



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

**ESTUDIO NUMÉRICO Y EXPERIMENTAL DE SOLITONES
ÓPTICOS ESPACIALES EN UN MEDIO NANOCOLIDAL**

TESIS

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)**

PRESENTA:

ADRIÁN ALEJANDRO BAROLO GONZÁLEZ

TUTOR

**DRA. KAREN PATRICIA VOLKE SEPÚLVEDA
INSTITUTO DE FÍSICA**

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

**DR. ALEJANDRO VÁZQUES ARZOLA
INSTITUTO DE FÍSICA**

**DR. JUAN ARNALDO HERNÁNDEZ CORDERO
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

En esta tesis se presenta un estudio numérico y experimental sobre la generación e interacción de solitones ópticos espaciales en un medio nanocoloidal dieléctrico. Estos medios poseen una no linealidad tipo Kerr, donde su índice de refracción es función de la intensidad del campo externo. Las simulaciones están basadas en un modelo que toma en cuenta la interacción entre partículas mediante un potencial de esfera dura. Se tomaron los casos incoherente y coherente para las interacciones entre solitones. En el primero, se obtuvieron dos regímenes dependientes del ángulo inicial de interacción entre los haces, dando pie a los fenómenos de switching y steering. Además se muestran las condiciones necesarias para la interacción periódica entre haces. El caso coherente, se analizó con más de dos solitones interactuando, donde se observó la atracción y repulsión de éstos, como era de esperarse para los casos en la fase relativa era cero o π , respectivamente. Si la fase relativa es distinta a dichos valores, se observa la transferencia de energía de un lado a otro controlada sólo con el signo de la fase relativa. Por último se predice el fenómeno de filamentación de un patrón de interferencia de dos haces gaussianos interactuando de forma coherente, así como indicios experimentales de esto.

Índice de figuras	v
Introducción	1
1. Solitones ópticos espaciales	5
1.1. Óptica no lineal y efecto Kerr	6
1.2. Ecuación no lineal de Schrödinger	8
1.3. Solitones en medios tipo Kerr	11
1.4. Interacción de solitones ópticos espaciales	12
2. Solitones en nanocoloidales dieléctricos	14
2.1. Suspensiones coloidales no lineales	15
2.2. Solitones en medios dieléctricos coloidales	20
2.3. Generación experimental de SOE's	22
3. Interacciones incoherentes	26
3.1. Preparación experimental	26
3.2. Steering y switching	28
3.3. Interacción periódica entre SOE's	30
4. Interacciones coherentes	33
4.1. Multi-interacción entre SOE's	33
4.2. Filamentación de un haz Gaussiano	36
4.3. Indicios experimentales	37
5. Conclusiones generales	40

A. Métodos numéricos	42
A.1. Método acelerado de evolución en tiempo imaginario	43
A.2. Propagación con Runge Kutta de 4° orden	45
B. Preparación de experimento	48
B.1. Preparación de muestras	48
C. Análisis de resultados experimentales	49
C.1. Ancho de solitón	49
C.2. Caracterización de ángulos para el solitón emergente	50
Bibliografía	52

Índice de figuras

1.1. Representación del autoenfocamiento de los frentes de onda al viajar a través de un medio tipo Kerr con $n_2 > 0$ [Stegeman y Segev, 1999].	8
1.2. Propagación numérica de un solitón unidimensional (a) brillante y (b) oscuro, en un medio Kerr, con $a_0 = 1$	10
1.3. Interacción coherente entre dos solitones paralelos tipo Kerr (1+1)D (a) en fase y (b) fuera de fase.	12
1.4. Representación esquemática del cambio de índice de refracción cuando dos haces interactúan de forma (a) coherente en fase, (b) coherente en desfase y (c) incoherente.	13
2.1. (a) Acción de la fuerza de gradiente en una suspensión coloidal de partículas dieléctricas con $\alpha > 0$. (b) Ejemplificación de las fuerzas que actúan en un elemento dV de la suspensión, para el caso unidimensional.	16
2.2. Comparación de la no linealidad η para los modelos de gas ideal (guiones) y de esfera dura (línea sólida), en términos de $ E ^2$ y $ u ^2$, con $\eta_0 = 0.01$	18
2.3. Curvas de potencia P (azul) y ancho W (rojo) versus $\log \kappa$ para los casos (a) (1+1)D y (b) (2+1)D, con $\eta_0 = 0.01$ [Matuszewski et al., 2009].	19
2.4. (a) Solución fundamental de la ecuación 2.17 para el caso sin pérdidas, y (b) su perfil en x , con parámetros $P = 506.76$, $\kappa = 0.303$ y $\eta_0 = 0.01$	20
2.5. (a) Corte en $y = 0$ e (b) intensidad ($\propto u ^2$) en eje, de la propagación numérica de un solitón fundamental (2+1)D con $P = 506.76 = 0.3 W$, usando distintos porcentajes de pérdidas por scattering. En la figura de la derecha, los ejes se muestran en las coordenadas originales (parte superior) y en las reescaladas (parte inferior).	21

2.6.	Simulación de la propagación de un haz Gaussiano con (a) $P_0 = 206.15 = 0.12 \text{ W}$ y (b) $P_0 = 506.76 = 0.3 \text{ W}$, $\lambda = 532 \text{ nm}$, y $w_0 = 3 \mu\text{m}$, en un medio coloidal.	22
2.7.	Esquema del setup experimental usado para la generación de SOE's en un medio nanocoloidal. De forma figurativa, se muestran algunas visualizaciones para las vistas superior (a) y (b) $M=33x$, (c) y (d) $M=1x$, y transversal (e) y (f).	23
2.8.	(a) Ejemplo del ajuste Lorentziano (línea punteada) de un perfil experimental de intensidad normalizada I_n (círculos azules) de un haz con $P_0 = 0.6 \text{ W}$. (b) Propagación del dicho haz observado con magnificación $375x$	24
3.1.	(a) Setup experimental utilizado para realizar las interacciones incoherentes entre SOE's en una suspensión nanocoloidal. (b) Desviación θ_v resultante del solitón generado por un haz (E_v) al desplazar alguno de los espejos. (c) Esquematación de dos haces iniciales con un ángulo de interacción γ , y la propagación del soliton resultante con un ángulo θ . (d) Ejemplo del ajuste a una recta de la posición del solitón emergente producido por un solo haz.	27
3.2.	Resultados experimentales (figuras) y teóricos (líneas sólidas) obtenidos para el régimen 1. El ángulo θ del solitón emergente contra P_{Rel} , se muestra para $\gamma = 5^\circ, 7^\circ$ y 9° . Las imágenes superiores, de izquierda a derecha, esquematizan la posición del solitón para los valores $P_{Rel} = 0, 0.5$ y 1 , respectivamente.	29
3.3.	Resultados experimentales obtenidos para el régimen 2. En la región $0.38 \leq P_{Rel} \leq 0.62$, no se observa formación de un solitón. Fuera de este intervalo, la posición θ del solitón emergente contra P_{Rel} , se muestra para los ángulos 12° y 14° . Las imágenes superiores corresponden a $P_{Rel} = 0, 0.5$ y 1 , de izquierda a derecha.	30
3.4.	Perfil en $X = 0$ de la interacción de dos SOE's con la misma potencia incidiendo con un ángulo $\gamma = 2^\circ$. Aunque hay atracción y repulsión continua, la periodicidad de éstas se observa a partir de unas cuantas oscilaciones.	31
3.5.	Enredamiento entre dos SOE's soluciones de 2.17, con un ángulo de interacción $\gamma = 2^\circ$ en el eje \hat{X} . La línea punteada resalta que los haces inicialmente están en posición fuera de eje.	32

4.1. Corte en el plano $Y = 0$ de la interacción coherente entre 2, 3 y 4, (columnas de izquierda a derecha, respectivamente) SOE's paralelos, con fases relativas de 0, π y $\pi/2$ (filas de arriba a abajo, respectivamente). La potencia inicial de cada uno es $P_0 = 0.12$ W.	34
4.2. Simulación numérica del spiraling entre dos SOE's con $P_0 = 0,3$ W cada uno con un ángulo en el plano sobre el eje X de $\gamma = 4^\circ$	35
4.3. Potencia máxima del patrón de interferencia inicial generado por dos haces gaussianos entrando con un ángulo γ entre sí. Con guiones se muestra el máximo cuando $\phi_{rel} = 0$ y en líneas sólidas si $\phi_{rel} = \pi$	35
4.4. Simulación de la propagación de dos gaussianas con $P_0 = 0.5$ W, incidendo en el mismo punto con un ángulo $\gamma = 4^\circ$ entre sí, (a) y (b) en fase y (c) y (d) con $\phi_{rel} = \pi$	36
4.5. Filamentación de la interferencia de dos haces gaussianos ($w_0 = 3 \mu\text{m}$) en (a) fase con $P_0 = 0.35$ W y (b) con $\phi_{rel} = \pi$ y $P_0 = 0,6$. El ángulo de interacción fue de $\gamma = 6^\circ$	37
4.6. (a) Esquematización del setup experimental utilizado para realizar la interacción coherente entre SOE's en una suspensión nanocoloidal. Interacción de dos haces gaussianos iniciales con $\gamma = 6^\circ$ en (b) fase ($P_0 = 0.8$ W) y (c) con $\phi_{rel} = \pi$ y $P_0 = 1$ W.	38
4.7. Posible filamentación transversal del patrón de interferencia de la interacción de dos gaussianas iniciales con $P_0 = 4.5$ W y $\gamma = 5^\circ$	39
4.8. Propagación de la interacción de dos haces gaussianos con $\gamma = 4^\circ$ con (a) $P_0 = 0.3$ W y (b) $P_0 = 0.5$ W, donde se produce una filamentación inestable.	39
B.1. Esquematización y dimensiones de la celda usada para introducir la suspensión nanocoloidal.	48
C.1. (a) Promedio de cuadros, (b) cuadro promedio con un ajuste Lorentziano y (c) ancho del SOE, w_s , de un video con $P_0 = 0.6 \mu\text{m}$	49
C.2. (a) Promedio de cuadros, (b) cuadro promedio con un ajuste Lorentziano y (c) ancho del SOE, w_s , de un video con $P_0 = 0.6 \mu\text{m}$. No se han graficado todos los puntos del ajuste	50

Introducción

El descubrimiento del láser, desde 1960, ha revolucionado la forma de entender la interacción de materia con luz. Más aún, la óptica no lineal, donde el principio de superposición deja de ser válido, ha dado pie a la creación y uso fructífero de nuevos materiales para la tecnología actual. De forma natural, un haz colimado tiende a difractarse después de cierta distancia de propagación, y durante mucho tiempo se pensó que éste comportamiento era inevitable. El autoenfocamiento de un haz es uno de los fenómenos óptico no lineales más importantes, y ocurre cuando el campo óptico es capaz de realizar cambios en el índice de refracción del medio en que se propaga. Más aún, si se llega a compensar la difracción natural con éste fenómeno es posible tener luz autoatrapada, es decir, luz que se propaga sin deformar su perfil de intensidad, lo que es conocido como una onda solitaria o *solitón óptico espacial* (SOE).

Existen diversos mecanismos con los que un material puede exhibir el autoenfocamiento. Cuando el índice de refracción de un material es función de la intensidad del campo, dicho medio es conocido como *tipo Kerr*. De forma teórica la ecuación no lineal de Schrödinger, describe un medio con éstas características, y predice la existencia de SOE's estables en el caso (1+1)D, y un colapso catastrófico en el caso (2+1)D. Este colapso puede ser evitado con una no linealidad saturable, compensando mediante pérdidas o, como es el caso de los cristales líquidos nemáticos, mediante una respuesta no local del medio.

En particular, una suspensión nanocoloidal dieléctrica se dice que es un medio tipo Kerr *artificial*. Ésto se debe a que las partículas en sí no tienen una respuesta en su polarización más allá de la lineal. Sin embargo, como suspensión, mediante fuerzas ópticas es posible aumentar la concentración de éstas y así su índice de refracción del medio efectivo en conjunto. La primera observación del autoenfocamiento y autoatrapamiento de un haz en éste medio, en el que las partículas tenían polarizabilidad positiva, fue en 1982 por A. Ashkin y colaboradores [Ashkin et al., 1982]. En éste trabajo se observó el autoatrapamiento de un haz durante una

distancia de algunos cientos de micras. La potencia necesaria para el autoatrapamiento resulta ser más grande que en otros materiales, como en cristales fotorefractivos o cristales líquidos nemáticos. Sin embargo, el tiempo de respuesta es considerablemente más rápido.

Pese a éstas observaciones, la investigación de SOE's en éstos medios no ha sido abundante. De forma teórica, se tienen sólo algunos modelos para describir la no linealidad. Estos van desde tomar al sistema como gas ideal [Gordon et al., 2007], hasta tomar la interacción entre partículas, coulombiana [El-Ganainy et al., 2007] o de esfera dura [Matuszewski et al., 2008]. A pesar del éxito que han tenido éstos trabajos, aún ha quedado en el aire tomar condiciones experimentales, y poder hacer una comparación más detallada con las observaciones en el laboratorio.

En la parte experimental, se ha explorado el caso con partículas de polarizabilidad negativa, en donde las distancias de propagación observadas llegan a ser de milímetros [Man et al., 2013]. Del mismo grupo de investigación, se han analizado las interacciones entre SOE's, haciendo sólo comparaciones cualitativas entre teoría y experimento. También, se ha demostrado que es posible guiar otro un haz de distinta frecuencia a través de un SOE [Terborg et al., 2013]. Sin embargo, no se han usado predicciones basadas en modelos teóricos para la realización de éstos experimentos.

Con ésta motivación, ésta tesis tiene como objetivo cubrir algunos puntos restantes a considerar mencionados anteriormente. De forma concreta, los objetivos de este trabajo son:

- A partir de un modelo sencillo que toma en cuenta la interacción entre partículas a través de un potencial de esfera dura, realizar simulaciones numéricas basadas en condiciones experimentales, con el fin de predecir algunos comportamientos universales de la generación e interacción entre SOE's. Corroborar algunos de los fenómenos predichos con las simulaciones y realizar una comparación entre éstos.

Teniendo ésto en mente, la estructura de ésta tesis es la siguiente. En el capítulo 1 se describen los conceptos generales de solitones ópticos y sus interacciones, abarcando los fundamentos de las ecuaciones NLS para un medio Kerr y tipo Kerr.

El segundo capítulo estará enfocado en describir teóricamente el modelo de esfera dura para una suspensión nanocoloidal. Ésto conlleva a la deducción de una no linealidad dependiente de la intensidad, de la cual se obtendrán condiciones para la generación de SOE's.

El capítulo 3 está enfocado en la interacción coherente entre SOE's en una suspensión

nanocoloidal. Éstas interacciones propician los fenómenos de switching y steering de los haces, y serán analizadas de forma experimental y numérica. Por último se mostrarán algunas simulaciones predichas con el modelo mencionado, tales como la interacción periódica o el spiraling entre haces.

El último capítulo está dedicado a las interacciones coherentes entre SOE's. De forma numérica se exploran los fenómenos de atracción, repulsión y colisión inelástica entre 2, 3 y 4 solitones. También, a partir de condiciones experimentales se predice la filamentación de un patrón de interferencia generado por dos gaussianas iniciales.

CAPÍTULO 1

Solitones ópticos espaciales

Los solitones ópticos, temporales o espaciales, son consecuencia de una respuesta óptica no lineal del medio en que se propagan. Esta respuesta es responsable del confinamiento de luz en el tiempo o el espacio a lo largo de su propagación [Kivshar y Agrawal, 2003]. En el caso espacial, existen distintas clasificaciones dependiendo del origen de la no linealidad: solitones Kerr y tipo Kerr, solitones fotorrefractivos y solitones cuadráticos o paramétricos, son algunos ejemplos [Trillo et al., 2001]. En particular, para los solitones Kerr y tipo Kerr la no linealidad se debe a una dependencia de la intensidad en el índice de refracción, provocando el fenómeno de autoenfocamiento. Cuando la difracción natural de un haz es compensada con el autoenfoco, se dice que el haz está autoatrapado y es conocido como *onda solitaria* o *solitón óptico espacial* (SOE)¹.

Teóricamente se han predicho la existencia de SOE's en distintos medios, desde guías de onda dieléctricas hasta material en bulto o *bulk*. Sin embargo, las pérdidas por dispersión, absorción o efectos térmicos del material, presentes en el experimento, se reflejan en tener distancias de a lo más algunos centímetros de propagación de dichos haces. Independiente de su origen, se dice que la interacción entre SOE's sigue un mismo principio involucrando fuerzas de atracción y repulsión, por lo que su estudio ha sido de gran importancia en las últimas décadas [Stegeman y Segev, 1999]. A continuación se presenta una breve introducción a los conceptos básicos sobre la generación e interacción de SOE's.

¹Es común en la literatura no hacer distinción entre *onda solitaria* y *solitón*. Sin embargo, para que una onda entre en la categoría de *solitón*, matemática y físicamente debe cumplir con criterios de integrabilidad y estabilidad, como se mencionan en [Akhmediev y Ankiewicz, 1997].

1.1. Óptica no lineal y efecto Kerr

En el estudio de las propiedades ópticas de los materiales, los procesos no lineales han desarrollado gran importancia a través de los años a partir de la invención del láser en 1960 como fuente de luz coherente y de alta potencia. Sin embargo, la primera observación ocurrió mucho antes en 1875 por J. Kerr, quien observó cambios significativos en el índice de refracción de algunos sólidos, tales como vidrio, cuarzo y resina, al aplicarles una corriente DC intensa [Kerr, 1875]. Hoy en día, este fenómeno se conoce como *efecto Kerr DC* y corresponde a un proceso de tercer orden.

En la óptica convencional la respuesta de un material es proporcional al campo óptico aplicado $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. Es decir, la polarización $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ del medio cumple

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \overset{\leftrightarrow}{\chi} \mathbf{E}, \quad (1.1)$$

con $\overset{\leftrightarrow}{\chi}$ el tensor de susceptibilidad eléctrica del material. Esta relación es válida cuando la intensidad del campo externo es mucho menor a la del campo interno. En el caso contrario, cuando se tienen magnitudes comparables entre los campos interno y externo, la relación 1.1 resulta insuficiente para describir la respuesta del material. De forma general, $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ es una función de $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, no necesariamente lineal. A partir del modelo atómico de Lorentz, considerando contribuciones anarmónicas, la polarización puede escribirse como serie de potencias del campo²

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \epsilon_0 \left[\overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(1)} \mathbf{E} + \overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(2)} \mathbf{E}\mathbf{E} + \overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(3)} \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \right], \\ &= \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(2)} + \mathbf{P}^{(3)} + \dots, \\ &= \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(NL)}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Los términos $\mathbf{P}^{(j)}$ y $\overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(j)}$ se conocen como polarización y susceptibilidad de orden j , respectivamente. La validez de la ecuación 1.2 requiere que los términos en la expansión cumplan $|\mathbf{P}^{(j)}| \gg |\mathbf{P}^{(j+1)}|$ [Powers, 2011], y que la intensidad del campo externo no sea mucho mayor al campo interno, debido a los efectos de ionización o daño del material [Boyd, 2007].

²En ambos casos, lineal y no lineal, se ha supuesto que el medio responde de forma instantánea. En el caso contrario, la expansión está en términos de integrales en el tiempo para cada término, como se menciona en [Shen, 2002]

La diversidad de fenómenos ópticos no lineales dependen del último orden significativo en la ecuación 1.2. Por ejemplo, a orden dos, despreciando los siguientes órdenes (i.e. $j > 2$) se presentan fenómenos tales como la generación de segundo armónico, la suma y diferencia de frecuencias y la rectificación óptica [New, 2011].

El siguiente orden que será de gran interés en este capítulo es $j = 3$, en el que también existen los fenómenos de suma y diferencias de frecuencias. Pese a esto, para un campo externo monocromático, en esta descripción sólo se conservarán las componentes de la polarización que preserven la frecuencia inicial ω_0 . Además, si dicho campo está linealmente polarizado y el medio es isotrópico, se tiene $\chi_{xxxx}^{(3)} = \chi_{yyyy}^{(3)} = \chi_{zzzz}^{(3)}$, y las ecuaciones 1.1 y 1.2 pueden reescribirse de forma escalar. El tercer término de la ecuación 1.2 será [Powers, 2011]

$$P^{(3)}(\omega_0) = \frac{3}{4}\epsilon_0\chi^{(3)} |E(\omega_0)|^2 E(\omega_0) \quad (1.3)$$

A partir de esto, se define una susceptibilidad eléctrica efectiva

$$\epsilon_{eff} \equiv \epsilon^{(1)} + \frac{3}{4}\chi^{(3)} |E|^2 \quad (1.4)$$

con $\epsilon^{(1)} = 1 + \chi^{(1)}$, y el campo de desplazamiento es $D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 \epsilon_{eff} E$. Por lo tanto, también se tiene un índice de refracción efectivo

$$\boxed{n_{eff}(I) = n_0 + n_2 I} \quad (1.5)$$

donde

$$n_2 = \frac{3}{4cn_0^2\epsilon_0}\chi^{(3)}, \quad (1.6)$$

es conocido como *índice de refracción no lineal*, $n_0 = \sqrt{\epsilon^{(1)}}$ el índice de refracción lineal e $I = n_0\epsilon_0 c|E|^2/2$. Esta dependencia de la intensidad en el índice de refracción se le conoce como *efecto Kerr* y resulta ser un efecto autoinducido por el mismo campo externo. Es decir, el campo al incidir sobre el medio afecta su índice de refracción, y éste vuelve a afectar al campo propagado, repitiéndose el proceso de forma sucesiva. Una de las consecuencias del efecto Kerr es el fenómeno de *autoenfocamiento*, esquematizado en la Figura 1.1. Si el frente de onda inicial tiene un máximo centrado y el medio cumple con $n_2 > 0$, el índice de refracción aumenta de acuerdo con la ecuación 1.5 en la región central de haz, con lo que el medio actúa

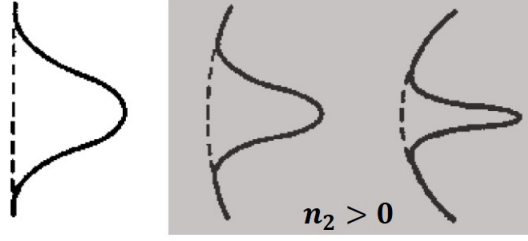


Figura 1.1. Representación del autoenfocamiento de los frentes de onda al viajar a través de un medio tipo Kerr con $n_2 > 0$ [Stegeman y Segev, 1999].

como una lente convergente retrasando los frentes de onda en esta región. Si $n_2 < 0$ se tendría el efecto inverso, de *autodesenfocamiento*. Cuando se logra un balance entre el enfocamiento y la difracción de la luz, un haz es capaz de propagarse en el espacio sin que su perfil de intensidad se deforme. Éste es el principio básico de la formación de un solitón espacial Kerr y tipo Kerr.

1.2. Ecuación no lineal de Schrödinger

En ausencia de cargas y corrientes externas, la ecuación de onda para el campo eléctrico es

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = 0, \quad (1.7)$$

la cual es una ecuación no lineal, puesto que $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(NL)}$. En el caso escalar, y con el uso de 1.4, la ecuación anterior se reduce a

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\epsilon_{eff} E) = 0. \quad (1.8)$$

Proponiendo un campo con envolvente que varíe lentamente con el tiempo

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} E_0(\mathbf{r}) e^{-i\omega_0 t} + c.c., \quad (1.9)$$

se obtiene una ecuación estilo Helmholtz

$$\nabla^2 E + k_0^2 n_{eff}^2 E = 0, \quad (1.10)$$

con $k_0 = \omega_0^2 / c^2$ y $n_{eff} = \sqrt{\epsilon_{eff}}$. Consideremos ahora un haz de luz propagándose a lo largo de Z , $E_0(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) e^{ik_0 Z}$, y que cumpla con la aproximación paraxial ³

³Por notación se usarán letras mayúsculas (X, Y, Z) para el sistema coordenado original y minúsculas (x, y, z) para el sistema reescalado.

$$\left| k_0 \frac{\partial A}{\partial Z} \right| \gg \left| \frac{\partial^2 A}{\partial Z^2} \right| \quad \text{y} \quad |A| \gg \left| k_0 \frac{\partial A}{\partial Z} \right|. \quad (1.11)$$

Al sustituir en 1.10 se obtiene

$$i \frac{\partial A}{\partial Z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \nabla_{\perp}^2 A \pm k_0 |n_2| |A|^2 A = 0, \quad (1.12)$$

con $\nabla_{\perp}^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}$, y el signo del tercer término depende del valor de n_2 . Reescalando con el siguiente cambio de variables

$$\begin{aligned} (X, Y) &\rightarrow w_0(x, y), \\ Z &\rightarrow zL_d, \\ \text{y} \quad A(\mathbf{r}) &\rightarrow (k_0 L_d |n_2|)^{-1/2} u(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (1.13)$$

donde w_0 es el ancho del haz inicial y $L_d = k_0 n_0 w_0^2$, se llega a una de las ecuaciones más importantes, no sólo en óptica sino en general de la física y matemáticas: *la ecuación no lineal de Schrödinger* (NLS)

$$\boxed{i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \nabla_{\perp}^2 u \pm |u|^2 u = 0} \quad (1.14)$$

en su forma (2+1)D, por las dos dimensiones transversales más una de propagación. El origen de esta ecuación se dio en la mecánica cuántica al estudiar helio súperfrío, de ahí que se haya preservado el nombre.

Desde el punto de vista matemático, la versión (1+1)D de 1.14 pertenece a una familia de ecuaciones diferenciales no lineales que se pueden resolver de forma analítica con el método *inverse scattering*. Sin embargo, la solución correspondiente al *solitón fundamental*, para $n_2 > 0$, se puede encontrar de forma directa proponiendo $u(x, z) = U(x)e^{i\kappa z}$. Ésta resulta ser

$$\boxed{u(x, z) = a_0 \operatorname{sech}(a_0 x) e^{ia_0^2 z/2}} \quad (1.15)$$

con a_0 la amplitud máxima del solitón y $\kappa = a_0^2/2$. Otra característica de la ecuación NLS es que describe un sistema integrable con infinitas constantes de movimiento [Yang, 2010]. Tres de estas cantidades que se conservan en el caso general (N+1)D, son la potencia o masa⁴ P , el

⁴El término *masa* es usado cuando al solitón se le da el carácter de partícula.

momento lineal M y la función Hamiltoniana H , definidas como

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} |u|^2 dx, \quad M = i \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} u - \frac{\partial u}{\partial x} u^* \right) dx, \quad \text{y} \quad H = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^2 - |u|^4 \right) dx, \quad (1.16)$$

y resultan de la invariancia de la ecuación NLS ante transformaciones de norma, traslaciones en la parte transversal x y traslaciones en z , respectivamente [Sulem y Sulem, 2007].

Regresando al caso óptico, la solución 1.15 representa el modo fundamental de la guía de onda autoinducida por el mismo haz propagado en un medio no lineal [Kivshar y Agrawal, 2003]. De modo que si el haz inicial tiene la forma exacta de 1.15, éste se propagará sin deformarse a lo largo de z , como se muestra en la figura 1.2a.

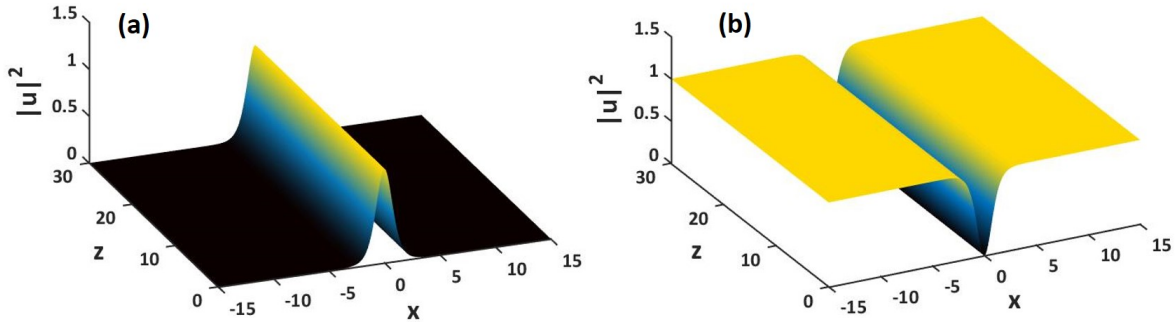


Figura 1.2. Propagación numérica de un solitón unidimensional (a) brillante y (b) oscuro, en un medio Kerr, con $a_0 = 1$.

Dicho haz es conocido como *solitón brillante*. En el caso opuesto, con $n_2 < 0$, la solución fundamental a 1.14 es de la forma

$$u(x, z) = a_0 \tanh(a_0 x) e^{ia_0^2 z}, \quad (1.17)$$

y corresponde a un *solitón oscuro* que en contraste con los solitones brillantes, éste resulta ser un agujero localizado (figura 1.2b)

Por último, el hecho de que una solución pueda propagarse sin deformarse no implica que sea estable bajo pequeñas perturbaciones. En la sección siguiente veremos el caso de una ecuación tipo NLS donde la no linealidad es una función de la intensidad $F(I)$. Estos sistemas en general no son integrables, y por tanto, es de suma importancia saber si su solución es estable o no. El criterio de Vakhitov-Kolokolov menciona que una solución es estable si cumple con [Boyd et al., 2008]

$$\frac{\partial P}{\partial \kappa} > 0, \quad (1.18)$$

donde P está definida en 1.16 y κ es la constante de propagación que cumple $u(\mathbf{r}, \kappa) = U(\mathbf{r}, \kappa)e^{i\kappa z}$, para el caso general. Con el uso de este criterio se ha demostrado que las soluciones en el caso (1+1)D siempre son estables, mientras que en los casos (N+1)D, con $N > 1$, no.

1.3. Solitones en medios tipo Kerr

Hasta ahora, sólo se ha descrito la interacción de un campo óptico con un medio que cumple 1.5. Sin embargo, las restricciones impuestas para tener una relación lineal entre el índice de refracción y la intensidad del campo no son tan sencillas de cumplir. Además, en algunos casos, se tiene una dependencia aun más compleja, $n = F(I)$, en donde también se produce el fenómeno de autenfocamiento. Así, con un procedimiento similar, la ecuación 1.12 puede reescribirse como

$$\boxed{i \frac{\partial A}{\partial Z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \nabla_{\perp}^2 A + k_0 F(|A|^2) A = 0.} \quad (1.19)$$

En general, esta ecuación no puede ser resuelta de forma analítica, a menos que se reduzca a su versión 1.14, como se mencionó anteriormente.

En algunos libros se acostumbra clasificar la no linealidad $F(I)$, dependiendo de su comportamiento. Por ejemplo, en [Kivshar y Agrawal, 2003] están clasificadas como *competitivas*, *transitivas* y *saturables*. Las primeras son aquellas en que F es función de alguna potencia entera y positiva de I , y dan origen a ecuaciones como al NLS cuántica que contiene el factor $|A|^4$. Estos términos, de orden superior, empiezan a predominar conforme la intensidad aumenta. Materiales como algunos semiconductores, vidrios dopados y polímeros presentan este comportamiento. Incluso algunos medios que no son tipo Kerr tienen esta propiedad, como los cristales fotorefractivos, en los que la no linealidad surge de la polarización a segundo orden.

Por otro lado, las no linealidades *transitivas*, tienen un valor crítico I_c en el que cambian abruptamente su comportamiento. Es decir,

$$n(I) = \begin{cases} f_1(I), & \text{si } I < I_c \\ f_2(I), & \text{si } I > I_c. \end{cases} \quad (1.20)$$

Los solitones biestables surgen a partir de esta no linealidad, y dan pie a la fabricación de switches ópticos.

En éste caso, para intensidades suficientemente grandes, el cambio de índice de refracción llega a un valor máximo, con lo que es posible tener soluciones estables aún en el caso (2+1)D. De hecho, la primera observación de un SOE en 1974, fue realizada en vapor de sodio que es un medio saturable [Bjorkholm y Ashkin, 1974]. Para esta tesis, la no linealidad saturable resultará de gran importancia debido a que las suspensiones nanocoloidales la presentan. Ésto se describirá a detalle en el Capítulo 2.

1.4. Interacción de solitones ópticos espaciales

Las interacciones o colisiones entre SOE's se generan mediante fuerzas atractivas o repulsivas entre ellos, muy semejante a la colisión entre partículas, y se dividen en interacciones coherentes e incoherentes. En el caso coherente, existe el fenómeno de interferencia entre los dos haces al traslaparse. La interacción depende de la fase relativa ϕ_{rel} , siendo atractiva cuando están en fase ($\phi_{rel} = 0$) y repulsiva se $\phi_{rel} = \pi$); en ambos casos se tiene una interacción elástica, como está ejemplificado en la figura 1.3. Si ϕ_{rel} es distinta de 0 o π , la interacción puede ser inelástica con intercambio de energía entre los haces [Stegeman y Segev, 1999].

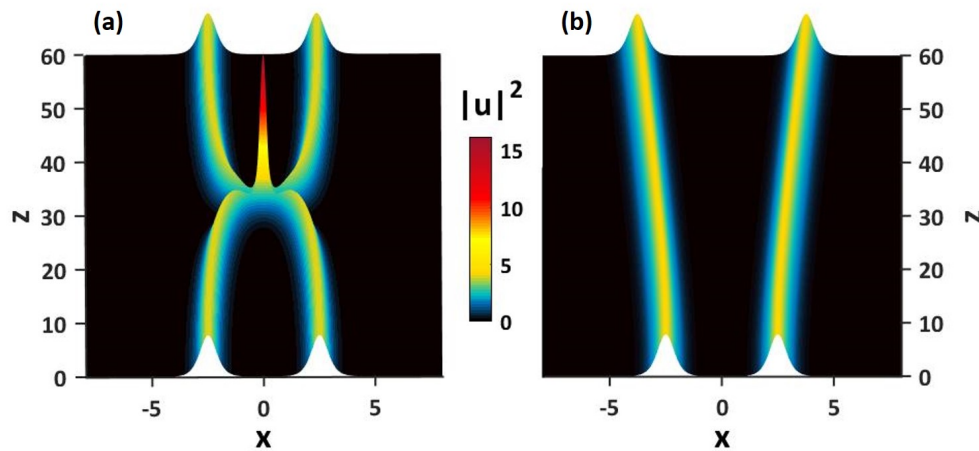


Figura 1.3. Interacción coherente entre dos solitones paralelos tipo Kerr (1+1)D (a) en fase y (b) fuera de fase.

Para explicar la importancia de ϕ_{rel} en la interacción y cómo determina si es repulsiva o atractiva veamos los diagramas de la figura 1.4. Cuando dos haces con intensidades I_1 e I_2 están

en fase, la intensidad resultante de la interferencia aumenta en la zona central. De acuerdo con la relación 1.5 para $n_2 > 0$, el índice de refracción aumenta atrayendo más luz hacia esa región. Es decir, los solitones se acercan entre sí. Si $\phi_{rel} = \pi$, hay interferencia destructiva en la región central, y el cambio en el índice de refracción repele luz de esta zona. Por tanto los solitones se alejan uno del otro.

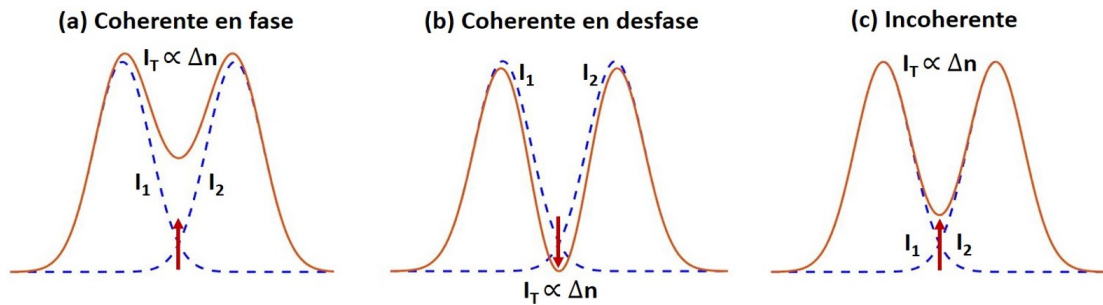


Figura 1.4. Representación esquemática del cambio de índice de refracción cuando dos haces interactúan de forma (a) coherente en fase, (b) coherente en desfase y (c) incoherente.

El caso incoherente siempre presenta interacción atractiva, puesto que aunque no hay interferencia, si los solitones están suficientemente cerca, la intensidad en la región de traslape siempre aumenta (figura 1.4c).

Experimentalmente se han observado estos dos tipos de fuerza en SOE's (1+1)D y (2+1)D, incluso en medios que no son tipo Kerr, como cristales fotorefractivos [Mamaev et al., 1998] o cristales líquidos nemáticos [Assanto, 2013]. Éstos últimos, aunque la no linealidad depende de la intensidad del campo óptico aplicado, ésta resulta ser una no linealidad tipo *no local*. La no localidad se refiere a que la luz puede inducir efectos, incluso en las zonas donde no esté incidiendo. Un ejemplo de esto son los efectos térmicos.

CAPÍTULO 2

Solitones en nanocoloidales dieléctricos

Desde hace ya varias décadas, el control de materia con luz ha permitido tener grandes avances en diferentes áreas de la ciencia tales como física, química, biología, medicina y más. A principios de la década de los 1970's, A. Ashkin demostró que era posible alterar la dinámica de micropartículas neutras apartir de la interacción con un láser [Ashkin, 1970]. Las dos fuerzas básicas que identificó fueron la *fuerza de gradiente* a lo largo del gradiente de la intensidad del láser y la *fuerza de scattering* en la misma dirección de propagación de éste. Una de las principales aplicaciones de ésto son las *pinzas ópticas*, donde los valores típicos estas fuerzas van de *pico a femto* Newtons. [Ashkin, 2006].

Por otro lado, una suspensión coloidal es un medio heterogéneo que consiste de partículas sólidas dispersas en un continuo líquido [Babick, 2016]. El tamaño de dichas partículas debe ser pequeño para despreciar efectos gravitacionales, y suficientemente grande para mostrar una dinámica notable comparada con la del medio en que están sumergidas [Bergna y Roberts, 2005]¹. Con los nuevos procesos de sintetización, estos materiales también se emplean con distintos fines, desde fabricación de productos domésticos, como alimentos y cosméticos, hasta sensores biológicos y fármacos.

En 1982, A. Ashkin y colaboradores observaron el autoenfocamiento y autoatrapamiento de un láser en una suspensión con partículas dieléctricas de entre 0.05 y 0.2 μm de diámetro con una propagación de a lo más medio milímetro [Ashkin et al., 1982]. Es decir, una suspensión coloidal diléctrica puede presentar fenómenos ópticos no lineales de tipo Kerr. No fue hasta décadas después que surgieron algunos trabajos teóricos para modelar la no linealidad, y a

¹Usualmente los tamaños van de decenas de micras a decenas de nanómetros.

pesar de ésto, la parte experimental aún sigue sin explorarse por completo. En este capítulo se mostrarán las condiciones necesarias y una comparación entre la generación experimental y teórica de SOE's en una suspensión nanocoloidal.

2.1. Suspensiones coloidales no lineales

Como se ha mencionado, una suspensión coloidal dieléctrica puede tener una respuesta óptica no lineal al interactuar con un haz de alta intensidad. La fuerza de gradiente

$$\mathbf{F}_{grad} = \frac{\alpha}{4} \nabla^2 |E|, \quad (2.1)$$

se hace presente y actúa en contra o a favor de la difusión de las partículas, dependiendo de la polarizabilidad α de éstas. Consideremos una suspensión con partículas de diámetro d_p , tal que $d_p \ll \lambda$ (régimen de Rayleigh) y con λ la longitud de onda del haz. Los índices de refracción de éstas y el medio son n_p y n_m , respectivamente. Si $\alpha > 0$, la concentración de partículas va aumentando en las regiones de mayor intensidad, como se muestra en la figura 2.1a. De forma macroscópica se traduce en un aumento en el índice de refracción, produciendo el fenómeno de autoenfocamiento. Si $\alpha < 0$ se obtiene el efecto contrario.

Para entender la interacción de la suspensión con el haz, tomemos la ecuación de continuidad para el sistema coloidal

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0, \quad (2.2)$$

donde $\rho(\mathbf{r}, t)$ es la densidad de partículas y $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ la densidad de corriente de éstas. La ecuación de Nernst-Planck describe cómo la suspensión que en un inicio muestra un comportamiento browniano, se ve afectada por la presencia de una fuerza externa; en este caso, la fuerza óptica [Berne y Pecora, 2000]. Dicha ecuación es

$$\mathbf{J} = \mu \rho (\mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{int}), \quad (2.3)$$

con μ la movilidad de las partículas y $\mu \rho \mathbf{F}_{int}$ es la contribución a la corriente debida a la difusión. Las ecuaciones 2.2 y 2.3 representan un sistema dinámico. Es decir, el láser siendo una onda continua, genera el movimiento de partículas por las fuerzas ópticas y flujos convectivos debido a gradientes de temperatura producidas por éste. La primera suposición fuerte en esta descripción será considerar que el sistema ha alcanzado un estado estacionario ($\partial \rho / \partial t = 0$)

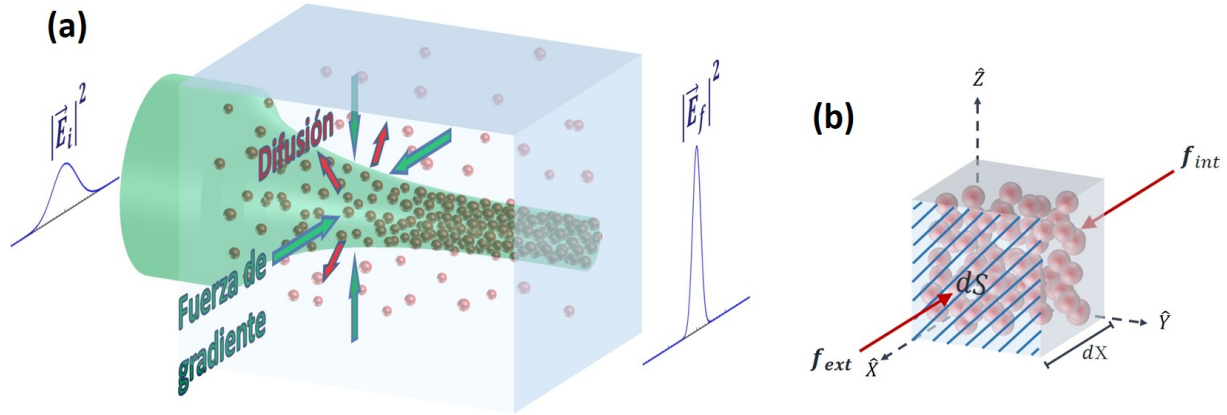


Figura 2.1. (a) Acción de la fuerza de gradiente en una suspensión coloidal de partículas dieléctricas con $\alpha > 0$. (b) Ejemplificación de las fuerzas que actúan en un elemento dV de la suspensión, para el caso unidimensional.

y de equilibrio ($\mathbf{J} = 0$) que obedece la distribución de velocidades de Maxwell. Así pues, la condición inicial se tomará una vez que las partículas se han acomodado en las regiones con alta intensidad, donde no se considerarán flujos convectivos.

La presión p ejercida sobre las partículas está en términos de la compresibilidad Z , ya que existe interacción entre éstas continuamente y en principio ρ no puede ser infinita. Esta relación está dada por la ecuación de estado

$$\frac{\beta p}{\rho} = Z(\eta), \quad (2.4)$$

con $\beta = 1/kT$ y $\eta = \rho/V_0$ el factor de empaquetamiento que es otra forma de medir la cantidad de partículas. En general, la función Z puede expandirse en coeficientes del Virial como [Hansen y McDonald, 1990]

$$Z(\eta) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} B_j \eta^j. \quad (2.5)$$

En la literatura se han realizado distintos trabajos con el fin de estimar $Z(\eta)$. El caso más simple es para $Z = 1$ que corresponde a un gas ideal. Con el uso de 2.2 y 2.3 se obtiene una no linealidad exponencial, como se ha trabajado en [Gordon et al., 2007], y resulta buena aproximación para bajas intensidades. Por otro lado, se ha generalizado Z para un gas no ideal considerando interacción Coulombiana, y donde los coeficientes B_j dependen de la temperatura [El-Ganainy et al., 2009]. El modelo que se usará en esta tesis es el propuesto por [Matuszewski et al., 2008], en el que las partículas interactúan mediante un potencial de esfera

dura. La compresibilidad está dada por la fórmula de Carnahan-Starling como

$$Z(\eta) \approx \frac{1 + \eta + \eta^2 - \eta^3}{(1 - \eta)^3}, \quad (2.6)$$

que resulta muy buena aproximación para $\eta \approx 0.5$ [Hansen y McDonald, 1990].

Supongamos ahora que la fuerza óptica predominante es la de gradiente, entonces $\mathbf{F}_{ext} = \mathbf{F}_{grad}$. En el caso (1+1)D, el gradiente de $\rho(\mathbf{r})$ será unidimensional; digamos la dirección \hat{X} . La diferencia de presiones dp en las paredes de un pequeño volumen $dV = dS dX$, origina una fuerza efectiva \mathbf{f}_{int} que es igual a la fuerza que mantiene el gradiente de ρ (ver figura 2.1b), por lo que se considerará con signo contrario. Entonces,

$$dp = -\frac{\mathbf{f}_{int}}{dS} = -\rho \mathbf{F}_{int} \frac{dV}{dS} = -\rho \mathbf{F}_{int} dX, \quad (2.7)$$

donde \mathbf{F}_{int} es la fuerza promedio actuando en una partícula. De la ecuación de estado 2.4, se tiene $\beta dp = d(\rho Z(\eta))$, y en equilibrio la ecuación 2.3 es

$$\frac{\alpha\beta}{4} d(|E|^2) = \frac{d(\rho Z(\eta))}{\rho}. \quad (2.8)$$

Integrando, con el uso de 2.6, se obtiene la relación entre $|E|^2$ y η

$$\boxed{\frac{\alpha\beta}{4} |\vec{E}|^2 = g(\eta) - g(\eta_0)}, \quad (2.9)$$

donde

$$g(\eta) = \frac{3 - \eta}{(1 - \eta)^3} + \ln(\eta). \quad (2.10)$$

Este mismo resultado puede obtenerse para el caso (2+1)D, tomando un elemento de volumen $dV = dS dR$, donde R es la coordenada radial en coordenadas cilíndricas. Así pues, 2.9 se tomará como un resultado general. También, hay que notar que se tiene a $|E|^2$ como función de η , y que si se quisiera expresar η en función de la intensidad del campo, no existe una expresión analítica. Por lo tanto, los métodos numéricos tendrán gran importancia en esta tesis.

La ecuación 2.9 describe una no linealidad saturable, como se muestra en la figura 2.2. El

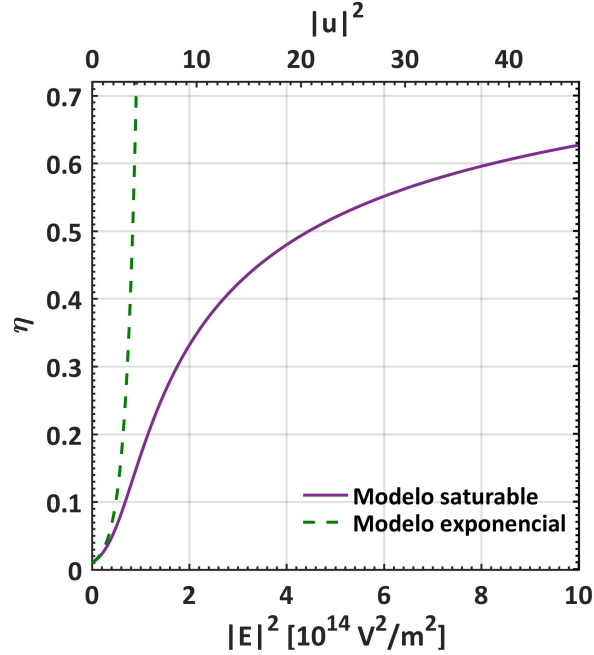


Figura 2.2. Comparación de la no linealidad η para los modelos de gas ideal (guiones) y de esfera dura (línea sólida), en términos de $|E|^2$ y $|u|^2$, con $\eta_0 = 0.01$.

siguiente paso es usar la ecuación 1.10 y encontrar la ecuación 1.19 correspondiente al sistema descrito en esta sección. La polarizabilidad de una esfera dieléctrica es [Jackson, 1999]

$$\alpha = 3V_p \epsilon_0 n_b^2 \delta, \quad (2.11)$$

con $\delta = (m^2 - 1)/(m^2 + 2)$ y $m = n_p/n_b$ el contraste entre índices de refracción. La función ϵ_{eff} puede ser aproximada por la teoría de medio efectivo de Maxwell Garnet [Garnett, 1906]

$$\epsilon_{eff} \approx \epsilon_b + \frac{3\epsilon_b(\epsilon_p - \epsilon_b)\eta}{\epsilon_p + 2\epsilon_b} = \epsilon_b(1 + 3\delta\eta), \quad (2.12)$$

que resulta ser buena aproximación para m pequeño. En esta descripción, comparada con el capítulo anterior, sí se considerarán pérdidas, por lo que el índice de refracción de la suspensión tendrá una parte real y una imaginaria

$$n_{eff} = n_r - in_{im}, \quad (2.13)$$

donde $n_r = \sqrt{\epsilon_{eff}}$, $n_{im} = \gamma/2k$ y $\gamma = (2\pi^5 d_p^6 \delta^2 \rho)/(3\lambda^4)$ el coeficiente de extinción debido al scattering de Rayleigh por una nube de partículas esféricas [van de Hulst, 1981]. Proponiendo

$$E(\mathbf{r}) = \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} u(\mathbf{r}) \exp [ik_{eff}Z], \quad (2.14)$$

con $k_{eff} = k(1 + 3\delta\eta_0)^{1/2}$ y el factor $2/\alpha\beta$ se introduce para trabajar con el campo adimensional $u(\mathbf{r})$. Sustituyendo en 1.10 y usando la aproximación paraxial 1.11, se obtiene

$$i\frac{\partial u(\mathbf{r})}{\partial Z} + \frac{1}{2k(1 + 3\delta\eta_0)^{1/2}} \left[\nabla_{\perp}^2 u(\mathbf{r}) + 3\delta k^2 (\eta - \eta_0) u(\mathbf{r}) \right] + i\frac{\gamma}{2} u(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.15)$$

Realizando el cambio

$$\begin{aligned} (X, Y) &\rightarrow \left(\frac{3k^2\delta}{2} \right)^{1/2} (x, y), \\ Z &\rightarrow \frac{3k\delta}{2(1 + 3\delta\eta_0)^{1/2}} z, \end{aligned} \quad (2.16)$$

entonces la ecuación 2.17 se reduce a

$$\boxed{i\frac{\partial u(\mathbf{r})}{\partial z} + \frac{1}{2}\nabla_{\perp}^2 u(\mathbf{r}) + (\eta - \eta_0) u(\mathbf{r}) + i\frac{\Gamma}{2} u(\mathbf{r}) = 0.} \quad (2.17)$$

con $\Gamma = 2\delta(1 + 3\delta\eta_0)^{1/2}(\pi d_p \lambda^{-1})^3/3$. Ésta última ecuación es del tipo NLS, más un término extra que considera las pérdidas por scattering de Rayleigh. En la siguiente sección veremos qué tipo de soluciones acepta dicha ecuación para el caso sin pérdidas y cómo son afectadas por éstas. Además se explorará cómo evoluciona un haz Gaussiano en este medio con el fin de comparar con los resultados experimentales presentados en la última sección de esta capítulo.

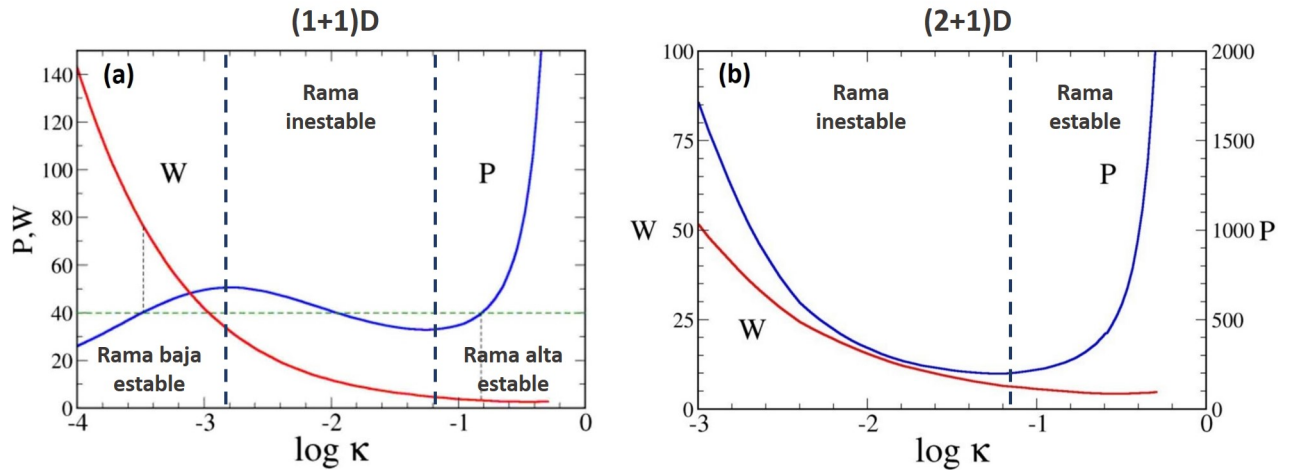


Figura 2.3. Curvas de potencia P (azul) y ancho W (rojo) versus $\log \kappa$ para los casos (a) (1+1)D y (b) (2+1)D, con $\eta_0 = 0.01$ [Matuszewski et al., 2009].

2.2. Solitones en medios dieléctricos coloidales

La ecuación 2.17 se ha resuelto sin considerar pérdidas de forma numérica para los casos (1+1)D y (2+1)D en [Matuszewski et al., 2008] y [Matuszewski et al., 2009], respectivamente. También, se han obtenido soluciones semianalíticas a partir del formalismo Lagrangiano que se ajustan muy bien a los trabajos numéricos ya mencionados [Marchant y Smyth, 2012].

En el caso unidimensional, con el uso de 1.18, las curvas de potencia en función de la constante de propagación κ muestran dos ramas estables divididas por una inestable (ver figura 2.3a)². En contraste, en el caso bidimensional la rama estable baja desaparece, debido a la inestabilidad intrínseca de un medio Kerr (ver figura 2.3b). En ambos casos, el ancho (curvas en rojo) de las soluciones estables, es inversamente proporcional a la potencia.

En esta tesis, las soluciones a la ecuación 2.17 sin pérdidas, de la forma $u(\mathbf{r}) = U(x, y)e^{i\kappa z}$ fueron obtenidas con el método de *evolución de tiempo imaginario* (ver Apéndice A). Un ejemplo con $P = 506.76$ y $\kappa = 0.303$ se muestra en la figura 2.4, la cual se encuentra en la rama estable de acuerdo con la figura 2.3. En valores reales, correspondería a un haz verde ($\lambda = 532$ nm) con una potencia de 0.3 W y un ancho $w_0 < 1\mu\text{m}$ que se puede propagar sin deformarse en una suspensión con partículas de poliestireno ($n_p = 1.6$), con diámetro de 62 nm. La concentración de la suspensión sería al 1 %, equivalente a $\eta_0 = 0.01$. Estos valores se han elegido, ya que son los parámetros experimentales estudiados en esta tesis.

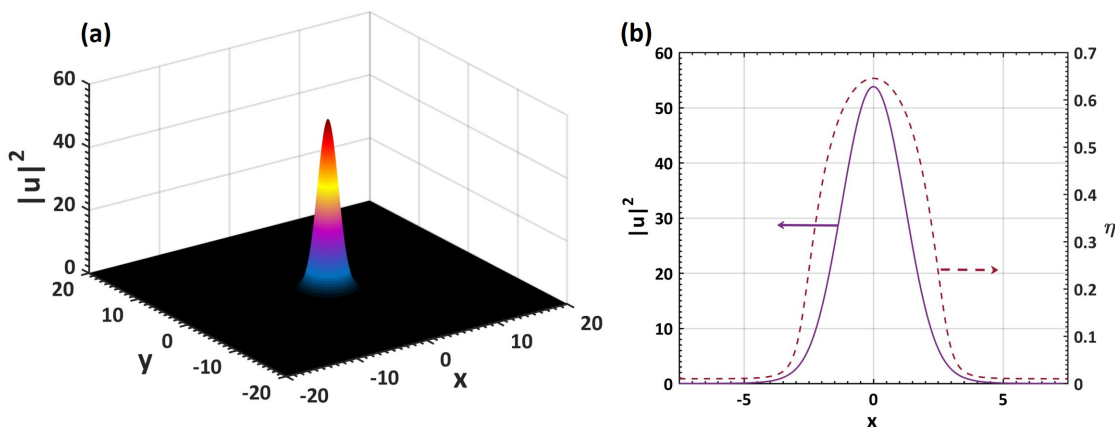


Figura 2.4. (a) Solución fundamental de la ecuación 2.17 para el caso sin pérdidas, y (b) su perfil en x , con parámetros $P = 506.76$, $\kappa = 0.303$ y $\eta_0 = 0.01$.

²En realidad las variaciones en la pendiente de $P(\kappa)$ son muy suaves, por lo que es conveniente usar $\log \kappa$ como variable independiente y aprovechar que la función log es monótona creciente para preservar y resaltar dichas variaciones.

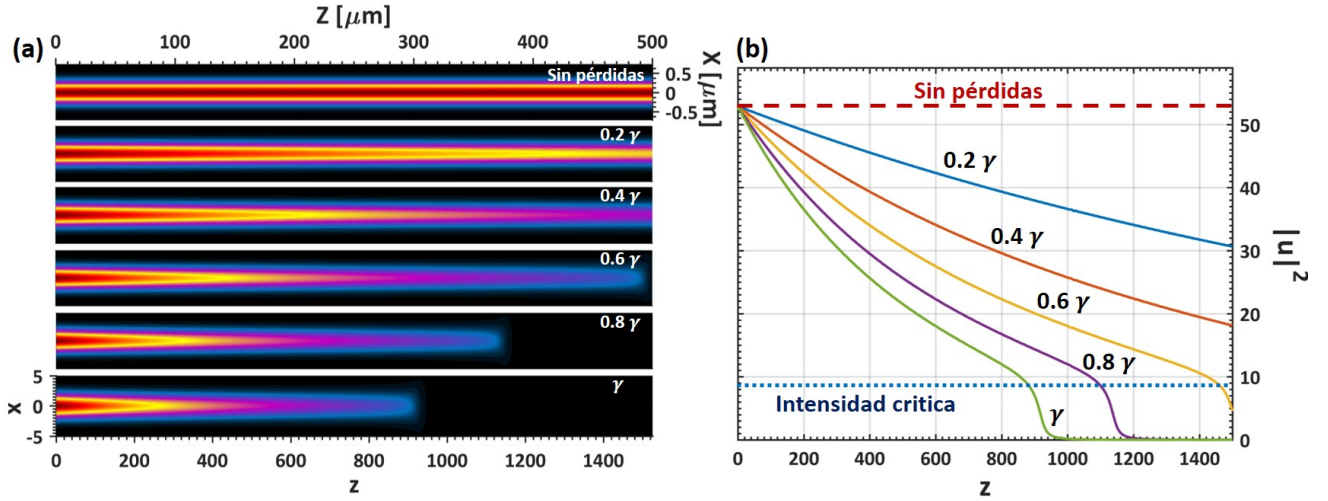


Figura 2.5. (a) Corte en $y = 0$ e (b) intensidad ($\propto |u|^2$) en eje, de la propagación numérica de un solitón fundamental (2+1)D con $P = 506.76 = 0.3$ W, usando distintos porcentajes de pérdidas por scattering. En la figura de la derecha, los ejes se muestran en las coordenadas originales (parte superior) y en las reescaladas (parte inferior).

Las pérdidas por scattering han sido despreciadas en los trabajos ya mencionados puesto que los valores experimentales usados por los autores para compararlos, corresponden a partículas con $d_p = 30$ nm y un haz infrarrojo ($\lambda = 1064$ nm). Así, el coeficiente de extinción es del orden de $(d_p/\lambda)^4 \approx 5 \times 10^{-5}$, por lo que es razonable omitirlo. Sin embargo, los parámetros usados en el ejemplo de la figura 2.4, y en general en esta tesis, arrojan un valor de $\gamma \approx 10^{-3}$. En la figura 2.5, se muestra la propagación en z de la solución usada en la figura 2.4, para distintos porcentajes de pérdidas. En todos los casos con $\gamma \neq 0$, para una intensidad crítica $|u|^2 \approx 9$ el haz colapsa y se difracta por completo.

Por último, se simuló la propagación de un haz gaussiano como condición inicial de 2.17, para el caso sin pérdidas. La formación de un solitón se obtiene para potencias $P_0 > 0.25$ W, ya que a potencias más bajas el haz se difracta por completo; si $P_0 > 0.65$ W, los resultados numéricos sobrepasan el valor de $\eta = 0.74$, correspondiente al máximo factor de empaquetamiento para un sistema de esferas. En la figura 2.6 se muestra la evolución en z de dos haces Gaussianos iniciales con un ancho de $3 \mu\text{m}$ y potencias P_0 de (a) 0.1 y (b) 0.3 W. Los parámetros de la suspensión fueron los mismos para los resultados en las figuras 2.4 y 2.5. La figura 2.6b muestra cómo el haz que en principio no es solución de 2.17, oscila hasta que decae en una de ellas con potencia alrededor de 0.12 W. Cuando las pérdidas por scattering se tomaron en cuenta, las oscilaciones mencionadas impedían la formación de un SOE, en la mayoría de los casos. Debido a esto, en los resultados numéricos presentados, las simulaciones

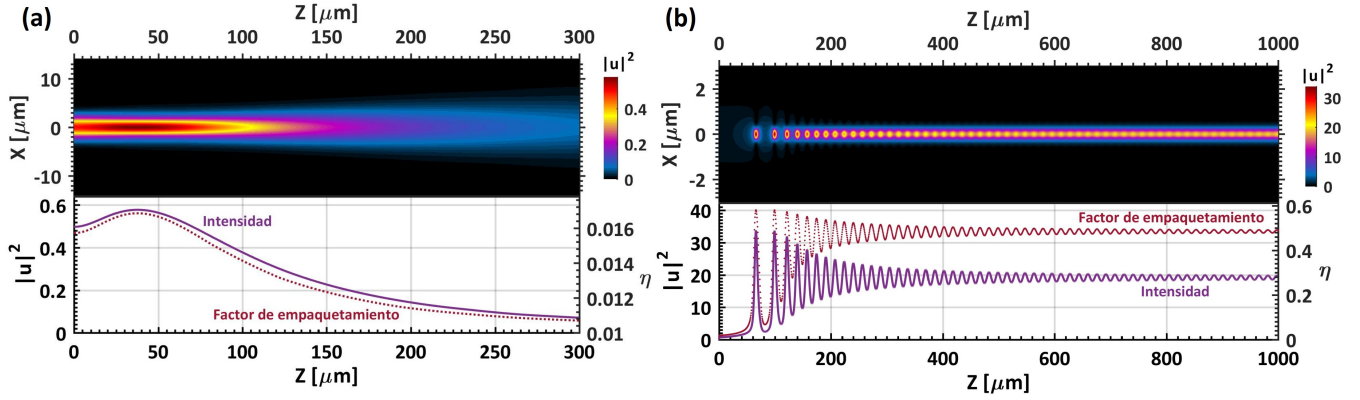


Figura 2.6. Simulación de la propagación de un haz Gaussiano con (a) $P_0 = 206.15 = 0.12 \text{ W}$ y (b) $P_0 = 506.76 = 0.3 \text{ W}$, $\lambda = 532 \text{ nm}$, y $w_0 = 3 \mu\text{m}$, en un medio coloidal.

con condición inicial gaussiana se realizaron sin considerar pérdidas.

Cabe mencionar que las simulaciones de la propagación en z se realizaron con el método de Runge-Kutta de 4° orden para el paso en z y diferencias finitas para las segundas derivadas transversales, como se describe en la segunda sección del Apéndice A.

2.3. Generación experimental de SOE's

Los pocos trabajos experimentales realizados con suspensiones nanocoloidales han tenido la finalidad de comparar modelos teóricos o resaltar alguna aplicación. Por ejemplo, el grupo de El-Ganainy usó un haz infrarrojo ($\lambda = 1090 \text{ nm}$) sobre una muestra de nanopartículas de poliestireno con $d_p = 99 \text{ nm}$; encontraron que su modelo de *gas no ideal* era el que mejor coincidía con el experimento al ajustar los coeficientes B_j de 2.5 [Lee et al., 2009]. Otro trabajo a resaltar, y realizado por nuestro grupo de investigación, demuestra que se puede inducir un solitón en un medio coloidal ($d_p = 50 \text{ nm}$), esta vez con un haz de $\lambda = 532 \text{ nm}$, y que éste puede guiar otro haz de distinta frecuencia ($\lambda = 632 \text{ nm}$) [Terborg et al., 2013].

En este trabajo, los experimentos se realizaron con muestras de nanocoloides de poliestireno ($d_p = 62 \text{ nm}$ y $n_p = 1.6$) sumergidas en agua a una concentración del 1%³. Un láser verde ($\lambda = 532 \text{ nm}$) de onda continua, con ancho nominal de 2.51 mm y polarizado horizontalmente, se enfocó hacia una celda de vidrio con dimensiones $l_x = 3 \text{ mm} \times l_y = 10 \text{ mm} \times l_z = 6 \text{ mm}$ llena de suspensión (ver esquema de figura 2.7)⁴. Para enfocar el haz, se usó un objetivo de

³La muestra en sí, es polidispersa. Es decir, las partículas tienen un tamaño en promedio de $d_p = 62 \text{ nm}$. Sin embargo, el fabricante no menciona la desviación en el tamaño.

⁴Los detalles de preparación de la muestra y celda se encuentran en el Apéndice B.

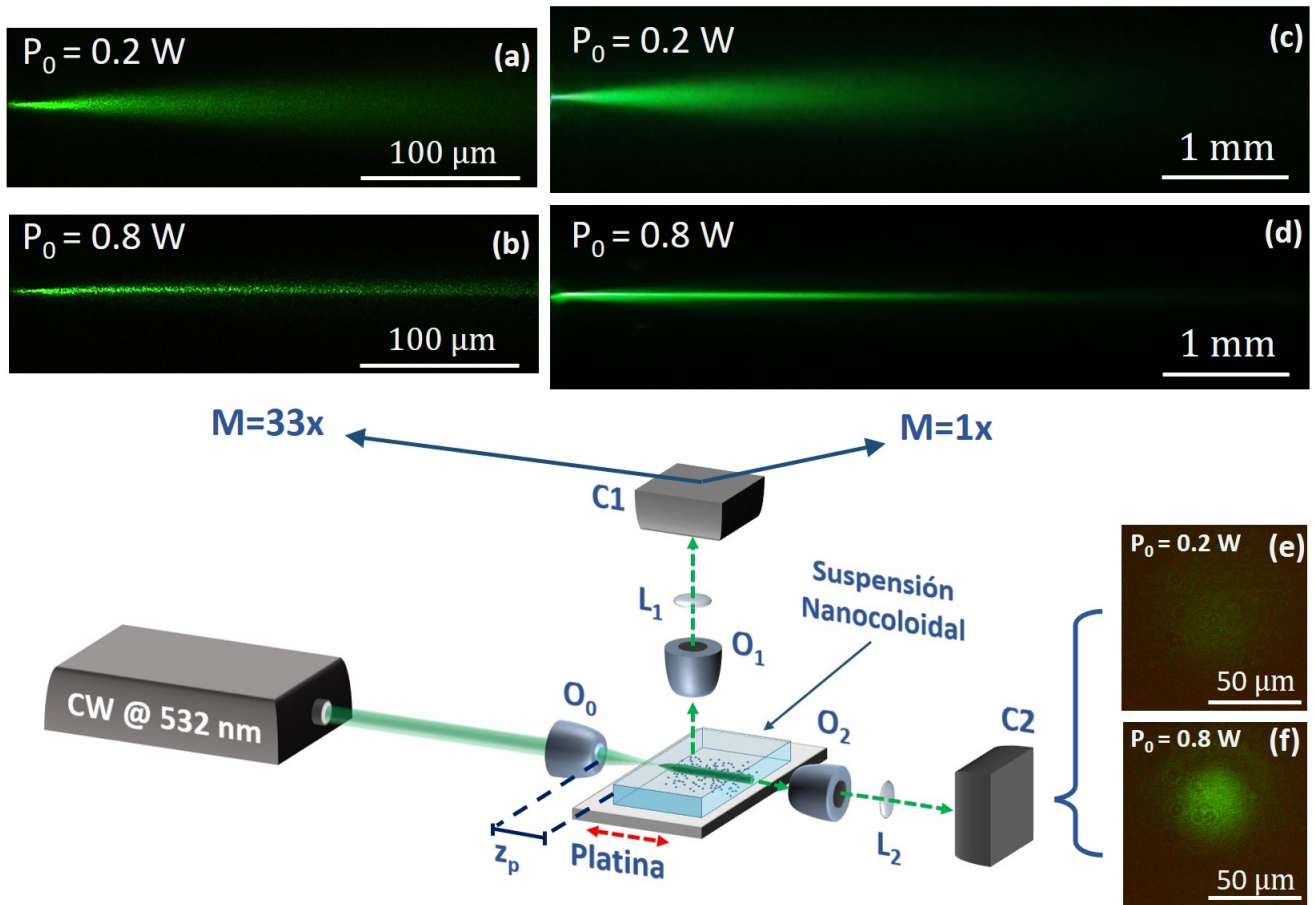


Figura 2.7. Esquema del setup experimental usado para la generación de SOE's en un medio nanocoloidal. De forma figurativa, se muestran algunas visualizaciones para las vistas superior (a) y (b) $M=33x$, (c) y (d) $M=1x$, y transversal (e) y (f).

microscopio (O_0) con apertura numérica 0.4, magnificación 20x, distancia focal de 9 mm y distancia de trabajo de 1.7 mm, el cual estuvo a una distancia $z_p \approx 1$ mm de la celda. Dicha distancia se optimizó con una platina motorizada *Thorlabs* con el fin de que el foco quedara aproximadamente en el inicio de la celda. Éste detalle resulta ser de gran importancia ya que si el haz no está suficientemente enfocado al inicio, no se observa la formación⁵. Se usaron dos sistemas de visualización, superior y transversal, compuestos por un objetivo de microscopio O_i y una lente L_i ($i = 1, 2$) cada uno, como se muestra en el esquema de la figura 2.7. Las especificaciones de cada sistema de visualización se muestran en la tabla 2.1⁶.

La formación de un SOE en este medio se observa para $P_0 > 0.5$ W y si se excede los 1.2

⁵Éste objetivo, por su pequeña distancia focal, permitió disminuir el ancho del haz inicial a 3 μm . Y fue de esperarse que con un objetivo con mayor distancia focal, el ancho aún al inicio de la celda no tenía la intensidad suficiente para el autoatrapamiento.

⁶Todos los objetivos usados para visualización, tenían corrección de aberraciones al infinito.

Visualización	Magnificación	O_i	L_i	Cámara
Superior	1x	-	-	Canon EOS Rebel T3I
	33x	$f = 2 \text{ cm}, M = 4x$	$f = 15 \text{ cm}$	CCD-Thorcam (a color)
	375x	$f = 2 \text{ cm}, M = 50x$	$f = 15 \text{ cm}$	CCD-Thorcam (blanco y negro)
Transversal	67x	$f = 0.3 \text{ cm}, M = 10x$	$f = 12 \text{ cm}$	CCD-Thorcam (a color)

Tabla 2.1. Especificaciones de cada sistema de visualización utilizado en los experimentos de esta tesis.

W , el haz comienza a ser inestable. Cada par de imágenes (a)-(b) y (c)-(d) en la figura 2.7 muestran la propagación del haz gaussiano descrito previamente para potencias de 0.2 y 0.8 W , mientras que (e) y (f) muestran el *spot* transversal a la salida de la celda. La discrepancia entre las potencias de formación experimental y numérica, se debe a que las pérdidas son muy significativas, como se mencionó en la sección anterior.

Con la magnificación 375x, fue posible estimar el ancho del solitón formado⁷. Éste resultó de $w_s \approx 2 \mu\text{m}$, el cual fue obtenido con un ajuste Lorentziano (ver figura 2.8). Nótese que aunque el valor obtenido de w_s no corresponde exactamente a los valores numéricos mencionados en la sección anterior, sí corresponde en escala. Es decir, muy cerca de $1 \mu\text{m}$. También, hay que recalcar que este valor no es del orden del spot observado al final de la celda. En las imágenes (b) y (d) de la figura 2.7 se puede observar que el haz tiene una divergencia. Ésta, claramente no corresponde al régimen lineal, ya que se sigue viendo autoenfocado, pero es suficiente para que el ancho aumente a más de un orden de magnitud entre los 30 y 50 μm dependiendo de P_0 .

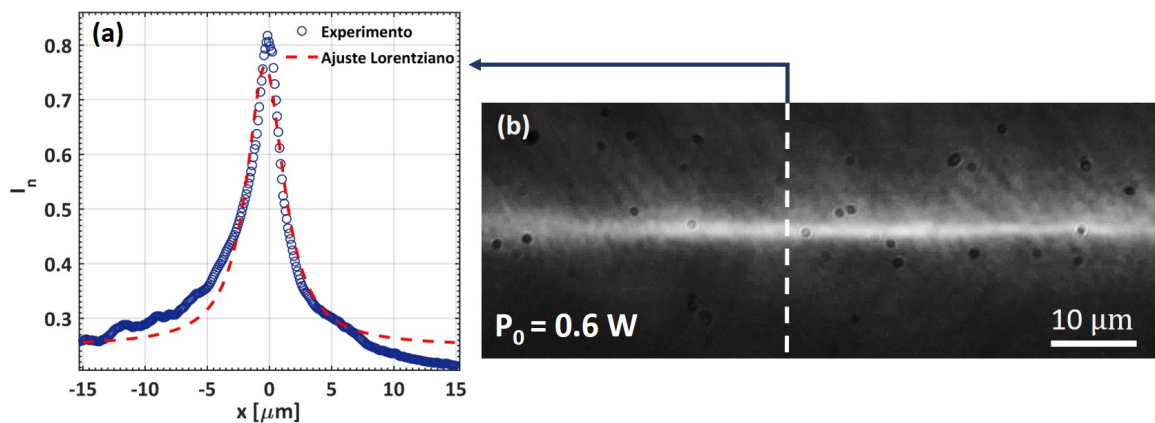


Figura 2.8. (a) Ejemplo del ajuste Lorentziano (línea punteada) de un perfil experimental de intensidad normalizada I_n (círculos azules) de un haz con $P_0 = 0.6 \text{ W}$. (b) Propagación del dicho haz observado con magnificación 375x.

⁷Este análisis se detalla en la primer sección del Apéndice C.

Por último, fue imposible estimar la intensidad del haz a lo largo de su propagación. Ésto se debe a que en cada visualización se utilizaron filtros, y además se reguló el tiempo de exposición de las cámaras. Es decir, sólo se observó una pequeña porción de toda la intensidad generada por el scattering de la muestra.

CAPÍTULO 3

Interacciones incoherentes

Una de las principales atracciones en cualquier área donde los solitones se presenten, es la interacción entre ellos. Como se mencionó previamente, en el caso de SOE's tipo Kerr las interacciones siempre son atractivas cuando los haces son incoherentes. Ésta atracción puede propiciar el *spiraling* entre haces [Stegeman y Segev, 1999], y en las últimas décadas los fenómenos de *steering* y *switching*¹ han tenido relevancia con grandes expectativas para la transmisión de datos [Kip et al., 2002]. En un medio nanocoloidal se han estudiado estos dos últimos comportamientos con dos haces interactuando de forma incoherente en una suspensión con partículas 57 nm diámetro [Salazar-Romero et al., 2017]. En dicho trabajo se identificaron diferentes regímenes dependientes del ángulo γ de interacción. En este capítulo se presenta un experimento semejante, usando partículas de 62 nm, con una comparación numérica basada en el modelo de esfera dura descrito previamente. Además, en la última sección se presentan condiciones obtenidas de forma teórica para el enredamiento entre haces.

3.1. Preparación experimental

Para la generación de dos haces, se introdujo un interferómetro de Mach-Zehnder compuesto por dos cubos polarizadores divisores de haz (PBS), como se muestra en la figura 3.1a. El primer cubo divide el haz original en dos, tal que sus polarizaciones sean ortogonales entre sí (flechas azules), y así la interacción entre éstos sea incoherente. Después, llegan a un espejo para ser enviados al segundo cubo. Cada espejo se colocó sobre una platina motorizada permitiendo

¹En esta tesis usarán los nombres en inglés *spiraling*, *switching* y *steering* debido a que no existe una traducción adecuada al español. El primero se refiere a un entrelazamiento entre los haces conforme se propagan. El segundo al direccionamiento de un haz a través de algún mecanismo, y el último, a alternar la posición del solitón abruptamente.

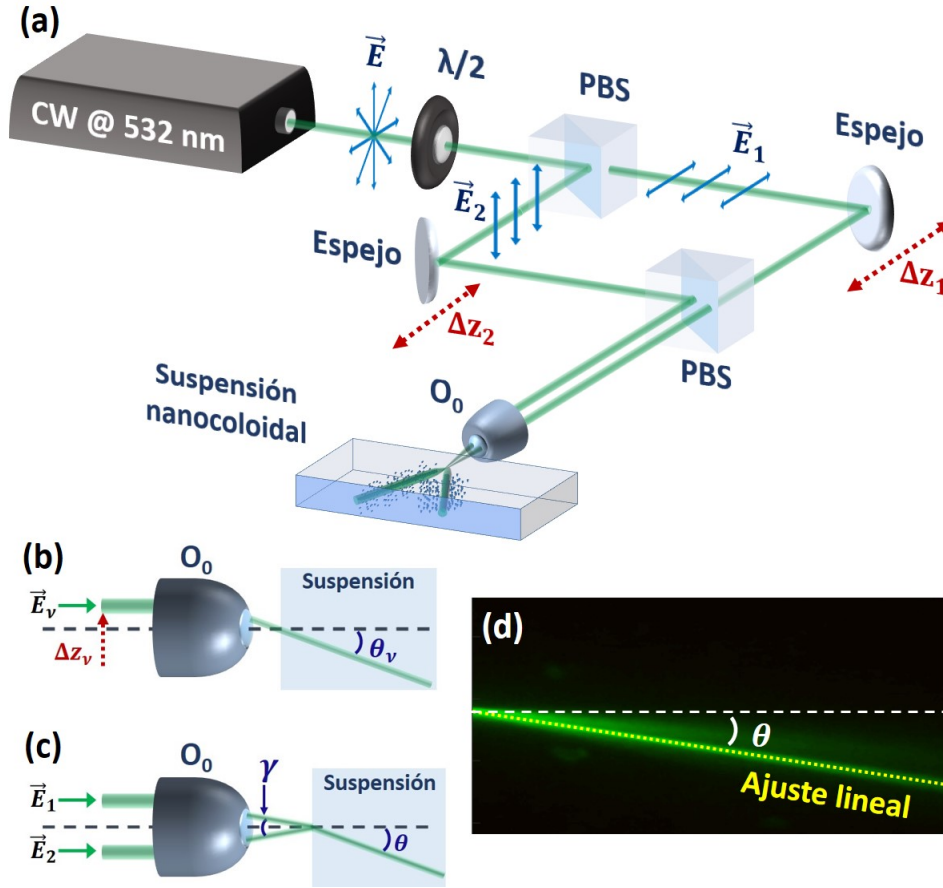


Figura 3.1. (a) Setup experimental utilizado para realizar las interacciones incoherentes entre SOE's en una suspensión nanocoloidal. (b) Desviación θ_ν resultante del solitón generado por un haz (\vec{E}_ν) al desplazar alguno de los espejos. (c) Esquematación de dos haces iniciales con un ángulo de interacción γ , y la propagación del solitón resultante con un ángulo θ . (d) Ejemplo del ajuste a una recta de la posición del solitón emergente producido por un solo haz.

un movimiento Δz_ν ($\nu = 1, 2$) hacia adelante y atrás, el cual desplaza lateralmente los haces de forma que sigan trayectorias paralelas. El segundo cubo redirecciona cada haz hacia el objetivo O_0 , y con el desplazamiento Δz_ν de los espejos, los haces salen de éste simétricamente con un ángulo γ ente sí (ver figuras 3.1b y c). Además, se introdujo una la placa $\lambda/2$ a la salida de la fuente, con lo que la potencia relativa entre los haces

$$P_{Rel} = \frac{P_1}{P_1 + P_2'} \quad (3.1)$$

pudo ser regulada. El sistema de visualización superior de la figura 2.7, con magnificación 1x fue conservado.

Antes de iniciar cada experimento, la relación entre las posiciones Δz_ν de los espejos y

el ángulo emergente θ_v de cada haz fue caracterizada. Dicha caracterización consiste en lo siguiente. Para un haz, en cada Δz_v se tomaron tres fotos, y se ajustó la posición de éste a una recta. Al final se promediaron las pendientes de las tres rectas y se obtuvo θ_v del solitón dentro de la muestra. Un ejemplo de este ajuste se muestra en la figura 3.1d. El rango total de interacción obtenido fue para un ángulo máximo $\gamma = 14^\circ$, debido a la apertura del objetivo. Éste resulta ser muy grande comparado con otros trabajos en la literatura donde los valores de γ son de décimas de grado. Además, para la formación de un solitón, como ya se mencionó, es necesario tener el haz inicial enfocado en la entrada de la celda. Por lo tanto, los dos haces a interactuar, llegan al mismo punto situado en el inicio de la celda. Todos los experimentos de interacción incoherente se realizaron con una potencia de cada haz $P_0 = 0.576$ W.

3.2. Steering y switching

La interacción incoherente entre SOE's se realizó identificando dos regímenes de acuerdo al valor de γ . Para ángulos de interacción $\gamma < 10^\circ$, se observó el fenómeno de steering. Es decir, los dos haces iniciales se fusionan y el ángulo θ del solitón emergente pudo ser controlado de forma continua sólo cambiando el valor de P_{Rel} . Ésto se muestra con símbolos para los ángulos $\gamma = 5^\circ, 7^\circ$ y 9° en la figura 3.2. Usando el modelo descrito de esfera dura, el campo u_v de cada haz satisface²

$$i \frac{\partial u_v(\mathbf{r})}{\partial z} + \frac{1}{2} \nabla_{\perp}^2 u_v(\mathbf{r}) + \left(\eta(|u_T|^2) - \eta_0 \right) u_v(\mathbf{r}) = 0, \quad (3.2)$$

con $|u_T|^2 = |u_1|^2 + |u_2|^2$, y donde no se han considerado las pérdidas por scattering. Se introdujo el parámetro Q , el cual regula la potencia relativa entre los haces como

$$|u_1|^2 = Q \frac{\alpha\beta}{4} |E_1|^2 \quad \text{y} \quad |u_2|^2 = (1 - Q) \frac{\alpha\beta}{4} |E_2|^2. \quad (3.3)$$

Las condiciones iniciales $u_v(z = 0)$ consideradas fueron dos haces gaussianos con las características descritas anteriormente, incidiendo en un mismo punto con un ángulo γ entre sí. Los resultados de las simulaciones para el primer régimen se muestran con líneas sólidas en la figura 3.2, y muestran el mismo comportamiento medido experimentalmente. También, es posible notar que la relación entre θ y P_{Rel} no es lineal, lo que podría consecuencia de la

²Notar que es un sistema de dos ecuaciones acopladas por la no linealidad $\eta(|u_t|^2)$.

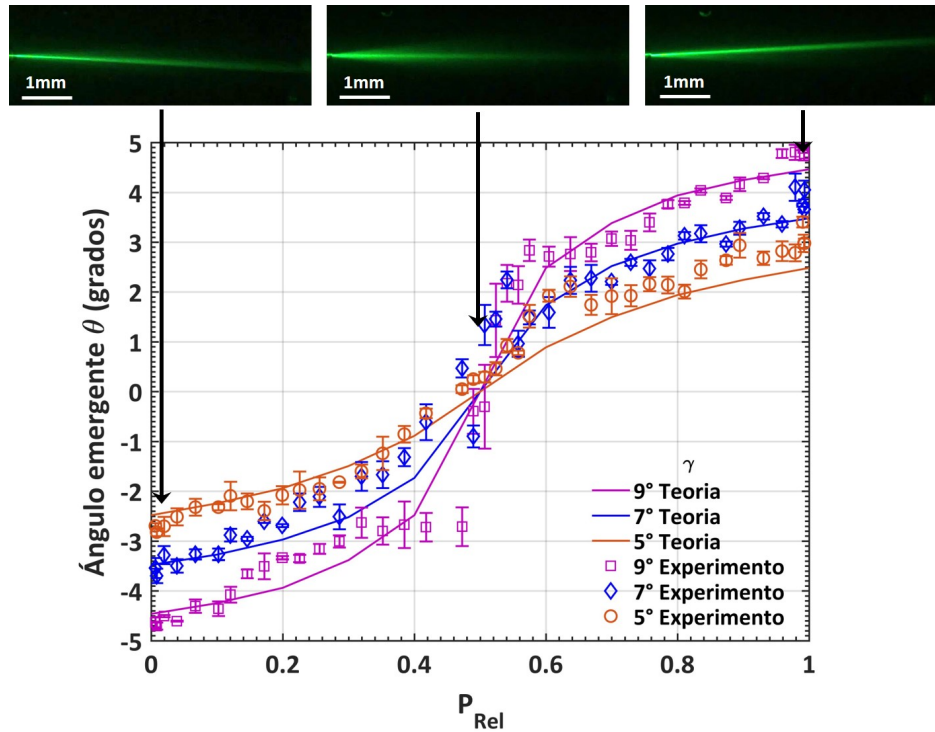


Figura 3.2. Resultados experimentales (figuras) y teóricos (líneas sólidas) obtenidos para el régimen 1. El ángulo θ del solitón emergente contra P_{Rel} , se muestra para $\gamma = 5^\circ, 7^\circ$ y 9° . Las imágenes superiores, de izquierda a derecha, esquematizan la posición del solitón para los valores $P_{Rel} = 0, 0.5$ y 1 , respectivamente.

interacción no lineal entre los haces, como indica la ecuación 3.2

El otro régimen observado fue para ángulos de interacción $\gamma > 10^\circ$. Se observó que para potencias relativas entre 0.38 y 0.62, no hay formación de solitón, incluso aumentando P_0 a 1.05 W. Pese a esto, sí hay formación de dos haces no autoenfocados. Así, la formación se observa para potencias fuera de éste rango, la cual tiene variaciones en posición de a lo más un grado en el valor de θ . Por lo tanto, con un barrido de P_{Rel} es posible cambiar la posición θ del solitón de un θ a $-\theta$, sin que haya formación intermedia entre éstas. Este es el comportamiento de switching mencionado al inicio, y se muestra en la figura 3.3. En la imagen superior central, es posible ver que aunque no hay formación de un solitón, el ángulo entre los haces resultantes es menor a cuando la P_{Rel} tiene sus valores máximo y mínimo.

Por último, en la transición entre regímenes cuando $\gamma \approx 10^\circ$, si $P_{Rel} \approx 0.5$, se observa una oscilación inestable del haz emergente, por lo que no es posible asociar un ángulo específico. Cada haz incidente compite con el otro para guiar la luz, pero las perturbaciones en la intensidad debido a la difusión de las partículas no permiten la formación del solitón. En éste régimen, no

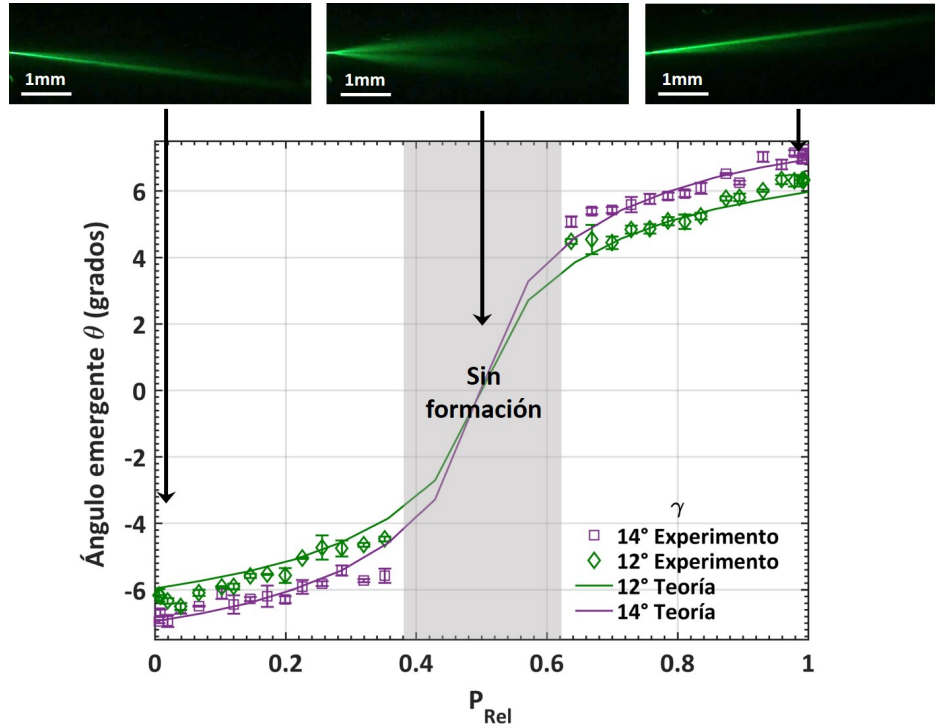


Figura 3.3. Resultados experimentales obtenidos para el régimen 2. En la región $0.38 \leq P_{Rel} \leq 0.62$, no se observa formación de un solitón. Fuera de este intervalo, la posición θ del solitón emergente contra P_{Rel} , se muestra para los ángulos 12° y 14° . Las imágenes superiores corresponden a $P_{Rel} = 0, 0.5$ y 1 , de izquierda a derecha.

se realizó comparación con la teoría, ya que ésta describe un estado estacionario, y por tanto los fenómenos de difusión no están presentes.

Cabe recalcar que éstas interacciones no son las usuales presentadas en la literatura, donde dos haces vienen inicialmente separados por una cierta distancia e interactúan entre sí. Como ya se mencionó, la realización de estos experimentos está limitado por las condiciones experimentales necesarias para generar un SOE. Es decir, dos haces incidiendo en la entrada de la celda. Sin embargo, en la siguiente sección, se presentan algunas simulaciones para la interacción periódica entre SOE's.

3.3. Interacción periódica entre SOE's

Partiendo de que los resultados de la sección anterior dan buena concordancia con el experimento, ahora se analizarán numéricamente las condiciones para tener una interacción entre haces. Esta vez sí se tomarán dos haces separados incidiendo con ángulo γ entre sí,

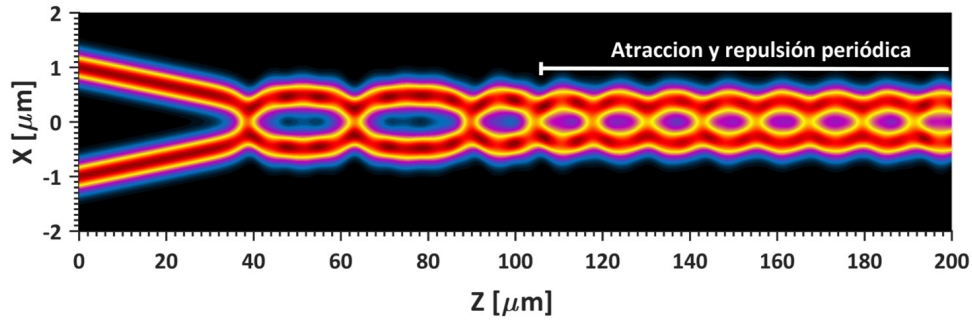


Figura 3.4. Perfil en $X = 0$ de la interacción de dos SOE's con la misma potencia incidiendo con un ángulo $\gamma = 2^\circ$. Aunque hay atracción y repulsión continua, la periodicidad de éstas se observa a partir de unas cuantas oscilaciones.

a diferencia de las limitantes experimentales que se presentaron previamente. También, se considerará que dichos haces ya son solitones, es decir soluciones de la ecuación 2.17 al caso sin pérdidas.

Para empezar, analicemos la distancia r_{min} necesaria al inicio de la celda para que dos SOE's generen una fuerza de atracción³. Ésta resulta ser $r_{min} \leq 1.6 \mu\text{m}$ para dos haces que viajan paralelos (sobre el eje \hat{X}), como en la figura 1.3a. Por otro lado, se observa una atracción y repulsión periódica continua, cuando los dos haces interactúan con un ángulo $0 < \gamma \leq 6^\circ$, como se muestra en la figura 3.4⁴. Para ángulos de interacción mayores a 6° los haces aunque sí sufren una atracción inicial, después de esto sólo se vuelven a alejar entre sí.

El fenómeno de spiraling puede observarse cuando las posiciones iniciales son de la forma $(\pm X_0, \pm Y_0)$, pero con un ángulo de interacción en dirección \hat{X} . En la figura 3.5 se muestra un ejemplo de esto con dos SOE's con la misma potencia inicial. En este caso, también se observan oscilaciones que le dan al enredamiento un aspecto de hélice, lo cual es una consecuencia heredada de la interacción sobre un plano, como en el ejemplo 3.4. Finalmente, si los haces tienen inclinación fuera plano, es decir en \hat{X} y en \hat{Y} , entonces no se observa el enredamiento. Ésto pues el rango de ángulos en donde los haces oscilan periódicamente es muy pequeño, de forma que mientras en un eje la inclinación γ_x es la necesaria para dicho fenómeno, la mínima inclinación γ_y produce que los haces se escapen el uno del otro.

Un último aspecto a recalcar es que la interacción incoherente se puede decir que es *débil*.

³La distancia r_{min} está medida de un centroide a otro entre los dos haces.

⁴Si los SOE's tienen distinta potencia, los periodos de atracción y repulsión son distintos para cada haz [Kivshar y Agrawal, 2003].

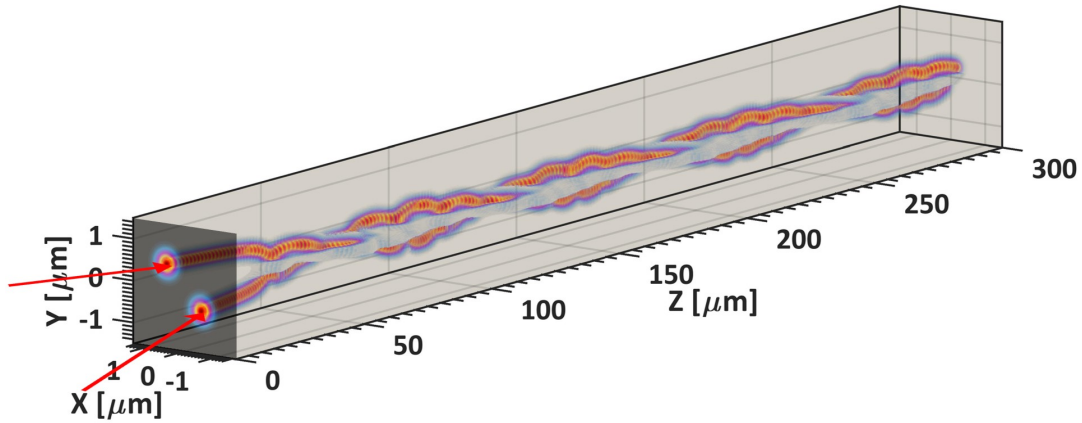


Figura 3.5. Enredamiento entre dos SOE's soluciones de 2.17, con un ángulo de interacción $\gamma = 2^\circ$ en el eje \hat{X} . La línea punteada resalta que los haces inicialmente están en posición fuera de eje.

Es decir, la superposición de ondas es mucho más pequeña, comparada con la interferencia en fase del caso coherente (ver figura 1.4). Así, los resultados presentados en este capítulo sacan provecho de éste hecho. Por ejemplo, si la interacción fuera coherente, los haces al fusionarse como en el caso del switching, la potencia inicial aumentaría propiciado inestabilidad.

CAPÍTULO 4

Interacciones coherentes

Las interacciones coherentes entre SOE's ocurren cuando el medio no lineal es capaz de responder a fenómenos de interferencia al tener traslape entre los haces. En el caso de solitones brillantes, las interacciones pueden ser atractivas o repulsivas, dependiendo de la fase relativa ϕ_{rel} entre ellos, la cual debe tener variaciones mucho más rápidas comparada con el tiempo de respuesta del material [Su et al., 2014]. En la literatura es común analizar sólo la interacción entre dos SOE's. Así pues, en este capítulo se tratará numéricamente la interacción entre multiples solitones con diferente ϕ_{rel} entre sí. También, se retomará el fenómeno de spiraling, el cual resulta diferente que el caso incoherente, puesto que la interferencia entre dos SOE's propicia la fusión. Por último, con condiciones experimentales, se predice la filamentación de un patrón de interferencia de dos gaussianas iniciales, y en la última sección de este capítulo se presentarán algunos indicios experimentales acerca de esto.

4.1. Multi-interacción entre SOE's

A diferencia del capítulo anterior, la interacción coherente genera interferencia entre los SOE's. Así, pues supongamos j SOE's $\{u_j(\mathbf{r})\}$, tal que se satisface

$$i\frac{\partial u_T(\mathbf{r})}{\partial z} + \frac{1}{2}\nabla_{\perp}^2 u_T(\mathbf{r}) + \left(\eta(|u_T|^2) - \eta_0\right) u_T(\mathbf{r}) = 0, \quad (4.1)$$

con

$$u_T = \sum_{\nu=1}^j u_j(\mathbf{r}) \quad (4.2)$$

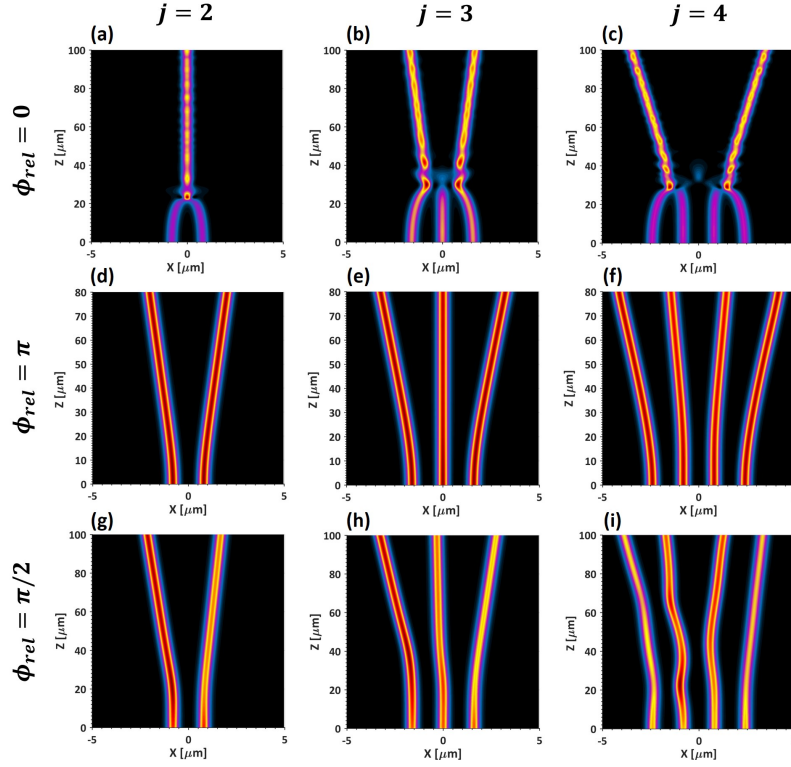


Figura 4.1. Corte en el plano $Y = 0$ de la interacción coherente entre 2, 3 y 4, (columnas de izquierda a derecha, respectivamente) SOE's paralelos, con fases relativas de 0 , π y $\pi/2$ (filas de arriba a abajo, respectivamente). La potencia inicial de cada uno es $P_0 = 0.12$ W.

El primer caso a presentar es la interacción de 2, 3 y 4 SOE's paralelos y misma potencia inicial (0.12 W), con diferentes fases relativas entre sí, como se muestra en la figura 4.1. Para $j = 2$, se obtienen los resultados predichos en la literatura. Los haces en fase se atraen y terminan fusionándose, mientras que en $\phi_{rel} = \pi$ se repelen; si $\phi_{rel} = \pi/2$ la interacción es inelástica, puesto que hay intercambio de energía entre los haces (ver figura 4.1g). Para $j \neq 2$, en fase y con $\phi_{rel} = \pi$, el sistema se mantiene de forma que haya simetría. Es decir, en fase los haces se fusionan de forma que la energía se distribuya homogéneamente, creando 2 haces para ambos casos $j = 3$ (figuras 4.1 b y c) y 4, y con $\phi_{rel} = \pi/2$, todos los haces se repelen de la misma manera (figuras 4.1 e y f). Cabe recalcar que la distancia r_i mínima para que dos SOE's en fase tuvieran atracción es de $3 \mu m$, la cual es mayor al caso incoherente. Por último, si $\phi_{rel} = \pi/2$, la transferencia de energía afecta de izquierda a derecha (figuras 4.1f, g y h), mientras que si $\phi_{rel} = -\pi/2$ es de derecha a izquierda. Ésto último, sigue una forma de controlar la potencia de cada haz sólo con variaciones en fase distintas de 0 y π , como se ha trabajado en [Su et al., 2014] para el caso unidimensional.

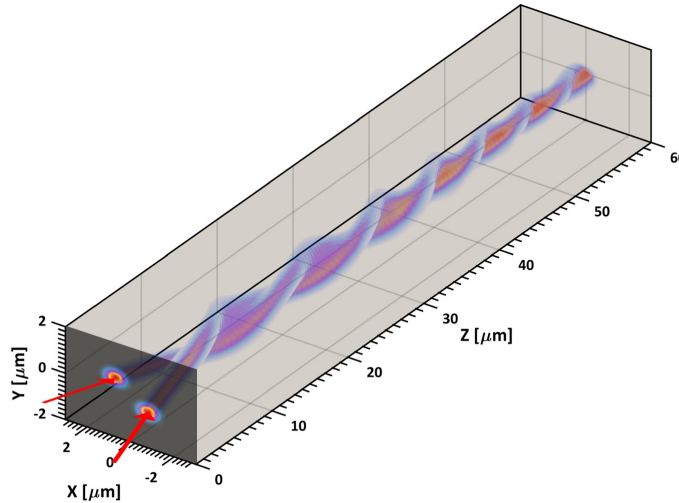


Figura 4.2. Simulación numérica del spiraling entre dos SOE's con $P_0 = 0,3 \text{ W}$ cada uno con un ángulo en el plano sobre el eje X de $\gamma = 4^\circ$.

El otro fenómeno que se analizó fue el de spiraling entre dos SOE's. A diferencia del caso incoherente, éste siempre resultó en fusión, ya que los haces al acercarse aumentan mucho más su interacción debido a la interferencia. En la figura 4.2 se muestran la interacción de dos SOE's con un ángulo de interacción $\gamma = 3^\circ$, con centroides fuera de eje, como en el ejemplo de la figura 3.5. El spiraling se observa sólo drante unas cuantas micras, terminando en la fusión de los haces.

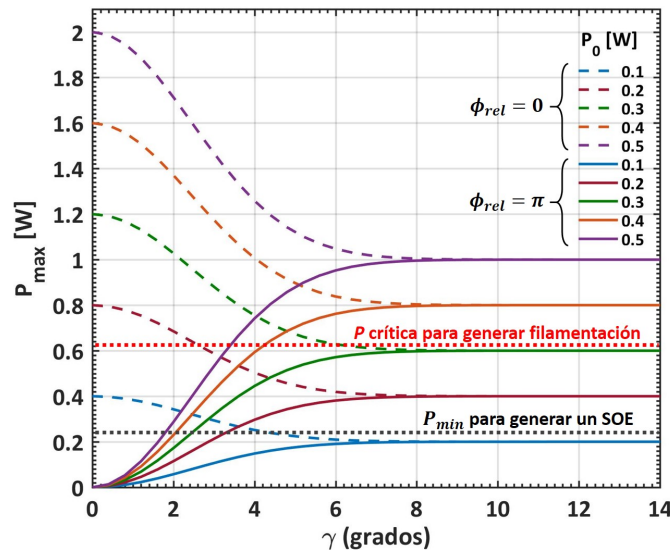


Figura 4.3. Potencia máxima del patrón de interferencia inicial generado por dos haces gaussianos entrando con un ángulo γ entre sí. Con guiones se muestra el máximo cuando $\phi_{rel} = 0$ y en líneas sólidas si $\phi_{rel} = \pi$

4.2. Filamentación de un haz Gaussiano

Con la motivación de predecir algunos fenómenos reproducibles experimentalmente, se realizaron simulaciones con dichas condiciones. Lo primero fue propagar la interacción de dos haces gaussianos iniciales con la ecuación 4.1, usando los parámetros de los capítulos anteriores. Dichos haces parten del mismo punto con un ángulo γ entre sí, como en los resultados de steering y switching del capítulo anterior. En la figura 4.3 se muestra el comportamiento de la potencia máxima que puede alcanzar el patrón de interferencia inicial contra el ángulo γ de interacción. Si los haces están en fase, desde ángulos muy cercanos a cero es posible alcanzar la potencia mínima (P_{min}) para formar un SOE. Si $\phi_{rel} = \pi$ para ángulos muy pequeños, la interferencia es casi destructiva. Entonces la formación de SOE's, sólo se observa para ángulos grandes, dependiendo de la potencia inicial P_0 de cada haz. Un ejemplo de todo lo mencionado se muestra en la figura 4.4, donde dos gaussianas con $w_0 = 3 \mu\text{m}$, $P_0 = 0.25 \text{ W}$ y $\gamma = 4^\circ$, se propagan en fase (a y b) y con $\phi_{rel} = \pi$ (c y d). En el primer caso, se observa la fusión de los dos haces, mientras que si $\phi_{rel} = \pi$ se observa repulsión, como se predijo en las simulaciones del capítulo anterior. En ambos casos, la potencia en el patrón de interferencia inicial, fue la necesaria para generar uno o más solitones, dependiendo del número de lóbulos.

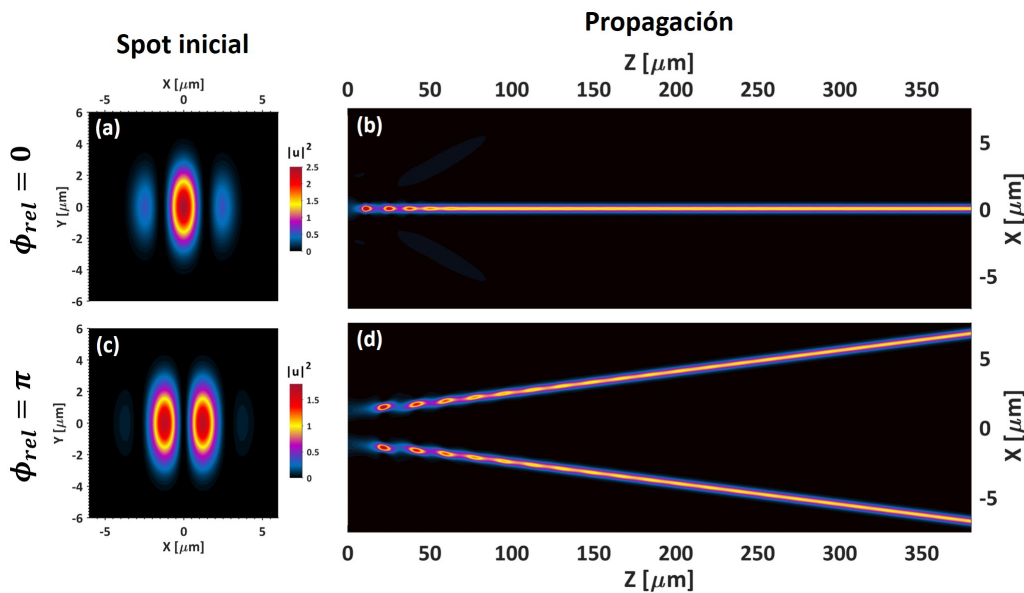


Figura 4.4. Simulación de la propagación de dos gaussianas con $P_0 = 0.5 \text{ W}$, incidendo en el mismo punto con un ángulo $\gamma = 4^\circ$ entre sí, (a) y (b) en fase y (c) y (d) con $\phi_{rel} = \pi$.

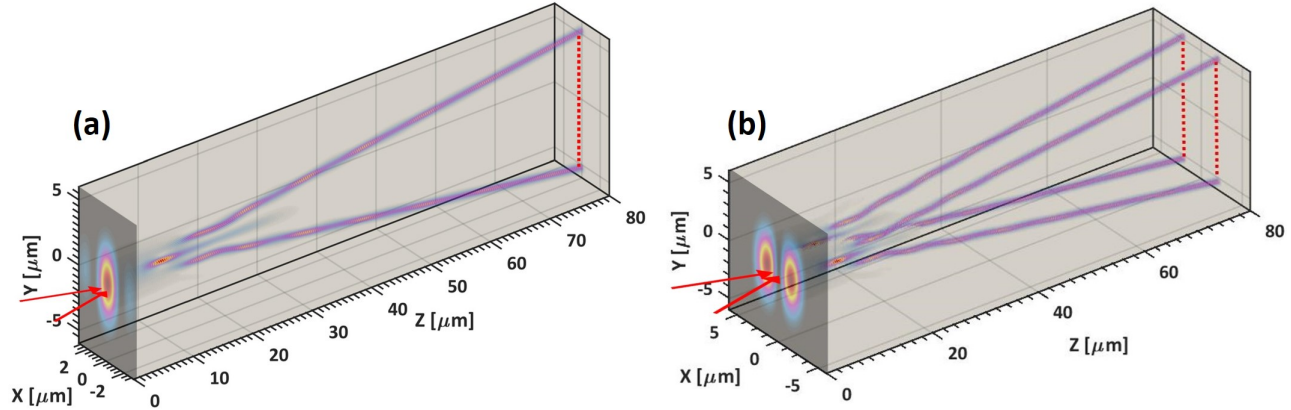


Figura 4.5. Filamentación de la interferencia de dos haces gaussianos ($w_0 = 3 \mu\text{m}$) en (a) fase con $P_0 = 0.35 \text{ W}$ y (b) con $\phi_{rel} = \pi$ y $P_0 = 0,6$. El ángulo de interacción fue de $\gamma = 6^\circ$

El siguiente caso a explorar es la filamentación de los lóbulos en el patrón de interferencia. Dicho fenómeno se debe a que el patrón inicial no tiene simetría radial y al enfocarse, los lóbulos con mayor intensidad se rompen en dos partes generando más de un solitón a la vez¹. La intensidad mínima que debe alcanzar cada lóbulo para esto es 0.65 W . En la figura 4.5 se observa la filamentación del patrón de interferencia generado con dos gaussianas en fase con $\phi_{rel} = \pi$ (a y b, respectivamente). En el caso en que los haces iniciales están en fase ($P_0 = 0.35 \text{ W}$ cada uno) el lóbulo central se parte en dos. Cuando $\phi_{rel} = \pi$, P_0 se aumentó a 0.6 W y los dos lóbulos que aparecen se parten en dos solitones cada uno.

Así pues, con estos resultados obtenidos de parámetros meramente experimentales, se hizo un primer intento en observar éste fenómeno, como se verá en la siguiente sección.

4.3. Indicios experimentales

Para la búsqueda de la filamentación de un patrón de interferencia, el interferómetro del capítulo anterior se modificó cambiando el segundo cubo polarizador por uno no polarizador (NPBS), como se esquematiza en la figura 4.6a. Además, fue necesario introducir una segunda placa $\lambda/2$ para tener ambos haces con misma polarización (flechas azules). El segundo cubo, separa los haces dejando pasar sólo la mitad de intensidad y reflejando la otra, de forma que una de éstas apunte hacia la muestra para cada haz. La otra parte se envió a un perfilómetro,

¹En realidad, los lóbulos del patrón de interferencia se asemejan más a un haz elíptico, cuya filamentación se ha predicho para haces con polarización variable [Fibich y Ilan, 2002].

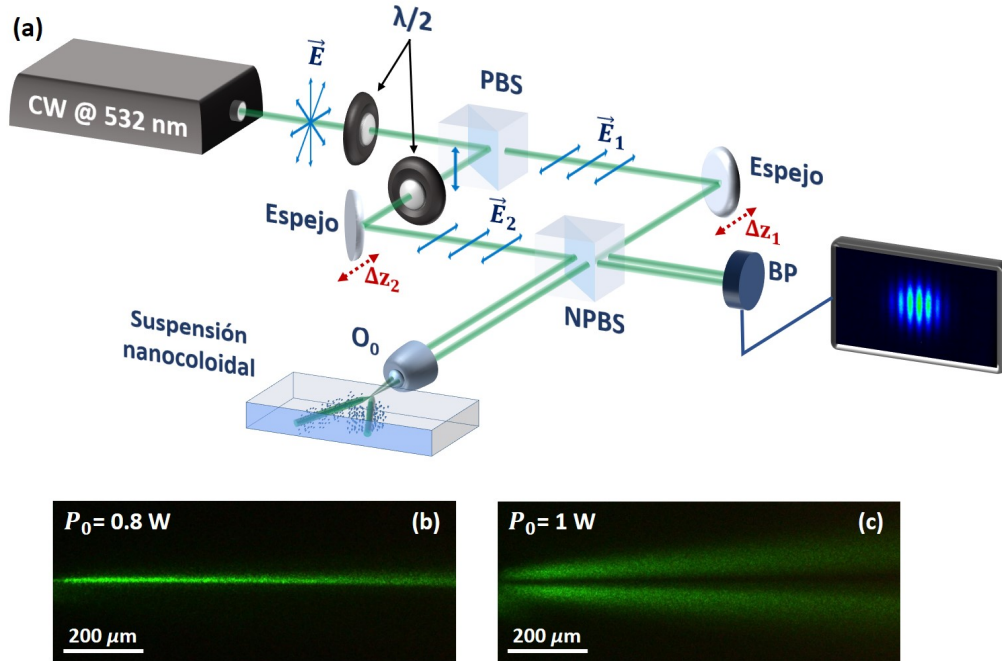


Figura 4.6. (a) Esquematación del setup experimental utilizado para realizar la interacción coherente entre SOE's en una suspensión nanocoloidal. Interacción de dos haces gaussianos iniciales con $\gamma = 6^\circ$ en (b) fase ($P_0 = 0.8 \text{ W}$) y (c) con $\phi_{rel} = \pi$ y $P_0 = 1 \text{ W}$.

con el fin de monitorear la fase entre los haces². Cabe señalar que las curvas de la figura 4.3 se cumplen en éste setup, y recordar que las potencias usadas en el experimento suelen ser mayores a las necesarias para las simulaciones.

Respecto a los comportamientos de fusión y repulsión de la figura 4.4, experimentalmente sólo se observó la primera de éstas. La interferencia constructiva aumenta la intensidad del haz inicial y la formación de un sólo SOE se pudo observar para valores de $P_0 = 0.25 \text{ W}$ en algunos casos. Por otro lado, si $\phi_{rel} = \pi$, la interferencia destructiva disminuye considerablemente la intensidad inicial, de forma que incluso con $P_0 = 2.4 \text{ W}$, los haces resultantes no se autoenfocan. En las figuras 4.6b y 4.6c, se presenta un ejemplo de lo mencionado anteriormente. Dos haces gaussianos interactuando con $\gamma = 6^\circ$ en fase y fuera de fase.

Se intentó explorar la posibilidad de la filamentación, sin embargo algo a tomar en cuenta es que el solitón formado a potencias altas resulta inestable y por el momento sólo se tienen algunos indicios experimentales de éste fenómeno. Teniendo dos haces en fase, se encendió el láser de forma que la potencia fuera subiendo hasta su valor final. En la evolución temporal

²En realidad, el cubo NPBS hace un cambio de fase de π entre la parte reflejada y transmitida. Así pues la fase observada en el perfilómetro tenía un desfase de π respecto a los haces que llegan a la muestra.

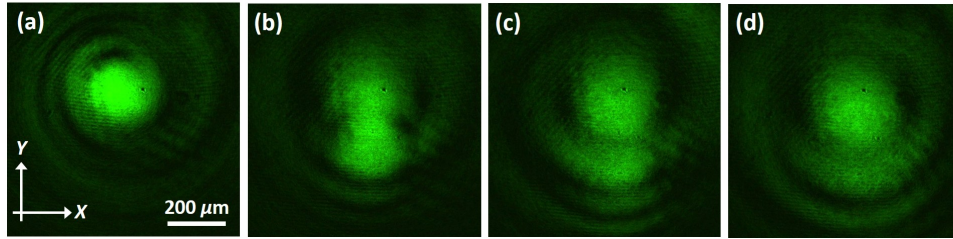


Figura 4.7. Posible filamentación transversal del patrón de interferencia de la interacción de dos gaussianas iniciales con $P_0 = 4.5 \text{ W}$ y $\gamma = 5^\circ$.

del haz que se forma a la salida de la celda, primero se observa un spot circular bien definido, y conforme avanza el tiempo, dicho spot se parte con forma de cacahuete. Posteriormente se deshace ésta forma y se mantiene un spot más grande. En la figura 4.7 se muestra la evolución temporal del spot al final de la celda de la interacción de dos haces gaussianos con $P_0 = 4.5 \text{ W}$ y $\gamma = 5^\circ$. Al aumentar P_0 se observó una inestabilidad en el haz, en donde se parte continuamente en muchos filamentos que a su vez se deshacen también de forma sucesiva (ver figura 4.8). Éste último resultado se debe a que la intensidad es realmente grande, para el patrón de interferencia inicial.

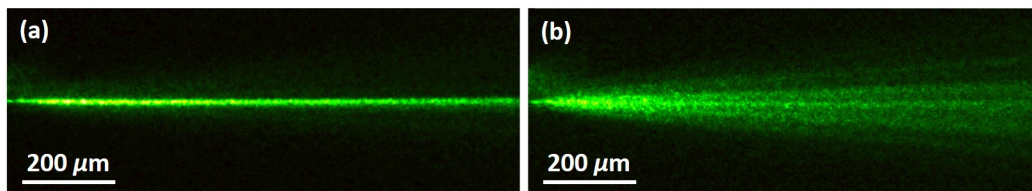


Figura 4.8. Propagación de la interacción de dos haces gaussianos con $\gamma = 4^\circ$ con (a) $P_0 = 0.3 \text{ W}$ y (b) $P_0 = 0.5 \text{ W}$, donde se produce una filamentación inestable.

CAPÍTULO 5

Conclusiones generales

Esta tesis presenta un estudio numérico y experimental de SOE's en una suspensión nanocoloidal dieléctrica con polarizabilidad positiva, abarcando aspectos de generación e interacción entre éstos. Las simulaciones fueron basadas en un modelo teórico que toma en cuenta la interacción entre partículas mediante un potencial de esfera dura. Los experimentos se realizaron con una suspensión de partículas de poliestireno con $d_p = 62$ nm a una concentración del 1 %. A continuación se enlistarán los aspectos más importantes de los resultados obtenidos, así como una breve discusión acerca de ellos.

- El modelo de esfera dura resulta ser útil para predecir la generación de SOE's en un nanocoloide dieléctrico, a pesar de no tener una no linealidad analítica para la ecuación 2.15 y que sólo describe un sistema estacionario en equilibrio. Comparado con otros modelos como el de gas no ideal, tiene la ventaja de que la ecuación de estado 2.6 es analítica, con todos sus coeficientes del Virial.
- Se observó la formación de SOE's en este nanocoloide a partir de una condición inicial Gaussiana, teniendo características similares en simulaciones numéricas y experimento. La discrepancia de potencias P_0 necesarias para producir un SOE radica en que las pérdidas por scattering juegan un papel importante para la formación de dichos haces, como se mostró en la figura 2.5. Las oscilaciones en la propagación de un haz gaussiano (ver figura 2.6) son propiedad de un sistema estacionario, en donde el haz inicial enfocado pierde energía hasta estabilizarse en una solución de 2.17. Experimentalmente se tiene un sistema dinámico, como se mencionó en la segunda sección del capítulo 2. Sin embargo, el comportamiento y los órdenes de magnitud del ancho del SOE's en ambos casos, numérico y experimental, tienen buena

concordancia entre sí.

- Las interacciones incoherentes con dos haces gaussianos iniciales, permitieron observar dos regímenes con los fenómenos de steering y switching entre SOE's. En el primero, las simulaciones experimentales concuerdan, salvo el error experimental, con las mediciones obtenidas. En el caso de switching, existe un intervalo central en la potencia relativa en el que no se forma ningún SOE, mientras que fuera de este intervalo la posición del solitón emergente tiene variaciones pequeñas, de a lo más un grado. Éstos dos fenómenos observados podrían permitir guiar un haz adicional con éstos mecanismos.
- La buena concordancia entre los resultados numéricos y experimentales en las interacciones incoherentes, aunado a la sencillez del modelo de esfera dura, nos dio confianza en dicho modelo para predecir algunos otros comportamientos relacionados con la interacción entre SOE's. En el caso incoherente, se exploró la interacción periódica de dos solitones en un plano y teniendo spiraling entre sí. Cuando los SOE's interactúan coherentemente, se analizó la posibilidad de tener a más de dos de ellos interactuando. Si $\phi_{rel} \neq 0, \pi$, la interacción es inelástica, y dependiendo del signo de ésta es posible transferir de un lado a otro energía. También, se estudió el spiraling coherente entre dos SOE's, el cual siempre terminó en la fusión de éstos. Todo lo mencionado da pie a explorar a futuro nuevos fenómenos en ambos tipos de interacción.
- La filamentación es un resultado de la asimetría del haz inicial a propagar. El patrón de interferencia puede propiciar la aparición de lóbulos semielípticos que carecen de simetría radial. En la literatura se había estudiado la filamentación de haces elípticos con polarización circular. Sin embargo, aquí se obtiene a partir de un haz con polarización constante. En la parte experimental por el momento sólo se tienen indicios de este fenómeno. El primero consiste en la separación vertical de un patrón de interferencia inicial generado por dos haces gaussianos con un ángulo γ entre sí, lo cual es obtenido en los ejemplos de la figura 4.5. En el caso $\phi_{rel} = \pi$ no se tienen las potencias necesarias para producir dos SOE's y observar su repulsión. Por otro lado, se observó una filamentación aleatoria del haz resultante de la interacción en fase de dos gaussianas iniciales, al incrementar P_0 a más de 5 W. Sin embargo, ésta observación no es estable ya que los filamentos aparecen y desaparecen continuamente.

APÉNDICE A

Métodos numéricos

A continuación se presentan los métodos empleados para las simulaciones numéricas de esta tesis. Dichas simulaciones se realizaron en Matlab con la implementación de una tarjeta gráfica para acelerar el tiempo de cómputo. Además, como se ha mencionado antes, la no linealidad correspondiente al modelo de esfera dura (ecuación 2.9) no tiene forma analítica como η en función de $|u|^2$. Entonces, se realizó una interpolación (**interp1**) con una cantidad adecuada de puntos para poder estimar ésta dependencia.

Todos los programas tuvieron un preámbulo semejante al siguiente:

```
gpuDevice(); reset(gpuDevice());

%% Parameters of the system

clear all
tic

im=sqrt(-1);
np=1.6;  nb=1.33; % Polystyrene particles and water refractive index
m=np/nb;  delta=((m^2)-1)/((m^2)+2);
dp=62e-9;  Vp=(4/3)*pi*((dp/2)^3); % Particle diameter and volume
kb=1.38064852e-23; % Boltzmann constant (m^2 kg/s^2 K)
T=22+273; % Temperature (K)
beta=1/(kb*T); c=299792458; % Speed of light (m/s)
eps0=8.85418781762e-12; % Vacuum electric permitivity (C^2/(N*m^2))
alpha=3*Vp*eps0*(nb^2)*delta;
```

```

%% Loading the numerical values of eta(I)

% Table generated with the values of |u|^2=g(eta)-g0
load('eta(I).mat','I','eta');
I=gpuArray(I); eta=gpuArray(eta); eta0=10e-3;

%% Gaussian initial condition

lambda=532e-3; k0=2*pi/lambda; k=k0*nb; w0=10;
n0=nb*sqrt(1+3*delta*eta0);

% Window size, in (um)
LX=50; LY=50; zf=1000;

% Adimensionalization
AA=sqrt(3*delta*(k^2)/2); B=(3*delta*k)/(2*sqrt(1+3*delta*eta0));
LX=LX*AA; LY=LY*AA; zf=zf*B;

```

A.1. Método acelerado de evolución en tiempo imaginario

Para obtener la solución fundamental a una ecuación tipo NLS, como 1.19, es común emplear algún método iterativo. Uno de los más conocidos es el *método de evolución en tiempo imaginario* (ITEM por sus siglas en inglés), descrito en [Yang, 2010] y que tiene distintas variantes.

Se propone una solución

$$u(\mathbf{r}) = U(x, y)e^{ikz}, \quad (\text{A.1})$$

de forma que la ecuación 1.19 normalizada se reescriba como

$$L_0U = \kappa U, \quad (\text{A.2})$$

donde

$$L_0 \equiv \frac{1}{2} \nabla_{\perp}^2 + F(|U|^2). \quad (\text{A.3})$$

Para fines prácticos, se supondrá que la solución A.1 existe. En ITEM clásico, la ecuación

$$\frac{\partial U}{\partial z} = L_0U, \quad (\text{A.4})$$

obtenida al sustituir $i \rightarrow iz$, se resuelve con el método de Euler¹. Para la versión *acelerada* de este método (AITEM), la ecuación A.4 se modifica de la forma

$$\frac{\partial U}{\partial z} = M^{-1} [L_0 U - \kappa U], \quad (\text{A.5})$$

con M un operador preconditionado autoadjunto y definido positivo. Dicho operador se acostumbra definir como

$$M = \xi - \nabla_{\perp}^2, \quad (\text{A.6})$$

con ξ una constante. Además, para que fuera fácilmente inverible, se trabajó todo en el espacio de frecuencias espaciales, tal que $\nabla_{\perp}^2 = (k_x^2 + k_y^2)$. Así, el esquema del método de Euler comienza normalizando la función a una amplitud A predeterminada

$$U_j = \frac{U_j}{\max [U_j]} A, \quad (\text{A.7})$$

donde $\max [U_j]$ es el máximo de U_j . La integración es

$$\begin{aligned} U_{j+1} &= U_j + M^{-1} (L_0 U - \kappa U)|_{U=U_j, \kappa=\kappa_j} \Delta z. \\ \kappa_{j+1} &= \frac{\langle L_0 U, M^{-1} U \rangle}{\langle U, M^{-1} U \rangle}, \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

donde

$$\langle f, g \rangle = \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} f(x, y) g(x, y) dx dy. \quad (\text{A.9})$$

Para estas tesis, el esquema anterior fue iterado hasta conseguir un error menor a 10^{-11} . El siguiente es un código que continua del preámbulo mencionado, que emplea el AITEM para obtener la solución fundamental de 1.19.

```
N=512;    Ny=512;    maxerror=1e-11;    nmax=10000;
dx=LX/N;  x=-LX/2:dx:LX/2-dx;    kx=[0:N/2-1 -N/2:-1]*2*pi/LX;
dy=LY/Ny; y=-LY/2:dy:LY/2-dy;    ky=[0:Ny/2-1 -Ny/2:-1]*2*pi/LY;
[X,Y]=meshgrid(x, y);    [KX,KY]=meshgrid(kx, ky);    K2=0.5*(KX.^2+KY.^2);
```

¹En otras áreas de la física, como la mecánica cuántica, la variable de evolución es el tiempo, entonces se hace la sustitución $t \rightarrow it$, y de ahí el nombre de *tiempo imaginario*.

```

P0=0.1;    % Initial Power (W)
I0=(2*P0)/(pi*((w0*1e-6)^2));    % Initial intensity
E0=sqrt(2*I0/(c*eps0))*exp(-((X).^2+Y.^2)/((w0*AA)^2));    I00=c*eps0*(abs(E0).^2)/2;

u0=E0*(sqrt(alpha*beta)/2);    A=max(max(u0));    xi=1;    DT=0.0051; U=gpuArray(u0);
K2=(KX.^2+KY.^2)*0.5;

%% AITEM Loop

for nn=1:nmax

    Uold=U;
    AN=interp1(I,eta,abs(U).^2,'linear')-eta0;
    L00U=ifft2(-K2.*fft2(U))+ AN.*U;
    MinvU=ifft2(fft2(U)./(xi+K2));
    mu=sum(sum(L00U.*MinvU))/sum(sum(U.*MinvU));
    U=U+ifft2(fft2(L00U-mu*U)./(K2+zi))*DT;
    U=U/max(max(abs(U)))*A;    Uerror(nn)=sqrt(sum(sum(abs(U-Uold).^2))*dx*dy);
    Uerror(nn)

        if Uerror(nn) <maxerror
            break
        end
end
end

```

A.2. Propagación con Runge Kutta de 4° orden

A comparación con el AITEM, la propagación en z sí se trabajó en el espacio de coordenadas (x, y, z) . La discretización en diferencias finitas para el operador ∇_{\perp}^2 se realizó mediante la función `del2` de Matlab. Así pues, se tiene una ecuación de la forma

$$\frac{\partial u}{\partial z} = f(u). \quad (\text{A.10})$$

con

$$f(u) \equiv \frac{i}{2} \nabla_{\perp}^2 u + i(\eta - \eta_0)u. \quad (\text{A.11})$$

La evolución en z se obtiene como [Carnahan et al., 1969]

$$u_{j+1} = u_j + \frac{1}{6} \left(A_j^{(1)} + 2A_j^{(2)} + 2A_j^{(3)} + A_j^{(4)} \right) \Delta z, \quad (\text{A.12})$$

donde²

$$\begin{aligned} A_j^{(1)} &= f(u_j) \\ A_j^{(2)} &= f\left(u_j + \frac{1}{2}A_j^{(1)}\Delta z\right) \\ A_j^{(3)} &= f\left(u_j + \frac{1}{2}A_j^{(2)}\Delta z\right) \\ A_j^{(4)} &= f\left(u_j + A_j^{(3)}\Delta z\right) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

El único criterio de convergencia tomado fue tener $\Delta z \ll \Delta x$ para evitar un colapso catastrófico. Ésto tiene origen en que el laplaciano en diferencias finitas es proporcional a $1/(\Delta x^2)$, y de la ecuación A.12, $u_{j+1} \propto \Delta z/(\Delta x^2)$. Usualmente con el cambio 2.16 se tuvo $\Delta z/(\Delta x^2) < 0.25$.

También fue necesario introducir una función de apodización para evitar rebotes en la malla. Ésto se debe a que el haz Gaussiano inicial pierde energía hasta estabilizarse, como se muestran en los resultados del capítulo 2. Así pues, se presenta el un código para la evolución de un haz gaussiano en un medio nanocoloidal.

```
%% Grid properties

dX=LX/1024;    dY=dX;
MX=fix((LX)/dX);    MY=fix((LY)/dY);
dZ=5e-2;    N=fix(zf/dZ);    S=2000;    K=N/S;
xx1=-LX/2:dX:LX/2-dX;    yy1=-LY/2:dY:LY/2-dX;    zz1=0:K*dZ:zf;
[x2,y2]=meshgrid(xx1,yy1);    [x,z]=meshgrid(xx1,zz1);
xx=gpuArray(xx1);    yy=gpuArray(yy1);

%% Initial condition

E0=sqrt(2*I0/(c*eps0))*exp(-(x2.^2+y2.^2)/((w0*A)^2));
I0=c*eps0*(abs(E0).^2)/2;
u0=E0*(sqrt(alpha*beta)/2);
```

²El método es aún más general para cuando $f = f(u, z)$, y los coeficientes $A_j^{(l)}$ ($l = 1, \dots, 4$) cambian.

```

% Apodisation function

apdx=tukeywin(MX,fc);    apdy=tukeywin(MY,fc);
[AX,AY]=meshgrid(apdx,apdy);    APD=AX.*AY;    clear apdx apdy AX AY

%%% Main Loop

u=zeros(size(x));    u(1,:)=u0(fix(MY/2)+1,:);    u1=gpuArray(u0);
C1=im*(1/2);    C2=im;

for s=1:S
    for j=1:K

        LapU=4*del2(u1,dx,dx);
        AN=interp1(I,eta,abs(u1).^2,'linear')-eta0;
        A1=C1*LapU+C2*AN.*u1;

        v1=u1+(0.5*A1.*dZ); LapV=4*del2(v1,dx,dx);
        AN=interp1(I,eta,abs(v1).^2,'linear')-eta0;;
        A2=C1*LapV+C2*AN.*v1;

        v1=u1+(0.5*A2.*dZ); LapV=4*del2(v1,dx,dx);
        AN=interp1(I,eta,abs(v1).^2,'linear')-eta0;;
        A3=C1*LapV+C2*AN.*v1;

        v1=u1+(A3.*dZ); LapV=4*del2(v1,dx,dx);
        AN=interp1(I,eta,abs(v1).^2,'linear')-eta0;;
        A4=C1*LapV+C2*AN.*v1;

        u1=u1+(dZ*(A1+2*A2+2*A3+A4)/6);
    end

    ux(s+1,:)=gather(u1(fix(Nx/2)+1,:));
    uy(s+1,:)=gather(u1(:,fix(Nx/2)+1));
end

```

APÉNDICE B

Preparación de experimento

En este apéndice se muestran los detalles faltantes relacionados con la preparación de los experimentos presentados.

B.1. Preparación de muestras

La muestra nanocoloidal usada fue de Bangs Laboratories con un diámetro promedio de 62 nm, preparada al 10.2%. Como se mencionó, el fabricante sólo menciona que es una muestra polidispersa sin dar un estimado en la desviación del promedio de tamaño. Para los experimentos, fue necesario bajar la concentración al 1%.

La muestra una vez preparada, se introdujo en una celda de vidrio fabricada con cobre y portaobjetos, como se muestra en la figura B.1.

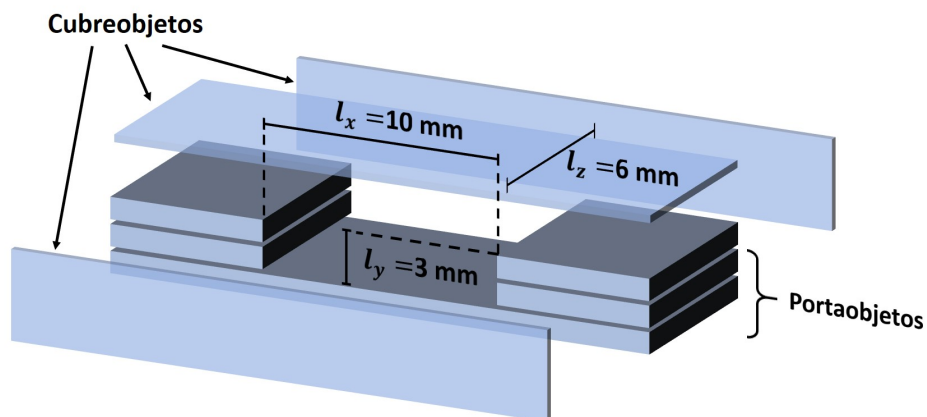


Figura B.1. Esquematación y dimensiones de la celda usada para introducir la suspensión nanocoloidal.

APÉNDICE C

Análisis de resultados experimentales

Los resultados experimentales presentados en esta tesis en su mayoría pasaron por un proceso de análisis de datos, los cuales se describirán en este apéndice de forma breve.

C.1. Ancho de solitón

Para medir el ancho del solitón formado se tomaron videos con la magnificación $375\times$, a una potencia P_0 fija, donde cada cuadro tuvo medidas de $30 \times 70 \mu\text{m}$. Se realizó un promedio de todos los cuadros de video. Así pues, en cada z se ajustó el promedio obtenido a una lorentziana, como se mostró en la figura 2.8.

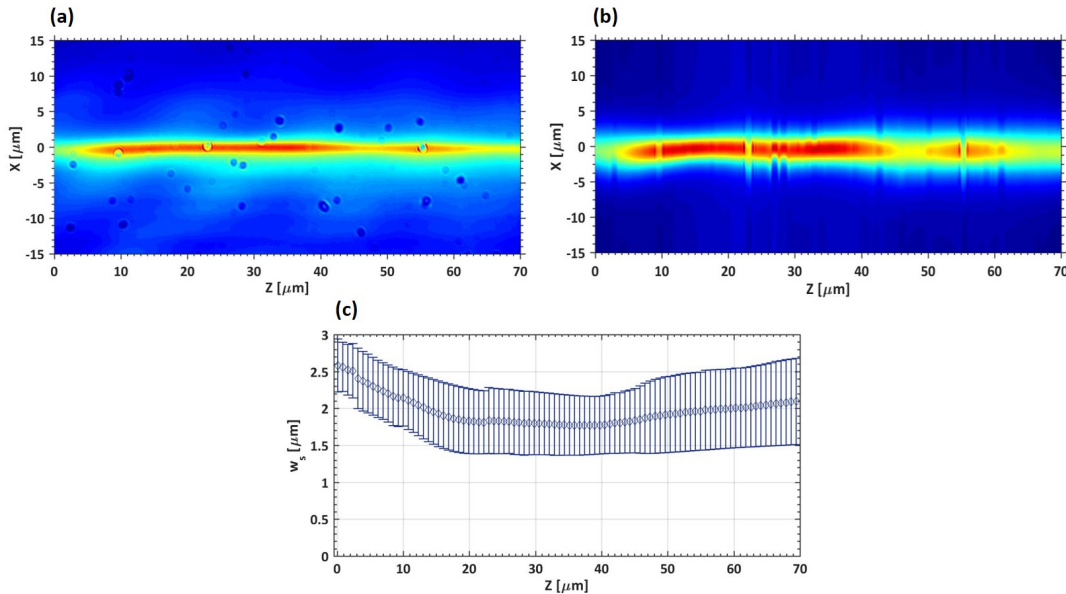


Figura C.1. (a) Promedio de cuadros, (b) cuadro promedio con un ajuste Lorentziano y (c) ancho del SOE, w_s , de un video con $P_0 = 0.6 \mu\text{m}$.

La figura C.1 es un ejemplo de un SOE con $P_0 = 0.6 W$, donde se muestran el promedio total de cuadros (a) y el ajuste realizado final de dicho promedio (b). Además, el valor de ancho ajustado w_s a lo largo de la propagación, el cual tiene una desviación estándar bastante grande. Ésto se debe a que los videos, pese a ser de magnificación grande, tenían mucho ruido.

C.2. Caracterización de ángulos para el solitón emergente

La caracterización del ángulo θ del solitón emergente, me utilizó para dos análisis. El primero es encontrar la relación entre θ_ν y la posición Δz_ν del espejo asociado con el haz $u_\nu(\mathbf{r})$. Y por otro lado, para realizar el análisis de las interacciones incoherentes, fue necesario conocer θ en función de P_{rel} . Recordar que en éste segundo caso, dos haces que interactúan incoherentemente se fusionan para generar un sólo SOE, por lo que el subíndice ν ya no es necesario.

Como se mencionó desde el capítulo 3, se tomaron 3 fotos para cada posición Δz_ν o valor de P_{rel} , dependiendo el caso (ver figura 3.1d). Estas tres, en cada posición X se encontró el máximo y al se ajustaron una recta. Las pendientes de las tres rectas fueron promediadas teniendo una recta final.

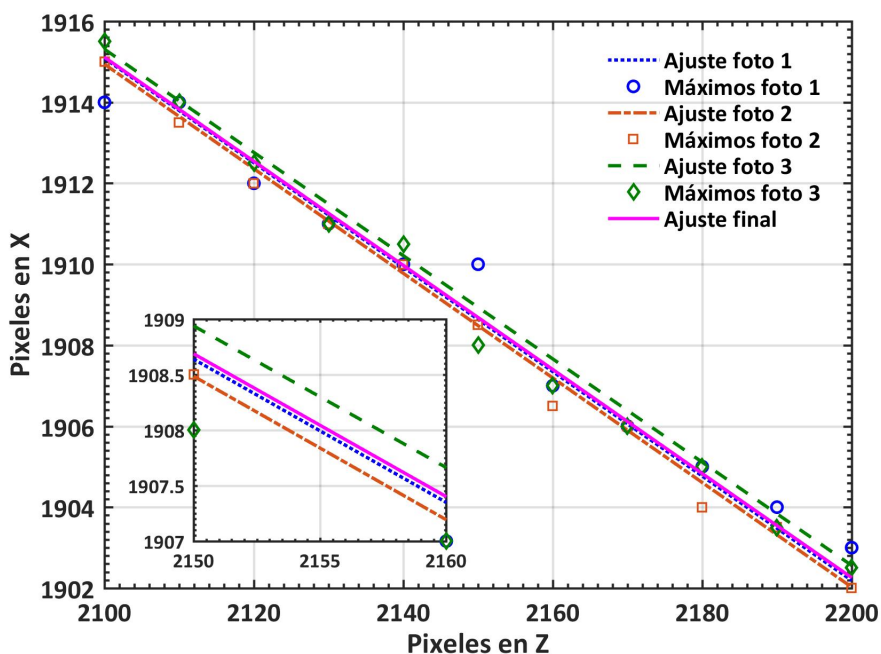


Figura C.2. (a) Promedio de cuadros, (b) cuadro promedio con un ajuste Lorentziano y (c) ancho del SOE, w_s , de un video con $P_0 = 0.6 \mu\text{m}$. No se han graficado todos los puntos del ajuste

Un ejemplo se muestra en la figura C.2, donde se tienen los datos de las tres fotos tomadas (símbolos), sus respectivas rectas ajustadas (líneas punteadas) y la recta de ajuste final (línea sólida)

Bibliografía

- [Akhmediev y Ankiewicz, 1997] Akhmediev, N. N. y Ankiewicz, A. (1997). *Solitons: nonlinear pulses and beams*. Chapman & Hall.
- [Ashkin, 1970] Ashkin, A. (1970). Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Physical review letters*, 24(4):156.
- [Ashkin, 2006] Ashkin, A. (2006). *Optical Trapping and Manipulation of Neutral Particles Using Lasers: A Reprint Volume With Commentaries*.
- [Ashkin et al., 1982] Ashkin, A., Dziedzic, J., y Smith, P. (1982). Continuous-wave self-focusing and self-trapping of light in artificial kerr media. *Optics letters*, 7(6):276–278.
- [Assanto, 2013] Assanto, G. (2013). *Nematicons*. Wiley.
- [Babick, 2016] Babick, F. (2016). *Suspensions of Colloidal Particles and Aggregates*. Particle Technology Series 20. Springer International Publishing, 1 edition.
- [Bergna y Roberts, 2005] Bergna, H. E. y Roberts, W. O. (2005). *Colloidal silica: fundamentals and applications*, volume 131. CRC Press.
- [Berne y Pecora, 2000] Berne, B. y Pecora, R. (2000). *Dynamic Light Scattering: With Applications to Chemistry, Biology, and Physics*. Wiley.
- [Bjorkholm y Ashkin, 1974] Bjorkholm, J. y Ashkin, A. (1974). Cw self-focusing and self-trapping of light in sodium vapor. *Physical Review Letters*, 32(4).
- [Boyd, 2007] Boyd, R. W. (2007). *Nonlinear Optics*. Academic Press.
- [Boyd et al., 2008] Boyd, R. W., Lukishova, S. G., y Shen, Y. R. (2008). *Self-focusing: Past and Present: Fundamentals and Prospects*, volume 114. Springer Science & Business Media.

- [Carnahan et al., 1969] Carnahan, B., Luther, H., y Wilkes, J. (1969). *Applied numerical methods*. Wiley.
- [El-Ganainy et al., 2007] El-Ganainy, R., Christodoulides, D., Ritschild, C., y Segev, M. (2007). Soliton dynamics and self-induced transparency in nonlinear nanosuspensions. *Optics Express*, 15(16).
- [El-Ganainy et al., 2009] El-Ganainy, R., Christodoulides, D. N., Wright, E., Lee, W., y Dholakia, K. (2009). Nonlinear optical dynamics in nonideal gases of interacting colloidal nanoparticles. *Physical Review A*, 80(5):053805.
- [Fibich y Ilan, 2002] Fibich, G. y Ilan, B. (2002). Multiple filamentation of circularly polarized beams. *Physical review letters*, 89(1):013901.
- [Garnett, 1906] Garnett, J. M. (1906). Colours in metal glasses, in metallic films, and in metallic solutions. ii. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, pages 237–288.
- [Gordon et al., 2007] Gordon, R., Blakely, J., y Sinton, D. (2007). Particle-optical self-trapping. *Physical Review A*, 75(5):055801.
- [Hansen y McDonald, 1990] Hansen, J. y McDonald, I. (1990). *Theory of simple liquids*. Elsevier.
- [Jackson, 1999] Jackson, J. D. (1999). *Classical electrodynamics*. AAPT.
- [Kerr, 1875] Kerr, J. (1875). A new relation between electricity and light: Dielectrified media birefringent. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 50(332).
- [Kip et al., 2002] Kip, D., Herden, C., y Wesner, M. (2002). All-optical signal routing using interaction of mutually incoherent spatial solitons. *Ferroelectrics*, 274(1):135–142.
- [Kivshar y Agrawal, 2003] Kivshar, Y. y Agrawal, G. (2003). *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals*. Academic Press.
- [Lee et al., 2009] Lee, W., El-Ganainy, R., Christodoulides, D., Dholakia, K., y Wright, E. (2009). Nonlinear optical response of colloidal suspensions. *Optics express*, 17(12):10277–10289.

- [Mamaev et al., 1998] Mamaev, A., Saffman, M., y Zozulya, A. (1998). Phase-dependent collisions of $(2+1)$ -dimensional spatial solitons. *JOSA B*, 15(7):2079–2082.
- [Man et al., 2013] Man, W., Fardad, S., Zhang, Z., Prakash, J., Lau, M., Zhang, P., Heinrich, M., Christodoulides, D. N., y Chen, Z. (2013). Optical nonlinearities and enhanced light transmission in soft-matter systems with tunable polarizabilities. *Physical review letters*, 111(21):218302.
- [Marchant y Smyth, 2012] Marchant, T. R. y Smyth, N. (2012). Solitary waves and their stability in colloidal media: semi-analytical solutions. *arXiv preprint arXiv:1204.1694*.
- [Matuszewski et al., 2008] Matuszewski, M., Krolikowski, W., y Kivshar, Y. (2008). Spatial solitons and light-induced instabilities in colloidal media. *Optics Express*, 16(2).
- [Matuszewski et al., 2009] Matuszewski, M., Krolikowski, W., y Kivshar, Y. (2009). Soliton interactions and transformations in colloidal media. *Physical Review A*, 79(2).
- [New, 2011] New, G. (2011). *Introduction to nonlinear optics*. Cambridge University Press.
- [Powers, 2011] Powers, P. (2011). *Fundamentals of nonlinear optics*. CRC Press.
- [Salazar-Romero et al., 2017] Salazar-Romero, M. Y., Ayala, Y. A., Brambila, E., Lopez-Peña, L. A., Sciberras, L., Minzoni, A. A., Terborg, R. A., Torres, J. P., y Volke-Sepúlveda, K. (2017). Steering and switching of soliton-like beams via interaction in a nanocolloid with positive polarizability. *Optics letters*, 42(13):2487.
- [Shen, 2002] Shen, Y. R. (2002). *Principles Of Nonlinear Optics*. Wiley Classics Library. Wiley-Interscience.
- [Stegeman y Segev, 1999] Stegeman, G. y Segev, M. (1999). Optical spatial solitons and their interactions: universality and diversity. *Science*, 286(5444).
- [Su et al., 2014] Su, Y., Jiang, Q., y Ji, X. (2014). Coherent interactions of multi bright spatial solitons in biased photorefractive crystals. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 125(3):1231–1233.
- [Sulem y Sulem, 2007] Sulem, C. y Sulem, P.-L. (2007). *The nonlinear Schrodinger equation: Self-focusing and wave collapse*. Springer Science & Business Media.

- [Terborg et al., 2013] Terborg, R. A., Torres, J. P., y Volke-Sepulveda, K. (2013). Steering and guiding light with light in a nanosuspension. *Optics letters*, 38(24):5284–5287.
- [Trillo et al., 2001] Trillo, S., Torruellas, W., y Chiao, R. (2001). *Spatial Solitons*. Springer Series in Optical Sciences 82. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 edition.
- [van de Hulst, 1981] van de Hulst, H. (1981). *Light scattering by small particles*. Structure of Matter Series. Dover Publications.
- [Yang, 2010] Yang, J. (2010). *Nonlinear Waves in Integrable and Non-integrable Systems*. Monographs on Mathematical Modeling and Computation. Society for Industrial and Applied Mathematics.