



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
MECÁNICA – TERMOFLUIDOS

“ANÁLISIS NUMÉRICO DE UN FLUJO CAVITANTE EN TUBO VENTURI”

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
JAVIER ALEJANDRO ROSAS FLORES

TUTORES DE TESIS:  
DR. WILLIAM VICENTE Y RODRIGUEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA  
DRA. MARGARITA NAVARRETE MONTESINOS, INSTITUTO DE INGENIERÍA

CIUDAD DE MÉXICO, ENERO 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Méndez Lavielle Federico  
Secretario: Dr. Naude De La Llave Jorge L.  
Vocal: Dr. Vicente y Rodríguez William  
1<sup>er.</sup> Suplente: Dr. Salinas Vázquez Martín  
2<sup>d o.</sup> Suplente: Dra. Navarrete Montesinos Margarita

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: Instituto de Ingeniería

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Vicente y Rodríguez William  
Dra. Navarrete Montesinos Margarita

---

**FIRMA**

## *Agradecimientos*

*Agradezco a dios por darme la oportunidad de realizar mis estudios con salud y bienestar.*

*A mis padres por su apoyo incondicional y palabras de aliento que siempre me ayudaron a seguir adelante.*

*A mi hermana por ser mi mejor amiga y apoyarme en cada momento.*

*A mis abuelos por el apoyo que me brindaron a lo largo de mis estudios de maestría.*

*A Verónica y su familia por todo el apoyo que me han brindado desde el momento en que los conocí.*

*Al doctor William y la doctora Margarita por darme la oportunidad de realizar este trabajo y por brindarme sus sabios consejos y dedicarme su tiempo en todo momento.*

*A mis compañeros de laboratorio de Dinámica de Fluidos Computacional y al doctor Martín por ser unos buenos amigos y por apoyo que me brindaron en la realización de la tesis.*

*Al Conacyt por el financiamiento de mis estudios de maestría*

*Al proyecto del Programa de apoyo a proyectos de Investigación e innovación tecnológica, PAPIIT-UNAM con número IN105117 con título: Erosión por cavitación óptica, ultrasónica e hidrodinámica. Por la beca para conclusión de actividades de proyecto.*

*Javier Alejandro Rosas Flores*

# Índice

Índice de Figuras .....	6
Índice de Tablas.....	8
Resumen.....	9
Capítulo 1. Introducción.....	11
1.1 Planteamiento del problema .....	11
1.2 Antecedentes .....	12
1.3 Objetivos .....	15
1.4 Estructura de la tesis .....	15
Capítulo 2. Cavitación.....	16
2.1. Definición .....	16
2.2. Clasificación y tipos de cavitación.....	17
2.3. Dinámica de una sola burbuja.....	19
2.6. Número de cavitación .....	22
2.5. Tubo Venturi.....	22
Capítulo 3. Ecuaciones de transporte .....	25
3.1. Ecuaciones de Transporte .....	25
3.2 Ecuaciones promediadas.....	26
3.2.1. Ecuación de continuidad .....	28
3.2.2. Ecuación de cantidad de movimiento.....	28
3.3 Modelo $k - \varepsilon$ .....	29
3.4. Flujo multifásico .....	31
3.4.1. Métodos para el modelado de flujos multifásicos.....	32
3.4.2. Fuerzas de Interfase y modelo de transferencia de masa .....	34
Capítulo 4. Método Numérico.....	37
4.1 Método de volúmenes finitos .....	37
Capítulo 5. Resultados.....	43
5.1 Arreglo experimental .....	43
5.1.1 Funcionamiento del arreglo experimental.....	44
5.1.2 Componentes del arreglo experimental .....	45
5.1.3 Instrumentación del arreglo experimental .....	47
5.2 Especificaciones numéricas.....	47

5.2.1 Configuración del tubo Venturi.....	48
5.2.2 Detalles numéricos.....	49
5.3 Resultados experimentales.....	50
5.4 Validación del modelo numérico.....	53
5.5 Resultados numéricos.....	54
Capítulo 6. Conclusiones y recomendaciones para trabajo futuro.....	65
Bibliografía.....	67

## Índice de Figuras

Figura 2.1 Diagrama P-T del agua, diferenciando los fenómenos de ebullición y cavitación.....	15
Figura 2.2. a) Cavitación por corte seguido de una estela de burbujas provocado por la hélice de un barco. b) Supercavitación generada en un vehículo submarino provocando que la burbuja se propague por todo el cuerpo.....	18
Figura 2.3 Esquema de una burbuja esférica.....	19
Figura 2.4 Esquema de un Tubo Venturi utilizado.....	22
Figura 3.1. Variable instantánea.....	26
Figura 3.2. Formas del comportamiento de un flujo multifásico. a) La fase dispersa se presenta de forma de partículas o burbujas inmersas en la fase continua, b) Las fases se encuentran de manera separada, c) Comportamiento mixto, con fases separadas pero a su vez con algunas partículas inmersas.....	30
Figura 4.1. Representación del sistema discretizado en volúmenes finitos.....	37
Figura 4.2. Diagrama esquemático de un volumen de control bidimensional.....	38
Figura 5.1 Diagrama del arreglo experimental para generar cavitación hidrodinámica.....	43
Figura 5.2. Dimensiones del tubo Venturi en [mm].....	45
Figura 5.3. Diagrama del arreglo experimental instrumentado.....	46
Figura 5.4. Dimensiones del tubo Venturi con la salida alargada en [mm].....	47
Figura 5.5. Discretización de dominio de cálculo.....	48
Figura 5.6. Diferencia de presión entre la entrada y la garganta del Venturi debido al efecto del porcentaje de potencia de la bomba.....	49
Figura 5.7. Comportamiento de la velocidad con respecto al porcentaje de potencia de la bomba...50	
Figura 5.8. Comportamiento del número de cavitación con respecto al porcentaje de potencia de la bomba.....	51
Figura 5.9. Visualización del desarrollo de la nube cavitante en el tubo Venturi.....	52
Figura 5.10. Validación del modelo numérico (cambio de la presión con respecto a la velocidad de entrada del tubo Venturi).....	53
Figura 5.11. Contornos de presión de los 7 casos numéricos descritos en la Tabla 5.3.....	54

Figura 5.12. Comportamiento de la presión a lo largo del tubo Venturi.....	55
Figura 5.13. Vectores de velocidad a lo largo del tubo Venturi.....	56
Figura 5.14. Acercamiento a la zona de recirculación para el caso 6 de Vectores de velocidad.....	57
Figura 5.15. Comportamiento de la velocidad en dirección z a lo largo del tubo Venturi.....	57
Figura 5.16. Iso-superficie de la fracción volumétrica del vapor con un valor de 0.1.....	58
Figura 5.17. Proyección axial de la iso-superficie de la fracción volumétrica para el caso 6.....	59
Figura 5.18. Comportamiento de la fracción volumétrica a lo largo del tubo Venturi.....	60
Figura 5.19 Coeficiente de transferencia de masa a lo largo del tubo Venturi.....	61
Figura 5.20 Cambio del radio de la burbuja a lo largo del tubo Venturi.....	61
Figura 5.21. Comportamiento dinámico de la cavitación a lo largo de un tubo Venturi.....	62
Figura 5.22. Comportamiento de la velocidad del sonido a lo largo del tubo Venturi.....	63

## Índice de Tablas

Tabla 5.1 Especificaciones de la bomba centrífuga.....	44
Tabla 5.2 Especificaciones del convertidor de frecuencia.....	44
Tabla 5.3 Casos de simulación a diferentes velocidades de entrada del flujo.....	48

## Resumen

### Análisis numérico de un flujo cavitante en tubo Venturi

Se estudia y analiza la dinámica que sigue un flujo bifásico que pasa a través de un tubo Venturi hasta alcanzar la condición del estado cavitante de manera tanto numérica como experimental. Se considera que la cavitación es un fenómeno en donde se presentan dos fases y que la fracción volumétrica de la fase dispersa, en algunas zonas del fluido, puede rebasar el 20% del volumen total. Por lo anterior, se elige para la parte numérica utilizar la aproximación RANS y el modelo Euleriano-Euleriano. Para la parte experimental, se implementa un circuito hidráulico en donde se instala el tubo Venturi y se instrumenta. Dicho arreglo se compone de una bomba centrífuga de 5 hp con un convertidor de frecuencias que regula la potencia de la bomba, dos válvulas de regulación de gasto, un tanque de 70 ℓ con un sistema de enfriamiento, un tanque de almacenamiento de 300 ℓ. Además de la instrumentación, los cambios en el flujo se siguen mediante la adquisición de video rápido usando una cámara Phantom V7.0. Para permitir la visualización del flujo a través del Venturi, éste es manufacturado con un material transparente (PMMA).

En el análisis numérico se revisan siete casos en donde la velocidad de entrada del flujo se varía desde 0.3 hasta 1.1 [m/s] en condiciones estándar. La simulación utiliza un modelo de transferencia de masa en donde el cambio de fase se debe a la caída de presión. Además, las ecuaciones de transporte son resueltas con el método de volúmenes finitos con un algoritmo del tipo SIMPLE para resolver el acoplamiento presión-velocidad.

Se obtienen graficas numéricas de presión, velocidad, número de cavitación, fracción volumétrica del vapor, y el crecimiento de las burbujas y experimentales de presión, velocidad, número de cavitación y video rápido; todos estos parámetros en función del porcentaje de potencia de la bomba. También se obtienen numéricamente contornos de presión, vectores de velocidad e iso-superficies de la fracción volumétrica del vapor, estas últimas están en función de la velocidad de la entrada del Venturi.

Analizando los datos numéricos se distingue que existen dos zonas en donde se inicia la formación de burbujas de vapor: alrededor del perímetro de la entrada de la garganta y del difusor. También se observa que hay una velocidad umbral en donde se presenta la formación-condensación cíclica de una nube de vapor de forma toroidal donde el centro es un chorro de agua. Al aumentar la velocidad de entrada al Venturi la frecuencia del ciclo disminuye. En la cavitación totalmente desarrollada se forma una nube cavitante toroidal

en la zona del difusor. Además, se observa que las recirculaciones en el flujo, son las causantes del desprendimiento cíclico de la nube en el difusor.

Al comparar los resultados numéricos con los experimentales se observa una buena correlación de los parámetros de flujo a velocidades menores a 0.9 m/s. Arriba de este valor, hay una discrepancia del alrededor del 20%, que opinamos se debe principalmente a que el modelo no toma en cuenta los efectos compresibles.

# Capítulo 1. Introducción

## 1.1 Planteamiento del problema

La cavitación es un fenómeno físico que se puede presentar debido a una caída de presión del fluido de trabajo en algunos sistemas hidráulicos, ya que, si la presión del fluido disminuye hasta alcanzar un valor inferior a la presión de vapor de saturación correspondiente a la temperatura a la cual se encuentra el fluido, la cavitación se hace presente. Este fenómeno es responsable de problemas como erosión, ruido y vibraciones, los cuales llevan a un mal funcionamiento de estos sistemas. En la mayoría de los casos, la cavitación tiene un efecto negativo en el funcionamiento de los sistemas hidráulicos. Sin embargo, en algunos casos particulares, tiene un efecto positivo, logrando reducir el arrastre, como en el caso de los vehículos submarinos.

Es de gran importancia comprender la física de este fenómeno bifásico, con la finalidad de reducir el efecto negativo o aumentar su influencia positiva. En ese sentido, estudiar la dinámica de la cavitación en geometrías simples como orificios, válvulas y tubos de Venturi es una forma de lograr dicho objetivo. El estudio del comportamiento de la cavitación en turbomáquinas, que ha tomado gran importancia en los últimos años, es la de aplicar los métodos numéricos que ayudan a conocer a detalle propiedades del flujo, que muchas veces es difícil medir de manera experimental, así como el comportamiento del mismo. La dinámica de fluidos computacional (Computational Fluids Dynamics - CFD) es parte importante para el estudio de los fluidos. Con esta herramienta se resuelven y visualizan problemas sobre el comportamiento de los fluidos con la ayuda de una computadora. Esta técnica utiliza modelos numéricos para resolver las ecuaciones que gobiernan a los fluidos, que por ser ecuaciones no lineales, es complicado resolverlas sin este tipo de ayuda. Existen aproximaciones numéricas para un flujo turbulento dentro de la mecánica de fluidos que ayudan a describir el comportamiento del mismo con mayor detalle. Dentro de estas aproximaciones resaltan tres por ser utilizadas con mayor frecuencia: a) La simulación numérica directa (Direct Numerical Simulation – DNS), que utiliza un mallado fino (dependiendo del número de Reynolds) para resolver todas las escalas de la turbulencia describiendo adecuadamente un flujo turbulento, tiene la desventaja que al trabajar con una malla fina, el tiempo de cálculo aumenta y, por tal motivo, esta aproximación se utiliza para flujos con bajos números de Reynolds (hasta  $10^3$ ) y geometrías sencillas (placas, flujos homogéneos). b) La simulación de grandes escalas (Large-Eddy Simulation - LES) utiliza un filtro espacial de la turbulencia, en el cual, las escalas grandes, que son las que portan la mayor transferencia de momentum y energía, son resueltas con las ecuaciones de

continuidad y cantidad de movimiento sin ninguna aproximación, mientras que las menores escalas se resuelven mediante un modelo de viscosidad artificial. Además, con LES las simulaciones son tridimensionales y temporales, por lo tanto, el tiempo de cálculo puede ser elevado en comparación con el modelo del promediado de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier-Stokes – RANS). c) El modelo RANS, que como su nombre lo dice, es un promedio de las ecuaciones de transporte, donde todas las escalas de la turbulencia se resuelven con el uso de modelos de turbulencia. Esta aproximación es de las más utilizadas ya que proporciona una aproximación de flujos turbulentos complejos en un tiempo de cálculo inferior a las otras mencionadas, siendo esta última, la aproximación que se utilizará a lo largo de este trabajo. De igual manera, existen diferentes modelos para resolver las ecuaciones de transporte que describen a los flujos bifásicos, los cuales se presentan más adelante, siendo el modelo Euleriano-Euleriano el que se utiliza para el desarrollo de este trabajo.

## 1.2 Antecedentes

Rayleigh en 1917 realiza los primeros estudios del fenómeno de la cavitación, en donde consiguió elaborar un modelo para describir el comportamiento de una cavidad dentro de un medio continuo [1]. A partir de ahí, se han hecho una serie de modificaciones a dicha ecuación tomando en cuenta términos como la viscosidad, tensión superficial, presión de vaporización e incluso términos como son la entalpia y la velocidad del sonido para modelar las ondas de choque, generadas por la implosión de las burbujas.

Con el paso de los años, el estudio de la cavitación ha sido de gran importancia, de tal manera que se han desarrollado diferentes técnicas para el estudio experimental del fenómeno, y así comprender de mejor manera su comportamiento y efectos que este conlleva obteniendo datos reales durante el proceso de la cavitación. En su mayoría, los análisis experimentales se desarrollan en una sección de pruebas de tipo Venturi. Reboud y colaboradores en 1998 desarrollan uno de los primeros estudios experimentales dentro de un tubo Venturi, donde se analizó el comportamiento del flujo cavitante dentro de dos diferentes tubos Venturi, los cuales se diferencian en el ángulo de inclinación a la salida del Venturi. Para la instrumentación de este experimento se utilizó una sonda óptica doble para medir las presiones en la reducción y salida del Venturi, y calcular la fracción volumétrica del vapor generado a partir de las señales de la sonda con respecto a la velocidad local promediada en el tiempo. En el caso de la visualización se utilizó una cámara CCD que permite visualizar con una resolución adecuada [2].

Stutz & LEGOUPIL en 2002 y Stutz & Legoupil en 2003 estudian el comportamiento de la nube cavitante que se genera en el Venturi con una sonda óptica doble, obteniendo mediciones de la fracción volumétrica del vapor, con un dispositivo de rayos X, las cuales fueron adecuadas para describir el comportamiento de la nube cavitante a lo largo del Venturi [3] y [4]. La diferencia que existe entre ambas investigaciones, es que en la primera sólo se centra en el comportamiento de la nube cavitante, logrando describir las zonas en la cual se desarrolla y colapsa, y se observa que existe un comportamiento cíclico, mientras que en el último, se estudia cómo afecta la velocidad del flujo a la nube, demostrando que existe una gran influencia de la velocidad en el comportamiento de la nube. Harada & Murakami en 2006 utilizan la técnica velocimetría por imagen de partículas (Particle Image Velocimetry – PIV) para medir la distribución de velocidad de las burbujas dentro de un Venturi vertical que usa dos diferentes flujos de Helio, con los cuales, se busca diferenciar el flujo cavitante que existe en cada uno de dichos flujos [5]. Para obtener la visualización del fenómeno procedieron a utilizar una cámara digital y una fuente luminosa, que ayuda a obtener imágenes que facilitaron el análisis del fenómeno. De igual forma, Vabre y colaboradores en 2009 analizan el flujo en un perfil Venturi y obtuvieron resultados experimentales con ayuda de la técnica PIV [6]. A diferencia del trabajo citado anteriormente, las visualizaciones se obtuvieron con un método de rayos X de alta velocidad con lo cual se visualizó la interfase líquido-vapor de la nube cavitante.

Al mismo tiempo que el estudio experimental, el desarrollo del estudio numérico ha sido parte importante en el estudio de la cavitación, permitiendo visualizar y obtener resultados que con la experimentación muchas veces es imposible de obtener. El análisis numérico para flujos bifásicos en donde se involucra efectos de cavitación se remonta al principio de los 90's. Kubota y colaboradores en 1992 estudian la interacción entre los efectos viscosos, vórtices y burbujas con el modelo llamado "burbuja en un flujo bifásico", en un flujo que pasa a través de un perfil hidrodinámico [7]. Este modelo se resuelve numéricamente con el método de diferencias finitas.

Con el paso del tiempo, se desarrollan nuevos modelos numéricos para estudiar flujos cavitantes, entre ellos está el modelo llamado "ley del estado barotrópico", el cual vincula las variaciones de la densidad con la evolución de la presión local. Cabe mencionar que en este modelo se resuelve únicamente una ecuación de momentum para la mezcla líquido-vapor. Reboud y colaboradores en 1998 utilizan este método para analizar el comportamiento de un flujo dentro de dos tubos Venturi con diferentes ángulos de salida y comparan con sus resultados experimentales obtenido [2]. De igual manera, Coutier-Delgosha y colaboradores en 2003 con ayuda de la técnica numérica RANS, resuelven las ecuaciones de cantidad de movimiento para una mezcla líquido-vapor con dos tubos

Venturi a diferentes ángulos de salida [8]. Además, ellos utilizaron el modelo para analizar los efectos de la cavitación en el dominio 2D.

Goncalves & Patella en 2009 analizan el flujo cavitante en una sección de pruebas de tipo Venturi con una aproximación RANS, pero esta vez para vincular las presiones y la temperatura con las variables termodinámicas se utilizan diferentes ecuaciones de estado (Equation Of States - EOS) [9]. La dificultad con esta aproximación es cubrir todas las fases dentro del medio; líquido, gas y mezcla. En este trabajo se utilizó dos métodos para mezcla y uno para la fase gaseosa obteniendo resultados favorables. Dittakavi y colaboradores en 2010 comienzan a utilizar la aproximación LES para investigar la cavitación dentro de un Venturi, donde la fracción de masa del vapor es modelada por una ecuación de transporte escalar, además, existen términos como la tasa de evaporación y condensación en función de la presión [10].

El estudio de la cavitación de forma numérica abarca además de los tubos Venturi, otras geometrías; Luo y colaboradores en 2012 [11], Huang y colaboradores en 2014 [12], y Ji y colaboradores en 2015 [13], estudian el fenómeno de la cavitación en un perfil hidrodinámico utilizando el modelo de grandes escalas y un modelo de cavitación de transferencia de masa basado en la ecuación de Rayleigh-Plesset. El primero se enfocó en estudiar la nube cavitante en 3D, donde se hizo la validación del código con resultados experimentales. El segundo, cuantifica la influencia de la nube sobre la hidrodinámica y las estructuras turbulentas del flujo. El tercero se enfocó en comprender las estructuras de la nube cavitante y la dinámica del desprendimiento.

Finalmente, Hu y colaboradores en 2014 analizan la interacción entre la turbulencia y la cavitación alrededor de un perfil hidrodinámico; para esto realizan una modificación del modelo promediado parcial de las ecuaciones de Navier Stokes (Partially Averaged Navier-Stokes - PANS) para simular el flujo cavitante transitorio, utilizando un modelo multifásico de mezcla y una ecuación de transferencia de masa deducida a partir de la ecuación de Rayleigh Plesset [14].

En este trabajo se examina el comportamiento del flujo bifásico (líquido-gas) dentro de la geometría tipo Venturi. Se considera el efecto que produce la garganta en la formación de burbujas que alcanzan el estado cavitante, para lo cual se determina la transferencia de masa causada por cambios de presión debido a la geometría y la velocidad del flujo. Se usa la aproximación RANS transitorio y un modelo Euleriano-Euleriano para la solución numérica y se desarrolla un modelo de transferencia de masa a partir de la ecuación de Rayleigh-Plesset.

### 1.3 Objetivos

Objetivo general:

- Analizar numérica y experimentalmente el comportamiento dinámico del flujo cavitante en un tubo Venturi, como función de la velocidad del flujo.

Objetivos particulares:

- Implementar un modelo numérico del comportamiento del flujo cavitante en un tubo Venturi usando la técnica Euleriano-Euleriano.
- Diseñar, construir e instrumentar un arreglo experimental para adquirir datos que describan el fenómeno.
- Analizar y comparar los resultados.

### 1.4 Estructura de la tesis

Posterior a este capítulo, en el capítulo 2 se da una pequeña introducción al fenómeno llamado cavitación y las maneras que se puede inducir, así como las desventajas y ventajas de dicho fenómeno.

En lo que corresponde al capítulo 3, se realiza una breve presentación del tema del flujo multifásico, las diferentes ecuaciones de transporte y modelos que se utilizan para analizar este tipo de flujos, como lo es el modelo Euleriano-Euleriano.

Para el capítulo 4, se introduce el método numérico que permite la solución de las ecuaciones de transporte que simulan el movimiento del fluido, el método de Volúmenes Finitos.

En el capítulo 5, se presenta detalles tanto en la parte experimental, como en la simulación numérica. También se muestran los resultados y el análisis de los mismos.

Las conclusiones se encuentran en el capítulo 6; éstas se derivan del trabajo mostrado en el capítulo anterior, así como algunas consideraciones para un trabajo futuro.

## Capítulo 2. Cavitación

### 2.1. Definición

El fenómeno de la cavitación se define como la generación, crecimiento e implosión de burbujas de vapor y/o gas inmersas en un medio líquido, debido a una diferencia de presiones. La generación de las cavidades depende de las características del flujo y de las propiedades físicas del medio líquido. Cuando dicho fenómeno se presenta, viene acompañado de otros fenómenos como son: ondas de choque, ruido y luminiscencia, que dependiendo de las circunstancias en las cuales se presenta, puede traer ciertas ventajas o desventajas en el proceso [15] [16].

Cabe mencionar, que se puede confundir la cavitación con la ebullición, debido a que en los dos fenómenos se genera vapor. Sin embargo, éstos se presentan a diferentes condiciones. La ebullición ocurre cuando existe un cambio de fase de líquido a vapor debido a un incremento de la temperatura a una presión constante, conocido comúnmente como sobrecalentamiento, permitiendo la ruptura del medio y la generación de vapor. La cavitación se genera debido a una caída de presión a una temperatura constante, de tal manera que provoca una discontinuidad en el medio por la formación de vapor. En la figura 2.1 se ilustra en un diagrama P-T los procesos de los dos fenómenos.

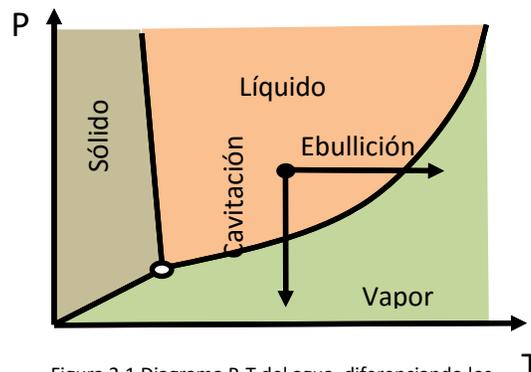


Figura 2.1 Diagrama P-T del agua, diferenciando los fenómenos de ebullición y cavitación.

Cuando se habla de cavitación, generalmente se le asocia una serie de desventajas las cuales se presentan cuando el fenómeno toma lugar en situaciones no deseadas. Algunas de éstas son; la erosión del material cuando ocurre la implosión cerca de alguna pared, el ruido y las vibraciones causadas por las ondas de choque que acompañan a la cavitación.

No solo existen desventajas con la presencia de la cavitación, ya que al controlar dicho fenómeno, se obtienen ciertas ventajas, como lo son; la eliminación de bacterias en la purificación de agua, o la eliminación del arrastre en vehículos submarinos. Por ejemplo, en la punta de los torpedos son instalados dispositivos que permiten la generación de la cavitación y así disminuir el arrastre aumentando la velocidad, utilizando la misma potencia.

Pero al hablar de cavitación se observa que existen diferentes clasificaciones y tipos, las cuales se presentan a continuación.

## 2.2. Clasificación y tipos de cavitación.

La cavitación se clasifica por la manera en la cual la burbuja o cavidad se produce:

### a) Tensión en el líquido

1. Acústica: En este tipo de cavitación, el líquido se encuentra en reposo y es sometido a un campo acústico, enfocando ondas acústicas controladas en el medio, de tal manera, que permite el cambio de presión local y de este modo proporciona la formación de la cavidad de una sola burbuja o multiburbujas.
2. Hidrodinámica: La cavitación hidrodinámica se produce en un líquido en movimiento. Durante la trayectoria del fluido existe una caída de presión debido a un cambio en la geometría, lo cual permite la ruptura del medio y la generación de las cavidades dentro de él.

### b) Absorción de energía

3. Óptica: En la cavitación óptica, la cavidad es generada por medio del enfocamiento de un haz láser en el medio líquido estático.
4. Partículas: De manera similar a como sucede en la cavitación acústica, la cavitación por partículas ocurre en un líquido estático y la cavidad es generada por el enfoque de un haz de partículas, por ejemplo, un haz de electrones.

La cavitación hidrodinámica es la más común en los procesos industriales debido a que se presenta en muchos dispositivos de manera indeseada y en el área de la investigación es la más utilizada para el estudio y comprensión del fenómeno. Dentro de esta clasificación,

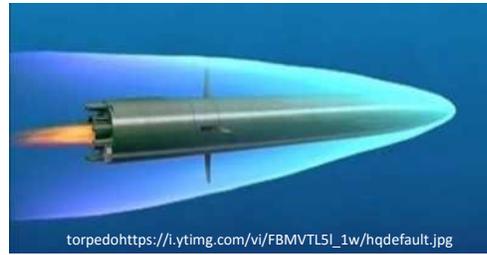
existen distintos tipos de cavitación que son importantes de destacar, y que se mencionan a continuación:

1. Cavitación transitoria. Se define como una cavidad o burbuja individual transitoria, que se forma, crece y colapsa en el medio; todo esto durante el movimiento del líquido. Este tipo de cavitación ocurre frecuentemente en perfiles hidrodinámicos con un pequeño ángulo de ataque.
2. Cavitación cortante. Este tipo de cavitación se caracteriza por una interfase continua de líquido con una pared sólida de cierto objeto. La cavidad aparece cuando la pared se encuentra en movimiento, provocando un esfuerzo cortante y la caída de presión del líquido cerca de la pared. Frecuentemente se presenta en las hélices de los barcos, o impulsores de una bomba, Figura 2.2.
3. Nube cavitante. De manera general, una nube de cavitación es un conjunto o estela de burbujas que se generan de diferentes maneras; el aglomerado de burbujas crece y colapsa de manera simultánea provocando que los efectos causados por la cavitación sean con un efecto mayor.
4. Cavitación por vórtice. Cuando se genera un vórtice en un flujo turbulento, de manera natural existe una caída de presión, y si esta caída de presión alcanza la presión de vapor, permite la generación de cavidades.
5. Supercavitación. Cuando la cavitación se desarrolla totalmente, se dice que alcanza la supercavitación, lo que provoca que el vapor generado ya no se presente en forma de burbujas, éste se comporta como una fase separada del líquido, por ejemplo, en los proyectiles acuáticos (torpedo), cuando el vapor rodea todo el cuerpo lo que provoca una reduciendo del arrastre, Figura 2.2.

Como ya se mencionó anteriormente, la cavitación tiene efectos tanto positivos como negativos, por esta razón, es que hoy en día el estudio del fenómeno es de gran importancia para disminuir los problemas que causa y aumentar su uso para fines positivos. Para entender mejor la cavitación es necesario estudiar la dinámica de la burbuja, lo cual se presentará a continuación.



a)



b)

Figura 2.2. a) Cavitación por corte seguido de una estela de burbujas provocado por la hélice de un barco. [17] b) Supercavitación generada en un vehículo submarino provocando que la burbuja se propague por todo el cuerpo. [18]

### 2.3. Dinámica de una sola burbuja

El estudio de la dinámica de la burbuja parte de una burbuja esférica con un centro fijo, sometida a variaciones uniformes de presión que tienden al infinito. Este modelo nos da una aproximación del comportamiento de la burbuja y los efectos que causa la presión sobre ella, como son la formación a partir de un núcleo, el crecimiento de la burbuja, el colapso, entre otras. Dicho estudio ha sido desarrollado por varios personajes, en distintas épocas, para llegar a la ecuación que actualmente conocemos. En 1859 Besant fue el primero en considerar una cavidad en un medio líquido con una variación de presión uniforme [19]. Fue hasta 1917 que el señor Rayleigh implemento un modelo para un líquido no viscoso que tratara de explicar la erosión del material por cavitación [1]. Cole en 1948 utiliza el modelo de la burbuja con gas no condensable, aplicándolo en el estudio de explosiones submarinas [20]. Seis años después en 1954 Plesset implemento la viscosidad y la incompresibilidad del líquido para obtener un modelo más general de la dinámica de la burbuja [21].

Para obtener el modelo que hoy en día conocemos se deben tomar en cuenta ciertas consideraciones [15] [16].

1. Líquido incompresible y Newtoniano.
2. No se consideran los efectos de la gravedad.
3. El aire contenido en la burbuja es constante.
4. La inercia de la burbuja es despreciable, así como el intercambio de calor con el ambiente.
5. La burbuja es saturada con vapor a una presión cuyo valor es la presión de vapor a la temperatura a la cual está el líquido.

El radio de la burbuja  $R(t)$ , donde  $t$  es el tiempo, será uno de los primeros resultados en el análisis. La posición radial de la burbuja dentro del líquido será denotada por  $r$ , como se muestra en la figura 2.3.

La transferencia de masa en la interfase no se considera, por tal motivo la velocidad del líquido en la interfase  $u(r,t)$  es igual a la velocidad de la interfase  $\dot{R} = dR/dt$ .

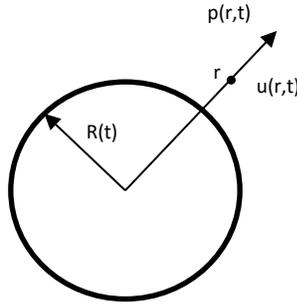


Figura 2.3 Esquema de una burbuja esférica.

En el caso de un fluido viscoso de viscosidad cinemática  $\nu$ , el esfuerzo normal en la interfase está denotado por

$$T_{int}(R, t) = -p(R, t) + 2\nu \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} \quad (2.1)$$

El balance de fuerzas normales es:

$$-T_{int}(R, t) = p_v + p_g(t) - \frac{2S}{R} \quad (2.2)$$

donde  $p_g$  significa la presión parcial del gas dentro de la burbuja. Se asume una transformación adiabática en el gas. La presión instantánea del gas está relacionada con la presión inicial del gas  $p_{g0}$  con la siguiente expresión:

$$p_g(t) = p_{g0} \left[ \frac{R_0}{R(t)} \right]^{3\gamma} \quad (2.3)$$

donde  $\gamma$  es la relación de las capacidades térmica específica del gas  $c_p$  y  $c_v$ .

La presión en la interfase de la cavidad se define como:

$$p(R, t) = p_v + p_{g0} \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2S}{R} + 2\mu \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} \quad (2.4)$$

Se asume que el líquido lejos de la burbuja se encuentra en reposo, por tal motivo  $u(r,t) \rightarrow 0$  y la presión  $p(r,t)$  se denota como  $p_\infty(t)$ .

Como condición inicial la burbuja se considera en equilibrio,  $\dot{R}(0) = 0$ , así que de la ecuación (2.4) se tiene:

$$p_{\infty 0} = p_{g0} + p_v - \frac{2S}{R_0} \quad (2.5)$$

Para este caso, la ecuación de conservación de masa para un flujo incompresible  $div \vec{V} = 0$  esta dada por;

$$u(r, t) = \dot{R} \frac{R^2}{r^2} \quad (2.6)$$

y el término viscoso en la ecuación de Navier-Stokes es cero.

Tomando en cuentas estas consideraciones, se puede decir que para un fluido viscoso y no viscoso, la ecuación de cantidad de movimiento es:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.7)$$

Sustituyendo la ecuación (2.6) en la expresión (2.7), se obtiene:

$$\ddot{R} \frac{R^2}{r^2} + 2\dot{R}^2 \left[ \frac{R}{r^2} - \frac{R^4}{r^5} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.8)$$

Se integra la anterior expresión con respecto de  $r$  y considerando las condiciones al infinito, se tiene que:

$$\frac{p(r,t) - p_{\infty}(t)}{\rho} = \ddot{R} \frac{R^2}{r} + 2\dot{R}^2 \left[ \frac{R}{r} - \frac{R^4}{4r^4} \right] \quad (2.9)$$

Esta ecuación es una equivalente a la ecuación de Bernoulli para una variable en un flujo no estacionario y un fluido no viscoso. Se dice que en la interfase  $r=R$ , por lo tanto la ecuación (2.9) queda de la siguiente manera:

$$\frac{p(R,t) - p_{\infty}(t)}{\rho} = R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \quad (2.10)$$

Por último, tomando en cuenta que  $\left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} = -\frac{2\dot{R}}{R}$ , y sustituyendo la expresión (2.4) en la ecuación (2.10), se obtiene:

$$\rho \left[ R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right] = p_v - p_{\infty}(t) + p_{g0} \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2S}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R} \quad (2.11)$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación de Rayleigh-Plesset, la cual describe la evolución temporal del radio de la burbuja  $R$  y por consecuencia el campo de presiones en el líquido cuando  $p_{\infty}(t)$  esta dada.

Para un líquido no viscoso, el último término de la expresión (2.11) se elimina; esta ecuación es conocida como la ecuación de Rayleigh. Actualmente, la ecuación de Rayleigh-Plesset es de gran importancia, ya que ayuda en el estudio de la cavitación y los fenómenos que la acompañan, como lo es el colapso de las burbujas.

## 2.6. Número de cavitación

Un parámetro de gran importancia en el estudio de la cavitación, es el número adimensional llamado el número de cavitación  $\sigma$ , que se define como [15]:

$$\sigma = \frac{p_{ds} - p_v}{P_{us} - p_{ds}} \quad (2.12)$$

donde,  $p_{ds}$  es la presión aguas abajo,  $p_v$  la presión de vapor a determinada temperatura y  $P_{us}$  la presión aguas arriba.

Este parámetro también es conocido como parámetro de cavitación o número de Thoma, y solo se considera cuando existe la cavitación y si el flujo es un flujo multifásico. Cabe mencionar, que el número de cavitación toma en cuenta parámetros dinámicos y no geométricos, por lo cual se aplica en cualquier tipo de geometría donde la cavitación hidrodinámica surge.

## 2.5. Tubo Venturi

Como ya se mencionó con anterioridad, la cavitación se presenta en diferentes dispositivos hidráulico (turbomáquinas), como lo son bombas centrifugas, hélices de los barcos, turbinas, etc., provocando severos daños en el material debido a la erosión que provoca la implosión de las burbujas cerca de las paredes. En los últimos años, el estudio de los efectos causados por la cavitación en zonas no deseadas se ha vuelto de gran importancia para comprender el fenómeno y encontrar formas de controlar la cavitación, para disminuir los efectos negativos y emplear el fenómeno de manera positiva para el desarrollo de la sociedad.

Existen diferentes dispositivos que facilitan el estudio de la cavitación, entre ellos, uno de los más utilizados para el estudio de la cavitación hidrodinámica es el Tubo Venturi.

Un tubo Venturi es un dispositivo que consta de tres partes: una tobera, la garganta y un difusor. Debido a su geometría (Figura 2.4), al existir una reducción del área transversal en la tubería, existe un aumento en la velocidad, por consecuencia, se genera una caída de presión. A este fenómeno se le conoce como el efecto de Venturi, en honor al físico italiano Giovanni Battista Venturi.

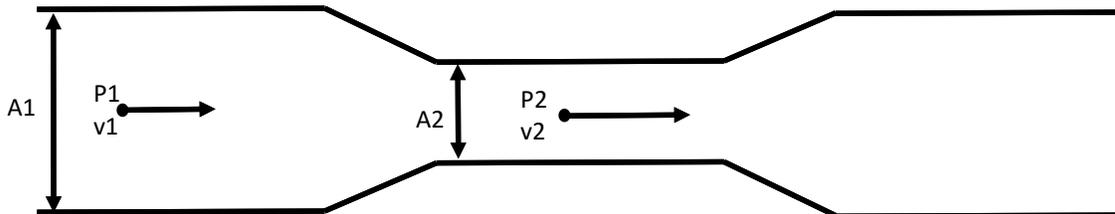


Figura 2.4 Esquema de un Tubo Venturi utilizado

Para comprender este efecto, partimos de un análisis de conservación de masa dentro de un tubo Venturi en posición horizontal, como se muestra en la Figura 2.4, en el cual, existe una reducción del área transversal, tomando en cuenta dos puntos de referencia, uno a la entrada del Venturi y el segundo en la garganta. El principio de conservación de masa establece, que el flujo másico a lo largo del tubo Venturi es el mismo, por lo tanto  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ . Además, el flujo másico se define como  $\dot{m} = \rho VA$ . Por lo tanto, la conservación de masa se puede expresar de la siguiente forma.

$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \quad (2.13)$$

Considerando la densidad constante y despejando  $V_2$  de la ecuación (2.13), se tiene:

$$V_2 = \frac{V_1 A_1}{A_2} \quad (2.14)$$

Esto nos indica, que mientras más pequeña sea el área transversal de la garganta mayor será el incremento de la velocidad. De igual forma, se hace un análisis de conservación de energía por medio de la ecuación de Bernoulli, expresada de la siguiente manera:

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + z_1 g = \frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + z_2 g \quad (2.15)$$

Debido a que el tubo Venturi es horizontal, no existe una diferencia de alturas, por lo tanto la energía potencial es cero. Para cumplir con el principio de Bernoulli, si la presión aumenta

en un punto, la velocidad debe disminuir y si la velocidad aumenta, la presión deberá disminuir, para número de Mach menores a uno ( $M < 1$ ).

Generalmente, este tipo de dispositivos se utiliza como medidores de velocidad, debido a que existe una caída de presión que entre la entrada y la garganta. Con la ayuda de un manómetro diferencial conectado en dichas zonas y aplicando el análisis de conservación de masa y el principio de Bernoulli, se obtiene la velocidad a la cual se encuentra el flujo.

Si la caída de presión que existe en el tubo Venturi alcanza la presión de vapor del fluido de trabajo, éste comenzará a cavitarse.

Debido a que, controlar el gasto másico dentro del tubo Venturi es relativamente sencillo, y por tal motivo se controla la cantidad de vapor que se genera por la disminución de la presión, un tubo Venturi horizontal con garganta será el objeto de estudio de este trabajo.

## Capítulo 3. Ecuaciones de transporte

En este capítulo se detallan las ecuaciones de transporte que rigen el movimiento de los fluidos; continuidad y cantidad de movimiento, en su forma diferencial y en coordenadas cartesianas. Posteriormente, se muestran las ecuaciones promediadas, utilizadas en el promediado de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes (RANS- Reynolds Averaged Navier-Stokes), alternativa que se utiliza para representar el flujo turbulento, así como el modelo de turbulencia, que complementa la resolución de las ecuaciones promediadas. Además, se introducirán los flujos multifásicos y de los diferentes modelos que existen para la representación de éstos.

### 3.1. Ecuaciones de Transporte

#### *Ecuación de continuidad*

La ecuación de continuidad establece, que el incremento de la masa dentro de un volumen de control es consecuencia del flujo que entra y sale de dicho elemento. Por lo tanto, la ecuación de continuidad no estacionaria y tridimensional para un fluido se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.1)$$

donde  $\vec{V}$  es la velocidad del flujo y  $\rho$  es la densidad del fluido de trabajo.

#### *Ecuación de cantidad de movimiento*

La ecuación de cantidad de movimiento representa las fuerzas que existen dentro de un flujo y se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{\partial (\rho \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \otimes \vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho \vec{f}_m \quad (3.2)$$

donde  $\otimes$  es el producto tensorial,  $p$  es la presión,  $\tau$  es el tensor de esfuerzos viscosos y  $\vec{f}_m$  son las fuerzas másicas que se ejercen en el flujo, como lo es la fuerza de gravedad.

De acuerdo a la ley de Navier-Poisson el tensor de esfuerzos viscosos se puede describir de la siguiente manera [22]:

$$\tau = \mu \left( \nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T \right) + \left( \mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) (\nabla \cdot \vec{V}) \vec{\delta} \quad (3.3)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $\mu_v$  es el coeficiente de viscosidad volumétrico y  $\vec{\delta}$  es el tensor delta de Kronecker. Considerando que el coeficiente de viscosidad volumétrico es cero [23], y sustituyendo la ecuación (3.3) en la (3.2) queda:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \mu \left[ (\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \vec{\delta}) + \rho \vec{f}_m \right] \quad (3.4)$$

Estas ecuaciones son conocidas como las ecuaciones de Navier-Stokes, donde el primer término de las ecuaciones es el término temporal, el segundo es el correspondiente al término convectivo, del otro de lado de la igualdad se tiene el gradiente de presión, los esfuerzos viscosos y por último las fuerzas de cuerpo.

Si se considera que se tiene un flujo incompresible, donde la densidad es constante a través del tiempo ( $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ) y el número de Mach es menor a 0.3 ( $M < 0.3$ ), la densidad se puede sacar del operador divergencia, con lo cual, la ecuación de continuidad y de cantidad de movimiento se reducen a:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.5)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla p + \rho \vec{f}_m + \nabla (\mu \nabla \vec{V}) \quad (3.6)$$

donde la viscosidad es constante ( $\mu = cte$ ).

### 3.2 Ecuaciones promediadas

Como ya se mencionó en el capítulo 1, existen aproximaciones numéricas para la turbulencia, siendo el promediado de Reynolds de la ecuaciones de Navier-Stokes (RANS-Reynolds Averaged Navier-Stokes) la aproximación que se aplica a lo largo de éste trabajo.

RANS es una aproximación para describir la turbulencia, que se basa en métodos estadísticos, en donde las fluctuaciones de las variables se promedian a lo largo del tiempo. Debido a esto, las ecuaciones de gobierno de los fluidos quedan en términos de variables turbulentas en un tiempo promediado.

Una variable instantánea se define, para cualquier variable dentro del flujo, cómo:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.7)$$

donde  $\bar{\Phi}$  es la media de la variable y  $\Phi'$  es el promedio de la variación, ver la figura 3.1.

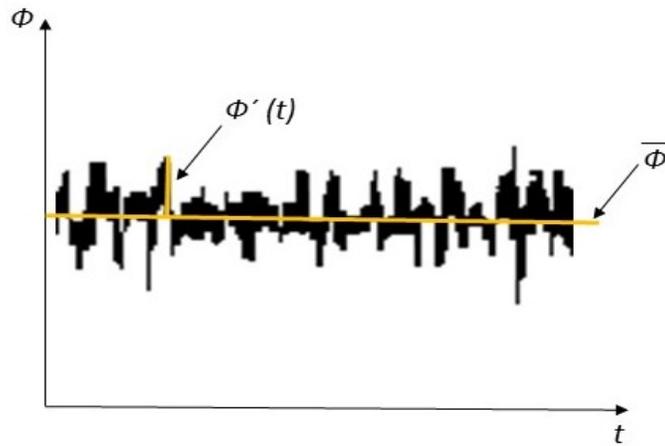


Figura 3.1. Variable instantánea

Algunas variables cambian con el paso del tiempo dentro de las ecuaciones de gobierno, estas son; las presiones y las velocidades, que en términos de la teoría de las fluctuaciones y promedios, como se muestran a continuación.

$$u = \bar{u} + u',$$

$$v = \bar{v} + v',$$

$$w = \bar{w} + w',$$

$$p = \bar{p} + p' \tag{3.8}$$

Algunas propiedades de las variables promediadas que se consideran son:

$$\overline{\bar{\Phi}} = \bar{\Phi},$$

$$\overline{\Phi\Phi} = \bar{\Phi}\bar{\Phi},$$

$$\overline{\Phi'} = 0,$$

$$\overline{\Phi'\Phi'} \neq 0,$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x_i} \text{ y}$$

$$\overline{\Phi + \Phi} = \bar{\Phi} + \bar{\Phi} \quad (3.9)$$

### 3.2.1. Ecuación de continuidad

Las expresiones (3.8), se sustituyen en la ecuación de continuidad (3.5). Posteriormente, se promedia la expresión y utilizando las propiedades (3.9), la ecuación de conservación de masa promediada queda de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{d\bar{w}}{dz} = 0 \quad (3.10)$$

donde las parciales con respecto del tiempo son cero, debido al promedio en el tiempo que se efectuá. Sin embargo en este trabajo este término no se desprecia, debido a que se utiliza un modelo temporal donde el promediado se realiza en pequeños pasos de tiempo.

### 3.2.2. Ecuación de cantidad de movimiento

Al igual que con la ecuación de continuidad, las expresiones (3.8) se sustituyen en las ecuaciones de cantidad de movimiento (3.6). El desarrollo de las ecuaciones, se efectúa considerando las propiedades de las variables promediadas (3.9), se obtiene las ecuaciones de Navier-Stokes en su forma promediada:

$$\rho \left( \frac{\partial(\overline{uu})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{uv})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{uw})}{\partial z} + \frac{\partial(\overline{uv})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v^2})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{vw})}{\partial z} \right) - \mu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \rho g_x \quad (3.11)$$

$$\rho \left( \frac{\partial(\overline{vu})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{vv})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{vw})}{\partial z} + \frac{\partial(\overline{vu})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v^2})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{vw})}{\partial z} \right) - \mu \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \rho g_y \quad (3.12)$$

$$\rho \left( \frac{\partial(\overline{wu})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{wv})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{ww})}{\partial z} + \frac{\partial(\overline{wu})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{wv})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{ww})}{\partial z} \right) - \mu \left( \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \rho g_z ; \quad (3.13)$$

donde aparecen términos nuevos, los cuales forman el tensor de esfuerzos de Reynolds, que es expresado de la siguiente manera:

$$\tau_{Re} = \begin{bmatrix} \overline{u' u'} & \overline{u' v'} & \overline{u' w'} \\ \overline{v' u'} & \overline{v' v'} & \overline{v' w'} \\ \overline{w' u'} & \overline{w' v'} & \overline{w' w'} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

donde, cada uno de los términos de la expresión (3.14) es la convección media afectada por la velocidad debido a las fluctuaciones, en otras palabras, es el transporte de la velocidad por medios turbulentos. La existencia de este tensor dentro de las ecuaciones promediadas es un problema, debido a que existe un aumento de 6 ecuaciones a resolver, considerando que el tensor es simétrico. Con la finalidad de solucionar este problema, existen dos aproximaciones; el primero es el modelar cada uno de los términos del tensor por medio de una ecuación de transporte, mientras que el segundo es la aproximación de Boussinesq, que da paso al modelo de turbulencia  $k - \varepsilon$  y sus variantes. Esta última aproximación, se aplica en este trabajo, específicamente el modelo de turbulencia  $k - \varepsilon$  RNG.

### 3.3 Modelo $k - \varepsilon$

El modelo  $k - \varepsilon$ , es un modelo semiempírico, que se basa en la solución de dos ecuaciones de transporte y ayuda a la resolución de las ecuaciones promediadas, específicamente da solución al problema surgido con el tensor de esfuerzos de Reynolds.

Para el desarrollo del modelo, se parte de la ley de Navier-Poisson, que establece que existe una relación lineal entre el tensor de esfuerzos viscosos y el tensor de deformaciones de un fluido, la cual se expresa de la siguiente forma:

$$\tau_{Re} = \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.15)$$

La aproximación de Boussinesq establece que existe una relación entre la interacción del tensor de esfuerzos viscosos y el tensor de esfuerzos de Reynolds que surge en la ecuación de cantidad de movimiento promediada. Esta relación se escribe de la siguiente manera:

$$\tau_{Re} = -\rho \overline{U_i' U_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) = 2\mu_t S_{ij} \quad (3.16)$$

en la cual aparece el término  $\mu_t$ , que se denomina “viscosidad turbulenta”.

Sustituyendo la ecuación (3.16) en las ecuaciones (3.11), (3.12) y (3.13) se obtiene:

$$\rho \left( \frac{\partial(\bar{u}\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{w})}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( -\mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \right) - \mu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \rho g_x \quad (3.17)$$

$$\rho \left( \frac{\partial(\bar{v}\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{w})}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\mu_t \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\mu_t \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( -\mu_t \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) \right) - \mu \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \rho g_y \quad (3.18)$$

$$\rho \left( \frac{\partial(\bar{w}\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{w}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}\bar{w})}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\mu_t \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\mu_t \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( -\mu_t \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) \right) - \mu \left( \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \rho g_y \quad (3.19)$$

La viscosidad turbulenta se define con la siguiente relación:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.20)$$

donde  $k$  es la energía cinética turbulenta,  $\varepsilon$  es la tasa disipación de la energía cinética turbulenta y  $C_\mu$  es una constante empírica.

El valor de  $k$  y  $\varepsilon$ , se obtienen a partir de una ecuación de transporte para cada una de estas variables, en donde la ecuación de transporte de  $k$  se obtiene de la suma de cada una de las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes, multiplicadas por la componente turbulenta correspondiente a la velocidad, mientras que la ecuación de  $\varepsilon$ , se deduce a partir de la ecuación de  $k$  por medio de analogías y razonamientos físicos; el desarrollo completo se encuentra en la referencia [24].

La ecuación de transporte de  $k$  se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k \bar{v}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon \quad (3.21)$$

y la ecuación de transporte de  $\varepsilon$  es:

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \varepsilon \bar{v}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} G_k - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.22)$$

donde,  $G_k = 2\mu S_{ij}S_{ij}$  (termino de producción de  $k$ ) y  $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$  son parámetros empíricos. Los valores recomendados para ligar el cálculo de la capa límite de estos parámetros empíricos son:

$$C_\mu = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (3.23)$$

A través del tiempo, han surgido algunas variaciones de este modelo, para buscar mejorar algunos aspectos, dependiendo del comportamiento del flujo. Por ejemplo, el modelo  $k -$

$\varepsilon$  basado en los métodos del grupo de renormalización ( $k - \varepsilon$  RNG - Renormalization Group methods) se utiliza para desarrollar una teoría para las grandes escalas, en las que los efectos de las pequeñas escalas están representados por coeficientes de transporte modificados [25].

A continuación se presentará una breve introducción a los flujos multifásicos y a los modelos que existen para resolverlos.

### 3.4. Flujo multifásico

Un flujo multifásico se presenta cuando dos o más fases actúan simultáneamente dentro de un mismo flujo [26]. Estos se clasifican de la siguiente manera:

- *Líquido - Gas*
- *Líquido - Sólido*
- *Gas - Sólido*

En los flujos multifásicos, para distinguir las fases que se encuentran dentro del flujo, a la fase que tiene mayor volumen se denomina fase continua, por el contrario, la fase con menor volumen se conoce como fase dispersa. En el caso de los flujos Líquido-Sólido y Gas-Sólido, el líquido y el gas son considerados como la fase continua, mientras que la fase sólida se considera la fase dispersa, que en este caso ésta se encuentran en forma de partículas suspendidas dentro de la fase continua. Otro flujo en donde se observa el comportamiento de las fases, es el flujo Gas-Líquido, donde la fase líquida se encuentra como partículas suspendidas dentro del gas como se aprecia en la figura 3.2 (a). En el caso contrario, en el flujo Líquido-Gas, la fase gaseosa se presenta en forma de burbujas inmersas en la fase continua. En los casos en donde el flujo consta de tres fases (líquido, gas y sólido), la fase continua es el líquido, el gas se presenta como burbujas y el sólido como partículas suspendidas, ambas representan la fase dispersa.

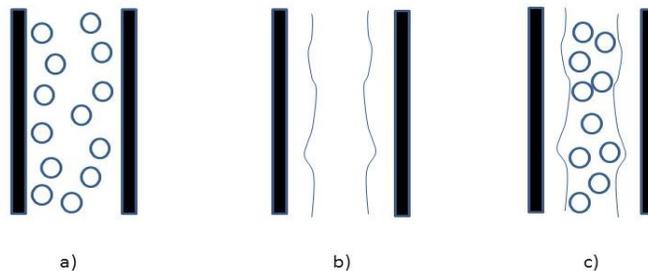


Figura 3.2. Formas del comportamiento de un flujo multifásico. a) La fase dispersa se presenta de forma de partículas o burbujas inmersas en la fase continua, b) Las fases se encuentran de manera separada, c) Comportamiento mixto, con fases separadas pero a su vez con algunas partículas inmersas.

Como ya se mencionó, en la mecánica de fluidos existen ecuaciones de transporte que describen el comportamiento del fluido. Para un flujo multifásico, existen modelos que ayudan a resolver las ecuaciones de gobierno para las diferentes fases que se encuentran dentro del mismo flujo. Existen diferentes modelos para resolver las ecuaciones de un flujo multifásico, entre los cuales destacan tres; Euleriano-Euleriano, Euleriano-Lagrangiano y el modelo de mezcla.

### 3.4.1. Métodos para el modelado de flujos multifásicos

El estudio de los flujos multifásicos es complicado, debido a que existen fenómenos distintos en cada una de las fases, además de que éstas se encuentran interactuando entre sí, lo que impide que el comportamiento de este tipo de flujos sea descrito de una forma adecuada con las ecuaciones de transporte ya mencionadas al comienzo del capítulo. Por tal motivo, se han desarrollado diferentes métodos para modelar los flujos multifásicos en situaciones muy concretas. La elección del modelo apropiado es fundamental para el análisis de estos flujos, con lo cual, se deben tomar en cuenta algunas características del flujo, como lo son: el régimen, la cantidad y dispersión de la fase dispersa o el número de Stokes de las partículas transportadas. Este número permite decidir el modelo apropiado en función de la densidad de partículas arrastradas en la corriente de la fase continua. A continuación, se mencionaran algunos métodos para la solución de dichos flujos [27].

#### *Modelo de mezcla*

En este modelo se considera cuando la magnitud y dirección de la velocidad de la fase continua, y la fase dispersa son prácticamente la misma. Con esta consideración este modelo resuelve una ecuación de continuidad y una ecuación de cantidad de movimiento para la mezcla. También, se resuelve una ecuación de transporte de un escalar pasivo que permite conocer la evolución de cada fase. Este modelo se recomienda utilizar cuando el número de Stokes es menor a uno y se busca minimizar el tiempo de cálculo.

### *Modelo Euleriano-Lagrangiano*

El modelo Euleriano-Lagrangiano resuelve las ecuaciones de transporte para la fase continua y la fase dispersa se resuelve desde un punto de vista Lagrangiano, es decir, cada una de las partículas que existen dentro de la fase continua son modeladas con ecuaciones que describen la evolución de la posición, velocidad, masa y temperatura. En consecuencia, es necesario relacionar las ecuaciones de la fase continua con las ecuaciones de la fase dispersa. Esto se logra con un el término de las fuerzas de interfase, un término fuente que se calcula para cada una de las variables existentes, y se encuentra en el lado derecho de la ecuación de cantidad de movimiento. Para el uso de este método, es recomendable que la fracción volumétrica de la fase dispersa no sea mayor al 10%, ya que la distancia entre las partículas es mayor, por lo tanto, se minimiza la interacción entre ellas y se describe mejor el comportamiento de éstas.

### *Modelo Euleriano-Euleriano*

El modelo Euleriano-Euleriano resuelve las fases con un enfoque Euleriano, es decir, que las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento se resuelven para cada una de las fases que se encuentran dentro del flujo. Este modelo se dice que es el más sofisticado, debido a que no distingue los flujos con interacción entre fluidos, asimismo, el campo de presiones para todas las fases es el mismo. Además, es posible incluir modelos que permite la transferencia de masa entre fases.

Dicho modelo es recomendable para flujos de alta presencia de partículas, con una fracción volumétrica mayor al 10%, es por ello, que este modelo se aplica para modelar el flujo bifásico de este trabajo.

Las ecuaciones que se resuelven para cada fase son las siguientes:

- Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial(r_i \rho_i)}{\partial t} + \nabla \cdot r_i \rho_i - \nabla \cdot \Gamma_{r_i} \Delta r_i = \dot{m}_i \quad (3.23)$$

donde, si  $i = 1$ , la ecuación corresponde a la fase continua, y si  $i = 2$ , corresponde a la fase dispersa,  $r_i$  es la fracción volumétrica de la fase, que es definida por el volumen de la fase entre el volumen total ( $r_i = \frac{V_i}{V}$ ),  $\Gamma_{r_i}$  es el coeficiente de la difusión de la fase, que representa la dispersión en la fase dispersa debido a la turbulencia existente dentro de la fase continua y  $\dot{m}_i$  es la razón de transferencia de masa.

Cabe destacar, que la suma de las fracciones volumétricas en cada punto del dominio siempre será igual a la unidad.

$$r_1 + r_2 = 1 \quad (3.24)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial(r_i \rho_i v_i)}{\partial t} + \nabla \cdot r_i v_i \rho_i v_i - \nabla \cdot r_i \Gamma_{v_i} \Delta v_i - \nabla \cdot v_i \Gamma_{r_1} \nabla r_i = S_i + S_{iP} \quad (3.25)$$

donde,  $\Gamma_{v_i}$  es el coeficiente de difusión dentro de la fase,  $S_i$  son la fuerzas existentes en cada fase y  $S_{iP}$  es el término de las fuerzas de interfase presentes en un flujo multifásico, siendo este último, un término de gran importancia en este análisis, debido a que modela la interacción que existe entre las dos fases.

### 3.4.2. Fuerzas de Interfase y modelo de transferencia de masa

Las fuerzas de interfase es un término que contiene la conexión de la parte difusiva y convectiva entre las fases presentes en el flujo. Este término es una suma de las fuerzas existentes en el flujo y permiten la conexión entre las fases que se encuentran presentes dentro de él y se expresa de la siguiente manera [26]:

$$S_{iP} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_n \quad (3.26)$$

donde,  $S_1, S_2, S_3, S_4, \dots, S_n$ , son las diferentes fuerzas de interfase existentes dentro del flujo multifásico, las cuales se mencionarán a continuación.

#### *Fuerza de arrastre*

Es la fuerza que ejerce un fluido sobre un cuerpo en la dirección del flujo. Esta fuerza para una burbuja de aire está dada por:

$$F_d = \frac{3}{4} C_d \frac{\rho_1 r_2}{D_b} |U_1 - U_2| (U_1 - U_2) \quad (3.27)$$

donde,  $C_d$  es el coeficiente de arrastre y  $D_b$  es el diámetro de la burbuja.

### *Fuerza de sustentación*

Es la fuerza, que se origina por fuerzas viscosas y de presión, en dirección perpendicular a la dirección del flujo. Esta fuerza se define como:

$$F_l = C_l r_2 \rho_1 (U_2 - U_1) \times (\nabla \times U_1) \quad (3.28)$$

donde,  $C_l$  es el coeficiente de sustentación.

### *Fuerza de flotación*

Es la fuerza que experimenta un cuerpo de baja densidad dentro de un fluido de mayor densidad, la cual tiene dirección ascendente. Esta fuerza se define como:

$$F_f = -\frac{1}{6} \pi g D_b \rho_1 \quad (3.29)$$

### *Masa virtual*

El término de la masa virtual, también conocida como masa agregada, representa la fuerza necesaria para acelerar la masa de la fase continua que rodea los límites de la fase dispersa (gota o burbuja), cuando existe un cambio de la velocidad relativa de las fases. Este término está dado por:

$$F_{VM} = \rho_1 C_{VM} r_2 a_{VM} \quad (3.30)$$

donde,  $C_{VM}$  representa el coeficiente de masa virtual y  $a_{VM}$  es el vector de aceleración de la masa virtual.

### *Modelo de transferencia de masa*

Schnerr y Sauer (2001) desarrollaron un modelo de cavitación donde utilizan el término de la transferencia de masa, el cual representa los efectos de evaporación y condensación del líquido durante el cambio de fase [28]. Este modelo de transferencia de masa se deriva de la ecuación de la dinámica de la burbuja para la ecuación generalizada de Rayleigh-Plesset (ecuación 2.11). El término de transferencia de masa se encuentra en la ecuación (3.23) y se define como:

$$\dot{m}_i = \dot{m}_2 - \dot{m}_1 \quad (3.31)$$

donde,  $\dot{m}_1$  es la transferencia de masa en la evaporación y  $\dot{m}_2$  la transferencia de masa en la condensación, y estas se encuentran definidas de la siguiente manera [28]:

$$\dot{m}_1 = \frac{\rho_1 \rho_2}{r_1 \rho_1 + r_2 \rho_2} r_1 r_2 \frac{3}{R_b} \sqrt{\frac{2 \max(P_v - P, 0)}{3 \rho_1}} \quad (3.32)$$

$$\dot{m}_2 = \frac{\rho_1 \rho_2}{r_1 \rho_1 + r_2 \rho_2} r_1 r_2 \frac{3}{R_b} \sqrt{\frac{2 \max(P - P_v, 0)}{3 \rho_1}} \quad (3.33)$$

donde,  $R_b$  es el radio de la burbuja y se calcula de la siguiente manera:

$$R_b = \left( \frac{3 r_2}{r_1 4\pi N_b} \right)^{1/3} \quad (3.34)$$

siendo  $N_b$  un parámetro que necesita especificarse y es definido como  $N_b = 10^{13}$  de acuerdo a Schnerr and Sauer (2001).

Cabe destacar, que si en la ecuación (3.31) el valor de  $\dot{m}_i$  es positivo, la transferencia de masa se dará de la fase dispersa a la fase continua (condensación), por el contrario si  $\dot{m}_i$  es negativo la transferencia de masa se dará de la fase continua a la fase dispersa (evaporación).

## Capítulo 4. Método Numérico

El método de volúmenes finitos permite dar solución a las ecuaciones desarrolladas en el capítulo anterior las cuales componen la dinámica del flujo medio. Por ello, se describe a continuación dicho método de solución.

### 4.1 Método de volúmenes finitos

Mediante una ecuación general, se representan las ecuaciones medias de continuidad, cantidad de movimiento y del modelo de turbulencia, donde la variable dependiente está representada por  $\bar{\varphi}$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\bar{\varphi}) + \nabla \cdot (\bar{\rho}\bar{U}_i\bar{\varphi}) - \nabla \cdot (\Gamma_\varphi \nabla \varphi) = \bar{S}_\varphi \quad (4.1)$$

Donde  $\Gamma_\varphi$  es el coeficiente de difusión y  $\bar{S}_\varphi$  es el término fuente. Los términos del lado izquierdo de la ecuación (4.1) son el término transitorio, convectivo y difusivo, respectivamente. Los términos  $\Gamma_\varphi$  y  $\bar{S}_\varphi$  están especificados para cada variable  $\bar{\varphi}$ . En el caso de la ecuación de continuidad,  $\bar{\varphi} = 1$ .

La ecuación general (4.1), se discretiza con el método de volúmenes finitos, en donde, el dominio se divide en pequeños volúmenes de control (figura 3.1), asociando a cada uno de ellos “un punto nodal”. De manera similar, se discretiza el tiempo en intervalos. La ecuación diferencial resultante se integra para cada volumen de control y en cada intervalo de tiempo, y el resultado es una ecuación discretizada que relaciona los valores de  $\bar{\varphi}$  para un determinado grupo de puntos nodales. Esta ecuación algebraica expresa el principio de conservación de  $\bar{\varphi}$  en el volumen finito, de la misma manera que la ecuación diferencial lo expresa para un volumen infinitesimal. La ecuación algebraica para un nodo P queda expresada en forma general como [29], [30]:

$$a_P \bar{\varphi}_P = \sum_{i=E,W,N,S,H,L} a_i \bar{\varphi}_i + a_T \bar{\varphi}_T + B \quad (4.2)$$

Donde el subíndice  $i$  representa las celdas vecinas,  $i$  la cara entre las celdas  $P$  e  $I$ ,  $T$  el valor correspondiente al intervalo temporal anterior, y  $B$  el término fuente.

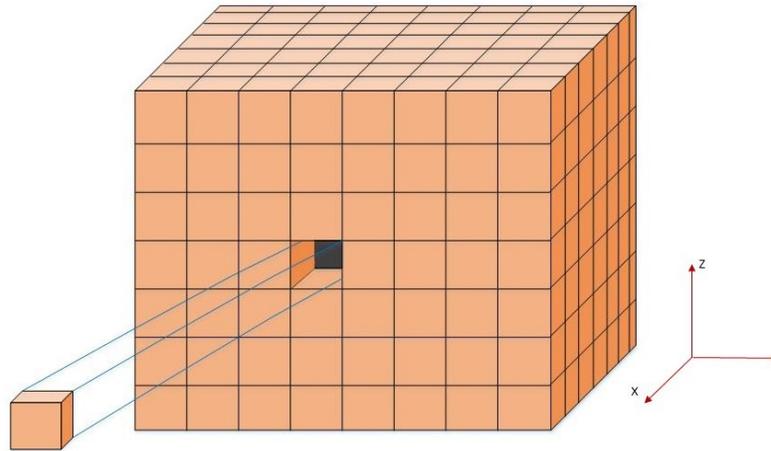


Figura 4.1. Representación del sistema discretizado en volúmenes finitos.

En el caso de una malla cartesiana, escalonada (“staggered”) y uniforme (celdas de iguales dimensiones espaciales), se emplea por sencillez un volumen de control bidimensional, como se muestra en la figura 3.2 (el espesor de la celda en dirección  $z$  se considera unitario.) En una malla escalonada, las variaciones se encuentran definidas en el centro de la celda, mientras que las componentes de velocidad en cada dirección, se encuentran en las caras de la celda. La notación de la celda y las de sus vecinas se muestran en la figura 3.2. Dada una celda  $P$ , sus vecinas se nombran según las iniciales de los puntos cardinales (en inglés) en las direcciones “ $x$ ” e “ $y$ ” y como “*Low*” y “*High*” en la dirección  $z$ . Las caras de la celda se nombran con la misma nomenclatura, pero con letras minúsculas. A su vez, el tiempo también se discretiza. Las celdas en la dirección del recorrido del tiempo se llaman intervalos temporales. El paso temporal de la celda  $P$  se indica como  $T$ .

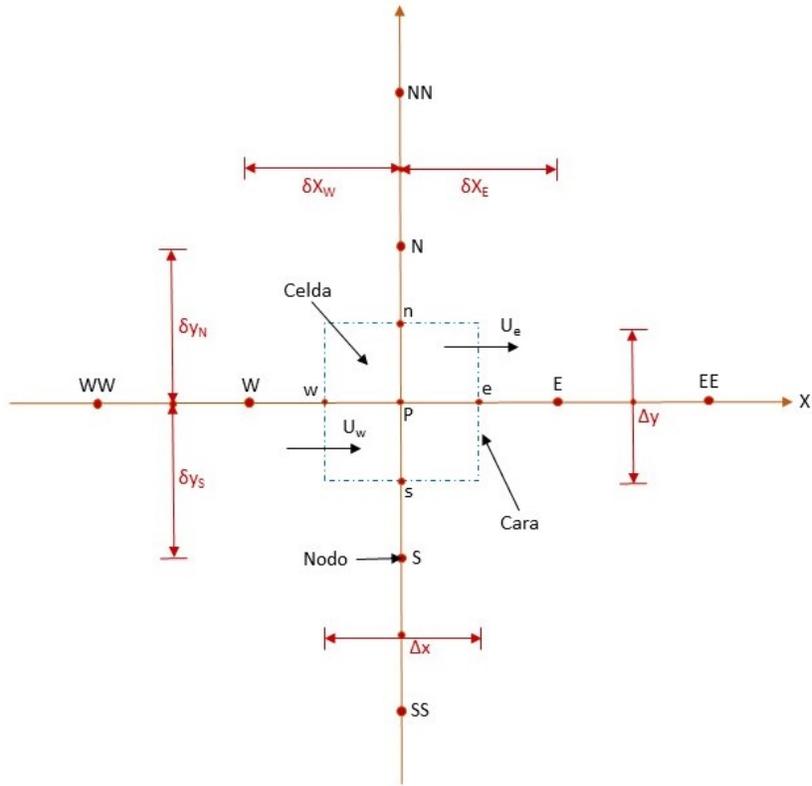


Figura 4.2. Diagrama esquemático de un volumen de control bidimensional.

A continuación, se presentan los términos de la ecuación (4.2).

Definiendo tres expresiones mediante los símbolos  $F$ ,  $D$ , y  $Pe$  como:

$$F = \bar{\rho} \bar{v}_i, \quad D = \frac{\Gamma}{\delta_i}, \quad Pe = \frac{F}{D} \quad (4.3)$$

donde  $\bar{v}_i$  es la velocidad en la cara  $i$ ,  $\delta_i$  es la distancia entre los nodos que incluyen la cara  $i$  y  $Pe$  es de número de Peclet, que es una relación entre la convección y la difusión. Las expresiones para  $F$  y  $D$  representan el efecto de los términos convectivo y difusivo, respectivamente, de la ecuación de transporte (4.1).

Los coeficientes  $a_i$  de la ecuación (4.2) son:

$$a_i = D_i f(|Pe|_i) + \max(-F_i, 0) \quad (4.4)$$

Los valores  $F$  y  $D$  en la cara de la celda de la ecuación (4.4) son:

$$F_i = (\bar{\rho}\bar{v})_i\Delta_i, \quad D_i = \frac{\Gamma_i\Delta_i}{(\delta_i)}, \quad i = n, s, e, w \quad (4.5)$$

donde  $\Delta_i$  es la longitud de la cara  $i$ .

Para determinar  $F_i$  se necesita conocer  $\bar{\rho}$  y  $\bar{v}_i$  en las caras de la celda. El cálculo del término convectivo de la ecuación de transporte (4.1) requiere también el conocimiento de la variable escalar,  $\bar{\varphi}$ , en la cara de cada celda. La velocidad  $\bar{v}_i$  está calculada en la cara de la malla escalonada; pero  $\bar{\rho}$  y  $\bar{\varphi}$  están calculados en el nodo y necesitan ser interpolados para cada cara, para calcular los coeficientes  $\alpha_i$  de la ecuación discretizada (4.2).

Es importante el cálculo de estas variables para cada cara de las celdas, para la precisión y convergencia de la solución. El cálculo de  $\bar{\rho}$  y  $\bar{\varphi}$  da lugar a los llamados esquemas de discretización. La función  $f(|Pe|)$  de la ecuación (4.4) depende del esquema de interpolación; por ejemplo, en el esquema de diferencias desplazadas,  $f(|Pe|) = 1$ . Para un sistema híbrido [31]:

$$f(|Pe|) = \max(0.1 - 0.5|Pe|) \quad (4.6)$$

El coeficiente para el término transitorio es:

$$a_T = \frac{\bar{\rho}_T \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (4.8)$$

Para el cálculo del término  $D_i$  (4.5) se necesita conocer el coeficiente de difusión,  $\Gamma$ , en la cara de la celda. El coeficiente  $\Gamma$  no es necesariamente una constante, probablemente sea función de valores variables que se conocen en los nodos (por ejemplo la temperatura) y por tanto es necesario una interpolación en la cara, ya sea aritmética o armónica. Como ejemplo, para la cara  $e$ , estas interpolaciones son:

$$\Gamma_e = \frac{\Delta x(\Gamma_P + \Gamma_E)}{2\delta x_e}, \quad \Gamma_e = \frac{2\delta x_e}{\Delta x\left(\frac{1}{\Gamma_P} + \frac{1}{\Gamma_E}\right)} \quad (4.9)$$

El término fuente de la ecuación general (1),  $\bar{S}_\varphi$ , se linealiza como:

$$\bar{S}_\varphi = \bar{S}_{\varphi,c} + \bar{S}_{\varphi,v\bar{\varphi}_P} \quad (4.10)$$

donde el término  $\bar{S}_{\varphi,v}$  se elige de acuerdo a la relación existente entre  $\bar{S}_{\varphi}$  y  $\bar{\varphi}$ , en caso de depender el primero del segundo. El objetivo de la linealización del término fuente es mejorar la convergencia de la solución.

Para esta suposición, los términos  $B$  y  $a_p$  de la ecuación (4.2) son:

$$B = \bar{S}_{\varphi_c} \Delta x \Delta y + a_T \bar{\varphi}_T \quad (4.11)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_T - \bar{S}_{\varphi,v} \Delta x \Delta y \quad (4.12)$$

La ecuación (4.2) se aplica en cada celda del dominio, para cada  $\bar{\varphi}$  y para cada paso temporal  $\Delta t$ , por lo que se tiene un sistema de ecuaciones lineales (los coeficientes  $a$  dependen, directa o indirectamente de  $\bar{\varphi}$ , por lo que el sistema es realmente pseudo-lineal). Para resolver este sistema de ecuaciones se utiliza cualquier método de resolución de ecuaciones lineales.

En el cálculo de las velocidades a partir de las ecuaciones de cantidad de movimiento, se tiene el inconveniente de que la presión, cuyo gradiente aparece como término fuente en las ecuaciones de cantidad de movimiento, ya que no existe una ecuación propia para calcularla. Una solución utilizada ampliamente, es transformar la ecuación de continuidad en una ecuación para la presión. Entre los algoritmos iterativos que se basan en este procedimiento, están los de la familia SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure- Linked Equations), ([25], [31] y [32]). El algoritmo utilizado en esta tesis para resolver el problema de acoplamiento velocidad-presión pertenece a esta familia.

El proceso de solución de este sistema de ecuaciones es iterativo y durante éste, las ecuaciones del sistema, en general, no se cumplen; el balance entre la parte izquierda y derecha de la ecuación se denomina residuo. La convergencia del proceso iterativo se da cuando los residuos disminuyen. Para procurar acelerar esta convergencia, se utiliza un método de relajación de algunas de las variables dependientes y propiedades. Se emplean dos tipos de relajación: la inercial y la lineal. La relajación inercial se emplea para las velocidades y los parámetros de turbulencia, y aumenta la diagonal de la matriz de coeficientes al agregar a la ecuación de cualquier variable  $\bar{\varphi}$ , el término fuente:

$$\bar{S}_{\phi,v} = \frac{\bar{\rho}V_P}{\Delta t_f} \left( \bar{\phi}_P^{(n-1)} - \bar{\phi}_P^{(n)} \right) \quad (4.13)$$

donde  $V_P$  es el volumen de la celda  $P$ ,  $\Delta t_f$  es el intervalo de tiempo aparente y el superíndice  $n$  se refiere al número de iteración.

Para la presión y la densidad se emplea la relajación lineal dada por:

$$\bar{\phi}_P^{(n)} = \alpha \bar{\phi}_P^{sol} + (1 - \alpha) \bar{\phi}_P^{(n-1)} \quad (4.14)$$

donde  $\alpha$  es el factor de relajación, el superíndice “sol” se refiere al valor de la propiedad proporcionado por el “solver” en la iteración actual. El factor de relajación  $\alpha$ , normalmente toma valores entre 0 y 1.

El criterio de convergencia utilizado para detener el proceso iterativo para un paso temporal dado y pasar al siguiente es tal que, para cada variable, la suma de los valores absolutos de los residuos en todo el dominio sea menor que un determinado porcentaje de un valor de referencia. En este trabajo, se usa el código de Dinámica de Fluidos Computacional, PHOENICS [33], para resolver las ecuaciones que describen la dinámica del flujo, recordando que son, la de continuidad, de cantidad de movimiento, de energía, de especies químicas y de turbulencia.

## Capítulo 5. Resultados

En este capítulo se presenta una breve descripción del arreglo experimental diseñado para la generación de cavitación hidrodinámica, ubicado en el laboratorio de pruebas no destructivas del Instituto de Ingeniería. Del mismo modo, se muestra de forma general el funcionamiento, dispositivos, equipos y medidores que los componen. Se detallan de manera breve las características y procedimientos llevado a cabo para la realización de la simulación numérica del flujo bifásico. Finalmente, se realiza un análisis de resultados de la parte experimental y de la parte numérica, además de comparar dichos resultados para realizar la validación del modelo numérico.

### 5.1 Arreglo experimental

El arreglo experimental consta de un sistema hidráulico diseñado para la generación de cavitación hidrodinámica en el Laboratorio de Pruebas No Destructivas del Instituto de Ingeniería.

El circuito consta principalmente de:

- Una bomba de 5 hp controlada por un convertidor de frecuencia.
- Dos válvulas de regulación de gasto.
- Un tanque de almacenamiento 70 ℓ con sistema de enfriamiento.
- Un tanque auxiliar de 300 ℓ.
- El tubo Venturi manufacturado en Polimetilmetacrilato (PMMA) para permitir la visualización del flujo.

El circuito se encuentra conectado con tubos de policloruro de vinilo (PVC) de 2" (cédula 40 y 80). Además de accesorios para conectar la tubería y las válvulas. El arreglo experimental completo se esquematiza en la Figura 5.1

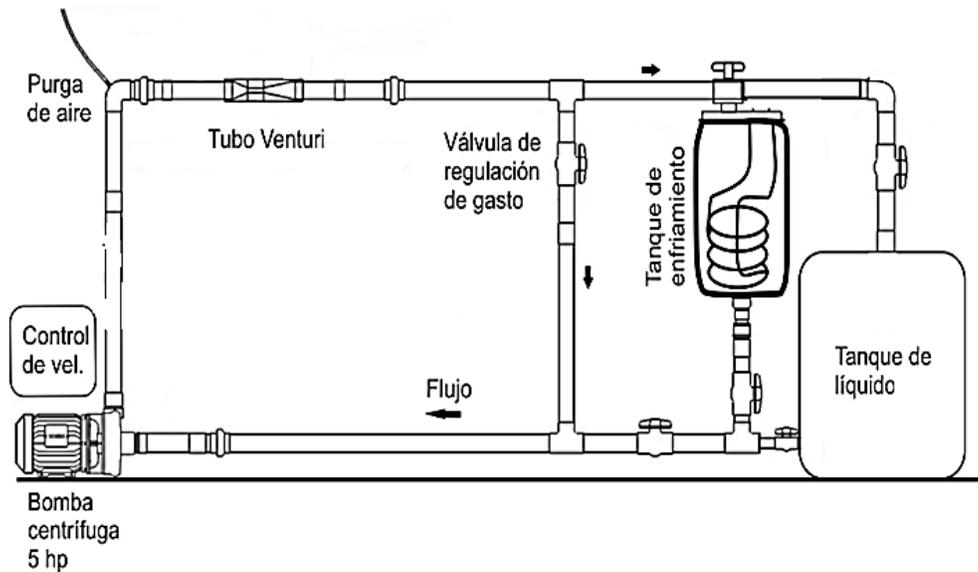


Figura 5.1 Diagrama del arreglo experimental para generar cavitación hidrodinámica

### 5.1.1 Funcionamiento del arreglo experimental

Para poner en funcionamiento el sistema, es necesario llenar el tanque de almacenamiento con el fluido de trabajo, en este caso agua, y verificar que todas las válvulas del sistema se encuentren abiertas, para permitir el libre paso del fluido. Ya garantizado el cebado de la bomba, se comienza a aumentar la velocidad de ésta con la ayuda del convertidor de frecuencias; esto permite que el fluido obtenga un aumento en la presión y pueda fluir por todo el arreglo experimental. Después, el líquido llega al tubo Venturi donde sufre una caída de presión y un aumento de la velocidad debido a la reducción del área del tubo. A la salida del Venturi, el líquido recupera de nuevo la presión para seguir fluyendo por la tubería hasta llegar a la válvula reguladora de gasto. Finalmente, el líquido pasa por el sistema de enfriamiento, donde se extrae calor para mantener el líquido en una temperatura constante, que se realiza por que la temperatura de la sustancia aumenta después de varios minutos, aproximadamente  $1\text{ [}^{\circ}\text{C]}$  por cada dos minutos de funcionamiento del arreglo experimental.

Es de gran importancia extraer el aire del líquido para garantizar mejores mediciones. Mientras la bomba sigue aumentando la velocidad, la presión en la garganta del Venturi seguirá disminuyendo hasta alcanzar la presión de vapor del agua; a partir de este momento se formará la cavitación que es el objetivo de estudio de este trabajo.

El tubo Venturi es el dispositivo con mayor relevancia dentro del arreglo experimental, debido a que en él ocurre la formación, crecimiento y colapso de las burbujas de vapor; por tal motivo, el análisis numérico solo se centra en este dispositivo.

A continuación, se describen de manera breve cada uno de los componentes que integran el arreglo experimental.

### 5.1.2 Componentes del arreglo experimental

#### **Bomba centrífuga.**

Este dispositivo consta de un motor trifásico de 5 HP (3.7285 kW) controlado por un convertidor de frecuencias. Con dicho convertidor de frecuencias se controla el porcentaje de potencia de la bomba, por lo tanto, se controla el gasto másico que fluye a través de tubo Venturi. El convertidor tiene adaptada una perilla que fija manualmente la velocidad de la bomba. En la Tabla 5.1 y Tabla 5.2 se muestran las especificaciones de la bomba y del convertidor de frecuencia respectivamente.

Tabla 5.1 Especificaciones de la bomba centrífuga

Especificaciones bomba centrífuga	
<b>Potencia</b>	5 HP (3.7285 kW)
<b>Frecuencia</b>	60 Hz
<b>Voltaje</b>	208-230/460 V
<b>Corriente</b>	13.5-12.5 A/ 6.2 A
<b>Número de polos</b>	3

Tabla 5.2 Especificaciones del convertidor de frecuencia.

Especificaciones del convertidor de frecuencia	
<b>Voltaje de entrada</b>	220-240 V
<b>Frecuencia de entrada</b>	50/60 Hz
<b>Corriente de entrada</b>	24/18.9 A
<b>Voltaje de salida</b>	0-240 V
<b>Frecuencia de salida</b>	0-400 Hz
<b>Corriente de salida</b>	19.6/17.5 A
<b>Número de polos</b>	3 polos

#### **Válvulas de regulación de gasto.**

El sistema cuenta con un circuito de regulación, que dirige el líquido impulsado a la zona de aspiración de la misma. Con la apertura y cierre de la válvula se regula el caudal recirculado

e impulsado a la bomba, con lo cual, se aumenta su caudal y se reduce la altura de operación. La válvula utilizada en esta sección es una válvula de bola de PVC.

### Tinaco con sistema de enfriamiento

En el sistema se tiene un tinaco de 70 ℓ, el cual contiene un intercambiador de calor en serpentín de cobre de  $\frac{1}{2}$ " de diámetro, 0.4 m de alto y 0.15 m de diámetro. El serpentín se conecta con mangueras del mismo diámetro con una tubería que lleva a un sistema externo de enfriamiento. El sistema de enfriamiento externo consta de un evaporador de placas, el cual contiene un tanque de 50 ℓ con anticongelante, dos bombas de  $\frac{1}{4}$  HP y un condensador enfriado por aire.

### Tubo Venturi

El tubo Venturi, consta de una tobera, garganta y difusor con las dimensiones mostradas en la Figura 5.2. Este dispositivo es el encargado de generar la cavitación hidrodinámica.

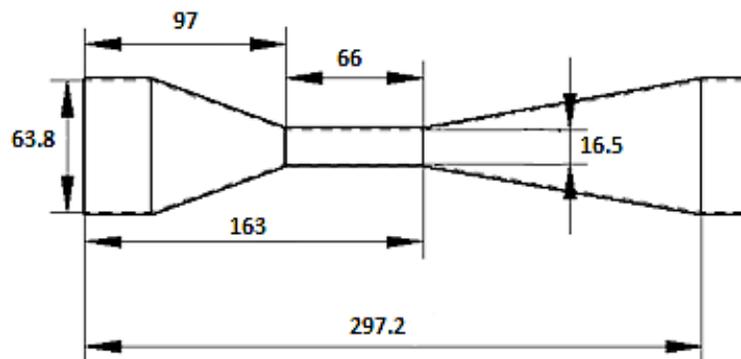


Figura 5.2. Dimensiones del tubo Venturi en [mm]

El dispositivo se manufactura en acrílico, para facilitar la visualización del fenómeno, debido a la propiedad traslúcida del material. El sistema cuenta con dos bridas de PVC cédula 80 de dos pulgadas, colocadas en los extremos del dispositivo, además de cuatro espárragos de  $\frac{3}{8}$ " por 1.2 [m], para garantizar la inmovilidad de éste.

### 5.1.3 Instrumentación del arreglo experimental

Los parámetros de mayor relevancia dentro del arreglo experimental son las presiones y velocidades a lo largo del tubo Venturi, por esa razón, se instaló un manómetro diferencial de mercurio entre la entrada y la garganta del Venturi, para obtener la diferencia de presión en dichas zonas. Además, para obtener la presión a la entrada del Venturi, se instaló un manómetro de tubo de Burdon. En el tanque de almacenamiento, se coloca un termopar, para verificar que la temperatura del líquido de trabajo permanece constante durante todo el proceso. Las visualizaciones del fenómeno se efectuaron con una cámara Phantom V7.0 con una velocidad de captura de 70000 cuadros por segundo. Esta cámara permite visualizar la generación, crecimiento e implosión de las burbujas a lo largo del tubo Venturi.

El Arreglo experimental instrumentado se ilustra en la Figura 5.3.

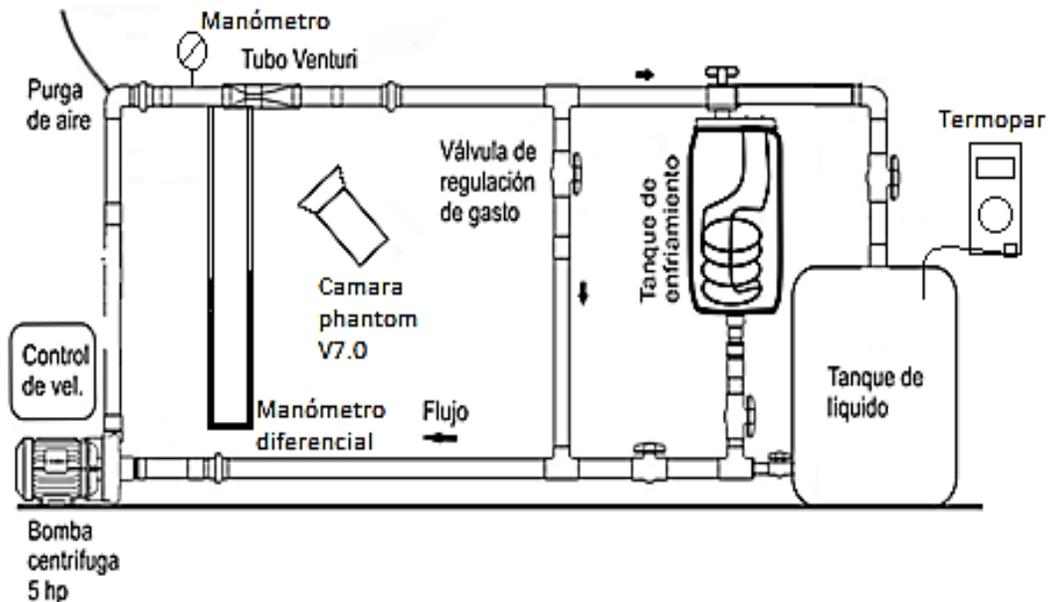


Figura 5.3. Diagrama del arreglo experimental instrumentado

### 5.2 Especificaciones numéricas

Como ya se mencionó con anterioridad, el análisis numérico se enfoca en el tubo Venturi, debido a que la cavitación se presenta cuando el líquido pasa a través de dicho dispositivo.

Para modelar numéricamente este fenómeno se seleccionó el modelo Euleriano-Euleriano, descrito en el capítulo tres, debido a que la cavitación es un fenómeno donde se presentan

dos fases y la fracción volumétrica de la fase dispersa (vapor) en algunas zonas alcanza el 20% [27].

### 5.2.1 Configuración del tubo Venturi

Para el análisis numérico se utiliza el tubo Venturi descrito en el arreglo numérico. Cabe destacar que se hace una modificación de éste, alargando el tubo de salida para evitar que las fronteras del dominio tengan algún efecto con el fenómeno. Las dimensiones del tubo Venturi utilizado en la simulación se aprecian en la Figura 5.4, donde el diámetro de entrada es de 68.3 [mm] y el diámetro en la garganta es de 16.5 [mm], además la distancia axial de la garganta es de 66 [mm].

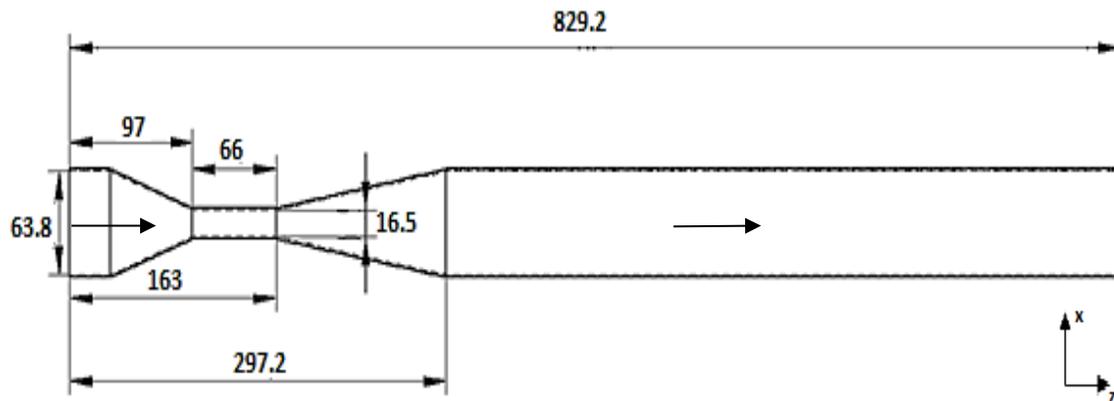


Figura 5.4. Dimensiones del tubo Venturi con la salida alargada en [mm]

Para hacer el análisis numérico se hicieron 7 casos en los cuales se hace pasar una corriente de agua a temperatura ambiente de 20 [°C] a lo largo del tubo Venturi, donde la velocidad de entrada se varía desde 0.3 hasta 1.1 [m/s], como se muestra en la Tabla 5.3. Estas velocidades se obtienen de la medición experimental, a partir del porcentaje de la potencia de la bomba. En la salida, la presión tiene un valor de 0 [Pa] relativo, para garantizar que el líquido recorra todo el dominio. Debido al modelo de transferencia de masa que se utiliza (ecuación 3.31), se necesita tener de forma inicial dos fases en el flujo, por tal motivo la fracción volumétrica del agua es 0.99999 y la fracción volumétrica del vapor es 0.00001. La densidad del agua es 997 [kg/m<sup>3</sup>] y debido a las bajas presiones que se tienen en la zona de la garganta, la densidad del vapor se calcula con la ecuación de estado del gas ideal. Finalmente, en la paredes del Venturi se tiene la condición de no deslizamiento y se utiliza el modelo de Cut cell, para las celdas donde el sólido solo existe en cierta parte de éstas.

Tabla 5.3 Casos de simulación a diferentes velocidades de entrada del flujo.

Evento	Caso (m/s)	Porcentaje de la potencia de la bomba (%)
1	v=0.3	28.3
2	v=0.5	40
3	v=0.7	46.6
4	v=0.8	58.3
5	v=0.9	60.8
6	v=1.0	63.3
7	v=1.1	71.6

### 5.2.2 Detalles numéricos

La simulación del flujo se realiza mediante la discretización del sistema, empleando una malla cartesiana en tres direcciones. El dominio de cálculo se discretiza con una malla de 62x62x280 en las direcciones x, y y z respectivamente, como se muestra en la Figura 5.5.

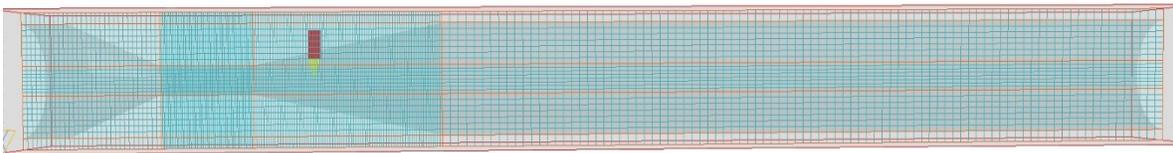


Figura 5.5. Discretización de dominio de cálculo

Cabe mencionar, que el mallado se divide en diferentes zonas, siendo la garganta y el difusor, la zona donde la malla es más fina, debido a que en estas zonas es donde ocurre la mayor parte del fenómeno.

Las ecuaciones de transporte son resueltas con el método de volúmenes finitos, con un algoritmo del tipo SIMPLE [25], para resolver el acoplamiento presión-velocidad. La

discretización del término convectivo de las ecuaciones de transporte se hace con el esquema de discretización híbrido [34].

### 5.3 Resultados experimentales

Con la ayuda del manómetro diferencial, se obtiene la caída de presión a medida que el porcentaje de la potencia de la bomba aumenta (Figura 5.6).

En la Figura 5.6, se observa que la caída de presión aumenta de forma lineal cuando el porcentaje de potencia de la bomba ronda entre los valores de 17 y 60%. Una vez que el porcentaje llega a 61% existe un “salto” en la caída de presión, en este momento comienza la formación de vapor debido a que la presión en la garganta del Venturi alcanza la presión de vapor. A partir de este momento, la caída de presión continua en aumento hasta que el porcentaje llega a un valor de 83%, en el cual se presenta un estancamiento en la presión manteniéndose prácticamente constante hasta que se llega a un valor en la potencia del 100%.

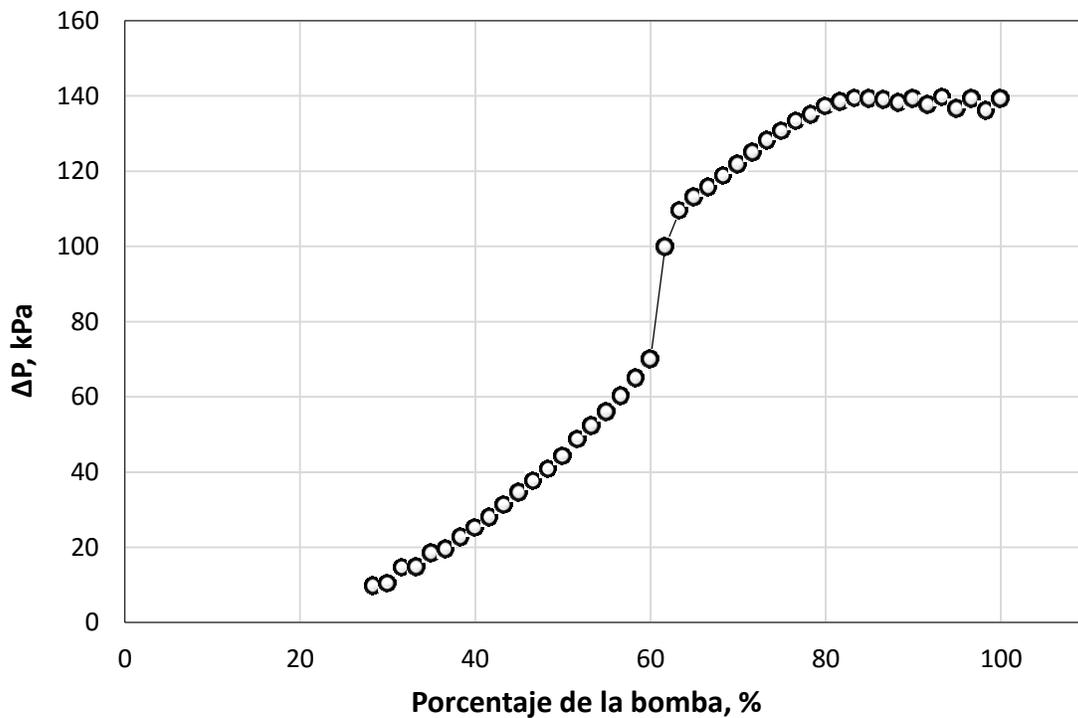


Figura 5.6. Diferencia de presión entre la entrada y la garganta del Venturi debido al efecto del porcentaje de potencia de la bomba

De forma analítica, con las mediciones de la presión se obtuvieron los valores de velocidad en la garganta, los cuales se muestran en la Figura 5.7.

La velocidad tiene un comportamiento similar a la presión, debido a que ésta presenta un salto cuando comienza a generarse vapor. De igual forma que en la presión, cuando el porcentaje de potencia de la bomba alcanza un valor de 83%, la velocidad permanece constante. Mientras el porcentaje de potencia de la bomba va en aumento, los valores de velocidad a la entrada del tubo van de 0.3 a 1.17 [m/s], y en la garganta de 4.7 a 17.8 [m/s], respectivamente.

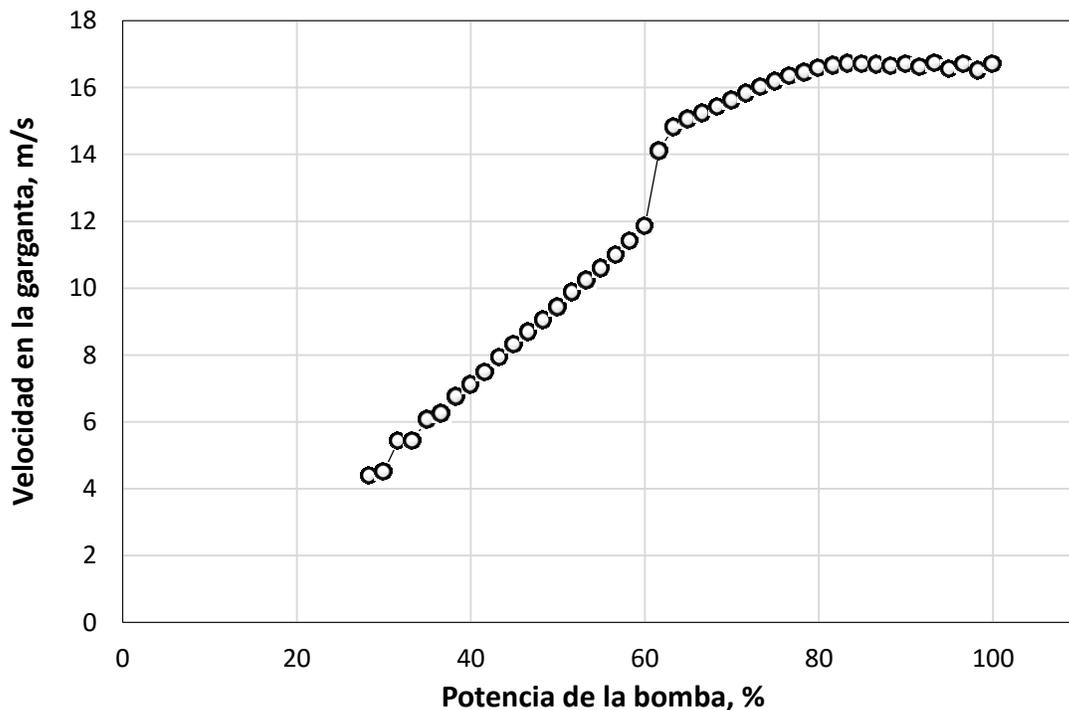


Figura 5.7. Comportamiento de la velocidad con respecto al porcentaje de potencia de la bomba

Otro parámetro de importancia, es el número de cavitación, el cual se calcula con la ecuación 2.12 e indica si el flujo se encuentra cavitando. Además, el valor de este parámetro indica en qué momento de la cavitación se encuentra el flujo. Si el número de cavitación es mayor que 0.1 y menor a 1.2, la cavitación es incipiente ( $0.1 < \sigma < 1.2$ ), si  $\sigma = 0.1$ , es una cavitación desarrollada, y si  $\sigma \leq 0.01$ , se alcanza la supercavitación, es decir, no existe la presencia de burbujas en el flujo, ahora el líquido y el vapor se encuentran en el mismo flujo pero de manera separada (Figura 3.2b).

Como se observa en la Figura 5.8, de acuerdo al valor del número de cavitación, ésta se comienza a desarrollar a partir del 50 % de potencia. Una vez que se alcanza el 61% de

potencia, la cavitación se encuentra totalmente desarrollada y justo en este instante es cuando comienza la generación, crecimiento e implosión de las burbujas de vapor.

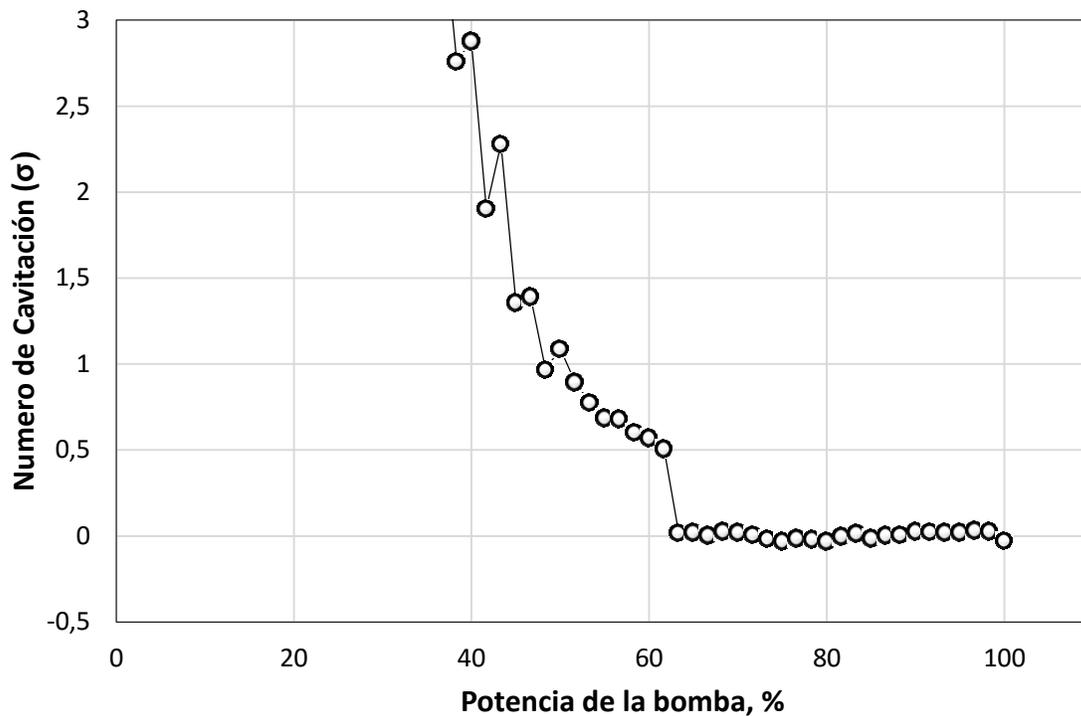


Figura 5.8. Comportamiento del número de cavitación con respecto al porcentaje de potencia de la bomba

Con ayuda de la cámara Phantom se realiza la visualización de la formación, crecimiento e implosión de las burbujas dentro del tubo Venturi como se muestra en la Figura 5.9. En la figura se observa que la formación de burbujas se da en la entrada de la garganta, lo que ocasiona que la garganta este llena de vapor. En la salida de la garganta y entrada al difusor se da el crecimiento de las burbujas, en el intervalo de 0 a 4 [ms]. Después de este tiempo, a los 7.1 [ms] la nube de burbujas se desprende y las burbujas en la entrada del difusor se condensan. Posteriormente, a los 8.1 [ms] la nube desprendida llega a la salida del difusor, mientras que a la salida de la garganta comienza nuevamente el crecimiento de las burbujas. Finalmente, a los 11.9 [ms] la nube que se desprende colapsa, mientras el crecimiento de las burbujas en el difusor sigue en aumento. El fenómeno se comporta de manera cíclica, repitiéndose cada 11.9 [ms].

Con estas mediciones se lleva a cabo la validación del modelo numérico como se presenta a continuación.

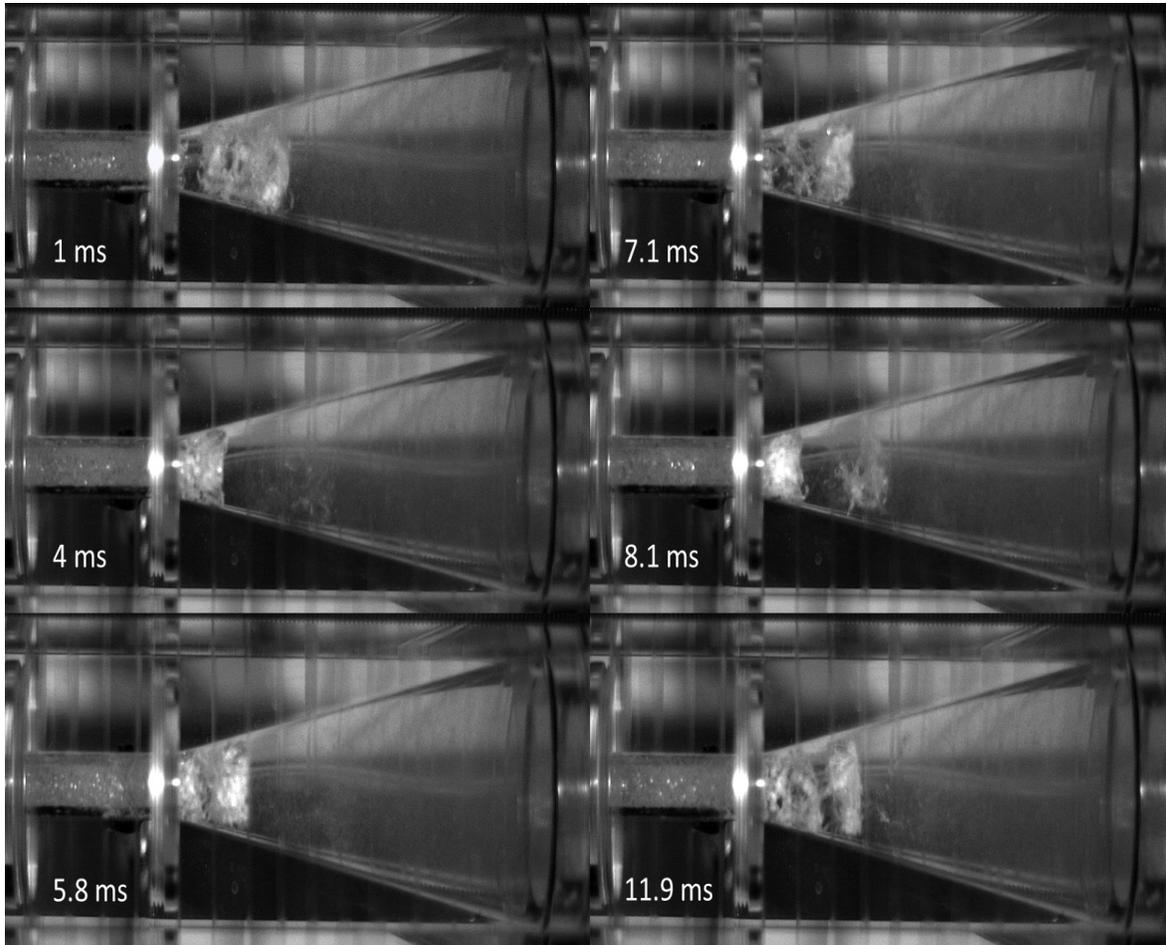


Figura 5.9. Visualización del desarrollo de la nube cavitante en el tubo Venturi

#### 5.4 Validación del modelo numérico

Para validar el modelo numérico se utilizó la velocidad de entrada al tubo Venturi y la diferencia de presión que existe entre la entrada y la garganta del tubo, como se muestra en la Figura 5.10.

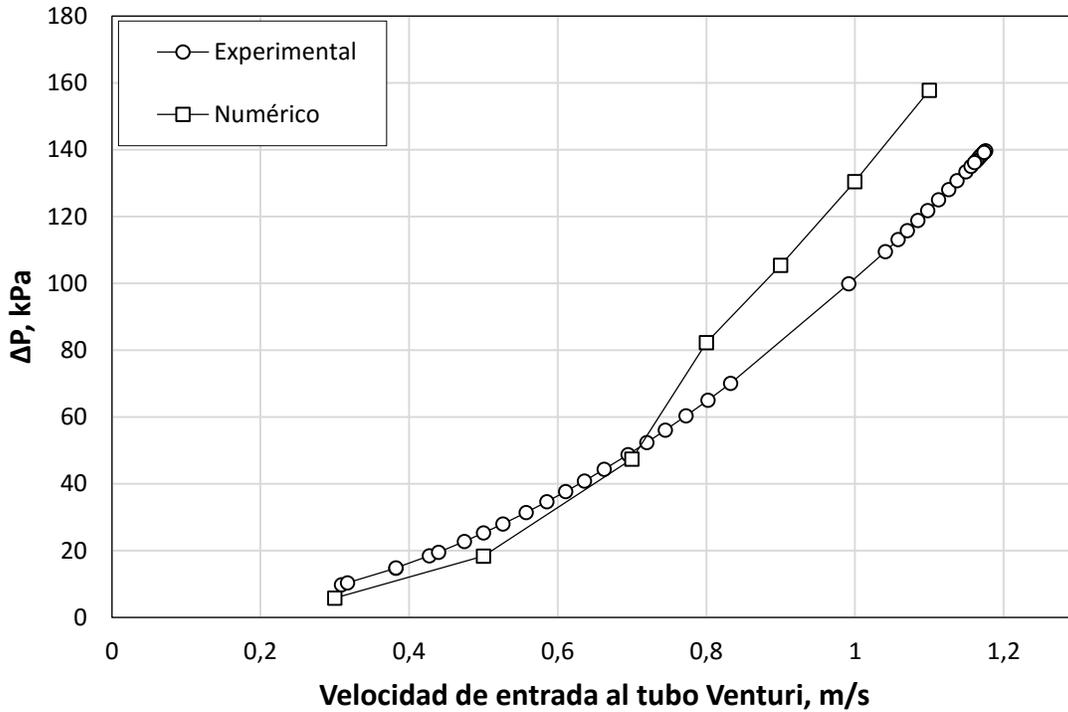


Figura 5.10. Validación del modelo numérico (cambio de la presión con respecto a la velocidad de entrada del tubo Venturi)

En la Figura 5.10 se observa que a velocidades de 0.3 a 0.8 [m/s], los valores experimentales y numéricos tienden a comportarse de manera similar. Sin embargo, los valores numéricos comienzan a separarse de los valores experimentales, alcanzando un porcentaje de error máximo del 20%. Este error puede ser ocasionado por diversos factores, los cuales se discutirán a lo largo del capítulo.

## 5.5 Resultados numéricos

Uno de los parámetros de mayor relevancia dentro del análisis del tubo Venturi es la presión, por tal motivo, en la Figura 5.11 se presenta el campo de presiones a lo largo del tubo Venturi en los 7 diferentes casos numéricos realizados (Tabla 5.3). Cabe mencionar, que debido a que el fenómeno es un proceso cíclico, las figuras mostradas son en el momento que la nube de vapor alcanza su máximo tamaño.

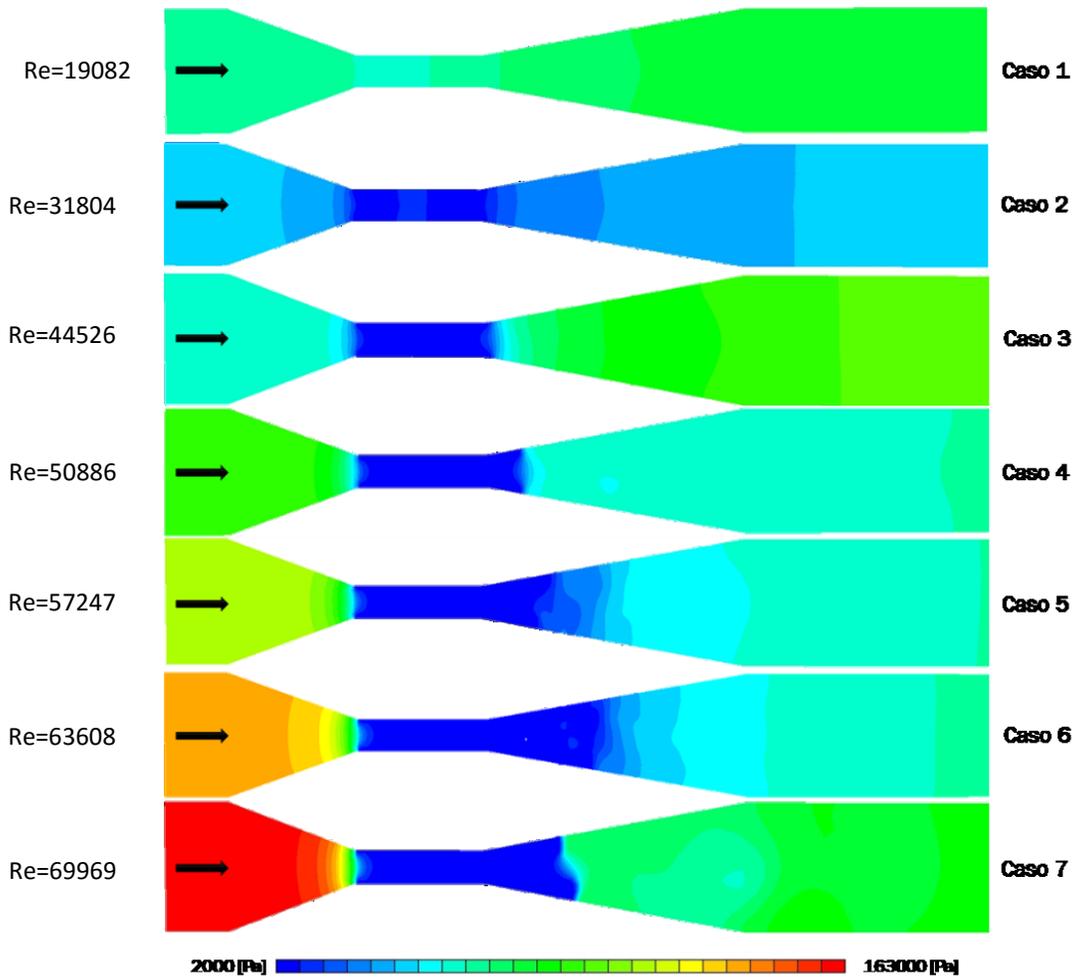


Figura 5.11. Contornos de presión de los 7 casos numéricos descritos en la Tabla 5.3. Se observa que a medida que aumenta el  $Re$  la caída de presión llega al difusor.

En la Figura 5.11 se observa que en todos los casos realizados existe una caída de presión en la garganta del Venturi, la cual sucede debido al cambio de área. Mientras que la velocidad de entrada se incrementa, la presión en la entrada del Venturi aumenta, por tal motivo, la diferencia de presión entre la entrada y la garganta del Venturi va en aumento. Esta relación proporcional de la presión con la velocidad en la entrada se debe a que, para mover mayor cantidad de flujo se necesita más presión para moverlo. La recuperación de la presión varía con la velocidad de entrada, si la velocidad de entrada aumenta, la recuperación de la presión alcanza la zona del difusor, siendo este comportamiento más notorio en los casos 4, 5 y 6, donde la zona de baja presión, abarca en mayor parte la zona del difusor.

En la Figura 5.12 se muestra el comportamiento de la presión a lo largo del Venturi, tomando datos en la parte central de Venturi. Las líneas rojas indican la zona a la cual se

encuentra la garganta del Venturi, y se observa que la presión presenta una disminución de la presión en la entrada de la garganta y la recuperación de la presión en los casos 1, 2 y 3 se da inmediatamente a la salida de la garganta, mientras que en los caso 4, 5, 6 y 7 se desplaza hasta la zona del difusor. Además, en la misma figura se observa que mientras mayor sea la velocidad de la entrada, mayor será la presión en la entrada y la menor la presión en garganta del Venturi.

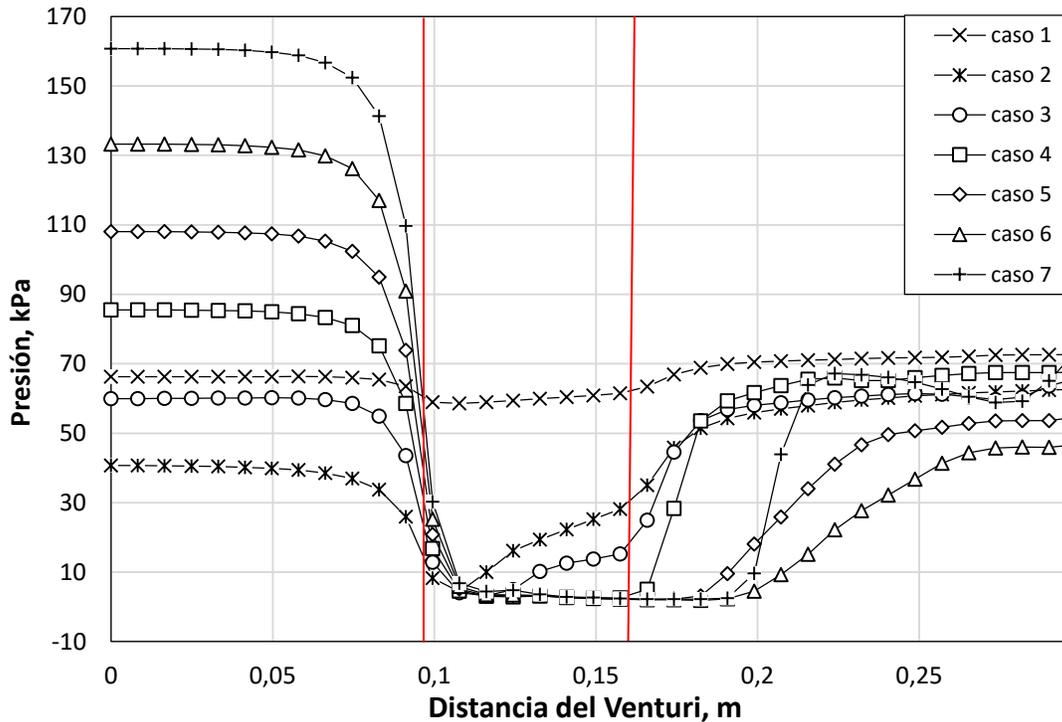


Figura 5.12. Comportamiento de la presión a lo largo del tubo Venturi

Para analizar el movimiento del fluido dentro del dispositivo, se visualizan los vectores de velocidad a lo largo del Venturi en cada uno de los casos simulados, Figura 5.13. En dicha figura se observa que en el caso 1 y 2 el flujo se comporta de forma simétrica. Al entrar en la garganta se tiene un aumento en la velocidad y al salir se forma un chorro, dando paso a una pequeñas recirculaciones alrededor del mismo. Cuando la velocidad de entrada es mayor, estas recirculaciones toman mayor relevancia, provocando que el chorro formado a la salida de la garganta comience a oscilar, de forma horizontal, vertical o en ambas formas. Este fenómeno se ve con mayor claridad en los casos 3 y 7, donde el chorro se pega a una pared del Venturi a causa de estas recirculaciones. En los casos 4, 5 y 6, se forman estas oscilaciones del chorro pero con menor intensidad, aunque a diferencia de los demás casos, las recirculaciones generan una separación del chorro. La existencia de estas recirculaciones dentro del flujo, se sugiere, son las causantes del desprendimiento de la nube de burbujas a la salida de la garganta del Venturi, como se observa en el análisis experimental (Figura 5.8).

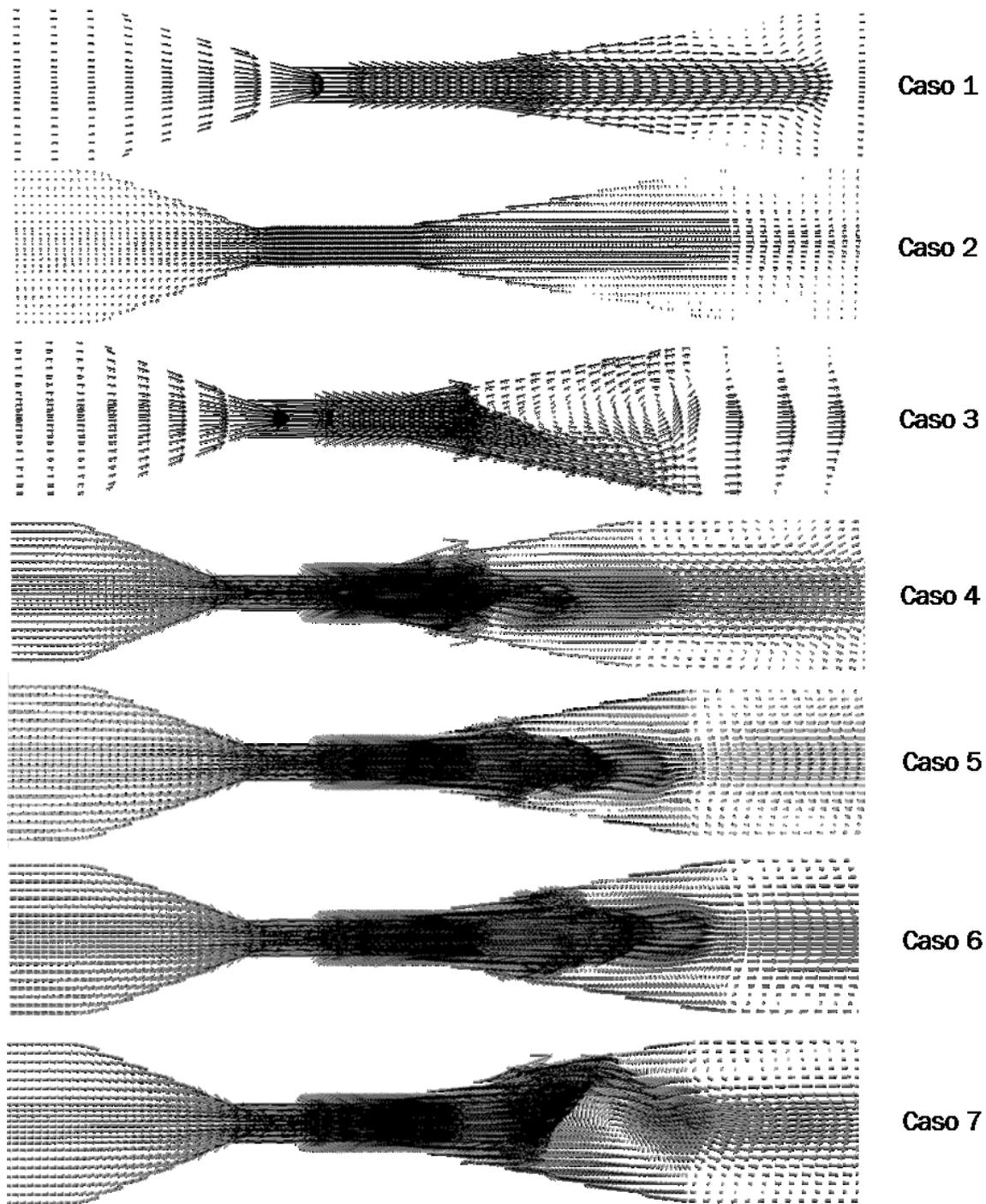


Figura 5.13. Vectores de velocidad a lo largo del tubo Venturi.

En la Figura 5.14, se realiza un acercamiento a la zona de recirculación en el caso 6, donde se observa con mayor claridad la separación del chorro debido a las recirculaciones.

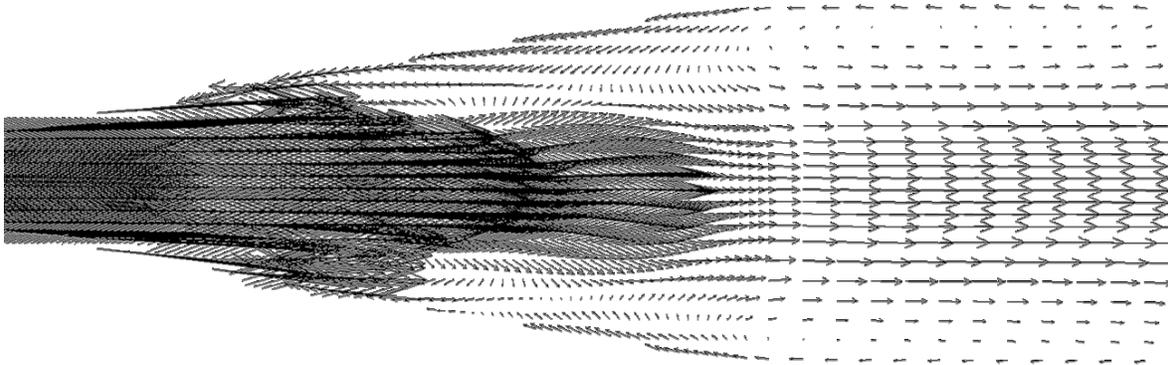


Figura 5.14. Acercamiento a la zona de recirculación para el caso 6 de Vectores de velocidad

En la Figura 5.15 se muestra la gráfica velocidad en la parte central del Venturi a lo largo de éste de los diferentes casos, en la cual se observa que en la zona de la garganta (líneas rojas) existe un aumento de la velocidad, y en la zona del difusor (línea roja y azul), la longitud del chorro se extiende dependiendo de la velocidad de entrada, con excepción del caso 7. Además, a la salida del difusor, vuelve a existir un pequeño aumento en la velocidad, lo cual se da por el desprendimiento del chorro debido a las recirculaciones.

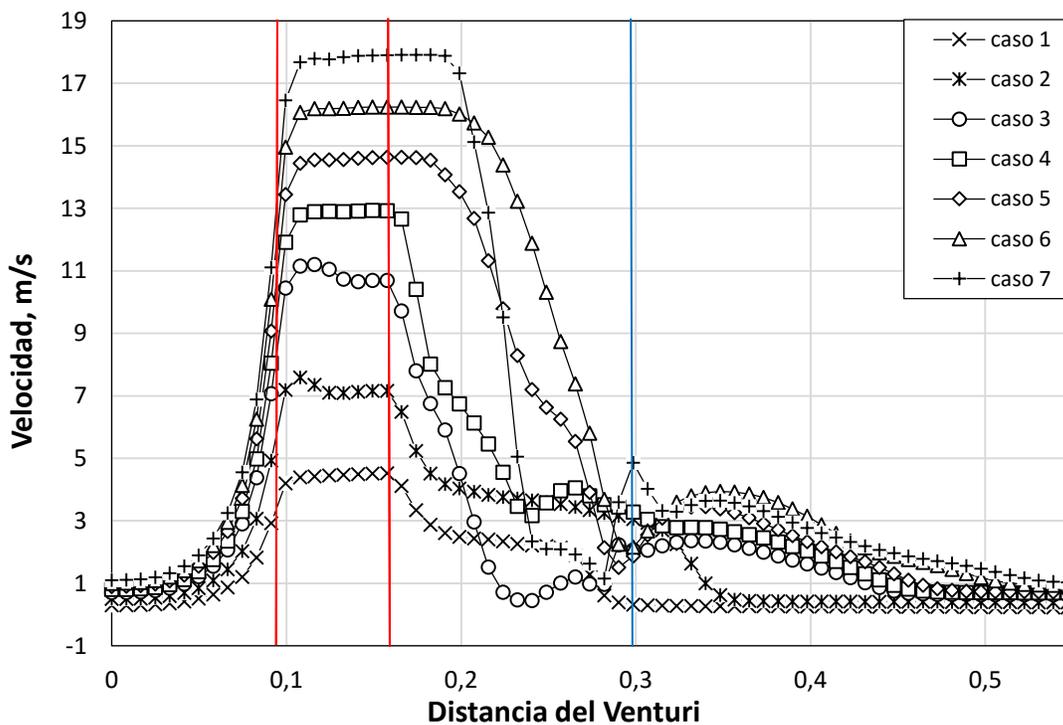


Figura 5.15. Comportamiento de la velocidad en dirección z a lo largo del tubo Venturi

Una parte importante en el estudio de la cavitación, es la generación de vapor, por tal motivo, se visualiza la fracción volumétrica de vapor dentro del tubo Venturi, Figura 5.16. En la imagen se muestran las iso-superficies de la fracción volumétrica del vapor con un valor de 0.1. Este valor se escoge, porque se considera que ya es una cantidad

representativa de vapor en la mezcla. En la figura se observa que a bajas velocidades de entrada (caso 1 y 2) no existe formación de vapor, debido a que, con esas velocidades de entrada, la presión en la garganta no alcanza el valor de evaporización y no existe en cambio de fase de líquido a vapor. Esto es una manera de comprobar que el modelo de transferencia de masa predice bien este cálculo.

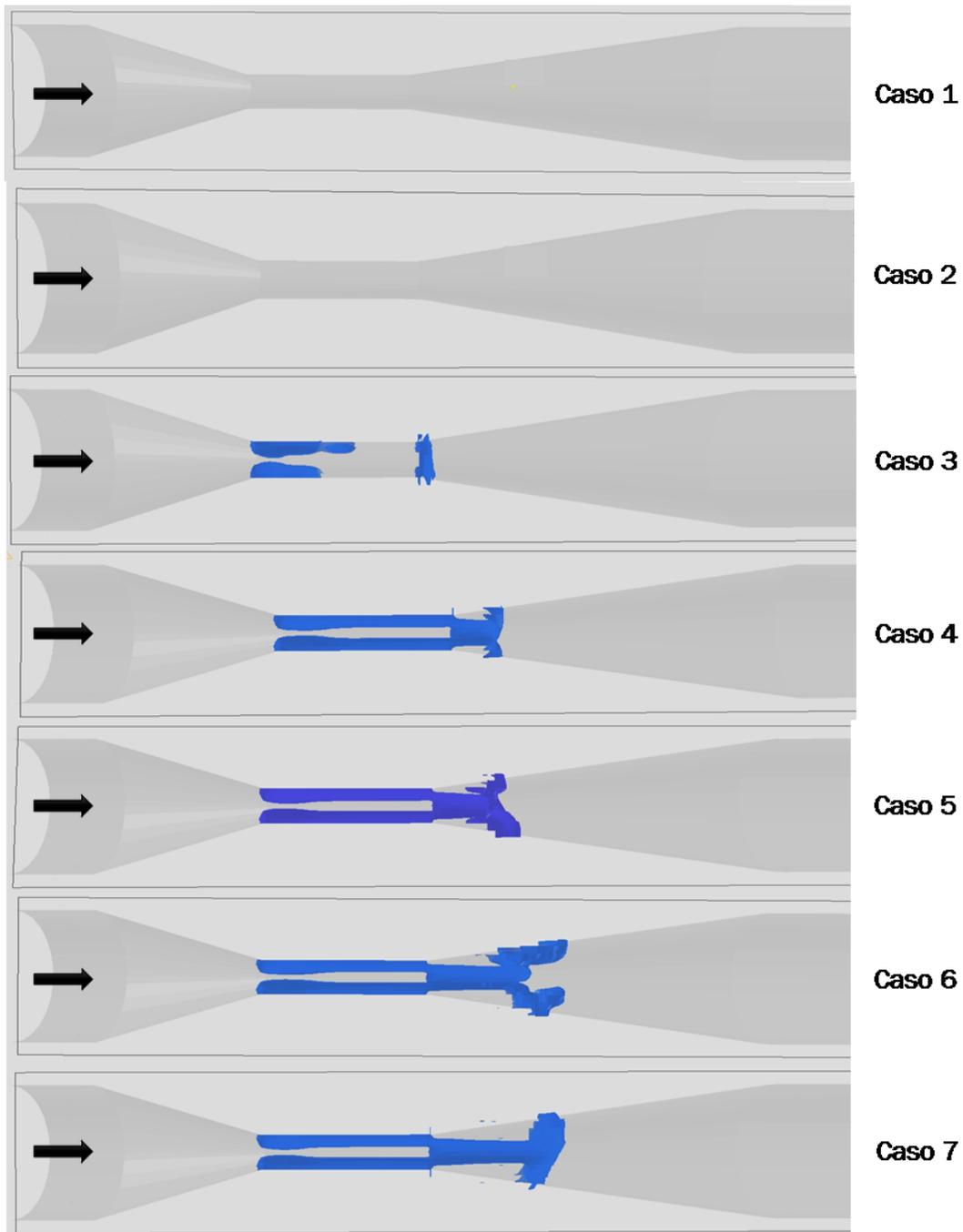


Figura 5.16. Iso-superficie de la fracción volumétrica del vapor con un valor de 0.1

También, en la Figura 5.16 se aprecia que existe vapor una vez que la presión de vapor se alcanza. Esta presencia de vapor se da en la garganta y a la salida de la misma (zona del difusor), notándose que, en la zona del difusor, la presencia de vapor se da en mayor cantidad. Además, a medida que la velocidad de entrada aumenta, el alargamiento de la nube de vapor es mayor.

El vapor existente dentro de la garganta y en el difusor se genera cerca de las paredes, debido a esto, el vapor toma una forma toroidal, la cual rodea al chorro de líquido que se genera a lo largo y a la salida de la garganta. Este fenómeno se observa en la Figura 5.17, la cual es una proyección axial de la fracción volumétrica para el caso 6, donde se visualiza que no existe presencia de vapor en la zona central del tubo Venturi. El caso 6 se elige para la visualización de este fenómeno, debido a que, la cantidad de vapor existente es la más adecuada para la visualización de dicho fenómeno.

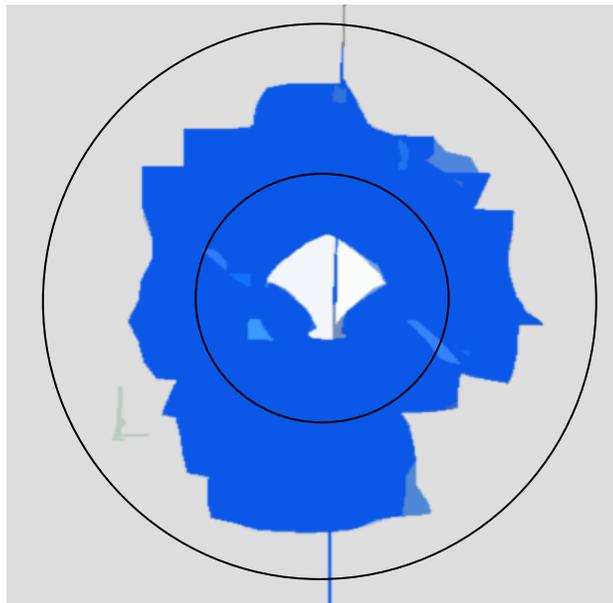


Figura 5.17. Proyección axial de la iso-superficie de la fracción volumétrica para el caso 6

En la figura 5.18 se muestra el comportamiento de la fracción volumétrica a lo largo del tubo Venturi, pero ahora los valores se miden cerca de la pared del Venturi, debido a que en la parte central, como ya se mencionó, no existen valores de fracción volumétrica. En la figura se observa que la mayor cantidad de vapor se da justo en la salida de la garganta. Además, en la misma figura se aprecia que la cantidad de vapor a la salida de la garganta es mayor mientras la velocidad de entrada aumenta, mientras que en la zona de la garganta se mantiene constante.

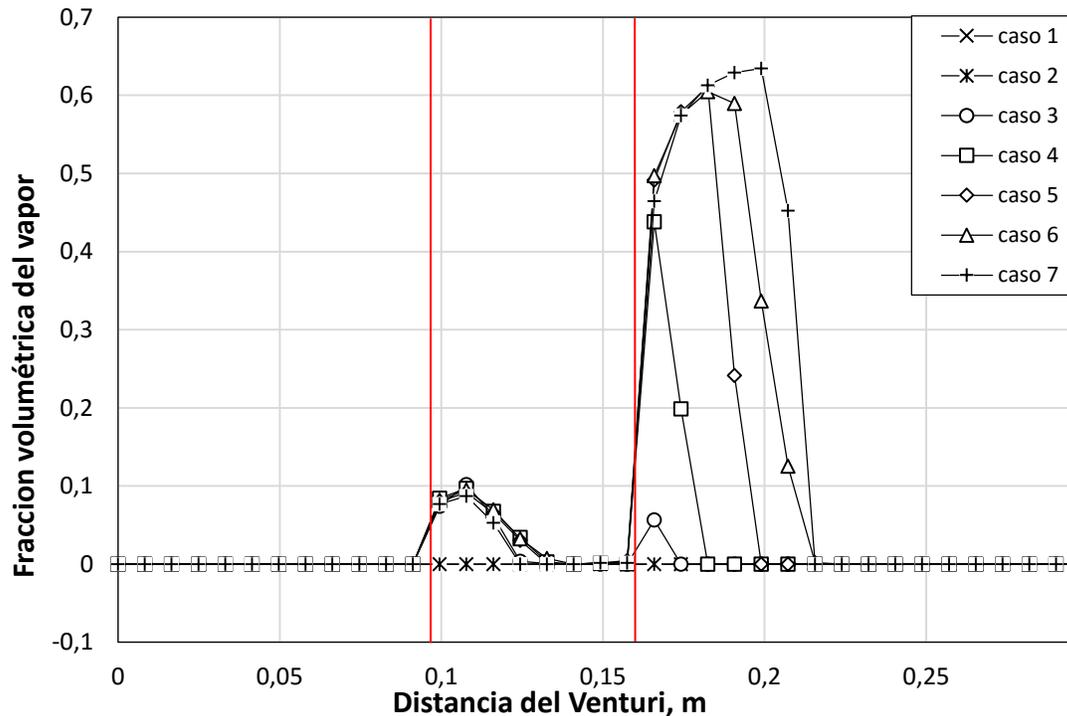


Figura 5.18. Comportamiento de la fracción volumétrica a lo largo del tubo Venturi

En la cavitación, es necesario conocer en qué zonas las burbujas se forman, crecen e implosionan, por tal motivo, para visualizar la formación y la implosión de las mismas, se muestra la transferencia de masa a lo largo del Venturi, Figura 5.19. Como ya se mencionó en el capítulo 3, la transferencia de masa tiene valores negativos (evaporización) y positivos (condensación). En la Figura 5.19 se observa que existen dos zonas de formación de burbujas; la primera se da en una pequeña zona a la entrada de la garganta, la cual es la causante de que exista una capa de burbujas en toda la zona de la garganta, y la segunda se da en la entrada del difusor que es donde se genera la mayor cantidad de burbujas, para después entrar a la zona de crecimiento. Finalmente, la zona de implosión de las burbujas se da dependiendo de la velocidad de entrada, debido a que mientras más larga sea la nube de burbujas, más alejada de la garganta se dará la implosión de ésta.

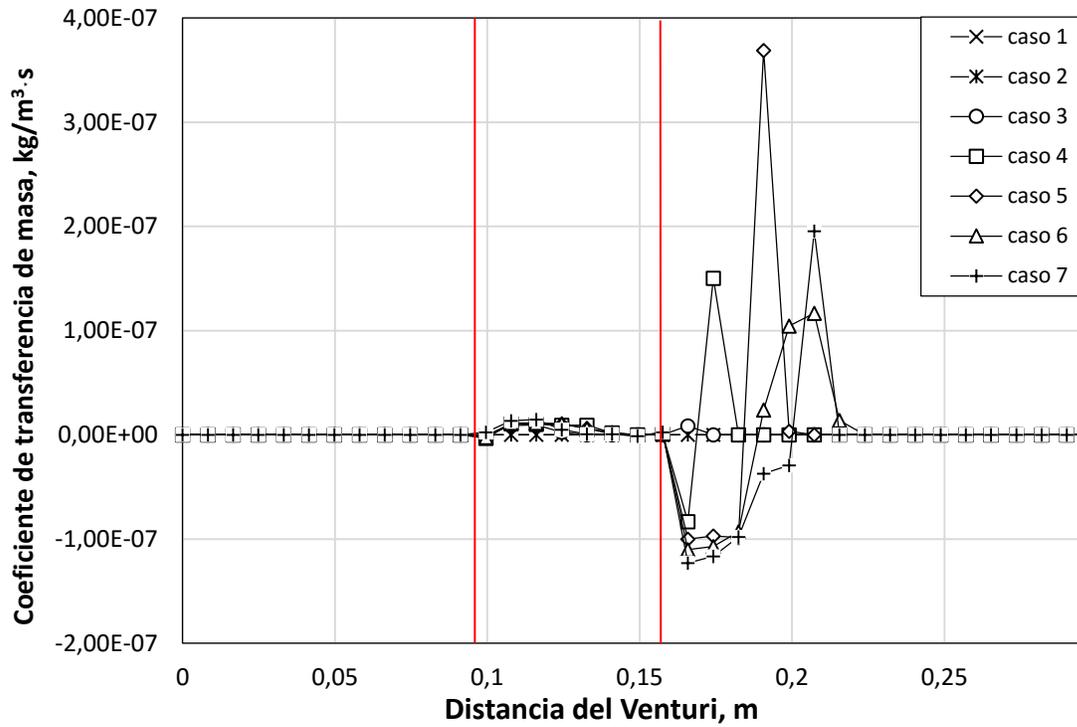


Figura 5.19 Coeficiente de transferencia de masa a lo largo del tubo Venturi

Para conocer el crecimiento de las burbujas se muestra el radio de la burbuja a lo largo del tubo Venturi (Figura 5.20) y se aprecia que al igual que en la generación, existen dos zonas de crecimiento de la burbuja; la primera a lo largo de la garganta y la segunda en el difusor, siendo este último la zona donde el crecimiento de las burbujas se da con mayor dimensión.

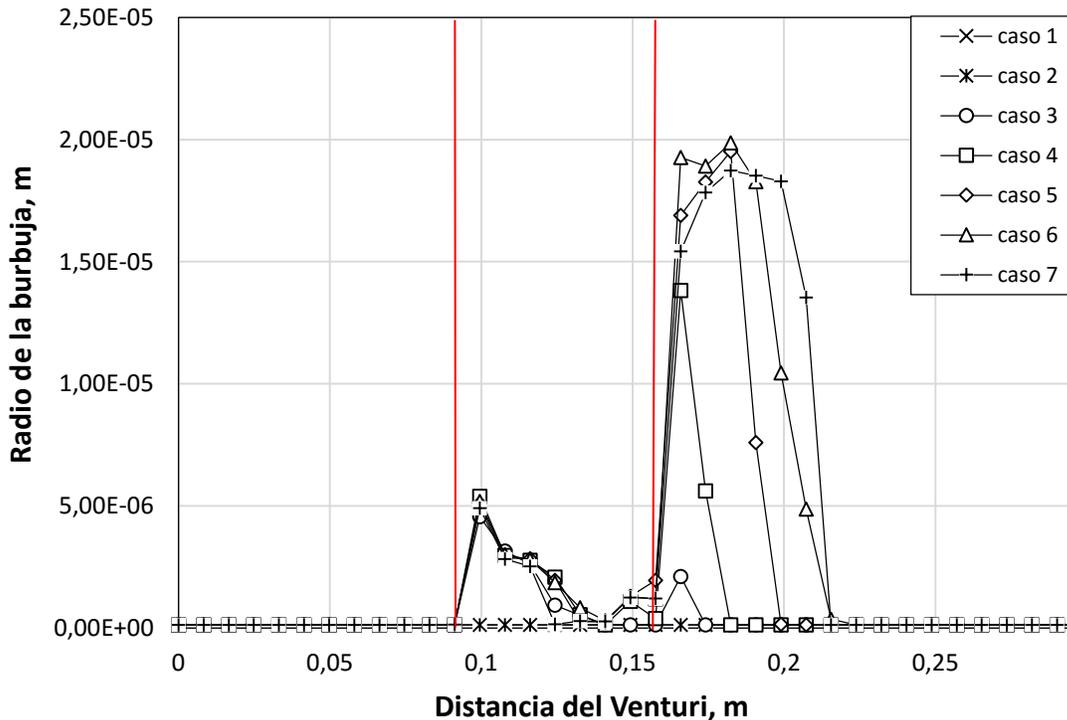


Figura 5.20 Cambio del radio de la burbuja a lo largo del tubo Venturi

Con el análisis de los resultados obtenidos, el comportamiento dinámico de la cavitación a lo largo de un tubo Venturi se describe como se muestra en la Figura 5.21.

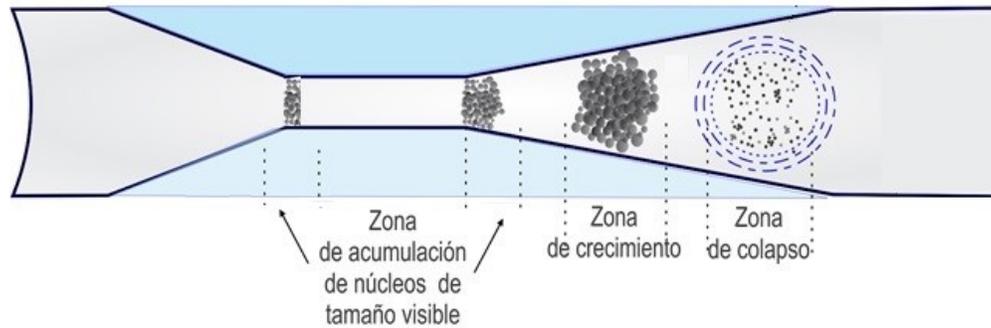


Figura 5.21. Comportamiento dinámico de la cavitación a lo largo de un tubo Venturi

En la Figura 5.21 se aprecia que existen dos zonas de generación de burbujas, las cuales son a la entrada de la garganta y a la entrada del difusor. Posteriormente, el crecimiento de las burbujas se da en la zona posterior a la generación de éstas, en la zona del difusor. Finalmente, el colapso de las burbujas se presenta cuando la presión se recupera totalmente, la cual se encuentra en la zona final del difusor.

Una de las complicaciones que se tuvieron en el análisis numérico, fue el no visualizar el desprendimiento de la nube de vapor, que de forma experimental se visualizan en la Figura 5.8. Además, el estancamiento que se produce de manera experimental al rebasar el 86% de potencia de la bomba, se debe a que el flujo alcanza la velocidad del sonido. Karplus (1958) y Gouse & Brown (1964), demostraron que al existir un flujo bifásico agua-aire, la velocidad del sonido depende del porcentaje de vapor en la mezcla. Cuando en la mezcla existe un 50% de vapor, la velocidad del sonido alcanza valores de 20 [m/s] [35] y [36], por consiguiente, se calcula la velocidad de sonido del flujo a lo largo del Venturi, como se muestra en la Figura 5.22.

Para realizar el cálculo de la velocidad del sonido se utiliza la siguiente expresión [16]:

$$c = \sqrt{\frac{k P}{r_2(r_1\rho_1+r_2\rho_2)}} \quad (5.1)$$

donde  $k$  es el índice adiabático, el cual tiene un valor de 1.327 para el vapor de agua. Cabe mencionar que el modelo es válido con valores de fracción volumétrica de vapor de 0.1 a 0.9.

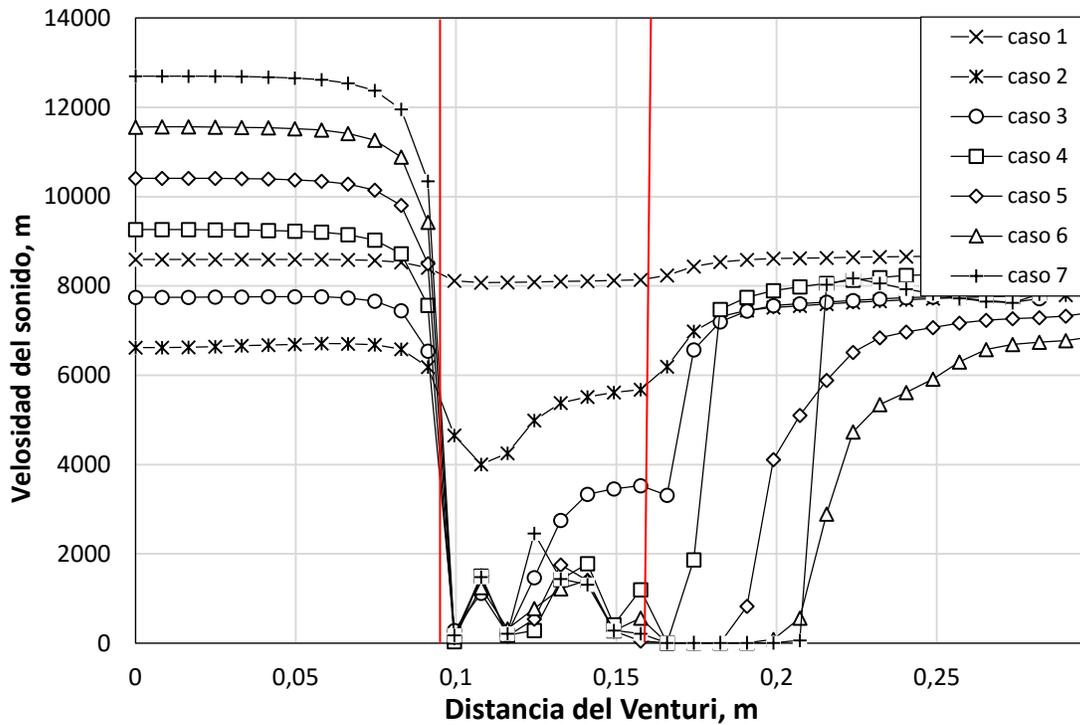


Figura 5.22. Comportamiento de la velocidad del sonido a lo largo del tubo Venturi

En la Figura 5.22 se observa que la velocidad del sonido tiene una caída en su valor en la zona de la garganta y en la salida de ésta, que son las mismas zonas en donde se encuentra la mayor cantidad de vapor en la mezcla.

Al tener valores de la velocidad del sonido cercanos a 4 [m/s], el número de Mach es mayor a 1, en ese momento se habla de un flujo compresible. Las ecuaciones resueltas en esta tesis son para un flujo semi-incompresible, debido a que el valor de la densidad se calcula con una ecuación de estado, pero no se toma en cuenta el término de compresibilidad que existen en la ecuaciones de Navier-Stokes, por tal motivo, se establece que la existencia de un error considerable en la validación del modelo numérico a velocidades altas y el no visualizar el desprendimiento de la nube cavitante en la simulación, se debe a que no se considera los efectos compresibles en las ecuaciones resueltas.

## Capítulo 6. Conclusiones y recomendaciones para trabajo futuro

En el presente trabajo, se realiza de forma numérica y experimental el análisis del comportamiento de un flujo en un tubo Venturi.

Para realizar el análisis experimental se diseñó y construyó un arreglo experimental, con el fin de obtener los valores de las propiedades con mayor relevancia en el flujo. En este análisis se obtuvieron mediciones de presión, velocidad y potencia, para obtener la validación del análisis numérico que se realizó. Cabe mencionar que el fluido de trabajo fue agua a 20 [°C]. Las visualizaciones del flujo se realizaron con una cámara de alta velocidad, que permite el análisis del comportamiento de la nube cavitante generada en el tubo Venturi.

Para el desarrollo del análisis numérico, se implementó un modelo Euleriano-Euleriano para resolver el flujo multifásico que existe debido a la cavitación. Este modelo se resolvió con el método de volúmenes finitos y con un algoritmo del tipo SIMPLE, para resolver el acoplamiento presión-velocidad. Se implementó un modelo de transferencia de masa, que depende de la presión del flujo, el cual, si la presión es igual o menor a la presión de vapor, se tiene la evaporación, por el contrario, si la presión es superior, se tiene la condensación del fluido. De la simulación numéricamente se obtuvieron valores de presión, velocidad, fracción volumétrica y coeficiente de transferencia de masa, para hacer el análisis correspondiente y validar el modelo numérico.

Para la validación del modelo numérico se compara la variación de presión con respecto a la velocidad de entrada, y se observa que a bajas velocidades las curvas son muy parecidas. El problema existe cuando la velocidad de entrada alcanza valores superiores a 0.9 [m/s], debido a que las curvas comienzan a separarse obteniendo errores superiores al 15%. Llegando a la conclusión, que el modelo numérico es válido para velocidades menores a 1 [m/s].

Con los resultados numéricos y experimentalmente, se llega a la conclusión de que, a bajas velocidades de entrada, la caída de presión debido al cambio de geometría del Venturi, no es la suficiente para alcanzar la presión de vapor del agua, por tal motivo, no existe la generación de burbujas de vapor y la cavitación no se hace presente. Si la velocidad de entrada del fluido es suficiente para que la presión del fluido alcance la presión de vapor, la cavitación comienza a existir. La formación de vapor se da en un proceso cíclico, el cual presenta una frecuencia de formación-condensación del vapor dependiendo de la velocidad en la entrada. Mientras aumenta la velocidad, el tiempo del ciclo se alarga porque aumenta el porcentaje de vapor y la frecuencia ronda de los 90.9 [Hz] ( $V_i = 0.7$  [m/s]), hasta 25 [Hz]

( $V_i = 1.1$  [m/s]). Una vez alcanzada la presión de vapor en la garganta el inicio del ciclo se observa que existen dos zonas de formación de las burbujas de vapor, en la entrada y en la salida de la garganta, siendo la segunda zona donde existe mayor generación de burbujas.

El difusor es la zona donde existe el mayor radio de las burbujas y se agrupan en una gran nube toroidal de burbujas. Cuando la nube alcanza la zona de alta presión (difusor) sus burbujas implotan en forma no homogénea.

El error que se tiene a velocidades superiores a  $0.9$  [m/s] y el no visualizar el desprendimiento de la nube cavitante en el modelo numérico, se asocia a que la velocidad del sonido cae drásticamente cuando existe una mezcla, y en el tubo Venturi se obtienen valores de  $4$  [m/s] en algunas zonas, con valores  $M \geq 1$ , por lo tanto, se tiene un flujo compresible, y las ecuaciones resueltas en esta tesis no toma en cuenta el efecto de compresibilidad del flujo, por tal motivo, a mayor velocidad de entrada, mayor será la generación de burbujas y en consecuencia, el error se incrementa.

#### **Recomendaciones para trabajo a futuro.**

Como trabajo futuro se propone implementar el término de compresibilidad en las ecuaciones, para mitigar el error generado debido a la disminución de la velocidad del sonido. Además se propone resolver la ecuación de la energía, para visualizar si existe un aumento instantáneo de la temperatura debido al colapso de las burbujas. Finalmente, ya implementado el término de compresibilidad, se propone analizar el efecto que causa las ondas de choque generadas con la implosión de la nube cavitante.

## Bibliografía

- [1] L. Rayleigh, «On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity,» *Philosophical Magazine Series 6*, vol. 34, pp. 94-98, 1917.
- [2] J. Reboud, Stutz, B y Coutier-Delgosha, O, «Two phase flow structure of cavitation: experiment and modeling of unsteady effects,» *3rd International Symposium on Cavitation CAV1998*, vol. 26, 1998.
- [3] B. Stutz y S. LEGOUPIL, «MEASUREMENTS WITHIN CLOUD CAVITATION BY MEANS OF X-RAY ATTENUATION DEVICE,» *ASME 2002 Fluids Engineering Division Summer Meeting*, 2002.
- [4] B. Stutz y S. Legoupil, «X-ray measurements within unsteady cavitation,» *Experiments in Fluids*, vol. 35, pp. 130-138, 2003.
- [5] K. Harada y H. Murakami, «PIV Analysis of Cavitation Flow Characteristics of He II,» *AIP Conference Proceedings*, vol. 823, pp. 1677-1684, 2006.
- [6] A. Vabre, M. Gmar, D. Lazaro, S. Legoupil, O. Coutier, A. Dazin, W. K. Lee y K. Fezzaa, «Synchrotron ultra-fast X-ray imaging of a cavitating flow in a Venturi profile,» *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 607, pp. 215-217, 2009.
- [7] A. Kubota, H. Kato y H. Yamaguchi, «Numerical Study of Unsteady Cavitating Flows around a Hydrofoil,» *Journal of Applied Fluid Mechanics*, vol. 10, pp. 447-458, 1992.
- [8] O. Coutier-Delgosha, J. L. Reboud y Y. Delannoy, «Numerical simulation of the unsteady behaviour of cavitating flows,» *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 42, pp. 527-548, 2003.
- [9] E. Goncalves y R. F. Patella, «Numerical simulation of cavitating flows with homogeneous models,» *Computers and Fluids*, vol. 38, pp. 1682-1696, 2009.
- [10] N. Dittakavi, A. Chunekar y S. Frankel, «Large Eddy Simulation of Turbulent-Cavitation Interactions in a Venturi Nozzle,» *Journal of Fluids Engineering*, vol. 132, p. 121301, 2010.
- [11] X. Luo, B. Ji, X. Peng, H. Xu y M. Nishi, «Numerical Simulation of Cavity Shedding from a Three-Dimensional Twisted Hydrofoil and Induced Pressure Fluctuation by Large-Eddy Simulation,» *Journal of Fluids Engineering*, vol. 134, p. 041202, 2012.
- [12] B. Huang, Y. Zhao y G. Wang, «Large eddy simulation of turbulent vortex-cavitation interactions in transient sheet/cloud cavitating flows,» *Computers and Fluids*, nº 113-124, p. 92, 2014.

- [13] B. Ji, X. W. Luo, R. E. A. Arndt, X. Peng y Y. Wu, «Large Eddy Simulation and theoretical investigations of the transient cavitating vortical flow structure around a NACA66 hydrofoil,» *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 68, pp. 121-134, 2015.
- [14] C. Hu, G. Wang, G. Chen y B. Huang, «A modified PANS model for computations of unsteady turbulence cavitating flows,» *Science China: Physics, Mechanics and Astronomy*, vol. 57, pp. 1967-1976, 2014.
- [15] P. Jean y M. Jean-M., *Fundamentals of Cavitation*, 2005.
- [16] B. C., *Cavitation And Bubble Dynamics*, 1995.
- [17] «Imagen hélice,» [En línea]. Available: <http://ingenieros2011unefa.blogspot.mx/2008/01/cavitacion.html>.
- [18] «Imagen torpedo,» [En línea]. Available: [https://i.ytimg.com/vi/FBMVTL5l\\_1w/hqdefault.jpg](https://i.ytimg.com/vi/FBMVTL5l_1w/hqdefault.jpg).
- [19] B. W., *Hydrostatics and Hydrodynamics*, Cambridge University Press, 1859.
- [20] C. R.H., *Underwater explosions*, Princeton University Press, 1948.
- [21] P. M.S., «On the stability of fluid flows with spherical symmetry,» *J. Appl. Phys.*, vol. 25, pp. 96-98, 1954.
- [22] A. R. *Vectors, Tensors and the Basic Equations of Fluid Mechanics.*, Prentice Hall International Series in the Physical and Chemical Engineering Sciences., 1962.
- [23] J. Warnatz, U. Mass y R. W. Dibble, *Combustion*, Springer, 1996.
- [24] F. M. White, *Viscous Fluid Flow*, Mc Graw Hill, 1991.
- [25] D. B. Spalding, *Mathematical Modeling of Fluid Dynamics, Heat Transfer and Mass Transfer Process*, Imperial College of Science Technology and Medicine, 1980.
- [26] A. Posperetti y G. Tryggvason, *Computational Methods for Multiphase Flow*, C. U. Press, 2007.
- [27] J. M. Fernández, *Técnicas Numéricas en Ingeniería de Fluidos*, Editorial Reverte, 2012.
- [28] G. Schnerr y J. Sauer, «Physical and numerical modeling of unsteady cavitation dynamics. In,» *Proceedings of 4th International Conference on Multiphase Flow, New Orleans, USA*, 2001.
- [29] H. H. Ferziger y M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, 1996.
- [30] W. P. Jones, *Models for Turbulent Flows with Variable Density and Combustion*, Bélgica: Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1979.

- [31] S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Science., Hemisphere Publishing Corporation., 1980.
- [32] S. V. Patankar y D. B. A. Spalding, Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three Dimensional Parabolic Flows, Int. J. Heat and Mass Transfer, 1972, pp. 1787-1806.
- [33] J. C. Ludwing, H. Q. Qin y D. B. Spalding, The PHOENICS Reference Manual. Technical Repot CHAM TR/200, London: CHAM Ltd, 1989.
- [34] D. B. Spalding, A Novel Finite-Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivates, Int. Journal Num. Methods Engineering, 1972, p. 551.
- [35] H. Karplus, The velocity of sound in a liquid containing gas bubbles, Illinois Inst. Tech. Rep. COO-248., 1958.
- [36] S. Gouse y G. Brown, «A survey of the velocity of sound in two-phase mixtures,» *ASME Paper 64-WA/FE-35*, 1964.
- [37] Y. A. Cengel y J. M. Cimbala, Mecánica de Fluidos, Mc Graw Hill , 2012.
- [38] Y. A. Cengel y M. A. Boles, Termodinámica, Mc Graw Hill, 2012.