



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA - SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA DE UN SISTEMA SMIB-HVDC

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
JOSÉ ALBERTO ZAMBRANO SANTIAGO

TUTOR
DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ, FI-UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, OCTUBRE DE 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Tapia Olvera Rubén
Secretario: Dr. Castro González Luis Miguel
1er. Vocal: Dr. Espinosa Pérez Gerardo René
2do. Vocal: Dr. Guillen Aparicio Daniel
3er. Vocal: Dr. Sandoval Rodríguez Gonzalo

La tesis se realizó en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, CDMX.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Gerardo René Espinosa Pérez, FI-UNAM

A mi familia.

Índice general

Índice de figuras	IV
Índice de tablas	VI
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Planteamiento del Problema	4
1.4. Contribuciones	4
1.5. Estructura de la tesis	4
2. Preliminares	6
2.1. Estabilidad de Sistemas Eléctricos de Potencia	6
2.1.1. Clasificación de la estabilidad	8
2.1.2. Estabilidad transitoria y tiempo crítico de liberación de falla	9
2.2. Generador Síncrono conectado a un Bus Infinito (SMIB)	12
2.2.1. Modelo mecánico	13
2.2.2. Modelo eléctrico	14
2.3. Criterios de Estabilidad	16
2.3.1. Criterio de Áreas Iguales	16
2.3.2. Punto de equilibrio y estabilidad	20
2.3.3. Teorema de estabilidad de Lyapunov	22
3. Alternativas de mejora	26
3.0.1. Sistemas Flexibles de Transmisión en Corriente Alterna (FACTS)	27
3.1. Compensador Estático Síncrono (STATCOM)	29
3.1.1. Principio de funcionamiento	30
3.1.2. Modelo simplificado	31
3.1.3. Modelo dinámico	34
3.2. Sistemas de Transmisión de Corriente Directa en Alto Voltaje (HVDC)	35
3.2.1. Principio de funcionamiento	36
3.2.2. Modelo simplificado	36
3.2.3. Modelo dinámico	39
4. Estudio Comparativo	42
4.1. Análisis de estabilidad por Lyapunov	42
4.1.1. Estabilidad por Lyapunov para el STATCOM	42
4.1.2. Estabilidad por Lyapunov para el HVDC	44
4.1.3. Evaluación numérica	45
4.2. Diseño de control	50
4.2.1. Ley de control para el STATCOM	50

4.2.2. Ley de control para el HVDC	52
4.2.3. Evaluación numérica	55
4.3. Discusión	57
5. Conclusiones	63
5.1. Trabajo Futuro	64
A. Positividad de la función de Lyapunov	65
Bibliografía	68

Índice de figuras

2.1.	Estructura general de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP)	7
2.2.	Clasificación de la estabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia [19]	8
2.3.	Estabilidad transitoria del sistema SMIB	10
2.4.	Trayectoria del ángulo del rotor del generador a través del tiempo para un transitorio estable e inestable.	11
2.5.	Definición del tiempo crítico de liberación (t_{cr})	12
2.6.	Generador Síncrono conectado a un Bus Infinito (SMIB)	12
2.7.	Circuito reducido equivalente del SMIB	14
2.8.	Curva de Potencia - Ángulo	15
2.9.	Criterio de Áreas Iguales	18
2.10.	Circuitos equivalentes del SMIB: (a) Prefalla; (b) Durante la falla; (c) Posfalla	18
2.11.	Conversión estrella-delta durante el periodo de falla	19
2.12.	Trayectoria original y trayectoria perturbada	21
2.13.	Concepto de estabilidad	22
3.1.	Descripción general de los principales dispositivos FACTS [35].	28
3.2.	Controladores FACTS: (a) Controlador serie; (b) Controlador en paralelo; (c) Controlador serie-serie; (d) Controlador coordinado serie-paralelo; (e) Controlador unificado serie-paralelo	29
3.3.	STATCOM: (a) Basado en fuente de voltaje, (b) Basado en fuente de corriente	30
3.4.	Circuito equivalente de un STATCOM.	30
3.5.	Curva característica V-I del STATCOM	31
3.6.	Sistema SMIB-STATCOM: (a) Esquema general; (b) Circuito equivalente del SMIB con un STATCOM representado por un modelo de inyección de corriente.	32
3.7.	Curva de potencia-ángulo, sistema SMIB-STATCOM	33
3.8.	Modelo dinámico para el STATCOM	34
3.9.	Estructura de un enlace HVDC	35
3.10.	Sistema SMIB-HVDC	37
3.11.	Criterio de áreas iguales para el sistema SMIB-HVDC	38
3.12.	Modelo dinámico para el HVDC	39
4.1.	Escenarios de estudio: Sistemas; (a): SMIB, (b): SMIB-STATCOM y (c):SMIB-HVDC	46
4.2.	Ángulo de carga δ para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 20ms$	46
4.3.	Ángulo de carga δ para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 24ms$	47
4.4.	Ángulo de carga δ para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 36ms$	47
4.5.	Ángulo de carga δ para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación largo, $t = 98ms$	47
4.6.	Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 23ms$	48

4.7. Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 24ms$	48
4.8. Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 36ms$	48
4.9. Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 98ms$	49
4.10. Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 98ms$	49
4.11. Potencia para los sistemas: SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 23ms$	49
4.12. Potencia para los sistemas: SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 36ms$	49
4.13. Potencia para los sistemas: SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 98ms$	50
4.14. Comparación del sistema SMIB-STATCOM y sistema SMIB-HVDC	50
4.15. Sistema de control para el STATCOM	50
4.16. Sistema de control para el HVDC	52
4.17. Potencia de salida del STATCOM	56
4.18. Estados del STATCOM	56
4.19. Señal de control del STATCOM	57
4.20. Gráfica de potencia en el HVDC	57
4.21. Variables de estado del HVDC	59
4.22. Señales de control; u_1 y u_2 para el sistema HVDC	59
4.23. Estructura general de costo de una estación convertidora	60
4.24. Comparación de costos entre un sistema de DC y CA	60

Índice de tablas

2.1. Reactancia en derivación para distintos tipos de falla	19
4.1. Parámetros del sistema	46
4.2. Parámetros STATCOM	55
4.3. Parámetros HVDC	58

Introducción

1.1. Motivación

El constante crecimiento de la demanda de energía eléctrica, ha ocasionado que los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) operen cada vez más cerca de sus límites de estabilidad, esto ha impulsado el desarrollo de nuevas tecnologías que permiten incrementar la capacidad de transmisión de los SEPs con el fin de garantizar la entrega confiable de energía eléctrica a los consumidores. El desarrollo de la electrónica de potencia ha favorecido a la creación de dispositivos que permiten modificar los parámetros del SEP con el objetivo de garantizar la estabilidad del sistema en situaciones críticas, a estos dispositivos se les conoce como Sistemas de Transmisión Flexibles de Corriente Alterna (FACTS, por sus siglas en inglés). De manera similar los Sistemas de Transmisión de Corriente Directa en Alto Voltaje (HVDC, por sus siglas en inglés) es una tecnología que ofrece mayores márgenes de estabilidad que los FACTS, pero con la desventaja de que su costo económico es mayor. [22].

Un miembro de la familia de los dispositivos FACTS empleado comúnmente para estabilizar el voltaje en un nodo es el Compensador Estático Síncrono (STATCOM, por sus siglas en inglés), aunque también se puede utilizar para mejorar las propiedades de estabilidad en los SEPs. Éste es un convertidor que transforma Corriente Directa (CD) suministrada por un elemento que almacena energía, generalmente un capacitor, en Corriente Alterna (CA). En [14] se establece que el funcionamiento general del STATCOM, se asemeja a una fuente síncrona controlada por corriente, donde su principal propósito es estabilizar el voltaje de nodo, mediante la inyección de potencia reactiva hacia el SEP, y así mejorar la estabilidad transitoria del sistema; éste es un modo de operación del STATCOM llamado capacitivo. La estabilidad transitoria de un sistema de potencia se puede mejorar aún si éste tiene un modo de operación inductivo, esto se debe a que la estabilidad transitoria se mejora al modificar la capacidad del generador de transmitir potencia eléctrica hacia el sistema, esto se logra al manipular el ángulo de carga del generador, al funcionar en modo inductivo el STATCOM obliga al generador a modificar el ángulo al cual se encuentra operando y por medio de un control adecuado mejorar la estabilidad del SEP.

Como se mencionó anteriormente no solo los FACTS ayudan a mejorar la estabilidad transitoria de los SEPs, existen dispositivos tales como los HVDC cuyo propósito central es transferir una cantidad específica de potencia eléctrica activa entre dos nodos, en cambio, si un enlace HVDC es conectado en paralelo con una línea de CA es posible controlar el flujo de carga de la línea de CA de manera directa, esto aumenta de manera indirecta la capacidad de transmisión de energía del SEP, por esa razón en [6] es considerado como una buena herramienta para mejorar la estabilidad transitoria de los SEPs.

En la literatura clásica de ingeniería eléctrica existen diferentes métodos que ayudan a caracterizar el problema de estabilidad de un SEP, entre los más comunes se encuentran el criterio de áreas iguales, de acuerdo con [29] este método esta basado en la interpretación gráfica de la energía almacenada en la masa rotatoria, de tal manera que nos ayuda a determinar si la máquina mantiene su estabilidad después de una

perturbación. Existen métodos más refinados como el análisis de estabilidad en el sentido de *Lyapunov*, el cual se asocia con el principio de invarianza de LaSelle que permite estimar la región de estabilidad del sistema de potencia y concluir si algún punto de equilibrio del sistema es asintóticamente estable. Estos métodos nos permiten establecer medidas de desempeño como el tiempo crítico de liberación de falla (t_{cr}), esto es, el tiempo máximo de duración de una perturbación sin que el sistema pierda su capacidad de recuperarse a un nuevo estado estacionario o punto de operación aceptable .

En este contexto, tanto los dispositivos FACTS como los sistemas de transmisión HVDC juegan un papel importante en la mejora de la estabilidad transitoria ante la presencia de perturbaciones severas en los sistemas de potencia. Mucho se ha estudiado y desarrollado modelos entorno a las necesidades de los SEPs, actualmente esta tecnología cuenta con sofisticados sistemas de control de tal forma que involucran la dinámica de los generadores síncronos así como la topología de la red de transmisión teniendo como objetivo garantizar una operación segura y confiable. Por esta razón, el presente trabajo de tesis aborda como temática fundamental un análisis de viabilidad mediante la comparativa entre un STATCOM y un enlace HVDC, como mecanismo de mejora de las propiedades de estabilidad transitoria. Para ello, se toma como medida de desempeño al tiempo crítico de liberación de falla (t_{cr}), el cual nos indicará que opción tiene una mejor respuesta ante la presencia de una perturbación severa.

Esta comparativa se basa en tres casos de estudio, para el primer caso se toma un sistema ampliamente conocido en la literatura de la comunidad de sistemas de potencia, el de un generador síncrono conectado a bus infinito (Single Machine Infinite Bus (SMIB), por sus siglas en inglés), para el segundo caso se considera el mismo sistema SMIB más la incorporación de un STATCOM y para el tercer escenario se considera el sistema SMIB más una línea HVDC. Una contribución importante en el presente trabajo de tesis es identificar las ventajas, desventajas, características, etcétera, de cada una de las alternativas y definir que opción es más viable en su implementación.

1.2. Antecedentes

El tema de estabilidad en los Sistemas Eléctricos de Potencia ha sido reconocido como una problemática importante desde los años 1920, dado que pone en riesgo la seguridad de los SEPs. Como ya se ha mencionado anteriormente, debido a la expansión de las redes eléctricas y el constante crecimiento de interconexiones entre sistemas de potencia vecinos, ha ocasionado que operan cada vez más cerca de sus límites de estabilidad, es por ello que esta problemática se convierte día a día en un tema de interés para la comunidad científica y de investigación.

En la literatura existen distintos métodos para caracterizar el problema de estabilidad transitoria, por un lado los métodos clásicos que se basan en la resolución de la ecuación de oscilación por métodos numéricos y por otro lado los denominados métodos directos. El más simple de éstos últimos es el conocido Criterio de Áreas Iguales¹, este método es aplicado al caso más simple, el sistema SMIB, el cual determina si el sistema será estable o no, al analizar de forma gráfica las áreas bajo las curvas de los tres estados operativos del generador (antes, durante y después de una falla). Aunque no se aplica a sistemas de varias máquinas [18], nos ayuda a comprender en qué forma influyen ciertos factores en la estabilidad, particularmente en régimen transitorio de un sistema cualquiera.

Igualmente, dentro de los métodos directos, se encuentra la formulación por medio de la función de Lyapunov, la cual es necesaria para analizar la estabilidad de un sistema. Dicha función esta basada mediante la formulación de la energía total del sistema, con ella se busca determinar la estabilidad del punto de equilibrio después de una perturbación y así poder obtener el tiempo crítico de liberación de falla. Uno de los primeros trabajos reportados en la literatura es presentado en [8], el cual obtiene un aproximado de la región de estabilidad asintótica para el sistema de posfalla; donde además muestra la metodología pa-

¹Este tema será analizado más a detalle en la sección 2.3.3

ra calcular la región de estabilidad. Mientras que en [25], es uno de los pioneros aplicando funciones de energía al problema de estabilidad transitoria, quien caracterizó adecuadamente el límite de estabilidad y trabajó sobre la definición de la región de atracción que depende además de la falla local alrededor de los puntos de equilibrio. En [24], se hace una extensión al trabajo de [25]; pero ahora con la inclusión de los modelos de carga no lineal y utilizando funciones de energía individuales. Cabe señalar, que el cálculo de la región de atracción de los puntos de equilibrio estables de posfalla es el problema más difícil en el análisis de estabilidad de Lyapunov de los sistemas de potencia.

La idea de mejorar las propiedades de estabilidad transitoria mediante la incorporación de dispositivos basados en electrónica de potencia, los denominados dispositivos FACTS, no es algo novedoso. Lo interesante de estos dispositivos basados en este concepto, es la apertura de nuevos horizontes y nuevas oportunidades para controlar la potencia transmitida, permitiendo con ello que las líneas de transmisión existentes puedan incrementar su capacidad de conducción aproximándose a su límite térmico y de esta forma aumentar las capacidades de transmisión tanto en condiciones operativas normales como de contingencias.

Las características de un sistema de potencia evolucionan con el tiempo, a medida que crece la demanda y se añaden centrales de generación. Si los sistemas de transmisión no se actualizan lo suficiente, el sistema de potencia se vuelve vulnerable a problemas de estabilidad en estado estacionario y transitorio, teniendo como consecuencia que los márgenes de estabilidad se vuelvan más estrechos [1]. Es aquí donde los dispositivos FACTS juegan un papel importante, trayendo consigo distintos beneficios como lo es reducción en costos de inversión en operación y transmisión, mayor seguridad, confiabilidad del sistema, mayor capacidad de transferencia de energía eléctrica y en general una mejora en la calidad de la energía eléctrica entregada a los consumidores.

En la literatura especializada existen diferentes formas de representar matemáticamente un enlace HVDC y un STATCOM, una de ellas es mediante un modelo de primer orden. Uno de los pioneros es presentado en [26], donde se propone un modelo simplificado de primer orden para el controlador del enlace de corriente directa, en la cual la ecuación de oscilación de la máquina síncrona se ve modificada. El esquema propuesto considera que la respuesta del controlador del enlace HVDC será efectivo amortiguando las oscilaciones de potencia, mismo que a su vez depende de la inestabilidad de la velocidad del rotor del generador. Todo este análisis se hace desde una perspectiva de sistemas dinámicos, aplicando el método directo de estabilidad. Igualmente en [9], se propone a la línea de corriente directa como una ecuación diferencial de primer orden, donde la dinámica del sistema se encuentra asociada a la potencia de corriente directa y a la potencia activa deseada entre los nodos donde se encuentre conectado el enlace. En [30] se propone un controlador para el enlace HVDC, mismo que lo representa como un elemento de inercia de primer orden, ya que se consideran tanto el desequilibrio de energía como el problema de oscilaciones del SEP, esto bajo la suposición de distribución de amortiguamiento uniforme.

De igual manera existen modelos similares reportados en la literatura para el STATCOM, por ejemplo en [2], donde este dispositivo es considerado como una fuente de corriente reactiva controlable en derivación con retardo de tiempo, donde su controlador está basado en la técnica de control H_∞ el cual muestra una mejora en las oscilaciones del sistema de potencia para grandes disturbios. Por otro lado, en [14] la inclusión de este dispositivo también se ve como una fuente síncrona controlada por corriente, pero en este caso la expresión para la potencia eléctrica de salida del generador se modifica en presencia del STATCOM, misma que esta influye en el modelo de segundo orden de la máquina síncrona y que además su estrategia de control es derivada del criterio de estabilidad del segundo método de Lyapunov o también conocido método directo. Un hecho notable aquí es el incremento del tiempo crítico de liberación de falla, sin embargo la cantidad de mejora depende del tamaño o capacidad del STATCOM.

Al tomar como inspiración estos modelos, en este trabajo se analiza el efecto que tiene cada uno de ellos en la inclusión en un sistema generador síncrono conectado a un bus infinito. En este contexto, en el presente trabajo de tesis se realiza un análisis comparativo con la inclusión de un enlace HVDC y con un STATCOM,

identificando las propiedades, ventajas y desventajas de cada uno de ellos en la mejora de las propiedades de estabilidad transitoria, en el ambiente de sistemas dinámicos. Cabe destacar que en la literatura no se ha realizado un estudio exhaustivo de análisis para la mejora de las propiedades de estabilidad transitoria de estos dos elementos desde una perspectiva de sistemas dinámicos.

1.3. Planteamiento del Problema

La finalidad del presente trabajo de tesis es analizar cual alternativa ofrece mejores prestaciones en la mejora de las propiedades de estabilidad transitoria. Para esto, se abordará un análisis de estabilidad transitoria para un sistema SMIB mediante la inclusión de un enlace HVDC o bien con un STATCOM, valiéndonos de las herramientas como es el Criterio de Áreas Iguales, el análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov y la implementación de esquemas de control para cada alternativa.

En la literatura está reportado que tanto un enlace HVDC como un STATCOM mejoran las propiedades de estabilidad de un sistema de potencia, la principal pregunta es; ¿Qué dispositivo ofrece mayores prestaciones en la mejora de la estabilidad transitoria?, para saber cómo impactan ambas alternativas, se proponen tres casos de análisis, como primer escenario se tiene un SMIB sin ninguna acción de compensación, posteriormente se analizará el mismo sistema con un STATCOM y como un tercer escenario se analizará el comportamiento del SMIB con un enlace HVDC, en los tres casos el sistema será sometido a una falla y se tomará como indicador de desempeño al tiempo crítico de liberación de falla.

Para complementar el análisis anterior, se implementará un esquema de control para cada alternativa con la finalidad de explotar mejor las propiedades de cada uno de ellos. Finalmente se concluirá que tecnología es más viable al momento de su implementación para este tipo de estudios.

1.4. Contribuciones

Este trabajo presenta dos contribuciones muy importantes; la primera, una formulación del problema de estabilidad transitoria de un sistema SMIB equipado con un STATCOM y un enlace HVDC, dentro de un contexto de sistemas dinámicos no lineales, lo cual implicó a lo largo de todo esto establecer las bases teóricas fundamentales para el entendimiento del problema, desde la perspectiva de sistemas dinámicos, cuyos conceptos fueron: punto de equilibrio, estabilidad del punto de equilibrio, región de atracción del punto de equilibrio y Teorema de estabilidad de Lyapunov, entre los temas más importantes.

La segunda contribución; es la comparativa de un STATCOM y un enlace HVDC, partiendo del entendimiento de su principio básico de operación, logrando identificar las bondades y propiedades que nos ofrece cada uno, todo ello con la finalidad de saber que alternativa es más viable desde la perspectiva de la mejora en la estabilidad de sistemas eléctricos de potencia.

1.5. Estructura de la tesis

El contenido de esta tesis está dividido en cinco capítulos. En el capítulo 1 se presenta la principal motivación del presente trabajo de tesis, una parte importante son los antecedentes donde se presenta lo referente a las herramientas de estabilidad que han sido empleadas en los sistemas de potencia y sobre las alternativas de mejora reportadas en la literatura, posteriormente el planteamiento del problema y las contribuciones.

En el capítulo 2 se presentan los preliminares, donde se aborda la clasificación de estabilidad de los SEP, teoría de estabilidad de sistemas dinámicos, específicamente se habla del análisis con Lyapunov, análisis de

puntos de equilibrio, de tal manera que nos permita entender e interpretar la relación de ésta con la estabilidad de sistemas de potencia. Por otro lado se hace una revisión del sistema SMIB y la aplicación del criterio de áreas iguales de este sistema.

Mientras que en el capítulo 3, se plantean de manera formal dos alternativas de mejora en la estabilidad de SEPs, específicamente el STATCOM y el HVDC, el planteamiento de cada uno de ellos visto desde dos enfoques diferentes, por un lado un modelo simplificado que nos permite ver el impacto que tienen en presencia de una falla mediante el criterio de áreas iguales, y por otro lado un modelo dinámico en el cual se explotan aún más sus propiedades en estabilidad.

El capítulo 4 se divide en dos partes principalmente, primero se hace un análisis de estabilidad por Lyapunov para cada alternativa seguida de una evaluación numérica basada en sus modelos de primer orden presentados en el capítulo 3, y posteriormente se presentan sus leyes de control, además de que se evalúa su respuesta mediante simulaciones. Finalmente para el capítulo 5 donde se presentan las conclusiones y el trabajo futuro.

Preliminares

Este capítulo está dedicado a la revisión de algunas herramientas necesarias para el análisis de estabilidad en sistemas de potencia. En una primera parte se presenta la clasificación general de los tipos de estabilidad en los SEPs y la definición para cada una de ellas. En una segunda parte se presenta el modelo matemático del sistema bajo estudio del cual nos basaremos para los demás escenarios y en una tercera parte se presentan los criterios de estabilidad así como los conceptos fundamentales en el área de sistemas dinámicos no lineales, en particular se introduce la definición de puntos de equilibrio (estable e inestable) y el teorema de estabilidad en el sentido de Lyapunov.

2.1. Estabilidad de Sistemas Eléctricos de Potencia

Los sistemas de energía eléctrica han evolucionado de forma parecida en todos los países, convergiendo hacia una estructura y técnica muy similar. Los procesos de generación, transmisión, distribución y consumo de electricidad están irremediamente condicionados por el hecho de que tiene que existir un equilibrio instantáneo y permanente entre la generación y la demanda. Son sistemas en equilibrio dinámico de enorme tamaño (probablemente el mayor sistema dinámico ideado y construido por el ser humano a día de hoy), en la que los condicionantes técnicos adquieren una especial relevancia [11].

La configuración y estructura general de un SEP responde más formalmente al esquema representado en la figura 2.1, donde se estructuran en centros de generación, red de transmisión, red de distribución (media y baja tensión) y finalmente las cargas, además de los sistemas asociados de protección y control. Estos sistemas presentan una serie de fenómenos en condiciones operativas normales y anormales, que son motivo para el constante estudio e investigación de los mismos. Establecer una definición única del sistema de potencia, es complicado, ya que existe una gran cantidad de autores que lo definen desde su propio punto de vista, es por ello, que para ser objetivo se presenta un concepto internacionalmente aceptado; ha de entenderse, entonces, que un *sistema eléctrico de potencia*, se define como:

El conjunto de elementos que constituyen la red eléctrica de potencia siendo su función; generar, transmitir y distribuir; la energía eléctrica hasta los usuarios, bajo ciertas condiciones y requerimientos.

El problema de estabilidad ha afectado la planificación, explotación, control y protección de los sistemas de energía eléctrica desde el comienzo de los mismos. Por una parte, la estabilidad ha impuesto límites en la utilización de las redes eléctricas de transporte de potencia eléctrica inferiores a los límites térmicos. Por el contrario, los sistemas de control y protección han permitido en muchos casos superar esos límites. El estudio del problema de estabilidad se va haciendo progresivamente más complejo al crecer la interconexión de sistemas cada vez más distantes. La complejidad del problema se ve afectada también por la presencia de sistemas de control y protección cada vez más sofisticados, es por ello que se pasa de hablar de la estabilidad de un generador a la estabilidad del sistema.

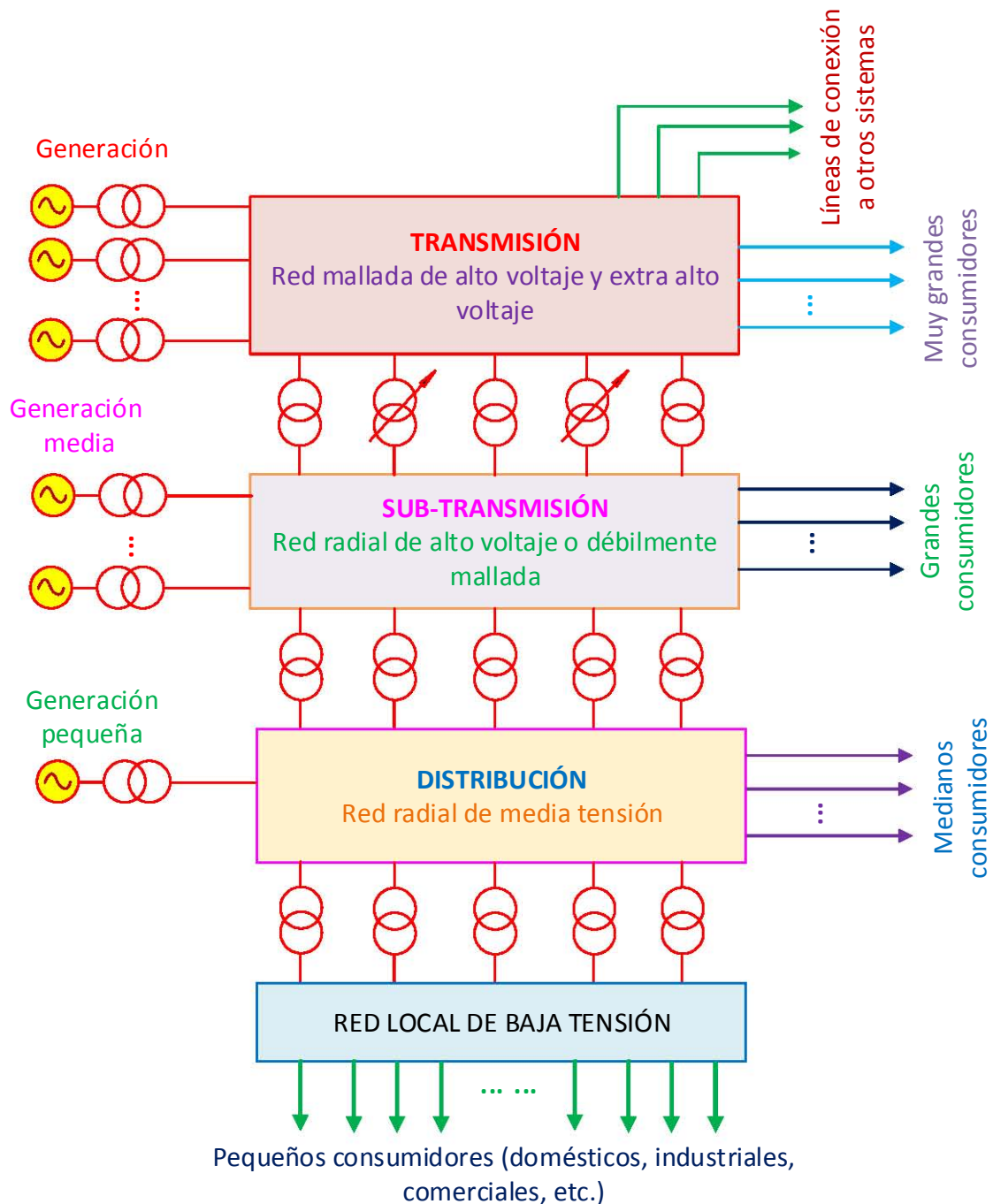


Figura 2.1: Estructura general de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP)

La tendencia de un sistema de potencia para desarrollar fuerzas restaurativas iguales o mayores que las fuerzas perturbadoras para mantener el estado de equilibrio se conoce como *estabilidad*. Si las fuerzas que tienden a mantener las máquinas en sincronismo unas con otras son suficientes para superar las fuerzas perturbadoras, se dice que el sistema permanece estable [29]. En su contexto más general, podemos definir la estabilidad de un sistema de potencia de la siguiente manera [19]:

Definición 2.1.1 (Estabilidad de un SEP). Es la habilidad que posee un SEP, para una condición de operación inicial dada, recuperar un estado de equilibrio de operación aceptable después de haber sido sometido a una perturbación física, manteniendo la mayoría de las variables del sistema en rangos de mag-

nitid adecuados de modo que prácticamente todo el sistema permanezca intacto.

Por conveniencia de análisis, los problemas de estabilidad generalmente son divididos en dos grandes categorías, estabilidad de estado-estable y estabilidad transitoria. La primera, se refiere a la habilidad del sistema de potencia para recuperar el sincronismo después haber sido sometido a pequeños o bajos disturbios, tal como cambios graduales de potencia. Como una extensión de la estabilidad de estado-estable se conoce como estabilidad dinámica. Este tipo de estabilidad esta referida con pequeñas perturbaciones que duran mucho tiempo tal como la inclusión de dispositivos de control automático. Mientras que en los estudios de estabilidad transitoria se ocupan de los efectos de grandes perturbaciones como la ocurrencia de una falla, la pérdida de una línea de transmisión, la conexión repentina o pérdida de carga.

2.1.1. Clasificación de la estabilidad

El estudio de estabilidad en un SEP se puede manifestar en diferentes tipos de inestabilidad tomando diferentes formas donde además son influenciadas por un amplio rango de factores, véase la figura 2.2. Una forma de abordar la comprensión de un problema de estabilidad en particular es su caracterización en términos de los siguientes criterios:

- La naturaleza del fenómeno físico involucrado (se habla de estabilidad del ángulo del rotor y de estabilidad de voltaje).
- La magnitud de la perturbación (se habla de estabilidad de gran perturbación y de estabilidad de pequeña perturbación).
- Las dinámicas involucradas (se habla de estabilidad de corto plazo y de estabilidad de largo plazo).

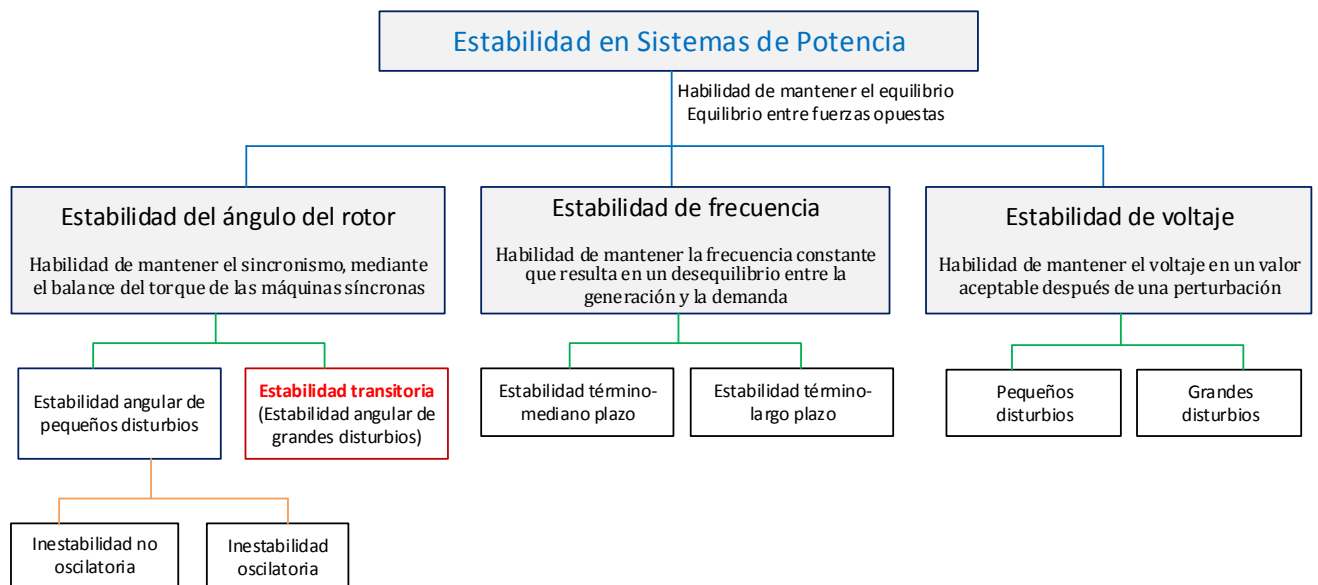


Figura 2.2: Clasificación de la estabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia [19]

En este sentido, una clasificación completa de los diferentes tipos de estabilidad nos permite desarrollar metodologías para garantizar la operación estable del sistema. A continuación se presentan algunas definiciones más concretas de los diferentes tipos de estabilidad mostrados en la figura 2.2 [19]:

- **Estabilidad del ángulo de rotor.** Está interesada en la capacidad de los generadores de seguir operando en sincronismo tras la ocurrencia de una disturbio. Se dice que un conjunto de generadores operan en sincronismo cuando las diferencias angulares se mantienen constantes y por tanto sus velocidades angulares eléctricas son iguales. Este tipo de estabilidad se divide en:

- *Estabilidad angular de pequeñas perturbaciones.* Se preocupa de la habilidad del sistema para mantener el sincronismo bajo pequeñas perturbaciones. Los disturbios son considerados lo suficientemente pequeños que la linealización de las ecuaciones del sistema son permisibles para propósitos de análisis, teniendo como propósito lograr que las trayectorias del sistema recuperen esa condición de equilibrio en la que se encontraban antes de que sucediera la perturbación.
- *Estabilidad angular de grandes perturbaciones.* Corresponde a la habilidad del sistema para mantener el sincronismo después de haber sido sometido a un disturbio severo, tal como un cortocircuito en una línea de transmisión. En la literatura clásica este problema se conoce como *estabilidad transitoria*.
- **Estabilidad de frecuencia.** Se refiere a la habilidad del SEP para mantener la frecuencia estable después de una perturbación severa que resulta en un desequilibrio significativo entre la generación y la carga. Puesto que los mecanismos implicados pueden ser muy diferentes, a menudo se distingue entre la inestabilidad de frecuencia a medio y largo plazo.
 - *Estabilidad a medio plazo.* Este fenómeno está asociado a las oscilaciones que se presentan en la potencia de sincronización después de que el periodo transitorio ha transcurrido como consecuencia de la presencia de una perturbación.
 - *Estabilidad a largo plazo.* Este fenómeno está asociado a las oscilaciones de potencia que han desaparecido después de una perturbación y se centra en el estudio del desequilibrio que resulta entre las potencias generadas y demandadas después del periodo transitorio.
- **Estabilidad de voltaje.** Se refiere a la habilidad del sistema de potencia para mantener los niveles de voltaje de los nodos dentro de límites aceptables. La inestabilidad de voltaje se produce cuando los voltajes caen de manera progresiva e incontrolada tras la ocurrencia de una falla. Este tipo de estabilidad se divide en:
 - *Estabilidad de voltaje de pequeñas perturbaciones.* Se ocupa de la habilidad del sistema para mantener los niveles de voltaje estables después de haber sido sometido a pequeñas perturbaciones, tal como cambios incrementales en la carga del sistema.
 - *Estabilidad de voltaje de grandes perturbaciones.* Se ocupa de la habilidad del sistema para mantener los niveles de voltaje estables después de grandes perturbaciones, tales como fallas en el sistema, pérdida de generación o contingencias de la red.

2.1.2. Estabilidad transitoria y tiempo crítico de liberación de falla

Los estudios de estabilidad transitoria son esenciales en las etapas de planeación y operación, ya que estos se encuentran entre los principales elementos que determinan la seguridad del sistema de potencia. Una manera tradicional de resolver este problema es por medio de la integración numérica de las ecuaciones no lineales del sistema en el dominio del tiempo, esta evaluación convencional para el análisis de estabilidad implica considerar los tres casos de estudio: prefalla, falla y posfalla. Por otro lado, existen medidas de desempeño como el tiempo crítico de liberación de falla (CCT, por sus siglas en inglés), el cual es una medida convencional de robustez del sistema para soportar un disturbio grande.

Dentro de los factores que afectan la estabilidad transitoria se encuentran [18]:

- La carga del generador.
- El tiempo crítico de liberación de falla (t_{cr}).
- La reactancia de transmisión de posfalla.
- La reactancia del generador.
- La inercia del generador.

- La magnitud del voltaje interno del generador (E'_q).
- La magnitud del voltaje del bus infinito (E_B).

Es pertinente establecer una definición del problema de estabilidad transitoria en términos de sistemas de potencia, de manera que nos permita tener un entendimiento claro del problema aún cuando estemos hablando en un marco de sistemas dinámicos.

Definición 2.1.2 (Estabilidad transitoria en un SEP). *Es la capacidad del sistema de potencia para mantener el sincronismo cuando es sujeto a una perturbación grave, por ejemplo un cortocircuito en una línea de transmisión.*

En otras palabras, la definición anterior se reduce a determinar si el sistema alcanzará o no un punto de operación aceptable en estado estacionario después de haber ocurrido una perturbación severa. Dicho esto, ya hemos definido la problemática de estabilidad transitoria en un ambiente de sistemas de potencia, sin embargo, es posible establecer una definición formal en un contexto de sistemas dinámicos. La estabilidad es una propiedad inherente a los sistemas dinámicos, y en efecto los sistemas de potencia presentan dinámicas de diferentes formas, es por ello que motivados por esta situación lo podemos definir de la siguiente manera:

Definición 2.1.3 (Estabilidad transitoria)

Sea $x_l = x_p(0) \in A(x^*)$ un punto de equilibrio asintóticamente estable de

$$\dot{x} = f_l(x(t)), \quad \infty < t < t_F \tag{2.1}$$

Sea t_{cr} el tiempo crítico de liberación de falla y $t = t_p - t_F$ el tiempo durante el cual el sistema está sujeto a una perturbación, si t cumple

$$x_p(t) \in A(x^*), \quad t < t_{cr}, \text{ y } x_p(t_{cr}) \in \partial A(x^*) \tag{2.2}$$

entonces se dice que el sistema preserva la *estabilidad transitoria*.

Para ejemplificar la definición anterior pensemos en la siguiente situación, suponga que un sistema SMIB se encuentra operando en un punto de equilibrio (punto de equilibrio estable, denotado como x_*) como se muestra en la figura 2.3. El interés del estudio de la estabilidad es determinar la capacidad del sistema para que las trayectorias del sistema con falla permanezcan alrededor del punto de equilibrio estable tras la ocurrencia de la falla. Cuando se presenta el cortocircuito trifásico en la línea L_2 , las trayectorias

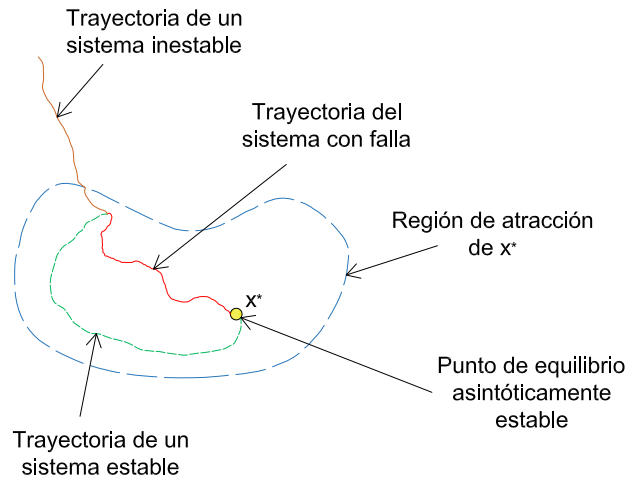


Figura 2.3: Estabilidad transitoria del sistema SMIB

del sistema con falla (línea roja) ver la figura 2.3, comienzan a alejarse del punto de equilibrio, ésto en términos de la comunidad de sistemas de potencia, quiere decir que la magnitud de las variables (voltaje, corriente, etc.) se alejan de su valor en equilibrio, esta situación se visualiza en la figura 2.4, donde ambas gráficas representan típicas curvas de oscilación para un generador sometido a una perturbación particular del sistema, las cuales muestran si un ángulo del rotor de la máquina se recupera y oscila alrededor de un nuevo punto de equilibrio tal y como se observa en la gráfica (a) o si aumenta periódicamente como en el caso de la gráfica (b), así el primer caso se considera transitoriamente estable y para el segundo caso transitoriamente inestable.

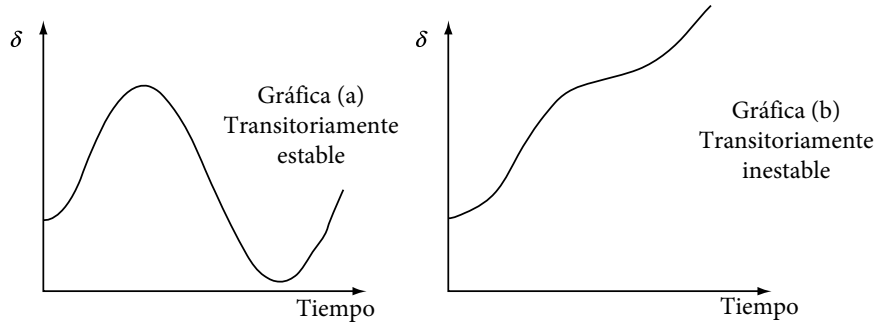


Figura 2.4: Trayectoria del ángulo del rotor del generador a través del tiempo para un transitorio estable e inestable.

Para evitar que el sistema se vuelva inestable, el sistema de protecciones eléctricas toma acciones correctivas para que las variables del sistema permanezcan acotadas en un rango de valores aceptables. Por otro lado, es importante mencionar que el objetivo de este trabajo es aumentar la región de estabilidad del punto de equilibrio asintóticamente estable, esto es, incrementar el tiempo crítico de liberación de falla. Dicho tiempo se puede definir de la siguiente forma [23]:

Definición 2.1.4 (Tiempo crítico de liberación de falla, t_{cr}). Es el intervalo de tiempo máximo que puede durar una perturbación sin perder la capacidad del sistema para recuperarse a un nuevo estado de operación aceptable.

A continuación, establecemos una definición aún más formal para el t_{cr} desde la perspectiva de sistemas dinámicos.

Considere que un sistema de potencia es descrito por el conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales, de la forma

$$\dot{x} = f_I(x), \quad t_o < t < t_F \quad (2.3)$$

Suponga que ocurre una falla en el tiempo t_F . Sin pérdida de generalidad asuma $t_F = 0$. Además, asuma que el sistema está en equilibrio antes del instante de la falla. Durante la falla, el comportamiento del sistema está dado por

$$\dot{x} = f_F(x), \quad t_F < t < t_c \quad (2.4)$$

donde t_c es el instante de la eliminación de la falla. El sistema de posfalla es descrito por la ecuación

$$\dot{x} = f(x), \quad t_c < t < \infty \quad (2.5)$$

La dinámica de posfalla es generalmente diferente a la dinámica de prefalla ya que la eliminación de la falla viene usualmente acompañada por la desconexión de la línea(s) de transmisión. Asuma que existe un punto

de equilibrio estable para el sistema de posfalla, el problema de la evaluación de la estabilidad transitoria es determinar si el estado inicial (para el sistema de posfalla) se encuentra en la región de atracción (estabilidad) alrededor del punto de equilibrio estable. Para ilustrar este concepto vea la figura 2.5 en la cual se observa que si $x(t_c) \in A(x_s)$, donde $A(x_s)$ es la región de estabilidad alrededor del punto de equilibrio estable (x_s) el sistema es estable.

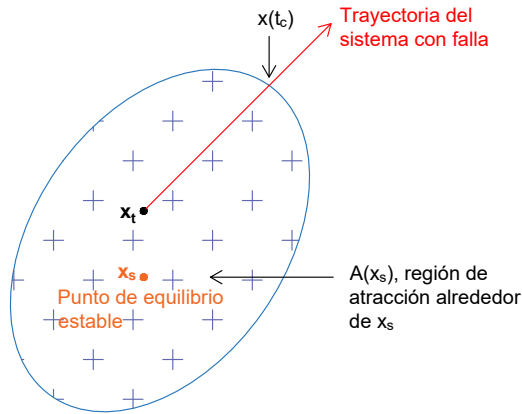


Figura 2.5: Definición del tiempo crítico de liberación (t_{cr})

2.2. Generador Síncrono conectado a un Bus Infinito (SMIB)

Un sistema SMIB es una idealización de un sistema de potencia, el cual representa en su contexto más general la interconexión de unidades de generación y áreas de carga a través de líneas de transmisión. Esta configuración, se muestra en la figura 2.6, en donde se observa un generador síncrono que se conecta a un bus infinito mediante dos líneas de transmisión, L_1 y L_2 . Un bus infinito puede ser visto como el equivalente de Thevénin, mismo que simboliza la reducción de toda la red eléctrica en un punto de interconexión, dicho bus infinito es tan grande que en él no varían ni el voltaje ni la frecuencia, de este modo puede ser representado como una fuente de voltaje, de magnitud y frecuencia constantes.

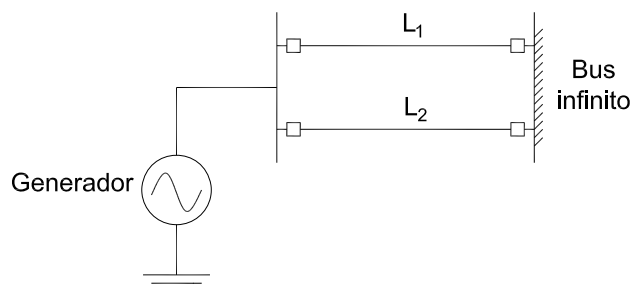


Figura 2.6: Generador Síncrono conectado a un Bus Infinito (SMIB)

El modelo para el sistema SMIB con el que se va a trabajar en la presente tesis, está descrito por el modelo simplificado del generador síncrono, dicho elemento es el componente fundamental para el estudio de la estabilidad de ángulo. El modelo del generador se puede construir considerando por separado los modelos mecánico, eléctrico y posteriormente plantear su conexión. Por lo tanto, primero se hará una breve revisión de éstos dos modelos.

2.2.1. Modelo mecánico

La ecuación que describe el movimiento del rotor del generador es la ecuación de la dinámica de rotación, descrita por la siguiente ecuación de segundo orden

$$J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = T_m - T_e \quad (2.6)$$

donde

- J es el momento de inercia
- θ_m es la posición angular del rotor con respecto a un eje estacionario
- T_m es el torque de entrada mecánico neto y
- T_e es el torque electromagnético

Multiplicando ambos lados de la ecuación (2.6) por la velocidad nominal del rotor, ω_m , obtenemos

$$M \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = P_m - P_e \quad (2.7)$$

donde $M = J\omega_m$ es el momento angular. Es conveniente expresar θ_m como

$$\theta_m = \omega_m t + \delta_m \quad (2.8)$$

donde ω_m es la velocidad angular promedio del rotor, δ_m es el ángulo del rotor con respecto a un marco de referencia rotatorio síncrono con velocidad ω_m . Sustituyendo la ecuación (2.8) en (2.7) obtenemos

$$M \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_m - P_e \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) es ampliamente conocida como la *ecuación de oscilación*. Notemos que M no es estrictamente una constante. Sin embargo, la variación en M es despreciable y puede ser considerada como una constante, denominada como *constante de inercia*.

Es conveniente expresar la ecuación (2.9) en por unidad, dividiendo ambos lados por la potencia base S_B , así pues la ecuación (2.9) puede ser representada como

$$\frac{M}{S_B} \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = \bar{P}_m - \bar{P}_e \quad (2.10)$$

donde \bar{P}_m y \bar{P}_e son expresados en por unidad. El lado izquierdo de la ecuación (2.10) puede ser escrita como

$$\frac{M}{S_B} \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = \frac{J\omega_m}{S_B} \left(\frac{\omega_B}{\omega_m} \right) \left(\frac{2}{P} \right) \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{J\omega_m^2}{S_B \omega_B} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \left(\frac{2H}{\omega_B} \right) \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (2.11)$$

donde

- δ es el ángulo de carga = $\delta_m \frac{P}{2}$
- P es el número de polos
- ω_B es la frecuencia angular eléctrica = $\frac{P}{2} \omega_m$
- H es la constante de inercia dada por

$$H = \frac{1}{2} \frac{J\omega_m^2}{S_B} = \frac{\text{energía cinética almacenada en megajoules}}{\text{capacidad en MVA}} \quad (2.12)$$

La constante de inercia H tiene la dimensión de tiempo expresada en segundos. H varia en un rango reducido de (2-10) para la mayoría de las máquinas independientemente de su capacidad. De la ecuación (2.11), la inercia por unidad está dada por

$$\bar{M} = \frac{M}{S_B} = \frac{2H}{\omega_B} \quad (2.13)$$

De la relación anterior δ se expresa en radianes y el tiempo en segundos. Si quisiéramos expresar δ en grados eléctricos, entonces la inercia por unidad es

$$M' = \frac{2H}{\omega_B} \frac{\pi}{180} = \frac{2H}{2\pi f_B} \frac{\pi}{180} = \frac{H}{180f_B} \quad (2.14)$$

donde f_B es la frecuencia nominal en Hz.

Por conveniencia, en lo que sigue todas las cantidades se expresan en por unidad y no se hará distinción en los símbolos para indicar cantidades por unidad. Así la ecuación (2.9) es revisada y expresada en cantidades en p.u. como

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (2.15)$$

La ecuación (2.15) suele ir acompañada de un término proporcional a la desviación de la velocidad, el cual corresponde al amortiguamiento K_D de la máquina síncrona, esto es

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e - K_D \omega \quad (2.16)$$

2.2.2. Modelo eléctrico

Como ya mencionamos anteriormente el generador síncrono se representa como una fuente de voltaje ideal detrás de la reactancia transitoria en el eje d X'_d , el bus infinito también como una fuente de voltaje de magnitud constante. El circuito reducido equivalente para el sistema SMIB se muestra en la figura 2.7, se considera que el módulo de la fuente de tensión E' detrás de la reactancia transitoria es constante debido a que se supone que el flujo de excitación es constante durante el transitorio, asimismo el ángulo de la fuente de tensión δ es precisamente el ángulo del rotor. La reactancia equivalente X_E es la suma de X'_d y X_{eq} y para el bus infinito es representado por una fuente de tensión constante E_B .

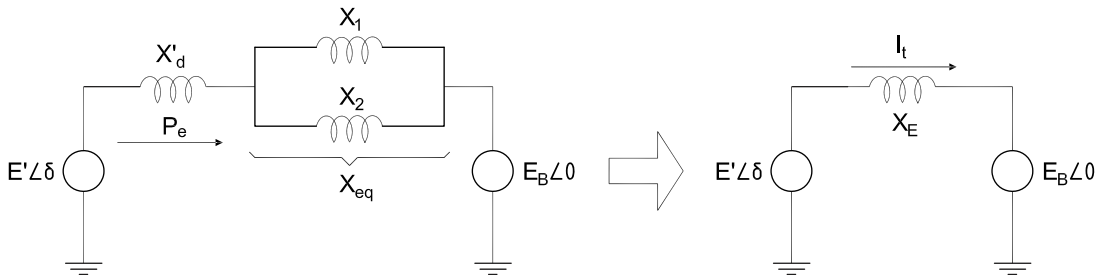


Figura 2.7: Circuito reducido equivalente del SMIB

La potencia eléctrica suministrada por un generador síncrono conectado a un bus infinito se calcula como

$$P_e = \Re\{E_B I_t^*\} \quad (2.17)$$

Sabiendo que la corriente que suministra el generador se puede calcular como

$$I_t = \frac{E' - E_B}{jX_E} \quad (2.18)$$

Sustituyendo la expresión (2.19) en (2.17), resulta ser entonces

$$P_e = \Re \left\{ E_B \frac{E' \cos \delta - jE' \operatorname{sen} \delta - E_B}{-jX_E} \right\} = \frac{E' E_B}{X_E} \operatorname{sen}(\delta) \quad (2.19)$$

Ésta es la forma más simple de la ecuación del flujo de potencia y es básica para el entendimiento de todos los problemas de estabilidad. Dicha relación muestra que la potencia transmitida depende de la reactancia de transferencia y el ángulo entre los dos nodos de interconexión. La curva P_e contra δ es ampliamente conocida como la *curva de potencia-ángulo*, en la figura 2.8 se muestra de manera gráfica el comportamiento de la ecuación (2.19). Cabe mencionar que está reportado en la literatura que el análisis asociado a dicha curva como se muestra en [12], corresponde a fijar un valor para la potencia mecánica P_m de tal manera que se obtiene una potencia eléctrica asociada, como resultado se encuentran dos puntos de intersección que corresponden a los puntos de equilibrio del SMIB, en donde un punto tiene características de estabilidad asintótica mientras el otro posee características de inestabilidad.

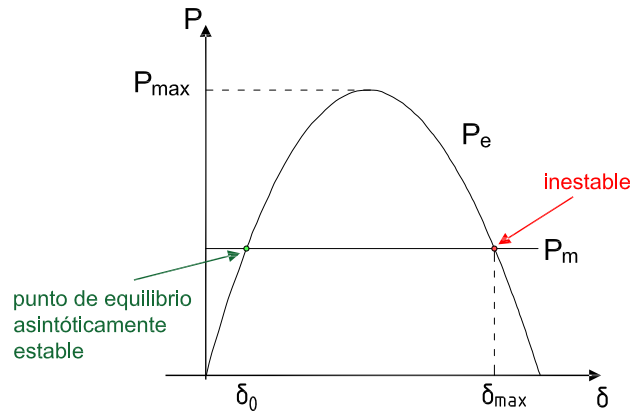


Figura 2.8: Curva de Potencia - Ángulo

El aumento gradual de la potencia eléctrica de salida del generador es posible hasta que la potencia eléctrica máxima es transferida. La potencia máxima es referida como el límite de estabilidad de estado estable y ocurre en un desplazamiento angular de 90° . Si se intenta seguir incrementando el ángulo δ mediante un aumento en el eje de entrada de la máquina, la potencia eléctrica de salida empezará a disminuir pasando el punto de máxima potencia, esto en términos de rotación quiere decir que la máquina se acelerará, causando la pérdida de sincronismo con el bus infinito.

La ecuación de la potencia eléctrica en términos de P_{max} es:

$$P_e = P_{max} \operatorname{sen}(\delta) \quad (2.20)$$

Así nuestro sistema SMIB, se representa con un modelo simplificado de segundo orden dado por

$$\dot{\delta} = \omega \quad (2.21)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_e - K_D \omega) \quad (2.22)$$

donde

$$P_e = \frac{1}{X'_d + X_{eq}} E' E_B \operatorname{sen}(\delta)$$

con

- P_m : potencia mecánica, pu.
- P_e : potencia eléctrica de salida, pu.
- X'_d : reactancia transitoria en el eje d, pu.
- X_{eq} : reactancia equivalente de las dos líneas de transmisión, pu.
- E' : voltaje interno del generador, pu.
- E_B : voltaje del bus infinito, pu.
- δ : ángulo de carga, radianes eléctricos (r.e.)
- H : constante de inercia, MWs/MVA.
- $\omega = \omega_r - \omega_0$: velocidad relativa del rotor, r.e/s.
- ω_0 : velocidad nominal, r.e/s.
- K_D : factor de amortiguamiento, torque pu/vel. pu.
- t : tiempo, s.

El modelo para el sistema SMIB descrito por el conjunto de ecuaciones (2.21) y (2.22), se puede reescribir en una forma compacta. Para ello definimos las variables de estado del modo; $[x_1, x_2] = [\delta, \omega]$, de modo que se obtiene un modelo de segundo orden dado por:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.23)$$

$$\dot{x}_2 = a_1 P_m - a_1 b_1 \text{sen}(x_1) - b_3 x_2 \quad (2.24)$$

donde

$$a_1 = \frac{\omega_0}{2H}; \quad b_1 = \frac{E' E_B}{X'_d + X_{eq}}; \quad b_3 = \frac{\omega_0 K_D}{2H}$$

2.3. Criterios de Estabilidad

2.3.1. Criterio de Áreas Iguales

Como ya se mencionó anteriormente para el caso más simple (sistema SMIB), el estudio de estabilidad puede ser efectuado con métodos que no requieren resolver la ecuación de oscilación, un método bien conocido y utilizado ampliamente en la literatura es el denominado *Criterio de Áreas Iguales*. Este criterio es un método analítico gráfico que en general se aplica al caso donde tenemos un generador síncrono conectado a un bus infinito. Su mayor interés no reside en su uso práctico de difícil aplicación en los SEPs reales, sino más bien en su carácter visual e intuitivo, facilitando la comprensión de los fundamentos involucrados en las oscilaciones electromecánicas de los sistemas eléctricos.

En [20] se establece el criterio de áreas iguales, de una manera exhaustiva y vigorosa, en la presente tesis se hace una breve descripción de dicho método.

Sin pérdida de generalidad, si consideramos que la constante de amortiguamiento K_D es nula, la ecuación de oscilación (2.22), la podemos reescribir de la siguiente manera

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e = P_{ace} \quad (2.25)$$

donde P_{ace} es la potencia de aceleración.

Si se multiplica por $d\delta$ ambos términos de la ecuación (2.25) resulta

$$\frac{d\omega}{dt} d\delta = \frac{\omega_0}{2H} P_{ace} d\delta \quad (2.26)$$

La ecuación (2.26) también se puede escribir como

$$\frac{d\delta}{dt} d\omega = \frac{\omega_0}{2H} P_{ace} d\delta \quad (2.27)$$

o como

$$(\omega - \omega_0) d\omega = \Delta\omega d\Delta\omega = \frac{\omega_0}{2H} P_{ace} d\delta \quad (2.28)$$

Si la ecuación (2.28) se integra entre $\Delta\omega = 0$ y $\Delta\omega$ del lado izquierdo, y del lado derecha se integra entre δ_0 y δ , se obtiene que

$$\int_0^{\Delta\omega} \Delta\omega d\Delta\omega = \frac{\omega_0}{2H} \int_{\delta_0}^{\delta} P_{ace} d\delta \quad (2.29)$$

resulta

$$\frac{1}{2} \Delta\omega^2 = \frac{\omega_0}{2H} \int_{\delta_0}^{\delta} P_{ace} d\delta \quad (2.30)$$

El generador será estable si la variación de velocidad en un cierto instante de tiempo del proceso transitorio es nula. En este caso, la ecuación (2.30) se puede expresar como

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{des}} P_{ace} d\delta = \int_{\delta_{des}}^{\delta_{max}} P_{dec} d\delta \quad (2.31)$$

$$A_{ace} = A_{dec} \quad (2.32)$$

donde

- δ_{des} es el valor del ángulo del rotor en el instante del despeje de la falla,
- δ_{max} es el valor máximo de ángulo del rotor correspondiente a un cierto ángulo de despeje,
- P_{dec} es la potencia de desaceleración,
- A_{ace} es el área de aceleración y
- A_{dec} es el área de desaceleración

La igualdad (2.32) indica que el generador es estable si existe un ángulo de liberación tal que se cumple que el área de desaceleración es igual al área de aceleración.

La curva potencia-ángulo puede ser empleada para analizar el efecto que tiene una perturbación dentro de la red. Esta gráfica muestra la aplicación del criterio al análisis de estabilidad transitoria, en el capítulo 3 se verá el incremento del margen de estabilidad considerando la compensación vía STATCOM y HVDC.

Para explicar este criterio considere inicialmente al SEP operando en un punto de equilibrio, es decir, que las magnitudes de las diferentes variables de cada máquina se consideran constantes, esto es; la frecuencia

es constante, la corriente y el voltaje son normales; no hay torque de aceleración o desaceleración, lo que se traduce a decir que $P_m = P_e$, esta situación se representa gráficamente en el punto 1 de la Figura 2.9 (a).

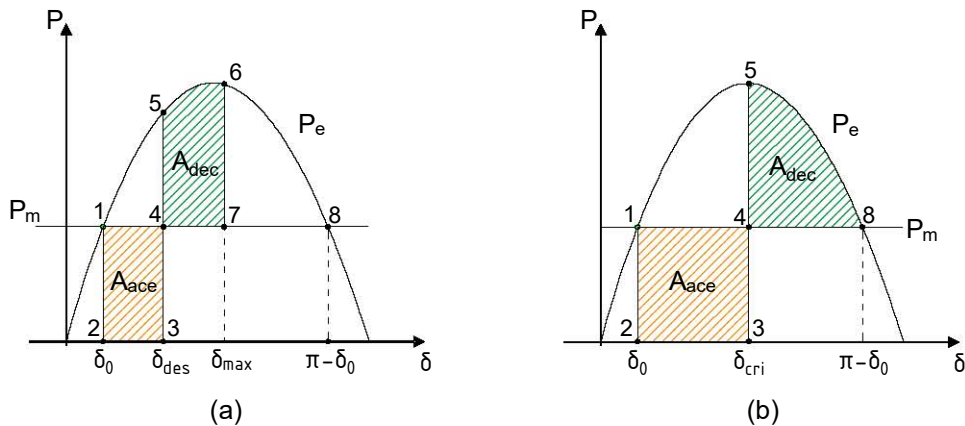


Figura 2.9: Criterio de Áreas Iguales

El circuito equivalente del sistema SMIB para la condición de prefalla se muestra en la Figura 2.10- (a), suponga que ésta posición de equilibrio ocurre para un cierto ángulo δ_0 . Considere que ocurre una gran perturbación lo que implicaría cambios en la topología de la red, donde esta perturbación podría ser un cortocircuito trifásico en una línea de transmisión, por mencionar un ejemplo. Para nuestro análisis consideraremos que ocurre una falla de este tipo. Durante la falla la potencia eléctrica cae de un valor de prefalla a cero, en la Figura 2.9 se muestra mediante la línea que une los puntos 1 y 2 y permanece en cero hasta que la falla es eliminada mediante la acción del interruptor.

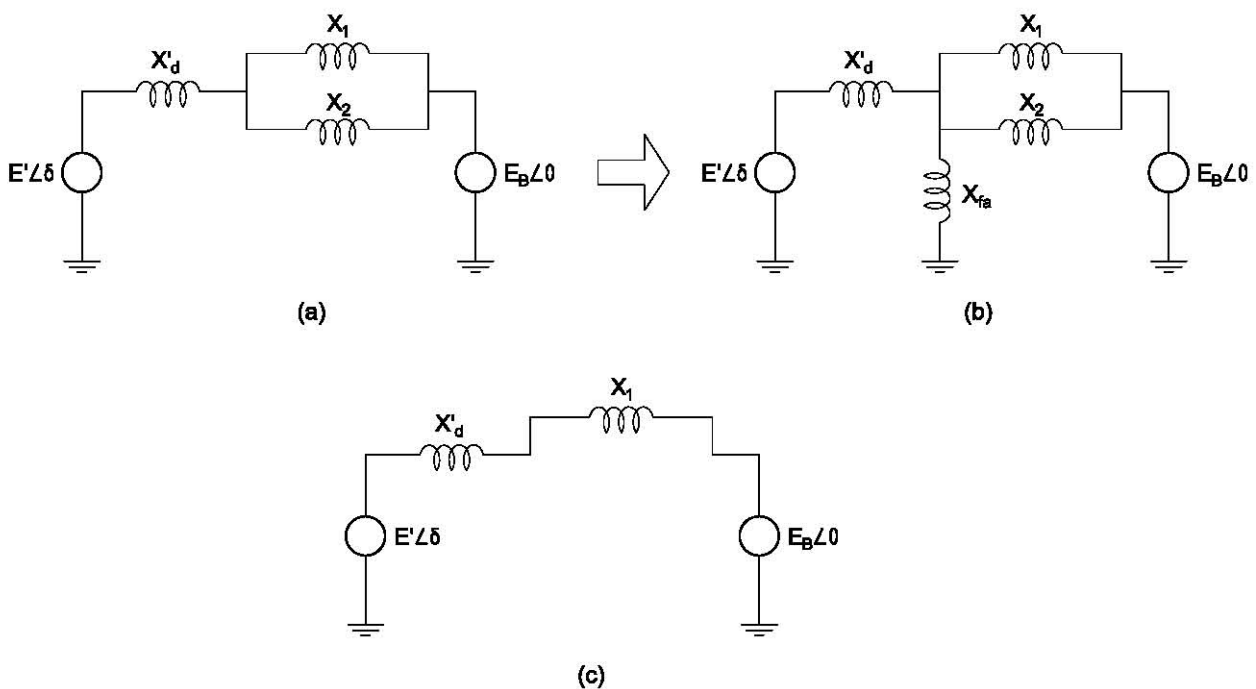


Figura 2.10: Circuitos equivalentes del SMIB: (a) Prefalla; (b) Durante la falla; (c) Posfalla

Antes de que la falla se elimine el rotor mueve su ángulo del punto 2 al punto 3, y adquiere una energía cinética proporcional al área sombreada 1 – 2 – 3 – 4. Cuando la falla es eliminada en el tiempo $t = t_1$ mediante la apertura del interruptor, el rotor regresa a la curva característica de potencia-ángulo, de modo que existe un cambio del punto de operación 3 al 5. El rotor ahora experimenta un par de desaceleración con una magnitud proporcional a la longitud de la línea que une los puntos 4 y 5, y empieza a desacelerar, sin embargo, debido a su momento de inercia, el rotor continúa incrementando su ángulo hasta que el trabajo

realizado durante la desaceleración, que corresponde al área 4 – 5 – 6 – 7, sea igual a la energía cinética adquirida durante la aceleración, área 1 – 2 – 3 – 4. El rotor alcanza de nuevo la velocidad síncrona en el punto 6 cuando

$$\text{área } 4-5-6-7 = \text{área } 1-2-3-4$$

El generador no pierde sincronismo y el punto de operación es asintóticamente estable.

Dado que el generador no utilizó toda la zona de desaceleración disponible, es posible definir el *margen de estabilidad transitoria* en base al área establecida por los puntos 6 – 7 – 8, dividida por el área de desaceleración disponible, de la forma

$$K_{\text{margen}} = \frac{\text{área } 6-7-8}{\text{área } 4-5-8} \quad (2.33)$$

Es importante mencionar, que el hecho de que la potencia eléctrica disminuya hasta cero es debido al valor de la reactancia equivalente que existe entre el generador y el bus-infinito durante el periodo de falla, debido al cortocircuito trifásico presente. Cabe mencionar, que el uso de componentes simétricas permite representar cualquier tipo de falla en la red de secuencia positiva por una reactancia en derivación x_{fa} , conectada entre el punto de falla y el neutro [13]. El circuito equivalente para el sistema durante este periodo, es de acuerdo a la figura 2.11.

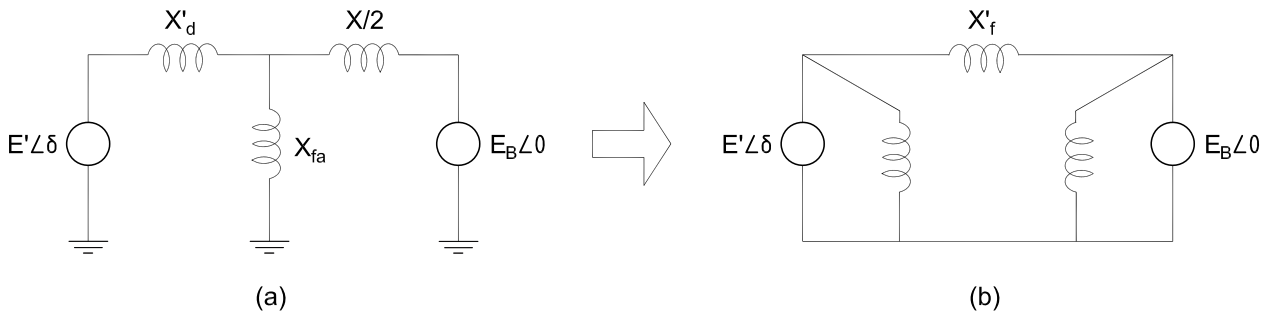


Figura 2.11: Conversión estrella-delta durante el periodo de falla

Es importante mencionar que el valor de esta reactancia en derivación depende del tipo de falla y es dada por la tabla 2.1, donde X_1 , X_2 y X_0 son las reactancias equivalente de Thevenin de secuencia, positiva, negativa y cero, respectivamente, vistas desde las terminales de falla.

Tipo de falla	Trifásica (3ϕ)	Dos fases a tierra ($2\phi - t$)	Fase a fase (2ϕ)	Una fase (1ϕ)
x_{fa}	0	$\frac{X_2 X_0}{X_2 + X_0}$	X_2	$X_1 + X_2$

Tabla 2.1: Reactancia en derivación para distintos tipos de falla

La potencia eléctrica máxima de salida (en función de la reactancia en derivación, X_{fa}), durante la falla puede ser obtenida usando la conversión equivalente estrella-delta de admitancia, lo que resulta

$$P_{e_{max}} = \frac{E' E_B}{X'_f} = \frac{x_{fa} E' E_B}{X'_d \cdot \frac{X}{2} + \frac{X}{2} \cdot x_{fa} + x_{fa} \cdot X'_d} \quad (2.34)$$

Dado que para una falla del tipo cortocircuito trifásico el valor de x_{fa} es igual a cero y por tanto $P_{e_{max}} = 0$.

2.3.2. Punto de equilibrio y estabilidad

En la etapa de diseño de un sistema eléctrico de potencia, aunque el planificador toma muchas contingencias en consideración, en la operación posterior y el aumento de la red, surgen nuevas consideraciones que no fueron previstas en un principio. Por lo tanto, no es de extrañarse que se puede presentar un patrón completamente diferente del sistema bajo condiciones actuales de operación. Esto es particularmente cierto con respecto a la capacidad del sistema para mantener el sincronismo o la estabilidad debido a perturbaciones imprevistas repentinas. Las herramientas adecuadas para estudios fuera de línea como la simulación por ejemplo, pueden no ser adecuadas para aplicaciones en línea, ya que un gran número de contingencias tienen que ser simuladas en un tiempo corto. Una técnica que ofrece promesas para este propósito es el método de *Lyapunov* [25]. Lo atractivo de este método reside en su capacidad para calcular directamente el tiempo crítico de liberación de falla de los interruptores para varias fallas y de este modo, evaluar directamente el grado de estabilidad para una configuración dada y un estado de operación.

Tal vez para ningún otro sistema físico se ha aplicado la teoría de estabilidad de Lyapunov tan extensa y vigorosamente como para los SEPs. Uno de los propósitos de esta tesis es presentar el método de Lyapunov y su aplicación sistemática a la estabilidad de un sistema SMIB. La estabilidad de los puntos de equilibrio generalmente se caracteriza en el sentido de Lyapunov, un matemático e ingeniero ruso que estableció las bases de la teoría que hoy en día lleva su nombre. Para abordar dicha teoría empezamos estableciendo los conceptos fundamentales de sistemas dinámicos como sigue.

Un sistema dinámico puede ser representado por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales de la forma

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (2.35)$$

con $f \in \mathbb{R}^n$, $x \in \mathbb{R}^n$ y n el orden del sistema. Una solución $x(t)$ de la ecuación (2.35) corresponde a una curva en el espacio de estados, como t varía desde cero a infinito, esta curva es generalmente referida como una *trayectoria de estado* o una trayectoria del sistema. Una clase especial de sistemas dinámicos son los sistemas lineales, los cuales se representan de la forma:

$$\dot{x} = A(t)x \quad (2.36)$$

donde $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Además estos sistemas se clasifican ya sea como variantes o invariantes en el tiempo, dependiendo si la matriz A depende explícitamente o no del tiempo, en la literatura son denominados autónomos y no autónomos [31]. En este sentido, nos permitimos establecer la siguiente definición

Definición 2.3.1 *El sistema no lineal (2.35) se dice que es autónomo si f no depende explícitamente del tiempo, es decir si la ecuación de estado del sistema puede escribirse como*

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.37)$$

de otra manera el sistema es llamado no autónomo. A continuación, definimos otro concepto igualmente importante, el punto de equilibrio.

Definición 2.3.2 *Un estado x^* es un punto de equilibrio del sistema (2.37) si una vez que $x(t)$ es igual a x^* permanece en x^* para todo tiempo futuro.* Matemáticamente esto quiere decir que el vector x^* cumple que

$$f(x^*) = 0 \quad (2.38)$$

y los puntos de equilibrio del sistema se encuentran resolviendo el conjunto de ecuaciones (2.38). Este sistema se puede transformar de una manera tal que el punto de equilibrio sea el origen del espacio de estados, es decir que siempre es posible encontrar una transformación para analizar un punto de operación

$$y = x - x^* \quad (2.39)$$

En ocasiones no siempre se habla de la estabilidad alrededor de un punto de equilibrio, sino de la estabilidad de las trayectorias del sistema. Sin embargo, el problema de estabilidad de trayectorias puede ser tratado como un problema equivalente de estabilidad alrededor de un punto de equilibrio.

Así pues, sea $x^*(t)$ (solución de la ecuación (2.37)) la trayectoria de movimiento correspondiente a la condición inicial $x^*(0) = x_0$. Perturbando la condición inicial $x(0) = x_0 + \delta x_0$, se puede estudiar la variación del error de la trayectoria de movimiento mediante el cambio de coordenadas $e(t) = x(t) - x^*(t)$, como puede verse en la figura 2.12.

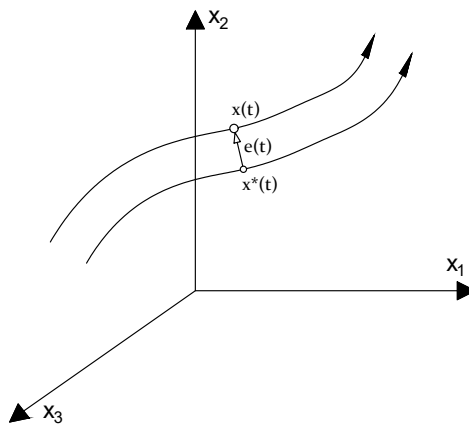


Figura 2.12: Trayectoria original y trayectoria perturbada

A continuación definimos los conceptos de puntos de equilibrio formalmente. Para una información más completa y detallada acerca de esta temática vea [16], [31].

Definición 2.3.3 (Punto equilibrio estable) *El estado de equilibrio $x = 0$ se dice que es estable si para cualquier $R > 0$ existe $r > 0$, tal que si $\|x(0)\| < r$, entonces $\|x(t)\| < R$ para todo $t \geq 0$. De otra manera el punto de equilibrio es inestable.*

La definición anterior en términos matemáticos se puede escribir como

$$\forall R > 0, \exists r > 0, \|x(0)\| < r \Rightarrow \forall t \geq 0, \|x(t)\| < R \quad (2.40)$$

De manera equivalente, esto también se puede escribir de la siguiente manera

$$\forall R > 0, \exists r > 0, x(0) \in B_r \Rightarrow \forall t \geq 0, x(t) \in B_R \quad (2.41)$$

En términos prácticos esto quiere decir, que un punto de equilibrio es *estable* si todas las soluciones que se inicien en las cercanías del punto de equilibrio permanecen en las cercanías del punto de equilibrio. Formalmente esta definición establece que el origen es estable si, dado que no queremos que la trayectoria $x(t)$ salga de la esfera de radio específico y arbitrario B_R , un valor $r(R)$ puede ser encontrado tal que a partir del estado dentro de la esfera B_r en el tiempo cero, garantiza que el estado se quedará dentro de la esfera B_R para todo tiempo. Un punto de equilibrio es inestable si la trayectoria deja a la esfera B_R .

Definición 2.3.4 (Punto equilibrio inestable). Un punto de equilibrio es inestable si no es estable.

Definición 2.3.5 (Punto equilibrio asintóticamente estable) *Un punto de equilibrio es asintóticamente estable si es estable y además existe algún $r > 0$ tal que $\|x(0)\| < r$ implica que $x(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.*

La definición anterior nos dice que si todas las soluciones que se inicien en las cercanías del punto de equilibrio no sólo permanecen en las cercanías de dicho punto, sino que además tienden hacia el equilibrio a medida que el tiempo se aproxima a infinito. Para un mejor entendimiento de los conceptos de estabilidad antes mencionados, obsérvese la figura 2.13.

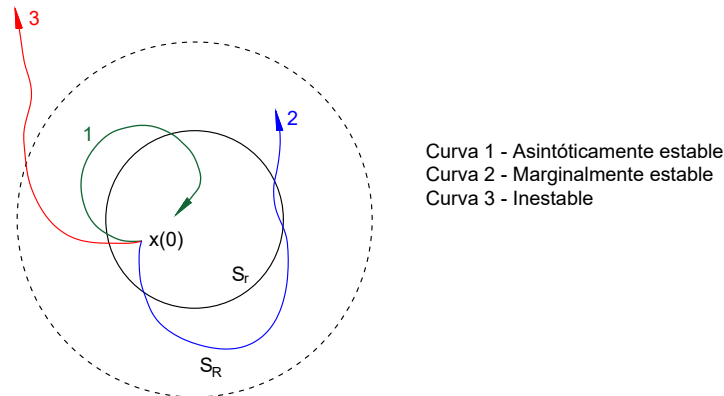


Figura 2.13: Concepto de estabilidad

2.3.3. Teorema de estabilidad de Lyapunov

La teoría de Lyapunov se refiere principalmente a los dos métodos propuestos por Lyapunov: *el método indirecto* y *el directo*[16].

- **Método Indirecto:** Conocido también como método de linealización, establece que las propiedades de estabilidad de un sistema no lineal en la vecindad de un punto de equilibrio son esencialmente las mismas de su aproximación lineal.
- **Método Directo** Es una herramienta para el análisis de sistemas no lineales. En su inicio, el método directo es una generalización de los conceptos de energía asociados con sistemas mecánicos. La idea es construir una función escalar que represente la energía del sistema, con la finalidad de ver si ésta decrece.

El primer método nos permite realizar una linealización en torno a un punto de equilibrio y posteriormente analizar el comportamiento del modelo lineal, que nos permitirá extraer conclusiones sobre la estabilidad del origen como punto de equilibrio del sistema no lineal a través del análisis del modelo linealizado en torno a dicho punto de equilibrio. Asimismo, Lyapunov es quien introduce la idea de la utilización de funciones de prueba que generalizan la noción de energía del sistema y la idea de que los puntos estables corresponden a mínimos locales de energía. Los resultados o teoremas de estabilidad de Lyapunov proveen condiciones suficientes para establecer la estabilidad de los puntos de equilibrio. Por otro lado, es importante aclarar el hecho de que, si no se puede establecer la estabilidad de dichos puntos por los métodos de Lyapunov, no implica que el sistema es estable o inestable, según lo que se quiera demostrar.

El signo de propiedades definidas de una función escalar $V(x)$ se definen a continuación

Definición 2.3.3.1 Una función escalar continua $V(x)$ se dice que es localmente definida positiva si $V(0) = 0$ y en una esfera B_{R_0} , $x \neq 0 \Rightarrow V(x) > 0$. Si $V(0) = 0$ y la propiedad de arriba se mantiene dentro de todo el espacio de estados, entonces $V(x)$ se dice que es globalmente definida positiva.

Lo anterior implica que la función V tiene un mínimo único en el origen $x = 0$, pero en realidad dada cualquier función teniendo un mínimo único en una cierta bola, se puede construir una función localmente definida positiva agregando una constante de tal manera que la función con la constante agregada tendrá la misma derivada que la función original.

Con x denotando el estado del sistema, una función escalar $V(x)$ en realidad representa una función implícita de t . Asumiendo que $V(x)$ es diferenciable, su derivada se obtiene mediante la regla de la cadena.

$$\dot{V} = \frac{dV(x)}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \quad (2.42)$$

donde la última igualdad se obtiene de considerar que $\dot{x} = f(x)$.

Definición 2.3.3.2 Si en una bola B_{R_0} la función $V(x)$ es positiva definida y tiene derivadas parciales continuas y si su derivada respecto al tiempo a lo largo de cualquier trayectoria de estado del sistema ($\dot{x} = f(x)$) es negativa semi-definida $\dot{V}(x) < 0$ se dice que es una **función de Lyapunov** del sistema.

En la figura XYZ puede observarse una interpretación geométrica de la función de Lyapunov, en esta figura el punto $V(x_1, x_2)$ se ve apuntando hacia la parte baja de un tazón y moviéndose hacia abajo también a través de las curvas de contorno correspondientes $x(t)$, disminuyendo los valores de la función V .

Sea $V : D \rightarrow \mathbb{R}$ un campo escalar continuamente diferenciable definido en el dominio $D \subset \mathbb{R}^n$ que contiene al origen, entonces:

- $V(x)$ es definida positiva si $V(0) = 0$ y $V(x) > 0$ en $D - \{0\}$.
- $V(x)$ es semidefinida positiva si $V(0) = 0$ y $V(x) \geq 0$ en $D - \{0\}$.
- $V(x)$ es definida negativa si $V(0) = 0$ y $V(x) < 0$ en $D - \{0\}$.
- $V(x)$ es semidefinida negativa si $V(0) = 0$ y $V(x) \leq 0$ en $D - \{0\}$.

Cualquiera de las definiciones anteriores puede ser local si las condiciones se cumplen dentro de un conjunto o una bola B_r de radio r , mientras que es global si es todo el espacio \mathbb{R}^n .

Una vez descritas las características de la función escalar $V(x)$, a continuación establecemos el teorema de estabilidad de una forma más formal.

Teorema 2.3.1 (Teorema [Lyapunov])

Considere el sistema $\dot{x} = f(x)$ y suponga que $f(x_*) = 0$. Sea $V : D \rightarrow \mathbb{R}$ una función continuamente diferenciable tal que

$$V(x_*) = 0, \quad V(x) > 0, \quad x \neq x_* \quad (2.43)$$

Si

$$\dot{V}(x_*) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq 0, \quad \forall x \in D \quad (2.44)$$

entonces x_* es un punto de equilibrio estable. Más aún, si

$$\dot{V}(x_*) < 0, \quad \forall x \in D, \quad x \neq x_* \quad (2.45)$$

entonces x_* es un punto de equilibrio *asintóticamente estable*

En el apartado 2.2.2 se presentó el modelo de segundo orden para el sistema SMIB, a continuación se propone una función candidata de Lyapunov basada en la función de energía del sistema, con la finalidad de demostrar propiedades de estabilidad asintótica del punto de equilibrio.

De (3.13) y (3.14) se obtienen los puntos de equilibrio de la forma

$$\omega_* = 0 \quad (2.46)$$

$$\delta_* = \text{sen}^{-1} \left(\frac{X'_d + X_{eq}}{E' E_B} P_m \right) \quad (2.47)$$

donde ω_* y δ_* son los puntos de equilibrio de los estados, para que los puntos de equilibrio existan se debe cumplir la siguiente restricción

$$0 \leq P_m \leq \frac{E' E_B}{X'_d + X_{eq}} \quad (2.48)$$

con base en la restricción anterior y en el comportamiento físico del SMIB es posible establecer la región de operación al conjunto cerrado:

$$D_\epsilon = \{x \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq \frac{\pi}{2} - \epsilon\} \quad (2.49)$$

donde ϵ es un número suficientemente pequeño.

De acuerdo a la curva de la Figura 2.8, existen dos puntos de equilibrio, un punto que es asintóticamente estable $x_* = \{x_{1*}, 0\}$ que se encuentra dentro de la región (2.49) y uno inestable que corresponde a valores de $x_{1*} > \frac{\pi}{2}$. Para demostrar estabilidad asintótica del punto de equilibrio hacemos el análisis mediante la función de energía del sistema, con el cual buscaremos proponer una función de energía del sistema SMIB como función candidata de Lyapunov, este análisis está reportado en [21] y [34]. Para el planteamiento de dicha función candidata, partimos de la dinámica del generador vista anteriormente, dada por la ecuación de swing de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= \frac{\omega_0}{2H} \left(P_m - \frac{E' E_B}{X'_d + X_{eq}} \text{sen}(\delta) - K_D \omega \right) \end{aligned}$$

Suponga que no hay amortiguamiento, es decir, $K_D = 0$, por lo que la ecuación anterior puede ser escrita de la forma:

$$\ddot{\delta} = \left(\frac{\omega_0}{2H} \right) \cdot P_m - \left(\frac{\omega_0}{2H} \right) \cdot \frac{E' E_B}{X'_d + X_{eq}} \text{sen}(\delta) \quad (2.50)$$

La ecuación (2.50), en términos de variables de estado se representa de la forma:

$$\ddot{x}_1 = a_1 P_m - a_1 b_1 \text{sen}(x_1) \quad (2.51)$$

donde $a_1 = \frac{\omega_0}{2H}$ y $b_1 = \frac{E' E_B}{X'_d + X_{eq}}$. El término del lado derecho de (2.51) puede escribirse como $-\frac{\partial V_{PE}}{\partial x_1}$, adoptando la estructura:

$$V_{PE} = -a_1 P_m x_1 - a_1 b_1 \cos(x_1) \quad (2.52)$$

Multiplicando (2.51) por dx_1/dt se obtiene que:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + V_{PE}(x_1) \right] = 0 \quad (2.53)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} (x_2)^2 + V_{PE}(x_1) \right] = 0 \quad (2.54)$$

donde:

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2} (x_2)^2 + V_{PE}(x_1) \quad (2.55)$$

Si se realiza un cambio de coordenadas, para que $V_{PE} = 0$ en el punto de equilibrio $x_1 = x_{1\star}$, la ecuación (2.52) adopta la siguiente forma:

$$V_{PE}(x_1, x_{1\star}) = -a_1 P_m(x_1 - x_{1\star}) - a_1 b_1 (\cos(x_1) - \cos(x_{1\star})) \quad (2.56)$$

Sustituyendo (2.56) en (2.55), finalmente se obtiene la función de energía, dada por

$$V(x) = \frac{1}{2} x_2^2 - a_1 P_m(x_1 - x_{1\star}) + a_1 b_1 (\cos(x_{1\star}) - \cos(x_1)) \quad (2.57)$$

El punto de mínima energía de (2.57) se encuentra en $(x_{1\star}, 0)$. La derivada de esta ecuación a lo largo de las trayectorias del sistema está dada por:

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} \dot{x}_2 \quad (2.58)$$

Sus derivadas parciales con respecto a las variables x_1 y x_2 son:

$$\frac{\partial V}{\partial x_1} = -a_1 P_m + a_1 b_1 \text{sen}(x_1) \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_2} = x_2 \quad (2.60)$$

Sustituyendo (2.59) y (2.60) en (2.58), donde \dot{x}_1 y \dot{x}_2 están dadas por (2.23) y (2.24), resulta ser

$$\dot{V}(x) = (-a_1 P_m + a_1 b_1 \text{sen}(x_1))(x_2) + (x_2)(a_1 P_m - a_1 b_1 \text{sen}(x_1) - b_3 x_2) \quad (2.61)$$

De esta última expresión observe que se eliminan términos en común y por lo tanto se simplifica, por lo que finalmente la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{V}(x) = -a_1 D x_2^2 \leq 0 \quad (2.62)$$

Alternativas de mejora

La tecnología FACTS abre nuevas posibilidades para el control de la energía y la mejora en la capacidad de las líneas de transmisión actuales, así como las futuras líneas que se vayan instalando. La posibilidad de que la corriente a través de una línea se pueda controlar a un costo razonable, permite un gran potencial de incremento en la capacidad de las líneas actuales, y el uso de los controladores FACTS permitiendo con ello que el flujo de energía circule en dichas líneas en condiciones normales y de contingencia. Cabe mencionar que esta tecnología no es solamente un controlador de alta potencia, sino más bien una colección de controladores, que se pueden aplicar individualmente o en coordinación con los demás para controlar uno o más de los parámetros del sistema relacionados entre sí, como son la impedancia serie, la impedancia en derivación, la corriente, el ángulo de tensión [15].

Uno de los primeros controladores notables basados en electrónica de potencia, anterior a la introducción del concepto de FACTS, es el Compensador Estático de VAR (CEV), conectado en derivación utilizado para el control de tensión. La incorporación de estos controladores se trata de una tecnología base, probada con las líneas HVDC y los drivers industriales de alta potencia. Sin embargo, como la tecnología de semiconductores de potencia sigue mejorando día con día, en particular los dispositivos con capacidad de conmutación, y con los conceptos avanzados en tecnología de controladores FACTS, el costo de estos continuará descendiendo. Asimismo esta tecnología obtuvo una mayor importancia a lo largo de estos últimos años debido a la alta controlabilidad que ofrece en los flujos de potencia para los SEPs, lo que ha permitido que se introduzcan varios dispositivos para diversas aplicaciones en todo el mundo.

Por el lado de los sistemas de transmisión HVDC tienen la versatilidad de un rápido control en la potencia transmitida por lo que tienen un gran impacto en la estabilidad de redes de corriente alterna a las cuales se interconectan los enlaces de CD. Un entendimiento básico de las características de estos sistemas es esencial en el estudio de la estabilidad del SEP y de manera fundamental el diseño de los controles en las estaciones convertidoras, ya que estos tendrán un gran impacto en el comportamiento satisfactorio del sistema CA/CD [18]. Por ejemplo, ante una contingencia con controles adecuados del sistema HVDC se pueden lograr buenos márgenes de estabilidad; pero con controles inadecuados, el SEP puede caer en inestabilidades. En ese sentido, se pueden equiparar los controles del sistema HVDC con controles discretos suplementarios tales como el Disparo Automático de Generación y/o Disparo Automático de Carga.

La utilización de tales sistemas, dada las ventajas que estos presentan no es algo que sea reciente y actual; de hecho, se puede decir que el SEP al igual que sus componentes nacieron en CD. Lo actual es que el avance de la tecnología en componentes fundamentales y de los sistemas de corriente directa en alta tensión han mejorado su eficiencia y sobre todo han bajado significativamente sus costos, por lo que actualmente y en el futuro se irá eliminando la principal desventaja de éstos, su costo. Gracias a la capacidad de control independiente de potencia activa y reactiva, el uso de enlaces HVDC en las interconexiones con las redes de CA ha demostrado ser una solución ventajosa bajo estos escenarios, esta característica propia de los sistemas de transmisión en CD ha hecho posible aumentar la estabilidad en los sistemas de potencia y por ende tener un mayor control del flujo de potencia [5].

3.0.1. Sistemas Flexibles de Transmisión en Corriente Alterna (FACTS)

Vale la pena establecer una definición para el concepto de FACTS basada en los términos y definiciones por distintos equipos de trabajo e instituciones, tales como IEEE PES del Grupo de Trabajo de FACTS, el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE), por mencionar algunos.

Flexible AC Transmission System (FACTS) (Sistemas de Transmisión Flexibles de Corriente Alterna) Sistemas de transmisión de corriente alterna que incorpora controladores basados en electrónica de potencia y otros controladores estáticos para mejorar la controlabilidad y aumentar la capacidad de transferencia de potencia [15].

La implementación de esta tecnología permite mejorar la utilización de las líneas de transmisión existentes, aumentando su capacidad mediante el control de los parámetros del sistema. Ésto tiene su fundamento en la siguiente expresión:

$$P_{ij} = \frac{V_i V_j}{x_{ij}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \quad (3.1)$$

donde

V_i es el voltaje en el nodo de envío

V_j es el voltaje en el nodo receptor

θ_i es el ángulo en el nodo de envío

θ_j es el ángulo en el nodo receptor

x_{ij} impedancia entre nodos

En la figura 3.1 se muestra una clasificación de dispositivos básicos separados en convencionales y dispositivos FACTS. La columna izquierda contiene los dispositivos convencionales construidos a partir de componentes fijos o mecánicamente conmutables como resistencia, inductancia o capacitancia junto con transformadores. La columna derecha contiene una tecnología más avanzada como son convertidores de fuente de voltaje basados hoy en día principalmente en el Transistor Bipolar de Puerta Aislada (IGBT, por sus siglas en inglés) o el Tiristor Controlado por Puerta Integrada (IGCT, por sus siglas en inglés). Los Convertidores de Fuente de Voltaje proporcionan un voltaje controlable libre en magnitud y fase debido a la modulación por ancho de pulso de los IGBTs o IGCTs.

Otra clasificación de los dispositivos FACTS es en función del tipo de conexión que se emplea para interconectarlos con el SEP, organizándolos a cuatro grandes categorías [15]:

1. Controladores en serie.
2. Controladores en paralelo.
3. Controladores serie-serie.
4. Controladores serie-derivación.

A continuación, se hace una breve descripción de cada uno de ellos.

Controladores serie. Estos controladores pueden ser impedancias variables, como capacitores, reactores, etc., o bien dispositivos basados en electrónica de potencia con fuentes variables de frecuencia fundamental, subsíncrona y frecuencias armónicas (o combinaciones). En general, todos los controladores en esta configuración inyectan una tensión en serie con la línea, ver Figura 3.2 (a). Asimismo, las impedancias variables en serie representan una inyección de tensión serie en la línea. Mientras que si la tensión en fase está en cuadratura con la corriente de línea, el control serie solo genera o absorbe potencia reactiva, cualquier otra relación del ángulo de la tensión y la corriente involucra tener potencia real.

Convencional (Switcheo)		Dispositivos FACTS Rápido, estático	
R,L,C, Transformador		Válvulas de tiristor	Convertidor de fuente de voltaje (VSC)
Dispositivos en derivación	Switcheo - Compensación en derivación (L,C)	Compensador Estático de VAR (SVC)	Compensador Estático Síncrono (STATCOM)
Dispositivos en serie	Switcheo - Compensación en serie (L,C)	Compensador en Serie controlado por tiristor (TCSC)	Compensador Serie Estático Síncrono (SSSC)
Dispositivos serie & paralelo	Transformador desfasador	Controlador de flujo dinámico (DFC)	Controlador Unificado/Interlínea de Flujos de Potencia (UPFC/IPFC)
Dispositivos serie & paralelo		HVDC Espalda-con-espalda (HVDC B2B)	HVDC VSC Espalda-con-espalda (HVDC VSC B2B)

Figura 3.1: Descripción general de los principales dispositivos FACTS [35].

Controladores en paralelo. Al igual que en el caso de los controladores en serie pueden ser impedancias variables, tales como fuentes variables o una combinación de ellas. El principio de funcionamiento de los controladores en paralelo, es inyectar corriente al sistema en el punto de conexión, ver Figura 3.2 (b). Es importante mencionar que mientras la corriente inyectada esté en cuadratura con la tensión de línea estos controles sólo generan o absorben potencia reactiva, de lo contrario también se involucraría a la potencia real.

Controladores en serie-serie. Esta configuración puede ser una combinación de controladores en serie separados, los cuales se controlan en forma coordinada en un sistema de transmisión multilínea, o puede ser un control unificado, observe Figura 3.2 (c), donde el control provee de compensación serie reactiva independiente para cada línea, pero además transfiere la potencia real a lo largo de la línea con un enlace de potencia. La capacidad de transferencia de potencia real del control unificado serie-serie, referido como control de flujo de potencia entre líneas, hace posible balancear el flujo de potencia activa y reactiva en las líneas y maximizar la utilización de los sistemas de transmisión. Cabe mencionar que el término "unificado" quiere decir, que las terminales de CD de todos los convertidores están conectados juntos, para la transferencia de potencia real.

Controladores en serie-paralelo. Esto puede ser una combinación de controladores en serie y paralelo separados, los cuales están controlados en forma coordinada, véase Figura 3.2 (d), o un control unificado de flujos de potencia con elementos en serie y paralelo, como se muestra en la Figura 3.2 (e) . El principio de operación de esta configuración es inyectar corriente al sistema con la sección en paralelo del control e inyectar tensión en serie con la sección serie del control. Cuando los controles serie y paralelo están unificados o unidos, puede haber un intercambio de potencia real en la parte serie y la parte en paralelo, por medio de un enlace de potencia.

Las aplicaciones básicas de los dispositivo FACTS son [35]:

- Control de flujos de potencia.
- Incremento de la capacidad de transmisión.

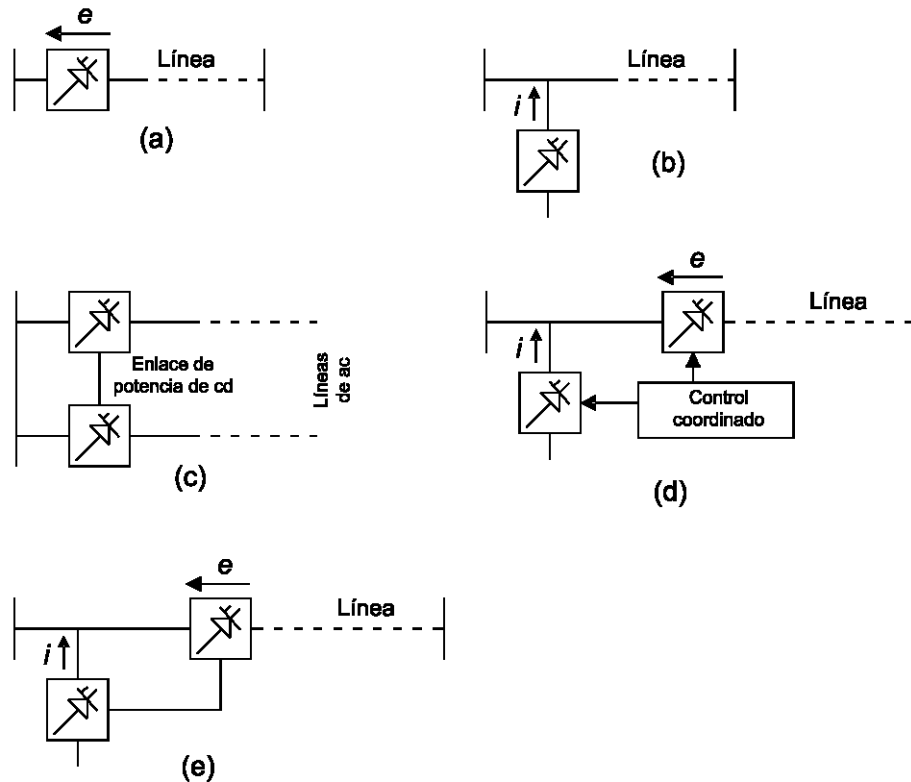


Figura 3.2: Controladores FACTS: (a) Controlador serie; (b) Controlador en paralelo; (c) Controlador serie-serie; (d) Controlador coordinado serie-paralelo; (e) Controlador unificado serie-paralelo

- Control de voltaje.
- Compensación de potencia reactiva.
- Mejora de la estabilidad.
- Mejora de la calidad de la energía.
- Acondicionamiento de la potencia.
- Mitigación del parpadeo.
- Interconexión de la generación renovable, distribuida y de almacenamiento.

3.1. Compensador Estático Síncrono (STATCOM)

(STATCOM) *Es un generador síncrono estático operado como un compensador estático de vars conectado en paralelo, donde la corriente de salida capacitiva o inductiva puede ser controlada independientemente del voltaje del sistema de corriente alterna [15].*

El STATCOM es uno de los controladores FACTS clave en la compensación de sistemas de potencia. Puede basarse en un convertidor de fuente de voltaje o en un convertidor de fuente de corriente, véase la Figura 3.3. Para el convertidor de fuente de voltaje, su tensión de salida de CA está controlada de tal manera que es la correcta para el flujo de corriente reactiva necesaria para cualquier tensión alterna del nodo, la tensión del condensador de corriente continua se ajusta automáticamente según sea necesario para servir como una fuente de tensión para el convertidor. El STATCOM también puede ser diseñado para trabajar como un filtro activo y absorber los armónicos del sistema.

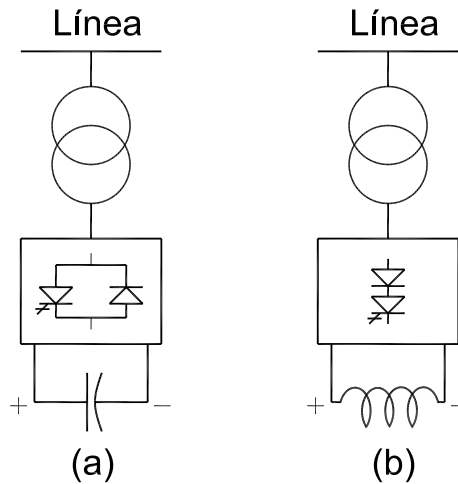


Figura 3.3: STATCOM: (a) Basado en fuente de voltaje, (b) Basado en fuente de corriente

3.1.1. Principio de funcionamiento

En su contexto más general este dispositivo FACT funciona como un capacitor síncrono, que tiene la capacidad de compensar potencia reactiva para resolver y mejorar condiciones de estabilidad transitoria y de voltaje en el SEP. Su estructura consta de una fuente de CD, un convertidor autoconmutado con base en elementos semiconductores como IGBTs o GCTs y un transformador de referencia conectado al sistema de CA. En la Figura 3.4 se muestra el circuito equivalente asociado al comportamiento de este dispositivo, en donde la resistencia r_s en serie con el convertidor representa la suma de las pérdidas de resistencia del devanado del transformador y las pérdidas de conducción del convertidor. La inductancia L_s representa la inductancia de dispersión del transformador, la resistencia r_p en paralelo con el capacitor C representa la suma de las pérdidas de conmutación del convertidor y las pérdidas de potencia del capacitor. Los voltajes e_a , e_b y e_c son los voltajes de fase del lado de CA del convertidor adecuadamente intensificados.

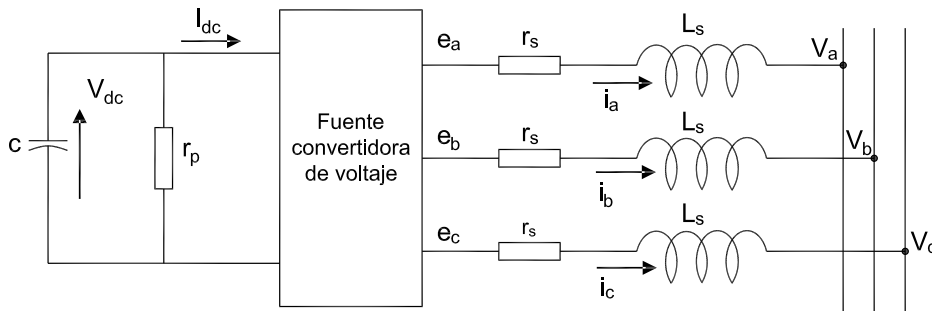


Figura 3.4: Circuito equivalente de un STATCOM.

La curva característica $V - I$ de este dispositivo FACT se muestra en la Figura 3.5. Como se observa, éste posee la capacidad de proveer una compensación tanto capacitiva como inductiva, y además es capaz de controlar su corriente de salida por encima del rango máximo nominal ya sea inductivo o capacitivo independientemente del voltaje del sistema de CA. Ésto significa, que el STATCOM puede proporcionar una corriente de salida capacitiva completa a cualquier voltaje del sistema, prácticamente cercana a cero. Otra característica adicional que posee, es que puede tener un aumento en la capacidad transitoria en ambas regiones de operación (inductiva y capacitiva). La capacidad transitoria disponible del STATCOM depende de las características de los semiconductores de potencia usados y la temperatura de unión a la que se operan los dispositivos. Por ello, la habilidad que posee para producir una corriente de salida capacitiva completa en un sistema de bajo voltaje, lo hace además muy eficaz para mejorar la estabilidad transitoria [32].

En sus aplicaciones más generales este compensador se utiliza para producir un conjunto de salidas de

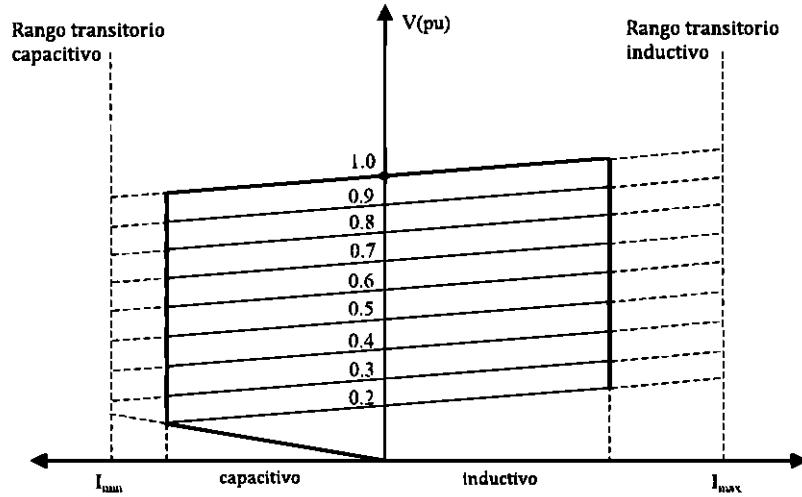


Figura 3.5: Curva característica V-I del STATCOM

voltaje ajustable que pueden ser acopladas a un sistema de potencia, lo cual permite:

- Regular el voltaje y el factor de potencia.
- Mejorar la estabilidad (estado estable y dinámica).
- Compensación de *flicker*, desbalances y asimetrías.

3.1.2. Modelo simplificado

En la literatura existen distintas maneras de modelar un STATCOM. Por ejemplo en [2] dicho dispositivo es considerado como una fuente de corriente reactiva controlada con retardo de tiempo. En este contexto, el comportamiento del STATCOM puede ser definido a través de la variación de la corriente de salida, donde dicha corriente puede ser regulada con el objetivo de controlar cualquiera de los parámetros del nodo al que se encuentre conectado; la magnitud de voltaje o la potencia reactiva de generación. El modelo matemático del comportamiento de la corriente inyectada al SEP se puede caracterizar, de acuerdo con [27], a través de la siguiente ecuación

$$\frac{d}{dt}i = -\frac{r_s}{l_s}i + \frac{1}{l_s}(E_S - V_L) \quad (3.2)$$

donde E_s , V_l representan los voltajes a la salida del STATCOM y los voltajes del sistema de potencia en el punto de interconexión, respectivamente. El primer término de (3.2) corresponde a la corriente que inyecta de manera directa el STATCOM al SEP, el segundo se encuentra asociado a un término de corrección que depende de la cantidad de corriente que demanden las cargas. En este sentido, es posible expresar (3.2) de la siguiente manera

$$\dot{I}_S = \frac{K_S}{T_S}(I_{SET} - I_S) \quad (3.3)$$

donde I_S es la corriente de inyección del STATCOM, el factor $\frac{K_S}{T_S}$ esta asociado con el desempeño de la corriente de inyección y I_{SET} es la corriente que se desea que el STATCOM inyecte para realizar el proceso de compensación.

El voltaje del nodo de la fase a está dado por

$$v_a = \sqrt{2}V_s \cos(\omega_s t + \theta_s) \quad (3.4)$$

donde V_s es el valor rms del voltaje de fase en el nodo y θ_s es el ángulo de fase. Así pues, el voltaje de salida (despreciando los armónicos) puede ser expresado como

$$e_a = kV_{dc} \cos(\omega_s t + \alpha) \quad (3.5)$$

con V_{dc} , el voltaje en el lado de CD, α el ángulo de fase del voltaje y k , un factor que relaciona el voltaje de CD con el pico del voltaje en el lado de CA.

Para visualizar el efecto de la inclusión del STATCOM en el sistema SMIB, utilizaremos el criterio de áreas iguales, el cual se explicó en la sección 2.3.1. Para ello, suponga que ahora se conecta un STATCOM en el punto medio de las líneas de transmisión, tal y como se muestra en la figura 3.6-(a).

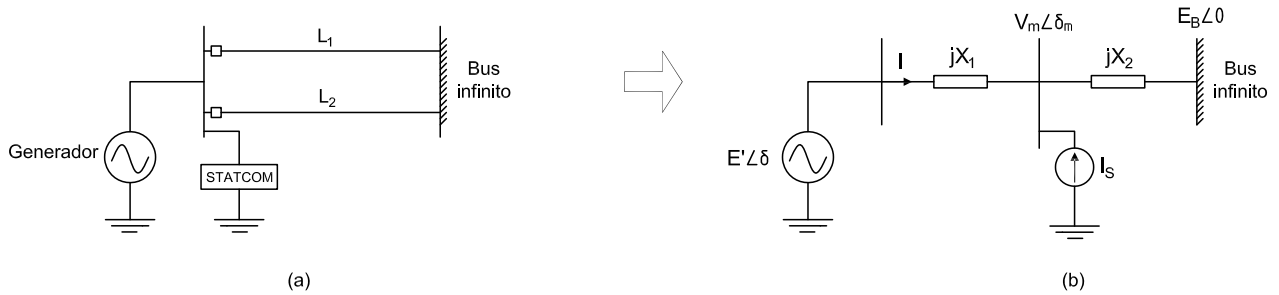


Figura 3.6: Sistema SMIB-STATCOM: (a) Esquema general; (b) Circuito equivalente del SMIB con un STATCOM representado por un modelo de inyección de corriente.

Es importante mencionar que la presencia del STATCOM en el punto medio hace que la potencia de transferencia P aumente al doble y de igual manera exista un incremento en la potencia reactiva Q , ambas potencias están dadas de la forma [32]:

$$P = \frac{2V^2}{X} \operatorname{sen} \left(\frac{\delta}{2} \right) \quad (3.6)$$

$$Q = \frac{2V^2}{X} \left(1 - \cos \left(\frac{\delta}{2} \right) \right) \quad (3.7)$$

A continuación analizaremos el efecto que tendrá el STATCOM en la mejora del margen de estabilidad. Para esto, utilizaremos nuevamente el criterio de áreas iguales, observe en la Figura 3.7 que ahora el área de desaceleración disponible es mayor que en el caso sin compensación. La habilidad de proveer una corriente capacitiva máxima de salida I_s independiente del voltaje y ángulo de fase (δ) del sistema, permite obtener un incremento en la transferencia de potencia, misma que influye directamente en la expresión de P , como se verá en la siguiente sección. A medida que cambia la corriente de salida I_s hay un cambio de la curva básica sin compensación a la curva con compensación, tal y como se aprecia en la Figura 3.7. El cortocircuito obliga nuevamente que la potencia eléctrica disminuya hasta cero, se elimina la falla en el tiempo $t = t_1$ y el rotor regresa a la curva característica de potencia-ángulo en el punto 5, pero ahora con la presencia del STATCOM existe una mayor área de desaceleración disponible. Como puede verse el margen de estabilidad transitoria proporcionado por el STATCOM situado en el punto medio del sistema es mayor que el margen obtenido en el sistema sin compensación. Es por ello que el nuevo margen de estabilidad para este caso es el área determinada por 6 – 7 – 8 – 9.

Por otro lado, la inclusión de la dinámica del STATCOM vista como una fuente de corriente en modo capacitivo, tiene un efecto en la expresión de la potencia eléctrica y por consiguiente una modificación en el modelo de segundo orden del sistema SMIB [14], [17], [3]. La corriente inyectada por el STATCOM para

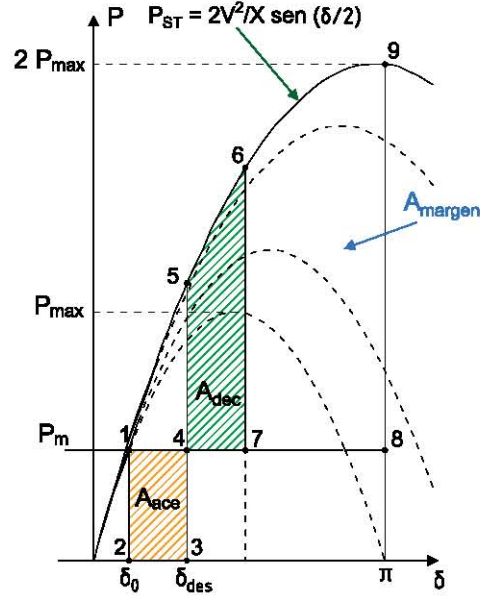


Figura 3.7: Curva de potencia-ángulo, sistema SMIB-STATCOM

un modo capacitivo de operación puede ser expresada de la forma

$$\tilde{I}_s = I_s e^{j(\delta_m - 90^\circ)} \quad (3.8)$$

De la figura 3.6 (b), la corriente \tilde{I} y el voltaje \tilde{V}_m complejo en el nodo intermedio m están dados por [3]

$$\begin{aligned} \tilde{I}_s &= \frac{\tilde{E}' - \tilde{V}_m}{jX'_d} \\ \tilde{V}_m &= \tilde{E}_B + jX_E(\tilde{I} - \tilde{I}_s) \end{aligned} \quad (3.9)$$

De (3.9), la magnitud y ángulo del nodo m, son

$$\begin{aligned} V_m &= \frac{E' X_E \cos(\delta - \delta_m) + E_B X'_d \cos \delta_m + X'_d X_E I_s}{X'_d + X_E} \\ \delta_m &= \tan^{-1} \left(\frac{E' X_E \sin \delta}{E_B X'_d + E' X_E \cos \delta} \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Sustituyendo (3.10) en (3.9), la corriente completa \tilde{I}_s puede ser escrita como

$$\tilde{I}_s = \frac{E' e^{j\delta} - E_B}{j(X'_d + X_E)} + \frac{X_E}{X'_d + X_E} I_s e^{j(\delta_m - 90^\circ)} \quad (3.11)$$

Sustituyendo \tilde{I}_s por su expresión en (3.11), P_e es generalizada como

$$P_e = \frac{E' E_B}{X'_d + X_E} \sin \delta + \frac{E' X_E}{X'_d + X_E} \sin(\delta - \delta_m) I_s \quad (3.12)$$

En resumen, con base al modelo matemático del sistema SMIB dado por (2.21), (2.22) y el modelo de

primer orden del STATCOM ecuación (3.3), la dinámica en conjunto de estos dos sistemas es la siguiente

$$\dot{\delta} = \omega \quad (3.13)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_0}{2H}(P_m - P_e - K_D\omega) \quad (3.14)$$

$$\dot{I}_S = \frac{K_S}{T_S}(I_{SET} - I_S) \quad (3.15)$$

donde

$$P_e = \frac{E'E_B}{X'_d + X_E} \text{sen}\delta + \frac{E'X_E}{X'_d + X_E} \text{sen}(\delta - \delta_m)I_s$$

3.1.3. Modelo dinámico

En esta sección se presenta un modelo más detallado para el STATCOM, modelado en variables de estado. En la figura 3.8 se observa el circuito detallado para el STATCOM, el cual básicamente está conformado por un capacitor de CD, una resistencia en paralelo R_C asociada a las pérdidas del mismo, un convertidor de potencia de CD/CA y un inductor L con su respectiva resistencia de pérdidas R_l , que es un elemento de acoplamiento con la red de CA.

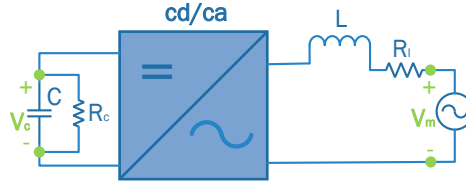


Figura 3.8: Modelo dinámico para el STATCOM

Si se toman las leyes constitutivas de los elementos, las leyes de voltajes y corrientes de Kirchhoff se puede obtener el modelo matemático mostrado en (3.16-3.17), el cual pertenece a una clase de sistemas conocido como sistemas bi-lineales, donde la señal de control multiplica al estado.

$$C \frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{R_c} V_c + u i_l = 0 \quad (3.16)$$

$$L \frac{d i_l}{dt} + R_l i_l - u V_c = -V_m \quad (3.17)$$

Se realiza un cambio de variables, definiendo $q_c = CV_c$ y $\phi_l = Li_l$, de modo que el modelo matemático se puede representar en forma matricial a través de la estructura Hamiltoniana de la forma

$$\dot{x} = [uJ - R]\nabla_x H(x) + E \quad (3.18)$$

donde

$$H(x) = \frac{1}{2}x^T D x; \quad x = \begin{bmatrix} q_C \\ \phi_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ -V_m \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_C} & 0 \\ 0 & R_L \end{bmatrix}; \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

donde $x \in R^n$ son los estados del sistema, $H(x) : R^n \rightarrow R$ es una función escalar definida positiva que representa la energía total almacenada del sistema, u es la señal de control, $u \in R^p$. La matriz $J \in R^{n \times n}$ es una matriz antisimétrica $J = -J^T$, R es una matriz simétrica definida positiva $R = R^T > 0$, que contiene a los elementos de disipación, D es una matriz simétrica definida positiva $D = D^T > 0$, que contiene a los elementos almacenadores de energía y finalmente E que representa las fuentes conectadas al sistema.

Para nuestro análisis del STATCOM, deseamos que éste entregue una determinada corriente deseada al sistema. Por lo que el objetivo de control es que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_2 - x_{2*}) = 0 \quad (3.19)$$

donde x_{2*} es el valor deseado y x_2 es el estado, de tal forma que se garantice la estabilidad interna del sistema completo, este análisis se vera con mayor detalle en el capítulo 4. El objetivo de utilizar este modelo es explotar aún más las propiedades y bondades que ofrece, con la intención garantizar la estabilidad del sistema.

3.2. Sistemas de Transmisión de Corriente Directa en Alto Voltaje (HVDC)

Un sistema HVDC consiste básicamente de tres partes: una estación rectificadora, una estación inversora y una línea de transmisión de corriente directa de alto voltaje, donde cada convertidor es conectado a la red de CA, como se muestra en la Figura 3.9. Cada convertidor posee dos grados de libertad para el control. Usualmente, estos grados son usados para el control de potencia reactiva, la potencia activa y para el voltaje de corriente directa en cada lado [4].

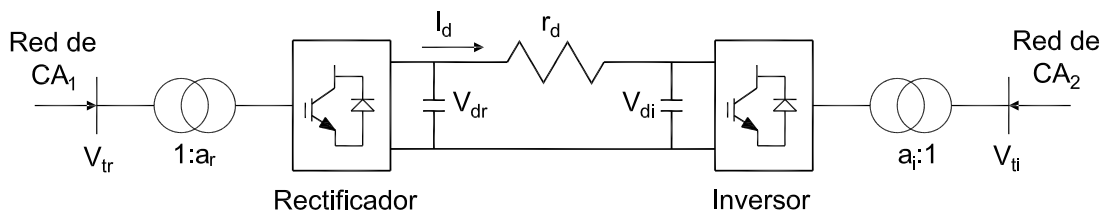


Figura 3.9: Estructura de un enlace HVDC

Los principales componentes asociados con los sistemas HVDC son los siguientes [18]:

- *Estaciones convertidoras.* Estas ejecutan la conversión de CA/CD y CD/CA y consisten de puentes de válvulas de alto voltaje conectadas en arreglos de 6 ó 12 pulsos. Dichas válvulas abren y cierran las conexiones entre las fases del sistema de CA y las del sistema de CD, periódicamente a la frecuencia del sistema de CA, de tal manera que la corriente alterna de la red trifásica de CA es transformada en un flujo de corriente en la misma dirección hacia adentro y hacia afuera del sistema de CD.
- *Transformadores.* Su principal función es transformar el voltaje de CA a un nivel adecuado para el convertidor.
- *Línea de CD.* Pueden ser líneas aéreas o cables de potencia.
- *Interruptores.* Se utilizan para aislar fallas en los transformadores y para sacar de servicio el enlace de CD, los interruptores son CA.
- *Filtros Armónicos.* Los convertidores generan voltajes y corrientes armónicos en el lado de CA como en el lado de CD. Estos armónicos pueden causar sobrecalentamiento en capacitores y generadores cercanos, por otro lado también pueden provocar interferencias con sistemas de telecomunicación. Por lo que es necesario instalar filtros tanto en el lado de CA como en el lado de CD.

- *Reactores de Alizamiento.* Son reactores con un alto nivel de inductancia conectados en serie con cada polo de la estación convertidora. Estos tienen varios propósitos:
 - Disminuir voltajes y corrientes armónicas en la línea de CD.
 - Prevenir fallas de conmutación en los inversores.
 - Limitar picos de corriente en el rectificador durante cortocircuitos en la línea de CD.
- *Fuentes de Suministro de Potencia Reactiva.* Se instalan con la finalidad de compensar la potencia reactiva absorbida por los convertidores.
- *Electrodos.* La mayoría de los enlaces de CD usan la tierra como retorno de la corriente cuando menos por periodos cortos de tiempo. La conexión a tierra requiere de grandes superficies de conductor para minimizar la densidad de corriente y los gradientes de potencial. Esto implica un buen diseño de los electrodos acordes a cada superficie de terreno.

3.2.1. Principio de funcionamiento

El principio básico de operación de un HVDC es el de poder controlar la potencia transmitida entre el rectificador y el inversor. Este control se puede lograr mediante el ajuste del voltaje de corriente directa a través del puente convertidor y la potencia transmitida por medio de la variación de la posición de fase de los impulsos de control de compuerta a las válvulas del convertidor. Las ecuaciones que describen el comportamiento de estado estable de un enlace HVDC pueden ser resumidas como sigue

$$V_{dr} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} a_r V_{tr} \cos \alpha_r - \frac{3}{\pi} X_c I_d \quad (3.20)$$

$$V_{di} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} a_i V_{ti} \cos \gamma_i - \frac{3}{\pi} X_c I_d \quad (3.21)$$

$$P_{dr} = V_{dr} I_d \quad (3.22)$$

$$P_{di} = V_{di} I_d \quad (3.23)$$

$$S_{dr} = k \frac{3\sqrt{2}}{\pi} a_r V_{tr} I_d \quad (3.24)$$

$$S_{di} = k \frac{3\sqrt{2}}{\pi} a_i V_{ti} I_d \quad (3.25)$$

$$Q_{dr} = \sqrt{S_{dr}^2 - P_{dr}^2} \quad (3.26)$$

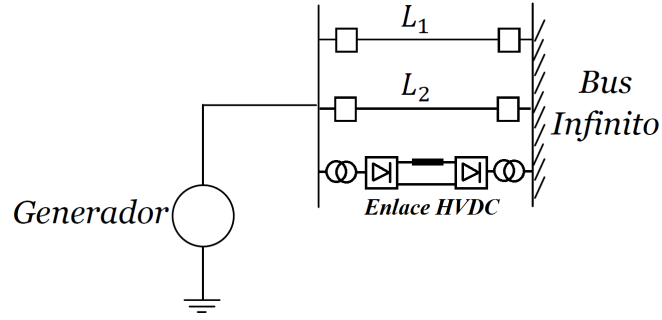
$$Q_{di} = \sqrt{S_{di}^2 - P_{di}^2} \quad (3.27)$$

donde V_{dr} y V_{di} son las magnitudes de voltaje de las estaciones del rectificador e inversor, respectivamente. a_r es la relación de transformación del transformador del lado del rectificador y a_i es la relación de transformación del transformador del lado del inversor. V_{tr} y V_{ti} son las magnitudes de voltaje (línea a línea) en las terminales de CA del rectificador e inversor, respectivamente. α_r es el ángulo de ignición para la operación del rectificador, y γ_i es el ángulo de extinción para la operación del inversor. X_c son las reactancias de conmutación de los convertidores y I_d es la corriente de CD.

3.2.2. Modelo simplificado

Ahora considere la situación en la que se incluye un enlace HVDC en paralelo con dos líneas de transmisión en el sistema SMIB, como se observa en la Figura 3.10.

En los estudios de estabilidad transitoria los sistemas HVDC son modelados de diferentes maneras, una de ellas es por medio de un modelo de inercia de primer orden [9], [30], [26], [10], donde la estructura


Figura 3.10: Sistema SMIB-HVDC

de este modelo solo considera el desbalance de energía y el problema de las oscilaciones del sistema de potencia, el cual está dado por:

$$\dot{P}_{cd} = \frac{1}{T_{cd}}(P_{set} - P_{cd}) \quad (3.28)$$

donde P_{set} es la potencia deseada de compensación del HVDC, P_{cd} es la potencia que inyecta el HVDC al SEP y T_{cd} es la constante de tiempo del sistema de primer orden.

Integrando esta dinámica a las ecuaciones de swing del sistema SMIB, el sistema equivalente queda de la siguiente forma

$$\dot{\delta} = \omega \quad (3.29)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_0}{2H}(P_m - P_e - K_D\omega - P_{cd}) \quad (3.30)$$

$$\dot{P}_{cd} = \frac{1}{T_{cd}}(P_{set} - P_{cd}) \quad (3.31)$$

donde

$$P_e = \frac{E_B E' \text{sen}(\delta)}{X'_d + X_E}$$

Cuando se conecta un enlace HVDC en paralelo con una línea de transmisión de CA, tal configuración se estudiará más adelante, se pueden hacer las siguientes afirmaciones:

Observación 1. Toda la potencia a través de ambas líneas tanto de CA como de CD, está relacionada con la dinámica del generador. Por lo tanto, la suma de la potencia tanto de la línea HVDC como en la línea de CA se incluye en (3.30).

Observación 2. Se asume que el proceso transitorio del HVDC tiene poco efecto sobre la estabilidad general del sistema, puesto que el tiempo de acción del inversor es bastante corto y la potencia ajustada se puede alcanzar instantáneamente.

Regresando al modelo de tercer orden del sistema SMIB-HVDC, la modulación de P_{cd} impacta directamente en la posición de la recta que representa P_m , es decir, moviendo la posición del punto 1 es posible obtener un nuevo punto de equilibrio. En este caso lo que se desea es desplazar este punto hacia abajo, para obtener una mayor área de desaceleración disponible. Considerando una constante de amortiguamiento

nula, los nuevos puntos de equilibrio para este sistema están dados por

$$0 = \omega \quad (3.32)$$

$$P_m - P_{cd} = \frac{E' E_B}{X'_d + X_E} \text{sen}(\delta) \quad (3.33)$$

$$P_{set} = P_{cd} \quad (3.34)$$

La ecuación (3.33) representa el desplazamiento hacia abajo de la recta P_m , como se muestra en la Figura 4.1 mediante la línea de color rosa. Note que la potencia de corriente directa no afecta directamente la curva de potencia-ángulo, a diferencia de los dispositivos FACTS que sí modifican la curva.

Usando el criterio de áreas iguales, el sistema puede ser estable siempre y cuando se cumpla el siguiente balance entre áreas:

$$A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \quad (3.35)$$

donde A_1 es el área de aceleración obtenida debido a la disminución de la potencia de CA causada por la falla, A_2 es el área de desaceleración cuando solo esta operando una sola línea de transmisión y la otra línea se aísla del sistema, B_1 es el área de aceleración obtenida debido a la disminución de la potencia de CD causada por la falla (bloqueo de los impulsos de disparo de los interruptores y activación de las válvulas de derivación) y finalmente B_2 es el incremento de la potencia de corriente directa requerida para dar suficiente energía de desaceleración igual a la energía cinética ganada durante la aceleración.

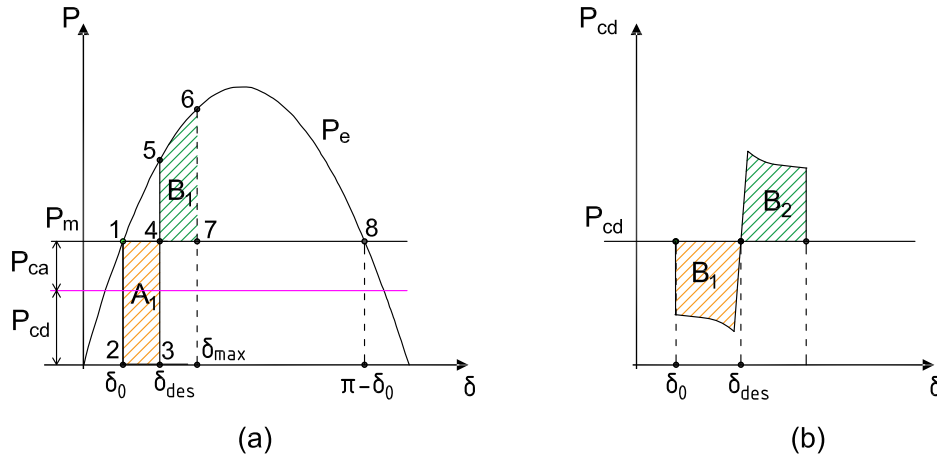


Figura 3.11: Criterio de áreas iguales para el sistema SMIB-HVDC

Comparando las figuras 3.11 (a) y 2.9, se encuentra que el valor de δ_{max} es más pequeño en el sistema de CA-CD. Este valor puede ser controlado mediante el control del área B_2 , es decir, la estabilidad transitoria del sistema se mejora por medio del control de B_2 , esto es

$$B_2 = (A_1 + A_2) - B_1 \quad (3.36)$$

Para poder determinar el valor de la potencia de corriente directa, permítanos definir la siguiente nomenclatura para las potencias en estado estable y transitorio, de la forma:

- P_{ca} es la potencia de corriente alterna en estado estable del sistema de CA.

- P_{cd} es la potencia de corriente directa en estado estable del sistema de CD.
- P'_{ca} es la potencia de corriente alterna en estado transitorio del sistema de CA.
- P'_{cd} es la potencia de corriente directa en estado transitorio del sistema de CD.
- P_m es la potencia mecánica de entrada.

Por esta razón, la ecuación (3.36) se representa como

$$\int_{\delta_{cl}}^{\delta_{max}} (P'_{cd} - P_{cd}) d\delta = \int_{\delta_0}^{\delta_{cl}} [(P_{ca} - P'_{ca}) + (P_{cd} - P'_{cd})] d\delta - \int_{\delta_{cl}}^{\delta_{max}} (P'_{ca} - P_{ca}) d\delta \quad (3.37)$$

Establecemos las siguientes relaciones para estado estable y estado transitorio

$$P_m = P_{ca} + P_{cd} \quad y \quad P'_m = P'_{ca} + P'_{cd} \quad (3.38)$$

Usando las relaciones anteriores la ecuación (3.37) se puede reescribir como

$$\int_{\delta_{cl}}^{\delta_{max}} P'_{cd} d\delta = \int_{\delta_0}^{\delta_{max}} P_m d\delta - \int_{\delta_0}^{\delta_{cl}} P'_m d\delta - \int_{\delta_{cl}}^{\delta_{max}} P'_{ca} d\delta \quad (3.39)$$

Suponiendo P'_{cd} es constante durante el periodo transitorio, entonces

$$P'_{cd} \simeq P_m \frac{\delta_{max} - \delta_0}{\delta_{max} - \delta_{cl}} - \frac{1}{\delta_{max} - \delta_{cl}} \left(\int_{\delta_0}^{\delta_{cl}} (P'_m d\delta + \int_{\delta_{cl}}^{\delta_{max}} P'_{ca} d\delta) \right) \quad (3.40)$$

3.2.3. Modelo dinámico

En la Figura 4.16 se observa el circuito detallado para el enlace HVDC, el cual está conformado por dos estaciones convertidoras, del lado izquierdo un rectificador con un capacitor C_1 de CD y una resistencia en paralelo r_2 , del lado derecho un inversor también con un capacitor C_2 de CD y una resistencia en paralelo r_4 . La línea de CD que une a ambas estaciones se representa por medio de un inductor L_2 más una resistencia r_3 y finalmente lo constituyen dos transformadores convertidores, para el transformador que interconecta el rectificador con la fuente V_g se representa por medio de L_1 y r_1 , mientras que para el transformador del lado derecho que interconecta el inversor con la fuente V_b se representa mediante del inductor L_3 y r_5 . El sistema HVDC considerado se puede observar en la Figura 4.16 junto con el controlador propuesto, este controlador se estudiará con mayor detalle en el capítulo 4.

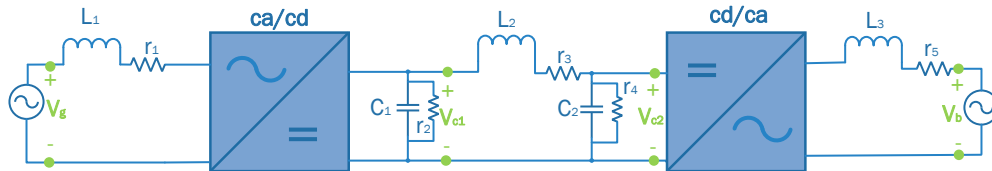


Figura 3.12: Modelo dinámico para el HVDC

El modelo matemático del HVDC se muestra en las ecuaciones (4.46-3.45), que también es un sistema

bilineal con dos entradas de control u_1 y u_2 .

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + r_1 i_1 + u_1 V_{c_1} = V_g \quad (3.41)$$

$$C_1 \frac{dV_{c_1}}{dt} + \frac{1}{r_2} V_{c_1} + i_2 - u_1 i_1 = 0 \quad (3.42)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + r_3 i_2 - V_{c_1} + V_{c_2} = 0 \quad (3.43)$$

$$C_2 \frac{dV_{c_2}}{dt} + \frac{1}{r_4} V_{c_2} + u_2 i_3 - i_2 = 0 \quad (3.44)$$

$$L_3 \frac{di_3}{dt} + r_5 i_3 - u_2 V_{c_2} = -V_b \quad (3.45)$$

El modelo descrito anteriormente se puede reescribir en términos de flujos de los inductores y cargas de los capacitores, para ello definimos las variables de estado como $x_1 = \phi_{L_1}$, $x_2 = q_{C_1}$, $x_3 = \phi_{L_2}$, $x_4 = q_{C_2}$ y $x_5 = \phi_{L_3}$. De este modo, el sistema adopta la estructura de la forma

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 + \frac{r_1}{L_1} x_1 + u_1 \frac{1}{C_1} x_2 &= V_g \\ \dot{x}_2 + \frac{1}{r_2 C_1} x_2 + \frac{1}{L_2} x_3 - u_1 \frac{1}{L_1} x_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \Sigma_1 \quad (3.46)$$

$$\left. \dot{x}_3 + \frac{r_3}{L_2} x_3 - \frac{1}{C_1} x_2 + \frac{1}{C_2} x_4 = 0 \right\} \Sigma_2 \quad (3.47)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_4 + \frac{1}{r_4 C_2} x_4 + u_2 \frac{1}{L_3} x_5 - \frac{1}{L_2} x_3 &= 0 \\ \dot{x}_5 + \frac{r_5}{L_3} x_5 - u_2 \frac{1}{C_2} x_4 &= -V_b \end{aligned} \right\} \Sigma_3 \quad (3.48)$$

los dos subsistemas definidos por Σ_1 y Σ_3 los podemos representar de forma matricial mediante estructuras Hamiltonianas como sigue

$$\Sigma_1 : \quad \dot{x}_{12} = [J_{12}(u) - R_{12}] \nabla_{x_{12}} H_{12}(x) + E_{12} \quad (3.49)$$

donde

$$H_{12}(x) = \frac{1}{2} x_{12}^T D_{12} x_{12}; \quad x_{12} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \quad E_{12} = \begin{bmatrix} V_g \\ -\frac{1}{L_2} x_3 \end{bmatrix}$$

$$J(u)_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -u_1 \\ u_1 & 0 \end{bmatrix}; \quad R_{12} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_2} \end{bmatrix}; \quad D_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} \end{bmatrix}$$

Para Σ_3 queda de la forma

$$\dot{x}_{45} = [J_{45}(u_2) - R_{45}] \nabla_{x_{45}} H_{45}(x) + E_{45} \quad (3.50)$$

donde

$$H_{45}(x) = \frac{1}{2} x_{45}^T D_{45} x_{45}; \quad x_{45} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}; \quad E_{45} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_2} x_3 \\ -V_b \end{bmatrix}$$

$$J(u)_{45} = \begin{bmatrix} 0 & -u_2 \\ u_2 & 0 \end{bmatrix}; \quad R_{45} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_4} & 0 \\ 0 & r_5 \end{bmatrix}; \quad D_{45} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_3} \end{bmatrix}$$

Al igual que en el análisis anterior, estos subsistemas comparten características similares en sus matrices que los conforman, es decir, la matriz de interconexión J es una matriz antisimétrica $J = -J^T$, la matriz R es una matriz definida positiva y simétrica $R = R^T > 0$ y la matriz D es simétrica definida positiva $D = D^T > 0$.

A diferencia del caso anterior, para el HVDC tenemos dos leyes de control, una para la corriente asociada al rectificador y la otra al inversor. Por lo que nuestro objetivo de control es

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} (x_1 - x_{1*}) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (x_5 - x_{5*}) &= 0\end{aligned}$$

donde x_1 es la corriente que es extraída de la fuente V_g , mientras que para x_5 es la corriente que es inyectada a la fuente V_m .

Estudio Comparativo

4.1. Análisis de estabilidad por Lyapunov

4.1.1. Estabilidad por Lyapunov para el STATCOM

El conjunto de ecuaciones (3.13)-(3.15) que describen al sistema SMIB más el STATCOM, se puede reescribir en una forma compacta si definimos $[x_1, x_2, x_3] = [\delta, \omega, I_S]$, de tal forma que se obtiene un modelo de tercer orden de la forma

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (4.1)$$

$$\dot{x}_2 = a[(P_m - b\text{sen}(x_1) - b_1x_3\text{sen}(x_1 - \delta_m) - Dx_2] \quad (4.2)$$

$$\dot{x}_3 = d(x_3^* - x_3) \quad (4.3)$$

donde δ_m está dado por la expresión (3.10). Además:

$$a = \frac{\omega_0}{2H}; \quad b = \frac{E'E_B}{X'_d + X_E}; \quad b_1 = \frac{E'X_E}{X'_d + X_E}; \quad d = \frac{K_S}{T_S}; \quad D = K_d$$

Los puntos de equilibrio para este sistema, están dados por

$$x_2 = 0 \quad (4.4)$$

$$x_3 = x_3^* \quad (4.5)$$

De (4.2) se obtiene

$$P_m = b\text{sen}(x_1) - b_1x_3^*\text{sen}(x_1 - \delta_m(x_1)) \quad (4.6)$$

donde x_1^* es el punto de equilibrio, tal que

$$P_m = b\text{sen}(x_1^*) - b_1x_3^*\text{sen}(x_1^* - \delta_m(x_1^*)) \quad (4.7)$$

Para demostrar las propiedades de estabilidad de este punto de equilibrio, se tiene como función candidata de Lyapunov a la función de energía del sistema del sistema SMIB, más la variable x_3 asociada a la corriente de salida del STATCOM, dada por

$$\ddot{x}_1 = P_m - \text{sen}(x_1) + b_1\text{sen}(x_1 - \delta_m(x_1))x_3 \quad (4.8)$$

El término del lado derecho de (4.8) puede escribirse como $\frac{-\partial V_{PE}}{\partial x_1}$, donde:

$$V_{PE}(x) = -P_m x_1 - b \cos(x_1) + b_1 x_3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}[x_1 - \delta_m(x_1)] dx_1 \quad (4.9)$$

Multiplicando (4.8) por dx_1/dt esta ecuación se puede reescribir como:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + V_{PE}(x) \right] = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} (x_2)^2 + V_{PE}(x) \right] = 0 \quad (4.11)$$

donde:

$$V(x) = \frac{1}{2} (x_2)^2 + V_{PE}(x) \quad (4.12)$$

Haciendo un cambio de coordenadas, para que $V_{PE} = 0$ en el punto de equilibrio, esto es $x_1 = x_1^*$, la ecuación (4.9) se reescribe de la forma

$$V_{PE}(x_1, x_1^*) = -P_m (x_1 - x_1^*) - b [\cos(x_1) - \cos(x_1^*)] - b_1 x_3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}[x_1 - \delta_m(x_1)] dx_1 \quad (4.13)$$

Sustituyendo (4.13) en (4.12) y agregando un termino cuadrático se obtiene la función candidata de Lyapunov definida positiva, de la forma

$$V(x) = \frac{1}{2} (x_2)^2 - a P_m (x_1 - x_1^*) - ab [\cos(x_1) - \cos(x_1^*)] + ab_1 x_3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}[x_1 - \delta_m(x_1)] dx_1 + \frac{1}{2} (x_3 - x_3^*)^2 \quad (4.14)$$

La derivada de esta función a lo largo de las trayectorias del sistema está dada por

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial V}{\partial x_3} \dot{x}_3 \quad (4.15)$$

Las derivadas parciales con respecto a las variables x_1 , x_2 y x_3 son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x_1} &= -a P_m + ab \text{sen}(x_1) - ab_1 x_3 \text{sen}[x_1 - \delta_m(x_1)] \\ \frac{\partial V}{\partial x_2} &= x_2 \\ \frac{\partial V}{\partial x_3} &= -ab_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}[x_1 - \delta_m(x_1)] dx_1 + (x_3 - x_3^*) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Sustituyendo (4.16) en (4.15), recordando que \dot{x}_1 , \dot{x}_2 y \dot{x}_3 están dadas por (4.1)-(4.3), se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) = & [-aP_m + absen(x_1) + ab_1x_3sen[x_1 - \delta_m(x_1)]]x_2 + \\ & + x_2[aP_m - absen(x_1) - ab_1x_3sen(x_1 - \delta_m) - aDx_2] + \\ & + \left[-ab_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen[x_1 - \delta_m(x_1)] dx_1 + (x_3 - x_3^*) \right] [d(x_3^* - x_3)] \end{aligned} \quad (4.17)$$

Desarrollando productos y simplificando, resulta ser que

$$\dot{V}(x) = -aDx_2^2 - ab_1d(x_3^* - x_3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen[x_1 - \delta_m(x_1)] dx_1 - d(x_3^* - x_3)^2 \quad (4.18)$$

Note que esta derivada es semidefinida negativa y además el sistema sigue siendo estable, aún con la inclusión del STATCOM.

4.1.2. Estabilidad por Lyapunov para el HVDC

El conjunto de ecuaciones (3.29)-(3.31) que describen al sistema SMIB más el enlace HVDC, se puede reescribir en una forma compacta si definimos $[x_1, x_2, x_3] = [\delta, \omega, P_{cd}]$, de tal forma que se obtiene un modelo de tercer orden de la forma

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (4.19)$$

$$\dot{x}_2 = a(P_m - bsen(x_1) - Dx_2 - x_3) \quad (4.20)$$

$$\dot{x}_3 = d(x_3^* - x_3) \quad (4.21)$$

donde

$$a = \frac{\omega_0}{2H}; \quad b = \frac{E'E_B}{X'_d + X_E}; \quad d = \frac{1}{T_{cd}}; \quad D = K_d$$

Los puntos de equilibrio de este sistema, están dados por

$$x_1 = sen^{-1} \left(\frac{P_m - x_3^*}{b} \right) \quad (4.22)$$

$$x_2 = 0 \quad (4.23)$$

$$x_3 = x_3^* \quad (4.24)$$

Nuevamente, para demostrar las propiedades de estabilidad de este nuevo punto de equilibrio, se tiene como función candidata de Lyapunov a la función de energía del sistema del sistema SMIB [34], más la variable x_3 asociada a la potencia del enlace HVDC, de la forma

$$\ddot{x}_1 = P_m - bsen(x_1) - x_3 \quad (4.25)$$

El término del lado derecho de (4.25) puede escribirse como $-\frac{\partial V_{PE}}{\partial x_1}$, donde:

$$V_{PE}(x) = -P_mx_1 - bcos(x_1) + ax_1x_3 \quad (4.26)$$

Siguiendo el mismo procedimiento que en el caso anterior, de tal manera que se busca expresar $V_{PE}(x)$ en términos del error de x_1 , la ecuación (4.26) se reescribe de la forma

$$V_{PE}(x_1, x_1^*) = -P_m(x_1 - x_1^*) - b[\cos(x_1) - \cos(x_1^*)] + a(x_1 - x_1^*)x_3 \quad (4.27)$$

Sustituyendo (4.27) en (2.55) y agregando un término cuadrático se obtiene la función candidata de Lyapunov definida positiva, de la forma

$$V(x) = \frac{1}{2}(x_2)^2 - aP_m(x_1 - x_1^*) - ab[\cos(x_1) - \cos(x_1^*)] + a(x_1 - x_1^*)x_3 + \frac{1}{2}(x_3 - x_3^*)^2 \quad (4.28)$$

La derivada de esta función a lo largo de las trayectorias del sistema está dada por (4.15). Las derivadas parciales con respecto a las variables x_1 , x_2 y x_3 son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x_1} &= -P_m + absen(x_1) + ax_3 \\ \frac{\partial V}{\partial x_2} &= x_2 \\ \frac{\partial V}{\partial x_3} &= a(x_1 - x_{1*}) + (x_3 - x_{3*}) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Sustituyendo (4.29) en (4.15), y recordando que \dot{x}_1 , \dot{x}_2 y \dot{x}_3 están dadas por (4.19)-(4.21), se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= [-P_m + absen(x_1) + ax_3]x_2 + x_2[a(P_m - bsen(x_1) - Dx_2 - x_3)] + \\ &+ [a(x_1 - x_{1*}) + (x_3 - x_{3*})][d(x_3^* - x_3)] \end{aligned} \quad (4.30)$$

Desarrollando productos y simplificando, resulta ser que

$$\dot{V}(x) = -aDx_2^2 - ad(x_1 - x_{1*})(x_3 - x_{3*}) - d(x_3^* - x_3)^2 \quad (4.31)$$

De (4.31) se cumple que $\dot{V}(x)$ es semidefinida negativa y además el sistema sigue siendo estable, aún con la inclusión del enlace HVDC.

4.1.3. Evaluación numérica

Las simulaciones se llevaron a cabo en base a los modelos de primer orden planteados en el capítulo anterior, lo cual se realizó un experimento de la siguiente manera; se consideran tres sistemas; SMIB sin compensación, otro equipado con un STATCOM y el último con un HVDC. Suponga que ocurre un cortocircuito trifásico en una línea de transmisión para los tres escenarios, véase la Figura 4.1. Para evaluar el efecto de ambos modelos se toma el *tiempo crítico de liberación de falla* t_{cr} , este será el indicador que nos mostrará que alternativa tiene una mejor respuesta ante la presencia de una falla de este tipo. Los parámetros para este experimento son los mostrados en la tabla 4.2.

Inicialmente se encuentran operando los tres sistemas bajo condiciones normales, es decir, están en un punto de equilibrio. Al segundo 10 de simulación se interconectan al sistema ambos compensadores, por lo que la estructura del sistema se modifica, en términos prácticos esto significa que el conjunto de ecuaciones para el sistema SMIB se ve modificado, que a su vez implica un cambio en el punto de equilibrio. Esto se observa claramente en la imagen 4.2, donde para el sistema sin compensación se tiene un ángulo $\delta = 83.32^\circ$, mientras que para el sistema con el STATCOM el ángulo δ se reduce a un valor de 80.04° y para el sistema con el HVDC el ángulo se reduce aún más hasta $\delta = 68.04^\circ$.

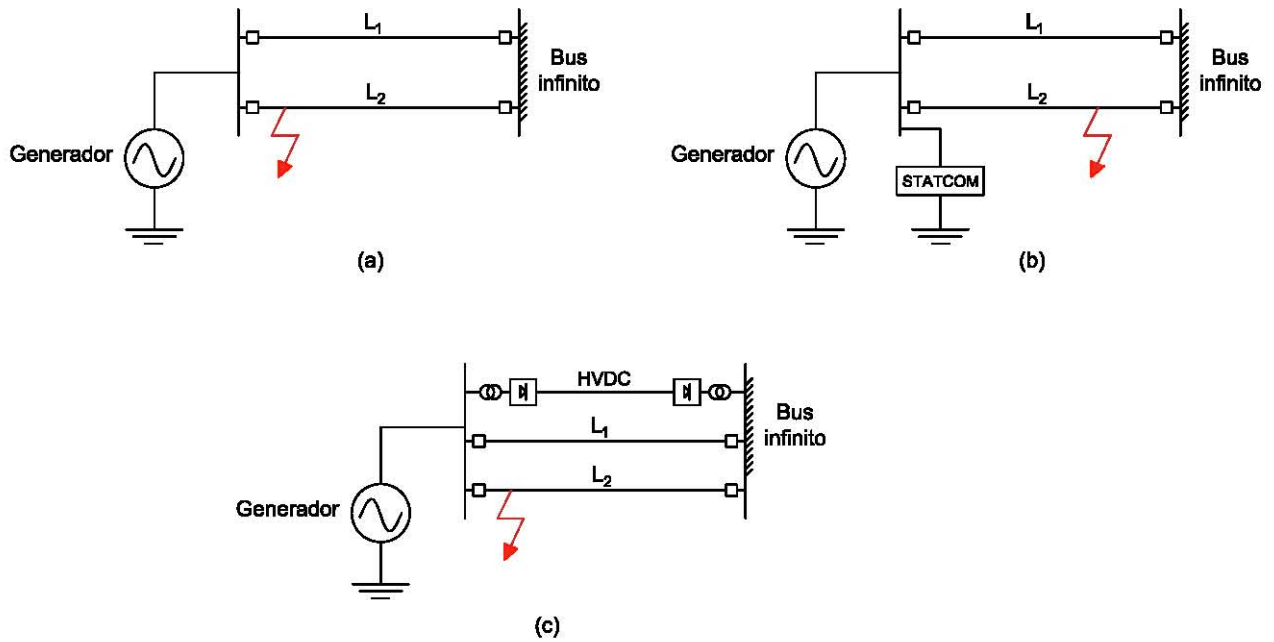


Figura 4.1: Escenarios de estudio: Sistemas; (a): SMIB, (b): SMIB-STATCOM y (c):SMIB-HVDC

Parámetro	Valor	unidades
H	6	[s]
f	60	[Hz]
ω_0	$2\pi f$	$[\frac{rad}{s}]$
P_m	1.51	[p.u.]
x_d	0.3	[p.u.]
x_e	0.3	[p.u.]
T_{HVDC}	1	[s]
$T_{STATCOM}$	1	[s]
P_{set}	0.1	[p.u.]
I_{set}	0.155	[p.u.]

Tabla 4.1: Parámetros del sistema

Suponga que al segundo 30 de simulación ocurre una perturbación (un cortocircuito trifásico) por lo que se modifica la topología del sistema y por consiguiente cambia el punto de equilibrio inicial. El interés de este análisis es saber si el sistema recuperará su estado de equilibrio, después de haber sido sometido a una perturbación severa. Para el caso de la figura 4.2, se considera un tiempo de duración de falla de 20ms.

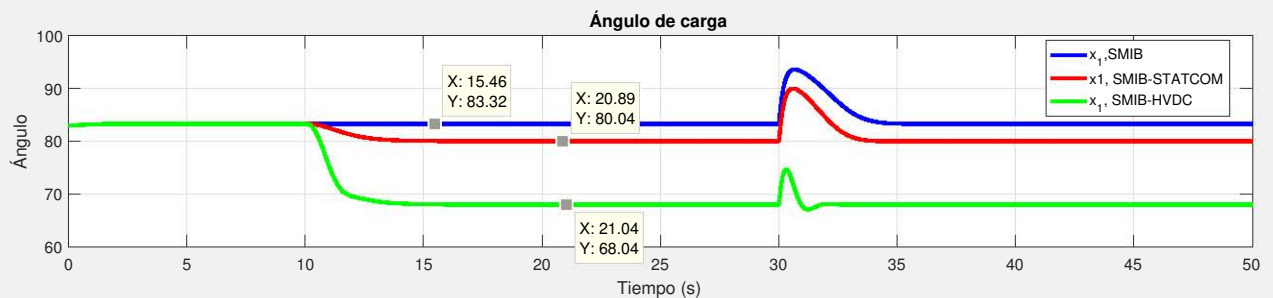


Figura 4.2: Ángulo de carga δ para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 20ms$

Se realizaron varios casos para distintos valores de duración de falla, con el fin de obtener el tiempo crítico de liberación de falla y se encontró un $t_{cr} = 23ms$. Para un tiempo mayor a éste, el sistema se vuelve inestable, esto es, los estados comienzan a alejarse del punto de equilibrio y en consecuencia abandonarán la región de atracción. Esta situación se observa en la Figura 4.3, donde para un tiempo de duración de falla igual a $24ms$ el ángulo δ del sistema SMIB se vuelve inestable, mientras que para los otros dos casos el sistema sigue siendo estable.

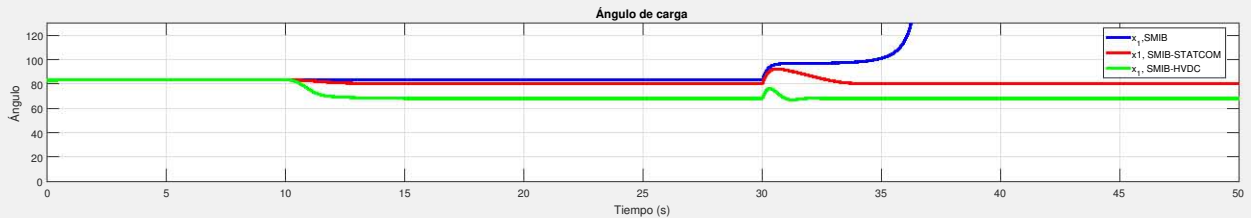


Figura 4.3: Ángulo de carga δ para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 24ms$

Posteriormente se efectuó una simulación para un tiempo de liberación de falla mayor al tiempo crítico, y se encontró un $t_{cr} = 35.5ms$ para el STATCOM, como se observa en la figura 4.4, donde el ángulo δ comienza a alejarse del estado de equilibrio, mientras que para el sistema con el HVDC regresa al punto de equilibrio.

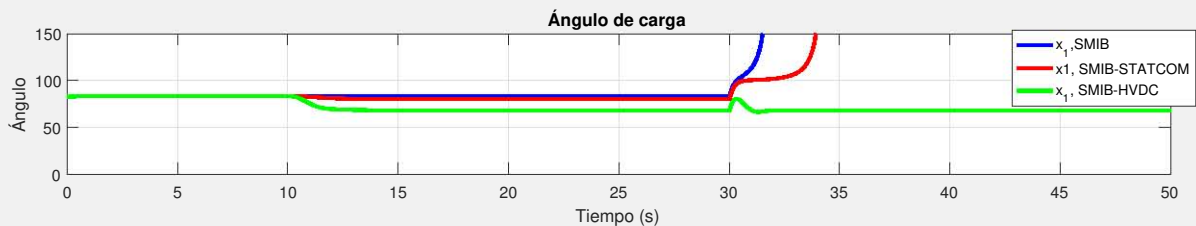


Figura 4.4: Ángulo de carga δ para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 36ms$

Para un tercer caso se consideró un tiempo de duración de falla aún mayor, el cual fue de $98ms$, lo que resultó que el sistema SMIB-HVDC se volviera inestable, cabe mencionar que el tiempo crítico de liberación de falla para este escenario fue de $t_{cr} = 97ms$, para una misma potencia de referencia tanto para el STATCOM y el HVDC, con una $P_{SET} = 0.1$.

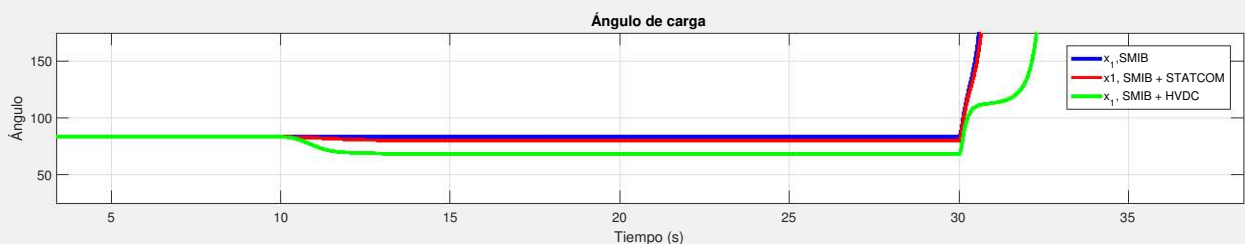


Figura 4.5: Ángulo de carga δ para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación largo, $t = 98ms$

La Figura 4.6 muestra el comportamiento de los tres sistemas para la segunda variable de estado ($x_2 = \omega$), dado que el tiempo de duración de falla es igual a $23ms$ y que es menor al t_{cr} , se observó que los tres sistemas regresen al punto de equilibrio, y esto se observa en las gráficas de simulación. Cabe mencionar, que el sistema que presenta una mejor respuesta, es el que está equipado con el HVDC. Es importante tomar en cuenta, que el t_{cr} , depende tanto de la potencia de ajuste, la corriente de ajuste y de los parámetros del sistema. En particular a valores más grandes de P_{SET} el sistema soporta una mayor perturbación.

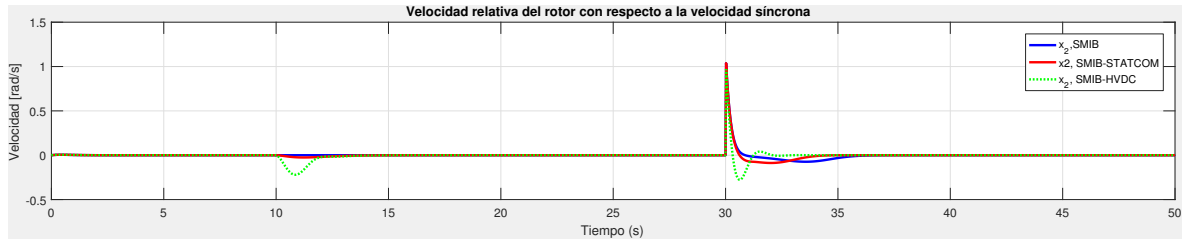


Figura 4.6: Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 23ms$

Ahora suponga que la duración de falla es de $24ms$, para un tiempo de esta magnitud el sistema SMIB sin compensación, no tiene la capacidad de recobrar la velocidad angular inicial ω_0 . Se observa que después de la perturbación, hablando en escalas de tiempo nos referimos al periodo que va de los $32 - 35segundos$ aproximadamente, el sistema sin dispositivos FACTS (gráfica en azul) trata de regresar el estado de equilibrio, pero debido a la velocidad cinética adquirida durante la falla, se comienza a acelerar y no existe un torque de frenado que la trate de detener, es por tal motivo que comienza a diverger, por lo que se vuelve inestable, véase la figura 4.7. Mientras que para los otros dos casos, tanto el STATCOM como el HVDC actúan como una carga ficticia que evita que la máquina se siga acelerando.



Figura 4.7: Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 24ms$

Considerando un tiempo de duración de falla de $36ms$, igual que en la simulación 4.4, el STATCOM no mantiene esa posición de equilibrio para $x_2 = \omega$ después de la perturbación y se hace inestable.



Figura 4.8: Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 36ms$

Sin duda alguna, el modelo del HVDC es el que ofrece un mejor desempeño, y esto se observa en la simulación de la Figura 4.9.

Para esta última prueba, se simuló la misma falla que hemos presentado en los casos anteriores pero con diferentes tiempos de duración, los cuales fueron; $23ms$, $36ms$ y $98ms$, que corresponden a las Figuras 4.11, 4.12 y 4.13, respectivamente. Para el primer caso el STATCOM tiene una disminución considerable en su potencia de salida, tanto que durante un instante de tiempo tiene una potencia negativa, lo que se traduce a decir que está operando en un modo inductivo, y que está absorbiendo reactivos de la red. Al cabo de este breve instante de tiempo se recupera rápidamente en un tiempo de $1.5segundos$ aproximadamente, para terminar en su valor inicial de potencia de ajuste de $0.1pu$. Para el último caso el STATCOM pierde la capacidad de mantener su potencia inicial o estado de equilibrio, por lo que entra en un período de oscilaciones



Figura 4.9: Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 98ms$

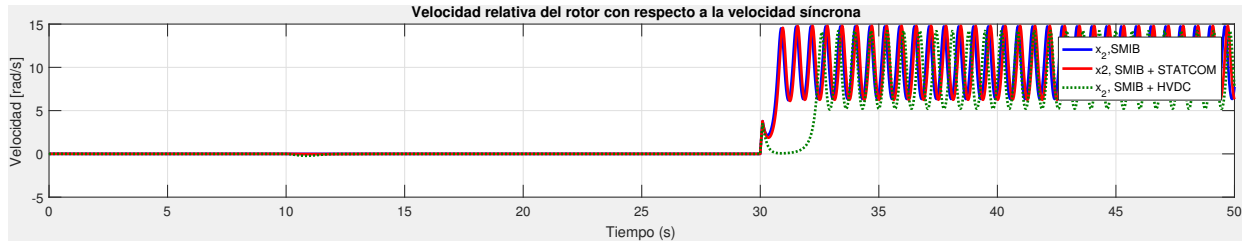


Figura 4.10: Velocidad relativa ω para los sistemas: SMIB, SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 98ms$

y con ello volverse inestable. En los tres casos el HVDC es capaz de soportar estos disturbios y mejorar las propiedades de estabilidad transitoria.

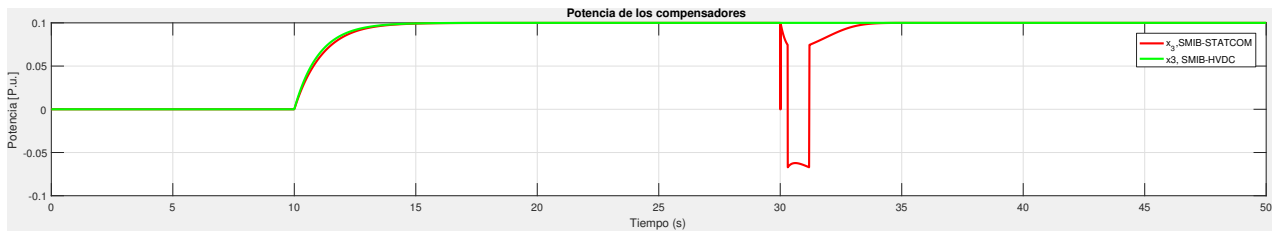


Figura 4.11: Potencia para los sistemas: SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 23ms$

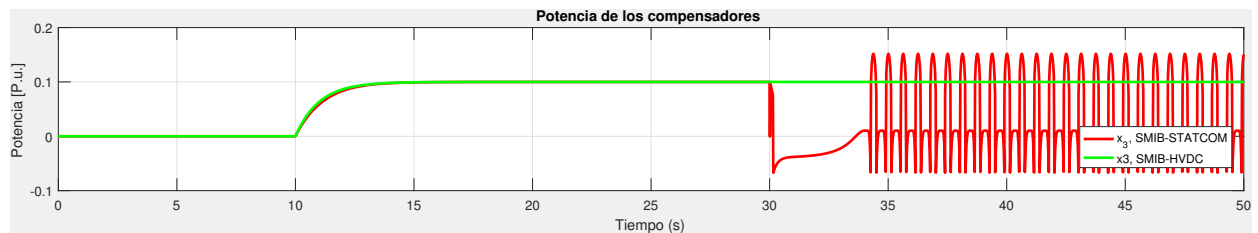


Figura 4.12: Potencia para los sistemas: SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 36ms$

Como se mencionó en las secciones anteriores, el HVDC modifica la potencia mecánica del SMIB y el STATCOM la potencia eléctrica, sin embargo la magnitud con la que se modifican estas variables, depende directamente de la potencia de referencia del STATCOM y del HVDC, por lo tanto, se obtuvieron las gráficas mostradas en la Figura 4.14, donde es posible apreciar que si la potencia del HVDC es igual a la potencia mecánica, el tiempo crítico de liberación de falla tiende a ser muy grande, ya que toda la energía generada se transmite por el HVDC. Además se puede observar que con el HVDC se alcanzan tiempos críticos de liberación de fallas mucho más grandes que con el STATCOM, es decir, que el sistema de protecciones tendrá más tiempo para operar y con ello aumentar la región de atracción del punto de equilibrio.

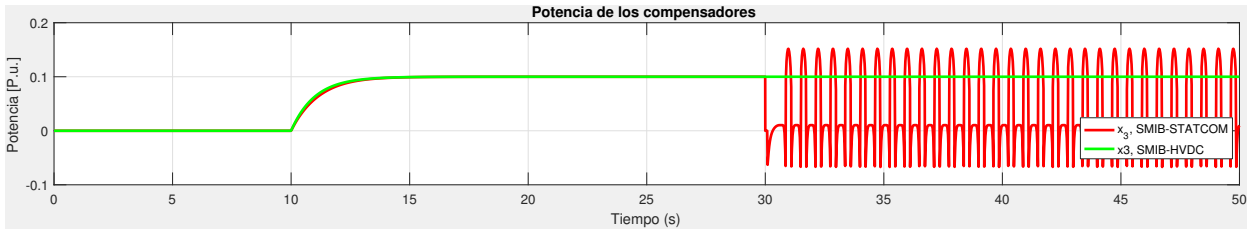


Figura 4.13: Potencia para los sistemas: SMIB-STATCOM y SMIB-HVDC, tiempo de liberación de falla $t = 98ms$

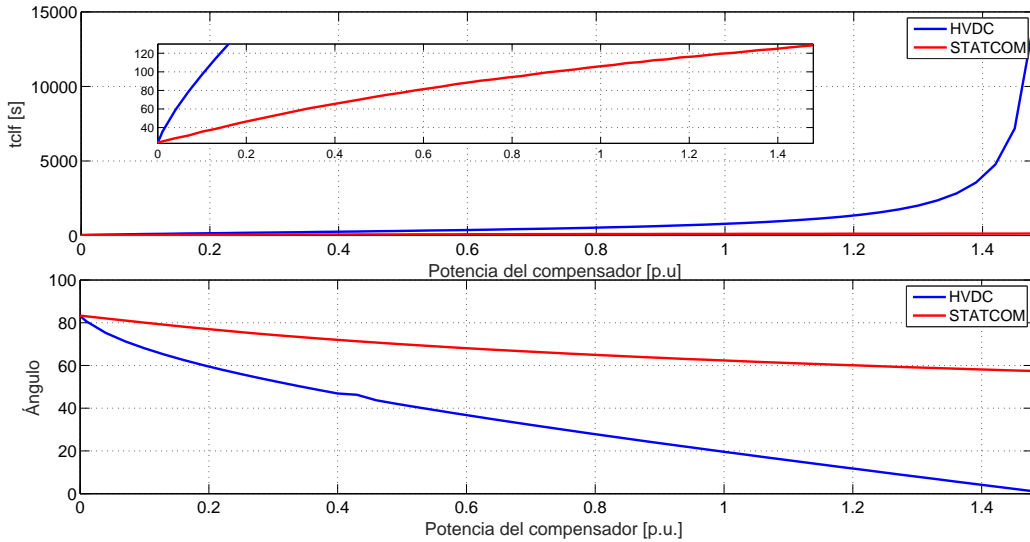


Figura 4.14: Comparación del sistema SMIB-STATCOM y sistema SMIB-HVDC

4.2. Diseño de control

4.2.1. Ley de control para el STATCOM

En la Figura 4.16 se muestra la estructura detallada del STATCOM así como su esquema de control y la dinámica asociada a su convertidor.

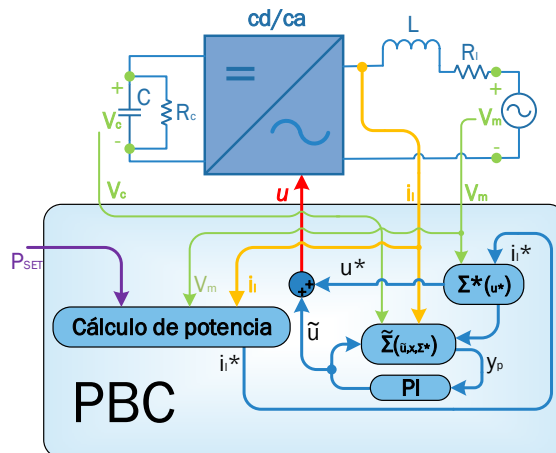


Figura 4.15: Sistema de control para el STATCOM

Para el diseño de la ley de control para el STATCOM, como ya se mencionó anteriormente se desea que éste entregue una determinada corriente deseada al sistema. Por lo que el objetivo de control es el siguiente

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_2 - x_{2*}) = 0$$

donde x_{2*} es el valor deseado y x_2 es el estado, de tal forma que se garantice la estabilidad interna del sistema completo. Los valores deseados deben pertenecer a las trayectorias admisibles del sistema. Las trayectorias admisibles del sistema se obtienen partiendo del hecho de que dada una trayectoria deseada existe una señal de control deseada que la genera, esto es

$$\dot{x}_* = [J(u_*) - R_2] \nabla_{x_*} H(x_*) + E \quad (4.32)$$

A partir de la diferencia de los estados, ecuación (3.18) y los valores deseados, ecuación (4.32) establecemos la dinámica del error de seguimiento, esto es

$$\dot{\tilde{x}} = [J(u) - R] \nabla_{\tilde{x}} H(\tilde{x}) + J \nabla_{x^*} H(x^*) \tilde{u} \quad (4.33)$$

Para la *prueba de estabilidad* establecemos la función de energía del sistema en función de la dinámica del error de seguimiento de la forma

$$H(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \tilde{x}^T D \tilde{x} \quad (4.34)$$

La derivada de esta función a lo largo de las trayectorias del error de seguimiento es

$$\dot{H}(\tilde{x}) = \tilde{x}^T D \dot{\tilde{x}} \quad (4.35)$$

y al sustituir la dinámica del error, es decir la ecuación (4.33), se obtiene

$$\dot{H}(\tilde{x}) = \nabla_{\tilde{x}}^T H(\tilde{x}) ([J(u) - R] \nabla_{\tilde{x}} H(\tilde{x}) + J \nabla_{x^*} H(x^*) \tilde{u}) \quad (4.36)$$

Desarrollando y simplificando algunos términos, $\dot{H}(\tilde{x})$ queda de la forma

$$\dot{H}(\tilde{x}) = -\nabla_{\tilde{x}}^T H(\tilde{x}) R \nabla_{\tilde{x}} H(\tilde{x}) + \nabla_{\tilde{x}}^T H(\tilde{x}) J \nabla_{x^*} H(x^*) \tilde{u} \quad (4.37)$$

Si se define

$$y_p^T = \nabla_{\tilde{x}}^T H(\tilde{x}) J \nabla_{x^*} H(x^*) \quad (4.38)$$

Se obtiene un sistema que es pasivo desde $\tilde{u} \rightarrow y_p$, una vez teniendo este mapa pasivo se propone un esquema de control pasivo que asegure que el sistema tienda al punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$, con lo que se puede concluir que el sistema físico tiende al sistema deseado.

Por esta razón, se propone la siguiente ley de control [7]:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= -y_p \\ \tilde{u} &= -k_p y_p + k_i \zeta \end{aligned}$$

donde k_p , es la ganancia proporcional del controlador y es simétrica definida positiva $k_p = k_p^T > 0$ y k_i es la ganancia integral y también es simétrica definida positiva $k_i = k_i^T > 0$, con señal de control $u = \tilde{u} + u^*$.

El calculo de u^* , lo podemos establecer a partir de los valores deseados del modelo dinámico, descrito

por las ecuaciones (3.16) y (3.17), de la forma

$$C \frac{d}{dt} V_c^* + u^* i_l^* = 0 \quad (4.39)$$

$$L \frac{d}{dt} i_l^* + R_l i_l^* - u^* V_c^* = -V_m \quad (4.40)$$

De este modelo deseado se tiene que i_l^* es conocida y V_m es medido. De (4.40) se obtiene u^* , dada por

$$u^* = \left(L \frac{d i_l^*}{dt} + R_l i_l^* + V_m \right) (V_c^*)^{-1} \quad (4.41)$$

donde la principal restricción para (4.41), es el voltaje del capacitor, es decir, $V_c^* \neq 0$. De (4.39), se obtiene el valor para V_c^* como sigue

$$\frac{d}{dt} V_c^* = \left(-\frac{1}{R_c} V_c^* - u^* i_l^* \right) \quad (4.42)$$

4.2.2. Ley de control para el HVDC

En la Figura 4.16 se muestra la estructura detallada del HVDC, así como su esquema de control para ambos convertidores de potencia.

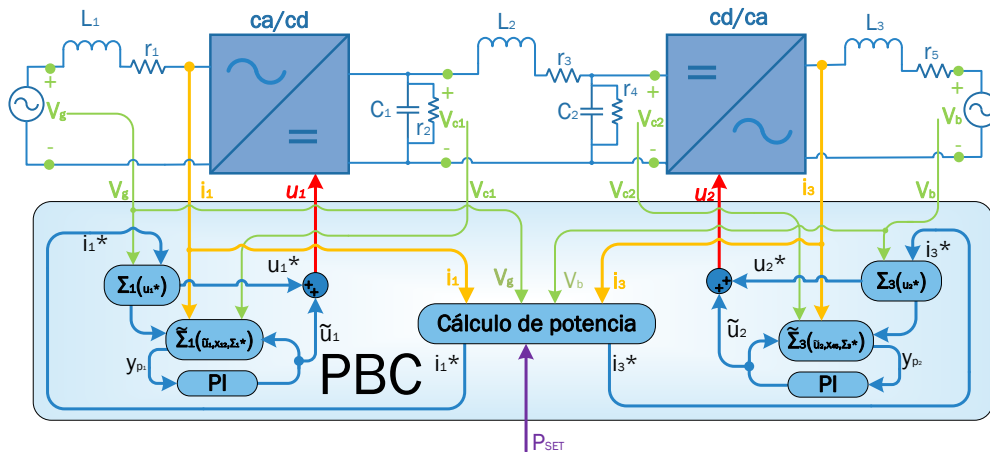


Figura 4.16: Sistema de control para el HVDC

Para el diseño de la ley de control de este sistema no es posible seguir de forma directa el análisis anterior, ya que en este caso se tienen dos señales de control, por lo tanto se analiza como una interconexión de sistemas como se reporta en [7], y de esta forma poder seguir la metodología anterior.

Para este caso tenemos dos leyes de control, una para la corriente asociada al rectificador y la otra al inversor. Por lo que nuestro objetivo de control es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_1 - x_{1*}) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_5 - x_{5*}) = 0$$

donde x_1 es la corriente que es extraída de la fuente V_g , mientras que para x_5 es la corriente que es inyectada a la fuente V_m . Los valores deseados para este sistema los podemos establecer de la forma

$$\Sigma_1^* : \dot{x}_{12}^* = (J_{12}(u_1^*) - R_{12}) \nabla_{x_{12}^*} H(x_{45}^*) + E_1(x_3^*) \quad (4.43)$$

$$\Sigma_2^* : \dot{x}_3^* + \frac{r_3}{L_2} x_3^* = \frac{1}{C_1} x_2^* - \frac{1}{C_2} x_4^* \quad (4.44)$$

$$\Sigma_3^* : \dot{x}_{45}^* = (J_{45}(u_2^*) - R_{45}) \nabla_{x_{45}^*} H(x_{45}^*) + E_2(x_3^*) \quad (4.45)$$

La dinámica del error la podemos establecer a partir de la diferencia de los estados y los valores deseados, esto es

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= x - x^* \\ \tilde{u} &= u - u^* \end{aligned}$$

La dinámica del error de seguimiento para los tres subsistemas, está dada por

$$\tilde{\Sigma}_1 : \dot{\tilde{x}}_{12} = [J_{12}(u) - R_{12}] \nabla_{\tilde{x}_{12}} H(\tilde{x}_{12}) + J_{12} \nabla_{x_{12}^*} H(x_{23}^*) \tilde{u}_1 + E_{12}(\tilde{x}_3) \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_2 : \dot{\tilde{x}}_3 &= \left(-\frac{r_3}{L_2} x_3 - \frac{1}{C_2} x_4 + \frac{1}{C_1} x_2 \right) - \left(-\frac{r_3}{L_2} x_3^* - \frac{1}{C_2} x_4^* + \frac{1}{C_1} x_2^* \right) \\ &= -\frac{r_3}{L_2} \tilde{x}_3 - \frac{1}{C_2} \tilde{x}_4 + \frac{1}{C_1} \tilde{x}_2 \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\tilde{\Sigma}_3 : \dot{\tilde{x}}_{45} = [J_{45}(u) - R_{45}] \nabla_{\tilde{x}_{45}} H(\tilde{x}_{45}) + J_{45} \nabla_{x_{45}^*} H(x_{45}^*) \tilde{u}_2 + E_{45}(\tilde{x}_3) \quad (4.48)$$

Como en el caso anterior también es posible demostrar estabilidad asintótica, esto se hace nuevamente con la *prueba de estabilidad*, para ello establecemos la función de energía total del sistema en función de la dinámica del error de los tres subsistemas, que está dada por

$$H(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \tilde{x}_{12}^T D_{12} \tilde{x}_{12} + \frac{1}{2L_2} \tilde{x}_3^2 + \frac{1}{2} \tilde{x}_{45}^T D_{45} \tilde{x}_{45} \quad (4.49)$$

La derivada de esta función a lo largo de las trayectorias del error de seguimiento es

$$\dot{H}(\tilde{x}) = \nabla_{\tilde{x}_{12}}^T H(\tilde{x}_{12}) \dot{\tilde{x}}_{12} + \frac{1}{L_2} \tilde{x}_3 \dot{\tilde{x}}_3 + \nabla_{\tilde{x}_{45}}^T H(\tilde{x}_{45}) \dot{\tilde{x}}_{45} \quad (4.50)$$

Sustituyendo la dinámica del error ecuaciones (25-27) en (4.50), obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{H}(\tilde{x}) &= \nabla_{\tilde{x}_{12}}^T H(\tilde{x}_{12}) [(J_{12}(u) - R_{12}) \nabla_{\tilde{x}_{12}} H(\tilde{x}_{12}) + J_{12} \nabla_{x_{12}^*} H(x_{23}^*) \tilde{u}_1 + E_{12}(\tilde{x}_3)] + \\ &+ \frac{1}{L_2} \tilde{x}_3 \left[-\frac{r_3}{L_2} \tilde{x}_3 - \frac{1}{C_2} \tilde{x}_4 + \frac{1}{C_1} \tilde{x}_2 \right] + \nabla_{\tilde{x}_{45}}^T H(\tilde{x}_{45}) [(J_{45}(u) - R_{45}) \nabla_{\tilde{x}_{45}} H(\tilde{x}_{45}) + \\ &+ J_{45} \nabla_{x_{45}^*} H(x_{45}^*) \tilde{u}_2 + E_{45}(\tilde{x}_3)] \end{aligned} \quad (4.51)$$

Desarrollando producto de términos, tenemos que

$$\begin{aligned}\dot{H}(\tilde{x}) = & -\nabla_{\tilde{x}_{12}}^T H(\tilde{x}_{12})R_{12}\nabla_{\tilde{x}_{12}} H(\tilde{x}_{12}) + \nabla_{\tilde{x}_{12}}^T H(\tilde{x}_{12})J_{12}\nabla_{x_{12}^*} H(x_{12}^*)\tilde{u}_1 + \\ & + \nabla_{\tilde{x}_{12}}^T H(\tilde{x}_{12})E_{12}(\tilde{x}_3) - \frac{r_3}{L_2^2}\tilde{x}_3^2 - \frac{1}{L_2C_2}\tilde{x}_3\tilde{x}_4 + \frac{1}{L_2C_1}\tilde{x}_2\tilde{x}_3 - \\ & - \nabla_{\tilde{x}_{45}}^T H(\tilde{x}_{45})R_{45}\nabla_{\tilde{x}_{45}} H(\tilde{x}_{45}) + \nabla_{\tilde{x}_{45}}^T H(\tilde{x}_{45})J_{45}\nabla_{x_{45}^*} H(x_{45}^*)\tilde{u}_2 + \\ & + \nabla_{\tilde{x}_{45}}^T H(\tilde{x}_{45})E_{45}(\tilde{x}_3)\end{aligned}$$

La expresión anterior se puede reducir si establecemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}y_{p1}^T &= \nabla_{\tilde{x}_{12}}^T H(\tilde{x}_{12})J_{12}\nabla_{x_{12}^*} H(x_{12}^*) \\ y_{p2}^T &= \nabla_{\tilde{x}_{45}}^T H(\tilde{x}_{45})J_{45}\nabla_{x_{45}^*} H(x_{45}^*) \\ -\frac{1}{C_1L_2}\tilde{x}_2\tilde{x}_3 &= \nabla_{\tilde{x}_{12}}^T H(\tilde{x}_{12})E_{12}(\tilde{x}_3) \\ -\frac{1}{C_2L_2}\tilde{x}_3\tilde{x}_4 &= \nabla_{\tilde{x}_{45}}^T H(\tilde{x}_{45})E_{45}(\tilde{x}_3)\end{aligned}$$

Reescribiendo $\dot{H}(\tilde{x})$, queda de la forma

$$\dot{H}(\tilde{x}) = -\nabla_{\tilde{x}_{12}}^T H(\tilde{x}_{12})R_{12}\nabla_{\tilde{x}_{12}} H(\tilde{x}_{12}) + y_{p1}^T\tilde{u}_1 - \frac{r_3}{L_2^2}\tilde{x}_3^2 - \nabla_{\tilde{x}_{45}}^T H(\tilde{x}_{45})R_{45}\nabla_{\tilde{x}_{45}} H(\tilde{x}_{45}) + y_{p2}^T\tilde{u}_2 \quad (4.52)$$

Note que a diferencia del caso anterior, este sistema tiene dos salidas pasivas y_{p1}^T y y_{p2}^T , donde para el primer caso es la salida pasiva correspondiente a la dinámica del rectificador conectado a la fuente V_g , mientras que para el segundo caso es la salida pasiva que corresponde a la dinámica del inversor conectado a la fuente V_b . Dicho esto, obtenemos un sistema que es pasivo desde $\tilde{u}_1 \rightarrow y_{p1}$ y $\tilde{u}_2 \rightarrow y_{p2}$, se propone una ley de control (dos controladores PI), basada en la misma metodología antes mencionada de la forma

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}_1 &= -y_{p1} \\ \dot{\zeta}_2 &= -y_{p2} \\ \tilde{u}_1 &= -k_{p1}y_{p1} + k_{i1}\zeta_1 \\ \tilde{u}_2 &= -k_{p2}y_{p2} + k_{i2}\zeta_2\end{aligned}$$

donde $k_{p1} = k_{p1}^T > 0$, $k_{i1} = k_{i1}^T > 0$, $k_{p2} = k_{p2}^T > 0$, $k_{i2} = k_{i2}^T > 0$, son las ganancias proporcional e integral respectivamente, las salidas pasivas están definidas por $y_{p1} = i_1^*V_{c1} - i_1V_{c1}^*$ y $y_{p2} = V_{c2}^*i_3 - V_{c2}i_3^*$ y señales de control $u_1 = \tilde{u}_1 + u_1^*$ y $u_2 = \tilde{u}_2 + u_2^*$.

De igual manera que en el análisis del STATCOM, u_1^* y u_2^* se obtiene a partir de establecer el modelo

deseado del HVDC, dado por

$$L_1 \frac{di_1^*}{dt} + r_1 i_1^* + u_1^* V_{c1}^* = V_g \quad (4.53)$$

$$C_1 \frac{dV_{c1}^*}{dt} + \frac{1}{r_2} V_{c1}^* + i_2^* - u_1^* i_1^* = 0 \quad (4.54)$$

$$L_2 \frac{di_2^*}{dt} + r_3 i_2^* - V_{c1}^* + V_{c2}^* = 0 \quad (4.55)$$

$$C_2 \frac{dV_{c2}^*}{dt} + \frac{1}{r_4} V_{c2}^* + u_2^* i_3^* - i_2^* = 0 \quad (4.56)$$

$$L_3 \frac{di_3^*}{dt} + r_5 i_3^* - u_2^* V_{c2}^* = -V_b \quad (4.57)$$

Las variables que son conocidas son: i_1^* , i_2^* y i_3^* , mientras que las variables que son medidas son V_g y V_b . De (4.53) y (4.57) se obtiene u_1^* y u_2^* dadas por

$$u_1^* = V_g - \frac{L_1 \frac{d}{dt} i_1^* + r_1 i_1^*}{V_{c1}^*}; \quad V_{c1}^* \neq 0 \quad (4.58)$$

$$u_2^* = \frac{L_3 \frac{d}{dt} i_3^* + r_5 i_3^* + V_b}{V_{c2}^*}; \quad V_{c2}^* \neq 0 \quad (4.59)$$

De (4.54)-(4.56), obtenemos los estados deseados, definidos como

$$\frac{dV_{c1}^*}{dt} = \frac{-\frac{V_{c1}^*}{r_2} - i_2^* + u_1^* i_1^*}{C_1} \quad (4.60)$$

$$\frac{di_2^*}{dt} = \frac{-r_3 i_2^* + V_{c1}^* - V_{c2}^*}{L_2} \quad (4.61)$$

$$\frac{dV_{c2}^*}{dt} = \frac{\frac{V_{c2}^*}{r_4} - u_2^* i_3^* + i_2^*}{C_2} \quad (4.62)$$

4.2.3. Evaluación numérica

Para la validación numérica del modelo dinámico del STATCOM se tomaron en cuenta los parámetros mostrados en el Cuadro 4.2.

Parámetro	Valor	unidades
C	24	$[mF]$
R_c	10	$[k\Omega]$
L	20	$[mH]$
R_L	0.8	$[\Omega]$
V_m	679	$[V]$
f	60	$[Hz]$
P_{SET}	6	$[kW]$
k_p	2.5	--
k_i	165	--

Tabla 4.2: Parámetros STATCOM

El experimento que se realizó fue una simulación en matlab, se considera que se requiere tener al STAT-

COM entregando energía a la fuente V_m en los primeros 2.5[s], después de este tiempo ahora el STATCOM consume energía de la fuente. En la Figura 4.17 se puede observar en color azul la potencia de referencia, en color rojo la potencia entregada a la fuente V_m , en color negro se muestran las pérdidas del STATCOM, finalmente se observa en color verde la potencia entregada a la fuente V_m más las pérdidas del STATCOM. Esta última gráfica se encuentra empalmada con la señal de referencia, por lo cual se puede concluir que se logra el objetivo de control del STATCOM con la ley de control propuesta.

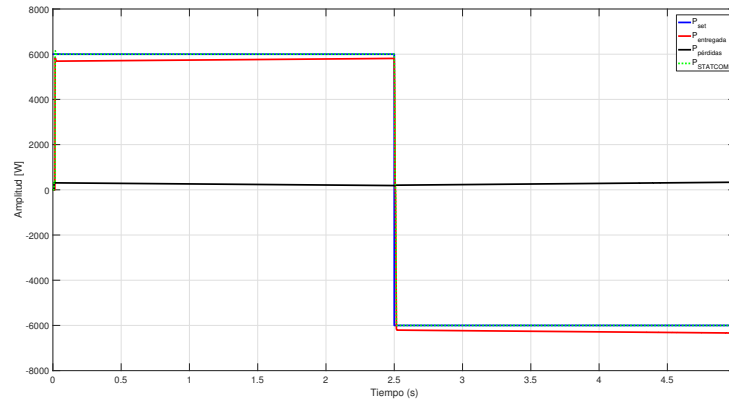


Figura 4.17: Potencia de salida del STATCOM

La gráfica superior de la Figura 4.18, se muestra el voltaje V_c para el capacitor, para un tiempo menor a los 2.5 segundos el STATCOM suministra potencia al sistema, esta potencia está siendo aportada por el capacitor por lo que el voltaje del mismo comienza a disminuir, después de los 2.5 segundos el STATCOM absorbe potencia de la fuente V_m y nuevamente se incrementa el voltaje V_c . Es importante mencionar que el valor de este voltaje no debe llegar hasta cero porque si esto sucede la entrada de control deseada dada por la expresión (4.41) se indetermina. Para la gráfica inferior se muestra la forma de la corriente senoidal a través del inductor L , donde la corriente i_l medida es la misma a la corriente i_l^* deseada, además observe que a partir de los 2.5 segundos la forma de onda se invierte en sentido contrario esto debido al modo de operación del voltaje del capacitor descrito anteriormente. La Figura 4.19 muestra la valores para la señal de control, estos valores son aceptables dentro de la comunidad de control, pues se encuentran en un rango de $[-1,1]$.

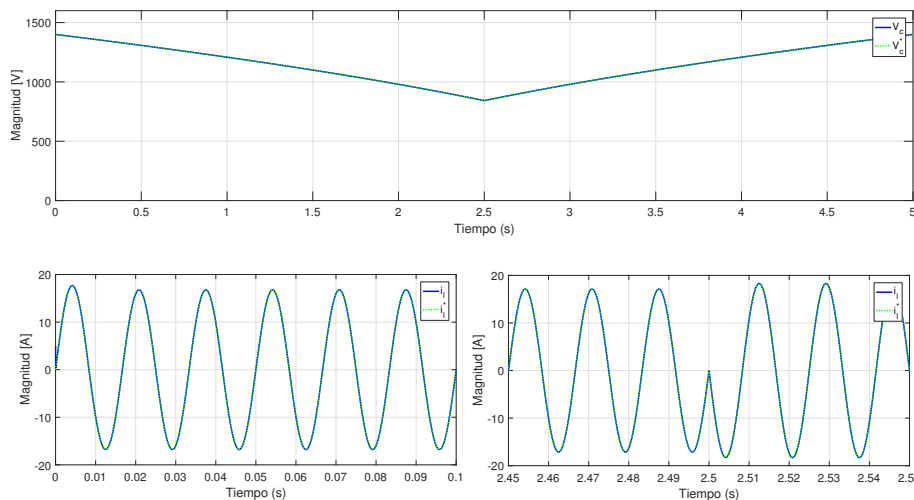


Figura 4.18: Estados del STATCOM

Los parámetros para la validación numérica del HVDC se muestran en el Cuadro 4.3. En la Figura 4.20 se observa en color azul la potencia deseada P_{SET} , en color rojo la potencia de entrada al HVDC, en verde la

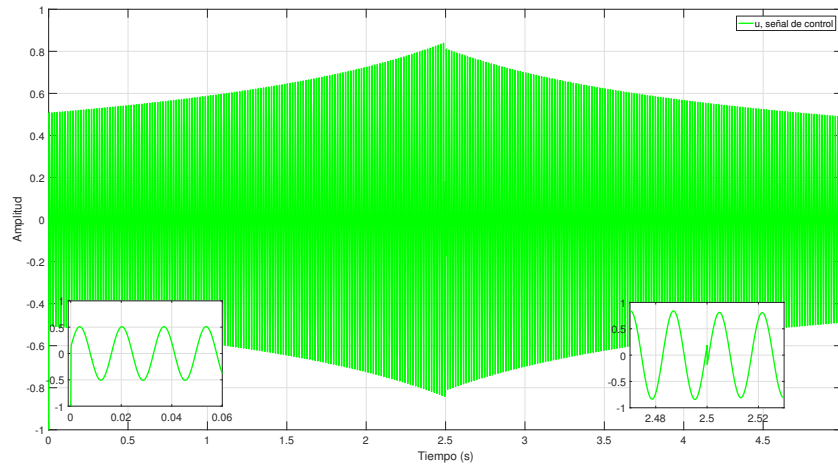


Figura 4.19: Señal de control del STATCOM

potencia de salida del HVDC, y en amarillo la potencia debida a las pérdidas. Se puede observar claramente que la potencia de entrada al HVDC no es igual a la potencia de salida, específicamente se puede observar antes del segundo 0.5[s] donde la potencia de salida es cero, esto se debe a que en este tiempo el HVDC debe cargar el bus de CD.

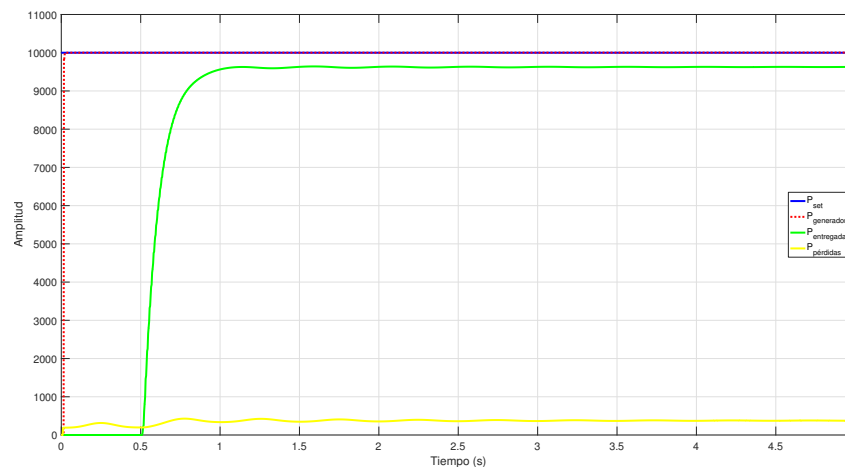


Figura 4.20: Gráfica de potencia en el HVDC

Para ejemplificar de mejor forma el comportamiento del HVDC, se muestra en la Figura 4.21 el comportamiento dinámico de los cinco estados, y se puede apreciar que todos están acotados y llegan a los valores deseados. Finalmente, se muestra en la Figura 4.22 la señal de control la cual esta acotada entre -1 y 1 .

4.3. Discusión

En base a las simulaciones que se llevaron a cabo y con los modelos simplificados que se presentaron en el capítulo 3, se pudo observar que efectivamente se tuvo un incremento en el tiempo crítico de liberación de falla con el STATCOM y mejor aún con el HVDC. Para esta última alternativa se vio que el t_{cr} es mayor a medida que la potencia de referencia P_{SET} se incrementa. Sin embargo, todo este análisis se llevo a cabo con modelos simplificados que no consideran las dinámicas y propiedades estructurales de cada uno. Por otra parte, mediante el desarrollo realizado con el análisis de Lyapunov se pudo concluir que ambos sistemas presentan propiedades de estabilidad asintótica. Dado que con el HVDC se tiene una mejor respuesta, es claro ver que esta alternativa para este tipo de análisis resulta ser mejor que el STATCOM.

Parámetro	Valor	unidades
L_1	28.5	[mH]
r_1	0.41	[Ω]
C_1	13.6	[mF]
r_2	100	[k Ω]
L_2	597	[mH]
r_3	0.5	[Ω]
C_2	43.6	[mF]
r_4	100	[k Ω]
L_3	12.7	[mH]
r_5	0.31	[Ω]
V_g	679	[V]
V_b	679	[V]
f	60	[Hz]
P_{SET}	10	[kW]
k_{p1}	0.2	--
k_{i1}	80	--
k_{p2}	0.65	--
k_{i2}	120	--

Tabla 4.3: Parámetros HVDC

Para complementar el análisis de la primera parte, se consideran los resultados obtenidos con los esquemas de control para los modelos dinámicos y aunque los dos sistemas se comportan adecuadamente cumpliendo con los objetivos de control, es evidente que la estructura del controlador asociada al enlace HVDC conlleva una mayor complejidad, debido a un mayor número de variables asociadas al modelo. Por esta razón, se afirma que el HVDC representa una alternativa más difícil de implementar, por lo que resulta que el STATCOM sea una mejor opción.

Es importante mencionar, que los costos de implementación de los sistemas de transmisión HVDC depende en gran medida de distintos factores, tales como la capacidad de transmisión de potencia, el medio de transmisión a utilizar que podrían ser por líneas aéreas, subterráneas o submarinas, las condiciones ambientales, longitud de las líneas de transmisión, costo de instalación (montaje, conductores, torres, transformadores, convertidores, etc.), costo por pérdidas, derechos de vía, nivel de tensión y otros requerimientos de regulación y seguridad. La estructura general de costo para las estaciones convertidoras es como se observa en la Figura [28].

En un contexto de grandes corredores de transmisión, dejando de lado un sistema con compensación vía STATCOM, la diferencia de costo entre un sistema de transmisión de corriente directa y uno de corriente alterna radica principalmente en la longitud de la línea de transmisión, donde existe un punto crítico para el cual el precio entre ambos sistemas es el mismo. Debajo de este punto crítico el costo de transmisión del HVDC es mayor, debido a los altos costos de las estaciones convertidoras, pero más allá del punto crítico, esto es, para distancias mayores a los 600 km, el costo de los sistemas de transmisión en CA supera al de CD debido a la cantidad y al elevado costo de los equipos involucrados en la compensación reactiva que se necesitaran y además por las pérdidas de potencia reactiva. En la Figura 4.24 se representa una comparativa de costos entre los sistemas de transmisión en CD y CA [28].

Entre las principales; ventajas, desventajas y beneficios para los sistemas de transmisión HVDC y STATCOM, [15], [33], podemos mencionar las siguientes:

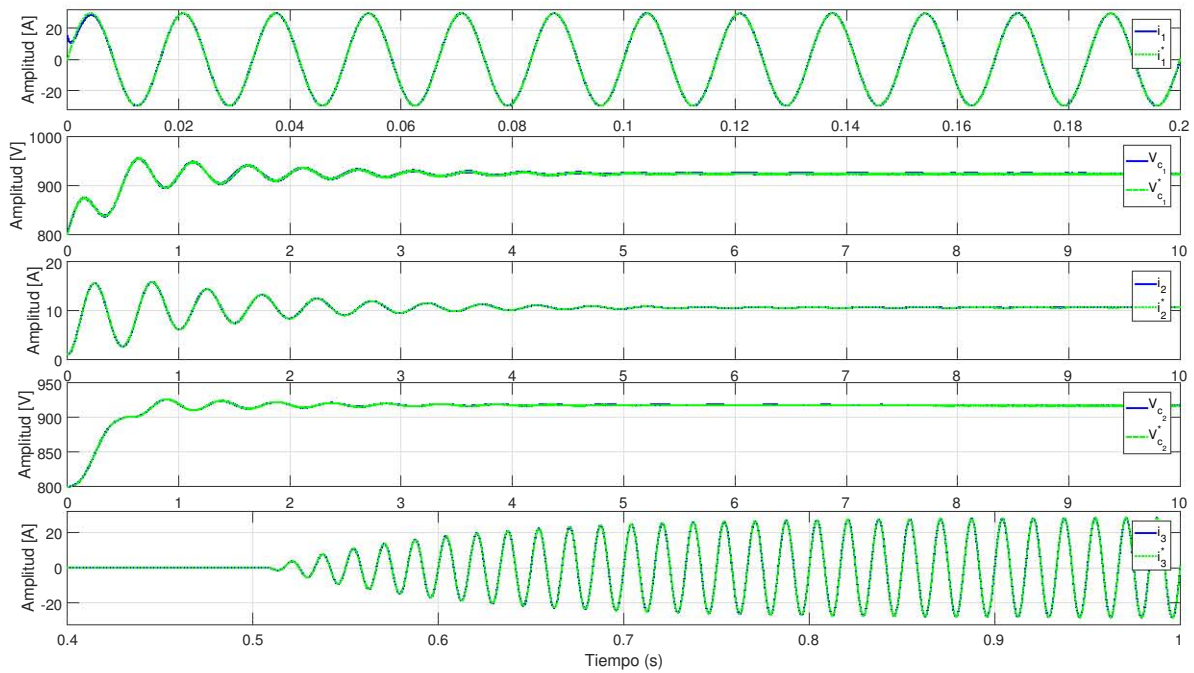


Figura 4.21: Variables de estado del HVDC

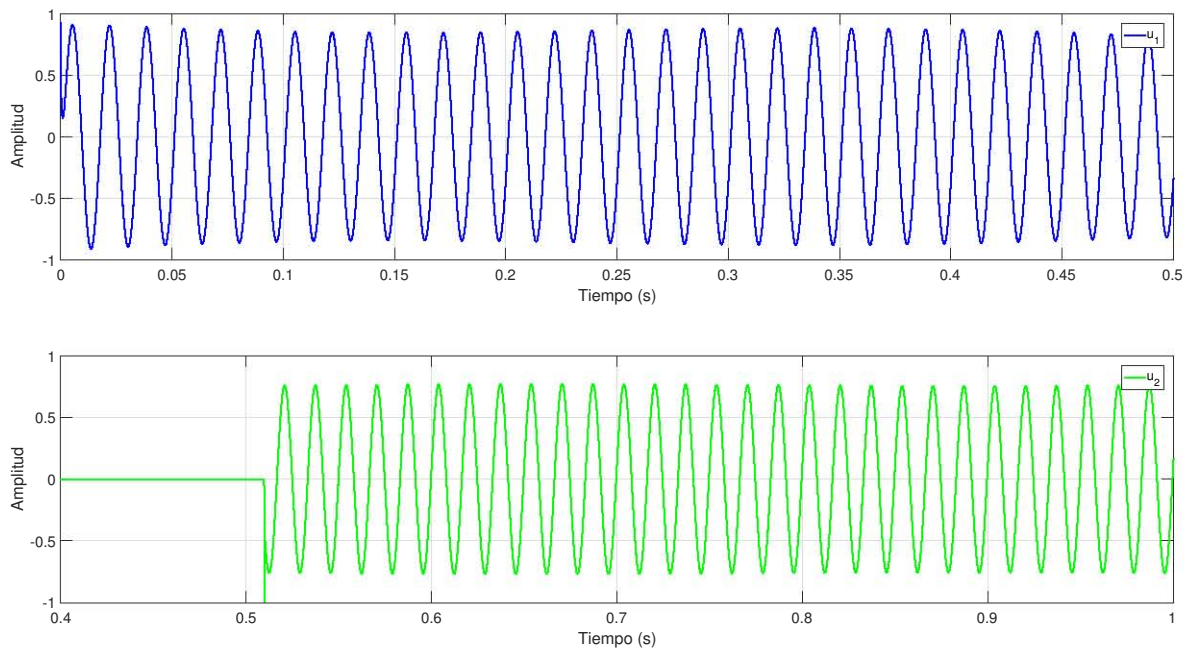


Figura 4.22: Señales de control; u_1 y u_2 para el sistema HVDC

Sistemas de transmisión HVDC

Ventajas

- Control de potencia
 - El operador o el control automático determinan cuánta potencia transmite el enlace, y con ello aumentar la transferencia de potencia.
 - Control de la potencia activa y reactiva independiente una de otra.
 - Permiten al operador del sistema de potencia tomar medidas preventivas durante una contingencia mediante la reprogramación de flujos de potencia para evitar sobrecargas en las líneas de

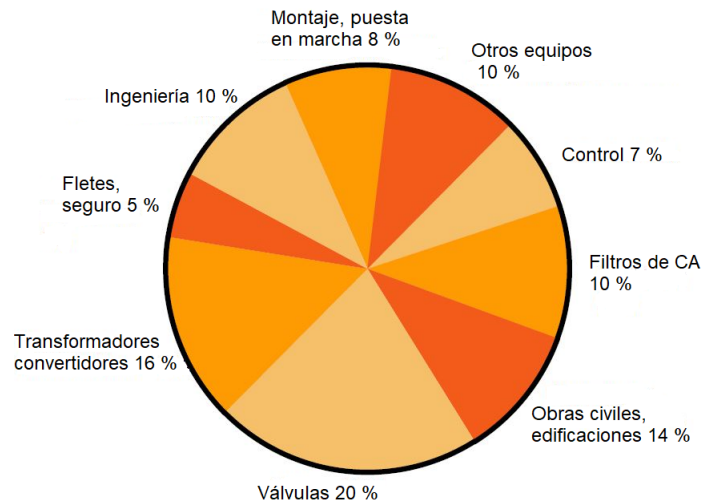


Figura 4.23: Estructura general de costo de una estación convertidora

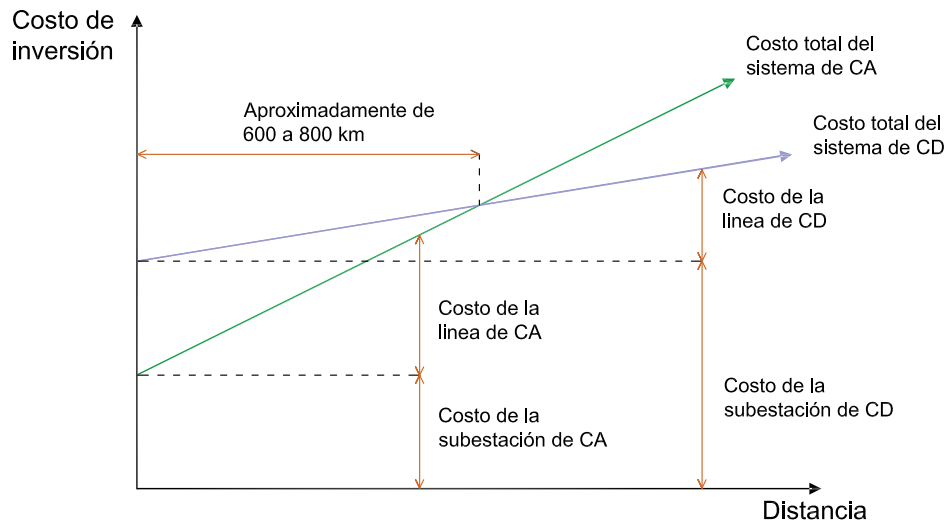


Figura 4.24: Comparación de costos entre un sistema de DC y CA

CA.

- Mejora del margen de estabilidad transitoria del SEP
 - Ayuda a amortiguar las oscilaciones debido a la presencia de un disturbio y evitar el colapso del sistema.
 - Se modula el flujo de potencia en presencia de una perturbación para incrementar el área de desaceleración y mantener la estabilidad del sistema.
- Costos de infraestructura
 - Menor costo en infraestructura y equipo en torres, requerida para la transmisión en HVDC con respecto a la transmisión con CA; menor número de conductores, cadenas de aisladores, herrajes, accesorios en terminales, etc.

Beneficios

- Reducción de pérdidas por fenómenos dieléctricos

- Ausencia de las pérdidas de energía asociadas al efecto piel, así como de las pérdidas dieléctricas menores comparadas con conductores en CA.
- Los efectos coronas tienden a ser menos significativos para conductores en CD que en los conductores en CA.
- Menor derecho de vía
 - Para un mismo nivel de transmisión de potencia, un sistema HVDC requiere un menor derecho de vía a diferencia de un corredor con líneas de transmisión en CA.
- No requiere compensación de potencia reactiva
 - Las líneas de corriente directa no requieren compensación de potencia reactiva.

Desventajas

- Costos elevados
 - Las estaciones convertidoras, filtros, compensadores de potencia reactiva, entre otros equipos presentan elevados costos de inversión.
- Complejidad en la operación
 - Se sabe que el control del flujo de potencia para este tipo de sistemas requiere una comunicación continua entre las terminales, es decir, el flujo de potencia se debe regular de forma activa por el sistema de control en lugar de las propiedades inherentes de la línea de transmisión.
- Generación de armónicos
 - Las subestaciones convertidoras generan armónicos de corriente y voltaje, por lo que es necesario instalar equipo adicional como filtros y compensadores.

Compensador Estático Síncrono - STATCOM

Ventajas

- Permite el suministro de potencia reactiva tanto capacitiva como inductiva gracias al control de su corriente de salida, independiente al nivel de voltaje del sistema de CA, incluso en niveles bajos de voltaje. Esta capacidad propia del STATCOM es particularmente útil en situaciones en las que es necesario estabilizar un voltaje de nodo, durante y después de fallas y así evitar un colapso de voltaje.
- Mejora de las condiciones de estabilidad.

Beneficios

- Aumento de la capacidad de transmisión.
- Amortigua las oscilaciones

Desventajas

- La capacidad de compensación esta limitada por sus componentes.
- Elevados costos de implementación.

Finalmente como conclusión principal de este capítulo, se concluye lo siguiente:

A pesar de tener una respuesta rápida el STATCOM, no lo es tanto si lo comparamos con el tiempo de respuesta del HVDC. Como se vio a lo largo de todas las simulaciones llevadas a cabo, se obtuvo una mejor respuesta mediante la modulación de potencia con el HVDC, garantizando la estabilidad del sistema. Se sabe que el STATCOM es empleado comúnmente para estabilizar un voltaje nodal, pero que además posee propiedades atractivas que permiten el incremento en la transferencia de potencia mismo que se corroboró mediante el análisis del criterio de áreas iguales, donde efectivamente existe un incremento al doble y cuádruple de P y Q respectivamente, y por lo tanto una mejora en el margen de estabilidad. Para el segundo estudio, se observó que el STATCOM presentó una mayor ventaja, debido a que su diseño de control no es tan complejo como el del HVDC.

Conclusiones

Desde los inicios el hombre ha buscado la manera de incrementar la transmisión de potencia a mayores distancias, desde el proceso de generación hasta los centros de consumo. Esto ha ocasionado una constante expansión de los sistemas eléctricos de potencia alrededor del mundo, haciéndolos más complejos y difíciles de operar. El constante crecimiento de las redes eléctricas ha provocado la aparición de fenómenos que podrían desestabilizar al sistema, tales fenómenos pueden ser perturbaciones de distintas formas, como ya se explicó en capítulos anteriores. Estos disturbios ocasionan un cambio en el punto de equilibrio del sistema y con ello ponen en riesgo la estabilidad del mismo.

En la comunidad de sistemas de potencia existen métodos basados en la compensación de la transmisión de potencia que permiten mejorar la estabilidad del SEP. En el presente trabajo de tesis se estudió una forma de mejorar las propiedades de la estabilidad transitoria de un sistema generador síncrono bus infinito, ésto se hizo mediante un estudio comparativo entre un STATCOM y un enlace HVDC. Para ello, se realizaron dos estudios diferentes, el primero mediante un análisis con modelos simplificados y el segundo con modelos dinámicos. Para el primer análisis se realizó con ayuda de la teoría de estabilidad en el sentido de Lyapunov, donde se concluyó que ambas alternativas presentan propiedades de estabilidad. Mientras, que para el segundo estudio se diseñó un esquema de control basado en el modelado de variables de estado para cada sistema, donde ambos esquemas cumplieron con los objetivos de control.

En base a las evaluaciones numéricas se observó que el HVDC presentó mayores ventajas en el primer análisis, en cambio el STATCOM tuvo más ventajas para el segundo análisis. Finalmente considerando ventajas y desventajas para cada uno de ellos la conclusión principal de este escrito, es que un sistema HVDC no es una alternativa viable para la mejora de la estabilidad transitoria en sistemas de potencia, debido a sus elevados costos de implementación y la complejidad de los controles asociados a las estaciones convertidoras.

Si bien se trabajó con modelos simplificados, éstos nos permitieron establecer un primer paso en el entendimiento claro del impacto así como respuesta de cada tecnología en los estudios de estabilidad, además de que se establecieron las bases para un análisis desde la perspectiva de sistemas dinámicos. De acuerdo a los análisis que se hicieron podemos mencionar lo siguiente:

- Sistema SMIB-HVDC

- Incrementa el t_{cr} de manera significativa. Esto se debe a que toda la potencia eléctrica generada es transmitida por el enlace HVDC, de forma que al considerar que la falla ocurre en la línea de transmisión de CA, la potencia continua transmitiéndose por la línea de CD.
- Los costos de implementación son muy elevados para esta tecnología, donde su principal función es transportar energía eléctrica a grandes distancias, por lo cual no es una solución viable para la mejora de los márgenes de estabilidad de un sistema de potencia.

- Con base en la comparación realizada, el enlace HVDC mejora de manera significativa la estabilidad transitoria, haciendo que la región de atracción del punto de equilibrio sea asintóticamente estable.
- Sistema SMIB-STATCOM
 - Se logró aumentar en un 80 % el t_{cr} .
 - La mejora del tiempo crítico de liberación de falla con este compensador es restringido por su composición física, es decir, la cantidad de potencia que se puede extraer de éste se encuentra limitado por sus parámetros eléctricos, un ejemplo de ello, es el capacitor asociado a su estructura, donde la cantidad de potencia almacenada y suministrada no es suficiente ante la pérdida de una línea de transmisión.
 - Su principal aplicación es la compensación de potencia reactiva al sistema y la estabilidad de voltaje, pero gracias al incremento de la potencia activa en la curva de potencia-ángulo se tiene una mayor área de desaceleración disponible y una mejora en el margen de estabilidad.

5.1. Trabajo Futuro

La forma de abordar el análisis de estabilidad transitoria fue con modelos simplificados, donde se desprecian muchas dinámicas asociadas a sus componentes. Como trabajo futuro sería utilizar modelos más completos que permitan explotar todas sus propiedades estructurales, por ejemplo en variables de estado con control basado en pasividad, siendo un enfoque atractivo desde la perspectiva de sistemas dinámicos y con aportaciones muy interesantes para la comunidad de potencia.

Por otro lado, sería conveniente hacer una comparación más justa del HVDC contra un dispositivo FACT más robusto, como por ejemplo, el Controlador Unificado de Flujos de Potencia (UPFC), ya que ambos comparten características y estructuras muy similares.

Positividad de la función de Lyapunov

Análisis de la función candidata de Lyapunov para el sistema SMIB-STATCOM

Para comprobar si esta función candidata de Lyapunov es positiva definida, se calcula el Hessiano de V, el cual está dado por:

$$\nabla^2 V = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_3^2} \end{bmatrix}$$

Calculando las derivadas correspondientes se obtiene:

$$\nabla^2 V = \begin{bmatrix} abc \cos(x_1) + ab_1 x_3 \cos[x_1 - \delta_m(x_1)] - & 0 & ab_1 \operatorname{sen}(x_1 - \delta_m(x_1)) \\ -ab_1 x_3 \cos[x_1 - \delta_m(x_1)] \left(\frac{C_1^2 + C_1 C_2 \cos(x_1)}{C_2^2 + C_1(C_1 + 2C_2 \cos(x_1))} \right) & & \\ 0 & 1 & 0 \\ ab_1 \operatorname{sen}(x_1 - \delta_m(x_1)) & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Debe mencionarse que

$$\delta'_m(x_1) = \frac{C_1^2 + C_1 C_2 \cos(x_1)}{C_2^2 + C_1(C_1 + 2C_2 \cos(x_1))}$$

La matriz anterior será positiva si sus menores principales son positivos, para esta matriz son tres:

$$M_1 = \left| abc \cos(x_1) + ab_1 x_3 \cos[x_1 - \delta_m(x_1)] - ab_1 x_3 \cos[x_1 - \delta_m(x_1)] \left(\frac{C_1^2 + C_1 C_2 \cos(x_1)}{C_2^2 + C_1(C_1 + 2C_2 \cos(x_1))} \right) \right|$$

$$M_2 = \left| \begin{array}{cc} abc \cos(x_1) + ab_1 x_3 \cos[x_1 - \delta_m(x_1)] - ab_1 x_3 \cos[x_1 - \delta_m(x_1)] \left(\frac{C_1^2 + C_1 C_2 \cos(x_1)}{C_2^2 + C_1(C_1 + 2C_2 \cos(x_1))} \right) & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right|$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} abc\cos(x_1) + ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)] - & 0 & ab_1\text{sen}(x_1 - \delta_m(x_1)) \\ -ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)] \left(\frac{C_1^2 + C_1C_2\cos(x_1)}{C_2^2 + C_1(C_1 + 2C_2\cos(x_1))} \right) & & \\ 0 & 1 & 0 \\ ab_1\text{sen}(x_1 - \delta_m(x_1)) & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Para los menores M_1 y M_2 se obtiene una misma restricci3n, mientras que para M_3 es m1s compleja, ambas restricci3nes son de la forma

1. $abc\cos(x_1) + ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)] - ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)] \left(\frac{C_1^2 + C_1C_2\cos(x_1)}{C_2^2 + C_1(C_1 + 2C_2\cos(x_1))} \right) > 0$
2. $abc\cos(x_1) + ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)] - ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)] \left(\frac{C_1^2 + C_1C_2\cos(x_1)}{C_2^2 + C_1(C_1 + 2C_2\cos(x_1))} \right) - (ab_1\text{sen}(x_1 - \delta_m(x_1)))^2 > 0$

La primera restricci3n la podemos escribir de la siguiente manera

$$abc\cos(x_1) + ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)] - ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)]\delta'_m(x_1) > 0 \quad (\text{A.1})$$

donde

$$\delta'_m(x_1) = \left(\frac{C_1^2 + C_1C_2\cos(x_1)}{C_2^2 + C_1(C_1 + 2C_2\cos(x_1))} \right)$$

Esta expresi3n viene dada por la derivada de $\delta_m(x_1)$ de la ecuaci3n (3.10), donde

$$\begin{aligned} C_1 &= E'X_E \\ C_2 &= E_BX'_d \end{aligned}$$

Si calculamos la norma para cada uno de sus t3rminos de la desigualdad (A.1) y simplificando se obtiene

$$b|\cos(x_1)| + b_1x_3|\cos[x_1 - \delta_m(x_1)]| > b_1x_3|\cos[x_1 - \delta_m(x_1)]\delta'_m(x_1)|$$

Note ahora y que de acuerdo a la norma, los t3rminos asociados con el coseno ser1n positivos, por lo que se puede simplificar a1n m1s, resultando

$$\begin{aligned} b + b_1x_3 &> b_1x_3 \\ b &> 0 \end{aligned}$$

Finalmente, podemos mencionar que la funci3n candidata de Lyapunov para este sistema ser1 definida positiva bajo la condici3n de $b > 0$.

Para la segunda restricci3n se tiene

$$abc\cos(x_1) + ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)] - ab_1x_3\cos[x_1 - \delta_m(x_1)]\delta'_m(x_1) > (ab_1\text{sen}(x_1 - \delta_m(x_1)))^2$$

Calculando nuevamente la norma de cada uno de los términos, se obtiene

$$ab|\cos(x_1) + ab_1x_3|\cos[x_1 - \delta_m(x_1)]| - ab_1x_3|\cos[x_1 - \delta_m(x_1)]\delta'_m(x_1)| > a^2b_1^2|\text{sen}^2(x_1 - \delta_m(x_1))|$$

Como en el caso anterior ya vimos que las normas de estas funciones trigonométricas resultaran positivos, por lo que solo nos interesa encontrar la restricción que involucra los parámetros del sistema, resultando ser entonces

$$\begin{aligned} ab + ab_1x_3 - ab_1x_3 &> a^2b_1^2 \\ b &> ab_1 \end{aligned}$$

recordando que $a = \omega_0/2H$ y despejando la constante de inercia H , obtenemos la siguiente restricción

$$H > \frac{\omega_0 b_1}{2b}$$

Análisis de la función candidata de Lyapunov para el sistema SMIB-HVDC

Calculando las derivadas correspondientes se obtiene:

$$\nabla^2 V = \begin{bmatrix} abc\cos(x_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esta matriz será positiva si sus menores principales son positivos, donde los tres menores principales para esta matriz son tres de la forma

$$M_1 = |abc\cos(x_1)|$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} abc\cos(x_1) & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} abc\cos(x_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La única restricción que se tiene es

$$1. \quad abc\cos(x_1) > 0$$

donde

$$\begin{aligned} a &= \frac{\omega_0}{2H} > 0 \\ b &= \frac{E'E_B}{X'_d + X_E} > 0 \end{aligned}$$

a y b siempre son positivos y en el dominio de operación el término $\cos(x_1)$ es positivo. Por lo tanto, esta función candidata de Lyapunov para este caso es definida positiva.

■

Bibliografía

- [1] Acha, E., Fuente-Esquivel, C. R., Ambriz-Perez, H. and Angeles-Camacho, C. [2004], *FACTS: modeling and simulation in power networks*, John Wiley & Sons. 3
- [2] Al-Baiyat, S. A. [2005], ‘Power system transient stability enhancement by statcom with nonlinear h_{∞} stabilizer’, *Electric Power Systems Research* **73**(1), 45–52. 3, 31
- [3] Amara, S. and Hsan, H. A. [2012], Power system stability improvement by facts devices: a comparison between statcom, sssc and upfc, in ‘Renewable Energies and Vehicular Technology (REVET), 2012 First International Conference on’, IEEE, pp. 360–365. 32, 33
- [4] Aouini, R., Marinescu, B., Kilani, K. B. and Elleuch, M. [2016], ‘Synchronverter-based emulation and control of hvdc transmission’, *IEEE Transactions on Power Systems* **31**(1), 278–286. 35
- [5] Arrillaga, J., Liu, Y. H. and Watson, N. R. [2007], *Flexible power transmission: the HVDC options*, John Wiley & Sons. 26
- [6] Borazjani, O., Rajabi, A., Saedimoghadam, M. and Isapour, K. [2015], ‘Stability improvement of ac system by controllability of the hvdc’, *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering* **9**(3), 371–378. 1
- [7] Cisneros, R., Pirro, M., Bergna, G., Ortega, R., Ippoliti, G. and Molinas, M. [2015], ‘Global tracking passivity-based pi control of bilinear systems: Application to the interleaved boost and modular multilevel converters’, *Control Engineering Practice* **43**, 109–119. 51, 52
- [8] El-Abiad, A. H. and Nagappan, K. [1966], ‘Transient stability regions of multimachine power systems’, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* (2), 169–179. 2
- [9] Eriksson, R. [2013], ‘On the centralized nonlinear control of hvdc systems using lyapunov theory’, *IEEE Transactions on Power Delivery* **28**(2), 1156–1163. 3, 36
- [10] Eriksson, R., Knazkins, V. and Söder, L. [2010], ‘Coordinated control of multiple hvdc links using input–output exact linearization’, *Electric power systems research* **80**(12), 1406–1412. 36
- [11] Expósito, A. G., Gomez-Expósito, A., Conejo, A. J. and Canizares, C. [2016], *Electric energy systems: analysis and operation*, CRC Press. 6
- [12] Galaz, M., Ortega, R., Bazanella, A. S. and Stankovic, A. M. [2003], ‘An energy-shaping approach to the design of excitation control of synchronous generators’, *Automatica* **39**(1), 111–119. 15
- [13] Gross, C. A. [1979], ‘Power system analysis’. 19
- [14] Haque, M. and Kumkratug, P. [2004], ‘Application of lyapunov stability criterion to determine the control strategy of a statcom’, *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution* **151**(3), 415–420. 1, 3, 32

-
- [15] Hingorani, N. G., Gyugyi, L. and El-Hawary, M. [2000], *Understanding FACTS: concepts and technology of flexible AC transmission systems*, Vol. 2, Wiley Online Library. 26, 27, 29, 58
- [16] Khalil, H. K. [1996], ‘Nonlinear systems’, *Prentice-Hall, New Jersey* 2(5), 5–1. 21, 22
- [17] Kumkratug, P. [2011], ‘Nonlinear control design of shunt flexible ac transmission system devices for damping power system oscillation’, *Journal of Computer Science* 7(6), 854. 32
- [18] Kundur, P., Balu, N. J. and Lauby, M. G. [1994], *Power system stability and control*, Vol. 7, McGraw-hill New York. 2, 9, 26, 35
- [19] Kundur, P., Paserba, J., Ajarapu, V., Andersson, G., Bose, A., Canizares, C., Hatziargyriou, N., Hill, D., Stankovic, A., Taylor, C. et al. [2004], ‘Definition and classification of power system stability ieeecigre joint task force on stability terms and definitions’, *IEEE transactions on Power Systems* 19(3), 1387–1401. iv, 7, 8
- [20] Machowski, J., Bialek, J. and Bumby, J. [2011], *Power system dynamics: stability and control*, John Wiley & Sons. 16
- [21] Ortíz, P. M. [2005], Control no lineal de sistemas eléctricos de potencia, PhD thesis, Universidad Nacional Autónoma de México. 24
- [22] Padiyar, K. [1990], *HVDC power transmission systems: technology and system interactions*, New Age International. 1
- [23] Padiyar, K. [2002], *Power system dynamics*, BS publications. 11
- [24] Pai, A. [2012], *Energy function analysis for power system stability*, Springer Science & Business Media. 3
- [25] Pai, M. [1981], *Power system stability: analysis by the direct method of Lyapunov*, Vol. 3, North-Holland Publishing Company. 3, 20
- [26] Pai, M., Padiyar, K. and Radhakrishna, C. [1981], ‘Transient stability analysis of multi-machine ac/dc power systems via energy-function method’, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* (12), 5027–5035. 3, 36
- [27] Rao, P., Crow, M. and Yang, Z. [2000], ‘Statcom control for power system voltage control applications’, *IEEE Transactions on power delivery* 15(4), 1311–1317. 31
- [28] Rudervall, R., Charpentier, J. and Sharma, R. [2000], ‘High voltage direct current (hvdc) transmission systems technology review paper’, *Energy week* 2000, 2. 58
- [29] Saadat, H. [1999], *Power system analysis*, WCB/McGraw-Hill. 1, 7
- [30] Shi, F. and Wang, J. [2014], ‘The hvdc supplementary control for ac/dc interconnected power grid based on hamilton energy function theory’, *Elektronika ir Elektrotechnika* 20(4), 15–21. 3, 36
- [31] Slotine, J.-J. E., Li, W. et al. [1991], *Applied nonlinear control*, Vol. 199, Prentice hall Englewood Cliffs, NJ. 20, 21
- [32] Song, Y.-H. and Johns, A. [1999], *Flexible ac transmission systems (FACTS)*, number 30, IET. 30, 32
- [33] Sood, V. K. [2006], *HVDC and FACTS controllers: applications of static converters in power systems*, Springer Science & Business Media. 58
- [34] Soto, L. Q. [2010], Comparación de métodos para evaluar el tiempo de liberación de falla en sistemas de potencia, Master’s thesis, Universidad Nacional Autónoma de México. 24, 44
- [35] Zhang, X.-P., Rehtanz, C. and Pal, B. [2012], *Flexible AC transmission systems: modelling and control*, Springer Science & Business Media. iv, 28
-