

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**ASTROSISMOLOGÍA DE LA ESTRELLA
KIC 6951642 OBSERVADA POR EL SATÉLITE
KEPLER**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

Eunice Pérez Pérez

TUTOR

DR. LESTER IVAN FOX MACHADO

Enero de 2018

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD.MX.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

Pérez
Pérez
Eunice
5541303416
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
411034164

2. Datos del Tutor

Dr.
Lester Iván
Fox
Machado

3. Datos del Sinodal 1

Dra.
Marcela Dolores
Grether
González

4. Datos del Sinodal 2

Dr.
Valeri
Orlov

5. Datos del Sinodal 3

Dr.
Raúl
Michel
Murillo

6. Datos del Sinodal 4

Dr.
Naser
Qureshi

Dedicado a aquellos cuya paciencia hacia mí,
es infinita como el Universo y sus maravillas.

*¡Mira cómo la bóveda del firmamento está tachonada
de innumerables patenas de oro resplandeciente!
No hay ni el más pequeño de esos globos que contemplas
que con sus movimientos no produzca una angelical melodía
que concierte con las voces de los querubines de ojos eternamente jóvenes.*

”El Mercader de Venecia”, William Shakespeare

Agradecimientos

Agradezco principalmente al Creador del universo por vislumbrar en el cielo el camino que he decidido perseguir. Seguidamente le doy gracias a mi asesor el Dr. Lester Iván Fox Machado por enseñarme todo lo que está escrito en esta tesis, por su paciencia, ayuda y comprensión en todo momento. Finalmente y no por ello menos importante, a mi familia quienes continúan confiando en mis habilidades y respetando mis elecciones; Víctor, Reyna y Víctor Josué sin ustedes este trabajo no habría sido posible.

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM IN 105115, "Astrosismología, binariedad y pulsación: estudio y caracterización de estrellas binarias en el campo del satélite Kepler". Agradezco a la DGAPA-UNAM por la beca recibida.

*Los entendidos resplandecerán como el resplandor del firmamento;
y los que enseñan la justicia a la multitud,
como las estrellas a perpetua eternidad.
Daniel 12:3*

Resumen

La misión espacial Kepler, lanzada en Marzo de 2009, provee fotometría de alta precisión de miles de estrellas observadas simultáneamente. El análisis de las largas series temporales obtenidas por Kepler de estrellas pulsantes, constituye una oportunidad única para investigar el interior de estas estrellas por medio de la Astrosismología.

En esta tesis se presenta un análisis sismológico de la estrella KIC 6951642 que fue observada por el satélite Kepler entre mayo de 2009 y abril de 2013. El análisis de fotometría permitió detectar 20 frecuencias de pulsación, con un nivel de significación superior al 99%; permitiendo llevar a cabo un análisis teórico de los modos de oscilación detectados. Los parámetros atmosféricos de la estrella se obtuvieron del análisis de espectros ECHELLE adquiridos en el Telescopio de 2.12-m del Observatorio Astronómico Nacional en San Pedro Mártir. Los parámetros derivados a partir de estas observaciones coinciden dentro de las incertidumbres con los parámetros de KIC 6951642 reportados en la literatura. Se han calculado un conjunto de modelos de estructura estelar con la física apropiada de acuerdo a los parámetros de la estrella. Seguidamente se han calculado las frecuencias teóricas de oscilaciones adiabáticas a partir de los modelos de estructura estelar. Finalmente se llevó a cabo una comparación entre las frecuencias de oscilación observadas y las teóricas por medio de ajustes del tipo χ^2 .

Como resultado del análisis sismológico, se ha revelado la naturaleza híbrida de KIC 6951642, ya que su espectro de amplitudes de oscilación muestra pulsaciones en las regiones de los modos g y p que están claramente separadas. Las primeras pulsaciones entre 0-4 c/d son típicas de las estrellas tipo γ Doradus, mientras que las segundas pulsaciones entre 8-20 c/d son típicas de las estrellas tipo δ Scuti. Por lo tanto, KIC 6951642 es una estrella pulsante híbrida que muestra ambos tipos de oscilaciones δ Scuti y γ Doradus. La identificación de los modos de oscilación indica que KIC 6951642 oscila con modos no radiales p de orden bajo y modos g de orden alto. El modelo sismológico que mejor ajusta a las observaciones corresponde a una masa de $2.35M_{\odot}$, un radio de $2.86R_{\odot}$ y una temperatura efectiva de $7288K$.

Summary

The Kepler space mission, successfully launched in March 2009, provides continuous, high-precision photometry of thousands of stars simultaneously. The analysis of the Kepler long time-series of pulsating stars gives a unique opportunity to investigate the interior of the stars by means Asteroseismology.

This thesis presents a seismological analysis of the star KIC 6951642 observed by the Kepler satellite between May 2009 and April 2013. The analysis of the Kepler photometry allowed to detect 20 pulsation frequencies with a significance level above 99%. This allowed carry out a theoretical analysis of the detected oscillation modes. It was obtained the atmospheric parameters of the star from Echelle spectra acquired at the 2.12-m Telescope of the Observatorio Astronómico Nacional at San Pedro Mártir (OAN-SPM). The parameters derivated are in agreement within the uncertainties with those reported in the literature. It was calculated a set of stellar structure models with appropriate physic to the star parameters. Then, it was computed the adiabatic oscillation eigenfrequencies from the structure stellar models. Finally, it was carry out a comparison between the observed oscillation frequencies and the theoreticals by means of χ^2 fitting.

As a result, the sismological analysis it has revealed the hybrid nature of KIC 6951642, the amplitude spectrum of the oscillations of KIC 6951642 shows pulsations in both g -mode and p -mode regions which are clearly separated. The former pulsations between 0-4 c/d are typical of γ Dor stars while the later pulsations between 8-20 c/d are typical of δ Sct stars. Therefore, this target is a hybrid star showing both kind of oscillations - δ Sct and γ Dor. The mode identification indicates that the star oscillate in non-radial low-orders p and high-orders g modes. The seismological model that best fits observations corresponds to mass of $M = 2.35 M_{\odot}$, radius of $2.86 R_{\odot}$ and effective temperature of 7288K.

Índice

1	Introducción	1
1.1	Antecedentes de Astrosismología	1
1.2	Astrosismología y estrellas pulsantes	1
1.3	Estrellas variables δ Scuti, γ Doradus e híbridas	4
1.4	Satélite Kepler y KIC 6951642	6
1.5	Motivación y objetivos	10
2	Teoría de Oscilaciones estelares	12
2.1	Oscilaciones tridimensionales en las estrellas	13
2.1.1	Modos radiales y modos no radiales	14
2.1.2	El efecto de rotación: modos m	15
2.2	Ecuaciones de oscilaciones lineales y adiabáticas	17
2.3	Modos de oscilación: Modos p y Modos g	20
2.3.1	Modos mixtos	23
3	Datos observacionales: Adquisición y Análisis	24
3.1	Datos fotométricos	24
3.1.1	Datos fotométricos de Kepler	24
3.1.2	Detección de las frecuencias de oscilación: Period04	27
3.2	Comparación de los espectros de amplitud de cadencia larga y corta	31
3.3	Datos espectroscópicos	32
3.4	Análisis de datos espectroscópicos: derivación de los parámetros atmosféricos	36
4	Análisis teórico	38
4.1	Cálculo de modelos de estructura estelar: Código CESAM2K	38
4.2	Estado evolutivo de KIC 6951642 en el Diagrama Hertzsprung-Russell (HR)	38
4.3	Cálculo de las frecuencias teóricas de oscilación: Código FILOU	45
4.4	Comparación de las frecuencias teóricas y las frecuencias observacionales	45
5	Discusión y Conclusiones	48
6	Bibliografía	50

1

Introducción

1.1 Antecedentes de Astrosismología

Fue alrededor del año 500 a.C. cuando por primera vez se llamó armónicos a los astros. Pitágoras de forma idealizada dijo que los cuerpos celestes se encuentran separados en proporción armónica numérica dentro de un sistema geocéntrico en el cual el movimiento del Sol y los planetas estaban regidos por intervalos musicales, que emitían zumbidos particulares e imperceptibles acorde a su revolución orbital. Dicha idea que predominó hasta el Renacimiento era conocida bajo el nombre de *Armonía del Cosmos* o *Música Celeste*.

Kepler, en 1600, relacionó de forma distinta la música celeste con la velocidad en su Segunda Ley: “*Cuanto más cerca se encuentre un planeta del Sol, su velocidad traslacional será mayor*”. En 1770 Titius Bode enunció una expresión empírica que relaciona la separación entre el Sol, los planetas y las notas musicales.

Ya para la década 1900 los telescopios sondeaban regiones cada vez mayores del espacio, pero ningún instrumento tenía la capacidad de penetrar las capas de una estrella a fin de conocer su constitución interna. Esta situación fue reconocida por Sir Arthur Stanley Eddington quien en 1918 supuso que a partir de las condiciones observables de la superficie de una estrella se podría conocer su estructura interna. La implicación rigurosa de esta suposición dio origen a la Astrosismología.

1.2 Astrosismología y estrellas pulsantes

La Astrosismología se puede definir como la rama de la Astrofísica que trata de obtener información de la estructura estelar estudiando los modos propios de oscilación presentes en las estrellas pulsantes. Como veremos más adelante, la Astrosismología es una herramienta única para obtener información del interior estelar.

Las estrellas pulsantes son estrellas variables que presentan variaciones de tipo periódico

o cuasi-periódico en sus propiedades observables debido a un mecanismo físico de excitación interno. A las estrellas pulsantes se les conoce como variables intrínsecas para diferenciarlas de las variables extrínsecas, como las binarias eclipsantes que sufren ocultaciones o las variables eruptivas debido a la transferencia de masa proveniente de estrellas vecinas.

Un modo de oscilación es el estado estacionario de las vibraciones originadas por la perturbación de un sistema en equilibrio. Las frecuencias intrínsecas de dichas oscilaciones caracterizan la estructura física del sistema perturbado.

Las oscilaciones de las estrellas pulsantes corresponden a ondas estacionarias que se propagan a través de cavidades resonantes del interior estelar. Estas ondas, a medida que se propagan en el interior estelar se ven afectadas por cambios locales de presión, densidad, temperatura y composición química. De manera que estudiando como se relacionan las oscilaciones con esos cambios locales de las propiedades macroscópicas, se infieren las condiciones físicas del interior de una estrella.

Históricamente las Cefeidas han ocupado un lugar importante entre todas las clases de estrellas pulsantes debido a su gran amplitud de oscilación que conlleva una fácil detección. Los primeros estudios teóricos sobre oscilaciones estelares intentaban precisamente explicar la variabilidad de las Cefeidas. Estos estudios fueron desarrollados por Lord Kelvin (1863) y Ritter (1879). En particular Ritter realizó una discusión teórica acerca de las pulsaciones radiales en una estrella homogénea.

Aunque trabajos posteriores trataron de explicar la variabilidad de las Cefeidas por medio de efectos de binariedad, no fue hasta en 1914 cuando Shapley, basándose en análisis observacionales dedujo que la variabilidad de las Cefeidas sólo podía deberse a pulsaciones intrínsecas y no a efectos de binariedad. Le siguieron los trabajos de Eddington (1918) que sentaron la base matemática de las oscilaciones radiales y adiabáticas bajo el efecto de la fuerza gravitatoria y el gradiente de presión; y luego Pekeris (1938) y Cowling (1941), la solución analítica de oscilaciones no radiales adiabáticas con modelos homogéneos y politrópicos.

Aún con los avances teóricos, faltaba comprender la causa por la cual las Cefeidas pulsaban. La primera explicación fue que las oscilaciones eran causadas por las reacciones nucleares en su interior. Esta suposición fue descartada cuando se demostró que el amortiguamiento radiativo de las capas superiores impedía la generación de oscilaciones con la amplitud observada. Por lo tanto se concluyó que el mecanismo excitador debía encontrarse en las capas estelares externas.

Fue Zhevakin (1953) quien propuso el *mecanismo κ* o de válvula, el cual ocasiona cambios de opacidad en la región de la segunda ionización del helio, como el causante de la variabilidad de las Cefeidas. Luego se comprobó que este mecanismo define una franja en el diagrama Hertzsprung-Russell (diagrama HR) que afecta no sólo a las Cefeidas, sino a otras muchas estrellas pulsantes. Esta región se conoce como *Franja de inestabilidad de*

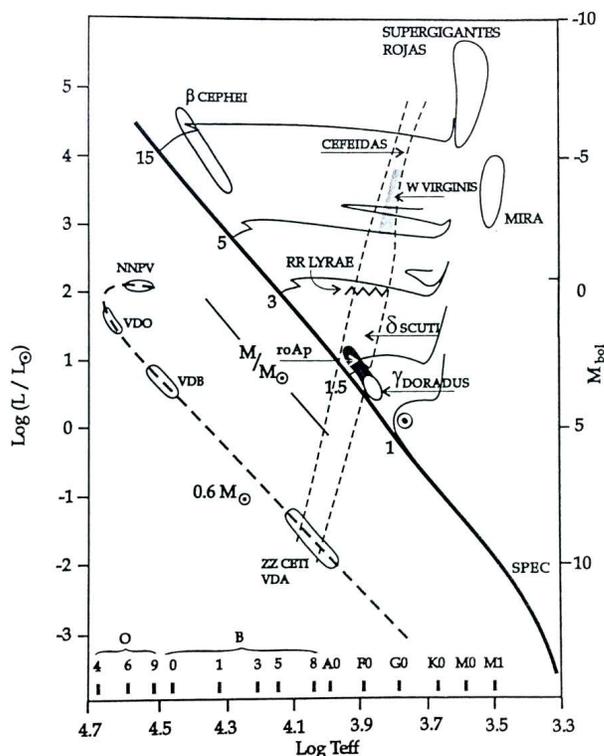


Figura 1.1: Diagrama Hertzsprung-Russell ilustrando la localización de las principales estrellas pulsantes en la banda de inestabilidad (Adaptado de Aerts et al. (2010)).

las Cefeidas y se muestra en la Figura 1.1. Dicha banda esta comprendida de mayor a menor luminosidad por: las Cefeidas y las RR Lyrae en la rama horizontal de las gigantes rojas, las δ Scuti, las γ Doradus y las rapidly oscillating Ap (roAp) cortando a la Secuencia Principal, y en la fase de enana blanca las ZZ Ceti.

Entre estas estrellas variables se pueden encontrar estrellas muy jóvenes y muy evolucionadas, de Población I y II, por lo que tienen un amplio rango de masas. Presentan períodos de oscilación de entre décimas de minuto hasta varios años. Se localizan en el halo y en el bulbo galáctico, tanto en los cúmulos abiertos como en los globulares; y son ampliamente estudiadas por proporcionar importante información de la estructura y la evolución estelar.

Como explicaremos en detalle más adelante, las oscilaciones estelares se pueden clasificar de acuerdo a la fuerza que restaura el movimiento oscilatorio. En el caso de las estrellas, existen dos fuerzas principales que mantienen el equilibrio hidrostático: la presión y la gravedad. Cuando la presión es la fuerza restauradora, las oscilaciones se denominan modos acústicos o *modos p* y cuando la gravedad es dominante, se refiere a los modos gravitatorios o *modos g*.

El movimiento oscilatorio más sencillo es el llamado modo radial fundamental que ocurre cuando la estrella se expande y se contrae manteniendo su simetría esférica. Este tipo de oscilación es observado en la mayoría de las Cefeidas y las RR Lyrae. El modo radial fundamental es de casi igual duración que la escala de tiempo dinámico de la estrella y por lo tanto proporciona información directa de su densidad.

No obstante, las estrellas pulsantes oscilan de manera más compleja y presentan varios modos de pulsación excitados simultáneamente que pueden ser de tipo radial o no radiales (que al propagarse distorsionan la simetría esférica estelar). Cada modo de oscilación está caracterizado por su periodo (frecuencia), y por una terna de valores (n, l, m) resultado de la distribución espacial de las oscilaciones de la estrella y se denominan *orden radial*, *grado angular* y *orden azimutal* respectivamente.

1.3 Estrellas variables δ Scuti, γ Doradus e híbridas

Las estrellas δ Scuti son variables pulsantes localizadas en la parte baja de las franja de inestabilidad de las Cefeidas, donde ésta intercepta a la Secuencia Principal (SP). Típicamente tienen periodos de oscilación entre 20 min y 5 horas. Son de tipo espectral entre A2 y F5 con masas entre 1.5 y 2.5 M_{\odot} .

Algunas estrellas δ Scuti son pulsadores radiales puros, mientras que la mayoría pulsan en muchos modos no-radiales simultáneamente. Las pulsaciones en esta clase de variables son debidas a modos p de bajo grado angular ($l \leq 3$) y de bajo orden radial ($n = 0$ a 7).

Las estrellas δ Scuti se han clasificado en dos sub-categorías de acuerdo a la amplitud de sus oscilaciones: las Delta Scuti de Alta Amplitud (*HADS: High Amplitude Delta Scuti*) con amplitud mayor a 0.3 magnitudes y las Delta Scuti de Baja Amplitud (*LADS: Low Amplitude Delta Scuti*) con amplitud de oscilación menor a 0.3 magnitudes.

Físicamente las estrellas tipo HADS tienen propiedades cercanas a las Cefeidas clásicas ya que generalmente son estrellas evolucionadas que presentan pulsaciones radiales con un sólo modo dominante (casi monoradiales). Mientras que las estrellas de baja amplitud se localizan en la Secuencia Principal y suelen ser multiperiodicas.

Las estrellas variables γ Doradus fueron reconocidas como una nueva clase de variables a mediados de la década de los años 90, a pesar de que la variabilidad en la estrella prototipo del grupo, la estrella γ Doradus (HR 1338), fue descubierta mucho antes por Cousins y Warren (1963), y subsecuentemente estudiada por Cousins (1966 y 1992).

Cousins (1992) reportó que la variabilidad de γ Doradus (HR 1338) se podía explicar en términos de dos componentes sinusoidales con periodos $P_1 = 0.7570$ y $P_2 = 0.7334$, sin embargo, no podían ajustarse a los datos observacionales resultando en una variación aleatoria de los datos. En los años posteriores la causa de la variabilidad de la estrella γ Doradus se mantuvo poco entendida.

Sin embargo el descubrimiento de nuevas variables con características pulsacionales similares a la estrella γ Doradus como HD 164615 (Burke & Lucy, 1977), 9 Aur (Kriszunas & Guinan, 1990), HD 224638 (Mantegazza & Poretti, 1991), condujo a que fueran clasificadas en una nueva categoría de estrellas pulsantes denominadas estrellas tipo γ Doradus (Balona et al. 1994, Kaye et al. 1999).

Este tipo de estrella pulsante tiene tipos espectrales tardíos entre A7 y F5, luminosidad clase IV-V, periodos típicamente entre 8 horas y 3 días, amplitudes del orden de una décima de magnitud. Las oscilaciones en estas estrellas son debidas a modos g (gravedad) de orden radial alto y grado angular bajo.

Las γ Doradus son estrellas con zonas convectivas externas. El mecanismo típico de excitación en estas estrellas es mediante el 'bloqueo convectivo'. La envoltura convectiva de las γ Doradus es profunda y se extiende más allá de la región de ionización parcial del He II donde opera el mecanismo κ de excitación. Como la mayoría del flujo es transportado por convección, el mecanismo κ no se aplica. En este caso las pulsaciones se originan mediante un bloqueo de la luminosidad radiada en la parte inferior de la zona convectiva.

En la fase caliente de la pulsación, el excedente de calor en el fondo de la zona convectiva, no puede ser transportado inmediatamente por la convección. Esto se debe a que la escala de tiempo local de un elemento de volumen convectivo en estas regiones es del mismo orden o mayor al período de pulsación. En estas circunstancias, no hay tiempo suficiente para que el calor en la base del elemento de volumen convectivo sea transportado hacia la cima de dicho elemento dentro de un ciclo pulsacional. Como resultado el calor es bloqueado, la presión aumenta en la base de la zona convectiva y las capas se expanden produciendo la pulsación (Guzik et al. 2000, Dupret et al. 2004).

En las δ Scuti, al ser estrellas con núcleos convectivos y capas radiativas, las oscilaciones se generan por medio del mecanismo κ (Zhevakin, 1953) el cual produce retenciones y liberaciones continuas de energía debidas a cambios en la opacidad, en la capa de ionización del He II. En particular, la opacidad disminuye a medida que la temperatura aumenta. Durante la contracción el aumento de la temperatura y la disminución de la opacidad genera una fuga de calor a través de las capas que estabilizan a la estrella. Sin embargo, en la capa de ionización parcial del He II, la opacidad aumenta con la temperatura porque la radiación es absorbida al ionizar del material.

De forma que durante la contracción, parte del calor es absorbido al ionizar una mayor cantidad de especies atómicas. De forma que se absorbe energía en la contracción y es liberada durante la expansión. Esta pérdida y ganancia de calor debido a los cambios de opacidad dentro de la estrella durante el ciclo de pulsación es lo que se denomina mecanismo κ (Breger, 2000).

Las estrellas γ Doradus están situadas en una zona cercana a la secuencia principal, con masas entre 1.5 a 1.8 M_{\odot} , que parcialmente se solapa con la región de las δ Scuti, con masas entre 1.5 a 2.5 M_{\odot} , en la banda de inestabilidad; tal y como se muestra en la

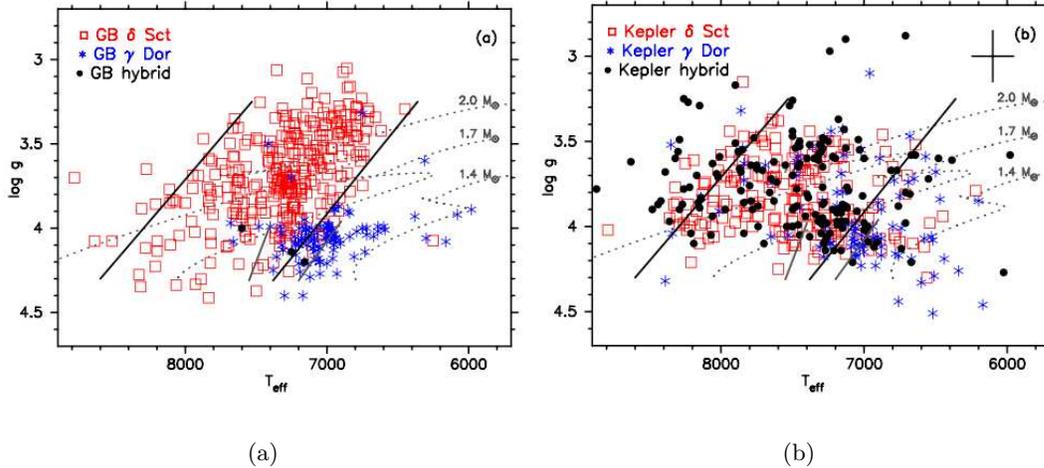


Figura 1.2: (a) Diagrama HR en el plano T_{eff} y $\log g$ de las estrellas δ Scuti, γ Doradus e híbridas detectadas con observaciones desde tierra. (b) El mismo diagrama que en (a) pero de las estrellas detectadas por el satélite *Kepler* hasta el año 2011. En cada Figura se muestran los bordes azul y rojo de la franja de inestabilidad. De Uytterhoeven et al. (2011)

Figura 1.2. Es de esperarse que en esta intersección se encuentren estrellas con modos de oscilación p y modos g , es decir pulsaciones híbridas en sus espectros de frecuencias.

La primera confirmación de un pulsador híbrido de este tipo con los datos de telescopios terrestres fue Handler et al. (2002), desde entonces se han presentado varios candidatos a pulsadores híbridos que van en aumento por el análisis de datos de telescopios espaciales (Handler, 2009). Como se puede notar en la Figura 1.2(a) con observaciones desde tierra solamente se habían confirmado tres pulsadores híbridos, pero con la misión *Kepler*, la cantidad de candidatos a pulsadores híbridos ha aumentado enormemente. Tal y como se puede notar en la Figura 1.2(b) las estrellas candidatas ocupan toda la banda de inestabilidad, e incluso algunas estrellas se encuentran fuera de esta.

1.4 Satélite Kepler y KIC 6951642

La resolución en el espectro de frecuencias de las oscilaciones estelares (distribución de amplitudes de oscilación para cada frecuencia de la estrella pulsante) depende inversamente del tiempo de observación ($\Delta\nu \sim T^{-1}$), por lo que la detección de frecuencias de oscilación con alta precisión requiere de una fina fotometría con series temporales de larga duración y preferentemente ininterrumpidas.

Uno de los métodos más utilizados en la Astrosismología observacional para obtener series temporales continuas desde tierra son las observaciones multisitio, que consisten en observar un mismo objeto estelar de manera continua mediante redes de observatorios ubicados alrededor del globo terrestre que utilizan instrumentación similar. Ejemplos de

estas redes observacionales son: WET "Whole Earth Telescope" (Nather et al. 1990), STEPHI "STellar PHotometry International" (Michel et al. 2000, Fox Machado et al. 2007), DSN "Delta Scuti Network" (Breger et al. 1999, Handler et al. 2000), SONG "Stellar Observations Network Group" (Grundahl et al. 2008).

A pesar de las ventajas de las observaciones multisitio, estas requieren una gran coordinación y amplia colaboración de los diferentes grupos de investigación. Por otro lado, debido a mal tiempo, problemas instrumentales y a la imposibilidad de conseguir tiempo simultáneo de observación en todos los observatorios involucrados, la eficiencia de estas observaciones suele ser de entre el 30% y 40%.

La alternativa actual a las observaciones multisitio desde tierra son las observaciones desde el espacio. Las misiones espaciales, tales como *Kepler* (Borucki et al. 2010), CoRoT (Baglin et al. 2006) y MOST (Walker et al. 2003) han permitido mejorar notablemente la detección de oscilaciones en todas las clases de estrellas pulsantes. Por tanto el nivel de detección ha crecido drásticamente al obtener series temporales continuas de muy larga duración.

En particular, *Kepler* es un satélite de la NASA lanzado en marzo de 2009 cuyo principal objetivo es la búsqueda de exoplanetas con características similares a las de la Tierra y ubicados en la zona de habitabilidad de su estrella, por el método de tránsito. Para esto, durante los primeros cuatro años de la misión, *Kepler* ha observado de manera simultánea a 150,000 estrellas, localizadas entre las constelaciones de Lyra y Cygnus (en una área del plano galáctico) la cual se muestra en la Figura 1.3. Antes del lanzamiento del satélite *Kepler* las estrellas de esta región fueron observadas fotométricamente, y para determinar sus parámetros físicos, se agruparon en una gran base de datos pública que contiene el catálogo denominado *Kepler Input Catalogue* (KIC).

El principal objetivo de la misión *Kepler* es detectar pequeños cambios en el brillo de las estrellas, del orden de 20 partes por millón, que podran ser producidos por el planeta orbitando delante de ellas. Dada la enorme cantidad de curvas de luz de muy alta precisión que se generan durante el proceso de búsqueda de planetas, el segundo objetivo de *Kepler* es obtener información acerca del interior estelar de las estrellas pulsantes mediante astrosismología. Para cumplir sus objetivos, *Kepler* utiliza un telescopio tipo Schmidt de 0.95 m de apertura con un espejo primario de 1.4 metros. En la Figura 1.4 se muestra una imagen de la cámara CCD que se encuentra instalada abordo de la sonda. La cámara posee un campo de visión de 115 grados cuadrados y ofrece una resolución de 95 millones de píxeles.

La duración prevista de la misión fue de 3.5 años y se esperaba que la finalización de su misión fuera a finales de 2012 pero posteriormente se amplió hasta el 2016. Desafortunadamente dos de los giroscopios del mecanismo de estabilización de la sonda se averiaron, por lo que en el año 2013 se dio inicio a la misión K2 que consiste en observar diferentes campos a lo largo de la eclíptica.

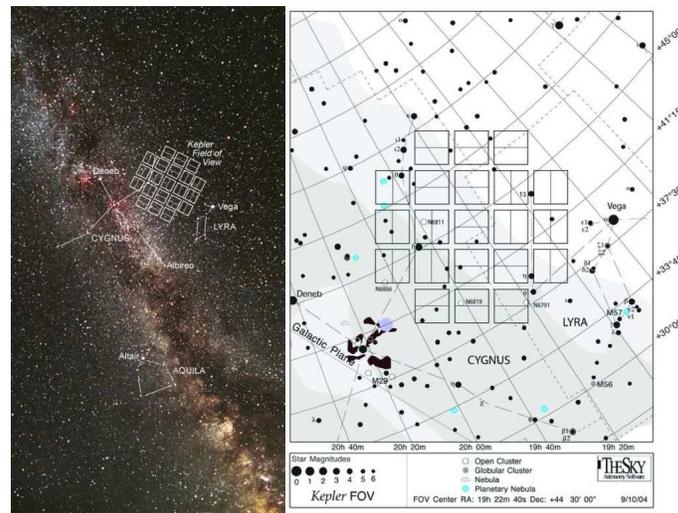


Figura 1.3: Campo visual del satélite *Kepler*. De [https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler\(spacecraft\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler(spacecraft))

La tasa de lectura de los 42 CCDs de *Kepler* es de 6.54 segundos (6.05 segundos de tiempo de integración + 0.52 segundos de tiempo de lectura). Sin embargo, las series temporales generadas por la misión contienen dos tipos de datos, es decir datos de cadencia larga y datos de cadencia corta. Cada punto en los datos de cadencia larga corresponde a un tiempo de exposición de 1768.5 segundos que resultan de co-sumar 270 exposiciones de 6.54 segundos.



Figura 1.4: Plano focal del satélite *Kepler*, consiste de 42 cámaras CCD. De [https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler\(spacecraft\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler(spacecraft))

En el caso de los datos de cadencia corta, cada imagen tiene un tiempo de exposición efectivo de 58.85 segundos que resulta de co-sumar 9 exposiciones de 6.54 segundos. La

mayoría de las estrellas se observaron en cadencia larga, mientras que solamente 512 se observaron en cadencia corta.

Los datos obtenidos por el satélite *Kepler* se organizan por trimestres (*quarters*). Las curvas de luz son procesadas y calibradas en *NASA AMES RESEARCH CENTER* ¹. Los datos finales (curvas de luz procesadas) como los datos crudos son archivados en el *Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST)* ² y la mayoría de ellos son públicos actualmente.

KIC 6951642 fue observada en el modo de cadencia corta (~ 1 min de exposición) durante el inicio de la misión por 20 días. Luego fue observada en el modo de cadencia larga (~ 30 min de exposición) durante aproximadamente 3 años que corresponden a 18 trimestres. Las coordenadas astronómicas de KIC 6951642 así como sus parámetros físicos obtenidos del *Kepler Input Catalog (KIC)* se presentan en la Tabla 1.1. Estos parámetros fueron derivados a partir de la fotometría previa al lanzamiento de la misión.

Tabla 1.1: Parámetros de la estrella KIC 6951642 del Kepler Input Catalogue.

Kepler Id.	AR (J2000)	Dec (J2000)	Mag. Kepler (mag)	E(B-V)	T_{eff} K	$\log g$ cm/s^2	Radio R_{\odot}
6951642	19 31 05.930	+42 29 53.20	9.704	0.119	7178	3.365	4.413

Por otra parte, la estrella KIC 6951642 tiene las siguientes designaciones en la literatura: BD+42 3370, GSC 03143-00305, 2MASS J19310592+4229532, PPM 58443, AG+42 1713, TYC 3143-305-1, SAO 48539. Algunas magnitudes fotométricas e infrarrojas tomadas de la base de datos *SIMBAD Astronomical Database*³ se listan en la Tabla 1.2. El campo de visión cercano con la estrella KIC 6951642 en el centro se muestra en la Figura 1.5, sus coordenadas indican que se encuentra dentro del campo del satélite *Kepler*.

Tabla 1.2: Parámetros fotométricos de la estrella KIC 6951642 tomados de la base de datos SIMBAD

Kepler Id.	B (mag)	V (mag)	J (mag)	H (mag)	K (mag)	Tipo espectral
6951642	9.99	9.70	8.976	8.868	8.829	A5

KIC 6951642 fue incluida en un estudio por Uytterhoeven et al. (2011) de 750 estrellas variables candidatas a tipo espectral A y F observadas por Kepler durante los primeros tres trimestres de la misión. Uytterhoeven et al. (2011) llevaron a cabo una clasificación

¹<https://www.nasa.gov/ames/home>

²<http://archive.stsci.edu/kepler/>

³<http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>

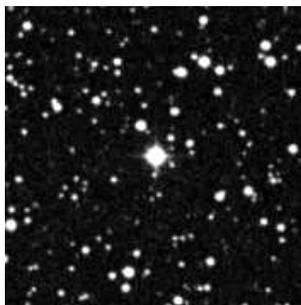


Figura 1.5: Campo de $5' \times 5'$ de KIC 6951642 (De SIMBAD Astronomical Database).

visual a partir de los espectros de amplitudes de dichas estrellas con el objetivo estudiar fenomenológicamente la relación entre las estrellas δ Scuti, las estrellas γ Doradus y las estrellas híbridas. Como resultado de dicho análisis KIC 6951642 fue catalogada como una estrella candidata a estrella híbrida. Dado que el análisis realizado por Uytterhoeven et al. (2011) se basa en el análisis visual de los espectros de amplitudes de tres trimestres de datos, un análisis detallado de la estrella es necesario para confirmar su estado evolutivo y determinar su clasificación real.

Los parámetros atmosféricos de KIC 6951642 y de otras 116 estrellas en el campo de *Kepler* han sido reportados recientemente por Niemczura et al. (2015). Dichos parámetros fueron obtenidos mediante dos métodos. Primero a partir de la síntesis espectral de espectros de alta resolución y después a través del ajuste de la distribución espectral de energía. Niemczura et al. (2015) asignan un tipo espectral de F1V a KIC 6951642.

1.5 Motivación y objetivos

Como se indicó anteriormente el análisis de los espectros de amplitudes de cientos de estrellas pulsantes candidatas a tipos espectrales A y F en el campo de *Kepler* ha permitido identificar nuevas estrellas candidatas híbridas δ Scuti/ γ Doradus.

Estas estrellas híbridas representan un enorme potencial para la Astrosismología ya que al presentar oscilaciones tanto en el rango de los modos p y como en el rango de los modos g un estudio detallado de las mismas permitiría escanear completamente la estructura estelar, ya que la zona de propagación de dichas oscilaciones incluye tanto el núcleo como la envoltura estelar. La detección de nuevas estrellas híbridas además a abierto nuevas interrogantes sobre la extensión de los límites de la franja de inestabilidad y de los mecanismos de excitación de las oscilaciones en dichas estrellas pulsantes.

En el caso particular de KIC 6951642 ha sido catalogada como una candidata a ser estrella híbrida δ Sct/ γ Dor. Sin embargo, como se indicó anteriormente, esta clasificación se basa en una observación visual del espectro de oscilaciones (representación gráfica de los modos en que oscila la estrella pulsante) a partir de tres trimestres de datos de *Kepler*

sin ningún cálculo de modelos. Por lo tanto, para comprobar que la estrella es realmente una estrella híbrida es necesario calcular modelos de oscilación que permitan identificar las frecuencias de oscilación presentes en la estrella, de forma que nos permitan asignar a los modos de oscilación observados el tipo de oscilación entre modo g o modo p . Estos modelos además proveerán información sobre el estado evolutivo de KIC 6951642.

Los objetivos concretos de este trabajo son:

- Analizar la curva de luz de KIC 6951642 generada con 18 trimestres de datos de cadencia larga y calcular sus frecuencias de oscilación.
- Analizar la curva de luz de KIC 6951642 generada con los datos de cadencia corta y compararla con los datos de cadencia larga.
- Reducir y analizar espectros Echelle de KIC 6951642 tomados en el Observatorio Astronómico Nacional en San Pedro Mártir con el objetivo de derivar sus parámetros atmosféricos.
- Calcular una serie de secuencias evolutivas de KIC 6951642 con el código CESAM2k.
- Estimar el estado evolutivo de KIC 6951642 en el diagrama Hertzsprung-Russell a partir de las secuencias evolutivas.
- Calcular una serie de modelos sismológicos para KIC 6951642 a partir de los modelos de estructura que mejor describan el estado evolutivo de la estrella.
- Comparar las frecuencias observacionales de KIC 6951642 con las frecuencias teóricas resultantes de los modelos sismológicos, por medio de la minimización de ajustes del tipo χ^2 .
- Obtener el modelo sismológico que mejor ajusta a los datos observacionales.

En los siguientes capítulos se expondrá la metodología así como también las herramientas y los códigos utilizados en el presente trabajo. Y para finalizar la discusión y las conclusiones.

2

Teoría de Oscilaciones estelares

En este capítulo se resumirán los principios básicos de la teoría de oscilaciones estelares, describiendo los tipos de modo de oscilación en las estrellas. El estudio de un sistema físico por sus modos de oscilación es una idea clásica en la Física. Al estudiar los mecanismos de excitación y amortiguamiento de los modos oscilantes, se sabe la clase de modos que esperamos detectar en las observaciones. Los temas explicados en el presente capítulo se pueden encontrar con más detalle en los libros de texto Aerts, et al. (2010) y Christensen-Dalsgaard (1998).

Como se mencionó anteriormente, las oscilaciones estelares son ondas estacionarias propagándose a través de cavidades resonantes en el interior estelar, y por lo tanto son información pura de su estructura. Las observables de las estrellas pulsantes que varían como la luminosidad y velocidad radial, son el efecto de cambios periódicos de la configuración del equilibrio estelar a causa de perturbaciones oscilando a través de las capas envolventes.

La amplitud de oscilación de una onda estacionaria unidimensional, es función de la posición y el tiempo $A(x, t)$ y en el caso lineal está dada por la expresión:

$$A(x, t) = A_0 \text{sen}(kx) \cos(\omega_0 t - \delta_0) \quad (2.1)$$

donde A_0 es la amplitud de la onda, k es el número de onda, ω_0 es la frecuencia angular de oscilación que depende de las características de la cuerda y δ_0 es el desfase temporal de la onda respecto al origen.

Para explicar los modos radiales y no radiales de oscilación en la superficie de una estrella, pensemos primeramente en una superficie (2-dimensional) como la membrana de un tambor. El conjunto de modos que tiene nodos concéntricos en la superficie se les denomina modos radiales. El modo radial fundamental es aquel que limita a toda la membrana a moverse hacia arriba y hacia abajo con simetría circular, con máxima amplitud en el centro donde se encuentra el antinodo y como el borde siempre permanece

fijo es un nodo. Luego el primer armónico radial tiene un nodo conformado por un círculo que secciona en dos partes la membrana (la parte externa en un anillo y la parte interna central), el anillo externo se mueve en sentido opuesto al centro; de la misma forma el segundo armónico radial esta compuesto por dos círculos concéntricos que son sus nodos.

Existe una segunda dirección de oscilación en la membrana, conocidos como modos no radiales. El primer modo no radial es el modo dipolo, cuyo nodo es una línea que pasa por el centro de la superficie y la divide a la mitad, de forma que las dos mitades oscilan en oposición de fase. El segundo armónico no radial divide la membrana circular del tambor en cuatro secciones iguales (cuadrupolo) que se muestran en la Figura 2.1. Y así sucesivamente con el resto de los modos armónicos de oscilación.

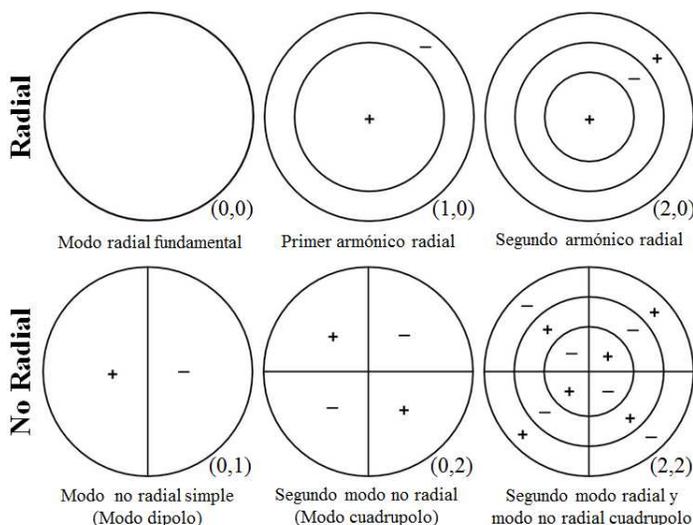


Figura 2.1: Representación esquemática de los modos radiales y no radiales de oscilación en la membrana de un tambor (los signos de + y - indican que un antinodo se mueve hacia arriba o abajo, respectivamente). Dichos modos de oscilación se caracterizan por números cuánticos (a, b) donde a corresponde al número de nodos radiales y b al número de nodos no radiales. (De Christensen-Dalsgaard, 1998).

2.1 Oscilaciones tridimensionales en las estrellas

Ya que las estrellas son tridimensionales, sus modos naturales de oscilación tienen tres direcciones ortogonales. Estas direcciones están determinadas por las capas concéntricas radiales (r), las líneas latitudinales (θ) y las líneas longitudinales (φ). De forma que para una estrella con simetría esférica las soluciones a las ecuaciones de movimiento tienen desplazamientos en las direcciones (r, θ, φ) y están dadas por

$$\xi_r(r, \theta, \varphi, t) = a(r)Y_l^m(\theta, \varphi)\exp(i2\pi\nu t) \quad (2.2)$$

$$\xi_\theta(r, \theta, \varphi, t) = b(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \varphi)}{\partial \theta} \exp(i2\pi\nu t) \quad (2.3)$$

$$\xi_\varphi(r, \theta, \varphi, t) = \frac{b(r)}{\sin\theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} \exp(i2\pi\nu t) \quad (2.4)$$

donde ξ_r , ξ_θ y ξ_φ son los desplazamientos, $a(r)$ y $b(r)$ son amplitudes, ν es la frecuencia de oscilación y $Y_l^m(\theta, \varphi)$ son los armónicos esféricos, definidos como

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) \exp(im\varphi) \quad (2.5)$$

Y $P_l^m(\cos\theta)$ son los polinomios de Legendre, que se expresan como

$$P_l^m(\cos\theta) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1 - \cos^2\theta)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{d\cos^{l+m}\theta} (\cos^2\theta - 1)^l \quad (2.6)$$

donde θ se mide desde el polo pulsante (eje de simetría). En la mayoría de las estrellas pulsantes el eje de simetría coincide con el eje de rotación. Con excepción de las estrellas Ap con rápidas oscilaciones, donde el eje simetría de pulsación es el eje magnético.

Al igual que en la superficie superior de un tambor (bidimensional), hay dos números cuánticos para especificar los modos de oscilación, en las estrellas tridimensionales hay tres números cuánticos y son:

- n el orden de nodos radiales y es llamado modo armónico. A veces este número cuántico se representa con k , particularmente en los trabajos realizados sobre enanas blancas pulsantes.
- l el grado angular y especifica el número de nodos presentes en la superficie.
- m el orden azimutal, especifica las líneas longitudinales que hay en la superficie; las líneas latitudinales son equivalentes a $l - |m|$. Los valores de m van de $-l$ a $+l$, por lo que hay $2l + 1$ modos m para cada grado angular l .

2.1.1 Modos radiales y modos no radiales

Como se mencionó anteriormente, los modos más simples son los modos radiales con $l = 0$, y el más sencillo de ellos es el modo radial fundamental con $n = 0$ en el que la estrella se expande y contrae (mientras se calienta y enfría) manteniendo su simetría esférica donde el núcleo es el nodo y la superficie (que es la que se desplaza) es el antinodo. Éste método es típico de las variables Cefeidas y RR Lyrae.

El primer armónico radial tiene $n = 1$ con un nodo radial que es una envolvente concéntrica en el interior de la estrella. En términos del desplazamiento radial, la envolvente es un nodo (no se mueve) y los movimientos suceden arriba y abajo de ésta en oposición de fase. Por ejemplo en las estrellas roAp, sus nodos radiales pueden ser directamente

observados en sus atmósferas con sólo el movimiento en oposición de fase por encima y debajo del nodo radial y el antinodo en la superficie.

Algunas estrellas Cefeidas, RR Lyrae y δ Scuti pulsan a la vez en el modo fundamental y en los primeros modos armónicos radiales.

El modo más simple de los modos no radiales es el correspondiente a la simetría axial dipolo con $l = 1$ y $m = 0$. Para este modo el ecuador de la estrella es un nodo, el hemisferio norte se expande mientras que el hemisferio sur se contrae y viceversa (debido a que uno y calienta y el otro se enfría). Esto es dependiente de $P_1^0(\cos\theta) = \cos\theta$ donde θ es la colatitud. Por lo tanto no hay ningún cambio en la sección transversal de la estrella.

Desde el punto de vista de un observador, la estrella parece oscilar arriba y abajo en el campo de visión; lo cuál es asombroso porque cómo podría una estrella “rebotar” en el espacio; y ya que las estrellas son incomprensibles esto no puede suceder, entonces se creyó que no era posible pulsar en el modo dipolo. Sin embargo, Christensen-Dalsgaard (1976) mostró que el centro de masa de una estrella no se desplaza durante las oscilaciones en modo dipolo, por lo que las estrellas si pueden pulsar en tal modo. Los modos dipolo son dominantes en las observaciones de las rápidas oscilaciones de las estrellas Ap.

Los modos no radiales solo ocurren para $n \geq 1$, por lo que en el caso de la modalidad dipolo, existe al menos un nodo radial en el interior de la estrella; mientras que la capa exterior asciende y desciende desde el punto de vista del observador. Entonces la envolvente interior se desplaza, pero el centro de masa permanece fijo.

Los modos con dos nodos en la superficie $l = 2$ se denominan modos cuadrupolo. El modo $l = 2, m = 0$ depende de $P_2^0(\cos\theta) = (3\cos^2\theta - 1)/2$, en este modo dos de los polos se expanden, mientras que los otros se contraen (al enfriarse y calentarse, aunque no sucede en fase con los desplazamientos). La Figura 2.2 muestra el modo octopolo con $l=3$ que ayuda a vislumbrar la forma en como se ven los nodos en una superficie esférica estelar. (De Aerts et al. 2010)

2.1.2 El efecto de rotación: modos m

En las ecuaciones 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5, claramente se observa que para los modos m ($m \neq 0$) las exponenciales en estas ecuaciones se combinan para dar una dependencia temporal que va como $\exp[i(2\pi\nu t + m\varphi)]$, este factor significa que los modos m son ondas viajeras. La convención de signos es que los modos con m positivo viajan contra la dirección de rotación (modo retrógrado ó sentido horario), y los modos con m negativa viajan en la dirección de rotación (modo progrado ó sentido antihorario).

Para una estrella con simetría esférica, las frecuencias de todos los miembros del multiplete $2l + 1$ (conocido como octopolo séptuple con $l = 3, m = -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$) son la misma. Pero las desviaciones de la simetría esférica pueden aumentar la degeneración de la frecuencia, y la causa física más significativa de la desviación de una estrella

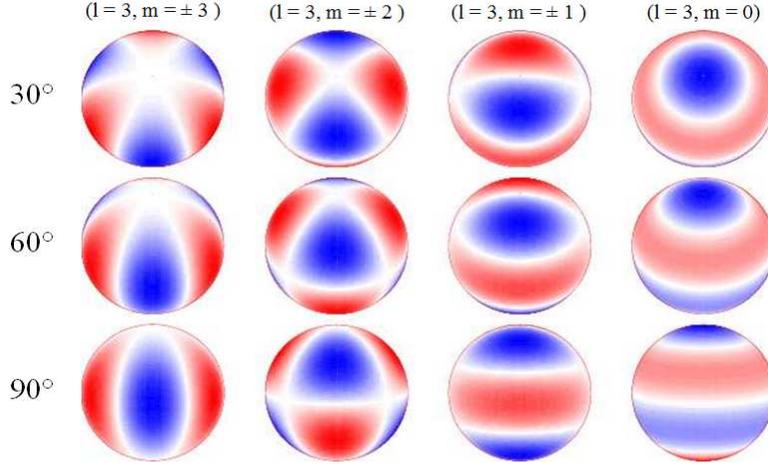


Figura 2.2: Representación esquemática de los modos radiales $l = 3$ octopolar. Las filas muestran los modos oscilantes desde diferentes ángulos de visión: 30, 60 y 90 respectivamente. Las bandas blancas esquematizan las posiciones de los nodos en la superficie, mientras que las regiones en rojo y azul muestran las secciones de la estrella que se están expandiendo (contrayendo) al calentarse (enfriarse) y viceversa. De derecha a izquierda, la primera columna muestra $l = 3$ y $m = 0$, de la segunda a la cuarta muestran telas para $0 < m \leq l$. Es importante destacar que la rotación distingue el signo de m (De Christensen-Dalsgaard, 1998).

es la rotación. En una estrella en rotación, la fuerza de Coriolis provoca variaciones en las pulsaciones. Estas podrán crecer o decrecer y volverse cíclicas con la dirección de la fuerza de Coriolis, estando contra la dirección de rotación. Por lo tanto, los modos m progrados viajando en el sentido de la rotación tienen frecuencias ligeramente más bajas que $m=0$ (modo de simetría axial) y los modos retrógrados que van contra la dirección de rotación tienen frecuencias ligeramente más altas, en el marco de referencia de la co-rotación de la estrella.

Esto fue analizado en el marco de referencia del observador (Ledoux, 1951). La relación de rotación de Ledoux para una estrella rotando uniformemente se expresa como

$$\nu_{nlm} = \nu_{nl0} - m(1 - C_{nl})\Omega \quad (2.7)$$

donde ν_{nlm} es la frecuencia observada, ν_{nl0} es la frecuencia central imperturbable del multiplete ($m = 0$) la cual no se ve afectada por la rotación, C_{nlm} es la constante de normalización y Ω es la frecuencia de rotación. La ecuación 2.7 puede reescribirse como

$$\nu_{nlm} = \nu_{nl0} + mC_{nl}\Omega - m\Omega \quad (2.8)$$

De la cual es más fácil observar que la fuerza de Coriolis reduce ligeramente la frecuencia observada del modo progrado ($m < 0$) de la co-rotación del sistema; y la frecuencia aumenta para el modo que viaja contra la dirección de la rotación (retrógrado con $m > 0$). También se puede decir que todos los miembros del multiplete están separadas por

$(1 - C_{nl})\Omega$. Sin embargo, en una verdadera estrella, los diversos componentes de los múltiplos están excitados en diferentes amplitudes y algunas pueden no tener una amplitud observable, por lo que en las observaciones pueden no estar todos los miembros de un multiplete.

De forma que la Astrosismología al observar los miembros de un multiplete y sus amplitudes, encuentra una marcada división de rotación dada por el signo de m reflejada en las amplitudes de frecuencia de cada modo; y de la cual se puede inferir la velocidad de rotación de la estrella. Además los múltiplos de los modos de diferente grado angular u orden radial, nos permiten conocer la velocidad de rotación interna de la estrella (que no se puede conocer por otro medio).

Por ejemplo la Heliosismología ha sido capaz de medir la velocidad de rotación diferencial del interior del Sol, hasta aproximadamente medio camino hacia el núcleo. Debajo de la zona de convección el Sol rota cuasi-rígido con un período cercano a 27 días, en la superficie se ve en latitudes de alrededor de 35° y en la zona de convección la rotación no sólo depende de la distancia al eje de rotación solar como se creía.

2.2 Ecuaciones de oscilaciones lineales y adiabáticas

De los parámetros de oscilación que se observan en las estrellas, las frecuencias poseen ventajas en el diagnóstico de las propiedades estelares, ya que se pueden relacionar de manera sencilla con sus propiedades intrínsecas. Por ejemplo, con el período fundamental $\Pi \simeq G\bar{\rho}$, se puede medir la densidad media de la estrella.

Las oscilaciones observadas en las estrellas pulsantes típicamente son de baja amplitud. Lo que permite, en primera aproximación, el tratamiento en términos de pequeñas perturbaciones lineales alrededor del modelo de equilibrio resultante de los cálculos de estructura y evolución estelar. No obstante, los efectos no lineales son importantes en la determinación de los tipos de modos de oscilación presentes en la estrella. Suponiendo una simetría esférica e independiente del tiempo, cada magnitud perturbada se puede expresar como:

$$f(\vec{r}, t) = f_0(r) + f'(\vec{r}, t) \quad (2.9)$$

donde f_0 es la magnitud en estado de equilibrio f' es una perturbación euleriana (perturbación en un punto dado).

Las ecuaciones generales que describen las oscilaciones de una estrella son las ecuaciones de hidrodinámica. Asumiendo que en el estado de equilibrio hidrostático la estrella posee simetría esférica y que el medio estelar es estático, no viscoso y no magnético. La teoría lineal de perturbaciones queda explicada por el siguiente sistema de ecuaciones:

- Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.10)$$

- Ecuación de equilibrio hidrostático:

$$\rho \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\nabla p + \rho \nabla \Phi \quad (2.11)$$

- Ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi G \rho \quad (2.12)$$

- Ecuación de conservación de adiabaticidad

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\Gamma_1 p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (2.13)$$

donde $\Gamma_1 = \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho}\right)_S$ con S la entropía del sistema. Se ha despreciado la perturbación Lagrangiana de la composición química, ya que los períodos de pulsación son mucho más cortos que la escala de tiempo de la nucleosíntesis y de la difusión del material.

La ecuación de conservación de energía se ha remplazado por una ecuación de adiabaticidad, en la que no hay intercambio de calor entre los diferentes puntos del medio debido a las oscilaciones. Ya que los períodos de pulsación observados son mucho más cortos que la escala de tiempo térmico a través de la estrella, entonces las oscilaciones pueden ser razonablemente consideradas como adiabáticas. Ésta aproximación adiabática será suficiente para determinar el espectro total de oscilaciones de un modelo estelar y para calcular las frecuencias de oscilación con una precisión también razonable; deja de ser válida en las zonas externas de la superficie. Los efectos no adiabáticos son importantes para determinar cuáles modos son inestables a la pulsación.

Perturbando cada una de las variables y suponiendo que estas perturbaciones son muy pequeñas, se puede despreciar los términos de orden superior al primero y entonces obtenemos las ecuaciones linealizadas. Es importante mencionar que a pesar de que la rotación es relevante en las variables δ Scuti, es posible realizar el análisis de una perturbación a los modelos simétricamente esféricos no rotantes. De forma que las propiedades básicas de las oscilaciones en las δ Scuti se obtienen a través del estudio de oscilaciones lineales adiabáticas de una estrella no rotante.

Dado que hemos considerado una simetría esférica y que por tanto, las magnitudes de equilibrio dependen sólo del radio, hace posible expresar las perturbaciones en variables separables, una parte radial y otra angular. Donde la parte radial viene dada por los armónicos esféricos y además las magnitudes de equilibrio son independientes del tiempo. Entonces una perturbación queda expresada por

$$f'(r, \theta, \varphi, t) = \tilde{f}'(r) Y_l^m(\theta, \varphi) \exp(i\omega t) \quad (2.14)$$

Aplicando esta expresión para las perturbaciones y usando las propiedades de los armónicos esféricos se llega a las ecuaciones de oscilación, teniendo ahora como variable sólo la parte radial \tilde{f}' de cada perturbación

$$\frac{d\tilde{\xi}_r}{dr} = - \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{\Gamma_{1,0}p_0} \frac{dp_0}{dr} \right) \tilde{\xi}_r + \frac{1}{\rho_0 c_s^2} \left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \tilde{p}' - \frac{l(l+1)}{\omega^2 r^2} \tilde{\Phi}' \quad (2.15)$$

$$\frac{d\tilde{p}'}{dr} = \rho_0(\omega^2 - N^2)\tilde{\xi}_r + \frac{1}{\Gamma_{1,0}p_0} \frac{dp_0}{dr} \tilde{p}' + \rho_0 \frac{d\tilde{\Phi}'}{dr} \quad (2.16)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\tilde{\Phi}'}{dr} \right) = -4\pi G \left(\frac{\tilde{p}'}{c_s^2} + \rho_0 \frac{\tilde{\xi}_r}{g_0} N^2 \right) + \frac{l(l+1)}{r^2} \tilde{\Phi}' \quad (2.17)$$

donde el desplazamiento $\delta\vec{r}$ está separado en las componentes radial y tangencial:

$$\delta\vec{r} = \xi_r \hat{r} + \vec{\xi}_t \quad (2.18)$$

con

$$\xi_r(r, \theta, \varphi, t) = \tilde{\xi}_r(r) Y_l^m(\theta, \varphi) \exp(i\omega t) \quad (2.19)$$

y

$$\vec{\xi}_t(r, \theta, \varphi, t) = \tilde{\xi}_t(r) \left(\frac{\partial Y_l^m}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_l^m}{\partial \varphi} \hat{\varphi} \right) \exp(i\omega t) \quad (2.20)$$

Las perturbaciones eulerianas de las variables quedan determinadas en función de los armónicos esféricos de grado l y orden azimutal m según la ecuación. Esto en consecuencia de la simetría esférica. Con el propósito de calcular las frecuencias de oscilación, evitando las complicaciones de la ecuación de la energía se prescinde del término de calor de la ecuación de conservación de la energía. Lo cual se justifica porque en el interior estelar las escalas de tiempo térmico son del orden del tiempo de Kelvin-Helmholtz, o sea $t_{\text{ter}} \approx 10^7$ años, mientras que los periodos de pulsación de una estrella híbrida es del orden de minutos a horas, por lo que la hipótesis de adiabaticidad es aceptable. Pero por el contrario, cerca de la superficie t_{ter} es comparable con los periodos de oscilación, y los modos son claramente no adiabáticos.

En estas ecuaciones se han introducido las funciones

- Frecuencia de Lamb

$$S_l^2 = \frac{l(l+1)c_s^2}{r^2} \quad (2.21)$$

- Frecuencia de Brunt-Väisälä o de flotabilidad

$$N^2 = g_0 \left(\frac{1}{\Gamma_{1,0}p_0} \frac{dp_0}{dr} - \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} \right) \quad (2.22)$$

donde c_s es la velocidad del sonido $c_s^2 = \Gamma_1 \frac{p_0}{\rho_0}$

Definir $\frac{d\tilde{\Phi}'}{dr}$ como variable, en conjunto con las ecuaciones 2.16 - 2.18 constituyen un sistema de cuarto orden de ecuaciones diferenciales ordinarias con cuatro variables dependientes $\tilde{\xi}_r$, \tilde{p}' , $\tilde{\Phi}'$ y $\frac{d\tilde{\Phi}'}{dr}$. A este sistema se agregan cuatro condiciones de frontera: dos en la superficie y dos en el centro. De tal forma que al ser un sistema de ecuaciones homogéneo, sin términos independientes, entonces tenemos un problema típico de valores propios y sólo un número discreto de frecuencias ω^2 serán solución (frecuencias posibles en una cavidad resonante). El caso general se expresa como

$$L[y] = \omega^2 y \quad (2.23)$$

donde L es un operador lineal que representa a las ecuaciones y las frecuencias ω^2 son llamadas frecuencias propias, las cuales tienen asociada una función propia para cada variable $\tilde{f}'(r)$. Para cada valor de l se tiene un conjunto de ecuaciones y, por tanto de valores de ω , cuyas funciones propias asociadas difieren entre sí en el número de puntos nodales a lo largo del radio, dados por el orden radial n . En general, cada valor propio ω_{nlm} está caracterizado por los tres números cuánticos; pero como no se ha introducido la rotación, los valores propios estarán degenerados en m al no existir un eje preferencial.

2.3 Modos de oscilación: Modos p y Modos g

Todo oscilador depende de una fuerza de restauración que lo haga retornar a su punto de equilibrio. Como se dijo en la Introducción, en el caso de las estrellas las principales fuerzas que mantienen el equilibrio hidrostático son la presión, la gravedad y en algunos casos el campo magnético. Cada una de ellas origina distintos modos, llamados respectivamente modos p, modos g y ondas de Alfvén. No abordaremos los modos originados por el campo magnético pero si se explicarán brevemente los modos mixtos que son aquellos que se comportan como modos p en el exterior y como modos g en el interior estelar.

Los modos p son ondas acústicas de modos que no están dirigidos al centro de la estrella (modos no radiales), de manera que la parte inferior de la onda está en una región de mayor temperatura que la parte superior de la onda; y por lo tanto en una zona con mayor velocidad del sonido. En consecuencia, la onda se refracta a la superficie, donde luego se refleja y entonces la energía acústica es atrapada en el interior de la estrella, como se puede ver en la Figura 2.3. Es importante mencionar que el número de puntos de reflexión en la superficie no corresponde al grado angular l (número de nodos en la superficie). Los modos con grado angular mayor tienen más puntos de reflexión por lo que sólo penetran algunas envolventes y los modos de bajo grado angular penetran más profundamente.

La frecuencia del modo observado en la superficie, depende del tiempo que le toma al sonido viajar a lo largo de la trayectoria del rayo; por lo tanto la integral de dicha velocidad es una buena medida de la "cavidad acústica". Entonces como en las estrellas pulsantes, muchos modos penetran a todas las profundidades posibles y se observan en la superficie; es posible pasar de las observaciones a un mapa de velocidades del sonido en

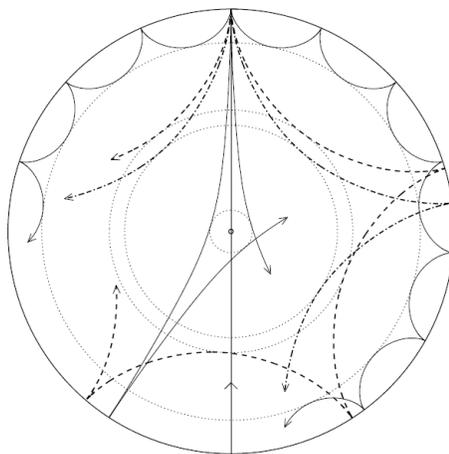


Figura 2.3: Diagrama de la sección transversal de una estrella, con las trayectorias de modos p de tres diferentes grados angulares. Los círculos punteados representan los límites de las cavidades acústicas inferiores a cada trayectoria (De Christensen-Dalsgaard, 1998).

el interior estelar, y a partir de este deducir un perfil de temperatura, con suposiciones razonables acerca de la composición química .

Los modos g o gravitatorios, típicamente se visualizan como una burbuja de gas oscilando en la dirección radial alrededor de la posición de equilibrio bajo la acción de la gravedad; en su movimiento desplaza materia hacia los lados y en menor medida, radialmente, por lo que no hay modos g para $l = 0$. El núcleo de las estrellas variables δ Scuti, a partir del ciclo CNO genera alta cantidad energía, que no es transferido eficientemente por el transporte radiativo; de forma que aparecen modos p y modos g en las observaciones. Por la naturaleza de los modos gravitatorios, poseen periodos mayores que los modos p , por lo que en observaciones terrestres es difícil su detección en el espectro de frecuencias porque coincide con la zona de ruido (instrumental y atmosférico).

A continuación se realizará una breve comparación de las propiedades de los dos principales modos de pulsación: modos p y modos g .

- Los modos p son ondas acústicas cuya propagación en el gas es paralela a la dirección de vibración; mientras que los modos g son debidos a la gravedad (el empuje es la fuerza de recuperación) y su propagación en el gas es principalmente transversal.
- Si el número de nodos radiales aumenta, las frecuencias de los modos p también aumentan, y las frecuencias de los modos g disminuyen.
- Los modos p son más sensibles a las condiciones superficiales de la estrella, mientras que los modos g son más sensibles a las condiciones del núcleo estelar (véase Figura 2.4).

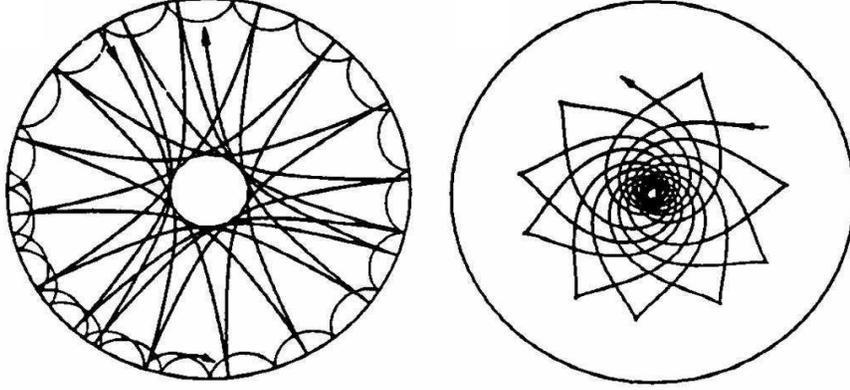


Figura 2.4: Diagrama comparativo de las trayectorias de los rayos de modos p a la izquierda y modos g a la derecha. La trayectoria del modo p con alto grado angular tiene $n = 8$, $l = 100$ y la de menor grado angular tiene $n = 10$, $l = 5$. El modo g es atrapado en el interior estelar (modelo solar) ya que no se propagan a la parte convectiva externa y en la superficie pueden ser observables (débilmente) sus efectos en la zona de convección (De Christensen-Dalsgaard, 1998).

- Para ordenes radiales muy grandes, existe una relación asintótica para los modos p (son aproximadamente equidistantes en frecuencia) y no hay una relación asintótica para los modos g .

Las relaciones asintóticas son de gran importancia en muchas estrellas pulsantes. De acuerdo a Tassoul, (1980) y Unno et al. (1978) la frecuencia observada está dada por:

$$\nu_{nlm} = \Delta\nu_0 \left(n + \frac{1}{2} + \epsilon \right) + \delta\nu \quad (2.24)$$

donde n y l son el orden radial y el grado angular del modo de oscilación, ϵ es una constante de orden unitario, $\delta\nu$ es conocida como la “pequeña separación”, ν_{nlm} es la frecuencia observada. $\Delta\nu_0$ es la gran separación y es inversamente proporcional al tiempo de viaje de la onda de sonido desde la superficie de la estrella al núcleo y de regreso, dado por

$$\Delta\nu_0 = \left(2 \int_0^R \frac{dr}{c(r)} \right)^{-1} \quad (2.25)$$

donde $c(r)$ es la velocidad del sonido. Evidentemente la gran separación es sensible al radio de la estrella; y ya que las estrellas variables están cerca de la secuencia principal, es una buena medida de la masa de la estrella. La pequeña separación es sensible a la condensación del núcleo y por lo tanto a la edad de la estrella.

2.3.1 Modos mixtos

Como su nombre indica son una mezcla de modos p y g , teniendo porcentajes de su energía de oscilación distribuidos desde el interior estelar hasta la superficie. Son producto del acoplamiento existente entre los dos tipos de oscilación a lo largo de la evolución de la estrella.

Durante la evolución de la estrella, la composición química central, varía al fusionarse hidrógeno para producir helio, creándose un gradiente negativo del peso molecular medio μ en el borde externo del núcleo convectivo que disminuye la presión central, por lo que el núcleo se contrae. Esto permite que la estabilidad dinámica sea mayor y que aumente la frecuencia N de Brunt-Väisälä (frecuencia máxima de oscilación, en el caso límite en que un modo g no arrastra materia verticalmente). De forma que los modos g tienen frecuencias más altas y se aproximan a los modos p .

La mayor parte de los modos p , apenas varían con la evolución estelar, mientras que los modos g sufren cambios en su cavidad resonante permitiendo que se puedan propagar a mayor frecuencia. Este aumento de frecuencia en los modos g , hace que se encuentren con cavidades resonantes nuevas en la envoltura externa en las que previamente sólo existía un modo p puro. El acoplamiento entre un ascendente modo g y un modo p , produce un intercambio de propiedades que resultan en la aparición de un modo mixto. El parámetro de la sobrepenetración convectiva cambia el tamaño real del núcleo convectivo, e influye en gran medida en la frecuencia de los modos mixtos. Por lo tanto identificar dichos modos en el espectro de frecuencia es un importante indicador de este parámetro.

3

Datos observacionales: Adquisición y Análisis

A lo largo de este capítulo se describirán a profundidad la metodología utilizada en la adquisición de datos, detección de frecuencias, observaciones espectroscópicas, reducción del espectro de la estrella, el proceso del análisis teórico de los modos de oscilación y el cálculo de secuencias evolutivas usando las propiedades intrínsecas de la estrella, citadas de la literatura y obtenidas del análisis espectral.

3.1 Datos fotométricos

En astronomía, la fotometría se encarga de medir la luminosidad (brillo) de los astros. La escala de brillos de las estrellas fue establecido por Hipparcos de Nicea (astrónomo griego). Él dividió el brillo en cinco magnitudes, pero sólo pudo clasificar los astros visibles por el ojo humano durante una noche oscura. Después de la invención del telescopio de Galileo en 1609 se amplió la escala a aquellos objetos que no eran visibles a simple vista. Los astros más brillantes como el Sol, tienen magnitud negativa, los más débiles tienen magnitud positiva y mientras mayor sea dicho número, el astro es más débil luminosamente.

Una curva de luz es una representación gráfica de la intensidad de luz de un objeto celeste (magnitud aparente) en función del tiempo. Se suelen graficar a partir de una región espectral o banda fotométrica (dependiendo del filtro usado en las observaciones). En el caso de las estrellas variables, las curvas de luz son periódicas y su estudio proporciona información sobre los procesos físicos que se producen en su interior y por tanto son una herramienta fundamental.

3.1.1 Datos fotométricos de Kepler

Como se mencionó en la Introducción la fotometría obtenida por el telescopio *Kepler* es a través de una cámara cuyo plano focal se compone de 42 sensores CCD (2200 x 1024 píxeles) con resolución de 95 megapíxeles y un sensor capaz de detectar cambios

de 20 partes por millón para estrellas con magnitud aparente de 12. Las curvas de luz calibradas se archivan en el *Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST)*. De esta base se descargaron las curvas de luz en formato de tablas FITS (*Flexible Image Transport System*) de 18 trimestres de cadencia larga y una curva de luz de cadencia corta. En la Tabla 3.1 se enlistan los parámetros principales de cada trimestre de observación que incluye el nombre del archivo, el tipo de cadencia en el que fueron observados, las fechas entre las cuales el telescopio *Kepler* realizó la toma de datos y el número de datos no nulos a los cuáles se les realizó un análisis de Fourier.

Tabla 3.1: Archivos .fits descargados de la base pública Kepler Input Catalogue

Dataset name	Quarter	Target type	Actual start time	Actual end time	Date (No NULL)
KPLR006951642					
2009131105131	0	LC	2009-05-02 00:54:56	2009-05-11 17:51:31	469
2009131110544	0	SC	2009-05-02 00:40:43	2009-05-11 18:05:44	14234
2009166043257	1	LC	2009-05-13 00:15:49	2009-06-15 11:32:57	1624
2009259160929	2	LC	2009-06-20 00:25:09	2009-09-16 23:09:29	4070
2009350155506	3	LC	2009-09-18 17:19:58	2009-12-16 23:55:06	4134
2010078095331	4	LC	2009-12-19 21:03:56	2010-03-19 16:53:31	4108
2010174085026	5	LC	2010-03-20 23:47:15	2010-06-23 15:50:26	4486
2010265121752	6	LC	2010-06-24 22:44:09	2010-09-22 19:03:09	4272
2010355172524	7	LC	2010-09-23 16:08:24	2010-12-22 01:10:41	4226
2011073133259	8	LC	2011-01-06 20:45:08	2011-03-14 20:18:16	3106
2011177032512	9	LC	2011-03-21 00:24:25	2011-06-26 10:10:29	4609
2011271113734	10	LC	2011-06-27 08:14:32	2011-09-28 18:22:51	4441
2012004120508	11	LC	2011-09-29 16:56:19	2012-01-04 19:50:25	4473
2012088054726	12	LC	2012-01-05 21:49:54	2012-03-28 12:32:43	3550
2012179063303	13	LC	2012-03-29 05:42:32	2012-06-27 13:18:20	4241
2012277125453	14	LC	2012-06-28 15:17:47	2012-10-03 19:40:10	4269
2013011073258	15	LC	2012-10-05 23:39:07	2013-01-11 15:18:15	4366
2013098041711	16	LC	2013-01-12 14:21:10	2013-04-08 11:02:28	3534
2013131215648	17	LC	2013-04-09 17:26:44	2013-05-11 12:01:39	1284

Cada una de las tablas FITS obtenidas de la base de datos pública de *Kepler* se convirtieron en tablas ASCII usando el programa *fv 5.3* (Figura 3.1). Las tablas de datos contienen 20 columnas donde la primera es el tiempo en día juliano bariocentrico (BJD) de la medición y las siguientes listan los diferentes tipos de fotometría que reporta la misión con sus incertidumbres. Las curvas de luz utilizadas en el presente trabajo se generaron con el flujo corregido PDCSAP-FLUX, es decir, el flujo con apertura fotométrica sencilla (Simple Aperture Photometry, SAP-FLUX) con mitigación de errores sistemáticos (Stumpe et al. 2012) principalmente resultado de la aberración por velocidad diferencial que introduce frecuencias de baja amplitud en todo el trimestre y cambios de enfoque por variaciones térmicas debidas a la posición del satélite con respecto al Sol; llamado

Prebúsqueda de datos acondicionados (Pre-search Data Conditioning, PDC).

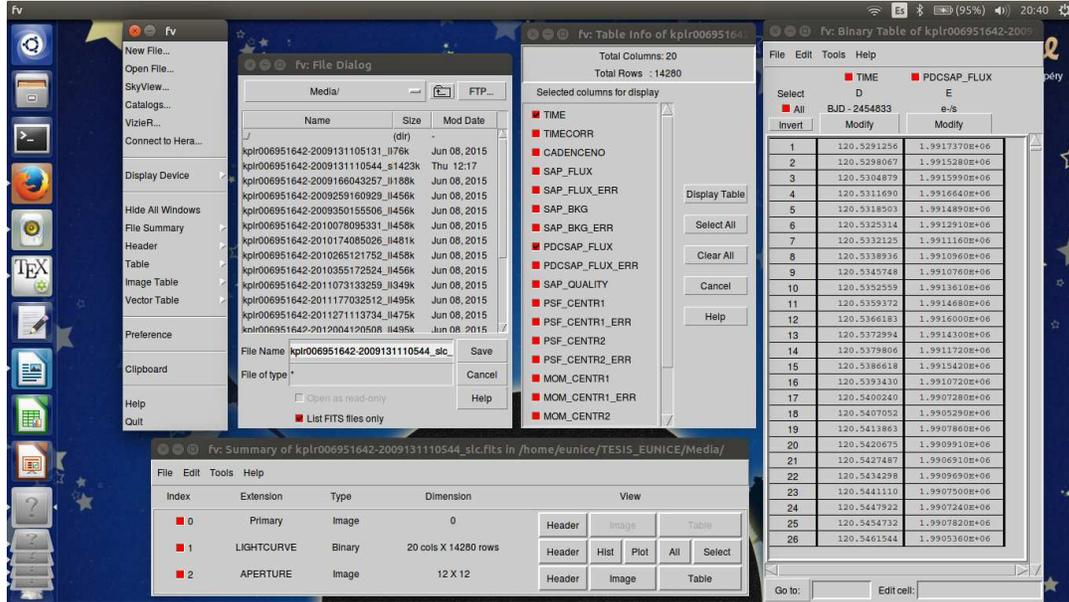


Figura 3.1: Ventanas del programa fv 5.3 para seleccionar las columnas TIME y PDCSAP-FLUX.

Previamente a los archivos de datos en ASCII de cada trimestre se les han eliminado datos nulos (“NULL”) y se les ha restado la media a fin de normalizarlos, situándolos a un mismo nivel para evitar variaciones espúreas de largo periodo no reales en las curvas de luz. Un ejemplo de una curva de luz normalizada se muestra en la Figura 3.2.

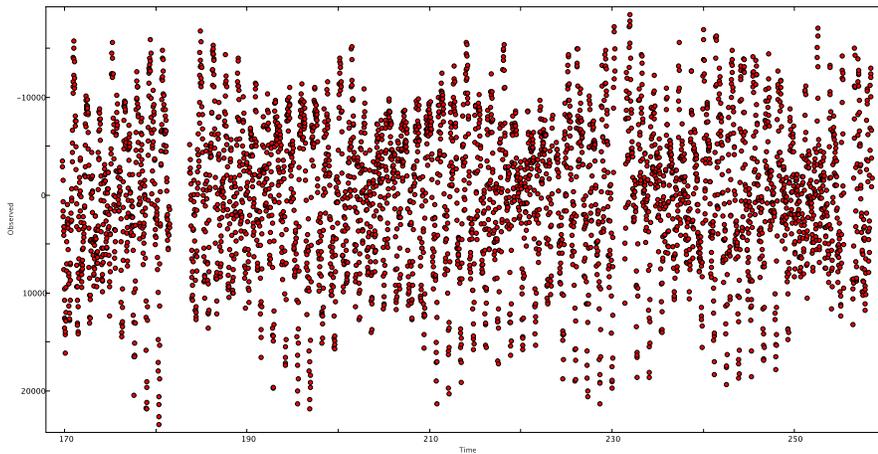


Figura 3.2: Ejemplo de una curva de luz normalizada.

3.1.2 Detección de las frecuencias de oscilación: Period04

La detección de las frecuencias de oscilación presentes en las curvas de luz se realizó con el programa *Period04* (Lenz & Breger, 2005). Dicho programa calcula el espectro de amplitudes de las oscilaciones (gráfico que muestra la amplitud de las frecuencias identificadas en la curva de luz) por medio de una transformada de Fourier a la curva de luz original y luego usando el método de “prewhitening” (blanqueo) permite determinar iterativamente las frecuencias, amplitudes y fases de los periodos de oscilación restando a la curva de luz original una función sinusoidal dada por la siguiente ecuación:

$$f_1(t_i) = f_0(t_i) - A_1 \text{sen}(2\pi\nu_1 t_i + \varphi_1) \quad (3.1)$$

donde $f_0(t_i)$ es la función original a la que se le resta una senoide de amplitud A_1 , frecuencia ν_1 y fase φ_1 , que corresponde a la señal a blanquear.

El proceso iterativo para determinar los picos de frecuencia considerados debidos a la señal oscilatoria es el siguiente:

1. Se calcula la transformada de Fourier de la serie temporal original y se identifica el pico de mayor amplitud.
2. Se hace un ajuste por mínimos cuadrados a la serie temporal con esta frecuencia y se mejora simultáneamente la frecuencia, amplitud y fase.
3. Se calcula la transformada de Fourier de los residuos y se identifica un nuevo pico de mayor amplitud.
4. Se hace un ajuste por mínimos cuadrados usando simultáneamente las frecuencias derivadas.

Este procedimiento se repite hasta que se extraen todas las frecuencias significativas y los residuos dejan de disminuir. El criterio a seguir para considerar que una frecuencia es significativa con un nivel de confianza del 99% es que el pico debe tener una señal a ruido mayor que 3.7 (Alvarez et al. 1998).

La Figura 3.3 muestra las ventanas de los módulos de “Fourier”, “TIME STRING” y “FIT” del programa *Period04* correspondientes al tercer trimestre con datos obtenidos en Larga Cadencia. Y en la Figura 3.4 se puede observar un ejemplo de “prewhitening”. De los primeros seis cálculos de Fourier, en el que claramente se nota que cuando se elimina una frecuencia la amplitud decrece.

Para escoger la lista de frecuencias definitivas a usar en el análisis teórico se procedió de la siguiente manera:

1. Usando el procedimiento descrito arriba se analizaron cada uno de los trimestres de datos por separado. Los espectros de amplitudes se calcularon hasta la frecuencia de Nyquist que para los datos de cadencia corresponde a $f_N = 25.5$ c/d. Se blanquearon 20 frecuencias de oscilación más significantes en cada uno. Estas frecuencias cumplen con el criterio de significación de 3.7σ .

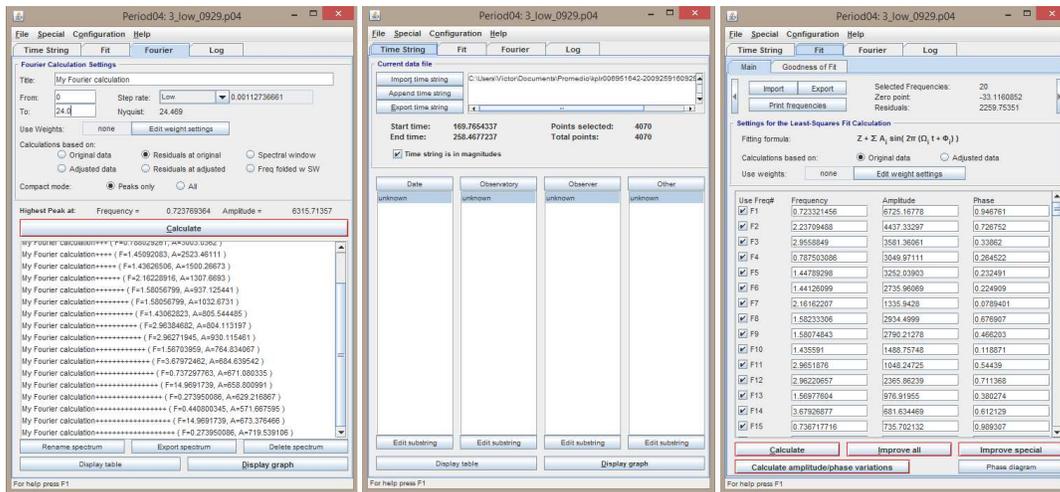


Figura 3.3: Programa Period04 mostrando los ajustes del cálculo de Fourier (trimestre 3 de cadencia larga).

- Las frecuencias blanqueadas en cada trimestre se compararon con las frecuencias blanqueadas en los otros trimestres y se identificaron las frecuencias comunes en todos trimestres.
- De las frecuencias blanqueadas en cada trimestre se escogieron aquellas que estaban presentes en al menos 5 trimestres, estas se listan en la Tabla 3.2.
- Una vez que se identificaron las frecuencias comunes en todos los trimestres de datos, se procedió a calcular las frecuencias de oscilación a partir de la curva de luz formada con tres trimestres consecutivos, del 13 al 15 de la Tabla 3.1. La curva de luz formada con los datos de esos tres trimestres se muestra en la Figura 3.5). Esta contiene 12,876 puntos. Esta curva al no presentar huecos y contener más puntos que los trimestres individuales permite obtener un espectro de amplitudes menos ruidoso que los trimestres individuales. Por lo tanto las frecuencias se calculan con mayor precisión. En total se blanquearon 40 frecuencias en esta curva de luz.
- Seguidamente las 40 frecuencias identificadas en el análisis de la curva de luz de los trimestres 13 a 15 se compararon con la lista de frecuencias presentes en al menos 5 trimestres (Tabla 3.2) y se encontraron 20 frecuencias en común. Éstas se escogieron como definitivas y se utilizarán en los siguientes capítulos.
- Luego para las 20 frecuencias intrínsecas se calcularon sus armónicos, es decir las frecuencias que son combinaciones lineales de otras. Utilizando el criterio de Rayleigh (Figura 3.6) de acuerdo al muestreo de puntos del análisis de los tres trimestres consecutivos, Period04 calculó que es de 0.005 aproximadamente.

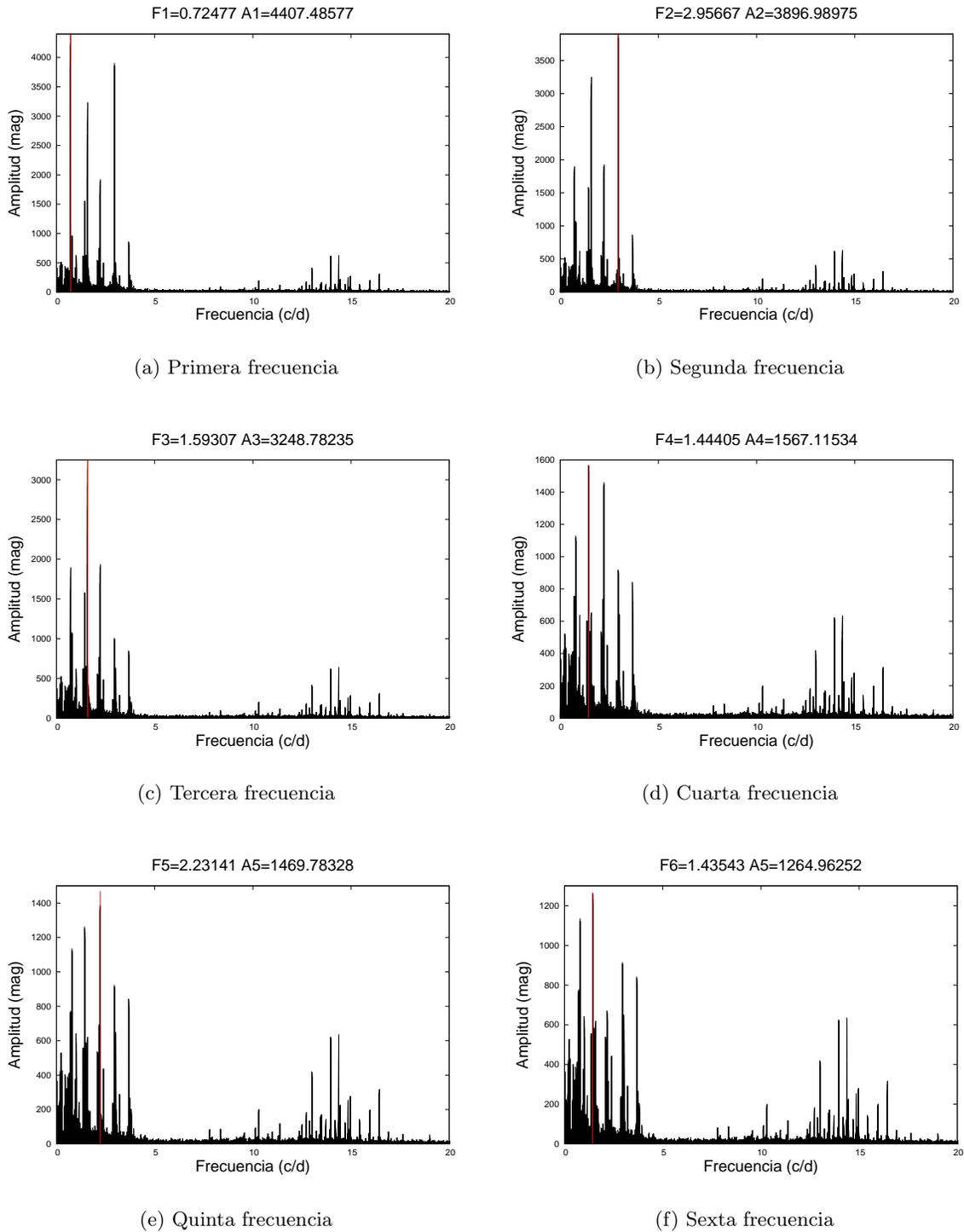


Figura 3.4: Ejemplo del blanqueo de frecuencias (“prewhitening”).

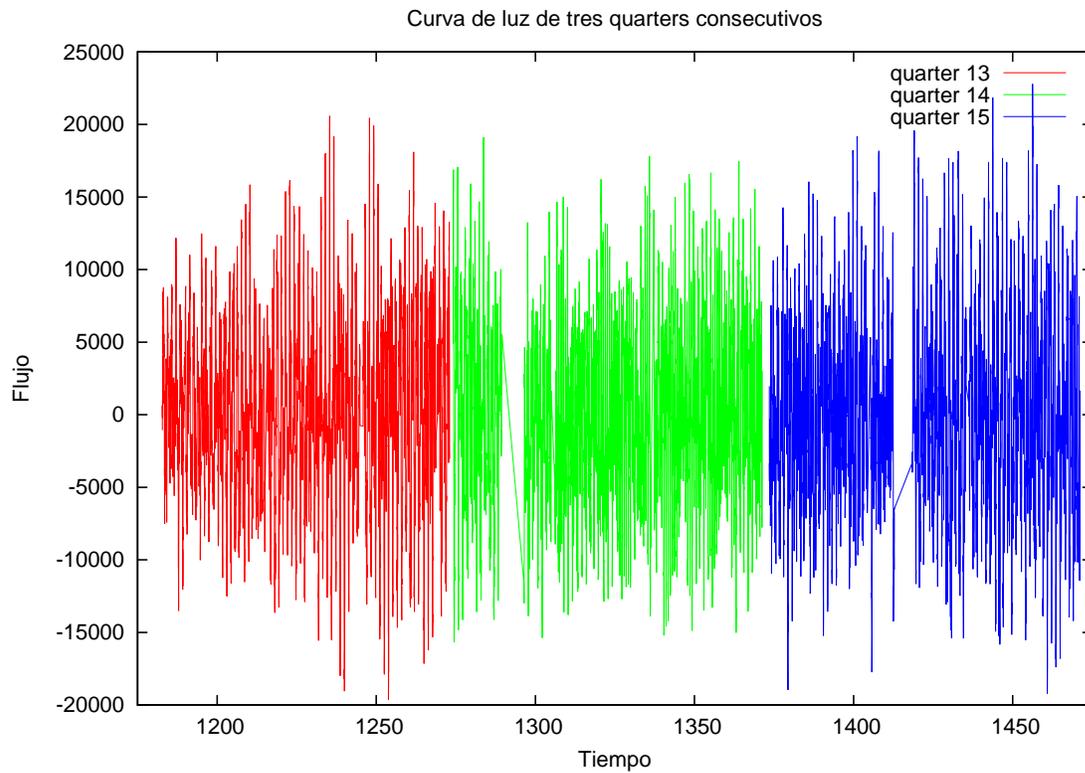


Figura 3.5: Curva de luz de los tres trimestres consecutivos elegidos para analizarlos en conjunto e identificar las frecuencias intrínsecas.

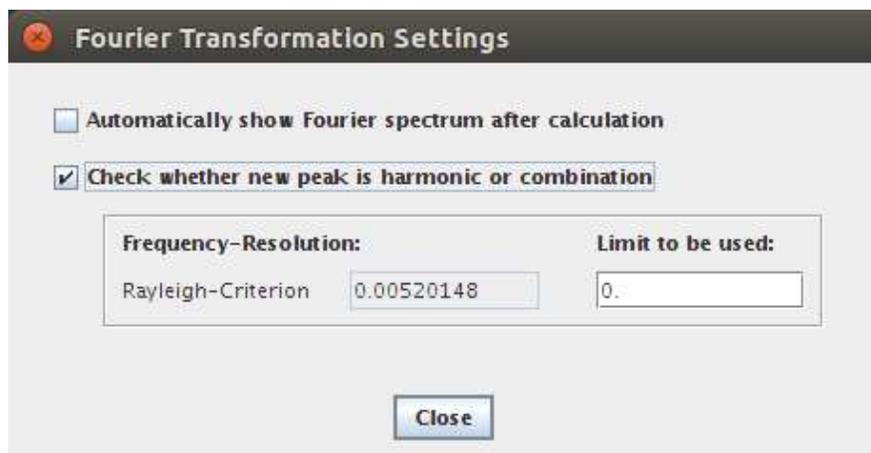


Figura 3.6: Resolución de frecuencia (criterio de Rayleigh).

Tabla 3.2: Frecuencias identificadas utilizando el programa *Period04*. Determinadas como comunes entre trimestres si poseen igual parte entera y dos primeros decimales (c/d), y además están presentes en al menos 5 trimestres.

Frecuencia [c/d]	Frecuencia [μs^{-1}]	Periodo [hrs.]	Cantidad de Trimestres
0.27	3.123	88.889	11
0.43	4.975	55.814	9
0.59	6.826	40.678	7
0.71	8.214	33.803	6
0.72	8.330	33.333	17
0.73	8.446	32.877	5
0.78	9.024	30.769	9
0.79	9.140	30.380	10
0.80	9.256	30.000	8
0.99	11.454	24.242	11
1.43	16.545	16.783	14
1.44	16.660	16.667	16
1.45	16.776	16.552	13
1.58	18.280	15.190	14
1.59	18.396	15.094	11
2.16	24.991	11.111	12
2.23	25.801	10.762	18
2.95	34.131	8.136	17
3.02	34.941	7.947	8
3.67	42.461	6.540	11
13.96	161.517	1.719	10
14.37	166.260	1.670	5

3.2 Comparación de los espectros de amplitud de cadencia larga y corta

La frecuencia de Nyquist o frecuencia de muestreo está dada por

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} \tag{3.2}$$

donde N es el número de datos de la serie temporal y Δt es la separación entre dos puntos consecutivos en tiempo. Para los datos de cadencia larga de *Kepler* es de $f_N = 24.5$ c/d ($284 \mu\text{Hz}$), mientras que para los datos de cadencia corta la frecuencia de muestreo es de $f_N = 734$ c/d. Esto implica que las curvas de luz de cadencia larga no permiten detectar picos de frecuencias mas allá de 24.5 c/d.

En la Figura 3.7 se comparan los espectros de amplitudes calculados con la curvas de luz de corta cadencia corta y cadencia larga. Se puede notar que las frecuencias de oscilación están excitadas en el mismo rango espectral para ambas curvas de luz.

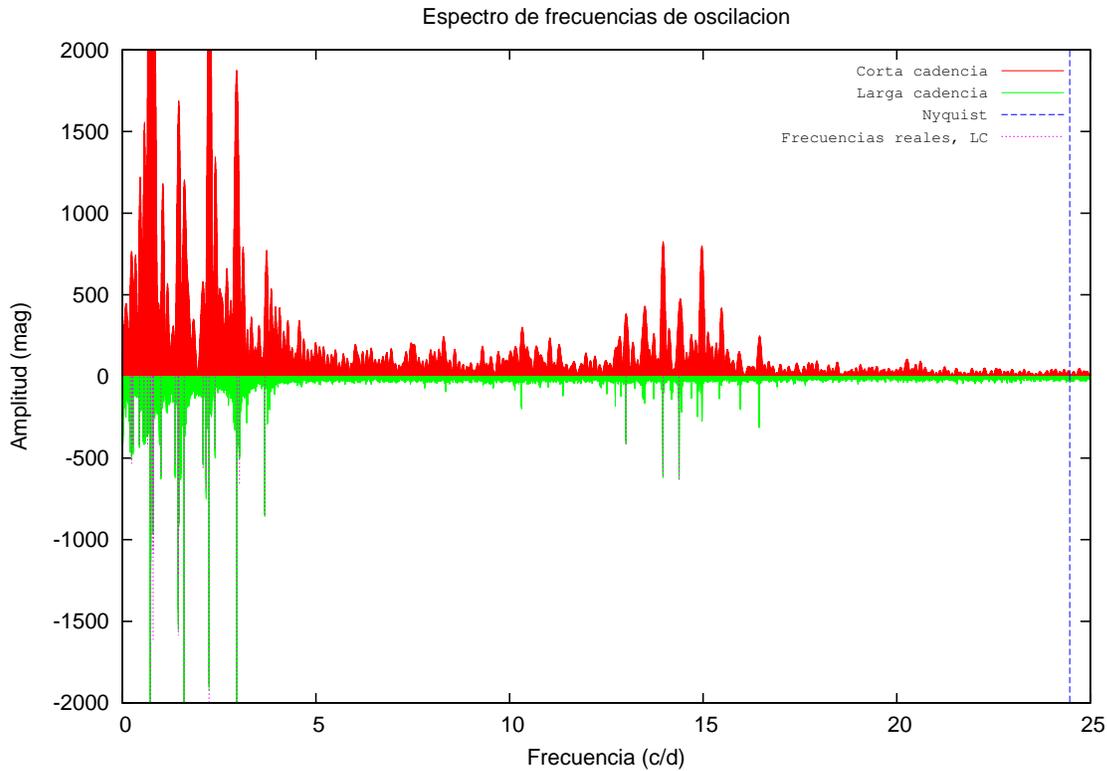


Figura 3.7: Espectro de frecuencias de Corta y Larga Cadencia y frecuencias observacionales reales.

3.3 Datos espectroscópicos

Las observaciones espectroscópicas KIC 6951642 fueron realizadas con el telescopio de 2.12-m del Observatorio Astronómico Nacional en San Pedro Mártir (OAN-SPM)¹ con el espectrógrafo Echelle-REOSC de mediana resolución (Figura 3.8). Las imágenes se adquirieron con la cámara CCD Marconi 2 (E2V). El espectrógrafo Echelle fue construido a fines de los años 70's por la firma francesa REOSC. La máxima resolución del espectrógrafo es $R = 18,000$ a 5000 \AA . Esto se traduce en una resolución de 17 km/s con 2 pixeles. Como lámpara de comparación se utilizó una lámpara de Th-Ar (Torio-Argón). La principal rejilla echelle tiene un área de $254\text{mm} \times 128\text{mm}$ y tiene 79 líneas/mm . El ángulo de blaze es de $63^\circ 43'$ y el ángulo de incidencia es de 71° . El haz se dispersa en un ángulo de $\pm 2^\circ 63'$. La dispersión depende del orden y va de 4\AA/mm a 16\AA/mm . (A Taste of ESPRESSO or How to Use The San Pedro Martir REOSC Echelle Spectrograph)²

Las observaciones se llevaron a cabo el 11 de junio de 2015. Se obtuvieron dos espectros de KIC 6951642 con sus respectivas lámparas de comparación, así como también 20

¹www.astrossp.unam.mx

²www.astrossp.unam.mx/~sectec/web/instrumentos/echelle/echelle.html



Figura 3.8: Espectrógrafo Echelle en el Telescopio de 2.1m, OAN-SPM.

imágenes bias para calibración. La reducción de los espectros Echelle se realizó con la paquetería de IRAF (*Image Reduction and Analysis Facility*). El procedimiento de reducción de los datos se puede resumir de la siguiente manera:

1. Las imágenes bias se combinaron y se generó un “master bias”. Luego el “master bias” se restó a las imágenes de objeto y arcos de calibración. Esta corrección permite corregir las imágenes por el offset del amplificador, el ruido de lectura del amplificador y el ruido electrónico de la cámara CCD. El “master bias” se generó con las rutinas de IRAF: `noao > imred > ccdred > zerocombine` y la resta del “master bias” se realiza con `noao > imred > ccdred > ccdproc`. La Figura 3.9 muestra una imagen de un arco de calibración después de la corrección por bias.

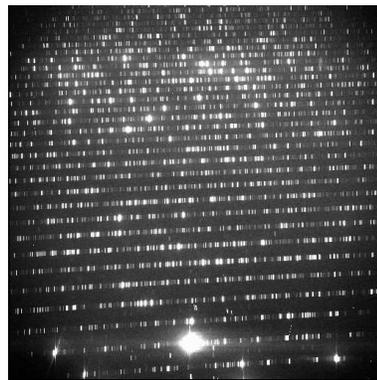
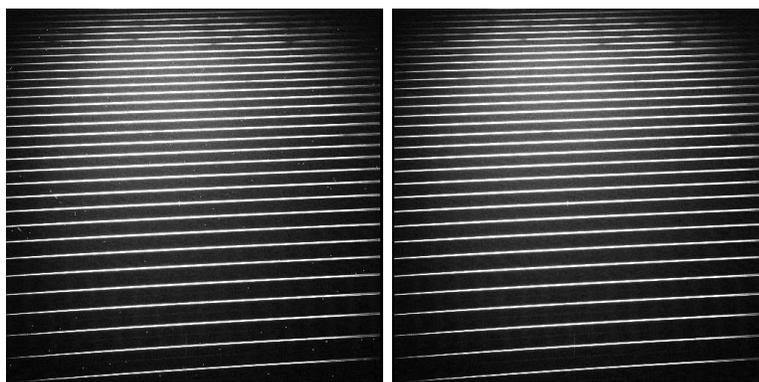


Figura 3.9: Arco de calibración - bias.

2. Las imágenes de los espectros se corrigieron por rayos cósmicos usando la rutina

lacos-spec.cl del algoritmo *L.A.Cosmic: Laplacian Cosmic Ray Identification* que es un código que elimina los rayos cósmicos de las imágenes astronómicas a través de un algoritmo de Laplace (van Dokkum, 2001). *lacos-spec.cl* se carga en la rutina *stdas* (Space Telescope Science Data Analysis System) de IRAF. La siguiente imagen muestra el espectro estelar corregido primero por bias y después por rayos cósmicos (Figuras 3.10(a) y 3.10(b) respectivamente).

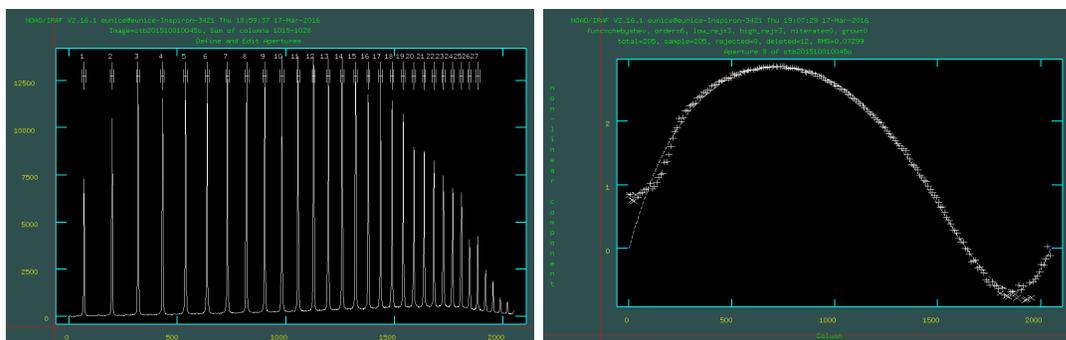


(a) bias.

(b) Rayos cósmicos.

Figura 3.10: Espectro corregido.

3. Luego se procede a reducir los espectros echelle. Los espectros echelle se redujeron con la rutina “apall” de IRAF: `noao > imred > echelle > apall`, se extrajeron 27 ordenes echelle. Las aperturas correspondientes a los ordenes echelle se muestran en la Figura 3.11(a).
4. Seguidamente se procede a trazar la forma de cada apertura ajustando un polinomio de Chebyshev de orden alto a cada una. Un ejemplo de este proceso se muestra en la Figura 3.11(b).
5. Una vez que se extrae el espectro del objeto, se procede a extraer el espectro de la lámpara de comparación Th-Ar usando la rutina “apall” con las mismas aperturas usadas en el espectro del objeto.
6. Luego se identifican las líneas espectrales de la lámpara de Th-Ar, usando el atlas de líneas de emisión de Th-Ar incluido en el paquete IRAF. La identificación de líneas se muestra en la Figura 3.12. La rutina usada es: `noao > imred > echelle > eidentify`.
7. Una vez que se identifican las líneas de la lámpara Th-Ar se aplica la solución de dispersión al espectro del objeto respectivo con: `noao > imred > echelle > dispcor`. Como resultado se obtienen los 27 órdenes calibrados en la longitud de onda como se muestra en la Figura 3.13(a) para la apertura 1.



(a) Selección de las primeras 27 aperturas.

(b) Órdenes ajustados por polinomios de Chebyshev.

Figura 3.11: Ajustes realizados usando “apall”.

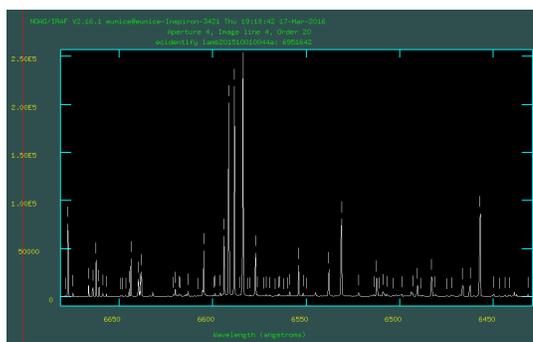
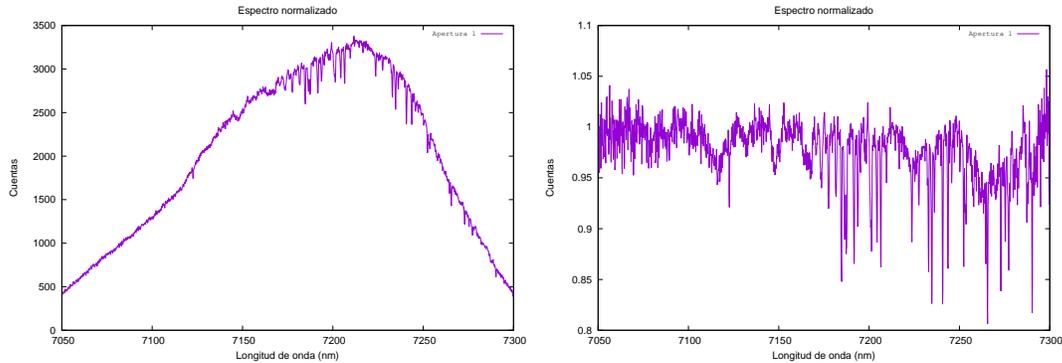


Figura 3.12: Identificación de las líneas del arco de comparación de la lámpara Th-Ar.

8. El mismo procedimiento se aplicó a los dos espectros echelle. Finalmente ambos espectros se combinaron obtener un espectro con mejor señal a ruido. La combinación de los espectros se realiza con: `noao > imred > echelle > scombine`.
9. Finalmente el espectro combinado se normalizó ajustando un polinomio de orden alto al continuo con la rutina: `noao > imred > echelle > continuum`. Un ejemplo del espectro normalizado de la apertura 1 se muestra en la Figura 3.13(b).



(a) Espectro de la apertura 1 calibrado en longitud de onda.

(b) Espectro normalizado.

Figura 3.13: Espectro calibrado en longitud de onda (a) y normalizado (b). En el eje X: la longitud de onda en Angstroms. Eje Y: Cuentas.

3.4 Analisis de datos espectroscópicos: derivación de los parámetros atmosféricos

Con el objetivo de tener una determinación independiente de los parámetros atmosféricos de KIC6951642, se procedió a analizar el espectro estelar de KIC 6951642 obtenido en la sección anterior. Para esto utilizamos la herramienta *iSpec*³ (Blanco-Cuaresma et al. 2014) la cual consiste en un conjunto de códigos escritos en Python para el tratamiento y análisis de espectros estelares. *iSpec* permite determinar los parámetros atmosféricos mediante dos métodos principales: la técnica de ajuste de espectros sintéticos y el método de anchos equivalentes. La herramienta se presenta en una interfaz gráfica que permite hacer los cálculos de manera interactiva (ver Figura 3.14(a)).

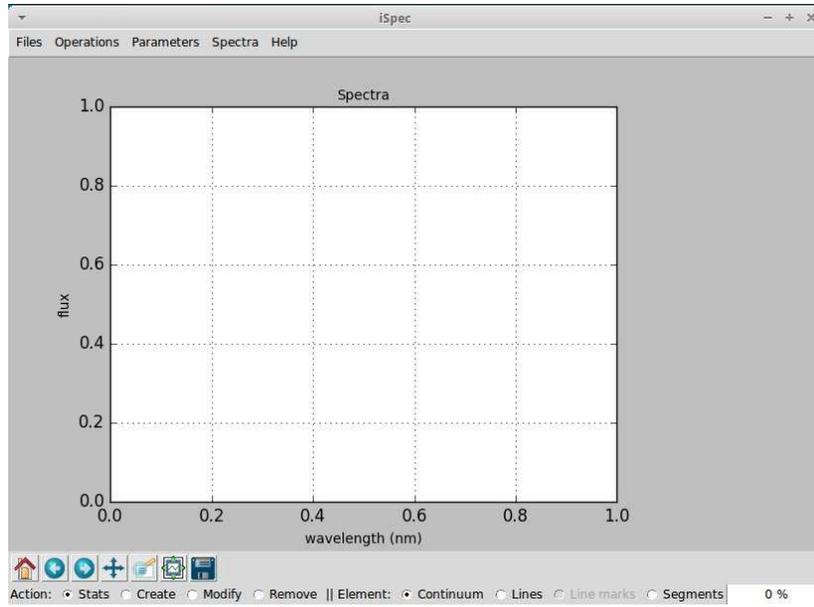
Los parámetros atmosféricos de KIC 6951642 fueron determinados con el método de ajuste de espectros sintéticos. Para esto *iSpec* compara el espectro observacional con los espectros sintéticos, generados en tiempo real. En el cálculo se usaron los modelos de atmósfera ATLAS de KURUCZ⁴ (Kurucz, 2005). El modelo sintético que mejor ajusta al espectro observacional se muestra en la Figura 3.14(b).

Los parámetros derivados son los siguientes:

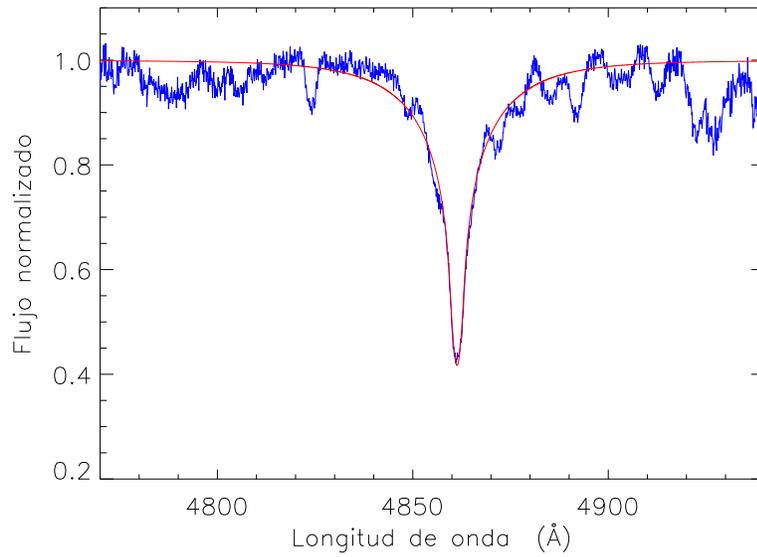
$$T_{\text{eff}} = 7177 \pm 150 \text{ K}, \log g = 4.1 \pm 0.3 \text{ y } v \text{ sen } i = 125 \pm 10 \text{ km/s.}$$

³<https://www.blancocuaresma.com/s/iSpec>

⁴<http://kurucz.harvard.edu/grids.html>



(a)



(b)

Figura 3.14: (a) Interfaz gráfica de *iSpec*. (b) Región H β del espectro observacional (línea azul) y el ajuste del espectro sintético (línea roja).

4

Análisis teórico

4.1 Cálculo de modelos de estructura estelar: Código CESAM2K

Los modelos de estructura estelar adecuados para la estrella KIC 6951642, fueron generados con el código de evolución CESAM (Morel, 1997). CESAM (Code d'Evolution Stellaire Adaptatif et Modulaire) está conformado por programas y rutinas que calculan la evolución estelar cuasi estática en 1-Dimensión, incluyendo la difusión de las especies químicas y la rotación. El código integra el sistema de ecuaciones de estructura estelar, utilizando el método de colocación de “splines” (Schumaker, 1981).

El código CESAM permite computar la evolución estelar desde el estado evolutivo de presecuencia principal hasta el inicio de la combustión de ${}^4\text{He}$ por medio del proceso *triple* $-\alpha$; y se puede incluir la pérdida de masa durante la evolución. Como resultado se obtiene el perfil radial de las magnitudes características de la estrella: luminosidad, presión, temperatura, densidad y composición química; así como sus variaciones con la evolución temporal de la estrella.

4.2 Estado evolutivo de KIC 6951642 en el Diagrama Hertzsprung-Russell (HR)

Con el código CESAM2K se calculó una serie de secuencias evolutivas con la física inicial descrita en Fox Machado et al. (2006) la cual es apropiada para el rango de masas de las estrellas δ Scuti. Para calcular la secuencia evolutiva de una estrella determinada con el código CESAM2K primero se calcula un modelo homogéneo de edad cero con la masa respectiva. Luego el modelo se evoluciona hasta una edad tal que sobrepase la fase de gigante roja.

Para determinar el estado evolutivo de KIC 6951642, es decir la posición observacional de la estrella derivada a partir de los parámetros atmosféricos, se comparó con las secuencias evolutivas calculadas con CESAM2K. En la Tabla 4.1 se comparan los parámetros físicos de KIC 6951642 de la literatura con los derivados de la observación espectroscópica

de la presente tesis. Como se puede notar, los valores coinciden dentro de las incertidumbres con los valores reportados por Niemczura et al. (2015), recalcando que los valores con menor incertidumbre son los reportados por Niemczura et al. (2015) a partir de la síntesis espectral; los cuales se consideraron como definitivos para calcular la posición observacional de la estrella en el diagrama HR.

Tabla 4.1: Comparación de los parámetros atmosféricos de KIC 6951642 derivados con diferentes métodos.

Método	T_{eff} [K]	$\log g$ (cm/s ²)	$v \text{ sen } i$ (Km/s)	Referencia
Fotometría KIC	7178	3.37		Catálogo KIC
SED	7330 ± 170			Niemczura et al. (2015)
Síntesis espectral	7200 ± 100	4.0 ± 0.2	127 ± 3	Niemczura et al. (2015)
Síntesis espectral	7177 ± 150	4.1 ± 0.3	125 ± 10	Presente tesis

La luminosidad de la estrella se derivó a partir de la ecuación:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (4.1)$$

donde L es la Luminosidad, T_{eff} es la temperatura efectiva derivada espectroscópicamente, R es el radio de la estrella listado en el catálogo KIC y σ es la constante de Stefan-Boltzmann.

A partir del radio de la estrella reportado en KIC (Tabla 1.1) y las temperaturas efectivas de la referencia Niemczura et al. (2015) obtenidos mediante los métodos SED y Síntesis espectral, se calculó la luminosidad para cada temperatura; los parámetros resultantes se listan en la Tabla 4.2. Dichos parámetros son posiciones observacionales de KIC 6951642 en el diagrama HR.

Tabla 4.2: Posición observacional de KIC 6951642 derivados de Niemczura et al. (2015)

Método	Temperatura [K]	$\log(T_{\text{eff}})_{\text{teo}}$	$\log(L/L_{\odot})_{\text{teo}}$
SED	7330 ± 170	3.8651 ± 0.0099	1.7022 ± 0.0398
Síntesis espectral	7200 ± 100	3.8573 ± 0.0059	1.6712 ± 0.0239

Las secuencias evolutivas (isocrónas) se calcularon de forma que cubrieran las posiciones observacionales (datos calculados teóricamente) de KIC 6951642 dentro del intervalo de masas: 2.15 a 2.50 M_{\odot} y en pasos de 0.05 M_{\odot} .

En la figura 4.1(a) se muestra la posición observacional de KIC 6951642 correspondiente a la temperatura efectiva (7330 ± 170)K junto con su incertidumbre (cruz) y las secuencias

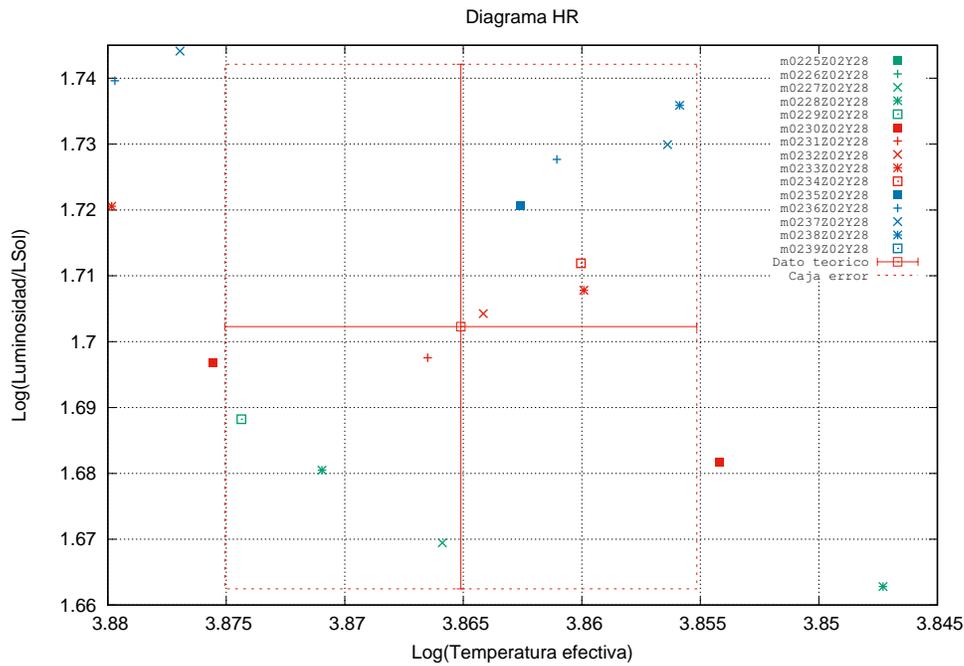
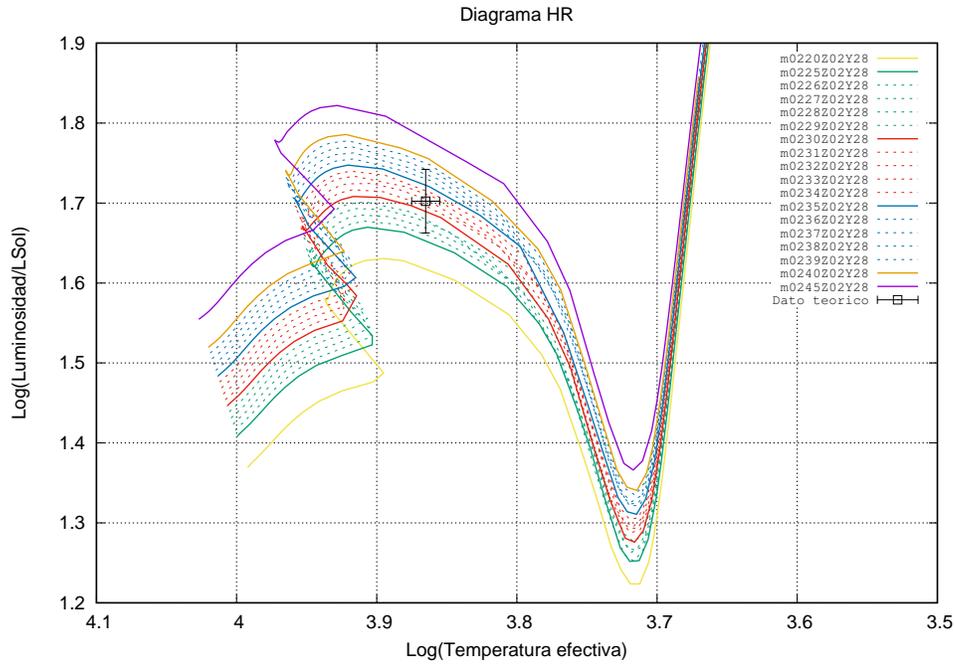
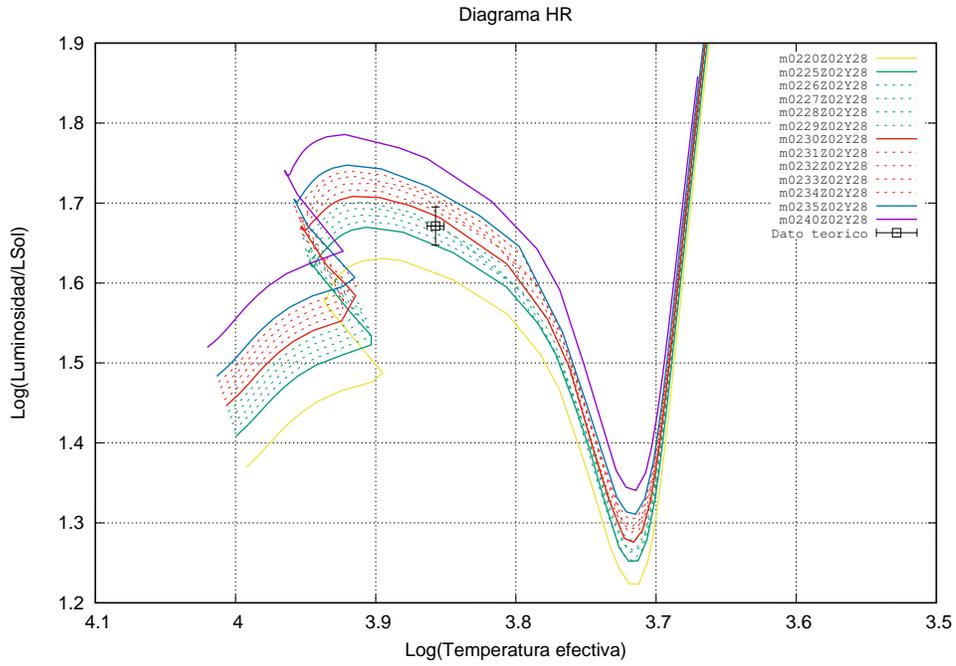
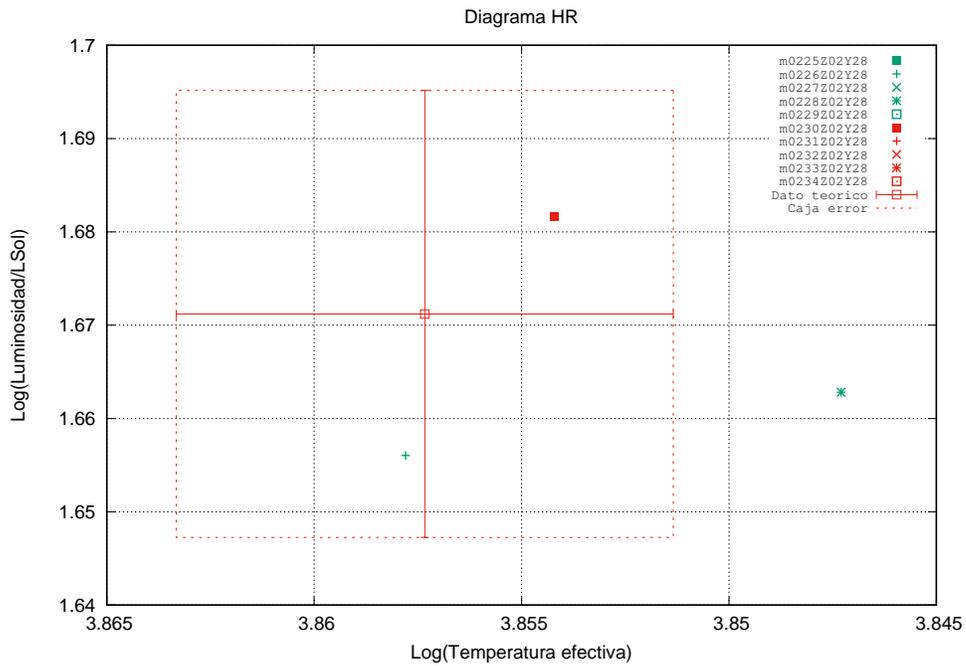


Figura 4.1: Diagrama Hertzsprung-Russell con isocronas derivadas del código CESAM para masas entre $2.20-2.45M_{\odot}$. Dato teórico correspondiente a la temperatura:
 $(7330 \pm 170)K \sim (\log(T_{eff})_{teo} = 3.8651 \pm 0.0099, \log(L/L_{\odot})_{teo} = 1.7022 \pm 0.0398)$



(a) Diagrama Hertzsprung-Russell



(b) Margen de error del dato teórico y puntos discretos

Figura 4.2: Diagrama Hertzsprung-Russell con isocronas derivadas del código CESAM para masas entre $2.20-2.40M_{\odot}$. Dato teórico correspondiente a la temperatura: $(7200 \pm 100)K \sim (\log(T_{eff})_{\text{teo}} = 3.8573 \pm 0.0059, \log(L/L_{\odot})_{\text{teo}} = 1.6712 \pm 0.0239)$

evolutivas que aproximadamente coinciden con dicha posición. De esta figura se puede notar que la masa de la estrella se encuentra en el intervalo de masas 2.25 a $2.40M_{\odot}$. Para determinar con mayor precisión la masa de la estrella, se calcularon 12 secuencias evolutivas en el intervalo de masas $2.26 - 2.39M_{\odot}$ con pasos de $0.01M_{\odot}$; estas secuencias evolutivas se indican en la figura 4.1(a) con curvas de puntos.

De la misma manera en la figura 4.2(a) se puede ver la posición KIC 6951642 correspondiente a la temperatura efectiva $(7200 \pm 100)K$ junto con su incertidumbre y las secuencias evolutivas que aproximadamente coinciden con dicha posición cercana a las secuencias entre $2.25 - 2.35M_{\odot}$, por lo tanto se grafican también las secuencias de $2.26 - 2.34M_{\odot}$ con pasos de $0.01M_{\odot}$ con curvas de puntos.

Mientras que en las figuras 4.1(b) y 4.2(b) se muestran las ampliaciones del margen de error de los datos calculados teóricamente (posiciones observacionales) y los puntos discretos de las secuencias evolutivas cercanas a la posición de KIC 6951642. Los modelos de estructura estelar que mejor se ajustan la posición observacional de KIC 6951642, dentro de las barras de error, se listan respectivamente en las Tablas 4.3 y 4.4; donde se puede observar que la temperatura efectiva $(7330 \pm 170)K$ derivada del método SED (Niemczura et al. 2015) posee la secuencia evolutiva más próxima a uno de los puntos observacionales calculados.

La distancia $[D]$ mencionada en las Tablas 4.3 y 4.4, es la separación entre la posición observacional y los modelos (secuencias evolutivas o isocronas) más próximos dentro del margen de error. La distancia se obtuvo mediante la expresión:

$$D^2 = (X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 \quad (4.2)$$

Donde $X = \log(T_{\text{eff}})$ del modelo, $X_0 = \log(T_{\text{eff}})_{\text{obs}}$ observacional, $Y = \log(L/L_{\odot})$ del modelo y $Y_0 = \log(L/L_{\odot})_{\text{teo}}$ observacional.

Los modelos de estructura listados en las últimas dos Tablas, son los que describen aproximadamente el estado evolutivo de KIC 6951642 de acuerdo a los parámetros observacionales de la estrella. Estos modelos llevan asociado una masa, edad y composición química. Estos modelos de estructura se usarán en la siguiente sección para calcular las frecuencias teóricas que finalmente se compararán con las frecuencias observacionales obtenidas de la fotometría de *Kepler* listadas en la Tabla 4.5.

Tabla 4.3: Puntos discretos de las secuencias evolutivas de masa 2.25-2.39 M_{\odot} dentro del margen del error.

Masa(M_{\odot})	Log(T_{eff})	Log(L/ L_{\odot})	Distancia (D)
2.25	-	-	-
2.26	-	-	-
2.27	3.86588	1.66945	0.03256
2.28	3.87096	1.68048	0.02230
2.29	3.87436	1.68822	0.01660
2.30	-	-	-
2.31	3.86650	1.69756	0.00466
2.32	3.86415	1.70426	0.00245
2.33	3.85991	1.70779	0.00778
2.34	3.86003	1.71190	0.01112
2.35	3.86258	1.72063	0.01880
2.36	3.86105	1.72766	0.02598
2.37	3.85638	1.72991	0.02924
2.38	3.85587	1.73589	0.03512
2.39	-	-	-

Tabla 4.4: Puntos discretos de las secuencias evolutivas de masa 2.25-2.34 M_{\odot} dentro del margen del error.

Masa(M_{\odot})	Log(T_{eff})	Log(L/ L_{\odot})	Distancia (D)
2.25	-	-	-
2.26	3.85779	1.65604	0.01516
2.27	-	-	-
2.28	-	-	-
2.29	-	-	-
2.30	3.85420	1.68166	0.01090
2.31	-	-	-
2.32	-	-	-
2.33	-	-	-
2.34	-	-	-

Tabla 4.5: Frecuencias observacionales elegidas como definitivas o intrínsecas, obtenidas con el programa Period04 de los trimestres 13-15.

No	Frecuencia [c/d]	Frecuencia [μ Hz]	Periodo [hrs.]	Noise	SNR
F1	0.72477 ± 0.00014	8.38557 ± 0.00158	33.11405 ± 0.00623	152.65	26.97
F2	2.95667 ± 0.00028	34.20864 ± 0.00322	8.11725 ± 0.00076	32.79	100.99
F3	1.59307 ± 0.00005	18.43180 ± 0.00061	15.06527 ± 0.00050	53.14	62.25
F4	1.44405 ± 0.00009	16.70766 ± 0.00109	16.61992 ± 0.00109	56.68	28.01
F5	2.23141 ± 0.00203	25.81740 ± 0.02349	10.75554 ± 0.00979	42.86	61.45
F6	1.43543 ± 0.00028	16.60796 ± 0.00329	16.71970 ± 0.00331	56.73	21.54
F7	0.79358 ± 0.00010	9.18168 ± 0.00111	30.24282 ± 0.00367	66.04	24.43
F8	0.80168 ± 0.00011	9.27548 ± 0.00128	29.93699 ± 0.00413	66.13	16.42
F9	3.67703 ± 0.00015	42.54319 ± 0.00177	6.52701 ± 0.00027	23.24	36.73
F10	0.78710 ± 0.00084	9.10671 ± 0.00975	30.49181 ± 0.03265	66.23	12.70
F11	0.71842 ± 0.00065	8.31217 ± 0.00748	33.40643 ± 0.03006	66.84	13.36
F12	2.16618 ± 0.00019	25.06265 ± 0.00214	11.07944 ± 0.00095	43.15	15.95
F13	3.02222 ± 0.00019	34.96710 ± 0.00224	7.94118 ± 0.00051	31.50	21.22
F14	14.37823 ± 0.00064	166.35607 ± 0.00746	1.66919 ± 0.00007	14.99	42.40
F15	0.99568 ± 0.00027	11.51999 ± 0.00317	24.10418 ± 0.00662	62.33	9.86
F16	13.96484 ± 0.00020	161.57322 ± 0.00229	1.71860 ± 0.00002	15.73	39.56
F17	1.58674 ± 0.00055	18.35853 ± 0.00642	15.12539 ± 0.00529	53.29	12.33
F18	1.45757 ± 0.00066	16.86404 ± 0.00764	16.46581 ± 0.00746	56.37	16.79
F19	0.27465 ± 0.00314	3.17767 ± 0.03634	87.38475 ± 0.99937	69.52	6.02
F20	0.43948 ± 0.00026	5.08483 ± 0.00301	54.60949 ± 0.03234	68.35	6.06

Tabla 4.6: Frecuencias armónicas producto de las frecuencias observacionales (Tabla 4.5)

Combinación	Frecuencia observacional	Frecuencia armónica	Diferencia
F3 = 3F20 + F19	1.59307	1.59310	0.00003
F4 = F1 + F11	1.44405	1.44319	0.00086
F5 = F2 - F1	2.23141	2.23190	0.00049
F6 = F15 + F20	1.43543	1.43516	0.00027
F8 = 2F7 - F10	0.80168	0.80006	0.00163
F9 = F11 + F2	3.67703	3.67509	0.00193
F12 = 5F19 + F7	2.16618	2.16681	0.00064
F13 = 11F19	3.02222	3.02112	0.00110
F15 = 2F7 + 2F10-F12	0.99568	0.99453	0.00115
F17 = 2F7	1.58674	1.58715	0.00042
F18 = 4F1 - 2F11	1.45757	1.46222	0.00466

4.3 Cálculo de las frecuencias teóricas de oscilación: Código FILOU

Las frecuencias propias de oscilación de los modelos de estructura estelar que describen aproximadamente el estado evolutivo de KIC6951642 (Tabla 4.3), se han computado con el código de oscilaciones adiabáticas FILOU (Tran Minh et al. 1997). Primeramente se ha calculado los modelos de estructura hasta la edad estimada por la intersección de la secuencia evolutiva con la posición observacional de la estrella en el diagrama HR y considerando la misma física utilizada en las secuencias evolutivas.

FILOU es un código escrito en el lenguaje C y resuelve las ecuaciones de oscilaciones lineales y adiabáticas que permiten determinar las oscilaciones estelares (ecuaciones 2.15-2.20). Como resultado, FILOU lista para cada modelo en equilibrio los valores teóricos de frecuencia en μHz , y las identificaciones n , l y m que indican el orden radial, grado angular y orden azimutal respectivamente.

Para calcular las frecuencias teóricas de oscilación se ha utilizado el procedimiento descrito en Fox Machado et al. (2006). En particular, el orden radial de una dado modo de oscilación se asigna siguiendo el criterio de Scuflaire (1974) con $n > 0$ para los modos p , $n < 0$ para los modos g , $n = 1$ para el modo radial fundamental y $n = 0$ para el modo fundamental de $l = 2$.

4.4 Comparación de las frecuencias teóricas y las frecuencias observacionales

Las frecuencias de oscilación observacionales detectadas siguiendo el procedimiento explicado en el Capítulo 3 se listan en la Tabla 4.5. Estas frecuencias observacionales se compararán con las frecuencias teóricas calculadas a partir de los modelos de equilibrio listados en la Tabla 4.3. La comparación se realizó siguiendo el procedimiento descrito en Fox Machado et al. (2006). En particular, la diferencia entre las frecuencias observacionales y teóricas se realizó mediante una función χ^2 de la forma:

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\nu_{obs,j} - \nu_{teo,j})^2 \quad (4.3)$$

donde N es el número de frecuencias observacionales, $\nu_{obs,j}$ es la j -ésima frecuencia observacional, $\nu_{teo,j}$ es la j -ésima frecuencia teórica. En este ajuste se sobreentiende que a cada frecuencia teórica se le asigna la frecuencia observacional más próxima.

En la Tabla 4.7 se tabulan los resultados del ajuste χ^2 entre las frecuencias observacionales intrínsecas y las frecuencias teóricas. Y en la Figura 4.3 se dibuja la función χ^2 contra la masa de los modelos. De esta figura se desprende que el modelo que mejor ajusta a los datos observacionales es el de $2.35 M_{\odot}$. Finalmente para este modelo en la Tabla 4.8 se listan las identificaciones de los modos de oscilación.

Tabla 4.7: Resultados del ajuste χ^2 .

Masa M_{\odot}	χ^2
2.27	0.14980
2.28	0.06784
2.29	0.32162
2.31	0.02617
2.32	0.02527
2.33	0.06259
2.34	0.01866
2.35	0.01819
2.36	0.02319
2.37	0.12230
2.38	0.10039

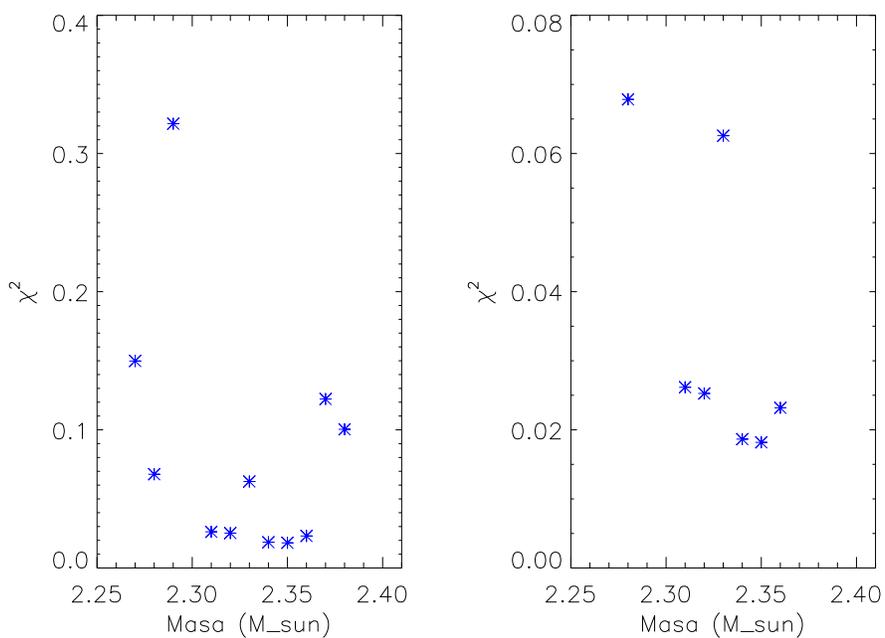
Figura 4.3: Izquierda: χ^2 contra la masa de los modelos de estructura. Derecha: una ampliación del gráfico en la región del mínimo.

Tabla 4.8: Identificaciones de los modos de oscilación.

Grado angular l	Orden radial n	Frecuencia observacional [μHz]	Frecuencia teórica [μHz]	Modo
1	-56	8.38557	8.3433	g
2	-58	34.20864	34.2048	g
2	-54	18.4318	18.4739	g
2	-55	16.70766	16.6605	g
1	-57	25.8174	25.8717	g
3	-64	16.60796	16.6051	g
3	-76	9.18168	9.1628	g
1	-57	9.27548	9.2499	g
1	-40	42.54319	42.5309	g
2	-67	9.10671	9.1297	g
2	-68	8.31217	8.3130	g
3	-58	25.06265	24.9738	g
2	-53	34.9671	34.9075	g
3	8	166.35607	165.8902	p
3	-71	11.51999	11.5214	g
0	6	161.57322	161.5051	p
3	-63	18.35853	18.3624	g
1	-54	16.86404	16.8295	g
3	-139	3.17767	3.5229	g
1	-67	5.08483	5.0826	g

5

Discusión y Conclusiones

A lo largo de este trabajo se han presentado los métodos de análisis utilizados para llevar a cabo un análisis sísmológico de la estrella KIC 6951642. Se han obtenido un modelo sísmológico que nos indica que KIC 6951642 es verdaderamente una estrella híbrida con modos g y p excitados simultáneamente.

Las principales conclusiones de este trabajo se pueden resumir de la siguiente manera:

1. Se ha analizado la curva de luz de la estrella KIC 6951542 observada en cadencia larga por el satélite *Kepler* durante 18 trimestres usando el programa *Period04*. Primeramente, se han analizado las curvas de luz de cada trimestre de manera individual detectando las frecuencias de oscilación con una significancia mayor a 3.7σ . Luego se han comparado las frecuencias de oscilación calculadas en cada trimestre y se encontraron las frecuencias comunes en al menos cinco trimestres de datos. Luego se calcularon las frecuencias de oscilación en tres trimestres consecutivos de datos y se compararon con las frecuencias comunes en al menos 5 trimestres individuales. Resultado de este análisis se detectaron 20 frecuencias de oscilación intrínsecas en la estrella con una señal a ruido mayor que 4.0, que corresponde a un nivel de significación superior al 99%, las cuales se listan en la Tabla 4.5.
2. Se han reducido y analizado dos espectros Echelle de KIC 6951642 tomados en el OAN-SPM con el paquete IRAF. A partir de estos espectros se han derivado los parámetros atmosféricos de KIC 6951642 con la herramienta *iSpec*. Los parámetros obtenidos coinciden dentro de las incertidumbres con los parámetros de la literatura.
3. Se ha determinado el estado evolutivo de KIC 6951642 por medio de una serie de secuencias evolutivas calculadas con el código CESAM2k.
4. Considerando la intersección de la secuencia evolutiva con la posición observacional de la estrella, se ha determinado la edad de los modelos de estructura estelar que mejor describen el estado evolutivo de la estrella. Luego se ha vuelto a evolucionar los modelos hasta la edad estimada de la estrella para cada modelo.

5. A partir de estos modelos, se ha calculado una serie de modelos sismológicos con el código FILOU que proveen las frecuencias teóricas de oscilación.
6. Se ha realizado una comparación teórico-observacional por medio de la minimización de ajustes del tipo χ^2 .

De las secuencias evolutivas calculadas y graficadas en el diagrama HR, sabemos que la estrella KIC 6951642 para la temperatura $T = 7330 \pm 170K$ la masa que mejor ajusta es $M = 2.32 M_{\odot}$, mientras que para la temperatura $T = 7200 \pm 100K$ la masa que mejor ajusta es $M = 2.30 M_{\odot}$. Y de la comparación de frecuencias teóricas y observacionales, el ajuste de tipo χ^2 determina que la masa corresponde a $M = 2.35 M_{\odot}$. De forma que la masa de la estrella se encuentra entre $M = 2.30 - 2.35 M_{\odot}$, la cual está en el rango de la masa típica de las estrellas variables δ Scuti.

Además el análisis de los modos de oscilación de la estrella, muestra 2 modos p de grado angular y orden radial: $l=3$ $n=8$ y $l=0$ $n=6$ respectivamente; y 18 modos g de grado angular $l=0$ a 3 y orden radial $n=-139$ a -40 . Es decir que KIC 6951642 oscila con grado angular bajo y orden radial alto, que es el modo de oscilación característico de las estrellas variables γ Doradus.

Los periodos de oscilación que presenta KIC 6951642 van desde 1.66 horas hasta 87.38 horas, aproximadamente 3.6 días, de forma que se pueden observar periodos de oscilación tanto de tipo δ Scuti (20 minutos a 5 horas) como de γ Doradus (8 horas a 3 días).

Finalmente se sabe que el modelo sismológico que mejor ajusta a las observaciones corresponde a una masa de $M = 2.35 M_{\odot}$, un radio de $2.86 R_{\odot}$ y una temperatura efectiva de 7288 K. Además KIC 6951642 resulta que pulsa con modos g de orden alto y modos p . Por lo tanto podemos concluir que KIC 6951542 es una estrella híbrida.

La importancia del presente trabajo radica en el apoyo a la confirmación de la existencia de pulsadores híbridos, el primero fue reportado en Handler et al. (2002) hace sólo dos décadas, pero fue hasta el lanzamiento de telescopios espaciales como Kepler que la cantidad de candidatos a pulsadores híbridos cercanos a la banda de inestabilidad aumentaron, entre estos candidatos a pulsadores se encuentra la (ahora confirmada) estrella híbrida KIC 6951642.

6

Bibliografía

- [1] C. Aerts, J. Christensen-dalsgaard, and D. W. Kurtz, *Asteroseismology*. Springer, 2010.
- [2] A. Baglin, M. Auvergne, P. Barge, M. Deleuil, C. Catala, E. Michel, and W. Weiss, *Scientific Objectives for a Minisat: CoRoT, CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismol. Planet Find.*, vol. 1306, p. 33, 2006.
- [3] L. A. Balona, J. A. Guzik, K. Uytterhoeven, J. C. Smith, P. Tenenbaum, and J. D. Twicken, *The Kepler view of Doradus stars*, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 415, no. 4, pp. 3531-3538, 2011.
- [4] L. A. Balona, K. Krisciunas, and A. W. J. Cousins, *Gamma Doradus: evidence for a new class of pulsating star*, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 270, pp. 905-913, 1994.
- [5] A. S. Baran, *Spurious frequencies in the Kepler short cadence data*, *Acta Astron.*, vol. 63, no. 2, pp. 203-224, 2013.
- [6] S. Blanco-Cuaresma, C. Soubiran, U. Heiter, P. Jofré, *Astron. Astrophys.*, vol. 569, id.A111, pp. 14, 2014.
- [7] J. Christensen-Dalsgaard, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 174, no. 1, pp. 87-90, 1976.
- [8] J. Christensen-Dalsgaard, en: *Lecture Notes on Stellar Oscillations*, 4^a edición, Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet, 1998.
- [9] M.A. Dupret, et al., *Astron. Astrophys.*, vol. 414, L17, 2004.
- [10] W. J. Borucki, D. Koch, G. Basri, N. Batalha, T. Brown, D. Caldwell, J. Caldwell, J. Christensen-Dalsgaard, W. D. Cochran, E. DeVore, E. W. Dunham, A. K. Dupree, T. N. Gautier, J. C. Geary, R. Gilliland, A. Gould, S. B. Howell, J. M. Jenkins, Y. Kondo, D.

W. Latham, G. W. Marcy, S. Meibom, H. Kjeldsen, J. J. Lissauer, D. G. Monet, D. Morrison, D. Sasselov, J. Tarter, A. Boss, D. Brownlee, T. Owen, D. Buzasi, D. Charbonneau, L. Doyle, J. Fortney, E. B. Ford, M. J. Holman, S. Seager, J. H. Steffen, W. F. Welsh, J. Rowe, H. Anderson, L. Buchhave, D. Ciardi, L. Walkowicz, W. Sherry, E. Horch, H. Isaacson, M. E. Everett, D. Fischer, G. Torres, J. A. Johnson, M. Endl, P. MacQueen, S. T. Bryson, J. Dotson, M. Haas, J. Kolodziejczak, J. Van Cleve, H. Chandrasekaran, J. D. Twicken, E. V Quintana, B. D. Clarke, C. Allen, J. Li, H. Wu, P. Tenenbaum, E. Verner, F. Bruhweiler, J. Barnes, and A. Prsa, Kepler Planet-Detection Mission: Introduction and First Results, *Science*, vol. 327, no. 5968, pp. 977-980, 2010.

[11] M. Breger, Delta Scuti Stars (Review), en: Delta Scuti and Related stars, eds. M. Breger & H. Montgomery, ASP Conference Series, vol. 210, pp. 1-43, 2000.

[12] M. Breger, G. Handler, R. Garrido, et al., *Astron. Astrophys.*, vol. 349, pp. 225-235, 1999.

[13] E.W. Jr. Burke, E.W. III, Burke, S. Lucy, *Inf. Bull. Var. Stars*, vol. 1279, p. 1977.

[14] A.W. Cousins, *R. Obs. Bull.*, vol. 122, p. 1966.

[15] A.W. Cousins, *Observatory*, vol. 112, p. 53, 1992.

[16] A. W. Cousins and P. R. Warren, Variable Stars Observed During the Cape Bright Star Programmes, *Mon. Notes Astron. Soc. South. Africa*, vol. 22, p. 65, 1963.

[17] T.G. Cowling, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol. 101, pp. 367, 1941

[18] DAWG (Data Analysis Working Group), Kepler: A Search for Terrestrial Planets Kepler Data Characteristics Handbook. 2013.

[19] A. Derekas, L. L. Kiss, T. R. Bedding, M. C. B. Ashley, B. Csak, A. Danos, J. M. Fernandez, G. Fresz, S. Meszaros, G. M. Szabo, R. Szakats, P. Szekely, and K. Szatmary, Binarity and multiperiodicity in high-amplitude Scuti stars, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 394, no. 2, pp. 995-1008, 2009.

[20] A.S. Eddington, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 79, pp. 177, 1918.

[21] L. Fox Machado, E. Michel, F. Prez Hernandez, J. H. Peña, Z. P. Li, M. Chevreton, J. A. Belmonte, M. Alvarez, L. Parrao, M.-A. Dupret, S. Pau, A. Fernandez, J. P. Michel, R. Michel, and A. Pani, MULTISITE OBSERVATIONS OF DELTA SCUTI STARS 7 AQL AND 8 AQL (A NEW DELTA SCUTI VARIABLE): THE TWELFTH STEPHI CAMPAIGN IN 2003, *Astron. J.*, vol. 134, pp. 860-866, 2007.

[22] L. Fox Machado, F. Perez Hernandez, J. C. Suarez, E. Michel, and Y. Lebreton, A

seismological analysis of Scuti stars in the Pleiades cluster, *Astron. Astrophys.*, vol. 446, no. 2, pp. 611-620, 2006.

[23] Gordon Walker, Jaymie Matthews, Rainer Kuschnig, Ron Johnson, Slavek Rucinski, John Pazder, Gregory Burley, Andrew Walker, Kristina Skaret, Robert Zee, Simon Grocott, Kieran Carroll, Peter Sinclair, Don Sturgeon, and John Harron, The MOST Asteroseismology Mission: Ultraprecise Photometry from Space, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, vol. 115, no. 811, pp. 1023-1035, 2003.

[24] F. Grundahl, J. Christensen-Dalsgaard, T. Arentoft, S. Frandsen, H. Kjeldsen, U. G. Jorgensen, and P. Kjaergaard, Stellar Observations Network Group, *Commun. Asteroseismol.*, vol. 157, pp. 273278, 2008.

[25] J. Guzik, et al., vol. 542, L57, *Astrophys. J.*, 2000.

[26] G. Handler, T. Arentoft, R. R. Shobbrook, M. A. Wood, L. A. Crause, P. Crake, F. Podmore, A. Habanyama, T. Oswalt, P. V Birch, G. Lowe, C. Sterken, P. Meintjes, J. Brink, C. F. Claver, R. Medupe, J. A. Guzik, T. E. Beach, P. Martinez, E. M. Leibowitz, P. A. Ibbetson, T. Smith, B. N. Ashoka, N. E. Raj, D. W. Kurtz, L. A. Balona, D. ODonoghue, J. E. S. Costa, and M. Breger, Delta Scuti Network observations of XX Pyx: detection of 22 pulsation modes and of short-term amplitude and frequency variations, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 318, no. 2, pp. 511-525, 2000.

[27] G. Handler, Hybrid pulsators - fact or fiction, *Commun. Asteroseismol.*, vol. 159, pp. 4244, 2009.

[28] G. Handler, L. A. Balona, R. R. Shobbrook, C. Koen, A. Bruch, E. Romero-Colmenero, A. A. Pamyatnykh, B. Willems, L. Eyer, D. J. James, and T. Maas, Discovery and analysis of p-mode and g-mode oscillations in the A-type primary of the eccentric binary HD 209295, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 333, no. 2, pp. 262-278, 2002.

[29] R.L. Kurucz, *Mem. Soc. Astron. It. Supp.*, vol. 8, p. 14, 2005.

[30] A. B. Kaye, G. Handler, K. Krisciunas, E. Poretti, and F. M. Zerbi, Gamma Doradus Stars: Defining a New Class of Pulsating Variables, *PASP*, vol. 111, pp. 840-844, 1999.

[31] A. B. Kaye, G. W. Henry, F. C. Fekel, and D. S. Hall, Simultaneous photometry and spectroscopy of the newly discovered g Doradus variable HR 8330 HD 207223, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 308, no. 4, pp. 1081-1086, 1999.

[32] K. Krisciunas, E. Guinan, *Inf. Bull. Var. Stars*, vol. 3511, 1990.

[33] P. Ledoux, The Nonradial Oscillations of Gaseous Stars and the Problem of Beta Canis Majoris, *Astrophys. J.*, vol. 114, no. 3, pp. 373-384, 1951.

- [34] P. Lenz, M. Breger, "Period04 Guide", *Communications in Asteroseismology*, vol. 146, pp. 53-136, 2005.
- [35] L. Mantegazza, E. Poretti, *Inf. Bull. Var. Stars*, vol. 3690, 1991.
- [36] E. Michel, M. Chevreton, J. A. Belmonte, Z. P. Li, M. Alvarez, and STEPFI Team, Ten Years of STEPFI Multisite Campaigns on delta Scuti, en: *The Impact of Large-Scale Surveys on Pulsating Star Researchs*, ASP Conference Series, vol. 203, pp. 483-484, 2000.
- [37] G. Micula, A variational approach to spline functions theory., *Gen. Math.*, vol. 10, no. 12, pp. 21-50, 2002.
- [38] P. Morel, CESAM: A code for stellar evolution calculations, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, vol. 124, no. 3, pp. 597-614, 1997.
- [39] S. J. Murphy, H. Shibahashi, and D. W. Kurtz, Super-Nyquist asteroseismology with the Kepler space telescope, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 430, no. 4, pp. 2986-2998, 2013.
- [40] R. E. Nather, D. E. Winget, J. C. Clemens, C. J. Hansen, and B. P. Hine, The Whole Earth Telescope: A New Astronomical Instrument, *Astrophys. J.*, vol. 361, pp. 309-317, 1990.
- [41] E. Niemczura, S. J. Murphy, B. Smalley, K. Uytterhoeven, A. Pigulski, H. Lehmann, D. M. Bowman, G. Catanzaro, E. van Aarle, S. Bloemen, M. Briquet, P. De Cat, D. Drobek, L. Eyer, J. F. S. Gameiro, N. Gorlova, K. Kami ski, P. Lampens, P. Marcos-Arenal, P. I. Papics, B. Vandenbussche, H. Van Winckel, M. Ste licks, and M. Fagas, Spectroscopic survey of Kepler stars. I. HERMES/Mercator observations of A- and F-type stars, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 450, no. 3, pp. 2764-2783, May 2015.
- [42] C.L. Pekeris, *ApJ*, Vol. 88, p. 189, 1938.
- [43] A. Ritter, *Ann. Phys. Chem. Neue Folge* 8, pp. 157-83, 1879.
- [44] E. Salmanzadeh, S. Zandian, A. Hasanzadeh, and S. Zahabi, Photometry and the determination of oscillation modes for high amplitude Delta Scuti (HADS) variable GSC 1566-2802, *New Astron.*, vol. 37, pp. 76-80, 2015.
- [45] L. Schumaker, en: *Splines Functions: Basic Theory*, John Wiley, 1981.
- [46] R. Scufflaire, *R. Astron. Astrophys.*, vol. 36, p. 107, 1976.
- [47] M. C. Stumpe, J. C. Smith, J. E. Van Cleve, J. D. Twicken, T. S. Barclay, M. N.

Fanelli, F. R. Girouard, J. M. Jenkins, J. J. Kolodziejczak, S. D. McCauliff, and R. L. Morris, Kepler Presearch Data Conditioning IArchitecture and Algorithms for Error Correction in Kepler Light Curves, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, vol. 124, no. 919, pp. 985-999, 2012.

[48] J. C. Suarez and M. J. Goupil, FILOU oscillation code, *Astrophys. Space Sci.*, vol. 316, no. 14, pp. 155-161, 2008.

[49] M. Tassoul, Asymptotic approximations for Stellar Nonradial Pulsations, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, vol. 43, no. 1956, pp. 469-490, 1980.

[50] W. Thompson, (Lord Kelvin) (1863), "Dynamical problems regarding elastic spheroidal shells and spheroids of incompressible liquid", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 153, pp. 583-616, 1863.

[51] F. Tran Minh F., L. Léon, M.J. Goupil, M.J., F. Soufi, 1996, en: *IAU Symposium 181, Sounding solar and stellar interiors*, eds. J. Provost & F.-X. Schmider, Kluwer Academic Publisher, 18, 1996.

[52] W. Unno, Y. Osaki, H. Ando, H. Saio, H. Shibahashi, en: *Noradial Oscillations of Stars*, Tokyo: Tokyo University Press. 2nd ed.. 1989.

[53] K. Uytterhoeven, A. Moya, A. Grigahcne, J. A. Guzik, J. Gutierrez-Soto, B. Smalley, G. Handler, L. A. Balona, E. Niemczura, L. Fox Machado, S. Benatti, E. Chapellier, A. Tkachenko, R. Szabo, J. C. Surez, V. Ripepi, J. Pascual, P. Mathias, S. Martin-Ruiz, H. Lehmann, J. Jackiewicz, S. Hekker, M. Gruberbauer, R. A. Garcia, X. Dumusque, D. Diaz-Fraile, P. Bradley, V. Antoci, M. Roth, B. Leroy, S. J. Murphy, P. De Cat, J. Cuypers, H. Kjeldsen, J. Christensen-Dalsgaard, M. Breger, A. Pigulski, L. L. Kiss, M. Still, S. E. Thompson, J. van Cleve, S. Martn-Ruz, H. Lehmann, J. Jackiewicz, S. Hekker, M. Gruberbauer, R. A. Garca, X. Dumusque, D. Daz-Fraile, P. Bradley, V. Antoci, M. Roth, B. Leroy, S. J. Murphy, P. De Cat, J. Cuypers, H. Kjeldsen, J. Christensen-Dalsgaard, M. Breger, A. Pigulski, L. L. Kiss, M. Still, S. E. Thompson, and J. van Cleve, The Kepler characterization of the variability among A- and F-type stars, *Astron. Astrophys.*, vol. 534, p. A125, 2011.

[54] G. Walker, J. Matthews, R. Kusching, et al., "The MOST Asteroseismology Mission, *PASP*, vol. 115, p. 1023, 2003.

[55] S.A. Zhevakin, *Russian AJ*, vol 30, p. 161, 1953.