



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO

EVALUACIÓN DE SUPERFICIES ASFÉRICAS CON SIMETRÍA
DE REVOLUCIÓN Y CÓRNEAS HUMANAS CON UN
TOPÓGRAFO CORNEAL BASADO EN EL MÉTODO DE
PANTALLAS NULAS

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRÍA EN CIENCIAS (FÍSICA MÉDICA)

PRESENTA:

VICTOR DE EMANUEL ARMENGOL CRUZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. MANUEL CAMPOS GARCÍA, CCADET

COMITÉ TUTORAL:

DR. JOSÉ RUFINO DÍAZ URIBE, CCADET

DR. NEIL CHARLES BRUCE DAVIDSON, CCADET

DR. MARCO RAMÍREZ ORTIZ, HIMFG

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD.MX, ENERO, 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO

Presidente: Dr. Sergio Enrique Solís Nájera

Secretario: Dr. Manuel Campos García

Vocal: Dr. Alejandro Cornejo Rodríguez

Vocal: Dr. Mathieu Christian Anne Hautefeuille

Vocal: Lic. Opt. Omar Israel Santana Cruz

La tesis fue realizada en el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, UNAM.

TUTOR

Dr. Manuel Campos García

*Este trabajo está dedicado a mis padres,
gracias por sus enseñanzas,
su apoyo y su amor*

Agradecimientos

Agradezco a mis padres por su apoyo incondicional, desde el inicio hasta termino de la maestría.

A todos mis amigos por su apoyo incondicional en los buenos y malos momentos.

A la empresa Bleps Vision por su colaboración al permitirme realizar estudios de topografía corneal en sus instalaciones.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por la beca que me otorgaron con la cual pude concluir mis estudios.

Al Programa de Apoyo a los Estudios de Posgrado (PAEP) por su apoyo en los fondos otorgados para la realización del trabajo de tesis.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA), por su apoyo en los fondos asignados, a través de los fondos otorgados por los proyectos PAPPIT No: IT101216.

Resumen

En esta tesis se proponen algoritmos para evaluar superficies con simetría de revolución los cuales son utilizados para evaluación corneal, se usa el método de pantallas nulas para hacer esta evaluación y además se comparan los resultados con los obtenidos por un equipo comercial basado en el principio de los discos de Placido.

Con el método de pantallas nulas se obtienen la forma de la superficie a evaluar y de esta se calculan algunos parámetros geométricos como el radio de curvatura, constante de conicidad, mapas de elevación, curvaturas axial y tangencial.

Se obtiene que al hacer uso de una superficie biconica para modelar la córnea se obtiene un valor RMS más pequeño en comparación de cuando se usa una superficie esférica.

Índice general

Agradecimientos	V
Resumen	VII
1. Estructura del ojo y trastornos visuales	1
1.1. Estructura y función	1
1.1.1. Esclerótica y córnea	1
1.1.2. Úvea: la coroides, el iris y el cuerpo ciliar	4
1.1.3. Cristalino	5
1.1.4. Cámaras Oculares	5
1.1.5. Retina	6
1.2. Óptica del ojo	7
1.2.1. Imágenes Ópticas	7
1.2.2. Adaptación	7
1.2.3. Propiedades Espectrales	8
1.3. Errores refractivos del ojo	8
1.3.1. Miopía	10
1.3.2. Hipermetropía	10
1.3.3. Astigmatismo	11
1.3.4. Presbicia	12
1.3.5. Queratocono	12
1.4. Topografía corneal mediante discos de plácido	14
1.5. Lámpara de Hendidura	15
1.6. Tomografía de Coherencia Óptica	17
1.7. Conclusiones	19
2. Diseño y construcción de las pantallas nulas	21
2.1. Pantallas Nulas	21
2.1.0.1. Pantallas Nulas Planas	22
2.1.0.2. Pantalla Cilíndrica	23
2.1.0.3. Pantalla Cónica	23

2.2.	Diseño de la pantalla nula cónica	24
2.2.1.	Trazo de rayos para superficie esférica	25
2.2.2.	Trazo de rayos para superficie biconica	30
2.3.	Impresión de la pantalla nula cónica	32
2.4.	Parámetro a , b y sagita máxima	37
2.5.	Propuesta de la pantalla nula	38
2.6.	Conclusiones	40
3.	Imagen en la CCD y obtención de sus centroides	41
3.1.	Arreglo Óptico	41
3.2.	Obtención de la Imagen	42
3.3.	Área de interés de la imagen	43
3.4.	Realce de las manchas de interés	43
3.5.	Clasificación de los centroides	49
3.6.	Corrección por distorsión de la lente de la cámara CCD	51
3.7.	Conclusiones	55
4.	Evaluación	57
4.1.	Cálculo teórico de las normales por el método de deflecto- metría por reflexión	57
4.2.	Cálculo de las elevaciones	58
4.2.1.	Elevación en una superficie esférica	58
4.2.2.	Elevación en una superficie biconica	60
4.3.	Trayectorias de Integración	61
4.4.	Método iterativo	64
4.5.	Ajuste de los datos	65
4.6.	Mapa de Elevación	66
4.7.	Mapa de curvatura Meridional y sagital	67
4.8.	Conclusiones	71
5.	Topografía Corneal	73
5.1.	Pantalla nula cónica	73
5.2.	Contraste en las imágenes	73
5.3.	Procesamiento de imágenes al usar pantallas nulas con fondo negro	74
5.4.	Evaluación de una superficie de referencia.	76
5.5.	Evaluación corneal, sujeto 1	82
5.5.1.	Ojo Izquierdo	82
5.5.2.	Ojo Derecho	85
5.6.	Evaluación corneal, sujeto 2	89
5.6.1.	Ojo Izquierdo	90

5.6.2. Ojo Derecho	93
5.7. Superficie biconica	97
5.7.1. Superficie de calibración	98
5.7.2. Córnea izquierda primer sujeto	98
5.7.3. Córnea derecha primer sujeto	99
5.7.4. Córnea izquierda segundo sujeto	100
5.7.5. Córnea derecha segundo sujeto	100
5.8. Conclusiones	101

Introducción General

Un sentido fundamental del cuerpo humano es la visión, ya que con este podemos interactuar fácilmente con el medio exterior. Este sentido se compone por diferentes órganos que ayudan a la formación de imágenes los cuales se procesan en el cerebro y con ayuda de otros órganos como la coclea, las papilas gustativas y sensores sensoriales nerviosos podemos interactuar con el medio que nos rodea. Pero para que este proceso se lleve a cabo con éxito es necesario que todos nuestros sentidos se encuentren funcionando correctamente. En el caso del sentido de la visión, una parte fundamental en la formación de imágenes son: la córnea, pupila, esclera, humor acuoso y retina. La parte del ojo cuyo principal trabajo es la correcta refracción de la luz, lleva como nombre córnea, esta superficie es la primera capa que cubre la parte anterior del globo ocular y se halla enfrente del iris. En este trabajo se describe la composición celular y la función de esta parte del ojo.

Para este caso, se describirán algunas partes importantes del ojo y se ha hecho énfasis sobre la córnea, ya que en este trabajo se enfoca a la medición topográfica de esta. Existen alteraciones a la forma del globo ocular que evitan la correcta refracción de los rayos a la retina, estas son conocidas como ametropías y tienen su clasificación, la cual es descrita en este trabajo. Algunas de estas ametropías (miopía, hipermetropía y astigmatismo) se desencadenan sobre la superficie corneal, modificando la forma de esta, por lo cual surge la idea de hacer un instrumento que mida la forma de la córnea y además pueda servir para auxiliar al médico para dar un diagnóstico adecuado.

En los últimos años se han realizado importantes estudios en estos temas ya que es de suma importancia para los oftalmólogos realizar una evaluación correcta de la superficie corneal para detectar ametropías y otras alteraciones que la afectan. Se ha requerido además que esta medición sea de alta precisión para asegurar que se da un diagnóstico correcto. Debido a esto surgió la idea de implementar el método de evaluación de superficies rápidas basado

en el método de pantallas nula para medir la superficie de la córnea.

Anteriormente se han usado pantallas nulas para medir superficies cóncavas o convexas con distintas dimensiones, uno de los resultados más interesantes al medir estas superficies es la precisión con la que se logran las mediciones, la cual es del orden de micras (μm). Otro resultado interesante de este método es que se puede implementar para medir superficies rápidas.

Actualmente en el CCADET existe un grupo que se ha enfocado a la prueba de superficies reflectoras, además ha surgido la idea de hacer un topografo corneal cónico, el cual hace uso del método de pantallas nulas para realizar mediciones de la superficie anterior corneal, este equipo esta en etapa de prototipo pero proporciona precisiones similares a la de equipos médicos que se encuentran en el mercado. En este trabajo se uso este prototipo para realizar evaluaciones de superficies corneales, validando los algoritmos diseñados con una superficie esférica, que es usada para calibrar topografos corneales.

El objetivo de este trabajo es mejorar los algoritmos que ayudan a la evaluación corneal. Adicionalmente, se propone usar una superficie biconica para posteriormente realizar nuevas pantallas nulas con los resultados obtenidos y realizar evaluaciones de superficie corneales. Los algoritmos siguen el método de pantallas nulas cónicas, además se propone usar pantallas con fondo negro para obtener una mejor evaluación de esta.

Para lograr lo anterior, la tesis queda estructurada de la siguiente manera. En el capítulo uno, se explica las diferentes partes del globo ocular y su función de cada una, también se hace una revisión de equipos médicos que pueden hacer evaluaciones en la superficie anterior de la córnea.

El capítulo dos describe el proceso que se sigue para crear una pantalla nula cónicas, se explica como obtener parámetros geométricos que son importantes en la evaluación.

En el capítulo tres se describe el algoritmo usado para procesar las imágenes con el fin de obtener el mayor número de centroides y posteriormente tener una evaluación con la mayor área posible.

En el capítulo cuatro se describe el algoritmo empleado para la reconstrucción de la superficie a medir, también se explica el método matemático para encontrar las expresiones algebraicas que modelan los mapas de curvatura.

En el capítulo cinco se describen los resultados obtenidos al usar los algoritmos diseñados para evaluar una superficie de calibración y cuatro córneas humanas. En este capítulo se reportan los valores de los parámetros ópticos obtenidos al hacer la evaluación.

Finalmente, en el capítulo seis se describen las conclusiones de este trabajo de tesis.

Capítulo 1

Estructura del ojo y trastornos visuales

En esta sección se describe las partes fundamentales del ojo, también se compara la estructura del ojo con un sistema óptico. Las partes del ojo se describen desde un enfoque médico y físico.

1.1. Estructura y función

El ojo humano se divide en dos segmentos, el anterior y la posterior. El segmento anterior está conformado por diferentes componentes, como: la córnea, el iris y el cristalino, el segmento posterior está compuesto por esta compuesto por la capa vascular fibrotica y sensorial, subyacente a este se encuentra el humor vitreo, posteriormente podemos encontrar a la retina la cual está conectado al nervio óptico.

El ojo humano es un órgano muy importante para la interacción con el medio exterior, este funciona como un sistema óptico de imagen, obteniendo imágenes del exterior y enviando información al cerebro. El ojo humano envía 10 veces más información al cerebro que todos los órganos juntos, se sabe que para esto el cerebro utiliza 30 partes diferentes de Brodmann [1,2].

1.1.1. Esclerótica y córnea

La esclerótica es una membrana de color blanco opaco que cubre al ojo, rica en colágeno y funciona como un sistema de soporte para cuidar al ojo de lesiones mecánicas. Las fibras de colágeno que se encuentran en la escleróti-

ca se distribuyen al azar por lo cual la luz incidente se dispersa y nosotros podremos apreciar de color blanco este tejido.

La córnea está compuesta por diferentes capas, la película más exterior es la película lagrimal (fluido viscoso) con un grosor de $4 - 7\mu m$, esta suaviza la superficie para que no haya dispersión y de esta manera mejorar la visión, enseguida se encuentra el epitelio corneal con $50\mu m$, esta es una película que ayuda a proteger el ojo de moléculas grandes y sustancias tóxicas, posteriormente se encuentra la membrana de Bowman con un grosor de $8 - 14\mu m$, enseguida se encuentra el estroma con $500\mu m$ la cual está compuesta de aproximadamente 250 capas de colágeno (laminillas), posteriormente se encuentra la membrana de Descemet y finalmente se encuentra una capa de endotelio con $5\mu m$ de espesor [1], estas capas se esquematizan en la figura 1.1 .

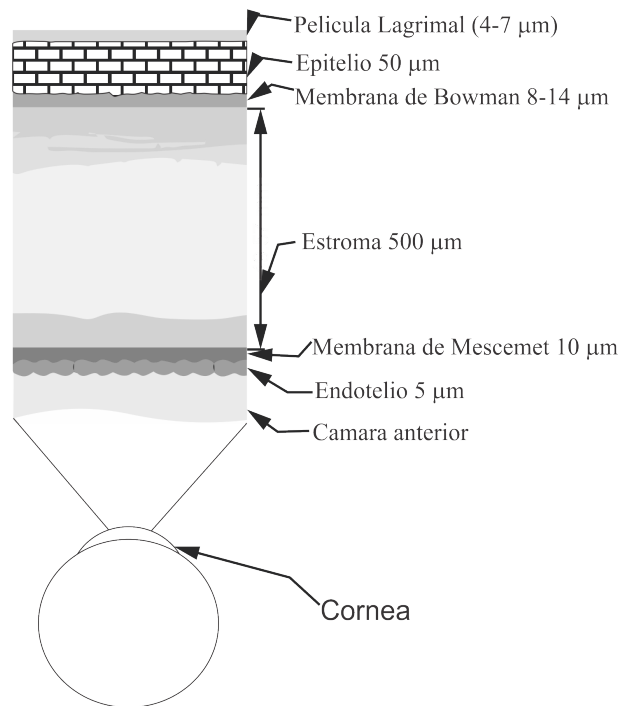


Figura 1.1: Capas de la córnea [1]

La córnea es una membrana en forma de menisco, esta tiene un radio de curvatura de $7.7mm$ en la superficie anterior, mientras que en la superficie posterior tiene un radio de curvatura de $6.8mm$. Su espesor central es de $0.5mm$, mientras que su espesor periférico es de $0.8mm$. El índice de refracción de la córnea es de 1.376 [3, 4].

Otra característica de la córnea es que se divide en cuatro regiones básicamente. Estas son zona centra, paracentral, periférica y límbica.

- La zona central también llamada zona apical de la córnea es la que se encarga de la formación de imágenes en la retina, esta tiene un diámetro de $3 - 4 \text{ mm}$.
- La zona paracentral, tiene la forma de un anillo concentrico de $4 - 7 \text{ mm}$ de diámetro, esta zona es muy importante para el diseño de lentes de contacto por que dichos lentes se fabrican en base a esta zona.
- La zona periférica, es un anillo con dimensiones de $7 - 11 \text{ mm}$ de diámetro, en esta zona las córneas normales son más planas y tienden a tomar una forma asferica.
- La zona límbica, es el ultimo anillo con grosor de 0.5 mm el cual termina en la esclera [3, 4].

Las regiones de la córnea se muestran a continuación, en la figura 1.2.

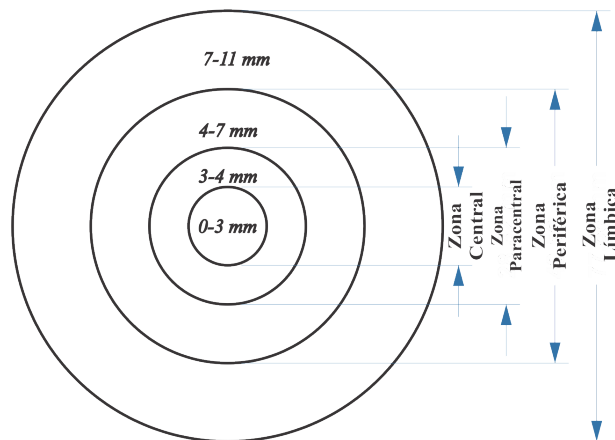


Figura 1.2: Regiones de la de la superficie corneal

Matemáticamente la córnea se ha modelado usando una estadística poblacional de la topografía corneal y proponiendo superficies que se ajustan a estas. El modelo más común usado para modelar la córnea, por su sencillez, es una cónica con simetría de revolución de la cual se necesitan dos parámetros, el radio de curvatura (r) y la constante de conicidad (k) [5]. También se han propuesto modelos superficies astigmaticas con funciones donde el radio de curvatura en el vértice es función del ángulo polar y de los meridianos,

vertical y horizontal [5]. Por otro lado una córnea con queratocono se ha modelado con una función que es dependiente de la distancia radial y además depende de un parámetro llamado intensidad del queratocono, el cual se denota como a [6]. Estas funciones se muestran en la tabla 1.1.

Tabla 1.1: Modelos matemáticos de la superficie anterior corneal

Córnea	Ecuación
Normal	$Qz^2 - 2rz + x^2 + y^2$
Astigmática	$Qz^2 - 2r \left(\frac{1}{\frac{1}{r_y} + (\frac{1}{r_x} - \frac{1}{r_x}) \sin^2 \theta} \right) + x^2 + y^2$
Queratocono	$r - \sqrt{r^2 - \rho^2}, 0 < \rho < \rho_1$ $r - \sqrt{r^2 - \rho^2} + \frac{a}{2} \left[1 - \cos 2\pi \left(\frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \right) \right], \rho_1 < \rho < \rho_2$ $r - \sqrt{r^2 - \rho^2}, \rho_2 < \rho < \rho_3$

En la tabla 1.1, el valor ρ es igual a $x^2 + y^2$, Q es igual a uno mas la constante de conicidad, es decir $1 + k$.

En la actualidad existen modelos que describen la córnea con polinomios de Zernike ya que estos se ajustan muy bien a la forma que tiene la córnea. Por otra parte existen estudios que usan una superficie bicónica para modelar la córnea [5, 7] ya que este tipo de superficies provoca que el valor *RMS* por sus siglas en ingles (*Root Mean Square*) disminuya, además se ha encontrado que la córnea tiene una constante de conicidad negativa ($-1 < k < 0$) es decir, se puede considerar un prolato [5, 7, 8].

1.1.2. Úvea: la coroides, el iris y el cuerpo ciliar

La úvea forma un cascarón esférico de bajo de la esclerótica, en la parte posterior del ojo a esta comúnmente se le conoce como coroides, este tejido suministra de nutrientes a la retina y tiene un grosor de $350 - 450 \mu m$ [1].

El iris es una parte del ojo que se puede considerar como un diafragma de apertura que cambia su diámetro en un sistema óptico, a esta apertura se le conoce como pupila.

Una extensión de la úvea continuo al iris es el cuerpo ciliar, este tiene como función producir el humor acuoso que es el liquido que se encuentra dentro del ojo y separa la córnea y la pupila, el cuerpo ciliar también tiene como función comprimir el musculo ciliar para cambiar el radio de curvatura del cristalino [1, 2, 4], estos elementos se muestra en la figura 1.3 .

1.1.3. Cristalino

El cristalino es un tejido fundamental del ojo, este tejido es transparente, no contiene fibras nerviosas o vasos sanguíneos. Está cubierto por una capsula elástica que se encuentra sostenido al cuerpo ciliar por fibras zonulares. La capsula que contiene al cristalino está formada por colágeno y cuyo grosor varía $2 - 28\mu m$. El cristalino se compone de dos principales tipos de fibras, el centro o núcleo que está formado por las fibras primarias del cristalino o la corteza que está compuesto por las fibras secundarias del cristalino. El propósito del cristalino es cambiar su forma o radio de curvatura, para observar objetos cercanos los músculos ciliares se contraen disminuyendo el radio de curvatura, por el contrario cuando los músculos ciliares se relajan el radio de curvatura aumenta y el cristalino enfoca a imágenes más alejadas [1, 2, 9].

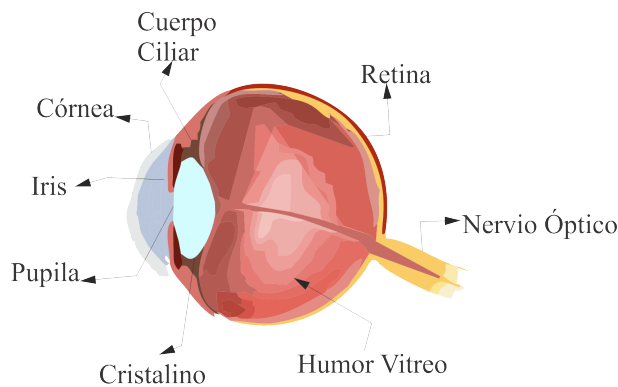


Figura 1.3: Estructura del ojo

1.1.4. Cámaras Oculares

El ojo tiene tres cámaras oculares: cámara anterior (espacio entre córnea e iris), cámara posterior (espacio entre iris y cristalino) y humor vítreo (espacio entre cristalino y retina) como se muestra en 1.3 [1], para fines clínicos se toman en cuenta dos cámaras oculares donde el humor vítreo se encuentra dentro de cámara posterior. Dentro de las cámaras anteriores y posteriores hay humor acuoso, que alimenta de nutrientes al cristalino y es producido por las células epiteliales del cuerpo ciliar y drenado por el canal de Schlemm. La relación entre la producción y el drenado del humor acuoso produce una presión mayor a la atmosférica y coincide con la presión intraocular. El humor vítreo es una masa transparente y gelatinosa que se encuentra dentro del ojo [1, 9].

1.1.5. Retina

La retina es una parte del ojo que detecta la luz y mediante procesos fotoquímicos convierte la luz incidente en impulsos eléctricos que viajan a través del nervio óptico al cerebro para formar imágenes del exterior. La retina tiene 127 millones de foto-receptores que convierten la señal en eléctrica, esta señal es procesada por células ganglionares (axones) que se unen al nervio óptico y de esta manera la señal se transmite a la corteza visual primaria del cerebro [1, 9].

La retina tiene un grosor de $180\mu m$ en la fovea y en alguna otra parte $200-400\mu m$, los receptores que la forman son conocidos como conos y bastones. La distribución espacial de los foto-receptores en la retina no es uniforme, los conos tienen una alta distribución en la fovea, por otro lado los bastones tienen una alta densidad a 15° del eje óptico y en la fovea no están presentes. Existen tres tipos de conos los cuales absorben luz en un rango de espectros, ya sea rojo verde o azul, el sistema nervioso combina las tres señales y de esta manera podemos percibir diferentes tipos de colores. Los bastones juegan un papel muy importante cuando la luz incidente es poca (en ambientes oscuros) [1, 2, 9], como se muestra en la figura 1.4.

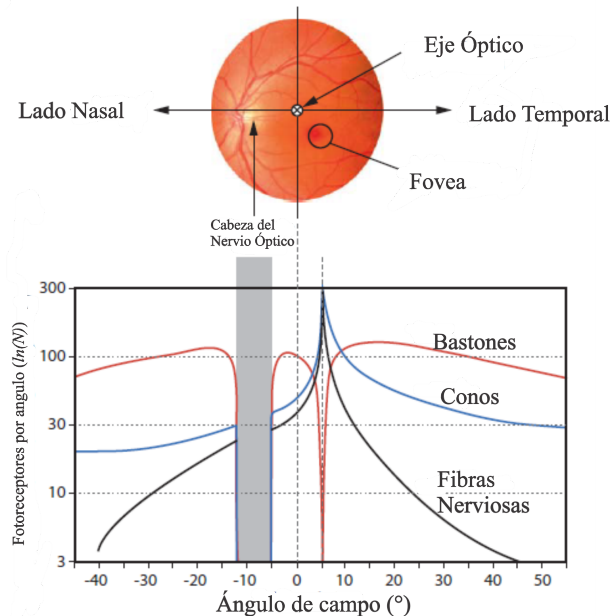


Figura 1.4: Distribución de los conos y los bastones en la retina.

1.2. Óptica del ojo

El ojo se puede modelar como un sistema óptico conformado por diferentes lentes, superficies de reflexión y mecanismos que simulan funciones mecánicas. Por ejemplo la pupila es similar a un diafragma de apertura, la córnea y el cristalino son similares a lentes, la retina funciona como una CCD que detecta fotones y de esta manera mediante un sistema complejo procesador de imágenes (cerebro) interactúa con el exterior [1].

1.2.1. Imágenes Ópticas

Cuando la luz entra a la córnea, la cual esta rodeada de aire. El poder refractivo de la córnea es de 42 dioptrías (D). Lo cual es equivalente al 80 % del poder refractivo, es decir, 2/3 de la capacidad de enfoque del ojo se centra en esta membrana. Como se menciono anteriormente la córnea tiene forma de una lente menisco, donde la cara posterior tiene una potencia de 4 a 5 D [1,4].

Después de que el rayo incidente ha entrado al ojo, el iris que tienen la función de un diafragma de apertura, delimita el ángulo de visión a 105° , posteriormente la luz pasa a través del cristalino, el cual es una lente biconvexa con un gradiente de índice de refracción, donde el valor maximo del índice de refracción se encuentra en el centro y tiene un valor de 1.42, finalmente la luz atraviesa el humor vítreo y llega a la retina, lugar donde la imagen es detectada invertida, finalmente el cerebro procesa la imagen y la voltea para tener una percepción adecuada [1, 2].

1.2.2. Adaptación

El ojo humano tiene una capacidad para adaptarse a cambios bruscos en la intensidad de la luz, el rango de luminiscencia de un ojo es $10^{-6} - 10^8 \text{cd/m}^2$ [1]. Para realizar esto el ojo utiliza dos mecanismos principales, los cuales son :

El primero esta relacionada con el uso de los sensores de la retina (conos y bastones), cuando la luminiscencia es mayor a 10cd/m^2 , solo los bastones son utilizados para la visión [1, 2, 9]

El segundo esta relacionado con el cambio de tamaño de la pupila y este mecanismo es el primero en funcionar cuando hay cambios grandes de iluminación. La pupila puede cambiar su diámetro de $8 - 2 \text{mm}$ y este es sólo el

primer paso para adaptación en un cambio de luminiscencia, posteriormente los sensores de la retina se ajustan a la iluminación [1, 9].

1.2.3. Propiedades Espectrales

Debido a que el ojo humano esta compuesto básicamente por agua, por lo cual las propiedades espectrales como la absorción o dispersión son determinadas por agua.

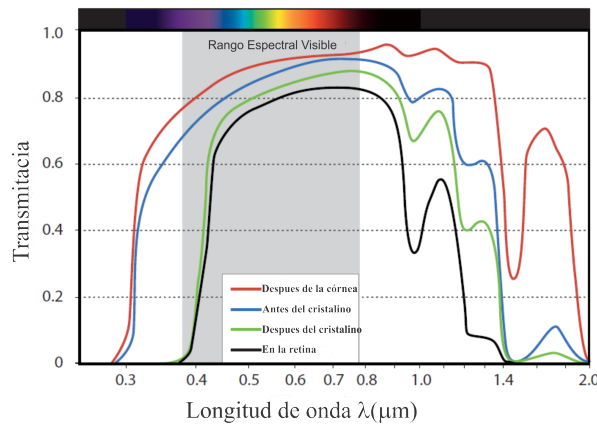


Figura 1.5: Transmitancia en función de la longitud de onda [1]

En la figura 1.5 se muestra el espectro de transmitancia a diferentes posiciones del ojo, se puede observa que para longitudes de onda por debajo de $400nm$ y por arriba de $1400nm$ la luz es absorbida por el ojo. Sin embargo la transmitancia es mayor a 0.6 en el rango de $420 - 920nm$ en la retina [1].

1.3. Errores refractivos del ojo

Hay diferentes tipos de errores refractivos que afectan la visión, en esta sección mencionamos algunos y describimos lo que pasa en cada una de estos con los rayos incidentes, por lo cual la visión puede clasificare básicamente en dos, los cuales son [1, 3, 10].

Emetropia: Visión normal del ojo con relación a la refracción, en la cual los rayos paralelos procedentes del infinito convergen en la retina.

Ametropia: Anomalía o defecto de refracción del ojo que impide que las imágenes se enfoquen correctamente sobre la retina

Existen algunas enfermedades que tienen que ver con la refracción del ojo, estas enfermedades son las que más nos interesan ya que en el trabajo se propone un método basado en la reflexión corneal. Para entender estas enfermedades conviene definir algunos parámetros importantes, si nosotros visualizamos al ojo como un sistema óptico conformado por lentes, este sistema óptico estaría conformada por:

El eje óptico: Es una línea imaginaria que une las lentes conformadas por el sistema y se encarga de unir los centros de curvatura de las lentes; sobre esta línea imaginaria se encuentran: los planos principales, los puntos nodales y los puntos focales [4, 11].

Plano principal: Es un plano imaginario definido por la intersección de las prolongaciones de los rayos incidentes y los rayos refractados finales [4, 11], estos se aprecian en la figura 1.6 y se denota por (H, H').

Puntos principales: Es el punto donde se interceptan el plano principal con el eje óptico [4, 11].

Puntos nodales: Son dos puntos axiales tal que un rayo dirigido al primer punto nodal que forma un ángulo θ con el eje óptico, y sale del sistema pasando real o virtualmente por el segundo punto nodal paralelo a su dirección original, cuando el sistema es limitado en ambos lados por el aire el punto nodal es el mismo que el punto principal [4, 11], esto se aprecia en la figura 1.6 con las letras (K, K').

Plano Nodal: Es el plano perpendicular al eje óptico que pasa a través de los puntos nodales [4, 11].

Eje visual: Es la línea imaginaria que pasa por el centro de la pupila a la región de la fovea. Dicho eje de visión subtende un ángulo de 5 minutos de arco respecto al eje óptico [4, 11].

Foco: Es el punto de convergencia de los rayos luminosos, cuando estos llegan paralelos entre sí y al eje óptico a la lente, y su distancia se mide a partir de los planos principales [4, 11].

Vértice: Es un punto sobre la superficie refractora que intersecta al eje óptico, en el centro de su abertura libre. Esta abertura se supone de forma circular [4, 11].

En la figura 1.6, se aprecia que el primer punto focal esta fuera del ojo, el segundo está en la retina y se mide apartir de los planos principales [4].

Los defectos de visión o ametropías más comunes son: Miopía, Astigmatismo, Hipermetropía, Plesbicia y Queratocono. Estas se describen a continuación.

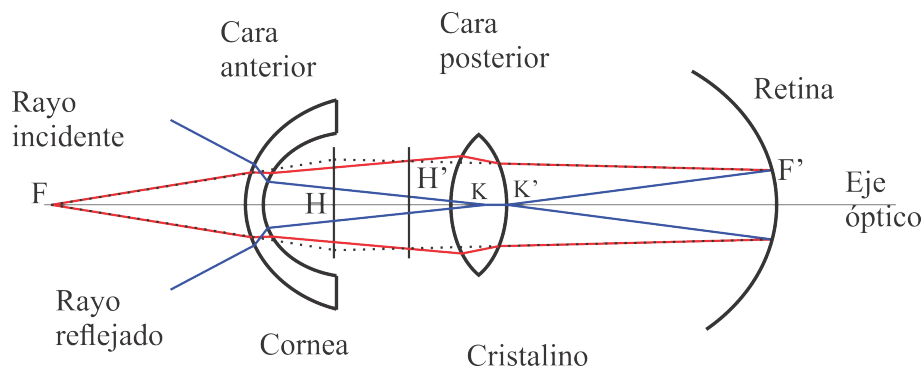


Figura 1.6: Esquema del ojo .

1.3.1. Miopía

La miopía es un defecto refractivo del ojo, en el cual los rayos incidentes convergen adelante de la retina, de manera que la persona que padece esto solo puede ver objetos cercanos. El globo ocular del sujeto que sufre esto es más largo en comparación al globo ocular de un sujeto sano, por lo cual los rayos convergen a un punto adelante de la retina [4, 9, 10] como se observa en la imagen 1.7.

1.3.2. Hipermetropía

En este trastorno de visión, los rayos provenientes del infinito convergen en un punto detrás de la retina, como se aprecia en la figura 1.7, esto causa que las personas con este defecto no enfoquen a los objetos que están cerca, pero pudiendo ver con claridad los objetos lejanos. En el caso de las personas jóvenes con hipermetropía y graduación baja, los músculos ciliares cambian el radio de curvatura del cristalino y de esta manera puede ser corregido este problema, aunque el esfuerzo de acomodación puede provocar síntomas como fatiga visual, picor de ojos o dolores de cabeza, por este motivo las personas adultas con este padecimiento sufren de estos síntomas.

Este fenómeno se debe, bien a que el ojo el paciente hipermetrope es más pequeño de lo normal, o a que la potencia óptica de su cristalino o córnea es menor de lo normal. En algunos casos la hipermetropía puede aparecer con astigmatismo.

Un dato interesante, una persona adulta y sana puede ver con claridad objetos a 25 cm de distancia del ojo, mientras que para personas con hipermetropía esto es casi imposible [4, 9, 10].

1.3.3. Astigmatismo

Surge por un problema en la curvatura de la córnea, lo que impide que se pueda enfocar a objetos lejanos y cercanos. La córnea sufre algunas deformaciones en su perfil por lo cual surgen diferentes radios de curvatura, el cambio en la curvatura de la córnea produce que los rayos converjan antes o después, surgiendo una región en forma de cono, donde los rayos convergen que es llamada conoide de Sturm [4, 9, 10], como se muestra en la imagen 1.7.

El astigmatismo se clasifica básicamente en tres tipos según el meridiano, esto surge por la deformación que llega a tener la córnea en ambos meridianos, esta clasificación se muestra a continuación:

- Astigmatismo miópico: Uno o ambos meridianos principales del ojo enfocan como miopes. Si ambos meridianos enfocan como miopes, lo hacen en diferente grado [9].
- Astigmatismo hipermetrópico: Uno o ambos meridianos principales enfocan como hipermétropes. De igual manera al caso anterior si ambos enfocan como hipermétropes, será en diferente grado [9].
- Astigmatismo mixto: Un meridiano principal enfoca como hipermetrope, y el otro como miope [9].

EL astigmatismo también se clasifica por la regularidad de la superficie, esto es [9, 12]:

- Astigmatismo regular surge cuando la refracción es la misma en toda la extensión de cada meridiano, esto se puede ver mas fácilmente si pensamos en que los meridianos de máxima y de mínima potencia están situados a 90° el uno del otro.

- Astigmatismo irregular, a diferencia del astigmatismo regular este tiene la característica de que la refracción varía en los distintos puntos de cada meridiano, por lo cual su compensación es muy compleja. Este tiene un origen patológico, como consecuencia de alguna enfermedad o traumatismo, por ejemplo la presencia de una cicatriz.

La longitud del ojo no influye directamente con la producción de astigmatismo pero si en la clasificación con respecto a la posición de la retina respecto a las dos líneas focales, esta clasificación es la siguiente [12]:

- Astigmatismo hipermetrópico simple, un meridiano emétrope y otro hipermétrope.
- Astigmatismo hipermetrópico compuesto, ambos meridianos son hipermétropes, esto produce que que ambas focales queden por detrás de retina.
- Astigmatismo miópico simple, un meridiano emétrope y el otro es miope.
- Astigmatismo miópico compuesto, ambos meridianos son miopes y por tanto las focales quedan por delante de retina.
- Astigmatismo mixto, un meridiano es hipermétrope y el otro meridiano miope.

1.3.4. Presbicia

A este defecto de la visión también se le llama vista cansada, consiste en la disminución de enfoque del ojo para ver objetos cercanos pero los objetos situados a distancias lejanas se pueden observar con claridad, este defecto es muy común en personas mayores a 40 años de edad, en estas personas el cristalino pierde flexibilidad y por lo tanto los músculos ciliares tienen que tensarse más para enfocar objetos, es por esto que las personas con este padecimiento sufran de vista cansada [4, 10].

1.3.5. Queratocono

Es un defecto de la córnea, ocasiona que la córnea adelgace del centro, esto hace que la córnea cambie de forma tomando la forma de un cono. El significado de queratocono es córnea en forma de cono, el cambio en la forma de la córnea produce mala visión. Una característica del queratocono es que

es progresivo, por lo cual conviene su detección temprana [8–10].

Actualmente no se sabe con claridad que origina el queratocono, se ha asociado a un problema hereditario pero no en todos los casos se cumple, solo se sabe que surge por un defecto en el colageno. La progresión del queratocono es generalmente lenta y puede detenerse en cualquiera de las fases: desde leve hasta severo [9, 10].

En la figura 1.7, se muestra una imagen con diferentes esquemas de que pasa con los rayos provenientes del infinito, cuando inciden sobre ojos con diferentes ametropias.

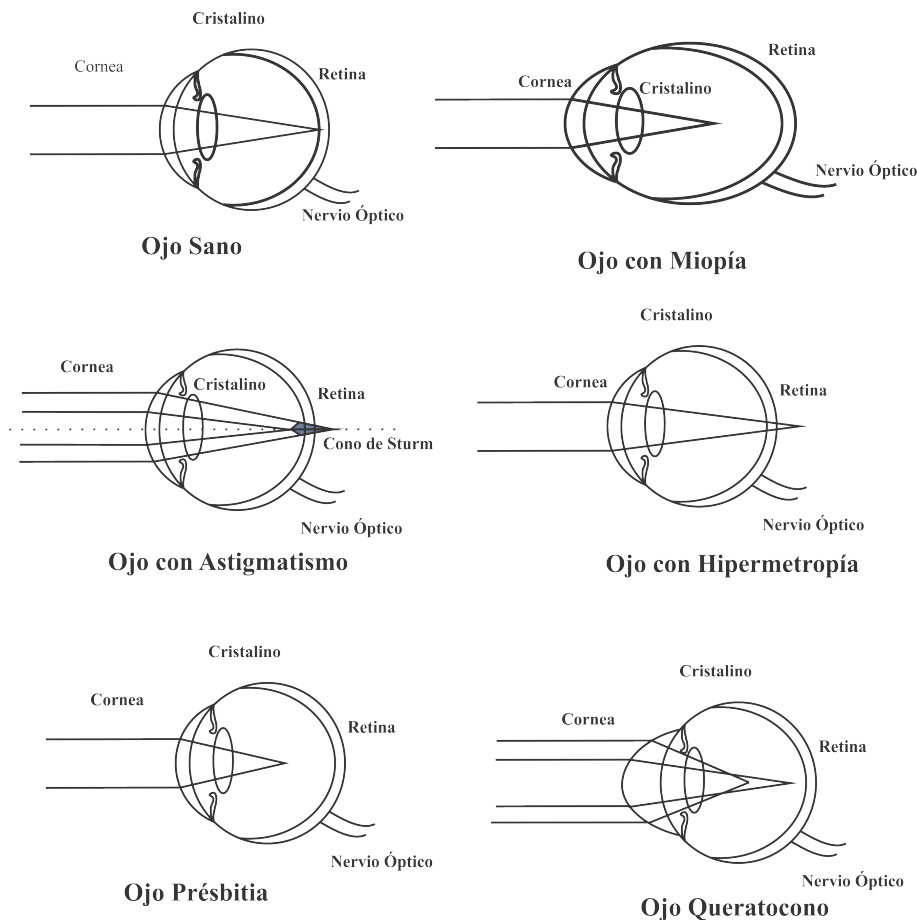


Figura 1.7: Errores refractivos.

Actualmente existen diferentes equipos que logran detectar enfermedades de la visión, en este trabajo nos enfocamos en un prototipo en desarrollo el

cual su principal función es medir la topografía corneal para detectar algunas enfermedades que afectan la córnea. Los equipos que pueden examinar la forma de la córnea se muestran a continuación.

1.4. Topografía corneal mediante discos de plácido

Existen diferentes sistemas usados para medir la topografía corneal. Un sistema muy utilizado en oftalmología es la topografía corneal por anillos de placido, la cual utiliza la imagen reflejada sobre la cara anterior de la córnea para obtener información de su topografía. Este sistema es afectado en la adquisición de la imagen por diferentes factores, como la sombra que produce la nariz y presencia de pestañas .

Con estos instrumentos la topografía se obtiene determinando la posición en los bordes de los anillos de la imagen reflejada en la córnea. Los algoritmos que se utilizan en este proceso consisten en: procesar la imagen reflejada en la córnea con ayuda de filtros para resaltar los bordes de los anillos reflejados.

El proceso para realizar la topografía corneal con esta técnica requiere de un detector CCD que captura la imagen reflejada sobre la superficie anterior corneal para posteriormente procesarla. El principio que sigue esta técnica se basa en la geometría— de la imagen reflejada, ya que si los anillos reflejados son concéntricos estos se asocian a una córnea sana, mientras que si los anillos son elipses se asocia a una córnea astigmática y si los anillos son más anchos en el centro se podría atribuir que la córnea tiene alguna ametropía severa como por ejemplo el queratocono [8, 13].

El proceso para recuperar la topografía de la córnea con anillos de Placido fue propuesto por James D. Doss, en el cual supone conocer los vértices del anillo en la fuente y en la CCD. Este es un método que solo provee información de la inclinación radial de la superficie evaluada, mientras que la pendiente azimutal es omitida [8, 14]. El cálculo de las elevaciones en la superficie se hace con la siguiente ecuación :

$$y_{i+1} = y_i - \frac{(x_1 - x_2)(\cos(T_i) - \cos(T_{i+1}))}{\cos(T_i) - \cos(T_{i+1})}, \quad (1.1)$$

donde x es la distancia radial, y es la elevación en un punto de evaluación, T es el ángulo de inclinación de la línea tangente que pasa por el punto evaluado y los subíndices $i, i + 1$ corresponden a dos anillos adyacentes. Es importante mencionar que el valor de elevación en algún punto en específico depende de todos los anteriores. Se puede apreciar mejor la ubicación de estas variables en la figura 1.8.

Doss, como primera aproximación a la superficie corneal propuso una esfera de radio de curvatura de $7.8mm$. Posteriormente este algoritmo fue mejorado por Van Sarloos considerando más factores que modifican la evaluación, adicionalmente Sarloos usó un método iterativo que convergía más rápido a la solución, aumentando la exactitud en la solución. Actualmente, la mayoría de topografos que usan el principio de discos de Placido usan el algoritmo de Sarloos o una variación para la evaluación corneal.

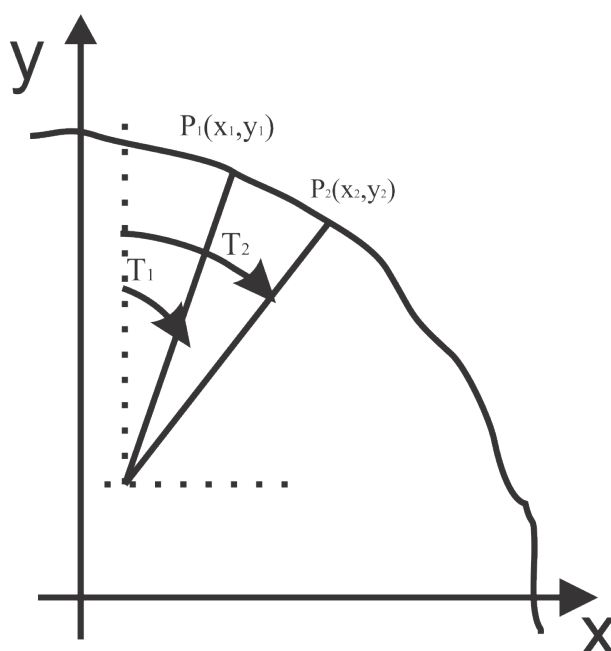


Figura 1.8: Reconstrucción de la superficie corneal con discos de Placido

1.5. Lámpara de Hendidura

Este equipo se introdujo en el mercado desde los años 90's, el primero en su clase fue presentado por Alvar Gullstrand y posteriormente la compañía Carl Zeiss empezó a producirlo. Al inicio este equipo se encontraba fijo pero Hans Littmann posteriormente introdujo una modificación para que

este pudiera moverse alrededor de la córnea. Para entender el principio de la lampara de hendidura se puede hacer una analogía con un cuarto oscuro, el cual solo tiene un rendija o hendidura por donde pasará la luz si iluminamos la hendidura podremos observar con detalle las partículas de polvo en su interior. La lampara de hendidura consiste básicamente en una fuente de iluminación y un microscopio que ayuda a examinar la imagen producida [1].

La formación de la fuente de hendidura se hace con una lente colectora, una lente objetivo y una rendija delgada. La rejilla puede cambiar de tamaño continuamente de 0-14 mm, la fuente de iluminación puede rotarse horizontalmente $\pm 90^\circ$ y $\pm 20^\circ$ verticalmente. Debido a la fuerte dependencia de la longitud de onda con la dispersión de la córnea y el cristalino es necesaria luz en el espectro del azul, por lo cual son muy utilizadas lamparas de tungsteno y halogeno, aunque en los últimos años se han introducido algunas lamparas de LEDs [1, 8].

La lampara de hendidura también cuenta con un microscopio, este ayuda a observar el ojo haciendo una magnificación que va del orden de 10 a 50 x. El campo de visión y la profundidad de campo deben ser lo suficientemente grandes [1, 15].

Durante el examen clínico, es necesario fijar al paciente para esto se usa una montura en la cabeza del paciente, pero para alinear el sistema es necesario el uso de un "jostick." control de mando que nos ayude a desplazar el sistema al rededor del paciente [1]. En la imagen 1.9 se muestra un diagrama de este instrumento.

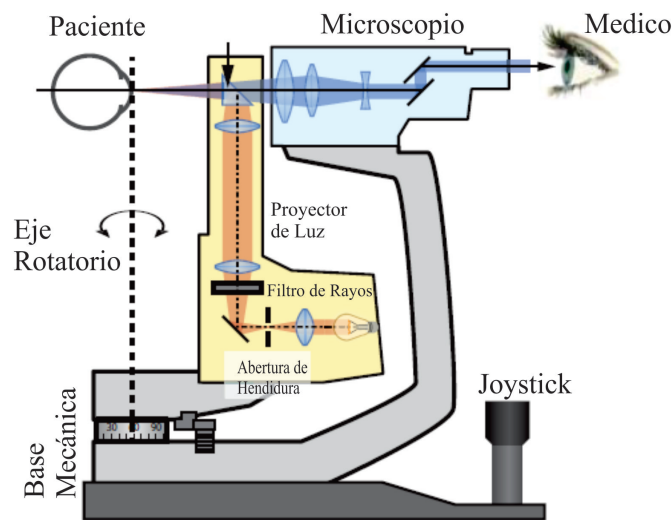


Figura 1.9: Lámpara de Hendidura

Con ayuda de este equipo se puede visualizar diferentes partes de ojo como son: córnea, párpado, iris, cristalino y cámara anterior. Si es utilizando lentes específicas con ayuda de algunas gotas para dilatar sus pupilas es posible visualizar elementos de la parte posterior del ojo, como por ejemplo retina o humor vítreo [1, 12].

1.6. Tomografía de Coherencia Óptica

La tomografía de coherencia óptica (OCT), es una técnica reciente con muchas aplicaciones en el campo de la oftalmología, se utiliza muy comúnmente para observar la retina aunque también es utilizada para observar el segmento anterior y posterior de la córnea en vivo [16] .

El principio físico de esta técnica es muy similar al ecografo aunque este usa luz en lugar de ondas sonoras. El principio del ecografo radica en la emisión y recepción de ondas sonoras que se encuentran en el rango de $2 - 10MHz$ con ayuda de un piezoelectrico. Además que se puede tener una alta resolución en las imágenes en comparación con el ecografo, la cual puede ser del orden de 10 a 20 micras y la resolución del ecografo es del orden de $100\mu m$. La desventaja de la OCT radica en que la luz se refleja o es absorbida por el tejido biológico por lo cual la OCT se limita a los órganos ópticamente

accesibles [1,16].

La OCT, se basa en el interferómetro de Michelson el cual es un poco similar al del ultrasonido, con la diferencia que la luz viaja a una velocidad mayor a la del sonido y es por esta razón que podemos obtener imágenes con alta resolución. Las imágenes se obtienen enviando un rayo de luz y midiendo el retraso que tiene este al interactuar con las diferentes capas del tejido examinado.

Este equipo se compone de varios elementos ópticos, que básicamente son una fuente de luz, un divisor de haz y un detector. La fuente de luz es un diodo luminoso que emite en el espectro de infrarrojo (800 a 830nm). La función del divisor de haz es enviar una parte del haz hacia la retina y otro al espejo de referencia que se encuentra a una distancia conocida. Posteriormente se compara el haz reflejado por la retina con el haz reflejado por el espejo de referencia, si estos coinciden en tiempo surge interferencia y de esta manera se puede estimar la distancia que hay entre el objeto y la retina siempre y cuando se conozca la distancia a la que se encuentra el espejo de referencia, se muestra un diagrama de este interferómetro en la figura 1.10. Con esta información es posible crear una imagen en dos dimensiones. La tomografía se hace con un barrido a lo largo de todo el iris haciendo al rededor de 100 a 512 escaneos para armar una imagen tomográfica [1,16].

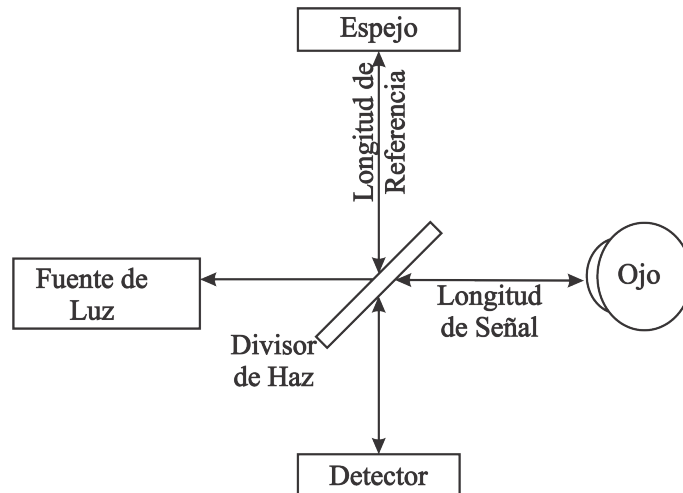


Figura 1.10: Esquema de un interferómetro óptico a baja frecuencia.

La técnica de OCT usa luz infrarroja de baja coherencia, por que solo de esta manera los dos pulsos (de referencia y de medida) producen interferen-

cia es decir cuando la diferencia de camino óptico sea menor a la longitud de coherencia de luz, lo cual es indispensable para la reconstrucción de la superficie [17].

La resolución axial y transversal de las imágenes son determinados por diferentes mecanismos. La resolución transversal (Δx) es la resolución perpendicular al haz, mientras que la resolución axial (ΔL) es la resolución en la dirección de propagación del haz y depende de las propiedades físicas de la fuente de luz y puede ser caracterizado por la frecuencia o longitud de onda [17], existe una relación entre estas, la cual es la siguiente:

$$\Delta L = \frac{2Ln(2)}{\pi} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (1.2)$$

donde ΔL es la resolución axial, π es el número pi, λ la longitud de onda del diodo y $\Delta\lambda$ es el ancho de banda del diodo. Hay que tener en cuenta que la resolución del instrumento es distinto al número de píxeles en la imagen. Por lo cual, para utilizar toda la resolución instrumental, el tamaño de los píxeles debe ser más pequeño que la resolución de instrumento. Es importante mencionar también que el número de píxeles en la dirección transversal depende de el numero de exploraciones, mientras que el número de píxeles axiales esta determinado por el la velocidad con la cual el equipo puede hacer las adquisición de datos [17].

1.7. Conclusiones

En este capítulo se explico la función que tiene cada una de las partes del ojo para el proceso de visión. Se puede apreciar que la córnea es una parte fundamental de este proceso, ya que esta se encarga de proteger a todo el sistema óptico del ojo del exterior ademas que la córnea es la primera lente donde los rayos se refractan para converger a la retina.

Existen algunas enfermedades que causan problemas de visión y algunas afectan directamente a la córnea, pero también existen equipos que pueden detectarlas para posteriormente darles un tratamiento, por lo cual se hace indispensable una detección precisa para un correcto diagnostico y posterior tratamiento.

Capítulo 2

Diseño y construcción de las pantallas nulas

En este capítulo se describe la metodología para construir pantallas nulas cónicas, con la finalidad de realizar una prueba nula a una superficie con dimensiones similares a la córnea.

Las pantallas nulas consisten en un arreglo ordenado de líneas o puntos construidos sobre una superficie, en este caso se utiliza un cono. La imagen que se diseña sobre este es tal que al ser reflejado por una superficie esférica con dimensiones similares a la córnea un sensor CCD obtenga una imagen compuesta de puntos ordenados y con dimensiones conocidas.

2.1. Pantallas Nulas

El método de pantallas, es un método de prueba óptico, el cual hace uso de un objeto compuesto de líneas o puntos ordenados que se imprimen sobre papel o proyectan en una LCD tomando formas específicas, es decir, como planos, cilindros, conos o alguna otra geometría. Este método tiene como principal función probar superficies ópticas reflectoras, mediante una imagen que se forma por reflexión. La pantalla nula se diseña para que cuando esta sea reflejada por la superficie a probar se observe un arreglo ordenado de puntos o rayas si y solo si la superficie es perfecta y el sistema se encuentre alineado, ya que de esta forma el cambio de posición de los puntos reflejados es nulo. Por el contrario si la superficie cuenta con imperfecciones o el sistema se encuentra desalineado, los puntos reflejados cambian de posición con respecto al diseño original [8, 18].

Para poder hacer uso del método de pantallas nulas se utilizan equipos ópticos específicos y no muy complejos [3, 18, 19], estos son:

- Pantalla Nula.
- CCD, sensor de la cámara o por sus siglas en ingles (Charge Coupled Device).
- Diafragma de apertura o phinhole.
- Superficie de prueba.

Este método tiene algunas variantes en cuanto a la pantalla nula que se utiliza, es decir la pantalla puede tener diferente geometria o forma, las cuales pueden ser cónicas, cilíndricas o planas y la geometría que se usa depende de la superficie a probar, es decir si esta es plana, concava o convexa [19].

2.1.0.1. Pantallas Nulas Planas

En este caso la pantalla nula se coloca en dirección paralela al eje óptico y la desventaja de usar esta pantalla es por que solo puede cubrir un cierta región de la superficie a probar, por lo cual debería usarse varias pantallas planas de manera que logren formar una especie de cilindro [4, 8], este arreglo fue propuesto en una tesis doctoral [4], donde se propone usar tres pantallas dinámicas con pantallas OLED aunque este arreglo complica la alineación de dichas pantallas y existen regiones de la superficie que no es posible evaluar. El arreglo con una sola pantalla plana se muestra en la imagen 2.1.

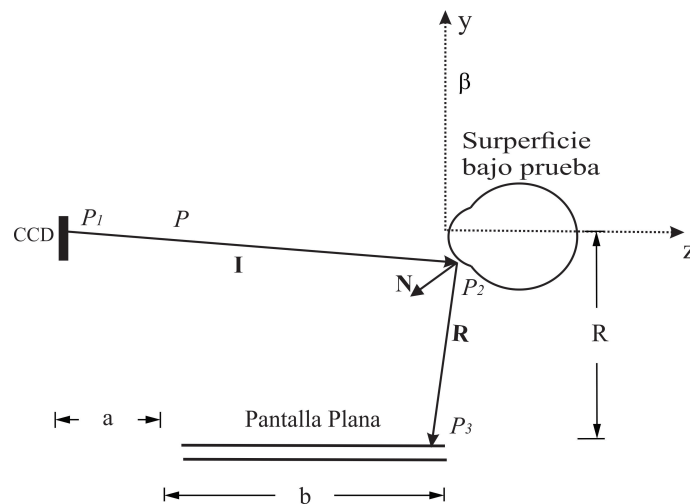


Figura 2.1: Arreglo con una pantalla plana

2.1.0.2. Pantalla Cilíndrica

Es posible usar una pantalla cilíndrica para realizar la prueba, en este caso el eje del cilindro se coloca paralelo al eje óptico de tal manera que la pantalla nula se encuentre en la superficie interior del cilindro, actualmente se desarrolla un equipo médico en el CCADET que hace uso de una pantalla cilíndrica, este es llamado TOCO [3, 8, 20]. Este inicio con un trabajo realizado por Ignacio Edmundo Funes, en el cual se propone usar un cilindro como pantalla nula pero usando discos concéntricos en lugar de puntos [21]. El arreglo experimental usando este tipo de pantallas se muestra en la figura 2.2.

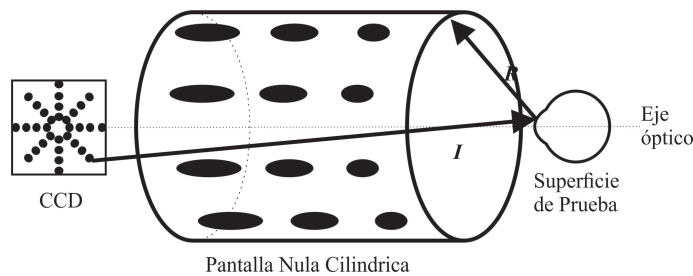


Figura 2.2: Arreglo con una pantalla cilíndrica

2.1.0.3. Pantalla Cónica

En este trabajo de tesis se propone utilizar una pantalla nula cónica, ya que con esta geometría se puede cubrir una superficie mayor de la superficie de prueba en comparación a otras geometrías, usando pantallas con longitudes similares. Las pantallas nulas en forma de cono son capaces de probar más superficie en comparación a otras geometrías, ya que por la forma es posible tener más información de la región central con pantallas cónicas. Un esquema de este tipo de pantallas se muestra a en la figura 2.3.

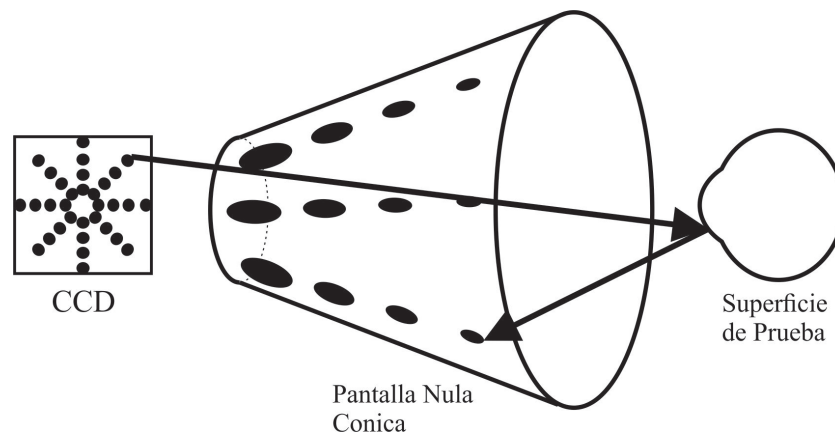


Figura 2.3: Arreglo con una pantalla cónica

Se aprecia que la imagen que se quiere ver reflejada en la superficie a probar se encuentra dentro del cono y la CCD que se encarga de capturar la imagen se encuentra en un orificio detrás del cono.

2.2. Diseño de la pantalla nula cónica

Para diseñar una pantalla nula cónica, primero se diseña el patrón que se quiere observar en la CCD por sus siglas en ingles “Charge Coupled Device”, este patrón esta compuesto de manchas circulares que forman un patron ordenado de puntos [3, 8, 20], en este trabajo se optó por usar un arreglo de puntos distribuidos de forma radial y angular, tratando de cubrir una gran parte de la superficie a evaluar.

Se hace uso de la óptica geometrica para generar un trazo de rayos exacto con la finalidad de saber la posición donde se deben colocar los objeto sobre la pantalla conica, para que al ser reflejados por la superficie de prueba nos proporcione el arreglo ordenado de puntos. [4, 8].

En este trabajo se propone usar una superficie biconica, la cual es similar a una superficie asferica pero esta consta de dos radios de curvatura y dos constantes de conicidad en ejes ortogonales, para comparar la forma de la córnea y se espera que esta sea una superficie que se asemeje más a la forma de la córnea, pero para realizar una comparación de los resultados con un equipo médico se propone usar una superficie asferica, ya que el equipo medico usa una superficie de esta forma para hacer las evaluaciones. Como son dos superficies distintas esta sección se ha dividido en dos partes, en una de ellas se explica el proceso de construcción de una pantalla para

una superficie asférica, mientras que la otra parte muestra el proceso a seguir para la creación de una pantalla nula cónica para una superficie biconica.

Antes de realizar el trazo de rayos, es necesario crear la imagen que se desea ver en la CCD. La creación de los puntos en la imagen en la CCD a la cual nombraremos como (P_1), se creó de la siguiente manera:

- Se crea una imagen circular de radio R , la cual se divide por n regiones donde la región n_i esta delimitada por el radio r_{i-1} y r_i además la distancia $r_{i-1} - r_i$ es la misma para todas las regiones.
- Se inicia colocando círculos cuya periferia esta compuesta de puntos en la región 1, se colocan k círculos concentricos, los cuales están separados por el mismo angulo, es decir cada círculo cuenta con la misma cantidad de puntos pero distinta distancia radial (radio), la cual cambia constantemente por:

$$r_{c_m} = \frac{r_i - r_{i-1}}{k} \quad (2.1)$$

donde r_{c_m} es el radio de el círculo compuesto de puntos que se va agregando hasta rellenar la región n_i , donde $m = 1, 2, k$, como se muestra en la figura 2.4.

- La región dos se rellena de una forma similar, solo que el ahora los puntos estarán separados por un ángulo que es la mitad de la separación en la región anterior, como se muestra en la figura 2.4.
- Este proceso se repite hasta rellenar todas las regiones de manera que estos puntos se distribuyan en toda el área a cubrir, teniendo en cuenta que en la región i los puntos en cada círculo concéntrico tendrán una separación angular de la mitad de la región anterior.

Una vez explicado como se creo la imagen en la CCD, podemos realizar un trazo de rayos, para obtener la pantalla nula cónica. Esto se explica a continuación para el caso cuando la superficie de diseño es esférica y biconica.

2.2.1. Trazo de rayos para superficie asférica

Al iniciar la construcción de la pantalla nula se debe conocer o suponer la forma de la superficie a probar para que la prueba tenga alta precisión, la cual se coloca en el origen de coordenadas para realizar el trazo de rayos.

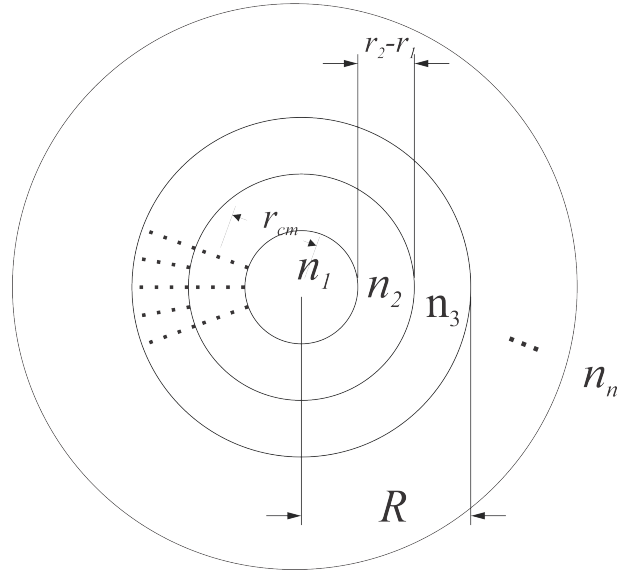


Figura 2.4: Esquema de la creación de la imagen CCD.

El proceso de creación de pantallas nulas cónicas se inicia creando un patrón ordenado de puntos en la posición donde será colocada la CCD, este patrón de puntos puede ser un arreglo cuadrado de puntos o circular, en este trabajo se optó por el arreglo circular, cuya creación se ha explicado anteriormente, ya que es más sencillo hacer una correlación de puntos al momento de la evaluación y además es más sencillo alinear el sistema.

Como no existen mediciones en córneas humanas suponiendo que esta tiene la forma de una superficie biconica, no se cuenta con los parámetros ópticos adecuados para diseñar una pantalla para este tipo de superficies, por lo cual se optó por diseñar una pantalla nula cónica para una superficie esférica suponiendo que la córnea es una superficie de este tipo, es decir cumple con la siguiente ecuación [4, 7, 8].

$$z = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - Qc^2(x^2 + y^2)}}, \quad (2.2)$$

donde, c es la curvatura que se relaciona por: $c = 1/r$, r es el radio de curvatura, Q está dada por la relación $Q = 1 + k$, donde k es la constante de conicidad, la cual tiene una clasificación dependiendo de su valor, se dice que la superficie es un paraboloide cuando $k = -1$, esfera para $k = 0$, esferoide oblato para $k > 0$, prolato esferoide o elipsoide para $-1 < k < 0$ y para $k < -1$ se considera un hiperboloide [22].

Primeramente, se comienza con cada uno de los puntos del arreglo ordenado de puntos $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$, para encontrar la intersección en la superficie a evaluar $P_2(x_2, y_2, z_2)$, suponiendo que el rayo proveniente de P_1 pasa a través del diafragma de apertura, $P(x_p, y_p, z_p)$, como se muestra en la Figura 2.5.

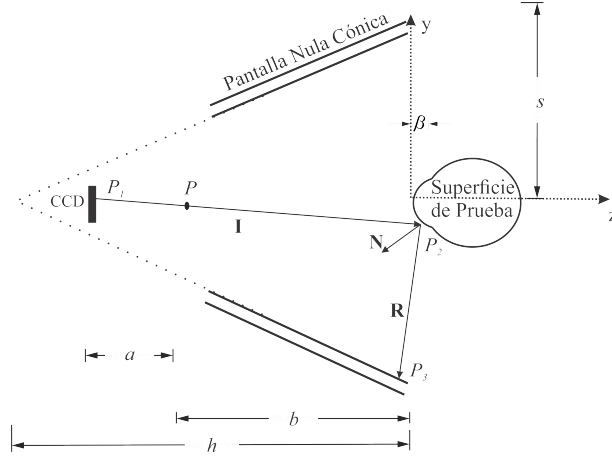


Figura 2.5: Esquema del trazo de rayos

En la figura 2.5, se aprecia diferentes parámetros, los cuales son: P_1 , P_2 y P_3 , coordenadas en la CCD, superficie a evaluar y en la pantalla nula cónica, respectivamente. \mathbf{I} , \mathbf{N} y \mathbf{R} es el rayo incidente, normal y reflejado, respectivamente. β es la sagita máxima a evaluar en la superficie. Los parámetros a , b , h y s pertenecen a la pantalla nula y son la distancia del CCD al diafragma (a), la distancia del diafragma al vértice (b), la altura de cono (h) y el radio máximo del cono (s).

Para encontrar las coordenadas de intersección en la superficie a evaluar se supone que todos los rayos pasarán por el diafragma de apertura y además la superficie de prueba está centrada [3, 8, 18], para eso partimos de la ecuación de una recta en tres dimensiones, cuya recta representa al rayo incidente y cuyas componentes son $\mathbf{I} = (I_x, I_y, I_z)$, la ecuación de esta recta se puede escribir por la ecuación 2.3.

$$\frac{x - x_1}{I_x} = \frac{y - y_1}{I_y} = \frac{z - z_1}{I_z}, \quad (2.3)$$

donde $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$, pertenecen a las coordenadas en la CCD e $\mathbf{I} = (I_x, I_y, I_z)$ son las componentes de la recta que modela el rayo incidente, el cual pasa por el diafragma de apertura, cuya dirección está descrita por la

ecuación 2.4:

$$\mathbf{I} = \frac{(x_1, y_1, -a)}{(x_1^2 + y_1^2 + a^2)^{1/2}}, \quad (2.4)$$

donde x_1, y_1 son las coordenadas en la imagen CCD y a es la distancia de la CCD al diafragma, cabe señalar que el vector que describe al rayo incidente es normalizado, como se aprecia en la ecuación 2.4.

Posteriormente, la ecuación (2.3) puede ser reescrita usando la ecuación (2.4) para obtener la ecuación de una recta en tres dimensiones que modela el rayo incidente, la cual es descrita por la ecuación (2.5):

$$x = \frac{-x_1(z + b)}{a} \quad (2.5a)$$

$$y = \frac{-y_1(z + b)}{a} \quad (2.5b)$$

El rayo incidente, descrito por la ecuación (2.5) intersecta con alguna parte de la superficie asférica, la ecuación que modela esta posición se deduce igualando las ecuaciones del rayo incidente (2.5) con la de la superficie, ecuación (2.2).

Después de hacer el desarrollo algebraico correspondiente las expresiones para las coordenadas donde el rayo incidente intersecta con la superficie (P_2) se pueden expresar por las ecuaciones 2.6:

$$z_2 = \frac{(a(Qb + r) - (a^2r^2 - b(x_1^2 + y_1^2))(Qb + 2r))^{1/2}}{(Qa^2 + x_1^2 + y_1^2)} - b, \quad (2.6a)$$

$$y_2 = -\frac{y_1}{a} \left[\frac{(a(Qb + r) - (a^2r^2 - b(x_1^2 + y_1^2))(Qb + 2r))^{1/2}}{(Qa^2 + x_1^2 + y_1^2)} \right], \quad (2.6b)$$

$$x_2 = -\frac{x_1}{a} \left[\frac{(a(Qb + r) - (a^2r^2 - b(x_1^2 + y_1^2))(Qb + 2r))^{1/2}}{(Qa^2 + x_1^2 + y_1^2)} \right]. \quad (2.6c)$$

Por otro lado, las coordenadas de los puntos sobre la pantalla nula cónica ($P_3 = (x_3, y_3, z_3)$), se obtienen encontrando las componentes del rayo reflejado sobre la superficie (\mathbf{R}), para esto hacemos uso de la ecuación de reflexión en forma vectorial, la cual esta dada por la ecuación (2.7).

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - 2 \mathbf{I} \cdot \mathbf{N} \mathbf{N} \quad (2.7)$$

donde \mathbf{N} es el vector normal a la superficie a evaluar, la cual se obtiene calculando el gradiente de la ecuación (2.2), como se muestra en la ecuación (2.8a), cabe resaltar que la ecuación (2.2) debe ser escrita en su forma $f = f(x, y, z)$ como se muestra en la ecuación (2.8b) [3, 19, 20]. El vector normal a la superficie después de ser normalizado puede ser escrito por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{N} = \nabla f \quad (2.8a)$$

donde

$$f = (x^2 + y^2) - 2rz + Qz^2 \quad (2.8b)$$

Desarrollando la ecuación (2.8b) se puede deducir que el vector normal esta descrito por la ecuación (2.9), cabe mencionar que el vector normal (\mathbf{N}) se encuentra normalizado:

$$\mathbf{N} = \frac{(x, y, -r + Qz)}{(x^2 + y^2 + (-r + Qz)^2)^{1/2}} \quad (2.9)$$

El vector incidente y de reflexión que se pueden apreciar en la figura 2.5, con ayuda de la ecuación (2.7) se puede calcular los elementos del rayo reflejado, sustituyendo la ecuación (2.9) y (4.4) en (2.7), realizando el desarrollo algebraico el rayo reflejado puede ser expresado por la ecuación (2.10) [3, 19, 20]:

$$\mathbf{R} = (R_x, R_y, R_z) \quad (2.10a)$$

$$R_x = -x_1 - \frac{2x_2}{x_2^2 + y_2^2 + (Qz_2 - r)^2}(-x_1x_2 - y_1y_2 + a(Qz_2 - r)) \quad (2.10b)$$

$$R_y = -y_1 - \frac{2y_2}{x_2^2 + y_2^2 + (Qz_2 - r)^2}(-x_1x_2 - y_1y_2 + a(Qz_2 - r)) \quad (2.10c)$$

$$R_z = a - \frac{2(Qz_2 - r)}{(x_2^2 + y_2^2 + (Qz_2 - r)^2)}(-x_1x_2 - y_1y_2 + a(Qz_2 - r)) \quad (2.10d)$$

Cabe resaltar que el vector normal y de reflexión se normalizan para facilitar los cálculos.

Después de encontrar las coordenadas P_2 y las componentes del vector reflejado, se encuentra la ecuación del rayo reflejado la cual esta dada por la ecuación (2.11):

$$\frac{x - x_2}{R_x} = \frac{y - y_2}{R_y} = \frac{z - z_2}{R_z}, \quad (2.11)$$

donde R_x, R_y, R_z son las componentes del rayo reflejado descritas por la ecuación (2.10).

La ecuación (2.11), puede ser reescrita con la finalidad de obtener un par de ecuaciones que modelen un recta que describa el rayo reflejado, es decir cumplen con la ecuación (2.19):

$$x = \frac{R_x z}{R_z} - \frac{R_x z_2 - R_z x_2}{R_z} \quad (2.12a)$$

$$y = \frac{R_y z}{R_z} - \frac{R_y z_2 - R_z y_2}{R_z} \quad (2.12b)$$

2.2.2. Trazo de rayos para superficie biconica

Por otra parte si se desea crear una pantalla nula para una superficie biconica es necesario suponer que la superficie a probar cumple con la ecuación 2.13, la cual tiene radios de curvatura y constantes de conicidad diferentes en ambos ejes [23].

$$z = \frac{c_x x^2 + c_y y^2}{1 + \sqrt{1 - Q_x c_x^2 x^2 - Q_y c_y^2 y^2}}, \quad (2.13)$$

donde, c_x y c_y son las curvaturas en los ejes x y y respectivamente, existe una relación entre las curvaturas y el radio de curvatura, la cual es $c_x = 1/r_x$ y $c_y = 1/r_y$, donde r_x y r_y son los radios de curvaturas en los ejes x y y respectivamente. El parámetro Q_x y Q_y esta relacionado con la constante de conicidad en cada eje por la relación: $Q_x = 1 + k_x$ y $Q_y = 1 + k_y$ donde k_x y k_y son las constantes de conicidad en los ejes x y y respectivamente, si se realizará un corte a la superficie en cada eje se podría apreciar un paraboloide cuando $k = -1$, esfera para $k = 0$, esferoide oblató para $k > 0$, prolato esferoide o elipsoide para $-1 < k < 0$ y para $k < -1$ se considera un hiperboloide [22, 23].

Antes de iniciar el trazo de rayos es importante diseñar la imagen que se desea observar sobre la CCD, la cual es $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$, como se ha explicado al inicio de la sección. El trazo de rayos se inicia suponiendo que este partirá de P_1 y pasará por el diafragma de apertura para intersectar con alguna parte de la superficie biconica en P_2 . Para esto se encuentra la ecuación del rayo incidente, la cual puede escribirse por la ecuación (2.14):

$$x = \frac{-x_1(z+b)}{a} \quad (2.14a)$$

$$y = \frac{-y_1(z+b)}{a} \quad (2.14b)$$

Para encontrar las posiciones donde cada rayo intersecta con superficie biconica, sustituimos la ecuación (2.14) en (2.13), después de realizar el álgebra correspondiente encontramos que los rayos intersectan a la superficie en las posiciones dadas por la ecuación (2.15)

$$z_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, y_2 = -\frac{y_1}{a}(z_2 + b), x_2 = -\frac{x_1}{a}(z_2 + b). \quad (2.15a)$$

donde,

$$A = \frac{\xi^2}{\eta^2} + \frac{\eta^2}{a^2}, B = -2\left(1 - \frac{\eta^2}{a^2}(a + z_1)\right), C = \frac{\eta^2}{a^2}(a + z_1)^2 \quad (2.15b)$$

los parámetros ξ y η están definidos por:

$$\xi = (Q_x c_x^2 x_1^2 + Q_y c_y^2 y_1^2)^{1/2}, \eta = (c_x x_1^2 + c_y y_1^2)^{1/2} \quad (2.15c)$$

Posteriormente se encuentran las ecuaciones del rayo reflejado, para esto es necesario encontrar el vector normal a la superficie biconica, esta se calcula con ayuda del gradiente de la ecuación que modela esta superficie, la cual se puede escribir como se muestra en la ecuación (2.16b), cabe mencionar que esta es una forma de escribir la ecuación (2.13).

$$\mathbf{N} = \nabla f \quad (2.16a)$$

donde

$$f = (c_x x^2 + c_y y^2)^2 - 2z(c_x x^2 + c_y y^2) + (Q_x c_x^2 x^2 + Q_y c_y^2 y^2)z^2 \quad (2.16b)$$

Después de realizar el gradiente de la función (2.16b), las componentes del vector normal se pueden expresar por la ecuación (2.17)

$$(N_x, N_y, N_z) = \frac{(f_x, f_y, f_z)}{(f_x^2 + f_y^2 + f_z^2)^{1/2}} \quad (2.17a)$$

donde,

$$\begin{aligned} f_x &= 4(c_x x_2^2 + c_y y_2^2)c_x x_2 - 4z_2 c_x x_2 + z_2^2(2Q_x c_x^2 x_2) \\ f_y &= 4c_y y_2(c_x x_2^2 + c_y y_2^2) - 4z_2 c_y y_2 + z_2^2(2Q_y c_y^2 y_2) \\ f_z &= -2(c_x x_2^2 + c_y y_2^2) + (Q_x c_x^2 x_2^2 + Q_y c_y^2 y_2^2)2z_2 \end{aligned} \quad (2.17b)$$

Utilizando la ecuación de reflexión (2.7), es posible calcular la dirección del rayo reflejado. Recordando que el vector incidente esta dado por la ecuación (2.3), de esta manera el rayo reflejado ($\mathbf{R} = (R_x, R_y, R_z)$) se puede escribir como se muestra en la ecuación (2.18)

$$R_x = x_1 - (x_1 f_x + y_1 f_y - a f_z) f_x \quad (2.18a)$$

$$R_y = y_1 - (x_1 f_x + y_1 f_y - a f_z) f_y \quad (2.18b)$$

$$R_z = -a - (x_1 f_x + y_1 f_y - a f_z) f_z \quad (2.18c)$$

donde los parámetros (f_x, f_y, f_z) esta definidos en la ecuación (2.17).

Posteriormente, se obtiene la ecuación del rayo reflejado con la ecuación de una recta en 3-D, como se muestra en la ecuación (2.19) suponiendo que el rayo reflejado tendrá direcciones en cada eje como se muestra en la ecuación (2.18).

$$x = \frac{R_x z}{R_z} - \frac{R_x z_2 - R_z x_2}{R_z} \quad (2.19a)$$

$$y = \frac{R_y z}{R_z} - \frac{R_y z_2 - R_z y_2}{R_z} \quad (2.19b)$$

Finalmente, la intersección del rayo reflejado con la pantalla nula se obtiene sustituyendo el valor de x y y de la ecuación (2.19) en (2.20).

2.3. Impresión de la pantalla nula cónica

La coordenadas en la pantalla nula cónica donde el rayo reflejado interseca se denomina como $P_3 = (x_3, y_3, z_3)$, estas se pueden calcular igualando la ecuacion del rayo reflejado con la ecuación que describe la superficie del cono (2.20) [24], que contendrá a la pantalla nula.

$$x^2 + y^2 = \frac{s^2}{h^2}(z + h)^2 \quad (2.20)$$

donde s es radio del cono y h es la altura de este, esto se puede visualizar en la figura 2.5.

Las coordenadas del punto P_3 , se pueden expresar por:

$$z_3 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - AC}}{A}, \quad x_3 = \frac{R_x z_3}{R_z} - \frac{R_x z_2 - R_z x_2}{R_z}, \quad y_3 = \frac{R_y z_3}{R_z} - \frac{R_y z_2 - R_z y_2}{R_z}, \quad (2.21)$$

donde,

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{R_x^2}{R_z^2} + \frac{R_y^2}{R_z^2} - \frac{s^2}{h^2} \right), \\ B &= \frac{R_x(R_x z_2 - R_z x_2)}{R_z^2} + \frac{R_y(R_y z_2 - R_z y_2)}{R_z^2} + \frac{s^2}{h}, \\ C &= \left(\frac{R_x z_2 - R_z x_2}{R_z} \right)^2 + \left(\frac{R_y z_2 - R_z y_2}{R_z} \right)^2 - s^2 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Cabe mencionar que los parámetros R_x , R_y y R_z son los descritos por la ecuación (2.10) para el caso de una superficie asférica, mientras que si se desea construir la pantalla nula cónica para una superficie biconica es necesario utilizar las expresiones de la ecuación (2.18)

Las dimensiones de las pantallas cónicas se definieron por un cono de acrílico que es utilizado como soporte de estas. Las dimensiones utilizadas son las que su muestran en la tabla 2.1:

Tabla 2.1: Características del Cono

Nombre	Abreviatura	Valor (mm)
Altura del Cono	h	105.9
Radio del Cono	s	70.6
Generatriz	g	127.3

Al final obtenemos puntos que conforman la pantalla nula cónica, pero para obtener el efecto de manchas lo que se realizó fue colocar muchos puntos al rededor del centroide P_1 como se muestra en la figura 2.6:

El motivo por el cual se utilizan manchas y no puntos es para poder distinguirlos en la imagen reflejada y por ende obtener el centroide de esta mancha, se diseña la pantalla para que las manchas al reflejarse sean círculos perfectos por lo cual las manchas en la pantalla no son círculos si no más bien manchas similares a elipses alargadas sobre el eje óptico [3], en este trabajo se propone hacer pantallas nulas de tal forma que al reflejarse en la CCD se obtengan círculos con un diámetro de $0.015 - 0.025mm$ de esta manera se puede asegurar que amenos haya 150 pixeles que detecten la mancha de interés, debido a que el tamaño del pixel es de $2.2 \times 2.2\mu m$.

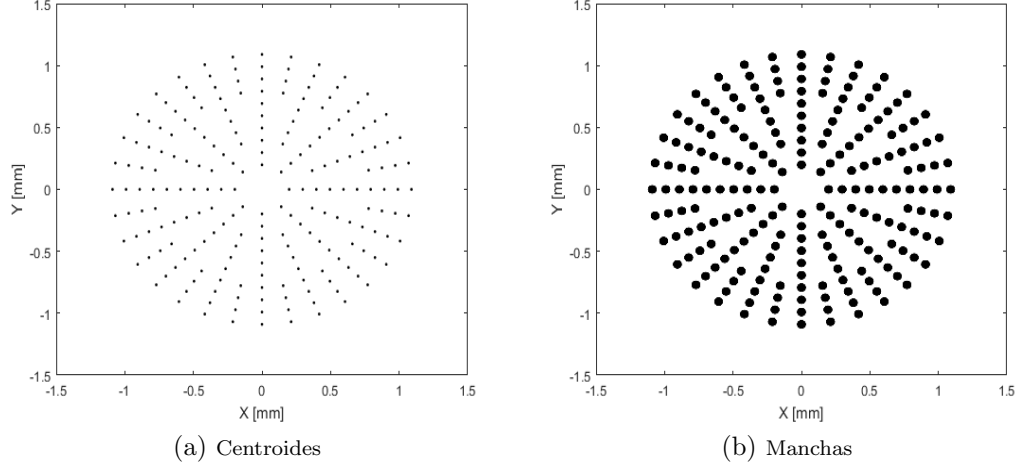


Figura 2.6: Imagen en la CCD, a) se aprecian los centros de las manchas, b) se relleno un círculo al rededor del centroide.

Para crear la pantalla nula es necesario imprimir los puntos encontrados en P_3 sobre el cono, una forma sencilla de resolver este problema es transformar las coordenadas P_3 en 3-D a un plano en 2-D, donde el plano es la superficie del cono, para esto hacemos uso de una transformación lineal [3, 18, 19], basada en la imagen 2.7. Una forma de apreciar lo que hace la transformación es pensar que se va a rodar el cono sobre una superficie plana donde cada mancha se mapea sobre el plano, dejando una huella que posteriormente se recortará y pegará en el cono.

En la imagen anterior se puede apreciar que: h , S y l son parámetros del cono, los cuales son: la altura, radio y generatriz, respectivamente, por otro lado ϕ es el ángulo que hacen las coordenadas x_3 y y_3 y α es el ángulo que hacen las variables η y ξ , las cuales definen el plano sobre el que será impreso la pantalla nula y el parámetro ρ es la distancia de el punto P_3 a la altura máxima del cono.

El plano sobre el que es impreso la pantalla cumple con las siguientes expresiones.

$$\xi = \rho \cos(\alpha), \quad (2.23a)$$

$$\eta = \rho \sin(\alpha). \quad (2.23b)$$

la distancia de P_3 al vértice del cono (ρ) se define como:

$$\rho = (x^2 + y^2 + (z - h)^2)^{1/2}, \quad (2.24a)$$

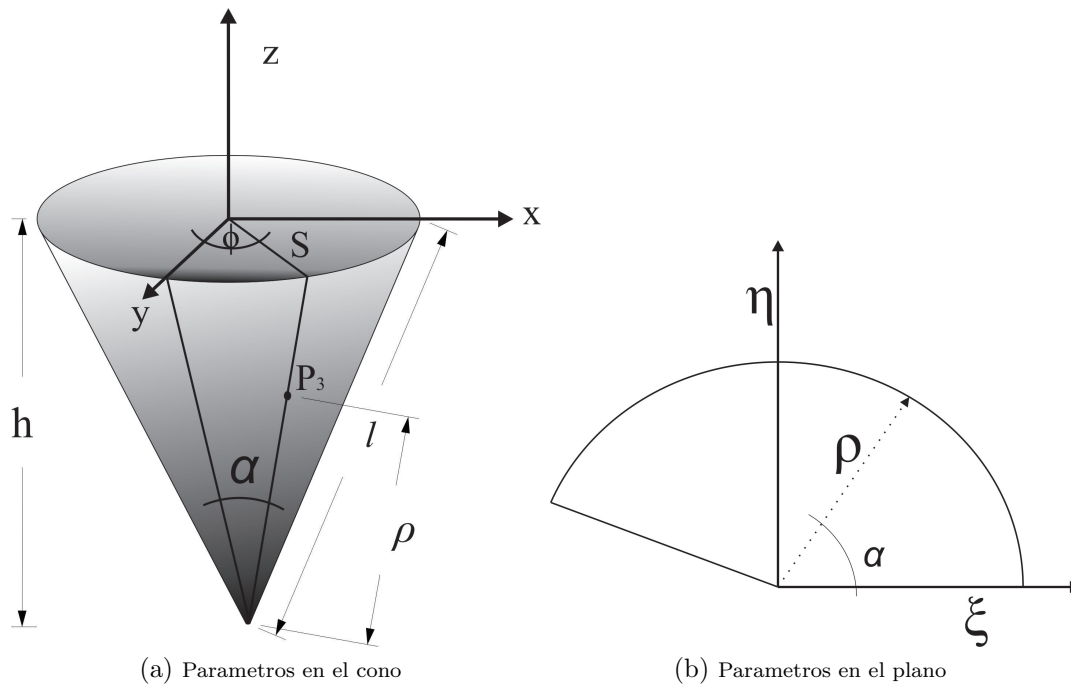


Figura 2.7: Transformación de los puntos en el cono a un plano, a) Imagen en 3D del cono, b) mapeo de la superficie del cono en un plano.

el ángulo que forman η y ξ (α), se expresa:

$$\alpha = \frac{S}{l}\phi, \quad (2.24b)$$

la generatriz del cono se puede calcular por:

$$l^2 = h^2 + s^2. \quad (2.24c)$$

donde x, y, z son las coordenadas $P_3 = (x_3, y_3, z_3)$, ϕ es el ángulo entre x y y y l es la generatriz del cono [3, 18, 19], como se muestra en la figura 2.7

Los parámetros usados para la construcción de la pantalla nula se muestran a continuación en la tabla 2.2 :

Al final se obtiene una imagen compuesta de manchas negras, la cual se muestra en la figura 2.8a, pero en este trabajo se usaron las imágenes en negativo de 2.8a es decir se utilizaron pantallas con fondo negro y manchas blancas, como se muestra en 2.8b

En trabajos anteriores se ha usado pantallas nulas con fondo blanco, del

Tabla 2.2: Parámetros usados para la construcción de la pantalla nula

Nombre	Abreviatura	Valor (mm)
Distancia CCD - pinhole	a	30.93
Distancia Pinhole - Córnea	b	120.00
Radio de curvatura	r	7.8
Constante de conicidad	k	0.0
Diámetro de superficie	D	11.0
Altura del cono	h	105.9
Radio del cono	s	70.6
Tamaño del CCD	$dx \times dy$	4.2×5.6

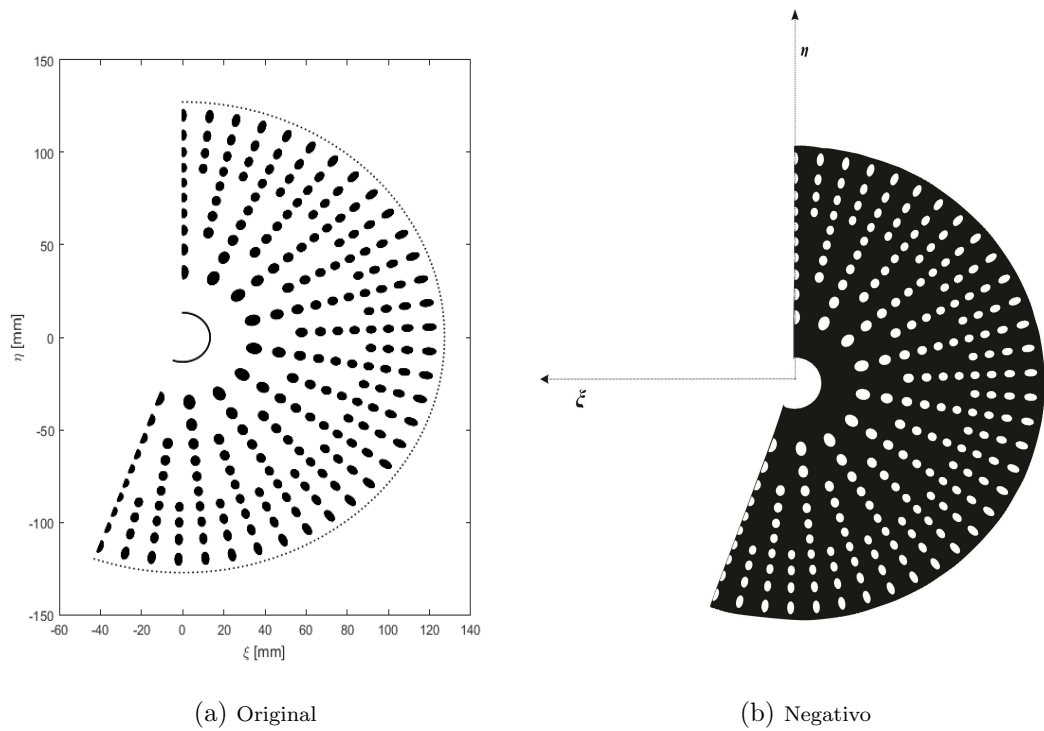


Figura 2.8: Pantalla Nula sobre un plano 2-D, a) pantalla nula con fondo blanco y manchas negras, b) pantalla nula con fondo negro y manchas blancas.

estilo de la figura 2.8a, para evaluar superficies con dimensiones similares a la córnea

2.4. Parámetro a , b y sagita máxima

Existen parámetros que relacionan el parámetro a que es la distancia del pinhole a la CCD y el parámetro b , que es la distancia del pinhole al origen de coordenadas [4, 18, 25]. En la figura 2.9, se muestra un esquema de un rayo incidente, del cual por trigonometría podemos decidir la siguiente ecuación.

$$\frac{b + \beta}{D} = \frac{a}{d}, \quad (2.25)$$

donde, D es el diámetro máximo que es posible evaluar, β es la sagita máxima a evaluar de la superficie.

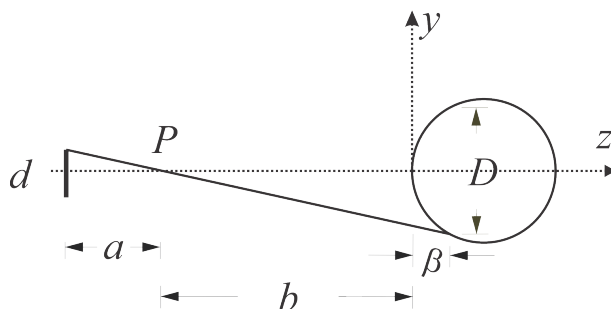


Figura 2.9: Esquema de rayo incidente

Si sustituimos la ecuación de sagita máxima (2.25), en la ecuación (2.2), podemos encontrar una relación para la sagita máxima en una superficie esférica [18, 25], está queda descrita por:

$$\beta = \begin{cases} \frac{D^2}{8r}, & \text{si } Q = 0 \\ \frac{r}{Q} \left[1 - \left(1 - \frac{QD^2}{4r^2} \right)^{1/2} \right], & \text{si } Q \neq 0. \end{cases} \quad (2.26)$$

Por otro lado, para determinar el parámetro a , se parte de la relación de Gauss para lentes delgadas [25], la cual es:

$$\frac{1}{s_0} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{f}, \quad (2.27)$$

del diagrama en la figura 2.5, se puede ver por la ecuación anterior, que s_0 es la distancia del objeto al centro de la lente, es decir $s_0 = b + \beta$, la distancia s_1 es la que hay entre el vertice de la lente y la imagen en la CCD, es decir

$s_1 = a$ y f es la longitud focal de la lente [25]. Si sustituimos la ecuación (2.27) en (2.25) encontramos una relación para a .

$$a = \frac{f(d + D)}{D}. \quad (2.28)$$

De la ecuación anterior se puede apreciar que el parámetro a puede ser medido sabiendo el tamaño del objeto D y la imagen formada d en una CCD por una lente con longitud focal f .

2.5. Propuesta de la pantalla nula

En este trabajo de tesis se propone utilizar pantallas nulas negativas (manchas blancas y fondo negro), se espera que de esta manera se eviten los problemas en el procesamiento de imagen que se han tenido en trabajos anteriores como son las sombras de las pestañas ya que en este caso las manchas de interés obtenidas tienen un nivel de gris muy por encima al que producirán las pestañas [26–28], las pantallas en negativo son de forma similar a la figura 2.8b.

Para construir la pantalla nula lo que se hace es realizar un escalamiento adecuado, basándose en las imagen que se obtienen al hacer la transformación de 3-D a 2-D. Este escalamiento se hace con ayuda de un programa que pueda hacer esta actividad. Debido a las dimensiones del cono esta se puede imprimir en papel bond ($21.6 \text{ cm} \times 27.9 \text{ cm}$) y posteriormente se recorta para armar el cono, en la figura 2.8b se muestra una imagen. Se usa un cono de acrílico para colocar la pantalla de papel mate en forma de cono, la cual se recorta y pega con cinta transparente, se usa un cono de acrílico porque este es fijo y ayuda a mantener la pantalla nula fija.

Al unir los extremos del cono de papel para formar el cono se usa cinta transparente, se evita el uso de una pestaña en el papel, para facilitar el procesamiento de imágenes, ya que al hacer uso de una pestaña para facilitar el pegado del papel se complica el procesamiento de imágenes en el realce de las manchas de interés. Esto se logra apreciar en la figura 2.10.

Se aprecia que la figura 2.10a tiene un nivel de gris diferente a la figura 2.10b en donde se colocó la pestaña, es decir las manchas blancas que se encuentran dentro del círculo. Este artefacto podría parecer poco problemático, pero el problema radica en que el filtro que se usa no realza lo suficiente la mancha y por ende no se recupera la posición exacta del centroide [27, 29].

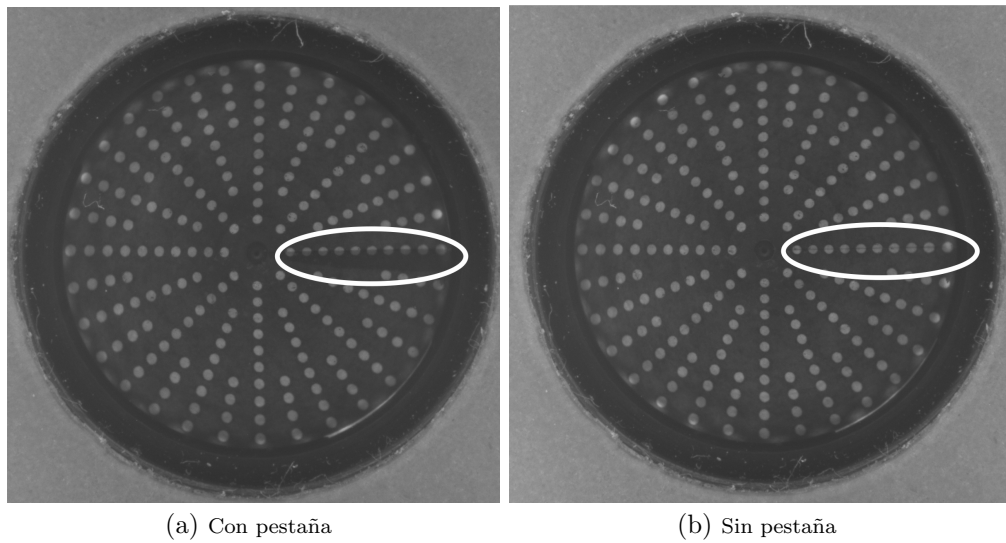


Figura 2.10: Imagen en la CCD cuando se usa a) pantalla con pestaña b) sin pestaña para realizar el pegado .

Es importante un soporte rígido para colocar la pantalla ya que por si sola no podría conservar su forma de cono, como se muestra en la figura 3.7:

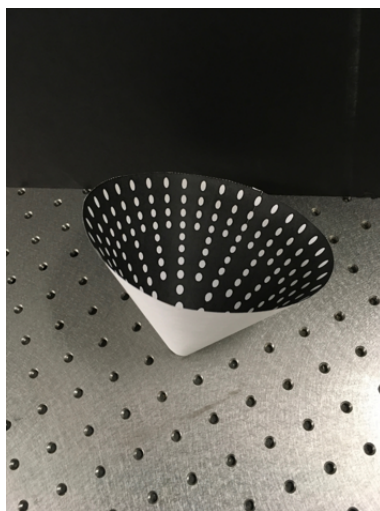


Figura 2.11: Pantalla antes de ser colocada en la montura

En la figura 3.7 se aprecia que debido a la flexibilidad del papel es necesario un soporte con las dimensiones adecuadas para colocar la pantalla nula.

2.6. Conclusiones

En este capítulo se describió el proceso de creación de una pantalla nula cónica para evaluar una superficie esférica y biconica debido a que estas pueden modelar la superficie anterior corneal, se aprecia que para la construcción de una pantalla nula cónica es necesario conocer ciertos parámetros que nos ayudaran a diseñarla.

Se dio una descripción detallada del proceso de construcción de una pantalla nula cónica para una superficie esférica y una biconica, se muestran expresiones algebraicas que describen la trayectoria de un rayo desde un punto de vista de la óptica geométrica. Finalmente se muestra la forma que tiene la pantalla nula para que esta pueda ser impresa y posteriormente recortada y pegada sobre un cono de acrílico que ayuda a mantener estable su tamaño.

Capítulo 3

Imagen en la CCD y obtención de sus centroides

En esta sección se explica el procedimiento seguido para obtener la imagen con la CCD y el procesamiento aplicado a la imagen para obtener los centroides de las manchas, lo cual es un proceso medular para la evaluación de la superficie.

3.1. Arreglo Óptico

Como se ha mencionado anteriormente se usaron pantallas nula cónicas, pero para colocar las pantallas se uso una superficie cilíndrica con una cavidad en forma de cono para sostener las pantallas de papel. Esta superficie esta hecha de acrílico y no tiene el mismo grosor en sus diferentes secciones ya que el cilindro de acrílico tiene un hueco en forma de cono que es donde se colocan las pantallas nulas, como se muestra en la figura 3.1.

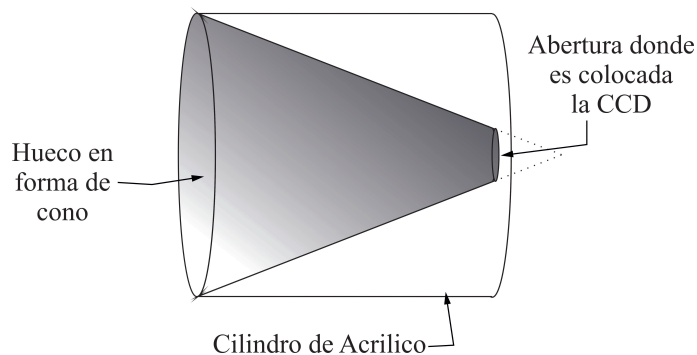


Figura 3.1: Cono de acrílico

La cámara CCD se coloca justo en la abertura que se encuentra a la derecha de la figura 3.1, esta CCD se sostiene con una platina. Para que la pantalla no sufra movimientos mientras se hace la prueba, este se fijo a un gato con un cinturón de metal.

Se ha observado que el contraste aumenta si se usa iluminación al rededor de la pantalla, inicialmente se contaba con un arreglo de LEDs y una lampara e luz blanca que se colocaba enfrente del cono pero se observo que si solo se usa la tira de LEDs el contraste es muy similar, por lo cual se optó por solo usar una tira de LEDs [3, 18, 27, 29].

3.2. Obtención de la Imagen

Para obtener la imagen se utilizó una CCD marca Edmund Optics, con una área sensible de $5.6 \times 4.2mm$ y con un tamaño de pixel de $2.2 \times 2.2\mu m$, lo cual nos da una resolución de 2560×1920 *pixeles*. Para enfocar la imagen se utilizó una lente con una distancia focal de $25mm$, esta lente contenia el diafragma de apertura. Es arreglo mencionado anteriormente se colocó en la parte posterior del cono, en una pequeña abertura que contenía este, como se muestra en la figura 2.5.

La imagen capturada con la CCD fue en formato *.tiff* o *PNG* y en blanco y negro ya que la CCD utilizada solo puede capturar imágenes con estas características. La imagen obtenida tenia un peso de $4.68MB$.

Las imágenes fueron obtenidas con el software sugerido por Edmund Optics, el cual es *IDSCameraManager* con un cable USB 3.0.

Al capturar las imágenes se trató de que esta estuviera en el centro del área sensible de la cámara, es decir que estuviera centrada, esto con el fin de tener más eficiencia en el procesamiento de imagen, esto se explica más a detalle en el capítulo de resultados.

Se utilizó un sistema de iluminación de una tira de LEDs de luz blanca al rededor del acrílico del cono para obtener un mayor contraste en las manchas de la imagen obtenida. El sistema de iluminación se alimento con un voltage de $12V$ y una corriente de $2A$, ya que la tira de LEDs tiene una longitud de $2m$. El sistema de iluminación se muestra en la figura 3.2.

Anteriormente se había probado este cono de acrílico para realizar la

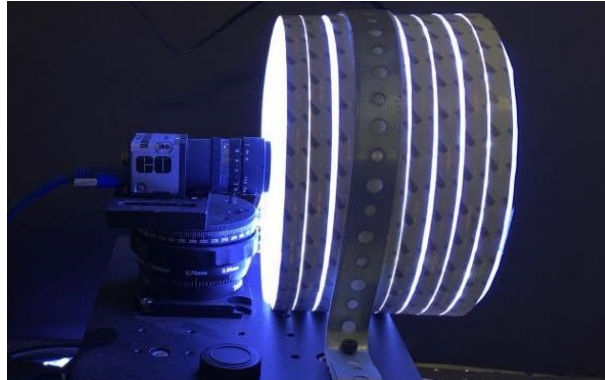


Figura 3.2: Arreglo experimental

evaluación de una superficie de calibración [3] y para aumentar la iluminación se utilizó una lámpara circular de luz blanca que era colocada enfrente de la base mayor del cono, esto ayudaba a aumentar el contraste pero en este trabajo se omite para mejorar la comodidad de la persona a la que se le hará el estudio ya que por las dimensiones de la lámpara es incomodo colocar la cara enfrente del cono ademas que ésta ilumina demasiado y causa incomodidad en los ojos .

3.3. Área de interés de la imagen

Al obtener las imágenes con la CCD, se obtiene una imagen más grande de lo deseada, ya que el tamaño del CCD utilizado es mayor al área necesaria. Además se obtiene, una imagen con objetos no deseados como: esclerótica, parpado superior e inferior y carúncula. Como se muestra en la imagen 3.3:

A partir de la figura 3.3, se selecciona una región de interés (ROI) donde solo se encuentra la córnea y se trabaja con esta ROI, la ROI seleccionada tendrá una dimensión menor a la imagen original. Generalmente mayor a 550×550 *pixeles*, como se muestra a la figura 3.4.

3.4. Realce de las manchas de interés

De la ROI seleccionada, las manchas de interés son los círculos blancos, ver imagen 3.4, pero para resaltar estas manchas lo que inicialmente se hace es obtener el negativo de la imagen, es decir para cada elemento de la matriz imagen se modifica mediante la ecuación $255 - I_{i,j}$, donde $I_{i,j}$ es el nivel de

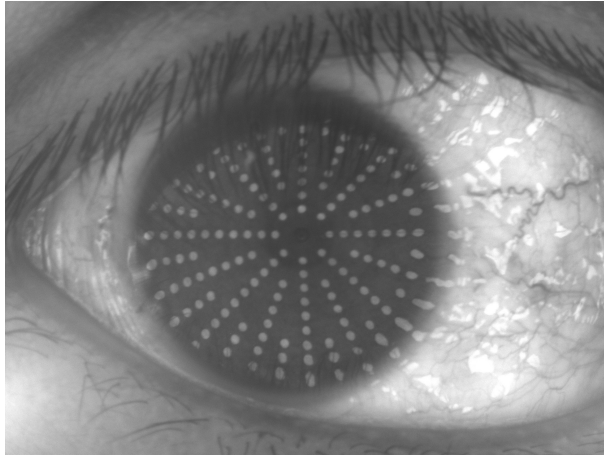


Figura 3.3: Imagen obtenida

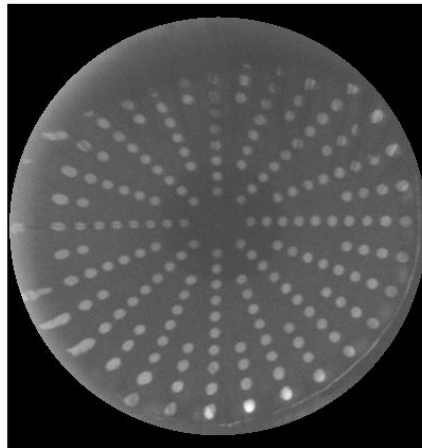


Figura 3.4: Región de interés (ROI) de la imagen

gris en cada elemento de la matriz.

Para poder encontrar el centroide de la mancha de interés lo que se hace es utilizar un filtro en forma gaussiana [27, 29, 30], el cual es llamado kernel en algunas ocasiones y esta descrito por la matriz en la ecuación (3.1).

$$\begin{pmatrix} a & b & a \\ b & c & b \\ a & b & a \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

donde la matriz 3.1, debe cumplir con la condición $0 < a < b < c < 1$ y se propone que $a = 0.2025$, $b = 0.1125$ y $c = 0.0625$ [27] ya que con este tipo de kernel es posible resaltar objetos en la imagen con niveles de gris ligeramente diferentes. El filtro se hace haciendo una convolución entre la matriz imagen y el kernel mencionado anteriormente, una opción es utilizar el comando *filter* de la paquetería de Matlab, ya que este realiza la convolución entre una imagen y un kernel. Después de realizar este procedimiento se obtiene una imagen como se ve en la figura 3.5.

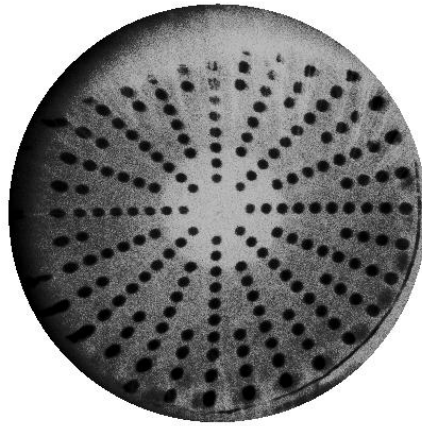


Figura 3.5: Región de interés (ROI) filtrada de la imagen

Se puede apreciar que con este procesamiento se puede resaltar las manchas de interés, en la figura 3.6, se muestra una imagen donde se gráfica sólo una parte de la imagen para apreciar el cambio del nivel de gris con respecto al fondo de la imagen.

Finalmente se obtiene una imagen binaria, haciendo una umbralización por regiones, en la región central, media y externa de la imagen filtrada, estos umbrales se hacen tomando en cuenta la posición y el valor de gris de cada elemento de la matriz, debido a que el contraste en la región central de la imagen es diferente al contraste en el exterior, esto es debido a la forma del cono y la posición de la iluminación, ya que en las manchas centrales provienen de la parte del cono donde hay más atenuación a la luz de los LEDs, caso contrario en las manchas de la región exterior. El umbral se puede re-

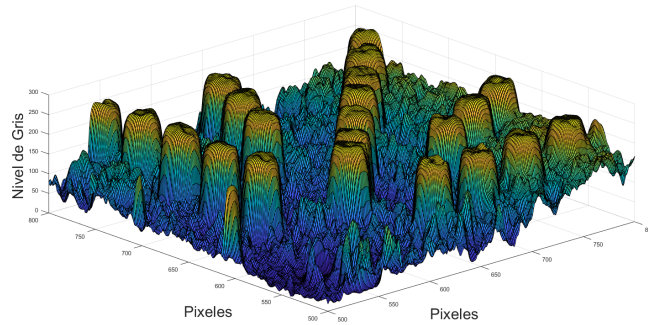
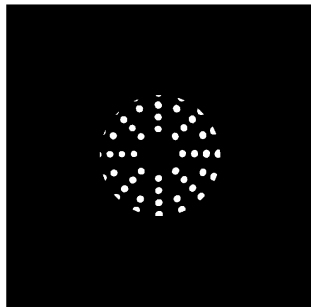


Figura 3.6: Niveles de gris en los píxeles de la imagen

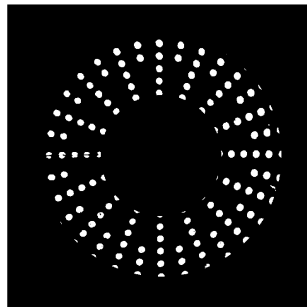
presenta por la siguiente ecuación [4, 8] :

$$I(i, j) = \begin{cases} 255 & \text{si } I(i, j) < M, \\ 0 & \text{si } I(i, j) > 0, \end{cases} \quad (3.2)$$

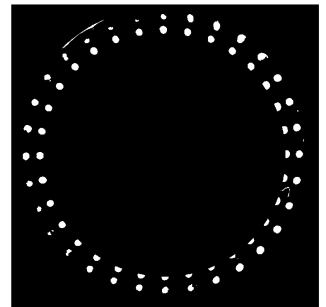
donde M es el valor umbral para cada una de las regiones de la imagen [4, 8], en la figura 3.7, se muestra una imagen con las diferentes regiones donde se utiliza el umbral mencionado en la ecuación (3.2).



(a) Región central



(b) Región en medio



(c) Región exterior

Figura 3.7: Regiones de la imagen en la umbralización

Se puede apreciar que aparte de las manchas de interés, se obtienen manchas que pertenecen a artefactos en la imagen, estos se pueden eliminar encontrando los objetos en la imagen que se encuentran concatenados y que tienen un número de elementos mucho menor o mayor al número de elementos que debería tener una mancha que pertenece a un objeto de interés, esto se hace

contando el número de elementos concatenados o unidos con nivel de gris en blanco. Una opción es usar la función “bwareaopen”, en matlab, la cual elimina los objetos concatenados que sean menores a un valor dado, el cual es un valor menor al numero de pixeles que podría tener una mancha de interés.

Al final se obtiene una máscara, la cual se utiliza en conjunto con la imagen inicial para obtener el centroide de cada cúmulo de píxeles con nivel de gris diferente al fondo, usando las ecuaciones (3.3) en cada mancha de interes, una opción es usar la función “regionprops” en matlab, esta función obtiene los centroides haciendo un promedio pesado de la posición de cada cúmulo de píxeles con valor 255 [4,8,18], haciendo uso de las ecuaciones (3.3):

$$x_p = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_{i,j} I_{i,j}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I_{i,j}} \quad (3.3a)$$

$$y_p = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M y_{i,j} I_{i,j}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I_{i,j}} \quad (3.3b)$$

donde x_p y y_p , son las posiciones de los centroides geométricos y $x_{i,j}$ y $y_{i,j}$ son los píxeles pertenecientes a alguna mancha de interés con N filas y M columnas y cada valor de pixel tiene una intensidad $I_{i,j}$.

A continuación, en la figura 3.8 muestra una imagen donde se aprecia la mascara que se utilizó con el centroide obtenido al hacer el promedio pesado teniendo en cuenta el valor de gris en cada centroide, la posición de cada centroide se representa por (*) en azul.

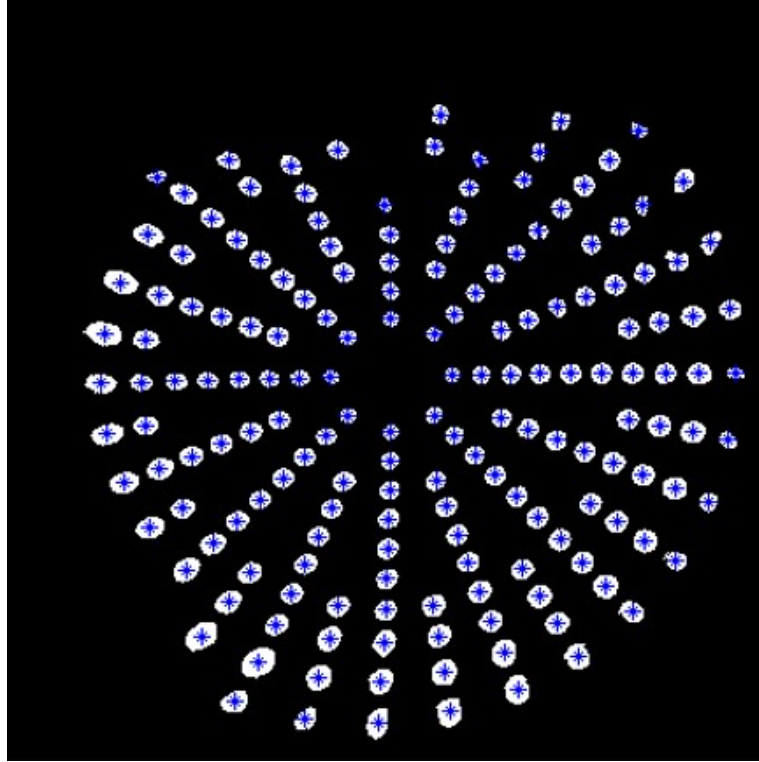


Figura 3.8: Manchas de interés con su respectivo centroide

Con lo mencionado en los párrafos anteriores es posible encontrar las coordenadas de los centroides en la imagen, pero para encontrar la posición en la CCD se tiene que considerar el tamaño de pixel, que es proporcionado por el proveedor. Se hace una transformación que se puede representar por las siguientes ecuaciones [3, 8, 18]:

$$x = -(M/2 - x_{corte} - x_p) \times d_{pix} \quad (3.4a)$$

$$y = (N/2 - y_{corte} - y_p) \times d_{pix} \quad (3.4b)$$

donde, x, y son las coordenadas de los centroides en la CCD con respecto al eje óptico, M y N son las dimensiones de la imagen original (2560×1920), x_{corte} y y_{corte} son las posiciones donde se hizo el corte en la imagen original para seleccionar la ROI y x_p y y_p son las posiciones en columna y fila de los centroides en la ROI. Después de esto es posible graficar los centroides experimentales con los teóricos, esto se puede ver en la figura 3.9

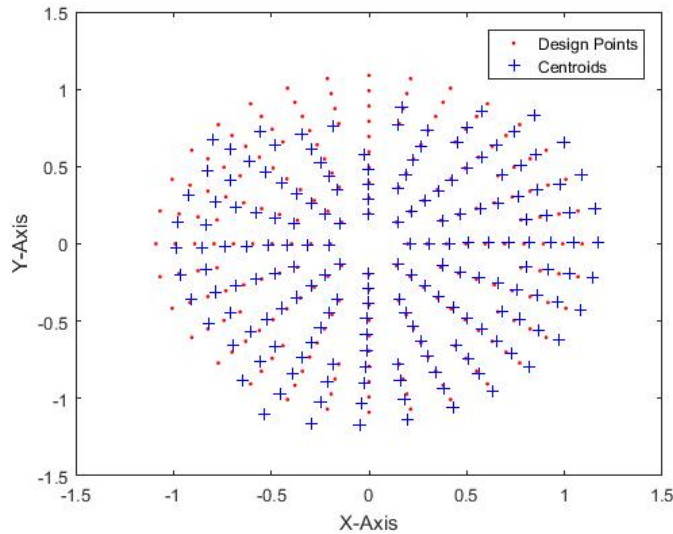


Figura 3.9: Coordenadas de los centroides (+) y patrón de diseño (·).

3.5. Clasificación de los centroides

Después de obtener los centroides y llevarlos a la escala adecuada con las ecuaciones 3.4, se obtiene un vector o matriz de coordenadas las cuales se encuentran ordenados arbitrariamente, esto debido a que al usar las ecuaciones 3.3 con la función “regionprops”, se obtienen los centroides ordenados de forma ascendente en la posición de la matriz imagen.

Por lo cual hay que hacer una correspondencia de puntos con el patrón de diseño, esto con el fin de conocer de donde proviene ese rayo ya que hasta este momento sólo se conoce el punto donde se detecto en la CCD [3,8,27,29].

La correspondencia de puntos en una superficie de referencia se realizó de manera sencilla, como los puntos detectados no se desvían demasiado del patrón de diseño, es decir las coordenadas de los centroides son casi idénticas a las coordenadas de diseño en todos los puntos, como se indica más adelante en el capítulo de resultados. Por lo cual, lo que se hace es asignarle a la posición del vector de diseño las coordenadas de un punto de los centroides que se encuentre más cerca a este, tomando en cuenta que las coordenadas en los centroides no se pueden separar demasiado, por lo tanto se asigna un umbral que es una región alrededor de él donde el programa puede buscar este punto, este umbral queda definido por la distancia mínima entre dos puntos en el patrón de diseño, similar al algoritmo de creación de trayectorias (el cual

es explicado con detalle más adelante). Existe la probabilidad de no evaluar toda el área por lo cual si un punto no se encuentra cerca de él no es posible asignarlo a la posición y por lo tanto se elimina del patrón de diseño.

Para el caso de las córneas, no es un proceso tan simple, ya que los puntos detectados en la CCD suelen desplazarse de la posición de diseño. Esto se puede observar al extraer los centroides y graficarlos con los puntos de diseño, como se muestra en la figura 3.9.

Para hacer la correspondencia de puntos correcta, el algoritmo se diseño de la siguiente manera:

- Calcular la distancia radial de cada punto y ordenarlos por esta.
- Como siempre se podrá recuperar el primer círculo de puntos ya que difícilmente las cejas pueden ocasionar sombras en esta región, se ordenan estos por ángulo y de esta manera se puede hacer una correspondencia uno a uno con el primer círculo del patrón de diseño.
- Se ordenan los siguientes puntos pertenecientes al segundo círculo, un proceso similar al anterior usando el ángulo como característica para su clasificación.
- Los siguientes puntos se ordenaran con ayuda de un ciclo el cual clasificara todos los puntos en el patrón por ángulos, los cuales seran $\frac{360}{32} \times i$ y clasificando los puntos centroides por $\frac{360}{32} \times i \pm 5$, para hacer una correspondencia biunívoca con las posiciones de los puntos patrón.
- Existen regiones que por sombras o forma de la superficie no se podrá recuperar el centroide en esa región, lo que se hace es asignarle un punto conocido a esa posición, se sugiere que sea coordenada $(0,0)$ tanto en la posición del vector patrón y centroide.
- Se hace la misma correspondencia de puntos con los puntos en la superficie del cono (pantalla nula), reconociendo que los centroides no asignados tendrán una coordenada conocida $(0,0)$ y por lo tanto se podrán eliminar tal elemento tanto en el patrón como en el cono.

Se uso como intervalo en el ángulo 5 grados por que en la zona exterior se observo que es a lo más que se puede desvían angularmente un centroide por desalineación o forma de la superficie. Esto se observo experimentalmente, con un mismo sujeto mientras se trataba de alinear el vértice de la córnea con

el eje óptico, en este proceso se obtuvieron varias imágenes donde el sujeto se encontraba ligeramente centrado y se pudo observar eso.

3.6. Corrección por distorsión de la lente de la cámara CCD

Existen diferentes tipos de aberraciones presentes en la lente de la cámara CCD que pueden afectar la evaluación de los centroides, la principal es la distorsión. Esta generalmente se produce dependiendo de la distancia y la dirección en la que observamos un objeto. Dicho de otra forma, la distorsión depende de la posición del objeto. Las distorsiones que podemos encontrar son generalmente de dos tipos, de barril y cojín que también es conocida como corset. La más común es la distorsión de barril, esta se produce cuando se utilizan distancias focales cortas (menores a 35mm), en este tipo de distorsión los objetos o puntos de los extremos de la imagen se desvían radialmente haciendo un efecto de barril [4, 25], como se muestra en la figura 3.10.

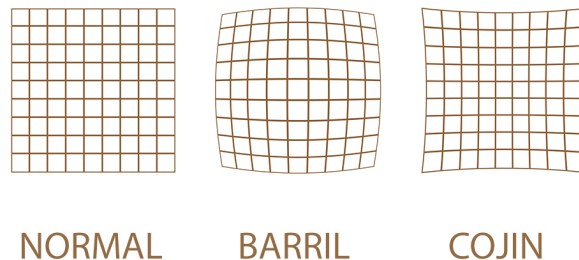


Figura 3.10: Tipos de distorsión

Por otro lado la distorsión de cojín se manifiesta de manera contraria, las líneas del extremo tienden a curvarse hacia dentro. Esta aparece cuando se utilizan distancias focales largas. En algunas ocasiones esta distorsión pasa desapercibida pero se puede apreciar con líneas horizontales que tienden a deformarse [4, 20, 25], como se muestra en la figura 3.10.

Debido a que la ampliación transversal no es constante, es decir los puntos en las CCD que se encuentran fuera del eje óptico se encuentran ligeramente

desplazados en dirección radial, distorsionándose de forma de barril, es necesario corregir este defecto, para esto debemos definir ciertos parámetros que se muestran en la figura 3.11, donde S_0 y S_i son las distancias del diafragma al objeto y del diafragma a la imagen en la CCD, respectivamente. El tamaño o altura de los objetos se definen como ρ_0 para el objeto y ρ_i para la imagen en la CCD.

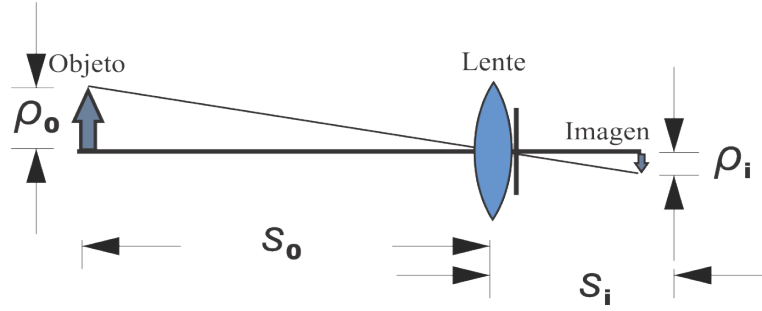


Figura 3.11: Esquema de la amplificación transversal

En la imagen anterior se puede apreciar la amplificación transversal, M_T esto se define como:

$$M_T = -\frac{S_i}{S_0} = \frac{\rho_i}{\rho_0} \quad (3.5)$$

Para una lente ideal, es decir que no sufre distorsión, la altura de la imagen se puede calcular como [25]:

$$\rho_i = \rho_0 M_T. \quad (3.6)$$

Mientras que una lente que sufre de distorsión sus puntos se desvían siguiendo la siguiente ecuación

$$\rho_d = \rho_i + E\rho_0^3 = \rho_0 M_T + E\rho_0^3. \quad (3.7)$$

Experimentalmente podemos medir a ρ_d y con esto conocer a ρ_0 invirtiendo la ecuación anterior, es decir expresándola de la forma $\rho_0(\rho_d)$. Esto se logra haciendo una inversión polinomial, apoyándose con la siguiente ecuación [4, 20, 25]

$$\rho_0 = A\rho_d + B\rho_d^2 + C\rho_d^3, \quad (3.8)$$

Sustituyendo la ecuación (3.8) en (3.7), se tiene:

$$\rho_d = M_t A\rho_d + M_T B\rho_d^2 + (M_T C + EA^3)\rho_d^3 + f(\rho_d), \quad (3.9)$$

donde $f(\rho_d)$ es un polinomio mayor a tercer orden, de la igualdad anterior podemos deducir el valor de las constantes A , B y C , ya que se debe cumplir las siguientes igualdades.

$$A = \frac{1}{M_T}, \quad (3.10a)$$

$$B = 0, \quad (3.10b)$$

$$C = \frac{E}{M_T^4}. \quad (3.10c)$$

Retomando la ecuación (3.10), podemos reescribir la ecuación (3.8) como:

$$\rho_0 = \frac{\rho_d}{M_T} - \frac{E}{M_T^4} \rho_d^3 \quad (3.11)$$

con esta ecuación es posible corregir la distorsión producida por la lente [4, 20, 25]. Para esto se diseñó un patrón de puntos que forman una malla cuadrada, se escogió este arreglo de puntos porque es más sencillo procesar estos datos y además se puede apreciar mejor la distorsión con este patrón.

El patrón diseñado se imprimió sobre papel mate con las dimensiones adecuadas, en la figura 3.12 se muestra una imagen del patrón de diseño y la imagen tomada con la CCD.

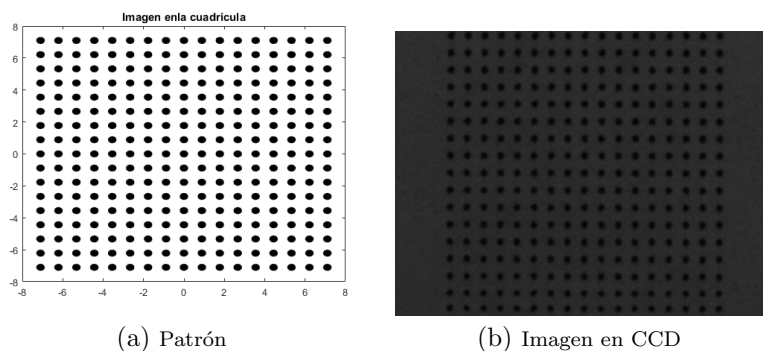


Figura 3.12: Patrón diseñado e imagen obtenida

Apoyándose de un procesamiento de imagen, es posible obtener los centroides de la imagen 3.12, estos se muestran en la figura 3.13, también se aprecian los centroides corregidos por distorsión, como se puede apreciar esto no es visible a simple vista por lo cual es conveniente ampliar la imagen en una de sus esquinas donde la distorsión es mayor.

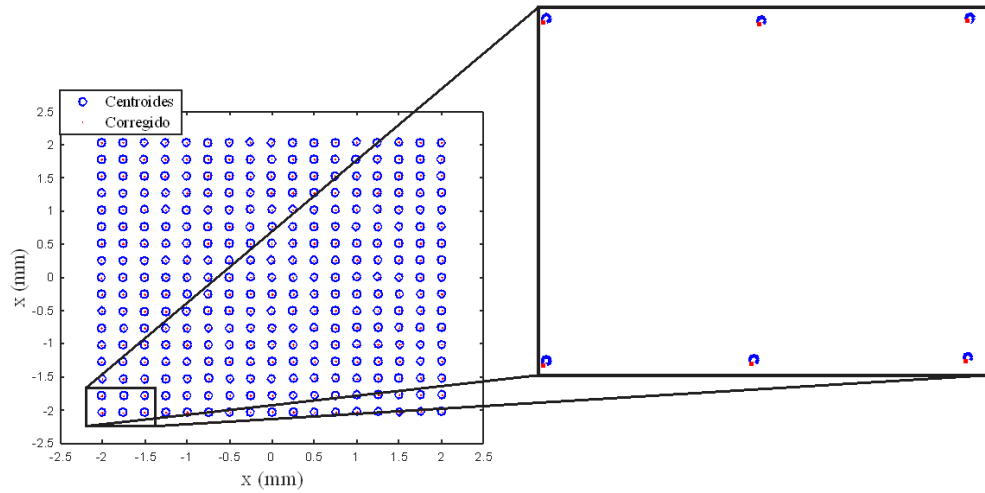


Figura 3.13: Centroides del patrón y la imagen obtenida con la CCD

Cabe señalar que se obtuvo la distancia radial de cada centroide con respecto del eje óptico, posteriormente se realizó un ajuste a la ecuación (3.11), donde ρ_0 es la distancia radial del centroide de diseño, mientras que ρ_d es el centroide en la imagen, el ajuste se muestra en la figura 3.14.

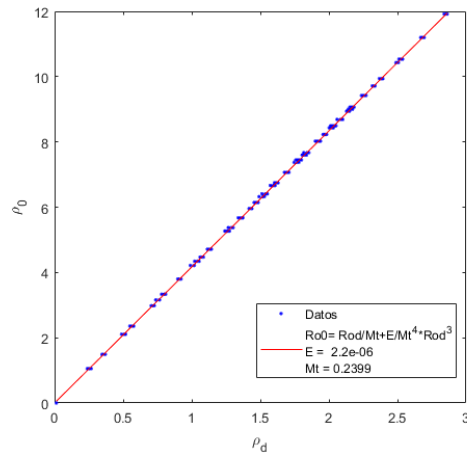


Figura 3.14: Ajuste de distorsión

Del ajuste realizado, se obtuvo los siguientes valores de la magnificación

(M_T) y el parámetro E , los cuales son:

$$E = -2.2 \times 10^{-6},$$

$$M_T = 0.2399.$$

De acuerdo a la ecuación (3.7), el signo negativo de E nos dice que tenemos distorsión de barril.

3.7. Conclusiones

En este capítulo se ha discutido una parte medular del trabajo, la cual es la obtención de centroides y la corrección por distorsión que puede afectar en la evaluación de la superficie. Dicha corrección podría verse insignificante porque los centroides no son desviados una distancia que el ojo humano pueda percibir fácilmente, pero como se pretende evaluar una superficie con alta precisión es fundamental hacer esta corrección.

Se ha propuesto un algoritmo que encuentre y haga una correspondencia de los centroides, después de hacer la programación adecuada se logro observar que estos algoritmos funcionan correctamente y algo importante propuesto y discutido en este trabajo es la umbralización por regiones debido a la inhomogeneidad de contraste producida por la atenuación de iluminación en el eje z .

Capítulo 4

Evaluación

En este capítulo se describe el proceso de evaluación de la córnea, las ecuaciones usadas y el proceso para encontrar la topografía de la superficie evaluada. Además se describen los algoritmos propuestos para la evaluación.

4.1. Cálculo teórico de las normales por el método de deflectometría por reflexión

El cálculo de las elevaciones y de las normales a la superficie está basado en el método por deflectometría por reflexión, el cual se hace incidir un rayo \mathbf{R} sobre la superficie a evaluar para obtener el rayo reflejado y normal (\mathbf{N}) a la superficie con lo cual es posible reconstruir la forma de la superficie [4, 8, 19, 31].

Para aplicar este método se asume que la superficie a evaluar se puede escribir como se muestra en la ecuación (4.1) [19, 31].

$$F(x, y, z) = 0, \quad (4.1)$$

donde el vector incidente (\mathbf{I}) proviene de la pantalla nula y el vector reflejado (\mathbf{R}) tiene dirección hacia la CCD, como se muestra en la figura 4.1

Se observa en la figura 4.1, el vector diferencial de longitud $d\mathbf{S} = (dx, dy, dz)$ del vector posición $\mathbf{r} = (x, y, z)$ es perpendicular al vector normal (\mathbf{N}) y al vector de posición en ese punto, esto es.

$$\mathbf{N} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (4.2)$$

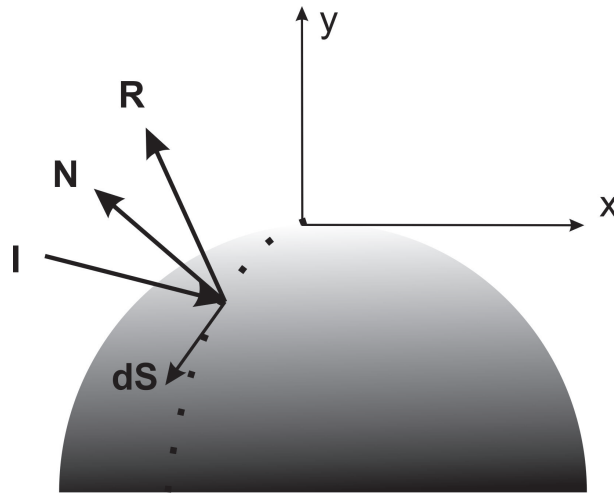


Figura 4.1: Normales Teóricas y vector tangente

desarrollando e integrando la ecuación (4.2), se obtiene:

$$z - z_1 = - \int_{P_1}^{P_2} \frac{N_x}{N_z} dx + \frac{N_y}{N_z} dy \quad (4.3)$$

donde z_1 es un punto inicial sobre la superficie o descentramiento que debe conocerse de antemano. [4, 19, 31]. Cabe señalar que la ecuación (4.3) es una expresión exacta. Su evaluación, sin embargo, requiere de aproximaciones.

4.2. Cálculo de las elevaciones

Después de obtener los centroides de la CCD, se encuentra la posición en una superficie cónica o biconica (dependiendo de cual usemos para aproximar la superficie corneal) en donde intersecta los rayos provenientes de P_1 , esto se hace para iniciar un procedimiento iterativo y partir de algo cercano al valor real [4, 19, 26, 27], para esto se ha dividido esta sección en dos partes para su mejor comprensión, donde se muestra el proceso del calculo de las elevaciones para el caso donde la córnea se aproxima a una superficie esférica y biconica:

4.2.1. Elevación en una superficie esférica

El punto de intersección en la superficie esférica por los rayos provenientes de la CCD, se le nombrará como $P_s(x_s, y_s, z_s)$ con ayuda de este punto se encuentra el vector incidente (**I**) y reflejado (**R**), estos vectores están dados

por las siguientes ecuaciones 4.4 y 4.5.

$$\mathbf{I} = \frac{(x_s - x_3, y_s - y_3, z_s - z_3)}{\left((x_s - x_3)^2 + (y_s - y_3)^2 + (z_s - z_3)^2\right)^{1/2}}, \quad (4.4)$$

$$\mathbf{R} = \frac{(x_1, y_1, -a)}{(x_1^2 + y_1^2 + a^2)^{1/2}}, \quad (4.5)$$

donde $P_s = (x_s, y_s, z_s)$ son los puntos en la superficie asférica, donde los rayos provenientes de la CCD intersectan, estos se calculan haciendo uso de la ecuación (2.6), por otro lado, $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$ son los puntos en la CCD y $P_3 = (x_3, y_3, z_3)$ son los puntos en la pantalla nula cónica [4, 8, 18–20], como se muestra en la figura 4.2.

Por otra parte, el vector normal se puede calcular con la ley de reflexión, descrita en la ecuación 2.7, la cual se puede expresar por la ecuación (4.6) [4, 8, 18, 19].

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{R} - \mathbf{I}}{|\mathbf{R} - \mathbf{I}|} \quad (4.6)$$

Las elevaciones en cada uno de los puntos se calculan con la ecuación (4.3), pero como nuestros datos son discretos se realiza una aproximación por la regla del trapecio [4, 8, 18–20], para obtener la ecuación (4.7):

$$z_m - z_i = \sum_n \left(\frac{n_{x_l}}{n_{z_l}} + \frac{n_{x_{l+1}}}{n_{z_{l+1}}} \right) (x_{l+1} - x_l) + \left(\frac{n_{y_l}}{n_{z_l}} + \frac{n_{y_{l+1}}}{n_{z_{l+1}}} \right) (y_{l+1} - y_l). \quad (4.7)$$

Para su evaluación se hace uso de trayectorias de integración, las cuales se eligen de manera que no haya muchos puntos en esta trayectoria y además que entre los puntos consecutivos no haya cambios abruptos de dirección [4, 8, 18, 25]. Todas estas trayectorias parten de un mismo punto z_i y terminan en el punto que se desea integrar z_m , para realizar esta tarea se emplea un algoritmo, es cual lleva el nombre de dijkstra [3], una opción es usar un algoritmo en matlab, pero en este trabajo se diseñó un algoritmo, que se basa en el principio del algoritmo de dijkstra para realizar esta tarea ya que de esta manera se puede entender de manera concreta que es lo que hace el algoritmo y como realiza esta tarea.

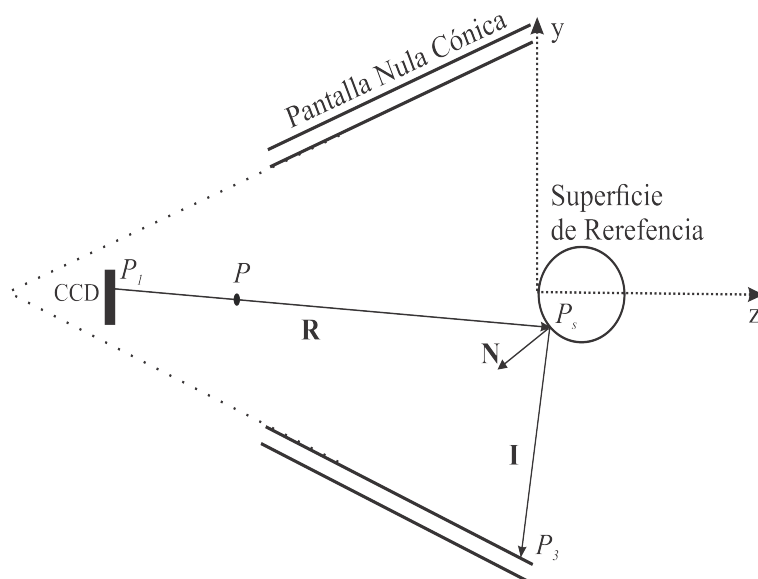


Figura 4.2: Vector incidente y reflejado en la evaluación

4.2.2. Elevación en una superficie biconica

Las elevaciones en la superficie corneal considerando que esta tiene la forma de una superficie biconica, se calculan de una forma similar a la sección anterior. En este caso se supone que la superficie a evaluar tiene la forma de una superficie biconica centrada, es decir cumple con la ecuación (2.13). Para encontrar las posiciones donde los rayos provenientes de la CCD (P_1) intersectan en la superficie biconica P_s se hace uso de las ecuaciones (2.15), tomando como $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$ las coordenadas de los centroides, como se aprecia en la figura 4.2.

Una vez obtenido P_s , es posible calcular el vector incidente (\mathbf{I}) y el vector reflejado (\mathbf{R}), con las ecuaciones (4.4) y (4.5) respectivamente. Con esta información se calcula el vector normal a la superficie, partiendo de la ley de reflexión, es decir haciendo uso de la ecuación (4.6).

Las elevaciones en cada punto se encuentra haciendo uso de la ecuación (4.7), donde la suma se realiza sobre una trayectoria que une a un punto en común z_i para todos los puntos que se desean evaluar con el punto que se esta evaluando z_m , estas trayectorias deben ser cortas, ademas los puntos que se unen en dicha trayectoria no deben tener cambios abruptos en su dirección y en las distancias de separación.

4.3. Trayectorias de Integración

Para realizar la integración de todos los datos es necesario ordenarlos por conjuntos, los cuales están relacionados por trayectorias de integración a lo largo de la superficie, estas trayectorias deben cumplir ciertos requisitos los cuales son: deben ser cortas, los puntos que las unen no deben estar separados por distancias muy grandes y todos estos conjuntos debe tener un punto en común el cual es el punto de partida [4].

Antes de iniciar esto es necesario tener ordenados los puntos P_1 , P_2 y P_3 , ya que estos se encuentran ordenados en vectores los cuales deben tener una correspondencia única entre ellos, estos se encuentran ordenados por radio y ángulo de menor a mayor.

El algoritmo diseñado, hace lo siguiente: Las trayectorias se crean con los centroides sobre la CCD, es decir las coordenadas de P_1 solo por simplicidad. Posteriormente como en los puntos P_2 y P_3 existe una relación biunívoca con P_1 se puede saber que elemento de P_2 se usará para la trayectoria en la integración y cálculo de la elevación.

Luego, elige un punto de partida el cual sera el mismo para todas las trayectorias, una opción es usar el que tiene indice 1 en el vector, a este punto se le denomina (P_0), después selecciona el punto final, es decir el punto que se desea integrar, al cual se le denomina como (P_f), cabe mencionar que cuando el algoritmo llega a este finaliza, si el punto final se encuentra fuera de la región circular con menor radio, es decir el primer círculo de puntos, se selecciona la trayectoria que dejaría a el último punto (P_i) de esta trayectoria más cerca del punto final (P_f), es decir, se elige a un punto (P_i), haciendo trayectorias de a lo más 5 puntos en sentido contrario a las manecillas del reloj o hasta 4 puntos en sentido a las manecillas del reloj (para nuestro patrón de punto). Una vez definida esta pequeña trayectoria, se seleccionan puntos que se encuentran dentro de un radio ($R < 0.18mm$) referente al punto (P_i) de la trayectoria mencionada anteriormente, después solo utilizando estos puntos cercanos el algoritmo elige el punto siguiente en la trayectoria (P_k), tomando dos cosas en cuenta: que la distancia de los puntos (P_i) y (P_f) a el punto (P_k) sea mínima, como se muestra en la figura 4.3 . Si el punto (P_f) se encuentra dentro del primer círculo, el algoritmo termina al encontrar P_i .

En la figura anterior se observan una sola trayectoria para esquematizar ciertos parámetros que se toman en cuenta en su construcción, donde P_0 es el punto inicial, P_i es el punto donde termina la primera parte de la trayectoria,

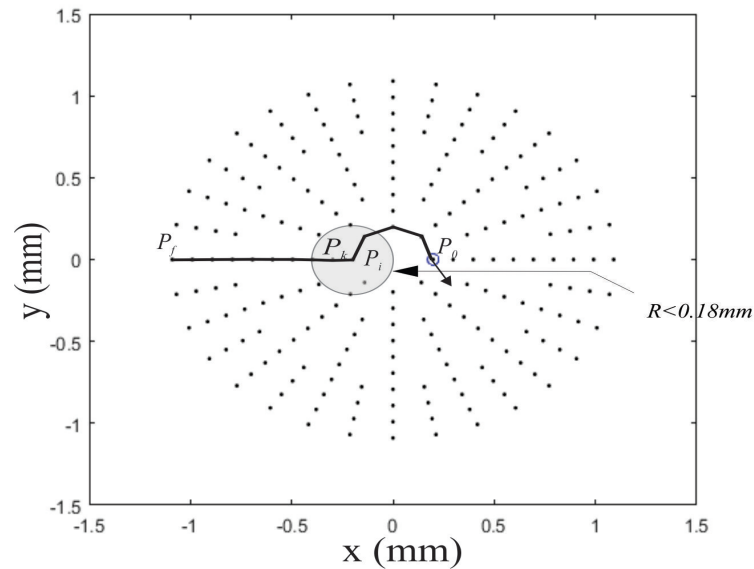


Figura 4.3: Elección de trayectorias de integración

P_k es el punto k -ésimo en la trayectoria y P_f es el punto final el cual se desea integrar.

El punto $k + 1$ -ésimo en la trayectoria se eligen de forma similar al punto P_k , tomando como referencia al punto anterior (P_k) y seleccionando un pequeño grupo de puntos a su alrededor que se encuentre dentro de una región ($R < 0.18mm$), tomando en cuenta la distancia al k -ésimo punto más la distancia al punto final (P_f). En el patrón de puntos usados se usa $R < 0.18$ ya que es la distancia mínima entre los puntos de diseño y así se asegura que se encontrará al menos un punto cercano.

De esta manera se obtienen grupos de puntos los cuales están unidos por distancias cortas y unen cualquier punto con el inicial. Una imagen de todas las trayectorias se muestra en la figura 4.4.

Con las trayectorias de integración es posible encontrar las elevaciones, con la teoría mostrada en la sección 1 de este capítulo, es importante mencionar que las trayectorias de integración deben ser aplicadas en la nube de puntos en P_2 , aunque fueron obtenidas en las coordenadas P_1 solo por simplicidad. Al final las trayectorias de integración son las que se muestran en la figura 4.5.

Al final, se obtiene una serie de puntos los cuales serán nombrados $P_s = (x_s, y_s, z_s)$, donde z_s es el valor de la sagita calculada con la ecuación (4.7).

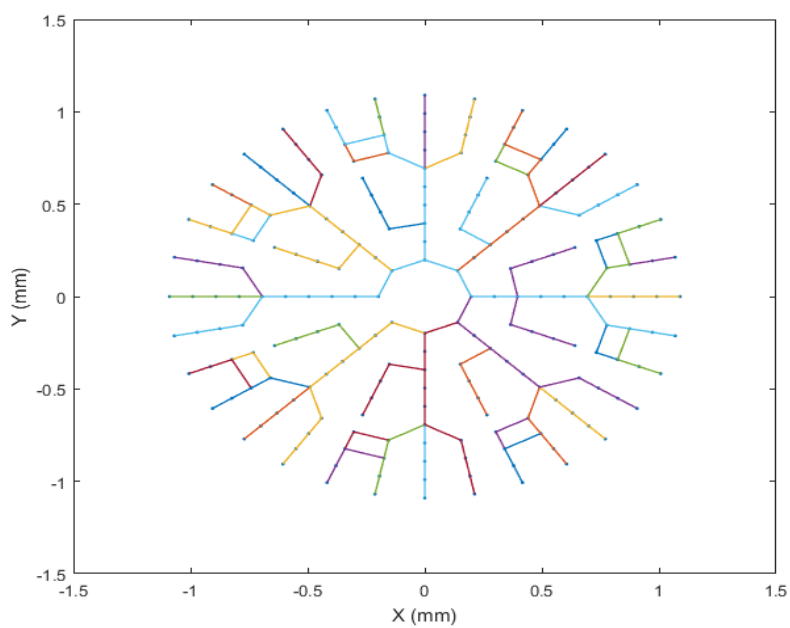


Figura 4.4: Trayectorias de integración en todos los puntos

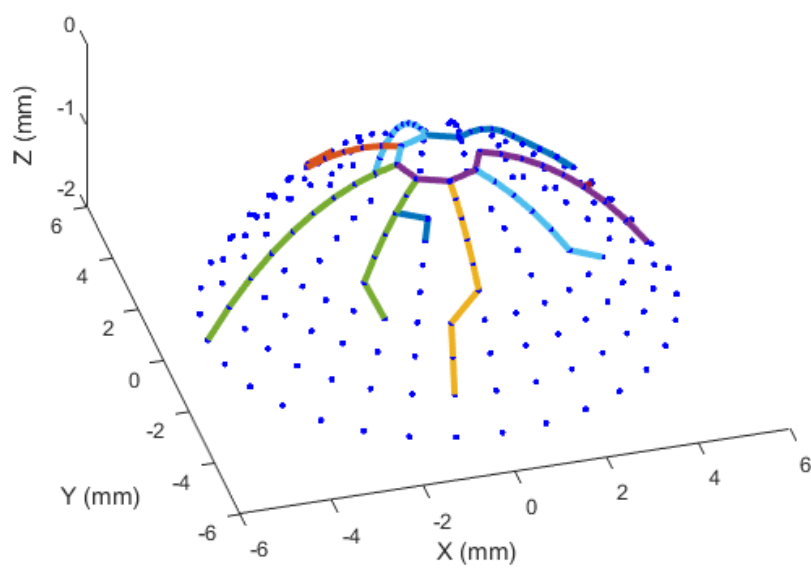


Figura 4.5: Trayectorias de integración en 3D

Estos se encuentran más cerca del valor real y por lo tanto se vuelve a calcular el vector normal (\mathbf{N}) e incidente (\mathbf{I}) con las ecuaciones (4.2) y (4.4) para posteriormente hacer una nueva integración con las mismas trayectorias mencionadas anteriormente, con el fin de acercarse lo posible al valor real. Esto se hace de manera iterativa, con el fin de que los valores encontrados se acerquen más al valor real, el proceso iterativo se finaliza hasta que la diferencia entre los datos en el n -ésimo y $n-1$ -ésimo cálculo de las elevaciones sea mínima.

4.4. Método iterativo

Una vez definido como se obtienen la forma de la superficie P_s . Como se menciono anteriormente con las coordenadas de los centroides calculados y a partir de ellos se realiza un trazo de rayos para encontrar la forma de la superficie P_s , posteriormente es posible calcular las normales con la ecuación (4.6) y finalmente el valor de sagita en todos los puntos por la ecuación (4.7). El valor de estas elevaciones es solo aproximado a la superficie real, por lo cual se hace uso de un método iterativo para que esta aproximación sea lo mas cercana posible. Al hacer esto aproxima los puntos P_s a unos puntos que se denominarán P_s^f que serán la mejor aproximación a la forma de la superficie a evaluar [3, 8, 18, 31], como se muestra en la figura 4.6.

El proceso iterativo consiste en calcular las normales (\mathbf{N}_T^1) a P_s^1 y posteriormente calcular P_s^2 con las normales (\mathbf{N}_T^1) usando la ecuación (4.7), con esto termina la primera iteración. En la segunda iteración se calcula las normales (\mathbf{N}_T^2) usando los puntos P_s^2 y posteriormente se calculan los puntos P_s^3 con la ecuación (4.7) pero usando las normales encontradas en esta iteración. Conforme el número de iteración aumenta, el valor de P_s va cambiando convergiendo al valor real P_s^f y por lo tanto el valor de las normales (\mathbf{N}_T^f) converge al valor real. Cabe mencionar que al calcular el valor de las normales en cada iteración es necesario hacer uso de P_1 y P_3 , los cuales dan información para reconstruir la superficie, pero estos puntos se mantienen fijos durante al proceso iterativo [31].

Cabe mencionar que en este proceso al calcular z_s se calcula nuevamente la coordenada x_s y y_s ya que si la coordenada z se desplaza se tiene que modificar la coordenada en x y y por trigonometria. Las ecuaciones que nos describen esto son la siguientes.

$$x_s = -\frac{x_1}{a}(z_m + b), \quad (4.8)$$

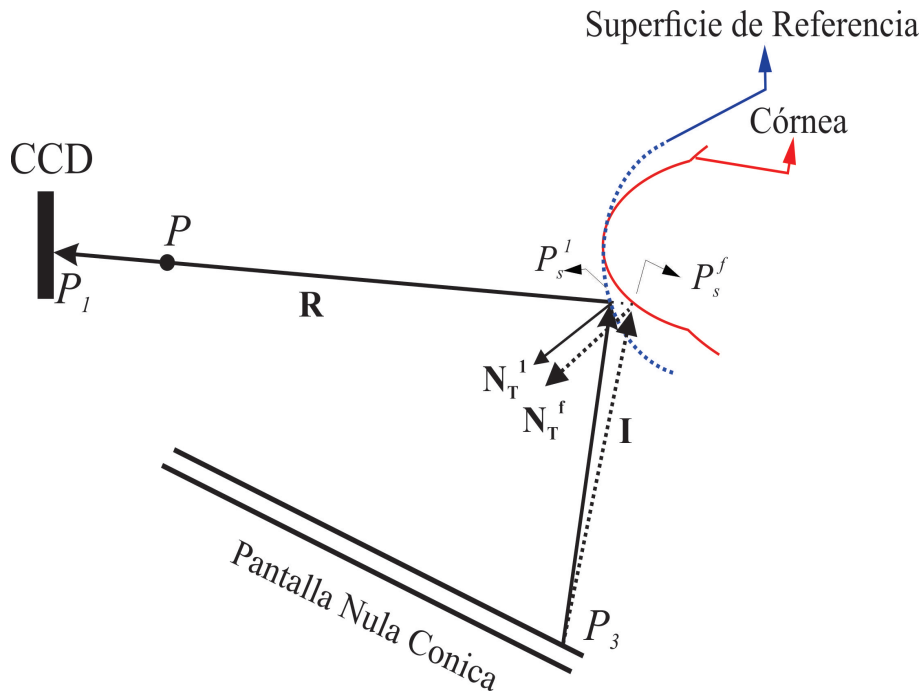


Figura 4.6: Trazo inverso

$$y_s = -\frac{y_1}{a}(z_m + b). \quad (4.9)$$

4.5. Ajuste de los datos

Después del proceso iterativo los puntos que se obtiene nos da información de la forma de la superficie evaluada, esto es haciendo un ajuste por mínimos cuadrados a una superficie esférica o biconica, dependiendo de cual se desea usar para comparar la superficie a evaluar. Si suponemos que la superficie a evaluar es de forma esférica, es conveniente usar la ecuación (2.2) con términos de descentramiento en los ejes, es decir conviene usar la ecuación (4.10):

$$z = \frac{c((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)}{1 + \sqrt{1 - Qc^2((x - x_0)^2 - (y - y_0)^2)}}. \quad (4.10)$$

Donde (x_0, y_0, C) son términos de descentramiento de la superficie evaluada.

Por otra parte si se desea suponer que la superficie a evaluar tiene la forma de una superficie biconica, se debe utilizar la ecuación respectiva, es decir los datos encontrados con el método iterativo se ajustan a la ecuación

(4.11).

$$z = \frac{c_x(x - x_0)^2 + c_y(y - y_0)^2}{1 + \sqrt{1 - Q_x c_x^2(x - x_0)^2 - Q_y c_y^2(y - y_0)^2}}, \quad (4.11)$$

donde x_0, y_0 son los términos de descentramiento.

Si se desea hacer una mejor aproximación en ambos casos se pueden agregar términos de rotación sobre el eje x y y , el cual se define como:

$$z = f + Ax + By, \quad (4.12)$$

donde f es la ecuación (4.10) o (4.11). Después de hacer el ajuste es posible obtener el radio de curvatura tomando en cuenta que $r = 1/c$ y la constante de conicidad (k), donde $Q = 1 + k$ [23], esto se realiza con el método de mínimos cuadrados. Una opción es usar el comando “fitype” y “fit” en matlab definiendo la función a la que se desea ajustar los datos para obtener el valor de los parámetros mostrados en las ecuaciones (4.10), (4.11) y (4.12).

4.6. Mapa de Elevación

Un mapa importante que nos da información sobre la superficie evaluada es el mapa de elevación, esta nos muestra la diferencia entre los puntos experimentales (P_s) y el mejor ajuste o superficie de diseño. El mapa de elevación es obtenido restando los puntos experimentales (encontrados con la última iteración) con la gráfica del mejor ajuste. Los valores en la diferencia son mostrados en unidades de μm , por convención. Este mapa se despliega con escala de colores donde se utilizan básicamente tres colores (rojo, verde y azul) [4, 8, 20]. El color rojo es usado para mostrar picos, es decir donde la superficie medida está por arriba de la superficie de referencia, mientras que el color azul es utilizado para mostrar hundimientos en el mapa de elevación, es decir donde la superficie medida está por debajo de la superficie de referencia [32], esto se puede apreciar en la figura 4.7.

Un valor importante que se puede obtener, es el valor Δz_{RMS} (del inglés root mean square), el cual nos da información sobre la precisión del método, ya que es un valor que cuantifica la precisión del ajuste con los datos experimentales. El valor RMS, se calcula con la siguiente ecuación [3, 8, 20]:

$$\Delta z_{RMS} = \sum_i \sqrt{\frac{(z_{s_i} - z_{a_i})^2}{N}}, \quad (4.13)$$

donde z_{s_i} es la sagita experimental en el punto P_{s_i} y z_{a_i} es la sagita evaluada en la grafica del mejor ajuste en los puntos $P_{s_i} = x_{s_i}, y_{s_i}$.

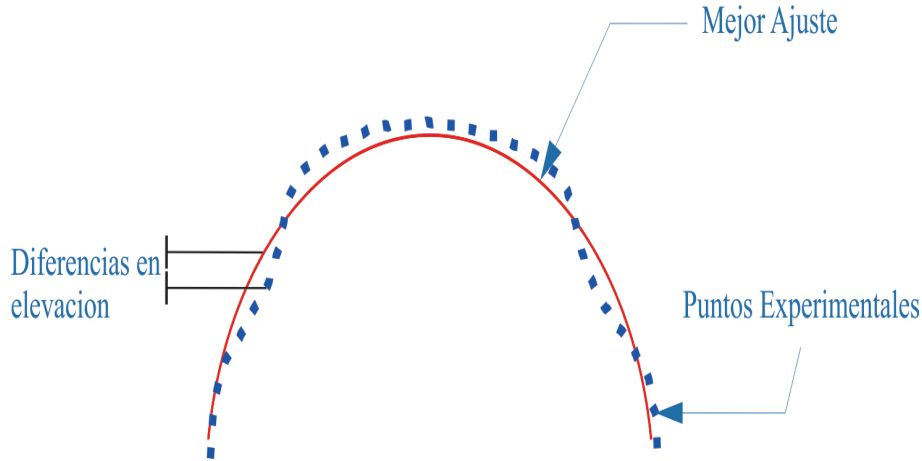


Figura 4.7: Diferencias en los puntos experimentales y el mejor ajuste

Se espera que el valor del z_{RMS} sea del orden de micras, ya que los topografos corneales que se encuentran en el mercado tienen una precisión de este orden [33].

4.7. Mapa de curvatura Meridional y sagital

Un mapa muy utilizado en oftalmología, son los mapas de curvatura axial o sagital y los mapas de curvatura meridional o tangencial. Estos mapas son utilizados por los oftalmologos para obtener información de las deformaciones corneales, como son el queratocono o astigmatismo. Con estos mapas también se puede obtener información del poder refractivo de la córnea [8].

Para definir las expresiones matemáticas que muestran la manera de obtener los mapas de curvatura, es necesario explicar como se obtienen estas expresiones. Para esto se supondrá que la superficie a probar tiene simetría de revolución y es similar a una esfera, además se puede expresar a dicha superficie de la forma [34]:

$$z = f(\rho). \quad (4.14)$$

Además el perfil de dicha superficie en el plano meridional está dada por las ecuaciones (4.15):

$$x = \rho \cos(\phi), \quad (4.15a)$$

$$y = \rho \text{sen}(\phi) \quad (4.15b)$$

donde $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$, es la distancia radial de cualquier punto sobre el plano x, y al eje óptico [8].

De acuerdo a la literatura las curvas con $\rho = \text{constante}$, son llamadas paralelos, mientras que las curvas con $\phi = \text{constante}$, son llamadas meridianos. Como se muestra en la figura 4.8.

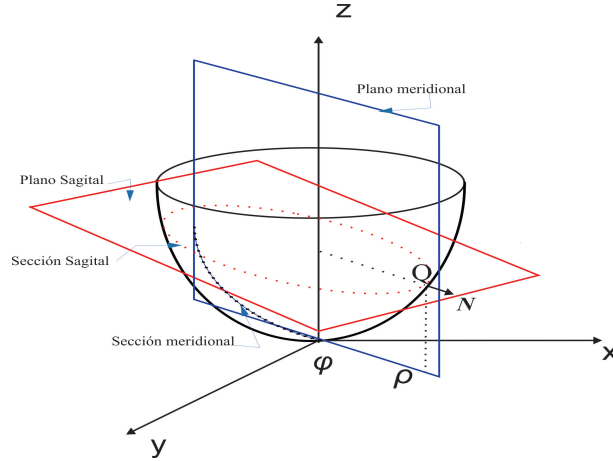


Figura 4.8: Planos Sagital y Meridional

Por otra parte podemos definir a la curvatura sagital y meridional como [34–36]:

$$k_{sag} = \frac{dz/d\rho}{\rho[1 + (dz/d\rho)^2]^{1/2}} \quad (4.16)$$

$$k_{mer} = \frac{d^2z/d\rho^2}{[1 + (dz/d\rho)^2]^{3/2}} \quad (4.17)$$

La curvatura meridional se puede expresar en terminos de la curvatura sagital, como se muestra en la siguiente ecuación [34, 36]:

$$k_{mer} = k_{sag} + \rho \frac{dk_{sag}}{d\rho} \quad (4.18)$$

De la figura 4.8, podemos ver que para un punto Q sobre la superficie de prueba, existe un vector $d\mathbf{r} = (dx, dy, dz)$, que es un diferencial de longitud y además es perpendicular al vector normal $\mathbf{N} = (N_x, N_y, N_z)$, es decir cumple con la ecuación (4.19).

$$d\mathbf{r} \cdot \mathbf{N} = 0. \quad (4.19)$$

Como esta expresión es un producto escalar, podemos reescribir la ecuación (4.19), como se muestra en (4.20):

$$dz = -\left(\frac{N_x}{N_z}dx + \frac{N_y}{N_z}dy\right). \quad (4.20)$$

Por otra parte, la superficie se puede expresar como $z = f(x, y)$, por lo cual un diferencial en z se calcula con la ecuación (4.21):

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy \quad (4.21)$$

comparando las ecuaciones 4.20 y 4.21, se puede deducir:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{N_x}{N_z} \quad (4.22a)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{N_y}{N_z} \quad (4.22b)$$

Si usamos la regla de la cadena, podemos expresar a $dz/d\rho$, por la ecuación (4.23):

$$\frac{dz}{d\rho} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{d\rho} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{d\rho} \quad (4.23)$$

Sustituyendo la ecuación (4.22) y la ecuación (4.15) en (4.23), podemos deducir que:

$$\frac{dz}{d\rho} = -\frac{1}{(x^2 + y^2)^{1/2}} \left[x \frac{N_x}{N_z} + y \frac{N_y}{N_z} \right] \quad (4.24)$$

La expresión para la curvatura sagital puede ser deducida sustituyendo la ecuación (4.24) en (4.16), después de reducir esta expresión k_{sag} puede ser escrita por la ecuación (4.25):

$$k_{sag} = -\frac{x \frac{N_x}{N_z} + y \frac{N_y}{N_z}}{(x^2 + y^2)^{1/2} \left[x^2 + y^2 + \left(x \frac{N_x}{N_z} + y \frac{N_y}{N_z} \right)^2 \right]}. \quad (4.25)$$

Por otra parte la curvatura meridional k_{mer} , se puede expresar en terminos de las normales, para ello conviene deducir $\frac{d^2z}{d\rho^2}$, esta es mostrada en la ecuación (4.26) :

$$\frac{d^2z}{d\rho^2} = -\frac{1}{\rho^2} \left[x^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{N_x}{N_z} \right) + y^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N_y}{N_z} \right) + xy \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{N_y}{N_z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N_x}{N_z} \right) \right) \right]. \quad (4.26)$$

Utilizando la ecuación (4.26) en (4.31), se deduce la siguiente expresión [8, 35, 36]:

$$k_{mer} = -(x^2 + y^2)^{1/2} \times \frac{x^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{N_x}{N_z} \right) + y^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N_y}{N_z} \right) + xy \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{N_y}{N_z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N_x}{N_z} \right) \right)}{\left[x^2 + y^2 + \left(x \frac{N_x}{N_z} + y \frac{N_y}{N_z} \right)^2 \right]^{3/2}} \quad (4.27)$$

Con estas expresiones es posible calcular los mapas de curvatura en la superficie a evaluar, cabe mencionar que las expresiones mostradas en las ecuaciones (4.25) y (4.27) son exactas ya que no se uso ninguna aproximación en la deducción de estas. Para el caso de la curvatura meridional se aprecia en la ecuación (4.27) que esta contiene derivadas en las normales, por lo cual es necesario utilizar evaluaciones numéricas que introducirían error numérico debido a que tenemos datos discretos, por lo cual conviene reescribir la curvatura meridional (k_{mer}) [36]. Para esto es necesario escribir la ecuación de la curvatura meridional (k_{mer}) en función de la curvatura sagita (k_{sag}), esto se logra derivando la ecuación (4.25) con respecto a ρ [37], como se muestra en la ecuación (4.28) :

$$\frac{dk_{sag}}{d\rho} = \frac{k_{mer}}{\rho} - \frac{k_{sag}}{\rho} \quad (4.28)$$

De la ecuación (4.28), se puede escribir a k_{mer} en función de k_{sag} , como se muestra en la ecuación (4.29):

$$k_{mer} = k_{sag} + \frac{\rho dk_{sag}}{d\rho} \quad (4.29)$$

La ecuación (4.29) puede ser escrita de una forma mas simple, tomando el cociente de las normales, que son descritas por la ecuación (2.9), es decir:

$$\frac{N_x}{N_y} = - \frac{1}{\left[r^2 + k + (x^2 + y^2) \right]^{1/2}} \quad (4.30a)$$

$$\frac{N_x}{N_y} = - \frac{r^2}{\left[r^2 + k(x^2 + y^2) \right]^{3/2}} \quad (4.30b)$$

Sustituyendo la ecuación (4.30) en (4.27) podemos expresar la curvatura meridional k_{mer} en términos de parámetros de la superficie esférica, descrito

por la ecuación (4.31):

$$k_{mer} = k_{ksag} + \frac{k(x^2 + y^2)}{[r^2 - k(x^2 + y^2)]^{3/2}} \quad (4.31)$$

Donde r y k son el radio de curvatura y la constante de conicidad encontradas con el mejor ajuste a una superficie esférica.

4.8. Conclusiones

En este capítulo se ha descrito el proceso para obtener la topografía conical: mapas de elevación, parámetros geométricos como r y k , curvaturas (sagital y meridional), también se describen los algoritmos correspondientes para su obtención.

Los algoritmos explicados en esta sección fueron validados con una superficie de calibración, la cual fue evaluada siguiendo estos algoritmos.

Capítulo 5

Topografía Corneal

En esta sección se muestran los resultados obtenidos con el método de pantallas nulas, se evalúa una superficie de referencia y las dos córneas de dos personas diferentes. Se comparan los resultados obtenidos con los de un topógrafo corneal comercial. Adicionalmente, se muestran resultados sobre la topografía corneal considerando a la córnea como una superficie asimétrica.

5.1. Pantalla nula cónica

Como se menciona en la sección 2.5, en este trabajo de tesis se propone usar pantallas nulas cónicas con fondo negro y puntos blancos para disminuir el problema que se ha tenido con las sombras de las pestañas.

La pantalla nula que se diseñó tiene las características mostradas en la tabla 2.2, donde el parámetro a se calculó con la ecuación (2.28).

El tamaño de las manchas en la pantalla nula cónica que se propone usar se definió por el número de píxeles que contendrá la mancha de interés en la imagen reflejada en la CCD. Como se sabe por las características de la CCD, mencionadas en la sección 3.2, el tamaño del píxel es de $2.2 \times 2.2 \mu m$ por lo cual para que una imagen circular pueda contener a lo máximo 250 píxeles debe tener un radio de $25 \mu m$ en la CCD, para el diseño de las pantallas se consideró esto al hacer el trazo de rayos explicado en la sección de 2.2.

5.2. Contraste en las imágenes

Se encontró que las imágenes de mejor calidad se obtienen con una buena iluminación, para esto se usó el criterio de cociente contraste-ruido o (contrast

to noise ratio, CNR) ya que es un parámetro para cuantificar la calidad de la imagen [38]. Este se obtiene con la siguiente ecuación .

$$CNR = \frac{N - N_{BG}}{\sigma_{BG}}, \quad (5.1)$$

donde N y N_{BG} , es el valor promedio de nivel de gris al seleccionar una ROI en la mancha de interes y en el fondo, respectivamente y σ_{BG} es la desviación estándar en el nivel de gris en la ROI del fondo.

Para esto se evaluó un par de imágenes de la córnea, ambas tomadas con el mismo patrón en la pantalla nula, solo que una de ellas con iluminación de LEDs y otra sin iluminación. Para esto se dejó fijo el tamaño de abertura en el diafragma (mínimo) y el enfoque en la lente, seleccionando una ROI circular de 160 píxeles y obteniendo el promedio en una mancha de interés (N) y en el fondo (N_{BG}) y la desviación estándar de la ROI del fondo (σ_{BG}) con ayuda de ImageJ. Los valores obtenidos se muestran en la tabla 5.1.

Tabla 5.1: Cociente contraste-ruido en las imágenes con y sin iluminación.

Símbolo	Imagen con iluminación	Imagen sin iluminación
N	103.0	42.2
N_{BG}	57.2	18.6
σ_{BG}	2.7	56
CNR	16.7	4.2

Se puede observar en la tabla 5.1, que la imagen sin iluminación tiene un cociente contraste-ruido bajo en comparación con la imagen que se obtuvo con usando el sistema de iluminación de LEDs, por lo cual se decidió utilizar imágenes obtenidas con iluminación.

5.3. Procesamiento de imágenes al usar pantallas nulas con fondo negro

Uno de los problemas que inicialmente se abordaron fue la sombra que producen las pestañas en el reflejo de la córnea, se puede apreciar en la figura 5.1 que las pestañas muestran un nivel de gris similar al reflejo de las manchas negras de la pantalla nula, por lo cual al hacer el procesamiento de imagen se pierden puntos en la imagen. Esto se puede apreciar si hacemos una comparación entre las imágenes, la tomada con pantallas nulas con fondo

blaco 5.1 y la tomada con pantalla nulas con fondo negro 5.2. A simple vista se puede apreciar que la imagen obtenida con pantallas nulas en negativo no pierde todos los centroides en la región donde aparecen la sombras de las pestañas.

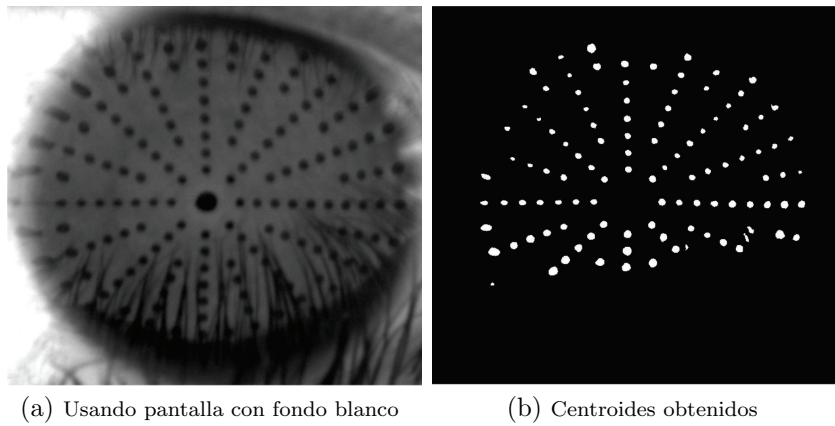


Figura 5.1: Imagen capturada con la CCD a) Usando pantallas nulas con fondo blanco b) Centroides obtenidos con este tipo de pantallas

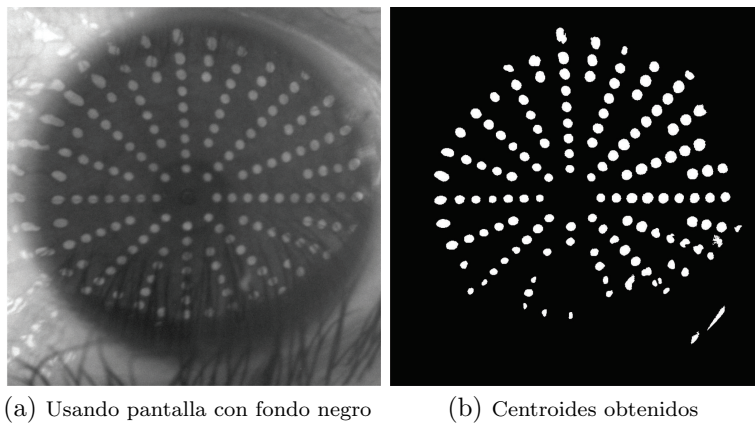


Figura 5.2: Imagen capturada con la CCD a) al usar pantalla nulas con fondo negro en negativo, b) centroides obtenidos después del procesamiento de imagen

En la figura 5.2 a) se muestra la imagen obtenida con pantallas en negativo y en 5.2 b) la imagen resultante después de hacer el procesamiento de imagen explicado en las secciones 3.3 y 3.4. Se aprecia que el porcentaje de centroides obtenidos con este tipo de pantallas nulas es de 17% más en comparación con la técnica comúnmente usadas, es decir pantallas con fondo blanco. Se aprecia cuantitativamente que usando pantallas nulas con fondo

negro se puede recuperar un porcentaje mayor de centroides en comparación con las pantallas nulas con fondo blanco. También es importante considerar que la persona no abre por completo el ojo y eso causa que las pestañas cubran cierta región que se desea evaluar, al igual que otros factores que generan sombra dentro de la córnea, como son la nariz y el borde supraorbitario muy prominente.

Una explicación del porque las pantallas nulas con fondo negro suelen tener mejores resultados que las pantallas con fondo blanco es que el sensor CCD suele detectar la intensidad de luz que llega a el y este lo asocia a un nivel de gris, por lo cual al usar pantallas con fondo negro los puntos de interés serán las manchas blancas por lo cual son detectadas más fácilmente que en comparación a las pantallas con fondo blanco y manchas negras.

5.4. Evaluación de una superficie de referencia.

En esta sección se muestran los resultados obtenidos de la evaluación de una superficie de referencia que es utilizada para calibración de topografos corneales.

Para esto se diseño una pantalla nula cónica con fondo negro siguiendo la metodología mostrada en la sección 2.2 y 2.3 usando los parámetros mostrados en la tabla 2.2. Una vez obtenida la pantalla se coloca en el cono de acrílico y se alinea el sistema usando la superficie de calibración para la cual fue diseñada dicha pantalla nula. La superficie de calibración tiene las características mostradas en la tabla 2.2, es decir es de forma esférica, modelada por la ecuación (2.2) con $k = 0$ o $Q = 1$ y con radio de curvatura de $r = 7.8mm$. Esta superficie se coloca en el centro del cono, el cono que contiene la pantalla nula se encuentra fijo a la CCD y estos a su vez están sujetos a una platina sobre una mesa óptica como se muestra en la figura 3.2 para asegurar que estos se encuentran alineados.

La alineación del sistema óptico se hace con ayuda del software que provee Edmun Optics, ya que este facilita encontrar el eje óptico y alinear la pantalla para visualizar una imagen similar a la figura 2.6.

Como se ha descrito en la sección 3.3 y 3.4, sólo utilizamos una ROI de la imagen, la cual se someterá a un procesamiento de imagen con el filtro men-

cionado en la sección 3.4 en la ecuación (3.1). Al aplicar este procesamiento de imagen se obtiene la figura 5.3.

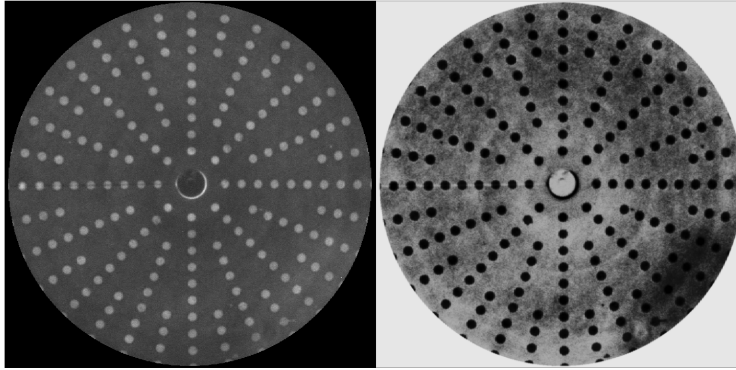
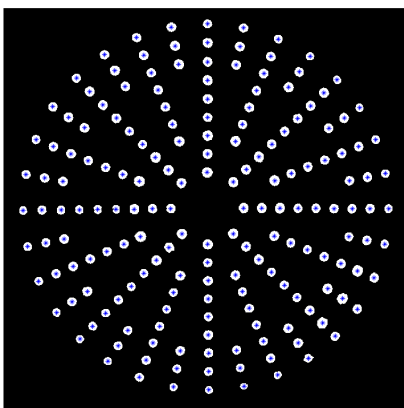
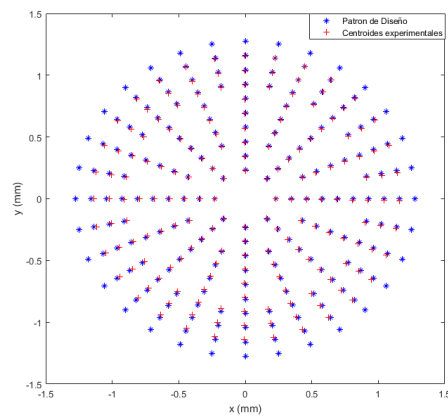


Figura 5.3: ROI de Imagen por ambos equipos

Usando una umbralización de la imagen, como se ha explicado en la sección 3.4 se obtiene una imagen binaria, donde las manchas blancas con nivel de gris 255 son las de interés y de las cuales se obtiene el centroide con ayuda de las ecuaciones (3.3), estas se corrigen por distorsión usando los factores de distorsión ($E = -2.2 \times 10^{-6} \text{mm}^{-2}$) y magnificación (0.2399) en contrados en la sección 3.6. En la figura 5.4 se aprecia las imágenes obtenidas en el proceso de obtención de centroides, donde 5.4a es la imagen binaria obtenida y es usada para posteriormente obtener los centroides los cuales se corrigen por la distorsión de la lente, estos son mostrados en la figura 5.4b



(a) Imagen binaria



(b) Centroides de diseño y experimentales

Figura 5.4: Obtension de centroides

Posteriormente se calcula el punto P_s y las normales a la superficie de referencia, como es explicado en la sección 4.1, suponiendo que la superficie a evaluar es de forma esférica y con ayuda de las trayectoria de integración que son encontradas con el algoritmo descrito en la sección 4.3, es posible calcular las elevaciones en cada punto proveniente del centroide en la CCD. En esta parte del proceso inicial el proceso iterativo el cual es explicado en la sección 4.4 el cual converge a la superficie de medición, en cada iteración son encontrados los parámetros geométricos y estos convergen hacia el valor real. A continuación se muestra en la tabla 5.2 la diferencia de los valores encontrados en los parámetros geométricos en cada paso del proceso iterativo.

Tabla 5.2: Diferencias de los parámetros geométricos en el proceso iterativo.

N^0 Iteración	Δr	ΔQ
1 Iteración	-0.1305	-0.0210
2 Iteración	0.0307	0.0072
3 Iteración	$7.9879e - 06$	$-2.0689e - 04$
4 Iteración	$-1.7134e - 07$	$-2.5192e - 06$
5 Iteración	$-7.0819e - 08$	$-1.5676e - 07$

Se aprecia en la tabla 5.2 que la diferencia de los parámetros geométricos converge a cero, es decir a medida que aumentamos el número en el proceso iterativo los valores de los parámetros geométricos no cambia.

Usando la ecuación (4.7), se obtiene la elevación en cada punto con las trayectorias encontradas en la sección 4.3 las cuales se muestran en la figura 4.4. Aquí, se obtiene una nube de puntos que después de sometido a un proceso iterativo, se realiza un ajuste a una superficie dada por la ecuación (2.2), los valores mostrados en la tabla 5.3 son los parámetros del mejor ajuste. Usando estos parámetros es posible calcular el valor z_{RMS} , como se explica en la sección 4.6

Tabla 5.3: Parámetros medidos en una esfera de calibración.

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r	Radio de curvatura	7.795
k	Constante de conicidad ($Q - 1$)	0.012
A	Termino de inclinación sobre el eje x	-0.013
B	Termino de inclinación sobre el eje y	-0.012
C	Defoco	0.50
z_{RMS}	Valor RMS	$3.7\mu m$

Una vez encontrado los parámetros geométricos de mejor ajuste, mostradas en la tabla 5.3 y las normales encontradas al final del proceso iterativo se encuentra los mapas topográficos. Siguiendo el proceso descrito en la sección 4.6 y 4.7. Los mapas topográficos se comparan con los obtenidos por un equipo médico que se encuentra en el mercado, el cual es Atlas 9000, Zeiss, el cual trabaja con el principio de los anillos de Placido.

La imagen que toman ambos equipos para su procesado son las mostradas en la figura 5.5 .

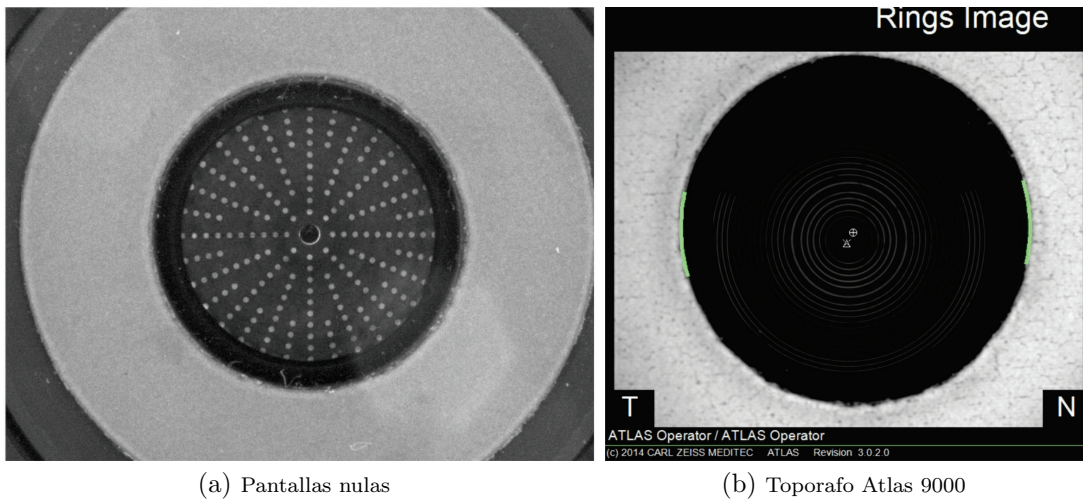


Figura 5.5: Imagen capturada con a) CCD para aplicar el metodo de pantallas nulas b) Equipo atlas.

Con los parámetros mostrados en la tabla 5.3 y siguiendo el procedimiento descrito en la sección 4.6, se obtiene el mapa de elevación mostrado en la figura 5.6a

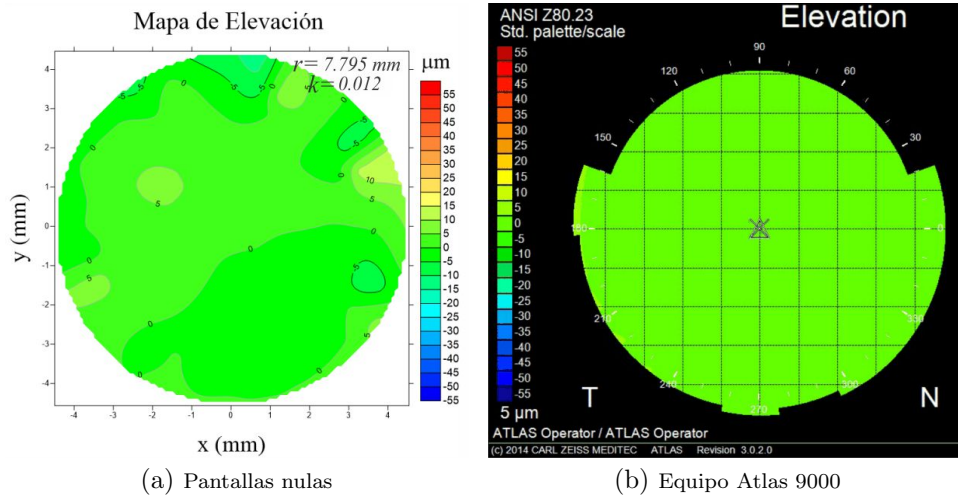


Figura 5.6: Mapa de Elevación a) con el metodo de pantallas nulas y b) Equipo Atlas 900

Los mapas de curvatura sagital se obtuvieron con la ecuación (4.25), utilizando las normales y los datos de ajuste encontrados con el método iterativo. Este mapa se muestra en la figura 5.7a, en conjunto con el mapa obtenido por el equipo Atlas en la figura 5.7b.

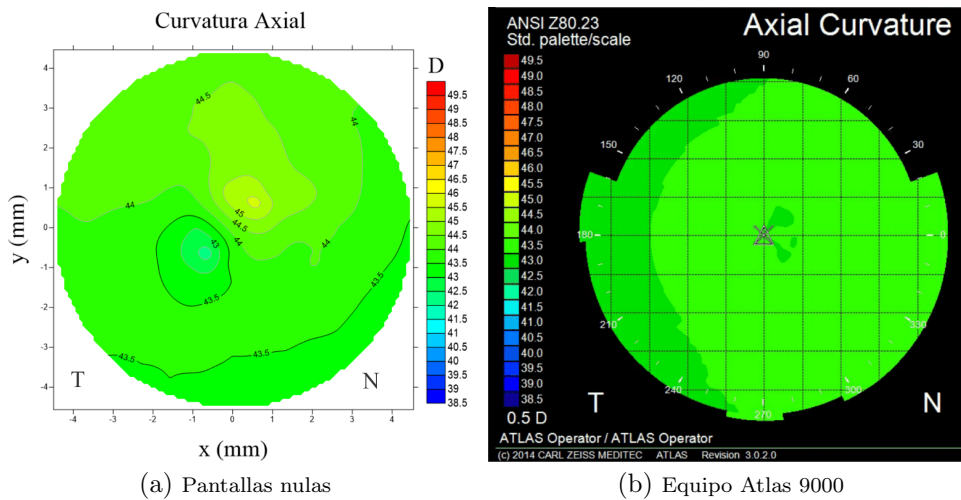


Figura 5.7: Mapa de curvatura Axial o Sagital

Cabe mencionar que el radio de curvatura y la constante de conicidad usados para calcular el mapa de curvatura sagital y meridional son los del mejor ajuste, es decir el último encontrado con el método iterativo al ajustar a una superficie asferica, además que las normales usadas son las encontradas

en la última iteración.

El mapa de curvatura meridional o también conocido como mapa tangencial fue calculado con la ecuación (4.31), este se muestra a continuación en la figura 5.8a en conjunto con el obtenido por el equipo Atlas el cual se muestra en la figura 5.8b.

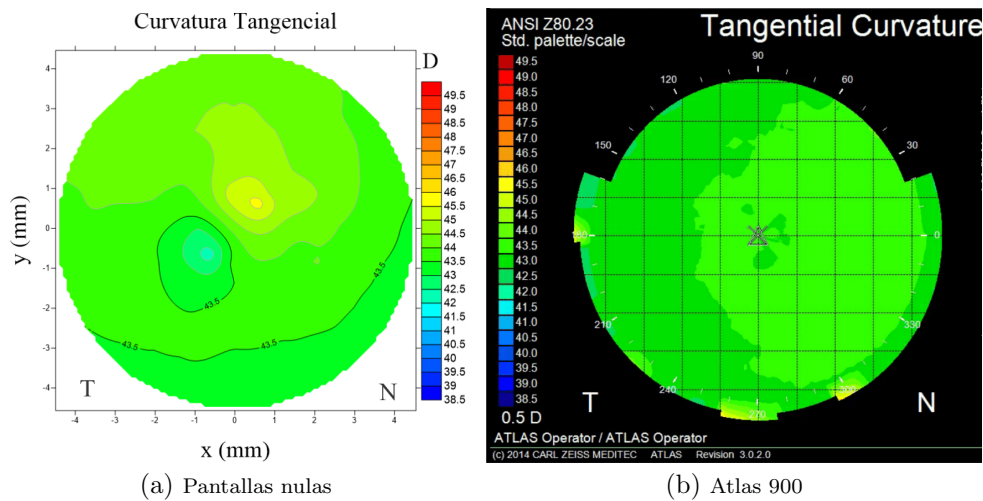


Figura 5.8: Mapa de curvatura Meridional o Tangencial a) por el método de pantallas nulas b) con el equipo Atlas 900.

A continuación en la tabla 5.4 se muestra una tabla con los valores geométricos encontrados por ambos equipos:

Tabla 5.4: Comparación de los parámetros geométricos.

Parámetro	Pantallas Nulas	Error	Atlas 9000	Error
r	7.795	0.064%	7.79	0.12%
k	0.012	0.012 (Relativo)	-0.01	0.01 (Relativo)

En la tabla 5.4 se puede apreciar que con el método de pantallas nulas se puede evaluar una superficie esférica con alta precisión tanto en el radio de curvatura y constante de conicidad. Además se aprecia que el método de pantallas nulas obtuvo una medición con más precisión, ya que el radio de curvatura obtenido con este método se acerca más al valor dado por el fabricante de la superficie de referencia.

En la tabla 5.4, se puede apreciar que los resultados son similares en ambos equipos, por lo cual podemos decir que con cualquiera de los dos métodos es posible obtener la topografía de una superficie de referencia, se aprecia que con los algoritmos diseñados y descritos en los capítulos 2 y 3 fue posible obtener el radio de curvatura con un error porcentual de 0.064 %, mientras que con el método usado por el equipo Atlas se obtuvo un error de 0.12 %. De igual forma se aprecia que la constante de conicidad fue similar en ambos equipos.

En cuanto a los mapas de curvatura axial y tangencial mostrados en las figuras 5.7 y 5.8 se aprecia que tienen cierta similitud los obtenidos por el método de pantallas nulas y el equipo Atlas 9000, se aprecia también que estos se encuentran dentro del mismo intervalos de escala. En la tabla 5.3, se aprecia que el valor z_{RMS} es de $3.3\mu m$ al usar una superficie asférica, este valor fue calculado siguiendo el procedimiento descrito en la sección 4.6.

5.5. Evaluación corneal, sujeto 1

En este trabajo de tesis se realizó la topografía corneal de dos sujetos (ambos ojos), para esto se siguió el procedimiento explicado en los capítulos 3 y 4. Uno de los más grandes problemas fue la alineación del paciente con el equipo, debido que no se cuenta con una careta que ayude a fijar la cabeza del paciente en una región, tampoco se cuenta con una platina que ayude a desplazar el equipo en los distintos ejes para alinear el sistema, aunado que el CCD utilizada tiene una velocidad de captura de imagen lenta, por lo cual fue un tardado y tedioso el proceso de captura de imágenes.

A continuación se muestran los resultados al evaluar ambas córneas de un sujeto de 26 años de edad con astigmatismo en ambos ojos, se comparan los mapas topográficos con los obtenidos por el equipo Atlas 9000.

5.5.1. Ojo Izquierdo

Se diseño la pantalla nula cónica de acuerdo al proceso explicado en la sección 2.2, posteriormente se coloco a la persona con su ojo izquierdo enfrente del cono para capturar la imagen reflejada en la córnea con la CCD, en seguida se usa un filtro adecuado en una ROI de la imagen original para obtener los centroides, como se ha descrito en las secciones 3.2, 3.3 y 3.4. La imagen procesada se muestra en 5.9a y los centroides obtenidos se muestran en 5.9b.

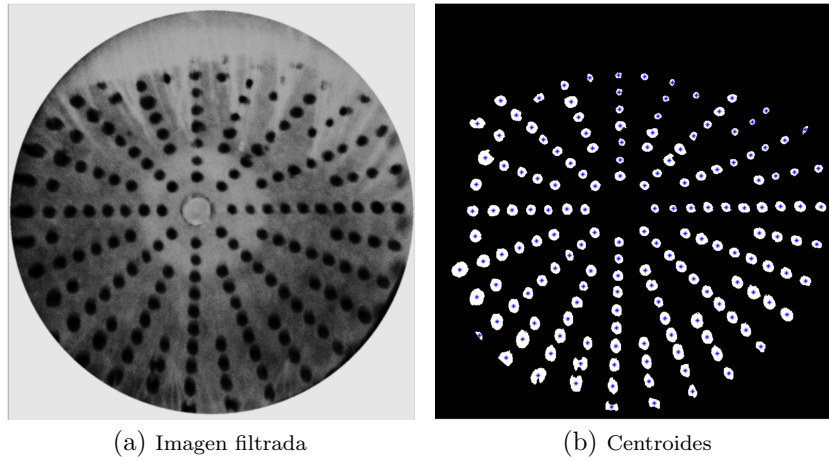


Figura 5.9: a) ROI filtrada y b) centroides del ojo izquierdo.

Los centroides mostrados en la figura 5.9b son corregidos por la distorsión de la lente, como se muestra en la sección 3.6, posteriormente se calcula las trayectorias de integración siguiendo el algoritmo descrito en la sección 4.3, en seguida se calcula las normales como se ha descrito en la sección 4.1 para posteriormente hacer la integración siguiendo el proceso explicado en la sección 4.2 y finalmente usando el método iterativo que se ha descrito en la sección 4.4, se calcula las elevaciones usando cada uno de los centroides.

Después de calcular las elevaciones en todos los puntos, estos se ajusta a una superficie asférica, como se muestra en la ecuación (2.2). En la tabla 5.5, se muestran los valores del mejor ajuste usando las elevaciones de todos los puntos encontrados para el ojo izquierdo del primer sujeto.

Tabla 5.5: Parámetros del ojo izquierdo en el primer sujeto.

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r	Radio de curvatura	7.79
k	Constante de conicidad ($Q - 1$)	-0.31
x_0	Descentramiento en x	-0.03
y_0	Descentramiento en y	-0.05
A	Término de inclinación sobre el eje x	-0.18
B	Término de inclinación sobre el eje y	0.05
z_0	Defoco en z	0.55
z_{RMS}	Valor RMS	$9.5\mu m$

En la tabla 5.5, se muestran los parámetros x_0, y_0, z_0 , los cuales son va-

lores de descentramiento y el valor z_{RMS} es calculado como se explica en la sección 4.6.

El mapa de elevación se calculó siguiendo el algoritmo mostrado en la sección 4.6, este se muestra en la figura 5.10a, por otro lado con el equipo Atlas 9000 se obtuvo el mapa de elevación mostrado en la figura 5.10b:

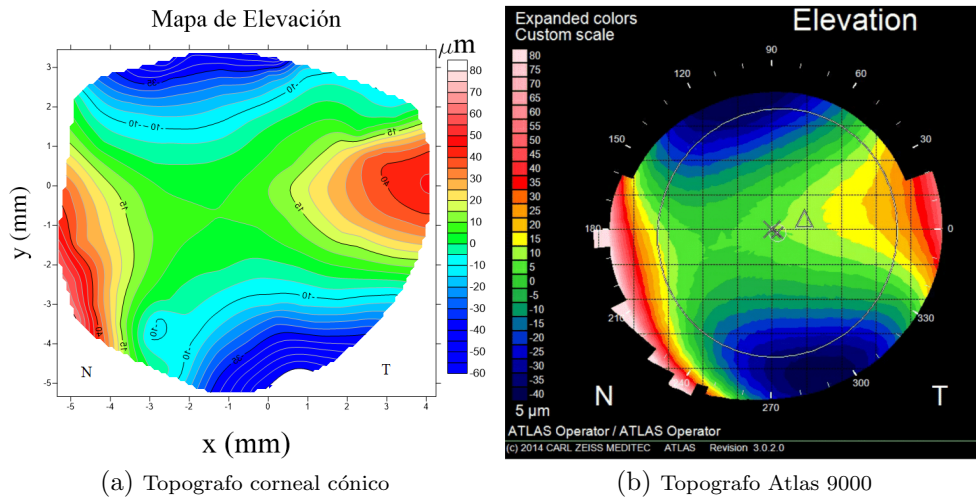


Figura 5.10: Mapa de Elevación de ojo izquierdo con a) Topografo corneal cónico y b)Topografo Atlas 9000.

Se puede observar de la figura 5.10, que los dos mapas de elevación son muy similares. Se aprecia que hay una rotación en sentido de las manecilla de reloj del rostro de la persona por la forma que tiene el mapa de elevación en la figura en la figura 5.10a en comparación con el mapa de elevación obtenido por el equipo Atlas 5.10b.

Usando los parámetros geométricos encontrados con el mejor ajuste, se hizo una comparación entre los encontrados con el topografo corneal cónico y el Atlas 9000, los valores de estos parámetros se muestran en la tabla 5.6 :

Tabla 5.6: Comparación de los parámetros geométricos en el ojo izquierdo.

Parámetro	Pantallas Nulas	Atlas 9000
r	7.79	7.75
k	-0.31	-0.32

Se aprecia de la tabla 5.6, que el radio de curvatura y la constante de co-

nicidad son muy similares, solo difieren en $0.04mm$, mientras en la constante de conicidad difieren en ± 0.01 en la constante de conicidad, lo cual se debió a las desalineaciones del sistema muy probablemente.

Con las normales y parámetros geométricos encontrados al final del proceso iterativo se calculan los mapas de curvatura con ayuda de las ecuaciones 4.31 y 4.25. En la figura 5.11b se muestra el mapa de curvatura sagital obtenido por el topografo corneal cónico y el equipo Atlas 9000 5.11b.

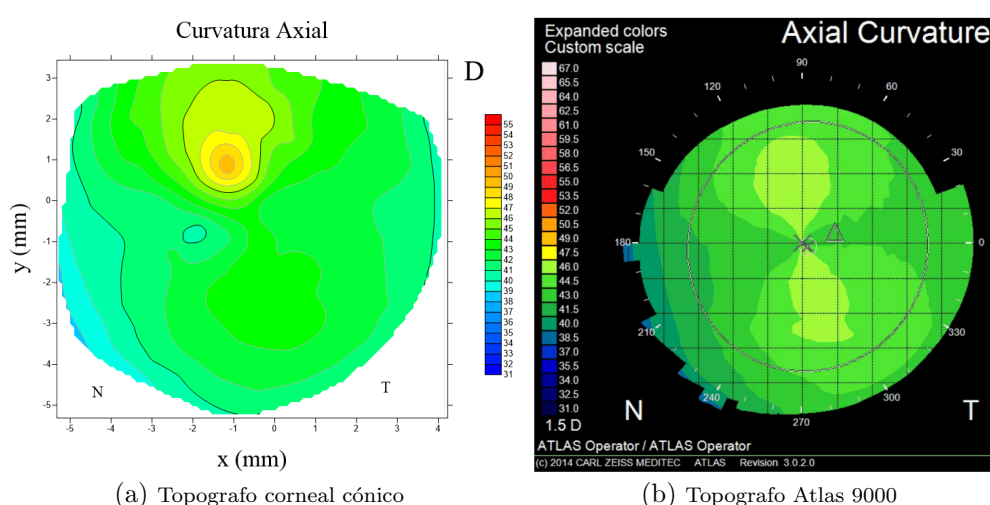


Figura 5.11: Mapa de curvatura axial del ojo izquierdo con a) Topografo corneal cónico y b) Topografo Atlas 900.

En la imagen 5.12 se muestra el mapa de curvatura meridional o también llamado curvatura tangencial obtenido con ambos equipos, el de la figura 5.12a, fue calculado siguiendo el proceso descrito en la sección 4.7.

En las figuras 5.11 y 5.12 se logra apreciar que los mapas son muy similares entre ellos, pero se observa que los mapas obtenidos con el método de pantallas nulas están rotados hacia la izquierda, una causa que origino esto es seguramente el posicionamiento de la persona, es decir el sujeto giró ligeramente la cara en sentido de las manecillas del reloj ya que no se cuenta con una careta que mantenga fijo el rostro de la persona.

5.5.2. Ojo Derecho

Se colocó al primer sujeto enfrente del topografo corneal cónico de tal manera que ojo derecho se encontrara en el centro del cono, con ayuda de

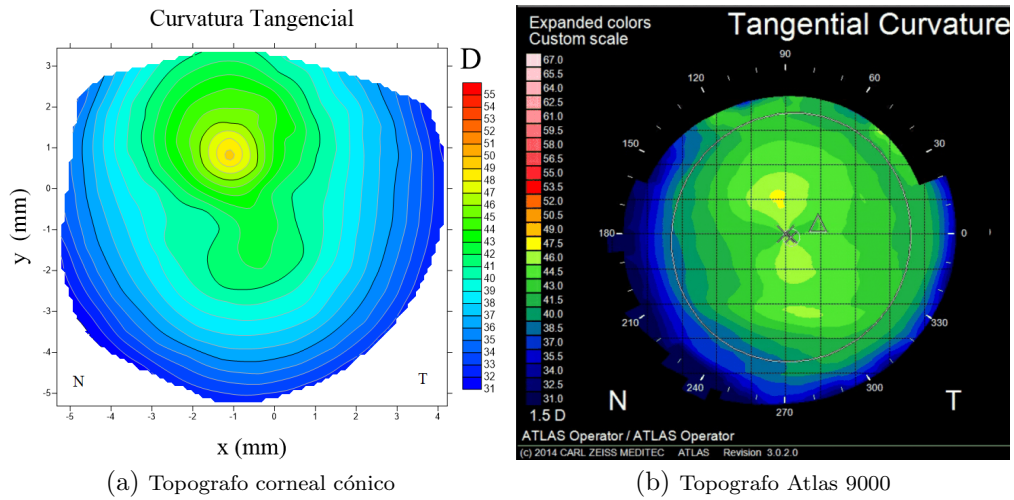


Figura 5.12: Mapa de curvatura tangencial del ojo izquierdo del primer sujeto a) por el topografo corneal cónico y b) Topografo Atlas 9000.

la CCD se obtuvo la imagen reflejada en la cornea, posteriormente se uso un filtro en una ROI de esta como se explica en la sección 3.4, la imagen filtrada se muestra en la figura 5.13a de la cual se obtuvieron los centroides que son mostrados en la figura 5.13b.

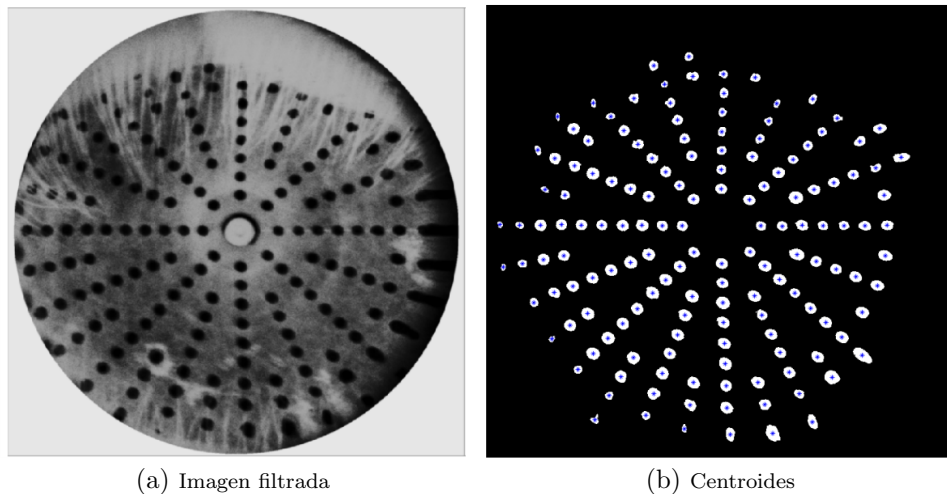


Figura 5.13: a) ROI filtrada y b) centroides del ojo derecho.

Los centroides encontrados en la imagen 5.13b se corrigen por la distorsión de la lente, como se explica en la sección 3.6, posteriormente se encuentran las trayectorias de integración como se ha descrito en la sección 4.3 para poder

hacer la integración de la superficie corneal siguiendo el proceso iterativo descrito en 4.4. Los valores encontrados en elevación fueron ajustados a una superficie asférica, como se muestra en la ecuación 2.2. El mapa de elevación se calculó siguiendo el proceso descrito en la sección 4.6, este se muestra en la figura 5.14a en conjunto con el mapa de elevación obtenido por el equipo Atlas 9000 5.14b.

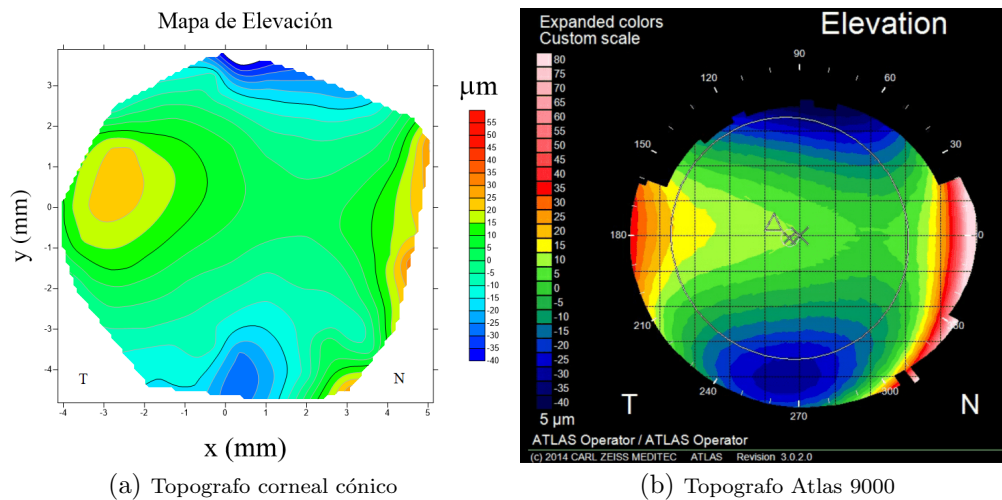


Figura 5.14: Mapa de elevación del ojo derecho por a) topografo corneal cónico y b) Atlas 9000.

En la figura 5.14, se puede observar cierta similitud en la parte central, superior e inferior, se aprecia que se pudo evaluar más área en comparación al equipo Atlas ya que este solo evalúa un diámetro de 6.8, pero el topografo corneal cónico se pudo evaluar hasta un diámetro de 8.5mm.

El mapa de elevación se calculo con los datos obtenidos con el proceso iterativo y la superficie de mejor ajuste, como se explica en la sección 4.6. En la tabla 5.7 se muestran los valores de los parámetros geométricos encontrados al justar a una superficie asférica, donde x_0 , y_0 , C son términos de descentramiento y el valor z_{RMS} son las diferencias de los datos experimentales con la superficie de mejor ajuste.

En la tabla 5.8 se muestran los datos geométricos obtenidos por ambos equipos, con el fin de hacer un comparación. Se aprecia que los parámetros geométricos son muy similares tanto en el radio de curvatura y en la constante de conicidad, no son iguales debido a diversos factores como son las desalineaciones y que el estudio se realizó en días diferentes.

Tabla 5.7: Ojo derecho primer sujeto.

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r	Radio de curvatura	7.767
k	Constante de conicidad	-0.31
x_0	Descentramiento en x	0.02
y_0	Descentramiento en y	-0.01
C	Defoco en dirección z	-0.06
A	Termino de inclinación sobre el eje x	0.06
B	Termino de inclinación sobre el eje y	-0.01
z_{RMS}	Valor RMS	13.9 μm

Tabla 5.8: Comparación de los parámetros geométricos .

Parámetro	Pantallas Nulas	Atlas 9000
r	7.767	7.77
k	-0.31	-0.32

Los mapas de curvatura axial o sagital, se calcularon siguiendo el proceso descrito en la sección 4.7. El mapa de curvatura axial se calculo con ayuda de la ecuación (4.25) la cual se muestra en la figura, mientras que el mapa de curvatura axial obtenido por el topografo Atlas 9000 se muestra en la figura :

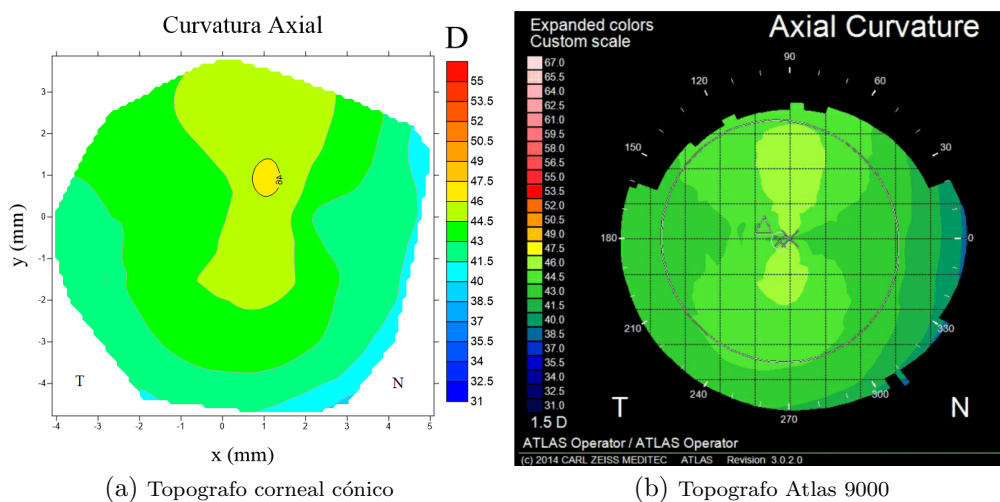


Figura 5.15: Mapa de curvatura axial ojo derecho a) Topografo corneal cónico y b) Atlas 9000.

Los mapas de curvatura tangencial se obtuvieron con ayuda de la ecuación (4.31) usando los parámetros de mejor ajuste, este se muestran en la figura 5.16a. El equipo Atlas también obtiene el mapa tangencial, el cual es mostrado en la figura 5.16b.

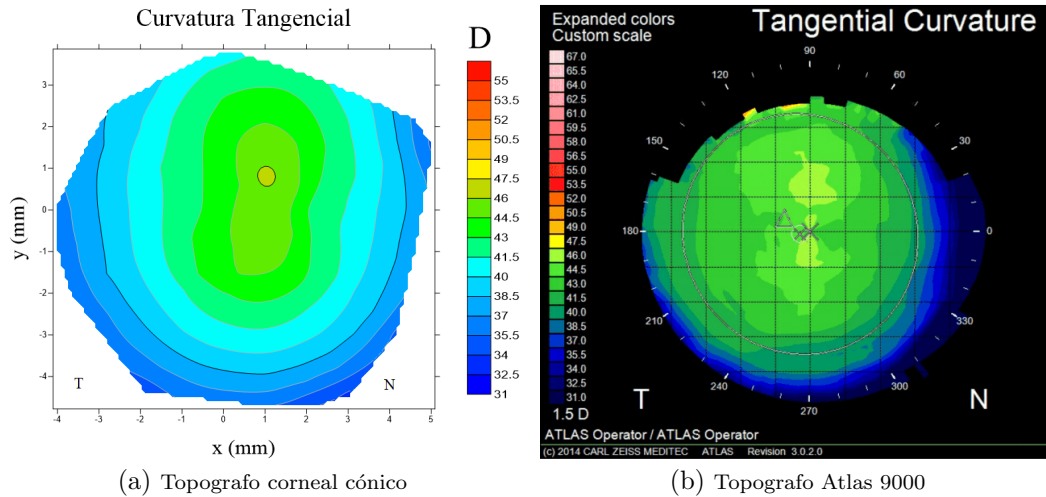


Figura 5.16: Mapa de curvatura tangencial ojo derecho.

Se puede apreciar una similitud en los mapas de curvatura axial y tangencial, mostrados en las figuras 5.15 y 5.16, respectivamente. Al parecer también hay una ligera rotación en la cabeza del sujeto, se aprecia también que el valor del radio de curvatura obtenido con ambos métodos es similar con una diferencia de 0.06mm , mientras que la constante de conicidad tiene una diferencia de 0.07 , por la tabla 5.8. Lo que pudo originar esto es que la cabeza del sujeto no se encontraba centrada y esto origino que la medición defriera, se aprecia también que los mapas se encuentran dentro de la misma escala ya que el color es muy similar en los mapas .

5.6. Evaluación corneal, sujeto 2

El segundo sujeto de prueba fue un hombre de 30 años de edad, con astigmatismo en ambos ojos. Se le evaluaron ambas córneas y los resultados obtenidos se muestran en esta sección.

Para cada uno de los ojos se colocó a la persona enfrente del topografo corneal cónico, el cual se colocó la córnea correspondiente en el centro del

cono para capturar la imagen con la CCD y realizar el procesamiento de imagen descrito en la sección 3.4 para recuperar los centroides y hacer la evaluación.

5.6.1. Ojo Izquierdo

Al tomar la imagen de la córnea se trabajo con una ROI, debido a que el sujeto tiene el borde supraorbitario muy prominente no fue posible evaluar toda la cornea, ya que este causaba sombra sobre cierta región de la córnea. En la figura 5.17a se muestra una imagen de la ROI seleccionada y filtrada por el proceso descrito en la sección 3.4, también se muestran los respectivos centroides en la figura 5.17b.

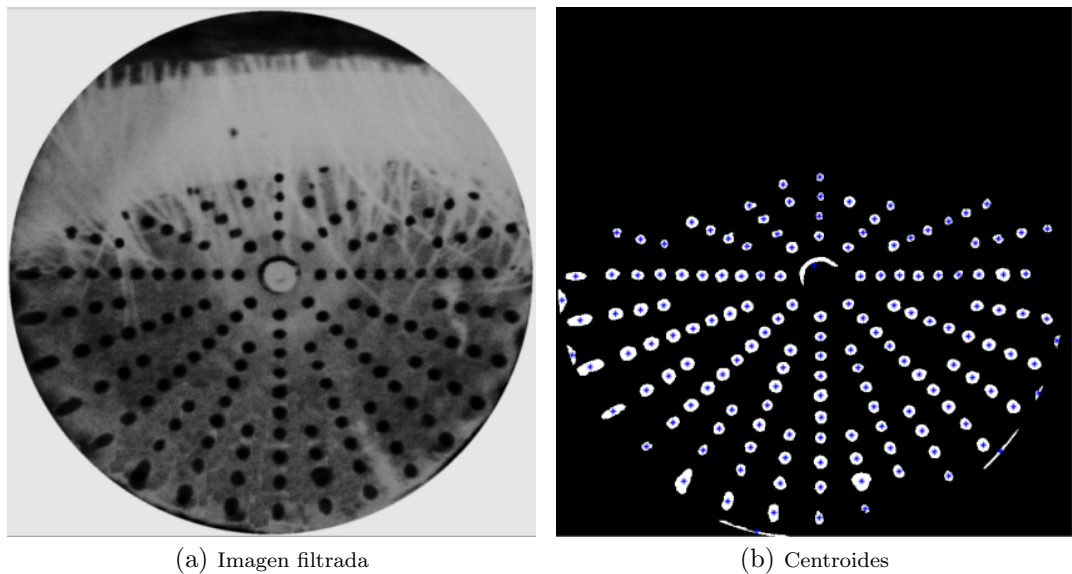


Figura 5.17: a) ROI filtrada y b) centroides del ojo izquierdo del segundo sujeto.

Los centroides mostrados en la figura 5.17b, fueron corregidos por la distorsión de la lente, proceso que es descrito en la sección 3.6. Posteriormente se calculan las normales y las trayectorias de integración siguiendo la metodología mostrada en la sección 4.1 y 4.3, respectivamente. Las elevaciones en cada punto se calculan con la ecuación (4.7) y el proceso iterativo descrito en la sección 4.4 para obtener una distribución de puntos los cuales son ajustados a una superficie esférica de la forma de la ecuación (2.2) para obtener el mapa de elevación como se muestra en la sección 4.6 que se aprecia en la figura 5.18a, además se muestra el resultado obtenido por el equipo Atlas en

la figura 5.18b .

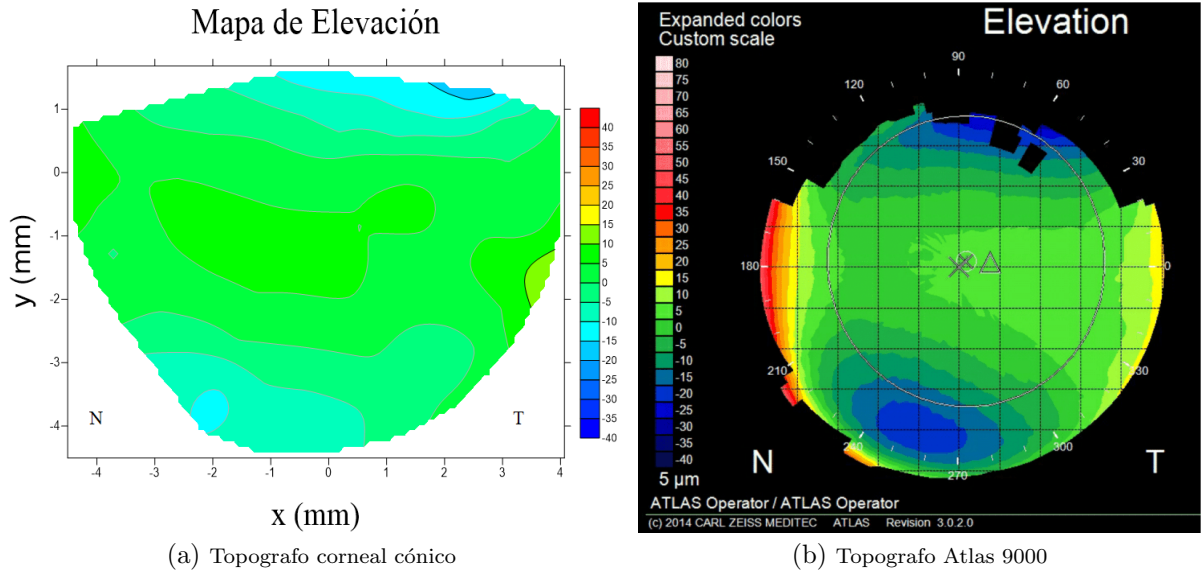


Figura 5.18: Mapa de elevación del ojo izquierdo del segundo sujeto por a)topografo corneal cónico y b)Atlas 9000.

La superficie corneal se ajusto a una superficie asferica, de la cual se obtiene un z_{RMS} de $5.9\mu m$ con el método mostrado en la sección 4.6, en la tabla 5.9, se muestran los parámetros geométricos obtenidos al ajustar una superficie asferica de la forma (2.2) con descentramientos x_0, y_0, z_0 .

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r	Radio de curvatura	8.17
k	Constante de conicidad	-0.10
x_0	Descentramiento en x	0.004
y_0	Descentramiento en y	0.037
C	Defoco en dirección z	5.955
A	Termino de inclinación sobre el eje x	0.02
B	Termino de inclinación sobre el eje y	0.03
z_{RMS}	Valor RMS	$5.9\mu m$

Tabla 5.9: Ojo izquierdo segundo paciente.

Posteriormente, se muestra en la tabla 5.10 los valores geométricos obtenidos por el topografo corneal cónico y Atlas 9000.

Parámetro	Pantallas Nulas	Atlas 9000
r	8.17	8.14
k	-0.10	-0.20

Tabla 5.10: Comparación de los parámetros geométricos .

Se aprecia que el radio de curvatura obtenido con el método de pantallas nulas tiene una diferencia de $0.03mm$ en comparación con el Atlas, mientras que la constante de conicidad difiere 0.1 , por lo cual se puede decir que ambos equipos muestran resultados similares tanto en el radio de curvatura y la constante de conicidad. Aun que con el metodo de pantallas nulas no fue posible evaluar una zona periferia superior de la córnea por las pestañas que la ocultaron.

Con los parámetros geométricos encontrados con el mejor ajuste a una superficie asférica, se calcularon los mapas de curvatura axial y tangencial por el proceso descrito en la sección 4.7. En la figura se muestra el mapas de curvatura axial obtenido con el topografo corneal cónico.

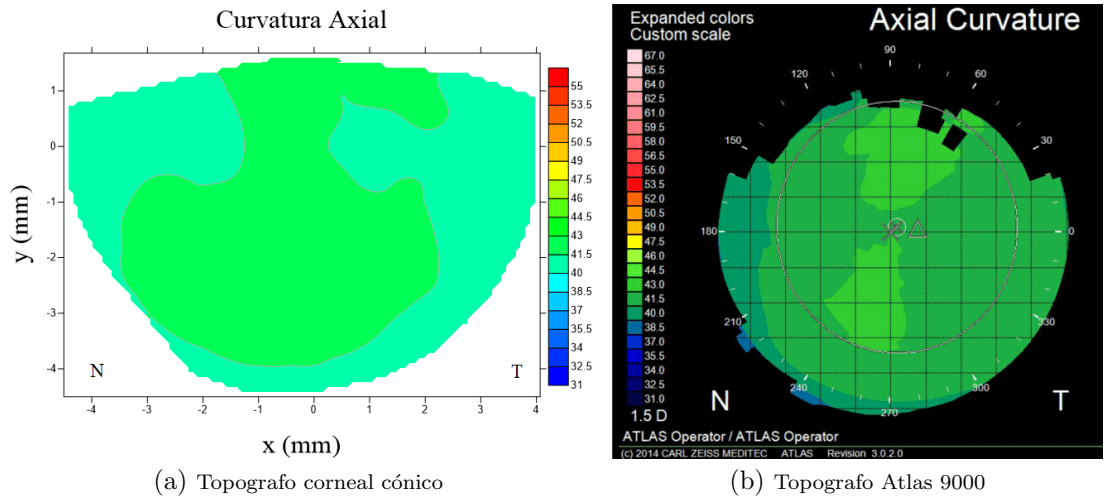


Figura 5.19: Mapa de curvatura axial ojo izquierdo.

El mapa de curvatura tangencial se obtuvo con ayuda de la ecuación (4.31), este es mostrado en la figura 5.20a en comparación con el obtenido por el equipo Atlas en 5.20b.

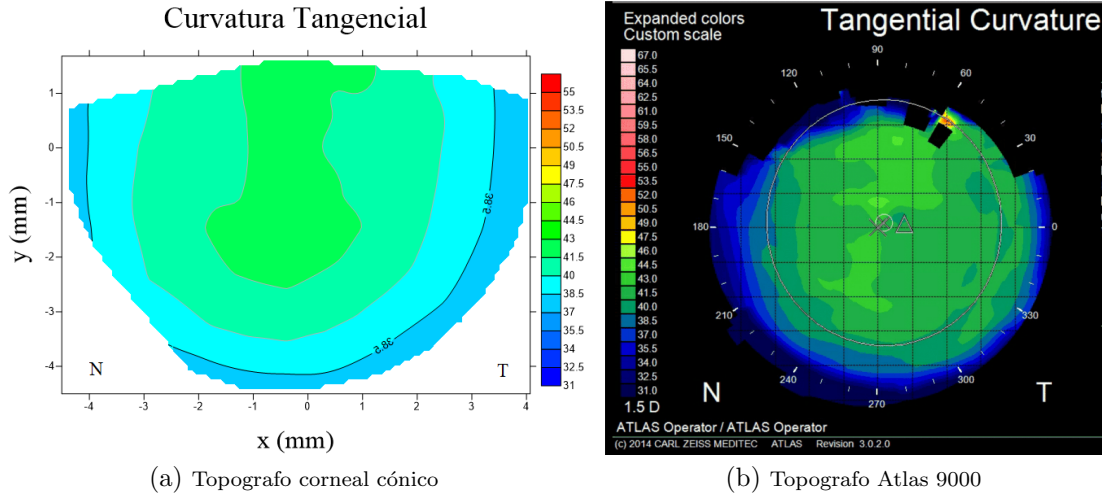


Figura 5.20: Mapa de curvatura tangencial del ojo izquierdo de la segunda persona por a) Topografo corneal cónico y b) Atlas 9000.

En los mapas de elevación y curvaturas mostrados en las figuras 5.18, 5.19 y 5.20 se puede apreciar que no se pudo evaluar la parte superior de la córnea por la sombra producida en esa región de las pestañas y el borde supraorbital.

Por los mapas mostrados en las figuras 5.18, 5.19 y 5.20 se aprecia un comportamiento similar tanto en el mapa de elevación, curvatura axial y tangencial encontrados con ambos métodos, es claro que no se obtienen los mismos valores por lo cual no son imágenes idénticas, pero son valores similares y se encuentran dentro del mismo intervalo como se muestra en la escala de colores, se observa también que el radio de curvatura calculado con ambos equipos tiene una diferencia de 0.03mm , mientras que la constante de conicidad tiene una diferencia de 0.07 , estas diferencias se debieron a las desalineaciones del sistema y además que la topografía se realizó en diferentes horas y días lo cual pudo haber originado cambios pequeños en la forma de la córnea.

5.6.2. Ojo Derecho

Para la evaluación de la córnea derecha del mismo sujeto se colocó al sujeto en la posición correcta, se logró obtener una imagen ligeramente cen-

trada, se proceso la imagen siguiendo la metodología mostrada en la sección 3.4 usando una ROI de la imagen capturada para obtener las manchas de interés y posteriormente los centroides, la imagen procesada se muestra en la figura 5.21a, los centroides obtenidos se muestran en la figura 5.21b:

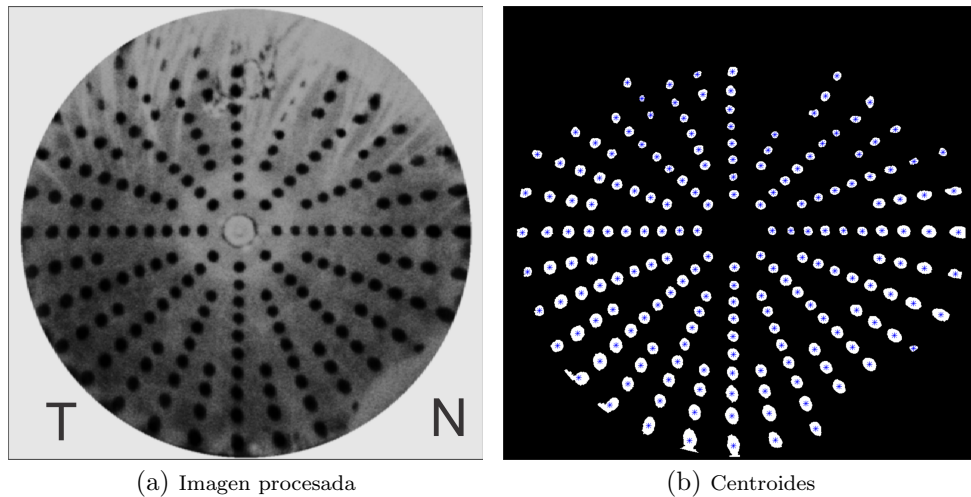


Figura 5.21: a) ROI filtrada y b) centroides al procesar la imagen del ojo derecho.

Los centroides encontrados en la figura 5.21b, se corrigen por la distorsión de la lente como se explica en la sección 3.6, posteriormente se calculan las normales por el proceso descrito en 4.1 y con ayuda de las trayectorias encontradas con el algoritmo descrito en 4.3 y la ecuación 4.7 es posible calcular la forma de la superficie, la cual se ajusta a una superficie de forma esférica como la descrita por la ecuación 2.2 con términos de descentramiento (x_0, y_0, C) , los valores de mejor ajuste se muestran en la tabla 5.11.

El mapa de elevación se obtuvo con los datos experimentales encontrados siguiendo la metodología de la sección 4.6 utilizando los parámetros de mejor ajuste mostrados en la tabla 5.11. En la figura 5.22a se muestra el mapa de elevación obtenido con el topografo corneal cónico, mientras que en la figura 5.22b se muestra el mapa de elevación obtenido por el topografo Atlas 9000.

En la figura 5.22, donde se muestran los mapas de elevación se aprecia similitud en los mapas, pero hay un parte donde la diferencias de datos experimentales con la superficie de mejor ajuste son muy grandes(parte superior derecha), es decir estan en un valor mayor a $40\mu m$ esto se debe a una pestaña la cual cubrió esa zona y no se logro evaluar correctamente, como se aprecia en la imagen 5.21.

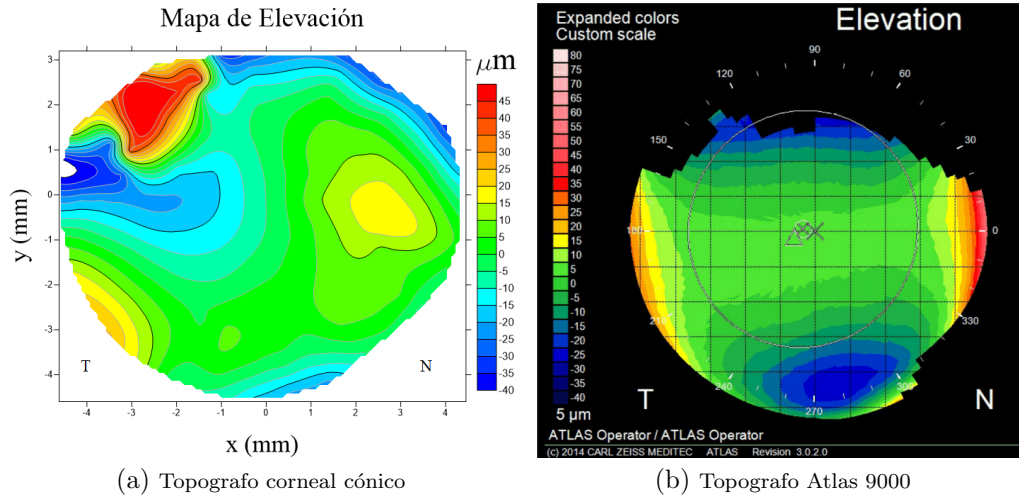


Figura 5.22: Mapa de elevación ojo derecho.

Tabla 5.11: Ojo derecho segundo paciente.

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r	Radio de curvatura	8.12
k	Constante de conicidad	-0.15
x_0	Descentramiento en x	-0.06
y_0	Descentramiento en y	-0.07
C	Defoco en dirección z	17.97
A	Termino de inclinación sobre el eje x	0.12
B	Termino de inclinación sobre el eje y	0.23
z_{RMS}	Valor RMS	$20.3\mu m$

En la tabla 5.12 se muestra los valores del radio de curvatura y constante de conicidad obtenidos con ambos equipos con la finalidad de comparar los valores obtenidos.

Tabla 5.12: Comparación de los parámetros geométricos .

Parámetro	Pantallas Nulas	Atlas 9000
r	8.12	8.19
k	-0.15	-0.24

De la tabla 5.12, se observa similitud en los parámetros geométricos, ya que el radio de curvatura varia $0.07mm$ mientras que la constante de conicidad varia 0.09 . En la tabla 5.11, se observa que el sujeto no se colocó en la posición correcta ya que el valor en el defoco es demasiado grande, lo cual causo que las mediciones realizadas con el topografo corneal cónico variaran en comparación con el topografo Atlas 9000. El valor z_{RMS} mostrado en la tabla 5.11, fue calculado siguiendo el proceso descrito en la sección 4.6 y se observa que el valor encontrado es $20.3\mu m$, mayor a los encontrados anteriormente en las otras evaluaciones, esto probablemente se debe a que existe una zona que no se pudo evaluar por pestañas que la cubre y ademas existen des alineaciones en la colocación del sujeto en el lugar exacto.

Los mapas de curvatura axial y tangencial, fueron encontrados sigueiendo la metodología descrita en la sección 4.7 con ayuda de las normales encontradas al final del proceso iterativo de los parámetros geométricos mostrados en la tabla 5.11. En la figura 5.23 se muestran los mapas de curvatura axial, donde los obtenidos con el método de pantallas nulas se muestra en 5.23a y con el equipo Atlas en 5.23b.

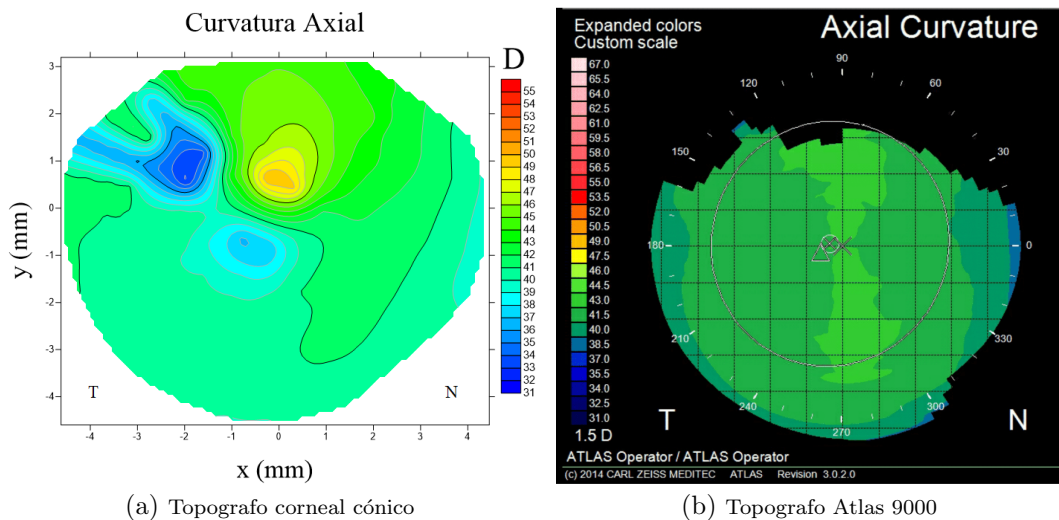


Figura 5.23: Mapa de curvatura axial ojo derecho.

En la figura 5.24 se muestran los mapas de curvatura tangencial, los cuales fueron obtenidos por el topografo corneal cónico en 5.24a siguiendo el proceso descrito en la sección 4.7 en comparación con el mapa de curvatura tangencial obtenido por el topografo Atlas 9000 5.24b.

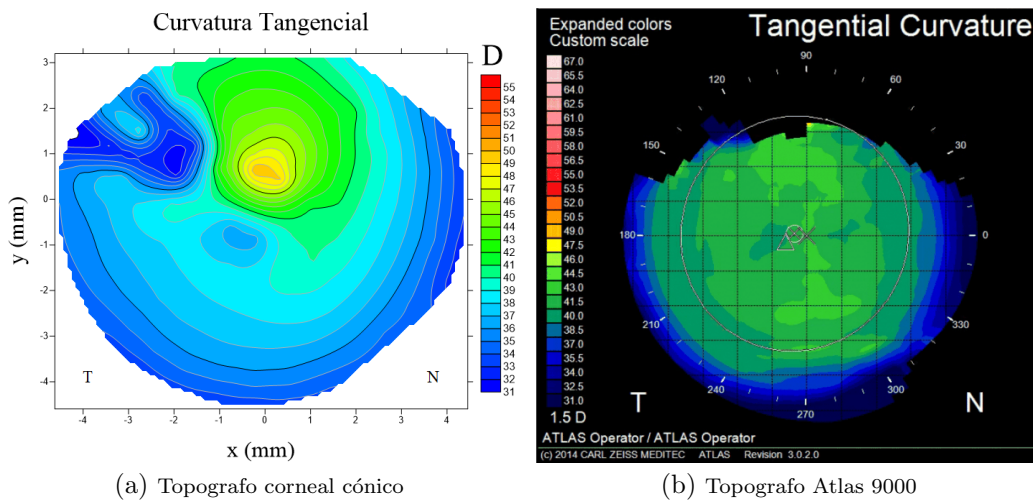


Figura 5.24: Mapa de curvatura tangencial ojo derecho.

Los mapas de curvaturas axial y tangencial mostrados en la figura 5.23 y 5.24, respectivamente, tienen una ligera similitud en la zona central, El mapa de curvatura tangencial obtenido por ambos equipos es muy parecidas en la zona exterior de la córnea en cuanto a valor y forma, como se muestra en la figura 5.24, cabe señalar que todos los mapas topograficos mostrados en esta sección tiene la misma escala en ambos equipos para poder hacer la comparación.

5.7. Superficie biconica

Una de las propuesta en la tesis es modelar una córnea como una superficie biconica, la cual tiene radios de curvatura y constante de conicidad en ambos ejes, ademas, por lo observado en la secciones 5.4-5.6 la superficie corneal puede encontrarse desalineada. Por lo cual, la superficie encontrada con el

método iterativo se ajusta a una superficie biconica con términos de rotación sobre el eje x y y , es decir es ajustada a la ecuación 4.11 con términos de rotación sobre el eje x la cual se denotará como (A) y sobre el eje y por (B).

5.7.1. Superficie de calibración

El valor de los parámetros geométricos encontrados al hacer el ajuste a una superficie biconica para la superficie de calibración se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 5.13: Parámetros medidos en una esfera de calibración cuando son ajustados a una superficie biconica.

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r_x	Radio de curvatura en dirección x	7.815
r_y	Radio de curvatura en dirección y	7.795
Q_x	Constante de conicidad en dirección x	1.02
Q_y	Constante de conicidad en dirección y	1.01
A	Termino de inclinación sobre el eje x	-0.013
B	Termino de inclinación sobre el eje y	-0.0127
C	Defoco en dirección z	-0.54
z_{RMS}	Valor RMS	$2.4\mu m$

De la tabla 5.13, A, B , son los términos de rotación sobre los ejes x y y respectivamente y C es el defoco, el valor z_{RMS} es calculado siguiendo el proceso descrito en la sección 4.6 y suponiendo que se tiene una superficie biconica con los parámetros geométricos mostrados en la tabla 5.13. Se aprecia que tanto el radio de curvatura y la constante de conicidad no cambia en cada uno de sus ejes.

5.7.2. Córnea izquierda primer sujeto

Al encontrar la forma de la superficie corneal con el metodo iterativo como se ha descrito en la seccion 4.4, estos valores son ajustados a una superficie biconca de la forma 4.11 con términos de rotación sobre el eje x la cual se denotará como (A) y sobre el eje y por (B) y el valor de descentramiento (C), estos valores son mostrados en la tabla 5.14.

Tabla 5.14: Parámetros geométricos del ojo izquierdo primer sujeto.

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r_x	Radio de curvatura en dirección x	7.8674
r_y	Radio de curvatura en dirección y	7.3060
k_x	Constante de conicidad en dirección x	-0.6213
k_y	Constante de conicidad en dirección y	-0.5629
A	Termino de inclinación sobre el eje x	-0.189
B	Termino de inclinación sobre el eje y	0.04926
C	Defoco en dirección z	-0.1924
z_{RMS}	Valor RMS	$5.5\mu m$

5.7.3. Córnea derecha primer sujeto

Al encontrar la forma de la superficie corneal derecha del primer sujeto, con el método iterativo siguiendo el proceso descrito en la sección 4.4, estos datos son ajustados a una superficie biconca de la forma 4.11 con términos de rotación sobre el eje x la cual se denotará como (A) y sobre el eje y por (B) y el valor de descentramiento (C), estos valores son mostrados en la tabla 5.15.

Tabla 5.15: Parámetros geométricos del ojo derecho primer sujeto.

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r_x	Radio de curvatura en dirección x	7.98
r_y	Radio de curvatura en dirección y	7.47
k_x	Constante de conicidad en dirección x	-0.27
k_y	Constante de conicidad en dirección y	-0.52
A	Termino de inclinación sobre el eje x	0.06
B	Termino de inclinación sobre el eje y	-0.01
C	Defoco en dirección z	0.84
z_{RMS}	Valor RMS	$6.2\mu m$

Se aprecia que en ambos ejes se tiene un radio de curvatura distinto, además la constante de conicidad es diferente en cada eje, lo cual es de esperarse ya que la córnea no es una esfera ni una superficie con simetría de revolución, se aprecia también que el valor z_{RMS} disminuye por lo cual podemos decir que esta superficie se acerca más a la forma que tienen los puntos encontrados con la última iteración. También se aprecia que existen constantes de rotación de las superficies que no son despreciables y esto es debido a que el sujeto no contaba con una careta para fijar su cráneo.

5.7.4. Córnea izquierda segundo sujeto

Al encontrar la forma de la superficie corneal izquierda del segundo sujeto con el método iterativo siguiendo el proceso descrito en la sección 4.4, estos datos son ajustados a una superficie biconca de la forma 4.11 con términos de rotación sobre el eje x que se denotará como (A), sobre el eje y que es denotado por (B) y el valor de descentramiento (C), estos valores son mostrados en la tabla 5.16.

Tabla 5.16: Parámetros geométricos del ojo izquierdo segundo sujeto.

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r_x	Radio de curvatura en dirección x	8.14
r_y	Radio de curvatura en dirección y	7.81
k_x	Constante de conicidad en dirección x	-0.14
k_y	Constante de conicidad en dirección y	-0.40
A	Termino de inclinación sobre el eje x	0.01
B	Termino de inclinación sobre el eje y	0.03
C	Defoco en dirección z	5.95
z_{RMS}	Valor RMS	$2.8\mu m$

Se aprecia en la tabla 5.16, que los radios de curvatura y constantes de conicidad en ambos ejes son diferentes, también se aprecia que el valor RMS disminuyó considerablemente en comparación a cuando se usa una superficie esférica como ajuste, este valor es reportado en la tabla 5.9. También se aprecia que la superficie esta ligeramente rotada en los ejes x y y , ya que el valor de los coeficientes A y B no son cero. Finalmente podemos apreciar en 5.16 que el valor z_{RMS} disminuye en comparación con el encontrado cuando consideramos la córnea como una superficie esférica, el cual es reportado en 5.9.

5.7.5. Córnea derecha segundo sujeto

Al encontrar la forma de la superficie corneal derecha del segundo sujeto con el método iterativo siguiendo el proceso descrito en la sección 4.4, los valores de las elevaciones encontrados son ajustados a una superficie biconica de la forma 4.11 con términos de rotación sobre el eje x que se denotará como (A), sobre el eje y que es denotado por (B) y el valor de descentramiento (C), estos valores son mostrados en la tabla 5.17.

Se aprecia en la tabla 5.17 que tanto el radio de curvatura y la constante de conicidad son diferente en ambos ejes además que el valor de defoco es considerable y las coeficientes de rotación en los ejes x y y no son despreciables

Tabla 5.17: Parámetros geométricos del ojo derecho segundo sujeto.

Símbolo	Nombre	Valor (mm)
r_x	Radio de curvatura en dirección x	8.20
r_y	Radio de curvatura en dirección y	7.81
k_x	Constante de conicidad en dirección x	-0.415
k_y	Constante de conicidad en dirección y	-0.87
A	Termino de inclinación sobre el eje x	0.13
B	Termino de inclinación sobre el eje y	0.33
C	Defoco en dirección z	17.51
z_{RMS}	Valor RMS	$5.6\mu m$

por lo cual al calcular el valor z_{RMS} como se ha descrito en la sección 4.6, en consideración de todos estos parámetros, se obtiene un valor más pequeño en comparación con el obtenido al ajustar una superficie asférica, el cual es mostrado en la tabla 5.11.

En todos los casos se aprecia que el radio de curvatura en el eje x es mayor al que se obtiene en el eje y , lo cual es similar a trabajos realizados anteriormente por Navarro [7], también se aprecia que la córnea tiene una forma similar a un elipsoide por que la constante de conicidad se encuentra dentro de $-1 < k < 0$, lo cual se aprecia por los valores obtenidos al ajustar la superficie corneal a una asfera, que es mostrado en las tablas 5.5-5.11.

Se puede observar que cuando se ajusta a una superficie biconica, existen diferencias en ambos radios de curvatura lo cual es de esperarse ya que la córnea no es exactamente una esfera [7]. También se aprecia que el valor z_{RMS} tiende a disminuir si se usa una superficie biconica para modelar la córnea, como se observa en las tablas 5.14-5.17 en comparación con lo encontrado cuando modelamos la córnea con una superficie esférica, como se muestra en las tablas 5.5-5.11.

5.8. Conclusiones

En este capítulo se mostró los resultados obtenidos al usar los algoritmos diseñados para la evaluación de córneas. Se puede observar que los resultados son similares a los obtenidos por el equipo Atlas, para hacer la comparación se uso la misma escala.

Se aprecia cierta similitud en los mapas topográficos en cuanto a los colores y la escala, aun que no son exactamente iguales, lo cual es coherente ya

que las evaluaciones corneales se hicieron en diferentes horarios por lo cual las personas no se encontraban en las mismas condiciones.

Se aprecia que al ajustar la superficie corneal a una superficie bicónica el valor z_{RMS} disminuye y los radios de curvatura en cada eje son distintos, siendo el radio de curvatura en el eje horizontal mejor al vertical.

Conclusiones Generales

En este trabajo se pretendía evaluar superficies esféricas rápidas como lo es la cornea, lo cual se pudo hacer y los resultados fueron mostrados.

Se diseñó algoritmos para obtener los centroides de interés, de lo cual se pudo observar que al usar pantallas nulas con fondo negro se podían extraer más centroides en comparación a las pantallas nulas con fondo blanco. Se puede concluir que usar este tipo de pantallas es más conveniente y se sugiere explotar este método en trabajos futuros.

Cómo se observó en los resultados obtenidos por el métodos de pantallas nulas al compararlos con los resultados obtenidos con el equipo Atlas 900, se obtuvieron resultados similares ya que al evaluar una superficie de calibración el radio de curvatura y la constante de conicidad obtenido por ambos métodos varia del orden de milésimas y centesimal respectivamente.

Se observó que usando pantallas nulas en negativo se puede evaluar más área que si se usa pantallas con fondo blanco, por lo cual podemos concluir que es más adecuado usar pantallas con fondo negro para evaluar córneas, de esta manera disminuimos el problema que se ha tenido con la sombra de las pestañas.

Se pudo diseñar algoritmos que fueran capaces de evaluar córneas, estos se validaron en una superficie de referencia, pero al ser usados en superficies corneales se modificaron ya que los problemas que originan las pestañas dificultaron las evaluaciones en las regiones donde aparecen estas sombras, estos algoritmos son los que se explican en este trabajo de tesis. Se concluye que estos algoritmos pueden ser usados para evaluar las superficies corneales, pero solo se puede evaluar una parte de esta, donde hay sombras de pestañas, nariz y otras partes del rostro no se puede evaluar con este método ni con estos algoritmos.

Al usar una superficie esférica para comparar la córnea los resultados se pudieron comparar con los obtenidos por el equipo Atlas 9000, aun que el valor RMS disminuyo en todos los casos cuando se usa una superficie biconica por lo cual se puede concluir que al usar una superficie biconica es un mejor modelo para modelar la córnea humana.

Se observó que para tener una menor evaluación en córneas humanas es necesario usar una careta que mantenga fijo el rostro del sujeto. Por lo cual se propone diseñar un sistema que permita mover el cono que contienen la pantalla nula y además diseñar una careta que mantenga fijo el rostro del sujeto, de esta manera podemos garantizar una mejor alineación del sistema.

Se concluye también que como apoyo para evaluar la superficie corneal es conveniente usar un enchinador de pestañas para levantar ligeramente las pestañas y provocar menos sombra. El problema con esto es que no cualquier persona acepta a ser sometida a esto.

Bibliografía

- [1] Michael Kaschke, Karl-Heinz Donnerhacke, and Michael Stefan Rill. *Optical Devices in Ophthalmology and Optometry*. John Wiley Sons, 2013.
- [2] Andrew W Wood. *Physiology, Biophysics, and Biomedical Engineering*. CRC Press, 2016.
- [3] Cossio Guerrero Cesar. Evaluación de la topografía corneal con pantallas nulas cónicas. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2016.
- [4] Rodríguez Rodríguez Martín Isaías. *Método de Corrimiento Dinámico de Puntos en Queratometría por Pantallas Nulas*. PhD thesis, Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica, 2015.
- [5] R. Navarro. The optical design of the human eye: a critical review. *J. Optom*, 2:3–18, 2009.
- [6] L. A. Carvalho. Absolute accuracy of placido-based videokeratographs to measure the optical aberrations of the cornea. *Opt. Vis. Sci.*, 2004.
- [7] Rafael Navarro, Luis González, and José L. Optics of the average normal cornea from general and canonical representations of its surface topography. *J. Opt. Soc. Am.*, 2006.
- [8] Amilcar Javier Estrada Molina. *Topógrafo Corneal Portátil Basado En Pantallas Nulas*. PhD thesis, Universidad Nacional Autónoma De México, 2014.
- [9] Cinta Puell Martín. *Óptica Fisiológica: El sistema óptico del ojo y la vision binocular*. Universidad complutense Madrid, 2014.
- [10] Juan José Delgado Domínguez. Detección de trastornos visuales. *AE-PAP*, 2005.
- [11] E. Hecht. *Óptica*. ADDISON WESLEY, 2010.

- [12] Arturo Alberto Alezzandrini. *Fundamentos de oftalmología*. BUENOS AIRES, 2003.
- [13] Francisco Javier Vivó Sánchez and José Luis Garrido Tundidor. Topografía corneal mediante discos de plácido. estrategias de optimización de la estimación topográfica. *Gaceta óptica y óptica Oftálmica*, 2011.
- [14] James D. Doss, Richard L. Hutson, J. James Rowsey, and D. Randolph Brown. Method for calculation of corneal profile and power distribution. *Arch Ophthalmol*, 1981.
- [15] Johnson +Johnson Visual Care. Examen con lámpara de hendidura. Technical report, The Vision Care Institute of Johnson and Johnson.
- [16] Caridad Griñó García-Pardo, Francisco Lugo Quintás, Margarita León, Sara Ligeró, Jose María Ruiz Moreno, and Javier Montero Moreno. Tomografía de coherencia Óptica (oct) funcionamiento y utilidad en patología macular. *Gaceta optica*, 2016.
- [17] Eva Chamorro Gutiérrez. Fundamentos ópticos de la tomografía de coherencia Óptica (oct). *Escuela Universitaria de Óptica Universidad Complutense Madrid*, Diciembre 2008.
- [18] Manuel Campos-García, Cesar Cossio-Guerrero, Víctor Iván Moreno-Oliva, and Oliver Huerta-Carranza. Surface shape evaluation with a corneal topographer based on a conical null-screen with a novel radial point distribution. *Applied Optics*, pages 1071–1090, 2015.
- [19] Manuel Campos García. *Pruebas de superficies esféricas rápidas con pantallas nulas*. PhD thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2005.
- [20] Oliver Huerta Carranza. Desarrollo de un algoritmo para corregir los errores en topografía corneal debido a desalineaciones. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2017.
- [21] Ignacio Edmundo Funes Maderey. Videoqueratometría de campo plano. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 1998.
- [22] Daniel Malacara. *Optical Shop Testing*. Wiley Interdisciplinary Reviews, 2007.
- [23] H. Grossa, Brömela, R. Steinkopfb M. Beierb, J. Hartungb, Y. Zhonga, M. Oleszkoa, and D. Ochse. Overview of surface representations for freeform surfaces. *SPIE*, 2015.

- [24] Charles H. Lehmann. *Geometría Analítica*. LIMUSA, 1980.
- [25] Rufino Bolado Gómez. Prueba de un espejo elipsoidal cóncavo en eje ($f/0.273$) por medio de una pantalla nula cilíndrica. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2005.
- [26] Victor de Emanuel Armengol Cruz, Arturo I. Osorio-Infante, Manuel Campos-García, Cesar Cossio-Guerrero, and José Rufino Díaz-Uribe. Corneal topography with conical null-screen for non-symmetric aspheric corneas. *SPIE*, 9947:8, 2016.
- [27] Victor de Emanuel Armengol-Cruz, Manuel Campos-García, and Cesar Cossio-Guerrero. Evaluation of a human corneal surface with the null-screen method. *SPIE Optical Metrology*, page 8, 2017.
- [28] H. Altamirano Cornejo-Rodríguez A. and M. V. R. K. Murty. Experimental results in the sharpening of the fringes in the ronchi test. *Inst. Tonantzintla*, 2:313–315, 1978.
- [29] Arturo Osorio-Infante, Victor de Emanuel Armengol-Cruz, Manuel Campos-García, Cesar Cossio-Guerrero, Jorge Marquez-Flores, and José Rufino Díaz-Uribe. Centroids evaluation of the images obtained with the conical null-screen corneal topographer. *SPIE*, 9971(997128), 2016.
- [30] Rafael Redondo Tejedor. Desarrollo de algoritmos de optimización visual en imágenes médicas. Master's thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 2002.
- [31] Null screen testing of fast convex aspheric surfaces. Rufino díaz-uribe and manuel campos-garcía. *APPLIED OPTICS*, 2000.
- [32] American National Standard for Ophthalmics. Corneal topography systems-standar terminology, requirements. Technical report, AmericanNational Standard, 2007.
- [33] Tim de Jong, Matthew T. Sheehan, Steven A. Koopmans, and Nomo M. Jansonius. Posterior corneal shape: Comparison of height data from 3 corneal topographers. *Elsevier*, 2017.
- [34] Manfredo P. do Carmo. *Differential Geometri of curves and surfaces*. Prentice-Hall, 1976.
- [35] Y. Mejía-Barbosa and D. Malacara-Hernández. A review of methods for measuring corneal topography. *Optom. Vis. Sci*, 2001.

- [36] Amilcar Estrada-Molina, Manuel Campos-García, and Rufino Díaz-Uribe. Sagittal and meridional radii of curvature for a surface with symmetry of revolution by using a null-screen testing method. *Applied Optics*, pages 45–49, 2013.
- [37] S. A. Klein and R. B. Mandell. Axial and instantaneous power conversion in corneal topography. *Invest. Ophthalmol.*, 1995.
- [38] Bushberg J.T., Seibert J.A., Leidholdt E.M., and Boone J.M. *The Essential Physics of Medical Imaging*. Lippincott Williams & Wilkins, 2002.