

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA INGENIERÍA ELÉCTRICA – SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

ESTUDIO DE ALGUNOS TRANSITORIOS ELECTROMAGNÉTICOS EN LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS DE DISTRIBUCIÓN

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA: NABUCODONOSOR SOLÍS RAMOS

TUTOR: DR. CLAUDIO RUBÉN FUERTE ESQUIVEL UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., FEBRERO 2017



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Gerardo René Espinosa Pérez.
Secretario:	Dr. Luis A. Álvarez Icaza Longoria.
Vocal:	Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel.
1 er. Suplente:	Dr. Paul Rolando Maya Ortíz.
2 do. Suplente:	Dr. Luis Miguel Castro González.

Lugar donde se realizó la tesis:

Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel

FIRMA

Reconocimientos

A mis padres, por todo lo que han sido para mí.

A toda mi familia, por su respaldo con el cual me he mantenido con la convicción de seguir adelante.

Al Dr. Claudio R. Fuerte Esquivel, por su amistad y asesoría en la conclusión de esta tesis, con gran admiración y respeto.

A los integrantes del Jurado: Dr. Luis A. Álvarez Icaza Longoria, Dr. Gerardo R. Espinosa Pérez, Dr. Paul R. Maya Ortiz y Dr. Luis M. Castro González, por su invaluable apoyo en la revisión de este trabajo y la emisión de sus recomendaciones.

Al Dr. César Ángeles Camacho,

por su amistad y por compartir la convicción de emprender el proyecto de la Maestría.

Al Ing. Francisco J. Peñaloza Sánchez,

por brindarme su valiosa e ilustrativa amistad y por el asesoramiento contínuo en mi carrera como profesionista y como ser humano.

A la Comisión Federal de Electricidad,

por ser mi fuente de sustento y por brindarme la oportunidad de conocer gente, aplicar conceptos técnicos, emprender proyectos y ampliar mi desarrollo profesional.

A mis compañeros de la Maestría: Elia Magdalena, Héctor Raúl, Loredo, Erick, Aarón y Moley,

por su amistad y compartir la sensación de volver a las aulas con un fin en la mente.

A quienes depositaron su confianza en mí en este caminar como profesionista, como ser humano, estén donde estén.

Resumen

Los sistemas eléctricos de distribución han experimentado un continuo desarrollo atendiendo a las necesidades de la demanda eléctrica, calidad del suministro de potencia y las disposiciones de la normativa y regulación energética. Ante este contexto resulta necesario incursionar permanentemente en la realización y actualización de estudios de los mismos, con el fin de identificar condiciones relevantes en la operatividad de la red eléctrica.

Uno de estos estudios es el análisis en régimen transitorio, el cual proporciona información útil para la operación, planeación y análisis de falla de los equipos y sistemas. En la presente tesis se analizan 4 fenómenos transitorios que acontecieron en la red de distribución y de los cuales se cuenta con el registro de medición. El modelado y simulación se realizó con el uso del programa computacional ATP/EMTP.

Los eventos analizados corresponden a los siguientes fenómenos: energización de una línea de transmisión aérea de 115 kV en vacío, energización de un transformador de potencia con relación de tensión 115 kV/13.8 kV en vacío, falla de aislamiento en una línea de transmisión subterránea de 85 kV y una falla de aislamiento en un circuito de distribución subterráneo en 23 kV con un generador síncrono conectado en la modalidad de co-generación. Para cada caso se emplean los datos del equipo eléctrico y de las condiciones operativas que prevalecían en el sistema eléctrico de distribución al momento de su ocurrencia, se usan los modelos disponibles en ATP/EMTP y se comparan los resultados obtenidos por simulación con la medición correspondiente.

Los modelos se desarrollaron mediante adecuación gradual, incorporando componentes y detallando el circuito para su representación y obtención de señales aproximadas a la medición. Durante este proceso resalta el efecto que tienen los transformadores de corriente (TC's), los cuales proveen la señal de corriente en magnitud reducida (corriente secundaria) hacia los relevadores de protección. De igual manera, se observa que para la reproducción del comportamiento de corriente de falla requiere de modelos muy detallados.

La información obtenida enriquece el conocimiento sobre el comportamiento del sistema eléctrico de distribución ante fenómenos transitorios y en relación al detalle y precisión que se debe tomar en cuenta en la conformación del modelo para la simulación de estos fenómenos.

Abstract

The electric power distribution systems have experienced a continuous development in order to meet the growing electric demand, power quality and new government regulations. In this context the upgrade of studies with the aim of identifying relevant operation conditions of these kind of electric systems is of paramount importance. Among the different kinds of studies to be carried out in the distribution systems, stand out those associated with electromagnetic transients, which provide very useful information related to the dynamic behaviour of electrical equipment subjected to switching transients or faults framed in the order of micro-milliseconds. Hence, four electromagnetic transient phenomena that occurred in a real electric power distribution network are analyzed in this thesis based on the real measurements associated with each one of these phenomena. In order to perform these studies, the network modelling and simulation were performed by using the well known digital simulator ATP/EMTP.

The analyzed transient phenomena are: 115 kV unloaded overhead transmission line energization, unloaded step-down (115 kV/13.8 kV) power transformer energization, insulation failure of a 85 kV underground transmission line and insulation failure of a 23 kV distribution feeder with Distributed Generation (DG) connected across a small synchronous machine in a Combined Heat and Power (CHP) plant. For each event the electric equipment data and operational conditions registered at the moment of occurrence were used, the models available in ATP/EMTP were used to simulate and then compared with the corresponding measurements.

The circuit models used in the simulations were gradually developed in order to match the results obtained from the digital simulations with those obtained from measurements. Note that during this process the current transformer (CT) effects on the acquired measurements must be taken into account in order to achieve the reproduction of the phenomenon under study. Similarly, the reproduction of electrical transients associated with fault currents requires the employment of very detailed models of electric components.

Lastly, the information obtained from these studies improves the current knowledge regarding the electrical transient behaviour of power distribution systems and also provides a guideline in terms of the degree of detail with which the electric components must be represented by circuit models in order to achieve the required accuracy in the reproduction of a certain electromagnetic phenomenon.

Índice general

Ín	dice	de figu	iras		XI
Ín	dice	de tab	las		XIV
1.	Intr	oducci	ón		1
	1.1.	Introd	ucción		1
	1.2.	Estado	del arte.		2
	1.3.	Objeti	vos		5
	1.4.	Justifie	cación		5
	1.5.	Metod	ología		5
	1.6.	Contri	buciones.		6
	1.7.	Estruc	tura de la	tesis	6
2 .	Con	ceptos	básicos o	le los circuitos de parámetros <i>distribuidos</i>	8
	2.1.	Introd	ucción	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	8
	2.2.	Ecuaci	ones de la	línea de transmisión.	8
	2.3.	Anális	is de las ec	uaciones de la línea de transmisión	10
		2.3.1.	Análisis e	n el dominio de la frecuencia	10
		2.3.2.	Análisis e	n el dominio del tiempo.	16
			2.3.2.1.	Método de las características	16
		2.3.3.	Ondas via	<i>ijeras</i> en la línea de transmisión	19
			2.3.3.1.	Comportamiento de las <i>ondas viajeras</i> en puntos de dis-	
			(continuidad	19
	2.4.	Anális	is de la ene	ergización de una línea de transmisión	21
		2.4.1.	Evaluació	n en $x = 0. \ldots \ldots$	21
		2.4.2.	Evaluació	n en $x = l$	22
		2.4.3.	Efecto de	la impedancia terminal en la energización de la LT	25
			2.4.3.1.	Línea de transmisión en <i>circuito abierto</i>	25
			2.4.3.2.	Línea de transmisión en <i>cortocircuito</i>	28
		2.4.4.	Efecto del	sistema eléctrico de potencia	30
			2.4.4.1.	Evaluación de la tensión en el nodo de recepción $(x = l)$). 30
			2.4.4.2.	Evaluación de la tensión en el nodo de envío $(x = 0)$.	31

			2.4.4.3.	Evaluación del valor máximo de la tensión en el nodo de envía $(x = 0)$	91
			9444	The environment $(x = 0)$	91
			2.4.4.4.	Evaluation del valor maximo de la tension en el nodo de recepción $(m - l)$	20
	9 F	Conoli		de recepción $(x = i)$	ა2 ეე
	2.3.	Concit	isiones		33
3.	Ene	rgizaci	ón de ur	na línea de transmisión	35
	3.1.	Introd	uccion	······································	35
	3.2.	Funda	mentos te		36
	3.3.	Model	os de la li	nea disponibles en ATP/EMTP	38
	3.4.	Caso c	le estudio	: Energización de una línea aérea en 115 kV	38
		3.4.1.	Metodol	Dgia	38
		3.4.2.	Descripc	ión de la información contenida en el registro de medición.	39
		3.4.3.	Modelad	o del sistema eléctrico de distribución en ATP/EMTP	40
			3.4.3.1.	Modelado del equivalente transitorio de red	40
			3.4.3.2.	Modelado de la línea	41
			3.4.3.3.	Modelado de los interruptores de potencia	42
			3.4.3.4.	Modelado de otros equipos	42
		3.4.4.	Simulaci	ón de la energización en ATP/EMTP y análisis de resul-	
			tados		43
			3.4.4.1.	Efecto de la representación de la fuente equivalente	43
			0 1 1 0		4.4
			3.4.4.2.	Comparación de los modelos de línea	44
	3.5.	Conclu	3.4.4.2. isiones	Comparación de los modelos de línea	44 46
4.	3.5. Ene	Conclu rgizaci	3.4.4.2. usiones ión de ur	Comparación de los modelos de línea	444648
4.	3.5. Ene 4.1.	Conclu rgizaci Introd	3.4.4.2. 1siones I ón de ur ucción	Comparación de los modelos de línea	44 46 48 48
4.	3.5.Ene4.1.4.2.	Conclu rgizaci Introd Funda	3.4.4.2. usiones .ón de ur ucción mentos te	Comparación de los modelos de línea	 44 46 48 48 48
4.	3.5.Ene4.1.4.2.	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1.	3.4.4.2. isiones ión de ur ucción mentos te Represer	Comparación de los modelos de línea	44 46 48 48 48 49
4.	3.5.Ene4.1.4.2.	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2.	3.4.4.2. usiones d ón de ur ucción mentos te Represen La corrie	Comparación de los modelos de línea	 44 46 48 48 48 49 52
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model	3.4.4.2. usiones d ón de ur ucción mentos te Represen La corrie os del tran	Comparación de los modelos de línea.	 44 46 48 48 49 52 54
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model Caso d	3.4.4.2. isiones ión de ur ucción mentos te Represen La corrie os del tran le estudio	Comparación de los modelos de línea	 44 46 48 48 49 52 54 55
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model Caso c 4.4.1.	3.4.4.2. usiones ión de un ucción mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo	Comparación de los modelos de línea	 44 46 48 48 48 49 52 54 55 55
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model Caso c 4.4.1. 4.4.2.	3.4.4.2. isiones ión de ur ucción mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo Descripc	Comparación de los modelos de línea	 44 46 48 48 49 52 54 55 56
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model Caso c 4.4.1. 4.4.2. 4.4.3.	3.4.4.2. isiones ión de ur ucción mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo Descripc Modelad	Comparación de los modelos de línea	44 46 48 48 48 49 52 54 55 55 55 56
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Modele Caso c 4.4.1. 4.4.2. 4.4.3.	3.4.4.2. isiones isiones isiones isiones isiones mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo Descripc Modelad en ATP/	Comparación de los modelos de línea	 44 46 48 48 48 49 52 54 55 56 57
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model Caso c 4.4.1. 4.4.2. 4.4.3.	3.4.4.2. isiones isiones isiones isiones isiones isiones isiones mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo Descripc Modelad en ATP/ 4.4.3.1.	Comparación de los modelos de línea	 44 46 48 48 48 49 52 54 55 56 57 57
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model Caso c 4.4.1. 4.4.2. 4.4.3.	3.4.4.2. isiones ión de ur ucción mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo Descripc Modelad en ATP/ 4.4.3.1. 4.4.3.2.	Comparación de los modelos de línea	44 46 48 48 48 49 52 54 55 55 55 55 56 57 57 57
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Modele Caso c 4.4.1. 4.4.2. 4.4.3.	3.4.4.2. isiones isiones isiones isiones isiones isiones mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo Descripc Modelad en ATP/ 4.4.3.1. 4.4.3.2. 4.4.3.3.	Comparación de los modelos de línea	44 46 48 48 48 49 52 55 55 55 55 55 56 57 57 57 57 59
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model Caso c 4.4.1. 4.4.2. 4.4.3.	3.4.4.2. asiones ión de un ucción mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo Descripc Modelad en ATP/ 4.4.3.1. 4.4.3.2. 4.4.3.3. 4.4.3.4.	Comparación de los modelos de línea	44 46 48 48 49 52 55 55 55 55 56 57 57 57 59 59
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model Caso c 4.4.1. 4.4.2. 4.4.3.	3.4.4.2. isiones isiones isiones isiones isiones isiones isiones mentos te Represent La corrie os del tran le estudio Metodole Descripc Modelad en ATP/ 4.4.3.1. 4.4.3.2. 4.4.3.3. 4.4.3.4. 4.4.3.5.	Comparación de los modelos de línea	44 46 48 48 49 52 54 55 55 55 55 57 57 57 57 59 60
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Modele Caso d 4.4.1. 4.4.2. 4.4.3.	3.4.4.2. Isiones Ión de ur ucción mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo Descripc Modelad en ATP/ 4.4.3.1. 4.4.3.2. 4.4.3.3. 4.4.3.5. Simulacio	Comparación de los modelos de línea	44 46 48 48 49 52 55 55 55 55 55 55 57 57 57 57 59 59 60 60
4.	 3.5. Ene 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 	Conclu rgizaci Introd Funda 4.2.1. 4.2.2. Model Caso c 4.4.1. 4.4.2. 4.4.3.	3.4.4.2. isiones isiones isiones mentos te Represen La corrie os del tran le estudio Metodolo Descripc Modelad en ATP/ 4.4.3.1. 4.4.3.2. 4.4.3.3. 4.4.3.4. Simulacio 4.4.4.1.	Comparación de los modelos de línea	44 46 48 48 49 52 55 55 55 56 57 57 57 57 59 59 60 60

			4.4.4.2.	Señales de corriente secundaria (obtenidas a través de	
				TC's)	62
	4.5.	Conclu	usiones		63
5.	Fall	a de ai	slamient	to en línea de transmisión subterránea	65
	5.1.	Introd	ucción		65
	5.2.	Funda	mentos te	eóricos	65
		5.2.1.	Compon	entes del cable de potencia	66
		5.2.2.	Parámet	ros eléctricos de los cables de potencia	67
			5.2.2.1.	Parámetros del cable monofásico.	68
			5.2.2.2.	Parámetros del sistema trifásico de cables.	71
			5.2.2.3.	Impedancia de retorno por tierra.	73
		5.2.3.	Parámet	ros eléctricos de una subestación aislada en gas SF_6 .	75
		0.2.0.	5.2.3.1.	Parámetros de la envolvente trifásica.	77
	5.3.	Model	os del sist	tema de cables disponibles en ATP/EMTP.	83
	0.0.	531	Modelo	de parámetros <i>concentrados</i>	83
		5.3.2	Modelo	de parámetros distribuidos	84
	5.4	Caso o	le estudio	p: Falla monofásica de un cable de potencia de 85 kV	01
	0.1.	asocia	do a sube	staciones aisladas en gas SF_c	85
		5.4.1.	Metodol		85
		542	Descripe	ión de las formas de onda del registro de medición	85
		543	Modelad	lo del sistema de cables de 85 kV	86
		544	Modelad	lo de la subestación aislada en gas SF_6 en ATP/EMTP	87
		0.1.1.	5.4.4.1.	Modelado del equivalente transitorio de la red.	88
			5.4.4.2.	Modelado de los conductores en ductos de aislados en	00
			0.1.1.2.	gas SF_6 en ATP/EMTP	88
			5.4.4.3.	Modelado de los interruptores de potencia	89
			5.4.4.4.	Modelado de las cuchillas seccionadoras	90
			5.4.4.5.	Modelado de los transformadores de corriente	90
			5.4.4.6.	Modelado de la carga	90
			5.4.4.7.	Modelado de otros equipos.	91
		5.4.5.	Simulaci	ón de la falla en ATP/EMTP y análisis de resultados.	91
	5.5.	Conclu	usiones		93
6.	Fall	a en 11	n circuit	o de distribución de 23 kV con <i>co-generación</i> .	95
0.	61	Introd	ucción		95
	6.2	Funda	mentos te	póricos	95
	0.2.	6 2 1	El gener	ador síncrono v su modelado	98
		6.2.2.	Ecuacion	res del modelo eléctrico del generador	98
			6.2.2.1	Ecuaciones eléctricas en coordenadas de <i>fase</i> .	98
			6.2.2.2	Ecuaciones eléctricas en coordenaas d <i>a</i> 0	104
		6.2.3	Ecuacion	res del modelo mecánico del generador	105
		5.2.0.	6231	Ecuaciones mecánicas en coordenadas de <i>fase</i>	105
			6232	Ecuaciones mecánicas en coordenaas de <i>Juse</i>	108
			5.2.0.2.		100

	6.3.	Model	os de la máquina síncrona disponibles en ATP-EMTP 108	
	6.4.	Caso de estudio: Falla monofásica en un alimentador de 23 kV con una		
		unidad de <i>co-generación</i> conectada. \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 1		
		6.4.1.	Metodología	
		6.4.2.	Descripción de la información contenida en el registro de medición.110	
		6.4.3.	Modelado del circuito equivalente en ATP/EMTP	
			6.4.3.1. Modelado del equivalente transitorio de la red 111	
			6.4.3.2. Modelado del sistema de cables	
			6.4.3.3. Modelado del alimentador con la unidad de co-generación.112	
		6.4.4.	Modelado del generador síncrono en ATP/EMTP 112	
			6.4.4.1. Modelo de la parte eléctrica del generador	
			6.4.4.2. Modelo de la parte mecánica del generador	
		6.4.5.	Modelado del sistema de excitación en ATP/EMTP 117	
			6.4.5.1. Modelo del regulador de tensión automático 117	
			6.4.5.2. Modelo del sistema de excitación 118	
		6.4.6.	Modelado del primomotor en ATP/EMTP	
			$6.4.6.1. Modelo del gobernador. \dots \dots$	
			$6.4.6.2. Modelo del motor. \dots 119$	
		6.4.7.	Modelado de las cargas	
		6.4.8.	Modelado de otros equipos	
		6.4.9.	Simulación y comparación de resultados	
			6.4.9.1. La unidad de co-generación en estado estable 120	
			6.4.9.2. El sistema equivalente en estado estable	
			6.4.9.3. El sistema equivalente bajo falla	
			6.4.9.4. El comportamiento del generador durante la falla 122	
	6.5.	Conclu	siones. $\ldots \ldots 125$	
7.	Con	clusio	nes y recomendaciones 128	
	7.1.	Conclu	siones generales. \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 128	
	7.2.	Recom	endaciones para trabajos futuros	
Bi	Bibliografía 132			

Índice de figuras

2.1.	Representación del modelo de la línea de transmisión	9
2.2.	Representación de las ondas de tensión y corriente al incidir en una	
	discontinuidad entre dos líneas de transmisión (adaptación de [45])	20
2.3.	Representación de la energización de una línea de tranmisión	21
3.1.	Esquema representativo de la medición durante la energización de línea	
	PTN 73460 LAE	39
3.2.	Señales de tensión medidas en el nodo emisor (S.E. PTN)	39
3.3.	Circuito equivalente para la simulación con ATP/EMTP, fuente simple	
	$(inductiva)$ y línea modelo π .	40
3.4.	Circuito equivalente para la simulación con ATP/EMTP, fuente <i>compleja</i>	
	y línea modelo π	41
3.5.	Arreglo físico de conductores de la línea aérea.	42
3.6.	Imagen de la estructura característica de la línea aérea bajo estudio	42
3.7.	Comparación de las señales de tensión en estado estable previo a la	
	energización, nodo emisor (S.E. PTN).	43
3.8.	Efecto del modelo de fuente, señales de tensión en el nodo emisor, simu-	
	lación con ATP/EMTP, línea modelo Bergeron.	44
3.9.	Efecto del modelo de fuente, señales de tensión en el nodo emisor, simu-	
	lación con ATP/EMTP, línea modelo π	44
3.10.	. Efecto del modelo de fuente, señales de tensión en el nodo emisor, simu-	
	lación con ATP/EMTP, línea modelo Bergeron.	45
3.11.	Señales de tensión en el nodo emisor, comparación de modelos.	45
3.12.	Señales de tensión en el nodo receptor, comparación de modelos. \ldots	46
4.1.	Circuito magnético simple	50
4.2.	Ciclo de histéresis.	51
4.3.	Ciclo de histéresis del acero M-5 [110]	52
4.4.	Circuito equivalente fuente-transformador	52
4.5.	Obtención de la corriente de magnetización.	54
4.6.	Esquema representativo de la medición durante la energización del trans-	
	formador VIJ T1	56
4.7.	Señales de medición de la corriente a), b) y c); Voltaje d), e) y f)	56

4.8. Repr	resentación básica del transformador trifásico acorde al modelo $sa-$ ble de ATP/EMTP [46] y el cual se emplea en el presente estudio.	58
4.9. Vist	a del transformador en estudio.	58
4.10. Vent	tana de acceso de la información del componente <i>saturable</i> en ATP-	00
Dray		59
4.11. Con	nparación de las señales de tensión en en estado estable previo a la	c0
ener	$g_{12aclon}$ (VIJ)	6U C1
4.12. Seña 4.13. Seña	ales de corriente al inicio de energización y después de transcurrido	01
un t	$t = 0.835 s. \dots $	61 C0
4.14. Sena	ales de corriente de <i>inrush</i> provenientes de <i>TU's</i>	62
4.15. Sena un t	iempo $t=0.835 \ s$, se incluyen las señales de $TC's$	63
5.1. Con	nponentes de un cable de potencia <i>coaxial</i> con aislamiento XLPE	66
5.2. Deta	alle de las cubiertas conductoras de un cable <i>coaxial</i> , representación	20
de u 5.3. Rep	na fase (adaptación de [34])	69
cabl	es coaxiales (adaptación de $[34]$).	72
5.4. Con	figuración geométrica de un sistema de conductores para evaluar la	
imp	edancia de retorno por tierra [13].	74
5.5. Con	ponentes principales de un alimentador en envolvente trifásica (adap-	
tacio	5n de [6]).	76
5.6. Seco	tión transversal de un cable tipo $tubo$ (adaptación de [14])	78
5.7. Secc	ión transversal de un cable <i>coaxial</i> que consta de conductor principal,	
pant	talla metálica y armadura (adaptación de [14])	82
5.8. Seña	ales de medición de corriente: a), b) y c); tensión: d), e) y f). \ldots	86
5.9. Arre	eglo de cables en el banco de ductos	87
5.10. Disp	posición física de los conductores y la envolvente metálica (trifásica).	89
5.11. Deta	alle de vista de planta de S.E. MOS	89
5.12. Deta	alle de vista de planta de S.E. IDN	90
5.13. Ubio en g	cación del los transformadores de corriente en la subestación aislada as SF_6	91
5.14. Diag	grama esquemático del sistema equivalente.	91
5.15. Con	nparación de señales en estado estable. a) Señales de corriente y b)	00
Sena	ales de tension. \ldots	92
5.16. Con de te	ensión	92
5.17. Com y b)	nparación de señales durante falla. a) Señales de corriente primaria. Señales de corriente secundaria (proveniente de TC 's)	93
6.1. Diag circu	grama de la conexión de <i>generación distribuida</i> directamente a un uito de distribución	96

6.2. Diagrama de la conexión de generación distribuida en el lado cliente de	
un usuario.	96
6.3. Diagrama esquemático del generador síncrono con 7 devanados	99
6.4. Modelo mecánico de un conjunto turbina-generador compuesto por 3	
masas puntuales (adapatación de $[34]$)	06
6.5. Señales registradas por el relevador de protección ubicado en bus de 23	
kV de S.E. KCR.	11
6.6. Arreglo equivalente del alimentador de MT y la unidad generadora 1	12
6.7. Disposición física del arreglo de conductores de 23 kV	12
6.8. Vista general de la unidad generadora	14
6.9. Dimensiones del generador eléctrico [69]	15
6.10. Diagrama esquemático de la función de transferencia del AVR y sistema	
de excitación $[56]$	17
6.11. Señales de a) Voltaje en terminales, b) Ángulo, c) Frecuencia, d) Vol-	
taje de excitación, e) Potencia mecánica y f) Potencia activa durante la	
inicialización de la unidad generadora.	20
6.12. Perfil de mediciones de potencia activa del alimentador en KCR 12	21
6.13. Perfil de mediciones de potencia reactiva del alimentador en KCR 12	21
6.14. Comparación de las señales de corriente y tensión en estado estable 12	22
6.15. Comparación de las señales de corriente durante falla del alimentador,	
aportación de la red de CFE.	23
6.16. Comparación de las señales de tensión durante falla del alimentador,	
registradas en bus de 23 kV en KCR	23
6.17. Comportamiento de las corrientes a) I_a y b) I_b y c) I_c durante y posterior	
a la liberación de la falla	24
6.18. Comportamiento de a) I_{rms} , b) Par electromagnético (Torque) y c) Ve-	
locidad del rotor durante y posterior a la liberación de la falla 12	24
6.19. Comportamiento de las señales de tensión a) V_{an} , b) V_{bn} y c) V_{cn} durante	
y posterior a la liberación de la falla	25
6.20. Comportamiento de a) Corriente de campo, b) Voltaje en terminales y	
c) Potencia reactiva durante y posterior a la liberación de la falla 12	25
6.21. Comportamiento de a) Frecuencia, b) Velocidad y c) Potencia activa	
durante y posterior a la liberación de la falla	26
6.22. Comportamiento de a) Torque, b) Ángulo y c) Voltaje de campo durante	
y posterior a la liberación de la falla	26

Índice de tablas

3.1.	Datos del conductor $ACSR$ calibre 477 kCM	41
4.1.	Datos de placa del transformador.	59
5.1.	Datos de cable cobre 750 kCM	87
$6.1. \\ 6.2.$	Datos de cable cobre 500 kCM Datos del Generador [69]	$\frac{113}{116}$

Capítulo1

Introducción

1.1. Introducción.

Los fenómenos transitorios que acontecen en los sistemas eléctricos de potencia se caracterizan por la rapidez con que ocurre la interacción de energía, de tal manera que se pueden clasificar conforme a lo siguiente [35], [116], [32]:

- Transitorios electromagnéticos. Caracterizados predominantemente por interacciones entre la energía almacenada en forma de campo eléctrico de las capacitancias y campo magnético de los elementos inductivos de los componentes del sistema eléctrico. Son fenómenos de duración corta de tal manera que no es factible la representación fasorial. El modelado y análisis de estos fenómenos se realiza mediante variables de valor instantáneo y el uso de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias y de ecuaciones en derivadas parciales.
- Transitorios electromecánicos. Caracterizados predominantemente por interacciones entre la energía mecánica almacenada en las máquinas rotatorias y la energía eléctrica almacenada en la red eléctrica. Las oscilaciones que se derivan corresponden a la velocidad síncrona y tienen una duración que va desde algunos segundos hasta algunos minutos. Estos fenomenos se estudian con programas de estabilidad transitoria en los cuales las señales de tensión y corriente se asumen de frecuencia fundamental y se puede representar al sistema eléctrico mediante fasores para su solución.

Haciendo referencia a la forma de onda de la tensión, la clasificación de los fenómenos transitorios es la que refiere a los 4 grupos siguientes [1], [75], [55]:

- 1. Sobrevoltaje temporal (TOV) con rango de frecuencia de 0.1 Hz a 3 kHz.
- 2. Sobrevoltaje transitorio de frente lento (SFO) con rango de frecuencia de 50/60 Hz a 20 kHz.
- 3. Sobrevoltaje transitorio de frente rápido (FFO) con rango de frecuencia de 10 kHz a 3 MHz.

4. Sobrevoltaje transitorio de frente muy rápido ($V\!F\!FO)$ con rango de frecuencia de 100 kHz a 50 MHz.

Así mismo, acorde a su origen se pueden clasificar en: transitorios de origen atmosférico y los originados por *maniobra* que incluye a aquellos generados por maniobra, rechazo de carga y fallas en el sistema eléctrico.

La aparición de estos fenómenos viene acompañada de intercambios de energía que no ocurren de manera instantánea sino que requieren de tiempos de duración transitoria. Los cambios operativos asociados a estos eventos implican distorsión de las señales de corriente y tensión que someten a sobre-esfuerzos a los componentes del sistema eléctrico. Así mismo se pueden presentar variaciones significativas de magnitudes como la velocidad de los generadores síncronos, la frecuencia y el par electromagnético entre otras.

El presente trabajo describe el estudio que se realizó a cuatro eventos reales que se registraron en distintos sitios del sistema eléctrico de distribución de Comisión Federal de Electricidad y que, con base a la clasificación sugerida en [55], son los siguientes:

- Energización de una línea de transmisión, lo cual refiere a un sobrevoltaje temporal.
- Energización de un transformador de potencia, lo cual refiere a un sobrevoltaje temporal.
- Falla de aislamiento en línea de transmisión subterránea, lo cual refiere a la aparición de sobrevoltaje temporal y transitorio de frente lento.
- Falla en un circuito de distribución de media tensión con *co-generación*. lo cual refiere a la aparición de sobrevoltaje temporal y transitorio de frente lento.

Bajo este contexto y tratándose de la operación de un sistema de distribución la señal primordial es la tensión (115 kV, 85 kV y 23 kV), sin embargo, se analizan además algunas otras señales y magnitudes con el fin de obtener una mayor información de los eventos y las implicaciones en el modelado.

El estudio se realiza usando el programa ATP/EMTP [98], [46], [34] y para lo cual se emplean los elementos y las rutinas de pre-proceso que a partir de los datos físicos dimensionales proporcionan los parámetros numéricos requeridos en la integración del modelo.

1.2. Estado del arte.

La aplicación del análisis transitorio en un sistema eléctrico de potencia, se originó por un hecho ocurrido en el año de 1926 ante el daño de un transformador de potencia por incidencia de una descarga atmosférica sobre una línea de transmisión de 220 kV en Pensilvania [12].

Los transitorios electromagnéticos históricamente se han estudiado con herramientas

basadas en la integración de un modelo en miniatura del sistema eléctrico de potencia (Analizador transitorio de redes-TNA, por sus siglas en inglés). Bajo esta herramienta las líneas de transmisión se representaban mediante segmentos de circuito π en arreglos en cascada, sus elementos serie se representaban mediante resistencias y bobinas, los elementos en derivación se representaban mediante capacitores; el acoplamiento entre fases se aproximaba mediante artificios matemáticos; los transformadores se representaban mediante dispositivos en minatura y las fuentes de tensión se representaban mediante amplificadores. Esta práctica se siguió hasta mediados de 1960 [36].

Sin embargo, actualmente se continúan empleando estos analizadores ya sea con diseño tradicional o en modalidad híbrida integrada con componente analógica y componente digital con el objetivo de realizar pruebas en *tiempo real* para equipo de control de estaciones convertidoras para transmisión en alta tensión en corriente directa (HVDC); de compensadores estáticos de VAR (SVC) [57] así como para evaluar la implementación de un compensador estático síncrono (STATCOM) [49].

Posterior a esta etapa se comenzaron a usar los programas de transitorios electromagnéticos basados en computadoras digitales. En 1970 el grupo de trabajo CIGRE $WG \ 13.05$ inició con la investigación y validación respecto a mediciones sobre los métodos de simulación para análisis transitorio [12], [2], [4]. El grupo determinó que el programa EMTP era la herramienta adecuada identificándolo con alto potencial y utilidad [12].

La aplicación y uso del pograma ATP/EMTP se ha visto complementado con la elaboración de guías de modelado y libros de texto que resultan útiles para la determinación de parámetros con el fin de integrar el sistema equivalente a estudiar. Sobre algunos de estos textos se pueden mencionar los siguientes:

- Determinación de parámetros para líneas aéreas [83].
- Determinación de parámetros para cables aislados [84].
- Determinación de parámetros para transformadores de potencia [85].
- Determinación de parámetros para máquinas rotatorias [86].
- Determinación de parámetros para apartarrayos [87].
- Determinación de parámetros para interruptores de potencia [88].
- Determinación de parámetros para semiconductores [89].

Ahora bien, el estudio de los fenómenos transitorios en los sistemas de distribución se ha visto con un mayor interés debido a las recientes tendencias de modernización en los circuitos de media tensión.

En [64] se propone una evaluación de escenarios propensos a generar el fenómeno de ferroresonancia en un sistema eléctrico de potencia que incluye generación eólica. Lo anterior en vista de la creciente conexión de generación distribuida. El estudio se centra en el equivalente inductancia-capacitancia que forman los transformadores de las

plantas e
ólicas y los tramos de cable de potencia que los interconecta; se analiza el comportamiento cuando se energizan de manera anormal a 2-fases por problemas en alguno de los polos del interruptor. Los generadores se representan con modelos de generador de inducción con excitación doble (DFIG) y se usa el software EMTP-RV(www.emtp-software.com). Se realiza el estudio mediante simulación en un sistema que comprende los niveles de tensión de 120 kV y 34.5 kV.

En [65] se propone una alternativa para realizar estudios en régimen transitorio de sistemas de distribución muy extensos. Se plantea el uso de una nueva metodología usando programas de análisis electromagnético (EMT-type), para lo cual se divide la red en 2 partes, una de las cuales es modificable ante la necesidad derivada de múltiples simulaciones por variantes en el estudio y se construye mediante la interfase gráfica (GUI). La información de la otra parte del sistema eléctrico permanece como un subcircuito semifijo, se direcciona a archivos tipo texto (text files) y con lo cual describe el comportamiento mediante archivos de entrada de formato propio del programa de análisis electromagnético.

En [111] se propone un método para calcular en tiempo-real los valores de cortocircuito en sistemas de eléctricos de distribución con alta penetración de generación distribuida. Se menciona la característica activa que están adquiriendo los circuitos de distribución con la interconexión de generación, también se describen las diferencias de los modelos de los generadores que se incluyen en la red y se enfatiza sobre una clasificación de los tipos de generación distribuida y los métodos de conexión a la red eléctrica. Se usa el lenguaje de programación FORTRAN y se realiza el estudio mediante simulación.

En [120] se propone una solución para lograr el diseño de un control de estabilidad con aplicación durante la operación del sistema eléctrico de potencia en condiciones normales así como durante condiciones impredecibles y en régimen transitorio de característica *no-lineal*, lo anterior en vista del efecto que se está presentando en los sistemas eléctricos de potencia actuales con la inclusión de generadores de inercia *mínima* como el caso de *generación distribuida*. Los generadores se representan con modelos dinámicos dependientes de la frecuencia y se usa el software PSCADTM/EMTDCTM(hvdc.ca/pscad/). Se realiza el estudio mediante simulación en un sistema de 8 buses (5 máquinas).

En [103] se analiza el fenómeno de interacción que se presenta en un transformador de potencia al ser energizado otro equipo adjunto en la misma subestación. El fenómeno se identifica como corriente de *inrush simpática*. Se usa el análisis modal para resolver el circuito equivalente mediante la expresión de las ecuaciones diferenciales en forma de ecuaciones de *estado*. Se realizan las simulaciones y se comparan con mediciones provenientes de un sistema de monitoreo de cobertura amplia (WAMS).

Las condiciones cambiantes y las condiciones operativas del sistema eléctrico de distibución, mantienen vivo el requerimiento de estudiar los fenómenos electromagéticos y todas las repercusiones o circunstancias técnicas que se derivan.

1.3. Objetivos.

El objetivo del presente estudio es ampliar los conocimientos sobre los fenómenos transitorios que se presentan en los sistemas electricos de distribución con base a registros de medición de señales de corriente y tensión. Para lograr lo anterior se plantean las siguientes metas particulares.

- Integración del modelo del sistema usando ATP/EMTP.
- Simulación de los eventos estudiados y comparación con las señales de medición.

1.4. Justificación.

El estudio de los fenómenos transitorios en el sistema de distribución es de importancia relevante para la operación y planeación de la red.

Uno de los aspectos que incentivan esta investigación es que la incorporación de *gene-ración distribuida* hace necesario estudiar el comportamineto de la red ante las nuevas condiciones operativas en materia de coordinación de protecciones, coordinación de aislamiento y estudios de confiabilidad. Los resultados obtenidos se pueden emplear en la determinación de ajustes de los esquemas de protección, en la selección de las especificaciones técnicas de los equipos eléctricos y en general en la toma de decisiones.

Otro incentivo para la realización del presente estudio son las nuevas disposiciones en materia energética, pues resulta de vital importancia analizar los casos en que resulte en afectaciones por interrupción del suministro de energía eléctrica o daño de equipo eléctrico en instalaciones particulares ajenas a la empresa suministradora.

Por otro lado, se cuenta con la disponibilidad de algunas mediciones de corriente y tensión en registros digitales almacenados por los dispositivos de protección que se encuentran operando en el sistema. Lo cual no representa mayor inversión requerida.

Bajo este contexto es importante analizar los registros digitales disponibles, integrar el modelo y realizar la simulación de los mismos.

1.5. Metodología.

El estudio de los diferentes eventos contemplados en el presente trabajo se realiza mediante el desarrollo de las siguientes etapas:

- Descripción de la información contenida en el registro de medición.
- Recopilación de datos para la integración del modelo.
- Integración del modelo del circuito equivalente usando el programa ATP/EMTP.
- Simulación del caso usando el programa ATP/EMTP.

• Análisis de resultados.

1.6. Contribuciones.

La contribución de este trabajo es el análisis de algunos fenómenos transitorios en el sistema de distribución con lo cual se amplía el conocimiento del comportamiento operativo de la red.

Así mismo, se hace evidente que usando modelos de los elementos del sistema eléctrico de distribución disponibles en el programa ATP/EMTP se obtienen resultados muy aproximados al comportamiento registrado en las mediciones, lo cual hace factible el uso del modelo obtenido en otras simulaciones y resalta la utilidad del programa en este tipo de estudios.

1.7. Estructura de la tesis.

La tesis se desarrolla en 7 capítulos de los cuales se describe su contenido de manera general a continuación:

El capítulo 1 contiene el panorama general del estudio que consiste en un texto introductorio, estado del arte, objetivos, justificación, metodología, contribuciones principales y contenido del trabajo.

El capítulo 2 contiene los conceptos teóricos de los circuitos de parámetros *distribuidos*; se inicia con un texto introductorio, se describen y se analizan las ecuaciones de la línea de transmisión; se realiza un desarrollo analítico para estudiar la energización de la línea de transmisión y algunos aspectos que son determinantes en su comportamiento.

El capítulo 3 contiene el análisis del caso de energización de una línea de 115 kV basado en el registro digital que contiene señales de corriente y tensión; se inicia con una introducción y se describen algunos fundamentos teóricos; se describen los modelos de la línea de transmisión disponibles en ATP/EMTP, se describe la integración del modelo y se analizan los resultados obtenidos por simulación comparándolos con la medición.

El capítulo 4 contiene el análisis del caso de energización de un transformador de potencia basado en el registro digital que contiene señales de corriente y tensión; se inicia con un texto introductorio y se describen algunos fundamentos teóricos; se determina el modelo del transformador a utilizarse y que se encuentra disponible en el programa ATP/EMTP, se desarrolla la integración del circuito equivalente y se analizan los resultados obtenidos por simulación comparándolos con la medición.

El capítulo 5 contiene el análisis del caso de una falla de aislamiento en una línea de transmisión subterránea basado en el registro digital que contiene señales de corriente y tensión provenientes del relevador de protección; se inicia con un texto introductorio y otro de fundamentos teóricos; se describen los modelos disponibles en el programa ATP/EMTP para el cable de potencia, la subestación aislada en gas SF_6 . Se desarrolla la integración del modelo del circuito equivalente y se analizan los resultados obtenidos

por simulación comparándolos con la medición.

El capítulo 6 contiene el análisis del caso de una falla en un circuito de distribución de media tensión en el cual se tiene conectado un generador en modalidad de *co-generación* eficiente. Se usa el registro el registro digital que contiene señales de corriente y tensión proveninientes del relevador de protección ubicado como protección principal del alimentador; se inicia con un texto introductorio y otro de fundamentos teóricos; se describen los modelos disponibles en el programa ATP/EMTP para el generador síncrono y el sistema de cables de 23 kV. Se desarrolla la integración del modelo del circuito equivalente y se analizan los resultados obtenidos por simulación comparándolos con la medición. También se analizan otras señales del generador obtenidas por simulación. El capítulo 7 contiene las conclusiones haciendo referencia a la información contenida en la medición, a los modelos empleados y a los resultados de simulación.

Capítulo 2

Conceptos básicos de los circuitos de parámetros *distribuidos*

2.1. Introducción.

El estudio de los fenómenos transitorios en los sistemas eléctricos de distribución implica considerar el comportamiento de los conductores a través de modelos basados en su naturaleza de parámetros *distribuidos*. Por citar un ejemplo, la circulación de una señal de coriente desde el nodo emisor al nodo receptor de un conductor, requiere de un tiempo de traslado debido a su velocidad de propagación lo cual hace necesario considerar las variables de distancia x y tiempo t o la frecuencia f y para ello se hace necesario aplicar técnicas matemáticas basadas en ecuaciones diferenciales parciales [13].

El presente trabajo describe la teoría asociada a los transitorios electromagnéticos de casos presentados en un sistema eléctrico de distribución y en los cuales es necesario emplear directa o indirectamente el modelo de la línea de transmisión.

2.2. Ecuaciones de la línea de transmisión.

El estudio de la línea de transmisión parte del modelo de una línea uniforme compuesta por un conductor y el retorno por tierra, considera sólo un segmento infinitesimal representado por un equivalente de parámetros concentrados en un segmento de longitud Δx y sin contemplar la conexión de algún elemento en sus extremos como se muestra en la figura 2.1. Los parámetros serie de este segmento son la resistencia del conductor $R'\Delta x$ en ohms (Ω) por unidad de longitud y la inductancia del conductor $L'\Delta x$ en henries (H) por unidad de longitud. Así mismo, los parámetros de la rama equivalente en derivación $G'\Delta x$ corresponde a la conductancia en siemens (S) por unidad de longitud y $C'\Delta x$ es la capacitancia hacia el suelo o tierra medida en Farad (F)



Figura 2.1: Representación del modelo de la línea de transmisión.

por unidad de longitud.

De igual manera, i(x,t) y v(x,t) son la corriente y el voltaje al inicio del segmento en una posición x y en un tiempo t respectivamente, mientras que $v(x+\Delta x,t)$ y $i(x+\Delta x,t)$ son la tensión y la corriente al final del segmento.

Usando la Ley de Kirchhof, la caída de tensión del segmento de línea es:

$$v(x + \Delta x, t) - v(x, t) = -i(x, t)R'\Delta x - \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}L'\Delta x$$
(2.1)

De igual manera, la corriente que se deriva hacia tierra es:

$$i(x + \Delta x, t) - i(x, t) = -v(x, t)G'\Delta x - \frac{\partial v(x, t)}{\partial t}C'\Delta x$$
(2.2)

Dividiendo ambas ecuaciones (2.1) y (2.2) entre Δx y aplicando la definición de la derivada, se obtienen las ecuaciones de la línea de transmisión [121] y que se conocen como *Ecuaciones del Telegrafista* [77]

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = R'i(x,t) + L'\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$
(2.3)

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G'v(x,t) + C'\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}$$
(2.4)

El signo negativo en las ecuaciones (2.3) y (2.4), por convención, se debe al hecho de que, cuando las ondas de voltaje y corriente se propagan en una dirección, los valores de v(x,t) e i(x,t) decrecen en amplitud conforme aumenta x [113], [45]. También se puede observar que ambas contienen dos incógnitas i(x,t) y v(x,t), es decir, se encuentran *acopladas* [10], [50]. Sin embargo, estas ecuaciones se pueden desacoplar para obtener expresiones en función de una sola incógnita y con ello obtener ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden. La secuencia de desacoplamiento es la siguiente, diferenciando (2.3) con respecto a la distancia:

$$-\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x} = R' \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} + L' \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x \partial t}$$
(2.5)

Diferenciando (2.4) con respecto al tiempo:

$$-\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t \partial x} = G' \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + C' \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 t}$$
(2.6)

Sustituyendo (2.4) y (2.6) en (2.5) se obtiene:

$$-\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x} = R' \left(-G'v(x,t) - C'\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \right) + L' \left(-G'\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} - C'\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 t} \right)$$
(2.7)

Ahora bien, diferenciando (2.4) con respecto a la distancia:

$$-\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 x} = G' \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + C' \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x \partial t}$$
(2.8)

Diferenciando (2.3) con respecto al tiempo:

$$-\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t \partial x} = R' \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + L' \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 t}$$
(2.9)

Sustituyendo (2.3) y (2.9) en (2.6) se obtiene:

$$-\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 x} = G'\left(-R'i(x,t) - L'\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}\right) + C'\left(-R'\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} - L'\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 t}\right) \quad (2.10)$$

Finalmente, las ecuaciones (2.7) y (2.10) se pueden expresar como se indica a continuación:

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x} = R'G'v(x,t) + \left(R'C' + L'G'\right)\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + L'C'\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 t}$$
(2.11)

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 x} = R'G'i(x,t) + \left(R'C' + L'G'\right)\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + L'C'\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 t}$$
(2.12)

Las ecuaciones (2.11) y (2.12) son identificadas como *Ecuaciones de Onda* [77] y permiten el cálculo de v(x,t) e i(x,t) mediante métodos de solución basados en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia tomando en consideración condiciones iniciales o valores frontera conocidos.

2.3. Análisis de las ecuaciones de la línea de transmisión.

2.3.1. Análisis en el dominio de la frecuencia.

La solución de las *Ecuaciones de Onda* en el dominio de la fecuencia considera al voltaje y la corriente como señales sinusoidales y en estado estable con una frecuencia angular de oscilación w. Con base a estas consideraciones, las ecuaciones diferenciales parciales (2.11) y (2.12) expresadas en el dominio del tiempo se pueden transformar al

dominio de la frecuencia, tal que el comportamiento de señales variantes en el tiempo se expresan en representación fasorial. Así mismo, las ecuaciones diferenciales parciales se simplifican a ecuaciones diferenciales ordinarias. La expresión en el dominio de la frecuencia se realiza considerando las siguientes relaciones [13], [38]: Bajo la suposición de primera armónica:

$$\mathbf{V}(x) = V(x,s) = \mathcal{L}\left\{v(x,t)\right\}$$
(2.13)

у

$$\mathbf{I}(x) = I(x,s) = \mathcal{L}\left\{i(x,t)\right\}$$
(2.14)

Así mismo

$$j\omega = \frac{\partial}{\partial t} \tag{2.15}$$

$$\frac{d}{dx} = \frac{\partial}{\partial x} \tag{2.16}$$

Aplicando lo definido en el conjunto de ecuaciones (2.13)-(2.16) en las ecuaciones (2.3) y (2.4) se obtienen las siguientes expresiones:

$$-\frac{d\mathbf{V}(x)}{dx} = R'\mathbf{I}(x) + j\omega L'\mathbf{I}(x) = \left(R' + j\omega L'\right)\mathbf{I}(x)$$
(2.17)

$$-\frac{d\mathbf{I}(x)}{dx} = G'\mathbf{V}(x) + j\omega C'\mathbf{V}(x) = \left(G' + j\omega C'\right)\mathbf{V}(x)$$
(2.18)

en donde $(R' + j\omega L') = Z'$ es la impedancia serie del conductor y $(G' + j\omega C') = Y'$ es la admitancia *en derivación* del conductor. Así se obtienen las expresiones de la línea de transmisión en el dominio de la frecuencia compleja [79]:

$$-\frac{d\mathbf{V}(x)}{dx} = Z'\mathbf{I}(x) \tag{2.19}$$

$$-\frac{d\mathbf{I}(x)}{dx} = Y'\mathbf{V}(x) \tag{2.20}$$

Diferenciando las ecuaciones (2.19) y (2.20) respecto a x y cambiando el signo se obtiene:

$$\frac{d^2 \mathbf{V}(x)}{dx^2} = -Z' \frac{d \mathbf{I}(x)}{dx} = Z' Y' \mathbf{V}(x) = \gamma_v^2 \mathbf{V}(x)$$
(2.21)

$$\frac{d^2 \mathbf{I}(x)}{dx^2} = -Y' \frac{d \mathbf{V}(x)}{dx} = Y' Z' \mathbf{I}(x) = \gamma_i^2 \mathbf{I}(x)$$
(2.22)

en donde [13]:

- $\gamma_v = \sqrt{Z'Y'}$ es la *constante de propagación* con respecto al voltaje y sus unidades son (m^{-1}) .
- $\gamma_i = \sqrt{Y'Z'}$ es la constante de propagación con respecto a la corriente y sus unidades son (m^{-1}) .

Se puede observar que cuando Z' y Y' son matrices, la expresión general que las relaciona es: $[\gamma_v^2] \neq [\gamma_i^2]$ debido a que $[Z'][Y'] \neq [Y'][Z']$. Únicamente cuando Z' y Y' son matrices simétricas se cumple [Z'][Y'] = [Y'][Z'].

Para el caso de la línea monofásica en donde Z' y Y' son escalares, se cumple la relación $\gamma_v^2 = \gamma_i^2 = \gamma^2 = Z'Y' = Y'Z'$. Además $\gamma = \sqrt{Z'Y'}$. De manera similar, al aplicar las relaciones del conjunto de ecuaciones (2.13)-(2.16)

De manera similar, al aplicar las relaciones del conjunto de ecuaciones (2.13)-(2.16) a las ecuaciones (2.11) y (2.12) se obtiene la expresión de las ecuaciones diferenciales ordinarias identificadas como *Ecuaciones de Onda* en el dominio de la frecuencia:

$$\frac{d^2 \mathbf{V}(x)}{d^2 x} = R' G' \mathbf{V}(x) + j\omega (R'C' + L'G') \mathbf{V}(x) + (j\omega)^2 L'C' \mathbf{V}(x)$$
(2.23)

$$\frac{d^2 \mathbf{I}(x)}{d^2 x} = R' G' \mathbf{I}(x) + j\omega (R'C' + L'G') \mathbf{I}(x) + (j\omega)^2 L'C' \mathbf{I}(x)$$
(2.24)

Estas ecuaciones, también se pueden expresar como:

$$\frac{d^2 \mathbf{V}(x)}{d^2 x} = (R' + j\omega L')(G' + (j\omega)C')\mathbf{V}$$
(2.25)

$$\frac{d^2 \mathbf{I}(x)}{d^2 x} = (R' + j\omega L')(G' + (j\omega)C')\mathbf{I}$$
(2.26)

De las ecuaciones (2.25) y (2.26) se observa que $(R' + j\omega L')(G' + j\omega C') = \gamma^2$ y con lo cual se obtiene:

$$\frac{d^2 \mathbf{V}(x)}{d^2 x} = \gamma^2 \mathbf{V} \tag{2.27}$$

$$\frac{d^2 \mathbf{I}(x)}{d^2 x} = \gamma^2 \mathbf{I} \tag{2.28}$$

Las ecuaciones (2.27) y (2.28) también se pueden obtener sustituyendo $\gamma = \sqrt{Z'Y'}$ en las ecuaciones (2.21) y (2.22) [77] y su solución se puede obtener usando la solución exponencial general de *D'Alembert*. Para el caso de (2.27):

$$\mathbf{V}(x) = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x} \tag{2.29}$$

en donde [37]:

- $Ae^{-\gamma x}$ es una función arbitraria (onda incidente de la tensión) que determina un movimiento con *velocidad de propagación* constante y sin distorsión.
- $Be^{\gamma x}$ es una función arbitraria (onda reflejada de la tensión) que determina un movimiento con *velocidad de propagación* constante y sin distorsión.

Los valores de los parámetros R', L', G', y C' son cantidades *modales* por unidad de longitud. Además, $A \neq B$ son valores constantes complejos obtenidos mediante integración y determinados por las condiciones frontera [13], es decir, corresponden a las magnitudes de tensión del nodo de envío y del nodo de recepción, respectivamente [79].

donde γ es la constante de propagación de característica compleja por unidad de longitud expresada en m^{-1} y está dada por:

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$$
(2.30)

en donde α es la constante de atenuación expresada en Np/m. La atenuación es una medición logarítmica de la reduccción del voltaje, la corriente y la potencia a lo largo de la línea debido a las pérdidas [77]. Por otro lado, β es la constante de fase expresada en rad/m [73].

De lo anterior, se puede obtener la siguiente relación:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}}$$
(2.31)

donde **v** es la velocidad de propagación y su magnitud depende de la geometría de la línea y de las condiciones electromagnéticas circundantes [45] y está expresada en m/s. De igual manera se relaciona con la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{l}{\mathbf{v}} = \gamma l = \left(\sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}\right)l \tag{2.32}$$

donde τ es el tiempo de viaje o de propagación de las ondas de voltaje y corriente a lo largo de una línea de transmisión de longitud l y su unidad es s.

El planteamiento para la solución de la corriente es formulado mediante la representación de la ecuación (2.3) en el dominio de la frecuencia:

$$-\frac{d\mathbf{V}(x)}{dx} = R'\mathbf{I}(x) + j\omega L'\mathbf{I}(x)$$
(2.33)

Al derivar la ecuación (2.29) con respecto a la distancia x, se obtiene:

$$\frac{d\mathbf{V}(x)}{dx} = -\gamma A e^{-\gamma x} + \gamma B e^{\gamma x} \tag{2.34}$$

Empleando la expresión de la corriente compleja de la ecuación (2.33) y sustituyéndola en (2.34) se obtiene:

$$\mathbf{I}(x) = \frac{\gamma}{R' + j\omega L'} (Ae^{-\gamma x} - Be^{\gamma x})$$
(2.35)

Se puede observar que la expresión de la corriente (2.35) hace referencia al cociente de la tensión (2.29) entre una impedancia, la cual se determina con la identidad:

$$Z_0 = \frac{R' + j\omega L'}{\gamma} = \frac{R' + j\omega L'}{\sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$
(2.36)

siendo Z_0 la Impedancia Característica de la línea, la cual depende de su geometría y sus unidades son Ω . Se dice que para líneas de transmisión aéreas un valor típico de Z_0 es de 400 Ω y para líneas de instalación subterránea se tienen valores típicos entre 30 y 80 Ω , esta reducción se origina por dos causas: por un lado la disminución de la inductancia debido a los espaciamientos reducidos entre fases, y por el otro debido al aumento de la capacitancia a causa de los espaciamientos cortos y la presencia de una permitividad de magnitud alta del aislamiento sólido de los cables [45]. La ecuación (2.35) se puede escribir:

$$\mathbf{I}(x) = \frac{1}{Z_0} (Ae^{-\gamma x} - Be^{\gamma x})$$
(2.37)

Recordando que los coeficientes complejos A y B se determinan a partir de las condiciones iniciales o condiciones de frontera, para el presente caso, sean las siguientes condiciones de frontera:

$$x = 0 \tag{2.38}$$

$$\mathbf{V}(x) = \mathbf{V}_0 \tag{2.39}$$

$$\mathbf{I}(x) = \mathbf{I}_0 \tag{2.40}$$

Por lo tanto, las ecuaciones (2.29) y (2.37) adoptan las expresiones siguientes:

$$\mathbf{V}_0 = A + B \tag{2.41}$$

$$\mathbf{I}_0 = \frac{1}{Z_0} (A - B) \tag{2.42}$$

Efectuando operaciones algebraicas se obtiene:

$$B = \frac{\mathbf{V}_0 - \mathbf{I}_0 Z_0}{2} \tag{2.43}$$

$$A = \frac{\mathbf{V}_0 + \mathbf{I}_0 Z_0}{2} \tag{2.44}$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.43) y (2.44) en las expresiones (2.29) y (2.37) se obtiene:

$$\mathbf{V}(x) = \left(\frac{\mathbf{V}_0 + \mathbf{I}_0 Z_0}{2}\right) e^{-\gamma x} + \left(\frac{\mathbf{V}_0 - \mathbf{I}_0 Z_0}{2}\right) e^{\gamma x}$$
(2.45)

$$\mathbf{I}(x) = \frac{1}{Z_0} \left(\left(\frac{\mathbf{V}_0 + \mathbf{I}_0 Z_0}{2} \right) e^{-\gamma x} - \left(\frac{\mathbf{V}_0 - \mathbf{I}_0 Z_0}{2} \right) e^{\gamma x} \right)$$
(2.46)

Reescribiendo:

$$\mathbf{V}(x) = \mathbf{V}_0\left(\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}\right) - Z_0 \mathbf{I}_0\left(\frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}\right)$$
(2.47)

$$\mathbf{I}(x) = -\frac{\mathbf{V}_0}{Z_0} \left(\frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}\right) + \mathbf{I}_0 \left(\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}\right)$$
(2.48)

Acorde a la definición de las funciones hiperbólicas, se tiene:

$$\sinh \theta = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2} \tag{2.49}$$

$$\cosh \theta = \frac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2} \tag{2.50}$$

Sustituyendo (2.49) y (2.50) en las expresiones (2.47) y (2.48) se obtiene:

$$\mathbf{V}(x) = \mathbf{V}_0 \cosh(\gamma x) - Z_0 \mathbf{I}_0 \sinh(\gamma x)$$
(2.51)

$$\mathbf{I}(x) = -\frac{\mathbf{V}_0}{Z_0}\sinh(\gamma x) + \mathbf{I}_0\cosh(\gamma x)$$
(2.52)

Expresando (2.51) y (2.52) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma, x) & -Z_0 \sinh(\gamma, x) \\ -(\mathbf{1}/Z_0) \sinh(\gamma, x) & \cosh(\gamma, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{I}_0 \end{bmatrix}$$
(2.53)

El sistema anterior expresa el voltaje y la corriente en cualquier punto x en función del valor de las variables de estado en el punto de envío (x = 0), es decir, $\mathbf{V}(0) = \mathbf{V}_0$ e $\mathbf{I}(0) = \mathbf{I}_0$.

Al expresar las condiciones iniciales $\mathbf{V}_0 \in \mathbf{I}_0$ en función de $\mathbf{V}(x) \in \mathbf{I}(x)$, partiendo de la ecuación de la corriente de (2.52) se tiene:

$$\mathbf{I}_{0} = \frac{\mathbf{I}(x)}{\cosh(\gamma x)} + \frac{\mathbf{V}_{0}\sinh(\gamma x)}{Z_{0}\cosh(\gamma x)}$$
(2.54)

Sustituyendo la ecuación (2.54) en (2.51) se tiene:

$$\mathbf{V}(x) = \mathbf{V}_0 \cosh(\gamma x) - Z_0 \left(\frac{\mathbf{I}(x)}{\cosh(\gamma x)} + \frac{\mathbf{V}_0 \sinh(\gamma x)}{Z_0 \cosh(\gamma x)} \right) \sinh(\gamma x)$$
(2.55)

$$\mathbf{V}(x) = \mathbf{V}_0 \left(\frac{\cosh^2(\gamma x) - \sinh^2(\gamma x)}{\cosh(\gamma x)}\right) - Z_0 \mathbf{I}(x) \frac{\sinh(\gamma x)}{\cosh(\gamma x)}$$
(2.56)

Usando la definición del seno y coseno hiperbólicos se tiene la siguiente identidad:

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$
 (2.57)

Así se obtiene:

$$\mathbf{V}(x) = \mathbf{V}_0 \frac{1}{\cosh(\gamma x)} - Z_0 \mathbf{I}(x) \frac{\sinh(\gamma x)}{\cosh(\gamma x)}$$
(2.58)

Por lo tanto:

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{V}(x)\cosh(\gamma x) + Z_0\mathbf{I}(x)\sinh(\gamma x)$$
(2.59)

Sustituyendo la ecuación (2.59) en (2.54) se obtiene:

$$\mathbf{I}_{0} = \frac{\mathbf{I}(x)}{\cosh(\gamma x)} + \left(\frac{\mathbf{V}(x)\cosh(\gamma x) + Z_{0}\mathbf{I}(x)\sinh(\gamma x)}{Z_{0}}\right)\frac{\sinh(\gamma x)}{\cosh(\gamma x)}$$
(2.60)

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}(x) \left(\frac{1}{\cosh(\gamma x)} + \frac{\sinh^2(\gamma x)}{\cosh(\gamma x)} \right) + \frac{\mathbf{V}(x)\sinh(\gamma x)}{Z_0}$$
(2.61)

Aplicando la identidad trigonométrica:

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}(x) \left(\frac{\cosh^2(\gamma x)}{\cosh(\gamma x)}\right) + \frac{\mathbf{V}(x)\sinh(\gamma x)}{Z_0}$$
(2.62)

$$\mathbf{I}_0 = \frac{\mathbf{V}(x)\sinh(\gamma x)}{Z_0} + \mathbf{I}(x)\cosh(\gamma x)$$
(2.63)

Las ecuaciones (2.59) y (2.63) expresadas en forma matricial quedan:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{I}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma x) & Z_0 \sinh(\gamma x) \\ (\mathbf{1}/Z_0) \sinh(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix}$$
(2.64)

2.3.2. Análisis en el dominio del tiempo.

El análisis de las soluciones de las ecuaciones de la línea de transmisión en el dominio del tiempo, se basa en el efecto de fuentes que puede tener cualquier variación en el tiempo. A diferencia del dominio de la frecuencia, en la cual se estudia el efecto bajo una excitación sinusoidal a una frecuencia determinada y de estado estable, el análisis en el dominio del tiempo incluye componentes en estado estable y transitorio [93].

El planteamiento puede realizarse a partir de las ecuaciones (2.29) y (2.37) expresadas en el dominio de la frecuencia, donde $f_1(s) = A$ y $f_2(s) = B$. Al aplicar la transformación del espacio de estado a las ecuaciones anteriormente mencionadas:

$$v(x,t) = f_1(t + \gamma x) + f_2(t - \gamma x)$$
(2.65)

$$i(x,t) = -\frac{1}{Z_0}(f_1(t+\gamma x) - f_2(t-\gamma x))$$
(2.66)

2.3.2.1. Método de las características.

Otra alternativa para encontrar la solución en el dominio del tiempo es empleando el *Método de las Características*, con lo cual se considera la línea ideal, es decir, R' = 0 y G' = 0. Las ecuaciones (2.11) y (2.12) quedan:

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x} = L'C' \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 t}$$
(2.67)

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 x} = L'C' \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 t}$$
(2.68)

Ahora bien, la *velocidad de propagación* de las ondas de corriente y de voltaje expresadas en la ecuación (2.31) se simplifica para el caso de una línea ideal sin pérdidas, esto por medio de:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}\tag{2.69}$$

Sustituyendo (2.69) en las ecuaciones (2.67) y (2.68), se obtienen las expresiones:

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x} = \frac{1}{\mathbf{v}^2} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 t}$$
(2.70)

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 x} = \frac{1}{\mathbf{v}^2} \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial^2 t} \tag{2.71}$$

El método de las características establece un cambio de variable de la siguiente forma:

$$\xi = t + \frac{x}{\mathbf{v}} \tag{2.72}$$

$$\eta = t - \frac{x}{\mathbf{v}} \tag{2.73}$$

Así, se puede obtener las siguientes expresiones:

$$d\xi = dt + \frac{1}{\mathbf{v}}dx \tag{2.74}$$

$$d\eta = dt - \frac{1}{\mathbf{v}}dx \tag{2.75}$$

Acorde a las propiedades de las funciones de varias variables y su diferenciabilidad, se tiene la proposición que establece que: si $w = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ es diferenciable en un punto $P(x_{1_0}, x_{2_0}, ..., x_{n_0})$, entonces, la diferencial total de w es:

$$df(P, \Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n) = D_1 f(P) \Delta x_1 + D_2 f(P) \Delta x_2 + \dots \\ \dots + D_n f(P) \Delta x_n$$
(2.76)

Expresándolo en términos de derivadas parciales:

$$df(x_1, x_2, ..., x_n) = \frac{\partial f(x_1, x_2, ..., x_n)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f(x_1, x_2, ..., x_n)}{\partial x_2} dx_2 + ... \\ \dots + \frac{\partial f(x_1, x_2, ..., x_n)}{\partial x_n} dx_n$$
(2.77)

Empleando este concepto en la función del voltaje, se define:

$$v(x,t) = f(x_1, x_2) \tag{2.78}$$

Con base a (2.77) se obtiene la expresión:

$$dv(x,t) = \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} dx + \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} dt$$
(2.79)

Así mismo:

$$dv(x,t) = \frac{\partial v(x,t)}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial v(x,t)}{\partial \eta} d\eta$$
(2.80)

Sustituyendo las expresiones (2.74) y (2.75) en la ecuación (2.80) se obtiene:

$$dv(x,t) = \frac{\partial v(x,t)}{\partial \xi} (dt + \frac{1}{\mathbf{v}} dx) + \frac{\partial v(x,t)}{\partial \eta} (dt - \frac{1}{\mathbf{v}} dx)$$
(2.81)

$$dv(x,t) = \frac{1}{\mathbf{v}} \left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial \xi} - \frac{\partial v(x,t)}{\partial \eta} \right) dx + \left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial \xi} + \frac{\partial v(x,t)}{\partial \eta} \right) dt$$
(2.82)

De las ecuaciones (2.79) y (2.82) se puede observar que:

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{\mathbf{v}} \left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial \xi} - \frac{\partial v(x,t)}{\partial \eta} \right)$$
(2.83)

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = \left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial \xi} + \frac{\partial v(x,t)}{\partial \eta}\right)$$
(2.84)

Así mismo, se puede deducir que:

$$\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \eta} \tag{2.85}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \tag{2.86}$$

Sumando y restando las ecuaciones (2.85) y (2.86) se obtiene:

$$\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} = 2\frac{\partial}{\partial \xi} \tag{2.87}$$

$$\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} = -2\frac{\partial}{\partial \eta} \tag{2.88}$$

Multiplicando entre sí las expresiones dadas en (2.87) y (2.88) se obtiene:

$$\left(\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t}\right) = \mathbf{v}^2 \frac{\partial^2}{\partial^2 x} - \frac{\partial^2}{\partial^2 t} = -4\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial\eta}$$
(2.89)

La ecuación (2.70) se puede expresar como:

$$\mathbf{v}^2 \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x} - \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 t} = 0$$
(2.90)

Así mismo, comparando las ecuaciones (2.89) y (2.90) se observa que:

$$\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial\eta} = 0\tag{2.91}$$

Resolviendo para el voltaje:

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial \xi \partial \eta} = 0 \tag{2.92}$$

$$v(x,t) = f_1(\xi) + f_2(\eta) + f_0$$
(2.93)

Sustituyendo (2.72) y (2.73) en (2.93) se obtiene:

$$v(x,t) = f_1\left(t + \frac{x}{\mathbf{v}}\right) + f_2\left(t - \frac{x}{\mathbf{v}}\right) + f_0$$
(2.94)

2.3.3. Ondas viajeras en la línea de transmisión.

La representación de la línea de transmisión mediante *Ecuaciones de Onda* se expresan a través de las ecuaciones (2.67) y (2.68), su solución en el dominio del tiempo representa la base de la teoría de las *ondas viajeras* y es obtenida de manera general por la ecuación de *D'Alembert* como se indica en las ecuaciones (2.65) y (2.66) [45]. Las cuales también se pueden representar como:

$$v(x,t) = f_1\left(x + \frac{t}{\gamma}\right) + f_2\left(x - \frac{t}{\gamma}\right)$$
(2.95)

$$i(x,t) = -\frac{1}{Z_0} \left(f_1\left(x + \frac{t}{\gamma}\right) - f_2\left(x - \frac{t}{\gamma}\right) \right)$$
(2.96)

Las ecuaciones (2.95) y (2.96) describen lo que ocurre en un punto particular de la línea y permiten observar lo que ocurre en función del tiempo.

2.3.3.1. Comportamiento de las *ondas viajeras* en puntos de discontinuidad.

La incidencia de una onda en un punto de discontinuidad en el cual cambia la impedancia característica de la línea debe regirse por la estricta proporcionalidad entre la onda de voltaje V_1 y su onda de corriente asociada I_1 . Para lo anterior, se considera la iniciación de dos pares de onda nuevos (ver figura 2.2):

- La onda reflejada de voltaje V_2 y su onda asociada de corriente I_2 , las cuales viajan en sentido hacia la fuente o nodo emisor (contrario al sentido original) de manera superpuesta a la onda incidente.
- La onda refractada de voltaje V_3 y su onda asociada de corriente I_3 , las cuales continúan viajando en el sentido original penetrando la discontinuidad.

Las amplitudes de las ondas reflejadas y refractadas son de magnitud tal que la proporcionalidad entre el voltaje y la corriente se preserva, de acuerdo a la demanda de la impedancia característica de la línea en la cual viajan.

La evaluación del comportamiento en una discontinuidad se puede describir considerando la conexión de dos líneas L_1 y L_2 de impedancias características Z_{0_1} y Z_{0_2} con la relación $Z_{0_1} > Z_{0_2}$. Al incidir una onda de voltaje V_1 que viaja sobre la línea L_1 al punto de unión, las expresiones de las corrientes son:

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_{0_1}} \tag{2.97}$$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_{0_1}} \tag{2.98}$$


Figura 2.2: Representación de las ondas de tensión y corriente al incidir en una discontinuidad entre dos líneas de transmisión (adaptación de [45]).

$$I_3 = \frac{V_3}{Z_{0_2}} \tag{2.99}$$

Por definición, el sentido positivo de x corresponde a la dirección de la onda incidente. De tal manera que el signo de I_2 se debe a su movimiento que es en dirección -x y opuesta a V_2 . Así mismo, se debe cumplir:

$$V_3 = V_1 + V_2 \tag{2.100}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 \tag{2.101}$$

La ecuación (2.101) se puede escribir como:

$$\frac{V_3}{Z_{0_2}} = \frac{V_1}{Z_{0_1}} - \frac{V_2}{Z_{0_1}}$$
(2.102)

Usando las ecuaciones (2.100) y (2.102) se obtiene:

$$V_1 + V_2 = V_1 \left(\frac{Z_{0_2}}{Z_{0_1}}\right) - V_2 \left(\frac{Z_{0_2}}{Z_{0_1}}\right)$$
(2.103)

$$V_2 = V_1 \left(\frac{Z_{0_2} - Z_{0_1}}{Z_{0_2} + Z_{0_1}} \right)$$
(2.104)

Puede observarse que la onda reflejada de la tensión V_2 adquiere un valor proporcional a V_1 que depende del siguiente factor:

$$\Gamma_1 = \left(\frac{Z_{0_2} - Z_{0_1}}{Z_{0_2} + Z_{0_1}}\right) \tag{2.105}$$

donde la cantidad adimensional Γ_1 es el *coeficiente de reflexión* de la onda de tensión y adquiere valores entre $-1 \leq \Gamma_1 \leq +1$ dependiendo de los valores de Z_{0_1} y Z_{0_2} .

La expresión de la onda refractada se obtiene substituyendo la ecuación (2.104) en (2.100):

$$V_3 = V_1 + V_1 \left(\frac{Z_{0_2} - Z_{0_1}}{Z_{0_2} + Z_{0_1}}\right)$$
(2.106)

$$V_3 = V_1 \left(\frac{2Z_{0_2}}{Z_{0_2} + Z_{0_1}}\right) \tag{2.107}$$

Se puede observar que la onda refractada V_3 adquiere valor dependiendo del factor que se describe a continuación:

$$\Gamma_2 = \left(\frac{2Z_{0_2}}{Z_{0_2} + Z_{0_1}}\right) \tag{2.108}$$

donde la cantidad adimensional Γ_2 es el *coeficiente de refracción* de la onda de tensión y adquiere valores entre $0 \leq \Gamma_2 \leq +2$ dependiendo de los valores de Z_{0_1} y Z_{0_2} .

2.4. Análisis de la energización de una línea de transmisión.

La energización de una línea de transmisión monofásica se analiza mediante el circuito equivalente mostrado en la figura 2.3 y se plantea como objetivo el determinar el voltaje y la corriente en cualquier punto de la línea a una frecuencia especifica. El arreglo corresponde a la energización de una línea en vacío, lo cual se relaciona con la energización de una línea con el interruptor de extremo remoto en posición abierta.



Figura 2.3: Representación de la energización de una línea de tranmisión.

2.4.1. Evaluación en x = 0.

La solución de las ecuaciones de voltaje y corriente de la línea de transmisión en el dominio de la frecuencia es representada por las ecuaciones (2.29) y (2.37) y al evaluarlas cuando x = 0 se obtiene:

$$\mathbf{V}(x,s)|_{x=0} = A + B \tag{2.109}$$

$$\mathbf{I}(x,s)|_{x=0} = \frac{A-B}{Z_0}$$
(2.110)

Se puede observar de la figura $2.3~{\rm que:}$

$$\mathbf{V}_F = \mathbf{V}_1 + Z_F \mathbf{I}_1 \tag{2.111}$$

Sustituyendo (2.109) y (2.110) en 2.111, se obtiene:

$$\mathbf{V}_F = A + B + \frac{Z_F}{Z_0}(A - B)$$
(2.112)

2.4.2. Evaluación en x = l.

La solución de las ecuaciones de voltaje y corriente al evaluarlas en el extremo remoto x = l, es:

$$\mathbf{V}(x,s)|_{x=l} = \mathbf{V}_2 = Z_T \mathbf{I}_2 \tag{2.113}$$

$$Z_T = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2} \tag{2.114}$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.29) y (2.37) en 2.114 y evaluando en x = l:

$$Z_T = \frac{Ae^{-\gamma l} + Be^{\gamma l}}{\frac{A}{Z_0}e^{-\gamma l} - \frac{B}{Z_0}e^{\gamma l}} = Z_0 \left(\frac{Ae^{-\gamma l} + Be^{\gamma l}}{Ae^{-\gamma l} - Be^{\gamma l}}\right)$$
(2.115)

Multiplicando por $e^{\gamma l}$ y dividiendo entre A:

$$Z_T = Z_0 \left(\frac{1 + \frac{B}{A} e^{2\gamma l}}{1 - \frac{B}{A} e^{2\gamma l}} \right)$$
(2.116)

Desarrollando se obtiene:

$$Z_T\left(1 - \frac{B}{A}e^{2\gamma l}\right) = Z_0\left(1 + \frac{B}{A}e^{2\gamma l}\right)$$
(2.117)

$$Z_T - Z_T \left(\frac{B}{A}\right) e^{2\gamma l} = Z_0 + Z_0 \left(\frac{B}{A}\right) e^{2\gamma l}$$
(2.118)

$$Z_T - Z_0 = Z_0 \left(\frac{B}{A}\right) e^{2\gamma l} + Z_T \left(\frac{B}{A}\right) e^{2\gamma l}$$
(2.119)

$$Z_T - Z_0 = \left(\frac{B}{A}\right) e^{2\gamma l} (Z_0 + Z_T)$$
(2.120)

$$\left(\frac{B}{A}\right)e^{2\gamma l} = \frac{Z_T - Z_0}{Z_T + Z_0} \tag{2.121}$$

Como puede observarse, el término de la derecha corresponde al *coeficiente de reflexión* (ecuación 2.105). De tal manera que en la ubicación correspondiente a x = l se tiene:

$$\Gamma_{1_l} = \left(\frac{B}{A}\right) e^{2\gamma l} \tag{2.122}$$

Sustituyendo (2.122) en (2.116) se obtiene:

$$Z_T = Z_0 \left(\frac{1 + \Gamma_{1_l}}{1 - \Gamma_{1_l}}\right) \tag{2.123}$$

De la ecuación (2.122) se obtiene:

$$B = A\Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} \tag{2.124}$$

Sustituyendo (2.124) en (2.112) se obtiene:

$$\mathbf{V}_F = A + \left(A\Gamma_{1_l}e^{-2\gamma l}\right) + \left(\frac{Z_F}{Z_0}\right)\left(A - A\Gamma_{1_l}e^{-2\gamma l}\right)$$
(2.125)

$$\mathbf{V}_F = A\left(1 + \frac{Z_F}{Z_0}\right) + A\Gamma_{1l}e^{-2\gamma l}\left(1 - \frac{Z_F}{Z_0}\right)$$
(2.126)

$$A = \frac{\mathbf{V}_F}{\left(1 + \frac{Z_F}{Z_0}\right) + \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} \left(1 - \frac{Z_F}{Z_0}\right)}$$
(2.127)

Sustituyendo (2.127) en (2.124) se obtiene:

$$B = \frac{\mathbf{V}_F \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l}}{\left(1 + \frac{Z_F}{Z_0}\right) + \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} \left(1 - \frac{Z_F}{Z_0}\right)}$$
(2.128)

Sustituyendo las ecuaciones (2.127) y (2.128) en la expresión de la tensión para la línea de transmisión (ecuación 2.29), se obtiene:

$$\mathbf{V}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F e^{-\gamma x}}{\left(1 + \frac{Z_F}{Z_0}\right) + \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} \left(1 - \frac{Z_F}{Z_0}\right)} + \frac{\mathbf{V}_F \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} e^{\gamma x}}{\left(1 + \frac{Z_F}{Z_0}\right) + \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} \left(1 - \frac{Z_F}{Z_0}\right)} \quad (2.129)$$

$$\mathbf{V}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F e^{-\gamma x} + \mathbf{V}_F \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} e^{\gamma x}}{\left(1 + \frac{Z_F}{Z_0}\right) + \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} \left(1 - \frac{Z_F}{Z_0}\right)}$$
(2.130)

$$\mathbf{V}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F e^{-\gamma x} + \mathbf{V}_F \Gamma_{1_l} e^{-\gamma(2l-x)}}{\left(\frac{Z_0 + Z_F}{Z_0}\right) + \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} \left(\frac{Z_0 - Z_F}{Z_0}\right)}$$
(2.131)

$$\mathbf{V}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F e^{-\gamma(x)} + \mathbf{V}_F \Gamma_{1_l} e^{-\gamma(2l-x)}}{\left(\frac{Z_F + Z_0}{Z_0}\right) - \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} \left(\frac{Z_F - Z_0}{Z_0}\right)}$$
(2.132)

Del desarrollo algebráico siguiente:

$$\left(\frac{Z_0}{Z_0 + Z_F}\right) \left(\frac{Z_F - Z_0}{Z_0}\right) = \left(\frac{Z_F - Z_0}{Z_F + Z_0}\right)$$
(2.133)

$$\left(\frac{Z_F - Z_0}{Z_0}\right) = \left(\frac{Z_F - Z_0}{Z_F + Z_0}\right) \left(\frac{Z_0 + Z_F}{Z_0}\right)$$
(2.134)

Sustituyendo la ecuación (2.134) en (2.132) se obtiene:

$$\mathbf{V}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F e^{-\gamma(x)} + \mathbf{V}_F \Gamma_{1l} e^{-\gamma(2l-x)}}{\left(\frac{Z_F + Z_0}{Z_0}\right) - \Gamma_{1l} e^{-2\gamma l} \left(\frac{Z_F - Z_0}{Z_F + Z_0}\right) \left(\frac{Z_F + Z_0}{Z_0}\right)}$$
(2.135)

$$\mathbf{V}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F \left(e^{-\gamma(x)} + \Gamma_{1_l} e^{-\gamma(2l-x)} \right)}{\left(\frac{Z_F + Z_0}{Z_0} \right) \left(1 - \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l} \left(\frac{Z_F - Z_0}{Z_F + Z_0} \right) \right)}$$
(2.136)

Por otro lado, el *coeficiente de reflexión* en el nodo de envío cuando x = 0, se define como:

$$\Gamma_{1_0} = \frac{Z_F - Z_0}{Z_F + Z_0} \tag{2.137}$$

Así, la ecuación de la tensión (2.136) se puede expresar:

$$\mathbf{V}(x,s) = \left(\frac{\mathbf{V}_F Z_0}{Z_0 + Z_F}\right) \left(\frac{e^{-\gamma(x)} + \Gamma_{1_l} e^{-\gamma(2l-x)}}{1 - \Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l}}\right)$$
(2.138)

Ahora, seleccionando el término [39]:

$$\frac{1}{1 - \Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l} e^{-2\gamma l}} = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l} \right)^k e^{-2k\gamma l}$$
(2.139)

Así la ecuación (2.138) adquiere la forma:

$$\mathbf{V}(x,s) = \left(\frac{\mathbf{V}_F Z_0 \left(e^{-\gamma(x)} + \Gamma_{1_l} e^{-\gamma(2l-x)}\right)}{Z_0 + Z_F}\right) \sum_{k=0}^{\infty} \left(\Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l}\right)^k e^{-2k\gamma l}$$
(2.140)

$$\mathbf{V}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F Z_0}{Z_0 + Z_F} \times \left(e^{-\gamma(x)} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l} \right)^k e^{-2k\gamma l} + \Gamma_{1_l} e^{-\gamma(2l-x)} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l} \right)^k e^{-2k\gamma l} \right) \quad (2.141)$$

$$\mathbf{V}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F Z_0}{Z_0 + Z_F} \times \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(\Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l} \right)^k e^{-\gamma (2lk+x)} + \sum_{k=0}^{\infty} \left(\Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l} \right)^k \Gamma_{1_l} e^{-\gamma (2l(k+1)-x)} \right) \quad (2.142)$$

Tomando en cuenta la proporcionalidad que representa la impedancia característica $Z_0 = \frac{\mathbf{V}(x,s)}{\mathbf{I}(x,s)}$, se obtiene:

$$\mathbf{I}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F}{Z_0 + Z_F} \times \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(\Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l} \right)^k e^{-\gamma (2lk+x)} - \sum_{k=0}^{\infty} \left(\Gamma_{1_0} \Gamma_{1_l} \right)^k \Gamma_{1_l} e^{-\gamma (2l(k+1)-x)} \right)$$
(2.143)

Las ecuaciones (2.142) y (2.143) expresadas en el dominio de Laplace, sirven para calcular el voltaje y la corriente en cualquier punto de la línea de transmisión.

2.4.3. Efecto de la impedancia terminal en la energización de la LT.

La impedancia terminal conectada en el nodo receptor tiene un efecto considerable en el comportamiento de las magnitudes de voltaje y corriente. A continuación se describe el estudio de línea monofásica ideal de longitud finita y energizada desde un nodo de potencia infinita considerando los casos de *circuito abierto* y en *cortocircuito*.

2.4.3.1. Línea de transmisión en circuito abierto.

El objetivo es evaluar el comportamiento de la tensión y la corriente ante la energización en condición de *circuito abierto* en las condiciones cuando x = 0 y al final de la línea cuando x = l.

Haciendo referencia a la representación de la figura 2.3, las condiciones son $\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_F/s$, $Z_0 = \sqrt{L'/C'}, Z_F = 0, Z_T = \infty$.

Los coeficientes de reflexión se determinan de la siguiente manera:

$$\Gamma_{1_0} = \frac{Z_F - Z_0}{Z_F + Z_0} = \frac{-Z_0}{Z_0} = -1 \tag{2.144}$$

$$\Gamma_{1_l} = \frac{Z_T - Z_0}{Z_T + Z_0} = \frac{\infty}{\infty} = 1$$
(2.145)

Evaluación de la tensión en x = l:

La expresión de la tensión se obtiene sustituyendo las condiciones anteriores y las ecuaciones (2.144) y (2.145) como se indica a continuación:

$$\mathbf{V}_{2}(l,s) = \frac{\mathbf{V}_{F}}{s} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(-1 \right)^{k} e^{-\gamma(2lk+l)} + \sum_{k=0}^{\infty} \left(-1 \right)^{k} e^{-\gamma(2l(k+1)-l)} \right)$$
(2.146)

$$\mathbf{V}_{2}(l,s) = \frac{2\mathbf{V}_{F}}{s} \left(\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k} e^{-\gamma l(2k+1)} \right)$$
(2.147)

Ahora bien, de la ecuación (2.32) y con las condiciones de la línea ideal sin pérdidas, el *tiempo de viaje* de onda se obtiene:

$$\tau = \gamma l = \left(\sqrt{L'C'}\right)l\tag{2.148}$$

La cual corresponde a una función del tiempo y para su transformación al dominio de la frecuencia se hace referencia a $\mathcal{L} \{ df(t)/dt \} = sF(s)$ con condiciones iniciales cero, de lo cual se obtiene:

$$\gamma l = s\tau = s\left(\left(\sqrt{L'C'}\right)l\right) \tag{2.149}$$

Sustituyendo la ecuación (2.149) en (2.147) se obtiene:

$$\mathbf{V}_{2}(l,s) = \frac{2\mathbf{V}_{F}}{s} \left(\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k} e^{-s\tau(2k+1)} \right)$$
(2.150)

Desarrollando algunos términos:

$$\mathbf{V}_2(l,s) = \frac{2\mathbf{V}_F}{s} \left(e^{-s\tau} - e^{-3s\tau} + e^{-5s\tau} - e^{-7s\tau} + e^{-9s\tau} - \dots \right)$$
(2.151)

Considerando las propiedades de las transformadas de Laplace, se tiene que:

$$u(t-a) = \frac{e^{-as}}{s}$$
(2.152)

para todo valor de a que cumpla ($a \ge 0$). Por lo que la ecuación (2.151) puede expresarse como:

$$\mathbf{V}_2(l,t) = 2\mathbf{V}_F\left(u(t-\tau) - u(t-3\tau) + u(t-5\tau) - u(t-7\tau) + \dots\right)$$
(2.153)

Evaluación de la tensión en x = 0:

$$\mathbf{V}_1(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F}{s} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(-1 \right)^k e^{-\gamma l(2k)} + \sum_{k=0}^{\infty} \left(-1 \right)^k e^{-\gamma l(2k+2)} \right)$$
(2.154)

$$\mathbf{V}_1(x,s) = \frac{\mathbf{V}_F}{s} \left(\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k e^{-s\tau(2k)} + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k e^{-s\tau(2k+2)} \right)$$
(2.155)

Evaluando algunos términos de la sumatoria:

$$\mathbf{V}_1(s) = \frac{\mathbf{V}_F}{s} \left(1 - e^{-2s\tau} + e^{-2s\tau} + e^{-4s\tau} - e^{-4s\tau} - e^{-6s\tau} + e^{-6s\tau} + \dots \right)$$
(2.156)

$$\mathbf{V}_1(s) = \frac{\mathbf{V}_F}{s} \tag{2.157}$$

Transformando al dominio del tiempo:

$$V_1(t) = V_F u(t) (2.158)$$

Evaluación de la corriente en x = 0:

Haciendo referencia a la ecuación (2.143) y las condiciones de *circuito abierto* para el diagrama de la figura 2.3, se obtiene:

$$\mathbf{I}(s) = \frac{\mathbf{V}_F}{sZ_0} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(-1 \right)^k e^{-\gamma l(2k)} - \sum_{k=0}^{\infty} \left(-1 \right)^k e^{-\gamma l(2k+2)} \right)$$
(2.159)

$$\mathbf{I}(s) = \frac{\mathbf{V}_F}{sZ_0} \left(\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k e^{-s\tau(2k)} - \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k e^{-s\tau(2k+2)} \right)$$
(2.160)

Desarrollando algunos términos:

$$\mathbf{I}(s) = \frac{\mathbf{V}_F}{sZ_0} \left(1 - e^{-2s\tau} - e^{-2s\tau} + e^{-4s\tau} + e^{-4s\tau} - e^{-6s\tau} - e^{-6s\tau} + \dots \right)$$
(2.161)

$$\mathbf{I}(s) = \frac{\mathbf{V}_F}{sZ_0} \left(1 - 2e^{-2s\tau} + 2e^{-4s\tau} - 2e^{-6s\tau} + \dots \right)$$
(2.162)

Transformando al dominio del tiempo:

$$I_1(t) = \frac{V_F}{Z_0} \left(u(t) - 2u(t - 2\tau) + 2u(t - 4\tau) - 2u(t - 6\tau) + 2u(t - 8\tau) - \dots \right) \quad (2.163)$$

Evaluación de la corriente en x = l:

Realizando la sustitución de las condiciones en la expresión de la corriente se obtiene:

$$\mathbf{I}(l,s) = \frac{\mathbf{V}_F}{sZ_0} \left(\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k e^{-\gamma l(2k+1)} - \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k e^{-\gamma l(2k+1)} \right)$$
(2.164)

$$\mathbf{I}(l,s) = 0 \tag{2.165}$$

La energización de una línea con su nodo de recepción en *circuito abierto* tiene las siguientes características:

- El nodo de recepción demanda una corriente con valor cero permanentemente (ecuación 2.165). Al incidir una onda de corriente y encontrarse con alta impedancia, por condiciones de frontera, la corriente se refleja y en el nodo el valor es cero.
- El nodo de recepción presenta un valor de tensión que duplica el valor del nodo de envío (ecuación 2.153). La energía magnética asociada a la corriente desaparece al reducirse a un valor cero y por el principio de conservación se transforma en energía eléctrica lo cual duplica la tensión.

2.4.3.2. Línea de transmisión en cortocircuito.

El objetivo es evaluar el comportamiento de la tensión y la corriente ante la energización en condición de *cortocircuito* en las condiciones cuando x = 0 y al final de la línea cuando x = l.

Haciendo referencia a la representación de la figura 2.3, las condiciones son $\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_F/s$, $Z_0 = \sqrt{L'/C'}$, $Z_F = 0$, $Z_T = 0$. Los *coeficientes de reflexión* se determinan de la siguiente manera:

$$\Gamma_{1_0} = \frac{Z_F - Z_0}{Z_F + Z_0} = \frac{-Z_0}{Z_0} = -1 \tag{2.166}$$

$$\Gamma_{1_l} = \frac{Z_T - Z_0}{Z_T + Z_0} = \frac{-Z_0}{Z_0} = -1 \tag{2.167}$$

Evaluación de la tensión en x = 0:

La expresión de la tensión se obtiene sustituyendo las condiciones anteriores y las ecuaciones (2.166) y (2.167) como se indica a continuación:

$$\mathbf{V}_{1}(s) = \frac{\mathbf{V}_{F}}{s} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left((-1)(-1) \right)^{k} e^{-\gamma l(2k)} + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)e^{-\gamma l(2k+1)} \right)$$
(2.168)

$$\mathbf{V}_{1}(s) = \frac{\mathbf{V}_{F}}{s} \left(\sum_{k=0}^{\infty} e^{-s\tau(2k)} - \sum_{k=0}^{\infty} e^{-s\tau(2k+1)} \right)$$
(2.169)

Desarrollando algunos términos de las sumatorias:

$$\mathbf{V}_1(s) = \frac{\mathbf{V}_F}{s} \left(1 - e^{-2s\tau} + e^{-2s\tau} - e^{-4s\tau} + e^{-4s\tau} - e^{-6s\tau} + e^{-6s\tau} - \dots \right)$$
(2.170)

_ _

$$\mathbf{V}_1(s) = \frac{\mathbf{V}_F}{s} \tag{2.171}$$

Transformando al dominio del tiempo:

$$V_1(t) = V_F u(t) (2.172)$$

Evaluación de la tensión en x = l:

$$\mathbf{V}_2(s) = \frac{\mathbf{V}_F}{s} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left((-1)(-1) \right)^k e^{-\gamma l(2k+1)} + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)e^{-\gamma l(2k+1)} \right)$$
(2.173)

$$\mathbf{V}_2(s) = 0 \tag{2.174}$$

Evaluación de la corriente en x = 0:

Haciendo referencia a la ecuación (2.143) y las condiciones de *cortocircuito* para el diagrama de la figura 2.3, se obtiene:

$$\mathbf{I}_{1}(s) = \frac{\mathbf{V}_{F}}{sZ_{0}} \left(\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\gamma l(2k)} + \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\gamma l(2(k+1))} \right)$$
(2.175)

$$\mathbf{I}_{1}(s) = \frac{\mathbf{V}_{F}}{sZ_{0}} \left(\sum_{k=0}^{\infty} e^{-s\tau(2k)} + \sum_{k=0}^{\infty} e^{-s\tau(2(k+1))} \right)$$
(2.176)

Desarrollando algunos términos de las sumatorias se obtiene:

$$\mathbf{I}_{1}(s) = \frac{\mathbf{V}_{F}}{sZ_{0}} \left(1 + e^{-2s\tau} + e^{-2s\tau} + e^{-4s\tau} + e^{-4s\tau} + e^{-6s\tau} + e^{-6s\tau} + \dots \right)$$
(2.177)

$$\mathbf{I}_{1}(s) = \frac{\mathbf{V}_{F}}{sZ_{0}} \left(1 + 2e^{-2s\tau} + 2e^{-4s\tau} + 2e^{-6s\tau} + \dots \right)$$
(2.178)

Transformando al dominio del tiempo:

$$I_1(t) = \frac{V_F}{Z_0} \left(u(t) + 2u(t - 2\tau) + 2u(t - 4\tau) + 2u(t - 6\tau) + \dots \right)$$
(2.179)

Evaluación de la corriente en x = l:

Haciendo referencia a la ecuación (2.143) y las condiciones de *cortocircuito* para el diagrama de la figura 2.3, se obtiene:

$$\mathbf{I}_{2}(s) = \frac{\mathbf{V}_{F}}{sZ_{0}} \left(\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\gamma l(2k+1)} + \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\gamma l(2(k+1)-1)} \right)$$
(2.180)

$$\mathbf{I}_{2}(s) = \frac{2\mathbf{V}_{F}}{sZ_{0}} \sum_{k=0}^{\infty} \left(e^{-s\tau(2k+1)} \right)$$
(2.181)

Desarrollando algunos términos:

$$\mathbf{I}_{2}(s) = \frac{2\mathbf{V}_{F}}{sZ_{0}} \left(e^{-s\tau} + e^{-3s\tau} + e^{-5s\tau} + e^{-7s\tau} + \dots \right)$$
(2.182)

Transformando al dominio del tiempo:

$$I_2(t) = \frac{2V_F}{Z_0} \left(u(t-\tau) + u(t-3\tau) + u(t-5\tau) + u(t-7\tau) + \dots \right)$$
(2.183)

La energización de una línea con su nodo de recepción en *cortocircuito* tiene las siguientes características:

- El nodo de recepción en condición de *cortocircuito* determina invariablemente un valor de cero para la tensión (ecuación 2.174). Al incidir una *onda viajera* de tensión al nodo en *cortocircuito* es cancelada por la onda reflejada y la onda refractada es cero.
- El nodo de recepción presenta un valor de corriente que se duplica respecto al valor del nodo de envío (ecuación 2.183). La energía eléctrica asociada a la tensión desaparece al reducirse a un valor cero y por el principio de conservación se transforma en energía magnética lo cual duplica la corriente.

2.4.4. Efecto del sistema eléctrico de potencia.

La representación del diagrama equivalente del nodo de energización es importante por los efectos reflejados en el comportamiento de las magnitudes de corriente y tensión. A continuación se describe el estudio de línea monofásica ideal de longitud finita y energizada desde un nodo como fuente *inductiva*.

Haciendo referencia al diagrama de la figura 2.3 en condiciones de *circuito abierto* se tienen que $\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_F/s$, $Z_0 = \sqrt{L'/C'}$, $Z_F = sL_F$, $Z_T = \infty$. y usando la expresión:

$$a = \frac{Z_0}{L_F} \tag{2.184}$$

El coeficiente de reflexión para el nodo de envío se determina de la siguiente manera:

$$\Gamma_{1_0} = \frac{Z_F - Z_0}{Z_F + Z_0} = \frac{sL_F - Z_0}{sL_F + Z_0} = \frac{s-a}{s+a}$$
(2.185)

y en el nodo de recepción tiene el siguiente valor

$$\Gamma_{1_l} = \frac{Z_T - Z_0}{Z_T + Z_0} = \frac{\infty}{\infty} = 1$$
(2.186)

2.4.4.1. Evaluación de la tensión en el nodo de recepción (x = l).

Evaluando en la ecuación (2.142) en x = l y considerando las expresiones (2.148) y (2.149) se obtiene,

$$\mathbf{V}_{2}(x,s) = \frac{Z_{0}}{Z_{0} + sL_{F}} \frac{\mathbf{V}_{F}}{s} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\left(\frac{s-a}{s+a} \right)^{k} e^{-s\tau(2k+1)} + \left(\frac{s-a}{s+a} \right)^{k} e^{-s\tau(2k+1)} \right)$$
(2.187)

efectuando operaciones aritméticas se tiene,

$$\mathbf{V}_{2}(x,s) = \frac{\mathbf{V}_{F}Z_{0}}{L_{F}} \frac{1}{s(s+a)} \sum_{k=0}^{\infty} \left(2\left(\frac{s-a}{s+a}\right)^{k} e^{-s\tau(2k+1)} \right)$$
(2.188)

$$\mathbf{V}_2(x,s) = 2a\mathbf{V}_F \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{(s-a)^k}{s(s+a)^{k+1}}\right) e^{-s\tau(2k+1)}$$
(2.189)

Desarrollando algunos términos de la ecuación 2.189 se obtiene:

$$\mathbf{V}_2(x,s) = 2a\mathbf{V}_F\left(\frac{e^{-s\tau}}{s(s+a)} + \frac{(s-a)e^{-s3\tau}}{s(s+a)^2} + \frac{(s-a)^2e^{-s5\tau}}{s(s+a)^3} + \dots\right)$$
(2.190)

Aplicando la transformada inversa de Laplace para la obtención de la respuesta en el tiempo:

$$v_2(t) = 2V_F \left(1 - e^{-a(t-\tau)}\right) u(t-\tau) + 2V_F \left(2a(t-3\tau)e^{-a(t-3\tau)} + e^{-a(t-3\tau)} - 1\right) u(t-3\tau) + \dots \quad (2.191)$$

2.4.4.2. Evaluación de la tensión en el nodo de envío (x = 0).

Evaluando en la ecuación (2.142) en el nodo de envío (x = 0) y considerando las expresiones (2.148) y (2.149) se obtiene,

$$\mathbf{V}_{1}(x,s) = \frac{Z_{0}}{Z_{0} + sL_{F}} \frac{\mathbf{V}_{F}}{s} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\left(\frac{s-a}{s+a} \right)^{k} e^{-s\tau(2k)} + \left(\frac{s-a}{s+a} \right)^{k} e^{-s\tau(2k+1)} \right)$$
(2.192)

Efectuando operaciones aritméticas se obtiene:

$$\mathbf{V}_1(x,s) = \frac{a\mathbf{V}_F}{s(s+a)} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\left(\frac{s-a}{s+a}\right)^k e^{-s\tau 2k} + \left(\frac{s-a}{s+a}\right)^k e^{-s\tau 2(k+1)} \right)$$
(2.193)

$$\mathbf{V}_1(x,s) = a\mathbf{V}_F \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{(s-a)^k}{s(s+a)^{k+1}} \left(e^{-s\tau 2k} \right) + \frac{(s-a)^k}{s(s+a)^{k+1}} \left(e^{-s\tau 2(k+1)} \right) \right)$$
(2.194)

Desarrollando algunos términos de la ecuación 2.194 se obtiene:

$$\mathbf{V}_1(x,s) = a\mathbf{V}_F\left(\frac{1}{s(s+a)} + \frac{e^{-s2\tau}}{s(s+a)} + \frac{(s-a)e^{-s2\tau}}{s(s+a)^2} + \frac{(s-a)e^{-s4\tau}}{s(s+a)^2} + \dots\right) \quad (2.195)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace para la obtención de la respuesta en el tiempo:

$$v_1(t) = V_F \left(1 - e^{-at} \right) + V_F \left(2a(t - 2\tau)e^{-a(t - 2\tau)} \right) u(t - 2\tau) + \dots$$
 (2.196)

Las expresiones de las ecuaciones (2.191) y (2.196) proporcionan el valor de la tensión en el nodo de rececpción y nodo de envío respectivamente. Para encontrar el valor máximo que se alcanza, se evalúa mediante el concepto de máximos y mínimos conforme al planteamiento siguiente:

$$\frac{dv_1(t)}{dt} = 0 (2.197)$$

$$\frac{dv_2(t)}{dt} = 0 (2.198)$$

2.4.4.3. Evaluación del valor máximo de la tensión en el nodo de envío(x = 0).

El análisis se realiza considerando únicamente la primera reflexión y considerando que la derivada de la función escalón es una función impulso.

$$\frac{dv_1(t)}{dt} = V_F\left(-e^{-at}(-a)\right) + V_F\left(2a(t-2\tau)e^{-a(t-2\tau)}(-a) + 2ae^{-a(t-2\tau)}\right) = 0 \quad (2.199)$$

$$\left(aV_F - 2a^2V_F(t - 2\tau)e^{2a\tau} + 2aV_Fe^{2a\tau}\right)e^{-a\tau} = 0$$
(2.200)

$$aV_F - 2a^2 V_F (t - 2\tau)e^{2a\tau} + 2aV_F e^{2a\tau} = 0$$
(2.201)

Considerando el tiempo en el cual se presenta el voltaje máximo como t_{max} , la expresión 2.201 se puede expresar como:

$$t_{max} - 2\tau = \frac{aV_F + 2aV_F(e^{2\tau a})}{2a^2 V_F(e^{2\tau a})}$$
(2.202)

Efectuando operaciones aritméticas:

$$t_{max} - 2\tau = \frac{1}{2a(e^{2\tau a})} + \frac{1}{a} = \frac{e^{-2\tau a}}{2a} + \frac{1}{a} = \frac{2 + e^{-2\tau a}}{2a}$$
(2.203)

$$t_{max} = 2\tau + \frac{2 + e^{-2\tau a}}{2a} \tag{2.204}$$

Sustituyendo la expresión anterior (2.204) en la ecuación (2.196) para evaluar la tensión en ese tiempo:

$$v_1(t_{max}) = V_F \left(1 - e^{-at_{max}} \right) + V_F 2a(t_{max} - 2\tau) \left(e^{-a(t_{max} - 2\tau)} \right)$$
(2.205)

El término $u(t_{max} - 2\tau)$ se toma implícitamente al considerar el factor al cual se multiplica. Efectuando operaciones aritméticas se tiene:

$$v_1(t_{max}) = V_F - V_F \left(e^{-a\left(2\tau + \frac{2+e^{-2\tau a}}{2a}\right)} \right) + V_F 2a \left(\frac{2+e^{-2\tau a}}{2a}\right) \left(e^{-a\left(\frac{2+e^{-2\tau a}}{2a}\right)} \right)$$
(2.206)

$$v_1(t_{max}) = V_F - V_F 2\left(e^{-a\left(\frac{2+e^{-2\tau a}}{2a}\right)}\right)$$
(2.207)

$$v_1(t_{max}) = V_F\left(1 + 2\left(e^{-1\left(\frac{2+e^{-2\tau a}}{2}\right)}\right)\right)$$
(2.208)

2.4.4.4. Evaluación del valor máximo de la tensión en el nodo de recepción (x = l).

$$2aV_F\left(e^{-a(t-\tau)}\right) + 2V_F\left(-2a^2(t-3\tau)\left(e^{-a(t-3\tau)}\right) + \left(e^{-a(t-3\tau)}\right) - a\left(e^{-a(t-3\tau)}\right)\right) = 0 \quad (2.209)$$

$$2V_F(e^{-at})(a(e^{at}) - 2a^2(t - 3\tau)(e^{a3\tau}) + 2a(e^{a3\tau}) - a(e^{a3\tau})) = 0$$
(2.210)

$$ae^{-at} - 2a^{2}(t - 3\tau) \left(e^{a3\tau}\right) + a \left(e^{a3\tau}\right) = 0$$
(2.211)

Considerando el tiempo en el cual se presenta el voltaje máximo como t_{max} , la expresión 2.211 se puede expresar como:

$$a(e^{a\tau}) - 2a^2(t_{max} - 3\tau)(e^{3a\tau}) + a(e^{3a\tau}) = 0$$
(2.212)

Despejando el tiempo durante el cual se presenta el voltaje máximo y efectuando operaciones aritméticas:

$$t_{max} - 3\tau = \frac{e^{3a\tau} + e^{a\tau}}{2a(e^{3a\tau})} = 3\tau + \left(\frac{1 + e^{-2a\tau}}{2a}\right)$$
(2.213)

Con el fin de evaluar la tensión que se presenta en este tiempo, se sustituye la expresión 2.213 en la ecuación 2.191 y se obtiene:

$$v_{2}(t) = 2V_{F} \left(1 - e^{-a\left(2\tau + \left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)\right)} \right) + 2V_{F} \left(2a \left(2\tau + \left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right) \right) e^{-a\left(2\tau + \left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)\right)} + e^{-a\left(2\tau + \left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)\right)} - 1 \right)$$
(2.214)

$$v_{2}(t_{max}) = 2V_{F} - 2V_{F} \left(e^{-a\left(2\tau + \frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)} \right) + 4aV_{F} \left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right) \left(e^{-a\left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)} \right) + 2V_{F} \left(e^{-a\left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)} \right) - 2V_{F} \quad (2.215)$$

$$v_{2}(t_{max}) = -2V_{F}\left(e^{-a\left(2\tau + \frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)}\right) + 2V_{F}\left(e^{-a\left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)}\right) + 2V_{F}\left(e^{-a\left(2\tau + \frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)}\right) + 2V_{F}\left(e^{-a\left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2a}\right)}\right)$$
(2.216)

de tal manera:

$$v_2(t_{max}) = -4V_F\left(e^{\left(\frac{1+e^{-2a\tau}}{2}\right)}\right)$$
(2.217)

Del desarrollo anterior se observa que las ecuaciones (2.208) y (2.217) expresan el valor de la tensión y depende del término (2.184), lo cual significa que el sobrevoltaje máximo producido por la energización de la línea de transmisión depende de la relación existente entre su impedancia característica y la inductancia de la fuente.

2.5. Conclusiones.

El presente capítulo contiene la descripción analítica de los fundamentos teóricos para el análisis de los circuitos con parámetros *distribuidos*. Se repasa la formulación del estudio de la línea de transmisión a partir de un modelo basado en un segmento infinitesimal representado por un equivalente de parámetros *concentrados* sin considerar elementos conectados en sus extremos y haciendo uso de las ecuaciones de *Kirchhoff*. Con base a lo anteriormente expuesto se mencionan las siguientes conclusiones:

- La teoría descrita es de utilidad indispensable para el estudio de fenómenos transitorios en los sistemas eléctricos de distribución debido a que en este régimen los conductores de una línea de transmisión, de los devanados de un transformador y de los devanados de un generador presentan un comportamiento de características de *parámetros distribuidos*.
- Analíticamente se puede observar el efecto que provocan algunos elementos adicionales a la línea de transmision cuando se estudia con el enfoque de parámetros distribuidos.
- La teoría de onda viajera fundamenta el estudio de la propagación de señales eléctricas como la corriente y la tensión en circuitos con parámetros distribuidos en régimen transitorio, lo cual implica hacer énfasis en las propiedades físicas como la longitud y conceptos como tiempo de viaje (τ) y constante de propagación (γ) de las ondas. Estos conceptos forman parte del sustento teórico para describir fenómenos en líneas de transmisión aérea, líneas de transmisión subterránea con cables de potencia de aislamiento sólido (polietileno de cadena cruzada-XLPE), líneas de transmisión subteránea con cables tipo tubo (rellenos con aceite a alta presión-HPOF y rellenos con fluido a alta presión-HPFF) y arreglos longitudinales de conductor aislado en gas SF_6 (subestaciones aisladas en gas SF_6), entre otros.
- La teoría de *onda viajera* se ha desarrollado e implementado en programas computacionales como es el caso de ATP/EMTP para usarse como una herramienta de simulación en el análisis transitorio en los sistemas eléctricos de potencia.

Capítulo 3

Energización de una línea de transmisión

3.1. Introducción.

Las maniobras de interruptores de equipos eléctricos son necesarias para la operación de los sistemas eléctricos de distribución debido a las siguientes razones [105]:

- Conexión o desconexión de algunos componentes, cargas o clientes del sistema eléctrico de distribución por solicitud o por cuestiones de magnitudes eléctricas.
- Reconfiguración del sistema eléctrico con el fin de transferencia de flujos de potencia.
- Desconexión de componentes por motivos de mantenimiento o reemplazo.
- Desconexión de componentes por motivos de falla. Actuación de los esquemas de protección para la interrupción de corrientes de corto circuito.

Estas maniobras de interruptores también implican cambios en las características operativas debido a la redistribución de la energía almacenada en forma de campos eléctrico y magnético en los elementos capacitivos e inductivos respectivamente, lo cual puede derivar en la aparición de sobretensiones, sobrecorrientes y otras alteraciones de las condiciones y magnitudes eléctricas. Tales disturbios en el estado operativo de la red eléctrica, se desarrollan describiendo comportamientos que son identificados como transitorios electromagnéticos producidos por *maniobra (switcheo)*.

Los fenómenos por maniobra son originados por la acción de interruptores o medios de desconexión y se pueden clasificar de la siguiente manera [5]:

- Fenómenos de energización de elementos del sistema eléctrico de potencia.
- Fenómenos de des-energización de elementos del sistema eléctrico de potencia, los cuales incluyen liberación de falla, rechazo de carga entre otros.

Uno de los casos de energización más común es la operación de una línea mediante el cierre de un interruptor en uno de sus extremos y con el otro abierto (*línea en vacío*).

Tal maniobra, produce sobretensiones transitorias que pueden resultar perjudiciales para el aislamiento a lo largo de la línea y con complicaciones mayores en los extremos de la misma.

3.2. Fundamentos teóricos.

La energización de una línea implica un cambio en los parámetros del sistema eléctrico y da origen a la aparición de *ondas viajeras*, las cuales se propagan a través de la línea hasta llegar a su extremo remoto desde donde sucesivamente se pueden reflejar, atenuar o presentar otro efecto hasta desaparecer [22], [23], [104]. Para el estudio de este fenómeno, resaltan los siguientes aspectos [73]:

- Los parámetros de línea son de característica *distribuida*.
- La configuración física entre conductores determina un arreglo asimétrico respecto a su acoplamiento y con retorno a través del suelo (tierra).
- Los parámetros *serie* de línea $R' \ge L'$ pueden tener una dependencia considerable respecto de la frecuencia.
- La velocidad con la que se propaga la onda electromagnética (*velocidad de propagación*) puede tener múltiples valores y con diferente magnitud de acoplamiento entre conductores.

Las bases teóricas del análisis de líneas tienen referencia con lo descrito en el capítulo 2. El inicio del estudio puede partir del planteamiento matricial de las ecuaciones (2.3) y (2.4) y que se representan como se indica a continuación:

$$-\frac{\partial \mathbf{v}(x,t)}{\partial x} = \left[R'\right]\mathbf{i}(x,t) + \left[L'\right]\frac{\partial \mathbf{i}(x,t)}{\partial t}$$
(3.1)

$$-\frac{\partial \mathbf{i}(x,t)}{\partial x} = \left[G'\right]\mathbf{v}(x,t) + \left[C'\right]\frac{\partial \mathbf{v}(x,t)}{\partial t}$$
(3.2)

donde $\mathbf{v}(x,t)$ y $\mathbf{i}(x,t)$ son los vectores de voltaje y corriente respectivamente; [R'], [L'], [G'] y [C'] son las matrices de resistencia, inductancia, conductancia y capacitancia por unidad de longitud de la línea respectivamente.

Respecto a los parámetros anteriormente mencionados y si la línea consta de un arreglo físico con el cual las impedancias *propias* (capacitancias) de cada una de las fases son iguales entre sí, además de que, las impedancias *mutuas* (capacitancias) entre fases también son iguales, es decir, cuando se trate de una línea de transmisión *transpuesta* se da origen a una matriz de parámetros que contiene sólo dos elementos como se indica a continuación:

$$\begin{bmatrix} S & M & M \\ M & S & M \\ M & M & S \end{bmatrix}$$
(3.3)

donde los elementos de la diagonal tienen un valor común S (propio) y todos los elementos fuera de la diagonal tienen un valor común M (mutuo).

Sin embargo, para el caso en el cual la transposición no es real, se puede abordar el estudio a partir de modelos de secciones de parámetros *concentrados* (π) en *cascada*, cada uno de los cuales puede representar de manera aproximada un segmento de línea de 20 millas de longitud [46]. La solución de estos modelos resulta impráctica.

Un planteamiento distinto para el estudio de las líneas *no-transpuestas* puede realizarse con el reconocimiento de que las impedancias *propias* (capacitancias) de todas las fases así como las impedancias *mutuas* (capacitancias) no son iguales entre sí. Sin embargo, las matrices de los parámetros son simétricas.

Las matrices se pueden desacoplar (diagonalizar) mediante matrices de transformación que son característica representativa de la configuración de la línea. Las matrices diagonales en el dominio *modal* se pueden obtener mediante el siguiente planteamiento:

$$\left[Z'_{modal}\right] = \left[T_v\right]^{-1} \left[Z'_{fase}\right] \left[T_i\right] \tag{3.4}$$

$$\left[C'_{modal}\right] = \left[T_i\right]^{-1} \left[C'_{fase}\right] \left[T_v\right]$$
(3.5)

donde $[T_i]^{-1} = [T_v]^t$; los valores de las columnas de $[T_v]$ son los eigenvectores del producto matricial $[Z'_{fase}] [j\omega C'_{fase}]$; los voltajes y corrientes en cantidades de *fase* obtenidas a partir de cantidades *modales* se representan como a continuación se indica:

$$\begin{bmatrix} i_{fase} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{modal} \end{bmatrix}$$
(3.6)

$$\begin{bmatrix} v_{fase} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{modal} \end{bmatrix}$$
(3.7)

Ahora bien, la matriz de transformación $[T_i]$ es de característica compleja y dependiente de la frecuencia, sin embargo, se tiene la referencia que para líneas aéreas en el rango de frecuencias de 10 Hz a 10 kHz se puede considerar independiente de la frecuencia [46].

La energización de una línea aérea en vacío se realiza a través de la activación de interruptores de potencia y genera fenómenos que se propagan a lo largo de la línea y pueden representar sobretensiones para el aislamiento propio y/o del equipo asociado. El tipo de sobretensiones generadas por este evento, se clasifica como *temporal* y de *frente lento* cuya duración se caracteriza en un rango de algunas decenas a miles de microsegundos [53]. La magnitud de las sobretensiones ha llegado a representar un problema para la operación del sistema eléctrico de potencia, puesto que pueden alcanzarse valores mayores a 4 pu [55].

Debido a la complicación para ejecutar pruebas reales a valores de tensión y frecuencia del sistema, una opción es recurrir a cálculos analógicos o a la obtención de valores con base a modelos matemáticos y simulación digital. Los estudios realizados en este sentido han aportado información que valida los rangos característicos de frecuencia cuya magnitud va desde la frecuencia fundamental hasta 10 kHz [5].

3.3. Modelos de la línea disponibles en ATP/EMTP.

El programa usado cuenta con dos tipos de modelos basados en el dominio del tiempo [5]:

- Componentes modelados con parámetros *concentrados* que incluyen a aquellos en donde los parámetros son calculados a una determinada frecuencia.
- Componentes modelados con parámetros *distribuidos* que incluyen los componentes de parámetros *distribuidos* a frecuencia constante y de parámetros *distribuidos* dependientes de la frecuencia.

Así mismo, se pueden emplear la representación de una línea a través de componentes con parámetros RL acoplados [106].

El programa ATP/EMTP cuenta con la opción del cálculo de los valores numéricos requeridos por los modelos anteriores y para ello dispone de rutinas de preproceso como $LINE\ CONSTANTS$, para lo cual se se ingresa la información de las características físicas y configuración de la línea aérea con el uso de la aplicacón de íconos del propio programa y se obtienen las matrices de resistencia, inductancia y capacitancia de la línea [46].

3.4. Caso de estudio: Energización de una línea aérea en

115 kV.

Las líneas aéreas de alta tensión que componen el sistema eléctrico de distribución, generalmente son soportadas por torres metálicas, postes de concreto, postes de madera y algunas otras variantes. Los niveles de tensión a que se encuentran operando son 115 kV, 85 kV y 69 kV, por mencionar algunos.

El caso aquí planteado se refiere al registro digital de la maniobra de cierre ejecutada por un interruptor de potencia que protege a una línea aérea de 115 kV, la cual recorre bosques y tierras de labor y cultivo frutal.

La línea de configuración sencilla de un solo circuito (PTN 73460 LAE), interconecta 2 subestaciones en sus extremos como se muestra en la figura 3.1.

3.4.1. Metodología.

El estudio del transitorio por maniobra, se realizó mediante el plateamiento y desarrollo de los aspectos siguientes:

- Descripción de la información contenida en el registro de medición.
- Modelado de la línea y el sistema eléctrico de distribución en ATP/EMTP.
- Simulación de la energización en ATP/EMTP y análisis de resultados.

3.4.2. Descripción de la información contenida en el registro de medición.

La medición se obtuvo con el uso de un registrador portátil que se instaló específicamente para la captura de las formas de onda derivadas del fenómeno en cuestión y como se indica en la figura 3.1. El archivo obtenido contiene 3 señales de tensión y 3



Figura 3.1: Esquema representativo de la medición durante la energización de línea PTN 73460 LAE.

señales de corriente y fueron registradas bajo una frecuencia de 128 muestras por ciclo. El archivo se procesó con los programas y utilerías de EMTP para poder ser invocado desde la plataforma del graficador residente *PlotXY*.



Figura 3.2: Señales de tensión medidas en el nodo emisor (S.E. PTN).

La información proporcionada por la figura 3.2 muestra como valor máximo 125 kV correspondiente a la fase a, lo cual representa una relación de 1.33 pu respecto al valor de tensión nominal de 115 kV con referencia a tierra. Así mismo, se toman en cuenta los tiempos de operación de cada uno de los polos del interruptor mediante el cual se energiza la línea.

No se cuenta con el registro del comportamiento de la tensión en el nodo de recepción.

Por lo que solamente se puede realizar la comparación con la señal de tensión en el nodo emisor.

3.4.3. Modelado del sistema eléctrico de distribución en ATP/EMTP.

Los fenómenos transitorios asociados a la operación de las líneas a
éreas, son factibles de modelado y simulación en el programa ATP/EMTP. El modelado
de sus componentes o elementos pueden orientarse a reproducir el comportami
ento en estado estable y/o transitorio.

3.4.3.1. Modelado del equivalente transitorio de red.

El estudio de energización que se presenta está determinado por el hecho de modelar a detalle sólo una parte del sistema eléctrico de potencia y el resto representarlo a través de equivalentes reducidos. Sin embargo, se ha observado que estas consideraciones pueden introducir errores significativos en el cálculo de transitorios electromagnéticos [78]. El modelo del sistema se integra usando un *equivalente de Thèvenin* trifásico balanceado (E_1, Z_1, Z_0) para representar la capacidad de aportar corriente de cortocircuito. Los valores de este equivalente provienen del estudio de cortocircuito del sistema interconectado nacional.

Se emplean dos modelos que resaltan la ubicación del equivalente, uno de los cuales considera la ubicación directamente en el nodo desde donde se energiza la línea, ver figura 3.3 y el otro considera la ubicación en un nodo remoto (S.E. MRP) ver figura y 3.4. Con lo anterior, se pretende comparar el efecto de la fuente en base a las siguientes consideraciones [3],[4],[52],[76].

- Fuente *inductiva*. Representación de la fuente con baja capacidad de potencia de cortocircuito a través de un transformador de potencia. No se considera el efecto de otras líneas o cables conectados al nodo de energización, ver figura 3.3.
- Fuente *compleja*. Representación de la fuente con alta capacidad de potencia de cortocircuito a través de otros elementos del sistema eléctrico. Considera el efecto de la interconexión de otras líneas o cables al nodo de energización, ver figura 3.4.



Figura 3.3: Circuito equivalente para la simulación con ATP/EMTP, fuente *simple* (*inductiva*) y línea modelo π .



Figura 3.4: Circuito equivalente para la simulación con ATP/EMTP, fuente *compleja* y línea modelo π .

3.4.3.2. Modelado de la línea.

El estudio de la energización se realizó representando la línea aérea mediante los siguientes modelos:

- Pi (π), el cual considera un modelo de línea aérea de parámetros concentrados propio para estudios de transitorios electromagéticos.
- Bergeron, el cual proporciona la información correspondiente a una línea aérea transpuesta de parámetros constantes (independientes de la frecuencia) factible de ser usado en estudios de onda viajera [46].

Los datos estándar del alimentador son la resistividad del terreno (ρ) donde se representra el enlace, la frecuencia inicial o de referencia a la que se determina el modelo numérico del enlace y su longitud, ver tabla 3.1.

La configuración de la sección transversal del arreglo de conductores para la línea aérea se muestra a continuación en la figura 3.5. El modelo se integró usando la representa-

DESCRIPCIÓN	DATO
Calibre (kCM)	477
Material	ACSR
Radio interior (cm)	0.5160
Radio exterior (cm)	1.0900
Resistencia $dc \left(\frac{\Omega}{Km}\right)$	0.1195

Tabla 3.1: Datos del conductor ACSR calibre 477 kCM.

ción de la línea a
érea de 115 kV, de longitud de 52.4 km con los interruptores de las subestaciones PTN y LAE en estado
 abierto.

Una imagen ilustrativa de las estructuras predominantes de esta línea, puede verse en la figura 3.6.



Figura 3.5: Arreglo físico de conductores de la línea aérea.



Figura 3.6: Imagen de la estructura característica de la línea aérea bajo estudio.

3.4.3.3. Modelado de los interruptores de potencia.

Los interruptores se modelan mediante switches convencionales trifásicos controlados por tiempo y con ajuste independiente para la operación de cada fase. La simulación se realiza con la acción de cierre del interruptor de la S.E. PTN y se registran las mediciones de tensión correspondientes al mismo bus. Los tiempos de operación corresponden a los obtenidos en el registro de la medición.

3.4.3.4. Modelado de otros equipos.

No se incluye los modelos de los transformadores de potencial (TP's), torres o estructuras, efecto *corona*, apartarrayos ni la conexión a tierra. De igual forma al tratarse de la energización de una línea en vacío no se incluye el modelo de carga.

3.4.4. Simulación de la energización en ATP/EMTP y análisis de resultados.

La simulación se inicia con el ajuste de las condiciones iniciales, es decir, se toma en cuenta la medición de las tensiones en el nodo emisor. Para ello, se compara con los resultados de simulación que se obtienen con la ejecución del programa ATP/EMTP, ver figura 3.7.



Figura 3.7: Comparación de las señales de tensión en estado estable previo a la energización, nodo emisor (S.E. PTN).

3.4.4.1. Efecto de la representación de la fuente equivalente.

La comparación de las formas de onda de tensión obtenidas mediante simulación se muestran en las gráficas de la figura 3.8, para la fase *a* la señal $V_{an\ med}$ es la medición y $V_{an\ sfi}$ y $V_{an\ sfc}$ corresponden a la simulación considerando fuente *inductiva* y fuente *compleja* respectivamente. Como puede observarse, el efecto de considerar la fuente *compleja*, con lo cual la representación incluye más elementos del sistema eléctrico de potencia, proporciona una señal más parecida a la medición. Respecto a la forma de onda de la tensión de la señal simulada con fuente *compleja*, adquiere un valor menor que la medición y por otro lado, con fuente *inductiva* se presenta una forma muy pronunciada y de menor duración. Es evidente el efecto que tiene la fuente y se relaciona directamente a lo descrito en las ecuaciones (2.208) y (2.217) en donde se señala la dependencia respecto a la relación entre la impedancia *característica* de la línea y la inductancia de la fuente.



Figura 3.8: Efecto del modelo de fuente, señales de tensión en el nodo emisor, simulación con ATP/EMTP, línea modelo *Bergeron*.

3.4.4.2. Comparación de los modelos de línea.

La evaluación del modelo de línea con variantes de la representación de la fuente equivalente se muestra en las figuras 3.9 y 3.10. Se observa que para el caso de la simulación con fuente *compleja* proporciona formas de onda más parecidas a la medición, aun con los dos modelos de línea empleados.

La representación del sistema equivalente incluyó más líneas y la fuente se situó en una subestación remota (S.E. MRP), ver figura 3.4, lo cual significa la incorporación de elementos en serie y paralelo. Con esto se comprueba que para simulaciones de este nivel de tensión, no es suficiente la representación únicamente con la fuente y un equivalente del sistema directamente en el bus desde donde se energiza la línea. Ahora



Figura 3.9: Efecto del modelo de fuente, señales de tensión en el nodo emisor, simulación con ATP/EMTP, línea modelo π .

bien, partiendo de un equivalente representado por fuente compleja se comparan los



Figura 3.10: Efecto del modelo de fuente, señales de tensión en el nodo emisor, simulación con ATP/EMTP, línea modelo *Bergeron*.

modelos empleados en la presente simulación, la información se puede observar de la figura 3.11. Acorde a la información de las gráficas, se observa que respecto a magnitud



Figura 3.11: Señales de tensión en el nodo emisor, comparación de modelos.

de la sobretensión obtenida por simulación de ambos modelos, no es muy significativa la diferencia respecto a la medición. Sin embargo, después de las primeras reflexiones se acentúa la diferencia respecto a las señales medidas. Con base en las características obtenidas para la línea que se estudia y de acuerdo al nivel de tensión en el que opera, uno de los modelos aceptables para usar en su representación es el modelo *Bergeron*. Las mediciones de las tensiones en el nodo receptor no se tienen disponibles debido a que en la línea en ese punto no se cuenta con equipo primario para la obtención de la señal eléctrica.

Acorde al modelo obtenido se obtuvieron las señales de tensión en el nodo receptor mediante simulación, la información la proporciona la figura 3.12, en ella se observa un

valor máximo en la fase a de 1.88 pu respecto a la tensión del sistema de 115 kV. La simulación con el modelo π proporciona forma de onda similar por lo que se puede estimar que ambos modelos se pueden emplear para evaluar la sobretensión en el nodo receptor.



Figura 3.12: Señales de tensión en el nodo receptor, comparación de modelos.

3.5. Conclusiones.

Se ha realizado el estudio de un caso de energización de una línea de transmisión aérea que opera en una tensión de 115 kV. La información del sistema analizado corresponde a una porción del sistema eléctrico de distribución de Comisión Federal de Electricidad y contiene mediciones de cargas y configuración similares a las condiciones operativas que prevalecían durante la energización. El modelo del sistema equivalente se implementó en el programa ATP/EMTP y se emplearon algunos modelos de línea disponibles para efectos de comparación con el registro de tensiones medidas. Ante esto es importante mencionar las siguientes conclusiones:

- Las mediciones muestran que las sobretensiones generadas en el nodo emisor no son de magnitud considerable.
- El modelo que considera parámetros *distribuidos* a frecuencia constante, brinda resultados aceptables que representan el comportamiento transitorio para líneas de transmisión aérea de 115 kV.
- El modelo del sistema eléctrico de distribución, brinda mejores resultados cuando se incluye una mayor cantidad de elementos en el nodo de energización.
- Usando en modelo obtenido es factible realizar estudios de falla en los que se pretenda evaluar el daño por sobretensión.

 Usando el modelo obtenido, se registró la sobretensión en el nodo receptor y se observa que no es de magnitud considerable respecto a las especificaciones de los equipos eléctricos que se someten a este efecto.

Capítulo 4

Energización de un transformador de

potencia

4.1. Introducción.

El transformador de potencia, es uno de los equipos más esenciales en los sistemas eléctricos de potencia, consiste de un aparato estático compuesto de dos o más devanados que se relacionan por inducción electromagnética y transforman las señales de tensión y corriente de un sistema a otro de diferentes valores y de frecuencia similar [55].

Las maniobras que se realizan para energizar y desenergizar a un transformador de potencia, se desarrollan en circunstancias similares a las descritas en la sección 3.1 de este trabajo y a diferencia de las líneas de transmisión, la operación de estos equipos y las implicaciones que representan se pueden evaluar desde un sólo sitio donde se encuentran conectados, generalmente una subestación.

4.2. Fundamentos teóricos.

La energización de un transformador en vacío se caracteriza por presentarse asociado con fenómenos que repercuten en sobretensiones transitorias de frente lento y de duración temporal [54].

Al excitar el devanado primario con tensión nominal y teniendo al devanado secundario abierto, se ha observado que la corriente resultante adquiere valores superiores a los de carga nominal, con alto contenido armónico y considerable componente de corriente directa (dc en inglés). Esto ocurre debido a que el núcleo magnético presenta *saturación* y las corrientes se distorsionan lo que a su vez influye en la forma de onda de la tensión [54].

La corriente de magnetización resultante se le identifica como corriente de *inrush*.

La operación-energización del transformador se rige por la interacción de campos eléctricos y magnéticos, de tal manera que para su estudio, implica el uso de las ecuaciones de la *Teoría Electromagnética*.

La descripción de la interacción de estos campos en el transformador, se puede abordar partiendo del marco de las *ecuaciones magnetostáticas*, las cuales se refieren a la *Ley de Ampere* y al hecho de que el campo magnético no tiene fuente generadora, como indican las siguientes expresiones [40] :

$$\oint_C Hdl = \int_S Jda \tag{4.1}$$

donde H es la intensidad de campo magnético $(A \cdot vta/m)$ y J es la densidad de corriente con unidades *amperes por unidad de superficie* (A/m^2) . La ecuación establece que la integral de línea de la componente tangencial de H alrededor de un contorno cerrado C es igual a la corriente total que pasa por una superficie S enlazando tal contorno. Se puede observar también que la fuente de H es la densidad de corriente J,

$$\oint_{S} BdS = 0 \tag{4.2}$$

donde B es la densidad de flujo magnético en tesla (T) ó (Wb/m^2) . La ecuación establece que la densidad de flujo magnético B se conserva, es decir, que no existe el monopolo magnético.

Las ecuaciones (4.1) y (4.2) muestran que el campo magnético queda determinado por el valor instantáneo de las fuentes de corriente, así mismo, la variación de estas fuentes de corriente respecto al tiempo, implican una correspondiente variación del campo magnético.

4.2.1. Representación de las propiedades magnéticas.

La interacción de los campos eléctrico y magnético, se puede describir con base al circuito magnético que se muestra en la figura 4.1:

donde *i* representa la corriente en *amperes* (A), ϕ_c es el flujo magnético en *weber* (Wb), λ son los encadenamientos de flujo magnético (Wb · vta), N es la cantidad de vueltas o espiras del devanado, l_c es la longitud promedio del núcleo en *metros* (m), A_c es la sección transversal del núcleo en unidades de superficie (m²) y μ es la permabilidad magnética del núcleo con unidades (Wb/(A · vta/m), H/m).

Las consideraciones de mayor relevancia que se asumen para el estudio son:

- El núcleo se asume compuesto de material magnético cuya permeabilidad μ es mucho mayor que la correspondiente al entorno inmediato ($\mu \gg \mu_0$), lo cual implica que el flujo magnético se confina totalmente en el núcleo.
- La fuente del campo magnético en el núcleo se identifica como el producto Ni.



Figura 4.1: Circuito magnético simple.

- El núcleo tiene una longitud promedio $l_c,$ de tal manera que, $F=Ni=\oint Hdl=H_c l_c.$
- El núcleo está construido con una sección transversal ${\cal A}_c$ uniforme.

Ahora bien, el flujo magnético ϕ que cruza una superficie S es la integral de superficie del componente *normal* de B, es decir,

$$\phi = \oint_S Bda \tag{4.3}$$

acorde a la expresión (4.2) se obtiene que la cantidad de flujo magnético que cruza una superficie es igual a la cantidad que sale de ella, se puede decir que:

$$\phi_c = B_c A_c \tag{4.4}$$

donde ϕ_c es el flujo magnético en el núcleo, B_c es la densidad de flujo en el núcleo y A_c es la sección transversal del núcleo. Los campos vectoriales B y H se relacionan a través de la permeabilidad μ $(\frac{H}{m})$ del medio en que se relacionan, expresados de la siguiente manera:

$$B = \mu H \tag{4.5}$$

Esta relación representa el comportamiento de los materiales ferro-magnéticos y conocido como ciclo de *histéresis* el cual es de características irreversible y de respuesta *no-lineal* ante el efecto de un campo magnético; además, la magnetización no depende únicamente de la intensidad de campo magnético, también depende de las características remanentes [102]. El núcleo del transformador tiene características ferro-magnéticas por lo cual, es de suma importancia considerarlo en el modelado para estudios y simulación de transitorios como [81],[41]:

- Corrientes de *inrush*. Influencia del flujo residual al momento de energizar un transformador.
- Fenómeno de ferroresonancia. Comportamiento caótico de la tensión.
- Corrientes armónicas y sub-armónicas generadas. Debido al fenómeno de *satura-ción* del transformador.
- Flujo Residual. Características del flujo posterior a la desenergización de un transformador.

Suponiendo que una bobina genera una intensidad de campo magnético H y se aplica al material, se obtiene un equivalente de la densidad de flujo B. En este caso conforme se aumente la corriente que circula por la bobina, aumentará la intensidad de campo y crecerá la densidad de flujo correspondiente. Acorde a la figura 4.2, se puede observar



Figura 4.2: Ciclo de *histéresis*.

que bajo la intensidad de campo H_0 , se obtiene una densidad B_0 , si se continúa incrementando la intensidad, se llegará a un valor S el cual representa el punto de saturación magnética. Posteriormente, si se trata de restablecer la intensidad de campo a su valor inicial H_0 , la densidad de campo no regresa a su valor inicial, adopta un valor diferente B_1 .

Los núcleos de los transformadores, al igual que otras máquinas eléctricas, se construyen con acero con propiedades tales que desarrollen un ciclo de *histéresis* muy estrecho y de características tales que durante la operación normal del equipo eléctrico que lo contiene no alcance su *saturación*. La figura 4.3 muestra gráficamente el primer cuadrante de un acero comercial denominado M-5 [110].



Figura 4.3: Ciclo de histéresis del acero M-5 [110].

4.2.2. La corriente de magnetización.

El transfomador monofásico al ser energizado con condiciones del devando en *circuito abierto*, es decir, *en vacío*, se puede representar por el diagrama de la figura 4.4.



Figura 4.4: Circuito equivalente fuente-transformador.

Aquí se puede observar que v es el valor instantáneo del voltaje aplicado (V); R_s y X_s son la resistencia y reactancia del sistema representado en el *equivalente de Thèvenin* (Ω) ; R_t es la resistencia del devanado primario y X_t es la reactancia saturada del transformador (Ω) . Las resistencias R_s y R_t se pueden simplificar con un valor equivalente R, de igual manera, X_s y X_t se puede simplificar representándose por un valor equivalente X. Al aplicar la tensión nominal v, se induce una fuerza electromotriz (e) en las terminales del transformador, ésta hace circular una corriente i, la cual fluye en el devanado primario y establece un flujo magnético ϕ . Así la ecuación del circuito equivalente es:

$$e = Ri + N_1 \frac{d\phi}{dt} \tag{4.6}$$

En la expresión (4.6), N_1 representa al número de vueltas del devanado primario, ϕ es el flujo magnético enlazado en el devanado primario.

Considerando como senoidal a la forma de onda de la tensión de alimentación, se tiene:

$$e = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \delta) \tag{4.7}$$

donde E es el valor rms del voltaje en V, ω es el valor de la frecuencia en rad/s y δ es el ángulo correspondiente al instante en que se energiza el transformador. Así mismo, el término Ri se puede despreciar debido a que los valores normalmente son muy pequeños. Así se obtiene:

$$\sqrt{2}E\sin(\omega t + \delta) = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$
(4.8)

La ecuación diferencial,

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\sqrt{2}E\sin(\omega t + \delta)}{N_1} \tag{4.9}$$

tiene como solución,

$$\phi = -\frac{\sqrt{2E}}{\omega N_1} \cos(\omega t + \delta) + \phi_t \tag{4.10}$$

En (4.10), el primer término de la solución, $-\frac{\sqrt{2}E}{\omega n_1}\cos(\omega t + \delta)$, representa al flujo en estado estable en el núcleo del transformador y el segundo término ϕ_t , representa al componente en régimen transitorio y su magnitud depende del instante en que se energiza el transformador, es decir, del flujo normal y del flujo residual [60].

Acorde a las expresiones (4.7) y (4.10), se puede observar que ambas tienen forma de onda senoidal. También, algunos autores, mencionan que en sistemas de corriente alterna, las formas de onda del voltaje y el flujo tienen una forma de onda muy aproximada a la senoidal [40].

Ahora bien, idealmente el transformador debe operar en las condiciones en que el núcleo se caracteriza por su región lineal en donde la permeabilidad es alta y la corriente de magnetización es de baja magnitud. Sin embargo, por cuestiones económicas, el acero del núcleo debe trabajar tambien en la región *no-lineal* y con ello, la forma de onda de la corriente de magnetización depende de las características que imprime el ciclo de *histéresis* (curva B - H)[60].

La forma de onda de la corriente de magnetización se puede obtener de manera gráfica, partiendo de las características del material ferromagnético y expresando la aplicación de una tensión que se representa con la circulación del flujo correspondiente.

La naturaleza del fenómeno de la corriente de *inrush*, es decir, la aparición de una corriente de magnetización de gran magnitud, se debe en mayor parte a la energización del transformador que resulta en la aparición o cambio del flujo magnético que conduce al núcleo en la etapa de *saturación* [97].

La energización del transformador provoca la circulación del flujo magnético en el núcleo



Figura 4.5: Obtención de la corriente de magnetización.

de tal magnitud que puede alcanzar valores de dos o tres veces el flujo máximo en estado estable [24], [28].

Algunos autores han propuesto fórmulas analíticas para calcular el valor máximo de la corriente de *inrush* y se han basado en la teoría del transformador monofásico, en [109] se propone una expresión y se hace uso de valores gráficos para calcular el valor máximo; en [51] se considera el transformador conectado a un bus infinito y se asume que los devanados del transformador tienen una impedancia infinita hasta que se alcanza la etapa de *saturación* y se consideran despreciables las pérdidas por *histerésis* y por corrientes de *eddy* cuando el núcleo se encuentra *saturado*; en [21] se propone una ecuación de la representación de un transformador a bus infinito.

4.3. Modelos del transformador disponibles en ATP/EMTP.

El programa ATP/EMTP tiene las opciones de representar los bancos de transformación para su simulación en estado estable y/o transitorio como se indica a continuación [98], [46]:

- Modelo *ideal*. No considera las impedancias del equipo y simplemente transforma las magnitudes de voltaje y corriente del lado primario al lado secundario [34].
- Modelo saturable. Tiene la capacidad de representar transformadores trifásicos de 2 o 3 devanados acoplados mediante las conexiones estrella, delta y autotransformador con los defasamientos normalizados; pueden representarse transformadores con núcleos de 3 piernas (tipo columna) y 5 piernas (tipo acorazado). La característica principal reside en la representación de la rama de magnetización y para ello, permite la incorporación de 9 puntos de la característica no-lineal ingresándose en coordenadas I_{rms} (A)/ V_{rms} (V) o Corriente/Enlaces de flujo.
- Modelo basado en la rutina *BCTRAN*. Tiene la capacidad de representar unidades monofásicas, trifásicas, compuestas por 2 o más devanados, así como ambos tipo de núcleo: *acorazado* y *columna*. El fundamento aplicado reside en el concepto físico de representar mediante matrices a los devanados acoplados mutuamente.

Emplea las matrices de Inductancia o reactancia de dispersión [A], resistencia de devanados [R] o $[R] - [\omega L]$ obtenidas con la rutina propia de ATP/EMTP. La representación de la característica *no-lineal* de la rama de magnetización se puede incluir de manera externa.

• Modelo híbrido. Tiene la capacidad de representar transformadores trifásicos de 2 o 3 devanados acoplados mediante las conexiones *Estrella*, *Delta* y *Autotransformador* con los defasamientos normalizados; pueden representarse transformadores con núcleos de 3 piernas (tipo *columna*) y 5 piernas (tipo *acorazado*). El fundamento aplicado reside en la obtención de un modelo del núcleo topológicamente correcto, considera la inductancia de dispersión similar a la obtenida con *BCTRAN* y opcionalmente se pueden incluir la resistencia de los devanados dependientes de la frecuencia así como la capacitancia. Incluye ramas de magnetización individuales y la magnetización se asume acorde a la ecuación de *Fröhlich*. Según las referencias [119] y [98].

4.4. Caso de estudio: Energización de un transformador de 115 kV/13.8 kV.

Los bancos de transformación en los sistemas eléctricos de potencia, representan uno de los equipos más importantes; su operación en las distintas etapas o procesos los consolida como elementos fundamentales en los puntos donde se eleva o reduce la tensión para pasar a otro nivel.

La operación de los transformadores se regula por los centros de control y se pueden aplicar porcentajes de tolerancia para las tensiones, para la frecuencia y para las condiciones de la carga que alimenta [59]. Sin embargo, desde su puesta en servicio, son inevitables las maniobras de energización y desenergización a las que son sometidos. La energización en vacío se puede presentar en los siguientes casos:

- Energización inicial durante su puesta en servicio.
- Energización posterior a un periodo de mantenimiento.
- Energización posterior a una maniobra.
- Energización posterior a una falla.

El presente trabajo corresponde a la energización de un transformador de potencia después de haber realizado actividades de mantenimiento.

4.4.1. Metodología.

El estudio de la energización del transformador, se realizó mediante el plateamiento y desarrollo de los aspectos siguientes:
- Descripción de la información contenida en el registro de medición.
- Modelado del transformador y el sistema eléctrico de distribución en ATP/EMTP.
- Simulación de la energización en ATP/EMTP y análisis de resultados.

4.4.2. Descripción de la información contenida en el registro de medición.

La medición se obtuvo con el uso de un registrador portátil que se instaló específicamente para la captura de las formas de onda derivadas del fenómeno en cuestión, ver figura 4.6. El archivo obtenido contiene 3 señales de tensión y 3 señales de corriente y fueron registradas bajo una frecuencia de 128 muestras por ciclo, ver figura 4.7. La



Figura 4.6: Esquema representativo de la medición durante la energización del transformador VIJ T1.

información se procesó con los programas y utilerías de EMTP para poder ser invocado desde la plataforma del graficador residente PlotXY. Acorde a las gráficas de la figura



Figura 4.7: Señales de medición de la corriente a), b) y c); Voltaje d), e) y f).

4.7, se puede observar que la duración del fenómeno de la corriente continúa después de un 1 s, sin embargo sólo se analiza este tiempo.

Al tratarse de un transformador de 9.375 MVA su corriente nominal es de 47 A, la gráfica muestra un valor instantáneo máximo de 182.19 A y corresponde a la fase c, por lo cual $I_{inrush} \approx 2.74 I_{nominal}$.

No se presentan sobretensiones atribuibles a este evento, aunque el fenómeno representa una posible causa de sobretensiones transitorias, éstas no se observan, lo cual nos da la pauta para entender que una energización en este nivel de tensión y con estas características, no representan mayor complicación relacionada con esfuerzos al equipo o aislamiento. Por lo tanto, se determina estudiar la forma de onda de corriente de una forma más detallada.

4.4.3. Modelado del sistema eléctrico de distribución y el transfomador en ATP/EMTP.

El fenómeno se estudia con la representación equivalente de una fuente equivalente y el transformador en vacío. No se consideran líneas adyacentes o interconexiones a otros buses.

4.4.3.1. Modelado del equivalente transitorio de la red.

El modelo del sistema se integra usando un *equivalente de Thèvenin* trifásico balanceado (E_1, Z_1, Z_0) para representar la capacidad de aportar corriente de cortocircuito. Se emplea un modelo considerando la ubicación de la fuente directamente en el nodo desde donde se energiza el transformador de potencia, ver figura 4.6.

4.4.3.2. Modelado del transformador de potencia.

Haciendo referencia al fenómeno de energización del transformador, durante el cual, una de las repercusiones de mayor relevancia es la aparición de la corriente de *inrush*, la representación de las propiedades ferro-magnéticas del núcleo es de vital importancia debido a que el efecto *no-lineal* se hace notar en el fenómeno de *saturación*, corrientes de *eddy* y pérdidas por *histéresis* [81].

El presente trabajo, se realiza usando la representación del transformador trifásico como unidad *saturable*, ver figura 4.8. El modelo parte del enfoque monofásico y se puede observar entre los aspectos más relevantes los siguientes:

- Incluye el modelo *ideal* del transformador para obtener la relación de transformación.
- Considera el efecto de las impedancias de dispersión de ambos devanados.
- Considera el efecto de *saturación* el cual se concentra en el equivalente de un reactor *no-lineal* en el circuito del devanado 1 y se acopla al devanado como una rama de *saturación*.

 Considera el efecto de las pérdidas por excitación (pérdidas del núcleo) y se representan en una resistencia lineal *RMAG* que se conecta en paralelo a la rama de *saturación*.

El transformador tiene las caractarísticas que se enlistan a continuación en la tabla 4.1 y se puede observar una imagen del mismo en la figura 4.9. Se emplean los datos



Figura 4.8: Representación básica del transformador trifásico acorde al modelo *saturable* de ATP/EMTP [46] y el cual se emplea en el presente estudio.



Figura 4.9: Vista del transformador en estudio.

de placa y se obtienen las coordenadas para representar la *no-linealidad* de la rama magnetizante [46].

DESCRIPCIÓN	DATO		
Capacidad en MVA	7.5/9.375		
Clase de Enfriamiento	ONAN/ONAF		
Número de fases	3		
Número de devanados	2		
Tensiones nominales en kV	110-13.8/7.967		
Tipo de Conexión	Delta-Estrella		
Impedancia en porcentaje	9.12/11.46		
Tipo de núcleo	Columna		

 Tabla 4.1: Datos de placa del transformador.

omponent: SATTRAFO		and long	鏊 View Charts	
Attributes Characteris Saturation (on the FRIMM	fic (r/winding)		480.0 Fludinked [Wb-T]	Legend Morien
1 [A] 0 036348	Fluidested (Wb-T) 194 1241	6dd	3000	nin: 12 nar: 12
0.11217 0.173027	345.0192 366.9349	Delete	240.0	E log scale
0.322332 1.145002 3.764754	290.3441 431.223 458.4536		120.0	rin 400 nac 400
3 721428	474,3905	Move	00	
External characteristic Data rouce:	E9	ute characteristic	-120.0	Copy uned (g)
Seve. Do	oy Palle Yew		3800	
Edit defentions	QK Caro	el Help	120 30 60 30 00 30 60 30	12.0

Figura 4.10: Ventana de acceso de la información del componente *saturable* en ATPDraw.

4.4.3.3. Modelado del interruptor de potencia.

El interruptor de potencia se modela como un switch convencional trifásico controlado por tiempo y con ajuste independiente para la operación de cada fase. La simulación se realiza con la acción de cierre del interruptor de la S.E. VIJ y se estudia la forma de onda de la corriente de *inrush*. Los tiempos de operación corresponden a los obtenidos en el registro de las mediciones.

4.4.3.4. Modelado del transformador de corriente.

El transformador de corriente se modela a partir de un transformador saturable disponible el programa ATP/EMTP. Se ingresan 9 puntos correspondientes a la relación corriente-flujo para reproducir el comportamiento no-lineal del núcleo magnético. Se

consideran las características de un *TC* clase *C*-400 con relación de transformación de RTC=400:5 y con una carga conectada de $Z_{burden}=7+j0.001 \Omega$ para representar la carga e impedancias involucradas.

4.4.3.5. Modelado de otros equipos.

No se incluyen los modelos de los transformadores de potencial (TP's), apartarrayos ni la conexión a tierra.

4.4.4. Simulación y comparación de resultados.

La simulación se inicia ajustando las condiciones iniciales, en este caso, debido a que el punto de medición se ubica en un sitio donde sólo se tiene medición de tensión en condiciones previas a la energización, se ajusta el valor de esta magnitud. La comparación de los valores resultantes de la simulación se pueden ver en la figura 4.11.



Figura 4.11: Comparación de las señales de tensión en en estado estable previo a la energización (VIJ).

4.4.4.1. Señales de corriente primaria (obtenidas en el nivel de 115 kV).

El modelo en ATP/EMTP se configuró con puntos de donde se puede extraer medición del nivel de 115 kV, las gráficas de la figura 4.12 muestra la comparación de la corriente de *inrush*. Puede observarse que las corrientes simuladas correspondientes a las fases a y c ($I_{a \ sim}$ e $I_{c \ sim}$) tienen forma aperiódica y contienen valores de cero definidos en el eje de las *abscisas*, sin embargo, para el caso de la medición se observa que conforme se inicia la corriente de magnetización, la forma de onda se desplaza en el eje de las *ordenadas* y no se tienen bien definidos los valores de corriente cero ($I_{a \ med}$ e $I_{c\ med}$) por lo que no se aprecia la aproximación entre medición y simulación. Por otro lado, para el caso de la fase $b\ (I_{b\ med})$, las formas de onda tienen un parecido significativo al inicio y conforme pasa el tiempo se van desplazando en el eje de las ordenadas.

El desplazamiento anteriormente mencionado se debe al comportamiento que introducen los TC's como equipo en el cual se presentan fenómenos no-lineales y de saturación. En los registros de medición de corrientes de inrush reportados en [80] se observa este efecto, sin embargo, no se hace mayor enfásis al respecto y en [28] el efecto se atribuye a los equipos registradores. Las gráficas de la figura 4.13 proporcionan la información relativa al comportamiento de la corriente con mayor detalle al inicio y después de transcurrido un tiempo $t = 0.835 \ s.$



Figura 4.12: Señales de corriente de inrush.



Figura 4.13: Señales de corriente al inicio de energización y después de transcurrido un tiempo $t=0.835 \ s.$

4.4.4.2. Señales de corriente secundaria (obtenidas a través de TC's).

Los sistemas eléctricos de potencia, emplean los llamados transformadores de instrumento para tener acceso a las señales de tensión y corriente primarias. Los transformadores de corriente (TC's) forman parte de estos dispositivos. Estos equipos, reducen la magnitud de las señales de medición de corrientes y para ello emplean material ferromagnético para la conversión de energía. En estado estable o normal de operación, su núcleo trabaja a valores bajos de densidad de flujo con mínima corriente de magnetización, con lo cual se asegura una relación de transformación constante (RTC). Así pues, los TC's son susceptibles de ser sometidos a trabajar en la etapa de saturación [68], [72].

Las mediciones que se estudian en el presente trabajo fueron obtenidas con las señales provenientes de los devanados secundarios de los TC's. El efecto de estos equipos se refleja en el desplazamiento de la corriente de magnetización en el eje de las ordenadas y su deformación de onda [95].

El modelo empleado en la presente simulación, contempla la inserción de unos TC's conectados en el lado de alta tensión del transformador de potencia. Se realiza la simulación y se comparan las señales.

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 4.14. Se observa que las señales se asemejan en la forma y reproducen en el efecto causado por los TC's de la medición. La figura 4.15 muestra las señales correspondientes a la medición y simulación sin efecto ($I_{a \ sim}$, $I_{b \ sim}$ y $I_{c \ sim}$) y con efecto de los TC's ($I_{a \ simTC}$, $I_{b \ simTC}$ y $I_{c \ simTC}$). Se puede observar que para reproducir la señal de medición es determinante incluir el efecto de los TC's.



Figura 4.14: Señales de corriente de inrush provenientes de TC's.



Figura 4.15: Señales de corriente al inicio de energización y después de transcurrido un tiempo $t=0.835 \ s$, se incluyen las señales de TC's.

4.5. Conclusiones.

El transformador de potencia se modeló usando la representación del transformador trifásico como unidad *saturable*. Se incluye el transformador de corriente modelado a partir de un transformador *saturable* también y se aplica una carga conectada en el devanado secndario para representar la carga (*burden*). En base a lo anterior se mencionan las siguientes conclusiones:

- El fenómeno de energización de transformador en este caso de estudio, no presentó sobretensiones transitorias asociadas.
- Las señales de tensión y corriente proporcionan información de tal manera que puede resultar de mayor interés estudiar la señal de corriente detalladamente.
- El modelo del transformador seleccionado brinda unos resultados que se asemejan a la medición de la señal que se estudia.
- La representación del sistema eléctrico de distribución modelado a partir de un *equivalente de Thèvenin* directamente en el bus desde donde se energiza el transformador, para este caso se observa que es suficiente.
- El modelo de los transformadores de corriente resulta suficiente para reproducir la forma de onda de las señales medidas.
- La magnitud de la corriente de *inrush* no alcanza los valores significativamente altos con referencia a las consideraciones que se asumen en el ajuste de los esquemas de protección contra sobrecorriente.
- El uso de *TC*'s determina la coincidencia de dos fenómenos de *saturación* y mediante simulación se reprodujeron individualmente cada comportamiento.

• Resulta de mucha importancia estudiar cada uno de los elementos que intervienen en el modelado para lograr una simulación que arroje resultados aceptables y para ello el programa ATP/EMTP resulta de utilidad considerable.

Capítulo 5

Falla de aislamiento en línea de transmisión subterránea

5.1. Introducción.

El transitorio electromagnético que se estudia en el presente capítulo se refiere a un fenómeno presentado durante un disturbio en el sistema eléctrico. Se trata de un caso con presencia de sobrecorriente ocasionada por falla en cable de potencia correspondiente a una línea subterránea de 85 kV. Se estudian las formas de onda que se registraron en los relevadores de protección durante la falla y se procede con la obtención de un modelo y la simulación correspondiente.

5.2. Fundamentos teóricos

Los fenómenos transitorios asociados a fallas de cable de potencia se reflejan en la aparición de sobrecorrientes y depresiones de voltaje, de igual manera las fases sanas pueden presentar sobretensiones que son clasificadas como sobrevoltajes de duración temporal (*Temporary Overvoltages TOV*) ó de duración transitoria con fente lento (*Slow-front Overvoltages SFO*) [55].

Se ha observado también, que la forma de onda que originan las fallas pueden presentar dos rangos de frecuencia, uno al inicio y otro al final cuando el dispositivo propicio para ello interrumpe la corriente, es decir, de 60 Hz hasta 20 kHz al inicio y con valores dentro de un rango de 60 Hz a 3 kHz al final del disturbio [1].

Los fenómenos asociados a fallas y para el caso donde interviene un cable de potencia, se pueden estudiar bajo las siguientes perspectivas:

• La sobrecorriente que se genera por conducción hacia tierra de manera súbita y propiciada por la energía almacenada en el cable.

- El fenómeno asociado a la interrupción de la sobrecorriente.
- Los fenómenos que se pueden presentar de manera posterior a la interrupción de la sobrecorriente.

La comparación de las propiedades de un cable respecto a una línea aérea se centra básicamente en que el primero tiene una impedancia característica menor y su capacitancia es mayor [19], [45].

5.2.1. Componentes del cable de potencia

El estudio de los disturbios asociados a cables de potencia, hace necesario tomar en cuenta la configuración de los mismos y tener en consideración la gran variedad que existe. En el presente trabajo se estudia un sistema trifásico de cables *coaxiales* y sus principales componentes se mencionan a continuación [16]:



Figura 5.1: Componentes de un cable de potencia *coaxial* con aislamiento XLPE.

- 1. **Conductor principal**. Componente compuesto de material conductor de cobre o aluminio, bajo configuración con cableado concéntrico y con cableado concéntrico compacto. Su principal función es la conducción de la corriente eléctrica. Ambos materiales se pueden comparar en base a sus características eléctricas, mecánicas entre otras.
- 2. Pantalla sobre el conductor. Componente compuesto de material semiconductor termofijo, compatible con el aislamiento y el conductor. Su función principal es confinar en forma cilíndrica el campo eléctrico para evitar la formación de burbujas o huecos previniendo la aparición de descargas parciales [31].
- 3. Aislamiento. Componente de material aislante. Históricamente el aislamiento ha pasado desde papel impregando de aceite hasta el uso de polímeros extruídos. El cable puede aislarse a través de un compuesto extruído, de polietileno de cadena

cruzada (*XLPE*), polietileno de cadena cruzada retardante a las arborescencias (*XLPE-RA*), o a base de etileno-propileno (EP). Este material tiene la capacidad de soportar una temperatura de operación en el conductor de 90 °C en condiciones de operación normal y 130 °C en condiciones de emergencia con duración limitada. Su función principal es asegurar que no exista conexión eléctrica entre el conductor y la pantalla metálica así como mantener el campo eléctrico uniforme y soportar las condiciones de estado estable y en estado transitorio [31].

- 4. **Pantalla sobre el aislamiento**. Componente de material semiconductor no metálica aplicada directamente sobre el aislamiento y en conjunto con la pantalla metálica tienen como función principal la de minimizar el campo eléctrico en el exterior del cable.
- 5. **Pantalla metálica**. Componente de material metálico no magnético aplicado directamente sobre el material semiconductor. Su principal función es minimizar el campo eléctrico en el exterior del cable, además provee la trayectoria de conducción de la corriente de falla hacia tierra. Proporciona también una protección mecánica y minimiza el efecto de *proximidad*.
- 6. **Cubierta protectora**. Componente de material de *policloruro de vinilo (PVC* por sus siglas en inglés). Su principal función es la de brindar protección en ambientes agresivos, brinda protección mecánica y constituye el aislamiento entre la pantalla y cualquier referencia a tierra.

Acorde a lo anterior, existe una diferencia significante entre el arreglo de una línea aérea y sistema de cables, pues para este último, se puede observar que se compone de 2 conductores por cada fase, es decir, el conductor principal conduce la corriente, similar a un conductor aéreo y la pantalla metálica construída sobre el conductor principal, la cual puede estar aterrizada en ambos extremos o conectada a tierra a través de dispositivos protectores contra sobretensión

5.2.2. Parámetros eléctricos de los cables de potencia.

La ocurrencia de una falla en un cable de potencia, genera *ondas viajeras* de tensión y de corriente con componentes de diferentes frecuencias, las cuales se propagan en ambos sentidos del cable hasta encontrar puntos de discontinuidad en donde a su vez, se pueden presentar la reflexión y/o la refracción de las mismas [67].

En este fenómeno visto desde la perspectiva del dominio del tiempo, las señales de tensión y de corriente encuentran un cambio de impedancia en el cable y se reflejan hacia el punto de falla (ver sección 2.3.3.1).

Así, el estudio del fenómeno transitorio de un sistema de cables se puede realizar basado en la teoría de las *ondas viajeras* de un sistema multiconductor y por lo tanto, se deben tomar en cuenta todos los conductores metálicos, el suelo y entorno circundante [117], [118], [44].

Los modelos usados para estudiar los sistemas de cables se basan en la teoría de la

línea de transmisión y su correspondiente propagación (Transverse Electromagnetic Propagation-TEM) [91].

El planteamiento del sistema de cables se puede realizar a través de las ecuaciones (2.19) y (2.20) representándose como un arreglo matricial. En [118] se desarrolla este planteamiento y se toman en cuenta las consideraciones de que el sistema de cables consiste en n conductores metálicos cuyos ejes son mutuamente paralelos entre sí y respecto al suelo; que el sistema es longitudinalmente homogéneo entre otras.

Haciendo referencia a la diagrama que representa un segmento de línea uniforme (ver figura 2.1), el uso para la representación de cables subterráneos deben tomarse en cuenta los siguientes aspectos [19], [18]:

- Resistencia serie del conductor $(R'\Delta x)$. Similar al comportamiento de la líneas aéreas, la resistencia es un factor importante para la capacidad de conducción y las pérdidas. Así como para la magnitud del voltaje y su ángulo en estudios de flujos de potencia y de estabilidad transitoria. Representa la resistencia del conductor que incluye las pérdidas de la pantalla metálica, dependiendo de la técnica de aterrizamiento de las mismas.
- Inductancia serie del conductor $(L'\Delta x)$. Similar al comportamiento de la líneas aéreas, la inductancia afecta el flujo de potencia a través de las líneas, los niveles de corriente de cortocircuito, la regulación de voltaje y la estabilidad del sistema.
- Conductancia de la rama equivalente *en derivación* $(G'\Delta x)$. Representa las pérdidas dieléctricas en el cable de potencia, es decir, representa el efecto térmico generado por la polarización del material aislante.
- Capacitancia de la rama equivalente *en derivación* $(C'\Delta x)$. Representa la capacitancia del cable y afecta la magnitud de la corriente de *inrush*, perfil del voltaje y la impedancia *característica*.

5.2.2.1. Parámetros del cable monofásico.

El cable de potencia que se estudia es un cable *coaxia*l con conductor central (ver figura 5.1). En la determinación de sus parámetros no se incluye el efecto de las pantallas semiconductoras de tal manera que su composición se puede describir como un haz compacto de alambres de cobre, un aislamiento a base de polietileno de cadena cruzada (XLPE), una pantalla metálica y un forro de material aislante como cubierta protectora [20].

Los parámetros se pueden calcular a partir del desarrollo de las ecuaciones que representan los circuitos o trayectorias de corriente $(I_1 \in I_2)$ como se muestra en la figura 5.2. El circuito 1, correspondiente a I_1 describe la trayectoria de la corriente a través del conductor principal (c) y el retorno por la pantalla metálica (p); el circuito 2 correspondiente a I_2 describe la trayectoria de la corriente de la pantalla metálica (p) y el retorno por tierra (t).



Figura 5.2: Detalle de las cubiertas conductoras de un cable *coaxial*, representación de una fase (adaptación de [34]).

Impedancia serie.

Las impedancias de los 2 circuitos de corriente correspondientes al diagrama de la figura 5.2 se describen por el sistema de ecuaciones siguiente:

$$-\begin{bmatrix} d\mathbf{V}_1/dx\\ d\mathbf{V}_2/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12}\\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1\\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$
(5.1)

donde Z_{11}^\prime es la impedancia propia del circuito 1 y se compone de:

$$Z'_{11} = Z'_{c\ ext} + Z'_{a} + Z'_{p\ int} \tag{5.2}$$

donde $Z'_{c \ ext}$ es la impedancia interna por unidad de longitud del conductor principal reflejada en la parte exterior del conductor cuando la corriente retorna a través de la pantalla metálica; Z'_a es la impedancia por unidad de longitud del aislamiento entre el conductor y la pantalla metálica, este término es función de las corrientes que fluyen en el conductor y la pantalla, así como el campo magnético entre éstos y $Z'_{p \ int}$ es la impedancia por unidad de longitud de la pantalla metálica asociada a la caída de tensión sobre la superficie interna de la pantalla cuando la corriente retorna através del conductor [34], [31].

De manera similar Z'_{22} es la impedancia *propia* del circuito 2 y se compone de:

$$Z'_{22} = Z'_{p \ ext} + Z'_f + Z'_t \tag{5.3}$$

donde $Z'_{p \ ext}$ es la impedancia interna por unidad de longitud de la pantalla metálica reflejada en la parte exterior de la pantalla cuando la corriente retorna a través de

tierra y ; Z'_f es la impedancia por unidad de longitud del aislamiento entre la pantalla metálica y tierra; así mismo Z'_t es la impedancia por unidad de longitud de la tierra. Las impedancias *mutuas* $Z'_{12} = Z'_{21}$ tienen un valor negativo debido a las dirección de las corrientes que son opuestas (I_2 en sentido negativo respecto al circuito 1). Estas tienen los componentes siguientes:

$$Z'_{12} = Z'_{21} = -Z'_{p \ mut} \tag{5.4}$$

donde $Z'_{p\ mut}$ es la impedancia *mutua* por unidad de longitud de la pantalla metálica asociada a efectos de la circulación de corriente de ambos circuitos (1 y 2). Se integra de la impedancia asociada a la caída de tensión en la superficie externa de la pantalla metálica cuando la corriente retorna por el conductor, por un lado y de la impedancia asociada a la caída de tensión en superficie interna de la pantalla cuando la corriente circulante retorna por tierra [34], [31].

Las ecuaciones (5.1) se pueden transformar en base a las condiciones siguientes:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_c - \mathbf{V}_p \tag{5.5}$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_p \tag{5.6}$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_c \tag{5.7}$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_p + \mathbf{I}_c \tag{5.8}$$

donde \mathbf{V}_c es el voltaje referido a tierra del conductor; \mathbf{V}_p es el voltaje referido a tierra de la pantalla metálica; \mathbf{V}_c es la corriente que circula por el conductor y \mathbf{I}_p es la corriente que circula por la pantalla metálica.

Sustituyendo (5.5 - 5.8) en las ecuaciones de (5.1) se obtiene:

$$-\frac{d\mathbf{V}_c}{dx} + \frac{d\mathbf{V}_p}{dx} = \mathbf{I}_c(Z'_{11} + Z'_{12}) + \mathbf{I}_p(Z'_{12})$$
(5.9)

$$-\frac{d\mathbf{V}_p}{dx} = \mathbf{I}_c(Z'_{21} + Z'_{22}) + \mathbf{I}_p(Z'_{22})$$
(5.10)

Sustituyendo la ecuación (5.10) en (5.9) se obtiene:

$$-\frac{d\mathbf{V}_c}{dx} = \mathbf{I}_c(Z'_{11} + Z'_{12}) + \mathbf{I}_p(Z'_{12}) + \mathbf{I}_c(Z'_{21} + Z'_{22}) + \mathbf{I}_p(Z'_{22})$$
(5.11)

$$-\frac{d\mathbf{V}_c}{dx} = \mathbf{I}_c(Z'_{11} + 2Z'_{12} + Z'_{22}) + \mathbf{I}_p(Z'_{12} + Z'_{22})$$
(5.12)

Los coeficientes de las corrientes se pueden denominar de la siguiente manera:

$$Z'_{cc} = Z'_{11} + 2Z'_{12} + Z'_{22} \tag{5.13}$$

$$Z'_{cp} = Z'_{pc} = Z'_{12} + Z'_{22} \tag{5.14}$$

$$Z'_p = Z'_{22} \tag{5.15}$$

De tal manera que las ecuaciones (5.12) y (5.10) se pueden expresar en forma matricial como:

$$-\begin{bmatrix} d\mathbf{V}_c/dx\\ d\mathbf{V}_p/dx\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{cc} & Z'_{cp}\\ Z'_{pc} & Z'_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_c\\ \mathbf{I}_p \end{bmatrix}$$
(5.16)

donde Z'_{cc} es la impedancia *propia* por unidad de longitud del conductor; Z'_{pp} es la impedancia *propia* por unidad de longitud de la pantalla metálica y $Z'_{cp} = Z'_{pc}$ es la impedancia *mutua* por unidad de longitud entre el conductor y la pantalla metálica.

Admitancia en derivación.

Las ecuaciones de los circuitos cerrados de la figura 5.2 que describen el comportamiento de la corriente a lo largo del conductor son las siguientes:

$$-\frac{d\mathbf{I}_1}{dx} = (G_1' + j\omega C_1')\mathbf{V}_1 \tag{5.17}$$

$$-\frac{d\mathbf{I}_2}{dx} = (G_2' + j\omega C_2')\mathbf{V}_2 \tag{5.18}$$

donde G'_1 es la conductancia *en derivación* por unidad de longitud del aislamiento principal y C'_1 es la capacitancia *en derivación* por unidad de longitud del aislamiento principal. Para el caso de G'_2 y C'_2 corresponden al material aislante de la cubierta protectora.

Las ecuaciones (5.17) y (5.18) se pueden transformar en base a las ecuaciones (5.5 - 5.8) y se obtiene lo siguiente:

$$-\begin{bmatrix} d\mathbf{I}_c/dx\\ d\mathbf{I}_p/dx\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1' & -Y_1'\\ -Y_1' & Y_1' + Y_2'\end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_c\\ \mathbf{V}_p\end{bmatrix}$$
(5.19)

donde $Y'_1 = G'_1 + j\omega C'_1$ es la susceptancia por unidad de longitud del cable.

5.2.2.2. Parámetros del sistema trifásico de cables.

El sistema trifásico de cables que se estudia está compuesto por tres cables *coaxiales* de características descritas en la sección 5.2.2.1. El arreglo físico que se emplea da origen a unos acoplamientos entre los conductores de cada fase, lo cual se debe tomar en cuenta para efectos de calcular los parámetros. Partiendo del análisis de los circuitos o lazos que se forman en cada cable, se puede observar que el campo magnético generado por I_1 del sistema representado en la figura 5.2 se cancela debido a la corriente de retorno a través de la pantalla metálica. De esta manera la primera ecuación de (5.1) permanece sin cambios en la representación del sistema trifásico y la segunda ecuación se ve afectada por los acoplamientos de las fases adyacentes como se puede observar en la figura 5.3 y la representación matricial de la impedancia equivalente se puede observar en:



Figura 5.3: Representación de un sistema trifásico subterráneo compuesto por tres cables *coaxiales* (adaptación de [34]).

$$\begin{bmatrix} Z'_{11a} & Z'_{12a} \\ Z'_{21a} & Z'_{22a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{ac} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{ac} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{ac} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{11b} & Z'_{12b} \\ Z'_{21b} & Z'_{22b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{bc} \end{bmatrix}$$
(5.20)
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{cb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Z'_{bc} \end{bmatrix}$$

donde Z'_{ab} , Z'_{ac} y Z'_{bc} son las impedancias *mutuas* entre los lazos o circuitos de corriente exteriores (ver figura 5.3).

Usando las ecuaciones (5.5-5.8) para transformar el sistema (5.20) a cantidades de *fase* (conductor y pantalla) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} Z'_{fase} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{propia-a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{mutua-ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{mutua-ac} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Z'_{mutua-ba} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{propia-b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{mutua-bc} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Z'_{mutua-ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{mutua-cb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{propia-c} \end{bmatrix}$$
(5.21)

Las submatrices de la diagonal $[Z'_{propia-a}]$, $[Z'_{propia-b}]$ y $[Z'_{propia-c}]$ son elementos de 2×2 idénticos al obtenido en (5.16) y representan la impedancia propia del cable de cada una de las fases.

Las submatrices ubicadas fuera de la diagonal contienen elementos idénticos, por ejemplo para el caso de $\left[Z'_{mutua-ab}\right]$ se tiene:

$$\begin{bmatrix} Z'_{mutua-ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{ab} & Z'_{ab} \\ Z'_{ab} & Z'_{ab} \end{bmatrix}$$
(5.22)

Para el caso de los elementos *en derivación* no se tiene acoplamiento, de tal manera que la matriz de las admitancias *en derivación* para un sistema trifásico de cables se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} Y'_{fase} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Y'_{a} \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} Y'_{b} \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} Y'_{c} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(5.23)

donde las submatrices de la diagonal $[Y'_a]$, $[Y'_b]$ y $[y'_c]$ corresponden a las fases a, b y c respectivamente y son elementos de 2×2 idénticos al obtenido en la ecuación (5.19).

5.2.2.3. Impedancia de retorno por tierra.

Los parámetros de los sistemas de cable tienen una dependencia de la impedancia serie de la tierra. Para el caso de la impedancia del modelo monofásico, el término Z'_t de la ecuación (5.3) representa el efecto de la impedancia que aparece entre la pantalla metálica y la tierra cuando se evalúa la corriente en el lazo o circuito exterior y se involucra el retorno por tierra. Este término se identifica como impedancia *propia* de retorno por tierra.

El sistema trifásico de cables incorpora acoplamientos entre fases y respecto a tierra, así los lazos formados ven reflejadas la impedancia *propia* del retorno por tierra y las impedancias *mutuas* respecto a los otras fases, es decir, las impedancias *mutuas* de retorno por tierra.

El cálculo de la impedancia de retorno por tierra ha sido estudiado de manera creciente, al principio se determinaron fórmulas para ese efecto y debido a la complejidad para su implementación se han realizado algunas aproximaciones. *Pollaczek* propuso una fórmula general que se puede utilizar para determinar la impedancia de retorno por tierra de conductores de instalación aérea, cables subterráneos y sistemas multiconductores compuestos por conductor aéreo y conductor subterráneo [11], [15] y [13]. La ecuación se desarrolla a través de las expresiones (5.24-5.32):

$$Z'_{ab} = Z'(i,j) = j\omega \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right) \left(K_0(m_i d) - K_0(m_i D) + \int_{-\infty}^{\infty} F_1(s) \exp(jys) \, ds\right) \quad (5.24)$$

$$F_1(s) = \frac{\exp\left(-|h_a|\sqrt{s^2 + m_i^2} - |h_b|\sqrt{s^2 + m_j^2}\right)}{\left(\sqrt{s^2 + m_1^2} - \sqrt{s^2 + m_2^2}\right)}$$
(5.25)

donde Z'_{ab} es la impedancia de retorno por tierra; $i \in j$ son los subíndices correspondientes al medio identificado (1 o 2) en la figura 5.4; μ_0 es la permitividad del vacío; K_0 es la función modificada de *Bessel* tipo 2 de orden 0; y es la separación horizontal entre los conductores $a \ge b$.

La altura o profundidad en la que se ubican los conductores es h y se relaciona con las siguientes expresiones:

$$d^2 = (h_a - h_b)^2 + y^2 (5.26)$$

$$D^2 = (h_a + h_b)^2 + y^2 \tag{5.27}$$

Así mismo, m_1 y m_2 son las *constantes de propagación* de las regiones o medios circundantes 1 y 2 respectivamente. Las constantes de propagación se pueden expresar como se indica a continuación:

$$m_1 = j\omega\mu_0 \left(\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1\right) = j\omega\mu_0\sigma_1 - \omega^2\mu_0\varepsilon_1 \tag{5.28}$$

$$m_2 = j\omega\mu_0 \left(\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2\right) = j\omega\mu_0\sigma_2 - \omega^2\mu_0\varepsilon_2 \tag{5.29}$$

donde σ_1 y σ_2 representan la conductividad de los medios circundantes 1 y 2 respectivamente; ε_1 y ε_2 representan la permitividad de los medios 1 y 2 respectivamente. En la figura 5.4 ρ_1 y ρ_2 representan la resistividad de los medios 1 y 2 respectivamente. Ahora bien, considerando que el medio 1 es el aire describiéndose como una función



Figura 5.4: Configuración geométrica de un sistema de conductores para evaluar la impedancia de retorno por tierra [13].

 $F_2(s)$, se tiene que $\sigma_1 = 0$ y la relación $\omega^2 \mu_0 \varepsilon_1 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \ll 1$ determina que $m_1 = 0$. Así se obtiene la siguiente expresión:

$$F_2(s) = \frac{\exp\left(-|h_a|\sqrt{s^2 + m_i^2} - |h_b|\sqrt{s^2 + m_j^2}\right)}{\left(\sqrt{s^2 + m^2} + |s|\right)}$$
(5.30)

donde $m^2 = j\omega_0 (\sigma_t + j\omega\varepsilon_t) \cong j\omega\mu_0\sigma_t = j\alpha$ para el suelo.

Usando las ecuaciones (5.30) y (5.24) se puede evaluar el caso para un sistema de cables subterráneos con lo cual se cumple las condiciones: $h_a \leq 0$; $h_b \leq 0$ e i = j = 2. De tal manera que:

$$Z'_{ab} = Z'(2,2) = j\omega \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right) \left(K_0(m_2 d) - K_0(m_2 D) + \int_{-\infty}^{\infty} F_2(s) \exp(jys) \, ds\right)$$
(5.31)

y la ecuación $F_2(s)$ adquiere la siguiente forma:

$$F_2(s) = \frac{\exp\left(-|h_a + h_b|\sqrt{s^2 + m_2^2}\right)}{\left(\sqrt{s^2 + m^2} + |s|\right)}$$
(5.32)

Uno de los factores que determinan el efecto de la impedancia de retorno por tierra es la forma de instalación del sistema de cables. Algunas formas son las siguientes [34], [106]:

- 1. Cables directamente enterrados.
- 2. Cables alojados en ductos de concreto o PVC enterrados.
- 3. Cables alojados en trincheras, galerías longitudinales o tubos metálicos.
- 4. Cables instalados sobre charolas o sistemas de soporte en aire sobre la superficie del suelo, en túneles construídos para otros fines o colocados directamente en el piso.

Acorde a la relación anterior, es más factible usar las fórmulas de Pollaczek para los casos 1, 2 y 3. Para el caso 4, una alternativa es asumir que el piso del tunel es la superficie del suelo y el sistema de cables se puede representar como un sistema de cables aéreos.

5.2.3. Parámetros eléctricos de una subestación aislada en gas SF_6 .

Las subestaciones aisladas en gas SF_6 tienen como características principales la alta confiabilidad, disponibilidad, mantenimiento mínimo, tiempo de vida útil extenso, forma compacta y dimensiones reducidas. A su vez, lo anterior se refleja en la continuidad del suministro, disponibilidad de espacios y un mínimo impacto visual. Estas subestaciones se construyen conformando un encapsulado con material de aluminio (envolvente metálica), con lo cual los componentes y equipos de seccionamiento inmersos en gas SF_6 se protegen de factores externos y del medio ambiente.

Los conductores principales son alojados en envolventes ya sea agrupando un arreglo trifásico o por fase. Generalmente para tensiones menores a 200 kV, las tres fases son contenidas en una envolvente común, mientras que a tensiones nominales mayores a 200 kV se utilizan una envolvente por cada fase [8], [107], [43]. La figura 5.5 muestra un alimentador con envolvente trifásica. Los componentes principales del alimentador mostrado en la figura 5.5 se describen a continuación:

- 1. Bus principal equipado con cuchillas desconectadoras y cuchillas de aterrizamiento.
- 2. Interruptor de potencia.
- 3. Transformador de corriente (TC).



Figura 5.5: Componentes principales de un alimentador en envolvente trifásica (adaptación de [6]).

- 4. Transformador de potencial (TP).
- 5. Cuchillas desconectadoras y de aterrizamiento.
- 6. Dispositivo de prueba para aterrizamiento.
- 7. Terminal del cable de potencia.
- 8. Gabinete de control local.

Las subestaciones encapsuladas pueden llegar a presentar comportamientos asociados a los diferentes transitorios electromagnéticos cuya clasificación se enlista a continuación [55]:

- Sobrevoltaje temporal (*TOV*).
- Sobrevoltaje transitorio de frente lento (SFO).
- Sobrevoltaje transitorio de frente rápido (*FFO*).
- Sobrevoltaje transitorio de frente muy rápido (VFFO).

El sistema eléctrico de distribución al estar sujeto a agentes externos y otros fenómenos, por ejemplo, las fallas por cotocircuito que se presenten en el exterior de la subestación y que derivan en circulación de sobrecorrientes por los conductores principales y las envolventes metálicas, pueden ocasionar sobretensiones de duración temporal.

El modelado de la subestación aislada en gas, al igual que otros equipos y sistemas, depende del estudio que se requiera analizar. Algunos de estos modelos implican la inclusión y representación con mayor detalle de algunos componentes y accesorios que forman parte de la subestación tales como los transformadores de instrumento (TC's

y TP's) en donde resaltan sus características de capacitancia, inductancia y de saturación; los conectores curvos (codos) que interconectan a los conductores principales en los cambios de dirección; la conexión de apartarrayos; la conexión al sistema de tierras; el equivalente del interruptor y los desconectadores en posición abierto y la capacitancia equivalente del sistema de buses respecto a tierra, la cual incluye a los aisladores sólidos (espaciador aislante) que separan a los conductores inmersos en gas entre otros. El fenómeno ocasionado por falla por cortocircuito externo a la subestación se estudia con la omisión o representación simple de algunos componentes en la integración del modelo. De igual manera, es de suma importancia considerar la incorporación del modelo de los transformadores de corriente para evaluar fenómeno de saturación [1], [55].

5.2.3.1. Parámetros de la envolvente trifásica.

El sistema de conductores inmersos en gas SF_6 y alojados en una envolvente tubular trifásica se puede estudiar como un sistema de cables de instalación aérea similar a un cable tipo tubo (Pipe-type Cable) [46], [14]. Originalmente se puede asociar a los cables tipo tubo a aquellos sistemas trifásicos de cables coaxiales inmersos en aceite presurizado, de manera similar, los buses aislados en gas SF_6 compuestos por conductores tubulares contenidos en una envolvente metálica y soportados por espaciadores aislantes cada cierto intervalo tienen un enfoque de modelado similar a los cables tipo tubo con la diferencia que para el caso de los conductores tubulares no cuentan con pantalla electrostática [34].

Impedancia del cable tipo tubo.

La matriz de impedancia de un cable tipo tubo se obtiene de manera similar al caso de un sistema de cables subterráneos descritos en 5.2.2.2 en donde se considera a los conductores de fase como cables *coaxiales* [14]. La figura 5.6 representa la sección transversal de un cable tipo tubo.

El espesor del tubo es relevante en la expresión de la matriz de impedancia, para el caso cuando se asume ser de magnitud infinita se tiene la siguiente expresión:

$$\left[Z'\right] = \left[Z'_i\right] + \left[Z'_p\right] \tag{5.33}$$

y para el caso de espesor con magnitud finita:

$$[Z'] = [Z'_i] + [Z'_p] + [Z'_c] + [Z'_0]$$
(5.34)

donde $[Z'_i]$ es la matriz de impedancias internas de los cables *coaxiales* y se define como:

$$\begin{bmatrix} Z'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{i1} & [0] & \cdots & [0] & 0\\ [0] & [Z'_{i2}] & \cdots & [0] & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ [0] & [0] & \cdots & [0] & 0\\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.35)



Figura 5.6: Sección transversal de un cable tipo *tubo* (adaptación de [14]).

la expresión $\left[Z_{p}^{\prime}\right]$ es la matriz de impedancias internas del tubo y se define como:

$$\begin{bmatrix} Z'_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{p11} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z'_{p12} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} Z'_{p1n} \end{bmatrix} & 0 \\ \begin{bmatrix} Z'_{p21} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z'_{p22} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} Z'_{p2n} \end{bmatrix} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \begin{bmatrix} Z'_{pn1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z'_{pn2} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} Z'_{pnn} \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.36)

la expresión $[Z'_c]$ es la matriz de impedancias *mutuas* entre superficies del tubo y se define como:

$$\begin{bmatrix} Z'_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} & Z'_{c2} \\ \begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} & Z'_{c2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} & Z'_{c2} \\ Z'_{c2} & Z'_{c2} & \cdots & Z'_{c2} & Z'_{c3} \end{bmatrix}$$
(5.37)

la expresión $\left[Z_0'\right]$ es la matriz de impedancias de retorno por tierra definida como:

$$\begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} & Z'_0 \\ \begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} & Z'_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} & Z'_0 \\ Z'_0 & Z'_0 & \cdots & Z'_0 & Z'_0 \end{bmatrix}$$
(5.38)

El renglón y columna últimos de las ecuaciones (5.35) y (5.36) corresponden al conductor equivalente del tubo y se puede eliminar si su espesor se considera de magnitud

、

infinita.

La submatriz de (5.36) se define como a continuación se indica:

$$\begin{bmatrix} Z'_{pjk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{pjk} & Z'_{pjk} & Z'_{pjk} \\ Z'_{pjk} & Z'_{pjk} & Z'_{pjk} \\ Z'_{pjk} & Z'_{pjk} & Z'_{pjk} \end{bmatrix}$$
(5.39)

donde Z'_{pjk} es la impedancia entre los conductores *j*-ésimo y *k*-ésimo instalados en el interior con respecto a la superficie interna del tubo y viene dada por la expresión:

$$Z'_{pjk} = \left(\frac{s\mu_o}{2\pi}\right) \left(\left(\frac{\mu_p K_0(x_1)}{x_1 K_1(x_1)}\right) + Q_{jk} + 2\mu_p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{\left(n(1+\mu_p) + \frac{x_1 K_{n-1}(x_1)}{K_n(x_1)}\right)} \right)$$
(5.40)

de igual manera se tienen las siguientes expresiones:

$$Q_{jj} = \ln\left(\left(\frac{r_{p1}}{r_j}\right)\left(1 - \left(\frac{d_j}{r_{p1}}\right)^2\right)\right)$$
(5.41)

$$Q_{jk} = \ln\left(\frac{r_{p1}}{\sqrt{d_j^2 + d_k^2 - 2d_j d_k \cos\theta_{jk}}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{n}\right)$$
(5.42)

donde:

$$C_n = \left(\frac{d_j d_k}{r_{p1}^2}\right)^n \cos\left(n\theta_{jk}\right) \tag{5.43}$$

$$x_1 = \beta_1 \sqrt{s} \tag{5.44}$$

$$\beta_1 = r_{p1} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_p}{\rho_p}} \tag{5.45}$$

La submatriz y los elementos del renglón y columna últimos de (5.37) se definen de la siguiente forma: 71 *.*, ,

$$\begin{bmatrix} Z'_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{c1} & Z'_{c1} & Z'_{c1} \\ Z'_{c1} & Z'_{c1} & Z'_{c1} \\ Z'_{c1} & Z'_{c1} & Z'_{c1} \end{bmatrix}$$
(5.46)

$$Z_{c1}' = Z_{c3}' - 2Z_{pm}' \tag{5.47}$$

$$Z'_{c2} = Z'_{c3} - Z'_{pm} \tag{5.48}$$

$$Z'_{c3} = Z'_{p0} + Z'_{p3} \tag{5.49}$$

donde:

$$Z'_{pm} = \frac{\rho_p}{2\pi r_{p1} r_{p2} D_p} \tag{5.50}$$

$$Z'_{p0} = \left(\frac{s\mu_0\mu_p}{2\pi x_2 D_p}\right) \left(I_0(x_2)K_1(x_1) + K_0(x_2)I_1(x_1)\right)$$
(5.51)

$$Z'_{p3} = \left(\frac{s\mu_0}{2\pi}\right) \left(\ln\left(\frac{r_{p3}}{r_{p2}}\right)\right) \tag{5.52}$$

$$D_p = I_1(x_2)K_1(x_1) - I_1(x_1)K_1(x_2)$$
(5.53)

$$x_2 = \beta_2 \sqrt{s} \tag{5.54}$$

$$\beta_2 = r_{p2} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_p}{\rho_p}} \tag{5.55}$$

La submatriz de (5.38) se define de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} Z'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_0 & Z'_0 & Z'_0 \\ Z'_0 & Z'_0 & Z'_0 \\ Z'_0 & Z'_0 & Z'_0 \end{bmatrix}$$
(5.56)

donde Z'_0 es la impedancia de retorno por tierra del tubo.

Admitancia del cable tipo tubo.

La matriz de admitancia del sistema de cables se obtiene de la siguiente expresión [14]:

$$[Y'] = s \left[P\right]^{-1} \tag{5.57}$$

donde [P] es la matriz de coeficientes de potencial y $s = j\omega$. Para el caso de un sistema de cables *coaxiales* inmersos en un tubo se tiene:

$$[P] = [P_i] + [P_p] + [P_c] + [P_0]$$

$$(5.58)$$

donde $[P_i]$ corresponde a cable *coaxial*; $[P_p]$ y $[P_c]$ corresponden a la envolvente tubular y $[P_0]$ corresponden al medio circundante, el cual puede ser aire o tierra.

Para el caso del espesor con magnitud infinita se tiene:

$$[P] = [P_i] + [P_p] \tag{5.59}$$

Para el caso del espesor del tubo con magnitud finita de un sistema de cables subterráneos:

$$[P] = [P_i] + [P_p] + [P_c]$$
(5.60)

Para el caso del espesor del tubo con magnitud finita de un sistema de cables de instalación aérea se obtiene la ecuación (5.58).

donde $[P_i]$ es la matriz de coeficientes de potencial de los cables *coaxiales* y se define como a continuación se indica:

$$[P_i] = \begin{bmatrix} P_{i1} & [0] & \cdots & [0] & 0\\ [0] & [P_{i2}] & \cdots & [0] & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ [0] & [0] & \cdots & [P_{in}] & 0\\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.61)

la expresión $[P_p]$ es la matriz de coeficientes de potencial internos del tubo y se expresa de la siguiente manera:

$$[P_p] = \begin{bmatrix} P_{p11} & P_{p12} & \cdots & P_{p1n} & 0\\ P_{p21} & P_{p22} & \cdots & P_{p2n} & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ P_{pn1} & P_{pn2} & \cdots & P_{pnn} & 0\\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.62)

la expresión $[P_c]$ es la matriz de coeficientes de potencial y representa el efecto entre superficies del tubo, se define como:

$$[P_{c}] = \begin{bmatrix} P_{c} & P_{c} & \cdots & P_{c} \\ P_{c} & P_{c} & \cdots & P_{c} \end{bmatrix} P_{c}$$

$$\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [P_{c}] & [P_{c}] & \cdots & [P_{c}] & P_{c} \\ P_{c} & P_{c} & \cdots & P_{c} & P_{c} \end{bmatrix}$$
(5.63)

la expresión $[P_0]$ es la matriz de coeficientes de potencial del tubo en el aire y se define con la siguiente expresión:

$$[P_0] = \begin{bmatrix} P_0 & P_0 & P_0 \\ P_0 & P_0 & P_0 \\ \vdots & \vdots & P_0 & P_0 \\ P_0 & P_0 & P_0 & P_0 \\ P_0 & P_0 & P_0 & P_0 \end{bmatrix}$$
(5.64)

El renglón y columna últimos de las ecuaciones (5.61) y (5.62) corresponden al conductor representativo del tubo y se deben omitir si se asume un espesor de magnitud infinita. Los elementos ubicados fuera de la diagonal de (5.61) son cero y los elementos de la diagonal describen la matriz de coeficientes de potencial de un cable *coaxial*.

La representación de la matriz de coeficientes de potencial para un cable *coaxial* que consiste de conductor principal, pantalla y armadura (ver figura 5.7), es de la siguiente forma:

$$[P_{ij}] = \begin{bmatrix} P_{cj} + P_{sj} + P_{aj} & P_{sj} + P_{aj} & P_{aj} \\ P_{sj} + P_{aj} & P_{sj} + P_{aj} & P_{aj} \\ P_{aj} & P_{aj} & P_{aj} \end{bmatrix}$$
(5.65)

donde:

$$P_{cj} = \left(\frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{i1}}\right) \left(\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)\right) \tag{5.66}$$

$$P_{sj} = \left(\frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{i2}}\right) \left(\ln\left(\frac{r_5}{r_4}\right)\right) \tag{5.67}$$

$$P_{aj} = \left(\frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{i3}}\right) \left(\ln\left(\frac{r_7}{r_6}\right)\right) \tag{5.68}$$



Figura 5.7: Sección transversal de un cable *coaxial* que consta de conductor principal, pantalla metálica y armadura (adaptación de [14]).

Cuando el cable contiene el conductor principal y la pantalla metálica, la matriz de la ecuación (5.65) se reduce a la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} P_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{cj} + P_{sj} & P_{sj} \\ P_{sj} & P_{sj} \end{bmatrix}$$
(5.69)

De manera similar si el cable *coaxial* únicamente consiste de un conductor principal, como es el caso de conductores aislados en SF_6 , la matriz de la ecuación (5.65) se reduce como se indica a continuación:

$$\left[P_{ij}\right] = P_{cj} \tag{5.70}$$

Haciendo referencia a la matriz de la ecuación (5.62), la correspondiente submatriz $[P_{pjk}]$ tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} P_{pjk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{pjk} & P_{pjk} & P_{pjk} \\ P_{pjk} & P_{pjk} & P_{pjk} \\ P_{pjk} & P_{pjk} & P_{pjk} \end{bmatrix}$$
(5.71)

donde P_{pjk} es el coeficiente de potencial que representa el efecto entre los conductores *j*-ésimo y *k*-ésimo con respecto a la superficie interna del tubo y se puede expresar como se indica a continuación.

$$P_{pjj} = \frac{Q_{jj}}{2\pi\varepsilon_{p1}\varepsilon_0} \tag{5.72}$$

$$P_{pjk} = \frac{Q_{jk}}{2\pi\varepsilon_{p1}\varepsilon_0} \tag{5.73}$$

Respecto a la matriz de la ecuación (5.63), la correspondiente submatriz $[P_c]$ tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} P_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_c & P_c & P_c \\ P_c & P_c & P_c \\ P_c & P_c & P_c \end{bmatrix}$$
(5.74)

donde:

$$P_c = \frac{1}{2\pi\varepsilon_{p2}\varepsilon_0} \left(\ln\left(\frac{r_{p3}}{r_{p2}}\right) \right) \tag{5.75}$$

Ahora bien, respecto a la matriz de la ecuación (5.64), el renglón y columna últimos así como una submatriz correspondiente tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} P_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 & P_0 & P_0 \\ P_0 & P_0 & P_0 \\ P_0 & P_0 & P_0 \end{bmatrix}$$
(5.76)

donde:

$$P_0 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \left(\ln\left(\frac{2h}{r_{p3}}\right) \right) \tag{5.77}$$

Las fórmulas para el cálculo de la impedancia y admitancia del cable tipo *tubo* que se describieron previamente incluyen algunas aproximaciones, sin embargo su aplicación sirve para obtener resultados que brindan un panorama del fenómeno involucrado y se ilustran los factores que son determinantes en los estudios realizados.

Acorde a los arreglos de los buses y alimentadores en gas SF_6 que se tienen disponibles y puesto que la geometría de una envolvente monofásica es similar a la de un cable *coaxial*, así como la geometría de una envolvente trifásica es similar a la de un cable tipo *tubo*, el modelado de una subestación en gas se puede realizar desde la perspectiva de un sistema de cables tipo *tubo* [46], [14].

El programa ATP/EMTP cuenta con las subrutinas *Cable Constants* y *Cable Parameters* que tienen como objetivo calcular la impedancia interna del conductor; la impedancia de retorno por tierra (empleando la fórmula de *Pollaczek* con algunas aproximaciones); la impedancia del cable tipo *tubo* y cálculos basados en una formulación general de cables aéreos y subterráneos *coaxiales* y tipo *tubo* [46].

5.3. Modelos del sistema de cables disponibles en AT-P/EMTP.

Los modelos de sistemas de cables factibles de evaluarse en el ATP/EMTP para su simulación en estado estable y/o transitorio, al igual que las líneas aéreas, permiten representar los alimentadores subterráneos compuestos por conjuntos de cables y se basan en los principios de parámetros *concentrados* y parámetros *distribuidos*. A continuación se describen de manera breve [74]:

5.3.1. Modelo de parámetros concentrados.

El cable se considera compuesto de circuitos π acoplados, en donde R, L y C se determinan a determinada frecuencia y la conductancia en derivación se asume despreciable.

- 1. Circuito π nominal. La rama serie es equivalente a la impedancia serie del cable y la rama *en derivación* es la mitad de la capacitancia *en derivación*. Es un modelo fácil de obtener y por otro lado, tiene la desventaja de su deficiente respuesta a la frecuencia.
- 2. Circuito π con pantallas de aterrizamiento transpuesta. Representa la sección principal del cable mediante la combinación de tres circuitos π nominales, en donde el acoplamiento de las pantallas hacia el conductor principal se promedia y las pantallas se consideran confinadas como un solo conductor. La principal ventaja de este modelo es la optimización de tiempo requerido para el proceso computacional debido a que combina los efectos de 3 conjuntos de circuitos π compuestos de 6 conductores en un circuito π compuesto de 4 conductores. La desventaja principal se debe al comportamiento que observa al tratarse de un circuito π y no se tiene acceso a los voltajes que se presentan en las pantallas en el punto de transposición de las pantallas.
- 3. Circuito π exacto. Es la representación exacta del cable en el dominio de la frecuencia a un determinado valor de la misma. Útil en cálculos de estado estable para la evaluación de tensiones y corrientes en las pantallas y ofrece ventaja para validar modelos en el dominio del tiempo usando *barrido* en la frecuencia.

5.3.2. Modelo de parámetros *distribuidos*.

El cable se considera con la característica de parámetros *distribuidos* y con el efecto de la teoría de *onda viajera*.

- 1. Modelo de parámetros distribuidos a frecuencia constante. Modelo basado en la línea sin pérdidas en donde los parámetros $L \ge C$ son distribuidos y R se considera de naturaleza concentrada en las tres fases. Así mismo, todos estos parámetros se asumen constantes. En la rama en derivación, la conductancia G se desprecia. Es un modelo que no requiere gran esfuerzo computacional aunque presenta un débil amortiguamiento a altas frecuencias.
- 2. Modelo de línea aérea de parámetros distribuidos dependientes de la frecuencia. Modelo que depende en gran medida del procesamiento de la matriz de transformación modal con características constantes y reales. Presenta problemas debido a que los elementos de la matriz de transformación modal Q pueden cambiar drásticamente con respecto a la frecuencia.
- 3. Modelo de cable de parámetros *distribuidos* dependientes de la frecuencia. Modelo que toma en cuenta la dependencia de la frecuencia de los parámetros, así como la dependencia de la matriz de transformación modal Q. Con la aplicación de este modelo, se pueden reproducir fenómenos de baja y alta frecuencia en la misma simulación. Su procesamiento requiere de un esfuerzo computacional.

5.4. Caso de estudio: Falla monofásica de un cable de potencia de 85 kV asociado a subestaciones aisladas en gas SF_6 .

Actualmente en los sistemas de distribución se encuentran operando enlaces de alta tensión aéreos y subterráneos. Los sistemas subterráneos son caracterizados por la confiabilidad que ofrecen y el impacto visual mínimo que representan entre otros aspectos. Para el proceso de distribución de energía eléctrica en México corresponden principalmente los niveles de tensión de 115 kV, 85 kV y 69 kV.

El caso que aquí se presenta se refiere al registro de falla de una línea que forma parte de un enlace subterráneo de 85 kV, el cual interconecta a dos subestaciones aisladas en gas SF_6 . La línea consta de 3 cables de potencia de conductor de cobre con aislamiento de XLPE.

5.4.1. Metodología.

El estudio de este fenómeno causado por falla, se realizó mediante el plateamiento y desarrollo de los aspectos siguientes:

- Descripción de las formas de onda de registro de medición.
- Modelado del sistema de cables de 85 kV.
- Modelado de la subestación aislada en gas SF_6 .
- Simulación y comparación de resultados.

Los aspectos que se estudian de este fenómeno transitorio se refieren a la etapa donde se desarrolla la sobrecorriente y sus repercusiones.

5.4.2. Descripción de las formas de onda del registro de medición.

El estudio de la medición se realizó mediante el procesamiento del evento registrado por un relevador de protección instalado en una de las subestaciones y el cual tiene como función principal la de proteger al cable.

El archivo contiene entre las señales principales, 3 de tensión y 3 de corriente, las cuales se registraron bajo una frecuencia de muestreo de 8 muestras por ciclo, ver figura 5.8. La información contenida se procesó para obtenerse con formato COMTRADE [58] y se invoca desde la plataforma del programa ATP/EMTP. La información proporcionada por la gráfica, muestra una sobrecorriente en la fase b con duración de 3 ciclos, sin embargo, la forma de onda no se asemeja a una senoidal. El valor instantáneo de la corriente es de 9232 A.

5.4 Caso de estudio: Falla monofásica de un cable de potencia de 85 kV asociado a subestaciones aisladas en gas SF_6 .



Figura 5.8: Señales de medición de corriente: a), b) y c); tensión: d), e) y f).

Respecto a la tensión, se puede observar el abatimiento durante la presencia de la falla, el voltaje de fase a tierra decae de un valor 50.296 kV a un valor de 33.33 kV . Por consiguiente, las fases sanas experimentan una sobretensión, al estar en un valor de 50.296 kV se sobretensionan a valores de 70.146 kV y 73.111 kV para las fases a y c respectivamente.

5.4.3. Modelado del sistema de cables de 85 kV.

El sistema de cables que se estudia, consta de cables *coaxiales* con conductor central consistente de un haz de alambres de cobre, en arreglo compacto concéntrico; un aislamiento principal a base de polietileno de cadena cruzada (XLPE); pantalla metálica de alambre de cobre, un forro de material aislante y unas capas de material semiconductor extruídas sobre el conductor y sobre el aislamiento principal (ver figura 5.1).

Así mismo, el sistema incluye el uso de empalmes para la unión del cable y brinda facilidades para el seccionamiento, transposición, prueba y/o aterrizamiento de las pantallas metálicas. A lo largo de la trayectoria del cable, no incluye el uso de dispositivos para control de sobretensiones.

La estructura física del alimentador comprende un arreglo de n-cables, con espaciamiento bidimensional entre sí y constante a los largo de la longitud del cable representado. Para este caso en particular, los cables de potencia se encuentran en ductos de PVC.

La manera de accesar al modelado de cables en ATP/EMTP es a través del ambiente gráfico ATPDraw en donde se realiza la obtención del modelo numérico para la simulación digital de un grupo de cables subterráneos. Así mismo se especifica la geometría del enlace y acorde al tipo, se usa un sistema de cables sueltos (*Single Core Cable*) de hasta 3 capas concéntricas conductor-aislamiento alojados en ducto y enterrados.

Los datos estándar del alimentador son la resistividad del terreno (ρ) donde se representra el enlace, la frecuencia inicial o de referencia a la que se determina el modelo numérico del enlace y su longitud.

El modelo del cable se representa a través de componentes de parámetros concentrados

DESCRIPCIÓN	DATO	
Tensión nominal (kV)	115	
Aislamiento	XLPE	
Permitividad del aislamiento	2.35	
Conductor (material)	Cobre	
Resistividad $(\Omega \cdot m)$	1.76×10^{-8}	
Calibre (kCM)	750	
Sección efectiva del conductor (mm^2)	380	
Sección efectiva de la pantalla metálica (mm^2)	47.89	

(circuito π). La configuración de la sección transversal del banco de ductos seleccionado

Tabla 5.1: Datos de cable cobre 750 kCM.

para el sistema de cables se muestra a continuación en la figura 5.9:

	NPT			amounto		COORDENADAS	
			anna anna an	CIRCUITO	FASE	x (m).	y (m).
				A	0.000	-1.801	
	A B C 2 ● ● ● 1 ● ● ● A B C	D	P C	1	В	0.151	-1.801
2			С	0.302	-1.801		
2		G			A	0.000	-1.650
1		۲	2	В	0.151	-1.650	
		В	B C		C	0.302	-1.650

Figura 5.9: Arreglo de cables en el banco de ductos.

5.4.4. Modelado de la subestación aislada en gas SF_6 en ATP/EMTP.

Los modelos factibles de evaluarse en el ATP/EMTP se estudian con mayor o menor detalle dependiendo del tipo de transitorio que se pretende representar.

El fenómeno que aquí se trata corresponde a una falla de aislamiento ocasionada por impacto de maquinaria de construcción lo que generó una sobrecorriente misma que fue detectada por el relevador de protección instalado en una de las subestaciones y con lo cual operó el esquema de protección desconectando el cable.

El cable dañado enlaza dos subestaciones, ambas de composición blindada y aisladas con gas *hexafluoruro de azufre* (SF_6) [26]. Este tipo de subestaciones ha sido una solución a problemas por dimensiones de terreno disponible y por el riesgo de seguridad que logra

minimizar respecto a su entorno cercano. La ventaja se obtiene debido a las propiedades dieléctricas del gas SF_6 . Son de bajo peso, diseño compacto y necesidades mínimas de mantenimiento [62].

Sin embargo, este tipo de subestaciones llegan a presentar transitorios rápidos (*VFO*) caracterizados por un rango de frecuencia de 1 MHz a 40 MHz [90] y se deben más que nada a las operaciones de apertura de los interruptores y cuchillas seccionadoras. El presente caso describe la falla ocurrida en el cable que enlaza a dos subestaciones

El presente caso describe la falla ocurrida en el cable que enlaza a dos subestaciones aisladas en gas.

5.4.4.1. Modelado del equivalente transitorio de la red.

El modelo del sistema se integra usando un *equivalente de Thèvenin* trifásico balanceado (E_1, Z_1, Z_0) para representar la capacidad de aportar corriente de cortocircuito. Se emplea un modelo considerando la ubicación de la fuente directamente en el nodo desde donde se energiza el transformador de potencia, ver figura 5.14.

5.4.4.2. Modelado de los conductores en ductos de aislados en gas SF_6 en ATP/EMTP.

El fenómeno que se estudia no ocurre en el interior de la subestación aislada en gas SF_6 , por lo tanto su modelado se asume suficiente con la representación de las envolventes metálicas que contienen al arreglo trifásico de conductores aislados en gas SF_6 a través de modelos de cable dentro de un tubo metálico y montados sobre la superficie del suelo (aire) [46], [14]. Para ello se usa el modelo de parámetros concentrados π . La figura 5.10 es ilustrativa de la sección transversal de la disposición física de los con-

ductores en el interior del ducto que conforma la envolvente trifásica. La envolvente metálica se modela como un grupo de tres conductores contenidos en un tubo metálico con el aislamiento interno gas SF_6 , de tal forma que resaltan los siguientes componentes [106]:

- Aislamiento interno en el que están contenidos los conductores de fase.
- Un conductor metálico (tubo de aluminio).
- Un aislamiento externo.

Aunado a ello, el suelo se considera con una resistividad homogénea de *Carson*. Finalmente se integra un conjunto de tramos de envolventes interconectados acorde a los diagramas unifilares y arreglos físicos de las subestaciones conectadas en los extremos de la línea subterránea, ver figuras 5.11 y 5.12.

5.4.4.3. Modelado de los interruptores de potencia.

Los interruptores de potencia se modelan como un switch convencional trifásico controlado por tiempo y con ajuste independiente para la operación de cada fase, es

5.4 Caso de estudio: Falla monofásica de un cable de potencia de 85 kV asociado a subestaciones aisladas en gas SF_6 .



Figura 5.10: Disposición física de los conductores y la envolvente metálica (trifásica).



Figura 5.11: Detalle de vista de planta de S.E. MOS.

decir, no se incluye el efecto del arco de potencia para representar la interrupción de sobrecorriente, ni el efecto que representa el circuito equivalente de capacitancias debido a su posición eléctrica de *abierto*. El interruptor *abierto* se representa como un nodo eléctrico simple.

La operación se simula con la acción de disparo por falla desde la S.E. MOS. Los tiempos de operación corresponden a los obtenidos en el registro de las mediciones.

5.4.4.4. Modelado de las cuchillas seccionadoras.

Las cuchillas seccionadoras se modelan como *switches* trifásicos controlados por tiempo y con ajuste independiente para la operación de cada fase, es decir, no se incluye el efecto que representa el circuito equivalente debido a su posición eléctrica de *abierto*.

5.4 Caso de estudio: Falla monofásica de un cable de potencia de 85 kV asociado a subestaciones aisladas en gas SF_6 .



Figura 5.12: Detalle de vista de planta de S.E. IDN.

5.4.4.5. Modelado de los transformadores de corriente.

Se incluye el modelo de los transformadores de corriente (TC's) que se encuentran acoplados en las envolventes que conforman el alimentador aislado en gas SF_6 , ver figura 5.13. El TC tiene una relevancia muy importante durante la extinción de la corriente de falla, pues la naturaleza ferromagnética del núcleo y su característica *nolineal*, ante corrientes de gran magnitud llega a manifestar el fenómeno de *saturación*, por lo tanto, es necesario incluir el modelo de estos equipos con suficiente detalle [1]. El



Figura 5.13: Ubicación del los transformadores de corriente en la subestación aislada en gas SF_6 .

transformador de corriente se modela a partir de un transformador saturable disponible el programa ATP/EMTP. Se ingresan 9 puntos correspondientes a la relación corriente-flujo para reproducir el comportamiento no-lineal del núcleo magnético. Se consideran las características de un TC clase C-400 con relación de transformación de RTC=400:5 y con una carga tirfásica conectada de $Z_{burden}=6+j0.001 \ \Omega$ para representar la carga

que considera la conducción de la señal de corriente y la alimentación de bobinas o elementos sensores propios del esquema de protección.

5.4.4.6. Modelado de la carga.

La carga se representa como unidad trifásica dependiente del voltaje. Aunque en el circuito equivalente la carga era de magnitud mínima se representa en los nodos que comprenden el circuito equivalente.

5.4.4.7. Modelado de otros equipos.

No se incluyen los modelos de los transformadores de potencial (TP's), espaciadores (aislamiento sólido que sujeta los conductores), los conectores curvos (codos), boquillas o terminales, apartarrayos ni la conexión a tierra.

5.4.5. Simulación de la falla en ATP/EMTP y análisis de resultados.

El modelo obtenido, ver figura 5.14, se simula con base a las características operativas que se observan en los registros de medición; se identifica la fase *fallada* y se selecciona el tiempo de inicio del disturbio, así como su duración.



Figura 5.14: Diagrama esquemático del sistema equivalente.

La simulación se prepara y la primera comparación se realiza con las señales que se registraron previamente al disturbio, con ello se verifican las condiciones de carga, en este caso se registra una corriente capacitiva debido a las características propias de un cable de potencia conectado solamente de un extremo. La figura 5.15 es ilustrativa de la comparación.

Acorde a la información proporcionada, puede observarse la similitud de la forma de onda de corriente, resalta aquí el modelo físico del cable empleado, ver figura 5.15 a). Las señales de tensión ofrecen una mejor aproximación a las correspondientes señales medidas, ver 5.15 b).
5.4 Caso de estudio: Falla monofásica de un cable de potencia de 85 kV asociado a subestaciones aisladas en gas SF_6 .



Figura 5.15: Comparación de señales en estado estable. a) Señales de corriente y b) Señales de tensión.



Figura 5.16: Comparación de señales durante falla. a) Señales de corriente y b) Señales de tensión.

Una vez obtenido el modelo que reproduce las condiciones de prefalla, se realiza la simulación de la ocurrencia de una falla a causa de daño ocasionado al aislamiento y se registra una sobrecorriente en la fase b, ver figura 5.16 b). Este fenómeno viene acompañado con una depresión del voltaje correspondiente a la misma fase, ver figura 5.16 e). Las señales de corriente de cortocircuito no tienen similitud (ver figura 5.16 b)) debido a que no se considera el efecto de los TC's y como se observa, para el caso de las señales de tensión existe una proximidad considerable respecto a la forma de onda. Posteriormente se incluye el efecto de los TC's y se realiza la comparación de las señales conforme se indica a continuación:

• Figura 5.17 a). La señal de corriente correspondiente a la simulación $I_{b\ sim}$ proviene del nivel de 115 kV, lo cual no se tiene disponible en la realidad puesto que se tiene que reducir a través de TC's. Tiene una forma muy definida de corriente de cortocircuito, mientras que la señal de medición $I_{b\ med}$ se encuentra deformada respecto a una forma senoidal.

• Figura 5.17 b). La señal correspondiente a la simulación $I_{b \ simTC}$ proviene de los devanados secundarios de los TC's en un nivel de baja tensión (BT). Se aprecia una mejor aproximación respecto a la señal de medición $I_{b \ med}$.

El efecto del TC puede ocasionar complicaciones, pues la información proporcionada por la señal deformada puede derivar en una mala operación de los esquemas de protección o registrar una medición errónea.



Figura 5.17: Comparación de señales durante falla. a) Señales de corriente primaria. y b) Señales de corriente secundaria (proveniente de TC's).

5.5. Conclusiones.

El fenómeno transitorio que se estudió en el presente capítulo, se refiere a disturbio generado por falla en una parte del sistema eléctrico de distribución y se reproduce empleando la información de las condiciones operativas que prevalecían durante su ocurrencia y considerando los equipos eléctricos que la integran.

Las señales de medición que se emplean provienen del registro de un relevador de protección comprendido en un esquema de protección diferencial 87L. Resalta la calidad de las señales debido a que el relevador internamente procesa la señal para la aplicación de sus algoritmos propios de su diseño.

La integración del modelo equivalente comprendió las subestaciones aisladas en gas SF_6 y el sistema de líneas subterráneas que las interconecta.

Las líneas subterráneas se representan por medio del modelo de parámetros concentrados de una sola sección alojados en un banco de ductos. El arreglo de los conductores aislados en gas SF_6 se representa como tres conductores alojados en un tubo metálico e instalado a cierta altura del piso mediante el uso de segmentos de modelo de parámetros concentrados. Se considera también la inclusión de los transformadores de corriente en el bus de S.E. MOS.

La fuente se representa mediante un equivalente del sistema en una subestación (S.E.

MOS). Se simula una falla monofásica súbita en un punto del cable acorde a la ubicación geográfica del daño ocasionado y se emplea un valor de resistencia de falla. De acuerdo a lo anterior se pueden exponer las siguientes conclusiones:

- Los modelos seleccionados brindan unos resultados que se asemejan a la medición.
- Resalta el caso de los modelos de parámetros *concentrados* disponibles el AT-P/EMTP tanto para la línea subterránea, así como para las subestaciones aisladas en gas que son útiles para reproducir registros de falla por cortocircuito en los cables de potencia.
- Sobre el caso de la configuración geométrica de los cables, se observa que la selección del sistema de aterrizamiento de pantallas es útil en este tipo de simulación.
- El modelo de los transformadores de corriente y su carga conectada brinda resultados que se asemejan a la forma de onda de las señales medidas.
- Es importante recalcar el fenómeno de *saturación* que presentó el *TC* para tomar las consideraciones necesarias para la selección de este tipo de dispositivos.

Capítulo 6

Falla en un circuito de distribución de 23

kV con co-generación.

6.1. Introducción.

El transitorio electromagnético que se estudia en el presente capítulo se refiere al fenómeno presentado durante un disturbio en el sistema eléctrico con aparición de sobrecorriente ocasionada por falla de aislamiento en un accesorio de cable subterráneo de 23 kV de un circuito de distribución. El circuito mencionado alimenta la carga de un centro comercial y se interconecta con un generador síncrono en la modalidad de *co-generador* eficiente a través de las instalaciones del cliente.

Se estudian las formas de onda que se registraron en los relevadores de protección durante la falla y se procede con la elaboración de un modelo y la simulación del evento ocurrido.

6.2. Fundamentos teóricos

Los sistemas de distribución han ido evolucionando y adoptando tecnologías que continuamente se desarrollan en torno a su operación, control y planeación, entre otros aspectos. De la misma manera, se han adoptado nuevas disposiciones y medidas de tal forma que a lo largo de la trayectoria de los circuitos se pueden encontrar unidades de generación de pequeña escala.

Los circuitos de media tensión al ser de instalación aérea y/o subterránea, como todo elemento del sistema eléctrico de distribución, están propensos a ser sometidos a sobreesfuerzos que pueden derivar en fallas causando interrupción del suministro entre otras complicaciones.

Las fallas pueden deberse a causas externas a su propia condición operativa, tales como los fenómenos meteorológicos o trabajos de excavación. Así mismo, se pueden deber a

la degradación del aislamiento ocasionado por esfuerzos eléctricos, térmicos, mecánicos y a aquellos que se presentan por causas de las condiciones meteorológicas [47].

Actualmente se tienen unidades de generación conectadas a los circuitos de media tensión bajo el esquema conocido como *generación distribuida*. De tal manera que su comportamiento ante una falla adquiere características dinámicas pues la unidad generadora aporta corriente al punto de falla, entre otros aspectos.

Aun con algunas ideas y concepciones variadas, se ha entendido por generación distribuida a aquella que se obtiene de fuentes conectadas al sistema eléctrico de distribución como se indica a continuación [9]:

- Conexión directa en los circuitos de distribución, ver figura 6.1.
- Conexión en *lado cliente* del medidor de un usuario, ver figura 6.2.



Figura 6.1: Diagrama de la conexión de *generación distribuida* directamente a un circuito de distribución.



Figura 6.2: Diagrama de la conexión de *generación distribuida* en el lado cliente de un usuario.

Recientemente en nuestro país se ha reafirmado la definición que refiere a *aquella generación de energía eléctrica que se realiza en una central eléctrica que se encuentra interconectada a un circuito de distribución con alta concentración de centros de carga* [33].

Haciendo referencia a la bibliografia [9], se han sugerido las siguientes categorías para dimensionar la *generación distribuida*:

- Micro: $\approx 1 \text{ W} < 5 \text{ kW}.$
- Pequeña: 5 kW < 5 MW.
- Media: 5 MW < 50 MW.
- Grande: 50 MW < 300 MW.

La integración de este tipo de generación implica algunos cambios en el desarrollo de los fenómenos ocasionados por la bidireccionalidad de los flujos de carga, lo cual a su vez, altera lo perfiles de tensión y el control de la potencia reactiva y del voltaje [114]. Los sistemas de *generación distribuida* pueden ser a base de fuentes como la producción combinada de calor y potencia eléctrica (*Combined Heat and Power-CHP*) o como generación a base de recursos renovables como la generación hidráulica a pequeña escala, plantas eólicas, celdas solares y celdas de combustible [61].

La conexión a la red de estas tecnologías se realiza a través de generadores síncronos, asíncronos y a través de interfases a base de electrónica de potencia (*inversores*) entre otros medios [82], [101].

La producción combinada de calor y potencia (CHP) usa en su conexión a la red, generadores síncronos de pequeña escala y pueden operar bajo el esquema de *co-generación*. Estos esquemas de generación han adquirido un gran interés debido a que proveen energía a eficiencias mayores a las usuales. Por medio de la producción de electricidad y calor recuperado, se llega a obtener más del 80 porciento de la energía de salida respecto a la entrada de combustible. De igual manera, con el uso de esta modalidad se reduce la emisión de CO_2 .

Las pequeñas unidades bajo el esquema de *co-generación* usualmente operan en paralelo con la empresa suministradora con fines de mejorar la confiabilidad operativa de la propia red suministradora [27]. Sin embargo, también se presenta el caso en el cual por necesidades de un usuario, se interconecta con la red suministradora [33].

Las unidades de producción combinada (CHP) consisten en maquinaria que consume gas y en su mayoría emplean generadores síncronos para la conexión a la red, y básicamente se rigen por el control de la máquina y un regulador automático de voltaje (AVR por sus siglas en inglés)[29].

Los generadores síncronos usados en *generación distribuida*, son de dimensiones y capacidad menores respecto a las unidades que se emplean en centrales eléctricas, así también su funcionalidad es similar y su estudio se puede realizar en base a los principios de la máquina síncrona.

Algunos aspectos en los que se tiene repercusión debido a la interconexión de unidades de *co-generación* pueden ser [7]:

- Los esquemas de protección contra sobrecorriente.
- Las estrategias planeación.
- La operación y mantenimiento del circuito debido al sentido de flujo de carga.
- La calidad de la energía asociada al circuito de media tensión.

- La estabilidad del sistema.
- La atención necesaria que se debe dar al *co-generador*.

6.2.1. El generador síncrono y su modelado.

El modelo del generador síncrono se ha desarrollado desde la perspectiva de un sistema trifásico de devanados alimentados con corriente alterna y montados en el estator (devanado de *armadura*) así como un devanado compuesto por uno o más pares de polos montados en el rotor y alimentados con corriente directa (devanado de *campo*).

El estudio transitorio del generador síncrono se ha realizado mediante las siguientes técnicas de modelado de la máquina síncrona [115]:

- Modelo en el marco de formulación de dominio de fases *abc* (coordenadas de *fase*).
- Modelo en el marco de formulación con transformación $dq\theta$ (coordenadas $dq\theta$).

Así mismo, se ha propuesto un modelo basado en el equivalente de una reactancia alimentada por una fuente de voltaje (*Voltage-Behind-Reactance Model*) [115], [94] y en el cual las variables del devanado del estator se representan en el dominio *abc* y las variables del rotor se representan en coordenadas transformadas.

Los 3 modelos anteriormente descritos son de propósito general consistentes en circuitos con parámetros *concentrados* y se han usado en estudios de transitorios para sistemas balanceados y desbalanceados de la red eléctrica. Obviamente, cada uno de ellos presenta sus ventajas y desventajas respecto a los otros para determinado tipo de estudio. Durante la presencia de un disturbio en el sistema eléctrico de distribución, el generador síncrono presenta un comportamiento tal que tiende a acelerarse. De igual manera, posterior a la liberación de una falla el rotor altera su velocidad y presenta un movimiento oscilatorio antes de alcanzar su punto de equilibrio nuevamente [66].

Las unidades de *co-generación* compuestas de turbinas de gas y generador síncrono presentan este tipo de fenómenos dinámicos y para estudiarlos es de suma importancia considerar el modelo de la parte eléctrica, el modelo de la parte mecánica y las interacciones con el sistema de control [96], [30].

6.2.2. Ecuaciones del modelo eléctrico del generador.

6.2.2.1. Ecuaciones eléctricas en coordenadas de fase.

El modelo que se desarrolla corresponde a un generador trifásico *ideal* y sujeto a las siguientes restricciones [92], [25]:

1. El circuito magnético y todos los devanados del rotor se asumen simétricos respecto al eje *directo* y respecto al eje *en cuadratura*.

- 2. Los efectos de *saturación* e *histéresis* en los circuitos magnéticos no se consideran. El principio de superposición es aplicable por considerarse un sistema lineal.
- 3. El efecto de las corrientes de *eddy* en el hierro de la *armadura* no se considera.
- 4. Se asume que la presencia de una corriente en cualquier devanado genera una fuerza magneto-motriz distribuida sinusoidalmente en el espacio inmediato del entrehierro (gap). La fuerza magneto-motriz se puede resolver con base en sus componentes de los dos ejes. La forma de onda sinusoidal implica que sólo se considera la componente fundamental.
- 5. La fuerza magneto-motriz que actúa a lo largo del eje *directo* produce un flujo sinusoidal distribuido a lo largo del eje *directo* y la fuerza magneto-motriz que actúa sobre el eje *en cuadratura* produce un flujo sinusoidal sobre el mismo eje.
- 6. Las barras de amortiguamiento (devanado *amortiguador*) se representan como dos devanados concentrados uno sobre el eje *directo* (devanado kd) y el otro sobre el eje *en cuadratura* (devanado kq), ver figura 6.3. Para las máquinas de rotor liso o rotor devanado se adiciona un devanado hipotético en el eje *en cuadratura* para representar la circulación de las corrientes de *eddy* (devanado g), ver figura 6.3.

El generador resultante consiste de 7 devanados: tres de *armadura*, uno de *campo* en el eje *directo* (devanado f)y dos devanados hipotéticos para el eje *en cuadratura* como se muestra en la figura 6.3. Este modelo se emplea para estudiar el comportamiento electromágnetico.



Figura 6.3: Diagrama esquemático del generador síncrono con 7 devanados.

El planteamiento se realiza en términos de tensiones entre terminales de cada devanado

equivalente.

Las ecuación de las tensiones:

$$[v] = -[R][i] - \frac{d}{dt}[\lambda]$$
(6.1)

donde:

$$\begin{bmatrix} v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ -v_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(6.2)

Los valores correspondientes a las 3 últimas columnas son cero debido a que los devanados kd, g y kq se encuentran cortocircuitados.

La matriz de resistencias [R] es una matriz diagonal y para el diseño de generador balanceado adquiere la siguiente forma:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{kq} \end{bmatrix}$$
(6.3)

El vector de corrientes:

$$\begin{bmatrix} i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_g \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$
(6.4)

Así mismo el vector de enlaces de flujo $[\lambda]$:

$$\begin{bmatrix} \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_f \\ \lambda_{kd} \\ \lambda_g \\ \lambda_{kq} \end{bmatrix}$$
(6.5)

Los enlaces de flujo se expresan en función de las inductancias que varían con la posición del rotor (ángulo θ) y las corrientes de los devanados mediante la siguiente expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

$$\left[\lambda\right] = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} & M_{af} & M_{akd} & M_{ag} & M_{akq} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} & M_{bf} & M_{bkd} & M_{bg} & M_{bkq} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} & M_{cf} & M_{ckd} & M_{cg} & M_{ckq} \\ M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} & L_{ff} & M_{fkd} & 0 & 0 \\ M_{kda} & M_{kdb} & M_{kdc} & M_{kdf} & L_{kdkd} & 0 & 0 \\ M_{ga} & M_{gb} & M_{gc} & 0 & 0 & L_{gg} & M_{gkq} \\ M_{kqa} & M_{kqb} & M_{kqc} & 0 & 0 & M_{kqg} & L_{kqkq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_g \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$
(6.7)

donde la matriz [L] siempre es una matriz simétrica independientemente de la posición de θ . Los elementos L y M son las inductancias propias y mutuas respectivamente. Las inductancias del devanado de armadura contienen armónicos pares respecto a la posición del rotor θ [99]. Para el caso de las inductancias propias se tiene:

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta_1 + L_{aa4} \cos 4\theta_1 + \dots$$

$$L_{bb} = L_{bb0} + L_{bb2} \cos 2\theta_2 + L_{bb4} \cos 4\theta_2 + \dots$$

$$L_{cc} = L_{cc0} + L_{cc2} \cos 2\theta_3 + L_{cc4} \cos 4\theta_3 + \dots$$
(6.8)

y para las inductancias *mutuas*:

$$M_{ab} = M_{ab0} + M_{ab2} \cos 2\theta_3 + M_{ab4} \cos 4\theta_3 + \dots$$

$$M_{ac} = M_{ac0} + M_{ac2} \cos 2\theta_2 + M_{ac4} \cos 4\theta_2 + \dots$$

$$M_{bc} = M_{bc0} + M_{bc2} \cos 2\theta_1 + M_{bc4} \cos 4\theta_1 + \dots$$
(6.9)

donde:

$$\theta_1 = \omega t + \delta \tag{6.10}$$

$$\theta_2 = \theta_1 - \frac{2\pi}{3} \tag{6.11}$$

$$\theta_3 = \theta_1 + \frac{2\pi}{3} \tag{6.12}$$

Las inductancias propias y mutuas del rotor L_{ff} , L_{kdkd} , L_{gg} , L_{kqkq} , M_{fkd} y M_{gkq} son de valor constante.

Las inductancias mutuas entre los devanados de armadura y campo contienen términos de armónicos impares, por ejemplo, para la fase a se tiene:

$$M_{af} = M_{af1} \cos \theta_1 + M_{af3} \cos 3\theta_1 + M_{af5} \cos 5\theta_1 + \dots$$

$$M_{akd} = M_{akd1} \cos \theta_1 + M_{akd3} \cos 3\theta_1 + M_{akd5} \cos 5\theta_1 + \dots$$

$$M_{ag} = M_{ag1} \sin \theta_1 + M_{ag3} \sin 3\theta_1 + M_{ag5} \sin 5\theta_1 + \dots$$

$$M_{akq} = M_{akq1} \sin \theta_1 + M_{akq3} \sin 3\theta_1 + M_{akq5} \sin 5\theta_1 + \dots$$
(6.13)

para la fase b se tiene:

$$M_{bf} = M_{bf1} \cos \theta_2 + M_{bf3} \cos 3\theta_2 + M_{bf5} \cos 5\theta_2 + \dots$$

$$M_{bkd} = M_{bkd1} \cos \theta_2 + M_{bkd3} \cos 3\theta_2 + M_{bkd5} \cos 5\theta_2 + \dots$$

$$M_{bg} = M_{bg1} \sin \theta_2 + M_{bg3} \sin 3\theta_2 + M_{bg5} \sin 5\theta_2 + \dots$$

$$M_{bkq} = M_{bkq1} \sin \theta_2 + M_{bkq3} \sin 3\theta_2 + M_{bkq5} \sin 5\theta_2 + \dots$$
(6.14)

para la fase c se tiene:

$$M_{cf} = M_{cf1} \cos \theta_3 + M_{cf3} \cos 3\theta_3 + M_{cf5} \cos 5\theta_3 + \dots$$

$$M_{ckd} = M_{ckd1} \cos \theta_3 + M_{ckd3} \cos 3\theta_3 + M_{ckd5} \cos 5\theta_3 + \dots$$

$$M_{cg} = M_{cg1} \sin \theta_3 + M_{cg3} \sin 3\theta_3 + M_{cg5} \sin 5\theta_3 + \dots$$

$$M_{ckg} = M_{ckq1} \sin \theta_3 + M_{ckq3} \sin 3\theta_3 + M_{ckq5} \sin 5\theta_3 + \dots$$
(6.15)

Asumiendo el diseño *balanceado* de la máquina síncrona se da lugar a algunas consideraciones, entre lo cual se asume una simetría entre las 3 fases del estator y los valores de las inductancias *propias* adquieren las siguienes relaciones:

$$L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0}$$

$$L_{aa2} = L_{bb2} = L_{cc2}$$

$$L_{aa4} = L_{bb4} = L_{cc4}$$
(6.16)

Para las inductancias mutuas del estator:

$$M_{ab0} = M_{ac0} = M_{bc0}$$

$$M_{ab2} = M_{ac2} = M_{bc2}$$

$$M_{ab4} = M_{ac4} = M_{bc4}$$
(6.17)

para las inductancias *mutuas* entre devanados del estator y rotor:

$$M_{af1} = M_{bf1} = M_{cf1}$$

$$M_{af3} = M_{bf3} = M_{cf3}$$

$$M_{af5} = M_{bf5} = M_{cf5}$$

$$M_{akd1} = M_{bkd1} = M_{ckd1}$$

$$M_{akd3} = M_{bkd3} = M_{ckd3}$$

$$M_{akd5} = M_{bkd5} = M_{ckd5}$$

$$M_{akq1} = M_{bkq1} = M_{ckq1}$$

$$M_{akq3} = M_{bkq3} = M_{ckq3}$$

$$M_{akq5} = M_{bkq5} = M_{ckq5}$$

Bajo este desarrollo, los parámetros de la máquina comprenden cinco valores de resistencia $R_a(=R_b=R_c), R_f, R_{kd}, R_g$ y R_{kq} .

Despreciando del análisis las componentes de 3a armónica y otras, las relaciones establecidas en 6.16 y 6.17 se reducen a:

$$L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0} = L_s$$

$$L_{aa2} = L_{bb2} = L_{cc2} = L_m$$

$$M_{ab0} = M_{ac0} = M_{bc0} = M_s$$

$$M_{ab2} = M_{ac2} = M_{bc2} = M_2$$
(6.19)

Así mismo se pueden asumir las siguientes consideraciones en el modelado del generador síncrono [25]:

- 1. Los términos armónicos de orden 2 en las inductancias propias y mutuas del devanado de armadura se asumen iguales $M_2 = L_m$. Esta consideración simplifica de manera significativa el modelo debido a que se eliminan los acoplamientos entre los ejes directo, en cuadratura y eje cero.
- 2. Los términos armónicos de orden mayor a 2 se desprecian.
- 3. La inductancia mutua entre los devanados de campo y devanado amortiguador (M_{fkd}) se asume igual a las inductancias mutuas entre el devanado de armadura y devanado de campo así como la inductancia mutua entre devanado de armadura y devanado amortiguador, es decir, se cumple la relación $M_{af1} = M_{akd1} = M_{fkd} = M_{f}$.

Asumiendo las consideraciones anteriores, la matriz de inductancias [L] expresada en (6.7) adquiere la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} & M_{af} & M_{af} & M_{akq} & M_{akq} \\ M_{ab} & L_{bb} & M_{bc} & M_{bf} & M_{bf} & M_{bkq} & M_{bkq} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_{cc} & M_{cf} & M_{cf} & M_{ckq} & M_{ckq} \\ M_{af} & M_{bf} & M_{cf} & L_{ff} & M_{f} & 0 & 0 \\ M_{akq} & M_{bQ} & M_{cQ} & 0 & 0 & L_{gg} & M_{q} \\ M_{akq} & M_{bQ} & M_{cQ} & 0 & 0 & M_{q} & L_{kqkq} \end{bmatrix}$$
(6.20)

donde:

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta$$

$$L_{bb} = L_s + L_m \cos 2 \left(\theta - 2\pi/3\right)$$

$$L_{cc} = L_s + L_m \cos 2 \left(\theta + 2\pi/3\right)$$
(6.21)

Las inductancias *mutuas* entre fases:

$$M_{ab} = M_{ba} = -M_0 - L_m \cos 2 (\theta + \pi/6)$$

$$M_{bc} = M_{cb} = -M_0 - L_m \cos 2 (\theta - \pi/2)$$

$$M_{ca} = M_{ac} = -M_0 - L_m \cos 2 (\theta + 5\pi/6)$$

(6.22)

Las inductancias *mutuas* entre fases y devanado de *campo*:

$$M_{af} = M_{fa} = M_f \cos \theta$$

$$M_{bf} = M_{fb} = M_f \cos (\theta - 2\pi/3)$$

$$M_{cf} = M_{fc} = M_f \cos (\theta + 2\pi/3)$$
(6.23)

Las inductancias mutuas entre fases y devanado de eje directo:

$$M_{akd} = M_{kda} = M_{kd} \cos \theta$$

$$M_{bkd} = M_{kdb} = M_{kd} \cos (\theta - 2\pi/3)$$

$$M_{ckd} = M_{kdc} = M_{kd} \cos (\theta + 2\pi/3)$$
(6.24)

Las inductancias mutuas entre fases y devanado amortiguador:

$$M_{ag} = M_{ga} = M_g \sin \theta$$

$$M_{bg} = M_{gb} = M_g \sin (\theta - 2\pi/3)$$

$$M_{cg} = M_{qc} = M_g \sin (\theta + 2\pi/3)$$
(6.25)

Las inductancias mutuas entre fases y devanado de eje en cuadratura:

$$M_{akq} = M_{kqa} = M_{kq} \sin \theta$$

$$M_{bkq} = M_{kqb} = M_{kq} \sin (\theta - 2\pi/3)$$

$$M_{ckq} = M_{kqc} = M_{kq} \sin (\theta + 2\pi/3)$$
(6.26)

De esta manera, a través de las ecuaciones (6.1), (6.3) y (6.20 - 6.26) queda definido el modelo de la máquina síncrona en coordenadas de *fase*.

6.2.2.2. Ecuaciones eléctricas en coordenaas dq0.

Partiendo de la ecuación matricial de los voltajes (6.1), la transformación a coordenadas $dq\theta$ se obtiene mediante las siguientes expressiones:

$$\begin{bmatrix} i_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \end{bmatrix} \tag{6.27}$$

$$\begin{bmatrix} v_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \end{bmatrix} \tag{6.28}$$

donde el sufijo p denota las cantidades de *Park* (d,q,θ) ; además [P] es la matriz de transformación y tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$
(6.29)

donde [I] es la matriz *identidad* y tiene las dimensiones 4×4 ; además la matriz [W] tiene la siguiente forma [25]:

$$\begin{bmatrix} W \end{bmatrix} = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - 2\pi/3\right) & \cos\left(\theta + 2\pi/3\right) \\ \sin\theta & \sin\left(\theta - 2\pi/3\right) & \sin\left(\theta + 2\pi/3\right) \\ \sqrt{1/2} & \sqrt{1/2} & \sqrt{1/2} \end{bmatrix}$$
(6.30)

La matriz de transformación (6.30) determina la siguiente relación:

$$\left[P\right]^{-1} = \left[P\right]^T \tag{6.31}$$

Aplicando la transformación a (6.1) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \\ -v_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_g \\ i_{kq} \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_0 \\ \lambda_f \\ \lambda_g \\ \lambda_kd \\ \lambda_g \\ \lambda_kq \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega\lambda_d \\ \omega\lambda_q \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(6.32)

6.2.3. Ecuaciones del modelo mecánico del generador.

6.2.3.1. Ecuaciones mecánicas en coordenadas de fase.

El estudio del comportamiento del rotor del conjunto turbina-generador ante un disturbio en el sistema eléctrico de potencia implica contar con los modelos eléctrico y mecánico del generador. Para ello es viable desarrollar el estudio en dos partes [100]:

- Aspecto eléctrico. La determinación del torque resultante, lo cual requiere considerar detalladamente los parámetros eléctricos del sistema y considerar de manera secundaria el movimiento resultante de sistema de ejes.
- Aspecto mecánico. La determinación de la respuesta mecánica del rotor, lo cual requiere de un modelo detallado del rotor del conjunto turbina-generador.

El conjunto turbina-generador es un sistema mecánico muy complejo que agrupa las masas de los elementos como la turbina y su eje, devanados del rotor, eje del rotor, anillos de retención, sistemas de enfriamiento, componentes del sistema de excitación, entre otros. Por lo tanto, este conjunto puede desarrollar diferentes modos de vibración por esfuerzos torsionales. Sin embargo, resulta viable realizar algunas simplificaciones para desarrollar los estudios correspondientes. Una aproximación consiste en usar masas concentradas [100], [63], con lo cual se asume que el sistema puede dividirse en segmentos de inercia finita y obtener un modelo de masas-resorte concentradas. Las características del modelo anteriormente mencionado se ven aplicadas en el esquema de la figura 6.4 y con ello se representa el comportamiento del material al ser esforzado dentro del régimen de su límite elástico y con lo cual es aplicable la relación *lineal* de la Ley de Hooke de la deformación del material y la Ley de Newton [17]. El comportamiento del material se caracteriza por medio de parámetros equivalentes que se relacionan a una constante de elasticidad de un resorte $(K_{12} ext{ y } K_{23})$ y un amortiguador $(D_{12} \ge D_{23})$ entre las masas puntuales en el eje; así también se relaciona con un amortiguador o coeficiente de fricción $(D_{11}, D_{22} \text{ y } D_{33})$ entre las masas puntuales y

el marco estacionario de referencia. Bajo este esquema cada componente del conjunto se considera de una masa rígida y conectado al componente adyacente a través de un segmento de eje sin masa.

Las unidades de generación de plantas hidroeléctricas pueden ser representadas por el equivalente de una masa simple debido a la proximidad entre la turbina y el generador. Así mismo, para las unidades de centrales termoeléctricas se suele representarlas mediante un equivalente de masas concentradas [34].

La figura 6.4 muestra un modelo con 3 masas puntuales correspondientes a un conjunto turbina-generador equipado con un sistema de excitación rotatorio [56]. Los componentes principales de cada masa se describen a continuación:

- Turbina. Masa equivalente de la turbina y su eje.
- Generador. Masa equivalente de los devanados del rotor y su eje, de los anillos de retención y del sistema de enfriamiento.
- Sistema de excitación rotatorio. Masa equivalente del cuerpo rotatorio del excitador.



Figura 6.4: Modelo mecánico de un conjunto turbina-generador compuesto por 3 masas puntuales (adapatación de [34]).

La ecuación general que describe cada una de las masas rotatorias se derivan de la *segunda Ley de Newton* y se expresa de la siguiente forma:

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = \sum_i T_i\left(t\right) \tag{6.33}$$

donde: J es el momento de inercia, θ es un ángulo que describe el desplazamiento rotacional y $\sum_i T_i$ es la sumatoria resultante de torques actuantes en la masa rotatoria.

Describiendo la figura 6.4 se tiene: $K_{i,i+1}$ es el coeficiente de rigidez del eje entre las masas (i) e (i + 1); D_{ii} es el coeficiente de viscosidad de amortiguamiento propio de la masa (i); $D_{i,i+1}$ es el coeficiente de viscosidad de amortiguamiento mutuo entre las masas (i) e (i+1); J_i es el momento de inercia de la masa (i); θ_i es el ángulo de la masa (i) y T_i es el torque externo aplicado a la masa (i). El comportamiento de las masas se describe a continuación. Para la masa 1 se tiene:

$$J_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + D_{11} \frac{d\theta_1}{dt} + D_{12} \frac{d(\theta_1 - \theta_2)}{dt} + K_{12}(\theta_1 - \theta_2) = T_1$$
(6.34)

para la masa 2:

$$J_{2}\frac{d^{2}\theta_{2}}{dt^{2}} + D_{22}\frac{d\theta_{2}}{dt} + D_{12}\frac{d(\theta_{2} - \theta_{1})}{dt} + D_{23}\frac{d(\theta_{2} - \theta_{3})}{dt} + K_{12}(\theta_{2} - \theta_{1}) + K_{23}(\theta_{2} - \theta_{3}) = T_{2}$$
(6.35)

Para la masa 3 se tiene:

$$J_3 \frac{d^2 \theta_3}{dt^2} + D_{33} \frac{d\theta_3}{dt} + D_{23} \frac{d(\theta_3 - \theta_2)}{dt} + K_{23} (\theta_3 - \theta_2) = T_3$$
(6.36)

Las ecuaciones (6.34)-(6.36) describen al sistema equivalente de tres masas como un sistema lineal toda vez que la variación de la velocidad es de magnitud pequeña. Las ecuaciones descritas se pueden generalizar para cualquier sistema de n masas rotatorias como se describe a continuación:

$$\left[J\right]\frac{d^2}{dt^2}\theta + \left[D\right]\frac{d}{dt}\theta + \left[K\right]\theta = \mathbf{T}$$
(6.37)

donde [J] es la matriz de momentos de inercia de característica diagonal; θ es el vector de desplazamiento angular; [D] es la matriz de coeficientes de amortiguamiento; [K] es la matriz de coeficientes de rigidez y **T** es el vector de torque externo aplicado al sistema.

La matriz de coeficientes de amortiguamiento tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} + D_{12} & -D_{12} & 0 \\ -D_{12} & D_{22} + D_{12} + D_{23} & -D_{23} \\ 0 & -D_{23} & D_{33} + D_{23} \end{bmatrix}$$
(6.38)

La matriz de coeficientes de rigidez tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{12} & K_{12} & 0 \\ -K_{12} & K_{12} + K_{23} & -K_{23} \\ 0 & -K_{23} & K_{23} \end{bmatrix}$$
(6.39)

Para los sistemas de unidad compuesta por turbina-generador, intervienen el par mecánico en la turbina y el par electromagnético en el generador y en el rotor de excitación. El cálculo del par mecánico en estudios de estabilidad puede abordarse desde dos perspectivas, la primera en la cual se asume que el par mecánico permanece constante después de un disturbio y la segunda en la cual se requiere modelar el gobernador de velocidad y su sistema de control para representar la dinamica del sistema. Para estudios de transitorios electromagnéticos en donde el tiempo de duración posterior a un disturbio puede alcanzar 1 segundo, es factible asumir la potencia mecánica de magnitud constante y calcular el par mediante la siguiente expresión [25]:

$$T = \frac{P}{\omega_m} \tag{6.40}$$

donde T es el par mecánico; P es la potencia mecánica previa al disturbio y ω_m es la velocidad angular del sistema mecánico.

El par electromagnético T_e desarrollado en el rotor es igual al par producido en el entrehierro o gap debido al campo electromagnético rotatorio y se describe en coordenadas de fase [112]:

$$T_e = \frac{\omega}{3\sqrt{3}} \left(\lambda_a \left(i_b - i_c \right) + \lambda_b \left(i_c - i_a \right) + \lambda_c \left(i_a - i_b \right) \right) \tag{6.41}$$

donde ω es la velocidad síncrona; i es la corriente y λ es el enlace o encadenamiento de flujo.

El par electromagnético tiene una magnitud de signo contrario al par mecánico debido a que representa una carga para el sistema mecánico.

6.2.3.2. Ecuaciones mecánicas en coordenaas de dq0.

El par electromagnético T_e desarrollado en el rotor es igual al par producido en el entrehierro o gap debido al campo electromagnético y se describe en coordenadas dq0 mediante la siguiente expresión [112]:

$$T_e = \frac{\omega}{2} \left(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d \right) \tag{6.42}$$

donde ω es la velocidad síncrona; i es la corriente y λ es el enlace o encadenamiento de flujo.

6.3. Modelos de la máquina síncrona disponibles en ATP-EMTP.

El programa ATP-EMTP cuenta con el modelo de la máquina síncrona identificada como fuente tipo 59/58 y se describe en el libro de reglas (*Rule Book*) del ATP [46]. La denominación 58 correspone al programa implementado en EMTP a mediados de los 80 y el cual proporciona la solución numérica en el marco de formulación *abc*. A su vez, la denominación 59 corresponde al programa implementado a mediados de los 90 y proporciona la solución numérica con transformación *abc-dq0* de las variables eléctricas

del estator [48], [108].

Para estudio transitorio de la máquina síncrona, la fuente tipo 59/58 incluye las partes eléctrica y mecánica con los siguientes componentes:

- Tres devanados en el estator o armadura. Espacialmente separados a 120° y en la secuencia abc. Conexión disponible estrella o delta.
- Cuatro devanados en el rotor. El devanado de *campo* y el devanado *amortiguador* en el eje *directo*; el devanado *amortiguador* y un devanado equivalente para representar las corrientes de *eddy* en el núcleo ferromagnético del rotor ambos en el eje *en cuadratura*.
- La cantidad de *m* (hasta 7) masas del cuerpo rotatorio de la unidad generadora. Comprende el rotor del generador, rotor del sistema de excitación y rotores de las secciones de la turbina.
- La cantidad de m-1 ejes entre las masas del cuerpo rotatorio.

Para el modelo de la parte eléctrica se especifican las condiciones operativas iniciales de las terminales de esta fuente: tensión de cada terminal, ángulo de la terminal a y la frecuencia, lo cual corresponde a una fuente de tensión *ideal*. La tensión del devanado de *campo* y la potencia mecánica requeridos inicialmente se especifican con valor unitario en *pu*. Con esta información el ATP/EMTP resuelve el estado estable inicial de toda la red a simular y con las potencias y corrientes resultantes en la máquina se determinan las condiciones iniciales de todos los componentes internos del modelo.

Adicionalmente se pueden incorporar las características de saturación (no-linealidad) a circuito abierto del circuito magnético rotor-estator para los ejes $d \ge q$.

Para el modelo de la parte mecánica, cada masa rotatoria se especifica con la fracción de potencia mecánica que recibe, su *momento* de inercia y sus amortiguadores por velocidad absoluta y por variación de velocidad. Cada eje se especifica con una constante de resorte torsional y un amortiguamiento por la diferencia de velocidades de las masas adyacentes.

Ahora bien, mediante el uso de ATPDraw, sólo se tiene disponible la fuente tipo 59 en dos variantes, la primera con entradas y salidas de control y la segunda sin éstas. Así mismo, tienen restricciones respecto a la fuente de ATP/EMTP, aunque proporcionan resultados aceptables [108]. A continuación se enlistan algunas de sus características:

- La característica de *saturación* del circuito magnético se considera *lineal*.
- Los devanados del estator se consideran *balanceados*.
- El sistema de masas se considera concentrado en una sola masa rotatoria.

El caso que aquí se presenta corresponde a una falla de aislamiento registrada en un circuito subterráneo que opera al nivel de tensión de 23 kV y en el cual se encuentra conectado una unidad que opera bajo la modalidad de *co-generación*.

Los generadores síncronos cuando son usados como fuentes de generación para uso propio, *co-generación*, venta minoritaria y conectados al sistemas de distribución son operados como fuentes de potencia activa de tal manera que no forman parte en el sistema de control de frecuencia [42]. Es decir, no ofrecen otros servicios asociados al generador como reserva rodante, ni de control de frecuencia y por lo tanto la operación de estas unidades sólo implica controlar la potencia de salida (kW) y una magnitud asociada al AVR (tensión) y el factor de potencia o potencia reactiva (kVAR).

6.4.1. Metodología.

El estudio se realizó mediante la recopilación y análisis de los eventos registrados en los relevadores de protección que se encuentran operando en el esquema del alimentador de 23 kV y del punto común de acoplamiento entre el *co-generador* y la red de CFE. El planteamiento consiste de los siguientes aspectos:

- Descripción de las formas de onda de registro de medición.
- Modelado del circuito equivalente en ATP/EMTP.
- Modelado del generador síncrono en ATP/EMTP.
- Modelado del sistema de excitación en ATP/EMTP.
- Modelado del sistema del primomotor en ATP/EMTP.
- Simulación y comparación de resultados.

6.4.2. Descripción de la información contenida en el registro de medición.

El registro de medición se obtuvo a través de un relevador de protección instalado en el bus de la subestación de donde se origina el circuito y el cual tiene como función principal la protección contra sobrecorriente del mismo.

El registro contiene entre las señales principales, 3 de tensión y 3 de corriente, las cuales se registraron bajo una frecuencia de 8 muestras por ciclo. La información contenida se

procesó para obtenerse con formato COMTRADE [58] e invocarse desde la plataforma del programa ATP/EMTP, figura 6.5.



Figura 6.5: Señales registradas por el relevador de protección ubicado en bus de 23 kV de S.E. KCR.

6.4.3. Modelado del circuito equivalente en ATP/EMTP.

El modelo se integra con los criterios y elementos disponibles en el programa AT- $\mathrm{P}/\mathrm{EMTP}.$

6.4.3.1. Modelado del equivalente transitorio de la red.

El modelo del sistema se integra usando un *equivalente de Thèvenin* trifásico balanceado (E_1, Z_1, Z_0) para representar la capacidad de aportar corriente de cortocircuito. Se emplea un modelo considerando la ubicación de la fuente conectada en el bus de 230 kV de la S.E. KCR, se reduce la tensión a un nivel de 23 kV a través de un transformador de potencia y del bus principal se deriva el alimentador *KCR 53010* el cual alimenta la infraestrutura donde se conecta la unidad generadora, ver figura 6.6.

6.4.3.2. Modelado del sistema de cables.

El sistema de cables corresponde a un sistema trifásico compuesto por 3 conductores coaxilaes de cobre con aislamiento XLPE los cuales se encuentran alojados en ductos de PVC. Similar al planteamiento realizado en 5.4.3 el modelo del cable se representa a través de componentes de parámetros concentrados (circuito π), se usa la resistividad de terreno (ρ) donde se representra el enlace, la frecuencia inicial o de referencia a la que se determina el modelo numérico del enlace y su longitud en metros.

La disposición física de estos conductores se muestran en la figura 6.7. Los datos del cable se enlistan en la tabla6.1.



Figura 6.6: Arreglo equivalente del alimentador de MT y la unidad generadora.



Figura 6.7: Disposición física del arreglo de conductores de 23 kV.

6.4.3.3. Modelado del alimentador con la unidad de co-generación.

El circuito que representa el sistema equivalente se muestra en la figura 6.6. El alimentador KCR 53010 cuenta con su esquema de protección de sobrecorriente donde opera un relevador mediante el cual se obtienen los registros que contienen la forma de onda que sirve para comparar el comportamiento de las señales correspondientes a la tensión y corriente previas y durante el disturbio presentado.

El mencionado alimentador suministra energía a un centro comercial y para ello se representan los nodos que en el periodo de estudio tenían cargas significativas: SE 1, SUR M-2, SUR M-4, NORTE M-8, NORTE M-40 y SE 2.

La carga local del permisionario antes del disturbio era de P=0.0846 MW y Q=0.0033 MVAR, la carga que inyectaba el generador hacia la red de CFE era de 910 kW y 30 kVAR. Ambas cargas se registraron con mediciones analógicas sin la información correspondiente a la forma de onda.

6.4.4. Modelado del generador síncrono en ATP/EMTP.

El modelo de la unidad generadora depende de la naturaleza del estudio a realizar y para el presente caso corresponde al comportamiento ante presencia de sobrecorriente

DESCRIPCIÓN	DATO
Tensión nominal (kV)	25
Aislamiento	XLPE
Permitividad del aislamiento	2.70
Conductor (material)	Cobre
Resistividad $(\Omega \cdot m)$	1.678×10^{-8}
Calibre (kCM)	500
Sección efectiva del conductor (mm^2)	380
Sección efectiva de la pantalla metálica (mm^2)	18.844

Tabla 6.1: Datos de cable cobre 500 kCM.

en la red de media tensión externa al generador.

La unidad generadora corresponde a un generador síncrono el cual es excitado de manera separada por un generador de imanes permanentes que suministra una potencia constante a través de un regulador automático de voltaje (AVR) al sistema de excitación principal. El sistema de excitación alimenta al rotor principal a través de un rectificador de onda completa [69] que para fines prácticos de estudio de cortocircuito se pueden aproximar mediante la representación de una fuente de tensión en serie con una impedancia equivalente. La magnitud de esta impedancia depende principalmente del marco del tiempo para el estudio [7].

La figura 6.8 muestra una imagen general de la unidad generadora y las dimensiones físicas del generador se muestran en la figura 6.9.

El circuito equivalente de la máquina síncrona empleada en este estudio se representó usando el modelo de ATPDraw conocido como fuente tipo 59 (SM59 FC - Synchronous Machine. 8 TACS control. TYPE 59. Balanced steady-state. No saturation. Single mass.), el cual incluye para su representación en régimen transitorio a las partes eléctrica y mecánica con sus componentes [108].

6.4.4.1. Modelo de la parte eléctrica del generador.

El modelo eléctrico del generador corresponde a una unidad trifásica, conexión estrella con aterrizamiento sólido del neutro y cuyos parámetros se muestran en la tabla 6.2.

La parte eléctrica del generador como se describió anteriormente en 6.3 y 6.4.4 se modela de acuerdo a la fuente tipo 59 de ATPDraw.

La unidad se especifica con tres devanados balanceados en el estator, dos devanados



Figura 6.8: Vista general de la unidad generadora.

en el eje directo (f y kd) del rotor y dos devanados en el eje en cuadratura (kq y g). Se considera únicamente la característica *líneal* de saturación (AGLINE) del circuito magnético. El modelo incluye la activación de entradas/salidas de control referida al voltaje de campo como señal de entrada.

Los datos necesarios para ingresar al objeto fuente tipo 59 son:

- *Volt.* Tensión pico de fase a neutro en terminales del devanado del estator de la máquina al momento de iniciar la simulación del transitorio, con la restricción de que las tres fases toman el mismo valor (*V*),
- Freq. Frecuencia eléctrica de la tensión en terminales al momento de iniciar la simulación, con la restricción de que es la misma para la frecuencia base de los parámetros de reactancia (Hz),
- Angle. Ángulo inicial de la tensión en la fase a (grados),
- Poles. Número de polos del devanado del rotor del generador,
- SM0VTP, SM0VTQ. Factores para simular varias máquinas iguales en el mismo nodo trifásico, esto requiere editar externamente el archivo texto; se considera SM0VTP = 1 y SM0VTQ = 1,
- RMVA. Capacidad nominal del generador en MVA, es base para los datos en pu,
-
 RkV. Tensión nominal de línea del generador en k
Vrms,es base para los datos en pu,
- *AGLINE*. Amperes del devanado de *campo* que producen la tensión nominal en el devanado del estator en el eje *directo* sin *saturación*,



Figura 6.9: Dimensiones del generador eléctrico [69].

- *RA*. Resistencia del devanado del estator (*pu*),
- XL. Reactancia de dispersión del devanado del estator (pu),
- X_d, X_q . Reactancias síncronas del equivalente del generador en el marco $dq\theta$ (pu),
- X'_d, X'_q . Reactancias transitorias del equivalente del generador en el marco $dq\theta$ (pu),
- X''_d, X''_q . Reactancias subtransitorias del equivalente del generador en el marco $dq\theta$ (pu),
- T'_{d0}, T'_{q0} . Constantes de tiempo transitorias del equivalente del generador en el marco dq0 según el parámetro FM (s),
- T''_{d0} , T''_{q0} . Constantes de tiempo subtransitorias del equivalente del generador en el marco $dq\theta$ según el parámetro FM(s),
- X_0 . Reactancia de secuencia cero del devanado del estator (pu),
- *RN*, *XN*. Resistencia y reactancia de aterrizamiento del neutro del devanado del estator (*pu*),
- XCAN. Reactancia de Canay (pu); si no se conoce, considerar XCAN = XL.
- FM. Selector del tipo de parámetros transitorios (reactancias y constantes de tiempo); a circuito abierto si $FM \leq 2$ o en cortocircuito si FM > 2,
- *MECHUN*. Selector de unidades del sistema internacional si MECHUN = 1; sistema inglés si MECHUN = 0.

PARÁMETRO	DESCRIPCIÓN	VALOR
S_n	Capacidad nominal (kVA)	1760
U_n	Tensión nominal (V)	480/277
F	Frecuencia nominal (Hz)	60
X_d	Reactancia Síncrona del eje $directo (pu)$	2.990
X_{d}^{\prime}	Reactancia Transitoria del eje $directo (pu)$	0.180
X_d''	Reactancia Subtransitoria del eje $directo (pu)$	0.130
X_q	Reactancia Síncrona del eje en cuadratura (pu)	1.930
X_q''	Reactancia Subtransitoria del eje en cuadratura (pu)	0.270
X_L	Reactancia de Dispersión (pu)	0.030
X_2	Reactancia de secuencia negativa (pu)	0.190
X_0	Reactancia de secuencia cero (pu)	0.020
T_d'	Constante de tiempo en periodo transitorio (s)	0.135
$T_d^{\prime\prime}$	Constante de tiempo en periodo subtransitorio (s)	0.010
T'_{d0}	Constante de tiempo del devanado de <i>campo</i> (c.a.) (s)	2.230
T_a	Constante de tiempo del devanado de armadura (s)	0.020

Tabla 6.2: Datos del Generador [69].

6.4.4.2. Modelo de la parte mecánica del generador.

El generador síncrono que se emplea en sistemas de *co-generación* es de dimensiones pequeñas y ante presencia de corrientes de cortocircuito adquiere un comportamiento tal que para su estudio es necesario representarlo con la inclusión de su parte mecánica (ver secciones $6.2.1 ext{ y } 6.2.3$).

El modelo se integró en base a la fuente tipo tipo 59 de ATPDraw [46], [108] y se especifica sólo una masa rotatoria equivalente total, con pérdidas por giro (núcleo, fricción, ventilación) en función de la velocidad de giro absoluta. Este equivalente estima las masas del rotor del generador y rotor del excitador así como lo correspondiente a la turbina.

El modelo incluye la activación de entradas/salidas de control referidas a la potencia mecánica como señal de entrada y la velocidad angular de la masa como señal de salida.

6.4.5. Modelado del sistema de excitación en ATP/EMTP.

El sistema de excitación se modeló integrando el tipo AC5A [56] que integra un regulador de tensión externo y excitatriz rotatoria *saturable*, ver figura 6.10.



Figura 6.10: Diagrama esquemático de la función de transferencia del *AVR* y sistema de excitación [56].

Las expresiones de las funciones de transferencia y la descripción de este sistema se describen a continuación.

6.4.5.1. Modelo del regulador de tensión automático.

El regulador de voltaje automático (AVR) monitorea y sensa el voltaje en el devanado principal del generador y controla la excitación con el objetivo de mantener la tensión de salida del generador dentro de los límites especificados. El presente trabajo incluye el modelo del AVR modelo MX321 [70] cuya operación toma en cuenta la carga, velocidad, temperatura y el factor de potencia del generador. Es un equipo trifásico que usa la potencia de excitación proveniente de un generador de imanes permanentes con el fin de evitar los efectos de las cargas *no-lineales* y reducir la interferencia de radiofrecuencia que pudieran alterar la operación de los circuitos de control del AVR. Además V_S es el voltaje del estabilizador (PSS) que considera el voltaje en terminales y la señal de referencia (equivalente al voltaje en terminales en pu); K_A es la ganancia del regulador de voltaje; K_F es la ganancia del control de excitación del estabilizador; T_A es la constante de tiempo del regulador de voltaje y T_{F1} , T_{F2} y T_{F3} son las constantes de tiempo del sistema de control de excitación del estabilizador (ver figura 6.10). El AVR se considera alimentado con tensiones trifásicas de valor promedio y con una

El AVR se considera alimentado con tensiones trifásicas de valor promedio y con una función de transferencia general descrita por la ecuación (6.43) [56]:

$$\frac{V_R}{V_{REF} - V_C - V_{ST}} = \frac{200}{1 + 0.025S} \tag{6.43}$$

donde V_R representa la señal de salida del regulador automático de voltaje (AVR); V_{REF} es el voltaje de referencia del AVR, el cual es determinado para satisfacer las condiciones iniciales; V_C es la señal proveniente del transductor de voltaje y del compensador de carga del generador y V_{ST} es la señal de salida del estabilizador (PSS) y es equivalente al voltaje en terminales en pu, ver figura 6.10.

Los valores de los límites de voltaje de referencia son límite superior $V_{RMAX} = 3.5$ y límite inferior $V_{RMIN} = 0.001$.

La función de transferencia para el estabilizador se describe en la ecuación (6.44):

$$\frac{V_{ST}}{V_R} = \frac{0.1S}{1+0.75S} \tag{6.44}$$

6.4.5.2. Modelo del sistema de excitación.

El sistema de excitación considerado se describe con la función de transferencia general que se indica en la ecuación (6.45)

$$\frac{E_{FD}}{V_R - V_{SAT}} = \frac{1}{0.2856S} \tag{6.45}$$

donde E_{FD} es el voltaje de salida del sistema de excitación y V_{SAT} es la señal de retroalimentación negativa de la función de *saturación* que incluye el efecto de una constante del sistema de excitación K_E .

El efecto de saturación del sistema de excitación se expresa con la ecuación (6.46):

$$V_X = 1 + 0.02533 E_{FD} \left(e^{E_{FD}} \right) \tag{6.46}$$

donde V_X es la señal de proporcionalidad de la saturación del sistema de excitación y K_E es una constante del sistema de excitación relacionada con el *campo* auto-excitado. Además T_E es la constante de tiempo de sistema de excitación y $S_E [E_{FD}]$ es el valor de la función de saturación del sistema de excitación determinado por un valor de voltaje E_{FD} , (ver figura 6.10).

6.4.6. Modelado del primomotor en ATP/EMTP.

Los sistemas de *co-generación* cuentan con controles diseñados para la operación local, usualmente no se integran a esquemas de control secundario (despacho económico, regulación de frecuencia, entre otros). La operación de estas unidades sólo implica controlar la potencia de salida y una magnitud asociada al AVR (tensión, factor de potencia o potencia reactiva).

El modelo de este trabajo incluye lo correspondiente al primomotor, asumiendo que pudiese controlar frecuencia y potencia de salida.

6.4.6.1. Modelo del gobernador.

Para este caso la expresión de la función de transferencia general se describe en la ecuación (6.47):

$$\frac{P_{gob}}{W_r - W_{rg}} = \frac{25(1 + 0.02S)}{(1 + 0.01S + 0.0002S^2)\frac{1 + 0.25S}{1 + 0.009S}}$$
(6.47)

6.4.6.2. Modelo del motor.

La expresión de la función de transferencia general se describe en la ecuación (6.48):

$$\frac{P_{mec}}{P_{gob} + P_{ref} - P_{gen}} = \frac{1}{S + 0.0384S^2} \tag{6.48}$$

6.4.7. Modelado de las cargas.

Las cargas se modelan mediante objetos constituidos por una rama trifásica de elementos RLC, con conexión en estrella cuyos componentes pueden adquirir un valor independiente de las otras fases [46].

6.4.8. Modelado de otros equipos.

No se incluyen los modelos de los transformadores de instrumento, apartarrayos ni la conexión a tierra.

6.4.9. Simulación y comparación de resultados.

El estudio de la medición se realizó a través del procesamiento de los datos del evento registrado por un relevador de protección instalado en la subestación de donde se origina el alimentador y el cual forma parte del esquema de protección de sobrecorriente. Este esquema se complementó con los ajustes necesarios para habilitar el disparo transferido hacia el equipo que desconecta y condiciona la operación en isla del generador. El archivo contiene entre las señales principales, 3 de tensión y 3 de corriente, las cuales se registraron bajo una frecuencia de 8 muestras por ciclo. La información contenida se procesó en formato COMTRADE para invocarse desde la plataforma del programa ATP/EMTP.

6.4.9.1. La unidad de co-generación en estado estable.

La máquina se modela en el programa ATP/EMTP y para lo cual se especificaron las condiciones operativas iniciales de las terminales, es decir, se especifica el valor pico de la tensión de fase a neutro de cada terminal, ángulo de la terminal de la fase a y la frecuencia, ver figura 6.11. Con estas especificaciones, el programa resuelve el estado estable inicial de toda la red a simular y con los valores de corriente y potencia resultantes en la máquina, se determina la condición operativa inicial de los componentes internos del modelo. La información contenida en la figura 6.11 d) y e) muestra los



Figura 6.11: Señales de a) Voltaje en terminales, b) Ángulo, c) Frecuencia, d) Voltaje de excitación, e) Potencia mecánica y f) Potencia activa durante la inicialización de la unidad generadora.

valores de tensión del devanado de campo y la potencia mecánica. Inicialmente son declarados con valor de 1 pu y son somentidos a escalamiento debido al efectos de las magnitudes de control aplicadas.

Acorde a la información mostrada, se puede observar el efecto de la inicialización de la unidad generadora y por lo cual se debe esperar un tiempo en el cual se estabilicen las señales. Para el presente trabajo se estiman 10 s y una vez transcurrido este tiempo, se alcanzan los valores de estado estable que prevalecían en el sistema eléctrico previo al disturbio y con lo cual se puede aplicar la falla en el sistema de distribución para su comparación y análisis.

6.4.9.2. El sistema equivalente en estado estable.

El sistema eléctrico de distribución previo al disturbio se encontraba operando con el interruptor del alimentador de 23 kV de la S.E.~KCR en posición *cerrado*, la unidad de *co-generación* se encontraba conectada al alimentador en la modalidad de autoabastecimiento y con aportación a la red suministradora, la carga local que alimentaba en esos momentos era de magnitud mínima. A su vez, la carga aportada hacia la red suministradora se registró a través del esquema de medición que se encuentra en el punto de interconexión, en este caso sólo se obtuvieron valores analógicos, ver figuras 6.12 y 6.13.

La carga proveniente del alimentador se registró a través de un relevador de protección y del cual se obtiene la forma de onda que se analiza en el presente trabajo. Con base a las características del relevador de protección, éste se encuentra ajustado para registrar 4 ciclos de prefalla y la cual es usada para comparar la simulación en periodo de estado estable previo a la falla.



Figura 6.12: Perfil de mediciones de potencia activa del alimentador en KCR.



Figura 6.13: Perfil de mediciones de potencia reactiva del alimentador en KCR.

Las señales de tensión y corriente simuladas se comparan con las correspondientes al registro del relevador ubicado en la subestación en el nivel de 23 kV. La figura 6.14 muestra la comparación entre señales de corriente y tensión.

Acorde a las gráficas que despliegan las señales provenientes de la medición y la simulación correspondiente, se puede observar una semejanza aceptable para su procesamiento.



Figura 6.14: Comparación de las señales de corriente y tensión en estado estable.

6.4.9.3. El sistema equivalente bajo falla.

El estudio del periodo bajo falla está basado en el instante de inserción de falla y la duración de ésta en relación a los tiempos de operación del interruptor incluyendo el esquema de protección ante presencia de sobrecorriente.

El registro de las señales de medición corresponden al relevador de protección que se ubica en el alimentador de la S.E.~KCR. Es importante resaltar que la medición disponible está constituida por señales obtenidas con frecuencia de 8 muestras por ciclo, razon por la cual se puede perder información de etapa transitoria de alta frecuencia. La información contenida en la figura 6.15 a) proporciona la forma de onda de la señal de sobrecorriente de la fase a. Se puede apreciar el tiempo de inserción de falla y la semejanza respecto a la magnitud alcanzada. Sin embargo, los ciclos correspondientes al

inicio de la falla y cuando es liberada, de la señal simulada $(I_{a \ sim})$ tiene una diferencia respecto a la señal de medición $(I_{a \ med})$ y se estima que esto se deba a la pérdida de información en la señal medida dedibo a la frecuencia de muestreo.

Las señales de corriente correspondientes a las fases $b \ge c$ se pueden observar en las figuras 6.15 b) y c). Se observa que se reproduce de mejor manera el comportamiento de la corriente de la fase c.

El comportamiento de las tensiones se puede observar en las gráficas de la figura 6.16, es relevante el abatimiento que se presenta en la fase a; sin embargo parece imperceptible en las otras fases. Resalta de manera evidente que para la señal de tensión de la fase a se presenta una diferencia en el comportamiento simulado respecto a la medición al inicio y en el instante de liberación de la falla, lo cual se atribuye a la pérdida de información de la señal medida.

6.4.9.4. El comportamiento del generador durante la falla.

El comportamiento del generador ante la aparición de un cortocircuito por falla a tierra adquiere características dinámicas y se asocian con fenómenos electromagnéticos



Figura 6.15: Comparación de las señales de corriente durante falla del alimentador, aportación de la red de CFE.



Figura 6.16: Comparación de las señales de tensión durante falla del alimentador, registradas en bus de 23 kV en KCR.

que ocurren dentro de la máquina. Se incrementan súbitamente las corrientes y el par electromagnético; con ello la velocidad del rotor tiende a cambiar en función de su dependencia con la magnitud de la inercia que representa el acoplamiento de la turbina con el generador; este fenómeno tiene como duración tiempos del orden de milisegundos [71].

La simulación de la falla se realiza con base al registro del relevador para precisar el tiempo en que se presenta, los resultados que se obtienen se muestran en las figuras 6.17-6.18.

Las señales de corriente se pueden observar en la figura 6.17. El comportamiento de las corrientes (rms), el par electromagnético (torque) y la velocidad del rotor se puede observar en la figura 6.18. El par electromagnético varía durante la presencia de sobrecorriente y al momento de liberarse la falla se presenta la mayor variación (ver figura 6.18-b). De manera similar, al inicio de la falla disminuye la velocidad y posterior a la liberación de la misma, se presenta una sobrevelocidad debido a la pérdida de carga al abrirse el equipo de enlace con la red de CFE (ver figura 6.18-c).



Figura 6.17: Comportamiento de las corrientes a) I_a y b) I_b y c) I_c durante y posterior a la liberación de la falla.



Figura 6.18: Comportamiento de a) I_{rms} , b) *Par electromagnético (Torque)* y c) *Velocidad del rotor* durante y posterior a la liberación de la falla.

La gráfica de la figura 6.19-a muestra el comportamiento del disturbio donde se detecta que el abatimieno de tensión más severo ocurre en la fase a y posterior a la liberación de la falla se aprecia la variación de la tensión en las tres fases. Aunado a lo anterior y debido a que la ubicación de la falla fue en un sitio alejado de terminales del generador, se puede entender que la aportación y afectación de las señales de tensión son más apreciables en el nodo de la subestación, el abatimiento se puede observar en la figura 6.16.

El comportamiento del voltaje se puede observar en la figura 6.20. La corriente de *campo* (I_{campo}) se incrementa y se observa el efecto en la potencia reactiva, el voltaje sufre un abatimiento y posteriormente se presenta un sobrevoltaje (ver figura 6.20-*b*)

El comportamiento de la potencia activa se puede observar en la figura 6.21-c, al momento de presentarse la falla inicia una desaceleración (ver figura 6.21-b) y se presenta una variación de la frecuencia (ver figura 6.21-a). La potencia se ve afectada por el

transitorio ocasionado por la falla, su magnitud se ajusta a la condición *en isla* de acuerdo a la carga local del *co-generador*.

El comportamiento del par, ángulo del rotor y el voltaje de *campo* puede observarse en las graficas de la figura 6.22. El ángulo comienza a varíar una vez que se libera la falla, prueba de que se ha desconectado del sistema de CFE (ver figura 6.22-b). Para el caso del voltaje de *campo*, puede observarse que se presenta una variación y se retarda en alcanzar su valor nominal (ver figura 6.22-c).



Figura 6.19: Comportamiento de las señales de tensión a) V_{an} , b) V_{bn} y c) V_{cn} durante y posterior a la liberación de la falla.



Figura 6.20: Comportamiento de a) *Corriente de campo*, b) *Voltaje en terminales* y c) *Potencia reactiva* durante y posterior a la liberación de la falla.

6.5. Conclusiones.

Se estudió el fenómeno transitorio que provoca una falla de aislamiento monofásica en un accesorio de un cable subterráneo de 23 kV correspondiente a un circuito de media tensión. En el circuito se encontraba conectada un generador síncrono en modalidad de *co-generador* eficiente. Se emplea la información proveniente del relevador de



Figura 6.21: Comportamiento de a) *Frecuencia*, b) *Velocidad* y c) *Potencia activa* durante y posterior a la liberación de la falla.



Figura 6.22: Comportamiento de a) *Torque*, b) *Ángulo* y c) *Voltaje de campo* durante y posterior a la liberación de la falla.

protección del circuito consistente en 8 muestras por ciclo. El relevador se encuentra en la subestación y de acuerdo a sus ajustes, al activarse por presencia de sobrecorriente dispara de manera local y transfiere el disparo al equipo que interconecta al generador con la red de CFE aislándolo del sistema.

El circuito subterráneo se representa por medio del modelo de parámetros concentrados alojados en un banco de ductos. La máquina síncrona se modela utilizando el objeto 59 de ATPDraw.

La fuente se representa mediante un equivalente del sistema en el bus de 230 kV correspondiente a la subestación S.E.~KCR. Se simula una falla monofásica súbita en un punto del cable acorde a la ubicación de la falla. Se emulan las condiciones operativas que prevalecían previamente y durante la ocurrencia del disturbio. Así mismo, con el modelo obtenido, se analiza la respuesta de algunas señales del generador síncrono en la transición falla-liberación de la falla y operación *en isla*.

Acorde a lo anterior se pueden exponer las siguientes conclusiones:

• El modelo basado en parámetros concentrados que maneja el ATP/EMTP, es

suficiente para reproducir el comportamiento del cable de potencia en estudio.

- El modelo de la máquina síncrona que se usó es suficiente para obtener resultados de corriente de cortocircuito de manera satisfactoria.
- El modelo integrado para representar el comportamiento evolutivo de la corriente de cortocircuito en el punto de falla fue suficiente. Se estima que la pérdida de información generada por la frecuencia de muestreo (8 muestras por ciclo) en la señal de medición, no brinda la forma de onda con componentes de alta frecuencia al inicio y liberación de la falla.
- El modelo de las cargas (PQ) utilizado se adapta bien para representar la carga que se alimentaba en el momento del disturbio.
Capítulo 7

Conclusiones y recomendaciones

7.1. Conclusiones generales.

En esta tesis se han descrito el análisis, modelado y simulación de diferentes fenómenos transitorios que acontecieron en distintas ubicaciones del sistema eléctrico de distribución de Comisión Federal de Electricidad usando la información técnica disponible y las mediciones correspondientes. En este contexto, para los casos descritos en los capítulos 3 y 4 se emplearon los registros obtenidos con la implementación de esquemas de medición propios para tal fin; en cambio, las mediciones usadas en los capítulos 5 y 6 se obtuvieron de dispositivos que se encuentran operando normalmente.

Con la finalidad de realizar los estudios de transitorios electromagnéticos se utilizó el programa computacional ATP/EMTP, el cual permite de manera directa la integración del modelo y la simulación de los fenómenos estudiados.

Las conclusiones que se pueden mencionar sobre la información contenida en la medición son las siguientes:

- La frecuencia de muestreo juega un papel importante en el estudio de los fenómenos de energización de la línea de transmisión y del transformador de potencia.
- La energización de la línea de transmisión describe señales de tensión las cuales son más ilustrativas que las de la corriente y por lo tanto, la simulación se orientó a evaluar sobretensiones y su propagación.
- La energización del transformador de potencia describe señales en las cuales se observa que no se obtienen sobrevoltajes considerables. Sin embargo, las señales de corriente proporcionan mayor información y por lo tanto, la simulación se orientó para analizar la corriente de *inrush*.
- La energización del transformador de potencia proporciona información de tal manera que en las señales medidas de la corriente *inrush* en los lapsos de tiempo cuando los valores deben ser de cero *Amperes* (acorde a referencias bibliográficas), no se tiene un comportamiento uniforme y presenta distorsión en la señal.

- La forma de onda de la corriente en el caso de falla en un sistema de cables de 85 kV se describe con una deformación tal que se puede atribuir al efecto del comportamiento *no-lineal* de otros componentes incluidos en el sistema de medición.
- La forma de onda de la corriente en el caso de falla en un circuito de media tensión con generación conectada no describe una asimetría de consideración. Esto se puede atribuir a la frecuencia de muestreo y al procesamiento de las señales que se aplica en los relevadores de protección, los cuales son los dispositivos de donde provienen las mediciones.

Sobre los datos, información requerida y la integración de los modelos empleados:

- La disponibilidad de la información y de los datos técnicos del equipo eléctrico y del sistema equivalente son de suma importancia. Los datos empleados en el presente trabajo fueron obtenidos directamente de la información disponible, se formuló un modelo inicial y el cual se fue adecuando gradualmente para la obtención de los resultados esperados.
- La inclusión de información proveniente de otros puntos de medición y que tienen relación con el fenómeno estudiado, es de suma importancia y de gran utilidad en la integración del modelo.
- Los modelos se obtuvieron en su primera etapa mediante la integración de componentes disponibles en el programa ATP/EMTP y con las condiciones operativas que prevalecían durante la ocurrencia de los fenómenos transitorios. Estos modelos se fueron adecuando gradualmente e incorporando mayor detalle de los mismos.
- La energización de la línea de transmisión se puede realizar mediante varios modelos disponibles en ATP/EMTP. Para el estudio de energización de esta línea cuya longitud es de 52.4 km y la cual opera en un nivel de tensión de 115 kV, resultó suficiente modelarse considerando parámetros *distribuidos* a frecuencia constante (modelo *Bergeron*).
- La energización del transformador de potencia requiere de un modelo detallado y sobre todo que incluya el componente que describa el comportamiento *no-lineal*. El núcleo ferromagnético juega un papel importante y es complicado conocer su comportamiento a través de la relación $B = \mu H$ debido a las características remanentes acorde a su tiempo en operación.
- La integración del modelo que incluye un sistema de cables de 85 kV y dos subestaciones aisladas en gas SF_6 implica contar con la información del arreglo físico de los cables y características y dimensiones físicas de las subestaciones aisladas en gas. La información correspondiente a la construcción de la línea subterránea no se tiene disponible y se estimó un arreglo uniforme desde una subestación a otra. Las dimensiones físicas de los arreglos de conductores en gas se obtuvieron de información del fabricante y de reportes de estudios similares.

• La integración del modelo del circuito de media tensión y la unidad generadora requieren disponibilidad de la información del generador síncrono y sus esquemas de control. Para el presente trabajo se utilizó la información disponible y proporcionada por el usuario.

Sobre los resultados de simulación:

- La energización de la línea se reproduce de mejor manera cuando se incorpora una mayor cantidad de elementos en el bus desde donde se energiza. De manera similar a las recomendaciones en las referencias bibliográficas, para el estudio de energización de línea no resulta suficiente la consideración única del *equivalente de Thèvenin* trifásico en el nodo de energización.
- Los resultados de la simulación de energización de la línea describen magnitudes de sobretensión tolerables para los aislamientos involucrados en el nodo de recepción.
- El comportamiento de las líneas de transmisión con características similares a la que se estudia en el presente trabajo, se puede realizar con el modelo empleado.
- Los resultados de la simulación de energización del transformador describen formas de onda similares a la medición y esto se mejoró mediante la inclusión de modelos de los transformadores de corriente que contemplan comportamiento no-lineal. Lo anterior comprueba que la forma de onda registrada en la medición no corresponde únicamente al fenómeno de la energización en sí, si no que además incluye el efecto de otros dispositivos electromagnéticos que forman parte del esquema de medición.
- Los resultados de la simulación de falla monofásica en un sistema de cables de 85 kV y subestaciones aisladas en gas SF_6 describen una forma de onda aproximada a la medición, en este caso se incluyen los modelos de los transformadores de corriente y se observa que el conjunto que comprende el arreglo físico de los cables de potencia, las características *no-lineales* de los TC's y el fenómeno físico del origen y desarrollo de la falla, complica la obtención del modelo para la obtención de los resultados esperados. Se comprueba también que la forma de onda registrada en la medición no corresponde únicamente al fenómeno de la falla en sí, si no que además incluye el efecto de otros dispositivos electromagnéticos que forman parte del esquema de medición.
- Los resultados de la simulación de falla monofásica en un circuito de media tensión con generación conectada son muy parecidos a los registrados en la medición. Se observa que la similitud se pierde en los lapsos de tiempo al inicio de la falla y al momento de su liberación; se estima que debido a la frecuencia de muestreo con la cual se realizó la medición no se registran estas deformaciones.

7.2. Recomendaciones para trabajos futuros.

El trabajo desarrollado implicó una integración de una gran cantidad de información adicional a las mediciones, sin embargo, es importante considerar las siguientes sugerencias:

- Mantener actualizada la base de datos de los equipos que integran el sistema eléctrico de distribución.
- Disponer de dispositivos registradores operando de una manera sincronizada, ajustados a un horario común.
- Analizar las mediciones de eventos que se registran ante la ocurrencia de un disturbio e integrar una base de datos.
- Registrar las mediciones durante la puesta en servicio de elementos del sistema eléctrico de distribución, así como durante la energización posterior a un mantenimiento o reparación.
- Mediante validación de los modelos aproximados, se pueden realizar estudios necesarios en la operación y planeación de los sistemas eléctricos de distribución.

Bibliografía

- CIGRÉ WG 02.33. Guidelines for Representation of Network Elements when Calculating Transients. Technical report, CIGRÉ, 1987.
- [2] CIGRE WG 13.05. The calculation of switching surges. Part I: A comparison of transient network analyzer results. *Electra Num. 19. Pages* 67-78, 1971.
- [3] CIGRE WG 13.05. The calculation of switching surges. Part II: Network representation for energization and re-energization studies on lines fed by an inductive source. *Electra Num. 32. Pages 17-42*, 1974.
- [4] CIGRE WG 13.05. The calculation of switching surges. Part III: Transmission line representation for energization and re-energization studies with complex feeding networks. *Electra Num. 62. Pages 45-78*, 1979.
- [5] IEEE WG 15.08.09. Modeling and Analysis of System Transients Using Digital Programs Part 1. Technical report, IEEE, 1998.
- [6] ABB. Integrated GIS technology up to 170 kV, www.abb.com/highvoltage, 2013.
- [7] T. K. ABDEL-GALIL, A. E.B. ABU-ELANIEN, E. F. EL-SAADANY, A. GIRGIS, Y. A. R. I. MOHAMED, M. M. A. SALAMA, AND H. H. M. ZEINELDIN. Protection Coordination Planning with Distributed Generation. Technical report, CANMET Energy Technology Centre, 2007.
- [8] M. ABDEL-SALAM, H. ANIS, A. EL-MORSHEDY, AND R. RADWAN. *High Voltage Engineering Theory and Practice*. Marcel Dekker Inc, USA, 2000.
- [9] T. ACKERMANN, G. ANDERSSON, AND L. SÖDER. Distributed generation: a definition. *Electric Power System Research* 57, pags 195-204, 2001.
- [10] ELIZABETH GODOY ALCÁNTAR. Simulación Digital de Transitorios Electromagnéticos en el Dominio de la Frecuencia, Incluyendo Condiciones No-Lineales. Master's thesis, UNAM-DEPFI, 1994.

- [11] A. AMETANI. The History of Transient Analysis and the Recent Trend. IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering. Vol. 2. Issue 5. pages 497-503. September, 2007.
- [12] A. AMETANI. The History and Recent Trends of Transient Analysis in Transmission Lines. IPST2013 International Conference on Power Systems Transients. Paper No. 13IPST079. July, 2013.
- [13] A. AMETANI, N. NAGAOKA, Y. BABA, AND T. OHNO. Power System Transients: Theory and Applications. CRC Press, Taylor and Francis Group, LLC, USA, 2013.
- [14] A. AMETANI, T. OHNO, AND N. NAGAOKA. Cable System Transients: Theory, Modeling and Simulation. John Wiley and Sons Singapore Pte Ltd., Singapore, 2015.
- [15] A. AMETANI, T. YONEDA, Y. BABA, AND N. NAGAOKA. An Investigation of Earth-Return Impedance Between Overhead and Underground Conductors and Its Approximation. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 51. No. 3. pages 860-867. August, 2009.
- [16] ANCE. Productos Eléctricos Conductores Cables de Energía con Pantalla Metálica, Aislados con Polietileno de cadena cruzada o a base de Etileno Propileno para tensiones de 5 kV a 115 kV - Especificaciones y Métodos de prueba, 2000.
- [17] P. M. ANDERSON, B. L. AGRAWAL, AND J. E. VAN NESS. Subsynchronous Resonance in Power Systems. IEEE Power Engineering Society, USA, 1989.
- [18] CIGRÉ WG B1.19. Technical Issues Regarding the Integration of HVAC underground cable systems in the Network. Technical report, CIGRÉ, 2002.
- [19] CIGRÉ WG B1.19. General Guidelines for the Integration of a New Underground Cable System in the Network. Technical report, CIGRÉ, 2004.
- [20] CIGRÉ WG B1.30. Cable Systems Electrical Characteristics. Technical report, CIGRÉ, 2013.
- [21] G. BERTAGNOLLI. Short-Circuit Duty of Power Transformer. ABB, Italy, 1998.
- [22] L. V. BEWLEY. Traveling Waves Initiated by Switching. Transactions on Electric Engineering. Vol. 58. num. 1. pages 18-26. January, 1939.
- [23] L. V. BEWLEY. Traveling Waves on Transmission Systems. Dover, London, 1951.

- [24] L. F. BLUME. Transformer Engineering: a Treatise on the Theory, Operation, and Application of Transformers, 2nd ed. John Wiley and Sons Inc., U.S.A., 1951.
- [25] V. BRANDWAJN. Synchronous Generator Models for the Simulation of Electromagnetic Transients. PhD thesis, The University of British Columbia, 1977.
- [26] CFE. Substaciones Blindadas en Gas SF_6 de 72.5 kV a 420 kV, 2012.
- [27] W. N. CHANG AND C. H. HSU. EMTP Modeling of Cogeneration System for Transient Stability Analysis. International Journal of Energy. Vol. 6. Num. 1. Pages 34-41, 2012.
- [28] N. CHIESA. *Power Transformer Modeling for Inrush Current Calculation*. PhD thesis, Norwegian University of Science and Technology, 2010.
- [29] C. CHO, S. K. KIM, J. H. JEON, AND S. KIM. New Ideas for a Soft Synchronizer Applied to CHP Cogeneration. *IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 26. Num. 1. Pages 11-21. January*, 2011.
- [30] E. J. COSTER, J. M. A. MYRZIK, AND W. L. KLING. Grid interaction of MV-connected CHP-plants during disturbances. 2009 IEEE Power and Energy Society General Meeting, pages 1-8, July, 2009.
- [31] F. F. DA SILVA AND C. L. BAK. *Electromagnetic Transients in Power Cables*. Springer, London, 2013.
- [32] J. C. DAS. Transients in Electrical Systems Analysis, Recognition and Mitigation. McGraw-Hill, USA, 2010.
- [33] SEGOB DOF. CRITERIOS mediante los que se establecen las características específicas de la infraestructura requerida para la Interconexión de Centrales Eléctricas y Conexión de Centros de Carga, www.dof.gob.mx, consultado el 2015.06.23., 2015.
- [34] H. W. DOMMEL. EMTP Theory Book. Vancouver, BC, Canada Micro-Tran Power System Analysis Corporation. Technical report, 1992.
- [35] H. W. DOMMEL. Techniques for Analyzing Electromagnetic Transients. *IEEE Computer Applications in Power. Vol. 10. Num. 3. Pages 18-21. July*, 1997.
- [36] H. W. DOMMEL. An Overview of Computer Simulation Methods for Electromagnetic Transients in Power Systems. IEEE PES Italian Chapter PE31 Seminar, October, 2007.
- [37] EPRI. Electromagnetic Transients Program (EMTP), Application Guide. Technical report, EPRI, 1986.

- [38] CLAUDIO R. FUERTE ESQUIVEL. Metodología para la Simulación de Operaciones de Maniobra en Líneas de Transmisión. Master's thesis, IPN-ESIME, 1993.
- [39] CLAUDIO R. FUERTE ESQUIVEL AND RICARDO O. MOTA PALOMINO. Análisis Analítico de la Influencia de algunos Parámetros del Sistema Eléctrico de Potencia en el nivel de Sobrevoltaje producido al Energizar Líneas Aéreas de Transmisión. Technical report, IPN-ESIME, 1992.
- [40] A. E. FITZGERALD, CH. KINGSLEY JR., AND S. D. UMANS. Electric Machinery. McGraw-Hill, 2005.
- [41] J. G. FRAME, N. MOHAN, AND TSU HUEI LIU. Hysteresis Modeling in an Electro-Magnetic Transients Program. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-101. Num. 9. Pages 3403-3412. September, 1982.
- [42] W. FREITAS, J. C. M. VIEIRA, A. MORELATO, L. C. P. DA SILVA, V. F. DA COSTA, AND F. A. B. LEMOS. Comparative Analysis Between Synchronous and Induction Machines for Distributed Generation Applications. *IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 21. Num. 1. Pages 301-311. February*, 2006.
- [43] ABB AG GERMANY. Switchgear Manual 11th edition. Central-Druck Trost GmbH and Co. Heusenstamm, Germany, 2006.
- [44] M. GILANY, D. K. IBRAHIM, AND E. S. T. ELDIN. Traveling-Wave-Based Fault-Location Scheme for Multiend-Aged Underground Cable System. *IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 22. Num. 1. Pages 82-89. January*, 2007.
- [45] A. GREENWOOD. Electrical Transients in Power Systems. John Wiley and Sons, Inc, USA, 1991.
- [46] CAN/AM EMTP USER GROUP. Alternative Transients Program (ATP) Rule Book, 1995.
- [47] A. GULDBRAND. Reliability Engineering Methods for Distribution Systems - Influence of differences between cable system and overhead lines. Technical report, Lund University, 2007.
- [48] E. HAGINOMORI, T. KOSHIDUKA, J. ARAI, AND H. IKEDA. Power System Transient Analysis: Theory and Practice using Simulation Programs (ATP-EMTP). John Wiley and Sons, Ltd, UK, 2016.
- [49] C. HANG, Z. YANG, B. CHEN, A. Q. HUANG, B. ZHANG, M. R. INGRAM, AND A-A. EDRIS. Evaluation of Cascade-Multilevel-Converter-Based STAT-COM for Arc Furnace Flicker Mitigation. *IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 43, No. 2, pages 378-385, March-April,* 2007.

- [50] J. R. HAUSER. Numerical Methods for Nonlinear Engineering Models. Springer, London, 2009.
- [51] J. E. HOLCOMB. Distribution Transformer Magnetizing Inrush Current. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems. Vol. 80. num. 3. pages 697-702. April, 1961.
- [52] A. I. IBRAHIM. An Itelligent Support System for the Analysis of Power System Transients. PhD thesis, The University of British Columbia, 2000.
- [53] IEC. 60071-2; Insulation Co-ordination Part 2: Application guide. Technical report, IEC, 1996.
- [54] IEC. 60076-1; Power Transformers Part 1: General. Technical report, IEC, 2000.
- [55] IEC. 60071-4; Insulation Co-ordination Part 4: Computational Guide to Insulation Co-ordination and Modelling of Electrical Networks. Technical report, IEC, 2004.
- [56] IEEE. IEEE Std 421.5TM-2005; IEEE Recommended Practice for Excitation System Models for Power System Stability Studies. Technical report, IEEE, 2006.
- [57] IEEE. IEEE Std 1303TM-2011; IEEE Guide for Static Var Compensator Field Tests. Technical report, IEEE, 2011.
- [58] IEEE AND IEC. IEEE Std C37.111TM-2013; IEEE/IEC Measuring relays and protection equipment Part 24: Common format for transient data exchange (COMTRADE) for power systems. Technical report, IEEE, 2013.
- [59] IIE-CFE. Conceptos Fundamentales y Operacionales de Sistemas de Energía Eléctrica: Manual de Operación Tomo 1. Technical report, IIE, 1992.
- [60] ELECTRIC SYSTEMS TECHNOLOGY INSTITUTE. Electrical Transmission and Distribution Reference Book. ABB Power TD Company Inc., 1997.
- [61] N. JENKINS, R. ALLAN, P. CROSSLEY, D. KIRSCHEN, AND G. STRBAC. *Embedded Generation*. The Institution of Engineering and Technology, London, 2000.
- [62] S. JONJIC, Z. BAUS, AND M. BARUKCIC. Induced Overvoltages on the SF₆ Substation Enclosure Caused by Switching. International Journal of Electrical and Computer Engineering Systems. Vol. 2. Num. 2. Pages 55-65., 2011.
- [63] U. KARAAGAC. Synchronous Machine Modeling Precision and Efficiency in Electromagnetic Transients. PhD thesis, Université de Montréal, 2011.

- [64] U. KARAAGAC, J. MAHSEREDJIAN, AND L. CAIB. Ferroresonance conditions in wind parks. Electric Power Systems Research. Vol. 138. Special Issue: Papers from the 11th International Conference on Power Systems Transients (IPST), September. Pages 41-49, 2016.
- [65] I. KOCAR, J. MAHSEREDJIAN, R. E. UOSEF, AND B. CETINDAG. Simulation of transients in very large scale distribution networks by combining input text files with graphical user interface. Electric Power Systems Research. Vol. 138. Special Issue: Papers from the 11th International Conference on Power Systems Transients (IPST), September. Pages 146-154, 2016.
- [66] P. KUNDUR. Power system Stability and Control. McGraw-Hill, Inc., 1993.
- [67] S. LIN, Z. Y. HE, X. P. LI, AND Q. Q. QIAN. Travelling wave time-frequency characteristic-based fault location method for transmission lines. IET Generation, Transmission and Distribution. Vol. 6. Num. 8. Pages 764-772. April, 2012.
- [68] S. T. LIU, F. CHIA, S. R. HUANG, H. W. CHEN, AND T. Y. HSIEN. Current Transformer Module Basing the Jiles-Atherton Hysteresis Model in EMTP/ATP Simulation. In The 7th International Power Engineering Conference, 2005. IPEC 2005.
- [69] CUMMINS GENERATOR TECHNOLOGIES LTD. PE734C Winding 312 Technical Data Sheet, 2010.
- [70] NEWAGE INTERNATIONAL LTD. MX321 Automatic Voltage Regulator (AVR) Specification, Installation and Adjustments, 2003.
- [71] J. MACHOWSKI, J. W. BIALEK, AND J. R. BUMBY. *Power System Dynamics and Stability*. McGraw-Hill Book Company, John Wiley and Sons, 1997.
- [72] J. R. MARTÍ, L. R. LINARES, AND H. W. DOMMEL. Current Transformer and Coupling-Capacitor Voltage Transformer in Real-Time Simulations. *IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 24. num. 2. pages 164-168.* March, 1997.
- [73] J. R. MARTÍ, L. MARTÍ, AND H. W. DOMMEL. Transmission Line Models for Steady-State and Transients Analysis. In Athens Power Tech, 1993. APT 93. Proceedings IEEE.
- [74] L. MARTÍ. Simulation of Electromagnetic Transients in Underground Cables using the EMTP. In *IEE 2nd International Conference on Advances* in Power System Control, Operation and Management. 1993. Hong Kong.
- [75] J. A. MARTINEZ, J. MAHSEREDJIAN, AND R. A. WALLING. Parameter Determination - Procedures for Modeling System Transients. *IEEE Power* and Energy magazine, Issue 4, pages 16-27, July-Aug, 2005.

- [76] E. J. MICHELIS. Comparison Between Measurement and Calculation of Line Switching with Inductive and Complex Source-Modelling Requirements. *IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 4. Num. 2. Pages* 1432-1440. April, 1989.
- [77] R. K. MOORE. Traveling-Wave Engineering. McGraw-Hill Book Company, Inc, USA, 1960.
- [78] A.S. MORCHED AND V. BRANDWAJN. Transmission Network Equivalents for Electromagnetic Transients Studies. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-102. Num. 9. Pages 2984-2994. September, 1983.
- [79] P. MORENO, R. DE LA ROSA, AND J. L. NAREDO. Frequency Domain Computation of Transmission Line Closing Transients. *IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 6. num. 1. pages 275-281. January*, 1991.
- [80] M. NAGPAL, T. G. MARTINICH, A. MOSHREF, K. MORISON, AND P. KUN-DUR. Assessing and Limiting Impact of Transformer Inrush Current on Power Quality. *IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 21, No. 2, pages* 890-896, April, 2006.
- [81] W. L. A. NEVES AND H. W. DOMMEL. On Modelling Iron Core Nonlinearities. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 8. Num. 2. Pages 417-425. May, 1993.
- [82] N. NIMPITIWAN, G. T. HEYDT, R. AYYANAR, AND S. SURYANARAYANAN. Fault Current Contribution From Synchronous Machine and Inverter Based Distributed Generators. *IEEE Transactions on Power Delivery. Vol.* 22. Num. 1. Pages 634-641. January, 2007.
- [83] IEEE PES TASK FORCE ON DATA FOR MODELING SYSTEM TRANSIENTS. Parameter Determination for Modeling System Transients—Part I: Overhead Lines. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 3, pages 2038-2044, July, 2005.
- [84] IEEE PES TASK FORCE ON DATA FOR MODELING SYSTEM TRANSIENTS. Parameter Determination for Modeling System Transients—Part II: Insulated Cables. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 3, pages 2045-2050, July, 2005.
- [85] IEEE PES TASK FORCE ON DATA FOR MODELING SYSTEM TRANSIENTS. Parameter Determination for Modeling System Transients—Part III: Transformers. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 3, pages 2051-2062, July, 2005.

- [86] IEEE PES TASK FORCE ON DATA FOR MODELING SYSTEM TRANSIENTS. Parameter Determination for Modeling System Transients—Part IV: Rotating Machines. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 3, pages 2063-2072, July, 2005.
- [87] IEEE PES TASK FORCE ON DATA FOR MODELING SYSTEM TRANSIENTS. Parameter Determination for Modeling System Transients—Part V: Surge Arresters. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 3, pages 2073-2078, July, 2005.
- [88] IEEE PES TASK FORCE ON DATA FOR MODELING SYSTEM TRANSIENTS. Parameter Determination for Modeling System Transients—Part VI: Circuit Breakers. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 3, pages 2079-2085, July, 2005.
- [89] IEEE PES TASK FORCE ON DATA FOR MODELING SYSTEM TRANSIENTS. Parameter Determination for Modeling System Transients—Part VII: Semiconductors. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 3, pages 2086-2094, July, 2005.
- [90] IEEE TASK FORCE ON VERY FAST TRANSIENTS. Modelling and Analysis Guidelines for Very Fast Transients. IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 11. Num. 4. Pages 2028-2035. October, 1996.
- [91] A. PAGNETTI. Cable Modelling for Electromagnetic Transients in Power Systems. PhD thesis, Universite Blaise Pascal - Clermont II, 2012.
- [92] R. H. PARK. Two Reaction Theory of Synchronous Machines Generalized Method of Analysis-Part I. IEEE Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Vol. 48, No. 3, pages 716-727, July, 1929.
- [93] C. R. PAUL. Analysis of Multiconductor Transmission Lines. John Wiley and Sons, Inc, USA, 2008.
- [94] S. D. PEKAREK, O. WASYNCZUK, AND H. J. HEGNER. An Efficient and Accurate Model for the Simulation and Analysis of Synchronous Machine/converter Systems. *IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 13, No. 1, pages 42-48, March*, 1998.
- [95] J. PENG. Assessment of Transformer Energisation Transients and Their Impacts on Power Systems. PhD thesis, The University of Manchester, 2013.
- [96] K. PRABHASHANKAR AND W. JANISCHEWSYJ. Digital Simulation of Multimachine Power Systems for Stability Studies. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 87, No. 1, pages 73-80, January, 1968.

- [97] L. PRIKLER, G. BÁNFAI, G. BÁN, AND P. BECKER. Reducing the magnetizing inrush current by means of controlled energization and deenergization of large power transformers. *Electric Power System Research* 76, pags 642-649, 2006.
- [98] L. PRIKLER AND H. K. HOIDALEN. ATPDraw version 5.6, 2009.
- [99] M. RAFIAN AND M. A. LAUGHTON. Determination of synchronousmachine phase-co-ordinate parameters. *IEE Proceedings of the Institution* of Electrical Engineers. Vol. 123. Num. 8. Pages 818-824. August, 1976.
- [100] D. G. RAMEY, A. C. SISMOUR, AND G. C. KUNG. Important Parameters in Considering Transient Torques on Turbine-Generator Shaft Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, No. 1, pages* 311-317, January, 1980.
- [101] B. RENDERS, K. DE GUSSEMÉ, W. R. RYCKAERT, K. STOCKMAN, L. VAN-DEVELDE, AND M. H. J. BOLLEN. Distributed Generation for Mitigating Voltage Dips in Low-Voltage Distribution Grids. *IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 23. Num. 3. Pages 1581-1588. July*, 2008.
- [102] D. RIBBENFJÄRD. Electromagnetic Transformer Modelling Including the Ferromagnetic Core. PhD thesis, KTH Royal Institute of Technology, Sweden, 2010.
- [103] U. RUDEZ AND R. MIHALIC. Sympathetic inrush current phenomenon with loaded transformers. Electric Power Systems Research. Vol. 138. Special Issue: Papers from the 11th International Conference on Power Systems Transients (IPST), September. Pages 3-10, 2016.
- [104] A. L. SHENKMAN. Transient Analysis of Electric Power Circuits Handbook. Springer, London, 2005.
- [105] R. SMEETS, L. VAN DER SLUIS, M. KAPETANOVIC, D. F. PEELO, AND A. JANS-SEN. Switching in Electrical Transmission and Distribution Systems. John Wiley and Sons Ltd, U.K., 2015.
- [106] F. J. PEÑALOZA SÁNCHEZ. Modelación y Simulación de Redes Subterráneas con el Programa ATP/EMTP. Technical report, 2004.
- [107] F. J. PEÑALOZA SÁNCHEZ. Modelación y Simulación de Subestaciones Aisladas en Gas SF_6 con el Programa ATP/EMTP. Technical report, 2004.
- [108] F. J. PEÑALOZA SÁNCHEZ. Transitorios Electromagnéticos en Sistemas de Potencia Aplicando el Programa ATP/EMTP. Technical report, 2005.
- [109] T. R. SPECHT. Transformer Magnetizing Inrush Current. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Vol. 70. num. 1. pages 323-328. July, 1951.

- [110] AK STEEL. CARLITE: Grain Oriented Electrical Steels, www.aksteel.com, 2012.
- [111] L. V. STREZOSKI AND M. D. PRICA. Real-Time Short-Circuit Analysis of Active Distribution Systems. IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI), February, 2016.
- [112] P. SUBRAMANIAM AND O. P. MALIK. Digital Simulation of a Synchronous Generator in Direct-Phase Quantities. IEE Proceedings, Vol. 118, No. 1, pages 153-160, January, 1971.
- [113] L. VAN DER SLUIS. *Transients in Power Systems*. John Wiley and Sons Ltd, London, 2001.
- [114] F. VIAWAN AND D. KARLSSON. Voltage and Reactive Power Control in Systems With Synchronous Machine-Based Distributed Generation. IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 23. Num. 2. Pages 1079-1087. April, 2008.
- [115] L. WANG, J. JATSKEVICH, AND H. W. DOMMEL. Re-examination of Synchronous Machine Modeling Techniques for Electromagnetic Transient Simulations. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 22. Num. 3. Pages 1221-1230. August, 2007.
- [116] N. WATSON AND J. ARRILLAGA. Power System Electromagnetic Transient Simulation. IEE The Institution of Energy and Technology, UK, 2003.
- [117] L. M. WEDEPOHL AND S. E. T. MOHAMED. Multiconductor transmission lines - Theory of natural modes and Fourier integral applied to transient analysis. *IEE Proceedings. Vol. 116. Num. 9. Pages 1553-1563. Sep*tember, 1969.
- [118] L. M. WEDEPOHL AND D. J. WILCOX. Transient Analysis of Underground Power Transmission Systems - System Model and Wave Propagation Characteristics. *IEE Proceedings. Vol. 120. Num. 2. Pages 253-260. February*, 1973.
- [119] C. CH. WONG. A Dynamic Hysteresis Model. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 2, March, 1988.
- [120] R. YOUSEFIAN AND S. KAMALASADA. A Lyapunov function based optimal hybrid power system controller for improved transient stability. *Electric Power Systems Research. Vol. 137. August. Pages 6-15*, 2016.
- [121] K. ZHANG AND D. LI. Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics. Springer, London, 2007.