



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
ENERGÍA – SOLAR FOTOTÉRMICA

FLUJO IDEALIZADO SOBRE EL MAR Y EL EFECTO DE LA CAPA
LÍMITE INTERNA EN LA ESTIMACIÓN DEL POTENCIAL EÓLICO.
ESTUDIO DE CASO EN LA COSTA DE YUCATÁN.

TESIS
QUE PARA OPTAR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
FRANCISCO MARTÍN ESQUIVELZETA RABELL

TUTOR PRINCIPAL:
DR. BERNARDO FIGUEROA ESPINOZA, LIPC UNAM

COMITÉ TUTOR:
DR. JESÚS ANTONIO DEL RIO PORTILLA, IER UNAM
DR. OSCAR ALFREDO JARAMILLO SALGADO, IER UNAM
DR. DOMINIQUE LEGENDRE, IMFT
DR. JORGE ZAVALA HIDALGO, CCA UNAM

TEMIXCO, MORELOS. FEBRERO 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Jesús Antonio Del Río Portilla

Secretario: Dr. Oscar Alfredo Jaramillo Salgado

1^{er} Vocal: Dr. Bernardo Figueroa Espinoza

2^o Vocal: Dr. Dominique Legendre

3^{er} Vocal: Dr. Jorge Zavala Hidalgo

Lugar donde se realizó la tesis:

Laboratorio de Ingeniería y Procesos Costeros

del Instituto de Ingeniería.

Universidad Nacional Autónoma de México. Sisal, Yucatán.

TUTOR DE TESIS:
Dr. Bernardo Figueroa Espinoza

FIRMA

Mitakuye Oyasin (Por todas mis relaciones)
A mi familia

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, al Laboratorio de Ingeniería y Procesos Costeros del Instituto de Ingeniería de la UNAM en la Unidad Académica Yucatán, y al Instituto de Energías Renovables por abrirme las puertas para iniciar mis estudios de doctorado. A la la DGTIC. de la UNAM por los recursos y servicios de supercómputo recibidos.

Agradezco en foma especial al Dr. Bernardo figueroa Espinoza por las grandes enseñanzas, paciencia y tiempo que me brindó como tutor y amigo durante mi formación como Doctor en Ingeniería.

Al Dr. Dominique Legendre por sus enseñanzas y permitirme realizar una estancia de Investigación en el Instituto de Mecánica de Fluidos de Toulouse Francia, institución con la cual también estoy agradecido por abrirme las puertas y apoyarme con el hospedaje. A Annaïg Pedrono por el apoyo que me brindó para modificar el código Jadim.

Al Dr. Paulo Salles Afonso de Almeida por su gran apoyo, a los Doctores Jesús Antonio del Río Portilla, Jorge Zavala Hidalgo, Oscar Alfredo Jaramillo Salgado por sus valiosos comentarios, opiniones y correcciones.

A mi querida familia: Maria del Carmen Rabell Jara, Alfredo Esquivelzeta de Garay, Mariana, Cecilia, José y Marcelina por su apoyo y cariño. A Ariadna Malinalli Sanchez García por su gran compañía y apoyo. Y a todas las personas que me dieron su amistad y compañerismo durante este proceso: Mauricio, Wilmer, Sergio, Mariana Patricia, David, Valeria, Alejandra, Pedro, Lucia, Enna, Luis, Olga, Pablos, Elsa, Rogelio, Chuy, Leonardo, Alex, Chava, Miguel, Paola, Jaime, Jacobo, Nacho, Natalia, Jacob, Verónica, Danieleles y Yearim.

Agradezco al posgrado en ingeniería de la UNAM y a la beca del proyecto de Fondos Mixtos (FOMIX No. 106400) que me permitieron presentar el capítulo (7) en el congreso “3rd Brazilian Conference on Boiling, Condensation and Multiphase flow” (Curitiba, 7 – 9 May 2012). Al Instituto de Ingeniería por la beca PAPIIT IB100513. Al programa de becarios del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y al Sistema Nacional de Investigadores de la misma institución por la beca de ayudante de investigador nivel III del Dr. Baltasar Mena Iniesta con el cual también estoy muy agradecido ya que fungió como mi cotutor.

A tod@s l@s que hicieron que fuera posible este proceso de mi vida.

Resumen

El presente trabajo estudia los efectos de un cambio brusco de rugosidad y estabilidad térmica en un flujo atmosférico en la costa, el perfil de velocidades que se forma en la capa límite interna, sus implicaciones en la extracción de energía eólica y se compara con la energía estimada al considerar un terreno homogéneo. Por último se hace un estudio de caso con medidas a 50 metros de altura en el poblado de Sisal Yucatán y se compara con la estimación del recurso al usar una extrapolación de la velocidad medida a alturas menores al Hub con y sin el efecto del cambio en la rugosidad y estabilidad atmosférica.

Se estudia la interacción de la atmósfera con una interfase mar-tierra idealizada mediante formulaciones teóricas, herramientas de simulación numérica y medidas de campo. Dicha interfase idealizada se representa como un flujo (atmosférico) sobre una superficie ondulada (mar). Los límites de la teoría lineal que describen la presión y el esfuerzo cortante de interacción océano-atmósfera son estudiados mediante simulación numérica directa (DNS), y se complementan al describir la combinación de parámetros adimensionales que provoca la formación de recirculaciones en la proximidad de los valles de las olas. Se proponen correlaciones entre dichas variables, y se verifican los resultados numéricos con una teoría propuesta para grandes números de Reynolds.

Se describen las posibles implicaciones que tiene el inicio de la recirculación en la caída de la rugosidad del mar y las consecuencias que esto tiene en el perfil de velocidades y estimación de energía eólica disponible.

Abstract

This work studies effect of an internal boundary layer caused by a sudden change of roughness (and stability), as well as its implications on the wind energy potential, in comparison with an equivalent flow over homogeneous terrain. Finally, a case study is done with measures 50 meters in the village of Sisal Yucatan and compared with the resource estimate using an extrapolation of the measured speed at lower altitudes to Hub station with and without the effect of the change in the roughness and atmospheric stability.

The interaction of the atmosphere with an idealized sea-land interface by theoretical formulations, numerical simulation tools and field measurements was studied. This idealized interface is represented as a (atmospheric) flow over an undulating surface (sea). Limits of the linear theory which describe the (pressure and shear) ocean-atmosphere interaction are studied by direct numerical simulation (DNS), and complemented to describe the combination of dimensionless parameters which causes the formation of recirculation in the vicinity of the valleys of the waves. Correlations between these variables are proposed, and numerical results are verified with a theory proposed for large Reynolds numbers.

Possible implications of the onset of recirculation in the decrease of the roughness of the sea and the consequences that this has on the velocity profile and estimation of available wind energy are described.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	4
1.3. Breve descripción del proyecto	4
1.4. Estructura del documento	5
2. Marco teórico	7
2.1. El viento	7
2.2. La energía del viento	7
2.3. Coeficiente de potencia	8
2.4. Capa límite	9
2.4.1. Perfil de velocidades logarítmico	11
2.4.2. Efectos térmicos en la capa límite atmosférica	11
2.4.3. Criterio de estabilidad: Número de Richardson	14
2.4.4. Criterio de estabilidad: Longitud de Monin-Obukhov	15
2.4.5. Perfil de velocidades logarítmico-lineal	15
2.4.6. Perfil de velocidades exponencial	17
2.4.7. Viento geostrófico	18
2.4.8. Brisa marina y terrestre	18
2.5. Capa límite interna (CLI)	19
2.5.1. Cambio de rugosidad en condiciones diabáticas	20
2.5.2. Estructura	21
2.5.3. Altura	22
2.5.4. Perfil de velocidades	23
2.5.5. Comportamiento autosimilar	24
2.6. Recurso eólico disponible	24
2.6.1. Distribución de Weibull	25
2.6.2. Evaluación del recurso eólico	27
2.6.3. Estimación del recurso eólico	27
2.6.4. Estimación de la energía eléctrica producida	29
3. Simulación numérica	31
3.1. Dinámica de fluidos computacional	31
3.1.1. Simulación de grandes remolinos (LES)	31

3.1.2.	Simulación de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas (RANS)	31
3.1.3.	Simulación numérica directa (DNS)	32
3.1.4.	Escala de Kolmogorov	32
3.2.	DNS mediante el código JADIM	33
4.	Cambio de rugosidad y estabilidad: Flujo de aire sobre la costa	35
4.1.	¿Cuáles son las variables que determinan al sistema?	35
4.2.	Metodología	36
4.3.	Dos nuevos modelos del perfil de velocidades	37
4.4.	Conclusiones	37
5.	Implicaciones en la estimación de la energía eólica por no considerar la capa límite interna	39
5.1.	Antecedentes	39
5.2.	Propuesta	40
5.3.	Eval. estimación y error en vel. energía y pot	41
5.3.1.	Error en la distribución de frecuencias de velocidad estimada.	41
5.3.2.	Evaluación del potencial energético	42
5.3.3.	Estimación del potencial energético	42
5.3.4.	Evaluación de producción de energía eólica	43
5.3.5.	Estimación de producción de energía eólica	43
5.4.	Estudio de caso en Sisal Yucatán, México	44
5.4.1.	Experimento	44
5.4.2.	Metodología	45
5.4.3.	Resultados	52
5.4.4.	Discusión	55
5.5.	Conclusiones	56
6.	Validación previa del código JADIM	63
6.1.	Descripción y selección del problema: Flujo de Couette turbulento en un canal plano 3D	63
6.2.	Metodología	65
6.3.	Resultados	65
6.4.	Comparación con literatura	65
6.5.	Conclusión	67
7.	Mar idealizado: Flujo cortante 2D sobre una superficie curvilínea y los límites de la teoría lineal	69
7.1.	¿Porqué es necesario ir más allá de la teoría lineal?	69
7.2.	Estado del arte	70
7.3.	Descripción del problema	71
7.4.	Metodología	72
7.4.1.	Pruebas de convergencia de los resultados	73
7.5.	Resultados	74

7.6. Conclusiones	79
8. Recirculación en un flujo de Couette 2D sobre una superficie curvilínea	81
8.1. Relevancia	81
8.2. Estado del arte	81
8.3. Descripción del problema	83
8.4. Metodología	85
8.5. Validación	86
8.6. Resultados y discusión	88
8.6.1. Resultados Numéricos	88
8.6.2. Presencia de dos regímenes	90
8.6.3. Comparación con la literatura	91
8.6.4. Grandes números de Reynolds	92
8.6.5. Correlación general	92
8.6.6. Posición horizontal del centro del remolino	93
8.7. Teoría para predecir recirculación para grandes números de Reynolds .	95
8.8. Conclusiones	96
9. Trabajo a futuro: Posibles implicaciones de la recirculación en la capa límite interna	99
9.1. Recirculación sobre una ola de mar	99
9.1.1. Cambio en la rugosidad y desprendimiento de la capa límite. . .	100
9.2. Conclusiones	105
10. Conclusiones generales	107

Índice de figuras

1.1.	Suministro mundial de energía primaria por combustible (Mtoe) ^{***} . A la izquierda se muestra desde 1971 hasta 2014. A la derecha los porcentajes para el año 2014. Imagen adaptada y traducida de: Agencia Internacional de Energía ⁽⁴⁸⁾ . *En estos gráficos, la turba y los esquistos bituminosos son agregados con carbón. **Incluye geotérmica, solar, eólica, calor, etc. ***Un Mtoe es equivalente a la energía liberada por la combustión de mil toneladas de petróleo crudo.	1
1.2.	Evolución de la población mundial y tendencia 1950-2050. Imagen adaptada y traducida de: U.S. Census Bureau. ⁽⁹⁴⁾	2
1.3.	Evolución histórica del precio del barril de petróleo. Imagen adaptada y traducida de la International Energy Agency ⁽⁴⁸⁾	2
2.1.	Valores típicos de rugosidad superficial z_0 (Fuente: Traducción de ESDU-72026 realizada por Hernández Jiménez ⁽⁴³⁾).	12
2.2.	Estabilidad de la atmósfera, Temperatura de la parcela adiabática a diferentes alturas y fuerza (vector) de flotabilidad presente en cada caso. (Fuente: Hernández Jiménez ⁽⁴³⁾)	13
2.3.	Perfiles típicos de la velocidad del viento según su estabilidad (Fuente: Hernández Jiménez ⁽⁴³⁾)	16
2.4.	Brisa marina y terrestre. En el día el aire se dirige a la tierra. En la noche se invierte la circulación. Las flechas negras representan al aire caliente. Imagen tomada de Deleito y Cabrero (1984).	18
2.5.	Esquema de la capa límite interna presente en la brisa marina y generada por aumentar la rugosidad superficial en la dirección del flujo ($Z_{01} < Z_{02}$). Donde $\delta(x)$ es su espesor y evoluciona a lo largo de la longitud x . A la derecha se observa el esquema del espesor δ contra el perfil medio de velocidad U en x_0 de la CLI.	19
2.6.	Esquema de la capa límite interna presente en la brisa terrestre y generada por disminuir la rugosidad superficial en la dirección del flujo ($Z_{02} > Z_{01}$). Donde $\delta(x)$ es su espesor y evoluciona a lo largo de la longitud x . A la derecha se observa el esquema del espesor δ contra el perfil medio de velocidad U en x_0 de la CLI.	20

2.7.	Diagrama de la CLI y su altura $\delta(x)$. Se muestra la altura de la capa de equilibrio $\delta_s(x)$, de la capa de transición y del desplazamiento de las líneas de corriente h . Basada en el diagrama de Garratt (1990).	21
2.8.	Diagrama de la CLI y su espesor δ . a) Perfil de velocidad en condiciones neutras, se muestra el espesor de la capa de equilibrio δ_s . b) Perfil de temperatura en condiciones inestables. c) perfil de temperatura en condiciones estables. Basada en el diagrama de Garratt (1990).	22
2.9.	Comportamiento autosimilar del perfil de esfuerzo adimensional $\phi = (kz/\tau^{\frac{1}{2}})(\partial U/\partial z)$ para diferentes valores de $M = \ln(z_{01}/z_{02})$ para $x = 2m$	24
2.10.	Función de densidad de probabilidad con la que se encuentra cada velocidad medida, indicado en forma de barras. Con líneas se muestra el ajuste de los datos medidos a una distribución de Weibull.	26
2.11.	Curva de potencia $W(U)$ producida por la turbina V112-3.45 MW TM IEC IA fabricada por Vestas, en función de la magnitud de la velocidad horizontal del viento. Cuyas características son: potencia nominal 3450 kW, velocidad del viento nominal 13 m/s, velocidad de corte inicial 3 m/s, velocidad de corte final 25 m/s, diámetro del rotor 112 m y altura de hub 69 m. (Imagen traducida ⁽⁹⁶⁾).	29
5.1.	Localización de la torre anemométrica indicada por una flecha y división del terreno en sectores realizada por Figueroa-Espinoza y Salles (2014) (derechos de imagen ©2014 Google, INEGI).	44
5.2.	Ampliación del rectángulo negro mostrado en la figura (5.1). Se muestran las divisiones del terreno a cada una de las cuales se asocia una rugosidad determinada (derechos de imagen ©2016 Google, INEGI).	47
5.3.	Relación entre el parámetro de estabilidad medido $z/$ y el “equivalente” z/L . Las líneas resultan de un ajuste de los datos publicados por Figueroa-Espinoza y Salles (2014).	50
5.4.	Esquema de los sectores G, H e I. Acotado en metros.	51
5.5.	Curvas características de la producción de potencia generada por dos turbinas diferentes marca Vestas.	53
5.6.	Distribución de frecuencias de las velocidades de viento medidas a una altura de 50 m (esquina superior izquierda), mayores a cero ($u > 0[m/s]$) y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde alturas más bajas z_{ref} usando diferentes modelos: Logarítmico (Ec. 2.19), logarítmico lineal (Ec. 2.25) y exponencial de Panofsky y Dutton 1984 (Ec. 2.38).	58

5.7. Distribución de frecuencias de las velocidades de viento medidas a una altura de 50.3 m (esquina superior izquierda), mayores a cero ($u > 0[m/s]$) y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde la altura $z_{ref} = 24.6 m$ usando diferentes modelos: De Troen y Petersen (1989) (Ec. 2.47) (T&P), de Chamorro y Porté-Agel (2009) (Ec. 2.50) (C&P) y dos nuevos modelos planteados en el presente trabajo que consisten en la generalización de los dos modelos anteriores (Ec. 4.6 y 4.9 respectivamente). 59

5.8. Rosas de viento medido a una altura de 50.3 m (parte inferior) y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde alturas más bajas z_{ref} usando diferentes modelos: Logarítmico (Ec. 2.19), logarítmico lineal (Ec. 2.25) y exponencial de Panofsky y Dutton 1984 (Ec. 2.38). 60

5.9. Rosas de viento medido a una altura de 50.3 m (parte inferior) y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde la altura $z_{ref} = 24.6 m$ usando diferentes modelos: A la izquierda, mediante el modelo de Chamorro y Porté-Agel (2009) (Ec. 2.50) (C&P) y el modelo de Troen y Petersen (1989) (Ec. 2.47) (T&P) arriba y abajo respectivamente. En medio y a la derecha se muestran las rosas obtenidas mediante dos nuevos modelos planteados en el presente trabajo que consisten en la generalización de los dos modelos anteriores (Ec. 4.6 y 4.9 respectivamente), tomando en cuenta la misma estratificación atmosférica dentro y fuera de la CLI ($L_1 = L_2$) (en medio) y (a la derecha) los resultados al considerar neutralidad dentro de la CLI ($z/L_2 = 0$). 61

5.10. Potencial energético [W/m^2] evaluado mediante las velocidades de viento medidas a una altura de 50.3 m y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde alturas más bajas z_{ref} usando diferentes modelos: Logarítmico (Ec. 2.19), logarítmico lineal (Ec. 2.25), exponencial de Panofsky y Dutton 1984 (Ec. 2.38) y desde la altura $z_{ref} = 24.6 m$ con los modelos de Troen y Petersen (1989) (Ec. 2.47) (T&P), de Chamorro y Porté-Agel (2009) (Ec. 2.50) (C&P) y dos nuevos modelos planteados en el presente trabajo que consisten en la generalización de los dos modelos anteriores (Ec. 4.6 y 4.9 respectivamente). Arriba, potencial energético en [W/m^2], correspondiente a la velocidad indicada por cada intervalo de clase. Abajo, integral acumulativa (de 0 [m/s] a la velocidad correspondiente a cada intervalo de clase) del potencial energético [W/m^2]. 62

6.1. Esquema del mallado usado. 64

6.2. Flujo de Couette 3D en el paso de tiempo 23600 después de haber sido perturbado en el paso 10000 durante 1000 pasos de tiempo, con Reynolds $Re_h = 9000$ 66

6.3. Perfil de velocidades horizontales promedio a lo largo del eje vertical. Coordenadas adimensionales. 66

6.4. Perfil de velocidades horizontales promedio a lo largo del eje vertical. Coordenadas de pared. 67

7.1.	Perfil de playa. Acotación de imagen tomada de Gutiérrez-Estrada y Ley ⁽⁴¹⁾	70
7.2.	Diagrama del mallado producido mediante una transformación conformal.	73
7.3.	Presión y esfuerzo cortante sobre la superficie en la pared inferior a diferentes resoluciones de malla.	74
7.4.	Esfuerzo cortante adimensional en la pared a diferentes pendientes de onda $2\pi a/\lambda$. Línea sólida: teoría Lineal; Línea punteada: DNS.	75
7.5.	Presión adimensional en la pared a diferentes pendientes de onda $2\pi a/\lambda$. Línea sólida: teoría Lineal; Línea punteada: DNS.	75
7.6.	Perfil de velocidad horizontal a la altura del valle para $Re_h = 10^4$ y $2\pi a/\lambda = 0.35$ (rojo), $2\pi a/\lambda = 0.20$ (verde), $2\pi a/\lambda = 0.10$ (azul), $2\pi a/\lambda = 0.01$ (magenta). Arriba a la izquierda: líneas de corriente de la recirculación que ocurre cuando $2\pi a/\lambda = 0.35$. Abajo a la derecha: líneas de corriente que muestran la recirculación cuando $2\pi a/\lambda = 0.2$	76
7.7.	Perfil de velocidad horizontal a la altura del valle para $Re_h = 10^3$ y $2\pi a/\lambda = 0.35$ (rojo), $2\pi a/\lambda = 0.20$ (verde), $2\pi a/\lambda = 0.10$ (azul), $2\pi a/\lambda = 0.01$ (magenta). Arriba a la izquierda: líneas de corriente de la recirculación que ocurre cuando $2\pi a/\lambda = 0.35$. Abajo a la derecha: líneas de corriente que muestran la recirculación cuando $2\pi a/\lambda = 0.2$	77
7.8.	Radio entre los esfuerzos teórico y simulado ambos integrados sobre la superficie.	78
7.9.	Presencia de Remolinos: ‘O’ no hay remolinos, “X” recirculación cerca del valle. Línea continua: inicio de la recirculación según Malevich et al. ⁽⁶²⁾ ; línea punteada: límite crítico de convergencia para el mismo autor ⁽⁶²⁾	79
8.1.	a) Diagrama de una malla producida por una transformada conforme (Ecs.(8.12) y (8.13)). b) Vista cercana del valle en el fondo del mallado ($n_x=59$ y $n_y=84$) usado para los casos donde $2\pi a/\lambda = 0.8$ y $\lambda/h = 0.2$.	84
8.2.	Presión y esfuerzo cortante en la pared, ambos normalizados ($2\pi a/\lambda = 0.01$, $\lambda/h = 1$ y $Re = 5000/\pi$). Línea sólida: teoría lineal; línea punteada: DNS.	86
8.3.	Combinación crítica de los parámetros geométricos $k(a-h)$ y $2\pi a/\lambda$ en los cuales los remolinos aparecen en el límite $Re \rightarrow 0$ para diferentes valores de $\frac{\lambda}{h}$, y su comparación con la literatura mostrada en una línea gris continua.	87
8.4.	Líneas de corriente instantáneas del campo de velocidades $2\pi a/\lambda = 0.8$, $Re = 100$, $\lambda/h = 0.1$ en el tiempo escalado adimensional $t^*h/\lambda \approx 120$: a) Cerca del fondo del canal. b) En el valle de la superficie sinusoidal.	87
8.5.	Valores de $2\pi(a/\lambda)_e$, donde los remolinos aparecen, como función de Re_e . Los marcadores sólidos representan las simulaciones que realicé y los marcadores vacíos representan los resultados teóricos de Malevich et al. ⁽⁶²⁾	88

8.6. Valores de $2\pi(a/\lambda)_e$ donde los remolinos aparecen como funciones de $Re_e\lambda/h$. La línea punteada representa el valor crítico $2\pi(a/\lambda)_e$ encontrado por Scholle⁽⁷⁷⁾ para pequeños números de Reynolds. La línea negra horizontal representa los resultados de Scholle et al.⁽⁷⁹⁾ para $2\pi a/\lambda = \pi/25$, en el límite de grandes longitudes de onda y pequeños anchos de canal. El lado derecho de la línea rayada-punteada representa la inestabilidad centrífuga en el flujo de acuerdo a Floryan⁽³²⁾. La línea negra rayada-punteada representa la ecuación empírica (8.19) 89

8.7. Valores de $(ak)_e$ donde los remolinos aparecen como función de λ/h en el límite de $Re \rightarrow 0$ 90

8.8. Efecto que tiene el incremento del parámetro adimensional $Re\lambda/h$ en la posición del centro del remolino $\Delta x/\lambda$ en el caso donde $2\pi a/\lambda = 1.2$ y $\lambda/h = 1$. a) Líneas de corriente de un remolino producido mediante un flujo de Stokes $Re\lambda/h = 1$, b) Remolino producido en un régimen inercial $Re\lambda/h = 90$, c) Superposición de los dos casos previos para ilustrar la posición horizontal del centro del remolino $\Delta x/\lambda$ 93

8.9. Localización del centro del remolino $\Delta x/\lambda$ en las condiciones críticas donde ocurre el inicio de la recirculación, en función de $(Re\lambda/h)_e$ a la izquierda y $(2\pi a/\lambda)_e$ a la derecha. 94

9.1. Valores de $2\pi(a/\lambda)_e$ donde los remolinos aparecen como funciones de $Re_e\lambda/h$. El lado derecho de la línea rayada-punteada representa la inestabilidad centrífuga en el flujo de acuerdo a Floryan⁽³²⁾. La línea negra rayada-punteada representa la ecuación empírica (8.19). La línea horizontal negra representa el valor crítico antes de que rompa la ola⁽¹⁸⁾. 100

9.2. Rugosidad escalada con la altura significativa z_0/H_s obtenida de Drennan et al. (2005). A la Izquierda: Contra los valores del parámetro dinámico representado por el inverso de la edad de la ola pico u_*/c_p donde la línea sólida corresponde al modelo de Drennan et al. (2003) mostrado en la Ec. (9.2). A la derecha: Contra los valores del parámetro geométrico representado por la pendiente de ola significativa H_s/λ_p donde la línea sólida representa el modelo de Taylor y Yelland⁽⁹⁰⁾ mostrado en la Ec. (9.1). Los puntos en gris oscuro representan únicamente las olas que interactúan con el viento en la zona fetch y la media para cada intervalo de clase está representado por los círculos negros con barras verticales que representan el doble de la desviación estándar. Mientras que los puntos en gris claro representan todas las demás olas que también presentan el efecto (no dominante)⁽²²⁾ del mar de fondo (comúnmente llamado swell en inglés). 101

9.3. Rugosidad escalada con la altura $(2a)$ obtenida de Sullivan et al. (2000), contra los parámetros u^*/c , $2a/\lambda$ y $Re\lambda/h$ a la izquierda, centro y derecha respectivamente. Los puntos representan los valores donde la pendiente de ola es $2\pi a/\lambda = 0.1$, mientras que los diamantes representan la pendiente de ola $2\pi a/\lambda = 0.2$ 104

Índice de tablas

5.1.	Alturas a las cuales se encuentran ubicados los anemómetros.	45
5.2.	Rugosidad de los diferentes sectores. Los valores de rugosidad usados para los sectores A-F fueron tomadas de Figueroa-Espinoza y Salles (2014). Los valores de rugosidad de los demás sectores G-I fueron estimadas por el tipo de terreno mediante la figura (2.1).	47
5.3.	Coefficientes de la Ec. (5.21).	49
5.4.	Coefficientes de la Ec. (5.22).	49
5.5.	Resultados	54
7.1.	Presencia y ausencia de recirculación descrita por “X” y “O” respectivamente para diferentes números de Reynolds y pendientes de onda. . . .	78
8.1.	Rango de parámetros usados en este estudio.	85
9.1.	Parámetros usados en el estudio de Sullivan et al. (2000). Las primeras 5 columnas de la izquierda son mostradas por los autores en su trabajo ⁽⁸⁹⁾ , las últimas cuatro columnas son estimadas mediante las relaciones mostradas en las ecuaciones (9.4 a 9.7) descritas en el trabajo de los autores citados donde la escala de velocidad del número de Reynolds ($Re = U_s \lambda / 2\pi \nu$) corresponde a un sistema de referencia fijo.	103

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Actualmente, la mayor parte de energía en el mundo es obtenida mediante la combustión de los derivados del petróleo como se observa en la figura (1.1).

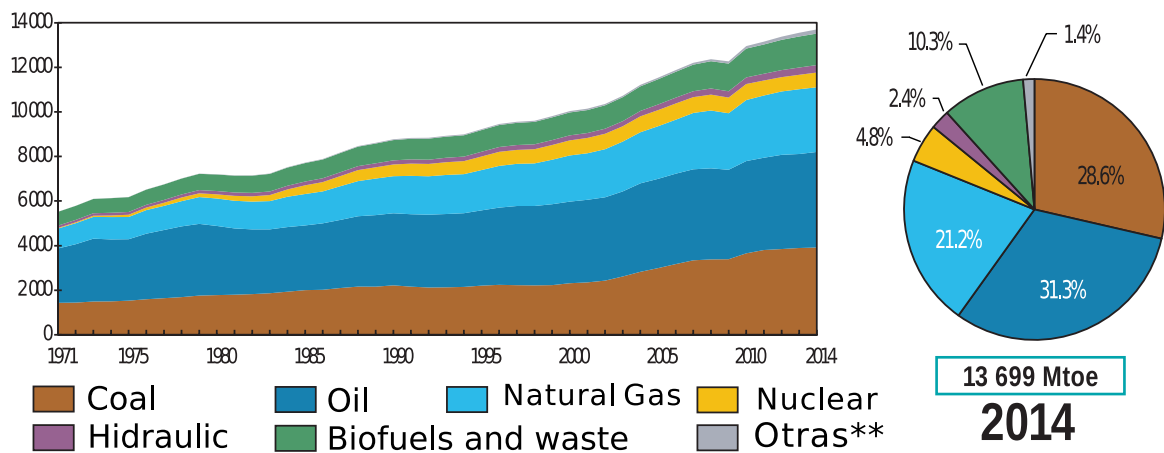


Figura 1.1: Suministro mundial de energía primaria por combustible (Mtoe)^{***}. A la izquierda se muestra desde 1971 hasta 2014. A la derecha los porcentajes para el año 2014. Imagen adaptada y traducida de: Agencia Internacional de Energía⁽⁴⁸⁾.

*En estos gráficos, la turba y los esquistos bituminosos son agregados con carbón.

**Incluye geotérmica, solar, eólica, calor, etc.

***Un Mtoe es equivalente a la energía liberada por la combustión de mil toneladas de petróleo crudo.

A lo largo de los años la población mundial ha aumentado (ver figura 1.2) y por consiguiente también lo ha hecho el consumo energético, produciendo un aumento en la demanda de petróleo. Aunado a lo anterior, al ser el petróleo un recurso no renovable, y al haber menores reservas petroleras de pozos poco profundos, actualmente se está haciendo más común la extracción de pozos profundos, que a su vez es más costosa. Los dos efectos juntos; disminución en la oferta y altos costos de extracción producen que

el precio del petróleo tenga una tendencia creciente (ver figura1.3).

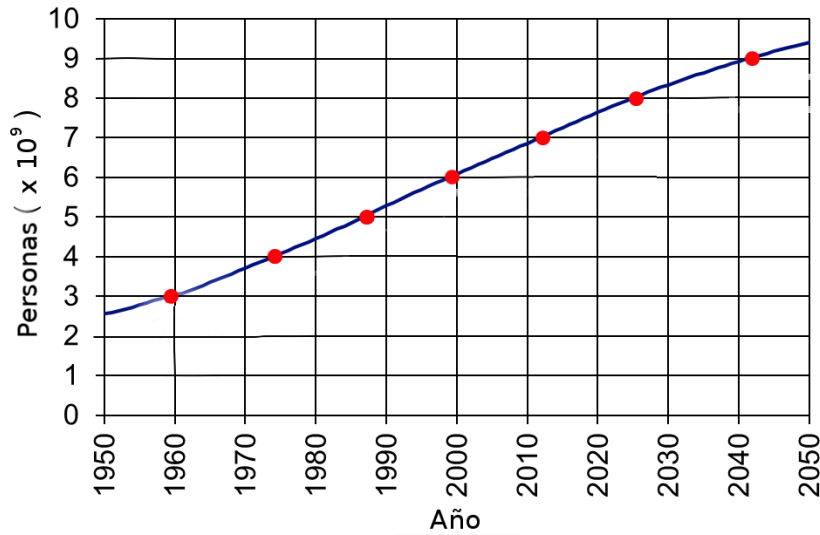


Figura 1.2: Evolución de la población mundial y tendencia 1950-2050. Imagen adaptada y traducida de: U.S. Census Bureau.⁽⁹⁴⁾.

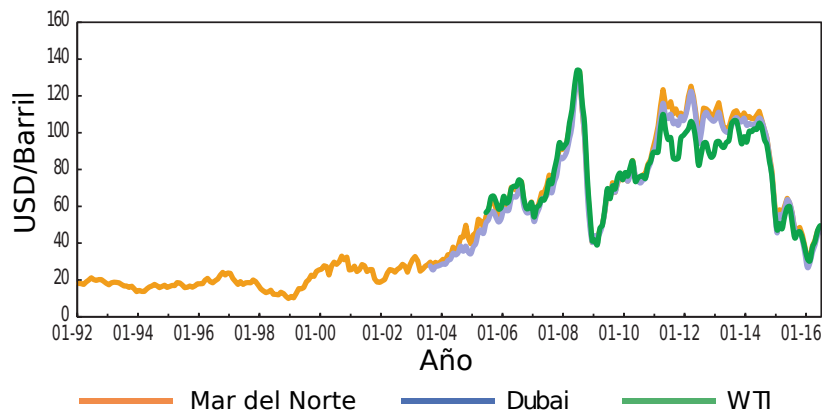


Figura 1.3: Evolución histórica del precio del barril de petróleo. Imagen adaptada y traducida de la International Energy Agency⁽⁴⁸⁾.

La implementación del uso de fuentes renovables de energía es necesaria para tener una transición energética mundial lo antes posible, no solo por su viabilidad económica (al platear y comparar la tendencia de los precios de un recurso renovable con uno no renovable), sino por su bajo impacto ambiental, comparado con la combustión del petróleo y sus derivados, que emiten gases de efecto invernadero los cuales producen un calentamiento global. En específico la energía eólica es muy buena opción en zonas costeras donde se encuentran constantes corrientes de aire en forma de brisa marina y brisa terrestre (ver sección 2.4.8).

Para instalar un generador eoloelectrico, es necesario hacer un estudio previo de la disponibilidad del recurso eólico. Para lograrlo se deben usar anemómetros los cuales,

idealmente, se colocan a la altura a la que estará el aerogenerador, después de medir el viento por lo menos durante un año y de preferencia dos o tres años para grandes plantas generadoras de potencia eólica⁽⁵⁰⁾ aunque con un año es posible obtener periodos de retorno para vientos extremos de 50 años de acuerdo al estándar IEC61400-1 de la comisión electrotécnica internacional⁽⁴⁷⁾ (IEC por sus siglas en inglés). Una vez que se tienen las medidas se puede estimar la producción eoloeléctrica mediante un estudio de la distribución de frecuencias del viento que se ajusta a una distribución de probabilidad adecuada para posteriormente integrar la energía extraíble mediante la curva de potencia del aerogenerador deseado, finalmente se puede obtener el tiempo en el que se recuperará la inversión.

Si se cambia de opinión sobre la altura a la que se encontrará el aerogenerador, es posible hacer una extrapolación del viento a la nueva altura, lo ideal es hacerlo para cada una de las medidas de viento y estimar el recurso energético. También se puede extrapolar la distribución de frecuencias, lo cual conlleva ciertos errores⁽⁴⁰⁾.

Debido al estudio previo requerido⁽⁵⁰⁾, es necesario una inversión considerable previa que va más allá del costo e instalación del aerogenerador: Un anemómetro de copas o uno sónico, requieren también la instalación de una torre anemométrica. Si lo que se desea es medir el perfil de viento, se puede instalar varios anemómetros sobre la torre. O inclusive se puede instalar un SODAR o un LIDAR (por sus siglas en inglés Sonic Detection and Ranging y Light Detection and Ranging, respectivamente) los cuales miden la velocidad del viento mediante el uso de láser. La instalación de la torre y los anemómetros implican un gasto fuerte y más aun la adquisición de un LIDAR. Dicha inversión se justifica para el caso de la construcción de granjas eólicas, pero para instalar un solo aerogenerador no siempre se cuenta con el recurso disponible.

Cuando se tiene una estación climatológica cerca, una forma de ahorrar en la inversión es utilizar sus mediciones de viento (las cuales por convención se encuentran a 10 metros de altura de la superficie). Y dichas mediciones se pueden extrapolar a la altura deseada.

Si se extrapola la velocidad a la altura deseada, es posible incurrir en un error al no hacerlo de forma adecuada. Para extrapolar la velocidad se debe conocer bien el perfil de velocidades. La práctica común es utilizar un perfil logarítmico para lo cual se requiere conocer la rugosidad del terreno y la velocidad de rugosidad, la primera se puede obtener de la literatura y la segunda se puede estimar con las medidas de un anemómetro o inclusive se pueden estimar ambas si se tienen las medidas a dos alturas diferentes en casos de atmósfera neutra y con tres anemómetros para estratificación estable e inestable.

Un perfil logarítmico solo es válido para los casos en los que el terreno es homogéneo, de lo contrario al haber un cambio de rugosidad, como la unión del agua y la arena en las zonas costeras, se deben tomar en cuenta los efectos de dichos cambios en el perfil vertical de velocidades. Cuando el viento pasa por un cambio abrupto en el tipo de terreno se forma una capa límite que se extiende aguas abajo conocida como capa límite interna. Al hacer una extrapolación debe saberse si la medida y la altura a extrapolar están dentro o fuera de la capa límite interna. Una descripción más detallada de la CLI se presentará más adelante en la sección (2.5). En caso de que la atmósfera no sea

neutra y además se presente un cambio de estabilidad junto con el cambio de terreno, se complica aun más el problema.

Aunado a lo anterior, cuando la interfase mar-aire presenta condiciones peculiares relacionadas con la velocidad del viento y la geometría de la ola, que producen la presencia de vórtices en el valle de las olas y en estos casos la rugosidad del mar puede cambiar y tener una “rugosidad aparente” parecida a la rugosidad de una superficie plana.

La problemática planteada en los párrafos anteriores generó la motivación de estudiar el posible error en el que se puede incurrir al estimar el recurso eólico en la costa si no se toman en cuenta los efectos del terreno y la estabilidad atmosférica, en particular la presencia de una capa límite interna. Lo cual nos llevó a estudiar el flujo de aire que sopla sobre el mar y la combinación de condiciones geométricas y dinámicas que producen la recirculación de un flujo sobre una superficie ondulada para explorar las posibles implicaciones de la recirculación en la capa límite interna.

1.2. Objetivos

- Estudiar la interacción de la atmósfera con una interfase mar-tierra idealizada mediante formulaciones teóricas, herramientas de simulación numérica y medidas de campo. Dicha interfase idealizada se representará como un flujo (atmosférico) que se mueve sobre una superficie ondulada (mar) que tiene distintas características geométricas (altura y periodo de ola) que afectan la topología del flujo atmosférico. Un efecto de particular interés es la formación de recirculaciones en la proximidad de los valles de las olas a grandes números de Reynolds.
- Investigar, por medio de simulación numérica directa (DNS por sus siglas en inglés) los límites de la teoría lineal de interacción océano-atmósfera y expandir esos resultados para casos donde ésta deje de ser válida.
- Establecer la combinación de parámetros adimensionales que describen el sistema y provocan la formación de las antes mencionadas recirculaciones sobre un fondo ondulado.
- Usar los resultados numéricos para proponer correlaciones entre dichas variables, y verificar los resultados numéricos usando la teoría (para altos números de Reynolds).
- Estudiar los efectos de un cambio brusco de rugosidad y estabilidad en un flujo atmosférico en la costa y sus implicaciones en la extracción de energía eólica.

1.3. Breve descripción del proyecto

El presente proyecto fue planteado como propuesta para formarme como doctor en ingeniería en energías renovables. En sus inicios formó parte del proyecto “Caracteriza-

ción de la capa límite atmosférica en la costa de Yucatán”. Para su realización recibí una beca por parte del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT).

El perfil de velocidades de la capa límite y de la capa límite interna están determinados en gran parte por la rugosidad del terreno que genera un esfuerzo cortante en la superficie en una zona muy pequeña donde los efectos viscosos son los más representativos (ver secciones 2.4 y 2.5 para ver una descripción a detalle). Por lo anterior es muy complicado tomar mediciones experimentales de la velocidad del aire y presión a milímetros de la superficie del mar, debido a eso es muy útil el uso de la mecánica de fluidos computacional ya que nos permite el uso de experimentos numéricos que después de una validación logran describir el sistema permitiendo el ahorro de tiempo y dinero, en especial las simulaciones numéricas directas que dan información hasta de las escalas más pequeñas sin el uso de aproximaciones. En el presente proyecto se utilizó el código de simulación numérica directa llamado JADIM (descrito en la sección 3.2) y desarrollado en Instituto de Mecánica de Fluidos de Toulouse, Francia.

El capítulo 7 fue presentado en el congreso “3rd Brazilian Conference on Boiling, Condensation and Multiphase flow” en Curitiba-Brasil con ayuda del fondo mixto (FO-MIX) del proyecto No. 106400. El capítulo 8 fue publicado en la revista científica “Physics of fluids”⁽²⁸⁾.

La mayor parte del trabajo fué desarrollado en el Laboratorio de Ingeniería y Procesos Costeros donde realicé la revisión bibliográfica, aprendí a utilizar el código numérico JADIM y realicé los estudios paramétricos de la energía disponible en las diferentes zonas de la capa límite atmosférica después del marcado cambio de rugosidad en la costa. El uso avanzado y modificación del código JADIM lo aprendí durante una estancia en el Instituto de Mecánica de Fluidos de Toulouse Francia con el Dr. Dominique Legendre.

1.4. Estructura del documento

Los capítulos 2 y 3 muestran el marco teórico básico necesario para comprender los temas abordados en los capítulos posteriores.

En el capítulo 4 se describe el flujo de aire sobre una interfase mar tierra idealizada, el perfil de velocidades, su evolución después de pasar por el cambio de rugosidad y la energía eólica disponible dependiendo de la posición horizontal, vertical (con respecto a la línea de costa) y la dirección del viento.

En el capítulo 5 se exploran las implicaciones en la estimación de la energía eólica al extrapolar la velocidad a una altura diferente de la medida, por considerar un terreno homogéneo sin tomar en cuenta un cambio de rugosidad y/o la estabilidad. Se calcula un porcentaje de error en función de la posición medida y extrapolada.

La sección 5.4 es un estudio de caso para las condiciones de estabilidad atmosférica neutra en Sisal Yucatán, donde se estima la energía eólica a 50 metros al extrapolar el viento medido a alturas menores mediante diferentes modelos y se compara con la energía eólica disponible obtenida con medidas a 50 metros para conocer que tan adecuado es cada uno de ellos.

En el capítulo 6 se muestra una validación de un flujo de Couette 3D plano turbu-

lento del código JADIM que nos permite confiar en el código como herramienta robusta de investigación.

En el capítulo 7 se estudia una superficie ondulada en un flujo de Couette 2D, validado con la teoría lineal encontrada en la literatura para después explorar los límites de dicha teoría.

En el capítulo 8 se continua estudiando el mismo flujo al explorar las variaciones en la geometría del canal y en las características dinámicas del flujo (número de Reynolds) que producen recirculación en el fondo. También se adapta la teoría existente de flujos de Poiseuille al caso estudiado para grandes números de Reynolds y se compara con las predicciones numéricas.

El capítulo 9 presenta las implicaciones en la capa límite interna debidas a la recirculación y al desprendimiento de la capa límite que genera una rugosidad aparente, también se explora la relación que tiene la evolución en la interfase mar tierra de la capa límite interna generada cuando el aire siente una fricción diferente debida a la nueva rugosidad “aparente” del mar.

Por último, en el capítulo 10 se presentan las conclusiones del trabajo.

Capítulo 2

Marco teórico

En este capítulo se presentan algunos de los conceptos básicos para facilitar la comprensión del presente trabajo y tener una noción previa de lo que es el viento, energía disponible, el concepto de la capa límite y las diferentes expresiones que describen a un perfil de viento.

Después se describe a grandes rasgos cómo se estima, a partir de las mediciones del viento, la energía que puede ser obtenida mediante un aerogenerador. También se describen las suposiciones que se hacen para extrapolar el perfil de velocidades para dicha estimación.

Por último se describe lo que es la capa límite interna y las diferentes descripciones que hay sobre ella en la literatura.

2.1. El viento

El viento es un flujo de aire producido principalmente por dos fuerzas: las que resultan de un gradiente de presión y la fuerza de Coriolis. La presencia de estas fuerzas es consecuencia de los movimientos de rotación (relacionada con el efecto Coriolis y las variaciones de temperatura), la interacción con el Sol y en menor medida con la traslación de la Tierra (relacionada con las variaciones de temperatura anuales).

Los gradientes de presión en el aire se originan principalmente por la diferencia de temperatura que es producida por las estaciones del año, las variaciones día-noche y la diferencia en el ángulo de incidencia de la radiación solar sobre las diferentes zonas de la superficie terrestre. Mientras que la fuerza de Coriolis es una consecuencia directa de la rotación planetaria.

2.2. La energía del viento

La energía contenida en una masa de aire por unidad de tiempo, se puede determinar por la “Ley del cubo”⁽¹⁹⁾:

$$E = \frac{1}{2}\rho AU^3, \quad (2.1)$$

donde E es la energía por unidad de tiempo [W], A el área interceptada por el rotor [m^2], ρ la densidad del aire [kg/m^3] y U la velocidad del viento [m/s].

2.3. Coeficiente de potencia

La cantidad de potencia que se puede extraer del aire mediante una máquina eólica puede ser calculada mediante la siguiente ecuación⁽⁸⁾ que surge de un balance de masa, momento y energía:

$$Potencia = \frac{1}{2}\rho A_d U^3 a(1-a)^2, \quad (2.2)$$

donde ρ es la densidad del aire y a el factor de inducción de flujo axial que relaciona a la velocidad del viento corriente arriba del rotor U con la velocidad del viento en el rotor U_d de la siguiente forma:

$$U_d = U (1 - a). \quad (2.3)$$

El coeficiente de potencia es aquel que relaciona la cantidad de potencia que se extrae del aire mediante una máquina eólica (numerador) con la potencia disponible en ausencia de la máquina eólica (denominador)⁽⁸⁾:

$$C_p = \frac{Potencia}{\frac{1}{2}\rho U^3 A_d}, \quad (2.4)$$

simplificando tenemos:

$$C_p = 4a(1-a)^2. \quad (2.5)$$

Se puede obtener el máximo valor que puede tener el coeficiente de potencia, esto ocurre cuando $a = \frac{1}{3}$ y resulta ser:

$$C_p = \frac{16}{27} = 0.593 \quad (2.6)$$

El máximo valor que puede tener el coeficiente de potencia es conocido como límite de Betz (debido al alemán Albert Betz) y no es posible construir una turbina eólica que exceda este límite.

Podemos decir que la cantidad de potencia que se extrae del aire mediante una máquina eólica puede ser expresada mediante la siguiente expresión:

$$Potencia = \frac{1}{2}C_p\rho A_d U^3. \quad (2.7)$$

Después de observar la ecuación (2.7), se nota la gran influencia que tiene la velocidad en la potencia generada por estar elevada al cubo. Por lo anterior el interés se centra en determinar la velocidad del viento para poder estimar la energía eólica disponible.

Al montar un generador eoloelectrónico, éste interactúa con el aire que sopla en las zonas más cercanas a la superficie donde el efecto de la fuerza aparente de Coriolis es

pequeño y dominan los efectos del terreno ya sea por su tipo de rugosidad o estabilidad térmica. A dicha zona se le llama capa límite atmosférica (CL) y las características de su estructura que definen el tipo de perfil vertical de velocidad que se presenta es útil para poder conocer la velocidad a cualquier altura dentro de la CL.

2.4. Capa límite

El concepto de capa límite viene de Prandtl y es definida por Schlichting⁽⁷⁶⁾ de la siguiente forma:

Si la condición de no deslizamiento no fuera cumplida, no habría diferencia entre el campo de velocidades de un fluido real y uno perfecto. El hecho de que en la pared el fluido se adhiere a ella significa, sin embargo, que las fuerzas de fricción retrasan el movimiento del fluido en una capa delgada cerca de la pared. En esa capa delgada la velocidad del fluido incrementa desde cero en la pared (no deslizamiento) hasta su valor máximo que corresponde al flujo externo libre de fricción, la capa bajo consideración es llamada capa límite.

El mismo autor considera que a la altura de la capa límite la velocidad es $u = 0.99U_s$ donde U_s es la velocidad del flujo externo libre de fricción.

En el caso del viento a grandes altitudes, donde los efectos de la interacción del flujo con la superficie son débiles, puede ser considerado que el aire es impulsado por la rotación de la Tierra y por diferencia de presiones a gran escala sinóptica (flujo geostrófico).

En altitudes bajas, puede ser sentido el efecto de la superficie de la Tierra y en menor medida el efecto de Coriolis. Esta zona de la atmósfera es conocida como capa límite atmosférica.

En una zona más cercana a la superficie en donde los esfuerzos varían menos que el 10% de su magnitud⁽⁸⁸⁾, se presenta una capa límite superficial donde los efectos de Coriolis son despreciables. Su ancho está determinado por las características del flujo sin perturbar y por el tipo de superficie, que puede ser descrita mediante la longitud de rugosidad z_0 .

Por último, en la parte más baja a pocos centímetros de la superficie⁽⁸⁸⁾, el transporte molecular domina sobre el transporte turbulento.

Las propiedades de la capa límite superficial son importantes para conocer el perfil de velocidades y extrapolar la velocidad a alturas mayores que la de los datos medidos disponibles, así como para entender la turbulencia experimentada por las turbinas de viento, utilizadas para el aprovechamiento de la energía eólica.

Debido a que normalmente el viento presenta un régimen turbulento, y que la intensidad turbulenta afecta al desempeño de los aerogeneradores. Es de gran utilidad descomponer la velocidad en su media y sus fluctuaciones para estudiar la turbulencia.

La descomposición de Reynolds

La descomposición de Reynolds consiste en representar la velocidad \bar{u} mediante la suma del flujo medio más las fluctuaciones de la velocidad:

$$\bar{u}(x, y, z) = (U, V, W) + (u, v, w), \quad (2.8)$$

que en notación índice queda:

$$u_j = U_j + u_j, \quad (2.9)$$

al igual que la temperatura θ :

$$\theta = \Theta + \theta, \quad (2.10)$$

y la presión:

$$p = P + p, \quad (2.11)$$

El esfuerzo total

El esfuerzo total presente en un flujo turbulento puede ser expresado como la suma algebraica del esfuerzo viscoso τ_l , que es significativo en la pequeña subcapa laminar viscosa cerca de la pared, más el esfuerzo turbulento que comienza a predominar en la capa de transición⁽⁸⁷⁾.

$$\tau = \tau_l + \tau_t. \quad (2.12)$$

Donde el esfuerzo laminar τ_l puede ser encontrado mediante el gradiente de velocidades, la viscosidad dinámica μ y la densidad ρ :

$$\tau_l = \mu \frac{\partial U}{\partial z}. \quad (2.13)$$

Pero el esfuerzo turbulento es más difícil de evaluar⁽⁸⁷⁾ a menos que se use la teoría de longitud de mezcla de Prandtl⁽⁸⁷⁾ o alguna otra parametrización del mismo.

De acuerdo a la teoría de Prandtl, una partícula se mueve una distancia l (longitud de mezcla de Prandtl) antes de que su momento sea cambiado por el medio ocasionando una fluctuación u que a su vez es proporcional a la fluctuación v .

$$w \sim u \sim l \frac{dU}{dz}, \quad (2.14)$$

Después de hacer la descomposición de Reynolds y sustituirla en las ecuaciones de Navier-Stokes aparecen nuevos términos que se puede interpretar como esfuerzos turbulentos (transporte turbulento de momento) y son de la siguiente forma:

$$\tau_t = -\rho \overline{uw}. \quad (2.15)$$

En la zona de transición el esfuerzo turbulento es aproximadamente igual al esfuerzo cortante en la pared τ_w , pero los efectos turbulentos dominan y la ecuación (2.15) queda:

$$\tau_t \approx \tau_w \rho l^2 \left(\frac{dU}{dz} \right)^2. \quad (2.16)$$

2.4.1. Perfil de velocidad logarítmico

Cuando se habla de un perfil de velocidades se hace referencia al promedio de la componente principal de velocidad y su comportamiento expresado en función de la dirección perpendicular a la superficie de contacto $U = f(z)$.

Si partimos de la ecuación (2.16) y consideramos que la relación de l con z puede ser establecida mediante la expresión de Von Kármán que sugirió⁽⁸⁷⁾:

$$l = k \frac{dU/dz}{d^2U/dz^2}. \quad (2.17)$$

La Ec. (2.17) se cumple si se supone una longitud de Prandtl proporcional a la distancia ($l = kz$). Entonces la Ec. (2.16) queda:

$$\frac{kz}{u^*} \frac{\partial U}{\partial z} = 1, \quad (2.18)$$

donde u^* es la velocidad de fricción* definida por $u^* = (\nu \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=0})^{1/2} = (\tau_w/\rho)^{1/2}$.

La ley logarítmica de velocidades se obtiene si integramos la Ec. (2.18) y al aplicar la condición de no deslizamiento, $U(z_0) = 0$, a la longitud de rugosidad de la superficie (cuyos valores más característicos se pueden observar en la figura (2.1) al final del presente capítulo), obtenemos una expresión logarítmica:

$$U = \frac{u^*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right), \quad (2.19)$$

donde k es la constante de Von Kármán cuyo valor más aceptado⁽⁸⁾ es $k = 0.4$ pero en la literatura se han reportado varios valores⁽³³⁾ entre $k = 0.35$ y $k = 0.42$. Es importante mencionar que en este trabajo se usa la teoría de longitud de mezcla de Prandtl para llegar al perfil semi-logarítmico, basado en los autores Streeter et al. (1988), pero se puede llegar a la expresión logarítmica (Ec. 2.19) de otras formas, por ejemplo ver Tennekes y Lumley (1972).

La ec. (2.19) solo es válida para condiciones térmicas muy específicas que producen estabilidad neutra; en la capa límite también influye el efecto térmico de la atmósfera: por ejemplo, si el aire cerca de la tierra se calienta en un día soleado, se puede generar una fuerza de flotación suficiente para elevarse a través de la atmósfera, causando un patrón de celdas de convección que se experimentan como remolinos turbulentos a gran escala.

2.4.2. Efectos térmicos en la capa límite atmosférica

Los principales efectos que gobiernan las propiedades de la capa límite son la fuerza del viento geostrófico, la rugosidad de la superficie, el efecto Coriolis y los efectos térmicos. Podemos considerar la existencia de una parcela de aire cercana a la superficie que se calienta en forma adiabática, y dependiendo de si está en equilibrio térmico o no con el aire circundante, se comporta de diferentes formas de acuerdo a su estabilidad⁽⁷³⁾.

Nótese que para diferenciar la velocidad de fricción $u_ = (\overline{u'w'})^{1/2}$, basada en el esfuerzo turbulento o $u^* = (\tau_w/\rho)^{1/2}$, basada en el esfuerzo en la pared, se utiliza * subíndice o superíndice respectivamente.

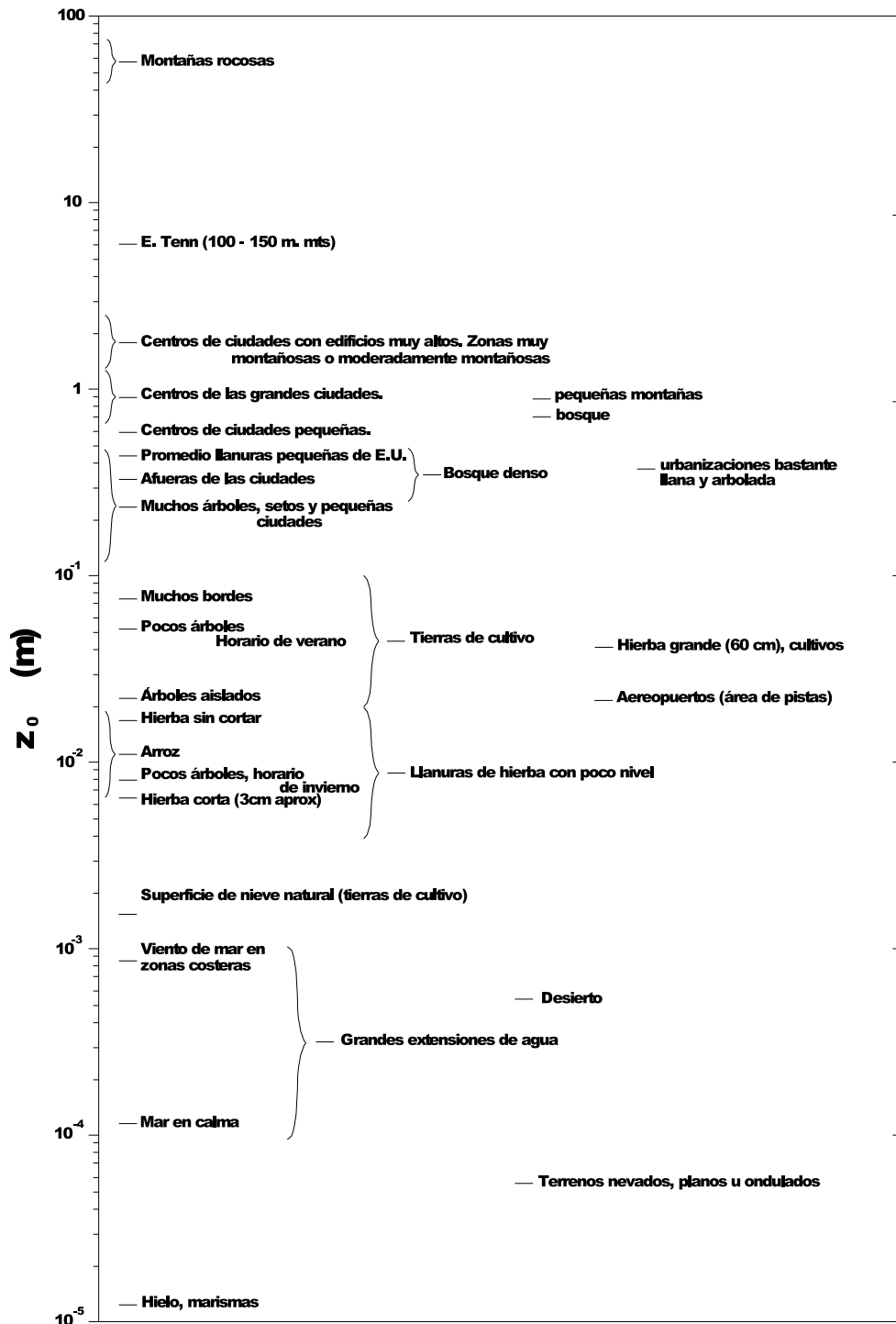


Figura 2.1: Valores típicos de rugosidad superficial z_0 (Fuente: Traducción de ESDU-72026 realizada por Hernández Jiménez⁽⁴³⁾).

Estabilidad de la capa límite

La influencia de los efectos térmicos sobre la parcela pueden ser clasificados en tres categorías: estratificación estable, inestable y neutra⁽⁸⁾:

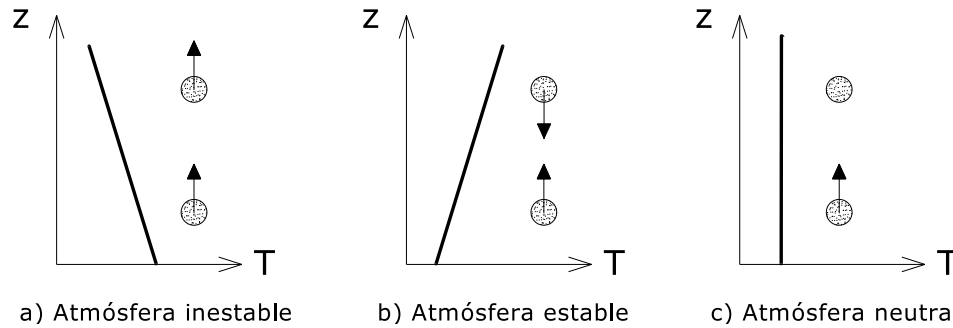


Figura 2.2: Estabilidad de la atmósfera, Temperatura de la parcela adiabática a diferentes alturas y fuerza (vector) de flotabilidad presente en cada caso. (Fuente: Hernández Jiménez⁽⁴³⁾)

- La estratificación inestable ocurre cuando hay mucho calentamiento superficial, causando que el aire caliente cercano a la superficie se eleve. Mientras se eleva, se expande debido a una presión reducida y entonces se enfría adiabáticamente. Si el enfriamiento no es suficiente para llevar el aire a un equilibrio térmico con el aire que lo rodea, este continuará elevándose generándose grandes celdas de convección. El resultado es una capa límite gruesa con remolinos turbulentos de gran escala, con mucho mezclado y transferencia de momento vertical provocando un cambio relativamente pequeño en la velocidad media con respecto a la altura⁽⁸⁾. Para las aplicaciones en generación de energía eólica, la estratificación inestable puede ser importante ya que puede dar lugar a ráfagas de viento en las zonas bajas⁽⁸⁾.
- La estratificación estable ocurre cuando el efecto del enfriamiento adiabático de la parcela de aire causa que el aire elevado se enfríe más que el aire circundante produciendo una menor densidad, en consecuencia el movimiento vertical será eliminado. Esto normalmente ocurre en las noches frías cuando la superficie de la Tierra es fría. En esta situación, la turbulencia es dominada por la fricción con la tierra, y el incremento de la velocidad media con respecto a la altura, debido a los esfuerzos cortantes, puede ser grande⁽⁸⁾. El aire que se eleva en las condiciones de estratificación estable, puede provocar cargas asimétricas debidas a altos esfuerzos cortantes. En esta situación también puede haber cambios rápidos en la dirección del viento con respecto a la altura⁽⁸⁾.
- La estratificación neutra ocurre cuando el enfriamiento adiabático de la parcela de aire que se eleva es tal que esta permanece en equilibrio térmico con sus alrededores. Esto ocurre muchas veces cuando hay vientos fuertes y cuando la turbulencia causada por la rugosidad de la tierra genera un mezclado suficiente en la capa límite⁽⁸⁾. Para el aprovechamiento de la energía eólica, la estabilidad neutra es usualmente la situación que se considera más importante, particularmente cuando se consideran las cargas turbulentas en la turbina ya que éstas son más grandes en los vientos fuertes⁽⁸⁾.

2.4.3. Criterio de estabilidad: Número de Richardson

Ya se describió a grandes rasgos el efecto térmico en la capa límite atmosférica y los tipos de estratificación que se pueden presentar, lo cual se esquematiza en la figura (2.2) así como la forma en que la estabilidad está determinada por la relación que hay entre los efectos que produce el flujo de calor y los esfuerzos viscosos. A continuación se describe la convección boyante para poder definir después el número de Richardson.

La convección boyante se refiere a los gases bajo la influencia gravitacional donde las fluctuaciones en la temperatura causan fluctuaciones en la densidad (si consideramos presión constante a causa de un número de Mach bajo)⁽⁹¹⁾. La consecuencia es la presencia de una fuerza de cuerpo fluctuante $g_j \rho \bar{\rho}$ (donde g_j es el vector de la aceleración gravitacional, ρ las fluctuaciones de la densidad y $\bar{\rho}$ la densidad media) que también puede ser representada en función de la temperatura: $-g_j \vartheta / \Theta_0$, donde $\vartheta = \theta - \Theta_0$ representa la diferencia de temperatura de la parcela estudiada θ y la temperatura media de la atmósfera adiabática circundante Θ_0 .

La fuerza gravitacional induce un gradiente de presión que provoca a su vez un gradiente de temperatura. Si se considera que sus variaciones ocurren en una escala grande comparada con la escala turbulenta, la temperatura adiabática Θ_0 puede ser considerada constante en varios problemas⁽⁶⁰⁾.

La descomposición de Reynolds puede ser aplicada a la diferencia de temperaturas: $\vartheta = \bar{\vartheta} + \theta$ y la tasa media del trabajo realizado por la fuerza de cuerpo fluctuante sería $-g_j \overline{u_j \theta} / \Theta_0$. A dicho trabajo se le llama producción boyante y es una fuente de energía cinética turbulenta.

Si estudiamos el aire que sopla sobre la superficie de la Tierra cuyo eje perpendicular es z , podemos considerar un flujo estable y homogéneo en x y y donde las únicas componentes de U_j y g_j no nulas son $U = U(z)$ y $g_j = -g$, además consideramos que no hay transporte molecular de ϑ en la dirección z ; se puede considerar que los flujos de calor $\overline{\rho c_p w \theta}$ y momento $\overline{\rho u w}$ son constantes en la capa límite superficial⁽⁸⁸⁾.

El parámetro que permite establecer el tipo de estabilidad que presenta la capa límite es el número de Richardson el cual expresa la razón entre la producción boyante $\overline{w \theta}$ y la producción de energía cinética turbulenta⁽⁹¹⁾ mediante esfuerzos de Reynolds $\overline{u w}$.

$$R_f \equiv \frac{g}{\Theta_0} \frac{\overline{w \theta}}{\overline{u w} \partial U / \partial z}, \quad (2.20)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, Θ_0 la temperatura media de una atmósfera adiabática y z la coordenada perpendicular a la superficie.

Cuando $R_f > 0$ tenemos una atmósfera estable con flujos de calor hacia abajo, cuando $R_f \approx 0$ no se presentan flujos de calor y la atmósfera es neutra, cuando $R_f < 0$ el flujo de calor es hacia arriba y la atmósfera es inestable.

2.4.4. Criterio de estabilidad: Longitud de Monin-Obukhov

Si se asume que los esfuerzos de Reynolds son constantes $-\overline{\rho u w} = \tau_t = cte$, que la velocidad de fricción esta definida por $u_* = (\tau_t/\rho)^{1/2}$ y que el perfil de velocidades es logarítmico (Ec. 2.18). El número de Richardson (Eq. 2.20) quedaría de la siguiente forma⁽⁹¹⁾:

$$R_f = \frac{kgz\overline{\theta}}{\Theta_0 u_*^2}, \quad (2.21)$$

donde $u_* = (\tau_t/\rho)^{1/2}$ es la velocidad de rugosidad y k la constante de von Kármán.

Si el flujo de calor se define $H = \rho c_p \overline{\theta w}$ (donde c_p es el calor específico del aire a presión constante), se puede definir una escala de longitud⁽⁹¹⁾:

$$L \equiv -\frac{\Theta_0 u_*}{kg\overline{\theta}} = -\frac{c_p \rho \Theta_0 u_*}{kgH}, \quad (2.22)$$

bautizada como la longitud de Monin-Obukhov, cuya interpretación física es el espesor de la capa en la que no influye la estratificación de la atmósfera.

La teoría de la similitud de Monin-Obukhov, cuyo nombre hace honor a sus autores los cuales, al aplicar el teorema Pi de Buckingham, demuestran que la combinación correcta de parámetros adimensionales que describen al gradiente de velocidad y de temperaturas en la capa límite atmosférica⁽³³⁾ es: $\frac{kz}{u_*} \frac{\partial U}{\partial z}$ y $\frac{z}{\theta_*} \frac{\partial \Theta}{\partial z}$ respectivamente y ambos pueden representarse como una “función universal” de un solo parámetro adimensional z/L :

$$\frac{kz}{u_*} \frac{\partial U}{\partial z} = \varphi_m(z/L), \quad (2.23)$$

$$\frac{z}{\theta_*} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \varphi_H(z/L), \quad (2.24)$$

donde $\theta_* = -\overline{w\theta}/u_*$ es la temperatura dinámica.

El parámetro z/L puede ser utilizado para conocer el tipo de estratificación que presenta la capa límite atmosférica ya que es equivalente al número de Richardson. Por lo anterior, las funciones φ_m y φ_H presentan tres formas diferentes dependiendo del tipo de estratificación atmosférica, siendo $\varphi_m = 1$ y $\varphi_H = 0.74$ en casos neutros⁽⁹⁾, donde la Ec. (2.23) equivale a la Ec. (2.18).

A continuación se describen los modelos existentes para representar los perfiles de aire que sopla sobre la tierra cuando hay estratificación estable e inestable.

2.4.5. Perfil de velocidades logarítmico-lineal

Esta ley escribe el perfil de velocidad al tomar en cuenta la estabilidad de la capa límite y resulta de integrar la Ec. (2.23) utilizando la condición de no deslizamiento a la altura z_0 :

$$U = \frac{u_*}{k} \left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \psi_m \left(\frac{z}{L} \right) \right] \quad (2.25)$$

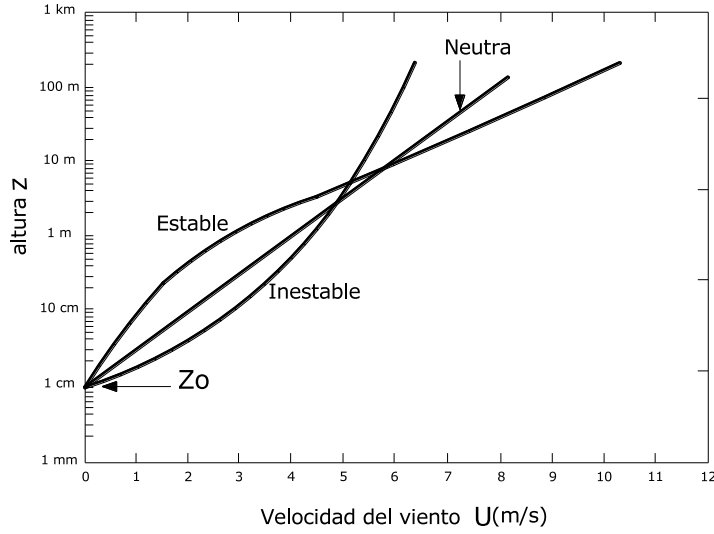


Figura 2.3: Perfiles típicos de la velocidad del viento según su estabilidad (Fuente: Hernández Jiménez⁽⁴³⁾)

Donde la “función universal integrada” ψ_m se puede obtener en forma empírica. En el presente trabajo utilizaremos las expresiones propuestas por Irwin⁽⁴⁹⁾ que ya han sido utilizadas en la literatura para extrapolar velocidades de viento para su aplicación en energías renovables^(38,39,37):

Para los casos estables ($z/L > 0$):

$$\varphi_m(z/L) = 1 + 4.7 \frac{z}{L}, \quad (2.26)$$

$$\psi_m(z/L) = -4.7 \frac{z}{L}. \quad (2.27)$$

Para los casos neutros ($z/L = 0$):

$$\varphi_m(z/L) = 1, \quad (2.28)$$

$$\psi_m(z/L) = 0. \quad (2.29)$$

Para los casos inestables ($z/L < 0$):

$$\varphi_m(z/L) = \left(1 - 15 \frac{z}{L}\right)^{-1/4}, \quad (2.30)$$

$$\psi_m(z/L) = -\ln \left(\frac{(\zeta_0^2 + 1)(\zeta_0 + 1)^2}{(\zeta^2 + 1)(\zeta + 1)^2} \right) - 2(\arctan(\zeta) - \arctan(\zeta_0)), \quad (2.31)$$

donde:

$$\zeta = (1 - 15(z/L))^{1/4}, \quad (2.32)$$

$$\zeta_0 = (1 - 15(z_0/L))^{1/4}. \quad (2.33)$$

2.4.6. Perfil de velocidades exponencial

Como ya se mostró, la ley logarítmica-lineal (Ec. 2.25) tiene fundamentos teóricos pero no es tan sencillo calcular la longitud de Monin Obukhov L (Ec. 2.22) y por eso, en estudios ingenieriles, es muy usada la Ec. (2.34) también conocida como ley exponencial de Hellmann por ser una expresión más simple a pesar de que no ser tan certera⁽²⁾:

$$U = U_{ref} \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha \quad (2.34)$$

donde α es un coeficiente de fricción o exponente de Hellmann, el cual varía entre $\alpha = 0.1$ para superficies lisas sólidas, lagos u océanos y $\alpha = 0.4$ para ciudades con edificios altos⁽³⁾. U_{ref} corresponde a la velocidad medida a una altura de referencia y z_{ref} que muchas veces es $z_{ref} = 10\text{m}$ debido a que es la altura de la mayoría de las estaciones climatológicas cuyos datos pueden ser utilizados para estimar la energía eólica en lugares cercanos a ellas sin necesidad de invertir en la instalación de torres anemométricas.

El parámetro α se puede obtener en forma directa si se dispone de medidas a dos alturas diferentes:

$$\alpha = \frac{\ln(U(z_2)/U(z_1))}{\ln(z_2/z_1)}. \quad (2.35)$$

Smedman-Högström y Högström (1978) proponen un modelo empírico cuyos coeficientes c_0 , c_1 y c_2 dependen de la estabilidad atmosférica:

$$\alpha = c_0 + c_1 \log_{10}(z_0) + c_2 (\log_{10}(z_0))^2. \quad (2.36)$$

También es posible obtener valores más exactos de α para el terreno bajo estudio si se conoce el parámetro de estabilidad z/L mediante la definición de la función universal φ_m mostrada en la Ec. (2.23) que puede ser vista como un esfuerzo adimensional cuya dependencia con la velocidad y el exponente α fue estudiada por Panofsky et al.⁽⁶⁶⁾ los cuales estimaron el exponente de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{u^*}{kU_{ref}} \varphi_m \quad (2.37)$$

En caso de no tener medidas a dos alturas diferentes para calcular la velocidad de rugosidad, es posible estimar el parámetro α mediante la expresión planteada por Panofsky y Dutton (1984) para lo cual es necesario tener la longitud de Monin Obukhov L :

$$\alpha = \frac{\varphi_m(\overline{z_1 z_2}/L)}{\ln(\overline{z_1 z_2}/z_0) - \psi(\overline{z_1 z_2}/L)}. \quad (2.38)$$

2.4.7. Viento geostrófico

A cierta altura de la tropósfera z_i no se sienten los efectos de la superficie terrestre y el aire en movimiento es llamado viento geostrófico, que es la consecuencia de la fuerza de Coriolis y la fuerza generada por el gradiente de presión. La teoría de similitud de Rossby relaciona la velocidad en la parte más alta de la capa límite G con la velocidad de fricción u^* cerca de la superficie⁽⁷⁾. En condiciones estacionarias barotrópicas la ley de arrastre geostrófico es:

$$G = \frac{u^*}{k} \sqrt{\left[\ln \left(\frac{u^*}{f z_0} \right) - A \right]^2 + B^2}, \quad (2.39)$$

donde f es el parámetro de Coriolis definido como:

$$f = 2\Omega \text{sen}(\Lambda), \quad (2.40)$$

Ω es la velocidad angular de rotación terrestre, Λ la latitud, A y B son funciones de resistencia y dependen del parámetro de estabilidad u^*/fL . Para una atmósfera neutra son⁽³⁶⁾ $A = 1.9$ y $B = 4.9$.

Una vez descritos los diferentes perfiles de velocidad y las expresiones matemáticas utilizadas para representar el viento, y tomando en cuenta que el presente trabajo estudia un flujo sobre el mar y la costa. Es importante describir porqué ocurre la brisa y el terrestre.

2.4.8. Brisa marina y terrestre

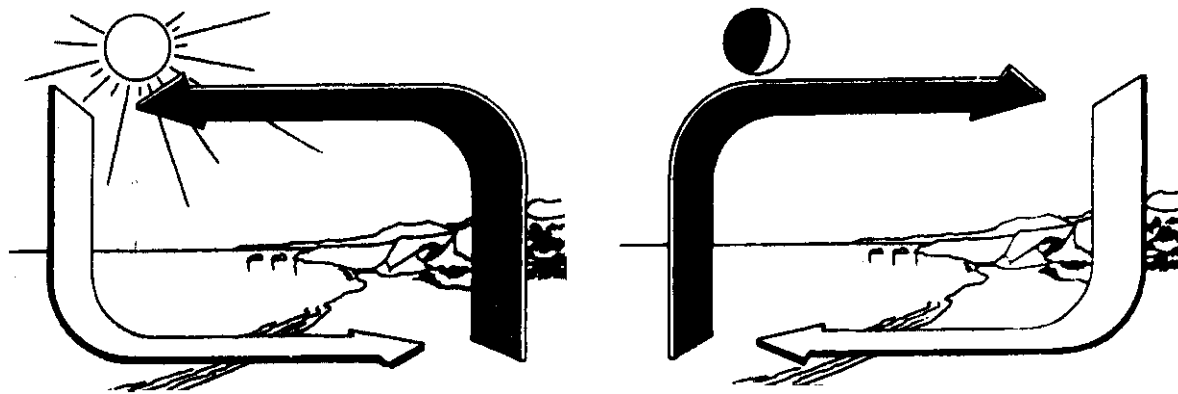


Figura 2.4: Brisa marina y terrestre. En el día el aire se dirige a la tierra. En la noche se invierte la circulación. Las flechas negras representan al aire caliente. Imagen tomada de Deleito y Cabrero (1984).

La brisa es un viento local iniciado por diferencia de presiones. La circulación ocurre en forma local a lo largo de las costas cuando la diferencia de temperaturas entre la tierra y el mar es lo suficientemente grande. Durante el día, el aire sobre la tierra tiene

una mayor temperatura y menor densidad que el aire sobre el agua. Por consiguiente la presión del aire sobre la superficie del mar es mayor comparada con la presión sobre la tierra, resultando en el movimiento de aire desde las zonas de alta presión a las de baja y el viento se dirige del mar a la tierra. En la noche ocurre el proceso inverso al enfriarse más la superficie de la Tierra que la del agua adyacente y comienza la brisa terrestre o “terral”. Debido a que en la noche la diferencia de temperatura entre la tierra y el agua es menor que durante el día, el terral es más débil que la brisa marina⁽⁷³⁾.

El presente trabajo se enfoca en los casos donde se presenta cualquier tipo de estratificación. Tomando en cuenta lo anterior podemos definir la capa límite interna de la misma forma en que la describen los estudios de micrometeorología^(23,24,34).

2.5. Capa límite interna (CLI)

Cuando la superficie sobre la que hay un flujo totalmente desarrollado, tiene características geométricas y termodinámicas homogéneas, la capa límite sobre la superficie también es homogénea a lo largo de la superficie como se describe en la ecuación (2.19).

Cuando se presenta un cambio en las características geométricas y termodinámicas de la superficie, los efectos que genera sobre el flujo hacen que dicha capa se transforme hasta alcanzar un nuevo equilibrio. A la zona en la cual se transforma la capa límite (CL), se le llama capa límite interna (CLI) y existen dos revisiones bibliográficas del tema realizadas por Garratt 1990 para cualquier tipo de estabilidad, y por Savelyev y Taylor 2005 para condiciones neutras y diabáticas. En ellas se puede encontrar que hay varias definiciones de la capa límite interna. La idea principal que establece una modificación de las características del flujo debido al impacto del cambio en las condiciones sobre la frontera inferior, se mantiene en todas las definiciones, pero varía la forma en que se establece la altura de la CLI ya que cualquier parámetro del flujo corriente arriba que pueda ser monitoreado, sirve como indicador de la interfase entre el flujo de la CL y el flujo modificado dentro de la CLI. Inclusive si se utilizan parámetros gobernados por el mismo proceso físico como la velocidad media y el esfuerzo cortante, las alturas calculadas con distintas definiciones pueden diferir casi por el doble⁽⁸⁰⁾.

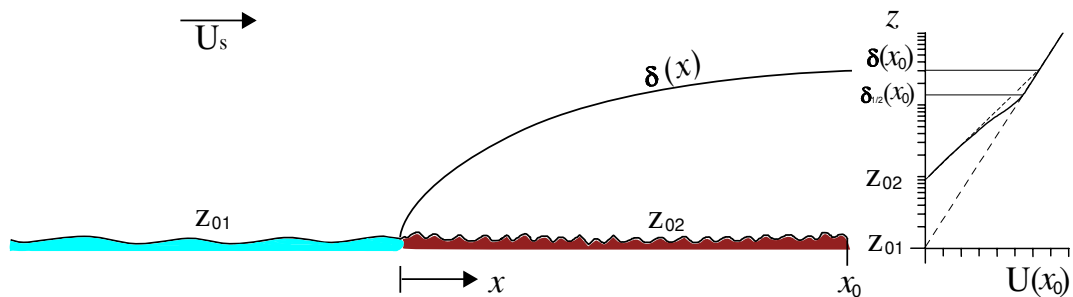


Figura 2.5: Esquema de la capa límite interna presente en la brisa marina y generada por aumentar la rugosidad superficial en la dirección del flujo ($Z_{01} < Z_{02}$). Donde $\delta(x)$ es su espesor y evoluciona a lo largo de la longitud x . A la derecha se observa el esquema del espesor δ contra el perfil medio de velocidad U en x_0 de la CLI.

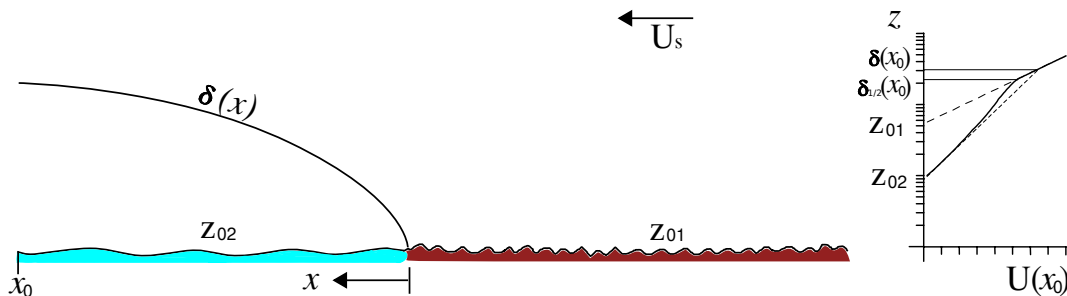


Figura 2.6: Esquema de la capa límite interna presente en la brisa terrestre y generada por disminuir la rugosidad superficial en la dirección del flujo ($Z_{02} > Z_{01}$). Donde $\delta(x)$ es su espesor y evoluciona a lo largo de la longitud x . A la derecha se observa el esquema del espesor δ contra el perfil medio de velocidad U en x_0 de la CLI.

El parámetro más fácil de medir y la forma más común de definir la CLI es mediante el perfil medio de velocidad⁽⁷⁵⁾ lo cual, además de ser congruente con la definición de la CL (sección 2.4). Para definir la capa límite interna en el presente estudio usaremos la revisión del tema realizada por Savelyev y Taylor que indica la forma “tradicional” de obtener la altura de la CLI mediante la intersección de la extensión del perfil de velocidad inferior con el perfil superior. Para ilustrar el caso neutro (con perfiles logarítmicos) se muestra una gráfica a la derecha de las figuras (2.5) y (2.6). Hay que tomar en cuenta que el problema es un poco más complicado considerando que las condiciones de estabilidad térmica lo que implica un perfil logarítmico-lineal determinado mediante ψ_m .

Para los fines del presente estudio, cuyo interés central está la energía eólica, la cual está directamente relacionada con el cubo de la velocidad media Ec. (2.1), nuestro interés se enfocará en $\delta_{1/2}$ como un valor de referencia ya, que a esa altura y por arriba de ella, la velocidad es igual a la velocidad presentada corriente arriba $U_1(\delta_{1/2}) = U_2(\delta_{1/2})$.

2.5.1. Cambio de rugosidad en condiciones diabáticas

Debido a que el presente estudio está enfocado en las zonas costeras, donde hay un cambio claro de rugosidad y temperatura entre el mar y la vegetación presente en la tierra firme aledaña al mar. Se estudia la CLI debida a un cambio de rugosidad en una atmósfera diabática. Por lo anterior, hay que considerar la rugosidad z_{01} y z_{02} de las dos superficies y la longitud de Monin-Obukhov L_1 y L_2 , donde los subíndices 1 y 2 hacen referencia al flujo corriente arriba y corriente abajo del cambio de rugosidad respectivamente.

El viento que sopla corriente arriba de la línea de costa, presentaría un perfil logarítmico-lineal con la siguiente forma:

$$U = \frac{u_1^*}{k} \left[\ln \left(\frac{z}{z_{01}} \right) - \psi_m \left(\frac{z}{L_1} \right) \right], \quad (2.41)$$

mientras que el viento que sopla corriente abajo lejos de la línea de costa, presentaría

el siguiente perfil:

$$U = \frac{u_2^*}{k} \left[\ln \left(\frac{z}{z_{02}} \right) - \psi_m \left(\frac{z}{L_2} \right) \right], \quad (2.42)$$

donde la función universal integrada ψ_m se puede calcular mediante las ecuaciones (2.27), (2.29) y 2.31).

Con las dos expresiones anteriores (Ec. 2.41 y 2.42) es posible conocer el perfil de velocidades totalmente desarrollado antes y después del cambio de rugosidad para condiciones diabáticas, pero no nos permiten conocer lo que sucede en la transición justo después del cambio de rugosidad cuando no se ha desarrollado por completo el flujo, y para eso hay que conocer la estructura de la CLI.

2.5.2. Estructura

Cuando el flujo (Ec. 2.41) pasa por el cambio de rugosidad, ocurre una perturbación cuya dimensión en la dirección perpendicular a la superficie es la altura de la CLI representada por δ , dentro de la cual se forma un nuevo perfil de velocidades.

La altura $\delta(x)$ es nula justo en el cambio de rugosidad ($x = 0$) y comienza a crecer en la dirección del flujo hasta alcanzar un nuevo equilibrio lejos de la transición (Ec. 2.42).

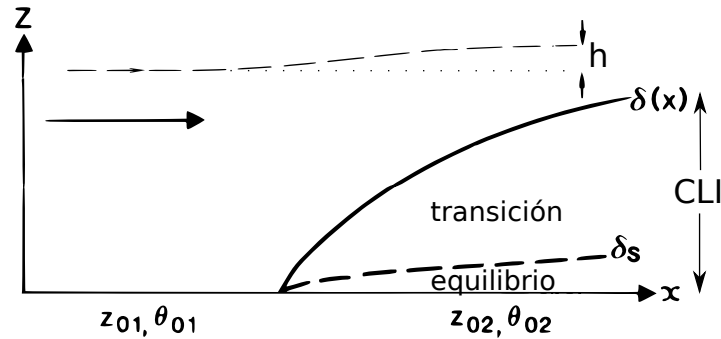


Figura 2.7: Diagrama de la CLI y su altura $\delta(x)$. Se muestra la altura de la capa de equilibrio $\delta_s(x)$, de la capa de transición y del desplazamiento de las líneas de corriente h . Basada en el diagrama de Garratt (1990).

Las observaciones del desarrollo de la CLI corriente abajo de un cambio de rugosidad, presenta las siguientes características descritas por Garratt (1990):

- Arriba de la CLI el flujo presenta las mismas características que el perfil presentado por el flujo corriente arriba pero desplazado en sus líneas de corriente una distancia h para cumplir la continuidad.
- Cerca de la superficie hay una capa de equilibrio donde el perfil se ajusta por completo a la condición de frontera inferior.

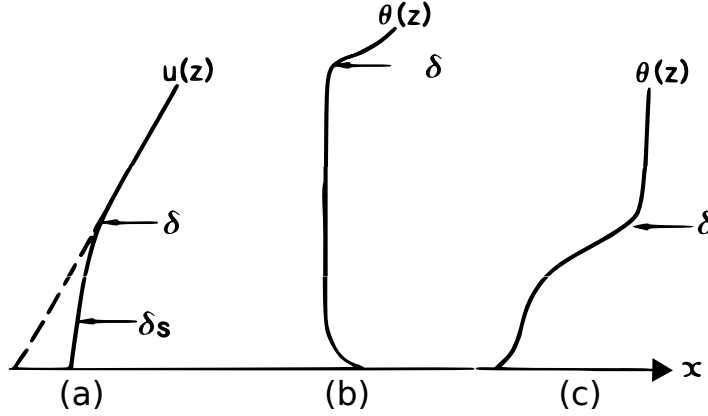


Figura 2.8: Diagrama de la CLI y su espesor δ . a) Perfil de velocidad en condiciones neutras, se muestra el espesor de la capa de equilibrio δ_s . b) Perfil de temperatura en condiciones inestables. c) perfil de temperatura en condiciones estables. Basada en el diagrama de Garratt (1990).

- Dentro de la CLI por encima de la capa de equilibrio, hay una capa de transición o mezcla donde el perfil de velocidad cambia gradualmente del perfil logarítmico corriente abajo al perfil que se presenta corriente arriba.
- Lejos del cambio de rugosidad, el esfuerzo cortante en la superficie se ajusta y comporta como el flujo sobre una superficie homogénea.

2.5.3. Altura

Existen muchas expresiones para obtener el cambio de la altura δ de la CLI a lo largo del eje “ x ” en condiciones neutras, Savelyev y Taylor (2005) en su revisión (tabla I de su trabajo) presentan 24 expresiones diferentes y cabe mencionar que la primera fue obtenida por Elliott (1958), mientras que solo existe una expresión para los casos generales de estabilidad atmosférica, que también abarca la neutralidad, y es la que se utilizará en el presente trabajo:

$$\left[\ln \frac{\delta}{z_{01}} - \psi_m \left(\frac{\delta}{L_1} \right) \right] \frac{d\delta}{dx} = A_1 k \frac{\sigma_{w1}}{u_1^*} + A_2 \frac{\delta}{x} \left[\ln \frac{z_{02}}{z_{01}} - \psi_m \left(\frac{\delta}{L_1} \right) + \psi_m \left(\frac{\delta}{L_2} \right) \right], \quad (2.43)$$

donde la intensidad de difusión vertical esta dada por $\sigma_{w1} = (\overline{w w})^{1/2}$ y σ_{w1}/u_1^* depende del tipo de estabilidad presente corriente arriba del cambio de rugosidad⁽⁷⁵⁾, para casos inestables ($-2 \geq z/L_1 < 0$) se tiene:

$$\frac{\sigma_w}{u^*} = 1.25 \left(1 - 3 \frac{z}{L_1} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.44)$$

mientras que para los casos estables y neutros ($0 \geq z/L_1 \leq 0.8$):

$$\frac{\sigma_w}{u^*} = 1.25. \quad (2.45)$$

De acuerdo a los autores⁽⁷⁵⁾ los coeficientes A_1 y A_2 son funciones de la estabilidad, como aproximación asumen que son los mismos que para los casos neutros: $A_1 = 1$ y $A_2 = 1.25k$, al igual que en el presente trabajo.

2.5.4. Perfil de velocidades

De acuerdo a Garratt(1990), para casos de atmósfera neutra la mayoría de los autores^(25,68,70) asumen una distribución de velocidades dada por:

$$u_2/u_2^* = k^{-1} \ln(z/z_0) + f(z/\delta). \quad (2.46)$$

El modelo usado para el Atlas de viento europeo y el programa de computo WAsP planteado por Troen y Petersen(1989) propone el siguiente perfil:

$$u_2 = \begin{cases} \frac{u_2^*}{k} \ln\left(\frac{z}{z_{02}}\right) & \text{si } z_{02} \leq z \leq \delta_s, \\ u_b + (u_a - u_b) \left[\frac{\ln(z/c_2\delta)}{\ln(c_1/c_2)} \right] & \text{si } \delta_s < z < \delta_{1/2}, \\ \frac{u_1^*}{k} \ln\left(\frac{z}{z_{01}}\right) & \text{si } \delta_{1/2} \leq z < \dots \end{cases} \quad (2.47)$$

Donde $\delta_{1/2} = c_1\delta$ y $\delta_s = c_2\delta$, el valor de las constantes propuesto por los autores es $c_1 = 0.3$ y $c_2 = 0.09$, donde

$$u_a = \frac{u_1^*}{k} \ln\left(\frac{c_1\delta}{z_{01}}\right), \quad (2.48)$$

y

$$u_b = \frac{u_2^*}{k} \ln\left(\frac{c_2\delta}{z_{02}}\right). \quad (2.49)$$

Dicho modelo (WAsP) también puede tomar en cuenta los casos diabáticos para estimar la energía eólica; primero obtiene la distribución de Weibull de la velocidad a la altura del Hub obtenida con la expresión anterior y al final hace un ajuste de estabilidad pero no para cada caso particular. El ajuste lo hacen en forma simple y aproximada mediante los valores medios del clima y la raíz cuadrática media del flujo de calor, los cuales se utilizan en la diferencial de las Ecs. (2.39) y (2.25) en una expansión de primer orden del estado neutro⁽⁹³⁾ y ha sido utilizado en el análisis de un flujo diabático. Por ejemplo en el estudio de Floors et al. (2011) los cuales se dieron cuenta de que a pesar de ser un modelo valido para condiciones neutras estacionarias, describe muy bien el promedio anual del perfil de viento.

Por otro lado Chamorro y Porté-Agel (2009), proponen un modelo más simple ya que utilizan una sola expresión que mediante el parámetro $\lambda_{1/2}$ describe las capas de equilibrio y transición, a diferencia de la Ec. (2.47) que utiliza tres expresiones con dos coeficientes (c_1 y c_2) para diferenciar las tres capas. El modelo fue validado para casos neutros por los mismos autores y es de la siguiente forma:

$$u_2 \approx (1 - \lambda) \frac{u_2^*}{k} \ln \frac{z}{z_{02}} + \lambda \frac{u_1^*}{k} \ln \frac{z}{z_{01}}, \quad (2.50)$$

donde λ es:

$$\lambda = \frac{\ln(z/\max(z_{01}, z_{02}))}{\ln(\delta_{1/2}/\max(z_{01}, z_{02}))}. \quad (2.51)$$

2.5.5. Comportamiento autosimilar

Cabe mencionar que ambas expresiones (Ec. 2.47 y 2.50) cumplen con el principio de similitud ya que pueden ser expresados en función de dos parámetros adimensionales z/z_0 y z/L en forma independiente de la distancia “ x ” corriente abajo del cambio de rugosidad, lo cual también se ha demostrado mediante un estudio numérico⁽³⁴⁾ para el esfuerzo en casos con estratificación neutra como se puede observar en la figura (2.9).

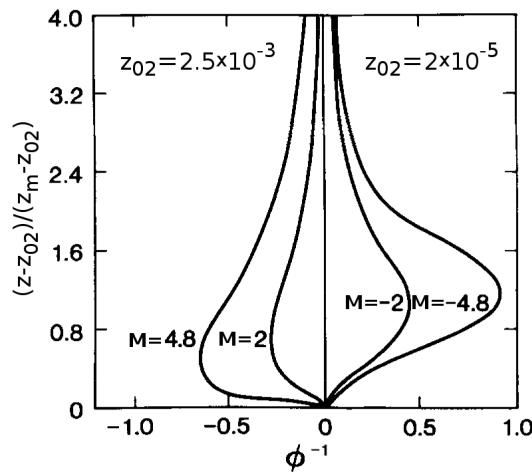


Figura 2.9: Comportamiento autosimilar del perfil de esfuerzo adimensional $\phi = (kz/\tau^{1/2})(\partial U/\partial z)$ para diferentes valores de $M = \ln(z_{01}/z_{02})$ para $x = 2m$.

2.6. Recurso eólico disponible

El recurso eólico disponible para ser aprovechado en un lugar determinado, generalmente se presenta como la energía disponible a lo largo de un año aunque se puede calcular para cualquier periodo de tiempo deseado, como por ejemplo para cada estación o mes del año. Para obtenerlo, simplemente se integra la Ec. (2.1) en ese periodo de tiempo.

$$E_d = \int_{t_i}^{t_f} \frac{1}{2} \rho A U^3 dt. \quad (2.52)$$

Para resolver la Ec. anterior, se deben tener medidas de velocidad de por lo menos un año, aunque lo ideal es medir el viento durante cuatro años consecutivos para obtener los datos característicos de un año promedio. Hay autores que establecen dos o tres

años como un periodo de mediciones razonable para grandes plantas generadoras de potencia eólica⁽⁵⁰⁾ aunque con un año es posible obtener periodos de retorno para vientos extremos de 50 años de acuerdo al estándar IEC61400-1 de la comisión electrotécnica internacional⁽⁴⁷⁾ (IEC por sus siglas en inglés).

Ya que se tienen las mediciones de viento, estas normalmente se presentan en forma de un histograma de densidad de probabilidad anual, el cual muestra la probabilidad de encontrar una cierta velocidad a lo largo de un año, como se muestra con las barras en la figura (2.10).

2.6.1. Distribución de Weibull

La forma más común de analizar el viento para encontrar su potencial energético es mediante una función de distribución de frecuencias, la cual describe mediante una curva como la distribución de Rayleigh o la de Weibull (Justus et al. 1978). Aunque algunas veces los datos medidos no se ajustan a dichas distribuciones y se han propuesto otras en la literatura, como la distribución derivada del principio de máxima entropía (Tipo-MEP) usada por Li y Li (2005) o cuando se presentan dos componentes principales de velocidad como en el caso de La Ventosa Oaxaca, cuya distribución bimodal fué planteada por Romero-Centeno et al. (2003), mientras que el ajuste a una función de Weibull bimodal para explorar su potencial eólico, fue realizado por Jaramillo y Borja (2004).

La mayoría de las veces, por simplicidad, el histograma de densidad de probabilidad se presenta como una distribución de Weibull mostradas con líneas en la figura (2.10) y de acuerdo a Burton et al. (2001) es representada mediante la siguiente ecuación:

$$F(U) = e^{-(U/C)^K}, \quad (2.53)$$

donde $F(U)$ es la función de probabilidad acumulada, que se interpreta como la fracción del tiempo para la cual la velocidad promediada cada hora excede U , C es un parámetro de escala y K un parámetro de forma, con los cuales se puede expresar⁽⁸⁾ la velocidad promedio anual \overline{U}_A :

$$\overline{U}_A = \int_0^\infty U f(U) dU = C\Gamma(1 + 1/K), \quad (2.54)$$

donde Γ es la función Gamma completa, definida por:

$$\Gamma = \int_0^\infty t^{y-1} e^{-t} dt, \quad (2.55)$$

para todos los números reales t .

La función de probabilidad con la que ocurre cierta velocidad U es representada⁽⁸⁾ mediante la derivada de la probabilidad acumulada con respecto a la velocidad U :

$$f(U) = \frac{dF(U)}{dU} = \frac{KU^{K-1}e^{-(U/C)^K}}{C^K} \quad (2.56)$$

En la figura (2.10) se puede observar que hay dos distribuciones de Weibull diferentes: 1) La distribución de Weibull sencilla o unimodal representada mediante la Ec.

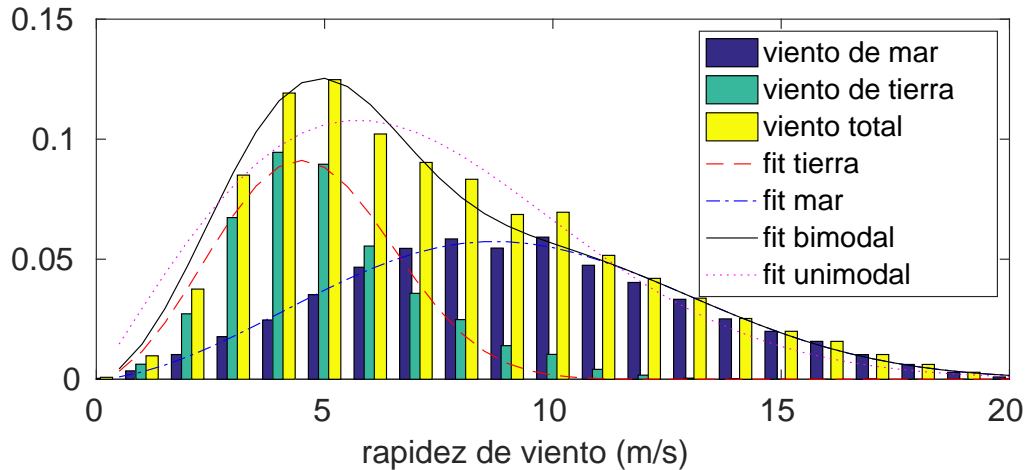


Figura 2.10: Función de densidad de probabilidad con la que se encuentra cada velocidad medida, indicado en forma de barras. Con líneas se muestra el ajuste de los datos medidos a una distribución de Weibull.

(2.53) indicada con una línea rayada roja ajustada al viento del mar, con una línea azul a rallas y puntos ajustada al viento de tierra y una línea roja punteada ajustada a la totalidad de los datos de viento. 2) La distribución de Weibull bimodal ajustada a la totalidad de los datos de viento, que algunas veces se ajusta más a las velocidades medidas ya que presenta dos velocidades con alta probabilidad de ocurrencia y se representa⁽⁸⁾ como la suma de dos funciones de Weibull ponderadas con sus respectivas probabilidades de ocurrencia:

$$F(U) = pe^{-(U/C_I)^{K_I}} + (1-p)e^{-(U/C_D)^{K_D}}, \quad (2.57)$$

donde los subíndices I y D ; hacen referencia a la distribución de Weibull a la izquierda y derecha respectivamente y p representa la razón del número de medidas que representa la distribución de la izquierda N_I entre el número de medidas total N :

$$p = N_I/N. \quad (2.58)$$

y también puede ser obtenido mediante la siguiente formula:

$$\overline{U_A} = p\overline{U_{AI}} + (1-p)\overline{U_{AD}}. \quad (2.59)$$

Y al igual que en la distribución de Weibull sencilla, la función de probabilidad con la que ocurre cierta velocidad U es representada⁽⁵²⁾ mediante la derivada de la probabilidad acumulada en la distribución bimodal (Ec. 2.60) con respecto a la velocidad U :

$$f(U) = pK_I \frac{U^{K_I-1}}{C_I^{K_I}} e^{-(U/C_I)^{K_I}} + (1-p)K \frac{U^{K_D-1}}{C_D^{K_D}} e^{-(U/C_D)^{K_D}}. \quad (2.60)$$

Dicha distribución bimodal de Weibull ha resultado ser muy útil para representar vientos cuya magnitud presenta dos valores pico con alta probabilidad de ocurrencia y normalmente cada una de estas velocidades pico, provienen de diferentes direcciones como en el caso de las costas que de día presentan brisa marina y de noche presentan terral.

2.6.2. Evaluación del recurso eólico

Ya que se cuenta con las medidas del viento presentadas en forma de un histograma o una distribución de Weibull, es posible obtener la densidad de potencia eólica P por unidad de área A mediante la suma de la potencia disponible en cada una de las clases del histograma del viento, ponderada mediante la probabilidad de ocurrencia de cada una de las clases y al considerar densidad constante tenemos:

$$\frac{P}{A} = \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^n U_i^3 f(U_i). \quad (2.61)$$

La otra forma⁽⁵¹⁾ de obtener la densidad de potencia eólica es con la distribución de Weibull mediante la ecuación:

$$\frac{P}{A} = \frac{\rho}{2} C^3 \Gamma \left(1 + \frac{3}{K} \right). \quad (2.62)$$

En caso de que la distribución de Weibull bimodal represente de forma más adecuada el histograma de los vientos, para obtener la densidad de potencia eólica se utiliza⁽⁵²⁾ la siguiente ecuación:

$$\frac{P}{A} = \frac{\rho}{2} \left[p C_I^3 \Gamma \left(1 + \frac{3}{K_I} \right) + (1 - p) C_D^3 \Gamma \left(1 + \frac{3}{K_D} \right) \right]. \quad (2.63)$$

2.6.3. Estimación del recurso eólico

Si se plantea instalar un generador de energía eólica cuya altura de Hub sea diferente a la altura a la que se tomaron las medidas de viento. Es necesario hacer una estimación de la energía eólica a la altura deseada y para eso hay dos métodos:

Método mediante la extrapolación de velocidades:

El primer método consiste en extrapolar cada una de las velocidades promediadas (cada minuto o cada hora) a una altura mayor y para esto hay que conocer la estructura de la capa límite, que se describe a detalle en la sección (2.4) y en forma resumida se caracteriza mediante la rugosidad del terreno Z_0 y la estabilidad atmosférica dada por el coeficiente de la altura dividido entre la longitud de Monin Obukhov z/L . En caso de tener un terreno homogéneo se puede extrapolar la velocidad con la Ecuación empírica (2.34) por su simpleza y utilidad o con la Ec. analítica (2.25). En caso de presentarse un terreno con rugosidad y temperatura heterogéneas, se utiliza la Ec.(2.8)

para calcular la altura de la CLI y un modelo para predecir el perfil de velocidades, los cuales se proponen en el presente trabajo (Ecs. 4.6 y 4.9 del capítulo 4) y consisten en la generalización de dos modelos^(93,12) que toman en cuenta un cambio de rugosidad pero no toman en cuenta un cambio de estabilidad.

Método mediante la extrapolación de la distribución de Weibull:

El segundo método inicialmente propuesto por Justus y Mikhail (1976), consiste en extrapolar todos los datos representados por la distribución de Weibull, a una altura diferente a la que se tomaron las medidas de viento. Los coeficientes C y K que se observan en la Ec. (2.56) pueden ser estimados para obtener la distribución correspondiente a una altura z_2 (C_2 y K_2) a partir de los coeficientes correspondientes a la altura z_1 donde fueron tomadas las medidas (C_1 y K_1):

$$C_2 = C_1 \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^n. \quad (2.64)$$

El método de Justus y Mikhail (1976) para obtener el valor de n y k_2 , no toma en cuenta la rugosidad del terreno y en su lugar se muestra su generalización realizada por Spera y Richards (1979) y utilizada por:

$$n = \alpha_0 \left(\frac{1 - \log(C_1)/\log(u)}{1 - \alpha_0 \log(z_1/z_r)/\log(u)} \right), \quad (2.65)$$

donde

$$\alpha_0 = \left(\frac{z_0}{z_r} \right)^{0.2}. \quad (2.66)$$

mientras que para estimar K_2 se utiliza:

$$K_2 = K_1 \left(\frac{1 - \alpha_0 \log(z_1/z_r)/\log(u)}{1 - \alpha_0 \log(z_2/z_r)/\log(u)} \right), \quad (2.67)$$

Donde u es la velocidad “homogenea” arriba de la capa límite, libre de los efectos de la superficie y z_r es una altura de referencia que en el caso estudiado por Spera y Richards (1979) toman los valores $u = 67 \text{ m/s}$ y $z_r = 10 \text{ m}$. La Ec. (2.65) es utilizada por⁽³⁸⁾ para comparar diferentes métodos para extrapolar la velocidad, aunque el la representa de la siguiente forma:

$$n = \alpha_0(1 - 0.55 \ln(u_1)), \quad (2.68)$$

Como se puede observar en las cuatro ecuaciones anteriores, la extrapolación de la distribución de Weibull, no toma en cuenta un cambio de rugosidad ni estabilidad y por lo mismo no se utiliza en el presente trabajo; lo cual se estudia mas adelante en el capítulo (5) donde se describen las consecuencias de los cambios de rugosidad y estabilidad en la estimación del recurso eólico.

2.6.4. Estimación de la energía eléctrica producida

Ya que se tiene el histograma de velocidades o la distribución de Weibull, se puede estimar el recurso eólico a diferentes alturas de operación de diferentes turbinas eolieléctricas para seleccionar la que se adecue más a las condiciones de viento en el emplazamiento eólico. El mejor parámetro para seleccionar la turbina a utilizar, además de su precio, es la energía eléctrica producida por ella en el lugar estudiado.

La estimación de la energía eléctrica producida, se hace con ayuda de la curva de potencia que provee el fabricante. En la figura 2.11 se muestra como ejemplo la curva de potencia $W(U)$ de la turbina V112-3.45 MW^{TV} IEC IA fabricada por Vestas⁽⁹⁶⁾:

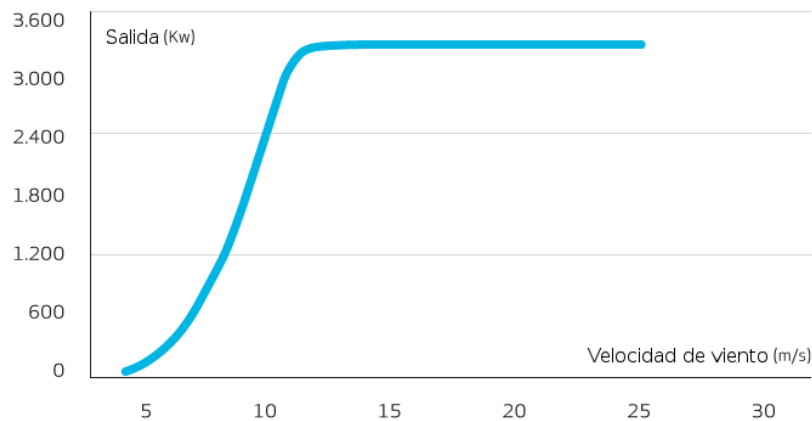


Figura 2.11: Curva de potencia $W(U)$ producida por la turbina V112-3.45 MW^{TV} IEC IA fabricada por Vestas, en función de la magnitud de la velocidad horizontal del viento. Cuyas características son: potencia nominal 3450 kW, velocidad del viento nominal 13 m/s, velocidad de corte inicial 3 m/s, velocidad de corte final 25 m/s, diámetro del rotor 112 m y altura de hub 69 m. (Imagen traducida⁽⁹⁶⁾).

Finalmente la energía producida durante un año se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$E_A = \frac{8760 \text{ h}}{\text{año}} \int_0^{\infty} f(U)W(U)dU, \quad (2.69)$$

donde la probabilidad de ocurrencia $f(U)$ de la velocidad U se obtiene de la distribución de Weibull mostrada en la Ec. (2.56) y $W(U)$ representa la energía producida en [KW] por la turbina a la magnitud de la velocidad del viento U y se puede encontrar en la curva de potencia característica de cada turbina proporcionada por los fabricantes.

Se usa la distribución de Weibull por que se espera que conforme el número de marcas de clase sea más grande, el histograma se parezca a una función suave. Hay casos donde la función escogida para representar la distribución de frecuencias, no es la más adecuada y para evitar errores, se pueden usar las n clases (columnas o marcas de

clase) del histograma de velocidades con espesor ΔU :

$$E_A = \frac{8760 \text{ h}}{\tilde{\text{año}}} \sum_1^n f_i(U) W_i(U) \Delta U. \quad (2.70)$$

Otro de los parámetros útiles para caracterizar un emplazamiento eólico es el factor de capacidad:

$$c_f = \frac{E_A}{E_N}, \quad (2.71)$$

donde E_N representa la potencia nominal o máxima potencia de una turbina, que para el ejemplo mostrado en la figura (2.11) es $3450(kW)$.

Capítulo 3

Simulación numérica

3.1. Dinámica de fluidos computacional

“La dinámica de fluidos computacional es el análisis de sistemas que implican movimiento de fluidos, transferencia de calor y fenómenos asociados, tales como reacciones químicas por medio de la simulación por computadora. La técnica es muy poderosa y se extiende por una amplia gama de campos de aplicación industriales y no industriales” (Versteeg y Malalasekera 2007).

El complejo comportamiento de la turbulencia es descrito por un pequeño conjunto de ecuaciones: las ecuaciones de Navier-Stokes. A pesar de eso, solamente se conocen unas pocas soluciones analíticas de ciertos problemas con geometrías simples. Con pequeños números de Reynolds, una pequeña perturbación (producida como ejemplo por imperfecciones en la superficie que tiene contacto con el flujo) es disminuida por la viscosidad, pero con altos números de Reynolds tiende a crecer la perturbación (y perturba regiones adyacentes del flujo) hasta un punto que los términos no lineales de las ecuaciones modulan su comportamiento, que será no estacionario.

En general existen tres enfoques que resuelven el problema en forma numérica mediante el uso de computadoras⁽⁹⁵⁾:

3.1.1. Simulación de grandes remolinos (LES)

Por sus siglas en inglés, la simulación de los grandes remolinos se abrevia como LES, como lo indica su nombre, se enfoca en la escala de los remolinos más grandes. Utiliza el filtrado de las escalas para descartar las más pequeñas de las ecuaciones de Navier-Stokes inestables antes de los cálculos. Se expresan los resultados en función de la media de las propiedades del flujo más el efecto de los grandes remolinos más el efecto modelado de una sub-escala. Es el método que menos recursos computacionales utiliza.

3.1.2. Simulación de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas (RANS)

Por sus siglas en inglés, la simulación del promedio de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes se abrevia como RANS, expresa las variables como la suma del promedio

más sus perturbaciones, se enfoca en los efectos de la turbulencia de las propiedades medias del flujo y tal descripción conlleva a la aparición de términos extras en las ecuaciones lo que origina el problema de la cerradura, que requiere el uso de modelos para describir la turbulencia y requiere uso de recursos computacionales modestos.

3.1.3. Simulación numérica directa (DNS)

Por sus siglas en inglés, la simulación numérica directa se abrevia como DNS, calcula el flujo medio y todas las escalas de las fluctuaciones de velocidad turbulenta: puede resolver las escalas de longitud de Kolmogorov en la cual la disipación de energía ocurre y usando pequeños pasos de tiempo que permiten resolver el período de las fluctuaciones rápidas. Su uso de recursos computacionales es muy alto.

Debido a que las simulaciones DNS resuelven hasta las escalas más pequeñas, han permitido lograr un avance significativo en la comprensión física de la turbulencia en ciertos flujos idealizados, que no pueden ser implementados de forma sencilla en el laboratorio.

Aunque es posible captar la mayor cantidad de disipación energética resolviendo escalas mayores, esto está influenciado por el método numérico usado. Para realizar una DNS hay que tomar en cuenta varios aspectos importantes como la disminución de los posibles errores, la selección correcta del avance de tiempo, las condiciones de frontera, el tipo de mallado y el tamaño de las celdas que se utilizarán. Resolución espacial: Las grandes escalas están definidas por parámetros como el ancho del canal, el espesor de la capa límite (en caso de que el flujo no esté completamente desarrollado, la escala de esta magnitud no es tan significativa) o el espesor de la capa de mezclado. La escala de longitud de Kolmogorov es citada normalmente como la escala más pequeña que debe ser resuelta, donde ε es la velocidad promedio de disipación de energía por unidad de masa, y ν es la viscosidad cinemática del fluido.

3.1.4. Escala de Kolmogorov

Los grandes remolinos que presentan una escala “externa” (de acuerdo al científico Ruso Kolmogorov)⁽⁹¹⁾ establecida por el espesor de la capa límite y la velocidad fuera de ella, abastecen de energía a los menores remolinos, donde cada escala presenta remolinos con su propio número de Reynolds, el mayor $Re = U_s L / \nu$ se encuentra al ocupar la velocidad del flujo completamente desarrollado U_s y longitud de la capa límite L_t .

$$Re = U_s L / \nu. \quad (3.1)$$

Si la energía cinética en la escala externa es proporcional a U_s^2 y la energía es abastecida a los remolinos más pequeños a la frecuencia U_s / L , se puede decir que la tasa de disipación de energía es proporcional⁽⁹¹⁾ a:

$$\epsilon \sim \frac{U_s^3}{L}. \quad (3.2)$$

Después se presenta una cascada energética, con la disminución de los remolinos hasta que el radio entre los efectos turbulentos y los efectos viscosos es unitario⁽⁹¹⁾.

$$\frac{\eta v}{\nu} = 1. \quad (3.3)$$

Dicho efecto se presenta en la escala de Kolmogorov; la escala más pequeña en la turbulencia. De acuerdo a su teoría de equilibrio universal, basada en el análisis dimensional de la escala energética del flujo, la tasa de energía entrante, administrada en las escalas mayores, debe ser igual a la energía disipada en las escalas menores y las escalas solo dependen de la tasa de disipación energética por unidad de masa $\epsilon(m^2/s^3)$ y de la viscosidad cinemática $\nu(m^2/s)$. Con esos parámetros se forman las tres escalas de Kolmogorov de longitud, tiempo y velocidad respectivamente⁽⁹¹⁾ (nótese que se usa el símbolo \mathfrak{t} para no confundir con el símbolo común de tiempo):

$$\eta \equiv \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4}; \quad \mathfrak{t} \equiv \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2}; \quad v \equiv (\nu\epsilon)^{1/4}. \quad (3.4)$$

Es posible obtener la razón entre la escala de Kolmogorov y la escala externa y expresarlas en función del número de Reynolds (Ec. 3.1) si sustituimos la Ec. (3.2) en la Ec. (3.4) y dividimos entre las escalas externas de longitud, tiempo y velocidad⁽⁹¹⁾ (L , T y U respectivamente):

$$\frac{\eta}{L} \sim Re^{-3/4}; \quad \frac{\mathfrak{t}}{T} \sim Re^{-1/2}; \quad \frac{v}{U_s} \sim Re^{-1/4}. \quad (3.5)$$

Para efectos prácticos, en una simulación numérica, la escala de Kolmogorov nos permite tener una idea del límite inferior que tendrán los pasos de tiempo y la resolución espacial del mallado.

Para evitar el consumo excesivo de recursos computacionales se debe usar la resolución más burda posible en el mallado que permita encontrar independencia entre los resultados y la resolución Δy . Aunque Δy_{max} no se puede predecir a priori, ya que depende del número de Reynolds y de la geometría de las condiciones de frontera del problema a estudiar. Durante el desarrollo del presente trabajo se encontró que una guía general es estimar que la independencia ocurre cuando la diferencia es de un orden de magnitud $\Delta y_{max}/\eta \sim 10$. Lo que con ayuda de la Ec. (3.5) se puede expresar así:

$$\frac{Re^{3/4}}{ny_{min}} \sim 10 \quad (3.6)$$

3.2. DNS mediante el código JADIM

El código numérico utilizado para estudiar el flujo en los capítulos 6, 7 y 8 del presente trabajo, se llama JADIM, y fue desarrollado en el Instituto de Mecánica de Fluidos de Toulouse (IMFT). El código puede resolver las ecuaciones 3D de Navier-Stokes para fluidos incompresibles y estados inestables en términos de las variables de presión-velocidad así como la difusión-advección para la temperatura o concentración,

en cualquier sistema ortogonal de coordenadas curvilíneas. El método de discretización es de volúmenes finitos, el cual está bien adaptado para la conservación de las propiedades. La precisión es de segundo orden en el tiempo y espacio usando un esquema de Runge-Kutta y Crank-Nicolson y ha sido validado en forma exitosa para resolver varios problemas de hidrodinámica y transferencia de calor y o masa^(61,10,58,57,29).

Las ventajas de JADIM es que es de código abierto y puede ser adaptado a las necesidades del presente estudio. Al necesitar un mallado ortogonal en todo el dominio se facilitó mucho plantear las ecuaciones de forma sencilla a los desarrolladores del código y permite conocer a detalle el flujo cerca de las fronteras.

La desventaja es que cuando las fronteras del mallado no forman un paralelogramo, se requiere un tiempo considerable para generar un mallado ortogonal adaptado a las fronteras.

JADIM se utiliza en un sistema operativo LINUX y para usar el código es necesario definir la geometría del mallado, las fronteras, condiciones iniciales, propiedades físicas y algunos parámetros.

Para poder realizar una simulación en JADIM, el código requiere datos de entrada, que después de ser procesados y resolver las ecuaciones de Navier Stokes, se obtienen los resultados como datos de salida.

La forma en la que se proporcionan los datos de entrada es mediante el uso de archivos que contienen toda la información requerida. Son principalmente para especificar el tipo de flujo, la geometría, las condiciones iniciales y de frontera.

Capítulo 4

Cambio de rugosidad y estabilidad: Flujo de aire sobre la costa

En este capítulo se muestra como se puede caracterizar la capa límite interna y el perfil de velocidades, los cuales son necesarios para calcular la energía eólica disponible en la costa. Como se mostró en la introducción, ya se cuenta en la literatura con un modelo que expresa en forma implícita (Ec. 2.43) para calcular la altura de la CLI. También se cuenta con dos modelos para obtener el perfil de velocidades dentro de la CLI producida por un cambio de rugosidad (Ecs. 2.47 y 2.50). En el presente capítulo se muestra la forma en que Savelyev y Taylor resuelve la Ec. (2.43) y se propone la generalización de las Ecs. (2.47) y (2.50) para cualquier tipo de estabilidad.

4.1. ¿Cuáles son las variables que determinan al sistema?

Como ya se mostró en la introducción, debido al cambio de rugosidad entre el mar y la tierra que se presenta en la costa aunado a la diferencia de capacidades caloríficas de ambas superficies, genera la presencia de una capa límite interna con diferencias en la estabilidad atmosférica corriente arriba y corriente abajo.

Para conocer los perfiles de velocidad corriente arriba y corriente abajo del cambio de rugosidad, es necesario conocer antes la altura de la capa límite mediante la Ec. (2.43) en donde Savelyev y Taylor (2005), como aproximación, sustituyen los valores de A_1 y A_2 para casos neutros (ver sección 2.5.3) y queda:

$$\left[\ln \frac{\delta}{z_{01}} - \psi_m \left(\frac{\delta}{L_1} \right) \right] \frac{d\delta}{dx} = k \frac{\sigma_{w1}}{u_1^*} + 1.25k \frac{\delta}{x} \left[\ln \frac{z_{02}}{z_{01}} - \psi_m \left(\frac{\delta}{L_1} \right) + \psi_m \left(\frac{\delta}{L_2} \right) \right]. \quad (4.1)$$

Donde $\sigma_{w1}/u_1^* = 1.25(1 - 3z/L_1)^{\frac{1}{3}}$ para $(-2 \leq z/L_1 < 0)$, mientras que $\sigma_{w1}/u_1^* = 1.25$ para $(0 \leq z/L_1 \leq 0.8)$

Como se puede observar las variables que definen la altura de la CLI son cinco: $\delta = f(x, z_{01}, z_{02}, L_1, L_2)$, mientras que el perfil de velocidad corriente arriba está en función de tres variables: $u_1 = f(u_1^*, z_{01}, L_1)$ y el perfil de velocidad corriente abajo, al

estar dentro de la CLI también está en función de su altura: $u_2 = f(u_2^*, z_{02}, L_2, \delta)$. En total el número de variables que definen al sistema son siete, donde δ es la altura de la CLI, x la distancia al cambio de rugosidad, z_{01} y z_{02} la rugosidad de cada una de las superficies, L_1 y L_2 la longitud de Monin Obukhov corriente arriba y corriente abajo respectivamente y z la altura.

4.2. Metodología

Para conocer la energía eólica disponible a una altura dada se debe obtener la distribución de frecuencias de las velocidades a la altura a la que se desea instalar el rotor del generador eoloeléctrico, lo cual no supone mayor complicación si el viento fue medido a dicha altura. Ya que se tiene la distribución de frecuencias de las velocidades, es posible integrarla junto con la curva característica de potencia del generador a utilizar.

En caso de que no se tengan las mediciones de viento a la altura deseada, es posible obtenerla mediante el perfil de velocidades. Para obtener el perfil de velocidades es necesario obtener la altura de la CLI mediante la solución de la Ec. (4.1), el método seguido para obtener dicha solución es el de Runge-Kutta de cuarto orden como fue propuesto por Savelyev y Taylor (2005). Los autores usan una condición inicial que asegura un gradiente positivo ($d\delta/dx > 0$). Cerca del cambio de rugosidad se puede utilizar como aproximación la altura de la CLI para condiciones neutras ya que en ese punto la altura de la CLI es muy pequeña lo que implica que el límite $\lim_{x \rightarrow 0} \delta/L = 0$ también lo sea. La altura de la CLI para dichas condiciones se obtiene al sustituirlas en la Ec. (4.1) quedando:

$$\frac{d\delta}{dx} = 1.25k \left(1 + \frac{\delta}{x} \ln \frac{z_{02}}{z_{01}} \right) \ln \left(\frac{\delta}{z_{01}} \right). \quad (4.2)$$

Y en dichas condiciones la altura δ inicial para resolver la Ec. (4.1) mediante el método de Runge-Kutta puede ser encontrada con la siguiente expresión:

$$\delta \left(\ln \frac{\delta}{z_{01} z_{02}} - 1 \right) = 1.25kx. \quad (4.3)$$

La única forma de tener $d\delta/dx > 0$, es solo si $\delta < x / \ln(z_{02}/z_{01})$ y esta inecuación se sustituye en la Ec. (4.3) con lo que los autores llegan a la siguiente expresión:

$$x \geq 1.01e^1 \ln(z_{02}/z_{01}) \max(z_{01}, z_{02}), \quad (4.4)$$

la cual es usada como punto inicial para resolver la Ec. (4.1) mediante el método numérico de Runge-Kutta.

Ya que se tiene la altura δ , es posible obtener el perfil de velocidades mediante la generalización del modelo de Chamorro y Porté-Agel (2009) o el de Troen y Petersen (1989) propuestas a continuación.

4.3. Dos nuevos modelos del perfil de velocidades

Para obtener el perfil de velocidades a lo largo del eje vertical, en el presente trabajo se propone una generalización de la Ec. (2.46) para cualquier tipo de estabilidad atmosférica:

$$\frac{u_2}{u_2^*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{z}{z_{02}} \right) - \psi_m \left(\frac{z}{L_2} \right) + f \left(\frac{z}{\delta} \right). \quad (4.5)$$

Y en el mismo sentido aquí se plantean dos aproximaciones: La primera es generalizando el modelo usado para el Atlas de viento europeo y el programa de computo WASp propuesto por Troen y Petersen(1989). Que al agregar el término ψ_m queda de la siguiente forma:

$$u_2 = \begin{cases} \frac{u_2^*}{k} \left[\ln \left(\frac{z}{z_{02}} \right) - \psi_m \left(\frac{z}{L_2} \right) \right] & \text{si } z_{02} \leq z \leq \delta_s, \\ u_b + (u_a - u_b) \left[\frac{\ln(z/c_2\delta)}{\ln(c_1/c_2)} \right] & \text{si } \delta_s < z < \delta_{1/2}, \\ \frac{u_1^*}{k} \left[\ln \left(\frac{z}{z_{01}} \right) - \psi_m \left(\frac{z}{L_1} \right) \right] & \text{si } \delta_{1/2} \leq z < \end{cases} \quad (4.6)$$

Donde $\delta_{1/2} = c_1\delta$ y $\delta_s = c_2\delta$, el valor de las constantes propuesto por los autores es $c_1 = 0.3$ y $c_2 = 0.09$, donde

$$u_a = \frac{u_1^*}{k} \left[\ln \left(\frac{c_1\delta}{z_{01}} \right) - \psi_m \left(\frac{c_1\delta}{L_1} \right) \right], \quad (4.7)$$

y

$$u_b = \frac{u_2^*}{k} \left[\ln \left(\frac{c_2\delta}{z_{02}} \right) - \psi_m \left(\frac{c_2\delta}{L_2} \right) \right]. \quad (4.8)$$

La segunda aproximación propuesta es generalizar el modelo de Chamorro y Porté-Agel (2009), al tomar en cuenta el término ψ_m queda de la siguiente forma:

$$u_2 \approx (1 - \lambda) \frac{u_2^*}{k} \left[\ln \frac{z}{z_{02}} - \psi_m \left(\frac{z}{L_2} \right) \right] + \lambda \frac{u_1^*}{k} \left[\ln \frac{z}{z_{01}} - \psi_m \left(\frac{z}{L_1} \right) \right], \quad (4.9)$$

En este caso se considera que tanto z_{01} como z_{02} son relevantes y ambos son tomados en cuenta para obtener la altura δ en la Ec. (4.1) pero a diferencia del modelo neutro original⁽¹²⁾, se usará una λ basada en z_{02} para evitar valores negativos.

$$\lambda = \frac{\ln(z/z_{02})}{\ln(\delta_{1/2}/z_{02})}. \quad (4.10)$$

4.4. Conclusiones

A partir del modelo de la altura de la CLI que toma en cuenta cambios de rugosidad y estabilidad, se puede caracterizar la capa límite interna y el perfil de velocidades mediante el uso de cualquiera de los dos nuevos modelos planteados en el presente trabajo

mediante las Ecs.(4.6 y 4.9). Los dos nuevos modelos son necesarios para disminuir la incertidumbre al calcular la densidad de potencia eólica disponible y la estimación de la energía producida por una turbina eólica; en zonas donde se presentan cambios de rugosidad y estabilidad, como por ejemplo en las zonas costeras.

Capítulo 5

Implicaciones en la estimación de la energía eólica por no considerar la capa límite interna

5.1. Antecedentes

Cuando se planea un emplazamiento eólico, es necesario evaluar el recurso y hacer una estimación de la producción de energía eléctrica. Los autores Lackner et al. (2007) plantearon las diferentes fuentes de incertidumbre que se pueden encontrar en todo el proceso y las clasifica en cuatro categorías:

- 1) Incertidumbres provocadas durante el proceso de medición.
- 2) Incertidumbres provocadas por la estimación del recurso a largo plazo.
- 3) Incertidumbres provocadas por la variabilidad del recurso a largo plazo.
- 4) Incertidumbres provocadas por la evaluación del viento.

Por último, Lackner et al. (2007) plantean una forma de calcular la incertidumbre total. Cabe mencionar que los autores establecen que los factores que contribuyen a la incertidumbre provocada por la evaluación del viento (última categoría) son dos:

- 4.a) Los efectos que puede tener medir el viento en un área y evaluar el recurso en otra área cercana con topografía diferente.
- 4.b) El modelo cortante usado para definir el perfil de velocidades y extrapolar los datos de velocidad a la altura del Hub.

En el presente trabajo, de las cuatro categorías anteriores, nos enfocamos en el error de incertidumbre producido por la evaluación del viento y la estimación de producción de energía eólica, ambas a una altura diferente de la altura a la que se tomaron las medidas anemométricas.

En la literatura existen estudios que comparan la velocidad del viento extrapolada a una altura mayor, por ejemplo Bañuelos-Ruedas et al. (2010) comparan un perfil logarítmico y uno exponencial y concluyen que se puede llegar a estimaciones alejadas de la realidad si no se toman en cuenta los factores del terreno. Wharton y Lundquist (2010) y Gualtieri (2016) estudiaron la dependencia que hay entre la estabilidad atmosférica y la salida de potencia de una turbina eólica y muestran que para una misma turbina a una misma altura, se obtiene diferentes salidas de potencia cuando hay diferentes estabilidades.

Gualtieri y Secci (2011) comparan la extrapolación de velocidades a una mayor altura mediante un modelo logarítmico, logarítmico-lineal y modelos exponenciales, en una zona costera bastante rugosa y concluyen que el uso de una sola fórmula para extrapolar el viento no es recomendable y para su estudio de caso encontraron que el perfil exponencial, es un método fiable para hacer las estimaciones iniciales del potencial eólico, si se calcula el exponente con el modelo de Smedman-Högström y Högström (1978).

Smedman-Högström y Högström (1978) toman en cuenta los conceptos de capa límite interna atmosférica para caracterizar el perfil de velocidades para su posible aprovechamiento energético y propusieron un método para determinar el histograma de viento para los primeros 200 *m* de altura. Ellos consideraron la presencia de varias CLI cuyo perfil de velocidades podía ser expresado mediante una sobre-posición discontinua de una ley de potencias, donde el exponente para cada capa depende de la estabilidad atmosférica y rugosidad del terreno. Los autores establecieron que la altura de cada CLI podía ser expresada mediante $\delta = ax^b$, donde *a* y *b* son coeficientes que también dependen de la estabilidad y la rugosidad del terreno y ambos fueron obtenidas mediante un ajuste de los datos medidos. Para determinar la estabilidad usaron una clasificación de cinco grupos diferentes, obtenidos de las observaciones atmosféricas a falta de medidas de temperatura.

Gualtieri y Secci (2012) estudiaron una zona costera y compararon la extrapolación de las velocidades a la altura del Hub mediante la ley de potencias y mediante la extrapolación de la distribución de Weibull (ver sección 2.6.3) y concluyen que, siempre y cuando se tengan datos confiables de Z_0 (que no sean estimados de expresiones que suponen atmósfera neutra), el método más robusto y útil es mediante el uso de la ley de potencias calculando el exponente de rugosidad mediante la expresión de Panofsky y Dutton 1984 mostrada en la Ec. (2.38), ya que el método de Smedman-Högström y Högström (1978) es muy sensible a valores bajos de rugosidad z_0 .

5.2. Propuesta

A la fecha no existe ningún estudio que tome en cuenta la presencia de una capa límite interna producida por un cambio, tanto en la rugosidad del terreno como en la estabilidad de la atmósfera, y los utilice en el modelo de la CLI para después extrapolar la velocidad del viento a la altura del Hub, con el objetivo de estimar la producción de energía a partir de una turbina eólica.

Si nuestro interés se enfoca en predecir la velocidad a una mayor altura, al no tomar en cuenta el cambio de rugosidad se puede incurrir en un error, el cual se incrementa si la aplicación consiste en extraer energía del viento ya que dicha energía es proporcional al cubo de la velocidad.

Para evitar errores en la estimación del viento, hay que usar modelos que describan de la forma más exacta posible el perfil de viento.

Cuando las medidas de viento no se tomaron en el punto donde se ubicará el Hub, es necesario extrapolar la velocidad a una altura diferente mediante algún modelo que tome en cuenta el cambio tanto en la estabilidad atmosférica como en la rugosidad del terreno.

En la sección (4.3) del presente trabajo se plantean dos nuevos modelos para representar el perfil de velocidades dentro y fuera de la CLI planteados en las Ecs. (4.6 y 4.9). Para resolver dichos modelos se necesita la altura δ de la CLI.

Ya existe una aproximación (Savelyev y Taylor, 2005) que describe en forma continua la altura δ de la CLI, para cualquier tipo de estratificación atmosférica aguas arriba y aguas abajo de un cambio de rugosidad en el terreno y es mostrada en la Ec. (4.1) la cual se utiliza en este trabajo para determinar el perfil de velocidades y extrapolar la velocidad.

Con los datos extrapolados es posible evaluar el recurso eólico y estimar la producción de energía eólica.

Para conocer qué tanto se alejan los resultados de la realidad, se calcula el error incurrido al estimar el recurso y la producción de energía eólica.

Para conocer qué tanto mejoró la aproximación se comparan dichos errores con otros modelos del perfil de velocidades presentes en la literatura.

5.3. Evaluación, estimación y error incurrido, en la velocidad, energía y densidad de potencia

5.3.1. Error en la distribución de frecuencias de velocidad estimada.

La distribución de frecuencias de la velocidad medida y expresada mediante marcas de clase, se puede comparar con la distribución de frecuencias estimada mediante la extrapolación de velocidades desde alturas menores con los diferentes modelos, para obtener el porcentaje de error medio cuadrático al comparar las marcas de clase de la distribución estimada con las marcas de clase de la distribución de los datos medidos:

$$RMSE_{bin} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_{Bin}(U_i) - f_{Bin}(U_e))^2 \right)^{1/2}, \quad (5.1)$$

donde n es el número de marcas de clase de la distribución y f_{Bin} la frecuencia de ocurrencia ya sea de la velocidad U_i del viento medida a la altura del Hub o de la velocidad estimada U_e mediante algún modelo, para cada marca de clase.

Por practicidad, se puede usar una distribución de Weibull (sencilla o bimodal) para describir la distribución de frecuencia de las velocidades y en ese caso, el porcentaje de error medio cuadrático al comparar la distribución de Weibull estimada, con las marcas de clase de la distribución de los datos medidos es:

$$RMSE_w = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_w(U_i) - f_{Bin}(U_e))^2 \right)^{1/2}, \quad (5.2)$$

$$RMSE_{w\&zw} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_{w\&zw}(U_i) - f_{Bin}(U_e))^2 \right)^{1/2}. \quad (5.3)$$

5.3.2. Evaluación del potencial energético

La evaluación del recurso eólico a una altura dada por unidad de área A , obtenida mediante la Ec. (2.61), se hace mediante la densidad promedio anual del aire ρ y la frecuencia de ocurrencia f_{Bin} de la velocidad U_i del viento medida a la altura del Hub para cada marca de clase (de espesor):

$$\frac{P}{A} = \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^n U_i^3 f_{Bin}(U_i),$$

donde n es el número de marcas de clase en los que se divide la distribución de frecuencias.

5.3.3. Estimación del potencial energético

La estimación del potencial energético disponible a la altura del Hub, se obtiene al sumar el potencial disponible en cada marca de clase (o en forma abreviada “Bin” en inglés) con espesor unitario, perteneciente a la distribución de frecuencias de la velocidad U_{ei} , extrapolada desde una altura más baja:

$$\frac{P_{eBin}}{A} = \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^n U_{ei}^3 f_{Bin}(U_{ei}), \quad (5.4)$$

y el porcentaje de error relativo en el que se incurre al realizar la estimación es:

$$Err_{PeBin} = 100(P_{eBin} - P)/P. \quad (5.5)$$

Por practicidad, también se puede estimar el potencial energético disponible a una altura dada mediante la distribución de Weibull:

$$\frac{P_{ew}}{A} = \frac{\rho}{2} C_e^3 \Gamma \left(1 + \frac{3}{K_e} \right), \quad (5.6)$$

o la distribución de Weibull bimodal:

$$\frac{P_{ew\&zw}}{A} = \frac{\rho}{2} p_{Ie} C_{Ie}^3 \Gamma \left(1 + \frac{3}{K_{Ie}} \right) - (1 - p_{Ie}) C_{De}^3 \Gamma \left(1 + \frac{3}{K_{De}} \right), \quad (5.7)$$

donde I es para la distribución a la izquierda y D a la derecha en caso de usar un modelo bimodal, C y K son sus coeficientes, $p = N_I/N$, N_I el número de medidas que se encuentran en la distribución a la izquierda y N el número total de medidas total, mientras que Γ es la función Gama (Ec 2.55).

El porcentaje de error relativo en el que se incurre al realizar la estimación mediante las Ecs. (5.6 y 5.7) es:

$$Err_{P_{ew}} = 100(P_{ew} - P)/P, \quad (5.8)$$

y

$$Err_{P_{ew\&w}} = 100(P_{ew\&w} - P)/P. \quad (5.9)$$

respectivamente.

5.3.4. Evaluación de producción de energía eólica

La evaluación de producción de energía, realizada por una turbina eólica, se obtiene al sumar la producción de energía eólica para cada marca de clase (o "Bin" en ingles) con espesor ΔU , perteneciente a la distribución de frecuencias de la velocidad U_i medida a la altura del Hub⁽⁵⁾:

$$E = (1 - B_\rho)(1 - I_T) \sum_{i=1}^n f_{Bin}(U_i)W_i(U_i)\Delta U, \quad (5.10)$$

Donde $W(U)$ representa la potencia producida por la turbina a la velocidad U (dada por la curva de potencia de cada turbina y especificada por los fabricantes), el factor B_ρ representa la desviación estándar de la densidad del aire e I_T la Intensidad turbulenta promedio, que afectan en el desempeño de un aerogenerador.

5.3.5. Estimación de producción de energía eólica

La producción de energía mediante una turbina eólica, se estima al sumar la energía producida por la velocidad correspondiente a cada marca de clase de la distribución de frecuencias de la velocidad U_{ei} obtenida al extrapolar desde una altura más baja:

$$E_{Bin} = (1 - B_\rho)(1 - I_T) \sum_{i=1}^n f(U_e)W(U_e), \quad (5.11)$$

y el porcentaje de error relativo en el que se incurre al realizar dicha estimación es:

$$Err_{E_{Bin}} = 100(E_{Bin} - E)/E, \quad (5.12)$$

Por practicidad, se puede usar la distribución de Weibull para estimar la producción de energía realizada por una turbina eólica, a partir de las velocidades extrapoladas U_e desde una altura menor a la altura del Hub:

$$E_w = \sum_{i=1}^n \frac{KU_e^{K-1}e^{-(U_e/C)^K}}{C^K} W_i(U_e), \quad (5.13)$$

en caso de usar la distribución de Weibull sencilla. El porcentaje de error relativo en el que se incurre al realizar dicha estimación es:

$$Err_{E_w} = 100(E_w - E)/E, \quad (5.14)$$

Si se usa una distribución de Weibull bimodal, la estimación de la producción de energía realizada por una turbina eólica se expresa de la siguiente forma:

$$E_{w\&w} = 100 \sum_{i=1}^n p K_I \frac{U^{K_I-1}}{C_I^{K_I}} e^{-(U/C_I)^{K_I}} + (1-p) K \frac{U^{K_D-1}}{C_D^{K_D}} e^{-(U/C_D)^{K_D}} W_i(U_e), \quad (5.15)$$

y el porcentaje de error relativo en el que se incurre al realizar dicha estimación es:

$$Err_{E_{w\&w}} = 100(E_{w\&w} - E)/E, \quad (5.16)$$

5.4. Estudio de caso en Sisal Yucatán, México

5.4.1. Experimento

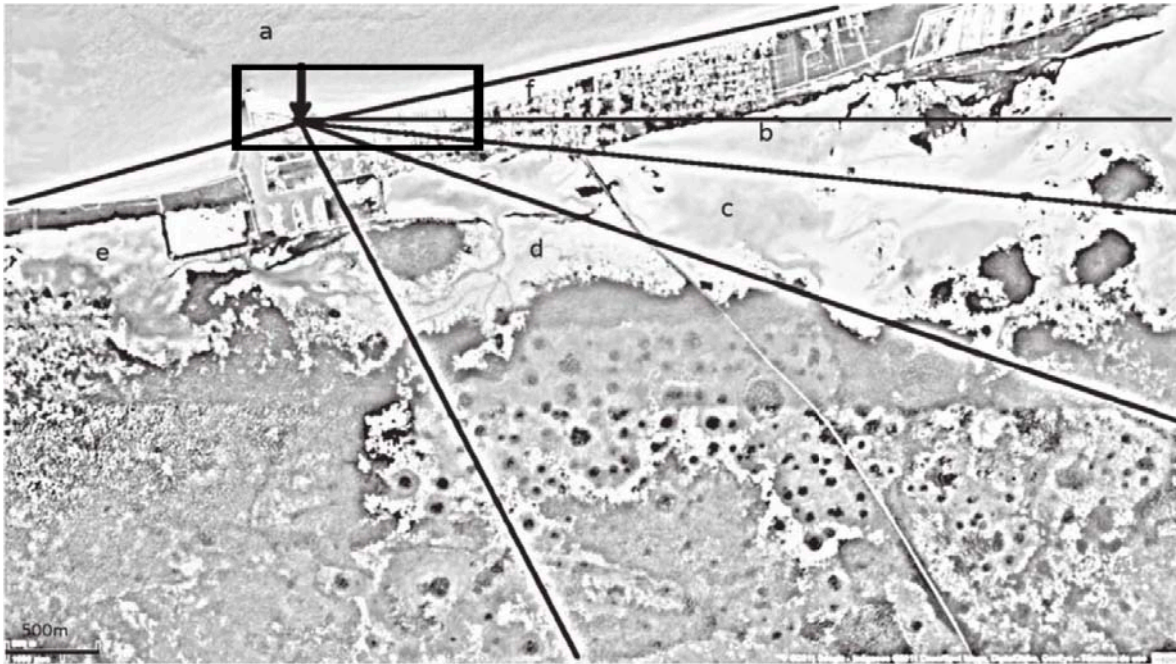


Figura 5.1: Localización de la torre anemométrica indicada por una flecha y división del terreno en sectores realizada por Figueroa-Espinoza y Salles (2014) (derechos de imagen ©2014 Google, INEGI).

La zona de estudio se encuentra ubicada en Sisal, un puerto pesquero del estado de Yucatán en México. El pueblo contiene varias casas que en su mayoría tienen sólo una planta de altura. Al Norte del poblado se encuentra el Mar y la línea de costa presenta

un ángulo promedio de 10° con respecto al Este. Al Sur se encuentra una larga ciénaga y un extenso manglar. La torre anemométrica está a 120 m de la línea de costa ($90^\circ 02' 47''$ W, $21^\circ 09' 53''$ N) en la Unidad Académica de Ciencias y Tecnología de la Universidad Nacional Autónoma de México.

Los anemómetros midieron la velocidad del viento a una frecuencia de 10 Hz (que después fue promediada cada media hora) los cuales son sónicos y se encuentran ubicados a cinco diferentes alturas mostradas en la tabla (5.1). Tres de los cinco anemómetros son 2D (Thies Clima™ 4.382) (z_1, z_2 y z_4) y los otros dos 3D (Thies Clima™ 4.3830) (z_3 y z_5). Los datos usados para el presente estudio datan del 18 de enero del 2011 al 17 de enero del 2013.

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
4.43 m	7.53 m	12.26 m	24.64 m	50.27 m

Tabla 5.1: Alturas a las cuales se encuentran ubicados los anemómetros.

5.4.2. Metodología

Para saber cuales fueron las implicaciones en la estimación de la energía eólica al extrapolar la velocidad con los modelos del perfil de viento: logarítmico, logarítmico lineal, exponencial, el modelo de Troen y Petersen (T&P) y el de Chamorro y Porté-Agel (C&P). Se usó el error en la estimación del recurso disponible y el error relativo en la estimación de producción de energía eólica calculados mediante las columnas (o marcas de clase) del histograma de velocidades con las Ecs. (5.5 y 5.12) o por practicidad mediante una distribución de Weibull o Weibull bimodal se usaron las Ecs. (5.8, 5.9, 5.14 y 5.16).

Para resolver dichas ecuaciones se utilizó el valor de la densidad promedio siguiente:

$$\rho = 1.225, \quad (5.17)$$

y los valores escogidos para los coeficientes que indican la intensidad turbulenta y la desviación estándar de la densidad fueron:

$$B_\rho = 0.04 \quad (5.18)$$

$$I_T = 0.1 \quad (5.19)$$

Para comparar los resultados y obtener el error incurrido en la estimación de la densidad de potencia y de la producción de energía eólica, es necesario obtener el perfil de velocidades mediante algún modelo, luego obtener el histograma de velocidades y los parámetros de la distribución de Weibull. A continuación se muestran los modelos utilizados.

Modelos del perfil de viento:

En el presente estudio se utilizaron siete modelos diferentes para describir el perfil de velocidad, descritos en el capítulo (4). Cuatro de los modelos tomaron en cuenta la presencia de la CLI;

- Modelo de Troen y Petersen (1989) (Ec. 2.47).
- El modelo de Chamorro y Porté-Agel (2009) (Ec. 2.50).
- La generalización del modelo de Troen y Petersen (1989) planteada en el presente trabajo (Ec. 4.6).
- La generalización del modelo de Chamorro y Porté-Agel (2009) planteada en el presente trabajo (Ec. 4.9).

Mientras que los otros tres no consideraron la CLI.

- Modelo logarítmico (Ec. 2.19).
- Modelo logarítmico lineal (Ec. 2.25).
- Modelo exponencial de Panofsky y Dutton (1984) (Ec. 2.38).

Para resolver los modelos escogidos que describen el perfil de velocidades, se necesitó conocer cuatro variables: la rugosidad del terreno z_0 , la longitud de Monin Obukhov L , la velocidad de rugosidad u^* y el espesor δ de la CLI mediante la Ec.(4.1). Para todos los casos se consideró una longitud de Von Kármán.

$$k = 0.4 \tag{5.20}$$

A continuación se presenta la metodología para el cálculo de cada una de las cuatro variables mencionadas.

Rugosidad:

El uso de sectores para dividir en zonas similares el terreno que rodea a la torre, nos permite asignarle una rugosidad característica a cada uno de los sectores. En la tabla (5.2) se pueden ver los valores de rugosidad de las zonas. Los valores de los sectores A-F fueron tomados de Figueroa-Espinoza y Salles (2014) los cuales estudiaron la misma zona y plantearon el uso de los sectores A-F. El sector A corresponde al Mar, el sector B contiene pocas casas y parte de la ciénaga. El sector C contiene en su mayoría ciénaga, mientras que el sector D abarca algunos arbustos al norte, una parte de la ciénaga y una gran parte de mangle al Sur. El sector E contiene algunos edificios de la universidad (cuya altura no es mayor a 3.5 m), el puerto de abrigo, una parte de ciénaga y una gran extensión de mangle al Suroeste correspondiente a la reserva ecológica “El Palmar”. El sector F contiene la mayor parte de las casas del poblado y después de el presenta

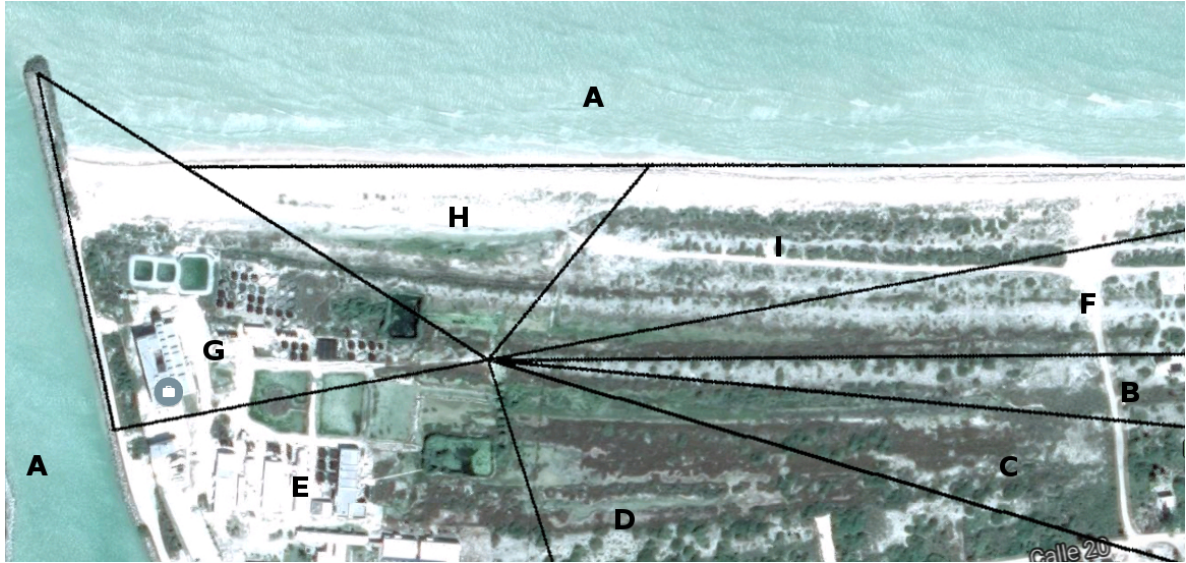


Figura 5.2: Ampliación del rectángulo negro mostrado en la figura (5.1). Se muestran las divisiones del terreno a cada una de las cuales se asocia una rugosidad determinada (derechos de imagen ©2016 Google, INEGI).

matorrales. Por último cabe mencionar que en la parte más cercana a la torre, los sectores B, C, D, F, H e I presentan varios matorrales menores a un metro de altura.

Los otros valores de rugosidad que corresponden a los tres sectores cercanos al mar (G, H, I) fueron tomados de la tabla (2.1) y corresponden al tipo de terreno observado: En el sector G se encuentran muchos bordes en el espigón, algunos edificios, varios matorrales menores a un metro de altura cerca de la torre y de la frontera con el siguiente sector H, el cual abarca hierbas sin cortar y árboles pequeños. El sector I presenta arbustos largos. Los tres sectores (G, H, I) son atravesados en forma paralela a la línea de costa por los restos de una valla metálica de 1.80 metros de altura y 40 metros de largo que delimita el terreno de la Universidad, también presentan playa con arena y pequeños arbustos que no pasan de un metro de altura.

Sectores:	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Ángulo ($^\circ$):	10-190	354-360	343-354	287-343	190-287	0-10	147-190	50-147	10-50
z_0 m:	$9.856 \cdot 10^{-5}$	0.132	0.113	0.143	0.117	0.294	0.090	0.0180	0.182

Tabla 5.2: Rugosidad de los diferentes sectores. Los valores de rugosidad usados para los sectores A-F fueron tomadas de Figueroa-Espinoza y Salles (2014). Los valores de rugosidad de los demás sectores G-I fueron estimadas por el tipo de terreno mediante la figura (2.1).

Como ya se mencionó, la rugosidad (z_0) de los demás sectores (A-F), fue obtenida del trabajo de Figueroa-Espinoza y Salles (2014) al igual que la longitud de Monin Obukhov (L). Los autores calcularon ambos parámetros “equivalentes”, los cuales corresponden a un terreno horizontal homogéneo y son útiles para predecir la velocidad

del viento mediante la Ec. (2.25). Su cálculo fue realizado mediante una nueva metodología que hace una analogía entre la rugosidad y la longitud de Monin Obukhov de las funciones de estabilidad integradas (Ecs. 2.27, 2.29 y 2.31) y las obtenidas al medir ambos parámetros con un anemómetro sónico en un terreno complejo.

Cabe mencionar que Figueroa-Espinoza y Salles (2014), mediante los datos medidos con los anemómetros colocados a las alturas z_3 y z_4 , obtuvieron 2 valores de rugosidad en cada sector. Para asegurarnos que los datos de viento proveniente del mar, pertenecieran a la parte superior de la CLI, en el presente trabajo se usaron los valores de rugosidad del sector A calculados con las medidas del anemómetro a mayor altura (z_5). En el caso de los demás sectores (B-F), se presentan los resultados obtenidos mediante los valores de rugosidad obtenidos de las medidas realizadas del mismo anemómetro (colocado a la altura z_5) ya que los resultados generados mediante el uso de rugosidades obtenidas de las medidas a la altura z_3 generaron errores relativos levemente mayores en la estimación de la densidad de potencial eólica disponible y dichos resultados no se presentan en el trabajo.

Longitud de Monin Obukhov:

Un flujo de aire en la zona costera, donde se une la tierra y el mar que, al ser diferentes materiales, presentan diferentes capacidades caloríficas y absorbancias lo que generan, en la mayoría de los casos, diferentes temperaturas al interactuar con el sol y la atmósfera, que como consecuencia produce una diferente estratificación atmosférica sobre el mar y sobre la tierra. Lo anterior se explica a más detalle en la sección (2.4.8 y 2.4.2). En el presente estudio de caso, se traduce como una diferencia de estabilidad térmica indicada por diferencias en la longitud de Monin Obukhov del viento aguas arriba L_1 y aguas abajo L_2 de la línea de costa.

En el estudio de caso, obtener la longitud de Monin Obukhov aguas arriba y aguas abajo se convierte en un reto ya que para medir la estabilidad solo se disponía de dos anemómetros sónicos 3D a las alturas z_3 y z_5 , lo cual no nos asegura que la medida más baja refleje datos dentro de la CLI para un instante dado y la única forma de estimar L_2 es mediante un proceso iterativo que calcule la altura δ de la CLI para diferentes valores de L_2 y comparar en cada iteración la altura calculada con la medida hasta lograr minimizar el error.

El algoritmo de iteración, mencionado en el párrafo anterior, se programó pero el costo de tiempo de computo era muy alto. Por lo anterior se optó por hacer dos suposiciones (para comparar al final la diferencia entre los datos calculados y los medidos):

- 1) El flujo aguas arriba y aguas abajo presenta la misma estratificación $L_2 = L_1$.
- 2) El flujo aguas abajo es neutro $z/L_2 = 0$.

La longitud de Monin Obukhov, se obtuvo mediante la Fig. (5.3) que relaciona la razón entre la altura y la longitud obtenida mediante las medidas de un anemómetro sónico $z/$ y la altura entre longitud z/L que puede ser utilizada en la Ec. (2.25). Dicha relación esta representada por líneas ajustadas a los datos de Figueroa-Espinoza y Salles

(2014) y representadas como la unión de dos rectas y un polinomio de segundo grado, como se muestra a continuación para los vientos que soplan desde tierra:

$$\frac{z}{L} = \begin{cases} p_4 z/ + p_5 & \text{si } - < z/ < -5, \\ p_1 (z/)^2 + p_2 z/ + p_3 & \text{si } -5 \leq z/ \leq 1.316, \\ p_6 z/ + p_7 & \text{si } 1.316 < z/ < , \end{cases} \quad (5.21)$$

y para los vientos que provienen del mar se tiene:

$$\frac{z}{L} = \begin{cases} p_{11} z/ + p_{12} & \text{si } - < z/ < -5.4, \\ p_8 (z/)^2 + p_9 z/ + p_{10} & \text{si } -5.4 \leq z/ \leq 1.316, \\ p_{13} z/ + p_{14} & \text{si } 1.316 < z/ < , \end{cases} \quad (5.22)$$

cuyos coeficientes se muestran en la tabla 5.4.

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7
0.0056935	0.0405811	-0.0014234	-0.0020840	-0.0641258	0.1114151	-0.0867650

Tabla 5.3: Coeficientes de la Ec. (5.21).

p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
0.0152278	0.0880166	-0.0016986	-0.0819827	-0.4696045	0.1823520	-0.1045530

Tabla 5.4: Coeficientes de la Ec. (5.22).

Debido a que los vientos de tierra pueden sentir los efectos cortantes de la vegetación y de el estuario, tomamos los valores de rugosidad y Longitud de Monin Obukhov calculados por Figueroa-Espinoza y Salles (2014), mediante las medidas tomadas a una altura de $z_3 = 12.26 \text{ m}$ para asegurarnos que reflejan los efectos térmicos y cortantes de las zonas más próximas a la torre anemométrica en los sectores B-F. En otras palabras $L_{tierra} = L(z_3)$.

Para verificar que la consideración mencionada en el párrafos anterior fuera la más correcta, se estimó el potencial eólico con $L_{tierra} = L(z_5)$ para verificar que generó errores relativos levemente mayores en la estimación de la densidad de potencial eólica disponible y dichos resultados no se presentan en el trabajo.

En el caso de los vientos de Mar, utilizamos los valores de rugosidad y Longitud de Monin Obukhov calculados por los mismos autores, mediante las medidas tomadas a una altura de $z_5 = 50.27 \text{ m}$ que se encuentra, en la mayoría de los casos, más arriba de la capa límite interna, la cual inicia en la unión de la tierra con el mar, y así asegurar que los efectos térmicos y cortantes se deben a la rugosidad y temperatura del mar. En otras palabras $L_{mar} = L(z_5)$.

Velocidad de rugosidad:

Cuando se tienen vientos que soplan desde tierra, se considera que se forma una CL la cual describe un perfil logarítmico lineal descrito por la Ec. (2.25) de la cual se puede despejar la velocidad de rugosidad basada en el esfuerzo cortante en la pared:

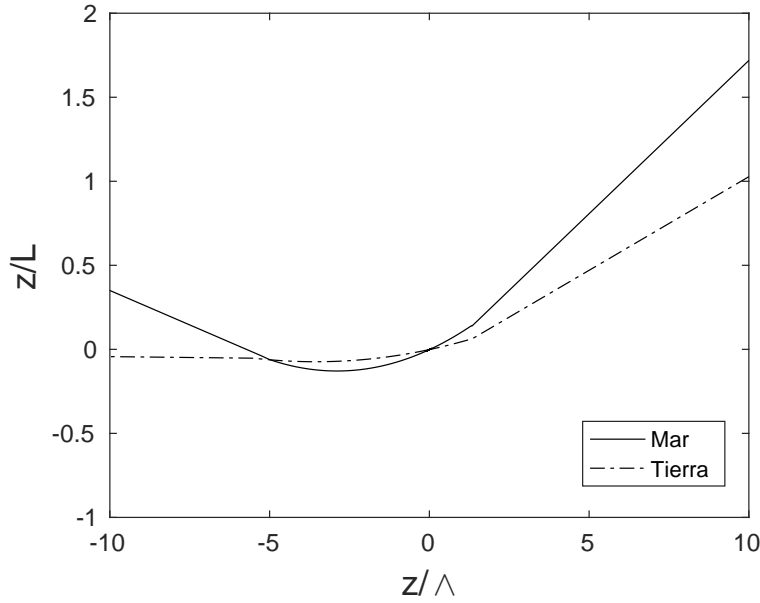


Figura 5.3: Relación entre el parámetro de estabilidad medido z/Λ y el “equivalente” z/L . Las líneas resultan de un ajuste de los datos publicados por Figueroa-Espinoza y Salles (2014).

$$u^* = ku(z) / [\ln(z/z_0) - \psi(z/L(z))], \quad (5.23)$$

donde la altura z corresponde a la altura desde la cual se extrapolarán los datos para hacer la estimación con cualquiera de los modelos.

Cuando se tiene viento que sopla desde el mar, es importante diferenciar el flujo arriba y abajo de la CLI; aguas arriba se tiene un perfil logarítmico lineal, que se puede representar mediante la Ec. (2.25), de donde se puede despejar la velocidad de rugosidad basada en el esfuerzo cortante en la pared u^* :

$$u_1^* = kU_1(z) / [\ln(z/z_{01}) - \psi(z/L_1)]. \quad (5.24)$$

En el caso de los vientos dentro de la CLI (que soplan desde el mar), no hay forma de asegurar que el anemómetro más cercano al terreno esté dentro de la capa de equilibrio ($z \leq \delta_{1/2} = 0.3\delta$) descrita por un simple perfil logarítmico-lineal y es probable que las medidas de dicho anemómetro reflejen la capa de transición entre el perfil aguas arriba ($z \leq \delta_{1/2} = 0.3\delta$) y el perfil de la capa de equilibrio ($z \geq \delta_s = 0.09\delta$) aguas abajo del cambio de rugosidad, donde la velocidad de rugosidad u^* varía. Por lo anterior, la velocidad de rugosidad u^* no se puede despejar de un simple perfil logarítmico-lineal ni medir con un anemómetro sónico 3D, a menos que esté muy cerca del terreno ($z \geq \delta_s = 0.09\delta$, para cualquier δ), el perfil de velocidades puede representar mediante el modelo Generalizado de Troen y Petersen (Ec. 4.6) de donde si se puede despejar u_2^* :

$$u_2^* = \begin{cases} \frac{ku(z)}{\ln(z/z_{02}) - \psi_m(z/L_2)} & \text{si } z_{02} \leq z \leq \delta_s, \\ \frac{ku(z) - A_1 u_1^* (\ln(\delta_{1/2}/z_{01}) - \psi(\delta_{1/2}/L_1))}{(\ln(\delta_s/z_{02}) - \psi(\delta_s/L_2))(1 - A_1)} & \text{si } \delta_s < z < \delta_{1/2}. \end{cases} \quad (5.25)$$

donde $A_1 = [\ln(z/\delta_s)] / [\ln(c_1/c_2)]$, $c_1 = 0.3$ y $c_2 = 0.09$.

También se puede despejar u_2^* del modelo Generalizado de Chamorro y Porté-Agel mostrado en la Ec. (4.9):

$$u_2^* = \frac{ku(z) - \lambda u_1^* (\ln(z/z_{01}) - \psi(z/L_1))}{(1 - \lambda)(\ln(z/z_{02}) - \psi(z/L_2))}. \quad (5.26)$$

En caso de usar el modelo logarítmico, la velocidad de rugosidad se obtiene de la Ec.(5.23) al considerar estabilidad neutra ($\psi(z/L(z)) = 0$):

$$u^* = ku(z) \ln(z/z_0). \quad (5.27)$$

En caso de usar el modelo de Troen y Petersen (Ec. 2.47) o de Chamorro y Porté-Agel mostrado en la Ec. (2.50) se considera estabilidad neutra ($\psi(z/L(z)) = 0$) en las Ecs. (5.25) y (5.27) respectivamente.

Para el modelo exponencial de Panofsky y Dutton (1984) no es necesario calcular la velocidad de rugosidad u^* .

Por último, se puede observar que para obtener u_2^* de cualquiera las Ecs. (5.25) y (5.27), se necesita el espesor de la CLI δ que a su vez depende de la velocidad de rugosidad aguas arriba que es independiente de la CLI. A continuación se muestra como se obtuvo la altura de la CLI necesaria para cerrar el sistema de ecuaciones.

Altura de la capa límite interna:

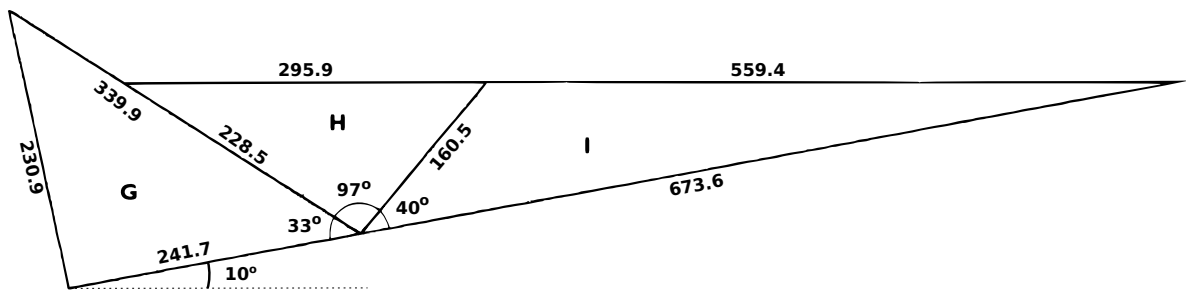


Figura 5.4: Esquema de los sectores G, H e I. Acotado en metros.

La altura δ de la CLI se calcula mediante la Ec. (4.1) cuando se considera el modelo generalizado de Chamorro y Porté-Agel o de Troen y Petersen. En la sección (4.2) se explica a detalle el método de Runge-Kutta usada para resolverla.

Cuando se utilizan los últimos dos modelos sin generalizar, que suponen estratificación neutra, se utiliza la Ec.(4.3) que se resuelve en forma numérica.

Para calcular la distancia desde el cambio de rugosidad (en la interfase mar-tierra) hasta la torre anemométrica, en la dirección que sopla el viento, se usaron las dimensiones de los sectores G, H e I mostradas en la figura (5.4).

5.4.3. Resultados

En las figuras (5.6 y 5.7) se muestran los historiales de frecuencia para comparar la diferencia entre la velocidad medida y la estimación de la velocidad de viento mediante extrapolaciones con diferentes modelos. En ambas figuras la referencia para dicha comparación se encuentra en la parte superior izquierda, que muestra las velocidades medidas a 50 m y para efectos de comparación se muestra con una línea continua gris en los demás histogramas.

En la figura (5.6) se muestra la distribución de frecuencias de la velocidad a 50 m estimada mediante la extrapolación de la velocidad de viento desde 7.5 m , 12.3 m y 24.6 m con el modelo logarítmico (Ec. 2.19), logarítmico lineal (Ec. 2.25) y exponencial de Panofsky y Dutton 1984 (Ec. 2.38).

En la figura (5.7) se muestra la distribución de frecuencias de la velocidad a 50 m estimada mediante la extrapolación de la velocidad de viento desde 24.6 m con el modelo de Troen y Petersen (1989) (Ec. 2.47) (T&P), de Chamorro y Porté-Agel (2009) (Ec. 2.50) (C&P) y los dos nuevos modelos planteados en el presente trabajo que consisten en la generalización de los dos modelos anteriores (Ec. 4.6 y 4.9 respectivamente).

Para complementar la comparación entre la estimación de la velocidad de viento mediante los diferentes modelos mencionados en el párrafo anterior, se presentan las rosas de viento para cada uno de ellos en las figuras (5.8 y 5.9).

Debido a que la aplicación sobre la que está enfocada el uso de los dos nuevos modelos planteados, que toman en cuenta el cambio de rugosidad y estabilidad en la formación de la CLI, es la correcta estimación de energía eólica de diferentes emplazamientos que se encuentren cerca de algún cambio de rugosidad en el terreno y/o estabilidad atmosférica. Se compara el potencial energético [W/m^2] evaluado mediante las velocidades de viento medidas a una altura de 50.3 m con la estimación mediante extrapolaciones desde alturas más bajas z_{ref} usando todos los modelos mencionados anteriormente.

En la tabla (5.5) se muestran los parámetros necesarios para describir las medidas y estimaciones de la velocidad mediante la distribución de Weibull y Weibull bimodal (representadas mediante las Ecs. 2.56 y 2.60 respectivamente). En la misma tabla también se muestra la raíz del error medio cuadrático incurrido al realizar las estimaciones. En total se calcularon dos errores medios cuadráticos obtenidos al comparar las marcas de clase de la distribución de frecuencias de la velocidad medida con: a) las marcas de clase de la distribución de frecuencias para el caso de $RMSE_{bin}$ (Ec. 5.1) y b) con los valores de la función de Weibull bimodal para el caso de $RMSE_{w\&w}$ (Ec. 5.3). Cabe mencionar que no se muestra el error $RMSE_w$ ya que a pesar de que la distribución de Weibull sencilla si describe bien algunos modelos, la distribución de Weibull bimodal (que es un poco más compleja por contener más parámetros) describe bien la totalidad de los modelos.

En la tabla (5.5) igualmente se muestra la densidad de potencia eólica en [W/m^2]

obtenida de las velocidades medidas a la altura propuesta del Hub (50 m), evaluada mediante la Ec.(2.61) usando las marcas de clase de la distribución de frecuencia de velocidades medidas y estimada usando la distribución de frecuencia de velocidades extrapoladas mediante los diferentes modelos. Para todos los casos (evaluación y estimación mediante modelos), la densidad de potencia eólica fue calculada de dos formas: a) mediante las marcas de clase de la distribución de frecuencia y b) mediante la función de Weibull (sencilla y bimodal). Asimismo, se muestra el error incurrido al estimar la densidad de potencia al comparar los resultados evaluados (mediante los datos medidos) con los estimados. Dicho error fue calculado mediante las Ecs. (5.5, 5.8 y 5.9).

Asimismo, en la tabla (5.5) se muestra la producción de energía anual de los aerogeneradores Vestas V39/500 y V39/600 en $[KWh]$ obtenida mediante las marcas de clase de la distribución de frecuencia de las velocidades medidas a la altura propuesta del Hub (50 m) para comparar con la producción estimada mediante los diferentes modelos. En todos los casos la producción de energía anual fue calculada de dos formas: a) mediante las marcas de clase de la distribución de frecuencia (Ec 2.70) y b) mediante la función de Weibull bimodal (Ec 2.69). Los valores de la energía producida $W(U)$ $[KW]$ por la turbina a la velocidad de funcionamiento U y se puede encontrar en las curvas de potencia características mostradas en la Fig.(5.5).

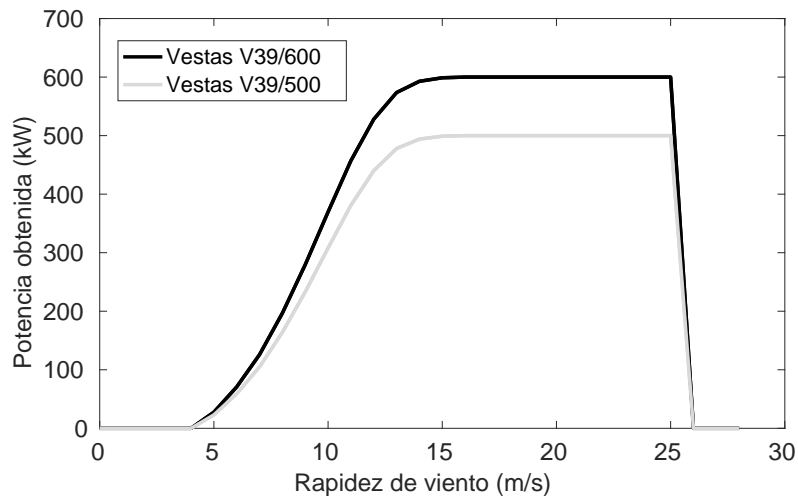


Figura 5.5: Curvas características de la producción de potencia generada por dos turbinas diferentes marca Vestas.

En la tabla (5.5), también se muestra el error incurrido al estimar la producción de energía anual, al comparar los resultados estimados con los evaluados (mediante los datos observados) mediante las Ecs. (5.12, 5.14 y 5.16). Por último se muestra el factor de planta de las turbinas Vestas V39/500 y V39/600 (el cual no depende del tipo de turbina para estos dos casos) obtenido al calcular su producción de energía anual mediante las marcas de clase de la distribución de frecuencias y mediante la distribución de Weibull bimodal.

Modelo	Weibull					Weibull bimodal					RMSE [%]		Densidad de Potencia [W/m^2]				Producción de energía anual				Factor de planta %	
	C	K	C_I	K_I	C_D	K_D	p [%]	bin	w&w	P_{bin}/A	$P_{w&w}/A$	E_{bin}/A	$E_{w&w}/A$	E_{bin}/A	$E_{w&w}/A$	E_{bin}/A	$E_{w&w}/A$	bin	w&w			
Medidas a 50.3m	7.4556	2.8932	8.6348	2.9508	6.3711	3.5356	56.83	0.00	0.28	305.1	290.3	1003.7	972.8	1204.4	1167.4	22.9	22.2					
Log $Z_{ref} = 7.5$	8.0561	2.0594	10.4447	2.6429	5.4078	2.7753	56.77	2.27	2.19	472.9	465.3	1250.7	1204.6	1500.8	1445.5	28.6	27.5					
Log $Z_{ref} = 12.3$	7.7686	2.1349	10.0327	2.6718	5.3247	2.9515	56.81	2.10	2.08	39.1%	35.1%	1174.7	1127.5	1409.6	1353.0	26.8	25.7					
Log $Z_{ref} = 24.6$	7.4198	2.3749	9.2998	2.7829	5.4757	3.2723	56.83	1.56	1.57	350.5	331.9	1057.5	1007.5	1269.0	1209.0	24.1	23.0					
Log-Lin $Z_{ref} = 7.5$	6.1820	2.0950	5.1681	2.2887	8.1129	2.0963	56.18	3.40	3.27	335.4	237.5	851.7	692.0	1022.0	830.4	19.4	15.8					
Log-Lin $Z_{ref} = 12.3$	6.2044	2.2360	5.2868	2.3478	7.5298	2.4278	56.54	3.05	3.00	255.0	186.6	738.7	608.5	886.5	730.2	16.9	13.9					
Log-Lin $Z_{ref} = 24.6$	5.9162	2.6317	5.1881	2.5479	6.7068	3.1970	56.82	3.22	3.36	155.0	130.7	501.6	436.3	601.9	523.5	11.5	10.0					
C&P	7.1956	2.4609	8.8185	2.8217	5.4757	3.2723	56.83	1.49	1.49	301.4	287.5	959.7	915.0	1151.6	1098.1	21.9	20.9					
T&P	7.1947	2.4616	8.8185	2.8215	5.4751	3.2730	56.83	1.49	1.49	301.4	287.5	959.7	915.1	1151.6	1098.1	21.9	20.9					
C&P Gral ($L2 = L1$)	8.1611	2.8151	9.4543	3.1868	6.7070	3.1973	56.81	1.18	1.15	374.5	365.0	1208.3	1193.2	1450.0	1432.7	27.6	27.3					
T&P Gral ($L2 = L1$)	8.1731	2.8196	9.4698	3.2024	6.7064	3.1972	56.80	1.20	1.17	376.7	365.9	1213.1	1193.9	1455.8	1436.9	27.7	27.3					
C&P Gral ($z/L2 = 0$)	8.1598	2.8160	9.4514	3.1863	6.7067	3.1973	56.81	1.18	1.15	374.6	364.8	1208.7	1197.4	1450.5	1431.8	27.6	27.2					
T&P Gral ($z/L2 = 0$)	8.1724	2.8242	9.4683	3.2133	6.7065	3.1973	56.70	1.20	1.17	376.3	365.1	1213.4	1193.2	1456.1	1435.7	27.7	27.3					
Exp $Z_{ref} = 7.5$	10.4394	2.2193	11.7669	2.8284	8.0698	2.0830	55.06	3.37	3.39	768.0	749.0	1830.0	1761.8	2196.0	2114.1	41.8	40.2					
Exp $Z_{ref} = 12.3$	9.7617	2.3689	11.3849	2.9100	7.5154	2.4165	56.02	2.90	2.88	647.2	642.1	1684.1	1646.4	2020.9	1975.7	38.4	37.6					
Exp $Z_{ref} = 24.6$	8.4911	2.6680	10.1258	3.1441	6.7078	3.1940	56.80	1.55	1.51	442.2	432.4	1339.6	1324.3	1607.5	1589.2	30.6	30.2					

Tabla 5.5: Resultados

5.4.4. Discusión

Al tomar en cuenta el error $RMSE$ como criterio de comparación podemos ver que el modelo que mejor describe el perfil de velocidades para el caso de estudio, que presenta una CLI producida por un cambio de rugosidad en el terreno y estabilidad atmosférica, es el modelo C&P Gral. con error $RMSE_{bin} = 1.18\%$ seguido del modelo de T&P Gral $RMSE_{bin} = 1.20\%$ (ambos propuestos en el presente trabajo), en tercer lugar se encuentran los modelos de T&P y C&P los cuales presentaron el mismo error $RMSE_{bin} = 1.49\%$, seguidos del modelo exponencial de Panofsky y Dutton (P&D) $RMSE_{bin} = 1.55\%$, el modelo logarítmico $RMSE_{bin} = 1.56\%$ y en último lugar el modelo Log-Lin $RMSE_{bin} = 3.05\%$.

Se puede observar que en los modelos que no toman en cuenta la presencia de la CLI el error disminuye, si la altura desde la cual se extrapola la velocidad se acerca a la altura del Hub; con excepción del modelo Log-Lin cuyo error mínimo se presenta cuando se extrapola desde 12.3 m , lo cual es lógico si se toma en cuenta que la longitud de Monin Obukhov fue calculada con los datos medidos a esa altura. También se puede explicar el gran error que produce el modelo Log-Lin si tomamos en cuenta que el efecto del término térmico en el perfil de velocidades de dicho modelo ($-\psi_m(z/L)$), aumenta conforme la altura es mayor, pero si dicho efecto no se restringe a la zona limitada bajo la CLI, ya que fuera de ella la estabilidad cambia (L_2), más que contribuir a una mejor descripción del perfil de velocidades, se incurre en un error mayor.

Es importante tomar en cuenta las características de la distribución de frecuencias de las velocidades y de las rosas de viento antes de llegar a una conclusión sobre el mejor modelo. Por ejemplo, a primera vista se puede ver que el error $RMSE_{bin}$ incurrido por estimar la velocidad al hacer una extrapolación desde 7.5 m mediante el modelo Log-Lin y el modelo exponencial P&D, es casi igual por una diferencia de 0.03% . Pero si se analizan las rosas y la distribución de frecuencias de los vientos provenientes de mar y tierra, se puede ver que el modelo Log-Lin sobrestima la frecuencia de los vientos de mar y la velocidad pico de los vientos de tierra, mientras que subestima la frecuencia de los vientos de tierra y la velocidad pico de los vientos de mar. Por otro lado el modelo exponencial P&D solo subestima la frecuencia en ambas componentes de viento pero no se modifican tanto las componentes pico de la velocidad. En otras palabras, parece una simple casualidad que el error entre los dos métodos sea tan parecidos ya que si fuera la suma del error $RMSE_{bin}$ en la estimación de los vientos de mar más el $RMSE_{bin}$ en los vientos de tierra, el error del modelo Log-Lin sería mucho mayor: el modelo Log-Lin modifica frecuencias y valores pico de los vientos de tierra y mar mientras que el modelo P&D sólo subestima las frecuencias. Lo anterior es una buena razón para plantear los resultados de los vientos de tierra y mar y presentar distribuciones de Weibull bimodales.

La diferencia entre los errores $RMSE_{bin}$ y $RMSE_{w\&w}$ es pequeña en la mayoría de los casos (entre 0% y 0.28%) pero si se trata de comparar el error incurrido por el uso de los diferentes métodos (entre 0% y 3.37% para el caso de $RMSE_{bin}$), no es adecuado realizar la comparación mencionada ya que la diferencia de errores puede ser debida al uso de la distribución de Weibull y no al modelo usado para realizar la extrapolación.

Por lo anterior las comparaciones se analizaron a través de los errores calculados con de los datos provistos por las marcas de clase sin importar que el error sea cuadrático (al comparar velocidades) o sencillo (al comparar densidad de potencia [W/m^2] y energía [Wh]).

Al tomar en cuenta el error Err_{PeBin} (Ec.5.5) como criterio de comparación, que es negativo cuando los modelos subestiman la densidad de potencia y podemos ver en la tabla (5.5) y Fig.(5.10). Se puede decir que el modelo que mejor describe la densidad del potencial energético para el caso de estudio, son los modelos de T&P y C&P los cuales presentaron $Err_{PeBin} = -1,2\%$. El tercer mejor modelo resultó ser el Log-Lin extrapolando desde $7.5 m$ ($Err_{PeBin} = 9.9\%$) seguido del modelo logarítmico $Err_{PeBin} = 14.9\%$ y del modelo de C&P Gral ($Err_{PeBin} = 22.8\%$) y T&P Gral ($Err_{PeBin} = 23.3\%$), y en último lugar el modelo exponencial P&D $Err_{PeBin} = 44.9\%$.

De nuevo hay que aclarar que después de tomar en cuenta la distribución de frecuencias, descartamos la validez del modelo Log-Lin.

El la raíz del error medio cuadrático en la estimación de la velocidad mediante los intervalos de clase obtenidos de los modelos de C&P y T&P fue de 1.49% , resultado de una subestimación, mientras que para los mismos modelos generalizados fue entre 1.18 y 1.20 resultado de una sobrestimación. El error incurrido al estimar la densidad de potencial con los modelos de C&P y T&P fue de 1.2% menor al medido, mientras que al usar los modelos generalizados, el error fue entre 22.8% y 23.5% mayor al medido. En la energía anual disponible, lo anterior se traduce en una subestimación de entre 44 KWh con el aerogenerador V39/500 y 52 KWh con el V39/600 al utilizar los modelos de C&P y T&P, mientras que al usar los mismos modelos generalizados, se presenta una sobre estimación entre 206% y 249% .

Al comparar el error incurrido en la estimación de la función de probabilidad de la velocidad de viento y la densidad de potencia disponible. Podemos ver que a pesar de que los modelos C&P Gral. y T&P Gral. son los mejores para describir la velocidad, no lo son para describir la densidad de potencia ya que esta última está indicada mediante la ley del cubo de la velocidad y una pequeña sobrestimación en la velocidad del viento realizada al extrapolar mediante los modelos generalizados, afecta más en la estimación de la densidad de potencial que una mayor subestimación del viento realizada por los modelos C&P y T&P.

5.5. Conclusiones

Se logró calcular el espesor de la CLI en forma exitosa, tomando en cuenta los cambios de rugosidad y estabilidad atmosférica. Dicho espesor fue utilizado en cuatro diferentes modelos que toman en cuenta la CLI para estimar la velocidad y densidad de potencial eólico en Sisal Yucatán.

El mejor modelo para extrapolar las velocidades de viento es el C&P Gral. seguido del modelo de T&P Gral. Ambos propuestos por primera vez en el presente trabajo. Mientras que el peor modelo resultó ser el Log-Lin.

Los mejores modelos para estimar la densidad de potencia disponible son los de

C&P y T&P. Mientras que el peor modelo resultó ser el exponencial de P&D.

Se encontró que los mejores modelos para estimar la velocidad de viento y densidad de potencia eólica disponible, son los que toman en cuenta la CLI. Para el caso de la velocidad los mejores fueron los que toman en cuenta el cambio de rugosidad y estabilidad, mientras que para el caso de la densidad de potencia los mejores modelos solo toman en cuenta el cambio de rugosidad.

Hay que tomar en cuenta que la distancia de la torre anemométrica al inicio de la CLI es relativamente pequeña, lo cual produce una altura de CLI igualmente pequeña lo que hace que los efectos térmicos no sean tan significativos. Se espera que al tener un emplazamiento eólico más alejado del inicio de la CLI, el mejor modelo para describir la densidad de potencia eólica disponible sea el C&P Gral.

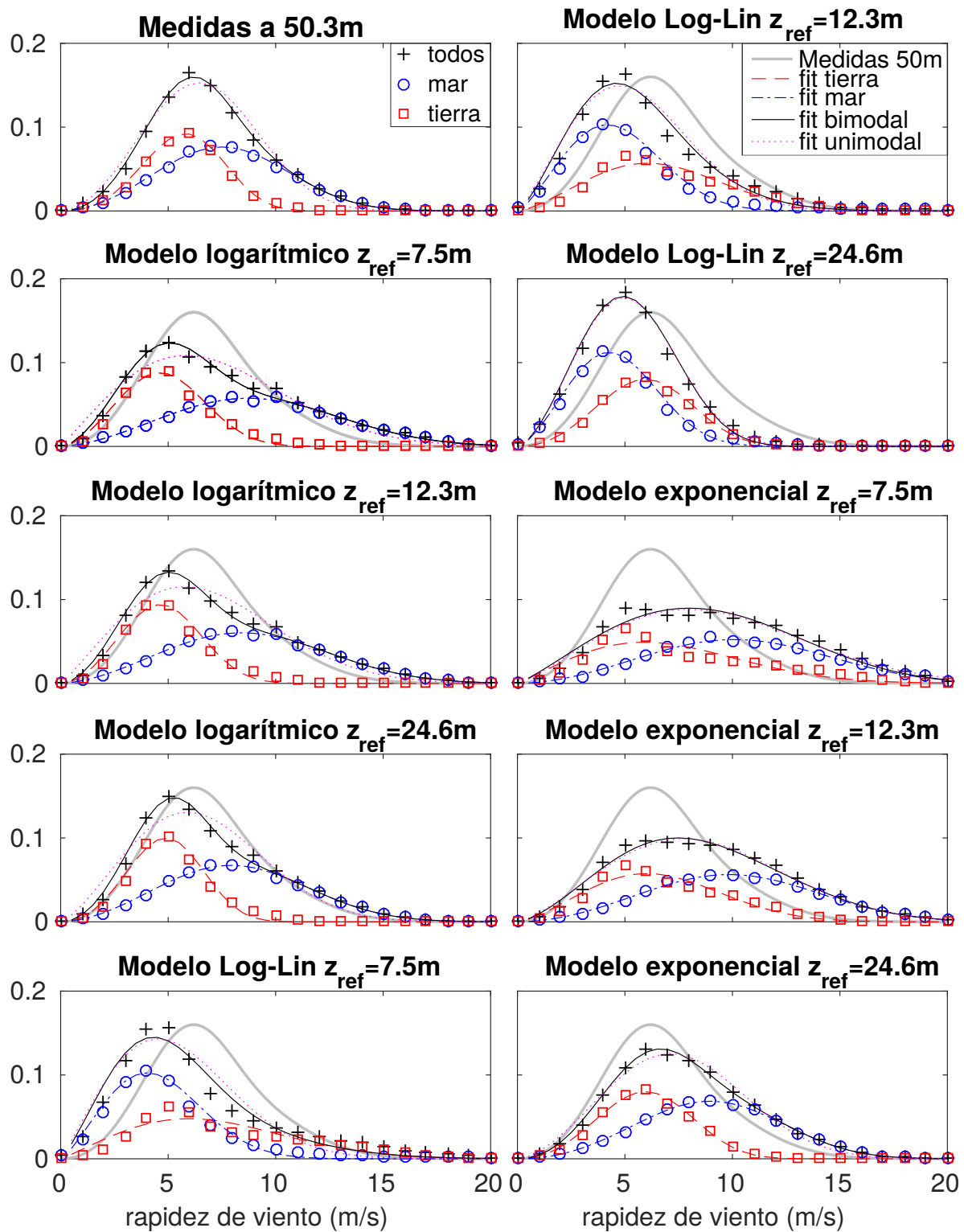


Figura 5.6: Distribución de frecuencias de las velocidades de viento medidas a una altura de 50 m (esquina superior izquierda), mayores a cero ($u > 0[m/s]$) y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde alturas más bajas z_{ref} usando diferentes modelos: Logarítmico (Ec. 2.19), logarítmico lineal (Ec. 2.25) y exponencial de Panofsky y Dutton 1984 (Ec. 2.38).

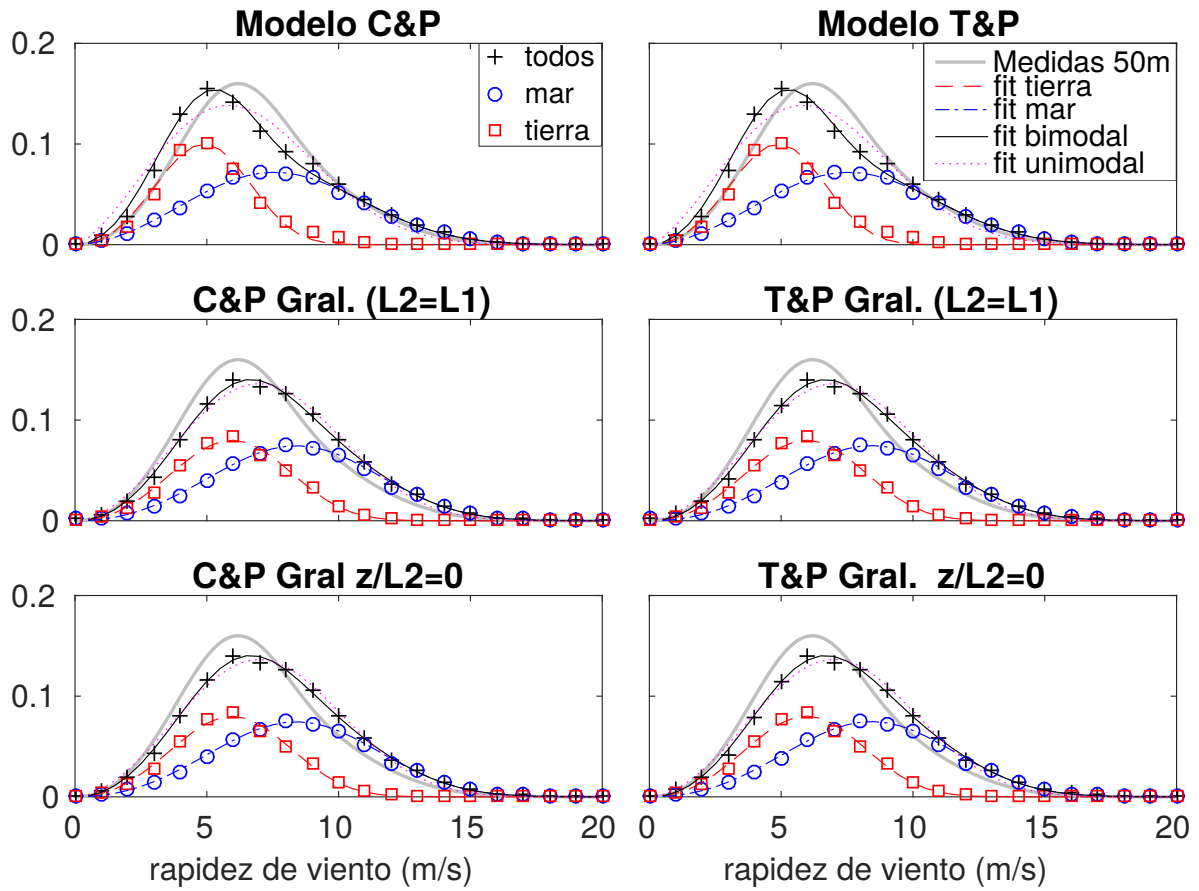


Figura 5.7: Distribución de frecuencias de las velocidades de viento medidas a una altura de 50.3 m (esquina superior izquierda), mayores a cero ($u > 0[m/s]$) y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde la altura $z_{ref} = 24.6\text{ m}$ usando diferentes modelos: De Troen y Petersen (1989) (Ec. 2.47) (T&P), de Chamarro y Porté-Agel (2009) (Ec. 2.50) (C&P) y dos nuevos modelos planteados en el presente trabajo que consisten en la generalización de los dos modelos anteriores (Ec. 4.6 y 4.9 respectivamente).

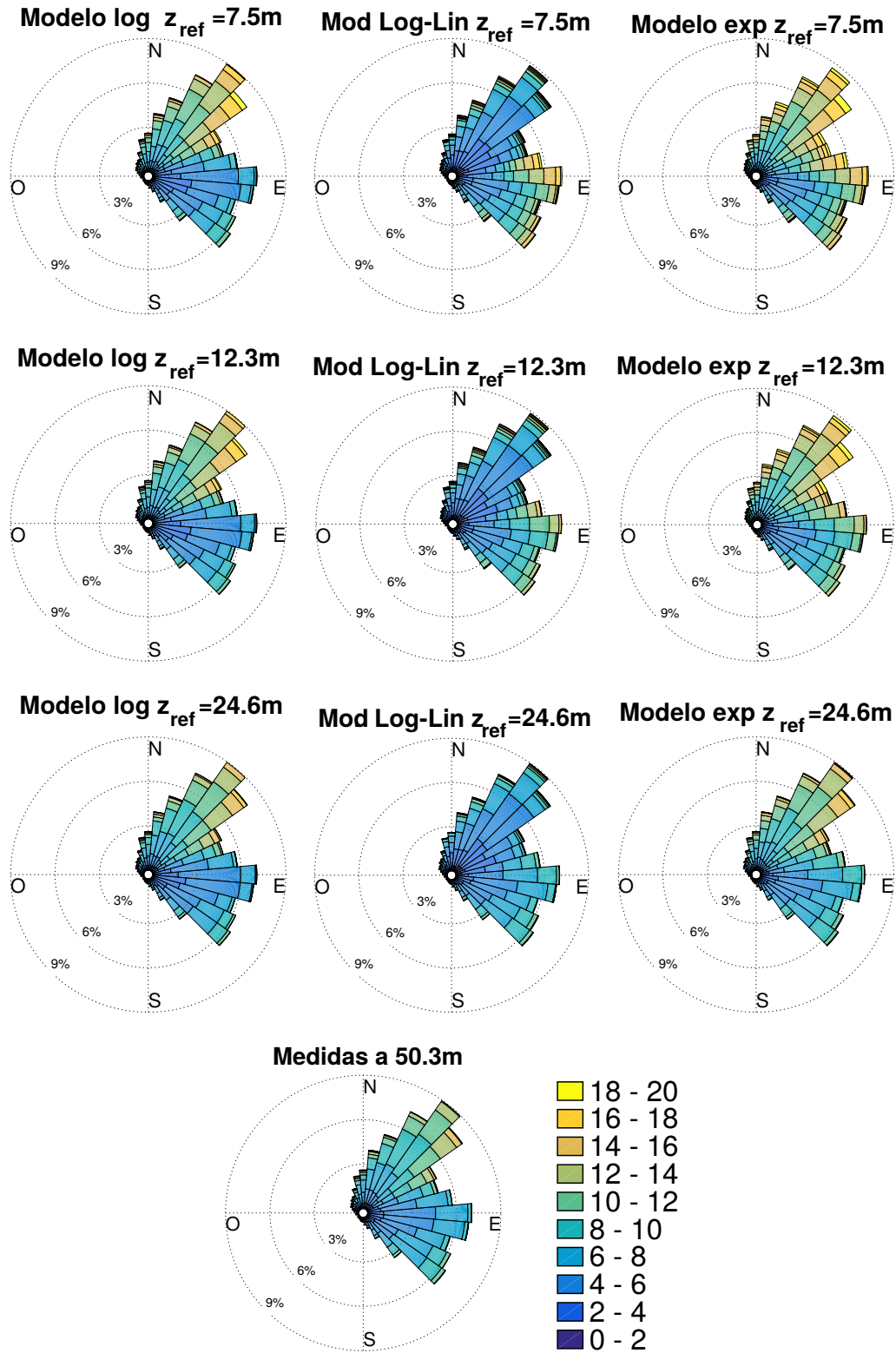


Figura 5.8: Rosas de viento medido a una altura de 50.3 m (parte inferior) y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde alturas más bajas z_{ref} usando diferentes modelos: Logarítmico (Ec. 2.19), logarítmico lineal (Ec. 2.25) y exponencial de Panofsky y Dutton 1984 (Ec. 2.38).

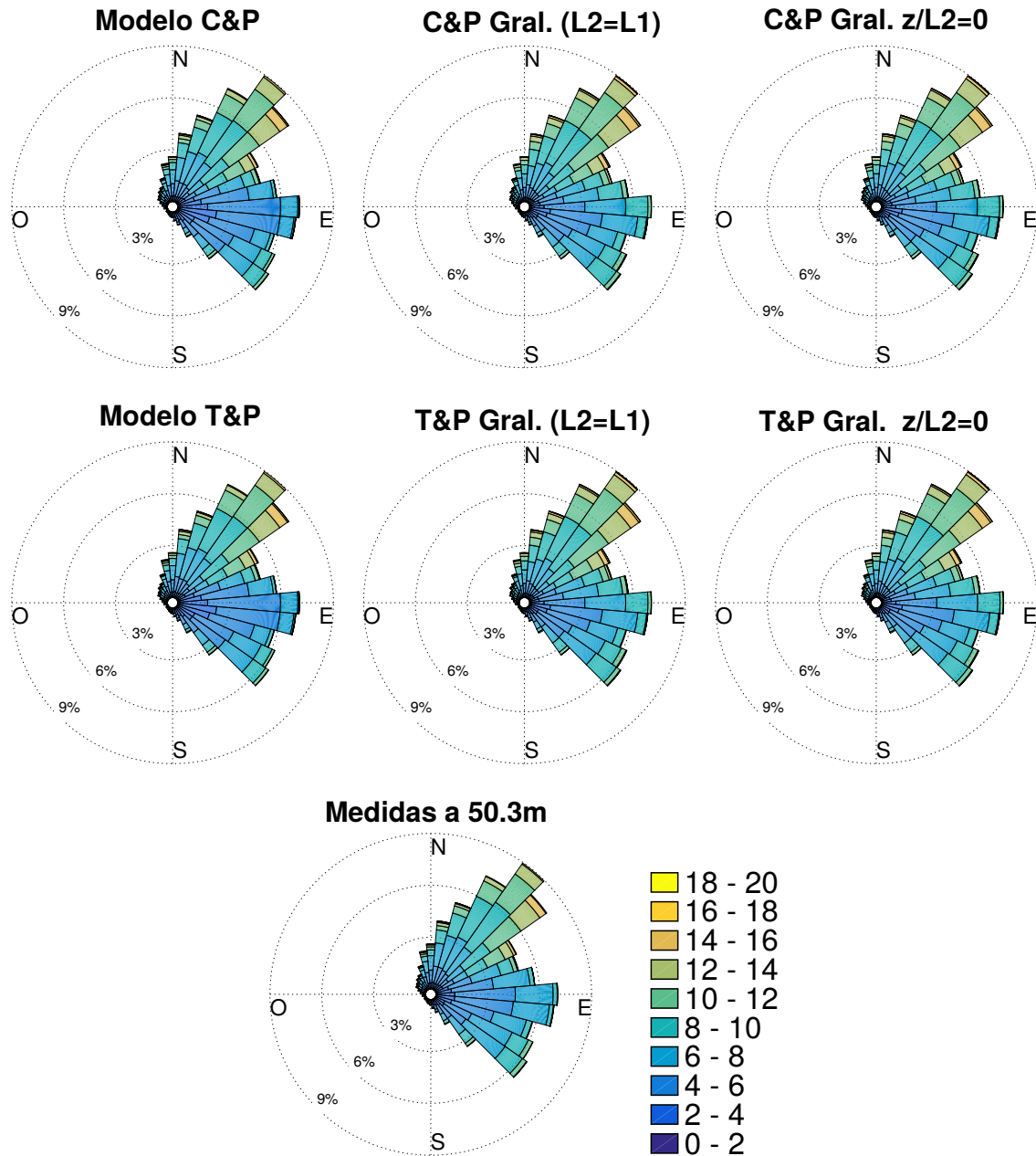


Figura 5.9: Rosas de viento medido a una altura de 50.3 m (parte inferior) y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde la altura $z_{ref} = 24.6$ m usando diferentes modelos: A la izquierda, mediante el modelo de Chamorro y Porté-Agel (2009) (Ec. 2.50) (C&P) y el modelo de Troen y Petersen (1989) (Ec. 2.47) (T&P) arriba y abajo respectivamente. En medio y a la derecha se muestran las rosas obtenidas mediante dos nuevos modelos planteados en el presente trabajo que consisten en la generalización de los dos modelos anteriores (Ec. 4.6 y 4.9 respectivamente), tomando en cuenta la misma estratificación atmosférica dentro y fuera de la CLI ($L_1 = L_2$) (en medio) y (a la derecha) los resultados al considerar neutralidad dentro de la CLI ($z/L_2 = 0$).

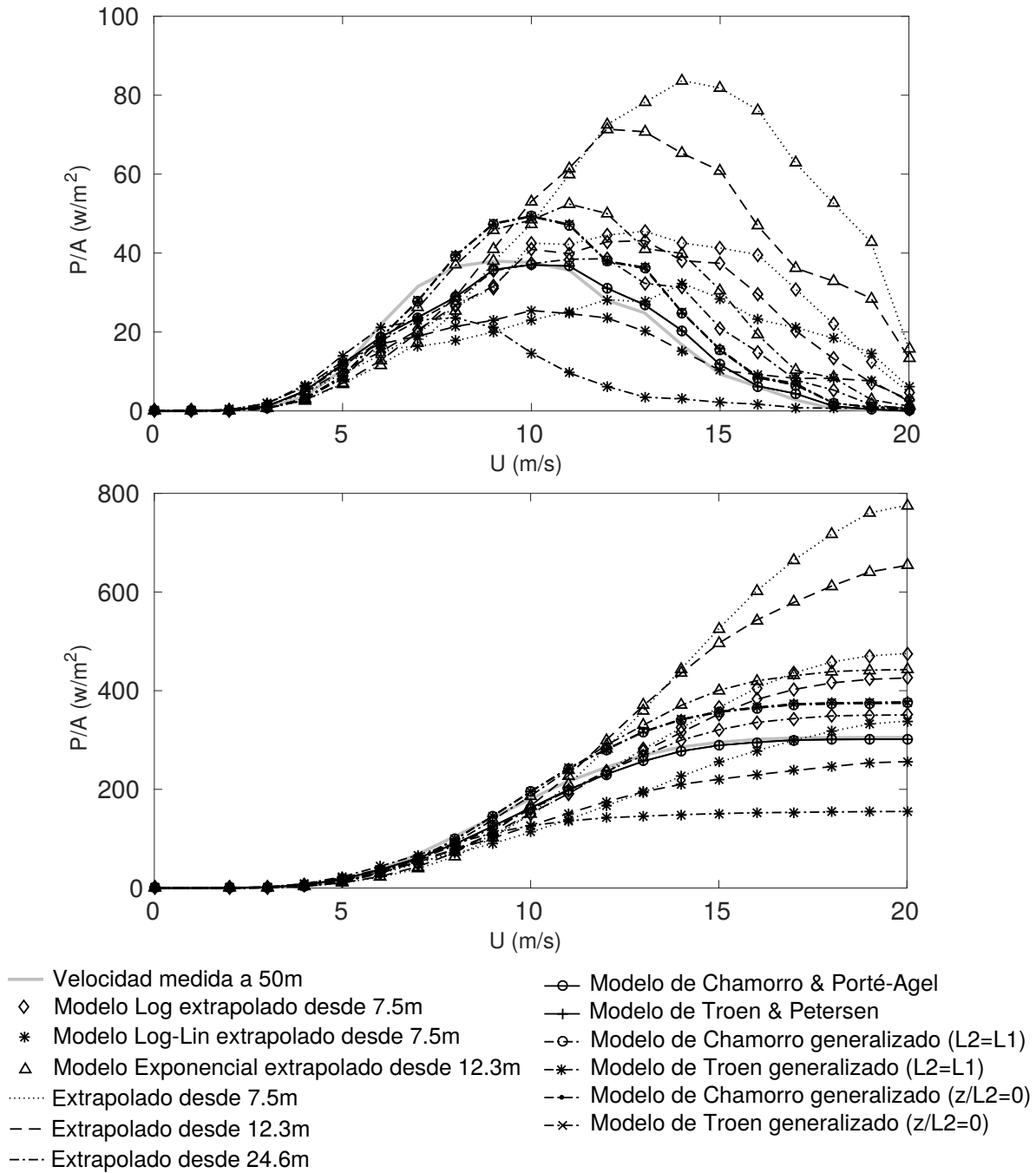


Figura 5.10: Potencial energético [W/m^2] evaluado mediante las velocidades de viento medidas a una altura de 50.3 m y su comparación con la estimación mediante extrapolaciones desde alturas más bajas z_{ref} usando diferentes modelos: Logarítmico (Ec. 2.19), logarítmico lineal (Ec. 2.25), exponencial de Panofsky y Dutton 1984 (Ec. 2.38) y desde la altura $z_{ref} = 24.6$ m con los modelos de Troen y Petersen (1989) (Ec. 2.47) (T&P), de Chamorro y Porté-Agel (2009) (Ec. 2.50) (C&P) y dos nuevos modelos planteados en el presente trabajo que consisten en la generalización de los dos modelos anteriores (Ec. 4.6 y 4.9 respectivamente). Arriba, potencial energético en [W/m^2], correspondiente a la velocidad indicada por cada intervalo de clase. Abajo, integral acumulativa (de 0 [m/s] a la velocidad correspondiente a cada intervalo de clase) del potencial energético [W/m^2].

Capítulo 6

Validación previa del código JADIM

A pesar de las ventajas de la DNS; que resuelve todas las escalas de las ecuaciones de Navier-Stokes, es costosa en términos computacionales por el alto tiempo que requiere para resolver flujos en geometrías complejas, que requieren resoluciones de mallado altas y por eso, en este trabajo se usó un problema idealizado con una geometría simple, el cual se resolvió con el código DNS JADIM (descrito a más detalle en la sección 3.2) que nos permitirá comprender el comportamiento de un flujo sobre una superficie ondulada que representa la superficie del mar, establecer hasta que punto se puede usar la teoría lineal existente para describir la presión y el esfuerzo en la pared (sección 7), estudiar el comportamiento de los casos donde ya no se puede usar dicha teoría donde aparece una recirculación en las zonas más cercanas a los valles (sección 8) y por último discutir las posibles implicaciones de la recirculación en la capa límite interna y sus consecuencias en la obtención de energía eólica (sección 9).

Antes de utilizar el código JADIM para estudiar todos los casos expuestos en el párrafo anterior, es necesario validar el código. A continuación se presenta la primera validación para comprobar la efectividad del código en una situación turbulenta en tres dimensiones.

6.1. Descripción y selección del problema: Flujo de Couette turbulento en un canal plano 3D

El flujo de Couette entre placas planas se supone incompresible, en la ausencia de fuerzas de cuerpo y sin gravedad. Las variables pueden ser expresadas en forma adimensional:

$$\mathbf{u} = \frac{\bar{\mathbf{u}}}{U_s}; \quad (x^*, y^*, z^*) = \frac{(x, y, z)}{h}; \quad P = \frac{ph}{U_s \mu}; \quad t^* = \frac{U_s t}{h}, \quad (6.1)$$

donde \mathbf{u} es el vector de velocidad x y y las coordenadas cartesianas, p la presión y t el tiempo. Las cantidades de referencia utilizadas para adimensionalizar el problema son; la velocidad en la pared superior U_s , el espesor del canal h y la viscosidad dinámica μ .

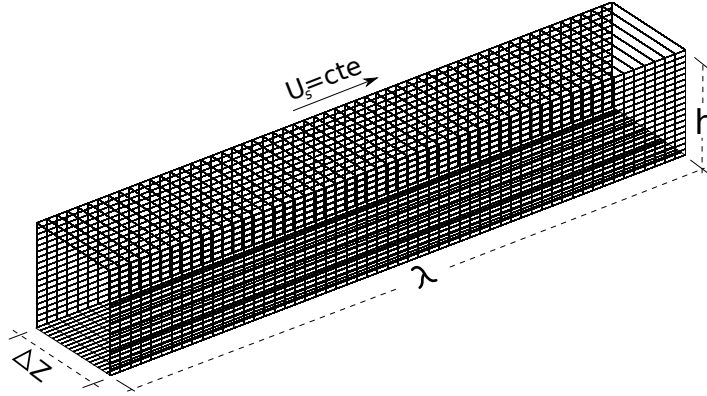


Figura 6.1: Esquema del mallado usado.

Las ecuaciones de Navier-Stokes quedan de la siguiente forma:

$$Re_h \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t^*} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = - \nabla P + \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (6.2)$$

junto con la ecuación de continuidad,

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (6.3)$$

donde Re_h representa el número de Reynolds basado en el espesor de canal h , μ la viscosidad dinámica y ρ la densidad:

$$Re_h = \frac{\rho U_s h}{\mu}; \quad (6.4)$$

Las ecuaciones de frontera a los lados son periódicas:

$$\mathbf{u}(0, y^*, z^*) = \mathbf{u}(6/h, y^*, z^*); \quad P(0, y^*, z^*) = P(6/h, y^*, z^*). \quad (6.5)$$

La velocidad es impuesta en la pared superior:

$$\mathbf{u}(y^* = 1) = U_s = (1, 0, 0). \quad (6.6)$$

La condición de frontera inferior es de no deslizamiento:

$$\mathbf{u}(y^* = 0) = (0, 0, 0), \quad (6.7)$$

y la condición inicial $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0$ (en el tiempo zero) en todo el dominio es un perfil lineal (Couette) de velocidades, que no presenta recirculación:

$$\mathbf{u}_0 = (u_0, v_0, w_0) = (y^*, 0, 0). \quad (6.8)$$

Esta condición inicial ($t = 0$) tiene la ventaja de ahorrar tiempo de computo para llegar a un estado cuasi-estacionario, si comparamos con una simulación que inicia con las mismas condiciones de frontera pero con un fluido en reposo.

6.2. Metodología

La geometría utilizada para la presente validación, se muestra en la figura (6.1) y en la parte inferior derecha de la figura (6.2), que representan un canal rectangular con medidas $[\Delta x, \Delta y, \Delta z] = [6\lambda, h, 1] = [6, 1, 1]$ en metros.

El ancho de las celdas fue constante en cada una de las direcciones.

Debido al alto costo computacional de cada simulación (3 meses por corrida), no se llevaron a cabo pruebas de convergencia para asegurar que los resultados fueran independientes de la resolución del mallado. En su lugar se tomó en cuenta la escala de Kolmogorov η procurando mantener la relación $\frac{\Delta x}{\eta} \sim \frac{\Delta y}{\eta} \sim 10$. El número de celdas en cada dirección fue $[nx, ny, nz] = [296, 82, 130]$ y la razón entre la resolución y la escala de Kolmogorov resultó ser $[\frac{\Delta x}{\eta}, \frac{\Delta y}{\eta}, \frac{\Delta z}{\eta}] \sim [18, 11, 7]$.

Se utilizó un número de Reynolds $Re_h = 9000$; el mallado descrito resultó ser adecuado para validar el código lo cual se mostrará más adelante en la sección (6.4).

Se utilizó un número de Reynolds $Re_h = 9000$, el cual es suficientemente grande como para tener un régimen turbulento si se compara con el valor de transición según Bech et al.⁽⁴⁾ de $Re_h \approx 2000$ y otros utilizados en la literatura en casos turbulentos, como Sullivan et al.⁽⁸⁹⁾ que usaron $Re_h = 8000$ y Aydin y Leutheusser⁽¹⁾ que usó $Re_h = 5408$.

El límite máximo para cada paso de tiempo fue de $t \leq 0.5E - 1$ s. Para introducir inestabilidades que generaran turbulencia se inició una perturbación en el paso 10000 t con una duración de 10000 t . Después se esperó a que la simulación alcanzara un estado estable para poder observar los datos.

6.3. Resultados

La figura (6.2) fue obtenida mediante un script de Matlab y muestra diferentes cortes del canal (mostrados en la imagen inferior derecha) y sus contornos de velocidades, así como los perfiles de velocidades correspondientes a la parte media de dichos planos. Lo anterior, únicamente para visualizar el flujo y dar una idea general de como se comporta.

Para poder analizar el comportamiento de la velocidad horizontal media a diferentes alturas y comprobar si tiene la geometría típica en forma de “S” de un flujo turbulento de Couette, se obtuvieron promedios en el espacio considerando que dichos promedios son mejores que los temporales, a los cuales se recurre cuando no se tiene manera de hacer los espaciales, considerando que son equivalentes por tratarse de un flujo turbulento totalmente desarrollado suponiendo que presenta propiedades ergódicas.

En la figura 6.3 se presenta el perfil de velocidades horizontales promedio el cual coincide con el comportamiento esperado.

6.4. Comparación con literatura

Para comparar con la literatura, el perfil de velocidades obtenido es escalado con las coordenadas de pared. Utilizamos la velocidad de rugosidad definida como:

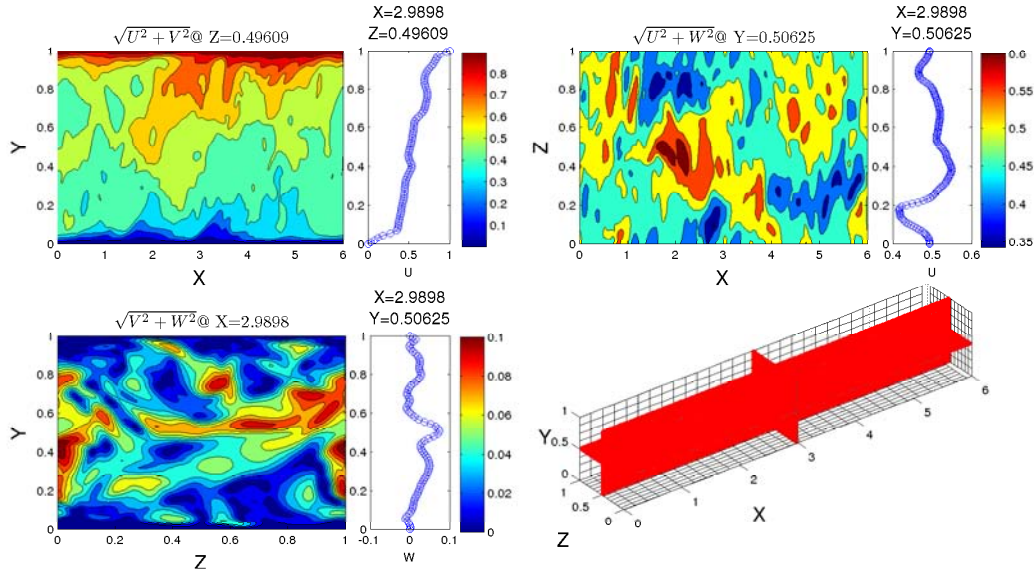


Figura 6.2: Flujo de Couette 3D en el paso de tiempo 23600 después de haber sido perturbado en el paso 10000 durante 1000 pasos de tiempo, con Reynolds $Re_h = 9000$.

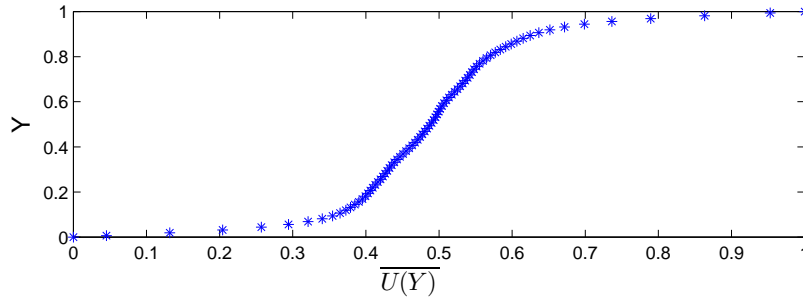


Figura 6.3: Perfil de velocidades horizontales promedio a lo largo del eje vertical. Coordenadas adimensionales.

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (6.9)$$

donde el esfuerzo en la pared está definido de la siguiente forma:

$$\tau_w = \mu \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} \Big|_{Y=0}. \quad (6.10)$$

Es posible definir las unidades de pared:

$$U^+ = \frac{\bar{U}}{U^*}, \quad Y^+ = \frac{YU^*}{\nu}. \quad (6.11)$$

La figura (6.4) muestra las velocidades horizontales promedio contra la distancia a la superficie inferior, ambos escalados mediante la velocidad de fricción definida en la ecuación (6.9). Se puede observar que el flujo turbulento tiene un comportamiento característico que se puede dividir en tres capas:

- Una capa viscosa interna en la zona pegada a la pared con un comportamiento lineal donde se espera la siguiente igualdad $U^+ = Y^+$ representada por una línea rallada, la cual coincide con nuestros resultados en longitudes de pared menores a cinco $Y^+ < 5$.
- Esta capa no tiene comportamiento lineal ni logarítmico. Es una capa intermedia en la cual se presenta una transición de la capa interna, a la capa externa.
- Una capa externa que presenta un comportamiento logarítmico. La línea continua, representa el ajuste $U^+ = \frac{1}{k} \ln(Y^+) + C$ con los coeficientes $k = 0.4246$ y $C = 5.066$.

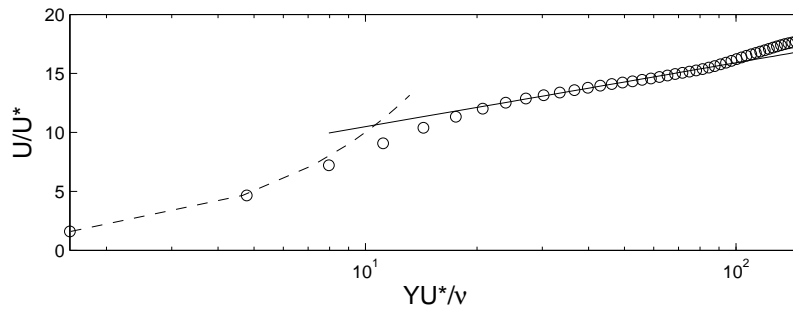


Figura 6.4: Perfil de velocidades horizontales promedio a lo largo del eje vertical. Coordenadas de pared.

Las constantes para flujos de Couette sobre una superficie plana obtenidas de experimentos por Aydin y Leutheusser⁽¹⁾ y otras DNS obtenidas por Papavassiliou y Hanratty⁽⁶⁹⁾, Komminaho et al.⁽⁵⁵⁾, Sullivan et al.⁽⁸⁹⁾, están en los rangos $(0.39 \leq k \leq 0.43)$ y $(4.5 \leq C \leq 6.0)$. Ambos siguen la misma tendencia que nuestros resultados.

6.5. Conclusión

Se puede concluir que nuestros datos coinciden con la literatura que reporta datos experimentales⁽¹⁾ y con la que reporta resultados de simulaciones numéricas^(69,55,89). En otras palabras se puede considerar que el código JADIM fue validado con el flujo turbulento de Couette sobre una superficie plana.

Capítulo 7

Flujo cortante 2D sobre una superficie curvilínea: límites de la teoría lineal

7.1. ¿Porqué es necesario ir más allá de la teoría lineal?

Un flujo sobre superficies onduladas es relevante en muchas aplicaciones científicas e ingenieriles, como los intercambiadores de masa y de calor (o reactores) que usan superficies corrugadas⁽⁸⁶⁾. Las superficies onduladas se presentan frecuentemente en problemas relacionados con medios deformables o granulares (e.g. interacción viento-ola en el océano o en las dunas de arena del fondo del mar respectivamente). Es importante entender los mecanismos básicos responsables del comportamiento complejo observado en la naturaleza. Un ejemplo serían la formación de dunas u ondulaciones en el fondo del océano como los barjanes que están bajo la influencia de un flujo cortante de agua (ver trabajo experimental de Groh et al.⁽³⁵⁾). En particular, el esfuerzo cortante y la presión normal que actúa sobre la interfase, son responsables de la transformación dinámica de la geometría de dicha interfase⁽¹⁴⁾.

La teoría lineal⁽⁶⁾ que describe el esfuerzo cortante y la presión, ambos en la superficie de las olas, es muy atractiva pero solamente aplica para amplitudes de ola pequeñas en comparación con la longitud de onda. En el caso particular de la interacción océano-atmósfera en las zonas costeras, estos límites se ven comúnmente sobrepasados, pues se observa gran variedad de amplitudes cuyo máximo es alcanzado justo antes de que la ola rompa, lo que ocurre cuando la pendiente de ola (ver figura 7.2) es mayor a $2\pi a/\lambda \gtrsim 0,534$ en aguas profundas⁽¹⁸⁾, donde las olas no sienten los efectos de la condición de no deslizamiento en el fondo del mar. Cuando disminuye la distancia entre la superficie y el fondo del mar L , en la zona de asomeramiento, las olas comienzan a sentir los efectos viscosos del fondo, la altura de ola $H = 2a$ aumenta, la longitud λ disminuye y este proceso continúa hasta que $H \gtrsim 0.8L$ en aguas someras⁽¹⁸⁾. En la zona de derrame (figura 7.1), las olas rompen si la raíz cuadrática media (o rms por sus siglas en inglés) de la altura llega a su valor crítico $H_{rms} \geq 0.42L$ ⁽⁹²⁾.

Para estudiar el flujo sobre una superficie ondulada mediante una simulación numérica es necesario utilizar un mallado. Aquí se propone un mallado curvilíneo basado en la geometría de ondas con amplitud pequeña descrita por la teoría lineal tomada de los

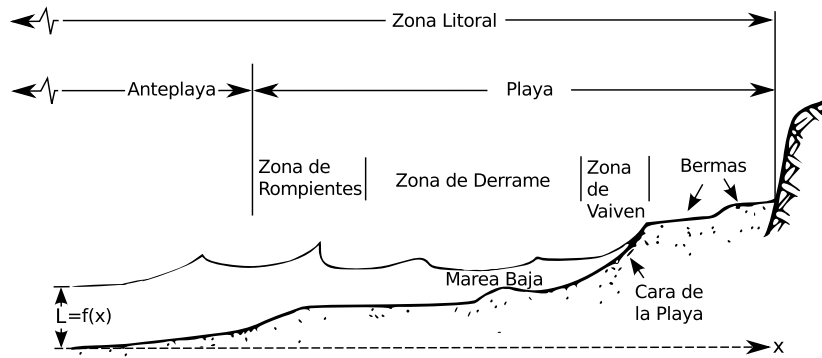


Figura 7.1: Perfil de playa. Acotación de imagen tomada de Gutiérrez-Estrada y Ley⁽⁴¹⁾

autores Dean y Dalrymple⁽¹⁷⁾. Los resultados numéricos se comparan con la teoría lineal que predice la presión y los esfuerzos en la superficie para longitudes de ola pequeñas reportada por Benjamin⁽⁶⁾ y de esa forma se establecen los límites que tiene la teoría lineal para describir el problema al utilizar el mallado propuesto. El presente capítulo fue presentado en el congreso “3rd Brazilian Conference on Boiling, Condensation and Multiphase flow” en Curitiba-Brasil⁽²⁸⁾.

7.2. Estado del arte

Un canal 2D con fondo ondulado es una configuración simple que permite el estudio de los efectos mencionados en la motivación del presente capítulo en muchas situaciones. Hay muchos estudios teóricos y experimentales previos que pueden proveer información para validar y contribuir al entendimiento del flujo de un fluido sobre una superficie ondulada.

El flujo sobre superficies onduladas es un tema que ha sido estudiado ampliamente en el pasado, sin embargo la mayoría de los estudios reportados en la literatura tienen limitaciones cuando los efectos no lineales deben ser considerados. Miles⁽⁶³⁾ estudió la generación de superficies onduladas mediante flujos cortantes resolviendo un problema de condiciones de frontera y obtuvo resultados que están de acuerdo con las observaciones en forma cualitativa. Benjamin⁽⁶⁾ produjo una teoría lineal para calcular en forma exacta los esfuerzos normales y cortantes en la frontera de una superficie ondulada simple armónica producida por un flujo cortante en un régimen laminar estable (y para flujos turbulentos considerados como ‘pseudo-laminar’ usando la velocidad media como perfil de velocidades). La validez de la teoría mencionada está limitada a grandes números de Reynolds, pequeñas amplitudes y se asume que el espesor de la capa límite es mucho más pequeña que la longitud de onda. Benjamin⁽⁶⁾ niega la turbulencia para estudiar el fenómeno, y de acuerdo con el análisis teórico lineal, la presión y el esfuerzo sobre la superficie ondulada pueden ser definidos en términos de funciones senoidales⁽⁶⁾ (ecuaciones 5.6 y 5.9 del trabajo citado).

Se han realizado muchos estudios utilizando canales con fondo ondulado. Desde el punto de vista numérico Cherukat et al.⁽¹⁵⁾ estudiaron un flujo turbulento sobre un tren

sólido de olas usando una simulación numérica directa (DNS) con la técnica de elementos espectrales. Los autores observaron en sus resultados el interesante fenómeno que se origina en las zonas de separación; una variedad de patrones de flujo que concuerdan con las observaciones reportadas en la literatura^(46,45). Sullivan et al.⁽⁸⁹⁾ también utilizaron DNS para el estudio de un flujo de Couette turbulento sobre una superficie ondulada que representa las olas de agua idealizadas en el fondo de un canal ondulado 2D mediante el uso de diferentes pendientes de ola. Sus resultados coinciden con experimentos existentes y otras simulaciones y muestran que el flujo medio, las varianzas en las velocidades, presión, arrastre y los flujos de momento vertical son significativamente influenciados por la geometría de la ola y la velocidad de fase c , normalizadas con la pendiente de onda $2\pi a/\lambda$, y su edad c/u^* , donde a es la amplitud de la onda, $k = 2\pi/\lambda$ el número de onda, λ su longitud, u^* la velocidad de fricción definida como $u^* = (\sqrt{\bar{\tau}_w/\rho})$, $\bar{\tau}_w$ el promedio del esfuerzo cortante sobre la superficie ondulada y ρ la densidad.

7.3. Descripción del problema

El flujo se supone incompresible, en ausencia de fuerzas de cuerpo y sin gravedad. Las variables adimensionales que describen el sistema pueden ser consideradas de la misma forma que en la sección 6.1 pero en dos dimensiones:

$$\mathbf{u} = \frac{\bar{\mathbf{u}}}{U_s}; \quad (x^*, y^*) = \frac{(x, y)}{h}; \quad P = \frac{ph}{U_s \mu}; \quad t^* = \frac{U_s t}{h}, \quad (7.1)$$

Las ecuaciones (6.2) y (6.3), mostradas en la sección 6.1 describen al sistema y corresponden a las ecuaciones de Navier-Stokes y de la continuidad respectivamente. Se mantiene el mismo número de Reynolds:

$$Re_h = \frac{\rho U_s h}{\mu}; \quad (7.2)$$

Las condiciones al Este y Oeste del dominio fueron consideradas periódicas con una longitud de onda λ :

$$\mathbf{u}(0, y^*) = \mathbf{u}(\lambda/h, y^*); \quad P(0, y^*) = P(\lambda/h, y^*). \quad (7.3)$$

La condición de frontera al norte es plana con una velocidad horizontal constante U_s impuesta a la altura h :

$$\mathbf{u}(y^* = 1) = (1, 0). \quad (7.4)$$

La condición de frontera al sur es de no deslizamiento:

$$\mathbf{u}(y_{min}^*) = (0, 0), \quad (7.5)$$

donde $y_{min}^* = f(x^*)$ es el contorno ondulado de la condición de frontera al sur definido más adelante en la ecuación (7.7, cuando $\Psi = cte$) de la metodología.

La condición inicial (en el tiempo cero) es un perfil de velocidad lineal con velocidad nula en la base y velocidad U_s a la altura h .

$$\mathbf{u}_0 = (u_0, v_0) = \left(\frac{y^* - y_{min}^*}{1 - y_{min}^*}, 0 \right). \quad (7.6)$$

Esta condición inicial ($t = 0$) tiene la ventaja de satisfacer las condiciones de frontera impuestas a la entrada ($x = 0$), en el fondo ($u = 0$) y en la parte superior del dominio ($u = U_s$). También tiene la ventaja de ahorrar tiempo de cómputo para llegar a un estado cuasi-estacionario, si comparamos con una simulación que inicia con las mismas condiciones de frontera pero con un fluido en reposo. Esta condición de frontera es divergente en el dominio, pero si cumple con la condición de divergencia nula en el primer paso de tiempo. Gracias al pequeño valor en el paso de tiempo, la perturbación inicial correspondiente no tiene efectos en la evolución de la solución del estado estable y el tiempo de cómputo correspondiente es guardado.

7.4. Metodología

Se produjo un mallado ajustado a las fronteras mediante una transformada conforme que mapea la geometría mostrada en la figura 7.2 donde la frontera sur representa una superficie ondulada de amplitud a . Las variables transformadas fueron tomadas de la función de corriente y potencial de una onda progresiva lineal que se propaga sin cambios en su forma en un flujo estable⁽¹⁷⁾ (volteada hacia arriba y desplazada $\lambda/2$ en la dirección x) las cuales son mostradas en las ecuaciones (7.7) y (7.8).

$$\Psi(x + \lambda/2, -y) = cy - \frac{ag \operatorname{sen}hk(h - y)}{\sigma \operatorname{cosh}(kh)} \cos(kx), \quad (7.7)$$

$$\Phi(x + \lambda/2, -y) = cx - \frac{ag \operatorname{cosh}k(h - y)}{\sigma \operatorname{cosh}(kh)} \operatorname{sen}(kx), \quad (7.8)$$

donde c es la velocidad de fase, σ la frecuencia angular, g la gravedad, h la profundidad del mar (la altura de canal en nuestro caso) y $k = 2\pi/\lambda$ el número de onda. Las ecuaciones (7.7) y (7.8) fueron usadas para definir la geometría del mapeo conforme: la geometría está fija (en este caso c y σ son parámetros que sirven únicamente para generar el mallado).

El ancho de las celdas usadas en el mallado fue constante en la dirección Φ (horizontal) y variable en la dirección Ψ (vertical) con un valor mínimo cerca de las paredes y máximo en el centro del canal. La tasa de cambio de la altura de celda es determinado por $S = \frac{\Delta\Phi_i}{\Delta\Phi_{i+1}} = 1.03$, donde $\Delta\Phi_i$ y $\Delta\Phi_{i+1}$ son la altura de una celda dada y su vecino superior respectivamente.

Para calcular el esfuerzo cortante en la pared se usó la siguiente expresión:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial \dot{U}}{\partial \Psi} \right)_{\Psi=0}, \quad (7.9)$$

donde \dot{U} y \dot{V} son los perfiles de velocidad covariante dados por las ecuaciones (7.10) y (7.11):

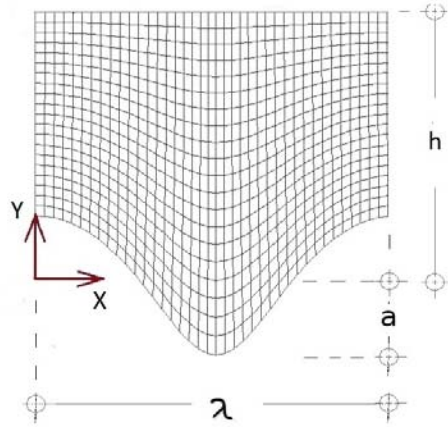


Figura 7.2: Diagrama del mallado producido mediante una transformación conformal.

$$\dot{U} = \frac{U}{J} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{V}{J} \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad (7.10)$$

$$\dot{V} = \frac{U}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{V}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad (7.11)$$

donde J es el Jacobiano de la transformación:

$$J = \frac{\partial \Phi^2}{\partial x} + \frac{\partial \Phi^2}{\partial y}. \quad (7.12)$$

Las variables transformadas fueron usadas en la ecuación (7.9) ya que estas se alinean con la posición y orientación de la pared inferior (los perfiles de velocidad \dot{U} fueron ajustados a un polinomio de sexto grado cerca de la pared).

Se corrieron simulaciones para diferentes pendientes de onda ($0.01 \leq 2\pi a/\lambda \leq 0.35$) y para diferentes números de Reynolds ($100 \leq Re_h \leq 10000$) la mayoría de los cuales se presentan en la tabla (7.1).

7.4.1. Pruebas de convergencia de los resultados

En la figura (7.3) se muestran los resultados de una simulación de flujo tipo Couette sobre un canal ondulado usando con $2\pi a/\lambda = 0.35$, $S = 1.03$, $Re_h = 1000$ y $Re_h = 10000$.

Se puede ver como los resultados comienzan a ser independientes de la resolución del mallado cuando la altura de la celda más cercana a la pared es $\Delta y \lesssim 0.01 m$ lo cual equivale a una resolución de 60×60 nodos. Por lo anterior en el presente capítulo utilizamos dicha resolución.

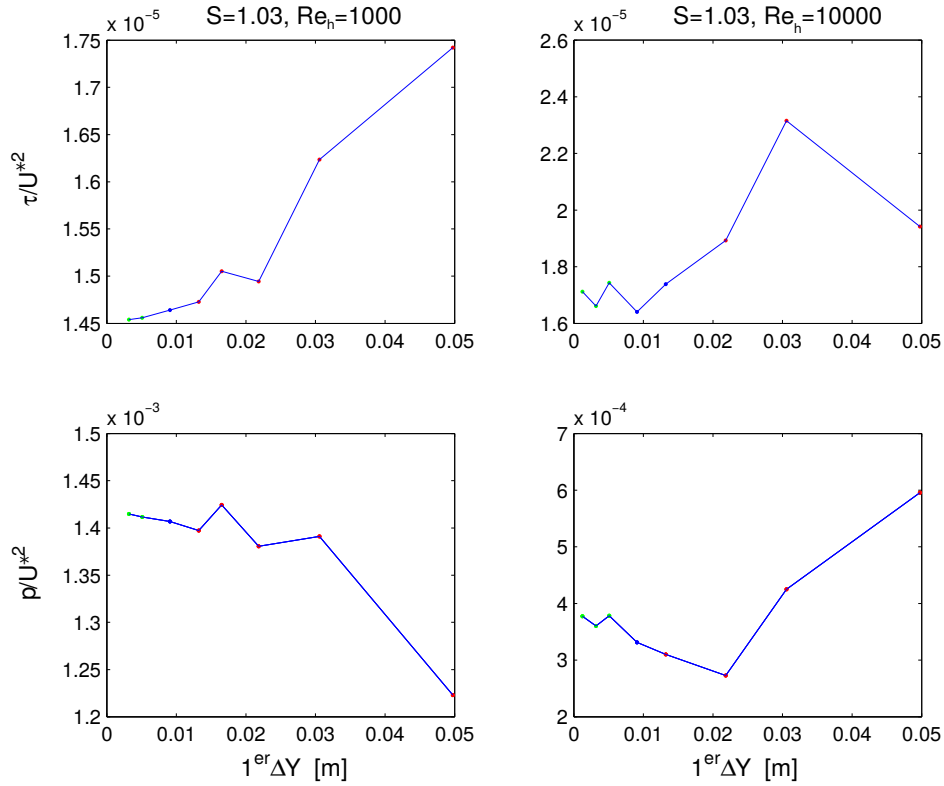


Figura 7.3: Presión y esfuerzo cortante sobre la superficie en la pared inferior a diferentes resoluciones de malla.

7.5. Resultados

La figura (7.4) muestra el esfuerzo cortante adimensional mientras que la figura (7.5) muestra la presión adimensional, ambas variables dadas como función de la longitud adimensional $X = \frac{x}{\lambda}$, y normalizadas mediante la velocidad de fricción dada por $U^* = \sqrt{\frac{\bar{\tau}_w}{\rho}}$. Donde $\bar{\tau}_w$ es el esfuerzo promediado a lo largo de la pared.

Los efectos no lineales aumentan en forma progresiva a medida que la pendiente de onda $2\pi a/\lambda$ aumenta con un número de Reynolds fijo, hasta que un cambio en la configuración de flujo es observado cuando el esfuerzo cortante cambia de signo como se muestra en la parte baja de la figura (7.4). Las figuras (7.4 y 7.5) también muestran la teoría de Benjamin (Ecuaciones 5.6 y 5.9 de su artículo⁽⁶⁾).

En las figuras (7.4) y (7.5) se puede ver que la teoría lineal representa una aproximación adecuada para pendientes de onda menores que $2\pi a/\lambda < 0.2$ incluso para número de Reynold del orden 10^3 .

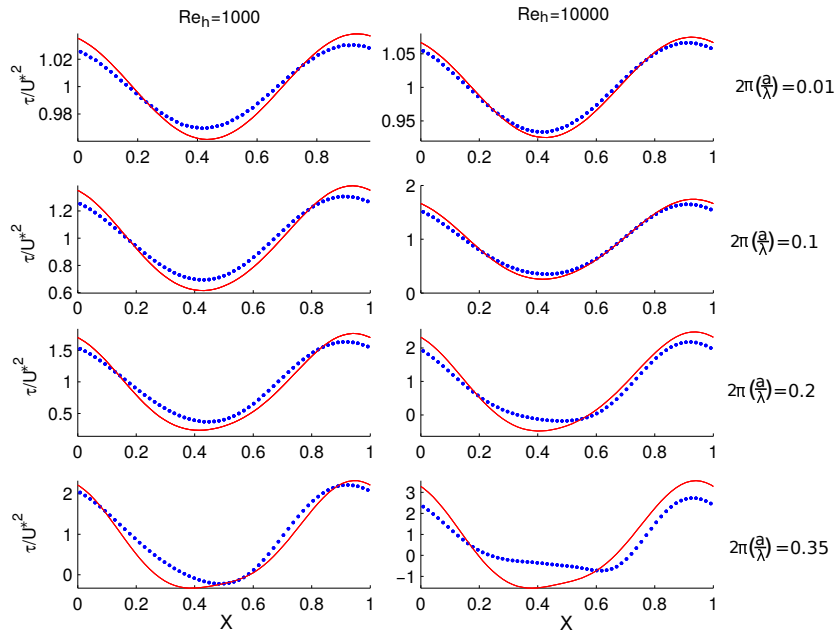


Figura 7.4: Esfuerzo cortante adimensional en la pared a diferentes pendientes de onda $2\pi a/\lambda$. Línea sólida: teoría Lineal; Línea punteada: DNS.

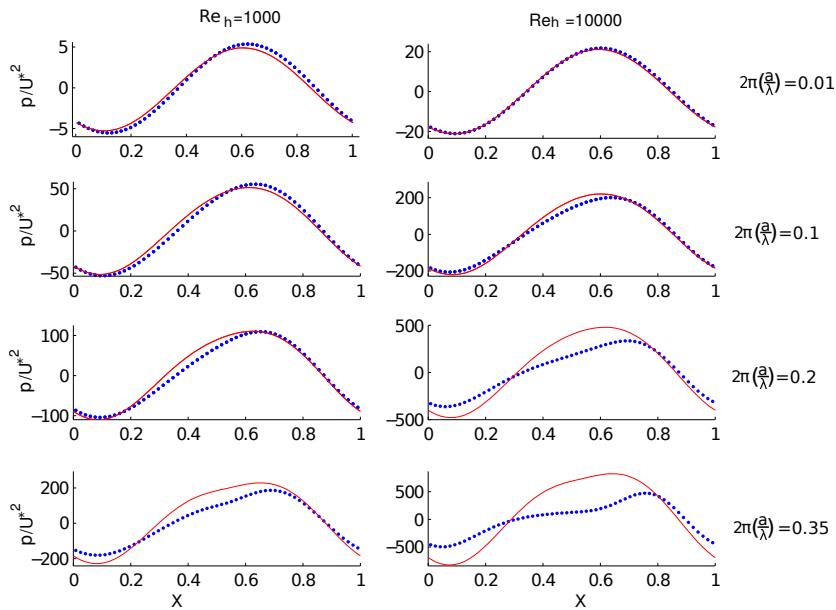


Figura 7.5: Presión adimensional en la pared a diferentes pendientes de onda $2\pi a/\lambda$. Línea sólida: teoría Lineal; Línea punteada: DNS.

En la figuras (7.6 y 7.7) se observa el perfil de velocidad adimensional u en función de la altura transformada $\psi/(\psi_M - \psi_m)$, donde ψ_m y ψ_M son el mínimo y el máximo valor de ψ . También se muestra en las mismas figuras (7.6 y 7.7) que el comportamiento de los perfiles de velocidades son consistentes con la aparición de recirculación en la zona del

valle: presentan la aparición de un perfil adverso cuyos efectos están relacionados con la pérdida de simetría en las olas no lineales. Este fenómeno ocurre cuando $2\pi a/\lambda = 0.20$ si $Re_h = 10^4$. Si $Re_h = 10^3$, el fenómeno ocurre cuando $2\pi a/\lambda = 0.35$.

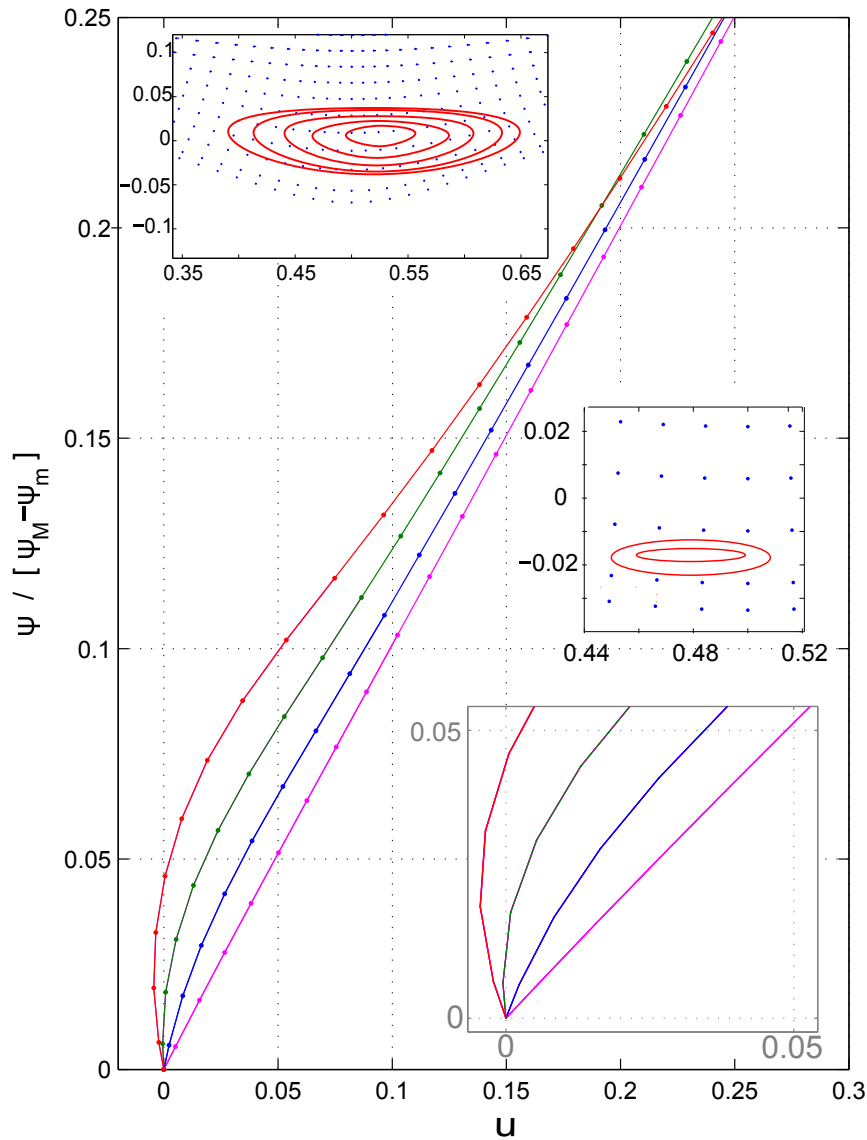


Figura 7.6: Perfil de velocidad horizontal a la altura del valle para $Re_h = 10^4$ y $2\pi a/\lambda = 0.35$ (rojo), $2\pi a/\lambda = 0.20$ (verde), $2\pi a/\lambda = 0.10$ (azul), $2\pi a/\lambda = 0.01$ (magenta). Arriba a la izquierda: líneas de corriente de la recirculación que ocurre cuando $2\pi a/\lambda = 0.35$. Abajo a la derecha: líneas de corriente que muestran la recirculación cuando $2\pi a/\lambda = 0.2$

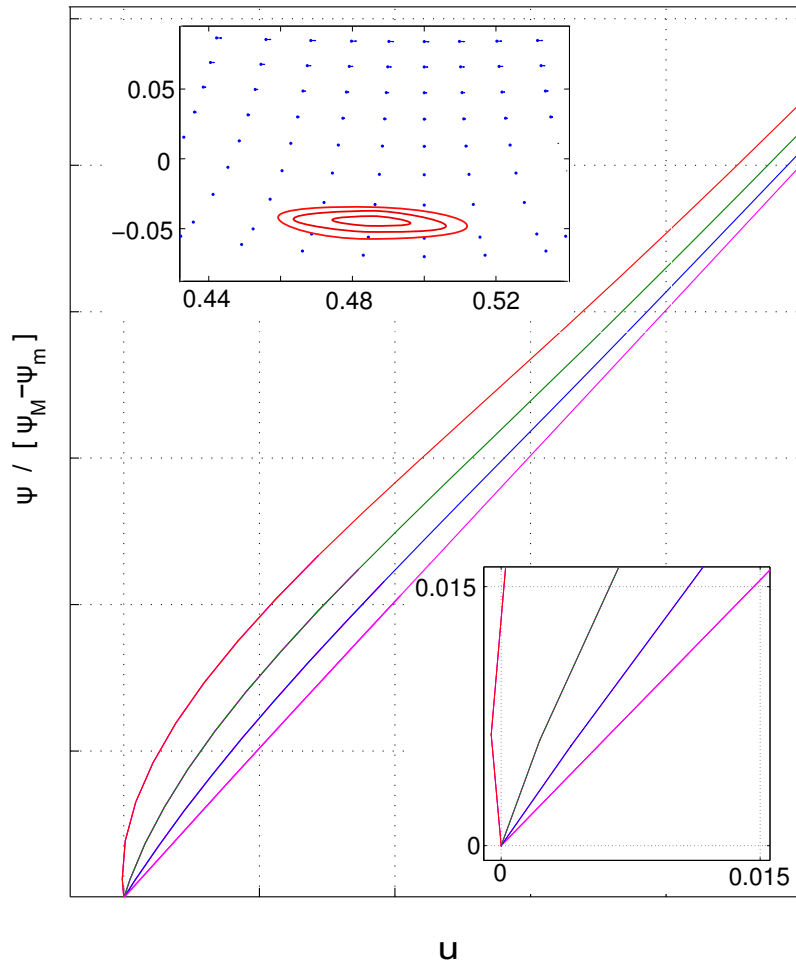


Figura 7.7: Perfil de velocidad horizontal a la altura del valle para $Re_h = 10^3$ y $2\pi a/\lambda = 0.35$ (rojo), $2\pi a/\lambda = 0.20$ (verde), $2\pi a/\lambda = 0.10$ (azul), $2\pi a/\lambda = 0.01$ (magenta). Arriba a la izquierda: líneas de corriente de la recirculación que ocurre cuando $2\pi a/\lambda = 0.35$. Abajo a la derecha: líneas de corriente que muestran la recirculación cuando $2\pi a/\lambda = 0.2$

La desviación de la teoría lineal también es mostrada en la figura (7.8) con la razón entre los esfuerzos τ_{TEO}/τ_{DNS} como función de $X = x/\lambda$, donde τ_{teo} y τ_{DNS} son el esfuerzo integrado obtenido por la teoría⁽⁶⁾ y DNS respectivamente (figuras 7.13 y 7.14), puede ser visto que la discrepancia mencionada anteriormente es mayor a números de Reynolds bajos y grandes pendientes de onda.

$$\tau_{TEO} = \int \tau_{WT}(X) \frac{dx}{u_*}, \quad (7.13)$$

$$\tau_{DNS} = \int \tau_{WD}(X) \frac{dx}{u_*}, \quad (7.14)$$

donde τ_{WT} y τ_{WD} son el esfuerzo cortante en la pared obtenido por la teoría lineal⁽⁶⁾ y por DNS respectivamente. $X = \frac{X}{\lambda}$ a lo largo de la pared.

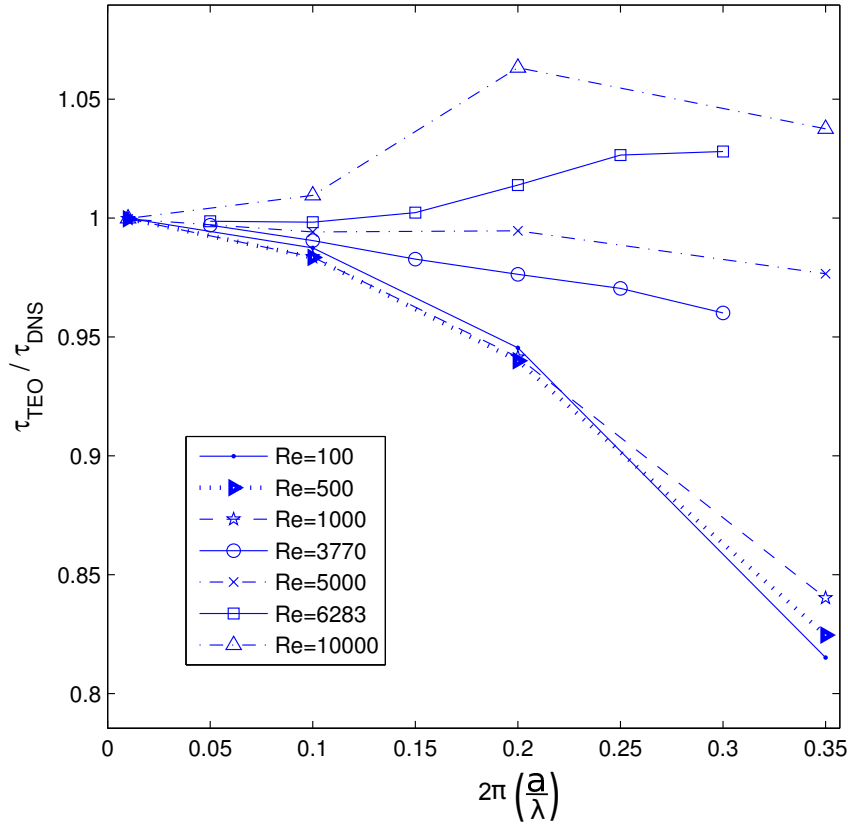


Figura 7.8: Radio entre los esfuerzos teórico y simulado ambos integrados sobre la superficie.

$\frac{2\pi a}{\lambda}$	Re_h											
	628	1000	1257	1885	2513	3142	3770	4398	5027	5655	6283	10000
0.30	O	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
0.25	O	O	O	O	X	X	X	X	X	X	X	X
0.20	O	O	O	O	O	O	O	O	X	X	X	X
0.15	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	X
0.10	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	X
0.05	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O

Tabla 7.1: Presencia y ausencia de recirculación descrita por “X” y “O” respectivamente para diferentes números de Reynolds y pendientes de onda.

Finalmente en el cuadro 7.1 se muestra la aparición de recirculación para diferentes números de Reynolds (columnas) y pendiente de onda $2\pi a/\lambda$. Dentro del cuadro

el símbolo “x” significa que hay recirculación, mientras que el símbolo “O” significa lo contrario. El resultado de esta tabla también es mostrado en la figura 7.9 con la pendiente de onda crítica, reportada por Malevich et al.⁽⁶²⁾, donde los remolinos aparecen. Dicho autor no garantiza que el resultado sea válido en dos regiones: cuando $942 < \lambda Re_h/h < 3770$ (que para el caso específico estudiado en este problema equivale a $942 < Re_h < 3770$) debido a problemas de precisión⁽⁶⁴⁾ (diferentes ordenes de aproximación llevan a diferentes resultados), y cuando $(a/\lambda)_e > (a/\lambda)_c$ porque arriba del valor crítico de convergencia $2\pi \left(\frac{a}{\lambda}\right)_c = \left(\frac{\lambda Re_h}{2\pi h}\right)^{-1/2}$ la solución puede bifurcarse.

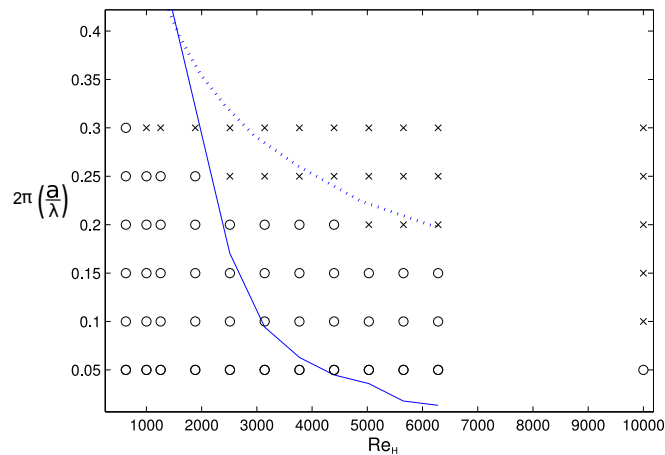


Figura 7.9: Presencia de Remolinos: ‘O’ no hay remolinos, ‘X’ recirculación cerca del valle. Línea continua: inicio de la recirculación según Malevich et al.⁽⁶²⁾; línea punteada: límite crítico de convergencia para el mismo autor⁽⁶²⁾.

7.6. Conclusiones

Los límites de validez de la teoría lineal para un flujo de Couette 2D sobre una superficie ondulada fue investigado mediante el uso de un código numérico que resuelve las ecuaciones completas de Navier-Stokes. Las predicciones de la teoría lineal fueron verificadas en el límite dual de grandes números de Reynolds y pequeñas pendientes de onda en los rangos $0 \leq 2\pi a/\lambda \leq 0.3$. El esfuerzo cortante y la presión a lo largo de la pared ondulada fueron consistentes con otros resultados encontrados en la literatura. La aproximación lineal es adecuada para pendientes de onda menores a $2\pi a/\lambda \leq 0.2$ con errores menores al 5% en el cálculo del esfuerzo cortante.

Para números de Reynolds más grandes que $Re_h \geq 3500$ el rango de validez de la teoría lineal abarca valores de la pendiente de onda hasta de $0 \leq 2\pi a/\lambda \leq 0.3$ mientras el flujo permanezca laminar.

El inicio de la recirculación también fue reportado para diferentes números de Reynolds y pendientes de onda, los cuales resultaron sistemáticamente más grandes que la teoría predicha por Malevich et al.⁽⁶²⁾ para canales 2D, como se mostró en la figu-

ra (7.9). La región en el espacio $\frac{2\pi a}{\lambda} - Re_h$ cubierta por este estudio está parcialmente afuera del area crítica de convergencia presentada por Malevich et al.⁽⁶²⁾. Y no existen estudios en la literatura que describan el comportamiento en todo el espacio $\frac{2\pi a}{\lambda} - Re_h$, por lo anterior es pertinente continuar el estudio de la recirculación para completar la descripción física del fenómeno existente en la literatura, lo cual se hace en el siguiente capítulo.

Capítulo 8

Recirculación en un flujo de Couette 2D sobre una superficie curvilínea

8.1. Relevancia

Fenómenos importantes como la separación de la capa límite⁽⁷⁶⁾, así como la transición de un régimen laminar a uno turbulento, están relacionados con la aparición de zonas de recirculación cerca de las fronteras. Estas zonas de recirculación aparecen como consecuencia de un perfil de velocidades adverso⁽⁷¹⁾ y se debe a una combinación de efectos inerciales, viscosos y geométricos. La siguiente pregunta surge: ¿qué combinación de estos efectos lleva a la aparición de zonas de recirculación en un flujo de Couette sobre superficies ondulada?

La pregunta es contestada mediante el uso de Simulaciones numéricas directas, dadas las limitaciones de la teoría lineal (mencionadas en el capítulo 7) que describe la presión y esfuerzo cortante* ambos sobre la superficie.

Una vez contestada la pregunta, se corroboró mediante el desarrollo de una teoría que describe el comportamiento para grandes números de Reynolds (ver sección 8.7) la cual coincide con las predicciones numéricas.

El presente capítulo fue publicado en la revista *Physics of Fluids*⁽²⁷⁾.

8.2. Estado del arte

En el capítulo 7 ya se habló sobre los estudios previos, teóricos y numéricos, del flujo de Couette sobre una superficie ondulada.

Flujos impulsados por diferencias de presión (Poiseuille) con fondo ondulado, también han sido estudiados en la literatura. Nakayama y Sakio⁽⁶⁵⁾ realizó un estudio numérico usando DNS, la superficie interior fue definida en términos de dos modos de ondas sinusoidales en dos dimensiones, con diferentes amplitudes y longitudes de onda

*Si consideramos que un perfil de velocidades adverso presenta pendientes negativas con respecto al eje perpendicular a la superficie y la relación directa que esto tiene con los esfuerzos cortantes en la pared (Ec. 7.9)

en el fondo para poder explorar los efectos de filtrar las fluctuaciones de pequeña escala del flujo y los efectos de suavizar la geometría del fondo al usar LES. Zhou et al.⁽⁹⁸⁾ estudiaron el flujo de Poiseuille usando una técnica de perturbación para pequeñas amplitudes de onda y un código de elemento finito para investigar grandes perturbaciones en la frontera superior de canales sinusoidales, triangulares y en forma de arco con un fondo plano. Sobey⁽⁸³⁾ ha estudiado el flujo de Poiseuille usando la teoría de las tres capas (o interacción asintótica) en el límite asintótico cuando Re mediante el uso de una aproximación de primer orden, obteniendo que el valor crítico del número (a/h) en el cual ocurre la recirculación es (en notación propia):

$$\left(\frac{a}{\lambda}\right)_e \sim (Re_h)^{-1/3}, \quad (8.1)$$

donde Re_h está definido en la Ec. (8.7) y el subíndice “e” se refiere al inicio de la recirculación. Otro problema relacionado, estudiado por Floryan⁽³²⁾, es el análisis de la estabilidad lineal de un flujo de Couette sobre una pared ondulada; el valor crítico de Re (que corresponde a la aparición de vórtices en la dirección del flujo) fue obtenido en función de la amplitud de onda:

$$\ln(Re_{g,cr}) = -1.2801 \ln\left(\frac{a}{h}\right) + 2.9539, \quad (8.2)$$

el autor también estableció el comportamiento del número de onda en función de la amplitud de onda para números de Reynolds grandes ($790 \lesssim Re \lesssim 61000$).

El inicio de la recirculación en flujos de Couette sobre una pared ondulada ha sido estudiado por algunos autores: para números de Reynolds pequeños, Scholle⁽⁷⁷⁾ han estudiado un flujo de Stokes mediante potenciales complejos basados en la representación integral de Cauchy y series de Fourier para obtener un conjunto de ecuaciones algebraicas, resueltas en forma numérica, para la razón altura-longitud $\lambda/h = 4$ para obtener la pendiente de onda en la cual la recirculación inicia: $2\pi(a/\lambda)_e \approx 0.4535$.

Malevich et al.⁽⁶²⁾ investigaron el inicio de la recirculación en términos de tres números adimensionales: el número de Reynolds Re (basado en la longitud de onda), $\varepsilon = a/h$ que describe la razón entre la amplitud de onda a , la altura de canal h y $b = hk$ (que representa el producto de la altura de canal por el número de onda k). Los autores plantearon una perturbación mediante la expansión de potencias de pequeñas ε y sustituyeron la solución propuesta en las ecuaciones de Navier–Stokes para un flujo estable, llevando a una cascada de problemas de frontera que fueron resueltos en forma cerrada en cada paso. Los autores hicieron un análisis asintótico para números de Reynolds grandes obteniendo (en notación propia):

$$\left(\frac{a}{h}\right)_e \sim Re_e^{-1/3}. \quad (8.3)$$

Es importante notar la similitud entre la Ec. (8.1), obtenida por Sobey⁽⁸³⁾ para un flujo de Poiseuille.

Scholle et al.⁽⁷⁹⁾ estudiaron la generación de remolinos en un flujo de Couette sobre un fondo ondulado, mediante una formulación de elemento finito para el caso general y una formulación semi analítica para el límite de un flujo de Stokes. Los autores

resolvieron el problema para tres casos en específico: en el límite cuando $Re \rightarrow 0$, para espacios angostos y espacios amplios donde el espacio medio está definido por $hk = 2\pi h/\lambda$. Los mismos autores⁽⁷⁹⁾ también estudiaron la diferencia entre la posición del centro del remolino producido con la posición de un remolino producido en un flujo de Stokes usando diferentes combinaciones de las razones ancho-amplitud h/a y longitud-ancho λ/h para casos donde $0.77 < 2\pi/\lambda \lesssim 1.257$.

El flujo de Couette sobre flujos no sinusoidales también han sido estudiados; Scholle⁽⁷⁸⁾ señalaron una aplicación interesante de remolinos confinados en el campo de la tribología, ya que estos vórtices pueden actuar como rodamientos.

El objetivo del presente capítulo es establecer las condiciones en las que inicia la recirculación en un flujo sobre una superficie ondulada. Se utilizó DNS para probar las condiciones geométricas y los números de Reynolds en los que la recirculación inicia. Aún cuando consideramos grandes Re , el régimen del flujo permaneció siempre laminar (se dejó fuera del objetivo la transición al régimen turbulento).

En este capítulo, el término DNS es usado para describir simulaciones 2D de las ecuaciones completas de Navier Stokes, que para el caso de flujos laminares con altos números de Reynolds no representan rasgos en 3D característicos de flujos turbulentos. Se ha probado que la representación en 2D es pertinente para muchas situaciones, incluso para algunos casos turbulentos donde el flujo principal, tiene una sola componente (e.g. ver Rao et al.⁽⁷²⁾). El rango de Re y los parámetros geométricos se extiende a casos donde los efectos no lineales son importantes, para tener una mejor comprensión de los efectos combinados de la inercia, viscosidad y los parámetros geométricos en el régimen del flujo. En particular, discutimos el efecto del confinamiento en el inicio de la recirculación.

8.3. Descripción del problema

Si asumimos que el flujo de Couette sobre un fondo ondulado es incompresible, en la ausencia de fuerzas de cuerpo y sin gravedad.

Las variables pueden ser expresadas en forma adimensional:

$$\mathbf{u} = \frac{\bar{\mathbf{u}}}{U_s}; \quad (x^*, y^*) = \frac{2\pi}{h}(x, y); \quad P = \frac{ph}{2\pi U_s \mu}; \quad t^* = \frac{2\pi U_s t}{h}, \quad (8.4)$$

donde $\bar{\mathbf{u}}$ es el vector de velocidad x y y las coordenadas cartesianas, p la presión y t el tiempo. Las cantidades de referencia utilizadas para adimensionalizar el problema son; la velocidad en la pared superior U_s , el espesor del canal h y la viscosidad dinámica μ .

Las ecuaciones de Navier Stokes quedan de la siguiente forma:

$$Re_h \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t^*} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = - \nabla P + \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (8.5)$$

junto con la ecuación de continuidad,

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (8.6)$$

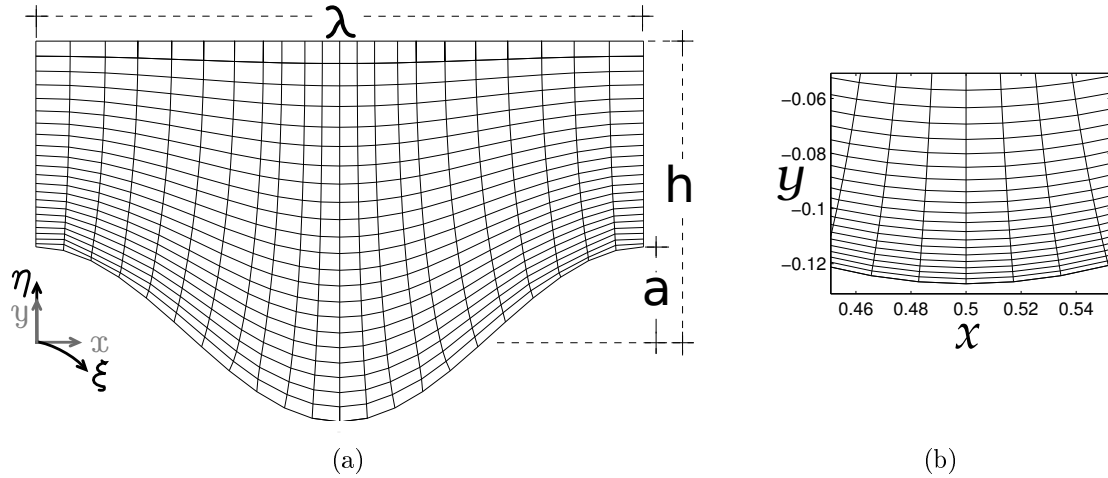


Figura 8.1: a) Diagrama de una malla producida por una transformada conforme (Ecs.(8.12) y (8.13)). b) Vista cercana del valle en el fondo del mallado ($n_x=59$ y $n_y=84$) usado para los casos donde $2\pi a/\lambda = 0.8$ y $\lambda/h = 0.2$.

donde Re_h representa el número de Reynolds basado en el espesor de canal, μ la viscosidad dinámica y ρ la densidad. Para comparar los resultados con la literatura, usamos un número de Reynolds alternativo inspirado en la longitud de onda Re y definido así:

$$Re_h = \frac{\rho U_s h}{2\pi\mu}; \quad Re = \frac{\rho U_s \lambda}{2\pi\mu}; \quad (8.7)$$

las ecuaciones de frontera a los lados son periódicas:

$$u(0, y^*) = u(2\pi\lambda/h, y^*); \quad P(0, y^*) = P(2\pi\lambda/h, y^*). \quad (8.8)$$

La velocidad es impuesta en la pared superior:

$$u(y^* = 2\pi) = (1, 0). \quad (8.9)$$

La condición de frontera inferior es de no deslizamiento:

$$u(y^* = a \cos(x^*)) = (0, 0), \quad (8.10)$$

y la condición inicial $u = u_0$ (en el tiempo cero) en todo el dominio es un perfil lineal (Couette) de velocidades, que no presenta recirculación:

$$u_0 = (u_0, v_0) = \left(\frac{y^* h - 2\pi a \cos(hx^*/2\pi\lambda)}{2\pi h - 2\pi a \cos(hx^*/2\pi\lambda)}, 0 \right). \quad (8.11)$$

Esta condición inicial ($t = 0$) tiene las mismas ventajas que la condición presentada por la ecuación (7.6) y el código JADIM es capaz satisfacer la condición de divergencia nula en el primer paso de tiempo.

Parametro	Rango
$2\pi a/\lambda$	0.1 – 1.2
λ/h	0.01 – 2π
Re	0 – $3142/\pi, 5000/\pi$

Tabla 8.1: Rango de parámetros usados en este estudio.

8.4. Metodología

El mallado ajustado a las fronteras fue producido utilizando una transformada conforme que mapea una malla rectangular dentro de la geometría deseada como se muestra en la Fig.(8.1) (nótese que la resolución no es la misma que la utilizada en las simulaciones), donde la frontera sur está representada como una superficie ondulada con amplitud a . Las variables de transformación fueron tomadas de la transformación conforme usada por Caponi et al.⁽¹¹⁾ expresada como una serie de expansiones en términos de funciones sinusoidales dadas por las Ecs. (8.12) y (8.13):

$$\frac{x}{\lambda} = \xi + \sum_{n=1} \frac{b_n}{n} \sin(n\xi) \frac{\cosh(n(\eta_T - \eta))}{\sinh(\eta_T \eta)}, \quad (8.12)$$

$$\frac{y}{\lambda} = \eta + b_0 - \sum_{n=1} \frac{b_n}{n} \cos(n\xi) \frac{\sinh(n(\eta_T - \eta))}{\sinh(\eta_T \eta)}. \quad (8.13)$$

Donde x y y representan las coordenadas horizontal y vertical respectivamente, λ la longitud de onda, b_n son coeficientes constantes, ξ y η son las variables (horizontal y vertical respectivamente) transformadas que representan el mallado curvilíneo.

Las ecuaciones (8.12) y (8.13) fueron truncadas a 25 términos. El ancho de mallado fue constante en la dirección de ξ (horizontal). El alto de celda fue variado en la dirección vertical η para $y < 2\lambda$ con un refinamiento de mallado cerca de la pared y permaneció constante para $y > 2\lambda$, teniendo las celdas de mayor altura en la parte más alta del mallado. La tasa de cambio de la altura de celda es determinado por $S = \frac{\Delta\eta_i}{\Delta\eta_{i+1}}$, donde $\Delta\eta_i$ y $\Delta\eta_{i+1}$ son la altura de una celda dada y su vecino superior respectivamente. Todas las simulaciones fueron corridas utilizando $S = 1.09$, se ha probado que esta tasa de cambio no tiene consecuencias en términos de estabilidad numérica. En la Fig. (8.1b) se muestra un acercamiento en el valle de la malla usado para el caso $2\pi a/\lambda = 0.8$ y $\lambda/h = 0.2$.

Nótese el sistema está descrito por seis parámetros: $U_s, \mu, \rho, a, \lambda$ y h . Al aplicar el teorema Pi de Buckingham, solo quedan tres combinaciones de parámetros adimensionales: en este estudio utilizamos el número de Reynolds Re (definido en la sección 8.2), la pendiente de onda $2\pi a/\lambda$ y la razón ancho-alto λ/h . Los rangos de parámetros utilizados en este estudio son mostrados en la tabla (8.1). El valor de λ/h expresa el confinamiento. AL incrementar λ/h , se espera que los efectos del confinamiento afecten el flujo.

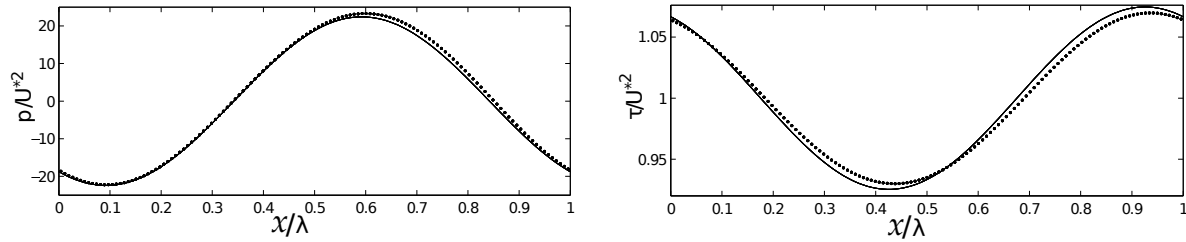


Figura 8.2: Presión y esfuerzo cortante en la pared, ambos normalizados ($2\pi a/\lambda = 0.01$, $\lambda/h = 1$ y $Re = 5000/\pi$). Línea sólida: teoría lineal; línea punteada: DNS.

Para asegurar que hubiera independencia entre los resultados y la resolución del mallado, se llevaron a cabo pruebas de convergencia para los parámetros más grandes que fueron utilizados $2\pi a/\lambda = 1.20$, $\lambda/h = 1$ y número de Reynolds $Re = 5000/\pi$, mediante el uso de diferente número de nodos en la dirección vertical y horizontal. El criterio utilizado para encontrar independencia consiste en obtener el promedio del esfuerzo cortante en la pared hasta encontrar resultados similares. La independencia entre el esfuerzo y la resolución fue encontrada cuando el tamaño de la celda más cercana a la pared era $\frac{\Delta x_{grid}}{\lambda} \leq 1.668e-2$ y $\frac{\Delta y_{grid}}{\lambda} \leq 2.60e-4$ en la cresta y $\frac{\Delta x_{grid}}{\lambda} \leq 1.712e-2$, $\frac{\Delta y_{grid}}{\lambda} \leq 3.48e-3$ en el valle, lo que equivale a $n_x=n_y=59$.

8.5. Validación

El código ha sido validado en forma extensiva en el pasado para flujo en canales⁽¹⁰⁾ y alrededor de cuerpos esféricos^(29,42,58,57,61). Con el objetivo de validar el código para el sistema curvilíneo considerado aquí, los resultados de la DNS fueron comparados con la teoría lineal de Benjamin⁽⁶⁾, válida para números de Reynolds grandes y pequeñas pendientes de onda⁽⁶⁾ (las ecuaciones 5.6 y 5.9 de su trabajo fueron utilizadas para obtener τ_{wt} y P_{wt}). La Fig. (8.2) el esfuerzo y la presión, ambos adimensionales para $2\pi a/\lambda = 0.01$, $\lambda/h = 1$ y $Re = 5000/\pi$, ambas variables dadas como función de la longitud adimensional $X = x/\lambda$, y normalizadas por el promedio de la velocidad de fricción, dada por

$$U_* = \sqrt{\overline{\tau_w}/\rho}. \quad (8.14)$$

Aquí $\overline{\tau_w}$ es el esfuerzo cortante medio a lo largo de la pared.

$$\overline{\tau_w} = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \tau_w(x) dx, \quad (8.15)$$

El esfuerzo cortante en la pares de la DNS fue calculado de:

$$\tau_{wd} = \mu \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \eta} \right)_{\eta=0}, \quad (8.16)$$

donde u_ξ es la componente de la velocidad en la dirección paralela a la pared.

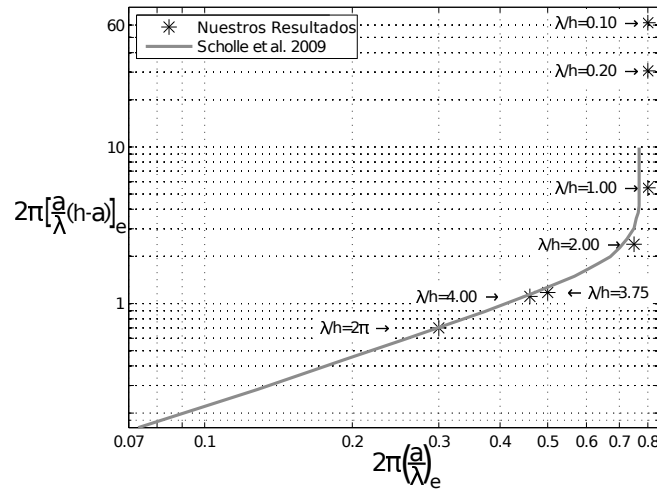


Figura 8.3: Combinación crítica de los parámetros geométricos $k(a - h)$ y $2\pi a/\lambda$ en los cuales los remolinos aparecen en el límite $Re \rightarrow 0$ para diferentes valores de $\frac{\lambda}{h}$, y su comparación con la literatura mostrada en una línea gris continua.

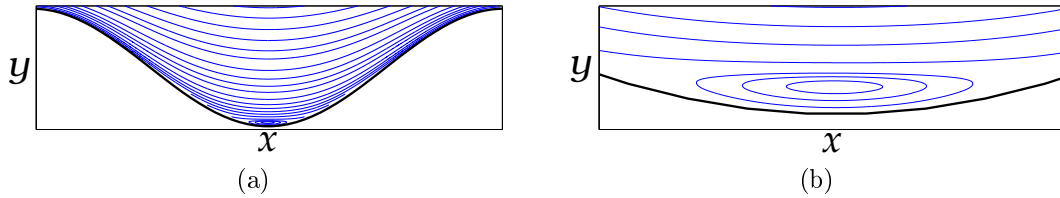


Figura 8.4: Líneas de corriente instantáneas del campo de velocidades $2\pi a/\lambda = 0.8$, $Re = 100$, $\lambda/h = 0.1$ en el tiempo escalado adimensional $t^*h/\lambda \approx 120$: a) Cerca del fondo del canal. b) En el valle de la superficie sinusoidal.

Como validación complementaria del código, la figura (8.3) muestra el inicio de la recirculación en el límite $Re \rightarrow 0$; el eje vertical corresponde al parámetro $k(h - a)$, un número adimensional usado por Scholle et al.⁽⁷⁹⁾ y el eje horizontal es la pendiente de onda $2\pi a/\lambda$. La línea sólida representa los cálculos teóricos de Scholle et al.⁽⁷⁹⁾, y los asteriscos son las simulaciones numéricas usando pequeños números de Reynolds ($Re \leq 1$) que corresponden al presente trabajo. Note que la región bajo la curva sólida representa la condición donde la recirculación ocurre. La validación mostrado muestra un buen acuerdo en los casos límite de grandes números de Reynolds Re y pequeños $2\pi a/\lambda$ (teoría lineal), al igual que para el flujo de Stokes ($Re \ll 1$).

8.6. Resultados y discusión

8.6.1. Resultados Numéricos

Un ejemplo de la presencia de remolinos es mostrado en la figura (8.4), con líneas de corriente instantáneas. El flujo varía en el tiempo, la condición inicial es considerada como un flujo de Couette dado por la Ec. (8.11), y la simulación fue detenida cuando se alcanzó un estado quasi-estacionario. El criterio utilizado para detener las simulaciones fue basado en la variación de la máxima velocidad $d\bar{v}_{max}$ en todo el dominio entre dos pasos de tiempo (casi siempre alcanzado antes del tiempo adimensional $t^*h/\lambda \approx 120$). Al comparar el criterio usado, con la máxima variación del esfuerzo cortante en la pared (entre dos pasos de tiempo), a lo largo del fondo ondulado; se encontró que la máxima variación en la velocidad es dos ordenes de magnitud más grande que la variación indicada por el criterio basado en el esfuerzo cortante.

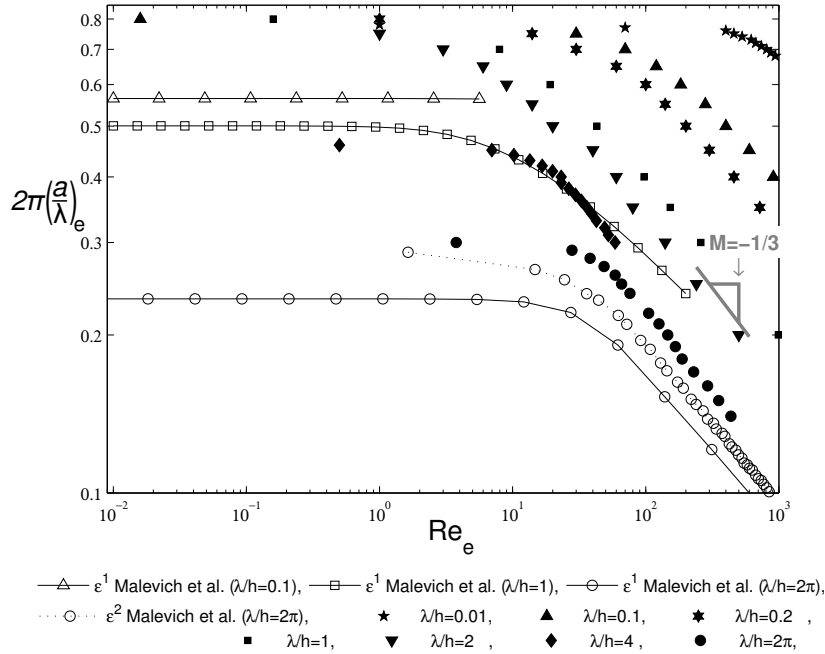


Figura 8.5: Valores de $2\pi(a/\lambda)_e$, donde los remolinos aparecen, como función de Re_e . Los marcadores sólidos representan las simulaciones que realicé y los marcadores vacíos representan los resultados teóricos de Malevich et al.⁽⁶²⁾.

Se considera que el inicio de la recirculación ocurre cuando un perfil de velocidades adverso aparece a lo largo de la línea donde $\xi = constant$ (normal al fondo del canal, y vertical en el valle y las crestas). El método para detectar perfiles adversos de velocidad consiste en analizar todo el “renglón” de celdas a lo largo del fondo del dominio donde $\eta = constant$, para encontrar los nodos donde u_ξ es negativa. Se verificó que el criterio mencionado fuera equivalente a encontrar el cambio de signo en el esfuerzo cortante

en la pared. El criterio fue seleccionado porque es más sensible a la convergencia de la solución en el tiempo.

La Fig.(8.5) caracteriza el inicio de la recirculación, presenta la pendiente de onda $2\pi(a/\lambda)_e$ en función del los número de Reynolds Re_e . Todos los marcadores sólidos representan nuestros resultados numéricos para diferentes valores de λ/h y dividen el plano en la parte superior, donde la recirculación ocurre, y la parte inferior donde no hay recirculación. Los marcadores abiertos representan la teoría de Malevich et al.⁽⁶²⁾,⁽⁶⁴⁾ para diferentes órdenes de aproximación, los cuales serán discutidos después en la sección 8.6.3.

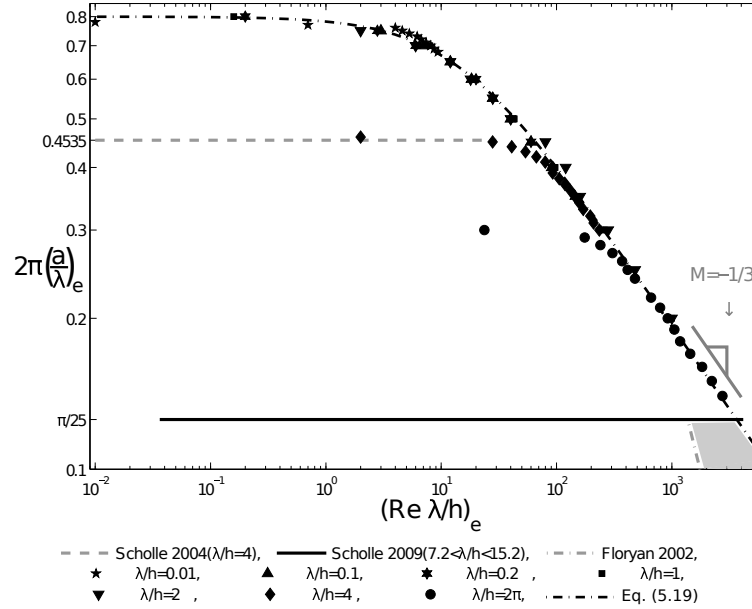


Figura 8.6: Valores de $2\pi(a/\lambda)_e$ donde los remolinos aparecen como funciones de $Re_e\lambda/h$. La línea punteada representa el valor crítico $2\pi(a/\lambda)_e$ encontrado por Scholle⁽⁷⁷⁾ para pequeños números de Reynolds. La línea negra horizontal representa los resultados de Scholle et al.⁽⁷⁹⁾ para $2\pi a/\lambda = \pi/25$, en el límite de grandes longitudes de onda y pequeños anchos de canal. El lado derecho de la línea rayada-punteada representa la inestabilidad centrífuga en el flujo de acuerdo a Floryan⁽³²⁾. La línea negra rayada-punteada representa la ecuación empírica (8.19)

Se propone un plano alternativo $(Re\lambda/h)_e$ v.s. $2\pi(a/\lambda)_e$ mostrado en la Fig.(8.6) donde la pendiente de onda $2\pi(a/\lambda)_e$ es presentada como una función de $(Re\lambda/h)_e$. Como se esperaba, las pendientes de ola más grandes requieren menores valores de $(Re\lambda/h)_e$ para iniciar la recirculación. La utilidad de usar la combinación de parámetros seleccionados se puede notar en la figura (8.6): casi todos los marcadores colapsan en una sola curva en términos de $Re_e\lambda/h$. Más aún, en el límite donde los valores de $(Re\lambda/h)_e$ son pequeños, la pendiente de onda crítica de recirculación tiende a ser la misma ($2\pi(a/\lambda)_e = 0.8$) para casi todos los valores de $\lambda/h \leq 2$. Sin embargo, los diamantes y círculos sólidos parecen seguir una tendencia diferente. Esto fue el resultado del confinamiento ($\lambda/h = 4$ y $\lambda/h = 2\pi$): según lo declarado por Scholle et al.⁽⁷⁹⁾, el

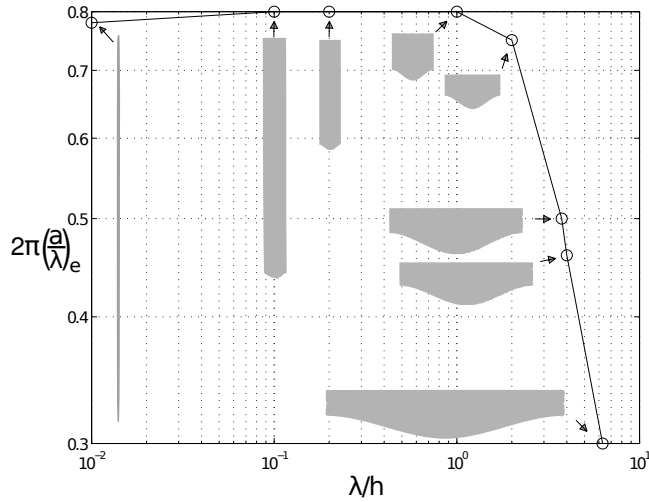


Figura 8.7: Valores de $(ak)_e$ donde los remolinos aparecen como función de λ/h en el límite de $Re \rightarrow 0$.

inicio de la recirculación es el resultado de una combinación de efectos físicos (viscosidad, inercia y geometría). Cuando el efecto de confinamiento es dominante, en el límite $Re_e \rightarrow 0$, el inicio de la recirculación ocurre con pendientes de onda más pequeñas, de lo contrario, la pendiente crítica de onda alcanza un valor constante ($2\pi(a/\lambda)_e \approx 0.8$).

El efecto de confinamiento también se puede observar en la Fig.(8.7), donde la pendiente de onda $2\pi(a/\lambda)_e$ es presentada en términos de λ/h para $Re_e \rightarrow 0$: si λ/h incrementa, el inicio de la recirculación ocurre con pendientes de onda menores. Dicho comportamiento es consistente con lo mostrado en la Fig.(8.3).

8.6.2. Presencia de dos regímenes

En la Fig. (8.6) de la DNS es visible la presencia de dos regímenes: un régimen con una dependencia casi lineal entre $2\pi(a/\lambda)_e$ y $(Re\lambda/h)_e$ en el rango ($0 \leq (Re\lambda/h)_e \lesssim 1/2$), dominado por efectos viscosos y caracterizado por una dependencia débil con la pendiente de onda $2\pi a/\lambda$, y un segundo régimen con una dependencia claramente exponencial entre $2\pi(a/\lambda)_e$ y $(Re\lambda/h)_e$ para $(Re\lambda/h)_e \gtrsim 250$, donde la inercia domina:

$$2\pi \left(\frac{a}{\lambda} \right)_e = C \left(\frac{Re\lambda}{h} \right)_e^M, \quad (8.17)$$

donde M y C son el exponente y coeficiente del parámetro $Re\lambda/h$ en el inicio de la recirculación respectivamente, ambos dependientes de λ/h (Fig.8.5). Con el fin de describir el fenómeno excluyendo el efecto de confinamiento extremo ($\lambda/h \leq 2$), podemos fijar $M = 0$ y $C = 0.8$ para el régimen viscoso ($(Re\lambda/h)_e \leq 1/5$) y $M = -0.33$, $C = 1.937$ para el régimen inercial ($(Re\lambda/h)_e > 250$).

8.6.3. Comparación con la literatura

Para comparar los resultados del presente capítulo con la literatura, primero fijamos la atención en los resultados de Malevich et al.⁽⁶²⁾ (Fig. (8) de su trabajo, ε_e v.s. Re_e donde $\varepsilon = a/h$), que describe el problema suponiendo únicamente que ε es pequeña.

En la Fig. (8.5) se presentan algunos de sus resultados para diferentes órdenes de aproximación en términos de ε (aquí, como en las figuras de Malevich et al.⁽⁶²⁾ usamos los valores $\lambda/h = 2\pi$, de acuerdo con una comunicación personal con Mityushev⁽⁶⁴⁾): Los resultados teóricos de Malevich están presentados como círculos vacíos con diferentes estilos de línea. La línea continua es la solución de primer orden $O(\varepsilon^1)$ de Malevich, y la línea punteada es la aproximación de segundo orden $O(\varepsilon^2)$ (nótese que se sigue usando marcadores sólidos para los resultados del presente trabajo y los marcadores vacíos representan los resultados de Malevich's). Se muestra que la aproximación ε^2 de la teoría de Malevich coincide en forma cualitativa con nuestros resultados en el límite cuando $Re_e \rightarrow 0$ (si $\lambda/h = 2\pi$).

Es importante mencionar que Malevich no garantiza que el resultado mencionado en el párrafo anterior sea válido en dos regiones: cuando $150 < Re < 600$ debido a problemas de precisión⁽⁶⁴⁾ (diferentes ordenes de aproximación llevan a diferentes resultados), y cuando $2\pi(a/\lambda)_e > 2\pi(a/\lambda)_c$ porque arriba del valor crítico de de convergencia $2\pi(a/\lambda)_c = (Re)^{-1/2}$ la solución puede bifurcarse, en otras palabras hay diferencias entre la teoría y los resultados numéricos.

Se puede comparar nuestros resultados con expresiones analíticas cuya aproximación es de primer orden (teoría desarrollada por Malevich et al.⁽⁶²⁾), donde se considera un caso con confinamiento ($\lambda/h = 2\pi$) y dos casos sin confinamiento ($\lambda/h = 1$ y $\lambda/h = 0.1$). Estos últimos resultados son presentados en la Fig.(8.5) por círculos vacíos, cuadrados vacíos y triángulos vacíos respectivamente. Los resultados teóricos mencionados, no colapsan en una sola curva en el límite cuando $(Re\lambda/h)_e \rightarrow 0$, ni siquiera cuando no hay confinamiento.

Como ya se mencionó, las simulaciones muestran que el confinamiento causa que el inicio de la recirculación ocurra a menores pendientes de onda (para pequeños números de Reynolds, la pendiente de onda disminuye $2\pi a/\lambda < 0.8$) cuando $\lambda/h > 2$, como es mostrado en las figuras (8.5) y (8.6) por diamantes sólidos ($\lambda/h = 4$) y círculos sólidos ($\lambda/h = 2\pi$). Este efecto es consistente con los cálculos de Scholle⁽⁷⁷⁾ en el límite cuando $Re_e \rightarrow 0$ mostrado en la Fig.(8.6) como una línea punteada horizontal [$2\pi(a/\lambda)_e = 0.4535$] para $\lambda/h = 4$ y como círculos vacíos para $\lambda/h = 2\pi$ en la Fig.(8.5).

Los resultados de Scholle et al.⁽⁷⁹⁾ para el límite de grandes longitudes de onda y pequeños anchos de canal (casos confinados que íesentan grandes valores de λ/h : $7.2 < \lambda/h < 15.2$) para $2\pi a/\lambda = \pi/25$ son presentados como una línea negra continua en la Fig.(8.6). El valor más grande de λ/h simulado en este trabajo es $\lambda/h = 2\pi$. Podemos esperar que valores un poco más grandes de λ/h alcanzarán prácticamente el límite de Scholle $2\pi(a/\lambda)_e = \pi/25$, lo que muestra que tan sensitivo es el sistema al confinamiento.

8.6.4. Grandes números de Reynolds

El principal resultado del capítulo presente fue obtenido a través de la solución de las ecuaciones (8.5) y (8.6) mediante el uso de DNS. Para validar la tendencia numérica (Ec. 8.17) con un marco teórico, el límite para grandes números de Reynolds Re y grandes escalas de longitud $\lambda \gg h$ es analizado en la sección 8.7, y se muestra que para evitar la recirculación en cualquier flujo de Couette se necesita:

$$\frac{a}{\lambda} \ll \left(\frac{\lambda}{h} Re \right)_e^{-\frac{1}{3}}. \quad (8.18)$$

Nótese que llegamos a la misma conclusión para flujos de Poiseuille perturbados en forma simétrica (Ec. 8.1) establecida por Sobey⁽⁸³⁾.

La comparación entre la ecuación (8.18) y la pendiente de los marcadores sólidos de la figura (8.5) muestra un buen acuerdo entre la descripción teórica del flujo descrito en tres capas para números de Reynolds grandes⁽⁸³⁾ y también se muestra que no es necesario tener grandes escalas longitudinales $\lambda \gg h$ en un flujo de Couette para presentar una pendiente de $-1/3$ en la representación de la figura (8.5) (como se asume por la aproximación mostrada en nuestro desarrollo teórico mostrado en la sección 8.7).

También se confirmó la proporcionalidad establecida por trabajos previos para grandes números de Reynolds; note la similitud entre el valor del exponente de la Ec. (8.17) ($M = -0.33$ en el régimen inercial) y los exponentes de las Ecs. (8.1) (para un flujo de Poiseuille⁽⁸³⁾), Ec. (8.3) (para el flujo de Couette⁽⁶²⁾) y de la Ec. (8.36) (para la teoría⁽⁸³⁾ adaptada en la sección 8.7 para un flujo de Couette). Dicha confirmación en la proporcionalidad también puede ser observada al comparar la pendiente de la línea gris y los marcadores sólidos en la figura (8.5).

Si bien la transición al régimen turbulento no es estudiado en el presente trabajo, uno debe tener cuidado al interpretar los resultados del inicio de la recirculación, ya que el flujo puede volverse inestable para $Re\lambda/h < (Re\lambda/h)_e$ de acuerdo al análisis de estabilidad realizado por Floryan⁽³²⁾ (donde se supone que la amplitud de onda es pequeña $a < 0.0349$, de acuerdo con la Fig.10 de autor). El valor crítico de la combinación $Re\lambda/h$ de acuerdo con la estabilidad lineal es mostrado como una línea rallada gris en la parte de abajo a la derecha de la Fig.(8.6). La línea mencionada inicia en $Re\lambda/h \approx 1380$, y continua hasta $Re\lambda/h \approx 87900$. Nótese que la región a la derecha de esa línea mostrada como un polígono gris, representa un comportamiento inestable que conlleva a la aparición de vórtices centrífugos inestables en el sentido de la corriente. Fuera de la región inestable mencionada, la aproximación 2D se puede presumir válida.

8.6.5. Correlación general

Por practicidad, es posible obtener una expresión empírica simple que describe el inicio de la recirculación para casos no confinados ($\lambda/h \leq 2$), la cual incorpora la combinación de parámetros adimensionales utilizados para colapsar todos los resultados

en una curva mostrada en la representación logarítmica de la Fig.(8.6):

$$2\pi(a/\lambda)_e = \left(\left(\frac{1}{0.8} \right)^3 + \left(\frac{1}{1.937} \right)^3 \left(Re \frac{\lambda}{h} \right)_e \right)^{-\frac{1}{3}}. \quad (8.19)$$

La Ec. (8.19) es representada en la Fig.(8.5) como una línea negra con rayas y puntos.

Es importante notar que en el límite $Re \rightarrow 0$, al igual que cuando $Re \rightarrow \infty$, la expresión empírica (8.19) se reduce a las Ecs. (8.37) y (8.38) respectivamente y que la pendiente $M = -1/3$ de la ecuación empírica (8.19) es exactamente la misma que la pendiente que la del marco teórico en la Ec. (8.36).

8.6.6. Posición horizontal del centro del remolino

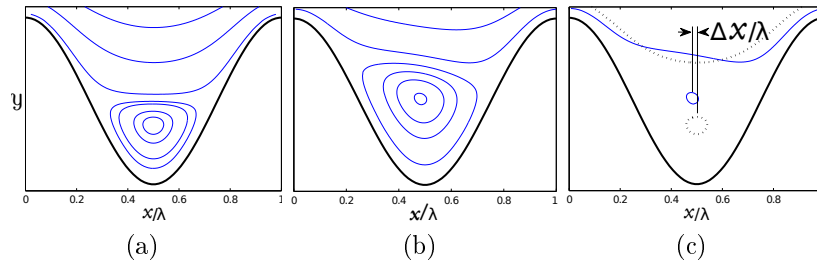


Figura 8.8: Efecto que tiene el incremento del parámetro adimensional $Re\lambda/h$ en la posición del centro del remolino $\Delta x/\lambda$ en el caso donde $2\pi a/\lambda = 1.2$ y $\lambda/h = 1$. a) Líneas de corriente de un remolino producido mediante un flujo de Stokes $Re\lambda/h = 1$, b) Remolino producido en un régimen inercial $Re\lambda/h = 90$, c) Superposición de los dos casos previos para ilustrar la posición horizontal del centro del remolino $\Delta x/\lambda$.

En esta sección se describe la posición horizontal del centro del remolino creado cuando aparece la recirculación. Una vez que ya hay recirculación (sobre las curvas críticas de la Fig. 8.6), si se incrementa el valor del número de Reynolds Re , el centro del remolino que aparece, se mueve en forma horizontal aguas arriba o aguas abajo ($\Delta X < 0$ y $\Delta X > 0$ respectivamente) de acuerdo a Scholle et al.⁽⁷⁹⁾. Los autores reportaron que los remolinos primarios (el primer remolino que aparece) siempre aparece en el valle. Por otra parte es importante notar que en el trabajo de Scholle et al.⁽⁷⁹⁾ todos los casos presentan una pendiente de onda entre $0.77 < 2\pi(a/\lambda)_{Scholle} \lesssim 1.257$ en su Fig. (10) y $2\pi(a/\lambda)_{Scholle} \approx 1.257$ en su Fig. (12), lo que implica que cualquier flujo produce recirculación en esas condiciones geométricas incluso en el límite cuando $Re \rightarrow 0$ debido a la gran pendiente de onda $2\pi a/\lambda$ comparado con el valor crítico obtenido en el presente estudio ($2\pi(a/\lambda)_e \lesssim 0.8$, ver Fig. 8.6).

Al considerar que en la mayoría de los casos la pendiente de onda crítica que produce el inicio de la recirculación es igual o menor que los casos estudiados por Scholle et al.⁽⁷⁹⁾ ($2\pi(a/\lambda)_e \lesssim 2\pi(a/\lambda)_{Scholle}$), el lugar donde se crea el remolino $\Delta X/\lambda$ (ver Fig. 8.8c) iniciando la recirculación, es un problema interesante y es reportado como función de $(Re\lambda/h)_e$ y $2\pi(a/\lambda)_e$ en la Fig.(8.9) (lado izquierdo y derecho respectivamente). Se

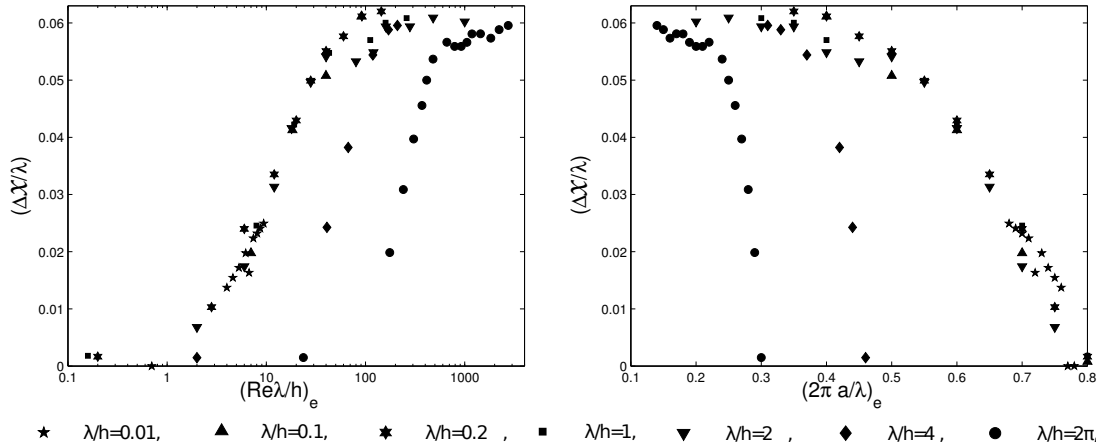


Figura 8.9: Localización del centro del remolino $\Delta x/\lambda$ en las condiciones críticas donde ocurre el inicio de la recirculación, en función de $(Re\lambda/h)_e$ a la izquierda y $(2\pi a/\lambda)_e$ a la derecha.

puede observar en la misma Fig. (8.9), que el remolino se forma en el centro del valle solo cuando $Re_c = 0$. De otra firma, la recirculación se forma siempre aguas arriba (con respecto al valle) debido a la asimetría inducida por la no linealidad de la contribución inercial en el movimiento del flujo.

También se puede ver en la Fig. (8.9) que todas las configuraciones geométricas siguen la misma tendencia; mientras el parámetro $(Re\lambda/h)_e$ incrementa, con la correspondiente disminución en el parámetro $2\pi(a/\lambda)_e$, la posición donde el remolino es creado, se mueve aguas arriba en todos los casos. Los casos más confinados ($\lambda/h > 2$) tienen pendientes más pequeñas con respecto a $(Re\lambda/h)_e$ y disminuciones más pronunciadas con respecto a $2\pi(a/\lambda)_e$.

8.7. Teoría para predecir recirculación para grandes números de Reynolds

Antes de mostrar resultados de las simulaciones numéricas y a modo de tener una descripción más completa, aquí se describe el inicio de la recirculación en forma teórica, en específico, se adapta a un flujo de Couette el desarrollo teórico de Sobey⁽⁸³⁾. A su vez, el desarrollo de Sobey's está inspirado en el trabajo de Smith⁽⁸²⁾, que estudió el flujo de Poiseuille en tuberías con estrechamientos o dilataciones simétricas. Sobey⁽⁸³⁾ describe el comportamiento de un flujo de Poiseuille en un canal largo con perturbaciones en la frontera que desaparecen aguas arriba y agua abajo.

Si asumimos que $\lambda \gg h$, se propone una expansión asintótica de la Ec. (8.5) usando la variable longitudinal escalada X y los pequeños parámetros ϵ y σ definidos por:

$$\epsilon = \frac{h}{\lambda}; \quad \sigma = \frac{a}{h}; \quad X = \epsilon x^*. \quad (8.20)$$

Las condiciones de frontera inferior y superior toman la siguiente forma (respectivamente):

$$y^* = \sigma h \cos(x^*); \quad y^* = 2\pi\epsilon h, \quad (8.21)$$

Como no hay flujo externo, la teoría de tres capas no puede ser usada en forma directa. Es posible utilizar el modelo de Smith⁽⁸²⁾ con un flujo central no viscoso e irrotacional y regiones viscosas con capa límite en las paredes⁽⁸³⁾. El centro del flujo puede ser representado como una perturbación de un flujo de Couette plano:

$$u \sim U_0(y^*) + \delta U_1(X, y^*) \quad (8.22)$$

$$v \sim \epsilon \delta V_1(X, y^*), \quad (8.23)$$

$$p \sim P_0 + P_s P_1(X, y^*). \quad (8.24)$$

donde las letras mayúsculas $U_0 = (y^*/(2\pi\epsilon), 0)$ y P_0 representan la velocidad y presión constante para un flujo de Couette plano estable respectivamente. Las letras mayúsculas U_1 , V_1 y P_1 representan las perturbaciones en la presión y en la velocidad debidas a la ondulación en la superficie inferior. Los factores δ y P_s no han sido determinados aún.

Sustituyendo las Ecs. (8.22), (8.23) y (8.24) en la Ec. (8.5) y considerando un estado estable obtenemos las Ecs. de momento en x^* y y^* respectivamente:

$$\epsilon \delta Re_h (U_0 U_{1X} + V_1 U_0) + \epsilon \delta^2 Re_h (U_1 U_{1X} + V_1 U_{1y^*}) = -\epsilon P_s P_{1X} + \delta U_{1y^*y^*} + \epsilon^2 \delta U_{1XX}, \quad (8.25)$$

$$\epsilon^2 \delta Re_h U_0 V_{1X} + \epsilon^2 \delta^2 Re_h V_1 V_{1y^*} = -\epsilon P_s P_{1y^*} + \epsilon \delta V_{1y^*y^*} + \epsilon^3 \delta V_{1XX}. \quad (8.26)$$

De la Ec. (8.25) podemos ver que la perturbación en la presión se balancea con el primer termino inercial, que nos lleva a:

$$P_s \sim \delta Re_h \quad (8.27)$$

El flujo cerca de las regiones en las paredes es asumido lineal, y puede ser representado por una expansión de la perturbación usando $y^* = \sigma Y$ como variable de escala vertical:

$$u \sim \sigma u_0(X, Y) \quad (8.28)$$

$$v \sim \epsilon \sigma^2 v_0(X, Y), \quad (8.29)$$

$$p \sim P_0 + P_s p_1(X, Y). \quad (8.30)$$

Si sustituimos las Ecs. (8.28), (8.29) y (8.30) dentro de la Ec. (8.25) de momento en X obtenemos

$$\sigma^2 Re_h (u_0 u_{0X} + v_0 v_{0Y}) = -\epsilon P_s p_{1X} + \sigma^{-1} u_{oY} + \epsilon^2 \sigma U_{0XX}. \quad (8.31)$$

La capa límite puede ser descrita por la Ec. (8.31) si

$$\sigma^2 Re_h \sim \sigma^{-1}, \quad \epsilon P_s \sim \sigma^{-1} \quad (8.32)$$

Al combinar las Ecs. (8.27) y (8.32) obtenemos

$$\delta \sim \sigma^2, \quad (8.33)$$

y en combinación con la Ec. (8.27) llegamos a:

$$P_s \sim \sigma^2 Re_h, \quad (8.34)$$

Al fijarnos en el orden de magnitud de la Ec. (8.26), la única forma de evitar cambios de presión verticales en el centro del flujo es si

$$\epsilon^2 \delta Re_h \ll P_s. \quad (8.35)$$

Si sustituimos las Ecs. (8.33) y (8.32) en el lado izquierdo y derecho de la Ec. (8.35) respectivamente, obtenemos la condición para evitar la recirculación en un flujos de Couette ondulado: $\epsilon \sigma \ll Re_h^{-\frac{1}{3}}$. En otras palabras:

$$\frac{a}{\lambda} \ll \left(\frac{\lambda}{h} Re \right)^{-\frac{1}{3}}. \quad (8.36)$$

8.8. Conclusiones

El inicio de la Recirculación para un flujo de Couette 2D sobre una superficie ondulada fue investigado mediante el uso de un código de simulación numérica que resuelve completamente las ecuaciones de Navier-Stokes. El análisis dimensional lleva a la caracterización en términos de tres números adimensionales: el número de Reynolds Re , la razón entre el ancho y el alto λ/h , y la pendiente de onda $2\pi a/\lambda$.

El resultado fue comparado con varios resultados teóricos y numéricos de la literatura. La región en el espacio $2\pi a/\lambda - Re$ cubierto en este estudio no está restringida a ningún criterio de convergencia como el establecido por la teoría dada por Malevich et al.⁽⁶²⁾ (cuando $2\pi a/\lambda = Re^{1/2}$), y complementa los resultados de Scholle⁽⁷⁷⁾ (flujo de Stokes) y Scholle et al.⁽⁷⁹⁾ en un rango del número de Reynolds, donde todos los efectos viscosos, geométricos e inerciales son importantes, lo que resulta en una combinación

de efectos físicos que no pueden ser descritos únicamente por teorías que se basan en técnicas asintóticas.

El uso del número adimensional $(Re\lambda/h)_e$ en lugar del número de Reynolds nos permite colapsar casi todos los resultados (con la excepción de las configuraciones geométricas muy confinadas) en una sola curva que caracteriza el inicio de la recirculación en un flujo de Couette sobre una superficie curvilínea.

Se identificaron dos regímenes (excluyendo confinamientos fuertes): un régimen “viscoso” que depende en forma débil de la pendiente de onda $2\pi a/\lambda$, representado por:

$$2\pi(a/\lambda)_e \approx 0.8 \quad ; \quad (Re\lambda/h)_e \leq \frac{1}{5}. \quad (8.37)$$

y un régimen “inercial” descrito por:

$$2\pi(a/\lambda)_e = C(Re\lambda/h)_e^M \quad ; \quad (Re\lambda/h)_e > 250, \quad (8.38)$$

donde $M = -1/3$ y $C = 1.937$ de acuerdo a las simulaciones realizadas en el presente trabajo. Sin embargo, los parámetros geométricos juegan un rol significativo cuando el confinamiento es importante, causando la aparición de la recirculación en pendientes de onda más pequeñas.

Se encontró un notable acuerdo entre la pendiente de las expresiones obtenidas de los resultados numéricos y de la teoría extendida desarrollada la cual establece que la recirculación puede evitarse si:

$$a/\lambda \ll (Re\lambda/h)_e^{-\frac{1}{3}}. \quad (8.39)$$

La aparición de remolinos-cruzados antes del inicio de la inestabilidad⁽³²⁾ sugiere que ellos interactúan con otras estructuras en el fluido como los vórtices en la dirección de la corriente, y deben ser tomados en cuenta cuando se estudian fenómenos importantes como la transición a la turbulencia o en aplicaciones con transferencia de masa y calor.

Los presentes resultados pueden ser útiles en situaciones 3D si un análogo al teorema de Squire para el inicio de la recirculación fuera verificado^(62,85) en forma teórica o numérica (simulaciones 3D).

En condiciones críticas el primer remolino se forma en el mínimo del valle solo cuando $Re_c \rightarrow 0$, de otra forma, mientras el parámetro $(Re\lambda/h)_e$ aumenta y el parámetro $2\pi(a/\lambda)_e$ disminuye, la posición horizontal del centro del remolino aparece a una mayor distancia aguas arriba del valle.

Capítulo 9

Trabajo a futuro: Posibles implicaciones de la recirculación en la capa límite interna

En el capítulo (5) se exploran las implicaciones en la estimación de la energía eólica por no considerar la capa límite interna producida por un cambio de rugosidad y un cambio de estabilidad térmica. Aún cuando se considere la presencia de la CLI mencionada, es posible que aguas arriba del cambio, en el mar, ocurra otro desprendimiento de capa límite, pero esta vez no es generado por la unión de dos superficies de rugosidad y/o estabilidad térmica diferente, más bien por una combinación de efectos geométricos y dinámicos de la superficie: la recirculación de un flujo sobre una superficie ondulada lo cual ya fue descrito en el capítulo (8).

En el presente capítulo se describen las posibles implicaciones que tiene la presencia de recirculación del viento que sopla encima de las olas de mar, sobre la forma de la CLI lo cual tiene consecuencias en la estimación de la energía eólica.

9.1. Recirculación sobre una ola de mar

Si consideramos un flujo atmosférico sobre el mar sin cambios de presión en la dirección del flujo, y consideramos que a una cierta altura se tiene un flujo completamente desarrollado donde la velocidad ya no cambia. Podemos hacer una similitud entre la atmósfera y un flujo de Couette con fondo ondulado para el caso incompresible, descrito en el capítulo 8, en el cual fue desarrollada una teoría (Ec. 8.18) que predice el inicio de la recirculación para grandes números de Reynolds y ocurre cuando:

$$\frac{a}{\lambda} \gg \left(\frac{\lambda}{h} Re \right)_e^{-\frac{1}{3}},$$

que además concuerda con los resultados numéricos que en conjunto permitieron obtener un modelo empírico (Ec. 8.19):

$$2\pi(a/\lambda)_e = \left(\left(\frac{1}{0.8} \right)^3 + \left(\frac{1}{1.937} \right)^3 \left(Re \frac{\lambda}{h} \right)_e \right)^{-\frac{1}{3}}.$$

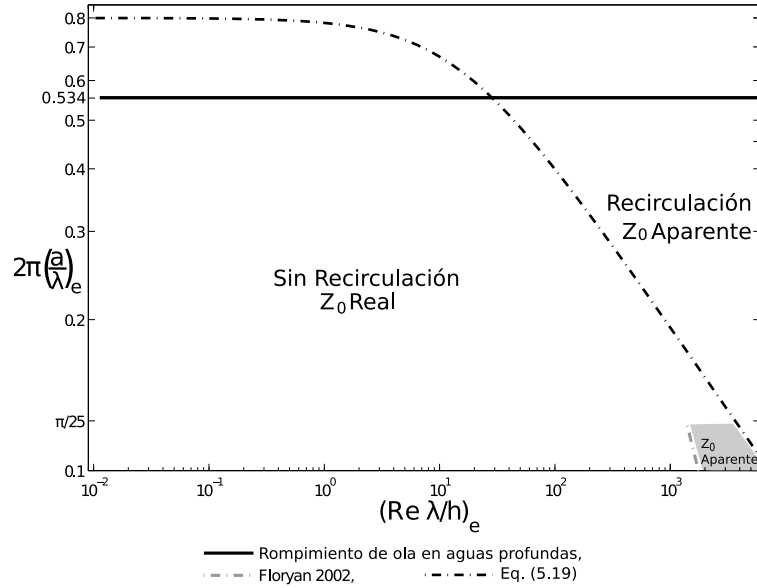


Figura 9.1: Valores de $2\pi(a/\lambda)_e$ donde los remolinos aparecen como funciones de $Re_e\lambda/h$. El lado derecho de la línea rayada-punteada representa la inestabilidad centrífuga en el flujo de acuerdo a Floryan⁽³²⁾. La línea negra rayada-punteada representa la ecuación empírica (8.19). La línea horizontal negra representa el valor crítico antes de que rompa la ola⁽¹⁸⁾.

Al hacer la similitud entre los resultados del capítulo 8 y las olas del mar, la variable h representa la altura de la capa límite atmosférica y hay que tener en cuenta tres cosas: La primera es que el valor crítico (indicado con el subíndice “c”) para la ruptura de ola no debe ser superado, el cual es $(2\pi a/\lambda)_c \approx 0,534$ en aguas profundas⁽¹⁸⁾, $H_c = 0.8L$ o $H_{rmsc} = 0.42L$ en aguas someras⁽¹⁸⁾⁽⁹²⁾, donde $H = 2a$ es la altura de ola, el subíndice “rms” la raíz cuadrática media (por sus siglas en inglés) y L la distancia entre la superficie y el fondo del mar. La segunda cosa a tomar en cuenta es que puede ocurrir la presencia de vórtices centrífugos inestables en el sentido de la corriente y dicha zona de inestabilidad puede observarse en gris en el plano $(Re\lambda/h)_e$ v.s. $2\pi(a/\lambda)_e$ mostrado en la Fig.(9.1). Lo último a tomar en cuenta es que en el capítulo 8, la superficie inferior no tiene movimiento alguno.

9.1.1. Cambio en la rugosidad y desprendimiento de la capa límite.

En la sección 2.5 se habla sobre la generación de la capa límite y como un cambio de rugosidad puede producir el desprendimiento de la CL para generar una CLI. Generalmente la rugosidad está asociada a un tipo de material o terreno específico y dependiendo que tan liso o áspero sea, se obtienen diferentes rugosidades como se muestra en la figura (2.1). En la cual se puede observar que la rugosidad sobre superficies sólidas se puede definir en forma más exacta, pero cuando se trata de la superficie de un fluido, en el caso específico del mar, la diferencia de rugosidades puede ser de un orden de magnitud.

Es claro que la superficie de un fluido puede cambiar su geometría al interactuar con el flujo de aire sobre ella, a diferencia de la superficie de un sólido no granular, por ejemplo generando olas. Y en consecuencia producir un cambio en su rugosidad. Diferentes autores han querido parametrizar el comportamiento de la rugosidad de la superficie del mar en función de parámetros geométricos⁽⁹⁰⁾ o dinámicos^(13,44,20,21). De estas dos clasificaciones, Drennan et al. (2005) presenta una comparación (mostrada en la figura 9.2) entre datos medidos con el modelo de Taylor y Yelland⁽⁹⁰⁾ (2001):

$$\frac{z_o}{H_s} = 1200 \left(\frac{H_s}{\lambda_p} \right)^{4.5}, \quad (9.1)$$

y con el modelo de Drennan et al.⁽²¹⁾ (2003):

$$\frac{z_o}{H_s} = 3.35 \left(\frac{u_*}{c_p} \right)^{3.4}. \quad (9.2)$$

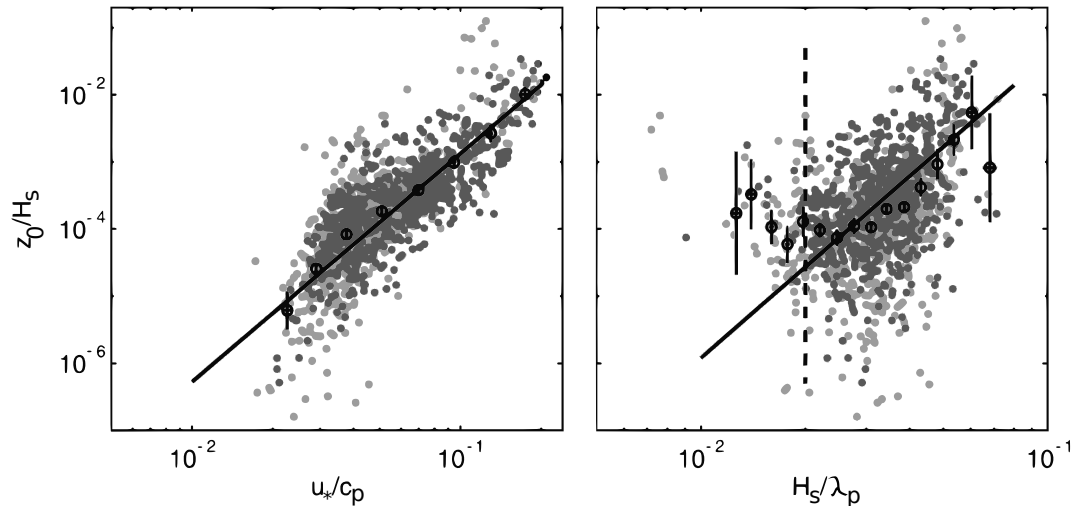


Figura 9.2: Rugosidad escalada con la altura significativa z_0/H_s obtenida de Drennan et al. (2005). A la Izquierda: Contra los valores del parámetro dinámico representado por el inverso de la edad de la ola pico u_*/c_p donde la línea sólida corresponde al modelo de Drennan et al. (2003) mostrado en la Ec. (9.2). A la derecha: Contra los valores del parámetro geométrico representado por la pendiente de ola significativa H_s/λ_p donde la línea sólida representa el modelo de Taylor y Yelland⁽⁹⁰⁾ mostrado en la Ec. (9.1). Los puntos en gris oscuro representan únicamente las olas que interactúan con el viento en la zona fetch y la media para cada intervalo de clase está representado por los círculos negros con barras verticales que representan el doble de la desviación estándar. Mientras que los puntos en gris claro representan todas las demás olas que también presentan el efecto (no dominante)⁽²²⁾ del mar de fondo (comúnmente llamado swell en inglés).

El objetivo de la comparación realizada por Taylor y Yelland⁽⁹⁰⁾ fue “entender los méritos y limitaciones de cada escala” y uno de sus resultados se muestra en la Fig. 9.2

cuya escala dinámica está definida mediante el inverso de la edad de ola u_*/c_p , mientras que la escala geométrica está definida mediante la pendiente de ola significativa H_s/λ_p . Donde λ es la longitud de onda, u_* la velocidad de rugosidad basada en los esfuerzos turbulentos, el subíndice “s” hace referencia a los valores correspondientes a la altura de ola significativa (H_s o $H_{1/3}$ para otros autores y que representa la media aritmética del tercio de olas más altas del conjunto de olas registradas), el subíndice “p” a los valores máximos o pico, por ejemplo $c_p = \lambda_p/T_p$ es la celeridad correspondiente a las olas pico con altura H_p y periodo T_p , que para aguas profundas es representada⁽²¹⁾ por:

$$c = \sqrt{g\lambda/2\pi}, \quad (9.3)$$

donde g es la aceleración gravitacional. Se puede observar en la Fig.9.2 que se tienen valores dispersos y que ni el parámetro dinámico u_*/c_p y mucho menos el parámetro geométrico H_s/λ_p dan mucha certeza para estimar la rugosidad adimensional Z_0/H_s que presenta el mar.

Sullivan et al. (2000), al igual que en el capítulo 8 del presente trabajo, muestran resultados sobre recirculación de un flujo cortante sobre una superficie ondulada e inclusive presentan cómo los remolinos se alejan de la superficie generando “ojos de gato”. Los autores no se enfocan en estudiar las condiciones que producen el inicio de la recirculación y solo comparan cuatro casos donde $2\pi a/\lambda = 0.1$ con $Re_{hs}\lambda/h = 1273$ y encuentran que no hay recirculación en el primer caso el cual no presenta celeridad $c = 0$, en el segundo caso donde $u^*/c = 25.60 \cdot 10^{-2}$ encuentran recirculación en el valle de la onda sinusoidal, en el tercer caso donde $u^*/c = 12.76 \cdot 10^{-2}$, la recirculación se desplaza hacia arriba y a la izquierda y en el cuarto caso donde $u^*/c = 8.685 \cdot 10^{-2}$ encuentran que la recirculación se desplaza más arriba.

Es importante notar que el número de Reynolds ($Re_{hs} = u_s h/2\pi\nu$) usado por Sullivan et al. (2000), está basado en una velocidad u_s relativa a la celeridad de la ola, a diferencia del número de Reynolds usado en el presente trabajo ($Re_h = U_s h/2\pi\nu$), que está basado en la velocidad relativa a un sistema de referencia fijo U_s (ver Ec. 9.7). En los casos donde no se mueven las olas, nuestras predicciones, mostradas en la Fig. (9.1), indican que no hay recirculación y concuerda con los resultados reportados por los autores cuando ($c = 0$, $Re\lambda/h = 1273$).

Lo presentado en los dos párrafos anteriores podría indicar que el inverso de la edad de ola u_*/c debe tomarse en cuenta para predecir el inicio de la recirculación, ya que según la Fig. (9.1), las condiciones $2\pi a/\lambda = 0.1$, $Re\lambda/h = 1273$ no son suficientes para producir remolinos en el flujo. Aunque el papel de u_*/c en la recirculación del flujo aún es incierto, ya que Sullivan et al. (2000) muestra el fenómeno con líneas de corriente cuya velocidad es relativa a un sistema de referencia móvil con la misma celeridad c que la onda y es posible que la presencia de remolinos en un sistema de referencia móvil, no garantice su presencia en uno fijo.

Los resultados de Sullivan et al. (2000) se pueden comparar con las predicciones del inicio de la recirculación, obtenidas en el presente trabajo (Fig. 9.1), si se hace en el mismo sistema de referencia. En la tabla (9.1) se muestran los parámetros utilizados por los autores, transformados a un sistema de referencia fijo.

$2\pi a/\lambda$	c	$u^* \cdot 10^2$	k	$z_0 u^*/\nu$	$z_o \cdot 10^2$	$z_0/(2a) \cdot 10^2$	$Re\lambda/h$	$u^*/c \cdot 10^2$
0	0	3.13	0.41	0.17	1.006		1273	
0.1	0	3.21	0.41	0.22	1.302	2.658	1273	
0.1	0.125	3.20	0.35	0.6	4.159	7.250	1435	25.60
0.1	0.25	3.19	0.34	0.71	5.066	8.579	1598	12.76
0.1	0.365	3.17	0.39	0.26	1.617	3.142	1750	8.685
0.1	0.5	3.08	0.35	0.39	2.703	4.712	1945	6.160
0.1	0.7	3.08	0.37	0.27	1.770	3.262	2214	4.400
0.2	0.25	3.42	0.34	1.47	10.49	8.881	1576	13.68

Tabla 9.1: Parámetros usados en el estudio de Sullivan et al. (2000). Las primeras 5 columnas de la izquierda son mostradas por los autores en su trabajo⁽⁸⁹⁾, las últimas cuatro columnas son estimadas mediante las relaciones mostradas en las ecuaciones (9.4 a 9.7) descritas en el trabajo de los autores citados donde la escala de velocidad del número de Reynolds ($Re = U_s \lambda / 2\pi \nu$) corresponde a un sistema de referencia fijo.

Para lograr hacer la comparación entre el estudio de Sullivan et al. (2000) y el presente trabajo, se utilizaron los valores de las últimas cuatro columnas de la tabla (9.1) los cuales se obtuvieron de las relaciones descritas en la metodología de los autores. Con la finalidad de lograrlo, fue necesario tomar la escala horizontal del mallado utilizado en las simulaciones numéricas de los autores, expresada mediante ξ que representa la transformada conforme de la coordenada x :

$$\Delta\xi = 0.262/k, \quad (9.4)$$

Y junto con:

$$\Delta\xi^+ = \frac{\Delta\xi u^*}{\nu} = 10.8, \quad (9.5)$$

y la quinta columna de la tabla (9.1), se puede estimar u^*/ν para obtener z_o (necesario para comparar con Sullivan et al.).

Si se considera que los autores reportan un número de Reynolds alternativo $Re^* \approx 130$ basado en la velocidad de rugosidad y definido de la siguiente forma:

$$Re^* = \frac{u^* h}{2\nu}. \quad (9.6)$$

De la ecuación anterior se puede estimar h y tomando en cuenta que Sullivan et al. usaron $\lambda = h$ en sus simulaciones, se puede obtener λ , que combinada con la primera columna de la tabla (9.1) se obtiene $z_0/(2a)$.

Si la velocidad de la condición de frontera superior con respecto a un sistema de referencia fijo es: $u = U_s$, y los autores Sullivan et al. utilizan un sistema de referencia móvil donde $u_s = U_s - c$, tenemos que:

$$U_s = u_s + c. \quad (9.7)$$

Las dos ecuaciones anteriores son útiles para obtener el número de Reynolds basado en el sistema de referencia fijo $Re = \frac{(u_s+c)\lambda}{2\pi\nu}$.

Una vez que se estimaron los parámetros utilizados por Sullivan et al. (2000), expresados con respecto a un sistema de referencia fijo, es posible comparar la variación de la rugosidad relativa obtenida por ellos⁽⁸⁹⁾, contra parámetros equivalentes a los utilizados por Drennan et al. (2003) (u^*/c_p y $2a/\lambda_p$ observados en la Fig.9.2), y también es posible comparar contra el parámetro (Reh/λ) que demostró colapsar aproximadamente en una sola curva, los resultados que predicen el inicio de la recirculación. Dichas comparaciones se muestran en las tres gráficas de la figura (9.3).

Es importante notar que el inverso de la edad de ola utilizado en la gráfica izquierda de la Fig. (9.3), se obtiene con la velocidad de rugosidad basada en el esfuerzo cortante en la pared u^* , mientras que a la izquierda de la Fig. (9.2) se utiliza la velocidad de rugosidad basada en el esfuerzo cortante turbulento u_* , que si bien son parámetros equivalentes entre si, no son iguales pero dan una idea de la relación que hay entre el inverso de la edad de ola y la rugosidad adimensional. Lo mismo pasa con la altura de ola significativa H_s y el doble de la amplitud $2a$, cuya comparación toma más sentido si se consideran olas del mar de fondo que se parecen más a las ondas sinusoidales⁽¹⁶⁾.

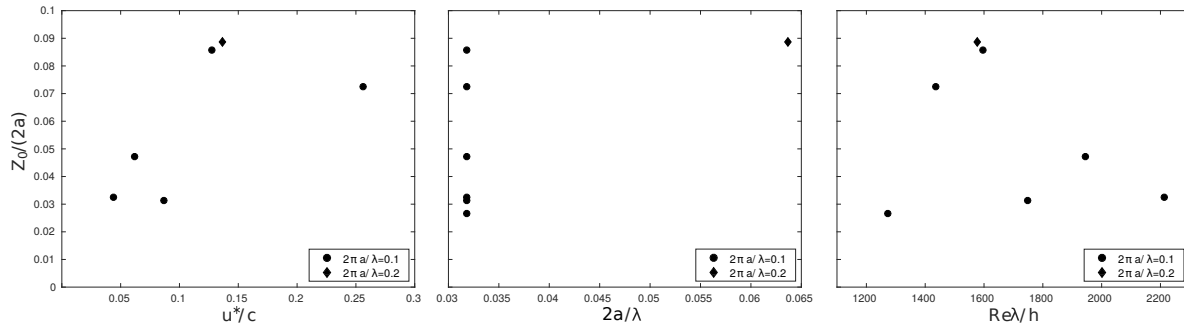


Figura 9.3: Rugosidad escalada con la altura ($2a$) obtenida de Sullivan et al. (2000), contra los parámetros u^*/c , $2a/\lambda$ y $Re\lambda/h$ a la izquierda, centro y derecha respectivamente. Los puntos representan los valores donde la pendiente de ola es $2\pi a/\lambda = 0.1$, mientras que los diamantes representan la pendiente de ola $2\pi a/\lambda = 0.2$.

Los autores Sullivan et al. (2000) enfatizan que el efecto del agua en movimiento en los perfiles de velocidad media es una de las preguntas abiertas sobre la interacción aire-mar. Los mismos autores se preguntan si la presencia de ondas móviles modulan el flujo cercano a la superficie provocando que se aleje del comportamiento logarítmico producido por una superficie plana y muestran que en efecto hay cambios leves en la velocidad de rugosidad u^* y cambios más considerables en la rugosidad relativa $z_0/(2a)$ para una misma pendiente de ola $2\pi a/\lambda$, que en conjunto se traducen en cambios sobre el perfil logarítmico, pero no explican porque dichos cambios en la rugosidad no son lineales.

Es complicado estudiar el efecto combinado que tiene el movimiento de las olas, su geometría y el número de Reynolds en el perfil de velocidad promedio de viento y es de gran interés, inclusive en aplicaciones relacionadas con la obtención de energía eólica.

Para complementar la comprensión del fenómeno, mostrada mediante la Fig. (9.2), se muestra la Fig. (9.3) y es claro que hay una caída en la rugosidad cuando $Re\lambda/h > 1598$ y $2\pi a/\lambda = 0.1$, lo cual coincide con el inicio de la recirculación reportada por Sullivan et al. (2000) y no se puede explicar mediante la predicción del inicio de la recirculación realizada en el presente trabajo, descrita por la curva crítica mostrada en la ecuación (8.19) e ilustrada en la figura (9.1). Lo más probable es que la recirculación descrita por Sullivan et al. (2000) donde $2\pi a/\lambda = 0.1$, sea producida por inestabilidad centrífuga estudiada por Floryan (2002) los cuales predicen su aparición cuando $Re\lambda/h \gtrsim 1600$, como se puede ver en el área gris mostrada en la figura (9.1).

Por lo establecido en el párrafo anterior es posible que el inicio de la recirculación produzca una caída en la rugosidad $z_0/(2a)$, generando una nueva “rugosidad aparente” que no refleja los efectos de la geometría del terreno y en su lugar refleja los efectos dinámicos que tiene el desprendimiento de la capa límite del viento que sopla sobre las olas del mar. Lo anterior da luz sobre las consecuencias producidas por la combinación de los efectos dinámicos y geométricos del viento y las olas, sobre el perfil de la velocidad media y su relación con el inicio de la recirculación.

Ya se habló sobre la posibilidad de que una caída en la “rugosidad aparente” sea causada por el inicio de la recirculación descrita en el presente trabajo mediante la Ec. empírica (8.19), por el inicio de la recirculación provocada por una inestabilidad centrífuga reportada por Floryan (2002) o la combinación de los dos fenómenos. Es necesario mencionar que la estabilidad descrita por nuestro modelo empírico se manifiesta en forma transversal al flujo, mientras que la inestabilidad centrífuga reportada por Floryan (2002) se manifiesta con vórtices en el sentido de la corriente.

Por último es importante recalcar que un cambio en la rugosidad, producido por el desprendimiento de la capa límite debido a la recirculación del viento sobre las olas del mar, genera un cambio en el perfil de la velocidad promedio, y si aguas abajo se presenta un cambio de rugosidad y/o estabilidad, el cambio en la rugosidad también afectaría el perfil de velocidad del viento dentro de la CLI como se puede observar en la Ecs. (2.43, 4.6 y 4.9), con implicaciones directas en la obtención de energía eólica. Por lo anterior es importante tener un mayor conocimiento del fenómeno, que nos permita relacionar la profundidad del fondo del mar o perfil batimétrico en caso de aguas someras, la geometría de las olas, su celeridad, la altura de la capa límite atmosférica y la velocidad de viento, con la “rugosidad aparente”.

9.2. Conclusiones

Se encontró que el inicio de la recirculación reportada por Sullivan et al. (2000) coincide con el inicio de la inestabilidad centrífuga descrita por Floryan (2002) por lo que se puede suponer que la recirculación producida por dicha inestabilidad, produce un desprendimiento en la capa límite que genera una caída en la rugosidad interpretada como una nueva “rugosidad aparente”. Dicho cambio en la rugosidad tiene consecuencias en el perfil de velocidades dentro de la CL y si hay un cambio de rugosidad y/o estabilidad aguas abajo del cambio de rugosidad debido a la circulación, también afectará al

perfil de velocidades presente dentro de la CLI.

Los cambios en el perfil de velocidades se traducen en cambios en la estimación de energía eólica lo que genera mayor incertidumbre en la prospección del recurso energético.

Queda trabajo a futuro para verificar si la recirculación que no es producida por inestabilidades centrífugas también producen caídas en el coeficiente de rugosidad y hacer un estudio aislando los efectos producidos por el inverso de la edad de la ola u^*/c y los producidos por el parámetro $Re\lambda/h$.

Capítulo 10

Conclusiones generales

Se estudió la interacción de la atmósfera con una interfase mar-tierra idealizada mediante formulaciones teóricas, herramientas de simulación numérica y medidas de campo. Dicha interfase idealizada se representaron como un flujo (atmosférico) que se mueve sobre una superficie ondulada (mar) que tiene distintas características geométricas (altura y periodo de ola) que afectan la topología del flujo atmosférico.

Se estudió los efectos de un cambio brusco de rugosidad y estabilidad en un flujo atmosférico en la costa y sus implicaciones en la extracción de energía eólica y se plantearon dos nuevos modelos para describir el perfil de velocidades en la capa límite interna (CLI).

Se aplicaron los modelos propuestos para extrapolar la velocidad a alturas mayores, en un estudio de caso en el pueblo de Sisal ubicado en la costa de Yucatán, encontrando que describen de mejor forma el perfil de velocidades. También se encontró que la densidad de potencial eólico disponible es mejor estimado por los modelos que toman en cuenta la CLI que por los otros modelos que no la toman en cuenta.

Se logró investigar, por medio de simulación numérica directa (DNS) los límites de la teoría lineal que predice el esfuerzo cortante y la presión en la interacción océano-atmósfera y se expandieron esos resultados para casos donde ésta deje de ser válida.

Se logró caracterizar el inicio de la recirculación de un flujo cortante sobre una superficie curvilínea en un canal con espesor h , para un flujo newtoniano en cualquier régimen, ya sea viscoso o inercial, con cualquier tipo de onda sinusoidal (con longitud λ y altura a). Dicha caracterización se expresó con una sola curva en el espacio $Re\lambda/h$ útil para describir todos los casos geométricos con excepción de los casos donde se presenta confinamiento $\lambda/h \geq 4$.

Se desarrolló una teoría que predice el inicio de la recirculación para grandes números de Reynolds y se encontró gran acuerdo con el modelo numérico.

Se encontraron coincidencias entre el inicio de la recirculación y las condiciones de mar estudiadas por otros autores, en las que la rugosidad del mar disminuye encontrando una posible aplicación que relaciona el inicio de la recirculación con caídas en la rugosidad de mar que en consecuencia produce cambios en el perfil de velocidad, lo que finalmente lleva a un cambio en la energía eólica disponible.

Bibliografía

- [1] Aydin, E. y H. Leutheusser (1991). Plane-Couette flow between smooth and rough walls. *Experiments in Fluids*, 11(5):302–312.
- [2] Bañuelos-Ruedas, F., C. Angeles-Camacho, y S. Rios-Marcuello (2010). Analysis and validation of the methodology used in the extrapolation of wind speed data at different heights. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 14(8):2383–2391.
- [3] Bañuelos-Ruedas, F., C. Angeles-Camacho, y S. Rios-Marcuello (2011). Methodologies used in the extrapolation of wind speed data at different heights and its impact in the wind energy resource assessment in a region. INTECH Open Access Publisher.
- [4] Bech, K. H., N. Tillmark, P. H. Alfredsson, y H. I. Andersson (1995). An investigation of turbulent plane Couette flow at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 286:291–325.
- [5] Beckers, Bob (2008). Wind turbine production calculator. solacity inc. Accedido en 10-07-2015 a www.ualberta.ca/~mtyree/SWIEP/Docs/BobBeckersWindProductionModel.xls.
- [6] Benjamin, T. B. (1959). Shearing flow over a wavy boundary. *J. Fluid Mech*, 6(2):161–205.
- [7] Blackadar, A. K. y H. Tennekes (1968). Asymptotic similarity in neutral barotropic planetary boundary layers. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 25(6):1015–1020.
- [8] Burton, T., D. Sharpe, N. Jenkins, y E. Bossanyi (2001). *Wind energy handbook*. John Wiley & Sons.
- [9] Businger, J. A., J. C. Wyngaard, Y. Izumi, y E. F. Bradley (1971). Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *Journal of the atmospheric Sciences*, 28(2):181–189.
- [10] Calmet, I. y J. Magnaudet (1997). Large-eddy simulation of high-Schmidt number mass transfer in a turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 9:438.
- [11] Caponi, E., B. Fornberg, D. Knight, J. McLean, P. Saffman, y H. Yuen (1982). Calculations of laminar viscous flow over a moving wavy surface. *J. Fluid Mech*, 124:347–362.

- [12] Chamorro, L. P. y F. Porté-Agel (2009). Velocity and surface shear stress distributions behind a rough-to-smooth surface transition: a simple new model. *Boundary-layer meteorology*, 130(1):29–41.
- [13] Charnock, H. (1955). Wind stress on a water surface. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 81(350):639–640.
- [14] Charru, F., B. Andreotti, y P. Claudin (2013). Sand ripples and dunes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45:469–493.
- [15] Cherukat, P., Y. Na, T. Hanratty, y J. McLaughlin (1998). Direct numerical simulation of a fully developed turbulent flow over a wavy wall. *Theoretical and computational fluid dynamics*, 11(2):109–134.
- [16] Davis Jr, R. y D. Fitzgerald (2009). *Beaches and coasts*. John Wiley & Sons.
- [17] Dean, R. G. y R. A. Dalrymple (1991). *Water wave mechanics for engineers and scientists*.
- [18] Dean, R. G. y R. A. Dalrymple (2004). *Coastal processes with engineering applications*. Cambridge University Press.
- [19] Deleito, J. C. C. y J. R. Cabrero (1984). *La energía eólica: tecnología e historia*. Ed. Herman Blume.
- [20] Donelan, M. (1990). Air-sea interaction. *The sea*, 9(Part A):239–292.
- [21] Drennan, W. M., H. C. Graber, D. Hauser, y C. Quentin (2003). On the wave age dependence of wind stress over pure wind seas. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 108(C3).
- [22] Drennan, W. M., P. K. Taylor, y M. J. Yelland (2005). Parameterizing the sea surface roughness. *Journal of physical oceanography*, 35(5):835–848.
- [23] Dyer, A. (1963). The adjustment of profiles and eddy fluxes. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 89(380):276–280.
- [24] Dyer, A. y J. Garratt (1978). The variation of eddy fluxes with height and fetch in an unstable atmosph. *Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II*, 56(1):19–24.
- [25] Elliott, W. P. (1958). The growth of the atmospheric internal boundary layer. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 39(6):1048–1054.
- [26] ESDU-72026 (1972). *Characteristics of wind speed in the lower layers of the atmosphere near the ground; strong winds (neutral atmosphere)*. Engineering Sciences Data Unit, London.

- [27] Esquivelzeta-Rabell, F., B. Figueroa-Espinoza, D. Legendre, y P. Salles (2015). A note on the onset of recirculation in a 2D Couette flow over a wavy bottom. *Physics of Fluids* (1994-present), 27(1):014108.
- [28] Esquivelzeta-Rabell, F., B. Figueroa-Espinoza, P. Salles, y L. D. (2012). Shearing flow over an idealized wavy surface: Comparison between linear theory and DNS. 3rd Brazilian Conference on Boiling, Condensation and Multiphase flow Curitiba-Brasil.
- [29] Figueroa-Espinoza, B. y D. Legendre (2010). Mass or heat transfer from spheroidal gas bubbles rising through a stationary liquid. *Chemical Engineering Science*, 65(23):6296–6309.
- [30] Figueroa-Espinoza, B. y P. Salles (2014). Local monin–obukhov similarity in heterogeneous terrain. *Atmospheric Science Letters*, 15(4):299–306.
- [31] Floors, R., S.-E. Gryning, A. Peña, y E. Batchvarova (2011). Analysis of diabatic flow modification in the internal boundary layer. *Meteorologische Zeitschrift*, 20(6):649–659.
- [32] Floryan, J. (2002). Centrifugal instability of Couette flow over a wavy wall. *Physics of Fluids*, 14(1):312–322.
- [33] Foken, T. (2006). 50 years of the Monin-Obukhov similarity theory. *Boundary-Layer Meteorology*, 119(3):431–447.
- [34] Garratt, J. (1990). The internal boundary layer—a review. *Boundary-Layer Meteorology*, 50(1-4):171–203.
- [35] Groh, C., A. Wierschem, N. Aksel, I. Rehberg, y C. Kruehle (2008). Barchan dunes in two dimensions: Experimental tests for minimal models. *Physical Review E*, 78(2):021304.
- [36] Gryning, S.-E., E. Batchvarova, B. Brümmer, H. Jørgensen, y S. Larsen (2007). On the extension of the wind profile over homogeneous terrain beyond the surface boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 124(2):251–268.
- [37] Gualtieri, G. (2016). Atmospheric stability varying wind shear coefficients to improve wind resource extrapolation: A temporal analysis. *Renewable Energy*, 87:376–390.
- [38] Gualtieri, G. y S. Secci (2011). Comparing methods to calculate atmospheric stability-dependent wind speed profiles: a case study on coastal location. *Renewable Energy*, 36(8):2189–2204.
- [39] Gualtieri, G. y S. Secci (2012). Methods to extrapolate wind resource to the turbine hub height based on power law: A 1-h wind speed vs. Weibull distribution extrapolation comparison. *Renewable Energy*, 43:183–200.

- [40] Gualtieri, G. y S. Secci (2014). Extrapolating wind speed time series vs. Weibull distribution to assess wind resource to the turbine hub height: A case study on coastal location in Southern Italy. *Renewable Energy*, 62:164–176.
- [41] Gutiérrez-Estrada, M. y Y. M. Ley (1985). *Anales del instituto de ciencias del mar y limnología*.
- [42] Hallez, Y. y D. Legendre (2011). Interaction between two spherical bubbles rising in a viscous liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, 673:406–431.
- [43] Hernández Jiménez, E. (2012). *Rugosidad superficial y velocidad de fricción en la capa límite atmosférica costera al noroeste de la península de Yucatán (tesis de Maestría)*.
- [44] Hsu, S.-A. (1974). A dynamic roughness equation and its application to wind stress determination at the air-sea interface. *Journal of Physical Oceanography*, 4(1):116–120.
- [45] Hudson, J., L. Dykhno, y T. Hanratty (1996). Turbulence production in flow over a wavy wall. *Experiments in Fluids*, 20(4):257–265.
- [46] Hudson, J. D. (1993). The effect of a wavy boundary on turbulent flow.
- [47] International Electrotechnical Commission and others (2005). IEC 61400-1: Wind turbines part 1: Design requirements.
- [48] International Energy Agency (2016). Key world energy statistics 2016. Accedido en 13-04-2016 a www.iea.org/publications/freepublications/publication/KeyWorld2016.pdf.
- [49] Irwin, J. S. (1979). A theoretical variation of the wind profile power-law exponent as a function of surface roughness and stability. *Atmospheric Environment*, 13(1):191–194.
- [50] Jain, P. y P. P. Calcetas (2014). Guidelines for wind resource assessment: Best practices for countries initiating wind development. Asian Development Bank.
- [51] Jamil, M. (1994). Wind power statistics and evaluation of wind energy density. *Wind Engineering*, 18(5):227–240.
- [52] Jaramillo, O. y M. Borja (2004). Wind speed analysis in la ventosa, mexico: a bimodal probability distribution case. *Renewable Energy*, 29(10):1613–1630.
- [53] Justus, C., W. Hargraves, A. Mikhail, y D. Graber (1978). Methods for estimating wind speed frequency distributions. *Journal of applied meteorology*, 17(3):350–353.
- [54] Justus, C. y A. Mikhail (1976). Height variation of wind speed and wind distributions statistics. *Geophysical Research Letters*, 3(5):261–264.

- [55] Komminaho, J., A. Lundbladh, y A. V. Johansson (1996). Very large structures in plane turbulent Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 320:259–285.
- [56] Lackner, M. A., A. L. Rogers, y J. F. Manwell (2007). Uncertainty analysis in wind resource assessment and wind energy production estimation. In 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-2007-1222.
- [57] Legendre, D., J. Borée, y J. Magnaudet (1998). Thermal and dynamic evolution of a spherical bubble moving steadily in a superheated or subcooled liquid. *Physics of fluids*, 10:1256.
- [58] Legendre, D. y J. Magnaudet (1998). The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 368:81–126.
- [59] Li, M. y X. Li (2005). Mep-type distribution function: a better alternative to weibull function for wind speed distributions. *Renewable energy*, 30(8):1221–1240.
- [60] Lumley, J. L. y H. A. Panofsky (1964). The structure of atmospheric turbulence.
- [61] Magnaudet, J., M. Rivero, y J. Fabre (1995). Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. Part 1. Steady straining flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 284:97–136.
- [62] Malevich, A., V. Mityushev, y P. M. Adler (2008). Couette flow in channels with wavy walls. *Acta Mechanica*, 197(3-4):247–283.
- [63] Miles, J. (1957). On the generation of surface waves by shear flows. *J. Fluid Mech*, 3(Pt 2):185–204.
- [64] Mityushev, V. (2008). (Electronic mail communication).
- [65] Nakayama, A. y K. Sakio (2002). Simulation of flows over wavy rough boundaries. Center for Turbulent Research, Annual Research Briefs, Pp. 313–324.
- [66] Panofsky, H., A. Blackadar, y G. McVehil (1960). The diabatic wind profile. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 86(369):390–398.
- [67] Panofsky, H. A. y J. Dutton (1984). *Atmospheric turbulence: Models and methods for engineering applications*, 397 pp.
- [68] Panofsky, H. A. y A. Townsend (1964). Change of terrain roughness and the wind profile. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 90(384):147–155.
- [69] Papavassiliou, D. V. y T. J. Hanratty (1997). Interpretation of large-scale structures observed in a turbulent plane Couette flow. *International journal of heat and fluid flow*, 18(1):55–69.
- [70] Plate, E. y G. Hidy (1967). Laboratory study of air flowing over a smooth surface onto small water waves. *Journal of Geophysical Research*, 72(18):4627–4641.

- [71] Prandtl, L. (1904). Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. Verh. III. Int. Math. Kongr Heidelberg. Leipzig, Pp. 484–491.
- [72] Rao, K., J. Wyngaard, y O. Côté (1974). The structure of the two-dimensional internal boundary layer over a sudden change of surface roughness. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 31(3):738–746.
- [73] Rohatgi, J. S., V. Nelson, y A. West Texas (1994). Wind characteristics: an analysis for the generation of wind power. Alternative Energy Institute, West Texas A&M University.
- [74] Romero-Centeno, R., J. Zavala-Hidalgo, A. Gallegos, y J. J. O’Brien (2003). Isthmus of Tehuantepec wind climatology and ENSO signal. *Journal of Climate*, 16(15):2628–2639.
- [75] Savelyev, S. A. y P. A. Taylor (2005). Internal boundary layers: I. height formulae for neutral and diabatic flows. *Boundary-Layer Meteorology*, 115(1):1–25.
- [76] Schlichting, H. (1979). *Boundary-layer theory*. McGraw-Hill.
- [77] Scholle, M. (2004). Creeping Couette flow over an undulated plate. *Archive of Applied Mechanics*, 73(11-12):823–840.
- [78] Scholle, M. (2007). Hydrodynamical modelling of lubricant friction between rough surfaces. *Tribology International*, 40(6):1004–1011.
- [79] Scholle, M., A. Haas, N. Aksel, M. Wilson, H. Thompson, y P. Gaskell (2009). Eddy genesis and manipulation in plane laminar shear flow. *Physics of Fluids*, 21(7):073602.
- [80] Shir, C. (1972). A numerical computation of air flow over a sudden change of surface roughness. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 29(2):304–310.
- [81] Smedman-Högström, A.-S. y U. Högström (1978). A practical method for determining wind frequency distributions for the lowest 200 m from routine meteorological data. *Journal of Applied Meteorology*, 17(7):942–954.
- [82] Smith, F. (1976). Flow through constricted or dilated pipes and channels: Part 1. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 29(3):343–364.
- [83] Sobey, I. J. (2000). *Introduction to interactive boundary layer theory*. Oxford University Press.
- [84] Spera, D. y T. Richards (1979). Modified power law equations for vertical wind profiles.
- [85] Squire, H. (1933). On the stability for three-dimensional disturbances of viscous fluid flow between parallel walls. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 142(847):621–628.

- [86] Stasiek, J. (1998). Experimental studies of heat transfer and fluid flow across corrugated-undulated heat exchanger surfaces. *International journal of heat and mass transfer*, 41(6):899–914.
- [87] Streeter, V. L., E. B. Wylie, K. W. Bedford, J. G. Saldarriaga, et al. (1988). *Mecánica de los fluidos*, volume 9. McGraw-Hill.
- [88] Stull, R. B. (1988). *An introduction to boundary layer meteorology*, volume 13. Springer Science & Business Media.
- [89] Sullivan, P., J. McWilliams, y C.-H. Moeng (2000). Simulation of turbulent flow over idealized water waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 404(1):47–85.
- [90] Taylor, P. K. y M. J. Yelland (2001). The dependence of sea surface roughness on the height and steepness of the waves. *Journal of physical oceanography*, 31(2):572–590.
- [91] Tennekes, H. y J. L. Lumley (1972). *A first course in turbulence*. MIT press.
- [92] Thornton, E. B. y R. Guza (1982). Energy saturation and phase speeds measured on a natural beach. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 87(C12):9499–9508.
- [93] Troen, I. y E. L. Petersen (1989). *European wind atlas*. Roskilde: Riso National Laboratory, 1989, 1.
- [94] U.S. Census Bureau. (2015). International data base. Accedido en 15-04-2016 a www.census.gov/population/international/data/worldpop/graph_population.php.
- [95] Versteeg, H. K. y W. Malalasekera (2007). *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Pearson Education.
- [96] Vestas (2016). The v112-3.45 mw™ iec ia. Accedido en 23-08-2016 a https://www.vestas.com/en/products/turbines/v112-3_3_mw#!about.
- [97] Wharton, S. y J. K. Lundquist (2010). *Atmospheric stability impacts on power curves of tall wind turbines an analysis of a west coast north american wind farm*. Lawrence Livermore National Lab, Livermore.
- [98] Zhou, H., R. Martinuzzi, R. Khayat, A. Straatman, y E. Abu-Ramadan (2003). Influence of wall shape on vortex formation in modulated channel flow. *Physics of Fluids*, 15:3114–3133.