



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Aplicaciones de la Ecuación
de Balance de Materia en
Sistemas Petroleros**

TESINA

Que para obtener el título de
Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Daniel Enrique del Carmen Torres

DIRECTOR DE TESINA

Ing. Héctor Erick Gallardo Ferrera



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ÍNDICE

Introducción	1
Revisión de la literatura	3
1.1 Evolución de los modelos de balance de materia	3
1.2 EGBM para yacimientos homogéneos	6
1.3 EGBM para yacimientos no-homogéneos: YNF	10
1.4 EBM para sistemas homogéneos de gas y condensados con vaporización de agua	12
1.5 Yacimientos Compartimentalizados	16
1.6 Usos y abusos de la Ecuación de Balance de Materia	18
1.7 Relación entre EBM y simulación numérica de yacimientos	19
Modelos de análisis	21
2.1 Descripción de los tipos de problemas de estudio	22
2.2 Modelos de BM para sistemas homogéneos	24
2.3 Modelos de BM para sistemas naturalmente fracturados	41
2.4 Uso de gráficos diagnóstico para determinar el modelo de BM adecuado	45
Casos de estudio	51
3.1 Campo FI-007	51
3.2 Campo Virginia Hills	56
3.3 Análisis del yacimiento Vachal	61
3.4 Análisis del yacimiento Anderson L	65
3.5 Análisis de un yacimiento en Luisiana	73
Conclusiones	80

Apéndice 1. Métodos para el cálculo de la entrada de agua.	82
Apéndice 2. Derivación de la ecuación general de balance de materia.	91
Apéndice 3. Ecuación generalizada para balance de materia en YNF.	98
Apéndice 4. Yacimientos de gas y condensados con vaporización de agua.	105
Apéndice 5. Predicción del comportamiento de yacimientos.	112
Apéndice 6. Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de J. Tarner.	118
Apéndice 7. Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de Mustak.	119
Apéndice 8. Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de Mustak.	128
Apéndice 9. Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de Tracy.	136
Apéndice 10. Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de Pirson.	143
Apéndice 11. Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de Pirson.	149
Apéndice 12. Pueba de agotamiento a volumen constante (CVD).	154
Nomenclatura	157
Referencias	160

Introducción

La ecuación de balance de materia (EBM) proporciona una alternativa sencilla y muy acertada a los métodos volumétricos para la estimación del volumen original de hidrocarburos, ya sea gas o aceite, en cualquier etapa de explotación del yacimiento. Además nos puede indicar los mecanismos de producción presentes en el yacimiento y parámetros como las distintas compresibilidades y la entrada de agua al yacimiento.

Existen trabajos que han permitido el avance de modelos y técnicas de balance de materia, no obstante, se encuentran dispersas para su uso, por ese motivo se pretende unificar los métodos y técnicas desarrolladas para los métodos de balance de materia y así facilitar su aplicación, avance y futuros desarrollos. Es por ello que se presenta una breve recopilación de los avances que ha tenido la (EBM) a lo largo del tiempo y su evolución para adaptarse a los distintos yacimientos que existen.

Se analizará la ecuación de balance de materia en sus distintas formas para su correcta aplicación, tratando de simplificarlas y presentarlas de manera linealizada para su mejor entendimiento. Además se presentarán casos prácticos documentados en donde se aplica esta herramienta para la predicción de volúmenes originales de hidrocarburos.

Los métodos diagnóstico, derivados de la ecuación de balance de materia, están desarrollados en términos de la producción acumulada de fluidos y el cambio de presión, por lo que se requiere de medidas exactas de ambas cantidades. Estos

métodos son aplicables después de un periodo de agotamiento y si se dispone de datos suficientes de presión y producción.

Los alcances de este trabajo son:

Describir los factores involucrados en la Ecuación de Balance de Materia para yacimientos homogéneos.

Desarrollar un compendio que contenga las soluciones lineales a la EBM así como las representaciones gráficas para cada tipo de yacimientos.

Proponer un método de análisis de los problemas reales de campo al momento de calcular volúmenes originales de hidrocarburos

Revisión de la literatura

La ecuación de balance de materia (EBM), resulta de un balance volumétrico que iguala la producción acumulada de fluidos, expresada como una extracción, y la expansión de los fluidos como resultado de una caída de presión en el yacimiento. Se basa en la ley de conservación de la materia, que establece que la masa de un sistema cerrado permanece siempre constante (a menos que se produzcan cambios en el sistema). La forma general de la ecuación de balance de materia (EGBM) fue desarrollada inicialmente por Schilthuis en 1936 [1]. La EBM establece que la diferencia entre la cantidad de fluidos iniciales en el yacimiento y la cantidad de fluidos remanentes en el yacimiento es igual a la cantidad de fluidos producidos.

En este capítulo se presenta una recopilación de la literatura para entender la evolución histórica en los desarrollos de la EBM, así como algunas de sus aplicaciones y limitantes.

1.1 Evolución de los modelos de balance de materia

En 1929, Coleman, Wilde, y Moore [2] emprendieron una investigación de la disminución teórica en la presión del yacimiento en relación con la producción de aceite y gas. La parte más importante de este trabajo fue presentado en una ecuación que define la relación entre la presión del yacimiento, las cantidades de aceite y el gas producido, el contenido de aceite y de gas del yacimiento, y las propiedades de los fluidos del yacimiento. Con esta ecuación, parecía que, con

datos suficientes, sería posible calcular el contenido de aceite del yacimiento y predecir cuantitativamente el efecto de la expansión y producción de los hidrocarburos en la disminución de la presión del yacimiento. Sobre decir que tal descubrimiento sería muy importante en la evaluación de los campos y para llegar a una elección de los métodos de producción a utilizar.

Posteriormente en 1936 Schilthuis [1] presentó, primero, la obtención de una forma modificada de la ecuación dada por Coleman, Wilde y Moore, lo que permitió el cálculo de lo que más tarde será definida como el contenido "aceite activo" de un yacimiento; segundo, derivó fórmulas para el cálculo de los cambios de energía en el yacimiento que se producen durante el curso de la producción.

A principios de 1940, Buckley y Leverett [3] hicieron contribuciones significativas al entendimiento del desplazamiento del aceite y del gas demostrando el rol de la presión capilar y la permeabilidad relativa en flujo multifásico y Tarner presentó su ecuación para determinar la recuperación del aceite bajo el empuje del gas en solución. Su método fue otra importante aplicación de la ecuación de balance de materia. Ambas ecuaciones, la de Tarner y la de Buckley y Leverett, son usadas para predecir la futura recuperación de aceite de los yacimientos.

Old expuso en el año de 1943 [4] el uso simultáneo de la EBM y la ecuación de Hurst, aplicado al cálculo de las reservas de hidrocarburos. Estudió el comportamiento de un yacimiento de petróleo y evaluó las fuerzas naturales que actuaban en el yacimiento. Old afirmó que un uso importante de este método de análisis consiste en determinar el comportamiento de presión

Y en 1949 Everdingen y Hurst [5] realizaron un procedimiento que asume que las historias de producción y presión del yacimiento son conocidas, por lo que se calcula los volúmenes de afluencia de agua con el modelo de acuífero radial de estado transitorio.

En 1953 Hawkins [6] presentó una extensión de la ecuación de balance de materiales aplicable a yacimientos volumétricos subsaturados por encima del punto

de burbujeo mediante la inclusión de un término que toma en cuenta la presencia de agua intersticial y su compresibilidad.

En 1963, Havlena y Odeh [7] mostraron que debido a que la ecuación era lineal, los datos de balance de materia se pueden combinar en la ecuación de la recta, para lo que agrupan a los términos de la EBM, dependiendo de su naturaleza, como miembros de un término de extracción (F), de expansión en el yacimiento (E) y en el acuífero (W_e). Esto permitió al usuario determinar dos parámetros, tales como él (volumen de aceite original en el yacimiento (OOIP por sus siglas en ingles) y el volumen original de gas en el yacimiento (OGIP por sus siglas en ingles), en el caso de un yacimiento con gas asociado o el coeficiente de acuífero en el caso de yacimiento con empuje por agua. Hasta la publicación de su trabajo, la EBM había sido usada para determinar sólo un parámetro (OOIP o GOIP) usando datos de presión y de producción en un solo punto a un cierto tiempo. Posteriormente, Tehrani [8] en 1985 mejoró el método para determinar el Volumen de Aceite y de Gas usando una técnica de regresión lineal con dos parámetros.

Estos métodos (Havlena y Odeh, Tehrani) funcionan eficientemente en yacimientos volumétricos; no obstante, a menudo su aplicación se complica en los yacimientos con empuje hidráulico. Para mejorar la interpretación, los trabajos de Cole y Sills [9] presentan técnicas de análisis que funcionan bien sistemas volumétricos y en otros con entrada de agua. Pese a que los resultados obtenidos por los autores mejoran significativamente los trabajos previos (Havlena y Odeh, 1963 y Tehrani, 1985), la falta de unicidad en los resultados continúa siendo una problemática importante en los estudios de balance de materia, que se potencializa con la presencia de los acuíferos, por lo que los análisis deben realizarse con preclusión en estas condiciones.

En 1994, Walsh, Ansah y Raghavan [10] hicieron un avance significativo en la EBM cuando incluyeron un nuevo término que consideraba al componente condensado en la fase de vapor. Esto permitió que la EBM fuera aplicada más rigurosamente y en forma efectiva a los yacimientos cercanos al punto crítico (de

gas y condensado y aceite volátil), que previamente eran modelados incluyendo y excluyendo términos de ajuste empíricos. Posteriormente, en 1998 [11] Wang propuso una extensión de la EBM presentada por Walsh para incluir el efecto de la compresión de la roca con gradientes de presión normales y anormales. Wang además incluyó la expansión del agua de formación y propuso un método mejorado para detectar la presencia de un acuífero.

Otro avance importante en la modelación de sistemas geológicos a través de modelos de balance de materia se logró con Payne et al. [12], quien publicó en 1996 una forma de la EBM que representaba a los yacimientos comunicados como tanques conectados en serie o en paralelo. Este método ha sido exitosamente aplicado a grandes yacimientos que se comportan como yacimientos compartimentalizados e intercomunicados, problemas de doble porosidad y doble permeabilidad. Otras aportaciones (Eduardo A. Idrobo, Gherson Peñuela, Aníbal Ordóñez, C.E. Medina y N.E. Meza [13], Eider Niz [14]) relacionadas han sido enfocadas al estudio de sistemas de doble porosidad en yacimientos naturalmente fracturados (YNF).

Los métodos de balance de materia normalmente limitan al estudio de la producción a períodos largos, cuando el comportamiento del sistema es gobernado por la expansión total. Recientemente, esta restricción ha sido reducida por diferentes autores que proponen el uso de métodos dinámicos que utilizan la presión transitoria en los análisis (Wang en 2001, y Mattar y Anderson [15] en 2005). Una ventaja de estos estudios es que reducen los tiempos de medición de las presiones necesarias, pudiéndose utilizar soluciones tanto a gasto constante como a gasto variable, en sistemas de gas y aceite.

1.2 EGBM para yacimientos homogéneos

Para derivar la forma general de la EBM se supone lo siguiente:

1. El yacimiento puede contener una o más fases de fluidos.

2. Las fases líquidas pueden contener una cantidad de gas disuelto.
3. La fase gaseosa puede contener líquido disperso.
4. La entrada de agua se da por la expansión que produce el acuífero sobre el yacimiento, debido a la producción.
5. El agua y la roca son compresibles.

La **Towler et al.** [16] proponen que la EGBM puede escribirse como:

$$F = N_{foi}E_o + G_{fgi}E_g + \Delta W + (N_{foi}B_{oi} + G_{fgi}B_{gi})E_{fw}, \quad \dots\dots\dots 1.1$$

$$F = N_p \left(\frac{B_o - R_s B_g}{1 - R_s R_v} \right) + G_p \left(\frac{B_g - R_v B_o}{1 - R_s R_v} \right), \quad \dots\dots\dots 1.2$$

donde:

$$E_o = B_{to} - B_{oi}, \quad \dots\dots\dots 1.3$$

$$E_g = B_{tg} - B_{gi}, \quad \dots\dots\dots 1.4$$

$$E_{fw} = \left(\frac{C_f + C_w S W_i}{1 - S W_i} \right) \Delta p, \quad \dots\dots\dots 1.5$$

$$\Delta W = W_e - B_w W_p. \quad \dots\dots\dots 1.6$$

Los valores de W_e se obtienen acoplando modelos de flujo en escala yacimiento/acuífero, algunos que son de interés se presentan en el **Apéndice 1**.

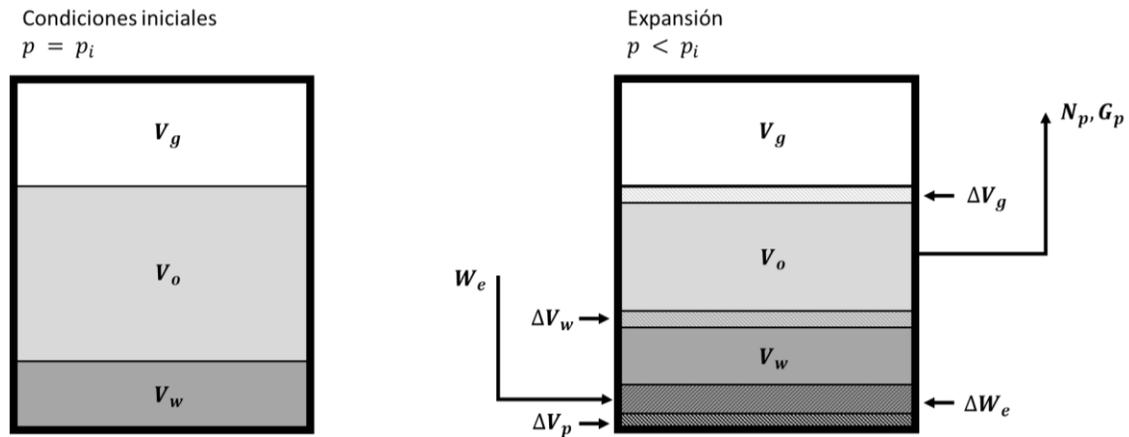


Figura 1. 1 muestra un esquema representativo de los modelos de balance de materia en sistemas homogéneos, para el que Towler et al. [16] proponen que la EGBM puede escribirse como:

$$F = N_{foi}E_o + G_{fgi}E_g + \Delta W + (N_{foi}B_{oi} + G_{fgi}B_{gi})E_{fw}, \dots\dots\dots 1.1$$

$$F = N_p \left(\frac{B_o - R_s B_g}{1 - R_s R_v} \right) + G_p \left(\frac{B_g - R_v B_o}{1 - R_s R_v} \right), \dots\dots\dots 1.2$$

donde:

$$E_o = B_{to} - B_{oi}, \dots\dots\dots 1.3$$

$$E_g = B_{tg} - B_{gi}, \dots\dots\dots 1.4$$

$$E_{fw} = \left(\frac{C_f + C_w S W_i}{1 - S W_i} \right) \Delta p, \dots\dots\dots 1.5$$

$$\Delta W = W_e - B_w W_p. \dots\dots\dots 1.6$$

Los valores de W_e se obtienen acoplando modelos de flujo en escala yacimiento/acuífero, algunos que son de interés se presentan en el **Apéndice 1**.

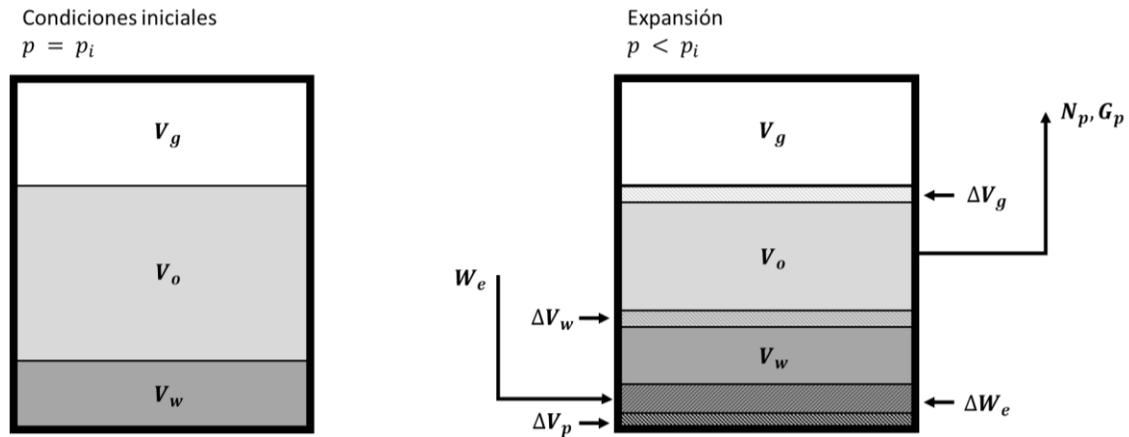


Figura 1. 1. Representación de un modelo de balance de materia para un yacimiento petrolero. [18]

En las Ecs. 1.3 y 1.4, los factores de volumen totales de las fases contemplan la evolución de otros elementos por debajo de las presiones de saturación como:

$$B_{to} = \frac{B_o(1 - R_{si}R_v) + B_g(R_{si} - R_s)}{1 - R_sR_v}, \dots\dots\dots 1.7$$

$$B_{tg} = \frac{B_g(1 - R_sR_{vi}) + B_o(R_{vi} - R_v)}{1 - R_sR_v}. \dots\dots\dots 1.8$$

En general, se suele expresar la producción de gas en términos de la Relación Gas/Aceite Producido Acumulado (R_p). En este caso la Ec. 1.2 que define al yacimiento se convierte en:

$$F = N_p \left[\frac{B_o(1 - R_pR_v) + B_g(R_p - R_s)}{1 - R_sR_v} \right]. \dots\dots\dots 1.9$$

Por otro lado, el volumen del casquete de gas típicamente se incluye en términos de la relación adimensional de volúmenes de gas y aceite libres en el yacimiento ($m = V_{gf}/V_{of}$), misma que puede determinarse como:

$$m = \frac{G_{fgi}B_{gi}}{N_{foi}B_{oi}} \dots\dots\dots 1.10$$

Considerando lo anterior, la EBM se reescribe de la siguiente manera:

$$F = N_{foi} \left[E_o + mE_g \frac{B_{oi}}{B_{gi}} + B_{oi}(1 + m)E_{fw} \right] + \Delta W \dots\dots\dots 1.11$$

La Ec. 1.1 no incluye los términos de inyección de gas o de agua, pero pueden incluirse fácilmente en los términos de producción de gas y aceite. La derivación de las expresiones presentadas se incluye en el **Apéndice 2**.

1.3 EGBM para yacimientos no-homogéneos: YNF

Existe un número importante de yacimientos naturalmente fracturados (YNF) en el que las fracturas no sólo ayudan a la permeabilidad en una matriz de yacimiento ya producible, sino que también contribuyen con la capacidad de almacenamiento, por lo que debe plantearse un balance volumétrico diferente a la Ec. 1.11 para modelar estos casos.

Peñuela et al. [13] y Niz [14] proponen un balance para fluidos tipo aceite negro en un medio poroso (matriz) y que se produce a través de una red fracturada, como el de la **Figura 1. 2**. Para ello suponen lo siguiente:

1. El yacimiento es un sistema isotérmico.
2. El yacimiento se compone de cuatro fases: aceite, gas, agua y roca naturalmente fracturada.
3. Los sistemas de fractura y matriz porosa son compresibles.
4. No hay entrada de agua y la producción de agua es despreciable.
5. No hay inyección de fluido (agua y / o gas) en el yacimiento.

6. La porosidad de la fractura, la porosidad de la matriz y la saturación de agua es uniforme en todo el yacimiento.
7. La presión es uniforme en todo el yacimiento, lo que implica que no existen gradientes de presión verticales u horizontales.

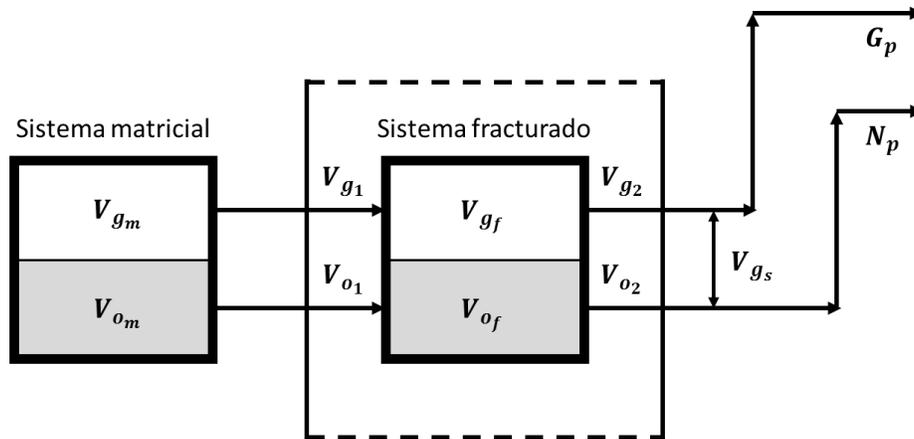


Figura 1. 2 . Representación de un modelo de balance de materia para un yacimiento naturalmente fracturado. [13]

De esta manera, el modelo de Balance de Materia [17] resulta en:

$$F = N_m[E_o + B_{oi}E_{fw_m}] + G_m[E_g + B_{gi}E_{fw_m}] + N_f[E_o + B_{oi}E_{fw_f}] + G_f[E_g + B_{gi}E_{fw_f}] + W_e - W_p B_w, \quad \dots \quad 1.12$$

$$F = N_p \left(\frac{B_o - R_s B_g}{1 - R_s R_v} \right) + G_p \left(\frac{B_g - R_v B_o}{1 - R_s R_v} \right), \quad \dots \quad 1.13$$

donde

$$E_{fw_m} = \left(\frac{C_f + C_w S W_i}{1 - S W_i} \right)_m \Delta p, \quad \dots \quad 1.14$$

$$E_{fw_f} = \left(\frac{C_f + C_w S W_i}{1 - S W_i} \right)_f \Delta p, \quad \dots\dots\dots 1.15$$

mientras que E_o y E_g se definen en las Ecs. 1.3 y 1.4 Además, en la Ec. 1.12 N_m es el aceite original del yacimiento en la matriz de la roca y N_f es el aceite original del yacimiento en las fracturas, N_p es el aceite producido y acumulado, G_m es el Gas original del yacimiento en la matriz de la roca, G_f es el gas original del yacimiento en las fracturas y R_p es la relación gas-aceite producida y acumulada, C_m es la compresibilidad de la matriz y C_f es la compresibilidad de la fractura. El desarrollo completo de este modelo se presenta en el **Apéndice 3**.

1.4 EBM para sistemas homogéneos de gas y condensados con vaporización de agua

Por su composición, estos yacimientos exhiben comportamientos dependientes del punto de rocío, y permiten la existencia de hasta tres fases fluidas: agua, gas y líquido condensado; toda vez que el gas presente se constituye tanto de componentes hidrocarburos, gases inertes y vapor de agua.

Por encima del punto de rocío, además de la expansión de la fase gaseosa, la declinación de la presión en un yacimiento de gas y condensados provoca que una porción del agua nativa se vaporice para permanecer en equilibrio con el vapor de agua existente; con lo que la saturación de la fase gaseosa en el medio poroso aumenta de forma considerable. Sin embargo, por debajo del punto de rocío, y conforme comienza la condensación de líquidos, el volumen de poros disponible para la fase gaseosa disminuye nuevamente. De esta manera, en los yacimientos de gas y condensado donde ocurren cambios en las fases, tanto en las de hidrocarburos como en el agua, puede plantearse que el volumen inicial del yacimiento es:

$$V_{pi} = V_{vi} + V_{wi}, \quad \dots\dots\dots 1.16$$

donde V_{wi} es el volumen inicial del yacimiento ocupado por el agua líquida y V_{vi} es el volumen inicial ocupado por el vapor. Si la presión del yacimiento está por encima del punto de rocío, el agua congénita es la única fase líquida presente; entonces, de acuerdo a la saturación de agua inicial (S_{wi}), se tiene que:

$$V_{wi} = S_{wi}V_{pi}, \quad \dots\dots\dots 1.17$$

y para la fase vapor:

$$V_{vi} = (1 - S_{wi})V_{pi}. \quad \dots\dots\dots 1.18$$

En este caso, la fracción volumen del vapor que corresponde al agua es:

$$y_{wi} = \frac{V_{wvi}}{V_{vi}}, \quad \dots\dots\dots 1.19$$

y la que corresponde a los gases hidrocarburos es:

$$(1 - y_{wi}) = \frac{V_{hvi}}{V_{vi}}, \quad \dots\dots\dots 1.20$$

donde V_{wvi} es el volumen inicial de yacimiento ocupado por el vapor de agua, y V_{hvi} es el que ocupan los hidrocarburos en estado gaseoso inicialmente.

Substituyendo la Ec. 1.17 en la Ec.1.20 se obtiene:

$$V_{vhi} = V_{pi}(1 - S_{wi})(1 - y_{wi}), \quad \dots\dots\dots 1.21$$

y dado que la fase inicial de hidrocarburos es:

$$V_{hvi} = GB_{gi}, \quad \dots\dots\dots 1.22$$

se establece que:

$$V_{pi} = \frac{GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})}, \quad \dots\dots\dots 1.23$$

La forma final de la EBM depende del valor del punto de rocío. A continuación se presentan los modelos de Lee et al. [19] para estos casos, toda vez que los desarrollos completos de los mismos se incluyen en el **Apéndice 4**.

1.4.1 Declinación de la presión sobre la presión de rocío

Debido a que la presión del yacimiento es mayor a la del punto de rocío, no hay condensación del gas hidrocarburo. Conforme declina la presión, y una mayor cantidad de agua se vaporiza, se reduce la cantidad de agua líquida, **Figura 1. 3**, y los cambios en el volumen poroso (ΔV_p) es:

$$\Delta V_p = \frac{\bar{C}_f(p_i - p)GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})}, \quad \dots\dots\dots 1.24$$

donde \bar{C}_f es la compresibilidad promedio de la formación, con lo que, al realizar un balance, considerando que el volumen poroso inicial debe ser igual al existente en un momento dado más los cambios por compactación, se tiene:

$$\frac{GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})} = \frac{(G - G_p)B_g}{(1 - S_w)(1 - y_w)} + \frac{\bar{C}_f(p_i - p)GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})}. \quad \dots\dots\dots 1.25$$

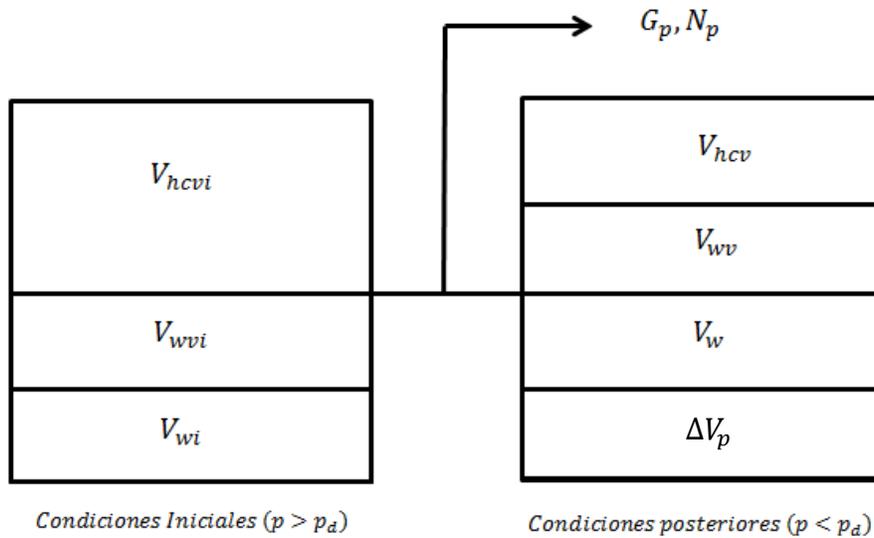


Figura 1. 3 Modelo de balance de materia de un yacimiento de gas y condensados sobre la presión de rocío y con vaporización de agua, que muestra el comportamiento de las fases en el volumen poroso a condiciones iniciales y posteriores. [19]

Debe observarse que, cuando la saturación de agua permanece constante durante la vida del yacimiento ($S_w = S_{wi}$ y $y_w = y_{wi}$), si los efectos de compactación son despreciables, la Ec. 1.25 se reduce a la de un yacimiento volumétrico de gas seco, pues no hay condensación de líquidos.

1.4.2 Declinación de la presión por debajo del punto de rocío

Una vez alcanzada la presión de rocío, y conforme se abate la presión, comienza a condensar líquido del gas en el yacimiento, **Figura 1. 4**. En muchos sistemas, esta fase permanece inmóvil.

De esta manera, y considerando la Ec. 1.23, la EBM resultante es:

$$\frac{GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})} = \frac{(G - G_p)B_g}{(1 - S_w - S_{hL})(1 - y_w)} + \frac{\bar{C}_f(p_i - p)GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})}. \quad \dots \quad 1.26$$

La correcta aplicación de la Ec. 1.26 también requiere estimaciones del volumen de hidrocarburos líquidos formado a presión por debajo del punto de rocío. La fuente más precisa de estas estimaciones es un análisis de laboratorio de las muestras de los fluidos del yacimiento. Las saturaciones de los líquidos se obtienen a partir de un estudio de agotamiento a volumen constante. Tenga en cuenta que este tipo de estudio de laboratorio de fluido asume que los hidrocarburos líquidos formados en el yacimiento son inmóviles. Esta suposición es válida para la mayoría de los yacimientos de gas y condensados; sin embargo, algunos sistemas poseen saturaciones de líquidos móviles. Para estas condiciones, se requieren simuladores composicionales para predecir el comportamiento futuro con precisión.

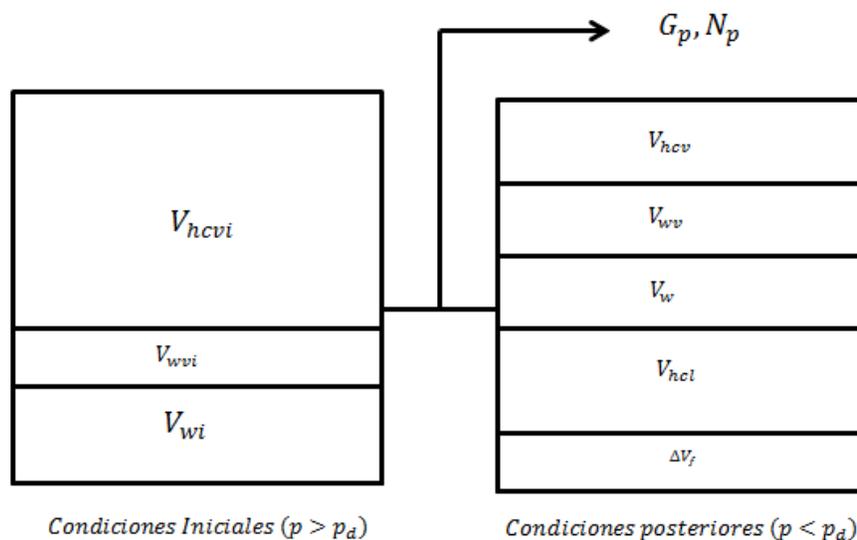


Figura 1. 4. Modelo de balance de materia de un yacimiento de gas y condensados por debajo de la presión de rocío y con vaporización de agua, que muestra las fases presentes a condiciones iniciales y posteriores. [21]

1.5 Yacimientos Compartimentalizados.

La compartimentalización es la segmentación geológica de yacimientos continuos en compartimentos aislados [20]. Los yacimientos que llegan a ser

compartimentalizados requieren mayor esfuerzo para su interpretación y producción que los yacimientos continuos. El grado de compartimentalización puede variar como consecuencia de la producción.

Un yacimiento compartimentalizado se define como aquel en el cual existen dos o más regiones distintas que se encuentran comunicadas entre sí (**Figura 1. 5**), cada compartimento se describe por su propio balance de materia que se acopla al de los compartimentos vecinos a través de flujos de entrada y salida por medio de las fronteras. En algunos casos, el aceite puede llegar a separarse a través de fallas y puede desarrollarse un contacto gas-aceite o contacto agua-aceite por separado, definiendo así dos compartimentos diferentes.

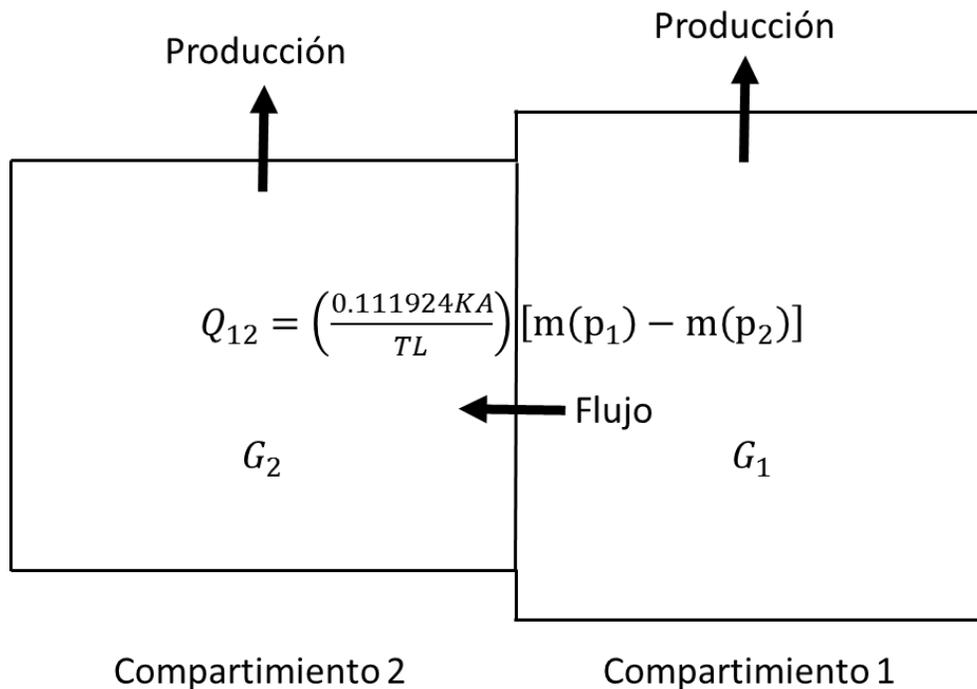


Figura 1. 5 Representación esquemática de un yacimiento compartimentado que consiste en dos compartimentos de yacimientos separados por un límite permeable [20].

Payne (1996) y Hagoort y Hoogstra (1999) propusieron dos esquemas diferentes y rigurosos para la solución numérica de la EBM para yacimientos de gas compartimentados. La principal diferencia entre los dos enfoques es que Payne

resuelve de forma explícita la presión en cada compartimento y Hagoort y Hoogstra implícitamente. Sin embargo, ambos esquemas emplean el siguiente enfoque básico:

1. Divide el yacimiento en varios compartimentos con cada compartimento que contenga uno o más pozos de producción que estén próximos y que midan las presiones constantes del yacimiento. La división inicial debe realizarse con el menor número posible de tanques, ya que cada compartimento tiene diferentes dimensiones en términos de longitud L , ancho W y altura h .
2. Cada compartimento debe caracterizarse por un histórico de producción y datos de disminución de presión en función del tiempo.
3. Si la división inicial no es capaz de igualar el descenso de la presión observada, se pueden agregar compartimentos adicionales subdividiendo los tanques previamente definidos o agregando tanques que no contienen puntos de drenaje, es decir, pozos de producción.

La aplicación práctica del enfoque de un yacimiento compartimental se ilustra en el **Apéndice 5**.

1.6 Usos y abusos de la Ecuación de Balance de Materia

Dentro de los usos principales de la ecuación de balance de materia se encuentran:

1. Determinar hidrocarburos iniciales en el yacimiento.
2. Evaluar W_e conociendo N o G .
3. Predecir el comportamiento y recuperación en los yacimientos, en términos de la presión.
4. Evaluar factores de recuperación.
5. Analizar los mecanismos de producción.

6. Comparar los volúmenes estimados con métodos volumétricos. Esto no significa que los valores sean cercanos, pues a través de la EBM se puede detectar fallas comunicantes o extensiones a otros yacimientos.
7. Estimar S_o , S_w y S_g en el yacimiento

En forma práctica, es normal que en los yacimientos de aceite el efecto de la disminución del volumen poroso disponible a hidrocarburos por compactación se desprece cuando se está por debajo del punto de burbuja.

Por su simplicidad, es normal cometer abusos al momento de usar los modelos de balance de materia. Algunos abusos típicamente cometidos al utilizar estos métodos se indican a continuación:

- a) Usar los modelos de balance de materia con poca información.
- b) Usar información inconsistente con las consideraciones.
- c) No complementar los estudios con otras herramientas pertinentes, como estudios volumétricos y de simulación de yacimientos.

1.7 Relación entre EBM y simulación numérica de yacimientos

La simulación numérica de yacimientos es una disciplina relativamente moderna en la ingeniería de yacimientos petroleros [22]. Su potencial es enorme como herramienta de trabajo, para predecir el comportamiento de yacimientos bajo diferentes esquemas de explotación, siempre y cuando se entiendan las bases sobre las que está desarrollada.

El concepto de simulación como tal no es nuevo: siendo el objetivo principal de la ingeniería de yacimientos el optimizar la recuperación de los fluidos del subsuelo, siempre se ha buscado la manera de tratar de reproducir lo que ocurre en los sistemas de producción. Para ello, se han utilizado técnicas y ecuaciones que, con el tiempo y gracias a los adelantos tecnológicos, han ido evolucionando, pero que en esencia se basan en los mismos principios.

Así, antes para estimar la recuperación de un yacimiento se utilizaban métodos de balance de materia, como el de Turner [23], en los que se considera al yacimiento como un tanque con propiedades promedio, tanto de presión como petrofísicas y PVT de los fluidos. Sin embargo, esta suposición de homogeneidad a lo largo de todo el yacimiento, aunque se ha demostrado que puede ser válida, no existe, por lo cual se pensó en dividir al sistema en una serie de bloques o celdas, para asignar a cada elemento propiedades promedio, aplicar la ecuación de balance de materia a cada uno y acoplar su interacción a través de la ecuación de Darcy.

Lo anterior forma las bases de la simulación. Pese a las bondades de este método para representar la homogeneidad e isotropía de un medio, se consumen gran cantidad de recursos (hay que utilizar balance de materia para cada bloque) y el uso de esta técnica requiere de herramientas computacionales adecuadas.

Lógicamente el primer problema que surge es el obtener la información necesaria para cada bloque, sin embargo suponiendo que se pueda conseguir dicha información, sin lugar a dudas ésta es la mejor manera de llevar a cabo el estudio de un yacimiento cuando éste no es homogéneo. Con ello no se quiere decir que esto sea lo mejor o deba de aplicarse indistintamente a cualquier problema, pues la experiencia ha demostrado que el método de balance de materia simplificado bien aplicado, en determinados casos puede proporcionar mejores resultados.

Modelos de análisis

En esta sección se presentan casos particulares para el estudio de los modelos de Balance de Materia presentados en el **Tema 1**, así como su forma ajustada para su estudio como una línea recta, de acuerdo a lo establecido por Havlena y Odeh [7].

La categorización realizada se hace para sistemas homogéneos y no-homogéneos, y para los fluidos del yacimiento clásicamente reportados por McCain [24], como se muestra en la **Fig. 2.1**. El comportamiento de estos fluidos se presenta en el **Apéndice 6**.

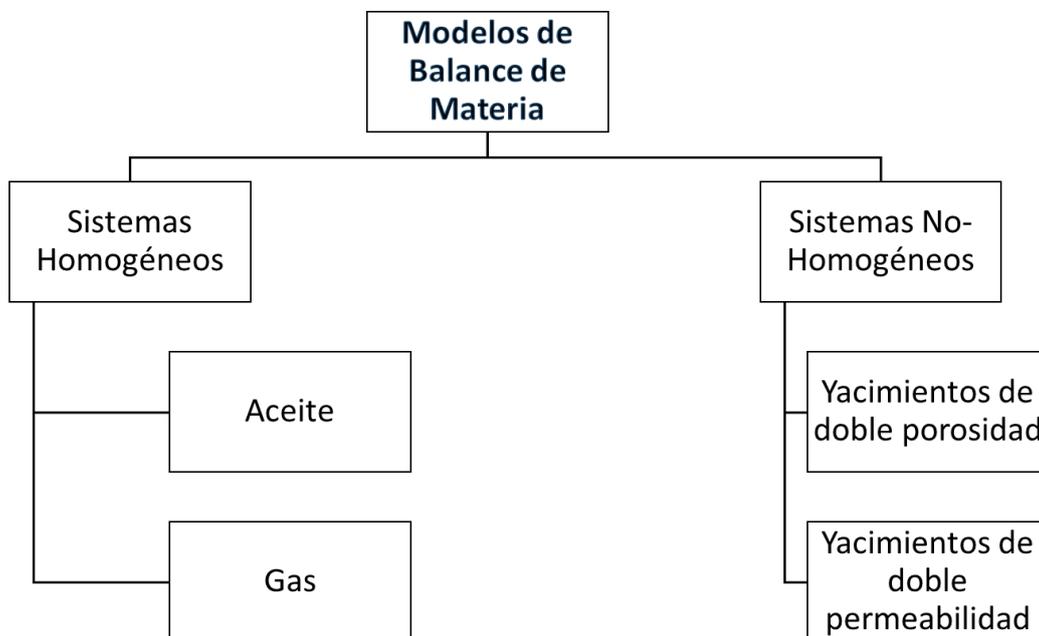


Figura 2. 1. Clasificación de los modelos de BM estudiados.

2.1 Descripción de los tipos de problemas de estudio

El estudio del comportamiento macroscópico en un yacimiento parte de la integración de diferentes principios y expresiones que permiten el planteamiento de problemas de interés, basados en las formulaciones generales presentadas en el **Tema 1** de este trabajo. Independientemente del tipo de aproximación realizada para su solución, el análisis de la información a través de los modelos de BM puede esquematizarse como [21]

$$E \rightarrow S \rightarrow R, \dots\dots\dots 2.1$$

donde E es un estímulo que se aplica sobre un sistema S y R la respuesta que este emite.

Considerando lo anterior, pueden definirse los siguientes vectores [21]

$$\beta(k, \mu, \phi, C_t, S, \dots), \dots\dots\dots 2.2$$

$$\alpha(N, G, G_p, N_p \dots), \dots\dots\dots 2.3$$

donde β define el conjunto de parámetros que representan al yacimiento y α es el vector solución del problema. La Tabla 2. 1 muestra los diferentes tipos de problemas que pueden ser planteados con las EBM, de acuerdo al objetivo buscado [25], mismos que se explican a continuación.

Tabla 2. 1. Diferentes tipos de problemas de flujo en un yacimiento.

Estimulo (E)	Sistema (S)	Respuesta (R)	Problema	Tipo
Conocido	Conocido	Desconocido	Predicción	Directo
Conocido	Desconocido	Conocido	Caracterización	Inverso
Desconocido	Conocido	Conocido	Deconvolución	Inverso

2.1.1 Predicción del comportamiento de un yacimiento

Las predicciones o pronósticos son problemas de tipo directo, pues al tener modelos suficientes para poder estimar el comportamiento de un fenómeno en el futuro, basta con evaluarlos a las condiciones de interés, esto además facilita la obtención de una solución única en todos los casos para el conjunto de expresiones seleccionadas.

Las relaciones que se utilizan para complementar los modelos de BM son:

1. Ecuación de la relación gas aceite instantánea.
2. Ecuación de la saturación de aceite en yacimientos productores por empuje de gas liberado.
3. Ecuación de la recuperación de aceite.
4. Gráfica (ecuación) de la relación de permeabilidades relativas al gas y aceite contra (en función de) la saturación, ya sea de líquido o aceite.
5. Ecuación de la variación del índice de productividad.
6. Ecuación general de saturación de aceite.

El **Apéndice 7** muestra una discusión detallada de estos elementos basado en los comentarios presentados por Garaicochea [25].

2.1.2 Caracterización de los parámetros de BM en un yacimiento

Los problemas de caracterización son inversos, pues involucran la determinación y ajuste de un modelo a una serie de valores medidos para el sistema (α_m), de tal manera que se cumpla la siguiente condición [25]:

$$g(\alpha) = \alpha - \alpha_m = 0. \dots\dots\dots 2.4$$

Debido al conjunto de variables que intervienen en el modelo y que pueden ser modificadas para satisfacer la condición descrita en la Ec. 2.4, los problemas de caracterización carecen de unicidad [21]. En este trabajo, los modelos utilizados para este fin parten de los gráficos tipo Havlena y Odeh, y se complementan con el uso de diferentes gráficos diagnóstico.

2.1.3 Deconvolución de los datos de presión-producción

La deconvolución refiere al problema en el que, dada una interpretación, se requiere filtrar la respuesta del sistema para eliminar el ruido indeseable que se detecta y existe durante la toma de datos, para obtener así un estímulo equivalente que permita ampliar la ventana de estudio y refinar los valores de los parámetros del modelo estudiado [26, 27].

2.2 Modelos de BM para sistemas homogéneos

Un sistema homogéneo se define como aquel en el que sus parámetros característicos se mantienen definidos e igualmente distribuidos sin importar la escala de estudio. En este caso, para un yacimiento se dice que todas las propiedades ($k, \phi, \mu, B_o, p, S_w, \dots$) tienen el mismo valor a lo largo del medio poroso, por lo que se asume que son iguales y cambian como lo hacen sus valores promedio ($\bar{k}, \bar{\phi}, \bar{\mu}, \bar{B}_o, \bar{p}, \bar{S}_w, \dots$). A continuación se presentan los modelos para yacimientos homogéneos de una porosidad de aceite y gas.

2.2.1 Modelos para sistemas de aceite

En forma clásica, los sistemas de aceite pueden ser divididos como:

1. **Aceite negro:** cuando el fluido se constituye por una amplia gama de especies químicas que incluyen moléculas largas, pesadas, no-volátiles y una baja cantidad de componentes ligeros, por lo que su composición casi es constante y su gas asociado no forma condensados. De esta manera, los factores de volumen total de las fases se definen con $R_v = 0$, **Ecs. 2.5 y 2.6.**
2. **Aceite volátil:** Los aceites volátiles contienen una mayor cantidad de moléculas intermedias (etano, propano, butanos, pentanos y hexanos) en relación que las que contienen los aceites negros, por lo que el gas que se obtiene de estos fluidos suele presentar fenómenos de condensación

retrograda, y $R_v \neq 0$ para los factores de volumen total de las fases involucradas.

$$B_{to} = B_o + B_g(R_{si} - R_s) . \quad \dots\dots\dots 2.5$$

$$B_{tg} = B_g . \quad \dots\dots\dots 2.6$$

Los casos particulares de expansión de la EBM para aceite se presentan en la **Tabla 2. 2**. Para caracterizar estos modelos pueden usarse los gráficos especializados tipo Havlena y Odeh, que se incluyen en la **Tabla 2. 3**; y para predecir su comportamiento, se incluyen los **Apéndices 8, 9, 10 y 11**, que describen los métodos de Turner, Muskat, Tracy y Pirson, respectivamente.

Tabla 2. 2. Casos particulares de los términos de expansión para modelos de balance de materia de sistemas de aceite.

Modelo	Expansión en el modelo	Ec.
1. Yacimiento volumétrico de aceite bajo-saturado ($p > p_b$)	$F = N_{foi} [E_o + B_{oi} E_{fw}]$	2.7
2. Yacimiento de aceite bajo-saturado ($p > p_b$) con entrada natural de agua ¹	$F = N_{foi} E_o + \Delta W$	2.8
3. Yacimiento volumétrico de aceite saturado ($p < p_b$) sin capa de gas ²	$F = N_{foi} E_o$	2.9
4. Yacimiento de aceite saturado ($p < p_b$) con entrada natural de agua sin capa de gas ²	$F = N_{foi} E_o + \Delta W$	2.10
5. Yacimiento volumétricos de aceite saturado ($p < p_b$) con capa de gas ²	$F = N_{foi} \left[E_o + m E_g \frac{B_{oi}}{B_{gi}} \right]$	2.11

¹ E_{fw} se considera despreciable porque W_e normalmente ocasiona que $dE_{fw}/dt \sim 0$.

² E_{fw} se considera despreciable porque $C_g \gg C_f$.

6. Yacimiento volumétrico de aceite saturado ($p < p_b$) con capa de gas y entrada de agua natural²

$$F = N_{foi} \left[E_o + mE_g \frac{B_{oi}}{B_{gi}} \right] + \Delta W \quad 2.12$$

Tabla 2. 3. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2.2.

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
1		$F = N_p B_o$ $F = N_{foi} [E_o + E_f]$ $a = N$ $b = 0$
2		$F = N_p B_o + W_p$ $\frac{F}{E_o} = N_{foi} + \frac{W_e}{E_o}$ $b = N_{foi}$ $a = 1$

Tabla 2.3. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2.2 (Continuación).

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
3		$F = N_p \left[\frac{B_o(1 - R_p R_v) + B_g(R_p - R_s)}{1 - R_s R_v} \right]$ $F = N_{foi} E_o$ $a = 1$ $b = 0$
4		$F = N_p \left[\frac{B_o(1 - R_p R_v) + B_g(R_p - R_s)}{1 - R_s R_v} \right] + W_p$ $\frac{F}{E_o} = N_{foi} + \frac{W_e}{E_o}$ $a = 1$ $b = N_{foi}$

Tabla 2.3. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2.2 (Continuación).

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
5a ³		$F = N_p \left[\frac{B_o(1 - R_p R_v) + B_g(R_p - R_s)}{1 - R_s R_v} \right]$ $F = N_{foi}(E_o + mE_g)$ $a = N_{foi}$ $b = 0$
5b ⁴		$F = N_p \left[\frac{B_o(1 - R_p R_v) + B_g(R_p - R_s)}{1 - R_s R_v} \right]$ $\left(\frac{F}{N_{foi}} \right) - E_o = mE_g$ $a = m$ $b = 0$

³ No se conoce N y m es conocida.

⁴ No se conoce m y N es conocida.

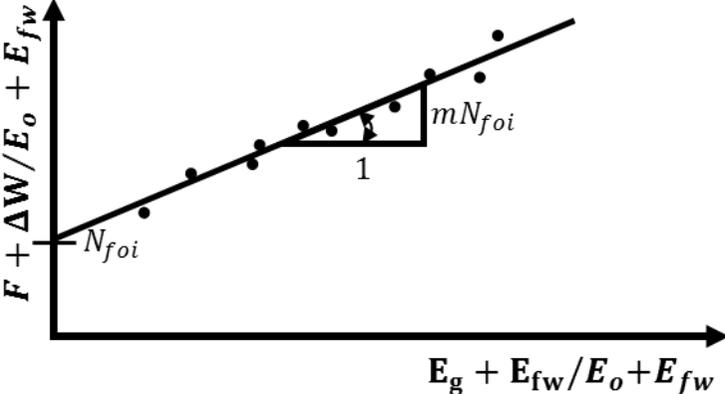
Tabla 2.3. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2.2 (Continuación).

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
5c ⁵		$F = N_p \left[\frac{B_o(1 - R_p R_v) + B_g(R_p - R_s)}{1 - R_s R_v} \right]$ $\left(\frac{F}{E_o} \right) = N_{foi} + mN_{foi} \frac{E_g}{E_o}$ $b = N_{foi}$ $a = mN_{foi} \frac{B_{oi}}{B_{gi}}$
6a ⁶		$F = N_p \left[\frac{B_o(1 - R_p R_v) + B_g(R_p - R_s)}{1 - R_s R_v} \right] + W_p$ $\frac{F}{E_o + mE_g} = N_{foi} \frac{W_e}{E_o + mE_g}$ $b = N_{foi}$ $a = 1$

⁵ No se conocen m y N .

⁶ No se conocen W_e y m es conocida.

Tabla 2.3. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2.2 (Continuación).

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
6b ⁷		$F = N_p \left[\frac{B_o(1 - R_p R_v) + B_g(R_p - R_s)}{1 - R_s R_v} \right] + W_p$ $\frac{F + W_e}{E_o + E_{fw}} = N_{foi} + mN_{foi} \left(\frac{E_g + E_{fw}}{E_o + E_{fw}} \right)$ $a = mN_{foi}$ $b = N_{foi}$

⁷ Se desconoce W_e y m es conocida.

2.2.2 Modelos para sistemas de gas

La mayoría de los modelos de BM para los sistemas de gas de una sola porosidad pueden ser obtenidos de la siguiente simplificación de la EGBM:

$$F = G_{fgi} [E_g + B_{gi} E_{fw}] + \Delta W . \quad \dots\dots\dots 2.13$$

Para la Ec. 2.13 es posible establecer los siguientes casos de acuerdo a los fluidos estudiados:

1. **Gas seco:** Cuando se refiere a una mezcla que no forma condensados considerables durante su extracción desde el yacimiento hasta la superficie y se asume que $R_v = 0$, con lo que B_{tg} y F se definen de acuerdo a la **Ec. 2.14 y 2.15**.
2. **Gas húmedo:** Cuando se supone que la condensación ocurre durante el transporte fuera del yacimiento, por lo que se utilizan los mismos modelos que para sistemas de gas seco, convirtiendo únicamente los líquidos condensados a un equivalente de gas (G_{peq}) en el yacimiento a través de las **Ecs. 2.16 y 2.17**.
3. **Gas y condensados retrógrados:** Cuando existe formación de condensados en el yacimiento, por lo que para incluirlos en los cálculos de balance de materia se tiene que $R_v \neq 0$ y que F se define como en la **Ec. 2.18**.

$$B_{tg} = B_g . \quad \dots\dots\dots 2.14$$

$$F = G_p B_g . \quad \dots\dots\dots 2.15$$

$$G_{peq} = \frac{nRT_e}{p_e} = \frac{350.15\gamma_o(10.732)(520)}{M_o(14.7)} = 132849 \frac{\gamma_o}{M_o} \left[\frac{scf}{STB} \right] . \quad \dots\dots\dots 2.16$$

$$M_o = \frac{5954}{\gamma_{API} - 8.811} = \frac{42.43\gamma_o}{1.008 - \gamma_o} . \quad \dots\dots\dots 2.17$$

$$F = N_p \left[\frac{B_o - R_s B_g}{1 - R_v R_s} \right] + G_p \left[\frac{B_g - R_v B_o}{1 - R_v R_s} \right] . \quad \dots\dots\dots 2.18$$

Un valor típico para el gas equivalente del condensado es de 700 a 750 scf/STB. Las Ecs. 2.16 y 2.17 pueden aplicarse al agua cuando esta se presenta como vapor, y el agua producida como líquido debe manejarse como parte de W_e y W_p en el término ΔW . Debido a que $M_w = 18$ y $\gamma_w = 1$, el gas equivalente de un barril de agua se reduce a $V = 7380$ scf/STB.

Los casos particulares de la EBM para gas se presentan en la **Tabla 2.4**. Además, dado que en los sistemas de gas es común expresar los modelos de BM en términos del factor Z de dos fases:

$$Z_2 = \frac{V_l + V_g}{V_i} = \frac{n_l}{n_t} Z_l + \frac{n_g}{n_t} Z_g, \quad \dots\dots\dots 2.19$$

en la **Tabla 2.5** se incluyen estas representaciones, siendo que en los sistemas de gas seco y gas húmedo, a condiciones de yacimiento, $Z_2 = Z_g$.

Tabla 2.4. Casos particulares de los términos de expansión para modelos de balance de materia de sistemas de gas.

Modelo	Expansión en el modelo	Ec.
7. Yacimiento volumétrico ⁸	$F = G_{f,gi} E_g$	2.20
8. Yacimiento con entrada de agua ^{1,6}	$F = G_{f,gi} E_g + \Delta W$	2.21
9. Yacimiento sin entrada de agua y con efectos poroelásticos ⁹	$F = G_{f,gi} [E_g + B_{gi} E_{fw}]$	2.22
10. Yacimiento con entrada de agua y con efectos de compactación del volumen poroso ⁷	$F = G_{f,gi} [E_g + B_{gi} E_{fw}] + \Delta W$	2.23

⁸ No se considera E_{fw} pues a condiciones normales $E_{fw} + E_g \sim E_g$.

⁹ Normalmente esto ocurre cuando se tienen condiciones de sobre-presión, en los que el gas se comporta momentáneamente como un fluido ligeramente compresible.

Tabla 2. 5. Modelos de BM tipo p/Z_2 para sistemas de gas seco y húmedo.

Modelo	Expansión en el modelo	Ec.
11. Yacimiento volumétrico de gas ¹⁰	$\frac{p}{Z_2} = \frac{p_i}{Z_{2i}} \left[1 - \frac{G_{pT}}{G_T} \right]$	2.24
12. Yacimiento sobre-presionado de gas sin entrada de agua ^{8, 11}	$\frac{p}{Z_2} [1 - C_e(p_i - p)] = \frac{p_i}{Z_{2i}} \left[1 - \frac{G_{pT}}{G_T} \right]$	2.25
13. Yacimiento sobre-presionado sin entrada de agua y vaporización del agua congénita ^{12,13}	$\frac{p}{Z} [1 - \bar{C}_f(p_i - p)] \times \frac{(1 - S_w - S_{hL})(1 - y_w)}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})} = \frac{p_i}{Z_i} \left[1 - \frac{G_p}{G} \right]$	2.26

Para caracterizar los modelos de BM de sistemas de gas pueden utilizarse los gráficos especializados tipo Havlena y Odeh que se incluyen en las **Tabla 2. 6 y Tabla 2. 7**. Finalmente, para predecir el comportamiento de los yacimientos de gas seco y húmedo es suficiente con extrapolar directamente los modelos de BM a las condiciones de interés, mientras que para aquellos en los que hay condensación en el yacimiento es necesario utilizar información proveniente de un experimento de Agotamiento a Volumen Constante, que se describe en el **Apéndice 12**.

¹⁰ Donde G_{pT} y G_T son los volúmenes de gas y líquido como gas equivalente en el yacimiento producido acumulado y original a condiciones estándar, respectivamente.

¹¹ Donde $C_e = (\bar{C}_f + C_w S_{wi}) / (1 - S_{wi})$, y \bar{C}_f es la compresibilidad promedio de la formación para un sistema con efectos poroelásticos.

¹² Representa un sistema de gas y condensado con vaporización de agua congénita con declinación de la presión por debajo del punto de rocío.

¹³ Donde S_{hL} es cero por sobre el punto de rocío e incrementa por debajo del mismo.

Tabla 2. 6. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2.4.

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
7 ¹⁴		$F = N_p \left[\frac{B_o - R_s B_g}{1 - R_v R_s} \right] + G_p \left[\frac{B_g - R_v B_o}{1 - R_v R_s} \right]$ $F = G_{fgi} E_g$ $a = G_{fgi}$ $b = 0$
8		$F = N_p \left[\frac{B_o - R_s B_g}{1 - R_v R_s} \right] + G_p \left[\frac{B_g - R_v B_o}{1 - R_v R_s} \right] + W_p$ $\frac{G_p B_g + W_p B_w}{B_g - B_{gi}} = G_{fgi} + \frac{W_e}{B_g - B_{gi}}$ $a = 1$ $b = G_{fgi}$

¹⁴ C_f y C_w son despreciables

Tabla 2. 6. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2.4 (Continuación).

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
9		$F = N_p \left[\frac{B_o - R_s B_g}{1 - R_v R_s} \right] + G_p \left[\frac{B_g - R_v B_o}{1 - R_v R_s} \right]$ $F = G_{fgi} [E_g + B_{gi} E_{fw}]$ $a = G$ $b = 0$
9b ¹⁵		$F = G_{fgi} [E_g + B_{gi} E_{fw}] + \Delta W$ $\frac{F}{E_g} = G_{fgi} + \frac{B_{gi}}{E_g} E_{fw}$ $a = E_{fw}$ $b = G$

¹⁵ G y E_{fw} son desconocidas

Tabla 2. 6. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2.4 (Continuación).

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
10		$F = G_{fgi} [E_g + B_{gi} E_{fw}] + \Delta W$ $F - \Delta W = G_{fgi} [E_g + B_{gi} E_{fw}]$ $a = G$ $b = 0$
10b ¹⁶		$F = G_{fgi} [E_g + B_{gi} E_{fw}] + \Delta W$ $\frac{F}{E_g} = G_{fgi} + \frac{B_{gi}}{E_g} E_{fw}$ $a = E_{fw}$ $b = G$

¹⁶ Se desconoce G y E_{fw}

Tabla 2. 7. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2. 5.

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
11		$\frac{p}{Z_2} = \frac{p_i}{Z_{2i}} \left[1 - \frac{G_{pT}}{G_T} \right]$ $G(B_g - B_{gi}) = G_p B_g$ $a = -p_i / G_T Z_{2i}.$ $b = p/z$
11b ¹⁷		$\frac{p}{Z_2} = \frac{p_i}{Z_{2i}} \left[1 - \frac{G_{pT}}{G_T} \right]$ $\log G_p - \log G = \log \left(1 - \frac{z_i p}{p_i z} \right)$ $a = \frac{z_i p}{p_i z}$ $b = 10^{-4}$

¹⁷ Método de Beggs en escala logaritmica

Tabla 2. 7. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2. 5 (Continuación)

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
12		$\frac{p}{Z_2} [1 - C_e(p_i - p)] = \frac{p_i}{Z_{2i}} \left[1 - \frac{G_{pT}}{G_T} \right]$ $a = -p_i / Z_i G$ $b = p_i / Z_i$
12b		$\frac{1}{(p_i - p) \left(\frac{p_i Z}{p Z_i} - 1 \right)} = \frac{1}{G} \left[\frac{G_p}{(p_i - p)} \left(\frac{p_i Z}{p Z_i} \right) - \left(\frac{\bar{C}_f + C_w S_{wi}}{1 - S_{wi}} \right) \right]$ $a = 1/G$ $b = -(\bar{C}_f + C_w S_{wi}) / (1 - S_{wi})$

Tabla 2. 7. Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) de los modelos incluidos en la Tabla 2. 5 (Continuación)

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
13		$\frac{p}{Z} [1 - \bar{C}_f(p_i - p)] \times$ $\frac{(1 - S_w - S_{HL})(1 - y_w)}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})} = \frac{p_i}{Z_i} \left[1 - \frac{G_p}{G} \right]$ $a = -p_i / Z_{2i} G$ $b = p_i / Z_{2i}$

2.3 Modelos de BM para sistemas naturalmente fracturados

Los modelos no-homogéneos son aquellos que poseen la cualidad de la variación de las propiedades de las rocas con la localización en un yacimiento o formación [17]. Estas propiedades pueden incluir permeabilidad, porosidad, espesor, saturación, fallas, fracturas, etc. Para una descripción apropiada de un yacimiento, es necesario predecir la variación de estas propiedades como función de localizaciones espaciales.

Esta heterogeneidad hace que el modelado de los sistemas petroleros, la evaluación de las formaciones y la simulación de los yacimientos resulten cruciales para la maximización de la producción de los yacimientos. El modelo de EBM para yacimientos de doble porosidad es:

$$= N_m [E_o + B_{oi} E_{fw_m}] + G_m [E_g + B_{gi} E_{fw_m}] + N_f [E_o + B_{oi} E_{fw_f}] + G_f [E_g + B_{gi} E_{fw_f}] + W_e - W_p B_w . \quad \dots\dots\dots 2.27$$

De las variables involucradas en la ecuación 2.27, se requiere conocer la producción acumulada de petróleo y gas, el comportamiento de la presión del yacimiento para calcular las propiedades PVT y las compresibilidades y saturaciones de agua, para así determinar el aceite original en los sistemas matriz y fracturas, así como la proporción del volumen de la capa de gas al volumen de aceite, La forma linealizada se puede observar en la **Tabla 2. 7**

Tabla 2. 8. Casos particulares de los términos de expansión para modelos de yacimiento Naturalmente Fracturados

Modelo	Expansión en el modelo	Ec.
14. YNF con capa de gas inicial	$N_p[B_o + (R_p - R_s)B_g]$ $= N_m \left\{ B_t - B_{ti} \right.$ $\left. + B_{oi} \left[m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} \right) E_{fw_m} \right] \right\}$ $+ N_f \left\{ B_t - B_{ti} \right.$ $\left. + B_{oi} \left[m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} \right) E_{fw_f} \right] \right\}$	2.28
15. YNF bajo-saturados	$N_p[B_o + (R_p - R_s)B_g]$ $= N_m \left\{ B_t - B_{ti} + B_{oi}E_{fw_m} \right\}$ $+ N_f \left\{ B_t - B_{ti} + B_{oi}E_{fw_f} \right\}$	2.29
16. YNF saturados	$N_p[B_o + (R_p - R_s)B_g]$ $= N_m \{ B_t - B_{oi} \} + G_m \{ B_g - B_{gi} \}$	2.30
17. YNF para yacimiento de doble porosidad Φ_m y Φ_f ¹⁸	$F = N_{foi}E_{o,m,f} + G_{fgi}E_{g,m,f}$ $+ (N_{foi}B_{oi} + G_{fgi}B_{gi})E_{fw} + W_e$	2.31

¹⁸ $E_{o,m,f} = \frac{B_o - B_{oi} + B_g(R_{si} - R_s) - R_v(B_{oi}R_s - B_oR_{si})}{1 - R_sR_v}$ y $E_{g,m,f} = \frac{B_g - B_{gi} + B_o(R_{vi} - R_v) - R_s(B_{gi}R_v - B_gR_{vi})}{1 - R_sR_v}$

Tabla 2. 9 Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) para sistemas naturalmente fracturados

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
14 ¹⁹		$F = N_m E_{om} + N_f E_{of}$ $F = N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g]$ $a = N_{foif}$ $b = N_{foim}$
15 ²⁰		$F = N_m E_{om2} + N_f E_{of2}$ $F = N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g]$ $a = N_{foif}$ $b = N_{foim}$

¹⁹ Para fines prácticos $B_t - B_{ti} + B_{oi} [m(B_g/B_{gi})E_{fw_m}] = E_{om}$ y $B_t - B_{ti} + B_{oi} [m(B_g/B_{gi})E_{fw_f}] = E_{of}$

²⁰ Para fines prácticos $B_t - B_{ti} + B_{oi}E_{fw_m} = E_{om2}$ y $B_t - B_{ti} + B_{oi}E_{fw_f} = E_{of2}$

Tabla 2. 10 Linealizaciones tipo Havlena y Odeh ($f(x) = ax + b$) para sistemas naturalmente fracturados

Caso	Gráfico Especializado	Expresiones Relacionadas
16		$F = N_m\{B_t - B_{oi}\} + G_m\{B_g - B_{gi}\}$ $F = N_p[B_o + (R_p - R_s)B_g]$ $a = N_{foif}$ $b = N_{foim}$
17		$F = N_{foi}E_{o,m,f} + G_{f,gi}E_{g,m,f}$ $F = N_p[B_o + (R_p - R_s)B_g]$ $a = (N_{foi}B_{oi} + G_{f,gi}B_{gi})E_{fw}$ $b = N_{foi}$

2.4 Uso de gráficos diagnóstico para determinar el modelo de BM adecuado

2.4.1 Método de Cole

El método de Cole es útil para distinguir entre el desplazamiento por agua y los otros tipos de desplazamiento. Cole y otros han sugerido que la pendiente de la línea de desplazamiento del agua, puede ser extrapolada hasta interceptar el eje "Y" para obtener el OGIP, sin embargo la pendiente usualmente cambia con cada punto graficado de tal forma que el punto correcto de la extrapolación es muy difícil de establecer, por lo que este método para estimar OGIP no es muy recomendable.

El efecto del influjo de agua sobre la forma de la gráfica y la dirección de la desviación de la línea, depende de la magnitud del acuífero que soporta el sistema, así como las propiedades del acuífero, y la geometría yacimiento / acuífero como se muestra en la **Figura 2. 2**

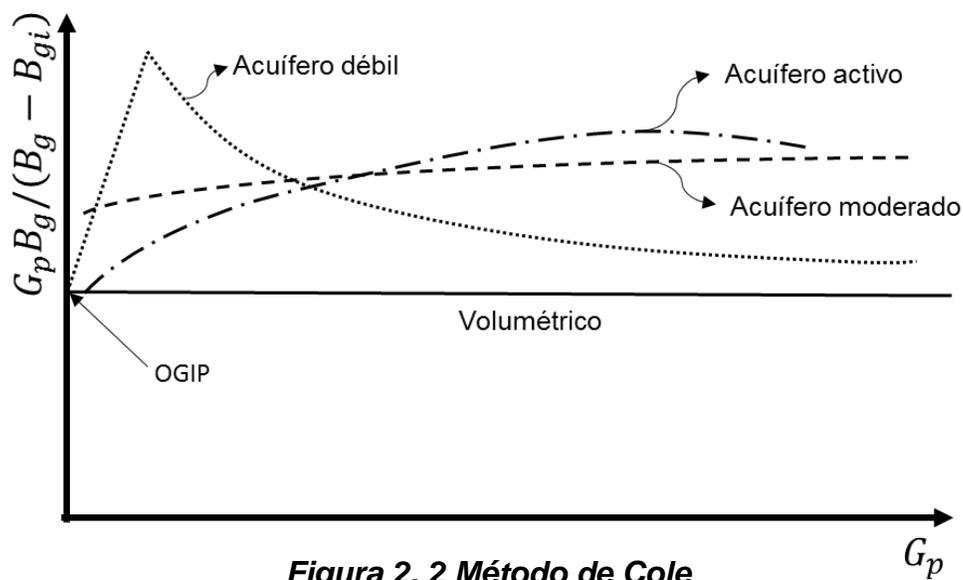


Figura 2. 2 Método de Cole

2.4.2 Método de Sills

Por otro lado, analizando la Figura 2. 3 en el caso de que el yacimiento sea volumétrico se tendrá una recta horizontal, indicando que la expansión es igual a la producción; en contraste, si el yacimiento posee un acuífero asociado, se observará una curva en el gráfico cuya forma dependerá de la influencia que guardé sobre el yacimiento.

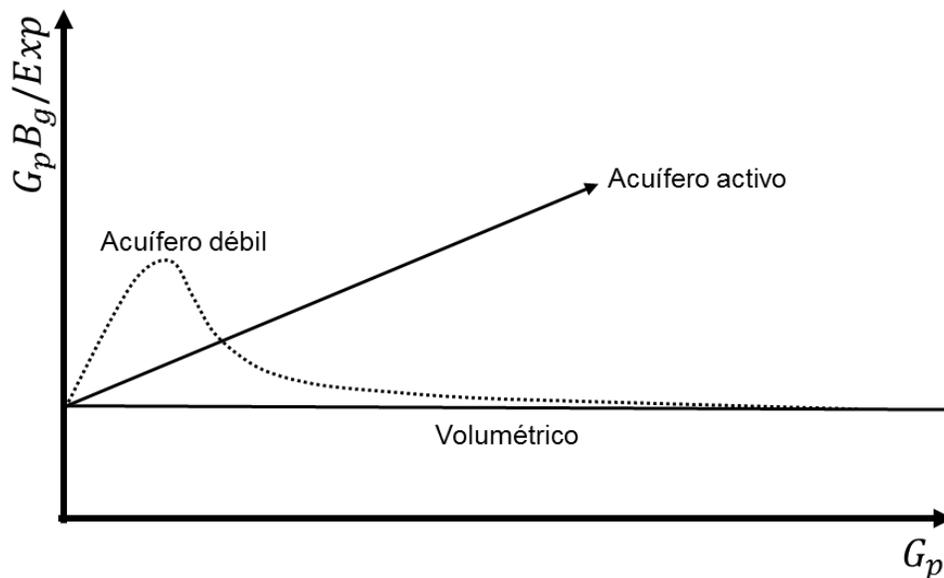


Figura 2. 3 Gráfico especializado de Sills para determinar la entrada de agua.

2.4.3 Método de Beggs

Este es un método para detectar la presencia de entrada de agua o presión anormal en la vida temprana de explotación de un yacimiento, el cual se basa en la EBM correspondiente a un yacimiento volumétrico.

Método original

El método tradicional de Beggs (1984) parte de la consideración del comportamiento de un yacimiento volumétrico. Con base a la ecuación general 2.24.

$$\frac{p}{z} = \frac{p_i}{z_i} \left[1 - \frac{G_p}{G} \right]$$

Expresando esto de otra manera:

$$\left(1 - \frac{z_i p}{p_i z} \right) = \frac{G_p}{G}$$

Aplicando logaritmo de ambos lados de la ecuación:

$$\log G_p - \log G = \log \left(1 - \frac{z_i p}{p_i z} \right)$$

De la ecuación anterior se deduce que una gráfica de $\left[1 - \left(\frac{z_i p}{p_i z} \right) \right]$ vs G_p en escala logarítmica proporciona una línea recta con pendiente unitaria. Empleando este método se puede realizar con mayor precisión una estimación temprana del volumen original de gas G que si se emplea el método (p/z) vs G_p . La extrapolación a 1 en el eje vertical $p = 0$ proporcionará el valor de G .

Con base en la ecuación anterior el caso de un yacimiento con alta presión queda representado por una línea curva cóncava hacia arriba, con valores en la ordenada menores a los correspondientes a un yacimiento volumétrico, en la forma mostrada en la **Figura 2. 4**.

Si W_e no es cero, la línea de comportamiento tendrá pendiente menor de 45° y decrecerá con el tiempo, dado que W_e se incrementa. Los valores de la ordenada serán menores a los correspondientes a un yacimiento volumétrico. Un incremento en la pendiente a valores mayor de 45° puede ocurrir solamente como resultado de una fuga o transferencia de gas del yacimiento a través de sus fronteras hacia cuerpos adyacentes o la utilización de malos datos en el análisis. De lo anterior la pendiente para un yacimiento volumétrico debe ser unitaria, se requiere un número pequeño de datos para detectar si la pendiente se desvía de un valor de 45° .

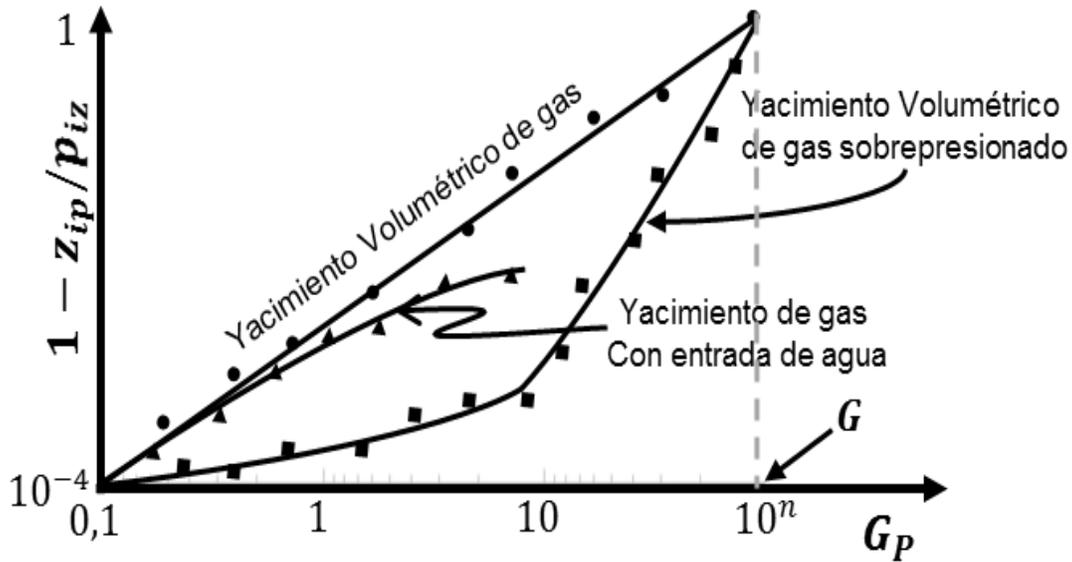


Figura 2. 4 Gráfico Diagnóstico de Beggs.

Para un yacimiento con alta presión y naturalmente fracturado podemos ocupar los dos siguientes gráficos:

2.4.4 Comportamiento de $G_p B_g / E_g$ contra G_p ó $(p_i - p)$.

Con $W_e = 0$ la ecuación $F = G(E_g + E_{fw}) + W_e$ puede simplificarse a:

$$G_p B_g = G(E_g + E_{fw}), \dots\dots\dots 2.32$$

Dividiendo entre E_g tenemos:

$$\frac{G_p B_g}{E_g} = G + G \frac{E_{fw}}{E_g}, \dots\dots\dots 2.33$$

Analizando la ecuación anterior, una gráfica de $G_p B_g / E_g$ contra G_p ó $(p_i - p)$ mostrará una curva cóncava hacia abajo [28], debido a que la expresión de la roca y de los líquidos (E_{fw}) solo afectará el comportamiento del yacimiento durante la

parte inicial de su vida productiva, por lo que el término $G_p B_g / E_g$ tendrá el valor de G (valor constante en la ordenada).

Entonces, graficando $G_p B_g / E_g$ contra G_p se obtienen los resultados generales mostrados en la **Figura 2. 5**

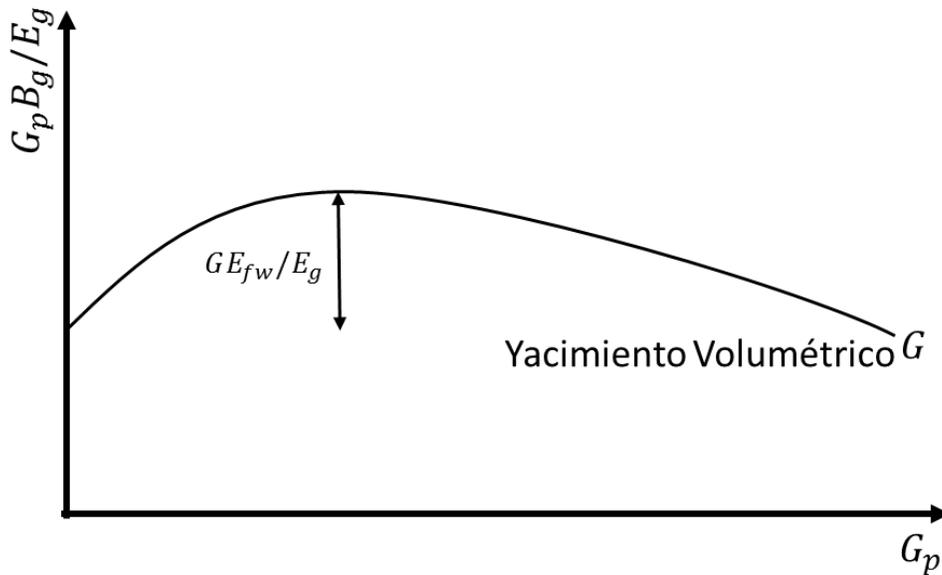


Figura 2. 5 Comportamiento $G_p B_g / E_g$ contra G_p

La elevación se debe al efecto de expansión de la roca y del agua congénita del yacimiento y a la compactación del volumen poroso y agua asociados comunicados, alcanzando un máximo y posteriormente disminuye hasta un punto en donde la expansión del gas es el mecanismo de producción principal. Este método es muy útil ya que con la obtención de G a partir de la extrapolación a la ordenada, E_{fw} puede determinarse a cualquier tiempo con base a la ecuación 2.33.

2.4.5 Comportamiento de $G_p B_g / E_g$ contra E_{fw} / E_g

Con la ecuación 2.33 y las bases teóricas previas, una gráfica de comportamiento $G_p B_g / E_g$ contra E_{fw} / E_g indicará una curva cóncava hacia abajo, [28] con disminución en los valores de la ordenada y abscisa al transcurrir el tiempo

de explotación. La variación de la ordenada será igual al término $G(E_{fw}/E_g)$. La extrapolación a la ordenada del origen, nos dará el valor de G (ver **Figura 2. 6**). Lógicamente, este método requiere del conocimiento previo de la compresibilidad de la formación y del agua. Estos términos, como se sabe, se pueden obtener mediante expresiones matemáticas (que dependen de mediciones de laboratorio), correlaciones o métodos gráficos que se derivan de la EBM.

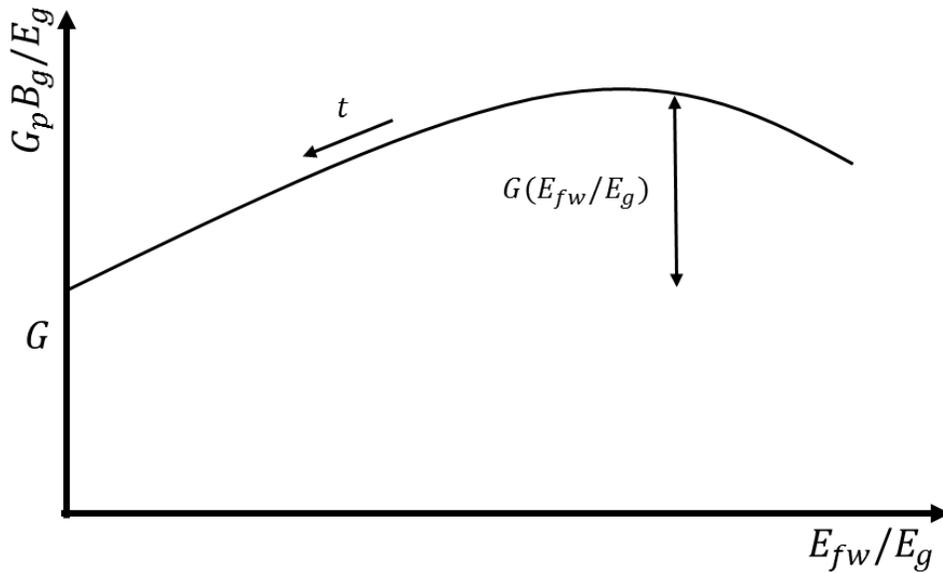


Figura 2. 6 Comportamiento $G_p B_g / E_g$ contra E_{fw} / E_g

Los valores incrementales iniciales en la ordenada ($G_p B_g / E_g$) se deben a efectos transitorios ocasionados por la expansión del sistema roca-agua congénita. Estos llegan a un punto máximo y posteriormente comienzan a disminuir, convergiendo al valor de G . En la porción recta de la figura anterior y de acuerdo a la ecuación 2.33, el valor de la pendiente es igual al de la ordenada del origen.

Casos de estudio

En esta sección se presentan casos prácticos para los diferentes modelos de BM presentados en el **Tema 2**, que se obtienen de las referencias [29 a 32].

3.1 Campo FI-007

El campo FI-007 es un yacimiento de arenas homogéneas que se encontró a una presión de 5404 psi y una temperatura media de 129.46 °F, con un aceite negro saturado y presencia de una capa de gas inicial. De estudios petrofísicos se conoce que la saturación de agua inicial promedio en el campo (S_{wi}) es 0.25 veces el volumen poroso, y que las compresibilidades del agua y de la formación son de 5.6 y 5×10^{-8} /psi, respectivamente [29].

Los datos de producción y la información PVT se muestran en la **Tabla 3. 1**, y la información de las pruebas de separadores se indica en la **Tabla 3. 2**, toda vez que el volumen de agua producido es despreciable. Con la información suministrada se pretende determinar los volúmenes iniciales de aceite (N) y gas (G) a condiciones estándar, y el tamaño de la capa (m) a través de modelos de balance de materia. Considere que los estudios de registros de pozo estiman que el volumen inicial de gas en el yacimiento es 0.5 el de aceite.

3.1.1 Análisis de la información PVT y de producción

De acuerdo a la información disponible, se determina que el modelo de BM a utilizar es el de la Ec. 2.12.

Tabla 3. 1. Datos de producción e información PVT.

p	N_p	G_p	W_e	B_o	$B_g \times 10^4$	R_s
<i>psi</i>	<i>MMStb</i>	<i>MMScf</i>	<i>MMBl</i>	<i>Bl/Stb</i>	<i>Cft/Scf</i>	<i>Scf/Stb</i>
5404	0	0	0	1.5945	6.7561	814
5396	0.1672	1.0642	0.482	1.5929	6.7621	809
5212	0.7980	8.0849	1.799	1.5561	6.9039	737
5137	0.8100	8.6514	2.589	1.5483	6.9347	732
5008	0.9900	16.6060	6.323	1.5153	7.0681	682
4935	1.0300	19.0997	8.514	1.5007	7.1288	671

Debido a que el yacimiento se encuentra a condiciones de presión menor a la de burbujeo, se corregirán los parámetros PVT reportados como:

$$B_{O\text{Corregido}} = B_{O\text{Diferencial}} \left(\frac{B_{O\text{Sep}}}{B_{O\text{pb}}} \right), \dots\dots\dots 3.1$$

$$R_{S\text{Corregido}} = R_{S\text{Diferencial}} \left(\frac{R_{S\text{Sep}}}{R_{S\text{pb}}} \right), \dots\dots\dots 3.2$$

Es necesario asegurarse que las condiciones reportadas por el laboratorio sean representativas de las condiciones del fluido del yacimiento.

Tabla 3. 2. Información de pruebas de separadores.

$B_{o_{sep}}$	Bl/Stb	1.548
$R_{s_{sep}}$	Scf/Stb	750
p ,	$psia$	200
T_{sep} ,	$^{\circ}F$	70

La relación gas-aceite y el factor de volumen de aceite por lo general se obtienen de pruebas flash o de pruebas de liberación diferencial, pero ni la liberación diferencial ni la liberación flash son capaces de representar el flujo de fluidos dentro del yacimiento. Por lo que es necesario ajustar la información obtenida por cualquiera de las dos pruebas para poder aproximarse al comportamiento de los fluidos dentro del yacimiento.

La gráfica del factor de volumen y de la relación gas-aceite debe ser corregida por condiciones de separación, el ajuste de la información diferencial a condiciones flash, funciona razonablemente bien pero en la mayoría de los casos no se hace corrección alguna. Los resultados de estas correcciones se muestran en la **Tabla 3. 3.**

Tabla 3. 3. Datos corregidos del Caso 1.

p	N_p	G_p	W_e	$B_{o_{corregido}}$	$B_g \times 10^4$	$R_{s_{corregido}}$
psi	$MMStb$	$MMScf$	$MMBl$	Bl/Stb	Cft/Scf	Scf/Stb
5404	0	0	0	1.4800	6.7561	750.000
5396	0.1672	1.0642	0.482	1.5464	6.7621	745.393
5212	0.7980	8.0849	1.799	1.5107	6.9039	679.054
5137	0.8100	8.6514	2.589	1.5031	6.9347	674.447
5008	0.9900	16.6060	6.323	1.4711	7.0681	628.378
4935	1.0300	19.0997	8.514	1.4569	7.1288	618.243

3.1.2 Estimaciones volumétricas

Para la determinación directa de los parámetros del yacimiento a través de la EBM, se despejan las variables de interés como se muestra a continuación:

$$N = \frac{N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g] - W_e}{\left[E_o + m E_g \frac{B_{oi}}{B_{gi}} \right]}, \dots\dots\dots 3.3$$

donde:

$$R_p = \frac{G_p}{N_p}, \dots\dots\dots 3.4$$

de esta manera, eligiendo el último punto de producción disponible, se tiene que el volumen de aceite es 197.505 *MMSTB*, y de la definición de *m*:

$$m = 0.5 = \frac{G B_{gi}}{N B_{oi}}$$

el volumen inicial de gas es de 216.331 *MMscf*.

Debido a que determinar el valor de los parámetros de interés a través de un solo punto puede sesgar los resultados, es conveniente analizar el comportamiento del histórico de producción como se muestra a continuación.

3.1.3 Uso de los datos de producción para determinar parámetros de BM

Para el cálculo de los parámetros de BM con ayuda de las tendencias identificadas a través de los datos de producción se hace uso de los gráficos especializados tipo Havlena y Odeh, para ello se tiene que el modelo del yacimiento se reacomoda como se muestra en el caso 6b de la **Tabla 2.3**.

El gráfico seleccionado consiste en graficar $F + W_e/E_o + E_{fw}$ contra $E_g + E_{fw}/E_o + E_{fw}$, cuyos valores se presentan en la **Tabla 3. 4** y el gráfico resultante se muestra en la **Figura 3.1**.

En este caso, la ecuación de la recta resultante es:

$$\frac{F + W_e}{E_o + E_{fw}} = 6.918 \times 10^7 \left(\frac{E_g + E_{fw}}{E_o + E_{fw}} \right) + 1.9751 \times 10^8, \dots\dots\dots 3.5$$

por lo que analizando el modelo y la expresión resultante, se tiene que el valor de N corresponde a la ordenada al origen es de 197.51 *MMSTB*, y de la pendiente se obtiene que m es 0.2826, y con ello G resulta de 276.021 *MMscf*.

Tabla 3. 4 Datos de producción e información PVT corregidas.

p	$R_p \times 10^{-3}$	$F \times 10^{-5}$	$E_o \times 10^3$	$E_g \times 10^3$	$E_{fw} \times 10^5$	$\frac{F + W_e}{E_o + E_{fw}} \times 10^{-8}$	$\frac{E_g + E_{fw}}{E_o + E_{fw}}$
<i>psia</i>	<i>Scf/Stb</i>	<i>Bl</i>	<i>Bl/Stb</i>	<i>Bl/Stb</i>	<i>Bl/Stb</i>	<i>Stb</i>	<i>adim</i>
5404	0	0	0	0	0	0	0
5396	6364.83	8.9391	1.561	1.3733	0.11311	2.6354	0.8794
5212	10131.45	64.1317	1.700	33.0493	2.71457	3.9345	2.8204
5137	10680.74	68.3819	7.540	39.7362	3.26597	5.6105	5.2509
5008	16773.74	127.5398	9.073	67.9365	5.59881	7.0445	7.4479
4935	18543.40	146.6248	2.862	80.3717	6.63091	20.9951	27.4670

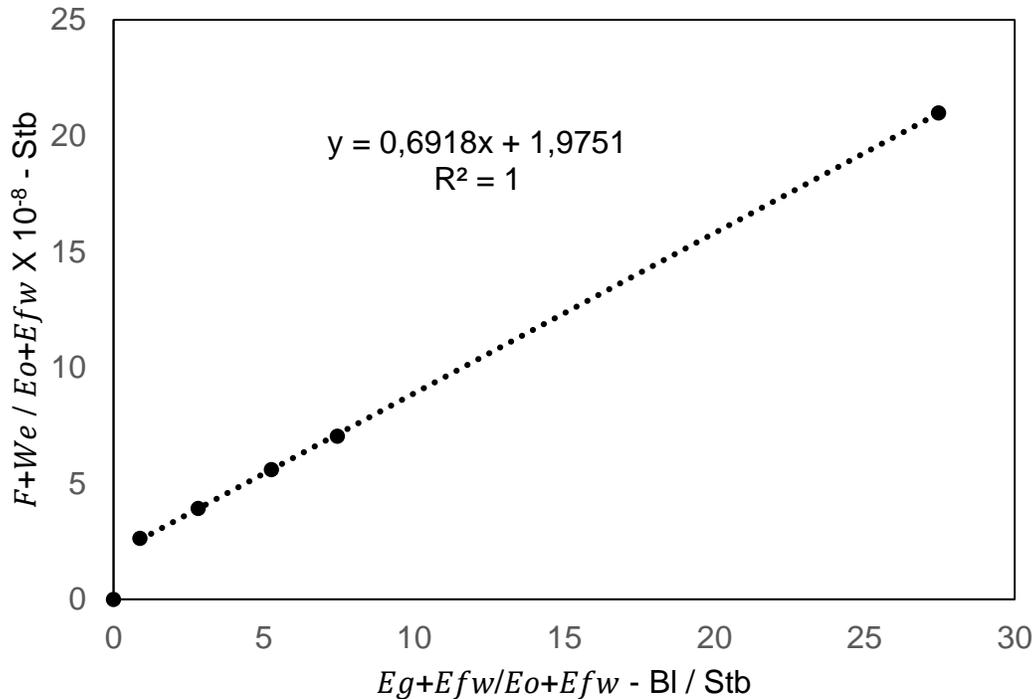


Figura 3.1 Gráfica tipo Havlena y Odeh para el Campo FI-007.

3.2 Campo Virginia Hills

Ubicado a 120 *mi* al noroeste de Edmonton en Alberta, el campo Virginia Hills fue descubierto en marzo de 1957, y para a finales de 1961 había sido desarrollado con 102 pozos productores en un espacio de 160 *ac*, y poseía una tasa de producción diaria de 7 a 8 Mbpd con una relación gas-aceite de 400 a 480 *scf/bl*. A finales de diciembre de 1961, la producción acumulada ascendía a 3.56 MMStb de aceite de 39° *API* [30].

Se realizaron evaluaciones petrofísicas y geológicas detalladas en cada pozo. Durante las correlaciones subsecuentes pozo a pozo, se observó que, verticalmente, la porosidad es divisible en dos unidades separadas por un denso intervalo de lutitas carbonatadas que varía en espesor de 2 a 10 *ft*. La zona superior

se denominó Hope Creek, mientras que la unidad inferior, más gruesa y porosa, se nombró Zona Principal.

Se determinó volumétricamente que el aceite inicial era de 74.3 y 272 MMStb para el Hope Creek y la Zona Principal, respectivamente. Al hacer las estimaciones volumétricas del OOIP activo sólo los intervalos permeables con saturación de agua connata inferior al 60% se consideraron como productores.

Para este sistema se busca corroborar si los dos intervalos se encuentran o no comunicados, ya sea hidráulicamente en las formaciones o a través de los acuíferos asociados, que aparentan ser inactivos.

3.2.1 Análisis de la información PVT y de producción

Aunque el campo se produjo como una sola unidad, la evaluación de los intervalos se realizará por separado para evitar errores en la ponderación incorrecta de los parámetros promedio, principalmente las propiedades volumétricas del yacimiento y las PVT. La información PVT y de producción se incluye en la *¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.* y *¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.*

Los valores de presión analizados se referenciaron a una profundidad de 5,587 *ft b.n.m.m.* (pies bajo el nivel medio del mar) para el Hope Creek y 5,617 *ft b.n.m.m.* para la Zona Principal, y se promediaron volumétricamente en ambos casos. Las presiones iniciales fueron de 3,685 *psia*, para la zona principal, y 3,654 *psia*, para el Hope Creek. Asimismo, se observó que ambos crudos estaban bajo-saturados en el momento del descubrimiento, con presiones de punto de burbuja de 1960 y 1792 *psia*, respectivamente.

El factor de compresibilidad del agua congénita es de 3.6×10^{-6} / psi, mientras que las porosidades y saturaciones de agua connata promedio fueron de 0.075 y 0.23 para Hope Creek; y 0.092 y 0.24 para la Zona Principal. Las compresibilidades de la formación fueron obtenidas mediante correlaciones, y se

reportó un valor de 4.95×10^{-6} / psi para ambos sistemas. Por la información estudiada el modelo de BM será el de la Ec. 2.7.

3.2.2 Uso de los datos de producción para determinar parámetros de BM

Los resultados de los cálculos de BM para este caso se presentan gráficamente en la **Figura 3.2**.

Tabla 3. 5. Datos PVT y de producción de la Zona Principal.

p <i>psia</i>	$N_p \times 10^{-3}$ <i>Stb</i>	$W_p \times 10^{-3}$ <i>Stb</i>	B_o <i>adim</i>	$C_o \times 10^5$ <i>1/psi</i>	$E_t \times 10^5$ <i>adim</i> ²¹
3685= p_i	0.342	-----	1.3102	1.101	0.00
3685	0.342	-----	1.3102	1.101	0.00
3680	20.481	-----	1.3104	1.102	12.31
3680	20.481	-----	1.3104	1.102	12.31
3680	20.481	-----	1.3104	1.102	12.31
3676	34.75	-----	1.3104	1.103	22.16
3667	78.557	-----	1.3105	1.104	44.35
3667	78.557	-----	1.3105	1.104	44.35
3667	78.557	-----	1.3105	1.104	44.35
3664	101.846	-----	1.3105	1.105	51.76
3640	215.681	-----	1.3109	1.108	111.04
3605	364.613	-----	1.3116	1.113	197.81
3567	542.985	0.159	1.3122	1.118	292.36
3515	841.591	0.805	1.3128	1.126	422.56

²¹ $E_t = \Delta p(S_{oi}C_o + S_{wi}C_w + C_f)B_{oi}/(1 - S_{wi})$

3448	1273.53	2.579	1.3130	1.135	591.22
3360	1691.887	5.008	1.3150	1.148	814.98
3275	2127.077	6.500	1.3160	1.160	1033.04
3188	2575.33	8.000	1.3170	1.186	1265.17

Dado que los puntos forman dos tendencias rectas separadas que pasan por el origen, se concluyó que los yacimientos no están comunicados y no existe flujo cruzado entre ellos, pues de haberlo, se formarían curvas en los gráficos.

Tabla 3. 6. Datos PVT y de producción del yacimiento Hope Creek.

p <i>psia</i>	$N_p \times 10^{-3}$ <i>Stb</i>	$W_p \times 10^{-3}$ <i>Stb</i>	B_o <i>adim</i>	$C_o \times 10^5$ <i>1/psi</i>	$E_t \times 10^5$ <i>adim</i> ¹
3654= p_i	9.269	3.28	1.3540	1.196	0.00
3654	9.269	3.28	1.3540	1.196	0.00
3645	15.889	5.64	1.3550	1.198	24.46
3639	22.673	8.05	1.3550	1.199	40.78
3620	39.562	14.04	1.3550	1.202	92.54
3580	86.100	30.65	1.3560	1.207	201.77
3533	144.804	51.55	1.3560	1.210	330.28
3470	250.436	89.41	1.3570	1.222	504.46
3381	401.617	143.78	1.3580	1.237	752.56
3267	563.481	202.85	1.3600	1.255	1073.78
3140	767.155	278.48	1.3630	1.274	1435.92
3008	985.403	359.67	1.3650	1.295	1818.25

De las pendientes de las dos líneas rectas se calculó que el aceite móvil era de 72.6 MMSTB para el Hope Creek, 270.3 MMSTB para la Zona Principal. Esto corresponde con los estimados volumétricos iniciales, lo que además corrobora que la suposición de que los volúmenes activos de aceite eran aquellos que se encontraban a saturaciones de agua menores al 60%.

Además, al no mostrar un comportamiento activo por sobre la producción -el modelo que consideraba únicamente la expansión del aceite resultó válido-, se concluye que los acuíferos no conectan hidráulicamente a los cuerpos estudiados, por lo que acertadamente deben ser tratados como dos intervalos independientes.

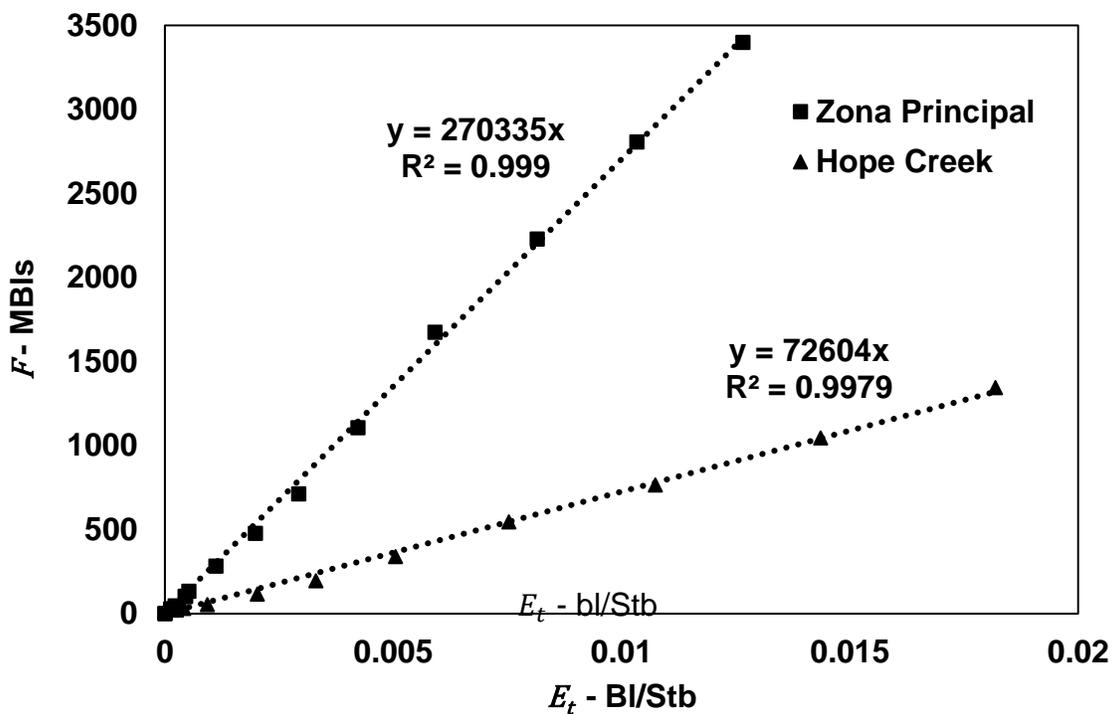


Figura 3.2 Determinación del volumen de aceite original móvil para el Campo Virginia Hills.

3.3 Análisis del yacimiento Vachal

El campo Vachal es un yacimiento homogéneo de gas seco que se encontró a una presión de 3000 psi [31]. De correlaciones petrofísicas se estimó el factor de desviación del gas Z . Los datos de producción y la información PVT se muestran en la **Tabla 3. 7** el volumen de agua producido se considera despreciable. Con la información suministrada se pretende determinar el volumen inicial de gas (G) a condiciones estándar a través de modelos de balance de materia.

3.3.1 Análisis de la información PVT y de producción

De acuerdo a la información proporcionada, se determina que los modelos de BM a utilizar son los de las Ecs. 2.20 y 2.24.

Tabla 3. 7 Datos de presión-producción del yacimiento Vachal.

p	z	$B_g \times 10^3$	G_p <i>MMscf</i>
3000	0.912	5.59	0
2876	0.907	5.796	384
2824	0.905	5.890	550
2755	0.903	6.024	788
2688	0.902	6.167	1002
2570	0.901	6.443	1445
2435	0.900	6.793	1899
2226	0.901	7.439	2670
2122	0.903	7.821	3113
1866	0.905	8.913	3982

Los ingenieros sospechan que se trata de un yacimiento normalmente presionado, sin embargo, como ingenieros se debe tener certeza de lo que se reporta y algo que lo justifique, por esta razón se hace uso del grafico especializado de Beggs.

En la **Figura 3. 3** se puede apreciar como los puntos ajustan a una línea recta, por lo que se confirma que se trata de un yacimiento normalmente presionado. Si los puntos hubieran generado una curva y ajustaran a un polinomio entonces estaríamos hablando de un yacimiento geo-presionado pero no fue el caso.

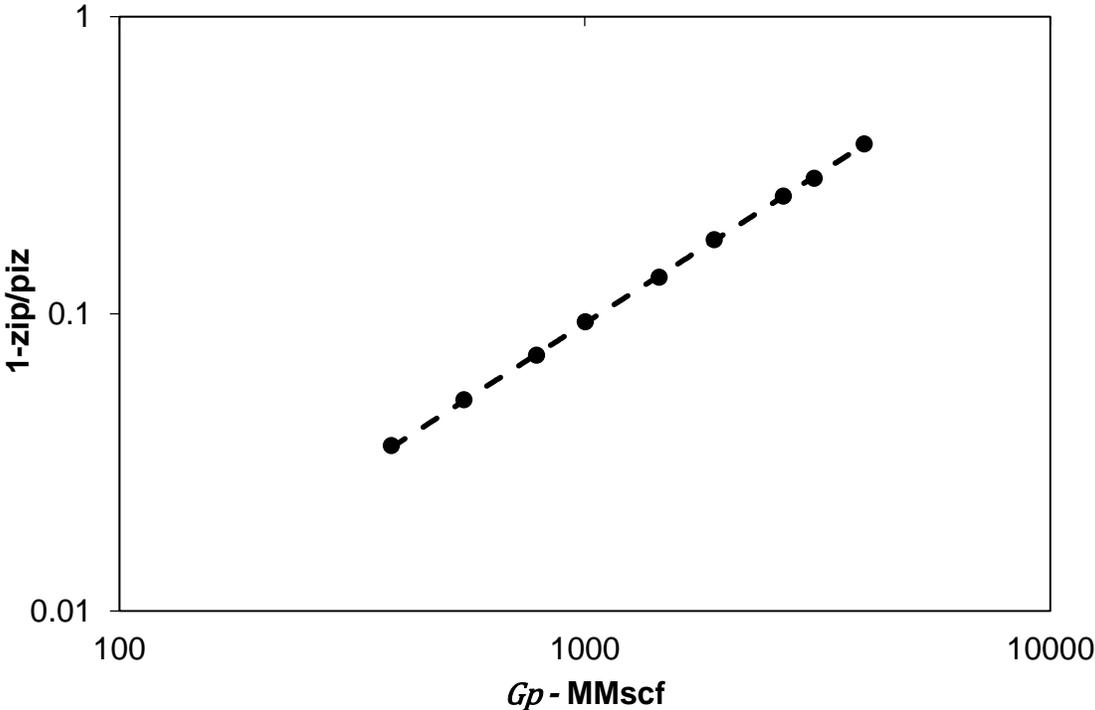


Figura 3. 3 Gráfico de Beggs para el yacimiento Vachal.

3.3.2 Estimaciones volumétricas

Para la determinación directa de los parámetros del yacimiento a través de la EBM, se despejan las variables de interés como se muestra a continuación:

$$F = G_{fgi}E_g , \dots\dots\dots 3.6$$

$$\frac{p}{Z_2} = \frac{p_i}{Z_{2i}} \left[1 - \frac{G_{pT}}{G_T} \right], \dots\dots\dots 3.7$$

de esta manera, se pueden construir los gráficos correspondientes para una correcta estimación del volumen original.

3.3.3 Uso de los datos de producción para determinar parámetros de BM

Para el cálculo de los parámetros de BM con ayuda de las tendencias identificadas a través de los datos de producción se hace uso de los gráficos especializados tipo Havlena y Odeh, y p/Z . Para ello se tiene que el modelo del yacimiento se reacomoda como se muestra en el caso 7 de la **Tabla 2.6** y **11** de la **tabla 2.7**.

Los gráficos seleccionados consisten en graficar F contra E_t para el caso de Havlena y Odeh (HyO) y G_p contra p/Z para el método de p/Z cuyos valores se presentan en la **Tabla 3. 8** y los gráficos resultantes se muestran en las **Figura 3. 5** y **Figura 3. 4**. Por lo que analizando los modelos y las expresiones resultantes, se tiene que el valor de $G_{f,gi}$ corresponde para el caso HyO a 10701 $MMScf$ y de 10741.43 $MMScf$ para el caso p/Z .

Tabla 3. 8 Cálculos para la construcción de los gráficos especializados del yacimiento Vachal.

p/Z		Havlena-Odeh	
G_p	p/Z	$Eg \times 10^4$	F
0	3289,47368	0	0
384	3170,89305	2.09756	2,22563
550	3120,44199	3.03808	3,23930
788	3050,94131	4.38432	4,74676

1002	2980,04435	5.82185	6,17945
1445	2852,38624	8.58975	9,31031
1899	2705,55556	12.09538	12,89952
2670	2470,58824	18.56957	19,86168
3113	2349,94463	22.39547	24,34594
3982	2061,87845	33.33881	35,49304

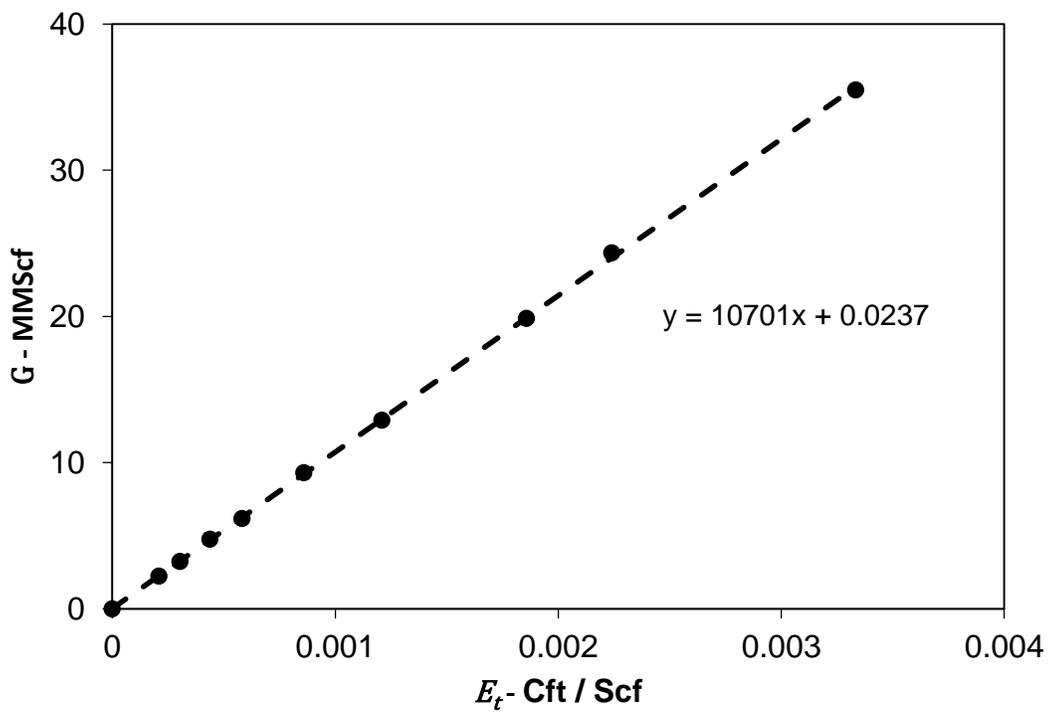


Figura 3. 4 Gráfico tipo Havlena y Odeh para el yacimiento Vachal.

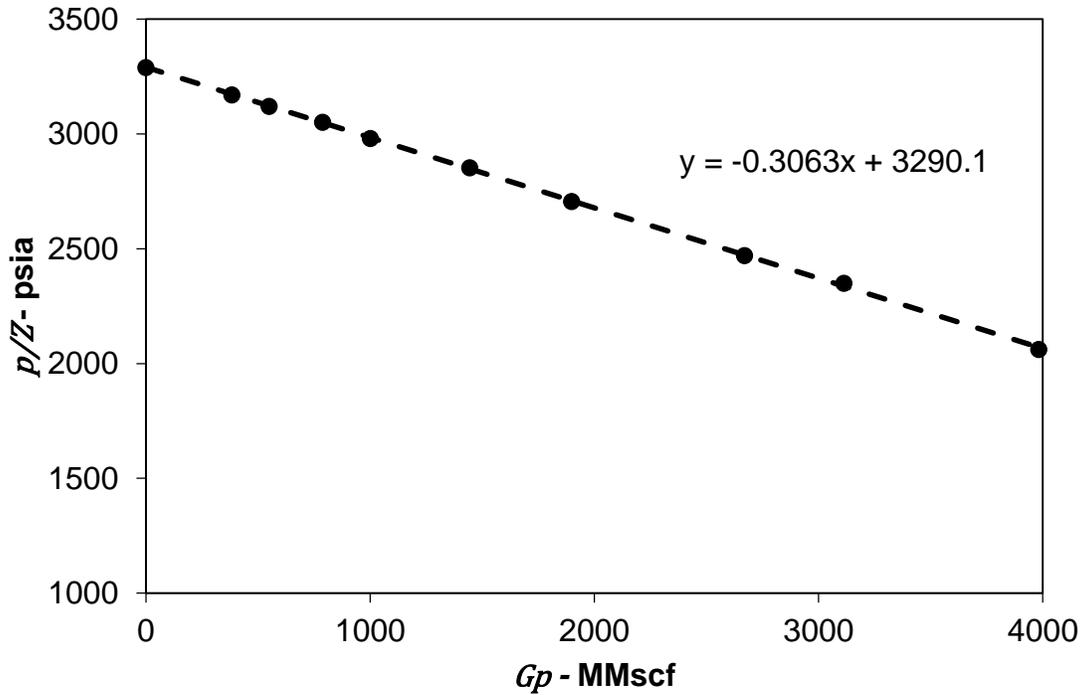


Figura 3. 5. Gráfico p/Z para el yacimiento Vachal.

3.4 Análisis del yacimiento Anderson L.

El yacimiento Anderson L., es un yacimiento de gas seco con altas presiones, que se encuentra en el sur de Texas [32], cuyos parámetros (PVT y del yacimiento) se reportan en las Tabla 3. 9 y

Tabla **3. 10**. Considerando al sistema como un medio homogéneo e isótropo, se hizo una estimación previa a través del método p/Z , del que se obtuvo un valor de 91.3 BScf. No obstante, se sospecha de la presencia de otros mecanismos de producción, por lo que se requiere corroborar esta condición para continuar con su desarrollo.

3.4.1 Análisis de la información PVT y de producción

Considerando la información disponible, se ajustó el polinomio de la Ec. 3.6 para correlacionar el factor Z con la presión, a temperatura de yacimiento. Con ello, se analizó el comportamiento de las compresibilidades del gas y de la formación, **Figura 3. 6.**

Tabla 3. 9. Parámetros del yacimiento Anderson L.

T_y	266	$^{\circ}F$	C_w	3.00×10^{-6}	$1/psi$
S_w	0.35		C_t	2.47×10^{-5}	$1/psi$
C_f	1.5×10^{-5}	$1/psi$	γ_{API}	47.8	$^{\circ}API$

Tabla 3. 10. Datos PVT y de presión-producción del yacimiento Anderson L.

p	Z	N_p	G_p	$B_g \times 10^3$
psi	$adim$	Stb	$MMscf$	cf/Scf
9507	1.44	0	0	3.10863
9292	1.42	29900	392.35	3.13639
8970	1.39	122900	1641.66	3.18034
8595	1.34	240900	3224.78	3.19970
8332	1.32	317100	4259.02	3.25144
8009	1.28	406900	5501.79	3.28006
7603	1.24	561200	7535.75	3.34724
7406	1.22	650800	8746.56	3.38086
7002	1.18	776600	10506.08	3.45868
6721	1.15	864300	11755.33	3.51168

6535	1.13	939500	12785.38	3.54882
5764	1.05	1255300	17257.32	3.73866
4766	0.98	1615800	22884.19	4.22010
4295	0.93	1913400	28136.74	4.44396
3750	0.89	2136000	32557.90	4.87090
3247	0.85	2307800	36830.54	5.37263

En la **Figura 3. 6.** se observa que aproximadamente a partir de 5000 *psia*, los valores de las compresibilidades se encuentran en el mismo orden de magnitud, por lo que ambos parámetros tienen una influencia directa sobre la producción. Por esta razón se utilizarán los gráficos de Beggs, Cole y Sills para dar un diagnóstico más acertado a esta problemática.

$$Z = 1.51 \times 10^{-23}p^6 - 5.61 \times 10^{-19}p^5 + 8.29 \times 10^{-15}p^4 - 6.18 \times 10^{-11}p^3 + 2.47 \times 10^{-7}p^2 - 4.26 \times 10^{-4}p + 1. \quad \dots\dots 3.8$$

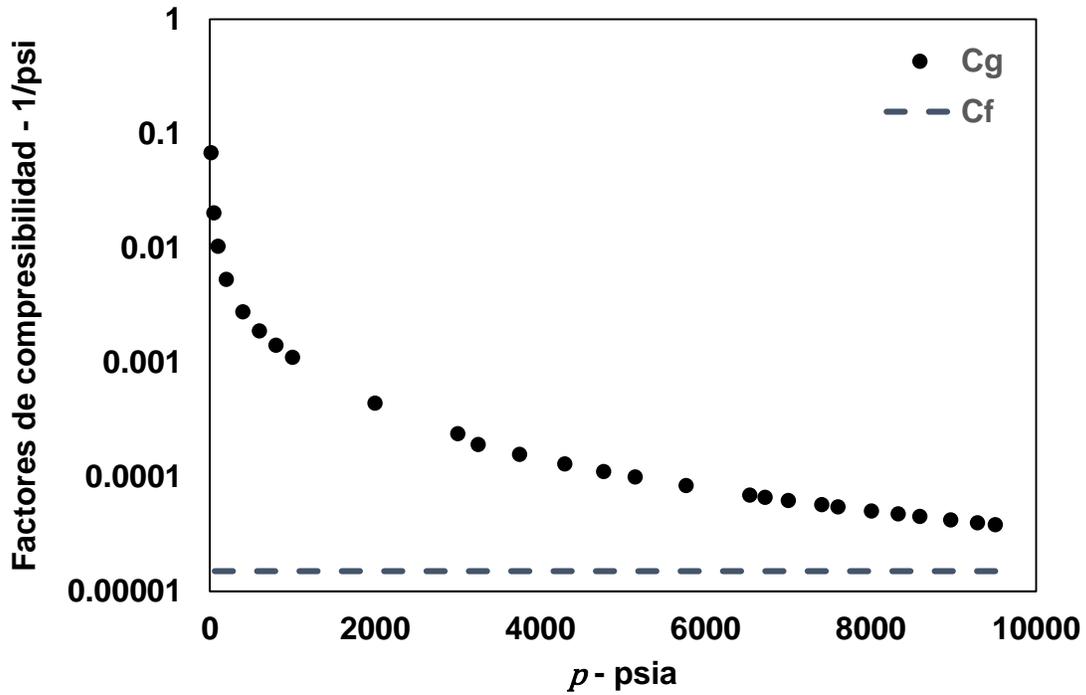


Figura 3. 6. Comportamiento de las compresibilidades medias de la formación y del gas respecto a la presión a temperatura del yacimiento.

La **Figura 3. 7** muestra el comportamiento del gráfico de Beggs. En él se observa una desviación respecto al comportamiento esperado para un sistema volumétrico, misma que es característica de un sistema sobre-presionado.

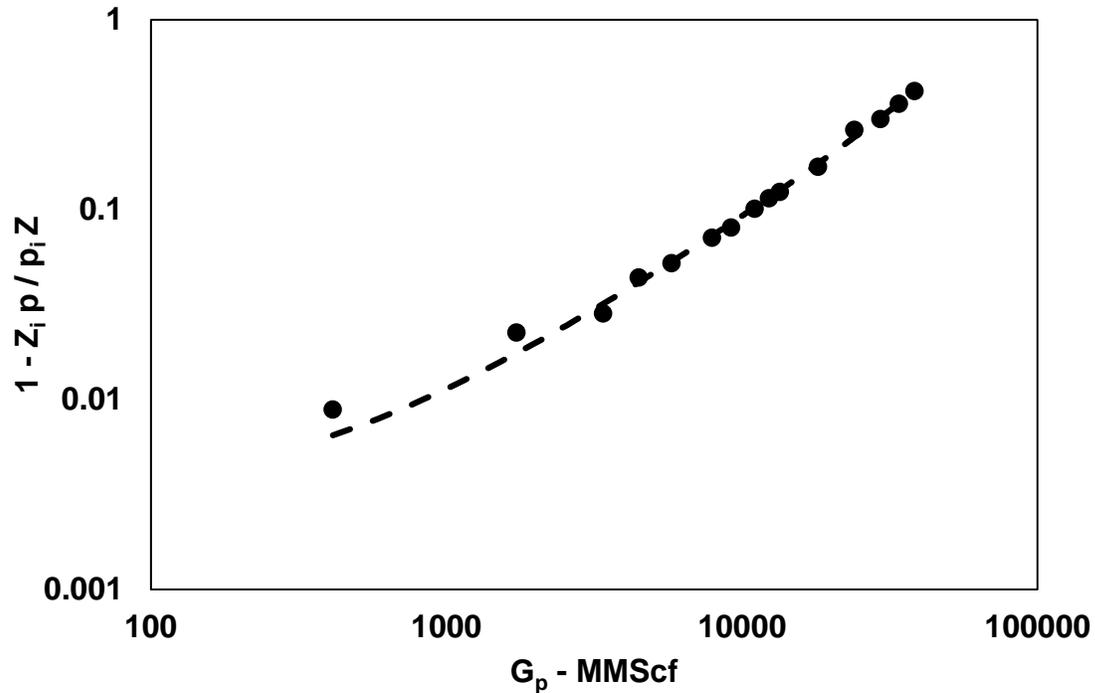


Figura 3. 7. Gráfico de Beggs para el yacimiento Anderson L.

Por otro lado, los gráficos de Cole y Sills se muestran en las **Figura 3. 8** y **Figura 3. 9**. En el primero se aprecia un comportamiento que puede ser confundido con el de un acuífero débil, no obstante, el segundo caso evidencia que en realidad se tienen efectos de compactación del volumen poroso durante la producción. Adicionalmente, este gráfico indica un volumen inicial de gas de 73 BScf. Con base en lo anterior se propone el uso de los modelos de las **Ecs. 2.22 y 2.25**.

3.4.2 Uso de los datos de producción para determinar parámetros de BM

Primero, se analizarán los resultados obtenidos con la compresibilidad de la formación reportada por los estudios petrofísicos a través de los gráficos 10 y 12a, **Figura 3. 10 y Figura 3. 11**, con los que se obtienen valores de G de 74.1 y 75.3 BScf, respectivamente.

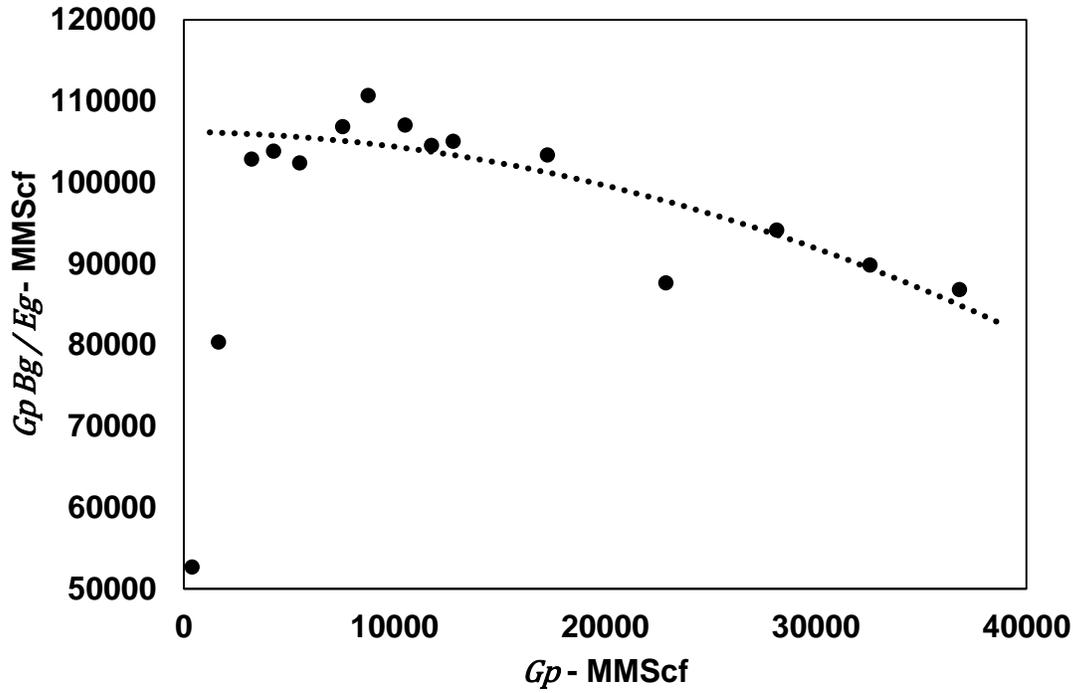


Figura 3. 8. Gráfico de Cole para el Yacimiento Anderson L.

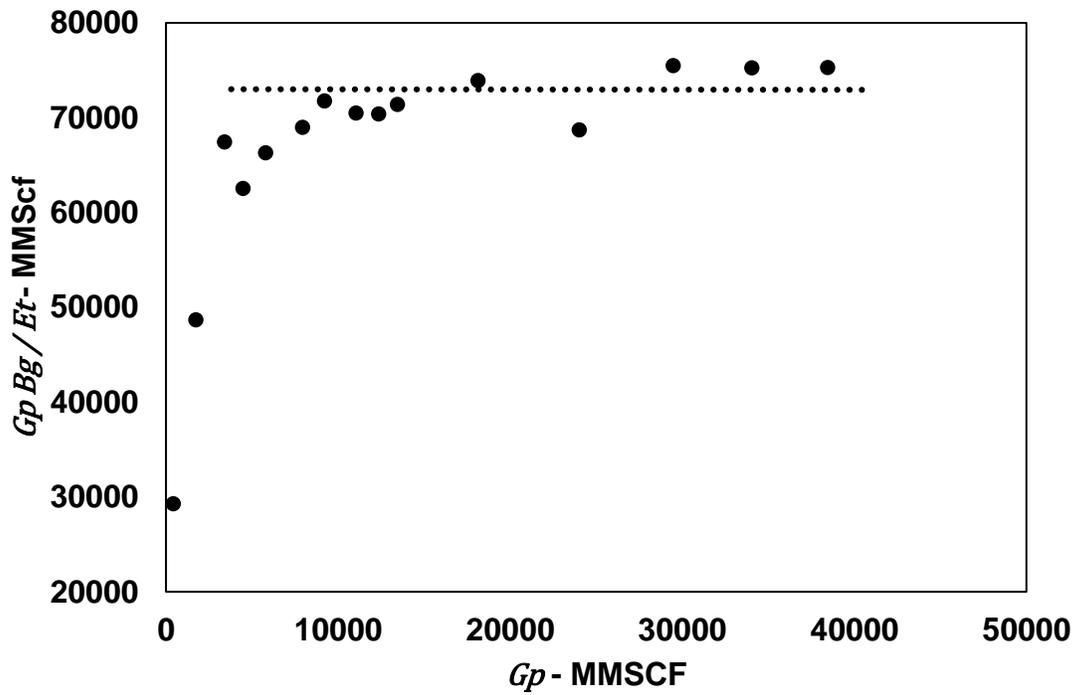


Figura 3. 9. Gráfico de Sills para el Yacimiento Anderson L.

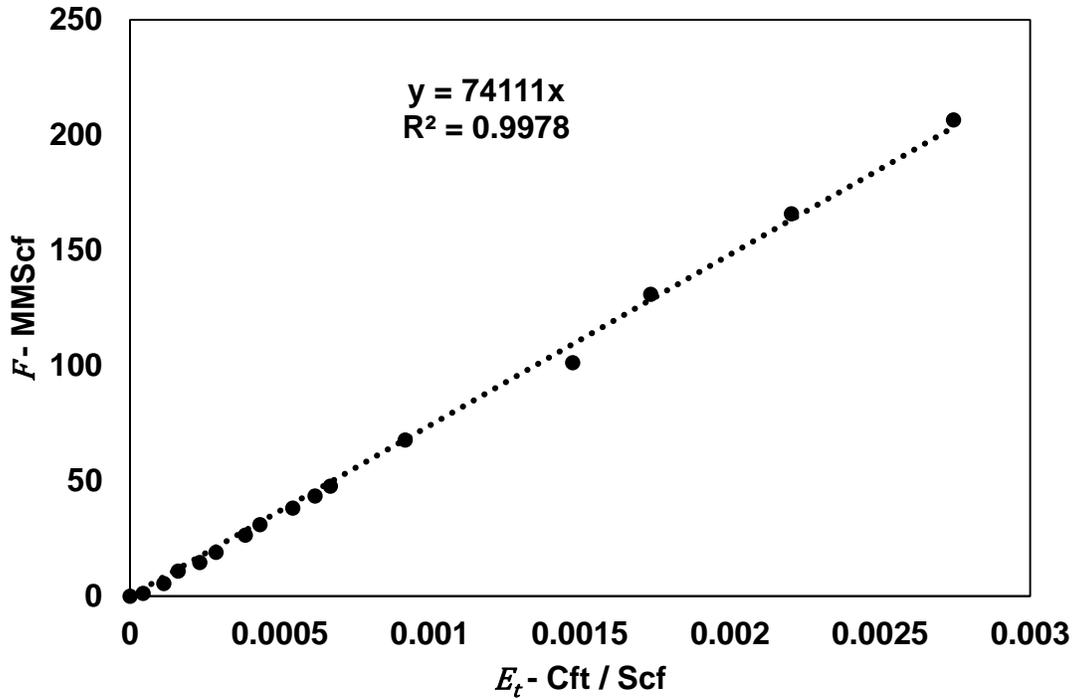


Figura 3. 10 Gráfico de H-O para el yacimiento Anderson L.

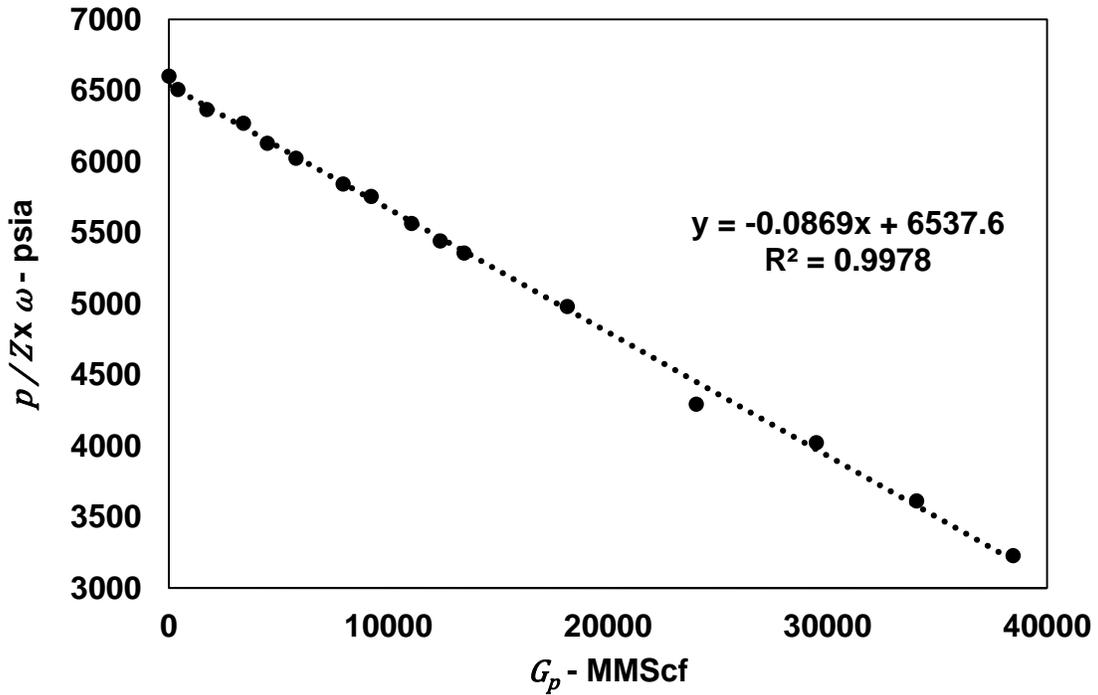


Figura 3. 11. Gráfico de R-F para el yacimiento Anderson L.²²

²² $\omega = 1 - C_e \Delta p$

Para corregir el valor el valor de la compresibilidad se hará uso del caso 12b, **Figura 3. 12**, del que se obtiene un valor de C_f de 10.3×10^{-6} /psi y un volumen original de 75.75 BScf. Los volúmenes originales pueden ser reestimados con cada uno de los métodos utilizados y con el valor de C_f obtenido del gráfico de Roach, toda vez que los resultados no difieren en más de

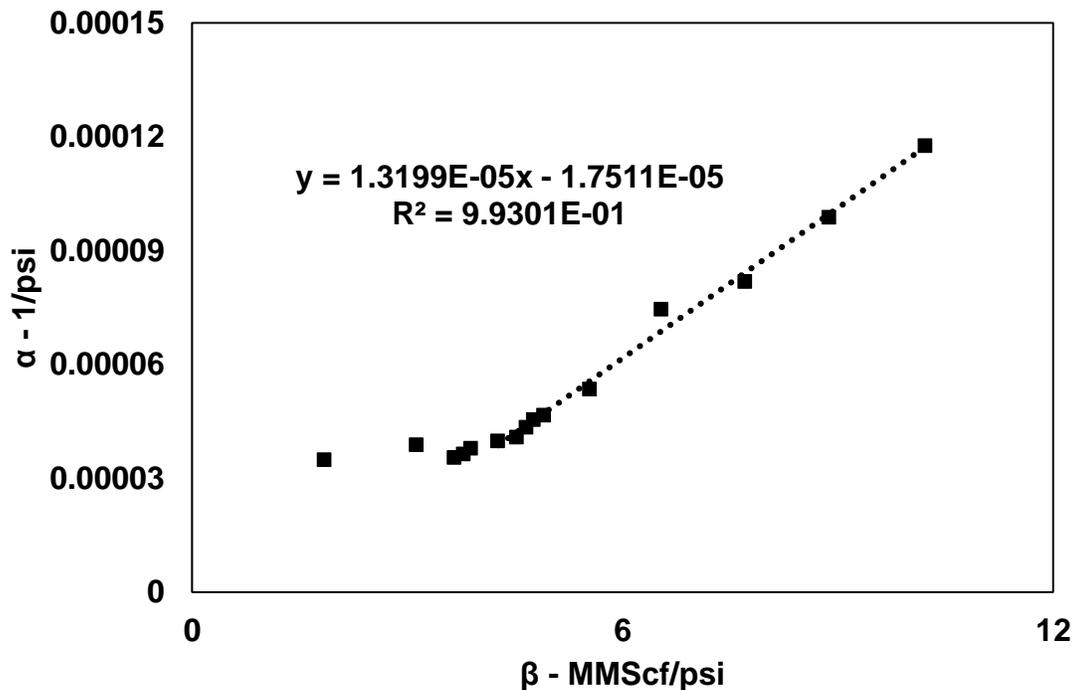


Figura 3. 12. Gráfico de Roach para el yacimiento Anderson L.²³

La **Tabla 3. 11** compara los valores estimados del volumen original por los diferentes métodos utilizados. Del estudio se concluye que deben considerarse los efectos de la compresibilidad de la formación en el cálculo del volumen original de gas, que se encuentra entre 73 y 76 BScf. Además, se obtuvo la compresibilidad

²³ $\alpha = (p_i Z / Z_i p - 1) / (p_i - p)$ y $\beta = G_p (p_i Z / Z_i p) / (p_i - p)$

promedio de la formación del comportamiento del yacimiento, reportándose un valor de 10.3×10^{-6} /psi.

Tabla 3. 11. Valores estimados del volumen original de gas.

Gráfico	Figura	Modelo	G – BScf
11	N / A	<i>p/Z</i>	91.3
10	Figura 3. 10	Havlena y Odeh	74.1
12.a	Figura 3. 11	Farshad-Ramagost	75.3
12.b	Figura 3. 12	Roach	75.8
Diagnóstico	Figura 3. 9	Sills	73.0

3.5 Análisis de un yacimiento en Luisiana

3.5.1 Una empresa petrolera se encuentra en problemas económicos serios, por que pidieron un financiamiento para continuar el desarrollo de un yacimiento seco que posee en el lecho marino de Luisiana [32]. No obstante, el grupo inversores sospecha que el volumen original de gas se encuentra sobre-Para conseguir el financiamiento se pide corroborar el volumen reportado, de 548.6 BScf, para ello su equipo de trabajo decide hacer un estudio de materia. Los datos de presión y producción acumulada reportados y encuentran en la **Análisis de la información PVT y de producción**

Debido a las altas presiones del sistema, se decidió analizar el comportamiento de las compresibilidades, sospechando que podría haber efectos

de sobrepresionamiento. Para ello se construyó la **Figura 3. 13** ajustando un polinomio a los datos PVT reportados a condiciones de yacimiento.

Tabla 3. 12 y algunos parámetros del yacimiento se encuentran en la **Tabla 3. 13**.

3.5.2 Análisis de la información PVT y de producción

Debido a las altas presiones del sistema, se decidió analizar el comportamiento de las compresibilidades, sospechando que podría haber efectos de sobrepresionamiento. Para ello se construyó la **Figura 3. 13** ajustando un polinomio a los datos PVT reportados a condiciones de yacimiento.

Tabla 3. 12. Datos de presión-producción para el yacimiento de Luisiana.

$p - psia$	$G_p - MMscf$	Z
11444	-	1.4959
10674	9920	1.4379
10131	28620	1.3969
9253	53600	1.3300
8574	77670	1.2800
7906	101420	1.2299
7380	120360	1.1920
6847	145010	1.1540
6388	160630	1.1220
5827	182340	1.0840
5409	197730	1.0539
5000	215660	1.0330

4500	235740	1.0049
4170	245900	0.9879

Tabla 3. 13. Parámetros del yacimiento de Luisiana.

C_f	$19.5 \times 10^{-6} \text{ 1/psi}$	S_w	0.22
C_w	$3.2 \times 10^{-6} \text{ 1/psi}$	P_i	11444 psi

Como resultado del análisis de la **Figura 3. 13** se considera que el yacimiento produce por expansión del gas y compactación del medio poroso. Para corroborar esto se hace uso del gráfico de Beggs como se muestra en la **Figura 3. 14**. El comportamiento observado es representativo de los efectos mencionados, por lo que se concluye el uso de los gráficos de Ramagost-Farshad y Roach para caracterizar al sistema.

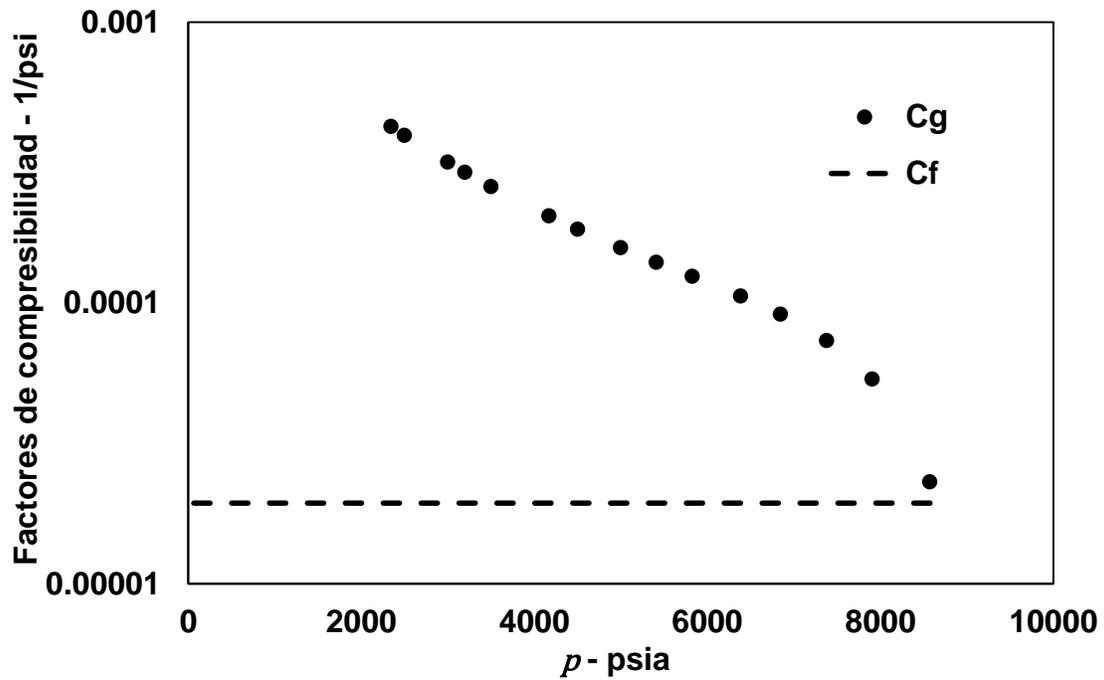


Figura 3. 13. Comportamiento de las compresibilidades *medias* de la formación y del gas respecto a la presión a temperatura del yacimiento.

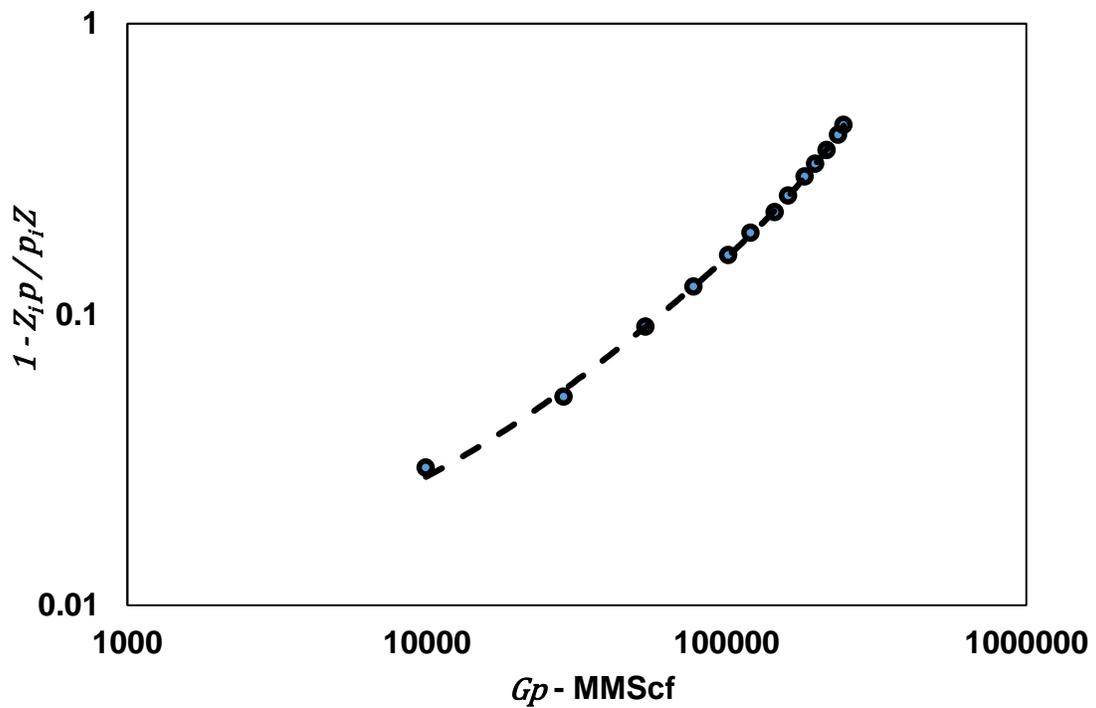


Figura 3. 14. Gráfico de Beggs para el yacimiento de Luisiana.

3.5.3 Uso de los datos de producción para determinar parámetros de BM

Para el estudio se incluirá el gráfico p/Z , cuyos resultados se compararán con el gráfico 12a (de Ramagost y Farshad) para corroborar la sobre estimación del volumen original. Los datos utilizados para este análisis se incluyen en la **Tabla 3. 14**, y su visualización se presenta en la **Figura 3. 15**.

El volumen originalmente reportado coincide con el obtenido del gráfico p/Z (548.6 *BScf*), mientras que para el modelo de Ramagost y Farshad el valor de G fue de 445.7 *Bscf*. Cabe señalar que en el gráfico p/Z se aprecia un cambio sutil en la tendencia, mismo que ocurre a 7000 psia aproximadamente, y que es característico de los sistemas sobre-presionados.

Tabla 3. 14. Cálculos para la construcción de los gráficos especializados del yacimiento de Luisiana.

p/Z	$p/Z(1 - C_e\Delta p)$	$\alpha \times 10^5$	β
7650	7650.0	-	-
7423	7275.7	3.972	13.277
7252	7006.6	4.180	22.994
6957	6564.1	4.546	26.901
6698	6202.5	4.952	30.909
6428	5841.8	5.373	34.115
6191	5542.5	5.799	36.596
5933	5230.0	6.295	40.673
5693	4951.1	6.799	42.691
5375	4596.8	7.535	46.202

5132	4333.7	8.130	48.839
4840	4036.1	9.010	52.897
4478	3676.5	10.200	57.996
4221	3429.6	11.17	61.268

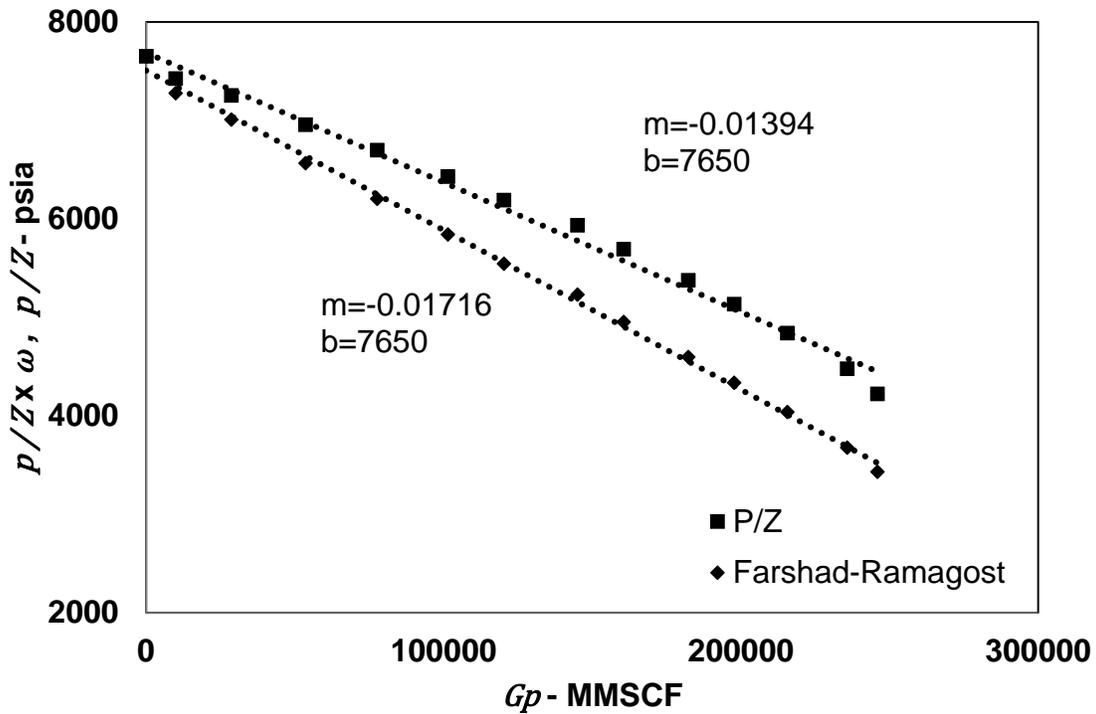


Figura 3. 15. Comparativa de los métodos p/Z y de Ramagost-Farshad para el yacimiento de Luisiana.

Para corroborar los valores estimados y caracterizar el valor de C_f del yacimiento, además se utilizó el gráfico 12b (de Roach) como se muestra en la **Figura 3. 16** Los valores obtenidos de este análisis fueron: G de 430.1 BScf y C_f de 24.3×10^{-6} 1 / psi.

La **Tabla 3. 15** presenta un resumen de los valores del volumen original obtenidos por los diferentes métodos analizados. Se observa que el valor inicialmente reportado (obtenido del gráfico p/Z) se encuentra sobre estimado en

más 100 *BScf* respecto a los métodos que consideran la compactación del volumen poroso, toda vez que el volumen inicial de gas en el yacimiento se encuentra en un rango de entre 430 y 446 *BScf*.

Los resultados anteriores sirvieron a la compañía para obtener un financiamiento adecuado a las necesidades del campo y diseñar adecuadamente los equipos superficiales para el manejo de la producción esperada.

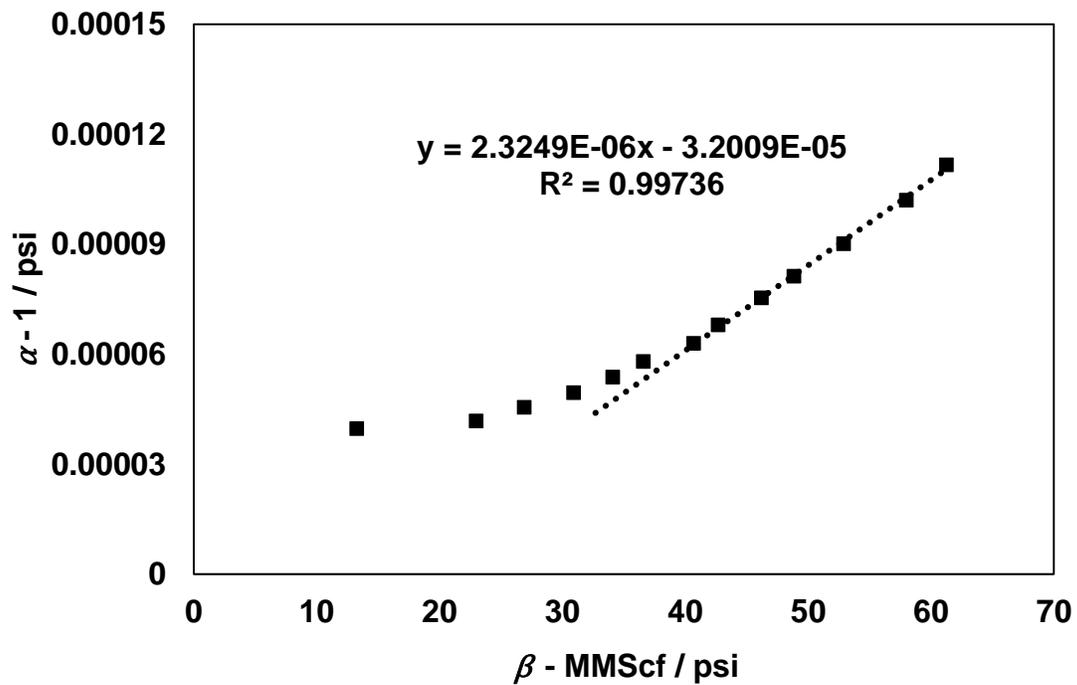


Figura 3. 16. Gráfico de Roach para el yacimiento de Luisiana³.

Tabla 3. 15. Valores estimados del volumen original de gas.

Gráfico	Figura	Modelo	$G - BScf$
11	Figura 3. 15	p/Z	548.6
12.a	Figura 3. 15	Farshad-Ramagost	445.7

Conclusiones

En presente trabajo se cumplió el objetivo principal, dado que se construyó un marco conceptual que permitió identificar modelos y aplicaciones de Balance de Materia, sobre diferentes tipos de yacimientos petroleros, para su posterior uso en trabajos de investigación. Al respecto, se considera que la información obtenida puede ser de gran ayuda para estudiantes de la carrera de Ingeniería Petrolera.

Los métodos volumétricos se utilizan sobre todo al inicio de su vida productiva, cuando aún no se ha obtenido gran cantidad de datos, a diferencia de la EBM que se ocupa para cuando el yacimiento ya tiene cierto tiempo produciendo.

Aunque es teóricamente posible resolver por el método de línea recta todos los casos tratados en el capítulo 2, a medida que se agregan más variables (entrada de agua, capa de gas, si la presión se encuentra sobre o por debajo de la presión de rocío, etc) la EBM se va complicando y se deben tomar en cuenta los distintos tipos de solución.

Los casos de análisis presentados en el capítulo 3, a diferencia de los ejercicios convencionales, contiene un método de solución en donde se explica por qué y cómo se llegó a ese método.

Cabe señalar que la simulación numérica es más precisa que el balance de materia para predecir o caracterizar el comportamiento de yacimientos, sin

embargo, es importante realizar un primer análisis con balance de materia y hacer comparaciones entre resultados.

Recomendaciones.

Una vez concluido este trabajo, se considera interesante investigar sobre otros aspectos relacionados con la EBM, y se propone:

Extender los estudios expuestos en esta tesina sobre los yacimientos naturalmente fracturados, en especial los yacimientos de doble porosidad.

Tomar todos los datos posibles y cerciorarse de que sean confiables, ya que ya que si los datos presentan algún error, éste va creciendo conforme avanzan los cálculos.

Incluir más gráficos diagnósticos para todo tipo de yacimientos, ya que los presentados en el **Capítulo 2** son casos generales.

Apéndice 1

Métodos para el cálculo de la entrada de agua

La entrada de agua es el resultado de la reducción en la presión del yacimiento debido a su explotación. Dicha entrada tiende a mantener, de manera parcial o total, la presión del yacimiento.

En general, la eficiencia del mantenimiento de presión y los gastos de la entrada de agua están gobernados por las características propias de cada acuífero, como son la permeabilidad, el grosor de la arena productora, la extensión areal, y el histórico de presión a lo largo del contacto original gas-agua. Debemos notar que, en la práctica, calcular exactamente la cantidad de agua que invade a un yacimiento es casi imposible, básicamente por la falta de datos para caracterizar el acuífero completamente. Debido a que rara vez se perforan pozos intencionalmente para obtener información del acuífero, esta información se debe de suponer o inferir de las características geológicas del yacimiento.

De manera general, los acuíferos se pueden clasificar como de empuje lateral de agua, donde el agua entra hacia el yacimiento por los flancos, los de empuje inferior de agua, donde el acuífero se encuentra inmerso en la parte baja de la

estructura geológica del yacimiento y los de empuje periférico, el cual se encuentra rodeando al yacimiento.

A1.1 Método Van Everdingen-Hurst

Van Everdingen y Hurst presentaron un modelo de estado-inestable para predecir la entrada de agua. El acuífero es un sistema modelado como 2 cilindros concéntricos o secciones cilíndricas. La superficie del cilindro interior está definido por un radio r_r , que representa el limite yacimiento con el acuífero, mientras que la superficie externa es la frontera del acuífero de radio r_a . [5]

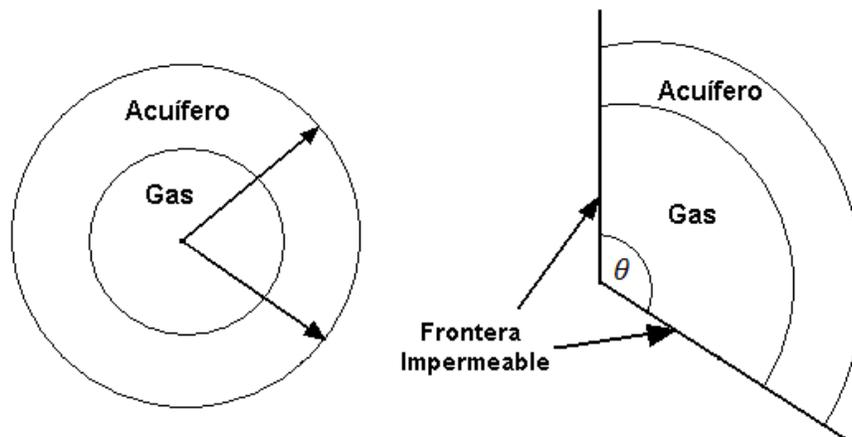


Figura A1. 1 Modelo de la geometría radial para el método del cálculo de la entrada de agua de Van Everdingen-Hursts

El método de van Everdingen-Hurst fue desarrollado de soluciones exactas de la ecuación de difusión radial y por esto provee una técnica rigurosamente correcta para calcular la entrada de agua.

El procedimiento de cálculo paso a paso, para conocer el volumen de agua proveniente del acuífero que invade al yacimiento con el método de van Everdingen-Hurst se presenta a continuación:

1.- Primero debemos de calcular el valor de una constante de ajuste para este método, B, la cual es adimensional y está definida por la siguiente ecuación.

Flujo Radial

$$B = 1.119\phi c_a h r_r^2 \left(\frac{\theta}{360} \right). \dots\dots\dots A1.1$$

Flujo Lineal

$$B = 0.178\phi c_a h L. \dots\dots\dots A1.2$$

2.- Para cada periodo de tiempo que tenemos en el histórico de presiones, como se muestra en la Figura A1. 1, se debe de calcular una definida por:

$$\Delta p_n = \frac{1}{2}(p_{n-2} - p_n). \dots\dots\dots A1.3$$

3.- Calcular para cada periodo de tiempo su respectivo tiempo adimensional. Este método se puede aplicar para dos diferentes geometrías de flujo, radial y lineal, para las cuales se cuenta con sus respectivas ecuaciones.

Fujo Radial

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\phi\mu c_a r_r^2}. \dots\dots\dots A1.4$$

Flujo Lineal

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\phi\mu c_a L^2} \cdot \dots\dots\dots A1.5$$

4.- Para cada t_D calculado en el paso anterior, debemos de calcular una entrada de agua acumulada adimensional $Q_{pD}(t_D)$. Para un acuífero que actúa como infinito y dependiendo del valor obtenido de t_D , debemos utilizar las siguientes ecuaciones:

Para $t_D < 0.01$

$$Q_{pD}(t_D) = 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} \cdot \dots\dots\dots A1.6$$

Para $0.01 < t_D < 200$

$$Q_{pD}(t_D) = \frac{1.2838t_D^{1/2} + 1.1932t_D + 0.269872t_D^{3/2} + 0.00855294t_D^2}{1 + 0.616599t_D^{1/2} + 0.0413008t_D} \cdot \dots\dots A1.7$$

Para $t_D > 200$

$$Q_{pD}(t_D) = \frac{-4.29881 + 2.02566t_D}{\ln(t_D)} \cdot \dots\dots\dots A1.8$$

5.- Por último, debemos de calcular la entrada de agua acumulada del acuífero hacia el yacimiento $W_e(t_n)$, para “n” periodos de tiempo, con la siguiente ecuación:

$$W_e(t_{Dn}) = B \sum_{i=1}^n \Delta p_i Q_{pD}(t_n - t_{i-1})_D \cdot \dots\dots\dots A1.9$$

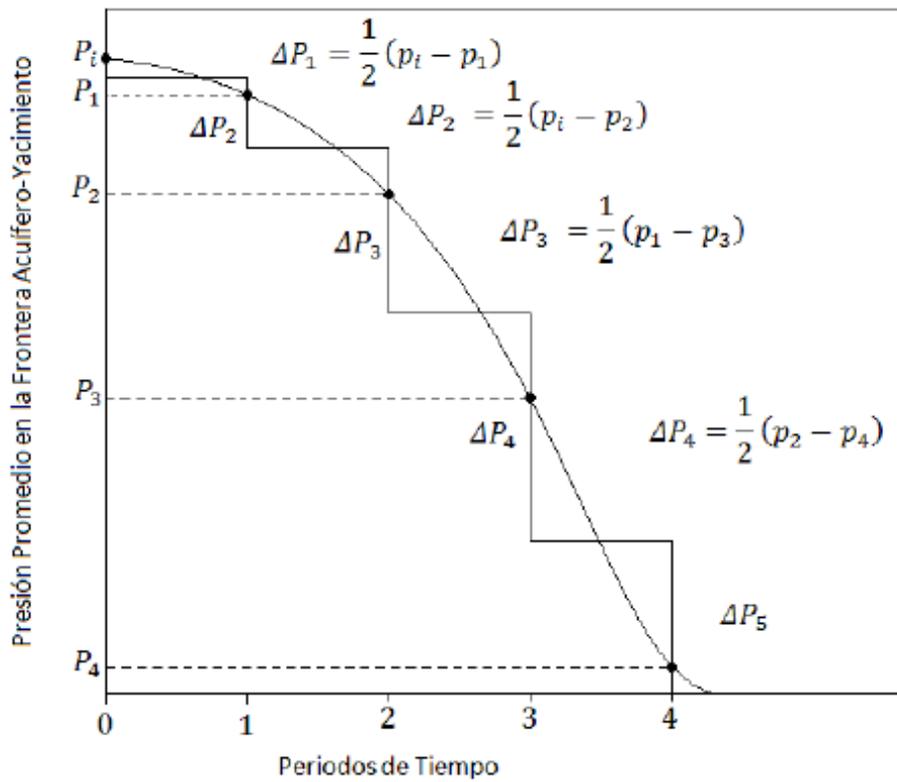


Figura A1. 2 Aproximación de la presión, paso a paso para el método de Everdingen-Hurst

A1.2 Método Carter-Tracy

Para reducir la complejidad de los cálculos de la entrada de agua, Carter y Tracy [33] propusieron una técnica de cálculo que no requiere una superposición y que permite calcular directamente la entrada de agua. Debemos de señalar que, a diferencia del método de van Everdingen-Hurst, el método de Carter-Tracy no es una solución exacta de la ecuación de difusión, pero es una aproximación. Agarwal en uno de sus trabajos de investigación, expone que el método de Carter-Tracy es una alternativa bastante aproximada a la más tediosa metodología de van Everdingen-Hurst. La ventaja principal de este método es que se puede calcular la entrada de agua directamente sin superposición.

1.- Primero, se debe de calcular el mismo parámetro B , de van EverdingenHurst, de acuerdo al tipo de flujo existente.

Flujo Radial

$$B = 1.119\phi c_a h r_r^2 \left(\frac{\theta}{360} \right). \dots\dots\dots A1. 10$$

Flujo Lineal

$$B = 0.178\phi c_a h L. \dots\dots\dots A1. 11$$

2.- Calcular el cambio de presión, Δp_n para cada periodo de tiempo.

$$\Delta p_n = p_{aq,i} - p_n. \dots\dots\dots A1. 12$$

3.- Calcular los tiempos adimensionales de van Everdingen-Hurst, t_D que corresponden a cada periodo de tiempo en el histórico de producción.

Fujo Radial

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\phi\mu c_a r_r^2}. \dots\dots\dots A1. 13$$

Flujo Lineal

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\phi\mu c_a L^2}. \dots\dots\dots A1. 14$$

4.- Para cada t_D calculado en el paso anterior, calcular una p_D y una p'_D . Para un acuífero que actúa como infinito y con una geometría de flujo radial, utilizaremos las siguientes ecuaciones para calcular las presiones adimensionales correspondientes a cada periodo de tiempo adimensional calculados en el paso anterior.

$$p_D(t_D) = \frac{370.529t_D^{1/2} + 137.582t_D + 5.69549t_D^{3/2}}{328.834 + 265.488t_D^{1/2} + 45.2157t_D + t_D^{3/2}} \dots\dots\dots A1.15$$

$$p_D(t_D) = \frac{716.441 + 46.7984t_D^{1/2} + 270.038t_D + 71.0098t_D^{3/2}}{1296.86t_D^{1/2} + 1204.73t_D + 618.618t_D^{3/2} + 538.072t_D^2 + 142.41t_D^{5/2}} \dots\dots\dots A1.16$$

5.- Por último se debe de calcular la entrada de agua. Con la siguiente ecuación:

$$W_{en} = W_{en-1} + (t_{Dn} - t_{Dn-1}) \left[\frac{B\Delta p_n - W_{en-1}p'_D(t_{Dn})}{p_D(t_{Dn}) - t_{Dn-1}p'_D(t_{Dn})} \right] \dots\dots\dots A1.17$$

A1.3 Método de Fetkovich

Para simplificar los cálculos de la entrada de agua aún más, Fetkovich propuso un modelo que utiliza el Índice de Productividad (IP) de un acuífero pseudoestacionario y una ecuación de balance de materia para representar la compresibilidad del sistema [34]. Al igual que el método de Carter y Tracy, el modelo de Fetkovich elimina el uso de superposición y por esto es mucho más simple que el método de van Everdingen-Hurst. Sin embargo, debido a que Fetkovich desprecia los periodos de tiempo transitorios al inicio de la explotación del yacimiento en estos cálculos, la entrada de agua calculada siempre será menor a los valores predichos por los otros dos métodos anteriores.

De manera similar al modelado del flujo del yacimiento hacia los pozos, el método utiliza una ecuación de flujo para modelar la entrada de agua del acuífero al yacimiento. Suponiendo presión constante al límite original entre el yacimiento y el acuífero, el gasto de la entrada de agua está dado por la Ec.A1. 18:

$$q_w = \frac{dW_e}{dt} = J(\bar{p}_{aq} - p_r)^{n_D}, \quad \dots\dots\dots A1. 18$$

donde, n_D , es el exponente para la ecuación de entrada de agua (para flujo darciano $n_D = 1$; para flujo totalmente turbulento $n_D = 0.5$).

Partiendo de la suposición de que el flujo del acuífero hacia el yacimiento, se puede representar obedeciendo la ley de Darcy y presenta condiciones pseudostacionarias, $n=1$. Basado en un balance de materia aplicado al acuífero, la acumulación de agua resultante de la expansión del acuífero es:

$$W_e = c_a W_i (p_{aq,i} - \bar{p}_{aq}). \quad \dots\dots\dots A1. 19$$

Aunque este método fue desarrollado para acuíferos finitos, se puede utilizar también en acuíferos que actúan como infinitos. Para acuíferos infinitos, el método requiere que la relación del gasto de entrada de agua con las caídas de presión sea constante a través de toda la vida productiva del yacimiento. Bajo estas condiciones, debemos de utilizar el IP para acuíferos que actúan como infinitos.

El procedimiento de cálculo es el siguiente.

1.- Calcular el máximo volumen de agua, W_{ei} del acuífero que podría entrar al yacimiento de gas si la presión del yacimiento fuera reducida a cero.

$$W_{ei} = c_a p_{aq,i} W_i, \quad \dots\dots\dots A1. 20$$

Donde:

$$W_i = \frac{\pi(r_a^2 - r_r^2)h\phi \left(\frac{\theta}{360}\right)}{5.615}, \quad \dots\dots\dots A1. 21$$

Y

$$r_a = \sqrt{\left(\frac{43560a}{\pi}\right)\left(\frac{360}{\theta}\right)}, \quad \dots\dots\dots A1.22$$

Se puede apreciar que W_i depende de la geometría del pozo.

2.- Calcular J . Esto dependerá de las condiciones de frontera y de la geometría de flujo del acuífero.

3.- Calcular cada una de las entradas de agua incremental, ΔW_{en} del acuífero hasta el enésimo intervalo de tiempo:

$$\Delta = \frac{W_{ei}}{p_{aq,i}} (\bar{p}_{aq,n-1} - \bar{p}_{rn}) \left[1 - \exp\left(\frac{Jp_{aq,i}\Delta t_n}{W_{ei}}\right) \right], \quad \dots\dots\dots A1.23$$

Donde:

$$\bar{p}_{aq,n-1} = p_{aq,i} \left(1 - \frac{W_{en-1}}{W_{ei}} \right), \quad \dots\dots\dots A1.24$$

Y

$$\bar{p}_{rn} = \frac{P_{rn-1} + P_{rn}}{2}. \quad \dots\dots\dots A1.25$$

4.- Calcular por último la entrada de agua acumulada durante cada periodo de tiempo (al final de cada uno).

$$W_{en} = \sum_{i=1}^n \Delta W_{ei}. \quad \dots\dots\dots A1.26$$

Apéndice 2

Derivación de la Ecuación General de Balance de Materia

Las siguientes suposiciones son necesarias para la obtención de la EGBM:

1. El yacimiento puede tener una fase inicial de vapor y una fase inicial de líquido.
2. El gas se puede disolver en la fase líquida.
3. El aceite puede ser volátil en la fase de vapor.
4. El agua puede invadir al yacimiento desde el acuífero durante la producción.
5. El agua y la roca son compresibles.

Si bien cualquier conjunto consistente de unidades es satisfactorio, los términos utilizados en estas ecuaciones se expresan en unidades de campo [16].

El volumen original de gas se encuentra dividido en 2 partes:

$$G = G_{f_{gi}} + N_{f_{oi}}R_{si}, \quad \dots\dots\dots A2.1$$

donde

G = Volumen original total de gas

$G_{f,gi}$ = Volumen de gas en fase gaseosa inicial

$N_{f,oi}$ = Volumen de aceite en fase líquida inicial

R_{si} = Relación de solubilidad inicial

Al combinar $N_{f,oi}$ y R_{si} , obtenemos el volumen de gas disuelto en el aceite

De igual manera, para obtener el volumen original de aceite tenemos:

$$N = N_{f,oi} + G_{f,gi}R_{vi}, \dots\dots\dots A2.2$$

teniendo en cuenta que:

R_{vi} = relación de vaporización del gas.

Al combinar R_{vi} y $G_{f,gi}$ obtenemos el volumen de aceite vaporizado en el gas.

Podemos cuantificar el volumen de aceite o gas remanente después de que comience la producción de la siguiente manera.

$$N_{fo} + G_{fg}R_v = N - N_p, \dots\dots\dots A2.3$$

Y

$$N_{fo}R_s + G_{fg} = G - G_p. \dots\dots\dots A2.4$$

Reordenando las ecuaciones *A2.3* y *A2.4* tenemos

$$N_{fo} = N - N_p - G_{fg}R_v, \dots\dots\dots A2.5$$

$$G_{fg} = G - G_p - N_{fo}R_s. \dots\dots\dots A2.6$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones nos da:

$$G_{fg} = \frac{G - G_p - (N - N_p)R_s}{(1 - R_s R_v)}, \quad \dots\dots\dots A2. 7$$

$$N_{fo} = \frac{N - N_p - (G - G_p)R_v}{(1 - R_s R_v)}, \quad \dots\dots\dots A2. 8$$

ahora sustituyendo las ecuaciones A2. 1 y A2. 2 en las ecuaciones A2. 7 y A2. 8 tenemos:

$$G_{fg} = \frac{G_{fgi} + N_{foi}R_{si} - G_p - (N_{foi} + G_{fgi}R_{vi} - N_p)R_s}{(1 - R_s R_v)}, \quad \dots\dots\dots A2. 9$$

y

$$N_{fo} = \frac{N_{foi} + G_{fgi}R_{vi} - N_p - (G_{fgi} + N_{foi}R_{si} - G_p)R_v}{(1 - R_s R_v)}. \quad \dots\dots\dots A2. 10$$

Las ecs. A2. 9 y A2. 10 expresan los volúmenes estándar para cualquier tiempo t en términos de los volúmenes iniciales (estándar), lo que indica que el yacimiento como volumen de control está balanceado. El cambio en los volúmenes de todas las fases en el volumen de control durante la producción se deben balancear. Dado que el volumen de control es igual al volumen original del yacimiento, entonces:

$$\Delta V_o + \Delta V_g + \Delta V_w + \Delta V_r = 0. \quad \dots\dots\dots A2. 11$$

Para determinar ΔV_o , se debe calcular el volumen ocupado por la fase aceite antes y después de la producción. El volumen inicial de aceite en el yacimiento se calcula:

$$V_{oi} = N_{foi}B_{oi}$$

Y el volumen de aceite en el yacimiento a un tiempo t

$$V_o = (N_{foi} + G_{fgi}R_{vi} - G_{fg}R_v - N_p)B_o, \quad \dots\dots\dots A2.12$$

por lo tanto:

$$\Delta V_o = N_{foi}B_{oi} - (N_{foi} + G_{fgi}R_{vi} - G_{fg}R_v - N_p)B_o. \quad \dots\dots\dots A2.13$$

De igual manera para el gas

$$V_{gi} = G_{fgi}B_{gi}$$

Y el volumen de gas en el yacimiento a un tiempo t

$$V_g = (G_{fgi} + N_{foi}R_{si} - N_{fo}R_s - G_p)B_g, \quad \dots\dots\dots A2.14$$

Consecuentemente

$$\Delta V_g = G_{fgi}B_{gi} - (G_{fgi} + N_{foi}R_{si} - N_{fo}R_s - G_p)B_g. \quad \dots\dots\dots A2.15$$

Los cambios en el volumen de la fase agua, ΔV_w , es el resultado de la compresibilidad del agua, la entrada o invasión del acuífero y de la producción de agua. Si W es el volumen inicial de agua en el yacimiento y $V\phi$ es el volumen poroso inicial, entonces:

$$W = V\phi Sw_i, \quad \dots\dots\dots A2.16$$

Mientras que el volumen de corriente (final) del yacimiento en la fase agua V_w es:

$$V_w = W_e - W_p - \Delta W, \quad \dots\dots\dots A2.17$$

Por lo tanto

$$\Delta V_w = -W_e + B_w W_p - V_\phi S_{wi} C_w \Delta p, \quad \dots\dots\dots A2.18$$

Donde

$$\Delta p = p_i - p.$$

El cambio en el volumen de la roca es el negativo del cambio en el volumen de espacio vacío; por lo tanto

$$\Delta V_r = -V_\phi C_f \Delta p, \quad \dots\dots\dots A2.19$$

debido a que V_ϕ es el volumen poroso inicial total, se puede expresar como:

$$V_\phi = \frac{N_{foi} B_{oi} + G_{fgi} B_{gi}}{1 - S_{wi}}, \quad \dots\dots\dots 2.27$$

Sustituyendo la ecuación 2.27 en la ecuación A2.18 y A2.19 y después sustituimos las ecuaciones A2.13, A2.15, y A2.19 en la ecuación A2.11 tenemos:

$$\begin{aligned} N_{foi} B_{oi} - (N_{foi} + G_{fgi} R_{vi} - G_{fg} R_v - N_p) B_o + G_{fgi} B_{gi} \\ - (G_{fgi} + N_{foi} R_{si} - N_{fo} R_s - G_p) + B_g + (-W_e) \quad \dots\dots\dots A2.20 \\ + B_w W_p - (N_{foi} B_{oi} + G_{fgi} B_{gi}) C_t \Delta p = 0, \end{aligned}$$

En el cual

$$C_t = \frac{C_f + C_w S_{wi}}{1 - S_{wi}}, \quad \dots\dots\dots A2.21$$

sustituyendo las ecuaciones A2.11 y A2.12 en la ecuación A2.20 y reordenando tenemos la Ecuación General de Balance de Materia (EGBM)

$$\begin{aligned}
& N_p \left(\frac{B_o - R_s B_g}{1 - R_s R_v} \right) + G_p \left(\frac{B_g - R_v B_o}{1 - R_s R_v} \right) \\
&= N_{foi} \left\{ \left[\frac{B_o - B_{oi} + B_g (R_{si} - R_s) + R_v (B_{oi} R_s - B_o R_{si})}{1 - R_s R_v} \right] \right\} \quad \dots\dots\dots A2.22 \\
&+ G_{fgi} \left\{ \left[\frac{B_g - B_{gi} + B_o (R_{vi} - R_v) + R_s (B_{gi} R_v - B_g R_{vi})}{1 - R_s R_v} \right] \right\} + W_e \\
&\quad - B_w W_p + (N_{foi} B_{oi} + G_{fgi} B_{gi}) \times \left(\frac{C_f + C_w S w_i}{1 - S w_i} \right) \Delta p .
\end{aligned}$$

La ecuación A2.22 puede ser escrita como una forma compacta de la EGBM en la forma:

$$F = N_{foi} E_o + G_{fgi} E_g + \Delta W + (N_{foi} B_{oi} + G_{fgi} B_{gi}) E_{fw} , \quad \dots\dots\dots A2.23$$

En el que

$$F = N_p \left(\frac{B_o - R_s B_g}{1 - R_s R_v} \right) + G_p \left(\frac{B_g - R_v B_o}{1 - R_s R_v} \right) , \quad \dots\dots\dots A2.24$$

$$E_o = B_{to} - B_{oi} , \quad \dots\dots\dots A2.25$$

$$E_g = B_{tg} - B_{gi} , \quad \dots\dots\dots A2.26$$

$$E_{fw} = \left(\frac{C_f + C_w S w_i}{1 - S w_i} \right) \Delta p , \quad \dots\dots\dots A2.27$$

$$\Delta W = W_e - B_w W_p , \quad \dots\dots\dots A2.28$$

además

$$B_{to} = \frac{B_o(1 - R_s R_v) + B_g(R_{si} - R_s)}{1 - R_s R_v}, \quad \dots\dots\dots A2. 29$$

$$B_{tg} = \frac{B_g(1 - R_s R_{vi}) + B_o(R_{vi} - R_v)}{1 - R_s R_v}. \quad \dots\dots\dots A2. 30$$

Frecuentemente, es más conveniente expresar la producción de gas en términos de la Relación Gas/Aceite Producido Acumulado, R_p . En este caso la ec. A2. 24 que define al yacimiento se convierte en:

$$F = N_p \left[\frac{B_o(1 - R_p R_v) + B_g(R_p - R_s)}{1 - R_s R_v} \right]. \quad \dots\dots\dots A2. 31$$

El volumen del casquete de gas algunas veces se expresa en términos de m , la relación del volumen de gas en el casquete del yacimiento y del volumen de gas en la zona de aceite. La ecuación para determinar m es:

$$m = \frac{G_{fgi} B_{gi}}{N_{foi} B_{oi}}, \quad \dots\dots\dots A2. 32$$

en este caso, la EBM se escribe de la siguiente manera:

$$F = N_{foi} E_o + \frac{N_{foi} B_{oi} r E_g}{B_{gi}} + \Delta W + N_{foi} B_{oi} (1 + r) E_{fw}. \quad \dots\dots\dots A2. 33$$

La ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** no incluye los términos de inyección de gas o de agua, aunque pueden incluirse fácilmente en los términos de producción de gas y aceite pero como producción negativa.

Apéndice 3

Ecuación generalizada para balance de materia en YNF

Utilizando el supuesto de compresibilidad uniforme del yacimiento, también se han derivado EBM para yacimientos de gas de vetas de carbón, que se caracterizan por ser sistemas de doble porosidad [17, 35]. En conclusión, no hay una EBM específicamente derivado para YNF que considere la diferencia de compresibilidad entre fractura y sistemas de matriz.

Desde el punto de vista de la capacidad de almacenamiento, los YNF pueden clasificarse en tres grupos. Los yacimientos de tipo A, los cuales tienen alta capacidad de almacenamiento en el sistema matricial y baja capacidad de almacenamiento en el sistema fracturado, los yacimientos de tipo B, que tienen capacidad de almacenamiento similar en matrices y fracturas, y los yacimientos de tipo C en donde la capacidad de almacenamiento está exclusivamente en la red de fracturas.

Para los depósitos de tipo A y C, son aplicables EBM convencionales ya que las hipótesis del modelo de porosidad única se mantienen. Sin embargo, hay un número importante de YNF en el que las fracturas no sólo ayudan a la permeabilidad en una matriz de yacimiento ya producible, sino que también contribuyen con la capacidad de almacenamiento. Para estos depósitos de tipo B, se derivó una nueva EBM.

La ecuación propuesta es aplicable a fluidos de aceite negro inicialmente no saturados en un medio poroso (matriz) y que se produce a través de una red fracturada. Se aplica el método gráfico de solución de Havlena y Odeh y se obtienen estimaciones del aceite original in situ en los sistemas fracturados y matriciales.

A3.1 Suposiciones del modelo

La derivación de la EBM volumétrica está basada en las siguientes idealizaciones:

1. El yacimiento es un sistema isotérmico.
2. El yacimiento se conforma de cuatro componentes: tanque de almacenamiento de aceite, gas en superficie, agua de producción y roca naturalmente fracturada.
3. El yacimiento se compone de cuatro fases: aceite, gas, agua y roca naturalmente fracturada.
4. El componente de tanque de aceite existe sólo en la fase líquida y no se divide en las fases de agua, gas o roca.
5. En el yacimiento, el componente de gas en superficie existe libre en la fase gaseosa y se disuelve en la fase de aceite.
6. El componente de agua existe en una fase de agua inmóvil que, para fines de balance de materiales, sólo reduce el espacio poroso disponible para la acumulación y el flujo de hidrocarburos.
7. El componente de roca existe sólo en la fase roca.
8. La fase de roca está compuesta por dos medios porosos en comunicación hidráulica: el sistema fracturado y la Porosidad primaria o de matriz.
9. Los sistemas de fractura y matriz porosa son compresibles.
10. No hay entrada de agua y la producción de agua es despreciable.
11. No hay inyección de fluido (agua y / o gas) en el yacimiento.
12. La porosidad de la fractura, la porosidad de la roca-matriz y la saturación de agua es uniforme en todo el yacimiento.

13. La presión del yacimiento es uniforme en todo el yacimiento, lo que implica que no existen gradientes de presión verticales u horizontales.

Los supuestos anteriores son una versión modificada de los utilizados en modelos de una sola porosidad.

Las declaraciones anteriores definen un tipo de fluido conocido como “aceite negro” que se supone que tiene una presión inicial por encima de la presión del punto de burbuja. Por debajo de la presión del punto de burbuja, el gas evoluciona desde la solución y fluye hacia la parte superior de la formación o hacia el pozo a través de las fracturas. Por lo tanto, el gas superficial proviene de la fase gaseosa libre y el gas disuelto en la fase aceite. Los YNF son ejemplos ideales para probar EBM. Una de las razones por las que la EBM volumétrica funciona tan bien es debido a la alta comunicación de la presión a través del sistema de fractura, haciendo que la asunción de depósitos con comportamiento "similar al tanque" sea válida.

La derivación de la ecuación general de balance de materia para YNF es:

Aplicando las idealizaciones dadas previamente, la derivación de la EBM para YNF se lleva a cabo basándose en el modelo idealizado como se muestra en la **Figura A2. 1**

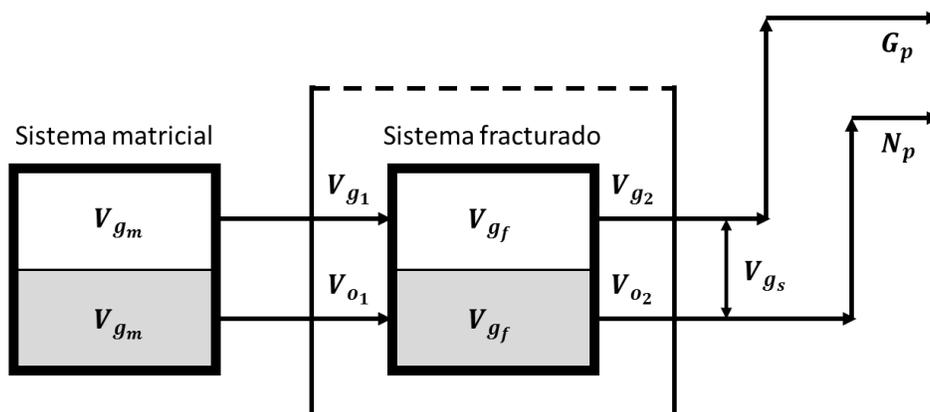


Figura A2. 1 Representación de un modelo de balance de materia para un yacimiento naturalmente fracturado (Modificado de Peñuela et al. 2001).

Un balance de materia volumétrico en el sistema fracturado demanda:

$$V_{ofi} + V_{fgi} = V_{of2} + V_{gf2} + V_{o1} + V_{g1} - V_{o2} - V_{g2} + \Delta V_{fw} + \Delta V_f, \quad \dots\dots A3.1$$

El aceite inicial que está en el sistema fracturado es:

$$V_{ofi} = N_2 B_{oi}, \quad \dots\dots\dots A3.2$$

El gas que se encuentra inicialmente en el sistema fractura fracturado está dado por:

$$V_{fgi} = 0, \quad \dots\dots\dots A3.3$$

Porque se suponía que un aceite inicialmente bajo-saturado no tenía gas libre. El aceite en el sistema fracturado después de una caída de presión se estima de la siguiente manera:

$$V_{of2} = N_2 B_o, \quad \dots\dots\dots A3.4$$

Y el gas libre presente en la el medio fracturado después de la misma caída de presión es calculada de:

$$V_{gf2} = N_2 (R_{si} - R_s) B_g, \quad \dots\dots\dots A3.5$$

Donde el aceite original del yacimiento en el medio fracturado es calculado de la siguiente manera:

$$N_f = \frac{V_b \phi_{fi} (1 - S_{wfi})}{B_{oi}}, \dots\dots\dots A3.6$$

Por otra parte, el aceite que viene del sistema matriz de la roca, es calculado como la expansión del aceite de la acumulación original, acorde al siguiente balance de materia volumétrico en el sistema matriz:

$$V_{o1} = N_1 B_o + \Delta V_p + \Delta V_w - N_1 B_{oi}, \dots\dots\dots A3.7$$

Donde:

$$N_m = \frac{V_b \phi_{mi} (1 - S_{wi})}{B_{oi}}, \dots\dots\dots A3.8$$

$$\Delta V_p = V_b \phi_{mi} C_m \Delta p, \dots\dots\dots A3.9$$

$$\Delta V_w = V_b \phi_{mi} S_{wi} C_m \Delta p, \dots\dots\dots A3.10$$

Sustituyendo las ecuaciones A3. 8, A3. 9 y A3. 10 en la ecuación A3. 7, se obtiene la siguiente expresión:

$$V_{o1} = N_1 \left[B_o - B_{oi} + \left(\frac{C_w S_w + C_m}{1 - S_{wi}} \right) \right] \Delta p B_{oi}, \dots\dots\dots A3.11$$

Se asume que la fase de gas libre que fluye directamente hacia el sistema fracturado tan pronto como esta se libera de la solución en el sistema matriz. El gas libre que entra a la fractura es:

$$V_{g1} = N_1 (R_{si} - R_s) B_g, \dots\dots\dots A3.12$$

La corriente producida se compone de aceite, el cual es calculado de la siguiente manera:

$$V_{o2} = N_p B_o , \quad \dots\dots\dots A3. 13$$

Y un volumen de gas, el cual es estimado como se muestra a continuación:

$$V_{g2} = N_p (R_p - R_s) B_g , \quad \dots\dots\dots A3. 14$$

La expansión del volumen poroso de la fractura está dado por:

$$\Delta V_f = V_b \phi_f C_f \Delta p , \quad \dots\dots\dots A3. 15$$

Y la expansión neta del agua congénita en el sistema fracturado es:

$$\Delta V_w = V_b \phi_f S_w C_f \Delta p , \quad \dots\dots\dots A3. 16$$

Sustituyendo las ecuaciones previas en la ecuación 1.1, la EBM para YNF con aceite inicial bajo-saturado es obtenida:

$$F = N_m [E_o + B_{oi} E_{fw_m}] + G_m [E_g + B_{gi} E_{fw_m}] + N_f [E_o + B_{oi} E_{fw_f}] + G_f [E_g + B_{gi} E_{fw_f}] + W_e - W_p B_w , \quad \dots\dots\dots A3. 17$$

Donde N_m es el aceite original del yacimiento en la matriz de la roca y N_f es el aceite original del yacimiento en las fracturas. Tomando en cuenta lo siguiente:

$$E_{fw_m} = \left(\frac{C_f + C_w S W_i}{1 - S W_i} \right)_m \Delta p, \quad \dots \quad \text{A3.18}$$

$$E_{fw_f} = \left(\frac{C_f + C_w S W_i}{1 - S W_i} \right)_f \Delta p, \quad \dots \quad \text{A3.19}$$

Apéndice 4

Yacimientos de gas y condensados con vaporización de agua

Por su composición, estos yacimientos exhiben comportamientos dependientes del punto de rocío, y permiten la existencia de hasta tres fases fluidas: agua, gas y líquido condensado [36, 21]; toda vez que el gas presente se constituye tanto de componentes hidrocarburos, gases inertes y vapor de agua.

Por encima del punto de rocío, además de la expansión de la fase gaseosa, la declinación de la presión en un yacimiento de gas y condensados provoca que una porción del agua nativa se vaporice para permanecer en equilibrio con el vapor de agua existente; con lo que la saturación de la fase gaseosa en el medio poroso aumenta de forma considerable. Sin embargo, por debajo del punto de rocío, y conforme comienza la condensación de líquidos, el volumen de poros disponible para la fase gaseosa disminuye nuevamente.

De esta manera, en los yacimientos de gas y condensado donde ocurren cambios en las fases, tanto en las de hidrocarburos como en el agua, puede plantearse que el volumen inicial del yacimiento es:

$$V_{p_i} = V_{v_i} + V_{w_i}, \quad \dots\dots\dots A4.1$$

donde V_{wi} es el volumen inicial del yacimiento ocupado por el agua líquida y V_{vi} es el volumen inicial ocupado por el vapor. Si la presión del yacimiento está por encima del punto de rocío, el agua congénita es la única fase líquida presente; entonces, de acuerdo a la saturación de agua inicial (S_{wi}), se tiene que:

$$V_{wi} = S_{wi}V_{pi}, \quad \dots\dots\dots A4. 2$$

y para la fase vapor:

$$V_{vi} = (1 - S_{wi})V_{pi}. \quad \dots\dots\dots A4. 3$$

En este caso, la fracción volumen del vapor que corresponde al agua es:

$$y_{wi} = \frac{V_{wvi}}{V_{vi}}, \quad \dots\dots\dots A4. 4$$

y la que corresponde a los gases hidrocarburos es:

$$(1 - y_{wi}) = \frac{V_{hvi}}{V_{vi}}, \quad \dots\dots\dots A4. 5$$

donde V_{wvi} es el volumen inicial de yacimiento ocupado por el vapor de agua, y V_{hvi} es el que ocupan los hidrocarburos en estado gaseoso inicialmente. De esta manera, substituyendo la Ec. A4. 2 en la Ec. A4. 5 se obtiene:

$$V_{hvi} = V_{pi}(1 - S_{wi})(1 - y_{wi}). \quad \dots\dots\dots A4. 6$$

Finalmente, dado que la fase inicial de hidrocarburos es:

$$V_{hvi} = GB_{gi}, \quad \dots\dots\dots A4. 7$$

se establece que:

$$V_{pi} = \frac{GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})}, \dots\dots\dots A4. 8$$

La forma final de la EBM depende del valor del punto de rocío. A continuación se presentan los modelos utilizados por Lee et al. para estos casos.

A4.1 Declinación de la presión sobre la presión de rocío

Debido a que la presión del yacimiento es mayor a la del punto de rocío, no hay condensación del gas hidrocarburo. Sin embargo, conforme declina la presión, y una mayor cantidad de agua se vaporiza, se reduce la saturación de agua líquida, **.Figura A4. 1;** y la fracción del volumen del medio poroso ocupada por el agua congénita remanente en un momento dado (S_w) es:

$$V_w = S_w V_p, \dots\dots\dots A4. 9$$

mientras que el volumen de la fase vapor se representa como:

$$V_v = (1 - S_w) V_p. \dots\dots\dots A4. 10$$

Además, la fracción de agua que existe en la fase vapor se representa como:

$$y_w = V_{wv} / V_v, \dots\dots\dots A4. 11$$

y la de hidrocarburos gaseosos:

$$(1 - y_w) = V_{hv} / V_v \dots\dots\dots A4. 12$$

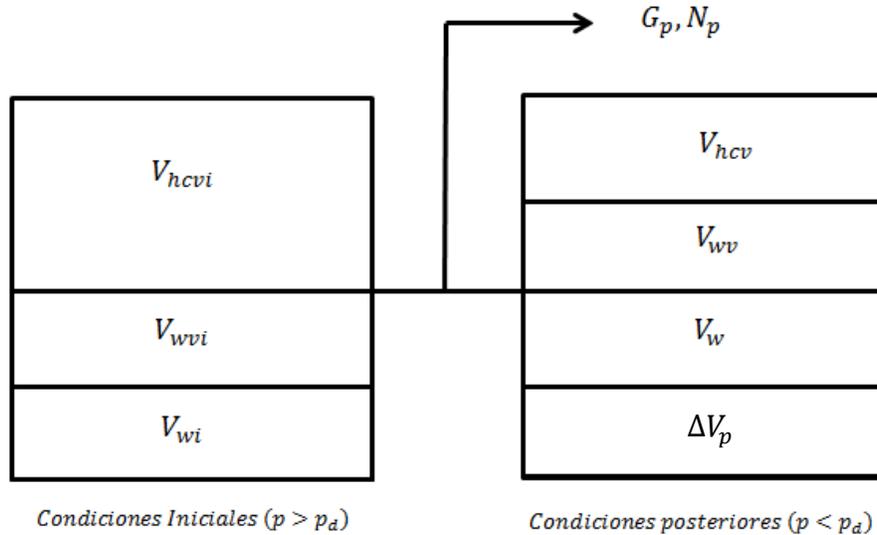


Figura A4. 1 Modelo de balance de materia de un yacimiento de gas y condensados sobre la presión de rocío y con vaporización de agua, que muestra el comportamiento de las fases en el volumen poroso a condiciones iniciales y posteriores (Modificado de Lee y Wattenbarger, 1996).

Si sustituimos la Ec. A4. 11 en la Ec.A4. 12, la ecuación que representa el volumen de hidrocarburos en estado gaseoso en un momento en el yacimiento es:

$$V_{vhi} = V_p(1 - S_w)(1 - y_w) . \quad \dots\dots\dots A4. 13$$

y como V_{hv} en un momento dado es:

$$V_{vh} = (G - G_p)B_g . \quad \dots\dots\dots A4. 14$$

con lo que al combinar las Ecs. A4. 13 y A4. 14 se obtiene la expresión que representa el volumen poroso disponible en un momento dado:

$$V_p = \frac{(G - G_p)B_g}{(1 - S_w)(1 - y_w)} . \quad \dots\dots\dots A4. 15$$

Como los yacimientos geopresionados de gas, un sistema sobre-presionado de gas y condensado también experimenta cambios significativos en su volumen poroso por efecto de la caída de presión. Por lo tanto, los cambios en el volumen de los sólidos en la formación se consideran como:

$$\Delta V_p = \frac{\bar{C}_f(p_i - p)GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})}, \dots\dots\dots A4. 16$$

con lo que, al realizar un balance, considerando que el volumen poroso inicial debe ser igual al existente en un momento dado más los cambios por compactación, se tiene:

$$\frac{GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})} = \frac{(G - G_p)B_g}{(1 - S_w)(1 - y_w)} + \frac{\bar{C}_f(p_i - p)GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})}, \dots\dots\dots A4. 17$$

y reordenando términos:

$$G \frac{(1 - S_w)(1 - y_w)}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})} \frac{B_{gi}}{B_g} [1 - \bar{C}_f(p_i - p)] = G - G_p, \dots\dots\dots A4. 18$$

así, substituyendo $B_{gi}/B_g = pZ_i/Zp_i$ en la Ec. A4. 18 y reordenando, llega a que

$$\frac{(1 - S_w)(1 - y_w)}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})} [1 - \bar{C}_f(p_i - p)] \frac{p}{Z} = \frac{p_i}{Z_i} - \frac{p_i}{Z_i} \frac{G_p}{G} \dots\dots\dots A4. 19$$

que muestra la forma de una línea recta al graficar $[(1 - S_w)(1 - y_w)/(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})][1 - \bar{C}_f(p_i - p)]p/Z$ contra G_p , cuya pendiente es $-p_i/Z_iG$ y su ordenada al origen es p_i/z_i . Para este gráfico, cuando $p/Z = 0$, la línea indicará un valor de $G_p = G$. Debe observarse que, cuando la saturación de agua permanece constante durante la vida del yacimiento ($S_w = S_{wi}$ y $y_w = y_{wi}$), si los efectos de compactación son despreciables, la Ec. A4. 19 se reduce a la de un yacimiento volumétrico de gas seco, pues no hay condensación de líquidos.

A4.2 Declinación de la presión por debajo del punto de rocío

Una vez alcanzada la presión de rocío, y conforme se abate la presión, comienza a condensar líquido del gas en el yacimiento, **Figura A4. 2**. En muchos sistemas, esta fase permanece inmóvil.

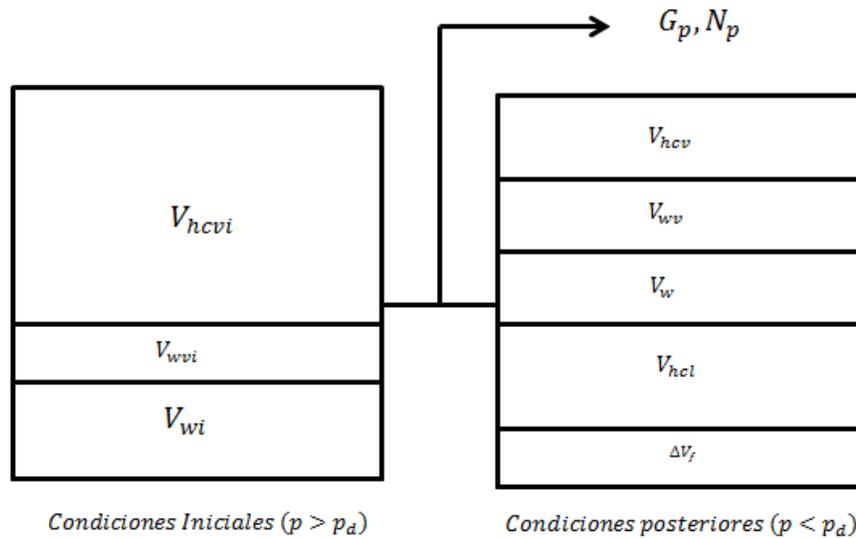


Figura A4. 2 Modelo de balance de materia de un yacimiento de gas y condensados por debajo de la presión de rocío y con vaporización de agua, que muestra las fases presentes a condiciones iniciales y posteriores (Modificado de Lee y Wattenbarger, 1996).

De esta manera, la EBM resultante es:

$$\frac{GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})} = \frac{(G - G_p)B_g}{(1 - S_w - S_{hL})(1 - y_w)} + \frac{\bar{c}_f(p_i - p)GB_{gi}}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})}, \quad \dots \quad A4.20$$

y al recomodar términos, se tiene:

$$\frac{(1 - S_w - S_{hL})(1 - y_w)}{(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})} [1 - \bar{c}_f(p_i - p)] \frac{p}{Z_2} = \frac{p_i}{Z_{2i}} - \frac{p_i}{Z_{2i}} \frac{G_p}{G} \dots\dots\dots A4. 21$$

En este caso, al graficar $(1 - S_w - S_{hL})(1 - y_w)[1 - \bar{c}_f(p_i - p)](p/Z_2)/(1 - S_{wi})(1 - y_{wi})$ contra G_p se forma una línea recta con pendiente igual a $-p_i/Z_{2i}G$ y una intersección igual a p_i/Z_{2i} . La extrapolación de la recta en $p/Z_2 = 0$ proporciona una estimación del volumen original de gas en el yacimiento. Por su parte, la producción de gas debe incluir tanto al gas como al equivalente gaseoso de los condensados producidos.

La correcta aplicación de la Ec. A4. 21 también requiere estimaciones del volumen de hidrocarburos líquidos formado a presión por debajo del punto de rocío. La fuente más precisa de estas estimaciones es un análisis de laboratorio de las muestras de los fluidos del yacimiento. Las saturaciones de los líquidos se obtienen a partir de un estudio de agotamiento a volumen constante. Tenga en cuenta que este tipo de estudio de laboratorio de fluido asume que los hidrocarburos líquidos formados en el yacimiento son inmóviles. Esta suposición es válida para la mayoría de los yacimientos de gas y condensados; sin embargo, algunos sistemas poseen saturaciones de líquidos móviles. Para estas condiciones, se requieren simuladores composicionales para predecir el comportamiento futuro con precisión.

Apéndice 5

EBM para yacimientos Compartimentalizados

Método de Payne

La técnica de Payne se realiza completamente explícita en el tiempo. En cada paso de tiempo, las presiones en varios tanques se calculan, produciendo un perfil de presión que puede coincidir con el descenso de presión real. Los pasos específicos de este método iterativo se resumen a continuación:

PASO 1

Prepare los datos de propiedades de gas disponibles en formas tabuladas y gráficas que incluyen:

$$Z \text{ vs } p$$

$$\mu_g \text{ vs } p$$

$$\frac{2p}{\mu_g Z} \text{ vs } p$$

$$m(p) \text{ vs } p$$

PASO 2

Divida el yacimiento en compartimentos y determine las dimensiones de cada compartimento en términos de: longitud (L), altura (h), ancho (W), área de sección transversal (A).

PASO 3

Para cada compartimiento, determine el gas inicial in situ G . Suponiendo dos compartimientos, por ejemplo, calcule G_1 y G_2 a partir de las ecuaciones

$$G_1 = 43560 \frac{A_1 h_1 \phi_1 (1 - S_{wi})}{B_{gi}}, \dots\dots\dots A5.1$$

$$G_2 = 43560 \frac{A_2 h_2 \phi_2 (1 - S_{wi})}{B_{gi}}, \dots\dots\dots A5.2$$

A5.3

PASO 4

Para cada compartimiento, haga una gráfica de p/Z vs. G_p que se pueda construir simplemente dibujando una línea recta entre p_i/Z_i con el gas inicial en sitio en ambos compartimientos, es decir, G_1 y G_2 .

PASO 5

Calcule los factores de comunicación para cada compartimiento y entre compartimientos. Para dos compartimientos:

$$C_1 = \frac{0.111924 K_1 A_1}{TL_1}, \dots\dots\dots A5.4$$

$$C_2 = \frac{0.111924 K_2 A_2}{TL_2}, \dots\dots\dots A5.5$$

$$C_{12} = \frac{2C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \dots\dots\dots A5.6$$

PASO 6

Seleccione un paso de tiempo pequeño Δt y determine la G_p de producción de gas acumulada real, correspondiente de cada compartimiento. Asignar $G_p = 0$ si el compartimiento no incluye un pozo.

PASO 7

Suponga (adivine) las distribuciones de presión en todo el sistema compartimental seleccionado y determine el factor de desviación de gas Z a cada presión.

Para un sistema de dos compartimentos, permita que los valores iniciales se denoten por p_1^k y p_2^k .

PASO 8

Utilizando los valores asumidos de la presión p_1^k y p_2^k , determine los $m(p_1)$ y $m(p_2)$ correspondientes a partir de los datos del paso 1.

PASO 9

Calcule la tasa de afluencia de gas Q_{12} y la afluencia acumulada de gas $G_{p_{12}}$ aplicando las ecuaciones, respectivamente.

$$Q_{12} = C_{12}[m(p_1) - m(p_2)], \dots\dots\dots A5.7$$

$$G_{p_{12}} = \int_0^t Q_{12} dt = \sum_0^t (\Delta Q_{12}) \Delta t, \dots\dots\dots A5.8$$

PASO 10

Sustituya los valores de $G_{p_{12}}$, el factor Z y los valores reales de G_{p_1} y G_{p_2} en las ecuaciones [1.8 y 1.9] para calcular la presión en cada compartimiento según lo indicado por p_1^k y p_2^k .

$$p_1^{k+1} = \left(\frac{p_i}{Z_i}\right) Z_1 \left(1 - \frac{G_{p_1} + G_{p_2}}{G_1}\right), \dots\dots\dots A5.9$$

$$p_2^{k+1} = \left(\frac{p_i}{Z_i}\right) Z_2 \left(1 - \frac{G_{p_1} + G_{p_2}}{G_2}\right), \dots\dots\dots A5.10$$

PASO 11

Compare los valores asumidos y calculados, es decir, $|p_1^k - p_1^{k+1}|$ y $|p_2^k - p_2^{k+1}|$. Si se logra una correspondencia satisfactoria dentro de una tolerancia de 5-10 psi para todos los valores de presión, entonces los pasos 3 a 7 se repiten en el nuevo nivel de tiempo con los datos históricos de producción de gas correspondientes. Si la coincidencia no es satisfactoria, se repite el ciclo iterativo de los pasos 4 a 7 y establezca $p_1^k = p_1^{k+1}$ y $p_2^k = p_2^{k+1}$.

PASO 12

Repita los pasos 6 a 11 para producir un perfil de disminución de presión para cada compartimento que se pueda comparar con el perfil de presión real para cada compartimento o el del paso 4.

La realización de una coincidencia de historial de balance de materiales consiste en variar el número de compartimentos requeridos, la dimensión de los compartimentos y los factores de comunicación hasta que se obtenga una coincidencia aceptable del descenso de presión.

La precisión mejorada en la estimación del gas original en sitio, que resulta de determinar el número y tamaño óptimos de los compartimentos, se debe a la capacidad del método propuesto de incorporar gradientes de presión del yacimiento, que están completamente descuidados en la gráfica convencional de $\frac{p}{Z}$.

Método de Hagoort y Hoogstra

La metodología general para aplicar el método es muy similar a la de Payne e implica los siguientes pasos específicos:

PASO 1

Graficar q_t vs t en escala semilogaritmica y dibujar una curva suave a través de los puntos.

PASO 2

Extienda la curva para interceptar el eje "y#" en $t = 0$ y observe el valor de q_i .

PASO 3

Seleccione el otro punto final de la curva suave y registre las coordenadas del punto y haga referencia a él como (t_2, q_2) .

PASO 4

Determine las coordenadas del punto medio en la curva suave que corresponde a (t_1, q_1) con el valor de q_1 obtenido de la siguiente expresión:

$$q_1 = \sqrt{q_i q_2}, \dots\dots\dots A5. 11$$

El valor correspondiente de t_1 se lee de la curva suave en q_1 .

PASO 5

Resuelve la siguiente ecuación iterativamente para b:

$$f(b) = t_2 \left(\frac{q_i}{q_1}\right)^b - t_1 \left(\frac{q_i}{q_2}\right)^b - (t_2 - t_1) = 0 \dots\dots\dots A5. 12$$

El método iterativo de Newton-Raphson puede emplearse para resolver la función no lineal anterior utilizando la siguiente técnica de recursión.

$$b^{k+1} = b^k - \frac{f(b^k)}{f'(b^k)}, \dots\dots\dots A5. 13$$

Donde la derivada $f'(b^k)$ esta dada por:

$$f'(b^k) = t_2 \left(\frac{q_i}{q_1}\right)^b \ln\left(\frac{q_i}{q_1}\right) - t_1 \left(\frac{q_i}{q_2}\right)^b \ln\left(\frac{q_i}{q_2}\right)$$

Comenzando con un valor inicial de $b = 0.5$, es decir, $b^k = 0.5$, el método por lo general convergerá después de 4-5 iteraciones al establecer el criterio de convergencia en

$$b^{k+1} - b^k \leq 10^{-6}$$

PASO 6

Resuelva para D_i con ayuda de la Ec. A5. 14 para D_i y usando el valor calculado de b del paso 5 y las coordenadas de un punto en el gráfico uniforme, es decir, (t_2, q_2) , para dar:

$$D_i = \frac{\left(\frac{q_i}{q_2}\right)^b - 1}{bt_2}, \dots\dots\dots A5. 14$$

Apéndice 6

Predicción del comportamiento de yacimientos.

$$f(b) = t_2 \left(\frac{q_i}{q_1} \right)^b - t_1 \left(\frac{q_i}{q_2} \right)^b - (t_2 - t_1) = 0 \quad \dots\dots\dots A6.1$$

Apéndice 7

Predicción del comportamiento de yacimientos.

Existen otras importantes aplicaciones de la EBM que tratan de la planificación de la explotación del yacimiento. Cuando se pronostica el comportamiento futuro del yacimiento se desea conocer ciertos parámetros importantes como la magnitud de la presión que debe existir a medida de que avanza la producción; esto es muy importante para poder planificar las estaciones de flujo o el equipo de levantamiento artificial requerido, así como también la energía adicional que necesita el yacimiento mediante la inyección de fluidos [37].

Para esto existen varios métodos de pronóstico del comportamiento de los yacimientos por balance de materia. Los métodos más usados son los métodos de Pirson, Turner y Muskat. Estos métodos se desarrollaron para ser aplicados a yacimientos que se producen por agotamiento natural, partiendo de una presión de burbuja, sin casquete de gas y sin influjo de agua. Las relaciones que se utilizan para complementar los modelos de BM son:

1. Ecuación de la relación gas aceite instantánea.

La relación de solubilidad, se define como los pies cúbicos de gas disuelto en el aceite a ciertas condiciones de presión y temperatura, por cada barril de aceite en el tanque, medidos ambos a volúmenes a condiciones estándar. La ecuación de la relación gas-aceite instantánea es:

$$R = \frac{k_{rg}\mu_o B_o}{k_{ro}\mu_g B_g} + R_s. \dots\dots\dots A7.1$$

Cabe aclarar que en el desarrollo de esta ecuación se ha considerado que el gas y el aceite se encuentran uniformemente distribuidos en el yacimiento; que fluyen de acuerdo con el concepto de permeabilidades relativas, suponiendo despreciables los efectos gravitacionales y capilares; y que los gradientes de presión para el gas y el aceite son iguales.

2. Ecuación de la saturación de aceite en yacimientos productores por empuje de gas liberado.

En el desarrollo de esta ecuación se considerará el caso de un yacimiento sin entrada de agua ($W_e = 0$), y sin casquete de gas primario o secundario ($m = 0$). La ecuación resultante es:

$$S_o = \frac{(N - N_p)B_o(1 - S_w)}{NB_{oi}}, \dots\dots\dots A7.2$$

O escrito de otra forma:

$$S_o = \frac{\left(1 - \frac{N_p}{N}\right)B_o(1 - S_w)}{NB_{oi}}, \dots\dots\dots A7.3$$

En estas ecuaciones se consideran como condiciones iniciales las que prevalecen en el yacimiento a la presión de saturación, por lo tanto: $p_i = P_b$; $B_{oi} = B_{ob}$ y $N = N_b$.

3. Ecuación de la recuperación de aceite.

La recuperación, N_p/N , se obtiene de la siguiente manera:

$$R_{ec} = 1 - \frac{S_o B_{oi}}{S_{oi} B_o} \dots\dots\dots A7.4$$

4. Gráfica (ecuación) de la relación de permeabilidades relativas al gas y aceite contra (en función de) la saturación, ya sea de líquido o aceite.

Existen esencialmente tres procedimientos para determinar las relaciones de permeabilidad relativa, éstos son:

1. Por medio de correlaciones.
2. Por métodos de laboratorio.
3. A partir de datos de producción.

En general, el primero se utiliza al hacer los cálculos de predicción en la etapa inicial de la explotación del yacimiento, en la cual no se tiene otro recurso. El segundo se utiliza después de que se ha recogido información de núcleos representativos de la formación. Finalmente, cuando se ha concluido el desarrollo y se cuenta con suficientes datos de producción, se utiliza el tercer procedimiento, cuyos resultados reflejan mejor el comportamiento real del yacimiento.

Corey presentó las siguientes expresiones para calcular las permeabilidades relativas al aceite y al gas:

$$k_{ro} = \left[\frac{S_o}{1 - S_{wi}} \right]^4 \dots\dots\dots A7.5$$

$$k_{rg} = \left[1 - \frac{S_o}{1 - S_{wi}} \right]^2 \left[1 - \left(\frac{S_o}{1 - S_{wi}} \right)^2 \right] \dots\dots\dots A7.6$$

Dividiendo las ecuaciones anteriores y haciendo $S = S_o / 1 - S_{wi}$ se tiene:

$$\frac{k_{rg}}{k_{ro}} = \frac{(1 - S)^2(1 - S^2)}{S^4} \quad \dots\dots\dots A7.7$$

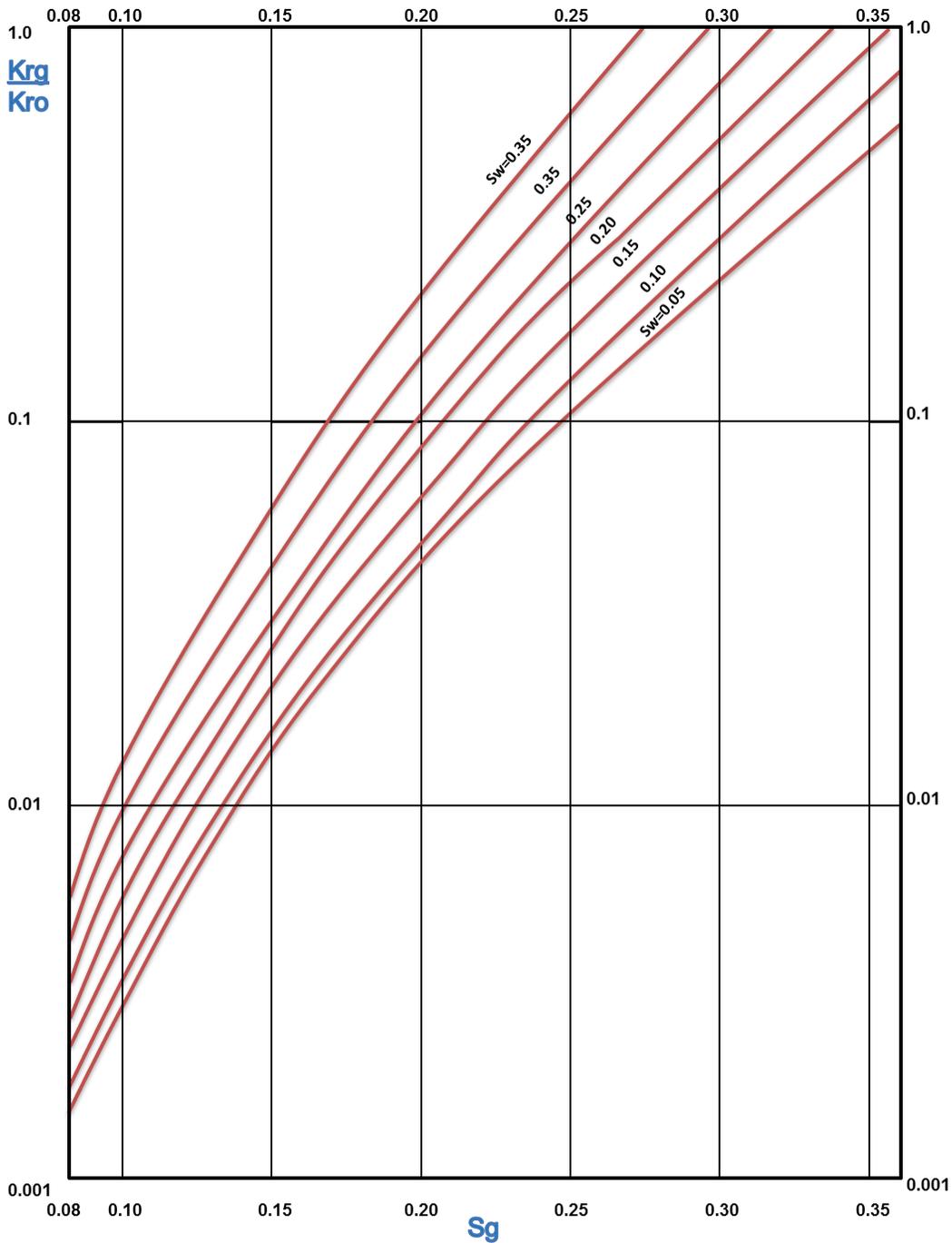


Figura A6. 1 curvas de relación de permeabilidades relativas (correlación de corey)

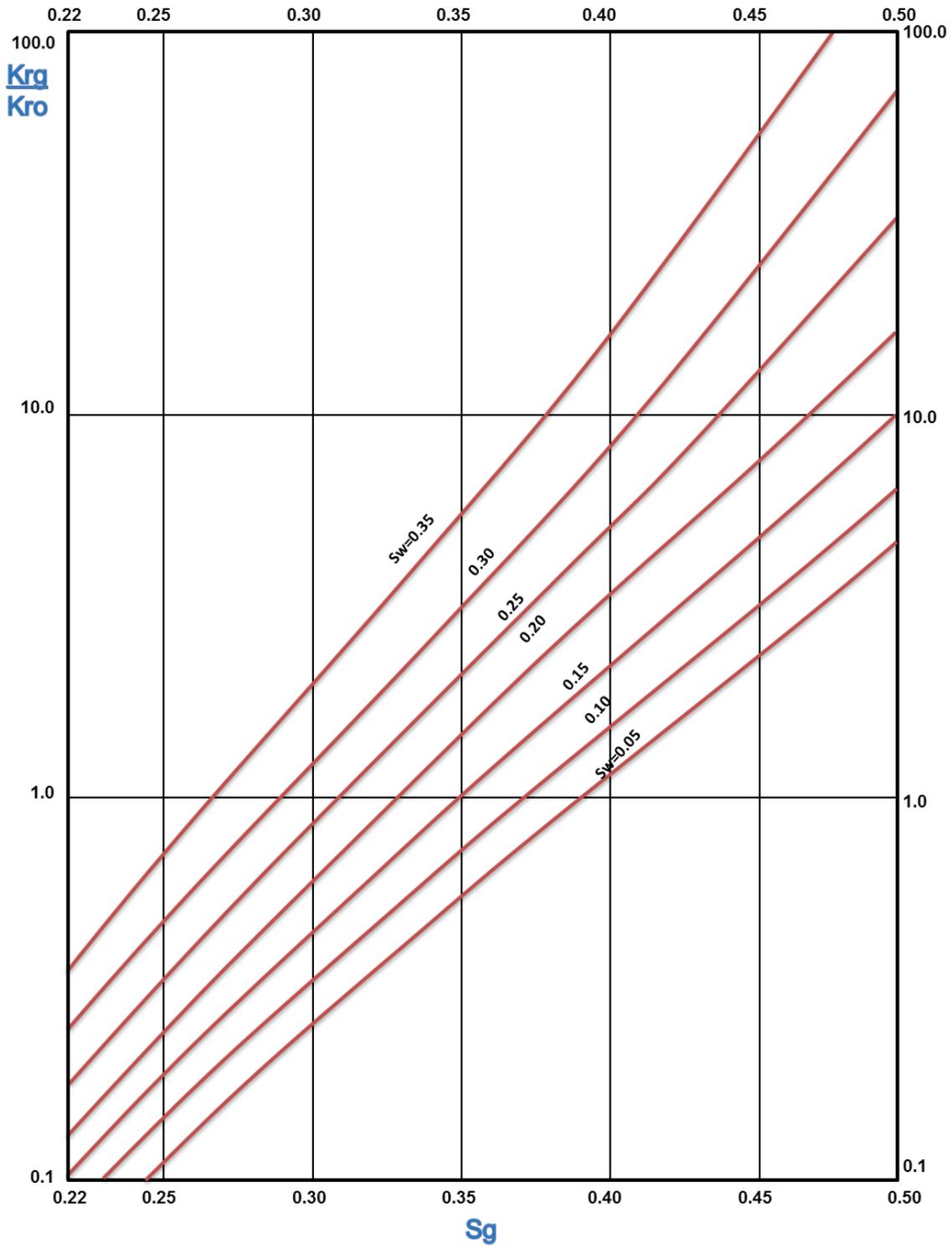


Figura A6. 2 Curvas de relación de permeabilidades relativas (correlación de corey)

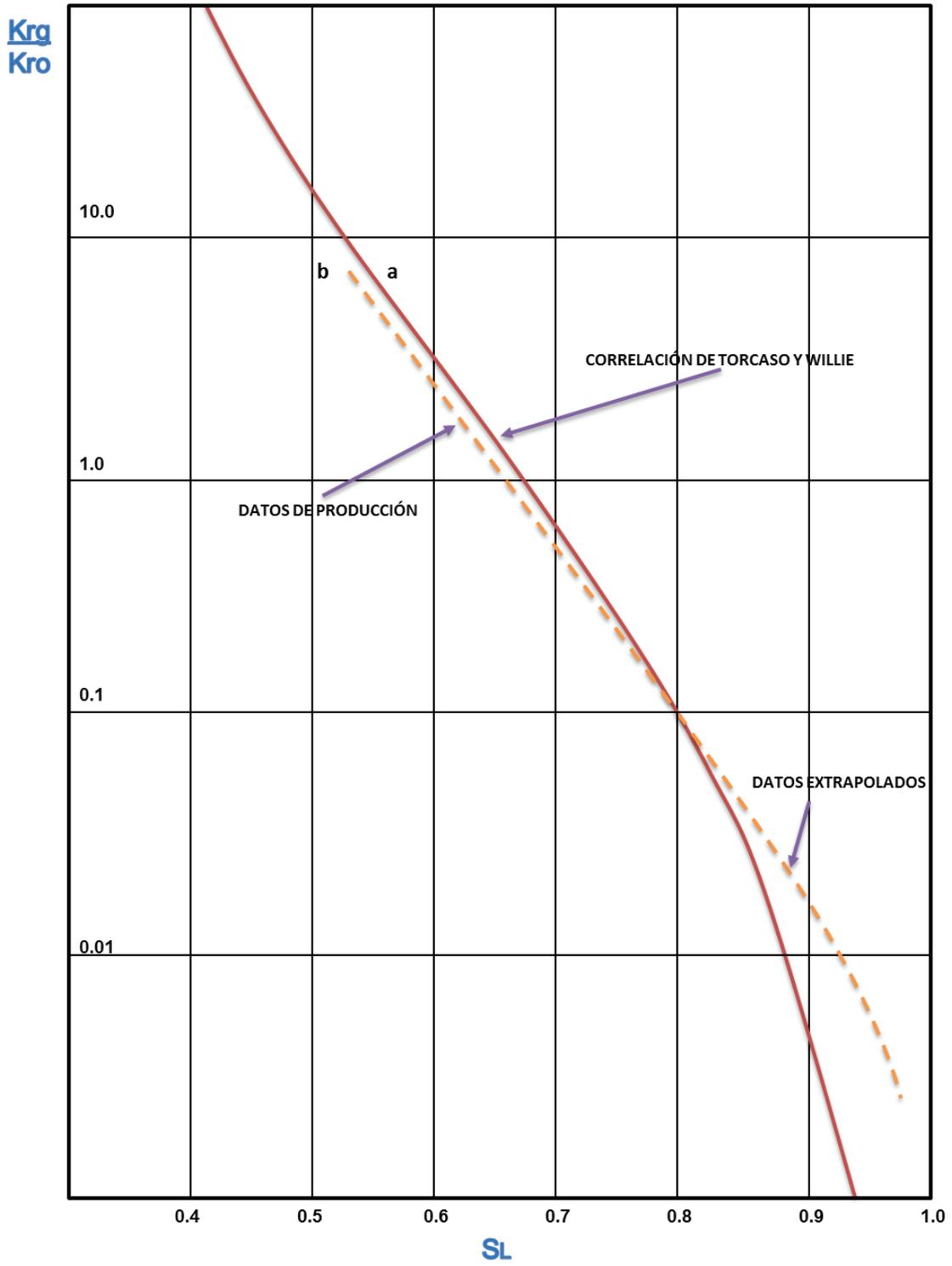


Figura A6. 3 Gráfica de relación de permeabilidades relativas contra saturación de líquido

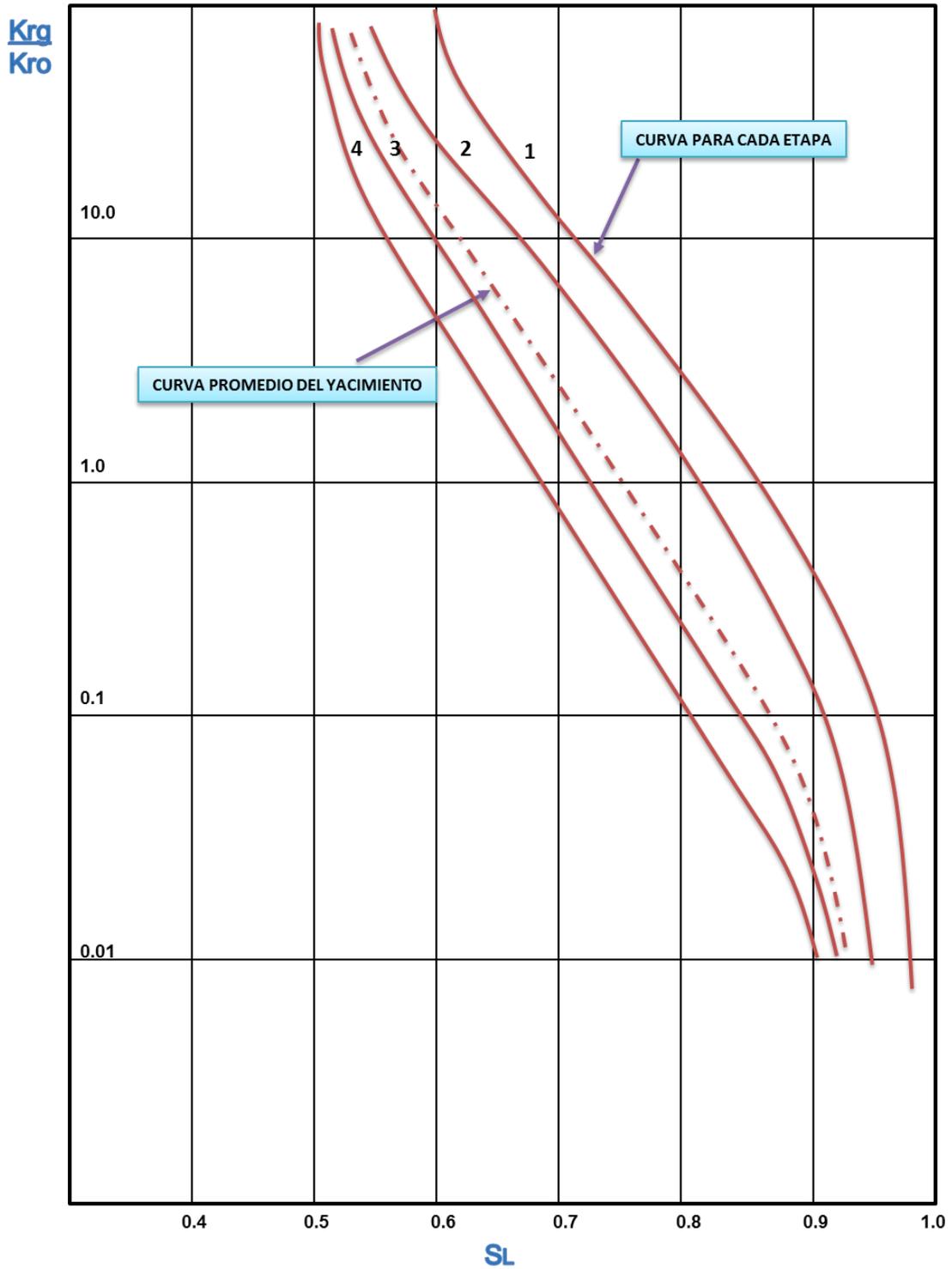


Figura A6. 4 Curvas de relaciones de permeabilidades relativas contra

S_i

5. Ecuación de la variación del índice de productividad.

En los cálculos de la productividad de los pozos, se supone generalmente, que el gasto es proporcional a la diferencia de presiones, $P_{ws} - P_{wf}$. Quedando de la siguiente forma:

$$q_o = J_i \frac{k_{ro} \mu_{oi} B_{oi}}{k_{roi} \mu_o B_o} (P_{ws} - P_{wf}) \dots\dots\dots A7.8$$

Mediante esta última expresión, puede obtenerse el gasto que proporcionará un pozo durante la explotación de yacimiento. La caída de presión ($P_{ws} - P_{wf}$) se considera en los cálculos estimando el valor de P_{wf} , de acuerdo con las condiciones de producción del pozo.

6. Ecuación general de saturación de aceite.

La saturación de aceite es igual al cociente del volumen de aceite residual total, menos el volumen de aceite en la zona invadida de agua, menos el volumen de aceite en la zona invadida de gas; y el volumen de poros inicial, menos el volumen de poros en la zona invadida de agua, menos el volumen de poros en la zona invadida de gas.

$$S_o = \frac{V_{orT} - V_{oziw} - V_{ozig}}{V_{pi} - V_{pziw} - V_{pzig}} \dots\dots\dots A7.9$$

Haciendo los arreglos y sustituciones pertinentes a la ecuación anterior se puede llegar a los valores de las saturaciones medias de aceite residual, las cuales en las zonas invadidas de agua y gas, se determinan considerando la eficiencia volumétrica del desplazamiento correspondiente.

Esta eficiencia se define como la fracción del volumen de roca de la zona invadida que ha sido lavada por el fluido desplazante. Como la distribución de fluidos no es uniforme en la zona invadida, las saturaciones residuales deben

obtenerse ponderándolas con el volumen de poros invadido en cada periodo. De tal manera que la saturación media total ponderada es:

$$\bar{S}_{orzi} = \frac{\sum V_{bi} \phi S_{orzi}}{\sum V_{bi} \phi} \dots\dots\dots A7. 10$$

Donde V_{bi} es el volumen bruto (total) de roca invadida y S_{orzi} Saturación de aceite residual en la zona invadida.

Apéndice 8

Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de J. Tarner

La predicción del comportamiento de un yacimiento es un problema complejo que no tiene respuesta única, existe una infinidad de situaciones a las que se enfrenta el ingeniero de yacimientos al intentar modelar el comportamiento futuro de un yacimiento [23].

De esto que no exista un método único para realizar esta tarea, sin embargo es posible agrupar las diversas metodologías propuestas en tres grupos:

1. Métodos basados en el balance de materiales
2. Métodos que emplean la simulación del reservorio
3. Métodos basados en el análisis del comportamiento histórico de la producción y presión del yacimiento: Análisis de curvas de declinación

El uso de uno u otro depende del tipo y calidad de datos disponibles, el método que se presenta a continuación pertenece al primer grupo, basado en un arreglo de la ecuación de balance de materia y la ecuación que define al RGA. Tarner (1944) propone un método para predecir el comportamiento de un yacimiento volumétrico de aceite saturado, el método es de carácter iterativo, es decir, a través del ensayo y error se hace converger el valor de la variable de control hasta obtener la precisión deseada.

Una forma de presentar la ecuación de balance de materia en su forma general es

$$F = N_{foi} \left[E_o + mE_g \frac{B_{oi}}{B_{gi}} + B_{oi}(1 + m)E_{fw} \right] + \Delta W . \quad \dots\dots\dots A8.1$$

El método se diseñó para un yacimiento de tipo volumétrico por lo que no hay influjo de agua en él, para una presión de yacimiento menor o igual al punto de burbuja lo que clasifica al mismo como saturado por lo que razonablemente suponemos que la expansión del gas en el yacimiento tiene un efecto significativamente mayor que la expansión de la formación misma y la expansión del agua irreducible, esto nos permite escribir:

$$N = \frac{N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g]}{B_t - B_{ti}}, \quad \dots\dots\dots A8.2$$

Dado que $G_p = R_p N_p$, reemplazamos en la ecuación anterior y luego de algo de algebra se despeja G_p para obtener finalmente la expresión del método de tarner.

$$R_p N_p = G_p = \frac{N (B_t - B_{ti}) - N_p (B_t - R_{si} B_g)}{B_g}, \quad \dots\dots\dots A8.3$$

Este valor calculado de la producción acumulada de gas a una cierta futura presión, requiere que hagamos una primera suposición del porcentaje α del Original Oil in Place que ha sido “producido” para iniciar el proceso iterativo, es decir, debemos “adivinar” el valor de α de modo que se cumpla:

$$N_p = \alpha N$$

Calculado G_p a partir de la anterior ecuación se compara este resultado con el valor obtenido mediante la siguiente expresión para el mismo α considerado:

$$G_p - G_{pi} + \left[\frac{RGA_i + RGA}{2} \right] [N_p - N_{pi}] \dots\dots\dots A8.4$$

Dado que esta es la propia definición de RGA para dos instantes diferentes, en la ecuación siguiente el RGA futuro es calculado mediante la siguiente ecuación:

$$RGA = R_s + \frac{Krg \mu_o B_o}{Kro \mu_g B_g} \dots\dots\dots A8.5$$

Como observamos las variables involucradas en esta definición dependen de la presión y deben estar definidas a partir de los datos del análisis PVT. Es de notar la especial sensibilidad de esta definición a los valores que la relación de permeabilidades relativas que en ausencia de datos puede ser estimada a partir de correlaciones especiales

Los valores de la producción acumulada de gas se hacen converger variando el estimado de la producción acumulada de aceite a la presión dada hasta alcanzar el grado de precisión deseado, el proceso se repite para cada presión de reservorio considerada en nuestro pronóstico. Como mencionamos el método descrito se diseñó para evaluar un reservorio de tipo volumétrico y saturado, es decir sin la presencia de influjo de agua y debajo del punto de burbuja, por que resulta idóneo para el caso de reservorios cuyo mecanismo de producción primario es el gas en solución.

Un Yacimiento no saturado no requiere de un método iterativo como el de Tarner para predecir su desempeño, bastará para ello el empleo de la ecuación de balance de materia en forma adecuada al mecanismo de empuje primario. ¿Por qué? Como sabemos por encima del punto de burbuja el valor del RGA se mantiene constante y es igual al contenido de gas en solución: tampoco hay capa de gas por lo que y finalmente por la condición volumétrica esto nos permite reducir la ecuación de balance de materiales a la siguiente forma:

$$N = \frac{N_p B_o}{(B_o - B_{oi}) + B_{oi} \left[\frac{S_{wi} C_w + c_f}{1 - S_w} \right] \Delta p} \dots\dots\dots A8.6$$

Adicionaremos a esta expresión la definición propuesta por Hawkins para la compresibilidad del aceite:

$$c_o = \frac{B_o - B_{oi}}{B_{oi} \Delta p}$$

Sustituyendo

$$N = \frac{N_p B_o}{c_o B_{oi} \Delta p + B_{oi} \left[\frac{S_{wi} C_w + c_f}{1 - S_w} \right] \Delta p} \dots\dots\dots A8.7$$

$$N = \frac{N_p B_o}{B_{oi} \left[c_o + \frac{S_{wi} C_w + c_f}{1 - S_w} \right] \Delta p} \dots\dots\dots A8.8$$

Y considerando que en yacimiento solo existen dos fluidos: el agua y el aceite, se cumple $S_{oi} = 1 - S_{wi}$ en la expresión anterior:

Otra forma de expresar S_o es:

$$S_o = \frac{\left(1 - \frac{N_p}{n}\right) B_o (1 - S_w)}{B_{oi}}, \dots\dots\dots A8.9$$

$$N = \frac{N_p B_o}{B_{oi} \left[\frac{S_{oi} c_o + S_{wi} C_w + c_f}{1 - S_w} \right] \Delta p} \dots\dots\dots A8.10$$

Hawkins define a la compresibilidad efectiva como:

$$c_e = \frac{S_{oi}C_o + S_{wi}C_w + c_f}{1 - S_w}$$

Por lo que al incluir esta definición en la anterior ecuación finalmente obtenemos una expresión bastante simplificada de la que despejamos la producción acumulada de petróleo, nuestra variable a pronosticar para obtener:

$$N_p = N c_e \left(\frac{B_o}{B_{oi}} \right) \Delta p$$

Como puede verse esta es una ecuación con una sola incógnita que no requiere de un proceso de ensayo y error por lo que su evaluación es directa en comparación con la expresión también derivada de la ecuación de balance de materiales para el caso del reservorio en estado saturado como veremos en el siguiente apartado.

A7.1 Secuela del cálculo para efectuar la predicción

1. Seleccione una caída de presión, Δp , en el yacimiento, y suponga un valor de ΔN_p (incremento en la producción acumulada de aceite) correspondiente al periodo de explotación en la presión del yacimiento se abate en la Δp seleccionada.
2. Obtenga el valor de N_p

$$N_p = \sum_0^J \Delta N_p$$

3. Determine, aplicando la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, el valor de G_p a la presión final del periodo considerado.
4. Calcule el valor de S_o a la presión final del periodo considerado.
5. Con el valor obtenido de S_o determine K_g/K_o de las curvas de permeabilidad relativas y a continuación obtenga, mediante la ecuación

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia., la relación gas aceite instantánea.

6. Determine la \bar{R} entre la presión inicial y la presión final del periodo.

$$\bar{R} = \frac{R1 + R2}{2}$$

7. Determine ΔG_p para el periodo considerado.

$$\Delta G_p = \Delta N_p \bar{R}$$

8. Obtener el valor de G_p .

$$G_p = \sum_0^i \Delta G_p$$

9. El valor obtenido en el paso anterior, se compara con el calculado en el paso 3. Si coinciden estos valores, dentro de la tolerancia fijada, se continúa el proceso para el siguiente periodo. En caso contrario, se supone un nuevo valor de ΔN_p y se repite el procedimiento, hasta obtener la aproximación deseada.

Aunque la solución es por tanteos, el valor correcto de ΔN_p puede obtenerse gráficamente después de dos ensayos. Para esto se necesario graficar los valores de N_p vs G_p obtenidos de las dos ecuaciones. Por este procedimiento se obtienen dos rectas que se intersectan en el punto que indica el valor de N_p que satisface las ecuaciones de balance de materia y de la relación gas – aceite.

A7.2 PROCEDIMIENTO DE CALCULO

1. Se selecciona la presión p_2 un poco menor que p_1 y se calculan las propiedades PVT correspondientes a p_2 . Se asume que los datos PVT para la presión 1 han sido evaluados en la etapa anterior). En vista a que la relación gas-aceite disminuye hasta alcanzar la saturación crítica de gas y luego aumenta

rápidamente, se recomienda que dicho punto sea seleccionado al final del primer intervalo de presión. Esto puede hacer considerando la relación de permeabilidades igual a cero en el primer intervalo y seleccionar varias presiones p_2 hasta cuando la saturación de líquido corresponda a la crítica de gas. Los decrementos de presión en los intervalos restantes no deben ser muy grandes, para reducir errores.

2. Se asumen tres factores de recobro N_{p2}/N a p_2 .

3. Se calcula el gas producido durante el intervalo $(p_1 - p_2)$ por medio de la Ec. (C.1). De esta forma se obtienen tres valores de G_p/N denominados A1, A2 y AC.

4. Para cada valor asumido de N_{p2}/N , se calcula la saturación de líquidos con la Ec. **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

5. Para cada valor de saturación de líquidos calculada en el paso 4, se determina la relación de permeabilidades, K_g/K_o , a partir de correlaciones empíricas (como se hizo en este trabajo) o de datos de laboratorio.

6. Para cada valor obtenido en el paso anterior, se calcula la cantidad de gas producida durante el intervalo $(p_1 - p_2)$ utilizando la Ec. **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** basada en la relación gas aceite. Por lo tanto, se obtienen tres valores de G_p/N denominados A'1, A'2 y A'3, respectivamente.

7. Los valores de $\Delta G_p/N$ del paso 2; A1, A2 y A3 se grafican contra los valores de N_{p2}/N asumidos. En el mismo papel se grafican los valores A'1, A'2 y A'C. En el punto de cruce de estas curvas, se lee el valor verdadero de N_{p2}/N correspondiente a p_2 ; también se lee el valor de $\Delta G_p/N$ verdadero correspondiente al intervalo en estudio. Cuando los valores seleccionados son bien adecuados y espaciados resulta una línea recta. Al seleccionar los valores de N_{p2}/N debe hacerse de modo tal que el punto de corte de líneas ocurra en un punto intermedio entre los valores de N_{p2}/N asumidos para evitar extrapolaciones y con ello crecimiento del error.

8. Una vez obtenido el valor correcto de N_{p2}/N , se reemplaza en la Ec. **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** obteniendo así el valor correcto de la saturación. Con este valor se obtiene el valor verdadero de la relación de permeabilidades y luego el valor de Ri_2 . Los valores correctos de N_{p2}/N y Ri_2 serán los valores de N_{p1}/N y Ri_1 para la siguiente etapa.

El procedimiento del paso 8 puede obviarse calculando una relación promedio gas-aceite, así:

$$\bar{Ri} = \frac{\frac{G_{p2} - G_{p1}}{N}}{\frac{N_{p2} - N_{p1}}{N}} = \frac{\Delta G_p}{\Delta N_p}, \dots\dots\dots A8. 11$$

En este caso se dibuja la relación gas-aceite en el punto medio de N_p/N y no en el punto N_{p2}/N como antes. El procedimiento de cálculo se repite tantas veces como sea necesario.

Apéndice 9

Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de Muskat

Este método fue presentado por Muskat en 1945 [38]. El método es aplicable a yacimientos de petróleo que producen por gas en solución con la posibilidad de incluir capa de gas e inyección de gas. Este método hace uso de la ecuación de balance de materiales en forma diferencial y se aplica a volúmenes pequeños del yacimiento con gradientes de presión despreciables.

Muskat consideró el yacimiento como un medio poroso homogéneo a lo largo del cual la presión es uniforme. Lo comparó con un tanque con válvulas de salida distribuidas continua y uniformemente utilizadas para drenar fluidos. Cada elemento de volumen del yacimiento produce a través de su propia salida y no existe intercambio de fluido entre los elementos de volumen. El comportamiento del yacimiento total se determina a partir del comportamiento de cualquiera de los elementos de volumen que forman el yacimiento.

Considere una unidad de volumen poroso (un barril) en un yacimiento de volumétrico sin capa de gas. Considere además que el petróleo remanente después del período de producción está uniformemente distribuido. Si S_o representa la saturación de petróleo a cualquier tiempo durante la producción del yacimiento, el volumen de petróleo a condiciones del yacimiento, por barril de espacio poroso, será

So barriles y a condiciones estandar será S_o/B_o . El volumen de gas se da en pies cúbicos normales por barril de a condiciones de yacimiento y está determinado por el gas en solución más el gas libre, que matemáticamente se expresa:

$$\frac{S_o}{B_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{B_g} \cdot \dots\dots\dots A9.1$$

Los gastos de aceite y gas se expresan como el cambio del volumen de aceite y gas existente en el espacio poroso respecto del tiempo. Si Q_o es el gasto de aceite y Q_g el de gas, a condiciones estandar, se tiene:

$$Q_o = \frac{d}{dt} \left(\frac{S_o}{B_o} \right), \dots\dots\dots A9.2$$

$$Q_g = \frac{d}{dt} \left[\frac{S_o}{B_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{B_g} \right], \dots\dots\dots A9.3$$

La relación gas-aceite instantánea, RGA_{ins} , resulta de dividir el gasto de gas por el gasto de aceite:

$$RGA_{ins} = \frac{Q_o}{Q_g} = \frac{\frac{d}{dt} \left[\frac{S_o}{B_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{B_g} \right]}{\frac{d}{dt} \left(\frac{S_o}{B_o} \right)}, \dots\dots\dots A9.4$$

En esta ecuación los diferenciales están dados en función del tiempo, pero pueden expresarse en función de presión ya que ésta variable independiente. Por lo tanto, puede escribirse:

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dp} \frac{dp}{dt}, \dots\dots\dots A9.5$$

Y la ecuación de RGA_{ins} se convierte en,

$$RGA_{ins} = \frac{\frac{d}{dp} \left[\frac{S_o}{B_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{B_g} \right]}{\frac{d}{dp} \left(\frac{S_o}{B_o} \right)}, \dots\dots\dots A9.6$$

En esta ecuación todos los términos son función de la presión. Derivando:

$$RGA_{ins} = R_s + \frac{\frac{S_o}{B_o} \frac{dR_s}{dp} + (1 - S_o - S_w) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right)}{\frac{1}{B_o^2} \left(B_o \frac{dS_o}{dp} - S_o \frac{dB_o}{dp} \right)}, \dots\dots\dots A9.7$$

La relación gas-aceite instantánea está dada por:

$$RGA_{ins} = R_s + \frac{k_g \mu_o B_o}{k_o \mu_g B_g}, \dots\dots\dots A9.8$$

Igualando las dos ecuaciones anteriores:

$$R_s + \frac{k_g \mu_o B_o}{k_o \mu_g B_g} = R_s + \frac{\frac{S_o}{B_o} \frac{dR_s}{dp} + (1 - S_o - S_w) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right)}{\frac{1}{B_o^2} \left(B_o \frac{dS_o}{dp} - S_o \frac{dB_o}{dp} \right)}, \dots\dots\dots A9.9$$

Despejando $\frac{dS_o}{dp}$;

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{\frac{S_o B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dp} + (1 - S_o - S_w) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right) B_g + \frac{k_g \mu_o S_o}{k_o \mu_g B_g} \frac{dB_o}{dp}}{1 + \frac{k_g \mu_o}{k_o \mu_g}}, \dots\dots\dots A9.10$$

Definiendo:

$$\lambda = \frac{B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dp}, \quad \dots\dots\dots \text{A9. 11}$$

$$\sigma = B_g \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right), \quad \dots\dots\dots \text{A9. 12}$$

$$\eta = \frac{1}{B_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{dB_o}{dp}, \quad \dots\dots\dots \text{A9. 13}$$

$$\psi = \frac{K_g}{K_o}, \quad \dots\dots\dots \text{A9. 14}$$

Y reemplazando estos términos en la ecuación de $\frac{dB_o}{dp}$

$$\frac{dB_o}{dp} = \frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_w) \sigma + S_o \psi \eta}{1 + \psi \frac{\mu_o}{\mu_g}}, \quad \dots\dots\dots \text{A9. 15}$$

La ecuación A9. 15 es la ecuación de predicción de Muskat en forma diferencial aplicada a yacimientos de empuje por gas en solución. Dicha ecuación no tiene solución analítica y por tanto debe resolverse numéricamente asumiendo decrementos finitos de presión, ΔP . La ecuación **¡Error! No se encuentra el origen e la referencia.** expresada en decrementos finitos es:

$$\Delta S_o = \Delta p \left[\frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_w) \sigma + S_o \psi \eta}{1 + \psi \frac{\mu_o}{\mu_g}} \right] \quad \dots\dots\dots \text{A9. 16}$$

Con la ecuación A9. 16 se calcula directamente el cambio de saturación para un cambio de presión dado. Los decrementos de presión deben ser pequeños con el fin de obtener oscilación numérica. Los términos λ , σ y η son funciones de presión

y se obtienen a partir de las propiedades de los fluidos. El valor de los términos $\frac{dR_s}{dp}$, $\frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right)$ y $\frac{dB_o}{dp}$ se obtienen de las curvas de R_s , $\frac{1}{B_g}$ y B_o en función de la presión.

Para calcular el valor de ΔS_o , correspondiente a un valor dado de $\Delta p = p_1 - p_2$, los valores de λ , σ , η y μ_o/μ_g deben evaluarse a la presión promedio del intervalo, o sea, a $\frac{p_1+p_2}{2}$ ya que para intervalos pequeños de Δp , puede asumirse una variación lineal entre p_1 y p_2 para un decremento de saturación $\Delta S_o = (S_{o1} - S_{o2})$. La determinación de k_g/K_o y $(1 - S_o - S_w)$ requiere del conocimiento de la saturación promedio correspondiente al decremento de presión dado o mediante el uso de correlaciones empíricas como se efectúa en el presente trabajo. Este valor también podría determinarse por tanteo pero es demasiado arriesgado y poco recomendable. Si los decrementos de presión son pequeños puede, tomarse el valor de saturación de petróleo al comienzo del intervalo, es decir, el correspondiente a la presión p_1 , obteniéndose buenos resultados. Esto se hace normalmente en la práctica. Sin embargo es bueno tener presente que existe determinado error. Además los errores por este concepto son acumulativos. Si se quiere obviar este error, Muskat recomienda usar el método de Runge - Kutta para tener más precisión en la solución numérica de la ecuación diferencial.

A8.1 PROCEDIMIENTO

El cálculo de predicción por el método de Muskat puede resumirse en los siguientes pasos:

- 1) Se construyen gráficos de λ , σ , η y μ_o/μ_g .
- 2) Se asume un decremento de presión Δp , por debajo de la presión inicial.
- 3) De los gráficos construidos en el paso (1), determine los valores de λ , σ , η y μ_o/μ_g a la presión promedio.

4) Se obtiene ψ a la saturación de petróleo inicial. Debe tenerse en cuenta que este paso solo se requiere en la primera etapa, pues en las etapas posteriores ha sido calculado de la etapa inmediatamente anterior.

5) Se calcula ΔS_o para el decremento de presión Δp .

6) Se resta ΔS_o calculado en el paso (5) de la saturación de petróleo S_{o1} correspondiente a la presión PA. El resultado S_{o2} será la saturación S_{o1} para el decremento siguiente.

7) Considerando la saturación de agua connata constante, se calcula la producción fraccional de petróleo a la presión p_2 a partir de la siguiente ecuación:

$$\frac{N_{p2}}{N} = 1 - \frac{S_{o2}B_{oi}}{(1 - S_w)B_{o2}} \dots\dots\dots A9. 17$$

8) Con el valor de S_{o2} se obtiene el valor de $\psi_2 = \left(\frac{k_g}{k_o}\right)_2$ se calcula la razón gaspetróleo instantánea a partir de la ecuación A9. 8.

9) Se asume un nuevo decremento de presión y se repite el procedimiento de (3) a (8) y así sucesivamente para diferentes Δp hasta obtener la presión mínima de predicción. Por último se grafican la presión y la razón gas-petróleo instantánea como función de producción fiscal acumulada de petróleo.

El método Muskat también puede usarse para predecir el comportamiento de yacimientos bajo de inyección de gas o capa de gas. En estos casos, debido a las suposiciones de la ecuación de Muskat, se debe asumir que el gas inyectado se distribuye uniformemente a través de la zona productora de petróleo y que la capa de gas no se expande. A continuación se darán sin deducir las ecuaciones de Muskat para estos casos.

A8.1 YACIMIENTOS DE EMPUJE POR DEPLECION E INYECCIÓN DE GAS

Si I es la fracción del gas producido que se inyecta a la formación, la ecuación de Muskat para este caso es:

$$\Delta S_o = \Delta p \left[\frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_w) \sigma + S_o \eta \left(\psi - \frac{RGA_{ins} I}{\alpha} \right)}{1 + \frac{\mu_o}{\mu_g} \left(\psi - \frac{RGA_{ins} I}{\alpha} \right)} \right], \dots\dots\dots A9.18$$

$$\alpha = \frac{B_o \mu_o}{B_g \mu_g}, \dots\dots\dots 8.34$$

El método de predicción es el mismo descrito anteriormente, solo que se cambia la Ec. A9.16 por la Ec. A9.18.

A8.2 YACIMIENTOS DE EMPUJE POR AGOTAMIENTO, CAPA DE GAS E INYECCIÓN DE GAS

Esta ecuación es deducida en la referencia 3 tomando como base la ecuación de balance de materiales sin intrusión ni producción de agua, la relación gas-petróleo instantánea se calcula mediante la Ec. (A.8) y la ecuación de saturación es:

$$S_o = (1 - S_w) \left(1 - \frac{N_p}{N} \right) \frac{B_o}{B_{oi}}, \dots\dots\dots A9.19$$

La ecuación resultante es:

$$\Delta S_o = \Delta p \left[\frac{S_o \lambda + [(1 + m)(1 - S_w) - S_o] \sigma + S_o \eta \left(\psi - \frac{RGA_{ins} I}{\alpha} \right)}{1 + \frac{\mu_o}{\mu_g} \left(\psi - \frac{RGA_{ins} I}{\alpha} \right)} \right] \dots\dots A9.20$$

Apéndice 10

Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de Tracy

El método de balance de materia de TRACY comprende un arreglo de la forma de la ecuación de balance de materia de Schilthuis y es usado para predecir la recuperación y el comportamiento de un yacimiento de aceite [39]. Es un método de tanteo y quizás sea más usado que el de Turner.

Los datos necesarios para desarrollar el método son los siguientes:

- Temperatura de yacimiento.
- Presión original de yacimiento.
- Petróleo inicial in-situ.
- Saturación de agua intersticial.
- Saturación de petróleo.
- Saturación de gas.
- Factor volumétrico original de formación del aceite.
- Viscosidad del gas a condiciones de yacimiento, para presiones entre el punto de burbuja y la presión de abandono.
- Factores de expansibilidad promedios (C_f , C_o y C_w).

- Compresibilidad del petróleo.

A10.1 METODO DE SOLUCIÓN

La forma de la ecuación de balance de materia de Tracy para yacimientos tipo depresionados es:

$$1 = N_{pn} \phi_{on} + G_{pn} \phi_{gn}, \quad \dots\dots\dots A10.1$$

Expresando la ec. (1.1) en decrementos:

$$\Delta N_p = \frac{1 - N_{p_{n-1}} \phi_o + G_{p_{n-1}} \phi_g}{\phi_o + \frac{\phi_g [RGA_{ins} + RGA_{ins(n-2)}]}{2}}, \quad \dots\dots\dots A10.2$$

En el que:

$$\phi_o = \frac{\left[\frac{B_o}{B_g} - R_s \right]}{X}, \quad \dots\dots\dots A10.3$$

$$\phi_g = \frac{1}{X}, \quad \dots\dots\dots A10.4$$

$$X = \left[\frac{B_o}{B_g} - R_s \right] - \left[\frac{B_{oi}}{B_{gi}} - R_{si} \right], \quad \dots\dots\dots A10.5$$

La saturación de líquidos se obtiene con la siguiente expresión:

$$S_L = S_w + ((1 - S_w) \left[\frac{1 - N_p}{B_{oi}} \right] B_o), \quad \dots\dots\dots A10.6$$

y la relación gas-aceite instantáneo es dada por la ec. (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**)

$$RGA_{ins} = R_s + \frac{k_g \mu_o B_o}{k_o \mu_g B_g}, \dots\dots\dots A10.7$$

además la compresibilidad efectiva está dada por:

$$c_e = c_o + \frac{c_w S_w}{1 - S_w} + \frac{c_f}{1 - S_w}. \dots\dots\dots A10.8$$

En las ecuaciones 1.1, **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** y **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, N es mantenido igual a la unidad y todos los términos de producción son expresados como fracción del N actual. Normalmente la solución se inicia a la presión en el punto de burbuja. Pero cualquier presión más baja en la cual los recobros acumulativos de gas y petróleo son conocidos puede ser usada. Usualmente se utilizan decrementos de presión de 100 a 300 psi a partir de la presión inicial.

La ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** comprende dos incógnitas ΔN_p y RGA_{ins} . Una vez que se resuelve esta ecuación, puede hacerse lo mismo con las ecuaciones **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** y 1.1. Para cualquier presión seleccionada las ecuaciones **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** y **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** pueden ser resueltas ya que comprenden solamente propiedades del fluido que son función de la presión.

La ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** puede ser fácilmente obtenida a partir de la ecuación de balance de materia de Schilthuis. Las ecuaciones **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** y **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** representan porciones de la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** que son función de la presión y la temperatura. Los factores ψ_o y ψ_g son llamados factores de presión, y generalmente se conocen con el nombre de factor de producción del aceite y factor

de producción del gas. Estos factores son función de la presión para un determinado valor de m . En el punto de burbuja, B_g es igual a B_{gi} , $B_o - B_{oi}$ y $R_s - R_{si}$. Por lo tanto el denominador de los factores F será cero y sus valores serán infinitos. Los datos para sus cálculos son obtenidos de los análisis de los fluidos en el fondo de pozo. Cuando se determina el comportamiento futuro de un yacimiento usando la ecuación de balance materia es una práctica común estimar la producción mediante cálculos de ensayo y error. El método de Tracy es bueno para determinar la relación instantánea gas-aceite y las soluciones obtenidas mediante pocos pasos de ensayo y error, debido a que la relación gas-aceite es menos sensitiva a pequeñas inexactitudes.

Los factores de presión son muy sensitivos a condiciones de presión cercanas al punto de burbuja. El cambio rápido característico de estos factores cerca a la presión de saturación y el hecho de que la presión promedio del yacimiento no pueda determinarse de forma precisa en estos puntos, la ecuación de balance de materia no es confiable para ser usada en presiones cercanas al punto de burbuja. Sin embargo, después que la presión del yacimiento disminuye a un valor tal que las pendientes de los factores con presión sean menos pronunciadas, el aceite original en el yacimiento puede determinarse con mejor exactitud.

Los valores de los factores F siempre disminuyen con la presión. El factor F_n es negativo para determinado intervalo de presión, pasa por un mínimo y luego aumenta poco a poco hasta llegar a tener de nuevo un valor positivo a presión atmosférica. El método de Tracy es usado para determinar el comportamiento de un yacimiento tipo depresionado, volumétrico ($W_e = W_p = 0$), con presiones por debajo del punto de burbuja. Para este propósito se genera un PVT mediante las correlaciones de STANDING -KATZ cuyos valores son utilizados en el método de balance de materia de Tracy. Para desarrollar el método de Tracy, también es necesario conocer el comportamiento de la relación de permeabilidades (k_{rg}/K_{ro}), el cual es determinado mediante las correlaciones de Walh et al.

Los datos de entrada para el método, son datos que pueden ser obtenidos en campo, tales como presión inicial, R_{Si} , Temperatura del yacimiento, saturación de agua, gravedad específica del aceite, saturación de gas crítica, saturación residual de aceite y la composición del gas. Con estos datos es posible obtener el comportamiento de propiedades del yacimiento tales como: aceite producido acumulado, N_p , relación gas-aceite producido, R_p , gas producido, G_p y propiedades de los fluidos con respecto a la presión en el punto de burbuja durante la vida productiva del yacimiento.

A10.2 CONDICIONES

- Yacimiento volumétrico.
- Solo es posible calcular el comportamiento a presiones por debajo del punto de burbuja.
- La solución del método se inicia en la presión del punto de burbuja, pero puede utilizarse una presión más baja a la cual las recuperaciones acumuladas de gas y aceite puedan ser usados.

A10.3 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

1. Seleccionar un decremento de presión, Δp , y para $p = p_{n-1} - \Delta p$ hallar ΔN_p a partir de la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** asumiendo RGA_{ins} . El tamaño del decremento, Δp , depende de la rata de cambio de la relación gas-petróleo con la presión. Cuanto mayor sea el cambio de la relación gas petróleo con la presión, más pequeño debe ser el decremento de presión escogido.

2. Solucionar la ecuación (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) usando $N_p = N_p(n + 1) + \Delta N_p$.

3. Solucionar la ecuación (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) para RGA_{ins} después de obtener k_g/k_o a un S_L .

4. Si el RGA_{ins} calculado no es aproximadamente igual (de 50 a 100 scf/stb dependiendo de la magnitud del RGA_{ins}) al RGA_{ins} estimado en la ecuación (¡ Error! No se encuentra el origen de la referencia.), use el RGA_{ins} calculado y repita los pasos (1), (2) y (3). Los cálculos por ensayo y error continuaran hasta que el RGA_{ins} calculado sea aproximadamente igual al RGA_{ins} estimado.

5. Como un chequeo final a cada presión, solucione la ecuación 1.1. La parte derecha de la ecuación debe dar un valor igual a 1, con diferencia no mayor a 0.1%. Este será obtenido a cada presión si el RGA_{ins} calculado y el RGA_{ins} estimado son aproximadamente iguales.

Apéndice 11

Predicción del comportamiento de yacimientos por el método de Pirson

A11.1 GENERALIDADES

Es también conocido como el método de diferencias finitas, en virtud a que la ecuación de balance de materia es expresada en forma de diferencias finitas. Es un método de ensayo y error que asume un valor del incremento de la producción, ΔN_p , en un intervalo de presión determinado y se calcula este valor usando la ecuación de balance de materia, la ecuación de saturación y la de relación gas-aceite instantáneo [40]. En el caso de que el valor calculado no sea el mismo, o muy aproximado, al valor asumido, se repiten los cálculos asumiendo como nuevo valor el valor calculado y así sucesivamente hasta que exista convergencia entre los valores asumido y calculado. El hecho de utilizar como nuevo ensayo y error el valor recientemente calculado hace del método relativamente corto, requiriendo no más

de cinco iteraciones. Lo que lo hace más exacto que los métodos de Tracy y Muskat ya que obvia la continuidad lineal del yacimiento en el intervalo de presión en cuestión. Como se vio en el **Apéndice 9**, el método de Muskat no requiere ensayo y error pero los errores asociados son acumulativos y existe mayor error a medida que se toman decrementos mayores de presión. En otras palabras, es un método inestable.

La ecuación de balance de materia para un yacimiento que produce únicamente por gas en solución es:

$$N = \frac{N_p \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right) + G_p}{B_g(R_{si} - R_s) - (B_{oi} - B_o)}, \dots\dots\dots A11.1$$

Considere que la producción es una fracción del aceite original en el yacimiento (factor de recuperación) y que la cantidad de aceite original, N , es 1. Dividiendo la ec. **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** por B_g , se tiene:

$$1 = \frac{N_p \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right) + G_p}{\left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right) - \left(\frac{B_{oi}}{B_g} - R_{si} \right)}, \dots\dots\dots A11.2$$

Defina p_j y p_{j+1} dos presiones sucesivas del yacimiento ($p_j > p_{j+1}$) para un periodo de producción fraccional $\Delta_j^{j+1} N_p$. Desde el inicio de la producción han ocurrido decrementos de presión $p = 1, 2, 3 \dots j$ y en cada uno de ellos ha ocurrido una producción fraccional $\Delta N_{p_1} = \Delta_0^1 N_p, \Delta N_{p_2} = \Delta_1^2 N_p, \Delta N_{p_j} = \Delta_j^{j+1} N_p$ con relaciones gas-aceite promedias en cada intervalo

$$\overline{RGA}_{ins_1} = \frac{RGA_{ins_0} + RGA_{ins_1}}{2}, \dots\dots\dots A11.3$$

$$\overline{RGA}_{ins_2} = \frac{RGA_{ins_1} + RGA_{ins_2}}{2}, \dots\dots\dots A11.4$$

$$\overline{RGA}_{ins_j} = \frac{RGA_{ins_{j-1}} + RGA_{ins_j}}{2}, \dots\dots\dots A11.5$$

En esta forma el gas producido hasta el punto j , es:

$$G_{p_j} = \sum_{j=1}^j \Delta N_{p_j} \overline{RGA}_{ins_j}, \dots\dots\dots A11.6$$

Escribiendo la ec. A11. 2 a la p_j y p_{j+1} :

$$\left(\frac{B_o}{B_g} - R_s\right) - \left(\frac{B_{oi}}{B_g} - R_{si}\right) = N_{p_j} \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s\right) + \sum_{j=1}^j \Delta N_{p_j} \overline{RGA}_{ins_j}, \dots\dots\dots A11.7$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s\right)_{j+1} - \left(\frac{B_{oi}}{B_g} - R_{si}\right)_{j+1} \\ = N_{p_j} \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s\right)_{j+1} + \sum_{j=1}^j \Delta N_{p_{j+1}} \overline{RGA}_{ins_{j+1}}, \dots\dots\dots A11.8 \end{aligned}$$

Puesto que:

$$N_{p_{j+1}} = N_{p_j} + \Delta_j^{j+1} N_p, \dots\dots\dots A11.9$$

$$\overline{RGA}_{ins_j}^{j+1} \Delta_j^{j+1} N_p = \sum_{j=1}^j \Delta N_{p_j} \overline{RGA}_{ins_j} - \sum_{j=1}^j \Delta N_{p_{j+1}} \overline{RGA}_{ins_{j+1}} \cdot \dots \quad A11.10$$

Definiendo

$$\Delta_j^{j+1} \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right) = \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right)_{j+1} - \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right)_j, \quad \dots \quad A11.11$$

$$\Delta_j^{j+1} \left(\frac{1}{B_g} \right) = \left(\frac{1}{B_g} \right)_{j+1} - \left(\frac{1}{B_g} \right)_j \cdot \dots \quad A11.12$$

Restando la ec. **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** de la ec. **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, reemplazando las ecuaciones anteriores y despejando $\Delta_j^{j+1} N_p$ se tiene;

$$\Delta_j^{j+1} N_p = \frac{\left(1 - N_{p_j}\right) \Delta_j^{j+1} \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s\right) - B_{oi} \Delta_j^{j+1} \left(\frac{1}{B_g}\right)}{\left(\frac{B_o}{B_g} - R_s\right)_{j+1} + \overline{RGA}_{ins_j}^{j+1}}, \quad \dots \quad A11.13$$

$$\overline{RGA}_{ins_j}^{j+1} = \left(\frac{RGA_{ins_j} + RGA_{ins_{j+1}}}{2} \right), \quad \dots \quad A11.14$$

A11.2 PROCEDIMIENTO

Los pasos para efectuar pronósticos mediante el método de Pirson se listan a continuación:

Al inicio de la producción para presiones mayores a la presión del punto de burbuja, p_b , la relación $k_g/k_o = 0$ y el cálculo de $\Delta_j^{j+1} N_p$ es directo usando la ec. A11.13 ya que $\overline{RGA}_{ins_j}^{j+1}$ es únicamente función de la presión. Una vez la relación

de permeabilidades k_g/k_o tenga un valor mayor de cero, se considera un valor de presión igual a p_{j+1} y se calculan los parámetros función de presión. Todos los valores en el punto j han sido calculados en la etapa anterior. Se asume luego un valor de $\Delta_j^{j+1} N_p$

Se calcula $N_{p_{j+1}}$ utilizando la ec. **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** y luego la saturación correspondiente con la ecuación siguiente:

$$S_{hl} = (1 - S_w) \left(1 - \frac{N_p}{N} \right) \frac{B_o}{B_{oi}}$$

Con el valor de la saturación obtenido en el paso 2, se obtiene la relación de permeabilidades k_g/k_o ya sea por medio de datos de laboratorio o por correlaciones empíricas. Luego se calcula $\overline{RGA}_{insj}^{j+1}$ por medio de la Ec. A11. 14.

Se calcula $\Delta_j^{j+1} N_p$ utilizando la ec. A11. 13. Si este valor calculado es igual al asumido (dentro de un límite de error preestablecido) en el paso 1, se continúa con el siguiente paso.

En caso contrario, se toma el valor recientemente calculado como el nuevo valor asumido y se repiten los cálculos hasta cuando exista convergencia. Cuide de restar el valor de producción acumulada de la ec.A11. 9.

Se considera el siguiente valor de p_{j+1} y se repiten los cálculos desde el paso 1.

Apéndice 12

Prueba de agotamiento a volumen constante (CVD)

Esta prueba se muestra en la **Figura A11. 1**, una cantidad fija de fluido de yacimiento (*gas condensado o aceite volátil*) se transfiere a una celda que se mantiene a temperatura constante, comúnmente la temperatura del yacimiento. La celda es ensamblada de la misma manera que para un experimento CCE (expansión a composición constante) [41], con la diferencia de que para la prueba CVD la celda está equipada con una válvula en la parte superior, permitiendo la extracción del gas durante el experimento. El experimento se inicia a la presión de saturación.

La presión de saturación, P_{sat} , y el volumen a la presión de saturación, V_{sat} , son registrados. El volumen se incrementa, lo que causará un decremento de presión, y la separación de dos fases ocurrirá en la celda. El volumen de la mezcla se reduce posteriormente hasta el V_{sat} dejando que el exceso de gas sea extraído

a través de la válvula en la parte superior, manteniendo la presión constante. Se procede entonces a registrar la cantidad de gas depresionado como un porcentaje del gas inicial en la celda, así como el volumen de líquido en la celda como un porcentaje del volumen a la presión de saturación. El factor de compresibilidad (Z) a las condiciones de la celda y la composición del gas extraído son registrados. El volumen se incrementa nuevamente, y se repite el proceso hasta alcanzar una presión de entre 100 y 40 bar.

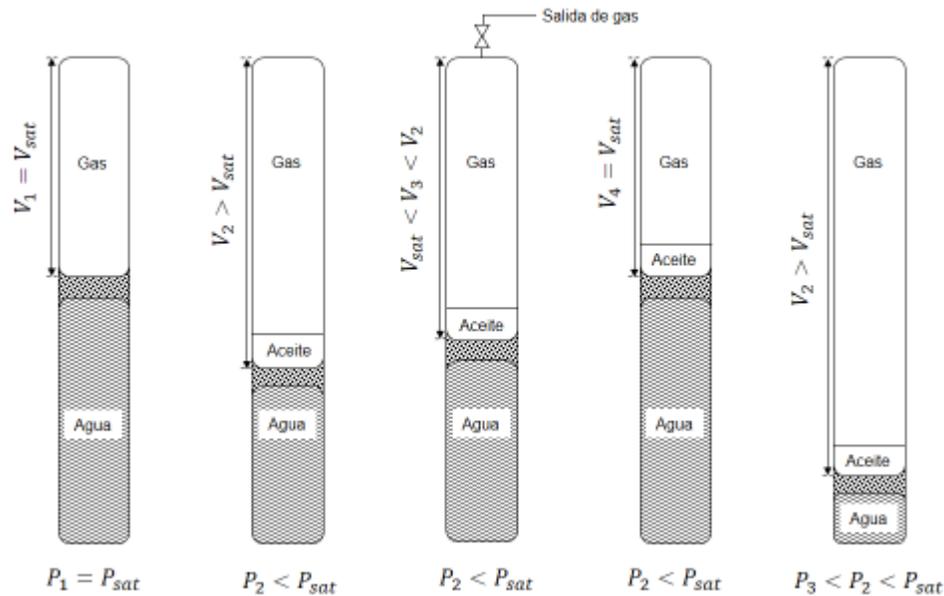


Figura A11. 1 Prueba de agotamiento a volumen constante para un gas condensado

La prueba de agotamiento a volumen constante, ha sido diseñada para adquirir información de los cambios a través del tiempo de las propiedades PVT de las corrientes del pozo producidas de yacimientos de gas y condensado y de aceite volátil; el yacimiento es visto como un tanque de temperatura y volumen fijos. Durante la producción la presión decrece porque se remueve material del yacimiento, mientras que el volumen y la temperatura se mantienen casi constantes. Cuando la presión alcanza la presión de saturación, la mezcla se divide en dos fases, un gas y un líquido. Si toda la producción proviene de la zona de gas, la

mezcla producida tendrá la misma composición que el gas eliminado de la celda en un experimento de agotamiento a volumen constante. Este gas llegará a ser gradualmente menos rico en hidrocarburos pesados, y por lo tanto menos líquido será recuperado de la batería de separación. La cantidad de fluido producido del yacimiento desde una presión P_1 hasta una presión P_2 , corresponde a la cantidad de gas extraído a través de la válvula superior de la celda PVT en la etapa de depresionamiento P_1P_2 .

Los resultados principales obtenidos de una prueba CVD se enlistan a continuación.

- *Volumen de líquido.* Volumen de líquido respecto al volumen medido a la presión de saturación expresado en porcentaje.
- *Factor de compresibilidad del gas.* Calculado del gas extraído de la celda a condiciones de la misma.
- *Factor de compresibilidad de las dos fases.* El promedio del gas y el líquido en la celda después de remover el exceso de gas.
- *Viscosidad del gas.* Viscosidad del gas en la celda, ésta por lo general no se mide, sino que se calcula.
- *Composiciones del gas.* Composición molar del gas liberado en las distintas etapas de depresionamiento.

Nomenclatura

B_g	Factor de volumen del gas, rbl/stb
B_{gi}	Factor de volumen inicial del gas, rbl/stb
B_o	Factor de volumen del aceite, rbl/stb
B_{oi}	Factor de volumen inicial del aceite, rbl/stb
B_w	Factor de volumen del agua, rbl/stb
B_{tg}	Factor de volumen total del gas, rbl/stb
B_{to}	Factor de volumen total del aceite, rbl/stb
C_f	Compresibilidad de la formación, $psia^{-1}$
C_w	Compresibilidad del agua, $psia^{-1}$
C_{wm}	Compresibilidad del agua en la matriz, $psia^{-1}$
C_{wf}	Compresibilidad del agua en la fractura, $psia^{-1}$
E_{fw}	Expansión del agua de formación, rbl/stb
E_g	Expansión del gas, rbl/scf
E_o	Expansión del aceite, rbl/stb
F	Producción acumulada, Bbl

G	Volumen de gas inicial en el yacimiento @C.E., scf
G_m	Volumen de gas presente en la matriz @C.E., scf
G_f	Volumen de gas presente en la fractura @C.E., scf
G_{fg}	Volumen de gas libre instantáneo @C.E., scf
G_{fgi}	Volumen de gas libre inicial @C.E., scf
G_p	Volumen de gas producido acumulado @C.E., scf
m	Relación del volumen inicial ocupado por la capa de gas respecto al volumen original de aceite en el yacimiento, rbl/rbl
N	Volumen original de aceite @C.E., stb
N_m	Volumen original de aceite en la matriz @C.E., stb
N_f	Volumen original de aceite en la fractura @C.E., stb
N_{fo}	Volumen de aceite libre instantáneo @C.E., stb
N_{foi}	Volumen de aceite libre inicial @C.E., stb
N_p	Volumen de aceite producido acumulado @C.E., stb
p	Presión del yacimiento, $psia$
p_i	Presión inicial del yacimiento, $psia$
Δp	Caída de presión total en el yacimiento, $psia$
R_s	Relación de solubilidad, scf/stb
R_{si}	Relación de solubilidad inicial, scf/stb
R_p	Relación gas-aceite producido acumulado = G_p/N_p , scf/stb
R_v	Relación de aceite volátil-gas, stb/scf
R_{vi}	Relación de aceite volátil-gas inicial, stb/scf
S_w	Saturación de agua, <i>fracción</i>
S_{wi}	Saturación de agua inicial, <i>fracción</i>
S_{wmi}	Saturación de agua inicial en la matriz, <i>fracción</i>
S_{wfi}	Saturación de agua inicial en la fractura, <i>fracción</i>
V_{hL}	Volumen de hidrocarburos líquidos condensados, ft^3
V_{hV}	Volumen de hidrocarburos gaseosos que permanecen como gas, ft^3

V_{hvi}	Volumen de hidrocarburos en estado gaseoso inicialmente, ft^3
V_i	Volumen inicial, ft^3
V_p	Volumen poroso, rbl
V_{pi}	Volumen poroso inicial, ft^3
V_r	Volumen remanente, ft^3
V_{hL}	Volumen de los hidrocarburos líquidos condensados, ft^3
V_v	Volumen de la fase vapor, ft^3
V_{vi}	Volumen inicial ocupado por el vapor, ft^3
V_{wi}	Volumen inicial del yacimiento ocupado por el agua líquida, ft^3
V_{wvi}	Volumen inicial del yacimiento ocupado por el vapor de agua, ft^3
W_e	Entrada de agua del acuífero, @C.Y., rbl
W_p	Producción acumulada de agua, stb
ΔW	Entrada de agua efectiva, bbl
y_w	Fracción de agua que existe en la fase vapor.

Referencias

1. Schilthuis, R. J.: "Active Oil and Reservoir Energy", artículo SPE 936033-G. (Diciembre 1936).
2. Coleman, S., Wilde, H. D., & Moore, T. W.: "Quantitative Effect of Gas-oil Ratios on Decline of Average Rock Pressure", artículo SPE 930174-G (Diciembre 1930).
3. Buckley, S. E., & Leverett, M. C.: "Mechanism of Fluid Displacement in Sands", artículo SPE (Diciembre 1942) 942107-G; Trans., AIME. 146
4. Old, R. E.: "Analysis of Reservoir Performance. Society of Petroleum Engineers", SPE (Diciembre 1943) 943086-G; Trans., AIME. 151
5. Van Everdingen, A. F., & Hurst, W.: "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", SPE J Pet Tech (Diciembre 1949). 949305-G
6. Hawkins, M. F.: "Material Balances in Expansion Type Reservoirs Above Bubble Point", artículo SPE (Enero 1955) 499-G

7. Havlena, D., & Odeh, A. S.: "The Material Balance as an Equation of a Straight Line", SPE J Pet Tech (Agosto 1963) 559-PA
8. Tehrani, D. H.: "An Analysis Of Volumetric Balance Equation For Calculation Of Oil-In-Place And Water Influx", SPE J (Septiembre 1985) 12894-PA
9. Sills, S. R.: "Improved Material-Balance Regression Analysis for Waterdrive Oil and Gas Reservoirs", SPE Reservoir Engineering (Mayo 1996) 28630-PA
10. Walsh, M. P., Ansah, J., & Raghavan, R.: "The New, Generalized Material Balance as an Equation of a Straight Line: Part 1 - Applications to Undersaturated, Volumetric Reservoirs", SPE 27684-MS
Presentado en Conferencia de Recuperación de Aceite y Gas de la Cuenca Permiana, Marzo 16-19, Midland, Texas 1994
11. Wang, S.-W.: "Simultaneous Determination of Reservoir Pressure and Initial Fluid-in-Place From Production Data and Flowing Bottom Hole Pressure—Theory", SPE 70061-MS presentado en la Conferencia de Recuperación de Aceite y Gas, 15-17 de mayo, Midland, Texas 2001
12. Payne, M. L., & Abbassian, F.: "Advanced Torque and Drag Considerations in Extended-Reach Wells" SPE Drill & Completion (Marzo 1997) 35102-MS
13. Penuela, G., Idrobo, E. A., Ordóñez, A., Medina, C. E., & Meza, N. S.: "A New Material-Balance Equation for Naturally Fractured Reservoirs Using a Dual-System Approach", SPE 68831-MS presentado en la Reunion Regional Occidental, Marzo 26-30 Bakersfield, California, 2001.
14. Niz, E., 2003. "La ecuación de balance de materiales de doble porosidad: análisis, proyección y planteamiento de un modelo para sistemas con capa de gas inicial". Revista Fuentes, El Reventón Energético.
15. L. Mattar, D. Anderson, "Dynamic Material Balance (Oil or Gas-in-Place Without Shut-Ins)", Canadian International Petroleum Conference, This Paper is to be Presented at the Petroleum Society's 6th Canadian International Petroleum Conference. Alberta, Canada June 7-9, 2005

16. Towler Brian F. 2002. Fundamental Principles of Reservoir Engineering, Vol. 8, 118-141. Richardson, Tex: Textbook series, SPE.
17. Sandoval Merchan, P.: Ecuación generalizada para balance de materia en yacimientos naturalmente fracturados. Maestría. Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Fisicoquímicas, 2008.
18. Gallardo E.: Apuntes de Comportamiento de Yacimientos, Ciudad de México, 2014.
19. Lee, J. and Wattenbarger, R.: Gas Reservoir Engineering. 5th ed. Richardson, TX: 1996, pp.236-237, 2010.
20. Tarek A & McKinney P.: Reservoir Engineering Advanced. Oxford: Elsevier, 2005.
21. Gallardo E.: Apuntes de Ingeniería de Yacimientos de Gas, Ciudad de México, 2014.
22. Hernández García M. y Domínguez Vargas G. (1984) Apuntes de Simulación Matemática de Yacimientos, Ciudad de México, Universidad Nacional Autónoma de México.
23. Tarner, J.: "How Different Size Gas Caps and Pressure Maintenance Programs Affect Amount of Recoverable Oil". Oil Weekly 1994.
24. McCAIN, W. D. Jr. The properties of petroleum fluids. 2 Ed. s.l. Pennwell, 1990.
25. Garaicochea P., F., & Bashbush B., J. (1984). Apuntes de comportamiento de los yacimientos (1st ed., pp. 51-114). Ciudad Universitaria: División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra.
26. Gringarten, A. C. From Straight Lines to Deconvolution: The Evolution of the State of the Art in Well Test Analysis. SPE 102079-PA, Febrero 2008.
27. Kuchuk, F.;Carter, R. G.: Ayestaran, L. Deconvolution of wellbore pressure and flow rate. SPE Formation Evaluation. Marzo 1990.
28. Moran Ochoa, O.: "Métodos de diagnóstico para la determinación del mecanismo de producción en yacimientos de gas". Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México pp 43-44, 48-50. 2000.

29. Escobar, F.: s.f. Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos. Neiva, Huila: Editorial Universidad Surcolombiana, pp27.
30. Havlena, D., & Odeh, A. S.: "The Material Balance as an Equation of a Straight Line Part II, Field Cases ", SPE J Pet Tech (Julio 1964) 869-PA.
31. Craft, B. C. y Hawkins, M. F.: Applied Petroleum Reservoir Engineering, Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1991.
32. Lee, J. and Wattenbarger, R.: GAS RESERVOIR ENGINEERING. 5th ed. Richardson.pp.253. TX: 19965ta edición.
33. Carter, R.D. and Tracy, G.W.: "An Improved Method for Calculating Water Influx". JPT. SPE-AIME 219. 1960.
34. Fetkovich, M.J.: "A Simplified Approach to Water Influx Calculations Finite Aquifer Systems". SPE-JPT. 1971.
35. Bashiri, A., & Kasiri, N.: "Revisit Material Balance Equation for Naturally Fractured Reservoirs" SPE 150803, 2011.
36. Duggan, J.O.: "The Anderson "L" - An Abnormally Pressured Gas Reservoir in South Texas" SPE-JPT. 1972.
37. Garaicochea P., F., & Bashbush B., J. (1984). Apuntes de comportamiento de los yacimientos (1st ed., pp. 61-83). Ciudad Universitaria: División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra.
38. Muskat M.: "Physical Principles of Oil Production". McGraw-Hill Book Co. 1949.
39. Tracy, G.W.: "Simplified Form of the Material Balance Equations". Trans. AIME. 1955.
40. Pirson, S.J.: "Oil Reservoir Engineering" McGraw-Hill Book Co. 1958.
41. Sandoval Gutierrez V. J.: "Reducción del daño el pozo en yacimientos de gas y condensado por inyección de químicos". Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México, Enero 2014.

