar un cambio en el espectro debido a un cambio en el flujo de neutrones que inciden en el CCD.

Las exposiciones con la fuente de neutrones de  $^{252}\text{Cf}$  en las posiciones antes mencionadas se tomaron con  $T=400 \mu\text{s}$  y  $V_{\text{sub}} = 40$  V, usando el amplificador derecho al leer las imágenes, en varios días.

Las exposiciones en la posición a  $0^\circ$ , a  $\sim 19$  cm respecto al centro del CCD, cubrieron un tiempo total de 14 horas 2 minutos y fueron realizadas en las fechas siguientes:

- 01 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 13 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 7 horas 11 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 14 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 11 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 6 horas 51 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).

Las exposiciones en la posición a  $0^\circ$ , a  $\sim 23$  cm respecto al centro del CCD, cubrieron un tiempo total de 1 día 1 hora 13 minutos y fueron realizadas en las fechas siguientes:

- 28 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 9 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 5 horas 35 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 29 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 11 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 6 horas 50 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 04 de Noviembre del 2015: Se obtuvieron 11 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 6 horas 35 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 06 de Noviembre del 2015: Se obtuvieron 10 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 6 horas 13 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).

Por último, las exposiciones en la posición a  $90^\circ$ , a  $\sim 23$  cm respecto al centro del CCD, cubrieron un tiempo total de 1 día 3 horas y fueron realizadas en las fechas siguientes:

- 08 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 12 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 7 horas 31 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 15 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 11 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 6 horas 51 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 02 de Noviembre del 2015: Se obtuvieron 11 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 6 horas 48 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).
- 05 de Noviembre del 2015: Se obtuvieron 11 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 6 horas 50 minutos ( $\sim 37$  minutos por imagen).

Con las herramientas de análisis, considerando el parámetro de calibración para  $T=400 \mu s$  obtenido con la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  así como el tiempo total de exposición en cada posición, se generaron varios catálogos *.root* con la información de los eventos registrados en el CCD. Con esta información se elaboraron los espectros de energías de los eventos registrados en cada posición de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  por hora (Figura 4.5). La Figura 4.6 muestra las dos regiones de interés de estos espectros consideradas en la caracterización del *background* del detector.

En los espectros de los eventos con energías menores a 30 keV de la Figura 4.6 pueden observarse los picos asociados a los rayos X de fluorescencia identificados en el espectro de *background*. Así mismo se observa un cambio significativo en el número de eventos por hora registrados por el CCD en los diferentes espectros asociados a diferentes posiciones de la fuente de neutrones, sobre todo a bajas energías (entre 0 y 10 keV). Los espectros de los eventos con energías entre 30 keV y 200 keV de la Figura 4.6 muestran un comportamiento similar al del espectro equivalente de los eventos de *background*.

#### 4.1. FUENTE DE NEUTRONES DE $^{252}\text{Cf}$

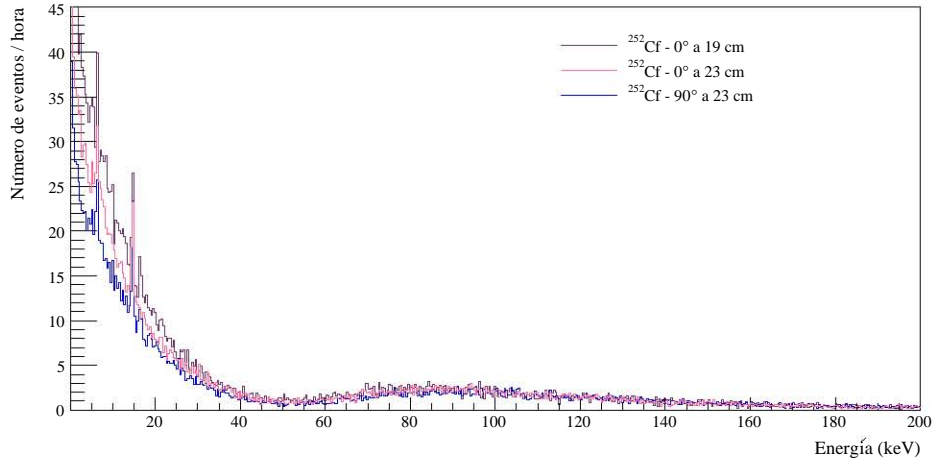


Figura 4.5. Espectro de energías de eventos por hora de las mediciones hechas con la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  en diferentes posiciones.

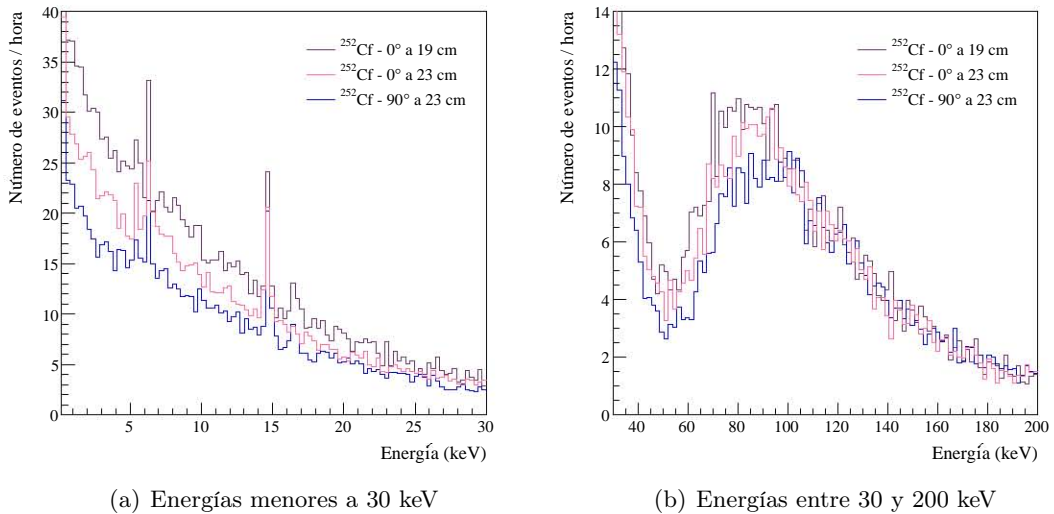


Figura 4.6. Espectro de energías de los eventos por hora de las mediciones hechas con la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  en diferentes posiciones, en diferentes intervalos de energía.

Para poder identificar alguna dependencia con el flujo de partículas provenientes de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  que inciden en el CCD, se realizó una gráfica de la razón entre los espectros con la fuente en la posición a  $0^\circ$ , a 23 cm y a 19 cm del centro del CCD, para cada una de las dos regiones energéticas de interés. Estas gráficas se muestran en la Figura 4.7.

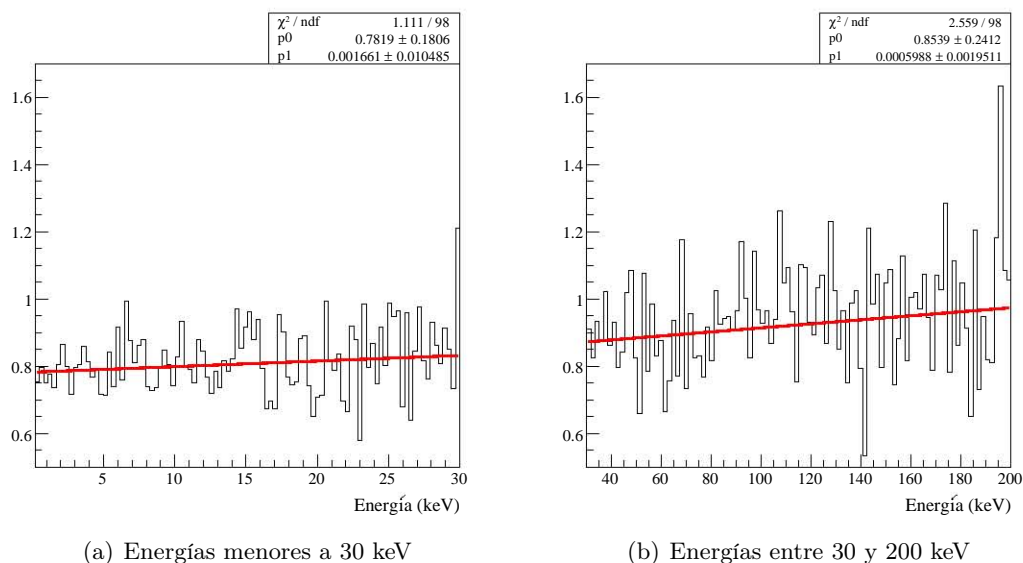


Figura 4.7. Razón entre los espectros con la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  en la posición a  $0^\circ$ , a 23 cm y a 19 cm del centro del CCD, en diferentes intervalos de energía.

En principio, si el cambio en los espectros se debiera solamente al flujo, la razón entre los espectros con la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  en la posición a  $0^\circ$ , a 23 cm y a 19 cm del centro del CCD tendría que ser una constante. Por otra parte, no se esperaría observar cambio alguno en el flujo de los eventos asociados al *background*.

A las dos gráficas de la Figura 4.7 se les realizó un ajuste lineal. Para la gráfica en la región energética entre 0 y 30 keV, los valores de la pendiente y de la ordenada al origen de la recta de ajuste fueron  $(1.661 \pm 10.485) \times 10^{-3}$  y  $(0.782 \pm 0.181)$ , respectivamente. Para la gráfica en la región energética entre 30 y 200 keV, los valores de estos parámetros fueron  $(0.599 \pm 1.951) \times 10^{-3}$  y  $(0.854 \pm 0.241)$ , respectivamente.

Para poder identificar alguna dependencia con la dirección de incidencia de las partículas provenientes de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , se realizó una gráfica de la razón entre los espectros con la fuente a 23 cm del centro del CCD, en las posiciones a  $90^\circ$  y a  $0^\circ$ , para cada una de las dos regiones energéticas de interés. Estas gráficas se muestran en la Figura 4.8.

A las dos gráficas de la Figura 4.8 se les realizó un ajuste lineal. Para la gráfica en la región energética entre 0 y 30 keV, los valores de la pendiente y de la ordenada al origen de la recta de ajuste fueron  $(1.998 \pm 10.370) \times 10^{-3}$  y  $(0.788 \pm 0.179)$ , respectivamente. Para la gráfica en la región energética entre 30 y 200 keV, los valores de estos parámetros fueron  $(2.312 \pm 1.942) \times 10^{-3}$  y  $(0.667 \pm 0.232)$ , respectivamente.

#### 4.1. FUENTE DE NEUTRONES DE $^{252}\text{Cf}$

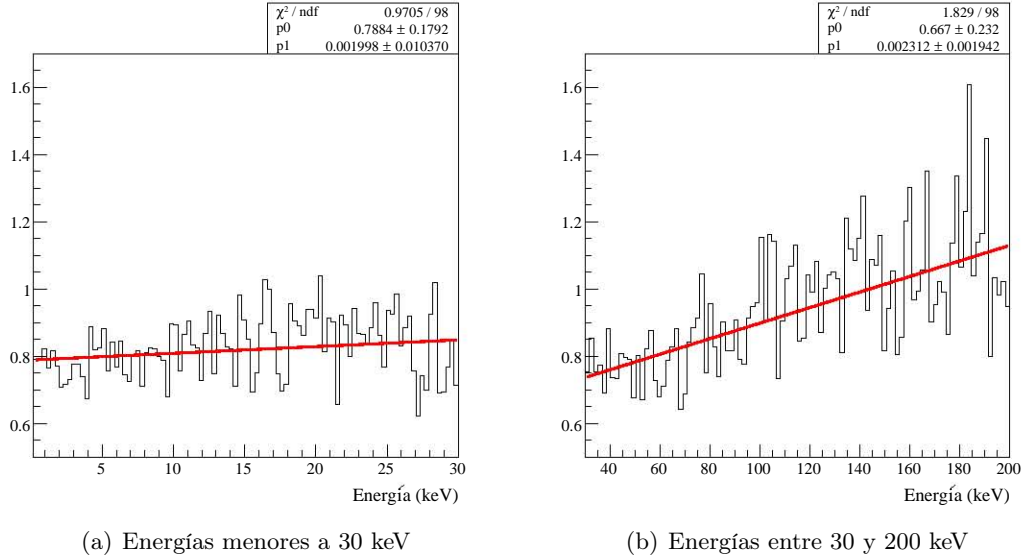


Figura 4.8. Razón entre los espectros con la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  a 23 cm del centro del CCD, en las posiciones a  $90^\circ$  y a  $0^\circ$ , en diferentes intervalos de energía.

A cada evento registrado por el CCD al ser expuesto a la fuente de neutrones de  $^{252}\text{Cf}$  en diferentes posiciones, se le calculó su longitud de traza superficial mediante la ecuación 3.1. Para cada posición de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , se realizaron los histogramas de  $d_{XY}$  de los eventos registrados por el CCD cuya energía se encontraba dentro de los intervalos energéticos considerados. Estos histogramas se muestran en las Figuras 4.9 y 4.10.

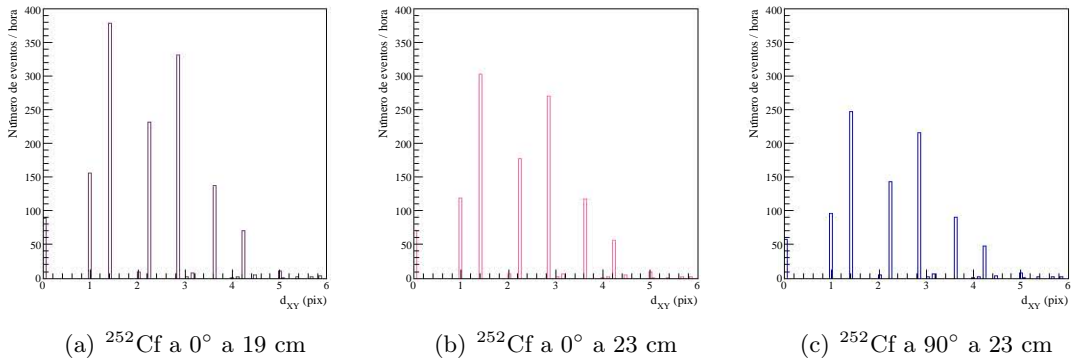


Figura 4.9. Histogramas de la longitud de traza superficial de los eventos con energía menor a 30 keV registrados por el CCD, al ser expuesto a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  en diferentes posiciones.

De los histogramas en la Figura 4.9 puede observarse que los eventos que contribuyen al espectro de bajas energías, menores a 30 keV, presentan trazas más puntuales, de una longitud superficial entre 0.5 y 4.5 píxeles. Esto concuerda con lo esperado ya que los eventos a bajas energías están asociados con rayos X, de los que se sabe que su traza es bastante puntual.



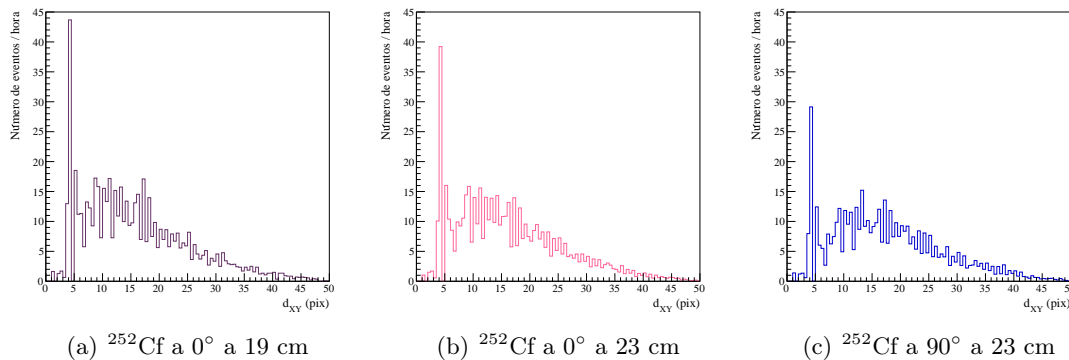


Figura 4.10. Histogramas de la longitud de traza superficial de los eventos con energía entre 30 keV y 200 keV registrados por el CCD, al ser expuesto a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  en diferentes posiciones.

De los histogramas en la Figura 4.10 puede observarse que, los eventos cuya energía se encuentra entre 30 y 200 keV, presentan trazas más largas cuya longitud superficial se extiende a unas cuantas decenas de pixeles. Esto también es de esperarse pues las partículas asociadas a estos eventos son principalmente muones los cuales, al incidir en el CCD, generan trazas largas y rectas.

En efecto, el comportamiento de los histogramas en las Figuras 4.9 y 4.10 es muy similar al de los histogramas equivalentes obtenidos con los eventos de *background*.

Por último, se realizaron los histogramas de energía depositada por pixel de cada evento registrado por el CCD al ser expuesto a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  en diferentes posiciones, para las dos regiones energéticas consideradas. Estos histogramas se muestran en la Figura 4.11.

De los histogramas en la Figura 4.11 puede observarse que, para los eventos con energías menores a 30 keV, no existe un valor más probable de deposición de energía por pixel. Sin embargo, para los eventos con energías entre 30 keV y 200 keV, los histogramas muestran un comportamiento tipo Landau, teniendo un valor más probable de deposición de energía.

A cada histograma en esta región energética se le realizó un ajuste tipo Landau, obteniendo como valor de deposición más probable  $(5.3142 \pm 0.1238)$  keV/pix para el histograma con la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  a  $0^\circ$  a 19 cm del centro del CCD,  $(5.2332 \pm 0.1124)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $0^\circ$  a 23 cm y  $(5.1223 \pm 0.1044)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $90^\circ$  a 23 cm. Estos tres valores son equivalentes entre sí, sin embargo, difieren en un  $\sim 7\%$  del valor encontrado en el histograma equivalente obtenido con los eventos de *background*.

#### 4.1. FUENTE DE NEUTRONES DE $^{252}\text{Cf}$

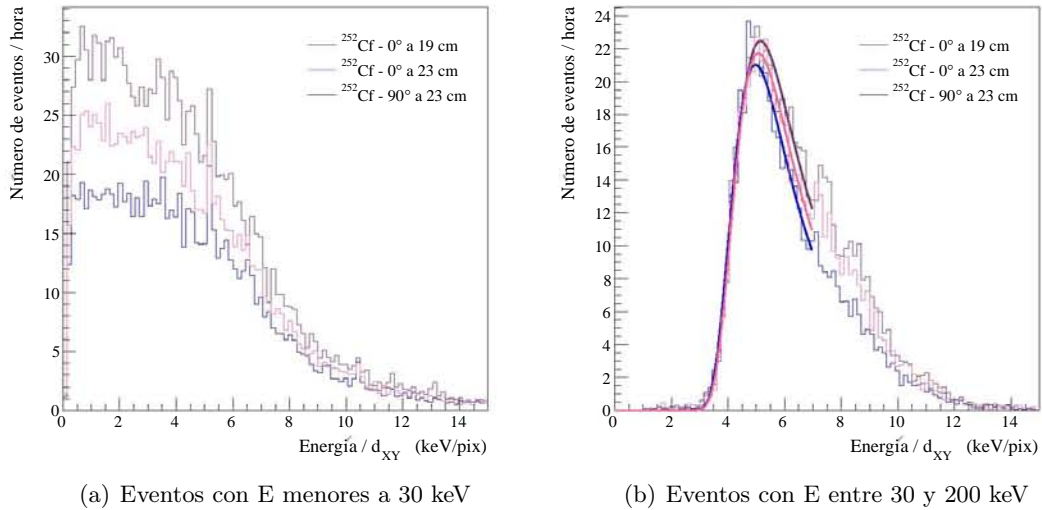


Figura 4.11. Histogramas de la energía de los eventos registrados por el CCD al ser expuesto a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  en diferentes posiciones dividida entre la longitud de traza superficial de cada evento cuya energía está comprendida en alguno de los dos intervalos considerados.

La Figura 4.12 muestra un área de una de las imágenes adquiridas al exponer el CCD a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ . En ella pueden observarse las trazas de distintas partículas: muones, electrones, trazas puntuales, entre otras. Comparando esta imagen con la obtenida al exponer el CCD al *background*, se observan más electrones cuando la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  se encuentra presente. Estos eventos provienen mayoritariamente de la interacción de los rayos  $\gamma$  y de los neutrones, productos de la fisión espontánea del  $^{252}\text{Cf}$ , con los núcleos de Si en el CCD y con los alrededores.

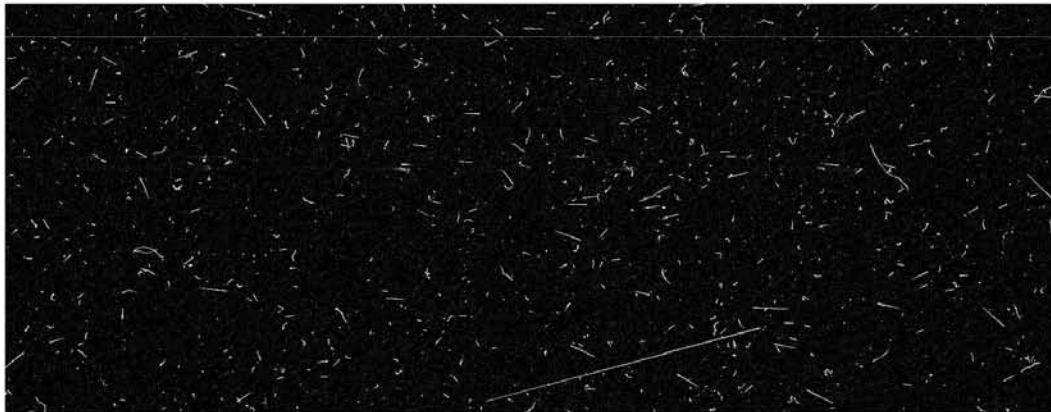


Figura 4.12. Área de una de las imágenes adquiridas al exponer el CCD a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ .

## 4.2. Fuente de rayos $\gamma$ de $^{60}\text{Co}$

Al exponer el CCD a la fuente de neutrones de  $^{252}\text{Cf}$  se utilizaron ladrillos de Pb para blindar la radiación  $\gamma$  proveniente de esta fuente. A pesar de que la atenuación de esta radiación debida al blindaje es de tres órdenes de magnitud, se buscó una forma de identificar la contribución de la radiación  $\gamma$ , proveniente de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , al espectro de energías obtenido de la exposición del CCD a esta fuente de neutrones. Para ello, se trató de encontrar una fuente de rayos  $\gamma$  cuyo espectro energético se asemejara al espectro de la radiación  $\gamma$  proveniente de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  para exponerla al CCD. De esta manera, el espectro energético obtenido por la exposición del CCD a esta fuente sería parecido a aquel que se obtendría de exponer el detector sólo a la radiación  $\gamma$  producida por la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ . La fuente de radiación  $\gamma$ , disponible en el laboratorio, que se encontró que emitía rayos  $\gamma$  con energías cercanas a la energía promedio de los rayos  $\gamma$  productos de la fisión espontánea del  $^{252}\text{Cf}$  y que se decidió exponer al CCD fue una fuente de  $^{60}\text{Co}$ .

El  $^{60}\text{Co}$  es un isótopo radiactivo del Co. Su núcleo cuenta con 27 protones y 33 neutrones, y tiene un tiempo de vida media de 5.27 años. En un 100 % de los casos, el isótopo  $^{60}\text{Co}$  presenta un decaimiento  $\beta^-$  al isótopo estable  $^{60}\text{Ni}$ . En este proceso, el Co emite un electrón de 317.32 keV (99.88 %) y un antineutrino electrónico, mientras que el núcleo activado de Ni emite dos rayos gamma de 1.17 MeV (99.85 %) y de 1.33 MeV (99.98 %) [28].

## 4.3. Método experimental

Se expuso el CCD a una fuente de rayos  $\gamma$  de  $^{60}\text{Co}$  (ID source: 60-3.7-1). La fuente se encontraba situada en la punta de una pequeña barra de metal. Esta barra debía insertarse dentro de un contenedor blindado de latón al transportarla o guardarla. La Figura 4.13 muestra una imagen de la fuente de  $^{60}\text{Co}$  utilizada.

Se decidió colocar la fuente en las mismas posiciones en las que se colocó la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  respecto a la cámara de vacío: en la posición a  $0^\circ$ , a  $\sim 19$  cm y a  $\sim 23$  cm respecto al centro del CCD, y en la posición a  $90^\circ$ , a  $\sim 23$  cm respecto al centro del mismo. Inicialmente, durante las exposiciones con la fuente colocada en las posiciones a  $0^\circ$ , a  $\sim 19$  cm del centro del detector, y a  $90^\circ$ , a  $\sim 23$  cm del centro del mismo, se dejaron colocados los ladrillos de Pb utilizados en la exposición del CCD a la fuente de neutrones. Sin embargo, en las imágenes obtenidas con estas dos configuraciones se observó que los eventos provenientes de la interacción de los rayos  $\gamma$  con el CCD y sus alrededores disminuían considerablemente en cantidad. De hecho, considerando la ecuación 4.1.1 y que, de acuerdo a los datos en [38], el valor de  $\mu$  del Pb para fotones de 1.25 MeV es de  $0.0588 \text{ cm}^2/\text{g}$ , la intensidad de la radiación  $\gamma$  proveniente de la fuente de  $^{60}\text{Co}$  después de atravesar los ladrillos será  $e^{-3.3346} = 0.0356$  veces la intensidad inicial.

### 4.3. MÉTODO EXPERIMENTAL

---



Figura 4.13. Fuente de  $^{60}\text{Co}$  utilizada

En principio, si con una atenuación de dos órdenes de magnitud el número de eventos observados en las imágenes asociados a la radiación  $\gamma$  proveniente de la fuente de  $^{60}\text{Co}$  disminuye considerablemente, se esperaría una disminución aún mayor del número de eventos asociados a la radiación  $\gamma$  proveniente de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  pues, para fotones de 0.8 MeV, la atenuación es de tres órdenes de magnitud. Sin embargo, la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  emite rayos  $\gamma$  de diferentes energías, de hasta 4 MeV, en donde el blindaje ya no atenúa la radiación incidente de manera significativa. Con el propósito de identificar el cambio en el espectro debido a radiación  $\gamma$ , se decidió quitar los ladrillos de Pb y exponer nuevamente el CCD a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en las tres posiciones antes mencionadas.

Una comparación de los datos obtenidos en las posiciones a  $0^\circ$ , a  $\sim 19$  cm del centro del CCD, con y sin ladrillos de Pb, permitirá determinar el cambio en el espectro debido al blindaje utilizado. Lo mismo puede obtenerse comparando los datos adquiridos en las posiciones a  $90^\circ$ , a  $\sim 23$  cm del centro del CCD, con y sin ladrillos de Pb. Además, comparando los datos obtenidos en las posiciones a  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , a  $\sim 19$  cm del centro del detector, sin los ladrillos de Pb, permitirá determinar el posible cambio en el espectro debido al cambio en la dirección de incidencia de los rayos  $\gamma$ . Por último, comparando los datos obtenidos en las posiciones a  $0^\circ$ , a  $\sim 19$  cm y a  $\sim 23$  cm respecto al centro del CCD, sin los ladrillos de Pb, permitirá determinar un cambio en el espectro debido a un cambio en el flujo de rayos  $\gamma$  que inciden en el CCD.

Todas las exposiciones se tomaron con  $T=8 \mu\text{s}$  y  $V_{\text{sub}} = 40 \text{ V}$ , usando el amplificador derecho al leer las imágenes, en las diferentes configuraciones, en varios días.

Las exposiciones en la posición a  $0^\circ$ , con los ladrillos de Pb, a  $\sim 19$  cm respecto al centro del CCD, se realizaron el:

- 16 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 20 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo total de exposición de 22 minutos ( $\sim 1$  minuto por imagen).

Las exposiciones en la posición a  $0^\circ$ , sin los ladrillos de Pb, a  $\sim 19$  cm respecto al centro

del CCD, se realizaron el:

- 16 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 20 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo total de exposición de 21 minutos ( $\sim 1$  minuto por imagen).

Las exposiciones en la posición a  $0^\circ$ , sin los ladrillos de Pb, a  $\sim 23$  cm respecto al centro del CCD, se realizaron el:

- 03 de Noviembre del 2015: Se obtuvieron 49 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo total de exposición de 53 minutos ( $\sim 1$  minuto por imagen).

Las exposiciones en la posición a  $90^\circ$ , con los ladrillos de Pb, a  $\sim 23$  cm respecto al centro del CCD, se realizaron el:

- 16 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 20 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo total de exposición de 27 minutos ( $\sim 1$  minuto por imagen).

Las exposiciones en la posición a  $90^\circ$ , sin los ladrillos de Pb, a  $\sim 23$  cm respecto al centro del CCD, cubrieron un tiempo total de exposición de 1 hora 4 minutos y se realizaron en las siguientes fechas:

- 16 de Octubre del 2015: Se obtuvieron 20 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 33 minutos ( $\sim 1$  minuto por imagen).
- 03 de Noviembre del 2015: Se obtuvieron 28 imágenes *.fits* que cubrieron un tiempo de exposición de 31 minutos ( $\sim 1$  minuto por imagen).

Con las herramientas de análisis, considerando el parámetro de calibración para  $T=8 \mu\text{s}$  obtenido con la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  así como el tiempo total de exposición a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en cada posición, se generaron varios catálogos *.root* con la información de los eventos registrados en el CCD. Con esta información se elaboraron los espectros de energías entre 0 y 200 keV de los eventos registrados en cada posición de la fuente por hora. Las Figuras 4.14 y 4.16 muestran los espectros de energías de los eventos registrados en las posiciones con y sin los ladrillos de Pb, respectivamente. Las Figuras 4.15 y 4.17 muestran las dos regiones energéticas de interés de estos espectros.

En los espectros de los eventos con energías menores a 30 keV de la Figura 4.17 pueden observarse los picos asociados a los rayos X de fluorescencia identificados en el espectro de *background* así como un pico a  $\sim 1.6$  keV el cual se asocia con la emisión de rayos X  $K_\alpha$  de Si. La energía de estos rayos en [26] es 1.73968 keV. Los espectros de los eventos con energías entre 30 keV y 200 keV, en la posición a  $0^\circ$  de la Figura 4.6 muestran un comportamiento similar al del espectro equivalente de los eventos de *background*.

### 4.3. MÉTODO EXPERIMENTAL

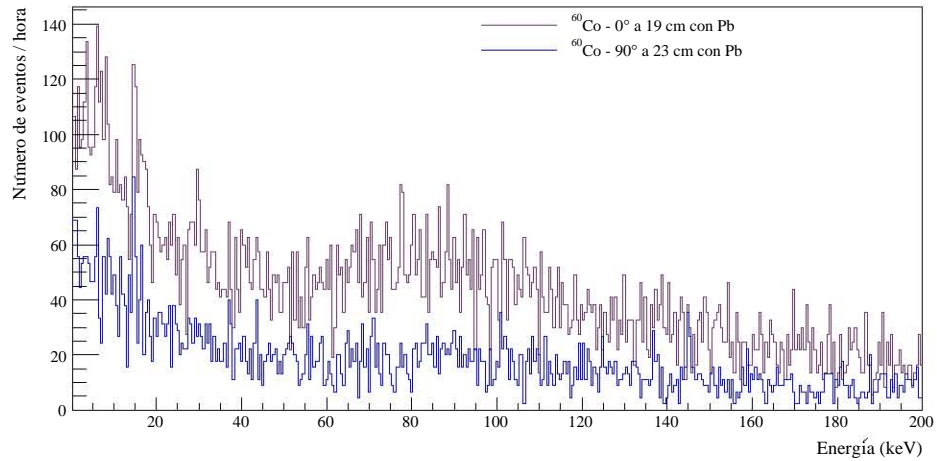
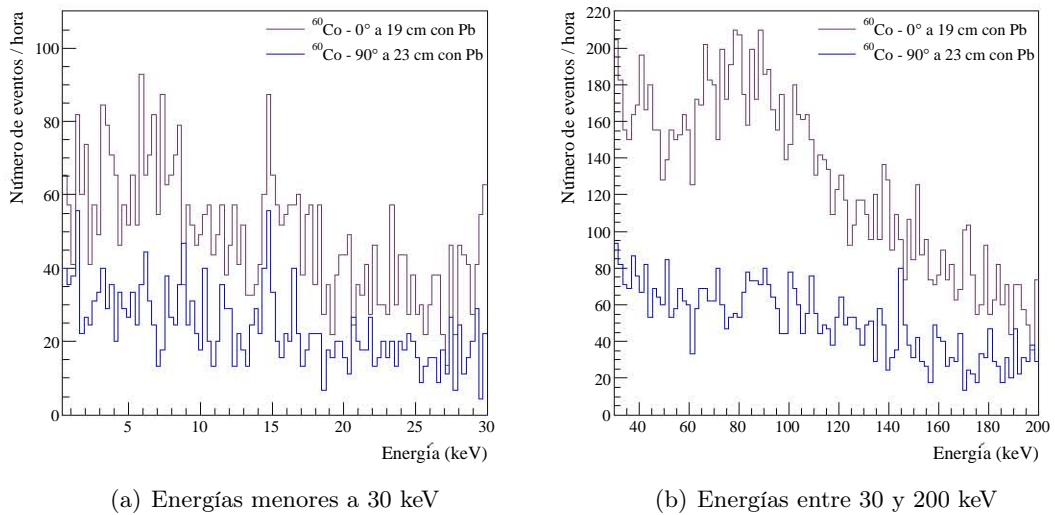


Figura 4.14. Espectro de energías de eventos por hora de las mediciones hechas con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, con los ladrillos de Pb.



(a) Energías menores a 30 keV

(b) Energías entre 30 y 200 keV

Figura 4.15. Espectro de energías de eventos por hora de las mediciones hechas con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, con los ladrillos de Pb.

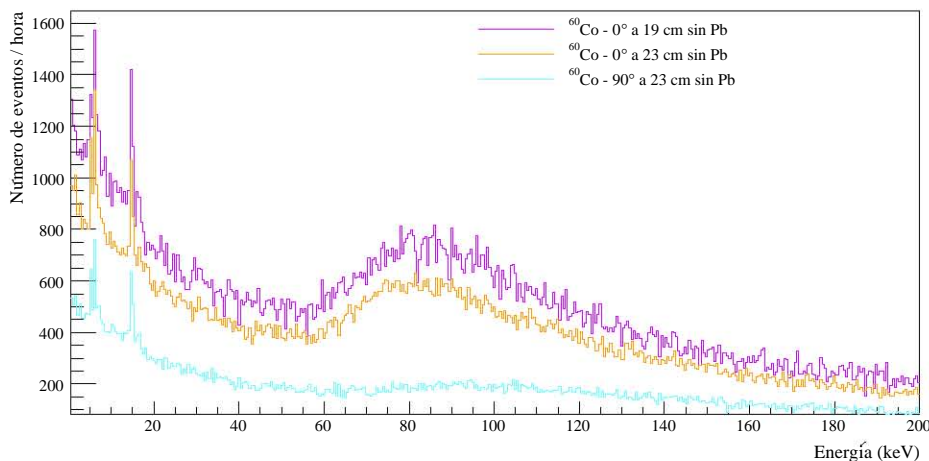
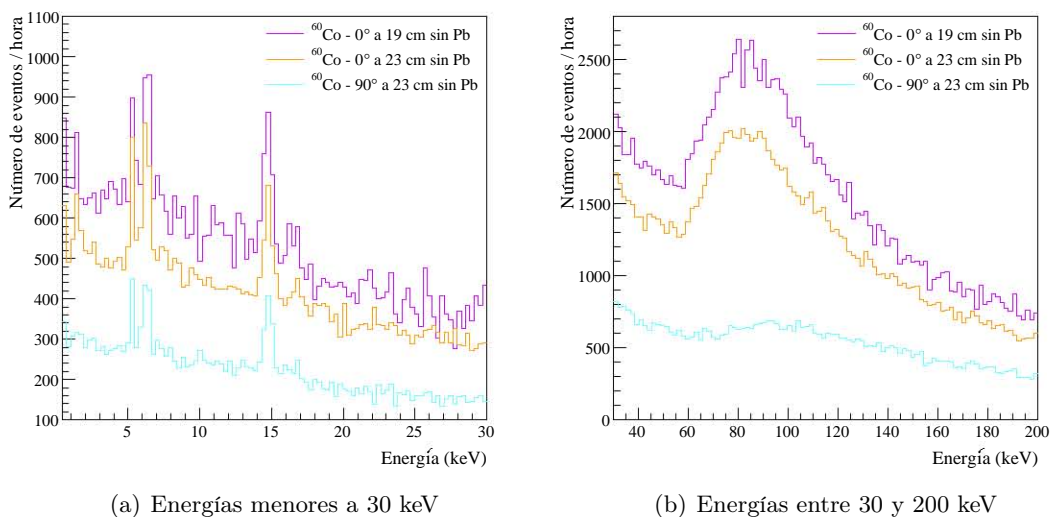


Figura 4.16. Espectro de energías de eventos por hora de las mediciones hechas con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, sin los ladrillos de Pb.



(a) Energías menores a 30 keV

(b) Energías entre 30 y 200 keV

Figura 4.17. Espectro de energías de eventos por hora de las mediciones hechas con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, sin los ladrillos de Pb.

Para poder identificar alguna dependencia debida al blindaje con los ladrillos de Pb, se realizó una gráfica de la razón entre los espectros con la fuente en la posición a  $0^\circ$  a 19 cm del centro del CCD, con y sin los ladrillos de Pb, así como con la fuente en la posición a  $90^\circ$  a 23 cm del centro del CCD, con y sin los ladrillos de Pb, para cada una de las dos regiones energéticas de interés. Estas gráficas se muestran en las Figuras 4.18 y 4.19, respectivamente.

### 4.3. MÉTODO EXPERIMENTAL

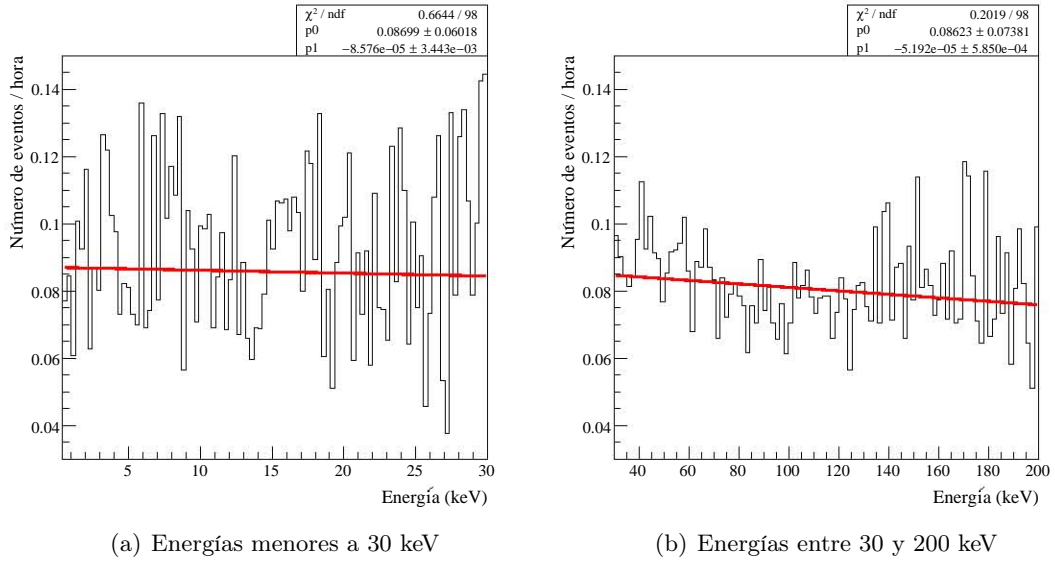


Figura 4.18. Razón entre los espectros con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en la posición a  $0^\circ$  a 19 cm del centro del CCD, con y sin los ladrillos de Pb, en diferentes intervalos de energía.

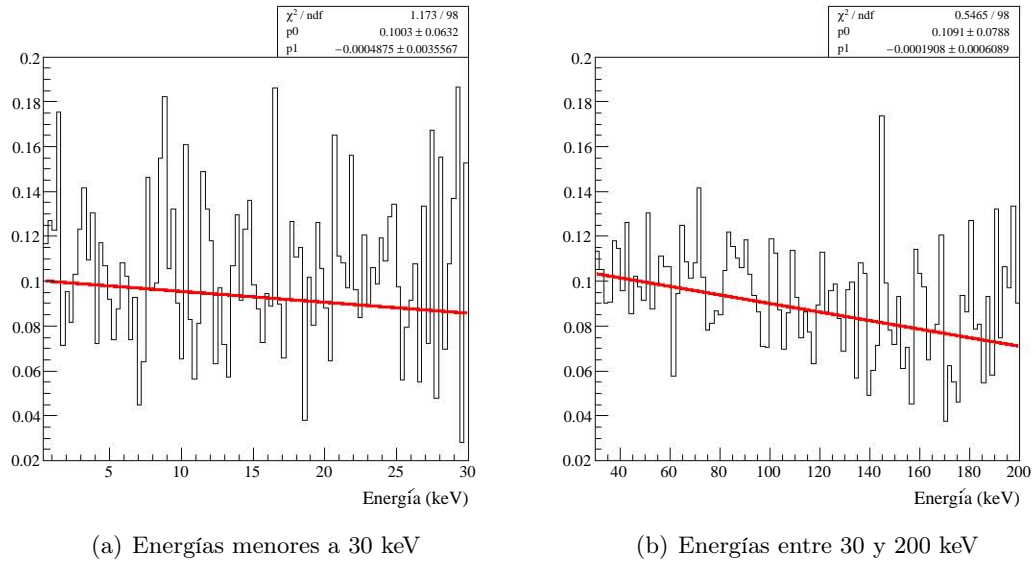


Figura 4.19. Razón entre los espectros con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en la posición a  $90^\circ$  a 23 cm del centro del CCD, con y sin los ladrillos de Pb, en diferentes intervalos de energía.

A las dos gráficas de la Figura 4.18 se les realizó un ajuste lineal. Para la gráfica en la región energética entre 0 y 30 keV, los valores de la pendiente y de la ordenada al origen de la recta de ajuste fueron  $(-0.858 \pm 34.433) \times 10^{-4}$  y  $(8.699 \pm 6.018) \times 10^{-2}$ , respectivamente. Para la gráfica en la región energética entre 30 y 200 keV, los valores de estos parámetros fueron  $(-0.519 \pm 5.850) \times 10^{-4}$  y  $(8.623 \pm 7.381) \times 10^{-2}$ ,



respectivamente.

A las dos gráficas de la Figura 4.19 se les realizó un ajuste lineal. Para la gráfica en la región energética entre 0 y 30 keV, los valores de la pendiente y de la ordenada al origen de la recta de ajuste fueron  $(-4.875 \pm 35.567) \times 10^{-4}$  y  $(0.1003 \pm 0.0632)$ , respectivamente. Para la gráfica en la región energética entre 30 y 200 keV, los valores de estos parámetros fueron  $(-1.908 \pm 6.089) \times 10^{-4}$  y  $(0.1091 \pm 0.0788)$ , respectivamente.

Los valores de la ordenada al origen de los ajustes lineales realizados a las gráficas de las Figuras 4.18 y 4.19 indican la disminución en el número de eventos debida al blindaje con los ladrillos de Pb. En estos casos, esta disminución fue de entre 1 y 2 órdenes de magnitud. Esto concuerda con lo atenuación esperada calculada con la ecuación 4.1.1.

Para poder identificar alguna dependencia con el flujo de partículas provenientes de la fuente de  $^{60}\text{Co}$  que inciden en el CCD, se realizó una gráfica de la razón entre los espectros con la fuente en la posición a  $0^\circ$ , a 23 cm y a 19 cm del centro del CCD, sin los ladrillos de Pb, para cada una de las dos regiones energéticas de interés. Estas gráficas se muestran en la Figura 4.20.

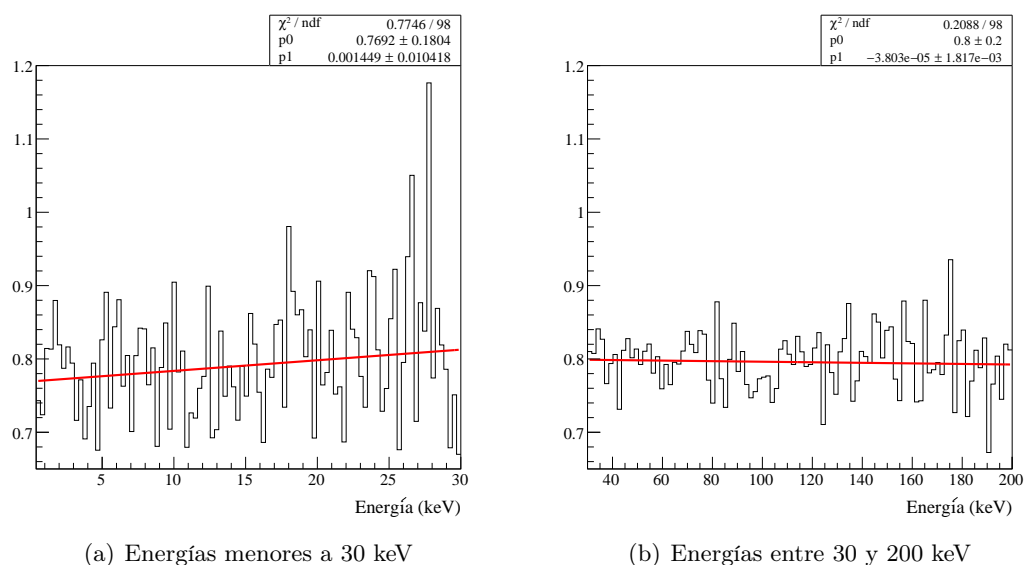


Figura 4.20. Razón entre los espectros con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en la posición a  $0^\circ$ , a 23 cm y a 19 cm del centro del CCD, sin los ladrillos de Pb, en diferentes intervalos de energía.

A las dos gráficas de la Figura 4.20 se les realizó un ajuste lineal. Para la gráfica en la región energética entre 0 y 30 keV, los valores de la pendiente y de la ordenada al origen de la recta de ajuste fueron  $(1.449 \pm 10.418) \times 10^{-3}$  y  $(0.7692 \pm 0.1804)$ , respectivamente. Para la gráfica en la región energética entre 30 y 200 keV, los valores de estos parámetros fueron  $(-0.038 \pm 1.817) \times 10^{-3}$  y  $(0.8 \pm 0.2274)$ , respectivamente.

Para poder identificar alguna dependencia con la dirección de incidencia de las partículas

### 4.3. MÉTODO EXPERIMENTAL

provenientes de la fuente de  $^{60}\text{Co}$ , se realizó una gráfica de la razón entre los espectros con la fuente a 23 cm del centro del CCD, en las posiciones a  $90^\circ$  y a  $0^\circ$ , sin los ladrillos de Pb, para cada una de las dos regiones energéticas de interés. Estas gráficas se muestran en la Figura 4.21.

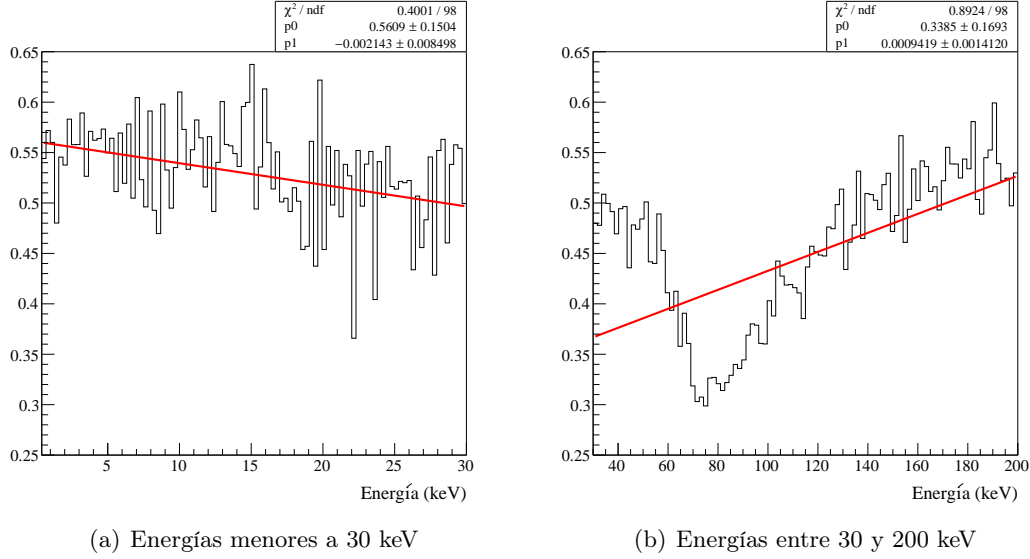


Figura 4.21. Razón entre los espectros con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  a 23 cm del centro del CCD, en las posiciones a  $90^\circ$  y a  $0^\circ$ , sin los ladrillos de Pb, en diferentes intervalos de energía.

A las dos gráficas de la Figura 4.21 se les realizó un ajuste lineal. Para la gráfica en la región energética entre 0 y 30 keV, los valores de la pendiente y de la ordenada al origen de la recta de ajuste fueron  $(-2.143 \pm 8.498) \times 10^{-3}$  y  $(0.5609 \pm 0.1504)$ , respectivamente. Para la gráfica en la región energética entre 30 y 200 keV, los valores de estos parámetros fueron  $(-0.942 \pm 1.412) \times 10^{-3}$  y  $(0.3385 \pm 0.1693)$ , respectivamente.

A cada evento registrado por el CCD al ser expuesto a la fuente de rayos  $\gamma$  de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, con y sin los ladrillos de Pb, se le calculó su longitud de traza superficial mediante la ecuación 3.1. Para cada posición de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , con y sin los ladrillos de Pb, se realizaron los histogramas de  $d_{XY}$  de los eventos registrados por el CCD cuya energía se encontraba dentro de los intervalos energéticos considerados. Estos histogramas se muestran en las Figuras 4.22 a 4.25.

De los histogramas en las Figuras 4.22 y 4.23 puede observarse que los eventos que contribuyen al espectro de bajas energías, menores a 30 keV, presentan trazas más puntuales, de una longitud superficial entre 0.5 y 4.5 pixeles. Esto concuerda con lo esperado ya que los eventos a bajas energías están asociados con rayos X, de los que se sabe que su traza es bastante puntual. En efecto, la distribución de estos histogramas es similar a la distribución de los histogramas equivalentes asociados a la exposición del CCD a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  y a los eventos de *background*.

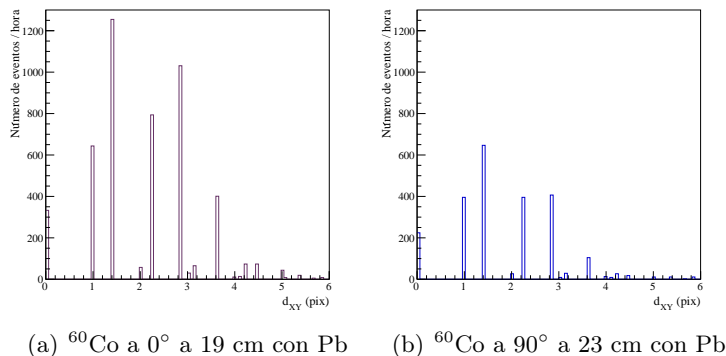


Figura 4.22. Histogramas de la longitud de traza superficial de los eventos con energía menor a 30 keV registrados por el CCD, al ser expuesto a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, con los ladrillos de Pb.

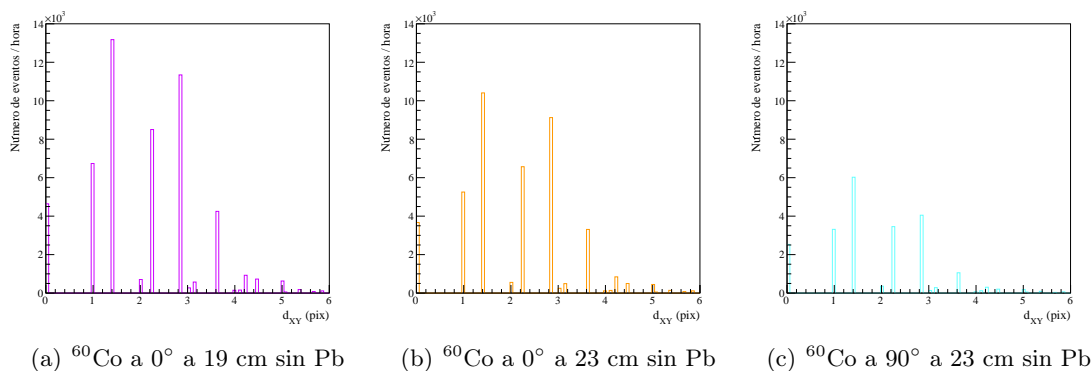
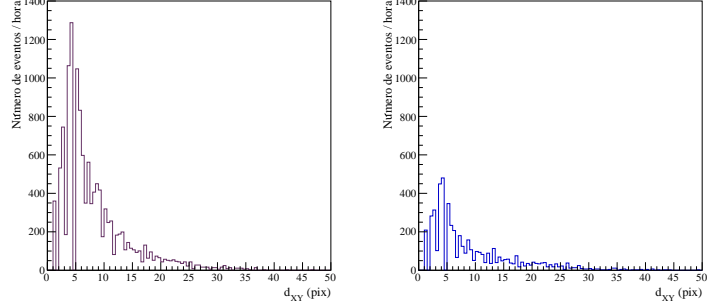


Figura 4.23. Histogramas de la longitud de traza superficial de los eventos con energía menor a 30 keV registrados por el CCD, al ser expuesto a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, sin los ladrillos de Pb.

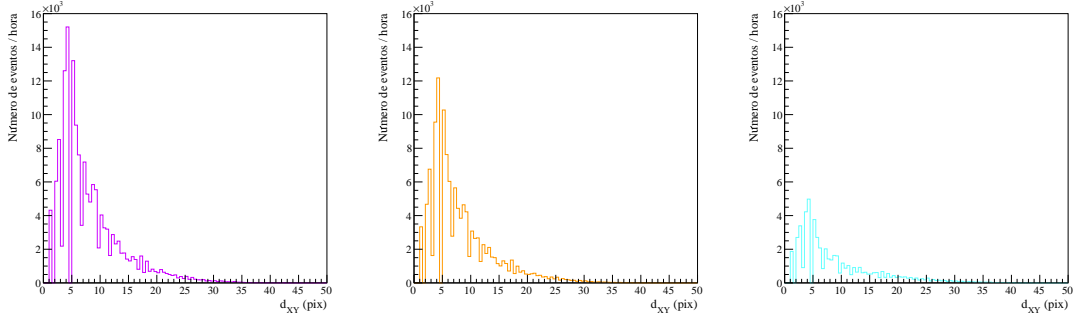
De los histogramas en las Figuras 4.24 y 4.25 puede observarse que, los eventos cuya energía se encuentra entre 30 y 200 keV, presentan trazas más largas cuya longitud superficial se extiende a unos 35 píxeles. Esto es de esperarse pues las partículas asociadas a estos eventos son principalmente muones los cuales, al incidir en el CCD, generan trazas largas y rectas. Sin embargo, la distribución de estos histogramas difiere un poco de la observada en los histogramas equivalentes asociados a la exposición del CCD a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  y a los eventos de *background*. En efecto, en los histogramas de estas Figuras, el número de eventos por hora que presentan una longitud de traza superficial menor a 5 píxeles no difiere tanto del número de eventos por hora que presentan una longitud mayor, en cambio, en los histogramas equivalentes puede observarse un pico muy pronunciado en el número de eventos por hora cuya longitud es menor a 5 píxeles.

### 4.3. MÉTODO EXPERIMENTAL



(a)  $^{60}\text{Co}$  a  $0^\circ$  a 19 cm con Pb      (b)  $^{60}\text{Co}$  a  $90^\circ$  a 23 cm con Pb

Figura 4.24. Histogramas de la longitud de traza superficial de los eventos con energía entre 30 keV y 200 keV registrados por el CCD, al ser expuesto a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, con los ladrillos de Pb.



(a)  $^{60}\text{Co}$  a  $0^\circ$  a 19 cm sin Pb      (b)  $^{60}\text{Co}$  a  $0^\circ$  a 23 cm sin Pb      (c)  $^{60}\text{Co}$  a  $90^\circ$  a 23 cm sin Pb

Figura 4.25. Histogramas de la longitud de traza superficial de los eventos con energía entre 30 keV y 200 keV registrados por el CCD, al ser expuesto a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, sin los ladrillos de Pb.

Por último, se realizaron los histogramas de energía depositada por pixel de cada evento registrado por el CCD al ser expuesto a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, con y sin los ladrillos de Pb, para las dos regiones energéticas consideradas. Estos histogramas se muestran en las Figuras 4.26 y 4.27.

A comparación de los histogramas equivalentes asociados a la exposición del CCD a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  y a los eventos de *background*, los histogramas en las Figuras 4.26 y 4.27, para los eventos con energías menores a 30 keV, sí muestran un valor más probable de deposición de energía por pixel. A cada uno de estos histogramas se le realizó un ajuste gaussiano con el fin de obtener el valor medio, asociado al valor más probable de deposición de energía por pixel el cual es  $(5.1147 \pm 0.0750)$  keV/pix para el histograma con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  a  $0^\circ$  a 19 cm del centro del CCD con los ladrillos de Pb,  $(4.9837 \pm 0.1849)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $90^\circ$  a 23 cm con los ladrillos,  $(5.3347 \pm 0.0192)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $0^\circ$  a 19 cm sin los

ladrillos,  $(5.3053 \pm 0.0218)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $0^\circ$  a 23 cm sin los ladrillos y  $(5.5375 \pm 0.0343)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $90^\circ$  a 23 cm sin los ladrillos. Este valor parece ser muy similar entre todos los histogramas, no mostrando alguna dependencia con la posición o blindaje de la fuente de rayos  $\gamma$ .

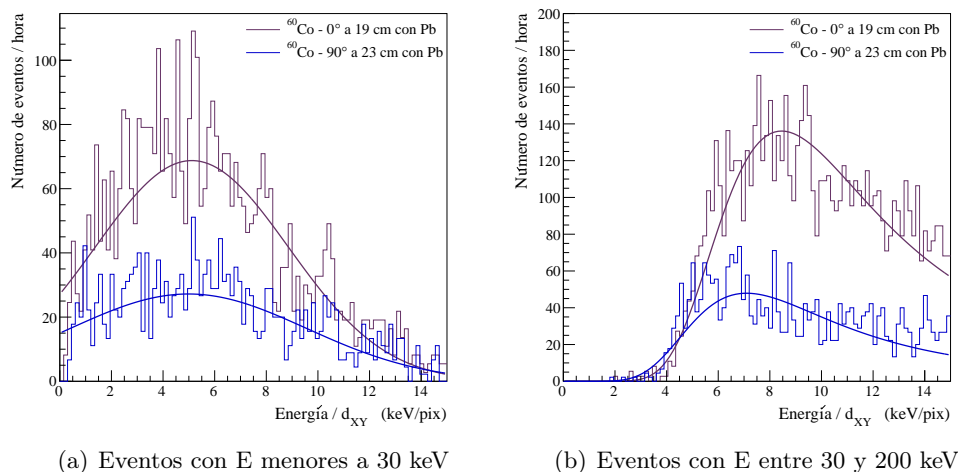


Figura 4.26. Histogramas de la energía de los eventos registrados por el CCD al ser expuesto a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, con los ladrillos de Pb, dividida entre la longitud de traza superficial de cada evento cuya energía está comprendida en alguno de los dos intervalos considerados.

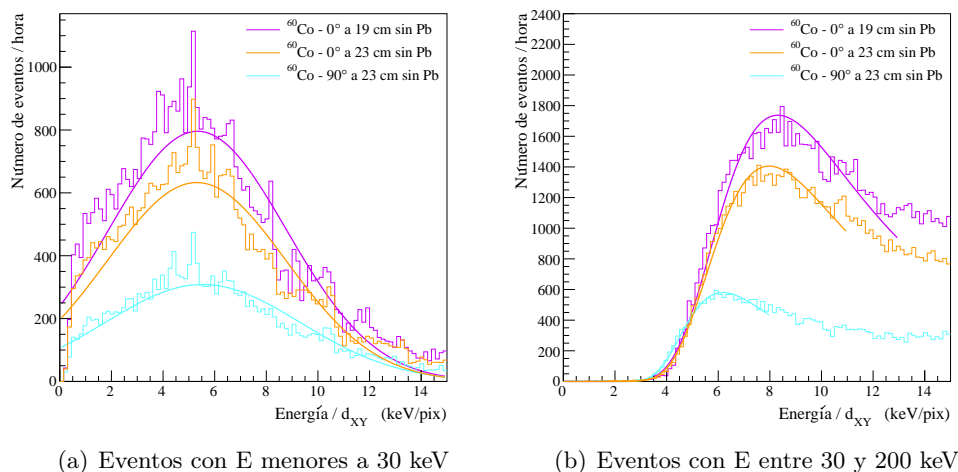


Figura 4.27. Histogramas de la energía de los eventos registrados por el CCD al ser expuesto a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  en diferentes posiciones, sin los ladrillos de Pb, dividida entre la longitud de traza superficial de cada evento cuya energía está comprendida en alguno de los dos intervalos considerados.

### 4.3. MÉTODO EXPERIMENTAL

---

Para los eventos con energías entre 30 keV y 200 keV, los histogramas en las Figuras 4.26 y 4.27 muestran un comportamiento tipo Landau truncado, teniendo un valor más probable de deposición de energía. A cada histograma en esta región energética se le realizó un ajuste tipo Landau, obteniendo como valor de deposición más probable  $(8.9139 \pm 0.0792)$  keV/pix para el histograma con la fuente de  $^{60}\text{Co}$  a  $0^\circ$  a 19 cm del centro del CCD con los ladrillos de Pb,  $(7.5207 \pm 0.1361)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $90^\circ$  a 23 cm con los ladrillos,  $(8.7319 \pm 0.0223)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $0^\circ$  a 19 cm sin los ladrillos,  $(8.3683 \pm 0.0291)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $0^\circ$  a 23 cm sin los ladrillos y  $(6.4570 \pm 0.0416)$  keV/pix para el histograma con la fuente a  $90^\circ$  a 23 cm sin los ladrillos. Estos valores sí muestran una dependencia de la posición de la fuente, tanto en distancia como en ángulo. Así mismo, el comportamiento general de estos histogramas difiere del observado en los histogramas equivalentes asociados a la exposición del CCD a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  y a los eventos de *background*. En particular, en los histogramas equivalentes se observa un decrecimiento en el número de eventos por hora tendiente a cero al aumentar la deposición de energía por píxel, sin embargo, en los histogramas en las Figuras 4.26 y 4.27, para los eventos con energías entre 30 keV y 200 keV, el número de eventos por hora tiende a ser una constante distinta de cero al aumentar la deposición de energía por píxel.

Las Figuras 4.28 y 4.29 muestran un área de una de las imágenes adquiridas al exponer el CCD a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  con y sin los ladrillos de Pb, respectivamente. En ellas, lo primero que se observa son imágenes un poco más ruidosas comparadas con las imágenes adquiridas al exponer el CCD a las otras dos fuentes radiactivas ( $^{55}\text{Fe}$  y  $^{252}\text{Cf}$ ) y al *background*. Esto es debido al cambio en el valor del tiempo de integración con el que se realizaron las exposiciones. Las dos imágenes presentan principalmente trazas de electrones, las cuales provienen mayoritariamente de la interacción de los rayos  $\gamma$ , productos del decaimiento del  $^{60}\text{Co}$ , con los átomos de Si en el CCD y con los alrededores. Es notoria la disminución en el número de eventos registrados cuando se tiene el blindaje con ladrillos de Pb a cuando éstos no están presentes.



Figura 4.28. Área de una de las imágenes adquiridas al exponer el CCD a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  con los ladrillos de Pb.

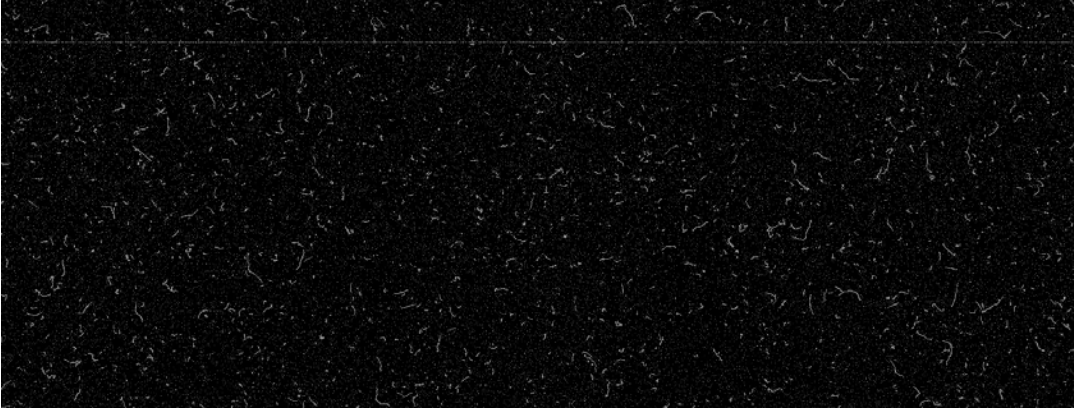


Figura 4.29. Área de una de las imágenes adquiridas al exponer el CCD a la fuente de  $^{60}\text{Co}$  sin los ladrillos de Pb.

## Capítulo 5

# Contribución al espectro de la fuente de $^{252}\text{Cf}$ debida a la dispersión de neutrones

---

Como se explica en la Sección 2.1.1, al incidir los neutrones en el CCD, los núcleos de Si en el detector los dispersan elásticamente. Esta dispersión provoca un retroceso en los núcleos. De acuerdo a la energía transferida, los núcleos pueden vibrar en su sitio en la red cristalina o incluso salir de él. En ambos casos hay una generación limitada de pares e-h por absorción de energía térmica y, si el núcleo (ahora considerado un ion positivo) salió de su sitio en la red, éste puede producir ionización directa y sufrir efectos de *channeling*.

Modelar la contribución al espectro de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  debida a los retrocesos nucleares producidos por la dispersión elástica de los neutrones incidentes es esencial para que, al comparar con los datos experimentales, sea posible determinar si existe alguna dependencia con la dirección de incidencia de los neutrones en los espectros experimentales. Para estimar esta contribución al espectro se decidió proceder de dos maneras:

1. Calculando teóricamente el espectro energético de los retrocesos de núcleos de Si en el CCD debidos a la dispersión elástica de neutrones incidentes provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$ .
2. Simulando, con GEANT4<sup>1</sup>, el espectro de retrocesos nucleares obtenido de la exposición del CCD a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  con la configuración experimental descrita en la Sección 4.1.1

### 5.1. Cálculo teórico

Para estimar la contribución al espectro de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  debida a la incidencia de neutrones en el CCD, primeramente se estudió el problema de dispersión elástica de un neutrón con un núcleo de Si. Posteriormente, considerando la distribución energética de los neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , se calculó el espectro  $N_r$  de los

---

<sup>1</sup>Herramienta informática para la simulación de detectores e interacciones de las partículas elementales con la materia.



retrocesos nucleares producidos por la dispersión elástica de estos neutrones en un blanco de Si. Por último, considerando dos expresiones para el factor de *quenching*, se calculó el espectro  $\tilde{N}_r$  medido en el CCD de los retrocesos nucleares producidos por la dispersión elástica de neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$ .

### 5.1.1. Dispersión elástica en el marco de referencia del laboratorio

Considérese primeramente el problema estacionario de la dispersión elástica de una partícula de masa  $m$  con momento inicial  $p_i \hat{z}$  debida a la interacción con un blanco de masa  $M$  inicialmente en reposo en el marco de referencia de laboratorio. Después de la interacción, la partícula será dispersada en un ángulo  $\theta_m$  respecto al eje  $\hat{z}$  con un momento final  $\vec{p}_f$  y el blanco, ahora con momento lineal  $\vec{p}$ , sufrirá un retroceso a un ángulo  $\theta_M$  respecto al eje  $\hat{z}$ . Un diagrama de la interacción considerada se muestra en la Figura 5.1.

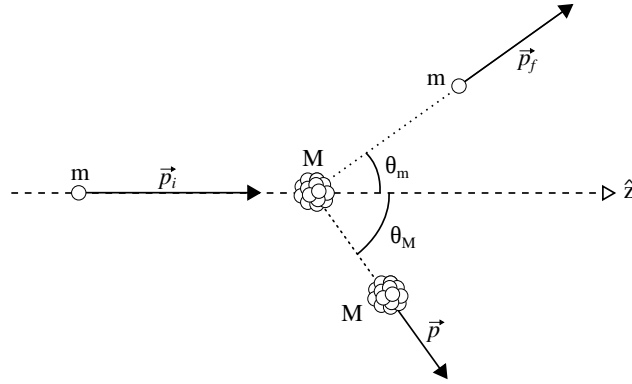


Figura 5.1. Dispersión elástica de una partícula de masa  $m$  al chocar con un blanco de masa  $M$ , desde el marco de referencia del laboratorio.

Por conservación de energía se tiene que:

$$\frac{p_i^2}{2m} = \frac{p_f^2}{2m} + \frac{p^2}{2M} \quad (5.1)$$

Mientras que, por conservación de momento lineal:

$$p_i \hat{z} = \vec{p}_f + \vec{p} \quad (5.2)$$

Tomando el cuadrado de la ecuación 5.2 se obtiene:

$$p_f^2 = p_i^2 - 2p_i p \cos \theta_M + p^2 \quad (5.3)$$

Sustituyendo la ecuación 5.3 en la ecuación 5.1 se tiene:

$$0 = -\frac{p_i p \cos \theta_M}{m} + \frac{p^2}{2m} + \frac{p^2}{2M} \quad (5.4)$$

Por último, despejando  $p$  de la ecuación 5.4 se obtiene que la magnitud del momento transferido al blanco es:

$$p = \left( \frac{mM}{m+M} \right) \frac{2p_i \cos \theta_M}{m} = \frac{2\mu p_i \cos \theta_M}{m} \quad (5.5)$$

donde se ha definido  $\mu \equiv mM/(m+M)$ . Usualmente a  $\mu$  se le denomina la masa reducida del sistema.

Considerando que la energía del blanco después de la interacción es  $E_M = p^2/2M$  y que la energía inicial de la partícula es  $E_{mi} = p_i^2/2m$ , el cuadrado de la ecuación 5.5 puede escribirse en términos de  $E_M$ ,  $E_{mi}$  y  $\theta_M$  como:

$$E_M = \frac{4\mu^2}{mM} E_{mi} \cos^2 \theta_M \quad (5.6)$$

De la expresión 5.6 se observa que, para una  $E_{mi}$  dada, se tiene una energía transferida mínima  $E_{M \text{ mín}} = 0$  en  $\theta_M = \pi/2$  y una máxima  $E_{M \text{ máx}} = 4\mu^2 E_{mi}/mM$  en  $\theta_M = 0$ . Esto es equivalente a decir que las partículas capaces de transferir una cierta  $E_M$  tienen energías iniciales entre  $E_{mi \text{ mín}} = mM E_M/4\mu^2$  y  $E_{mi \text{ máx}} = \infty$ .

Sean  $\vec{r}_m$  y  $\vec{r}_M$  los vectores de posición de la partícula y del blanco, respectivamente, en el marco de referencia del laboratorio. El vector de posición relativo entre ellos se define como  $\vec{r} \equiv \vec{r}_m - \vec{r}_M$ . A la interacción entre la partícula y el blanco se le puede modelar mediante un potencial  $V(r)$  que sólo depende de la magnitud del vector de posición relativo.

En este caso, como es de interés modelar la interacción entre un neutrón y un núcleo de Si, el potencial de interacción a considerar entre la partícula y el blanco será uno de corto alcance<sup>2</sup> con radio de alcance  $\mathcal{R}$ . El radio de alcance define hasta qué distancia el potencial es no nulo. De hecho,  $V(r) \neq 0$  cuando  $r \leq \mathcal{R}$ .

Este problema de dos cuerpos puede abordarse desde el punto de vista de la mecánica cuántica, sin embargo, si se sitúa el marco de referencia en el centro de masa, este problema se reduce al problema de un cuerpo de masa  $\mu$  sujeto a un potencial  $V(r)$ . Considérese entonces el sistema en el marco de referencia del centro de masa.

---

<sup>2</sup>Un potencial de corto alcance, según diversas referencias [39] [40] [41], es el que cumple que  $rV(r) \rightarrow 0$  cuando  $r \rightarrow \infty$

### 5.1.2. Dispersión elástica en el marco de referencia del centro de masa

Sea  $\hbar k_0 \hat{z}$  el momento inicial de la partícula visto desde el centro de masa y  $\hbar \vec{k}$  su momento después de sufrir dispersión a un ángulo  $\theta$  respecto al eje  $\hat{z}$ . En este marco de referencia, el blanco tendrá un momento inicial  $-\hbar k_0 \hat{z}$  y un momento final  $-\hbar \vec{k}$ . La Figura 5.2 muestra un diagrama del sistema visto desde el centro de masa.

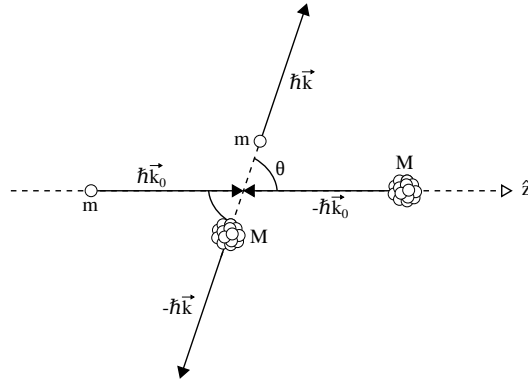


Figura 5.2. Dispersión elástica de una partícula de masa  $m$  al chocar con un blanco de masa  $M$ , desde el marco de referencia del centro de masa.

Por conservación de energía se tiene que:

$$\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_0^2}{2M} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2M} \quad (5.7)$$

De la ecuación anterior es notorio ver que las magnitudes de  $k_0 \hat{z}$  y  $\vec{k}$  son iguales, es decir,  $k_0 = k$ . Esto es de esperarse debido a que se está considerando dispersión elástica.

Las relaciones entre los ángulos de dispersión y momentos en los dos marcos de referencia considerados pueden obtenerse con ayuda de la Figura 5.3.

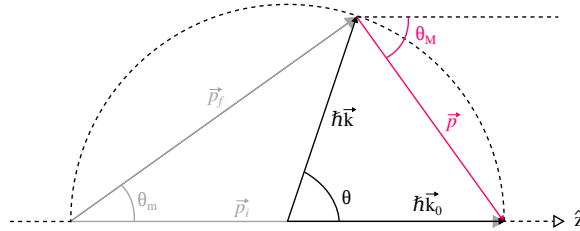


Figura 5.3. Relación de los parámetros entre los dos marcos de referencia.

## 5.1. CÁLCULO TEÓRICO

---

Primeramente, al definir  $\vec{q} \equiv \vec{k}_0 - \vec{k}$  es notorio ver que  $\vec{q} = \vec{p}/\hbar$ . Para obtener la relación entre  $\theta$  y  $\theta_M$  se tiene que:

$$\begin{aligned} \tan \theta (\hbar k \cos \theta) &= \tan \theta_M (\hbar k_0 - \hbar k \cos \theta) \Rightarrow \sin \theta = \tan \theta_M (1 - \cos \theta) \Rightarrow \\ \tan \theta_M &= \cot \frac{\theta}{2} \Rightarrow \theta_M = \frac{1}{2} (\pi - \theta) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Por lo tanto, la ecuación 5.6 puede escribirse en términos de  $\theta$  como:

$$E_M = \frac{4\mu^2}{mM} E_{mi} \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \right) = \frac{4\mu^2}{mM} E_{mi} \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) = \frac{2\mu^2}{mM} E_{mi} (1 - \cos \theta) \quad (5.9)$$

Dada una  $E_{mi}$ , la derivada de  $E_M$  respecto a  $\theta$  es:

$$\frac{dE_M}{d\theta} = \frac{2\mu^2}{mM} E_{mi} \sin \theta \quad (5.10)$$

### 5.1.3. Función de onda de las partículas dispersadas

La ecuación de Schrödinger que describe al sistema en el marco de referencia del centro de masa es:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V \right) \Psi = E \Psi \quad (5.11)$$

donde  $E = \hbar^2 k^2 / 2\mu$  es la energía total del sistema y  $\Psi$  su función de onda.

La ecuación 5.11 describe el movimiento de una partícula de masa  $\mu$  sujeta al potencial  $V(r)$ . Considerando que la dirección inicial de movimiento de esta partícula es el eje  $\hat{z}$  y recordando que  $k_0 = k$ , la solución general a la ecuación 5.11, según [41], está dada por:

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{ikz} - \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}') \Psi(\mathbf{r}') d^3r' \quad (5.12)$$

Como  $r' \leq \mathcal{R} \ll r$ , la ecuación 5.12, cuando  $r \rightarrow \infty$ , puede escribirse como:

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{ikz} - \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \left( \frac{e^{ikr}}{r} \right) \int V(\mathbf{r}') \Psi(\mathbf{r}') e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'} d^3r' \quad (5.13)$$

Cuando la partícula es poco desviada de su trayectoria inicial por el centro dispersor, ya sea por ser muy energética o porque el potencial dispersor es débil,  $\Psi(\mathbf{r}')$  en el integrando puede aproximarse por  $e^{i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}'}$  (aproximación de Born). Sustituyendo  $\mathbf{q}$ , la ecuación 5.13 puede escribirse como:

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{ikz} - \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \left( \frac{e^{ikr}}{r} \right) \int V(\mathbf{r}') e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}'} d^3r' = \Psi_{inc} + \Psi_{disp} \quad (5.14)$$

donde  $\Psi_{inc}$  corresponde a la función de onda de la partícula antes de ser dispersada y  $\Psi_{disp}$  corresponde a la función de onda de esta partícula después de ser dispersada, cuyas expresiones son:

$$\Psi_{inc} = e^{ikz} \quad (5.15)$$

$$\Psi_{disp} = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \left( \frac{e^{ikr}}{r} \right) \int V(\mathbf{r}') e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}'} d^3r' \quad (5.16)$$

En el caso que se considerará, el centro dispersor es un núcleo atómico con una distribución de materia  $\rho(r)$ . Hay diversas propuestas acerca de la forma que debe tener  $\rho$ . En este trabajo se consideró una distribución de materia tipo Fermi o Saxon-Woods, cuya expresión es, según [42]:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (5.17)$$

donde  $a$  es el parámetro de difusividad superficial del núcleo (usualmente  $a \simeq 0.6$  fm),  $\rho_0 = 3/4\pi r_0^3$  es la densidad máxima de carga nuclear con  $r_0 \simeq 1.3$  fm el tamaño medio del protón en un núcleo, y  $R = r_0 A^{1/3}$  es una medida del radio nuclear, con  $A$  la masa atómica del núcleo en una [43] [44]. Normalizando a la unidad la distribución de materia de la ecuación 5.17, se tiene:

$$\tilde{\rho}(r) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \left[ \int_0^\infty \frac{4\pi r'^2 dr'}{1 + \exp\left(\frac{r'-R}{a}\right)} \right]^{-1} = \frac{\mathcal{C}}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (5.18)$$

donde se ha definido  $\mathcal{C} \equiv \left[ \int_0^\infty 4\pi r'^2 dr' / 1 + \exp\left(\frac{r'-R}{a}\right) \right]^{-1}$ . La Figura 5.4 muestra las dis-

## 5.1. CÁLCULO TEÓRICO

---

tribuciones de materia para un núcleo de Si sin normalizar (ecuación 5.17) y normalizada a la unidad (ecuación 5.18), respectivamente.

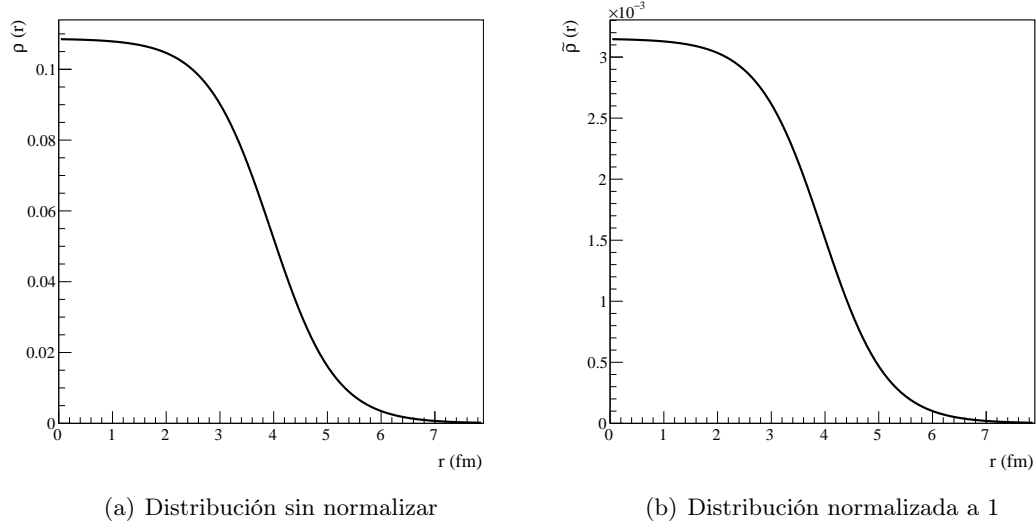


Figura 5.4. Distribuciones de materia tipo Fermi o Saxon-Woods para un núcleo de Si ( $A = 28.09$  uma).

El potencial  $V(r)$  que se consideró para modelar la interacción del núcleo con el neutrón fue un potencial tipo Yukawa que, considerando la distribución de materia del núcleo normalizada a la unidad dada por la ecuación 5.18, tiene la forma:

$$V(r) = V_0 \int \frac{e^{-\chi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \tilde{\rho}(r') d^3r' = CV_0 \int \frac{e^{-\chi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| [1 + \exp(\frac{r'-R}{a})]} d^3r' \quad (5.19)$$

donde  $\chi$  es el parámetro de apantallamiento y  $V_0$  es la fuerza del potencial, cuyos valores para una interacción nucleón-nucleón son  $\sim 1.4 \text{ fm}^{-1}$  y  $\sim 60 \text{ MeV}$ , respectivamente.

Sustituyendo la ecuación 5.19 en la ecuación 5.16, se obtiene que la función de onda de la partícula después de ser dispersada es:

$$\Psi_{disp} = -\frac{\mu CV_0}{2\pi\hbar^2} \left( \frac{e^{ikr}}{r} \right) \int \left[ \int \frac{e^{-\chi|\mathbf{r}'-\mathbf{r}''|}}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}''| [1 + \exp(\frac{r''-R}{a})]} d^3r'' \right] e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}'} d^3r' \quad (5.20)$$

Organizando términos, la ecuación anterior queda como:

$$\Psi_{disp} = -\frac{\mu\mathcal{C}V_0}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{e^{ikr}}{r}\right) \int \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}''}}{\left[1 + \exp\left(\frac{r''-R}{a}\right)\right]} d^3r'' \int \frac{e^{-\chi|\mathbf{r}'-\mathbf{r}''|}}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}''|} e^{i\mathbf{q}\cdot(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'')} d^3r' \quad (5.21)$$

Considerando que  $r'' \ll r'$  y que  $\theta'$  es el ángulo entre  $\mathbf{r}'$  y  $\mathbf{q}$ , la integral sobre  $\mathbf{r}'$  puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \int \frac{e^{-\chi|\mathbf{r}'-\mathbf{r}''|}}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}''|} e^{i\mathbf{q}\cdot(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'')} d^3r' &= 2\pi \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{e^{-\chi r'}}{r'} e^{iqr' \cos \theta'} r'^2 \sin \theta' d\theta' dr' \\ &= 2\pi \int_0^\infty r' e^{-\chi r'} \left(\frac{e^{iqr'} - e^{-iqr'}}{iqr'}\right) dr' \\ &= \frac{2\pi}{iq} \left(-\frac{1}{-\chi + iq} + \frac{1}{-\chi - iq}\right) \\ &= \frac{4\pi}{\chi^2 + q^2} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Por otra parte, considerando que  $\theta''$  es el ángulo entre  $\mathbf{r}''$  y  $\mathbf{q}$ , la integral sobre  $\mathbf{r}''$  en la ecuación 5.21 puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \int \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}''}}{\left[1 + \exp\left(\frac{r''-R}{a}\right)\right]} d^3r'' &= 2\pi \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{e^{iqr'' \cos \theta''}}{\left[1 + \exp\left(\frac{r''-R}{a}\right)\right]} r''^2 \sin \theta'' d\theta'' dr'' \\ &= \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty \frac{r'' \sin(qr'')}{\left[1 + \exp\left(\frac{r''-R}{a}\right)\right]} dr'' \end{aligned} \quad (5.23)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.22 y 5.23 en 5.21, se llega a que:

$$\Psi_{disp} = -\frac{8\pi\mu\mathcal{C}V_0 e^{ikr}}{\hbar^2 q r (\chi^2 + q^2)} \int_0^\infty \frac{r'' \sin(qr'')}{\left[1 + \exp\left(\frac{r''-R}{a}\right)\right]} dr'' \quad (5.24)$$

### 5.1.4. Sección eficaz diferencial de dispersión

Considérese un haz de partículas incidentes al blanco. Supóngase que se coloca un detector a una distancia  $r$  de la región de interacción, con la finalidad de saber cuántas partículas fueron dispersadas en esa dirección por unidad de tiempo. El detector subtende un área  $dA = r^2 d\Omega$  con  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ . Si las partículas dispersadas salen con una velocidad  $v_{disp}$ , en un tiempo  $dt$  recorren una distancia  $dr = v_{disp} dt$ . Todas las partículas que se encuentran dentro de un cilindro de volumen  $dV$ , cuya altura y base son  $dr$  y  $dA$ , respectivamente, llegarán el detector en un tiempo  $dt$ . Véase la Figura 5.5 para un mejor entendimiento del problema.

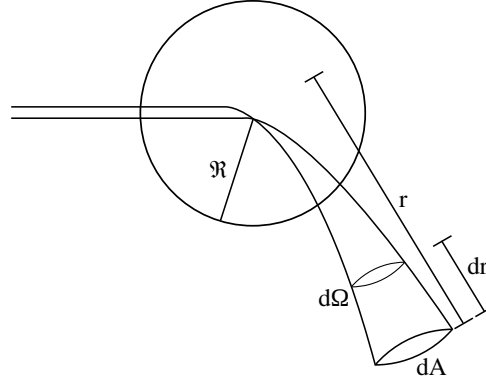


Figura 5.5. Número de partículas dispersadas que inciden en un detector en un tiempo  $dt$ , el cual se encuentra a una distancia  $r$  y posee un área  $dA$ .

Entonces, el número de partículas que inciden en el detector en un tiempo  $dt$  es  $dn = \rho_{disp} dV$ , donde  $\rho_{disp}$  es la densidad de partículas dispersadas dada como  $\rho_{disp} = |\Psi_{disp}|^2$  y  $dV = dr dA$ . Por lo tanto,  $dn = |\Psi_{disp}|^2 r^2 v_{disp} d\Omega dt$ . Considerando que  $v_{disp} = \hbar k / \mu$ , se tiene que:

$$dn = \frac{\hbar k r^2}{\mu} |\Psi_{disp}|^2 d\Omega dt = \frac{\hbar k r^2}{\mu} \Psi_{disp} \Psi_{disp}^* d\Omega dt \quad (5.25)$$

Por otra parte, el número de partículas que inciden sobre el blanco por unidad de área y unidad de tiempo es  $\phi_{inc} = \rho_{inc} v_{inc}$ , donde  $\rho_{inc}$  es la densidad de partículas incidentes dada como  $\rho_{inc} = |\Psi_{inc}|^2$  y  $v_{inc}$  es la velocidad de estas partículas incidentes. Considerando que  $v_{inc} = \hbar k_0 / \mu = \hbar k / \mu$  y que  $\Psi_{inc}$  está dada por la ecuación 5.15, se tiene que:

$$\phi_{inc} = \frac{\hbar k}{\mu} |\Psi_{inc}|^2 = \frac{\hbar k}{\mu} \Psi_{inc} \Psi_{inc}^* = \frac{\hbar k}{\mu} \quad (5.26)$$



Se define la sección eficaz diferencial de dispersión  $d\sigma$  como el número de partículas detectadas en  $dt$  por la unidad de flujo incidente al blanco, es decir:

$$d\sigma \equiv \frac{dn/dt}{\phi_{inc}} = r^2 \Psi_{disp} \Psi_{disp}^* d\Omega \quad (5.27)$$

Sustituyendo la ecuación 5.24 en la expresión anterior se obtiene:

$$d\sigma = \left[ \frac{8\pi\mu CV_0}{q\hbar^2(\chi^2 + q^2)} \int_0^\infty \frac{r'' \sin(qr'')}{\left[1 + \exp\left(\frac{r''-R}{a}\right)\right]} dr'' \right]^2 d\Omega \quad (5.28)$$

Sustituyendo  $q = \sqrt{2ME_M}/\hbar$  en la ecuación 5.28, se obtiene la sección eficaz diferencial en función de  $E_M$ , cuya expresión es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_M) = \frac{1}{2ME_M} \left[ \frac{8\pi\mu\hbar CV_0}{(\hbar^2\chi^2 + 2ME_M)} \int_0^\infty \frac{r'' \sin\left(\frac{\sqrt{2ME_M}}{\hbar} r''\right)}{\left[1 + \exp\left(\frac{r''-R}{a}\right)\right]} dr'' \right]^2 \quad (5.29)$$

La Figura 5.6 muestra la sección eficaz diferencial de dispersión en función de  $E_M$  de un choque elástico entre un neutrón y un núcleo de Si, dada por la ecuación 5.29.

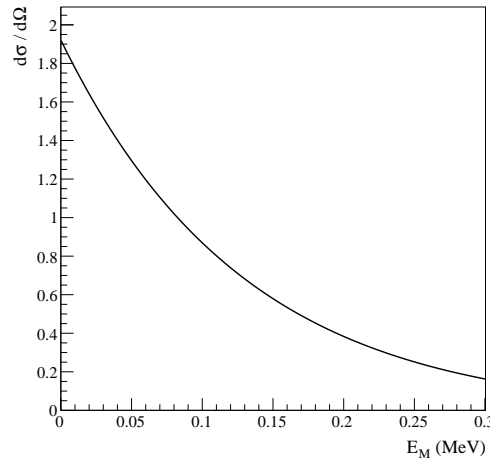


Figura 5.6. Sección eficaz diferencial de dispersión en función de  $E_M$  de un choque elástico entre un neutrón y un núcleo de Si.

Integrando la ecuación 5.29 respecto a  $\varphi$  y considerando la relación entre  $d\theta$  y  $dE_M$  dada en la ecuación 5.10, se tiene que:

$$\left(\frac{1}{\sin\theta}\right) \frac{d\sigma}{d\theta} = 2\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}(E_M) = \left(\frac{2\mu^2 E_{mi}}{mM}\right) \frac{d\sigma}{dE_M} \quad (5.30)$$

Por lo tanto, la sección eficaz diferencial respecto a  $E_M$  se escribe como:

$$\frac{d\sigma}{dE_M} = \left(\frac{\pi mM}{\mu^2 E_{mi}}\right) \frac{1}{2ME_M} \left[ \frac{8\pi\mu\hbar CV_0}{(\hbar^2\chi^2 + 2ME_M)} \int_0^\infty \frac{r'' \sin\left(\frac{\sqrt{2ME_M} r''}{\hbar}\right)}{\left[1 + \exp\left(\frac{r'' - R}{a}\right)\right]} dr'' \right]^2 \quad (5.31)$$

### 5.1.5. Espectro energético de los neutrones incidentes

Dado que el interés es obtener el espectro de los retrocesos nucleares debidos a la incidencia de neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , se considerará un espectro equivalente al espectro de la ecuación 4.1 como el que describe la distribución de energías de los neutrones incidentes, es decir:

$$N_n(E_{mi}) = \tilde{N}_0 e^{-\alpha E_{mi}} \sinh \sqrt{\beta E_{mi}} \quad (5.32)$$

donde  $E_{mi}$  es la energía inicial de los neutrones.

Los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de esta distribución se considerarán iguales a los que ajustan el espectro simulado en [31] al pasar los neutrones 2.5 cm de Al, es decir,  $\alpha = (0.98 \pm 0.02) \text{ MeV}^{-1}$  y  $\beta = (2.5 \pm 0.3) \text{ MeV}^{-1}$ . La razón de considerar estos valores es la analogía con el dispositivo experimental utilizado al exponer el CCD a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  puesto que, a pesar de no ser la cámara de vacío de Al, los neutrones atravesaron su pared, de ancho similar al material simulado en [31], antes de incidir en el CCD. Nótese que en el experimento, los neutrones también atravesaron ladrillos de Pb antes de incidir en el detector, sin embargo, se espera que los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  no difieran significativamente.

El valor del parámetro  $\tilde{N}_0$  está relacionado con el número de neutrones incidentes, el cual dependerá de la posición de la fuente respecto al blanco. De acuerdo a los datos de la fuente utilizada, descritos en la sección 4.1.1, ésta tenía  $3.81 \mu\text{Ci}$  de actividad. Un Curie (Ci), como unidad de medida de la radiactividad de un material, equivale a  $3.7 \times 10^{10}$  desintegraciones nucleares por segundo. Por lo tanto, la fuente utilizada presentaba un total de  $(3.81 \times 10^{-6})(3.7 \times 10^{10}) = 14.097 \times 10^4$  decaimientos nucleares por segundo. Dado que un 3.086 % de todos los decaimientos que presenta el  $^{252}\text{Cf}$  es vía fisión espontánea, la fuente utilizada presentaba  $(14.097 \times 10^4)(0.03086) = 4350.3342$

decaimientos vía fisión espontánea por segundo. Como en cada decaimiento por fisión espontánea de la fuente se emiten en promedio 3.7675 neutrones, la fuente utilizada emitía alrededor de 16389.88 neutrones por segundo, es decir, 59003568 neutrones por hora. Considerando a la fuente como puntual y que la distribución de estos neutrones es isotrópica, el número de neutrones por hora que inciden en un blanco de área  $A$  que se encuentra a una distancia  $x$  de la fuente puede aproximarse como el número total de neutrones por hora provenientes de la fuente ( $N_T = 59003568$ ) multiplicado por la razón entre  $A$  y  $4\pi x^2$ . Las energías de estos neutrones incidentes describirán un espectro como el de la ecuación 5.32. Como el número total de neutrones incidentes se obtiene integrando el espectro en todo el rango de energías, se tiene que:

$$N_T \left( \frac{A}{4\pi x^2} \right) = \int_0^\infty N_n(E_{mi}) dE_{mi} = \int_0^\infty \tilde{N}_0 e^{-\alpha E_{mi}} \sinh \sqrt{\beta E_{mi}} dE_{mi}$$

$$\Rightarrow \tilde{N}_0 = N_T \left( \frac{A}{4\pi x^2} \right) \left( \int_0^\infty e^{-\alpha E_{mi}} \sinh \sqrt{\beta E_{mi}} dE_{mi} \right)^{-1} \quad (5.33)$$

El área  $A$  que subtiende el blanco depende de la posición de la fuente respecto al mismo. Considérese que el blanco tiene las dimensiones del CCD utilizado:  $a_1 = 6.34$  cm,  $a_2 = 3.33$  cm y  $a_3 = 250$   $\mu$ m. La posición del blanco respecto a las dos posiciones en las que fue colocada la fuente se esquematizan en las Figuras 5.7 y 5.8, donde  $x$  es la distancia entre la fuente y la superficie del blanco.

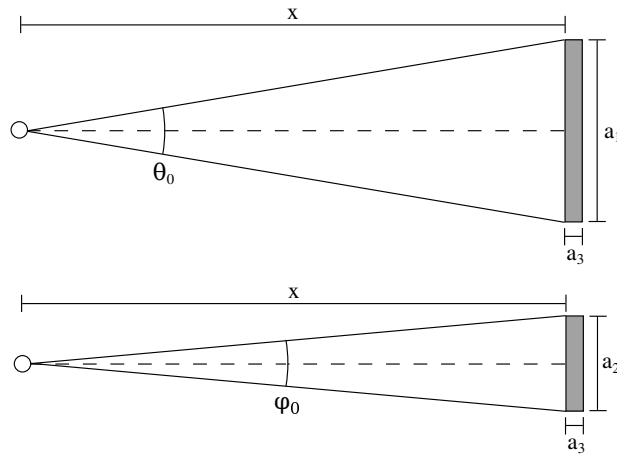


Figura 5.7. Vista lateral y superior de los ángulos subtendidos por la superficie del blanco respecto a la posición a  $0^\circ$  de la fuente.

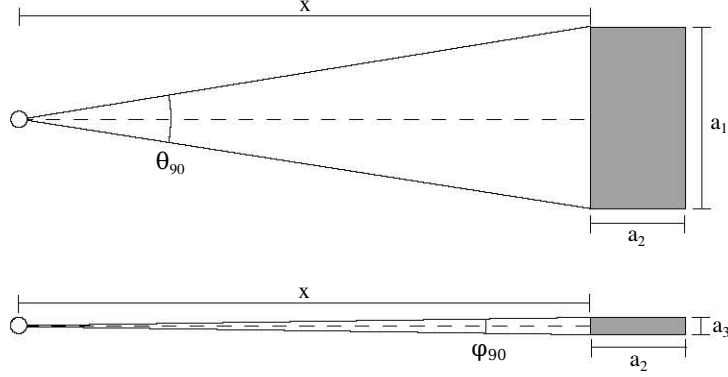


Figura 5.8. Vista lateral y superior de los ángulos subtendidos por la superficie del blanco respecto a la posición a  $90^\circ$  de la fuente.

Por trigonometría:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) &= \frac{a_2/2}{\sqrt{x^2 + (a_2/2)^2}} \quad \text{y} \quad \operatorname{cos}\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + (a_2/2)^2}} \quad \Rightarrow \\ \operatorname{cos} \varphi_0 &= \operatorname{cos}^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) = \frac{4x^2 - a_2^2}{4x^2 + a_2^2} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Los ángulos  $\varphi_{90}$ ,  $\theta_0$  y  $\theta_{90}$  presentan equivalencias similares a la de la ecuación 5.34. En efecto:

$$\operatorname{cos} \varphi_{90} = \frac{4x^2 - a_3^2}{4x^2 + a_3^2} \quad \text{y} \quad \operatorname{cos} \theta_0 = \operatorname{cos} \theta_{90} = \frac{4x^2 - a_1^2}{4x^2 + a_1^2} \quad (5.35)$$

Considerando estas relaciones, cuando la fuente se encuentra en la posición a  $0^\circ$ , el área que subtiende la superficie del blanco es:

$$A_0 \simeq - \int_0^{\arccos\left(\frac{4x^2 - a_2^2}{4x^2 + a_2^2}\right)} \int_1^{\left(\frac{4x^2 - a_1^2}{4x^2 + a_1^2}\right)} x^2 d \operatorname{cos} \theta d \varphi = \frac{2a_1^2 x^2}{4x^2 + a_1^2} \arccos\left(\frac{4x^2 - a_2^2}{4x^2 + a_2^2}\right)$$

Análogamente, para la posición a  $90^\circ$ :

$$A_{90} \simeq - \int_0^{\arccos\left(\frac{4x^2 - a_3^2}{4x^2 + a_3^2}\right)} \int_1^{\left(\frac{4x^2 - a_1^2}{4x^2 + a_1^2}\right)} x^2 d \cos \theta d\varphi = \frac{2a_1^2 x^2}{4x^2 + a_1^2} \arccos\left(\frac{4x^2 - a_3^2}{4x^2 + a_3^2}\right)$$

Si  $d$  es la distancia a la que se encuentra la fuente respecto al centro del blanco,  $x \equiv x_0 = d - (a_3/2)$  en la posición a  $0^\circ$ , mientras que  $x \equiv x_{90} = d - (a_2/2)$  en la posición a  $90^\circ$ .

Entonces, para la posición a  $0^\circ$ , el parámetro  $\tilde{N}_0$  de la distribución energética de la ecuación 5.32 está dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{N}_0 \equiv \tilde{N}_0^0 &= \left( \frac{N_T A_0}{4\pi x_0^2} \right) \left( \int_0^\infty e^{-\alpha E_{mi}} \sinh \sqrt{\beta E_{mi}} dE_{mi} \right)^{-1} \\ &= \frac{a_1^2 N_T}{2\pi (4x_0^2 + a_1^2)} \arccos\left(\frac{4x_0^2 - a_2^2}{4x_0^2 + a_2^2}\right) \left( \int_0^\infty e^{-\alpha E_{mi}} \sinh \sqrt{\beta E_{mi}} dE_{mi} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Mientras que, para la posición a  $90^\circ$ , el parámetro  $\tilde{N}_0$  está dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{N}_0 \equiv \tilde{N}_0^{90} &= \left( \frac{N_T A_{90}}{4\pi x_0^2} \right) \left( \int_0^\infty e^{-\alpha E_{mi}} \sinh \sqrt{\beta E_{mi}} dE_{mi} \right)^{-1} \\ &= \frac{a_1^2 N_T}{2\pi (4x_{90}^2 + a_1^2)} \arccos\left(\frac{4x_{90}^2 - a_3^2}{4x_{90}^2 + a_3^2}\right) \left( \int_0^\infty e^{-\alpha E_{mi}} \sinh \sqrt{\beta E_{mi}} dE_{mi} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (5.37)$$

Por último, el porcentaje  $P$  de neutrones incidentes que son capaces de transferir una  $E_M$  a un núcleo en el blanco se define como el número de neutrones incidentes capaces de transferir esa energía, multiplicado por 100 y dividido entre el número total de neutrones incidentes, es decir:

$$P(E_M) = 100 \int_{\frac{mME_M}{4\mu^2}}^\infty e^{-\alpha E_{mi}} \sinh \sqrt{\beta E_{mi}} dE_{mi} \left( \int_0^\infty e^{-\alpha E_{mi}} \sinh \sqrt{\beta E_{mi}} dE_{mi} \right)^{-1} \quad (5.38)$$

## 5.1. CÁLCULO TEÓRICO

---

donde  $m$  es la masa del neutrón,  $M$  la masa del núcleo y  $\mu$  la masa reducida neutrón-núcleo. La Figura 5.9 muestra el comportamiento de esta función para neutrones que colisionan con un núcleo de Si.

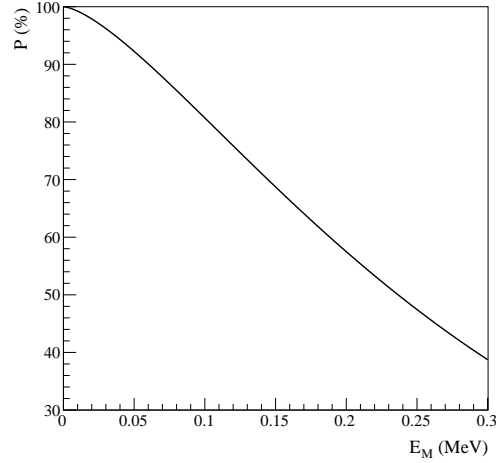


Figura 5.9. Porcentaje de neutrones incidentes, provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , capaces de transferir una cierta  $E_M$  a un núcleo de Si.

### 5.1.6. Espectro energético de los retrocesos de núcleos de Si debidos a la dispersión de neutrones provenientes de una fuente de $^{252}\text{Cf}$

El espectro energético de los retrocesos nucleares  $N_r$  es una función de  $E_M$  que describe cuántos retrocesos nucleares por unidad de energía por unidad de tiempo se provocaron al hacer incidir neutrones con una distribución  $N_n(E_{mi})$  sobre el blanco. El número total de retrocesos nucleares por hora con energía  $E_M$  en el blanco, de acuerdo a [45], debe ser igual al número de neutrones incidentes por hora capaces de transferir esa  $E_M$  en un núcleo multiplicado por la probabilidad de interacción de cada neutrón con cada núcleo en el blanco, es decir:

$$N_r(E_M) = \int_{E_{mi} \text{ mín}}^{E_{mi} \text{ máx}} N_n(E_{mi}) \frac{d\sigma}{dE_M} dE_{mi} = \int_{\frac{mME_M}{4\mu^2}}^{\infty} N_n(E_{mi}) \frac{d\sigma}{dE_M} dE_{mi} \quad (5.39)$$

Introduciendo las expresiones 5.31 y 5.32 en la ecuación 5.39, se obtienen los espectros de los retrocesos de núcleos de Si debidos a la dispersión elástica de neutrones provenientes de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , para las posiciones a  $0^\circ$  a 19 y 23 cm del centro del blanco y a  $90^\circ$  a 23 cm del centro del blanco. Estos espectros se muestran en la Figura 5.10.

## 5. CONTRIBUCIÓN AL ESPECTRO DEBIDA A LA DISPERSIÓN DE NEUTRONES

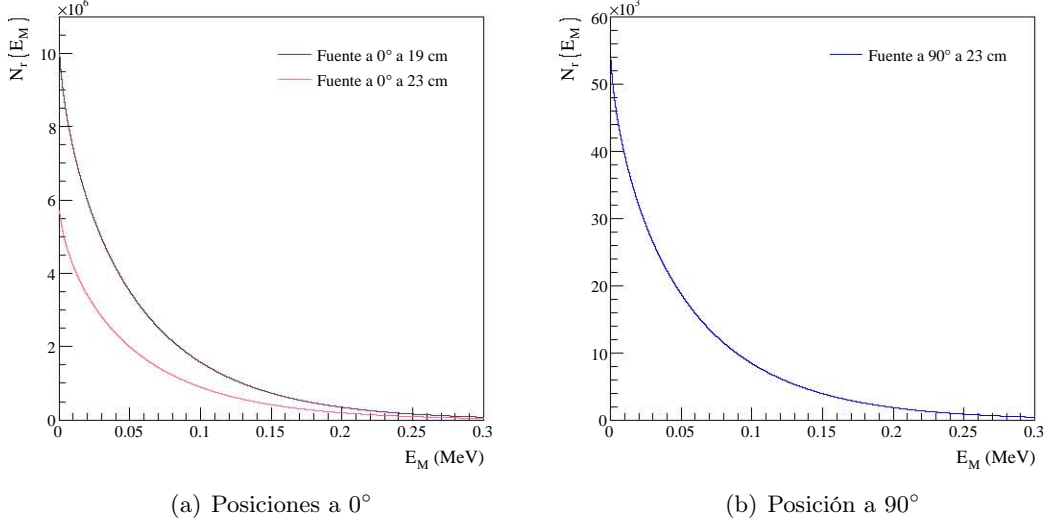


Figura 5.10. Espectros de los retrocesos de núcleos de Si por hora debidos a la dispersión elástica de neutrones provenientes de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , para tres diferentes posiciones.

Cabe hacer notar que estos espectros difieren entre sí solamente por el parámetro  $\tilde{N}_0$ . Por lo tanto, para los espectros en la posición a 0° se cumple que:

$$\begin{aligned}
 \frac{N_r^{0 \text{ a } 23 \text{ cm}}(E_M)}{N_r^{0 \text{ a } 19 \text{ cm}}(E_M)} &= \frac{\tilde{N}_0^{0 \text{ a } 23 \text{ cm}}}{\tilde{N}_0^{0 \text{ a } 19 \text{ cm}}} \\
 &= \frac{\left[4 \left(19 \text{ cm} - \frac{a_3}{2}\right)^2 + a_1^2\right] \arccos \left[\frac{4(23 \text{ cm} - \frac{a_3}{2})^2 - a_2^2}{4(23 \text{ cm} - \frac{a_3}{2})^2 + a_2^2}\right]}{\left[4 \left(23 \text{ cm} - \frac{a_3}{2}\right)^2 + a_1^2\right] \arccos \left[\frac{4(19 \text{ cm} - \frac{a_3}{2})^2 - a_2^2}{4(19 \text{ cm} - \frac{a_3}{2})^2 + a_2^2}\right]} \\
 &= 5.69 \times 10^{-1}
 \end{aligned}$$

Mientras que, para los espectros a 23 cm del centro del blanco:

$$\begin{aligned}
 \frac{N_r^{90 \text{ a } 23 \text{ cm}}(E_M)}{N_r^{0 \text{ a } 23 \text{ cm}}(E_M)} &= \frac{\tilde{N}_0^{90 \text{ a } 23 \text{ cm}}}{\tilde{N}_0^{0 \text{ a } 23 \text{ cm}}} \\
 &= \frac{\left[4 \left(23 \text{ cm} - \frac{a_3}{2}\right)^2 + a_1^2\right] \arccos \left[\frac{4(23 \text{ cm} - \frac{a_2}{2})^2 - a_3^2}{4(23 \text{ cm} - \frac{a_2}{2})^2 + a_3^2}\right]}{\left[4 \left(23 \text{ cm} - \frac{a_2}{2}\right)^2 + a_1^2\right] \arccos \left[\frac{4(23 \text{ cm} - \frac{a_3}{2})^2 - a_2^2}{4(23 \text{ cm} - \frac{a_3}{2})^2 + a_2^2}\right]} \\
 &= 9.38 \times 10^{-3}
 \end{aligned}$$

### 5.1.7. El factor de *quenching*

Los espectros de la Figura 5.10 son aquellos que se obtendrían en un detector si toda la energía cinética de los núcleos en retroceso se transformara en energía de ionización. Sin embargo, en detectores como el CCD, la energía depositada en forma de ionización normalmente difiere de la energía cinética de la partícula ionizante. Al cociente de estas dos energías se le conoce como eficiencia relativa o factor de *quenching*, al cual se le denota con la letra  $Q$ .

Este factor depende en gran medida de la interacción de la partícula con el detector. Para el caso en el que la partícula ionizante es un electrón, el factor de *quenching* se define como 1. Esto indica que la energía depositada por el electrón en forma de ionización es igual a su energía cinética. En el caso de retrocesos nucleares, este factor se vuelve dependiente de la energía de retroceso del núcleo. A altas energías de retroceso, la ionización producida por un núcleo se aproxima a la producida por un electrón de la misma energía, sin embargo, a bajas energías, la mayor parte de la energía del núcleo se pierde en colisiones atómicas [46]. Ésto cambia si el núcleo en retroceso sufre efecto *channeling*. Como se menciona en [8], el factor de *quenching* de un núcleo en retroceso que se mueve a lo largo de algún plano o eje cristalográfico es aproximadamente 1.

Si se denota como  $\varepsilon_M$  a la energía depositada por el núcleo en retroceso en forma de ionización, el factor de *quenching* para núcleos no canalizados cumple la siguiente relación:

$$\varepsilon_M = Q(E_M) E_M \quad (5.40)$$

Existen varias expresiones para  $Q(E_M)$ . Una de las más utilizadas, debido a su amplio rango energético de validez, es la propuesta por Lindhard en [47]:

$$Q_L(E_M) = \frac{kg(\epsilon(E_M))}{1 + kg(\epsilon(E_M))} \quad (5.41)$$

con  $k = 0.133 Z^{2/3} A^{-1/2}$ ,  $g = 3 \epsilon^{0.15} + 0.7 \epsilon^{0.6} + \epsilon$  y  $\epsilon = 11.5 Z^{-7/3} E_M$  ( $E_M$  expresada en keV), donde  $A$  es la masa atómica en una  $u$  y  $Z$  el número atómico del núcleo en retroceso.

A energías de retroceso menores a 5 keV, se ha observado que la ecuación 5.41 pierde validez. Es por ello que se han llevado a cabo diversos trabajos experimentales para tratar de obtener una mejor aproximación al factor de *quenching* a bajas energías. En particular, es de notar el trabajo realizado por algunos miembros de la colaboración DAMIC [46], en donde se realizaron mediciones de la eficiencia relativa de los retrocesos nucleares en un CCD de Si expuesto a una fuente de  $^{124}\text{Sb}-^9\text{Be}$ , en el rango entre  $E_M = 0.7$  keV y  $E_M = 2.3$  keV. La gráfica a) de la Figura 5.11 muestra la función



del factor de *quenching* obtenida por Lindhard (ecuación 5.41) y las mediciones de este factor hechas en [46]. La gráfica b), en cambio, muestra a  $E_M$  como función de  $\epsilon_M$  según la expresión al factor de *quenching* obtenida por Lindhard y a las mediciones obtenidas en [46].

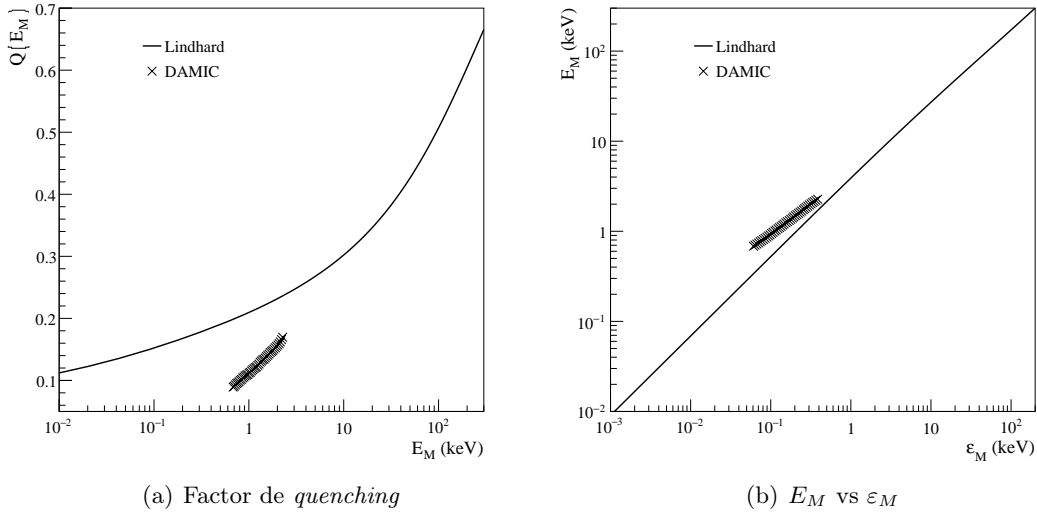


Figura 5.11. Factor de *quenching*  $Q$  y  $E_M$  como función de  $\epsilon_M$ , para la relación obtenida por Lindhard y las mediciones hechas en [46].

Relacionando las dos gráficas anteriores, se puede obtener la gráfica del factor de *quenching* como función de  $\epsilon_M$ , al cual se denotará como  $\tilde{Q}(\epsilon_M)$ , para la relación obtenida por Lindhard y las mediciones hechas en [46]. A estas mediciones se les realizó un ajuste válido para  $\epsilon_M \leq 30$  keV, al cual se denotó como  $\tilde{Q}_D$ , de la forma:

$$\tilde{Q}_D(\epsilon_M) = \frac{p_3\epsilon_M + p_4\epsilon_M^2 + \epsilon_M^3}{p_0 + p_1\epsilon_M + p_2\epsilon_M^2} \quad (5.42)$$

Los valores de los parámetros de la función  $\tilde{Q}_D$  que mejor ajustaron las mediciones de  $\tilde{Q}$  hechas en [46] fueron:  $p_0 = (27.54 \pm 1.31)$ ,  $p_1 = (623.88 \pm 12.89)$ ,  $p_2 = (330.26 \pm 1.73)$ ,  $p_3 = (87.66 \pm 2.60)$  y  $p_4 = (127.47 \pm 0.88)$ .

La gráfica de la Figura 5.12 muestra el factor de *quenching*  $\tilde{Q}(\epsilon_M)$  para la relación obtenida por Lindhard y las mediciones hechas en [46], así como el mejor ajuste  $\tilde{Q}_D$  a estas mediciones.

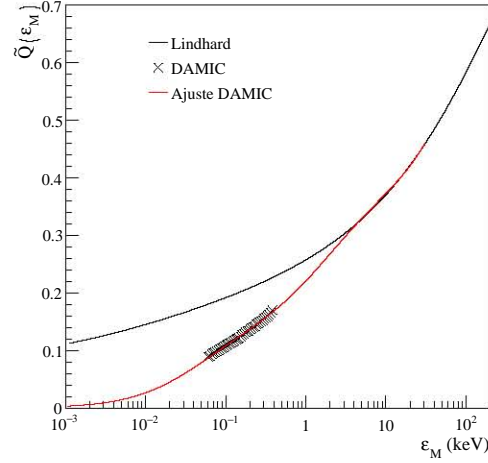


Figura 5.12. Factor de *quenching* como función de  $\varepsilon_M$  para la relación obtenida por Lindhard y las mediciones hechas en [46], así como el mejor ajuste a estas mediciones.

### 5.1.8. Espectro energético de los retrocesos de núcleos de Si en un CCD debidos a la dispersión de neutrones provenientes de una fuente de $^{252}\text{Cf}$

Considerando el factor de *quenching*, el espectro medido en el CCD de los retrocesos nucleares producidos por dispersión elástica de neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$  es entonces una función de  $\varepsilon_M$ . Para determinarlo basta con realizar un cambio de variable en el espectro  $N_r(E_M)$  previamente obtenido en la Sección 5.1.6, es decir:

$$\tilde{N}_r(\varepsilon_M) = N_r(E_M) \left( \frac{dE_M}{d\varepsilon_M} \right) \quad (5.43)$$

Considerando que  $\varepsilon_M = Q(E_M) E_M = \tilde{Q}(\varepsilon_M) E_M$ , el espectro medido en el CCD debido a la incidencia de neutrones provenientes de una fuente de  $^{252}\text{Cf}$  está dado por:

$$\tilde{N}_r(\varepsilon_M) = N_r(E_M) \left( Q + E_M \frac{dQ}{dE_M} \right)^{-1} = N_r(E_M) \tilde{Q}^{-1} \left( 1 - \varepsilon_M \tilde{Q}^{-1} \frac{d\tilde{Q}}{d\varepsilon_M} \right) \quad (5.44)$$

Considerando las expresiones para  $N_r(E_M)$  (ecuación 5.39),  $Q_L$  (ecuación 5.41) y  $\tilde{Q}_D$  (ecuación 5.42), se calculó  $\tilde{N}_r(\varepsilon_M)$  para las posiciones a  $0^\circ$  a 19 y 23 cm del centro del CCD y a  $90^\circ$  a 23 cm del centro del CCD. La Figura 5.13 muestra estos espectros para energías entre 0 y 0.03 MeV, mientras que la Figura 5.14 muestra estos espectros para

energías entre 0.03 y 0.2 MeV.

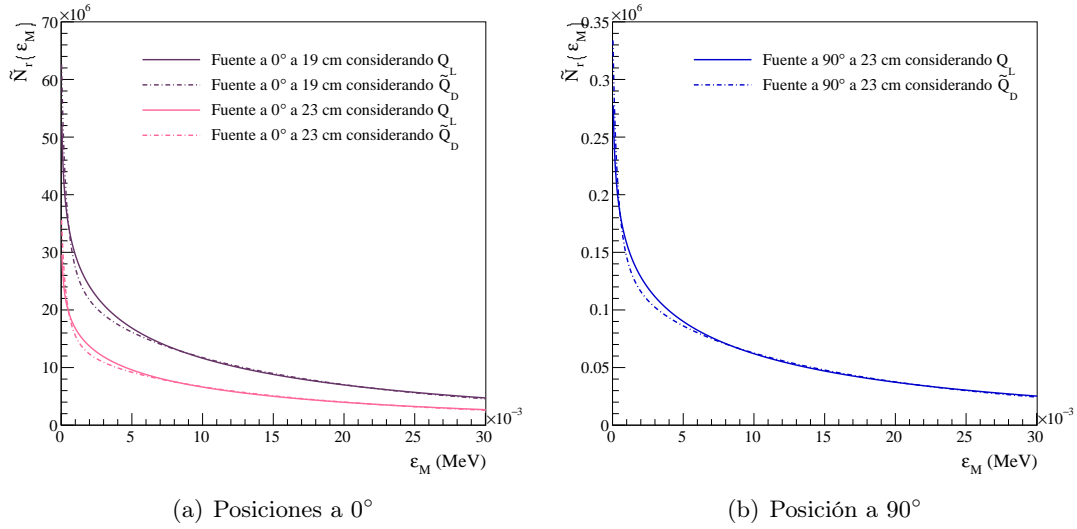


Figura 5.13. Espectros medidos en el CCD de los retrocesos de núcleos de Si por hora debidos a la dispersión elástica de neutrones provenientes de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , para tres diferentes posiciones, para energías entre 0 y 0.03 MeV.

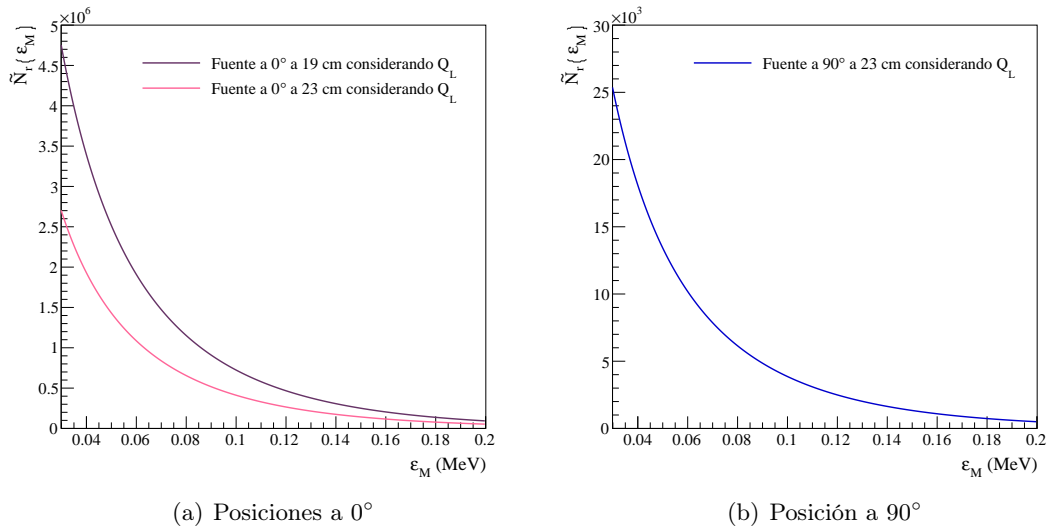


Figura 5.14. Espectros medidos en el CCD de los retrocesos de núcleos de Si por hora debidos a la dispersión elástica de neutrones provenientes de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , para tres diferentes posiciones, para energías entre 0.03 y 0.2 MeV.

## 5.2. Simulación mediante GEANT4

Se realizó una simulación del experimento realizado con la fuente de neutrones de  $^{252}\text{Cf}$  descrito en la Sección 4.1, en la versión 4.10.2 del programa GEANT4. Esta simulación fue desarrollada por el Dr. Jorge Molina, investigador de la Universidad Nacional de Asunción y miembro de las colaboraciones DAMIC y CONNIE.

Dado que el interés era modelar la contribución al espectro de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  debida a la dispersión de los neutrones provenientes de la fisión espontánea de este elemento, se decidió modelar la interacción de un haz de neutrones, cuyo espectro correspondiera a aquel de los neutrones provenientes de la fisión espontánea del  $^{252}\text{Cf}$ , con los núcleos de Si en un CCD. Para simular eficientemente esta interacción fue necesario seleccionar adecuadamente los procesos físicos que se deseaban considerar. El programa GEANT4 ofrece diferentes listas de modelos físicos que simulan procesos físicos adecuados para diferentes interacciones. La lista que se utilizó en esta simulación fue la QGSP\_BERT\_HP. Esta lista aplica el modelo de cuerdas quark-gluón para las interacciones con núcleos de hadrones de alta energía ( $< 20$  GeV) y el modelo de cascada intranuclear de Bertini para las interacciones con núcleos de hadrones de energía menor a 10 GeV. Esta lista también modela los procesos electromagnéticos estándar y utiliza el paquete de alta precisión NeutronHP, basado en datos experimentales, para modelar las interacciones con núcleos de neutrones de energías desde 20 MeV hasta energías térmicas [48].

A partir del esquema del dispositivo experimental de la Figura 5.15, se modeló primeramente la configuración de los principales elementos del sistema: los ladrillos de Pb, la cámara de vacío y el CCD.

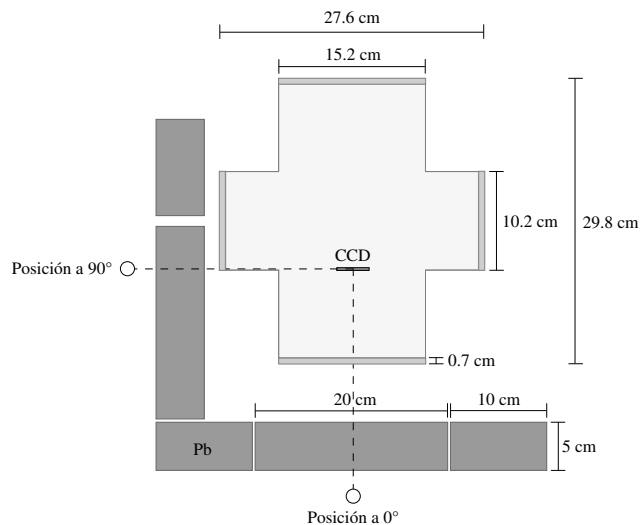


Figura 5.15. Esquema del dispositivo experimental indicando las dos posiciones en las que se situó la fuente de neutrones y las medidas reales de los elementos.

Posteriormente, se simuló un haz de 72 millones de neutrones, de  $7^\circ$  de dispersión angular, situado en la posición a  $0^\circ$  a 19 y 23 cm del centro del CCD y en la posición a  $90^\circ$  a 23 cm del centro del CCD, en analogía con el experimento realizado con la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ . Imágenes del modelo del dispositivo experimental y del haz de neutrones simulado en la posición a  $90^\circ$  a 23 cm del centro del CCD se muestran en la Figura 5.16.

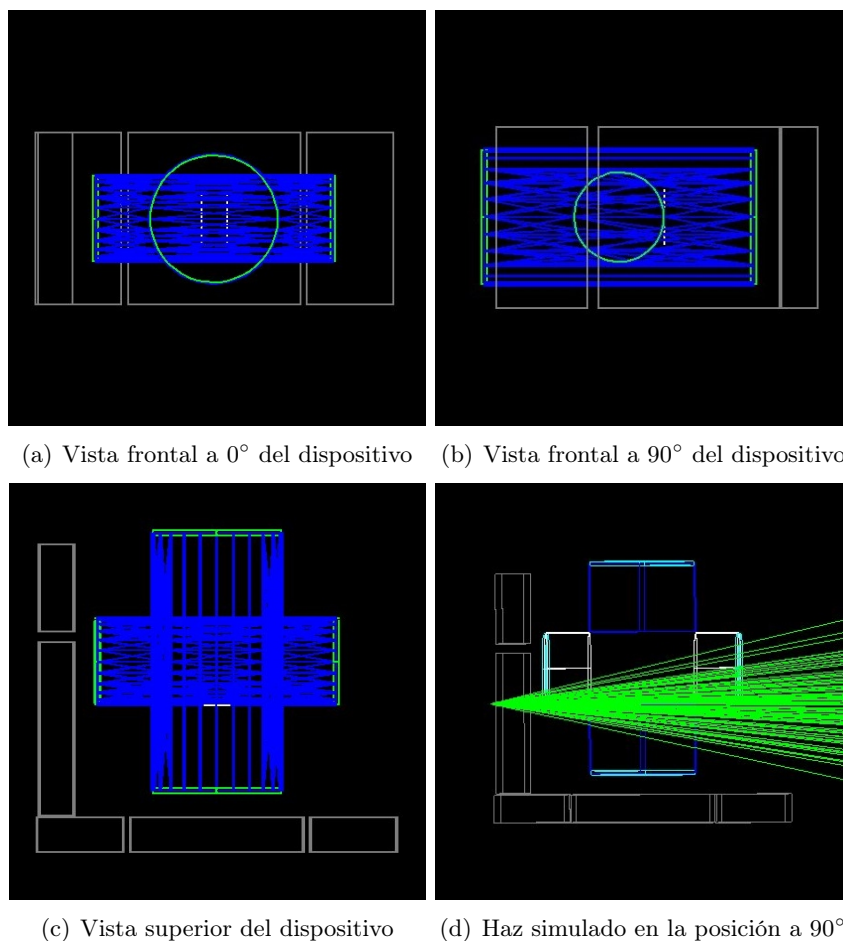
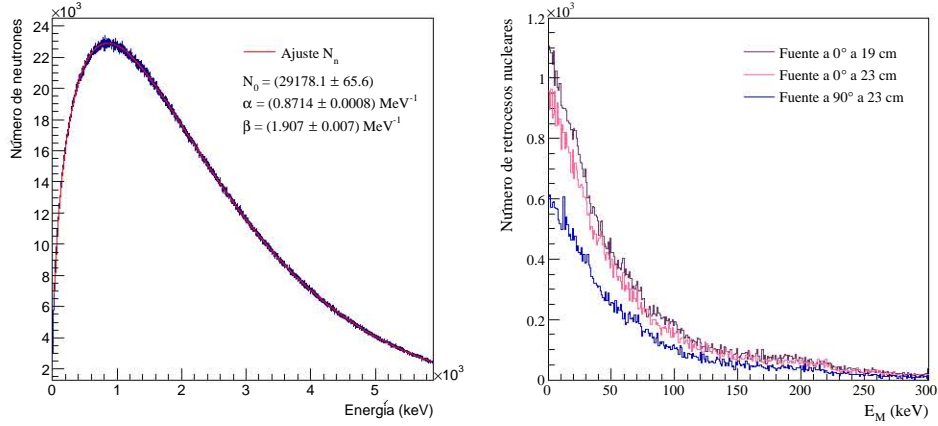


Figura 5.16. Vistas del modelo del dispositivo experimental y del haz de neutrones simulado en la posición a  $90^\circ$  a 23 cm del centro del CCD.

El espectro energético de los neutrones simulados se consideró igual al espectro de neutrones del decaimiento del isótopo radiactivo  $^{252}\text{Cf}$  que genera la aplicación RadioactiveDecay de GEANT4. A este espectro se le ajustó una función de la forma de la ecuación 4.1. Los valores de los parámetros del mejor ajuste fueron:  $N_0 = (29178.1 \pm 65.6)$ ,  $\alpha = (0.8714 \pm 0.0008) \text{ MeV}^{-1}$  y  $\beta = (1.907 \pm 0.007) \text{ MeV}^{-1}$ . El espectro de energías de los neutrones simulados y su mejor ajuste se muestran en el inciso a) de la Figura 5.17. Para las tres posiciones simuladas del haz se obtuvo el espectro energético de los retrocesos de los núcleos de Si en el CCD simulado. Estos espectros se muestran en el inciso b) de la Figura 5.17.

## 5.2. SIMULACIÓN MEDIANTE GEANT4

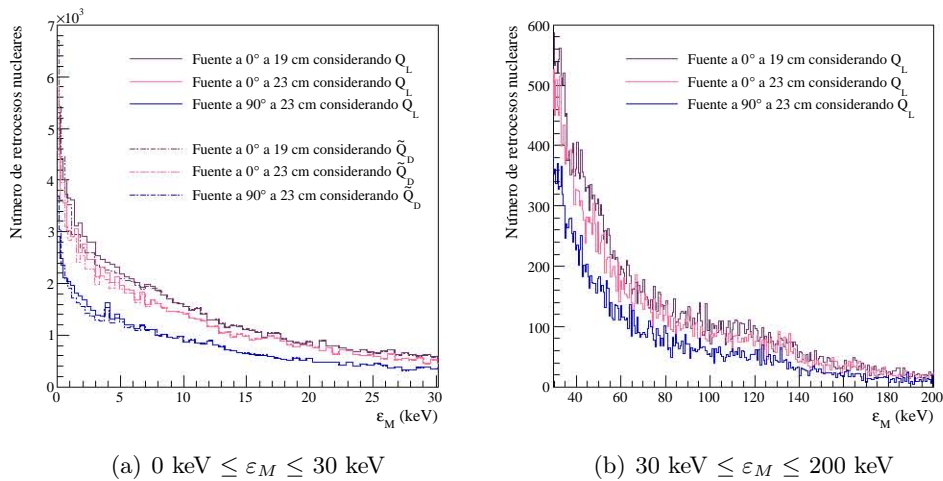


(a) Espectro de los neutrones simulados

(b) Espectro de los retrocesos nucleares

Figura 5.17. Espectro energético del haz de neutrones simulado y de los retrocesos de núcleos de Si debidos a la dispersión de neutrones de este haz situado en tres diferentes posiciones.

Dado que en la simulación no se considera ningún factor de *quenching*, los espectros de la Figura 5.17 son función de  $E_M$ . Considerando las expresiones de Lindhard y del ajuste a las mediciones de DAMIC de este factor (ecuaciones 5.41 y 5.42, respectivamente), se calcularon los espectros medidos en el CCD de los retrocesos de núcleos de Si, a partir de los espectros simulados, en función de  $\varepsilon_M$  con ayuda de la ecuación 5.44. Las gráficas de estos espectros, para las regiones en donde  $0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$  y en la que  $30 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 200 \text{ keV}$ , se muestran en la Figura 5.18.



(a)  $0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$

(b)  $30 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 200 \text{ keV}$

Figura 5.18. Espectro de los retrocesos de núcleos de Si debidos a la dispersión de los neutrones del haz simulado en tres diferentes posiciones, considerando los factores de *quenching*  $Q_L$  y  $\tilde{Q}_D$ .

## 5. CONTRIBUCIÓN AL ESPECTRO DEBIDA A LA DISPERSIÓN DE NEUTRONES

---

En la simulación realizada no se modeló la estructura cristalina del CCD de Si. Por lo tanto, la diferencia entre los espectros con el haz en diferentes posiciones sólo puede deberse a un cambio en el flujo de neutrones simulados que inciden en el CCD. Para poder identificar la razón de cambio debida al flujo entre los espectros, se realizaron las gráficas del cociente de los espectros simulados corregidos con el factor de *quenching*, con el haz situado en la posición a  $0^\circ$ , a 23 cm y a 19 cm del centro del CCD, y con el haz situado a 23 cm del centro del CCD, en las posiciones a  $90^\circ$  y  $0^\circ$ . Las Figuras 5.19, 5.20 y 5.21 muestran estas gráficas para los espectros corregidos con  $\tilde{Q}_D(\varepsilon_M)$  para la región en donde  $0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$  y para los espectros corregidos con  $Q_L(E_M)$  para las regiones en donde  $0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$  y en donde  $30 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 200 \text{ keV}$ , respectivamente.

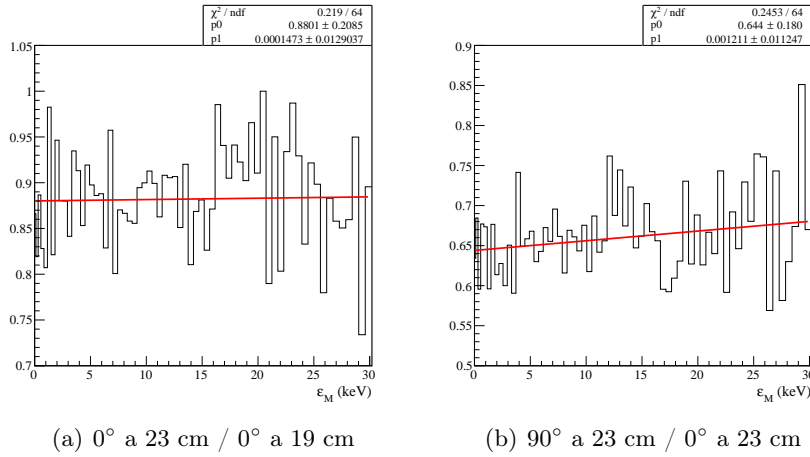


Figura 5.19. Cociente de los espectros simulados corregidos con  $\tilde{Q}_D(\varepsilon_M)$  en la región en donde  $0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$ .

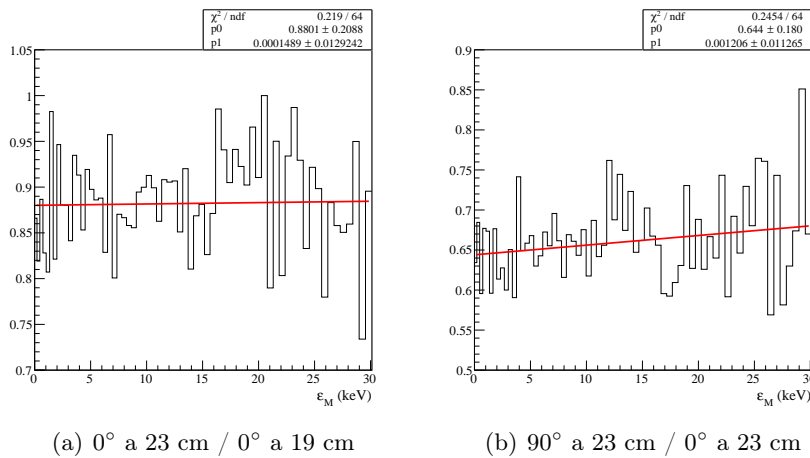


Figura 5.20. Cociente de los espectros simulados corregidos con  $Q_L(E_M)$  en la región en donde  $0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$ .

## 5.2. SIMULACIÓN MEDIANTE GEANT4

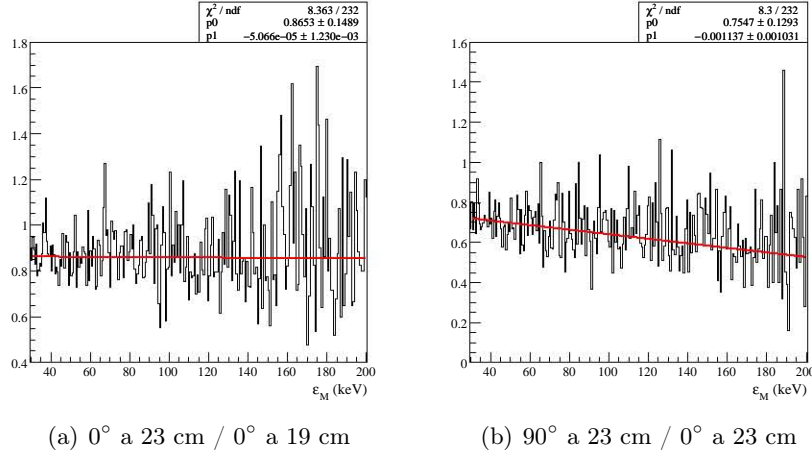


Figura 5.21. Cociente de los espectros simulados corregidos con  $Q_L(E_M)$  en la región en donde  $30 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 200 \text{ keV}$ .

A las gráficas de las Figuras 5.19, 5.20 y 5.21 se les realizó un ajuste lineal cuyos valores de pendiente y ordenada al origen se muestran en las Tablas 5.1 y 5.2. La Tabla 5.1 muestra estos valores para cada ajuste a las gráficas del cociente de los espectros simulados corregidos con el factor de *quenching*, con el haz situado en la posición a 0°, a 23 cm y a 19 cm del centro del CCD. La Tabla 5.2 muestra estos valores para cada ajuste a las gráficas del cociente de los espectros simulados corregidos con el factor de *quenching*, con el haz situado a 23 cm del centro del CCD, en las posiciones a 90° y a 0°.

<i>Quenching</i>	Región energética	Pendiente	Ordenada al origen
$\tilde{Q}_D(\varepsilon_M)$	$0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$	$(1.47 \pm 129.04) \times 10^{-4}$	$(0.8801 \pm 0.2085)$
$Q_L(E_M)$	$0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$	$(1.49 \pm 129.24) \times 10^{-4}$	$(0.8801 \pm 0.2088)$
$Q_L(E_M)$	$30 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 200 \text{ keV}$	$(-0.51 \pm 12.30) \times 10^{-4}$	$(0.8653 \pm 0.1489)$

Tabla 5.1. Valores de la pendiente y de la ordenada al origen de cada ajuste lineal a las gráficas del cociente de los espectros simulados corregidos con el factor de *quenching*, con el haz situado en la posición a 0°, a 23 cm y a 19 cm del centro del CCD.

<i>Quenching</i>	Región energética	Pendiente	Ordenada al origen
$\tilde{Q}_D(\varepsilon_M)$	$0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$	$(1.21 \pm 11.25) \times 10^{-3}$	$(0.644 \pm 0.180)$
$Q_L(E_M)$	$0 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 30 \text{ keV}$	$(1.21 \pm 11.27) \times 10^{-3}$	$(0.644 \pm 0.180)$
$Q_L(E_M)$	$30 \text{ keV} \leq \varepsilon_M \leq 200 \text{ keV}$	$(-1.14 \pm 1.03) \times 10^{-3}$	$(0.7547 \pm 0.1293)$

Tabla 5.2. Valores de la pendiente y de la ordenada al origen de cada ajuste lineal a las gráficas del cociente de los espectros simulados corregidos con el factor de *quenching*, con el haz situado a 23 cm del centro del CCD, en las posiciones a 90° y a 0°.



## 5. CONTRIBUCIÓN AL ESPECTRO DEBIDA A LA DISPERSIÓN DE NEUTRONES

---

## Capítulo 6

### Ajustes al espectro de la fuente de $^{252}\text{Cf}$

---

Como se menciona en la Sección 4.1, la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  emite principalmente partículas  $\alpha$ , neutrones y rayos  $\gamma$ . Se espera que en el espectro experimental de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  haya una nula contribución debida a la incidencia de partículas  $\alpha$  puesto que éstas tienen un bajo poder de penetración y, en el dispositivo experimental, las paredes de la cámara de vacío, el blindaje con los ladrillos de Pb y el aire circundante son capaces de frenarlas antes de que incidan en el CCD. En lo que respecta a la radiación  $\gamma$ , debido a los ladrillos de Pb colocados alrededor de la cámara de vacío, se espera que la intensidad de la radiación incidente al CCD esté atenuada en tres órdenes de magnitud comparada con la intensidad con la que salen los rayos  $\gamma$  de la fuente. Por lo tanto, la contribución al espectro debida a esta radiación se espera que sea pequeña. La contribución más importante al espectro de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  se espera que sea la debida a la incidencia de neutrones.

Como se menciona en la Sección 4.2, los espectros obtenidos de la fuente de  $^{60}\text{Co}$  se espera que modelen la contribución al espectro de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  debida a la radiación  $\gamma$  producto del decaimiento por fisión de este elemento. La razón de esto es porque las energías de los dos rayos  $\gamma$  que se generan en el decaimiento del  $^{60}\text{Co}$  (1.17 MeV y 1.33 MeV), los cuales producen su espectro energético, se encuentran dentro del rango de energías de los rayos  $\gamma$  productos del decaimiento por fisión espontánea del  $^{252}\text{Cf}$  (cuya energía promedio es 0.8 MeV).

Por otra parte, como se menciona en el Capítulo 5, la contribución debida a la incidencia de neutrones al espectro de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  puede ser modelada mediante los espectros de los retrocesos nucleares calculados teóricamente en la Sección 5.1.8 y mediante los espectros obtenidos con la simulación en GEANT4 (Sección 5.2).

Con la finalidad de que todos los espectros que se consideran fueran comparables, se realizaron los histogramas normalizados de cada uno de ellos en dos rangos energéticos diferentes: de 0.4 a 30 keV y de 30 a 200 keV. Cabe mencionar que el rango energético de cada espectro se dividió en 100 bins de igual ancho. A los espectros de las fuentes de  $^{252}\text{Cf}$  y de  $^{60}\text{Co}$  obtenidos experimentalmente se les restó el espectro de *background*, obtenido en la Sección 3.3, con la finalidad de suprimir la contribución al espectro de eventos ajenos a los provenientes de las fuentes radiactivas. Los espectros normalizados se muestran desde la Figura 6.1 hasta la Figura 6.6.

## 6. AJUSTES AL ESPECTRO DE LA FUENTE DE $^{252}\text{Cf}$

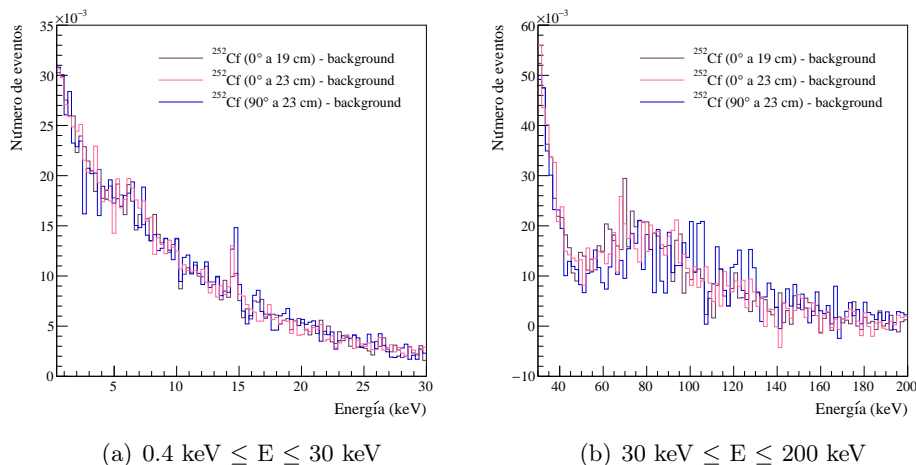


Figura 6.1. Resta de los espectros experimentales por hora de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  y el espectro de *background* por hora, normalizados al número total de eventos en dos distintos rangos de energía.

Los espectros de la Figura 6.1 son los que se desean ajustar. A estos espectros se les denotará con la letra H, el subíndice “con Pb” indicando que los espectros se adquirieron con los ladrillos de Pb, y un superíndice con la leyenda “0 a 19”, “0 a 23” o “90 a 23”, haciendo referencia a la posición y distancia de la fuente respecto al CCD. En una primera instancia puede observarse que estos espectros ya normalizados parecen ser muy similares en las dos regiones energéticas consideradas, independientemente de la posición y la distancia a la que se encontraba la fuente.

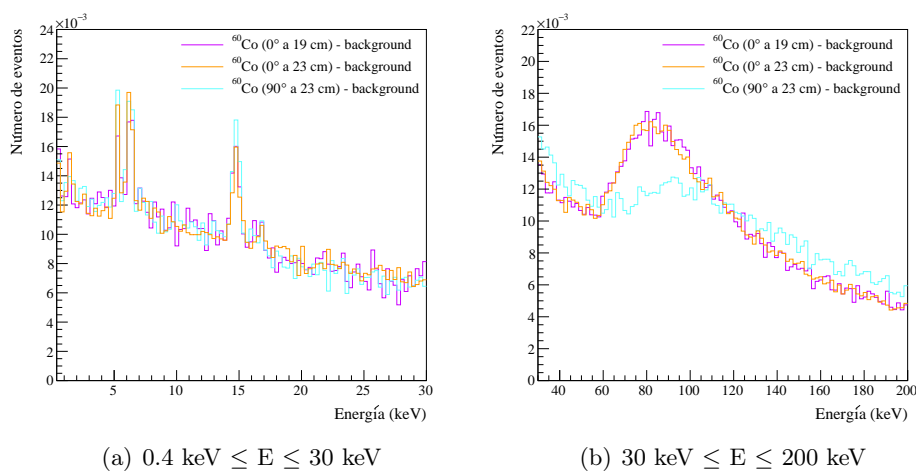


Figura 6.2. Resta de los espectros experimentales por hora de la fuente de  $^{60}\text{Co}$  sin los ladrillos de Pb y el espectro de *background* por hora, normalizados al número total de eventos en dos distintos rangos de energía.

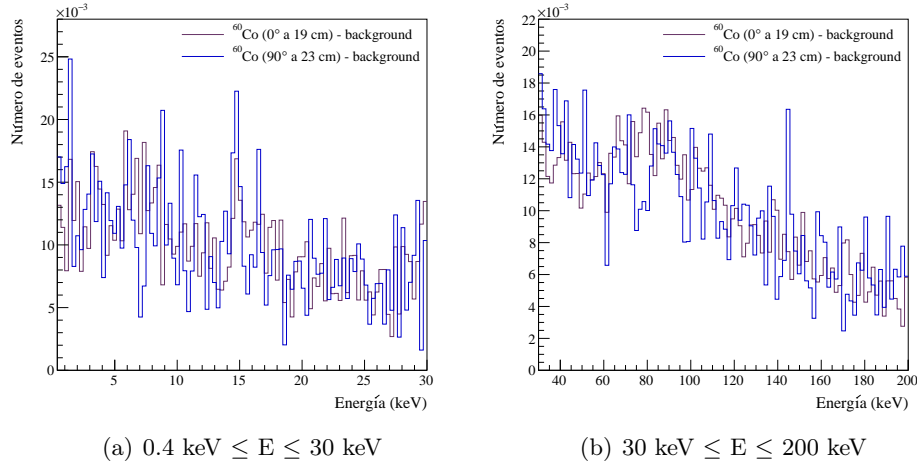


Figura 6.3. Resta de los espectros experimentales por hora de la fuente de  $^{60}\text{Co}$  con los ladrillos de Pb y el espectro de *background* por hora, normalizados al número total de eventos en dos distintos rangos de energía.

Los espectros de las Figuras 6.2 y 6.3 son los que modelarán la contribución a los espectros de la Figura 6.1 debida a la radiación  $\gamma$ . A estos espectros se les denotará con la letra G, el superíndice referente a la posición y distancia de la fuente respecto al CCD y el subíndice con la leyenda “sin Pb”, para los espectros de la Figura 6.2, o “con Pb”, para los de la Figura 6.3.

En el rango de energías de 0.4 a 30 keV, los espectros ya normalizados de la Figura 6.2 parecen ser muy similares, incluso en la amplitud de los picos de fluorescencia, independientemente de la posición y la distancia a la que se encontraba la fuente. En el rango energético entre 30 y 200 keV, los espectros a  $0^\circ$  difieren del de  $90^\circ$ , específicamente en la amplitud de la curva tipo Landau que se observa a estas energías. Por otra parte, los espectros ya normalizados de la Figura 6.3 parecen ser muy similares en los dos rangos energéticos considerados, independientemente de la posición y la distancia a la que se encontraba la fuente.

Los espectros de las Figuras 6.4, 6.5 y 6.6 son los que modelarán la contribución a los espectros de la Figura 6.1 debida a la incidencia de neutrones. A estos espectros se les denotará con la letra F. A los espectros de las Figuras 6.4 y 6.5 se les denotará además con el superíndice referente a la posición y distancia del haz simulado respecto al CCD y un subíndice con la leyenda “sim D”, “sim L” o “sim” haciendo referencia a que estos espectros fueron obtenidos mediante una simulación y corregidos con los factores de *quenching*  $\tilde{Q}_D$ ,  $Q_L$  y  $Q = 1$ , respectivamente. En cambio, a los espectros de la Figura 6.6 se les denotará solamente con un subíndice con la leyenda “teo D”, “teo L” o “teo” haciendo referencia a que estos espectros fueron obtenidos mediante un cálculo teórico y corregidos con los factores de *quenching*  $\tilde{Q}_D$ ,  $Q_L$  y  $Q = 1$ , respectivamente.

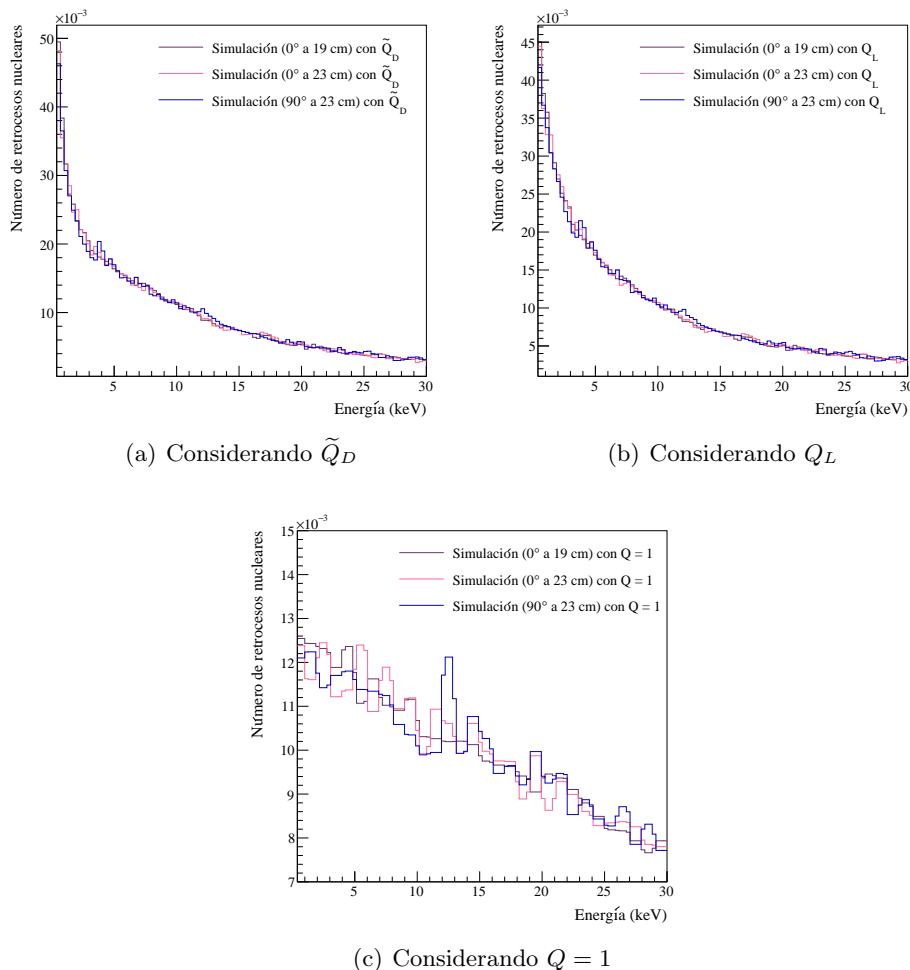


Figura 6.4. Espectros de los retrocesos nucleares simulados, corregidos con tres distintos factores de *quenching* y normalizados al número total de eventos entre 0.4 y 30 keV.

Los espectros simulados ya normalizados de las Figuras 6.4 y 6.5 parecen ser muy similares en los dos rangos energéticos considerados, independientemente de la posición y la distancia a la que se simuló el haz respecto al CCD. Esto concuerda con lo esperado ya que la simulación realizada en GEANT4 no considera la estructura cristalina del CCD y, por lo tanto, no se espera dependencia alguna en el número de retrocesos nucleares con la dirección de incidencia de los neutrones.

Los espectros teóricos normalizados de la Figura 6.6 no dependen de la posición ni de la distancia de la fuente respecto al CCD. Esto es porque los espectros no normalizados calculados teóricamente para la fuente situada en las tres diferentes posiciones diferían entre ellos en una constante. Al normalizarlos, esta constante iguala su valor y los tres distintos espectros se convierten en el mismo.

## 6.1. AJUSTES CONSIDERANDO CONTRIBUCIÓN DE NEUTRONES

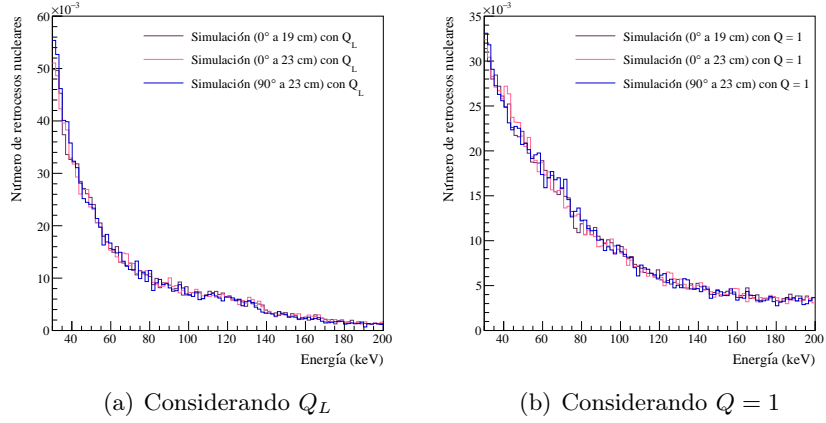


Figura 6.5. Espectros de los retrocesos nucleares simulados, corregidos con dos distintos factores de *quenching* y normalizados al número total de eventos entre 30 y 200 keV.

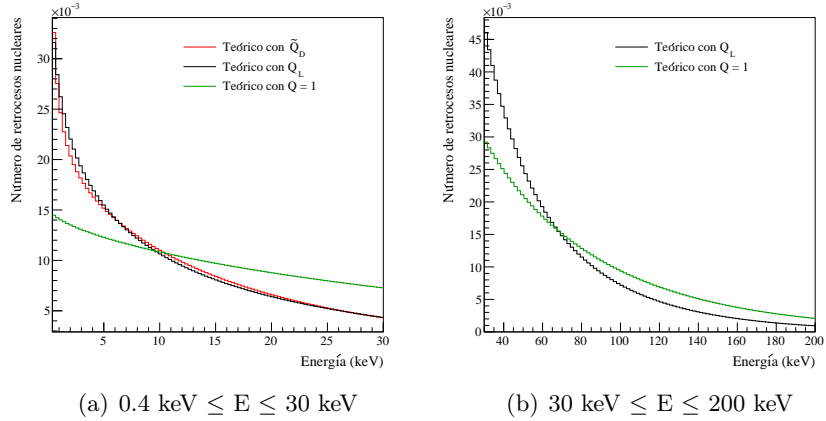


Figura 6.6. Espectros de los retrocesos nucleares calculados teóricamente, corregidos con tres distintos factores de *quenching* y normalizados al número total de eventos en dos distintos rangos de energía.

Considerando cada uno de estos espectros normalizados, se realizaron diferentes ajustes a los espectros H mediante combinaciones lineales de los espectros F y G.

### 6.1. Ajustes considerando contribución de neutrones

Este tipo de ajustes a los espectros H de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  son de la forma:

$$H = aF + c \quad (6.1)$$

donde  $F$  son los espectros teóricos y simulados de los retrocesos nucleares obtenidos en el Capítulo 5, corregidos con distintos factores de *quenching*,  $a$  es la constante más óptima por la que debe multiplicarse cada espectro  $F$  para que se obtenga el mejor ajuste al correspondiente espectro  $H$  y  $c$  es la constante más óptima que debe sumarse a esta multiplicación para obtener un ajuste óptimo. Para cada uno de los tres espectros  $H$ , en cada región energética de interés, se consideraron todos los diferentes espectros  $F$  correspondientes a esa región para realizar los ajustes. A continuación se presentan una serie de Tablas y Gráficas de los ajustes realizados considerando la contribución de los neutrones.

### 6.1.1. Energías entre 0.4 y 30 keV

Ajuste al espectro $H_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$		
Espectro $F$	$a$	$c$
$F_{\text{teo D}}$	$(1.379 \pm 2.155)$	$(-3.959 \pm 16.935) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo L}}$	$(1.334 \pm 2.091)$	$(-3.533 \pm 16.384) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$	$(3.276 \pm 5.162)$	$(-0.023 \pm 0.046)$
$F_{\text{sim D}}^{0 \text{ a } 19}$	$(1.005 \pm 1.602)$	$(-0.377 \pm 12.344) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim L}}^{0 \text{ a } 19}$	$(0.9659 \pm 1.5455)$	$(-0.016 \pm 11.92) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^{0 \text{ a } 19}$	$(3.901 \pm 6.440)$	$(-0.0296 \pm 0.0588)$

Tabla 6.1. Valores de  $a$  y  $c$  correspondientes a los ajustes del espectro  $H_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$  con cada uno de los espectros  $F$  considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.

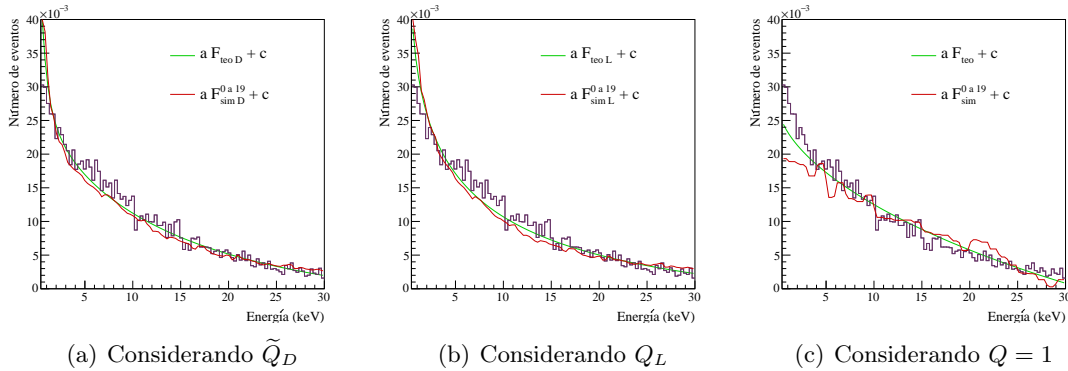


Figura 6.7. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$  con cada uno de los espectros  $F$  considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.

## 6.1. AJUSTES CONSIDERANDO CONTRIBUCIÓN DE NEUTRONES

Ajuste al espectro $H_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 23}$		
Espectro F	$a$	$c$
$F_{\text{teo D}}$	$(1.372 \pm 2.173)$	$(-3.911 \pm 17.195) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo L}}$	$(1.327 \pm 2.106)$	$(-3.476 \pm 16.611) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$	$(3.262 \pm 5.230)$	$(-0.0229 \pm 0.0466)$
$F_{\text{sim D}}^{0 \text{ a } 23}$	$(1.007 \pm 1.620)$	$(-0.386 \pm 12.572) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim L}}^{0 \text{ a } 23}$	$(0.9671 \pm 1.5610)$	$(-0.0108 \pm 12.12) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^{0 \text{ a } 23}$	$(3.802 \pm 6.580)$	$(-0.0288 \pm 0.0605)$

Tabla 6.2. Valores de  $a$  y  $c$  correspondientes a los ajustes del espectro  $H_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.

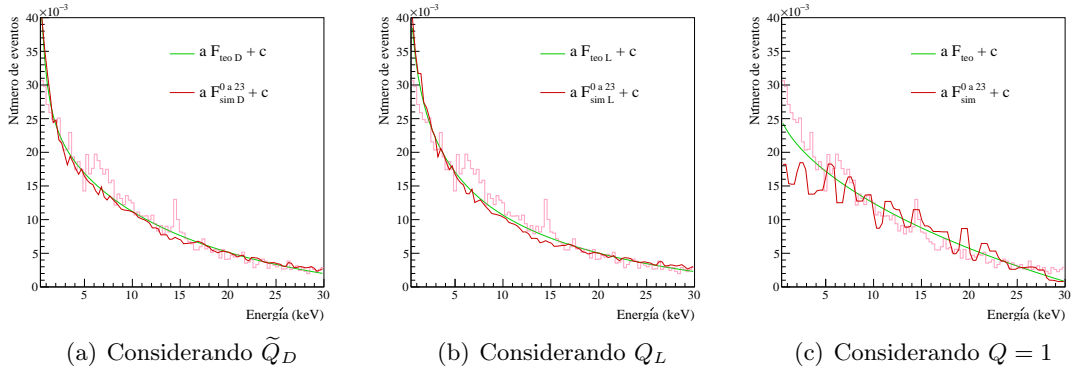


Figura 6.8. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.

Ajuste al espectro $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$		
Espectro F	$a$	$c$
$F_{\text{teo D}}$	$(1.346 \pm 2.134)$	$(-3.714 \pm 16.842) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo L}}$	$(1.297 \pm 2.068)$	$(-3.264 \pm 16.285) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$	$(3.209 \pm 5.113)$	$(-0.0224 \pm 0.0455)$
$F_{\text{sim D}}^{90 \text{ a } 23}$	$(1.015 \pm 1.635)$	$(-0.53 \pm 12.67) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim L}}^{90 \text{ a } 23}$	$(0.9722 \pm 1.5761)$	$(-0.1484 \pm 12.2357) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^{90 \text{ a } 23}$	$(3.714 \pm 6.534)$	$(-0.0281 \pm 0.0601)$

Tabla 6.3. Valores de  $a$  y  $c$  correspondientes a los ajustes del espectro  $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.



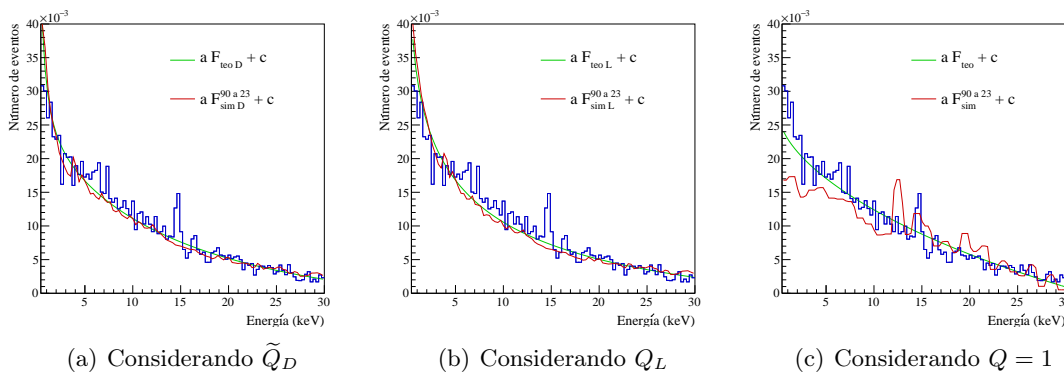


Figura 6.9. Mejores ajustes al espectro  $\text{H}_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.

De los datos de las Tablas 6.1, 6.2 y 6.3, así como de las gráficas de las Figuras 6.7, 6.8 y 6.9 puede concluirse que los mejores ajustes a los espectros  $\text{H}_{\text{con Pb}}$  en el rango de energías entre 0.4 y 30 keV se logra considerando el factor de *quenching* obtenido por la colaboración DAMIC en [46]. Los espectros de retrocesos nucleares obtenidos teóricamente y con la simulación en GEANT4 parecen ajustar de una manera adecuada a los espectros experimentales.

Los valores del parámetro  $a$  correspondientes a los ajustes con los espectros F corregidos con un factor de *quenching* igual a 1 permiten suponer que este valor de  $Q$  no es adecuado para emular el comportamiento de los espectros  $\text{H}_{\text{con Pb}}$  en este rango energético.

### 6.1.2. Energías entre 30 y 200 keV

Ajuste al espectro $\text{H}_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$		
Espectro F	$a$	$c$
$\text{F}_{\text{teo L}}$	$(0.8359 \pm 0.9934)$	$(-0.9876 \pm 2.4054) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{teo}}$	$(1.047 \pm 1.215)$	$(-2.747 \pm 3.994) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{sim L}}^{0 \text{ a } 19}$	$(0.8569 \pm 1.0264)$	$(-1.294 \pm 2.663) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{sim}}^{0 \text{ a } 19}$	$(1.172 \pm 1.377)$	$(-4.17 \pm 5.57) \times 10^{-3}$

Tabla 6.4. Valores de  $a$  y  $c$  correspondientes a los ajustes del espectro  $\text{H}_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

## 6.1. AJUSTES CONSIDERANDO CONTRIBUCIÓN DE NEUTRONES

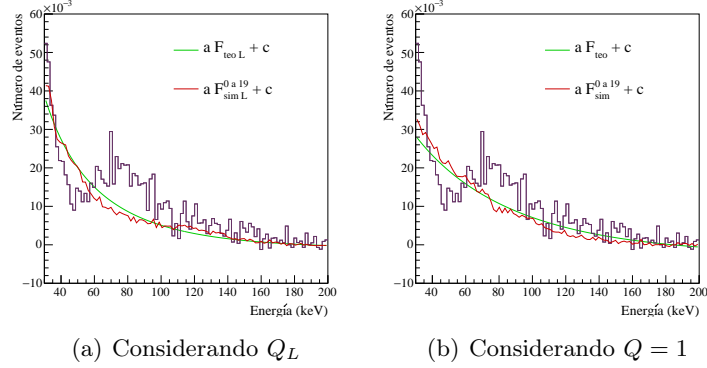


Figura 6.10. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 19$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

Ajuste al espectro $H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 23$		
Espectro F	$a$	$c$
$F_{\text{teo L}}$	$(0.7924 \pm 1.040)$	$(-1.116 \pm 4.888) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$	$(0.963 \pm 1.294)$	$(-3.113 \pm 6.927) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim L}}^0 \text{ a } 23$	$(0.7961 \pm 1.0823)$	$(-1.551 \pm 5.345) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^0 \text{ a } 23$	$(1.07 \pm 1.38)$	$(-3.669 \pm 7.343) \times 10^{-3}$

Tabla 6.5. Valores de  $a$  y  $c$  correspondientes a los ajustes del espectro  $H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 23$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

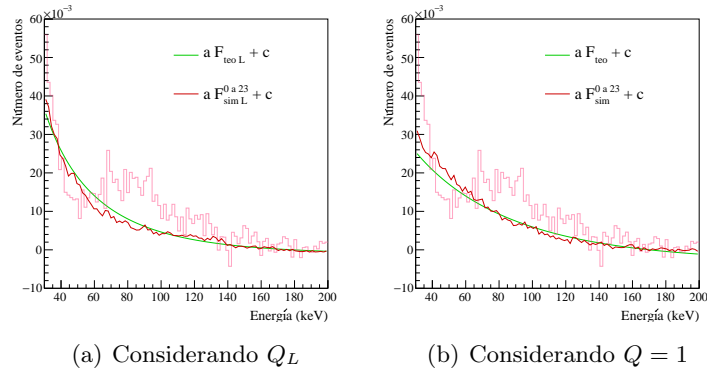


Figura 6.11. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 23$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

Ajuste al espectro $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$		
Espectro F	$a$	$c$
$F_{\text{teo L}}$	$(0.5805 \pm 0.9875)$	$(0.7024 \pm 7.0958) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$	$(0.7412 \pm 1.2701)$	$(-0.9642 \pm 9.0833) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim L}}^{90 \text{ a } 23}$	$(0.6168 \pm 1.0323)$	$(0.4503 \pm 7.3082) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^{90 \text{ a } 23}$	$(0.7916 \pm 1.3280)$	$(-1.313 \pm 9.426) \times 10^{-3}$

Tabla 6.6. Valores de  $a$  y  $c$  correspondientes a los ajustes del espectro  $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

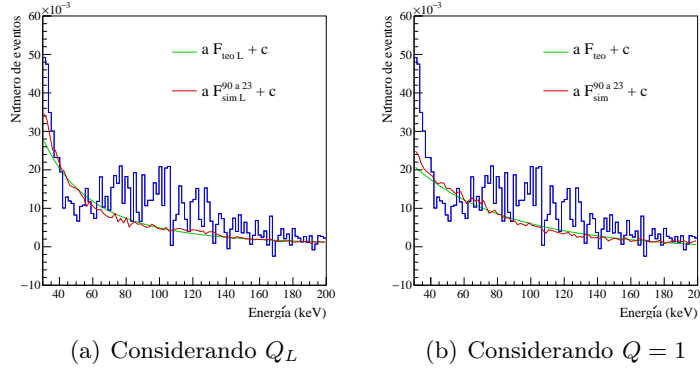


Figura 6.12. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

De los datos de las Tablas 6.4, 6.5 y 6.6, así como de las gráficas de las Figuras 6.10, 6.11 y 6.12 puede concluirse que los mejores ajustes a los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  en el rango de energías entre 30 y 200 keV se logra considerando el factor de *quenching* de Lindhard. En este rango energético, los espectros de retrocesos nucleares obtenidos teóricamente y con la simulación en GEANT4 no ajustan las curvas tipo Landau que aparecen en los espectros experimentales lo que lleva a pensar que la contribución a esta curva no es debida a los neutrones.

## 6.2. Ajustes considerando contribución de rayos $\gamma$

Este tipo de ajustes a los espectros H de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  son de la forma:

$$H = bG + c' \quad (6.2)$$

donde G son los espectros experimentales de la fuente de  $^{60}\text{Co}$ ,  $b$  es la constante más óptima por la que debe multiplicarse cada espectro G para que se obtenga el mejor ajuste al correspondiente espectro H y  $c'$  es la constante más óptima que debe sumarse

## 6.2. AJUSTES CONSIDERANDO CONTRIBUCIÓN DE RAYOS $\gamma$

a esta multiplicación para obtener un ajuste óptimo. Para cada uno de los tres espectros H, en cada región energética de interés, se consideraron todos los diferentes espectros G correspondientes a esa región para realizar los ajustes. A continuación se presentan una serie de Tablas y Gráficas de los ajustes realizados considerando la contribución de la radiación  $\gamma$ .

### 6.2.1. Energías entre 0.4 y 30 keV

Espectro H	Espectro G	$b$	$c'$
$H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 19$	$G_{\text{sin Pb}}^0 \text{ a } 19$	$(1.852 \pm 3.462)$	$(-0.9919 \pm 3.024) \times 10^{-2}$
	$G_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 19$	$(0.7572 \pm 2.4032)$	$(-0.8428 \pm 22.2123) \times 10^{-3}$
$H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 23$	$G_{\text{sin Pb}}^0 \text{ a } 23$	$(2.094 \pm 3.807)$	$(-1.209 \pm 3.345) \times 10^{-2}$
$H_{\text{con Pb}}^{90} \text{ a } 23$	$G_{\text{sin Pb}}^{90} \text{ a } 23$	$(1.837 \pm 3.292)$	$(-0.9491 \pm 2.8377) \times 10^{-2}$
	$G_{\text{con Pb}}^{90} \text{ a } 23$	$(0.581 \pm 2.053)$	$(0.7602 \pm 19.256) \times 10^{-3}$

Tabla 6.7. Valores de  $b$  y  $c'$  correspondientes a los ajustes de los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  con cada uno de los espectros G considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.

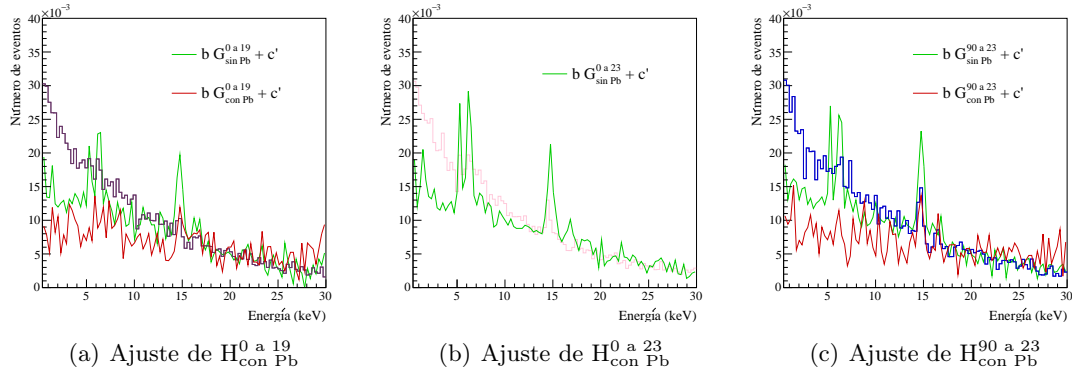


Figura 6.13. Mejores ajustes a los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  con cada uno de los espectros G considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.

De los datos de la Tabla 6.7 y de las gráficas de la Figura 6.13 puede concluirse que los mejores ajustes a los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  en el rango de energías entre 0.4 y 30 keV se logra considerando los espectros de  $^{60}\text{Co}$  adquiridos sin los ladrillos de Pb. Estos espectros promueven la aparición de los picos de fluorescencia aún presentes en los espectros  $H_{\text{con Pb}}$ , sin embargo, en este rango energético los espectros G no presentan la misma caída que los espectros  $H_{\text{con Pb}}$ . Esto lleva a pensar que la contribución de la radiación  $\gamma$  en este rango de energías es mínima en todos los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  considerados.

### 6.2.2. Energías entre 30 y 200 keV

Espectro H	Espectro G	$b$	$c'$
$H_{\text{con Pb}}^0$ a 19	$G_{\text{sin Pb}}^0$ a 19	$(1.122 \pm 1.579)$	$(-0.5904 \pm 0.8926) \times 10^{-2}$
	$G_{\text{con Pb}}^0$ a 19	$(0.8528 \pm 1.2454)$	$(-0.3426 \pm 0.5752) \times 10^{-2}$
$H_{\text{con Pb}}^0$ a 23	$G_{\text{sin Pb}}^0$ a 23	$(1.058 \pm 1.799)$	$(-0.6103 \pm 1.2943) \times 10^{-2}$
$H_{\text{con Pb}}^{90}$ a 23	$G_{\text{sin Pb}}^{90}$ a 23	$(1.109 \pm 2.542)$	$(-0.613 \pm 2.199) \times 10^{-2}$
	$G_{\text{con Pb}}^{90}$ a 23	$(0.8869 \pm 1.8479)$	$(-0.349 \pm 1.495) \times 10^{-2}$

Tabla 6.8. Valores de  $b$  y  $c'$  correspondientes a los ajustes de los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  con cada uno de los espectros G considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

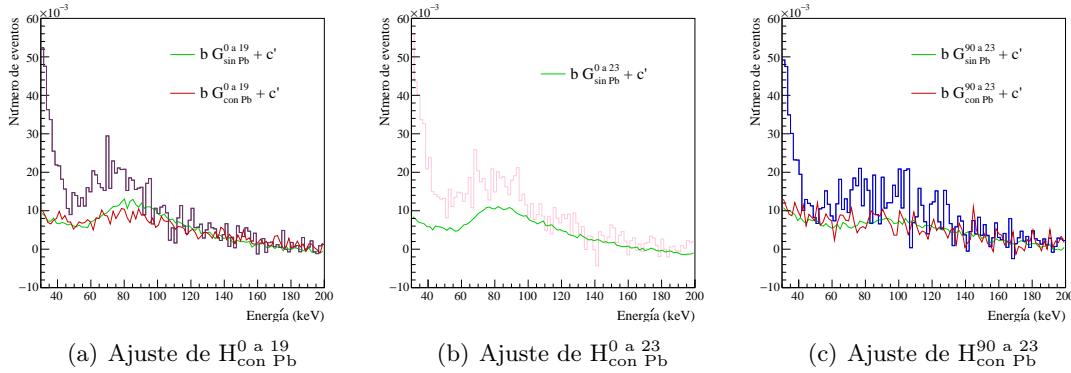


Figura 6.14. Mejores ajustes a los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  con cada uno de los espectros G considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

De los datos de la Tabla 6.8 y de las gráficas de la Figura 6.14 puede concluirse que los mejores ajustes a los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  en el rango de energías entre 30 y 200 keV se logra considerando los espectros de  $^{60}\text{Co}$  adquiridos sin los ladrillos de Pb. Los espectros G, en este rango energético, promueven la aparición de las curvas tipo Landau presentes en los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  considerados. Esto lleva a pensar que en este rango de energías se tiene una mayor contribución debida a la radiación  $\gamma$ .

### 6.3. Ajustes considerando ambas contribuciones

Este tipo de ajustes a los espectros H de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  son de la forma:

$$H = \tilde{a}F + \tilde{b}G + \tilde{c} \quad (6.3)$$

Las constantes  $\tilde{a}$  y  $\tilde{b}$  determinan qué tanto contribuyen los espectros F y G, respectivamente, al espectro H. Para cada uno de los tres espectros H, en cada región energética

### 6.3. AJUSTES CONSIDERANDO AMBAS CONTRIBUCIONES

de interés, se consideraron todos los diferentes espectros F y G correspondientes a esa región para realizar los ajustes. A continuación se presentan una serie de Tablas y Gráficas de los ajustes realizados considerando las contribuciones de los neutrones y de la radiación  $\gamma$ .

#### 6.3.1. Energías entre 0.4 y 30 keV

Ajuste al espectro $H_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$				
Espectro F	Espectro G	$\tilde{a}$	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$
$F_{\text{teo D}}$	$G_{\text{sin Pb}}^{0 \text{ a } 19}$	$(1.24 \pm 3.49)$	$(0.2844 \pm 5.6064)$	$(-5.385 \pm 32.822) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo L}}$		$(1.157 \pm 3.258)$	$(0.3819 \pm 5.3956)$	$(-5.533 \pm 32.665) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$		$(3.216 \pm 9.403)$	$(0.0487 \pm 6.3069)$	$(-2.288 \pm 4.848) \times 10^{-2}$
$F_{\text{sim D}}^{0 \text{ a } 19}$		$(0.8275 \pm 2.4196)$	$(0.5109 \pm 5.2298)$	$(-3.619 \pm 35.409) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim L}}^{0 \text{ a } 19}$		$(0.7731 \pm 2.2438)$	$(0.5959 \pm 5.0267)$	$(-3.907 \pm 34.914) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^{0 \text{ a } 19}$		$(3.346 \pm 11.523)$	$(0.3597 \pm 6.1955)$	$(-2.762 \pm 6.804) \times 10^{-2}$
$F_{\text{teo D}}$	$G_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$	$(1.346 \pm 2.413)$	$(0.082 \pm 2.6907)$	$(-4.439 \pm 23.128) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo L}}$		$(1.297 \pm 2.334)$	$(0.0948 \pm 2.6824)$	$(-4.102 \pm 22.973) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$		$(3.213 \pm 5.827)$	$(0.0634 \pm 2.7126)$	$(-2.299 \pm 4.590) \times 10^{-2}$
$F_{\text{sim D}}^{0 \text{ a } 19}$		$(0.9697 \pm 1.7818)$	$(0.1202 \pm 2.6731)$	$(-1.208 \pm 22.222) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim L}}^{0 \text{ a } 19}$		$(0.9285 \pm 1.7125)$	$(0.1353 \pm 2.6629)$	$(-0.969 \pm 22.213) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^{0 \text{ a } 19}$		$(3.735 \pm 7.185)$	$(0.139 \pm 2.681)$	$(-2.931 \pm 5.909) \times 10^{-2}$

Tabla 6.9. Valores de  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$  y  $\tilde{c}$  correspondientes a los ajustes del espectro  $H_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$  con cada uno de los espectros F y G considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.

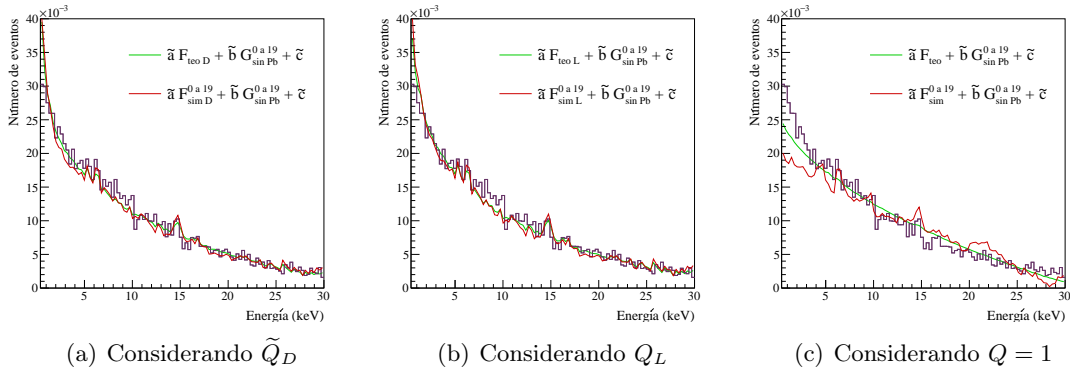


Figura 6.15. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $G_{\text{sin Pb}}^{0 \text{ a } 19}$ , en la región entre 0.4 y 30 keV.

## 6. AJUSTES AL ESPECTRO DE LA FUENTE DE $^{252}\text{CF}$

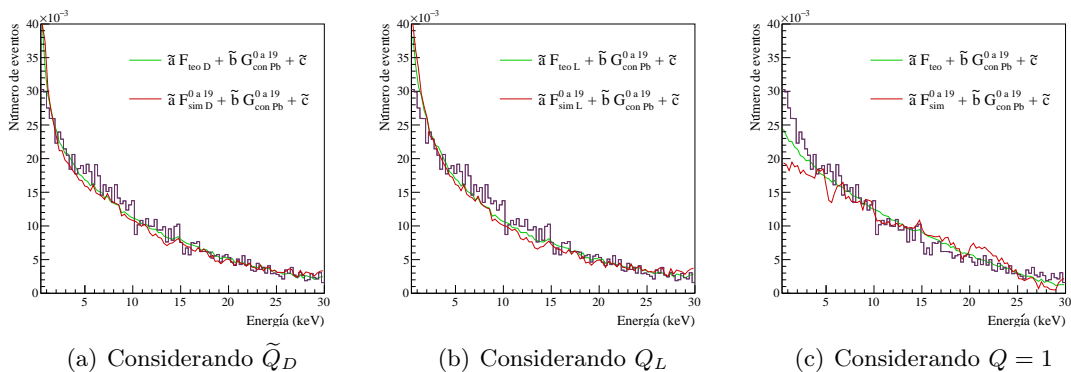


Figura 6.16. Mejores ajustes al espectro  $\text{H}^0$  a  $^{19}\text{con Pb}$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $\text{G}^0$  a  $^{19}\text{con Pb}$ , en la región entre 0.4 y 30 keV.

Ajuste al espectro $\text{H}^0$ a $^{23}\text{con Pb}$				
Espectro F	Espectro G	$\tilde{a}$	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$
$\text{F}_{\text{teo D}}$	$\text{G}^0$ a $^{23}\text{sin Pb}$	$(1.168 \pm 3.670)$	$(0.445 \pm 6.431)$	$(-6.266 \pm 38.130) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{teo L}}$		$(1.092 \pm 3.414)$	$(0.5402 \pm 6.1727)$	$(-6.449 \pm 37.816) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{teo}}$		$(3.03 \pm 10.27)$	$(0.1956 \pm 7.4739)$	$(-2.254 \pm 4.871) \times 10^{-2}$
$\text{F}^0$ a $^{23}\text{sim D}$		$(0.7879 \pm 2.5442)$	$(0.667 \pm 5.976)$	$(-4.742 \pm 41.009) \times 10^{-3}$
$\text{F}^0$ a $^{23}\text{sim L}$		$(0.7379 \pm 2.356)$	$(0.746 \pm 5.745)$	$(-5.011 \pm 40.369) \times 10^{-3}$
$\text{F}^0$ a $^{23}\text{sim}$		$(2.628 \pm 12.678)$	$(0.7943 \pm 7.3342)$	$(-2.495 \pm 7.046) \times 10^{-2}$

Tabla 6.10. Valores de  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$  y  $\tilde{c}$  correspondientes a los ajustes del espectro  $\text{H}^0$  a  $^{23}\text{con Pb}$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $\text{G}^0$  a  $^{23}\text{sin Pb}$ , en la región entre 0.4 y 30 keV.

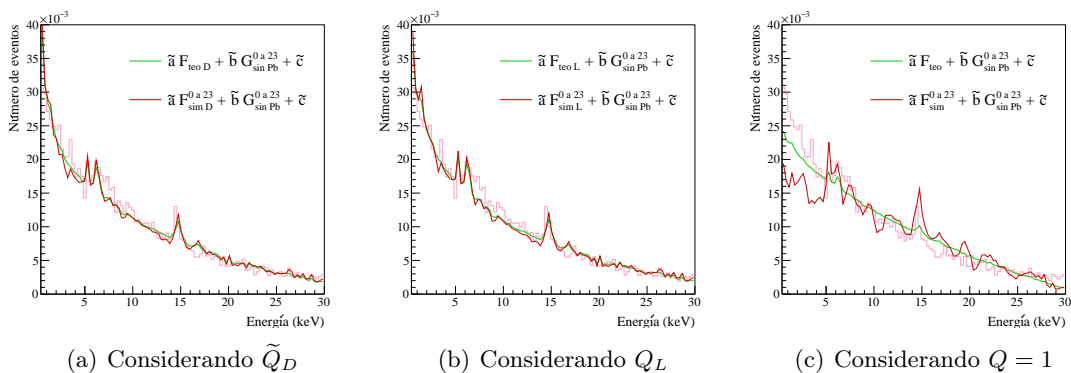


Figura 6.17. Mejores ajustes al espectro  $\text{H}^0$  a  $^{23}\text{con Pb}$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $\text{G}^0$  a  $^{23}\text{sin Pb}$ , en la región entre 0.4 y 30 keV.

### 6.3. AJUSTES CONSIDERANDO AMBAS CONTRIBUCIONES

Ajuste al espectro $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$				
Espectro F	Espectro G	$\tilde{a}$	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$
$F_{\text{teo D}}$	$G_{\text{sin Pb}}^{90 \text{ a } 23}$	$(1.098 \pm 3.582)$	$(0.4774 \pm 5.5255)$	$(-5.928 \pm 30.665) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo L}}$		$(1.018 \pm 3.336)$	$(0.5658 \pm 5.3114)$	$(-6.021 \pm 30.571) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$		$(2.86 \pm 9.86)$	$(0.263 \pm 6.348)$	$(-2.15 \pm 5.02) \times 10^{-2}$
$F_{\text{sim D}}^{90 \text{ a } 23}$		$(0.7687 \pm 2.5719)$	$(0.6431 \pm 5.1774)$	$(-4.341 \pm 33.197) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim L}}^{90 \text{ a } 23}$		$(0.7145 \pm 2.386)$	$(0.7169 \pm 4.984)$	$(-4.534 \pm 32.851) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^{90 \text{ a } 23}$		$(2.209 \pm 11.447)$	$(0.9236 \pm 5.7674)$	$(-2.207 \pm 7.109) \times 10^{-2}$
$F_{\text{teo D}}$	$G_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$	$(1.33 \pm 2.36)$	$(0.0378 \pm 2.2673)$	$(-3.922 \pm 20.97) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo L}}$		$(1.276 \pm 2.279)$	$(0.0483 \pm 2.2622)$	$(-3.538 \pm 20.73) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$		$(3.161 \pm 5.639)$	$(0.0458 \pm 2.2637)$	$(-2.236 \pm 4.551) \times 10^{-2}$
$F_{\text{sim D}}^{90 \text{ a } 23}$		$(0.9947 \pm 1.798)$	$(0.0622 \pm 2.2566)$	$(-0.9383 \pm 19.4993) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim L}}^{90 \text{ a } 23}$		$(0.9492 \pm 1.7289)$	$(0.0729 \pm 2.2515)$	$(-0.6367 \pm 19.4234) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^{90 \text{ a } 23}$		$(3.51 \pm 7.03)$	$(0.1727 \pm 2.2096)$	$(-2.777 \pm 6.032) \times 10^{-2}$

Tabla 6.11. Valores de  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$  y  $\tilde{c}$  correspondientes a los ajustes del espectro  $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F y G considerados, en la región entre 0.4 y 30 keV.

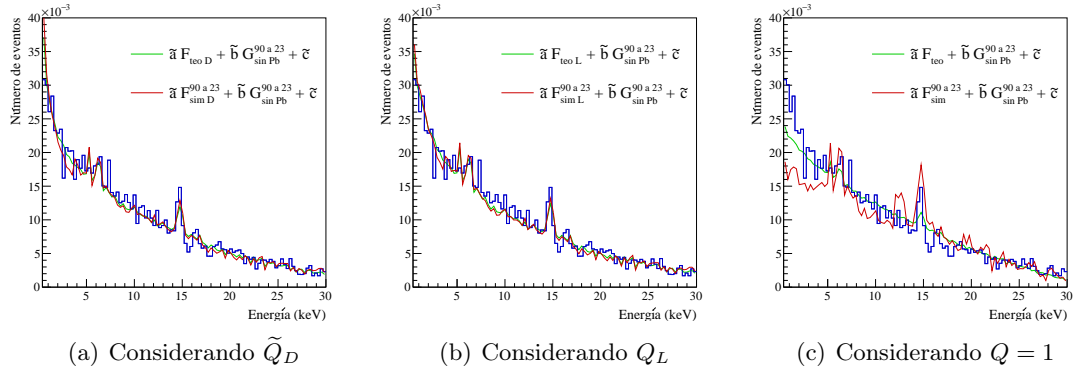


Figura 6.18. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $G_{\text{sin Pb}}^{90 \text{ a } 23}$ , en la región entre 0.4 y 30 keV.

De los datos de las Tablas 6.9, 6.10 y 6.11, así como de las gráficas de las Figuras 6.15, 6.16, 6.17, 6.18 y 6.19 puede concluirse que los mejores ajustes a los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  en el rango de energías entre 0.4 y 30 keV se logra considerando el factor de *quenching* obtenido por la colaboración DAMIC en la contribución de neutrones y el espectro obtenido sin los ladrillos de Pb en la contribución de la radiación  $\gamma$ .

La contribución de los espectros de retrocesos nucleares obtenidos teóricamente y con la simulación en GEANT4 permiten ajustar de una manera adecuada la línea base de los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  mientras que la contribución de los espectros  $G_{\text{sin Pb}}$  permiten ajustar de una mejor manera los picos de fluorescencia que se observan en los espectros  $H_{\text{con Pb}}$  en esta región energética.



## 6. AJUSTES AL ESPECTRO DE LA FUENTE DE $^{252}\text{CF}$

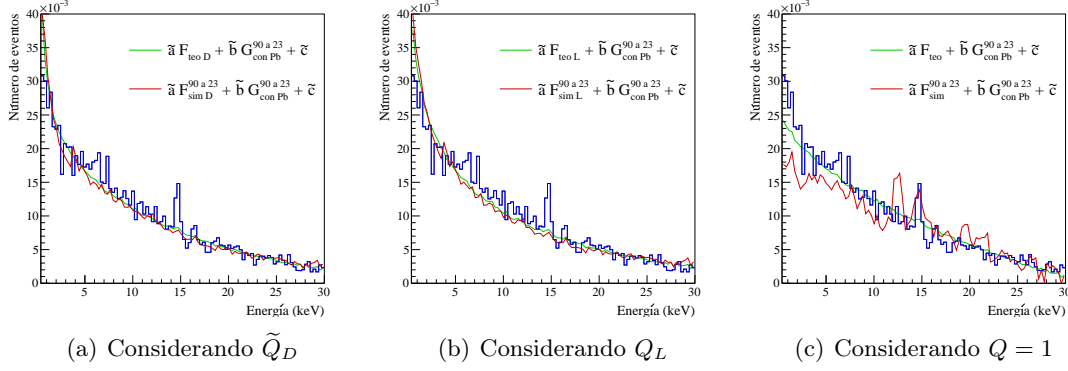


Figura 6.19. Mejores ajustes al espectro  $\text{H}_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $\text{G}_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$ , en la región entre 0.4 y 30 keV.

Los valores del parámetro  $\tilde{a}$  correspondientes a los ajustes con los espectros F corregidos con un factor de *quenching* igual a 1 permiten suponer que este valor de Q no es adecuado para emular el comportamiento de los espectros  $\text{H}_{\text{con Pb}}$  en este rango energético.

### 6.3.2. Energías entre 30 y 200 keV

Ajuste al espectro $\text{H}_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$				
Espectro F	Espectro G	$\tilde{a}$	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$
$\text{F}_{\text{teo L}}$	$\text{G}_{\text{sin Pb}}^{0 \text{ a } 19}$	$(0.6546 \pm 1.3183)$	$(0.4385 \pm 2.0955)$	$(-3.132 \pm 10.528) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{teo}}$		$(0.9791 \pm 2.0003)$	$(0.1115 \pm 2.5999)$	$(-0.3165 \pm 1.0535) \times 10^{-2}$
$\text{F}_{\text{sim L}}^{0 \text{ a } 19}$		$(0.6741 \pm 1.4145)$	$(0.4089 \pm 2.1762)$	$(-3.215 \pm 10.561) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{sim}}^{0 \text{ a } 19}$		$(0.9251 \pm 1.7921)$	$(0.4431 \pm 2.0557)$	$(-0.5677 \pm 0.8937) \times 10^{-2}$
$\text{F}_{\text{teo L}}$	$\text{G}_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$	$(0.683 \pm 1.312)$	$(0.2933 \pm 1.6451)$	$(-2.034 \pm 6.343) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{teo}}$		$(1.008 \pm 1.923)$	$(0.0516 \pm 1.9715)$	$(-0.2859 \pm 0.5853)$
$\text{F}_{\text{sim L}}^{0 \text{ a } 19}$		$(0.7071 \pm 1.4076)$	$(0.2656 \pm 1.7080)$	$(-2.176 \pm 6.267) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{sim}}^{0 \text{ a } 19}$		$(0.9597 \pm 1.7748)$	$(0.3048 \pm 1.6056)$	$(-0.4691 \pm 0.6210) \times 10^{-2}$

Tabla 6.12. Valores de  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$  y  $\tilde{c}$  correspondientes a los ajustes del espectro  $\text{H}_{\text{con Pb}}^{0 \text{ a } 19}$  con cada uno de los espectros F y G considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

### 6.3. AJUSTES CONSIDERANDO AMBAS CONTRIBUCIONES

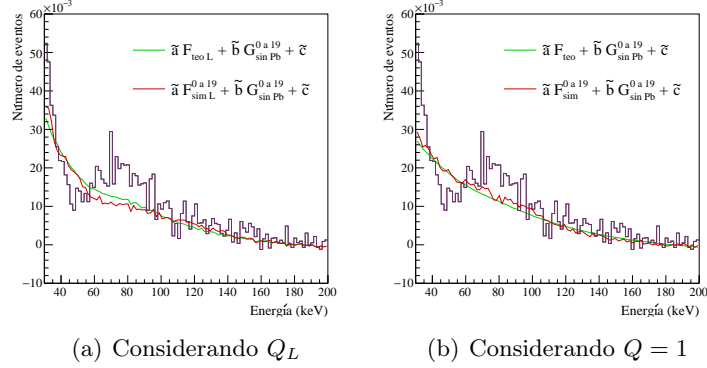


Figura 6.20. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 19$ , con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $G_{\text{sin Pb}}^0 \text{ a } 19$ , en la región entre 30 y 200 keV.

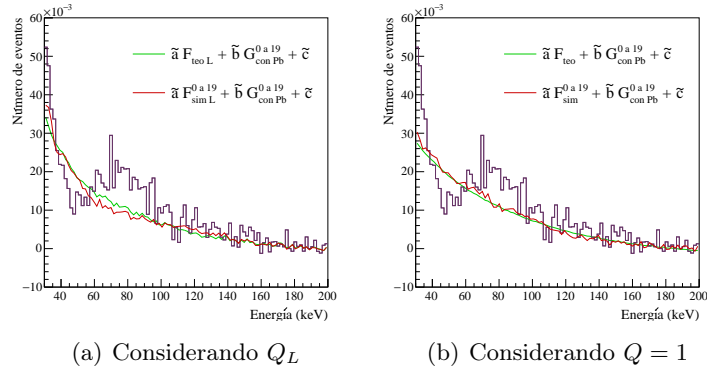


Figura 6.21. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 19$ , con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $G_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 19$ , en la región entre 30 y 200 keV.

Ajuste al espectro $H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 23$				
Espectro F	Espectro G	$\tilde{a}$	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$
$F_{\text{teo L}}$	$G_{\text{sin Pb}}^0 \text{ a } 23$	$(0.6828 \pm 1.3665)$	$(0.2924 \pm 2.3633)$	$(-2.808 \pm 14.526) \times 10^{-3}$
$F_{\text{teo}}$		$(0.9872 \pm 2.1659)$	$(-0.0419 \pm 3.0102)$	$(-0.2932 \pm 1.4694) \times 10^{-2}$
$F_{\text{sim L}}^0 \text{ a } 23$		$(0.6841 \pm 1.506)$	$(0.2676 \pm 2.503)$	$(-3.007 \pm 14.628) \times 10^{-3}$
$F_{\text{sim}}^0 \text{ a } 23$		$(0.9403 \pm 1.8273)$	$(0.257 \pm 2.379)$	$(-0.485 \pm 1.317) \times 10^{-2}$

Tabla 6.13. Valores de  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$  y  $\tilde{c}$  correspondientes a los ajustes del espectro  $H_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } 23$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $G_{\text{sin Pb}}^0 \text{ a } 23$ , en la región entre 30 y 200 keV.

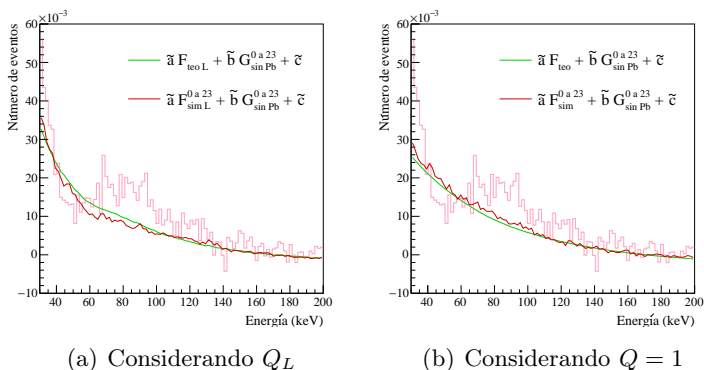


Figura 6.22. Mejores ajustes al espectro  $\text{H}_{\text{con Pb}}^0 \text{ a } ^{23}$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $\text{G}_{\text{sin Pb}}^0 \text{ a } ^{23}$ , en la región entre 30 y 200 keV.

Ajuste al espectro $\text{H}_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$				
Espectro F	Espectro G	$\tilde{a}$	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$
$\text{F}_{\text{teo L}}$	$\text{G}_{\text{sin Pb}}^{90 \text{ a } 23}$	$(0.5302 \pm 1.3328)$	$(0.1928 \pm 3.4313)$	$(-0.6963 \pm 25.8845) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{teo}}$		$(0.8027 \pm 2.0618)$	$(-0.1562 \pm 4.127)$	$(-0.0005 \pm 270.4) \times 10^{-4}$
$\text{F}_{\text{sim L}}^{90 \text{ a } 23}$		$(0.5742 \pm 1.3986)$	$(0.1554 \pm 3.4442)$	$(-0.6618 \pm 25.7059) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{sim}}^{90 \text{ a } 23}$		$(0.7414 \pm 1.8171)$	$(0.1408 \pm 3.4783)$	$(-0.2206 \pm 2.3998) \times 10^{-2}$
$\text{F}_{\text{teo L}}$	$\text{G}_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$	$(0.48 \pm 1.35)$	$(0.2769 \pm 2.5175)$	$(-0.9441 \pm 16.5677) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{teo}}$		$(0.6451 \pm 1.9033)$	$(0.1878 \pm 2.7693)$	$(-0.1835 \pm 1.5729) \times 10^{-2}$
$\text{F}_{\text{sim L}}^{90 \text{ a } 23}$		$(0.5194 \pm 1.4023)$	$(0.2576 \pm 2.5103)$	$(-1.049 \pm 16.34) \times 10^{-3}$
$\text{F}_{\text{sim}}^{90 \text{ a } 23}$		$(0.6758 \pm 1.8531)$	$(0.231 \pm 2.579)$	$(-0.2387 \pm 1.5255) \times 10^{-2}$

Tabla 6.14. Valores de  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$  y  $\tilde{c}$  correspondientes a los ajustes del espectro  $\text{H}_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F y G considerados, en la región entre 30 y 200 keV.

De los datos de las Tablas 6.12, 6.13 y 6.14, así como de las gráficas de las Figuras 6.20, 6.21, 6.22, 6.23 y 6.24 puede concluirse que los mejores ajustes a los espectros  $\text{H}_{\text{con Pb}}$  en el rango de energías entre 30 y 200 keV se logra considerando el factor de *quenching* de Lindhard en la contribución de neutrones.

En lo que respecta a la contribución de la radiación  $\gamma$ , la combinación lineal de los espectros F y G considerados en estos ajustes promovieron que las constantes  $\tilde{b}$ , asociadas a esta contribución, fueran menores a 0.3 en todos los casos. Esto provocó que las curvas tipo Landau que aparecen en los espectros  $\text{H}_{\text{con Pb}}$  no se ajustaran adecuadamente.

### 6.3. AJUSTES CONSIDERANDO AMBAS CONTRIBUCIONES

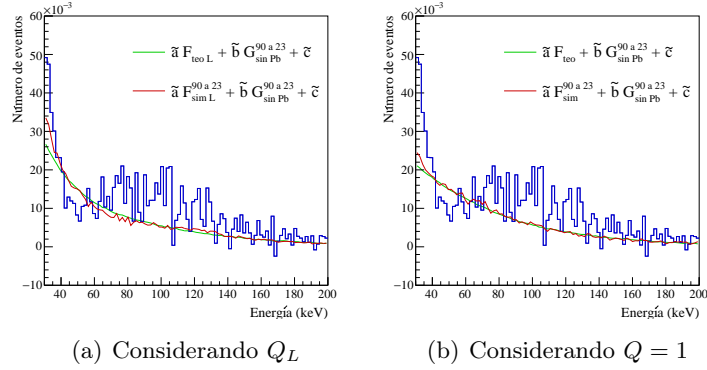


Figura 6.23. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $G_{\text{sin Pb}}^{90 \text{ a } 23}$ , en la región entre 30 y 200 keV.

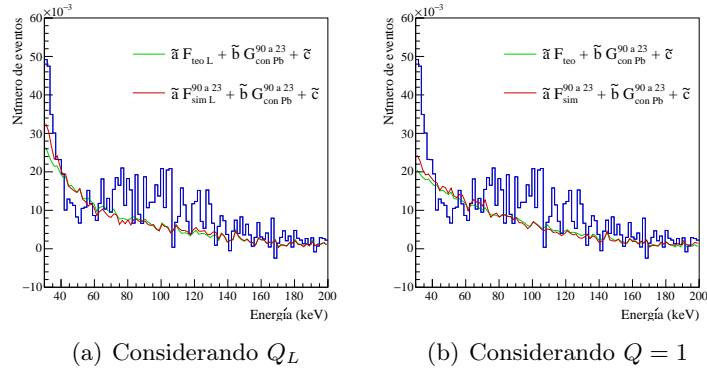


Figura 6.24. Mejores ajustes al espectro  $H_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$  con cada uno de los espectros F considerados y el espectro  $G_{\text{con Pb}}^{90 \text{ a } 23}$ , en la región entre 30 y 200 keV.

## 6. AJUSTES AL ESPECTRO DE LA FUENTE DE $^{252}\text{CF}$

---

## Conclusiones

---

El dispositivo CCD que se ocupó para la elaboración del trabajo experimental logró caracterizarse adecuadamente. Las constantes de calibración obtenidas a partir de los espectros de la fuente de  $^{55}\text{Fe}$  para los tiempos de integración de  $8 \mu\text{s}$  y  $400 \mu\text{s}$  fueron  $(1.6477 \pm 0.0382) \times 10^{-2} \text{ keV / ADU}$  y  $(4.1204 \pm 0.0004) \times 10^{-4} \text{ keV / ADU}$ , respectivamente. Estas constantes de calibración permitieron identificar adecuadamente el rango energético de los eventos registrados en el CCD.

Los espectros experimentales de la exposición del CCD a la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  presentan tres contribuciones principales debidas a la incidencia de eventos de *background*, rayos  $\gamma$  y neutrones, donde estas dos últimas contribuciones forman parte de los productos del decaimiento por fisión espontánea de esta fuente radiactiva.

La contribución debida al *background* logró caracterizarse satisfactoriamente permitiendo identificar de manera clara los picos de fluorescencia de Cr, Fe e Y, en la región energética menor a 30 keV, así como la curva tipo Landau característica de la incidencia de muones cósmicos, en la región entre 30 y 200 keV.

Una vez haciendo la resta del espectro de *background* a los espectros experimentales de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , se espera que el espectro resultante presente primordialmente las contribuciones debidas a rayos  $\gamma$  y neutrones.

La contribución debida a rayos  $\gamma$  se logró ajustar considerando los espectros obtenidos de la exposición del CCD a la fuente de  $^{60}\text{Co}$ . A pesar de que la radiación  $\gamma$  de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  presenta una distribución energética con un valor promedio de 0.8 MeV y los rayos  $\gamma$  de la fuente de  $^{60}\text{Co}$  tienen energías definidas de 1.17 y 1.33 MeV, al considerar los espectros de la fuente de  $^{60}\text{Co}$  como contribuciones a los ajustes de los espectros de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , se observó que esta radiación contribuye a la presencia de los picos de fluorescencia en la región entre 0.4 y 30 keV, y de la curva tipo Landau en la región entre 30 y 200 keV. La aparición de los picos de fluorescencia se explica como un proceso secundario de la interacción tipo Compton que presentan los rayos  $\gamma$  con los átomos de los dispositivos circundantes al CCD. Los eventos en el rango de energías entre 30 y 200 keV que contribuyen a la aparición de la curva tipo Landau son muy probablemente los electrones que sufrieron dispersión Compton al interactuar con los rayos  $\gamma$ . De hecho, en las imágenes adquiridas con ambas fuentes radiactivas, se observan más eventos electrónicos comparados con los eventos en las imágenes de *background*.

En lo que respecta a la contribución debida a los retrocesos nucleares productos de la incidencia de neutrones en el CCD, lo primero que debe resaltarse es que, tanto el cálculo teórico realizado en este trabajo como la simulación realizada en GEANT4 del espectro debido a retrocesos nucleares, corregidos ambos con el factor de *quenching*, ajustan satisfactoriamente los espectros experimentales de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , en especial en el rango energético entre 0.4 y 30 keV. En este trabajo se consideraron tres factores de *quenching* distintos. La primer función considerada de este factor provino de un ajuste a las mediciones realizadas por algunos miembros de la colaboración DAMIC en 2016 registradas en [46], la segunda fue la propuesta por Lindhard en 1963 registrada en [47] y la tercera fue considerando  $Q=1$ . En este trabajo se encontró que, para energías menores a 5 keV, los espectros de retrocesos nucleares corregidos con el factor de *quenching* proveniente de las mediciones realizadas en [46] promueven un mejor ajuste a los espectros experimentales de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , reafirmando así los resultados de la colaboración.

El valor de  $Q=1$  se consideró porque, como se comenta en [49], los núcleos en retroceso que son canalizados presentan un factor de *quenching* aproximadamente igual a la unidad y uno de los objetivos de este trabajo era determinar si existía algún cambio en los espectros de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  debido al *channeling* de núcleos en retroceso. De acuerdo a los ajustes realizados, este valor del factor de *quenching* parece no ajustar los espectros de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ .

En los cálculos realizados en el Capítulo 1 para los canales axiales  $\langle 100 \rangle$  y  $\langle 110 \rangle$ , se encontró que la fracción de núcleos canalizados axialmente cuando la energía de retroceso es menor a  $\sim 20$  keV y el ángulo de retroceso es mayor a  $\sim 5^\circ$  es nula. Para los canales planares  $\{100\}$  y  $\{110\}$ , esta fracción es nula para núcleos en retroceso con energías menores a  $\sim 60$  keV y ángulos de retroceso mayores a  $\sim 0.7^\circ$ . Primeramente, el rango angular en el que deben salir los núcleos en retroceso para poder sufrir canalización es muy pequeño en ambos casos, promoviendo que exista una menor probabilidad de que este fenómeno suceda. Aunado a esto está el hecho de que el número de retrocesos nucleares decrece con la energía, como se puede observar de los espectros de retrocesos nucleares obtenidos en el Capítulo 5 mediante el cálculo teórico y la simulación. Entonces, el número de núcleos en retroceso con energías en donde existe una mayor probabilidad de canalización es menor, reduciendo aún más la posibilidad de observar este fenómeno. Además, la fracción de núcleos canalizados cuando la red cristalina se encuentra a una temperatura dada, depende del parámetro  $k$  considerado en la definición de distancia crítica corregida por la temperatura para *channeling* (ecuación 1.22). El valor de este parámetro varía entre 1 y 2. Considerando la temperatura de la red cristalina igual a 128 K, conforme el valor de  $k$  crece, la fracción de núcleos canalizados decrece hasta en un  $\sim 70\%$  para *channeling* axial y hasta en un  $\sim 80\%$  para *channeling* planar. Por ejemplo, para *channeling* axial, la fracción de los núcleos en retroceso con energías cercanas a los 100 keV y ángulos de retroceso entre  $2^\circ$  y  $3^\circ$  que pueden ser canalizados cambia del  $\sim 60\%$  al  $\sim 18\%$  al cambiar  $k$  de 1 a 2. Para el caso de *channeling* planar, la fracción de los núcleos en retroceso con energías cercanas a los 100 keV y ángulos de retroceso entre  $0.1^\circ$  y  $0.3^\circ$  que presentan canalización es nueve órdenes de magnitud menor comparada

---

con la fracción de núcleos de esa misma energía canalizados axialmente. Por último, en el rango energético en el que la fracción de núcleos canalizados es mayor (entre 30 y 200 keV), en los espectros de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$  domina la presencia de eventos provenientes de la interacción de rayos  $\gamma$  con los elementos experimentales circundantes, dificultando la identificación del comportamiento de los eventos asociados a retrocesos nucleares.

Al comparar los espectros normalizados de la fuente de  $^{252}\text{Cf}$ , no se observa algún cambio significativo en el número de eventos que dependa de la posición en la que se situó la fuente. Esto es consecuencia de varios factores. Primeramente, la fuente que se utilizó no se encontraba colimada, por lo que las partículas emitidas viajaban en diferentes direcciones, no necesariamente paralelas a las cristalográficas. Además, la forma en la que estaba manufacturado el CCD sólo permite asegurar que el eje cristalográfico de la superficie normal a la fuente, cuando ésta se encuentra en la posición a  $90^\circ$ , está dentro de un plano coplanar a (100). Si bien este eje podría no ser equivalente a la dirección  $\langle 100 \rangle$  también podría serlo, en cuyo caso no habría diferencia en el número de núcleos canalizados.

Para mejorar el experimento se sugiere utilizar una fuente de neutrones colimada o, en su defecto, acercar lo más posible la fuente a la superficie del CCD, de modo que las partículas incidan mayoritariamente en una dirección paralela al eje cristalográfico de la superficie del detector sobre la que inciden. También, para garantizar que la dirección de incidencia de las partículas sea diferente a la del eje cristalográfico  $\langle 100 \rangle$  se recomienda colocar la fuente de modo que el haz de partículas forme un ángulo de  $45^\circ$  con la superficie de incidencia en el CCD. Así mismo, una cámara de vacío geoméricamente simétrica, como un cubo, permitiría igualar en ambas direcciones los efectos en los espectros de la interacción de las partículas incidentes con los elementos circundantes al CCD. Más aún, blindar de una mejor manera la contribución debida a la incidencia de rayos  $\gamma$  aumentando el grosor del Pb, o aplicar un corte adecuado en el catálogo para no considerar los eventos asociados a esta radiación, permitiría identificar de mejor manera el comportamiento de los núcleos en retroceso, específicamente en el rango de energías mayores a 30 keV, en donde se espera que los efectos debidos al fenómeno de *channeling* sean más notables. Mejorar este experimento no sólo serviría para tratar de identificar alguna dependencia direccional en los espectros, sino también permitiría obtener otras mediciones del factor de *quenching* a bajas energías el cual, en el caso de las colaboraciones DAMIC y CONNIE, resulta importante entender y modelar para poder discriminar de una mejor manera si existe o no un exceso de eventos.





# Apéndice A

## Potenciales axiales y planares

Partiendo de las ecuaciones 1.4 y 1.5:

$$U_A(\rho) = \frac{1}{d} \int_{-\infty}^{\infty} V \left[ (\rho^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} \right] dx \quad \text{y} \quad U_P(\rho) = 2\pi n \int_0^{\infty} V \left[ (\rho^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} \right] R dR$$

e introduciendo un potencial tipo Thomas-Fermi (ecuación 1.1):

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \Phi \left( \frac{r}{a} \right)$$

se obtienen las ecuaciones siguientes:

$$U_A(\rho) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \int_{-\infty}^{\infty} (\rho^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}} \Phi \left( \frac{(\rho^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}}{a} \right) dx \quad (\text{A.1})$$

$$U_P(\rho) = 2\pi n Z_1 Z_2 e^2 \int_0^{\infty} R (\rho^2 + R^2)^{-\frac{1}{2}} \Phi \left( \frac{(\rho^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}{a} \right) dR \quad (\text{A.2})$$

### A.1. Aproximación de Lindhard

La expresión de la aproximación de Lindhard de la función de apantallamiento es:

$$\Phi(x) = 1 - \left[ 1 + \left( \frac{C}{x} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = 1 - x (x^2 + C^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{A.3})$$

### A.1.1. Potencial axial

Sustituyendo la aproximación A.3 en la ecuación A.1:

$$\begin{aligned} U_A^L(\rho) &= \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \int_{-\infty}^{\infty} (\rho^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}} \left[ 1 - (\rho^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} (\rho^2 + x^2 + C^2 a^2)^{-\frac{1}{2}} \right] dx \\ &= \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (\rho^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}} dx - \int_{-\infty}^{\infty} (\rho^2 + x^2 + C^2 a^2)^{-\frac{1}{2}} dx \right] \end{aligned}$$

Haciendo cambio de variable,  $\frac{x}{\rho} = \eta$

$$\begin{aligned} U_A^L(\rho) &= \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{2}} d\eta - \int_{-\infty}^{\infty} \left( 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 + \eta^2 \right)^{-\frac{1}{2}} d\eta \right] \\ &= \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{d} \left[ \int_0^{\infty} (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{2}} d\eta - \int_0^{\infty} \left( 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 + \eta^2 \right)^{-\frac{1}{2}} d\eta \right] \end{aligned}$$

En el primer término se sustituye:  $\eta = \tan u \Rightarrow d\eta = \sec^2 u du$ ; mientras que en el segundo término:  $\eta = \tan u' \left[ 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow d\eta = \sec^2 u' \left[ 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} du'$ ; entonces:

$$\begin{aligned} &\int (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{2}} d\eta - \int \left[ 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 + \eta^2 \right]^{-\frac{1}{2}} d\eta \\ &= \int \sec u du - \int \sec u' du' \\ &= \ln(\tan u + \sec u) - \ln(\tan u' + \sec u') \\ &= \ln \left[ \eta + (1 + \eta^2)^{\frac{1}{2}} \right] - \ln \left[ \eta + \left( 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 + \eta^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] + \frac{1}{2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} U_A^L(\rho) &= \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{d} \left\{ \lim_{\eta \rightarrow \infty} \ln \left[ \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\eta^2}}}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\eta^2} + \left( \frac{Ca}{\rho\eta} \right)^2}} \right] - \ln \left[ \frac{\eta + \sqrt{1 + \eta^2}}{\eta + \sqrt{1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 + \eta^2}} \right] \Big|_0 \right\} \\ &\Rightarrow \boxed{U_A^L(\rho) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \ln \left[ 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 \right]} \quad (\text{A.4}) \end{aligned}$$

### A.1.2. Potencial planar

En un procedimiento análogo, sustituyendo A.3 en la ecuación A.2:

$$\begin{aligned} U_P^L(\rho) &= 2\pi n Z_1 Z_2 e^2 \int_0^\infty (\rho^2 + R^2)^{-\frac{1}{2}} \left[ 1 - (\rho^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} (\rho^2 + R^2 + C^2 a^2)^{-\frac{1}{2}} \right] R dR \\ &= 2\pi n Z_1 Z_2 e^2 \rho \left[ \int_0^\infty (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{2}} \eta d\eta - \int_0^\infty \left( 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 + \eta^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \eta d\eta \right] \end{aligned}$$

En el primer término se sustituye:  $u = 1 + \eta^2 \Rightarrow du = 2\eta d\eta$ ; mientras que en el segundo término se sustituye:  $u = 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 + \eta^2 \Rightarrow du = 2\eta d\eta$ ; entonces:

$$\begin{aligned} U_P^L(\rho) &= \pi n Z_1 Z_2 e^2 \rho \left[ \int_1^\infty u^{-\frac{1}{2}} du - \int_{1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2}^\infty u^{-\frac{1}{2}} du \right] \\ &= \pi n Z_1 Z_2 e^2 \rho \int_1^{1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2} u^{-\frac{1}{2}} du = \pi n Z_1 Z_2 e^2 \rho \left( 2u^{\frac{1}{2}} \right) \Big|_1^{1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2} \\ &\Rightarrow \boxed{U_P^L(\rho) = 2\pi n Z_1 Z_2 e^2 \rho \left[ \left( 1 + \left( \frac{Ca}{\rho} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

## A.2. Aproximación de Molière

La expresión de la aproximación de Molière de la función de apantallamiento es:

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \exp(-\beta_i x) \quad (\text{A.6})$$

### A.2.1. Potencial axial

Sustituyendo la aproximación A.6 en la ecuación A.1:

$$U_A^M(\rho) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \sum_{i=1}^3 \alpha_i \int_{-\infty}^\infty (\rho^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}} \exp \left[ -\frac{\beta_i}{a} (\rho^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} \right] dx$$

Haciendo cambio de variable,  $\frac{x}{\rho} = \eta$

$$\begin{aligned} U_A^M(\rho) &= \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \sum_{i=1}^3 \alpha_i \int_{-\infty}^{\infty} (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{\beta_i \rho}{a} (1 + \eta^2)^{\frac{1}{2}}\right] d\eta \\ &= \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{d} \sum_{i=1}^3 \alpha_i \int_0^{\infty} (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{\beta_i \rho}{a} (1 + \eta^2)^{\frac{1}{2}}\right] d\eta \end{aligned}$$

Sustituyendo:  $u = (1 + \eta^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow du = (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{2}} \eta d\eta$  y  $\eta = (u^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$ , entonces:

$$U_A^M(\rho) = \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{d} \sum_{i=1}^3 \alpha_i \int_1^{\infty} (u^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\beta_i \rho}{a} u\right) du$$

La representación integral de la función de Bessel modificada de segunda especie de orden cero es [6]:

$$\begin{aligned} K_0(z) &= \int_1^{\infty} (u^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \exp(-zu) du \\ \Rightarrow \quad &\boxed{U_A^M(\rho) = \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{d} \sum_{i=1}^3 \alpha_i K_0\left(\frac{\beta_i \rho}{a}\right)} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

### A.2.2. Potencial planar

En un procedimiento análogo, sustituyendo A.6 en la ecuación A.2:

$$\begin{aligned} U_P^M(\rho) &= 2\pi n Z_1 Z_2 e^2 \sum_{i=1}^3 \alpha_i \int_0^{\infty} (\rho^2 + R^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{\beta_i}{a} (\rho^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}\right] R dR \\ &= 2\pi n Z_1 Z_2 e^2 \rho \sum_{i=1}^3 \alpha_i \int_0^{\infty} (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{\beta_i \rho}{a} (1 + \eta^2)^{\frac{1}{2}}\right] \eta d\eta \end{aligned}$$

Sustituyendo:  $u = \frac{\beta_i \rho}{a} (1 + \eta^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow du = \frac{\beta_i \rho}{a} (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{2}} \eta d\eta$ , entonces:

$$\begin{aligned} U_P^M(\rho) &= 2\pi n Z_1 Z_2 e^2 a \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i}{\beta_i} \int_{\frac{\beta_i \rho}{a}}^{\infty} \exp(-u) du = 2\pi n Z_1 Z_2 e^2 a \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i}{\beta_i} \left[ \exp(-u) \right]_{\frac{\beta_i \rho}{a}}^{\infty} \\ \Rightarrow \quad &\boxed{U_P^M(\rho) = 2\pi n Z_1 Z_2 e^2 a \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i}{\beta_i} \exp\left(-\frac{\beta_i \rho}{a}\right)} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

## Apéndice B

### Dispersión por una cuerda de átomos

Considérese la deflexión de una partícula debido a la interacción con un átomo en una cuerda de átomos. Inicialmente la partícula tiene momento  $\vec{p} = mv (\cos \Psi_a \hat{i} + \sin \Psi_a \hat{j})$ . Después de la interacción la partícula posee momento  $\vec{p}_f = mv (\cos \Psi_b \hat{i} + \sin \Psi_b \hat{j})$ .  $F(r_0)$  es la fuerza que provoca la deflexión de la partícula. Esta fuerza proviene del potencial  $U(r_0)$  que genera el átomo en la posición 0 en la cuerda de átomos.

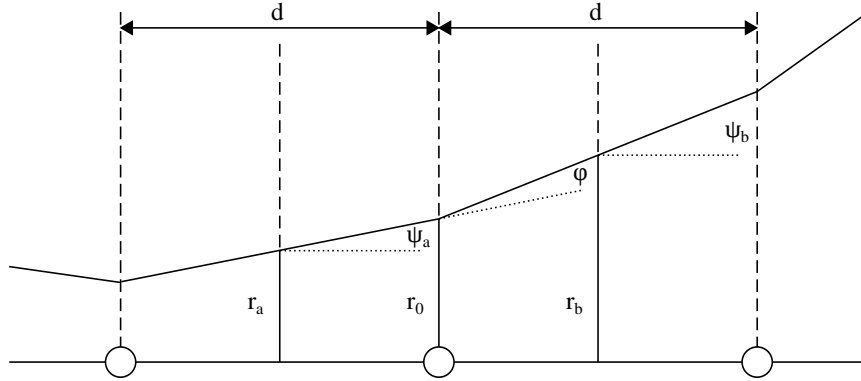


Figura B.1. Deflexión de una partícula debido a la interacción con una cuerda de átomos

En la aproximación de ángulos pequeños:  $\varphi \simeq \frac{\Delta p}{p} = \frac{F(r_0)\Delta t}{mv}$

Sustituyendo  $F(r_0) = -U'(r_0)$ ,  $E = \frac{1}{2}mv^2$  y  $d = v\Delta t$ , se tiene:

$$\varphi \simeq -\frac{dU'(r_0)}{2E} \quad (\text{B.1})$$

De la figura B.1,  $\tan \Psi_a = \frac{r_0 - r_a}{(\frac{d}{2})} = \frac{\sin \Psi_a}{\cos \Psi_a} \simeq \Psi_a$  y, análogamente,  $\frac{r_b - r_0}{(\frac{d}{2})} \simeq \Psi_b$

$$\Rightarrow \varphi = \Psi_b - \Psi_a = \frac{r_a + r_b - 2r_0}{(\frac{d}{2})} \quad (\text{B.2})$$

Igualando B.1 con B.2, sustituyendo  $r = \frac{r_a + r_b}{2}$  y despejando  $r_0$ :

$$r_0 = r + \frac{d^2U'(r_0)}{8E} \quad (\text{B.3})$$

Derivando B.3 respecto a  $r_0$ :

$$1 = \frac{dr}{dr_0} + \frac{d^2U''(r_0)}{8E} \Rightarrow dr = \left[ 1 - \frac{d^2U''(r_0)}{8E} \right] dr_0 \quad (\text{B.4})$$

El término entre paréntesis debe ser mayor que 0, entonces:

$$1 - \frac{d^2U''(r_0)}{8E} > 0 \Rightarrow \boxed{E > \frac{d^2U''(r_0)}{8}} \quad (\text{B.5})$$

## Apéndice C

### Estructura cristalina del Silicio

El Silicio cristalino tiene una estructura cúbica tipo diamante. Esta estructura puede pensarse como dos redes cúbicas centradas en las caras o fcc (siglas en inglés de *face centered cubic*) interpuestas; una desplazada de la otra por una traslación de longitud  $a_{red}/4$  a lo largo de la diagonal de la celda cúbica, donde  $a_{red}$  es la constante de red de la celda unitaria. En el caso del Silicio  $a_{red} = 5.431\text{Å}$ .

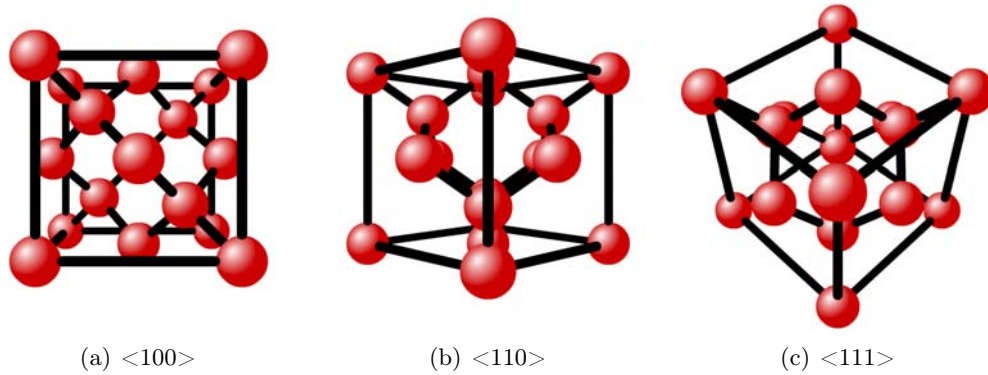


Figura C.1. Estructura cristalina tipo diamante en diferentes direcciones cristalográficas. Figuras originadas con el applet disponible en [50].

En una estructura tipo diamante, cada átomo tiene cuatro vecinos cercanos situados a una distancia  $a_{red}\sqrt{3}/4$  del átomo central. Los segundos, terceros, cuartos y quintos vecinos cercanos se encuentran a una distancia de  $a_{red}\sqrt{2}/2$ ,  $a_{red}\sqrt{11}/4$ ,  $a_{red}$  y  $a_{red}\sqrt{19}/4$ , respectivamente.

Para establecer las posiciones de los átomos en la red cristalina se utiliza un sistema cartesiano convencional. Sus vectores base se denotan como  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  y  $\vec{c}$  y tienen magnitud  $a_{red}/4$ . Una vez fijado el origen del sistema coordenado en un punto en la red, las posiciones de los átomos se escriben como  $\vec{R} = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c}$ , donde  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_3$  son números enteros. A estos números se les conoce como índices de Miller.

La dirección de un eje cristalino apuntando en dirección  $\vec{R}$  se denota con paréntesis cuadrados:  $[n_1n_2n_3]$ . Si existe un factor común entre  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_3$ , el factor se elimina. Así mismo, si uno de los números enteros es negativo, éste se denota con una barra encima. Por ejemplo, el eje  $-z$  es la dirección  $[00\bar{1}]$ . El plano perpendicular a  $[n_1n_2n_3]$  se denota como  $(n_1n_2n_3)$ .



Por la simetría de una celda cúbica, algunas direcciones cristalográficas son equivalentes. Todas las direcciones equivalentes a la dirección  $[n_1n_2n_3]$  se denotan como  $\langle n_1n_2n_3 \rangle$ . Por ejemplo,  $\langle 100 \rangle$  hace referencia a las direcciones  $[100]$ ,  $[010]$ ,  $[001]$ ,  $[\bar{1}00]$ ,  $[0\bar{1}0]$  y  $[00\bar{1}]$ . Análogamente, los planos equivalentes a  $(n_1n_2n_3)$  se denotan como  $\{n_1n_2n_3\}$ .

En un cristal monoatómico con estructura tipo diamante, el espacio interatómico  $d$  en las filas principales es:  $d_{\langle 100 \rangle} = a_{red}$ ,  $d_{\langle 110 \rangle} = a_{red}/\sqrt{2}$  y  $d_{\langle 111 \rangle} = a_{red}\sqrt{3}/4$ . Mientras que, el espacio interplanar  $d_{chP}$  es:  $d_{\{100\}} = a_{red}/4$ ,  $d_{\{110\}} = a_{red}/2\sqrt{2}$  y  $d_{\{111\}} = a_{red}\sqrt{3}/4$ .

La densidad atómica  $N$  de un medio cristalino está dada como la cantidad de átomos presentes en una celda unitaria entre el volumen de la misma. En el caso de una estructura cúbica tipo diamante, el número de átomos dentro de la celda aportados por los átomos de las esquinas es  $8 \times (1/8) = 1$ , el aportado por los átomos situados en las caras del cubo es  $6 \times (1/2) = 3$ , mientras que el número de átomos que se encuentran enteros dentro de la celda es 4. Por lo tanto, el número total de átomos presente en una celda unitaria de una estructura tipo diamante es  $1 + 3 + 4 = 8$ . Dado que el volumen de la celda es  $a_{red}^3$ , la densidad atómica está dada por  $N = 8/a_{red}^3$ . Para el caso de un cristal de Si con  $a_{red} = 5.431 \text{ \AA}$ ,  $N = 4.994 \times 10^{-2} \text{ átomos/\AA}^3$ .

## Referencias

---

- [1] D. S. Gemmell, “Channeling and related effects in the motion of charged particles through crystals,” *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 46, pp. 129–227, Jan 1974. Disponible en: <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.46.129>
- [2] A. Korol, A. Solov’yov, y W. Greiner, *Channeling and Radiation in Periodically Bent Crystals*, Ser. Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics. Springer Berlin Heidelberg, 2014. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=OrcqBAAAQBAJ>
- [3] J. Lindhard, *Influence of crystal lattice on motion of energetic charged particles*. Munksgaard, Ene 1965, Vol. 34, Núm. 14. Disponible en: <http://gymarkiv.sdu.dk/MFM/kdvs/mfm%2030-39/mfm-34-14.pdf>
- [4] D. V. Morgan y D. V. Vliet, “Critical approach distances and critical angles for channelling,” *Radiation Effects*, Vol. 8, Núm. 1-2, pp. 51–61, 1971. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1080/00337577108231009>
- [5] N. Bozorgnia, G. B. Gelmini, y P. Gondolo, “Channeling in direct dark matter detection II: channeling fraction in Si and Ge crystals,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, Vol. 2010, Núm. 11, p. 028, 2010. Disponible en: <http://stacks.iop.org/1475-7516/2010/i=11/a=028>
- [6] G. Watson, *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*, Ser. Cambridge Mathematical Library. Cambridge University Press, 1995. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=MLk3FrNoEVoC>
- [7] G. Hobler, “Critical angles and low-energy limits to ion channeling in silicon,” *Radiation Effects and Defects in Solids*, Vol. 139, Núm. 1, pp. 21–85, 1996. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1080/10420159608212927>
- [8] N. Bozorgnia, G. B. Gelmini, y P. Gondolo, “Channeling in direct dark matter detection I: channeling fraction in NaI (Tl) crystals,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, Vol. 2010, Núm. 11, p. 019, 2010. Disponible en: <http://stacks.iop.org/1475-7516/2010/i=11/a=019>
- [9] J. Janesick, *Scientific Charge-coupled Devices*, Ser. Press Monograph Series. Society of Photo Optical, 2001. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=rkgBkbDie7kC>

- 
- [10] W. S. Boyle y G. E. Smith, "Charge coupled semiconductor devices," *Bell System Technical Journal*, Vol. 49, Núm. 4, pp. 587–593, 1970. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1002/j.1538-7305.1970.tb01790.x>
- [11] M. F. Tompsett, G. F. Amelio, y G. E. Smith, "Charge coupled 8-bit shift register," *Applied Physics Letters*, Vol. 17, Núm. 3, pp. 111–115, 1970. Disponible en: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/17/3/10.1063/1.1653327>
- [12] C. Hu, *Modern Semiconductor Devices for Integrated Circuits*. Prentice Hall, 2010. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=PosRbWdafnsC>
- [13] A. Aranzabal Olea. (2001, Feb) Electrónica básica. Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial. Disponible en: [http://www.sc.ehu.es/sbweb/electronica/elec\\_basica/default.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/electronica/elec_basica/default.htm)
- [14] J. Janesick, *Photon transfer: DN to  $\lambda$* , Ser. SPIE Press Book. SPIE, 2007. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=4IuH7FtVz90C>
- [15] Detectores de radiación. Grupo de Física Nuclear. Universidad Complutense de Madrid. Disponible en: [http://nuclear.fis.ucm.es/webgrupo/labo/Lab\\_Detector\\_Menu.html](http://nuclear.fis.ucm.es/webgrupo/labo/Lab_Detector_Menu.html)
- [16] D. Shahbazi-Gahrouei, M. Gholami, y S. Setayandeh, "A review on natural background radiation," *Adv Biomed Res*, Vol. 2, p. 65, Jul 2013, 24223380[pmid]. Disponible en: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3814895/>
- [17] A. Karcher, C. J. Bebek, W. F. Kolbe, D. Maurath, V. Prasad, M. Uslenghi, y M. Wagner, "Measurement of lateral charge diffusion in thick, fully depleted, back-illuminated CCDs," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol. 51, Núm. 5, pp. 2231–2237, Oct 2004. Disponible en: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1344315>
- [18] A. Aguilar-Arevalo *et al.*, "Measurement of radioactive contamination in the high-resistivity silicon CCDs of the DAMIC experiment," *Journal of Instrumentation*, Vol. 10, Núm. 08, 2015. Disponible en: <http://stacks.iop.org/1748-0221/10/i=08/a=P08014>
- [19] J. Estrada, "Direct Dark Matter search using CCDs," *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 203, Núm. 1, 2010. Disponible en: <http://stacks.iop.org/1742-6596/203/i=1/a=012033>
- [20] S. E. Holland, D. E. Groom, N. P. Palaio, R. J. Stover, y M. Wei, "Fully depleted, back-illuminated charge-coupled devices fabricated on high-resistivity silicon," *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 50, Núm. 1, pp. 225–238, Ene 2003. Disponible en: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1185186>
- [21] J. A. Fairfield, D. E. Groom, S. J. Bailey, C. J. Bebek, S. E. Holland, A. Karcher, W. F. Koble, W. Lorenzon, y N. A. Roe, "Reduced charge diffusion

- in thick, fully depleted CCDs with enhanced red sensitivity,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol. 53, Núm. 6, pp. 3877–3881, Dic 2006. Disponible en: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4033433>
- [22] Monsoon. National Optical Astronomy Observatory. Disponible en: <http://www.noao.edu/nstc/monsoon/>
- [23] T. Shaw *et al.*, “System Architecture of the Dark Energy Survey Camera Readout Electronics,” *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, Vol. 7735, 2010. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1117/12.857482>
- [24] J. E. Rickards Campbell y R. Cameras Ross, *Las Radiaciones II: El Manejo Seguro de Las Radiaciones Nucleares*, Ser. Ciencia para todos. Fondo de cultura económica, 2002. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=J2c5AAAACAAJ>
- [25] R. Jenkins, R. Manne, R. Robin, y C. Senemaud, “IUPAC — Nomenclature System for X-ray Spectroscopy,” *X-Ray Spectrometry*, Vol. 20, Núm. 3, pp. 149–155, 1991. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1002/xrs.1300200308>
- [26] X-ray properties of the elements. Lawrence Berkeley National Laboratory. Disponible en: [http://xdb.lbl.gov/Section1/Periodic\\_Table/X-ray\\_Elements.html](http://xdb.lbl.gov/Section1/Periodic_Table/X-ray_Elements.html)
- [27] D. Groom, “Cosmic Rays and Other Nonsense in Astronomical CCD Imagers,” *Experimental Astronomy*, Vol. 14, Núm. 1, pp. 45–55, 2002. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1026196806990>
- [28] Recommended data. Laboratoire National Henri Becquerel. Disponible en: [http://www.nucleide.org/DDEP\\_WG/DDEPdata.htm](http://www.nucleide.org/DDEP_WG/DDEPdata.htm)
- [29] K. Li, “Study of spontaneous fission of  $^{252}\text{Cf}$ : Structure of neutron-rich nuclei, gamma-ray angular correlation and g-factor measurements,” Ph.D. dissertation, Vanderbilt University, 2008.
- [30] A. B. Smith, P. R. Fields, y J. H. Roberts, “Spontaneous Fission Neutron Spectrum of  $\text{Cf}^{252}$ ,” *Phys. Rev.*, Vol. 108, pp. 411–413, Oct 1957. Disponible en: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.108.411>
- [31] J. Estrada, H. Cease, H. T. Diehl, B. Flaughner, J. Jones, D. Kubik, y A. Sonnenschein, “Prospects for a Direct Dark Matter Search Using High Resistivity CCD Detectors,” 2008.
- [32] R. Radev y T. McLean, “Neutron sources for standard-based testing,” Lawrence Livermore National Laboratory (LLNL), Livermore, CA, USA, Tech. Rep., Nov 2014. Disponible en: <http://www.osti.gov/scitech/servlets/purl/1184089>
- [33] A. Boulogne y A. Evans, “Californium-252 neutron sources for medical applications,” *The International Journal of Applied Radiation and Isotopes*, Vol. 20, Núm. 6, pp.

- 453 – 461, 1969. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020708X69901367>
- [34] A. Miller, *Californium-252 as a Neutron Source for BNCT*. Springer Berlin Heidelberg, 2012, pp. 69–74. Disponible en: [https://doi.org/10.1007/978-3-642-31334-9\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-642-31334-9_5)
- [35] R. Billnert, F.-J. Hambsch, A. Oberstedt, y S. Oberstedt, “New prompt spectral  $\gamma$ -ray data from the reaction  $^{252}\text{Cf}(sf)$  and its implication on present evaluated nuclear data files,” *Phys. Rev. C*, Vol. 87, Feb 2013. Disponible en: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.87.024601>
- [36] V. V. Verbinski, H. Weber, y R. E. Sund, “Prompt gamma rays from  $^{235}\text{U}(n, f)$ ,  $^{239}\text{Pu}(n, f)$ , and spontaneous fission of  $^{252}\text{Cf}$ ,” *Phys. Rev. C*, Vol. 7, pp. 1173–1185, Mar 1973. Disponible en: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.7.1173>
- [37] G. Nelson y D. Reilly, *Gamma-Ray Interactions with Matter*. U.S. Government Printing Office, 1991, pp. 27–42. Disponible en: [http://www.lanl.gov/orgs/n/n1/FMTTD/neut\\_mc/pdfs/LA\\_UR\\_90\\_0732.pdf](http://www.lanl.gov/orgs/n/n1/FMTTD/neut_mc/pdfs/LA_UR_90_0732.pdf)
- [38] X-ray mass attenuation coefficients. National Institute of Standards and Technology. Disponible en: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tab3.html>
- [39] J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics. Revised Edition*. Addison-Wesley, 1994.
- [40] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, y F. Laloë, *Quantum mechanics*. Wiley, 1977, Vol. 2. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=rr0PAQAAMAAJ>
- [41] L. de la Peña, *Introducción a la mecánica cuántica*, Ser. Ediciones Científicas Universitarias. Fondo de Cultura Económica, 2006. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=OSjBngEACAAJ>
- [42] P. E. Hodgson, *Nuclear Reactions and Nuclear Structure*. Oxford University Press, 1971.
- [43] A. Ferrer Soria, *Física nuclear y de partículas*, Ser. Educació (Universidad de Valencia): Materials. Publicacions de la Universitat de València, 2015. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=J9d2CgAAQBAJ>
- [44] K. Krane, *Introductory Nuclear Physics*. Wiley, 1987. Disponible en: <https://books.google.com.mx/books?id=ConwAAAAMAAJ>
- [45] J. D. Lewin y P. F. Smith, “Review of mathematics, numerical factors, and corrections for dark matter experiments based on elastic nuclear recoil,” *Astropart. Phys.*, Vol. 6, pp. 87–112, 1996.
- [46] A. E. Chavarria *et al.*, “Measurement of the ionization produced by sub-keV silicon nuclear recoils in a ccd dark matter detector,” *Phys. Rev. D*, Vol. 94, Oct 2016. Disponible en: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.94.082007>

## REFERENCIAS

---

- [47] J. Lindhard, V. Nielsen, M. Scharff, y P. V. Thomsen, *Integral equations governing radiation effects*. Munksgaard, 1963, Vol. 33, Núm. 10. Disponible en: <http://gymarkiv.sdu.dk/MFM/kdvs/mfm%2030-39/mfm-33-10.pdf>
- [48] Geant 4. CERN. Disponible en: [http://geant4.cern.ch/support/proc\\_mod\\_catalog/physics\\_lists/referencePL.shtml](http://geant4.cern.ch/support/proc_mod_catalog/physics_lists/referencePL.shtml)
- [49] N. Bozorgnia, “Channeling effects in direct dark matter detectors,” *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 315, Núm. 1, p. 012003, 2011. Disponible en: <http://stacks.iop.org/1742-6596/315/i=1/a=012003>
- [50] Flash 3D Atomic Structure Model Viewer. Disponible en: <http://www.dawgsdk.org/crystal/en/library/diamond>