



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

APLICACIÓN DEL MODELO DE MOMIOS
PROPORCIONALES PARA MEDIR LA FUERZA DE
ASOCIACIÓN ENTRE EL RIESGO CARDIOVASCULAR Y
EL SÍNDROME DE BURNOUT EN CUIDADORES
INFORMALES DE PACIENTES GERIÁTRICOS.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIA

P R E S E N T A :

ANA CECILIA LEÓN MORALES



DIRECTOR DE TESIS:

M. EN C. JOSÉ SALVADOR ZAMORA MUÑOZ

CD. Universitaria, CD. MX., 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno:
 - Apellido paterno: León
 - Apellido materno: Morales
 - Nombre: Ana Cecilia
 - Teléfono: 2613-3801
 - Universidad: Universidad Nacional Autónoma de México
 - Facultad: Facultad de Ciencias
 - Carrera: Actuaría
 - Número de Cuenta: 308257850
2. Datos de la tutora:
 - Grado: M. en C.
 - Nombre(s): José Salvador
 - Apellido paterno: Zamora
 - Apellido materno: Muñoz
3. Datos del sinodal 1
 - Grado: Dr.
 - Nombre(s): Ricardo
 - Apellido paterno: Ramírez
 - Apellido materno: Aldana
4. Datos del sinodal 2
 - Grado: Mat.
 - Nombre(s): Margarita Elvira
 - Apellido paterno: Chávez
 - Apellido materno: Cano
5. Datos del sinodal 3
 - Grado: Dra.
 - Nombre(s): Lizbeth
 - Apellido paterno: Naranjo
 - Apellido materno: Albarrán
6. Datos del sinodal 4
 - Grado: Act.
 - Nombre(s): Ángel Manuel
 - Apellido paterno: Godoy
 - Apellido materno: Aguilar
7. Datos del trabajo escrito
 - Título: Aplicación del Modelo de Momios Proporcionales Para Medir la Fuerza de Asociación Entre el Riesgo Cardiovascular y el Síndrome de Burnout en Cuidadores Informales de Pacientes Geriátricos Dependientes
 - Número de páginas: 152 p.
 - Año: 2017

Índice general

Introducción	V
1. Marco teórico	1
1.1. El síndrome de Burnout	2
1.1.1. Concepto	2
1.1.2. Factores de riesgo	3
1.1.3. Detección	5
1.1.4. Consecuencias	6
1.1.5. Estrategias de tratamiento y prevención	6
1.2. El riesgo cardiovascular	7
1.2.1. Concepto	8
1.2.2. Datos y cifras	8
1.2.3. Factores de riesgo	9
1.2.4. Estimación	9
1.2.5. Medidas preventivas	10
1.3. Asociación entre el síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular	11
1.4. Relación entre el síndrome de Burnout y los cuidadores informales de ancianos	14
2. Medidas de asociación en una tabla de contingencia	19
2.1. Tablas de contingencia	19
2.1.1. Distribuciones asociadas a las tablas de contingencia	20
2.2. Medidas de asociación para tablas de contingencia 2×2	22
2.2.1. Diferencia de proporciones	22
2.2.2. Riesgo relativo	24
2.2.3. Cociente de momios	26
2.3. Medidas de asociación para tablas de contingencia $I \times J$	28
2.3.1. Prueba χ^2 de independencia	29
2.3.2. Residuos de Pearson y residuos estandarizados	30
2.4. Variables ordinales	32
2.4.1. Prueba de tendencia lineal	32

2.4.2.	Medida gamma de asociación ordinal	34
2.5.	Medidas para fuerza de asociación en variables nominales . . .	36
2.5.1.	Coefficiente ϕ	36
2.5.2.	Coefficiente de Contingencia	36
2.5.3.	V de Cramer	37
3.	El modelo de regresión logística	39
3.1.	Características del modelo	40
3.2.	Interpretación de los parámetros	40
3.2.1.	Variable independiente dicotómica	42
3.2.2.	Variable independiente continua	42
3.2.3.	Variable independiente politómica	43
3.3.	Estimación de los parámetros	43
3.3.1.	Funciones de verosimilitud	44
3.4.	Inferencia	44
3.4.1.	Distribución de probabilidad de los estimadores	45
3.5.	Evaluación de ajuste del modelo	45
3.5.1.	Medidas de bondad de ajuste	46
3.5.2.	Diagnóstico	50
4.	Modelos de regresión ordinal	53
4.1.	Modelos de logits acumulativo	54
4.2.	Motivación de una variable latente	54
4.3.	Modelos de liga o enlace acumulativo	55
4.3.1.	El concepto de liga	56
4.4.	El modelo de momios proporcionales	57
4.5.	Estimación de los parámetros	58
4.6.	Inferencia	59
4.7.	Interpretación de los parámetros	59
4.8.	Sobredispersión	59
4.9.	Evaluación del modelo	61
4.9.1.	Verificación del supuesto de momios proporcionales	61
4.9.2.	Bondad de ajuste y diagnóstico	61
4.10.	Mejoras al modelo ajustado	64
5.	Aplicación	65
5.1.	Análisis descriptivo	65
5.1.1.	Riesgo cardiovascular: factores de riesgo	69
5.1.2.	Análisis descriptivo bivariado	73
5.2.	Ajuste del modelo	88
5.2.1.	Significancia del modelo	89

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	III
5.2.2. Evaluación del modelo	91
5.2.3. Interpretación del modelo	95
5.2.4. Mejoras al modelo	103
5.3. Conclusiones	107
Anexos	108
A. Resultados del diagnóstico del modelo de momios proporcionales ajustado	109
B. Inferencia asintótica	111
C. El modelo logit multinomial	113
C.1. Estimación de los parámetros	113
D. Maslach Burnout Inventory	117
E. Códigos en R	119
E.1. Análisis descriptivo	119
E.2. Ajuste del modelo de momios proporcionales	119

Introducción

El ritmo de vida actual involucra una gran cantidad de factores que pueden afectar la calidad de la misma, factores tales como la vida sedentaria, la mala alimentación, el estrés, la presión laboral y económica, entre otros, pueden tener consecuencias adversas para la salud de los seres humanos, particularmente padecimientos cardiovasculares.

Según el artículo *Envejecimiento de la Población de México: reto del siglo XXI* emitido por el Consejo Nacional de Población (CONAPO), la población mexicana vive un envejecimiento acelerado. La población adulta mayor incrementa su tamaño a un ritmo que duplica al de la población total del país y se anticipa que la proporción de 70 y más años respecto al total de adultos mayores aumentará de un 43 % en el 2000 a 45.9 % en 2030 y a 55.5 % en 2050.

Dicho envejecimiento ha dado lugar al surgimiento de la figura del cuidador informal del anciano, cuya aparición es cada vez más frecuente. Este personaje puede caracterizarse principalmente como la pareja, hijo o nieto de la persona de la tercera edad que necesita cuidados y atenciones especiales debido a las limitaciones físicas, psicológicas o sociales que resultan de su proceso natural de envejecimiento.

El cuidador informal de ancianos se enfrenta cotidianamente a situaciones adicionales a su ocupación principal que pueden resultar agotadoras, demandantes y estresantes en su labor de cuidado, sobre todo si no cuenta con capacitación o conocimiento de la información pertinente para la atención a las necesidades del anciano.

Este es un escenario propicio para la manifestación del síndrome¹ de Burnout en los cuidadores informales, un padecimiento caracterizado por el agotamiento emocional, la despersonalización y la baja realización personal, cuyos

¹La Real Academia Española define el concepto síndrome como un conjunto de signos o fenómenos reveladores de una situación generalmente negativa

síntomas principales son: fatiga, frustración, ansiedad, así como desinterés, bajo rendimiento y desmotivación en el ámbito laboral.

Además, se ha encontrado a través de la investigación en diversos lugares del mundo que este síndrome representa consecuencias adversas en relación al riesgo cardiovascular de quienes lo padecen.

El objetivo del documento que se presenta, consiste en estudiar la relación que poseen el padecimiento del síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular en los cuidadores informales de ancianos, debido a que el panorama del envejecimiento de la población en México sugiere una presencia cada vez más acentuada del síndrome y de los padecimientos cardiovasculares, que son la principal causa de muerte en el mundo.

A través del primer capítulo se expone de manera detallada el concepto de síndrome de Burnout y riesgo cardiovascular, se proporcionan sus definiciones y factores de riesgo, en el caso del riesgo cardiovascular, estos factores son la base para el análisis de las variables explicativas que se incluyen en modelo de momios proporcionales. Además, se presenta una serie de resultados de diferentes artículos que estudiaron la relación entre el síndrome de Burnout y los cuidadores de ancianos, así como de la relación entre el síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular.

En el segundo capítulo se realiza la presentación de las pruebas y medidas de asociación que subyacen a una tabla de contingencia. Se introduce el capítulo con la definición de tabla de contingencia y sus distribuciones de probabilidad. Posteriormente, se explican las medidas de asociación que subyacen a las tablas de contingencia 2×2 y finalmente, se muestran las pruebas y medidas de asociación en las tablas de contingencia $I \times J$ para variables nominales y ordinales.

El tercer capítulo está dedicado a la presentación del modelo de regresión logística. En este capítulo se muestra el procedimiento para realizar la inferencia y la estimación de los parámetros del modelo. Además, se explica la manera de interpretar cada parámetro según el tipo de variable explicativa. Finalmente, se describe cómo llevar a cabo la evaluación de un modelo de regresión logística ajustado mediante su bondad de ajuste, su poder predictivo y un análisis diagnóstico.

En el cuarto capítulo se mencionan los diferentes tipos de modelos de regresión para variables de respuesta ordinales y se introduce la explicación del

concepto de función liga o de enlace. Posteriormente, se presenta de manera detallada el modelo de momios proporcionales: su construcción y características, la inferencia, estimación e interpretación de los parámetros del modelo, el proceso para evaluar un modelo de momios proporcionales ajustados a través de su bondad de ajuste, su poder predictivo y análisis diagnóstico.

Finalmente, en el quinto capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante la aplicación del modelo de momios proporcionales que se ajustó para estudiar la relación que existe entre el padecimiento del síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular en los cuidadores informales de pacientes geriátricos dependientes. Este capítulo se divide en dos secciones, comenzado por un análisis descriptivo de las variables involucradas en el modelo a nivel individual y de la relación que cada una presentó con respecto al riesgo cardiovascular. La segunda sección está destinada a exponer los resultados del ajuste del modelo de momios proporcionales y las conclusiones que se obtuvieron a partir del análisis de dichos resultados.

Capítulo 1

Marco teórico

Este capítulo está integrado por tres secciones. Inicialmente se presenta una descripción detallada de la teoría que existe alrededor del concepto del síndrome de Burnout, sus diferentes definiciones y la explicación de las tres dimensiones que lo caracterizan, el instrumento utilizado para medirlo, los factores de riesgo asociados que se han identificado a través de diferentes investigaciones, así como las consecuencias físicas y sociales que éste produce y las medidas de tratamiento y prevención que existen.

Posteriormente, se introduce el concepto de riesgo cardiovascular y se proporcionan algunas cifras que muestran la importancia que esta medición tiene a nivel internacional. Además, se describen brevemente los factores de riesgo asociados que se han descubierto a través de diferentes investigaciones, los instrumentos que existen para realizar la estimación del riesgo cardiovascular y las medidas que la Organización Mundial de la Salud (OMS) ha identificado con el objetivo de prevenir y controlar la ocurrencia de las enfermedades cardiovasculares.

Finalmente, se exhiben los resultados de diferentes artículos que estudiaron las relaciones entre el síndrome de Burnout y los cuidadores informales de ancianos y entre el síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular.

1.1. El síndrome de Burnout

1.1.1. Concepto

El síndrome de Burnout (SB) es un padecimiento de la era moderna correspondiente a la respuesta crónica que resulta del estrés en la relación de los individuos con su trabajo; caracterizado por algunas condiciones entre las que destacan la sensación de extremo cansancio emocional así como la pérdida de la pasión por el trabajo, este síndrome se ha convertido en un fenómeno social alrededor de todo el mundo.

Su estudio surgió aproximadamente a mediados de la década de 1970 con las contribuciones de dos psiquiatras: Christina Maslach especialista en la rama social y que se encontraba estudiando las emociones en el espacio de trabajo y Herbert J. Freudenberger [1], quien dio nombre al padecimiento basándose en la obra de Graham Greene: “A Burnt-Out Case”. En ésta se narra la historia de Querry, un arquitecto que es reconocido en todo el mundo por la belleza de sus edificaciones, sin embargo, al sentirse saturado por el trabajo y la presión del mismo pierde el interés por su labor. Ante esta indiferencia decide emigrar al Congo, donde un médico le diagnostica la enfermedad de Burnt-Out, una enfermedad mental que se caracterizaba por el agotamiento y que era comparable con las mutilaciones por etapas que sufren los enfermos de lepra. Con el paso del tiempo, Querry se mejora y después se cura debido al tiempo dedicado a trabajar con enfermos de lepra y por haber dejado el mundo que tanto le atosigaba [2].

Definir el síndrome de manera estándar ha sido una tarea difícil a lo largo de la historia. Se pueden encontrar en la literatura diferentes definiciones sobre el concepto, por ejemplo, Freudenberger lo describió como:

“Un estado de agotamiento físico y mental causado por la vida profesional”,

por otro lado, Maslach lo definió como:

“Un síndrome tridimensional que considera como dimensiones de análisis a los constructos: agotamiento emocional, despersonalización y baja realización personal, y que ocurre entre sujetos que trabajan en contacto directo con clientes o pacientes”.

Otra definición que surgió con la intención de enriquecer la definición de Maslach fue aquella que describía al síndrome como [3]:

“Un proceso de adaptación del estrés laboral, que se caracteriza por desorientación profesional, desgaste, sentimientos de culpa por falta de éxito profesional, frialdad o distanciamiento emocional y aislamiento”.

No obstante, se llegó a un consenso que aceptaba la descripción tridimensional del síndrome propuesta por Maslach [1].

Las tres dimensiones del síndrome

Las dimensiones para caracterizar al síndrome son: agotamiento, despersonalización e ineficacia.

La primera dimensión es la dimensión central del padecimiento pues es la manifestación más evidente del síndrome, razón por la cual es la característica mayormente reportada y analizada. Este componente se refiere a sentimientos de estar siendo abrumadoramente demandado y agotado de los propios recursos emocionales por alguien más. Sin embargo, es importante notar que este constructo por sí solo no representa el fenómeno en su totalidad pues no captura los aspectos críticos de la relación del individuo con su trabajo.

La segunda dimensión, también se conoce como cinismo, representa el contexto interpersonal del síndrome pues se refiere al intento de poner distancia entre la persona que brinda el servicio y quien lo recibe, tratando a este último como un objeto impersonal del trabajo. Este distanciamiento es una consecuencia casi inmediata del agotamiento ya mencionado.

Finalmente, la tercera dimensión está relacionada con la autoevaluación y se caracteriza por sentimientos de ineficacia, baja productividad y carencia de logros; la sensación de no tener el mismo buen desempeño que antes.

La falta de eficacia parece surgir con mayor claridad a partir de la falta de recursos pertinentes, mientras que el agotamiento y la despersonalización surgen de la presencia de la sobrecarga de trabajo y el conflicto social [1].

1.1.2. Factores de riesgo

A través de diversos estudios se han detectado varios factores de riesgo los cuales están principalmente asociados con las características del trabajo así como con las características individuales, físicas y mentales de los trabajadores. Entre ellas destacan las siguientes:

Espacio de Trabajo

Inciden como principales factores de riesgo, sobre todo en la primera dimensión, la sobrecarga de trabajo, la presión de tiempo, la falta de información adecuada y recursos pertinentes para la correcta realización del trabajo así como la falta de retroalimentación y la falta de autonomía, en menor medida.

Características Demográficas

La edad es la variable que está más consistentemente relacionada con el síndrome. Se tiene que las personas más jóvenes son más propensas a presentar el padecimiento. Para explicar esto se han planteado algunas teorías sobre las etapas en las que se desarrolla; se piensa que las personas más jóvenes tienen altas expectativas al iniciar su vida laboral, mismas que pueden desencadenar sentimientos de frustración al no hacerse realidad, hecho que posteriormente ocasiona el desinterés o indiferencia ante el trabajo, culminando así con la ineficacia en el mismo.

El análisis de la relación entre el sexo y el padecimiento del síndrome se ha complicado por la existencia de variables culturales y sociales relacionadas con los estereotipos de roles de género. Algunos estudios afirman que las mujeres son una población más vulnerable, otros estudios afirman lo contrario mientras que algunos otros aseguran que el síndrome se presenta de manera indiferente al sexo.

En cuanto al estado civil se ha encontrado que son más propensos a presentar el síndrome los individuos masculinos solteros en comparación con aquellos que están casados o divorciados.

También se ha encontrado que las personas con niveles de educación altos son más propensas a presentar el síndrome que aquellas que tienen niveles de educación bajos. Existen diversas hipótesis para explicar este hecho, una de ellas es que las personas con altos niveles de educación tienen trabajos con mayores responsabilidades y por ende, mayores niveles de estrés. Otra teoría es que las personas con niveles altos de educación tienen expectativas más altas con respecto a su trabajo.

Personalidad

Se distinguen principalmente dos tipos de personalidades: personas con un “locus de control externo” que atribuyen todos sus logros a terceros o a cuestiones del azar en vez de valorar su propio esfuerzo, con baja autoestima y

cuyas estrategias de afrontamiento consisten en la evasión. Por otro lado, personas con un “locus de control interno” que atribuyen sus logros a su propia capacidad y esfuerzo y que presentan estrategias de afrontamiento confrontativo. Las personas con el primer tipo de personalidad presentan con mayor facilidad el síndrome en comparación con las del segundo tipo.

Asimismo, se ha encontrado que existe relación entre la primera dimensión y las personalidades competitivas, hostiles y con excesiva necesidad de control.

Características Ocupacionales y Organizacionales

En la actualidad los trabajos son cada vez más demandantes en cuestiones de tiempo, logros, flexibilidad y esfuerzo mientras que las oportunidades de trabajo, la seguridad de permanecer en el mismo, entre otros aspectos que generen un sentido de reciprocidad en el trabajo son cada vez menores, hecho que daña la relación de bienestar entre el trabajador y su labor.

1.1.3. Detección

*Maslach Burnout Inventory*¹ (MBI) [4] es el cuestionario más utilizado a nivel internacional para determinar a través de 22 ítems de autoevaluación en una escala de tipo Likert², si una persona presenta este síndrome, así como su nivel de intensidad.

Dicho instrumento de medición fue elaborado en 1981 por Christina Maslach y Susan E. Jackson; está enfocado al público cuyo empleo se encuentra relacionado con los servicios humanos (trabajadores de la salud principalmente) y valora la estructura tridimensional del padecimiento a través de 3 subescalas para clasificar cada dimensión en un nivel bajo, medio o alto.

Posteriormente se desarrollaron versiones para poblaciones específicas: una versión para quienes entregan servicios a personas (MBI-HSS), una versión para educadores (MBI-ES) y la más reciente, una versión general (MBI-GS)

¹El cuestionario Maslach Burnout Inventory se muestra en el anexo D.

²La escala de tipo Likert es una herramienta para la medición de las opiniones y actitudes de las personas. Cuando se responde a un ítem de la escala de Likert, el usuario responde un reactivo con base en su nivel de acuerdo o desacuerdo respecto a una declaración.

para personas que no trabajan prestando servicios o asistencia directamente a otros.

En el año 2002 se realizó un estudio que dio fiabilidad y validez sobre las tres dimensiones del síndrome a la versión en español del primer cuestionario (Gil Monte 2002). No obstante, siguen siendo temas de controversia algunos puntos débiles del mismo tales como la ambigüedad en la distinción de los niveles normales y patológicos del síndrome, lo cual sugiere que no se puede generalizar a todas las profesiones y culturas la clasificación del Burnout.

Además, al tratarse de una herramienta de autoevaluación, se está sujeto a la honestidad de las personas que comúnmente responden los ítems de la segunda dimensión (la despersonalización) con valores bajos por temor a las críticas que ello puede implicar.

1.1.4. Consecuencias

El padecimiento del síndrome trae consigo efectos adversos de diversa índole para el individuo que lo presenta; los principales son los de orden emocional dentro de los que se encuentran la depresión, los sentimientos de fracaso, la pérdida de autoestima, así como irritabilidad, agresividad y desvalorización personal.

Existen además consecuencias desfavorables en el ámbito fisiológico y social. En el primero, se han detectado patologías tales como cefalea, dolor muscular, náuseas, hipertensión, úlceras, pérdida de apetito, disfunciones sexuales y problemas del sueño. Adicionalmente, se ha descubierto que los individuos que padecen el síndrome tienen una mayor tendencia al abuso de sustancias dañinas para la salud.

En el contexto social se manifiestan conductas de aislamiento, menor satisfacción con la pareja, disgusto y tensión en el hogar que conllevan al deterioro en las relaciones interpersonales [3].

1.1.5. Estrategias de tratamiento y prevención

Los factores de riesgo del síndrome de Burnout comprenden aspectos individuales y laborales, es por ello que las estrategias para tratamiento y prevención del mismo están relacionadas con acciones organizacionales y personales,

dentro de las cuales se encuentran:

Acciones organizacionales

- Reducción de horarios de trabajo excesivamente largos.
- Distribución equitativa del trabajo.
- Permitir una autonomía controlada a las capacidades y destrezas del trabajador.

Acciones personales

- Estimular en los trabajadores la nutrición y el deporte.
- Sesiones periódicas dirigidas a ellos sobre cómo manejar el estrés.

1.2. El riesgo cardiovascular

Las enfermedades cardiovasculares son la causa principal de muerte en el mundo [5].

En 1948, el “Framingham Heart Study”, bajo la dirección del National Heart Institute se embarcó en un ambicioso proyecto en materia de salud, cuyo objetivo era identificar los factores y características comunes que contribuyen al padecimiento de enfermedades cardiovasculares (ECV). Esto se logró a través del seguimiento del desarrollo de las ECV durante un largo periodo de tiempo en un grupo de 5,209 hombres y mujeres con edades entre 32 y 60 años de la ciudad de Framingham, Massachusetts, que aún no habían desarrollado síntomas evidentes de ECV, sufrido un ataque al corazón o derrame cerebral [6].

Con los años, un cuidadoso monitoreo de la población en estudio ha conducido a la identificación de los principales factores de riesgo de ECV tales como: presión arterial, colesterol, tabaco, obesidad, diabetes e inactividad física, así como a una gran cantidad de información valiosa sobre los efectos de otros factores relacionados como los triglicéridos en la sangre, la edad, el género y cuestiones psicosociales.

A partir de la realización del Framingham Heart Study, sobre todo un año después, se desarrollaron los grandes estudios prospectivos que han proporcionado el conocimiento fundamental de la epidemiología cardiovascular des-

tacando por su tamaño, duración y trascendencia, los estudios Manresa en España, MRFIT, Seven Countries y ERICA, este último auspiciado por la Organización Mundial de la Salud [7].

1.2.1. Concepto

Se define al riesgo cardiovascular (RCV) como la probabilidad que posee un individuo, en un horizonte de tiempo, de presentar un acontecimiento cardiovascular y que es estimada mediante un cálculo numérico a través del uso de tablas y/o una etiqueta que categoriza al riesgo cardiovascular en nivel alto, moderado o bajo [7].

Entenderemos por acontecimiento cardiovascular cualquier incidente que pueda causar daño al corazón.

1.2.2. Datos y cifras

Las enfermedades cardiovasculares (ECV) son un conjunto de trastornos del corazón y de los vasos sanguíneos, afectan por igual a ambos sexos y en mayor medida a los habitantes en países de ingresos bajos y medianos.

Se calcula que en 2008 murieron por ECV, 17.3 millones de personas, lo cual representa un 30 % de todas las muertes registradas en el mundo.

Se calcula que en 2030 morirán cerca de 23.3 millones de personas por ECV y se prevé que sigan siendo la principal causa de muerte. Sin embargo, la mayoría de estos padecimientos pueden prevenirse actuando sobre los factores de riesgo.

Más del 80 % de las defunciones por esta causa se producen en países de ingresos bajos y medios.

A nivel macroeconómico las ECV suponen una pesada carga para las economías de los países de ingresos bajos y medios. Se calcula que, debido a la muerte prematura de muchas personas, las enfermedades no transmisibles, en particular las ECV y la diabetes, pueden reducir el PIB hasta en un 6.77 % en los países de ingresos bajos y medios con un crecimiento económico rápido [5].

1.2.3. Factores de riesgo

Los estudios antes mencionados, entre otros, coinciden en identificar cuatro factores de riesgo que se conocen como clásicos cuyos riesgos relativos oscilan entre 1.5 y 3 que son:

- Edad
- Presión Arterial
- Colesterol
- Consumo de tabaco

Se han observado variaciones y variantes etarias y regionales, sin embargo, parece general el hecho de que el colesterol tiene mayor fuerza predictiva en personas con edad menor a 50 años. Otra generalidad encontrada es el hecho de que así como el colesterol, el consumo de tabaco pierde efecto conforme la edad avanza.

A partir del año 2008 otras características como las que se muestran a continuación comenzaron a considerarse posibles factores de riesgo:

- La existencia de antecedentes familiares de enfermedad cardiovascular prematura
- Obesidad abdominal
- Personalidad anticipadora
- Diabetes
- Inactividad física

Dichas características han empezado a ser incluidas en algunas ecuaciones de riesgo, o bien, a ser consideradas modificadores del mismo.

1.2.4. Estimación

Clásicamente se distinguen dos formas de estimación del RCV: cualitativa y cuantitativa.

La primera tiene en cuenta la presencia o ausencia de factores de riesgo en los individuos para clasificarlos en distintos niveles de riesgo.

La segunda realiza la estimación por medio de ecuaciones que, considerando y ponderando la presencia y magnitud o la ausencia de distintos factores de riesgo, arrojan una estimación numérica de la probabilidad de presentar un episodio en un periodo determinado de tiempo. Esta probabilidad se organiza con distintos dinteles en categorías de riesgo alto, moderado y bajo.

Es común que una clasificación de riesgo utilice a la vez tanto el criterio cuantitativo como el cualitativo.

Tablas de Riesgo y sus limitaciones

Las primeras tablas publicadas utilizaron las cohortes del estudio Seven Countries, pero la tabla de riesgo por excelencia ha sido la construida a partir de la segunda cohorte de Framingham, publicada por Anderson en 1991. Desde entonces se han publicado gran cantidad de tablas tales como la italiana GISSI (2001), la alemana PROCAM (1993), la británica de Pocock (2001), la alternativa a Framingham más conocida en Europa que es el proyecto SCORE, entre otras.

Las principales diferencias entre las tablas radican en cuatro aspectos primordiales: las variables o factores de riesgo utilizados, su categorización, la predicción que realizan y el horizonte de tiempo en el que lo hacen.

La utilidad clínica de las tablas reside en que sirven de ayuda para la clasificación de los individuos en grupos de riesgo, de forma que se puedan centrar los esfuerzos preventivos en aquellos grupos de individuos que van a desarrollar un episodio cardiovascular, pues en ese grupo de población es donde las medidas de intervención han demostrado tener alguna eficacia, sin embargo, las tablas de riesgo poseen algunos inconvenientes:

- Presentan sensibilidades/especificidades en torno al 30/95 % y al 50/80 %, respectivamente.
- Utilizan un número limitado de factores de riesgo cardiovascular.
- No estiman el riesgo más allá de 10 años, lo que limita su potencial en personas jóvenes.

1.2.5. Medidas preventivas

La OMS ha identificado intervenciones muy eficaces y de bajo costo para prevenir y controlar las ECV cuya aplicación es factible incluso en entornos

1.3. ASOCIACIÓN ENTRE EL SÍNDROME DE BURNOUT Y EL RIESGO CARDIOVASCULAR

con escasos recursos.

Es posible reducir el riesgo de ECV realizando actividades físicas de forma regular, evitando la inhalación activa o pasiva de humo de tabaco, consumiendo una dieta rica en frutas y verduras, evitando los alimentos con muchas grasas, azúcares y sal, manteniendo un peso corporal saludable y evitando el consumo nocivo de alcohol.

Las personas en riesgo pueden identificarse precozmente en la atención primaria con instrumentos simples como las tablas de predicción de riesgos específicos. Si esas personas se identifican precozmente, existen tratamientos baratos para prevenir muchos infartos de miocardio y accidentes cerebrovasculares.

Es necesario que los gobiernos sigan invirtiendo en la prevención y la detección precoz mediante programas de prevención y control de las enfermedades no transmisibles, en particular de las ECV.

1.3. Asociación entre el síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular

Al considerar el deterioro de la salud mental del individuo relacionado con el estrés laboral crónico hay que aludir el protagonismo creciente que en los últimos años ha adquirido el síndrome de Burnout. Tanto es así que en diferentes países de Iberoamérica, este padecimiento está considerado como una amenaza para la salud de los trabajadores [8].

- En Brasil la legislación que regula las prestaciones por accidente laboral, explícitamente reconoce que el síndrome de Burnout es una patología susceptible de ser originada por agentes de naturaleza ocupacional, relacionados con la etiología de enfermedades profesionales.
- En Chile se le otorga al síndrome un tratamiento legal similar al de Brasil.
- En Argentina, a partir del año 2012, la legislación empezó a considerar su inclusión como problema de salud vinculado al trabajo con derecho a algún tipo de indemnización.

- En España existen diferentes sentencias judiciales que reconocen que esta patología debe ser considerada como accidente laboral.

En la última década, varios estudios sobre el síndrome de Burnout en la población de trabajadores mexicanos, han detectado una importante prevalencia que oscila entre el 2 % y el 4 % de esta alteración en varias poblaciones de trabajadores.

A continuación se presentan algunos resultados de investigaciones en esta materia, que evidencian que existe una asociación importante entre el síndrome de Burnout y el RCV.

Artículo “Riesgo cardiovascular y síndrome de Burnout en trabajadores mexicanos”, [9].

El artículo muestra los resultados de un estudio transversal de 1368 trabajadores, 842 mujeres y 526 hombres con 4 diferentes ocupaciones:

- Profesores de nivel secundaria.
- Trabajadores de servicios de la salud.
- Trabajadores de servicios legales.
- Bomberos.

donde se estimó el riesgo de los trabajadores a desarrollar una enfermedad cardiovascular en un horizonte de 10 años. Se obtuvieron los siguientes resultados:

1. Los subgrupos con síndrome de Burnout patológico alto tuvieron una prevalencia significativamente mayor de mala salud percibida.
2. En estos subgrupos se observó una tendencia de presentar valores más altos de: presión arterial sistólica y diastólica, Índice de Masa Corporal y triglicéridos.
3. La probabilidad estimada de desarrollar una enfermedad cardiovascular en los próximos 10 años fue 65 % mayor para estos subgrupos que para aquellos con niveles bajos de síndrome de Burnout.

Artículo “Relación entre el Síndrome de Quemarse por el Trabajo (Burnout) y síntomas cardiovasculares: un estudio en técnicos de prevención de riesgos laborales” [8].

Esta publicación exhibe los resultados de un estudio que fue realizado en una muestra de 312 participantes con edades entre 22 y 58 años. Dicha muestra estaba constituida por abogados, asesores laborales, asistentes de selección, profesionales de enfermería, médicos y consultores de recursos humanos cuya media de antigüedad laboral fue de 4.92 años .

El propósito de dicho estudio era probar dos hipótesis:

1. Existe una relación significativa y positiva entre las dimensiones de agotamiento y cinismo del MBI-GS y los síntomas cardiovasculares de los participantes, mientras que la relación es significativa y negativa entre la eficacia profesional y dichos síntomas.
2. Los hombres de la muestra obtienen puntuaciones significativamente más elevadas que las mujeres en el índice global de síndrome de Burnout.

Los resultados confirmaron la primera más no la segunda hipótesis. Además, se encontró que la correlación más fuerte entre síndrome de Burnout y síntomas cardiovasculares fue para la dimensión de agotamiento, seguida en orden de intensidad por la dimensión de cinismo, finalmente, la correlación más débil fue la obtenida para la dimensión de eficacia profesional.

Artículo “*Burnout and risk of coronary heart disease: a prospective study of 8838 employee*”, [10].

Este artículo muestra los resultados de un estudio prospectivo diseñado para evaluar la asociación entre el síndrome de Burnout y enfermedad coronaria cardiaca, la cual engloba infarto agudo al miocardio, cardiopatía isquémica y angina de pecho.

Se utilizó una muestra de 8838 empleados aparentemente sanos, de los cuales 63 % eran hombres y 37 % mujeres, con edades entre 19 y 67 años que fue seguida a lo largo de aproximadamente 3.4 años.

En el análisis se incluyeron variables para controlar los factores de riesgo encontrados en estudios previos que involucran diversos ámbitos en la vida de los participantes, tales como:

- **Ámbito socioeconómico:** edad, género, escolaridad, etc.
- **Ámbito psicosocial:** carga de trabajo objetiva y subjetiva así como presencia de síntomas de depresión.
- **Estilo de vida:** actividad física, consumo de tabaco, entre otras.

Además de las ya mencionadas, se incluyeron en el estudio las variables correspondientes a los factores de riesgo tradicionales incluyendo los antecedentes familiares, Índice de Masa Corporal, presión arterial, niveles de glucosa en la sangre, etc.

Durante el tiempo de seguimiento se detectaron 93 nuevos casos de enfermedad coronaria cardíaca y finalmente se obtuvieron los siguientes resultados:

1. Se encontraron asociaciones significativas entre el síndrome de Burnout y el género, antecedentes familiares, consumo de tabaco diario, fuerte carga de trabajo subjetiva, presencia de síntomas de depresión, edad, escolaridad, niveles de glucosa, Índice de Masa Corporal, presión arterial y actividad física.
2. La asociación entre los niveles de síndrome de Burnout y la incidencia de enfermedad coronaria cardíaca resultó independiente de la depresión.
3. El síndrome de Burnout fue un factor de riesgo en la incidencia de enfermedades coronarias cardíacas y su relación fue no lineal.

1.4. Relación entre el síndrome de Burnout y los cuidadores informales de ancianos

El aumento de la longevidad y como consecuencia, el aumento de la dependencia de las actividades cotidianas, llevó a la OMS a reconocer la necesidad de cuidados prolongados al anciano, definiéndolos como [11]:

textit“El sistema de actividades comprendidas por cuidadores informales (familia, amigos y/o vecinos) y/o profesionales (salud, social y otros) para asegurar que la persona que no sea capaz de autocuidarse pueda mantener la calidad de vida lo más elevada posible”.

Puede definirse al cuidador familiar como aquella persona con lazos de consanguinidad o no con el anciano, que asume el papel de cuidarlo ante la

presencia de dependencias o incapacidades funcionales que involucren necesidades en el desempeño de sus tareas cotidianas.

El cuidado del anciano dependiente realizado por el cuidador familiar tiene aspectos positivos y negativos. En el polo positivo existe la posibilidad de un ambiente más humanizado. En el polo negativo, se pueden encontrar el desgaste del cuidador, las situaciones conflictivas entre la familia y el cuidador o con los profesionales de salud, cuyas decisiones pueden excluir al anciano de su propio cuidado, restringiendo o anulando su autonomía.

Desde una perspectiva sociológica, el trabajo es una acción desempeñada por seres humanos, con finalidad determinada, conscientemente deseada, ejecutada mediante una participación de energía física y de inteligencia, generalmente con auxilio instrumental y que produce efecto sobre el agente. Es así que el término trabajador se adecua al cuidador familiar.

Algunos factores que son considerados asociados al síndrome tales como la poca autonomía en el desempeño profesional, las relaciones con compañeros, clientes y autoridades, conflicto entre trabajo y familia, sentimiento de descalificación y falta de cooperación del equipo, también están presentes en el trabajo del cuidador familiar.

El cuidador de ancianos actual difiere del cuidador tradicional debido al aumento en la demanda por cuidados cada vez más complejos realizados en el domicilio. Sin un acompañamiento profesional, el cuidador se ve solo, desamparado y en riesgo permanente de provocar daños involuntarios al anciano debido a la desinformación, éste es el escenario propicio para el desarrollo del síndrome.

Dado este contexto, se han realizado algunos estudios, como los que se muestran a continuación, con el objetivo de identificar la presencia del síndrome de Burnout en los cuidadores de ancianos dependientes.

Artículo “Carga en familiares cuidadores de ancianos dementes”, [12].

La publicación expone los aspectos fundamentales de la repercusión negativa del proceso de cuidados informales de pacientes con síndrome demencial.

En dicho documento se citan algunos estudios que han valorado el impac-

to de las exigencias que implica para el cuidador familiar la realización de cuidados para ancianos dependientes. Entre ellos destacan quienes han detectado claros efectos negativos sobre la salud tanto física como emocional en los cuidadores, y que denominaron al conjunto de algunos de ellos como síndrome de Burnout.

Se definen tres categorías como predictores de dicho síndrome para cuidadores de pacientes con demencia:

- **Predictores intrapersonales del cuidador.** Referentes a su personalidad, sentimientos, pensamientos, emociones y actitudes. Algunos descritos en esta categoría son: personalidad resistente, sexo, demandas emocionales, estrategias de afrontamiento inadecuadas y expectativas personales.
- **Contexto familiar.** Dinámica negativa del trabajo, exigencias de la situación, interacción cuidador-enfermo, participación en la toma de decisiones, recompensas, apoyo familiar, relaciones con los familiares, estresores económicos y satisfacción.
- **Contexto ambiental.** Apoyo social, relaciones interpersonales, comunicación, actitudes de otros familiares y amigos, entre otros.

Artículo “Evaluación de la presencia del síndrome de Burnout en Cuidadores de Ancianos”, [11].

El artículo muestra los resultados de un estudio descriptivo que se realizó con el objetivo de identificar la presencia del síndrome de Burnout en cuidadores familiares de ancianos dependientes y las características socioculturales del cuidador familiar de ancianos.

La muestra fue constituida por 31 cuidadores familiares de ancianos dependientes dados de alta en la Unidad Básica de Salud de la Familia, localizada en la Secretaría Ejecutiva Regional de Ceará, Brasil, donde el 83.6 % de los participantes fueron de género femenino.

Respecto a las tres dimensiones del síndrome se encontró que:

1. El agotamiento emocional varía conforme el estado del anciano, a veces un deterioro del cuadro clínico del anciano confirma el aumento de este cansancio a lo largo del tiempo en las mujeres cuidadoras.

2. En el aspecto de despersonalización, se encontró que dicho fenómeno está influenciado por el tiempo de cuidado y el vínculo del cuidador con el anciano, además de que puede acarrear un gran sentido de culpabilidad.
3. La tercera dimensión, realización del trabajo, reflejó resultados favorables en el sentido de que los entrevistados se dijeron satisfechos con la labor que desempeñaban como cuidador, señalando que la relación anciano – cuidador informal puede ser factor favorable para la no ocurrencia del síndrome, debido a los aspectos culturales y afectivos implicados.

Capítulo 2

Medidas de asociación en una tabla de contingencia

En esta sección se expondrá brevemente el concepto de tabla de contingencia, así como de las diferentes distribuciones, pruebas y medidas de asociación que subyacen a la misma. Todos estos son elementos de utilidad para el análisis previo a la modelación que permiten observar el comportamiento de las asociaciones entre el RCV y los factores de riesgo considerados y medidos en el instrumento aplicado a los cuidadores informales de ancianos, incluyendo el síndrome de Burnout.

2.1. Tablas de contingencia

Sean X y Y dos variables categóricas con I y J categorías respectivamente. La respuesta (X, Y) de un sujeto elegido de manera aleatoria en alguna población, tiene una distribución de probabilidad asociada que se puede representar mediante una tabla con las siguientes características:

1. La tabla tiene I renglones correspondientes a las categorías de la variable X así como J columnas que corresponden a las categorías de la variable Y .
2. Las IJ celdas de la tabla representan las posibles IJ combinaciones de respuesta.

Cuando las celdas contienen conteos de frecuencia muestrales, dicha tabla recibe el nombre de *tabla de contingencia* o *tabla de clasificación cruzada de $I \times J$* .

La notación general de una tabla de contingencia $I \times J$ de una muestra de tamaño N se presenta en la tabla 2.1

X	Y					Totales
	Y_1	Y_2	Y_3	...	Y_J	
X_1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	...	n_{1J}	$n_{1\bullet}$
X_2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	...	n_{2J}	$n_{2\bullet}$
...
X_I	n_{I1}	n_{I2}	n_{I3}	...	n_{IJ}	$n_{I\bullet}$
Totales	$n_{\bullet 1}$	$n_{\bullet 2}$	$n_{\bullet 3}$...	$n_{\bullet J}$	$N = n_{\bullet\bullet}$

Tabla 2.1: Tabla de contingencia $I \times J$.

Por ejemplo:

Riesgo cardiovascular	Niveles de síndrome de Burnout			Totales
	Bajo	Medio	Alto	
Bajo	12	13	1	26
Moderado	29	42	6	77
Alto	17	54	10	81
Muy alto	13	29	14	56
Muy alto, intervención inmediata	10	30	12	52
Totales	81	168	43	292

Tabla 2.2: Tabla de contingencia 5×3 correspondiente al cruce de las variables que miden el síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular. Fuente: cuestionario "Síndrome de Burnout como factor asociado a Riesgo Cardiovascular Alto en cuidadores de adultos mayores con dependencia, adscritos al servicio de Atención Domiciliaria Integral (ADI) del Hospital General Regional No.1 Carlos Mac Gregor Sánchez Navarro del Instituto Mexicano del Seguro Social."

2.1.1. Distribuciones asociadas a las tablas de contingencia

Sea π_{ij} la probabilidad de que la respuesta (X, Y) ocurra en la celda correspondiente al renglón i y la columna j de la tabla, esta probabilidad es conocida como la *probabilidad conjunta de X y Y* , esto es:

$$\pi_{ij} = \mathbb{P}(X = i, Y = j)$$

donde, asumiendo un muestreo multinomial, el estimador máximo verosímil de la probabilidad conjunta es:

$$\hat{\pi}_{ij} = \frac{n_{ij}}{N} \quad (2.1)$$

Las *probabilidades marginales* son el resultado de las sumas por renglón y columna de las probabilidades conjuntas, se denotan como:

$$\pi_{i\bullet} = \sum_j \pi_{ij} \quad y \quad \pi_{\bullet j} = \sum_i \pi_{ij}$$

y sus estimadores son:

$$\hat{\pi}_{i\bullet} = \sum_j \hat{\pi}_{ij} = \sum_j \frac{n_{ij}}{N} = \frac{n_{i\bullet}}{N} \quad (2.2)$$

$$\hat{\pi}_{\bullet j} = \sum_i \hat{\pi}_{ij} = \sum_i \frac{n_{ij}}{N} = \frac{n_{\bullet j}}{N} \quad (2.3)$$

además cumplen:

$$\sum_i \pi_{i\bullet} = \sum_j \pi_{\bullet j} = \sum_i \sum_j \pi_{ij} = 1$$

En nuestro ejemplo:

Niveles de síndrome de Burnout				
Riesgo cardiovascular	Bajo	Medio	Alto	Totales
Bajo	0.041096	0.044521	0.003425	0.089041
Moderado	0.099315	0.143836	0.020548	0.263699
Alto	0.058219	0.184932	0.034247	0.277397
Muy alto	0.044521	0.099315	0.047945	0.191781
Muy alto, intervención inmediata	0.034247	0.102740	0.041096	0.178082
Totales	0.277397	0.575342	0.147260	1.000000

Tabla 2.3: Distribución conjunta y marginal de la tabla correspondiente al cruce de las variables que miden el síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular.

En la mayoría de las tablas de contingencia, como la tabla 2.2, una de las variables (digamos Y) puede pensarse como una variable de respuesta mientras que la otra puede ser tomada en cuenta como una variable explicativa.

Cuando X se considera fija en vez de aleatoria, se pierde la noción de distribución conjunta de X y Y . Sin embargo, para una categoría dada de X , Y tiene una distribución de probabilidad que describe la manera en que ésta cambia conforme cambia la categoría de X conocida como *distribución condicional* y cuyas probabilidades vienen dadas por:

$$\pi_{j|i} = \mathbb{P}(Y = j|X = i)$$

donde su estimador es:

$$\hat{\pi}_{j|i} = \frac{\hat{\pi}_{ij}}{\hat{\pi}_{i\bullet}} = \frac{\frac{n_{ij}}{n}}{\frac{n_{i\bullet}}{n}} = \frac{n_{ij}}{n_{i\bullet}} \quad (2.4)$$

Niveles de síndrome de Burnout			
Riesgo cardiovascular	Bajo	Medio	Alto
Bajo	0.148148	0.077381	0.023256
Moderado	0.358025	0.250000	0.139535
Alto	0.209877	0.321429	0.232558
Muy alto	0.160494	0.172619	0.325581
Muy alto, intervención inmediata	0.123457	0.178571	0.279070

Tabla 2.4: Distribución condicional considerando el riesgo cardiovascular como una respuesta del síndrome de Burnout.

2.2. Medidas de asociación para tablas de contingencia 2×2

Muchos estudios son diseñados con el objetivo de comparar grupos sobre una respuesta binaria. Por ejemplo, cuando Y tiene sólo 2 categorías como *éxito* o *fracaso* para el resultado de un tratamiento médico, o si Y representa las categorías *se otorga crédito* y *no se otorga crédito* para el solicitante de un préstamo bancario, etc.

Con 2 grupos es posible desplegar la información mediante una tabla de contingencia de 2×2 donde los renglones representan los grupos y las columnas las categorías de la variable binaria. A continuación, se presentarán algunos parámetros que sirven para comparar dichos grupos.

2.2.1. Diferencia de proporciones

Note que la ecuación (2.4) corresponde a la probabilidad condicional de presentar la respuesta $Y = j$ dado que se tiene la característica $X = i$, es posible caracterizar una tabla de contingencia 2×2 simplificando la notación como sigue:

X	Y	
	Y = 1	Y = 2
X = 1	π_1	$1 - \pi_1$
X = 2	π_2	$1 - \pi_2$

Tabla 2.5: Caracterización de una tabla de contingencia 2×2 a través de su distribución condicional.

donde:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= \pi_{1|1} = \mathbb{P}(Y = 1|X = 1) \\ \pi_2 &= \pi_{1|2} = \mathbb{P}(Y = 1|X = 2)\end{aligned}$$

Se define entonces la diferencia de proporciones como:

$$\pi_2 - \pi_1 = (1 - \pi_1) - (1 - \pi_2) \quad (2.5)$$

que es una comparación entre renglones de la probabilidad de presentar determinada respuesta y cumple con las siguientes características:

1. $-1 \leq \pi_2 - \pi_1 \leq 1$
2. X y Y son independientes cuando $\pi_2 - \pi_1 = 0$
3. $\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1 = \hat{\pi}_{1|2} - \hat{\pi}_{1|1}$

Se puede realizar la prueba de hipótesis que compara las proporciones de dos muestras independientes [13]

$$H_0 : \pi_2 - \pi_1 = 0 \quad vs \quad H_a : \pi_2 - \pi_1 \neq 0$$

con la estadística de prueba

$$Z = \frac{\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1}{\sqrt{\hat{\pi}(1 - \hat{\pi}) \left(\frac{1}{n_{1\bullet}} + \frac{1}{n_{2\bullet}} \right)}}$$

Bajo H_0 se tiene que:

$$\hat{\pi} = \frac{n_{1\bullet}\hat{\pi}_1 + n_{2\bullet}\hat{\pi}_2}{n_{1\bullet} + n_{2\bullet}}$$

y además, para muestras grandes

$$Z \sim \text{Normal}(0, 1) \quad \text{o bien} \quad Z^2 \sim \chi_{(1)}$$

Para ilustrar la diferencia de proporciones con la información de la tabla 2.2 se unieron categorías de la misma para obtener una tabla 2×2 como se muestra a continuación.

Síndrome de Burnout	Riesgo cardiovascular	
	Bajo - Moderado	Alto - Muy alto, intervención inmediata
Bajo	41	40
Medio - Alto	62	149

Tabla 2.6: Tabla de contingencia 2×2 correspondiente al cruce de las variables que miden el síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular.

Entonces:

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1 &= \frac{62}{62+149} - \frac{41}{41+40} = -0.212334 \quad \text{y} \\ \hat{\pi} &= \frac{81\left(\frac{41}{41+40}\right) + 211\left(\frac{62}{62+149}\right)}{41+40+62+149} = 0.352740 \\ \Rightarrow Z &= \frac{\frac{62}{62+149} - \frac{41}{41+40}}{\sqrt{(0.352740)(1-0.352740)\left(\frac{1}{40+41} + \frac{1}{62+149}\right)}} = -3.399734 \\ \therefore Z^2 &= 11.55819 > 3.841459 \end{aligned}$$

Esta diferencia de proporciones indica que con un $\alpha = 0.05$, el síndrome de Burnout no es independiente del riesgo cardiovascular; al ser negativa muestra que la probabilidad de tener niveles de riesgo cardiovascular de “Bajo” a “Moderado” es mayor para el grupo que presenta niveles de síndrome de Burnout bajo, en comparación con el grupo que tiene nivel Medio-Alto.

2.2.2. Riesgo relativo

Un valor $\pi_2 - \pi_1$ fijo podría tener mayor importancia cuando ambas probabilidades presentan valores cercanos a 0 ó 1. Por ejemplo, para un estudio comparativo de dos tratamientos en la proporción de sujetos que mueren, la diferencia entre 0.010 y 0.001 puede ser más notable que la diferencia entre 0.410 y 0.401 a pesar de que ambas diferencias son 0.009. Un cociente de probabilidades es más informativo en estos casos.

Dicho cociente se conoce como riesgo relativo (RR):

$$RR = \frac{\pi_1}{\pi_2} \quad (2.6)$$

y tiene las características que se enuncian a continuación:

1. $RR \geq 0$
2. Cuando $RR = 1$ entonces X y Y son independientes
3. $\widehat{RR} = \frac{\hat{\pi}_1}{\hat{\pi}_2}$
4. $RR \in \exp \left[\log(\widehat{RR}) \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{n_{11}} - \frac{1}{n_{11}+n_{12}} + \frac{1}{n_{21}} - \frac{1}{n_{21}+n_{22}}} \right]$
5. La comparación entre los renglones de la segunda categoría de respuesta, esto es $\frac{1-\pi_1}{1-\pi_2}$, resultará en un RR diferente.

Para las proporciones dadas anteriormente, los riesgos relativos son $\frac{0.010}{0.001} = 10$ y $\frac{0.410}{0.401} = 1.02$; aunque la diferencia de proporciones es la misma, en el primer caso el riesgo relativo muestra que una es 10 veces mayor que la otra mientras que en el segundo caso una proporción es tan solo 1.02 veces mayor que la otra.

Se puede considerar a la variable X como un factor de exposición a determinado padecimiento caracterizado por la variable Y , de tal forma que el RR corresponda a una comparación del riesgo de presentar el padecimiento entre sujetos expuestos y no expuestos.

En el caso de la tabla 2.6 tendremos:

$$RR \in (1.276102, 2.325379) \quad \text{y} \quad \widehat{RR} = \frac{\frac{41}{(41+40)}}{\frac{62}{(62+149)}} = 1.72262$$

que indica que el padecimiento del síndrome de Burnout no es independiente del riesgo cardiovascular. La interpretación de esta medida indica que la probabilidad de presentar niveles de riesgo cardiovascular “Bajo” a “Moderado” es 1.72 veces mayor para el grupo que tiene niveles bajos del síndrome, en comparación con el grupo que posee niveles medios a altos.

De manera análoga, se puede calcular el siguiente riesgo relativo, que corresponde a la probabilidad de presentar riesgo cardiovascular “Alto” a “Muy alto”, intervención inmediata” para el grupo que presenta niveles bajos del síndrome, en comparación con el que tiene niveles medios a altos:

$$\widehat{RR} = \frac{40}{\frac{(41+40)}{149}} = 0.699312$$

Para facilitar la interpretación de esta medida de asociación podemos utilizar su valor recíproco,

$$\frac{1}{\widehat{RR}} = \frac{1}{0.699312} = 1.429977$$

Así, la probabilidad de tener riesgo cardiovascular “Alto” a “Muy alto” es 1.42 veces mayor para el grupo que presenta niveles medios a altos del síndrome en comparación con el que presenta niveles bajos.

2.2.3. Cociente de momios

Para una probabilidad π de éxito, se define el momio como:

$$\Omega = \frac{\pi}{1 - \pi}$$

Dicho momio es no negativo con $\Omega \geq 1$ cuando el éxito es más probable que el fracaso.

Por ejemplo, cuando $\pi = 0.75$ entonces $\Omega = \frac{0.75}{0.25} = 3$, así el éxito es 3 veces más probable que el fracaso y se espera observar alrededor de 3 éxitos por cada fracaso. Cuando $\Omega = \frac{1}{3}$ un fracaso es 3 veces más probable que un éxito.

Inversamente,

$$\pi = \frac{\Omega}{\Omega + 1}$$

de tal manera que cuando $\Omega = \frac{1}{3}$, $\pi = 0.25$.

En una tabla de 2×2 , el momio de éxito para el grupo ubicado en la i -ésima categoría está dado por:

$$\Omega_i = \frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \tag{2.7}$$

En el ejemplo con la tabla 2.6 estos momios son:

$$\widehat{\Omega}_1 = \frac{\widehat{\pi}_1}{1 - \widehat{\pi}_1} = \frac{0.506172}{1 - 0.506172} = 1.025$$

Que indica que para el grupo que presenta niveles bajos del síndrome, es 1.025 veces más probable tener riesgo cardiovascular “Bajo” a “Moderado” que “Alto” a “Muy alto, intervención inmediata”. Y

$$\widehat{\Omega}_2 = \frac{\widehat{\pi}_2}{1 - \widehat{\pi}_2} = \frac{0.293838}{1 - 0.293838} = 0.416107 \Rightarrow \frac{1}{\widehat{\Omega}_2} = 2.403225$$

el cual indica que para el grupo que tiene niveles de síndrome de Burnout medios a altos, es 2.40 veces más probable presentar riesgo cardiovascular “Alto” a “Muy alto, intervención inmediata” que “Bajo” a “Moderado”.

Se define entonces el cociente de momios como:

$$\theta = OR = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \quad (2.8)$$

Para la distribución conjunta con celdas de probabilidades $\{\pi_{ij}\}$, la definición equivalente para el momio en el renglón i es:

$$\Omega_i = \frac{\pi_{i1}}{\pi_{i2}}, i = 1, 2$$

entonces el cociente se expresa como:

$$\theta = \frac{\frac{\pi_{11}}{\pi_{12}}}{\frac{\pi_{21}}{\pi_{22}}} = \frac{\pi_{11}\pi_{22}}{\pi_{12}\pi_{21}}$$

Un nombre alternativo para el cociente de momios es cociente de productos cruzados ya que es equivalente al cociente de los productos $\pi_{11}\pi_{22}$ y $\pi_{12}\pi_{21}$ que corresponde al producto de las probabilidades ubicadas en las diagonales opuestas. Esta medida de asociación posee las siguientes características:

1. $\theta \geq 0$
2. La condición $\Omega_1 = \Omega_2 \Rightarrow \theta = 1$ corresponde a X y Y son independientes
3. $\widehat{\theta} = \frac{\widehat{\Omega}_1}{\widehat{\Omega}_2}$
4. $\theta \in \exp \left[\log(\widehat{\theta}) \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{n_{11}} + \frac{1}{n_{12}} + \frac{1}{n_{21}} + \frac{1}{n_{22}}} \right]$
5. Valores de θ mayores que 1 en una dirección dada representan asociación cada vez más fuerte.
6. Dos valores representan la misma fuerza de asociación, pero en dirección opuesta cuando uno es el recíproco del otro.

7. Cuando el orden de los renglones o columnas se invierte, el nuevo valor de θ es el recíproco del valor original.
8. θ es invariante ante el intercambio de renglones por columnas y viceversa en la tabla.

Además, cuando $1 < \theta < \infty$ los sujetos pertenecientes al renglón 1 tienen mayor probabilidad de éxito que los pertenecientes al renglón 2, esto es $\pi_1 > \pi_2$. Por ejemplo, cuando $\theta = 4$, el momio de éxito para el renglón 1 es 4 veces el momio de éxito para el renglón 2, esto no significa que $\pi_1 = 4\pi_2$ pues esta es la interpretación correspondiente al $RR = 4$. Cuando $0 < \theta < 1$, se tiene que $\pi_1 < \pi_2$. Finalmente, cuando una celda tiene probabilidad 0, el cociente de momios será equivalente a 0 ó ∞ .

En el caso de la tabla 2.6 la estimación puntual y el intervalo de confianza al 95% del cociente de momios es:

$$\theta \in (1.454627, 4.171434) \quad \text{y} \quad \hat{\theta} = \frac{\hat{\Omega}_1}{\hat{\Omega}_2} = 2.463306$$

que indica que las variables que miden los niveles del síndrome y el riesgo cardiovascular no son independientes. La estimación puntual indica que el momio de presentar riesgo cardiovascular “Bajo” o “Moderado” para el grupo que tiene niveles de síndrome de Burnout bajos es 2.46 veces mayor que el momio de presentar estos niveles de riesgo cardiovascular para el grupo que posee niveles medios a altos del síndrome.

Para la inferencia será más conveniente utilizar $\log(\theta)$, la independencia estará dada por $\log(\theta) = 0$ y la inversión de renglones o columnas producirá un mismo valor para $\log(\theta)$ con signo opuesto que representa la misma fuerza de asociación en dirección contraria.

2.3. Medidas de asociación para tablas de contingencia $I \times J$

A continuación, se presentarán diferentes medidas y pruebas de utilidad para el estudio de la asociación entre dos variables categóricas con I y J categorías respectivamente haciendo distinción entre variables nominales y ordinales.

VARIABLES NOMINALES

2.3.1. Prueba χ^2 de independencia

Para un muestreo multinomial con probabilidades $\{\pi_{ij}\}$ en una tabla de contingencia de $I \times J$, la hipótesis nula de independencia estadística es:

$$H_0 : \pi_{ij} = \pi_{i\bullet}\pi_{\bullet j} \quad \forall i, j$$

La estadística de prueba aproximada es

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{(n_{ij} - \hat{\mathbb{E}}_{ij})^2}{\hat{\mathbb{E}}_{ij}} \stackrel{a}{\sim} \chi_{(I-1)(J-1)}^2 \quad (2.9)$$

donde

$$\hat{\mathbb{E}}_{ij} = N \hat{\pi}_{i\bullet} \hat{\pi}_{\bullet j} = \frac{n_{i\bullet} n_{\bullet j}}{N} \quad (2.10)$$

La prueba del cociente de verosimilitudes G^2 produce una estadística diferente. Suponiendo un muestreo multinomial, el kernel de la verosimilitud es:

$$\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J \pi_{ij}^{n_{ij}}, \forall \pi_{ij} \geq 0 \quad y \quad \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \pi_{ij} = 1$$

entonces, bajo H_0 , $\hat{\pi}_{ij} = \hat{\pi}_{i\bullet} \hat{\pi}_{\bullet j} = \frac{n_{i\bullet} n_{\bullet j}}{N^2}$ y en el caso no restringido a la hipótesis nula se tiene que $\hat{\pi}_{ij} = \frac{n_{ij}}{N}$, así el cociente de verosimilitudes quedará representado por la expresión

$$\Lambda = \frac{\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J (\hat{\pi}_{i\bullet} \hat{\pi}_{\bullet j})^{n_{ij}}}{\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J \hat{\pi}_{ij}^{n_{ij}}} = \frac{\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J \left(\frac{n_{i\bullet} n_{\bullet j}}{N^2}\right)^{n_{ij}}}{\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J \left(\frac{n_{ij}}{N}\right)^{n_{ij}}}$$

de tal forma que $-2 \log(\Lambda)$ corresponde a la estadística

$$G^2 = -2 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J n_{ij} \log \left(\frac{n_{ij}}{\hat{\mathbb{E}}_{ij}} \right) \stackrel{a}{\sim} \chi_{(I-1)(J-1)}^2 \quad (2.11)$$

Cabe mencionar que la convergencia a la distribución χ^2 es más rápida para la estadística χ^2 que para la G^2 además de que la aproximación es usualmente pobre para G^2 cuando $\frac{N}{IJ} < 5$.

Como cualquier prueba de hipótesis, la prueba χ^2 tiene limitaciones en su utilidad. El p -value para esta estadística de asociación es muy sensible al tamaño de muestra, de manera que un p -value pequeño podría indicar falsa evidencia de asociación entre variables.

Además, la prueba Ji-cuadrado provee poca información al respecto de la naturaleza o fuerza de la asociación, por ello no es recomendable confiar únicamente en los resultados de ésta. No obstante, existen diversas formas de describir más a fondo dicha asociación.

	χ^2	df	P($> \chi^2$)
Cociente de verosimilitud	22.105	8	0.004725
Pearson	22.277	8	0.004427

Tabla 2.7: Pruebas de independencia con las estadísticas χ^2 y G^2 .

En el ejemplo de la tabla 2.2 los resultados de ambas pruebas que se presentan mediante la tabla 2.7 evidencian la no independencia del síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular.

2.3.2. Residuos de Pearson y residuos estandarizados

Una comparación celda a celda entre las frecuencias observadas y las esperadas estimadas ayuda a mostrar la naturaleza de la dependencia.

Bajo H_0 las mayores diferencias $(n_{ij} - \hat{\mathbb{E}}_{ij})$, conocidas como residuos crudos, tienden a ocurrir en las celdas con mayores valores \mathbb{E}_{ij} .

Para un muestreo Poisson, por ejemplo, la desviación estándar de n_{ij} y en consecuencia de $(n_{ij} - \mathbb{E}_{ij})$ es $\sqrt{\mathbb{E}_{ij}}$; la desviación estándar de $(n_{ij} - \hat{\mathbb{E}}_{ij})$ es menor pero proporcional a $\sqrt{\mathbb{E}_{ij}}$. De tal forma que este tipo de residuos pueden verse atenuados en aquellas celdas con frecuencias bajas.

El residuo de Pearson para una celda determinada se define como:

$$e_{ij} = \frac{n_{ij} - \hat{\mathbb{E}}_{ij}}{\sqrt{\hat{\mathbb{E}}_{ij}}}$$

éste corrige la problemática antes planteada para los residuos crudos y se relaciona con la estadística de Pearson debido a que $\sum_i \sum_j e_{ij}^2 = \chi^2$.

Un residuo estandarizado de Pearson, que es asintóticamente normal estándar, resulta de dividir e_{ij} entre su error estándar (Haberman 1973a). Para H_0 esto es:

$$z_{ij} = \frac{n_{ij} - \hat{E}_{ij}}{\sqrt{\hat{E}_{ij}(1 - \pi_{i\bullet})(1 - \pi_{\bullet j})}}$$

de tal forma que aquellos residuos estandarizados que exceden el valor absoluto de $1.96 \approx 2$ indican una falta de ajuste de H_0 (independencia) en su celda correspondiente y así es posible emplearlos como una medida de asociación entre las variables.

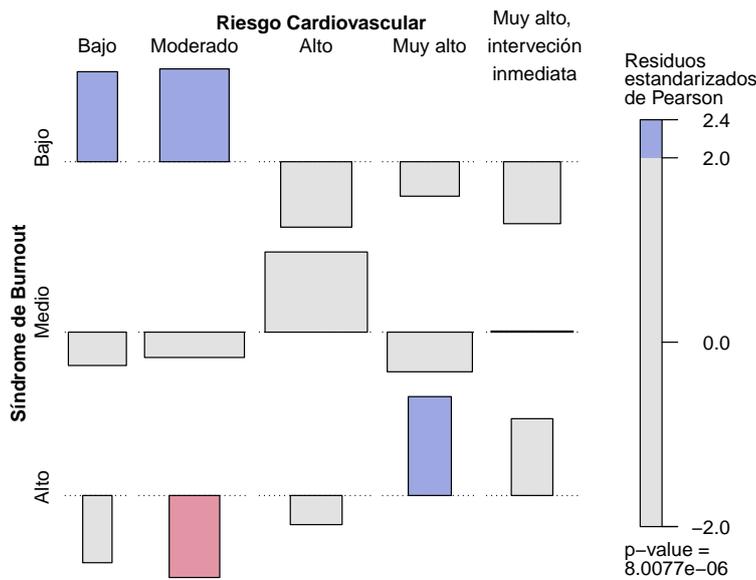


Figura 2.1: Gráfica de mosaico con los residuos estandarizados de Pearson. Fuente: cuestionario “Síndrome de Burnout como factor asociado a Riesgo Cardiovascular Alto en cuidadores de adultos mayores con dependencia, adscritos al servicio de Atención Domiciliaria Integral (ADI) del Hospital General Regional No.1 Carlos Mac Gregor Sánchez Navarro del Instituto Mexicano del Seguro Social.”

Los residuos mayores al valor absoluto de 2 en la tabla 2.8 indican que, a un nivel de 95 % de confianza, las celdas correspondientes no son independientes.

Riesgo cardiovascular	Síndrome de Burnout		
	Bajo	Medio	Alto
Bajo	2.197290	-0.814319	-1.640250
Moderado	2.266432	-0.618345	-2.000963
Alto	-1.596720	1.956122	-0.711184
Muy alto	-0.841375	-0.968063	2.413330
Muy alto, intervención inmediata	-1.511691	0.025435	1.874431

Tabla 2.8: Residuos estandarizados de Pearson.

Además es posible determinar las asociaciones más fuertes que se presentan entre los niveles del síndrome y el riesgo cardiovascular.

Por ejemplo, los conteos observados en el cruce de síndrome de Burnout alto y el riesgo cardiovascular muy alto son mayores que los conteos esperados, entonces existe asociación positiva (color azul en la gráfica 2.1) entre dichos niveles. Análogamente, existe asociación negativa (color rojo en la gráfica 2.1) entre presentar niveles altos del síndrome y riesgo cardiovascular moderado.

La prueba χ^2 presenta también limitaciones para el tipo de datos en los que aplica; además de requerir una muestra grande, los valores esperados utilizados en las estadísticas χ^2 y G^2 (2.10) dependen de los totales marginales pero no del orden de los renglones y columnas, entonces, ambas estadísticas son invariantes ante el reordenamiento de renglones y columnas y tratan a las variables como nominales.

2.4. Variables ordinales

Cuando al menos una de las variables es ordinal una prueba estadística que considere dicha ordinalidad suele ser más apropiada. A continuación se mostrarán un par de pruebas estadísticas que toman en cuenta la naturaleza ordinal de las variables: la prueba de tendencia lineal y la medida de asociación gamma.

2.4.1. Prueba de tendencia lineal

Cuando las variables renglón X y columna Y son ordinales observar una tendencia positiva o negativa en la asociación es común.

La prueba de tendencia lineal, conocida también como es sensible a tendencias lineales positivas y negativas y hace uso de la información proporcionada por la correlación de Pearson.

Sean $u_1 \leq u_2 \leq \dots \leq u_I$ y $v_1 \leq v_2 \leq \dots \leq v_J$ los puntajes asignados a los renglones y columnas respectivamente que determinan distancias entre las categorías teniendo el mismo orden que éstas para preservar la monotonía. De esta manera se asignan distancias entre categorías que son mayores entre las categorías que están más separadas entre sí.

Entonces la suma de los pesos de los productos cruzados de los puntajes por sus frecuencias, $\sum_i \sum_j u_i v_j n_{ij}$, corresponde a la covarianza de X y Y . Para los puntajes elegidos, la correlación r entre X y Y equivale a la estandarización de esta suma a una escala de -1 a 1 .

Se puede realizar entonces la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0 : \rho = 0 \quad vs \quad H_a : \rho \neq 0$$

mediante la estadística

$$M^2 = (N - 1)r^2 \tag{2.12}$$

El valor de M^2 crece conforme $|r|$ o n lo hacen. Esta estadística cumple que bajo H_0 y para muestras grandes (Mantel 1963).

$$M^2 \stackrel{a}{\sim} \chi^2_{(1)}$$

Para ilustrar la aplicación de esta prueba a la tabla 2.2 se considera el orden de la variable “síndrome de Burnout” de la siguiente manera: Bajo < Medio < Alto y del riesgo cardiovascular como Bajo < Moderado < Alto < Muy alto < Muy alto, intervención inmediata.

	χ^2	df	P(> χ^2)
T.lineal	16.157	1	0.000058
Pearson	22.201	8	0.004455

Tabla 2.9: Prueba de independencia Ji-cuadrada y prueba de tendencial lineal.

La tabla 2.9 muestra el resultado de las pruebas de independencia para las variables considerando que poseen orden (T.lineal) y no considerándolo (Pearson). Es posible observar que pese a que la conclusión es la misma, el p -value de la prueba de tendencia lineal permite rechazar con mayor contundencia la

hipótesis de que las variables son independientes.

La prueba de tendencia lineal proporciona información acerca de la correlación entre las variables considerando que son ordinales. Sin embargo, con este resultado no es posible determinar su dirección o fuerza.

En este ejemplo la prueba indica que existe correlación distinta de cero entre el padecimiento del síndrome y el riesgo cardiovascular pero no describe si es positiva o negativa. Para conocer esta información es necesario hacer uso de otras herramientas, como la medida gamma de asociación ordinal que se presenta a continuación.

2.4.2. Medida gamma de asociación ordinal

Esta medida de asociación describe el grado en el que la relación de X y Y es monótona basándose en la clasificación de cada par de sujetos como concordante o discordante.

Un par es concordante si un sujeto rankeado más alto en X lo es también en Y , por el contrario, es discordante si un sujeto rankeado más alto en X es rankeado más bajo en Y . Se considera que el par está empatado cuando tiene la misma clasificación en X y Y .

Consideremos la tabla 2.2, el número de pares concordantes es:

$$\begin{aligned}
 C &= 12(42 + 6 + 54 + 10 + 29 + 14 + 30 + 12) \\
 &\quad + 29(54 + 10 + 29 + 14 + 30 + 12) \\
 &\quad + 17(29 + 14 + 30 + 12) \\
 &\quad + 13(30 + 12) \\
 &\quad + 13(6 + 10 + 14 + 12) \\
 &\quad + 42(10 + 14 + 12) \\
 &\quad + 54(14 + 12) \\
 &\quad + 29(12) \\
 &= 12486
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

y el número de pares discordantes es:

$$\begin{aligned}
D &= 1(29 + 42 + 17 + 54 + 13 + 29 + 10 + 30) \\
&+ 6(17 + 54 + 13 + 29 + 10 + 30) \\
&+ 10(13 + 29 + 10 + 30) \\
&+ 14(10 + 30) \\
&+ 13(29 + 17 + 13 + 10) \\
&+ 42(17 + 13 + 10) \\
&+ 54(13 + 10) \\
&+ 29(10) \\
&= 6631
\end{aligned} \tag{2.14}$$

en este caso $C > D$ sugiere que hay una tendencia positiva, es decir, a niveles altos de riesgo cardiovascular se esperan valores altos del síndrome de Burnout, mientras que a niveles bajos de riesgo cardiovascular se esperan valores bajos del síndrome.

Se define el estadístico:

$$\hat{\gamma} = \frac{C - D}{C + D} \tag{2.15}$$

con las siguientes características:

- Trata a las variables de manera simétrica en el sentido de que no es necesario identificar a una de ellas como respuesta.
- El rango de variación es $-1 \leq \gamma \leq 1$.
- Una inversión en el orden de las categorías causará un cambio de signo en la estadística.
- Cuando $|\gamma| = 1$ hay asociación lineal perfecta entre las variables.
- Si X y Y son independientes entonces $\gamma = 0$ pero que $\gamma = 0$ no implica que exista independencia.

Para realizar la prueba de hipótesis

$$H_0 : \gamma = 0 \quad vs \quad H_a : \gamma \neq 0$$

se utiliza la estadística

$$Z = \hat{\gamma} \sqrt{\frac{C + D}{N(1 - \hat{\gamma}^2)}} \stackrel{a}{\sim} N(0, 1) \tag{2.16}$$

Para la tabla 2.2 se tiene que $\hat{\gamma} = 0.306271$ y $Z = 2.60324 > 1.959964$ entonces, con un 95 % de confianza se rechaza la hipótesis nula y se concluye que existe asociación lineal entre el riesgo cardiovascular y el síndrome de Burnout, dicha asociación es moderada y positiva.

2.5. Medidas para fuerza de asociación en variables nominales

Cuando las variables son nominales existen diversas medidas de asociación basadas en la prueba de independencia Ji cuadrada que permiten conocer la intensidad con la que estas variables están relacionadas.

2.5.1. Coeficiente ϕ

Es una medida de asociación de uso exclusivo en tablas 2×2 y está definida como:

$$\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} \quad (2.17)$$

donde χ^2 corresponde a la estadística obtenida en la prueba de independencia Ji cuadrada y n representa el tamaño de muestra.

Si no existe relación entre las variables nominales, de modo que $\chi^2 = 0$, entonces $\phi = 0$. Si el valor del χ^2 es pequeño, el valor de ϕ será relativamente pequeño; cuando el valor de χ^2 es grande, lo cual indica una fuerte asociación entre las variables, el valor de ϕ será relativamente grande.

Exactamente qué se considere “grande” o “pequeño” dependerá de los datos comparados. Cuando se examinan varias tablas, aquellas que tengan un valor ϕ mayor indicarán mayor fuerza de asociación entre sus variables que aquellas tablas que posean un menor valor para ϕ .

El valor que tome ϕ dependerá de los marginales y celdas de la tabla, de tal manera que ϕ alcanzará su máximo valor en 1, sólo cuando los conteos marginales sean iguales.

Para ilustrar el uso de esta medida se consideró la tabla 2.6 y a las variables síndrome de Burnout y riesgo cardiovascular como nominales. El resultado obtenido se exhibe en la tabla 2.10, donde se muestra que la fuerza de asociación entre estas variables es relativamente débil.

Medida	Valor
ϕ	0.198955

Tabla 2.10: Medida de asociación ϕ

2.5.2. Coeficiente de Contingencia

Una medida de asociación ligeramente diferente es el coeficiente de contingencia, el cual es también una medida de asociación basada en la prueba de independencia Ji cuadrada y está definido como:

$$CC = \sqrt{\frac{\chi^2}{n + \chi^2}} \quad (2.18)$$

2.5. MEDIDAS PARA FUERZA DE ASOCIACIÓN EN VARIABLES NOMINALES 37

Cuando no hay relación entre las variables nominales se tiene que $CC = 0$, además de que dicho coeficiente no puede exceder el valor de 1. No obstante, el valor de CC puede ser menor a 1 incluso cuando las variables están perfectamente relacionadas debido a que los valores de dicha medida dependen del tamaño de muestra.

Para ilustrar el uso de esta medida se consideró la tabla 2.2 y a las variables síndrome de Burnout y riesgo cardiovascular como nominales. El resultado obtenido se exhibe en la tabla 2.11, donde se muestra que la fuerza de asociación entre estas variables es relativamente débil.

Medida	Valor
CC	0.266241

Tabla 2.11: Coeficiente de contingencia

2.5.3. V de Cramer

Otra medida de asociación basada en la prueba de independencia Ji cuadrada es la conocida como V de Cramer, que está definida de la siguiente manera:

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{nt}} \quad (2.19)$$

donde

$$t = \min(I - 1, J - 1)$$

Esta medida toma el valor de 0 cuando no existe asociación entre las variables y, generalmente tiene un valor máximo de 1 independientemente de los marginales de la tabla y el tamaño de muestra.

Las variables de aquellas tablas que presentan mayor valor de V tienen mayor fuerza de asociación que las de aquellas tablas con valores menores de V .

Cuando la tabla analizada es de dimensión 2×2 se tiene que $V = \phi$.

Para ilustrar el uso de esta medida se consideró la tabla 2.2 y a las variables síndrome de Burnout y riesgo cardiovascular como nominales. El resultado obtenido se exhibe en la tabla 2.12, donde se muestra que la fuerza de asociación entre estas variables es relativamente débil.

Medida	Valor
$V.Cramer$	0.195310

Tabla 2.12: Medida de asociación V de Cramer

Capítulo 3

El modelo de regresión logística

En el año 1944 Joseph Berkson acuñó el término *logit* como un comparativo respecto al término *probit* cuando propuso el uso de la función de probabilidad logística en vez de la función de probabilidad normal, que había planteado Chester Bliss (1934), para el modelo Probit. Las ventajas analíticas que trajo la aparición del concepto *logit* como un medio para hacer frente a los resultados binarios se pusieron a la vanguardia de la discusión.

Dichas ventajas fueron reconocidas y apoyadas por el Dr. David Roxbee Cox, pionero en el campo, mediante la publicación de una serie de documentos en la década de 1960 y el libro "Analysis of binary data" (1969). Más tarde se reconoció la gran proximidad que tenían el análisis discriminante y el modelo logístico, así como la relación de este último con los modelos lineales generalizados (Bishop, Fienberg, y Holland, 1975). En adición, hacia 1989 Hosmer y Lemeshow publicaron el libro "Applied Logistic Regression" que incluía aplicaciones médicas.

El modelo de regresión logística, conocido también como *modelo logit*, tiene origen en el campo biomédico como una manera de resolver uno de los cuestionamientos más típicos de los investigadores: ¿Cuál es la relación entre uno o más factores de exposición y una enfermedad?.

Actualmente, es uno de los modelos estadísticos para variables respuesta categóricas más importantes y ha sido empleado en una variedad creciente de aplicaciones. Hace poco más de 20 años comenzó a ser utilizado en la sociología y la mercadotecnia como una herramienta para la toma de decisiones. Por ejemplo, una empresa que se basa en la venta por catálogo podría determinar si se debe enviar un catálogo a un cliente potencial, mediante la modelación de la probabilidad de venta en función de los índices de comportamiento de compra del pasado.

3.1. Características del modelo

Sea Y una variable de respuesta binaria y $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ una colección de p variables explicativas, denotamos la probabilidad condicional de presentar la respuesta $Y = 1$ dado el conjunto de características \mathbf{x} como $\pi(\mathbf{x})$. Entonces el modelo de regresión logística asociado será:

$$\mathbb{P}[Y = 1|\mathbf{x}] = \pi(\mathbf{x}) = \frac{\exp(\alpha + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x})}{1 + \exp(\alpha + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x})} \quad (3.1)$$

Equivalentemente, el logaritmo del cociente de momios, conocido como *logit*, tiene la relación lineal:

$$\text{logit}[\pi(\mathbf{x})] = \log \left[\frac{\pi(\mathbf{x})}{1 - \pi(\mathbf{x})} \right] = \alpha + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x} = \alpha + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p \quad (3.2)$$

Si alguna de las variables explicativas en el modelo (3.2) tiene escala nominal sería inapropiado incluirla en el modelo como un variable con escala continua, pues los números utilizados para representar sus distintos niveles son meramente etiquetas y no tienen significado numérico.

En este caso lo adecuado es introducir otro tipo de variables, concretamente, si una variable explicativa nominal tiene k valores posibles, entonces se deberán construir $k - 1$ variables dummy en el modelo. En otras palabras, se deberán construir $k - 1$ variables binarias que tomen valor 1 si la variable explicativa toma determinado valor.

Por ejemplo, si se tiene una variable explicativa que tome los valores: “No fuma”, “Fumaba antes” y “Fuma actualmente”, lo correcto es introducir dos variables al modelo: la primera que tome valor 1 cuando la variable explicativa tenga valor “Fumaba antes” y la segunda que tome valor 1 cuando la pregunta haya sido respondida como “Fuma actualmente”. En este caso se denomina a la categoría “No fuma” como categoría basal y será aquella con la que el resto de las categorías será comparada en el modelo.

Si suponemos que la j -ésima variable explicativa x_j tiene k_j niveles, denotando las $k_j - 1$ variables dummy como D_{jl} y sus coeficientes asociados como β_{jl} , con $l = 1, 2, \dots, k_j - 1$, entonces el modelo (3.2) quedará expresado como:

$$\text{logit}[\pi(\mathbf{x})] = \alpha + \beta_1 x_1 + \dots + \sum_{l=1}^{k_j-1} \beta_{jl} D_{jl} + \dots + \beta_p x_p \quad (3.3)$$

3.2. Interpretación de los parámetros

Supongamos un modelo de regresión logística simple dado por la relación:

$$\pi(x) = \frac{\exp(\alpha + \beta x)}{1 + \exp(\alpha + \beta x)} \quad (3.4)$$

Sabemos que el signo determina si $\pi(x)$ incrementa o decrementa conforme x crece, a

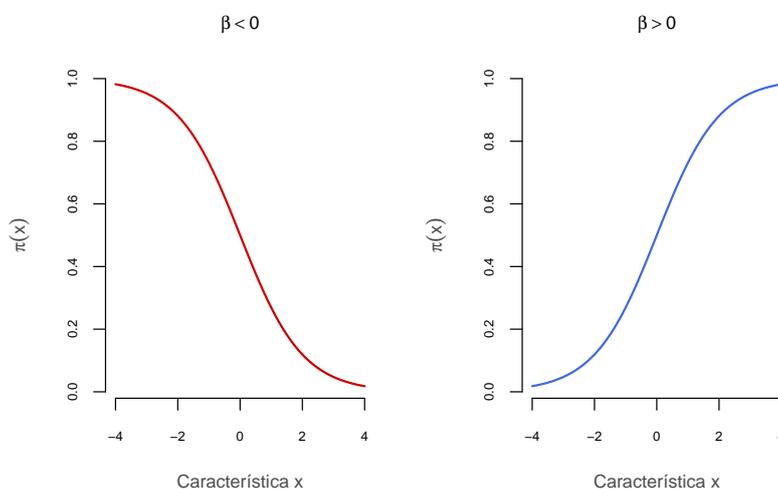


Figura 3.1: Función de distribución logística

medida que $\beta \rightarrow 0$, la curva se aplanar en una recta horizontal. Además, puesto que la distribución logística es simétrica, $\pi(x)$ se aproxima a 1 con la misma razón de cambio que se aproxima a 0.

No obstante, la interpretación de cualquier modelo ajustado requiere que seamos capaces de extraer inferencias prácticas para los coeficientes estimados del modelo, en otras palabras, que seamos capaces de contestar la cuestión: ¿Qué nos dicen los coeficientes estimados en el modelo acerca de las preguntas de investigación que motivaron la modelación?

Los coeficientes estimados representan la tasa de cambio de una función de la variable respuesta por unidad de cambio en las variables explicativas. Así, la interpretación involucra dos problemas: determinar la relación funcional entre la variable dependiente o respuesta y las variables independientes o explicativas y, definir apropiadamente la unidad de cambio de estas últimas.

Entonces, el primer paso es determinar qué función de las variables dependientes produce una relación lineal entre éstas y la variable dependiente. Por ejemplo, en el caso de la regresión lineal estándar dicha función es la identidad, pues, por definición, la variable dependiente tiene una relación lineal con las variables explicativas. En el modelo de regresión logística dicha función corresponde a la transformación logit. Por lo tanto, los coeficientes estimados para cada variable independiente representan el cambio en el logit por unidad de cambio en la correspondiente variable explicativa.

Para resolver el segundo problema supondremos un modelo de regresión logística univariado y a continuación, se estudiará la interpretación para cada tipo de escala de medición de las variables independientes.

3.2.1. Variable independiente dicotómica

Este caso provee la fundación conceptual para los demás casos. Suponiendo que X es una variable binaria con categorías 0 y 1, para la expresión (3.2) tendremos:

$$\text{logit}[\pi(x = 0)] = \alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi(x = 0)}{1 - \pi(x = 0)} = \exp(\alpha)$$

Así, $\exp(\alpha)$ se interpreta como el momio de presentar la respuesta dado que se tiene la característica $x = 0$.

Análogamente

$$\text{logit}[\pi(x = 1)] = \alpha + \beta \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi(x = 1)}{1 - \pi(x = 1)} = \exp(\alpha + \beta)$$

será el momio de presentar la respuesta para un sujeto que tiene la característica $x = 1$.

Entonces

$$\exp\{\text{logit}[\pi(x = 1)] - \text{logit}[\pi(x = 0)]\} = \frac{\frac{\pi(x=1)}{1-\pi(x=1)}}{\frac{\pi(x=0)}{1-\pi(x=0)}} = \exp(\beta)$$

será el cociente de momios de presentar la respuesta para un sujeto que tiene la característica $x = 1$ comparado con el que tiene la característica $x = 0$.

3.2.2. Variable independiente continua

Cuando un modelo de regresión logística contiene una variable explicativa continua, la interpretación de su coeficiente estimado depende de la manera en que ésta fue introducida al modelo, así como de las unidades en las que fue medida.

Bajo el supuesto de que el logit es lineal, en la variable independiente continua, el desarrollo es análogo al caso anterior comparando los casos $x = u + 1$ unidades contra $x = u$ unidades:

$$\exp\{\text{logit}[\pi(x = u + 1)] - \text{logit}[\pi(x = u)]\} = \exp \left[\log \left(\frac{\frac{\pi(x=u+1)}{1-\pi(x=u+1)}}{\frac{\pi(x=u)}{1-\pi(x=u)}} \right) \right] = \exp(\beta)$$

De tal manera que $\exp(\beta)$ es el cociente de momios de presentar la respuesta para un sujeto que posee $u + 1$ unidades de la variable X comparado con el que tiene u unidades.

No obstante, en algunos casos el valor “1” podría no ser significativo: el incremento de 1 año en la edad o de 1 mm Hg en la presión arterial sistólica podría ser muy pequeño para ser considerado importante, 10 años o 10 mm Hg podría resultar un incremento más útil; por otro lado, si el rango de X va de 0 a 1, entonces el cambio en “1” es demasiado grande mientras que un cambio en 0.01 unidades podría ser más realista. Es más útil obtener el cociente de momios entre individuos con $x = u + c$ y $x = u$ unidades dado por $\exp(c\beta)$.

3.2.3. Variable independiente politómica

En este caso se establece una categoría de referencia o basal y se construyen tantas comparaciones de momios como categorías menos una (variables dummy) posea la variable explicativa siguiendo el razonamiento del primer caso.

Retomando el ejemplo de la variable explicativa que toma los valores: “No fuma”, “Fumaba antes” y “Fuma actualmente”, donde la categoría basal corresponde a “No fuma”, se tendrá que $\exp(\beta_{Fumaba\ antes})$ es el cociente de momios de presentar la respuesta para un sujeto que fumaba antes comparado con el que no fuma.

Análogamente $\exp(\beta_{Fuma\ actualmente})$ corresponde al cociente de momios de presentar la respuesta para un sujeto que fuma actualmente comparado con el que no fuma.

Interpretaciones para el modelo múltiple

El ajuste de datos a modelos con un único regresor raramente proporciona un análisis adecuado debido a que es común que las variables explicativas estén asociadas con otras, además de que pueden tener diferentes distribuciones entre los niveles de variable respuesta; un modelo múltiple es generalmente más adecuado.

La interpretación de los parámetros de un modelo múltiple es análoga a la interpretación para el modelo univariado según el tipo de variable explicativa, considerando que los momios comparan individuos que difieren sólo en la característica de interés y que poseen los valores del resto de las variables constantes. En otras palabras, la interpretación del modelo múltiple es la misma que la del modelo univariado agregando la frase “manteniendo constantes el resto de las variables ...”.

3.3. Estimación de los parámetros

Patrón de covariables

Se utiliza el término *patrón de covariables* para describir un único conjunto de valores de las variables explicativas en el modelo, por ejemplo, en una base de datos que contenga valores para la edad, raza, sexo y peso de cada sujeto, la combinación de estos valores puede resultar en la existencia de tantos patrones de covariables como sujetos. Por otro lado, si el modelo solo contiene la raza y el sexo, cada una codificada en dos niveles, solo habrá cuatro posibles patrones de covariables que corresponden a las distintas combinaciones de ambas variables.

Suponiendo que se tiene una muestra de n sujetos, con las n respuestas binarias independientes. Denotando $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ al i -ésimo patrón de covariables, $i = 1, 2, \dots, N$.

El modelo de regresión logística se expresa como:

$$\pi(\mathbf{x}_i) = \frac{\exp(\sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})}{1 + \exp(\sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})} \quad (3.5)$$

3.3.1. Funciones de verosimilitud

Cuando más de una observación ocurre a un valor fijo de x_i , es suficiente este hecho para registrar el número de observaciones n_i y el número de éxitos y_i para este valor. Entonces $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$ corresponde a un conjunto de variables aleatorias $Bin(n_i, \pi(\mathbf{x}_i))$ independientes con esperanza $\mathbb{E}(Y_i) = n_i \pi(\mathbf{x}_i)$, con $n_1 + \dots + n_N = n$ y cuya función de densidad conjunta es proporcional al producto de N funciones binomiales,

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^N \pi(\mathbf{x}_i)^{y_i} [1 - \pi(\mathbf{x}_i)]^{n_i - y_i} &= \prod_{i=1}^N \exp \left\{ \log \left[\frac{\pi(\mathbf{x}_i)}{1 - \pi(\mathbf{x}_i)} \right]^{y_i} \right\} \prod_{i=1}^N [1 - \pi(\mathbf{x}_i)]^{n_i} \\ &= \exp \sum_{i=1}^N y_i \log \left[\frac{\pi(\mathbf{x}_i)}{1 - \pi(\mathbf{x}_i)} \right] \prod_{i=1}^N [1 - \pi(\mathbf{x}_i)]^{n_i} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Para el modelo (3.5) el i -ésimo logit es $\sum_j \beta_j x_{ij}$, mientras que el término exponencial en la última expresión es igual a $\exp \sum_j (\sum_i y_i x_{ij}) \beta_j$.

Además, como $[1 - \pi(\mathbf{x}_i)] = [1 + \exp(\sum_j \beta_j x_{ij})]^{-1}$, la log verosimilitud es:

$$L(\boldsymbol{\beta}) = \sum_j \left(\sum_i y_i x_{ij} \right) \beta_j - \sum_i n_i \log \left[1 + \exp \left(\sum_j \beta_j x_{ij} \right) \right] \quad (3.7)$$

que depende de los conteos binomiales sólo a través de la estadística suficiente $\sum_i y_i x_{ij}$, $j = 1, \dots, p$. Las ecuaciones de verosimilitud son el resultado del gradiente $\frac{\partial L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$.

Debido a que:

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j} = \sum_i y_i x_{ij} - \sum_i n_i x_{ij} \frac{\exp(\sum_k \beta_k x_{ik})}{1 + \exp(\sum_k \beta_k x_{ik})}$$

las ecuaciones de verosimilitud son:

$$\sum_i y_i x_{ij} - \sum_i n_i \hat{\pi}_i x_{ij} = 0, \quad j = 1, \dots, p$$

donde $\hat{\pi}_i = \frac{\exp(\sum_k \beta_k x_{ik})}{1 + \exp(\sum_k \beta_k x_{ik})}$ es el estimador máximo verosímil de $\pi(\mathbf{x}_i)$. Estas ecuaciones son no lineales y su solución requiere de un proceso iterativo como el método de Newton-Raphson [14].

3.4. Inferencia

Los estimadores máximo verosímiles $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ tienen una distribución normal asintótica con matriz de covarianza equivalente a la inversa de la matriz de información cuyos elementos son de la forma:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_a \partial \beta_b} &= \sum_i \frac{x_{ia} x_{ib} n_i \exp(\sum_j \beta_j x_{ij})}{[1 + \exp(\sum_j \beta_j x_{ij})]^2} \\ &= \sum_i x_{ia} x_{ib} n_i \pi_i (1 - \pi_i) \end{aligned}$$

Así, la matriz de covarianza estimada, sustituyendo $\boldsymbol{\beta}$ por $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, será:

$$\widehat{cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \{\mathbf{x}' \text{diag}[n_i \hat{\pi}_i (1 - \hat{\pi}_i)] \mathbf{x}\}^{-1} \quad (3.8)$$

donde $\text{diag}[n_i \hat{\pi}_i (1 - \hat{\pi}_i)]$ denota la diagonal de la matriz de dimensión $N \times N$ que tiene los elementos $\{n_i \hat{\pi}_i (1 - \hat{\pi}_i)\}$.

Adicionalmente, los estimadores de los errores estándar de $\boldsymbol{\beta}$ se obtiene mediante la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal principal de (3.8).

3.4.1. Distribución de probabilidad de los estimadores

Usando $\widehat{cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ se puede realizar la inferencia sobre $\boldsymbol{\beta}$ y sobre efectos relacionados, como el cociente de momios. Es posible además, construir intervalos de confianza para las probabilidades de respuesta, $\pi(\mathbf{x})$, de cualquier patrón de covariables de interés.

La varianza estimada del $\text{logit}[\hat{\pi}(\mathbf{x})] = \hat{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{x}$ corresponde a $\mathbf{x} \widehat{cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) \mathbf{x}'$. Entonces, para muestras grandes, un intervalo de confianza del verdadero logit es:

$$\text{logit}[\hat{\pi}(\mathbf{x})] \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\mathbf{x} \widehat{cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) \mathbf{x}'} \quad (3.9)$$

Se pueden construir además intervalos de confianza para las probabilidades de respuesta mediante la transformación $\pi(\mathbf{x}) = \frac{\exp(\text{logit})}{1 + \exp(\text{logit})}$.

3.5. Evaluación de ajuste del modelo

Se ha construido un modelo que es satisfactorio de manera preliminar cuando éste contiene las variables explicativas (efectos principales e interacciones¹) que deben estar en él, introducidas con la correcta relación funcional.

Entonces, es necesario realizar una evaluación del modelo que involucre: el cálculo y evaluación de medidas generales de ajuste, la evaluación de los componentes individuales de las estadísticas de resumen (lo cual se realiza a menudo de manera gráfica) y la evaluación de otras medidas de distancia entre los resultados observados y ajustados.

¹Cuando existe una interacción, el cociente de momios condicional para cualquier par de variables cambia a través de los niveles de una tercera. En el caso del modelo, una interacción entre dos variables explicativas representa el hecho de que el momio condicional para la respuesta y la primera (segunda) variable cambia dependiendo de los niveles de la segunda (primera) variable.

3.5.1. Medidas de bondad de ajuste

La devianza

Supongamos que se ha elegido un modelo de regresión logística y que se tienen las observaciones $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)$. Sea $L(\boldsymbol{\mu}; \mathbf{y})$ que denota la función de log verosimilitud expresada en términos de medias $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_N)$; entonces $L(\hat{\boldsymbol{\mu}}; \mathbf{y})$ denota la máxima verosimilitud del modelo ajustado.

Considerados todos los posibles modelos, aquel cuya máxima verosimilitud alcanza el máximo valor posible, $L(\mathbf{y}; \mathbf{y})$, es el modelo más general conocido como *el modelo saturado*, aquel que tiene un parámetro independiente para cada observación y el ajuste perfecto.

El modelo saturado no es útil pues no provee reducción a los datos, sin embargo, sirve como base para medir la discrepancia entre él mismo y cualquier otro modelo ajustado, proporcionando la posibilidad de evaluar el ajuste o falta de ajuste del modelo de interés, que se hace a través de la *devianza*, dicha medida es definida por:

$$D(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}) = -2[L(\hat{\boldsymbol{\mu}}; \mathbf{y}) - L(\mathbf{y}; \mathbf{y})] \quad (3.10)$$

Además (véase anexo B) se tiene que:

$$D(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}) \stackrel{a}{\sim} \chi_{(N-p)}^2$$

donde p corresponde a la cantidad de parámetros del modelo ajustado.

Por lo tanto, la manera de juzgar la bondad de ajuste de un modelo ajustado es comparando su log verosimilitud contra la del modelo saturado.

Diferencia de devianzas

Es común que se tengan dos o más modelos que presenten un buen ajuste a los datos, por lo que surge la necesidad de compararlos para determinar cuál de ellos ajusta mejor. Siguiendo el principio de parsimonia, si dos modelos ajustan bien a los datos, deberemos elegir el que sea más simple, es decir, el que tenga menor cantidad de parámetros.

Una manera de contrastar dos modelos es a través de la comparación de sus devianzas. Consideremos dos modelos: M_0 , con valores ajustados $\hat{\boldsymbol{\mu}}_0$ y p parámetros y, M_1 con q parámetros y valores ajustados denotados por $\hat{\boldsymbol{\mu}}_1$. Además, supongamos a M_0 como un caso especial de M_1 , es decir, M_0 está anidado en M_1 . Ello implica que M_0 es un modelo más simple, en el sentido de que posee un conjunto de parámetros que es un subconjunto de los parámetros que tiene M_1 , así $p < q$.

La comparación de los modelos se realiza mediante la estadística:

$$\begin{aligned} D(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}_0) - D(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}_1) &= -2[L(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}_0) - L(\mathbf{y}; \mathbf{y})] + 2[L(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}_1) - L(\mathbf{y}; \mathbf{y})] \\ &= -2[L(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}_0) - L(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}_1)] \end{aligned} \quad (3.11)$$

cuya distribución asintótica es:

$$D(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}_0) - D(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\mu}}_1) \stackrel{a}{\sim} \chi_{(p-q)}^2 \quad (3.12)$$

Mediante la diferencia de devianzas es posible decidir cuál modelo es mejor. Si el modelo más complejo proporciona información adicional que no provee el modelo más sencillo, en cuyo caso la diferencia de devianzas es significativa, habrá que conservar el modelo con mayor cantidad de parámetros. En el caso contrario, cuando la diferencia de devianzas no es significativa, ambos modelos proporcionan la misma información y por el principio de parsimonia se debe conservar al modelo más simple.

Residuos de Pearson y de Devianza

En la regresión lineal estándar, las medidas de resumen sobre el ajuste del modelo son funciones de los residuos, definidos como la diferencia entre los valores observados y ajustados ($y - \hat{y}$). En el modelo de regresión logística hay varias maneras de medir la diferencia entre los valores observados y ajustados.

Dada una muestra de tamaño n , suponiendo que el modelo ajustado tiene p variables independientes, esto es $\mathbf{x}' = (x_1, x_2, \dots, x_p)$, se denota J al número de patrones de covariables distintos observados, m_j al número de sujetos que integran el j -ésimo patrón de covariables y y_j al número de respuestas positivas, $y = 1$, entre los m_j sujetos.

Para enfatizar el hecho de que los valores ajustados son calculados para cada patrón de covariables y dependen de la probabilidad estimada para cada patrón de covariables, se denota el valor ajustado para el j -ésimo patrón de covariables, o bien, el número estimado de sujetos en el j -ésimo patrón de covariables como \hat{y}_j donde:

$$\hat{y}_j = m_j \hat{\pi}_j = m_j \frac{\exp[\hat{g}(\mathbf{x}_j)]}{1 + \exp[\hat{g}(\mathbf{x}_j)]}$$

con $\hat{g}(\mathbf{x}_j)$ el regresor lineal estimado para el j -ésimo patrón de covariables.

Entonces, para un particular patrón de covariables se define el residuo de Pearson como:

$$r(y_j, \hat{\pi}_j) = \frac{y_j - m_j \hat{\pi}_j}{\sqrt{m_j \hat{\pi}_j (1 - \hat{\pi}_j)}} \quad (3.13)$$

y el estadístico de resumen basado en estos residuos, el cual, aproxima la devianza residual es:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^J r(y_j, \hat{\pi}_j)^2 \quad (3.14)$$

Además puede obtenerse el residuo de devianza para el j -ésimo patrón de covariables como sigue:

$$d(y_j, \hat{\pi}_j) = \pm \left\{ 2 \left[y_j \log \frac{y_j}{m_j \hat{\pi}_j} + (m_j - y_j) \log \left(\frac{m_j - y_j}{m_j (1 - \hat{\pi}_j)} \right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

donde el signo, + ó -, corresponde al signo de $(y_j - m_j \hat{\pi}_j)$.

El estadístico de resumen basado en estos residuos es la devianza:

$$D = \sum_{j=1}^J d(y_j, \hat{\pi}_j) \quad (3.16)$$

La distribución de ambos estadísticos bajo el supuesto de que el modelo ajustado es adecuado corresponde a la distribución χ^2 con $J - (p + 1)$ grados de libertad. Para la devianza esta afirmación se sigue del hecho de que D es el estadístico que resulta del cociente de verosimilitudes entre el modelo saturado versus el modelo ajustado con $p + 1$ parámetros.

Un problema se presenta cuando $J \approx n$, ya que la distribución es obtenida bajo el supuesto de que $n \rightarrow \infty$, entonces el número de grados de libertad incrementa a la misma tasa que el tamaño de muestra y los p -values calculados bajo esta condición serán incorrectos.

La prueba Hosmer-Lemeshow

Hosmer y Lemeshow (1980-1982) propusieron un agrupamiento basado en los valores de las probabilidades ajustadas por el modelo.

Suponiendo que se tienen tantos patrones de covariables como individuos ($J = n$), situación que ocurre de manera común cuando el modelo contiene variables explicativas continuas, podemos pensar en n renglones con los n valores estimados de las probabilidades; el primer renglón correspondiente al valor más pequeño y el n -ésimo renglón correspondiente al valor más grande.

Dos estrategias de agrupamiento fueron propuestas: (1) colapsar la tabla con base en los percentiles de las probabilidades ajustadas y (2) colapsar la tabla bajo un criterio de valores fijos para estas probabilidades.

De esta manera, con el primer método y usando $g = 10$ grupos se obtiene que el primer grupo contendrá a los $n_1 = \frac{n}{10}$ sujetos que tienen las probabilidades estimadas más pequeñas y $n_{10} = \frac{n}{10}$ corresponderá al grupo de sujetos con las mayores probabilidades. Por otro lado, con el segundo método usando $g = 10$ grupos, se obtendrán puntos de corte definidos por los valores $\frac{k}{10}$, $k = 1, 2, \dots, 9$ y los grupos contendrán a todos los sujetos con las probabilidades estimadas con valores entre los puntos de corte adyacentes.

Entonces, para la columna $y = 1$ los valores esperados se obtienen a través de la suma de las probabilidades estimadas de los sujetos en determinado grupo mientras que para la columna $y = 0$, los valores esperados son el resultado de la suma del complemento de las probabilidades estimadas.

Para ambas estrategias de agrupamiento, el estadístico de bondad de ajuste de Hosmer-Lemeshow, \hat{C} , se obtiene por el cálculo del estadístico χ^2 de Pearson para una tabla $g \times 2$ como sigue:

$$\hat{C} = \sum_{k=1}^g \frac{(O_k - n_k \hat{\pi}_k)^2}{n_k \hat{\pi}_k (1 - \hat{\pi}_k)} \quad (3.17)$$

donde n_k es el total de sujetos en el k -ésimo grupo.

Si C_k denota el número de patrones de covariables en el k -ésimo decil,

$$O_k = \sum_{j=1}^{C_k} y_j$$

es el número de respuestas positivas entre los C_k patrones de covariables y

$$\hat{\pi}_k = \sum_{j=1}^{C_k} \frac{m_j \hat{\pi}_j}{n_k}$$

es el promedio de probabilidades esperadas.

Utilizando varias simulaciones, Hosmer y Lemeshow (1980) demostraron que cuando $J = n$ y el modelo de regresión logística ajustado es el modelo correcto, la distribución del estadístico \hat{C} se aproxima a una distribución χ^2 con $g - 2$ grados de libertad.

Investigaciones adicionales hechas por Hosmer, Lemeshow y Klar (1988) mostraron que el método de agrupamiento basado en los percentiles de las probabilidades ajustadas utilizando 10 grupos, es preferible al que está basado en puntos de corte fijos pues brinda una mejor aproximación a la distribución χ^2 , especialmente cuando varias probabilidades ajustadas son menores a 0.2.

La correcta estimación del p -value para esta prueba estadística depende de la validez del supuesto de que los valores esperados son grandes. Además, cuando se utilizan muy pocos grupos para calcular \hat{C} , se corre el riesgo de que no se tenga la sensibilidad suficiente para distinguir los valores observados de los esperados, es recomendable no utilizar menos de 6 grupos pues la experiencia empírica ha demostrado que de lo contrario, casi siempre la prueba indicará que el modelo ajusta.

La ventaja de las medidas de resumen de bondad de ajuste, como es el caso de \hat{C} , es que proveen un simple valor fácilmente interpretable que es utilizado para evaluar el ajuste del modelo propuesto. La gran desventaja es que en el proceso de agrupamiento puede omitirse una importante desviación de ajuste debido al pequeño número de puntos de datos individuales, no obstante, la comparación entre los valores observados y esperados de las celdas correspondientes puede indicar regiones donde el modelo no se desempeña satisfactoriamente.

Tablas de clasificación

Una manera intuitivamente atractiva para resumir los resultados de un modelo de regresión logística ajustado, es a través de una tabla de clasificación cruzada correspondiente al cruce de la variable respuesta con una variable dicotómica, cuyos valores son derivados

de las probabilidades ajustadas.

Para obtener los valores de dicha variable dicotómica, es necesario determinar un punto de corte c y compararlo con cada probabilidad ajustada. Si dicha probabilidad excede c entonces la variable tomará valor igual a 1, en caso contrario tendrá valor igual a 0. El punto de corte más comúnmente empleado es $c = 0.5$.

	Predichos	
Observados	$Y = 1$	$Y = 0$
$Y = 1$	VP	FN
$Y = 0$	FP	VN

Tabla 3.1: Tabla de clasificación resultante de un modelo de regresión logística.

A este tipo de tablas cruzadas subyacen algunas medidas comúnmente conocidas: sensibilidad y especificidad. Supongamos que se tiene como resultado la tabla 3.1, entonces:

$$\text{sensibilidad} = \frac{VP}{VP + FN} \quad \text{especificidad} = \frac{VN}{FP + VN}$$

Donde

- VP (Verdaderos positivos) corresponde al conteo de sujetos que presentaron la respuesta y fueron predichos correctamente.
- FN (Falsos negativos) corresponde al conteo de sujetos que presentaron la respuesta pero no fueron predichos con ella.
- FP (Falsos positivos) corresponde al conteo de sujetos que no presentaron la respuesta pero fueron predichos con ella.
- VN (Verdaderos negativos) corresponde al conteo de sujetos que no presentaron la respuesta y fueron predichos correctamente.

Si el modelo predice la membresía a un grupo de manera precisa, entonces podría pensarse que hay evidencia de que el modelo ajusta. Desafortunadamente, este podría ser o no ser el caso.

3.5.2. Diagnóstico

Los estadísticos de resumen basados en los residuos de la estadística χ^2 de Pearson, descritos en la sección anterior, proporcionan un número simple que resume la semejanza entre los valores observados y ajustados por el modelo, sin embargo, este tipo de medidas pueden presentar una gran desventaja debido a que un simple número está resumiendo una cantidad de información considerable.

Por lo tanto, antes de concluir que un modelo ajusta, es crucial que otras medidas, conocidas como medidas de diagnóstico², sean examinadas con el fin de determinar si el ajuste es adecuado sobre todo el conjunto de patrones de covariables, o bien, de encontrar alguna razón que esté causando la falta de ajuste.

Las medidas más utilizadas son:

- Los residuos de Pearson y de devianza, que generalmente se despliegan en gráficas contra las variables explicativas, ello permite identificar individualmente, sujetos o patrones de covariables mal ajustados por el modelo.
- La gráfica de las proporciones observadas contra las estimadas por el modelo.
- Al igual que en la regresión ordinaria, una observación puede ser relativamente influyente en la determinación de los parámetros estimados. El mayor apalancamiento de una observación, o bien, el mayor valor de la palanca de una observación indica un mayor potencial de influencia.

No obstante, la extensión de este concepto de distancia a la media en regresión lineal para un modelo de regresión logística, requiere de una aclaración adicional: el valor de la palanca incrementa conforme la probabilidad estimada toma valores lejanos a 0.5 y hasta que se vuelve menor a 0.1 o mayor a 0.9. La consecuencia práctica de ello es que para interpretar un valor particular de esta medida correctamente, es necesario saber si la probabilidad estimada es pequeña (< 0.1) o grande (> 0.9).

- Otras medidas de influencia, como Dfbeta y distancia de Cook, indican qué tan influyente es un sujeto o patrón de covariables sobre el parámetro estimado de una variable explicativa y sobre todo el vector de parámetros estimado respectivamente.

²El desarrollo detallado de los cálculos para la obtención de las medidas de diagnóstico antes presentadas se pueden consultar en [14] y [15].

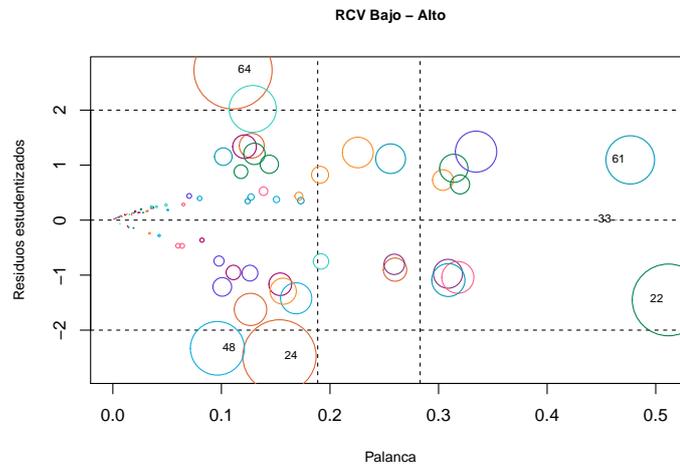


Figura 3.2: Combinación de medidas de influencia. La gráfica representa la distancia de Cook de las observaciones proporcionales al área de las burbujas; las líneas de referencia verticales se colocan a 2 veces el promedio de los valores de las palancas y las líneas horizontales son colocadas a los niveles -2,0 y 2 en la escala de los residuos estudentizados. Fuente: cuestionario "Síndrome de Burnout como factor asociado a Riesgo Cardiovascular Alto en cuidadores de adultos mayores con dependencia, adscritos al servicio de Atención Domiciliaria Integral (ADI) del Hospital General Regional No.1 Carlos Mac Gregor Sánchez Navarro del Instituto Mexicano del Seguro Social."

La figura 3.2 muestra la combinación de tres medidas de influencia: distancia de Cook, palanca y residuos estudentizados para cada sujeto en un modelo de regresión logística donde la variable respuesta toma valor 1 cuando los sujetos presentaron niveles bajos de RCV y toma valor 0 cuando presentaron niveles de RCV alto.

Esta gráfica permite ubicar a los sujetos que fueron mal ajustados por el modelo y que además son influyentes, o bien, cuyos datos resultaron atípicos en la muestra.

Por ejemplo, se muestra que el sujeto identificado con el registro 64 estuvo mal ajustado por el modelo al salir de las bandas horizontales en el eje que representa los residuos estudentizados. Además, es uno de los sujetos más influyentes en el modelo debido a que presenta una distancia de Cook (diámetro de las burbujas) notablemente grande en comparación con el resto de la muestra. Finalmente, este personaje no presentó valores atípicos en las variables explicativas pues no se ubicó fuera de las bandas verticales en el eje que representa el valor de la palanca.

Para ilustrar otro ejemplo se enfocará la atención al sujeto identificado con el registro 22. Se puede apreciar que a pesar de que presentó valores atípicos en las variables explicativas al salir de las bandas verticales en el eje que representa el valor de la palanca, este sujeto sí fue adecuadamente ajustado por el modelo ya que se ubicó dentro de las bandas para los residuos estudentizados. Además, se puede apreciar que dicho personaje resultó ser de los más influyentes en el modelo ajustado.

Capítulo 4

Modelos de regresión ordinal

En el estudio de la dependencia de una variable respuesta con respecto a un conjunto de variables, la elección del modelo está fuertemente determinada por la escala de medición de la misma. Por ejemplo, si es de interés la estimación del riesgo de enfermedades o eventos que tienen un ordenamiento natural como la gravedad de la preeclampsia (ninguna, media, severa) o la opinión sobre la postura política de un candidato con respecto a un problema (muy de acuerdo, de acuerdo, en desacuerdo, muy en desacuerdo), el modelo que subyace de forma natural es el de regresión ordinal.

Frecuentemente este tipo de datos son categorizados en variables binarias durante un análisis estadístico y, a pesar de que los resultados obtenidos no son incorrectos, éstos implican comúnmente pérdida de información y potencia estadística debido al colapso de las categorías de respuesta. Además, los resultados del análisis podrían no resolver adecuadamente las interrogantes al problema inicial planteado.

Existen en la literatura diversos modelos de regresión que respetan la naturaleza ordinal de este tipo de variables, los cuales, surgen de la generalización del modelo de regresión logística a variables ordinales.

Algunas de las referencias más generales incluyen al modelo de momios proporcionales, al modelo de categorías adyacentes, al modelo de cociente continuo y otros modelos más especializados como el de momios proporcionales parciales (Agresti 1990) y estereotipo (Greenland 1994).

Ananth y Kleinbaum describen en el artículo de revisión publicado por el International Journal of Epidemiology “*A review of methods and applications*” diferentes modelos, entre los que se encuentran el modelo de logits acumulativos, el de momios proporcionales, el de categorías adyacentes y el de cociente continuo, así como otros utilizados con menor frecuencia como el modelo estereotipo [16].

En dicho artículo, los autores ilustran y comparan el ajuste de estos modelos para una base de datos que estudia el impacto del procedimiento de la episiotomía mediana en laceraciones perineales durante el parto. La conclusión consiste en que, pese a que los modelos de logits acumulativos y cociente continuo, han sido el foco principal en las aplicaciones epidemiológicas y biomédicas, mientras que otros modelos para respuesta ordinal han reci-

bido menos atención, lo imperativo en la modelación es que se realicen pruebas de bondad de ajuste, análisis de residuos y análisis de la sensibilidad para lograr la elección del mejor modelo.

Por otro lado, Agresti considera que el modelo de cocientes continuos es útil cuando un mecanismo secuencial, como la supervivencia a través de varios periodos de edad, determina el resultado de respuesta.

Este capítulo considera la presentación del modelo de momios proporcionales (MP).

4.1. Modelos de logits acumulativo

Sea Y una variable respuesta ordinal con J categorías codificadas como $1 < 2 < \dots < J - 1 < J$. Se denota la expresión general para la probabilidad condicional de que la respuesta tome el j -ésimo valor dado un vector de características \mathbf{x} de dimensión p , como:

$$\mathbb{P}[Y = j|\mathbf{x}] = \Phi_j(\mathbf{x})$$

Una manera de modelar la variable respuesta conservando la ordinalidad de sus categorías es mediante el empleo de logits acumulativos, los cuales, se definen como:

$$\text{logit}[\mathbb{P}(Y \leq j|\mathbf{x})] = \log \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j|\mathbf{x})}{1 - \mathbb{P}(Y \leq j|\mathbf{x})} \right] = \log \left[\frac{\Phi_1(\mathbf{x}) + \dots + \Phi_j(\mathbf{x})}{\Phi_{j+1}(\mathbf{x}) + \dots + \Phi_J(\mathbf{x})} \right] \quad (4.1)$$

cada logit acumulativo usa las J categorías de respuesta.

Así, un modelo de logits acumulativo es simplemente un conjunto de modelos de regresión logística para una variable de respuesta dicotómica, en la cual, las categorías 1 hasta j forman una categoría de respuesta mientras que las categorías $j + 1$ hasta J conforman la segunda.

4.2. Motivación de una variable latente

La construcción de los modelos de regresión ordinal motiva la existencia de una variable latente: suponiendo que $-\infty = \alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_{J-1} < \alpha_J = \infty$ son los puntos de corte de una variable continua latente Y^* que subyace a Y de tal forma que:

$$Y = j \quad \text{si} \quad \alpha_{j-1} < Y^* \leq \alpha_j$$

Además, suponiendo que Y^* tiene una función de distribución continua $G(y^* - \eta)$ donde los valores de y^* varían alrededor de un parámetro de localización η y que éste depende de \mathbf{x} a través de:

$$\eta(\mathbf{x}) = \beta' \mathbf{x}$$

se tiene:

$$\mathbb{P}[Y = j|\mathbf{x}] = \mathbb{P}[\alpha_{j-1} \leq y^* \leq \alpha_j|\mathbf{x}] = G(\alpha_j - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x}) - G(\alpha_{j-1} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x})$$

Por lo tanto, las distintas formas de modelar variables de respuesta ordinales dependerán de la elección de la función G .

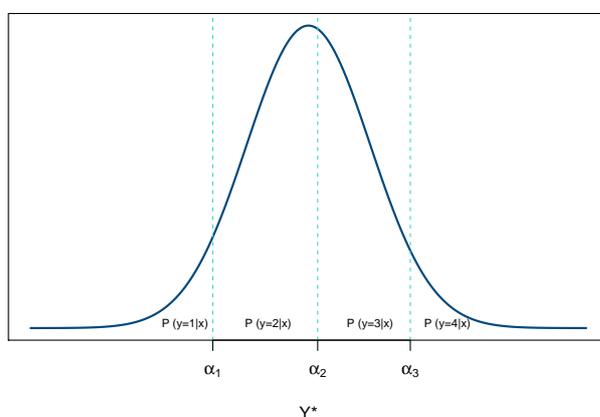


Figura 4.1: Se ilustra la distribución de la variable latente Y^* , así como los puntos de corte α_1, α_2 y α_3 de la variable ordinal Y .

4.3. Modelos de liga o enlace acumulativo

Se define al modelo de ligas acumulativo como:

$$G^{-1}[\mathbb{P}(Y \leq j|\mathbf{x})] = \alpha_j + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x}^1 \quad (4.2)$$

Cabe mencionar que los efectos de \mathbf{x} en la ecuación (4.2) son asumidos como invariantes ante los puntos de corte $j = 1, \dots, J - 1$.

Los parámetros $\{\alpha_j\}$ son los puntos de corte para determinar las categorías en una versión estandarizada de la escala de la variable latente. En este sentido, los modelos de enlace acumulativo son modelos de regresión que utilizan un predictor lineal $\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x}$ para describir los efectos de las variables explicativas en una medición ordinal de Y^* .

¹Con el empleo de $-\boldsymbol{\beta}$ en vez de $+\boldsymbol{\beta}$ en el predictor lineal, los resultados cambiarán meramente en el signo de $\hat{\boldsymbol{\beta}}$.

4.3.1. El concepto de liga

La función G^{-1} , equivalente a la inversa de la función de distribución de la variable continua subyacente Y^* recibe el nombre de función liga o función de enlace y es aquella que liga o vincula las probabilidades de respuesta acumuladas con un predictor lineal. En otras palabras, la liga es aquella función que permite relacionar de manera lineal la respuesta del modelo con las variables explicativas.

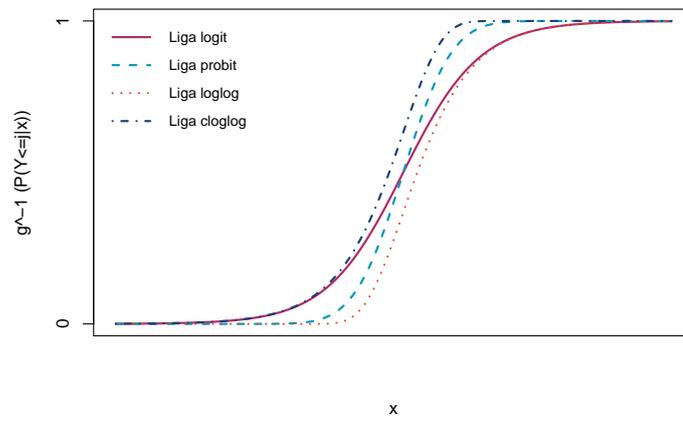


Figura 4.2: Comparación gráfica entre ligas

Por ejemplo, la elección de $G^{-1}(u) = \log[u/(1-u)]$, que corresponde a la inversa de la función de distribución logística, determina al modelo de logits acumulativo que es un caso particular de este tipo de modelos.

El empleo del modelo probit es adecuado cuando la variable latente Y^* posee una distribución normal.

Una distribución para valores extremos de la variable continua subyacente Y^* implica un modelo de la forma:

$$\log\{-\log[1 - \mathbb{P}[Y \leq j | \mathbf{x}]]\} = \alpha_j + \beta' \mathbf{x}$$

cuya liga es conocida como log-log complementaria. El modelo ordinal que usa esta liga es comúnmente llamado de riesgos proporcionales, pues resulta de la generalización del modelo de riesgos proporcionales para datos de supervivencia. Con esta liga, la probabilidad $\mathbb{P}(Y \leq j)$ se aproxima a 1 con una velocidad mayor de lo que se acerca a 0.

Por otra parte, la liga log-log:

$$\log\{-\log[\mathbb{P}(Y \leq j | \mathbf{x})]\} = \alpha_j + \beta' \mathbf{x}$$

es apropiada cuando la liga log-log complementaria es válida para las categorías enumeradas en orden inverso.

4.4. El modelo de momios proporcionales

Se distinguirá a los modelos de regresión ordinal en dos principales grupos: el primero conformado por aquellos modelos que asumen la existencia de momios proporcionales y el segundo por los que no lo hacen.

Cabe mencionar que los modelos del segundo grupo son menos parsimoniosos que los modelos del primero ya que implican la existencia y con ello, la estimación de una mayor cantidad de parámetros.

En el contexto del primer grupo, previo a la modelación de la variable de interés, es conveniente decidir qué categorías comparar y cuál es el modelo que construye los logits de respuesta en forma más razonable según el propósito de la modelación. Es en estos aspectos donde radican las principales diferencias de los modelos de regresión ordinal.

Si suponemos que se desea comparar la probabilidad de presentar una respuesta igual o menor, $Y \leq j$, con respecto a la probabilidad de obtener una respuesta mayor, $Y > j$, se debe utilizar el modelo de momios proporcionales, el cual, a diferencia del modelo de logits acumulados considera en forma simultánea todos los logits acumulados que genera la variable de respuesta:

$$\log \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j | \mathbf{x})}{\mathbb{P}(Y > j | \mathbf{x})} \right] = \log \left[\frac{\Phi_1(\mathbf{x}) + \dots + \Phi_j(\mathbf{x})}{\Phi_{j+1}(\mathbf{x}) + \dots + \Phi_J(\mathbf{x})} \right] = \alpha_j - \beta' \mathbf{x} \quad (4.3)$$

con $j = 1, \dots, J - 1$.

Es posible observar que la propuesta del modelo de momios proporcionales asume que los logits de respuesta guardan una relación lineal con las variables explicativas. Además, en dicho modelo los coeficientes β asociados a las variables explicativas no dependen de la categoría de respuesta j , por lo que los logits de respuesta tampoco dependerán de j . Esta consideración es conocida como *el supuesto de momios proporcionales*.

Suponiendo que $p = 1$, geométricamente este supuesto implica que $\forall l < j$, la curva para $\mathbb{P}[Y \leq j]$ es la curva para $\mathbb{P}[Y \leq l]$ trasladada por $\alpha_j - \alpha_l / \beta$ unidades en la dirección de \mathbf{x} . Esto es:

$$\mathbb{P}[Y \leq j | \mathbf{x} = x] = \mathbb{P} \left[Y \leq l | \mathbf{x} = x + \frac{(\alpha_j - \alpha_l)}{\beta} \right]$$

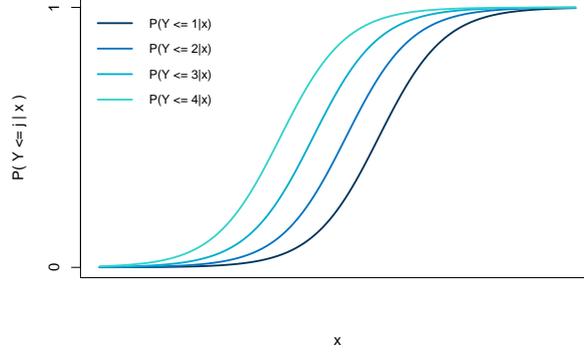


Figura 4.3: Ilustración gráfica del supuesto de momios proporcionales.

4.5. Estimación de los parámetros

El método utilizado para ajustar un modelo de momios proporcionales está basado en una adaptación de la verosimilitud multinomial y de su log verosimilitud (Véase anexo C). El procedimiento básico envuelve los siguientes pasos:

1. Las expresiones que definen los logits específicos del modelo se usan para crear una ecuación definida $\Phi_j(\mathbf{x})$ como una función de parámetros desconocidos.
2. Los valores de una salida multinomial de dimensión J , $\mathbf{y}' = (y_1, \dots, y_J)$, son determinados por la salida de la variable ordinal de la siguiente forma:

$$y_j = 1 \text{ si } y = j \quad \text{y} \quad y_j = 0 \text{ en otro caso}$$

Por ejemplo, si la variable respuesta es ordinal con 4 categorías y la i -ésima observación toma valor en la categoría 2, entonces la salida multinomial creada por la variable ordinal será $\mathbf{y}_i' = (0, 1, 0, 0)$.

De esta manera sólo un valor de \mathbf{y} es igual a 1.

Así, en el caso del modelo de momios proporcionales se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{logit}[\mathbb{P}(Y \leq j)] &= \alpha_j - \boldsymbol{\beta}'(\mathbf{x}) \\ \Rightarrow \mathbb{P}[Y \leq j] &= \frac{\exp(\alpha_j - \boldsymbol{\beta}'(\mathbf{x}))}{1 + \exp(\alpha_j - \boldsymbol{\beta}'(\mathbf{x}))} \end{aligned}$$

Entonces, la función de verosimilitud será

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^J \pi_j(\mathbf{x}_i)^{y_{ij}} &= \prod_{i=1}^n \left[\prod_{j=1}^J (\mathbb{P}(Y \leq j | \mathbf{x}_i) - \mathbb{P}(Y \leq j-1 | \mathbf{x}_i))^{y_{ij}} \right] \\ &= \prod_{i=1}^n \left[\prod_{j=1}^J \left(\frac{\exp(\alpha_j - \boldsymbol{\beta}'(\mathbf{x}_i))}{1 + \exp(\alpha_j - \boldsymbol{\beta}'(\mathbf{x}_i))} - \frac{\exp(\alpha_{j-1} - \boldsymbol{\beta}'(\mathbf{x}_i))}{1 + \exp(\alpha_{j-1} - \boldsymbol{\beta}'(\mathbf{x}_i))} \right)^{y_{ij}} \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

vista como una función de $(\{\alpha_j\}, \beta)$.

Walker y Duncan (1967) y McCullagh (1980) usaron el algoritmo de puntajes de Fisher para obtener los estimadores máximos verosímiles. Este último mostró además que una muestra suficientemente grande garantiza la existencia de un único máximo de la verosimilitud. Adicionalmente, Burridge (1981) y Pratt (1981) mostraron que la log verosimilitud es cóncava para los modelos con liga probit, log-log y log-log complementaria.

4.6. Inferencia

Las inferencias se realizan de forma asintótica a través de las estadísticas de Wald y del cociente de verosimilitudes (Véase anexo B) utilizando la matriz de información observada de Fisher para aproximar la varianza de los parámetros estimados.

4.7. Interpretación de los parámetros

La interpretación de los parámetros de estos modelos es invariante ante los niveles de la categoría de respuesta j . Además, es análoga a la interpretación para el modelo de regresión logística univariado según el tipo de variable explicativa, considerando que los momios comparan individuos que difieren sólo en la característica de interés y que poseen los valores del resto de las variables constantes.

Cabe mencionar que la interpretación para el intercepto α_j es similar a la interpretación del intercepto para el modelo de regresión logística excepto que se está modelando el cociente de momios de varias comparaciones entre las categorías de la respuesta. Esto conlleva a la existencia de varios interceptos, cada uno de ellos correspondiente al cociente de momios de una comparación entre categorías diferentes y dependientes del valor de j .

Por ejemplo, si se retoma la expresión (4.3) y se supone $p = 1$, es decir, que el modelo cuenta con una sola variable explicativa se tiene lo siguiente:

$$\log \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j | \mathbf{x})}{\mathbb{P}(Y > j | \mathbf{x})} \right] = \alpha_j - \beta_1 x_1$$

entonces para un sujeto que presenta valor 0 en la variable explicativa se tiene que

$$\frac{\mathbb{P}(Y \leq j | \mathbf{x})}{\mathbb{P}(Y > j | \mathbf{x})} = \exp(\alpha_j)$$

Por lo que $\exp(\alpha_j)$ puede ser interpretado como el momio de presentar un nivel de respuesta mayor o igual que j para un sujeto que presenta valor 0 en la variable explicativa. Cabe mencionar que se tendrán tantos interceptos como categorías - 1 presente la variable respuesta.

4.8. Sobredispersión

Para este tipo de modelos, la configuración de las variables explicativas es estocásticamente ordenada en la respuesta: para cualquier par x_1 y x_2 , se tiene que $\mathbb{P}(Y \leq j | x_1) \leq$

$\mathbb{P}(Y \leq j|x_2)$ para toda j o bien, $\mathbb{P}(Y \leq j|x_1) \geq \mathbb{P}(Y \leq j|x_2)$ para toda j . Cuando dicha configuración no se cumple el modelo ajusta pobremente, lo cual se debe frecuentemente a que la dispersión también varía conforme x lo hace.

Por ejemplo, quizá las respuestas tienden a concentrarse alrededor de la misma posición pero más dispersión ocurre en x_1 que en x_2 . Entonces, quizá $\mathbb{P}(Y \leq j|x_1) > \mathbb{P}(Y \leq j|x_2)$ para j pequeña pero $\mathbb{P}(Y \leq j|x_1) < \mathbb{P}(Y \leq j|x_2)$ para j grande. En otras palabras, en x_1 las respuestas se concentran más en las categorías extremas que en x_2 .

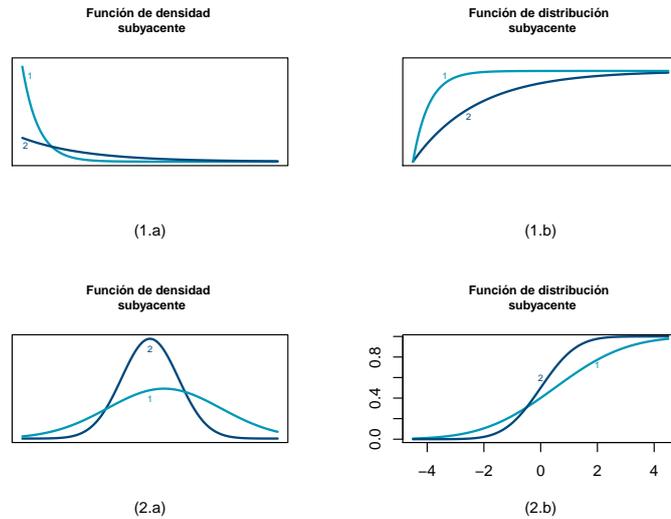


Figura 4.4: Funciones de densidad (1.a) y funciones de distribución (1.b) donde la distribución 1 es estocásticamente mayor que la distribución 2. Funciones de densidad (2.a) y funciones de distribución (2.b) donde la distribución 1 y 2 no son estocásticamente ordenadas

Un modelo de liga acumulativo que incorpora efectos de dispersión es:

$$G^{-1}[\mathbb{P}(Y \leq j|\mathbf{x})] = \frac{\alpha_j + \beta' \mathbf{x}}{\exp(\gamma' \mathbf{x})} \quad (4.5)$$

donde el denominador contiene parámetros de escala γ que describen la dependencia de la dispersión con respecto a \mathbf{x} . Un modelo ordinario (4.2) es un caso especial de cuando $\gamma = 0$.

Las probabilidades acumuladas tienden a encogerse una hacia otra cuando $\gamma' \mathbf{x} > 0$. Esto crea probabilidades más altas en las categorías finales y una dispersión mayor. Las probabilidades acumuladas tienden a separarse (creando menos dispersión) cuando $\gamma' \mathbf{x} < 0$.

Por ejemplo, suponiendo que se plantea un modelo de este tipo para comparar dos grupos con una respuesta en escala ordinal, con x una variable dicotómica donde $x = 1$ para el primer grupo. Entonces el modelo (4.5) es:

$$\begin{aligned} \text{logit}[\mathbb{P}(Y \leq j)] &= \alpha_j, & x = 0, \\ \text{logit}[\mathbb{P}(Y \leq j)] &= \frac{(\alpha_j + \beta)}{\exp(\gamma)}, & x = 1. \end{aligned}$$

El caso $\gamma = 0$ es el modelo usual, en el cual β representa un parámetro de localización que determina un logit acumulativo común para todas las subtablas 2×2 colapsadas de la tabla de $2 \times J$.

Cuando $\gamma \neq 0$ la diferencia entre los logits para cada grupo y, con ello, la diferencia entre los logits acumulados varía conforme j lo hace.

4.9. Evaluación del modelo

4.9.1. Verificación del supuesto de momios proporcionales

El supuesto de momios proporcionales es fundamental para el modelo presentado. Cabe remarcar que el mismo debe cumplirse de manera global y para cada una de las variables explicativas del modelo planteado, por ello, un primer criterio de evaluación del modelo construido consiste en la verificación de dicho supuesto.

La diferencia entre la devianza del modelo propuesto y el de categorías basales (véase C.1) según corresponda, proporciona una estadística con la cual es posible determinar si las variables presentan el comportamiento deseado.

Esta vez el principio de parsimonia establece el criterio para decidir si el supuesto se cumple o no; en el caso de que ambos modelos proporcionen la misma información, es decir, que la diferencia entre sus devianzas no sea significativa (situación en la cual debería elegirse el modelo más simple) puede concluirse que el supuesto se cumple, de lo contrario hay suficiente evidencia de que las variables no cumplen con este supuesto.

4.9.2. Bondad de ajuste y diagnóstico

Pocos métodos existen para evaluar la bondad de ajuste de los modelos de regresión ordinal.

Hosmer y Lemeshow proponen evaluar el modelo propuesto mediante la aproximación por construcción de regresiones logísticas separadas. La gran desventaja de esta metodología es que esta aproximación en realidad no evalúa el verdadero modelo ajustado, no obstante, este método puede ayudar a identificar sujetos influyentes y pobremente ajustados. En general, ésta es una aproximación *ad-hoc* y todos los resultados deben ser verificados vía la eliminación de los sujetos ubicados y el reajuste del modelo.

Se han desarrollado además otras pruebas para evaluar la bondad de ajuste de los modelos de regresión ordinal [17].

Prueba de Lipsitz

Lipsitz et al. (1996) propusieron una prueba de bondad de ajuste para modelos de regresión ordinal, incluyendo el de momios proporcionales. Suponiendo que las probabilidades estimadas $\hat{\pi}_{ij}$ han sido calculadas a través del modelo ajustado, se asignan puntajes ordenados a cada observación (s_i), usando pesos enteros equiespaciados:

$$s_i = \hat{\pi}_{i1} + 2\hat{\pi}_{i2} + \dots + c\hat{\pi}_{ic}, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.6)$$

Se organizan las observaciones en g grupos con base en los puntajes ordenados tal que el grupo 1 contenga las n/g observaciones con los puntajes más bajos y el grupo g , las n/g observaciones con los puntajes más altos. Se crean $g - 1$ variables indicadoras I_k tal que

$$I_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si la observación } i \text{ está en el grupo } k \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (4.7)$$

para $i = 1, \dots, n$ y $k = 1, \dots, g - 1$.

Posteriormente se ajusta un nuevo modelo de regresión ordinal que incluya estas variables indicadoras:

$$g_j(x) = \alpha_j - \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p + \gamma_1 I_1 + \dots + \gamma_{g-1} I_{g-1}, \quad j = 1, \dots, c - 1. \quad (4.8)$$

Cuando el modelo ajustado es adecuado, $\gamma_1, \dots, \gamma_{g-1} = 0$. Denotando L_1 y L_0 las log verosimilitudes de los modelos ajustados con y sin variables indicadoras, respectivamente, una prueba de bondad de ajuste es obtenida a través del valor de la estadística $-2(L_1 - L_0)$ con distribución χ^2 con $g - 1$ grados de libertad.

Lipsitz et al. (1996) sugieren que el número de grupos debe ser elegido tal que $6 \leq g < n/5c$. Debe tenerse en cuenta que esta prueba no siempre es estimable para tamaños de muestra pequeños.

Cabe notar que cuando $\hat{\pi}_{ij}$ son estimadas por un modelo de momios proporcionales, la agrupación basada en $1 - \hat{\pi}_1$ es equivalente a la agrupación basada en puntajes ordenados (4.6).

Prueba de Pulkstenis y Robinson

Pulkstenis y Robinson sugirieron una extensión de las estadísticas χ^2 de Pearson y de devianza que permite variables categóricas y continuas.

Primero se determinan los patrones de covariables utilizando únicamente las variables categóricas, se calculan puntajes ordinales (4.6) y se divide cada patrón de covariables en dos partes con base en la mediana de las puntuaciones ordenadas de cada patrón. Se construye una tabla de frecuencias observadas y esperadas con base en la clasificación cruzada de los patrones de covariables con las categorías de respuesta. Para dicha tabla, las estadísticas χ^2 y devianza modificadas que se obtienen son:

$$\chi^2 = \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^c \frac{(O_{lkj} - E_{lkj})^2}{E_{lkj}} \quad (4.9)$$

y

$$D^2 = 2 \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^c O_{lkj} \log \frac{O_{lkj}}{E_{lkj}} \quad (4.10)$$

donde l indexa los dos subgrupos basados en los puntajes ordenados, K es el número de patrones de covariables observados debido a las variables categóricas y c el número de categorías de respuesta. La distribución de referencia para ambas estadísticas es Ji-cuadrada con $(2K - 1)(c - 1) - p_{cat} - 1$ grados de libertad, con p_{cat} la cantidad de variables explicativas categóricas.

Una limitación de esta propuesta es que el modelo de regresión necesita incluir tanto variables continuas como categóricas. Además, si muchas variables categóricas están presentes, el desempeño de la prueba puede sufrir debido al gran número de celdas para calcular dichas estadísticas.

Prueba de Fagerland y Hosmer

Fagerland y Hosmer propusieron una prueba basada en una aproximación a la prueba de Hosmer-Lemeshow para regresión logística y posteriormente adaptada a la regresión logística multinomial por Fagerland et al. [18]

Esta última consiste en que después de ajustar el modelo de regresión multinomial ($Y = 0, \dots, c - 1$), las observaciones son clasificadas en g grupos por las probabilidades estimadas $1 - \hat{\pi}_{i0}$, que es el complemento de la probabilidad estimada para la categoría de referencia en la respuesta ($Y = 0$). Las frecuencias observadas y esperadas en cada grupo para cada nivel de respuesta pueden ser resumidas en una tabla de contingencia de g renglones y c columnas. La estadística subyacente a esta prueba es la χ^2 de Pearson para dicha tabla y tiene una distribución de referencia Ji-cuadrada con $(g - 2)(c - 1)$ grados de libertad.

Para el modelo de momios proporcionales ellos proponen que después de calcular las probabilidades estimadas $\hat{\pi}_{ij}$, se calculen los puntajes ordenados (4.6). De manera similar al caso de las regresiones logística y multinomial, se particionan las observaciones en g grupos con base en dichos puntajes ordenados. Dicha clasificación es idéntica a la que se obtiene según $1 - \hat{\pi}_{i1}$, el puntaje utilizado para ordenar y agrupar las observaciones en la prueba para regresión multinomial.

Denotando las frecuencias observadas y esperadas en cada grupo para cada categoría de respuesta como O_{kj} y E_{kj} respectivamente, definidas por:

$$O_{kj} = \sum_{l \in \Omega_k} \tilde{y}_{lj} \quad (4.11)$$

$$E_{kj} = \sum_{l \in \Omega_k} \hat{\pi}_{lj} \quad (4.12)$$

para $k = 1, \dots, g$, $j = 1, \dots, c$ y donde Ω_k denota los índices de las n/g observaciones en el grupo k .

La estadística para esta prueba es la χ^2 de Pearson dada por:

$$C_g = \sum_{k=1}^g \sum_{j=1}^c \frac{(O_{kj} - E_{kj})^2}{E_{kj}} \quad (4.13)$$

cuya distribución de referencia es una Ji-cuadrada con $(g-2)(c-1) + (c-2)$ grados de libertad.

Los modelos de regresión necesitan tener al menos tantos patrones de covariables como el número de grupos (g) para que la prueba funcione.

4.10. Mejoras al modelo ajustado

Si un modelo que asume el supuesto de momios proporcionales ajusta pobremente en términos de significancia estadística, existen algunas estrategias alternativas que podrían enriquecerlo:

- Utilizar una liga para la que la curva de respuesta no sea simétrica.
- Añadir, en caso de ser adecuado, términos con interacciones:

$$\log \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j | \mathbf{x})}{\mathbb{P}(Y > j | \mathbf{x})} \right] = \alpha_j + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_{k*l} x_k * x_l + \dots$$

- Introducir variables explicativas con efectos no lineales, como efectos cuadráticos por ejemplo:

$$\log \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j | \mathbf{x})}{\mathbb{P}(Y > j | \mathbf{x})} \right] = \alpha_j + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k^2 + \dots$$

- Ajustar la categoría basal considerando aquella categoría que tenga la mayor cantidad de conteos.
- Incorporar efectos de dispersión.
- Plantear un modelo en el que algunas variables explicativas cumplan el supuesto de momios proporcionales mientras que otras no como se muestra a continuación:

$$\log \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j | \mathbf{x})}{\mathbb{P}(Y > j | \mathbf{x})} \right] = \alpha_j + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_{kj} x_k + \dots$$

o bien,

$$\log \left[\frac{\mathbb{P}(Y = j | \mathbf{x})}{\mathbb{P}(Y = j + 1 | \mathbf{x})} \right] = \alpha_j + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_{kj} x_k + \dots$$

Capítulo 5

Aplicación

Para estudiar la relación entre el padecimiento del síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular de los cuidadores informales de pacientes, se llevó a cabo el ajuste de un modelo de momios proporcionales cuya variable respuesta fue el riesgo cardiovascular categorizado y medido mediante las tablas del "Framingham Heart Study". Las variables explicativas fueron consideradas a partir de los factores de riesgo que se expusieron en el primer capítulo.

La información analizada se obtuvo de un cuestionario que fue aplicado a los acompañantes de pacientes geriátricos del Hospital General Regional No. 1 "Carlos Mac Gregor Sánchez Navarro" del Instituto Mexicano del Seguro Social en dicha institución en el periodo de Marzo de 2012 a Enero de 2013.

5.1. Análisis descriptivo

La base de datos con los resultados del cuestionario "síndrome de Burnout como factor asociado a riesgo cardiovascular Alto en cuidadores de adultos mayores con dependencia, adscritos al servicio de Atención Domiciliaria Integral (ADI) del Hospital General Regional No. 1 Carlos Mac Gregor Sánchez Navarro del Instituto Mexicano del Seguro Social", presentó un total de 292 registros con 254 reactivos, distinguiendo secciones especiales para dos grupos de edad que fueron conformados por aquellos cuidadores que reportaron edades menores a 59 años cumplidos y mayores o iguales a 60.

A continuación se presenta el análisis descriptivo de las variables más importantes para el modelo de regresión ordinal ajustado.

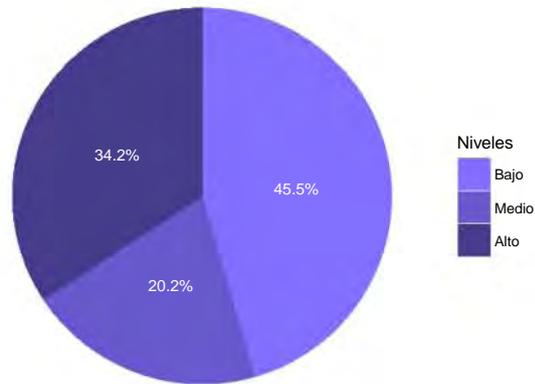


Figura 5.1: Niveles de Cansancio Emocional.

Más de la mitad de los encuestados reportaron niveles de cansancio emocional medio a alto (figura 5.1), lo cual indica la posible presencia del síndrome de Burnout.

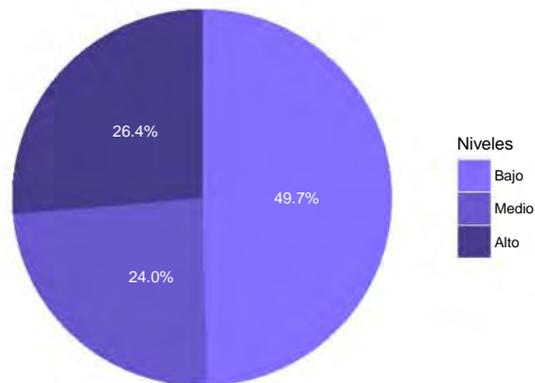


Figura 5.2: Niveles de Despersonalización.

Los niveles de despersonalización (figura 5.2) fueron bajos. Este hecho obedece a los planteamientos del capítulo 1: los encuestados no respondieron honestamente los reactivos del MBI relacionados con la segunda dimensión por temor a la crítica o bien, el vínculo que existe entre cuidador y anciano disminuyó los niveles de despersonalización presentados por el encuestado.

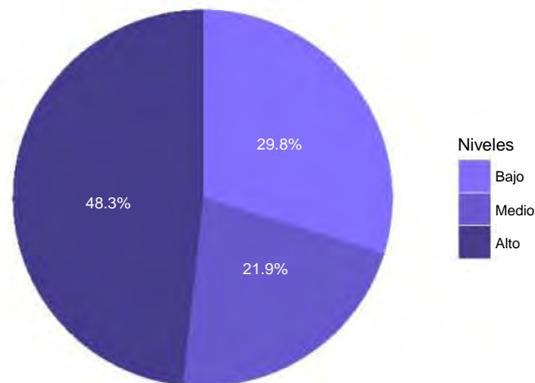


Figura 5.3: Niveles de Realización Personal.

Los resultados mostrados en la figura 5.3 coincidieron con los del artículo “Evaluación de la presencia del síndrome de Burnout en Cuidadores de Ancianos”, ello podría deberse a que el vínculo que existe entre el anciano y el cuidador tiene un impacto positivo en la percepción que tiene el cuidador con respecto a su sentido de realización personal.

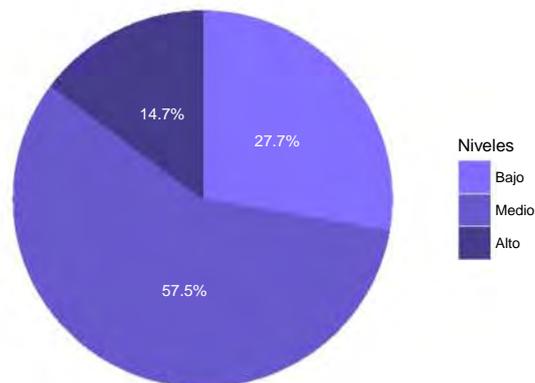


Figura 5.4: Niveles de síndrome de Burnout.

La mayoría de los cuidadores informales presentó síndrome de Burnout en nivel medio (figura 5.4). El cansancio emocional fue la dimensión que más favoreció la presencia del mismo, mientras que la realización personal y la despersonalización contaron en su mayoría con niveles que provocaron niveles bajos del síndrome.

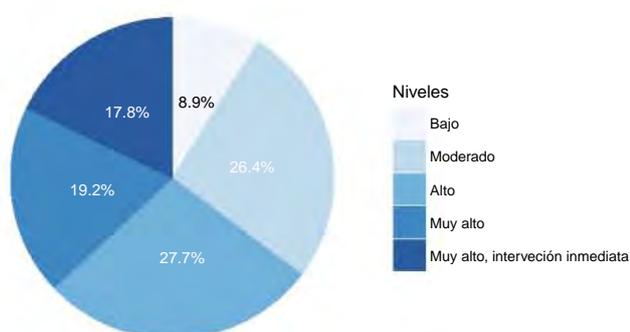


Figura 5.5: Niveles de riesgo cardiovascular.

Las categorías de la variable RCV son: Bajo, Moderado, Alto, Muy alto y Muy alto, intervención inmediata (Muy alto, ii.).

La mayor proporción de encuestados fueron clasificados en la categoría de riesgo cardiovascular alto (figura 5.5), seguidos por la proporción de encuestados que se ubicaron en el nivel moderado. La cantidad de cuidadores que presentaron riesgo cardiovascular en sus dos más altos niveles representa el 27% del total.

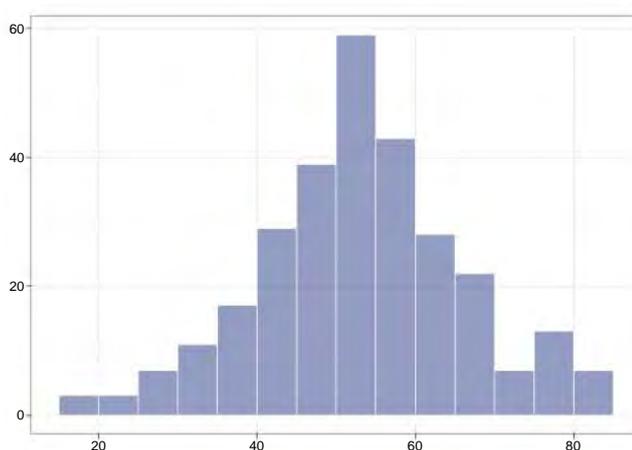


Figura 5.6: Histograma de la edad de los cuidadores informales de pacientes.

El rango de edad de los cuidadores informales fue desde los 14 hasta los 88 años cumplidos (figura 5.6). La mayoría reportó tener entre 40 y 60 años y el promedio fue de 54 años.

Dada la distinción por grupo de edad anteriormente mencionada, aproximadamente el 70 % de los encuestados se ubicaron en el grupo de edad menor a 59 años.

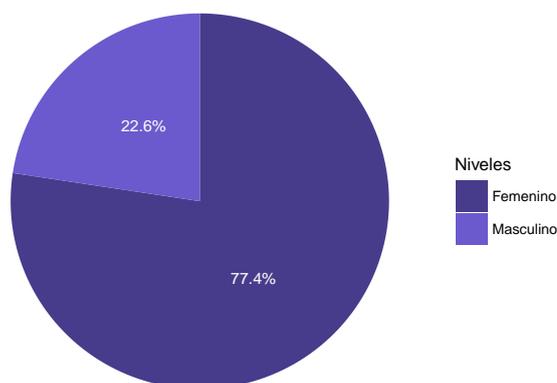


Figura 5.7: Sexo de los cuidadores informales de pacientes.

Aproximadamente el 78 % de los cuidadores informales reportaron ser de sexo femenino (figura 5.7).

5.1.1. Riesgo cardiovascular: factores de riesgo

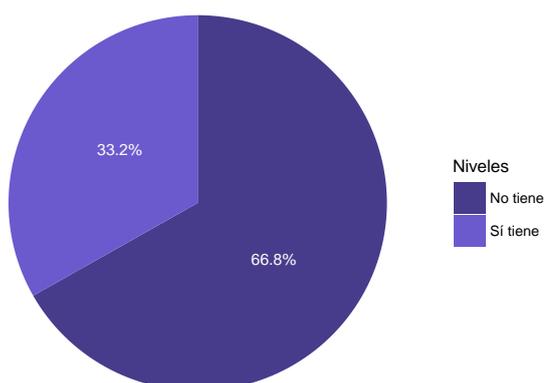


Figura 5.8: Hipertensión en los cuidadores informales de pacientes.

Aproximadamente la tercera parte de la población en estudio padecía problemas de presión arterial alta (figura 5.8).

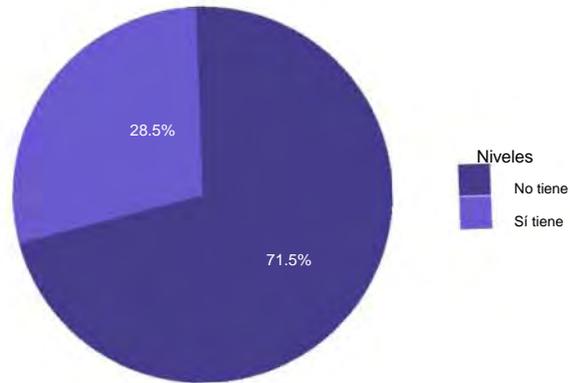


Figura 5.9: Niveles altos de colesterol en los cuidadores informales de pacientes.

Menos del 30% de los encuestados presentaron niveles de colesterol por encima de los niveles normales (figura 5.9).

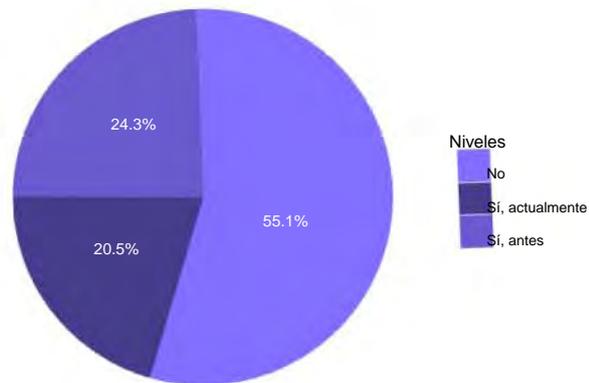


Figura 5.10: Consumo de tabaco en los cuidadores informales de pacientes.

La proporción de cuidadores que fumaba al momento de la aplicación del cuestionario era la menor (figura 5.10), seguida por la que reportó un consumo de tabaco suspendido. Más de la mitad contestaron no haber fumado nunca en su vida.

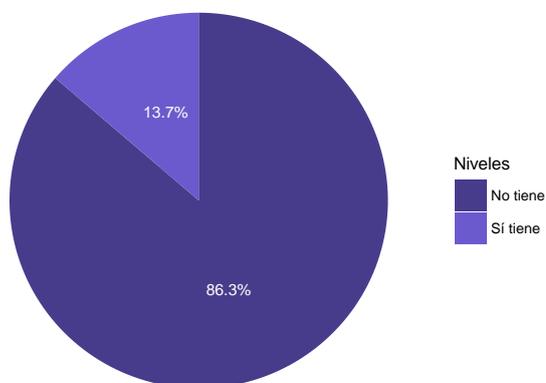


Figura 5.11: Diabetes en los cuidadores informales de pacientes.

Poco más del 10 % de la población reportó padecer diabetes (figura 5.11).

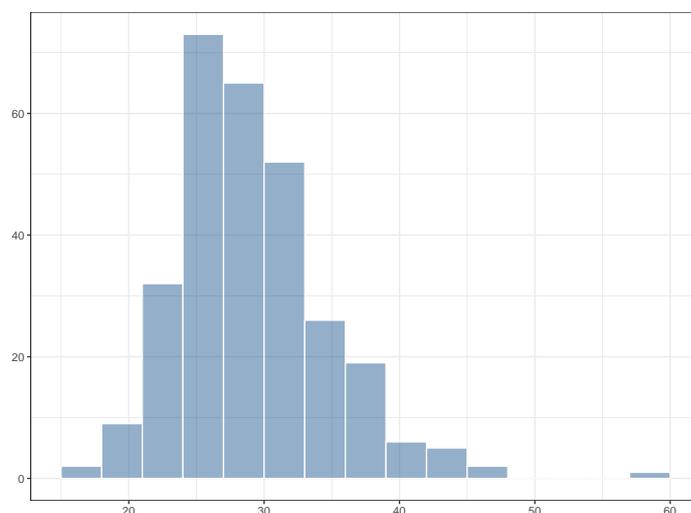


Figura 5.12: Histograma del Índice de Masa Corporal de los cuidadores informales de pacientes.

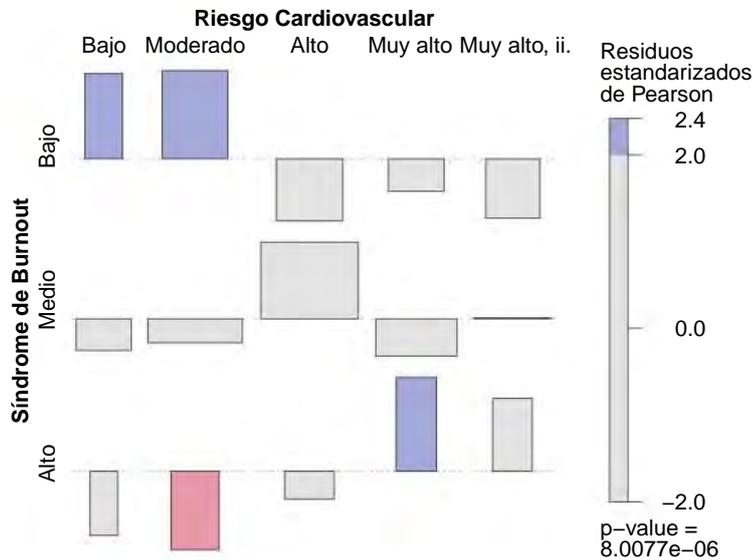
El Índice de Masa Corporal (IMC) de los cuidadores se ubicó en un rango de 17.58 a 57.14 unidades (figura 5.12), donde el valor máximo se mostró como un dato atípico. La mayoría de los encuestados presentó un IMC entre 25.47 y 32.17 unidades, mientras que el promedio fue de 29.15 unidades.

Según la clasificación del Índice de Masa Corporal dada por la Organización Mundial de la Salud, la mayoría de los encuestados presentaron valores del IMC que los ubicaron en

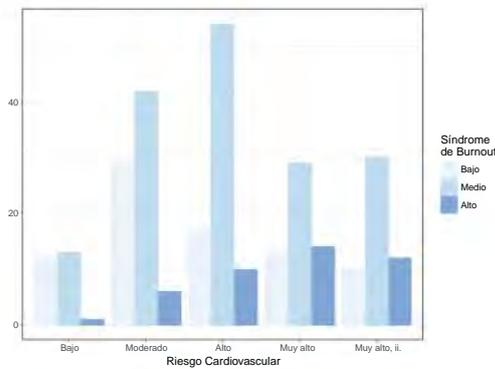
la clasificación de sobrepeso (40.06%), seguidos por aquellos que integraron el grupo de obesidad (38.35%), mientras que aproximadamente el 21% se ubicó en el grupo de peso normal y menos del 1%, en la categoría de peso bajo.

Cabe mencionar que según la Organización Mundial de la salud, el IMC proporciona la medida más útil del sobrepeso y la obesidad en la población, pues es la misma para ambos sexos y para los adultos de todas las edades. Sin embargo, hay que considerarla como un valor aproximado porque puede no corresponderse con el mismo nivel de grosor en diferentes personas.

5.1.2. Análisis descriptivo bivariado



a: Gráfica de mosaico



b: Gráfica de barras

Estadística	valor	p-value
χ^2	22.1047	0.0047
G^2	22.2772	0.0044
$T.Lineal$	16.1565	5.8e-5
γ	0.3062	0.00018

c: Pruebas de independencia y medidas de asociación

Figura 5.13: Análisis descriptivo de la relación entre el riesgo cardiovascular y el síndrome de Burnout. La gráfica de mosaico (a) exhibe los residuos estandarizados de Pearson. En la sección inferior izquierda (b) se muestran los conteos resultantes del cruce de las variables mediante una gráfica de barras. La tabla (c) presenta, de arriba hacia abajo, el resultado de las pruebas de independencia Ji-cuadrada y cociente de verosimilitudes, la prueba de tendencia lineal y la prueba para la medida de asociación γ (véase 2.16).

La figura 5.13 ilustra una serie de resultados que evidencian la no independencia entre el síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular.

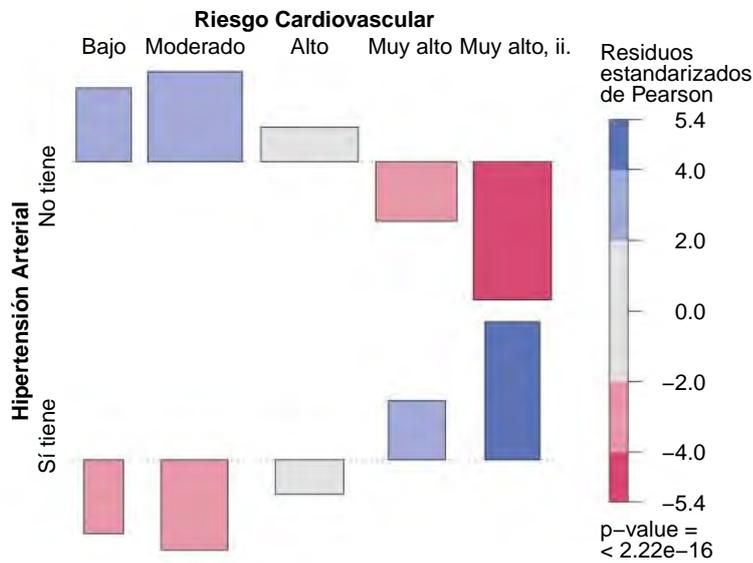
Las pruebas de independencia χ^2 y G^2 , que consideran a las variables como nominales, rechazan la independencia entre el SB y el RCV. Los residuos resultantes de la primera de

estas pruebas se ven representados gráficamente en (a) y muestran asociaciones positivas significativas entre el nivel bajo del síndrome y los niveles más bajos del RCV, así como asociación negativa entre el nivel alto de SB y el RCV moderado.

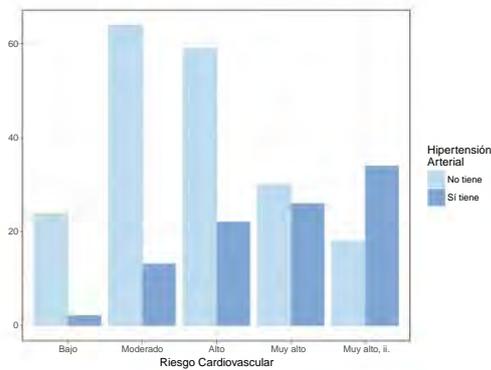
La prueba de tendencia lineal rechaza de manera contundente la independencia entre las variables y señala la existencia de una relación lineal entre éstas.

La prueba $\gamma = 0$ vs $\gamma \neq 0$ (véase 2.16) arroja la misma conclusión y además, la medida γ muestra que existe relación lineal moderada y positiva, es decir, a mayor nivel de síndrome de Burnout se espera que se presente un mayor nivel de Riesgo cardiovascular.

Lo anterior es apreciable en la gráfica de barras, donde la frecuencia de SB bajo va disminuyendo conforme aumenta el RCV, mientras que la frecuencia de SB alto aumenta conforme los niveles de RCV.



a: Gráfica de mosaico



b: Gráfica de barras

Estadística	valor	p-value
χ^2	48.0628	9.1574e-10
G^2	46.8966	1.6025e-09
<i>C.C</i>	0.3720	
<i>V.Cramer</i>	0.4008	

c: Pruebas de independencia y medidas de asociación

Figura 5.14: Análisis descriptivo de la relación entre el riesgo cardiovascular y la hipertensión arterial. La gráfica de mosaico (a) exhibe los residuos estandarizados de Pearson. En la sección inferior izquierda (b) se muestran los conteos resultantes del cruce de las variables mediante una gráfica de barras. La tabla (c) presenta, de arriba hacia abajo, el resultado de las pruebas de independencia Ji-cuadrada y cociente de verosimilitudes, el valor de Coeficiente de Contingencia y de la V de Cramer.

La figura 5.14 ilustra una serie de resultados que evidencian la no independencia entre la hipertensión arterial y el riesgo cardiovascular.

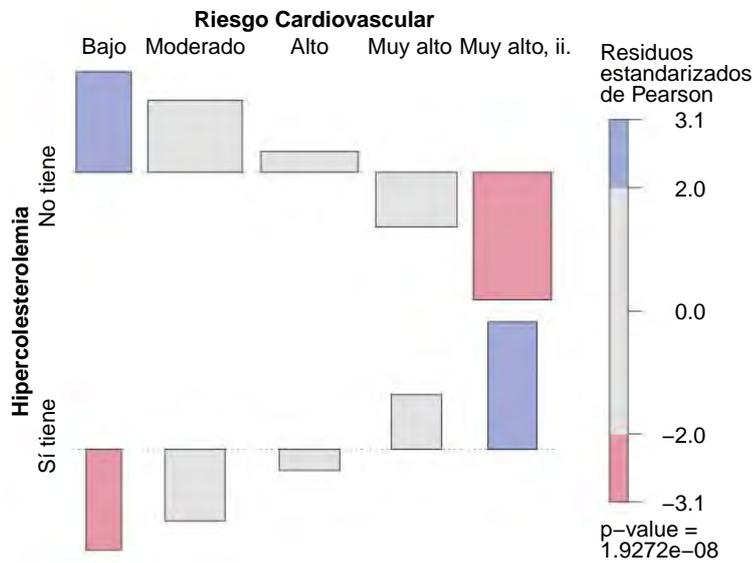
Las pruebas χ^2 y G^2 rechazan la independencia entre estas variables.

Los residuos resultantes de la prueba χ^2 se ven representados gráficamente en (a) y muestran, entre otras, asociaciones positivas significativas entre el padecimiento de hipertensión arterial y los niveles más altos del RCV, sobre todo en la categoría más alta (RCV muy alto, intervención inmediata) donde los residuos indican una mayor fuerza de asociación.

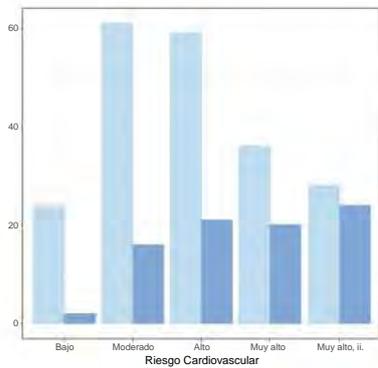
En dicha gráfica puede apreciarse que únicamente en los cruces con el nivel de RCV alto no hay residuos significativos, lo cual, puede ser una señal temprana de la no distinción entre dicha categoría y el resto.

El coeficiente de contingencia ($C.C$) y la V de Cramer indican que la fuerza de asociación entre estas variables es moderada.

Lo anterior es apreciable en (b), donde el comportamiento de las barras correspondientes al grupo que padece hipertensión arterial es contrario al de las barras que representan al grupo que no la padece.



a: Gráfica de mosaico



b: Gráfica de barras

Estadística	valor	p-value
χ^2	18.2514	0.0011
G^2	17.3505	0.0016
$C.C$	0.2372	
$V.Cramer$	0.2442	

c: Pruebas de independencia y medidas de asociación

Figura 5.15: Análisis descriptivo de la relación entre el riesgo cardiovascular y la hipercolesterolemia. La gráfica de mosaico (a) exhibe los residuos estandarizados de Pearson. En la sección inferior izquierda (b) se muestran los conteos resultantes del cruce de las variables mediante una gráfica de barras. La tabla (c) presenta, de arriba hacia abajo, el resultado de las pruebas de independencia Ji-cuadrada y cociente de verosimilitudes, el valor de Coeficiente de Contingencia y de la V de Cramer.

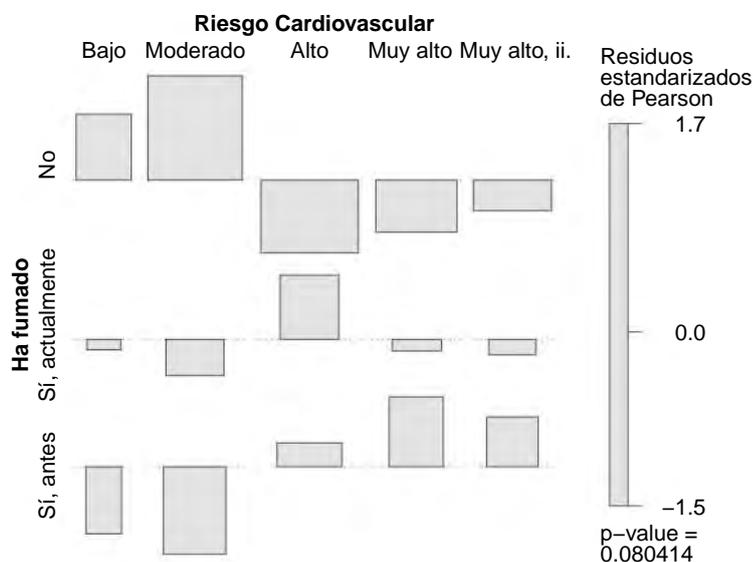
La figura 5.15 ilustra una serie de resultados que evidencian la no independencia entre la hipercolesterolemia y el riesgo cardiovascular.

Las pruebas χ^2 y G^2 rechazan la independencia entre estas variables.

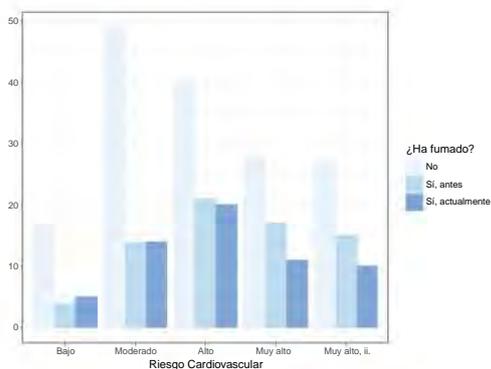
Los residuos resultantes de la prueba χ^2 se ven representados gráficamente en (a) y exhiben asociaciones positivas significativas entre el padecimiento de hipercolesterolemia y el nivel más alto del RCV, así como entre el nivel más bajo del RCV y el no padecimiento.

El coeficiente de contingencia ($C.C$) y la V de Cramer indican que la fuerza de asociación entre estas variables es relativamente débil.

Lo anterior es apreciable en (b), donde el comportamiento de las barras correspondientes al grupo que padece hipercolesterolemia es contrario al de las barras que representan al grupo que no la padece.



a: Gráfica de mosaico



b: Gráfica de barras

Estadística	valor	p-value
χ^2	6.8175	0.556439
G^2	6.7410	0.564821
$C.C$	0.1502	
$V.Cramer$	0.1074	

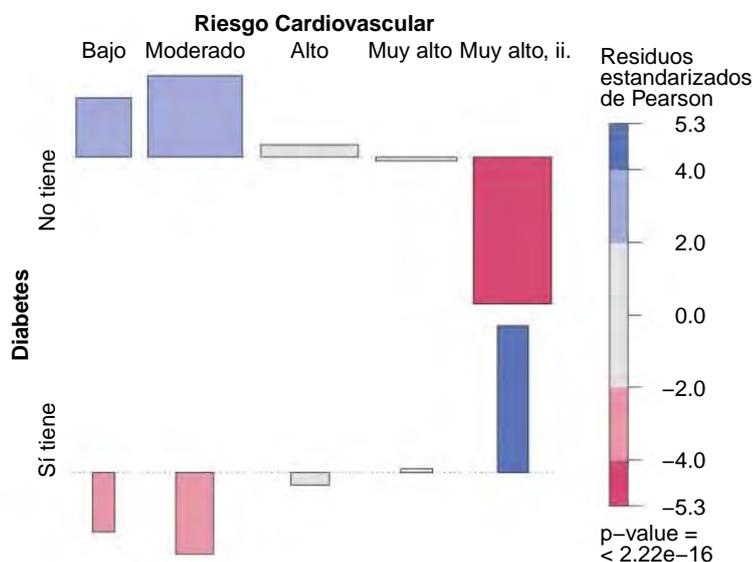
c: Pruebas de independencia y medidas de asociación

Figura 5.16: Análisis descriptivo de la relación entre el riesgo cardiovascular y el consumo de tabaco. La gráfica de mosaico (a) exhibe los residuos estandarizados de Pearson. En la sección inferior izquierda (b) se muestran los conteos resultantes del cruce de las variables mediante una gráfica de barras. La tabla (c) presenta, de arriba hacia abajo, el resultado de las pruebas de independencia Ji-cuadrada y cociente de verosimilitudes, el valor de Coeficiente de Contingencia y de la V de Cramer.

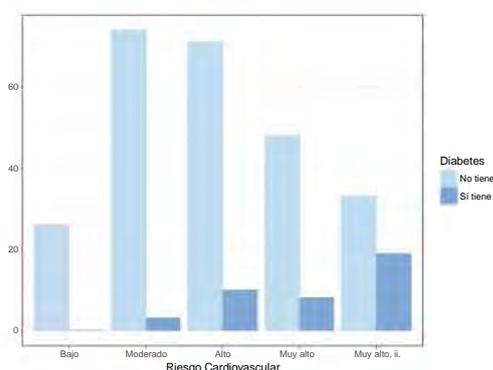
La figura 5.16 ilustra una serie de resultados que evidencian la independencia entre el consumo de tabaco y el riesgo cardiovascular.

Los resultados muestran que el riesgo cardiovascular no está relacionado con el consumo del tabaco a pesar de que éste sea considerado uno de los cuatro factores de riesgo clásicos.

No obstante, cabe recordar que el análisis de esta relación se está realizando de manera marginal, por lo tanto, es posible que al considerar la presencia de otros factores de riesgo dicha asociación presente un comportamiento diferente.



a: Gráfica de mosaico



b: Gráfica de barras

Estadística	valor	p-value
χ^2	33.1762	1.0993e-06
G^2	33.4726	9.5584e-07
<i>C.C</i>	0.3207	
<i>V.Cramer</i>	0.3386	

c: Pruebas de independencia y medidas de asociación

Figura 5.17: Análisis descriptivo de la relación entre el riesgo cardiovascular y la diabetes. La gráfica de mosaico (a) exhibe los residuos estandarizados de Pearson. En la sección inferior izquierda (b) se muestran los conteos resultantes del cruce de las variables mediante una gráfica de barras. La tabla (c) presenta, de arriba hacia abajo, el resultado de las pruebas de independencia Ji-cuadrada y cociente de verosimilitudes, el valor de Coeficiente de Contingencia y de la V de Cramer.

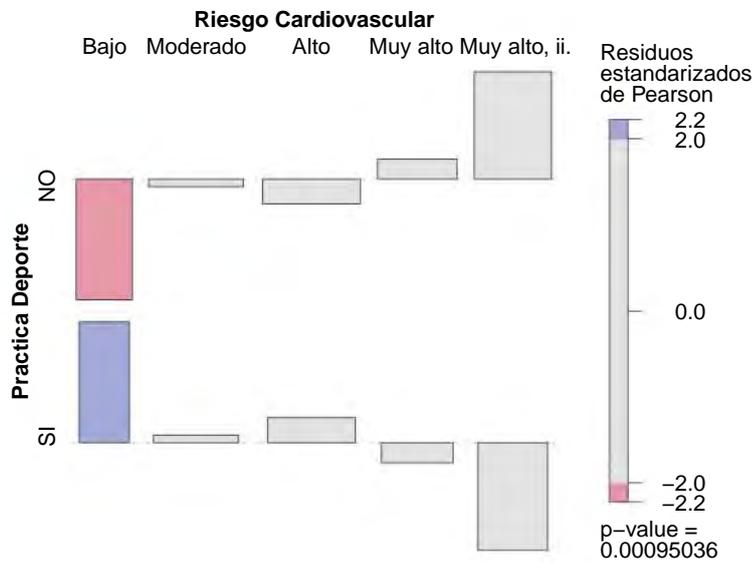
La figura 5.17 ilustra una serie de resultados que evidencian la no independencia entre la diabetes y el riesgo cardiovascular.

Las pruebas χ^2 y G^2 rechazan la independencia entre estas variables.

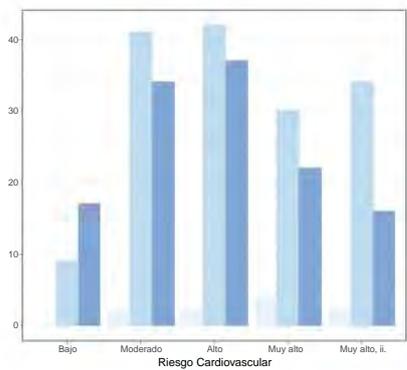
Los residuos resultantes de la prueba χ^2 se ven representados gráficamente en (a) y muestran asociaciones positivas significativas entre el no padecimiento de diabetes y los niveles más bajos de RCV, así como asociación positiva entre el nivel más alto del RCV y el padecimiento de diabetes, donde los residuos indican una mayor fuerza de asociación.

El coeficiente de contingencia ($C.C$) y la V de Cramer indican que la fuerza de asociación entre estas variables es moderada.

Lo anterior es apreciable en (b), donde el comportamiento de las barras correspondientes al grupo que tiene diabetes es contrario al de las barras que representan al grupo que no la tiene.



a: Gráfica de mosaico



b: Gráfica de barras

Estadística	valor	p-value
χ^2	8.1388	0.0866
G^2	8.0416	0.0901
$C.C$	0.1665	
$V.Cramer$	0.1689	

c: Pruebas de independencia y medidas de asociación

Figura 5.18: Análisis descriptivo de la relación entre el riesgo cardiovascular y la práctica de algún deporte. La gráfica de mosaico (a) exhibe los residuos estandarizados de Pearson. En la sección inferior izquierda (b) se muestran los conteos resultantes del cruce de las variables mediante una gráfica de barras. La tabla (c) presenta, de arriba hacia abajo, el resultado de las pruebas de independencia Ji-cuadrada y cociente de verosimilitudes, la prueba de tendencia lineal y la prueba para la medida de asociación γ (2.15).

La figura 5.18 ilustra una serie de resultados que evidencian la independencia entre la práctica de algún deporte y el riesgo cardiovascular.

Las pruebas χ^2 y G^2 no rechazan la independencia entre estas variables.

Los residuos resultantes de la prueba χ^2 se ven representados gráficamente en (a), dos de ellos resultaron significativos y muestran una asociación positiva entre la práctica de deporte y el nivel más bajo de RCV, además de una asociación negativa entre la falta de práctica de deporte y el el mismo nivel de RCV.

El coeficiente de contingencia ($C.C$) y la V de Cramer indican que la fuerza de asociación entre estas variables es débil.

Lo anterior es apreciable en (b), donde las barras correspondientes tanto al grupo que practica deporte como al que no, muestran un comportamiento similar en la mayoría de los niveles del RCV.

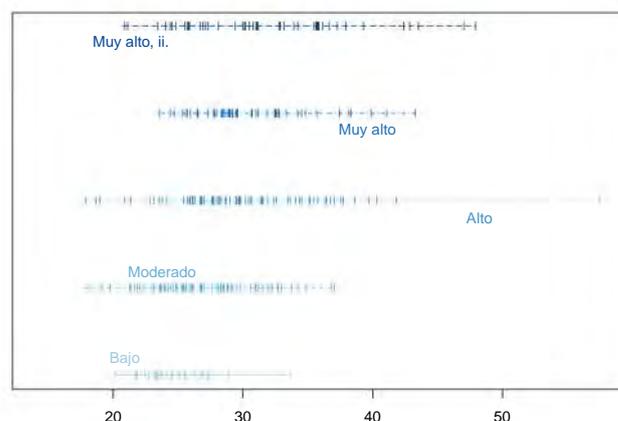


Figura 5.19: Comportamiento de los grupos de riesgo cardiovascular en el Índice de Masa Corporal. Las líneas horizontales representan cada nivel de RCV. Las marcas verticales corresponden a los valores del Índice de Masa Corporal de los sujetos en la muestra, ubicados en la línea del grupo de RCV al que pertenecen.

RCV	IMC promedio	Error estándar
Bajo	24.7522	0.5362
Moderado	26.8517	0.4570
Alto	30.0337	0.6516
Muy alto	30.7254	0.5772
Muy alto, ii	31.6820	0.9093

Tabla 5.1: Promedio del Índice de Masa Corporal por nivel de riesgo cardiovascular.

La figura 5.19 muestra una tendencia a presentar valores del Índice de Masa Corporal mayores en niveles más altos del RCV, con excepción del grupo que presentó riesgo cardiovascular “Muy alto, intervención inmediata”, cuyos valores para el IMC se ubicaron en un rango de aproximadamente 22 a 50 unidades.

Realizando el ajuste de un modelo de regresión ordinal con este índice como única variable explicativa (tabla 5.2) se muestra que, efectivamente, existe una relación positiva entre los valores del IMC que registraron los cuidadores informales y el nivel de RCV que presentaron.

Variable	Estimado	Error std.	Estadística	p -value
IMC	0.14188	0.02158	6.573	4.92e-11

Tabla 5.2: Resultado del ajuste del modelo de regresión ordinal simple para el riesgo cardiovascular con el Índice de Masa Corporal como variable explicativa.

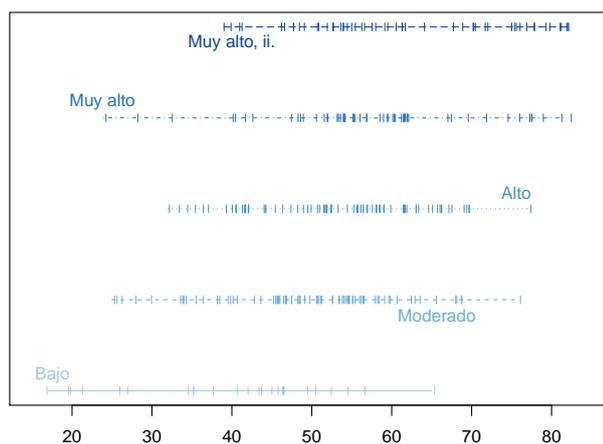


Figura 5.20: Comportamiento de los grupos de riesgo cardiovascular a lo largo de la edad. Las líneas horizontales representan cada nivel de RCV. Las marcas verticales corresponden a los valores de la edad de los sujetos en la muestra, ubicados en la línea del grupo de RCV al que pertenecen.

RCV	Edad promedio	Error estándar
Bajo	39.0769	2.6176
Moderado	49.5714	1.2276
Alto	53.8765	1.2826
Muy alto	58.2321	1.7352
Muy alto, ii	62.1538	1.7766

Tabla 5.3: Promedio de edad por nivel de riesgo cardiovascular.

La figura 5.20 muestra una tendencia a tener edades mayores en niveles más altos del RCV, con excepción del grupo que presentó riesgo cardiovascular “Muy alto” cuyas edades se ubicaron en un rango de aproximadamente de 25 a 80 años.

Realizando el ajuste de un modelo de regresión ordinal con la edad como única variable explicativa (tabla 5.4) se muestra que, efectivamente, existe una relación positiva entre los años cumplidos de los cuidadores informales y el nivel de RCV que presentaron.

Variable	Estimado	Error std.	Estadística	p -value
Edad	0.0696	0.0087	7.9944	1.3000e-15

Tabla 5.4: Resultado del ajuste del modelo de regresión ordinal simple para el riesgo cardiovascular con la edad como variable explicativa.

A lo largo del análisis descriptivo bivariado se encontraron asociaciones entre la mayoría de las variables presentadas con los niveles extremos de riesgo cardiovascular, ninguna de las variables categóricas mostró un residuo significativo en el cruce con la categoría “Alto” del RCV, mientras que la edad mostró un comportamiento atípico en el cruce con la categoría “Muy alto”, lo cual, puede ser un indicio de la posible no distinción de categorías en la variable respuesta para el modelo de regresión ordinal, especialmente en las categorías centrales del mismo.

5.2. Ajuste del modelo

El modelo de momios proporcionales ajustado fue

$$\log \left[\frac{\mathbb{P}(RCV \leq j)}{\mathbb{P}(RCV > j)} \right] = \alpha_j - \beta_{SB_m} SB_m - \beta_{SB_a} SB_a - \beta_{HA} HA - \beta_{T_a} T_a - \beta_{T_s} T_s - \beta_{DM} DM - \beta_{CA} CA - \beta_E E - \beta_{IMC} IMC \quad (5.1)$$

con $j = 1, \dots, 4$.

Parámetro	Valor Estimado
α_1	7.0180
α_2	9.4839
α_3	11.2570
α_4	12.6787
β_{SB_m}	0.5476
β_{SB_a}	1.2889
β_{HA}	0.6467
β_{T_a}	0.8691
β_{T_s}	0.6221
β_{DM}	0.8510
β_{CA}	0.6089
β_E	0.0719
β_{IMC}	0.1774

Tabla 5.5: Valores estimados de los parámetros del modelo de momios proporcionales.

Donde

- RCV : riesgo cardiovascular.
- SB_m : padecimiento del síndrome de Burnout a nivel medio.
- SB_a : padecimiento del síndrome de Burnout a nivel alto.
- HA : presencia de hipertensión arterial.
- T_a : consumo de tabaco actual.
- T_s : consumo de tabaco suspendido.
- DM : padecimiento de diabetes mellitus.
- CA : niveles altos de colesterol.
- E : edad en años cumplidos.
- IMC : Índice de Masa Corporal.

Los valores estimados de los parámetros del modelo (5.1) se presentan en la tabla 5.5.

5.2.1. Significancia del modelo

Los resultados de la prueba de significancia de los regresores con la estadística de Wald (véase anexo B) mostrados en la tabla 5.6 permiten concluir que todas las variables del modelo son estadísticamente significativas para explicar los niveles de riesgo cardiovascular.

Parámetro	Estimado	Error std.	Estadística	p -value
α_1	7.0181	1.0007	7.0135	2.3242e-12
α_2	9.4839	1.0714	8.8520	8.5970e-19
α_3	11.2570	1.1300	9.9617	2.2420e-23
α_4	12.6787	1.1656	10.8772	1.4804e-27
β_{SB_m}	0.5476	0.2598	2.1076	3.5063e-02
β_{SB_a}	1.2889	0.3688	3.4950	4.7413e-04
β_{ha}	0.6467	0.2636	2.4535	1.4147e-02
β_{T_a}	0.8691	0.2908	2.9883	2.8056e-03
β_{T_s}	0.6221	0.2759	2.2551	2.4124e-02
β_{dm}	0.8510	0.3611	2.3571	1.8420e-02
β_{ca}	0.6089	0.2572	2.3674	1.7915e-02
β_e	0.0719	0.0105	6.8129	9.5645e-12
β_{imc}	0.1774	0.0251	7.0763	1.4809e-12

Tabla 5.6: Prueba de significancia de los regresores del modelo con la estadística de Wald, controlando el resto de las variables explicativas.

	Controlando		Ignorando	
	Estadística	p -value	Estadística	p -value
Síndrome de Burnout	12.6528	0.0018	17.5797	0.0002
Hipertensión Arterial	6.0735	0.0137	47.5409	5.387e-12
Consumo de Tabaco	11.2993	0.0035	4.4630	0.1074
Diabetes Mellitus	5.6897	0.0171	29.6865	5.0790e-08
Colesterol Alto	5.6465	0.0175	16.8795	3.983e-05
Edad	49.9991	1.538e-12	68.8426	< 2.2000e-16
Índice de Masa Corporal	57.3768	3.598e-14	42.0511	7.391e-10

Tabla 5.7: Prueba de significancia de los regresores del modelo, a través del cociente de verosimilitudes. Del lado izquierdo se muestra el resultado de dicha prueba controlando el resto de las variables explicativas mientras que de lado derecho, el resultado de la prueba ignorando el resto de las mismas.

La misma conclusión se obtiene de la prueba de significancia realizada con el cociente de verosimilitudes (véase anexo B), cuyos resultados se muestran en la tabla 5.7.

Parámetro	Límite inferior	Límite superior
α_1	5.0568	8.9793
α_2	7.3840	11.5837
α_3	9.0422	13.4718
α_4	10.3941	14.9633
β_{SB_m}	0.0384	1.0569
β_{SB_a}	0.5661	2.0118
β_{ha}	0.1301	1.1633
β_{T_a}	0.2991	1.4391
β_{T_s}	0.0814	1.1628
β_{dm}	0.1434	1.5587
β_{ca}	0.1048	1.1130
β_e	0.0512	0.0925
β_{imc}	0.1283	0.2265

Tabla 5.8: Intervalos de confianza de Wald al 95 % para los valores estimados de los regresores del modelo de momios proporcionales ajustado.

La prueba de significancia ignorando el resto de las variables (tabla 5.7), muestra que el efecto del tabaco en el riesgo cardiovascular no es marginal, es decir, existe una relación entre el nivel de riesgo cardiovascular y el consumo del tabaco ante la presencia del resto de los factores de riesgo considerados en el modelo.

Estas pruebas no son de interés para los valores estimados de los umbrales debido a que la hipótesis no proporciona información relevante para el modelo; no obstante, los intervalos de confianza para las α_j (tabla 5.8) muestran que no existe una clara discriminación entre las categorías del riesgo cardiovascular, sobre todo en los puntos de corte que distinguen las categorías “Alto” y “Muy alto”.

5.2.2. Evaluación del modelo

Verificación del supuesto de momios proporcionales

Para verificar este supuesto se realizaron siete pruebas de diferencia de devianzas.

En dichas pruebas se comparó la devianza del modelo que asume este supuesto, es decir, del modelo que considera la existencia de un sólo parámetro asociado a la variable explicativa de interés y el modelo que no asume dicho supuesto, o bien, que considera la existencia de $J - 1 = 4$ parámetros asociados a la variable de interés.

De esta manera la prueba de hipótesis puede traducirse en:

H_0 : La variable explicativa cumple el supuesto de momios proporcionales.

vs

H_a : La variable explicativa no cumple el supuesto de momios proporcionales.

Se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla 5.9, los cuales exhiben que todas las variables explicativas cumplen el supuesto de momios proporcionales.

Variable	<i>p</i> -value
Síndrome de Burnout	0.3357
Hipertensión Arterial	0.9575
Consumo de Tabaco	0.9171
Diabetes Mellitus	0.5219
Colesterol Alto	0.8972
Edad	0.4828
Índice de Masa Corporal	0.1171

Tabla 5.9: Verificación del supuesto de momios proporcionales para el modelo de momios proporcionales ajustado.

Bondad de ajuste

Prueba	Estadística	Gl	<i>p</i> -value
Lipsitz	10.1530	9	0.3383

Tabla 5.10: Pruebas de bondad de ajuste para el modelo de momios proporcionales ajustado.¹

Los resultados de las pruebas de bondad de ajuste mostrados en la tabla 5.10 permiten concluir que el modelo ajustado fue el adecuado, recordando que dichas pruebas son capaces de detectar diferentes tipos de falta de ajuste como la omisión de términos cuadráticos

¹Las pruebas de Pulkstenis-Robinson y Fagerland-Hosmer fueron implementadas pero no se presentaron debido a que arrojaron advertencias sobre la presencia de valores esperados menores a 1. No obstante, los *p*-values resultantes en estas pruebas excedieron al valor 0.05, lo que permitiría concluir que el modelo tiene un ajuste adecuado.

RCV	Gl	Residuos de Pearson		Residuos de Devianza	
		Estadística	<i>p</i> -value	Estadística	<i>p</i> -value
Bajo-Alto	97	58.8687	0.9992	50.3319	0.9999
Moderado-Alto	148	154.3896	0.3428	174.2731	0.0689
Muy alto-Alto	127	135.4570	0.2874	168.8326	0.0077
Muy alto,ii-Alto	123	130.7277	0.2997	140.7915	0.1301

Tabla 5.11: Prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada para regresiones logísticas separadas calculada con los residuos de Pearson y los residuos de Devianza.

RCV	Devianza			Hosmer-Lemeshow		
	Estadística	Gl	<i>p</i> -value	Estadística	Gl	<i>p</i> -value
Bajo-Alto	50.3319	96	1.0000	5.5882	8	0.6933
Monderado-Alto	174.2731	147	0.0618	15.3806	8	0.0522
Muy Alto-Alto	168.8326	126	0.0065	13.9698	8	0.0826
Muy Alto ii-Alto	140.7916	122	0.1173	6.0872	8	0.6375

Tabla 5.12: Pruebas de bondad de ajuste: devianza y estadística de Hosmer-Lemeshow para regresiones logísticas separadas.

o interacciones, violación al supuesto de momios proporcionales y el no ordenamiento de la variable respuesta.

Como lo recomiendan Hosmer y Lemeshow, las pruebas de bondad de ajuste también se realizaron a través de cuatro regresiones logísticas separadas comparando las categorías del riesgo cardiovascular. Se consideró el nivel “Alto” como categoría basal debido a que es la que cuenta con la mayor cantidad de conteos.

La tabla 5.11 presenta incongruencias entre los resultados que se obtienen al considerar los residuos de Pearson y los residuos de devianza en la regresión logística que compara los niveles de riesgo cardiovascular “Alto” y “Muy alto”. Esto se debe a que el modelo tiene un regresor continuo: el IMC, motivo por el cual se tiene que la cantidad de patrones de covariables es muy cercana al tamaño de la muestra.

En la tabla 5.12 se muestran los resultados de las pruebas de bondad de ajuste que no dependen de la cantidad de patrones de covariables.

Las pruebas realizadas a partir de la distribución de la devianza de los modelos ajustados, arrojan en tres de las cuatro regresiones logísticas la misma conclusión: el modelo ajusta adecuadamente a los datos. No obstante, dicha prueba no permite obtener la misma conclusión para la regresión logística que compara los niveles de RCV “Muy alto” y “Alto”.

En otras palabras, el modelo ajustado no es capaz de explicar la misma información que el modelo saturado, esto puede deberse a la existencia de otros factores no presentes en el modelo que explican la distinción entre dichas categorías.

Por otro lado, la prueba realizada a través de la estadística de Hosmer-Lemeshow, cu-

Los resultados se muestran en la tabla 5.12, indica que la bondad de ajuste de todas las regresiones logísticas realizadas es adecuada, sobre todo, en aquellas que comparan las categorías extremas del RCV con la categoría “Alto”.

En conclusión, el modelo de regresión ordinal presenta un adecuado ajuste a los datos, aunque muestra dificultades para explicar las categorías “Alto” y “Muy alto”.

Poder predictivo

RCV	Sensibilidad	Especificidad
Bajo-Alto	0.9500	0.8077
Moderado-Alto	0.7375	0.7532
Muy alto-Alto	0.7875	0.4643
Muy alto,ii-Alto	0.8625	0.5385

Tabla 5.13: Evaluación del poder predictivo del modelo.

Las sensibilidades y especificidades fueron calculadas considerando al valor 0.50 como el punto de corte de las probabilidades estimadas por los modelos de regresión logística.

Los resultados expuestos en la tabla 5.13 muestran que la mayoría de las sensibilidades y especificidades tomaron valores por arriba del 70 %.

El resultado de las regresiones logísticas que comparan las categorías “Alto”-“Muy alto” y “Alto”-“Muy alto, intervención inmediata” presentaron sensibilidades por arriba del 75 %, las especificidades se colocaron en valores cercanos al 50 %.

Ello demuestra que el modelo es capaz de predecir adecuadamente a un individuo que presenta niveles de RCV por debajo del nivel “Muy Alto” pero tiene dificultades para distinguir, sobre todo, las categorías de RCV “Alto” y “Muy alto”.

Diagnóstico

La tabla A.1 muestra las características de los sujetos que presentaron valores relevantes en la gráfica A.1 (véase anexo A) que combina varias medidas de influencia, en especial, aquellos que se ubicaron por fuera de las bandas de los residuos estudentizados en las cuatro regresiones logísticas realizadas.

En la primera regresión, la cual, compara las categorías del RCV bajo y alto, es posible apreciar que los encuestados con $ID_{sub-base}$ ² 80 y 132 presentaron algunos factores de riesgo tales como consumo de tabaco actual, colesterol alto u obesidad que les proporcionaron

²Para realizar las regresiones logísticas mencionadas se construyeron cuatro bases de datos que incluyeron a los sujetos con valores de RCV según correspondiera. Los valores de la variable que los identifica en la base de datos principal (ID) difieren de los valores que los identifican en cada una de las cuatro bases construidas. Por lo tanto, se denominó a la variable con esta nueva numeración $ID_{sub-base}$.

probabilidades por arriba de 0.5 de presentar RCV alto, no obstante, registraron un RCV bajo.

El sujeto con ID 160 presentó residuos estudentizados que lo situaron por fuera de las bandas en la primera y segunda regresión, ello debido a que su probabilidad de presentar RCV alto tomó valores por debajo del 0.5 en ambas regresiones. A pesar de que únicamente presentó dos factores de riesgo del RCV, registró un RCV de nivel Alto.

En la tercera y cuarta regresión se destacó al encuestado con ID 75 debido a que fue el más influyente pues tomó el mayor valor en la distancia de Cook. También presentó el mayor valor en la palanca debido a que registró el valor máximo de Índice de Masa Corporal. No obstante, en ambas regresiones tuvo un ajuste correcto, motivo por el cual no salió de las bandas de los residuos estudentizados. Ambas regresiones le adjudicaron una probabilidad de presentar RCV nivel alto mayor a 0.5.

En resumen, el modelo presentó dificultades en el ajuste de la categoría de RCV bajo, lo cual puede deberse a la baja frecuencia de encuestados que se ubicaron en este grupo. También presentó dificultades en la categoría de RCV moderado debido a la presencia de sujetos con comportamientos atípicos (ID 23 y 139), mientras que el encuestado con ID 160 sugiere la existencia de un efecto no lineal del IMC pues presentó un RCV Alto pese a que registró el menor IMC, el cual, está catalogado en su versión categorizada como “peso bajo”.

5.2.3. Interpretación del modelo

A continuación se presentarán las interpretaciones de los parámetros estimados por el modelo, cabe recordar que como se mencionó en el capítulo 3, las interpretaciones en un modelo múltiple deben de ir acompañadas por la frase “manteniendo constantes el resto de las variables”. No obstante, dicha oración será omitida para evitar su constante repetición.

Síndrome de Burnout

El valor estimado para el coeficiente del Síndrome de Burnout medio fue de 0.5476, que se interpreta de la siguiente manera:

“El momio de presentar un nivel de RCV menor o igual a j versus presentar un nivel de RCV mayor a j es $1/exp(-0.5476) = 1.7291$ veces mayor para quien presenta nivel de síndrome de Burnout bajo en comparación con quien presenta un nivel medio”.

Mientras que el valor estimado para el regresor del síndrome de Burnout alto fue de 1.2889, con lo cual se tiene que:

“El momio de presentar un nivel de RCV menor o igual a j versus presentar un nivel de RCV mayor a j es $1/exp(-1.2889) = 3.6288$ veces mayor para quien presenta nivel de síndrome de Burnout bajo en comparación con quien presenta un nivel alto”.

Las probabilidades estimadas de presentar el nivel j de RCV dados los niveles de síndrome de Burnout, se presentan en la tabla 5.14 y se despliegan de forma gráfica en la figura 5.21.

Es posible apreciar que las probabilidades de presentar niveles bajos de RCV decrecen conforme aumenta el nivel de SB, mientras que las probabilidades estimadas de presentar los niveles más altos de RCV crecen conforme aumenta el nivel de síndrome de Burnout.

Síndrome de Burnout	Riesgo Cardiovascular				
	Bajo	Moderado	Alto	Muy alto	Muy alto,ii.
Bajo	0.0548	0.3508	0.3952	0.1426	0.0567
Medio	0.0324	0.2505	0.4162	0.2068	0.0941
Alto	0.0157	0.1425	0.3672	0.2956	0.1790

Tabla 5.14: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado los niveles de síndrome de Burnout.

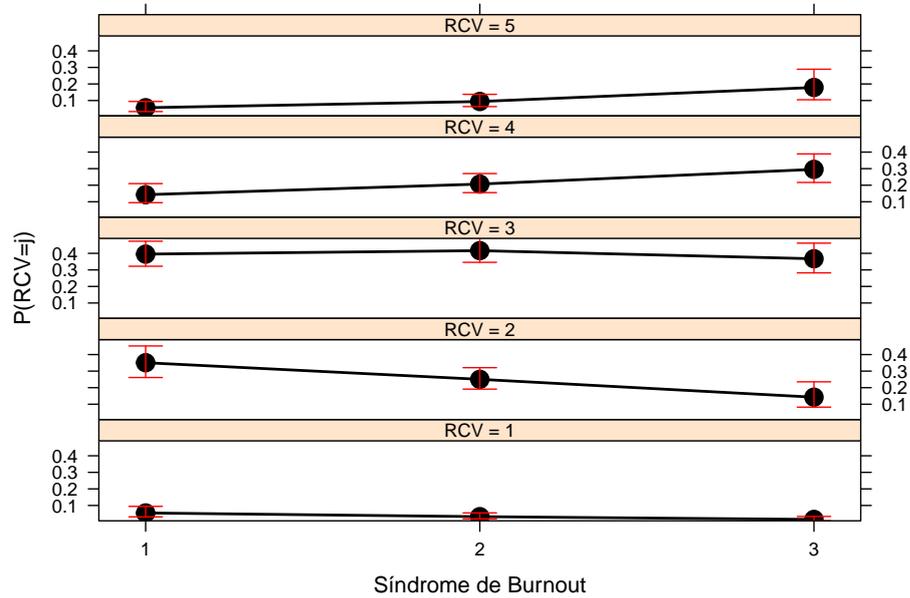


Figura 5.21: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado los niveles de síndrome de Burnout (1: Bajo, 2: Medio, 3: Alto)

Hipertensión Arterial

El valor estimado para el coeficiente asociado a la variable de hipertensión arterial fue de 0.6467, que se interpreta de la siguiente manera:

“El momio de presentar un nivel de RCV menor o igual a j versus presentar un nivel de RCV mayor a j es $1/exp(-0.6467) = 1.9092$ veces mayor para quien no padece hipertensión arterial en comparación con quien la padece”.

Las probabilidades estimadas de presentar el nivel j de RCV dada la presencia o ausencia de la hipertensión arterial, se presentan en la tabla 5.15 y se despliegan de forma gráfica en la figura 5.22.

Es posible apreciar que las probabilidades de presentar niveles bajos de RCV son menores ante la presencia de la hipertensión, mientras que las probabilidades estimadas de presentar los niveles más altos de RCV son mayores.

Hipertensión Arterial	Riesgo Cardiovascular				
	Bajo	Moderado	Alto	Muy alto	Muy alto,ii.
No tiene	0.0416	0.2964	0.4124	0.1753	0.0743
Sí tiene	0.0222	0.1887	0.4006	0.2555	0.1329

Tabla 5.15: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado la ausencia o presencia de la hipertensión arterial.

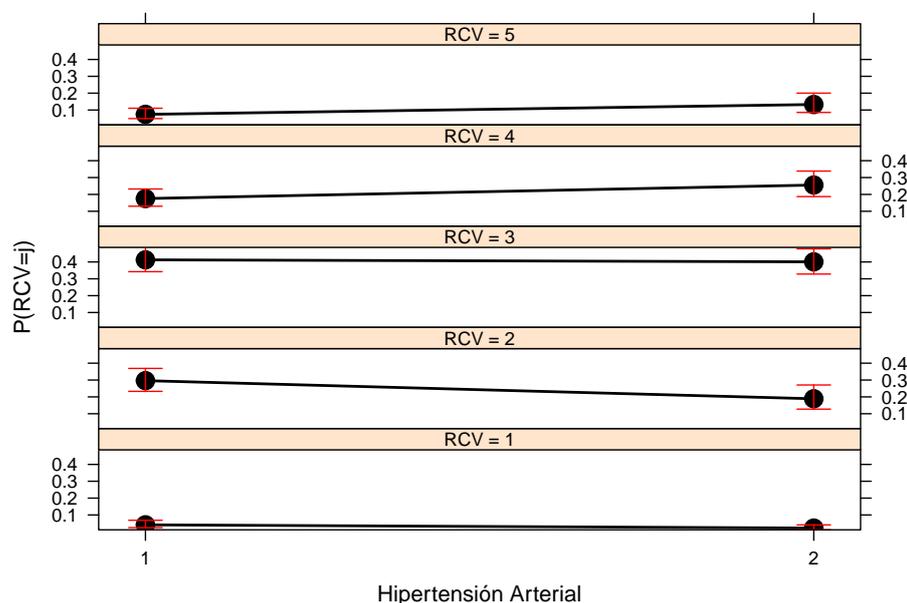


Figura 5.22: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado la ausencia (1) o presencia (2) de la hipertensión arterial.

Consumo de tabaco

El valor estimado para el coeficiente asociado al consumo actual de tabaco fue de 0.8691, que se interpreta de la siguiente manera:

“El momio de presentar un nivel de RCV menor o igual a j versus presentar un nivel de RCV mayor a j es $1/\exp(-0.8691) = 2.3848$ veces mayor para quien no ha consumido tabaco en comparación con quien lo consume”.

Mientras que el valor estimado para el regresor del consumo de tabaco suspendido fue de 0.6221, con lo cual se tiene que:

“El momio de presentar un nivel de RCV menor o igual a j versus presentar un nivel de RCV mayor a j es $1/\exp(-0.6221) = 1.8628$ veces mayor para quien no ha consumido tabaco en comparación con quien lo consumía antes y actualmente no”.

Las probabilidades estimadas de presentar el nivel j de RCV dado el consumo de tabaco, se presentan en la tabla 5.16 y se despliegan de forma gráfica en la figura 5.23.

Es posible apreciar que las probabilidades de presentar niveles bajos de RCV son mayores ante el no consumo del tabaco, mientras que las probabilidades estimadas de presentar los niveles más altos de RCV son menores.

Las probabilidades estimadas para el consumo suspendido son mayores que las del consumo

actual en los niveles bajos del RCV y son menores en los niveles altos del RCV.

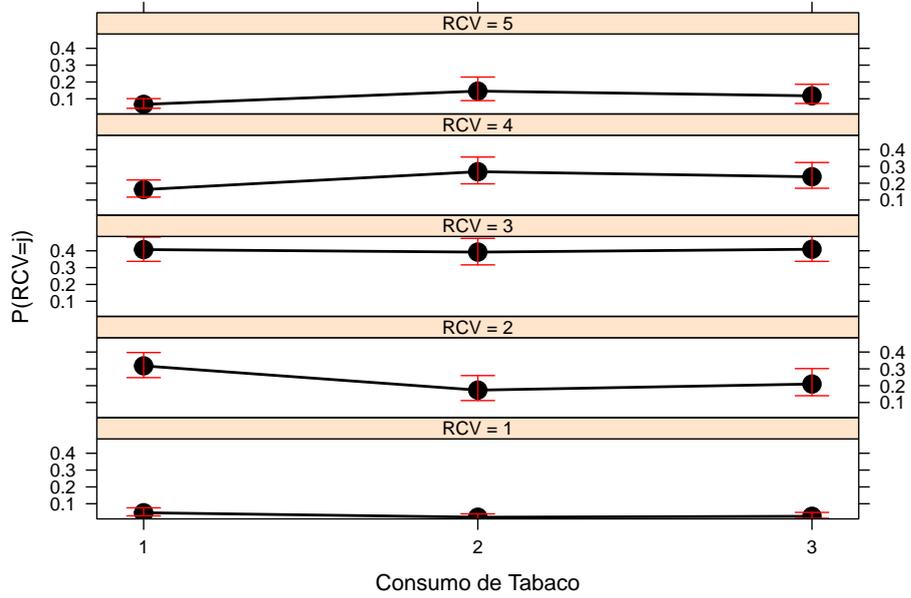


Figura 5.23: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado el consumo de tabaco (1:No, 2:Actual, 3:Suspendido).

Consumo de Tabaco	Riesgo Cardiovascular				
	Bajo	Moderado	Alto	Muy alto	Muy alto,ii.
No	0.0464	0.3177	0.4072	0.1619	0.0668
Actual	0.0199	0.1736	0.3921	0.2685	0.1458
Suspendido	0.0254	0.2097	0.4090	0.2382	0.1176

Tabla 5.16: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado el consumo de tabaco.

Diabetes

El valor estimado para el coeficiente asociado al padecimiento de diabetes fue de 0.8510, que se interpreta de la siguiente manera:

“El momio de presentar un nivel de RCV menor o igual a j versus presentar un nivel de RCV mayor a j es $1/\exp(-0.8510) = 2.3420$ veces mayor para quien no padece diabetes en comparación con quien la padece”.

Las probabilidades estimadas de presentar el nivel j de RCV dado la presencia o ausencia de diabetes, se presentan en la tabla 5.17 y se despliegan de forma gráfica en la figura 5.24.

Es posible apreciar que las probabilidades de presentar niveles bajos de RCV son menores ante la presencia de diabetes, mientras que las probabilidades estimadas de presentar los niveles más altos de RCV son mayores.

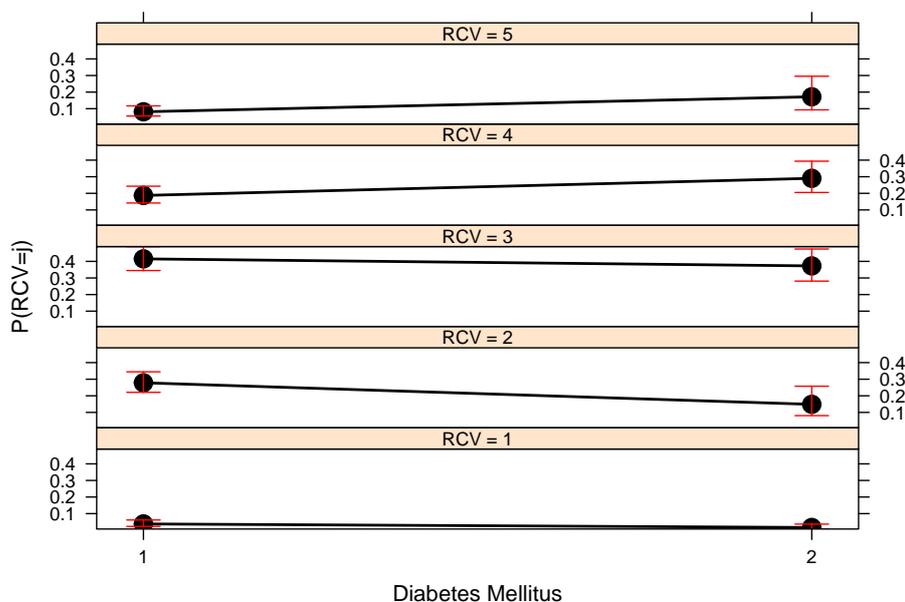


Figura 5.24: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado la ausencia (1) o presencia (2) de diabetes mellitus.

Diabetes Mellitus	Riesgo Cardiovascular				
	Bajo	Moderado	Alto	Muy alto	Muy alto,ii.
No tiene	0.0378	0.2785	0.4152	0.1871	0.0814
Sí tiene	0.0165	0.1484	0.3728	0.2905	0.1718

Tabla 5.17: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado la ausencia o presencia de diabetes mellitus.

Hipercolesterolemia

El valor estimado para el coeficiente asociado al nivel de colesterol alto fue de 0.6089, que se interpreta de la siguiente manera:

“El momio de presentar un nivel de RCV menor o igual a j versus presentar un nivel de RCV mayor a j es $1/exp(-0.6089) = 1.8384$ veces mayor para quien no presenta niveles altos de colesterol en comparación con quien sí los presenta”.

Las probabilidades estimadas de tener el nivel j de RCV dado los niveles de colesterol, se presentan en la tabla 5.18 y se despliegan de forma gráfica en la figura 5.25.

Es posible apreciar que las probabilidades de presentar niveles bajos de RCV son menores ante la presencia de niveles altos de colesterol, mientras que las probabilidades estimadas de presentar los niveles más altos de RCV son mayores.

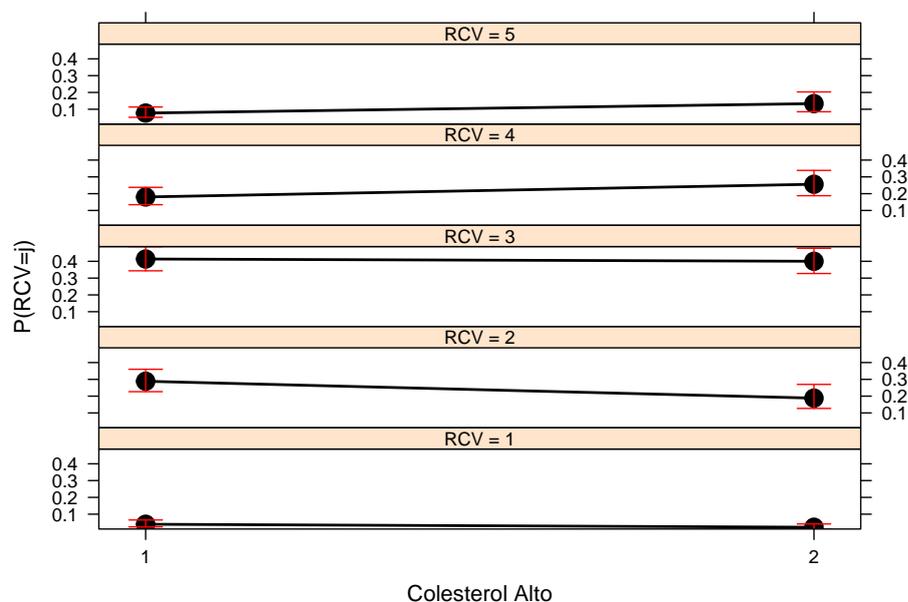


Figura 5.25: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado la ausencia (1) o presencia (2) de niveles altos de colesterol.

Niveles altos de colesterol	Riesgo Cardiovascular				
	Bajo	Moderado	Alto	Muy alto	Muy alto,ii.
No tiene	0.0399	0.2887	0.4138	0.1803	0.0772
Sí tiene	0.0221	0.1882	0.4003	0.2560	0.1333

Tabla 5.18: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado la ausencia o de niveles altos de colesterol.

Edad

El valor estimado para el coeficiente asociado a la edad fue de 0.0719, que se interpreta de la siguiente manera:

“El momio de presentar un nivel de RCV menor o igual a j versus presentar un nivel de RCV mayor a j es $1/\exp(-0.0719) = 1.0745$ veces mayor para quien tiene x años de vida en comparación con quien tiene $x + 1$ años.”

Las probabilidades estimadas de tener el nivel j de RCV dada la edad, se presentan en la tabla 5.19 y se despliegan de forma gráfica en la figura 5.26.

Es posible apreciar que las probabilidades de presentar niveles bajos de RCV son mayores para las edades más jóvenes, mientras que las probabilidades estimadas de presentar los niveles más altos de RCV aumentan conforme lo hace la edad.

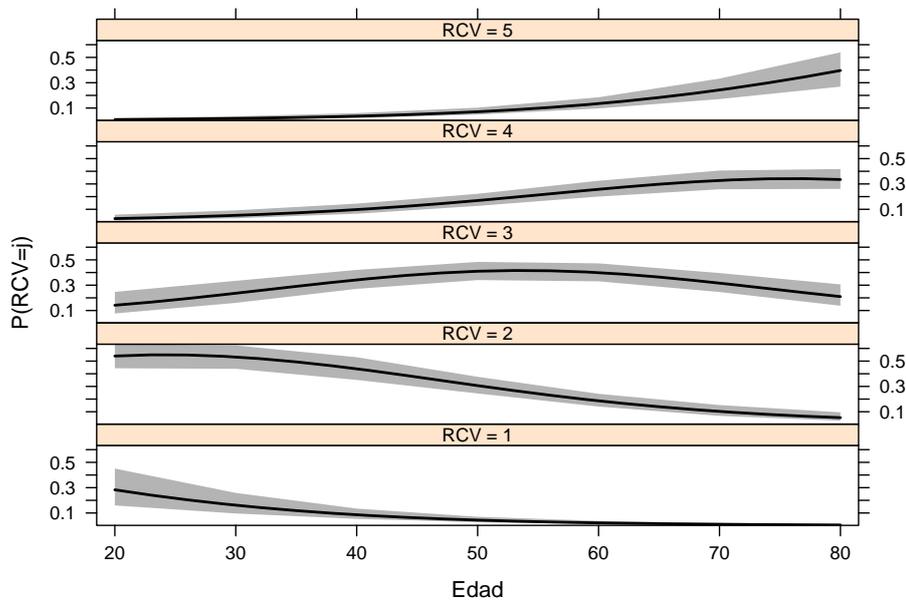


Figura 5.26: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado la edad en años cumplidos.

Edad	Riesgo Cardiovascular				
	Bajo	Moderado	Alto	Muy alto	Muy alto,ii.
20 años	0.2831	0.5399	0.1418	0.0265	0.0087
30 años	0.1614	0.5324	0.2365	0.0519	0.0178
40 años	0.0858	0.4391	0.3419	0.0975	0.0358
50 años	0.0437	0.3062	0.4102	0.1690	0.0707
60 años	0.0218	0.1861	0.3993	0.2578	0.1350
70 años	0.0107	0.1027	0.3163	0.3277	0.2426
80 años	0.0053	0.0534	0.2099	0.3349	0.3965

Tabla 5.19: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado la edad en años cumplidos.

Índice de Masa Corporal

El valor estimado para el coeficiente asociado al Índice de Masa Corporal fue de 0.1774, que se interpreta de la siguiente manera:

“El momio de presentar un nivel de RCV menor o igual a j versus presentar un nivel de RCV mayor a j es $1/\exp(-0.0719) = 1.1941$ veces mayor para quien tiene un valor x de IMC en comparación con quien tiene un valor $x + 1$.”

Las probabilidades estimadas de tener el nivel j de RCV dado el IMC, se presentan en la tabla 5.20 y se despliegan de forma gráfica en la figura 5.27.

Es posible apreciar que las probabilidades de presentar niveles bajos de RCV son mayores para los valores más bajos de IMC, mientras que las probabilidades estimadas de presentar los niveles más altos de RCV aumentan conforme lo hace el IMC, con excepción del nivel de RCV “muy alto” que presenta una tendencia decreciente en los valores más altos de IMC.

Índice de Masa Corporal	Riesgo Cardiovascular				
	Bajo	Moderado	Alto	Muy alto	Muy alto,ii.
20 unidades	0.1506	0.5255	0.2487	0.0560	0.0192
30 unidades	0.0292	0.2323	0.4144	0.2204	0.1037
40 unidades	0.0051	0.0516	0.2047	0.3332	0.4054
50 unidades	0.0009	0.0092	0.0465	0.1426	0.8008

Tabla 5.20: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado el Índice de Masa Corporal.

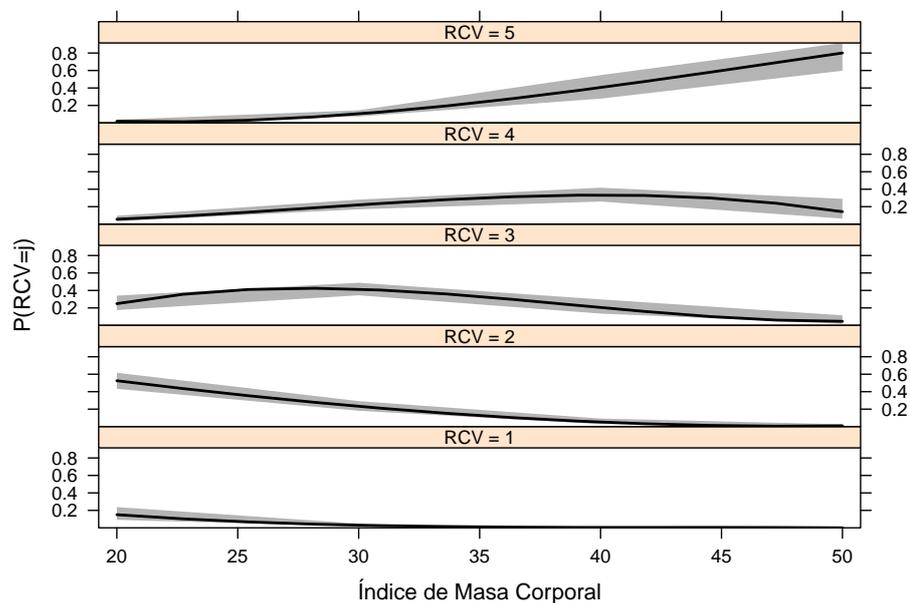


Figura 5.27: Probabilidades de presentar el j -ésimo nivel de riesgo cardiovascular dado el Índice de Masa Corporal.

5.2.4. Mejoras al modelo

Como se mencionó en el capítulo 4 cuando un modelo muestra un ajuste pobre, existen algunas recomendaciones a considerar para la mejora del mismo. A continuación se muestran los resultados de la implementación de dichas recomendaciones al modelo de momios proporcionales ajustado.

Interacciones

Como se exhibe en la tabla 5.21, el regresor asociado a la interacción del Índice de Masa Corporal y el síndrome de Burnout a nivel medio resultó ser significativo; la tabla 5.22 muestra que la interacción a nivel general entre el síndrome de Burnout y el IMC es significativa, lo cual, implica que la relación entre el IMC y el riesgo cardiovascular es diferente para los distintos niveles del síndrome de Burnout.

Parámetro	Estimado	Error std.	Estadístico	p -value
α_1	10.4859	1.5202	6.8977	5.2858e-12
α_2	13.0452	1.6000	8.1533	3.5423e-16
α_3	14.8455	1.6482	9.0070	2.1170e-19
α_4	16.2922	1.6796	9.7003	3.0050e-22
β_{SB_m}	5.2968	1.5046	3.5203	4.3106e-04
β_{SB_a}	4.1469	2.3093	1.7957	7.2539e-02
β_{ha}	0.7160	0.2664	2.6878	7.1920e-03
β_{T_a}	0.8604	0.2900	2.9670	3.0075e-03
β_{T_s}	0.5744	0.2781	2.0653	3.8893e-02
β_{dm}	0.7167	0.3659	1.9585	5.0172e-02
β_{ca}	0.6061	0.2581	2.3484	1.8852e-02
β_e	0.0757	0.0106	7.1268	1.0272e-12
β_{imc}	0.2931	0.0458	6.3997	1.5565e-10
$\beta_{SB_m} : \beta_{imc}$	-0.1634	0.0509	-3.2092	1.3309e-03
$\beta_{SB_a} : \beta_{imc}$	-0.0981	0.0771	-1.2722	2.0331e-01

Tabla 5.21: Prueba de significancia con la estadística de Wald de los regresores del modelo con interacción entre el síndrome de Burnout y el Índice de Masa Corporal.

	Estadística	p -value
Hipertensión Arterial	7.3056	0.0068
Consumo de Tabaco	10.6188	0.0049
Diabetes Mellitus	3.9112	0.0479
Colesterol Alto	5.5572	0.0184
Edad	54.8359	1.31e-13
Síndrome de Burnout:IMC	10.5780	0.0050

Tabla 5.22: Prueba de significancia con el cociente de verosimilitudes de los regresores del modelo con interacción entre el síndrome de Burnout y el Índice de Masa Corporal.

Cambio de liga

Se realizaron los ajustes de los modelos de momios proporcionales con las mismas variables explicativas que las del modelo ajustado, usando las diferentes ligas presentadas anteriormente y se aplicaron las pruebas de bondad de ajuste de la devianza y de Hosmer Lemeshow, los resultados se muestran desde la tabla 5.23 hasta la tabla 5.28.

Ninguno de estos modelos presentó mejoras significativas en los resultados de las pruebas de bondad de ajuste y las medidas del poder predictivo en comparación con el modelo ajustado con liga logit.

RCV	Devianza			Hosmer-Lemeshow		
	Estadística	Gl	<i>p</i> -value	Estadística	Gl	<i>p</i> -value
Bajo-Alto	50.1406	96	1.0000	5.0711	8	0.7500
Moderado-Alto	174.2915	147	0.0617	16.0689	8	0.0414
Muy alto-Alto	168.7831	126	0.0066	14.6633	8	0.0660
Muy alto, ii-Alto	140.7393	122	0.1179	6.4825	8	0.5933

Tabla 5.23: Pruebas de bondad de ajuste para el modelo de momios proporcionales ajustado con la liga *probit*.

RCV	Sensibilidad	Especificidad
Bajo-Alto	0.9500	0.7308
Moderado-Alto	0.7375	0.7532
Muy alto-Alto	0.7750	0.4643
Muy alto, ii-Alto	0.8625	0.5385

Tabla 5.24: Evaluación del poder predictivo del modelo de momios proporcionales ajustado con la liga *probit*.

RCV	Devianza			Hosmer-Lemeshow		
	Estadística	Gl	<i>p</i> -value	Estadística	Gl	<i>p</i> -value
Bajo-Alto	48.8982	96	1.0000	1.9118	8	0.9836
Moderado-Alto	172.7290	147	0.0722	10.4770	8	0.2331
Muy alto-Alto	168.4884	126	0.0069	14.0448	8	0.0806
Muy alto, ii-Alto	140.5451	122	0.1201	2.7320	8	0.9500

Tabla 5.25: Pruebas de bondad de ajuste para el modelo de momios proporcionales ajustado con la liga *log-log complementaria*.

RCV	Sensibilidad	Especificidad
Bajo-Alto	0.9125	0.8462
Moderado-Alto	0.7250	0.7792
Muy alto-Alto	0.8125	0.4821
Muy alto, ii-Alto	0.8625	0.5385

Tabla 5.26: Evaluación del poder predictivo del modelo de momios proporcionales ajustado con la liga log-log complementaria.

RCV	Devianza			Hosmer-Lemeshow		
	Estadística	Gl	<i>p</i> -value	Estadística	Gl	<i>p</i> -value
Bajo-Alto	51.4581	96	0.9999	4.8887	8	0.7694
Moderado-Alto	172.7290	147	0.0722	10.4770	8	0.2331
Muy alto-Alto	168.6045	126	0.0067	5.9636	8	0.6513
Muy alto, ii-Alto	141.2662	122	0.1119	6.3588	8	0.6071

Tabla 5.27: Pruebas de bondad de ajuste para el modelo de momios proporcionales ajustado con la liga log-log.

RCV	Sensibilidad	Especificidad
Bajo-Alto	0.0500	0.2692
Moderado-Alto	0.7250	0.7792
Muy alto-Alto	0.2375	0.5179
Muy alto, ii-Alto	0.1625	0.4231

Tabla 5.28: Evaluación del poder predictivo del modelo de momios proporcionales ajustado con la liga log-log.

Efectos de dispersión

Para verificar si alguna de las variables explicativas presentaba sobredispersión, se realizaron pruebas de diferencia de devianzas.

En dichas pruebas se comparó la devianza del modelo de momios proporcionales ajustado y un modelo que incluyera un parámetro de escala en la variable explicativa de interés. De esta manera la prueba de hipótesis puede traducirse en:

H_0 : La variable explicativa no presenta sobredispersión.

vs

H_a : La variable explicativa presenta sobredispersión.

Los resultados se presentan en la tabla 5.29, donde ninguna de las diferencias entre devianzas fue suficientemente grande para resultar significativa, por lo tanto, ninguna de las variables explicativas incluidas en el modelo de momios proporcionales ajustado presentó sobredispersión y no fue necesario incluir algún parámetro de escala en el modelo.

Modelo con parámetros de escala en:	Estadística	Gl	p -value
Síndrome de Burnout	0.650568	2	0.722322
Hipertensión Arterial	0.006316	1	0.936657
Diabetes Mellitus	0.490412	1	0.483744
Colesterol	0.009200	1	0.923586
Consumo de Tabaco	3.638456	2	0.162151
Edad	0.063389	1	0.801218
Índice de Masa Corporal	0.093085	1	0.760291

Tabla 5.29: Prueba de diferencia de devianzas para los modelos considerando parámetros de escala en las distintas variables explicativas.

5.3. Conclusiones

A lo largo de este capítulo se presentaron resultados que evidenciaron la relación existente entre el síndrome de Burnout y el riesgo cardiovascular.

El modelo de momios proporcionales ajustado demostró mediante las pruebas de significancia que, ante la presencia de los factores que impactan al riesgo cardiovascular mencionados en la literatura, el efecto del síndrome de Burnout es estadísticamente significativo y distinguible entre los niveles bajo, medio y alto del mismo a un 95 % de confianza .

La relación entre dichas variables resultó ser positiva pues los valores estimados de los parámetros asociados al síndrome de Burnout medio y alto fueron positivos (tabla 5.5), lo que implica que, ante el padecimiento de un mayor nivel de síndrome existe una mayor probabilidad de presentar un evento cardiovascular. Esto se traduce en la membresía del cuidador informal a un grupo de nivel más alto de RCV.

Las variables explicativas que resultaron significativas en el modelo a un nivel de 95 % de confianza fueron: el síndrome de Burnout, la hipertensión arterial, el consumo de tabaco, la diabetes mellitus, los niveles altos de colesterol, la edad y el Índice de Masa Corporal; las cuales coincidieron con las mencionadas por la literatura incluyendo a los cuatro factores de riesgo clásicos.

El consumo de tabaco mostró tener relación con el riesgo cardiovascular sólo ante la presencia del resto de los factores de riesgo incluidos en el modelo (tabla 5.7). Por el contrario, la práctica de deporte, que presentó relación con el RCV en el análisis bivariado (figura 5.18), perdió significancia ante la presencia del resto de los factores incluidos en el modelo.

Se identificó un comportamiento entre el riesgo cardiovascular y el IMC que sugirió la existencia de una relación no lineal entre ellos; el diagnóstico (figura A.1) mostró que el modelo predice de manera equivocada al sujeto de estudio que registró el menor valor del IMC. Sin embargo, hay que tener en cuenta que este nivel de IMC es anormal pues es

categorizado como “peso bajo”, lo cual, sugiere una mala condición de salud.

A través de la inclusión de la interacción entre el síndrome de Burnout y el IMC (tabla 5.22) se pudo observar que la relación entre el RCV y el IMC varía dependiendo del nivel de SB presentado.

Todas las variables explicativas cumplieron el supuesto de momios proporcionales (tabla 5.9). Esto implica que el comportamiento del momio de presentar niveles de RCV menores o iguales a j , dadas las características de un sujeto de estudio en las variables explicativas, es el mismo para cualquier valor de j . Este hecho permitió obtener un modelo más parsimonioso que aquel modelo que no contempla el supuesto (véase C) pues únicamente se estimó un regresor asociado a cada variable explicativa.

Las pruebas de bondad de ajuste permitieron concluir con un nivel de 95 % de confianza que el modelo ajustó correctamente a los datos. Mientras que las medidas para evaluar el poder predictivo mostraron una mejor capacidad del modelo para predecir los niveles más altos del riesgo cardiovascular en comparación con la capacidad de predicción de los niveles más bajos (tabla 5.13).

El modelo ajustado presentó dificultades para la discriminación de las categorías de riesgo cardiovascular “Alto” y “Muy alto”, provocando inclusive que se rechazara la prueba de bondad de ajuste realizada con la devianza del modelo de regresión logística que comparó dichas categorías (tabla 5.12).

Los modelos ajustados con otras ligas no mostraron alguna ventaja en la bondad de ajuste o poder predictivo en comparación con el modelo ajustado con la liga logit. Los modelos que contemplaron la inclusión de parámetros de sobredispersión no proporcionaron información adicional a la del modelo ajustado, por lo cual, no fue necesario incluir alguno de estos parámetros (tabla 5.29).

Con respecto a la dificultad que presentó el modelo para distinguir las categorías del riesgo cardiovascular, debe tenerse en cuenta que la veracidad de los datos dependió en gran medida de las personas encuestadas. Es probable que los cuidadores no reportaran algunos padecimientos a causa del desconocimiento de los mismos.

Debe contemplarse además, que las variables explicativas fueron medidas en una escala dicotómica, lo que podría implicar la pérdida de la información que permitiese un mejor desempeño predictivo del modelo ajustado.

Finalmente, el objetivo de este trabajo se cumplió a través del tratamiento adecuado de la información y del ajuste del modelo de momios proporcionales presentado. Esto permite concluir con un 95 % de confianza que existe una relación positiva entre el síndrome de Burnout presentado por los cuidadores informales de pacientes geriátricos encuestados y su nivel de riesgo cardiovascular.

Apéndice A

Resultados del diagnóstico del modelo de momios proporcionales ajustado

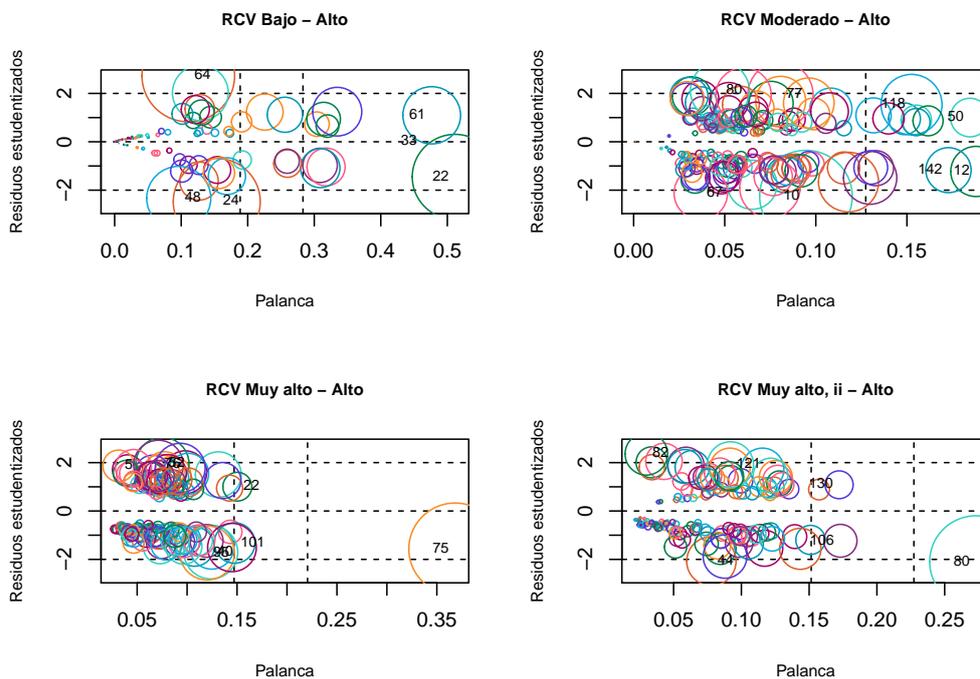


Figura A.1: Combinación de medidas de influencia de las regresiones logísticas construidas para la evaluación del modelo de momios proporcionales ajustado.

Diagnóstico de la regresión logística que compara los niveles Bajo y Alto del RCV

ID	ID _{sub-base}	RCV	SB	HA	Consumo de Tabaco	DM	CA	Edad	IMC	$\mathbb{P}(RCV = Alto)$
80	24	Bajo	Bajo	No	Actual	No	Sí	65	21.86	0.8968
132	48	Bajo	Medio	No	Actual	No	No	45	26.49	0.8956
160	64	Alto	Medio	No	Sí	No	No	42	17.58	0.0621

Diagnóstico de la regresión logística que compara los niveles Moderado y Alto del RCV

ID	ID _{sub-base}	RCV	SB	HA	Consumo de Tabaco	DM	CA	Edad	IMC	$\mathbb{P}(RCV = Alto)$
23	10	Moderado	Medio	Sí	Suspendido	Sí	Sí	54	30.00	0.8830
129	67	Moderado	Medio	No	Actual	No	No	46	35.05	0.8795
160	80	Alto	Medio	No	Actual	No	No	42	17.58	0.1287

Diagnóstico de la regresión logística que compara los niveles Muy Alto y Alto del RCV

ID	ID _{sub-base}	RCV	SB	HA	Consumo de Tabaco	DM	CA	Edad	IMC	$\mathbb{P}(RCV = Alto)$
169	75	Alto	Medio	No	Actual	No	No	70	57.14	0.5707

Diagnóstico de la regresión logística que compara los niveles Muy alto, ii. y Alto del RCV

ID	ID _{sub-base}	RCV	SB	HA	Consumo de Tabaco	DM	CA	Edad	IMC	$\mathbb{P}(RCV = Alto)$
169	80	Alto	Medio	No	Actual	No	No	70	57.14	0.7823

Tabla A.1: Sujetos relevantes en el diagnóstico del modelo de momios proporcionales.

Apéndice B

Inferencia asintótica

Se presentarán dos maneras de emplear la función de verosimilitud para realizar inferencia asintótica para la prueba de significancia de la hipótesis nula $H_0 : \beta = \beta_0$. Ambas pruebas explotan la distribución asintótica normal de los estimadores máximo verosímiles.

Con un error estándar SE no nulo de $\hat{\beta}$, el estadístico de prueba

$$Z = \frac{(\hat{\beta} - \beta_0)}{SE} \quad (\text{B.1})$$

tiene una aproximada distribución normal estándar bajo H_0 , esto es cuando $\beta = \beta_0$, de esta manera es posible obtener un p -value para pruebas de una o dos colas. Equivalentemente, z^2 tiene una distribución nula χ^2 con 1 grado de libertad; así el p -value corresponde a la probabilidad de cola derecha por encima del valor observado. Este tipo de estadística es conocida como estadística de Wald (Wald 1943).

La extensión multivariada de la prueba de Wald para $H_0 : \beta = \beta_0$ corresponde a la estadística

$$W = (\hat{\beta} - \beta_0)' [cov(\hat{\beta})]^{-1} (\hat{\beta} - \beta_0) \quad (\text{B.2})$$

donde $[cov(\hat{\beta})]$ corresponde a la inversa de la matriz de información cuyos elementos (j, k) están dados por:

$$-\mathbb{E} \left(\frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_j \partial \beta_k} \right)$$

La distribución asintótica normal multivariada de $\hat{\beta}$ implica una distribución asintótica χ^2 para W con tantos grados de libertad como el rango de la $cov(\hat{\beta})$, que corresponde al número de parámetros no redundantes en β .

La construcción de intervalos de confianza para los parámetros puede ser más informativa que una prueba de hipótesis sobre sus valores.

El intervalo de confianza para esta estadística (B.3) comprende el conjunto de β_0 para el cual $\frac{|\hat{\beta} - \beta_0|}{SE} < z_{\frac{\alpha}{2}}$. Por ejemplo, un intervalo al 95% de confianza para β es el conjunto de valores de β_0 para el que la prueba $H_0 : \beta = \beta_0$ tiene un p -value que excede al valor 0.05.

$$\beta \in \hat{\beta} \pm z_{\frac{\alpha}{2}}(SE) \quad (\text{B.3})$$

El segundo método usa la función de verosimilitud a través del cociente de dos maximizaciones: (1) el máximo sobre el posible conjunto de valores del parámetro bajo H_0 , y (2) el máximo sobre un conjunto más grande de valores posibles del parámetro bajo H_0 y H_a , conocido como espacio parametral. Sea λ_0 que denota el valor máximo de la función de verosimilitud bajo H_0 y λ_1 que denota el valor máximo en el espacio parametral. El cociente $\Lambda = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}$ no puede exceder a 1; Wilks (1935,1938) mostró que $-2 \log \Lambda$ tiene una distribución nula asintótica χ^2 con grados de libertad equivalentes a la diferencia en las dimensiones entre el espacio parametral bajo H_0 y el espacio parametral completo.

El estadístico de prueba del cociente de verosimilitudes es igual a

$$-2 \log \Lambda = -2 \log \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = -2(L_0 - L_1) \quad (\text{B.4})$$

donde L_0 y L_1 denotan las funciones de verosimilitud maximizadas.

El intervalo de confianza basado en la estadística del cociente de verosimilitudes corresponde al conjunto de β_0 para el que $-2[L(\beta_0) - L(\hat{\beta})] < \chi^2(\alpha)$.

Para tamaños de muestra pequeños, la prueba y el intervalo de confianza basados en el cociente de verosimilitudes son usualmente más confiables que lo basados en la estadística de Wald.

Apéndice C

El modelo logit multinomial

El modelo de regresión logística multinomial, conocido también como el modelo de categorías basales, es utilizado cuando se desea estudiar la relación de las variables explicativas con una variable respuesta politómica, por ello es considerado como la extensión del modelo logit.

Sea Y una variable respuesta politómica con K categorías y denotando $\pi_k(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(Y = k|\mathbf{x})$ la probabilidad de presentar la respuesta $Y = k$ dado un conjunto de características \mathbf{x} , con $\sum_k \pi_k(x) = 1$. Así, los conteos en las K categorías tienen una distribución multinomial con probabilidades $\{\pi_1(\mathbf{x}), \pi_2(\mathbf{x}), \dots, \pi_K(\mathbf{x})\}$.

El modelo describirá de manera simultánea los logits¹ para todos los $\binom{K}{2}$ pares de categorías mediante la comparación de cada par de categoría de respuesta contra una categoría de referencia, denominada categoría basal, que corresponde comúnmente a la categoría K . Entonces, el modelo:

$$\log \left[\frac{\pi_k(\mathbf{x})}{\pi_K(\mathbf{x})} \right] = \alpha_k + \beta'_k \mathbf{x}, \quad k = 1, 2, \dots, K - 1. \quad (\text{C.1})$$

describirá simultáneamente el efecto de \mathbf{x} en los $K - 1$ logits, dichos efectos varían de acuerdo con la categoría elegida a ser comparada con la basal. Adicionalmente es posible realizar la comparación de un par de categorías cualesquiera dada la siguiente relación:

$$\log \left[\frac{\pi_a(\mathbf{x})}{\pi_b(\mathbf{x})} \right] = \log \left[\frac{\pi_a(\mathbf{x})}{\pi_K(\mathbf{x})} \right] - \log \left[\frac{\pi_b(\mathbf{x})}{\pi_K(\mathbf{x})} \right]$$

C.1. Estimación de los parámetros

La ecuación que expresa el modelo logit multinomial directamente en términos de probabilidades de respuesta $\{\pi_k(\mathbf{x})\}$ es:

¹En sentido estricto esta expresión no es un logit, pues $\frac{\pi_k(\mathbf{x})}{\pi_K(\mathbf{x})}$ no es un momio, este cociente corresponde al riesgo relativo entre presentar la respuesta $Y = k$ contra $Y = K$ dado el conjunto de características \mathbf{x} .

$$\pi_k(\mathbf{x}) = \frac{\exp(\alpha_k + \boldsymbol{\beta}'_k \mathbf{x})}{1 + \sum_{h=1}^{K-1} \exp(\alpha_h + \boldsymbol{\beta}'_h \mathbf{x})}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (\text{C.2})$$

con $\alpha_K = 0$ y $\boldsymbol{\beta}_K = 0$. El denominador de (C.2) es el mismo para cada k mientras que los numeradores para las distintas k suman el valor del denominador, entonces $\sum_k \pi_k(\mathbf{x}) = 1$. Para $K = 2$, (C.2) simplifica la fórmula del tipo (3.1) usada para regresiones logísticas de respuesta binaria.

Para $i = 1, \dots, n$, sea $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, \dots, y_{iK})$ que representa un ensayo multinomial para el sujeto i , donde $y_{ik} = 1$ cuando la respuesta corresponde a la categoría k y $y_{ik} = 0$ en otro caso; entonces, $\sum_k y_{ik} = 1$. Sea $\boldsymbol{\beta}_k = (\beta_{k1}, \dots, \beta_{kp})$ que denota los parámetros del k -ésimo logit.

Debido a que $\pi_K = 1 - (\pi_1 + \dots + \pi_{K-1})$ y $y_{iK} = 1 - (y_{i1} + \dots + y_{i,K-1})$, la contribución del i -ésimo sujeto a la log verosimilitud es:

$$\begin{aligned} \log \left[\prod_{k=1}^{K-1} \pi_k(\mathbf{x}_i)^{y_{ik}} \right] &= \left[\sum_{k=1}^{K-1} y_{ik} \log(\pi_k(\mathbf{x}_i)) + \left(1 - \sum_{k=1}^{K-1} y_{ik} \right) \log \left(1 - \sum_{k=1}^{K-1} \pi_k(\mathbf{x}_i) \right) \right] \\ &= \sum_{k=1}^{K-1} y_{ik} \log \pi_k(\mathbf{x}_i) + \log \left(1 - \sum_{k=1}^{K-1} \pi_k(\mathbf{x}_i) \right) \\ &\quad - \sum_{k=1}^{K-1} y_{ik} \log \left(1 - \sum_{k=1}^{K-1} \pi_k(\mathbf{x}_i) \right) \\ &= \sum_{k=1}^{K-1} y_{ik} \log \frac{\pi_k(\mathbf{x}_i)}{1 - \sum_{k=1}^{K-1} \pi_k(\mathbf{x}_i)} + \log \left(1 - \sum_{k=1}^{K-1} \pi_k(\mathbf{x}_i) \right) \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Ahora, si se asumen n observaciones independientes y se sustituyen en la anterior expresión, $\alpha_k + \boldsymbol{\beta}'_k \mathbf{x}_i$ por el logit del primer término y $\pi_K(\mathbf{x}_i) = 1/[1 + \sum_{k=1}^{K-1} \exp(\alpha_k + \boldsymbol{\beta}'_k \mathbf{x}_i)]$ en el segundo término, la log verosimilitud es

$$\begin{aligned} \log \prod_{i=1}^n \left[\prod_{k=1}^{K-1} \pi_k(\mathbf{x}_i)^{y_{ik}} \right] &= \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} y_{ik} (\alpha_k + \boldsymbol{\beta}'_k \mathbf{x}_i) - \log \left[1 + \sum_{k=1}^{K-1} \exp(\alpha_k + \boldsymbol{\beta}'_k \mathbf{x}_i) \right] \right\} \\ &= \sum_{k=1}^{K-1} \left[\alpha_k \left(\sum_{i=1}^n y_{ik} \right) + \sum_{l=1}^p \beta_{kl} \left(\sum_{i=1}^n x_{il} y_{ik} \right) \right] \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \log \left[1 + \sum_{k=1}^{K-1} \exp(\alpha_k + \boldsymbol{\beta}'_k \mathbf{x}_i) \right] \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

La log verosimilitud es cóncava y el método numérico Newton-Raphson guía la obtención de los parámetros estimados máximo verosímiles. Los estimadores tienen una distribución

asintótica normal y sus desviaciones estándar asintóticas corresponden a las raíces cuadradas de los elementos de la diagonal de la inversa de la matriz de información.

No todo el software estadístico puede ajustar modelos de regresión logit multinomiales. Un enfoque de ajuste alternativo ajusta modelos de regresión logit de manera separada para los $K - 1$ pares de respuestas. Los estimadores resultantes difieren de los estimadores máximo verosímiles para el ajuste simultáneo de los $K - 1$ logits pues son menos eficientes y tienden a tener mayores errores estándar. No obstante, Begg y Gray (1984) mostraron que la pérdida de eficiencia es menor cuando la categoría basal es elegida como aquella que tiene la mayor prevalencia.

Apéndice D

Maslach Burnout Inventory

Señale la respuesta que crea oportuna sobre la frecuencia con que siente los enunciados:

0= NUNCA. 1= POCAS VECES AL AÑO O MENOS. 2= UNA VEZ AL MES O MENOS.
3= UNAS POCAS VECES AL MES. 4= UNA VEZ A LA SEMANA. 5= POCAS VECES A LA SEMANA.
6= TODOS LOS DÍAS.

1	Me siento emocionalmente agotado por mi trabajo	
2	Cuando termino mi jornada de trabajo me siento vacío	
3	Cuando me levanto por la mañana y me enfrento a otra jornada de trabajo me siento fatigado	
4	Siento que puedo entender fácilmente a los pacientes	
5	Siento que estoy tratando a algunos pacientes como si fueran objetos impersonales	
6	Siento que trabajar todo el día con la gente me cansa	
7	Siento que trato con mucha eficacia los problemas de mis pacientes	
8	Siento que mi trabajo me está desgastando	
9	Siento que estoy influyendo positivamente en la vida de otras personas a través de mi trabajo	
10	Siento que me he hecho más duro con la gente	
11	Me preocupa que este trabajo me esté endureciendo emocionalmente	
12	Me siento con mucha energía en mi trabajo	
13	Me siento frustrado en mi trabajo	
14	Siento que estoy demasiado tiempo en mi trabajo	
15	Siento que realmente no me importa lo que les ocurra a mis pacientes	
16	Siento que trabajar en contacto directo con la gente me cansa	
17	Siento que puedo crear con facilidad un clima agradable con mis pacientes	
18	Me siento estimado después de haber trabajado íntimamente con mis pacientes	
19	Creo que consigo muchas cosas valiosas en este trabajo	
20	Me siento como si estuviera al límite de mis posibilidades	
21	Siento que en mi trabajo los problemas emocionales son tratados de forma adecuada	
22	Me parece que los pacientes me culpan de alguno de sus problemas	

Los reactivos 1, 2, 3, 6, 8, 13, 14, 16 y 20 evalúan la dimensión del cansancio emocional, la segunda dimensión, conocida como despersonalización, corresponde con los reactivos 5, 10, 11, 15 y 22 mientras que el resto corresponde a la evaluación de la dimensión de la realización personal.

Las puntuaciones altas en las dos primeras dimensiones y bajas en la tercera definen el síndrome de Burnout.

Apéndice E

Códigos en R

E.1. Análisis descriptivo

```
1 #La funcion Descriptivo.Bivariado se empleo para obtener los
2 #resultados mostrados en el analisis descriptivo bivariado
3 #realizado en el Capitulo 5.
4
5 #Los argumentos de esta funcion son:
6
7 # 1. La variable que se desea asociar con la variable
8 #respuesta.
9 # 2. La variable respuesta, en este caso el RCV.
10 # 3. La etiqueta de la primer variable introducida.
11 # 4. La etiqueta de la variable respuesta.
12 # 5. El tipo del que es la naturaleza de la primera
13 #variable: ordinal, nominal o continuo.
14
15 Descriptivo.Bivariado<-function(variable1 ,variable2 ,label1 ,
16                                label2 ,tipo)
17 {
18   library(vcd)
19   library(vcdExtra)
20   library(xtable)
21   library(reshape2)
22   library(Hmisc)
23   library(ordinal)
24
25   if(tipo!="continuo"){
26
27     #Construccion de la tabla
28     tabla<-table(variable1 ,variable2)
29     rownames(tabla)<-levels(variable1)
30     colnames(tabla)<-levels(variable2)
31     names(dimnames(tabla))<-c(label1 ,label2)
```

```

32
33
34
35 #Obtencion de los residuos estandarizados
36 #de Pearson
37
38 Prueba.Ji<-chisq.test(tabla)
39 res<-Prueba.Ji$stdres
40
41 #Grafica de mosaico
42 strucplot(tabla,shade=TRUE,
43           residuals=res,
44           split_vertical=TRUE,
45           core = struc_assoc,
46           gp_axis = gpar(lty = 3),
47           residuals_type =
48             "Residuos\nestandarizados\nde Pearson",
49           margins=c(.3,1,.001,1)
50           )
51
52 #Barplot
53 if (length(levels(variable1))==2){
54   colors<-c(rgb(158/255,202/255,225/255,0.65),
55            rgb(49/255,130/255,189/255,0.65))
56 } else {
57   colors<- c(rgb(222/255,235/255,247/255,0.65),
58            rgb(158/255,202/255,225/255,0.65),
59            rgb(49/255,130/255,189/255,0.65))
60 }
61
62 data.m <- melt(tabla, id.vars='Names')
63 barplot_graphics<-ggplot(data.m, aes(x = data.m[,2],
64                                     y = data.m$value,
65                                     fill=data.m[,1])) +
66   theme_bw() +
67   geom_bar(stat = "identity", position="dodge") +
68   xlab(label2) +
69   ylab("") +
70   labs(fill=label1) +
71   scale_fill_manual(label1, values=colors)
72
73 #Obtencion de medidas de asociacion
74 measures<-assocstats(tabla)
75
76 #Prueba de tendencia lineal
77 CMH<-CMHtest(tabla)$table[1,]
78
79 #Estimacion de la medida de asociacion Gamma para
variables ordinales

```

```

80     GAMMA<-GKgamma(tabla , level = .95)
81     C<-GAMMA$C
82     D<-GAMMA$D
83     g<-GAMMA$gamma
84
85     Estadistico<-g*(sqrt(((C+D)/((sum(tabla))*((1-g)^2))))
86     p.value<-(1-pnorm(Estadistico))
87
88     if(tipo=="ordinal"){
89         return(
90             list(tabla=tabla ,
91                 Grafica2=barplot_graphics ,
92                 Valores.Esperados=Prueba.Ji$expected ,
93                 Pruebas.de.Independencia=measures$chisq_tests ,
94                 T.lineal=CMH,
95                 Gamma=g,
96                 Prueba.Gamma=p.value))
97     }
98
99     if(tipo=="nominal"){
100        return(
101            list(tabla=tabla ,
102                Grafica2=barplot_graphics ,
103                Valores.Esperados=Prueba.Ji$expected ,
104                Pruebas.de.Independencia=measures$chisq_tests ,
105                C.C=measures$contingency ,
106                V.Cramer=measures$cramer))
107    }
108 } else {
109
110     par(yaxt="n")
111     plsmo(variable1 , as.numeric(variable2) ,
112           group=(variable2) ,
113           datadensity=TRUE,
114           col=c( rgb(158/255,202/255,225/255) ,
115                 rgb(107/255,174/255,214/255) ,
116                 rgb(66/255,146/255,198/255) ,
117                 rgb(33/255,113/255,181/255) ,
118                 rgb(8/255,69/255,148/255) ) ,
119           xlab=label1 ,
120           ylab="")
121
122     modelo.simple<-clm(factor(variable2)~variable1)
123
124     return(summary(modelo.simple))
125 }
126 }

```

E.2. Ajuste del modelo de momios proporcionales

```

1  ###Ajuste del modelo de momios proporcionales###
2
3  library(ordinal)
4  modelo1clm<-clm(factor(RCVF)~factor(SBF)+edadF+factor(hasF)+
5                  factor(ha_fumadoF)+factor(dmF)+
6                  factor(colesterolF2)+IMC,
7                  data=NB)
8
9  ##Significancia del modelo.
10 #Prueba de significancia estadstica con la estadstica de Wald
11 summary(modelo1clm)
12
13 #Coeficientes
14 modelo1clm$coefficients
15
16 #Prueba de significancia a travs del cociente de
17 #verosimilitudes de los regresores, controlando el resto de
18 #las variables explicativas.
19 drop1(modelo1clm, test = "Chi")
20
21 #Prueba de significancia a travs del cociente de
22 #verosimilitudes de los regresores ignorando el resto de las
23 #variables explicativas.
24 mmp0 <- clm(factor(RCVF) ~ 1, data=NB)
25 add1(mmp0, scope = ~ factor(SBF) +edadF+factor(hasF)+
26        factor(ha_fumadoF)+factor(dmF)+
27        factor(colesterolF2)+factor(IMC),
28        test = "Chi")
29
30 #Intervalos de confianza de Wald al 95% de confianza
31 confint(modelo1clm, type="Wald")
32
33 ##Evaluacin del modelo
34 #Verificacin del supuesto de momios proporcionales
35 library(VGAM)
36
37 #Construccin del modelo de momios proporcionales con
38 #la libreria VGAM
39 mmpvgam<-vgam(RCVF~factor(SBF)+edadF+factor(hasF)+
40               factor(ha_fumadoF)+factor(dmF)+
41               factor(colesterolF2)+IMC,
42               cumulative(parallel = TRUE),data=NB)
43
44 ## 1.Sndrome de Burnout
45 #Construccin del modelo que no asume el supuesto

```

```

46 #para la variable explicativa sndrome de Burnout
47 mmpvgamSb<-vgam(RCVF~ factor (SBF)+edadF+factor (hasF)+
48                 factor (ha_fumadoF)+factor (dmF)+
49                 factor (colesterolF2)+IMC,
50                 cumulative (parallel = FALSE~ factor (SBF)) ,
51                 data=NB)
52
53 #Diferencia de devianzas
54 difdevSb<-mmpvgam@criterion$deviance-
55           mmpvgamSb@criterion$deviance
56
57 difDFSb<-df.residual (mmpvgam)-df.residual (mmpvgamSb)
58 p.value<-1-pchisq (difdevSb ,difDFSb);p.value
59
60
61 ## 2.Edad
62 #Construcion del modelo que no asume el supuesto
63 #para la variable explicativa edad
64 mmpvgamE<-vgam(RCVF~ factor (SBF)+edadF+factor (hasF)+
65                factor (ha_fumadoF)+factor (dmF)+
66                factor (colesterolF2)+IMC,
67                cumulative (parallel = FALSE~ edadF) ,
68                data=NB)
69
70 #Diferencia de devianzas
71 difdevE<-mmpvgam@criterion$deviance-
72           mmpvgamE@criterion$deviance
73
74 difDFE<-df.residual (mmpvgam)-df.residual (mmpvgamE)
75 p.value<-1-pchisq (difdevE ,difDFE);p.value
76
77
78
79 ## 3.Hipertensin arterial
80 #Construccin del modelo que no asume el supuesto para
81 #la variable explicativa hipertensin arterial
82 mmpvgamHas<-vgam(RCVF~ factor (SBF)+edadF+factor (hasF)+
83                  factor (ha_fumadoF)+factor (dmF)+
84                  factor (colesterolF2)+IMC,
85                  cumulative (parallel = FALSE~ factor (hasF)) ,
86                  data=NB)
87
88 #Diferencia de devianzas
89 difdevHas<-mmpvgam@criterion$deviance-
90            mmpvgamHas@criterion$deviance
91
92 difDFHas<-df.residual (mmpvgam)-df.residual (mmpvgamHas)
93 p.value<-1-pchisq (difdevHas ,difDFHas);p.value
94

```

```

95
96 ## 4. Consumo de tabaco
97 #Construccion del modelo que no asume el supuesto para
98 #la variable explicativa consumo de tabaco
99 mmpvgamT<-vgam(RCVF~factor(SBF)+edadF+factor(hasF)+
100               factor(ha_fumadoF)+factor(dmF)+
101               factor(colesterolF2)+IMC,
102               cumulative(parallel = FALSE~factor(ha_fumadoF)),
103               data=NB)
104
105 #Diferencia de devianzas
106 difdevT<-mmpvgam@criterion$deviance-
107          mmpvgamT@criterion$deviance
108
109 difDFT<-df.residual(mmpvgam)-df.residual(mmpvgamT)
110 p.value<-1-pchisq(difdevT , difDFT);p.value
111
112
113 ## 5. Diabetes
114 #Construccion del modelo que no asume el supuesto para
115 #la variable explicativa diabetes
116 mmpvgamDm<-vgam(RCVF~factor(SBF)+edadF+factor(hasF)+
117                factor(ha_fumadoF)+factor(dmF)+
118                factor(colesterolF2)+IMC,
119                cumulative(parallel = FALSE~factor(dmF)),
120                data=NB)
121
122 #Diferencia de devianzas
123 difdevDm<-mmpvgam@criterion$deviance-
124          mmpvgamDm@criterion$deviance
125
126 difDFDm<-df.residual(mmpvgam)-df.residual(mmpvgamDm)
127 p.value<-1-pchisq(difdevDm , difDFDm);p.value
128
129 ## 6. ndice de Masa Corporal
130 #Construccion del modelo que no asume el supuesto para
131 #la variable explicativa ndice de Masa Corporal
132 mmpvgamIMC<-vgam(RCVF~factor(SBF)+edadF+factor(hasF)+
133                 factor(ha_fumadoF)+factor(dmF)+
134                 factor(colesterolF2)+IMC,
135                 cumulative(parallel = FALSE~IMC),
136                 data=NB)
137
138 #Diferencia de devianzas
139 difdevIMC<-mmpvgam@criterion$deviance-
140          mmpvgamIMC@criterion$deviance
141
142 difDFIMC<-df.residual(mmpvgam)-df.residual(mmpvgamIMC)
143 p.value<-1-pchisq(difdevIMC , difDFIMC);p.value

```

```

144
145 ## 7. Niveles altos de Colesterol
146 #Construccin del modelo que no asume el supuesto para
147 #la variable explicativa colesterol alto
148 mmpvgamCa<-vgam(RCVF~factor(SBF)+edadF+factor(hasF)+
149                 factor(ha_fumadoF)+factor(dmF)+
150                 factor(colesterolF2)+IMC,
151                 cumulative(parallel =
152                             FALSE~factor(colesterolF2)),
153                 data=NB)
154
155 #Diferencia de devianzas
156 difdevCa<-mmpvgam@criterion$deviance-
157           mmpvgamCa@criterion$deviance
158
159 difDFCa<-df.residual(mmpvgam)-df.residual(mmpvgamCa)
160 p.value<-1-pchisq(difdevCa , difDFCa);p.value
161
162
163 #Bondad de ajuste
164 library(generalhoslem)
165 library(MASS)
166
167 modelo<-polr(factor(RCVF)~factor(SBF)+edadF+factor(hasF)+
168              factor(ha_fumadoF)+factor(dmF)+
169              factor(colesterolF2)+IMC,
170              data=NB,method = c("logistic"))
171
172 modelo1vgam<-vgam(RCVF~factor(SBF)+edadF+factor(hasF)+
173                  factor(ha_fumadoF)+factor(dmF)+
174                  factor(colesterolF2)+IMC,
175                  cumulative(parallel=TRUE),data=NB)
176
177 #Prueba de Lipsitz
178 lipsitz.test(modelo, g = 10)
179
180 #Prueba de Pulkstenis y Robinson
181 pulkrob.chisq(modelo, c("factor(SBF)", "factor(hasF)",
182                        "factor(ha_fumadoF)", "factor(dmF)",
183                        "factor(colesterolF2)"))
184
185 pulkrob.deviance(modelo, c("factor(SBF)", "factor(hasF)",
186                           "factor(ha_fumadoF)", "factor(dmF)",
187                           "factor(colesterolF2)"))
188
189 #Prueba de Fagerland y Hosmer
190 logitgof(factor(RCVF), predict(modelo1vgam, type="response"),
191          g = 6, ord = TRUE)
192

```

```

193
194 #Construccion de las bases de datos para la creacin de
195 #las cuatro regresiones logisticas.
196
197 ###RCV bajo - RCV alto
198 NB_1_3<-cbind(NB[ which(NB$RCVF==1|NB$RCVF==3) ],
199              IMC[ which(NB$RCVF==1|NB$RCVF==3) ])
200 colnames(NB_1_3)<-c(colnames(NB), "IMC")
201
202 ###RCV moderado - RCV alto
203 NB_2_3<-cbind(NB[ which(NB$RCVF==2|NB$RCVF==3) ],
204              IMC[ which(NB$RCVF==2|NB$RCVF==3) ])
205 colnames(NB_2_3)<-c(colnames(NB), "IMC")
206
207 ###RCV muy alto - RCV alto
208 NB_4_3<-cbind(NB[ which(NB$RCVF==4|NB$RCVF==3) ],
209              IMC[ which(NB$RCVF==4|NB$RCVF==3) ])
210 colnames(NB_4_3)<-c(colnames(NB), "IMC")
211
212 ###RCV muy alto, intervecin inmediata - RCV alto
213 NB_5_3<-cbind(NB[ which(NB$RCVF==5|NB$RCVF==3) ],
214              IMC[ which(NB$RCVF==5|NB$RCVF==3) ])
215 colnames(NB_5_3)<-c(colnames(NB), "IMC")
216
217 #Ajuste de las regresiones logisticas para el
218 #diagnostico
219 fit_1_3<-glm(factor(NB_1_3$RCVF)~factor(SBF)+factor(hasF)+
220              factor(ha_fumadoF)+
221              factor(dmF)+
222              factor(colesterolF)+
223              edadF+IMC,
224              data=NB_1_3,family=binomial(logit))
225
226 fit_2_3<-glm(factor(NB_2_3$RCVF)~factor(SBF)+factor(hasF)+
227              factor(ha_fumadoF)+
228              factor(dmF)+
229              factor(colesterolF)+
230              edadF+IMC,
231              data=NB_2_3,family=binomial(logit))
232
233 fit_4_3<-glm(factor(NB_4_3$RCVF)~factor(SBF)+factor(hasF)+
234              factor(ha_fumadoF)+
235              factor(dmF)+
236              factor(colesterolF)+
237              edadF+IMC,
238              data=NB_4_3,family=binomial(logit))
239
240 fit_5_3<-glm(factor(NB_5_3$RCVF)~factor(SBF)+factor(hasF)+
241              factor(ha_fumadoF)+

```

```

242                                     factor(dmF)+
243                                     factor(colesterolF)+
244                                     edadF+IMC,
245     data=NB_5_3,family=binomial(logit))
246
247
248 #Prueba de bondad de ajuste a travs de la
249 #distribucion de la devianza residual
250 1-pchisq(fit_1_3$deviance,fit_1_3$df.residual)
251 1-pchisq(fit_2_3$deviance,fit_2_3$df.residual)
252 1-pchisq(fit_4_3$deviance,fit_4_3$df.residual)
253 1-pchisq(fit_5_3$deviance,fit_5_3$df.residual)
254
255
256 #Obtencin de la cantidad de patrones de covariables
257 #en cada regresin logstica
258 library(epiR)
259 pc13<-length(epi.cp(NB_1_3)$id)
260 pc23<-length(epi.cp(NB_2_3)$id)
261 pc43<-length(epi.cp(NB_4_3)$id)
262 pc53<-length(epi.cp(NB_5_3)$id)
263
264 #Prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada para las regresiones
265 #logsticas separadas con los residuos de Pearson
266 E.residuos.pearson13<-sum(residuals(fit_1_3,type="pearson")
267   ^2)
268 1-pchisq(E.residuos.pearson13,pc13-10)
269
270 E.residuos.pearson23<-sum(residuals(fit_2_3,type="pearson")
271   ^2)
272 1-pchisq(E.residuos.pearson23,pc23-10)
273
274 E.residuos.pearson43<-sum(residuals(fit_4_3,type="pearson")
275   ^2)
276 1-pchisq(E.residuos.pearson43,pc43-10)
277
278 E.residuos.pearson53<-sum(residuals(fit_5_3,type="pearson")
279   ^2)
280 1-pchisq(E.residuos.pearson53,pc53-10)
281
282 #Prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada para las regresiones
283 #logsticas separadas con los residuos de devianza
284 E.residuos.devianza13<-sum(residuals(fit_1_3,type="deviance")
285   ^2)
286 1-pchisq(E.residuos.devianza13,pc13-10)
287
288 E.residuos.devianza23<-sum(residuals(fit_2_3,type="deviance")
289   ^2)
290 1-pchisq(E.residuos.devianza23,pc23-10)

```

```

285
286 E.residuos.devianza43<-sum(residuals(fit_4_3,type="deviance")
      ^2)
287 1-pchisq(E.residuos.devianza43,pc43-10)
288
289 E.residuos.devianza53<-sum(residuals(fit_5_3,type="deviance")
      ^2)
290 1-pchisq(E.residuos.devianza53,pc53-10)
291
292
293 #Prueba de Hosmer-Lemeshow para las regresiones logsticas
294 #separadas
295 library(ResourceSelection)
296 hoslem.test(fit_1_3$y,fitted(fit_1_3),g=10)
297 hoslem.test(fit_2_3$y,fitted(fit_2_3),g=10)
298 hoslem.test(fit_4_3$y,fitted(fit_4_3),g=10)
299 hoslem.test(fit_5_3$y,fitted(fit_5_3),g=10)
300
301
302 #Tablas de clasificacin cruzada para obtener las
      sensibilidades
303 # y especificidades de cada regresin logstica ajustada
304
305 predfit1_3<-ifelse(fit_1_3$fitted.values >=0.5,1,0)
306 tabla.clasificacion_1_3<-table(NB_1_3$RCVF[which(is.na(NB_1_3
      $colesterolF)==FALSE)],predfit1_3)
307
308 predfit2_3<-ifelse(fit_2_3$fitted.values >=0.5,1,0)
309 tabla.clasificacion_2_3<-table(NB_2_3$RCVF[which(is.na(NB_2_3
      $colesterolF)==FALSE)],predfit2_3)
310
311 predfit4_3<-ifelse(fit_4_3$fitted.values >=0.5,1,0)
312 tabla.clasificacion_4_3<-table(NB_4_3$RCVF[which(is.na(NB_4_3
      $colesterolF)==FALSE)],predfit4_3)
313
314 predfit5_3<-ifelse(fit_5_3$fitted.values >=0.5,1,0)
315 tabla.clasificacion_5_3<-table(NB_5_3$RCVF[which(is.na(NB_5_3
      $colesterolF)==FALSE)],predfit5_3)
316
317 #Clculo de las sensibilidades
318 tabla.clasificacion_1_3[2,2]/sum(tabla.clasificacion_1_3[2,])
319 tabla.clasificacion_2_3[2,2]/sum(tabla.clasificacion_2_3[2,])
320 tabla.clasificacion_4_3[1,1]/sum(tabla.clasificacion_4_3[1,])
321 tabla.clasificacion_5_3[1,1]/sum(tabla.clasificacion_5_3[1,])
322
323 #Clculo de las especificidades
324 tabla.clasificacion_1_3[1,1]/sum(tabla.clasificacion_1_3[1,])
325 tabla.clasificacion_2_3[1,1]/sum(tabla.clasificacion_2_3[1,])
326 tabla.clasificacion_4_3[2,2]/sum(tabla.clasificacion_4_3[2,])

```

```

327 tabla.clasificacion_5_3[2,2]/sum(tabla.clasificacion_5_3[2,])
328
329
330 #Diagnostico
331 #Grafica: combinacin de medidas de influencia
332 library(car)
333
334 colores<-c("#0098B7", "#008148", "#A60067", "#DC602E", "#FB8B24",
335           "#822E81", "#FF5B84", "#OCAADC", "#5438DC", "#34D1BF")
336
337 NB_1_3_df<-data.frame(NB_1_3,row.names=1:dim(NB_1_3)[1])
338 NB_2_3_df<-data.frame(NB_2_3,row.names=1:dim(NB_2_3)[1])
339 NB_4_3_df<-data.frame(NB_4_3,row.names=1:dim(NB_4_3)[1])
340 NB_5_3_df<-data.frame(NB_5_3,row.names=1:dim(NB_5_3)[1])
341
342 fit_1_3df<-glm(factor(NB_1_3$RCVF)~factor(SBF)+factor(hasF)+
343               factor(ha_fumadoF)+
344               factor(dmF)+
345               factor(colesterolF)+edadF+
346               IMC,
347               data=NB_1_3_df,family=binomial(logit))
348
349 fit_2_3df<-glm(factor(NB_2_3$RCVF)~factor(SBF)+factor(hasF)+
350               factor(ha_fumadoF)+
351               factor(dmF)+
352               factor(colesterolF)+edadF+
353               IMC,
354               data=NB_2_3_df,family=binomial(logit))
355
356 fit_4_3df<-glm(factor(NB_4_3$RCVF)~factor(SBF)+factor(hasF)+
357               factor(ha_fumadoF)+
358               factor(dmF)+
359               factor(colesterolF)+edadF+
360               IMC,
361               data=NB_4_3_df,family=binomial(logit))
362
363 fit_5_3df<-glm(factor(NB_5_3$RCVF)~factor(SBF)+factor(hasF)+
364               factor(ha_fumadoF)+
365               factor(dmF)+
366               factor(colesterolF)+edadF+
367               IMC,
368               data=NB_5_3_df,family=binomial(logit))
369
370 par(mfrow=c(2,2))
371 influencePlot(fit_1_3df,id.n=3,id.cex=0.7,col=colores,
372             main="RCV Bajo - Alto",xlab="Palanca",
373             ylab="Residuos estudentizados",
374             cex.lab=0.8,cex.main=.8,ylim=c(-2.75,2.75))
375

```

```

376 influencePlot ( fit_2_3df , id.n=3, id.cex=0.7, col=colores ,
377                 main="RCV Moderado - Alto", xlab="Palanca",
378                 ylab="Residuos estudentizados",
379                 cex.lab=0.8, cex.main=.8, ylim=c (-2.75, 2.75))
380
381 influencePlot ( fit_4_3df , id.n=3, id.cex=0.7, col=colores ,
382                 main="RCV Muy alto - Alto", xlab="Palanca",
383                 ylab="Residuos estudentizados",
384                 cex.lab=0.8, cex.main=.8, ylim=c (-2.75, 2.75))
385
386 influencePlot ( fit_5_3df , id.n=3, id.cex=0.7, col=colores ,
387                 main="RCV Muy alto, ii - Alto", xlab="Palanca",
388                 ylab="Residuos estudentizados",
389                 cex.lab=0.8, cex.main=.8, ylim=c (-2.75, 2.75))
390
391 #Grficas: probabilidad de presentar el j-simo nivel de RCV
392 #para cada variable explicativa.
393 SBF2<-as.factor(SBF)
394 hasF2<-as.factor(hasF)
395 ha_fumadoF2<-as.factor(ha_fumadoF)
396 dmF2<-as.factor(dmF)
397 IMCF3<-IMC
398 RCV<-as.factor(RCVF)
399
400 library(MASS)
401 effmodl<-polr(RCV~SBF2+edadF+hasF2+ha_fumadoF2+
402              dmF2+colesterolF2+IMC)
403
404 library(effects)
405 plot(effect("SBF2", effmodl), rug=FALSE, main="",
406        xlab="Sndrome de Burnout", ylab="P(RCV=j)")
407
408 plot(effect("hasF2", effmodl), rug=FALSE, main="",
409        xlab="Hipertensin Arterial", ylab="P(RCV=j)")
410
411 plot(effect("ha_fumadoF2", effmodl), rug=FALSE, main="",
412        xlab="Consumo de Tabaco", ylab="P(RCV=j)")
413
414 plot(effect("dmF2", effmodl), rug=FALSE, main="",
415        xlab="Diabetes Mellitus", ylab="P(RCV=j)")
416
417 plot(effect("colesterolF2", effmodl), rug=FALSE, main="",
418        xlab="Colesterol Alto", ylab="P(RCV=j)")
419
420 plot(effect("edadF", effmodl), rug=FALSE, main="",
421        xlab="Edad", ylab="P(RCV=j)")
422
423 plot(effect("IMC", effmodl), rug=FALSE, main="",
424        xlab="ndice de Masa Corporal", ylab="P(RCV=j)")

```

```

425
426
427 #Mejoras al modelo
428
429 #Interaccin entre el Sndrome de Burnout y
430 #el ndice de Masa Corporal
431
432 modeloInteraccion<-clm(factor(RCVF)~factor(SBF)+edadF+
433                        factor(hasF)+
434                        factor(ha_fumadoF)+
435                        factor(dmF)+
436                        factor(colesterolF2)+
437                        IMC+IMC*factor(SBF),
438                        data=NB)
439
440 summary(modeloInteraccion)
441 drop1(modeloInteraccion, test = "Chi")
442
443
444
445 #Cambio de liga
446
447 #Liga Probit
448 fit_1_3_probit<-glm(factor(NB_1_3$RCVF)~factor(SBF)+
449                    factor(hasF)+
450                    factor(ha_fumadoF)+
451                    factor(dmF)+
452                    factor(colesterolF)+
453                    edadF+IMC,
454                    data=NB_1_3,family=binomial(probit))
455
456 fit_2_3_probit<-glm(factor(NB_2_3$RCVF)~factor(SBF)+
457                    factor(hasF)+
458                    factor(ha_fumadoF)+
459                    factor(dmF)+
460                    factor(colesterolF)+
461                    edadF+IMC,
462                    data=NB_2_3,family=binomial(probit))
463
464 fit_4_3_probit<-glm(factor(NB_4_3$RCVF)~factor(SBF)+
465                    factor(hasF)+
466                    factor(ha_fumadoF)+
467                    factor(dmF)+
468                    factor(colesterolF)+
469                    edadF+IMC,
470                    data=NB_4_3,family=binomial(probit))
471
472 fit_5_3_probit<-glm(factor(NB_5_3$RCVF)~factor(SBF)+
473                    factor(hasF)+

```

```

474             factor(ha_fumadoF)+
475             factor(dmF)+
476             factor(colesterolF)+
477             edadF+IMC,
478             data=NB_5_3,family=binomial(probit))
479
480
481 #Bonda de ajuste
482 #Mediante la distribucion de la devianza residual
483 1-pchisq(fit_1_3_probit$deviance,fit_1_3_probit$df.residual)
484 1-pchisq(fit_2_3_probit$deviance,fit_2_3_probit$df.residual)
485 1-pchisq(fit_4_3_probit$deviance,fit_4_3_probit$df.residual)
486 1-pchisq(fit_5_3_probit$deviance,fit_5_3_probit$df.residual)
487
488 #Prueba de Hosmer-Lemeshow
489 hoslem.test(fit_1_3_probit$y,fitted(fit_1_3_probit),g=10)
490 hoslem.test(fit_2_3_probit$y,fitted(fit_2_3_probit),g=10)
491 hoslem.test(fit_4_3_probit$y,fitted(fit_4_3_probit),g=10)
492 hoslem.test(fit_5_3_probit$y,fitted(fit_5_3_probit),g=10)
493
494 #Poder predictivo
495 predfit1_3_probit<-ifelse(fit_1_3_probit$fitted.values
496 >=0.5,1,0)
497 tabla.clasificacion1_3_probit<-table(NB_1_3$RCVF[which(is.na(
498 NB_1_3$colesterolF)==FALSE)],predfit1_3_probit)
499
500 predfit2_3_probit<-ifelse(fit_2_3_probit$fitted.values
501 >=0.5,1,0)
502 tabla.clasificacion2_3_probit<-table(NB_2_3$RCVF[which(is.na(
503 NB_2_3$colesterolF)==FALSE)],predfit2_3_probit)
504
505 predfit4_3_probit<-ifelse(fit_4_3_probit$fitted.values
506 >=0.5,1,0)
507 tabla.clasificacion4_3_probit<-table(NB_4_3$RCVF[which(is.na(
508 NB_4_3$colesterolF)==FALSE)],predfit4_3_probit)
509
510 predfit5_3_probit<-ifelse(fit_5_3_probit$fitted.values
511 >=0.5,1,0)
512 tabla.clasificacion5_3_probit<-table(NB_5_3$RCVF[which(is.na(
513 NB_5_3$colesterolF)==FALSE)],predfit5_3_probit)
514
515 #Sensibilidades
516 tabla.clasificacion1_3_probit[2,2]/
517   sum(tabla.clasificacion1_3_probit[2,])
518
519 tabla.clasificacion2_3_probit[2,2]/
520   sum(tabla.clasificacion2_3_probit[2,])
521
522 tabla.clasificacion4_3_probit[1,1]/

```

```

515     sum(tabla.clasificacion4_3_probit [1 ,])
516
517     tabla.clasificacion5_3_probit [1 ,1] /
518     sum(tabla.clasificacion5_3_probit [1 ,])
519
520     #Especificidades
521     tabla.clasificacion1_3_probit [1 ,1] /
522     sum(tabla.clasificacion1_3_probit [1 ,])
523
524     tabla.clasificacion2_3_probit [1 ,1] /
525     sum(tabla.clasificacion2_3_probit [1 ,])
526
527     tabla.clasificacion4_3_probit [2 ,2] /
528     sum(tabla.clasificacion4_3_probit [2 ,])
529
530     tabla.clasificacion5_3_probit [2 ,2] /
531     sum(tabla.clasificacion5_3_probit [2 ,])
532
533
534     #Liga cloglog
535
536     fit_1_3_cloglog<-glm( factor(NB_1_3$RCVF)~ factor(SBF)+
537                             factor(hasF)+
538                             factor(ha_fumadoF)+
539                             factor(dmF)+
540                             factor(colesterolF)+
541                             edadF+IMC,
542                             data=NB_1_3,family=binomial(cloglog))
543
544     fit_2_3_cloglog<-glm( factor(NB_2_3$RCVF)~ factor(SBF)+
545                             factor(hasF)+
546                             factor(ha_fumadoF)+
547                             factor(dmF)+
548                             factor(colesterolF)+
549                             edadF+IMC,
550                             data=NB_2_3,family=binomial(cloglog))
551
552     fit_4_3_cloglog<-glm( factor(NB_4_3$RCVF)~ factor(SBF)+
553                             factor(hasF)+
554                             factor(ha_fumadoF)+
555                             factor(dmF)+
556                             factor(colesterolF)+
557                             edadF+IMC,
558                             data=NB_4_3,family=binomial(cloglog))
559
560     fit_5_3_cloglog<-glm( factor(NB_5_3$RCVF)~ factor(SBF)+
561                             factor(hasF)+
562                             factor(ha_fumadoF)+
563                             factor(dmF)+

```

```

564                                     factor(colesterolF)+
565                                     edadF+IMC,
566                                     data=NB_5_3,family=binomial(cloglog))
567
568 #Bonda de ajuste
569 #Mediante la distribucion de la devianza residual
570 1-pchisq(fit_1_3_cloglog$deviance ,
571         fit_1_3_cloglog$df.residual)
572
573 1-pchisq(fit_2_3_cloglog$deviance ,
574         fit_2_3_cloglog$df.residual)
575
576 1-pchisq(fit_4_3_cloglog$deviance ,
577         fit_4_3_cloglog$df.residual)
578
579 1-pchisq(fit_5_3_cloglog$deviance ,
580         fit_5_3_cloglog$df.residual)
581
582 #Prueba de Hosmer-Lemeshow
583 hoslem.test(fit_1_3_cloglog$y,fitted(fit_1_3_cloglog),g=10)
584 hoslem.test(fit_2_3_cloglog$y,fitted(fit_2_3_cloglog),g=10)
585 hoslem.test(fit_4_3_cloglog$y,fitted(fit_4_3_cloglog),g=10)
586 hoslem.test(fit_5_3_cloglog$y,fitted(fit_5_3_cloglog),g=10)
587
588 #Poder predictivo
589 predfit1_3_cloglog<-ifelse(fit_1_3_cloglog$fitted.values
590 >=0.5,1,0)
591 tabla.clasificacion1_3_cloglog<-table(NB_1_3$RCVF[which(is.na
592 (NB_1_3$colesterolF)==FALSE)],predfit1_3_cloglog)
593
594 predfit2_3_cloglog<-ifelse(fit_2_3_cloglog$fitted.values
595 >=0.5,1,0)
596 tabla.clasificacion2_3_cloglog<-table(NB_2_3$RCVF[which(is.na
597 (NB_2_3$colesterolF)==FALSE)],predfit2_3_cloglog)
598
599 predfit4_3_cloglog<-ifelse(fit_4_3_cloglog$fitted.values
600 >=0.5,1,0)
601 tabla.clasificacion4_3_cloglog<-table(NB_4_3$RCVF[which(is.na
602 (NB_4_3$colesterolF)==FALSE)],predfit4_3_cloglog)
603
604 predfit5_3_cloglog<-ifelse(fit_5_3_cloglog$fitted.values
605 >=0.5,1,0)
606 tabla.clasificacion5_3_cloglog<-table(NB_5_3$RCVF[which(is.na
607 (NB_5_3$colesterolF)==FALSE)],predfit5_3_cloglog)
608
609 #Sensibilidades
610 tabla.clasificacion1_3_cloglog[2,2]/
611 sum(tabla.clasificacion1_3_cloglog[2,])
612
613
614

```

```

605 tabla.clasificacion2_3_cloglog[2,2]/
606   sum(tabla.clasificacion2_3_cloglog[2,])
607
608 tabla.clasificacion4_3_cloglog[1,1]/
609   sum(tabla.clasificacion4_3_cloglog[1,])
610
611 tabla.clasificacion5_3_cloglog[1,1]/
612   sum(tabla.clasificacion5_3_cloglog[1,])
613
614 #Especificidades
615 tabla.clasificacion1_3_cloglog[1,1]/
616   sum(tabla.clasificacion1_3_cloglog[1,])
617
618 tabla.clasificacion2_3_cloglog[1,1]/
619   sum(tabla.clasificacion2_3_cloglog[1,])
620
621 tabla.clasificacion4_3_cloglog[2,2]/
622   sum(tabla.clasificacion4_3_cloglog[2,])
623
624 tabla.clasificacion5_3_cloglog[2,2]/
625   sum(tabla.clasificacion5_3_cloglog[2,])
626
627 #Liga loglog
628
629 RCVF_for_loglog_1_3<-ifelse(NB_1_3$RCVF==3,0,1)
630 RCVF_for_loglog_2_3<-ifelse(NB_2_3$RCVF==2,0,1)
631 RCVF_for_loglog_4_3<-ifelse(NB_4_3$RCVF==4,0,1)
632 RCVF_for_loglog_5_3<-ifelse(NB_5_3$RCVF==5,0,1)
633
634 fit_1_3_loglog<-glm(factor(RCVF_for_loglog_1_3)~factor(SBF)+
635                    factor(hasF)+
636                    factor(ha_fumadoF)+
637                    factor(dmF)+
638                    factor(colesterolF)+
639                    edadF+IMC,
640                    data=NB_1_3,family=binomial(cloglog))
641
642 fit_2_3_loglog<-glm(factor(RCVF_for_loglog_2_3)~factor(SBF)+
643                    factor(hasF)+
644                    factor(ha_fumadoF)+
645                    factor(dmF)+
646                    factor(colesterolF)+
647                    edadF+IMC,
648                    data=NB_2_3,family=binomial(cloglog))
649
650 fit_4_3_loglog<-glm(factor(RCVF_for_loglog_4_3)~factor(SBF)+
651                    factor(hasF)+
652                    factor(ha_fumadoF)+
653                    factor(dmF)+

```

```

654             factor(colesterolF)+
655             edadF+IMC,
656         data=NB_4_3,family=binomial(cloglog))
657
658 fit_5_3_loglog<-glm(factor(RCVF_for_loglog_5_3)~factor(SBF)+
659             factor(hasF)+
660             factor(ha_fumadoF)+
661             factor(dmF)+
662             factor(colesterolF)+
663             edadF+IMC,
664         data=NB_5_3,family=binomial(cloglog))
665
666
667 #Bonda de ajuste
668 #Mediante la distribucion de la devianza residual
669 1-pchisq(fit_1_3_loglog$deviance,fit_1_3_loglog$df.residual)
670 1-pchisq(fit_2_3_loglog$deviance,fit_2_3_loglog$df.residual)
671 1-pchisq(fit_4_3_loglog$deviance,fit_4_3_loglog$df.residual)
672 1-pchisq(fit_5_3_loglog$deviance,fit_5_3_loglog$df.residual)
673
674 #Prueba de Hosmer-Lemeshow
675 hoslem.test(fit_1_3_loglog$y,fitted(fit_1_3_loglog),g=10)
676 hoslem.test(fit_2_3_loglog$y,fitted(fit_2_3_loglog),g=10)
677 hoslem.test(fit_4_3_loglog$y,fitted(fit_4_3_loglog),g=10)
678 hoslem.test(fit_5_3_loglog$y,fitted(fit_5_3_loglog),g=10)
679
680 #Poder predictivo
681 predfit1_3_loglog<-ifelse(fit_1_3_loglog$fitted.values
682     >=0.5,1,0)
683 tabla.clasificacion1_3_loglog<-table(NB_1_3$RCVF[which(is.na(
684     NB_1_3$colesterolF)==FALSE)],predfit1_3_loglog)
685
686 predfit2_3_loglog<-ifelse(fit_2_3_loglog$fitted.values
687     >=0.5,1,0)
688 tabla.clasificacion2_3_loglog<-table(NB_2_3$RCVF[which(is.na(
689     NB_2_3$colesterolF)==FALSE)],predfit2_3_loglog)
690
691 predfit4_3_loglog<-ifelse(fit_4_3_loglog$fitted.values
692     >=0.5,1,0)
693 tabla.clasificacion4_3_loglog<-table(NB_4_3$RCVF[which(is.na(
694     NB_4_3$colesterolF)==FALSE)],predfit4_3_loglog)
695
696 predfit5_3_loglog<-ifelse(fit_5_3_loglog$fitted.values
697     >=0.5,1,0)
698 tabla.clasificacion5_3_loglog<-table(NB_5_3$RCVF[which(is.na(
699     NB_5_3$colesterolF)==FALSE)],predfit5_3_loglog)
700
701
702 #Sensibilidades
703 tabla.clasificacion1_3_loglog[2,2]/

```

```

695     sum(tabla.clasificacion1_3_loglog[2,])
696
697     tabla.clasificacion2_3_loglog[2,2]/
698     sum(tabla.clasificacion2_3_loglog[2,])
699
700     tabla.clasificacion4_3_loglog[1,1]/
701     sum(tabla.clasificacion4_3_loglog[1,])
702
703     tabla.clasificacion5_3_loglog[1,1]/
704     sum(tabla.clasificacion5_3_loglog[1,])
705
706     #Especificidades
707     tabla.clasificacion1_3_loglog[1,1]/
708     sum(tabla.clasificacion1_3_loglog[1,])
709
710     tabla.clasificacion2_3_loglog[1,1]/
711     sum(tabla.clasificacion2_3_loglog[1,])
712
713     tabla.clasificacion4_3_loglog[2,2]/
714     sum(tabla.clasificacion4_3_loglog[2,])
715
716     tabla.clasificacion5_3_loglog[2,2]/
717     sum(tabla.clasificacion5_3_loglog[2,])
718
719
720
721     #Efectos de dispersin
722     #Parmetro de escala para el sndrome de Burnout
723     modeloEscalaSb<-clm(factor(RCVF)~factor(SBF)+edadF+
724                        factor(hasF)+
725                        factor(ha_fumadoF)+
726                        factor(dmF)+
727                        factor(colesterolF2))+
728                        IMC,
729                        scale=~factor(SBF),data=NB)
730
731     #Prueba estadstica de diferencia de devianzas
732     anova(modelo1clm,modeloEscalaSb)
733
734
735     ##Parmetro de escala para la edad
736     modeloEscalaE<-clm(factor(RCVF)~factor(SBF)+edadF+
737                        factor(hasF)+
738                        factor(ha_fumadoF)+
739                        factor(dmF)+
740                        factor(colesterolF2))+
741                        IMC,
742                        scale=~edadF, data=NB)
743

```

```

744 #Prueba estadstica de diferencia de devianzas
745 anova(modelo1clm , modeloEscalaE)
746
747
748 ##Parmetro de escala para la hipertensin arterial
749 modeloEscalaHas<-clm( factor (RCVF)~ factor (SBF)+edadF+
750                       factor (hasF)+
751                       factor (ha_fumadoF)+
752                       factor (dmF)+
753                       factor (colesterolF2)+
754                       IMC,
755                       scale=~ factor (hasF) , data=NB)
756
757 #Prueba estadstica de diferencia de devianzas
758 anova(modelo1clm , modeloEscalaHas)
759
760
761 ##Parmetro de escala para la diabetes
762 modeloEscalaDm<-clm( factor (RCVF)~ factor (SBF)+edadF+
763                       factor (hasF)+
764                       factor (ha_fumadoF)+
765                       factor (dmF)+
766                       factor (colesterolF2)+
767                       IMC,
768                       scale=~ factor (dmF) , data=NB)
769
770 #Prueba estadstica de diferencia de devianzas
771 anova(modelo1clm , modeloEscalaDm)
772
773
774 ##Parmetro de escala para el colesterol alto
775 modeloEscalaCa<-clm( factor (RCVF)~ factor (SBF)+edadF+
776                       factor (hasF)+
777                       factor (ha_fumadoF)+
778                       factor (dmF)+
779                       factor (colesterolF2)+
780                       IMC,
781                       scale=~ factor (colesterolF2) , data=NB)
782
783 #Prueba estadstica de diferencia de devianzas
784 anova(modelo1clm , modeloEscalaCa)
785
786
787 ## Parmetro de escala para el consumo de tabaco
788 modeloEscalaT<-clm( factor (RCVF)~ factor (SBF)+edadF+
789                       factor (hasF)+
790                       factor (ha_fumadoF)+
791                       factor (dmF)+
792                       factor (colesterolF2)+

```

```
793             IMC,
794             scale=~factor(ha_fumadoF),data=NB)
795
796 #Prueba estadstica de diferencia de devianzas
797 anova(modelo1clm, modeloEscalaT)
798
799
800 ##Parmetro de escala para el ndice de Masa Corporal
801 modeloEscalaIMC<-clm(factor(RCVF)~factor(SBF)+edadF+
802                      factor(hasF)+
803                      factor(ha_fumadoF)+
804                      factor(dmF)+
805                      factor(colesterolF2)+
806                      IMC,
807                      scale=~IMC,data=NB)
808
809 #Prueba estadstica de diferencia de devianzas
810 anova(modelo1clm, modeloEscalaIMC)
```


Bibliografía

- [1] C. Maslach, W. B. Schaufeli, and M. P. Leiter, "Job Burnout," *Annual review of psychology*, vol. 52, no. 1, pp. 397–422, 2001.
- [2] A. Kraus, "Burnout": ¿una epidemia diferente?." <http://www.eluniversalmas.com.mx/editoriales/2013/02/62948.php>, 2013.
- [3] A. M. Pérez, "El síndrome de Burnout. Evolución conceptual y estado actual de la cuestión," *Vivat Academia*, no. 112, pp. 42–80, 2010.
- [4] C. Maslach, S. E. Jackson, M. P. Leiter, *et al.*, "Maslach Burnout Inventory," *Evaluating stress: A book of resources*, vol. 3, pp. 191–218, 1997.
- [5] "Enfermedades cardiovasculares." <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs317/es/>, 2015.
- [6] "Framingham heart study." www.framinghamheartstudy.org, 2017.
- [7] F. García, J. Maderuelo-Fernández, and A. García-Ortiz, "Riesgo cardiovascular: concepto, estimación, usos y limitaciones," *AMF*, vol. 4, no. 8, pp. 423–433, 2008.
- [8] P. R. Gil-Monte, E. M. Nuñez-Román, and Y. Selva-Santoyo, "Relación entre el síndrome de quemarse por el trabajo (Burnout) y síntomas cardiovasculares: un estudio en técnicos de prevención de riesgos laborales," *Interamerican Journal of Psychology*, vol. 40, no. 2, pp. 227–232, 2006.
- [9] P. G.-M. Horacio Tovalín-Ahumada, "Riesgo cardiovascular y síndrome de Burnout en trabajadores mexicanos," *Revista Mexicana de Salud en el Trabajo*, vol. 4, no. 10, pp. 12–13, 2012.
- [10] S. Toker, S. Melamed, S. Berliner, D. Zeltser, and I. Shapira, "Burnout and risk of coronary heart disease: a prospective study of 8838 employees," *Psychosomatic Medicine*, vol. 74, no. 8, pp. 840–847, 2012.
- [11] M. Da Silva, M. Braga Marques, and C. Da Silva Bruno, "Evaluación de la presencia del síndrome de Burnout en cuidadores de ancianos," *Enfermería Global*, no. 16, pp. 0–0, 2009.
- [12] A. Roca Socarrás and K. Blanco Torres, "Carga en familiares cuidadores de ancianos dementes," *Correo Científico Médico de Holguín*, vol. 11, no. 4 supl 1, pp. 20–31, 2007.
- [13] R. L. Ott and M. T. Longnecker, *An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis*. Duxbury Press, 2000.
- [14] A. Agresti, *Categorical Data Analysis*. Wiley-Interscience, 2002.

- [15] D. W. Hosmer and S. Lemeshow, *Applied Logistic Regression (Wiley Series in Probability and Statistics)*. Wiley-Interscience Publication, 2000.
- [16] C. V. Ananth and D. G. Kleinbaum, “Regression models for ordinal responses: a review of methods and applications,” *International journal of epidemiology*, vol. 26, no. 6, pp. 1323–1333, 1997.
- [17] M. W. Fagerland and D. W. Hosmer, “A goodness-of-fit test for the proportional odds regression model,” *Statistics in medicine*, vol. 32, no. 13, pp. 2235–2249, 2013.
- [18] M. W. Fagerland, D. W. Hosmer, and A. M. Bofin, “Multinomial goodness-of-fit tests for logistic regression models,” *Statistics in medicine*, vol. 27, no. 21, pp. 4238–4253, 2008.
- [19] D. G. Kleinbaum and M. Klein, *Logistic Regression*. Springer-Verlag GmbH, 2010.
- [20] M. L. Allende, “Síndrome de Burnout como factor asociado a Riesgo Cardiovascular Alto en cuidadores de adultos mayores con dependencia adscritos al servicio de Atención Domiciliaria Integral (ADI) del Hospital General Regional no. 1 “Carlos Mac Gregor Sánchez Navarro” del instituto mexicano del seguro social,” Master’s thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2013.
- [21] T. W. Yee *et al.*, “The vgam package for categorical data analysis,” *Journal of Statistical Software*, vol. 32, no. 10, pp. 1–34, 2010.
- [22] R. H. B. Christensen, “Analysis of ordinal data with cumulative link models estimation with the ordinal package,” *R-package version*, 2011.
- [23] M. T. Ferrín, L. F. González, and H. Meijide-Míguez, “Escalas de valoración funcional en el anciano,” *Galicia Clínica*, vol. 72, no. 1, pp. 11–16, 2011.
- [24] “¿Cómo se mide el síndrome de Burnout?.” <http://audioconsejosmedicos.blogspot.mx/2010/01/como-se-mide-el-sindrome-de-burnout.html>.