



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
(MECÁNICA) – (MECATRÓNICA)

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL DE  
ORIENTACIÓN PARA SATÉLITES

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
RAFAEL GUADALUPE CHÁVEZ MORENO

TUTORES PRINCIPALES  
DR. YU TANG XU, FI-UNAM  
DR. SAÚL DANIEL SANTILLÁN GUTIERREZ, FI-UNAM

COMITÉ TUTOR  
DR. MARCELO LOPEZ PARRA, FI-UNAM  
DR. JESÚS MANUEL DORADOR GONZÁLEZ, FI-UNAM  
DR. JORGE PRADO MOLINA, IG-UNAM

CD.MX. (ENERO) 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Santillán Gutiérrez Saúl Daniel

Secretario: Dr. López Parra Marcelo

Vocal: Dr. Tang Xu Yu

1<sup>er.</sup> Suplente: Dr. Dorador González Jesús Manuel

2<sup>d</sup> o. Suplente: Dr. Prado Molina Jorge

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: UNIDAD DE ALTA TECNOLOGÍA, UNAM -  
FACULTAD DE INGENIERÍA, CAMPUS JURIQUILLA QUERÉTARO.

**TUTOR DE TESIS:**

YU TANG XU

  
FIRMA

(Segunda hoja)

---

## RESUMEN

Refiriéndose al problema del control de orientación de microsátélites con retroalimentación de estado, este trabajo, presenta el desarrollo de tres algoritmos de estimación de velocidad angular basado en la teoría de contracción con la característica de ser exponencialmente contrayentes y mas simples y transparentes en su implementación que utilizando la teoría de Lyapunov, así como su validación mediante el diseño y construcción de una banco de prueba tipo giroscópica. Se presenta el desarrollo de una Interfaz Máquina Usuario (HMI por sus siglas en ingles) en tres dimensiones bajo el ambiente de Simulink, permitiendo realizar simulaciones del proceso fuera de línea (Software in-the Loop), minimizando costos y evitando accidentes humanos. Por otra parte, el banco de prueba permite realizar un monitoreo del proceso en tiempo real y ejecutar pruebas de tipos Hardware in-the Loop. Finalmente, se presentan resultados experimentales que validan el algoritmo de determinación de la orientación de un satélite, tomando como caso de estudio el microsátelite Quetzal que se encuentra en desarrollo dentro de la Unidad de Alta Tecnología UNAM-FI-UAT.

**(Palabras clave:** Observadores de velocidad angular, Microsatélite, Control de orientación, SIL&HIL)

## ABSTRACT

Referring to the problem of microsattellites attitude control with state feedback, this work, presents the development of a set of three angular velocity observers based on contraction theory with the characteristic of being exponentially contraying and be more simple and transparent in its implementation that using lyapunov theory, it is also presented its validation through the design and construction of a gyroscopic kind test bench and its human machine interface (HMI). The development of the three-dimensional HMI is presented under the simulink development environment, allowing simulations off-line of the process (Software In-the Loop), minimizing costs and avoiding human accidents. On the other hand, the test bench allows to perform rotational movements in the whole R3 sphere, it allows to make a monitoring of the process in real time and to execute tests of Hardware In-the Loop that validate the correct functioning of the system (Payload). Finally, experimental results are presented that validate the functionality of the attitude determination algorithm of a satellite, taking as a case study the quetzal microsattellite that is in development at high technology unit unam-fi, juriquilla-querétaro campus.

**(Key words:** Angular velocity observer, Microsatellite, Attitude control, SIL&HIL)

---

## AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mis mas sincero agradecimiento a mi asesor de tesis. Dr. Yu tang Xu, por haberme brindado la oportunidad de realizar mis estudios de doctorado bajo su tutela y por brindarme su amistad. De igual manera quiero dar un profundo agradecimiento a mi co-asesor de tesis. Dr. Saúl Daniel Santillán Gutiérrez, quien me ha brindado su apoyo incondicional tanto en lo académico como en lo personal, gracias por permitirme trabajar a su lado, pues su esfuerzo y dedicación, han sido un gran ejemplo y motivación que me ha permitido crecer como estudiante y como persona. Gracias por su amistad y por compartir sus conocimientos conmigo.

A mi amada esposa Ing. Bryanda Guadalupe Reyes Tesillo y a mi amada hija Montserrat Chávez, por todo su amor y comprensión, quienes me han apoyado en todo momento y ha sacrificado gran parte del tiempo que deberíamos pasar juntos, con el fin de alcanzar esta meta que juntos nos propusimos. LAS AMO.

A mis padres Sr. Rafael Gonzalo Chávez Vizcaya y la Sra. Isabel Moreno Barrón, quienes me han brindado incondicionalmente su apoyo, y a lo largo de la vida me han enseñado a ser una persona de bien. A mis hermanos Efrain, Manuel y Francisco quienes han sido un ejemplo de perseverancia a lo largo de toda mi vida.

A mis sinodales. Dr. Marcelo López Parra, Dr. Jesús Manuel Dorador González y al Dr. Jorge Prado Molina, por su paciencia y comprensión. Pero sobre todo, por compartir sus conocimientos y ayudarme a corregir mis errores.

A mis colegas y amigos Dr. Jorge A. Ferrer Pérez, Dr. Carlos Romo Fuentes, Dr. Alberto Ramírez Aguilar y a todos los demás quienes por lo limitado del espacio no he mencionado, gracias por compartir experiencias y aprendizajes junto a mi.

Finalmente quiero agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) y a los Programas de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT), por financiar el desarrollo de la investigación.

# Índice general

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>11</b>
1.1. Descripción del problema . . . . .	14
1.2. Justificación . . . . .	15
1.3. Objetivos . . . . .	16
1.3.1. Objetivo general . . . . .	16
1.3.2. Objetivos específicos/Metas . . . . .	16
1.4. Hipótesis . . . . .	17
1.5. Contribuciones . . . . .	17
<b>2. PRELIMINARES</b>	<b>18</b>
2.1. Un breve resumen del análisis de contracción . . . . .	18
2.2. Modelado matemático de satélites . . . . .	20
<b>3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR</b>	<b>23</b>
3.1. Introducción . . . . .	23
3.2. Observador de orden reducido . . . . .	24
3.3. Observador de orden-completo . . . . .	26
3.4. Observador de orden-completo sincronizado . . . . .	27
3.5. Simulaciones . . . . .	28
3.6. Consideraciones practicas . . . . .	30
3.6.1. Estimación de parámetros . . . . .	30
3.6.2. Robustez ante incertidumbre paramétrica . . . . .	34
3.7. Control de orientación por retroalimentación de estados . . . . .	35
3.7.1. Control PD de orientación . . . . .	36
3.7.2. Simulaciones . . . . .	39
<b>4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA</b>	<b>44</b>
4.1. Introducción . . . . .	44
4.2. Descripción del banco de prueba . . . . .	46
4.3. Diseño del subsistema . . . . .	51
4.3.1. Configuración del satélite . . . . .	51
4.4. Consideraciones practicas . . . . .	56

## ÍNDICE GENERAL

---

4.4.1. Diseño de la rueda de reacción (RW) . . . . .	56
4.4.2. Interfaz Usuario-Maquina (HMI) . . . . .	60
4.5. Resultados experimentales . . . . .	61
<b>5. CONCLUSIÓN</b>	<b>63</b>
<b>6. ANEXOS</b>	<b>69</b>

# Índice de figuras

1.1.	Trayectoria de vuelo de microsatelite, simulada mediante el software STK de la empresa AGI. . . . .	14
1.2.	En (a) se observa el esquema general de un microsatelite mientras que en (b) se muestran sus diversos subsistemas . . . . .	15
2.1.	Marco de referencia inercial y marco de referencia del cuerpo. . . . .	21
3.1.	Simulaciones para el caso libre de ruido. Columna izquierda (a, c, e, g): Cuaternión real y estimado. Columna derecha:(b) Par aplicado. (d, f, h) Velocidad angular real y estimada. . . . .	31
3.2.	Simulaciones para el caso con ruido. Columna izquierda (a, c, e, g): Cuaternión real y estimado. Columna derecha:(b) Par aplicado. (d, f, h) Velocidad angular real y estimada. . . . .	32
3.3.	Simulación para el caso con ruido con tres sensores de orientación. (a) Orientación real. (b) Medición de orientación con el 1 <sup>st</sup> sensor (orientación real mas ruido blanco con promedio cero e intensidad 0.7%). (c) Medición de orientación con el 2 <sup>nd</sup> sensor (orientación real mas ruido blanco con promedio cero e intensidad 1.3%). (d) Medición de orientación con el 3 <sup>rd</sup> sensor (orientación real mas ruido blanco con promedio cero e intensidad 1%).(e) Orientación estimada mediante el observador sincronizado. (f) Velocidad angular estimada mediante el observador sincronizado. . . . .	33
3.4.	Esquema del controlador PD utilizado . . . . .	38
3.5.	Esquema de controlador PD con retroalimentación de estados. . . . .	39
3.6.	Controlador PD de orientación sin ruido, usando como retroalimentación las mediciones de los estados $q$ y $\omega$ , las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado $q_d = [q_0d \ q_{v1}d \ q_{v2}d \ q_{v3}d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaterión medido. . . . .	40
3.7.	Controlador PD de orientación con ruido, usando como retroalimentación las mediciones de los estados $q$ y $\omega$ , las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado $q_d = [q_0d \ q_{v1}d \ q_{v2}d \ q_{v3}d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaterión medido. . . . .	41

3.8.	Controlador PD de orientación sin ruido, usando como retroalimentación la estimación de los estados $q$ y $\omega$ mediante el observador de orden completo. Las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado $q_d = [q_0d \ q_{v1}d \ q_{v2}d \ q_{v3}d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión estimado. . . . .	42
3.9.	Controlador PD de orientación con ruido, usando como retroalimentación la estimación de los estados $q$ y $\omega$ mediante el observador de orden completo. Las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado $q_d = [q_0d \ q_{v1}d \ q_{v2}d \ q_{v3}d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión estimado. . . . .	42
3.10.	Controlador PD de orientación sin ruido, usando como retroalimentación la estimación de los estados $q$ y $\omega$ mediante el observador sincronizado. Las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado $q_d = [q_0d \ q_{v1}d \ q_{v2}d \ q_{v3}d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión estimado. . . . .	43
3.11.	Controlador PD de orientación con ruido, usando como retroalimentación la estimación de los estados $q$ y $\omega$ mediante el observador sincronizado. Las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado $q_d = [q_0d \ q_{v1}d \ q_{v2}d \ q_{v3}d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión estimado. . . . .	43
4.1.	Principales subsistemas propensos a falla [1] . . . . .	45
4.2.	Diseño preliminar de la estructura giroscopica . . . . .	47
4.3.	Instalación del banco de prueba, el cual incluye una estructura giroscópica y una estructura cubica. . . . .	48
4.4.	Esquemático de interconexion de subsistemas. . . . .	49
4.5.	Esquemático de la plataforma y sus componentes, con la finalidad de mostrar los subsistemas del satélite, la estructura es desplegada con transferencia. . . . .	50
4.6.	Anillos deslizantes fabricados para la plataforma. (a) Materiales utilizados en la fabricación de los anillos deslizantes. (b) Anillo deslizante ensamblado. . . . .	51
4.7.	Esquemático de la tarjeta de control para los moto-reductores DC. . . . .	51
4.8.	Sistema ADC de la plataforma. (a) Se muestran las ruedas de reacción en conjunto con su etapa de potencia, así como el sistema de potencia. (b) Se muestra la OBC(TM4C123G) y los sensores de orientación. . . . .	52
4.9.	Methodology used to develop the experiment . . . . .	52
4.10.	Microsatélite Microsat-100 de la empresa SSTL, tomado como base para el modelado del satélite . . . . .	53
4.11.	Corte transversal de la estructura satelital, donde se muestra el acomodo de los elementos . . . . .	56

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

4.12. Posibles configuraciones satelitales. (a) Estructura de satélite sin paneles desplegados. (b) Estructura con un solo panel solar desplegado. (c), (d) Estructura con paneles desplegados, apertura a $45^\circ$ . (e), (f) Estructura con paneles desplegados, apertura a más de $90^\circ$ . . . . .	57
4.13. Requerimientos de maniobra, a) muestra el perfil de momento angular requerido por la misión, en b) se muestra el perfil de velocidad angular y en c) se presentan las etapas de aceleración y desaceleración de la rueda.	58
4.14. Modelo CAD que representa la volante de inercia y sus parámetros. . .	60
4.15. Pantallas del sistema de la plataforma, la pantalla izquierda despliega el proceso en simulink, la pantalla central despliega en tiempo real las variables y la orientación del satélite en una representación 3D y la pantalla de la derecha es la pantalla de la computadora Target. . . . .	61
4.16. Estimación de la velocidad angular y la orientación del satélite, realizada mediante experimentos. La imagen superior izquierda muestra la velocidad angular medida. La imagen media izquierda muestra la velocidad angular estimada. La imagen izquierda inferior muestra el error puntual entre la velocidad angular real y la velocidad angular estimada. La imagen superior derecha muestra el cuaternión medido. La imagen media derecha muestra el cuaternión estimado. La imagen izquierda inferior muestra el error puntual entre el cuaternión real y el cuaternión estimado. . . . .	62

# Índice de tablas

1.1. Capacidades de microsátélites en el pasado, presente y futuro cercano. .	12
3.1. Errores RMS para la estimación de orientación y velocidad angular, para el caso ruidoso y el caso sin ruido. . . . .	29
3.2. Error RMS para el observador de orden sincronizado con un número creciente de observadores. . . . .	29
3.3. Error RMS para el observador sincronizado con un número creciente de observadores . . . . .	30
3.4. Error RMS para el controlador de orientación mediante el uso de medición de estados y retroalimentación de salida de los observadores completo y sincronizado. . . . .	41
4.1. Componentes utilizados en la estimación de la matriz de inercia . . . .	54
4.2. Componentes utilizados en la estimación de la matriz de inercia (Continuación) . . . . .	55
4.3. Parámetros del satélite utilizados en el diseño del ADC y del banco de prueba . . . . .	56
4.4. Parámetros de la rueda de reacción . . . . .	60

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

Cualquier objeto girando alrededor de otro cuerpo es llamado satélite. Principalmente existen dos categorías de satélites, satélites naturales como la Luna y satélites artificiales, cuya definición de acuerdo a [2] es: vehículo espacial, tripulado o no, que se coloca en órbita alrededor de la Tierra o de otro astro, y que lleva aparatos apropiados para recoger información y transmitirla.

A lo largo de esta tesis, cuando se haga mención de la palabra satélite, se hará referencia a satélites artificiales.

El uso de satélites se ha convertido en una parte vital para el desarrollo de la humanidad puesto que actualmente la mayoría de las telecomunicaciones se realizan mediante comunicación satelital. Los satélites nos permiten no solo comunicarnos, sino también han permitido el desarrollo científico y tecnológico mediante mediciones remotas (fotografía, espectrometría, y otras mediciones) para la realización de experimentos científicos. En la mayoría de estos casos el conocer y asegurar la orientación exacta de los satélites hacia las antenas receptoras en estaciones terrenas es de vital importancia para lograr establecer su comunicación. Esto es, el satélite necesita recibir comandos de control provenientes de la tierra para realizar su misión especificada, y a su vez el satélite debe ser capaz de enviar información de su estado y la información de la carga útil para que pueda ser procesada en la tierra.

Sin embargo, dichas investigaciones no solo requieren apuntar hacia las estaciones terrenas, también requieren que se tenga un control de la posición y orientación del satélite para poder llevar a cabo su misión. Como ejemplo, la percepción remota se encarga de adquirir imágenes y transmitirlos de forma inalámbrica a un punto remoto, teniendo una de las principales aplicaciones el monitoreo de la superficie terrestre con la finalidad de observar las condiciones climatológicas de la tierra.

Para lograr adquirir imágenes de calidad, se requiere mantener la estabilidad del satélite y controlar su orientación. Un satélite debe soportar muchas perturbaciones externas debido a las condiciones del espacio, las cuales son el resultado del gradiente de gravedad de la tierra, la presión solar, torques electromagnéticos, etc; todo ello mientras el satélite se encuentra dentro de su órbita de vuelo [3],[4].

# 1. INTRODUCCIÓN

---

	Capacidades en el pasado	Capacidades en el presente y futuro cercano
Relación entre masa de carga útil y masa total del satélite	5 -10%	10-25%
Autonomía en órbita	Rendimiento muy pobre	Moderado con un rápido avance en el futuro cercano
Control de actitud	Menor de 10°	Menor que 1°
Actitud de maniobrabilidad	Ninguna o muy limitada	Satisfactorio con un rápido avance en el futuro cercano
Resolución(en sistemas de sensado remoto)	Decenas de metros a pocos cientos de metros	Menos de 10 metros
Potencia	Menos de 70W	100 - 200 W
Computadora (Hardware y software)	Muy limitado	Lejanamente satisfactorio con un rápido avance en el futuro cercano
Arquitectura de comunicación	Mayoría limitado a UHF/VHF/L/S-Band. Bajas tasas de transmisión.	Altas tasas de transmisión hasta 10 Mbit/sec en varias frecuencias
Propulsión	Ninguna	Muy limitado
Control termico	Adecuado para aplicaciones convencionales	Adecuado para aplicaciones convencionales

Tabla 1.1: Capacidades de microsatelites en el pasado, presente y futuro cercano.

De acuerdo a [5], con el creciente progreso en el desarrollo de tecnología para carga útil, ha sido necesario desarrollar nuevos procesos para el cumplimiento de la misión, como se muestra en la Tabla 1.

El subsistema clave para el cumplimiento de las misiones de percepción remota, es el Sistema de Determinación y Control orientación (ADCS por sus siglas en ingles) del satélite, ya que una cámara o un espectrómetro requieren tener un control total del apuntamiento y de estabilidad del satélite, y todo esto en tiempos cortos ( $< 10$  min). Esto es debido a que los satélites en Órbita Baja LEO (Low Earth Orbit) se desplazan a velocidades entre los 17000 km/hr a 20000 km/hr, y dependiendo de la ubicación de la estación terrena y el tipo de órbita, se tendrán distintos tiempo de enlace. Para este estudio se consideró la estación terrena del Laboratorio de Ingeniería Espacial y Automotriz (LN-INGEA) de CONACyT, la cual se encuentra albergada dentro de la UNAM FI-UAT, cuyas coordenadas son  $20^{\circ} 42'17.99''$  N,  $100^{\circ} 27'7.229''$  O.

Con estos datos, se realizaron simulaciones mediante el software STK de AGI, dando como resultado un tiempo de campo de vista aproximado de 8 minutos, tiempo máximo para estabilizar, tomar medición, acondicionar la señal y transmitir datos, lo cuál da un reto tecnológico muy grande.

Es en este campo, donde esta propuesta pretende realizar una contribución a la UNAM y a México, al diseñar un sistema ADCS satelital. El control de orientación del subsistema estabiliza la nave y la orienta hacia la posición deseada en un periodo de tiempo pequeño en presencia de perturbaciones externas.

El par de control, que se requiere para controlar su orientación puede ser realizado por un único tipo de elemento final, o por la combinación de ellos, siendo los mas

## 1. INTRODUCCIÓN

---

comunes las ruedas de inercia, gyros de control de momento (CMG), propulsores y magnétoras [6].

Un satélite de observación terrestre es un tipo de satélite, el cual orbita a una gran velocidad y puede rodear la tierra varias o docenas de veces al día. Debido a la naturaleza de la misión, las características de trabajo de su carga útil requiere de una precisión mucho mayor en el sistema de control de orientación que para otro tipo de misión. Es por ello, que generalmente se hace uso de sistemas de control activo debido a sus características como son: buen control de orientación, agilidad y celeridad [7].

Normalmente, para los objetivos de control de orientación, en un satélite se equipan cuatro ruedas inerciales, tres de ellas son activas y una se utiliza como sistema redundante. Cada rueda activa se encuentra alineada con uno de los ejes del cuerpo de la nave, permitiendo girar y suministrar el par requerido en cada eje, con el fin de conseguir la orientación deseada. Mientras que la rueda redundante es utilizada en caso de que alguna de las ruedas activas falle.

Los pares generados por perturbaciones externas, tales como los pares debidos al gradiente de gravedad, las fuerzas aerodinámicas, las fuerzas solares, entre otros, modifican la orientación del satélite y ponen en riesgo la misión. Estas perturbaciones son debidas al clima espacial y dependen de la órbita y la altitud a la que encuentre el satélite [8].

Por lo tanto, es requerida la administración de pares generados por las ruedas de reacción que contrarresten la influencia de los persistentes pares de perturbaciones externas. Cuando las perturbaciones externas son mayores que el par que pueden proporcionar las ruedas de reacción, tienden a hacer que las ruedas de reacción funcionen en saturación (Es decir, que alcancen su velocidad máxima). Para compensar este efecto, un par externo debe ser aplicado para forzar a que la velocidad de las ruedas de reacción regresen a un punto cercano de momento cero, este par generalmente es generado mediante bobinas magnéticas.

Por lo tanto, elegir los actuadores adecuados está ligado al tipo de misión que realizará el satélite y la altitud a la que se encontrará. Para esta investigación se considera el uso de ruedas inerciales, donde las ruedas inerciales son básicamente volantes de inercia (Flywheels) impulsados por motores síncronos [9]. Aplicando un control de par adecuado a la flecha del motor, el momento generado por la rueda inercial puede cambiar la posición axial del satélite y controlar la orientación del satélite.

La estrategia de transferencia de momento mediante ruedas inerciales ha encontrado un gran éxito en el control de naves espaciales debido a que permite obtener un control de posición suave haciéndolo adecuado para el uso de cámaras y otros dispositivos de percepción remota, a diferencia de los controles obtenidos por propulsores [10].

Por otra parte, el desarrollo de nuevos algoritmos de estimación paramétrica y de control para microsátelites obliga a mejorar el desarrollo de la computadora de abordo (OBC). De acuerdo a la tendencia de desarrollo en la avionica, los proyectos de desarrollo de la OBC deben de ser orientados a las características de adaptación de los futuros microsátelites: Alta densidad de integración de funciones, pocos ciclos de manufactura

# 1. INTRODUCCIÓN

---

y bajo costo [11].

## 1.1. Descripción del problema

Para el desarrollo de este trabajo, se considera el proyecto Quetzal de la UNAM-FI-UAT como caso de estudio. La misión primaria del microsatélite es la observación terrestre para realizar la detección de agentes contaminantes atmosféricos, emisiones volcánicas y sus efectos sobre ciudades mexicanas mediante dos espectrómetros (IR Fabry Péro) y una cámara CCD. Para lo cual es requerido un control de orientación preciso con un error máximo de 0.01 de grado de apuntamiento,

El subsistema ADC estará integrado por tres ruedas de reacción, permitiendo generar un control de orientación suave y compensará los pares generados por perturbaciones externas, tales como, pares debidos al gradiente de gravedad, fuerzas aerodinámicas, las fuerzas solares, entre otros.

Por otra parte, el sistema debe de tener la capacidad de ejecutar la función de apuntamiento en un periodo de tiempo corto. Esto es debido al tiempo que se tiene de campo de vista (tiempo en el que las antenas de las bases terrenas detectan al satélite hasta el momento en que lo pierden en el horizonte), para este proyecto y de acuerdo a su órbita se ha calculado que se tiene un tiempo estimado de 8 min, por lo tanto, el sistema de control debe de ser capaz de estabilizar al satélite en un periodo pequeño de tiempo y con buena precisión  $< 0.1^\circ$ .

Las especificaciones de la nave espacial, están ligadas directamente a la misión que realizará. Para esta investigación se consideran los siguientes requisitos.

**Dimensiones**  $50 \times 50 \times 70 \text{ cm}^3$

**Peso** 50 - 70 Kg

**Órbita** 686 Km

**Inclinación** ( $i=98^\circ$ )

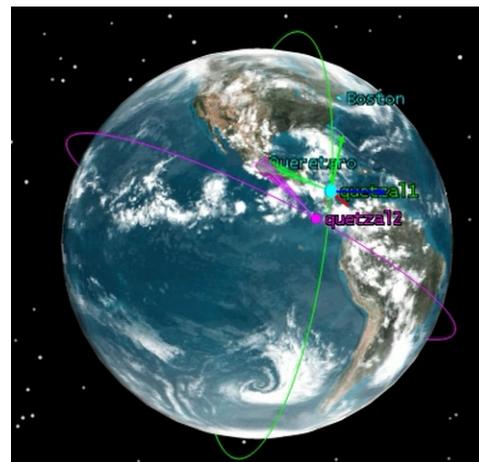


Figura 1.1: Trayectoria de vuelo de microsatelite, simulada mediante el software STK de la empresa AGI.

En base a lo descrito anteriormente, en esta investigación se propone el desarrollo de un sistema triaxial de determinación y control de orientación de microsatelites y la construcción de un banco de pruebas que permita realizar la validación del sistema.

# 1. INTRODUCCIÓN

---

## 1.2. Justificación

El control de orientación de naves espaciales ha sido estudiado desde finales de 1950 por diversos autores. Desafortunadamente en México no se cuenta con avances significativos en el campo de la tecnología espacial. Por lo tanto, la UNAM (Universidad Nacional Autónoma de México) en conjunto con instituciones internacionales han unido esfuerzos para desarrollar microsátélites y colocar nuevamente a México en la carrera espacial. Una prueba de ello fue la primer reunión de trabajo de RedCyTE (Red de Ciencia y Tecnología Espacial) realizada en la UNAM campus Juriquilla a finales del 2011, con la finalidad de compartir los avances realizados en el campo aeroespacial, cuyo anfitrión fue el Centro de Alta Tecnología (CAT) ahora Unidad de Alta Tecnología (UAT) de la Facultad de Ingeniería (F.I.).

Un microsátélite es un satélite de tamaño pequeño y con un peso de entre 10 - 200 kg como el mostrado en la Fig. 1.2(a). Los satélites están compuestos por diversos subsistemas que interactúan entre sí para lograr el éxito de la misión, un ejemplo de la estructura de estos subsistemas se muestra en la Fig. 1.2(b).

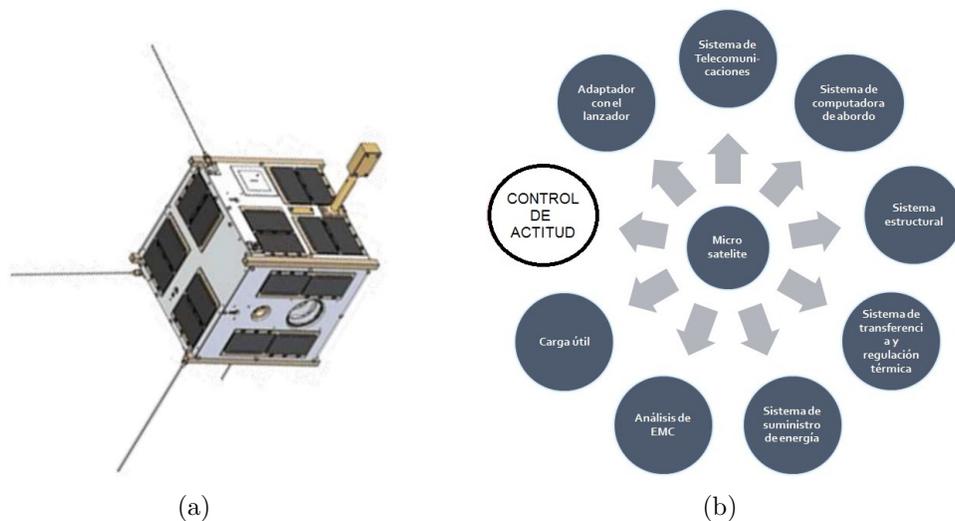


Figura 1.2: En (a) se observa el esquema general de un microsátelite mientras que en (b) se muestran sus diversos subsistemas

Actualmente la UAT-F.I tiene dos proyectos principales relacionados al desarrollo de microsátélites (*Quetzal* y *Condor*): *Condor* con el objetivo probar una teoría de precursores ionosféricos de terremotos de grado cinco o mayor en escala de Richter y *Quetzal* con la finalidad obtener fotografía pancrómica e IR, además de incorporar espectrómetros para la medición de columna de gases contaminantes sobre territorio nacional Mexicano.

En Octubre del 2012, México emitió la ley general del cambio climático [12] con la intención de combatir el cambio climático y la emisión de gases de efecto invernadero, lo

## 1. INTRODUCCIÓN

---

cual nos obliga a tener sistemas de medición permanentemente monitoreando a nuestro país.

Actualmente, el país tiene una seria dependencia del uso de constelaciones de satelitales del extranjero para obtener fotografías del territorio nacional. El gobierno federal está organizando un grupo multisectorial coordinado por la Agencia Espacial Mexicana (AEM), para desarrollar un proyecto llamado "Sistema de alerta temprana" que combinará las imágenes provenientes de los satélites de investigación desarrollados en el país y/o con colaboraciones internacionales para futuras constelaciones de satélites dedicados exclusivamente a esta tarea, con la finalidad de compensar la falta de un sistema de monitoreo nacional que permita prevenir, combatir y mitigar desastres provocados por incendios, inundaciones, volcanes, derrames petroleros, actividad humana legal e ilegal (quema de terrenos, emisiones vehiculares, etc.) logrando una adecuada estrategia de protección civil.

### 1.3. Objetivos

#### 1.3.1. Objetivo general

La propuesta tiene como objetivo general diseñar e implementar un modelo de ingeniería de un sistema triaxial de control y determinación de orientación para el microsatélite Quetzal mediante el uso de observadores de velocidad angular y haciendo uso de componentes tipo COTS (Commercial off-the-shelf), así como investigar el problema de control de orientación de microsatélites actuados por ruedas inerciales y diseñar, simular y construir banco de pruebas que permita verificar el funcionamiento del subsistema.

#### 1.3.2. Objetivos específicos/Metas

Dados los objetivos generales de la propuesta antes mencionados, se plantean los siguientes objetivos específicos.

- Investigar que tecnologías son utilizadas en microsatélites, incluyendo hardware y software.
- Obtener el modelo matemático del desplazamiento satelital (Dinámica y cinemática) de acuerdo a las especificaciones dadas.
- Generar simulaciones del comportamiento del satélite dentro de su órbita.
- Diseñar un observador que permita estimar la velocidad y orientación del satélite, con el objetivo de reducir el uso de sensores y que permita una buena precisión.
- Verificar el observador mediante simulaciones.

## 1. INTRODUCCIÓN

---

- Diseñar el sistema central de control en conjunto con el observador.
- Implementación del sistema de control mediante componentes electrónicos de tipo COTS.
- Realizar la integración del sistema central de control al sistema de prototipo de pruebas.
- Validar el sistema de control mediante pruebas experimentales.

### 1.4. Hipótesis

- Es posible diseñar un sistema de control de orientación para satélites con retroalimentación de orientación, que permita estabilizar al satélite con los requerimientos de la misión.
- Se puede diseñar una plataforma de bajo costo que permita mediante pruebas de tipo Hardware in-the-loop y software in-the-loop, desarrollar y verificar algoritmos de control de orientación para satélites.

### 1.5. Contribuciones

En este documento se presentan principalmente dos contribuciones. La primer contribución se realiza en el área de control y determinación de orientación, y es mediante el desarrollo de un conjunto de observadores exponencialmente contrayentes haciendo uso de la teoría de contracción, garantizando la convergencia del error de orientación a cero.

La segunda contribución es el desarrollo de un banco de prueba, que permita emular los movimientos de orientación de un satélite sin restricción en sus rotaciones, logrando posicionar el satélite en cualquier punto de la esfera en  $R^3$ , de igual manera que permita el uso de pruebas HIL & SIL para el desarrollo y evaluación de sistemas de control y determinación de orientación.

La primer contribución fue reportada de forma parcial en [13], mientras que su forma completa se encuentra en revisión por parte de la revista “IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems”, la segunda contribución se encuentra en proceso de redacción y se tiene contemplado someter a la revista “IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine”.

# Capítulo 2

## PRELIMINARES

En esta sección se presentan los preliminares utilizados en el desarrollo de este trabajo, como primer punto se presenta a manera de resumen, un análisis sobre la teoría de contracción, que será la base para el diseño de los observadores exponencialmente contrayentes presentados en este trabajo. Como segundo paso se muestra la representación matemática que rige el comportamiento de un satélite, se contempla el modelado de un satélite rígido y se presentan sus ecuaciones de dinámica y cinemática.

### 2.1. Un breve resumen del análisis de contracción

Recientemente, el análisis de contracción ha surgido como una poderosa herramienta para un amplio rango de problemas relacionados con el control [14, 15], la idea principal es analizar las propiedades de la trayectoria para concluir con una estabilidad (fuerte) del sistema. En términos generales, si un sistema es contrayente, todas sus trayectorias que comienzan en diferentes puntos dentro de una región de contracción convergerán exponencialmente a una sola trayectoria. A continuación se ofrece un breve resumen de las herramientas de análisis de contracción útiles para el diseño de los observadores.

*Definición 2.1 (Región generalizada de contracción [14]):* Considere el sistema no-lineal

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (2.1)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado y  $f$  es un  $n \times 1$  campo vectorial. Considere también la transformación de coordenadas

$$\delta z = \Theta(x, t)\delta x, \quad (2.2)$$

donde  $\Theta(x, t)$  es una función invertible, uniforme y cuadrada. La distancia infinitesimal del sistema transformado esta dada por

$$\delta z^T \delta z = \delta x^T \Theta^T \Theta \delta x \triangleq \delta x^T \mathbb{M} \delta x,$$

## 2. PRELIMINARES

---

donde  $\mathbb{M} = \Theta^T \Theta$  representa una métrica simétrica y continuamente diferenciable.

La región dentro del espacio de estado donde la parte simétrica de la Jacobiana generalizada del sistema  $\mathbb{F} := \left( \dot{\Theta} + \Theta \frac{\partial f}{\partial x} \right) \Theta^{-1}$  es uniformemente definida negativa, es decir,

$$\mathbb{F}_s = \frac{1}{2}(\mathbb{F} + \mathbb{F}^T) \leq -\lambda I < 0, \quad \forall x, \quad \forall t \geq t_0, \quad (2.3)$$

es la región de contracción, donde  $\lambda > 0$  es una constante e  $I$  denota, aquí y a continuación, una matriz de identidad cuya dimensión es definida apropiadamente.

**Teorema 1.** (*Análisis generalizado de contracción [14]*): *Bajo la condición (2.3), el sistema no-lineal (2.2) es contrayente con la razón de contracción  $\lambda$ . Esto implica que cualquier trayectoria, que comienza en una bola de radio constante centrada alrededor de una trayectoria dada y contenida en todo momento en una región de contracción, permanece en esa bola y converge exponencialmente a esta trayectoria. Además, se garantiza la convergencia exponencial global a la trayectoria dada si todo el espacio de estado es una región de contracción. Esto también es cierto para el sistema original (2.1). Si la región de contracción es todo el espacio de estado, el resultado es global.*

△

Un paso clave en los diseños basados en la contracción es encontrar un sistema virtual que tenga como soluciones particulares las trayectorias del objetivo (planta) y las del sistema real (observador). La contracción del sistema virtual implica que las trayectorias del sistema real, inicializadas en la región de contracción, convergen exponencialmente a las del sistema objetivo. Esto se logra mediante el concepto de *contracción parcial*.

**Teorema 2.** (*Contracción parcial [16]*) *Considere el siguiente sistema auxiliar, conocido como sistema virtual*

$$\dot{\xi} = f(\xi, x, t), \quad (2.4)$$

*asociado con el sistema no lineal (2.1) expresado como*

$$\dot{x} = f(x, x, t). \quad (2.5)$$

*Suponga que el sistema virtual (2.4) es contrayente en  $\xi$ ,  $\forall x$ ,  $\forall t \geq t_0$ . Entonces, si el sistema virtual (2.4) verifica alguna propiedad suavizante específica, entonces todas las trayectorias del sistema original (2.5) verifican la misma trayectoria exponencialmente. Se dice que el sistema (2.1) es parcialmente contrayente.*

△

La contracción de los sistemas jerárquicos se establece en el siguiente lema.

**Lema 1.** (*contracción de los sistemas jerárquicos [14]*): *Considere dos sistemas de dimensiones posiblemente diferentes*

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, t), \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, t). \end{aligned} \quad (2.6)$$

## 2. PRELIMINARES

---

Considere la evolución en el tiempo del desplazamiento infinitesimal  $[\delta x_1^T \ \delta x_2^T]^T$ , definido como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ F_{21} & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix}.$$

Si en alguna región del espacio de estado  $F_1 := \frac{\partial f_1}{\partial x_1}$  y  $F_2 := \frac{\partial f_2}{\partial x_2}$  son uniformemente definidas negativas, y  $F_{21} := \frac{\partial f_2}{\partial x_1}$  es acotada, entonces el sistema completo (2.6) será contrayente en esa región.

△

Finalmente, se da un resultado de robustez de la contracción a continuación.

**Lema 2.** (Robustez de contracción [17]): *Asuma que el sistema (2.1) es contrayente, con una métrica de transformación asociada  $\Theta$  y una razón de contracción  $\lambda$ . Considere el sistema “perturbado”*

$$\dot{x}_p = f(x_p, t) + d(x_p, t), \quad x_p(t_0) = x_{p,0}, \quad (2.7)$$

donde  $d(x_p, t)$  es acotado, esto es,  $|d(x_p, t)| \leq d_0$  para alguna constante positiva  $d_0$ . Entonces, cualquier trayectoria del sistema perturbado satisface

$$\|x_p(t) - x(t)\| \leq \chi \exp(-\lambda t) \|x_{p,0} - x_0\| + \frac{d_0}{\lambda}, \quad (2.8)$$

en la cual  $\chi$  es un límite superior sobre el número de condición de  $\Theta$  [17].

△

### 2.2. Modelado matemático de satélites

La dinámica para el movimiento de orientación de un cuerpo rígido obedece a la ecuación diferencial

$$M\dot{\omega} = S(h)\omega + \tau, \quad (2.9)$$

donde  $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  es la matriz de inercia simétrica vista desde el marco de coordenadas de la nave espacial y permanece constante,  $h(t) \in \mathbb{R}^3$  es el momento angular,  $\omega \in \mathbb{R}^3$  denota el vector de velocidad angular en el marco de referencia fijo al cuerpo de la nave,  $\tau(t) \in \mathbb{R}^3$  es el par aplicado por el cluster de las ruedas de reacción. La matriz  $S(a)$  define una matriz antisimétrica para un vector  $a = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ .

$$S(a) = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Cuando el par aplicado es producido por un cluster de ruedas de reacción [18], el momento angular en el marco del cuerpo puede ser expresado como  $h = R^T h^I$ , siendo

## 2. PRELIMINARES

---

$R \in SO(3)$  la matriz de rotación del marco del cuerpo al marco inercial y  $h^I \in \mathbb{R}^3$  un momento angular constante visto desde el marco inercial.

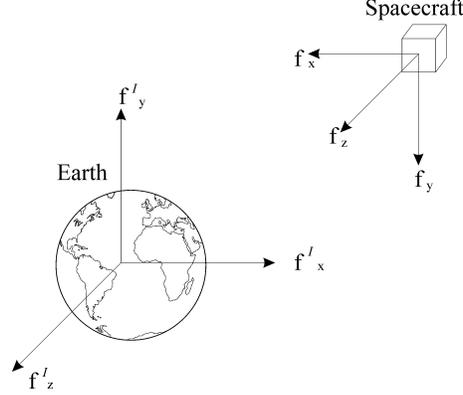


Figura 2.1: Marco de referencia inercial y marco de referencia del cuerpo.

La cinemática esta dada por la evolución de la matriz de rotación [18]

$$\dot{R} = RS(\omega). \quad (2.11)$$

Una matriz de rotación tiene nueve elementos, pero está sujeta a restricciones ortonormales, lo cual significa que solo hay tres elementos independientes. Un reto de trabajar en  $SO(3)$  es imponer la restricción ortonormal. Se pueden usar menos elementos para parametrizar la matriz de rotación, pero cualquier representación mínima de tres elementos introducirá singularidades, como es el caso de los ángulos de Euler. Los cuaterniones unitarios o parámetros de Euler, proporcionan una representación no singular usando cuatro elementos y una restricción. Esta representación es popular en el control de orientación debido a sus propiedades [19].

El cuaternión tiene un elemento escalar y un elemento vectorial

$$q = [q_0 \ q_v^T]^T, \quad q_0 \in \mathbb{R}, \quad q_v \in \mathbb{R}^3, \quad (2.12)$$

y satisface la restricción de la norma (o condición de normalización)

$$\|q\|_2^2 = q_0^2 + q_v^T q_v = 1. \quad (2.13)$$

Al trabajar con cuaterniones, hacer cumplir la restricción de norma es más simple que imponer una restricción ortonormal. La matriz de rotación se puede calcular a partir del cuaternión utilizando la fórmula de Rodrigues

$$R(q) = (q_0^2 - q_v^T q_v)I + 2(q_v q_v^T - q_0 S(q_v)). \quad (2.14)$$

Es importante observar que ambos valores  $q$  y  $-q$  corresponden a la misma matriz de rotación, por lo tanto, representan la misma orientación. Esta redundancia hacen que

## 2. PRELIMINARES

---

extraer un cuaternión de una matriz de rotación sea una tarea demandante, pero se presenta un método en [20].

La cinemática se puede expresar en términos de la parametrización del cuaternión a través de la llamada regla de propagación del cuaternión

$$\dot{q} = \frac{1}{2}J(q)\omega, \quad (2.15)$$

donde  $J(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$  es definida como

$$J(q) = \begin{bmatrix} -q_v^T \\ q_0 I + S(q_v) \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Algunas propiedades útiles de esta matriz son presentadas en el siguiente lema.

**Lema 3.** (*Propiedades de  $J(q)$* ): Para todo  $x, y \in \mathbb{R}^4$  la matriz  $J(q)$  verifica las siguientes propiedades [21]:

- A1.**  $J^T(x)J(x) = \|x\|_2^2 I$ ,
- A2.**  $J^T(x)y = 0 \Leftrightarrow y = kx, \quad k \in \mathbb{R}$ ,
- A3.**  $J(\alpha x + \beta y) = \alpha J(x) + \beta J(y) \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,
- A4.**  $J^T(x)y = -J^T(y)x$ ,
- A5.**  $\|J(x)\|_2 = \|x\|_2$ ,
- A6.**  $\frac{d}{dt}(J(x)) = J(\dot{x})$ .

*Prueba:* Las propiedades **A1** y **A2** son ampliamente conocidas y se pueden encontrar en [22], ambas son comúnmente utilizadas en formulaciones de orientación. En particular, si  $x$  y  $y$  son cuaterniones, **A1** se convierte en  $J^T(x)J(x) = I$  y **A2** se simplifica a  $J^T(x)y = 0 \Leftrightarrow y = \pm x$ .

Las propiedades que siguen no son ampliamente utilizadas en problemas de control de orientación. La propiedad **A3** muestra que el operador  $J(q)$  es lineal y puede ser fácilmente verificado mediante sustituciones. La propiedad **A4** es similar a la propiedad encontrada en la matriz de Coriolis y centrífuga en robots manipuladores. Puede ser verificada sustituyendo

$$\begin{aligned} J^T(x)y &= -y_0x_v + x_0y_v - S(x_v)y_v, \\ -J^T(y)x &= x_0y_v - y_0x_v + S(y_v)x_v. \end{aligned}$$

Ambas expresiones son idénticas donde  $S(a)b = -S(b)a, \forall a, b \in \mathbb{R}^3$ , una propiedad inherente del producto cruz.

La propiedad **A5** muestra que la matriz  $J(q)$  es acotada por sus argumentos, una consecuencia de la propiedad **A1**. En particular, si  $q$  es un cuaternion,  $\|J(q)\|_2 = 1$ . Finalmente, la propiedad **A6** provee un método simple para el manejo de sus derivadas. Este es verificado debido a que la derivada de una matriz es obtenida por cada elemento y  $J(q)$  presenta elementos individuales del vector  $q$ .  $\Delta$

# Capítulo 3

## DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

### 3.1. Introducción

Motivados por los desafíos técnicos en aplicaciones para la marina, vehículos no tripulados y naves espaciales, el control de orientación ha sido ampliamente estudiado en las últimas décadas. Para ser exitoso en la misión, una nave espacial debe mantener una orientación deseada ante la presencia de perturbaciones causadas por, por ejemplo, el gradiente de gravedad terrestre, la presión solar, pares electromagnéticos y también mediciones con ruido. Muchos diseños de controladores existentes asumen mediciones de orientación y/o velocidad angular libres de ruido para la implementación del controlador. (ver como ejemplo [19], [23], [24], [25],[26] y las referencias citadas en ellas). Estas mediciones pueden ser obtenidas por muchos sensores disponibles actualmente, siendo las IMU's (Unidades de Medición Inercial) los sensores más comunes.

Sin embargo, cuando la medición de la velocidad angular no está disponible en ciertos casos, debido a los límites de sensado, disponibilidad de potencia y costos por mencionar algunas limitantes, una alternativa es la estimación de la velocidad angular basándose en las mediciones de sensores de referencia [27], por ejemplo, sensores de estrellas, sensores de sol, sensores de horizonte o los propios paneles solares. Estos sensores son adecuados para satélites pequeños debido a que son ligeros, eficientes en peso y consumo de potencia y económicos, pero las mediciones con ruido son inevitablemente introducidas, lo cual puede impactar en la precisión de la orientación. Es bien conocido que grandes señales de ruido provenientes de las mediciones de orientación ponen un límite al rendimiento del controlador debido a su ancho de banda y limitaciones de potencia en aplicaciones reales.

Distintos esquemas de control y estimación de la orientación han sido propuestos en las últimas décadas y se han logrado avances significativos [28]. Observadores no lineales con estabilidad exponencial global y asintótica son presentados en [27, 29], mientras que técnicas de filtrado son dirigidas en [30].

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

Este documento presenta el diseño de un conjunto de observadores de velocidad angular exponencialmente contrayentes basados en el análisis de contracción para dirigir el problema de mediciones con ruido. Un observador de orden-reducido es primero creado como observador base. Comparado con los observadores basados en teoría de Lyapunov [27, 29, 30], este diseño es más simple y transparente en el sentido de que no se requiere buscar el equilibrio del sistema y la convergencia es establecida directamente analizando las propiedades de contracción del observador. Esto es importante debido a que en presencia de ruido el equilibrio puede no ser definido.

En el observador de orden-reducido, las mediciones de orientación impactan directamente a la estimación de la velocidad angular. Para superar este problema, un observador de orden-completo que estime tanto la velocidad angular como la propia orientación es diseñado. El observador de orden-completo da mejores estimaciones para un nivel de ruido moderado, el ruido impacta en los estados (orientación y velocidad angular), sin embargo, no puede ser eliminado completamente. Recientemente, se encontró en la ciencia cognitiva que la sincronización puede proteger de ruido a los sistemas neurales [31]. Confirmando en este interesante descubrimiento, un observador sincronizado fue presentado en [32], donde un grupo de observadores de orden-completo fueron sincronizados. Esto demostró que en teoría el rendimiento de un observador de orden-completo para el caso libre de ruido, puede ser asintóticamente recuperado conforme el número de observadores tiende a infinito. Por lo tanto, para reducir aún más los efectos del ruido, un observador sincronizado de orden-completo basado en el método de diseño de [32] es presentado. Mediante simulaciones se muestra que típicamente un conjunto de pocos observadores pueden lograr un nivel deseado de atenuación en los efectos del ruido. La contracción es una forma incremental de la estabilidad [14, 15] la cual estudia la convergencia en términos de la proximidad entre trayectorias o soluciones de un sistema no lineal. Un concepto particular en el análisis de contracción es la *contracción parcial* introducida en [16]. En virtud de tal concepto, un paso clave en el diseño basado en la contracción es encontrar un *sistema virtual* que tenga como soluciones particulares las trayectorias de la planta (satélite) y las del observador. La contracción del sistema virtual implica que las trayectorias del observador, inicializadas en la región de contracción, convergen exponencialmente a las de la planta.

#### 3.2. Observador de orden reducido

En esta subsección, un observador de orden reducido es diseñado para la dinámica de orientación (2.9) cuando el momento angular es igual a  $h = R^T h^I$ , es decir cuando el satélite está equipado con ruedas de reacción .

Considere el siguiente observador

$$\dot{\hat{\omega}} = \left\{ S(R^T h^I) - \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q) \right\} \hat{\omega} - \gamma K_1 J^T(q) q_f + \tau, \quad (3.1)$$

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

donde  $K_1 = K_1^T > 0$  es una matriz de ganancia positiva,  $q_f$  es la versión filtrada de  $q$

$$\dot{q}_f = \gamma(q - q_f), \quad (3.2)$$

con  $\gamma > 0$  como la ganancia de filtrado. La salida del observador  $\hat{\omega}$  es calculada como

$$\hat{\omega} = M^{-1} \{ \bar{\omega} + K_1 J^T(q_f) q \}. \quad (3.3)$$

**Teorema 3.** (*Convergencia Global, Exponencial del observador de orden-reducido*): El observador, definido por (3.1), (3.2), y (3.3) fuerza la estimación de la velocidad angular,  $\hat{\omega}$  a converger a la velocidad angular  $\omega$  exponencialmente siempre que  $\lambda_1 := \frac{1}{2} \{ \lambda_{\min}(K_1) - \lambda_{\max}(K_1) \epsilon_q \} > 0$ , para alguna  $0 \leq \epsilon_q \ll 1$ .

△

El siguiente resultado técnico es necesario para la demostración de este teorema.

**Lema 4.** (*Filtro lineal*):  $\forall \epsilon_q > 0$ , existe  $\underline{\gamma}$  tal que  $\forall \gamma > \underline{\gamma}$  y  $\|q(0) - q_f(0)\| \leq \epsilon_q$  entonces  $\|q - q_f\| \leq \epsilon_q$  para todo  $t \geq 0$ .

*Prueba:* La forma integral del filtro es

$$q_f(t) = e^{-\gamma t} q_f(0) + \int_0^t \gamma e^{-\gamma(t-\tau)} q(\tau) d\tau.$$

A partir de la teoría de sistemas lineales,  $\forall \epsilon_q > 0$ ,  $\|q(t) - q_f(t)\| \leq \epsilon_q$  para todo el tiempo si la condición inicial se elige de tal manera que  $\|q(0) - q_f(0)\| \leq \epsilon_q$  y la ganancia de filtrado  $\gamma$  es lo suficientemente grande.

△

*Prueba (Teorema 3):* El observador (3.1) puede ser expresado como

$$M\dot{\hat{\omega}} = S(R^T h^I) \hat{\omega} + \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q) (\omega - \hat{\omega}) + \tau. \quad (3.4)$$

Defina el sistema virtual como

$$M\dot{\xi} = S(R^T h^I) \xi + \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q) (\omega - \xi) + \tau. \quad (3.5)$$

Este sistema virtual tiene dos soluciones particulares,  $\omega$  y  $\hat{\omega}$ , correspondiendo al sistema y el observador, respectivamente.

La dinamica del desplazamiento infinitesimal es

$$M\delta\dot{\xi} = S(R^T h^I) \delta\xi - \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q) \delta\xi.$$

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

La evolución temporal de su longitud al cuadrado bajo la metrica  $M$  es

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\delta\xi^T M \delta\xi) &= \delta\xi^T M \delta\dot{\xi} \\ &= -\delta\xi^T \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q) \delta\xi. \end{aligned}$$

Analizando el termino  $-\delta\xi^T K_1 J^T(q_f) J(q) \delta\xi$  se obtiene

$$\begin{aligned} -\delta\xi^T K_1 J^T(q_f) J(q) \delta\xi &= \\ &= -\delta\xi^T K_1 \delta\xi - \delta\xi^T K_1 (J^T(q_f - q) J(q)) \delta\xi \\ &\leq -\lambda_{\min}(K_1) \|\delta\xi\|^2 + \lambda_{\max}(K_1) \|J^T(q_f - q) J(q)\| \|\delta\xi\|^2 \\ &\leq -\lambda_{\min}(K_1) \|\delta\xi\|^2 + \lambda_{\max}(K_1) \|q_f - q\| \|q\| \|\delta\xi\|^2 \\ &\leq -(\lambda_{\min}(K_1) - \lambda_{\max}(K_1) \epsilon_q) \|\delta\xi\|^2 \\ &= -2\lambda_1 \|\delta\xi\|^2, \end{aligned}$$

donde la propiedad de la norma **A5** fue utilizada. El sistema virtual será contrayente si  $\lambda_1 > 0$ . Por lo tanto, todas las soluciones convergen exponencialmente a cada una, particularmente  $\hat{\omega} \rightarrow \omega$  exponencialmente con una tasa de contracción  $\lambda_1$ .

△

**Comentario 1.** *El lema 4 significa que la diferencia  $q_f - q$  y por lo tanto  $J(q_f)^T J(q) - I$  puede hacerse arbitrariamente pequeña con una ganancia de filtro arbitrariamente grande. Un método práctico para elegir esta ganancia, recae en la teoría clásica de diseño del filtro, se da a continuación.*

*Observe de (3.2) que  $q_f = \frac{\gamma}{s+\gamma} q$ , con  $s$  como la variable de transformada de Laplace. Para la misión dada,  $q(t)$  contiene componentes de frecuencia principalmente en  $[0, f]$ , para algún  $f > 0$ . Por lo tanto, para cualquier  $\epsilon_q > 0$ ,  $\gamma$  se puede elegir de forma que la respuesta de la magnitud del filtro sea cercana a la unidad en  $[0, f]$ . Tenga en cuenta que esta ganancia también se intercambia entre la tasa de convergencia  $\lambda_1$  y la forma en que el ruido de medición de actitud afecta la estimación de la velocidad angular.*

### 3.3. Observador de orden-completo

El observador de orden-reducido descrito en la última subsección funciona bien cuando la medición de orientación es libre de ruido. Cuando la medición de la orientación está contaminada por un ruido aditivo, este ruido se propagará directamente a la estimación de la velocidad angular mediante (3.3). Para atenuar el impacto del ruido, se puede usar un observador de orden completo, que se proporciona a continuación.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}} &= \left\{ S(R^T h^I) - \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q) \right\} \hat{\omega} \\ &\quad - \gamma K_1 J^T(q) q_f + \tau, \end{aligned} \tag{3.6}$$

$$\dot{\hat{q}} = \frac{1}{2} J(q) \hat{\omega} + K_2 (q - \bar{q}), \tag{3.7}$$

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

donde  $K_1$  y  $K_2$  son matrices positivas de ganancia y  $\hat{\omega} = M^{-1}(\bar{\omega} + K_1 J^T(q_f)q)$ .

La salida del observador de orden-completo es

$$\hat{\omega} = M^{-1}(\bar{\omega} + K_1 J(q_f)^T \hat{q}), \quad (3.8)$$

$$\hat{q} = \bar{q}. \quad (3.9)$$

**Teorema 4.** *(Convergencia Global, exponencial del observador de orden-completo): El observador de orden-completo (4.9)-(4.12) es contrayente, es decir., para cualquier condición inicial  $\hat{\omega}(0)$  y  $\hat{q}(0)$ , sus trayectorias convergen exponencialmente a las trayectorias del sistema (2.9) y (2.15) bajo las condiciones del Teorema 3 y  $K_2 > 0$ .*

△

*Prueba:* El observador de orden completo puede ser escrito como

$$\begin{aligned} M\dot{\hat{\omega}} &= S(R^T h^I) \hat{\omega} + \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q) (\omega - \hat{\omega}) + \tau, \\ \dot{\hat{q}} &= \frac{1}{2} J(q) \hat{\omega} + K_2 (q - \hat{q}). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Similar al observador de orden-reducido, considere el sistema virtual

$$M\dot{\xi}_1 = S(R^T h^I) \xi_1 + \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q) (\omega - \xi_1) + \tau, \quad (3.11)$$

$$\dot{\xi}_2 = \frac{1}{2} J(q) \xi_1 + K_2 (q - \xi_2). \quad (3.12)$$

El sistema virtual  $\xi^T = [\xi_1^T \ \xi_2^T]$  tiene dos soluciones particulares,  $\xi^T = [\omega^T \ q^T]$  y  $\xi^T = [\hat{\omega}^T \ \hat{q}^T]$ , correspondiente al sistema y al observador, respectivamente.

Para analizar la contracción del sistema virtual, considere la dinámica del desplazamiento infinitesimal

$$\mathbb{M} \delta \dot{\xi} = \begin{bmatrix} S(R^T h^I) - K_1 J(q_f)^T J(q) & 0 \\ \frac{1}{2} J(q) & -K_2 \end{bmatrix} \delta \xi, \quad (3.13)$$

donde  $\mathbb{M} = \text{diag}[M \ I]$  y  $\delta \xi^T = [\delta \xi_1^T \ \delta \xi_2^T]$ . En esta estructura jerárquica, ambos sistemas  $\xi_1$  y  $\xi_2$  son contrayentes. Donde el termino  $\frac{1}{2} J(q)$  es acotado, del Lema 1 se desprende que todo el sistema es contrayente, lo que concluye la prueba.

△

### 3.4. Observador de orden-completo sincronizado

El observador de orden-completo en la última subsección atenúa el impacto del ruido evitando que las mediciones de orientación ruidosas aparezcan en la salida del

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

observador (4.11) - (4.12). Sin embargo, el impacto del ruido en los estados (orientación y velocidad) no puede eliminarse por completo. Al aprovechar la ventaja de los sensores de orientación múltiples incluidos en un típico satélite, esta subsección considera el diseño de un observador sincronizado basado en el observador de orden-completo al agregar un término de acoplamiento entre los observadores para la sincronización. Cada observador se alimenta con una medición de orientación *independiente* obtenida del  $i$ -th sensor de orientación  $q_i = q + n_i$ ,  $n_i$  es un ruido blanco independiente con media cero. Para  $i = 1, 2, \dots, N$ , donde  $N$  es el número de observadores. El observador sincronizado está dado por

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_i &= \left\{ S(R^T h^T) - \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q_i) \right\} \hat{\omega}_i \\ &\quad - \gamma K_1 J^T(q_i) q_{f,i} - K_s \sum_{j=1}^N (\hat{\omega}_i - \hat{\omega}_j) + \tau, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\dot{\hat{q}}_i = \frac{1}{2} J(q) \hat{\omega}_i + K_2 (q - \bar{q}) - K_s \sum_{j=1}^N (\hat{q}_i - \hat{q}_j), \quad (3.15)$$

donde  $K_1$  y  $K_2$  son matrices positivas de ganancia,  $K_s = K_s^T > 0$  es la ganancia de acoplamiento y  $\hat{\omega}_i = M^{-1}(\bar{\omega}_i + K_1 J(q_{f,i})^T q_i)$ . La salida del observador sincronizado es

$$\hat{X} := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{X}_i := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\hat{\omega}_i^T \hat{q}_i^T]^T, \quad (3.16)$$

con

$$\hat{\omega}_i = M^{-1}(\bar{\omega}_i + K_1 J(q_{f,i})^T \hat{q}_i), \quad (3.17)$$

$$\hat{q}_i = \bar{q}_i. \quad (3.18)$$

**Teorema 5.** (*Convergencia global, exponencial del observador sincronizado*): *El observador sincronizado (3.14)-(3.15) es contrayente, i.e., para cualquier condición inicial  $\hat{\omega}(0)$  y  $\hat{q}(0)$ , su trayectoria converge exponencialmente a la trayectoria del sistema (2.9) y (2.15) bajo las condiciones del Teorema 3 y  $K_2 > 0$ ,  $K_s > 0$ .*

La prueba está en la misma línea que el Teorema 6 en el Apéndice, y se omite aquí.

El Teorema 5 establece un límite de rendimiento teórico como  $N \rightarrow \infty$ . En la práctica, el número de sensores de actitud es limitado. Incluso en esta situación, el rendimiento puede mejorarse significativamente como se muestra en las simulaciones presentadas en la siguiente sección.

### 3.5. Simulaciones

Para ilustrar el diseño del observador propuesto, distintas simulaciones con y sin ruido fueron realizadas. En todos los casos, fue utilizado como caso de estudio el

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

satélite “Quetzal” de dimensiones 50cm × 50cm × 70cm. Las siguientes características del satélite fueron usadas en las simulaciones: Matriz de inercia  $M = 80I$  (Kg), las condiciones iniciales para el satélite y el observador fueron  $\omega(0) = [0.1 \ 0.15 \ -0.15]^T$  (rad/sec),  $q(0) = [0.5 \ 0.5 \ 0 \ \sqrt{(0.5)}]^T$ ,  $\hat{\omega}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$  (rad/sec),  $\hat{q}(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ , respectivamente. La ganancia de filtrado fue  $\gamma = 5$  y el vector de par  $\tau = [\sin(0.5t) \ 0.5\sin(0.1t) \ 0.3\sin(0.2t)]^T$  fue aplicado.

Las ganancias del observador fueron  $K_1 = 10I$  para el observador de orden reducido;  $K_1 = 10I$ ,  $K_2 = 10I$ , para el observador de orden completo;  $K_1 = 10I$ ,  $K_2 = 10I$  y  $K_s = 100$  para el observador de orden sincronizado con  $N = 3$  observadores acoplados.

La Fig. 3.1 muestra el caso donde mediciones de orientación sin ruido están disponibles. Se puede observar que para este caso, los tres observadores funcionan bien. Después, un ruido blanco con promedio cero y poder de intensidad  $\sigma = 1\%$  fue agregado a las mediciones de orientación. La Fig. 3.2 y la Tabla 3.1 muestran el rendimiento de los observadores.

Observador	sin presencia de ruido		con presencia de ruido	
	$\hat{q}$	$\hat{\omega}$	$\hat{q}$	$\hat{\omega}$
Orden reducido	–	0.0071	–	0.1825
Orden completo	0.0086	0.0086	0.0473	0.0425
Sincronizado	0.0086	0.0086	0.0247	0.0217

Tabla 3.1: Errores RMS para la estimación de orientación y velocidad angular, para el caso ruidoso y el caso sin ruido.

Con la finalidad de ilustrar la capacidad de recuperación de rendimiento del observador sincronizado en presencia de ruido, la Tabla 3.2 muestra el error RMS con un número de observadores creciente, asumiendo que el mismo sensor fue utilizado.

N° Observadores	$ERMS_q$	$ERMS_\omega$
2	0.0281	0.0247
4	0.0230	0.0209
6	0.0206	0.0179
8	0.0187	0.0153

Tabla 3.2: Error RMS para el observador de orden sincronizado con un número creciente de observadores.

Ahora, para verificar la capacidad del observador cuando diferentes sensores con diferente resolución son utilizados, un ruido con promedio cero e intensidad de potencia aleatoria  $\sigma \in [0.7\%, 1.3\%]$  es agregada, de acuerdo con la disponibilidad de los sensores, por ejemplo, Honeywell (magnetometer HMC1021-22), Solar MEMS (sun sensor SSOC-A60), TY-Space (star tracker NST-1) o Space Micro (star tracker Minst). La Fig. 3.3 muestra la señal de entrada y la estimación de la orientación y velocidad angular. La Tabla 3.3 muestra el error RMS.

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

N° Observadores	ERMS <sub>q</sub>	ERMS <sub>ω</sub>
2	0.0250	0.0219
4	0.0212	0.0190
6	0.0196	0.0171
8	0.0174	0.0140

Tabla 3.3: Error RMS para el observador sincronizado con un número creciente de observadores .

## 3.6. Consideraciones practicas

En esta sección se presentan consideraciones prácticas planteadas por cómo implementar los observadores propuestos, principalmente cómo obtener una estimación de parámetros de la dinámica de orientación y la robustez ante la incertidumbre paramétrica de los observadores.

### 3.6.1. Estimación de parámetros

El método basado en el gradiente para estimar la matriz de inercia y la matriz de momento angular se describe a continuación. Por las propiedades de la matriz antisimétrica, la dinámica del satélite (2.9) puede ser expresada como

$$M\dot{\omega} = -S(\omega)R^T h^I + \tau, \quad (3.19)$$

donde  $M$  y  $h^I$  tienen la forma

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_2 & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_3 \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$h^I = [h_1 \ h_2 \ h_3]^T. \quad (3.21)$$

La dinámica de orientación (3.19) puede ser parametrizada linealmente como

$$\tau_f = Y(q, \omega, \omega_f)\theta, \quad (3.22)$$

donde el parámetro vectorial  $\theta \in R^9$  es

$$\theta = [m_1 \ m_2 \ m_3 \ m_{12} \ m_{13} \ m_{23} \ h_1 \ h_2 \ h_3]^T, \quad (3.23)$$

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

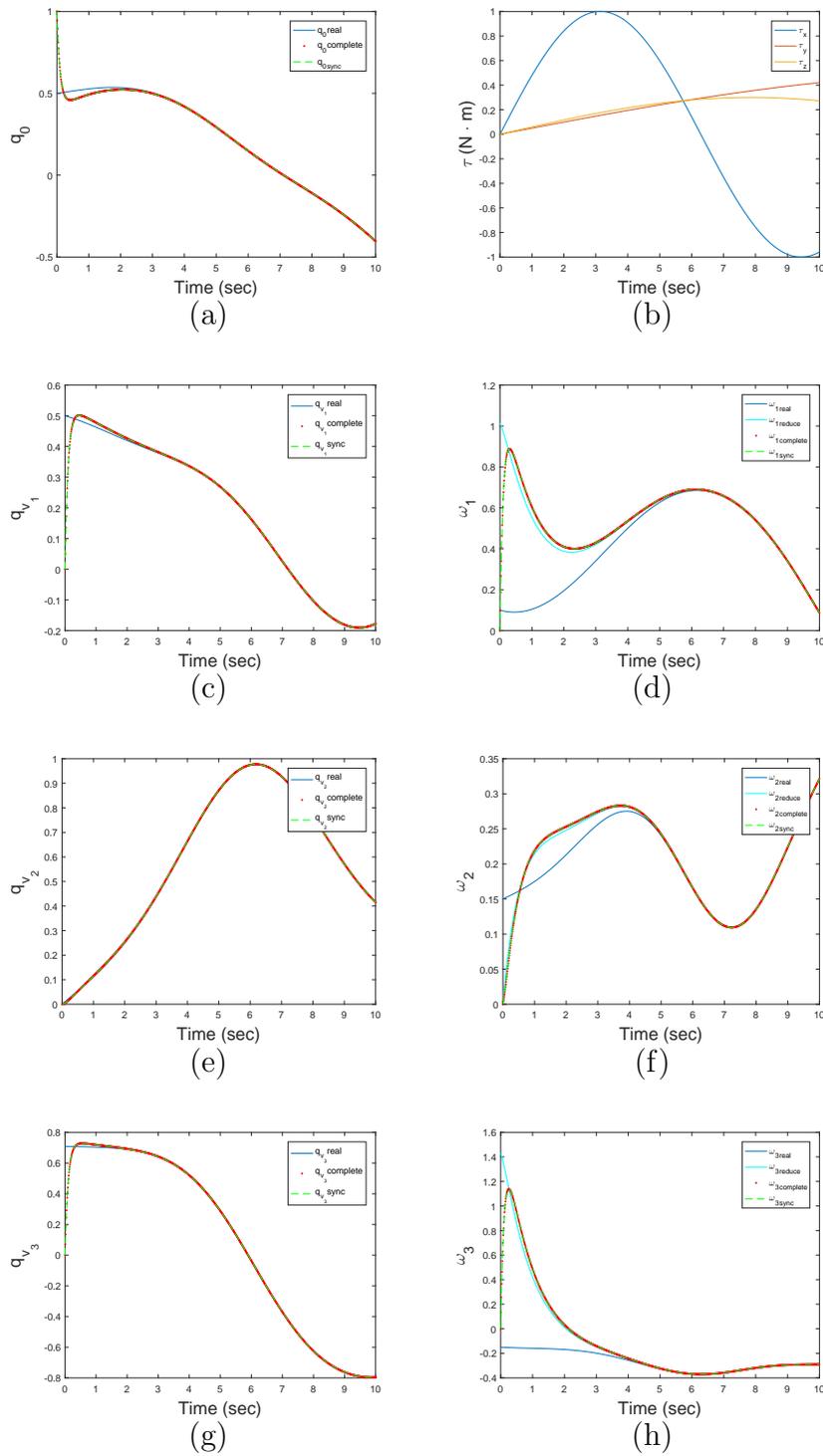


Figura 3.1: Simulaciones para el caso libre de ruido. Columna izquierda (a, c, e, g): Cuaternión real y estimado. Columna derecha: (b) Par aplicado. (d, f, h) Velocidad angular real y estimada.

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

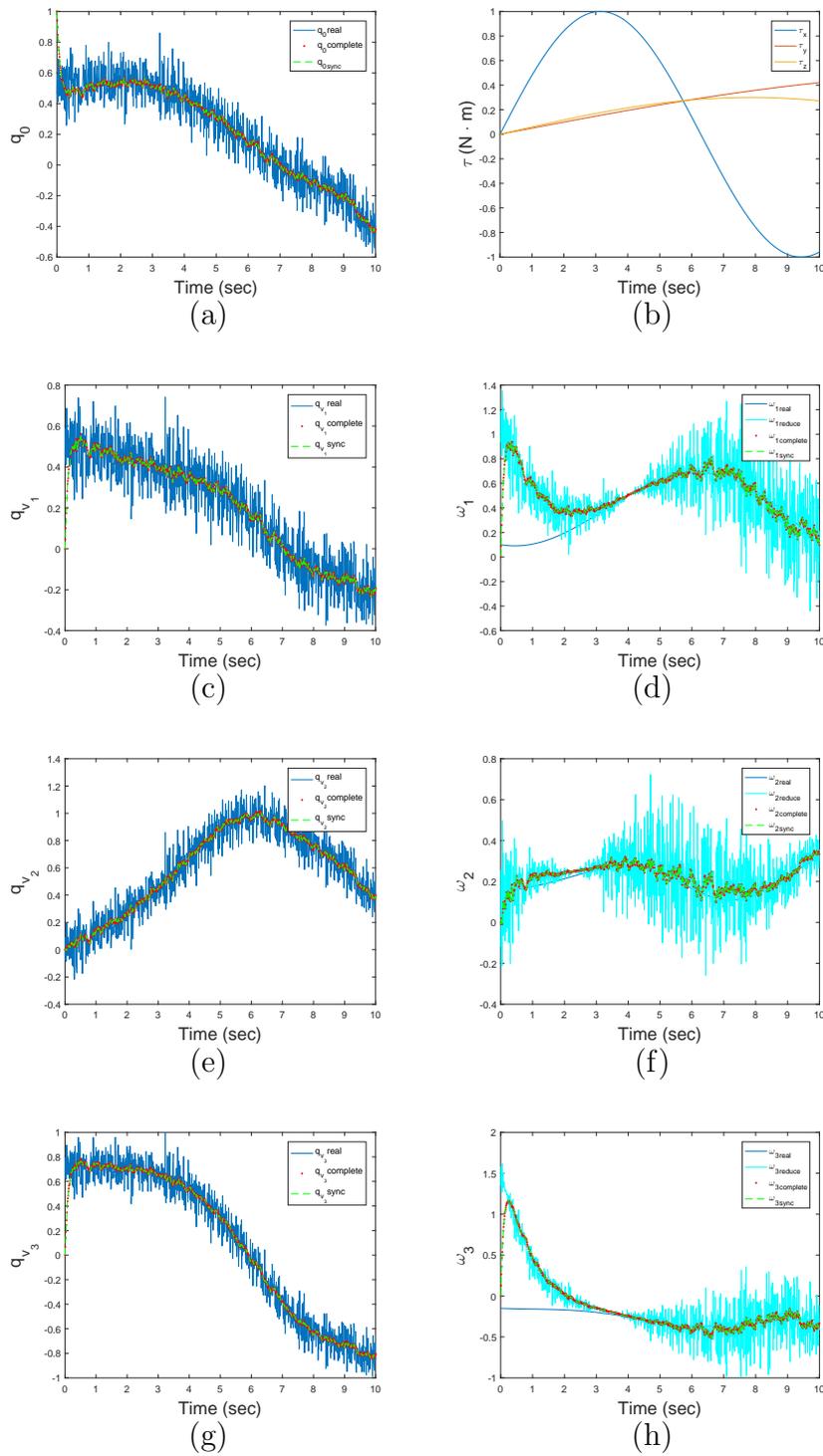


Figura 3.2: Simulaciones para el caso con ruido. Columna izquierda (a, c, e, g): Cuaternión real y estimado. Columna derecha: (b) Par aplicado. (d, f, h) Velocidad angular real y estimada.

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

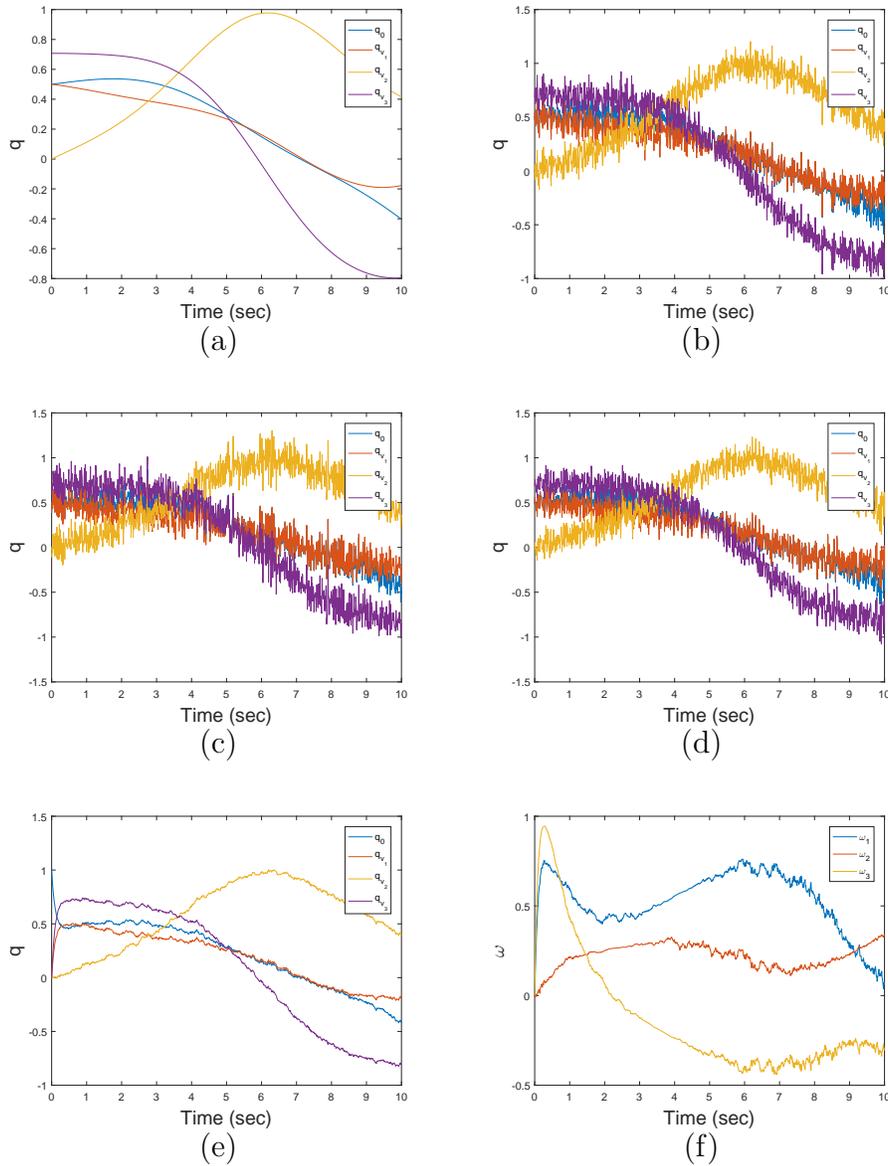


Figura 3.3: Simulación para el caso con ruido con tres sensores de orientación. (a) Orientación real. (b) Medición de orientación con el 1<sup>st</sup> sensor (orientación real mas ruido blanco con promedio cero e intensidad 0.7%). (c) Medición de orientación con el 2<sup>nd</sup> sensor (orientación real mas ruido blanco con promedio cero e intensidad 1.3%). (d) Medición de orientación con el 3<sup>rd</sup> sensor (orientación real mas ruido blanco con promedio cero e intensidad 1%). (e) Orientación estimada mediante el observador sincronizado. (f) Velocidad angular estimada mediante el observador sincronizado.

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

con el regresor

$$Y = \begin{bmatrix} \omega_{f1} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{f2} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{f3} \\ \omega_{f2} & \omega_{f1} & 0 \\ \omega_{f3} & 0 & \omega_{f1} \\ 0 & \omega_{f3} & \omega_{f2} \\ \phi_{11} & \phi_{21} & \phi_{31} \\ \phi_{12} & \phi_{22} & \phi_{32} \\ \phi_{13} & \phi_{23} & \phi_{33} \end{bmatrix}^T \quad (3.24)$$

y

$$\omega_f = \frac{\lambda_f s}{s + \lambda_f} \omega \in \mathbb{R}^3, \quad (3.25)$$

$$\phi_f = \frac{\lambda_f}{s + \lambda_f} S(\omega) R^T \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad (3.26)$$

$$\tau_f = \frac{\lambda_f}{s + \lambda_f} \tau \in \mathbb{R}^3, \quad (3.27)$$

donde  $\lambda_f$  es la ganancia de filtrado y  $s$ , la variable de transformación de Laplace.

Sea la estimación paramétrica  $\hat{\theta}$  actualizada mediante la ley estándar del gradiente

$$\dot{\hat{\theta}} = -\gamma_\theta Y^T \epsilon, \quad (3.28)$$

donde  $\gamma_\theta > 0$  es la ganancia de actualización, y

$$\hat{\tau}_f = Y(x, \omega, \omega_f) \hat{\theta}, \quad (3.29)$$

$$\epsilon = \hat{\tau}_f - \tau_f. \quad (3.30)$$

Es bien sabido que con este algoritmo la estimación paramétrica  $\hat{\theta}$  converge a  $\theta$  si alguna condición de excitación se cumple [27].

#### 3.6.2. Robustez ante incertidumbre paramétrica

Esta subsección considera el problema de robustez ante la incertidumbre paramétrica, específicamente, el caso donde el observador de orden reducido (3.1) es implementado usando alguna *a priori* estimación de  $M$  y  $h^I$ , es decir  $M_0$  y  $h_0^I$ .

Para analizar la robustez de el observador con respecto a la incertidumbre paramétrica, considere los errores paramétricos como

$$\begin{aligned} \delta M &= M_0 - M, \\ \delta h^I &= h_0^I - h^I, \end{aligned}$$

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

La forma analítica de el observador de orden reducido (3.4) es ahora dado por

$$M\dot{\hat{\omega}}_p = S(R^T h^I)\hat{\omega}_p + \frac{1}{2}\gamma J^T(q_f)J(q)(\omega - \hat{\omega}_p) + \tau + d(q, \hat{\omega}, \omega), \quad (3.31)$$

donde  $\hat{\omega}_p$  denota la estimación de  $w$  perturbada por la incertidumbre paramétrica  $d(x, \hat{\omega}, \omega)$  es debida a la incertidumbre paramétrica

$$\begin{aligned} d(x, \hat{\omega}, \omega) &= -[M_0 - M]\dot{\hat{\omega}} + S(R^T(h_0^I - h^I))\hat{\omega} \\ &= -\delta M M_0^{-1}[S(R^T h_0^I)\hat{\omega}_p \\ &\quad + \frac{1}{2}\gamma J^T(q_f)J(q)(\omega - \hat{\omega}_p) + \tau] \\ &\quad + S(R^T \delta h^I)\hat{\omega}_p, \end{aligned} \quad (3.32)$$

y esta acotada de forma superior por  $\|d(x, \hat{\omega}_p, \omega)\| \leq d_0$  con

$$\begin{aligned} d_0 &:= \max_{t \geq 0} \{ \|\delta M\| \|M_0^{-1}\| [\|h_0^I\| \|\hat{\omega}_p\| \\ &\quad + \frac{1}{2}\gamma \|J^T(q_f)J(q)\| \|\omega - \hat{\omega}_p\| + \|\tau\| ] \\ &\quad + \|\delta h^I\| \|\hat{\omega}_p\| \}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, del Lema 2 se desprende que

$$\begin{aligned} \|\hat{\omega}_p - \omega\| &= \|\hat{\omega}_p - \hat{\omega} + \hat{\omega} - \omega\| \\ &\leq \|\hat{\omega}_p - \hat{\omega}\| + \|\hat{\omega} - \omega\| \rightarrow \frac{d_0}{\lambda_f}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

el cual es pequeño si la cota  $d_0$ , es decir, el error de parámetro, es pequeño.

### 3.7. Control de orientación por retroalimentación de estados

A lo largo de este trabajo se ha hecho referencia al termino control de orientación, pero debemos de comprender cuales son las variables involucradas para lograr controlar la orientación de un satélite. Como se describió en la sección 2.2, las ecuaciones de movimiento de un satélite pueden ser descritas de forma análoga a las ecuaciones de movimiento de un cuerpo rígido, es decir se debe de tomar en consideración la dinámica y la cinemática del objeto.

Recordando que la dinámica describe la evolución en el tiempo de un sistema físico en relación con los motivos o causas que provocan los cambios de estado físico y/o estado de movimiento y que la cinemática describe el movimiento de los objetos sólidos

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

sin considerar las causas que lo originan (las fuerzas) y se limita, principalmente, al estudio de la trayectoria en función del tiempo.

Tomando en consideración lo anterior, para lograr controlar la orientación de un satélite es preciso conocer su orientación y su velocidad de rotación. Esto se logra mediante distintos sensores y/o algoritmos que filtren o estimen las variables, algunos ejemplos de algoritmos de estimación se presentan en [27] y [29].

El desarrollo de tecnología espacial ha mejorado las demandas sobre las características del sistema de control de orientación. Debido a los requerimientos de las misiones, diversos autores han desarrollado estrategias de control de orientación, mediante diversos algoritmos de control y distintos tipos de actuadores, tal es el caso de [33], quien propone un algoritmo de control de super-torsión para el control de orientación de una nave espacial magnéticamente actuada. Con la finalidad de asegurar la convergencia al equilibrio en tiempo finito, el autor hace uso de una superficie no-lineal deslizante. De manera similar, [34] y [35], presentan una solución local basada en la retroalimentación dinámica de la orientación, haciendo uso solamente de bobinas magnéticas como actuadores. En [36] se propone un integrador backstepping basado en cuaterniones para el control de orientación, usando ruedas de reacción. Por otra parte, [7] presenta un método de control para la estabilización en tres ejes, usando el error de orientación de cuaterniones y un controlador Proporcional Integral Derivativo (PID). Otros investigadores, han enfocado sus esfuerzos en el diseño de controladores basados en modo deslizante, con la finalidad estabilizar en tres ejes el satélite en presencia de incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas, ejemplos de este tipo de control son presentados en [37] y [38].

Se ha demostrado en la literatura, que el uso de un simple algoritmo de control como el PD (Proporcional derivativo) o LQR (regulador cuadrático lineal) es suficiente para controlar la orientación de un satélite [39],[7], pero el reto principal consiste en conocer las variables del sistema.

Por esta razón, en la siguiente sección se presenta el diseño de un controlador PD con retroalimentación de estados, mediante el uso de los observadores diseñados previamente que permitan estimar las variables de interés para realizar el control de orientación aún cuando se presente ruido en las señales medidas.

#### 3.7.1. Control PD de orientación

En esta subsección se presenta el desarrollo de una ley de control basada en el método de pasividad, considerando que los estados del sistema son medibles.

Una propiedad importante de las ecuaciones de dinámica y cinemática de un satélite, es que describen un sistema en *interconexión en cascada*, de dos sistemas *pasivos* [26], con la finalidad de presentar un panorama completo, se reproduce las pruebas presentadas en [25].

**Lema 5.** *Considere la ecuación dinámica del satélite*

$$M\dot{\omega} = S(h)\omega + \tau. \tag{3.34}$$

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

Entonces, el sistema es pasivo con entrada  $\tau$  y salida  $\omega$ .

*Prueba:* Considere la siguiente función de almacenamiento de energía

$$V_1(\omega) = \frac{1}{2}\omega^T M\omega > 0, \quad (3.35)$$

cuya derivada a lo largo de la solución de 3.34 está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= w^T M\dot{w} \\ &= w^T (S(R^T h^I)w + \tau) \\ &= w^T \tau. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Por lo tanto, el mapeo  $\omega \rightarrow q$  es pasivo [40].

**Lema 6.** *Considere la cinemática del satélite*

$$\dot{q} = J(q)\omega, \quad (3.37)$$

donde

$$J(q) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_v^T \\ q_0 I + S(q_v) \end{bmatrix}. \quad (3.38)$$

Entonces, el mapeo  $\omega \rightarrow q$  es pasivo.

*Prueba:* Considere la función de energía

$$V_2(q) = (q_0 - 1)^2 + q_v^T q_v, \quad (3.39)$$

cuya derivada a lo largo de la solución 3.38 está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(q) &= 2(q_0 - 1) \left[-\frac{1}{2}q_v^T\right] \omega + 2q_v^T \frac{1}{2} [q_0 I - S(q_v)] \omega \\ &= -q_0 q_v^T \omega + q_v^T \omega + q_0 q_v^T \omega \\ &= q_v^T \omega. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Por lo tanto, el mapeo  $\omega \rightarrow q$  es pasivo [40].

Una vez establecida la propiedad de pasividad de la dinámica y la cinemática del sistema, el siguiente lema establece la pasividad de una señal externa  $v$  a la velocidad angular  $\omega$ . Esto nos indica si se selecciona esta señal de acuerdo con el diseño de controladores basado en pasividad y aplicando el Teorema de invarianza Lasalle, se puede establecer la estabilidad del punto de equilibrio de  $(\omega, e) = 0$ , donde  $e = q - q_d = [e_0 \ e_v^T]^T$ . Esto está resumido en el siguiente lema:

**Lema 7.** *Considere la dinámica (3.34) y la cinemática (3.37) en lazo cerrado con la ley de control PD (ver Fig. 3.4)*

$$\tau = -k_p e_v - k_d \omega. \quad (3.41)$$

Entonces, el punto de equilibrio  $(\omega, e) = 0$  es asintóticamente estable, i.e.,  $\omega \rightarrow 0$  y  $e \rightarrow 0$  asintóticamente.

*Prueba:* Considere la siguiente función

$$\begin{aligned} V_3 &= V_1(\omega) + k_p(v_2(e)), \\ k_p &= k_p^T > 0. \end{aligned} \quad (3.42)$$

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

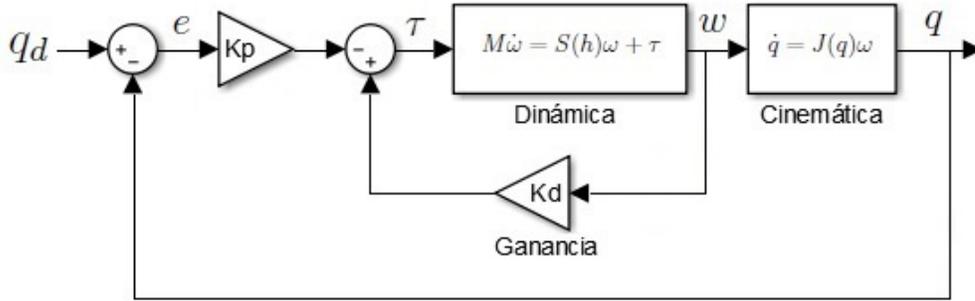


Figura 3.4: Esquema del controlador PD utilizado

Tomando su derivada temporal a lo largo de las trayectorias del sistema, obtenemos

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_3 &= \omega^T I \dot{\omega} + k_p [2(e_0 - 1)^2 + e_v^T e_v] \\
 &= \omega^T [S(R^T h^T) + \tau] + k_p [-2(e_0 - 1)^{\frac{1}{2}} e_v^T \omega + \\
 &\quad e_v^T (e_o I + S(e_v)) \omega] \\
 &= \omega^T \tau + k_p [e_v^T \omega] \\
 &= \omega^T v,
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

donde  $v = \tau + k_p e_v$ . Por lo tanto  $v \rightarrow \omega$  es pasivo.

Ahora, con la ley de control (3.41), y con las mediciones de  $\omega$ , se define la siguiente ley de control estabilizante

$$v = -k_d \omega, \tag{3.44}$$

donde  $k_d > 0$ , haciendo que  $\dot{V}_3$  sea semidefinida negativa

$$\dot{V}_3 = -\omega^T k_d \omega \leq 0. \tag{3.45}$$

Mediante el teorema de invarianza de Lasalle, se obtiene que  $\dot{V}_3 = 0 \rightarrow e, w = 0$ . Como  $(e_0 = \pm 1, e_v = 0)$  representa la misma orientación, el error de orientación unitario y la velocidad angular cero es un punto de equilibrio asintóticamente estable.

En [19] se demostró que esta clase de controladores también pueden ser extendidos al caso de seguimiento de trayectoria como:

$$v = -k_d \Delta \omega, \tag{3.46}$$

donde  $\Delta \omega = \omega_d - \omega$ .

Una vez establecido es resultado con la ley de control PD con retroalimentación de estados, el controlador de retro de salida se obtiene basándose en el principio de equivalencia cierta sustituyendo las variables medidas por sus estimados [41]. La idea principal de este controlador se muestra en el esquema de la Figura. 3.5.

Para lograr la implementación del controlador, se sustituyen las mediciones de  $\omega$  y  $q$  por sus contrapartes estimadas  $\hat{\omega}$  y  $\hat{q}$  respectivamente.

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

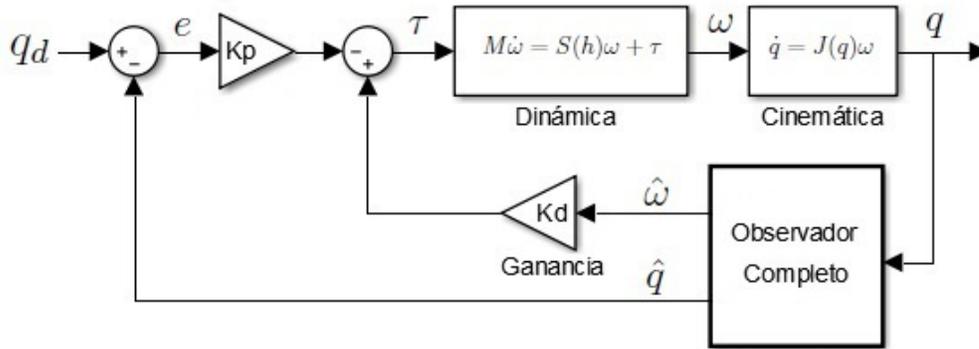


Figura 3.5: Esquema de controlador PD con retroalimentación de estados.

#### 3.7.2. Simulaciones

En esta sección, se presentan las simulaciones que demuestran el rendimiento del controlador mediante el uso de retroalimentación salida de los observadores diseñados en secciones anteriores. Como primer paso se presenta la simulación del controlador mediante la retroalimentación de estados con y sin ruido, obteniendo su error RMS. Como segundo paso se presentan las simulaciones del controlador haciendo uso de los observadores como retroalimentación, obteniendo su error RMS en cada caso. Finalmente con los errores RMS obtenidos se presenta una comparación demostrando la capacidad de los observadores de estimación y mejora en el comportamiento del controlador ante perturbaciones.

Al igual que en las secciones pasadas, se considera un micro-satélite de órbita baja con las siguientes características, peso=80kg y dimensión=50cm × 50cm × 70cm, las ganancias del controlador utilizadas son  $Kp = \text{diag}(50)$  y  $Kd = \text{diag}(60)$  mientras que la orientación inicial del satélite y la orientación deseada son  $q(0) = [0.5 \ 0.5 \ 0 \ \sqrt{0.5}]^T$  y  $q_d = [0.854 \ -0.146 \ -0.354 \ -0.354]^T$  respectivamente, para simular la señal de ruido que afectan a los sensores, se agregó un ruido blanco a las mediciones de orientación con promedio cero y poder de intensidad  $\sigma = 1\%$ .

#### Control PD con mediciones de orientación $q$ y velocidad angular $\omega$

Considere el caso cuando es factible conocer las señales de los estados  $q$  y  $\omega$  de un satélite, ante estas condiciones el controlador PD es eficaz para realizar el control de orientación, como se muestra en la Fig. 3.6. Sin embargo, cuando las señales se ven afectadas por ruidos externos tales como ruido eléctrico, el controlador PD presenta un comportamiento no deseado como el que se muestra en la Fig. 3.7.

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

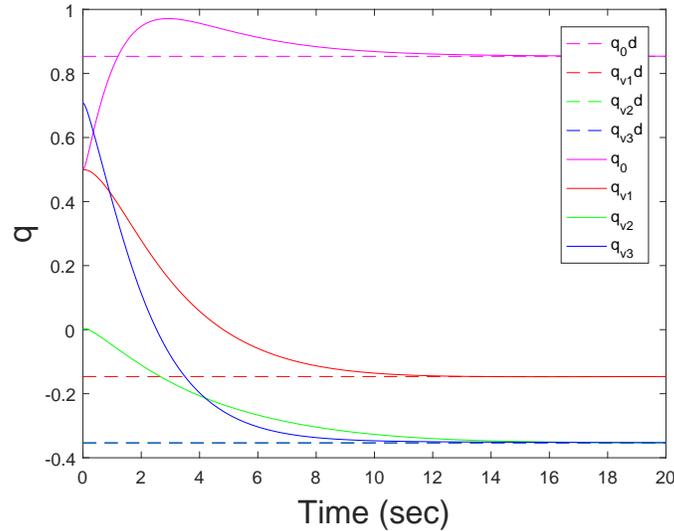


Figura 3.6: Controlador PD de orientación sin ruido, usando como retroalimentación las mediciones de los estados  $q$  y  $\omega$ , las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado  $q_d = [q_0^d \ q_{v1}^d \ q_{v2}^d \ q_{v3}^d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión medido.

#### Control PD con estimación de orientación $q$ y velocidad angular $\omega$ mediante el observador de orden completo

Considere el caso de tener solo un sensor de orientación y sin medición de velocidad angular, en la Fig. 3.8 y Fig. 3.9 se presentan los resultados de las simulaciones para el control de orientación mediante el uso del observador de orden completo como retroalimentación de salida.

#### Control PD con estimación de orientación $q$ y velocidad angular $\omega$ mediante el observador de orden completo sincronizado

Considerando el uso de tres sensores de orientación y sin medición de velocidad angular, en la Fig. 3.10 y Fig. 3.11 se presentan los resultados de las simulaciones para el control de orientación mediante el uso del observador de orden completo sincronizado como retroalimentación de salida.

En la tabla 3.4 se presenta a manera de resumen una comparación de los resultados obtenidos a partir de las simulaciones realizadas, demostrando que el uso de observadores de estado permite controlar al satélite aún en presencia de ruido en la medición de señales así como en la ausencia de la medición de velocidad angular.

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

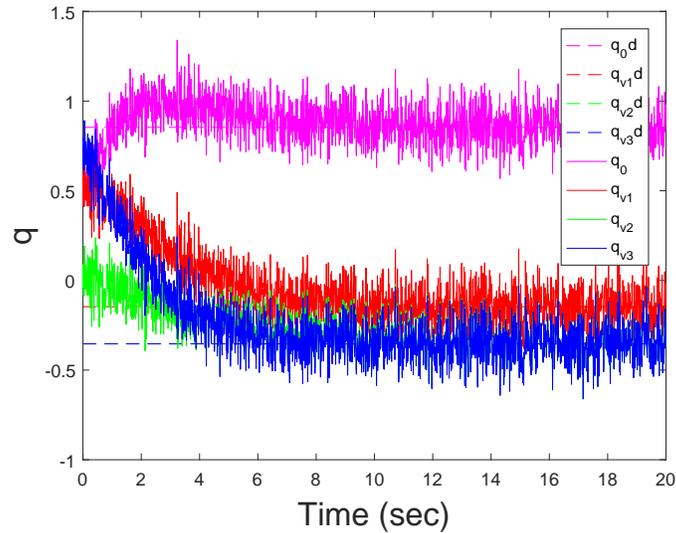


Figura 3.7: Controlador PD de orientación con ruido, usando como retroalimentación las mediciones de los estados  $q$  y  $\omega$ , las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado  $q_d = [q_0d \ q_{v1}d \ q_{v2}d \ q_{v3}d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión medido.

Retroalimentación	$e_{RMS}$ sin presencia de ruido	$e_{RMS}$ con presencia de ruido
Medición de estados	$4.27 \times 10^{-4}$	0.128
O. orden completo	$2.44 \times 10^{-4}$	0.044
O. orden sincronizado	$2.44 \times 10^{-4}$	0.024

Tabla 3.4: Error RMS para el controlador de orientación mediante el uso de medición de estados y retroalimentación de salida de los observadores completo y sincronizado.

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

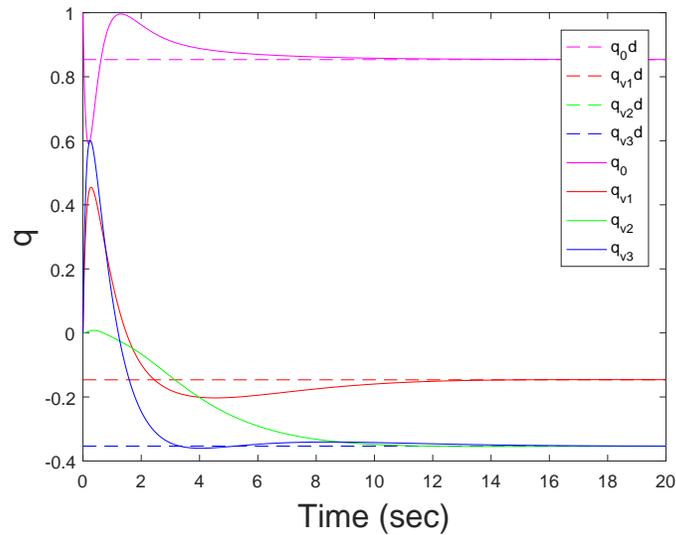


Figura 3.8: Controlador PD de orientación sin ruido, usando como retroalimentación la estimación de los estados  $q$  y  $\omega$  mediante el observador de orden completo. Las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado  $q_d = [q_0^d \ q_{v1}^d \ q_{v2}^d \ q_{v3}^d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión estimado.

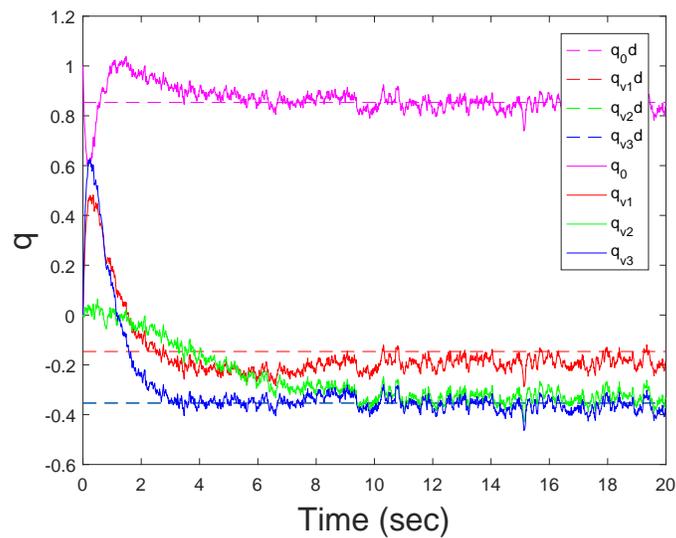


Figura 3.9: Controlador PD de orientación con ruido, usando como retroalimentación la estimación de los estados  $q$  y  $\omega$  mediante el observador de orden completo. Las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado  $q_d = [q_0^d \ q_{v1}^d \ q_{v2}^d \ q_{v3}^d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión estimado.

### 3. DISEÑO DE OBSERVADORES DE VELOCIDAD ANGULAR

---

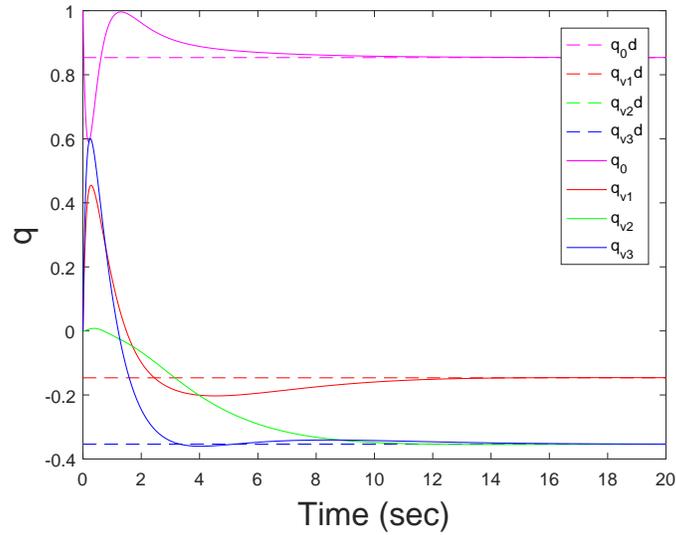


Figura 3.10: Controlador PD de orientación sin ruido, usando como retroalimentación la estimación de los estados  $q$  y  $\omega$  mediante el observador sincronizado. Las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado  $q_d = [q_0^d \ q_{v1}^d \ q_{v2}^d \ q_{v3}^d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión estimado.

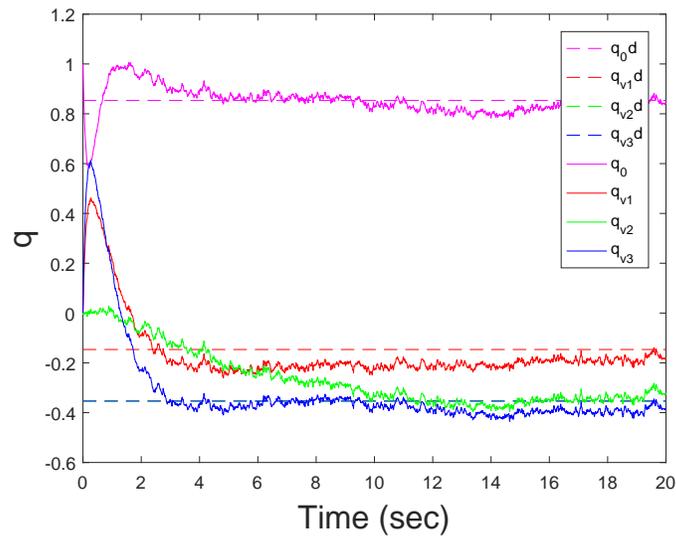


Figura 3.11: Controlador PD de orientación con ruido, usando como retroalimentación la estimación de los estados  $q$  y  $\omega$  mediante el observador sincronizado. Las líneas punteadas representan a los valores del cuaternión deseado  $q_d = [q_0^d \ q_{v1}^d \ q_{v2}^d \ q_{v3}^d]^T$ , mientras que las líneas continuas representan al cuaternión estimado.

# Capítulo 4

## DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

### 4.1. Introducción

El desarrollo de satélites ha tenido un gran avance tecnológico en las últimas décadas a nivel mundial, esto debido al auge y a la tendencia mundial del desarrollo de micro-satélites y nano-satélites.

En [1] se presenta un buen estudio sobre las principales fallas de los satélites en órbita, este análisis compara los diferentes subsistemas satelitales, e identifica las fallas recurrentes, mostrando que el ADCS (Sistema de determinación y control de orientación) tiene un alto índice de fallas, de 156 fallas presentadas en un periodo comprendido entre 1980 y 2005, un 32 % de las fallas se presentaron en el ADCS, Fig. 4.1.

El proceso de validación experimental para los algoritmos de control y determinación de la orientación, es crucial en el desarrollo de nuevos satélites. Una de las principales dificultades en el desarrollo de bancos de prueba para el sistema ADC, es el realizar pruebas terrenas sobre diferentes ambientes que simulen las condiciones orbitales que experimentará el satélite en órbita [42].

Sin embargo, el desarrollo espacial cada vez requiere características más específicas que ponen a prueba el límite de la tecnología. Pero, no solo es necesario el desarrollo de los instrumentos de la carga útil, se requiere probar al sistema bajo condiciones reales a las que estará sometido el satélite. A esta práctica se le conoce como “Test As You Fly” (TAYF). Esto impone restricciones muy grandes, por ejemplo, para la correcta validación del control de orientación y estabilización, es esencial contar con condiciones de gravedad cero y sin fricción, condiciones que no pueden ser provistas sobre el planeta tierra.

Por lo tanto, es necesario trabajar con bancos de prueba donde la orientación y posición de un satélite pueda ser modelada geoméricamente [43].

Al rededor del mundo se han reportado una gran cantidad de esfuerzos para

#### 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

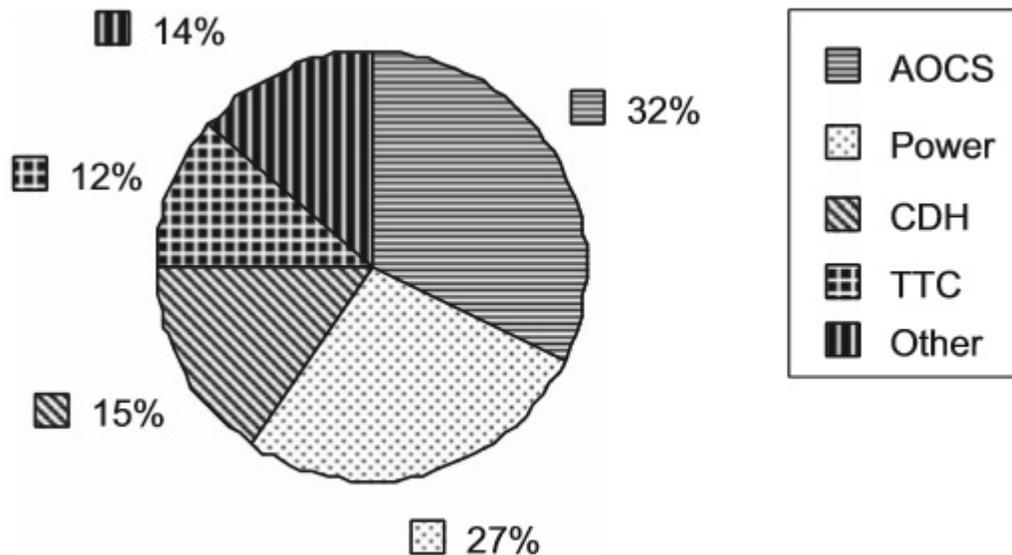


Figura 4.1: Principales subsistemas propensos a falla [1]

desarrollar simuladores de control de orientación, mostrando que el método preferido es el uso de baleros de aire, por ejemplo, la NASA en el laboratorio de propulsión (JPL por sus siglas en ingles) tiene el banco de pruebas de control de formación (FCT por sus siglas en ingles) el cual es una plataforma de 6 grados de libertad basada en baleros de aire lineales y esféricos, permitiendo pruebas físicas haciendo uso de 16 propulsores para el control de traslación y orientación en conjunto con ruedas de reacción, sensores de medición inercial [44], otro ejemplo es el proyecto Spheres del MIT [45], el cual hace uso de baleros de aire lineales con lo cual se logra un banco de pruebas planar. Otras instalaciones con la misma metodología son presentadas en [46] y [47].

Aunque los baleros de aire son el método preferido para emular el control de orientación no es el único medio para lograr emular las condiciones orbitales, por ejemplo en [48] se presenta un sistema de emulación de gravedad zero basado en un brazo robótico, permitiendo generar tanto movimientos de traslación como de rotación.

La fortaleza de los baleros de aire radica en que idealmente proveen un movimiento de rotación y traslación sin restricciones debidas a la fricción [49], pero el principal problema con los sistemas de baleros de aire es el rango limitado de movimiento causado por los componentes donde se coloca el balero de aire y la necesidad de el uso de un tanque de aire comprimido, lo cual limita el tiempo de operación.

El método clásico utilizado en la industria espacial para el desarrollo de subsistemas, consiste en desarrollar distintos modelos reales del satélite o sus subsistemas y probarlos mediante bancos de prueba, con la finalidad de llegar a un modelo de ingeniería y finalmente a un modelo de vuelo, desafortunadamente el seguir con esta metodología,

## 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

retrasa el desarrollo del proyecto e incrementa su costo.

Por lo tanto, en los últimos años se han desarrollado herramientas de diseño que aceleren y optimicen su desarrollo, uno de estos métodos es el uso de la metodología MBD (Modelado Basado en Diseño) la cual principalmente fue desarrollado para la industria automotriz.

Aplicando el uso de la metodología MBD, como eje central del desarrollo del satélite, permite revisar la funcionalidad de cada uno de los sistemas de forma virtual y poner a prueba sus modos de operación mediante un conjunto de pruebas que van desde Model In-the loop (MIL) hasta Hardware In-the loop (HIL).

Adicionalmente, hacer uso de esta metodología durante las primeras etapas de desarrollo, permite verificar su confiabilidad y seguridad/redundancia. El sistema puede ser sometido mediante simulación, a distintos escenarios operacionales que pudieran presentarse durante su tiempo de vida. En conjunto, el riesgo es reducido significativamente y el satélite puede ser producido en un forma mas eficiente, con mayor calidad y periodos de tiempo mas cortos [43].

Con la finalidad de direccionar este problema, en este documento se presenta el diseño de un banco de prueba de tres ejes cardanes, fabricado en su totalidad en la UAT-FI UNAM. Este banco de prueba provee un ambiente de evaluación mediante técnicas de Software In-the Loop (SIL) y HIL para Sistemas de Determinación y Control de Orientación (ADCS), proviendo las capacidades para simular los modos de operación y verificar la respuesta del hardware y software, reduciendo el costo y el tiempo de desarrollo. Adicionalmente, si solo es necesario evaluar nuevos algoritmos (es decir, estimación paramétrica y controladores) su funcionalidad puede ser evaluada bajo pruebas de MIL y SIL. Finalmente, esta plataforma tiene como misión principal, ayudar en la formación de recursos humanos en México.

### 4.2. Descripción del banco de prueba

En este trabajo decidimos no pelear con la naturaleza al tratar de cancelar los efectos de la gravedad y generar un ambiente sin fricción, y preferimos buscar una solución mediante el uso de la tecnología y la metodología MBD.

Esta sección describe la plataforma utilizada para verificar el ADCS diseñado, este banco de pruebas provee la capacidad de probar los algoritmos mediante simulaciones y experimentos. La idea básica es contar con una estructura tipo giroscopio, compuesta por dos aros concentricos y un estructura de tamaño real del satélite Quetzal, Figura 4.2.

La base esta construida por un tubo cuadrado de 3/4" de metal y puede soportar hasta 50kg de carga, y la estructura cubica esta fabricada de Aluminio 6061-T6. La plataforma real es mostrada en la Fig. 4.3.

La idea general de las interconexiones entre los distintos elementos del banco de prueba es mostrado en la Fig. 4.4.

## 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

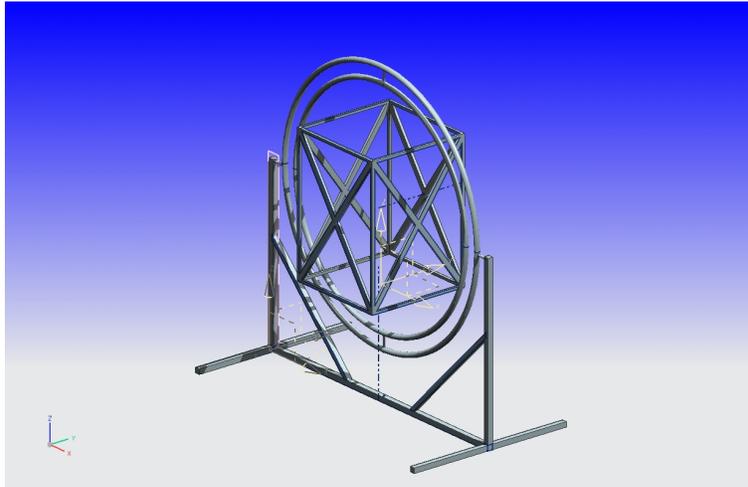


Figura 4.2: Diseño preliminar de la estructura giroscópica

El simulador consiste de dos anillos de acero con diámetros de 1.2m y 1.6m respectivamente, ambos anillos están vinculados y sostienen una estructura cubica con dimensiones de  $50\text{cm} \times 50\text{cm} \times 50\text{cm}$ , la cual representa a un microsatélite, la estructura cubica encajona a distintos de los componente de un satélite (por ejemplo, sensores, actuadores, transmisores, OBC, etc), ver Fig.4.5.

La estructura permite un movimiento rotacional con tres grados de libertad (3 GDL), comúnmente referidos como roll, pitch y yaw. Dichos ejes corresponden directamente a los ejes principales del cuerpo del satélite  $x_b, y_b, z_b$ .

Cada uno de los aros esta ligado mediante ejes cardanes ortogonales y nos permite modificar la orientación de el satélite.

Los movimientos de la plataforma son realizados mediante tres moto-reductores de CD acoplados a cada eje, vinculados por una cadena de metal a cada anillo y a la estructura cubica con una relación final de 100:1. La energía es provista por una fuente de voltaje de +12V localizada en la base de la plataforma. Para controlar la orientación del satélite es necesario controlar la posición de los motores y con la finalidad de cumplir con el objetivo es necesario implementar un controlador PD usando como señal de retroalimentación, las señales provenientes de una Unidad de Medición Inercial (IMU) ubicada dentro de la estructura del satélite. Para transferir las señales de control a cada uno de los ejes, un conjunto de anillos deslizantes es anclado a cada uno de los ejes, transfiriendo una corriente eléctrica al circuito mediante una escobilla fija que presiona sobre las pistas.

Las señales de control de PWM son generadas mediante un Procesador Digital de señales de la empresa Microchip (DSP30F4013), que primero recibe los comandos de la señal de control provenientes de la computadora Target, y después son transformadas en señales de tipo PWM que son las entradas a tres puentes H (Monster Moto Shield) que controlan a los moto-reductores. En la Fig. 4.7 se presenta el esquemático de la

#### 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---



Figura 4.3: Instalación del banco de prueba, el cual incluye una estructura giroscópica y una estructura cubica.

tarjeta utilizada como controlador de los motores.

Internamente la estructura cubica tiene tres ruedas de reacción que pueden operar en modo de rueda de reacción o ruedas de momento. Cada rueda consiste en un volante de inercia, un motor brushless, un controlador electrónico de velocidad (ESC) el cual entrega una corriente conmutada al motor, proporcional a la entrada de voltaje generada por la OBC y un encoder óptico para proveer la retroalimentación de velocidad.

Los subsistemas de abordaje consisten en una tarjeta Tiva TM4C123G (de Texas Instruments) basada en un microcontrolador ARM Cortex-M4 a 80Mhz, la señal de retroalimentación es obtenida mediante un MEMS (Sistema micro-electro-mecánico) MotionTracking de 9 ejes, el cual contiene un sensor de velocidad angular de 3-ejes con una sensibilidad de hasta 131 LSBs/dps y una rango de escala completa de  $\pm 250$ dps, un acelerometro de 3-ejes con un rango de escala de  $\pm 2$ g y una brújula de 3-ejes con un rango de escala completa de  $\pm 1200 \mu T$ , ver figura 4.8.

El controlador de la rueda de reacción consiste en tres motores Brushless DC

## 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

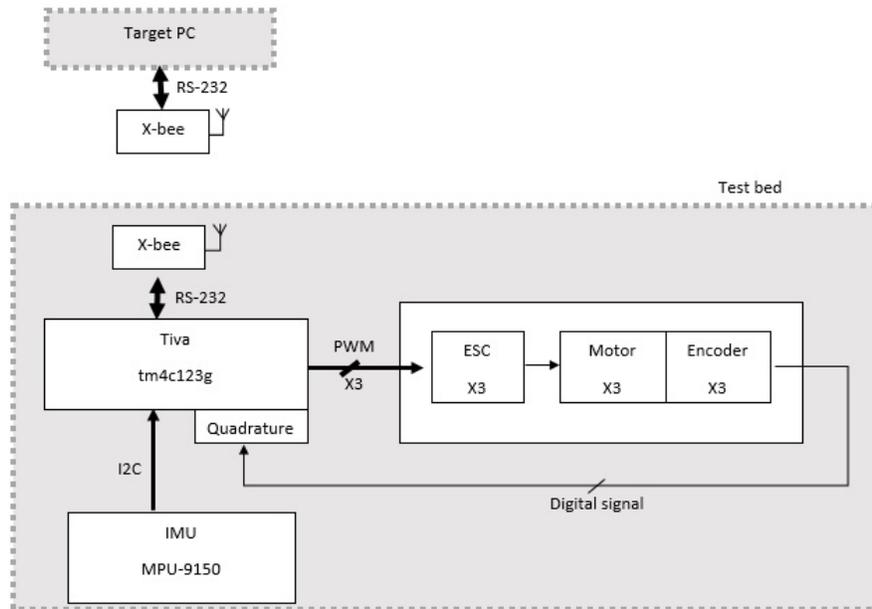


Figura 4.4: Esquemático de interconexión de subsistemas.

de 2300kv alimentados mediante un ESC de 30A, el ESC es comandado por el microcontrolador Tiva haciendo uso de señales PWM. La velocidad del motor es obtenida mediante un encoder óptico el cual envía la señal de salida hacia el Tiva el cual implementa un módulo de Cuadratura para conocer la velocidad angular del volante de inercia. Adicionalmente, el microcontrolador Tiva TM4C123G es utilizado como sistema de adquisición de datos y como interface de comunicación y control. El microcontrolador se comunica con la computadora Target mediante vía inalámbrica RF usando un módulo X-bee. La potencia para el sistema total es provisto por una fuente de voltaje localizada en la base de la plataforma o por una batería interna de tipo lipo 3S, las señales de potencia son transmitidas mediante anillos deslizantes acoplados en cada eje cardan alimentando a los motores y a la estructura satelital.

El esquema del experimento es mostrado en la Fig.4.9, el cual fue diseñado bajo la metodología de Diseño Basado en Modelo. Bajo esta metodología, el primer paso consiste en definir los requerimientos del sistema, después los modelos matemáticos son diseñados o elegidos y finalmente el sistema en su totalidad es implementado dentro de una computadora de tiempo real (Target PC) y una computadora (Host PC) que fungirá como interfaz entre el sistema y la computadora Target.

La computadora target es usada para ejecutar los algoritmos por software, envía las señales de control a las ruedas de reacción y recupera los datos medidos; La computadora Host almacena y despliega los datos medidos y las señales de control. La computadora Target esta basada en el Kernel xPCTarget de Matlab ejecutado bajo una computadora HP xw8600 con un procesador Intel Xeon y 4 Gb de RAM. Un ambiente de tiempo real

#### 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

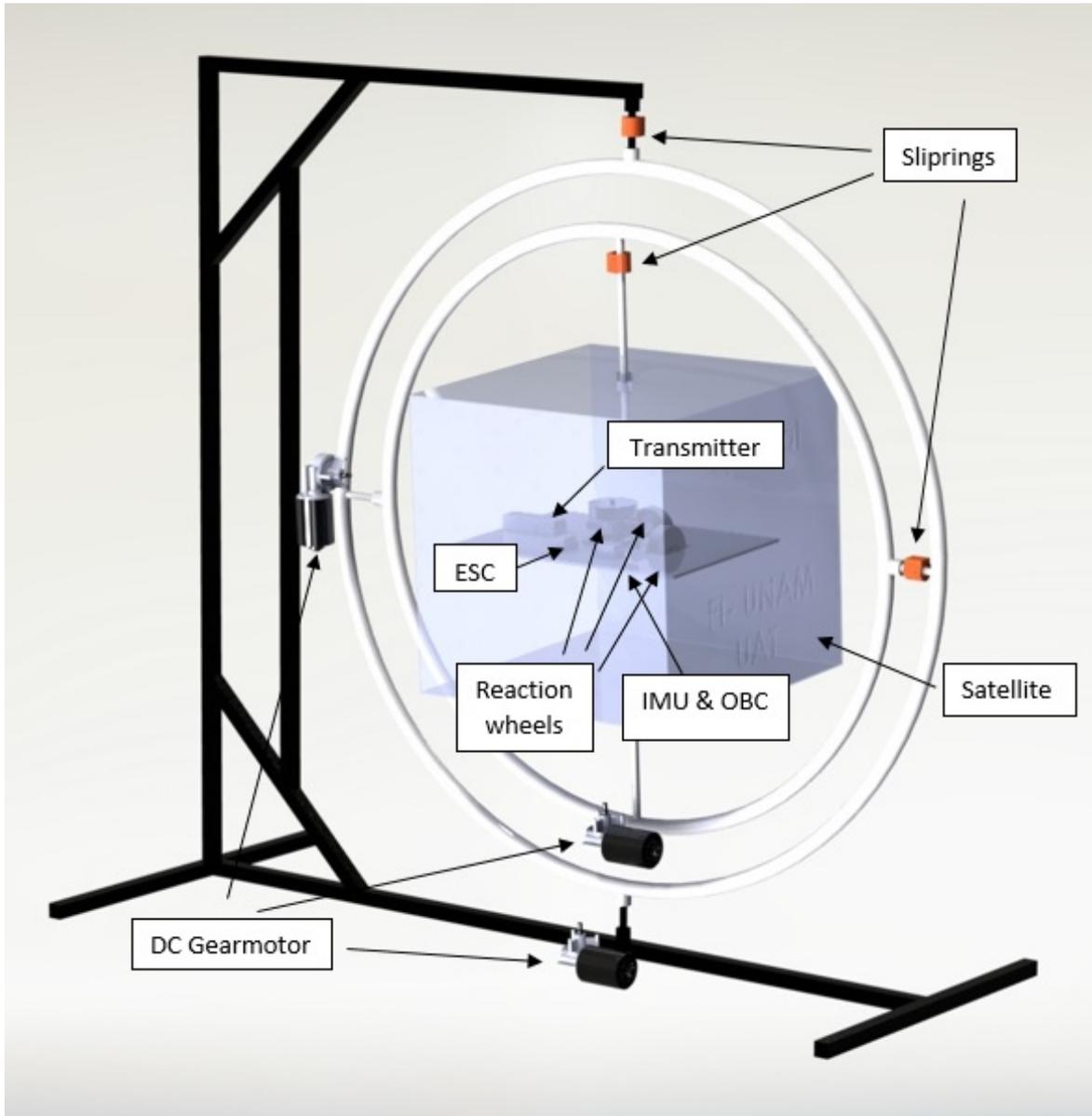


Figura 4.5: Esquemático de la plataforma y sus componentes, con la finalidad de mostrar los subsistemas del satélite, la estructura es desplegada con transferencia.

permite prototipado rápido y verificación funcional del ADCS diseñado.

## 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

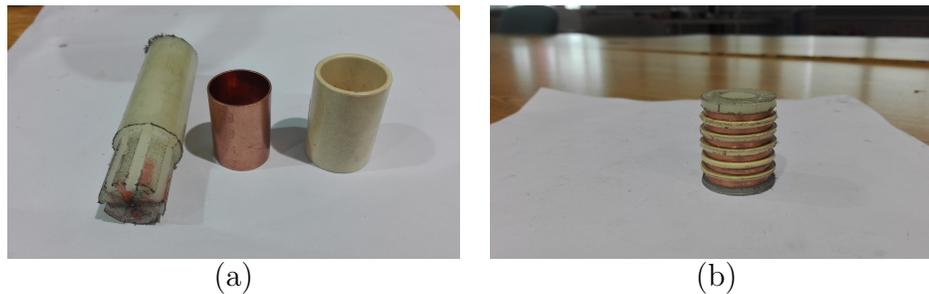


Figura 4.6: Anillos deslizantes fabricados para la plataforma. (a) Materiales utilizados en la fabricación de los anillos deslizantes. (b) Anillo deslizante ensamblado.

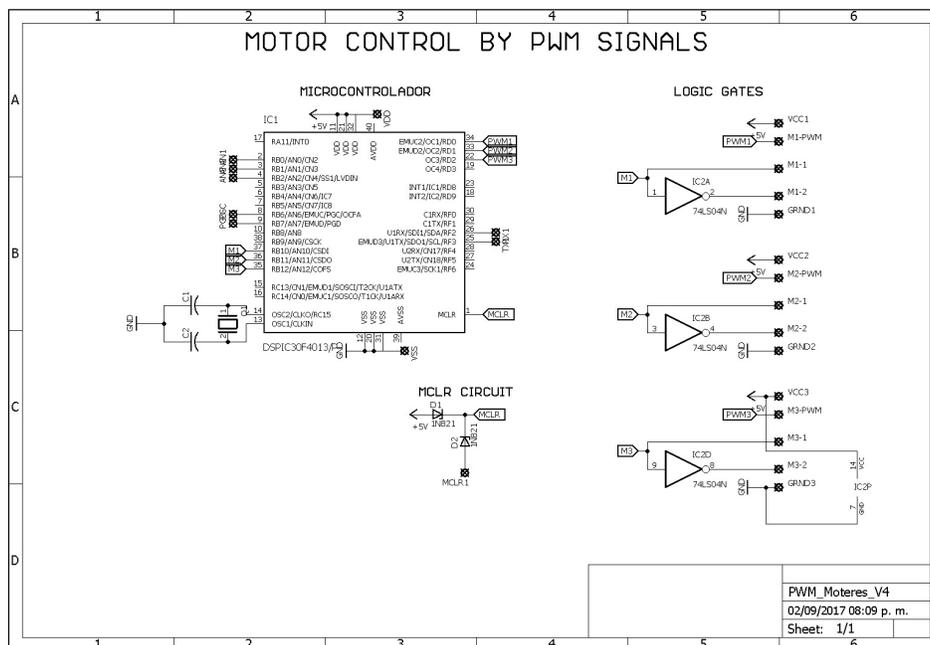


Figura 4.7: Esquemático de la tarjeta de control para los moto-reductores DC.

### 4.3. Diseño del subsistema

#### 4.3.1. Configuración del satélite

En esta etapa se presentan distintas configuraciones estructurales del satélite, aunque esta actividad no es propia del sistema de control, se realizó este ejercicio debido a que es requerido conocer cómo se comportaría la matriz de inercia del satélite Quetzal ante posibles configuraciones, para ello se tomó como base la plataforma Microsat-100 de la empresa Surrey Satellite Technology, Fig. 4.10.

Se realizaron pruebas ante distintas eventualidades y configuraciones que pudiera llegar a tener el satélite, tales como configuración sin paneles desplegables, con paneles

#### 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

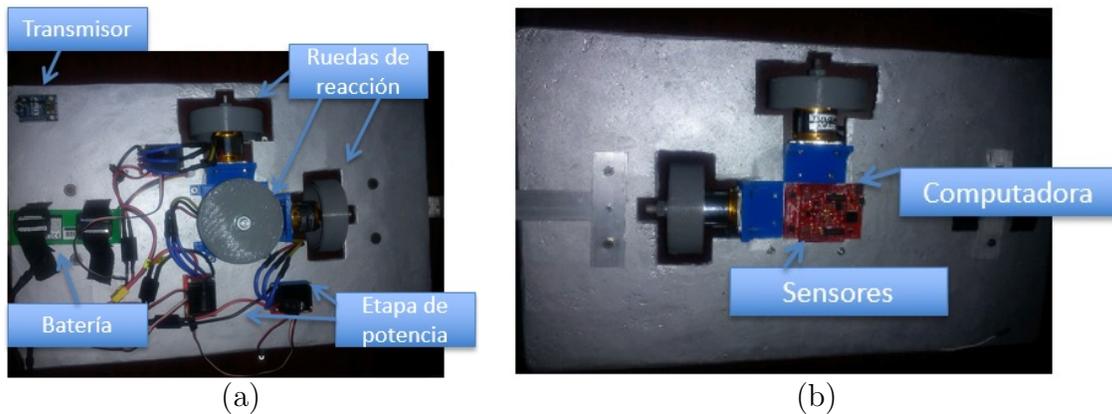


Figura 4.8: Sistema ADC de la plataforma. (a) Se muestran las ruedas de reacción en conjunto con su etapa de potencia, así como el sistema de potencia. (b) Se muestra la OBC(TM4C123G) y los sensores de orientación.

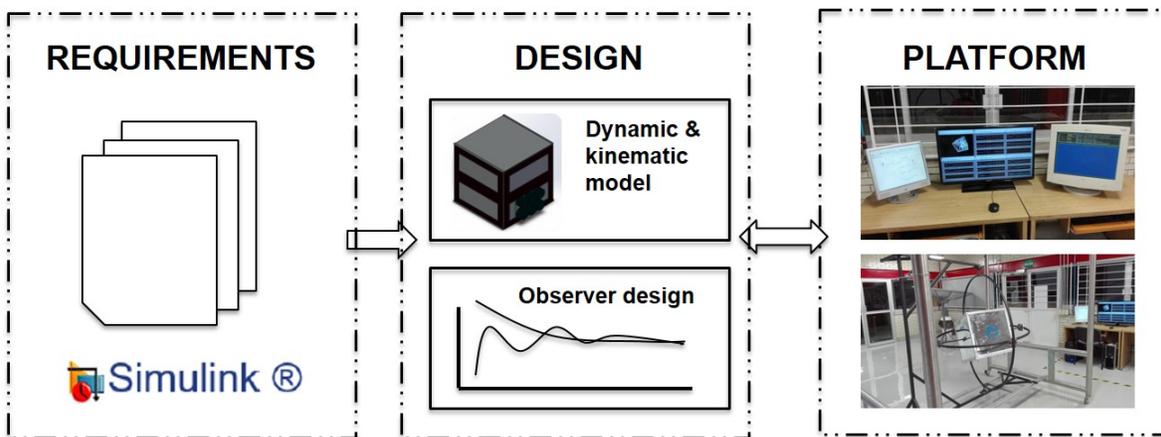


Figura 4.9: Methodology used to develop the experiment

desplegables y distintas condiciones en donde los paneles no se desplieguen en su totalidad (Condición que puede suscitarse si falla el sistema de despliegado, y aún bajo estas condiciones el ADCS debe ser capaz de controlar al satélite). Para realizar esta estimación se hizo uso del software SolidWorks.

Con la finalidad de realizar una estimación lo más real posible, se realizó una investigación sobre los posibles elementos que se podrían utilizar dentro del satélite. Tomando como base distintos elementos utilizados en misiones similares, se representaron mediante bloques los diferentes subsistemas por separado, respetando las dimensiones y masa que estos tienen, cada subsistema se describe en las tablas 4.1 y 4.3.1.

El material de la estructura del satélite utilizado para el análisis, fue Aluminio

## 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

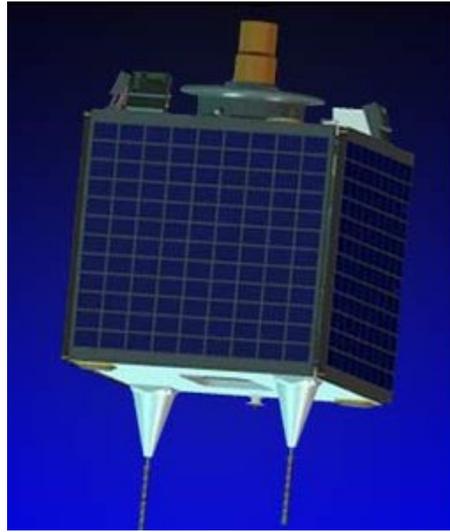


Figura 4.10: Microsatélite Microsat-100 de la empresa SSTL, tomado como base para el modelado del satélite

7075-T6, ya que esta familia de aluminios son empleados para estructuras de aviones y satélites espaciales. También se usa para fabricar vehículos deportivos de competición. Los aluminios 7075-T6 son útiles para el espacio exterior debido a su ligereza y su buena flexibilidad aún a bajas temperaturas.

Los modelos de los subsistemas permitieron ensamblar una estructura primaria tratando de realizar una distribución de peso lo más homogénea posible, en la Fig. 4.11 se muestra un corte transversal con los elementos colocados en su interior.

Con este modelo, se procedió a presentar distintas configuraciones mediante modelos CAD, estas representaciones se muestran en la Fig. 4.12

El realizar este ejercicio, permitió tener una idea de como se comporta la matriz de inercia del satélite antes distintas eventualidades, como ejemplo, observemos la siguiente matriz de inercia (4.1) correspondiente al caso donde el satélite tiene paneles sin desplegar.

$$M_{sat} = \begin{bmatrix} 2.2174 & -0.0425 & 0.0422 \\ -0.0425 & 1.9968 & -0.0561 \\ 0.0422 & -0.0561 & 2.1492 \end{bmatrix} \text{Kgm}^2 \quad (4.1)$$

La siguiente matriz corresponde al caso donde los paneles solares fueron desplegados correctamente (4.2).

$$M_{sat} = \begin{bmatrix} 9.23 & -0.15 & -0.04 \\ -0.15 & 8.78 & 0.11 \\ -0.04 & 0.11 & 2.76 \end{bmatrix} \text{Kgm}^2 \quad (4.2)$$

Como puede observarse, la diferencia entre las matrices de inercia es muy notable. Por lo tanto, la selección de la configuración del satélite debe ser realizada en las primeras

#### 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

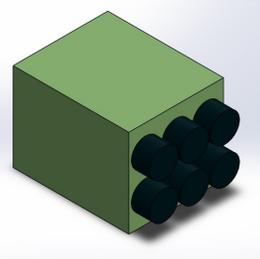
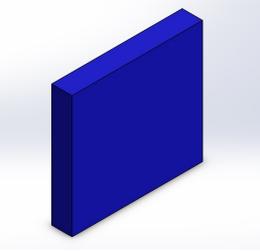
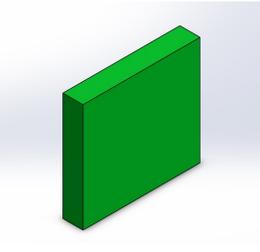
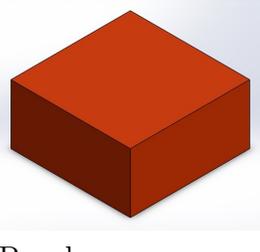
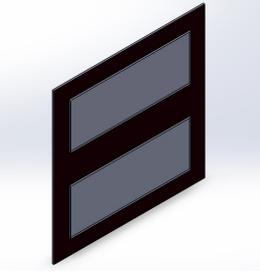
COMPONENTE	CARACTERÍSTICAS	EJEMPLO DE MISIÓN
<p>Espectrómetro</p> 	<p>Medidas: 25.78 x 31.40 x 24 cm Masa: 12 kg</p>	<p>ALSAT-1, NigeriaSat-X y Deimos-1.</p>
<p>Transmisor</p> 	<p>Medidas: 16 x 15 x 2.5 cm Masa: 600 g</p>	<p>ALSAT-1, UK-DMC-1, BILSAT-1, Sapphire, KazEOSat-2</p>
<p>Receptor</p> 	<p>Medidas: 14.50 x 13.50 x 2.50 cm Masa: 489 g</p>	<p>ALSAT-1, UK-DMC-1, BILSAT-1, Sapphire, KazEOSat-2</p>
<p>Cámara</p> 	<p>Medidas: 20 x 20 x 10 cm Masa: 4 kg</p>	<p>ALSAT-1, UK-DMC-1, BILSAT-1, NigeriaSat-1, TechDemoSat-1, DMC3 constellation</p>
<p>Panel solar</p> 	<p>Medidas: 50x50x2.5 cm Masa: 2.82 kilogramos</p>	<p>Fedsat, ALSAT-1, UK-DMC-1, BILSAT-1, NigeriaSat-1, TOPSAT</p>

Tabla 4.1: Componentes utilizados en la estimación de la matriz de inercia

#### 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

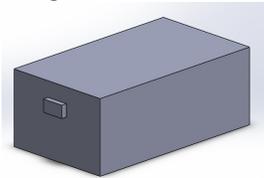
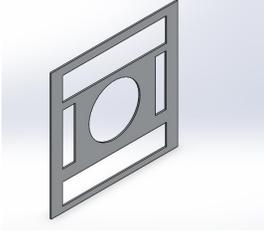
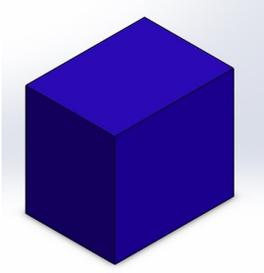
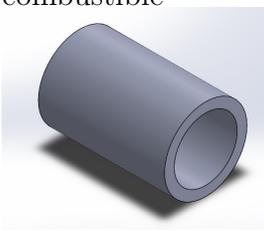
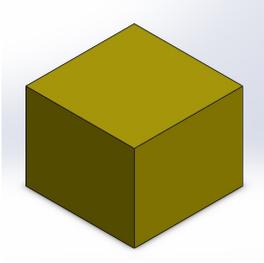
COMPONENTE	CARACTERÍSTICAS	HERENCIA DE VUELO
Magnetómetro		
	Medidas: 8.15 x 4.70 x 3.20 cm Masa: 190 g	ALSAT-1, UK-DMC-1, BILSAT-1, NigeriaSat-1
Placa divisora		
	Medidas: 50x50x0.5 cm Masa: 1.82 kilogramos	NigeriaSat-X y Sapphire
Baterías		
	Medidas: 6 x 8 x 7.5 cm Masa: 400 gramos	ALSAT-1, y Sapphire
Tanques de combustible		
	Medidas: 13 cm x 8.5 cm diámetro Masa: 350 gramos	ALSAT-1 y Sapphire
ADCS		
	Medidas: 10 x 10 x 8 cm Masa: 1500 gramos	ALSAT-1 y Sapphire

Tabla 4.2: Componentes utilizados en la estimación de la matriz de inercia (Continuación)

## 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

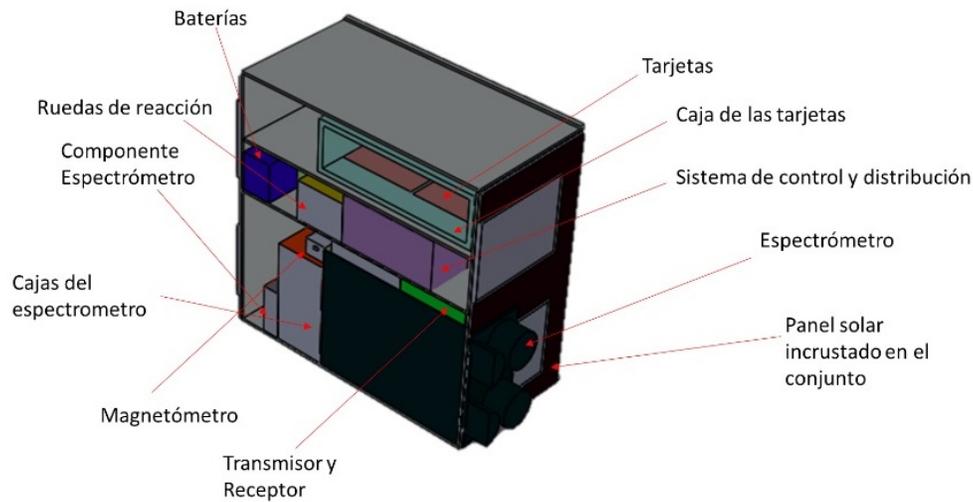


Figura 4.11: Corte transversal de la estructura satelital, donde se muestra el acomodo de los elementos

etapas de la definición de la misión. Para este documento, se considerará la configuración satelital sin paneles solares desplegables.

### 4.4. Consideraciones practicas

En esta sección, es presentado el diseño del sistema ADCS y los componentes necesarios para emular las condiciones orbitales generadas por la plataforma. En esta tesis se considero el caso de un satélite de órbita baja con las características mostradas en la Tab. 4.3.

Parámetro	Valor
Peso	50kg
Dimensiones	50cm × 50cm × 50cm
Velocidad de Maniobra	3°/s

Tabla 4.3: Parámetros del satélite utilizados en el diseño del ADC y del banco de prueba

#### 4.4.1. Diseño de la rueda de reacción (RW)

Las ruedas de reacción están compuestas por un volante de inercia y un motor Brushless, el motor impulsa el volate de inercia y por la conservación de momento angular, la orientación del satélite se puede modificar. Con la finalidad de diseñar un buen sistema de control de orientación, es necesario una apropiada elección de los componentes que permitan cumplir con la misión del satélite. Comúnmente, un volante

#### 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

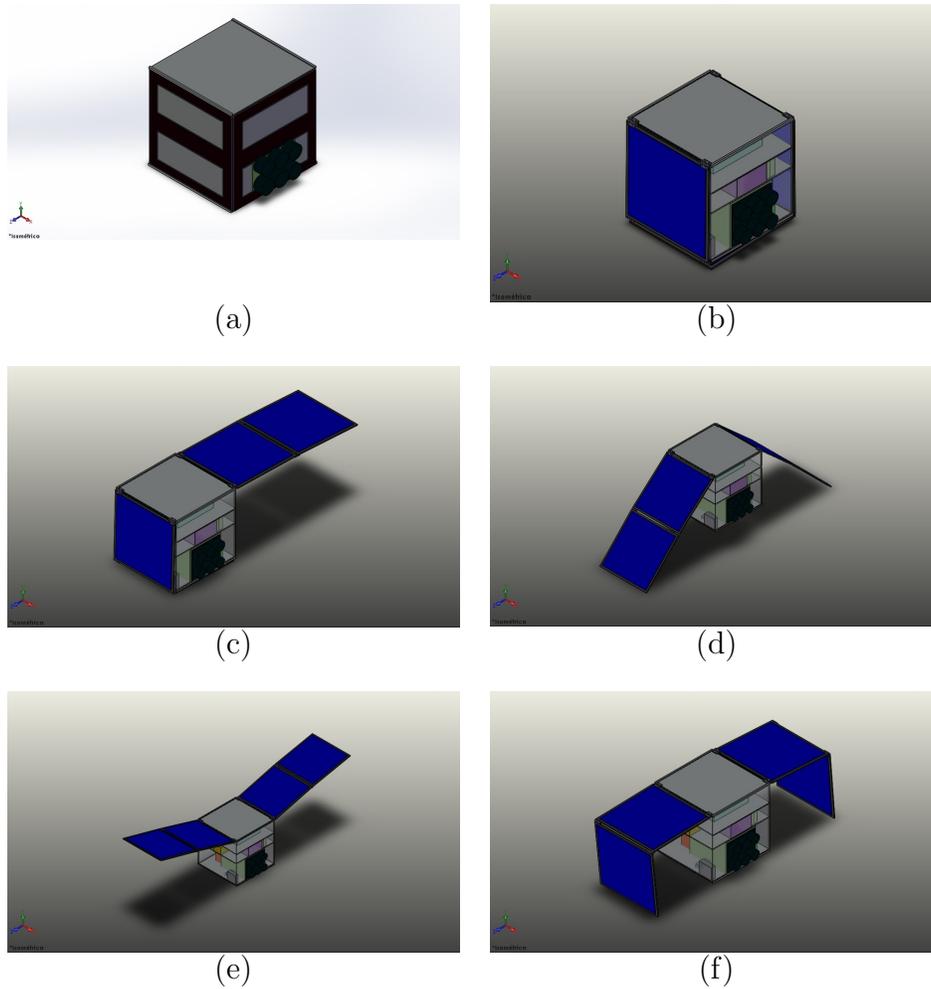


Figura 4.12: Posibles configuraciones satelitales. (a) Estructura de satélite sin paneles desplegados. (b) Estructura con un solo panel solar desplegado. (c), (d) Estructura con paneles desplegados, apertura a  $45^\circ$ . (e), (f) Estructura con paneles desplegados, apertura a más de  $90^\circ$ .

## 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

de inercia es un anillo de aluminio con la mayor parte de su masa colocada sobre su periferia, lo cual permite que al diseñar el volante se logre obtener un peso mínimo pero con un alto nivel de momentum.

Con los parámetros mostrados en Tab. 4.3. Se puede obtener fácilmente la matriz de inercia del satélite, haciendo las consideraciones de que la masa del satélite esta perfectamente balanceada.

$$M_{sat} = \begin{bmatrix} 2.0833 & 0 & 0 \\ 0 & 2.0833 & 0 \\ 0 & 0 & 2.0833 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Considerando que el satélite requiere una velocidad de maniobra de  $30^\circ/10s$ , es necesario diseñar una rueda de reacción capaz de proveer el par requerido. Con la finalidad de cumplir con los requerimientos, es necesario considerar una etapa de aceleración y una etapa de desaceleración de la rueda, con el objetivo de cambiar la orientación del satélite a la orientación deseada con movimientos suaves. Los requerimientos de velocidad y aceleración son ilustrados gráficamente en Fig.4.13

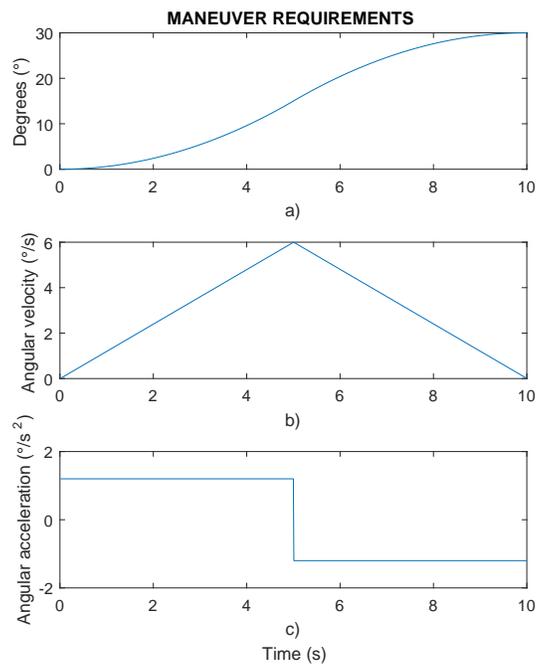


Figura 4.13: Requerimientos de maniobra, a) muestra el perfil de momento angular requerido por la misión, en b) se muestra el perfil de velocidad angular y en c) se presentan las etapas de aceleración y desaceleración de la rueda.

La aceleración máxima de la RW es obtenida mediante la ecuación de rotación con

#### 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

aceleración angular constante

$$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}_{sat}t^2, \quad (4.4)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de rotación del satélite, que para este caso es de  $15^\circ$ , y  $t$  es la mitad de tiempo requerido para completar la rotación (5s), con estos datos la aceleración obtenida es  $\alpha = 1.2^\circ/s^2$  y el par requerido para realizar la maniobra de rotación es fácilmente calculado mediante la ecuación (4.5), después de realizar la conversión necesaria para tener a la aceleración en unidades de  $rad/s^2$  se obtiene

$$\begin{aligned} M_{sat}\dot{\omega} &= \tau \\ &= 0.0436Nm. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Con este par, es posible diseñar el volante de inercia con el objetivo de cumplir con la misión, el material considerado en el diseño fue Aluminio 7075-T6 debido a sus propiedades mecánicas.

La matriz de inercia del volante de inercia puede ser calculado mediante

$$M_{flywheel} = M_{disk} + M_{ring}, \quad (4.6)$$

donde  $M_{disk}$  y  $M_{ring}$  representan a la matriz de inercia de un disco solido y un anillo respectivamente, definido como

$$M_{disk} = \frac{1}{2}\rho\pi r_1^2 l_{disc}(r_1^2), \quad (4.7)$$

$$M_{ring} = \frac{1}{2}\rho\pi(r_2^2 - r_1^2)l_{ring}(r_1^2 + r_2^2), \quad (4.8)$$

donde  $\rho = 3.1g/cm^3$  es la densidad del Aluminio 7075-t6,  $r_1$  y  $r_2$  denota el radio interno y externo del volante de inercia respectivamente y  $l_{ring}$  es el espesor del anillo y  $l_{disc}$  representa la altura del volante de inercia. Se consideró que el motor elegido tuviera una velocidad máxima de 10000 rpm.

Después de varias iteraciones, los parámetros seleccionados para la rueda de reacción son mostrados en Tab. 4.4, y los modelos CAD del volante de inercia son presentados en la Fig.4.14.

## 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

Parámetro	Valor
$r_{disk}$	7.5 cm
$r_{ring}$	10.5 cm
$l_{disk}$	0.5 cm
$l_{ring}$	2.5 cm
$m_{flywheel}$	0.3972 Kg
$Inertia_{Matrix_{flywheel}}$	$7.3223^{-04}$ Kgm <sup>2</sup>
$h_{flywheel}$	0.7668 Nms
$\tau_{flywheel}$	0.0586 Nm

Tabla 4.4: Parámetros de la rueda de reacción

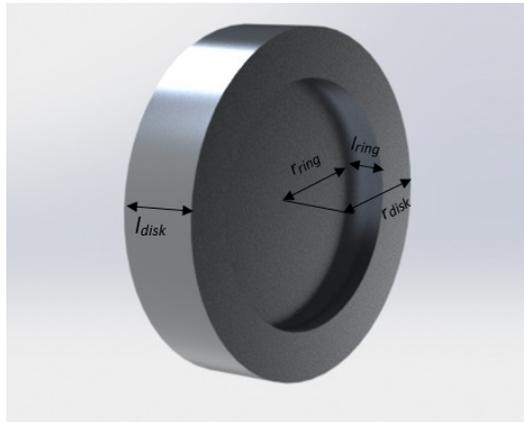


Figura 4.14: Modelo CAD que representa la volante de inercia y sus parámetros.

### 4.4.2. Interfaz Usuario-Maquina (HMI)

La HMI fue desarrollada bajo el software Matlab y Simulink, la principal característica del sistema recae en su capacidad de realizar pruebas fuera de línea (SIL) y en línea (HIL).

#### Interfaz gráfica

La interfaz gráfica consiste en tres pantallas, la primera pantalla esta basada en Simulink y mediante esta interfaz donde el usuario puede programar distintos algoritmos (Host PC) y posteriormente cargarlos a la computadora Target. La segunda interfaz despliega gráficamente y en tiempo real, las variables del sistema y muestra en un ambiente tridimensional la orientación del satélite, y la tercera pantalla corresponde a la computadora Target, donde se despliega el estado del sistema. La Fig. 4.15 muestra las pantallas del sistema.

## 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

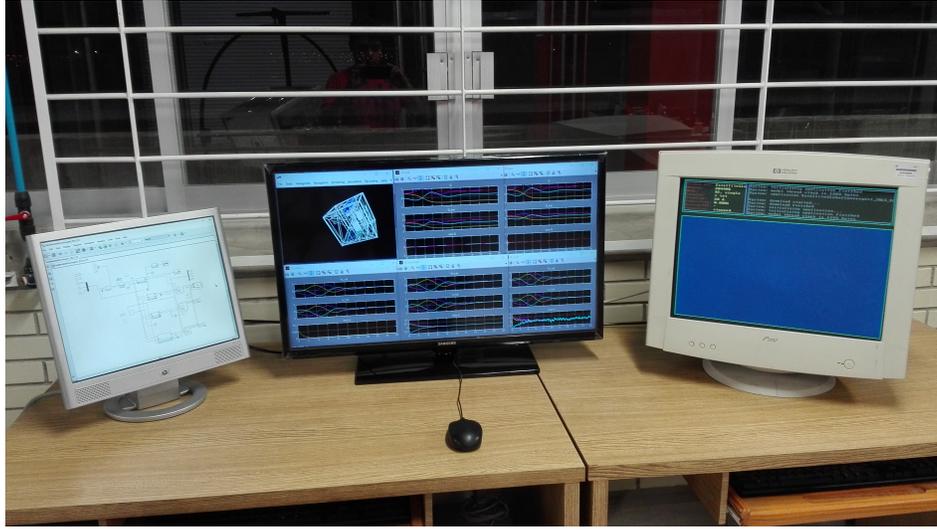


Figura 4.15: Pantallas del sistema de la plataforma, la pantalla izquierda despliega el proceso en simulink, la pantalla central despliega en tiempo real las variables y la orientación del satélite en una representación 3D y la pantalla de la derecha es la pantalla de la computadora Target.

### 4.5. Resultados experimentales

En esta sección, se presentan los resultados experimentales obtenidos mediante el uso de la plataforma. El algoritmo implementado para la pruebas fue el observador de orden completo diseñado en la sección 3.3, el cual está dado por

$$\dot{\hat{\omega}} = \left\{ S(R^T h^I) - \frac{1}{2} K_1 J^T(q_f) J(q) \right\} \hat{\omega} - \gamma K_1 J^T(q) q_f + \tau, \quad (4.9)$$

$$\dot{\hat{q}} = \frac{1}{2} J(q) \hat{\omega} + K_2 (q - \bar{q}), \quad (4.10)$$

donde  $K_1$  y  $K_2$  son matrices positivas de ganancia y  $\hat{\omega} = M^{-1}(\bar{\omega} + K_1 J^T(q_f) q)$ .

La salida del observador de orden-completos es

$$\hat{\omega} = M^{-1}(\bar{\omega} + K_1 J(q_f)^T \hat{q}), \quad (4.11)$$

$$\hat{q} = \bar{q}, \quad (4.12)$$

donde  $\hat{\omega}$  y  $\hat{q}$  son la velocidad angular estimada y el cuaternión estimado respectivamente.

El periodo de muestreo utilizado fue de 0.01sec, las condiciones iniciales para el observador son  $\hat{\omega}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$  rad/sec,  $\hat{q}(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . La ganancia del filtro es  $\gamma = 5$  y las ganancias del observador son  $K_1 = 10I$ ,  $K_2 = 10I$ . Con momento angular

#### 4. DISEÑO DE BANCO DE PRUEBA

---

$h^I = [-0.0877 \ 0.0469 \ 0.0229]^T$  N · m y matriz de inercia

$$M = \begin{bmatrix} 0.3421 & 1.5227e - 05 & -0.0216 \\ 1.5227e - 05 & 0.3669 & -0.0032 \\ -0.0216 & -0.0032 & 0.0258 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.13)$$

La Fig. 4.16 muestra los resultados de la estimación de la velocidad angular y los cuaterniones realizado mediante experimentación. En estas gráficas se muestran que tanto la velocidad angular y el cuaternión fueron estimados eficientemente presentando una pequeña diferencia entre las señales reales y las señales estimadas.

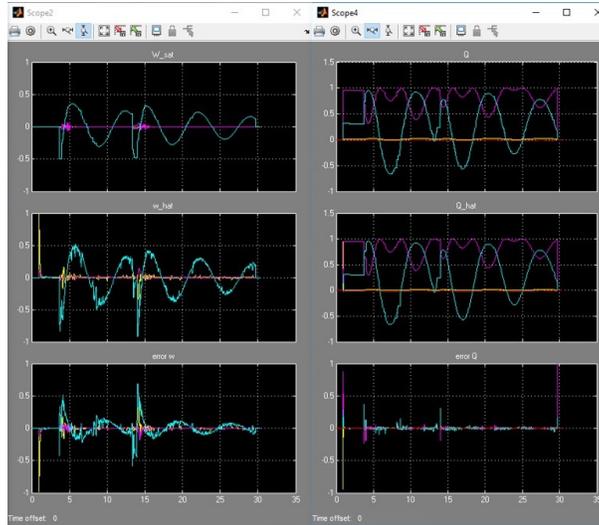


Figura 4.16: Estimación de la velocidad angular y la orientación del satélite, realizada mediante experimentos. La imagen superior izquierda muestra la velocidad angular medida. La imagen media izquierda muestra la velocidad angular estimada. La imagen izquierda inferior muestra el error puntual entre la velocidad angular real y la velocidad angular estimada. La imagen superior derecha muestra el cuaternión medido. La imagen media derecha muestra el cuaternión estimado. La imagen izquierda inferior muestra el error puntual entre el cuaternión real y el cuaternión estimado.

# Capítulo 5

## CONCLUSIÓN

Basado en el análisis de contracción, esta tesis describió el diseño de un conjunto observadores de velocidad angular (Observador de orden-reducido, Observador de orden-completo, y Observador de orden-completo sincronizado).

El observador de orden-reducido, el cual funciona cuando el sistema es libre de ruido, sirve como base para el diseño del observador de orden-completo cuando las mediciones de orientación son ruidosas. El comportamiento sin ruido de un observador de orden-completo puede ser recuperado mediante la sincronización de un conjunto de observadores de orden-completo con forme el número de observadores incrementa.

Estos observadores presentaron un buen comportamiento aun ante incertidumbre paramétrica, es decir, no conocer a priori los valores reales de los parámetros del satélite.

Un banco de prueba de bajo costo fue diseñado y manufacturado en la Unidad de Alta Tecnología, de la facultad de ingeniería de la UNAM (UNAM-FI-UAT). Este banco de pruebas tendrá como principal actividad la formación de recursos humanos en las áreas de dinámica y control de orientación satelital así como en el diseño de instrumentación espacial.

La plataforma permite el uso de pruebas de tipo Hardware in-the Loop y Software in-the Loop, lo cual permite que nuevos algoritmos y sistemas sean desarrollados de forma mas rápida y eficaz que mediante el uso tradicional de desarrollo.

Para demostrar su funcionalidad, resultados experimentales son incluidos para validar el algoritmo de determinación de la orientación de un satélite, tomando como caso de estudio el microsátelite Quetzal que se encuentra en desarrollo dentro de la UAT.

### TRABAJO A FUTURO

Futuras investigaciones se enfocaran en el diseño de observadores adaptables, con la finalidad de estimar la velocidad angular y los parámetros en la dinámica del satélite y de esta manera explotar al máximo las capacidades de la plataforma (Rotación en tres ejes).

## 5. CONCLUSIÓN

---

Como trabajo a futuro se planea realizar modificaciones a la transmisión de la estructura giroscópica, con la finalidad de eliminar el backlash generado por la unión de la cadena y la catarina.

En esta tesis la construcción de la plataforma, fue realizada de forma artesanal, esto propicio que no se cumpliera con la calidad deseada en la manufactura de las piezas, por lo que se propone realizar una nueva plataforma con mejores características en su construcción.

# Bibliografía

- [1] Mak Tafazoli. A study of on-orbit spacecraft failures. *Acta Astronautica*, 64(2):195–205, 2009.
- [2] Real Academia Española. Satélite, 2017.
- [3] Lungui Zheng, Zheng You, Gaofer Zhang, and Qingqing Song. Design of micro momentum wheel controller for micro-nano satellite. In *Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce (AIMSEC), 2011 2nd International Conference on*, pages 2034–2038. IEEE, 2011.
- [4] Hao Xianwei, Zhou Yanru, He Haicong, and Chen Shaoyan. Design of output feedback controller for attitude control system of flexible satellite based on lmi. In *Wireless Networks and Information Systems, 2009. WNIS'09. International Conference on*, pages 117–120. IEEE, 2009.
- [5] H. Bonyan. Looking into future -systems engineering of microsattellites. *Aerospace Technologies Advancements*, pages 361–378, 2010.
- [6] ZQ Li, L. Ma, and K. Khorasani. A dynamic neural network-based reaction wheel fault diagnosis for satellites. In *Neural Networks, 2006. IJCNN'06. International Joint Conference on*, pages 3714–3721. IEEE, 2006.
- [7] Q. Wang, J. Yuan, and Z. Zhu. The application of error quaternion and pid control method in earth observation satellite's attitude control system. In *Systems and Control in Aerospace and Astronautics, 2006. ISSCAA 2006. 1st International Symposium on*, pages 4–pp. IEEE, 2006.
- [8] Daniel Hastings and Henry Garrett. *Spacecraft-environment interactions*. Cambridge university press, 2004.
- [9] Y. Zhang, Y. Postrekhin, K.B. Ma, and W.K. Chu. Reaction wheel with hts bearings for mini-satellite attitude control. *Superconductor Science and Technology*, 15:823, 2002.
- [10] M. Omer, Q. Saeed, and MR Suddle. A simulation framework for a reaction wheel based aocs. In *Multi Topic Conference, 2003. INMIC 2003. 7th International*, pages 298–302. IEEE, 2003.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [11] Lei Xing, Zhaowei Sun, and Guodong Xu. Fpga on-board computer design based on hierarchical fault tolerance. In *Systems and Control in Aerospace and Astronautics, 2008. ISSCAA 2008. 2nd International Symposium on*, pages 1–5. IEEE, 2008.
- [12] Diario Oficial de la Federación. Ley general de cambio climático. *Nueva Ley publicada en el Diario Oficial de la Federación el*, 6, 2012.
- [13] Chávez-Moreno Rafael, Santillán-Gutiérrez Saúl, Tang Yu, and Ji Haibo. Contraction based angular velocity observer for small satellites. In *Aerospace Conference, 2016 IEEE*, pages 1–10. IEEE, 2016.
- [14] Winfried Lohmiller and Jean-Jacques E Slotine. On contraction analysis for non-linear systems. *Automatica*, 34(6):683–696, 1998.
- [15] Alexey Victorovich Pavlov, Nathan Wouw, and Henk Nijmeijer. *Uniform output regulation of nonlinear systems: a convergent dynamics approach*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [16] Wei Wang and Jean-Jacques E Slotine. On partial contraction analysis for coupled nonlinear oscillators. *Biological cybernetics*, 92(1):38–53, 2005.
- [17] Domitilla Del Vecchio and Jean-Jacques Slotine. A contraction theory approach to singularly perturbed systems with application to retroactivity attenuation. In *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, pages 5831–5836. IEEE, 2011.
- [18] Peter Crouch. Spacecraft attitude control and stabilization: Applications of geometric control theory to rigid body models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29(4):321–331, 1984.
- [19] JT-Y Wen and Kenneth Kreutz-Delgado. The attitude control problem. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 36(10):1148–1162, 1991.
- [20] Allan R Klumpp. Singularity-free extraction of a quaternion from a direction-cosine matrix. *Journal of spacecraft and rockets*, 13(12):754–755, 1976.
- [21] Juan Carlos. Hernández Ramírez. Control de orientación basado en contracción para satélites, tesis de maestría. *Universidad Nacional Autónoma de México*, 2016.
- [22] F Landis Markley and John L Crassidis. *Fundamentals of spacecraft attitude determination and control*, volume 33. Springer, 2014.
- [23] JE Slotine and MD Di Benedetto. Hamiltonian adaptive control of spacecraft. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 35(7):848–852, 1990.
- [24] O Egeland and J-M Godhavn. Passivity-based adaptive attitude control of a rigid spacecraft. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 39(4):842–846, 1994.

- [25] Fernando Lizarralde and John T Wen. Attitude control without angular velocity measurement: A passivity approach. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 41(3):468–472, 1996.
- [26] Panagiotis Tsiotras. Further passivity results for the attitude control problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(11):1597–1600, 1998.
- [27] Salvatore Nicosia and E Tomei. Nonlinear observer and output feedback attitude control of spacecraft. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 28(4):970–977, 1992.
- [28] John L Crassidis, F Landis Markley, and Yang Cheng. Survey of nonlinear attitude estimation methods. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 30(1):12–28, 2007.
- [29] S Salcudean. A globally convergent angular velocity observer for rigid body motion. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 36(12):1493–1497, 1991.
- [30] Robert Mahony, Tarek Hamel, and Jean-Michel Pflimlin. Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 53(5):1203–1218, 2008.
- [31] Nicolas Tabareau, Jean-Jacques Slotine, and Quang-Cuong Pham. How synchronization protects from noise. *PLoS computational biology*, 6(1):e1000637, 2010.
- [32] I Grave and Y Tang. A new observer for perspective vision systems under noisy measurements. 2014.
- [33] S. Janardhanan, M. un Nabi, and P.M. Tiwari. Attitude control of magnetic actuated spacecraft using super-twisting algorithm with nonlinear sliding surface. *Variable Structure Systems, IEEE Workshop on*, 12:46–51, 2011.
- [34] P. Wang and Y.B. Shtessel. Satellite attitude control using only magnetorquers. In *American Control Conference, 1998. Proceedings of the 1998*, volume 1, pages 222–226. IEEE, 1998.
- [35] M. Lovera and A. Astolfi. Spacecraft attitude control using magnetic actuators. *Automatica*, 40(8):1405–1414, 2004.
- [36] R. Kristiansen and P.J. Nicklasson. Satellite attitude control by quaternion-based backstepping. In *American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005*, pages 907–912. IEEE, 2005.
- [37] H. Elmalı and N. Olgac. Satellite attitude control via sliding mode with perturbation estimation. In *Control Theory and Applications, IEE Proceedings-*, volume 143, pages 276–282. IET, 1996.

- [38] D. Gao and J. Lv. Sliding mode control for a satellite attitude tracking system. In *Systems and Control in Aerospace and Astronautics, 2008. ISSCAA 2008. 2nd International Symposium on*, pages 1–4. IEEE, 2008.
- [39] Scott Beatty. Comparison of pd and lqr methods for spacecraft attitude control using star trackers. In *Automation Congress, 2006. WAC'06. World*, pages 1–6. IEEE, 2006.
- [40] H.K. Khalil. *Nonlinear systems*, 2002. Prentice Hall, Inc., 2002.
- [41] Daniele Carnevale, Dimitrios Karagiannis, and Alessandro Astolfi. A condition for certainty equivalence output feedback stabilization of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(5):1180–1185, 2010.
- [42] A Tavakoli, A Faghihinia, and A Kalhor. An innovative test bed for verification of attitude control system. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 32(6):16–22, 2017.
- [43] Jens Eickhoff and Hans-Peter Roeser. *Simulating spacecraft systems*, volume 7. Springer, 2009.
- [44] JPL NASA. Formation control testbed (fct), 2017.
- [45] MIT. Spheres, 2017.
- [46] Dennis S Bernstein, N Harris McClamroch, and Anthony Bloch. Development of air spindle and triaxial air bearing testbeds for spacecraft dynamics and control experiments. In *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001*, volume 5, pages 3967–3972. IEEE, 2001.
- [47] ByungMoon Kim, Efstathios Velenis, Patrick Kriengsiri, and Panagiotis Tsiotras. Designing a low-cost spacecraft simulator. *IEEE control systems*, 23(4):26–37, 2003.
- [48] Farhad Aghili. A robotic testbed for zero-g emulation of spacecraft. In *Intelligent Robots and Systems, 2005.(IROS 2005). 2005 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 3654–3661. IEEE, 2005.
- [49] Jana L Schwartz, Mason A Peck, and Christopher D Hall. Historical review of air-bearing spacecraft simulators. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012.
- [50] Quang-Cuong Pham, Nicolas Tabareau, and Jean-Jacques Slotine. A contraction theory approach to stochastic incremental stability. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 54(4):816–820, 2009.

# Capítulo 6

## ANEXOS

Consideré un sistema llamado “el líder”

$$\begin{aligned} d\mathbf{y} &= \mathbf{f}_1(\mathbf{y}, \mathbf{v})dt, \\ d\hat{\mathbf{y}}_i &= \mathbf{f}_1(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{v}}_i)dt, \quad \mathbf{y}_1 = \mathbf{y} + \sigma_\omega \omega_i, \end{aligned} \quad (6.1)$$

donde  $\mathbf{y}_i$  denota la  $i$ -th medición de la salida  $\mathbf{y}$  contaminada por un ruido “blanco”  $\omega_i$  con intensidad  $\sigma_\omega$ ,  $i = 1, \dots, N$ .  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$  y  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^p$ ,  $p \leq m$ , representa los estados medibles y no medibles, respectivamente. Defina un observador, “el  $i$ -seguidor”, en la forma

$$\begin{aligned} d\hat{\mathbf{y}}_i &= (\mathbf{f}_1(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{v}}_i) - \mathbf{K}(t)(\hat{\mathbf{y}}_i - \mathbf{y}_i) - \mathbf{u}_i(\hat{\mathbf{y}}_i, \hat{\mathbf{y}}_j))dt, \\ d\hat{\mathbf{v}}_i &= (\mathbf{f}_2(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{v}}_i) - \mathbf{u}(\hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{v}}_j))dt \end{aligned} \quad (6.2)$$

donde  $\mathbf{u}_i(\hat{\mathbf{x}}_i, \hat{\mathbf{x}}_j) = K_s \sum_j (\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{x}}_j)$  representa un termino de acoplamiento “todo para todos.” entre los elementos en la red,  $0 < \mathbf{K}(t) \in \mathbb{R}^{m \times m}$  una matriz diagonal con elementos positivos, y  $K_s > 0$ .

**Teorema 6.** *Asuma el observador libre de ruido*

$$\begin{aligned} d\hat{\mathbf{y}} &= (\mathbf{f}_1(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}) - \mathbf{K}(t)(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}))dt, \\ d\hat{\mathbf{v}} &= (\mathbf{f}_2(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}))dt \end{aligned} \quad (6.3)$$

es contrayente, es decir, para alguna  $\lambda_f > 0$ , la parte simétrica de su Jacobiana  $\mathbf{J}_s \leq -\lambda_f I$ . Sea  $\mathbf{x} = [\mathbf{y}^T \ \mathbf{v}^T]^T$ , donde el promedio de la dinámica  $\bar{\mathbf{x}}$  en (3.16), y  $\hat{\mathbf{x}}$ , La estimación de  $\mathbf{x}$ , son definidas de forma similar  $\hat{\mathbf{x}}$ . Luego, después de un transitorio exponencial

$$\begin{aligned} \|\bar{\mathbf{x}}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)\|^2 &\leq \frac{N(N-1)}{4N^2} \frac{H_{bd}(k_{max}^2 + l_F^2)\sigma_\omega^2}{\lambda_f + K_s N} \\ &\quad + \frac{(k_{max}^2 + l_F^2)\sigma_\omega^2}{N} \end{aligned} \quad (6.4)$$

## 6. ANEXOS

---

donde  $H_{bd} \geq \lambda_{max}(\delta^2 \mathbf{f}/\delta \mathbf{x}^2)$  es un limite superior uniforme de  $(\delta^2 \mathbf{f}/\delta \mathbf{x}^2)$ ,  $l_F > 0$  es la constante de Lipschitz  $\mathbf{f}(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}) = [\mathbf{f}_1^T(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}})\mathbf{f}_2^T(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}})]^T$  y  $\sup_{t \geq 0} \text{tr}\{\mathbf{K}^T(t)\mathbf{K}(t)\} \leq k_{max}^2$ .

La prueba se presenta en [32]. Para una presentación completa, la prueba es reproducida a continuación. *Proof:* El sistema (6.2) puede ser escrito como

$$\begin{aligned} d\hat{\mathbf{y}}_i &= (\mathbf{f}_1(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{v}}_i) - \mathbf{K}(t)(\hat{\mathbf{y}}_i - \mathbf{y}_i) - \mathbf{u}_i(\hat{\mathbf{y}}_i, \hat{\mathbf{y}}_j))dt \\ &\quad + \epsilon_{i,1} + \epsilon_{\omega_i}, \\ d\hat{\mathbf{v}}_i &= (\mathbf{f}_2(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{v}}_i) - \mathbf{u}(\hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{v}}_j))dt + \epsilon_{i,2} \end{aligned} \quad (6.5)$$

con  $\epsilon_{i,n} = (\mathbf{f}_n(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{v}}_i) - \mathbf{f}_n(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}_i))dt$ ,  $n = 1, 2$  y  $\epsilon_{\omega_i} = \mathbf{K}(t)\sigma_{\omega}d\omega_i$ . La derivada de (3.16), usando (6.2), esta dada por

$$\begin{aligned} d\bar{\mathbf{y}} &= (\mathbf{f}_1(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}) - \mathbf{K}(t)(\bar{\mathbf{y}} - \mathbf{y}))dt + \bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_{\omega} + \delta_1, \\ d\bar{\mathbf{v}} &= \mathbf{f}_2(\mathbf{y}, \bar{\mathbf{v}})dt + \bar{\epsilon}_2 + \delta_2, \end{aligned} \quad (6.6)$$

donde  $\delta_n = ((1/N) \sum_i \mathbf{f}_n(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}_i) - \mathbf{f}_n(\mathbf{y}, \bar{\mathbf{v}}))dt$ ,  $\bar{\epsilon}_n = ((1/N) \sum_i \epsilon_{i,n})$ , y  $\bar{\epsilon}_m = ((1/N) \sum_i \epsilon_{\omega_i})$ .

Se observa que si los terminos  $\delta_n$ ,  $\bar{\epsilon}_{\omega}$  y  $\bar{\epsilon}_n$  para  $n = 1, 2$  se hacen “pequeños”, el comportamiento del valor medio de los observadores sincronizados será cercano al caso sin ruido. La suma esperada de  $\bar{\epsilon}_{\omega}$  y  $\bar{\epsilon} = [\bar{\epsilon}_1 \ \bar{\epsilon}_2]^T$  es acotada [31] por

$$E(\|\bar{\epsilon}_{\omega}\|^2) \leq \frac{(k_{max}^2 + l_F^2)\sigma_{\omega}^2}{N}, E(\|\bar{\epsilon}\|) = \frac{\rho \mathbf{H}_{bd}}{2N^2}, \quad (6.7)$$

donde  $\rho$  representa una cota sobre la suma esperada de la diferencia entre los estados de los estados sincronizados:  $E(\sum_{i < j} \|\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{x}}_j\|^2) \leq \rho$ . Para determinar  $\rho$ , Considere la dinámica de los seguidores:

$$\begin{aligned} f_i &= \begin{cases} d\hat{\mathbf{y}}_i &= (\mathbf{f}_1(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}_i) - \mathbf{K}(t)(\hat{\mathbf{y}}_i - \mathbf{y}) \\ &\quad - N\mathbf{K}_s(\hat{\mathbf{y}}_i - \bar{\mathbf{y}}))dt + \epsilon_{i,1} + \epsilon_{\omega_i}, \\ d\hat{\mathbf{v}}_i &= (\mathbf{f}_2(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}_i) - N\mathbf{K}_s(\hat{\mathbf{v}}_i - \bar{\mathbf{v}})) + \epsilon_{i,2} \end{cases} \\ f_j &= \begin{cases} d\hat{\mathbf{y}}_j &= (\mathbf{f}_1(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}_j) - \mathbf{K}(t)(\hat{\mathbf{y}}_j - \mathbf{y}) \\ &\quad - N\mathbf{K}_s(\hat{\mathbf{y}}_j - \bar{\mathbf{y}}))dt + \epsilon_{j,1} + \epsilon_{\omega_j}, \\ d\hat{\mathbf{v}}_j &= (\mathbf{f}_2(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}_j) - N\mathbf{K}_s(\hat{\mathbf{v}}_j - \bar{\mathbf{v}})) + \epsilon_{j,2}. \end{cases} \end{aligned} \quad (6.8)$$

El cual sigue del Teorema 2 de [50] que la suma esperada de  $\|\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{x}}_j\|^2$  es acotada por  $E\|\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{x}}_j\|^2 \leq ((K_{max}^2 + l_F^2)\sigma_{\omega}^2/\lambda_{ij})$ , siendo  $\lambda_{ij} = \lambda_f + K_s N$  una cota sobre la tasa de contracción del sistema (6.5). Dando  $\rho = (N(N-1)/2)((k_{max}^2 + l_F^2)\sigma_{\omega}^2/\lambda_f + K_s N)$ . Esto junto con (6.7) lleva al limite (6.4).