



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA EN EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS NATURALES –  
PERFORACIÓN

ANÁLISIS DE LA VELOCIDAD DEL SONIDO  
EN FLUIDOS NITROGENADOS UTILIZADOS EN  
PERFORACIÓN BAJO BALANCE

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
JHETRO PÉREZ VITAL

TUTOR PRINCIPAL  
DR. RUBÉN NICOLÁS LÓPEZ  
FACULTAD DE INGENIERÍA

CIUDAD DE MÉXICO, FEBRERO 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

PRESIDENTE: DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO

SECRETARIO: DR. ERICK EMANUEL LUNA ROJERO

VOCAL: DR. RUBÉN NICOLÁS LÓPEZ

1 ER. SUPLENTE: DR. OSCAR C. VALDIVIEZO MIJANGOS

2 D O. SUPLENTE: M. I. JUAN PEDRO MORALES SALAZAR

CIUDAD UNIVERSITARIA, CIUDAD DE MÉXICO.

**TUTOR DE TESIS:**

DR. RUBÉN NICOLÁS LÓPEZ

-----  
**FIRMA**

*A mi padre por ser fuente de inspiración constante*

*A mi madre por darme la vida y su cariño*

*A mi hermano por estar siempre a mi lado*

*A mi familia por darme constantemente su apoyo y  
amor*

*A Violeta Judith Carrera Rodríguez por su amor y  
confianza*

## AGRADECIMIENTOS

*Por haber estado conmigo y darme fuerzas a cada momento te agradezco Dios, en esos momentos de soledad y angustia fuiste el sendero en donde anduve y me diste esa fuerza espiritual que siempre necesitamos los hombre de buen corazón. Eres el principal camino en donde caía y levantaba de tu mano y dabas paz a este cuerpo, me dabas motivos para seguir adelante, en cada letra de este documento estás presente.*

*Agradezco a mi tutor todas las facilidades que ha tenido en la elaboración de mi tesis, con sus conocimientos y gran labor hacen que este escrito tenga un gran aporte en la industria petrolera, Dr. Rubén Nicolás López.*

*Un especial agradecimiento a un hombre que lleva muy en alto tanto a la Facultad de Ingeniería como a México, sus logros y gran pasión por la enseñanza aunado a su calidez humana lo hacen que sea un gran pilar en nuestra vida profesional, siempre un ser amable con tiempo en ayudar, Dr. Fernando Samaniego Verduzco.*

*Te agradezco por todo tu amor puro y sincero, por darme fuerza en esos días de desánimo, por estar conmigo apoyándome, haciendo más alegre mi camino, hoy por hoy puedo decir que no pude haber terminado esto sin ti, eres sin duda la mujer que siempre soñé, gracias por abrirme tu corazón que desde hace un tiempo ya no está solo, por tu ser y por tu entrega incondicional te doy las gracias, Violeta J. Carrera Rodríguez.*

*Gracias papá por enseñarme el camino del éxito, él saber que usted está conmigo me llena de orgullo y ánimo para salir adelante, por sus consejos, pláticas y pensamientos llenos de amor puedo decir hoy que se llegó a una de muchas metas y que seguiré en el buen camino que hoy se ha formado, esto es por usted, Ing. Armando Pérez.*

*A la más bella y amorosa madre, al darme sus enseñanzas y fortalezas, ser muchas veces mi vida, al darme su paz y esfuerzo, cuidarme y ser amado, eres parte de mis logros porque a pesar de todo eres la más hermosa en este mundo, esto va por usted, Lic. Ma. Mayela Vital Barbosa.*

*Mi gran amigo, por ser mi hermano de sangre, no tengo palabras para describirte éste logro que hoy te dedico, con tus consejos te doy las gracias al hacerme un hombre de bien, sabes que éstas palabras son muy poco y que no se comparan con todo lo que siento por ti, mis logros también hazlos tuyos porque siempre seremos uno, Lic. Iván Paoli Pérez Vital.*

*A mi familia que siempre se acuerdan de mí y que en sus plegarias y pensamientos estoy, no tengo palabras para decirles que hoy se cumple una meta más, va para ustedes.*

*Gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México por la oportunidad que me brindaste de ser un alumno tuyo con ganas de aprender y conocer lo que para mí era desconocido.*

*Gracias al Instituto Mexicano del Petróleo por brindarme un espacio y darme facilidades con mis trámites administrativos.*

*A mis amigos que siempre estarán en mi corazón, gracias por compartir un momento de vida conmigo y hacerme feliz, apoyándome y dándome un recuerdo para compartir; Ximena M. C. (Ximenita), Katya L. G. (Katy), Justo T. M. (Justo), Colver C. V. (Colver), Javier H. H. (Javivi), Gustavo L. H. (Maestro Gustavo), Gerardo V. C. (Maestro Gerry), Saúl C. E. (Vampiro), Víctor M. R. (El Vik), Juan Pedro M. S. (Maestro Pedro), José R. (José), Yusura B. (Yuss), Eduardo B. (Lalo), Bulmaro G. (Bulmaro), Diego S. (Diego), Víctor C. E. (El Gato), Eduardo C. (Crash), Eder C. (Eder Gordito), Ángel S. B. (Ángel), Edder O. P. (Edder), Marcos (el vigilante), Alma (la vigilante), Alberto A. C. (Beto), Octavio R. S. (Ing. Octavio), Uziel H. D. (Uziel) y a muchos más que por el espacio no puedo escribir, muchas gracias.*

## CONTENIDO

<b>RESUMEN</b> .....	<b>VI</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>VII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>VIII</b>
<b>LISTA DE GRÁFICAS</b> .....	<b>VIII</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	<b>IX</b>
<b>LISTA DE APÉNDICES</b> .....	<b>X</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
INTRODUCCIÓN .....	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	2
OBJETIVO DE ESTUDIO .....	3
<b>PERFORACION BAJO BALANCE</b> .....	<b>3</b>
PERFORACIÓN BAJO BALANCE.....	3
DEFINICIÓN Y CLASIFICACIÓN DEL FLUJO DE FLUIDOS .....	5
Estacionario .....	5
No estacionario.....	5
Transitorio .....	5
<b>INTRODUCCIÓN A LA HIDRÁULICA TRANSITORIA</b> .....	<b>6</b>
Causas de Transitorios .....	7
Tipos de transitorios hidráulicos.....	7
Golpe de ariete (Water Hammer).....	8
Clasificación del flujo transitorio .....	9
Efectos físicos provocados por los fenómenos transitorios .....	10
Métodos para el control de transitorios.....	11
<b>TEOREMA DE TRANSPORTE DE REYNOLDS</b> .....	<b>12</b>
<b>ECUACIONES GOBERNANTES SOBRE EL FLUJO TRANSITORIO</b> .....	<b>15</b>
Ecuación de Continuidad .....	15
Ecuación de Momento.....	21
<b>PÉRDIDAS DE PRESIÓN</b> .....	<b>25</b>
<b>PÉRDIDAS DE PRESIÓN</b> .....	<b>25</b>
<b>VELOCIDAD DE LA ONDA DE PRESIÓN EN UNA MEZCLA (LIQUIDO-GAS)</b> .....	<b>32</b>
Modelos matemáticos Takeshi .....	32
Modelo matemático Wylie & Streeter .....	39
Comparación de los modelos matemáticos.....	46

Datos experimentales justificando el modelo de Takeshi .....	50
Superficies de velocidad con el modelo de Takeshi .....	52
<b>CONSIDERACIONES INICIALES PARA EL CÁLCULO DE LAS CAÍDAS DE PRESIÓN EN UN SISTEMA DE PERFORACIÓN .....</b>	<b>56</b>
Simulación matemática con cien por ciento liquido.....	56
Simulación matemática tomando una fracción de líquido y una fracción de gas .....	61
<b>ANÁLISIS DE RESULTADOS .....</b>	<b>64</b>
<b>ANÁLISIS DE RESULTADOS .....</b>	<b>64</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>68</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>68</b>
<b>APENDICES .....</b>	<b>69</b>
<b>APENDICE A .....</b>	<b>69</b>
Velocidad de la onda de presión .....	69
Cálculo de propiedades de los fluidos .....	70
<b>APENDICE B .....</b>	<b>75</b>
Archivos de Matlab para generar caídas de presión en presencia de dos Fases.....	75
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>80</b>

## RESUMEN

En ésta investigación se toma en consideración el uso que tiene la velocidad del sonido de un fluido bifásico (en este caso nitrogenado) en el comportamiento de las caídas de presión a lo largo de la perforación bajo balance con la finalidad de visualizar el comportamiento cuando es aumentada o disminuida la fracción de gas, conociendo sus propiedades iniciales, éstas varían cada vez que la presión tenga una modificación a través del espacio anular, la barrena y la tubería de perforación para así encontrar la presión de bombeo necesaria para mantener al sistema estable.

Con la velocidad del sonido en una mezcla bifásica encontrada a cada condición en el sistema puede ser tomada y llevada a la ecuación de momento para simular el comportamiento que tiene el pozo de perforación para cada tiempo siguiente al aumentar o disminuir la fracción de gas y así pronosticar un comportamiento con más exactitud, considerando que la temperatura a lo largo de todo el trayecto del fluido se mantiene constante.

La incorporación de un valor real de la velocidad del sonido en una mezcla bifásica hace que la simulación para la presión bajo balance en la ecuación de continuidad sea una herramienta de estimación más precisa y que el comportamiento de las presiones a simular tengan una sustentación más científica en el modelado de las curvas de presión y velocidad a través del tiempo.

Esta contribución fortalece el estudio de la velocidad del sonido y aporta datos adicionales importantes cuando en un fluido la fracción de gas aumenta hasta que ésta sea muy cercana o igual a cien por ciento.

## ABSTRACT

In this research take the use of the sonic speed of a biphasic fluid (in this case nitrogenous) in the behavior of pressure drops along the under balances drilling string with the purpose of visualize the behavior when it is increased or decrease the gas fraction, knowing its initial properties, these will be varied each time when the pressure suffers a modification through the annulus, the drill bit and the drill pipe in order to find the pumping pressure necessary to maintain the system stable.

With the velocity of sound in a biphasic mixture found at each condition in the system, it can be taken to the momentum equation to simulate the downhole behavior for each subsequent time by increasing or decreasing the gas fraction and hence predicting a behavior with more accuracy taking into account that, the temperature along the entire path of the fluid remains constant.

The incorporation of a real value of the speed of sound in a biphasic mixture makes the simulation of the under balance pressure in the continuity equation a more accurate estimation tool and that the pressures behavior to simulate has a more scientific support in the modeling of pressure and velocity curves over time.

This contribution strengthens the study of the speed of sound and provides important additional data when in a fluid the gas fraction increases, until it's very close to or equal to one hundred percent.

## LISTA DE FIGURAS

- Fig. 2.1 Explicación gráfica del aumento o disminución de presión en un pozo petrolero.
- Fig. 2.2 Representación gráfica del fenómeno golpe de ariete.
- Fig. 2.3 Problema de baloneo en tubería debido al efecto de golpe de ariete.
- Fig. 2.4 Esquema representativo de un volumen de control.
- Fig. 2.5 Esquema gráfico representativo de un volumen de control con dos velocidades que pasan en él.
- Fig. 2.6 Esquema representativo de un volumen de control con dos velocidades que pasan en su interior Esquema representativo de las fuerzas que actúan sobre un volumen de control.
- Fig. 3.1 Sistema de circulación de los fluidos en un pozo.
- Fig. 3.2 Figura representativa del análisis para calcular la presión de bombeo desde la presión superficial.
- Fig. 3.3 Esquema comparativo de datos experimentales y datos teóricos de diferentes pruebas de presión con respecto al tiempo.
- Fig. 3.4 Esquema numérico para el cálculo de las caídas de presión en la sarta de perforación.
- Fig. 3.5 Diseño del estado mecánico para la simulación de las caídas de presión a lo largo de una tubería de perforación.

## LISTA DE GRÁFICAS

- Graf. 3.1 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Takeshi 1955 a presiones bajas variando la fracción de gas de 0- 100%.
- Graf. 3.2 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Takeshi 1955 variando la presión y la fracción de gas al 1%.
- Graf. 3.3 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Takeshi 1955 variando la presión y la fracción de gas de 0 a 100%.
- Graf. 3.4 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Wylie and Streeter 1978 variando la presión y la fracción de gas al 1%.
- Graf. 3.5 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Wylie and Streeter 1978 variando la presión y la fracción de gas de 0 a 100%.
- Graf. 3.6 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Wylie and Streeter 1993 variando la presión y la fracción de gas al 1%.

- Graf. 3.7 Comparación de los modelos a bajas presiones, Los datos de color verde fueron obtenidos de datos experimentales elaborados por Takeshi en donde se muestra la convergencia de estos datos con la curva de pronóstico de Wylie and Streeter (1977 y 1993) y el modelo de Takeshi.
- Graf. 3.8 Comparación de los modelos a bajas presiones para fracciones de gas de 0% a 100%, (1977 y 1993).
- Graf. 3.9 Grafica representativa de la ecuación de la velocidad del sonido en un fluido con presencia de gas.
- Graf. 3.10 Visualización del comportamiento de la velocidad del sonido al aumentar o disminuir la fracción de gas y aumentar o disminuir la temperatura.
- Graf. 3.11 Efecto de la temperatura en el modelo de Takeshi.
- Graf. 3.12 La temperatura hace disminuir a la velocidad de la onda de presión del fluido por expandir las moléculas del líquido, haciendo que se presenten burbujas entre ellas, éstas cargan a las moléculas de líquido y al presentarse un aumento de presión tienden a amortiguar la disipación de la onda por lo que el sistema consumirá más energía para que ésta alcance a ser comunicada a las partículas más cercanas.
- Graf. 3.13 Perfil de caídas de presión convencional con modelo.
- Graf. 3.14 Perfil de caídas de presión convencional con software.
- Graf. 3.15 Comparación de perfiles líquido (modelo y software).
- Graf. 3.16 Perfil de presiones bajo balance (líquido y gas) con modelo.
- Graf. 3.17 Perfil de presiones bajo balance (líquido-gas) con software.
- Graf. 3.18 Comparación de perfiles bajo balance (modelo y software).
- Graf. 4.1 Perfil de la caída de presión a lo largo de todo el sistema de perforación.
- Graf. 4.2 Perfil de la velocidad del sonido en el sistema de perforación.
- Graf. 4.3 Superposición de la velocidad del sonido con los valores de velocidades a la presión de fondo y presión de superficie.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	=	Área de la sección transversal
$B$	=	Propiedad intensiva del fluido
$E$	=	Módulo de Young
$E_c$	=	Energía cinética
$E_e$	=	Energía de expansión
$E_p$	=	Energía potencial
$L$	=	Longitud
$P$	=	Presión

$P^*$  = Presión de corrección  
 $V_l$  = Volumen del líquido  
 $V_g$  = Volumen del gas  
 $V_T$  = Volumen total del fluido  
 $V_S$  = Velocidad de flujo promedio relativo para la superficie de control  
 $W$  = Velocidad de la superficie de control

$d$  = Diámetro de la tubería  
 $e$  = Espesor de las paredes de la tubería  
 $f$  = factor de fricción de Darcy [adimensional]  
 $g$  = Gravedad  
 $g_c$  = Constante gravitacional  
 $h$  = Altura  
 $m$  = Masa  
 $v$  = Velocidad media del fluido  
 $\beta$  = Propiedad extensiva  
 $\delta$  = Rugosidad del material  
 $\sigma_2$  = Esfuerzo circunferencial  
 $\sigma_1$  = Esfuerzo axial  
 $\nu$  = Relación de Poisson  
 $\vartheta$  = Volumen específico  
 $\rho$  = Densidad del fluido  
 $\theta$  = Ángulo que forma la tubería con respecto a la horizontal  
 $\Delta h$  = Intervalo de estudio  
 $\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T$  = Gradiente de presión total  
 $\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_F$  = Gradiente de presión debido a la fricción  
 $\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{AC}$  = Gradiente de presión debido a la aceleración  
 $\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_E$  = Gradiente de presión debido a la elevación  
 $\Delta P_{AC}$  = Presión por aceleración  
 $\Delta P_E$  = Presión por estática  
 $\Delta P_F$  = Presión por fricción  
 $\Delta P_T$  = Presión por total

Nota El sistema de unidades utilizado es "mks" (metro, kilogramo, segundo)

## LISTA DE APÉNDICES

APÉNDICE A

APÉNDICE B

# INTRODUCCIÓN

## INTRODUCCIÓN

Al estudiar el comportamiento de los fluidos de perforación nos podemos percatar que también existen fenómenos que se presentan a lo largo de las tuberías alterando el estado original del fluido y generando perturbaciones que muchas veces no logramos comprender pero que podemos llegar a analizar de forma indirecta modelando su comportamiento y mitigando este si es dañino para las operaciones que se realicen.

El comportamiento de los fluidos nos lleva a un estudio profundo de la interacción de un fluido bifásico que mantiene características necesarias en apoyo a las labores de perforación, el comportamiento que puede llegar a tener a ciertas presiones nos hace analizarlo de manera conjunta y así tener un estudio práctico de los beneficios o perjuicio que puede llegar a tener.

Un análisis fundamental en el comportamiento de éste a lo largo de una tubería son las caídas de presión en el sistema de perforación el cual presenta información detallada de las condiciones dinámicas que tiene el fluido, teniendo el esquema de un volumen de control el cual permite conformar un análisis sistemático del recorrido y cambio de propiedades que llega a tener el fluido a lo largo de cierto tiempo.

Si tenemos en ese volumen de control una muestra representativa del fluido a una presión dada presentarán características propias que serán simuladas a través de correlaciones experimentales las cuales muestran una aproximación del comportamiento que tiene éste y así saber con más aproximación toda la información detallada del fluido.

Es indiscutible que el análisis se lleve de la mejor manera y que la información recabada sea verídica para así mantener una investigación fehaciente y que se considere para futuros estudios.

Al analizar el comportamiento que tiene el fluido de perforación podemos llegar a analizar con profundidad fenómenos específicos que interactúan conjuntamente con los cambios de presión y temperatura los cuales afectan en las labores de perforación aportando más datos a los estudios que hoy en día se tienen reportados en la literatura.

La densidad juega un papel importante cuando hablamos de la velocidad del sonido en un fluido, en ella el gas presente puede aumentar su fracción o disminuir depende de la presión ejercida a lo largo de una tubería, el comportamiento que presenta cambia por las maniobras de perforación y sus propiedades hacen que su estudio sea importante y extenso

ya que el gas se comporta como un fluido altamente compresible a altas presiones y temperaturas y cambia de volumen con la variación de éstos parámetros, transitoriamente hablando, varía el gasto en una tubería a lo largo de cierto tiempo teniendo diferentes curvas que describen el comportamiento de las caídas de presión en éste tipo de sistemas bifásicos.

La velocidad del sonido es un factor importante que es directamente influenciado por la fracción de gas, cuando no existe gas en una mezcla su valor puede llegar a los 1600 m/s si es agua, y cuando existe solo gas nitrógeno su valor llega a 500 m/s, el comportamiento de la curva que hace su variación depende de manera importante a la presión de trabajo la cual varía significativamente si hablamos de la perforación de un pozo petrolero, al momento de una manera bajo balance, la concentración de gas de formación hace que sea importante su estudio ya que se introduce el gas de forma indirecta al lodo de perforación lo que hace difícil el control de la presión en formación.

La fracción de gas y su velocidad es sin duda una oportunidad de ampliar el conocimiento sobre el comportamiento que tiene en esta clase de labores y así describir de manera más confiable su comportamiento en un sistema cerrado.

Para llevar a cabo un análisis confiable es necesario estudiar el esquema de trabajo, lo cual es en la práctica en donde se lleva a cabo una perforación bajo balance y estudiar las inconveniencias que se tienen cuando el gas de formación se introduce en el lodo de perforación, también es complementaria la información que puede tener en diferentes lugares fuera de la industria en donde se presente algún problema en donde sea visible la interacción de gas con un líquido para así comprender que no solo en la gran industria petrolera existe éste problema, sino también podemos visualizarlo a niveles más domésticos como en una tubería que esté conectada a una sola válvula y que presente una deformación de o algunos sonidos característicos a lo largo de una red de suministro de agua, etc., lo que hace importante su estudio.

La presente tesis hace un estudio del comportamiento que tiene la velocidad del sonido en un fluido bifásico de perforación y su interacción con las caídas de presión a lo largo del sistema. Su estudio hace tener una visión más amplia de los fenómenos que se presentan, el comportamiento que una fracción de gas puede llegar a tener a lo largo de su trayecto, desde la mesa rotaria hasta el retorno a la superficie por el espacio anular.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

¿Qué sucede al entrar mayor volumen de gas o líquido mientras se realiza la perforación de un pozo mediante la perforación bajo balance?

Por definición, la perforación bajo balance se da cuando la presión efectiva de circulación en el fondo del pozo es menor que la presión de poro de la formación. La presión en el fondo del pozo es igual a la presión hidrostática de la columna de fluido más las pérdidas de presión por fricción en el espacio anular, la incorporación de esta práctica en ocasiones hace que fluidos provenientes de la formación se desplacen hacia el pozo generando mayor cantidad tanto de líquido como de gas que interactúan con el fluido de perforación aumentando el gasto del mismo y si se presenta gas, disminuyendo la presión de la columna hidrostática lo cual perjudica en gran medida las labores de perforación.

Con la problemática de esto, la cantidad de líquido y gas en solución es un factor importante en las labores de perforación bajo balance, la elaboración de estudios especializados con la visión de saber los volúmenes que se tienen hacen que se tenga mayor conocimiento para mitigar las problemáticas que pueden llegar a comprometer al pozo a desarrollar, con ello, al saber con más precisión el comportamiento de los fluidos es indiscutible que se tenga mayor control de la problemática en la perforación bajo balance.

#### OBJETIVO DE ESTUDIO

Analizar el comportamiento de la dinámica de los fluidos de perforación en un pozo en perforación bajo balance.

Seleccionar la mejor correlación para el cálculo de la velocidad del sonido para un flujo bifásico.

Generar curvas de velocidad del sonido con variación de la fracción de gas afectadas por la incorporación de la temperatura a su sistema.

Concluir si fue factible la incorporación de la correlación seleccionada a la perforación bajo balance.

## PERFORACION BAJO BALANCE

#### PERFORACIÓN BAJO BALANCE

Por definición, la perforación bajo balance es cuando la presión efectiva de circulación en el fondo del pozo es menor que la presión de poro de la formación. La presión en el fondo del pozo es igual a la presión hidrostática de la columna de fluido más las pérdidas de presión por fricción en el espacio anular.

Convencionalmente, los pozos son perforados en condiciones de sobre balance lo cual provee la primera barrera de control sobre el yacimiento, la presión ejercida sobre él se origina por medio de tres diferentes mecanismos:

1. Presión hidrostática (pasiva). - debido al peso de la columna de fluido y al peso de los recortes de perforación.
2. Presión dinámica (dinámica). - debido a la fricción por la circulación del fluido de perforación dentro del pozo.
3. Presión impuesta (confinada o activa). - se origina al momento de que se ejerce una contrapresión en la cabeza del pozo o simplemente cuando se aísla parcial o totalmente el pozo en superficie creando áreas con presiones diferenciales (por ejemplo, mediante cabezas rotativas o gomas sellantes).

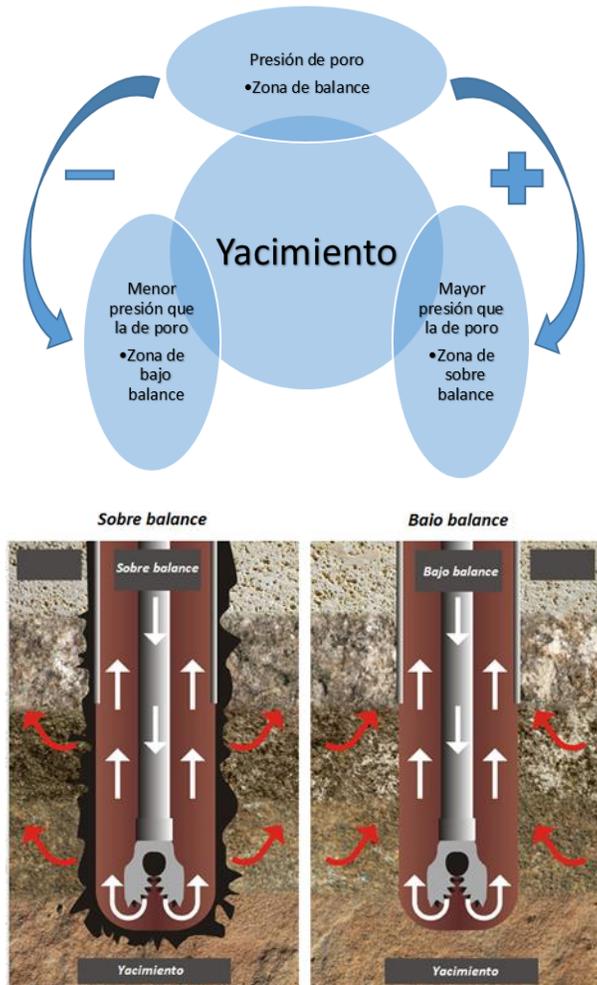


Fig. 2.1 Explicación gráfica del aumento o disminución de presión en un pozo petrolero.

La perforación bajo balance se define como la operación de perforar donde la presión hidrostática del fluido es intencionalmente diseñada para ser menor que la presión del yacimiento que está siendo perforado. La presión hidrostática del fluido de perforación puede ser por sí sola menor que la presión de la formación, o puede ser inducida por medio de la inyección de aire, gas natural o nitrógeno dentro de la fase líquida del fluido de perforación. En cualquiera de los casos anteriores en que se alcance la condición bajo balance, el resultado es un influjo de fluidos de formación los cuales deben ser circulados desde el fondo del pozo y controlados en superficie.

## DEFINICIÓN Y CLASIFICACIÓN DEL FLUJO DE FLUIDOS

### *ESTACIONARIO*

El flujo estacionario, también llamado flujo permanente se caracteriza cuando las condiciones de velocidad en cualquier punto no cambian con respecto al tiempo, dicho de otra manera, permanece constante con respecto al tiempo. Así mismo, en cualquier punto de un flujo permanente, no existen cambios en la densidad, presión o temperatura con respecto al tiempo, es decir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0; \frac{\partial T}{\partial t} = 0; \frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

El flujo permanente es más simple de analizar, no presenta complejidad adicional al tiempo con variables independientes.

### *NO ESTACIONARIO*

También llamado flujo no permanente tiene, en general, las propiedades de un fluido y las características mecánicas del mismo pero varía de un punto a otro dentro del mismo, además, si las características en un punto determinado varían de un instante a otro se dice que es un flujo no permanente, es decir:

$$\frac{\partial N}{\partial t} \neq 0; N = \text{parámetro a analizar}$$

### *TRANSITORIO*

Es el proceso en donde si existe un cambio de materia o energía con respecto al tiempo, este cambio se da cuando cesa repentinamente el flujo o cuando en forma repentina se

inicia el flujo en un conducto cerrado, dando origen a lo que comúnmente se conoce como golpe de ariete. Este fenómeno de golpe de ariete se produce en los conductos al cerrar o abrir una válvula, al poner en marcha o parar una máquina hidráulica o disminuir-aumentar bruscamente el caudal en una tubería. (Guinot, 2001)

## INTRODUCCIÓN A LA HIDRÁULICA TRANSITORIA

La hidráulica transitoria, en términos generales, se refiere para cualquier estudio de flujo no estable en canales abiertos o conductos cerrados, esto puede subdividirse, acorde a la relación del cambio de velocidad y el análisis matemático dentro de la transición (golpe de ariete). Durante una relación de cambio en la velocidad, ésta cambia suavemente con el tiempo y todo el cuerpo de líquido puede considerarse como un solo cuerpo moviéndose.

El término transitorio se refiere a cualquier condición de flujo inestable. Se puede referir a una situación donde las condiciones varían continuamente con el tiempo o con el flujo de transición entre dos condiciones de estado estacionario, siendo este último más común.

Durante la operación son inevitables regímenes de transición de un flujo permanente a otro. Dichos regímenes de transición son conocidos como transitorios.

Un flujo es estacionario o permanente cuando sus parámetros característicos (presión y velocidad) no varían con respecto al tiempo. Si las condiciones del flujo varían en el tiempo, éste es no estacionario, no permanente o también llamado transitorio.

Los transitorios pueden ocurrir en los gases, así como en líquidos, el término transitorio se utiliza para abarcar todas las situaciones. Se ocupa en los líquidos el término “hidráulica transitoria”, cuando se refiere al agua, el término más común usado para describir el flujo no permanente es el “golpe de ariete”. Este nombre descriptivo es apto, ya que el ruido asociado en las tuberías de metal a menudo suena como si alguien golpea la tubería con un martillo.

Los balances de materia y energía pueden ocurrir en dos procesos diferentes, en estado estacionario y en estado transitorio. En un proceso estacionario no cambia la cantidad de materia o energía con respecto al tiempo, en cambio, en el estado transitorio si existe un cambio en la cantidad de materia o energía con respecto al tiempo.

Uno de los problemas asociados con el cálculo del flujo transitorio en tuberías es la posible presencia de una pequeña cantidad de gas libre en el líquido. En tal caso, la aceleración de la onda en la mezcla formada por el líquido y el gas es fuertemente influenciada por la presión.

Para un flujo transitorio o golpe de ariete en conductos cerrados, los cambios de velocidad se presentan con gran rapidez. Un ejemplo es cuando es cerrada una válvula rápidamente, las fuerzas necesarias para destruir los efectos inerciales que causan fuerzas de momento en la corriente del líquido originan una alta presión en el conducto, esta presión es transmitida a través del conducto a la velocidad de la onda acústica y puede rápidamente dominar toda la tubería incrementando así de presión.

### *CAUSAS DE TRANSITORIOS*

Numerosos eventos pueden generar transitorios o sobrepresiones. Algunos de los más comunes son:

1. Cambio de apertura de la válvula.
2. Inicio o detención de bombas.
3. El funcionamiento de las válvulas de retención, válvulas de liberación de aire, válvulas reductoras de presión y las válvulas de alivio de presión.
4. Ruptura de tuberías.
5. Incorrecto llenado o la eliminación de aire de las tuberías.
6. Aire atrapado en las tuberías.
7. Cambio en la demanda de energía de las turbinas hidráulicas.

### *TIPOS DE TRANSITORIOS HIDRÁULICOS*

En las tuberías se pueden distinguir tres tipos de transitorios hidráulicos:

- a) Transitorio muy lento o cuasi-estático, donde las variables de flujo cambian de manera muy lenta con el tiempo, con periodos de tiempo desde varias horas e inclusive hasta varios días. Ya que las variaciones en este tipo de transitorios son muy lentas no es necesario considerar en los métodos de inercia del flujo ni las propiedades elásticas del fluido y de las tuberías.
- b) Transitorio lento u oscilación de masa, es aquel que se relaciona con el movimiento de la masa de agua en la conducción, semejante a la oscilación en dos vasos

comunicantes, dado que las variaciones en este tipo de transitorio son significativas, pero no tanto como para tomar en consideración las propiedades elásticas del fluido y las tuberías. Como el fenómeno transitorio ocurre normalmente en pocos minutos es suficiente usar un modelo que considere el movimiento y la inercia del volumen de agua que se encuentre en las tuberías.

- c) Transitorio rápido comúnmente llamado golpe de ariete es el choque violento que se produce sobre las paredes de un conducto a presión. Se da por cambios bruscos de la velocidad en la tubería debido a maniobras rápidas. En otras palabras, el golpe de ariete se puede presentar en una tubería que conduzca un líquido a presión cuando se tiene un frenado o una aceleración en el flujo; por ejemplo, el cambio de abertura en una válvula en la línea o el paro repentino de una bomba. Las variaciones de presión en un transitorio de este tipo son importantes, por lo que es necesario considerar los efectos elásticos de la tubería y del líquido. Los transitorios hidráulicos rápidos pueden llegar a producir presiones muy altas o muy bajas (vacío), por lo cual es necesaria su consideración en el diseño de una conducción.

### *GOLPE DE ARIETE (WATER HAMMER)*

Cuando la velocidad en el sistema cambia rápidamente, tanto que las propiedades elásticas de la tubería del líquido en ella puedan ser consideradas en un análisis, tendremos una hidráulica transitoria comúnmente sabida como golpe de ariete, en el siguiente grafico se representa de manera sencilla el fenómeno de estudio, se ve en primer lugar el sistema (tubería) cerrado por medio de una válvula, siguiente, ésta es abierta y deja pasar el fluido contenido en el sistema y en tercero, es vuelta a cerrar de manera rápida lo cual genera un incremento de presión debido a las fuerzas inerciales del fluido lo que puede provocar fallos en las propiedades mecánicas de la tubería y de la válvula en sí.

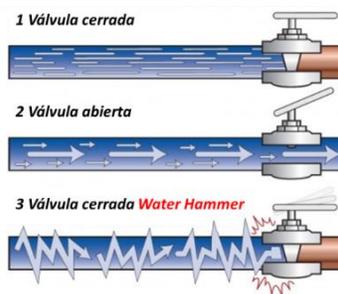


Fig. 2.2 Representación gráfica del fenómeno golpe de ariete

En cualquier lugar en donde exista una válvula de cierre controlando el paso de un fluido en una tubería y ésta es abierta o cerrada a diferentes tiempos, se tendrá el fenómeno transitorio, tanto de líquido como de gas, en la Fig. 4.2 se presenta una imagen en donde la deformación alabeada de la tubería es debida al cierre rápido de la válvula causando un aumento de presión por los cierres rápidos de la válvula controlando el flujo de fluido.



*Fig. 2.3 Problema de baloneo en tubería debido al efecto de golpe de ariete*

### *CLASIFICACIÓN DEL FLUJO TRANSITORIO*

Todos los flujos transitorios son transiciones, de duración larga o corta, de un estado de flujo constante a otro u otro estado cualquiera que puede ser el estado de reposo. Cada flujo transitorio es una respuesta del fluido a algún cambio en las instalaciones hidráulicas que controlan y transmiten el fluido, o en el medio ambiente circundante, que influye en el flujo.

El primer tipo de flujo transitorio será el flujo cuasi-estacionario, se caracteriza por la ausencia de efectos inerciales o elásticos sobre el comportamiento del flujo, en tal, la variación de las descargas y las presiones con el tiempo es gradual, y en cortos intervalos el flujo parece ser estable. Un ejemplo típico sería la reducción de un dique, el drenaje de un tanque grande, o la variación de la demanda en un sistema de distribución de agua en un periodo de 24 horas.

El segundo tipo de flujo transitorio se conoce como flujo transitorio verdadero, en el que el efecto de la inercia del líquido y/o la elasticidad del fluido en la tubería es un factor esencial en el comportamiento del flujo y debe ser considerado. Si los efectos inerciales son significativos pero el efecto de la compresibilidad en la tubería y el líquido son relativamente menores o insignificantes, entonces tenemos un verdadero flujo transitorio. Si además

tenemos que conservar los efectos elásticos del fluido y la tubería con el fin de obtener una caracterización precisa del transitorio, vamos a llamar a esto una condición golpe de ariete.

Un ejemplo podría ser el cierre repentino de una válvula en una tubería, en donde se vería el tiempo de cierre, si este fue lo suficientemente largo para que no se presentara o muy rápido para que se pudiera visualizar el fenómeno transitorio.

### *EFFECTOS FÍSICOS PROVOCADOS POR LOS FENÓMENOS TRANSITORIOS*

Algunos de los efectos que pueden ocurrir ante un fenómeno transitorio son, por lo general sobrepresiones y depresiones llamadas así a las cargas de presión en exceso y por abajo de la presión de flujo estacionario respectivamente, después pueden existir fenómenos transitorios como los que a continuación se presentan:

- **Sobrepresiones:** Las altas presiones que se producen cuando ocurre un golpe de ariete pueden superar la resistencia de los accesorios que se colocan en la conducción o de la propia tubería, hasta provocar el rompimiento o avería de los mismos.
- **Depresiones (vacíos y separación de la columna líquida):** En una depresión se presenta un vacío (presión menor que la atmosférica), dentro de la tubería donde se generará una presión inferior a la que actúa fuera de esta, también existe el caso en que la tubería se encuentra enterrada, además de la presión atmosférica también actúa el empuje del terreno, si la tubería no es suficientemente rígida en su sección transversal, la diferencia de presiones puede hacer que la sección pierda su estabilidad.
- **Fatiga del material:** Cuando un fenómeno de cargas dinámicas ocurre en un periodo de tiempo prolongado repetidamente disminuye la resistencia del material de la tubería y sus accesorios, se dice que el material falla por fatiga.
- **Sobre velocidad de las máquinas:** Las piezas que se encuentran en rotación de las bombas y de los motores eléctricos acoplados están sometidas a fuerzas centrífugas, estas fuerzas son proporcionales al cuadrado de la velocidad de rotación y tienden a desprender las piezas en dirección radial. Esto se da principalmente cuando no se tienen dispositivos para el control de un fenómeno transitorio.

## *MÉTODOS PARA EL CONTROL DE TRANSITORIOS*

A continuación, se describen algunas alternativas útiles para mitigar los efectos físicos provocados por fenómenos transitorios en las tuberías. Si un análisis indica que los transitorios pueden plantear un problema, los tipos de soluciones disponibles para el ingeniero incluyen:

- Limitar la velocidad del conducto.
- Reducir la velocidad de onda cambiando el tipo de tubo o la inyección de aire.
- El uso de válvulas de alivio de presión, tanques de compensación, cámaras de aire, etc.
- El aumento en la sección transversal de la tubería. Como tal es costoso y generalmente se busca otra solución. Sin embargo, representa una alternativa que no siempre se descarta, sobre todo en tramos de pequeña longitud y pequeño diámetro, que son la causa de un aumento considerable de la presión cuando sucede un golpe de ariete.
- Aumento del tiempo de duración del proceso transitorio. En caso de un golpe de ariete causado por el cierre de válvulas, se efectúa un aumento del retraso de cierre. El proceso de paro en los equipos de bombeo puede retardarse adicionándole volantes especiales que aumenten su inercia y ayuda a mantener un diferencial de presión menor a cada intervalo de tiempo, ayudando a que las fuerzas inerciales no afecten tan drásticamente el medio en donde se encuentran.
- Limitación de la longitud de la tubería en la que se desarrolla, el golpe de ariete. Para una conducción donde la gravedad está presente se puede lograr haciendo una división de la tubería separando mediante tanques o cajas rompedoras de presión. Para una conducción por bombeo, se lograría realizando bombeo en varias etapas. En los dos casos los transitorios se desarrollan en cada etapa de manera independiente y son menos severos. Hay que tomar en cuenta que la operación en varias etapas es complicada.
- Reducción de la variación del gasto en la tubería. En los períodos de depresión se suministran gastos complementarios desde afuera para reducir las depresiones. En los períodos de sobrepresión una parte del gasto se expulsa al exterior o a un recipiente (Barrera, 2015).

La investigación a fondo de los fenómenos transitorios nos ayudará a la visualización del comportamiento que tienen los fluidos a lo largo de su trayecto a través de la tubería, con ello tendremos mayor conocimiento y manejo en las labores que conlleven el transporte de ellos, los efectos que causan los fenómenos transitorios muchas veces pueden mitigarse y controlarse, si bien, las válvulas de control son las principales herramientas en donde éste fenómeno se presenta por lo que es muy importante la supervisión del buen funcionamiento. En la industria petrolera es de suma importancia que se estudie éste fenómeno ya que el riesgo que presenta el manejo de altas presiones y el flujo de fluidos hidrocarburos hacen que el menor descuido tome mayores consecuencias. En las tuberías de descarga, conductoras o de perforación y producción, el fenómeno transitorio se presenta de manera latente, los cambios bruscos en los gastos o el abrir-cerrar válvulas de manera continua y rápida hace que varíen las presiones significativamente y se presenten variaciones que a tiempos cortos se disipan en las tuberías dejando consecuencias como alabeos antes de las válvulas que bien pudieron ser controladas y erradicadas.

En este trabajo se presenta una investigación del comportamiento que tiene la velocidad de la onda de presión la cual afecta el comportamiento dinámico de los fluidos al variar la presión, la concentración de gas y la temperatura a lo largo del trayecto que tiene el fluido desde el fondo del pozo hasta la superficie, teniendo gradientes de presión y temperatura considerables. Muchos autores estudian la velocidad de la onda de presión teniendo como al mejor pronóstico el trabajo de Takeshi Kobori en 1958, donde las curvas de velocidad a diferentes presiones se estabilizan cuando se tienen concentraciones de 100% de gas (nitrógeno en este caso) y líquido (agua), el modelo se hizo dinámico por lo que se generaron superficies en donde se modelan las velocidades de la onda de presión que anteriormente eran solo perfiles teniendo comparación con otros autores en donde solo son factibles sus modelos para bajas presiones, los resultados se presentan al final de éste capítulo.

## TEOREMA DE TRANSPORTE DE REYNOLDS

Para ilustrar mejor el procedimiento de cálculo se ilustra un volumen de control de la siguiente manera:

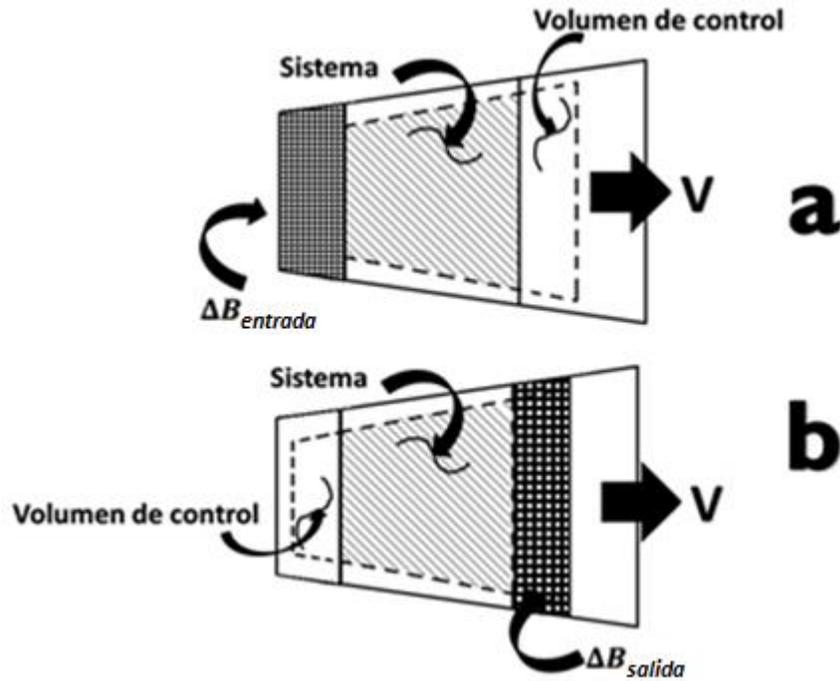


Fig. 2.4 Esquema representativa de un volumen de control

Donde “a” y “b” son los casos en los cuales una propiedad extensiva entra y sale del sistema respectivamente, esto para calcular la ecuación de continuidad, en el caso de la ecuación de momento será una propiedad intensiva.

Ahora bien, hacemos un balance en el sistema a un tiempo (t):

$$B_{sis}(t) = B_{vc}(t) + \Delta B_{entrada} \quad (2.1)$$

Y hacemos otro balance a un tiempo (t+Δt):

$$B_{sis}(t + \Delta t) = B_{vc}(t + \Delta t) + \Delta B_{salida} \quad (2.2)$$

Obteniendo el limite cuando  $\Delta t \rightarrow 0$

$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{B_{vc}(t + \Delta t) + \Delta B_{salida} - (B_{vc}(t) + \Delta B_{entrada})}{\Delta t}$$

$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{B_{vc}(t + \Delta t) - B_{vc}(t)}{\Delta t}}_{\text{Relación de tiempo de la propiedad B en el volumen de control}} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta B_{salida} - \Delta B_{entrada}}{\Delta t} \quad (2.3)$$

Relación de tiempo de la propiedad B en el volumen de control =  $\frac{d}{dt}(B_{vc})$

Sustituyendo:

$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt}(B_{vc}) + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta B_{salida} - \Delta B_{entrada}}{\Delta t} \quad (2.4)$$

Si sabemos que:

$$B_{vc} = \int_{vc} \beta \rho dV$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \frac{dB_{sis}}{dt} &= \frac{d}{dt} \int_{vc} \beta \rho dV + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta B_{salida} - \Delta B_{entrada}}{\Delta t} \\ \frac{dB_{sis}}{dt} &= \frac{d}{dt} \int_{vc} \beta \rho dV + \underbrace{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta B_{salida}}{\Delta t}}_1 - \underbrace{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta B_{entrada}}{\Delta t}}_2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

1.- Relación de la propiedad extensiva que sale del volumen de control =  $(\beta \rho A v_s)_{salida}$

2.- Relación de la propiedad extensiva que entra en el volumen de control =  $(\beta \rho A v_s)_{entrada}$

Sustituyendo

$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \beta \rho dV + (\beta \rho A v_s)_{salida} - (\beta \rho A v_s)_{entrada} \quad (2.6)$$

Nota: Si el volumen de control se contrae o dilata con respecto al tiempo, entonces la superficie de control no presenta un flujo y  $v_s$  es la velocidad de flujo relativo.

$$v_s = (v - W)$$

Teniendo finalmente:

$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \beta \rho dV + [\beta \rho A(v - W)]_{salida} - [\beta \rho A(v - W)]_{entrada} \quad (2.7)$$

Esta ecuación representa al **Teorema De Transporte De Reynolds** relacionando las propiedades del sistema para un volumen de control.

Con base en este análisis, se calcularán tanto la Ecuación de Momento como la Ecuación de Continuidad.

## ECUACIONES GOBERNANTES SOBRE EL FLUJO TRANSITORIO

### *ECUACIÓN DE CONTINUIDAD*

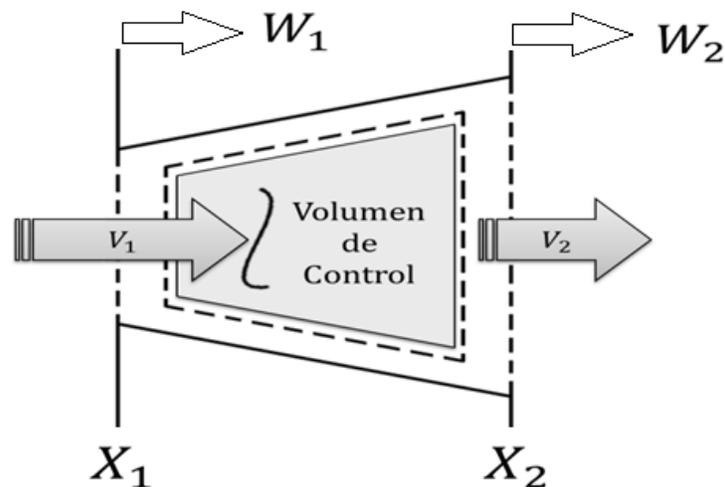


Fig. 2.5 Esquema gráfico representativo de un volumen de control con dos velocidades que pasan en él

Para derivar la ecuación de continuidad, aplicamos la ley de la conservación de masa a un volumen de control, considerando que el flujo es ligeramente compresible estando en un conducto linealmente elástico. La superficie de control se compone de dos secciones. El volumen de control puede acortarse o alargarse con cambios de presión. Se asume que el

flujo es unidireccional y que la presión final de la sección del volumen de control es uniforme.

La distancia “ $X$ ”, la velocidad de flujo “ $v$ ” y la descarga “ $Q$ ” son consideradas positivas en la dirección corriente abajo. Para aplicar el Teorema de Transporte de Reynolds es necesario considerar a “ $B$ ” como la propiedad intensiva del fluido:

$$\beta = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\Delta m} = 1$$

Por consecuencia, la masa del sistema permanece constante:

$$\frac{d}{dt}(M_{sis}) = 0; dV = A dx$$

Por lo que, sustituyendo en la ecuación (3.7) las anteriores consideraciones, tenemos:

$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho A dx + \rho_2 A_2 (v_2 - W_2) - \rho_1 A_1 (v_1 - W_1) = 0 \quad (2.8)$$

Aplicando el teorema de Leibnitz para el primer término del lado izquierdo:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho A dx) + \rho_2 A_2 \frac{\partial}{\partial t} (x_2) - \rho_1 A_1 \frac{\partial}{\partial t} (x_1) + \rho_2 A_2 (v_2 - W_2) - \rho_1 A_1 (v_1 - W_1) = 0$$

Donde:

$$\frac{\partial}{\partial t} (x_2) = W_2$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (x_1) = W_1$$

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Simplificando, dividiendo entre  $\Delta x$  y basándonos en el teorema del valor medio del cálculo integral, se puede escribir como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho A) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho A V) = 0 \quad (2.9)$$

Como se plantea tener un sistema cerrado en donde solo intervengan 3 variables características que son  $\mu$ ,  $P$  y  $Q_m$ , por lo que se tiene las igualdades siguientes:

$$\mu = \rho A$$

$$Q_m = v\rho A$$

$$\frac{Q_m^2}{\mu} = v^2\rho A$$

Se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mu) + \frac{\partial}{\partial x}(Q_m) = 0 \quad (2.10)$$

Ésta es la Ecuación de Continuidad (Crowe, Sommerfeld, Tsuji, & Schwarzkopf, 1998)

Expandiendo el término dentro del paréntesis:

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial A}{\partial t} + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial A}{\partial x} + A v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

Reagrupando términos, usando expresiones para las derivadas totales y dividiendo por  $\rho A$ , se obtiene:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.11)$$

Para escribir la ecuación anterior en términos de la variable de interés, presión y velocidad ( $P, v$ ), se expresan las derivadas de  $\rho, A$  en términos de  $P$  y  $v$  como se muestra a continuación.

Se define el módulo de compresibilidad del fluido  $K$  como:

$$K = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}} \quad (2.12)$$

La derivada de la densidad puede ser escrita como:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{dP} \frac{dP}{dt} = \frac{1}{c^2} \frac{dP}{dt} = \frac{\rho}{K} \frac{dP}{dt} \quad (2.13)$$

Para un conducto circular, el área se define

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 \quad (2.14)$$

Si hacemos variar el área con respecto al tiempo, tenemos:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\pi}{4} (2D) \frac{dD}{dt} \quad (2.15)$$

La deformación  $\varepsilon$  de un conducto se expresa de la siguiente manera.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{D} \frac{dD}{dt} \quad (2.16)$$

Despejando  $\frac{dD}{dt}$  de la Ec. 2.16 y sustituyendo en Ec. 2.15

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = 2 \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.17)$$

Simplificando la derivación, se asume que las paredes del conducto son elásticas por lo que la deformación se expresa de la siguiente manera (Wylie and Streeter 1993).

$$\varepsilon = \frac{\sigma_2 - \nu\sigma_1}{E} \quad (2.18)$$

Adicionalmente se asume que el conducto tiene juntas de expansión a lo largo de su longitud, por lo que los esfuerzos axiales son cero, a lo que la expresión anterior se reduce a:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_2}{E} \quad (2.19)$$

El esfuerzo circunferencial sobre las paredes del conducto, debido a las presiones internas generadas por el fluido, está dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_2 = \frac{PD}{2e} \quad (2.20)$$

Derivando la Ec. 2.20 con respecto al tiempo

$$\frac{d\sigma_2}{dt} = \frac{P}{2e} \frac{dD}{dt} + \frac{D}{2e} \frac{dP}{dt} \quad (2.21)$$

Despejando  $\sigma_2$  de la Ec. 2.19 y derivándola con respecto al tiempo:

$$\frac{d\sigma_2}{dt} = E \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.22)$$

Igualando la Ec. 2.21 con la Ec.2.22 obtenemos:

$$\frac{P}{2e} \frac{dD}{dt} + \frac{D}{2e} \frac{dP}{dt} = E \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.23)$$

Acomodando términos obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \left[ E - \frac{PD}{2e} \right] = \frac{D}{2e} \frac{dP}{dt} \quad (2.24)$$

Despejando la deformación con respecto al tiempo:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\frac{D}{2e} \frac{dP}{dt}}{E - \frac{PD}{2e}} \quad (2.25)$$

Multiplicando la Ec. 2.25 por dos y tomando la Ec. 2.17 tenemos:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{\frac{D}{e} \frac{dP}{dt}}{E - \frac{PD}{2e}} \quad (2.26)$$

Sustituyendo en la Ec. 2.11, obtenemos:

$$\frac{1}{\rho} \left[ \frac{\rho}{K} \frac{dP}{dt} \right] + \left[ \frac{\frac{D}{e} \frac{dP}{dt}}{E - \frac{PD}{2e}} \right] + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.27)$$

Haciendo algebra:

$$\frac{dP}{dt} \left[ \frac{1}{K} + \frac{1}{\frac{Ee}{D} - \frac{P}{2}} \right] + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.28)$$

En la mayoría de las aplicaciones de ingeniería, el término  $\frac{P}{2}$  es mucho menor que el término  $\frac{Ee}{D}$ , por lo tanto, la Ec. 2.28 puede expresarse como:

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{dP}{dt} \frac{1}{K} \left[ 1 + \frac{1}{\frac{Ee}{DK}} \right] = 0 \quad (2.29)$$

Wylie and Streeter (1993 ,1997), definen para un conducto completamente lleno de líquido a la velocidad del sonido “c”, incluyendo los efectos de la elasticidad de las paredes de la siguiente forma.

$$c = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{KD}{Ee}}} \quad (2.30)$$

Observamos que:

$$\frac{1}{\rho c^2} = \frac{1}{K} \left[ 1 + \frac{DK}{Ee} \right] \quad (2.31)$$

Sustituyendo la Ec. 2.31 en Ec. 2.29 y acomodando términos:

$$\frac{dP}{dt} + \rho c^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.32)$$

Aplicando la definición de derivada total, es posible finalmente obtener la **Ecuación de Continuidad para Flujo en un Conducto Cerrado** como:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial x} + \rho c^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.33)$$

*ECUACIÓN DE MOMENTO*

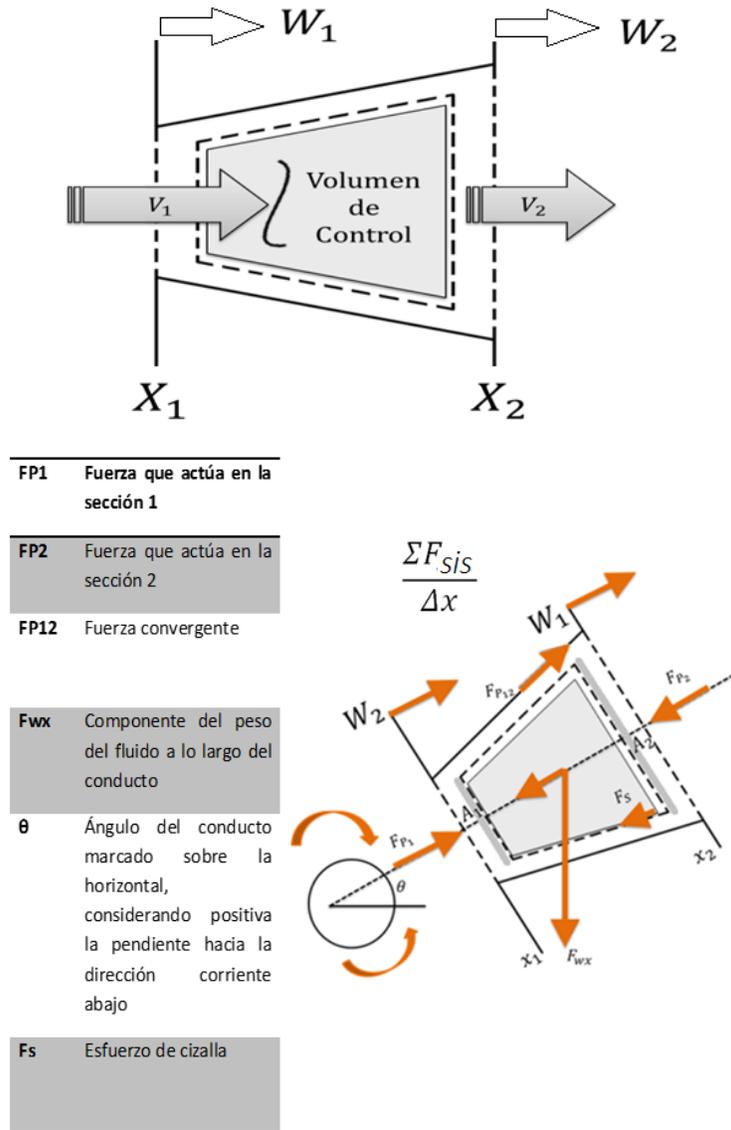


Fig. 2.6 Esquema representativo de un volumen de control con dos velocidades que pasan en su interior  
Esquema representativo de las fuerzas que interactúan en un volumen de control

Aplicando al Teorema de Transporte de Reynolds para derivar la Ecuación de Momento, tenemos la propiedad extensiva "B" para esta aplicación es el momento del fluido que es igual a la masa por la velocidad " $mv$ ", por lo tanto, la propiedad intensiva queda como sigue:

$$\beta = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \left( \frac{v \Delta m}{\Delta m} \right) = v ; \text{teniendo } \Delta B = v \Delta m \quad (2.34)$$

De acuerdo con la segunda Ley de Newton del movimiento, la relación de cambio de momento de un sistema es igual al resultado de las fuerzas extendidas sobre el sistema, por lo que:

$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \frac{dM_{sis}}{dt} ; \frac{dM_{sis}}{dt} = \Sigma i_{sys} \quad (2.35)$$

Por lo que la masa en el sistema  $M_{sis}$  será la propiedad extensiva en el sistema:

$$B_{sis} = M_{sis}$$

Ahora la propiedad intensiva será la velocidad.

$$\beta = v$$

Sustituyendo estas consideraciones en la ecuación (5.7)

$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \beta \rho dV + [\beta \rho A(v - W)]_{salida} - [\beta \rho A(v - W)]_{entrada} \quad (2.36)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{vc} v \rho dV + [v \rho A(v - W)]_2 - [\beta \rho A(v - W)]_1 = \Sigma F_{sis} \quad (2.37)$$

Aplicando la regla de Leibnitz al primer término del lado izquierdo de la ecuación y nótese que:

$$\frac{\partial}{\partial t}(x_2) = W_2; \frac{\partial}{\partial t}(x_1) = W_1 ; \Delta x = x_2 - x_1$$

Se obtiene la siguiente ecuación:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{d}{dt}(v \rho A dx) + (v \rho A)_2 \frac{dx_2}{dt} - (v \rho A)_1 \frac{dx_1}{dt} + [v \rho A(v - W)]_2 - (v \rho A W)_1 \frac{dx_1}{dt} = \Sigma F_{sis}$$

Para simplificar la ecuación anterior, se aplica el Teorema del Valor medio:

$$\frac{\partial}{\partial t}(v \rho A) \Delta x + (v^2 \rho A)_2 - (v^2 \rho A)_1 = \Sigma F \quad (2.38)$$

Dividiendo entre  $\Delta x$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(v\rho A) + \frac{(v^2\rho A)_2 - (v^2\rho A)_1}{\Delta x} = \frac{\Sigma F}{\Delta x} \quad (2.39)$$

Vemos que la sumatoria de fuerzas en el sistema es  $\Sigma F$ , por lo que se calcularán de la siguiente manera:

Obteniendo las Fuerzas que actúan a través de una sección de tuberías:

$$F_{P1} = P_1 A_1$$

$$F_{P2} = P_2 A_2$$

$$F_{P12} = \frac{(P_1 + P_2)(A_2 - A_1)}{2}$$

$$F_{WX} = \rho g A (x_2 - x_1) \text{sen}\theta$$

$$F_s = \tau_o \pi D (x_2 - x_1)$$

Suponiendo que corriente arriba es positiva, se tiene la siguiente ecuación:

$$\Sigma F = F_{P1} - F_{P2} + F_{P12} - F_w \text{sen}\theta - F_s$$

$$\Sigma F = P_1 A_1 - P_2 A_2 + \frac{(P_1 + P_2)(A_2 - A_1)}{2} - \rho g A (x_2 - x_1) \text{sen}\theta - \tau_o \pi D (x_2 - x_1)$$

$$\Sigma F = \frac{(P_1 - P_2)(A_1 + A_2)}{2} - \rho g A (x_2 - x_1) \text{sen}\theta - \tau_o \pi D (x_2 - x_1)$$

Dividiendo entre  $\Delta x = (x_2 - x_1)$

$$\frac{\Sigma F}{\Delta x} = \frac{(P_1 - P_2)(A_1 + A_2)}{2\Delta x} - \rho g A \text{sen}\theta - \tau_o \pi D \quad (2.40)$$

Sustituyendo la ecuación Ec. 2.40 en Ec. 2.39:

$$\frac{\partial}{\partial t}(v\rho A) + \frac{(v^2\rho A)_2 - (v^2\rho A)_1}{\Delta x} = \frac{(P_1 - P_2)(A_1 + A_2)}{2\Delta x} - \rho g A \text{sen}\theta - \tau_o \pi D$$

Pasando todos los términos del lado izquierdo:

$$\frac{\partial}{\partial t}(v\rho A) + \frac{(v^2\rho A)_2 - (v^2\rho A)_1}{\Delta x} - \frac{(P_1 - P_2)(A_1 + A_2)}{2\Delta x} + \rho g A \sin\theta + \tau_o \pi D = 0$$

Simplificando:

$$\tau_o = \frac{1}{8} \rho f v |v|$$

$$P_\emptyset = \pi D$$

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$Q = \frac{Q_m}{\rho}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(v\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(v^2\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{PA}{2}\right) + \rho g A \sin\theta + \frac{f}{2} \rho P_\emptyset \left(\frac{Q_m}{2\rho A}\right)^2 = 0 \quad (2.41)$$

Ésta es la **Ecuación de Momento en su Forma Diferencial**

La Ec. 2.41 es la Ecuación de Momento en su forma diferencial, ahora bien, se pretende obtener un sistema cerrado donde solo intervengan 3 variables características del sistema que son  $\mu$ ,  $P$  y  $Q_m$ , por lo que se tiene las igualdades siguientes:

$$\mu = \rho A$$

$$Q_m = v\rho A$$

$$\frac{Q_m^2}{\mu} = v^2\rho A$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(Q_m) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q_m^2}{\mu}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{PA}{2}\right) + \rho g A \sin\theta + \frac{f}{2} \rho P_\emptyset \left(\frac{Q_m}{2\rho A}\right)^2 = 0 \quad (2.42)$$

Esta es la **Ecuación De Continuidad en forma de un sistema cerrado.**

# PÉRDIDAS DE PRESIÓN

## PÉRDIDAS DE PRESIÓN

Los fluidos multifásicos tienen una gran compresibilidad debido a la presencia de la fase gaseosa, esta puede presentarse de forma natural en el lodo de perforación cuando se perfora un estrato que contiene gas o puede ser adicionado por métodos artificiales. El saber la distribución de presión dentro del sistema de circulación de la mezcla permite determinar las caídas de presión entre el pozo y la formación.

Las caídas de presión en tuberías, también denominadas como pérdidas de presión ( $\Delta P$ ), son disminuciones de energía o decrementos de fuerza ocasionada por la interacción de los fluidos con la superficie de contacto, (Corredor Jaramillo & Valadez Dueñas, 2009), así mismo, las propiedades que tiene el fluido que pasa por el interior de ella cambian y ello genera variaciones de presión, éstas se encuentran presentes en los sistemas de perforación desde superficie, interior de la tubería de perforación, barrena y su retorno por el espacio anular hasta llegar de nuevo a la presa de lodos y bomba. Conforman longitudes de tubería extensa generando un espacio con rugosidad, diámetros y características propias que conducen el fluido a lo largo de dos puntos intermedios (inicio y fin). (Adams J. & Charrier, 1985)

Generalmente, las caídas o pérdidas de presión en el sistema se presentan en:

- Equipos superficiales
- Interior de tuberías ( Tubería de perforación )
- Interior de la barrena ( Toberas )
- Espacio anular

El análisis que se pretende elaborar para obtener la presión necesaria generada por la bomba, toma comienzo desde la suposición de una presión superficial al finalizar el recorrido de los fluidos (tomando propiedades de los fluidos existentes a esas condiciones superficiales), teniendo cambios a lo largo de su trayecto por la barrena y retorno hacia la bomba que será punto inicial de estudios posteriores. Con ayuda de correlaciones para flujo en tuberías, se modelan las pérdidas de presión a través del espacio anular, barrena, lastrabarrenas y tubería de perforación, llegando a la presión que necesita la bomba al inicio del recorrido de los fluidos, considerando las caídas de presión a lo largo de cada parte del sistema.

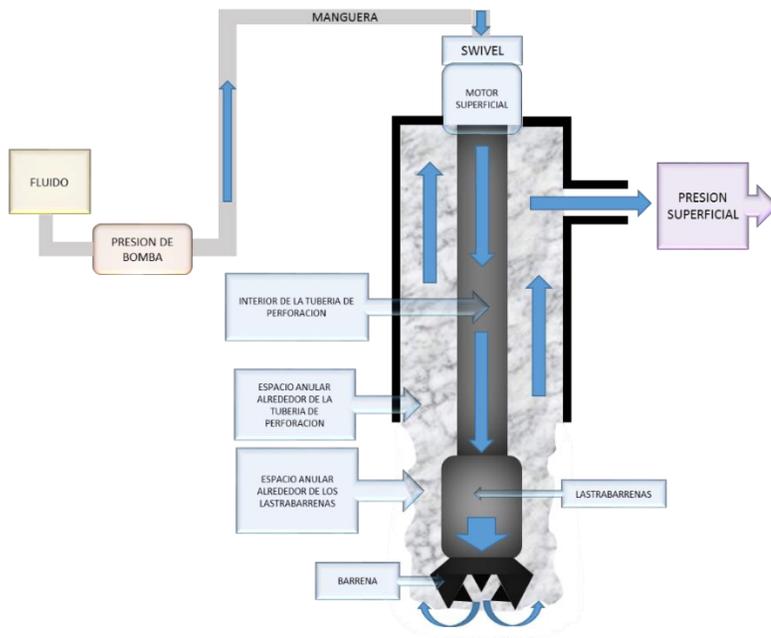


Fig. 3.1 Sistema de circulación de los fluidos en un pozo

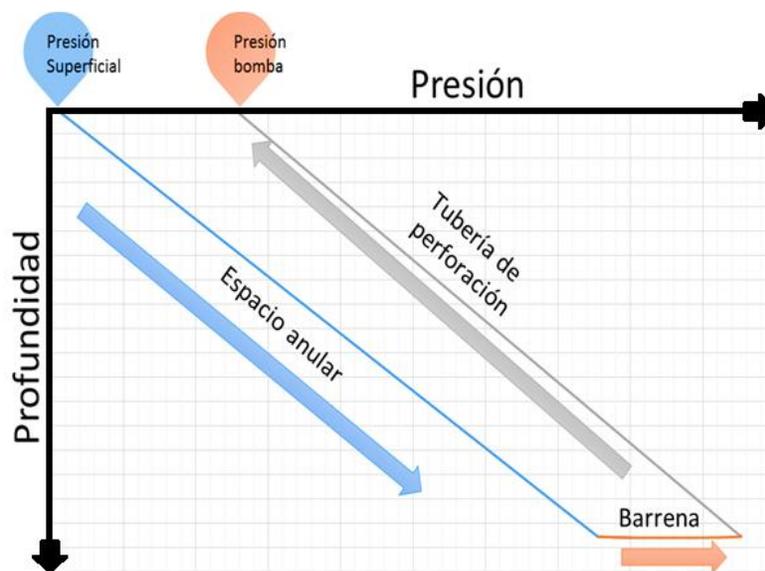


Fig. 3.2 Figura representativa del análisis para calcular la presión de bombeo desde la presión superficial

Para cada sección de tubería se toma en consideración la ecuación general de energía la cual, describe la conservación que tiene la energía potencial y cinética en dirección de un flujo.

$$E_1 + \Delta W_f + \Delta W_s = E_2$$

$E_1 =$  Energía por unidad de masa en la posición 1

$E_2 =$  Energía por unidad de masa en la posición 2

$\Delta W_f =$  Variación de energía por fricción

$\Delta W_s =$  Variación de energía por trabajo externo

La ecuación general que gobierna el flujo de fluidos a través de una tubería se obtiene a partir de un balance macroscópico de la energía asociada a la unidad de masa de un fluido que pasa a través de un elemento aislado de un inicio a un final.

$$E_e = P\vartheta \tag{3.1}$$

$E_e =$  Energía por expansión  $\left[ \frac{lb_f ft}{lb_m} \right]$

$P =$  Presión  $\left[ \frac{lb_f}{ft^2} \right]$

$\vartheta =$  volumen específico  $\left[ \frac{ft^3}{lb_m} \right]$

$$E_p = \frac{g}{g_c} h \tag{3.2}$$

$E_p =$  Energía potencial  $\left[ \frac{lb_f ft}{lb_m} \right]$

$E_c =$  Energía cinética  $\left[ \frac{lb_f ft}{lb_m} \right]$

$g =$  Gravedad = 32.174  $\left[ \frac{ft}{s^2} \right]$

$g_c =$  Constante gravitacional = 32.174  $\left[ \frac{lb_m ft}{lb_f s^2} \right]$

$h =$  Altura [ft]

$$E_c = \frac{v^2}{2g_c} \quad (3.3)$$

$$E_c = \text{Energía cinética} \left[ \frac{lb_f ft}{lb_m} \right]$$

$$v = \text{velocidad del fluido} \left[ \frac{ft}{s} \right]$$

Sustituyendo las energías  $E_e$ ,  $E_p$  y  $E_c$  en la ecuación general se obtiene:

$$\begin{aligned} E_1 + \Delta W_f + \Delta W_s &= E_2 \\ (E_e + E_p + E_c)_1 + \Delta W_f + \Delta W_s &= (E_e + E_p + E_c)_2 \\ P_1 \vartheta_1 + \frac{g}{g_c} h_1 + \frac{v_1^2}{2g_c} + \Delta W_f + \Delta W_s &= P_2 \vartheta_2 + \frac{g}{g_c} h_2 + \frac{v_2^2}{2g_c} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Simplificando se obtiene la siguiente ecuación:

$$\vartheta \Delta P + \frac{g}{g_c} \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2g_c} + \Delta W_f + \Delta W_s = 0 \quad (3.5)$$

Multiplicando la ecuación por  $\frac{\rho}{\Delta L}$  y considerando despreciables las pérdidas de energía por trabajo externo se tiene:

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} + \rho \frac{g}{g_c} \frac{\Delta h}{\Delta L} + \frac{\rho}{2g_c} \frac{\Delta v^2}{\Delta L} + \rho \frac{\Delta W_f}{\Delta L} = 0$$

Considerando positiva la caída de presión en la dirección del flujo

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \rho \frac{g}{g_c} \frac{\Delta h}{\Delta L} + \frac{\rho}{2g_c} \frac{\Delta v^2}{\Delta L} + \rho \frac{\Delta W_f}{\Delta L}$$

A esta ecuación regularmente es escrita como:

$$\left( \frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_T = \left( \frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_E + \left( \frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{AC} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_F \quad (3.6)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \text{Gradiente de presión total}$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_F = \text{Gradiente de presión debido a la fricción}$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{AC} = \text{Gradiente de presión debido a la aceleración}$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_E = \text{Gradiente de presión debido a cambios de elevación}$$

Las caídas de presión a lo largo de una tubería están directamente ligadas a tres componentes:

1. Presión por fricción

$$\Delta P_F = \frac{f \rho v^2}{2(d_{iEA} - d_{eTP})}, \text{ espacio anular} \quad (3.7)$$

$$\Delta P_F = \frac{f \rho v^2}{2(d_{iTP})}, \text{ tubería de perforación} \quad (3.8)$$

2. Presión por aceleración

$$\Delta P_{AC} = \frac{\rho v^2}{2} \quad (3.9)$$

3. Presión estática

$$\Delta P_E = \rho g h \quad (3.10)$$

4. Presión total

$$\Delta P_T = \Delta P_F + \Delta P_{AC} + \Delta P_E \quad (3.11)$$

Darcy presenta la solución para los cambios de presión debidos a la fricción como:

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_F = \frac{f \rho v^2}{2g_c d \Delta L} \quad (3.12)$$

$f = \text{factor de fricción de Darcy [adimensional]}$

$\rho = \text{Densidad del fluido}$

$v = \text{Velocidad del fluido}$

$d = \text{Diámetro de la tubería}$

Los cambios de presión debido a la elevación son:

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{E, \theta=90} = \rho \frac{g}{g_c} \frac{\Delta h}{\Delta L} \quad (3.13)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{E, \theta \neq 90} = \rho \frac{g}{g_c} \frac{\Delta h}{\Delta L} \text{sen} \theta \quad (3.14)$$

$g/g_c = \text{Constante gravitatoria } (1 \text{ lb}_f/\text{lb}_m)$

$\theta = \text{Ángulo que forma la tubería con respecto a la horizontal } (^\circ)$

$\Delta h = \text{Intervalo de estudio (ft)}$

Las variaciones de presión debido a la aceleración son:

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{AC} = \frac{\rho}{2g_c} \frac{\Delta v^2}{\Delta L} \quad (3.15)$$

Si la variación de la velocidad es cercana a cero ( $\Delta v \approx 0$ ), el término de la caída de presión con respecto a la aceleración puede ser despreciado. Las unidades anteriores tienen que tener unidades consistentes, de preferencia en sistema inglés.

Para el resultado en unidades del sistema internacional, se presenta la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \rho g \frac{\Delta h}{\Delta L} + \frac{\rho}{2} \frac{\Delta v^2}{\Delta L} + \frac{f \rho v^2}{2d \Delta L} \quad (3.16)$$

$\rho = \text{Densidad (kg/m}^3\text{)}$

$g = 9.81 \text{ (m/s}^2\text{)}$

$h = \text{Altura (m)}$

$v = \text{Velocidad (m/s)}$

$f = \text{Factor de fricción (Adimensional)}$

$d = \text{Diámetro de la tubería (m)}$

$P = \text{Presión (Pa)}$

$L = \text{Longitud (m)}$

Teniendo las ecuaciones identificadas, el análisis se desarrolla teniendo en cuenta los espacios en donde el fluido de perforación viaja, estos espacios se conectan entre sí por medio de fronteras imaginarias delimitadas para su análisis posterior.

El diseño de un sistema de circulación para las caídas de presión en un sistema bajo balance tiene que tener en cuenta factores como:

- Presión en el fondo del pozo. - Ésta debe ser menor que la presión estática del yacimiento para permitir que el fluido se desplace desde el yacimiento al pozo.
- Desempeño y control de flujo. - La productividad es función no solo de la presión de fondo, sino también de las características del yacimiento tales como permeabilidad, porosidad, área de flujo, radio de drene y un diferencial de presión.
- Gasto de fluido. - Éste debe estar dentro del rango de operación de las bombas, debe considerarse que el gas, a la presión y temperatura de fondo del pozo actúa más como un líquido.

En la perforación bajo balance o *under balance drilling* (UBD por sus siglas en inglés), se diseña para ser menor o igual a la presión de la formación a perforar, esto gracias a la incorporación de una fase gaseosa al sistema. Esta condición de bajo balance permite a los fluidos de la formación invadir al pozo durante la perforación evitando pérdidas de circulación y por lo tanto daño a la formación, por ello se requieren equipos adicionales y procedimientos especiales antes, durante y después de las operaciones.

Principalmente, en el control del flujo se debe:

- Controlar la BHP (presión de fondo del pozo)
- Controlar volúmenes de los fluidos de formación
- Aumentar gasto de gas intencionalmente al sistema de circulación

- Por otro lado, en la técnica de bajo balance, se pueden ver diferentes ventajas, las cuales se pueden mencionar algunas de ellas:
  - Incremento de la vida útil de la barrena
  - Aumento de altos ritmos de penetración en formación
  - Minimiza pérdidas de circulación
  - Minimiza pegaduras por presión diferencial
  - Reduce el daño a la formación y los requerimientos de estimulaciones

Como se puede leer, las ventajas de esta técnica se traducen en beneficios económicos por lo que ha sido tomada como una opción viable para la perforación de campos maduros y depresionados. (León, 2012)

Es importante mencionar, que el comportamiento que tienen el gas a lo largo del sistema de perforación puede ser modelado de forma aproximada, tomando correlaciones empíricas y ecuaciones que modelen el comportamiento de éste a lo largo de su trayectoria. Es de suma importancia tener en cuenta la cantidad y calidad del gas, así mismo, sus propiedades que tenga a lo largo de su modelado.

Para analizar las caídas de presión a lo largo de una tubería, es recomendable saber las fuerzas que interactúan en ella, por lo que es importante estudiar las ecuaciones gobernantes para un sistema, estas ecuaciones se encuentran presentes tanto en el teorema de transporte de Reynolds como en la ecuación de momento y la ecuación de continuidad.

## VELOCIDAD DE LA ONDA DE PRESIÓN EN UNA MEZCLA (LIQUIDO-GAS)

### *MODELOS MATEMÁTICOS TAKESHI*

La velocidad del sonido es la velocidad de propagación de las ondas mecánicas longitudinales, producidas por variaciones de presión del medio. Las ecuaciones de golpe de ariete son derivadas bajo la suposición de un flujo presurizado y de una velocidad constante del sonido.

Dos ejemplos de estas situaciones son:

- La aparición de cavitación durante una baja presión transitoria, causando se volatiliza parte del agua en la tubería.

- La presencia de una pequeña cantidad de gas en la tubería da como resultados una reducción local de la velocidad de la presión de la onda, en algunos casos, la compresibilidad de la fracción de gas es mucho mayor que la compresibilidad del agua o la elasticidad de la tubería.

Su resultado es una reducción local de la velocidad de la presión de la onda, ésta es dependiente del espacio y tiempo. El uso de formulaciones no conservativas arrastra grandes errores en el cálculo de la rapidez y magnitud de la onda.

En el presente trabajo se introduce el modelo para flujo en dos fases en la tubería, este modelo es basado en las siguientes suposiciones:

- La relación del volumen ocupado por el gas en el líquido es pequeño (se puede llamar relación de vacío).
- El flujo de gas es considerado sin resbalamiento con respecto al líquido
- El gas es compresible cerca de la tubería
- La tubería será considerada como totalmente rígida.
- El sistema gas-líquido será tratado como fluido equivalente, llamado “mezcla”.

La diferencia de la velocidad de la onda en dos fases con respecto al golpe de ariete es la dependencia de la velocidad de la onda con el gas debido al cambio de presión.

Por definición, tenemos que la velocidad de la onda en un líquido puro, se define como:

$$c = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \quad (3.17)$$

Si extendemos este razonamiento para una mezcla, queda de la siguiente manera:

$$c_m = \sqrt{\frac{P}{\rho_m}} \quad (3.18)$$

Si multiplicamos por la sección transversal tanto por la presión, podemos obtener  $\mu = \rho A$ .

Llegando a la siguiente ecuación:

$$c_m^2 = \frac{(PA)}{\mu} \quad (3.19)$$

Que es una definición general de la rapidez del sonido de una onda a través de una mezcla gas-líquido en una tubería elástica en donde se ven involucradas las fuerzas en el sistema, tanto de masa como de momento.

El cuadrado de la velocidad de la onda ( $c_m^2$ ), es igual a la pendiente de la función que tienen las fuerzas de presión como función de la masa del fluido por unidad de longitud, esta variable varia debido a la elasticidad del material de la tubería y la compresibilidad lineal que tiene la mezcla.

Varios autores importantes en el estudio de la dinámica de los fluidos bajo el esquema de golpe de ariete han llegado a la comprensión del comportamiento de la velocidad de la onda de presión que juega un papel fundamental en la hidráulica transitoria, al aumentar o disminuir la fracción de gas y al hacer variar también la temperatura y la presión, la velocidad de la onda de presión varia de forma muy específica, teniendo así curvas en donde es posible localizar específicamente el valor de velocidad de la onda del fluido el cual hace también referencia al valor de densidad y presión a la que se encuentra confinado, (Kobori, Yokoyama, & Miyashiro, 1955), hacen un estudio del comportamiento de los fluidos en donde se varia la fracción de gas y la presión a condiciones de temperatura constante, donde se aprecian líneas de comportamiento semejantes a diferentes presiones, convergiendo en un punto cuando la fracción de gas es igual al 100 %, esto nos lleva al estudio en donde podemos variar la presión y a su vez la temperatura teniendo diferentes comportamientos y generando superficies de estudio para cualquier fluido y gas en solución presente en un estado dinámico.

El módulo de elasticidad volumétrico para líquidos o gases se describe como el cambio de presión que existe en relación al cambio que presenta un volumen, teniendo la siguiente relación:

$$K = V \frac{\Delta P}{\Delta V} \quad (3.20)$$

Así mismo, podemos extender este razonamiento tanto para un líquido como para un gas, teniendo las relaciones siguientes:

$$K_l = V_l \frac{\Delta P}{\Delta V_l} \quad (3.21)$$

$$K_g = V_g \frac{\Delta P}{\Delta V_g} \quad (3.22)$$

Sabemos que para un volumen total donde se contiene líquido y gas solamente, la suma de sus volúmenes es igual a éste, por lo que:

$$V_T = V_l + V_g \quad (3.23)$$

Y haciendo incrementos en este volumen, se tiene:

$$\Delta V_T = \Delta V_l + \Delta V_g \quad (3.24)$$

Ahora, sustituyendo las ecuaciones anteriores en Ec. 3.20 llegamos a la relación siguiente:

$$K_m = \frac{K_l}{1 + \left(\frac{K_l}{K_g} - 1\right) \frac{V_g}{V_T}} \quad (3.25)$$

Y sabiendo que:

$$\rho_m = \frac{\rho_l V_l + \rho_g V_g}{V_T} = \rho_l (1 - n_g) + \rho_g n_g \quad (3.26)$$

$$\rho_m = \rho_l - n_g (\rho_l - \rho_g) \quad (3.27)$$

Ahora bien, para el cálculo de la velocidad de la onda de presión, (Allievi, 1913) estudió el comportamiento de ésta a través de un fluido puro conducido en una tubería, en donde obtuvo la siguiente ecuación:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{g} \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{E\delta} \right)}} \quad (3.28)$$

Tenemos que para un fluido que contiene líquido y gas la velocidad de la onda de presión puede modelarse como sigue:

$$c_m = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho_l - n_g(\rho_l - \rho_g)}{g} \left( \frac{1 + n_g \left( \frac{K_l}{K_g} - 1 \right)}{K_l} + \frac{D}{E\delta} \right)}} \quad (3.29)$$

Reagrupando los términos podemos observar que la gravedad  $g$  afecta al módulo de elasticidad volumétrico que contiene unidades de  $kg_f/m^2$ , así mismo, el término  $\frac{D}{E\delta}$  es muy pequeño en comparación a los demás, por lo que podemos reescribir la ecuación como sigue:

$$c_m = \sqrt{\frac{\frac{K_l}{\rho_m}}{1 + n_g \left( \frac{K_l}{K_g} - 1 \right)}} \quad (3.30)$$

Dónde:

$$K_g = \alpha P^*$$

En esta ecuación, tanto  $K_l$ ,  $K_g$  y  $P^*$  tienen unidades del sistema internacional, por lo que es más cómoda utilizarla en cálculos siguientes, con la finalidad de que exista una mejor manipulación de los datos.

*Nota: El parámetro  $P^*$  hace referencia a un ajuste del módulo de compresibilidad del gas a ciertas presiones y temperaturas de los datos en donde intervienen las propiedades de los fluidos, por lo que se puede utilizar éste parámetro cuando no se cuenten con modelos matemáticos para el cálculo de propiedades, si se tienen con facilidad los modelos programados es recomendable su utilización.*

En donde los valores que se pueden utilizar para el modelado de las curvas son los siguientes:

$$\rho_l = 1000[kg / m^3 ], (Agua)$$

$$\rho_g = 1.2506[kg / m^3 ], (Nitrógeno)$$

$$n_g = \text{varia de 0 a 1 [fracción de aire]}$$

$$\rho_m = \rho_l (1 - n_g) + \rho_g n_g$$

$$K_l = 2506.19 \text{ [MPa]}$$

$$P = 0.962 \text{ [MPa]} = 2 \text{ [kg / cm}^2 \text{ ]}$$

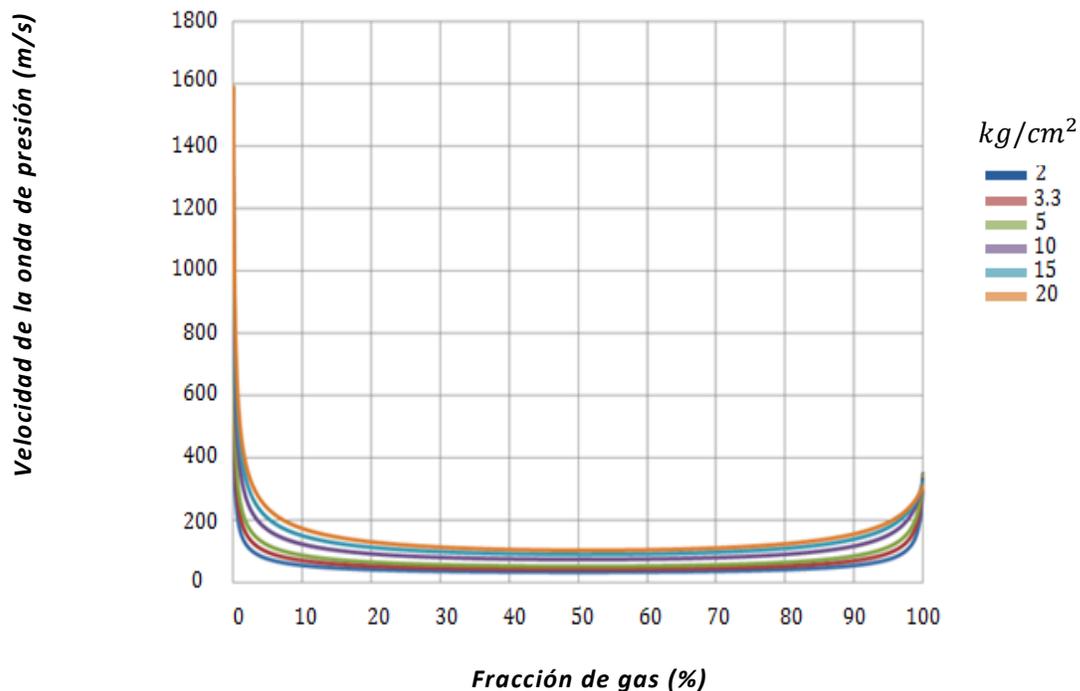
$$\alpha = 1.4 \text{ [-]}$$

$$T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$\alpha$  = coeficiente politrópico para una expansión o compresión adiabática, el cual por definición es igual a la razón de calores específicos, toma valores comunes de 1 a 1.4

Con los datos anteriores podemos crear el perfil deseado ayudándonos en la ecuación 7.14, la cual se verá con más detalle en este trabajo dada la facilidad de manipulación a cualquier presión de referencia  $P^*$ , dejando constante la temperatura, sin olvidar que  $K_l$  y  $\rho_m$  son propiedades que dependen de la temperatura por lo que se tienen que calcular y así incorporar a la ecuación para obtener las curvas deseadas, haciendo variar la fracción de gas y las presiones, se tiene el siguiente comportamiento reportado por Takeshi:

**Comportamiento de la velocidad de la onda de presión (velocidad del sonido) de una mezcla líquido-gas a diferentes presiones al aumentar la fracción de gas (Takeshi 1955)**

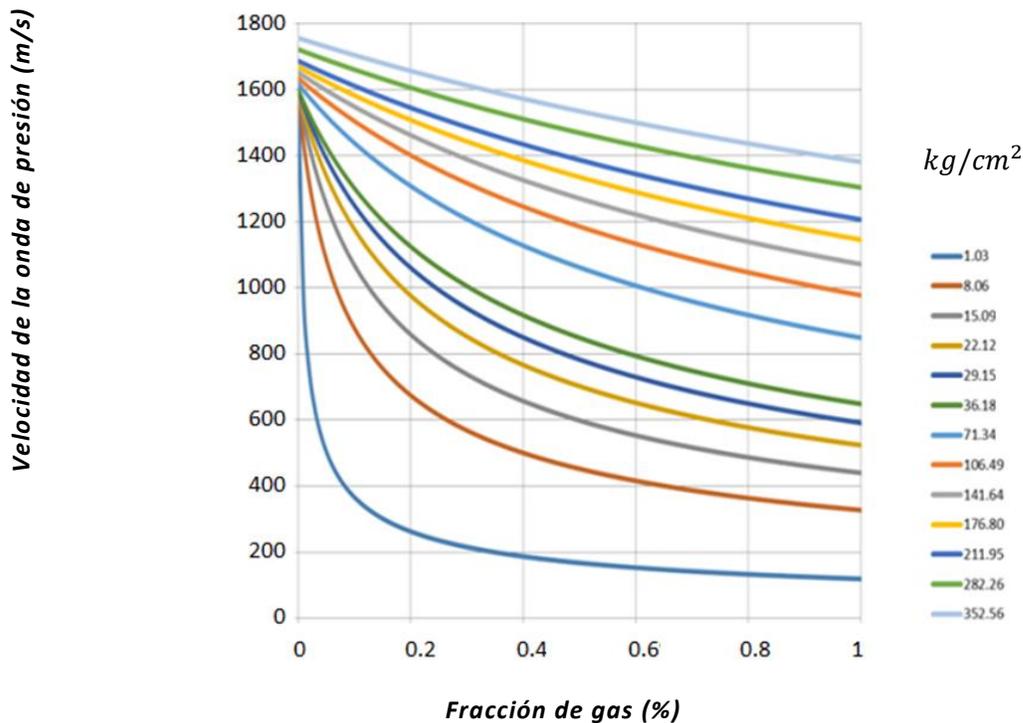


*Graf. 3.1 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Takeshi 1955 a presiones bajas variando la fracción de gas de 0- 100%*

El perfil de la velocidad disminuye al tener presente la tendencia del aumento de la fracción de gas, este comportamiento se estabiliza y crece al presentarse una relación del 70% de gas en donde vuelve a aumentar sin llegar a valores por arriba de 400 m/s con relación del 100% de gas, la presión afecta de manera directa a la velocidad de la onda haciendo que el perfil de la curva sea menos pronunciado cuando se encuentra por arriba del 70% en relación con el gas.

Este comportamiento se puede extender para diferentes temperaturas, por lo que es necesaria una manera iterativa de calcular las propiedades para diferentes presiones con diferentes fracciones de gas.

Comportamiento de la velocidad de la onda de presión (velocidad del sonido) de una mezcla liquido-gas a diferentes presiones al aumentar la fracción de gas (Takeshi 1955).

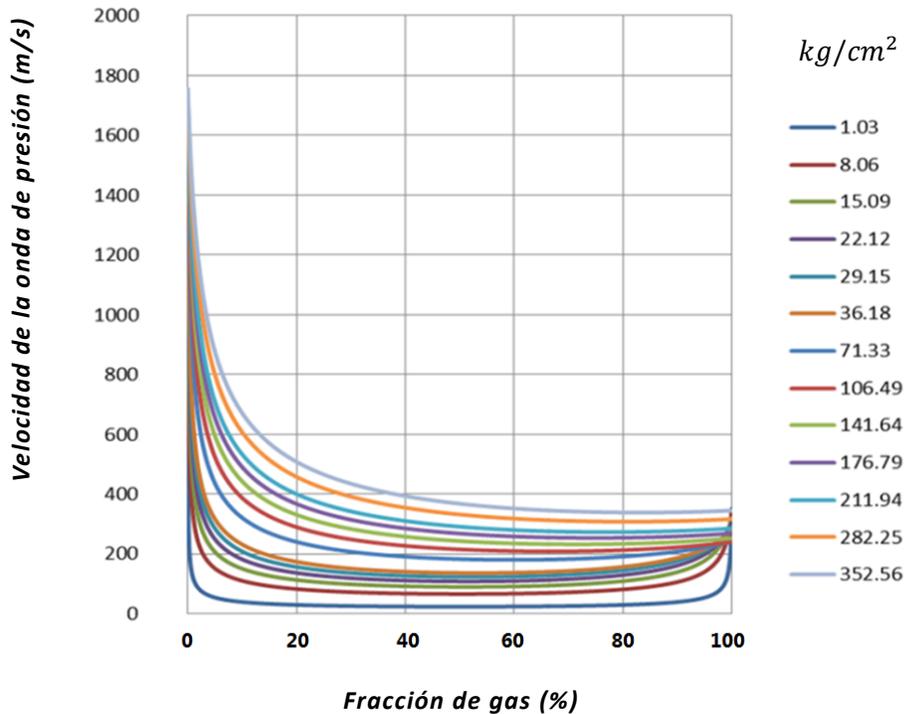


Graf. 3.2 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Takeshi 1955 variando la presión y la fracción de gas al 1%

Como ya se vio, el comportamiento de la velocidad de la onda de presión en una mezcla en la que se encuentra líquido y gas a ciertas condiciones puede variar al aumentar la fracción de gas, de 0% a 30% el comportamiento es muy visible donde la fracción de gas es aumentada de manera no tan considerable, puede presentarse disminución de velocidad de la onda de presión de manera rápida y llegando a tener valores menores a 200 m/s para

presiones bajas en comparación con la velocidad en donde solo se presenta líquido, manteniéndose para fracciones entre 30% y 70%, aumentando de forma considerable de 70% a 100%. En el siguiente apartado, se presentan diferentes comportamientos de velocidad de la onda de presión a presiones bajas y presiones altas.

Comportamiento de la velocidad de la onda de presión (velocidad del sonido) de una mezcla liquido-gas a diferentes presiones al aumentar la fracción de gas (Takeshi 1955).



Graf. 3.3 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Takeshi 1955 variando la presión y la fracción de gas de 0 a 100%

### MODELO MATEMÁTICO WYLIE & STREETER

Presentan en 1978 la ecuación de la velocidad de la onda de presión para tuberías circulares elásticas:

Si tenemos una sección transversal en la que atraviesa el fluido con variaciones de presión y de densidad muy pequeñas tenemos la siguiente ecuación:

$$c_m^2 = \frac{(PA)}{(\rho_m A)} \quad (3.31)$$

$$c_m^2 (\rho_m A) = (PA)$$

$$\partial(c_m^2(\rho_m A)) = \partial(PA)$$

Multiplicando por el factor  $\partial P$ , queda la ecuación como sigue:

$$c_m^2 \partial(\rho_m A) \partial P + (\rho_m A) \partial(c_m^2) \partial P = (P \partial A + A \partial P) \partial P$$

Expandiendo términos:

$$c_m^2 (\rho_m \partial A + A \partial \rho_m) \partial P + (\rho_m A \partial c_m^2) \partial P = (P \partial A + A \partial P) \partial P$$

Ahora multiplicando por el factor  $\frac{1}{\partial P}$  y afectando a los factores que presentan parciales podemos obtener la siguiente expresión:

$$c_m^2 \left( \rho_m \frac{\partial A}{\partial P} + A \frac{\partial \rho_m}{\partial P} \right) \partial P + \rho_m A \left( \frac{\partial c_m^2}{\partial P} \right) \partial P = \left( P \left( \frac{\partial A}{\partial P} \right) + A \left( \frac{\partial P}{\partial P} \right) \right) \partial P$$

$$c_m^2 \left( \rho_m \frac{\partial A}{\partial P} + A \frac{\partial \rho_m}{\partial P} \right) \partial P + \rho_m A \left( \frac{\partial c_m^2}{\partial P} \right) \partial P - \left( P \left( \frac{\partial A}{\partial P} \right) + A \left( \frac{\partial P}{\partial P} \right) \right) \partial P = 0 \quad (3.32)$$

La relación de la variación de la sección transversal con respecto a la presión puede determinarse por un simple cálculo mecánico estructural:

$$\frac{\partial A}{\partial P} = \frac{AD}{eE} \quad (3.33)$$

Como existe presencia de gas libre, la densidad de la mezcla  $\rho_m$  está en función de la densidad del líquido  $\rho_L$ , la densidad del gas  $\rho_g$  y de las fracciones respectivas del líquido  $\eta_L$  y del gas  $\eta_g$  en la tubería:

$$\rho_m = \eta_L \rho_L + \eta_g \rho_g \quad (3.34)$$

$$\eta_L + \eta_g = 1 \quad (3.35)$$

Reacomodando la ecuación 6.3:

$$\rho_m = (1 - \eta_g) \rho_L + \eta_g \rho_g$$

$$\rho_m - \eta_g \rho_g = (1 - \eta_g) \rho_L$$

$$\rho_m \left( 1 - \frac{\eta_g \rho_g}{\rho_m} \right) = (1 - \eta_g) \rho_L$$

$$r = \frac{\eta_g \rho_g}{\rho_m} \quad (3.36)$$

$$\rho_m = \frac{(1 - \eta_g)\rho_L}{(1 - r)} \quad (3.37)$$

En la Ec. 3.36 puede asumirse que la fracción de gas en la relación con respecto a la densidad de la mezcla es muy pequeña, por lo que  $r$  puede ser despreciada, esto es equivalente a decir que la masa de gas por unidad de longitud de tubería presenta una pequeña variación comparada a la masa del líquido por unidad de longitud ( $\partial(\eta_g\rho_g) \ll \partial(\rho_m)$ )

La relación  $\frac{\partial\rho_m}{\partial P}$  puede aproximarse por:

$$\frac{d\rho_m}{dP} = (1 - \eta_g)\frac{d\rho_L}{dP} - \rho_L\frac{d\eta_g}{dP} \quad (3.38)$$

La relación de la densidad del líquido con respecto a la presión es expresada por medio del módulo elástico de densidad del fluido  $K_L$ :

$$\frac{d\rho_L}{dP} = \frac{\rho_L}{K_L} \quad (3.39)$$

La fracción de gas se puede expresar como una función de la presión. Asumimos para la densidad del gas una relación de la forma:

$$\frac{P}{\rho_g^\alpha} = \frac{P_0}{\rho_{g,0}^\alpha} \quad (3.40)$$

Donde el superíndice  $\alpha$  puede tomarse como 1.4 para condiciones adiabática o la relación  $\gamma$  de calores específicos para procesos adiabáticos,  $\eta_g\rho_g$ , puede escribirse como sigue:

$$\eta_g\rho_g = \eta_{g,0}\rho_{g,0}\frac{\rho}{\rho_0} \quad (3.41)$$

Donde  $\rho_0$  es la densidad de la mezcla a la presión de referencia  $P_0$ ,  $\rho$  es la densidad de la mezcla a la presión de trabajo  $P$ , en la práctica la relación  $\frac{\rho}{\rho_0}$  se asume que es 1 por que la fracción de gas es muy pequeña y se considera que el fluido mantiene su propiedad como incompresible, la expresión queda como sigue:

$$P\eta_g^\alpha = P_0\eta_{g,0}^\alpha \quad (3.42)$$

Por lo que:

$$\eta_g = \eta_{g,0} \left( \frac{P_0}{P} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (3.43)$$

Y

$$\frac{d\eta_g}{dP} = -\frac{\eta_g}{\alpha P} \quad (3.44)$$

Usando la Ec. 3.39, Ec. 3.44 puede eventualmente describirse la Ec. 3.38 como:

$$\frac{d\rho_m}{dP} = \rho_l \left( \frac{(1-\eta_g)}{K_l} + \frac{\eta_g}{\alpha P} \right) \quad (3.45)$$

Sustituyendo en la Ec. 3.32:

$$c_m^2 \left( \rho_m \left( \frac{AD}{eE} \right) + A \left( \rho_l \left( \frac{(1-\eta_g)}{K_l} + \frac{\eta_g}{\alpha P} \right) \right) \right) \partial P + \rho_m A \left( \frac{\partial c_m^2}{\partial P} \right) \partial P - \left( \frac{PAD}{eE} + A \right) \partial P = 0$$

El término que interactúa y describe el cálculo de la velocidad de la onda de presión del fluido es  $\rho A = \mu$  el cual refiere el comportamiento que tiene la masa por longitud en la tubería por lo que se extrae de la Ec. 3.31 y queda como sigue:

$$\left( \rho_m \frac{\partial A}{\partial P} + A \frac{\partial \rho_m}{\partial P} \right) \partial P = \partial(\rho A)$$

$$\partial(\rho A) = \left[ \left( (1-\eta_g)\rho_l + \eta_g\rho_g \right) \left( \frac{AD}{eE} \right) + A\rho_l \left( \frac{(1-\eta_g)}{K_l} + \frac{\eta_g}{\alpha P} \right) \right] \partial P \quad (3.46)$$

Simplificando áreas constantes y obteniendo la relación  $\partial P / \partial \rho$

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = \left[ \left( (1-\eta_g)\rho_l + \eta_g\rho_g \right) \left( \frac{D}{eE} \right) + \rho_l \left( \frac{(1-\eta_g)}{K_l} + \frac{\eta_g}{\alpha P} \right) \right]^{-1}$$

$$c_m = \left[ \left( (1-\eta_g)\rho_l + \eta_g\rho_g \right) \left( \frac{D}{eE} \right) + \rho_l \left( \frac{(1-\eta_g)}{K_l} + \frac{\eta_g}{\alpha P} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.47)$$

Simplificando Ec. 3.47, tenemos la siguiente ecuación que admite unidades internacionales.

$$c_m = \sqrt{\frac{\frac{K_l}{\rho_m}}{\frac{K_l D}{eE} + \frac{\rho_l}{\rho_m} \left(1 - \eta_g \left(1 - \frac{K_l}{\alpha P}\right)\right)}} \quad (3.48)$$

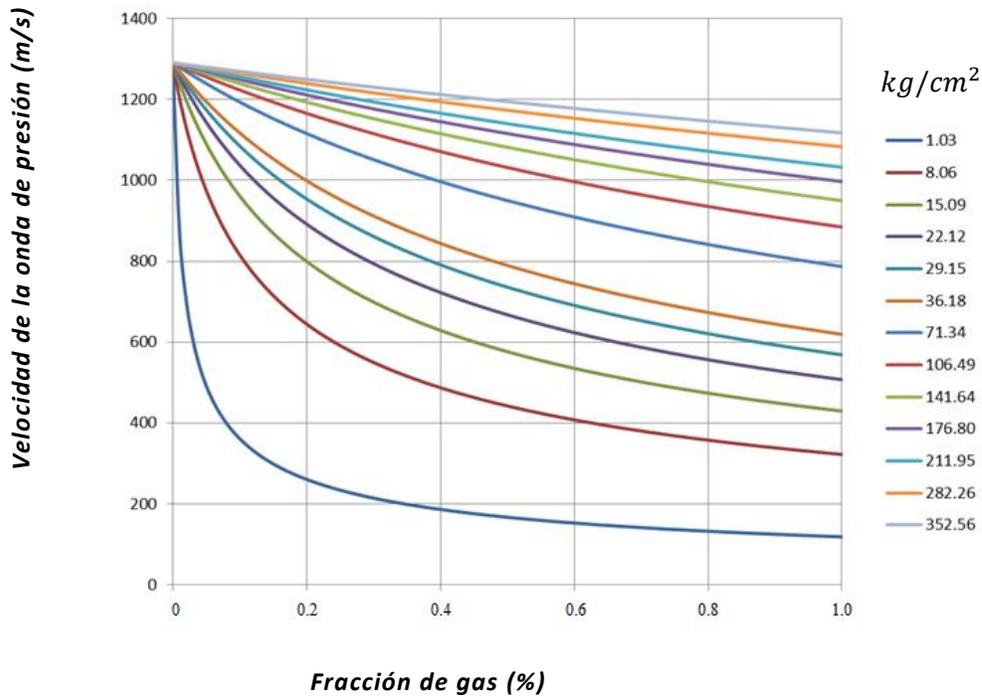
Dónde:

$$P = K_g$$

*Nota:  $K_g$  será calculado para diferentes presiones y temperaturas con sus modelos respectivos. Todos los parámetros anteriores tienen que estar en unidades consistentes*

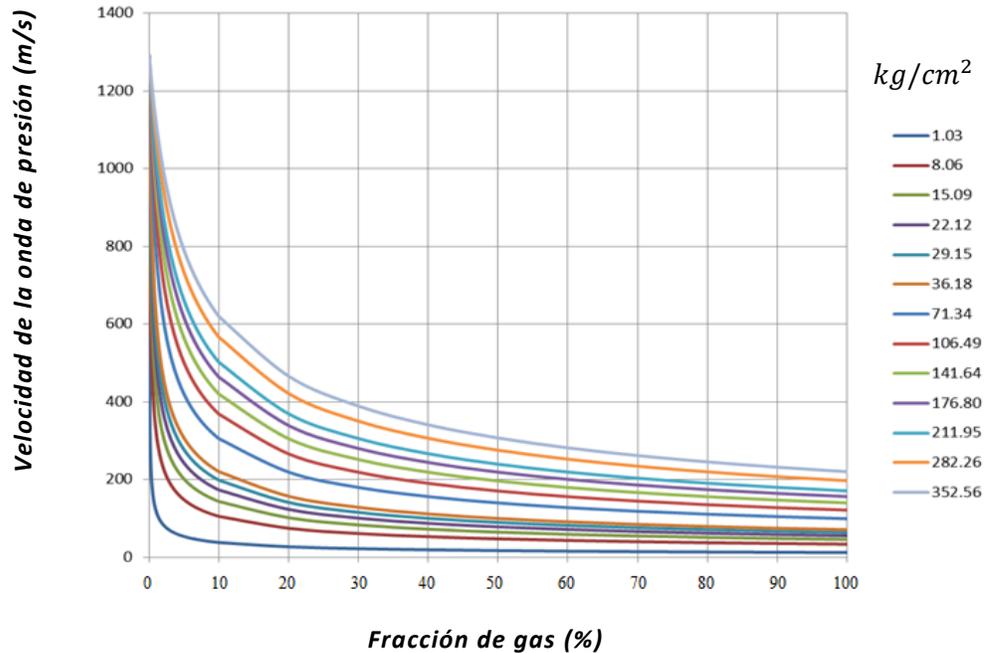
Graficando la Ec. 3.48 tenemos el siguiente comportamiento:

Comportamiento de la velocidad de la onda de presión (velocidad del sonido) de una mezcla liquido-gas a diferentes presiones al aumentar la fracción de gas (Wylie & Streeter 1978).



Graf. 3.4 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Wylie and Streeter 1978 variando la presión y la fracción de gas al 1%

Comportamiento de la velocidad de la onda de presión (velocidad del sonido) de una mezcla liquido-gas a diferentes presiones al aumentar la fracción de gas (Wylie & Streeter 1978).



Graf. 3.5 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Wylie and Streeter 1978 variando la presión y la fracción de gas de 0 a 100%

(Wyllie & Streeter, 1993) Propone una ecuación que corrige la tendencia nula que tiene la velocidad al acercarse al 100% de fracción de gas sin considerar la disipación que existe a través de la tubería ejercida por el líquido.

Si asumimos que no existe presencia de gas, se obtiene la ecuación clásica de la velocidad de la onda en un líquido puro:

$$c_l = \left[ \frac{\rho_l}{K_l} \left( \frac{DK_l}{eE} + 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.49)$$

Así mismo podemos obtener la velocidad de la onda en gas

$$c_g = \left[ \frac{\rho_g}{\alpha P} \left( \frac{\rho_l \eta_g}{\rho_g} + \frac{D\alpha P}{eE} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.50)$$

La Ec. 3.48 también puede expresarse de la siguiente manera:

$$\frac{1}{c_m^2} = \frac{1 - \eta_g}{c_l^2} + \frac{\eta_g}{c_g^2} \quad (3.51)$$

Ahora bien, si solamente se tiene la fase gaseosa en la tubería, la Ec. 3.50 cambia, tenido la siguiente expresión:

$$c_{gs} = \left[ \frac{\rho_g}{\alpha P} \left( 1 + \frac{D\alpha P}{eE} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.52)$$

La diferencia entre la Ec. 3.50 y 3.52 es la relación  $\frac{\rho_l}{\rho_g}$ , la presencia del líquido en la fase gaseosa esta referenciada a una modificación en la presión que no resulta en una modificación de la densidad del líquido, pero si en la alteración de la fracción de gas en el líquido. Por lo tanto, más energía será consumida en la presencia de dos fases.

Wylie & Streeter Define a la velocidad de la onda de una mezcla como:

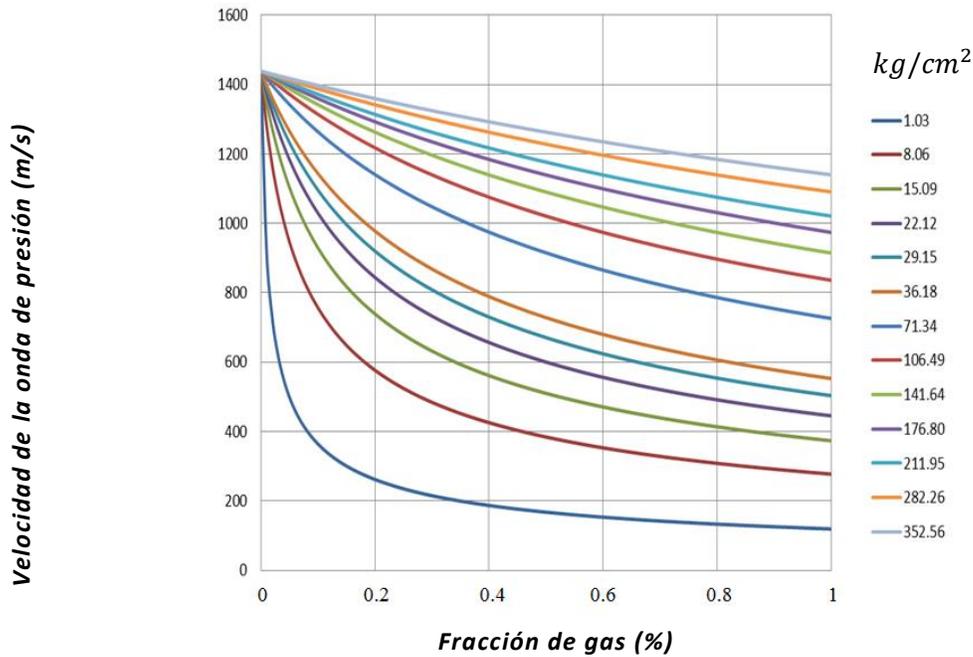
$$c_m = \frac{c_l}{\sqrt{1 + \frac{\eta_g \rho_m c_l^2}{P}}} \quad (3.53)$$

La generalización de la Ec. 3.53 fue derivada para una ecuación de estado del tipo  $\frac{P}{\rho^\alpha} = \text{cte}$ , donde “ $\alpha$ ” es el coeficiente igual a 1 para condiciones isotérmicas y 1.4 para condiciones adiabáticas (Guinot 2001a), la velocidad de la mezcla se puede escribir como:

$$c_m = \frac{c_l}{\sqrt{1 + \frac{\eta_g \rho_m c_l^2 P_{Ref}^{\frac{1}{\alpha}}}{P^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}}}} \quad (3.54)$$

Dónde  $\eta_g$  es el volumen de gas debajo de la presión de referencia  $P_{Ref}$ .

Comportamiento de la velocidad de la onda de presión (velocidad del sonido) de una mezcla líquido-gas a diferentes presiones al aumentar la fracción de gas (Wylie & Streeter 1993).



Graf. 3.6 Modelo de la velocidad de la onda de presión de Wylie and Streeter 1993 variando la presión y la fracción de gas al 1%

Se aprecia de manera muy notoria que para valores mayores al 70%, el comportamiento de las curvas se vuelve inestable, tomando en referencia el modelo de Takeshi, al contrario, para valores cercanos al 1% donde las curvas tienden a generar el comportamiento que predice Takeshi, no obstante, es necesario empatarlas para generar un criterio más amplio y justificar el modelo tomado.

### COMPARACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS

Con los modelos anteriores y los datos siguientes se discutirá cada uno de los modelos matemáticos y se tomará el modelo que describa más eficientemente el comportamiento de los fluidos.

$$K_l = 2.07 \times 10^9 \text{ (Pa)}$$

$$\rho_l = 1000 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

$$\rho_g = 1.2 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

$$D = 0.1053 \text{ (m)}$$

$$e = 0.0045 \text{ (m)}$$

$$E = 2 \times 10^{11} \text{ (Pa)}$$

$$P = 3.24 \times 10^5 \text{ (Pa)}$$

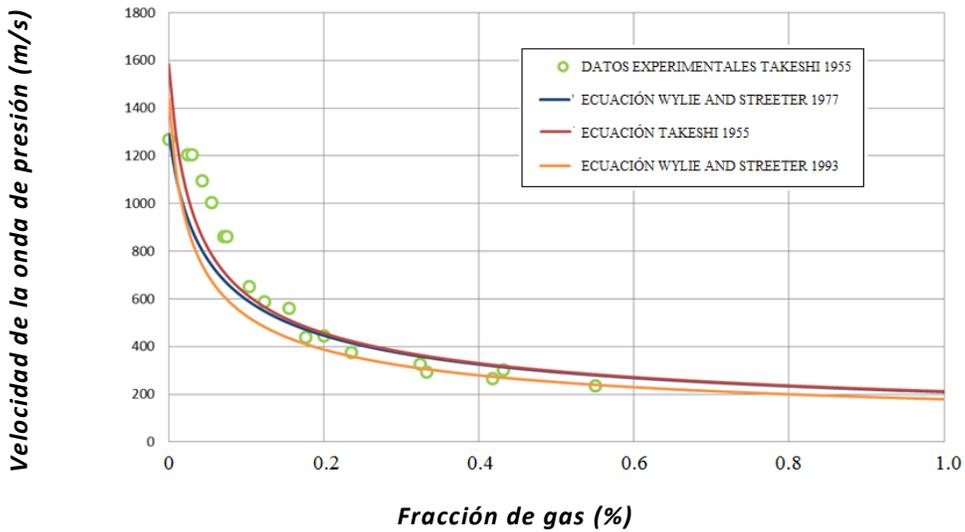
$$\alpha = 1.4$$

$n_g$	Datos experimentales Takeshi 1955	Wylie and Streeter 1977	Wylie and Streeter 1993	Ecuación Takeshi 1955
	$C_m \text{ (m/s)}$			
0	1267	1290.9	1438.75	1583.73
0.00024	1203	979.99	953.13	1091.27
0.00031	1203	890.23	842.3	971.2
0.00044	1094	821.33	762.9	883.68
0.00055	1003	766.29	702.42	816.24
0.0071	860	682.92	615.01	717.67
0.00075	860	682.92	615.01	717.67
0.00104	650	596.99	529.33	619.92
0.00124	587	554.95	488.8	573.32
0.00155	560	505.8	442.39	519.72
0.002	446	446.69	387.82	456.38
0.00177	438	479.47	417.92	491.36
0.00236	376	419.83	363.42	427.96
0.00324	325	361.35	311.04	366.76
0.00432	301	314.89	270.09	318.75
0.00333	294	356.25	306.53	361.47
0.00418	267	322.01	276.33	326.08
0.0055	236	280.25	239.88	283.26

Tabla 3.1 Valores de entrada y velocidades de sonido de la ecuación de Takeshi

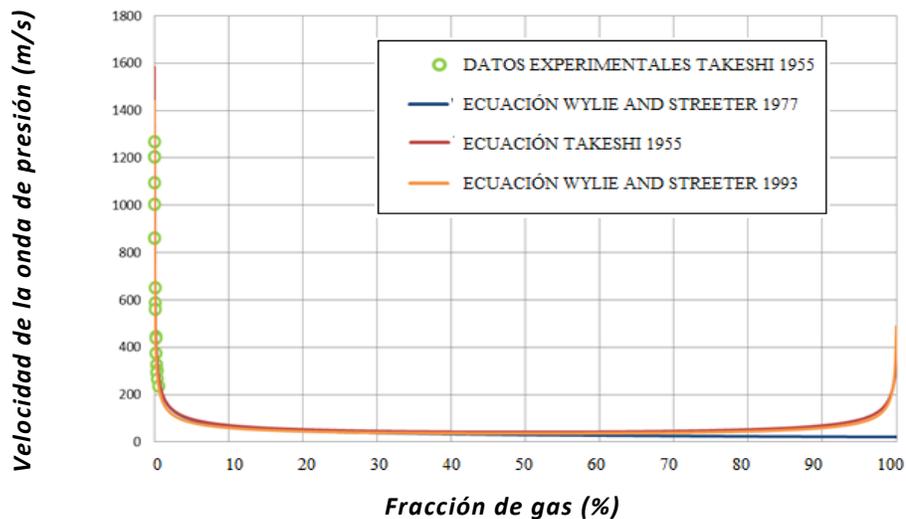
Tenemos la siguiente grafica que modela el comportamiento de la velocidad de la onda de presión de Takeshi (1955) y Wyllie and Streeter (1977 y 1993) para dos fases (líquido y gas) aunada a ella, se tienen datos experimentales reportados por Takeshi los cuales también son graficados.

Comportamiento de la velocidad de la onda de presión de una mezcla líquido-gas a  $3.3 \text{ kg/cm}^2$  al aumentar la fracción de gas



Graf. 3.7 Comparación de los modelos a bajas presiones, Los datos de color verde fueron obtenidos de datos experimentales elaborados por Takeshi en donde se muestra la convergencia de estos datos con la curva de pronóstico de Wylie and Streeter (1977 y 1993) y el modelo de Takeshi.

Comportamiento de la velocidad de la onda de presión de una mezcla líquido-gas a  $3.3 \text{ kg/cm}^2$  al aumentar la fracción de gas



Graf. 3.8 Comparación de los modelos a bajas presiones para fracciones de gas de 0% a 100%

En este gráfico, el comportamiento se predice hasta una fracción de gas de 1%, dejando en claro que para más valores de fracción de gas, el comportamiento se mantiene constante, lo cual, Takeshi hace un estudio más exhaustivo que presenta una variación considerable

de la velocidad para más del 70% en fracción de gas, Wylie and Streeter mejoran su modelo en el año de 1993.

Se puede observar que para datos menores al 0.2%, los valores de la velocidad de la onda son muy parecidos, los datos experimentales tienden a acoplarse a las tres curvas, sin embargo, el modelo de Wylie and Streeter de 1977 tiene como velocidad inicial alrededor de los 1290 m/s teniendo consideración que la velocidad para el modelo de Takeshi es de 1583 m/s, Wylie and Streeter presenta un valor de 1438 m/s. Takeshi y Wylie and Streeter 1993 desprecian la variación que existe en torno al comportamiento de la velocidad de la onda a través de la tubería y que Wylie and Streeter 1977 si toma en cuenta esa propagación de la velocidad influenciada por  $K_l$  a través ésta.

En esta figura se muestra la comparación de los tres modelos para el cálculo de la velocidad de la onda a una presión baja, se aprecia claramente en las anteriores graficas que a presiones altas, los modelos no tienen la misma tendencia que Takeshi, si bien se puede observar que para valores menores al 50%, los tres modelos son compatibles como antes ya se mencionó, sin embargo, existe un desfase de los datos donde las tendencias son diferentes, para Takeshi y Wylie and Streeter 1993, la curva hace un levantamiento rápido cuando se presenta el 60% de gas, la tendencia es el aumento de la velocidad de la onda llegando a tener valores de un poco más de 300 m/s al 100% de gas. El modelo de Wylie and Streeter 1977 muestra una tendencia recta, si bien, desde fracciones de gas del 30%, su comportamiento es pronosticado dejando ver que para valores de 100% de fracción de gas la velocidad de la onda tiende a ser nula.

La concentración de gas produce una velocidad de onda más baja que la velocidad del sonido en un líquido puro (sin concentración de gas). Esto es natural que el gas contenido en el líquido tenga una tendencia a reducir la velocidad de la presión de pulso, pero no anularla. Por ejemplo, las burbujas de gas en el agua pueden visualizarse como suspensiones cargadas con el líquido. Una presión de pulso compresional tiende a acelerar a la masa de líquido, que a su vez, comprime otra suspensión. Así, la onda viajaría a través del fluido a una velocidad menor que en un líquido homogéneo, en el que la onda se transmite directamente de una partícula a la siguiente.

A temperatura constante, podemos visualizar el comportamiento de la velocidad de la onda como un perfil en donde se le es variada la presión, la limitación de la incorporación de la temperatura hace que el modelo quede acotado a cierto comportamiento, si al contrario, la temperatura pudiera variar en él, se tendría un esquema práctico en donde el perfil de estudio se convertiría en una superficie dado que la temperatura es una condición dinámica y aunada a la presión se tendrían superficies de control para su mejor estudio.

Como ya se demostró anteriormente, el modelo de Takeshi presenta un comportamiento en donde al tener fracciones de gas mayores al 70%, su comportamiento se estabiliza en una velocidad al 100% de gas, su tendencia inicial se acopla de manera eficiente a los datos reportados por el mismo y el manejo de sus parámetros es altamente factible de utilizar, por lo que se selecciona como el mejor modelo para el cálculo de la velocidad de la onda de presión en un fluido en donde se encuentra tanto el líquido como el gas presente a condiciones y temperaturas variables.

#### *DATOS EXPERIMENTALES JUSTIFICANDO EL MODELO DE TAKESHI*

Como hemos visto anteriormente, la velocidad de la onda de presión en el fluido que presenta dos fases (agua y aire) muestra variación al aumentar o disminuir la cantidad de gas en solución hasta llegar a valores de 100% de gas en donde se aprecia claramente el valor de la velocidad del sonido en un gas puro (aire), éste valor se encuentra reportado en la literatura y presenta unos 350 m/s, en base a estos resultados dados por Takeshi, podemos hacer un análisis exhaustivo de la curva de velocidad. Teniendo presente un estudio hecho en 1982, *Studies on Shock Phenomen in Two-Phase Flow*, (Akagawa, Fujii, Ito, Yamguchi, & Fukuhara, 1982), se puede calcular la velocidad de la onda de presión (velocidad del sonido en un fluido de dos fases) y compararlo con los datos presentados por el modelo de Takeshi, así se tendrá para una fracción de gas y una fracción de líquido una velocidad del sonido.

En el artículo anterior se hace una prueba teniendo en consideración un tubo de acrílico de 20.7 mm de diámetro interior, 4.85 mm de espesor, con una longitud de 18.5 m, en donde en uno de sus extremos es colocada una válvula y en el otro extremo es inyectado el fluido con ciertas características (fracción de gas, fracción de líquido), a un cierto tiempo, el tubo es llenado del fluido y empieza la prueba, se genera un paso de flujo y en un tiempo cero la válvula del extremo contrario es cerrada generando en el tubo de acrílico una variación de presión el cual es disipada en cierto tiempo en las paredes del tubo, como no puede retornar el fluido al otro extremo del tubo en donde es inyectado el fluido, éste genera ondas de choque que hacen que se disipe parte también en el fluido generando ondas a diferentes longitudes del tubo de acrílico y estas son disipadas en diferentes tiempo, tales tiempos son registrados con su respectiva variación de presión y longitud los cuales son medidos y cuantificados.

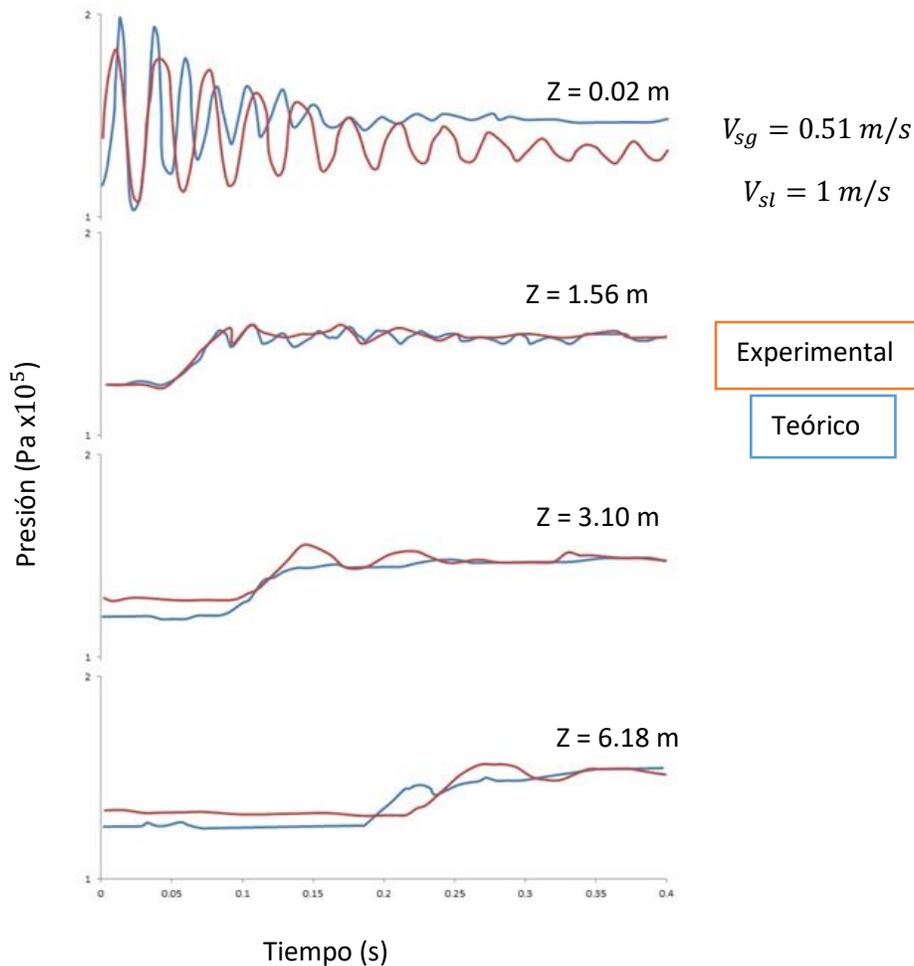
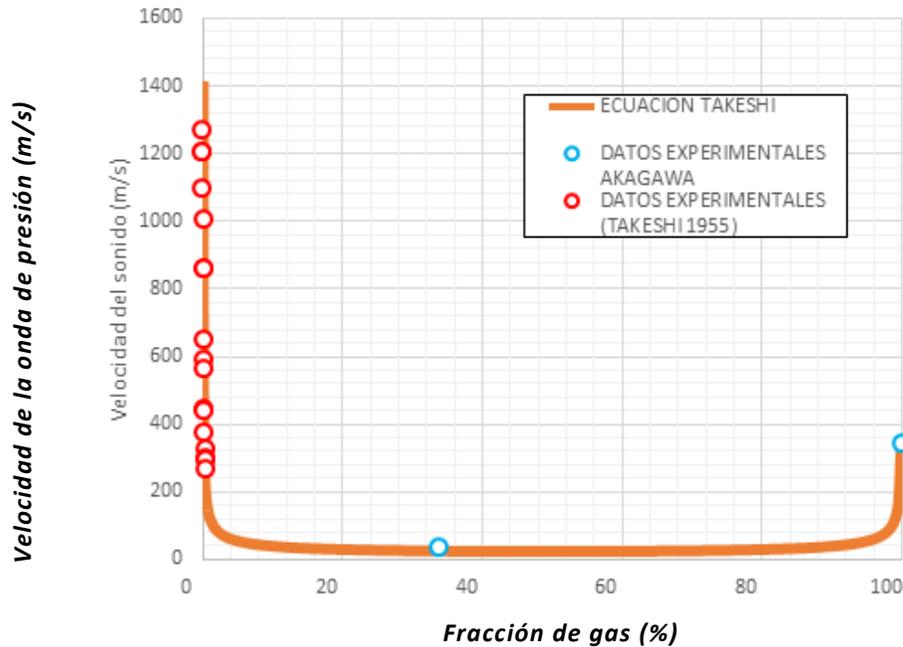


Fig. 3.3 Esquema comparativo de datos experimentales y datos teóricos de diferentes pruebas de presión con respecto al tiempo

Se inicia de izquierda a derecha la medición de la longitud del tubo ( $z$ ) en donde se presenta la prueba, el eje inferior (abscisas) mide el tiempo que tarda la onda en cruzar la sección del tubo, el eje vertical (ordenadas) conforman la medición de la variación de la presión al momento del cierre de la válvula. En este gráfico, para cada punto en cada curva de presión se puede medir la velocidad de la onda de presión haciendo un cociente de la longitud del tubo y el tiempo que tarda la onda en cruzar esa sección.

Tomando la medición para 3.10 m y teniendo una fracción de gas de 0.338, correspondiente a las velocidades superficiales del gas y del líquido, tenemos un tiempo de 0.098 segundos, por lo que la velocidad en ese punto es de 31.48 m/s. Graficando este valor en la curva referente a Takeshi, se ve que tiene buena aproximación con ésta quedando verificada la curva para este valor y también para el 100 % de gas ya que la velocidad del aire es de 343 m/s a 20 °C.



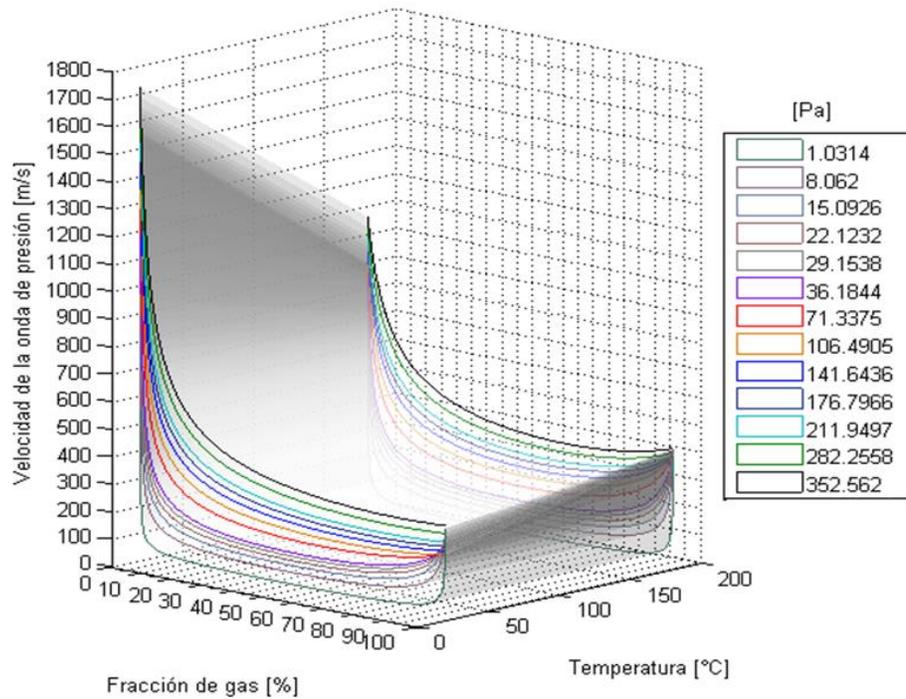
Graf. 3.9 Grafica representativa de la ecuación de la velocidad del sonido en un fluido con presencia de gas

Así, con estos datos verificados se puede concluir que el modelo propuesto por Takeshi es confiable para el modelado de la velocidad de la onda de presión (velocidad del sonido) en donde se presenten dos fases (líquido y gas).

### *SUPERFICIES DE VELOCIDAD CON EL MODELO DE TAKESHI*

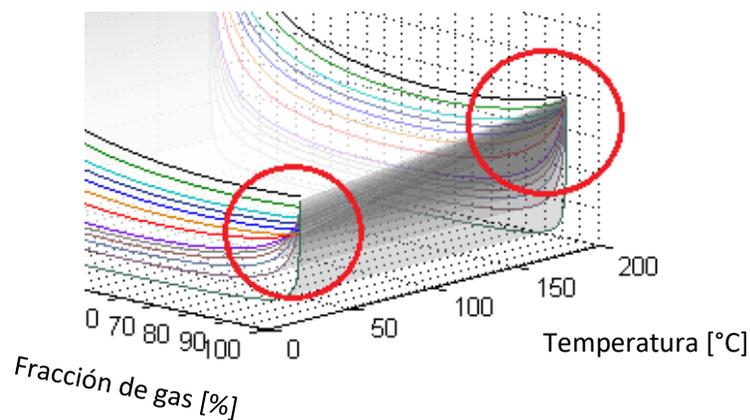
Como anteriormente se vio, las ecuaciones de Takeshi para el cálculo de la velocidad de la onda de presión dan como resultado curvas que modelan el comportamiento cuando se le aumenta la fracción de gas teniendo dos fases interactuando en un sistema cerrado (llamamos sistema al espacio en donde interactúan los fluidos), donde no existe variación de temperatura, ahora, si el sistema fuese dinámico en relación al cambio de temperatura podemos llegar a comportamientos en donde se puede apreciar con más detalle la tendencia de la velocidad de la onda de presión de la mezcla de dos fases sin perder de vista las condiciones de flujo en el sistema.

Al incorporar la temperatura en la ecuación de Takeshi, las curvas que se generan ahora presentan superficies teniendo una tendencia uniforme acotada por la velocidad para 100% líquido y para 100% gas, con ello el comportamiento de la velocidad de la onda de presión es más claro, por lo que la incorporación de la temperatura es una variable primordial que esclarece con facilidad la tendencia de los fluidos al aumento o disminución de la fracción de gas en una mezcla bifásica.



Graf. 3.10 Visualización del comportamiento de la velocidad del sonido al aumentar o disminuir la fracción de gas y aumentar o disminuir la temperatura.

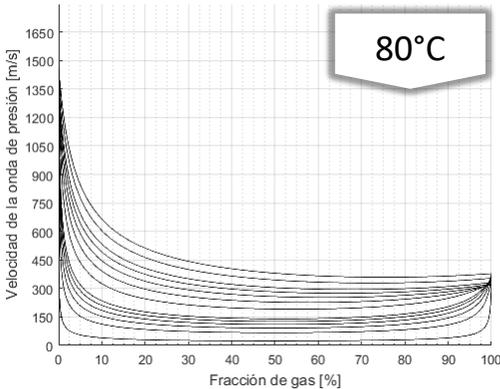
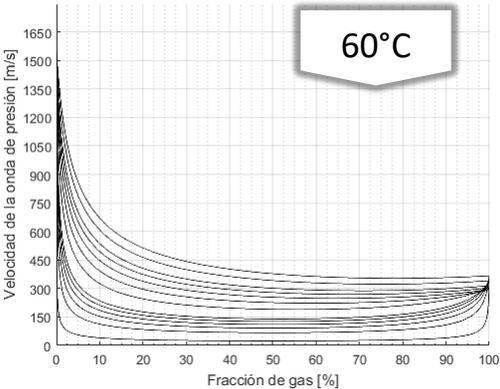
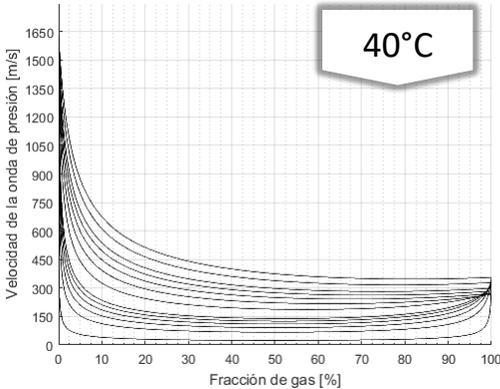
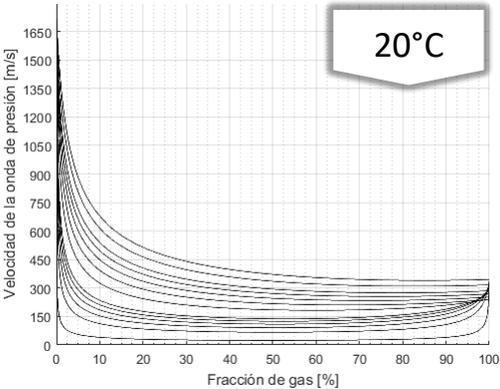
La incorporación de la temperatura a las propiedades de los fluidos se convirtió en una necesidad al tener un sistema dinámico en donde se presentan cambios, no solo de presión, sino gradientes de temperatura que afectan considerablemente las propiedades físicas de los fluidos a lo largo del sistema.

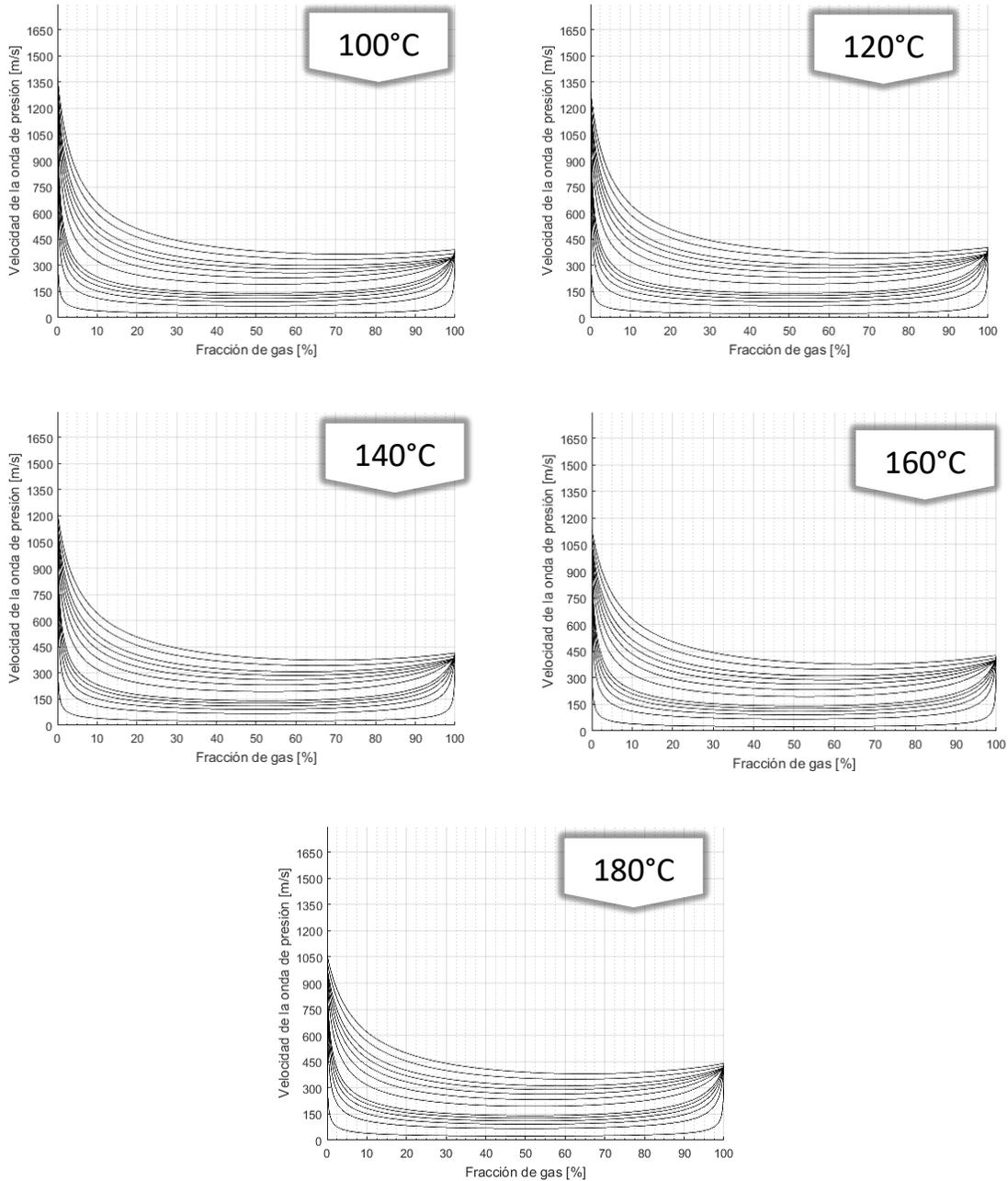


Graf. 3.11 Efecto de la temperatura en el modelo de Takeshi

El comportamiento que tiene la gráfica es visible a través de la superficie que genera para cada cambio en el valor de temperatura, la velocidad de la onda al tener el 100% de gas hace un levantamiento para bajas presiones y temperaturas de 20°C, sin embargo, a presiones mayores a 71 kg/cm<sup>2</sup> tienden a tener una tendencia recta, pero para temperaturas de 180°C se ve el comportamiento de una curva no muy pronunciada que converge a un punto en donde las demás curvas también convergen.

Si bien, podemos visualizar que a presiones menores a 30 Pa, convergen las líneas de tendencia de la velocidad de la onda entre 200 m/s y 300 m/s cuando la fracción de gas llega al 100% con una temperatura de 20 °C, este comportamiento no es el mismo para temperaturas que rondan los 180 °C, para ésta, la velocidad de la onda de presión ronda los 400 m/s. Podemos generar perfiles para cada temperatura los cuales se mostrarán a continuación.





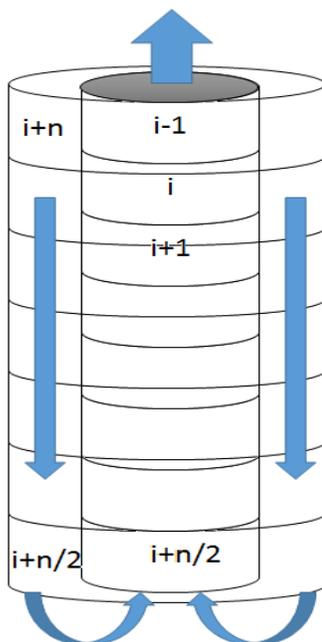
*Graf. 3.12 La temperatura hace disminuir a la velocidad de la onda de presión del fluido por expandir las moléculas del líquido, haciendo que se presenten burbujas entre ellas, éstas cargan a las moléculas de líquido y al presentarse un aumento de presión tienden a amortiguar la disipación de la onda por lo que el sistema consumirá más energía para que ésta alcance a ser comunicada a las partículas más cercanas.*

## CONSIDERACIONES INICIALES PARA EL CÁLCULO DE LAS CAÍDAS DE PRESIÓN EN UN SISTEMA DE PERFORACIÓN

Para llevar a cabo una simulación matemática, primeramente es necesario delimitar y cuantificar los datos de entrada los cuales, serán utilizados, el uso de datos tienen que provenir de fuentes verídicas reales así, tener confianza de utilización de éstas en el modelo, valores y comportamientos coherentes que satisfagan comportamientos ya prescritos en la literatura.

En este apartado, se mencionarán dos condiciones de estudio, primeramente, el modelamiento de las caídas de presión de un fluido que presenta en su composición el cien por ciento líquido puro, el cual presenta un gradiente de temperatura constante a lo largo de toda su trayectoria en el pozo perforando, después, se presentará el comportamiento que tiene el mismo fluido cuando tiene un gasto de gas inyectado (saliente en superficie). Ambos estudios se regirán por una simulación corrida bajo un software dedicado al cálculo de las caídas de presión.

### *SIMULACIÓN MATEMÁTICA CON CIEN POR CIENTO LIQUIDO*



*Fig. 3.4 Esquema numérico para el cálculo de las caídas de presión en la sarta de perforación.*

Para la simulación en donde es inyectado gas y líquido (bifásico) se tomaron en consideración muchos factores importantes, los datos iniciales fueron tomados en base a un pozo vertical, sin lastrabarrenas y solo considerando espacio anular, barrena y tubería de perforación (las variables, sus valores y unidades así como sus cálculos se explicarán en el apéndice A2), así también se el flujo de los fluidos tiene una caída de presión que va desde la superficie hasta la presión en bombas, simulando el comportamiento y las caídas de presión a lo largo de todo su recorrido. Como se puede observar en la imagen izquierda, la contabilización de los nodos para cada celda se propone desde el espacio anular, recorre el fondo de pozo en donde se encuentra la barrena y llega hasta la presión ejercida por las bombas, el recorrido es sencillo lo que hace que la interpretación del fenómeno sea fácil y clara.

En cada celda tienen que ser calculadas sus propiedades y a su vez la presión lo que ayuda de manera propia al cálculo de las siguientes propiedades.

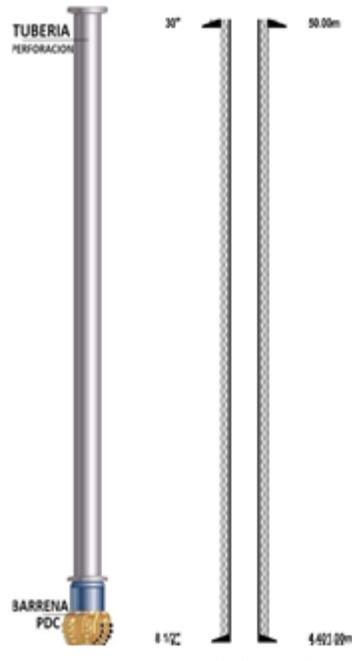


Fig. 3.5 Diseño del estado mecánico para la simulación de las caídas de presión a lo largo de una tubería de perforación.

La sarta de perforación y el estado mecánico del pozo se desarrollan de la siguiente manera:

Podemos ver que la simulación que en breve se presenta tiene como finalidad calcular la presión hidrostática a través del espacio anular, barrena y la tubería de perforación hasta llegar a la parte superior de la tubería donde se encontrarán las bombas de lodos.

Las caídas de presión a lo largo de todo el sistema, generalmente, se calculan teniendo una presión en bombas la cual hace que a lo largo de todo el recorrido que hace el fluido se generen pérdidas de presión lo que conlleva a analizar la cantidad de presión necesaria para vencer a todas las pérdidas de presión existentes a lo largo de cada sección de tubería, es también un punto de analizar que las presiones excesivas generan problemas y mayores costos económicos a la perforación, es necesario tener en mente un análisis costo-beneficio que genere la rentabilidad de la perforación, por lo que se tienen que analizar diferentes escenarios de perforación para decidir las mejores prácticas en la operación.

Los valores que se propusieron para el análisis fueron tomados de consideraciones propuestas por diferentes autores, llegando a los siguientes:

Variables iniciales:

$$P_{ref} = 100 \text{ psi}$$

$$\alpha = 1.4$$

$$h = 4400 \text{ m}$$

$$dx = 10 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

El fluido que se toma como modelo es un líquido con las siguientes características:

$$\rho_l = 1.03 \frac{g}{cm^3}$$

$$Q_{l\text{superficie}} = 260 \text{ gpm}$$

$$\mu_l = 11 \text{ cP}$$

$$T_{\text{superficial}} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$$

El diseño de la sarta de perforación es el siguiente de 0 a 4400 m:

$$\Phi_{\text{internoTP}} = 6.45 \text{ in}$$

$$\epsilon_{\text{espesor}} = 0.55 \text{ in}$$

$$\epsilon_{\text{rugosidad}} = 0.025 \text{ m}$$

La tubería intermedia de 0 a 4400 m:

$$\Phi_{\text{internoTR}} = 8.45 \text{ in}$$

$$\epsilon_{\text{espesor}} = 0.55 \text{ in}$$

Barrena de perforación:

$$\Phi_{\text{BNA}} = 8.45 \text{ in}$$

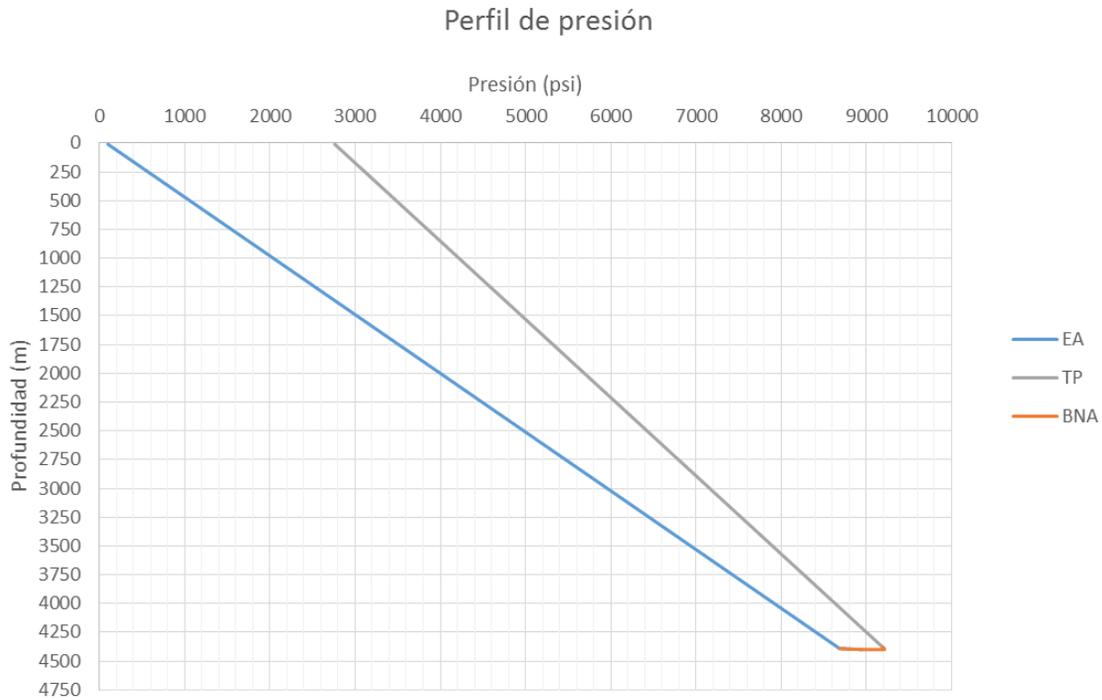
$$n_{\text{toberas}} = 5$$

$$d_{\text{toberas}} = 11/32 \text{ in}$$

Primeramente, el análisis fue simulado para un fluido que recorre la sarta de perforación, la barrena y el espacio anular que se encuentra constituido con 100% de líquido, las condiciones térmicas a lo largo de su recorrido no cambian, así como su reología.

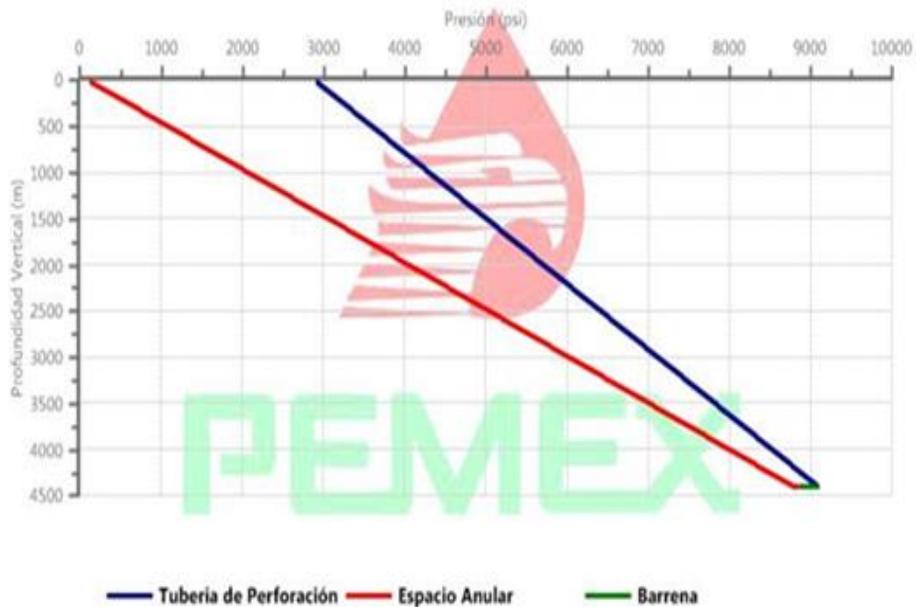
Con los datos anteriores es alimentado el programa de perforación convencional elaborado en esta tesis para la simulación de las presiones para el cálculo de la presión existente en la bomba de lodos, este programa calcula las pérdidas de presión en los diferentes espacios de su recorrido hasta la llegada a las bombas de lodos, su modelamiento se describe a continuación.

El perfil generado es el siguiente:



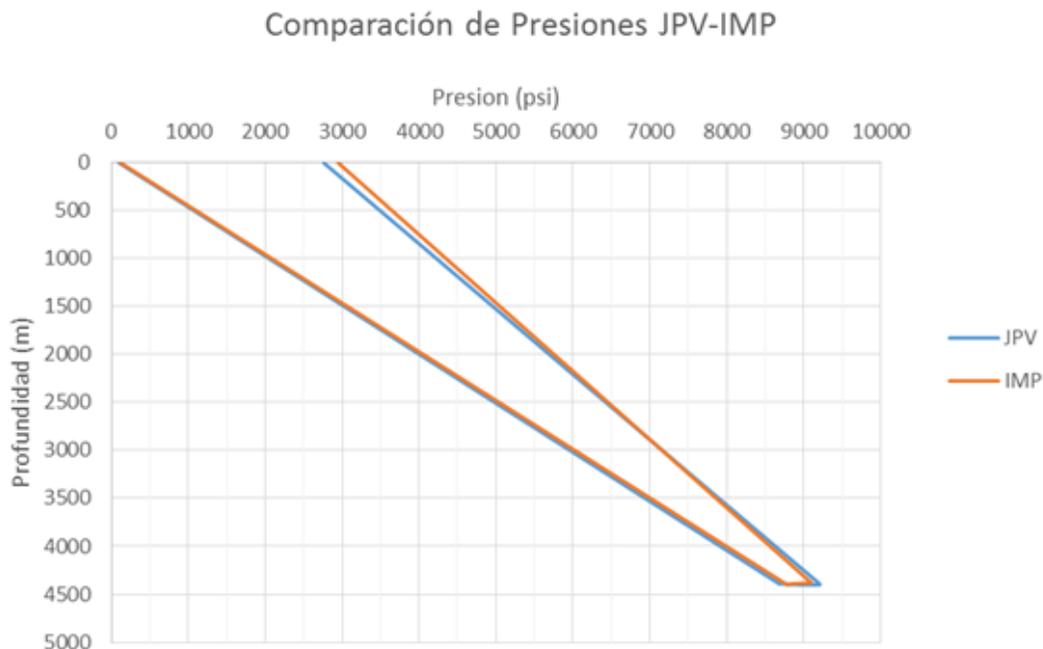
Graf. 3.13 Perfil de caídas de presión convencional con modelo

Comparando los datos del programa desarrollado con otro software especializado en el cálculo de las caídas de presión se presentan la siguiente figura para corroborar la veracidad de los datos obtenidos con el programa elaborado.



Graf. 3.14 Perfil de caídas de presión convencional con software

Al sobreponer una gráfica con otra podemos ver lo siguiente:



*Graf. 3.15 Comparación de perfiles liquido (modelo y software)*

La variación existente entre una curva y otra es de alrededor del 6%, las caídas de presión en el espacio anular presentan variaciones de alrededor del 1%, su cercanía entre ellas hace pensar que los valores son iguales y su cálculo es relativamente el mismo, cuando la presión alcanza el fondo del pozo donde se encuentra la barrena de perforación, la gráfica azul presenta un incremento en sus valores de forma leve, esto pudiera ser debido a la frontera de simulación que se propuso para su cálculo, ya que solo se maneja un nodo solución y su iteración no alcanza a acercarse mucho a los valores del software del IMP. Por último, las presiones que se calculan en el interior de la tubería de perforación son muy cercanas, sin embargo, el cálculo del factor de fricción pudiera tener la consecuencia de la disparidad de los valores, solo se pueden discutir de manera concisa la presión resultante sin tener a la mano el factor de fricción calculado del software del IMP, se concretiza de forma lineal que tiene buen acercamiento de los valores del software elaborado, a variaciones pequeñas en la obtención del factor de fricción altera significativamente la presión resultante, lo que es de suma importancia hacer énfasis en el cálculo de éste mismo.

Al llegar a la presión hidrostática en la cima de la tubería de perforación, las presiones llegan a ser muy cercanas, de alrededor de 3000 psi, concluyendo de manera eficiente el cálculo de las caídas de presión a lo largo de todo el sistema de perforación propuesto.

Al utilizar solamente un líquido, el comportamiento que resulta es muy similar, variando la densidad y los gastos de inyección se pueden modificar las curvas de manera que se tienen rectas que pronostican las caídas de presión, el comportamiento cambia de manera notable al cambiar de una fase a dos fases (líquido-gas).

### *SIMULACIÓN MATEMÁTICA TOMANDO UNA FRACCIÓN DE LÍQUIDO Y UNA FRACCIÓN DE GAS*

Al momento de tener un gasto de gas a la salida del sistema, las condiciones a lo largo de éste cambian, por lo que es recomendable su análisis de igual manera ya que es importante comprender el fenómeno que se suscita cuando se encuentran presentes dos fluidos a lo largo de todo el trayecto a perforar.

Primeramente, tenemos las mismas condiciones para analizar (tomando en consideración las condiciones para líquido), lo que cambiará será la introducción de gas con un gasto constante, los datos serán los siguientes:

$$Q_g = 37 \frac{m^3}{min}$$

$$\rho_g = 1.2506 \frac{kg}{m^3}$$

$$\mu_g = 0.018 \text{ cP}$$

Teniendo esto, al calcular las caídas de presión en el sistema tendremos diferentes densidades, viscosidades, gastos y demás propiedades que se generarán a distintas presiones ya que, al tener diferentes caídas de presión se tienen diferentes presiones totales en el sistema y esto afecta de manera directa al gas que se encuentra en cada punto a calcular

Por lo general, al aumentar la profundidad, la presión aumenta, la cantidad de gas existente en una celda disminuye de manera proporcional por su alta compresibilidad aunado a un líquido que tiene una compresibilidad muy pequeña.

Para cada nodo en la malla solución se tienen diferentes fracciones de gas lo que hace iterativo cada punto y concatenado cada cálculo con su anterior y siguiente.

Las ecuaciones representativas para este análisis se presentarán en el apéndice A1.

El comportamiento generado presenta la forma siguiente:

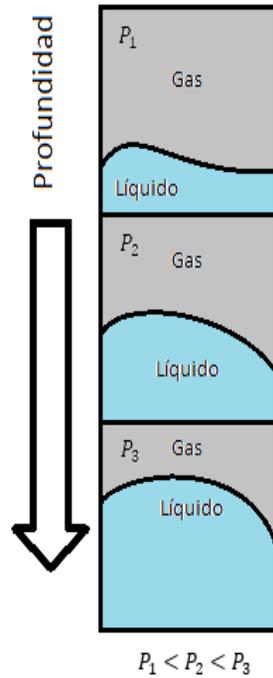
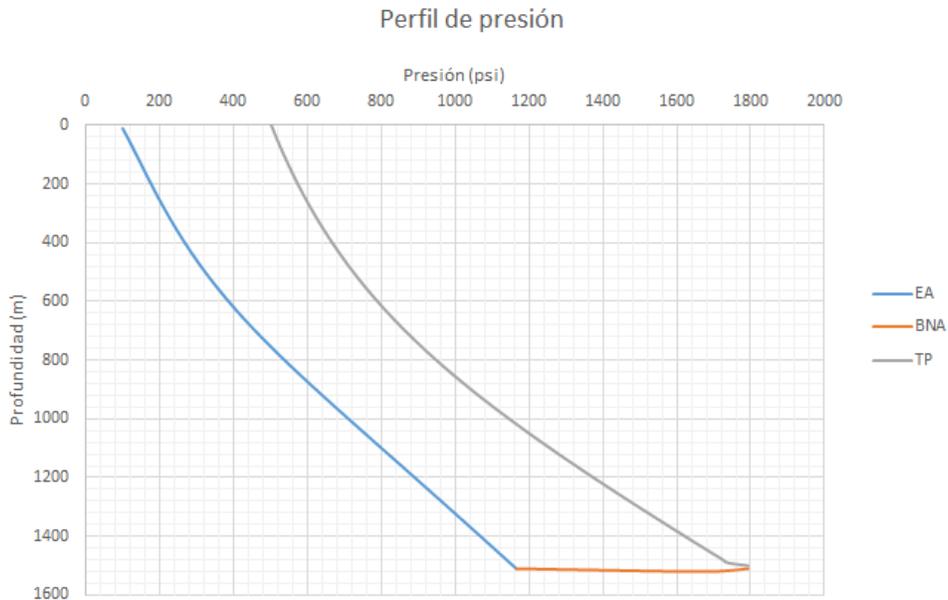
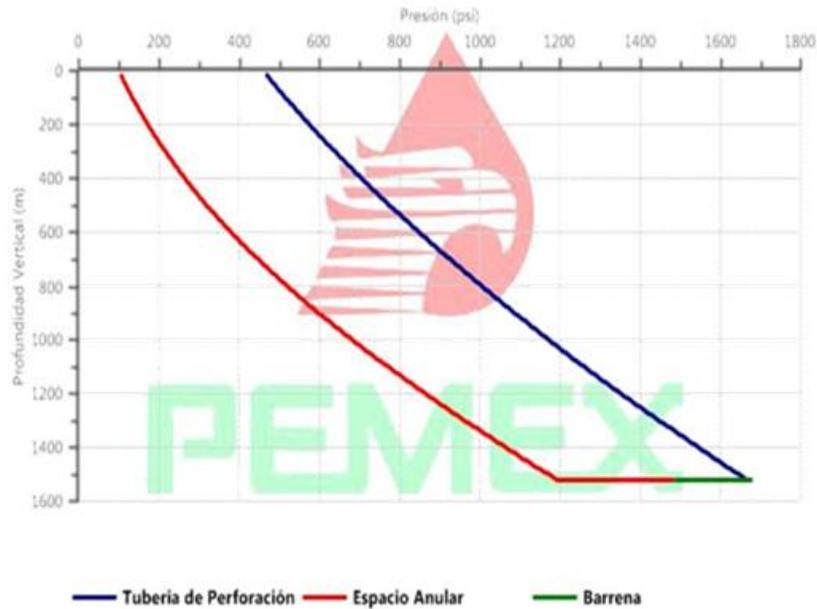


Fig. 9.6 Representación del aumento de presión con respecto a la profundidad



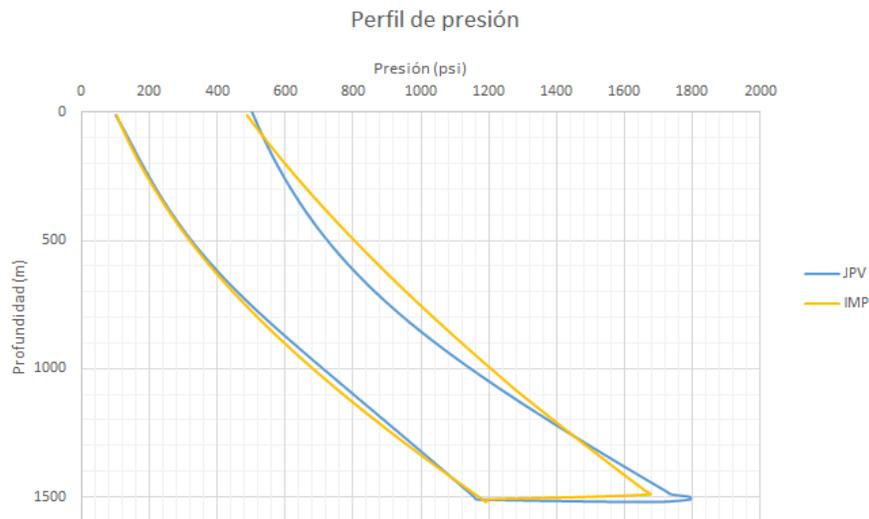
Graf. 3.16 Perfil de presiones bajo balance (líquido y gas) con modelo

El cambio que tienen las curvas al tener una condición de dos bases se da en un comportamiento bajo balance, la curva encuentra una concavidad tanto en el espacio anular como en la tubería de perforación, no presenta una pendiente constante y su comportamiento en el espacio anular es muy similar al de la tubería de perforación.



Graf. 3.17 Perfil de presiones bajo balance (líquido-gas) con software

Obteniendo los datos de las dos corridas, podemos generar una tercera imagen que muestra el error que tiene una con otra.



Graf. 3.18 Comparación de perfiles bajo balance (modelo y software)

Su error oscila entre un 3% y 8% respectivamente, es observable los cambios que las curvas tienen entre sí, esto es atribuible a los factores de conversión entre unidades ya que las formulas presentan términos en sistema internacional y en sistema inglés, debido a ello, el cálculo de la curva elaborada por el modelo presenta valores muy aproximados.

# ANÁLISIS DE RESULTADOS

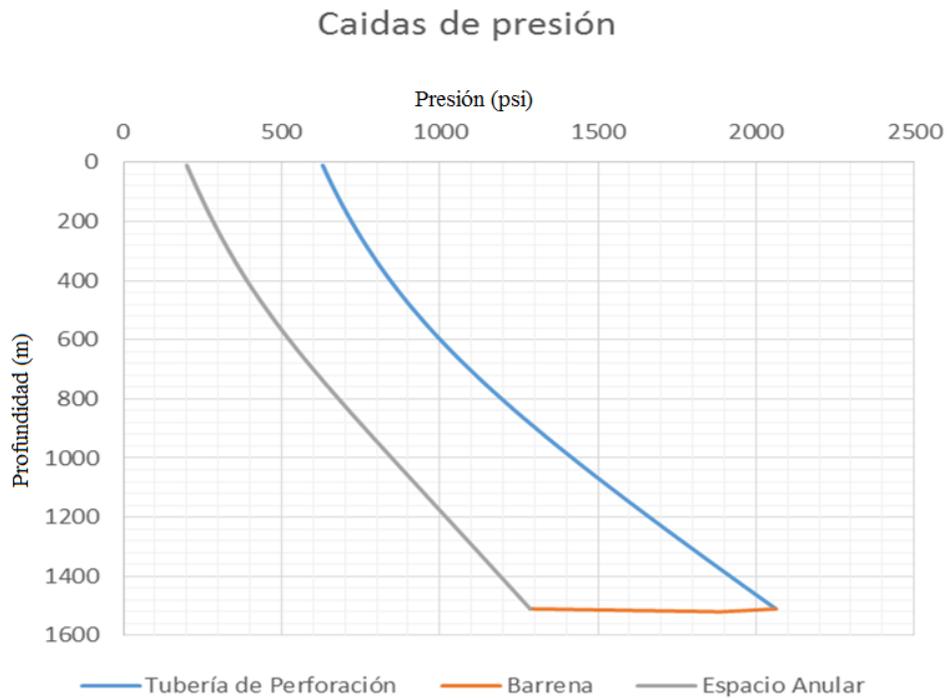
## ANÁLISIS DE RESULTADOS

Considerando el modelo presentado por Takeshi en sus experimentos donde se considera a la velocidad de la onda de presión (mejor conocida como la velocidad del sonido en el fluido) como una función de la fracción de gas, el módulo de elasticidad de la mezcla, su coeficiente de expansión térmico del gas y modelando el comportamiento de presión a través del sistema de perforación se puede visualizar el recorrido de la velocidad del sonido en cada caída de presión desde bomba pasando por la barrena y llegando a la presión en superficie. Las caídas de presión a las que se encuentra sometida la velocidad corresponde a las caídas que pueden generarse en el interior de la tubería de perforación convencional, su comportamiento modela de forma aproximada el perfil que puede tener cuando en la tubería se encuentra presente una fracción de gas, ya que en él las partículas que lo conforman son susceptibles al aumento o decremento de la presión por lo que es altamente compresible, puede generar descontrol en superficie o también generar problemas al aumentar su volumen en cualquier punto de la tubería en donde exista menor presión. Los puntos más vulnerables son aquellos en donde las paredes de la tubería tienen imperfecciones o la pared es delgada, se ha encontrado que los puntos susceptibles de problemas se encuentran cerca de válvulas que regulan el paso del flujo por la tubería.

Teniendo en consideración datos cercanos a lo reales, podemos modelar el perfil primeramente de las caídas de presión a lo largo de una tubería como se presenta a continuación.

Datos iniciales de diseño	Datos iniciales de flujo
$P_{sup} = 200 \text{ Psi}$	$Q_l = 230 \text{ gpm}$
$\alpha = 1.4$	$\rho_l = 1.03 \text{ gr/cm}^3$
$h = 1524 \text{ m}$	$\mu_l = 0.011 \text{ Pa} * \text{s}$
$dx = 10$	$Q_g = 37 \text{ m}^3/\text{min}$
$T = 30 \text{ }^\circ\text{C}$	$\rho_g = 0.0012506 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$
	$\mu_g = 0.000018 \text{ Pa} * \text{s}$

Tabla 4.1 Datos iniciales para el cálculo de las caídas de presión a lo largo de una tubería



*Graf. 4.1 Perfil de la caída de presión a lo largo de todo el sistema de perforación.*

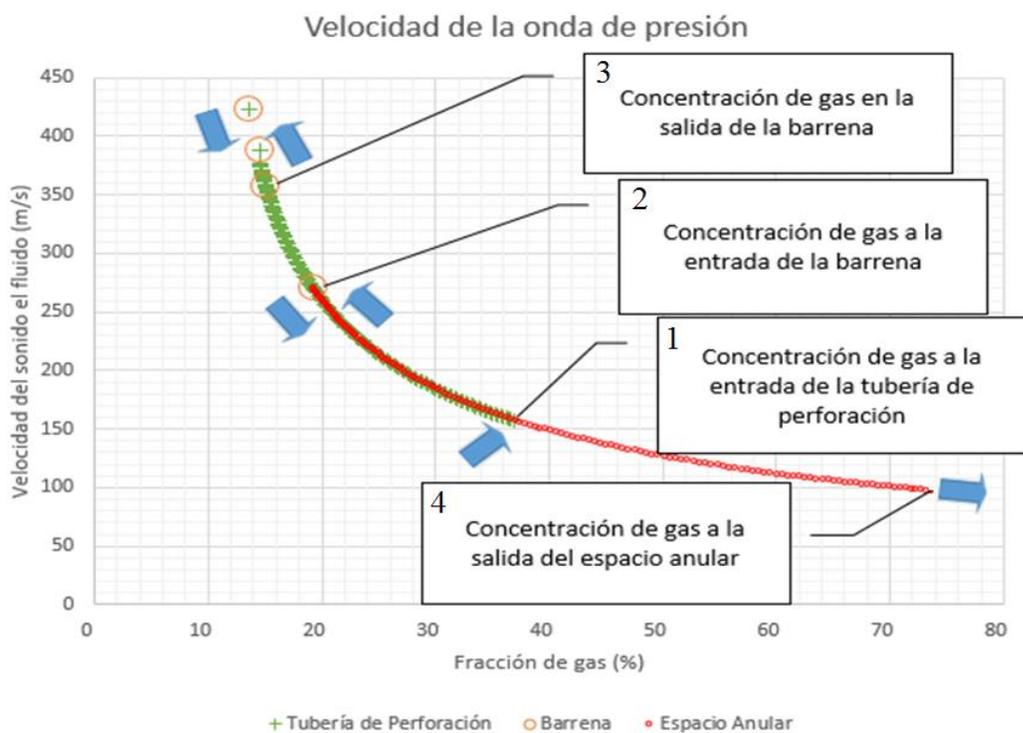
Si bien, el perfil muestra las diferentes presiones que se tienen con los valores anteriores, la variación de la presión en la barrena tiene un salto que hace discutir la estabilidad del modelo en el cálculo de las caídas de presión. El comportamiento de las curvas, como antes se ha discutido, muestra una aproximación muy buena con los software que ya se encuentran en el mercado, al introducir una cantidad de gas en el sistema es importante considerar que el gasto de inyección hace que las curvas tengan una concavidad diferente a la que fuera puramente líquido, por lo que al aumentar la presión en la cima del espacio anular conforma directamente líneas en el perfil que son muy rectas como si se tratara de puramente líquido.

Ahora, la velocidad del sonido en el fluido representa la conformación de gas presente en la mezcla, esta sin duda está directamente proporcionada a la presión dada que a mayor presión el volumen de gas decrece y por ende su concentración de gas en la mezcla.

Las concentraciones de gas en todo el sistema conforman una curva característica que describe Takeshi en sus estudios, en cada sección del trayecto del gas desde la tubería de

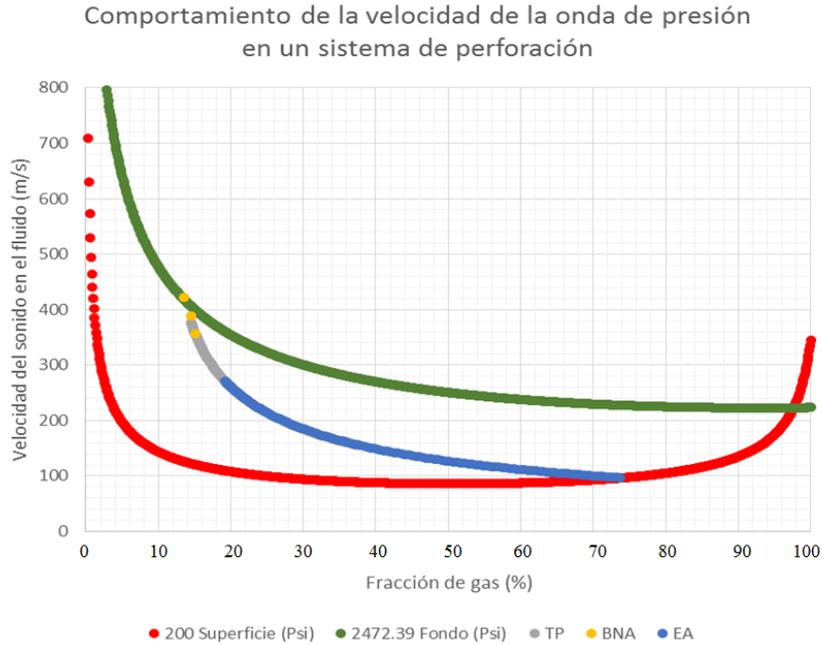
perforación hasta la salida del espacio anular, en cada punto de la curva está referenciado a una presión en particular que es la presión a la que se encuentra el fluido de perforación.

La forma que describe la concentración de gas hace notar claramente el comportamiento cuando existe mayor presión, las moléculas de gas son introducidas en el líquido o parte de ella es transformada en líquido generando así un fluido más consistente por lo que la velocidad de la onda aumenta con mayor rapidez, sin embargo, el efecto se encuentra contrario ya que al disminuir la presión el gas es liberado y las partículas de gas se hacen más presentes lo que hace que la velocidad del sonido en el fluido disminuya, al validar el análisis hecho por Takeshi en su estudio, así también al trasladar los conceptos a la perforación bajo balance se puede modelar el perfil de velocidades que puede tomar la velocidad del sonido en cada concentración de la mezcla para cada punto en concreto teniendo así, un perfil definido que ayuda a modelar el comportamiento de la velocidad del sonido en el sistema.



Graf. 4.2 Perfil de la velocidad del sonido en el sistema de perforación

Teniendo más claro lo anterior, se presenta el perfil de las velocidades para cada presión y para cada fracción de gas en el sistema. Este perfil cruza las curvas para cada presión teniendo un comportamiento en donde la presión máxima es la presión en el fondo del pozo y la presión mínima es la presión en el estrangulador.



*Graf. 4.3 Superposición de la velocidad del sonido con los valores de velocidades a la presión de fondo y presión de superficie*

La curva anterior se encuentra acotada por la presión que ejerce la bomba y la presión en el fondo (presión en la barrena), con ellas podremos visualizar claramente el recorrido que tiene la fracción de gas con una visión más práctica.

Al analizar el comportamiento de la fracción de gas en el sistema de perforación, se ve en la gráfica que juega un papel importante las condiciones a las que el gas y el líquido se encuentra ya que si se mantiene un alta concentración de gas a altas presiones cuando ésta sea menor, la fracción de gas tenderá a aumentar lo que implicará que la tubería que se utilice en ese momento podría perder sus propiedades elásticas lo cual favorece a un problema de mayores dimensiones por lo que es recomendable el estudio a detalle del comportamiento de gas a diferentes concentraciones y así ayudar a mantener una estabilidad tanto del pozo como de las herramientas presentes en el sistema que ayudan a mantener la estabilidad del agujero.

## CONCLUSIONES

### CONCLUSIONES

Si bien, el estudio de la velocidad del sonido en la ecuación de momento y continuidad nos lleva a analizar el comportamiento que tiene la fracción de gas en un fluido bifásico, su uso tan relevante hace que se profundicen los conocimientos ya estudiados, dado que la incorporación de la temperatura muestra una alteración significativa a su comportamiento; podemos observar que a lo largo de diferentes fracciones de gas y temperaturas se puede generar una superficie que describa ampliamente el comportamiento de la velocidad del sonido a través de diferentes presiones, con base en ello se generan más conocimientos relevantes y hacen más comprensibles los análisis de los fluidos en movimiento.

Cuando al estudio de las caídas de presión a lo largo de un sistema de perforación es aplicada la obtención de la velocidad del sonido podemos generar un análisis más exhaustivo al obtener más factores que faciliten el estudio del comportamiento de los fluidos a través del sistema de perforación lo que conlleva a obtener con más seguridad datos a reportar y así asegurar las labores de operación requeridas en la perforación de pozos petroleros.

Los factores relevantes que resaltan son los módulos de elasticidad volumétricos tanto del líquido como del gas, los que hace que la ecuación de Takeshi tenga relevancia al estudio de las caídas de presión en el sistema de perforación.

La revisión de la velocidad del sonido hace notar la obtención por otros medios de la densidad del fluido como de su fracción volumétrica, así también de la interacción que tiene la fracción de gas a diferentes presiones y gastos de inyección con la misma densidad, lo cual fortalece la importancia que tiene en el manejo de los fluidos a lo largo de un sistema de perforación.

## APENDICES

### APENDICE A

#### *VELOCIDAD DE LA ONDA DE PRESIÓN*

Para el cálculo de la velocidad de la onda de presión en una mezcla líquido-gas con la ecuación de Wylie and Streeter, se utilizaron los valores siguientes:

$$\begin{aligned}
 K_l &= 2.07 \times 10^9 \text{ (Pa)} \\
 \rho_l &= 1000 \text{ (kg/m}^3\text{)} \\
 \rho_g &= 1.2 \text{ (kg/m}^3\text{)} \\
 D &= 0.1053 \text{ (m)} \\
 e &= 0.0045 \text{ (m)} \\
 E &= 2 \times 10^{11} \text{ (Pa)} \\
 P &= 3.24 \times 10^5 \text{ (Pa)} \\
 \alpha &= 1.4
 \end{aligned}$$

$$c_m = \sqrt{\frac{\frac{K_l}{\rho_m}}{\frac{K_l D}{e E} + \frac{\rho_l}{\rho_m} \left(1 - \eta_g \left(1 - \frac{K_l}{\alpha P_{Ref}}\right)\right)}}$$

Dónde:

$$\rho_m = (1 - \eta_g)\rho_l + \eta_g\rho_g$$

DATOS EXPERIMENTALES (TAKESHI KOBORI 1955)		MODELO MATEMÁTICO (VINCENT GUINOT 2001)	
Fraccion de gas (aire)	VELOCIDAD DE LA ONDA DE PRESION [m/s]	Fraccion de gas (aire)	VELOCIDAD DE LA ONDA DE PRESION [m/s]
(ADIMENSIONAL)	$C_m$	(ADIMENSIONAL)	$C_m$
0.00000	1267	0.00000	1279
0.00024	1203	0.00024	975
0.00031	1203	0.00031	886
0.00044	1094	0.00044	818
0.00055	1003	0.00055	764
0.00071	860	0.00071	681
0.00075	860	0.00075	681
0.00104	650	0.00104	596
0.00124	587	0.00124	554
0.00155	560	0.00155	505
0.00200	446	0.00200	446
0.00177	438	0.00177	479
0.00236	376	0.00236	420
0.00324	325	0.00324	361
0.00432	301	0.00432	315
0.00333	294	0.00333	356
0.00418	267	0.00418	322
0.00550	236	0.00550	280

Tabla A.1 Velocidad de la onda de presión de una mezcla agua-aire con variación de la fracción de gas de 0 a 0.0055

Obteniendo así valores que son graficables y comparables con valores documentados por Takeshi (*Propagation velocity of pressure wave in pipe line 1955*).

Teniendo estos datos podemos reproducir el perfil de velocidades, tanto con los datos experimentales como con los datos que arroja el modelo matemático, reproduciendo fielmente el grafico presentado por Wylie and Streeter (*Fluid Transient 1978*).

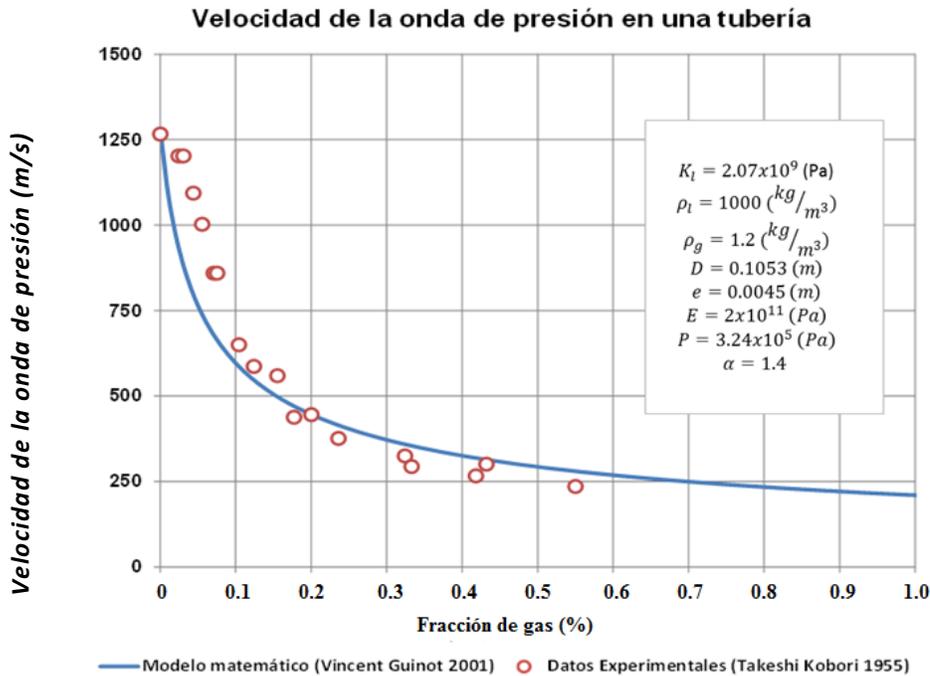


Fig. A.1 Propagación de la velocidad de la onda de presión de una mezcla en una tubería variando la fracción de gas (teórico y resultados experimentales)

### CÁLCULO DE PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

Si bien, cuando es necesario el cálculo de algunas propiedades en un fluido variando presión y temperatura, es recomendable tener literatura que presente ecuaciones modelables para así obtener la propiedad buscada, en este caso nos guiaremos de las correlaciones de Michael Batzle and Zhijing Wang (noviembre 1992), que encuentran un modelo capaz de obtener el módulo de elasticidad volumétrico, la densidad y la velocidad de fluidos puros (tanto líquidos como gases).

Para el cálculo de estas propiedades, se tienen las siguientes ecuaciones:

**Gas**

$P$  (presión en el sistema) = MPa

$G$  (gravedad específica) = Adimensional

$T$  (temperatura) = Grados Centígrados

Módulo de elasticidad volumétrico del gas (MPa)

$$K_s = \frac{P}{\left(1 - \frac{P_{pr}}{z} \frac{\partial z}{\partial P_{pr}}\right)_T} \gamma_o$$

Velocidad de la onda de presión (m/s)

$$V_g = \sqrt{\frac{K_s}{\rho_g}}$$

Densidad del gas ( $g/cm^3$ )

$$\rho_g = \frac{28.8GP}{zRT_a}$$

Los términos que conforman las ecuaciones anteriores se calculan de la siguiente manera:

$$P_{pc} = 4.892 - 0.4048G$$

$$P_{pr} = \frac{P}{P_{pc}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial P_{pr}} = A + 0.1308(3.85 - T_{pr})^2 e^{DP_{pr}^{1.2}} DP_{pr}^{0.2}$$

$$A = 0.03 + 0.00527(3.5 - T_{pr})^3$$

$$T_{pr} = \frac{T_a}{T_{pc}}$$

$$T_a = T(^{\circ}C) + 273.15$$

$$T_{pc} = 94.72 + 170.75G$$

$$D = -\left(\frac{0.45}{T_{pr}} + \frac{8}{T_{pr}}\left(0.56 - \frac{1}{T_{pr}}\right)^2\right)$$

$$E = 0.109(3.85 - T_{pr})^2 e^{DP_{pr}^{1.2}}$$

$$z = \left(0.03 + 0.00527(3.5 - T_{pr})^3\right)P_{pr} + (0.642T_{pr} - 0.007T_{pr}^4 - 0.52) + E$$

$$\gamma_o = 0.85 + \frac{5.6}{P_{pr} + 2} + \frac{27.1}{(P_{pr} + 3.5)^2} - 8.7e^{-0.65(P_{pr}+1)}$$

Validando las ecuaciones anteriores para obtener así las propiedades necesarias para el cálculo de la velocidad de la onda a presiones menores de 1000 *psi* a 80 y 100 °C.

TEMPERATURA =	80	°C		Gas
GRAVEDAD ESPECIFICA GAS (G)=	0.7	ADIM		
	PRESION EN EL SISTEMA	DENSIDAD DEL GAS	VELOCIDAD DEL GAS	MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO DEL GAS
	<b>P</b>	<b>ρ<sub>g</sub></b>	<b>V<sub>g</sub></b>	<b>K<sub>s</sub></b>
PSI	MPa	Kg/m3	m/s	Pa
14.7	0.101352959	0.68570083	442.77	1.34E+05
200	1.378951817	9.46870698	450.79	1.92E+06
400	2.757903635	19.3627219	457.90	4.06E+06
600	4.136855452	29.7280087	463.37	6.38E+06
1000	6.894759087	51.7275778	470.16	1.14E+07

TEMPERATURA =	100	°C		Gas
GRAVEDAD ESPECIFICA GAS (G)=	0.7	ADIM		
	PRESION EN EL SISTEMA	DENSIDAD DEL GAS	VELOCIDAD DEL GAS	MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO DEL GAS
	<b>P</b>	<b>ρ<sub>g</sub></b>	<b>V<sub>g</sub></b>	<b>K<sub>s</sub></b>
PSI	MPa	Kg/m3	m/s	Pa
14.7	0.101352959	0.64673141	455.96	1.34E+05
200	1.378951817	8.89606799	466.19	1.93E+06
400	2.757903635	18.0996061	475.96	4.10E+06
600	4.136855452	27.647524	483.87	6.47E+06
1000	6.894759087	47.6738474	494.25	1.16E+07

Y para presiones mayores a 1000 *psi* a 80 y 100 °C.

TEMPERATURA =	80	°C		Gas
GRAVEDAD ESPECIFICA GAS (G)=	0.7	ADIM		
	PRESION EN EL SISTEMA	DENSIDAD DEL GAS	VELOCIDAD DEL GAS	MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO DEL GAS
	<b>P</b>	<b>ρ<sub>g</sub></b>	<b>V<sub>g</sub></b>	<b>K<sub>s</sub></b>
PSI	MPa	Kg/m3	m/s	Pa
2000	13.78951817	110.064768	484.24	2.58E+07
3000	20.68427726	163.95709	515.94	4.36E+07
4000	27.57903635	207.394729	565.07	6.62E+07
5000	34.47379543	240.677755	622.30	9.32E+07
6000	41.36855452	266.337794	679.86	1.23E+08

TEMPERATURA =	100	°C		Gas
GRAVEDAD ESPECIFICA GAS (G)=	0.7	ADIM		
	PRESION EN EL SISTEMA	DENSIDAD DEL GAS	VELOCIDAD DEL GAS	MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO DEL GAS
	P	$\rho_g$	$V_g$	$K_s$
	MPa	Kg/m3	m/s	Pa
PSI				
2000	13.78951817	100.26027	509.11	2.60E+07
3000	20.68427726	149.721184	533.56	4.26E+07
4000	27.57903635	191.165054	572.28	6.26E+07
5000	34.47379543	224.194841	619.26	8.60E+07
6000	41.36855452	250.43388	668.38	1.12E+08

### Aceite

$P$  (presión en el sistema) = MPa

$T$  (temperatura) = GradosCentígrados

$^{\circ}API$  (Densidad) = GradosAPI

Módulo de elasticidad volumétrico del aceite (MPa)

$$K_d = V_d^2 \rho_d$$

Velocidad de la onda de presión (m/s)

$$V_d = 15450(77.1 + API)^{-0.5} - 3.7T + 4.64P + 0.0115(0.36API^{0.5} - 1)TP$$

Densidad del aceite( $g/cm^3$ )

$$\rho_d = \frac{\rho_p}{0.972 + 0.000381(T + 17.78)^{1.175}}$$

Los términos que conforman las ecuaciones anteriores se calculan de la siguiente manera:

$$\rho_p = \rho_o + (0.00277P - 1.71 \times 10^{-7} P^3)(\rho_o - 1.15)^2 + 0.000349P$$

$$\rho_o = \frac{141.5}{API + 131.5}$$

Validando las ecuaciones anteriores para obtener así las propiedades necesarias para el cálculo de la velocidad de la onda a presiones menores de 1000 psi a 80 y 100 °C.

TEMPERATURA =	80	°C		Aceite
GRADOS API=	22.3	°API		
	PRESION EN EL SISTEMA	DENSIDAD DEL ACEITE	VELOCIDAD DEL ACEITE	MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO DEL ACEITE
	P	$\rho_d$	$V_d$	$K_d$
PSI	MPa	Kg/m3	m/s	Pa
0	0	872.000827	1253.65596	1.37E+09
200	1.378951817	872.648408	1260.94237	1.39E+09
400	2.757903635	873.295855	1268.22878	1.40E+09
600	4.136855452	873.943031	1275.5152	1.42E+09
1000	6.894759087	875.236037	1290.08802	1.46E+09

TEMPERATURA =	100	°C		Aceite
GRADOS API=	22.3	°API		
	PRESION EN EL SISTEMA	DENSIDAD DEL ACEITE	VELOCIDAD DEL ACEITE	MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO DEL ACEITE
	P	$\rho_d$	$V_d$	$K_d$
PSI	MPa	Kg/m3	m/s	Pa
0	0	855.536195	1179.65596	1.19E+09
200	1.378951817	856.171549	1187.16439	1.21E+09
400	2.757903635	856.806771	1194.67282	1.22E+09
600	4.136855452	857.441728	1202.18125	1.24E+09
1000	6.894759087	858.710319	1217.19811	1.27E+09

Y para presiones mayores a 1000 *psi* a 80 y 100 °C.

TEMPERATURA =	80	°C		Aceite
GRADOS API=	22.3	°API		
	PRESION EN EL SISTEMA	DENSIDAD DEL ACEITE	VELOCIDAD DEL ACEITE	MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO DEL ACEITE
	P	$\rho_d$	$V_d$	$K_d$
PSI	MPa	Kg/m3	m/s	Pa
2000	13.78951817	878.454389	1326.52007	1.55E+09
3000	20.68427726	881.639028	1362.95213	1.64E+09
4000	27.57903635	884.773096	1399.38419	1.73E+09
5000	34.47379543	887.839737	1435.81624	1.83E+09
6000	41.36855452	890.822092	1472.2483	1.93E+09

TEMPERATURA =	100	°C		Aceite
GRADOS API=	22.3	°API		
	PRESION EN EL SISTEMA	DENSIDAD DEL ACEITE	VELOCIDAD DEL ACEITE	MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO DEL ACEITE
	P	$\rho_d$	$V_d$	$K_d$
PSI	MPa	Kg/m3	m/s	Pa
2000	13.78951817	861.867905	1254.74026	1.36E+09
3000	20.68427726	864.992413	1292.28241	1.44E+09
4000	27.57903635	868.067305	1329.82456	1.54E+09
5000	34.47379543	871.076043	1367.36671	1.63E+09
6000	41.36855452	874.002088	1404.90886	1.73E+09

## APENDICE B

### ARCHIVOS DE MATLAB PARA GENERAR CAÍDAS DE PRESIÓN EN PRESENCIA DE DOS

#### FASES

Nombre del archivo "liq\_gas.mat"

```
clear
clc
%
%          PARAMETROS DE REFERENCIA
pRef = 4905000;      % Presión atmosférica de ref. Pa
alpha=1.4;          % Coeficiente de expansión adiabático
profundidad=1524;   % Profundidad total m
dx=10;              % Tamaño de celda (m)
nx=fix((2*profundidad)/dx); %Numero de celdas (adim)
grav=9.81;          % Gravedad 9.81 (m/s2)
temp=30;            % %Temperatura de salida estrangulador °C
%%
%%          Ensamble de TP con BNA (dentro)
%TP
Di_tp=(4.5);        % Diámetro interno de la tp de in
Despesor_tp=(0.5); % Espesor de la tubería tp in
D_e_tp=(Di_tp+(2*Despesor_tp)); % Diámetro tomando el espesor de la tp in
Atp=(3.1416*(Di_tp)^2)/4; % Área interna de la tp in2
rug=0.025;          % Rugosidad de la tubería m
%BNA para TP
D_bna=(7.875);      % Diámetro de la bna de in
longitud_bna=10;    % Longitud de la barrena m
n_toberas=5;        % Numero de toberas (adim)
dit=11/32;          % Diámetro de la tobera in
A_tobera=(3.1416/4)*(n_toberas*(dit)^2); % Área total de toberas in^2
nxbna=fix((longitud_bna)/dx); % Nodo de bna (adim)
%%
%%          Tubería intermedia que genera al EA
%          Dbna_inter=8.5; % diámetro de bna para introducir tubería in
Ditp_inter=8.45;
Dea=(Ditp_inter-D_e_tp); % Diámetro del espacio anular in
Aitp=(3.1416/4)*Ditp_inter^2;
Aetp=(3.1416/4)*D_e_tp^2;
Aea=Aitp-Aetp;        % in2
%          Variables
p=zeros(nx,1);
Qg_i=zeros(nx,1);
eRef=zeros(nx,1);
Qt_i=zeros(nx,1);
ro_m=zeros(nx,1);
ro_gi=zeros(nx,1);
ng=zeros(nx,1);
mum_i=zeros(nx,1);
cm=zeros(nx,1);
%%
%          Datos entrada
%          Datos de líquido
Ql=(230);             % Gasto de líquido gpm
den_liq=(1.03);      % Densidad del líquido agua de mar gr/cm3
muo=0.011;           % Viscosidad dinámica Pa*s
ro_rel_liq=den_liq/1; % Densidad relativa del liquido
```

```

api=(141.5/ro_rel_liq)-131.5;
%
% Datos del gas
Qg= 37; % m3/min
den_gas=0.0012506; % Densidad del gas nitrógeno gr/cm3
mug=0.000018; % Kg/ms (Pascal*s)
ge=den_gas/0.00124; % Gravedad especifica del gas adim
% Caídas de presión de superficie a BNA
p(1,1)=pRef; %Pa
flux=(Qg*0.0166667)*(den_gas*1000); %flujo másico de gas kg/s
da_dt_3=(Ditp_inter-D_e_tp)^3;
da_dt_182=(Ditp_inter+D_e_tp)^1.82;
fori=1:nx/2-1
    [den_gas_i, ~, ~, mug_i, ~]=Propgass(p(i,1),ge,temp);
    [den_liq_i, koo, muo_i]=Propoil(p(i,1),api,temp);
    Qg_i(i,1)=15852.0559*(flux/(den_gas_i)); %gpm
    Qt_i(i,1)=(Qg_i(i,1))+(Ql); %gpm
    ng(i,1)=Qg_i(i,1)/Qt_i(i,1); %adim
    ro_m(i,1)=((den_liq_i/1000)*(1-ng(i,1)))+((den_gas_i/1000)*ng(i,1));
%gr/cm3
    mum=((muo_i)*(1-ng(i,1)))+(mug_i)*ng(i,1); %cP
    mum_i(i,1)=mum; %cP

    dp_ea=((mum_i(i,1)*1000)^0.18)*(ro_m(i,1)^0.82)*(Qt_i(i,1)^1.82)*(dx*i)
    /...
    (700.3*da_dt_3*da_dt_182); %psi
    dp_gr=ro_m(i,1)*1000*grav*dx*i*0.49; %Pa
    vea=((6.30902e-5*Qt_i(i,1))/((Ditp_inter^2-
    D_e_tp^2)*0.00064516*(3.1416/4))); %ft/min a m/s
    Nre=((ro_m(i,1)*1000)*vea*(Ditp_inter-
    D_e_tp)*0.0254)/(mum_i(i,1)/1000);
    [f]=Fricc(Nre,(Aea*0.00064516),rug); % (adim,m2,m)
    dp_f=((f*ro_m(i,1)*1000*(vea^2))/(2*(Ditp_inter-D_e_tp)*0.0254));
%Pa
    dp_ac=(ro_m(i,1)*(vea^2))/2; %Pa
    p(i+1,1)=p(1,1)+(dp_gr)+dp_f+dp_ac+dp_ea*6894.76; %Pa
    cm(i,1)=real(sqrt(((koo/(ro_m(i,1)*1000))/(1+ng(i,1)*((koo/9.81)...
    / (alpha*p(i+1,1)/9.81))-1)))));
end

fori=nx/2:nx/2+nxbna
    dPbna=(ro_m(i-1,1)*(Qt_i(i-1,1)^2))/(1303*((A_tobera)^2)); %psi
    dPb = dPbna*6894.780176942; %Presión de psi a Pa
    p(i,1)=p(1,1)+p(i-1,1)+1.6*(dPb);
    [den_gas_i, ~, ~, mug_i, ~]=Propgass(p(i,1),ge,temp);
    [den_liq_i, koo, muo_i]=Propoil(p(i,1),api,temp);
    Qg_i(i,1)=15852.0559*(flux/(den_gas_i)); %gpm
    Qt_i(i,1)=(Qg_i(i,1))+(Ql); %gpm
    ng(i,1)=Qg_i(i,1)/Qt_i(i,1); %adim
    ro_m(i,1)=((den_liq_i/1000)*(1-ng(i,1)))+((den_gas_i/1000)*ng(i,1));
%gr/cm3
    mum=((muo_i*1)*(1-ng(i,1)))+(mug_i)*ng(i,1); %cP
    mum_i(i,1)=mum; %cP
    cm(i,1)=real(sqrt(((koo/(ro_m(i,1)*1000))/(1+ng(i,1)*((koo/9.81)/...
    (alpha*p(i,1)/9.81))-1)))));
end
fori=nx/2+2:nx
hi=nx-i;

```

```

[ den_gas_i, ~, ~, mug_i, ~ ]=Propgass(p(i-1,1),ge,temp);
[ den_liq_i, koo, muo_i ] = Propoil(p(i-1,1),api,temp);
Qg_i(i-1,1)=15850.37*(flux/(den_gas_i)); %gpm
Qt_i(i-1,1)=(Qg_i(i-1,1))+(Ql); %gpm
ng(i-1,1)=Qg_i(i-1,1)/Qt_i(i-1,1); %adim
ro_m(i-1,1)=((den_liq_i/1000)*(1-ng(i-1,1)))+((den_gas_i/1000)...
*ng(i-1,1)); %gr/cm3
mum=(muo_i*1000)*(1-ng(i-1,1))+(mug_i)*ng(i-1,1); %cP
mum_i(i-1,1)=mum; %cP
v=(Qt_i(i-1,1)*6.309E-5)/((3.1416/4)*(Di_tp*0.0254)^2); %Velocidad
m/s
Nre=((ro_m(i-1,1)*1000)*v*(Di_tp*0.0254))/(mum_i(i,1)/1000);
[ f ] = Fricc(Nre,(Atp*6.4516),rug); % (adim,m2,m)
dp_tp_f=(f*(ro_m(i-1,1))*((v/0.00508)^2)*(dx*hi))/(3392.2668*Di_tp);
%psi
dp_ele=((ro_m(i-1,1)*1000)*9.81*((dx*(hi-nx/2))*1)); %Pa
dp_ac=((ro_m(i-1,1)*62.428)*(v*3.28084)^2)/(2*32.2))*(4.45/0.093);
%Pa
p(i,1)=p(1,1)+p(nx/2,1)-(dp_tp_f*6894.76)+dp_ele+dp_ac;
cm(i,1)=real(sqrt(((koo/(ro_m(i-1,1)*1000))/(1+ng(i-
1,1))*((koo/9.81)/...
(alpha*p(i,1)/9.81))-1)))));
end

```

### Nombre del archivo "Progas.m"

```

function [ ro_g, k_g, z, mug, vel_g ]=Propgass(pp,ge,t)
p=pp/1E6;%presionMPa
Ppc=4.892-(0.4048*ge);
Ppr=p/Ppc;
Ta=t+273.15;
Tpc=94.72+(170.75*ge);
Tpr=Ta/Tpc;
D=(-(0.45+(8*((0.56-(1/Tpr))^2))))/Tpr;
AA=0.03+0.00527*(3.5-Tpr)^3;
dzdPpr=AA+0.1308*(3.85-Tpr)^2*exp(D*Ppr^1.2)*(D*Ppr^0.2);
E=(0.109*(3.85-Tpr)^2)*exp(-(0.45+8*(0.56-1/Tpr)^2)*((Ppr^1.2)/Tpr));
z=((0.03+0.00527*(3.5-Tpr)^3)*Ppr)+(0.642*Tpr-0.007*Tpr^4-0.52)+E;
gamma_o=0.85+(5.6/(Ppr+2))+(27.1/(Ppr+3.5)^2)-8.7*exp(-0.65*(Ppr+1));
k_g=(p*gamma_o)/(1-(Ppr/z)*dzdPpr)*1E6; % módulo de elasticidad
volumétrico[Pa]
ro_g=real(((28.8*ge*p)/(z*Ta*8.315))*1000); %[kg/m^3]
vel_g=sqrt(k_g/ro_g); %[m/s]
mugATM=0.0001*(Tpr*(28+48*ge-5*ge^2)-6.47*ge^-2+35*ge^-1+1.14*ge-15.55);%
viscosidad a presión atmosférica cP
ayudal=0.001*Ppr*((1057-8.08*Tpr)/Ppr)+((796*Ppr^0.5-704)/(Tpr-
1)^0.7*(Ppr+1))-3.24*Tpr-38);
mug=(ayudal*mugATM); %Viscosidad cP
end

```

## Nombre del archivo "Propoil.m"

```
function[ro_d, k_d, mu_d] = Propoil(pp,api,t)
%Aceite Muerto [datos de entrada]
p=pp/1E6;%presión MPa
ro_o=141.5/(api+131.5); %gr/cm3
ro_p=ro_o+((0.00277*p)-(0.000000171)*p^3)*((ro_o-1.15)^2)+(0.000349)*p;
ro_d=(ro_p/(0.972+(0.000381)*(t+17.78)^1.175))*1000; %[kg/m^3]
v_d=15450*(api+77.1)^-0.5-(3.7*t)+(4.64*p)+(0.0115*t*p)*...
    (0.36*api^0.5-1); %[m/s]
k_d=(v_d^2*ro_d); %[Pa]
ayuda1=5.693-(2.863/(ro_d/1000));
y=10^ayuda1;
ayuda2=0.505*y*(17.78+t)^-1.163;
mut=(10^ayuda2)-1;
ayuda3=log(mut)/log(10);
ayuda5=18.6*((0.1*ayuda3)+(ayuda3+2)^-0.1-0.985);
I=(1*10)^ayuda5;
mu_d=(mut+0.145*p*I)*0.001; %cP
end
```

*Si se tiene puramente líquido es necesario intercambiar el archivo "liq\_gas.mat" por "liquido.mat" (si se tienen puramente gas es recomendable ajustar el archivo "liq\_gas.mat" con puramente gas)*

## Nombre del archivo "liquido.mat"

```
clear
clc
%
PARAMETROS DE REFERENCIA
pRef = 689476; % Presión atmosférica de ref. Pa
TempSal=30; %Temperatura de salida estrangulador °C
alpha=1.4; %Coeficiente de expansión adiabático
profundidad=4400; %profundidad total m
dx=10; %Tamaño de celda (m)
nx=fix((2*profundidad)/dx); %Numero de celdas (adim)
grav=9.81; %Gravedad 9.81 (m/s2)
%%Ensamble de TP con BNA (dentro)
%TP
Di_tp=(6.45); %Diámetro interno de la tp de in
Despesor_tp=(0.55); %Espesor de la tubería tp in
D_e_tp=(Di_tp+(2*Despesor_tp)); %Diámetro tomando el espesor de la
tp in
Atp=(3.1416*(Di_tp)^2)/4; %Área interna de la tp in2
rug=0.025; %Rugosidad de la tubería m
%BNA para TP
D_bna=(8.5); %Diámetro de la bna de in
longitud_bna=10; % longitud de la barrena m
n_toberas=5; %numero de toberas (adim)
dit=11/32; %diametro de la tobera in
A_tobera=(3.1416/4)*(n_toberas*(dit)^2); %área total de toberas in^2
nxbna=fix((longitud_bna)/dx); % nodo de bna (adim)
```

```

%% Tubería intermedia que genera al EA
Ditp_inter=8.45;
Espesor_tp_inter=0.55;
Dbna_intermedia=Ditp_inter+Espesor_tp_inter+1; %Diámetro de la barrena
para la tp intermedia
% Variables
p=zeros(nx,1);
Qg_i=zeros(nx,1);
c=zeros(nx,1);
eRef=zeros(nx,1);
Qt_i=zeros(nx,1);
ro_li=zeros(nx,1);
ro_gi=zeros(nx,1);
%% Datos entrada
Ql=(260); %Gasto de líquido gpm
den_liq=(1.03); %densidad del liquido gr/cm3
muo=11; %viscosidad dinámica cP
% Caídas de presión de superficie a BNA
p(1,1)=pRef; %Pa
fori=1:nx/2-1
da_dt_3=(Ditp_inter-D_e_tp)^3;
da_dt_182=(Ditp_inter+D_e_tp)^1.82;
dp_ea=((muo^0.18)*(den_liq^0.82)*(Ql^1.82)*(dx*i))/...
(700.3*da_dt_3*da_dt_182); %psi
dp_gr=den_liq*1000*grav*dx*i; %Pa
p(i+1,1)=p(1,1)+(dp_ea*6894.76)+((dp_gr)); %Pa
end
fori=nx/2:nx/2+nxbna
dPbna=(den_liq*(Ql^2))/(1303*((A_tobera)^2)); %psi
dPb = dPbna*6894.780176942; %Presión de psi a Pa
p(i,1)=p(nx/2,1)+(dPb);
end
fori=nx/2+1:nx
hi=nx-i; %m
v=(Ql*0.00006309)/((3.1416/4)*(Di_tp*0.0254)^2); %Velocidad m/s
Nre=((den_liq*1000)*v*(Di_tp*0.0254))/(muo/1000);
[ f ] = Fricc(Nre,(Atp*6.4516),rug); % (adim,m2,m)
dp_tp_f=(f*(den_liq)*((v/0.00508)^2)*(dx*hi))/(2*32.2*52.675*Di_tp);
%psi
dp_ele=1*((den_liq*1000)*9.81*((dx*(hi-nx/2))*1)); %Pa
dp_ac((((den_liq*62.428)*(v*3.28084)^2)/(2*32.2))* (4.45/0.093)); %Pa
p(i,1)=p((nx/2+nxbna),1)+(dp_tp_f*6894.76)+dp_ele+dp_ac;
end

```

## BIBLIOGRAFÍA

- Adams J., N., & Charrier, T. (1985). *Drilling Engineering: A Complete Well Planning Approach*. Tulsa, Oklahoma, United States: PennWell Pub. Co.
- Akagawa, K., Fujii, T., Ito, Y., Yamguchi, T., & Fukuhara, K. (1982). Studies on Shock Phenomena in Two-Phase Flow . *The Japan Society of Mechanical Engeneers*, 387-394.
- Allievi, L. (1913). *Teoria del colpo d'ariete*. Roma: Collegio degli Ingegneri ed Architetti in Milano.
- Barrera, J. A. (2015). *Análisis de fenómenos hidráulicos transitorios en la línea de conducción que une al pozo III de ciudad Universitaria con los tanques de regularización del vivero alto*. Universitaria, UNAM.
- Corredor Jaramillo, F. M., & Valadez Dueñas, C. (2009). *Control de Pozos*. Mexico: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Crowe, C., Sommerfeld, M., Tsuji, Y., & Schwarzkopf, J. (1998). *Multiphase Flows With Droplets And Particles*. Estados Unidos de America: Taylor & Francis Group.
- Guinot, V. (2001). *Numerical simulation of two-phase flow in pipes using Godunov method*. Elsevier.
- Kobori, T., Yokoyama, S., & Miyashiro, H. (1955). Propagation Velocity of Pressure Wave in Pipe Line. *Kameari Works, Hitachi, Ltd.*, 33-38.
- León, J. O. (2012). *Modelado de la perforación bajo balance con inyección de nitrógeno a través de un anular concéntrico*. México: Tesis de Maestría, UNAM.
- Wyllie, & Streeter. (1993). *Fluid Transients in Systems*. Estados Unidos: Elsevier.