



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS NATURALES –  
YACIMIENTOS.

MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN EN  
YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.

MODALIDAD DE GRADUACIÓN: TESIS.  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
ING. HERNÁNDEZ MENDOZA OSCAR DANIEL

DIRECTORES DE TESIS:  
DR. HEBER CINCO LEY  
DR. NELSON ENRIQUE BARROS GALVIS  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS NATURALES-  
YACIMIENTOS

CIUDAD DE MÉXICO, ABRIL 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**AGRADECIMIENTOS.**

Al Dr. Heber Cinco-Ley.

Por seguir dando clases en el posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Aportar su perspectiva científica y experiencia en la explotación de yacimientos petroleros, haciendo uso eficiente de la energía natural del yacimiento. Compartir anécdotas laborales y académicos sobre su trayectoria como investigador, docente, Ingeniero, Maestro, Doctor y trabajador de la industria petrolera privada y estatal; siendo reconocido por sus aportaciones a la interpretación de pruebas de presión en México e internacionalmente. Y así poder recibir cátedra de quien es autor de numerosos artículos de investigación en la sociedad de ingenieros petroleros.

Al Dr. Nelson Enrique Barros Galvis.

Quien dirigió mi tesis de inicio a fin, dedicó tiempo para verificar, validar y corregir mis propuestas sobre cálculos en yacimientos naturalmente fracturados; de forma oportuna, haciendo aportaciones y recomendaciones que seguiré tomando en cuenta, poniendo en práctica durante el resto de mi vida laboral y académica. Agradezco sus aportes a mi proyecto de tesis, deseándole que su trayectoria como investigador y catedrático en la UNAM sea exitosa y pronto destaque en México y el mundo.

Al Dr. Fernando Samaniego Verduzco.

Actualmente dedica gran parte de su tiempo en hacer que la UNAM sea reconocida como una de las mejores universidades en el mundo; que impartan la carrera de Ingeniería Petrolera y un Posgrado de Ingeniería en exploración y explotación de recursos naturales, mediante competencias internacionales como el *PetroBowl*, en el cual los alumnos de la Facultad de Ingeniería han quedado en primer lugar. Realiza cátedra en diversas asignaturas, en las cuales procura los mejores estándares, enseñando y exigiendo rigurosidad matemática, compartiendo su pasión por la ingeniería de yacimientos y aportando su experiencia en la elaboración y publicación de contenido científico, del cual cuenta con bastos artículos que hacen aportes importantes a la ingeniería de yacimientos.

Al Dr. Néstor Martínez Romero.

Gracias por sus aportes en la tesis, a ilustrarme sobre la administración integral y evaluación económica de yacimientos; comprender la importancia y responsabilidades de nosotros los Ingenieros Petroleros en la industria petrolera

como una de las principales actividades económicas del país y claves para el desarrollo industrial.

Al Dr. José Luis Bashbush Bauza.

Por hacer aportes y sugerencias valiosas en la realización de mi tesis, compartir el aprendizaje obtenido en su extensa experiencia laboral tanto en las asignaturas que imparte como en las reuniones para revisión de tesis. Siempre cuenta con un punto de vista científico-práctico innovador necesario para crear ingeniería.

Al Fondo CONACYT-SENER-CNH.

Fondo proveniente de las ventas petroleras de PEMEX, que otorga becas a alumnos en nivel de maestría y doctorado en posgrados afines a la industria petrolera, del cual fui beneficiario durante la realización de mi maestría en el posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, durante el periodo 2015-2017.

A mis padres Josefina y Sergio.

Por darme una vida feliz, desde que nací hasta que me titulé como Ing. Petrolero en la UNAM. A mi padre Sergio, Ing. en electrónica por darme acceso a sistemas de computación desde mi infancia e inculcarme interés en sistemas informáticos, que desde el inicio de mi carrera como Ingeniero Petrolero me facilitaron crear aplicaciones informáticas y entender otras existentes. A mi madre Josefina, por heredarme su inteligencia, gracias por acostumbrarme desde chico a competir, mediante esfuerzo y dedicación en mis deberes académicos y deportivos; gracias por acompañarme a mis clases de natación en la alberca olímpica durante tanto tiempo, por acudir a los torneos de lucha grecorromana en los que competía, inscribirme en actividades extracurriculares desde temprana edad para que aprendiera lenguas extranjeras; por ser la persona que más me motiva a seguirme desarrollando académica y laboralmente, ahora como Maestro en Ingeniería Petrolera, siendo una persona muy exitosa en la industria financiera.

Su labor como padres ha permitido que en el 2011 me titulara como Ingeniero Petrolero en la UNAM, haya sido contratado por Schlumberger, PEMEX y Petrofac para aportar mis conocimientos en proyectos como “reactivación del campo OGARRIO, bloques b y c” del activo Cinco-Presidentes de PEMEX, del bloque contractual “Ébano-Pánuco-Cacalilao” de la alianza Petrofac-Schlumberger (Petro-SPM), “Caracterización dinámica de Ixtal y Yaxche”, Schlumberger-PEMEX, “Reparaciones Mayores y Menores de Otates, Sánchez Magallanes, Nelash, Guaricho”, bloques contractuales de Petrofac.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis padres por apoyarme en la realización de mi reciente proyecto académico, finalizando estudios de posgrado.

Agradezco a la UNAM, por tener a Ciudad Universitaria, uno de los mejores campus universitarios en el mundo, estadio de fútbol y áreas deportivas.

¡Oh Universidad!  
Escucha con qué ardor  
Entonan hoy tus hijos  
Este himno en tu honor  
Al darte la victoria  
Honramos tus laureles  
Conservando tu historia  
Que es toda tradición  
Unidos venceremos  
Y el triunfo alcanzaremos  
Luchando con tesón  
Por tí Universidad  
Universitarios,  
Icemos siempre airosos  
El pendón victorioso  
De la Universidad  
Por su azul y oro  
Lucharemos sin cesar  
Cubriendo así de gloria  
Su nombre inmortal  
¡México, Pumas, Universidad!

<b>ÍNDICE.</b>	i
<b>ÍNDICE DE FIGURAS.</b>	v
<b>ÍNDICE DE TABLAS.</b>	vii
<b>INTRODUCCIÓN.</b>	viii
<b>RESUMEN.</b>	x
<b>OBJETIVOS.</b>	xii
<b>CAPÍTULO I. – Conceptos fundamentales sobre pruebas de presión.</b>	1
Introducción al uso de las pruebas de presión.	1
Objetivos de las pruebas de presión.	1
Uso de las pruebas de presión.	2
Programa de toma de información.	2
Objetivos de las pruebas de presión transitoria.	3
Datos de entrada.	4
Resultados de la interpretación de pruebas de presión transitoria.	4
Datos estáticos para el análisis de pruebas de presión transitoria (PTA).	4
Historias de producción.	5
Descripción de una prueba de presión.	6
Tipos de pruebas de presión.	7
Prueba de decremento, Drawdown test (DD).	7
Prueba de incremento ideal.	9
Prueba de inyección.	11
Régimen de flujo estacionario.	11
Prueba Fall-off.	11
Prueba de interferencia-pulso.	12
Prueba de interferencia.	12
Prueba de pulso.	13
Drill Stem Test (DST).	14
Procedimiento de operación del DST.	14
Método de análisis de pruebas DST.	15
Método de gráfica de Horner.	15

<b>CAPÍTULO II. – Ecuaciones fundamentales de flujo de fluidos en medios porosos.</b>	19
Derivación de la ecuación de difusividad en una sola fase.	19
Conservación de la masa: Ecuación de continuidad.	19
Derivación de la ecuación de Difusividad.	24
Ecuaciones de régimen de flujo estacionario en medios porosos.	27
Ecuación ideal para régimen flujo estacionario, geometría de flujo radial.	27
Ecuaciones de flujo pseudo-estacionario.	30
Ecuaciones de régimen de flujo transitorio.	31
Ecuación de difusividad radial.	31
Geometría de flujo lineal.	35
Flujo Radial-cilíndrico.	36
Flujo radial-esférico.	37
Soluciones adimensionales de presión.	37
Solución adimensional de un yacimiento infinito.	37
Solución para yacimiento cilíndrico finito.	39
Yacimientos de doble porosidad.	40
Modelo matemático de yacimiento naturalmente fracturado transitorio, con tamaño de bloque variable.	43
Modelo matemático de yacimiento naturalmente fracturado transitorio, con tamaño de bloque variable. Cinco-Ley, F. Samaniego, Kucuk, 1985.	43
Soluciones de presión para el modelo de flujo.	47
Comportamiento a tiempos cortos.	48
Comportamiento de presión a tiempos largos.	49
Comportamiento de presión a tiempos intermedios.	50

<b>CAPÍTULO III. –Modelo de Pollard (1959) modificado para el análisis de pruebas de presión de incremento con daño debido a flujo de fluidos interporoso y tamaño de bloque de matriz uniforme.</b>	51
Ecuación para el gasto en la matriz (Pollard, 1959), sumándole una caída de presión extra $\Delta p_{S_{fb-dfD}}$ , debido al daño en la matriz.	54
Modelo propuesto para geometría de fractura vertical dominante interceptada por el pozo productor (Valdez-Perez, Cinco-Ley, H. Pulido Bello, 2011).	55
Solución de gasto en bloques de matriz hacia la red de fracturas considerando daño debido al flujo interporoso por incrustación de minerales en bloques de matriz.	63
Derivación del segundo término $a_2$ (Modelo original de Pollard, 1959).	64
Método gráfico de Pollard.	70
Cálculo de tamaño de bloque de matriz.	72
<b>CAPÍTULO IV. – Método de cálculo de parámetros del yacimiento mediante la ecuación de Pollard (1959) modificada.</b>	78
Caracterización de la fractura dominante.	79
Mediciones in-situ de la permeabilidad de fractura (USGS, 1984).	79
Ejemplo de cálculo.	81
Resultados ALT-17.	82
Calculo del diferencial de presión debido al flujo interporoso.	85
Cálculo de tamaño de bloque.	85
<b>Resultados corregidos mediante la ecuación de Pollard modificada.</b>	93
<b>CAPÍTULO V.</b>	95
<b>APORTES.</b>	95
<b>CONCLUSIONES.</b>	

<b>NOMENCLATURA.</b>	97
<b>BIBLIOGRAFÍA.</b>	99
<b>APÉNDICE A.</b>	101
	104

**ÍNDICE DE FIGURAS.**

<b>CAPÍTULO I. – Conceptos fundamentales sobre pruebas de presión.</b>	1
Fig. 1-1. Diagrama de una prueba DST.	7
Fig. 1-2. Prueba de decremento de presión, Draw-Down.	8
Fig. 1-3. Prueba de incremento de presión (Build-Up).	10
Fig. 1-4. Prueba de inyección.	11
Fig. 1-5. Prueba Fall-off.	12
Fig. 1-6. Región de influencia de una prueba de interferencia/pulso.	13
Fig. 1-7. Prueba de pulso.	13
<b>CAPITULO II. – Ecuaciones fundamentales de flujo de fluidos en medios porosos.</b>	19
Fig. 2-1. a) Volumen de control para el tiempo $t = 0$ . b) Volumen de control para el tiempo $t = t_0 + \delta t$ .	20
Fig. 2-2. Pozo intersecando un yacimiento que presenta geometría de flujo radial.	28
Fig. 2-3. Flujo radial en la vecindad de un pozo productor. Amanat U. Chaudhry. 2004.	32
Fig. 2-4. Fractura vertical intersectada por un pozo vertical.	36
Fig. 2-5. -Modelo de doble porosidad: a) Real. b) Idealizado.	41
Fig. 2-6. Yacimiento naturalmente fracturado de tamaño de bloque variable. Cinco-Ley, Samaniego, Kucuk, 1985.	44
Fig. 2-7. Representación de un yacimiento naturalmente fracturado. Cinco-Ley, Samaniego, Kucuk, 1985.	45

<b>CAPITULO III. –Modelo de Pollard (1959) modificado para el análisis de pruebas de presión de incremento con daño debido a flujo de fluidos interporoso y tamaño de bloque de matriz uniforme.</b>	44
Fig. 3-1. Caídas de presión en un yacimiento naturalmente fracturado.	53
Fig. 3-2. Modelo propuesto para geometría de fractura vertical dominante intersectada por el pozo productor (Cinco-Ley y cols. 1996).	58
Fig. 3-3 Distribución uniforme de tamaño de bloques de matriz.	59
Fig. 3-4. Flujo bilineal hacia la fractura dominante.	61
Fig. 3-5. Modelo de daño en matriz debido a flujo interporoso.	70
Fig. 3-6. Método gráfico del método de Pollard (1959) original.	
 <b>CAPITULO IV. – Método de cálculo de parámetros del yacimiento mediante la ecuación de Pollard (1959) modificada.</b>	78
Fig.4-1. Método gráfico de Pollard (1959), diferencial de presión total.	83
Fig. 4-2. Método gráfico de Pollard (1959), diferencial de presión en fracturas.	84
Fig. 4-3. Curva tipo Belani (1988).	86
Fig. 4-4. Prueba de decremento de presión a gasto constante.	87
Figura 4-5. Match de la curva tipo Fig. 4-3 y la prueba de decremento de la tabla 4-5.	89
Fig. 4-6. Cálculo de cantidad de bloques verticales y cantidad de bloques horizontales.	91

**ÍNDICE DE TABLAS.**

<b>CAPÍTULO IV. – Método de cálculo de parámetros del yacimiento mediante la ecuación de Pollard (1959) modificada.</b>	<b>78</b>
Tabla 4-1. Datos del yacimiento ALT-17.	81
Tabla 4-2. Prueba de presión de incremento en el pozo ALT-17 y cálculo de DP1 y DP2.	81
Tabla 4-3. Resultados de cálculos de parámetros del pozo ALT-17.	82
Tabla 4-4. Resultados del método de Pollard (1959).	84
Tabla 4-5. Prueba de decremento de presión del pozo ALT-17.	87
Tabla 4-6. Parámetros calculados de la fractura dominante, tamaño de bloque uniforme y diferencial de presión debido a flujo interporoso. $\Delta p_{S_{fb-dfD}}$	91
Tabla 4-7. Constantes corregidas del método modificado de Pollard.	92
Tabla 4-8. Resultados corregidos tomando en cuenta el daño por flujo interporoso $\Delta p_{S_{fb-dfD}}$ .	93
Tabla 4-9. Comparativa entre resultados corregidos y resultados calculados mediante ecuaciones de Pollard (1959) original.	93

## INTRODUCCIÓN.

Se utiliza el método de Pollard (1958), para el análisis de pruebas de presión de incremento debido a que es un método práctico al cual se le realizan modificaciones en este trabajo de tesis, añadiendo la consideración del factor de daño en bloques de matriz por incrustación de minerales.

Existen diversos métodos para analizar las pruebas de presión de incremento; inicialmente se usaba el método de Horner, el cual consiste en graficar  $p_{ws}$  vs  $\log \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}$ , y calcular la permeabilidad, el daño en el pozo,  $s$ , y la transmisibilidad; a partir de la pendiente del segmento rectilíneo en la gráfica, en un yacimiento homogéneo.

Pollard (1959) y Pirson (1961), desarrollaron un método gráfico, para pruebas de incremento de presión, a partir del cual se calculan tres diferenciales de presión en el sistema del yacimiento naturalmente fracturado, que consiste en bloques de matriz y una red de fracturas naturales lejanas al pozo y fracturas cercanas al pozo en donde existe daño, método aplicado a pruebas de presión realizadas en un yacimiento naturalmente fracturado. Con el método de Pollard (1959), se establece que existe un diferencial de presión  $\Delta p_1$ , entre los bloques de matriz y las fracturas, otro diferencial de presión  $\Delta p_2$ , entre las fracturas lejanas al pozo y las fracturas cercanas al pozo y otro diferencial de presión  $\Delta p_3$ , en las fracturas que rodean al pozo, debido al daño. Se considera que los bloques de matriz que rodean al pozo aportan fluidos solamente a las fracturas interceptadas por el pozo, pero no producen directamente a éste. Mediante el método de Pollard (1959), se puede calcular la permeabilidad, volumen de fluidos en fracturas y matriz dentro del radio de investigación a partir de las pendientes de los segmentos rectilíneos de cada diferencial de presión en el sistema fracturado.

Barenblatt et. al. (1960) supusieron que el volumen de control infinitesimal (yacimiento) contiene una gran cantidad de bloques de matriz y fracturas, que son los dos medios que constituyen a un yacimiento naturalmente fracturado. Barenblatt et. al. (1969), establecieron un parámetro adimensional llamado "shape factor"  $\alpha$  característico de los bloques de matriz.

Warren y Root (1963) establecieron el modelo de doble porosidad que consiste en bloques de matriz cúbicos distribuidos uniformemente en el yacimiento.

Establecieron dos nuevos parámetros, coeficiente de flujo interporoso  $\lambda$  y relación de almacenamiento  $\omega$ , como resultado de las contribuciones de fluidos de los bloques de matriz hacia la red de fracturas naturales en el yacimiento.

En 1985, Heber Cinco-Ley y Samaniego Verduzco, profundizaron y discutieron sobre tamaño de bloque variable, establecieron un nuevo modelo matemático de un yacimiento naturalmente fracturado compuesto por una red de fracturas y bloques de matriz de tamaño variable y uniformemente distribuidos. Su modelo incluye régimen de flujo pseudo estacionario, transitorio y daño debido a incrustación de minerales en los bloques de matriz debido al flujo interporoso.

En este trabajo de tesis se retoma el modelo de Pollard (1959), adicionando el concepto de daño en bloques de matriz  $S_{fb-dfD}$ , inicialmente modelado por Cinco-Ley y Samaniego Verduzco (1985), el cual considera que existe incrustación de minerales en los bloques de matriz debido al flujo interporoso, dicho modelo fue modificado por Valdez-Pérez, Cinco-Ley y Pulido, (2011). El motivo de tomar en cuenta el daño por flujo interporoso en bloques de matriz es considerar que el abatimiento de presión debido a flujo interporoso  $\Delta p_I$ , es menor si se descarta otra caída de presión debida al daño por incrustación de minerales en los bloques de matriz  $\Delta p_{S_{fb-dfD}}$ . Al descartar el diferencial de presión por daño debido a flujo interporoso, se requiere calcular los parámetros del yacimiento tomando en cuenta esta consideración, por lo tanto, los volúmenes calculados de fluidos dentro del radio de investigación de la prueba de incremento de presión son más precisos.

Con una prueba de presión de incremento y aplicando el método modificado de Pollard (1959), se calcula la permeabilidad y porosidad de bloques de matriz y fracturas, radio de drenaje, tomando en cuenta que durante el periodo de producción  $t_p$ , a gasto constante, se alcanzó el régimen de flujo pseudo estacionario, es decir, la onda de abatimiento de presión ha alcanzado los límites del yacimiento, por lo cual, los cálculos de volúmenes de fluidos dentro del radio de investigación en bloques de matriz y fracturas, corresponden al volumen de hidrocarburos original en sitio si la prueba de presión se realizó al inicio de la explotación del yacimiento, o corresponde a petróleo remanente en sitio, si la prueba de presión se realizó en otra etapa posterior de desarrollo. Este método se puede usar si la prueba de incremento de presión se realizó antes de haber alcanzado la presión de burbujeo  $p_b$ . Al adicionar el factor de daño en los bloques de matriz debido al flujo interporoso, se corrigen los parámetros del yacimiento calculados para obtener mayor precisión.

**RESUMEN.**

Se establece que el pozo productor, terminado en un yacimiento naturalmente fracturado, intercepta una fractura vertical dominante, de longitud media  $x_{df}$ , ancho  $b_{df}$ , permeabilidad  $k_{df}$ , y compresibilidad total  $c_{tdf}$ , Cinco-Ley (1996). Antes de realizar la prueba de incremento de presión, se ha clasificado al yacimiento como naturalmente fracturado, además de haber sido caracterizada la fractura dominante mediante registros de pozo como ATV (Acoustic Televiewer Logs o registros de imagen) y AWF (Tube-wave attenuation), respectivamente. O se han realizado previamente pruebas de decremento de presión a gasto constante para conocer si el yacimiento que se está caracterizando es naturalmente fracturado y caracterizar a la fractura dominante, ya que si únicamente se usa el modelo original de Pollard (1959), no se puede determinar si un yacimiento es naturalmente fracturado.

Pollard (1959) no considera una geometría de fracturas, únicamente toma en cuenta que existe un abatimiento de presión entre fracturas lejanas al pozo y fracturas cercanas al pozo, dentro de un sistema de fracturas interconectadas, a través de las cuales producen los bloques de matriz. Por lo tanto, se puede considerar cualquier geometría de fracturas a la cual se le atribuye el diferencial de presión en los fluidos entre fracturas lejanas y cercanas al pozo. Adicionalmente, el abatimiento de presión debido al factor de daño en las fracturas alrededor del pozo está presente, pero se considera una sola fractura dominante equivalente interceptada por el pozo, Cinco-Ley (1996).

En este trabajo de tesis, se consideró que los bloques de matriz son de tamaño uniforme, con tamaño de bloque  $H$ , el cual es calculado mediante el modelo de bloques de matriz uniformes de Belani (1988) y la cantidad de bloques de matriz en el yacimiento es directamente proporcional al diferencial de presión debido al daño por flujo interporoso en los bloques de matriz  $\Delta p_{S_{fb-dfD}}$ . Se realiza un ajuste a los parámetros calculados del yacimiento, tomando en cuenta  $\Delta p_{S_{fb-dfD}}$ , afectando los valores de permeabilidad, porosidad de matriz y fracturas, además del volumen de hidrocarburos en sitio.

La tesis está estructurada en cinco capítulos, en el primero se abarcan los conceptos fundamentales sobre pruebas de presión, qué tipos existen y qué consideraciones se deben hacer al realizar pruebas de presión para obtener datos precisos. En el segundo capítulo se derivan las ecuaciones fundamentales que permiten modelar flujo de fluidos en medios porosos, iniciando con la ecuación de continuidad en un volumen de control, sustituyendo la ecuación de Darcy para modelar flujo de fluidos en un volumen de control poroso homogéneo; para poder obtener la ecuación de Difusividad general en forma vectorial, de la cual se pueden obtener múltiples soluciones de acuerdo a consideraciones como tipo de yacimiento, condiciones iniciales y de frontera. Se presentan algunas de las soluciones más comunes en este capítulo. En el capítulo II se plantea el modelo de bloques de matriz cúbicos propuesto por Warren & Root (1963) para yacimientos naturalmente fracturados y se definen algunos parámetros que permiten modelar matemáticamente el flujo de fluidos en yacimientos naturalmente fracturados, como “shape factor”, coeficiente de flujo interporoso, coeficiente de almacenamiento de fracturas y bloques de matriz. En el tercer capítulo se explica la ecuación formulada por Pollard (1959), qué representa cada componente de esta ecuación y se realizan modificaciones matemáticas a los términos que involucran flujo interporoso, para tomar en cuenta el daño debido a flujo interporoso y calcular el diferencial de presión debido a la incrustación de minerales en los bloques de matriz  $\Delta p_{S_{fb}-afD}$ . En el capítulo cuarto se establece un método para caracterizar al yacimiento naturalmente fracturado, empleando las ecuaciones modificadas de Pollard y se establece un método para caracterizar a la fractura dominante mediante registros de imagen y calcular tamaño de bloque de distribución uniforme mediante curvas tipo desarrolladas por Belani (1988). En el quinto capítulo se discuten las aportaciones realizadas a la caracterización dinámica de yacimientos naturalmente fracturados mediante este trabajo de tesis.

**OBJETIVOS.**

Desarrollar un método matemático para determinar los parámetros físicos de los yacimientos naturalmente fracturados mediante pruebas de presión de incremento, tales como el daño, daño debido a incrustación en bloques de matriz, permeabilidad de fracturas y bloques de matriz, porosidad de fracturas y bloques de matriz, y radio de investigación de la prueba de presión.

Ilustrar las ecuaciones fundamentales de flujo de fluidos en medios porosos, para derivar la ecuación de difusividad y las soluciones más comunes de ésta. Se definen los parámetros requeridos para modelar la interacción de fluidos entre bloques de matriz, fracturas y fracturas o fractura dominante interceptada por el pozo productor. De esta forma se validan los modelos matemáticos propuestos de acuerdo con el tipo de yacimiento, régimen de flujo, geometría de flujo y geometría de fracturas.

Modificar las ecuaciones desarrolladas por Pollard (1959), empleadas en las pruebas de presión de incremento; para agregar el factor de daño en bloques de matriz debido a flujo interporoso por incrustación de minerales, lo cual permite realizar cálculos más precisos de los parámetros del yacimiento y obtenerlos de forma práctica mediante el método de Pollard (1958) modificado. Calcular el volumen original de hidrocarburos en sitio de forma precisa, así como la permeabilidad y la porosidad del sistema matriz-fracturas.

Establecer una geometría de fracturas naturales para el modelo matemático de Pollard (1959), quien solamente formuló una caída de presión entre fracturas lejanas al pozo y fracturas cercanas al pozo en una red de fracturas interconectadas y flujo de fluidos de las fracturas alrededor del pozo hacia el pozo; considerando bloques de matriz de tamaño uniforme  $H$ . Se establece que el pozo productor intercepta una fractura vertical dominante, la cual es un equivalente a las fracturas que intercepta el pozo en realidad, pero produce la misma cantidad de fluidos que las fracturas interceptadas en conjunto.

## CAPÍTULO I

### CONCEPTOS FUNDAMENTALES SOBRE PRUEBAS DE PRESIÓN.

#### Introducción al uso de las pruebas de presión.

El análisis de pruebas de presión en pozos petroleros es una tarea que corresponde a la ingeniería de yacimientos. La información que se obtiene del flujo y presión de hidrocarburos en pruebas transitorias, realizadas a las condiciones in-situ del yacimiento, son importantes para determinar la capacidad productiva del yacimiento. Además, con el análisis de pruebas de presión transitoria se puede estimar la presión promedio del yacimiento. El área de ingeniería de yacimientos debe tener suficiente información sobre las condiciones y características del yacimiento y sus pozos, para analizar su comportamiento de forma precisa y pronosticar la producción futura bajo distintos escenarios y modelos de operación. De esa manera se puede llevar a cabo una mejor planeación de la forma en la que se explotará el yacimiento durante las distintas etapas de producción, maximizar el factor de recuperación y conservar la mayor cantidad de energía natural del yacimiento, usándola eficientemente durante la vida productiva. Para lograr esto, se debe conocer la condición de los pozos productores e inyectores, mediante la cual se va a controlar el desempeño del yacimiento. Las mediciones de presión aportan datos muy valiosos en los cálculos de ingeniería de yacimientos y ayudan a determinar los parámetros del yacimiento en forma más precisa.

#### Objetivos de las pruebas de presión:

En general, se llevan a cabo las pruebas de presión y su análisis para:

- Evaluar las condiciones del pozo y realizar la caracterización del yacimiento.
- Obtener parámetros que describen el yacimiento.
- Determinar que parte de la profundidad perforada de un pozo es zona productiva, después de la perforación del pozo y mediante un Drill Stem Test, después de perforar el pozo y antes de instalar la terminación del pozo.
- Determinar el factor de daño, daño por perforación o por la terminación del pozo. De acuerdo a la magnitud del daño se pueden tomar decisiones en relación a la estimulación del pozo.

Durante la vida productiva del yacimiento, desde la exploración hasta el abandono, se llevan a cabo muchas pruebas de presión que tienen como fin describir la condición del pozo, el yacimiento y su comportamiento, se deben realizar e implementar programas de toma de información mediante las pruebas de presión (well testing).

Cuando se está desarrollando un campo petrolero, sería ideal hacer mediciones iniciales de presión de fondo de pozo, preferentemente en cada pozo que se perfora y después de forma periódica en pozos clave del campo, seleccionados previamente. Los pozos clave, representan el 25% del total de los pozos Ramey, Kumar y Gulati, (1973). Ramey et al, 1973, también encontraron que es bueno hacer mediciones en todos los pozos por lo menos cada 2 o 3 años para mejorar la calibración de los modelos de yacimiento. Es esencial establecer específicamente que tanta información se necesita obtener de las pruebas de presión y flujo en los pozos, y realizar la planeación del procedimiento y frecuencia a seguir para la toma de información.

### **Uso de las pruebas de presión.**

- Determinar la presión promedio o inicial del yacimiento  $\bar{p}$  o  $p_i$ : Utilizada en cálculos de balance de materia y en la simulación numérica de yacimientos.
- Calcular permeabilidad vertical y horizontal: para conocer el grado de anisotropía en el yacimiento.
- Para determinar la extensión areal del yacimiento y calcular el volumen de fluido en sitio (OIP).
- Interpretación y análisis de las mediciones de presión: Se determina cuantitativamente la condición del pozo, la eficiencia de la estimulación, y la eficiencia de cualquier tratamiento que se le haya hecho al pozo para mejorar la productividad.
- Pruebas de presión estándar: Mediante estas, se puede determinar la permeabilidad de la roca in-situ y las condiciones del pozo (almacenamiento, productividad, daño, etc)
- Los parámetros derivados de las pruebas de presión se usan para calcular cambios de permeabilidad entre pozos y para identificar tendencias de permeabilidad y usarlos como datos de entrada en modelos del yacimiento.

### **Programa de toma de información de pozos y análisis.**

Para cada campo petrolero debe existir un plan de toma de información, programar tiempos en los que se debe llevar a cabo en cada pozo, pozos prioritarios en los que se realizarán las mediciones y qué información se busca obtener. Se debe diseñar el programa, dar un seguimiento a su realización y analizar la información obtenida. En términos generales, el programa se puede estructurar de la siguiente forma:

- a) Antes de producción del pozo
  - i. Registros de lodos.

- ii. Análisis de cortes de la barrena.
- iii. Registros de pozos/núcleos.
- iv. Datos del fluido (PVT)
- v. Pruebas de presión: Drill Stem Test (DST), Modular Dynamic Tester (MDT).

b) Durante la producción

- i. Pruebas de presión y flujo (molinete o PLT)
- ii. Historia de producción
- iii. Pruebas de presión de inyección: En pozos con inyección de agua y proyectos de recuperación mejorada (RM)
- iv. Cualquier otro tipo de información que se pueda obtener del pozo mediante registros de pozo.

La información que se obtenga de los pozos mediante cualquier prueba de presión, de producción, de fluidos del yacimiento, registros, muestras de núcleos, etc. debe ser integrada y analizada por equipos de trabajo multidisciplinarios para conformar el modelo estático y dinámico del yacimiento.

Las mediciones que se realizan en núcleos de muestras seleccionadas por el geólogo aportan información para la identificación preliminar de los tipos de rocas en el yacimiento. Usando distintas técnicas, los resultados de las pruebas de presión de pozos se ajustan de forma razonable cuando se correlacionan con la geología conocida y las mediciones en núcleos. Las pruebas de presión aportan al modelo del yacimiento la identificación de barreras de flujo, fracturas, fallas conductivas (permiten el flujo de fluidos a lo largo y a través de ellas), semi-conductivas (permiten el flujo de fluidos solamente a través de ellas) o no conductivas y variaciones de permeabilidad en el yacimiento (anisotropía). Los ajustes de la historia de producción del pozo y el comportamiento de presión consisten en ajustar los parámetros del yacimiento de un modelo hasta que la simulación coincide con el comportamiento real del yacimiento y/o el historial de producción. La meta es optimizar la recuperación de petróleo a través de la caracterización del sistema dinámico y estático del yacimiento.

### **Objetivos de las pruebas de presión transitoria.**

Principalmente se evalúa la presión del yacimiento, inicial o promedio; también se toman muestras de fluidos del yacimiento para hacer estudios PVT en laboratorio con el objetivo de conocer sus propiedades termodinámicas y su composición. Con las mediciones de presión y flujo, se calculan las propiedades del yacimiento, en términos generales:  $k$  (permeabilidad),  $s$  (daño),  $x_f$  (mitad de longitud de fractura dominante),  $\omega$

(relación de almacenamiento en Yacimientos Naturalmente Fracturados),  $\lambda$  (coeficiente de flujo interporoso). Finalmente se hacen cálculos de los parámetros volumétricos del yacimiento, aceite original en sitio y área de drene.

### **DATOS DE ENTRADA.**

Para realizar los cálculos de parámetros del yacimiento derivados de las pruebas de presión, se requieren algunos datos conocidos antes de realizar la prueba, como presión de fondo de pozo (BHP); datos de producción del pozo, que comúnmente se miden de forma deficiente o no se realizan, conocer las propiedades de los fluidos que produce el yacimiento mediante análisis PVT: viscosidad, compresibilidad, composición, corte de agua y °API. También deben conocerse las propiedades del yacimiento: espesor  $h$ , porosidad  $\phi$ , radio del pozo  $r_w$ , compresibilidad de la formación  $c_f$ , entre otras.

### **Resultados de la interpretación de pruebas de presión transitoria.**

Mediante las pruebas de presión se puede conocer la capacidad productiva del pozo y determinar si tiene daño para seleccionar un tratamiento de estimulación adecuado. El cálculo de la transmisibilidad sirve para conocer la capacidad productiva del yacimiento. Y con las pruebas de presión se conoce la presión actual del yacimiento. Hay pruebas de presión que sirven para conocer los límites del yacimiento (se sabe que la onda de abatimiento de presión en el yacimiento ha alcanzado los límites del yacimiento cuando se produce bajo régimen de flujo pseudo-estacionario). También hay pruebas de presión especiales para conocer efectos de interferencia de pozos. Entre otros parámetros específicos del pozo/yacimiento (en general: almacenamiento del pozo  $C_s$ ,  $x_f$ ,  $\omega$ ,  $\lambda$ , longitud de la falla  $L_{falla}$ , compresibilidad de la roca  $r_{comp}$ , relación de permeabilidad vertical y horizontal  $k_v/k_h$ ) que se calculan gracias a las mediciones hechas con las pruebas de presión.

### **Datos estáticos para el análisis de pruebas de presión transitoria (PTA).**

- Propiedades PVT:
  - Aceite negro:  $B_o$ ,  $R_s$ ,  $\mu_o$ ,  $c_o$  (para las correlaciones se requiere:  $T$ ,  $\gamma_g$ ,  $\rho_{bw}$ , salinidad)

- Propiedades del yacimiento:
  - Porosidad ( $\phi$ ) (de núcleos o registros de pozo)
  - Espesor neto de la formación ( $h$ ), (obtenida mediante núcleos y/o registros de pozo)
  - Radio del pozo ( $r_w$ ). Historia de la terminación del pozo (diámetro de la barrena, estado mecánico del pozo)
  - Compresibilidad de la formación ( $c_f$ ).
  
- Historia de la terminación del pozo:
  - Registros de perforación (presiones iniciales, pruebas de producción, o aforos)
  - Archivos del pozo (registros del pozo, núcleos, PVT, terminación, registros de reparaciones mayores y menores, fracturamientos)
  - Registros de producción anotados (registros de actividades, cierres de pozo, otras pruebas de producción, aforos)

### Historias de producción.

- **Asignación de datos de producción.**

Es común que, en producción de pozos de campos maduros, existan pozos que tienen producción acumulada de distintos intervalos de profundidad que corresponden a distintas formaciones. En estos casos hay que asignar la producción que corresponde a cada formación, para realizar los cálculos de los parámetros del yacimiento empleando la producción acumulada correcta  $N_p$ . Cuando no se reportan reparaciones mayores en un pozo, se pueden estar calculando parámetros sobre un intervalo distinto y considerar una presión inicial del intervalo incorrecto, producción acumulada incorrecta y realizar cálculos erróneos.

En algunas operaciones costa afuera, no se realiza la medición de producción por pozo sino por toda la producción que se mide en los manifolds provenientes de varios pozos, o medición de producción en baterías de almacenamiento. En ciertos casos esta producción medida en los manifolds o en las baterías de separación se promedia para todos los pozos de donde proviene dicha producción, por lo cual, tampoco se realizan los cálculos de los parámetros del yacimiento usando la producción acumulada correcta que corresponde a cada formación. Si se asigna mal la producción de pozos, también se

pueden atribuir otras mediciones en superficie de forma inadecuada, como Relación Gas Aceite (RGA), corte de agua, composición de los fluidos inadecuada.

La asignación de producción (back allocation, en inglés) depende de los registros de producción de molinete y revisiones de consistencia en cada pozo. Si algún pozo estuvo cerrado durante algún tiempo determinado, no se le puede asignar producción a ese pozo durante ese periodo de tiempo, o de la misma forma al historial de producción de cada intervalo productor, en los casos en los que un pozo intersecte varios intervalos de rocas impregnados con aceite.

- **Datos de presión incompletos o de baja calidad (o erróneos):**

Reparaciones mayores o menores realizadas a los pozos no reportadas en el historial del pozo (cambios en la terminación, reparaciones mayores y menores, tratamientos, inicio de producción en distintos intervalos no reportado).

Cambios de terminación no reportados en el pozo, comúnmente no se reflejan en las presiones de superficie, es decir, no se puede detectar un cambio en la terminación del pozo analizando la prueba de presión. El diámetro de la tubería por la que se produce añade diferencia entre la presión medida y la presión real a fondo de pozo, debido al efecto de almacenamiento, también añade pérdidas de carga por fricción y por flujo multifásico.

Algunos datos medidos de presión son incorrectos debido a sensores de presión de baja calidad, mala sincronización, problemas operativos porque los empacadores no sellan, entre otros factores.

- Problemas con la terminación del pozo:

Debidos a cambios de equipo, prácticas deficientes, fallas en equipos.

## **DESCRIPCIÓN DE UNA PRUEBA DE PRESIÓN.**

### **Proceso de una prueba Drill Stem Test, DST.**

Después de terminar la perforación del pozo, se empaca el intervalo de interés, se instala un aparejo de producción temporal y se hace fluir el pozo a uno solo gasto o varios, durante un tiempo de producción  $tp$  (tiempo de producción). Después se cierra el pozo para provocar un incremento de presión a fondo de pozo (build – up) (PBU, Pressure Build Up),  $t$ . Finalmente se mide la presión a fondo de pozo con un sensor, en función del tiempo,  $p$ ,  $t$  y  $q$  (presión, temperatura y gastos, respectivamente), gasto durante el

incremento de presión = 0. En la **figura 1-1** se puede observar la configuración del pozo durante una prueba de DST.

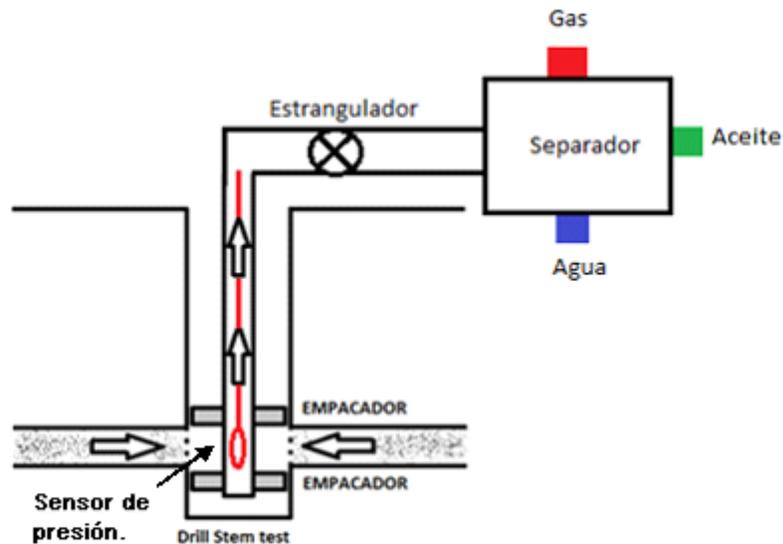


Fig. 1-1. Diagrama de una prueba DST (Drill Stem Test). Configuración del pozo durante una prueba Drill Stem Test.

### Información obtenida:

- Fluidos del yacimiento (BHS, bottom hole samples, muestras de fondo de pozo), muestras de separador para análisis de PVT.
- Temperatura del yacimiento y presión (obtenidas del sensor)
- Se calcula la permeabilidad y daño en la formación (eficiencia de terminación, como daño debido a los disparos, daño debido a penetración parcial del yacimiento).
- Se conocen las estructuras geológicas del yacimiento que pueden limitar el flujo de los hidrocarburos (Fallas conductivas o cerradas, cuñas, discontinuidades).

### Tipos de pruebas de presión

#### Prueba de decremento, Drawdown test (DD).

Una prueba de decremento de presión consiste en, una serie de mediciones de presión a fondo de pozo hechas durante un periodo de flujo a gasto constante. Comúnmente el pozo se cierra antes de la prueba de flujo, durante un periodo de tiempo suficiente que permita que la presión se estabilice alrededor del pozo a lo largo de la formación, hasta que alcance la presión estática. De acuerdo a Odeh y Nabor (1966),

durante la prueba de decremento, prevalece la condición de régimen de flujo transitorio hasta un valor de tiempo real aproximado por:

$$t \approx \frac{\phi \mu_o r_e^2}{0.00264k'} \quad (1-1)$$

donde:

- $t$  = Tiempo de producción (hrs).
- $\phi$  = Porosidad.
- $\mu_o$  = Viscosidad (cp).
- $r_e^2$  = Radio de drene cuadrático (ft).
- $k$  = Permeabilidad (mD).

Las condiciones de flujo pseudo-estacionario se alcanzan a un tiempo aproximado de:

$$t \approx \frac{\phi \mu_o c r_e^2}{0.00088k'} \quad (1-2)$$

donde:

- $c_f$  = Compresibilidad de la formación.

Se debe tener presente que:

- Es difícil de mantener el gasto constante
- Incluye mediciones dispersas de presión de fondo fluyendo (FBHP)  $t_o$  (hrs)

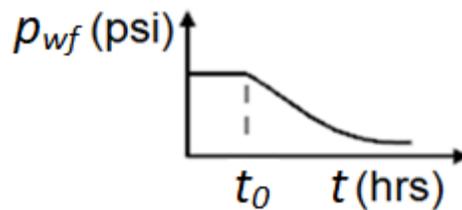
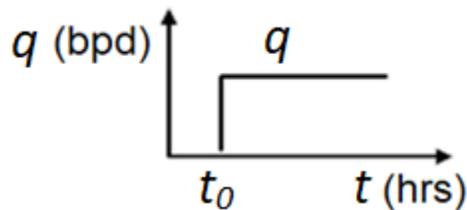


Fig. 1-2. Prueba de decremento de presión, Draw-Down (DD). Samaniego y Cinco-Ley (1996), Chapter 6.

EL Draw-Down es la técnica para pruebas de presión de pozo más usada en la industria petrolera. La prueba se realiza mediante la puesta a producción de un pozo a gasto constante durante un tiempo, después se cierra el pozo, normalmente en superficie, haciendo que la presión en el pozo incremente, y ésta se mide al fondo del pozo en función del tiempo. Mediante esta información medida, es posible estimar la permeabilidad de la formación y área de drene, el daño del pozo, la heterogeneidad del yacimiento y las fronteras.

Es importante conocer las condiciones de superficie y el estado mecánico del pozo para la interpretación de datos medidos de pruebas de incremento de presión. Se debe tener información sobre la profundidad del pozo, diámetros internos de tuberías, condición del empacador, etc. Normalmente, al inicio de una prueba de incremento de presión se necesitan mediciones de presión frecuentes, tanto como cada 15 segundos durante los primeros minutos y conforme avanza la prueba estos periodos de tiempo se pueden ir expandiendo.

### Prueba de incremento ideal.

Idealmente, se supone que la prueba se lleva a cabo en un yacimiento infinito en el cual no hay efectos de frontera durante toda la prueba y el posterior periodo de cierre. El yacimiento es homogéneo y contiene un fluido ligeramente compresible, de una sola fase con propiedades uniformes a manera de que la función  $E_i$  y su aproximación logarítmica apliquen. Se aplica el método de Horner. Se supone que el daño o estimulación del pozo se contienen en una película de grosor cero en el pozo. El flujo hacia el pozo desde la formación se detiene de forma inmediata al cierre del pozo. Si un pozo se cierra después de que ha producido a un gasto  $q$  durante un periodo de tiempo  $t_p$  y la presión de fondo de pozo  $p_{ws}$  se mide a un tiempo  $\Delta t$ , entonces si se grafica  $p_{ws}$  vs  $\log(t_p + \Delta t)/\Delta t$  se obtendrá una línea recta, que se representa por la siguiente ecuación:

$$p_{ws} = p_i - \frac{162.6 q_o \mu_o B_o}{kh} \log \left[ \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right], \quad (1-3)$$

donde:

$p_i$  = Presión inicial (psi).

$p_{ws}$  = Presión estática en el pozo (psi).

$q_o$  = Gasto del pozo durante tiempo de producción (bpd).

$B_o$  = Factor de volumen del aceite (c.y./c.s.).

$h$  = Espesor del yacimiento (ft).

$t_p$  = Tiempo de producción (hrs).

$\Delta t$  = Incrementos de tiempo entre cada medición de presión (hrs).

Donde la pendiente  $m$  es  $162.6 q_o \mu_o \beta_o / kh$  y  $p_i$  (presión de yacimiento inicial) es la intersección en  $(t_p + \Delta t) / \Delta t = 1.0$ . El valor absoluto de la pendiente  $m$  se usa para analizar el resultado de la prueba. La permeabilidad de la formación  $k$  se puede calcular de la pendiente y dada por la ecuación:

$$k = \frac{162.6 q_o \mu_o B_o}{mh}, \quad (1-4)$$

donde:

$m$  = Pendiente del segmento rectilíneo de una gráfica del log presión vs  $(t_p + \Delta t) / \Delta t$ .

El factor de daño ( $s$ ), calculado con:

$$s = 1.151 \left[ \frac{p_{1hr} - p_{ws(\Delta t=0)}}{m} - \log \left( \frac{k}{\phi \mu_o c_t r_w^2} \right) + 3.23 \right], \quad (1-5)$$

donde:

$s$  = Daño a la formación.

$p_{1hr}$  = Presión de fondo de pozo a 1 hora de cierre del pozo.

$p_{ws(\Delta t=0)}$  = Presión estática de fondo de pozo al momento del cierre del pozo.

- Ventajas: Se conoce el gasto, por ejemplo,  $q=0$ , a partir del cierre del pozo.
- Desventajas: Producción perdida por cierre del pozo.

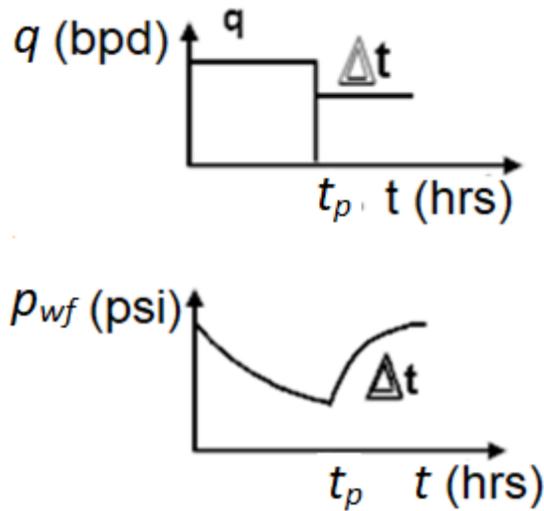


Fig. 1-3. Prueba de incremento de presión (Build Up). Samaniego y Cinco-Ley (1996), Chapter 6.

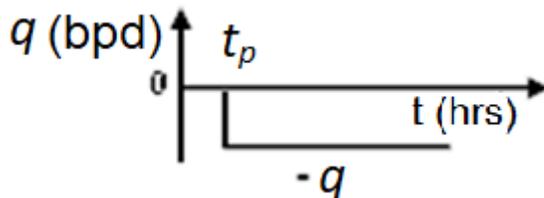
### Prueba de inyección.

Las pruebas de inyección y de fall-off (decaimiento de presión) se usan para estimar las propiedades del yacimiento alrededor del pozo de inyección en proyectos de inyección de agua o de recuperación mejorada, el perfil de gasto y presión contra tiempo se puede observar en la **figura 1-4**.

### Régimen de flujo estacionario.

Los yacimientos con pozos de inyección pueden alcanzar un estado de régimen estacionario cuando el gasto de inyección total es igual al gasto de producción total.

- Ventajas: Los gastos de inyección son controlados.
- Desventajas: El análisis es complicado por efectos multifasicos y posibles fracturas.



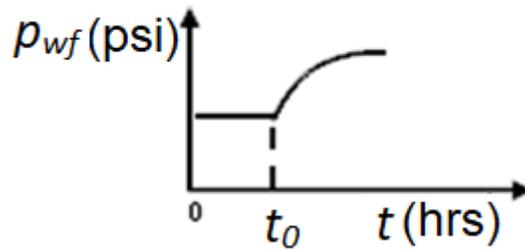


Fig. 1-4. Prueba de inyección. Samaniego y Cinco-Ley (1996), Chapter 6.

### Prueba Fall-off.

Las pruebas de fall-off se realizan en pozos de inyección. Si se cierra un pozo de inyección, da como resultado una caída de presión análoga al incremento de presión cuando se cierra un pozo productor, el perfil de presión contra tiempo y gasto contra tiempo se pueden observar en la **figura 1-5**. Por lo tanto, las ecuaciones para pruebas de pozos en producción aplican a las pruebas de pozos de inyección realizando cambios de signos en las variables de gasto, en este caso el gasto es negativo.

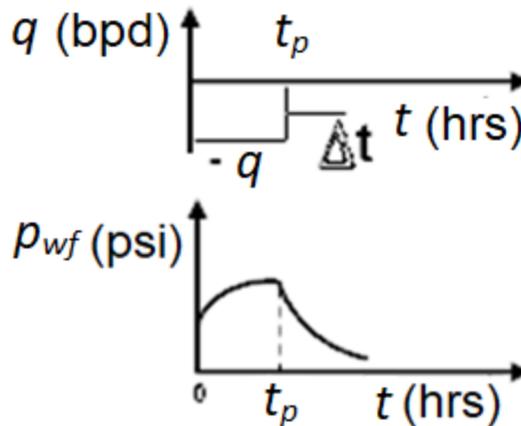


Fig. 1-5. Prueba Fall-off. Samaniego y Cinco-Ley (1996), Chapter 6.

### Prueba de interferencia-pulso.

Las pruebas de interferencia y pulso, también se conocen como pruebas de pozo-múltiple, involucran más de un pozo. Este tipo de pruebas pueden ser usadas para obtener una descripción adecuada del yacimiento para sistemas homogéneos (isotrópicos y anisotrópicos) y heterogéneos. En el caso de los sistemas heterogéneos se deben usar métodos numéricos para analizar las mediciones de presión transitoria. Las pruebas de pulso/interferencia son de las más importantes para conocer el comportamiento del pozo en proyectos de inyección de agua y recuperación mejorada.

Estas pruebas se usan para determinar cuándo dos o más pozos tienen comunicación de presión en el mismo yacimiento, y cuando existe comunicación, dar estimados de permeabilidad horizontal de la formación  $k$ , y el producto de porosidad por compresibilidad  $\phi$ ,  $c_t$ , en la vecindad de los pozos donde se realizan las pruebas. La prueba de interferencia se realiza mediante la puesta a producción o inyección de un pozo activo y en otro pozo de observación se mide la respuesta de presión. El pozo activo inicia la producción a gasto constante al tiempo cero y la otra respuesta de presión en el pozo de observación a una distancia  $r$  de un pozo activo inicia después de un periodo de tiempo.

Aplicaciones de las pruebas de interferencia y pulso.

- Prueba la conectividad entre pozos mediante pozos productores y de observación.
- Usado para estimar la transmisibilidad  $kh/\mu$ , y capacidad de almacenamiento  $\phi hc_t$ .

### Prueba de interferencia.

La modificación del gasto de larga duración en un pozo crea una interferencia de presión en un pozo de observación que puede analizarse para conocer propiedades del yacimiento como transmisibilidad y almacenamiento. La técnica de análisis es mediante el uso de ajuste de curvas tipo (curva tipo integral exponencial).

### Prueba de pulso.

Una prueba de pulso provee mediciones de presión mediante el uso de pulsos cortos de gasto observándose algunos cambios pequeños de presión en los pozos de observación. Se pueden estimar variables como difusividad hidráulica, transmisibilidad y capacidad de almacenamiento de la formación, el perfil de presión contra tiempo y gasto en pozos activos contra tiempo, se puede observar en la **figura 1-6**. Los valores de las pruebas de pulso son mucho menos afectados por condiciones de frontera como fallas y acuíferos comparado con las pruebas de interferencia. La técnica de análisis es mucho más complicada y usualmente requiere el uso de computadoras.

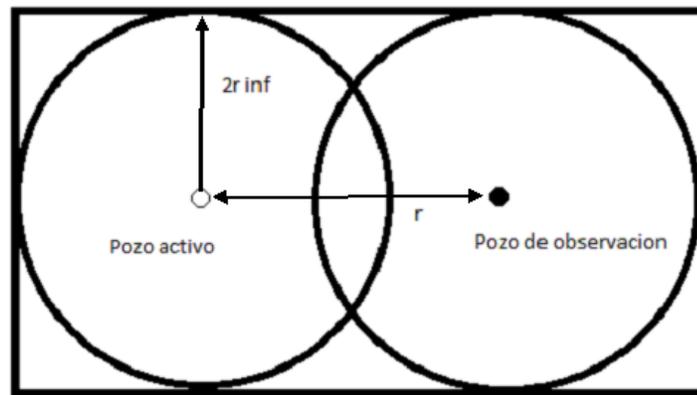


Fig. 1-6. Región de influencia de una prueba de interferencia/pulso. Amanat U. Chaudhry. 2004

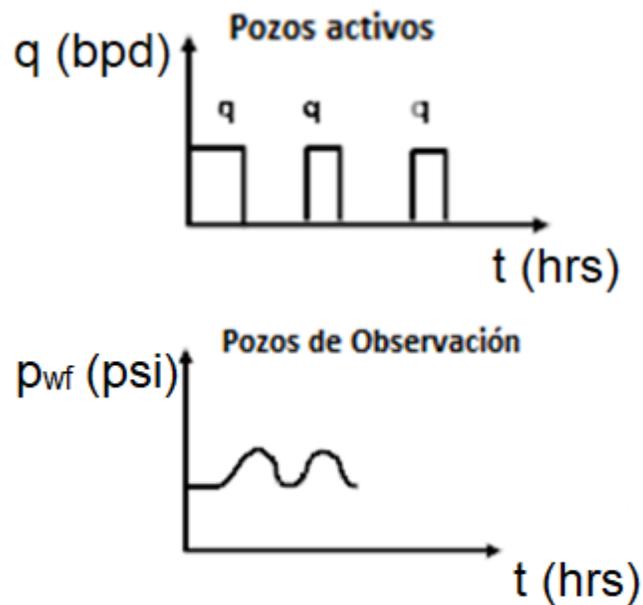


Fig. 1-7. Prueba de pulso. Samaniego y Cinco-Ley (1996), Chapter 6.

### Drill Stem test (DST).

La prueba de Drill Stem Test es un método en el cual se realiza una terminación temporal en un pozo para determinar las capacidades productivas de una zona específica, aislada con empacadores. Inicialmente esta prueba se concibió para proveer un indicador primario del contenido de fluidos de una formación en un pozo recién perforado. Se tenían registros de presión, pero se usaba principalmente para evaluar la operación de las herramientas. Hoy en día la información de presión medida de forma

adecuada y planeada sirve para conocer la capacidad productiva de la zona de interés, evaluar la terminación del pozo y la extensión del daño a la formación y determinar si se requiere estimular. Con el cálculo de esta información se puede estimar el potencial de flujo del pozo con una terminación regular y estimulación al pozo para quitar el daño a la formación.

Características del yacimiento que se pueden conocer con una prueba DST.

- Permeabilidad promedio efectiva: Esta permeabilidad es mejor que la calculada con análisis de núcleos debido a que se promedia un volumen mucho mayor con el DST. También se obtiene la permeabilidad efectiva en lugar de solo la absoluta.
- Presión de yacimiento: Se mide esta presión si el tiempo de cierre es suficiente para alcanzar presión estática, o de otro modo se puede calcular.
- Daño al pozo: La relación de daño permite conocer cómo se debería comportar el pozo sin daño y por lo tanto estimar cual es el daño en el pozo.
- Conocer barreras, anisotropía (cambios de permeabilidad) y contactos de fluido. Estas anomalías del yacimiento afectan la pendiente de la gráfica del incremento de presión.
- Radio de investigación: Una estimación de que tan lejos del pozo puede escucharse con el DST (en función de la presión)
- Abatimiento: Se puede saber si el yacimiento es pequeño y la prueba se corre adecuadamente.

### **Procedimiento de operación del DST.**

La herramienta de DST es un arreglo de empacadores y válvulas localizadas al fondo de la tubería de perforación. Los empacadores sirven para aislar la zona de interés del lodo de perforación en el agujero y dejarla producir en la celda de prueba (espacio entre empacadores), drill collar y tubería de perforación. Los empacadores también ayudan para reducir los efectos de almacenamiento de pozo.

- Usado en pozos exploratorios.
- Se cierra el pozo en el fondo y reduce los efectos de almacenamiento (wellbore storage, WBS).
- Medición precisa de gastos de producción durante el tiempo de producción previo al cierre del pozo.
- Infraestructura de producción en sitio.

## MÉTODO DE ANÁLISIS DE PRUEBAS DST.

### Método de grafica de Horner.

Los datos de incremento de presión son comúnmente analizados usando este método, cuando se conoce el espesor de la formación y la viscosidad del fluido y el periodo de cierre de flujo (o cierre de pozo) es suficientemente largo, y si el efecto de almacenamiento de pozo es despreciable. La grafica de Horner de los datos de incremento de presión tienen una sección de línea recta con pendiente  $m$ . El valor de  $m$  se puede usar para determinar las características de la formación.

Se pueden usar las ecuaciones 1-4, 1-5 para calcular permeabilidad, capacidad de flujo de la formación (producto  $kh$ ), estimar la transmisibilidad del yacimiento despejando  $kh/\mu_o\beta_o$  de la ecuación 1-4:

$$\frac{kh}{\mu_o B_o} = \frac{162.6 q_o}{m}, \quad (1-6)$$

Si no se conoce  $\mu_o$  ni  $h$ ,  $kh/\mu_o$  puede ser estimada despejándolo de la ecuación (1-7). El gasto de producción usado es normalmente el promedio durante el  $t_p$  (tiempo de producción). Muchas veces los resultados de los DST están afectados por el daño a la formación. Por lo tanto, se debe tomar en cuenta la restricción al flujo por el daño a la hora de analizar mediciones de un DST. El efecto de daño se puede determinar con la ecuación (1-6).

El término  $\log[(t_p+1)/t_p]$  normalmente se desprecia cuando  $t_p \gg 1$  o cuando el efecto de daño es alto.

El efecto de daño es útil cuando se compara el daño entre pozos, sin embargo, no puede ser aplicado en una formación en específico para mostrar cómo debería comportarse esa formación si el daño se removiera.

Zak y Phil Griffin, 1957, usaron la ecuación 1-7 para introducir el concepto de relación de daño (Damage Ratio, DR), el cual compara los gastos de producción observados en un DST ( $q_o$ ) con el gasto de producción teórico sin daño ( $q_t$ ).

$$DR = \frac{q_t}{q_o}, \quad (1-7)$$

La anterior ecuación se usa para calcular  $DR$  basado en el factor de daño relacionado a la siguiente ecuación:

$$DR = \frac{p_i - p_{wf}}{m \left( \log \left( \frac{kt_p}{\phi \mu_o c_t r_w^2} \right) - 2.85 \right)}, \quad (1-8)$$

Un valor de  $DR$  significativamente mayor a 1 indica daño. La ecuación (1-8) puede simplificarse mediante la asignación de valores promedio a los parámetros de la formación  $k$ ,  $\phi$ ,  $c_t$ ,  $\mu_o$  y  $r_w$ . Lo que da como resultado la ecuación de relación de daño estimado (Estimated Damage Ratio  $EDR$ ):

$$EDR = \frac{p_i - p_{wf}}{m(\log t_p + 2.65)}, \quad (1-9)$$

Una ecuación para calcular  $DR$  en base a la relación de  $S$ , es la siguiente:

$$\frac{J_{ideal}}{J_{real}} = \frac{\bar{p} - p_{wf}}{\bar{p} - p_{wf} - (\Delta p)_{skin}}, \quad (1-10)$$

Donde para calcular la caída de presión a lo largo del daño ( $S$ ), se usa:

$$(\Delta p)_{skin} = \frac{141.2 q_o \mu_o B_o}{kh} S = 0.869 ms, \quad (1-11)$$

Una forma más significativa de evaluar la necesidad de un tratamiento de estimulación para solucionar el efecto de daño ( $S$ ) o para estimular la producción, es mediante el cálculo de la eficiencia de flujo del pozo:

$$Eficiencia\ de\ flujo = \frac{p_i - p_f - (\Delta p)_{skin}}{p_i - p_f}, \quad (1-12)$$

La presión inicial o promedio  $\bar{p}$  se estima extrapolando la línea recta de la gráfica de Horner al tiempo de cierre infinito  $(tp + \Delta t)/\Delta t = 1$ . Si el gasto de producción durante una prueba de DST varía durante el periodo de flujo, entonces se debe usar la técnica propuesta por Odeh y Selig, 1963, de análisis múltiple, quienes propusieron una técnica simplificada útil para largos periodos de variación del gasto cuando  $t_p$  es menor al tiempo de cierre.  $t_p$  y el gasto son modificados por la siguiente ecuación:

$$q^* = \frac{1}{t_p^*} \sum_{j=1}^N q_j (t_j - t_{j-1}), \quad (1-13)$$

Y el  $t_p$  modificado por:

$$t_p^* = 2 \left[ t_p - \frac{\sum_{j=1}^N q_j (t_j^2 - t_{j-1}^2)}{2 \sum_{j=1}^N q_j (t_j - t_{j-1})} \right], \quad (1-14)$$

Los valores modificados  $t_p^*$  y  $q^*$  después se usan en la gráfica de Horner. Para propósitos prácticos, el radio de investigación durante una prueba DST es equivalente al radio de drene dado por:

$$r_i = \sqrt{\frac{k \Delta t_{max}}{948 \phi \mu_o c_t}}, \quad (1-15)$$

Donde:

$r_i$  = Radio de drene o investigación (ft).

## CAPITULO II.

**ECUACIONES FUNDAMENTALES DE FLUJO DE FLUIDOS EN MEDIOS POROSOS FRACTURADOS.**

Este capítulo está focalizado a medios porosos fracturados. Sin embargo, es necesario comprender los conceptos básicos y desarrollo de la ecuación de difusión.

**Derivación de la ecuación de difusividad en una sola fase.**

Se requiere derivar la ecuación de continuidad, sustituyendo la Ley de Darcy y obtener la ecuación de difusividad para validar los modelos modificados en el capítulo III, estableciendo las idealizaciones consideradas, condiciones de frontera e iniciales, así como geometría de flujo, régimen de flujo en los cuales aplican las ecuaciones modificadas en el capítulo III. En este capítulo también se obtienen algunas de las soluciones más comunes de la ecuación general de difusividad, a partir de distintas condiciones iniciales y de frontera.

Para desarrollar la ecuación de difusividad que modela el flujo de fluidos en medios porosos, se deben tomar en cuenta los siguientes conceptos físicos:

1. Ecuación de continuidad que es un balance de masa en el sistema.
  - a. Ecuación de continuidad.
2. Ecuación de movimiento (balance de fuerza):
  - a. Ecuación de Darcy (relaciona velocidad al gradiente de presión).
3. Ecuación de estado (relaciona la densidad del fluido con la presión, temperatura y composición).

Las ecuaciones constitutivas (relación en el caso de elasticidad con esfuerzo y deformación de fluidos), no se toman en cuenta debido a que se suponen fluidos Newtonianos (término de viscosidad en la Ley de Darcy).

La ecuación de conservación de energía (balance de energía en el sistema) no se usa, debido a que se suponen condiciones de flujo isotérmicas.

**Conservación de la masa: Ecuación de continuidad.**

Considérese el volumen de control de la (**figura 2-1**). Dicho volumen de control se encuentra aislado del exterior mediante una superficie de control  $\delta A_{sal}$  y  $\delta A_{ent}$ . Existe transferencia de materia hacia dentro y fuera del volumen de control, a través de las

superficies de entrada y salida  $\delta A_{ent}$  y  $\delta A_{sal}$ , respectivamente. Durante un intervalo de tiempo  $t_0=0$  y  $t=t_0+\delta t$ , entra al volumen de control el gasto másico  $\delta m_{ent}$  y sale del volumen de control el gasto másico  $\delta m_{sal}$ . El gasto másico que sale del volumen de control durante el intervalo de tiempo  $t=t_0+\delta t$ , no es necesariamente igual al que entra, por lo que la diferencia entre ambos es el gasto másico acumulado dentro del volumen de control y recibe el nombre de acumulación  $\delta m_a$ , lo cual ocurre cuando  $\delta m_{ent} > \delta m_{sal}$ , de lo contrario, la masa dentro del volumen de control se está vaciando. La cantidad de masa que para  $t=0$  era  $m_0$ , para el tiempo  $t_0+\delta t$ , será  $m_0 + \delta m_a$ . La masa se conserva debido a que [acumulación] = [gasto másico de entrada] – [gasto másico de salida].

$$(m_0 + \delta m_a) - (m_0) = \delta m_a = \delta m_{sal} - \delta m_{ent}, \quad (2-1)$$

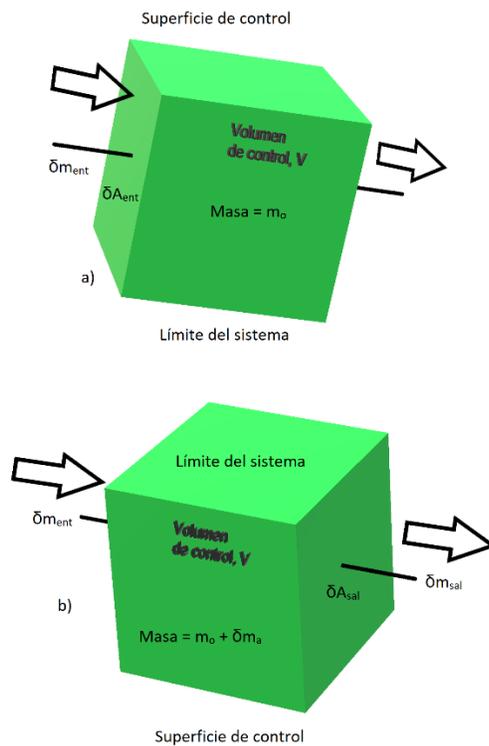


Fig. 2-1. a) Volumen de control para el tiempo  $t = 0$ . b) Volumen de control para el tiempo  $t = t_0 + \delta t$ .

Si la ecuación anterior se divide entre  $\delta t$  y pasando al límite cuando  $\delta t \rightarrow 0$ , se obtiene:

$$\frac{dm_a}{dt} = \frac{dm_{ent}}{dt} - \frac{dm_{sal}}{dt}, \quad (2-2)$$

Si se iguala cada término de la ecuación anterior a la ecuación anterior.

$$A(t) = F(t)dt - W(t)dt, \quad (2-3)$$

Donde  $\frac{dm_a}{dt} = A(t)$  es el término de acumulación en función del tiempo;  $\frac{dm_{ent}}{dt} = F(t)dt$ , es el término de gasto másico de entrada en función del tiempo y  $\frac{dm_{sal}}{dt} = W(t)dt$  es el término de gasto másico de salida en función del tiempo.

El estado estacionario en el volumen de control con respecto a la masa. Sucede cuando el gasto másico de entrada es igual al gasto másico de salida.

$$dm_{ent} = dm_{sal}, \quad (2-4)$$

Sustituyendo en la ecuación (3-3)

$$F(t)dt = W(t)dt, \quad (2-5)$$

Expresando los gastos másicos de entrada y salida anteriores en función de la velocidad del fluido  $\vec{v}$ , se tiene que la velocidad del fluido a través de la superficie de control es  $\rho\vec{v}dA$ .

$$\frac{dm_{sal}}{dt} = \rho_{sal}\vec{v}_{sal}dA_{sal}. \quad (2-6)$$

$$\frac{dm_{ent}}{dt} = \rho_{ent}\vec{v}_{ent}dA_{ent}. \quad (2-7)$$

Considerando que, el gasto másico de salida a través de la superficie de control de salida  $A_{sal}$  es positivo y el gasto másico de entrada a través de la superficie de control de entrada  $A_{ent}$ , la diferencia entre el gasto másico de salida y el gasto másico de entrada es igual a la velocidad de flujo de masa  $\rho\vec{v}$  a través de la superficie de control A y dicha velocidad de flujo es normal a la superficie de control A.

$$\frac{dm_{sal}}{dt} - \frac{dm_{ent}}{dt} = \int_A \rho\vec{v}dV. \quad (2-8)$$

La integral toma en cuenta toda la superficie de control A. La acumulación de masa dentro del volumen de control se puede escribir como una integral volumétrica de la masa acumulada dentro del volumen.

$$m_a = \int_V \rho dV. \quad (2-9)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2-2) y (2-9) en (2-8), se obtiene la ecuación de continuidad:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_A \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0, \quad (2-10)$$

La ecuación (2-10) físicamente representa:

Acumulación + (gasto másico de salida – gasto másico de entrada) = 0

Si se considera un volumen de control como un medio poroso, partiendo de la ecuación (2-10), se puede escribir el término de acumulación en función de la porosidad y la densidad del fluido, despejando el término del vector de velocidad del fluido, el cual representa la diferencia de gasto másico de salida – gasto másico de entrada.

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = - \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}. \quad (2-11)$$

donde:

$\vec{v}$  = Vector de velocidad de fluido.

$t$  = Tiempo.

$\phi$  = Porosidad.

$\rho$  = Densidad del fluido.

La ecuación de movimiento usada para flujo de fluidos en medios porosos homogéneos es conocida como la ecuación de Darcy. La ley de Darcy fue derivada empíricamente realizando experimentos de agua fluyendo a través de paquetes de arena, y funciona para flujo lamiar de fluidos en medios porosos. La ley de Darcy está dada (en forma vectorial) por:

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu}(\nabla p + \rho \vec{g}), \quad (2-12)$$

donde:

$\nabla p$  = Gradiente de presión

$k$  = Permeabilidad efectiva

$\mu$  = Viscosidad del fluido

$\vec{g}$  = Vector de gravedad

Si se sustituye las ecuaciones de continuidad y de Darcy (2-12) en (2-11), se obtiene:

$$\nabla \cdot \left[ \frac{\rho k}{\mu} (\nabla p + \rho \vec{g}) \right] = \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}, \quad (2-13)$$

Si se supone flujo horizontal, y las capas no buzán, el término de gravedad se puede despreciar, lo cual reduce la ecuación (2-13) a:

$$\nabla \cdot \left[ \frac{\rho k}{\mu} \nabla p \right] = \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}, \quad (2-14)$$

El operador nabla  $\nabla$  se define como:

$$\nabla \cdot a = \frac{\partial a}{\partial y} \nabla y, \quad (2-15)$$

Donde la presión se usará como la variable "y". Los términos  $\nabla \cdot \nabla a$ , están dados por:

### Flujo lineal

$$\nabla \cdot \nabla a = \nabla^2 a = \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial z^2},$$

### Flujo radial

$$\nabla \cdot \nabla a = \nabla^2 a = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 a}{\partial r} \left[ r \frac{\partial a}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 a}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial z^2},$$

El término nabra  $\nabla$  denota una geometría de flujo general. Posteriormente en este capítulo se usan los operadores apropiados para flujo radial.

La ecuación (2-14) es la forma fundamental de la ecuación de difusividad en términos de la densidad del fluido y representa el punto de inicio para desarrollarla en términos de presión, presión al cuadrado. En este punto, la ecuación de estado de compresibilidad no se ha incorporado en la ecuación de difusividad. La ecuación de difusividad se puede usar en términos de la densidad, pero no es práctico para aplicaciones de campo.

La ecuación (2-14) incluye de forma implícita la ecuación constitutiva, mediante el término de viscosidad en la ley de Darcy, ecuación (2-12). Se considera que todas las pruebas de presión se llevan a cabo bajo condiciones isotérmicas, por lo que se descarta la ecuación de conservación de energía.

Suponiendo que la permeabilidad,  $k$ , y la viscosidad del fluido,  $\mu$ , son constantes, la ecuación (2-14) se reduce a:

$$\nabla \cdot [\rho \nabla p] = \frac{\mu}{k} \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}, \quad (2-16)$$

En yacimientos naturalmente fracturados, la viscosidad permanece constante ya que está en función de la temperatura y se consideran procesos isotérmicos, pero cuando la presión decrementa a la presión de burbujeo y se comienza a liberar gas en solución, la viscosidad aumenta. En el caso de la permeabilidad, influye la expansión y compresibilidad de roca y fluidos.

### Derivación de la ecuación de Difusividad.

Expandiendo los términos del lado izquierdo de la ecuación (2-16), usando las reglas de productos vectoriales y reglas de doble derivación, tenemos:

$$(\nabla \cdot \rho) \nabla p + \rho \nabla \cdot \nabla p = \frac{\mu}{k} \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-17)$$

Usando regla de la cadena para términos vectoriales ( $\nabla$ ), el primer término del lado izquierdo de la ecuación (2-16), puede ser escrito de la siguiente forma:

$$(\nabla \cdot \rho) \nabla p = \frac{\partial \rho}{\partial p} \nabla p \nabla p = \frac{\partial \rho}{\partial p} (\nabla p)^2, \quad (2-18)$$

El segundo término en el lado izquierdo de la ecuación (2-17), puede ser reducido usando la definición del operador  $\nabla$ . Esto da como resultado:

$$\rho \nabla \cdot \nabla p = \rho \nabla^2 p, \quad (2-19)$$

$$\rho \nabla \cdot \nabla p = \rho \nabla^2 p, \quad (2-20)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2-18) y (2-17) en (2-16):

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} (\nabla p)^2 + \rho \nabla^2 p = \frac{\mu}{k} \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-21)$$

Aplicando la regla del producto al término  $\frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}$  en la ecuación anterior, se obtiene:

$$\frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} = \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial p},$$

Factorizando los términos  $\phi \rho$

$$\frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} = \phi \rho \left[ \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \right],$$

La definición de compresibilidad de un fluido está dada por:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}, \quad (2-22)$$

La definición de compresibilidad de volumen-poroso, está dada por:

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}, \quad (2-23)$$

Combinando la definición de compresibilidad con la expansión del término  $\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial p}$ , se obtiene:

$$\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} = \phi\rho[c + c_f], \quad (2-24)$$

La compresibilidad total está definida por  $c + c_f = c_t$ , y finalmente, el término anterior se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} = \phi\rho c_t, \quad (2-25)$$

Sustituyendo la ecuación (2-22) en (2-19), se obtiene:

$$\frac{\partial\rho}{\partial p} (\nabla p)^2 + \rho \nabla^2 p = \rho \frac{\mu\phi c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-26)$$

Dividiendo ambos lados de la ecuación entre la densidad del fluido  $\rho$ , se obtiene:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial\rho}{\partial p} (\nabla p)^2 + \nabla^2 p = \frac{\mu\phi c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t},$$

Aplicando la definición de compresibilidad en función de la densidad del fluido en el primer término de la ecuación, se obtiene:

$$c(\nabla p)^2 + \nabla^2 p = \frac{\mu\phi c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-27)$$

El término  $c(\nabla p)^2$  es no lineal, y como este término eleva al cuadrado el gradiente de presión (el cual es no lineal y la presión por si sola es no lineal) y multiplica este grupo por la compresibilidad del fluido (la cual es una función débil de la presión para líquidos sobre la presión de burbujeo).

Si se supone un fluido ligeramente compresible y constante (como se supone para la ecuación de estado para un fluido ligeramente compresible), el primer término de la ecuación (2-27),  $c(\nabla p)^2$ , se puede despreciar, dando como resultado la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 p = \frac{\mu \phi c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2-28)$$

La ecuación anterior es la forma general de difusión diferencial parcial y puede ser resuelta analíticamente para varias geometrías de flujo y condiciones de fronteras (todas asumen que el término de difusividad  $\frac{\mu \phi c_t}{k}$ , es constante).

### Ecuaciones de régimen de flujo estacionario en medios porosos.

En el régimen de flujo estacionario, la presión permanece constante con respecto al tiempo. Las soluciones de las ecuaciones de flujo bajo régimen estacionario pueden ser derivadas mediante la integración y evaluación de las variables de integración de las condiciones de frontera. A continuación, se presentan las ecuaciones de flujo estacionario y las ecuaciones de Darcy para distintas geometrías de flujo.

Las ecuaciones de flujo estacionario están basadas en las siguientes suposiciones:

1. Espesor del yacimiento uniforme, permeabilidad constante.
2. Fluido compresible.
3. El flujo a través de cualquier circunferencia es constante.

### Ecuación ideal para régimen flujo estacionario, geometría de flujo radial.

Si  $p_w$ , es la presión en el fondo del pozo a un gasto  $q_o$ , medido en barriles a condiciones de yacimiento, y en el yacimiento se mantiene una presión  $p_e$  o presión promedio del yacimiento al exterior del radio de drene  $r_e$ . Siendo la presión a cualquier radio dentro del radio de drene  $p$  y  $r$ . Entonces a este radio de observación  $r$ , se tiene la siguiente igualdad:

$$v = \frac{q_o}{A} = \frac{q_o}{2\pi r} = -1.127 \frac{k dp}{\mu dr} \quad (2-29)$$

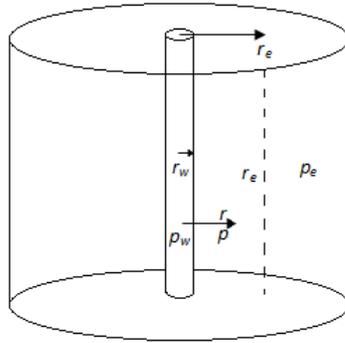


Fig. 2-2. Pozo intersectando un yacimiento que presenta geometría de flujo radial.

La variable de gasto  $q_o$  es positiva y en dirección del radio  $r$ . Separando variables en términos del radio y la presión, e integrando entre los radios  $r_1$  y  $r_2$ , a dos presiones correspondientes  $p_1$  y  $p_2$ :

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{q_o dr}{2\pi r} = - \int_{p_1}^{p_2} 1.127 \frac{k}{\mu} dp, \quad (2-30)$$

El signo negativo se debe a que cuando  $p_2 > p_1$ , se considera que el flujo es negativo en la dirección en la que aumenta el radio  $r$ , es decir del yacimiento hacia el pozo debido a que el flujo de fluidos va del punto de mayor presión hacia el de menor presión y  $r$  en la cara del pozo es cero y aumenta hacia la dirección de la formación. El gasto  $q_o$  se expresa a condiciones de superficie (c.s.) en lugar de condiciones de yacimiento.

Tomando en cuenta lo anterior, se considera el valor absoluto del gasto, quedando la ecuación (2-3) de la siguiente forma:

$$q_o = - \frac{0.00708kh(p_2 - p_1)}{\mu B_o \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}, \quad (2-31)$$

donde:

$q_o$  = Gasto del pozo (bpd).

$k$  = Permeabilidad (mD).

$p_1$  = Presión (psi)

$B_o$  = c.y./c.s.

$h$  = Espesor total (ft)

$r_2$  = Radio de investigación

$r_1$  = Radio del pozo

Los radios de interés son el radio del pozo  $r_w$  y el radio de drene  $r_e$ , sustituyéndolos en la ecuación (2-29) queda:

$$q_o = \frac{0.00708kh(p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}, \quad (2-32)$$

$q_o$  = gasto de aceite (stb/dia)

$k$  = permeabilidad sin daño, mD

$h$  = espesor de la formación, ft

$p_e$  = presión en el radio de drene, psi, o presión promedio  $p = \bar{p}$  o presión inicial a  $r = r_e$ .

$r_e$  = radio externo o radio de drene, ft, se calcula del espaciamiento de pozos

$r_w$  = radio del pozo, ft

$\mu_o$  = Viscosidad del aceite, cp

$B_o$  = Factor de volumen del aceite, c.y./c.s.

Ecuación (2-33) para geometría de flujo lineal.

$$q_o = \frac{0.001127kA(p_1 - p_2)}{\mu_o B_o L}. \quad (2-33)$$

Para calcular la permeabilidad sin daño alrededor del pozo, se agrega la caída de presión debida al daño  $(\Delta p)_{skin}$  como término negativo en la ecuación (2-32):

$$q_o = \frac{0.00708k_{sd}h(pe - p_{wf} - \Delta p_{skin})}{\mu_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}, \quad (2-34)$$

donde:

$k_{sd}$  = Permeabilidad sin daño (mD).

### Ecuaciones de flujo pseudo-estacionario.

Cuando se produce un pozo a gasto constante durante el tiempo suficiente para que la onda de abatimiento de presión alcance todas las fronteras, el cambio de presión sobre el tiempo es constante a cualquier radio. Este cambio de presión constante da como resultado distribuciones de presión y cambios de gasto, paralelas para cualquier radio y tiempo. Estas condiciones dan como resultado el régimen de flujo pseudo estacionario y la mayor parte de los yacimientos producen bajo este régimen la mayor parte de su vida productiva.

El problema de flujo pseudo estacionario se resuelve de la siguiente forma:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)_{pseudo} = \frac{5.61q_o}{\phi c_t V_b}, \quad (2-35)$$

$V_b$  es igual al volumen de poro (volumen bulk) del yacimiento en pies cúbicos y es igual a  $\pi r_e^2 h$ , sustituyendo en (2-33):

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)_{pseudo} = \frac{1.7866 q_o}{\phi h c_t r_e^2}, \quad (2-36)$$

Las ecuaciones (2-37) - (2-38b), son ecuaciones de flujo para flujo pseudo-estacionario en pozos localizados centralmente en el plano de drenaje areal. Las ecuaciones están basadas en la presión de límite de radio de drenaje  $p_e$  o presión promedio del yacimiento  $\bar{p}$ . En general, la presión del yacimiento se estima realizando una prueba de presión tipo DST, o presión de incremento de presión. Estos métodos estiman la presión promedio del yacimiento  $\bar{p}$ . La siguiente ecuación se aplica cuando existe régimen de flujo pseudo estacionario:

$$p - p_{wf} = \frac{141.2q_o\mu_o B_o}{kh} \left( \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) - \frac{r^2}{2r_e^2} \right), \quad (2-37)$$

La siguiente ecuación, es una ecuación pseudo-estacionaria escrita en términos de  $p = p_e$  al radio  $r = r_e$ .

$$p - p_{wf} = \frac{141.2q_o\mu_o B_o}{kh} \left( \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) - 0.5 \right). \quad (2-38)$$

La siguiente ecuación (2-37a) está en términos de la presión promedio del yacimiento para un área circular de drenaje:

$$p - p_{wf} = \frac{141.2q_o\mu_oB_o}{kh} \left( \ln \left( \frac{r}{r_w} \right) - 0.75 \right), \quad (2-38a)$$

Se puede tomar en cuenta el factor de daño "skin", cambiando el término de radio de pozo, incluyendo el factor de daño "skin".

$$p - p_{wf} = \frac{141.2q_o\mu_o\beta_o}{kh} \left( \ln \left( \frac{r}{r'_w} \right) - 0.75 \right). \quad (2-38b)$$

Donde:

$$r'_w = r_w e^{-s}$$

- Pozo con daño,  $s > 0$ .
- Pozo estimulado,  $s < 0$ .

### **Ecuaciones de régimen de flujo transitorio.**

El régimen de flujo transitorio ocurre cuando la presión o gasto son variables en función del tiempo. Entre mayor sea la compresibilidad del fluido en el yacimiento, será mayor la duración del régimen de flujo transitorio. Se usa la ecuación de difusividad para estudiar el flujo de fluidos en medios porosos. Las ecuaciones usadas para describir flujo transitorio se derivan de la ecuación de difusividad hidráulica.

### **Ecuación de difusividad radial.**

La ecuación diferencial se deriva en forma radial para simular el flujo de fluidos en la vecindad del pozo. Las soluciones analíticas de la ecuación entonces se pueden obtener bajo varias condiciones de frontera e iniciales. Se hacen las siguientes suposiciones para desarrollar la ecuación de difusividad:

1. El flujo es radial.
2. Se aplica la ley de Darcy.
3. Medio poroso homogéneo e isotrópico de espesor uniforme.
4. Propiedades de la roca y de los fluidos son independientes de la presión.

5. Los gradientes de presión son pequeños.
6. La viscosidad y compresibilidad del fluido son constantes.
7. El flujo de fluidos de una sola fase de baja compresibilidad y la saturación de fluidos en el sistema es constante.
8. Flujo laminar e isotérmico.
9. Se desprecian fuerzas gravitacionales.
10. Permeabilidad y porosidad constantes en tiempo y espacio.

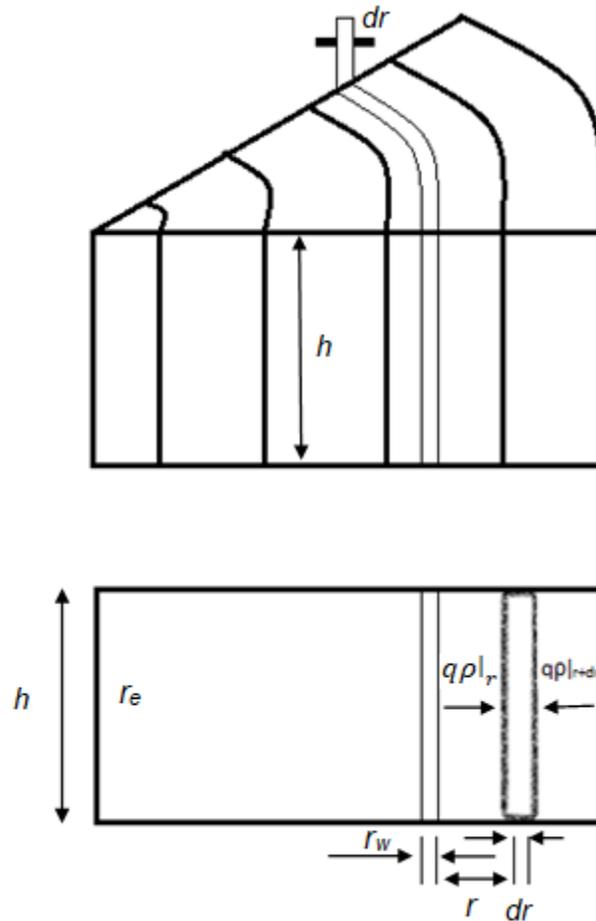


Fig. 2-3. Flujo radial en la vecindad de un pozo productor. Amanat U. Chaudhry. 2004.

Se considera flujo a través de un volumen de control (**Fig. 2-3**) con un espesor  $dr$ , situado a una distancia  $r$  desde el centro de la celda radial, representando el pozo, con un espesor  $r_w$ . Aplicando el principio de conservación de masa, Masa que entra – Masa que sale = tasa de cambio másico en el volumen de control. Entrada = Salida.

$$q\rho|_{r+dr} - q\rho|_r = 2\pi rh\phi dr \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2-39)$$

El término  $2\pi rh\phi$  es el volumen poroso del volumen de control de espesor  $dr$ . El lado izquierdo de la ecuación se puede expresar de la siguiente forma agregando el gasto másico sobre el volumen de control:

$$q\rho|_{r+dr} + \frac{\partial(q\rho)}{\partial t} dr - q\rho|_r = 2\pi rh\phi dr \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-40)$$

Dado que los términos del lado izquierdo de la ecuación (2-38) representan el gasto másico en el volumen de control, la ecuación (2-39) se simplifica de la siguiente forma:

$$\frac{\partial(q\rho)}{\partial t} = 2\pi rh\phi \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-41)$$

Aplicando la ley de Darcy para flujo radial horizontal, es posible sustituir en la ecuación (2-12) el gasto  $q$ :

$$q = \frac{2\pi krh}{\mu} \rho \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (2-42)$$

Sustituyendo:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{2\pi krh}{\mu} \rho \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 2\pi rh\phi \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-43)$$

Reordenando términos:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{kr}{\mu} \rho \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-44)$$

La derivada de la densidad en función del tiempo se puede expresar en términos de una derivada de la presión en función del tiempo mediante el uso de la compresibilidad isotérmica.

$$c = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p}. \quad (2-45)$$

Y la definición de la densidad es:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (2-46)$$

La compresibilidad se puede expresar como:

$$c = -\frac{\rho}{m} \frac{\partial \left(\frac{m}{\rho}\right)}{\partial \rho} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}. \quad (2-47)$$

Diferenciando la ecuación anterior en función del tiempo:

$$c\rho \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2-48)$$

Sustituyendo la ecuación 2-44 en la ecuación 2-48 se tiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{k\rho}{\mu} r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi c\rho \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-49)$$

La ecuación anterior es no lineal, dado que los coeficientes en ambos lados son funciones de una variable dependiente, la presión. Se requiere que la ecuación esté en forma lineal para obtener soluciones analíticas. Se puede reducir a la forma radial. Para flujo radial hacia un pozo en un yacimiento circular, combinando

1. La ley de conservación de masa
2. La ley de Darcy para flujo isotérmico de fluidos ligeramente compresibles y de compresibilidad constante,
3. La ecuación de estado.

La ecuación 2-49 da como resultado:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{0.00264k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-50)$$

La anterior es la Ecuación de difusividad radial, el término  $0.000264k/\phi\mu c_t$  es el de difusividad hidráulica. Las soluciones analíticas de esta ecuación se obtienen bajo varias condiciones de frontera e iniciales.

La ecuación (2-50) puede ser expresada en términos de coordenadas lineares, cilíndricas o esféricas.

$$\nabla^2 p = \frac{\phi\mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2-51)$$

Donde  $\nabla^2 p$  es el Laplaciano de  $p$ .

### Geometría de flujo lineal.

Las líneas de flujo son paralelas, y el área de control es ortogonal, se representa por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu c_t}{0.000264k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2-52)$$

El flujo lineal ocurre en algunos yacimientos con fracturas verticales largas, altamente conductivas. Considérese un caso de flujo lineal (en la dirección  $x$ ) de un fluido ligeramente compresible en un yacimiento infinito, homogéneo, inicialmente a presión uniforme,  $p_i$ . El fluido es producido a gasto constante  $qB_o$  sobre un área  $A_f$  (ft<sup>2</sup>). Si el área  $A_f$  representa una fractura vertical con dos lados iguales, de longitud igual  $L_f$  (ft) y altura  $h$  (ft),  $A_f=4hL_f$ , con flujo entrando por cada uno de los lados verticales, **figura 2-4**. Este caso se modela con la ecuación de difusividad en la forma de la ecuación (2-52). Para las condiciones establecidas, la solución para esta ecuación a  $x = 0$  es:

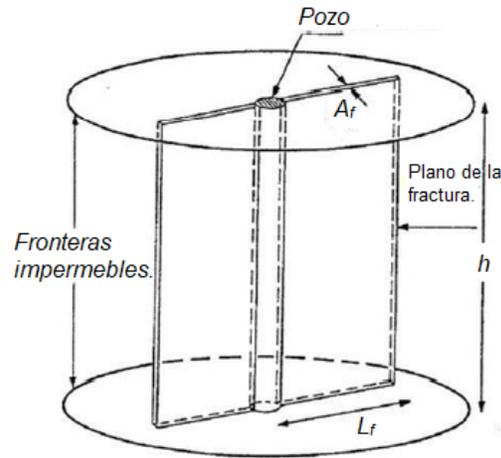


Fig. 2-4. Fractura vertical intersectada por un pozo vertical. Cinco-Ley, Pulido (2011).

$$p_i - p_{wf} = 16.26 \frac{qB_o}{A_f} \left( \frac{\mu t}{k\phi c_t} \right)^{0.5}, \quad (2-53)$$

Para flujo lineal dentro de una fractura vertical,  $A_f = 4hL_f$ :

$$p_i - p_{wf} = 16.26 \frac{qB_o}{4hL_f} \left( \frac{\mu t}{k\phi c_t} \right)^{0.5}, \quad (2-54)$$

### Flujo Radial-Cilíndrico.

Para flujo radial, la ecuación correspondiente es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c}{0.000264k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-55)$$

La ecuación (2-55) es una ecuación de difusividad. Las soluciones analíticas para la ecuación (2-55) son conocidas para varias condiciones de frontera; estas soluciones son usadas para la mayor parte de las pruebas de presión en pozos. La ecuación (2-55) está basada en las siguientes suposiciones:

1. -El flujo de fluido de una sola fase es ligeramente compresible y constante.
2. - $k$  es constante y la misma en todas las direcciones (isotrópica).
3. - $\phi$  es constante, y
4. -Los gradientes de presión son pequeños

**Flujo Radial-Esférico.**

Para flujo radial-esférico, la ecuación correspondiente es:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c}{0.000264k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2-56)$$

**Soluciones adimensionales de presión.**

La ecuación (2-56) se puede presentar de la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (2-57)$$

$$p_D = \frac{Kh[P_i - P(r, t)]}{141.2qB\mu}, \quad (2-58)$$

Donde:

$$t_D = \frac{0.000264Kt}{\phi \mu c_t r_w^2}, \quad (2-59)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad (2-60)$$

La razón para usar variables adimensionales tiene como propósito simplificar el proceso de generalizar las soluciones a la ecuación de flujo. Las cantidades físicas son directamente proporcionales a las variables adimensionales de las ecuaciones (2-58 a 2-60).

**Solución adimensional de un yacimiento infinito.**

Se consideran las suposiciones de la solución de la ecuación (2-56) y adicionalmente:

1. -El pozo penetra completamente el yacimiento productor, y tiene un radio infinitesimalmente pequeño,  $r \rightarrow 0$ .
2. El yacimiento tiene un espesor uniforme y de extensión radial infinita.

3. Gasto de flujo constante en el pozo.
4. El yacimiento está originalmente a presión constante y uniforme;  $p_i$ .

**Condiciones iniciales.**

$t_D = 0$  para todos los  $r_D$ :

$$P_D(r_D, t_D) = 0$$

La ecuación anterior establece que, la presión es uniforme en el yacimiento e igual a la presión inicial del yacimiento  $P_i$ .

Flujo a gasto constante en el pozo, para  $t_D > 0$ :

$$\lim_{r_D \rightarrow 0} \left[ r_D \left( \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) \right] = -1, \quad (2-61)$$

La ecuación anterior es la condición de frontera interna para gasto constante en el pozo.

Frontera exterior del yacimiento infinita,  $r_D \rightarrow \infty$  para todos los  $t_D$ :

$$p_D(r_D, t_D) = 0$$

La condición de frontera anterior establece que la presión en la frontera externa no está afectada por la presión transitoria inducida en el pozo.

Con estas condiciones de frontera y aplicando la transformada de Boltzman, la ecuación (2-56) se puede solucionar analíticamente obteniendo la siguiente ecuación:

$$p_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} E_i \left( -\frac{r_D^2}{4t_D} \right), \quad (2-62)$$

La anterior ecuación es la solución exponencial integral.

La ecuación 2-61 se puede aproximar de la siguiente forma:

$$p_D(r_D, t_D) \approx \frac{1}{2} \left[ \ln \left( \frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0.80907 \right], \quad (2-63)$$

Para  $t_D/r_D^2 > 100$

### Solución para yacimiento cilíndrico finito.

Partiendo de la ecuación (2-50), que es la ecuación de difusividad radial alrededor de un pozo en un yacimiento cilíndrico. Se considera que la compresibilidad  $c$ , es pequeña e independiente de la presión, permeabilidad  $k$ , constante e isotrópica, viscosidad  $\mu$ , es independiente de la presión, porosidad constante  $\phi$  y se considera que los términos cuadráticos de la presión son despreciables.

Una solución de la ecuación (2-50) es la de yacimiento cilíndrico finito, la cual requiere especificar dos condiciones de frontera y una condición inicial. Se puede obtener una solución si se supone que:

1. El pozo produce a gasto constante  $qB_o$  ( $q$  se refiere a gasto en STB/D a condiciones de superficie, y  $B_o$ , es el factor de volumen de la formación en Barriles a condiciones de yacimiento sobre barriles a condiciones estándar).
2. El pozo, con radio  $r_w$ , está centrado en un yacimiento cilíndrico de radio  $r_e$ , y que no hay flujo a través de esta frontera externa.
3. Antes de que la producción inicie, el yacimiento está a presión uniforme,  $p_i$ .

La solución más útil relaciona presión de fondo fluyendo,  $p_{wf}$ , en la cara del pozo con el tiempo y con las propiedades de la roca y de fluidos.

#### Condiciones iniciales:

$t = 0$  y  $p = p_i$  para cualquier  $r$ .

#### Condiciones de frontera:

Para  $r = r_e$ ,  $q = 0$ , para  $t > 0$ , o  $\frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r_e} = 0$

Para  $r = r_w$ ,

$$q = \frac{-0.001127(2\pi r_w h) k \frac{\partial p}{\partial r}}{B_o \mu} \text{ para } t > 0 \quad (2-64)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r_w} = - \frac{q B_o \mu}{0.00708 k h r_w}$$

O en variables adimensionales:

$$p_D = 0 \text{ para todo } r_D \text{ a } t_D = 0, \left. \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right|_{r_D = r_e / r_w = r_{De}} = 0 \text{ para } t_D > 0,$$

$$\left. \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right|_{r_D} = 1$$

para

$$t_D > 0$$

### **Yacimientos de doble porosidad. Warren & Root (1963).**

Los dos tipos de porosidades que se consideran al modelar yacimientos naturalmente fracturados pueden ser descritos de la siguiente forma:

- a) Porosidad primaria: Es intragranular y controlada por deposición y litificación. Está altamente interconectada y usualmente puede ser correlacionada con la permeabilidad debido a que es altamente dependiente de la geometría, distribución de tamaño y distribución espacial de los granos. Los sistemas porosos de arenas, areniscas y calizas oolíticas son comúnmente de este tipo.
- b) Porosidad secundaria: Es foramenular (de pequeña apertura) y está controlada por el fracturamiento, fracturas adjuntas formadas por sedimentos en solución en el agua que circula, y se pueden modificar por incrustaciones que se precipitan. No están altamente interconectadas y usualmente no pueden ser correlacionadas con la permeabilidad. Canales formados por soluciones o porosidad vugular formada durante la formación de cuencas debido a depositación de sedimentos y erosión de las rocas formadas por flujo de agua durante la diagénesis.

Las fracturas que ocurren de forma extensiva y la formación de sistemas de fracturas compuestas de esquisto, limolita, calizas, dolomitas; son generalmente verticales y son comúnmente consecuencia de fracturamientos debidos a esfuerzos en las rocas durante la deformación mecánica. La permeabilidad asociada a este tipo de sistemas porosos es a menudo anisotrópica.

Debido a la presencia de dos tipos distintos de medio poroso en los yacimientos naturalmente fracturados, la suposición de comportamiento homogéneo en un medio isotrópico no es válida en este caso. Los bloques de matriz y fracturas constituyen los dos tipos distintos de medios porosos en yacimientos naturalmente fracturados, debido a que cada una cuenta con sus propias características de conductividad y almacenamiento. Comúnmente, estos yacimientos son llamados yacimientos de doble porosidad. En la **figura 2-5**, se puede observar la ilustración de un yacimiento naturalmente fracturado, compuesto por una roca matriz rodeada por un sistema irregular de vóculos y fracturas naturales (Modelo propuesto por Warren y Root 1963).

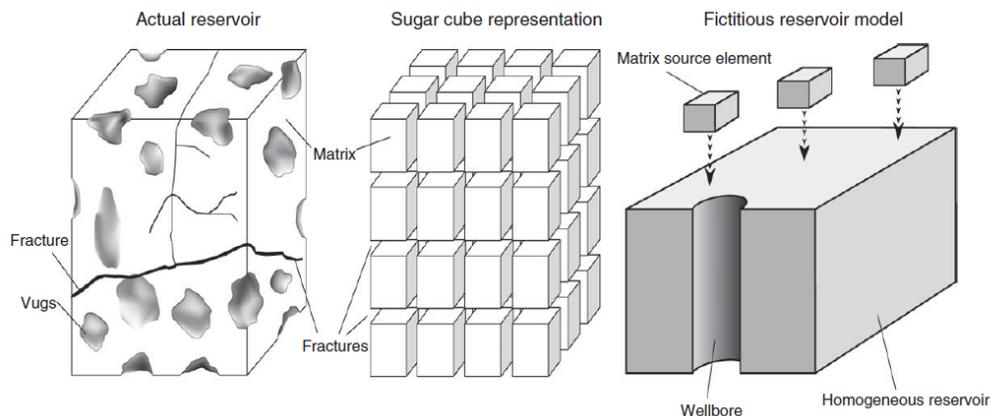


Fig. 2-5. -Modelo de doble porosidad: a) Real. b) Idealizado.  
(Warren y Root 1963).

Existen muchos modelos matemáticos propuestos que representan el comportamiento de presión en yacimientos naturalmente fracturados. Dichos modelos difieren conceptualmente solo en las suposiciones hechas para describir el flujo de fluidos en la matriz y la geometría de fracturas, tamaño de bloques de matriz, tamaño y forma. La mayoría de los modelos de doble porosidad, suponen que el flujo de fluidos del sistema naturalmente fracturado se produce de los bloques de matriz, hacia la fractura y después al pozo a través de una fractura que interseca al pozo productor. Es decir, que la matriz no produce directamente hacia el pozo. Los modelos suponen que la matriz tiene baja permeabilidad, pero gran capacidad de almacenamiento relativo al sistema de fracturas naturales; mientras que las fracturas tienen alta permeabilidad, pero baja capacidad de almacenamiento relativa al sistema de fracturas naturales.

Warren y Root (1963) introdujeron los parámetros de doble porosidad, los cuales se usan para describir a los yacimientos naturalmente fracturados.

El flujo interporoso es el intercambio de fluidos entre los dos medios de matriz y fractura, constituyendo un sistema de doble porosidad. Warren y Root (1963) definieron el coeficiente de flujo interporoso,  $\lambda$ , como:

$$\lambda = \alpha r_w^2 \frac{k_m}{k_f}, \quad (2-65)$$

Donde  $k_m$  es la permeabilidad de la matriz,  $k_f$  es la permeabilidad de las fracturas naturales y  $\alpha$  es el parámetro característico de la geometría del sistema.

El coeficiente de flujo interporoso es una relación entre las permeabilidades de matriz y fractura que nos indica la facilidad con la que los fluidos fluyen de un sistema de matriz a la red de fracturas. El parámetro  $\alpha$  está definido por:

$$\alpha = \frac{4n(n+2)}{L^2}, \quad (2-66)$$

Donde  $L$  es una dimensión característica de un bloque de matriz y  $n$  es el número de fracturas normales a los planos de los bloques de matriz ( $n = 1, 2, 3$ ). Por ejemplo,  $n = 3$  en modelo cúbico de yacimiento idealizado de la **figura 2-3**.

$$\begin{aligned} L &= a && \text{para } n = 1 \\ L &= 2ab/(a+b) && \text{para } n = 2 \\ L &= 3abc/(ab + bc + ca) && \text{para } n = 3 \end{aligned}$$

En 1960 Barenblatt et. al. establecieron el concepto de flujo interporoso  $\lambda$ , es decir, flujo de fluidos entre bloques de matriz y fracturas, en régimen de flujo pseudo-estacionario (tiempos largos):

$$q_m = \frac{\lambda}{\mu} k_m (P_m - P_f), \quad (2-67)$$

La relación de almacenamiento,  $\omega$  está definida por:

$$\omega = \frac{(\phi V c_t)}{(\phi V c_t)_{f+m}} = \frac{(\phi V c_t)_f}{(\phi V c_t)_f + (\phi V c_t)_m}, \quad (2-68)$$

Donde  $V$ , es la relación del volumen total de un medio al volumen bulk del sistema total y  $\phi$  es la relación del volumen de poro del medio sobre el volumen total de ese medio. Los subíndices  $f$  y  $f+m$  se refieren al sistema y al sistema total (fractura más matriz), respectivamente. La relación de almacenamiento es una variable que indica la capacidad de almacenamiento de las fracturas sobre el sistema total del yacimiento de fracturas y matriz.

Se han desarrollado muchos modelos para yacimientos naturalmente fracturados. Dos modelos comunes son el de flujo pseudo estacionario y el de flujo transitorio. El flujo pseudo estacionario fue supuesto por Warren y Root (1963) y Barenblatt et al. (1960), otros modelos como el de Swaan (1976), supusieron flujo transitorio en la matriz. La permeabilidad en la matriz es mucho menor que la de las fracturas, por lo tanto, debe transcurrir mucho tiempo para alcanzar el flujo pseudo estacionario ( $tp >> 1$ ) y el flujo transitorio de la matriz dominaría el régimen.

**Modelo matemático de yacimiento naturalmente fracturado transitorio, con tamaño de bloque variable. Cinco-Ley, F. Samaniego, Kucuk, 1985.**

Si se considera un yacimiento naturalmente fracturado compuesto por bloques de matriz de tamaño variable y distribuidos uniformemente a través del yacimiento. Siendo  $f(h_{ma})$  la función de frecuencia para bloques de matriz de tamaño  $h_{ma}$  de tal forma que:

$$\int_{h_{min}}^{h_{max}} f(h_{ma}) dh_{ma} = 1, \quad (2-69)$$

O en forma discretizada:

$$\sum_{i=1}^{NB} f_i(h_{mai}) = 1, \quad (2-70)$$

donde  $NB$  es el numero total de bloques de matriz.

La función  $f_i$  representa el volumen de poro dentro de los bloques de matriz de tamaño  $h_{mai}$  expresado como una fracción del volumen de poro total de la matriz en el yacimiento.

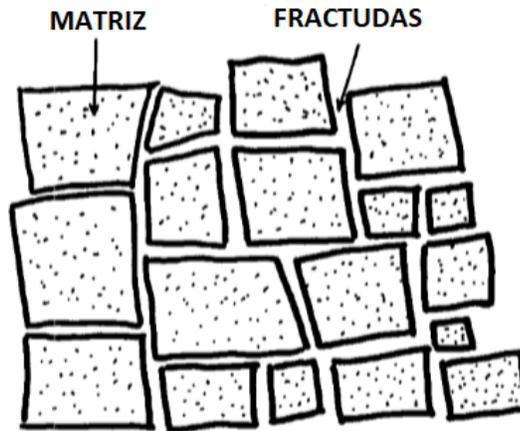


Fig. 2-6. Yacimiento naturalmente fracturado de tamaño de bloque variable. Cinco-Ley, Samaniego, Kucuk, 1985.

El modelo estudiado se muestra en la **figura 2-6**, donde la red de fracturas tiene una permeabilidad equivalente  $k_{fb}$ , una compresibilidad total  $c_{tf}$  y porosidad  $\phi_{fb}$ . El subíndice  $b$  indica que los parámetros del yacimiento se definen usando el volumen bulk (matriz y fracturas). Los bloques de matriz tienen una permeabilidad  $k_{ma}$ , porosidad  $\phi_{ma}$  y una compresibilidad  $c_{tma}$ . Estos parámetros son las propiedades intrínsecas definidas mediante el uso de volumen de matriz.

Un parámetro usado que está directamente relacionado con cálculos de tasa de imbibición es el área de fractura por unidad de volumen de roca  $A_{fb}$  (o por unidad de volumen de matriz  $A_{fma}$ ), esto es, el área de interacción entre fracturas y matriz por unidad de volumen de roca.

Bloques de matriz en forma de locetas.

$$A_{fb} = \frac{2}{h_{ma} + h_f} = \frac{2}{h_{ma}} \frac{V_{ma}}{V_b} \quad (2-71)$$

$$A_{fma} = \frac{2}{h_{ma}} \quad (2-72)$$

Bloques de matriz en forma de cubos.

$$A_{fb} = \frac{6h_{ma}^2}{(h_{ma} + h_f)^3} \quad (2-73)$$

$$A_{fma} = \frac{6}{h_{ma}} \quad (2-74)$$

tanto  $h_{ma}$  como  $h_f$  se definen en la **Fig. 2-7**. además  $V_b$  y  $V_{ma}$  son el volumen bulk y el volumen de matriz respectivamente.

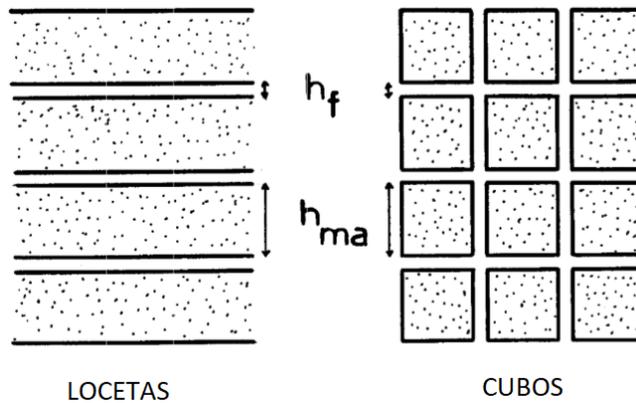


Fig. 2-7. Representación de un yacimiento naturalmente fracturado. Cinco-Ley, Samaniego, Kucuk, 1985.

Para un yacimiento con bloques de tamaño múltiple  $A_{fb}$  y  $A_{fma}$ , se define como:

$$A_{fb} = \int_{h_{min}}^{h_{max}} f(h_{ma}) A_{fb}(h_{ma}, h_f) dh_{ma}, \quad (2-75)$$

$$A_{fma} = \int_{h_{min}}^{h_{max}} f(h_{ma}) A_{fma}(h_{ma}) dh_{ma}, \quad (2-76)$$

las cuales en forma discretizada son:

$$A_{fb} = \sum_{i=1}^{NB} f_i A_{fbi}, \quad (2-77)$$

$$A_{fma} = \sum_{i=1}^{NB} f_i A_{fmai} \quad (2-78)$$

En este modelo se supondrá que los bloques de matriz tienen forma de locetas.

Se supone que el flujo en el yacimiento ocurre bajo las siguientes condiciones:

- El fluido fluye hacia el pozo solamente a través de la red de fracturas.
- El flujo en las fracturas obedece a la ley de Darcy.
- Los gradientes de presión son pequeños a través del yacimiento.
- Los efectos gravitatorios son despreciables.
- La red de fracturas se comporta como homogénea y como un medio poroso isotrópico.

El fenómeno de flujo transitorio es descrito en coordenadas cilíndricas para flujo radial en términos de variables adimensionales por:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left( r_D \frac{\partial p_{fD}}{\partial r_D} \right) \\ & - 8(1 - \omega) \sum_{i=1}^{NB} f_i \eta_{maDi} \int_0^{t_D} \frac{\partial p_{fD}(\tau)}{\partial \tau} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-(2n+1)^2 \pi^2 \eta_{maDi} (t_D - \tau)} d\tau \\ & = \omega \frac{\partial p_{fD}}{\partial t_D}, \end{aligned} \quad (2-79)$$

Donde los parámetros adimensionales están definidos como sigue:

Radio adimensional.

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (2-80)$$

Caída de presión adimensional.

$$p_{fD} = \frac{k_{fb} h \Delta p_f}{q B \mu} \quad (2-81)$$

Tiempo adimensional.

$$t_D = \frac{\beta k_{fb} t}{(\phi c_t)_t \mu r_w^2}. \quad (2-82)$$

Coefficiente de almacenamiento en fracturas:

$$\omega = \frac{\phi_{fb} c_{tf}}{(\phi c_t)_t}, \quad (2-83)$$

Difusividad hidráulica adimensional de la matriz.

$$\eta_{maDi} = \frac{k_{ma} (\phi c_t)_t r_w^2}{k_{fb} (\phi c_t)_{ma} h_{mai}^2}. \quad (2-84)$$

De acuerdo con estas ecuaciones las características de tamaño de bloque múltiple del yacimiento, son dependientes de las funciones  $f_i$  y  $\eta_{maDi}$ , este último parámetro considera el tamaño de bloque de matriz. Se requieren valores para las funciones  $f_i$  y  $\eta_{maDi}$ , para los distintos tamaños de bloque para que el problema sea completamente definido.

Los parámetros  $t_d$ ,  $\omega$ , y  $\eta_{maDi}$ , son definidos usando  $(\phi c_t)_t$ , el cual está dado por:

$$(\phi c_t)_t = \phi_{fb} c_{tf} + \phi_{mab} c_{tma}, \quad (2-85)$$

Las constantes  $\alpha$  y  $\beta$  sirven para hacer conversión de unidades.

### Soluciones de presión para el modelo de flujo.

El comportamiento de presión causado por un pozo produciendo a gasto constante en un yacimiento naturalmente fracturado con tamaños de bloque múltiple está dado por:

$$\begin{aligned} \overline{p_{fD}}(r_D, t_D) &= \frac{1}{s^{3/2}[\omega + (1 - \omega)g(f_i, \eta_{maDi}, s)]^{1/2}} \\ &= \frac{K_0 \left( r_D s^{1/2} [\omega + (1 - \omega)g(f_i, \eta_{maDi}, s)]^{1/2} \right)}{K_1 \left( s^{1/2} [\omega + (1 - \omega)g(f_i, \eta_{maDi}, s)]^{1/2} \right)}, \end{aligned} \quad (2-86)$$

donde:

$$\begin{aligned} g(f_i, \eta_{maDi}, s) &= 2 \sum_{i=1}^{NB} f_i \sqrt{\frac{\eta_{maDi}}{s}} \tanh \sqrt{\frac{s}{2(\eta_{maDi})}}, \end{aligned} \quad (2-87)$$

### Comportamiento a tiempos cortos.

A valores muy cortos de  $t_D$ , las contribuciones de los bloques de matriz son despreciables y el fluido es producido debido a la expansión del fluido en la red de fracturas. Bajo estas condiciones  $s \rightarrow \infty$ ; la función  $g(f_i, \eta_{maDi}, s)$  es igual a 0 y la respuesta de presión adimensional en el espacio de Laplace se convierte en:

$$\overline{p_{fD}} = \frac{K_0 [r_D s^{1/2} \omega^{1/2}]}{s^{3/2} \omega K_1 [s^{1/2} \omega^{1/2}]}, \quad (2-88)$$

esta ecuación es similar a la solución radial en un yacimiento homogéneo; es decir, si se consideran valores grandes de  $r_D$ , la transformada inversa de Laplace de la ecuación (2-88) es la solución de línea fuente:

$$p_{fD}(r_D, \omega, t_D) = \frac{1}{2} E_1 \left[ \frac{r_D^2}{4 \left( \frac{t_D}{\omega} \right)} \right], \quad (2-89)$$

La caída de presión en el pozo para valores prácticos de  $t_D$  es:

$$p_{wD}(\omega, t_D) = \frac{1}{2} \left[ \ln \left( \frac{t_D}{\omega} \right) + 0.80907 \right], \quad (2-90)$$

la ecuación anterior describe el comportamiento de una línea semi-logarítmica. Las ecuaciones 2-89 y 2-90 describen el comportamiento de presión del periodo de flujo dominado por la red de fracturas.

### Comportamiento de presión a tiempos largos.

Para valores largos de tiempo durante una prueba de decremento a gasto constante, la expansión total del sistema (fracturas+matriz) contribuye a la producción de fluidos y el flujo en bloques de matriz alcanza una condición similar a la de régimen pseudo estacionario. Bajo esta condición, la función  $g$  se vuelve unitaria y la ecuación 2-86 se simplifica, obteniendo:

$$\overline{p}_{fD}(r_D, s) = \frac{K_0 \left[ r_D s^{\frac{1}{2}} \right]}{s^{\frac{3}{2}} K_1 \left( \frac{1}{s^2} \right)}, \quad (2-91)$$

la transformada inversa de Laplace de la ecuación anterior es la solución para flujo radial en un yacimiento homogéneo infinito para el cual, valores grandes de  $rD$ , produce la solución de línea fuente:

$$p_{fD}(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_1 \left( \frac{r_D}{4t_D} \right), \quad (2-92)$$

Para valores prácticos de tiempo, la presión en el pozo está dada por:

$$p_{wD} = \frac{1}{2} [\ln t_D + 0.80907], \quad (2-93)$$

la ecuación anterior es el comportamiento de presión rectilíneo en una gráfica semi-logarítmica. Las ecuaciones 2-93 y 2-95 son similares, a excepción del parámetro  $\omega$ .

### Comportamiento de presión a tiempos intermedios.

A tiempos intermedios durante la prueba de presión de decremento a gasto constante, tomando en cuenta que el valor de  $\omega$  es pequeño, el comportamiento de presión está dominado por flujo lineal en los bloques de matriz. Bajo estas circunstancias, la función  $g$  está dada por:

$$g(f_i, \eta_{maDi}, s) = 2 \sum_{i=1}^{NB} f_i \left( \sqrt{\frac{\eta_{maDi}}{s}} \right), \quad (2-94)$$

la transformada de Laplace para tiempos de interés y  $rD=1$  (pozo) para la ecuación (2-86), es:

$$p_{wD} = \frac{1}{4} \ln t_D - \frac{1}{2} \ln \left( 2 \sum_{i=1}^{NB} f_i \sqrt{\eta_{maDi}} \right) + 0.2602, \quad (2-95)$$

la ecuación anterior muestra que hay un segmento rectilíneo semi-logarítmico cuya pendiente es igual a la mitad de la pendiente de las rectas semi-logarítmicas paralelas.

## CAPÍTULO III.

**Modelo de Pollard (1959) modificado: Análisis de pruebas de incremento de presión, calculando el daño debido a flujo de fluidos interporoso y tamaño de bloque de matriz uniforme, con una fractura vertical dominante.**

En 1959, Pollard publicó un modelo matemático para analizar pruebas de incremento de presión en pozos perforados en calizas fracturadas, en las cuales se supone que el volumen poroso en un yacimiento naturalmente fracturado consiste en un sistema de doble porosidad, conformado por porosidad de matriz y porosidad de fracturas.

Este modelo considera:

1. Que existe un sistema de doble porosidad finito.
2. Diferencia entre el gasto de fluidos del pozo y el gasto de fluidos de los bloques de matriz hacia las fracturas.
3. La existencia de un gradiente de presión en la red de fracturas.
4. Daño o resistencia al flujo (skin) en las fracturas que conectan al pozo, debido a filtración de fluidos de perforación.

La ecuación siguiente, representa el incremento de presión en el pozo en función del tiempo de cierre del pozo.

$$p_s - p_w = C e^{-a_1 \Delta t} + D e^{-a_2 \Delta t} + (p_s - p_{w_0} - C - D) e^{-a_3 \Delta t}. \quad (3-1)$$

$C$ ,  $D$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  son constantes que prevalecen mientras la presión del yacimiento sea mayor a la presión de burbuja.  $C$  es la diferencia de presión entre bloques de matriz y fracturas al momento de cierre del pozo,  $D$  es la diferencia de presión entre fracturas lejanas al pozo y cercanas al pozo. Cuando la presión disminuye con respecto a la presión de burbuja se introducen aproximaciones, pero al graficar el diferencial de presión que disminuye conforme aumenta la presión en el pozo en función del tiempo de cierre, da como resultado, una gráfica semi-logarítmica, con porciones cuasi rectilíneas; es decir, las aproximaciones no se aplican en porciones largas de la gráfica. Sin embargo, estas constantes pueden cambiar para las mediciones realizadas en el mismo pozo en tiempos distintos, en los cuales las condiciones de presión del yacimiento cambian, es decir; en mediciones efectuadas cuando la presión del yacimiento está por debajo de la presión de burbuja. Las constantes también cambian debido a que la presión promedio del yacimiento decrece conforme aumenta el tiempo de producción del pozo y

causa la expansión del sistema roca-fluidos, por lo tanto, está en función de la compresibilidad de los fluidos, fracturas y bloques de matriz.

La constante  $Cp$  o  $C$  es la diferencia de presión que existe entre los bloques de matriz y las fracturas adyacentes.

La constante  $Dp$  o  $D$  es la diferencia de presión entre fracturas lejanas al pozo y fracturas cercanas al pozo.

La constante  $Ep$  o  $E$  es la diferencia de presión entre fracturas cercanas al pozo y la cara del pozo o el abatimiento de presión en las fracturas alrededor del pozo interceptadas por éste.

La constante  $Ap$  es la diferencia de presión total entre la presión inicial o promedio del pozo y la presión de fondo de pozo medida al momento de cierre del pozo.

La constante  $Up$  es la diferencia de presión total en la red de fracturas.

Cada término exponencial representa un fenómeno físico, representando un concepto en el cual está basada la teoría desarrollada por Pollard, los cuales se explican a continuación.

El primer término  $Ce^{-a_1\Delta t}$ , es una expresión aproximada de la diferencia de presión entre matriz y las fracturas. Es dependiente de la transferencia entre matriz y fractura ( $a_1$ ).

El segundo término  $De^{-a_2\Delta t}$ , es una aproximación para la diferencia de presión que existe a lo largo de las fracturas; es decir, la diferencial de presión entre fracturas lejanas al pozo y fracturas cercanas al pozo.

El tercer término  $(p_s - p_{w_0} - C - D)e^{-a_2\Delta t}$  es una aproximación al diferencial de presión que existe entre las fracturas cercanas al pozo y el pozo; es decir la diferencia de presión causada por un daño de dimensión física infinitesimal (como lo definió Hurst y van-Everdingen), que pueda existir en la cara del pozo o cercana a esta y restrinja el flujo de fluidos hacia el pozo.

Cuando se cierra el pozo, disminuye conforme aumenta el tiempo de cierre y la presión en el fondo del pozo se va igualando a la presión en las fracturas cercanas al pozo. Conforme el gasto hacia el pozo decrece, la pérdida de presión en las fracturas cercanas al pozo también disminuye rápidamente (segundo término), en función de la compresibilidad de los fluidos; entre mayor sea la compresibilidad, mayores serán los tiempos en los que ocurran estas condiciones; también depende del volumen de fluidos dentro del radio de investigación, es decir, el tiempo de producción antes del cierre del pozo. Lo cual no ocurre tan rápido con el tercer término. El segundo término desaparece en cuestión de 30 minutos a 5 horas, con excepción de algunos casos en los que puede durar días. En las etapas tardías del incremento de presión, cuando el gasto hacia el

pozo y a lo largo de las fracturas es prácticamente nulo, solo es efectivo el primer término, es decir el que toma en cuenta el diferencial de la presión estabilizada del sistema, y la presión a lo largo de las fracturas, el cual disminuye conforme la matriz se re-presuriza por medio del flujo de fluidos que ocurre a través de las fracturas, lo cual ocurre en algunos casos (baja permeabilidad de la matriz) lentamente.

Durante las etapas tempranas de la prueba de incremento de presión, la diferencia de la presión promedio en las fracturas es efectivamente constante y el incremento de presión se representa por el tercer término, es decir, el diferencial de presión entre las fracturas cercanas al pozo y el pozo. En la ecuación desarrollada por Pollard, esto significa que  $a_1 \ll a_2 \ll a_3$ .

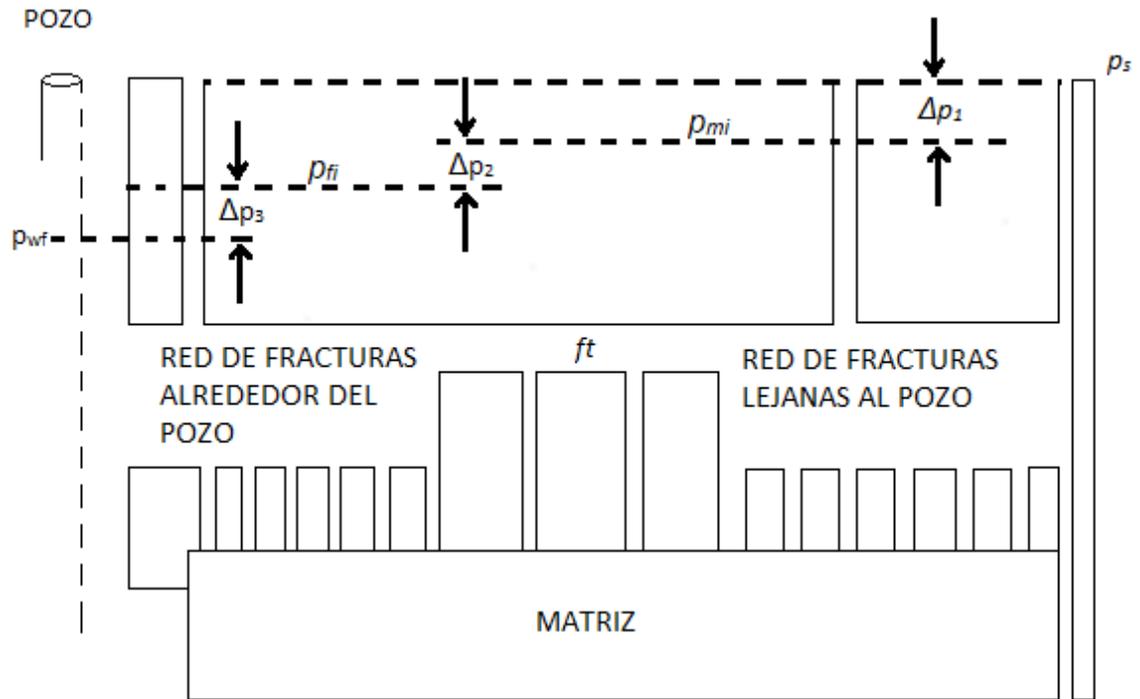


Fig. 3-1. Caídas de presión en un yacimiento naturalmente fracturado.

Da Prat (1990), presentó la ecuación de Pollard en forma adimensional:

$$(\bar{p} - p_{ws})_D = C_D e^{[-a_1 D \pi r_{eD}^2 \Delta t_{AD}]} + D_D e^{[-a_2 D \pi r_{eD}^2 \Delta t_{AD}]} + (p - p_{wf} - C - D)_D e^{[-a_3 D \pi r_{eD}^2 \Delta t_{AD}]}, \quad (3-2)$$

**Ecuación para el gasto de la matriz (Pollard, 1959), sumándole una caída de presión extra  $\Delta p_{S_{fb}-dfD}$ , debido al daño en la matriz.**

Las constantes  $C$ ,  $D$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  se obtienen de las pendientes ( $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$ ) y las intersecciones con las ordenadas. El modelo de Pollard asume régimen de flujo pseudo estacionario y no identifica geometrías de flujo. Usando la gráfica también se puede calcular el daño.

La ecuación de Pollard (1959), se deriva de la forma siguiente: el flujo interporoso entre matriz y fractura ocurre durante tiempos largos, en el periodo de producción, dominados por la transferencia matriz-fractura en régimen de flujo pseudo-estacionario:

$$q_m = -V_f c_f \frac{dp_m}{dt} = A_1 (p_m - p_f), \quad (3-3)$$

donde:

- $q_m$  = Gasto de la matriz.
- $V_f$  = Volumen de fluidos en las fracturas.
- $c_f$  = Compresibilidad de las fracturas.
- $p_m$  = Presión de los fluidos en matriz.
- $p_f$  = Presión de los fluidos en fracturas.
- $A_1$  = Constante.
- $t$  = Tiempo.

En 1960 Barenblatt et.al. Establecieron el concepto de flujo interporoso  $\lambda$ , es decir, flujo de fluidos entre los bloques de la matriz y las fracturas, en régimen de flujo pseudo-estacionario (tiempos largos):

$$q_m = \frac{\lambda}{\mu} k_m (p_m - p_f), \quad (3-4)$$

donde:

- $\lambda$  = Coeficiente de flujo interporoso de fracturas bulk.

$\mu$  = Viscosidad de los fluidos contenidos en la matriz.

El producto de coeficiente de flujo interporoso, viscosidad de fluidos y permeabilidad de la matriz,  $\frac{\lambda}{\mu} k_m = A_1$ , es igual al área de la matriz por la que fluyen los fluidos desde el bloque de matriz, hacia la fractura adyacente.

**Modelo propuesto para geometría de fractura vertical dominante interceptada por el pozo productor (Valdez-Perez, Cinco-Ley, H. Pulido Bello, 2011).**

El modelo original de Pollard (1959), no considera una geometría de fractura, solamente tres caídas de presión que ocurren en el yacimiento naturalmente fracturado, las cuales corresponden al flujo de fluidos de bloques de matriz a fracturas  $\Delta p_1$ , flujo de fluidos de fracturas lejanas y cercanas  $\Delta p_2$  y finalmente de fracturas alrededor del pozo  $\Delta p_3$ , **Fig. 3-1**. Se hace la suposición de que el yacimiento produce fluidos hacia el pozo únicamente a través de las fracturas, para ello se modela una fractura vertical dominante intersectada por el pozo vertical productor, dicho modelo de fractura vertical dominante fue propuesto inicialmente por Cinco-Ley (1996).

El coeficiente de flujo interporoso de la fractura dominante se calcula de la forma siguiente,  $\lambda_{df}$  (Valdez-Pérez, H. Pulido, Cinco-Ley, 2011):

$$\lambda_{df} = \frac{\sigma_{df} k_{fb} x_{df}^2}{k_{df}}, \quad (3-5)$$

$$\sigma_{df} = \frac{12}{m_v m_h (H + h_f)^2}, \quad (3-6)$$

donde:

$\lambda_{df}$  = Coeficiente de flujo interporoso de la fractura dominante.  $h_c$

$\sigma_{df}$  = Parámetro geométrico de la fractura dominante.

$m_v$  = Número de bloques verticales de matriz.

$m_h$  = Número de bloques horizontales de matriz.

$H$  = Tamaño de los bloques.

$x_{df} = L_f$  = Mitad de la longitud de la fractura. (Fractura dominante)

$h_f$  = Espesor de las fracturas bulk.

$b_{df} = A_f$  = Área de flujo de la fractura dominante.

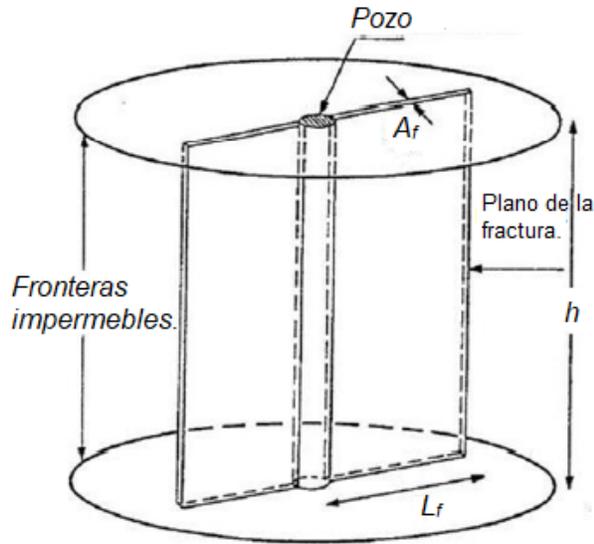


Fig. 3-2. Modelo propuesto para geometría de fractura vertical dominante intersectada por el pozo productor (Cinco-Ley y cols. 1996).

En la siguiente ecuación,  $q_m$  es el gasto en los bloques de matriz, hacia las fracturas o flujo interporoso. Si se considera que existe un factor de daño debido al flujo interporoso, debido a que se forma una película por incrustación de minerales, entre bloques de matriz y fracturas, se debe agregar un término adicional debido a una caída de presión extra causada por el daño en la matriz  $\Delta p_{S_{fb-afd}}$ .

$$q_m = -V_m c_m \frac{dp_m}{dt} = A_1 (p_m - p_f - \Delta p_{S_{fb-afd}}). \quad (3-7)$$

donde:

$q_m$  = Gasto en la matriz.

$V_m$  = Volumen de fluidos en matriz.

$c_m$  = Compresibilidad de matriz.

$p_m$  = Presión de fluidos en matriz.

$p_f$  = Presión de fluidos en fracturas.

$\Delta p_{S_{fb-dfD}}$  = Diferencial de presión debido al daño por flujo interporoso.

donde  $\Delta p_{S_{fb-dfD}}$  es el diferencial de presión adicional causada por el daño por flujo interporoso. Despejando a  $p_f$  (presión en las fracturas) de la ecuación anterior, se tiene la ecuación de presión en las fisuras o fracturas.

En la ecuación anterior, se modela el gasto de fluidos de bloques de matriz hacia las fracturas, tomando en cuenta que existe un factor de daño  $s$  debido al flujo interporoso y por lo tanto una caída extra de presión  $\Delta p_{S_{fb-dfD}}$ . Debido a que el flujo de fluidos de matriz a fracturas ocurre en tiempos tardíos ( $tp \gg 1$ ), se considera que la geometría de flujo en la matriz es lineal y el régimen de flujo es pseudo-estacionario.

$$p_f = p_m - \Delta p_{S_{fb-dfD}} + \frac{V_m C_m}{A_1} \frac{dp_m}{dt}. \quad (3-8)$$

Se considera la suposición de que, al momento del cierre del pozo, el tiempo de producción a gasto constante ha alcanzado tiempos largos  $tp \gg 1$ , es decir, el régimen de flujo del yacimiento naturalmente fracturado es pseudo estacionario y por lo tanto, se presenta una geometría de flujo bilineal.

### Geometría de fracturas propuesta para el modelo de Pollard modificado.

Ashok (1988) propuso la geometría de fracturas mostrada en la **figura 3-3**, en la cual los bloques de matriz tienen tamaño uniforme. Debido a que Pollard (1959) no propuso una geometría de fracturas, sino solamente modela matemáticamente un diferencial de presión  $\Delta p_2$ , debido al flujo de fluidos entre fracturas lejanas y cercanas al pozo, se puede usar cualquier modelo de geometría de fracturas y atribuirle el  $\Delta p_2$  a esa geometría de fracturas.

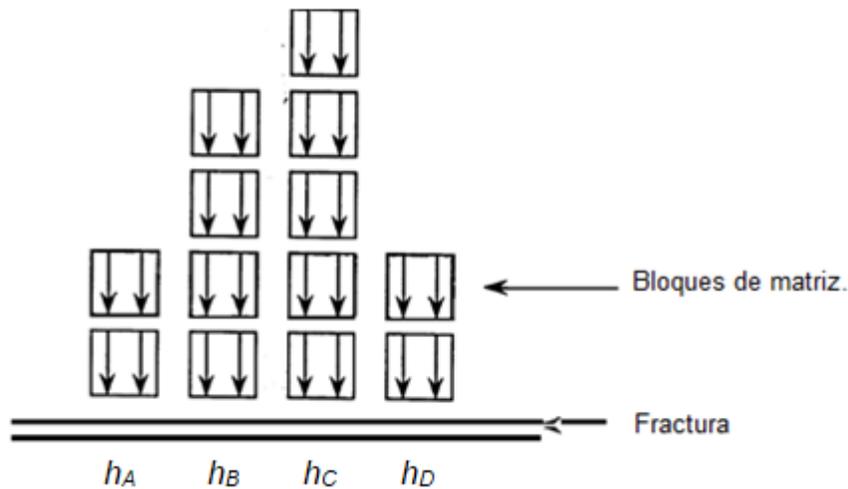


Fig. 3-3. Distribución uniforme de tamaño de bloques de matriz. Belani (1988).

### Modelo de flujo bilineal en un yacimiento naturalmente fracturado con daño en bloques de matriz debido a flujo interporoso $S_{fb-dfd}$ .

Pulido, Cinco-Ley, et. al., 2011; desarrollaron un modelo de flujo bilineal en yacimientos naturalmente fracturados (Y.N.F.), tomando en cuenta el daño en la matriz que afecta al flujo interporoso, causado por incrustación de minerales (Cinco-Ley, 1985), que toma en cuenta la geometría de fracturas propuesta por Cinco-Ley (1996), en la que se considera que una fractura dominante vertical produce hacia el pozo, con longitud de fractura dominante  $h_f$  igual al doble de la mitad de longitud de fractura  $2x_{df}$ ,  $h_f = 2x_{df}$ , mostrado en la **figura 3-2**.

Se considera un pozo intersectado por una fractura dominante vertical, el pozo produce a gasto constante,  $q_o$ , en un yacimiento isotrópico, distribución de tamaño de

bloque uniforme y horizontal, que contiene un fluido ligeramente compresible, de compresibilidad y viscosidad constantes.

Se supone que el pozo está interceptado por una fractura vertical dominante, que penetra totalmente la formación, de longitud media  $x_{df}$ , ancho  $b_{df}$ , permeabilidad  $k_{df}$ , y compresibilidad total,  $c_{tdf}$ .

Debido a que se consideran bloques de matriz de tamaño uniforme en el yacimiento naturalmente fracturado, es decir, las fracturas naturales tienen una distribución uniforme y homogénea, por lo que se les llama fracturas bulk a la geometría de fracturas que forman parte de la red de fracturas efectivas interconectadas, que rodean los bloques de matriz, la fractura dominante es la fractura que intercepta el pozo productor vertical, con mitad de longitud de fractura  $x_f$ . El yacimiento tiene permeabilidades de un sistema de doble porosidad,  $k_{fb}$  (permeabilidad de fracturas bulk), permeabilidad de bloques de matriz porosidad total,  $\phi_t$ , espesor total,  $h_t$ , compresibilidad total de las fracturas bulk,  $c_{tfb}$ , presión inicial,  $p_i$ .

El sistema de fracturas propuesto por Valdez-Pérez, Cinco-Ley, Pulido Bello (2011), se puede adaptar a la ecuación de Pollard (1959), adjudicando  $\Delta p_2$  y  $\Delta p_3$  a la caída de presión en las fracturas bulk y la fractura dominante, respectivamente.

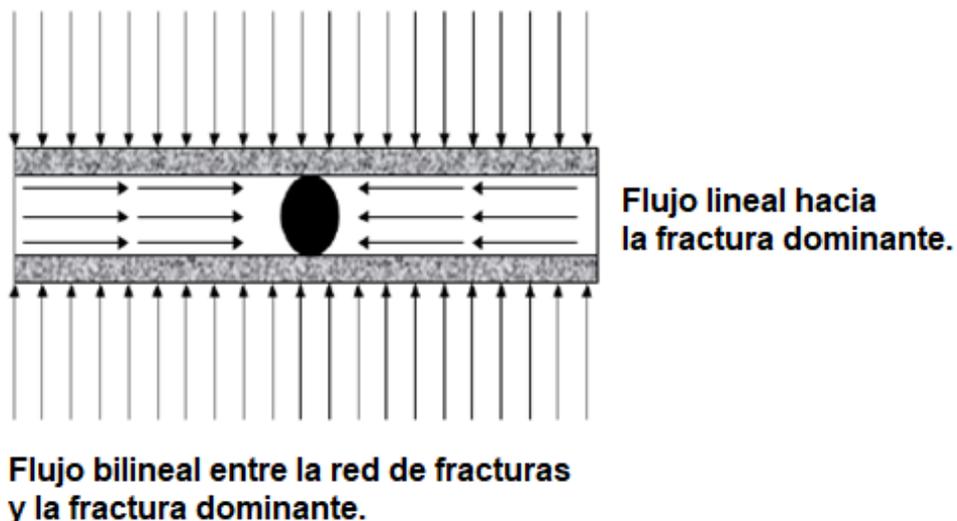


Fig. 3-4. Flujo bilineal hacia la fractura dominante. Valdez-Perez, Cinco-Ley y Pulido Bello (2011).

Para calcular el diferencial de presión debido al daño en bloques de matriz por flujo interporoso, se calcula el diferencial de presión en el yacimiento debido al factor de daño por flujo interporoso, para ello, se requieren usar la solución del modelo propuesto por Valdez-Pérez, Cinco-Ley, Pulido Bello (2011):

Tiempos cortos:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{2}{(k_{df}b_{df})_D} \sqrt{\pi\eta_{dfD}t_D}, \quad (3-9a)$$

Tiempos largos:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{2.45}{\sqrt{(k_{df}b_{df})_D}} t_D^{1/4} - \frac{0.0766}{\sqrt{(k_{df}b_{df})_D}} S_{fb-dfD} \eta_{dfD} H_D^2 t_D^{\frac{3}{4}}, \quad (3-9b)$$

$$(\Delta p)_{dañoD} = \frac{4s_{fb-dfD}k_{fb}h_t[p_i - p_{df}[0,t]]}{141.2qB_o\mu} \left( e^{-\frac{\pi^2 t_{elFD}}{\eta_{dfD}H_D^2}} - 1 \right), \quad (3-9c)$$

$$[p_i - p_{df}[0,t]] = C_p, \quad (3-9d)$$

donde:

$p_i$  = Presión inicial del yacimiento.

$p_{df}$  = Presión de la fractura dominante en la cara del pozo.

$k_{fb}$  = Presión de fracturas bulk.

$t_{elFD}$  = Tiempo adimensional de fin del flujo lineal adimensional.

$\eta_{dfD}$  = Difusividad hidráulica de la fractura dominante adimensional.

$H_D^2$  = Tamaño de bloque adimensional cuadrático.

$h_t$  o  $h_c$  = Espesor total del yacimiento.

Se adiciona una caída de presión adicional  $\Delta p_{S_{fb-dfD}}$  en el término de la ecuación de Pollard que modela el flujo de fluidos interporoso, es decir, de la matriz a la fractura. Se considera que existe un factor de daño (skin) en la matriz debido al flujo interporoso por incrustación de minerales en la matriz. Dicha ecuación fue formulada inicialmente por Cinco-Ley, Samaniego y Kucuk (1985).

$$S_{fb-dfD} = \frac{k_{ma}x_d}{k_d H} \quad (3-10)$$

donde:

$x_d$  = Espesor de zona dañada en matriz.

$k_{ma}$  = Permeabilidad de matriz.

$k_d$  = Permeabilidad de zona dañada.

$H$  = Tamaño de bloque de matriz.

$S_{fb-dfD}$  = Factor de daño (skin) debido a incrustación de minerales por flujo interporoso.

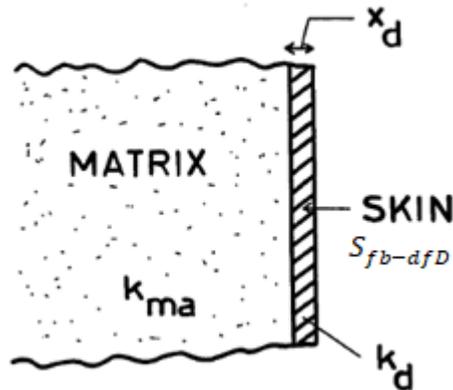


Fig. 3-5. Modelo de daño en matriz debido a flujo interporoso. Cinco-Ley, Samaniego. (1985).

Con el modelo de una sola fractura interceptada por el pozo productor, propuesto por Valdez-Perez, Hector Pulido y Cinco-Ley (2011), se dedujo que la

ecuación anterior, al momento en el que la geometría de flujo linear cambia a bilineal, durante una prueba de decremento, el factor de daño en matriz por incrustación de minerales se puede calcular de la siguiente forma:

$$S_{fb-dfD} = \frac{2[1 - \omega_{df}]}{H_D^2 \eta_{dfD} \lambda_{df}}, \quad (3-11)$$

donde:

$\omega_{df}$  = Coeficiente de almacenamiento de la fractura dominante.

$H_D$  = Tamaño de bloque de matriz adimensional.

$\eta_{dfD}$  = Difusividad hidráulica de la fractura dominante adimensional.

$\lambda_{df}$  = Coeficiente de flujo interporoso de la fractura dominante.

$S_{fb-dfD}$  = Factor de daño debido al flujo interporoso entre matriz y fracturas.

Para calcular el coeficiente de almacenamiento de la fractura dominante, fractura y matriz,  $\omega_{df}$ ,  $\omega_f$ ,  $\omega_m$ , respectivamente, se usa la siguiente ecuación:

$$\omega_{df} = \frac{\phi_{df} c_{tdf}}{\phi_{df} c_{tdf} + \phi_{fb} c_{tfb}}, \quad (3-12)$$

$$\omega_f = \frac{\phi_f c_f}{(\phi_m c_m + \phi_f c_f)}, \quad (3-13a)$$

$$\omega_m = \frac{\phi_m c_m}{(\phi_m c_m + \phi_f c_f)}, \quad (3-13b)$$

donde:

$\phi_{df}$  = Porosidad de la fractura dominante.

$c_{tdf}$  = Compresibilidad total de la fractura dominante.

$\phi_{fb}$  = Porosidad de las fracturas bulk.

Para calcular el tamaño de bloque adimensional,  $H_D$ , se usa la siguiente ecuación:

$$H_D = \frac{H}{x_{df}}, \quad (3-14)$$

**Solución de gasto en bloques de matriz hacia la red de fracturas considerando daño debido al flujo interporoso por incrustación de minerales en bloques de matriz.**

De tal forma, tomando en cuenta la geometría de fracturas propuesta originalmente por Cinco-Ley (1996), que el pozo productor intersecta una fractura vertical dominante y el modelo de flujo bilineal considerando daño en bloques de matriz  $S_{fb-dfD}$ ; la ecuación del gasto en los bloques de matriz resulta de la siguiente forma:

$$q_m = -V_m C_m \frac{dp_m}{dt} = V_f C_f \frac{dp_f}{dt}, \quad (3-15)$$

$$\frac{dp_f}{dt} = -\frac{V_m C_m}{V_f C_f} \frac{dp_m}{dt}, \quad (3-16)$$

$$\frac{d^2 p_m}{dt^2} + \frac{A_1 (V_m C_m + \Delta p_{S_{fb-dfD}} + V_f C_f)}{V_m C_m V_f C_f} \frac{dp_m}{dt} = 0, \quad (3-17)$$

**Condiciones iniciales:**

**Tiempos cortos**

Para:  $t = \infty$ ,  $p_m = p_f$

**Tiempos largos**

Para:  $t = 0$ ,  $V_m C_m (p_{m_o} - p_s) = V_f C_f (p_s - p_{f_0})$

donde:

$p_{f_0}$  = Presión en fracturas al momento de cierre.

$p_s$  = Presión en el yacimiento después del cierre del pozo.

$p_{m_o}$  = Presión en matriz al momento del cierre de fracturas.

$$a_1 = \frac{A_1 (V_m c_m + \Delta p_{S_{fb-dfD}} + V_f c_f)}{V_m c_m V_f c_f}. \quad (3-18)$$

Sustituyendo la ecuación (3-67) en (18):

$$a_{1\text{corregido}} = \frac{A_1 \left( V_m c_m + \frac{(\Delta p)_{dañoD} 141.2 q B_o \mu}{k_{fb} h_t} + V_f c_f \right)}{V_m c_m V_f c_f}, \quad (3-19)$$

El resto de los términos en la ecuación original de Pollard (1959) permanecen iguales debido a que no involucran flujo de fluidos en la matriz.

### Derivación del segundo término $a_2$ (Modelo original de Pollard, 1959).

El gasto en el sistema de fracturas es igual a la siguiente ecuación:

$$q_f = -V_f C_f \frac{dp_f}{dt} = A_2 (p_f - p'_f), \quad (3-20)$$

donde  $p'_f$  es la presión de los fluidos en las fracturas cercanas al pozo.

$$q_f = -V_f C_f \frac{dp_f}{dt} = V_f' C_f' \frac{dp_f'}{dt}. \quad (3-21)$$

Debido al potencial de flujo de los fluidos, el gasto de fluidos en las fracturas lejanas al pozo es negativo y en las fracturas cercanas al pozo es positivo, donde la presión es menor que en las fracturas lejanas al pozo.

$$\frac{dp_f'}{dt} = -\frac{V_f C_f}{V_f' C_f'} \frac{dp_f}{dt}. \quad (3-22)$$

$$\frac{d^2 p_f'}{dt^2} + \frac{A_2 (V_f C_f + V_f' C_f')}{V_f C_f V_f' C_f'} \frac{dp_f}{dt} = 0. \quad (3-23)$$

**Condiciones iniciales.**

**Tiempos cortos**

$$\text{Para: } t = \infty, p_m = p_f \quad (3-24a)$$

**Tiempos largos**

$$\text{Para: } t = 0, V_f C_f (P_{f_o} - P_s) = V_f' C_f' (P_s - P_{f'_o}). \quad (3-24b)$$

$$a_2 = \frac{A_2 (V_f C_f + V_f' C_f')}{V_f C_f V_f' C_f'}. \quad (3-25)$$

$$a_3 = \frac{A_2}{V_w C_w}. \quad (3-26)$$

Cálculo de parámetros del yacimiento, mediante el método original de Pollard (1959) y obtención de las ecuaciones para calcular los parámetros corregidos.

Para calcular el volumen del sistema de fracturas dentro del área de influencia de la prueba de presión (radio de drene), se usa la siguiente ecuación, Pirson, (1961), lo cual es igual al volumen de fluidos dentro del sistema de fracturas:

$$V_f = \frac{q_o}{a_2(D)C_f}, \quad (3-27)$$

donde:

$V_f$  = Volumen de fluidos en fracturas.

$q_o$  ( $\Delta t=0$ ) = Gasto del pozo al momento de cierre del pozo, gasto usado en esta ecuación en unidades de fondo de pozo.

$a_2$  = Pendiente debida al segmento de recta por el diferencial de presión por flujo de fluidos en las fracturas lejanas al pozo hacia las fracturas cercanas al pozo.

$D$  = Diferencia de presión en las fracturas lejanas al pozo y las fracturas cercanas al pozo, al momento de cierre del pozo.

$C_f$  = Compresibilidad de fractura bulk.

Para calcular el volumen del sistema de fracturas dentro del área de drene, se requiere calcular el coeficiente de compresibilidad efectivo, Pirson (1961), de la siguiente forma:

$$c_{o_e} = c_o + \frac{1}{1 - s_w} \left[ c_w s_w + c_r \frac{1 - \phi}{\phi} \right], \quad (3-28)$$

donde:

$c_w$  = Compresibilidad de agua de formación.

$c_o$  = Compresibilidad del aceite.

$s_w$  = Saturación de agua

$c_w$  = Compresibilidad del agua

$c_r$  = Compresibilidad de la roca

$\phi$  = Porosidad

$c_{o_e}$  = Compresibilidad efectiva del aceite

Pirson (1961) derivó la siguiente ecuación, para calcular el volumen de matriz dentro del área de drene a partir del método de Pollard (1959):

$$V_m = \frac{B_o q_o a_1}{(C) c_m}, \quad (3-29)$$

donde:

$c_m$  = Compresibilidad de los bloques de matriz.

Se usa la siguiente ecuación para calcular el volumen total de fluidos dentro del radio de drene, es decir, si durante el tiempo de producción se alcanzó el régimen de flujo pseudo estacionario, se estarían calculando los volúmenes de fluidos totales en el sistema de bloques de matriz y fracturas.

$$V_t = V_f + V_m = r_e^2 h_e \phi (1 - s_w). \quad (3-30)$$

donde:

$r_e$  = Radio de drene del pozo.

$h_e$  = Espesor productor efectivo del yacimiento.

$\phi_b$  = Fracción de porosidad.

$s_w$  = Saturación de agua.

Para calcular  $V_m$  tomando en cuenta el daño debido al flujo interporoso, se sustituye (3-19) en (3-29):

$$V_{m_{\text{corregido}}} = \frac{B q_o a_{1_{\text{corregido}}}}{(C) c_m}, \quad (3-31)$$

Ecuación para calcular el volumen de área de daño, Pirson (1961):

$$V_{SE} = \frac{q_o}{a_3 (p_s - p_{w0} - C - D) c_{oe}}, \quad (3-32)$$

De acuerdo a Pirson (1961), mediante analogías con circuitos electrónicos, el radio de drene se puede calcular de la siguiente forma:

$$r_e^2 = \frac{(T_1 + T_2)k_t}{8.72\phi_t\mu_o(1 - s_w)c_{oe}}, \quad (3-33)$$

Despejando  $r_e^2$  de la ecuación (3-30):

$$r_e^2 = \frac{V_t}{h_e\phi\pi(1 - s_w)}, \quad (3-34)$$

Radio de drene para un yacimiento cilíndrico:

$$r_e = \sqrt{\frac{V_t}{h_e\phi\pi(1 - s_w)}}, \quad (3-35)$$

Porosidades  $\phi_m$  y  $\phi_f$ .

$$\phi_m = \frac{V_m}{V_m + V_f}. \quad (3-36)$$

$$\phi_f = \frac{V_f}{V_m + V_f}. \quad (3-37)$$

La constante  $A_1$  se puede despejar de la ecuación (3-19):

$$A_1 = \frac{a_{1\text{corregido}}(V_m C_m V_f C_f)}{(V_m C_m + \Delta p_{S_{fb-dfD}} + V_f C_f)}, \quad (3-38)$$

Pirson (1961), obtuvo las siguientes ecuaciones para obtener  $k_m$  y  $k_f$ .

$$k_f = \frac{q_o \frac{1}{2\pi} \mu_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}{D h_e} \quad (3-39)$$

$$k_m = \frac{q_o \frac{1}{2\pi} \mu_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}{C h_e} \quad (3-40)$$

donde:

$k_f$  = Permeabilidad de fractura.

$k_m$  = Permeabilidad de matriz.

Factor de daño skin, SE:

$$SE = \frac{U_p - D_p}{A_p} \quad (3-41)$$

$$\phi = \phi_f V_f + \phi_m V_m \quad (3-42)$$

Debido a que hay mediciones de pruebas de presión con ruido, debido a sensores de presión poco precisos, no existe buen sello en el pozo durante la prueba de incremento, entre otros, se establece un método para reducirlo en base al teorema de valor medio para integrales definidas.

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \quad (3-43)$$

$$(\bar{p} - p_{ws})_D = \frac{1}{\delta t} \int_{t-\delta t/2}^{t+\delta t/2} f(\bar{p} - p_{ws})_D d\tau \quad (3-44)$$

donde  $\tau$  es una variable de integración.

Para realizar los cálculos de los parámetros del yacimiento, se requiere conocer  $q_0$ ,  $h_c$ ,  $\mu_o$ ,  $B_o$ ,  $\phi$ , y  $S_w$ .

### Método gráfico de Pollard.

La **figura 3-6** ilustra el método gráfico desarrollado por Pollard (1959) y Pirson (1961) en el cual se observan las tres principales caídas de presión de los fluidos desde los bloques de matriz hasta la cara del pozo, debidas al flujo de fluidos entre bloques de matriz, debido al flujo entre fracturas lejanas y fracturas cercanas al pozo y en las fracturas alrededor del pozo;  $\Delta p_1$ ,  $\Delta p_2$ ,  $\Delta p_3$ , respectivamente.

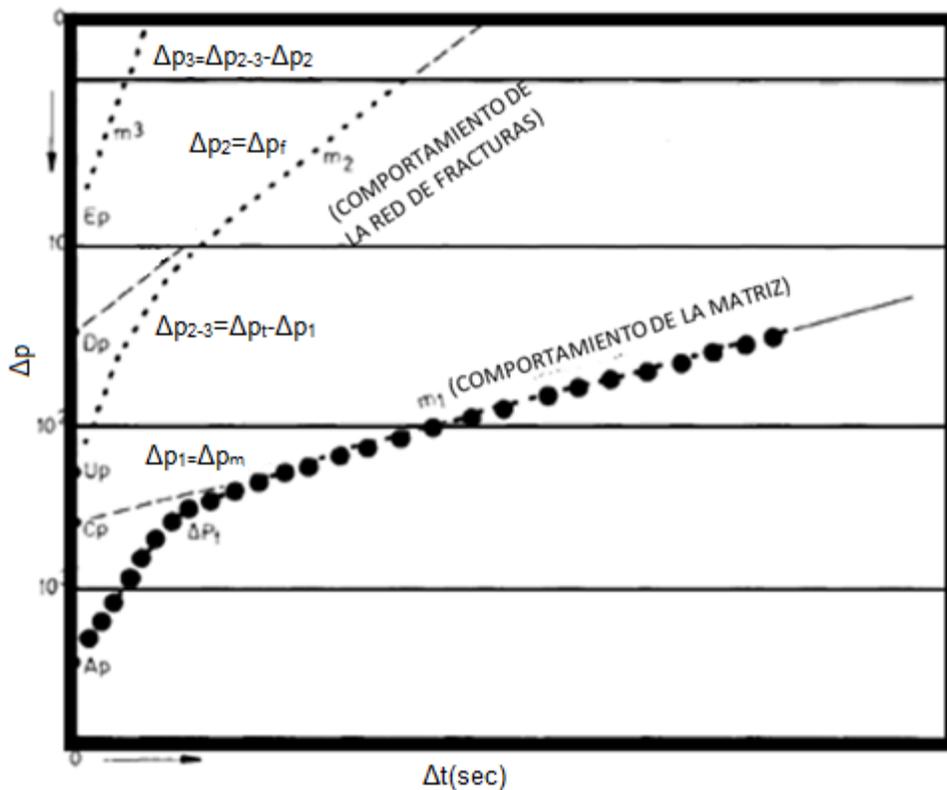


Fig. 3-6. Método gráfico del método de Pollard (1959) original.

La diferencia de presión se calcula empleando a la presión estática del yacimiento; por lo tanto, para una presión medida de fondo de pozo  $p_{wf}$  la diferencia de presión total está dada por:

$$\Delta p_1 = p_s - p_{wf}, \quad (\Delta t = 0) \quad (3-45)$$

En una gráfica, de  $\Delta p_T$  vs  $\Delta t(h)$ , se obtiene una línea recta de pendiente  $m_1$ , mediante la ecuación anterior. Si se extrapola la línea recta a  $\Delta t=0$ , el valor obtenido es  $C_p$  y la presión se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta p_t = p_s - p_{wf} = C_p e^{-m_1 \Delta t} + D_p e^{-m_2 \Delta t} + E_p e^{-m_3 \Delta t}, \quad (3-46)$$

El primer componente describe el incremento de presión en la matriz dentro del radio de influencia, debido al cierre del pozo:

$$\Delta p_m = C_p e^{-m_1 \Delta t}, \quad (3-47)$$

La diferencia en presión  $\Delta p_t - \Delta p_1$ , representa el incremento de presión total del sistema fracturado, de la siguiente forma:

$$\Delta p_{2,3} = \Delta p_t - \Delta p_1, \quad (3-48)$$

Mediante la gráfica de  $\Delta p_t$  vs  $\Delta t$ , se obtiene una porción de línea recta con pendiente  $m_2$ . Esta línea recta extrapolada a  $\Delta t = 0$  da el resultado de  $D_p$ , y por lo tanto, el incremento de presión en las fracturas a través del yacimiento, expresado con la siguiente ecuación:

$$\Delta p_f = \Delta p_{2,3} - \Delta p_2 = D_p e^{-m_2 \Delta t}, \quad (3-49)$$

Se obtiene el diferencial de presión debido al flujo de fluidos de las fracturas cercanas al pozo, al pozo.

$$\Delta p_3 = (p_s - p_{wf} - C_p - D_p)e^{-m_2 \Delta t}. \quad (3-50)$$

Gráficamente se puede calcular  $U_p$ , **Fig. (3-6)**:

$$U_p = A_p - C_p, \quad (3-51)$$

En el caso en el que  $U_p > D_p$ , lo cual ocurre cuando la diferencia entre la caída de presión entre bloques de matriz y fracturas y la diferencia entre fracturas lejanas al pozo y cercanas al pozo es mayor y cuando es relativamente muy grande la caída de presión en la red de fracturas, no aplica la siguiente ecuación para calcular la caída de presión en las fracturas alrededor del pozo:

$$E_p = U_p - D_p, \quad (3-52)$$

La ecuación anterior representa la caída de presión en las fracturas alrededor del pozo.

### Cálculo de tamaño de bloque de matriz.

Para el cálculo del factor de daño debido a flujo interporoso ecuación (3-11), se requiere determinar el tamaño de bloque de matriz. Se usará un modelo de cubos de matriz, de tamaño uniforme, propuesto por Ashok Kumar (1988):

$$\overline{P_{D_w}} = \frac{K_0(x) + S_D x K_1(x)}{s[C_D s(K_0(x) + S_D x K_1(x)) + x K_1(x)]}, \quad (3-53)$$

donde  $s$  es la variable de la transformada de Laplace relacionada con el tiempo adimensional para calcular tamaño de bloque:

$$t_D = \frac{k_f t}{(\phi_f c_f + \phi_m c_m) \mu r_w^2}, \quad (3-54)$$

El argumento de la transformada de Laplace:

$$x = \sqrt{sg(s)}, \quad (3-55)$$

Para flujo pseudo estacionario, se usa:

$$g(s) = \omega_f + \omega_m \frac{\sqrt{3\lambda_{min}/\omega_m s}}{1-\sqrt{\lambda_{min}/\lambda_{max}}} \left( \tan^{-1} \sqrt{3\lambda_{max}/\omega_m s} - \tan^{-1} \sqrt{3\lambda_{min}/\omega_m s} \right), \quad (3-56)$$

$$x = \sqrt{s \left( \omega_f + \omega_m \frac{\sqrt{3\lambda_{min}/\omega_m s}}{1-\sqrt{\lambda_{min}/\lambda_{max}}} \left( \tan^{-1} \sqrt{3\lambda_{max}/\omega_m s} - \tan^{-1} \sqrt{3\lambda_{min}/\omega_m s} \right) \right)}, \quad (3-57)$$

Para solucionar las ecuaciones (3-56) y (3-57), se aplican las funciones de Bessel modificadas de segundo tipo  $K_0(x)$ ,  $K_1(x)$ , se requiere la siguiente ecuación:

$$K_0(x) = \left( \frac{\pi}{2x} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-x} \left[ 1 - \frac{1}{8x} \left( 1 - \frac{9}{2(8x)} \left( 1 - \frac{25}{3(8x)} \right) \right) \right], \quad (3-58)$$

$$K_1(x) = \left( \frac{\pi}{2x} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-x} \left[ 1 + \frac{3}{8x} \left( 1 - \frac{5}{2(8x)} \left( 1 - \frac{21}{3(8x)} \right) \right) \right], \quad (3-59)$$

Adicionalmente se aplica el algoritmo de Gaver-Stehfest, para obtener la función original  $f(x)$  mediante un método numérico, dado que se conoce  $F(z)$  o  $\overline{P_{D_w}}$ :

$$F(z) := \int_0^{\infty} e^{-zx} f(x) dx$$

Mediante una secuencia de funciones, se obtiene  $f(x)$  a partir de la transformada de Laplace  $F(z)$ :

$$f_x(x) := \ln(2)x^{-1} \sum_{k=1}^{2n} a_k(n)F(k\ln(2)x^{-1}), \quad n \geq 1, x > 0,$$

donde los coeficientes son definidos:

$$a_k(n) = \frac{(-1)^{n+k}}{n!} \sum_{j=[(k+1)/2]}^{\min(k,n)} j^{n+1} \binom{n}{j} \binom{2j}{j} \binom{j}{k-j} \quad n \geq 1, 1 \leq k \leq 2n$$

donde:

$x = t_D$ , tiempo adimensional.

Se usa el programa desarrollado en fortran del Apéndice A, para generar las curvas tipo que son utilizadas en el cálculo del tamaño de bloque  $H$  (Ashok Kumar, 1988).

Los coeficientes de almacenamiento adimensional  $C_D$  y  $C$ , se calculan de la siguiente forma:

$$C_D = \frac{0.8936C}{\phi c_t h_c r_w^2}, \quad (3-60)$$

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta p} = c_o V_w, \quad (3-61)$$

$$C = \frac{qB}{24m_{WBS}}, \quad (3-62)$$

donde:

$m_{WBS}$  = Pendiente del almacenamiento del pozo.

A partir de las ecuaciones en régimen de flujo PSS (Pseudo Estacionario) y USS (Transitorio), (3-9a y 3-9b) del modelo de flujo bilinear con transferencia de flujo interporoso propuesto por Pulido, Cinco-Ley, Valdez-Perez (2011), se puede estimar tiempo de fin de flujo debido a la geometría de flujo linear e inicio de flujo bilinear, a partir de una prueba de presión de decremento:

$$t_{elfD} = \sqrt{\frac{5.99025(k_{df}b_{df})_D}{4\pi\eta_{dfD}}}, \quad (3-63)$$

Con la siguiente ecuación, se calcula la afluencia de la fractura dominante adimensional  $(k_{df}b_{df})_D$ , (Valdez-Perez, Cinco-Ley, Pulido, 2011):

$$(k_{df}b_{df})_D = \frac{b_{df}k_{df}}{x_{df}k_{fb}}, \quad (3-64)$$

La difusividad hidráulica de la fractura dominante (Valdez-Perez, Cinco-Ley, Pulido, 2011) se obtiene:

$$\eta_{dfD} = \frac{\eta_{df}}{\eta_{fb}} = \left[ \frac{k_{df}}{\phi_{df}\mu c_{tdf}} \right] \frac{\phi_{fb}\mu c_{tfb}}{k_{fb}}, \quad (3-65)$$

donde:

$\eta_{dfD}$  = Difusividad hidráulica de la fractura dominante, adimensional.

$\eta_{df}$  = Difusividad hidráulica de la fractura dominante.

$\eta_{fb}$  = Difusividad hidráulica total de las fracturas bulk.

$k_{df}$  = Permeabilidad de la fractura dominante.

$\phi_{df}$  = Porosidad de la fractura dominante.

$c_{tdf}$  = Compresibilidad total de la fractura dominante.

$\phi_{fb}$  = Porosidad de las fracturas bulk.

$c_{tfb}$  = Compresibilidad total de las fracturas bulk.

$k_{fb}$  = Permeabilidad de las fracturas bulk.

Variables adimensionales para el cálculo del factor de daño debido al flujo interporoso (Valdez-Perez, Cinco-Ley, Pulido, 2011):

$$p_{wD}(t_D) = p_{dfD}(0, t_D) = \frac{k_{fb}h_t[p_i - p_{df}(0, t)]}{141.2qB_o\mu}, \quad (3-66)$$

Para calcular el diferencial de presión debido al daño por flujo interporoso en unidades reales, se usa la siguiente ecuación, se iguala  $[p_i - p_{df}(0, t)] = \Delta p_{S_{fb-dfD}}$  en la ecuación (3-67) y  $p_{wD}(t_D) = (\Delta p)_{dañoD}$ :

$$\frac{(\Delta p)_{dañoD} 141.2qB_o\mu}{k_{fb}h_t} = \Delta p_{S_{fb-dfD}}, \quad (3-67)$$

Tiempo adimensional.

$$t_D = \frac{\eta_{fb}}{x_{df}^2} t = \frac{0.000264k_{fb}t}{\phi_t\mu c_{tfb}x_{df}^2}. \quad (3-68)$$

Compresibilidad adimensional de la fractura dominante,  $C_{dfD}$ .

$$C_{dfD} = \frac{(k_{df}b_{df})_D}{\pi\eta_{dfD}}. \quad (3-69)$$

Compresibilidad total de fracturas bulk (70) y compresibilidad total de la fractura dominante (71):

$$c_{tfb} = c_wS_w + c_oS_o + c_gS_g + c_{fb}, \quad (3-70)$$

$$c_{tdf} = c_w S_w + c_o S_o + c_g S_g + c_{df}, \quad (3-71)$$

La siguiente ecuación se usa para calcular el tamaño de bloque  $H$ , a partir del match en las curvas tipo obtenidas mediante las ecuaciones de Belani (1988):

$$\lambda = \frac{k_m r_w^2}{k_f H^2}, \quad (3-72)$$

donde:

$\lambda$  = Coeficiente de flujo interporoso de geometría de fracturas bulk.

## CAPITULO IV.

### Método de cálculo de parámetros del yacimiento mediante la ecuación de Pollard (1959) modificada.

Mediante el método de Pollard (1959), se puede calcular el volumen de fluidos afectados por el abatimiento de presión durante el tiempo de producción, radio de drene y las propiedades del yacimiento dentro de ese radio de drene. Debido a que se considera que, durante el tiempo de producción, se alcanzaron tiempos largos; al momento de cierre del pozo el régimen de flujo es pseudo-estacionario y la geometría de flujo es bilinear, es decir, el radio de drene ha alcanzado las fronteras del yacimiento y por lo tanto, al calcular el volumen de fluidos dentro de ese radio de drene, se está calculando el volumen de aceite original en sitio o petróleo remanente. A partir de las pendientes de la gráfica del método de Pollard (1959) y las ecuaciones que desarrolló, se puede hacer el cálculo de los volúmenes de fluidos en matriz, fracturas y porosidades, además de permeabilidad en matriz y fracturas.

Si se toma en cuenta que en los bloques de matriz existe un factor de daño debido a incrustación de minerales, se debe modificar el método de Pollard (1959). Se adiciona una caída de presión extra en el término de la ecuación de Pollard que modela el gasto de fluidos de la matriz hacia las fracturas, para calcular los parámetros obtenidos por el método original tomando en cuenta daño en matriz. Se debe usar el modelo de geometría de fracturas propuesto por Cinco-Ley (1996), que consiste en un pozo que intersecta una fractura dominante vertical, a través de la cual produce el pozo. La geometría de fracturas propuesta por Cinco-Ley (1996) es compatible con el modelo de fracturas de Pollard (1959), pero se debe caracterizar previamente a la fractura dominante mediante registros de imagen de pozos y otros métodos para obtener algunos parámetros como la mitad de longitud de la fractura dominante,  $x_{df}$ , ancho de la fractura dominante,  $b_{df}$ , permeabilidad de la fractura dominante,  $k_{df}$  y porosidad de la fractura dominante,  $\phi_{df}$ . Se considera un modelo de bloques de matriz de tamaño uniforme  $H$ , calculado mediante el método de Ashok Kumar (1988).

Para realizar el cálculo del factor de daño por incrustación de minerales en los bloques de matriz,  $s_{fb-dfD}$ , se requiere realizar los cálculos de los parámetros del yacimiento con el método original de Pollard (1959), sin tomar en cuenta el daño en matriz. Una vez obtenidos estos parámetros iniciales, se calcula el tamaño de bloques de matriz mediante el método de Belani (1988) y el daño en matriz  $s_{fb-dfD}$ , y después, volver a calcular las propiedades del yacimiento, tomando en cuenta las modificaciones a las ecuaciones del gasto de la matriz hacia las fracturas, adicionando el factor de daño en matriz y tamaño de bloque uniforme,  $H$ . Se requiere realizar dichas operaciones de forma iterativa hasta que se satisfaga el rango de error establecido.

### Caracterización de la fractura dominante.

La geometría de fracturas propuesta por Pollard (1959), consiste en un sistema de fracturas interconectadas, a través de las cuales producen los bloques de matriz. Existen diferenciales de presión entre fracturas lejanas al pozo y fracturas cercanas al pozo y diferenciales de presión entre las fracturas que rodean al pozo y la cara del pozo, incluyendo el abatimiento de presión debido al factor de daño en las fracturas alrededor del pozo. Para poder calcular el daño en matriz debido a la incrustación de minerales, se considera la geometría de fracturas propuesta por Cinco-Ley (1996), que consiste en una fractura dominante vertical que intersecta el pozo. Para calcular la mitad de longitud de la fractura dominante,  $x_{df}$ , se usa la siguiente ecuación:

$$x_f = (2r_w e^{-s}), \quad (4-1)$$

### Mediciones in-situ de la permeabilidad de fractura (USGS, 1984).

Los métodos de caracterización de fracturas involucran muchos modelos físicos para fracturas en la vecindad del pozo. Se requiere considerar que existe una diferencia en el volumen de rocas rodeando la cara del pozo de investigación por cada método individual, al considerar distintos registros geofísicos obtenidos en el mismo pozo. Los registros geofísicos se refieren a "volumen de roca de investigación" para denotar el volumen esférico aproximado de roca sobre el cual se promedia una medición determinada de alguna propiedad. Comúnmente, los registros geofísicos promedian una propiedad medida en un intervalo vertical, mediante equipo de medición geofísico que realiza el promedio de forma efectiva, alrededor del punto de profundidad asociado nominalmente a las mediciones. Por ejemplo, algún registro geofísico de pozo puede tener un pequeño volumen de investigación en la roca, dando como resultado una sola medición promediando las propiedades de varias fracturas adyacentes. El flujo en fracturas es simulado como un plano de flujo Poiseuille en una fractura abierta con área uniforme entre dos cuerpos de roca. La descarga por unidad de ancho de fractura abierta, en la simulación, está relacionada al gradiente de presión y el grosor de la fractura de acuerdo a la ecuación (Witherspoon y otros, 1981):

$$Q = \frac{P' b^3}{12\eta}, \quad (4-2)$$

donde  $Q$ , es la descarga medida por unidad de área ( $\text{cm}^2/\text{s}$ ),  $P'$  es el gradiente de presión (pascal/cm),  $b$  es la apertura de fractura (cm), y  $\eta$  es la viscosidad del agua ( $\text{g}/\text{cm}^*\text{s}$ ). Para acuíferos pequeños y confinados, el plano de fractura se considerará en ser un solo acuífero de transmisividad,  $T$  ( $\text{cm}/\text{s}$ ), la cual está dada por la ecuación:

$$T = Kb = \frac{\rho g b^3}{12\eta}, \quad (4-3)$$

$g$  = Aceleración de la gravedad.  
 $\rho$  = Densidad del agua (cm/s).  
 $k$  = Conductividad hidráulica de la fractura (cm/s)  
 $\eta$  = Viscosidad del agua (g/cm•s)

La medición más directa de la permeabilidad de fractura es hecha mediante el aislamiento de un intervalo corto de un agujero descubierto en un pozo, y después medir el flujo inducido impuesto por un cambio en el cabezal hidráulico (piezometric head) (Zeigler, 1976; Hsieh and others, 1983).

Mediante estas mediciones, las interpretaciones de permeabilidad de fractura son presentadas como la permeabilidad promedio de la roca que rodea un intervalo vertical en un pozo donde una o varias fracturas intersectan al agujero descubierto. Las permeabilidades están dadas como la transmisividad total del intervalo, o como la apertura de una sola fractura, infinita y de ancho uniforme,  $b$ , el cual tiene el mismo volumen de flujo al gradiente hidráulico medido.

Las permeabilidades de más de un set de fracturas necesitan ser combinadas para dar la transmisividad equivalente de una sola apertura de fractura, que tiene la misma permeabilidad promedio que la combinación de los sets de fracturas. En dado caso, los valores de transmisividad de intervalos individuales se suman para obtener la transmisividad de una sola fractura equivalente:

$$T_c = T_1 + T_2, \quad (4-4)$$

donde,  $T_1$  y  $T_2$  son los valores de transmisividad de fracturas individuales, teniendo una sola transmisividad de fractura equivalente  $T_c$ . Donde las permeabilidades de las fracturas se expresan en una sola apertura de fractura equivalente, las permeabilidades son combinadas usando la Ley Cúbica (Witherspoon y otros, 1981):

$$b_c = (b_1^2 + b_2^3)^{1/3}, \quad (4-5)$$

donde  $b_1$  y  $b_2$  son las aperturas de cada una de las fracturas, y  $b_c$  es la apertura de una sola fractura conduciendo el mismo flujo que las dos fracturas juntas (Paillet y otros, 1987).

Las mediciones in-situ de la orientación y distribución de fracturas y ancho de aperturas de fracturas,  $b$ , se obtiene mediante los registros de imagen de pared de pozo (Acoustic Televiewer Logs, ATV). El registro ATV, provee un registro de imágenes del patrón de reflectividad acústica en la pared del pozo (Zemanek y otros, 1970, Paillet y otros, 1985). Las fracturas aparecen como líneas oscuras en la imagen, donde la intersección de la apertura de la fractura con la pared del pozo dispersa una onda de energía incidente.

El registro AWF (Tube-wave attenuation) se utiliza para medir la permeabilidad de las fracturas in-situ, es modelado como una disipación viscosa de energía acústica

producida cuando la onda acústica del tubo oscilatorio viaja a través de una fractura permeable (Rosenbaum, 1974, Paillet, 1983; Alan & Toksoz, 1986).

**Ejemplo de cálculo.**

Datos de una prueba de presión de incremento en el pozo ALT-17 (G.Da Prat, 1984):

Tabla 4-1. Datos del yacimiento ALT-17.

pi	11180	psig	Bo	1.478		sw	0.106		tp	34824	hrs	cr	5.50E-06	1/psi
Temperatura, T	270	°F	μ	0.52	cp	rw	0.03125	ft	cw	3.10E-06	1/psi	C	2.4538E-05	
pb	275	psig	co	6.10E-05	psi-1	hc	131.2	ft	cf	8.20E-06	1/psi	SE	-0.01682475	
Rsi		ft3/ft3	φ	0.038		q	3240	bpd	cm	3.80E-06	1/psi	CD	8.21E+01	

Tiempo de producción = 159 hrs.

Se considera un modelo de bloques de matriz uniforme y se calculan inicialmente los parámetros del yacimiento sin tomar en cuenta el daño debido a flujo interporoso.

Tabla 4-2. Prueba de presión de incremento en el pozo ALT-17 y cálculo de DP1 y DP2.

Tiempo, Dt (hr)	Tiempo, Dt (sec)	Presión, pws (psi)	ps-pwf=DPt	DP1=Cp*e^(m1dt)	Dp2,3=Dpt-Dp1
0.08	2.22222E-05	9216	1964	1499.0569	464.9430996
0.17	4.72222E-05	9381	1799	1497.996622	301.0033779
0.25	6.94444E-05	9449	1731	1497.054782	233.945218
0.33	9.16667E-05	9505	1675	1496.113534	178.8864658
0.42	0.000116667	9547	1633	1495.055338	137.9446623
0.5	0.000138889	9581	1599	1494.115347	104.8846531
0.58	0.000161111	9606	1574	1493.175947	80.82405284
0.66	0.000183333	9623	1557	1492.237138	64.76286195
0.75	0.000208333	9638	1542	1491.181683	50.81831668
0.83	0.000230556	9652	1528	1490.244128	37.75587193
0.92	0.000255556	9667	1513	1489.190083	23.80991701
1	0.000277778	9676	1504	1488.25378	15.74622008
1.15	0.000319444	9690	1490	1486.499798	3.500201942
1.3	0.000361111	9717	1463	1484.747883	-21.74788335
2	0.000555556	9742	1438	1476.599542	-38.59954229
3	0.000833333	9777	1403	1465.036567	-62.03656683
5	0.001388889	9832	1348	1442.181549	-94.18154934
7	0.001944444	9917	1263	1419.683077	-156.6830771
10	0.002777778	9984	1196	1386.591748	-190.5917475
15	0.004166667	10067	1113	1333.14469	-220.1446898

19.2	0.005333333	10176	1004	1289.844556	-285.844556
25	0.006944444	10255	925	1232.351617	-307.3516168
30	0.008333333	10346	834	1184.849843	-350.8498427
35	0.009722222	10409	771	1139.179055	-368.1790546
40	0.011111111	10459	721	1095.268676	-374.2686759
45	0.0125	10507	673	1053.050851	-380.0508507
50	0.013888889	10551	629	1012.460338	-383.4603382
55	0.015277778	10588	592	973.4344128	-381.4344128
60	0.016666667	10613	567	935.9127664	-368.9127664
63	0.0175	10638	542	914.0976175	-372.0976175
63.5	0.017638889	10650	530	910.5115192	-380.5115192
64	0.017777778	10652	528	906.9394896	-378.9394896
65	0.018055556	10654	526	899.8374157	-373.8374157
67	0.018611111	10657	523	885.7996774	-362.7996774
70	0.019444444	10662	518	865.1526122	-347.1526122
73	0.020277778	10673	507	844.9868085	-337.9868085
78	0.021666667	10682	498	812.4162565	-314.4162565
83	0.023055556	10696	484	781.101157	-297.101157
88	0.024444444	10711	469	750.9931178	-281.9931178
93	0.025833333	10723	457	722.0456121	-265.0456121
98	0.027222222	10737	443	694.2139064	-251.2139064
103	0.028611111	10745	435	667.4549914	-232.4549914
108	0.03	10751	429	641.7275158	-212.7275158
113	0.031388889	10758	422	616.991722	-194.991722
118	0.032777778	10764	416	593.209385	-177.209385
123.8	0.034388889	10769	411	566.7679421	-155.7679421
127	0.035277778	10774	406	552.6874844	-146.6874844
132	0.036666667	10786	394	531.383795	-137.383795
137	0.038055556	10793	387	510.9012699	-123.9012699
147	0.040833333	10803	377	472.2743231	-95.27432308
157	0.043611111	10816	364	436.567786	-72.56778597
167	0.046388889	10842	338	403.5608595	-65.5608595
175	0.048611111	10861	319	378.961351	-59.96135098
182.3	0.050638889	10871	309	357.8250882	-48.82508816

**Resultados ALT-17:**

Tabla 4-3. Resultados de cálculos de parámetros del pozo ALT-17.

<b>C<sub>oe</sub></b>	<b>2.94E-04</b>	<b>re ft</b>	<b>564.9250733</b>	<b>smfd*</b>	<b>1.92E+01</b>	<b>ϕf</b>	<b>0.003599507</b>
<b>Vf (bbl)</b>	16085.3143251	<b>kf</b>	0.181423667	<b>dps(psi)</b>	51.14868	<b>ϕm</b>	0.9964005
<b>Vm (bbl)</b>	4.4526695E+06	<b>km</b>	0.074988449				
<b>Vt (bbl)</b>	4.4687548E+06	<b>k</b>	0.074988449				

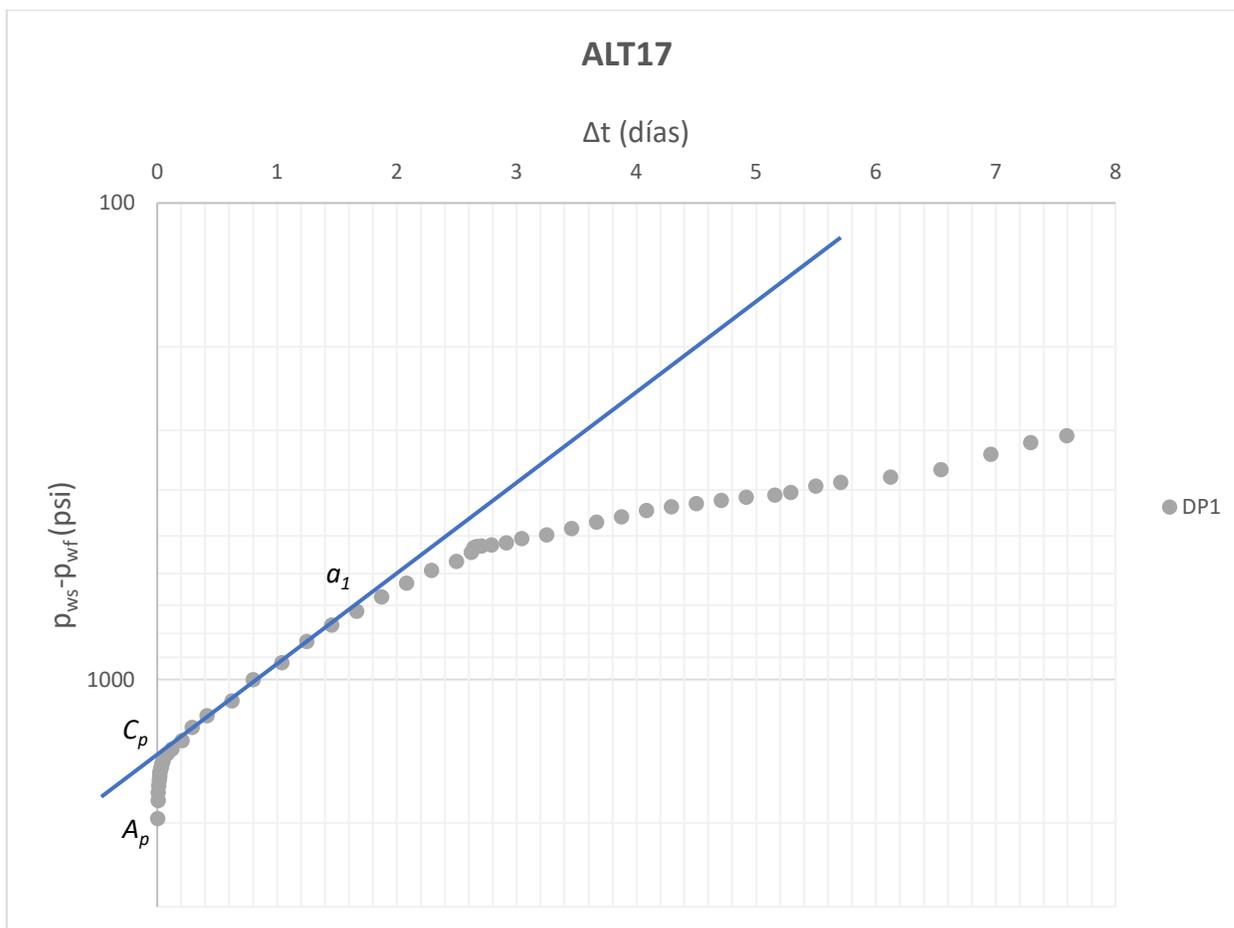


Figura 4-1. Método gráfico de Pollard (1959), diferencial de presión total.

En la **Fig. 4-1** se grafica la diferencia total de presión entre presión medida en el fondo del pozo y la presión inicial, contra tiempo durante la prueba de incremento de presión.  $\Delta p_t = p_{ws} - p_{wf}$ . La constante  $A_p$  representa la presión medida de fondo de pozo  $p_{wf}$  menos la presión inicial del yacimiento  $p_{ws}$  al momento de cierre del pozo  $\Delta t = 0$ . La constante  $C_p$ , es la diferencia de presión entre presión en bloques de matriz y fracturas adyacentes, al momento de cierre del pozo. La constante  $a_1$ , es la tendencia o pendiente de la gráfica del diferencial de presión  $p_{ws} - p_{wf}$ , entre el diferencial de tiempo  $\Delta t$  durante el periodo de flujo pseudo estacionario, después del cierre del pozo.

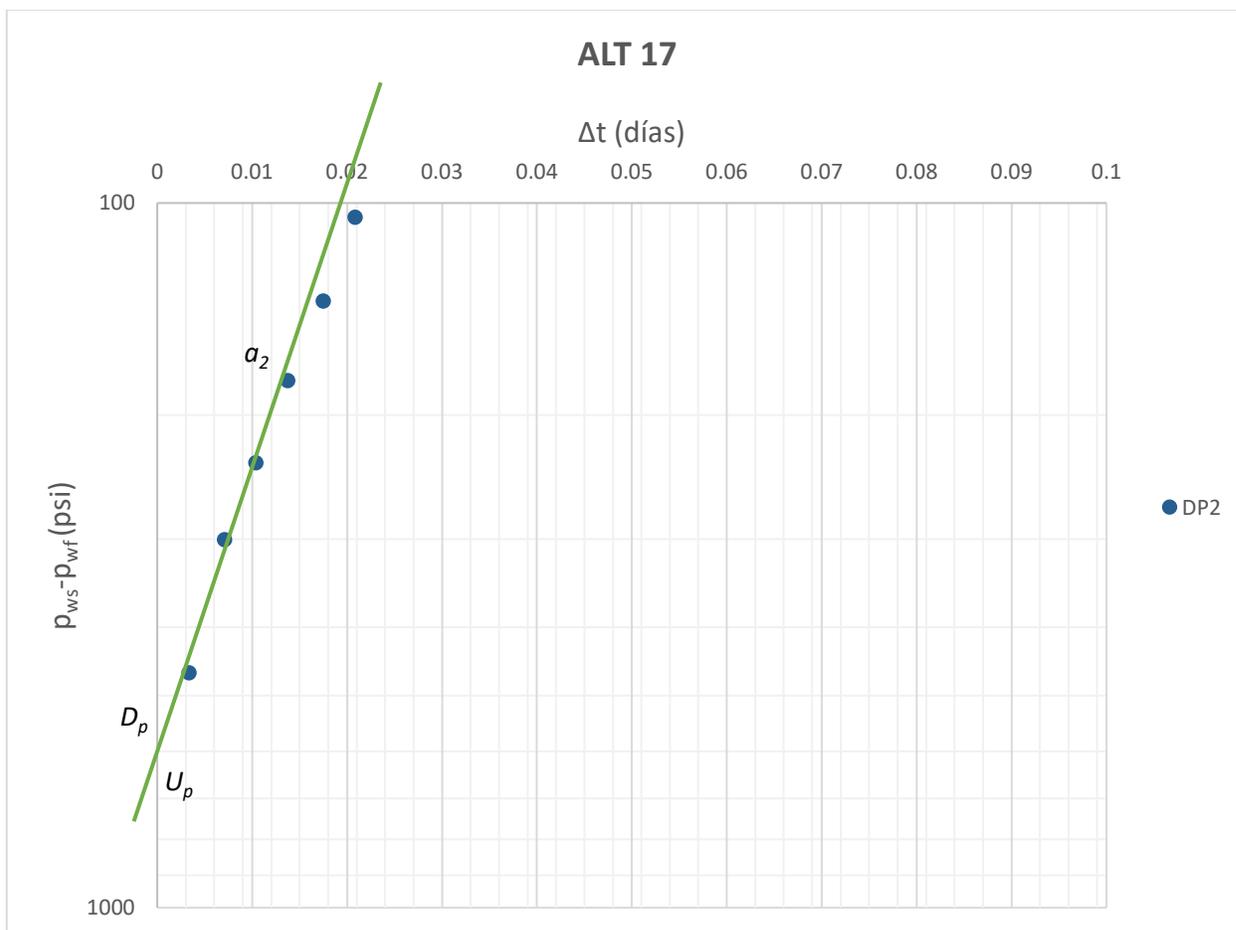


Figura 4-2. Método gráfico de Pollard (1959), diferencial de presión en fracturas.

La gráfica de la **Fig. 4-2**, es la diferencia entre  $\Delta p_t$  (figura 4-1) menos el primer término de la ecuación de Pollard (1959), o  $\Delta p_{2-3} = \Delta p_t - \Delta p_1$ , lo cual equivale a la diferencia de presión que existe en los fluidos en fracturas lejanas al pozo y fracturas cercanas al pozo. Donde  $\Delta p_1 = C_p e^{a_1 \Delta t}$ . La constante  $U_p$  es la diferencia de presión total en la red de fracturas. La constante  $D_p$  o  $D$  es la diferencia de presión entre fracturas lejanas al pozo y fracturas cercanas al pozo. La constante  $a_2$ , es la tendencia o pendiente del diferencial de presión  $\Delta p_{2-3}$ , durante el flujo pseudo estacionario después del cierre del pozo.

Tabla 4-4. Resultados del método de Pollard (1959).

<b>Cp (psi)</b>	1500	<b>Dp (psi)</b>	620
<b>m1</b>	-0.188679245	<b>m2</b>	-39.61958447
<b>Ap (psi)</b>	9216		
<b>Up (psi)</b>	464.9430996		

### Calculo del diferencial de presión debido al flujo interporoso.

Para obtener el diferencial de presión debido al daño por flujo interporoso  $\Delta p_{S_{fb}-dfD}$ , se realizan los siguientes cálculos.

La fractura dominante se puede caracterizar mediante una prueba de decremento a gasto constante, o mediante registros de imagen ATV (Acoustic Televiewer Logs) y registros AWF (Tube-wave attenuation)

### Cálculo del tamaño de bloque.

Inicialmente se calcula el tiempo de fin de geometría lineal o fin de flujo bajo régimen transitorio, durante una prueba de decremento de presión a gasto constante, usando la ecuación (3-64):

$$t_{elfD} = \sqrt{\frac{5.99025(k_{df}b_{df})_D}{4\pi\eta_{dfD}}}$$

$$t_{elfD} = \sqrt{\frac{5.99025 * 3.69E - 02}{4\pi * 9343.215153}}$$

$$t_{elfD} = 0.005399619$$

El resultado anterior, indica que a partir de  $t_{elfD} = 0.005399619$  durante una prueba de decremento de presión a gasto constante, se tiene régimen de flujo pseudo estacionario, por lo cual, se usa la solución para flujo pseudo estacionario de Ashok Kumar (1988).

Con los siguientes datos de entrada, se genera una curva tipo de Belani (1988), observada en la gráfica 4-3:

S <sub>lmax</sub>	=4.1201e-8
Omegm	=0.992
S <sub>lmin</sub>	=4.12e-8
C <sub>bar</sub>	=82.1

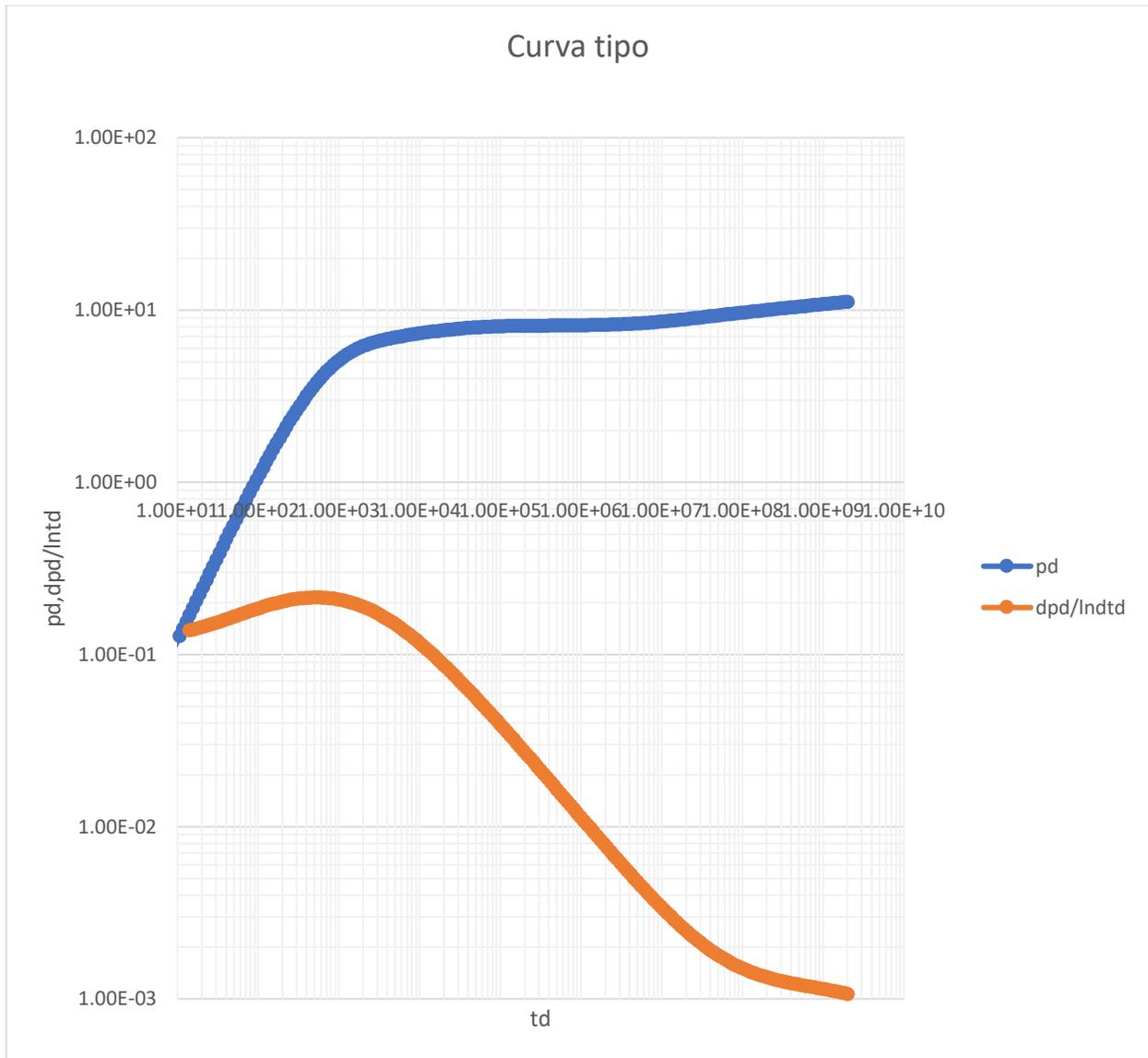
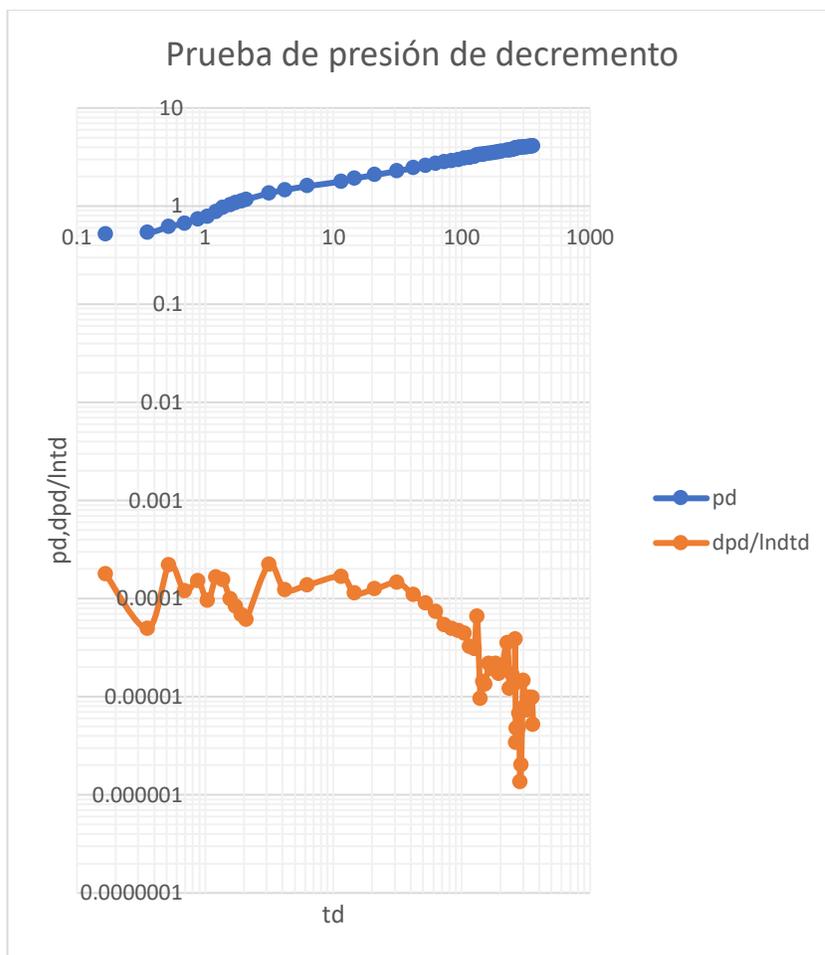


Figura 4-3. Curva tipo Belani (1988).

Mediante las ecuaciones desarrolladas por Belani (1988), se obtiene la curva tipo anterior **Fig. 4-3**, la cual incluye el perfil de presión adimensional y la derivada de la presión de Bourdet (1989) características de un yacimiento naturalmente fracturado, con tamaño de bloque uniforme,  $\lambda_{ratio} = 1.00002427$ ,  $\omega_m = 0.992$ ,  $\lambda_{max} = 4.1201e - 8$ .



Gráfica 4-4. Prueba de decremento de presión a gasto constante.

La gráfica (4-4) es el perfil de presión adimensional  $p_D$  y la derivada de la presión de Bourdet (1989) contra tiempo de la prueba de decremento de presión a gasto constante del pozo ALT-17.

Se usa la siguiente prueba de decremento de presión a gasto constante para hacer match con la curva tipo Ashok Kumar (1988).

Tabla 4-5. Prueba de decremento de presión del pozo ALT-17.

Time, Dt (hr)	pm	td	pwd
0	10896	0	0.46142367
0.08	10861	0.167014164	0.51828927
0.17	10851	0.354905098	0.53453658
0.25	10800	0.521919262	0.61739787
0.33	10770	0.688933426	0.66613981
0.42	10728	0.876824361	0.73437852

0.5	10700	1.043838525	0.779871
0.58	10646	1.210852689	0.86760649
0.66	10590	1.377866853	0.95859144
0.75	10552	1.565757787	1.02033122
0.83	10518	1.732771951	1.07557209
0.92	10489	1.920662886	1.12268929
1	10462	2.08767705	1.16655704
1.5	10349	3.131515575	1.35015167
2	10281	4.175354099	1.46063339
3	10198	6.263031149	1.59548609
5.5	10085	11.48222377	1.77908072
7	10003	14.61373935	1.91230868
10	9905	20.8767705	2.07153234
15	9780	31.31515575	2.27462375
20	9679	41.75354099	2.4387216
25	9592	52.19192624	2.58007322
30	9517	62.63031149	2.70192807
35	9460	73.06869674	2.79453775
40	9406	83.50708199	2.88227323
45	9353	93.94546724	2.96838399
50	9302	104.3838525	3.05124528
55	9264	114.8222377	3.11298507
60	9227	125.260623	3.17310013
63	9145	131.5236541	3.30632809
67	9133	139.8743623	3.32582486
70	9115	146.1373935	3.35507003
73	9098	152.4004246	3.38269046
78	9070	162.8388099	3.42818293
83	9045	173.2771951	3.46880121
88	9016	183.7155804	3.51591842
93	8993	194.1539656	3.55328724
98	8967	204.5923509	3.59553025
108	8918	225.4691214	3.67514208
113	8901	235.9075066	3.70276251
118	8877	246.3458919	3.74175606
123	8858	256.7842771	3.77262596
125	8802	260.9596312	3.86361091
126	8797	263.0473083	3.87173456
128	8790	267.2226624	3.88310768
130	8783	271.3980165	3.8944808
132	8776	275.5733706	3.90585392

134	8766	279.7487247	3.92210123
136	8764	283.9240788	3.9253507
139	8761	290.1871099	3.93022489
144	8739	300.6254952	3.96596898
149	8727	311.0638804	3.98546575
154	8716	321.5022657	4.0033378
159	8701	331.9406509	4.02770876
164	8686	342.3790362	4.05207973
169	8671	352.8174214	4.0764507
172	8663	359.0804525	4.08944855

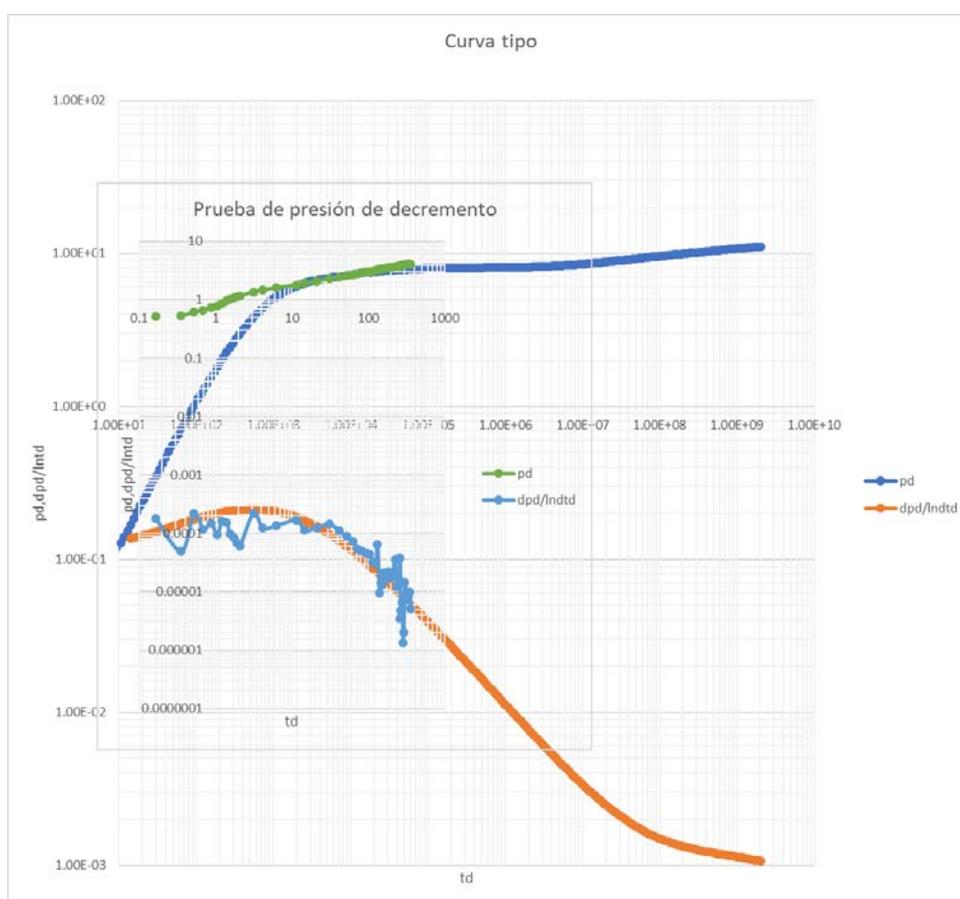


Fig. 4-5. Match de la curva tipo Fig. 4-3 y la prueba de decremento de la tabla 4-5.

La **Fig. 4-5**. Es el ajuste de las gráficas (4-3) y (4-2), mediante el cual se puede calcular el tamaño de bloque  $H$ , a partir de la ecuación (3-72).

Usando la siguiente ecuación (3-72), se obtiene el coeficiente de flujo interporoso a partir del match con la curva tipo y los datos de entrada para obtener la curva tipo.

$$\begin{aligned} S_{lmax} &= 4.1201e-8 = \lambda_{max} \\ \text{Omegm} &= 0.992d0 = \omega_m \\ S_{lmin} &= 4.12.e-8 = \lambda_{min} \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{k_m r_w^2}{k_f h^2}$$

Relación de flujo inerporoso para la curva tipo de la gráfica (4-3):

$$\lambda_{ratio} = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = 1.00002427$$

$$\lambda_{min} = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{ratio}}$$

$$\lambda_{min} = \frac{4.1201e-8}{1.00002427} = 4.12e-8$$

El valor de  $\lambda_{min}$ , obtenido a partir de la curva tipo de Belani (1988), es el coeficiente de flujo interporoso de las fracturas bulk, con el cual se calcula el tamaño de bloque.

Tamaño de bloque:

$$H = \sqrt{\frac{k_m r_w^2}{k_f \lambda}}$$

$$H = \sqrt{\frac{0.074988449 * 0.03125^2}{0.181423667 * 4.12e-8}} = 99[ft]$$

Para calcular la cantidad de bloques verticales  $m_v$  y la cantidad de bloques horizontales  $m_h$ , se usan las siguientes ecuaciones:

$$m_h = \frac{2r_e}{H}, \tag{4-6}$$

$$m_v = \frac{h_c}{H}, \tag{4-7}$$

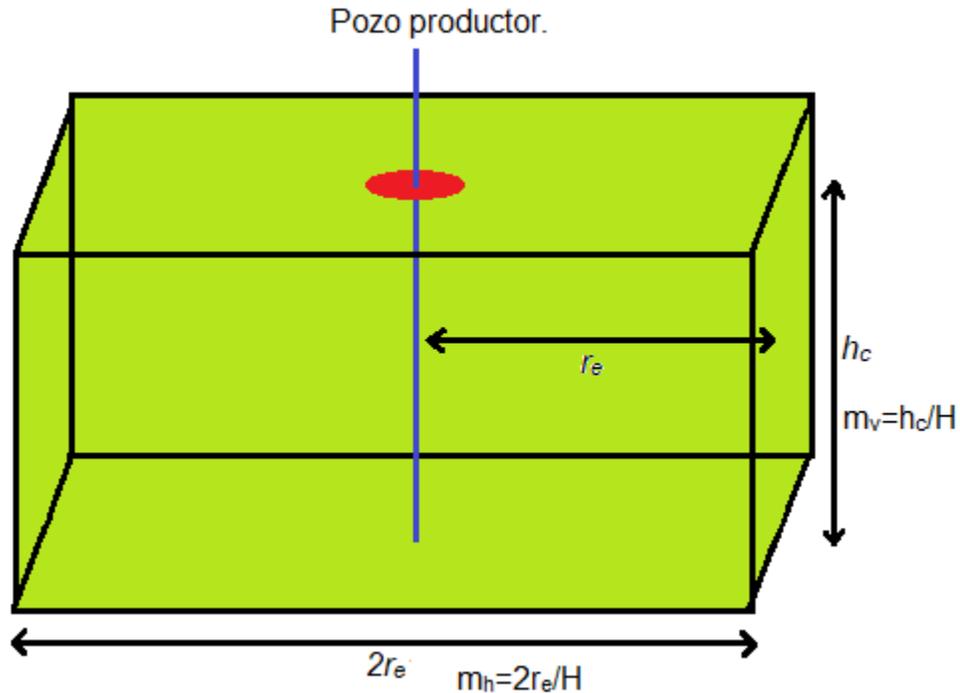


Fig. 4-6. Cálculo de cantidad de bloques verticales y cantidad de bloques horizontales.

La **figura 4-6**, es un diagrama del yacimiento horizontal de radio  $r_e$ , para el cual se calculan la cantidad de bloques de matriz verticales y horizontales,  $m_v$  y  $m_h$  de tamaño  $H$ , y distribución uniforme. Para calcular la cantidad de bloques horizontales, se considera un volumen de control cúbico u horizontal que corresponde a un medio poroso naturalmente fracturado que constituye un yacimiento naturalmente fracturado, de longitud  $2r_e$  y altitud  $h_c$ .

Tabla (4-6). Parámetros calculados de la fractura dominante, tamaño de bloque uniforme y diferencial de presión debido a flujo interporoso.  $\Delta p_{S_{fb-dfd}}$

<b>mh</b>	1.35E+01	
<b>mv</b>	1.325252525	
<b>σdf</b>	6.86E-05	1/ft <sup>4</sup>
<b>φfb</b>	0.003599507	
<b>ndfd</b>	9343.215153	
<b>bdf</b>	1.64E-02	um
<b>kdf</b>	27125	md
<b>xdf</b>	1.967266416	ft
<b>kfb</b>	0.181423667	md
<b>φdf</b>	0.0048	
<b>ctdf</b>	3.00E-04	psi-1
<b>φt</b>	0.038	
<b>ctfb</b>	2.50E-05	1/psi

$\mu$	0.52	cp
H	9.90E+01	ft
q	3240	STBD
Bo	1.48E+00	
wdf	3.25243E-05	
(kdfbdf)d	5.71E-01	
Hd	5.03E+01	
hf	131.2	ft
$\lambda$	4.12E-08	
$\lambda$ df	1.77E-09	
sfb-dfd	4.76E+01	
s	-0.01682475	
Dps-d	0.00651	
telfd	0.005399619	
DPS	127.50759	psi

$$\Delta p_{S_{fb-dfD}} = 127.50759 \text{ [psi]}$$

Para determinar si el diferencial de presión debido al daño por flujo interporoso afecta el cálculo del volumen de fluidos en matriz, se usan las siguientes ecuaciones (3-19), (3-31), (3-38):

$$a_{1\text{corregido}} = \frac{A_1 \left( V_m C_m + \frac{(\Delta p)_{\text{dañoD}} 141.2 q B_o \mu}{k_{fb} h_t} + V_f C_f \right)}{V_m C_m V_f C_f}$$

$$A_1 = \frac{a_{1\text{corregido}} (V_m C_m V_f C_f)}{\left( V_m C_m + \Delta p_{S_{fb-dfD}} + V_f C_f \right)}$$

$$V_{m\text{corregido}} = \frac{B q_o a_{1\text{corregido}}}{(C) c_m}$$

Tabla (4-7). Constantes corregidas del método modificado de Pollard.

8.1823168E-02	<b>A1</b>
6.2899029E+00	<b>a1corregido</b>

Debido a que a1 corregido es diferente a la pendiente calculada a partir del método de Pollard (1959), se concluye que  $\Delta p_{S_{fb-dfD}} = 127.50759 \text{ [psi]}$ , se requiere calcular  $V_{m\text{corregido}}$  para obtener los parámetros del yacimiento corregidos debido al daño en bloques de matriz por flujo interporoso.

### Resultados corregidos mediante la ecuación de Pollard modificada.

Tabla (4-8). Resultados corregidos tomando en cuenta el daño por flujo interporoso

$\Delta p_{S_{fb-dfD}}$							
<i>coe</i>	<b>0.0003</b>	<i>r<sub>e</sub> (ft)</i>	<b>615.2503</b>	<i>smfd*</i>	<b>47.6198</b>	$\phi_f$	<b>0.0030</b>
<i>Vf (bbl)</i>	16085.3143	<i>k<sub>f</sub></i>	0.1830	<i>dps(psi)</i>	127.5076	$\phi_m$	0.9970
<i>Vm (bbl)</i>	5284312.9524	<i>k<sub>m</sub></i>	0.0756				
<i>Vt (bbl)</i>	5300398.2668	<i>k</i>	0.0750				

Tabla (4-9). Comparativa entre resultados corregidos y resultados calculados mediante ecuaciones de Pollard (1959) original.

Parámetro	Pollard (59)	Corregido	%
<i>coe</i>	0.000294	0.000294	<b>0.00%</b>
<i>Vm (bbl)</i>	4452669.474	6208895.279	<b>28.29%</b>
<i>Vf (bbl)</i>	16085.31433	16085.31433	<b>0.00%</b>
<i>Vt (bbl)</i>	4468754.8	6231523.066	<b>28.29%</b>
<i>r<sub>e</sub> (ft)</i>	564.9250733	667.1058	<b>15.32%</b>
<i>k<sub>m</sub></i>	0.074988449	0.0763	<b>1.72%</b>
<i>k<sub>f</sub></i>	0.181423667	0.184491008	<b>1.66%</b>
$\phi_f$	0.003599507	0.002581281	<b>-39.45%</b>
$\phi_m$	0.9964005	0.997418719	<b>0.10%</b>

El diferencial de presión calculado debido a flujo interporoso  $\Delta p_{S_{fb-dfD}} = 127.50759$  [psi], se resta en la ecuación de gasto de fluidos en matriz hacia fracturas  $\Delta p_1 = C e^{-\alpha_1 \Delta t}$ ; de esta forma se descarta el efecto de daño en bloques de matriz debido al flujo interporoso y esto permite corregir los parámetros del yacimiento. En la tabla 4-9, se muestra la variación de cada parámetro calculado después de corregirlo. El parámetro corregido que más varía respecto al parámetro original es el volumen de fluidos en los bloques de matriz debido a que el efecto de daño por incrustación de minerales ocurre en los bloques de matriz, por lo tanto, al corregir el cálculo de volumen total de fluidos dentro del radio de investigación, se requiere corregir volumen total, radio de investigación, permeabilidad de matriz y fractura además de porosidad de fractura y matriz en función de la porosidad total, la cual no varía. El cálculo de porosidad de matriz y porosidad de fracturas está calculado en función de la porosidad total o como fracción

de la porosidad total. Debido a que al corregir el parámetro de volumen de fluidos dentro del radio de investigación y siendo el resultado mayor al valor calculado, cambia fracción de porosidad de fractura y matriz, aumentando la de matriz y disminuyendo la de fractura.

## CAPITULO V.

### APORTES.

Esta tesis está estructurada en V capítulos, se describen los objetivos por los que se realizan las pruebas de presión, cuales son los principales tipos de pruebas y la finalidad e importancia de realizarlas. Es importante programar tomas de información durante la vida productiva del yacimiento; inicialmente las pruebas de presión sirven para caracterizar al yacimiento, obtener presión inicial, permeabilidad de la formación, daño debido a la perforación y después se siguen realizando durante la etapa de desarrollo del yacimiento para monitorear el comportamiento de la presión conforme se explota el yacimiento y poder realizar pronósticos de producción precisos, planear el desarrollo del yacimiento así como maximizar el factor de recuperación.

Para analizar las mediciones de pruebas de presión, se requiere el uso de métodos gráficos que usan modelos matemáticos para analizar el comportamiento de los diferenciales de presión de acuerdo al tipo de prueba realizada, los cuales modelan flujo de fluidos en medios porosos homogéneos y/o naturalmente fracturados, usando estos métodos y modelos matemáticos, se realizan cálculos sobre los parámetros del yacimiento, para encontrar tendencias al graficar cálculos con las mediciones de presión contra el tiempo, mediante las cuales se obtienen pendientes usadas en los modelos matemáticos o se comparan con curvas tipo generadas mediante ecuaciones de flujo en medios porosos que permiten obtener parámetros de yacimientos naturalmente fracturados como permeabilidad de fractura, matriz, porosidad de matriz y fractura, radio de investigación de la prueba de presión, daño en formación, longitud de fractura dominante interceptada por el pozo productor, coeficiente de flujo interporoso y coeficiente de almacenamiento de matriz y fractura. En el segundo capítulo se desarrollan las ecuaciones fundamentales que modelan flujo de fluidos, desde la ecuación de continuidad, Ley de Darcy, ecuación de difusividad, soluciones típicas de acuerdo a las condiciones de frontera e iniciales, geometrías de flujo así como régimen de flujo y los modelos de geometrías de fracturas.

Debido a la practicidad de usar métodos gráficos y obtener parámetros del yacimiento a partir de las pendientes obtenidas al graficar diferenciales de presión contra tiempo, se usó el método de Pollard (1959), el cual considera tres diferenciales de

presión en el yacimiento durante una prueba de presión de incremento, que consisten en diferencias de presión debido a flujo entre matriz y fractura, entre fracturas lejanas y cercanas además de flujo en las fracturas alrededor del pozo. Al no considerar geometrías de fracturas, daño en bloques de matriz y solamente considerar un diferencial de presión en las fracturas alrededor del pozo; se pueden adicionar varias consideraciones en el modelo original de Pollard (1959); como considerar cualquier geometría de fracturas y atribuirle el diferencial de presión entre fracturas lejanas y cercanas al pozo a esa geometría, daño debido a flujo interporoso por incrustación de minerales y restarle el diferencial de presión debido a ese daño a la ecuación de gasto de fluidos de matriz hacia fracturas y finalmente considerar la idealización de que el pozo vertical intercepta una fractura vertical dominante cuya producción es igual a la de las fracturas que en realidad están interceptadas por el pozo productor, esta idealización matemática se puede modelar con el uso de registros de imagen. Finalmente se obtiene un método gráfico-matemático práctico que permite caracterizar a un yacimiento naturalmente fracturado cerrado cuya presión está sobre la presión de burbujeo.

Se realiza un ejemplo de cálculo en el cual se describe la metodología aplicada empleando el método modificado de Pollard (1959), se describen las consideraciones bajo las cuales el método es correcto, como realizar registros de imagen para determinar una fractura vertical dominante equivalente, que aporte la misma cantidad de fluidos que las fracturas interceptadas por el pozo productor, modelar una geometría de fracturas que consiste en bloques de matriz de tamaño uniforme cuyo tamaño  $H$  se calcula mediante curvas tipo generadas mediante ecuaciones deducidas por Belani (1988). Uno de los parámetros más importantes que se calculan mediante éste método, es el diferencial de presión debido al daño por flujo interporoso  $\Delta p_{S_{fb}-dfD}$ , el cual se usa en las ecuaciones del método modificado de Pollard para corregir los cálculos de permeabilidad de bloques de matriz y fracturas, radio de investigación, porosidad de matriz y fractura y finalmente el aceite original en sitio (*OOIP*, por sus siglas en inglés). Se concluye que el diferencial de presión debido al flujo interporoso por incrustación de minerales es directamente proporcional al tamaño de bloque  $H$ .

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Se desarrollaron las ecuaciones fundamentales de flujo de fluidos en medios porosos para establecer los modelos matemáticos empleados en yacimientos de doble porosidad y los parámetros requeridos para modelarlos.

Fue modificada la ecuación de gasto en matriz hacia las fracturas adyacentes, formulada por Pollard (1959), añadiendo un diferencial de presión adicional debido al daño por flujo interporoso debido a incrustación de minerales en los bloques de matriz.

Se estableció una geometría de fracturas que consiste en bloques de matriz de tamaño uniforme y que el pozo productor intercepta una fractura vertical dominante; de esta forma, se puede adjudicar el diferencial de presión propuesto por Pollard (1959) debido al flujo de fluidos entre fracturas lejanas y fracturas cercanas al pozo, a la geometría de fracturas y diferencial de presión en fracturas alrededor del pozo a la fractura dominante.

Ha sido propuesto un método simple, basado en el método de Pollard (1959) y Pirson (1961) para caracterizar parámetros físicos del yacimiento mediante una prueba de incremento de presión que cuenta con un periodo previo de producción  $t_p$ , en el cual se alcanzó régimen de flujo pseudo-estacionario, descartando el diferencial de presión debido al daño por flujo interporoso en la ecuación de gasto en matriz hacia las fracturas adyacentes, lo cual permite obtener volúmenes de fluidos en bloques de matriz y fracturas dentro del área de investigación, de forma precisa y cálculos de permeabilidades de matriz y fractura corregidos.

Se recomienda realizar registros de imagen en yacimientos naturalmente fracturados, pruebas de incremento de presión al inicio de la explotación de los pozos y registros para caracterizar la permeabilidad de la fractura dominante interceptada por el pozo productor.

Se requiere desarrollar un modelo matemático para calcular el daño en bloques de matriz  $S_{fb-dfD}$  en función del tiempo, ya que con la igualdad encontrada por Valdés-Pérez, Cinco-Ley y Pulido (2016), se usa una igualdad para calcular el daño debido a flujo interporoso debido a incrustación de minerales en los bloques de matriz, al tiempo adimensional en el que se alcanza el fin del flujo lineal o fin de régimen transitorio, es decir, cuando durante una prueba de decremento a gasto constante la onda de abatimiento de presión alcanza las fronteras del yacimiento. De esta forma se estaría calculando el daño en bloques de matriz en función de otros parámetros que se adquieren mediante análisis composicionales a las muestras obtenidas de los fluidos que produce el yacimiento, compresibilidad de la roca, presión de poro, esfuerzos triaxiales, historial de explotación del yacimiento e incluso pronósticos de producción para vaticinar el comportamiento de los bloques de matriz en el yacimiento naturalmente fracturados.

## NOMENCLATURA

$\phi$	= Porosidad.
$\mu_o$	= Viscosidad (cp).
$r_e^2$	= Radio de drene cuadrático (ft).
$k$	= Permeabilidad (mD).
$c_f$	= Compresibilidad de la formación.
$p_i$	= Presión inicial (psi).
$p_{ws}$	= Presión estática en el pozo (psi).
$q_o$	= Gasto del pozo durante tiempo de producción (bpd).
$B_o$	= Factor de volumen del aceite (c.y./c.s.).
$h$	= Espesor del yacimiento (ft).
$t_p$	= Tiempo de producción (hrs).
$\Delta t$	= Incrementos de tiempo entre cada medición de presión (hrs).
$r_i$	= Radio de drene o investigación (ft).
$\vec{v}$	= Vector de velocidad de fluido.
$t$	= Tiempo.
$\rho$	= Densidad del fluido.
$\nabla p$	= Gradiente de presión
$k$	= Permeabilidad efectiva
$\mu$	= Viscosidad del fluido
$\vec{g}$	= Vector de gravedad
$q_o$	= Gasto del pozo (bpd).
$k$	= Permeabilidad (mD).
$p_1$	= Presión (psi)
$B_o$	= c.y./c.s.
$h$	= Espesor total (ft)
$r_2$	= Radio de investigación
$r_1$	= Radio del pozo
$q_o$	= gasto de aceite (stb/día)
$h$	= espesor de la formación, ft
$p_e$	= presión en el radio de drene, psi, o presión promedio $p = \bar{p}$ o presión inicial a $r = r_e$ .
$r_e$	= radio externo o radio de drene, ft, se calcula del espaciamiento de pozos
$r_w$	= radio del pozo, ft
$\mu_o$	= Viscosidad del aceite, cp
$B_o$	= Factor de volumen del aceite, c.y./c.s.
$g$	= Aceleración de la gravedad.
$\rho$	= Densidad del agua (cm/s).

## NOMENCLATURA

$k$	= Conductividad hidráulica de la fractura (cm/s)
$\eta$	= Viscosidad del agua (g/cm•s)
$a$	= Longitud total del yacimiento perpendicular al pozo, ft
$B$	Factor de volumen de formación, res vol/surface vol
$c_t$	= $S_o c_o + S_w c_w + S_g c_g + c_f$ = compresibilidad total, psi <sup>-1</sup>
$h$	= Grosor de la formación neto, ft
$h_m$	= Grosor de la matriz, ft
$\bar{k}$	= Permeabilidad promedio, md
$k_f$	= Permeabilidad del apuntalante en la fractura, md
$k_m$	= Permeabilidad de la matriz, md
$L$	= Distancia del pozo a frontera de no flujo, ft
$q$	= Gasto en superficie, STB/D
$r_w$	= Radio del pozo, ft
$t_p$	= Tiempo de pseudo-producción, horas.
$\Delta p_{1hr}$	= Cambio de presión desde el inicio de la prueba de presión a una hora de tiempo transcurrido, psi
$\Delta t$	= Tiempo transcurrido desde el inicio de la prueba, hours
$\lambda$	= Coeficiente de flujo interporoso
$\alpha$	= Parametro característico a la geometría del Sistema en un Sistema de doble porosidad
$\omega$	= Relación de almacenamiento en yacimientos de doble porosidad
$\mu$	= viscosidad, cp
$\gamma$	= Constante de Euler, = 1.781, dimensionless
$(\phi V c_t)_f$	= Almacenamiento de la fractura para yacimientos de doble porosidad
$(\phi V c_t)_{+m}$	= Almacenamiento total para yacimientos de doble porosidad

**BIBLIOGRAFÍA.**

1. Héctor Pulido, Guadalupe Galicia-Muñoz, Alex R. Valdés-Pérez and Felipe Díaz-García, 2011. Improve Reserves Estimation Using Interporosity Skin In Naturally Fractured Reservoirs. Thirty-Sixth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California, January 31- February 2.
2. Ashok Kumar Belani, 1988. Estimation Of Matrix Block Size Distribution In Naturally Fractured Reservoirs. Stanford University, Stanford, California, August 1988.
3. Dominique Bourdet, J.A. Ayoub and Y.M. Plard, Flopetrol-Johnston Schlumberger. Use Of Pressure Derivative In Well-Test Interpretation. S.P.E., June 1989.
4. G.I. Barenblatt, Iu. P. Zheltov and I.N. Kochina. Basic Concepts In The Theory Of Seepage Of Homogeneous Liquids In Fissured Rocks. PMM Vol. 24, No. 5, 1960, pp. 852-864.
5. Alex R., Valdes-Perez, Héctor Pulido, Heber Cinco-Ley, Guadalupe Galicia-Muñoz, 2011. Thirty-Sixth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California, January 31- February 2.
6. Heber Cinco-Ley, F. Samaniego-V, N. Dominguez A., 1978. Transient Pressure Behavior for a Well With a Finite-Conductivity Vertical Fracture. SPE-6014, August.
7. P. Pollard, 1959. Evaluation of Acid Treatments From Pressure Build-Up Analysis. AIME, Maracaibo, Venezuela.
8. T.D. Van Golf-Racht, 1982. Fundamentals Of Fractured Reservoir Engineering. Elsevier Scientific Publishing Company. 372-375, 407-415.
9. Giovanni Da Prat, 1981. Well Test Analysis For Naturally-Fractured Reservoirs. Stanford Geothermal Program, Interdisciplinary Research In Engineering And Earth Sciences, Stanford University, Stanford, California. July.
10. Heber, Cinco-Ley, 1996. Well-Test Analysis for Naturally Fractured Reservoirs. JPT, January.
11. Warren, J.E. and Root, P.J. 1963. The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs. SPE J. 3 (3): 245–255. SPE-426-PA.
12. Gringarten, A.C. 1984. Interpretation of Tests in Fissured and Multilayered Reservoirs With Double-Porosity Behavior: Theory and Practice. J Pet Technol 36 (4): 549-564. SPE-10044-PA.
13. Serra, K., Reynolds, A.C., and Raghavan, R. 1983. New Pressure Transient Analysis Methods for Naturally Fractured Reservoirs (includes associated papers 12940 and 13014 ). J Pet Technol 35 (12): 2271-2283. SPE-10780-PA.
14. Barenblatt, G.E., Zheltov, I.P., and Kochina, I.N. 1960. Basic Concepts in the Theory of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks. J. Appl. Math. Mech. 24: 1286-1303.
15. de Swaan O., A. 1976. Analytical Solutions for Determining Naturally Fractured Reservoir Properties by Well Testing. SPE J. 16 (3): 117–122. SPE-5346-PA

16. Bourdet, D. et al. 1984. New Type Curves Aid Analysis of Fissured Zone Well Tests. *World Oil* (April).
17. Pressure Transient Analysis Handbook– Petroleum Engineering – Houston University, Petroleum Engineering
18. Pressure Transient Analysis Handbook, T. Blasingame
19. Warren, J. E. and Root, P.J. 1963. The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs. *SPE J.* e (3): 245-255
20. Streltsova, T.D. 1976. Hydrodynamics of Groundwater Flow in a Fractured Formation. *Water Resour. Res.* 12 (3): 405-414
21. Streltsova, T. 1983. Well Pressure Behavior of a Naturally Fractured Reservoir, T. *SPE J.* 23 (5): 769-780
22. Samaniego-V, F, and Cinco-Ley, H. 2009. Transient Well Testing, In *Naturally Fractured Reservoirs*, ed. M. Kamal, Chap. 10, 221-280. Richardson, Texas: Monograph Series, SPE.
23. Muskat, M. 1937. *The flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media.* Ann Arbor, Michigan: J.W. Edwards.
24. Mavor, M. and Cinco-Ley, H. 1979. *Transient Pressure Behavior of Naturally Fractured Reservoirs*, Special Publication No. 270, first edition. London, UK: Geological Society of London.
25. Liu, C. Q. 1981. Exact Solution for the Compressible Flow Equations through a Medium with Triple-Porosity. *Appl. Math. Mech.* 2 (4): 457-462.
26. Kuchuk, F. and Habashy, T. 1997. Pressure Behavior of Laterally Composite Reservoirs. *SPE Form Eval* 12 (1): 47-56.
27. Fikri Kuchuk, and Denis Biryukov, Schlumberger. 2012. *Pressure-Transient Behavior of Continuously and Discretely Fractured Reservoirs.*
28. Heber Cinco-Ley and Fernando Samaniego-V, 1982. *Pressure Transient Analysis for Naturally Fractured Reservoirs.* SPE 11026, New Orleans, September.
29. Heber Cinco-Ley, F. Samaniego-V, 1981. *Transient Pressure Analysis for Fractured Wells.* SPE, September.
30. Heber Cinco-Ley, F. Samaniego V., Kucuk, 1985. *The Pressure Transient Behavior For Naturally Fractured Reservoirs With Multiple Block Size.* SPE, September.
31. Pirson, 1961. *An Extension Of The Pollard Analysis Method Of Well Pressure Build-Up And Drawdown Tests.* 36<sup>th</sup> Annual fall meeting of the SPE of the AIME in Dallas, October 8-11.
32. Milton Abramowitz and Irene A. Stegun. 1964. *Handbook of Mathematical Functions.* National Bureau of Standards Applied Mathematics, Series-55. June.
33. Ernest, J., Henley, Edward M. Rosen. 1969. *Material And Energy Balance Computations.* John Wiley & Sons, Inc.

34. F.L. paillet and Kemal Kapucu. 1989. Fracture Characterization and Fracture-Permeability Estimates From Geophysical Logs In The Mirror Lake Watershed, New Hampshire. U.S. Lakewood, Colorado. Geological Survey.
35. Fernando Samaniego V. and Heber Cinco-Ley. 1996. Carbonate Reservoir Characterization: A Geologic – Engineering Analysis: Chapter 6. Elsevier. Volume 44, Part 2, Pages 1-994.
36. Amanat U. Chaudhry. 2004. Pressure transient analysis Handbook.

**CÁLCULO DE TAMAÑO DE BLOQUE.**

Se usa el programa siguiente en fortran, para generar las curvas tipo que se utilizan en el cálculo del tamaño de bloque  $H$  (Belani, 1988).

```

program main
use var
  implicit none
  open (unit=3,file='datp.plt')
  rewind (unit=3)
  n=10
  m=1
  slmax=1.0e-5
  omegm=0.95d0
  slmin=1.0e-8
  !print*, 'lambda(max)= '
  !read*, slmax
  !print*, 'lambda(min)= '
  !read*, slmin
  ! print*, 'omega= '
  ! read*, omegm
  print*, 'cbar= '
  read*, cbar
  ssn=0.0d0
  sk=-2.3d0
  do i=1,250
    td(1)=0.1d0
    !write(*,*)i, 'td', td(i)
    if(i>1) then
      td(i+1)=td(i)*1.1
    else
      td(i+1)=td(i)*1.1
    end if
  end do
  do i=1,250
    call pwd
    tda(i)=td(i)
    pda(i)=pd(i)
    dpda(i)=dpd(i)*td(i)
    d2pda(i)=d2pd(i)*td(i)*td(i)+dpd(i)*td(i)
    td(i)=td(i)*1.1
  end do
  write(3,*)250
  do i=1,250

```

```

write(3,102)tda(i),pda(i)
end do
write(3,*)250
do i=1,250
    write(3,102)tda(i),dpda(i)
end do
write(3,*)250
do i=1,250
d2pda(i)=(dpda(i+1)-dpda(i))/(tda(i+1)-tda(i)*(tda(i+1)+tda(i)))
write(3,102)tda(i),d2pda(i)
end do
102 format(6e22.14)
    close(unit=3)
stop
end program main
SUBROUTINE pwd
use var
implicit none
!THIS FUNTION COMPUTES NUMERICALLY THE LAPLACE TRNSFORM
!INVERSE OF F (S)
!NOW IF THE ARRAY V(1) WAS COMPUTED BEFORE THE PROGRAM
!GOES DIRECTLY TO THE END OF THE SUBROUTINE TO CALCULATE
!F(S)
IF (N.EQ.M) GO TO 17
M=N
DLOGTW=0.6931471805599d0
NH=N/2
!THE FACTORIALS OF 1 TO N ARE CALCULATED INTO ARRAY G.
G(1)=1
DO 1 J=2,N
G(J)=G(J-1)*J
1 CONTINUE
!TERMS WITH K ONLY ARE CALCULATED INTO ARRAY H.
H(1)=2/G(NH-1)
DO J=2,NH
FI=J
IF ((J-NH).lt.0) then
H(J)=FI**NH*G(2*J)/(G(NH-J)*G(J)*G(J-1))
else
if ((j-nh).eq.0) then
H(J)=FI**NH*G(2*J)/(G(J)*G(J-1))
else
end if
end if

```

```

end do

!THE TERMS (-1)**NH+I ARE CALCULATED.
!FIRST THE TERM FOR I=1
SN=2*(NH-NH/(2*2))-1
write(*,*) sn
!THE REST OF THE SN'S ARECALCULATED IN THE MAIN ROUTINE.
!THE ARRAY V (I) IS CALCULATED.
DO 7 J=1,N
!FIRST SET V(1)=0
V(1)=0
!THE LIMITS FOR K ARE ESTABLISHED.
!THE LOWER LIMIT IS K1=INTEG((I+1/2))
K1=(J+1)/2
!THE UPPER LIMIT IS K2=MIN(I,N/2)
K2=j
IF (K2-NH) 8,8,9
9 K2=NH
!THE SUMMATION TERM IN V(1) IS CALCULATED.
8 DO 10 K=K1,K2
IF (2*K-J) 12,13,12
12 IF (J-K) 11,14,11
11 V(J)=V(J)+H(K)/(G(J-K)*G(2*K-J))
GO TO 10
13 V(J)=V(J)+H(K)/G(J-K)
GO TO 10
14 V(J)=V(J)+H(K)/G(2*K-J)
10 CONTINUE
!THE V(1) ARRAY IS FINALLY CALCULATED BY WEIGHTING
!ACCORDING TO SN.
V(J)=SN*V(J)
!THE TERM SN CHANGES ITS SIGN EACH ITERATION.
SN=-SN
7 CONTINUE
!THE NUMERICAL APPROXIMATION IS CALCULATED.
17 A(i)=DLOGTW/TD(i)
PD=0
dpd = 0
d2pd = 0
DO 15 j=1,N
!write(*,*)'j',j,'v(j)',v(j)
    ARG(i)=A(i)*J
    argmin(i)=dsqrt(3*slmin/omegm/arg(i))
    argmax(i)=dsqrt(3*slmax/omegm/arg(i))

```

```

hratio=dsqrt(slmin/slmax)
fs(i)=(1.0-omegm)-(omegm*argmin(i)*(datan(argmin(i))-datan(argmax(i))))/(1-hratio)
sfs(i)=arg(i)*fs(i)
x(i)=dsqrt(sfs(i))
y1(i)=bessel_y1(x(i))
y0(i)=bessel_y0(x(i))
plap(i)=((y0(i)+(sk*x(i)*y1(i))))/(arg(i)*((x(i)*y1(i))+(cbar*arg(i)*(y0(i)+sk*x(i)*y1(i))))))
plapd(i)=((y0(i)+(sk*x(i)*y1(i)))/(1*((x(i)*y1(i))+(cbar*arg(i)*(y0(i)+sk*x(i)*y1(i))))))
plapd2(i)=arg(i)*((y0(i)+(sk*x(i)*y1(i)))/(1*((x(i)*y1(i))+(cbar*arg(i)*(y0(i)+sk*x(i)*y1(i))))))
if (j.EQ.1) THEN
PD(j)=V(j)*plap(i)
else
PD(j)=PD(j-1)+V(j)*plap(i)
end if
if(J.EQ.1) THEN
dpd(j)=v(i)*plapd(i)
else
dpd(j)=dpd(j-1)+v(i)*plapd(i)
end if
if(j.EQ.1) THEN
d2pd(j)=v(j)*plapd2(i)
else
d2pd(j)=d2pd(j-1)+v(j)*plapd2(i)
end if
15 CONTINUE
PD(i)=PD(n)*A(i)
dpd(i)=dpd(n)*a(i)
d2pd(i)=d2pd(n)*a(i)
RETURN
END

module var
  implicit none
  integer (kind=4) n,m,i,fi,nh,k,k1,k2,J
  REAL(KIND=8) :: pda(300),dpda(300),d2pda(300),tda(300),G(50),H(25),v(50),arg(300)
  REAL(KIND=8) :: a(300),argmin(300),argmax(300),fs(300),sfs(300),td(300)
  REAL(KIND=8) ::
x(300),y0(300),y1(300),plap(300),plapd(300),plapd2(300),pd(300),dpd(300),d2pd(300)
  real(kind=8) :: sk,cbar,slmin,slmax,omegm,ssn,ans,hratio,DLOGTW
  real(kind=8) :: sn
end module

```