



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN**

**ANÁLISIS DE SUPERESTRUCTURA PRETENSADA DE UN PUENTE VEHICULAR  
CONFORMADA POR UNA TRABE CAJÓN DE ALMAS VERTICALES**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**INGENIERO CIVIL**

**PRESENTA:**

**RAFAEL ISARAC ROJAS BORGES**

**ASESOR:**

**ING. IGNACIO ENRIQUE HERNÁNDEZ QUINTO**

**CIUDAD NEZAHUALCÓYOTL,  
ESTADO DE MÉXICO  
2018**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Un ser humano es parte del todo que llamamos universo, una parte limitada en el tiempo y en el espacio. Está convencido de que él mismo, sus pensamientos y sus sentimientos, son algo independiente de los demás, una especie de ilusión óptica de su conciencia. Esa ilusión es una cárcel para nosotros, nos limita a nuestros deseos personales y a sentir afecto por los pocos que tenemos más cerca. Nuestra tarea tiene que ser liberarnos de esa cárcel, ampliando nuestro círculo de compasión, para abarcar a todos los seres vivos y a toda la naturaleza.*

*Pues bien, no te esfuerces por convertirte en un hombre de éxito, sino por ser un hombre de valor.*

*Albert Einstein*

*A mis padres, porque ellos siempre estuvieron a  
mi lado brindándome su apoyo y sus consejos  
para hacer de mí una mejor persona.*

# ÍNDICE

<b>1.- Introducción.....</b>	<b>1</b>
1.1.- Objetivo .....	1
1.2.- Alcances.....	2
1.3.- Antecedentes.....	2
1.4.- Presfuerzo.....	3
1.5.- Pérdidas en el Presfuerzo .....	16
<b>2.- Cargas y Esfuerzos Admisibles .....</b>	<b>21</b>
2.1.- Cargas .....	21
2.2.- Esfuerzos Permisibles .....	23
<b>3.- La sección cajón.....</b>	<b>25</b>
3.1.- Dimensionamiento longitudinal .....	26
3.2.- Sección transversal .....	27
3.3.- Análisis de la respuesta de una viga de sección cajón ante una carga excéntrica	30
<b>4.- Análisis de la superestructura .....</b>	<b>55</b>
4.1.- Resumen de propiedades geométricas de la sección.....	57
4.2.- Bajada de cargas .....	57
4.3.- Elementos mecánicos por carga muerta.....	58
4.4.- Análisis longitudinal de la carga viva vehicular.....	60

<b>5.- Presfuerzo.....</b>	<b>66</b>
5.1.- Fuerza presforzante .....	66
5.2.- Pérdidas en la transferencia .....	70
5.3.- Pérdidas diferidas .....	74
<b>6.- Optimización del presfuerzo por desadherencia .....</b>	<b>77</b>
6.1.- Revisión de las secciones de desadherencia .....	78
<b>7.- Deflexiones al centro del claro .....</b>	<b>89</b>
<b>8.- Conclusión .....</b>	<b>97</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>99</b>

## 1.- Introducción

El concreto es un material semejante a la piedra que se obtiene mediante una mezcla cuidadosamente proporcionada de cemento, arena y grava u otro agregado, y agua. Esta mezcla se vierte en cimbras donde endurecerá tomando la forma y dimensiones de las mismas. Se pueden obtener concretos con diferentes propiedades y características, cuando varían las proporciones de los materiales constitutivos.

Existen características de gran ayuda en el concreto, como; la resistencia al fuego, al cambio de clima, su gran resistencia a la compresión, lo que lo hace un material ideal para la creación de cualquier elemento estructural sometido a cargas axiales de compresión. Por otro lado, el concreto es un material que tiene poca resistencia a la tensión, lo que es su principal desventaja debido a que es un material con falla frágil.

Para poder remediar la situación de la baja resistencia a esfuerzos de tensión del concreto, se combinó con un material que fuera resistente a los esfuerzos de tensión, para tomarlos en el lugar del concreto, así, al combinar el concreto con el acero se forma el concreto reforzado, este fusiona las características y propiedades de ambos materiales.

Ahora, el concreto presforzado es aquel que se somete a esfuerzos permanentes de compresión para mejorar el comportamiento del concreto en las zonas donde presenta tensión.

### 1.1.- Objetivo

El propósito de este trabajo es el mostrar el análisis estructural de una superestructura pretensada de un puente carretero, hasta su etapa de servicio, construido en base de una trabe de sección cajón.

## 1.2.- Alcances

El alcance será mostrar el proceso paso a paso del análisis de la superestructura pretensada de un puente con un claro de 30 metros, el cual cuenta con dos carriles de circulación, utilizando para el análisis por carga viva vehicular un camión T3-S2-R4.

## 1.3.- Antecedentes

La idea del presfuerzo aplicada al concreto empezó a tener éxito a principios del siglo XX, por la década de los treinta, cuando el ingeniero francés Eugene Freyssinet con base en sus estudios analíticos y experimentales llegó a establecer procedimientos y técnicas que permitían manejar los fenómenos físicos y mecánicos que afectaban al concreto presforzado.

En esa época el comportamiento del concreto agrietado era poco conocido y los ingenieros trataban de evitar el desarrollo de esfuerzos de tensión en el mismo. Esto dio origen a lo que se conoce como el presforzado completo. Sin embargo, ahora que se ha visto, con el desarrollo del concreto reforzado, que las grietas son imposibles de evitar en su totalidad, pero por otro lado estas grietas si pueden ser controlables a tal grado de poder llegar incluso a nulificar sus efectos destructivos en el concreto, gracias a lo que es posible desarrollar esfuerzos de tensión en el concreto presforzado.

Si dichos esfuerzos exceden la resistencia del concreto a la tensión, éste se agrietará. Pero, si los esfuerzos a tensión en el acero de presfuerzo y a compresión en el concreto permanecen dentro de sus rangos elásticos, tanto la integridad como la seguridad de la estructura no se verán afectadas si se toman precauciones para nulificar los efectos causados por las grietas.

Ahora, cuando se permita desarrollar esfuerzos de tensión en el concreto bajo cargas de servicio, que pueden llegar a agrietarlo, se estará hablando del presforzado parcial. Este criterio de diseño es ventajoso, desde el punto de vista económico como funcional, para



estructuras o vigas en las cuales las cargas vivas actúan solo en pequeñas fracciones de la vida útil de la estructura.

En México, el concepto de presforzado se empleó en 1951 cuando se construye en Monterrey el puente Zaragoza, el cual tiene 5 tramos de 34 metros cada uno habilitado para la circulación a través del río Santa Catarina. Otros ejemplos de los primeros empleos del presforzado en nuestro país es la construcción en 1958 del puente Tuxpan (carretera México-Tuxpan) con una longitud de 425 metros y, posteriormente, en 1962, el puente Coatzacoalcos con una longitud de 996 m.

#### 1.4.- Presfuerzo

De forma sencilla podríamos considerar al presfuerzo como un precargado de un elemento estructural antes de que soporte las cargas propias de su función con objeto de mejorar su comportamiento.

Al hablar de comportamiento nos referiremos a la mejora de rigidez y resistencia del elemento.

Bajo el aspecto de rigidez, el presfuerzo se puede aplicar para distintos materiales estructurales, como las contraflechas inducidas en vigas de acero, con base en el presfuerzo, con el objeto de reducir las deflexiones verticales causadas por cargas de servicio, a esto se le denomina criterio de servicialidad.

En la perspectiva de resistencia, la idea del presfuerzo se aplica a aquellos materiales como el concreto con una resistencia a la tensión muy baja.

El concepto es muy sencillo: con el precargado se inducen en el concreto, esfuerzos de compresión con la finalidad de compensar los esfuerzos de tensión desarrollados por las cargas propias de la función del elemento estructural, además de su peso propio. De esa manera el elemento estructural se comportará como si resistiera esfuerzos de tensión.

### 1.4.1.- Fundamentos del Método

Se puede decir que el presfuerzo está basado en las siguientes dos ideas:

#### *Superposición de esfuerzos*

La manera usual de precargar el elemento estructural es aplicándole una fuerza de compresión en su sección, fuerza de presfuerzo, esta se produce estirando el acero de presfuerzo dentro de su rango elástico, al tratar de regresar a su forma original comprimirá al concreto.

Las fuerzas de presfuerzo comprimen el concreto de tal manera que se pueden evitar los posibles agrietamientos. Esto hace valido los principios de la Mecánica Elástica y el problema se reduce a uno de esfuerzos combinados de compresión y flexión, flexocompresión. Por tanto es posible aplicar el principio de superposición en los diagramas de esfuerzo.

En el caso A se efectúa aplicando la fuerza de presfuerzo en el centroide de la sección de concreto. De este modo, la capacidad de resistir esfuerzos de tensión inducida en el concreto será igual al esfuerzo de compresión resultado de la carga axial,  $P/A$ .

La desventaja de este caso es que en la fibra superior el esfuerzo de compresión se duplica y esto puede resultar crítico para el concreto.

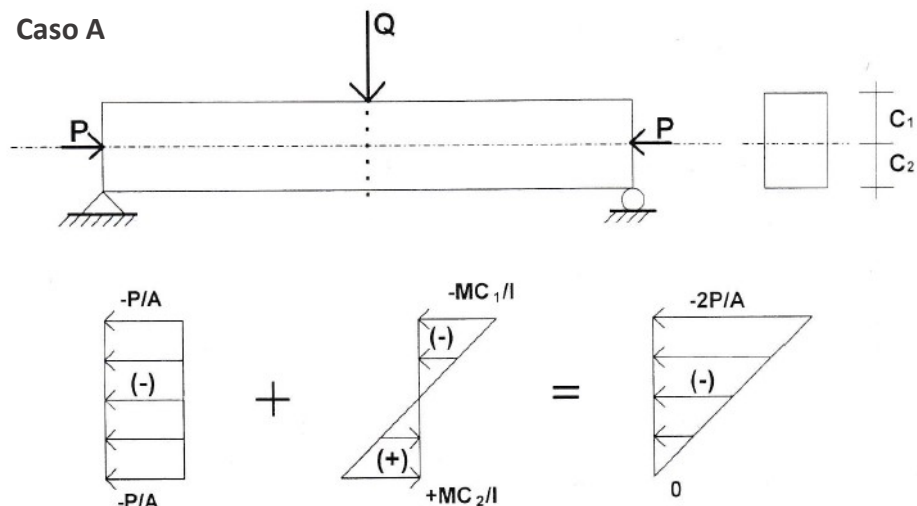


Figura 1.1 Superposición de esfuerzos por presfuerzo

Por otra parte resulta ventajoso si se le da cierta excentricidad a la fuerza respecto al eje centroidal de la sección como en el caso B, debido a la excentricidad la capacidad que se le induce al concreto de soportar esfuerzos de tensión es el doble que en el caso A.

Esto también tiene la ventaja de que la compresión de la fibra superior se puede nulificar, esto ayuda para poder soportar la compresión que ocasionará la superposición de cargas.

Ahora cuando le damos excentricidad a la fuerza esto puede generar esfuerzos de tensión en la fibra superior, tendremos que cuidar que este esfuerzo de tensión no exceda la capacidad de resistir tensión del concreto.

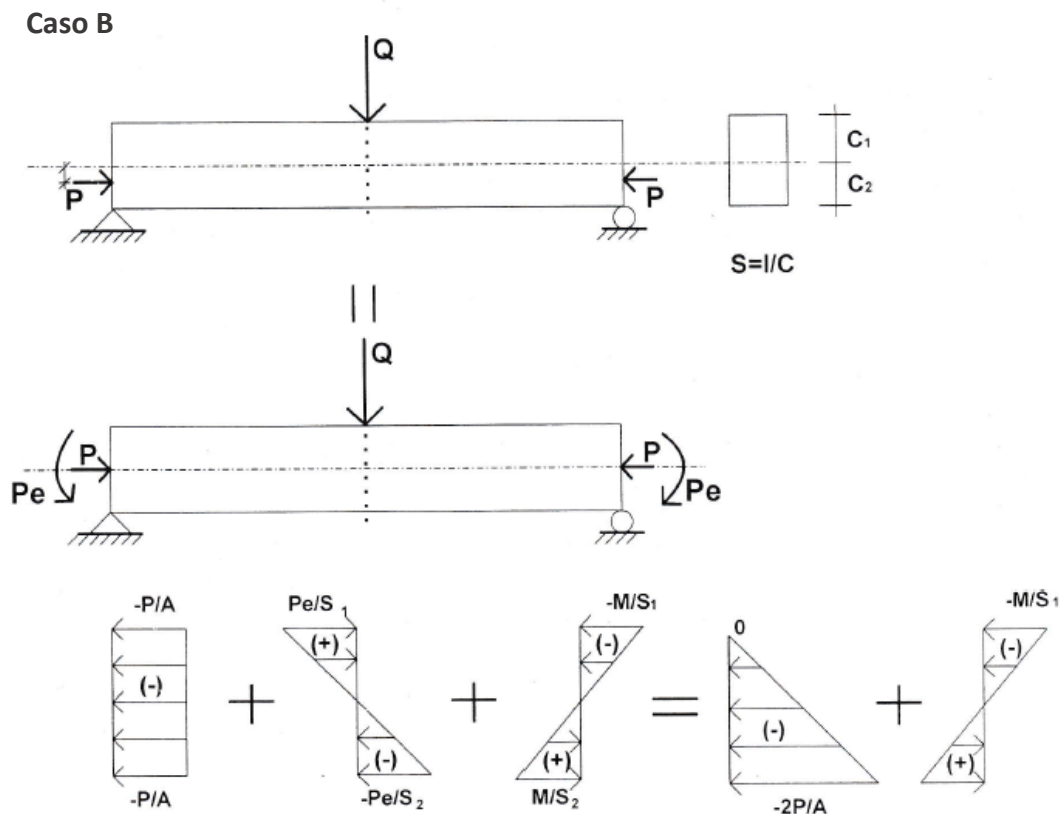


Figura 1.2 Superposición de esfuerzos por presfuerzo excéntrico

### Carga equivalente

Con los principios de la estática aplicada a cables se puede demostrar que para vigas isostáticas cada perfil de cable presforzado se puede sustituir por una carga equivalente que tendrá los mismos efectos sobre el concreto que la fuerza de presfuerzo aplicada.

En los casos A y B se basa la construcción pretensada. El C es propio de la construcción postensada. El caso A es el aparentemente más económico en cuanto a construcción se refiere, pero presenta la desventaja de inducir un momento constante a lo largo de toda la longitud de la viga.

Debido a esto y a los momentos desarrollados por las cargas en las secciones cercanas a los apoyos, donde tienden a ser nulos, se desarrollarán esfuerzos de tensión en las fibras superiores que pueden resultar críticos.

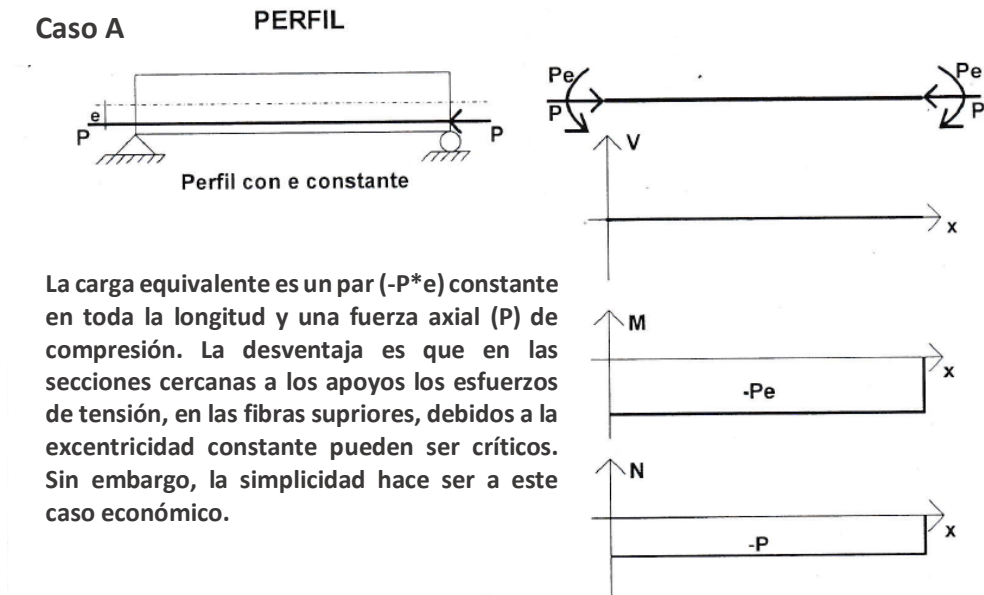
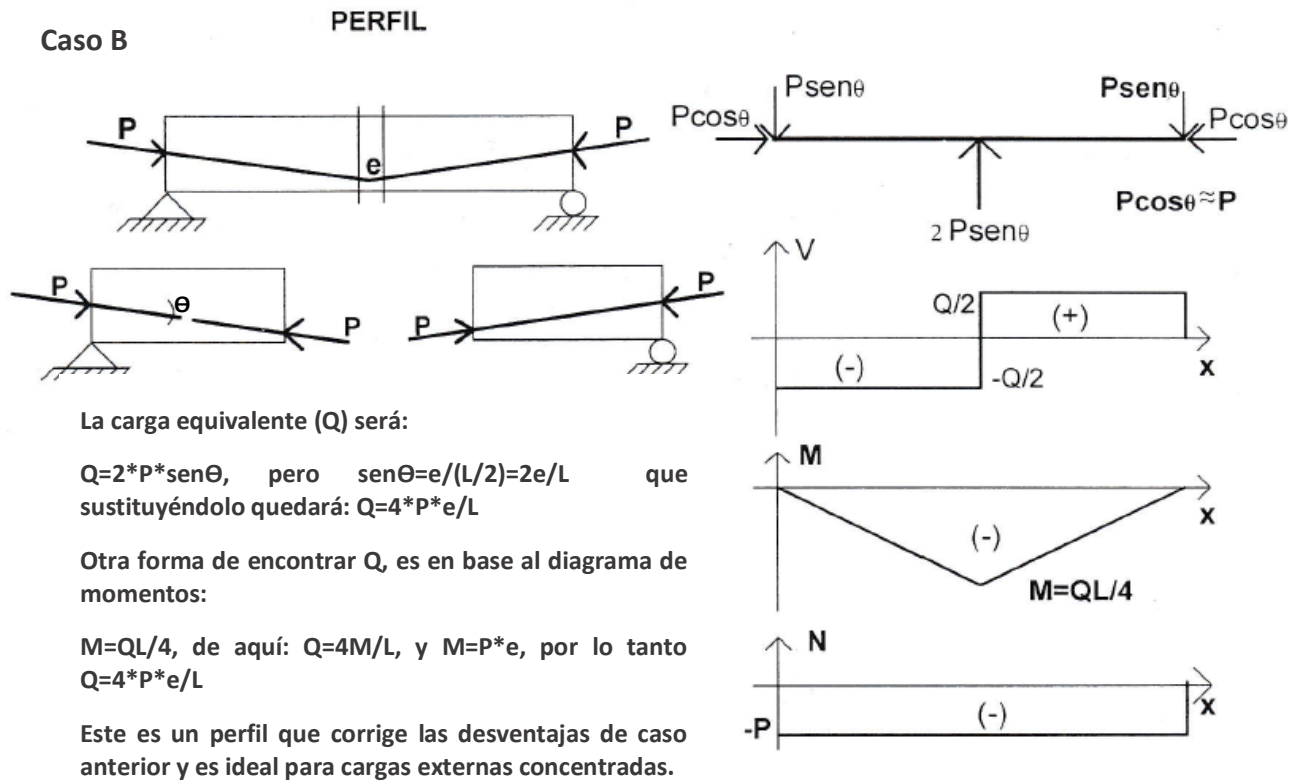


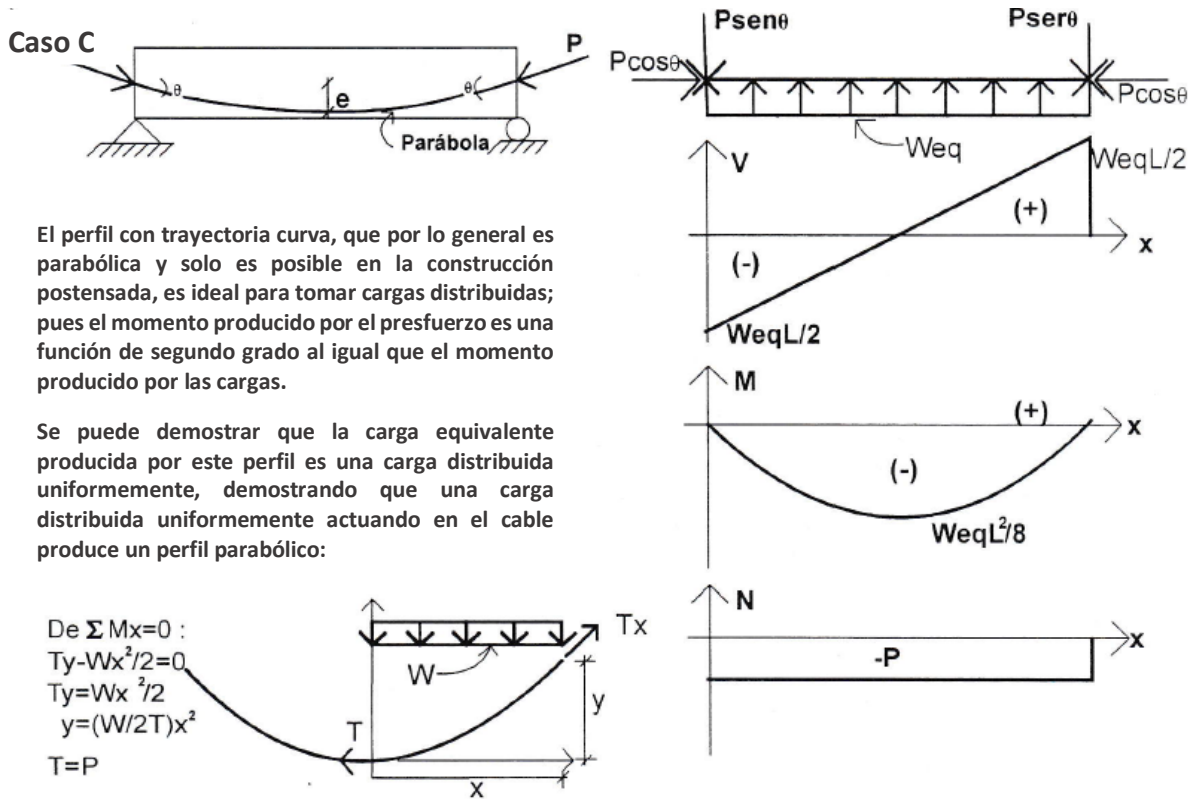
Figura 1.3 Carga equivalente con excentricidad constante

El perfil del caso B es una corrección a las desventajas del caso A. Pero su construcción es más costosa, este perfil ayuda a soportar la fuerza cortante disminuyendo la cantidad de refuerzo.



**Figura 1.4 Carga equivalente con excentricidad variable lineal**

El caso C sería el perfil ideal, por lo general las cargas predominantes en las estructuras presforzadas son distribuidas y sus momentos varían con la misma ley con la cual varia el momento producido por el presfuerzo. Para cualquier sección, el momento debido a las cargas puede ser nulificado en forma total por el momento debido al presfuerzo.



**Figura 1.5 Carga equivalente con excentricidad variable no lineal**

#### 1.4.2.- Tipos de Presfuerzo

*Como se ha mencionado existen dos formas de aplicar el presfuerzo:*

- Después de endurecido el concreto, se le llama postensado, en este caso los cables son alojados dentro de un tubo o ducto para evitar que durante el endurecimiento del concreto estos se adhieran a él, y permitan ser estirados, tensados, y anclados en los extremos de la viga, después de endurecido el concreto, produciendo así la fuerza de presfuerzo; a estos cables se les puede dar cierta curvatura a lo largo de la viga, obteniéndose así la variación necesaria de la posición de la fuerza de presfuerzo.
- Antes de endurecido el concreto, pretensado, aquí los cables o alambre son estirados, tensados, antes del vaciado del concreto y soltados después de

endurecido éste. La posición del cable se determina encontrando los puntos de aplicación de la fuerza de presfuerzo, para obtener los esfuerzos límites a viga en vacío y a viga cargada, a lo largo de ésta.

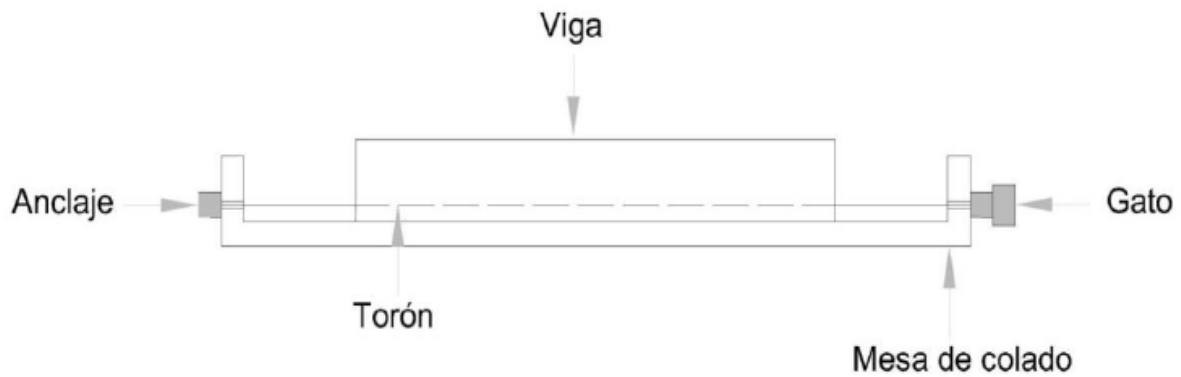
#### *Ventajas del Concreto Presforzado*

- a) Mejor comportamiento estructural ante las cargas de servicio por el control del agrietamiento y la deflexión,
- b) Se mejora la capacidad del elemento a resistir esfuerzos cortantes,
- c) Optimización en la aplicación de materiales de alto desempeño,
- d) Menor utilización de acero de refuerzo,
- e) Se obtienen elementos más eficientes y esbeltos,
- f) Reducción de contracción por flujo plástico,
- g) Control de la contracción por secado,
- h) Tiempo relativamente más corto de producción,
- i) Menor impacto y menor uso de espacio en el sitio de los trabajos.

*En este trabajo el método que se empleará para el presforzado de las vigas será el pretensado, por lo que a continuación se describirá de manera sencilla la forma en la que se induce los esfuerzos permanentes de compresión en el concreto.*

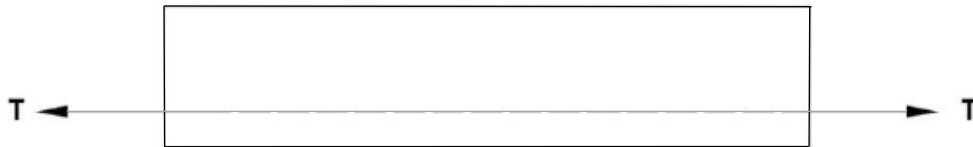
#### 1.4.3.- Pretensado del concreto

Para poder pretensar el concreto se necesitara de un mesa de colado (figura 1.6), donde se realizará dicho proceso. En esta mesa es donde se encontrará el sistema de anclaje que ayudará al tensado del torón mediante un muerto de anclaje, que es una gran masa de concreto que puede soportar el tensado. Así mismo, en esta mesa se podrá hacer un uso fácil de las cimbras, así como también el tener un control óptimo sobre el colado y curado del concreto.



**Figura 1.6 Diagrama de una mesa de colado para pretensado**

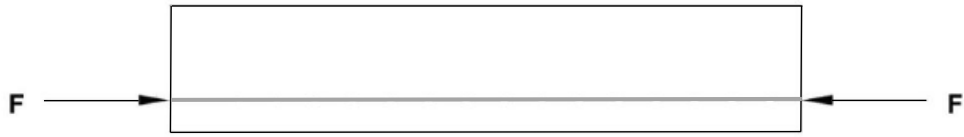
- 1- Para comenzar se pondrán los torones en la parte inferior de la cimbra.
- 2- Se tensan los torones, con el gato, cuidando de no sobrepasar su resistencia.



**Figura 1.7 Ejemplo del tensado de torones**

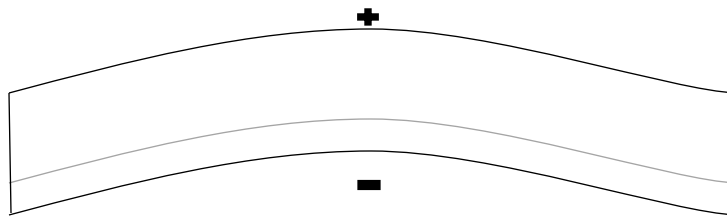
- 3- Ahora se procede al colado del concreto en la cimbra hasta que adquiera la resistencia requerida (90%).
- 4- Se cortarán los cables, se deberá de tratar que al ir cortando los torones se haga en pares y de forma simétrica para evitar un mal comportamiento del elemento que cause algún daño.





**Figura 1.8 Fuerza de compresión que ejercen los torones en el concreto al ser cortados**

- 5- Ahora que se cortaron los torones, estos van a tender a regresar a su estado original, al estar el concreto sujeto o adherido a los torones tensados, esto provocará una compresión en el concreto lo que inducirá un momento negativo a la viga creándole una contra flecha.



**Figura 1.9 Momentos negativos provocados por el presfuerzo**

Al inducirle un esfuerzo de compresión en la fibra inferior a la viga, con el proceso de pretensado, nos ayudará a aumentar la resistencia y rigidez del elemento en condiciones de servicio ya que la contra flecha será la que absorba tanto el peso propio del elemento como las cargas de servicio.

Ahora bien, el presfuerzo tiene dos inconveniente, debido a las deformaciones que sufren los materiales y sus propias características al ser esforzados, una vez se hayan tensado los torones estos sufrirán una reducción de la fuerza de presfuerzo, además, el concreto tiende a modificar su forma una vez terminada la transferencia y a lo largo de su vida, esto ocasionará que se vaya reduciendo dicha fuerza, a esto se le conoce como pérdidas de

presfuerzo y son un elemento muy importante a tomar en cuenta cuando se trabaja con el presfuerzo. Más adelante se tocará este tema con un mayor énfasis.

El segundo, como se mencionaba en los fundamentos del método, al tensar los torones en forma recta se generará un momento negativo en toda la longitud del claro con la misma intensidad y esto es un problema, ya que mientras más te acerques a las zonas de los apoyos los momentos se deberían reducir a cero y esto no sucede, al pretensar los torones se pueden generar daños críticos en dichas zonas. Una forma de combatir este inconveniente es dándole una trayectoria diferente al torón, pero el costo se incrementaría en las guías, así que se recurre a calcular las longitudes donde los torones no hacen falta y de este modo se pueden desadherir los torones innecesarios en ciertas secciones para poder ir aumentando gradualmente la fuerza presforzante a través del elemento hasta el centro donde dicha fuerza será la máxima.

#### *Características del pretensado*

- 1) Es una pieza prefabricada,
- 2) El presfuerzo se aplica antes que las cargas,
- 3) El anclaje se da por adherencia,
- 4) La acción del presfuerzo es interna,
- 5) El acero tiene trayectorias rectas,
- 6) Los elementos son generalmente simplemente apoyados

#### 1.4.4.- Materiales

##### *Características del concreto para presfuerzo*

El concreto usado en el presfuerzo se caracteriza por tener una mayor calidad y resistencia que los concretos utilizados en cualquier otro tipo de construcción ordinaria.

Los valores más comunes de la resistencia a la compresión del concreto para presfuerzo ( $f'c$ ) oscilan entre  $350 \text{ kg/cm}^2$  y  $500 \text{ kg/cm}^2$ , siendo el más común o el valor estándar el de  $350 \text{ kg/cm}^2$ , esta resistencia se considera la ideal para llevar a cabo la transferencia de la

fuerza presforzante del acero de presfuerzo hacia el concreto. Por lo general la transferencia se debe de hacer cuando el concreto alcanza el 90% de su resistencia.

#### *Comportamiento elástico del concreto*

Por razones prácticas, consideramos que la parte ascendente de la gráfica de esfuerzo-deformación del concreto exhibe un comportamiento elástico, pero se sabe que no siempre estas deformaciones son recuperables y la gráfica no es una línea recta perfecta. Gracias a estas consideraciones es que podemos realizar diseños elásticos y fijar un módulo de elasticidad en función a la resistencia del concreto.

La NTC-C nos establece para concretos tipo I, es el que se requiere emplear en el concreto presforzado, el siguiente valor para el módulo de elasticidad.

$$E_c = 14000\sqrt{f'_c}; \quad \text{en } kg/cm^2; \text{ para concreto normal (no alta resistencia).}$$

$$E_c = 8500\sqrt{f'_c} + 110000; \quad \text{en } kg/cm^2; \text{ para concreto de alta resistencia.}$$

#### *Contracción del concreto*

Al realizar las mezclas de concreto siempre se les debe de agregar un mayor contenido de agua que el contenido requerido para la hidratación del cemento. El agua libre se evaporará con el tiempo. La velocidad y terminación del fraguado dependen de la humedad, la temperatura ambiente, el tamaño y forma del elemento. El fraguado produce una disminución en el volumen de elemento lo que repercute en la fuerza de presfuerzo generando pérdidas de la misma. Además, provoca agrietamiento en el elemento por lo que se deben de reducir y controlar con acero de refuerzo o con fibras y aditivos, según sea el caso.

La contracción del concreto es proporcional a la cantidad de agua empleada en la mezcla, por lo que si se requiere de una contracción mínima, la relación de agua-cemento que se deberá emplear deberá de ser pequeña, aunque esto puede repercutir en la trabajabilidad

del concreto, y con un revenimiento no mayor de 10 cm. Por otro lado, la calidad de los agregados también influye en la contracción por secado. Así, que para reducir la contracción con los agregados, estos deberán de ser duros y densos de baja absorción con un módulo de elasticidad alto.

Ahora, la magnitud de la deformación unitaria por contracción ( $\epsilon_c$ ), varía desde cero hasta 0.001, será cero si el concreto es almacenado bajo el agua o en ambientes muy húmedos y será de 0.001 en ambientes muy secos. Para mezclas de concretos presforzado las NTC-C establecen un valor de:

$$\epsilon_c = 0.001$$

#### *Características del acero de presfuerzo*

El acero de presfuerzo va a ser el material encargado de generar momentos y esfuerzos en el elemento que puedan contrarrestar los causados por las cargas.

Hay tres formas en las que se puede emplear el acero de presfuerzo

- a) Alambres
- b) Torones
- c) Varillas de aleación

#### *Alambres*

Los alambres individuales se fabrican laminando en caliente lingotes de acero hasta obtener alambres redondos, una vez que se enfrían pasan a través de troqueles para reducir su diámetro hasta alcanzar la dimensión deseada. El proceso de estirado se ejecuta en frío y esto generará un cambio en las propiedades mecánicas del alambre e incrementará la resistencia del mismo. Después se procede a liberar los alambres de esfuerzos residuales con un tratamiento de calentamiento hasta obtener las propiedades mecánicas requeridas.

La fabricación de estos alambres se hace en los siguientes diámetros: 3, 4, 5, 6, 7, 9.4 y 10mm. La resistencia de los alambres varía desde 16000 hasta 19000 kg/cm<sup>2</sup>, estos alambres pueden tener acabado liso, dentado y tridentado.



**Figura 1.10 Alambres utilizados en el pretensado**

### *Torón*

El torón está formado por siete alambres, donde uno es central llamado alma y los otros se tuercen rodeando el alma, estos alambres son los anteriormente mencionados. Obviamente todas las propiedades mecánicas de un torón mejoran a la de un alambre, sobre todo en una característica esencial para el presfuerzo que es la adherencia. La resistencia a la ruptura ( $f_{sr}$ ) es de 19000 kg/cm<sup>2</sup> para el grado 270K (270000 lb/pulg<sup>2</sup>), que en la actualidad es el más usado para el presfuerzo.

Los diámetros comerciales de los torones van desde 3/8" hasta 0.6 pulgadas de diámetro, siendo los más comunes los de 3/8" y de 1/2" con áreas nominales de 54.8 y 98.7 mm<sup>2</sup>, respectivamente.



**Figura 1.11 Torón usado en el pretensado**

### *Varilla de aleación*

La alta resistencia de la varilla de acero se obtiene al introducir minerales de ligazón durante su fabricación. Adicionalmente se efectúa trabajo en frío en las varillas para incrementar aún más su resistencia. Después de estirarlas en frío se les libera de esfuerzos para obtener las propiedades requeridas. Las varillas de acero de aleación se producen en diámetros que varían de 1/2" hasta 13/8".

#### 1.5.- Pérdidas en el Presfuerzo

Existen múltiples razones por las que la fuerza de presfuerzo efectiva que actuará en un elemento presforzado en servicio es menor que la fuerza aplicada en el momento de su fabricación. A esta reducción se le conoce como Pérdida de Presfuerzo y puede llegar a ser mayor al 20 por ciento en los elementos estructurales comúnmente empleados.

Si bien la resistencia última de los elementos presforzados no disminuye debido a las pérdidas de presfuerzo, ya que esta resistencia está en función del equilibrio interno de esfuerzos y deformaciones, estas pérdidas, por otro lado, si afectan el comportamiento del elemento en su etapa de servicio.

Por lo que, subestimar las pérdidas presfuerzo conduce a errar en las estimaciones de los esfuerzos y deformaciones que se presentarán en las distintas etapas de servicio.

En general, las pérdidas de presfuerzo en los elementos de concreto presforzado, se pueden englobar en pérdidas instantáneas y diferidas. Las primeras se presentan en la transferencia de la fuerza de presfuerzo por parte del gato, al elemento prefabricado. Por otro lado, las pérdidas diferidas dependen del tiempo y del comportamiento inherente de los materiales.

##### 1.5.1.- Pérdidas de presfuerzo instantáneas o en la transferencia (pretensado)

Estas son las pérdidas que se presentan en la transferencia de la fuerza presforzante al elemento, estas pérdidas se producen por las siguientes causas:

- 1- Pérdida parcial por relajación del acero de presfuerzo (RET).
- 2- Pérdidas por acortamiento elástico (ES).

Por lo que las pérdidas instantáneas están definidas como la suma de las pérdidas de presfuerzo debidas a cada una de las causas anteriores:  $\Delta P_i = RET + ES$

*Pérdida parcial por relajación del acero de presfuerzo (RET)*

Cuando un elemento de determinado material es esforzado manteniendo una misma longitud, en éste se presentará una pérdida de esfuerzo debido al reacomodo de las partículas del elemento, a este comportamiento se le conoce como relajamiento.

Para calcular esta pérdida de presfuerzo tendremos la siguiente fórmula:

$$RET = f_{st} * \left[ \frac{\log(24 * t) - \log(24 * t_1)}{45} \right] * \left[ \frac{f_{st}}{f_{py}} - 0.55 \right]; \text{ en } [kg/cm^2]$$

Donde:

$$\left[ \frac{f_{st}}{f_{py}} - 0.55 \right] \geq 0.05$$

$t_1=1/24$  y  $t$ : son el periodo de tiempo, en horas, que existe desde el tensado hasta la transferencia.

$f_{st}=0.75$ \*esfuerzo de ruptura ( $f_{sr}$ ); esfuerzo de gateo, es el máximo esfuerzo que se le puede aplicar al acero de presfuerzo sin dañarlo [ $kg/cm^2$ ].

$f_{py}= 0.9$ \*esfuerzo de ruptura ( $f_{sr}$ ); esfuerzo de fluencia del acero de presfuerzo [ $kg/cm^2$ ].

**Esta pérdida es la primera en aparecer y se suele dar a las 18 horas de aplicado el tensado. Por otro lado, la pérdida total se da en dos etapas una en la transferencia y otra diferida.**

### *Pérdida por acortamiento elástico (ES)*

Durante la transferencia de la fuerza presforzante al elemento estructural, se presentará un acortamiento elástico en el concreto debido a la carga axial creada por el presfuerzo, esto origina una pérdida de éste.

Para conocer cuál es la pérdida originada por el acortamiento elástico, usaremos la siguiente fórmula:

$$ES = \frac{\frac{P}{A_c} + \frac{P * e^2}{I} - \frac{M_{sw} * e}{I}}{\frac{E_{ci}}{E_s} + \frac{A_s}{A_c} + \frac{A_s * e^2}{I}}; \quad \text{en [kg/cm}^2\text{]}$$

Donde:

$A_c$ : área de la trabe [cm<sup>2</sup>].

$A_s$ : área de acero [cm<sup>2</sup>].

$I$ : inercia de la sección simple [cm<sup>2</sup>].

$e$ : centroide del acero de presfuerzo a partir del centroide de la sección [cm].

$M_{sw}$ : momento por peso propio de la trabe [kg\*m].

$P = A_c * f$  [kg]; donde  $f = f_{st} - RET$

Ahora para saber cuáles son las pérdidas instantáneas totales solo se deben de sumar las pérdidas anteriores:

$$\Delta Pi = RET + ES$$



### 1.5.2.- Pérdidas de presfuerzo diferidas o a largo plazo ( $\Delta Pd$ )

Las pérdidas diferidas o a largo plazo, son aquellas que dependen del tiempo de servicio del elemento presforzado. Al igual que las pérdidas de presfuerzo instantáneas, las diferidas se deben a diferentes causas, tales como:

- a) Contracción del concreto (SH).
- b) Flujo plástico ( $C_{RC}$ ).
- c) Relajación del acero de presfuerzo diferida ( $C_{RS}$ ).

Por lo que las pérdidas diferidas están definidas como la suma de las pérdidas de presfuerzo debidas a cada una de las causas anteriores:

$$\Delta Pd = SH + C_{RC} + C_{RS}$$

#### *Pérdida por Contracción del concreto (SH)*

Cuando el concreto fragua experimenta una contracción por la reacción química del cemento, lo cual provoca una reducción en la deformación del acero de presfuerzo igual a la deformación que produce esa contracción. Como es evidente, esta reducción de la deformación del acero de presfuerzo causa a su vez una reducción del esfuerzo en el acero de presfuerzo y constituye un componente importante de la pérdida de presfuerzo para los elementos presforzados.

$$SH = 17000 - 150 * (RH); \quad \text{en [psi]}$$

Donde:

RH: es la humedad relativa de la zona donde se prefabrica el elemento; en [%].

#### *Pérdida por Flujo plástico ( $C_{RC}$ )*

Esta pérdida de presfuerzo se debe a la deformación que experimenta el concreto ante la acción de cargas sostenidas como son la carga muerta y el presfuerzo.

$$C_{RC} = 12 * (f_{cir}) - 7 * (f_{cds}); \text{ en } [kg/cm^2]$$

Donde:

$f_{cir}$ : esfuerzo del concreto en el centroide del acero de presfuerzo debido a la fuerza de presfuerzo y a la carga muerta en la viga inmediatamente después de la transferencia (a la ser después de la transferencia a la fuerza de presfuerzo se le restaran las pérdidas instantáneas),  $kg/cm^2$ .

$f_{cds}$ : esfuerzo del concreto en el centro de gravedad del acero de presfuerzo debido a todas las cargas muertas, excepto la carga muerta presente al momento de aplicar la carga de presfuerzo,  $kg/cm^2$ .

#### *Pérdida debido a la Relajación del acero de presfuerzo diferida ( $C_{RS}$ )*

La pérdida por relajación del acero de presfuerzo diferida, se presenta después de la etapa de transferencia de esfuerzos

$$C_{RS} = 5000 - 0.1 * ES - 0.05 * (SH + C_{RC}), \text{ en } [psi].$$

La fórmula anterior es para acero de baja relajación.

#### *Pérdidas totales ( $\Delta f_s$ )*

Estarán dadas por la suma de las pérdidas de acortamiento elástico (ésta es una pérdida instantánea), contracción del concreto, flujo plástico y relajación del acero de presfuerzo (estas últimas tres son pérdidas diferidas, el porcentaje de la pérdida por relajación de esfuerzo instantánea ya viene en el cálculo para la relajación diferida).

$$\Delta f_s = ES + SH + C_{RC} + C_{RS}$$

## 2.- Cargas y Esfuerzos Admisibles

### 2.1.- Cargas

Se deben considerar todas las cargas que se espera que sean aplicables al puente durante su vida de servicio. Tales cargas se pueden dividir en tres categorías: cargas permanentes, eventuales y variables. Las cargas permanentes permanecen en el puente durante un período prolongado, por lo general para todo el servicio de vida. Tales cargas incluyen el peso propio de las vigas y el tablero, la superficie de rodamiento, empuje de tierras y empujes hidrostáticos. Las cargas eventuales suelen incluir cargas debidos al agua y el viento, los témpanos de hielo, colisiones con barcos, contracción por fraguado, flujo plástico y los terremotos. Adicionalmente, todos los puentes experimentan fluctuaciones de temperatura y tales efectos deben ser considerados. Las cargas variables, como su nombre lo indica, cambian con el tiempo y pueden ser aplicados desde varias direcciones y/o ubicaciones. Por lo general, este tipo de cargas tienen una variación importante durante la vida de la estructura y son las cargas vivas, el impacto y la fuerza centrífuga.

Las cargas analizadas en la superestructura del puente para este trabajo son cargas permanentes debidas a las cargas muertas, y cargas variables provocadas por la carga viva vehicular y el impacto dinámico.

#### 2.1.1.- Carga muerta

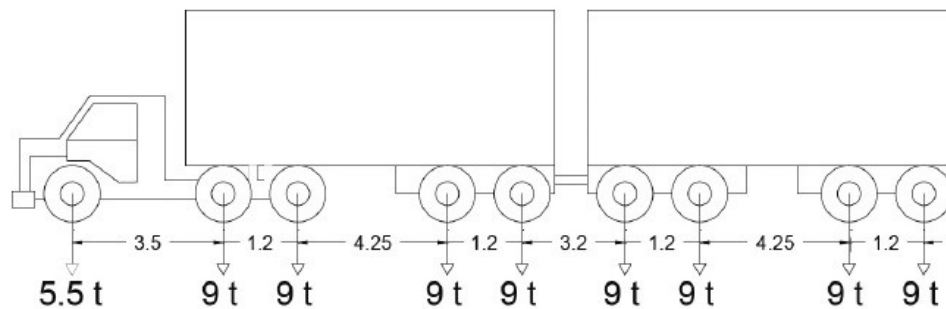
La carga muerta está constituida por el peso de la estructura ya terminada, incluyendo la carpeta, banquetas, vías, tuberías, conductos, cables y demás instalaciones para servicios públicos.

Cuando al construir el puente, se coloque sobre la carpeta una capa adicional para desgaste o cuando se piense ponerla en el futuro, debe tomarse en cuenta al calcular la carga muerta.

### 2.1.2.- Carga viva vehicular

Las cargas vivas son las debidas al peso de las cargas móviles aplicadas que corresponden a camiones, autobuses, automóviles, equipos para construcción y trabajos agrícolas, ciclistas, peatones, ganado y, en pasos inferiores de ferrocarril (PIF), al tren.

Como ya se ha mencionado para este trabajo se utilizará un camión de tipo T3-S2-R4 (77.5T).



**Figura 2.1 Carga viva vehicular (camión tipo T3-S2-R4)**

Se denomina “impacto” a un incremento en porcentaje que se aplica a las cargas vivas vehiculares sobre la calzada, para tomar en cuenta los efectos de la vibración de la estructura, que es causada por su respuesta dinámica como un conjunto, a la excitación producida por las ruedas, la suspensión de los vehículos y el golpeteo de las primeras al pasar sobre irregularidades en la superficie de rodamiento, tales como juntas de dilatación, grietas, pequeños baches o despostillamientos. Pueden existir efectos resonantes cuando el periodo del sistema vehicular es similar a la frecuencia propia del puente. El incremento por impacto no se aplica a las cargas sobre la banqueta.

## 2.2.- Esfuerzos Permisibles

### *Reglamento AASHTO*

#### *1.- Esfuerzos admisibles en el concreto para elementos sometidos a flexión.*

El diseño de los elementos prefabricados y presforzados, por lo general se basan en un valor de  $f'c=350 \text{ kg/cm}^2$ . Se permite el aumento a  $420 \text{ kg/cm}^2$  cuando, a juicio del ingeniero, sea razonable esperar la obtención de esta resistencia. También se podrán considerar resistencias aún más altas, en el caso de que se tome como base un área individual. Cuando esto ocurra, el ingeniero debe de quedar completamente satisfecho, en cuanto a que los controles de los materiales y los procedimientos de fabricación proporcionarán las resistencias requeridas.

Esfuerzos temporales anteriores a las pérdidas debidas a la fluencia y a la contracción:

#### Compresión

Elementos pretensados

$$f_{ci} = 0.6 * f'ci$$

Elementos postensados

$$f_{ci} = 0.55 * f'ci$$

#### Tensión

Zona sometida a tensión con la aplicación de una fuerza de compresión previa. No se especifican los esfuerzos temporales admisibles.

#### Otras áreas

En áreas a tensión sin refuerzo adherido

$$f_{ti} = 14.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o } 0.8 * \sqrt{f'ci}$$

Cuando el esfuerzo a tensión calculado excede este valor, se proporciona un refuerzo adherido para resistir la fuerza total a tensión calculada en el concreto, suponiendo que se trata de una sección agrietada. El esfuerzo de tensión máximo no excederá:

$$f_{ti} = 2 * \sqrt{f'c_i}$$

2.- Esfuerzo bajo la carga de servicio, una vez que se han presentado las pérdidas:

Compresión

$$f_{cs} = 0.40 * f'c$$

Tensión con la aplicación de una fuerza de compresión previa en el área a tensión

a) Para elementos con refuerzo adherido  $f_{ts} = 1.6 * \sqrt{f'c}$

Para los lugares donde los elementos están expuestos a la acción corrosiva, como lo son las costas

$$f_{ts} = 0.8 * \sqrt{f'c}$$

b) Para refuerzos sin refuerzo adherido 0 (cero)

Todos los valores de los esfuerzos admisibles ( $f_{ci}$ ,  $f_{ti}$ ,  $f_{cs}$ ,  $f_{ts}$ ) y las resistencias del concreto ( $f'c_i$ ,  $f'c$ ), se expresan en kg/cm<sup>2</sup>.

### 3.- La sección cajón

Si se mira desde el punto de vista resistente, la sección cajón tiene las siguientes ventajas:

- Tiene una gran cabeza superior e inferior lo que le permite o la hace apta para soportar momentos flectores tanto positivos como negativos.
- Tiene una gran rigidez a la torsión.
- Por su condición de sección cerrada, la viga cajón tiene una gran rigidez transversal lo que reduce la distorsión de la sección.
- Por las dos propiedades anteriores la sección cajón es apta para soportar cargas descentradas sin desequilibrar apenas la simetría de la distribución transversal de las tensiones longitudinales de la sección.
- Por su rigidez transversal permite reducir al mínimo el espesor de las paredes.
- Tiene un gran radio de giro ( $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ ), relación inercia área, por lo que se obtiene un excelente rendimiento para el pretensado.

Estas propiedades permiten el poder sacarle el mejor rendimiento a la distribución del material, obteniéndose tableros muy ligeros y resistentes lo que la convierte en la sección ideal para los puentes de grandes claros.

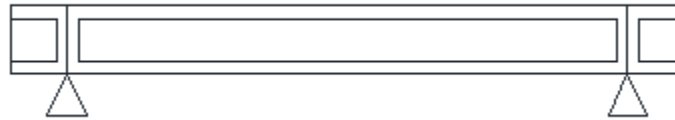
En realidad este tipo de sección podría utilizarse para todo tipo de claros, pequeños y grandes, pero en los primeros las dificultades de ejecución no compensan las ventajas en peso y rendimiento que este tipo de sección presenta.

Los claros más usuales para las traveses cajón van desde los 35 m hasta 250 m, que es el claro más extenso que se ha conseguido.

### 3.1.- Dimensionamiento longitudinal

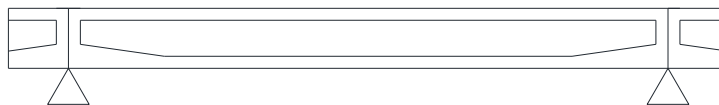
Ahora, sabemos que los puentes con traveses cajón son continuos pero pueden tener variaciones longitudinales de peralte, estas se dividen en tres tipos.

- Tipo 1. El peralte y la inercia son constantes a lo largo de todo el puente, se utilizan para los claros más pequeños, raramente sobrepasan los 50 metros de claro. El tipo de construcción es normalmente la cimbra apoyada en el suelo o la autoportante, cuando el número de vanos de un puente es muy grande, también se puede emplear el procedimiento que caracteriza a los puentes empujados.



**Figura 3.1 Variación longitudinal tipo 1, peralte constante**

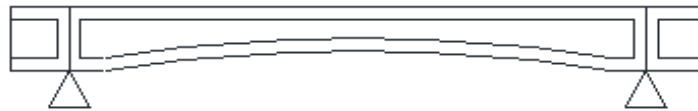
- Tipo 2. El peralte es constante pero la inercia varía al acercarnos a los apoyos. Este incremento de inercia se logra aumentando el espesor de la losa inferior desde una posición situada a  $1/4$  ó  $1/5$  del claro contado desde la sección de apoyo hasta el apoyo. Este incremento de resistencia es necesario para controlar el estado tensional producido por los grandes momentos negativos que se presentan en esta zona. Su construcción se basa en claros pequeños, de entre 50 ó 55 metros, de la construcción con cimbra, pero se hace bastante cara la cimbra y se prefiere usar el avance en voladizo.



**Figura 3.2 Variación longitudinal tipo 2, inercia variable en los apoyos**



- Tipo 3. En esta morfología varía el peralte a todo lo largo del puente, creciendo desde el centro del claro hasta los apoyos. La curva de variación suelen ser parábolas de segundo, tercer ó cuarto grado siendo las más utilizadas las de segundo grado, ya que da una variación bastante suave. Las curvas de tercer y cuarto dan una variación de canto muy brusca en la zona de apoyos, que si bien se acoplan mejor que las de segundo grado a la cuantía de la sollicitación, ofrece una imagen de puente demasiado abrupta. La variación del peralte introduce una ventaja complementaria en la parte de esfuerzo cortante que es transportada por la componente inclinada de la compresión de la losa inferior, lo que alivia las almas de una parte importante de esfuerzo cortante, permitiendo un dimensionamiento más delgado de las mismas.



**Figura 3.3 Variación longitudinal tipo 3, peralte variable**

### 3.2.- Sección transversal

Para el diseño de la sección transversal existen dos tipos de condiciones de diseño.

- a) Condiciones resistentes
- b) Condiciones constructivas

De las primeras se pueden destacar los siguientes efectos:

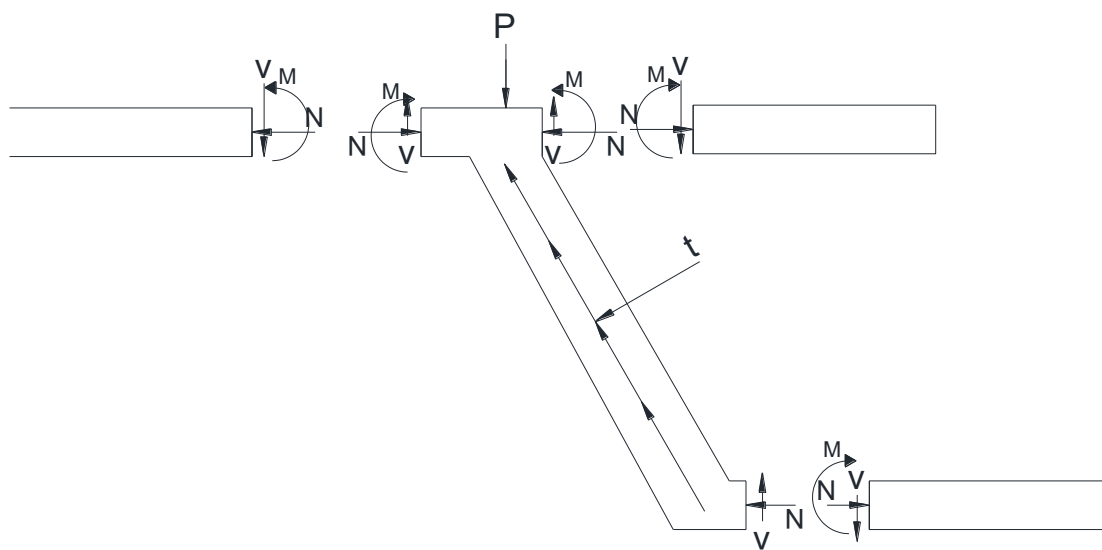
- 1- Capacidad de resistencia a la flexión
- 2- Capacidad de resistencia a la torsión
- 3- Flexibilidad de la sección transversal

Las condiciones constructivas son mucho más difíciles de objetivar y su variabilidad depende de factores tan aleatorios como las condiciones económicas y sociales del país en que se construye y por tanto variables en el tiempo.

La capacidad de resistencia a la flexión depende del peralte y de las áreas de la losa superior e inferior. Así, podemos obtener un cajón más rígido aumentando el área de la losa inferior ya sea variando su anchura y manteniendo el espesor o viceversa. La losa superior por lo regular es abundante y sus dimensiones dependen de las condiciones funcionales del puente.

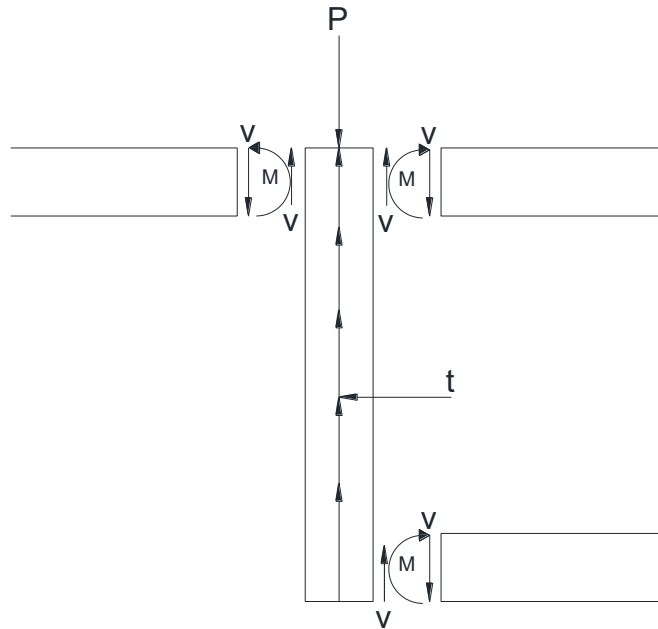
La capacidad de resistencia a la torsión depende del espesor de las paredes y del área encerrada por las mismas. Su rigidez, del cuadrado de la misma área.

Ahora bien la sección transversal de la sección cajón puede tener una variante ya que puede tener las almas rectas o inclinadas. Siendo la de almas inclinadas mejor para la distribución del esfuerzo cortante, pero al mismo tiempo hace que sea más vulnerable a la torsión al disminuir el área entre los ejes de los elementos. La razón por la que la sección cajón de almas inclinadas se comporte mejor ante el esfuerzo cortante es la distribución de las fuerzas internas que genera la inclinación de las almas, lo que envía parte del cortante a las losas tanto inferior como superior en forma de fuerzas de tensión y compresión, debido a la componente horizontal generada.



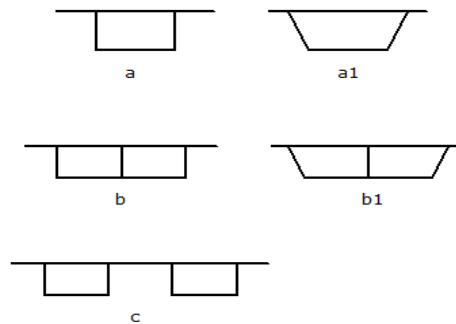
**Figura 3.4 Distribución de fuerzas internas en sección cajón de almas inclinadas**

Por otro lado, la sección con almas verticales absorbe prácticamente el esfuerzo cortante con únicamente el alma.



**Figura 3.5 Distribución de fuerzas internas en sección cajón de almas verticales**

Ahora, mientras el ancho total de un camino incrementa, esta sección se comienza a hacer inestable, ya que para cubrir ese incremento se debe de alargar la sección horizontalmente y eso separaría las almas, por ende la sección perdería rigidez. Para solucionar esto se ha optado por colocar una tercer alma, pero esto haría más complicado su elaboración, a las traves con tres almas se les llama traves bicelulares, así, que lo más fácil es optar por colocar dos traves cajón unicelulares contiguas para poder afrontar este problema.



**Figura 3.6 a) secciones monocelulares; b) secciones bicelulares; c) ampliación con varias secciones monocelulares**

### 3.3.- Análisis de la respuesta de una viga de sección cajón ante una carga excéntrica

Para poder conocer el comportamiento resistente de la viga cajón basta con conocer la evolución y distribución de los resultados que se obtendrán con el siguiente método de análisis. El siguiente método aproximado de análisis nos será de utilidad para poder afrontar el problema real con conocimiento de causa.

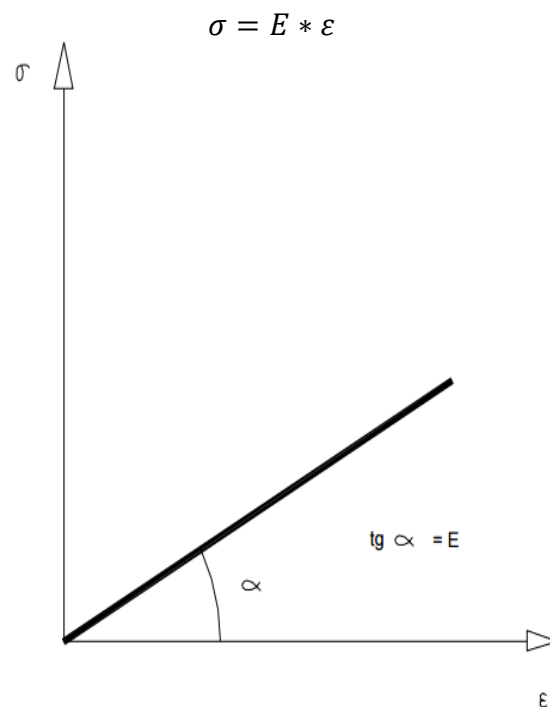
Para comenzar estableceremos ciertos parámetros, ya que nos basaremos o ayudaremos en las hipótesis fundamentales de la mecánica de materiales.

#### *Homogeneidad e isotropía del material*

El material se supone homogéneo e isotropo. La homogeneidad supone la igualdad de propiedades del material en todos los puntos del sólido. La isotropía supone la igualdad de las propiedades en todas las direcciones.

#### *Ley de Hooke*

Menciona que existe proporcionalidad entre esfuerzos y deformaciones



**Figura 3.7 Gráfica esfuerzo deformación con esfuerzos y deformaciones proporcionales**

### Equilibrio externo e interno

Tanto las fuerzas externas como internas forman un sistema que debe de estar en equilibrio.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M = 0$$

### Principio de superposición de cargas

Si se tiene una estructura cargada con un estado  $P_1$ , en cada punto existen unos esfuerzos, movimientos y tensiones. Si se carga con otro estado  $P_2$  existirán otros esfuerzos, movimientos y tensiones. El principio de superposición de cargas establece que, si la estructura se carga con un sistema suma de los anteriores ( $P_1+P_2$ ), los esfuerzos, movimientos y tensiones resultantes serán también suma de los provocados por los estados aisladamente.

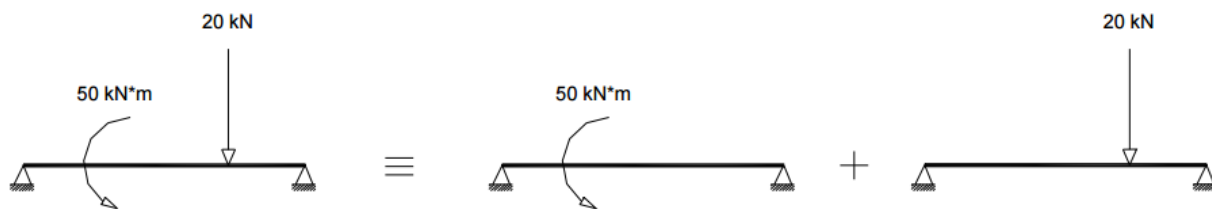


Figura 3.8 Superposición de cargas en una viga

### Hipótesis de Navier-Bernoulli

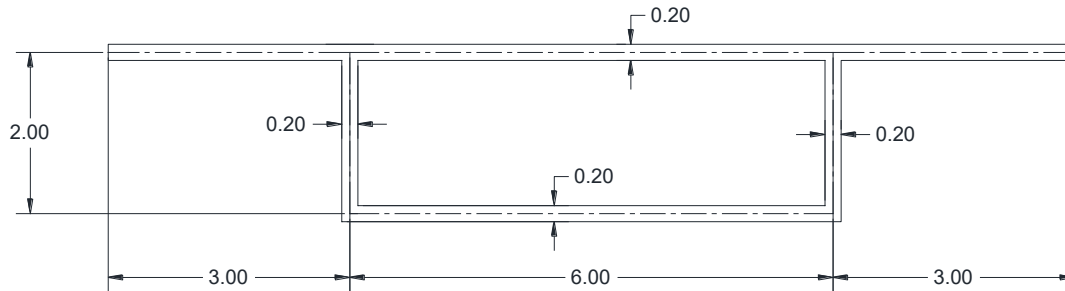
Las secciones rectas que son planas y perpendiculares a la directriz antes de la deformación, permanecen planas y perpendiculares a la directriz después de la deformación.



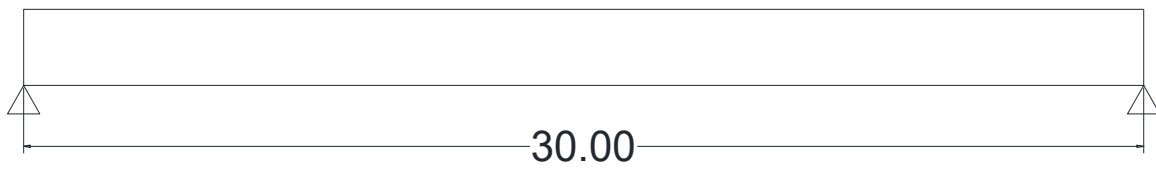
Figura 3.9 Ejemplificación de la hipótesis Navier-Bernoulli

### 3.3.1.- Descripción del problema.

El elemento será una superestructura de un puente formada por una trabe tipo cajón de almas verticales y un claro de 30m, como se muestra en la figura 3.10, las cotas están en metros.

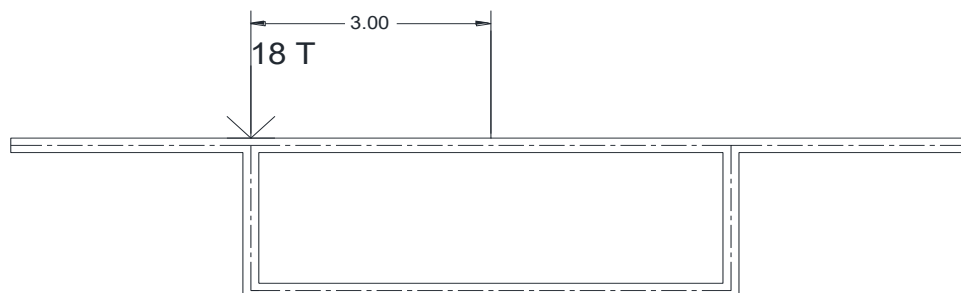


**Figura 3.10 Sección transversal de la trabe cajón**



**Figura 3.11 Longitud del claro, en metros**

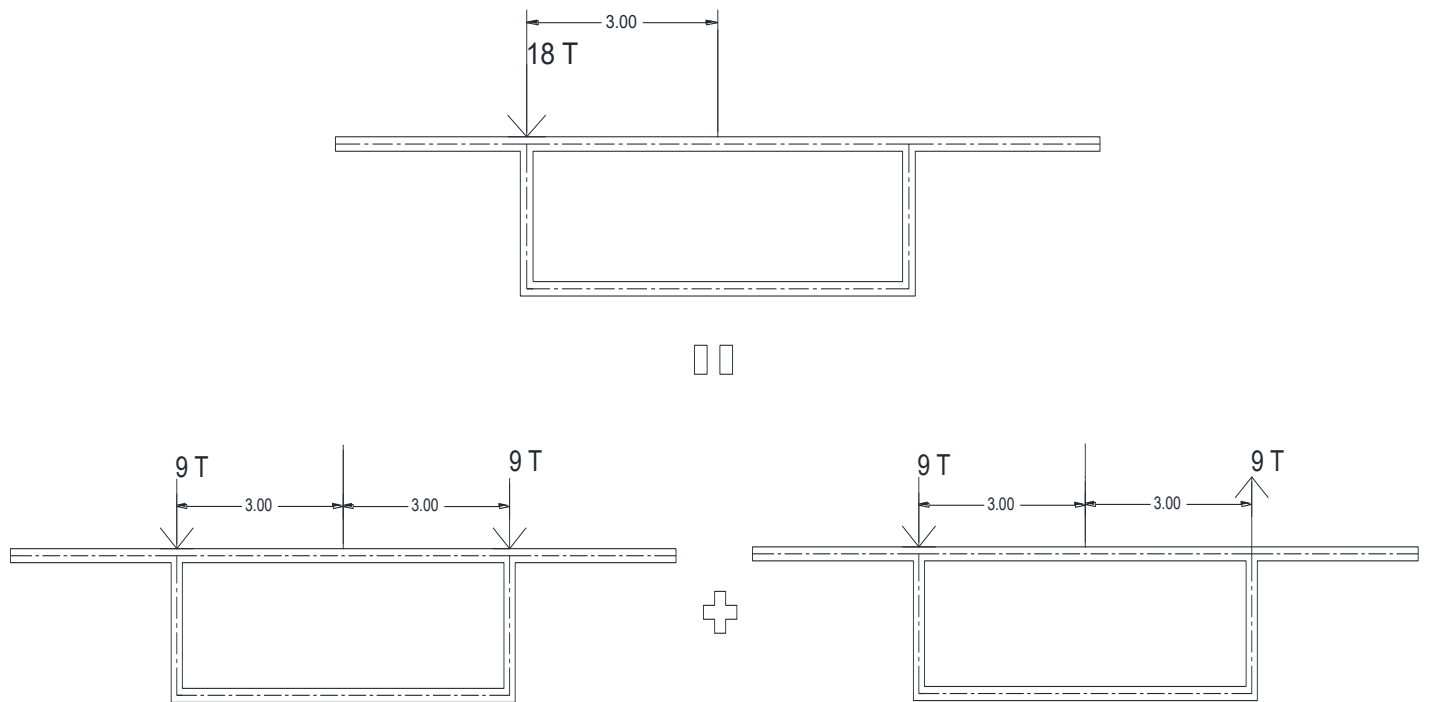
Además, la estructura estará sometida a una carga de 18 T, que representará el peso de 2 ejes de un camión T3-S2-R4, que pesa 9 T cada uno, y que estará ubicada en el centro del claro con una excentricidad de 3m a partir del centro de la sección transversal, siendo esta la combinación de carga más desfavorable para la sección.



**Figura 3.12 Representación de la carga excéntrica**

Ahora, se analizará la sección transversal del centro del claro, que está justo debajo de la carga. Estableceremos la respuesta general de la viga cajón bajo una carga excéntrica, como suma de un par de cargas simétrica y un par de cargas antimétricas.

La carga simétrica nos ayudara a conocer la flexión general de la viga y la antimétrica la torsión.

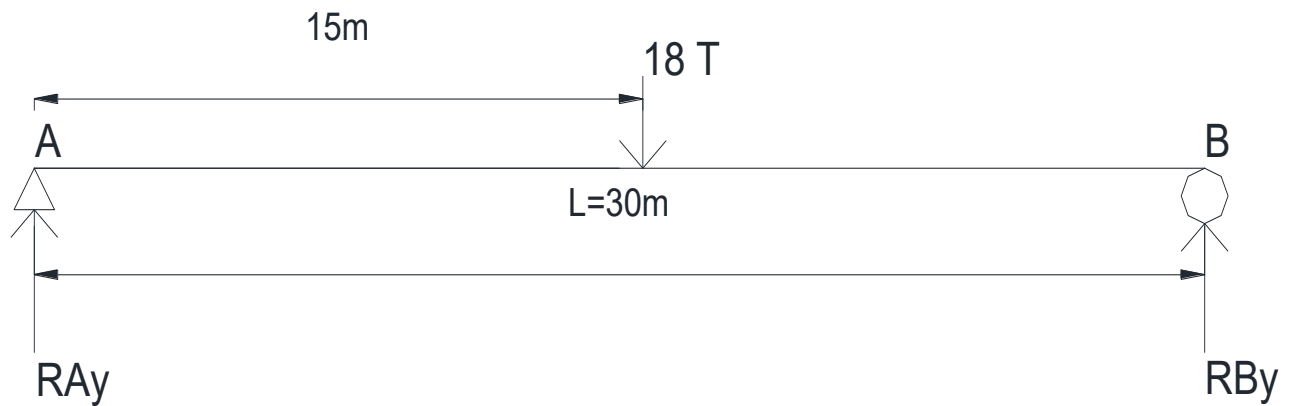


**Figura 3.13 Superposición de la carga excéntrica, generada por un par simétrico y otro antimétrico**

### 3.3.2.- Estática de la viga y elementos geométricos de la sección

Consideraremos que la sección transversal es indeformable, cosa completamente válida para esta hipótesis de carga y utilizaremos para su análisis la teoría elemental de las vigas.

Para comenzar necesitaremos resolver la viga isostática para conocer sus elementos mecánicos en el centro del claro, así como las propiedades geométricas de la sección.



**Figura 3.14 Modelo de la trabe como una viga simplemente apoyada**

Al ser un elemento estáticamente determinado, para resolver la viga nos bastará con aplicar las ecuaciones de la estática.

$$\curvearrowright + \sum M_A = 0$$

$$(-18 * 15) + (RBy * 30) = 0$$

$$\therefore RBy = 9T$$

$$\uparrow + \sum F_Y = 0$$

$$9 - 18 + RAy = 0$$

$$\therefore RAy = 9T$$

Una vez obtenidas las reacciones procederemos a calcular los elementos geométricos de la sección.



Dividiremos la sección en áreas para poder encontrar el centroide de la sección, así como su inercia. Colocaremos nuestros ejes de referencia en el centro de la sección.

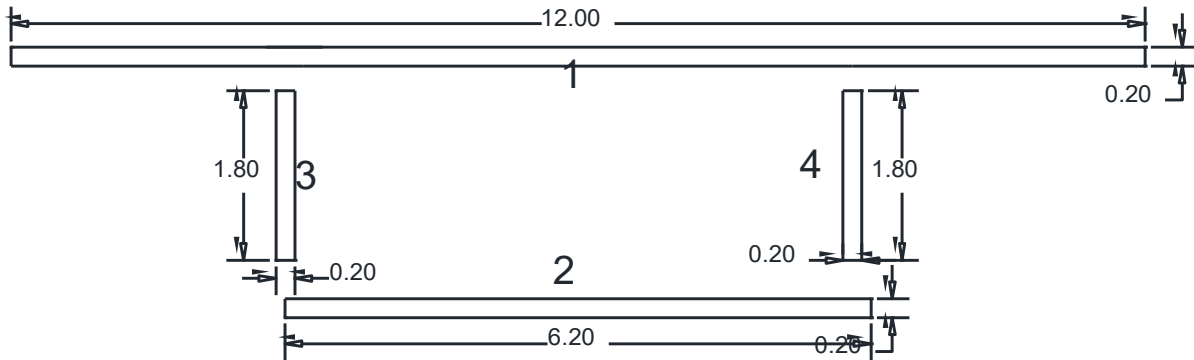


Figura 3.15 Distribución de la sección transversal en múltiples áreas

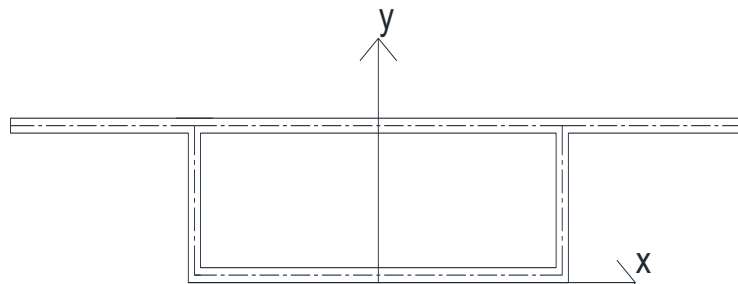


Figura 3.16 Ejes globales de la sección

Ahora bien las formulas a utilizar serán:

La inercia de un rectángulo.

$$I = \frac{b * h^3}{12}$$

Coordenadas del centroide.

$$X_c = \frac{\sum Qy}{\sum Ai} \quad y \quad Y_c = \frac{\sum Qx}{\sum Ai}$$

Tabla 1. Cálculo del centroide e inercia de la sección

Elemento	Ai (m <sup>2</sup> )	Xi (m)	Yi (m)	Qy (m <sup>3</sup> )	Qx (m <sup>3</sup> )	Ix (m <sup>4</sup> )	Iy (m <sup>4</sup> )	dx (m)	dy (m)	Ai(dx) <sup>2</sup>	Ai(dy) <sup>2</sup>
1	2.4	0	2.1	0	5.04	0.008	28.8	0	0.73394495	0	1.29282047
2	1.2	0	0.1	0	0.124	0.00413333	3.97213333	0	-1.2660551	0	1.98759027
3	0.36	-3	1.1	-1.08	0.396	0.0972	0.0012	-3	-0.2660551	3.24	0.0254827
4	0.36	3	1.1	1.08	0.396	0.0972	0.0012	3	-0.2660551	3.24	0.0254827
Σ	<b>4.36</b>			<b>0</b>	<b>5.956</b>	<b>0.20653333</b>	<b>32.7745333</b>			<b>6.48</b>	<b>3.33137615</b>
<b>Centroide</b>											
Xc	<b>0</b>										
Yc	<b>1.3660551</b>										
<b>Inercia Total</b>											
Ix	<b>3.53790948 m<sup>4</sup></b>										
Iy	<b>39.2545333 m<sup>4</sup></b>										

Una vez encontrado el centroide y la inercia podremos formar los diagramas de esfuerzo cortante, momento flexionante y la elástica.

Centroide: (0, 1.366)

Inercia alrededor del eje X:  $I_x = 3.54 \text{ m}^4$

Para el concreto propondremos un  $f'_c$  de  $350 \text{ kg/cm}^2$ .

Tendremos un módulo de elasticidad del concreto normal de:

$$E_c = 14000\sqrt{f'_c} = 14000\sqrt{350} = 261916 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 2619160 \text{ T/m}^2$$

Para encontrar las ecuaciones de la viga se usará el método de las funciones de singularidad.

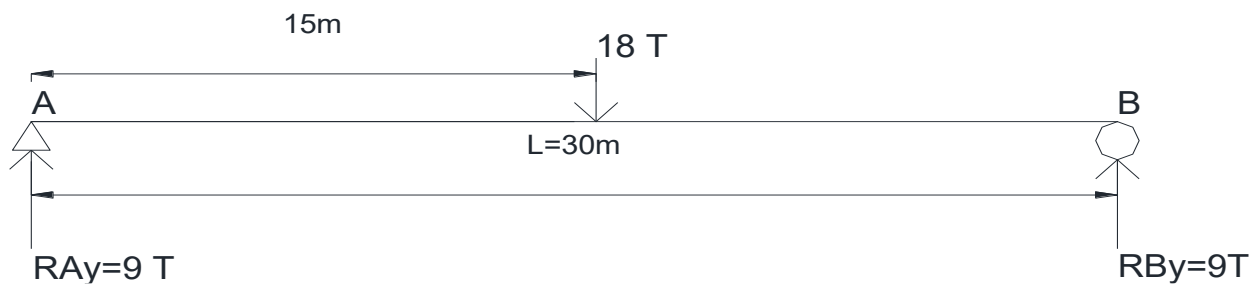


Figura 3.17 Viga isostática resuelta

*Planteamiento de las funciones de singularidad*

$$q = 9 \langle x - 0 \rangle^{-1} - 18 \langle x - 15 \rangle^{-1} + 9 \langle x - 30 \rangle^{-1}$$

$$V = 9 \langle x - 0 \rangle^0 - 18 \langle x - 15 \rangle^0 + 9 \langle x - 30 \rangle^0$$

$$M = 9 \langle x - 0 \rangle^1 - 18 \langle x - 15 \rangle^1 + 9 \langle x - 30 \rangle^1$$

$$EI\theta = \frac{9}{2} \langle x - 0 \rangle^2 - \frac{18}{2} \langle x - 15 \rangle^2 + \frac{9}{2} \langle x - 30 \rangle^2 + C_3$$

$$EIv = \frac{9}{6} \langle x - 0 \rangle^3 - \frac{18}{6} \langle x - 15 \rangle^3 + \frac{9}{6} \langle x - 30 \rangle^3 + C_3x + C_4$$

Ahora se necesitará encontrar las dos constantes ( $C_3$  y  $C_4$ ). Por condiciones de frontera de la viga:

Cuando  $x=0$ , entonces  $v=0$

$$0 = \frac{9}{6} \langle 0 \rangle^3 - \frac{18}{6} \langle 0 \rangle^3 + \frac{9}{6} \langle 0 \rangle^3 + C_3 * 0 + C_4$$

$$\therefore C_4 = 0$$

Cuando  $x=30$ , entonces  $v=0$

$$0 = \frac{9}{6} \langle 30 \rangle^3 - \frac{18}{6} \langle 30 - 15 \rangle^3 + \frac{9}{6} \langle 30 - 30 \rangle^3 + C_3 * 30 + 0$$

$$\therefore C_3 = -1012.5$$

Ahora se completan las ecuaciones de la elástica:

$$EI\theta = \frac{9}{2} \langle x - 0 \rangle^2 - \frac{18}{2} \langle x - 15 \rangle^2 + \frac{9}{2} \langle x - 30 \rangle^2 - 1012.5$$

$$EIv = \frac{9}{6} \langle x - 0 \rangle^3 - \frac{18}{6} \langle x - 15 \rangle^3 + \frac{9}{6} \langle x - 30 \rangle^3 - 1012.5x$$

La deflexión en el centro del claro ( $x=15$ ) es:

$$EIv = \frac{9}{6} \langle 15 - 0 \rangle^3 - \frac{18}{6} \langle 15 - 15 \rangle^3 + \frac{9}{6} \langle 15 - 30 \rangle^3 - 1012.5 * 15$$

$$\therefore v = -\frac{10125}{EI}$$

$$v = -\frac{10125}{2619160 * 3.54} = -0.0011m$$

El momento en el centro del claro ( $x=15$ ) es:

$$M = 9 \langle 15 - 0 \rangle^1 - 18 \langle 15 - 15 \rangle^1 + 9 \langle 15 - 30 \rangle^1$$

$$M = 9 * (15) = 135 T * m$$

El cortante en el centro del claro ( $x=15$ ) es:

$$V = 9 T$$

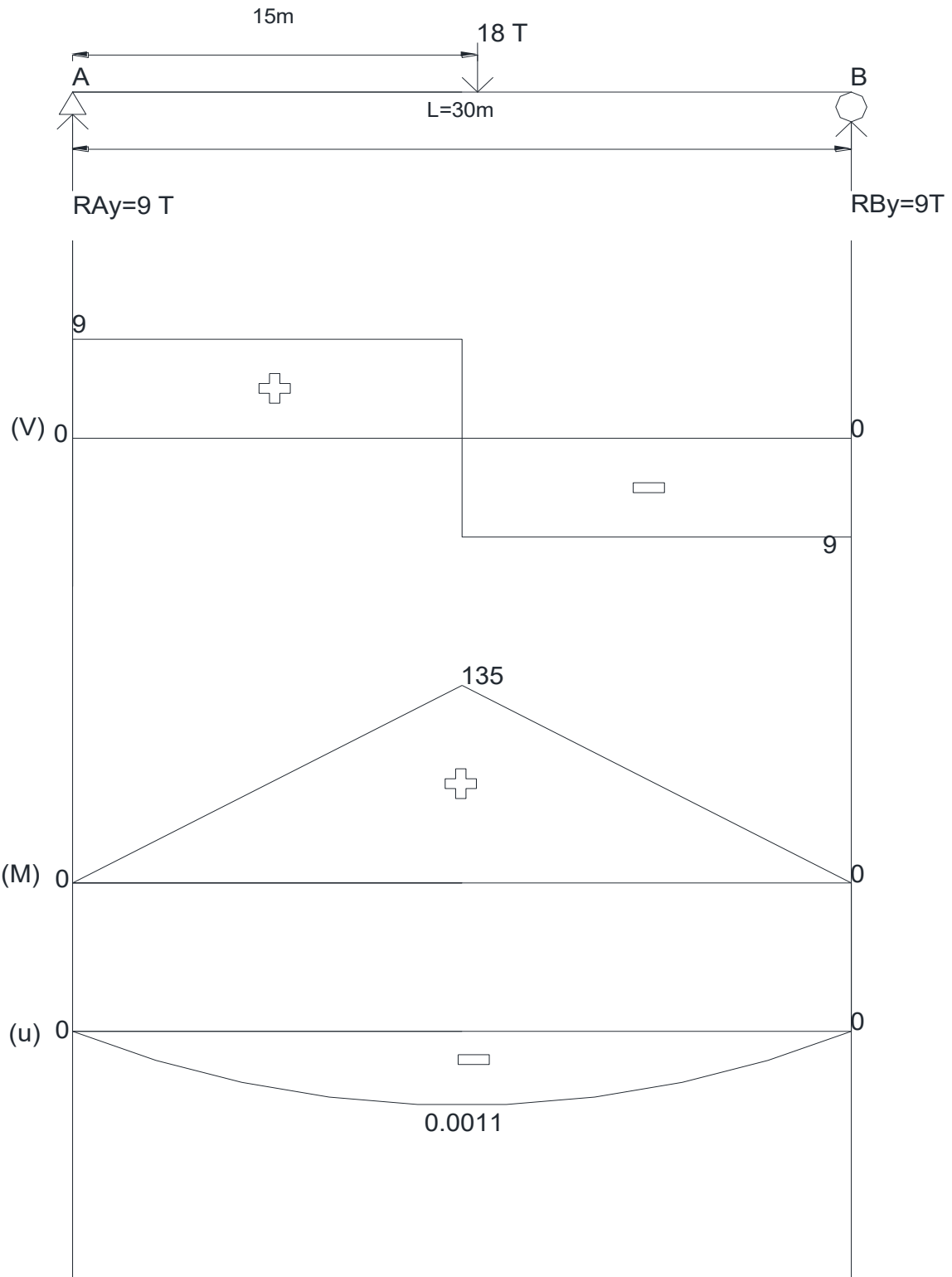


Figura 3.18 Diagramas de Momento flexionante, fuerza cortante y deflexión

### 3.3.3.- Esfuerzos debidos a flexión

Para este cálculo se empleara la fórmula de la escuadría.

$$\sigma = \frac{M}{I} * y$$

$\sigma$ : esfuerzo normal debido a flexión

M: momento en la sección (135 T\*m)

I: momento de inercia (3.54 m<sup>4</sup>)

Y: ubicación de la fibra a analizar a partir del centroide de la sección

Ahora se analizara el esfuerzo en las almas y losas de la sección cajón.

En  $y= 0.734\text{m}$

$$\sigma = \frac{135}{3.54} * 0.734$$

$$\sigma = 28 \frac{T}{m^2} = 2.8 \frac{kg}{cm^2} \text{ en compresión}$$

En  $y=-1.266\text{m}$

$$\sigma = \frac{135}{3.54} * 1.266$$

$$\sigma = 48.3 \frac{T}{m^2} = 4.83 \frac{kg}{cm^2} \text{ en tensión}$$

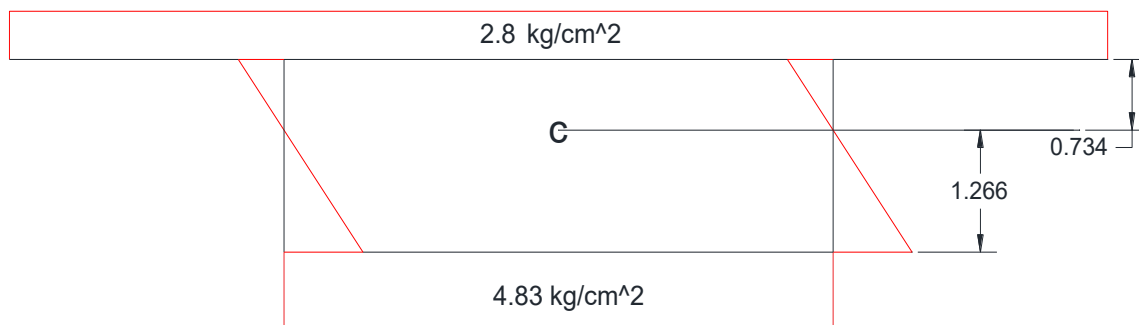


Figura 3.19 Distribución de esfuerzos normales debidos a flexión

### 3.3.4.- Flujo de cortante

El córtate encontrado en el centro de la viga (39 T) inducirá un flujo sobre el espesor de las paredes que forman a la sección cajón, tanto longitudinal como transversalmente y para obtenerlo usaremos la siguiente formula.

$$q = \frac{V * Q}{I}$$

Donde:

q: es el flujo de cortante en el espesor del elemento

V: cortante en la sección (9 T)

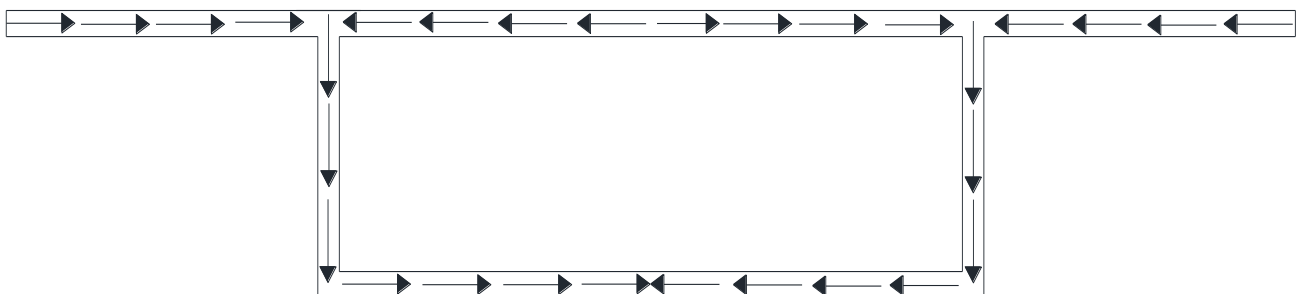
Q: momento estático  $Q = \bar{y} * A'$

$\bar{y}$ : es la distancia del centroide de la sección entera, hasta el centroide de la de la porción a analizar

A': porción de la sección a analizar (área)

I: momento de inercia (3.54 m<sup>4</sup>)

Al ser una sección de paredes delgadas se deberá de hacer un análisis por secciones. Lo primero que se hará será marcar la dirección en la que fluye el cortante.



**Figura 3.19 Dirección del flujo de cortante**

Como la figura es simétrica bastará con analizar un lado de la sección, así que tomaremos el lado derecho y ese lo subdividiremos como en la figura 3.20.

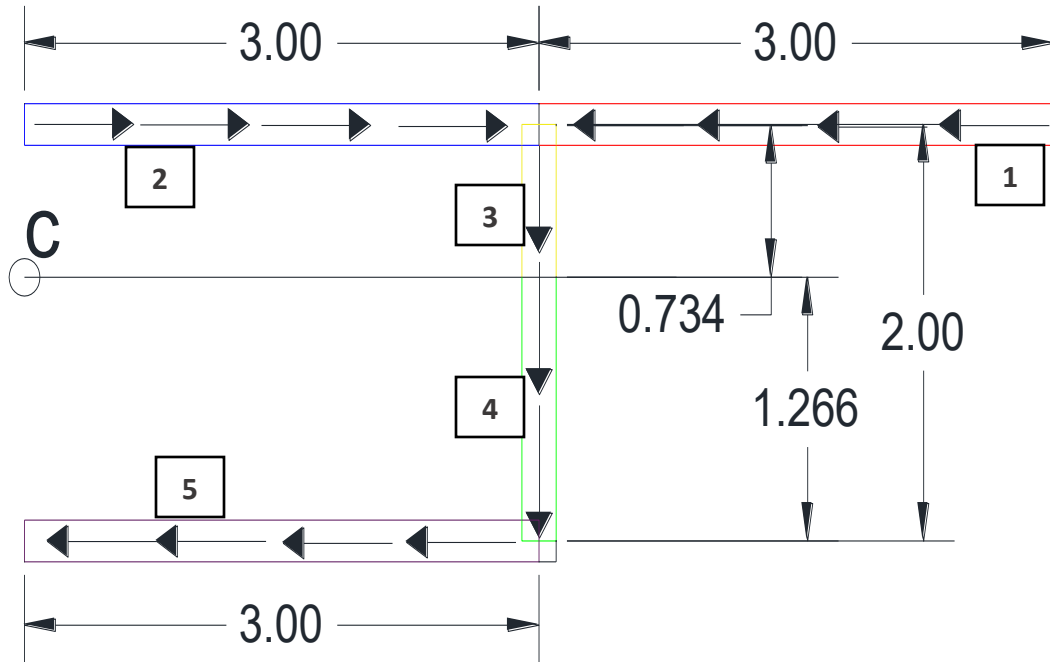


Figura 3.20 Parte derecha a analizar de la sección transversal

Quedará subdividida en cinco secciones, debido a que el alma de la sección está dividida por el eje neutro, esto cambiará un poco el esquema que se debe de usar para el cálculo del flujo de cortante.

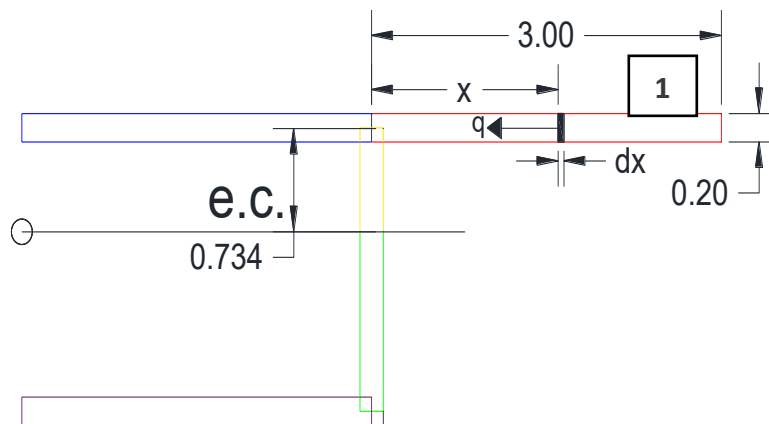


Figura 3.21 Esquema para el cálculo del flujo de cortante en la sección 1



Se deberá de tomar un área diferencial en la región de análisis, esta se moverá a través de la región en dirección del flujo “q” una distancia “x” hasta 3m, esto sirve para describir la variación del momento estático según se mueve el área diferencial.

Para la sección 1

Calculando Q:

$$Q = \bar{y} * [A'] = 0.734 * [(3 - x) * (0.2)]$$

$$\therefore q = \frac{V * Q}{I} = \frac{9 * 0.734 * 0.2 * (3 - x)}{3.54}$$

$$\therefore q = \frac{3303}{2950} - \frac{1101}{2950}x$$

En x=0m

$$q = \frac{3303}{2950} - \frac{1101}{2950}(0)$$

$$q = 1.12 \text{ T/m}$$

En x=3m

$$q = \frac{3303}{2950} - \frac{1101}{2950}(3)$$

$$q = 0 \text{ T/m}$$

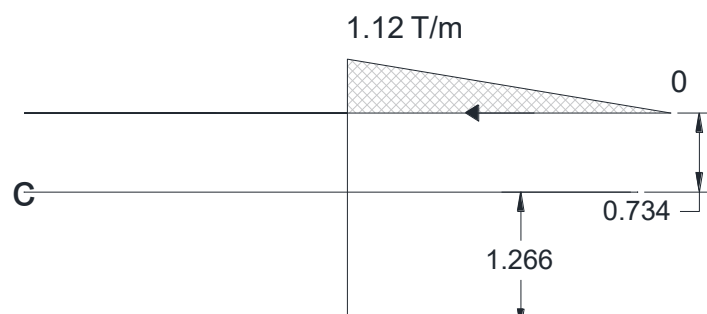


Figura 3.22 Comportamiento del flujo de cortante en la sección 1

Ahora se hará lo mismo para las demás zonas de la sección.

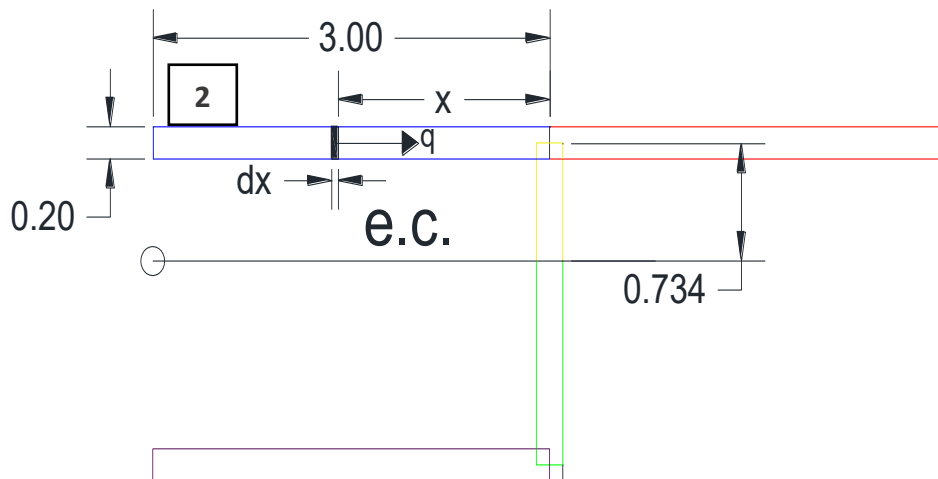


Figura 3.23 Esquema para el cálculo del flujo de cortante en la sección 2

Para la sección 2

$$Q = 0.734 * [(3 - x) * (0.2)]$$

$$\therefore q = \frac{9 * 0.734 * 0.2 * (3 - x)}{3.54}$$

$$\therefore q = \frac{3303}{2950} - \frac{1101}{2950}x$$

En  $x=0m$

$$q = \frac{3303}{2950} - \frac{1101}{2950}(0)$$

$$q = 1.12 T/m$$

En  $x=3m$

$$q = \frac{3303}{2950} - \frac{1101}{2950}(3)$$

$$q = 0 \text{ T/m}$$

Esta zona azul al ser simétrica a la zona roja es prácticamente el mismo resultado.

Ahora el diagrama, uniendo las dos zonas, queda de la siguiente manera.

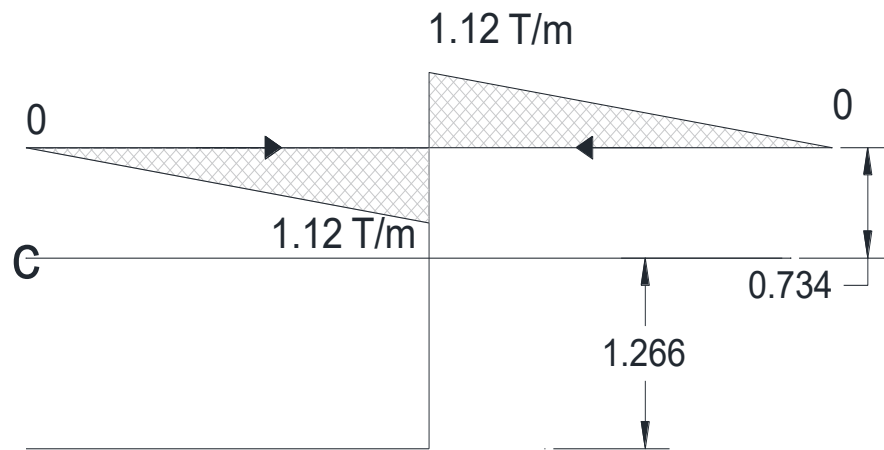


Figura 3.24 Comportamiento del flujo de cortante en la sección 2

Para la sección 3

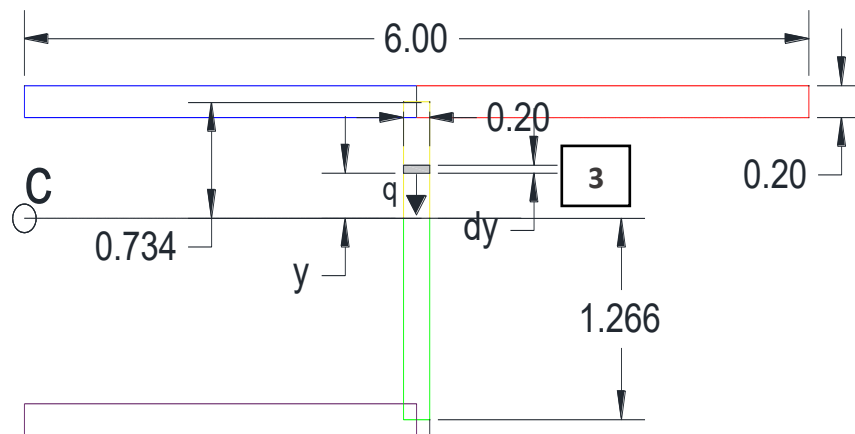


Figura 3.25 Esquema para el cálculo del flujo de cortante en la sección 3

Para calcular el momento estático de esta zona se deberá arrastrar los momentos que generan las zonas anteriores y esto transforma la ecuación de Q en la siguiente.

$$Q = \sum (\bar{y} * A')$$

$$Q = [0.734 * 6 * 0.2] + \left[ y + \frac{1}{2} * (0.734 - y) \right] * [0.2 * (0.734 - y)]$$

$$Q = 0.2 * \left[ (0.734 * 6) + \frac{1}{2} * (y + 0.734) * (0.734 - y) \right]$$

$$Q = 0.2 * \left[ (0.734 * 6) + \frac{1}{2} * (0.734^2 - y^2) \right]$$

$$q = \frac{9 * 0.2 * \left[ (0.734 * 6) + \frac{1}{2} * (0.734^2 - y^2) \right]}{3.54}$$

$$q = \frac{30}{59} * \left[ \frac{1101}{250} + \frac{1}{2} * (0.734^2 - y^2) \right]$$

$$\therefore q = 2.38 - \frac{15}{59} * y^2$$

En  $y=0.734\text{m}$

$$q = 2.38 - \frac{15}{59} * (0.734)^2$$

$$q = 2.24 \text{ T/m}$$

En  $y=0.367\text{m}$

$$q = 2.38 - \frac{15}{59} * (0.367)^2$$

$$q = 2.34 \text{ T/m}$$

En  $y=0$

$$q = 2.38 \text{ T/m}$$

Sí seguimos completando el diagrama de flujo de cortante, queda de la siguiente manera.

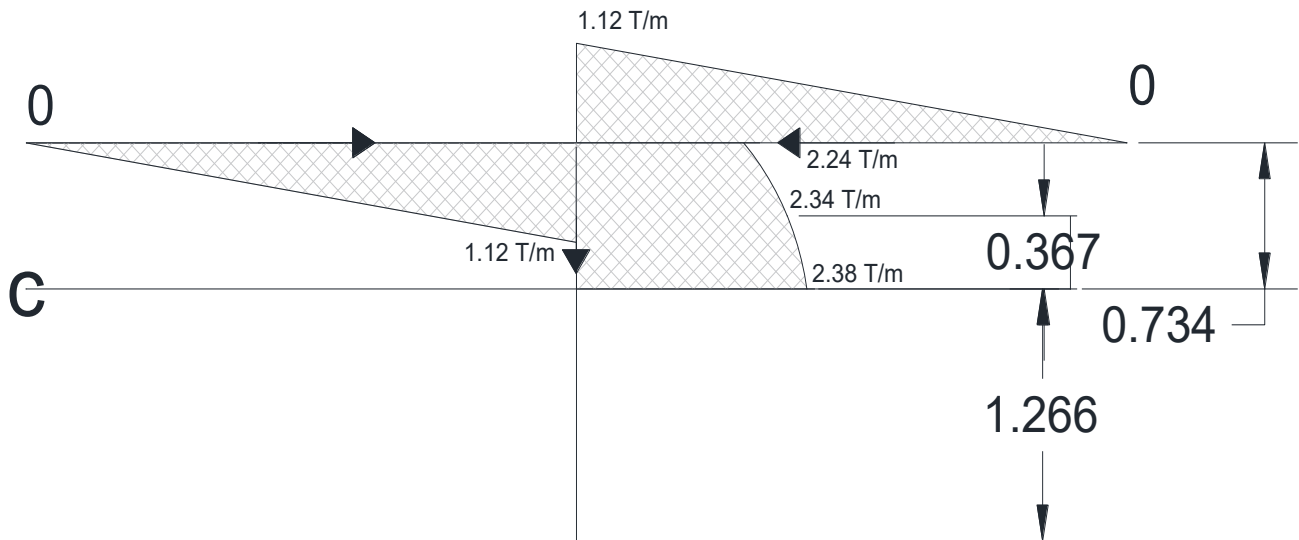


Figura 3.26 Comportamiento del flujo de cortante en la sección 3

Para la sección 4

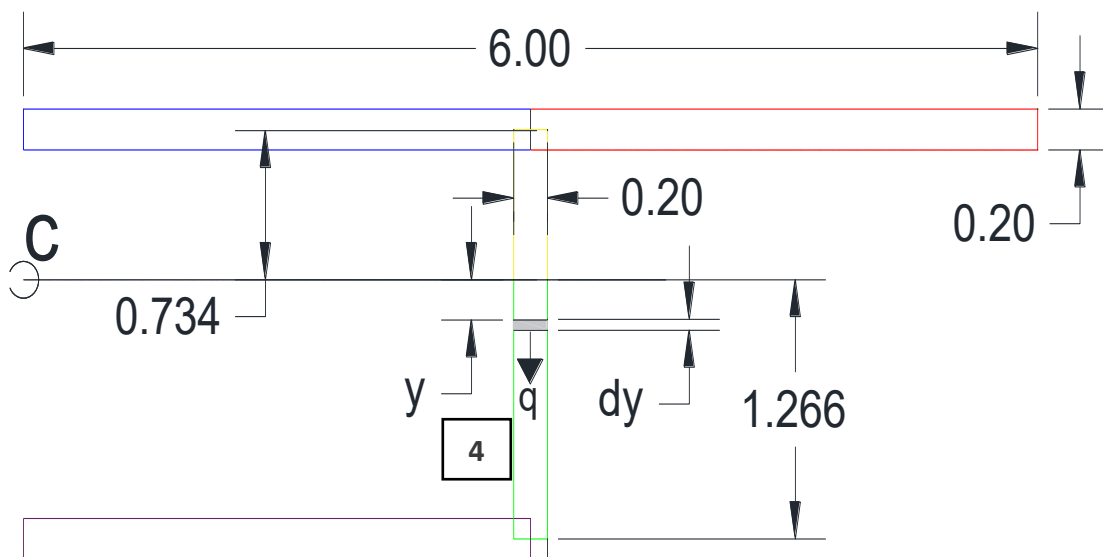


Figura 3.27 Esquema para el cálculo del flujo de cortante en la sección 4

$$Q = (0.734 * 0.6 * 0.2) + \left(\frac{0.734}{2} * 0.734 * 0.2\right) - \left(\frac{y}{2} * y * 0.2\right)$$

$$Q = 0.2 * \left[4.673378 - \frac{y^2}{2}\right]$$

$$q = \frac{9 * 0.2 * \left[4.673378 - \frac{y^2}{2}\right]}{3.54}$$

$$q = 2.38 - \frac{15}{59} * y^2$$

En  $y=0\text{m}$

$$q = 2.38 - \frac{15}{59} * (0)^2$$

$$q = 2.38 \text{ T/m}$$

En  $y=0.633\text{m}$

$$q = 2.38 - \frac{15}{59} * (0.633)^2$$

$$q = 2.28 \text{ T/m}$$

En  $y=1.266\text{m}$

$$q = 2.38 - \frac{15}{59} * (1.266)^2$$

$$q = 1.97 \text{ T/m}$$

Ahora podemos completar el diagrama de un alma.

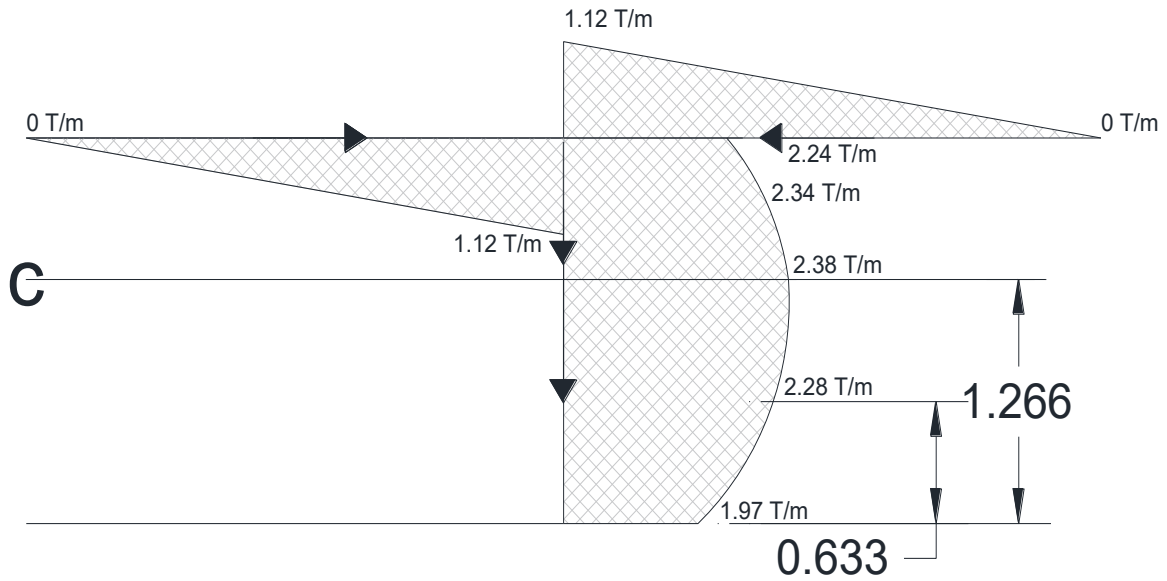


Figura 3.28 Comportamiento del flujo de cortante en la sección 4

Para la sección 5

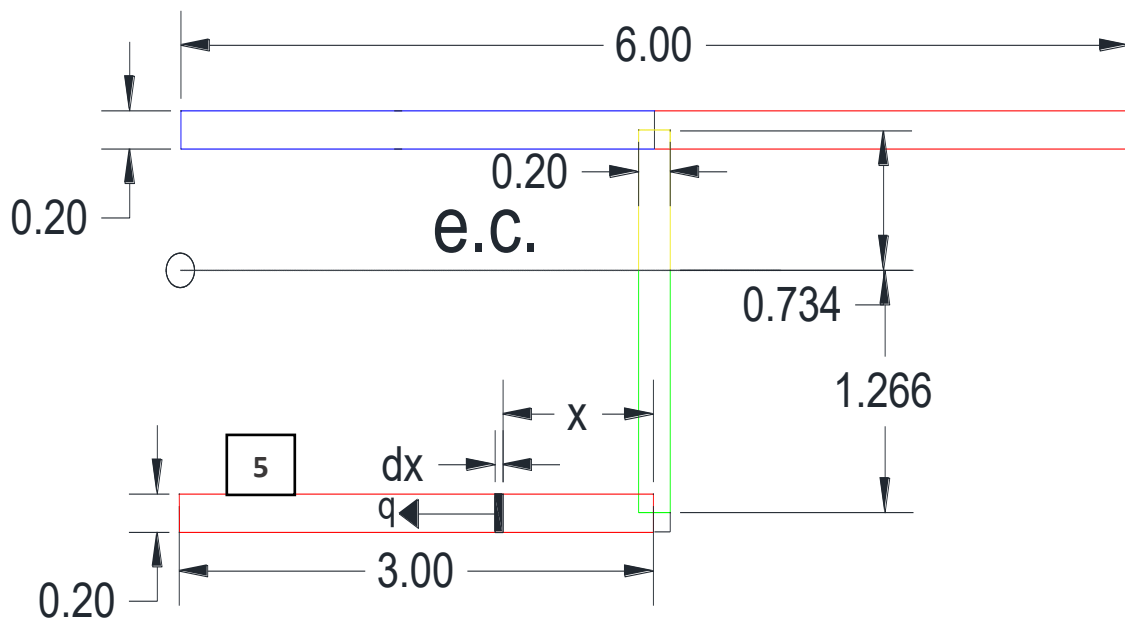


Figura 3.29 Esquema para el cálculo del flujo de cortante en la sección 5

$$Q = (0.734 * 0.2 * 6) + \left(\frac{0.734}{2} * 0.734 * 0.2\right) - \left(\frac{1.266}{2} * 1.266 * 0.2\right) - (1.266 * 0.2 * x)$$

$$Q = 0.2 * \left[\frac{484}{125} - 1.266x\right]$$

$$q = \frac{9 * 0.2 * \left[\frac{484}{125} - 1.266x\right]}{3.54}$$

$$q = 1.97 - \frac{1899}{2950}x$$

En  $x=0m$

$$q = 1.97 - \frac{1899}{2950}(0)$$

$$q = 1.97 \text{ T/m}$$

En  $x=3m$

$$q = 1.97 - \frac{1899}{2950}(3)$$

$$q = 0 \text{ T/m}$$

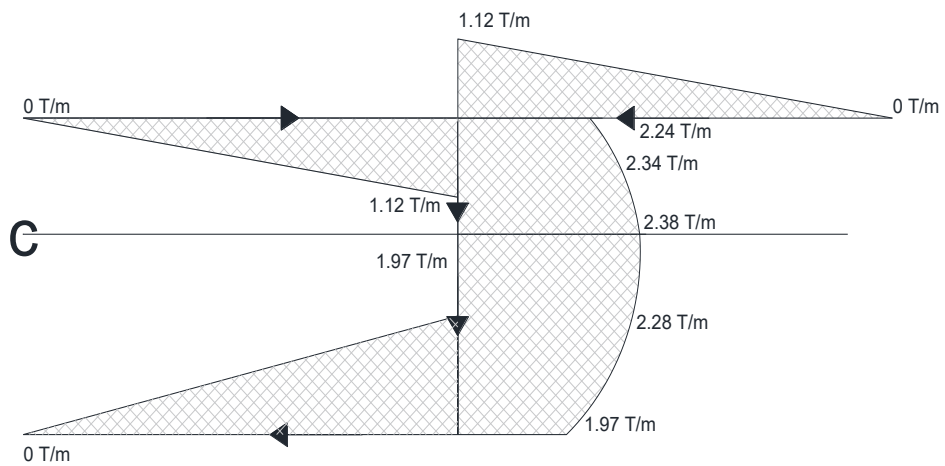
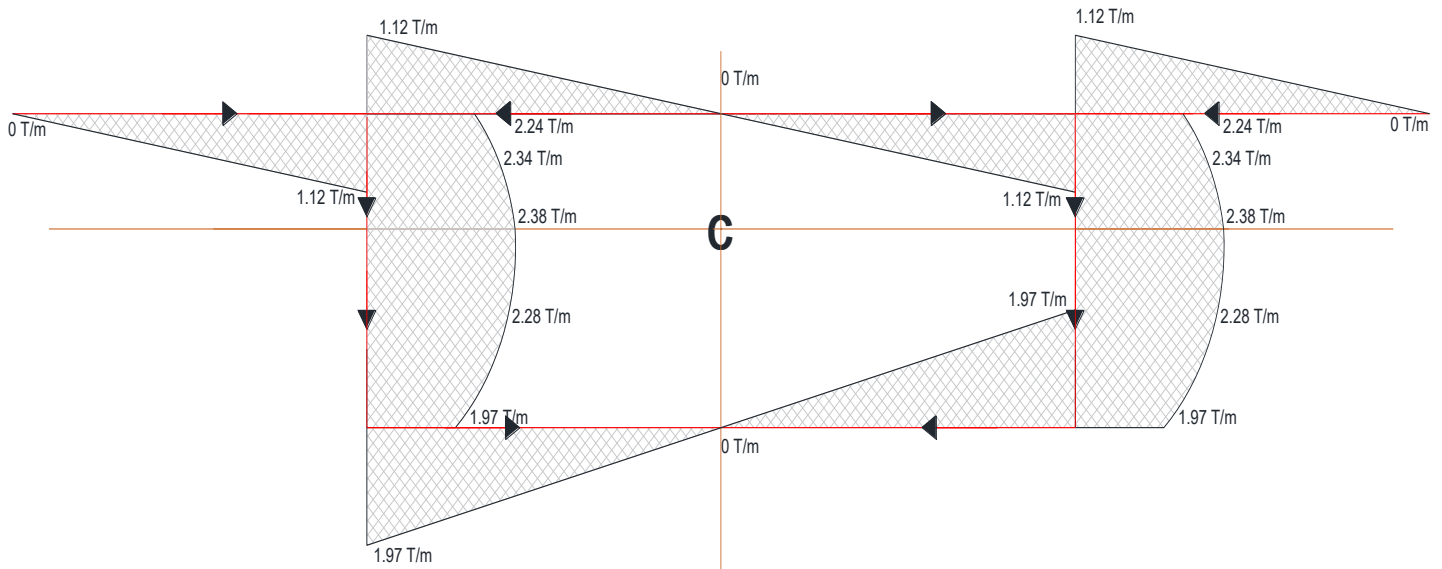


Figura 3.30 Comportamiento del flujo de cortante en la sección 5



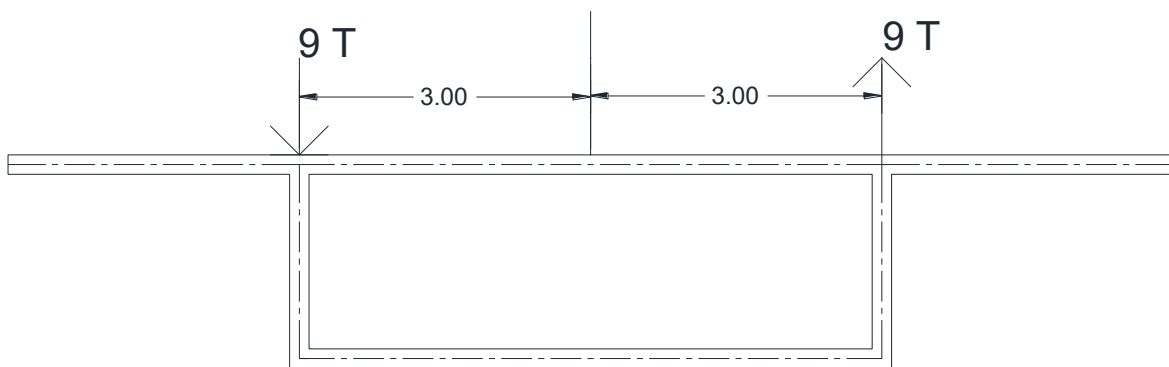
Ahora ya se puede completar el diagrama de ambos lados.



**Figura 3.31 Comportamiento del flujo de cortante en toda la sección**

### 3.3.5.- Flujo de corte debido a torsión

Hasta aquí todos los resultados obtenidos hasta el momento han sido debidos a la flexión, pero aún nos falta tomar en cuenta los efectos debido a la torsión. Para esta parte del análisis tomaremos para estudio I sistema creado por el par de fuerzas antimétricas.



**Figura 3.32 Par de fuerzas antimétricas que generan torsión**

Si seguimos considerando la sección transversal del cajón como indeformable, nuestro problema de la sollicitación de la carga excéntrica determina que este tipo de carga produce

un estado de esfuerzos tangenciales de St. Venant, cuya distribución se obtendrá en esta sección.

El momento de torsión generado por la carga excéntrica nos generará un esfuerzo cortante a través del grosor de las paredes de toda la sección transversal.

$$\tau_{prom} = \frac{T}{2 * t * Am}$$

Donde:

$\tau_{prom}$ : es el esfuerzo cortante promedio que actúa sobre un grosor particular del tubo

T: es el par de torsión interno resultante en la sección transversal

t: es el grosor del tubo donde debe determinarse  $\tau_{prom}$

Am: el área media incluida dentro del límite de la línea central del grosor del tubo

Ahora lo que nos interesa es conocer el flujo de cortante producido y como  $q = \tau_{prom} * t$ , entonces el flujo de cortante en toda la sección transversal se convierte en

$$q = \frac{T}{2 * Am}$$

La dirección del flujo de cortante debido al par torsor, seguirá la trayectoria de dicho par.

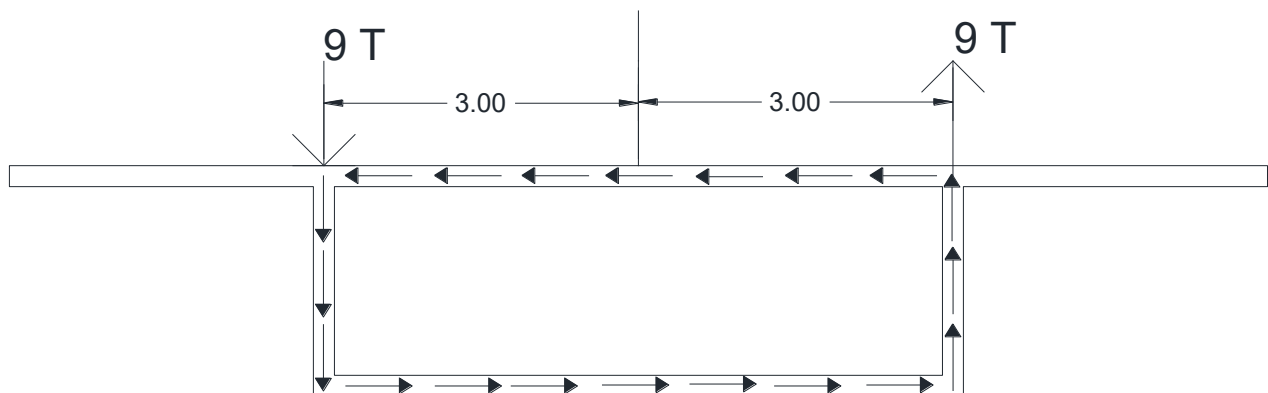


Figura 3.33 Dirección del flujo de cortante debido al par torsor

El momento generado por el par torsor es el siguiente.

$$M_T = 9T * 3m$$

$$M_T = 27 T * m$$

El área  $A_m$  se encuentra dentro de la figura delimitada por los ejes de las paredes de la sección.



Figura 3.34 Área,  $A_m$ , entre los ejes de los elementos

$$A_m = 6m * 2m = 12m^2$$

$$t = 0.2m$$

Al saber que las almas como las losas tienen el mismo espesor, nos bastará con sacar el flujo de cortante para cualquier elemento de los ya mencionados.

$$\therefore q = \frac{27}{2 * 12} = 1.13 T/m$$

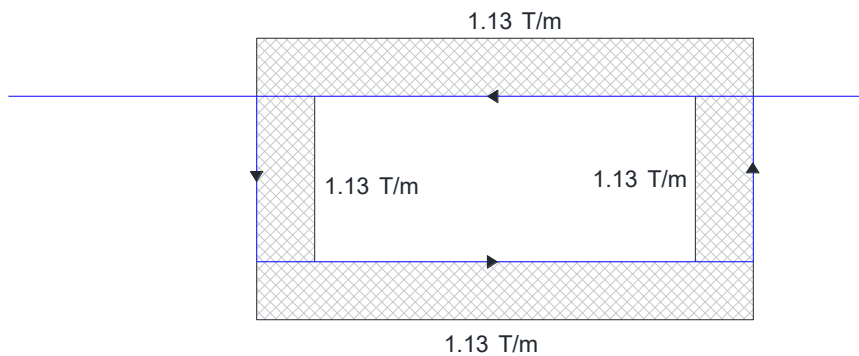
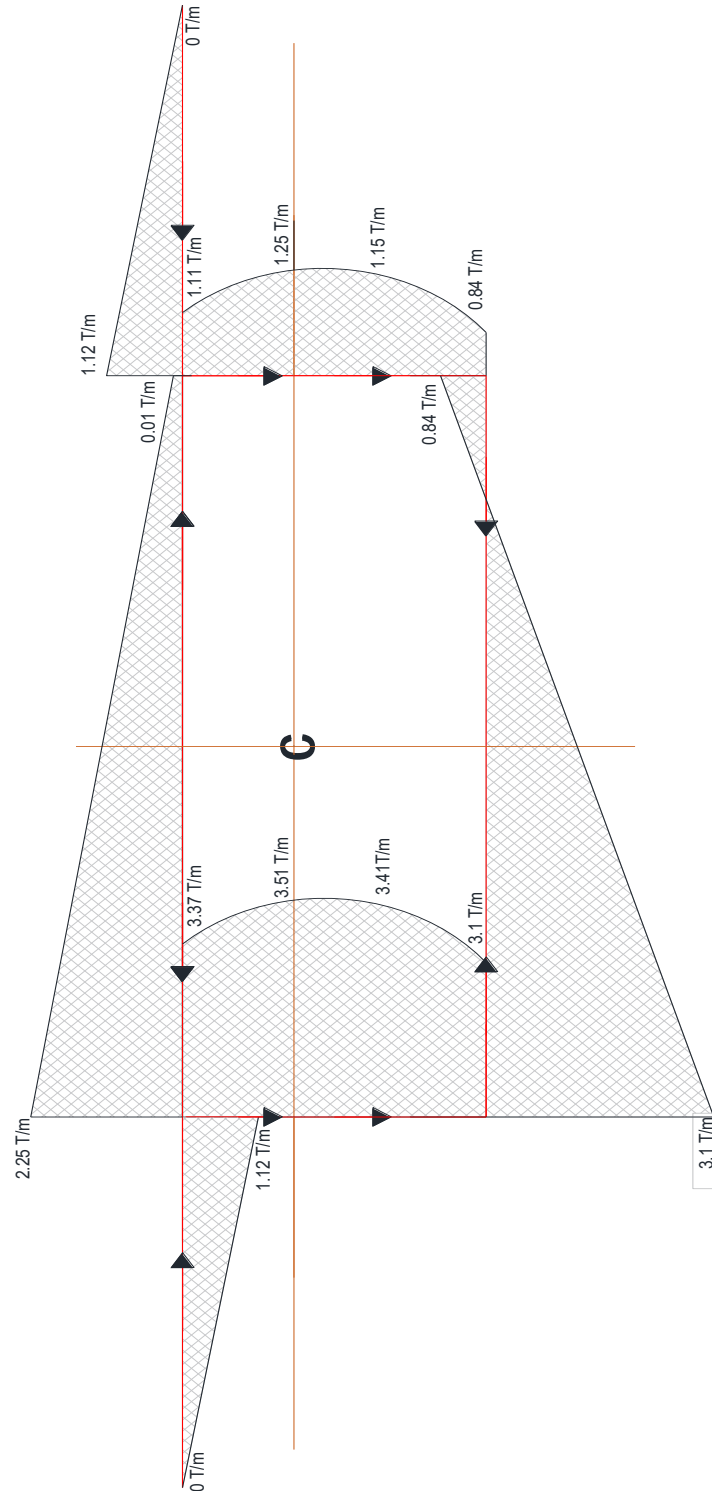


Figura 3.35 Comportamiento del flujo de cortante en toda la sección debido a la torsión

Por superposición de cargas, al unir los dos sistemas creados, se formarán diagramas globales los cuales mostrarán las respuestas completas de la sección cajón bajo la sollicitación excéntrica.



**Figura 3.36** Distribución del flujo de cortante en toda la sección debido a la torsión y al esfuerzo cortante

De la respuesta de la trabe cajón que tiene ante la carga excéntrica, podemos concluir que el esfuerzo cortante y la torsión van a estar ligados estrictamente de las almas y su espesor, mientras que la flexión la tomarán las losas tanto inferior como superior y, a su vez, dependerá del peralte de la trabe.

#### 4.- Análisis de la superestructura

Ahora que se sabe cómo se comportan los elementos de sección cajón podemos detallar la superestructura.

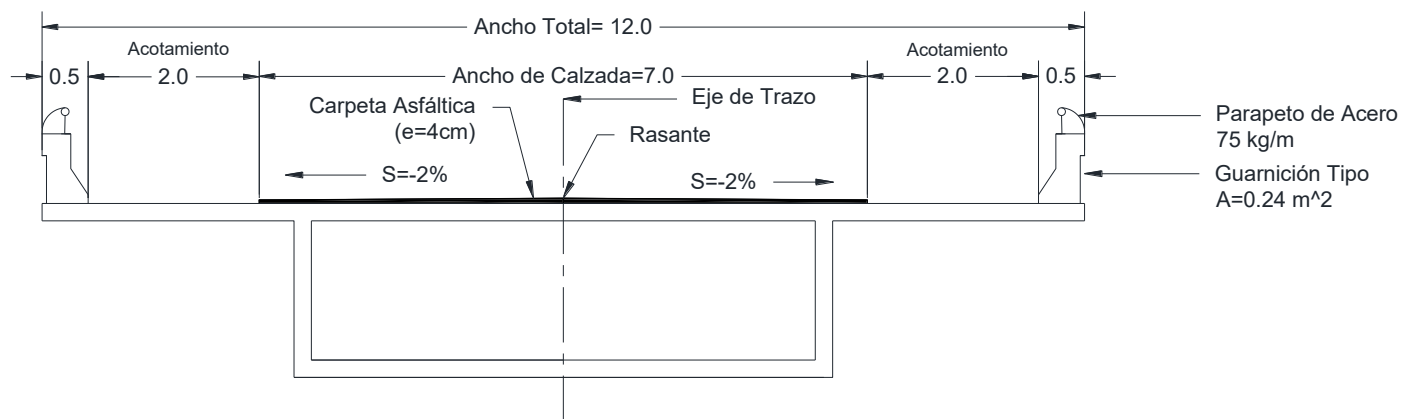


Figura 4.1 Datos de la superestructura

Se entenderá por superestructura a aquel elemento que resistirá directamente las cargas a las que estará sometido el puente, así como el transmitir esas mismas cargas hacia los apoyos.

Para motivos de cálculo el espesor de la carpeta asfáltica se supondrá de 12cm, debido a posibles reencarpetamientos a futuro.

Ahora, se enlistaran las propiedades de los elementos, así como características de los materiales que se utilizarán.

Claro:	30 m
Longitud total:	30.60 m
Ancho total:	12 m
Ancho de calzada diseño (Anc):	11 m
Resistencia última a tensión del acero de presfuerzo (fsr):	19,000 kg/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidad del acero de presfuerzo:	28x10 <sup>6</sup> psi o 1,968,587 kg/cm <sup>2</sup>
Área de un Torón:	0.9871 cm <sup>2</sup>
Espesor de carpeta asfáltica diseño (e):	0.12 m
Número de carriles:	2
Número de trabes:	1
Espesor de losas:	0.20 m
Resistencia del concreto (f'c):	350 kg/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidad del concreto de alta resistencia:	269,020.44 kg/cm <sup>2</sup>
Peso volumétrico del concreto (γ <sub>cr</sub> ):	2.4 T/m <sup>3</sup>
Peso volumétrico de la carpeta asfáltica (γ <sub>a</sub> ):	2.2 T/m <sup>3</sup>
Carga móvil:	T3-S2-R4
Área de la guarnición tipo (A <sub>g</sub> ):	0.24 m <sup>2</sup>
Peso del parapeto de acero:	75 kg/m
Pendientes transversales de la superficie de rodamiento:	2%

#### 4.1.- Resumen de propiedades geométricas de la sección

Concepto	Valor	Unidades
Peralte	2.2	m
Área	4.36	m <sup>2</sup>
Yi	1.366	m
Ys	0.834	m
Inercia	3.54	m <sup>4</sup>
Si=I/Yi	2.592	m <sup>3</sup>
Ss=I/Ys	4.245	m <sup>3</sup>

#### 4.2.- Bajada de cargas

Ahora se, procederá a calcular los pesos de todos los elemento de la superestructura.

Peso propio

$$W_{pp} = A * \gamma_{cr}$$

$$W_{pp} = 4.36 * 2.4 = 10.464 T/m$$

Carga muerta adicional

En la carga muerta adicional se incluirá la guarnición, el parapeto y la carpeta asfáltica.

$$\text{Guarnición: } W_g = 2 * A_g * \gamma_{cr}$$

$$W_g = 2 * 0.24 * 2.4 = 1.152 T/m$$

$$\text{Parapeto: } W_p = 2 * 0.075 = 0.15 T/m$$

$$\text{Carpeta asfáltica: } W_c = e * A_{nc} * \gamma_{as}$$

$$W_c = 0.12 * 11 * 2.2 = 2.904 T/m$$

La carga muerta será la sumatorio de las tres cargas anteriores.

$$W_{cma} = W_g + W_p + W_c$$

$$W_{cma} = 1.152 + 0.15 + 2.904 = 4.206 \text{ T/m}$$

Elemento	Peso		Unidades
Peso propio	W <sub>pp</sub>	10.464	T/m
Carga muerta adicional	W <sub>cma</sub>	4.206	T/m

#### 4.3.- Elementos mecánicos por carga muerta

Todas las cargas calculadas están repartidas a lo largo de toda la superestructura, así, para poder encontrar el cortante y el momento provocado por dichas cargas lo podremos simplificar con un análisis sobre una viga de carga repartida.

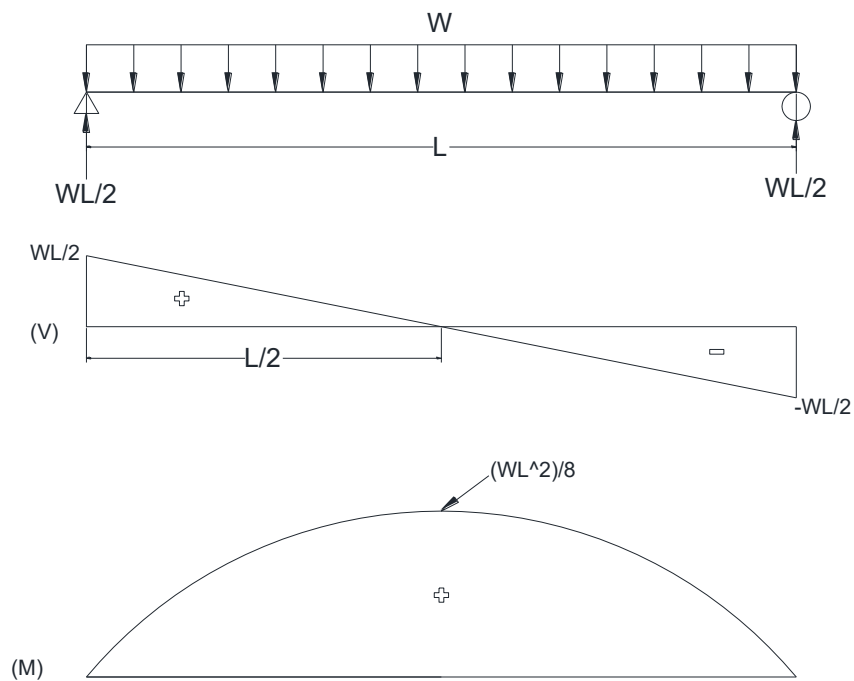


Figura 4.2 Elementos mecánicos provocados por una carga repartida

Ahora, ya podemos conocer que cortante y momento máximo puede producir cada carga.

$$V_{max} = \frac{W * L}{2} \quad \text{y} \quad M_{max} = \frac{W * L^2}{8}$$



$$V_{pp} = \frac{10.464 * 30}{2} = 156.96 T$$

$$M_{pp} = \frac{10.464 * 30^2}{8} = 1177.2 T * m$$

$$V_{cma} = \frac{4.206 * 30}{2} = 63.09 T$$

$$M_{cma} = \frac{4.206 * 30^2}{8} = 473.175 T * m$$

Concepto	V (T)	M (T*m)
<b>Peso propio</b>	156.96	1177.2
<b>Carga muerta adicional</b>	63.09	473.175

#### *Cálculo de esfuerzos generados por carga muerta*

Los esfuerzos se deberán calcular sobre las fibras más afectadas que son la superior y la inferior, así que se calcularán de la siguiente manera.

$$f_s = \frac{M}{S_s} \quad y \quad f_i = -\frac{M}{S_i}$$

Peso propio

$$f_s = \frac{1177.2}{4.245} = 277.31 \frac{T}{m^2} = 27.73 kg/cm^2$$

$$f_i = -\frac{1177.2}{2.592} = -454.4 \frac{T}{m^2} = -45.4 kg/cm^2$$

Carga muerta adicional

$$f_s = \frac{473.175}{4.245} = 111.47 \frac{T}{m^2} = 11.15 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_i = -\frac{473.175}{2.592} = -182.55 \frac{T}{m^2} = -18.26 \text{ kg/cm}^2$$

#### 4.4.- Análisis longitudinal de la carga viva vehicular

##### *Líneas de influencia*

Todo elemento estructural debe diseñarse para resistir la condición más severa de las cargas a las que está sometido. En el caso de la carga muerta, por su carácter permanente y su ubicación espacial precisa no presenta mayor problema en determinar su efecto máximo, sin embargo, la carga viva puede variar espacialmente su ubicación, por lo que resulta que la posición de la carga viva que produce el mayor efecto en un elemento dado de una estructura, no es la misma para todos los otros elementos.

En algunos casos simples es posible por inspección determinar la posición de la carga que produce el mayor efecto, pero en otras ocasiones hay que utilizar otras herramientas y criterios, para encontrar la posición de la carga más crítica, como las líneas de influencia.

Una línea de influencia se puede definir como un diagrama cuyas ordenadas representan la variación de los elementos mecánicos en un punto dado de un elemento, cuando una carga unitaria se mueve a lo largo de la longitud del elemento. Las líneas de influencia se usan para determinar la ubicación de las cargas vivas de forma que causen las mayores fuerzas internas.

El procedimiento para dibujar tales diagramas consiste en graficar los valores de la función (cortante, momento, etc.) en estudio como ordenadas para varias posiciones de la carga unitaria a lo largo de la longitud del elemento y luego se conectan esas ordenadas con una línea recta continua.

Se comenzará por encontrar el momento máximo que puede provocar un camión T3-S2-R4 en la viga con claro de 30 metros.

### Línea de Influencia de Momento

Primero se debe de ubicar la posición del camión en el claro, para eso se encontrará una resultante de las cargas, así como su ubicación.

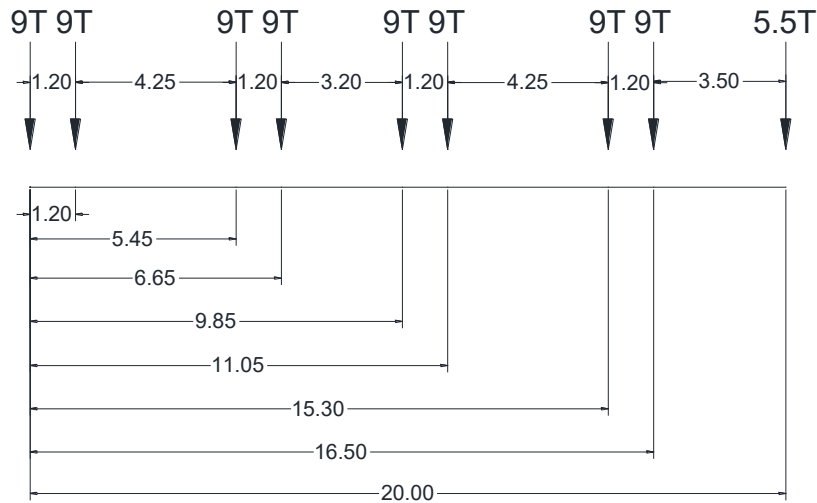


Figura 4.3 Distribución de las cargas provocadas por los ejes de un camión T3-S2-R4

$$x = \frac{(9 * 1.2) + (9 * 5.45) + (9 * 6.65) + (9 * 9.85) + (9 * 11.05) + (9 * 15.3) + (9 * 16.5) + (5.5 * 20)}{77.5}$$

$$x = 9.08m$$

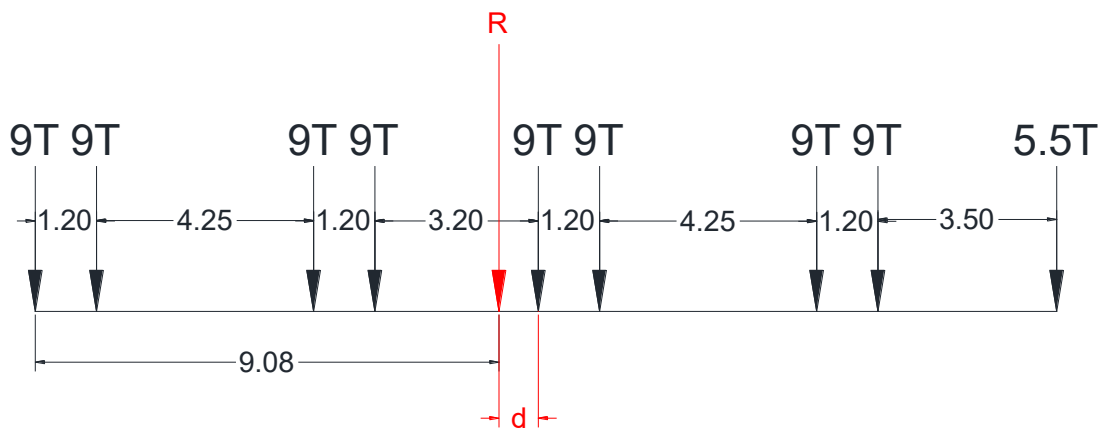


Figura 4.4 Ubicación de la resultante (R) de las fuerzas

Una vez que ya tenemos la ubicación de la resultante, se necesitará su distancia hasta la carga más próxima, a la que se le llamará “d”. Solo se le restará la ubicación de la resultante a la de la carga.

$$d = 9.85 - 9.08 = 0.77$$

A la mitad de la distancia “d” se ubicará el centro del claro, por lo tanto, ya se tiene la ubicación del camión.

$$\frac{d}{2} = \frac{0.77}{2} = 0.385m$$

Se sabe que la máxima Y generada por una carga unitaria es:

$$Y_{max} = \frac{a * b}{L} = \frac{15.385 * 14.615}{30} = 7.495$$

Donde “a” es la distancia del primer apoyo hasta la carga más cercana a la resultante y “b” la distancia de esa misma carga al segundo apoyo.

Ahora, se deberá calcular la posición de cada fuerza como se muestra en la base del diagrama triangular.

Después se calculará la “y” de cada fuerza con la siguiente formula, tanto del lado izquierdo como para el derecho.

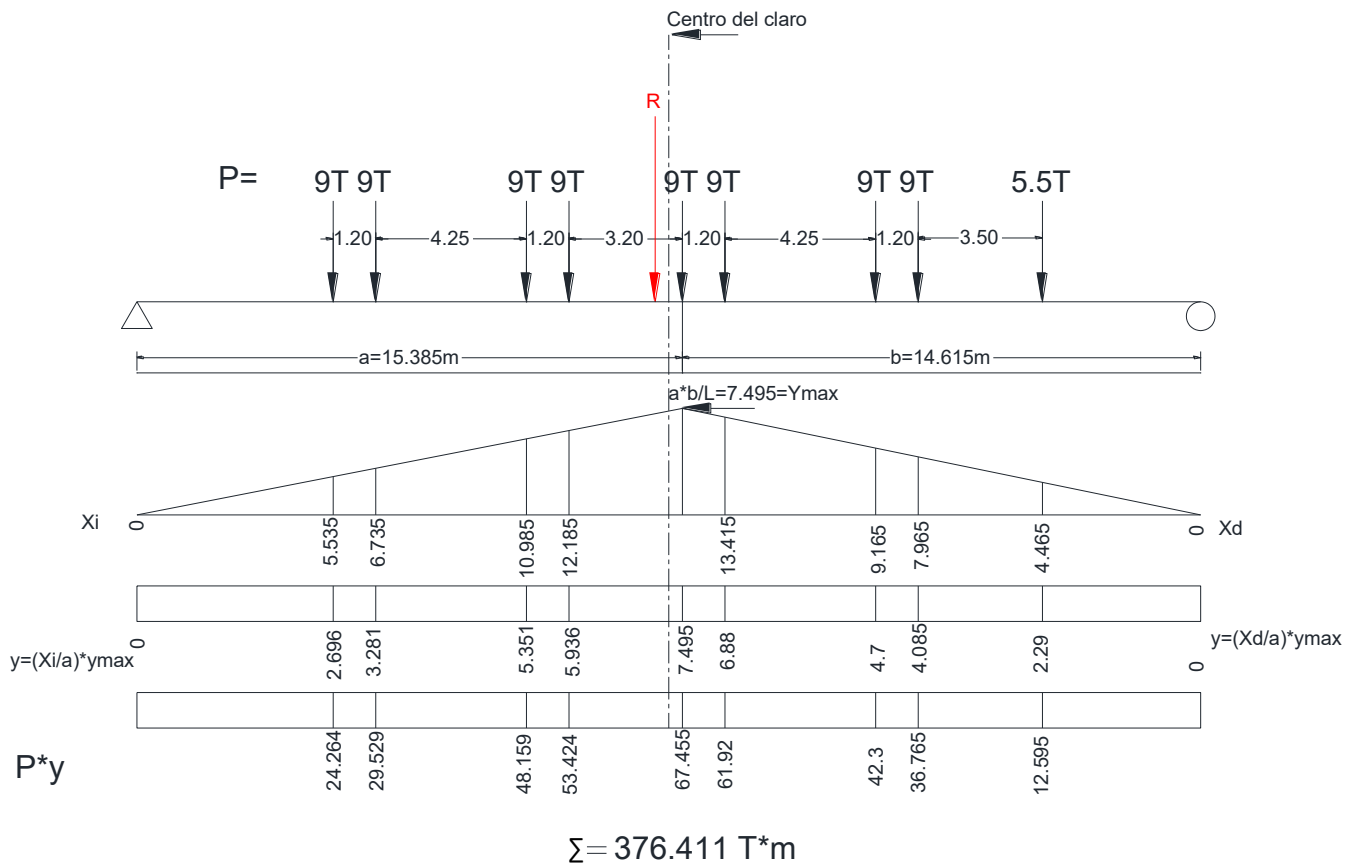
$$Y_{izquierda} = \frac{X_i}{a} * Y_{max}; \quad Y_{Derecha} = \frac{X_d}{b} * Y_{max}$$

Una vez encontrado todas las Y, estas se multiplicaran por su respectiva carga.

$$P * Y$$

Por último, se sumarán todos los productos para obtener el momento máximo que puede generar el camión en esta posición.

$$\sum P * Y = 376.411 T * m$$



**Figura 4.5 Línea de influencia de momento para un camión T3-S2-R4**

#### Línea de influencia de cortante

Para poder hacer esta línea es más fácil, ya que la forma de generar el máximo cortante en la viga es poniendo la carga en algún apoyo, así, se pondrá el eje más pesado del camión en el primer apoyo de modo que el camión quede completamente dentro de la viga.

Se hará el mismo procedimiento que en la línea de influencia para momento, simplificándose el procedimiento, debido a que la  $Y_{\text{max}}$  en este diagrama generado por la fuerza unitaria es "1" y solo habrá una distancia del apoyo a la fuerza, ya que está la fuerza sobre el primer apoyo, en el anterior eran "a" y "b", solo quedará la distancia de  $L=30$  metros hasta el segundo apoyo.

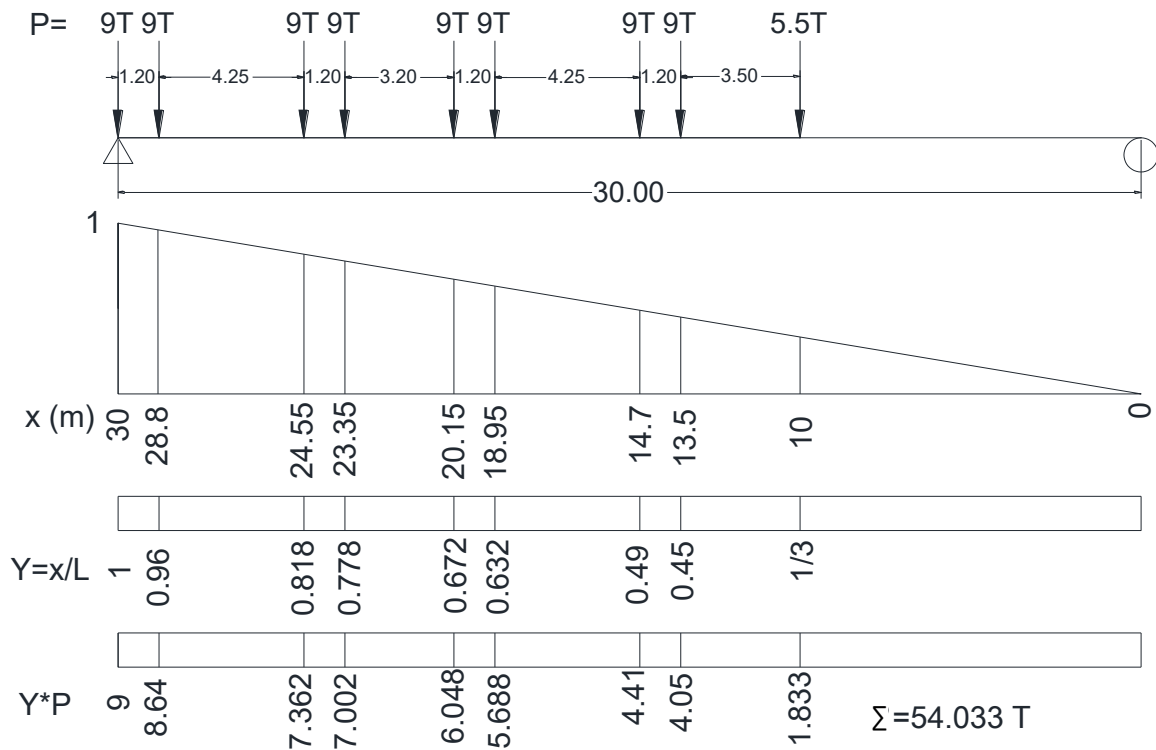


Figura 4.6 Línea de influencia de fuerza cortante para un camión T3-S2-R4

Por lo tanto, el cortante máximo que genera el camión es de:

$$\sum P * Y = 54.033 T$$

Ahora, se calculará el factor de impacto.

Factor de Impacto

Para tener en cuenta los esfuerzos adicionales producidos por cargas móviles debidos a efectos dinámicos, vibratorios o la aplicación súbita de cargas deben multiplicarse por un factor mayor que la unidad.

Tales fuerzas se pueden calcular de la siguiente forma:

$$FI = \frac{15.24}{38.1 + L} \leq 0.3$$

Donde:

L: representa la longitud del claro, en metros.

$$FI = \frac{15.24}{38.1 + 30} \leq 0.3$$

$$FI = 0.22 \leq 0.3 \quad \text{Ok}$$

El factor nos indica cuanto aumentar el valor del momento y del cortante, 22% del total.

*Elementos mecánicos totales por carga viva vehicular mas impacto.*

$$M_{CV+I} = 1.22(M_{Carril\ 1} + M_{Carril\ 2})$$

$$V_{CV+I} = 1.22(V_{Carril\ 1} + V_{Carril\ 2})$$

$$M_{CV+I} = 1.22(376.411 + 376.411) = 918.44 \text{ T} * \text{m}$$

$$V_{CV+I} = 1.22(54.033 + 54.033) = 131.84 \text{ T}$$

Esfuerzos por carga móvil

$$f_s = \frac{918.44}{4.245} = 216.36 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = 21.64 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = -\frac{918.44}{2.592} = -354.34 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = -35.43 \text{ kg/cm}^2$$

## 5.- Presfuerzo

### 5.1.- Fuerza presforzante

Para poder comenzar con el pretensado necesitamos conocer cuál es el esfuerzo de tensión que se debe de contrarrestar, por lo que, debemos sumar todos los esfuerzos que provocan tensión en la viga, provocados por las diferentes cargas.

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi
<b>Peso propio</b>	27.73	-45.4
<b>C.M. Adicional</b>	11.15	-18.26
<b>C.V.</b>	21.64	-35.43

$$\sum fi = - 99.09 \text{ kg/cm}^2$$

Recordemos el tipo de acero de presfuerzo que se utilizará, así como sus características.

Acero de presfuerzo de “*baja relajación*” con  $f_{sr}=19000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_y=0.9*f_{sr}$ , diámetro de 1/2”,  $a_s=0.9871 \text{ cm}^2$ .

Sabemos que la carga axial excéntrica que se ocasiona por el pretensado, también genera un momento, por lo que, si se quiere calcular el esfuerzo debido al presfuerzo se hará de la siguiente forma.

$$f = \frac{P}{A} \mp \frac{P * e}{Si}$$

Donde:

P: la fuerza de presfuerzo

e: es la distancia del eje neutro al centroide del acero de presfuerzo

Si: módulo de sección inferior



A: es el área de la sección

Al no tener número de torones, no nos es posible conocer el centroide del acero de presfuerzo, así que, propondremos un  $e'=0.1\text{m}$  a partir de la base de la sección, ahora sabemos que  $y_i=1.366\text{m}$ , por lo tanto;

$$e = Y_i - e'$$

$$e = 1.366 - 0.1 = 1.266 \text{ m}$$

Ahora, podemos estimar la fuerza de presfuerzo (P), de la siguiente forma.

$$990.9 \text{ T/m}^2 = \frac{P}{4.36} + \frac{P * 1.266}{2.592}$$

De esta ecuación despejamos "P".

$$P = 1,380.5T = 1,380,500 \text{ kg}$$

Tendremos un esfuerzo de gateo de  $f_{st}=0.75*f_{sr}=14250 \text{ kg/cm}^2$ . Para encontrar la fuerza de un torón, despejaremos "P" de la definición de esfuerzo.

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

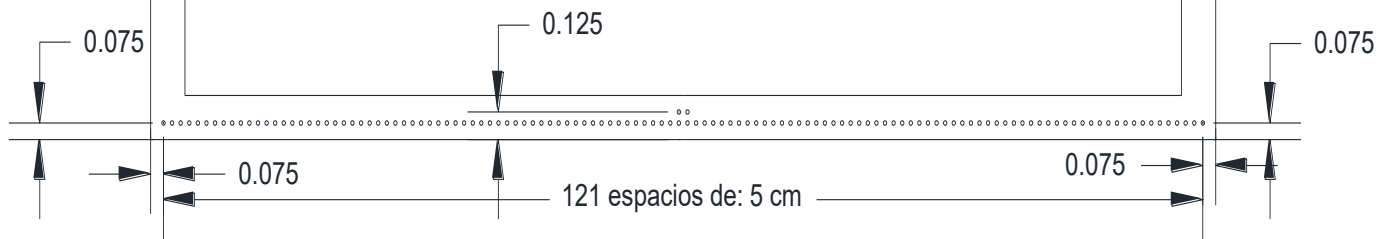
Al no saber que pérdidas se generarán, las supondremos de un 20% ( $0.8*0.75*f_{sr}$ )= $0.6*f_{sr}$

$$P_{\text{Torón}} = (0.6 * f_{sr})(as) = (0.6 * 19000)(0.9871) = 11,252.94 \text{ kg}$$

Para conocer el número de torones dividiremos P entre  $P_{\text{Torón}}$ .

$$\text{No. Torones} = \frac{P}{P_{\text{Torón}}} = \frac{1,380,500}{11,252.94} = 122.7 \approx 124 \text{ Torones}$$

Al saber el número de torones podemos proponer una distribución y ubicación de los mismos , y así poder calcular el centroide verdadero del acero de presfuerzo.



**Figura 5.1 Distribución de torones en la trabe**

*Centroide del acero de presfuerzo*

$$e' = \frac{(122 * 0.075) + (2 * 0.125)}{124} = 0.076 \text{ m}$$

El centroide del acero de presfuerzo se encuentra a 7.6 centímetros de la base o 0.076 metros. Como  $Y_i=1.366 \text{ m}$ , tenemos que:

$$e = Y_i - e' = 1.366 - 0.076 = 1.29 \text{ m}$$

Así que calculando la fuerza "P" que generaran los torones al ser tensados tenemos.

$$P = (124 * 0.9871) * (0.6 * 19000) = 1,395,364.56 \text{ kg} = 1,395.36456 \text{ T}$$

Ahora ya podemos calcular los esfuerzos que genera el presfuerzo.

$$f_s = \frac{P}{A} - \frac{P * e}{S_s}$$

$$f_i = \frac{P}{A} + \frac{P * e}{S_i}$$

$$f_s = \frac{1395.36456}{4.36} - \frac{1395.36456 * 1.29}{4.245} = -104 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = -10.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{1395.36456}{4.36} + \frac{1395.36456 * 1.29}{2.592} = 1014.5 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = 101.45 \text{ kg/cm}^2$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-10.4	101.45	--	--
<b>Peso propio</b>	27.73	-45.4	17.33	56.05
<b>C.M.A</b>	11.15	-18.26	28.48	37.79
<b>C.V.+I</b>	21.64	-35.43	50.12	2.36

El puente al estar vacío tiene los siguientes esfuerzos de compresión, en la fibra superior y en la inferior.

$$f_s = 28.48 \frac{kg}{cm^2} \quad y \quad f_i = 37.79 \frac{kg}{cm^2}$$

Al estar en servicio cuenta con los siguientes esfuerzos.

$$f_s = 50.12 \frac{kg}{cm^2} \quad y \quad f_i = 2.36 \frac{kg}{cm^2}$$

Lo cual es un buen resultado, ya que en los puentes se debe de evitar los esfuerzos de tensión, pero para este análisis aún no se han tomado en cuenta las pérdidas reales, solo se supuso un 20%, y con ellas se puede reducir la compresión o aumentarla dependiendo el porcentaje verdadero de pérdidas.

Por esfuerzos permisibles, la compresión generada en la superestructura, tanto vacía como en servicio no puede exceder el  $0.4 \cdot f'_c$ .

$$0.4 \cdot f'_c = 0.4 \cdot 350 = 140 \text{ kg/cm}^2 \text{ ok}$$

## 5.2.- Pérdidas en la transferencia

Como se vio en el apartado 1.5, la pérdidas son la diferencia que existe entre la fuerza presforzante inicial y la fuerza efectiva en el elemento presforzado en servicio.

*Pérdida parcial por relajación del acero de presfuerzo (RET)*

$$RET = f_{st} * \left[ \frac{\log(24 * t) - \log(24 * t_1)}{45} \right] * \left[ \frac{f_{st}}{f_{py}} - 0.55 \right]; \text{ en } [\text{kg}/\text{cm}^2]$$

$$\left[ \frac{f_{st}}{f_{py}} - 0.55 \right] \geq 0.05$$

$$f_{st} = 0.75 * 19000 = 14250 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

$$f_{py} = 0.9 * 19000 = 17100 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

$$t_1 = 1/24$$

$$t = 18/24$$

$$\left[ \frac{14250}{17100} - 0.55 \right] \geq 0.05, \quad 0.833 \geq 0.05 \text{ ok}$$

$$RET = 14250 * \left[ \frac{\log\left(24 * \frac{18}{24}\right) - \log\left(24 * \frac{1}{24}\right)}{45} \right] * \left[ \frac{14250}{17100} - 0.55 \right] = 112.63 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

Ahora que tenemos esta pérdida ya podemos ir disminuyendo la fuerza de gateo.

$$f_1 = f_{st} - RET = 14250 - 112.63 = 14137.37 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

Y por último calcularemos la fuerza de todos los torones.

$$P1 = no.torones * as * f1$$

$$P1 = 124 * 0.9871 * 14137.37 = 1,730,419.74 \text{ kg}$$

*Pérdida por acortamiento elástico (ES)*

$$ES = \frac{\frac{P}{A_c} + \frac{P * e^2}{I} - \frac{M_{sw} * e}{I}}{\frac{E_{ci}}{E_s} + \frac{A_s}{A_c} + \frac{A_s * e^2}{I}}; \quad \text{en [kg/cm}^2\text{]}$$

$$E_{ci} = \frac{\gamma_c^{\frac{3}{2}}}{7.3} * \sqrt{f'ci}$$

Donde:

$E_{ci}$ : es el módulo de elasticidad del concreto en la transferencia, considerando  $f'ci$ , la resistencia del concreto en ese instante.

$$E_{ci} = \frac{2400^{\frac{3}{2}}}{7.3} * \sqrt{0.9 * 350} = 285,857.29 \text{ kg/cm}^2$$

“P”: es el “P1” que se ha calculado anteriormente.

$$P1 = 1,730,419.74 \text{ kg}$$

$A_c$ : es el área de la trabe.

$$A_c = 4.36 \text{ m}^2 = 43,600 \text{ cm}^2$$

$$I = 3.54 \text{ m}^4 = 354000000 \text{ cm}^4$$

$A_s$ : es el área de acero de refuerzo.

$$A_s = 124 * 0.9871 = 122.4004 \text{ cm}^2$$

$M_{sw}$ : es el momento provocado por la carga de peso propio.

$$M_{sw} = 1177.2 \text{ T} * \text{m} = 117720000 \text{ kg} * \text{cm}$$

e: es la distancia del eje neutro al centroide del acero de presfuerzo.

$$e = 1.29 \text{ m} = 129 \text{ cm}$$

Es: es el módulo de elasticidad del acero de presfuerzo.

$$E_s = 1,968,587 \text{ kg/cm}^2$$

$$ES = \frac{\frac{1,730,419.74}{43,600} + \frac{1,730,419.74 * 129^2}{354000000} - \frac{117720000 * 129}{354000000}}{\frac{285,857.29}{1,968,587} + \frac{122.4004}{43,600} + \frac{122.4004 * 129^2}{354000000}}$$

$$ES = 508.13 \text{ kg/cm}^2$$

*Pérdidas en la transferencia*

$$\Delta P_i = RET + ES$$

$$\Delta P_i = 112.63 + 508.13 = 620.76 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{620.76}{14250} * 100 = 4.36\%$$

Podemos concluir que las pérdidas generadas en la transferencia, ocasionadas por la relajación del acero de presfuerzo y por la contracción elástica del concreto, solo están generando un 4.36% de pérdida en el esfuerzo de gateo, por lo tanto, no genera un gran impacto en el la transferencia de la fuerza de presfuerzo del acero al concreto.

*Esfuerzos por presfuerzo en la transferencia*

$$f_1 = 14250 - 620.76 = 13,629.24 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_1 = 124 * 0.9871 * 13629.24 = 1,668,224.43 \text{ kg} = 1,668.22 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{1668.22}{4.36} - \frac{1668.22 * 1.29}{4.245} = -124.33 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = -12.43 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{1668.22}{4.36} + \frac{1668.22 * 1.29}{2.592} = 1212.87 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = 121.29 \text{ kg/cm}^2$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-12.43	121.29	--	--
<b>Peso propio</b>	27.73	-45.4	15.3	75.89
<b>C.M.A</b>	11.15	-18.26	26.45	57.63
<b>C.V.+I</b>	21.64	-35.43	48.09	22.2

Podemos ver que cuando el puente está vacío, como cuando está en servicio, están en el rango de los esfuerzos admisibles.

Para compresión los esfuerzos admisibles son.

$$0.6f'c = 0.6 * 350 = 210 \text{ kg/cm}^2$$

Y en tensión

$$-0.8\sqrt{f'c} = -0.8 * \sqrt{350} = -14.97 \text{ kg/cm}^2$$

Como vemos los esfuerzos del puente están muy por debajo de los admisibles para la transferencia.

### 5.3.- Pérdidas diferidas

Estas pérdidas son las que se seguirán presentando durante toda la vida útil de la estructura.

*Pérdida por Contracción del concreto (SH)*

$$SH = 17000 - 150 * (RH); \text{ en [psi]}$$

Supondremos que el lugar donde se ubicará el puente será en la ciudad de Toluca, así, tendremos una humedad relativa 60%.

$$SH = 17000 - 150 * (60) = 8000 \text{ psi} = 562.46 \text{ kg/cm}^2$$

*Pérdida por Flujo plástico (C<sub>RC</sub>)*

$$C_{RC} = 12 * (f_{cir}) - 7 * (f_{cads}); \text{ en [kg/cm}^2\text{]}$$

$$f_{cir} = \frac{P}{Ac} + \frac{P * e^2}{I} - \frac{M_{pp} * e}{I}$$

Donde:

P: es la fuerza efectiva de los torones (1,668.22 T)

M<sub>pp</sub>: momento por peso propio (1,177.2 T\*m)

E: distancia del eje neutro al centroide del acero de presfuerzo (1.29 m)

I: inercia de la sección (3.54 m<sup>4</sup>)

Ac: área total de la trabe (4.36 m<sup>2</sup>)



$$f_{cir} = \frac{1,668.22}{4.36} + \frac{1,668.22 * 1.29^2}{3.54} - \frac{1177.2 * 1.29}{3.54} = 737.84 \frac{T}{m^2} = 73.78 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{cds} = \frac{Mcma * e}{I}$$

Mcma: momento por carga muerta adicional (473.175 T\*m)

$$f_{cds} = \frac{473.175 * 1.29}{3.54} = 172.43 \frac{T}{m^2} = 17.24 \text{ kg/cm}^2$$

Por lo tanto

$$C_{RC} = 12 * (73.78) - 7 * (17.24) = 764.68 \text{ kg/cm}^2$$

*Pérdida debido a la Relajación del acero de presfuerzo diferida (C<sub>RS</sub>)*

$$C_{RS} = 5000 - 0.1 * ES - 0.05 * (SH + C_{RC}), \text{ en [psi].}$$

Donde:

ES: pérdida por acortamiento elástico (508.13 kg/cm<sup>2</sup>=7227.31 psi)

SH: pérdida por contracción del concreto (562.46 kg/cm<sup>2</sup>=8000.06 psi)

C<sub>RC</sub>: pérdida por flujo plástico (764.68 kg/cm<sup>2</sup>=10876.3 psi)

Por lo tanto

$$C_{RS} = 5000 - 0.1 * (7227.31) - 0.05 * (8000.06 + 10876.3) = 3333.451 \text{ psi}$$

$$C_{RS} = 3333.451 \text{ psi} = 234.36 \text{ kg/cm}^2$$

*Pérdidas totales (Δf<sub>s</sub>)*

$$\Delta f_s = ES + SH + C_{RC} + C_{RS}$$

$$\Delta f_s = 508.13 + 562.46 + 764.68 + 234.36 = 2069.63 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{2069.63}{14250} * 100 = 14.52\%$$

Ahora, ya conocemos las pérdidas totales que son de 14.52%, las pérdidas por lo general rondan un 20%, así, ya podemos revisar los esfuerzos por presfuerzo efectivo para asegurar que pasen cuando la estructura esté en servicio.

$$P = 124 * 0.9871 * (14250 - 2069.63) = 1,490,882.16 \text{ kg} = 1,490.88 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{1,490.88}{4.36} - \frac{1,490.88 * 1.29}{4.245} = -111.11 \frac{T}{m^2} = -11.11 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{1,490.88}{4.36} + \frac{1,490.88 * 1.29}{2.592} = 1083.9 \frac{T}{m^2} = 108.39 \text{ kg/cm}^2$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-11.11	108.39	--	--
<b>Peso propio</b>	27.73	-45.4	16.62	62.99
<b>C.M.A</b>	11.15	-18.26	27.77	44.73
<b>C.V.+I</b>	21.64	-35.43	49.41	9.3

Podemos ver que cuando el puente está vacío, como cuando está en servicio, están en el rango de los esfuerzos admisibles. Por lo tanto, la estructura tiene un comportamiento satisfactorio para lo que será empleada.

Para compresión los esfuerzos admisibles son.

$$0.4f'c = 0.4 * 350 = 140 \text{ kg/cm}^2$$

Y en tensión

$$-0.8\sqrt{f'c} = -0.8 * \sqrt{350} = -14.97 \text{ kg/cm}^2$$

## 6.- Optimización del presfuerzo por desadherencia

Los torones se acomodaran da la siguiente forma, se muestra la mitad de la trabe, la otra mitad es exactamente igual a esta.



**Figura 6.1 Distribución de los paquetes de torones a desadherir en la trabe**

Los 44 torones número 1 (aproximadamente el 30% del total de torones), se quedarán adheridos en toda su longitud, mientras que los torones restantes se irán desadheriendo en grupos de 10 torones.

Cantidad de torones a desadherir	Número del torón
10	#2
10	#3
10	#4
10	#5
10	#6
10	#7
10	#8
10	#9
Los 44 torones #1 se encontrarán adheridos en toda la longitud de la trabe	

## 6.1.- Revisión de las secciones de desadherencia

La distancia a desadherir se calculará de la siguiente forma.

$$x = \frac{L}{2} - \sqrt{\frac{n}{N}} * \frac{L}{2}$$

Donde:

L: es la longitud del claro (m)

n: son los torones por desadherir, se acumulan los torones que se vayan desadheriendo

N: es el número total de torones en la trabe

*Desadherir 10 torones #2*

$$x = \frac{30}{2} - \sqrt{\frac{10}{124}} * \frac{30}{2} = 10.74 \text{ m} \approx 10.5 \text{ m}$$

Esta sería la longitud que se deben de desadherir los torones #2.

Ahora, se debe de calcular el centroide del acero e presfuerzo sin estos torones

$$e' = \frac{(112 * 0.075) + (2 * 0.125)}{124} = 0.07 \text{ m}$$

Se calculará la distancia del eje neutro hasta el centroide del acero de presfuerzo.

Yi=1.366 m

$$e = 1.366 - 0.07 = 1.296 \text{ m}$$

Se calcularán los esfuerzos por presfuerzo calculados sin los torones desadheridos.

$$P = (114 * 0.9871)(14250 - 2069.63) = 1,370,649.73 \text{ kg} = 1,370.65 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{1,370.65}{4.36} - \frac{1,370.65 * 1.296}{4.245} = -104.1 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = -10.41 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{1,370.65}{4.36} + \frac{1,370.65 * 1.296}{2.592} = 999.7 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = 99.97 \text{ kg/cm}^2$$

Al estar evaluando los esfuerzos fuera del centro del claro, estos variarán, debido a que son provocados por los momentos de las cargas calculados en el centro del claro, por consiguiente, se deben obtener los esfuerzos en las secciones a analizar.

Sabemos que el momento al centro del claro por las cargas repartidas es:

$$M_C = \frac{w * L^2}{8}$$

Por otro lado, para conocer el momento en cualquier lugar del claro, se rige por la ecuación:

$$M = \frac{w * L}{2}(x) - \frac{w * x^2}{2}$$

Sí hacemos el cociente de  $M/M_C$ , podemos encontrar un factor que nos indique la proporción en que varían los momentos a distintas longitudes del claro y, por ende, los esfuerzos en secciones específicas.

Reduciendo el cociente de momentos, obtenemos:

$$\frac{M}{M_C} = \frac{\frac{w * L}{2}(x) - \frac{w * x^2}{2}}{\frac{w * L^2}{8}} = \frac{\frac{1}{2}(Lx - x^2)}{\frac{L^2}{8}} = \frac{Lx - x^2}{\frac{L^2}{4}} = \frac{\frac{L^2}{4} + Lx - x^2 - \frac{L^2}{4}}{\frac{L^2}{4}} = 1 - \left(\frac{x - \frac{L}{2}}{\frac{L}{2}}\right)^2$$

Por lo tanto, el factor lo obtendremos de esta ecuación.

$$Fac = 1 - \left( \frac{x - \frac{L}{2}}{\frac{L}{2}} \right)^2$$

Donde:

L: es la longitud del claro (m)

X: la longitud de desadherencia (m)

Este se multiplicará por cada esfuerzo en el centro del claro, para obtener el esfuerzo en la sección a analizar.

$$Fac = 1 - \left( \frac{10.5 - \frac{30}{2}}{\frac{30}{2}} \right)^2 = 0.91$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-10.41	99.97	--	--
<b>Peso propio</b>	25.23	-41.31	14.82	58.66
<b>C.M.A</b>	10.15	-16.62	24.97	42.04
<b>C.V.+I</b>	19.69	-32.24	44.66	9.8

Podemos ver que los esfuerzos están en los rangos permisibles.

*Desadherir 10 torones #3*

Longitud de desadherencia

$$x = \frac{30}{2} - \sqrt{\frac{20}{124}} * \frac{30}{2} = 8.9 \text{ m} \approx 9 \text{ m}$$

Centroide del acero de presfuerzo

$$e' = \frac{(102 * 0.075) + (2 * 0.125)}{124} = 0.064 \text{ m}$$

Excentricidad

$$e = 1.366 - 0.064 = 1.302 \text{ m}$$

Esfuerzos por presfuerzo

$$P = (104 * 0.9871)(14250 - 2069.63) = 1,250,417.3 \text{ kg} = 1,250.42 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{1,250.42}{4.36} - \frac{1,250.42 * 1.302}{4.245} = -96.73 \frac{T}{m^2} = -9.67 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{1,250.42}{4.36} + \frac{1,250.42 * 1.302}{2.592} = 914.9 \frac{T}{m^2} = 91.49 \text{ kg/cm}^2$$

Factor

$$F_{ac} = 1 - \left( \frac{9 - \frac{30}{2}}{\frac{30}{2}} \right)^2 = 0.84$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-9.67	91.49	--	--
<b>Peso propio</b>	23.29	-38.14	13.62	53.35
<b>C.M.A</b>	9.37	-15.34	<b>22.99</b>	<b>38.01</b>
<b>C.V.+I</b>	18.18	-29.76	<b>41.17</b>	<b>8.25</b>

Desadherir 10 torones #4

Longitud de desadherencia

$$x = \frac{30}{2} - \sqrt{\frac{30}{124} * \frac{30}{2}} = 7.6 \text{ m} \approx 7.5 \text{ m}$$

Centroide del acero de presfuerzo

$$e' = \frac{(92 * 0.075) + (2 * 0.125)}{124} = 0.058 \text{ m}$$

Excentricidad

$$e = 1.366 - 0.058 = 1.308 \text{ m}$$

Esfuerzos por presfuerzo

$$P = (94 * 0.9871)(14250 - 2069.63) = 1,130,184.9 \text{ kg} = 1,130.18 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{1,130.18}{4.36} - \frac{1,130.18 * 1.308}{4.245} = -89 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = -8.9 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{1,130.18}{4.36} + \frac{1,130.18 * 1.308}{2.592} = 829.5 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = 82.95 \text{ kg/cm}^2$$

Factor

$$Fac = 1 - \left( \frac{7.5 - \frac{30}{2}}{\frac{30}{2}} \right)^2 = 0.75$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-8.9	82.95	--	--
<b>Peso propio</b>	20.8	-34.1	11.9	48.85
<b>C.M.A</b>	8.36	-13.69	<b>20.26</b>	<b>35.16</b>
<b>C.V.+I</b>	16.23	-26.57	<b>36.49</b>	<b>8.59</b>



Desadherir 10 torones #5

Longitud de desadherencia

$$x = \frac{30}{2} - \sqrt{\frac{40}{124} * \frac{30}{2}} = 6.48 \text{ m} \approx 6.5 \text{ m}$$

Centroide del acero de presfuerzo

$$e' = \frac{(82 * 0.075) + (2 * 0.125)}{124} = 0.052 \text{ m}$$

Excentricidad

$$e = 1.366 - 0.052 = 1.314 \text{ m}$$

Esfuerzos por presfuerzo

$$P = (84 * 0.9871)(14250 - 2069.63) = 1,009,952.4 \text{ kg} = 1,009.95 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{1,009.95}{4.36} - \frac{1,009.95 * 1.314}{4.245} = -80.98 \frac{T}{m^2} = -8.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{1,009.95}{4.36} + \frac{1,009.95 * 1.314}{2.592} = 743.63 \frac{T}{m^2} = 74.36 \text{ kg/cm}^2$$

Factor

$$Fac = 1 - \left( \frac{6.5 - \frac{30}{2}}{\frac{30}{2}} \right)^2 = 0.678$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-8.1	74.36	--	--
<b>Peso propio</b>	18.8	-30.78	10.7	43.58
<b>C.M.A</b>	7.56	-12.38	18.26	31.2
<b>C.V.+I</b>	14.67	-24.02	32.93	7.18

Desadherir 10 torones #6

Longitud de desadherencia

$$x = \frac{30}{2} - \sqrt{\frac{50}{124} * \frac{30}{2}} = 5.47 \text{ m} \approx 5.5 \text{ m}$$

Centroide del acero de presfuerzo

$$e' = \frac{(72 * 0.075) + (2 * 0.125)}{124} = 0.046 \text{ m}$$

Excentricidad

$$e = 1.366 - 0.046 = 1.32 \text{ m}$$

Esfuerzos por presfuerzo

$$P = (74 * 0.9871)(14250 - 2069.63) = 889,720 \text{ kg} = 889.72 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{889.72}{4.36} - \frac{889.72 * 1.32}{4.245} = -72.6 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = -7.26 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{889.72}{4.36} + \frac{889.72 * 1.32}{2.592} = 657.2 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = 65.72 \text{ kg/cm}^2$$

Factor

$$Fac = 1 - \left( \frac{5.5 - \frac{30}{2}}{\frac{30}{2}} \right)^2 = 0.6$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-7.26	65.72	--	--
<b>Peso propio</b>	16.64	-27.24	9.38	38.48
<b>C.M.A</b>	6.69	-10.96	<b>16.07</b>	<b>27.52</b>
<b>C.V.+I</b>	12.98	-21.26	<b>29.05</b>	<b>6.26</b>

Desadherir 10 torones #7

Longitud de desadherencia

$$x = \frac{30}{2} - \sqrt{\frac{60}{124} * \frac{30}{2}} = 4.56 \text{ m} \approx 4.5 \text{ m}$$

Centroide del acero de presfuerzo

$$e' = \frac{(62 * 0.075) + (2 * 0.125)}{124} = 0.04 \text{ m}$$

Excentricidad

$$e = 1.366 - 0.04 = 1.326 \text{ m}$$

Esfuerzos por presfuerzo

$$P = (64 * 0.9871)(14250 - 2069.63) = 769,487.6 \text{ kg} = 769.49 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{769.49}{4.36} - \frac{769.49 * 1.326}{4.245} = -63.9 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = -6.39 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{769.49}{4.36} + \frac{769.49 * 1.326}{2.592} = 570.14 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = 57.01 \text{ kg/cm}^2$$

Factor

$$Fac = 1 - \left( \frac{4.5 - \frac{30}{2}}{\frac{30}{2}} \right)^2 = 0.51$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-6.39	57.01	--	--
<b>Peso propio</b>	14.14	-23.15	7.75	33.86
<b>C.M.A</b>	5.69	-9.31	<b>13.44</b>	<b>24.55</b>
<b>C.V.+I</b>	11.04	-18.1	<b>24.48</b>	<b>6.45</b>

Desadherir 10 torones #8

Longitud de desadherencia

$$x = \frac{30}{2} - \sqrt{\frac{70}{124} * \frac{30}{2}} = 3.73 \text{ m} \approx 3.5 \text{ m}$$

Centroide del acero de presfuerzo

$$e' = \frac{(54 * 0.075)}{124} = 0.033 \text{ m}$$

Excentricidad

$$e = 1.366 - 0.033 = 1.333 \text{ m}$$

Esfuerzos por presfuerzo

$$P = (54 * 0.9871)(14250 - 2069.63) = 649,255.1 \text{ kg} = 649.26 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{649.26}{4.36} - \frac{649.26 * 1.333}{4.245} = -54.97 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = -5.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{649.26}{4.36} + \frac{649.26 * 1.333}{2.592} = 482.8 \frac{\text{T}}{\text{m}^2} = 48.28 \text{ kg/cm}^2$$

Factor

$$Fac = 1 - \left( \frac{3.5 - \frac{30}{2}}{\frac{30}{2}} \right)^2 = 0.412$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-5.5	48.28	--	--
<b>Peso propio</b>	11.42	-18.7	5.92	29.58
<b>C.M.A</b>	4.59	-7.52	10.51	22.06
<b>C.V.+I</b>	8.92	-14.6	19.43	7.46

Desadherir 10 torones #9

Longitud de desadherencia

$$x = \frac{30}{2} - \sqrt{\frac{80}{124} * \frac{30}{2}} = 2.95 \text{ m} \approx 3 \text{ m}$$

Centroide del acero de presfuerzo

$$e' = \frac{(44 * 0.075)}{124} = 0.027 \text{ m}$$

Excentricidad

$$e = 1.366 - 0.027 = 1.339 \text{ m}$$

Esfuerzos por presfuerzo

$$P = (44 * 0.9871)(14250 - 2069.63) = 529,022.7 \text{ kg} = 529.02 \text{ T}$$

$$f_s = \frac{529.02}{4.36} - \frac{529.02 * 1.339}{4.245} = -45.53 \frac{T}{m^2} = -4.5 \text{ kg/cm}^2$$

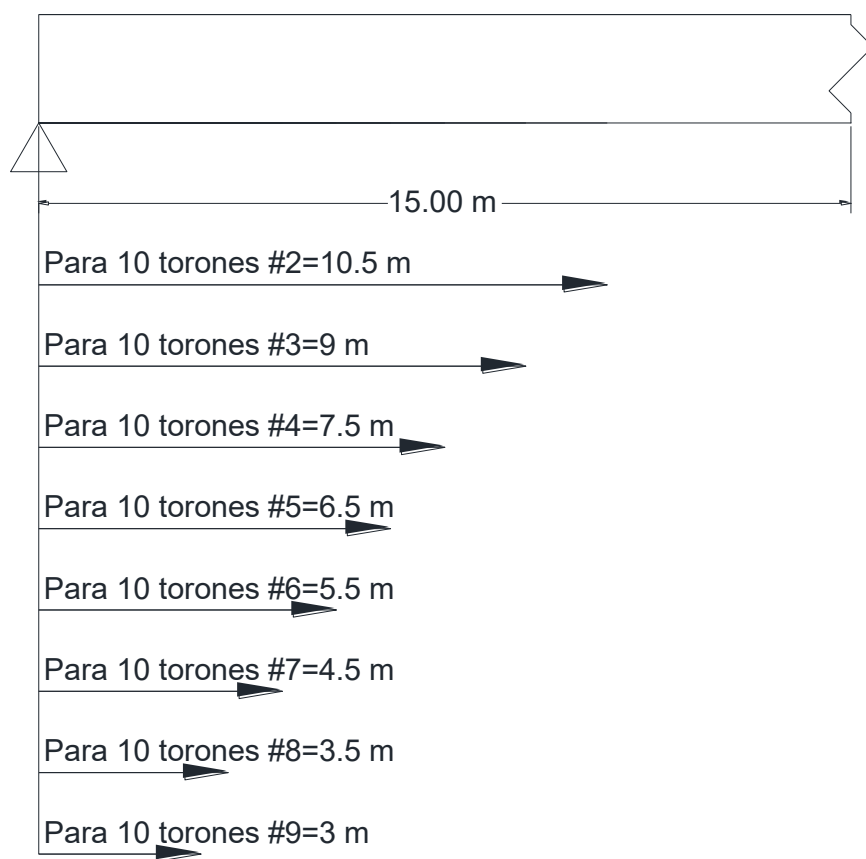
$$f_i = \frac{529.02}{4.36} + \frac{529.02 * 1.339}{2.592} = 394.6 \frac{T}{m^2} = 39.46 \text{ kg/cm}^2$$

Factor

$$Fac = 1 - \left( \frac{3 - \frac{30}{2}}{\frac{30}{2}} \right)^2 = 0.36$$

Concepto	Esfuerzos (kg/cm <sup>2</sup> )		Acumulados (kg/cm <sup>2</sup> )	
	fs	fi	fs	fi
<b>Presfuerzo</b>	-4.5	39.46	--	--
<b>Peso propio</b>	9.98	-16.34	5.48	23.12
<b>C.M.A</b>	4.01	-6.7	9.49	16.42
<b>C.V.+I</b>	7.79	-12.75	17.28	3.67

Para encamisar los torones se necesitarán tubos de un material que no reaccione químicamente con el concreto, por lo que se excluyen los tubos de PVC, los tubos metálicos de acero helicoidal o bien articulados flexibles son costosos, y su uso se limita a ductos para sistemas postensados. Los elementos de encamisado más usados son de polietileno (poliducto de plástico para instalaciones eléctricas) debido a su eficiencia y bajo costo.



**Figura 6.2 Esquema de longitudes de desadherencia de torones**

Al examinar las revisiones de cada sección, podemos notar que en todas las secciones los esfuerzos que se generan se pueden considerar aceptables, ya que están dentro del rango de los esfuerzos permisibles. Gracias a la desadherencia de los torones, también, sabemos que no tendrá problemas por los momentos generados por el presfuerzo, lo que nos asegura un buen comportamiento de la estructura en estado de servicio.

## 7.- Deflexiones al centro del claro

Lo último que nos queda por analizar son las deflexiones que se generarán en el centro del claro, debido a la carga muerta, a la carga viva y al mismo presfuerzo.

Usaremos el principio de superposición de cargas para separar todos los tipos de carga, de esta manera, la flecha provocada por todas las fuerzas, será la suma de las flechas por cada carga en solitaria.

La carga muerta, al tener de forma distribuida se calculará de la siguiente forma:

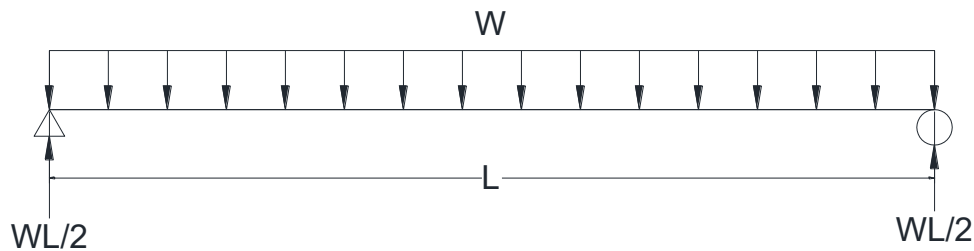


Figura 7.1 Viga con carga repartida

Haciendo un corte en x:

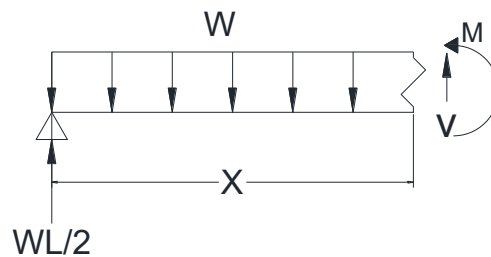


Figura 7.2 Corte en X en la viga con carga repartida

$$\sum M_A = 0$$

$$\frac{-W * L}{2} (x) + \frac{W * x^2}{2} + M = 0$$

$$M = \frac{W * L}{2}(x) - \frac{W * x^2}{2}$$

$$EI\theta = \frac{W * L}{4}(x^2) - \frac{W}{6}(x^3) + C_1$$

$$EIv = \frac{W * L}{12}(x^3) - \frac{W}{24}(x^4) + C_1(x) + C_2$$

Por condiciones de frontera:

$$v=0, \text{ en } x=0, \therefore C_2 = 0$$

$$v=0, \text{ en } x=L$$

$$0 = \frac{W * L}{12}(L^3) - \frac{W}{24}(L^4) + C_1(L)$$

$$\therefore C_1 = \frac{-W * L^3}{24}$$

Completando la ecuación de deflexión:

$$EIv = \frac{W * L}{12}(x^3) - \frac{W}{24}(x^4) - \frac{W * L^3}{24}(x)$$

La deflexión en el centro del claro ( $x=L/2$ ):

$$EIv = \frac{W * L}{12}\left(\frac{L^3}{2^3}\right) - \frac{W}{24}\left(\frac{L^4}{2^4}\right) - \frac{W * L^3}{24}\left(\frac{L}{2}\right)$$

$$\therefore v = -\frac{5WL^4}{384EI}$$

Con esta expresión se calculará la deflexión por carga muerta en el centro del claro.

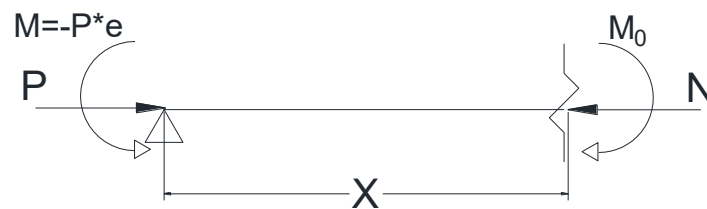


Para obtener la deflexión debida al presfuerzo, se usará la carga equivalente, como se habló en el apartado 1.4.1, sustituyendo la fuerza excéntrica por una fuerza en el eje neutro y un momento.



**Figura 7.3 Viga con carga equivalente debida al presfuerzo**

Haciendo un corte en  $x$ :



**Figura 7.4 Corte en la viga con carga equivalente**

$$\sum M_A = 0$$

$$M - M_0 = 0$$

$$M_0 = M$$

$$EI\theta = M(x) + C_1$$

$$EIv = \frac{M}{2}(x^2) + C_1(x) + C_2$$

Por condiciones de frontera:

$$v=0, \text{ en } x=0, \therefore C_2 = 0$$

$$v=0, \text{ en } x=L$$

$$0 = \frac{M}{2}(L^2) + C_1(L)$$

$$\therefore C_1 = -\frac{ML}{2}$$

Completando la ecuación de deflexión:

$$EIv = \frac{M}{2}(x^2) - \frac{ML}{2}(x)$$

La deflexión en el centro del claro ( $x=L/2$ ):

$$EIv = \frac{M}{2}\left(\frac{L^2}{2^2}\right) - \frac{ML}{2}\left(\frac{L}{2}\right)$$

$$EIv = \frac{ML^2}{8} - \frac{ML^2}{4}$$

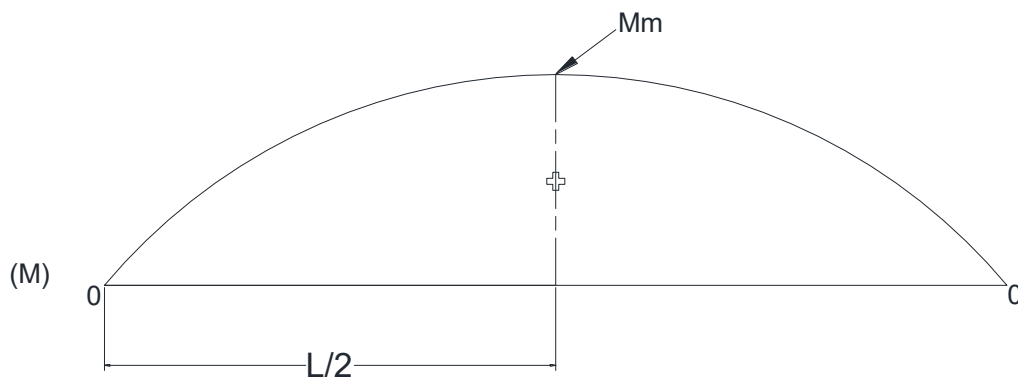
$$EIv = -\frac{ML^2}{8}$$

Como  $M=-P*e$ , entonces:

$$v = -\frac{(-P * e)L^2}{8EI} = \frac{(P * e)L^2}{8EI}$$

Se usará esta expresión para el cálculo de la deflexión en el centro del claro debido al presfuerzo.

Para encontrar la deflexión debida a la carga viva, se supondrá que el máximo momento se encuentra en el centro del claro, así como una variación de momento parabólica.



**Figura 7.5 Diagrama de momentos de la carga viva**

Al ver el diagrama de momento, se puede observar que tenemos tres relaciones entre la distancia y el momento; en  $x=0$  tenemos  $M=0$ , en  $x=L/2$  tenemos  $M=Mm$  y en  $x=L$  tenemos  $M=0$ .

Al tener un comportamiento parabólico en el diagrama de momentos, se le puede ligar a la siguiente relación:

$$ax^2 + bx + c = y$$

Con los tres puntos conocidos podemos encontrar la función que rige el comportamiento del momento por carga viva, al conocer nuestras incógnitas  $a$ ,  $b$  y  $c$ , por medio de un sistema de ecuaciones.

- 1) En  $x=0$  y  $Y=0$  se tiene:

$$a(0)^2 + b(0) + c = 0$$

$$\therefore c = 0$$

- 2) En  $x=L/2$  y  $Y=Mm$  se tiene:

$$a\left(\frac{L}{2}\right)^2 + b\left(\frac{L}{2}\right) + 0 = Mm$$

- 3) En  $x=L$  y  $y=0$  se tiene

$$a(L)^2 + b(L) + 0 = 0$$

De "3" se despeja "a" y se sustituye en 2:

$$a = -\frac{b}{L}$$

$$\therefore \left(-\frac{b}{L}\right)\left(\frac{L}{2}\right)^2 + b\left(\frac{L}{2}\right) = Mm$$

$$-\frac{bL}{4} + \frac{bL}{2} = Mm$$

$$Mm = \frac{bL}{4}$$

$$\therefore b = \frac{4Mm}{L}$$

Sustituyendo b en a:

$$a = -\frac{\frac{4Mm}{L}}{L} = -\frac{4Mm}{L^2}$$

Completando la función de la parábola tenemos:

$$M = -\frac{4Mm}{L^2}x^2 + \frac{4Mm}{L}x$$

Integrando M:

$$EI\theta = -\frac{4Mm}{3L^2}x^3 + \frac{4Mm}{2L}x^2 + C_1$$

Integrando  $\theta$ :

$$EIv = -\frac{4Mm}{12L^2}x^4 + \frac{4Mm}{6L}x^3 + C_1x + C_2$$

Se aplicaran condiciones de frontera para poder encontrar  $C_1$  y  $C_2$ .

En  $x=0$  y  $v=0$  tenemos:

$$0 = -\frac{4Mm}{12L^2}(0)^4 + \frac{4Mm}{6L}(0)^3 + C_1(0) + C_2$$

$$\therefore C_2 = 0$$

En  $x=L$  y  $v=0$  tenemos:

$$0 = -\frac{4Mm}{12L^2}(L)^4 + \frac{4Mm}{6L}(L)^3 + C_1(L)$$

$$0 = -\frac{4Mm}{12}(L)^2 + \frac{4Mm}{6}(L)^2 + C_1(L)$$

$$0 = \frac{4Mm}{12}(L)^2 + C_1(L)$$

$$\therefore C_1 = -\frac{4Mm}{12}(L)$$

Completando la ecuación de la flecha:

$$EIv = -\frac{4Mm}{12L^2}x^4 + \frac{4Mm}{6L}x^3 - \frac{4MmL}{12}x$$

Para encontrar la flecha máxima se sustituirá  $x=L/2$ .

$$EIv = -\frac{4Mm}{12L^2}\left(\frac{L}{2}\right)^4 + \frac{4Mm}{6L}\left(\frac{L}{2}\right)^3 - \frac{4MmL}{12}\left(\frac{L}{2}\right)$$

$$EIv = -\frac{4MmL^2}{192} + \frac{4MmL^2}{48} - \frac{4MmL^2}{24}$$

$$\therefore v = -\frac{5MmL^2}{48EI}$$

Se usará esta expresión para el cálculo de la deflexión en el centro del claro debido a la carga viva vehicular.

Deflexión al centro del claro debido a la carga muerta:

Concepto	W (T/m)	E (T/m <sup>2</sup> )	I (m <sup>4</sup> )	Δ (m)	Δ (cm)
<b>Peso propio</b>	10.464	2690204.4	3.54	-0.012	-1.2
<b>C.M.A</b>	4.206	2690204.4	3.54	-0.004	-0.4
<b>Carga Muerta Total:</b>				-0.016	-1.6

Deflexión al centro del claro debido al presfuerzo en la transferencia:

Concepto	P (T)	E (T/m <sup>2</sup> )	I (m <sup>4</sup> )	e (m)	Δ (m)	Δ (cm)
<b>Presfuerzo (i)</b>	1,668.22	2690204.4	3.54	1.29	0.025	2.5
<b>Deflexión Inicial (Presfuerzo(i) + Peso propio)</b>					0.013	1.3

Deflexión al centro del claro debido al presfuerzo con pérdidas diferidas:

Concepto	P (T)	E (T/m <sup>2</sup> )	I (m <sup>4</sup> )	e (m)	Δ (m)	Δ (cm)
<b>Presfuerzo efectivo</b>	1,490.88	2690204.4	3.54	1.29	0.023	2.3
<b>Deflexión por Presfuerzo efectivo + Carga Muerta Total:</b>					0.007	0.7

Deflexión al centro del claro debido a la carga viva vehicular:

Concepto	Mm (T*m)	E (T/m <sup>2</sup> )	I (m <sup>4</sup> )	Δ (m)	Δ (cm)
<b>C.V.</b>	918.44	2690204.4	3.54	-0.009	-0.9

Deflexión al centro del claro debido a la carga viva vehicular, carga muerta total y presfuerzo:

Concepto	Δ (cm)
<b>Deformación total</b>	-0.2

Deflexiones permisibles:

		<b><math>\Delta</math> (cm)</b>
<b>Cuando no exista paso peatonal</b>	L/800	3.75
<b>Cuando exista paso peatonal</b>	L/1000	3

## 8.- Conclusión

Al analizar la sección transversal del cajón, se encontró lo resistente que puede llegar a ser ante los esfuerzos de flexión, debido sus abundantes espesores de losa, inferior como superior, al ser estas las que reciben en mayor medida dicho esfuerzo. Así mismo, la geometría de la sección es óptima para conducir y soportar el esfuerzo cortante, este esfuerzo es tomado por las almas que forman el cajón, este hecho nos muestra que es una sección perfecta para eliminar los efectos que crea la torsión, ya que puede soportar el flujo de corte que la torsión genera.

En el análisis del presfuerzo y la viga, podemos notar que es una muy buena sección para soportar grandes cargas, así como para soportar el presfuerzo y su distribución. En este caso se consideró que se tendría que librar un claro de 30 metros, para el cual se obtuvo al final una deflexión bastante pequeña, en el rango de lo permisible, lo que la convierte en una excelente sección para uso en claros que rondan los 30 metros. Así como en la optimización del presfuerzo por desadherencia, puesto que no tuvo ningún inconveniente en cada sección para estar por debajo de los esfuerzos permisibles.

El uso del concreto presforzado en los puentes ha resultado benéfico, porque puede ayudar en la optimización del tiempo, así como el liberar espacio en el lugar donde se lleva a cabo el proyecto; al ser un material prefabricado, puede producirse en serie y en menor tiempo que un elemento producido en el sitio. Aunque también tiene sus inconvenientes como; el

de tener en mente que se necesita que exista una ruta para poder transportar las piezas hasta la obra, así como, el montaje de las mismas, y sobre todo un punto muy importante, es el tener un excelente control de calidad en la elaboración de cada elemento, así como, en los materiales que lo conformarán.

En cuanto al objetivo de este trabajo, se ha ilustrado un procedimiento para el análisis, aunque no quiere decir que sea la única forma de ejecutarlo. En el análisis como en el diseño se pueden encontrar diferentes metodologías, las cuales cada ingeniero puede mejorar u optimizar con base en la experiencia que adquirirá a través del tiempo. Aunque el uso de software goza de gran popularidad, no se debe de olvidar que solo es una herramienta para complementar nuestro trabajo y nunca sustituirá el conocimiento del ingeniero.

Como persona, al estar elaborando este trabajo, me pude dar cuenta de los muchos caminos, que el ingenio humano y su imaginación, tiene para poder resolver un problema, así como, los muchos otros problemas que surgen, los cuales no había podido ver. Este trabajo me ha ayudado a darme cuenta de lo que realmente sé y lo mucho que aún me queda por conocer, lo cual me motiva a continuar en mi camino, pues ¿qué tanto sabe un pez del agua, que es donde pasa toda su vida?, y al final lo más importante es: *nunca dejar de aprender.*



## BIBLIOGRAFÍA

- ANIPPAC, Asociación Nacional de Industriales del Presfuerzo y la Prefabricación A.C. Manual de Diseño de Estructuras Prefabricadas y Presforzadas. México.
- Egor, P. Popov. (2000). Mecánica de Sólidos. México: Pearson Educación.
- Hibbeler, R. C. (2012). Análisis Estructural. México: Pearson Educación.
- American Association of State Highway and Transportation Officials. (2002). Standard Specifications for Highway Bridges. Washington, D.C.: AASHTO.
- Prestressed Concrete Institute. (1966). Fundamentals of Prestressed Concrete Design. Chicago: PCI.
- Orozco, F. (2006). Temas Fundamentales de Concreto Presforzado. México: Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto.
- Manterola J. & Siegrist C. (2000). Puentes, Tomo I. Madrid: Escuela Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.
- PCI Committee on Prestress Losses. (1975, agosto 4). Recommendations for Estimating Prestress Losses. PCI Journal, Volumen 20, pp.47-51.
- Gaceta Oficial del D.F. 2004. Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto.