



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**LA SEGREGACIÓN RESIDENCIAL Y EL JUEGO DE  
STACKELBERG EN EL ANÁLISIS DE  
CRIMINALIDAD DE LA CIUDAD DE MÉXICO.**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**MATEMÁTICA**

**P R E S E N T A:**

**NILSE PAMELA ROMERO BASURTO**



**DIRECTORAS DE TESIS:  
DR. BIBIANA OBREGÓN QUINTANA  
ACT. CLAUDIA VILLEGAS AZCORRA**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX.,  
2018**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1.Datos del alumno

Romero  
Basurto  
Nilse Pamela  
56057294  
Universidad Nacional Autónoma de  
México  
Facultad de Ciencias  
Matemáticas  
309550185

2.Datos del tutor 1

Dra.  
Bibiana  
Obregón  
Quintana

3.Datos del tutor 2

Act.  
Claudia  
Villegas  
Azcorra

4.Datos del sinodal 1

Dr.  
Sergio Iván  
López  
Ortega

5.Datos del sinodal 2

M. en C.  
Francisco Manuel  
Barrios  
Paniagua

6.Datos del sinodal 3

Dr.  
Ricardo  
Aceves  
García

7.Datos del trabajo

La segregación residencial y el  
juego de Stackelberg en el  
análisis de criminalidad de  
la Ciudad de México  
122 p  
2018

*“La vida siempre nos derribará, solo nosotros podemos escoger si nos levantamos o  
no”*

Jackie Chan, Karate Kid

*“Elévate alto, elévate lejos, que tu finalidad sea el cielo y tu meta una estrella”*  
Anónimo

*“Conserva tus sueños, nunca sabes cuándo te van a hacer falta”*  
Carlos Ruiz Zafón. La sombra del viento

*“Inténtalo, vuelve a fallar, falla mejor”*  
Samuel Beckett

# Dedicatoria

Dedico este trabajo a mis padres y hermano, ya que, gracias a su apoyo incondicional pude concluir la carrera y cumplir mis metas.

A mi padre Gustavo Romero Pérez por ser mi roca a la tierra y mi superhéroe. A mi madre Norma Mónica Basurto Higareda por ser esa persona llena de consejos, amor y además ser mi superheroína. Y a mi hermano Daniel Romero Basurto por estar siempre acompañándome y ser mi cómplice.

# Agradecimientos

De manera especial y sincera quisiera agradecer a la Dra. Bibiana Obregón Quintana y a la Act. Claudia Villegas Azcorra su tiempo, esfuerzo y dedicación en la creación de este trabajo y por todo lo que me han enseñado tanto académica como personalmente.

Al jurado por tomarse el tiempo de leer, revisar y corregir mi trabajo, especialmente al Dr. Sergio Iván López Ortega, M. en C. Francisco Manuel Barrios Paniagua y al Dr. Ricardo Aceves García. De igual manera quisiera agradecer a la Dra. Zaida E. Alarcón Bernal y al Dr. Ricardo Aceves García por abrirme las puertas y ayudarme a ampliar mis horizontes tanto personales como académicos.

También agradezco a mis tíos, abuelos y familia en general, que son los que me motivan e inspiran para seguir día con día. Y no menos importante a mi tío-padrino Alex Manzanero por siempre ser un soporte para mí y seguir mis locuras.

Y a mis amigos que han hecho de esta etapa la mejor de todas, sin embargo, quiero agradecer especialmente a Miguel A. Clavijo por ser mi amigo/hermano que se volvió alguien fundamental para poder completar esta etapa.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Antecedentes</b>	<b>3</b>
1.1. Antecedentes históricos . . . . .	3
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>6</b>
2.1. Teoría de Juegos . . . . .	6
2.2. Teoría de Redes . . . . .	9
2.2.1. Definiciones . . . . .	11
<b>3. Metodología</b>	<b>14</b>
<b>4. Modelo de Teoría de Juegos</b>	<b>18</b>
4.1. Propuesta del modelo Espejo-L'Huilier-Weber . . . . .	18
4.1.1. Juegos de Stackelberg para vigilancia policial . . . . .	22
4.2. Resultados y análisis de teoría de juegos . . . . .	26
4.2.1. El juego de competencia sin la acción de los policías . . . . .	27
4.2.2. Juego de Stackelberg para criminales independientes . . . . .	28
<b>5. Modelo de Teoría de Redes</b>	<b>32</b>
5.1. Modelo de segregación residencial . . . . .	32
5.1.1. Modelo Nulo . . . . .	34
5.1.2. Atracción y repulsión de categorías . . . . .	36
5.1.3. Clases sociales emergentes . . . . .	37
5.1.4. Caracterización espacial de patrones . . . . .	38
5.2. Resultados y análisis de teoría de redes . . . . .	43

<b>6. Resultados Generales</b>	<b>52</b>
6.1. Resultados teoría de juegos . . . . .	52
6.2. Resultados teoría de redes . . . . .	52
6.3. Resultados generales . . . . .	53
<b>Conclusiones</b>	<b>54</b>
<b>Apéndices</b>	<b>56</b>
<b>A. Demostraciones Teoría de Juegos</b>	<b>56</b>
<b>B. Distribuciones de probabilidad</b>	<b>60</b>
<b>C. Pruebas de Hipótesis</b>	<b>64</b>
<b>D. Tablas de datos</b>	<b>68</b>
<b>E. Mapa de la división del bienestar para vivir</b>	<b>73</b>
<b>F. Código Teoría de Juegos</b>	<b>75</b>
<b>G. Código Teoría de Redes</b>	<b>95</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>113</b>



# Introducción

La inseguridad es un hecho que preocupa a la sociedad. De manera frecuente vemos como son cometidos delitos sobre bienes o pertenencias de los ciudadanos de esta ciudad e incluso cómo cada vez son más sonados los crímenes que atentan contra la vida de las personas.

El robo a transeúnte es una forma de delito que ha ido en aumento en los últimos años, cometido con violencia o sin ella, sin embargo, según los estudios realizados por el Observatorio Nacional Ciudadano, durante el mes de junio y julio del 2016, se presentó una disminución en las carpetas de investigación de este delito en las delegaciones de la Ciudad de México. Es importante mencionar que, la mayor parte de estos delitos no son denunciados a las autoridades por diversas causas, por lo que las estadísticas oficiales no reflejan los valores reales. Es interesante que aún considerando la disminución de las denuncias en la Ciudad de México, se registra un alza en la zona centro de la República Mexicana [6] , debido a las carpetas emitidas por la Ciudad de México. En este trabajo, estudiaremos la estrategia que podrían seguir los delincuentes para distribuirse en las 16 delegaciones de la Ciudad de México a fin de obtener una mayor ganancia, lo anterior para dos situaciones específicas, cuando la policía no actúa y cuando si lo hace. Para la realización de esta investigación se adaptará el modelo del juego de Stackleberg utilizado en el artículo *A game-theoretical approach for policing decision support* [15] con datos de la Ciudad de México. Por otra parte, se aplicará el modelo de segregación residencial presentado en el artículo *Patterns of residential segregation* [31] de tal manera que podamos ubicar cuáles podrían ser las delegaciones con mayor incidencia de robos en la vía pública.

Entonces, con base en los modelos antes mencionados, los objetivos principales son:

- Encontrar las estrategias que pudieran seguir los criminales a fin de obtener una mayor ganancia, esto en dos casos:

1. Cuando los policías no forman parte del modelo.
  2. Cuando los policías forman parte del modelo.
- Ubicar las delegaciones que pudieran ser susceptibles a tener una mayor incidencia de robos en la vía pública, de acuerdo a sus ingresos y su nivel de bienestar para vivir.

Con estos objetivos presentes se busca obtener una relación entre ambas áreas, donde juegos nos brinde la estrategia que siguen los criminales y redes la distribución espacial de la población de acuerdo a sus ingresos y así obtener un análisis más completo de la criminalidad en la vía pública en la Ciudad de México.

Para lograr los objetivos mencionados, este trabajo está estructurado de la siguiente manera: en el capítulo 1 se presentan los antecedentes, los conceptos relacionados con teoría de juegos y teoría de redes. En el capítulo 2 se presenta la metodología que se siguió para poder obtener un análisis del tema. En el capítulo 3 se introduce el modelo de teoría de juegos que se usa en el artículo [15], para el cuál se presenta su formulación, sus propiedades específicas y sus resultados. En el capítulo 4 se introduce el modelo de teoría de redes que se usa en el artículo [31], para el cuál se presentan su planteamiento, medidas y resultados. En el capítulo 5 se presentan cuáles fueron los resultados conjuntos de este trabajo. Finalmente se presentan las conclusiones que resultaron de la interpretación de resultados y la aplicación de la metodología. En la última parte se presentan como anexos las tablas con la información usada dentro de este trabajo así como los códigos utilizados para encontrar los resultados y la bibliografía consultada.

# Capítulo 1

## Antecedentes

En el presente capítulo se habla sobre los antecedentes del delito desde sus orígenes hasta sus definiciones usadas actualmente. Además, se pueden ver algunas estadísticas de robo a transeúnte en la República Mexicana y la Ciudad de México

### 1.1. Antecedentes históricos

En la historia, ha prevalecido la existencia de conductas que imposibilitan la convivencia pacífica entre los integrantes de la sociedad. A estas conductas se les da el valor social de prohibido, de hecho, en cada cultura los delitos revisten distintas características específicas y, por lo mismo no existe una definición precisa de qué es un delito, impidiendo así, que su aplicación sea universal. Esta relativa ambigüedad se debe a que el concepto de delito depende de las convenciones existentes en cada sociedad. Desde los inicios de la civilización se tiene registro del estudio informal del delito sin embargo, es hasta el siglo pasado, que se inicia el estudio formal del delito donde se puede observar la existencia de esfuerzos internacionales concretos para el estudio de los problemas derivados de los actos criminales. De estas investigaciones se derivan diversos congresos, el primero celebrado en Londres en 1872, llamado el *Primer Congreso Internacional sobre Prevención y Represión del Delito*, tuvo como objetivo discutir técnicas sobre la justicia penal, así como, el crecimiento de la delincuencia urbana. Con esto surgieron las ideas de las prisiones, medidas de encarcelamiento, modalidades de rehabilitación para encarcelados, entre otras cuestiones.

Hoy en día, el crimen o el delito en las calles y en los lugares públicos afectan a toda la sociedad, pero se debe tener en cuenta que se ha establecido una forma más compleja de crimen. La delincuencia organizada, que si bien es un tipo de delito que es sinónimo de mafia con origen en Sicilia, Italia, ha ido evolucionando con ayuda de los avances en la tecnología, además debido a esto han aparecido nuevos tipos de delito como el delito cibernético, robo de identidad, entre otros.

Por supuesto, todas las organizaciones responsables del orden público hacen lo posible por brindar soluciones que hagan que la sociedad se sienta más segura y haya una disminución del delito. Primero veamos la definición de crimen y delito, y si es que hay alguna diferencia entre ambos. De acuerdo a la Real Academia Española, el crimen es “La acción voluntaria de matar o herir gravemente a alguien” y el delito es “Acción u omisión voluntaria o imprudente penada por la ley”. Ahora, la definición jurídica del delito es “Calificación jurídica de una conducta de acción u omisión, dolosa o culpable, determinada típicamente y castigada como tal por la ley penal”, en cambio, el crimen, aunque está vinculado al concepto de delito, es “La acción voluntaria que realiza un individuo para herir gravemente o asesinar a alguien”. De acuerdo a la Clasificación Mexicana de Delitos, realizada por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), actualizada al 2008, existen diferentes clases del delito de acuerdo a la misma conducta humana y su resultado integrando a su vez diferentes circunstancias de tiempo, lugar y modo de un mismo delito. En total existen 184 clases de delito. Para obtener una clasificación más concisa el INEGI considera los siguientes elementos:

1. Comprende los delitos propiamente dichos, con el nombre que cada uno de los códigos penales establecen.
2. Delitos que tratan de una misma conducta, pero que tienen diferentes nombres en los estados de México.

En el Código Penal Federal, específicamente en el artículo 367, se considera el cometer el delito de robo “A la persona que se apodera de una cosa ajena mueble, sin derecho y sin consentimiento de la persona que puede disponer de ella con arreglo a la ley”.

En este trabajo nos enfocaremos en el robo a transeúnte. De acuerdo al Observatorio Nacional Ciudadano en su reporte del mes de julio, se reportaron 4,673 carpetas de investigación por robo a transeúnte en las que se presentaron dos casos: robo con violencia y sin violencia. Si se hace una comparación de las estadísticas del mes de

junio y julio de 2016, podemos observar que existió una disminución de 8.44 % en el robo a transeúnte. También se observa que la Ciudad de México fue la entidad con más carpetas de investigación por robo a transeúnte durante julio de 2016, al acumular el 27.93 % del total nacional y junto con Tabasco, Baja California, Nuevo León y Estado de México acumularon el 66.57 %. También tenemos que Nayarit y Sonora continúan sin registrar el delito de robo a transeúnte, provocando un subregistro del delito a nivel nacional. El jefe delegacional, Christian Von Roehrich, declaró en una entrevista [5] que la delegación Benito Juárez ocupa el lugar número 11 de incidencia delictiva de alto impacto, los cuales consideran el robo a transeúnte, robo a casa habitación, robo vehicular, entre otros. Las colonias con más alto índice de delitos de alto impacto son Nápoles, Del Valle Norte, Del Valle Sur, Portales Norte y San Pedro de los Pinos. Un ejemplo son los 34 robos a transeúnte que se tienen registrados en la colonia del Valle en el año 2014.

# Capítulo 2

## Marco Teórico

En el presente capítulo se puede observar el origen y las definiciones de teoría de juegos y teoría de redes.

### 2.1. Teoría de Juegos

Desde su origen la *Teoría de Juegos* es considerada un área de estudio que busca construir modelos inspirados en los juegos de salón, pero muy pronto su campo fue ampliado hacia otras áreas como economía, política, guerra y demás conflictos sociales. Fue John Von Neumann el que concibió a la Teoría de Juegos como la matemática propia para estudiar la problemática económica. Él consideraba que el enfoque usual dentro de la teoría de su época no correspondía a la realidad de los conflictos económicos y a los sociales. Este enfoque de la teoría económica situaba a sujetos, aislados o individuales, optimizando sus recursos sin tomar en cuenta las posibilidades de acción que tenían los demás individuos. Debido a lo anterior, podemos decir que un *juego* es un conflicto en donde los contendientes o jugadores persiguen objetivos, y para lograrlos deben escoger alternativas dentro de un conjunto de posibles decisiones.

Los juegos se pueden clasificar con distintos criterios, quizá el más relevante es aquel que divide a los juegos en juegos cooperativos y no cooperativos. En los *juegos cooperativos*, cada participante, antes de tomar sus decisiones, puede asociarse con los demás jugadores, o con algunos de ellos, esto para decidir conjuntamente las elecciones de cada uno de los miembros de la alianza formada y si es posible poder

repartirse el pago que reciba la alianza, en cambio, en los *juegos no cooperativos*, no existen este tipo de acuerdos antes de tomar una decisión, ya que, es posible que los jugadores no respeten el acuerdo hecho previamente.

Para poder comprender cómo es que definimos los distintos tipos de juegos con base en la clasificación antes vista, primero establecemos qué es una estrategia y los tipos que existen. Una *estrategia* es el plan predeterminado que va a seguir el jugador. Podemos tener dos tipos distintos de estrategias: las *estrategias puras*, en las cuáles sólo jugamos una vez el juego, y las *estrategias mixtas*, las cuáles son un instrumento para que, en la repetición de un juego rectangular a lo largo del tiempo, los jugadores puedan estudiar la conducta de sus oponentes con base en la experiencia de la actuación de éstos.

En este trabajo nos enfocaremos en los juegos no cooperativos, los cuáles podemos dividir en dos modelos específicos: los juegos rectangulares y los juegos extensivos. Los *juegos rectangulares* constan de un conjunto  $N$ , de una colección de conjuntos  $D_j \forall j \in N$ , y de una colección de funciones  $\varphi_j \forall j \in N$ , con  $\varphi_j : \prod_{j \in N} D_j \rightarrow R$  donde:

- $N$  es el conjunto de jugadores
- $D_j$  el conjunto de estrategias puras del jugador  $j$
- $\varphi_j$  la función de pago del jugador  $j$

Mientras que los *juegos extensivos*, constan de un conjunto  $N$  de jugadores los cuales tienen:

- a) Un conjunto  $N$  de jugadores
- b) Un árbol con raíz  $(\Gamma, U)$ , tal que para cada vértice  $v$  existe un conjunto de alternativas, que denotaremos como  $Alt(v)$ , que tiene más de un elemento o es vacío.
- c) Una partición de los vértices no finales en una colección de subconjuntos  $S^0, S_j^i \in N$ , de tal manera que existe una biyección entre dicha colección de subconjuntos y el conjunto  $N \cup 0$ , el conjunto  $S^j$  es el conjunto de vértices del jugador  $j$  en  $N$  y  $S^0$  es el conjunto de jugadas al azar.
- d) Para cada vértice  $v$  de  $S_0$ , una distribución de probabilidad positiva definida en  $Alt(v)$ , la denotamos como  $P(|v)$

- e) Para  $j \neq 0$ , una partición de  $S^j$  en una colección de subconjuntos  $S_k^j$  tales que:
- e<sub>1</sub>) Para  $S_k^j$ ,  $\exists I_k^j$  y  $\forall v \in S_k^j$  una función biunívoca  $\epsilon : Alt(v) \rightarrow I_k^j$ .
  - e<sub>2</sub>) Si  $v$  y  $z$  están en  $S_k^j$ , entonces  $v$  no es mayor que  $z$  y  $z$  no es mayor que  $v$ .
- f) Para cada  $j \in N$ , una función de pago  $\Pi_j$  definida del conjunto de partidas en  $R$ . El conjunto de partidas  $\Gamma$ , se denota como  $\Upsilon$ .

Otras definiciones importantes que debemos considerar al momento de plantear los modelos de teoría de juegos es, qué tipo de información nos proporciona el problema o juego. Existen dos tipos principales de información: completa e incompleta. En la *información completa*, cada jugador conoce las reglas o las decisiones, los pagos y el número de jugadores. Este tipo de información se subdivide en dos:

1. *Información perfecta* donde los jugadores conocen todas las decisiones anteriores.
2. *Información imperfecta* la cuál nos indica, mediante una línea de puntos o una elipse, las decisiones que toman los jugadores sin que cada uno sepa las decisiones del otro.

En cambio, en el juego con *información incompleta*, los jugadores desconocen algún elemento del juego.

Otro juego importante es el denominado *juego de suma cero* que debe cumplir:

$$\sum_{j \in N} \varphi_j(\sigma) = 0, \quad \forall \sigma \in D.$$

Una de las bases teóricas más importantes para los juegos no cooperativos fue asentada por John Nash, contribuyendo con el concepto de solución para este tipo de juegos y así es como surge una de las definiciones más importantes: el *Equilibrio de Nash*. Este nos habla de la mejor respuesta conjunta que puede obtener cada jugador, es decir, si el jugador  $j$  se cambia de estrategia y los demás jugadores permanecen con su misma estrategia, entonces el jugador  $j$  no mejora su pago. Matemáticamente se expresaría como:

Sea  $\sigma^*$  en  $D$  un equilibrio de Nash con estrategias puras ( $\varphi_p$ ) si para el jugador  $j$  en  $N$  se cumple:

$$\varphi(\sigma^*) \geq \varphi_j(\sigma^* | \sigma^j), \quad \forall \sigma^j \in D_j \tag{2.1}$$



Por último, presentamos a qué se refiere el *Juego de Stackelberg*, el cual fue propuesto por Stackelberg como un modelo dinámico de duopolio [16]. En este modelo, las empresas compiten por cantidades de manera secuencial, es decir, el líder mueve primero y selecciona una cantidad, entonces el seguidor observa los movimientos del líder y hace su propia selección de producción.

Lo anterior lo podemos ver de manera matemática como:

Suponemos dos empresas en el mercado, donde:

- La empresa 1 (líder) selecciona un nivel de capital  $K_1$ , el cual es fijo.
- La empresa 2 (seguidor) observa  $K_1$  y entonces selecciona  $K_2$ , también fijo.

De esta manera, las utilidades de ambas empresas son:

$$\Pi_1(K_1, K_2) = K_1(1 - K_1 - K_2)$$

$$\Pi_2(K_1, K_2) = K_2(1 - K_1 - K_2)$$

Otra propuesta del juego de Stackelberg fue dada por V. Conitzer y T. Sandholm [7] donde se habla de un solo líder pero múltiples seguidores donde el objetivo es obtener una estrategia que maximice el pago del líder y que los seguidores respondan a la estrategia del líder.

## 2.2. Teoría de Redes

La sociedad, el desarrollo de los vecindarios, los avances tecnológicos, dependen del funcionamiento de una gran diversidad de sistemas, los cuales los podemos modelar mediante redes, específicamente la *Teoría de redes* se encarga del estudio de estos sistemas y cómo interactúan entre sí.

La teoría de grafos tiene su origen en 1736 con el problema de “Los Puentes de Königsberg” en Prusia Oriental, renombrada Kaliningrado por los soviéticos en 1945. El problema consistía en encontrar un camino, empezando desde cualquier punto de ciudad, de tal manera que se pasara una única vez por cada uno de los siete puentes sobre el río Pregel. Fue Euler quién demostró que el problema no tenía solución, sin embargo, debido a la manera en que Euler representó el problema donde cada uno de los pedazos de tierra eran puntos y las líneas eran los puentes que los unían, dio inicio a la teoría de grafos. En la parte izquierda de la siguiente Figura 2.1 se muestran los puentes que conectaban a Prusia Oriental, en la parte de en medio la representación mediante puntos y líneas que dio Euler y en la parte derecha la representación de la gráfica del problema.

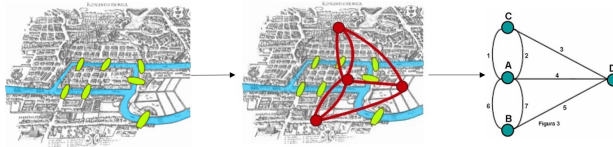


Figura 2.1: Problema de los Puentes de Königsberg

A partir de Euler, se comenzaron a desarrollar notables trabajos dedicados al uso de las gráficas, en particular a algunas llamadas redes.

En el año 1847, el físico prusiano Gustav Kirchhoff, estudió las gráficas conexas con el objetivo de desarrollar un análisis de las redes eléctrica, mediante el estudio de la intensidad y la diferencia de potencial de un circuito eléctrico. Otro estudio importante lo presentó Francis Guthrie en 1852 quién planteó el problema de los cuatro colores que plantea si es posible, utilizando solamente cuatro colores, colorear cualquier mapa del mundo de tal forma que dos países vecinos nunca tengan el mismo color. Durante 1873 Carl Hierholzer prueba que este problema tiene solución; él determinó que este tipo de caminos existen sí y solo sí, cada vértice de la gráfica tiene un número par de aristas. Fue en 1950, cuando Paul Erdős y Alfred Rényi, propusieron un modelo de redes aleatorias que marcó el inicio de la que hoy conocemos como Teoría de redes. Otra de sus aportaciones fue que dado un valor de probabilidad de interconexión entre nodos de alto grado con nodos de bajo grado, llega un momento en que la mayoría de los nodos están unidos en un *componente gigante*. Posteriormente, en 1967 Stanley Milgram desarrolló un experimento, con el fin de atestiguar la teoría de los seis grados de separación. Al azar, eligió 296 ciudadanos americanos, que entregarían un envío a un desconocido a cientos de kilómetros de distancia, donde la única información que se tenía era el nombre, la ubicación genérica y la ocupación del destinatario. Con esta información, el objetivo para los remitentes era entregar el envío a quien ellos creyeran que podría estar ligado al destinatario de manera directa, y con la idea general de que el primer eslabón tuviera más probabilidades de conectar al destinatario de un modo u otro, los receptores debían hacer lo mismo, y la cadena seguiría hasta que el destinatario fuera alcanzado. El número de los conocidos intermedios entre la fuente y el destino varió de 1 a 11, siendo el promedio 5.2, cinco conocidos intermedios significa que hubo seis pasos a lo largo de la cadena, resultado que probó de manera social la *teoría de los seis grados de separación*.

Para 1988, los matemáticos Duncan Watts y Steven Strogatz llevaron a cabo un estudio en el cuál se centraron en propiedades de conectividad, con lo que mostraron que las redes se podían clasificar con base en dos propiedades: la distancia media y el coeficiente de aglomeración, conocido como *clustering* en inglés.

En 1999, Albert-László Barabási y Réka Albert presentan el artículo *Emergence of scaling in random networks*, donde se habla de las redes libre escala, redes que presentan nodos altamente enlazados, es decir, que poseen un gran número de enlaces a otros nodos.

### 2.2.1. Definiciones

A continuación, se presenta una serie de definiciones que nos permitirán conocer la notación empleada en teoría de redes.

Una *red*  $G$  es una pareja ordenada de conjuntos disjuntos  $(V, A)$ , tal que  $A$  es un subconjunto de pares ordenados de  $V$ . En una red  $G$ , entonces  $V = V(G)$  es el conjunto de nodos de  $G$ , y  $A = A(G)$  es el conjunto de arcos.

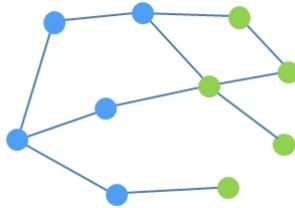


Figura 2.2: Red

Otras definiciones importantes son el *orden* que nos indica el número de nodos y el *tamaño* que corresponde al número de arcos de la red. Es importante mencionar que el número de arcos puede variar entre 0 y  $\binom{n}{2}$ .

Una *red dirigida* es aquella en la que sus arcos o enlaces tienen dirección, es decir, cada uno de los arcos se une a un par ordenado de nodos. De acuerdo con lo anterior, el arco dirigido  $x_i y_j$  es distinto al arco  $y_j x_i$ . Por el contrario, en una *red no dirigida* ninguno de los arcos tiene dirección.

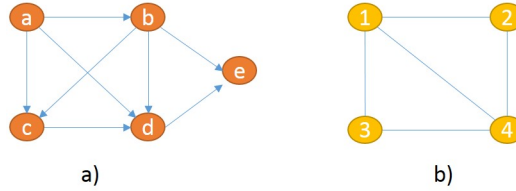


Figura 2.3: a) Red dirigida. B) Red no dirigida

Una propiedad fundamental de los nodos es el *grado*, que representa el número de enlaces que tiene cada nodo. De acuerdo a si son redes dirigidas o no dirigidas el grado se calcula de diferente forma.

- En el caso de una red no dirigida, el grado se expresa como la suma de los enlaces del nodo.

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \quad (2.2)$$

Donde  $k_i$  es el  $i$ -ésimo nodo de la red y el  $\frac{1}{2}$  corrige el hecho de que se repitan los arcos.

- En el caso de una red dirigida vamos a tener que el grado está dado por la suma del *grado interno*, que nos dice el número de arcos incidentes que tiene cada nodo y el *grado externo*, que nos dice el número de arcos adyacentes que tiene cada nodo.

$$L = k_i^{int} + k_i^{ext} \quad (2.3)$$

Y es importante mencionar que el número total de arcos  $L$  en una red dirigida cumple que:

$$L = \sum_{i=1}^N k_i^{int} = \sum_{i=1}^N k_i^{ext} \quad (2.4)$$

La *matriz de adyacencia* de una red dirigida con  $N$  nodos, es de dimensión  $N \times N$  y sus elementos son:

$$d = \begin{cases} 1 & \text{si existe un arco del nodo } i \text{ al nodo } j \\ 0 & \text{si los nodos } i \text{ y } j \text{ no están conectados} \end{cases}$$

La matriz de adyacencia de una red no dirigida es simétrica, porque cada arco debe tomarse en ambas direcciones. De hecho, un arco no dirigido que conecta los nodos  $i$  y  $j$  aparece en dos entradas  $A_{ij} = 1$ , un arco que se dirige del nodo  $i$  al nodo  $j$ , y  $A_{ji} = 1$ , un enlace que se dirige de  $j$  a  $i$ .

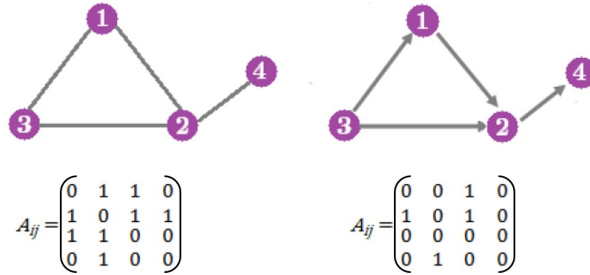


Figura 2.4: Matrices de adyacencia de una red dirigida y una red no dirigida

Esta matriz nos ayuda a ver, mediante ceros y unos, cual es la relación que existe entre cada par de nodos.

Por otra parte, las demás definiciones de redes usadas en este trabajo se revisarán a profundidad en el capítulo 5.

## Capítulo 3

# Metodología

En este capítulo se describen los pasos que se siguieron para el desarrollo del presente trabajo así como las fuentes de información y programas usados.

Es importante mencionar, que los datos usados en este trabajo son de fuentes oficiales, sin embargo, en la Encuesta Nacional de Victimización y Percepción sobre Seguridad Pública (ENVIPE) [?] realizada por el Subsistema Nacional de Información de Gobierno, Seguridad Pública e Impartición de Justicia coordinada por INEGI se maneja un valor llamado *cifra negra* que refleja el nivel de delitos no denunciados, en 2016 este valor fue del 93,6 %, por lo que, esto modifica la solución del modelo en un contexto real.

A continuación, se mencionan los pasos que se siguieron en el trabajo:

1. Para poder aplicar el modelo de teoría de juegos y encontrar las estrategias de acción para minimizar sus utilidades fue necesario obtener la siguiente información:
  - a) Salario mensual a 30 días obtenido de la Comisión Nacional de Salarios Mínimos [9].
  - b) Ingresos mensuales por delegación obtenidos en la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo [22].
  - c) Población económicamente activa ocupada y población total por delegaciones ambos obtenidos de la Encuesta Intercensal 2015 [21].
  - d) Número de carpetas de investigación de robo a transeúnte obtenido de la Procuraduría General de Justicia mediante el portal InfoMex [1].

- e) Número de policías en la Ciudad de México proporcionado por la Secretaría de Seguridad Pública mediante el portal InfoMex.
2. Para aplicar el modelo de teoría de redes y determinar las zonas de mayor incidencia delictiva se obtuvo la siguiente información:
- A) Ingresos mensuales por delegación obtenidos en la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo.
  - B) Población total por delegación obtenido en la Encuesta Intercensal 2015.
  - C) Nivel de bienestar para vivir en cada delegación de la Ciudad de México obtenido de un estudio realizado por la Universidad Iberoamericana. Esta división por niveles se puede consultar en el Apéndice C.
  - D) Extensión geográfica de cada delegación se obtuvo del Instituto Nacional para el Federalismo y el Desarrollo Municipal (INAFED) [19]

3. Posteriormente, se realizó la adaptación del modelo de teoría de juegos de acuerdo a la notación que se maneja en el marco teórico del presente trabajo, ya con una notación unificada se escogió con qué tipo de modelo se iba a trabajar, si como criminales organizados en una pandilla o de manera independiente. De acuerdo, a la información que se obtuvo se decidió trabajar con el modelo de criminales independientes, ya que, no tenemos la certeza de que exista una mafia o pandilla.

Ya con el modelo elegido, se comenzó a trabajar con los datos de la Ciudad de México para poder obtener la estrategia deseada cuando hay presencia de policías y cuando no la hay.

En el caso del modelo cuando hay presencia de policías, se trabajó con dos proporciones diferentes para encontrar la función de pago de los criminales:

- a) Proporción 1 a 7: para obtenerla se obtuvo el número de policías que había por cada criminal, usando los datos totales proporcionados por la Procuraduría General de Justicia y por la Secretaría de Seguridad Pública.
- b) Proporción: 297 a 1: para obtenerla se sacó el promedio de las tasas delictivas por delegación, consultadas en el boletín estadístico de incidencia delictiva de la PGJ [?]

4. En el caso de teoría de redes, lo que se hizo fue seguir el modelo del artículo con el fin de aplicarlo de manera adecuada a la Ciudad de México y así obtener los resultados deseados.
5. Ya con el modelo del juego de concurrencia modificado con los datos de la Ciudad de México, se dividieron los 6,863 criminales en cada una de las 16 delegaciones. La solución de este juego se obtuvo de manera manual usando Excel.
6. Ya con el modelo del juego de Stackelberg modificado con los datos de la Ciudad de México, con ambas proporciones en la función de pago, se procedió a meter los datos al programa CPLEX de IBM [?], ya que al ser un modelo de programación lineal se buscó un programa adecuado para la solución de éstos.
7. Para el modelo de teoría de redes, como son medidas presentadas en el artículo, se utilizó el programa R y RStudio para programar las funciones de cada una de las medidas y así poder encontrarlas para la Ciudad de México.
8. Para los resultados se hicieron 3 cosas diferentes:
  - a) Se realizó el análisis de resultados para el área de teoría de juegos donde encontramos las estrategias de manera que los criminales minimizan sus ganancias, esto cuando la policía entra en acción. Y cuando los criminales buscan maximizar sus ganancias cuando la policía no está en el juego.
  - b) Por otra parte, se realizó el análisis de resultados para teoría de redes donde se encontraron las zonas con mayor incidencia delictiva de acuerdo a sus ingresos y a su bienestar para vivir.
  - c) Y finalmente, se hizo el análisis de resultados en conjunto donde se unificaron cada uno de los datos obtenidos, de tal manera que usando el problema de programación lineal del juego de Stackelberg, se pudiera obtener la estrategia que utilizan los criminales para distribuirse en el entorno y mediante las distintas medidas del modelo de segregación residencial, encontrar la distribución espacial de la población de acuerdo a sus ingresos, así ver cuales serían las delegaciones donde sus habitantes sean más susceptibles a sufrir un robo en la vía pública. Y ya con estos resultados hacer una comparación entre ellos para observar si los modelos presentan resultados similares.



9. Por último se presentan como apéndices, los cuadros con los datos usados en cada uno de los capítulos, así como, los códigos de los programas de ambas áreas. Y algunas demostraciones importantes del área de teoría de juegos.

# Capítulo 4

## Modelo de Teoría de Juegos

El juego de Stackelberg representa un juego donde dos jugadores, un líder y un seguidor, el líder mueve primero y el seguidor actúa de acuerdo a la elección del jugador anterior.

En este capítulo se puede encontrar lo que sucede con el juego de Stackelberg al usarlo para el análisis de la criminalidad, donde la policía es el líder y los delincuentes los seguidores. También se analiza que sucede en un ambiente donde solo existen criminales.

### 4.1. Propuesta del modelo Espejo-L'Huillier-Weber

En este trabajo, ocuparemos el modelo descrito en el artículo *A game-theoretical approach for policing decision support* [15]. Lo llamaremos Espejo-L'Huillier-Weber, en honor a sus autores.

Antes de presentar el modelo del juego de Stackelberg, hablaremos de algunas partes fundamentales para poder armarlo y comprenderlo.

Una parte elemental es la distribución óptima de los criminales, para facilitar el estudio de estas conductas y sus distribuciones, vamos a separar este conjunto en dos grupos diferentes:

- Crimen organizado,
- Criminales independientes.

No perderemos de vista que ambos tipos de criminales coexisten en los mismos sectores.

En ambos casos su decisión se basa en cómo se distribuyen los criminales en los  $s$  sectores. En este trabajo se cuenta con 16 sectores, representados por cada una de las delegaciones de la Ciudad de México, de manera que definimos a  $D$  como el conjunto de delegaciones en las que se va a analizar la criminalidad. Cada delegación la denotaremos como  $s_i$  y además, tendremos a  $c_s$  la proporción de criminales en cada delegación. Dicho valor debe cumplir la siguiente condición:

$$M = \{(c_1, \dots, c_{16}) \mid \sum_{s=1}^{16} c_s = 1; c_s \geq 0\}$$

Que nos indica la división del espacio geográfico a analizar, en este caso las delegaciones de la ciudad. En la Figura 4.1 se presenta el mapa con la ubicación de cada delegación.

Ahora, otro dato importante es  $\varphi_j(s_i^j)$  la función de ganancia del criminal  $j$  asociada a la delegación  $i$ , donde  $D_j$  es el conjunto de estrategias puras del criminal  $j$ , el cuál es igual al conjunto de sectores  $D$ .

Por otra parte, veamos cuál es la distribución óptima de los criminales organizados, esto de tal manera que maximicen sus funciones de ganancia en las 16 delegaciones de la Ciudad de México.

El planteamiento de programación para este problema queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar} && \sum_{s=1}^{16} c_s \varphi_j(s_i) \\ & \text{Sujeto a :} && \sum_{s=1}^{16} c_s = 1 \\ & && c_s \geq 0 \\ & && \forall s = 1, \dots, 16 \end{aligned}$$

La función objetivo consiste en maximizar la ganancia obtenida en los 16 sectores. La restricción nos asegura una correcta división de los criminales en el espacio geográfico, de manera que se les asigna una ponderación entre 0 y 1.

En cambio, para los criminales individuales, donde cada uno busca maximizar su propia ganancia, podemos verlo como un juego donde las decisiones racionales individuales de un jugador afectan a los otros. De acuerdo con esto, si los criminales

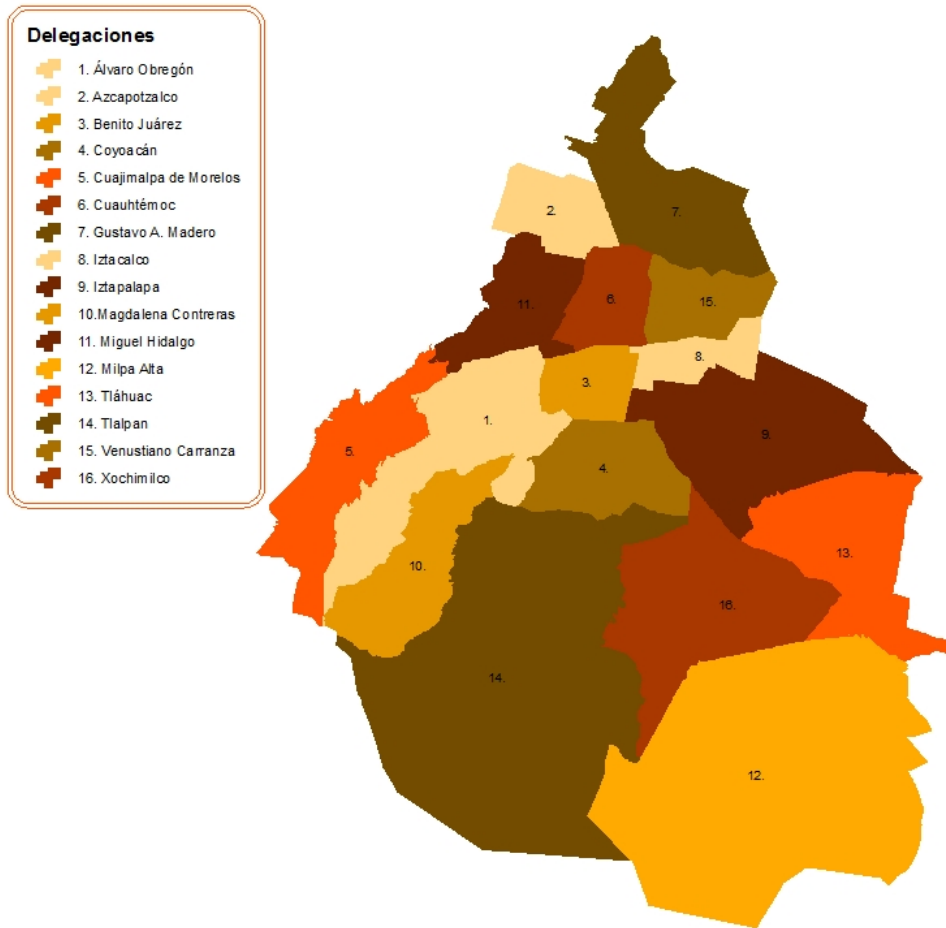


Figura 4.1: Delegaciones de la Ciudad de México

eligen una delegación simultáneamente se vuelve un juego de selección de Habitat, es decir, los criminales van ocupando el territorio de uno en uno, siempre escogiendo la delegación que les pueda ofrecer una mayor riqueza entonces, mientras más criminales haya, la ganancia que pueden recibir disminuye. Cuando alguno de los criminales se da cuenta que el pago es el mismo en la primer y segunda delegación, decide

cambiarse a la siguiente delegación. Esto se hace manera iterativa hasta que todas las delegaciones estén completamente ocupadas, cuando esto sucede, proporcionan la misma ganancia  $i$  y cumplen las siguientes condiciones:

$$\varphi_1(s_1) = \varphi_2(s_2) = \dots = \varphi_{16}(s_{16}) \quad (4.1)$$

$$\mathbb{E}_j(c_s^*) \geq \mathbb{E}_j(c_s | c_s^j) \quad (4.2)$$

donde:

- $\varphi_i(s_i) = \frac{d_s}{\eta_s}$  con  $i = 1, \dots, 16$  y  $s = 1, \dots, 16$  es la función de pago de los criminales  $i$  en el sector  $s$ .
- $c_s^*$  es el perfil de estrategias que llevan al equilibrio de Nash.
- $c_s$  es el perfil de estrategias de la distribución de la ponderación de la población que está en cada sector.

Además, Cressman y Krivan prueban en su artículo *Migration dynamics for the ideal free distribution* [8] que 4.1 y 4.2 son caracterizaciones equivalentes para solución del juego y en caso de que las funciones de pago disminuyan para una porción creciente de individuos en cada delegación, la solución es única.

Para determinar la distribución en el equilibrio de Nash basta resolver el siguiente sistema:

$$c_s(\gamma - \varphi_i(c_s)) = 0 \quad \forall s \in 1, \dots, 16 \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \varphi_i(c_s) &\leq \gamma \quad \forall s \in 1, \dots, 16 \\ \sum_{s=1}^{16} c_s &= 1 \\ c_s &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Donde, la variable  $\gamma$  nos indica la ganancia de los criminales en el equilibrio. Si linealizamos 4.3, obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} G(1 - y_i) + \varphi(o_s) &\geq \gamma \\ \varphi(o_s) &\leq \gamma \\ c_s &\leq y_i \\ \sum_{s=1}^{16} c_s &= 1 \\ c_s &\geq 0 \quad \forall s \in 1, \dots, 16 \\ y_i &\in 0, 1 \end{aligned} \quad (4.5)$$

En ambos sistemas encontramos las condiciones necesarias que se deben cumplir para encontrar la distribución de acuerdo al equilibrio de Nash. Entonces, para poder encontrar el equilibrio de Nash para cada jugador  $j$  usaremos *el juego de concurrencia o de ventanillas* introducido por Sergio Hernández [18]. En este juego los jugadores escogen formarse en alguna de las ventanillas disponibles, en las que hay una cantidad de dinero a repartir de forma equitativa entre todos los que se hayan formado en ella.

#### 4.1.1. Juegos de Stackelberg para vigilancia policial

La interacción entre la policía y los criminales la tomaremos como un juego de líder-seguidor, en este caso, el juego de Stackelberg.

Se revisará cual es el efecto de los policías en la toma de decisiones de los criminales, asumiendo que las utilidades en la delegación  $s_i$  no dependen solamente de la proporción de los criminales  $c_s$  en la delegación  $s$  y la ganancia que reciben.

Otro punto importante es cómo podemos representar el pago de los criminales en la delegación  $s$  cuando ya tenemos la proporción existente de policías:

$$\varphi_i(o_s, c_s) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \forall s \in D$$

Donde:

- $D$  es el conjunto de delegaciones.
- $o_s = (o_1, \dots, o_{16})$  el número de oficiales asignados a la delegación  $s$ .

Por otra parte los criminales como seguidores, deciden como distribuirse en el espacio, es decir, buscan determinar la distribución de manera que puedan mejorar sus pagos, las cuales quedan de la siguiente manera:  $\mathbb{E}_1$  el pago esperado de los criminales y  $\mathbb{E}_2$  el pago esperado de los oficiales, que están dados como:

$$\mathbb{E}_1[o_s^*, c_s^*] \geq \mathbb{E}[o_s, c_s^*], \quad (4.6)$$

$$\mathbb{E}_2[o_s^*, c_s^*] \geq \mathbb{E}[o_s^*, c_s], \quad (4.7)$$

Donde:

- $o_s^*$  es la distribución óptima de los oficiales.

- $c_s^*$  la distribución óptima de los criminales.

Se conoce a (4.6) como la función de mejor respuesta de los criminales ante la estrategia de los policías y a (4.7) como la función de mejor respuesta de los policías ante la estrategia de los criminales.

De esta manera, conociendo  $o_s$  y  $c_s$  en las delegaciones  $s$  los criminales reciben sus pagos.

Como este modelo es un juego de información completa, para ambos casos, criminales y policías, es suficiente encontrar las funciones de mejor respuesta en cualquier delegación para poder resolverlo, esto debido a que el juego es de suma cero, por lo que el problema que debe resolver el policía es encontrar la distribución  $o$  de tal manera que la mejor respuesta de los criminales a esa distribución proporcione la menor utilidad posible. Por lo tanto, la estrategia usada por la policía es  $\min \mathbb{E}[o_s^*, c_s^*]$  y el equilibrio para este juego es  $(o_s^*, \mathbb{E}[o_s^*, c_s^*])$ , el método para poder asegurar esto, se conoce como inducción hacia atrás o Zermelo, que se detalla en el Apéndice A.

Ahora, veamos que sucede con el juego de Stackelberg cuando tenemos criminales organizados o criminales independientes.

### Juego de Stackelberg para criminales organizados

Para determinar la interacción de los criminales organizados con la policía, se puede resolver el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximizar} && \mathbb{E}[o_s, c_s^*] \\
 & \text{Sujeto a :} && \sum_{s=1}^{16} c_s = 1 \\
 & && c_s \geq 0 \quad \forall s = 1, \dots, 16
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

La función objetivo consiste en maximizar el pago esperado de los criminales cuando la policía está en el juego. La restricción nos asegura una correcta división de los criminales en el espacio geográfico tomando valores entre 0 y 1.

Sin embargo, lo que se quiere es minimizar la utilidad de los criminales. Por lo que queremos buscar la distribución  $o_s \in D$  que cumpla este objetivo, para lograrlo se

ocupará el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} && \mathbb{E}[o_s^*, c_s^*] \\
 & \text{Sujeto a :} && \mathbb{E}_2[o_s^*, c_s^*] \geq \mathbb{E}[o_s^*, c_s] \\
 & && \sum_{s=1}^{16} o_s = 1 \\
 & && o_s \geq 0 \\
 & && \forall s = 1, \dots, 16
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

La función objetivo busca minimizar la función de mejor respuesta, donde como restricciones tenemos el pago esperado de los oficiales, así como, la restricción encargada de asegurar la correcta distribución de los oficiales en el espacio geográfico. Una condición necesaria para encontrar la función de mejor respuesta usada en 4.9 se puede derivar del problema Lagrangiano dado por:

$$\mathcal{L}(c, \lambda, \mu) = \mathbb{E}[o_s^*, c_s^*] - \lambda \left( \sum_{s=1}^{16} c_s = 1 \right) + \sum_{s=1}^{16} \mu_s c_s.$$

Las condiciones de primer orden, de la formulación matemática, están dadas por:

$$\varphi_i(o_s, c_s) + c_s \frac{\partial \varphi_i(o_s, c_s)}{\partial o_s} - \lambda + \mu_s = 0 \forall s = 1, \dots, 16$$

con  $\sum_{s=1}^{16} o_s = 1$  y con las condiciones de holguras complementarias:

$$\mu_s c_s = 0, \quad s \in \{1, \dots, 16\}, \quad \mu_s \geq 0.$$

Esto representa las condiciones que se deben cumplir para encontrar la mejor respuesta a las estrategias.

Por lo tanto, el problema de optimización que debe resolver la policía para encontrar una estrategia óptima de vigilancia que minimice la utilidad de los criminales



organizados es:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad \mathbb{E}[o_s^*, c_s^*] \\
 & \text{Sujeto a:} \quad \varphi_i(o_s, c_s) + c_s \frac{\partial \varphi_i(o_s, c_s)}{\partial o_s} - \lambda + \mu_s = 0 \forall s = 1, \dots, 16 \\
 & \quad \sum_{s=1}^{16} o_s = 1 \\
 & \quad \sum_{s=1}^{16} c_s = 1 \\
 & \quad \mu_s c_s = 0 \\
 & \quad o_s, \mu_s, c_s \geq 0 \\
 & \quad \forall s = 1, \dots, 16.
 \end{aligned}$$

La función objetivo nos da el promedio de la utilidad de los criminales en el equilibrio de Stackelberg y como restricción tenemos la condición necesaria para encontrar la función de mejor respuesta de los oficiales, además de las dos restricciones que garantizan la distribución correcta de los policías y criminales en el espacio geográfico.

### Juego de Stackelberg para criminales independientes

En cambio, los criminales que actúan de manera independiente, cada uno busca maximizar su propia ganancia, y además su interacción estratégica se puede describir como un juego de Stackelberg entre un líder y un grupo de seguidores independientes.

La característica principal de este juego es que la utilidad de los criminales se afecta por dos cosas importantes, la primera por el resultado del juego de suma cero entre la policía y los criminales y la segunda por el equilibrio de Nash. En este caso la policía, como líder, minimiza la utilidad de los criminales en el equilibrio.

El problema resuelto por los criminales, cuando, se conoce la posición de la policía es equivalente al problema 4.5 con  $o_s$  fijado en  $\varphi_s(o_s, c_s) \forall s \in \{1, \dots, 16\}$ . De esta manera, la reacción de los criminales a cualquier estrategia de la policía tiene que cumplir las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}
c_s(\gamma - \varphi_i(o_s, c_s)) &= 0 \quad \forall s \in \{1, \dots, 16\} \\
\varphi_i(o_s, c_s) &\leq c_s(\gamma) \quad \forall s \in \{1, \dots, 16\} \\
\sum_{s=1}^{16} c_s &= 1 \\
c_s &\geq 0.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Cuando la interacción entre la policía y los criminales es un juego de información completa, la policía conoce la función de mejor respuesta para cada delegación, ya que, esto es un juego de suma cero entonces la estrategia óptima que podrían utilizar las fuerzas del orden público es el que proporciona a los criminales la menor utilidad. Este problema se puede formular como:

$$\begin{aligned}
& \text{Minimizar} && z = \gamma \\
& \text{Sujeto a :} && \gamma \leq G(1 - y_i) + \varphi_i(o_s, c_s) \\
& && \gamma \geq \varphi_i(o_s, c_s) \\
& && y_i \geq c_s \\
& && \sum_{s=1}^{16} o_s = 1 \\
& && \sum_{s=1}^{16} c_s = 1 \\
& && y_i \in \{0, 1\} \\
& && o_s, c_s \geq 0 \\
& && G \gg 0 \\
& && \forall s = 1, \dots, 16.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

En este problema en la función objetivo encontramos la utilidad recibida por los criminales en el equilibrio. Las restricciones 4.11 nos dan las condiciones necesarias para determinar la distribución en el equilibrio de Nash, donde  $\gamma$  representa la ganancia de los criminales en el equilibrio.

## 4.2. Resultados y análisis de teoría de juegos

Para el análisis de teoría de juegos, usamos el modelo de los criminales independientes, ya que es muy difícil asegurar que existen bandas o grupos criminales en ciertas áreas de la ciudad.

Se trabajó con dos modelos:

1. El juego de concurrencia para encontrar el equilibrio de Nash cuando la policía no tiene ninguna intervención y los criminales buscan maximizar su ganancia.
2. El juego de Stackelberg para encontrar el equilibrio cuando la policía interviene en el juego y busca minimizar la ganancia de los criminales.

#### 4.2.1. El juego de concurrencia sin la acción de los policías

Para llevar a cabo este juego se acomodaron los 6,863 criminales en cada una de las 16 delegaciones, usando el ingreso promedio mensual de cada una de ellas, de tal manera que los criminales obtengan una mejor ganancia.

A continuación, se presenta el cuadro 4.1 con los resultados de este juego. Es importante mencionar que como en el juego de concurrencia deseamos dividir a los criminales en las 16 delegaciones, si hay un número pequeño de ellos la ganancia será mayor, sin importar si esa delegación tienen un ingreso promedio muy pequeño a comparación de las demás delegaciones.

Cuadro 4.1: Resultados equilibrio de Nash juego de ventanillas

Delegación	Ingreso promedio de la Población Económicamente Activa	Equilibrio de Nash del juego	Ingreso para los criminales en el equilibrio
Álvaro Obregón	\$ 2,628,447,988.80	624	\$ 4,212,256.39
Azcapotzalco	\$ 1,187,481,909.92	250	\$ 4,749,927.64
Benito Juárez	\$ 1,930,888,834.19	437	\$ 4,418,509.92
Coyoacán	\$ 2,084,421,889.38	499	\$ 4,177,198.18
Cuajimalpa	\$ 716,039,023.37	125	\$ 5,728,312.19
Cuauhtémoc	\$ 2,183,631,610.90	499	\$ 4,376,015.25
Gustavo A. Madero	\$ 3,723,625,851.10	873	\$ 4,265,321.71
Iztacalco	\$ 1,381,071,033.03	312	\$ 4,426,509.72
Iztapalapa	\$ 5,600,121,529.70	1310	\$ 4,274,901.93
Magdalena Contreras	\$ 848,167,400.09	187	\$ 4,535,654.55
Miguel Hidalgo	\$ 1,352,562,527.81	312	\$ 4,335,136.31
Milpa Alta	\$ 380,713,351.45	62	\$ 6,140,537.93
Tláhuac	\$ 1,093,683,014.56	250	\$ 4,374,732.06
Tlalpan	\$ 2,264,925,188.15	499	\$ 4,538,928.23
Venustiano Carranza	\$ 1,536,087,520.23	374	\$ 4,107,185.88
Xochimilco	\$ 1,150,297,806.48	250	\$ 4,601,191.23

### 4.2.2. Juego de Stackelberg para criminales independientes

Como vimos en la sección anterior, se trabajó con el problema de programación lineal (4.11) que tiene como objetivo minimizar la utilidad de los criminales cuando los policías entran en acción.

Para obtener la solución del problema se le asignaron valores a una variable y a una función, ambos de gran importancia para la optimización.

1. El valor que se le asignó a  $G$  fue lo suficientemente grande de tal manera que nos sirviera para dar prioridad a cada delegación, esto en la primer ecuación del problema de programación lineal (4.11).
2. Fue necesario obtener el valor de la función de pago de los criminales cuando la policía está dentro del juego, la cual está dada por:

$$B_s \left( 1 - \frac{o_s N}{\alpha} - \frac{c_s M}{\delta} \right) \quad (4.12)$$

donde:

- $B_s$  es una variable aleatoria uniformemente distribuida, debido a que no se conoce mayor información y sólo se sabe que toma valores continuos dentro de un cierto intervalo. [29]

$$B_s \sim U[700000000, 6000000000]$$

donde los parámetros están dados por la remuneración mensual que puede haber en cada una de las delegaciones<sup>1</sup>.

- $o_s$  es la proporción de policías en la delegación  $s$ .
- $c_s$  es la proporción de policías en la delegación  $s$ .
- $N$  es el número total de criminales en la Ciudad de México.
- $M$  es el número total de policías en la Ciudad de México.
- $\alpha$  es la proporción de criminales.
- $\delta$  es la proporción de policías.

---

<sup>1</sup>Esta información se encuentra en las tablas del Apéndice B

Para encontrar esta función se tomaron en cuenta dos proporciones diferentes, la primera es de 7 policías por cada criminal y la segunda es de 1 policía por cada 297 criminales.

Con esta información las funciones de pago quedaron de la siguiente manera.

$$\varphi(o_s, c_s) = \frac{1}{5300000000} \left( 1 - \frac{o_s 6863}{1} - \frac{c_s 43495}{7} \right) \quad (4.13)$$

$$\varphi(o_s, c_s) = \frac{1}{5300000000} \left( 1 - \frac{o_s 6863}{297} - \frac{c_s 43495}{1} \right) \quad (4.14)$$

Ya con todos los valores y variables definidas, se ingresó el problema al programa CPLEX.

Los resultados de ambas proporciones se presentan en los Cuadros 4.2 y 4.3. Los códigos del problema se encuentran en el Apéndice D.

Como podemos ver en el caso de la proporción 1 a 7 tenemos que los policías se encuentran concentrados en la delegación Álvaro Obregón y los criminales se distribuyen en las demás delegaciones y además, la utilidad que tienen los criminales es de 0.000016834. En el caso de la proporción 297 a 1 los policías se distribuyen en 15 de las 16 delegaciones de la Ciudad de México, donde la delegación Venustiano Carranza es la única que cuenta con una concentración de criminales aun así la utilidad de los criminales en este problema es de 0.

Cuadro 4.2: Resultados con la proporción  $\alpha = 1$  y  $\delta = 7$

		G=1000000		G=10000000		G=100000000	
		g=0.000016834		g=0.000016834		g=0.000016834	
		Policías	Criminales	Policías	Criminales	Policías	Criminales
1	Álvaro Obregón	1	0.076923	1	0.076923	1	0.076923
2	Azcapotzalco	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
3	Benito Juárez	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
4	Coyoacán	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
5	Cuajimalpa	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
6	Cuauhtémoc	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
7	Gustavo A. Madero	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
8	Iztacalco	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
9	Iztapalapa	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
10	Magdalena Contreras	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
11	Miguel Hidalgo	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
12	Milpa Alta	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
13	Tláhuac	0	0.076923	0	0.076923	0	0.076923
14	Tlalpan	0	0	0	0	0	0
15	Venustiano Carranza	0	0	0	0	0	0
16	Xochimilco	0	0	0	0	0	0

Cuadro 4.3: Resultados con la proporción  $\alpha = 297$  y  $\delta = 1$

		G=10000000		G=100000000		G=1000000000	
		g=0		g=0		g=0	
		Policías	Criminales	Policías	Criminales	Policías	Criminales
1	Álvaro Obregón	0.99968	0	0.99968	0	0.99968	0
2	Azcapotzalco	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
3	Benito Juárez	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
4	Coyoacán	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
5	Cuajimalpa	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
6	Cuauhtémoc	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
7	Gustavo A. Madero	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
8	Iztacalco	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
9	Iztapalapa	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
10	Magdalena Contreras	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
11	Miguel Hidalgo	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
12	Milpa Alta	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
13	Tláhuac	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
14	Tlalpan	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0
15	Venustiano Carranza	0	1	0	1	0	1
16	Xochimilco	0.000022991	0	0.000022991	0	0.000022991	0

# Capítulo 5

## Modelo de Teoría de Redes

La segregación, de acuerdo a su concepto, es la acción que pretende de manera clara y contundente dividir a la población por razas. Un ejemplo es la división en barrios de distintas clases sociales donde, la gente que compra propiedades en los barrios más ricos accede a la mayor cantidad de servicios posibles, mientras que gente que compra propiedades en los barrios medios o bajos tienen dificultad para acceder a algunos servicios. En el presente capítulo se estudia la segregación residencial, de acuerdo a los ingresos mensuales de cada delegación de la Ciudad de México y con esto ver las delegaciones con mayor incidencia delictiva.

### 5.1. Modelo de segregación residencial

En este trabajo, ocuparemos el modelo descrito en el artículo, *Patterns of residential segregation* [31]. Con base en este artículo utilizaremos los datos de la Ciudad de México sobre los ingresos mensuales de la población en las delegaciones de la ciudad. Para clasificar esta información obtuvimos tres categorías principales, que están compuestas por las cinco categorías originales que maneja INEGI.

- Más de un salario hasta dos salarios mínimos.
- Recibe más de dos salarios mínimos hasta 5 salarios mínimos.
- Recibe más de cinco salarios mínimos.

Las cuáles llamaremos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  respectivamente.

Primero, debemos entender qué es la segregación. De acuerdo a [31] la segregación



es cualquier patrón en la distribución espacial de distintas categorías, que se desvíe significativamente de la distribución aleatoria y la podemos caracterizar gracias a la diferencia social importante dentro de las zonas espaciales, las cuáles pueden tener un significativo atractivo social o económico.

Sin embargo, hay estudios que consideran que la idea de la segregación es completamente intuitiva. Christopher Winship menciona en su artículo *A revaluation of indexes of residential segregation* [33] la forma en que se va a medir la segregación, acorde a esto, él nos da dos perspectivas para poder medirla:

- Segregación aleatoria (*Random Segregation*),
- Segregación completa (*Complete Segregation*).

Esta división es con base en el estudio realizado por los censos o bloques específicos conforme al número de hogares compuestos por personas de color y personas blancas. También, existe otro modelo llamado “Operacionalismo Ingenuo” (*Naive Operationalism*), el cuál fuerza la interpretación social sobre las medidas que están en desacuerdo con las comprensión de la segregación.

Ahora bien, de acuerdo con D.S. Massey [26] se tienen cinco medidas principales para medir la segregación, pero fue S.F Reardon [28] quién las redujo a cuatro y son las más usadas hoy en día.

- 1) Exposición (*Exposure*) → Mide las diferentes poblaciones que comparten las mismas áreas.
- 2) Igualdad y Aglomerado (*Evenness and Clustering*) → Mide hasta qué punto la distribución de la población es uniforme en el área metropolitana.
- 3) Concentración (*Concentration*) → Mide la concentración de población en un mismo punto de la superficie que ocupa.
- 4) Centralización (*Centralization*) → Mide la concentración de población en el centro de la ciudad.

Además, este tipo de información acerca del territorio es necesaria, ya que, las autoridades locales las necesitan para saber ubicar dónde están las concentraciones más ricas o más pobres y así poder diseñar políticas eficaces para frenar o compensar la segregación.

A continuación, vamos a definir un modelo nulo (una ciudad sin segregación), para

esto definimos la *representación*, una medida que identifica las salidas locales más importantes de este modelo y también, agregaremos la medida de *exposición* la cual nos permite cuantificar hasta qué punto las diferentes categorías se atraen o repelen entre sí.

### 5.1.1. Modelo Nulo

La Ciudad de México cuenta con dieciséis delegaciones que dividen todo el territorio, las cuáles cuentan con las categorías  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  que mencionamos en la sección anterior. Para poder definir el modelo nulo, necesitamos describir los componentes necesarios para obtener el modelo:

- $n_\alpha(t)$ : representa la cantidad de población de la categoría  $\alpha$  en la delegación  $t$
- $N_\alpha$ : es el total de población de la categoría  $\alpha$ .
- $N$ : es el total de población de la ciudad.

En el contexto de la segregación residencial, un modelo natural es la ciudad sin segregación, donde, las familias están distribuidas de manera aleatoria, contamos con dos variables:

- $n(t)$ : es el número total de personas viviendo en la delegación  $t$
- $N_\alpha$ : es el total de población de la categoría  $\alpha$ .

Para este problema asumiremos que  $n_\alpha(t) < n(t)$ , por lo que  $n_\alpha(t)$  se distribuye como una multinomial denotada por  $f(n_\alpha(1), \dots, n_\alpha(16))$  y el número de personas en la categoría  $\alpha$  en la delegación  $t$  se distribuye de manera binomial. Sabemos que la distribución binomial, se caracteriza con la probabilidad de éxito y fracaso de un experimento y el número de repeticiones independientes de tal experimento, entonces para este caso nos fijaremos en la existencia o no de datos dentro de una categoría. Acorde a esto tenemos:

$$\mathbb{E}[n_{\alpha(t)}] = N_\alpha \frac{n(t)}{N}$$

$$Var[n_{\alpha(t)}] = N_\alpha \frac{n(t)}{N} \left( 1 - \frac{n(t)}{N} \right)$$

La medida principal que usaremos es la *representación* de la categoría  $\alpha$  en la delegación  $t$ , y se obtiene de la siguiente manera:

$$r_{\alpha}(t) = \frac{\frac{n_{\alpha}(t)}{n(t)}}{\frac{N_{\alpha}}{N}} = \frac{\frac{n_{\alpha}(t)}{N_{\alpha}}}{\frac{n(t)}{N}} \quad (5.1)$$

Esto nos ayuda a comparar la población relativa de la categoría  $\alpha$  en la delegación  $t$  con el valor que esperamos de una ciudad sin segregación, donde, las personas escogen vivir aleatoriamente.

Un aspecto importante de la representación es el hecho de que nos ayuda a definir:

1. Sobrerrepresentación en una delegación  $t$ :

$$r_{\alpha}(t) > 1 + 2,57\sigma_{\alpha}(t)$$

2. Subrepresentación en una delegación  $t$ :

$$r_{\alpha}(t) < 1 - 2,57\sigma_{\alpha}(t)$$

Donde:

$$\sigma_{\alpha}(t) = \frac{1}{N_{\alpha}} \left( \frac{N}{n(t)} - 1 \right) \quad (5.2)$$

Si se tuviera el caso donde el valor  $r_{\alpha}(t)$  no se rigiera bajo alguno de los dos criterios anteriores, entonces, puede considerarse que la población se distribuye de forma aleatoria. Lo anterior es válido debido a que: [5]

- a) Una red aleatoria es un modelo simplificado y sus propiedades son muy distintas de una red real. Sin embargo, las redes aleatorias pueden ser usadas como caso nulo (o punto de referencia) para cualquier red.
- b) En el estudio de redes, el modelo aleatorio se utiliza para realizar comparativos con redes reales y entender cuál es la función de cada criterio (o métrica) usado en la red real.

Por otra parte, los métodos que se presentan en la siguiente sección nos ayudan a identificar las áreas dentro del territorio, donde se concentra la población con diferentes características.

### 5.1.2. Atracción y repulsión de categorías

En la segregación residencial, las medidas de atracción o repulsión de las categorías de la población, son de gran importancia para poder ver la dinámica y la escala. Estos indicadores están inspirados en el *M-valor* que E. Marcon y F. Puech [25] introdujeron en la literatura económica, para medir la concentración de las industrias.

En este modelo de segregación residencial se consideran dos categorías,  $\alpha$  y  $\beta$ , de manera que veamos cómo se distribuyen en una misma delegación, en el caso de este trabajo utilizaremos tres categorías  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$ . Para medir esto tomaremos la representación de la categoría  $\beta$  como un promedio de la categoría  $\alpha$  y con esto obtenemos el siguiente valor:

$$E_{\alpha\beta} = \frac{1}{N_\alpha} \sum_{t=1}^{16} n_\alpha(t)r_\beta(t)$$

De acuerdo con DS. Massey,  $E_{\alpha\beta}$  se considera un *E-valor* que representa la exposición (*exposure*). Cabe señalar que  $E_{\alpha\beta} = E_{\beta\alpha}$ , la demostración puede consultarse en el complemento del artículo [31]. Ahora, para ver si la población de una ciudad no segregada se atrae o se repele, tenemos que cada vivienda en  $\alpha$  tiene una representación de  $r_\beta = 1$  y  $E_{\alpha\beta} = 1$ . En el caso de que exista una atracción entre la población de  $\alpha$  y de  $\beta$ , nos indica que ambas categorías están representadas en las mismas áreas, con esto cada hogar  $\alpha$  tiene  $r_\beta > 1$  y además  $E_{\alpha\beta} > 1$  en la escala de la ciudad. Asimismo, si se repelen unos con otros, cada hogar de  $\alpha$ ,  $r_\beta > 1$  y  $E_{\alpha\beta} < 1$ .

Otro aspecto importante es ver dónde se encuentra el mínimo y el máximo de la exposición. El mínimo se obtiene, para las dos clases  $\alpha$  y  $\beta$ , cuando las dos categorías no se presentan juntas en la misma área, entonces  $E_{\alpha\beta}^{min} = 0$ . En cambio, el máximo se obtiene cuando dos clases están solas en el sistema, así tendremos:

$$E_{\alpha\beta}^{max} = \frac{N^2}{4N_\alpha N_\beta}$$

Y cuando  $\alpha = \beta$ , la medida anterior representa el aislamiento (*isolation*) definida como:

$$I_\alpha = \frac{1}{N_\alpha} \sum_{t=1}^{16} n_\alpha(t)r_\alpha(t),$$

que mide como interactúan las personas de la misma categoría una con la otra. En una ciudad sin segregación, donde las personas son indiferentes hacia las otras personas cuando escogen su residencia, tenemos que el aislamiento mínimo de la categoría  $\alpha$  es 1,  $I_\alpha^{min} = 1$ , en cambio, en el otro extremo de la situación donde los individuos pertenecen a la clase  $\alpha$  la cual vive aislada de los otros, encuentra el aislamiento máximo con:

$$I_\alpha^{max} = \frac{N}{N_\alpha}.$$

### 5.1.3. Clases sociales emergentes

Los estudios que se centran en la definición de un único índice de segregación para un conjunto de ciudades, han podido evitar el problema de definir las diferentes clases, esto es, mediante la medición de la variación entre vecindarios del ingreso promedio o integrando todo el ingreso en una misma distribución. Sin embargo, cuando investigan el comportamiento de los hogares con diferentes ingresos y con una distribución espacial diferente, el estudio de la segregación debe de tomar en cuenta definiciones particulares sobre las categorías o clases que se consideran de importancia. Desafortunadamente, en la literatura no hay un consenso sobre cómo se debería hacer esta división, por lo que se debe confiar en divisiones más o menos arbitrarias.

En algunos casos particulares está justificado agrupar las categorías en clases predefinidas, por simple conveniencia. Sin embargo, como han señalado algunos sociólogos [14], imponer la existencia de entidades artificiales absolutas podría generar una segregación al momento de analizar nuestros datos. Además, en ausencia de estándares reconocidos, que cada autor cuente con una definición diferente hace que las comparaciones de resultados entre distintos textos se vuelva una tarea muy complicada.

Desde un punto de vista teórico, las entidades como las clases sociales no tienen una existencia propia, por lo que, agrupar a las personas en clases arbitrarias cuando se estudia la segregación es, por lo tanto, una falacia lógica, ya que equivale a imponer una estructura de clases sociales antes de evaluar la existencia de una estructura definida (que se puede manifestar por la distribución espacial diferenciada de individuos con diferentes ingresos). En este trabajo, en lugar de imponer una estructura arbitraria de clases, dejamos que la estructura emerja naturalmente de los datos.

#### 5.1.4. Caracterización espacial de patrones

La medida de representación que se presenta en la ecuación (5.1), nos permite dibujar un mapa que nos ayuda a identificar las áreas de las delegaciones donde las categorías están sobrerrepresentadas.

A continuación, mencionamos algunos modelos para caracterizar la disposición de estas áreas para las diferentes categorías.

#### ¿Centro pobre, suburbios ricos?

**Método basado en la densidad.** Para poder definir este método, es importante explicar cuáles son los tipos de ciudades ideales que podemos encontrar:

- Ciudades monocéntricas: Una ciudad monocéntrica es aquella donde la distribución de los usos de suelo se encuentra alrededor del centro principal de la ciudad.
- Ciudades isotrópicas: Una ciudad isotrópica es aquella que tiene las mismas propiedades físicas en todas sus direcciones.
- Ciudades policéntricas: Una ciudad policéntrica es la ciudad que trasciende lo urbano para abarcar el territorio, combinando desarrollo y cooperación competitiva a nivel económico, social y medio ambiental entre sus partes, todo articulado a través de eficientes redes de comunicación.

En muchos estudios, la pregunta sobre los patrones espaciales de la segregación residencial se ha limitado a la confrontación del centro contra los suburbios y, usualmente, está dirigido en dos casos específicos.

- Caso 1: Se define el área central a partir de límites arbitrarios, además las medidas se dan de acuerdo a la escala del área central y por esto, la superficie restante son los suburbios. El conflicto con esta idea es que las conclusiones dependen de como “escogemos” los límites porque no tenemos una única definición del centro de la ciudad, es decir, algunos consideran la zona de mayor área de trabajo como el centro en cambio, otros toman el área más urbanizada o el área con una mayor densidad de población.
- Caso 2: En un intento por evitar los límites arbitrarios, se establece una función de distancia al centro de acuerdo a los indicadores de riqueza. Este segundo

enfoque está inspirado en las ciudades monocéntricas e isotrópicas usadas en varios estudios económicos como: los modelos Von Thunen o el Alonso-Muth-Mills [4], sin embargo, tiene una falla muy seria: las ciudades no son isotrópicas y se propagan de una forma desigual en el espacio, dando lugar a formas muy irregulares.

De esta manera, la representación de cualquier función de la distancia al centro equivale a un promedio en áreas diferentes, pero en el caso de ciudades policéntricas (ciudades grandes) es necesariamente engañoso. Este método mezcla áreas que son muy diferentes entre sí. Por esta razón, se propone un enfoque diferente que no requiere trazar límites entre el centro y los suburbios. De hecho, ni siquiera es necesario localizar el centro. En el caso de una ciudad monocéntrica e isotrópica, el método presentado en el artículo [4] da resultados similares a los dados por las otras medidas. En un caso más general donde las ciudades no son monocéntricas ni isotrópicas, el método permite comparar regiones con densidades equivalentes.

El centro de la ciudad se define generalmente, como la región que tiene la mayor densidad de población (o empleo). Por lo tanto, proponemos la densidad como un indicador o *proxy* para medir cuándo es central o qué tan central es un área. Se propone trazar cantidades calculadas sobre todas las unidades del área (en este caso bloques), las cuales tienen un intervalo de densidad de población  $[\rho, \rho + d\rho]$  donde  $d$  disminuye de su valor máximo a su valor mínimo.

Las unidades que podemos obtener con la distancia como rango pueden ser muy diferentes en términos de densidad, es decir, debido a que las ciudades reales no son monocéntricas ni isotrópicas, entonces las unidades de una misma distancia al centro pueden ser muy diferentes. Esto demuestra, en cualquier caso, la importancia de definir qué es *centro* antes de presentar las medidas.

### Vecindarios y sus propiedades

Las unidades internas, como la representación y la exposición, no son suficientes para cuantificar la segregación. De hecho, las unidades de cada área, donde una clase está sobrerrepresentada, se pueden organizar de diferentes maneras sin afectar las unidades internas de segregación. Para ilustrar esto, consideramos los casos representados en la Figura 5.1 y suponemos que los obtenemos al manejar varios cuadrados. Obviamente, el tablero a la izquierda muestra una situación de segregación muy diferente de la situación dividida a la derecha, mientras que las medidas internas darían resultados idénticos.

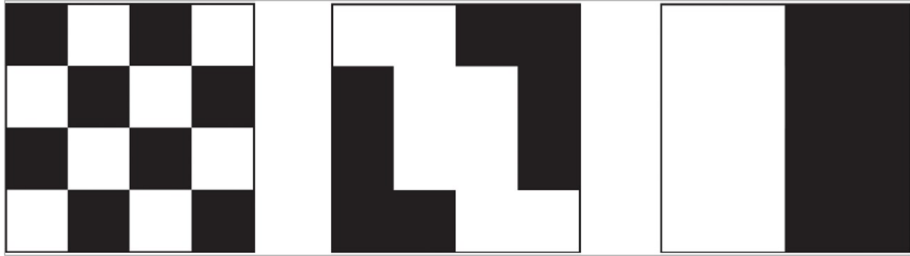


Figura 5.1: Tres distribuciones espaciales de los vecindarios

**Definiendo vecindarios.** Definir vecindarios en los que las categorías tienden a reunirse es una tarea difícil. De hecho, la definición de los vecindarios depende de la percepción de cada habitante de la ciudad, con esto podemos decir que, en el trabajo de campo a menudo, es necesario identificar qué áreas son socialmente reconocidas como vecindarios grandes o pequeños de acuerdo con sus ingresos. Sin embargo, a veces no es posible hacer el trabajo de campo y encontrar una manera de definir vecindades, con ayuda de los censos de población es más conveniente y confiable. Lo que generalmente se define como un vecindario, desafía las medidas de un  $\alpha$  vecindario (donde  $\alpha$  es de bajo, medio o alto ingreso) es decir, no es necesario que el área tenga una mayor cantidad de individuos de la clase  $\alpha$ . Por lo tanto, se requieren métodos más sofisticados y la literatura no está exenta de dichas medidas, todas ellas basadas en suposiciones diferentes sobre la naturaleza de los vecindarios. Por ejemplo, Logan en [30] utiliza funciones  $K$  – *locales* para evaluar la prevalencia de individuos de una clase específica en un área determinada. El siguiente paso es agrupar las áreas utilizando un algoritmo estándar de agrupación de  $K$  – *means*. El principal problema con este enfoque es el uso de funciones  $K$  que miden la concentración absoluta y se basan en una hipótesis donde la distribución de los individuos es completamente aleatoria a través del espacio.

Se consideran más exactas las desviaciones de la hipótesis de la distribución aleatoria de los individuos entre las ubicaciones existentes. Por lo tanto, en el artículo [31] se propone una mejora sobre la definición de Logan [30], basada en datos dados a nivel de un área (que fácilmente se podría generalizar para ubicaciones exactas). Como en [30], en este trabajo partimos de la idea intuitiva de que un vecindario  $\alpha$  es un área de la ciudad donde la categoría alfa está más presente que en el resto de la ciudad. En otras palabras, una unidad de área  $t$  pertenece a un vecindario  $\alpha$  si y



sólo si la categoría  $\alpha$  está sobrerrepresentada en  $t$ , es decir  $r_\alpha(t) > 1$ , luego construimos vecindarios agregando las unidades de área adyacentes donde la categoría de ingresos alfa también está sobrerrepresentada.

Por otra parte, en Análisis Multivariado también se considera el análisis poblacional usando el modelo de medición, que nos permite usar indicadores para una variable dependiente o independiente. A continuación se mencionan brevemente algunos métodos, que pueden consultarse en [17]:

- Análisis de Conglomerados (*Clusters Analysis*): Es una técnica analítica que desarrolla subgrupos significativos de individuos u objetos. Su objetivo es clasificar una muestra de entidades en un pequeño número de grupos mutuamente excluyentes en función de las similitudes entre las entidades.
- Escalamiento multidimensional (*Multidimensional Scaling*): Su objetivo es transformar los juicios de similitud o preferencia de una persona o consumidor en distancias representadas en el espacio multidimensional. Si los encuestados consideran que los objetos A y B son los más similares en comparación con todos los demás pares de objetos posibles, las técnicas de escalamiento multidimensional posicionarán los objetos A y B de tal forma que la distancia entre ellos en el espacio multidimensional sea menor que la distancia entre otros dos pares de objetos.
- Análisis de correspondencia (*Correspondence Analysis*): Es una técnica de interdependencia recientemente desarrollada que proporciona tanto la reducción dimensional de las clasificaciones de objetos en un conjunto de atributos como el mapeo perceptual de los objetos en relación con estos atributos. El análisis de correspondencia difiere de otras técnicas de interdependencia en su capacidad para acomodar datos no métricos y relaciones no lineales. En su forma más básica, el análisis de correspondencia emplea una tabla de contingencia, que es la tabulación cruzada de dos variables categóricas, luego transforma los datos no métricos en un nivel métrico y realiza una reducción dimensional.

**Aglomerado (Clustering).** Una manera de distinguir entre diferentes arreglos espaciales es medir cómo se agrupan las unidades de área sobrerrepresentadas. La relación entre el número  $N_n(\alpha)$  de los vecindarios  $\alpha$  (clusters), y el número total  $N_o(\alpha)$  de las unidades de superficie cuando la clase  $\alpha$  está sobrerrepresentada (antes de construir el vecindario como se ha definido anteriormente), da una medida de

nivel de agrupamiento y la cantidad

$$C_\alpha = \frac{N_o(\alpha) - N_n(\alpha)}{N_o(\alpha) - 1}$$

es tal que  $C_\alpha = 0$  en una situación de tablero de ajedrez, y  $C_\alpha = 1$  cuando todas las unidades de área forman un vecindario único.

**Concentración.** Si una de las categorías dadas está sobrerrepresentada en un vecindario, esto no significa que la mayoría de los individuos pertenecientes a este barrio son miembros de esa categoría. Por el contrario, la mayoría de los individuos que pertenecen a una clase no necesariamente viven todos en los vecindarios que se definieron arriba. Así, calculamos la proporción de hogares de cada clase de ingreso que vive en un vecindario, sobre el número total de individuos para esa categoría de ingresos (ricos, pobres y de clase media). Para obtener esta medida utilizamos la siguiente fórmula:

$$T = \frac{H_\alpha^n}{H_\alpha}$$

donde:

- $H_\alpha^n$ : es el total de la población del vecindario n de la categoría  $\alpha$ ,
- $H_\alpha$ : es el total de la población de la categoría  $\alpha$ .

**Fragmentación.** Por último, los grandes valores de agrupación pueden ocultar diferentes situaciones, esto es, podríamos tener por un lado un vecindario “gigante” y varias unidades aisladas, lo que significaría esencialmente, que cada clase se concentrara en un vecindario único. Por otro lado, se pueden tener varios vecindarios de tamaños similares, lo que significa que las diferentes categorías se concentran en varios vecindarios de la ciudad, con el fin de distinguir entre las dos situaciones, tenemos:

$$P = \frac{H_{N_2}}{H_{N_1}}$$

donde  $H_{N_1}$  es la población del vecindario más grande y  $H_{N_2}$  la población del segundo vecindario más grande.

### Las grandes ciudades son más segregadas

Lo que nos interesa analizar en esta sección es corroborar si existe un efecto sobre el número de vecindarios a partir del tamaño de la ciudad. Para ver esto se graficará el número de vecindarios encontrados para las 3 categorías en función de la población. Para cada clase, la curva se ajusta a una función de la forma:

$$N_n = bH^\tau$$

donde  $\tau$  es menor que uno y depende de la clase, que nos indica que hay menos vecindarios en las grandes ciudades (el número de unidades de superficies varía con el tamaño de la población). En otras palabras, las diferentes clases se vuelven más coherentes desde el punto de vista espacial a medida que la población aumenta.

## 5.2. Resultados y análisis de teoría de redes

De acuerdo al modelo Nulo y una prueba de hipótesis, el valor de la representación nos ayuda a comparar la población de cada categoría en las dieciséis delegaciones de la Ciudad de México, donde tenemos dos aspectos importantes, la sobre y la sub representación. Para ver esto usamos la prueba de hipótesis [32]. Como en áreas metropolitanas  $N_\alpha$  es grande comparado con 1 y la distribución de  $n_\alpha$  se puede aproximar por una Normal o Gaussiana [31] ocuparemos la prueba bilateral que involucra a la distribución Normal.

Tenemos que:

$$H_0 : r_\alpha(t) \text{ es sobrerrepresentada,}$$

$$H_1 : r_\alpha(t) \text{ es subrepresentada.}$$

Tenemos como media muestral que:

$$r_\alpha > 1 + 2,57\sigma_\alpha(t) \text{ para } H_0,$$

y

$$r_\alpha < 1 - 2,57\sigma_\alpha(t) \text{ para } H_1.$$

Todo esto con un nivel de confianza del 99%, donde se tiene un 0,01% de nivel de significancia.

Ya con esto hacemos los cálculos de  $r_\alpha(t)$  y  $\sigma_\alpha(t)$  con las fórmulas que se presentaron

en la Sección 5.1.1 y vemos si nuestra hipótesis nula es aceptada o rechazada. A continuación se presentan las tablas con los resultados por categoría:

Cuadro 5.1: Resultados Categoría  $\alpha$ 

Delegación	Representación ( $r_\alpha$ )	$\sigma_\alpha(t)$	$1+2.57\sigma_\alpha(t)$	$1-2.57\sigma_\alpha(t)$	Sobre	Sub
Milpa Alta	0.9585313	6.72E-03	1.01726	0.98274	NO	SI
Tláhuac	1.1799667	4.09E-03	1.010523	0.9894767	SI	NO
Xochimilco	1.0519234	3.81E-03	1.009781	0.9902194	SI	NO
Coyoacán	0.9758947	3.11E-03	1.007994	0.9920057	NO	SI
Álvaro Obregón	0.9502879	2.78E-03	1.007139	0.9928608	NO	SI
Tlalpan	1.149781	2.94E-03	1.007547	0.992453	SI	NO
Iztapalapa	1.0548488	1.66E-03	1.004261	0.9957394	SI	NO
Gustavo A. Madero	0.987095	2.17E-03	1.005582	0.99444178	NO	SI
Cuauhtémoc	1.2614305	3.34E-03	1.008584	0.9914158	SI	NO
Iztacalco	1.2044306	3.93E-03	1.010111	0.9898888	SI	NO
Venustiano Carranza	1.0702147	3.75E-03	1.009644	0.9903564	SI	NO
Azcapotzalco	0.8966656	3.88E-03	1.009981	0.9900192	NO	SI
Benito Juárez	0.5732076	3.80E-03	1.009762	0.9902376	NO	SI
Cuajimalpa	1.2230649	5.57E-03	1.014311	0.9856889	SI	NO
Magdalena Contre- ras	0.7439668	5.02E-03	1.012901	0.9870987	NO	SI
Miguel Hidalgo	0.3767441	4.08E-03	1.01048	0.9895196	NO	SI

Cuadro 5.2: Resultados Categoría  $\beta$

Delegación	Representación ( $r_\beta$ )	$\sigma_\beta(t)$	$1+2.57\sigma_\beta(t)$	$1-2.57\sigma_\beta(t)$	Sobre	Sub
Milpa Alta	0.9254965	0.00657832	1.016906	0.9830937	NO	SI
Xochimilco	0.7540513	0.00401076	1.010308	0.9889692	NO	SI
Tláhuac	1.162266	0.00372771	1.00958	0.9904198	SI	NO
Coyoacán	0.8548301	0.00304689	1.007831	0.9921695	NO	SI
Tlalpan	0.9554907	0.00272098	1.006993	0.9930071	NO	SI
Álvaro Obregón	1.0430899	0.00287641	1.007392	0.9926076	SI	NO
Gustavo A. Madero	0.8989941	0.00162386	1.004173	0.9958267	NO	SI
Iztapalapa	1.0058723	0.00212754	1.005468	0.9945322	SI	NO
Azcapotzalco	1.7787043	0.0032717	1.008408	0.9915917	SI	NO
Cuauhtémoc	1.3099624	0.00385372	1.009904	0.9900959	SI	NO
Benito Juárez	1.2069391	0.0036755	1.009446	0.990554	SI	NO
Iztacalco	1.0689909	0.00380398	1.009776	0.9902238	SI	NO
Venustiano Carranza	0.8805149	0.00372075	1.009562	0.9904377	NO	SI
Magdalena Contre- ras	0.9267953	0.00545441	1.014018	0.9859822	NO	SI
Cuajimalpa	0.7298409	0.00491711	1.012637	0.987363	NO	SI
Miguel Hidalgo	0.3954477	0.00399441	1.010266	0.9897344	NO	SI

Cuadro 5.3: Resultados Categoría  $\gamma$

Delegación	Representación ( $r_\gamma$ )	$\sigma_\gamma$	$1+2.57\sigma_\gamma$	$1-2.57\sigma_\gamma$	Sobre	Sub
Milpa Alta	0.1760665	0.01243516	1.031958	0.9680416	NO	SI
Tláhuac	0.516845	0.00758164	1.019485	0.9805152	NO	SI
Xochimilco	0.7003099	0.00704657	1.01811	0.9818903	NO	SI
Tlalpan	0.7757524	0.00575961	1.014802	0.9851978	NO	SI
Coyoacán	1.5335224	0.00514353	1.013219	0.9867811	SI	NO
Álvaro Obregón	1.3524739	0.00543735	1.013974	0.986026	SI	NO
Benito Juárez	4.2174987	0.00306963	1.007889	0.9921111	SI	NO
Cuauhtémoc	2.1010908	0.00402173	1.010336	0.9896642	SI	NO
Iztapalapa	0.4561075	0.00618457	1.015894	0.9841057	NO	SI
Venustiano Carranza	0.924247	0.00728477	1.018722	0.9812781	NO	SI
Azcapotzalco	1.0159693	0.00694788	1.017856	0.9821439	NO	SI
Miguel Hidalgo	1.1002177	0.00719076	1.01848	0.9815198	SI	NO
Gustavo A. Madero	0.3188789	0.00703343	1.018076	0.9819241	NO	SI
Iztacalco	0.6784493	0.0103106	1.026498	0.9735018	NO	SI
Cuajimalpa	1.0714981	0.00929493	1.023888	0.976112	SI	NO
Magdalena Contre- ras	0.7312936	0.00755072	1.019405	0.9805947	NO	SI

Un ejemplo de estos resultados es como la delegación Milpa Alta está sobrerrepresentada en la categoría  $\alpha$  y está subrepresentada en las categorías  $\beta$  y  $\gamma$ . esto quiere decir que la mayor parte de la población económicamente activa ocupada de esa delegación gana hasta dos salarios mínimos, por otro lado en la delegación Cuajimalpa la categoría  $\gamma$  y la categoría  $\alpha$  están sobrerrepresentadas, lo que nos indica que la población económicamente activa ocupada gana hasta dos salarios mínimos y más de 5 salarios mínimos.

Otra de las medidas que pudimos obtener de acuerdo al modelo Nulo, es la exposición que nos indica si las categorías se atraen o repelen entre sí. Para medir esto tomamos a la representación como un promedio entre cada una de las categorías.

- Representación de  $\beta$  para la categoría  $\alpha$ .
- Representación de  $\gamma$  para la categoría  $\beta$ .
- Representación de  $\alpha$  para la categoría  $\gamma$

Para poder interpretar estos resultados se tomaron en cuenta los siguientes cuatro casos:

1.  $r_\beta = 1$  y  $E_{\alpha\beta} = 1$  existe un equilibrio entre la atracción y repulsión de las categorías.
2. Si existe una atracción entre las categorías  $r_\beta > 1$  y  $E_{\alpha\beta} > 1$
3. Si existe una repulsión entre las categorías  $r_\beta < 1$  y  $E_{\alpha\beta} < 1$
4. En cualquier otro caso son valores que no brindan ningún tipo de información útil para el análisis. [31]

A continuación, se presentan las tablas de los resultados para cada categoría:

Cuadro 5.4: Resultados categoría  $\alpha$ 

Delegaciones	Representación $\alpha$	Representación $\beta$	Exposición $\alpha\beta$
Milpa Alta	0.9585313	0.9254965	1.012431
Tláhuac	1.1799667	1.162266	1.012431
Xochimilco	1.0519234	0.7540513	1.012431
Coyoacán	0.9758947	0.8548301	1.012431
Álvaro Obregón	0.9502879	1.0430899	1.012431
Tlalpan	1.149781	0.9554907	1.012431
Iztapalapa	1.0548488	1.0058723	1.012431
Gustavo A. Madero	0.987095	0.8989941	1.012431
Cuauhtémoc	1.2614305	1.3099624	1.012431
Iztacalco	1.2044306	1.0689909	1.012431
Venustiano Carranza	1.0702147	0.8805149	1.012431
Azcapotzalco	0.8966656	1.7787043	1.012431
Benito Juárez	0.5732076	1.2069391	1.012431
Cuajimalpa	1.2230649	0.7298409	1.012431
Magdalena Contreras	0.7439668	0.9267953	1.012431
Miguel Hidalgo	0.3767441	0.3954477	1.012431

Cuadro 5.5: Resultados Categoría  $\beta$ 

Delegaciones	Representación $\beta$	Representación $\gamma$	Exposición $\beta\gamma$
Milpa Alta	0.9254965	0.1760665	1.05548
Xochimilco	0.7540513	0.7003099	1.05548
Tláhuac	1.162266	0.516845	1.05548
Coyoacán	0.8548301	1.5335224	1.05548
Tlalpan	0.9554907	0.7757524	1.05548
Álvaro Obregón	1.0430899	1.3524739	1.05548
Gustavo A. Madero	0.8989941	0.3188789	1.05548
Iztapalapa	1.0058723	0.4561075	1.05548
Azcapotzalco	1.7787043	1.0159693	1.05548
Cuauhtémoc	1.3099624	2.1010908	1.05548
Benito Juárez	1.2069391	4.2174987	1.05548
Iztacalco	1.0689909	0.6784493	1.05548
Venustiano Carranza	0.8805149	0.924247	1.05548
Magdalena Contreras	0.9267953	0.7312936	1.05548
Cuajimalpa	0.7298409	1.0714981	1.05548
Miguel Hidalgo	0.3954477	1.1002177	1.05548

Cuadro 5.6: Resultados categoría  $\gamma$ 

Delegaciones	Representación $\gamma$	Representación $\alpha$	Exposición $\gamma\alpha$
Milpa Alta	0.1760665	0.9585313	0.935811
Tláhuac	0.516845	1.1799667	0.935811
Xochimilco	0.7003099	1.0519234	0.935811
Tlalpan	0.7757524	1.149781	0.935811
Coyoacán	1.5335224	0.9758947	0.935811
Álvaro Obregón	1.3524739	0.9502879	0.935811
Benito Juárez	4.2174987	0.5732076	0.935811
Cuauhtémoc	2.1010908	1.2614305	0.935811
Iztapalapa	0.4561075	1.0548488	0.935811
Venustiano Carranza	0.924247	1.0702147	0.935811
Azcapotzalco	1.0159693	0.8966656	0.935811
Miguel Hidalgo	1.1002177	0.3767441	0.935811
Gustavo A. Madero	0.3188789	0.9870695	0.935811
Iztacalco	0.6784493	1.2044306	0.935811
Cuajimalpa	1.0714981	1.2230649	0.935811
Magdalena Contreras	0.7312936	0.7439668	0.935811

En la siguiente sección pudimos encontrar tres modelos para ver si una ciudad era más segregada que otra. A continuación, se explican los 3 modelos.

- 1) En el primer modelo se busca ubicar cuál es el centro de la ciudad a partir de la densidad de población. Para lograr esto obtuvimos el número de habitantes por kilómetro cuadrado en cada una de las delegaciones de la Ciudad de México y además, usamos un estudio de la Universidad Iberoamericana <sup>1</sup> sobre cuál es la mejor delegación para vivir. Este estudio toma en cuenta distintos elementos como el ingreso, la alimentación, seguridad social, acceso a la cultura y recreación, entre otros. De acuerdo con el estudio, encontramos que en la zona considerada la más alta para vivir, se encuentra la densidad de población más alta. Pero por el tipo de distribución poblacional que tenemos en la ciudad, no se podría determinar un centro, sin embargo, nos pudimos dar cuenta que en las delegaciones que están consideradas las mejores para vivir es donde se ha concentrado la mayor parte de la población, y de igual manera, donde se considera un bienestar bajo para vivir cuenta con poca densidad de población<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Esta división la podemos encontrar en el Apéndice C.

<sup>2</sup>La división que se usó para llegar a este resultado se encuentra en la Tabla B.6, del Apéndice



Y si lo comparamos con nuestros resultados de sobrerrepresentación, encontramos que la mayor parte de las delegaciones en el grupo de mayor densidad poblacional tienen un ingreso mayor a cinco salarios mínimos.

- II) En el caso del segundo modelo, se busca el número de vecindarios que existen por cada categoría, y con base en esto obtenemos tres medidas diferentes que nos proporcionen información sobre cómo están compuestas esas delegaciones. Además, al mismo tiempo nos podrían proporcionar información sobre cuáles podrían ser las delegaciones donde la población es más susceptible a ser asaltada de acuerdo con el tipo de categoría a la que pertenecen.

Para armar los vecindarios, tomamos en cuenta las delegaciones donde cada categoría se encontraba sobrerrepresentada y las uníamos si eran adyacentes. A continuación, se presenta el número de vecindarios que se obtuvieron para cada categoría y cómo están compuestos.

Cuadro 5.7: Vecindarios encontrados de cada categoría

Categoría	Vecindarios	Delegaciones que componen el vecindario
$\alpha$	1	Tláhuac Xochimilco Tlalpan Iztapalapa Cuauhtémoc Iztacalco Venustiano Carranza
	2	Cuajimalpa
$\beta$	1	Tláhuac Iztapalapa Iztacalco Benito Juárez Cuauhtémoc
	2	Álvaro Obregón Azcapotzalco
$\gamma$	1	Coyoacán Álvaro Obregón Benito Juárez Cuauhtémoc Miguel Hidalgo Cuajimalpa

B.

La primera medida que obtuvimos fue el clustering, el cual nos indicaba que, si tenía un valor de 0, las categorías estaban completamente separadas, si el valor era 1 teníamos una distribución estilo tablero de ajedrez. Si se obtenía un valor intermedio, quería decir que existía una distribución un poco más equitativa entre las categorías.

Para la categoría  $\alpha$  se tiene un valor  $C = 0,8571429$ , la categoría  $\beta$  un valor  $C = 0,8333333$  y la categoría  $\gamma$  un valor de 1. Esto significa que las categorías tienen una distribución espacial de la siguiente forma.

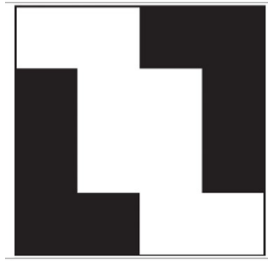


Figura 5.2: Distribución espacial categoría  $\alpha$  y  $\beta$

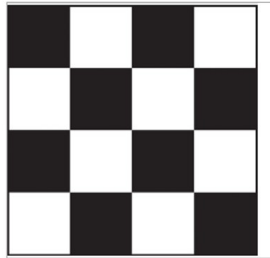


Figura 5.3: Distribución espacial categoría  $\gamma$

Otra de las medidas es la concentración, con ella obtuvimos un porcentaje que nos indica la proporción de la población que vive en las vecindades de una categoría específica y el resto de la población de esa categoría se encuentra dispersa por toda la ciudad.

Cuadro 5.8: Resultados Concentración

Categoría	Vecindario	Concentración	Porcentaje
$\alpha$	1	0.5796875	57,97 %
	2	0.0273207	2,73 %
$\beta$	1	0.4659976	46,59 %
	2	0.03859958	3,85 %
$\gamma$	1	0.6101001	61 %

Y la última medida que obtuvimos fue la fragmentación, que como vimos en la Sección 4.1.2, nos ayuda a identificar si los vecindarios pueden considerarse únicos si son lo suficientemente grandes y cuentan con algunos vecindarios aislados o si están concentrados en varios vecindarios de tamaño similar. En el caso de las categorías  $\alpha$  y  $\beta$ , como sus valores de fragmentación son muy pequeños  $P = 0,04300422$  y  $P = 0,0935008$  respectivamente, nos indica que los vecindarios están dominados por un único vecindario. En cambio, para la categoría  $\gamma$  no se puede obtener un valor de fragmentación, ya que sólo cuenta con un único vecindario, por lo que automáticamente sabemos que esa categoría está agrupada en un mismo vecindario.

- III) Para el tercer modelo se buscaba encontrar si existía una relación entre el número de vecindarios obtenidos y el tamaño de la población. En el artículo se obtuvo una ley de potencia, la cuál utiliza un mínimo de 100 datos para poder obtener un resultado satisfactorio; en el caso del artículo trabajaron con 929 ciudades por lo que se pudo hacer un análisis comparativo. En cambio, en este trabajo sólo tenemos una ciudad y dos vecindarios entonces no pudimos llevar a cabo este cálculo.

# Capítulo 6

## Resultados Generales

En este trabajo se tienen resultados de dos áreas, teoría de juegos y teoría de redes. A continuación, se presentan los resultados más importantes de ambas áreas y un análisis conjunto.

### 6.1. Resultados teoría de juegos

Como pudimos ver en la parte de juegos obtuvimos el equilibrio de Nash, donde encontramos cuál sería la distribución de los 6,863 criminales, de manera que cada uno de ellos gane lo mejor posible.

Y también encontramos la distribución óptima que pueden tomar los policías y los criminales dentro del juego de Stackleberg, asimismo, encontramos dos proporciones diferentes, las cuáles nos ofrecieron datos diferentes, donde la proporción óptima era que los policías estuvieran concentrados en la delegación Álvaro Obregón o distribuidos en quince de las dieciséis delegaciones de la Ciudad.

### 6.2. Resultados teoría de redes

La Teoría de redes nos permitió encontrar cuál podría ser la distribución espacial donde al criminal le convendría cometer un delito, esto lo obtuvimos de acuerdo a dos modelos distintos:

- En el primero detectamos cuáles eran las delegaciones donde se concentraba la mayor parte de la población.

- En el segundo detectamos los vecindarios donde estaban sobrerrepresentadas las tres categorías de acuerdo a la clasificación de ingresos de INEGI.

En los resultados obtuvimos que, en el primer modelo, la mayor parte de la población se concentra en las delegaciones donde se considera tener un mejor bienestar social para vivir, mientras que en el segundo detectamos cuáles son las delegaciones más predominantes dentro de cada una de las categorías, esto, nos podría indicar cuáles serían las delegaciones que correrían un riesgo mayor ante la delincuencia.

### 6.3. Resultados generales

Con base en los resultados obtenidos pudimos crear una relación entre ellos, donde obtuvimos la distribución de policías y criminales mediante un modelo de programación lineal para juegos y la distribución espacial de los vecindarios, de acuerdo a sus ingresos mensuales usando el modelo de segregación residencial.

Estos resultados pueden observarse de manera clara en el siguiente ejemplo cuando el modelo de Stackelberg nos pide concentrar a todos los policías a una misma delegación que de acuerdo al modelo de segregación residencial está sobrerrepresentada en la categoría gama, la categoría que cuenta con mayores ingresos mensuales.

La otra estrategia, contraria, consiste en repartir a todos los policías en la mayor parte de la ciudad dejando desprotegida a una delegación sobrerrepresentada en la categoría alfa; la categoría que cuenta con el menor ingreso mensual.

# Conclusiones

Si bien siempre han existido estudios continuos sobre la criminalidad en la Ciudad de México, son pocos los que involucran modelos matemáticos. Aun así, estos estudios llegan a ser un tanto inexactos, ya que, no se toman en cuenta muchos factores que no se pueden controlar como cuál va a ser la decisión final de un criminal y también la decisión de la víctima del delito de denunciarlo para que se pueda encontrar al responsable. En este trabajo se decidió usar el área de teoría de juegos y teoría de redes para buscar respuestas o posibles alternativas contra el crimen en la Ciudad de México.

Y por esta razón se establecieron los siguientes objetivos principales:

1. Encontrar las estrategias que pudieran seguir los criminales a fin de obtener una mayor ganancia, esto en dos casos:
  - a) Cuando los policías no forman parte del modelo.
  - b) Cuando los policías forman parte del modelo.
2. Ubicar las delegaciones que pudieran ser susceptibles a tener una mayor incidencia de robos en la vía pública, de acuerdo a sus ingresos y su nivel de bienestar para vivir.

Para cumplir el primer objetivo usamos el juego de Stackelberg y el juego de competencia, encontramos las estrategias óptimas de los criminales de manera que si los policías no actuaban lograban maximizar su ganancia y cuando si actuaban en el modelo, los criminales minimizaban su ganancia. Se encontró la estrategia de los criminales de dispersarse en 15 de las 16 delegaciones de la ciudad, donde Álvaro Obregón es la delegación que queda protegida por la policía o ver cuáles serían las ganancias de los criminales si la policía no estuviera en el entorno.

El segundo objetivo logramos cumplirlo usando el modelo de segregación residencial,

donde encontramos las delegaciones sobrerrepresentadas o subrepresentadas en las categorías que planteamos de acuerdo a INEGI y con esto pudimos ver que delegaciones podrían ser más susceptibles a un robo en vía pública. Se obtuvo que las delegaciones como Álvaro Obregón, Benito Juárez, Miguel Hidalgo, Coyoacán son susceptibles a robos en vía pública por la sobrerrepresentación que presentaron en la categoría de ingreso más alto.

Como desarrollo futuro se podría decidir ampliar solamente una de las áreas usadas en este trabajo, en el caso del área de juegos se tienen algunos puntos importantes como: considerar distintos supuestos, ya que, como hemos mencionado no sabemos cuáles podrían ser las acciones o reacciones de los criminales. Además, haciendo un corte de información al 28 de diciembre del 2017 se conoce que México tiene un déficit de 115 mil policías de acuerdo al estándar impuesto por la ONU, que es 1.8 elementos por cada mil habitantes, por lo que considerando todo esto podríamos tener un modelo que nos brinde mejores resultados. Otro punto es desarrollar un poco más el modelo existente y poder agregar algunas otras variables y, además, utilizar el modelo de simulación basado en agentes, que nos ayudaría a encontrar una mejor proporción de policías y criminales dentro de la Ciudad mediante la simulación con diferentes agentes.

Y en el área de teoría de redes se propone ampliar el estudio a un área más grande, ya sea tomando en cuenta más ciudades, comenzando con los estados y sus capitales y de ahí poder escalar a territorios más grandes. Y además encontrar algunas otras medidas que nos puedan proporcionar un análisis mucho más profundo de este tema. Finalmente, se podría considerar seguir con el trabajo conjunto de manera más extensa con las consideraciones antes mencionadas.

# Apéndice A

## Demostraciones Teoría de Juegos

### Teorema de Von Neumann

**Teorema 1.** *Todo juego bipersonal de suma cero es antagónico (estrategias mixtas). O lo que es equivalente, en un juego bipersonal de suma cero ( $\{1, 2\}$ ,  $\{D_1, D_2\}$ ,  $\varphi$ ), ( $\varphi_2 = -\varphi_1$ ), se cumple que*

$$\max_{X^1 \in M_1} (\min_{x^1 \in M_2} E_1(X_1, X_2)) = \min_{X^2 \in M_2} (\max_{X^1 \in M_1} (E_1(X^1, X^2)))$$

*Demostración.* Para todo juego finito existe al menos un equilibrio de Nash en estrategias mixtas. En los juegos bipersonales de suma cero, cualquier equilibrio de Nash es punto silla para estrategias mixtas. Entonces, todo juego bipersonal de suma personal de suma cero tiene al menos un punto silla y, si en un juego bipersonal de suma cero es antagónico en estrategias mixtas si y sólo si la función de pago esperado del jugador 1 tiene punto silla, sabemos que todo juego que tenga punto silla es antagónico. Es decir,  $v_1 + v_2 = 0$ . Pues lo que es lo mismo,  $v_1 = -v_2$ .

$$v_2 = \max_{X^2 \in M_2} (\min_{X^1 \in M_1} E_2(X^1, X^2)) = \max_{X^2 \in M_2} (\min_{X^1 \in M_1} (-E_1(X^1, X^2)))$$

Recordemos que para cualquier función  $f : S \rightarrow R$ ,

$$\min_{x \in S} (-f(x)) = -\max_{x \in S} (f(x))$$



y

$$\max_{x \in S} (-f(x)) = -\min_{x \in S} (f(x))$$

Aplicando esta propiedad, tenemos:

$$\begin{aligned} \max_{X^2 \in M_2} (\min_{X^1 \in M_1} (-E_1(X^1, X^2))) &= \max_{X^2 \in M_2} (-\max_{X^1 \in M_1} E_1(X^1, X^2)) = \\ &= -\min_{X^2 \in M_2} (\max_{X^1 \in M_1} E_1(X^1, X^2)). \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\max_{X^1 \in M_1} (\min_{X^2 \in M_2} E_1(X^1, X^2)) = \min_{X^2 \in M_2} (\max_{X^1 \in M_1} E_1(X^1, X^2))$$

■

## Algoritmo de Zermelo o inducción hacia atrás

Sea  $\Gamma$  un juego extensivo de información perfecta finito, con árbol  $((V, A))$ , raíz  $U$ , conjunto de jugadores  $N$  no vacío y  $Alt(X)$  el conjunto de alternativas del vértice  $X$

### *Primer Paso:*

Llamamos  $\Gamma^0$  a  $\Gamma$ ,  $V_0$  a  $V$ ,  $A_0$  a  $A$  y  $T_0$  a  $T$ . Existe  $X_1 \in V_0$  tal que  $Alt(X_1) \subset T_0$ .  $\Gamma_{X_1}^0$  es un juego cuyo árbol es:

$$(\{X_1\} \cup Alt(X_1), \{\{X_1, Y\} | Y \in Alt(X_1)\}).$$

Tenemos dos casos:

1.  $\{X_1\} = S_{l_0}^{j_0}$ , para algún jugador  $j_0$ , consideramos  $F_0$  tal que  $\pi_{j_0}(F_0) = \max_{F \in Alt(X)} \pi_{j_0}(F)$  y definimos  $\sigma_X^{j_0}(S_{l_0}^{j_0}) = \epsilon(F_0)$  (índice de  $F_0$ ). Puede haber dos posibilidades:
  - Si  $V - V_{X_1} = \emptyset$ , el algoritmo terminó habiendo construido  $\sigma^* = (\sigma_{X_1}^{j_0})$ ,
  - Si  $V - V_{X_1} \neq \emptyset$ , definimos  $\Gamma^1 = \Gamma^0 |_{X_1(\pi(F_0))}$ .
2.  $X_1 \in S_0$ , definimos

$$\Gamma^1 = \Gamma^0 |_{X_1(\sum_{F \in Alt(X_1)} P(F|X_1)\pi(F))}$$

Consideramos que este juego no se reduce a un vértice, pues sino  $\Gamma$  sería un juego de azar.

**Segundo Paso: Hipótesis de inducción**

Consideremos construidos los juegos  $\Gamma^0, \Gamma^1, \dots, \Gamma^{k-1}, \Gamma^k$ , los vértices  $X_1, \dots, X_{k+1}$  y las estrategias  $\sigma_{X_{m_1}}^{j_1}, \sigma_{X_{m_2}}^{j_2}, \dots, \sigma_{X_{m_r}}^{j_r}$  tales que:

- a)  $\Gamma^0, \Gamma^1, \dots, \Gamma^{k-1}$  juegos de información perfecta, con raíz  $U$  y para  $i = 1, \dots, k, \Gamma^i = \Gamma^{i-1}|X_{i(d)}$ , con

$$d = \begin{cases} \pi(F_i) & \text{si } X_i \in S_m^{j_i} \text{ y } \pi_{j_i}(F_i) = \max_{F \in \text{Alt}(X_i)} \pi_{j_i}(F) \\ \sum_{F \in \text{Alt}(X_1)} P(F|X_1) \pi(F) & \text{si } X_i \in S^0 \end{cases}$$

Cada  $\Gamma^i$  se puede cortar en  $X_{i+1}$ .

- b)  $\text{Alt}(X_I) \subset T_{i0}$  y los subjuegos  $\Gamma_{X_i}^{i-1}$  tienen un árbol de la forma

$$(\{X_i\} \cup \text{Alt}(x_i), \{(X_i, Y)|Y \in \text{Alt}(X_i)\}).$$

- c) Además, para cada  $X_{m_1}$  que está en algún  $S_m^{j_i}, \sigma_{X_{m_i}}^{j_i} (S_m^{j_i}) = \epsilon(F_i)$ , donde  $F_i$  es tal que  $\pi_{j_i}(F_i) = \max_{F \in \text{Alt}(X_i)} \pi_{j_i}(F)$ .

**Tercer paso: Paso general**

Si no existe  $X_{k+1}$  donde se corte  $\Gamma^k$  de tal manera que  $\text{Alt}(X_{k+1}) \subset T_0^k$ . Y si además, el único vértice no final de  $\Gamma^k$  pertenece a  $S_{m'}^{j_{r+1}}$ , construimos  $\sigma^{j_{r+1}}$  tal que  $\sigma^{j_{r+1}}(S_{m'}^{j_{r+1}}) = \epsilon(F_{i'})$ , donde  $X$  es tal que  $\pi_{j_i}(X) = \max_{X \in \text{Alt}(U)} \pi_{j_i}(X)$ .

El algoritmo termina con la composición, para cada  $j \in N$ , de las estrategias  $\{\sigma_{j_i}\}$  construidas tales que  $j_i = j$ .

Si existe  $X_{k+1}$  donde se corte  $\Gamma^k$  consideramos  $\Gamma^{k+1} = \Gamma^k|X(d)$ , con

$$d = \begin{cases} \pi(F_i) & \text{si } X_{k+1} \in S_m^{j_i} \text{ y } \pi_{j_i}(F_i) = \max_{F \in \text{Alt}(X_{k+1})} \pi_{j_i}(F) \\ \sum_{F \in \text{Alt}(X_1)} P(F|X_1) \pi(F) & \text{si } X_{k+1} \in S^0 \end{cases}$$

y  $\sigma^{j_i}$  tal que  $\sigma^{j_i}(S_m^{j_i}) = \epsilon(F_i)$ .

**Cuarto paso**

Se aplica el paso general a  $\Gamma^{k+1}$ .

## Teorema del Algoritmo de Zermelo

**Teorema 2.** *El algoritmo de Zermelo o de inducción de atrás hacia delante, para juegos finitos de información perfecta, termina en un número finito de pasos construyendo una estrategia  $\sigma^{*j}$  para cada  $j \in N$ .*

*Demostración.* Todos los pasos son realizables, no hay repeticiones y el número de vértices es finito. Además, para todo  $Y$  vértice no final de  $\Gamma$ , en algún momento  $X = Y$ , por lo que las estrategias de los jugadores quedarán completas. ■

# Apéndice B

## Distribuciones de probabilidad

La siguiente información es un extracto de los libros *Introducción a la probabilidad*, L. Rincón [29] y *Probability and Statistics*, M.H. DeGroot y M.J. Schervish [10]

### Distribución Uniforme Continua

Decimos que una variable aleatoria  $X$  tiene una distribución uniforme continua en el intervalo  $(a, b)$ , y escribimos  $X \sim Unif(a, b)$ , cuando su función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a < x < b \\ 0 & \text{si e.o.c} \end{cases}$$

Esta distribución tiene como parámetros los número  $a$  y  $b$ . La gráfica general de esta función se muestra en la figura B.1 y es evidente que se trata de una función de densidad pues es no negativa e integra uno.

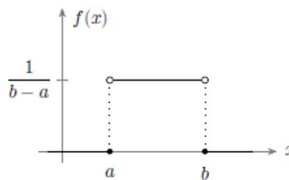


Figura B.1: Distribución uniforme continua [29]

## Distribución Binomial

Supongamos que efectuamos una serie de  $n$  ensayos independientes Bernoulli en donde la probabilidad de éxito en cada ensayo es  $p$ . Si denotamos por  $E$  el resultado éxito y por  $F$  el resultado fracaso, entonces el espacio muestral de este experimento consiste de todas las posibles sucesiones de longitud  $n$  de caracteres  $E$  y  $F$ . Así, el espacio muestral consiste de  $2^n$  elementos. Si ahora definimos la variable aleatoria  $X$  como aquella función que indica el número de éxitos en cada una de estas sucesiones, esto es,

$$\begin{aligned} X(EE\dots EE) &= N, \\ X(FE\dots EE) &= n - 1, \\ &\vdots \\ X(FF\dots FF) &= 0 \end{aligned}$$

entonces tenemos que  $X$  puede tomar los valores  $0, 1, 2, \dots, n$  con las probabilidades dadas por la función de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{k} p^k q^{(n-k)} & \text{si } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{si e.o.c} \end{cases}$$

Decimos entonces que  $X$  tiene una distribución binomial con parámetros  $n$  y  $p$  y escribimos  $X \sim B(n, p)$ . Esta expresión para la función de probabilidad puede obtenerse de la siguiente forma: la probabilidad de obtener  $x$  éxitos y  $n - x$  fracasos en  $n$  ensayos Bernoulli es, preliminarmente,

$$y = \underbrace{p \dots p}_x + \underbrace{(1 - p) \dots (1 - p)}_{n-x} = p^x (1 - p)^{n-x} \tag{B.1}$$

pero hemos colocado los  $x$  éxitos en los primeros ensayos, cuando ello no ocurrirá necesariamente así. Las diferentes formas en que los  $x$  éxitos pueden distribuirse en los  $n$  ensayos está dada por el coeficiente binomial  $\binom{n}{x}$ . Por ejemplo, hay  $\binom{n}{n} = 1$  manera de obtener  $n$  éxitos en  $n$  ensayos, hay  $\binom{n}{n-1} = n$  formas diferentes de obtener  $n - 1$  éxitos en  $n$  ensayos, etc. Al hacer la multiplicación de este coeficiente binomial con el término  $p^x (1 - p)^{n-x}$  se obtiene la expresión de la función de la probabilidad para esta distribución.

## Distribución Multinomial

En muchas aplicaciones hay más de dos resultados posibles. A menudo la dicotomía “defectuoso” o “no defectuoso” en situaciones de ingeniería es una simplificación de la realidad, donde suele haber más de dos categorías que caracterizan artículos o partes de una línea de producción. Para estas situaciones el experimento binomial se convierte en experimento multinomial cuando cada prueba tiene más de dos resultados posibles. Si un experimento puede tener como consecuencia  $k$  posibles resultados  $E_1, E_2, \dots, E_k$  con probabilidades  $p_1, p_2, \dots, p_k$ , entonces la distribución multinomial dará la probabilidad de que  $E_1$  ocurra  $x_1$  veces,  $E_2$  ocurra  $x_2$  veces, ...,  $E_k$  ocurra  $x_k$  veces en  $n$  pruebas independientes, donde

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$$

La función de probabilidad de las variables aleatorias  $X_1, X_2, \dots, X_k$ , que representan el número de ocurrencias para  $E_1, E_2, \dots, E_k$  en  $n$  pruebas independientes es

$$P[X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k] = \frac{n!}{x_1!x_2!\dots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$$

con

$$\sum_{i=1}^k x_i = n$$

y

$$\sum_{i=1}^k p_i = 1$$

A la variable  $(x_1, \dots, x_k)$  se le dice que sigue una distribución multinomial y se denota por  $\mathcal{M}(p_1, p_2, \dots, p_k; n)$

## Distribución Normal o Gaussiana

Esta es posiblemente la distribución de probabilidad de mayor importancia. Decimos que la variable aleatoria continua  $X$  tiene una distribución normal si su función de densidad está dada por la siguiente expresión

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], x \in \mathbb{R}$$

en donde  $\mu \in R$  y  $\sigma^2 > 0$  son dos parámetros. A esta distribución se le conoce también con el nombre de distribución gaussiana<sup>1</sup> Escribimos entonces  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . La gráfica de esta función de densidad tiene forma de campana, como se puede apreciar en la figura B.2, en donde se muestra además el significado geométrico de los dos parámetros. En ocasiones, a la gráfica de esta función se le refiere como la campana gaussiana.

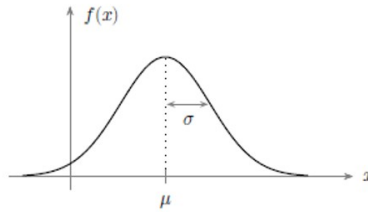


Figura B.2: Distribución Normal o Gaussiana [29]

---

<sup>1</sup>Carl Friedrich Gauss (1777-1855), matemático alemán.

## Apéndice C

# Pruebas de Hipótesis

La siguiente información es un extracto del libro *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*, S. M. Ross [32]

Una hipótesis estadística es una afirmación acerca de un conjunto de parámetros de la distribución poblacional. Se le llama hipótesis porque no se sabe si es verdadera o no. El primer problema consiste en desarrollar un procedimiento para determinar si los valores de una muestra aleatoria de esta población son consistentes con la hipótesis.

Al aceptar una hipótesis dada no estamos diciendo que sea verdadera, lo que estamos diciendo es que los datos resultantes parecen ser consistentes con ella.

Consideremos una población con una distribución  $F_\theta$  donde  $\theta$  es desconocida, y supongamos que queremos probar una determinada hipótesis acerca de  $\theta$ . A esta hipótesis la denotaremos por  $H_0$  que llamaremos *hipótesis nula*. Existen dos posibilidades: que se acepte o se rechace dicha hipótesis.

Al desarrollar un procedimiento para probar una hipótesis nula dada  $H_0$ , es importante observar que se pueden cometer dos tipos diferentes de errores. El primero de los cuales, llamado *error de tipo I*, se dice que es causado cuando el resultado de la prueba indica que se rechace  $H_0$ , y  $H_0$  es correcta en realidad. El segundo, llamado *error de tipo II*, se deriva si el resultado de la prueba pide que se acepte  $H_0$ , cuando  $H_0$  es falsa en realidad. Como ya se mencionó, el objetivo de una prueba estadística de  $H_0$  no es determinar explícitamente si  $H_0$  es verdadera o no, sino más bien si su validez es consistente con los datos obtenidos. Siendo éste el objetivo, parece razonable que se rechace  $H_0$  sólo si los datos obtenidos son muy improbables en el caso de que  $H_0$  sea verdadera. La manera clásica de lograr esto consiste en asignar un



valor  $\alpha$  y pedir que la prueba tenga la propiedad de que siempre  $H_0$  sea verdadera, esto es, de que la probabilidad de ser rechazada no sea mayor a  $\alpha$ . Por lo común, el valor  $\alpha$  al que se le llama el nivel *nivel de significancia de la prueba*, se determina desde el inicio. En otras palabras, el método clásico de probar  $H_0$  consiste en fijar un nivel de significancia  $\alpha$  y después pedir que la prueba tenga a propiedad de que la probabilidad de que ocurra un error de tipo I nunca sea mayor a  $\alpha$ . Vamos a tener distintos tipos de pruebas; una de ellas son las pruebas relacionadas con la media de una población normal. Dentro de este tipo específico encontramos otros dos tipos:

- Caso de la varianza conocida: Suponga que  $X_1, \dots, X_n$  es una muestra de tamaño  $n$  de una distribución normal con media desconocida  $\mu$  y una varianza conocida  $\sigma^2$  y que estamos interesados en probar la hipótesis nula

$$H_0 : \mu = \mu_0,$$

contra la hipótesis alternativa

$$H_1 : \mu \neq \mu_0,$$

donde  $\mu_0$  es una constante dada. Como  $\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n}$  es un estimador puntual<sup>1</sup> natural de  $\mu$ , parece razonable aceptar  $H_0$  si  $\bar{X}$  no está demasiado lejos de  $\mu_0$ . Es decir, la región crítica de la prueba sería de la forma

$$C = \{X_1, \dots, X_n : |\bar{X} - \mu_0| > c\}, \tag{C.1}$$

para algún valor  $c$  adecuado.

Si queremos que la prueba tenga nivel de significancia  $\alpha$ , entonces en la ecuación (C.1) tenemos que determinar el valor crítico  $c$  que hará que el error tipo I sea igual a  $\alpha$ . Es decir, el valor  $c$  debe ser tal que

$$P_{\mu_0}\{|\bar{X} - \mu_0| > c\} = \alpha, \tag{C.2}$$

donde escribimos  $P_{\mu_0}$  para indicar que la probabilidad anterior debe calcularse bajo la suposición de que  $\mu = \mu_0$ . Pero si  $\mu = \mu_0$ ,  $\bar{X}$  estará distribuida normalmente con media  $\mu_0$  y varianza  $\frac{\sigma^2}{n}$ , y también  $Z$ , definida por

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}},$$

---

<sup>1</sup>Consiste en la estimación del valor del parámetro mediante un sólo valor, obtenido de una fórmula determinada.

tendrá una distribución normal estándar. Ahora, la ecuación (C.2) es equivalente a

$$P\left\{|Z| > \frac{c\sqrt{n}}{\sigma}\right\} = \alpha,$$

o lo que es equivalente,

$$2P\left\{|Z| > \frac{c\sqrt{n}}{\sigma}\right\} = \alpha,$$

Donde  $Z$  es una variable aleatoria normal estándar. Sin embargo, sabemos que

$$P\{Z > z_{\alpha/2}\} = \alpha/2,$$

y de esta manera

$$\frac{c\sqrt{n}}{\sigma} = z_{\alpha/2},$$

o

$$c = \frac{z_{\alpha/2}}{\sigma} = \sqrt{n},$$

Por lo que la prueba con nivel de significancia  $\alpha$  va a rechazar  $H_0$  si  $|\bar{X} - \mu_0| > \frac{z_{\alpha/2}}{\sigma} = \sqrt{n}$  y aceptarla si no es así.

- Pruebas unilaterales: Al probar la hipótesis nula  $\mu = \mu_0$ , elegimos una prueba que pide el rechazo cuando  $\bar{X}$  está lejos de  $\mu_0$ . Es decir, un valor de  $\bar{X}$  demasiado pequeño o demasiado grande parece indicar que hay pocas posibilidades de que  $\mu$  (a la que está estimando  $\bar{X}$ ) sea igual a  $\mu_0$ . Pero, ¿qué pasa cuando la única alternativa que tiene  $\mu$  de no ser igual a  $\mu_0$  es que  $\mu$  sea mayor que  $\mu_0$ ? Es decir, ¿qué pasa cuando la hipótesis alternativa a  $H_0 : \mu = \mu_0$  es  $H_1 : \mu > \mu_0$ ? Es claro que, en este último caso, no queremos rechazar  $H_0$  cuando  $\bar{X}$  sea pequeña (ya que una  $\bar{X}$  pequeña es más probable cuando  $H_0$  es verdadera que cuando  $H_1$  es verdadera). Por lo que al probar

$$H_0 : \mu = \mu_0 \text{ contra } H_1 : \mu > \mu_0, \tag{C.3}$$

rechazaremos  $H_0$  cuando  $\bar{X}$ , el estimado puntual de  $\mu_0$  sea mucho más grande que  $\mu_0$ . Es decir, la región crítica será de la forma siguiente:

$$C = \{X_1, \dots, X_n : \bar{X} - \mu_0 > c\}, \tag{C.4}$$

Como la probabilidad de rechazo deberá ser igual  $\alpha$  cuando  $H_0$  es verdadera (esto es, cuando  $\mu = \mu_0$ ), necesitamos que  $c$  sea un valor tal que

$$P_{\mu_0}\{\bar{X} - \mu_0 > c\} = \alpha, \quad (\text{C.5})$$

Pero como

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}},$$

Tiene una distribución estándar normal cuando  $H_0$  es verdadera, la ecuación (C.5) es equivalente a

$$P\left\{Z > \frac{c\sqrt{n}}{\sigma}\right\} = \alpha,$$

Cuando  $Z$  es una normal estándar. Pero como

$$P\{Z > z_{\alpha/2}\} = \alpha,$$

vemos que

$$c = \frac{z_{\alpha}\sigma}{\sqrt{n}},$$

Por lo tanto, la prueba de la hipótesis (C.3) es rechazar  $H_0$  si  $\bar{X} - \mu_0 > \frac{z_{\alpha}\sigma}{\sqrt{n}}$ , y aceptarla si no es así.

A esto se le llama una región crítica *unilateral* (ya que pide el rechazo tan sólo cuando  $\bar{X}$  es grande). De manera correspondiente, el problema de prueba de hipótesis

$$H_0 : \mu = \mu_0,$$

$$H_1 : \mu > \mu_0,$$

se le llama un problema de prueba unilateral (en contraste al problema *bilateral* que resulta cuando la hipótesis alternativa es  $H_1 : \mu \neq \mu_0$ ). Para calcular el valor  $p$  es una prueba unilateral, usamos primero los datos para determinar el valor del estadístico  $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)/\sigma$ . El valor  $p$  es entonces igual a la probabilidad de que una normal estándar sea, por lo menos, tan grande como este valor.

# Apéndice D

## Tablas de datos

A continuación se presentan las tablas con los datos utilizados en este trabajo.

Cuadro D.1: Datos de población por categorías

Delegación	Categoría $\alpha$	Categoría $\beta$	Categoría $\gamma$
Azcapotzalco	56785	117406	18767
Coyoacán	93976	85798	43074
Cuajimalpa de Morelos	38562	23984	9854
Gustavo A. Madero	181906	172679	17141
Iztacalco	74405	68830	12225
Iztapalapa	305143	303277	38485
Magdalena Contreras	28715	37284	8233
Milpa Alta	20923	21056	1121
Álvaro Obregón	112791	129040	46823
Tráhuac	67524	69323	8627
Tlalpan	123208	106717	24247
Xochimilco	69243	51734	13446
Benito Juárez	37866	83101	81265
Cuauhtémoc	106315	115073	51652
Miguel Hidalgo	21729	23772	18509
Venustiano Carranza	72366	62056	18229
Total	1411457	1471130	411698

Cuadro D.2: Datos policías, carpetas de investigación y población

Delegaciones	Policías	Carpetas	Población Total	Población Económicamente Activa Ocupada	Remuneración mensual	Salario Mensual Promedio	Situación económica
Álvaro Obregón	3658	344	74982	351409	2628447989	7479.7401	3504.68143
Azacapotzalco	1952	323	400161	180813	1187481910	6567.4587	2967.51035
Benito Juárez	2036	301	417416	223843	1930888834	8626.0854	4625.81414
Coyoacán	2967	357	608479	280561	2084421889	7429.4784	3425.62667
Cuajimalpa	972	30	199224	91063	716039023	7863.117	3594.14038
Cuahutemoc	2597	1161	532553	269664	2183631611	8097.6015	4100.30853
Gustavo A. Madero	5679	833	1164477	498501	3723625851	7469.6457	3197.68089
Iztacalco	1904	304	390348	175194	1381071033	7883.0955	3538.05075
Iztapalapa	8914	1531	1827868	768218	5600121530	7122.861	2993.6024
Magdalena Contreras	1189	69	243886	105951	848167400	8005.2798	3477.72074
Miguel Hidalgo	1777	357	364439	187477	1352562528	7214.5518	3711.35506
Milpa Alta	673	23	137927	55323	380713351	6881.6469	2760.25254
Tlahuac	1763	169	361593	149382	1093683015	7321.3842	3024.62441
Tlalpan	3302	261	677104	307257	2264925188	7371.4356	3345.01818
Venustiano Carranza	2084	502	427263	194371	1536087520	7902.8637	3595.1803
Xochimilco	2028	298	415933	176246	1150297806	6526.6605	2765.58438
Total	43495	6863	8918653	4015273			

Cuadro D.3: Población de los vecindarios

Categoría	Vecindarios	Delegaciones que componen el vecindario	Población en la categoría	Población Total
$\alpha$	1	Tláhuac	67,524	361,593
		Xochimilco	69,243	415,933
		Tlalpan	123,208	677,104
		Iztapalapa	305,143	1,827,868
		Cuauhtémoc	106,315	532,553
		Iztacalco	74,405	390,348
		Venustiano Carranza	72,366	427,263
$\alpha$	2	Cuajimalpa	38,562	199,224
$\beta$	1	Tláhuac	69,323	361,593
		Iztapalapa	303,277	1,827,868
		Iztacalco	68,830	390,348
		Benito Juárez	83,101	417,416
		Cuauhtémoc	115,073	532,553
$\beta$	2	Álvaro Obregón	129,040	749,982
$\beta$	2	Azcapotzalco	56,785	400,161
$\gamma$	1	Coyoacán	43,074	608,479
		Álvaro Obregón	46,823	749,982
		Benito Juárez	81,265	417,416
		Cuauhtémoc	51,652	532,553
		Miguel Hidalgo	18,509	364,439
$\gamma$	2	Cuajimalpa	9,854	199,224

Cuadro D.4: Valores para obtener el Clustering

Categoría	$N_o(i)$	$N_n(i)$
$\alpha$	8	2
$\beta$	7	2
$\gamma$	6	1

Cuadro D.5: Datos para obtener la densidad de población

Delegación	Población total	Extensión territorial ( <i>km</i> <sup>2</sup> )
Álvaro Obregón	749982	93.7
Azcapotzalco	400161	34.5
Benito Juárez	417416	28
Coyoacán	608479	59.2
Cuajimalpa	199224	72.9
Cuahutemoc	532553	32
Gustavo A. Madero	1164477	91.5
Iztacalco	390348	21.8
Iztapalapa	1827868	124.5
Magdalena Contreras	243886	62.2
Miguel Hidalgo	364439	46.8
Milpa Alta	137927	268.6
Tlahuac	361593	88.4
Tlalpan	677104	309.7
Venustiano Carranza	427263	30.7
Xochimilco	415933	134.6
		1499.1

Cuadro D.6: Densidad de población de acuerdo al bienestar para vivir

Delegación	# de habitantes por $km^2$
Azcapotzalco	11,599
Benito Juárez	14,908
Coyoacán	10,278
Cuahutemoc	16,642
Miguel Hidalgo	7,787
Álvaro Obregón	8,004
Cuajimalpa	2,733
Gustavo A. Madero	12,727
Iztacalco	17,906
Iztapalapa	14,682
Magdalena Contreras	3,921
Milpa Alta	514
Tlahuac	4,090
Tlalpan	2,186
Venustiano Carranza	13,917
Xochimilco	3,090

Donde el color verde representa el bienestar más alto para vivir, el color amarillo representa un bienestar medio y el rojo el bienestar más bajo.



## Apéndice E

# Mapa de la división del bienestar para vivir

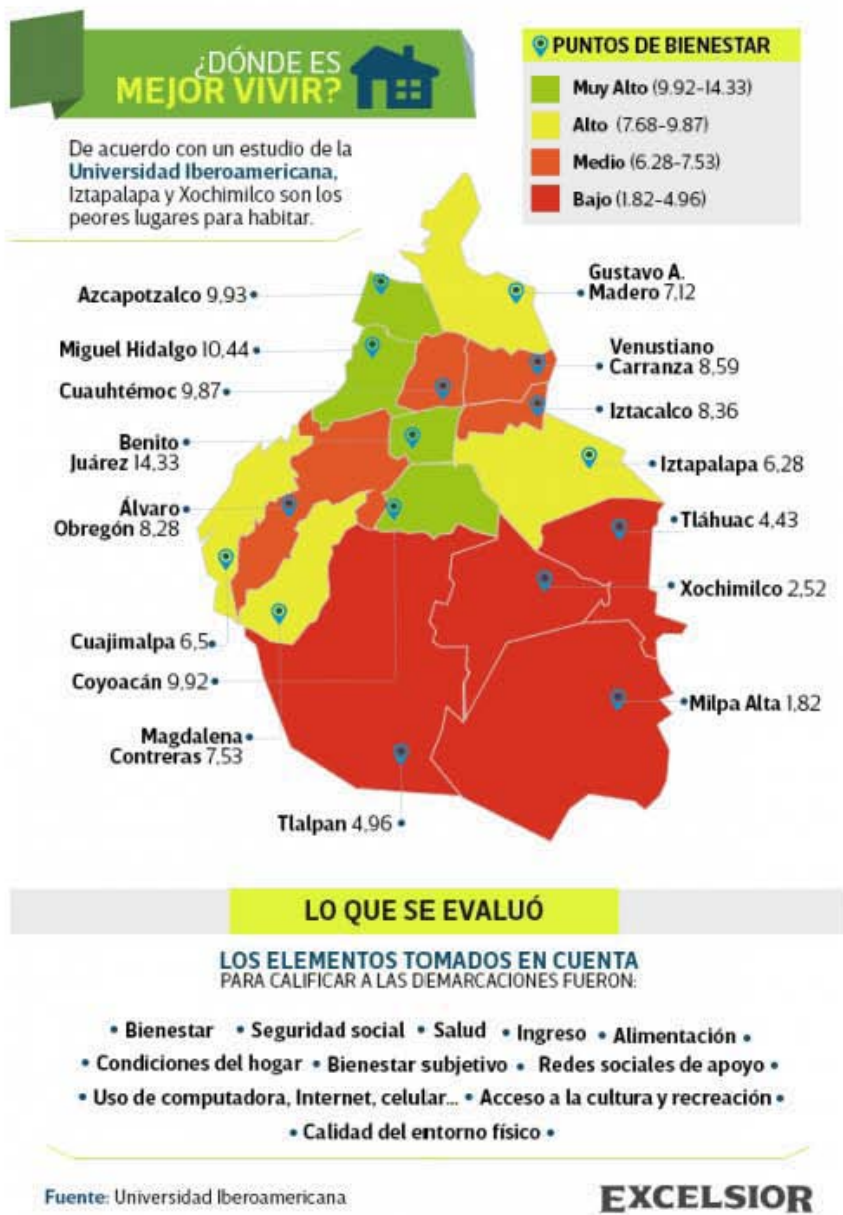


Figura E.1: División del bienestar para vivir

## Apéndice F

# Código Teoría de Juegos

```
dvar float+ y1;  
dvar float+ y2;  
dvar float+ y3;  
dvar float+ y4;  
dvar float+ y5;  
dvar float+ y6;  
dvar float+ y7;  
dvar float+ y8;  
dvar float+ y9;  
dvar float+ y10;  
dvar float+ y11;  
dvar float+ y12;  
dvar float+ y13;  
dvar float+ y14;  
dvar float+ y15;  
dvar float+ y16;  
dvar float+ x1;  
dvar float+ x2;  
dvar float+ x3;  
dvar float+ x4;  
dvar float+ x5;  
dvar float+ x6;  
dvar float+ x7;  
dvar float+ x8;  
dvar float+ x9;  
dvar float+ x10;  
dvar float+ x11;  
dvar float+ x12;
```

```

dvar float+ x13;
dvar float+ x14;
dvar float+ x15;
dvar float+ x16;
dvar float+ g;
dvar boolean z1;
dvar boolean z2;
dvar boolean z3;
dvar boolean z4;
dvar boolean z5;
dvar boolean z6;
dvar boolean z7;
dvar boolean z8;
dvar boolean z9;
dvar boolean z10;
dvar boolean z11;
dvar boolean z12;
dvar boolean z13;
dvar boolean z14;
dvar boolean z15;
dvar boolean z16;

```

Nota las x son los criminales, las y los policias y la z la variable binaria

minimize

g;

subject to {

```

g <= (10000000*(1-z1)+((1/5300000000)*(1-((y1*6863)/297)-((x1*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y1*6863)/297)-((x1*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z2)+((1/5300000000)*(1-((y2*6863)/297)-((x2*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y2*6863)/297)-((x2*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z3)+((1/5300000000)*(1-((y3*6863)/297)-((x3*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y3*6863)/297)-((x3*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z4)+((1/5300000000)*(1-((y4*6863)/297)-((x4*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y4*6863)/297)-((x4*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z5)+((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/297)-((x5*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/297)-((x5*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z6)+((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/297)-((x6*43495)/1))));

```

```

g >= ((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/297)-((x6*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z7)+((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/297)-((x7*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/297)-((x7*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z8)+((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/297)-((x8*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/297)-((x8*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z9)+((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/297)-((x9*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/297)-((x9*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z10)+((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/297)-((x10
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/297)-((x10*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z11)+((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/297)-((x11
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/297)-((x11*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z12)+((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/297)-((x12
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/297)-((x12*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z13)+((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/297)-((x13
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/297)-((x13*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z14)+((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/297)-((x14
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/297)-((x14*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z15)+((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/297)-((x15
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/297)-((x15*43495)/1)));
g <= (10000000*(1-z16)+((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/297)-((x16
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/297)-((x16*43495)/1)));
x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8+x9+x10+x11+x12+x13+x14+x15+x16 == 1;
y1+y2+y3+y4+y5+y6+y7+y8+y9+y10+y11+y12+y13+y14+y15+y16 == 1;
z1 >= y1;
z2 >= y2;
z3 >= y3;
z4 >= y4;
z5 >= y5;
z6 >= y6;
z7 >= y7;
z8 >= y8;
z9 >= y9;
z10 >= y10;
z11 >= y11;

```

```
z12 >= y12;
z13 >= y13;
z14 >= y14;
z15 >= y15;
z16 >= y16;
x1 >= 0;
x2 >= 0;
x3 >= 0;
x4 >= 0;
x5 >= 0;
x6 >= 0;
x7 >= 0;
x8 >= 0;
x9 >= 0;
x10 >= 0;
x11 >= 0;
x12 >= 0;
x13 >= 0;
x14 >= 0;
x15 >= 0;
x16 >= 0;
}

dvar float+ y1;
dvar float+ y2;
dvar float+ y3;
dvar float+ y4;
dvar float+ y5;
dvar float+ y6;
dvar float+ y7;
dvar float+ y8;
dvar float+ y9;
dvar float+ y10;
dvar float+ y11;
dvar float+ y12;
dvar float+ y13;
dvar float+ y14;
dvar float+ y15;
dvar float+ y16;
dvar float+ x1;
dvar float+ x2;
dvar float+ x3;
dvar float+ x4;
dvar float+ x5;
dvar float+ x6;
```

```

dvar float+ x7;
dvar float+ x8;
dvar float+ x9;
dvar float+ x10;
dvar float+ x11;
dvar float+ x12;
dvar float+ x13;
dvar float+ x14;
dvar float+ x15;
dvar float+ x16;
dvar float+ g;
dvar boolean z1;
dvar boolean z2;
dvar boolean z3;
dvar boolean z4;
dvar boolean z5;
dvar boolean z6;
dvar boolean z7;
dvar boolean z8;
dvar boolean z9;
dvar boolean z10;
dvar boolean z11;
dvar boolean z12;
dvar boolean z13;
dvar boolean z14;
dvar boolean z15;
dvar boolean z16;

```

Nota las x son los criminales , las y los policias y la z la variable binaria

minimize

g;

subject to {

$$g \leq (100000000*(1-z1) + ((1/5300000000)*(1 - ((y1*6863)/297) - ((x1*43495)/1))));$$

$$g \geq ((1/5300000000)*(1 - ((y1*6863)/297) - ((x1*43495)/1));$$

$$g \leq (100000000*(1-z2) + ((1/5300000000)*(1 - ((y2*6863)/297) - ((x2*43495)/1))));$$

$$g \geq ((1/5300000000)*(1 - ((y2*6863)/297) - ((x2*43495)/1));$$

$$g \leq (100000000*(1-z3) + ((1/5300000000)*(1 - ((y3*6863)/297) - ((x3*43495)/1))));$$

$$g \geq ((1/5300000000)*(1 - ((y3*6863)/297) - ((x3*43495)/1));$$

$$g \leq (100000000*(1-z4) + ((1/5300000000)*(1 - ((y4*6863)/297) - ((x4*43495)/1))));$$

```

g >= ((1/5300000000)*(1-((y4*6863)/297)-((x4*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z5)+((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/297)-((x5*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/297)-((x5*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z6)+((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/297)-((x6*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/297)-((x6*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z7)+((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/297)-((x7*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/297)-((x7*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z8)+((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/297)-((x8*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/297)-((x8*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z9)+((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/297)-((x9*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/297)-((x9*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z10)+((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/297)-((x10
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/297)-((x10*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z11)+((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/297)-((x11
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/297)-((x11*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z12)+((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/297)-((x12
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/297)-((x12*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z13)+((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/297)-((x13
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/297)-((x13*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z14)+((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/297)-((x14
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/297)-((x14*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z15)+((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/297)-((x15
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/297)-((x15*43495)/1)));
g <= (100000000*(1-z16)+((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/297)-((x16
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/297)-((x16*43495)/1)));
x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8+x9+x10+x11+x12+x13+x14+x15+x16 == 1;
y1+y2+y3+y4+y5+y6+y7+y8+y9+y10+y11+y12+y13+y14+y15+y16 == 1;
z1 >= y1;
z2 >= y2;
z3 >= y3;
z4 >= y4;
z5 >= y5;

```



```
z6 >= y6;
z7 >= y7;
z8 >= y8;
z9 >= y9;
z10 >= y10;
z11 >= y11;
z12 >= y12;
z13 >= y13;
z14 >= y14;
z15 >= y15;
z16 >= y16;
x1 >= 0;
x2 >= 0;
x3 >= 0;
x4 >= 0;
x5 >= 0;
x6 >= 0;
x7 >= 0;
x8 >= 0;
x9 >= 0;
x10 >= 0;
x11 >= 0;
x12 >= 0;
x13 >= 0;
x14 >= 0;
x15 >= 0;
x16 >= 0;
}

dvar float+ y1;
dvar float+ y2;
dvar float+ y3;
dvar float+ y4;
dvar float+ y5;
dvar float+ y6;
dvar float+ y7;
dvar float+ y8;
dvar float+ y9;
dvar float+ y10;
dvar float+ y11;
dvar float+ y12;
dvar float+ y13;
dvar float+ y14;
dvar float+ y15;
dvar float+ y16;
```

```

dvar float+ x1;
dvar float+ x2;
dvar float+ x3;
dvar float+ x4;
dvar float+ x5;
dvar float+ x6;
dvar float+ x7;
dvar float+ x8;
dvar float+ x9;
dvar float+ x10;
dvar float+ x11;
dvar float+ x12;
dvar float+ x13;
dvar float+ x14;
dvar float+ x15;
dvar float+ x16;
dvar float+ g;
dvar boolean z1;
dvar boolean z2;
dvar boolean z3;
dvar boolean z4;
dvar boolean z5;
dvar boolean z6;
dvar boolean z7;
dvar boolean z8;
dvar boolean z9;
dvar boolean z10;
dvar boolean z11;
dvar boolean z12;
dvar boolean z13;
dvar boolean z14;
dvar boolean z15;
dvar boolean z16;

```

Nota las x son los criminales , las y los policias y la z la variable binaria

minimize

g;

subject to {

$$g \leq (1000000000*(1-z1) + ((1/5300000000)*(1 - ((y1*6863)/297) - ((x1*43495)/1))));$$

$$g \geq ((1/5300000000)*(1 - ((y1*6863)/297) - ((x1*43495)/1)));$$

$$g \leq (1000000000*(1-z2) + ((1/5300000000)*(1 - ((y2*6863)/297) - ((x2*43495)/1))));$$

```

g >= ((1/5300000000)*(1-((y2*6863)/297)-((x2*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z3)+((1/5300000000)*(1-((y3*6863)/297)-((x3*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y3*6863)/297)-((x3*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z4)+((1/5300000000)*(1-((y4*6863)/297)-((x4*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y4*6863)/297)-((x4*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z5)+((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/297)-((x5*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/297)-((x5*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z6)+((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/297)-((x6*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/297)-((x6*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z7)+((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/297)-((x7*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/297)-((x7*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z8)+((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/297)-((x8*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/297)-((x8*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z9)+((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/297)-((x9*43495)
/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/297)-((x9*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z10)+((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/297)-((x10
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/297)-((x10*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z11)+((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/297)-((x11
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/297)-((x11*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z12)+((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/297)-((x12
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/297)-((x12*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z13)+((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/297)-((x13
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/297)-((x13*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z14)+((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/297)-((x14
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/297)-((x14*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z15)+((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/297)-((x15
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/297)-((x15*43495)/1)));
g <= (1000000000*(1-z16)+((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/297)-((x16
*43495)/1))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/297)-((x16*43495)/1)));
x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8+x9+x10+x11+x12+x13+x14+x15+x16 == 1;

```

```

y1+y2+y3+y4+y5+y6+y7+y8+y9+y10+y11+y12+y13+y14+y15+y16 == 1;
z1 >= y1;
z2 >= y2;
z3 >= y3;
z4 >= y4;
z5 >= y5;
z6 >= y6;
z7 >= y7;
z8 >= y8;
z9 >= y9;
z10 >= y10;
z11 >= y11;
z12 >= y12;
z13 >= y13;
z14 >= y14;
z15 >= y15;
z16 >= y16;
x1 >= 0;
x2 >= 0;
x3 >= 0;
x4 >= 0;
x5 >= 0;
x6 >= 0;
x7 >= 0;
x8 >= 0;
x9 >= 0;
x10 >= 0;
x11 >= 0;
x12 >= 0;
x13 >= 0;
x14 >= 0;
x15 >= 0;
x16 >= 0;
}

dvar float+ y1;
dvar float+ y2;
dvar float+ y3;
dvar float+ y4;
dvar float+ y5;
dvar float+ y6;
dvar float+ y7;
dvar float+ y8;
dvar float+ y9;
dvar float+ y10;

```

```
dvar float+ y11;
dvar float+ y12;
dvar float+ y13;
dvar float+ y14;
dvar float+ y15;
dvar float+ y16;
dvar float+ x1;
dvar float+ x2;
dvar float+ x3;
dvar float+ x4;
dvar float+ x5;
dvar float+ x6;
dvar float+ x7;
dvar float+ x8;
dvar float+ x9;
dvar float+ x10;
dvar float+ x11;
dvar float+ x12;
dvar float+ x13;
dvar float+ x14;
dvar float+ x15;
dvar float+ x16;
dvar float+ g;
dvar boolean z1;
dvar boolean z2;
dvar boolean z3;
dvar boolean z4;
dvar boolean z5;
dvar boolean z6;
dvar boolean z7;
dvar boolean z8;
dvar boolean z9;
dvar boolean z10;
dvar boolean z11;
dvar boolean z12;
dvar boolean z13;
dvar boolean z14;
dvar boolean z15;
dvar boolean z16;
```

Nota las x son los criminales , las y los policias y la z la variable binaria  
minimize  
g;

```

subject to {
g <= (10000000*(1-z1)+((1/5300000000)*(1-((y1*6863)/1)-((x1*43495)/7)))
);
g >= ((1/5300000000)*(1-((y1*6863)/1)-((x1*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z2)+((1/5300000000)*(1-((y2*6863)/1)-((x2*43495)/7)))
);
g >= ((1/5300000000)*(1-((y2*6863)/1)-((x2*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z3)+((1/5300000000)*(1-((y3*6863)/1)-((x3*43495)/7)))
);
g >= ((1/5300000000)*(1-((y3*6863)/1)-((x3*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z4)+((1/5300000000)*(1-((y4*6863)/1)-((x4*43495)/7)))
);
g >= ((1/5300000000)*(1-((y4*6863)/1)-((x4*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z5)+((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/1)-((x5*43495)/7)))
);
g >= ((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/1)-((x5*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z6)+((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/1)-((x6*43495)/7)))
);
g >= ((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/1)-((x6*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z7)+((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/1)-((x7*43495)/7)))
);
g >= ((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/1)-((x7*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z8)+((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/1)-((x8*43495)/7)))
);
g >= ((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/1)-((x8*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z9)+((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/1)-((x9*43495)/7)))
);
g >= ((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/1)-((x9*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z10)+((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/1)-((x10*43495)
/7)))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/1)-((x10*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z11)+((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/1)-((x11*43495)
/7)))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/1)-((x11*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z12)+((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/1)-((x12*43495)
/7)))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/1)-((x12*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z13)+((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/1)-((x13*43495)
/7)))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/1)-((x13*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z14)+((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/1)-((x14*43495)
/7)))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/1)-((x14*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z15)+((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/1)-((x15*43495)

```

```

        /7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/1)-((x15*43495)/7)));
g <= (10000000*(1-z16)+((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/1)-((x16*43495)
        /7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/1)-((x16*43495)/7)));
x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8+x9+x10+x11+x12+x13+x14+x15+x16 == 1;
y1+y2+y3+y4+y5+y6+y7+y8+y9+y10+y11+y12+y13+y14+y15+y16 == 1;
z1 >= y1;
z2 >= y2;
z3 >= y3;
z4 >= y4;
z5 >= y5;
z6 >= y6;
z7 >= y7;
z8 >= y8;
z9 >= y9;
z10 >= y10;
z11 >= y11;
z12 >= y12;
z13 >= y13;
z14 >= y14;
z15 >= y15;
z16 >= y16;
x1 >= 0;
x2 >= 0;
x3 >= 0;
x4 >= 0;
x5 >= 0;
x6 >= 0;
x7 >= 0;
x8 >= 0;
x9 >= 0;
x10 >= 0;
x11 >= 0;
x12 >= 0;
x13 >= 0;
x14 >= 0;
x15 >= 0;
x16 >= 0;
}

dvar float+ y1;
dvar float+ y2;
dvar float+ y3;
dvar float+ y4;

```

```
dvar float+ y5;
dvar float+ y6;
dvar float+ y7;
dvar float+ y8;
dvar float+ y9;
dvar float+ y10;
dvar float+ y11;
dvar float+ y12;
dvar float+ y13;
dvar float+ y14;
dvar float+ y15;
dvar float+ y16;
dvar float+ x1;
dvar float+ x2;
dvar float+ x3;
dvar float+ x4;
dvar float+ x5;
dvar float+ x6;
dvar float+ x7;
dvar float+ x8;
dvar float+ x9;
dvar float+ x10;
dvar float+ x11;
dvar float+ x12;
dvar float+ x13;
dvar float+ x14;
dvar float+ x15;
dvar float+ x16;
dvar float+ g;
dvar boolean z1;
dvar boolean z2;
dvar boolean z3;
dvar boolean z4;
dvar boolean z5;
dvar boolean z6;
dvar boolean z7;
dvar boolean z8;
dvar boolean z9;
dvar boolean z10;
dvar boolean z11;
dvar boolean z12;
dvar boolean z13;
dvar boolean z14;
dvar boolean z15;
```



dvar boolean z16;

Nota las x son los criminales, las y los policias y la z la variable binaria

minimize

g;

subject to {

g <= (1000000\*(1-z1)+((1/5300000000)\*(1-((y1\*6863)/1)-((x1\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y1\*6863)/1)-((x1\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z2)+((1/5300000000)\*(1-((y2\*6863)/1)-((x2\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y2\*6863)/1)-((x2\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z3)+((1/5300000000)\*(1-((y3\*6863)/1)-((x3\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y3\*6863)/1)-((x3\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z4)+((1/5300000000)\*(1-((y4\*6863)/1)-((x4\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y4\*6863)/1)-((x4\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z5)+((1/5300000000)\*(1-((y5\*6863)/1)-((x5\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y5\*6863)/1)-((x5\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z6)+((1/5300000000)\*(1-((y6\*6863)/1)-((x6\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y6\*6863)/1)-((x6\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z7)+((1/5300000000)\*(1-((y7\*6863)/1)-((x7\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y7\*6863)/1)-((x7\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z8)+((1/5300000000)\*(1-((y8\*6863)/1)-((x8\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y8\*6863)/1)-((x8\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z9)+((1/5300000000)\*(1-((y9\*6863)/1)-((x9\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y9\*6863)/1)-((x9\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z10)+((1/5300000000)\*(1-((y10\*6863)/1)-((x10\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y10\*6863)/1)-((x10\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z11)+((1/5300000000)\*(1-((y11\*6863)/1)-((x11\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y11\*6863)/1)-((x11\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z12)+((1/5300000000)\*(1-((y12\*6863)/1)-((x12\*43495)/7)))));  
g >= ((1/5300000000)\*(1-((y12\*6863)/1)-((x12\*43495)/7)));  
g <= (1000000\*(1-z13)+((1/5300000000)\*(1-((y13\*6863)/1)-((x13\*43495)/7)))));

```

/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/1)-((x13*43495)/7)));
g <= (1000000*(1-z14)+((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/1)-((x14*43495)
/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/1)-((x14*43495)/7)));
g <= (1000000*(1-z15)+((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/1)-((x15*43495)
/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/1)-((x15*43495)/7)));
g <= (1000000*(1-z16)+((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/1)-((x16*43495)
/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/1)-((x16*43495)/7)));
x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8+x9+x10+x11+x12+x13+x14+x15+x16 == 1;
y1+y2+y3+y4+y5+y6+y7+y8+y9+y10+y11+y12+y13+y14+y15+y16 == 1;
z1 >= y1;
z2 >= y2;
z3 >= y3;
z4 >= y4;
z5 >= y5;
z6 >= y6;
z7 >= y7;
z8 >= y8;
z9 >= y9;
z10 >= y10;
z11 >= y11;
z12 >= y12;
z13 >= y13;
z14 >= y14;
z15 >= y15;
z16 >= y16;
x1 >= 0;
x2 >= 0;
x3 >= 0;
x4 >= 0;
x5 >= 0;
x6 >= 0;
x7 >= 0;
x8 >= 0;
x9 >= 0;
x10 >= 0;
x11 >= 0;
x12 >= 0;
x13 >= 0;
x14 >= 0;
x15 >= 0;

```

```
x16 >= 0;
}

dvar float+ y1;
dvar float+ y2;
dvar float+ y3;
dvar float+ y4;
dvar float+ y5;
dvar float+ y6;
dvar float+ y7;
dvar float+ y8;
dvar float+ y9;
dvar float+ y10;
dvar float+ y11;
dvar float+ y12;
dvar float+ y13;
dvar float+ y14;
dvar float+ y15;
dvar float+ y16;
dvar float+ x1;
dvar float+ x2;
dvar float+ x3;
dvar float+ x4;
dvar float+ x5;
dvar float+ x6;
dvar float+ x7;
dvar float+ x8;
dvar float+ x9;
dvar float+ x10;
dvar float+ x11;
dvar float+ x12;
dvar float+ x13;
dvar float+ x14;
dvar float+ x15;
dvar float+ x16;
dvar float+ g;
dvar boolean z1;
dvar boolean z2;
dvar boolean z3;
dvar boolean z4;
dvar boolean z5;
dvar boolean z6;
dvar boolean z7;
dvar boolean z8;
dvar boolean z9;
```

```
dvar boolean z10;
dvar boolean z11;
dvar boolean z12;
dvar boolean z13;
dvar boolean z14;
dvar boolean z15;
dvar boolean z16;
```

Nota las x son los criminales, las y los policias y la z la variable binaria

minimize

g;

subject to {

```
g <= (100000000*(1-z1)+((1/5300000000)*(1-((y1*6863)/1)-((x1*43495)/7)
)));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y1*6863)/1)-((x1*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z2)+((1/5300000000)*(1-((y2*6863)/1)-((x2*43495)/7)
)));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y2*6863)/1)-((x2*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z3)+((1/5300000000)*(1-((y3*6863)/1)-((x3*43495)/7)
)));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y3*6863)/1)-((x3*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z4)+((1/5300000000)*(1-((y4*6863)/1)-((x4*43495)/7)
)));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y4*6863)/1)-((x4*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z5)+((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/1)-((x5*43495)/7)
)));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y5*6863)/1)-((x5*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z6)+((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/1)-((x6*43495)/7)
)));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y6*6863)/1)-((x6*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z7)+((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/1)-((x7*43495)/7)
)));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y7*6863)/1)-((x7*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z8)+((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/1)-((x8*43495)/7)
)));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y8*6863)/1)-((x8*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z9)+((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/1)-((x9*43495)/7)
)));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y9*6863)/1)-((x9*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z10)+((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/1)-((x10*43495)
/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y10*6863)/1)-((x10*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z11)+((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/1)-((x11*43495)
```

```

/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y11*6863)/1)-((x11*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z12)+((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/1)-((x12*43495)
/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y12*6863)/1)-((x12*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z13)+((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/1)-((x13*43495)
/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y13*6863)/1)-((x13*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z14)+((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/1)-((x14*43495)
/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y14*6863)/1)-((x14*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z15)+((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/1)-((x15*43495)
/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y15*6863)/1)-((x15*43495)/7)));
g <= (100000000*(1-z16)+((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/1)-((x16*43495)
/7))));
g >= ((1/5300000000)*(1-((y16*6863)/1)-((x16*43495)/7)));
x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8+x9+x10+x11+x12+x13+x14+x15+x16 == 1;
y1+y2+y3+y4+y5+y6+y7+y8+y9+y10+y11+y12+y13+y14+y15+y16 == 1;
z1 >= y1;
z2 >= y2;
z3 >= y3;
z4 >= y4;
z5 >= y5;
z6 >= y6;
z7 >= y7;
z8 >= y8;
z9 >= y9;
z10 >= y10;
z11 >= y11;
z12 >= y12;
z13 >= y13;
z14 >= y14;
z15 >= y15;
z16 >= y16;
x1 >= 0;
x2 >= 0;
x3 >= 0;
x4 >= 0;
x5 >= 0;
x6 >= 0;
x7 >= 0;
x8 >= 0;
x9 >= 0;

```

```
x10 >= 0;  
x11 >= 0;  
x12 >= 0;  
x13 >= 0;  
x14 >= 0;  
x15 >= 0;  
x16 >= 0;  
}
```

# Apéndice G

## Código Teoría de Redes

A continuación se presentan los códigos usados para obtener los resultados del área de teoría de redes.

Como aclaración se uso un programa por categoría, ya que, las delegaciones tienen un acomodo diferente de acuerdo a dichas categorías.

### Categoría $\alpha$

Datos

```
library(readr)
Categoria_1_R <- read_csv("~/Tesis/Categoria_1_R.csv")
View(Categoria_1_R)
names(Categoria_1_R)
n_a<-c(20923,67524,69243,93976,112791,123208,305143,181906,106315,
74405,72366,56785,37866,38562,28715,21729)
n_b<-c(21056,69232,51734,23984,129040,106717,303277,172679,115073,
68830,62056,117406, 85798,23984,37284,23772)
n_g<-c(1121,8627,13446,9854,46823,24247,38485,171141,51652,12225,
18229,18767,43074,9854,8233,185509)
N_a<-c(1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,
1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,
1411457,1411457)
N_b<-c(1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,
1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,
1471130,1471130)
N_g<-c(411698,411698,411698,411698,411698,411698,411698,
411698,411698,411698,411698,411698,411698,411698,411698)
```

```

n<- c(137927,361593,415933,608479,749982,677104,1827868,1164477,
532553,390348,427263,400161, 417416,199224,243886,364439)
N<-c(8918653,8918653,8918653,8918653,8918653,8918653,
8918653,8918653,8918653,8918653,8918653,
8918653,8918653,8918653,8918653,8918653)

```

Modelo Nulo

Representacion

```

representacionA = function(Categoria_1_R){
  (n_a/N_a)/(n/N)
}
representacionB = function(Categoria_1_R){
  (n_b/N_b)/(n/N)
}
representacionG = function(Categoria_1_R){
  (n_g/N_g)/(n/N)
}
representacionA(Categoria_1_R)
representacionB(Categoria_1_R)
representacionG(Categoria_1_R)

```

```

representacionA <-c(0.9585313, 1.1799667, 1.0519234, 0.9758947,
0.9502879, 1.1497810, 1.0548488,
0.9870695, 1.2614305, 1.2044306, 1.0702147,
0.8966656, 0.5732076, 1.2230649,
0.7439668, 0.3767441)
representacionB <-c(0.9254965, 1.1607403, 0.7540513, 0.2389595,
1.0430899, 0.9554907, 1.0058723,
0.8989941, 1.3099624, 1.0689909, 0.8805149,
1.7787043, 1.2461097, 0.7298409,
0.9267953, 0.3954477)
representacionG <-c(0.1760665, 0.5168450, 0.7003099, 0.3508225,
1.3524739, 0.7757524,
0.4561075, 3.1837845, 2.1010908, 0.6784493,
0.9242470, 1.0159693,
2.2354585, 1.0714981, 0.7312936, 11.0270831)

```

Varianza de la representacion

```

SigmaCuadradaA=function(Concentrado_1_R){
  1/N_a*((N/n)-1)
}

```



```
SigmaCuadradaA (Concentrado_1_R)
```

```
varianzaA <- c(4.510384e-05, 1.676629e-05, 1.448328e-05, 9.676023e-06,
  7.716723e-06, 8.623545e-06, 2.748412e-06,
  4.717774e-06, 1.115654e-05, 1.547901e-05, 1.408043e-05,
  1.508205e-05, 1.442930e-05, 3.100836e-05,
  2.520016e-05, 1.662982e-05)
```

```
SigmaA <- sqrt(varianzaA)
```

```
SigmaA
```

```
Subrepresentacion o sobrerrepresentacion
SobrerrepresentacionA =function(SigmaA){
  1+2.57*SigmaA
}
```

```
SubrepresentacionA =function(SigmaA){
  1-2.57*SigmaA
}
```

```
SobrerrepresentacionA (SigmaA)
```

```
SubrepresentacionA (SigmaA)
```

```
Comparacion
representacionA > SobrerrepresentacionA (SigmaA)
```

```
representacionA < SubrepresentacionA (SigmaA)
```

```
Exposicion
exposicionAB = function(Categoria_1_R){
  (1/N_a)*sum(n_a*representacionB)
}
```

```
exposicionAG = function(Categoria_1_R){
  (1/N_a)*sum(n_a*representacionG)
}
```

```
exposicionBG = function(Categoria_1_R){
  (1/N_b)*sum(n_b*representacionG)
}
```

```
exposicionAB (Categoria_1_R)
```

```

exposicionAG (Categoria_1_R)
exposicionBG (Categoria_1_R)

```

Exposicion maxima

```

exposicionmaxAB = function (Categoria_1_R){
  (N^2)/4*N_a*N_b
}

```

```

exposicionmaxAG = function (Categoria_1_R){
  (N^2)/4*N_a*N_g
}

```

```

exposicionmaxBG = function (Categoria_1_R){
  (N^2)/4*N_b*N_g
}

```

```

exposicionmaxAB (Categoria_1_R)
exposicionmaxAG (Categoria_1_R)
exposicionmaxBG (Categoria_1_R)

```

Isolacion

```

isolacionA = function (Categoria_1_R){
  (1/N_a)*sum(n_a*representacionA)
}

```

```

isolacionB = function (Categoria_1_R){
  (1/N_b)*sum(n_b*representacionB)
}

```

```

isolacionG = function (Categoria_1_R){
  (1/N_g)*sum(n_g*representacionG)
}

```

```

isolacionA (Categoria_1_R)
isolacionB (Categoria_1_R)
isolacionG (Categoria_1_R)

```

Isolacion maxima

```

isolacionMaxA = function (Categoria_1_R){
  (N/N_a)
}

```

```

isolacionMaxB = function (Categoria_1_R){

```



```

representacionA = function(Categoria_2_R){
  (n_a/N_a)/(n/N)
}
representacionB = function(Categoria_2_R){
  (n_b/N_b)/(n/N)
}
representacionG = function(Categoria_2_R){
  (n_g/N_g)/(n/N)
}
representacionA(Categoria_2_R)
representacionB(Categoria_2_R)
representacionG(Categoria_2_R)

representacionA <-c(0.9585313, 1.0519234, 1.1799667, 0.9758947,
  1.1497810, 0.9502879, 0.9870695,
  1.0548488, 0.8966656, 1.2614305, 0.5732076,
  1.2044306, 1.0702147, 0.7439668,
  1.2230649, 0.3767441)
representacionB <-c(0.9254965, 0.7540513, 1.1622660, 0.8548301,
  0.9554907, 1.0430899, 0.8989941,
  1.0058723, 1.7787043, 1.3099624, 1.2069391,
  1.0689909, 0.8805149, 0.9267953,
  0.7298409, 0.3954477)
representacionG <-c(0.1760665, 0.7003099, 0.5168450, 1.5335224,
  0.7757524, 1.3524739, 0.3188789,
  0.4561075, 1.0159693, 2.1010908, 4.2174987,
  0.6784493, 0.9242470, 0.7312936,
  1.0714981, 1.1002177)

#Varianza de la representacion
SigmaCuadradaB=function(Concentrado_2_R){
  1/N_b*((N/n)-1)
}

SigmaCuadradaB(Concentrado_2_R)

varianzaB <- c( 4.327430e-05, 1.608620e-05, 1.389580e-05, 9.283537e-06,
  7.403712e-06, 8.273750e-06, 2.636929e-06,
  4.526408e-06, 1.070400e-05, 1.485114e-05, 1.350929e-05,
  1.447028e-05, 1.384401e-05, 2.975057e-05,
  2.417797e-05, 1.595527e-05)

SigmaB <- sqrt(varianzaB)

```

SigmaB

```

#Subrepresentacion o sobrerrepresentacion
SobrerrepresentacionB =function(SigmaB){
  1+2.57*SigmaB
}

SubrepresentacionB =function(SigmaB){
  1-2.57*SigmaB
}

SobrerrepresentacionB(SigmaB)

SubrepresentacionB(SigmaB)

#Comparacion
representacionB > SobrerrepresentacionB(SigmaB)

representacionB < SubrepresentacionB(SigmaB)

#Exposicion
exposicionAB = function(Categoria_2_R){
  (1/N_a)*sum(n_a*representacionB)
}

exposicionAG = function(Categoria_2_R){
  (1/N_a)*sum(n_a*representacionG)
}

exposicionBG = function(Categoria_2_R){
  (1/N_b)*sum(n_b*representacionG)
}

exposicionAB(Categoria_2_R)
exposicionAG(Categoria_2_R)
exposicionBG(Categoria_2_R)

#Exposicion maxima
exposicionmaxAB = function(Categoria_2_R){
  (N^2)/4*N_a*N_b
}

exposicionmaxAG = function(Categoria_2_R){

```

```

    (N^2)/4*N_a*N_g
}

exposicionmaxBG = function(Categoria_2_R){
    (N^2)/4*N_b*N_g
}

exposicionmaxAB(Categoria_2_R)
exposicionmaxAG(Categoria_2_R)
exposicionmaxBG(Categoria_2_R)

#Isolacion
isolacionA = function(Categoria_2_R){
    (1/N_a)*sum(n_a*representacionA)
}

isolacionB = function(Categoria_2_R){
    (1/N_b)*sum(n_b*representacionB)
}

isolacionG = function(Categoria_2_R){
    (1/N_g)*sum(n_g*representacionG)
}

isolacionA(Categoria_2_R)
isolacionB(Categoria_2_R)
isolacionG(Categoria_2_R)

#Isolacion maxima
isolacionMaxA = function(Categoria_2_R){
    (N/N_a)
}

isolacionMaxB = function(Categoria_2_R){
    (N/N_b)
}

isolacionMaxG = function(Categoria_2_R){
    (N/N_g)
}

isolacionMaxA(Categoria_2_R)
isolacionMaxB(Categoria_2_R)
isolacionMaxG(Categoria_2_R)

```

La tabla usada en este código se encuentra al final de este apéndice como Concentrado Categoría 2 R

## Categoría $\gamma$

```

library(readr)
Categoría_3_R <- read_csv("~/Modelos R Tesis/Categoría 3 R.csv")
View(Categoría_3_R)
names(Categoría_3_R)

n_a<-c(20923,67524,69243,123208,93976,112971,37866,106315,305143,
       72366,56785,21729,181906,74405,38562,28715)
n_b<-c(21056,69323,51734,106717,85798,129040,83101,115073,303277,
       62056,117406,23772,172679,68830,23984,37284)
n_g<-c(1121,8627,13446,24247,43074,46823,81265,51652,38485,18229,
       18767,18509,17141,12225,9854,8233)
N_a<-c(1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,
       1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,1411457,1411457)
N_b<-c(1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,
       1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,1471130,1471130)
N_g<-c(411698,411698,411698,411698,411698,411698,411698,411698,411698,
       411698,411698,411698,411698,411698,411698)

n<- c(137927,361593,415933,677104,608479,749982,417416,532553,1827868,
      427263,400161,364439,1164477,390348,199224,243886)
N<-c(8918653,8918653,8918653,8918653,8918653,8918653,8918653,8918653,
     8918653,8918653,8918653,8918653,8918653,8918653,8918653)

#Modelo Nulo

#Representacion
representacionA = function(Categoría_3_R){
  (n_a/N_a)/(n/N)
}
representacionB = function(Categoría_3_R){
  (n_b/N_b)/(n/N)
}
representacionG = function(Categoría_3_R){
  (n_g/N_g)/(n/N)
}
representacionA(Categoría_3_R)
representacionB(Categoría_3_R)
representacionG(Categoría_3_R)

```

```

representacionA <-c( 0.9585313, 1.1799667, 1.0519234, 1.1497810
,0.9758947, 0.9518045, 0.5732076,
1.2614305, 1.0548488, 1.0702147, 0.8966656,
0.3767441, 0.9870695, 1.2044306,
1.2230649, 0.7439668)
representacionB <-c(0.9254965, 1.1622660, 0.7540513, 0.9554907,
0.8548301, 1.0430899, 1.2069391,
1.3099624, 1.0058723, 0.8805149, 1.7787043,
0.3954477, 0.8989941, 1.0689909,
0.7298409, 0.9267953)
representacionG <-c( 0.1760665, 0.5168450, 0.7003099, 0.7757524,
1.5335224, 1.3524739, 4.2174987,
2.1010908, 0.4561075, 0.9242470, 1.0159693,
1.1002177, 0.3188789, 0.6784493,
1.0714981, 0.7312936)

#Varianza de la representacion
SigmaCuadradaG=function(Concentrado_3_R){
  1/N.g*((N/n)-1)
}

SigmaCuadradaG(Concentrado_3_R)

varianzaG <- c( 1.546331e-04, 5.748120e-05, 4.965417e-05, 3.317308e-05,
2.645586e-05, 2.956478e-05, 9.422599e-06,
1.617432e-05, 3.824886e-05, 5.306791e-05, 4.827305e-05,
5.170698e-05, 4.946913e-05, 1.063084e-04,
8.639571e-05, 5.701334e-05)

SigmaG <- sqrt(varianzaG)

SigmaG

#Subrepresentacion o sobrerrepresentacion
SobrerrepresentacionG =function(SigmaG){
  1+2.57*SigmaG
}

SubrepresentacionG =function(SigmaG){
  1-2.57*SigmaG
}

SobrerrepresentacionG (SigmaG)

```



```

SubrepresentacionG (SigmaG)

#Comparacion
representacionG > SobrerepresentacionG (SigmaG)

representacionG < SubrepresentacionG (SigmaG)

#Exposicion
exposicionAB = function (Categoria_3_R){
  (1/N_a)*sum(n_a*representacionB)
}

exposicionAG = function (Categoria_3_R){
  (1/N_a)*sum(n_a*representacionG)
}

exposicionBG = function (Categoria_3_R){
  (1/N_b)*sum(n_b*representacionG)
}

exposicionAB (Categoria_3_R)
exposicionAG (Categoria_3_R)
exposicionBG (Categoria_3_R)

#Exposicion maxima
exposicionmaxAB = function (Categoria_3_R){
  (N^2)/4*N_a*N_b
}

exposicionmaxAG = function (Categoria_3_R){
  (N^2)/4*N_a*N_g
}

exposicionmaxBG = function (Categoria_3_R){
  (N^2)/4*N_b*N_g
}

exposicionmaxAB (Categoria_3_R)
exposicionmaxAG (Categoria_3_R)
exposicionmaxBG (Categoria_3_R)

#Isolacion

```

```

isolacionA = function(Categoria_3_R){
  (1/N.a)*sum(n.a*representacionA)
}

isolacionB = function(Categoria_3_R){
  (1/N.b)*sum(n.b*representacionB)
}

isolacionG = function(Categoria_3_R){
  (1/N.g)*sum(n.g*representacionG)
}

isolacionA(Categoria_3_R)
isolacionB(Categoria_3_R)
isolacionG(Categoria_3_R)

#Isolacion maxima
isolacionMaxA = function(Categoria_3_R){
  (N/N.a)
}

isolacionMaxB = function(Categoria_3_R){
  (N/N.b)
}

isolacionMaxG = function(Categoria_3_R){
  (N/N.g)
}

isolacionMaxA(Categoria_3_R)
isolacionMaxB(Categoria_3_R)
isolacionMaxG(Categoria_3_R)

```

La tabla usada en este código se encuentra al final de este apéndice como Concentrado Categoría 3 R

## Densidad de Población

```

#Densidad de poblacion
delegaciones <- c
  (749982,400161,417416,608479,199224,532553,1164477,390348,
    1827868,243886,364439,137927,361593,677104,427263,415933)

```

```
Territorio <- c(93.7,34.5,28,59.2,72.9,32,91.5,21.8,124.5,62.2,46.8,
               268.6,88.4,309.7,30.7,134.6)
```

```
DensidadDePoblacion = function(delegaciones , Territorio){
  delegaciones/Territorio
}
```

```
DensidadDePoblacion(delegaciones , Territorio)
```

## Clustering

A continuación se presenta el código que se usó para obtener el Clustering en las categorías

```
N_oa=8
N_na=2
```

```
ClusteringA = function(N_oa,N_na){
  (N_oa-N_na)/(N_oa-1)
}
```

```
ClusteringA(N_oa,N_na)
```

```
N_ob=7
N_nb=2
```

```
ClusteringB = function(N_ob,N_nb){
  (N_ob-N_nb)/(N_ob-1)
}
```

```
ClusteringB(N_ob,N_nb)
```

```
N_og=6
N_ng=1
```

```
ClusteringG = function(N_og,N_ng){
  (N_og-N_ng)/(N_og-1)
}
```

```
ClusteringG(N_og,N_ng)
```

## Concentración

```
#Concentracion

H1a=818204
H2a= 38562
Ha=1411457

H1b= 685543
H2b=56785
Hb=1471130

H1g=251177
Hg=411698

ConcentracionA = function(H1a, Ha){
  (H1a)/Ha
}

ConcentracionB = function(H1b, Hb){
  (H1b)/Hb
}
ConcentracionG = function(H1g, Hg){
  (H1g)/Hg
}
ConcentracionA(H1a,Ha)
ConcentracionA(H2a,Ha)
ConcentracionB(H1b,Hb)
ConcentracionB(H2b,Hb)
ConcentracionG(H1g,Hg)
```

## Fragmentación

```
#Fragmentacion
N1a = 4632662
N2a = 199224

FragmentacionA = function(N1a, N2a){
  (N2a)/N1a
}

FragmentacionA(N1a, N2a)
```

N1b = 4279760

N2b = 400161

```
FragmentacionB = function(N1b, N2b){  
  (N2b)/N1b  
}
```

FragmentacionB(N1b, N2b)

Cuadro G.1: Concentrado Categoría 1 R

Delegaciones	n_a	n_b	n-g	n	Total N_a	N_b	N_g	Total N
Milpa Alta	20923	21056	1121	137927	1411457	1471130	411,698	8918653
Tláhuac	67524	69323	8627	361593	1411457	1471130	411,698	8918653
Xochimilco	69243	51734	13446	415933	1411457	1471130	411,698	8918653
Coyoacán	93976	85798	43074	608479	1411457	1471130	411,698	8918653
Álvaro Obregón	112791	129040	46,823	749982	1411457	1471130	411,698	8918653
Tlalpan	123208	106717	24247	677104	1411457	1471130	411,698	8918653
Iztapalapa	305143	303277	38485	1827868	1411457	1471130	411,698	8918653
Gustavo A. Madero	181906	172679	17141	1164477	1411457	1471130	411,698	8918653
Cuauhtémoc	106315	115073	51652	532553	1411457	1471130	411,698	8918653
Iztacalco	74405	68830	12225	390348	1411457	1471130	411,698	8918653
Venustiano Carranza	72366	62056	18229	427263	1411457	1471130	411,698	8918653
Azcapotzalco	56785	117406	18,767	400161	1411457	1471130	411,698	8918653
Benito Juárez	37866	83101	81,265	417416	1411457	1471130	411,698	8918653
Cuajimalpa	38562	23984	9,854	199224	1411457	1471130	411,698	8918653
Magdalena Contreras	28715	37284	8233	243886	1411457	1471130	411,698	8918653
Miguel Hidalgo	21729	23772	18,509	364439	1411457	1471130	411,698	8918653

Cuadro G.2: Concentrado Categoría 2 R

Delegaciones	n_a	n_b	n-g	n	Total N_a	N_b	N_g	Total N
Milpa Alta	20923	21056	1121	137927	1411457	1471130	411,698	8918653
Xochimilco	69243	51734	13446	415933	1411457	1471130	411,698	8918653
Tláhuac	67524	69323	8627	361593	1411457	1471130	411,698	8918653
Coyoacán	93976	85798	43074	608479	1411457	1471130	411,698	8918653
Tlalpan	123208	106717	24,247	677104	1411457	1471130	411,698	8918653
Álvaro Obregón	112791	129040	46823	749982	1411457	1471130	411,698	8918653
Gustavo A. Madero	181906	172679	17141	1164477	1411457	1471130	411,698	8918653
Iztapalapa	305143	303277	38485	1827868	1411457	1471130	411,698	8918653
Azcapotzalco	56785	117406	18767	400161	1411457	1471130	411,698	8918653
Cuauhtémoc	106315	115073	51652	532553	1411457	1471130	411,698	8918653
Benito Juárez	37866	83101	81265	417416	1411457	1471130	411,698	8918653
Iztacalco	74405	68830	12,225	390348	1411457	1471130	411,698	8918653
Venustiano Carranza	72366	62056	18,229	427263	1411457	1471130	411,698	8918653
Magdalena Contreras	28715	37284	8,233	243886	1411457	1471130	411,698	8918653
Cuajimalpa	38562	23984	9854	199224	1411457	1471130	411,698	8918653
Miguel Hidalgo	21729	23772	18,509	364439	1411457	1471130	411,698	8918653

Cuadro G.3: Concentrado Categoría 3 R

Delegaciones	n_a	n_b	n_g	n	Total N_a	N_b	N_g	Total N
Milpa Alta	20923	21056	1121	137927	1411457	1471130	411,698	8918653
Tláhuac	67524	69323	8627	361593	1411457	1471130	411,698	8918653
Xochimilco	69243	51734	13446	415933	1411457	1471130	411,698	8918653
Tlalpan	123208	106717	24247	677104	1411457	1471130	411,698	8918653
Coyoacán	93976	85798	43,074	608479	1411457	1471130	411,698	8918653
Álvaro Obregón	112791	129040	46823	749982	1411457	1471130	411,698	8918653
Benito Juárez	37866	83101	81265	417416	1411457	1471130	411,698	8918653
Cuauhtémoc	106315	115073	51652	532553	1411457	1471130	411,698	8918653
Iztapalapa	305143	303277	38485	1827868	1411457	1471130	411,698	8918653
Venustiano Carranza	72366	62056	18229	427263	1411457	1471130	411,698	8918653
Azcapotzalco	56785	117406	18767	400161	1411457	1471130	411,698	8918653
Miguel Hidalgo	21729	23772	18,509	364439	1411457	1471130	411,698	8918653
Gustavo A. Madero	181906	172679	17,141	1164477	1411457	1471130	411,698	8918653
Iztacalco	74405	68830	12,225	390348	1411457	1471130	411,698	8918653
Cuajimalpa	38562	23984	9854	199224	1411457	1471130	411,698	8918653
Magdalena Contreras	28715	37284	8,233	243886	1411457	1471130	411,698	8918653



# Bibliografía

- [1] Varios autores. Sistema de solicitudes de información de la ciudad de México. <http://www.infomexdf.org.mx/InfomexDF/default.aspx>. Consultado el 30-07-2017, 2017.
- [2] A-L. Barabási and A. Reka. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286:509–212, 1999.
- [3] B. Bollobás. *Modern Graph Theory*. Springer, United States, 2000.
- [4] J.K. Brueckner. *The structure of urban equilibria: A unified treatment of the Muth-Mills model. Handbook of regional and urban economics*. University of Illinois at Urbana-Champaign, United States, 1987.
- [5] G. Caldarelli and M. Catanzaro. *Networks. A Very Short Introduction*. Oxford, United Kingdom, 2012.
- [6] Observatorio Nacional Ciudadano. Reporte sobre delitos de alto impacto, 2017.
- [7] V. Conitzer and T. Sandholm. Computing the optimal strategy to commit to. *Proceedings of the 7th ACM Conference on Electronic Commerce*, pages 82–90, 2006.
- [8] R. Creesman and V. Krivan. Migration dynamics for the ideal free distribution. *Am. Naturalist*, 168:384–425, 2006.
- [9] Comisión Nacional de los Salarios Mínimos. Salarios mínimos nacionales. <http://conasami.gob.mx>. Consultado el 20-06-2017, 2017.
- [10] M. H. DeGroot and M.J. Schervish. *Probability and Statistics*. Pearson, USA, 2012.

- [11] N. Devia and R. Weber. Generating crime data using agent-based simulation. *Comput. Environ. Urban Syst*, 42:26–41, 2013.
- [12] S.N. Dorogovtsev. *Lectures on Complex Network*. Oxford University Press, New York, USA, 2010.
- [13] O.D. Duncan and B. Duncan. A methodological analysis of segregation indexes. *American Sociological Review*, 20:210–217, 1955.
- [14] M. Emirbayer. Manifesto for a relational sociology. *American Journal of Sociology*, 103(2):281–317, 1997.
- [15] G. Espejo, G. L’Huillier, and R. Weber. A game theoretical approach for policing decision. *European Journal of Applied Mathematics*, 27:338–356, 2016.
- [16] R. Gibbons. *Un primer curso de teoría de juegos*. Antoni Bosch, editor, España, 1992.
- [17] J.F. Hair, R.E. Anderson, R.L. Tatham, and W.C Black. *Multivariate Data Analysis with Readings*. Ed. Prentice Hall, United States.
- [18] S. Hernández. *Ensayo sobre el proceso de formulación matemática de las teorías del valor y de la distribución en economía*. Tesis doctoral, 2007.
- [19] INAFED. Enciclopedia de los municipios y delegaciones de México. <http://siglo.inafed.gob.mx/enciclopedia/EMM09DF/mediofisico.html>. Consultado el 27-09-2017, 2017.
- [20] INEGI. *Clasificación Mexicana del Delito*. INEGI, México, 2008.
- [21] INEGI. Encuesta intercensal. <http://www.beta.inegi.org.mx/proyectos/enchogares/especiales/intercensal/>. Consultado el 01-06-2017, 2015.
- [22] INEGI. Encuesta nacional de ocupación y empleo. <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/infoenoe>. Consultado el 01-06-2017, 2015.
- [23] Escuela Judicial. *Vocabulario Judicial*. Instituto de la Judicatura Federal, México, 2014.

- [24] P. Zapata Lillo. *Economía, política y otros juegos. Una introducción a los juegos no cooperativos*. Prensa de Ciencias, México, 2005.
- [25] E. Marcon and F. Puech. Measures of the geographic concentration of industries: improving distance-based methods. *Journal of Economic Geography*, 056, 2009.
- [26] D.S. Massey and N.A. Denton. The dimensions of residential segregation. *Social Forces*, 67:281–315, 1988.
- [27] M.E.J.Newman. *Networks. An Introduction*. Oxford, United States, 2010.
- [28] S.F. Reardon and D. O’Sullivan. Measures of spatial segregation. *Sociological Methodology*, 34:121–162, 2004.
- [29] L. Rincón. *Introducción a la probabilidad*. Prensa Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F., 2016.
- [30] J. R.Logan, S. Spielman, H. Xu, and P. N. Klein. Identifying and bounding ethnic neighborhoods. *Urban Geography*, 32(3):334–359, 2011.
- [31] R.Louf and M. Barthelemy. Patterns of residential segregation. *PLoS ONE*, 11(6), 2016.
- [32] S. M. Ross. *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*. Mc Graw Hill, 2002.
- [33] C. Winship. A reevaluation of indexes of residential segregation. *Social Forces*, 55:1058–1066, 1977.