



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL-HIDRÁULICA**

**MODELACIÓN NUMÉRICA DE LA HIDRODINÁMICA EN**  
**EMBALSES POR DESLIZAMIENTOS**

**TESIS**

**PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**

**CHRISTIAN ALBERTO CABALLERO CORANGUEZ**

**TUTOR PRINCIPAL:**

**DR. MOISÉS BEREZOWSKY VERDUZCO**  
**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**COMITÉ TUTOR:**

<b>DR. OSCAR ARTURO FUENTES MARILES</b>	<b>INSTITUTO DE INGENIERÍA</b>
<b>DR. RAMÓN DOMINGUEZ MORA</b>	<b>INSTITUTO DE INGENIERÍA</b>
<b>DR. AMADO ABEL JIMÉNEZ CASTAÑEDA</b>	<b>FACULTAD DE INGENIERÍA</b>
<b>DR. JOSÉ LUIS ARAGÓN HERNÁNDEZ</b>	<b>FACULTAD DE INGENIERÍA</b>

**CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. ENERO 2017.**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



## **JURADO ASIGNADO**

Presidente: DR. OSCAR ARTURO FUENTES MARILES

Secretario: DR. RAMÓN DOMINGUEZ MORA

Vocal: DR. MOISÉS BEREZOWSKY VERDUZCO

1<sup>er</sup>. suplente: DR. AMADO ABEL JIMÉNEZ CASTAÑEDA

2<sup>do</sup>. suplente: DR. JOSÉ LUIS ARAGÓN HERNÁNDEZ

Lugar donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS

---

**DR. MOISÉS BEREZOWSKY VERDUZCO**

*«Hace mucho tiempo, tanto que no se sabe cuánto, lo único que había en el cielo por las noches era la Luna y Mixcóatl Ohtli, una serpiente preciosa de cristal. La Luna era muy caprichosa como ahora todavía lo es: unas veces alumbraba, otras no; unas veces los hacía mal; por eso la serpiente de cristal se dedicó a alumbrar constantemente el mundo, en las noches en el Poniente y en las mañanas por el Oriente. A eso se debe que tenía que recorrer constantemente el camino que se ve en el Cielo, y lo hizo tanto que quedó marcado para siempre.*

*Pero sucedió que la Luna, envidiosa de la belleza de la serpiente y del cariño que todos los hombres le tenían, le arrojó una piedra, y la serpiente, que no pudo esquivar el golpe, se rompió en muchísimos pedazos.*

*Estos fragmentos se esparcieron por todo el cielo y son los puntos de luz que se llaman estrellas, que hacen tan bellas las noches cuando no hay nubes.*

*La cabeza de la serpiente cayó por el rumbo donde sale el Sol y es el lucero de la mañana; su corazón cayó en el poniente y es el lucero de la tarde.»*

*Leyenda sobre la Vía Láctea de los pueblos nahuas  
que habitan el norte de la sierra de Puebla.*

Marco Arturo Moreno Corral  
LA MORADA CÓSMICA DEL HOMBRE

*A mis padres por su gran cariño, amor, comprensión y motivación a seguir superándome cada día más.*

*A Kelso por ser mi ejemplo a seguir, por sus consejos y por enseñarme muchas cosas de la vida.*

*A mi hermana Karla Dhamar y mi sobrino Abraham por las alegrías que me brindan al verlos.*

*A la familia Ramírez Zúñiga por sus infinitas atenciones y apoyo, especialmente a María Josefina por la calidad de ser humano que es.*

*A Tere por hacer suyos mis sueños y permitirme caminar junto a ella todos estos años, porque gracias a ti todo ésto es posible.*

# Índice general

Índice de figuras	III
Índice de tablas	V
Nomenclatura	VI
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1. Resumen del estado del arte . . . . .	2
1.1.1. Eventos históricos . . . . .	4
1.1.2. Deslizamientos . . . . .	5
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	5
1.3. Alcance . . . . .	6
1.4. Objetivos de la investigación . . . . .	6
<b>2. CINEMÁTICA DEL DESLIZAMIENTO</b>	<b>7</b>
2.1. Descripción del fenómeno . . . . .	8
2.2. Descripción matemática del movimiento . . . . .	10
2.2.1. Movimiento de un cuerpo rígido . . . . .	12
2.2.2. Derivadas temporales . . . . .	14
2.3. Constricciones . . . . .	15
2.3.1. En el plano . . . . .	15
2.3.2. En el espacio . . . . .	16
2.4. Aplicaciones . . . . .	16
2.4.1. Modelo físico experimental . . . . .	16
2.4.2. Modelo físico del embalse la Yesca . . . . .	18
<b>3. TEORÍA DE ONDAS</b>	<b>21</b>
3.1. Introducción . . . . .	21
3.2. Ecuaciones básicas de la hidrodinámica . . . . .	21
3.2.1. Ecuación de <i>Momentum</i> . . . . .	22
3.2.2. Ecuación de continuidad . . . . .	22
3.3. Clasificación de ondas . . . . .	23
3.3.1. Onda lineal . . . . .	24
3.3.2. Ondas oscilatorias . . . . .	25
3.3.3. Ondas de traslación . . . . .	26
3.3.4. Ondas no lineales . . . . .	26
3.4. Técnicas de estudio de ondas en agua . . . . .	27
3.4.1. Modelación analítica de onda . . . . .	27
3.4.2. Modelación física de onda . . . . .	28
3.4.3. Modelación numérica de onda . . . . .	28

3.5.	Modelos de ecuaciones de onda . . . . .	29
3.5.1.	Modelos de ecuaciones de onda de Boussinesq . . . . .	29
3.5.2.	Modelos de ecuaciones de onda en aguas poco profundas . . . . .	29
3.5.3.	Modelos de ecuaciones de onda quasi-tridimensional y tridimensional . . . . .	29
<b>4.</b>	<b>MODELACIÓN MATEMÁTICA CON TELEMAT-2D</b>	<b>30</b>
4.1.	Introducción . . . . .	30
4.1.1.	Objetivo de la modelación . . . . .	31
4.2.	Modelo hidrodinámico TELEMAT-2D . . . . .	31
4.3.	Descripción geométrica . . . . .	32
4.4.	Condiciones iniciales y de frontera . . . . .	33
4.5.	Condición CFL . . . . .	33
4.6.	Discretización . . . . .	34
4.6.1.	Pre-proceso del modelo numérico experimental . . . . .	34
4.6.2.	Pre-proceso del modelo numérico del embalse la Yesca . . . . .	36
4.7.	Descripción adicional . . . . .	37
4.7.1.	Archivo de geometría . . . . .	38
4.7.2.	Archivo de resultados . . . . .	38
4.7.3.	Archivo de condiciones de frontera . . . . .	38
4.7.4.	Archivo controlador . . . . .	38
4.7.5.	Subrutinas . . . . .	38
<b>5.</b>	<b>ESTUDIO NUMÉRICO - EXPERIMENTAL</b>	<b>40</b>
5.1.	Análisis experimental . . . . .	40
5.2.	Análisis numérico . . . . .	40
5.3.	Solución numérica de la cinemática del deslizamiento . . . . .	41
5.4.	Análisis de la geometría . . . . .	43
5.4.1.	Generación de malla móvil para cálculo de la hidrodinámica . . . . .	43
5.5.	Descripción de solución sobre varios planos . . . . .	48
5.6.	Simulación numérica de los experimentos . . . . .	50
5.6.1.	Escenario 1 . . . . .	50
5.6.2.	Escenario 2 . . . . .	61
5.6.3.	Escenario 3 . . . . .	71
5.7.	Simulación numérica del embalse la Yesca . . . . .	82
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>92</b>
	<b>Agradecimientos</b>	<b>95</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>96</b>

# Índice de figuras

1.1. Deslizamiento en el río Tongkou, China . . . . .	5
2.1. Geometría idealizada del deslizamiento . . . . .	8
2.2. Representación gráfica de una partícula en la configuración de referencia y una subsecuente . . . . .	11
2.3. Rotación alrededor de un eje . . . . .	14
2.4. Bloque A de laboratorio . . . . .	17
2.5. Posible deslizamiento . . . . .	19
2.6. Perfil del deslizamiento . . . . .	19
2.7. Modelo físico del embalse la Yesca . . . . .	20
3.1. Ondas oscilatorias . . . . .	25
4.1. Dominio de cálculo . . . . .	33
4.2. Dispositivo experimental y puntos de medición . . . . .	35
4.3. Modelo geométrico experimental . . . . .	35
4.4. Embalse, sistema local . . . . .	36
4.5. Puntos de medición y densidad de malla . . . . .	37
4.6. Zona de la cortina . . . . .	37
5.1. Método de Runge-Kutta . . . . .	42
5.2. Malla móvil . . . . .	43
5.3. Bloque y PNA . . . . .	45
5.4. Volumen de bloque sumergido . . . . .	45
5.5. Desplazamiento de la malla móvil . . . . .	46
5.6. Variación temporal de la elevación en nodos de la malla . . . . .	47
5.7. Evolución de la elevación de los nodos de la malla en el tiempo . . . . .	48
5.8. Deslizamiento sobre varios planos . . . . .	49
5.9. Comparación experimental y numérica, E1 . . . . .	52
5.10. Secuencia del campo de velocidades, E1 . . . . .	56
5.11. Evolución de la superficie libre, E1 . . . . .	57
5.12. Comparación de la superficie libre, E1 . . . . .	59
5.13. Comparación experimental y numérica, E2 . . . . .	62
5.14. Secuencia del campo de velocidades, E2 . . . . .	66
5.15. Evolución de la superficie libre, E2 . . . . .	67
5.16. Comparación de la superficie libre, E2 . . . . .	69
5.17. Comparación experimental y numérica E3 . . . . .	72
5.18. Secuencia del campo de velocidades, E3 . . . . .	77
5.19. Evolución de la superficie libre, E3 . . . . .	78
5.20. Comparación de la superficie libre, E3 . . . . .	80

5.21. Comparación experimental y numérica del embalse la Yesca . . . . .	83
5.22. Secuencia del campo de velocidades del embalse la Yesca . . . . .	87
5.23. Evolución de la superficie libre del embalse la Yesca . . . . .	88
5.24. Secuencia del campo de velocidades y evolución de la superficie libre, Cortina .	89
5.25. Comparación de superficie libre del embalse la Yesca . . . . .	90

# Índice de tablas

2.1. Características del bloque de laboratorio . . . . .	17
2.2. Magnitudes de parámetros . . . . .	17
2.3. Tratamiento experimental . . . . .	18
2.4. Experimentos a reproducir . . . . .	18
2.5. Características de la P.H. la Yesca . . . . .	18
2.6. Características del bloque . . . . .	20
5.1. Parámetros del modelo . . . . .	41
5.2. Condiciones escenario 1 . . . . .	51
5.3. Condiciones escenario 2 . . . . .	61
5.4. Condiciones escenario 3 . . . . .	71
5.5. Condiciones del embalse la Yesca . . . . .	82



# Nomenclatura

## Lista de abreviaciones

2D	Dos dimensiones
3D	Tres dimensiones
BEM	<b>B</b> oundary <b>E</b> lement <b>M</b> ethod
CFE	<b>C</b> omisión <b>F</b> ederal de <b>E</b> lectricidad
CFL	<b>C</b> ourant- <b>F</b> riedrich- <b>L</b> evy, número de Courant
CHC	<b>C</b> anadian <b>H</b> ydraulics <b>C</b> entre
EDP	<b>E</b> cuaciones <b>D</b> iferenciales <b>P</b> arciales
EDO	<b>E</b> cuaciones <b>D</b> iferenciales <b>O</b> rdinarias
GEIC	<b>G</b> erencia de <b>E</b> studios de <b>I</b> ngeniería <b>C</b> ivil
IIUNAM	<b>I</b> nstituto de <b>I</b> ngeniería de la <b>U</b> NAM
IGME	<b>I</b> nstituto <b>G</b> eológico <b>M</b> inero de <b>E</b> spaña
INEGI	<b>I</b> nstituto <b>N</b> acional de <b>E</b> stadística y <b>G</b> eografía
Le	<b>L</b> ongitud de <b>e</b> scala
MATLAB	<b>MAT</b> rix <b>LAB</b> oratory
MDE	<b>M</b> odelo <b>D</b> igital de <b>E</b> levaciones
msnm	<b>m</b> etros <b>s</b> obre el <b>n</b> ivel del <b>m</b> ar
PH	<b>P</b> resa <b>H</b> idroeléctrica
SP	<b>S</b> ensor de <b>P</b> osición
SWE	<b>S</b> hallow <b>W</b> ater <b>E</b> quations
TAD	<b>T</b> arjeta de <b>A</b> dquisición de <b>D</b> atos
UNAM	<b>U</b> niversidad <b>N</b> acional <b>A</b> utónoma de <b>M</b> éxico
UTM	<b>U</b> niversal <b>T</b> ransverse <b>M</b> ercator

## Lista de símbolos

$a$	$[T]$	Amplitud de onda
$A_b$	$[L^2]$	Área máxima perpendicular al movimiento del bloque
$\mathbf{A}_i$	$[-]$	Vector constante
$A_w$	$[L^2]$	Área mojada, en contacto con el bloque
$b$	$[L]$	Ancho del bloque
$c$	$[LT^{-1}]$	Celeridad de onda
$C$	$[-]$	Parámetro geométrico
$C_d$	$[-]$	Coefficiente total de arrastre en el agua
$C_D$	$[-]$	Coefficiente de fricción de arrastre de forma
$C_f$	$[-]$	Coefficiente de fricción dinámica
$C_F$	$[-]$	Coefficiente de fricción del agua sobre el $A_w$

$C_m$	$[-]$	Coefficiente de masa añadida del sistema completo
$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$	$[-]$	Vectores unitarios del sistema de referencia
$\mathbf{E}^3$	$[-]$	Espacio euclidiano en tres dimensiones
$f$	$[T^{-1}]$	Frecuencia
$\mathbf{F}_r$	$[-]$	Número de Froude
$\mathbf{F}_{rd}$	$[-]$	Número de Froude para un deslizamiento, $\mathbf{F}_{rd} = v_s/(\sqrt{gh})$
$F_b$	$[N]$	Fuerza de flotación
$F_d$	$[N]$	Fuerza dinámica de arrastre
$F_f$	$[N]$	Fuerza de lubricación
$F_g$	$[N]$	Fuerza de gravedad
$F_m$	$[N]$	Fuerza de masa añadida
$F_n$	$[N]$	Fuerza de fricción dinámica
$g$	$[LT^{-2}]$	Aceleración gravitacional
$h, D$	$[L]$	Nivel de agua o profundidad
$H$	$[L]$	Altura de onda
$J$	$[-]$	Jacobiano
$k$	$[L^{-1}]$	Número de onda
$k_b, k_w$	$[-]$	Parámetro de forma a lo largo del bloque
$l$	$[L]$	Longitud del bloque
$L$	$[L]$	Longitud de onda
$m_b$	$[M]$	Masa del bloque
$\mathbf{r}$	$[-]$	Vector de posición
$n$	$[-]$	Porosidad
$P$	$[-]$	Punto o partícula en el espacio
$\mathbf{R}^3$	$[-]$	Números reales en tres dimensiones
$R_\theta^F i$	$[-]$	Rotación alrededor de un eje
$t_0$	$[-]$	Instante de referencias
$t_1$	$[-]$	Instante posterior al de referencia
$T_b$	$[L]$	Altura máxima o espesor del deslizamiento
$\mathbf{U}_R$	$[-]$	Parámetro de Urshell
$v_s$	$[LT^{-1}]$	Velocidad de impacto del deslizamiento (únicamente subaéreos)
$Vol_R$	$[L^3]$	Volumen relativo sumergido del bloque
$Vol_s$	$[L^3]$	Volumen sumergido del bloque
$Vol_T$	$[L^3]$	Volumen total del bloque
$\xi, \eta, \zeta$	$[-]$	Sistema coordinado
$X_1, X_2, X_3$	$[-]$	Coordenadas materiales
$\mathbf{X}$	$[-]$	Vector de posición material
$\mathbf{x}$	$[-]$	Vector de posición espacial
$\mathbf{X}_i$	$[L]$	Coordenadas Lagrangianas en el instante $t_i$
$\mathbf{x}_i$	$[L]$	Coordenadas Eulerianas en el instante $t_i$
$z_i$	$[L]$	Distancia relativa entre el nivel del agua y el pie de bloque

## Letras Griegas

$\alpha$	[°]	Ángulo de inclinación del plano de falla con respecto a la horizontal
$\Delta t$	[ $T$ ]	Incremento de tiempo
$\Delta \xi$	[ $L$ ]	Incremento espacial horizontal en dirección $\xi$
$\Delta \eta$	[ $L$ ]	Incremento espacial horizontal en dirección $\eta$
$\varepsilon$	[ $ML^2T^{-2}$ ]	Disipación de la energía cinética de la turbulenta
$\varepsilon_b$	[—]	Parámetro geométrico
$\eta$	[ $L$ ]	Elevación de la superficie libre del agua
$\gamma_s$	[—]	Densidad relativa del bloque
$\Gamma_s$	[—]	Frontera
$\kappa$	[ $ML^2T^{-2}$ ]	Energía cinética de la turbulencia
$\mu$	[ $ML^{-1}T^{-1}$ ]	Viscosidad dinámica o molecular
$\nu$	[ $L^2T^{-1}$ ]	Viscosidad cinemática
$\nu_T$	[ $L^2T^{-1}$ ]	Viscosidad cinemática turbulenta
$\Omega$	[—]	Dominio
$\Omega_0$	[—]	Configuración inicial o de referencia
$\Omega_i$	[—]	Configuración en el instante $t_i$
$\phi$	[—]	Función o potencial
$\psi$	[°]	Ángulo de inclinación crítico o de fricción interna
$\rho$	[ $ML^3$ ]	Densidad del bloque
$\rho_w$	[ $ML^3$ ]	Densidad del agua
$\sigma^2$	[—]	Dispersión
$\xi, \eta$	[—]	Direcciones ortogonales
$\xi_{cm}, \eta_{cm}$	[—]	Centro de masa
$\xi_{cg}, \eta_{cg}$	[—]	Centro geométrico
$\zeta$	[—]	Superficie del bloque

## SÍNTESIS GENERAL

Los deslizamientos de laderas sobre cuerpos de agua, son fenómenos que ocurren de manera natural, su estudio aún es complejo, debido a que los distintos procesos durante su desarrollo no se han comprendido por completo.

En el estudio de ondas de agua generadas en embalses, es necesario entender el movimiento del deslizamiento y del fluido. Sin embargo, por la naturaleza del fenómeno, es casi imposible contar con mediciones reales (*in situ*). Esto ha llevado a científicos e investigadores al uso de modelos matemáticos y físicos.

La abstracción matemática requiere de una rigurosa deducción y permite analizar el fenómeno; la solución es aproximada mediante herramientas numéricas y computacionales, bajo ciertas consideraciones. Por otro lado, la abstracción física es representada por un bloque en el laboratorio, con lo que es posible determinar (por mediciones) los posibles efectos ocasionados por la perturbación del bloque.

En este trabajo se presenta el estudio numérico de deslizamientos experimentales y su extensión a un caso real. En la solución es necesario implementar dos modelos numéricos.

El primero, es un modelo matemático que describe el movimiento del deslizamiento; la solución es aproximada numéricamente mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Además, es necesario determinar la configuración en tiempo-espacio de la geometría.

El segundo, es un modelo numérico que permite resolver la hidrodinámica dentro del embalse (o modelo físico), ocasionada por el movimiento del deslizamiento y necesita la solución del primer modelo; se implementa el sistema TELEMAC-MASCARET para flujo bidimensional horizontal (2DH), el cual presenta la filosofía de “open source”, orientado al análisis hidroinformático.

Las ideas principales de este trabajo son: la cinemática del bloque, la propagación de la onda, el posible alcance y desbordamiento sobre la cortina, así como la interacción con las fronteras.

En todos los escenarios se presenta la comparación entre los resultados del modelo numérico y las mediciones experimentales. La aplicación real corresponde a un posible deslizamiento de ladera en el embalse “La Yesca”, localizado en México. Algunos fenómenos de turbulencia y separación de flujo, no pueden ser reproducidos por completo dentro de la zona cercana de impacto, debido principalmente a las consideraciones realizadas.

# CAPÍTULO 1

---

## INTRODUCCIÓN

---

Las inestabilidades de laderas generalmente son fenómenos del tipo geológico, aunque también pueden atribuirse a fenómenos naturales; de estos últimos, algunos factores que las ocasionan son: terremotos, actividad volcánica, precipitaciones intensas, fluctuaciones de niveles de agua, etc.

En el llenado de un embalse se tiene el riesgo de desencadenar movimientos de masas rocosas, porque se inundan zonas que anteriormente no lo estaban y los niveles de agua son considerables, con lo que se altera el medio. También representa un peligro en las fronteras que interactúan con el embalse, ya que se pueden generar pérdidas de vidas humanas, estructurales, económicas, entre otras. Incluso puede ocasionar otros fenómenos como: inundaciones, fallo de la presa, fractura en la cortina y bloqueo del cauce por el material deslizado.

Este tipo de problemas se ha analizado con experimentos en el laboratorio o con la aplicación numérica de sistemas de modelado. En los primeros se estudia con el uso de tanques, canales o la misma reproducción geométrica del embalse (topobatimetría a escala), mientras que la simulación numérica, es con paquetes computacionales que permiten resolver un sistema de ecuaciones que gobiernan el fenómeno.

La mayoría de los estudios de generación de ondas de agua se han realizado principalmente sobre deslizamientos submarinos, debido a que se les atribuye como los mecanismos generadores de tsunamis y han adquirido gran importancia por los diferentes eventos ocurridos a lo largo de la historia.

Es posible que el análisis de estos fenómenos naturales sobre embalses no sean considerados en los diseños de presas, ya que aumentaría el costo del proyecto; sin embargo, es necesario contar con elementos que permitan estimar las características de las ondas generadas para identificar las zonas de mayor afectación e implementar acciones que minimicen daños, pero sobre todo, resguardar las vidas humanas.

Por su complejidad, en este problema intervienen distintas áreas de la ingeniería; por tanto, el estudio de la falla de taludes, su cinemática, la interacción con el agua, la generación y propagación de ondas es de importancia para evitar las pérdidas mencionadas e involucra un

grupo multidisciplinario de trabajo.

El estudio de las ondas generadas por deslizamientos de laderas sobre embalses, es necesario cuando se detecta oportunamente o lo indique un estudio geológico, en llenados de embalses, en la variación considerable de niveles por apertura de compuertas, entre otros.

Este trabajo se organiza en el orden siguiente; el Capítulo 1 resume el estado del arte de las investigaciones sobre deslizamiento de laderas, eventos históricos y se plantea el problema a resolver; el Capítulo 2 presenta la cinemática del deslizamiento, las hipótesis empleadas y una descripción del fenómeno así como las ecuaciones de movimiento del bloque; en el Capítulo 3 se hace una descripción breve de la teoría de ondas, incluyendo algunos parámetros necesarios para entender el fenómeno y el tipo de ondas que se han observado en experimentos de laboratorio; el Capítulo 4 presenta las ecuaciones a resolver, la descripción geométrica y las características del modelo empleado en la solución de la hidrodinámica; en el Capítulo 5 se muestra el estudio numérico-experimental y los resultados correspondientes, finalmente en el Capítulo 6 están las conclusiones del trabajo y algunas recomendaciones para futuras investigaciones.

## 1.1. Resumen del estado del arte

Entre los primeros estudios empíricos sobre la formación de ondas de gravedad a causa de movimientos submarinos en laboratorio, se encuentran los de Wiegel (1955), quien analiza diversos bloques con diferentes formas, tamaños y pesos, que se deslizan sobre un plano inclinado y en caída libre a diferentes profundidades. Establece los primeros parámetros que intervienen en el fenómeno y observa ondas con características de Cauchy-Poisson y no de onda larga, aunque la velocidad de propagación de la onda concuerda con la velocidad teórica de longitud de onda larga ( $\sqrt{gy}$ ); además, al modificar el cuerpo deslizante encuentra una sola cresta seguida de una depresión, pero concluye que la formación de la onda en general es a causa de aceleraciones verticales de las partículas.

Kamphuis y Bowering (1970) presentan un estudio experimental de deslizamientos subaéreos en la formación de ondas, establecen las características principales apoyados en un análisis dimensional. Indican que la primera onda es la de mayor altura y que decae muy rápido, además, la velocidad de propagación se aproxima por la teoría de la onda solitaria.

Por su parte Chaudhry *et al.* (1983) muestran estudios de modelos físicos y matemáticos de la generación y propagación de ondas por deslizamientos hipotéticos (sobre el depósito de Revelstoke en el río Columbia). Trabajan con deslizamientos considerados como críticos en el modelo principal, determinados por estudios en el prototipo, para evitar efectos de reflexión de onda implementan vertedores en las orillas y utilizan el método de diferencias finitas explícitas para integrar las ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales y un esquema de difusión explícita en diferencias finitas de Lax, para la propagación de las ondas bajo el supuesto de presión hidrostática; indican que la validez cerca del frente de onda es cuestionable cuando es muy empinada.

Heinrich (1992) presenta el análisis de ondas no lineales generadas por deslizamientos subaéreos y submarinos. Implementa el código Nasa-Vof2D de Euler no lineal que resuelve las ecuaciones completas de Navier-Stokes para fluidos incompresibles, mediante diferencias finitas. Supone que la cinemática del cuerpo es conocida. Sin embargo, menciona que no

puede reproducir la turbulencia en la superficie libre. En sus análisis el deslizamiento es un cuerpo con geometría triangular.

Fritz (2002) analiza en laboratorio deslizamientos subaéreos granulares, basado en una ley de escala de similitud e identifica en número de Froude  $\mathbf{F}_r$  como el parámetro dominante en los experimentos. Presenta un análisis dimensional y con la aplicación del teorema de Buckingham define el  $\mathbf{F}_{rd}$  para un deslizamiento como: la velocidad de impacto del deslizamiento relativa a la velocidad de propagación de onda en aguas someras,  $\mathbf{F}_{rd} = v_s/(\sqrt{gh})$ , emplea un generador neumático para estudiar el fenómeno con impactos  $\mathbf{F}_{rd}$  mayores a la unidad en un canal rectangular. Identifica cuatro tipos de onda: débil, oscilatoria no lineal, de transición no lineal. Además, propone fórmulas empíricas en función de parámetros adimensionales para estimar las características de las ondas, basado en la clasificación gráfica de los tipos de onda de Noda (1970) (oscilatorias, transitorias no lineales, solitarias y de marea) que se basa en los experimentos de Wiegel. El estado del arte minucioso sobre experimentos de laboratorio se encuentra en Fritz (2002) y Gómez (2015).

Un modelo hidrodinámico simplificado, que describe el comportamiento del agua por un deslizamiento submarino, apoyado en la teoría de potencial lineal para un flujo no viscoso, es presentado por Pelinovsky y Poplavsky (1996), con base en los modelos de Harbitz (1992). Estos autores indican que la aproximación es adecuada comparada con modelos numéricos. La forma del deslizamiento es un ovoide. Además, se puede encontrar la definición del  $\mathbf{F}_{rd}$  para este tipo de fenómenos, como una relación de densidades, la velocidad de cortante, el coeficiente de arrastre, el tiempo de duración y la longitud de recorrido, asociado al estado de consolidación del material.

Según Hervouet *et al.* (1999) las ecuaciones de aguas someras no son adecuadas para caracterizar las ondas y se debe recurrir a teorías más sofisticadas como las de Boussinesq, Serre o Korteweg de Vries, ya que introducen términos extra a la ecuación de *Momentum* tomando en cuenta efectos no hidrostáticos, los cuales son un reto para la simulación numérica.

Serrano *et al.* (2009) presentan un análisis numérico de las ondas de superficie generadas por derrumbes en aguas someras. Emplean la técnica de volumen finito; simulan un tsunami, ondas generadas por un pistón en un canal y las generadas por un deslizamiento de una ladera sobre un depósito e indican que la forma de las perturbaciones se reproduce casi independientemente del número de elementos empleados en la malla. Sin embargo, la solución numérica no es capaz de capturar la tendencia a reducir la superficie del agua por debajo del nivel inicial, esto puede ser debido a que la generación de ondas superficiales están fuera de la región de validez de los modelos de aguas someras, por lo que es necesario emplear otro tipo de modelo que incluyan los efectos dispersivos y la hipótesis no hidrostática. Concluyen que sus resultados se ajustan a las descripciones de la ondas de manera conservadora, pero no reproducen los efectos dispersivos.

En estudios sobre la formación de tsunamis ocasionados por deslizamientos submarinos, Kilinc *et al.* (2009) presentan un análisis numérico, en el cual implementan la condición de onda incidente sobre la frontera a fin de estudiar los efectos dispersivos, por lo que emplean las ecuaciones de Saint-Venant y Boussinesq e indican que no hay diferencias notables entre soluciones dispersivas y no dispersivas, solamente en casos especiales, aunque sigue siendo tema de discusión.

Khoolosi *et al.* (2015) emplean el método numérico de volumen de fluido (VOF) basado

en las ecuaciones de Navier-Stokes, con el código comercial FLOW-3D para análisis de deslizamientos subaéreos y submarinos sobre cuerpos de agua en laboratorio, con geometrías triangulares, rectangulares y circulares, e indican que los resultados dependen de los mecanismos de deslizamiento y su cinemática.

Una revisión literaria detallada sobre la modelación numérica de ondas generadas por deslizamientos tanto submarinos como subaéreos es presentada por Yavari y Ataie (2016), donde discuten aspectos numéricos, conceptuales y matemáticos, también presentan eventos históricos con las características más importantes sobre el fenómeno, por lo que se recomienda su consulta.

En resumen, existen varios modelos numéricos con diferentes simplificaciones: teoría de aguas someras, teoría de flujo potencial no lineal, teoría de Boussinesq, ecuaciones de onda no hidrostática, ecuaciones de Navier-Stokes, entre otros.

### 1.1.1. Eventos históricos

A lo largo de la historia han ocurrido numerosos eventos de deslizamientos. Por lo regular, los de mayor efecto se han documentado después del evento. Algunos han bloqueado el cauce principal represando el agua; otros han generado que el agua alcance elevaciones considerables sobrepasando la altura de la cortina e incluso han provocado su falla. Algunos casos son:

- La altura de onda más grande registrada en la historia fue generada por un impacto de deslizamiento de roca en la bahía de Lituya, el 9 de Julio de 1958 en Alaska. Se desprendieron  $30.6 \text{ Mm}^3$  de roca, localizados al fondo de la bahía (frente al golfo de Alaska); la onda alcanzó los 162 m de altura y 524 m sobre la ladera opuesta al deslizamiento, el factor fue un sismo (Miller, 1960).
- Embalse de Vajont en Italia (1963). La totalidad de la ladera derecha de la montaña (hacia aguas arriba de la cortina) se deslizó pendiente abajo; más de  $250 \text{ Mm}^3$  se movieron, recorrió alrededor de 99 m a una velocidad aproximada de 24 m/s llegando al embalse en 20 s. Se produjo una enorme ola que alcanzó los 135 m de altura sobre la ladera opuesta; la cortina de la presa se mantuvo en pie, sin embargo, la onda que la sobrepasó provocó que perecieran alrededor de 2000 personas, que vivían en el poblado de Langarone, aguas abajo (Carvalho y Antunes, 2006).
- En México, el 4 de Noviembre de 2007 se presentó un deslizamiento de  $50 \text{ Mm}^3$  de roca y suelo sobre el cauce del río Grijalva, localizado muy cerca de la comunidad de San Juan de Grijalva y entre las presas hidroeléctricas Malpaso y Peñitas. El movimiento del material produjo una ola de 50 m de altura. Se clasificó como de tipo traslacional, es decir, el movimiento se dio sobre una superficie de ruptura plana. Se atribuye principalmente a precipitaciones anómalas durante octubre y noviembre del mismo año y un sismo previo, entre otros factores. El evento ocasionó la pérdida de 25 personas y se evacuaron alrededor de 3500. El tiempo de ocurrencia se estima de 40 s (Hinojosa *et al.*, 2011), después de 44 días del fenómeno se inició el desfogue mediante un canal.
- En China, el lago Tangjiashan se formó por un deslizamiento que bloqueó el río Tongkou, el 12 de mayo de 2008. Fue producido por un terremoto de 8.0 grados de magnitud en la escala de Richter e intensas lluvias; con un volumen de  $20.37 \text{ Mm}^3$ . Ante la posible amenaza de un fallo del material que bloqueaba el cauce, el gobierno de China realizó



acciones de evacuación y reubicando en zonas altas alrededor de 70,000 personas que vivían en zonas potencialmente de inundación (Cui *et al.*, 2011). En la fig 1.1 se muestra el deslizamiento. Es un ejemplo de prevención y reducción de un potencial de daño posterior al deslizamiento; en un mes, la contingencia fue controlada al desfogar el agua contenida.



Fig 1.1. Deslizamiento en el río Tongkou, China

Fuente: Tomada de Cui *et al.* (2011). Fotografía propiedad del profesor Liu Ning.

### 1.1.2. Deslizamientos

El término deslizamiento es definido por Cruden (1991) como “el movimiento de una masa rocosa, de materiales térreos o escombros pendiente abajo, delimitada por una o varias superficies, planas o cóncavas, sobre las que existe un movimiento de material inestable”. Una discusión más detallada de los tipos y procesos del movimiento puede verse en Cruden y Varnes (1996). La etapa de desarrollo de un movimiento de ladera IGME (2009)<sup>1</sup> viene dada por la *preruptura* (cuando la ladera está sometida a esfuerzos, pero se encuentra esencialmente intacta), *ruptura* (caracterizada por una superficie de ruptura continua) y *postruptura* (que incluye el movimiento, justo después de que se produce la falla hasta que se detiene).

## 1.2. Planteamiento del problema

Los fenómenos como el impacto de masas rocosas dentro de embalses pueden generar varios tipos de ondas. Generalmente son asociadas a tsunamis; sin embargo, el estudio es más complejo.

En la información recopilada sobre el fenómeno de deslizamientos se infieren parámetros que evidentemente por la naturaleza del mismo no son medidos físicamente, como: velocidades, coeficientes de fricción, tiempo de ocurrencia, alturas de ondas de agua; que son determinadas por evidencias en zonas cercanas, entre otras.

El movimiento del deslizamiento es el mecanismo generador de las perturbaciones sobre la superficie del agua; su estudio permite comprender la hidrodinámica dentro del embalse.

---

<sup>1</sup>Instituto Geológico Minero de España

En este trabajo no se estudian las causas que provocan el deslizamiento. El bloque parte del estado de reposo, inicia su movimiento hasta detenerse por la acción de fuerzas restauradoras y/o en el fondo, se genera una perturbación de la masa de agua ocasionada por el movimiento del deslizamiento, que se propaga a través del vaso llegando a las fronteras, donde genera distintos fenómenos.

El problema es de interés ingenieril al estimar las características y magnitudes de la onda en tiempo y espacio, para evaluar los posibles riesgos entorno a la seguridad de la presa; determinar si existe vertido o no sobre la cortina, así como establecer estrategias de contingencia que permitan mitigar los posibles daños.

### **1.3. Alcance**

Simular numéricamente la cinemática de un cuerpo rígido y la de uno parcialmente rígido, obtener la hidrodinámica en el embalse, mediante la implementación del sistema **TELEMAC-2D**. Estimar la formación y propagación de ondas generadas por el impacto del cuerpo contra la masa de agua, por medio de un registro histórico de la superficie libre, el cual es comparado con mediciones experimentales para cada caso de prueba.

### **1.4. Objetivos de la investigación**

El presente trabajo tiene como objetivo principal proporcionar una metodología para estimar el potencial de daño que pudiese producir un deslizamiento en un embalse con el fin de establecer escenarios que identifiquen los posibles efectos.

Obtener la generación de ondas dentro de un embalse, así como su propagación e interacción; se compara con mediciones de laboratorio con la finalidad de conocer los alcances del modelo.

Los resultados permiten determinar las elevaciones de la superficie libre tanto máxima como mínima, zonas vulnerables, zonas de inundación, interacción en la cortina, celeridad de onda, etc; el análisis numérico proporciona información que es útil en problemas de toma de decisiones para la prevención de desastres.

## CAPÍTULO 2

---

### CINEMÁTICA DEL DESLIZAMIENTO

---

En ingeniería se adoptan aproximaciones basadas en teorías exactas y semiempíricas, éstas últimas se apoyan en la experimentación (como la modelación física) y permite comprender un fenómeno. Los experimentos ofrecen una representación realista aunque pueden sufrir los efectos de escala, Heller (2008) y suelen ser costosos.

En los modelos físicos, el deslizamiento generalmente se representa con una geometría idealizada y sigue un movimiento pendiente abajo sobre un plano inclinado, ver por ejemplo: Wiegel (1955), Cruickshank (1969), Heinrich (1992), Watts (1997, 1998, 2000 y 2003), Grilli *et al.* (2001, 2002) y Gómez (2015); y otros autores emplean materiales granulares.

Los experimentos realizados por Watts *et al.* (2003, 2005) en 2D, describen el movimiento de cuerpos tanto rígidos como deformables. Estos autores concluyen que bajo ciertas características idénticas, ambos deslizamientos pueden calcularse a partir del centro de masa del cuerpo, debido principalmente a que las velocidades de deformación ocurren en un breve instante. Además, la aceleración inicial es el factor principal que controla la generación de la onda, por lo que estas características son bastante similares para ambos deslizamientos (aunque la forma detallada de la onda generada difiera). La cinemática del deslizamiento es inferida a partir de mediciones y presentan una ley de análisis de movimiento bajo argumentos de conservación de masa.

En cuanto a la geometría, éstas se han representado con cubos, triángulos, cuñas, formas gaussianas, formas semielípticas, discos, etc. Grilli *et al.* (2002), definen una geometría idealizada en forma de huella elíptica sobre una pendiente, con longitud ( $l$ ) y ancho ( $b$ ). Las secciones verticales transversales son variables de acuerdo con una secante hiperbólica cuadrada truncada en las dos direcciones, con espesor o altura máxima ( $T_b$ ); con el objetivo de simular numéricamente las ondas generadas en un tanque, resuelven la teoría de flujo potencial no lineal bidimensional empleando el método de elementos de frontera (BEM, por sus siglas en inglés). Posteriormente, Enet y Grilli (2007) definen una geometría similar en función de secantes hiperbólicas truncadas en las dos direcciones ortogonales,  $\xi$  y  $\eta$ , con el fin de simplificar la construcción del bloque, la cual se define con la ec 2.1 y su representación se muestra en la fig 2.1.

$$\zeta = \frac{T_b}{1 - \varepsilon_b} \{ \operatorname{sech}(k_b \xi) \operatorname{sech}(k_l \eta) - \varepsilon_b \} \quad (2.1)$$

Con  $k_b = 2C/b$ ;  $k_l = 2C/l$ ;  $C = \operatorname{acosh}(2C/\varepsilon_b)$  y  $\varepsilon_b \in ]0, 1[$  como parámetro de truncado. La finalidad de la geometría es minimizar los vórtices generados por la perturbación de la masa de agua al entrar el bloque en contacto con ella, ya que es suave y aerodinámica. Este enfoque es empleado por los autores mencionados y Gómez (2015), lo que permite el estudio de la generación de ondas con parámetros geométricos conocidos. También suponen que la geometría tiene una forma semejante a la de varios deslizamientos de laderas.

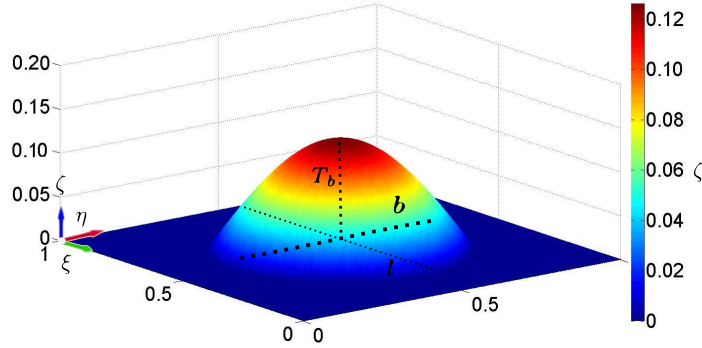


Fig. 2.1. Geometría idealizada del deslizamiento

## 2.1. Descripción del fenómeno

Un modelo de análisis del movimiento de un bloque sólido, que representa el deslizamiento, sobre el cual la fuerza que predomina en el sistema es la gravedad, puede ser considerado como uniformemente acelerado. Por tanto, la masa es conocida, la cual de forma instantánea parte del reposo a lo largo de un plano de falla con cierta inclinación; la aceleración del bloque ( $d^2s/dt^2$ ) será determinada por al menos seis fuerzas externas que se aplican al centro de masa del bloque sólido; (despreciando la resistencia que pudiese ocasionar el aire sobre el cuerpo), que son: fuerza de gravedad ( $F_g$ ), fuerza de flotación ( $F_b$ ), fuerza de fricción dinámica ( $F_n$ ), fuerza dinámica de arrastre ( $F_d$ ), fuerza de masa añadida ( $F_m$ ) y fuerza de lubricación ( $F_f$ ) entre el plano de falla y el material deslizado, ver Harbitz (1992) y Watts (1998):

$$m_b \frac{d^2s}{dt^2} = F_g + F_b + F_n + F_m + F_f \quad (2.2)$$

donde  $s$  es el desplazamiento del bloque en la dirección principal.

Para determinar estas fuerzas se requieren coeficientes empíricos que aquí se suponen constantes. La fricción dinámica y la fuerza de lubricación pueden coexistir simultáneamente (asociadas a discontinuidades en el macizo rocoso).

La fuerza dinámica total de un fluido sobre un cuerpo es la contribución de la presión y el esfuerzo viscoso. Para el caso de flujo estacionario la fuerza total se denomina arrastre total y se compone del arrastre de forma y de la fricción de superficie; además, está en función de la rugosidad y la forma del cuerpo.

El arrastre de forma es ocasionado por la diferencia de presión entre la parte frontal y trasera del cuerpo, generalmente es inducida por la separación del flujo; incluso puede llegar

a generar una estela detrás del cuerpo y presión baja debido a la presencia de vórtices, puede ser caracterizada por el coeficiente de arrastre de forma  $C_d$ , que es función de la forma del objeto y del número de Reynolds, asociada a grandes **Re**. La fricción de superficie es causada por fuerzas viscosas dentro de la capa límite alrededor del cuerpo; asociada a pequeños **Re**.

En el caso de flujo no estacionario, se tienen fuerzas internas añadidas a la total ya considerada, que provienen de gradientes de presión adicional a través del cuerpo. Una de ellas es la aceleración y/o desaceleración del flujo, otra es el efecto de masa adicional que equivale, en este caso, al cuerpo que se acelera y/o desacelera en dirección contraria al fluido estático y una fuerza de arrastre por flotación (en cuerpo sumergidos, aparecen fuerzas de masa virtual y la fuerza de Basset inducida por difusión y vorticidad durante la aceleración del bloque).

El efecto de masa adicional depende de la aceleración instantánea del bloque. Para caracterizar la fuerza de masa añadida se requiere del coeficiente de masa adicional ( $C_m$ ). La fuerza de Basset es difícil de estimar y es comúnmente despreciada por razones prácticas, aunque puede tomar importancia en aceleraciones altas; el término da paso a efectos viscosos, considerando el retraso del desarrollo de la capa límite debida a los cambios relativos de velocidad.

Con la aplicación de la mecánica clásica y considerando constante la fuerza gravitacional, el movimiento del bloque está determinado por las fuerzas descritas, las cuales actúan en el centro de masa del cuerpo, paralelo a la pendiente del plano de falla y se pueden aproximar a partir de la ec 2.3 como:

$$(m_b + C_m Vol_R) \frac{d^2 s}{dt^2} = g(\gamma - Vol_R)(sen\alpha - C_f cos\alpha) - \frac{1}{2} C_d \frac{A_b}{Vol_T} \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 \quad (2.3)$$

donde:

$m_b$	masa del bloque,
$C_m$	coeficiente de masa añadida del sistema completo,
$Vol_R = Vol_s / Vol_T$	volumen relativo sumergido del bloque,
$d^2 s / dt^2$	aceleración del bloque,
$g$	aceleración gravitacional,
$\gamma = \rho / \rho_w$	densidad relativa del bloque,
$\alpha$	ángulo de inclinación del plano de falla con respecto a la horizontal,
$C_f = tan(\psi)$	coeficiente de fricción dinámico,
$C_d = C_F(A_w / A_b) + C_D$	coeficiente total de arrastre en el agua,
$A_b$	área máxima perpendicular al movimiento del bloque,
$Vol_T$	volumen total del bloque,
$ds / dt$	velocidad del bloque,
$\rho_w$	densidad del agua,
$Vol_s$	volumen sumergido del bloque,
$C_D$	coeficiente de fricción de arrastre de forma,
$C_F$	coeficiente de fricción del agua sobre el $A_w$ ,
$A_w$	área mojada de la superficie.

Los coeficientes pueden ser determinados por mediciones de laboratorio, si se cuenta con el registro en el tiempo de las variables de aceleración, velocidad y posición, tomando en cuenta

que el movimiento se acelera únicamente con la gravedad. Cuando en los experimentos se emplean equipos mecánicos, la aceleración y velocidad son una condición inicial impuesta. En casos de aplicación es necesario hacer pruebas de laboratorio inyectando un líquido sobre la geometría de interés o bien en un túnel de viento para determinar los coeficientes; para fines prácticos estos coeficientes son determinados bajo formas ya estudiadas, aunque en esa medida serán los resultados proporcionados por el modelo numérico.

El coeficiente de fricción dinámica se define como  $C_f = \tan(\psi)$ , donde  $\psi$  es el ángulo de inclinación crítico (o de fricción interna) con respecto al ángulo de inclinación del plano de falla medido a partir de la horizontal, es decir, si  $\psi \leq \alpha$  el material no se desliza, si  $\psi > \alpha$  el material se desliza.

La ec 2.3 describe el movimiento del bloque bajo las tres etapas: a) **subaéreo**: cuando está fuera del agua, donde no hay efectos de flotación ni fuerza total del flujo que actúen sobre el cuerpo deslizante, por tanto, la ec 2.3 se simplifica y su solución puede ser analítica; b) **parcialmente sumergido**: cuando el bloque está en transición, es decir, no está fuera del agua ni completamente sumergido; se debe calcular el  $Vol_R$  y el  $A_b$  en cada instante de tiempo y determinar las fuerzas de flujo total que actúan sobre el bloque; c) **sumergido**: las fuerzas que actúan son máximas, el  $Vol_R$  es igual a la unidad y el  $A_b$  es la mayor.

En el Capítulo 5 se presenta la solución al movimiento del bloque, resolviendo numéricamente la ec 2.3 sobre uno o varios planos de falla. La solución reporta la aceleración, velocidad y posición del bloque. Sin embargo, la solución de la hidrodinámica requiere del movimiento de los elementos de la malla, es decir, una malla móvil limitada en el interior del dominio de cálculo, por ello, se presenta la descripción matemática del movimiento y los conceptos para traducir la solución de la ec 2.3 en el cálculo de variación de las elevaciones de los nodos referidos al deslizamiento, que son los que perturban la masa de agua contenida en el embalse.

## 2.2. Descripción matemática del movimiento

La definición de *medio continuo*, permite analizar un conjunto infinito de partículas que conforman un sistema como un modelo unificado (Olivella y Saracíbar, 2002), al considerar que la materia está compuesta de moléculas, donde, en un pequeño volumen de materia están contenidas un gran número de partículas. Si se considera una escala mayor que permita ignorar las pequeñas discontinuidades moleculares, la descripción matemática del *medio continuo* y sus propiedades se realizan con base en funciones continuas que también deben ser derivables. El estudio del movimiento de una partícula puede ser explicado por estas funciones; así, ésta ocupará distintas posiciones durante el tiempo de ocurrencia del fenómeno de interés. Este infinito número de partículas conforman el *continuo* y se denominan como puntos materiales.

En el espacio tridimensional en el cual se desarrollan los fenómenos dinámicos y que percibimos comúnmente, se establece un sistema coordenado de referencia sobre el cual se tiene la descripción de un punto; este espacio es denominado euclidiano de tres dimensiones,  $\mathbf{E}^3$ , que también representa un espacio vectorial. Por tanto, un punto  $P$ , puede ser descrito por una terna de números que establecen la posición del mismo  $(\xi, \eta, \zeta)$  o por las componentes del vector de posición,  $\mathbf{r} = (\xi \mathbf{e}_1 + \eta \mathbf{e}_2 + \zeta \mathbf{e}_3)$ , en el que  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ , son los vectores unitarios que corresponden a los ejes del sistema de referencia positivo (base ortonormal).

El dominio de estudio generalmente es denotado por  $\Omega$  establecido con un sistema de referencia  $(\xi, \eta, \zeta)$ . La posición inicial es definida por la configuración  $(\Omega_0)$  y tiempo de referencia  $(t_0)$ ; en consecuencia a cada partícula  $P$  le corresponde un vector de posición  $\mathbf{X}$  y sus componentes  $(X_1, X_2, X_3)$  son denominadas *coordenadas materiales*, de cada partícula:

$$\mathbf{X} = X_1\mathbf{e}_1 + X_2\mathbf{e}_2 + X_3\mathbf{e}_3 = \sum_{n=1}^{i=3} X_i\mathbf{e}_i = X_i\mathbf{e}_i \quad (2.4)$$

En este espacio, el movimiento se representa por un desplazamiento, es decir, el segmento dirigido de  $P$  a un punto  $P'$  (que en instancia desconocemos), en el cual el punto toma una nueva posición en los siguientes instantes de tiempo. También es posible expresar en términos de vectores la tasa de cambio con respecto a la configuración inicial sobre una trayectoria conocida, aplicando las fórmulas de Frenet, o sobre el mismo sistema (Barret, 1972), el vector de posición se define como:

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + x_3\mathbf{e}_3 = \sum_{n=1}^{i=3} x_i\mathbf{e}_i = x_i\mathbf{e}_i \quad (2.5)$$

donde  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{x}$  corresponden a los instantes  $t_0$  y  $t_1$ , las coordenadas  $(x_1, x_2, x_3)$  son las *coordenadas espaciales* de la partícula en el instante  $t_1$  y los subíndices indican suma (notación de Einstein), ver fig 2.2.

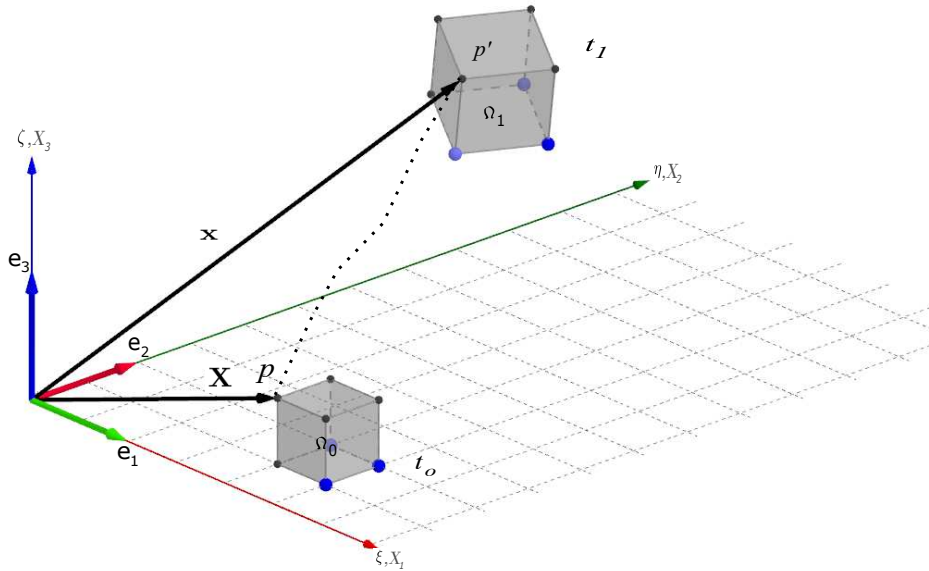


Fig 2.2. Representación gráfica de una partícula en la configuración de referencia y una subsecuente

Por tanto, el movimiento es descrito por la evolución de las coordenadas espaciales (o vector de posición,  $\mathbf{x}$ ) en el tiempo, es decir, una partícula se mueve de posición de la  $\Omega_0$  a la actual  $(\Omega_i)$ ,  $t_i > t_0$ , sobre una línea imaginaria denominada línea de trayectoria (línea punteada, fig 2.2).

En la descripción de la posición de cada partícula es conveniente identificar a cada una (asignando etiquetas). Con ello se puede caracterizar unívocamente, es decir, que no ocupe dos posiciones o que dos partículas no ocupen la misma posición, en un instante determinado.

La Mecánica del Medio Continuo tiene dos enfoques en la descripción matemática del movimiento, que son: Lagrangiana o material y Euleriana o espacial. La primera permite describir el movimiento en función del sistema de referencia fijo, es decir, sigue el movimiento de una partícula determinada, en cualquier instante de tiempo relativo al sistema de referencia; mientras que la segunda, se concentra en un punto en el espacio, que puede ser ocupado por distintas partículas a lo largo del tiempo.

La notación  $\mathbf{X}$  usualmente es empleada para definir las coordenadas Lagrangianas, mientras que la notación  $\mathbf{x}$ , para las coordenadas Eulerianas. Sin embargo, en muchos problemas es necesario pasar de una descripción a otra. Olivella y Saracíbar (2002) definen las ecuaciones de movimiento como:

$$\mathbf{x} = \phi(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) \quad ; \quad x_i = \phi_i(X_1, X_2, X_3, t) \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (2.6)$$

En ocasiones es necesario emplear las ecuaciones de movimiento inverso:

$$\mathbf{X} = \phi^{-1}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{X}(\mathbf{x}, t) \quad ; \quad X_i = \phi_i(x_1, x_2, x_3, t) \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (2.7)$$

donde  $\phi$  es una función o mapeo; además, para la adecuada interpretación física se tienen que cumplir algunas restricciones matemáticas adicionales, que garanticen la existencia de  $\phi$  y  $\phi^{-1}$ :

- $\phi(\mathbf{X}, 0) = \mathbf{X}$  puesto que es el vector de posición en el instante de referencia,  $t = 0$  (condición de consistencia).
- el Jacobiano ( $J$ ) de la transformación deber ser positivo,  $J > 0$ , esto asegura un sistema inverso único.

Para describir el movimiento del deslizamiento se emplea la descripción Lagrangiana, debido al interés en determinar cada una de las partículas que conforman el bloque; identificar las posiciones que ocupa en el espacio en cada instante de tiempo, considerando o no las deformaciones. La descripción Euleriana se emplea en el cálculo de la hidrodinámica, a fin de determinar la evolución de ciertas variables que se estiman durante la simulación numérica, como por ejemplo: la velocidad, la elevación de la superficie libre del agua, la profundidad, entre otras; con el objetivo de comparar el comportamiento, tanto de la onda observada como la calculada, en cada escenario. A partir de la coordenada material y con la expresión 2.6 se puede obtener una ecuación que proporciona la trayectoria de la partícula.

### 2.2.1. Movimiento de un cuerpo rígido

En el movimiento de un cuerpo rígido se considera que la posición relativa de todas la partículas es constante, es decir, no se deforma, por el contrario, si sufre deformaciones las posiciones relativas entre las partículas pueden cambiar de posición. En este sentido se presentan dos teoremas de mecánica:

**Teorema de Euler:** *la rotación de un cuerpo rígido alrededor de un punto fijo de un cuerpo es equivalente a una rotación alrededor de una línea que pase por el punto. Esta línea se llama eje instantáneo de rotación.*

**Teorema de Chasle:** *el movimiento general de un cuerpo rígido puede considerarse como una traslación y una rotación alrededor de un punto apropiado que frecuentemente es el*



centro de masa.

Esto lleva al estudio de transformaciones de  $\mathbf{R}^3$  en  $\mathbf{R}^3$ , denotado como  $T: R^3 \rightarrow R^3$ , que es la relación que asigna a cada vector de  $\mathbf{R}^3$  un único vector en  $\mathbf{R}^3$ , o efectos sobre el conjunto de puntos en el espacio  $\mathbf{R}^3$ , aplicado a superficies regulares e irregulares, como lo son: proyecciones ortogonales, rotaciones, reflexiones y traslaciones.

La traslación en  $R^3$ , es el movimiento del cuerpo donde todas las partículas se desplazan en la misma dirección. Una traslación de  $T$  en  $\mathbf{R}^3$  en  $\mathbf{R}^3$ , se define como:

$$x_i = T(\mathbf{X}_i) = (\mathbf{X}_i) + \mathbf{A}_i(t) \quad (2.8)$$

donde  $\mathbf{A}_i$  es un vector constante para todo el sistema en el tiempo  $t$ , y por tanto no depende del sistema de referencia.

Una rotación somete al cuerpo a un giro con respecto a un eje; se tienen cuatro clases de rotación:

- Rotación alrededor del eje  $\xi$ ,  $R_\theta^1$ , de  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , es decir, el componente  $x$  del vector permanece fijo realizando el giro sobre planos paralelos al plano  $\eta\zeta$ , fig 2.3 (a).

$$R_\theta^1 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ (\cos\theta)y - (\sen\theta)z \\ (\sen\theta)y + (\cos\theta)z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sen\theta \\ 0 & \sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

- Rotación alrededor del eje  $y$ ,  $R_\theta^2$ , de  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , es decir, el componente  $y$  del vector permanece fijo realizando el giro sobre planos paralelos al plano  $\xi\zeta$ , fig 2.3 (b).

$$R_\theta^2 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos\theta)x + (\sen\theta)z \\ y \\ -(\sen\theta)x + (\cos\theta)z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sen\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sen\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

- Rotación alrededor del eje  $z$ ,  $R_\theta^3$ , de  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , es decir, el componente  $z$  del vector permanece fijo realizando el giro sobre planos paralelos al plano  $\xi\eta$ , fig 2.3 (c).

$$R_\theta^3 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos\theta)x - (\sen\theta)y \\ (\sen\theta)x + (\cos\theta)y \\ z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sen\theta & 0 \\ \sen\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Rotación alrededor del eje no coordinado en la dirección de un vector de interés  $\mathbf{F}$ ,  $R_\theta^4$ , de  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , es decir, cada vector en  $R^3$  gira sobre el plano que pasa por  $X$  y es ortogonal al vector  $\mathbf{F}$ , fig 2.3 (d).

$$R_\theta^F(X) = R_\theta(X') + x\mathbf{F}$$

En donde  $X'$  contiene al plano que pasa por  $\xi'\eta'\zeta'$  y es ortogonal al vector  $\mathbf{F}$ ,  $R_\theta$  es una rotación sobre este plano y se puede extender a una rotación en cualquier dirección como se muestra en la fig 2.3 (e) y el sentido es proporcionado por el signo (+, -).

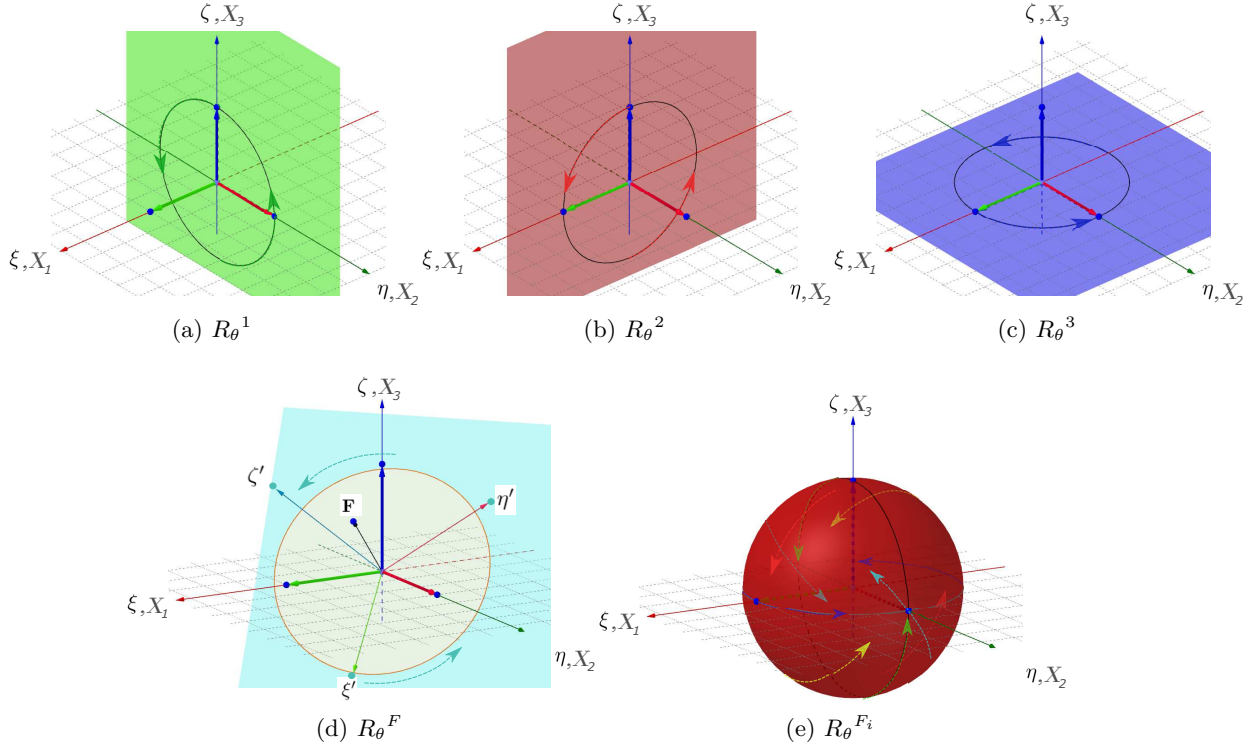


Fig 2.3. Rotación alrededor de un eje

El desplazamiento puede ser representado por una traslación, rotación o ambas, mientras todos los puntos del cuerpo permanezcan en la posición relativa en todo el sistema; de lo contrario la configuración sería deformada. El campo vectorial de desplazamientos se define como una propiedad del medio continuo y se puede describir de forma material:

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X} \quad o \quad U_i(\mathbf{X}, t) = x_i(\mathbf{X}, t) - X_i \quad (2.9)$$

o espacial:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x} - \mathbf{X}(\mathbf{x}, t) \quad o \quad u_i(\mathbf{x}, t) = x_i - X_i(\mathbf{x}, t) \quad (2.10)$$

### 2.2.2. Derivadas temporales

La variación de cualquier propiedad del medio continuo, asociada a las partículas en movimiento en relación al tiempo, se denomina derivada material de la propiedad (Mase, 1977) y es la rapidez de cambio de la propiedad asociada geoméricamente. Las propiedades pueden ser: posición, velocidad, densidad, temperatura, deformación, etc. Así, la posición de una partícula  $x_i$  (puede ser escalar, vectorial o tensorial) se puede expresar mediante las descripción material o espacial.

La derivada local representa la variación de cualquier propiedad con respecto al tiempo en un punto fijo en el espacio:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial\theta(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad o \quad v_i = \frac{dx_i}{dt} \quad o \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} \quad (2.11)$$

La derivada material representa la variación de cualquier propiedad con respecto al tiempo, siguiendo la partícula específica dentro del medio continuo, en movimiento.

$$\frac{d\Theta(\mathbf{X}, t)}{dt} = \frac{\partial\Theta(\mathbf{X}, t)}{\partial t} \quad (2.12)$$

donde  $(\mathbf{X}, t)$  mantiene constantes las coordenadas  $\mathbf{X}$ . La derivada material (también conocida como sustancial o convectiva) es considerada como el cambio respecto al tiempo medido si se viajará con las partículas. La derivada de la ec 2.6 con respecto al tiempo, proporciona la velocidad.

En ocasiones es necesario relacionar ambas descripciones (local y material), con la misma propiedad:

$$\theta(\mathbf{x}, t) = \theta(\mathbf{x}(\mathbf{X}, t), t) = \Theta(\mathbf{X}, t) \quad (2.13)$$

donde  $\theta$  es la propiedad bajo una descripción espacial y  $\Theta$  es la propiedad bajo la descripción material.

La derivada material se determina mediante la siguiente expresión:

$$\frac{d\theta(\mathbf{x}, t)}{dt} = \frac{\partial\theta(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \frac{\partial\theta(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} \quad (2.14)$$

El primer término del segundo miembro de la ec 2.14 se debe a la relación de cambio de una posición en particular (derivada local), donde  $\mathbf{x}$  se mantiene constante en la derivación. El siguiente término se debe al aporte por el movimiento de las partículas en el campo variable de la propiedad (derivada convectiva); de manera más compacta se introduce el operador de derivada material.

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x_i} \quad o \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \quad (2.15)$$

La ec 2.15 se emplea para tomar derivadas materiales a partir de las coordenadas espaciales. Además, representa la diferencia de la derivada material y local de la propiedad. El término convección relaciona el transporte de partículas (o masa), si no se tiene ( $\mathbf{v} = 0$ ), la derivada material coincide con la local, una descripción detallada se puede encontrar en Mase y Mase (1999).

## 2.3. Constricciones

Un movimiento sometido a constricciones resulta cuando una partícula se mueve sobre una curva o superficie específica. Así, el problema del movimiento puede ser resuelto mediante una ecuación que lo describa, estableciendo las condiciones iniciales correspondientes al problema de estudio. Considerando el movimiento absoluto, donde se pueden tener distintos sistemas de referencia fijos, la fuerza que actúa sobre una partícula será la misma, es invariante del sistema.

### 2.3.1. En el plano

Cuando el movimiento es paralelo a un cierto plano fijo, se presentan dos movimientos en éste, uno de ellos es la rotación del cuerpo alrededor de un eje fijo; solo se necesita una coordenada para describir el movimiento (1 grado de libertad). El segundo se considera como una traslación paralela al plano más una rotación alrededor de un eje apropiado, perpendicular al plano y que se hace pasar por el centro de masa; se emplean dos coordenadas para describir la traslación y una para la rotación (3 grados de libertad). El eje se denomina instantáneo y el punto donde éste intersecta al plano fijo se denomina centro instantáneo de rotación.

### 2.3.2. En el espacio

Este movimiento se compone de una traslación en un punto fijo del cuerpo (centro de masa) más una rotación con respecto a un eje que pasa por un punto fijo. Para especificar el movimiento general de un cuerpo rígido en el espacio se necesitan seis coordenadas, que representan los grados de libertad. Usualmente se toman tres de éstas para determinar las coordenadas de un punto del cuerpo y las tres restantes para los ángulos (de Euler), los cuales describen la rotación del cuerpo con respecto a un punto.

## 2.4. Aplicaciones

Los ejemplos de aplicación que se presentan corresponden a dos modelos físicos de laboratorio. El primero concierne a los estudios desarrollados por Gómez (2015), donde presenta experimentos del fenómeno de deslizamientos de laderas en embalses, considerando una geometría conocida del deslizamiento que impacta contra una masa de agua contenida en un tanque, ocasionando la propagación tridimensional de la onda; toma en cuenta los parámetros mencionados en la Sección 2.1. Sitúa el bloque en cualquier punto de interés con respecto al nivel del agua y presenta la influencia de la profundidad en el tanque en relación a la onda. El dispositivo experimental no contiene mecanismo de aceleración, por lo que el movimiento del bloque se debe principalmente a la fuerza gravitacional.

El segundo corresponde a un modelo físico desarrollado por la CFE<sup>1</sup>; surge de la necesidad de estimar las características de las ondas generadas, por un posible deslizamiento de ladera sobre el embalse la Yesca, en México. La GEIC<sup>2</sup> identifica el bloque inestable, lo monitorea e instrumenta con el objetivo de caracterizarlo; en su modelo físico consideran un bloque sólido en forma de cuña que se desliza sobre rieles y cuenta con un mecanismo que permite acelerar el bloque; los resultados se presentan en la Sección 5.7. Este modelo resulta atractivo ya que es posible asentar las bases de los estudios realizados en este trabajo.

Se presenta una breve descripción de cada modelo en la Subsección 2.4.1 y Subsección 2.4.2, con el fin de mostrar la conceptualización de las consideraciones realizadas en cada uno de los fenómenos analizados.

### 2.4.1. Modelo físico experimental

En el estudio experimental de Gómez (2015), el deslizamiento es propuesto como un bloque rígido, descrito por la ec 2.1, mostrado en las figs 2.1 y 2.4; la última presenta el bloque de laboratorio que se empleó en las pruebas. El dispositivo experimental se localiza en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, Edificio 3 *Raúl Sandoval Landázuri* en el laboratorio de Hidráulica.

El dispositivo experimental se compone de un tanque de forma rectangular con fondo plano, presenta tres cajones con la finalidad de colocar la rampa y sobre ella el bloque o material; la inclinación de la rampa puede ser modificada. Los muros exhiben un aplanado fino, para disminuir la fricción; en un muro lateral se tienen dos ventanas donde es posible visualizar el fenómeno. El diseño del tanque es por simetría considerando que los efectos reproducidos en cada experimento se pueden reflejar sobre un eje y obtener el comportamiento total del fenómeno.

<sup>1</sup>Comisión Federal de Electricidad

<sup>2</sup>Gerencia de Estudios de Ingeniería Civil

En el laboratorio se cuenta con dos bloques: A y B. El primero es rígido y no poroso con superficie de acrílico, el segundo es poroso con una estructura de alambazón. En ambos bloques se puede modificar su densidad ( $\rho$ ) y cuentan con pequeñas ruedas de baja fricción (tres en el inferior y dos en la parte lateral que hace contacto con el muro y el cristal). La instrumentación consiste en un sensor de posición (SP) que proporciona el desplazamiento del bloque; las velocidades instantáneas son inferidas del registro de la posición en el tiempo. La información de la superficie libre es recopilada con una tarjeta de adquisición de datos (TAD) que convierte la información analógica en digital; proporcionada por siete sondas.

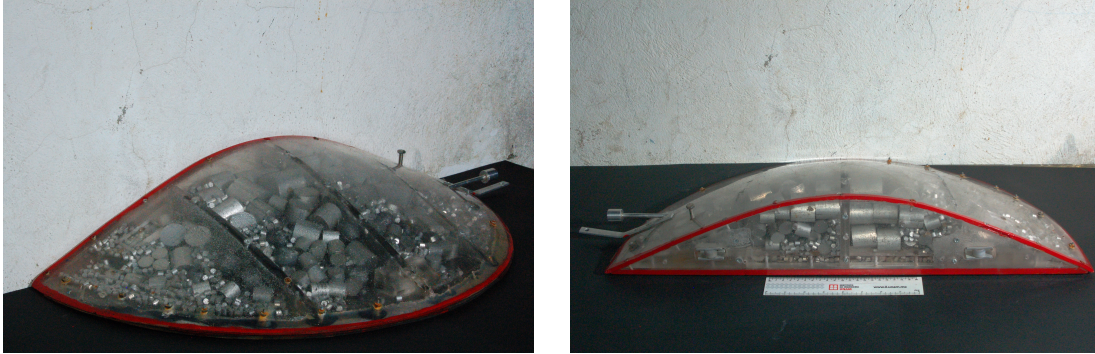


Fig 2.4. Bloque A de laboratorio

Fuente: Gómez (2015)

En el diseño de los experimentos, se definen las variables de respuesta: amplitud ( $\alpha(X, \gamma)/h$ ) y altura de onda ( $H(X, \gamma)/h$ ), ambas relativas a la profundidad; donde  $X$  es la distancia horizontal y  $\gamma$  la dirección con respecto al eje de simetría, relativas a la posición en planta del nivel de la superficie libre marcada sobre la rampa. Los parámetros de los bloques se definen en la tabla 2.1.

Tabla 2.1. Características del bloque de laboratorio

$\varepsilon_b$	$T_b(m)$	$l(m)$	$b(m)$
0.717	0.126	0.68	0.68

Gómez (2015) define la tabla 2.2 en sus experimentos para establecer un tratamiento único con los parámetros propuestos en ella; donde:  $h$  es la profundidad del agua,  $z_i$  es la distancia referida al pie del bloque con respecto al nivel de agua (positivo, dentro del agua y negativo, fuera del agua) y  $n$  es la porosidad del bloque. Además, se emplea la nomenclatura de la tabla 2.3.

Tabla 2.2. Magnitudes de parámetros

Parámetro	$h(m)$			$z_i(m)$								$n$	
	1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2
Valor	0.2	0.3	0.4	0.68	0.34	0.0	-0.28	-0.34	-0.62	-0.68	-0.98	0	0.25

Tabla 2.3. Tratamiento experimental

Bloque	Porosidad (%)	Masa (kg)	Nivel de agua (cm)	Posición inicial (cm)
A	0	32	20	+68

El número de tratamiento que corresponde a los experimentos desarrollados por Gómez (2015) y los empleados en este trabajo se definen en la tabla 2.4.

Tabla 2.4. Experimentos a reproducir

Tratamiento	Nombre	n	h	$z_i$
4	A003220-68	1	1	7
8	A003230-34	1	2	5
14	A003240+00	1	3	3

## 2.4.2. Modelo físico del embalse la Yesca

### Generalidades

La Presa Hidroeléctrica la Yesca se localiza entre los estados de Jalisco y Nayarit aproximadamente en las coordenadas geográficas  $21^{\circ}11'5''$  N y  $104^{\circ}06'16''$  O, situada a una elevación aproximada de 420 msnm, sobre el río Bolaños, después de la confluencia con el río Santiago; es de enrocamiento compactado con cara de concreto como elemento impermeable, sus características se pueden ver en la tabla 2.5.

Tabla 2.5. Características de la P.H. la Yesca

Elevación de la corona	580 m
Altura de la cortina	195 m
Ancho de la corona	11 m
Longitud de la corona	628.8 m
Elevación de Parapeto	580.5 m
Talud, paramento aguas arriba y abajo	1,4:1
NAME	578 msnm
NAMO	575 msnm
NAMINO	518 msnm

A finales de 2012 la CFE identifica un bloque inestable; lo monitorea e instrumenta la zona del deslizamiento a fin de conocer las características del mismo. La presencia física de grietas en la ladera izquierda del río Bolaños y los estudios de laboratorio de mecánica de suelos, confirmaron la existencia del bloque inestable. El posible deslizamiento de la ladera sobre el embalse motivó el desarrollo de un modelo físico y numérico, con el objetivo de estimar las características de la onda y las posibles consecuencias entorno a la hidroeléctrica.





La GEIC realizó estudios de mecánica de rocas y geológicos; determinó que la ubicación del deslizamiento corresponde a antiguos movimientos de falla y que el movimiento inicial (presencia de fallas en la parte superior) corresponde a la pérdida de apoyo en la base, por la degradación de materiales debido a efectos de agua (aumento en el llenado de embalse), concluyen que puede presentarse un deslizamiento súbito.

Las características del bloque se muestran en la tabla 2.6; las superficies de falla y el plano de ruptura en la fig 2.6. Se clasifica como un deslizamiento del tipo traslacional; el material en su mayoría es ignimbrita. La información en su mayoría se ha obtenido de Gómez *et al.* (2016).

## Modelo

El modelo físico desarrollado por CFE se basa con la similitud de Froude y una escala de líneas de 200. El bloque se idealizó en forma de cuña con una superficie de acrílico mostrado en la fig 2.7; definido por la escala y conservando el volumen; sus características se muestran en la tabla 2.6. El deslizamiento se realiza sobre una rampa de concreto de  $15^\circ$ , con una estructura de rieles que permite el movimiento mecánico de la cuña; además, se pueden modificar las pendientes.



Fig 2.7. Modelo físico del embalse la Yesca  
Fuente: Gómez *et al.* (2016)

Tabla 2.6. Características del bloque

Volumen	24 Mm <sup>3</sup>
Geometría idealizada	Cuña
Largo	480.0 m
Ancho	713.3 m
Alto	147.4 m
Tramo 1, $\alpha, \psi$	$15^\circ, 21.8^\circ$
Tramo 2, $\alpha, \psi$	$38^\circ, 5.71^\circ$
Tramo 3, $\alpha, \psi$	$47^\circ, 5.71^\circ$
Tramo 4, $\alpha, \psi$	$0^\circ, 26.56^\circ$

En su instrumentación se instalan cinco transductores de nivel para determinar el comportamiento de la superficie libre del agua, colocados cerca del deslizamiento hasta llegar a la cortina, también cuenta con transductores de presión sumergibles, colocados en la misma posición para comparar las mediciones de la superficie libre.



## TEORÍA DE ONDAS

---

### 3.1. Introducción

Las ondas en agua son un fenómeno común en la naturaleza; es un movimiento de ida y vuelta y/o un sube y baja, en algunas ocasiones con cierta periodicidad. También puede ser descrito por una perturbación (de alguna propiedad del espacio en cuestión: presión, densidad, etc.) que se propaga y que sigue cierta ley.

El enfoque prioritario de este trabajo son ondas superficiales en agua; la aproximación matemática del estudio del movimiento de las ondas es complejo y no existe un método general de solución (Le Méhauté, 1976). Por ello, han sido propuestas en la literatura, una serie de hipótesis para simplificar el fenómeno y solo se utilizan en ciertos casos particulares, que no representan la física completa del fenómeno, pero capturan la esencia. Otro aspecto importante es establecer los límites de validez de las soluciones ya propuestas en la literatura (Mader, 2004), inclusive la clasificación de las ondas puede ser una dificultad, más aún cuando no se cuenta con información.

### 3.2. Ecuaciones básicas de la hidrodinámica

Es bien sabido en el ámbito de la ingeniería hidráulica, que las ecuaciones que gobiernan el movimiento de un fluido real (newtoniano) son las ecuaciones de Navier-Stokes y que no tienen solución analítica, excepto en algunos casos limitados, debido a la variedad de las escalas de velocidad y presión. La formulación más común se basa en las variables primitivas de velocidad y presión, aunque existen otras; la descripción detallada de las ecuaciones se encuentra en algunos libros de mecánica de fluidos. La aproximación a la solución de las ecuaciones se puede obtener mediante herramientas computacionales.

Las ecuaciones de Navier-Stokes pueden simplificarse con ciertas consideraciones. Por ejemplo, si se supone que el flujo es irrotacional y despreciando los efectos viscosos, se reduce a la teoría de flujo potencial, que es la base de la teoría de onda lineal.

### 3.2.1. Ecuación de *Momentum*

La ecuación de *Momentum* reitera la segunda ley de Newton e indica que la fuerza neta aplicada a un cuerpo es igual a la masa del mismo por la aceleración que alcanza. En un marco Euleriano se expresa mediante:

$$f_i = \frac{Du_i}{Dt} = \left[ \underbrace{\frac{\partial u_i}{\partial t}}_{\text{aceleración local}} + \underbrace{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\text{aceleración convectiva}} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (3.1)$$

donde:  $i$  representa los vectores unitarios que corresponden a los ejes del sistema de referencia positivo (base ortonormal),  $\frac{D}{Dt}$  es la derivada total y representa la tasa de cambio en el tiempo del movimiento de una partícula de fluido, la aceleración local corresponde a la derivada de la velocidad con respecto al tiempo o la variación de la velocidad por traslación, mientras que la aceleración convectiva corresponde a la derivada de la velocidad con respecto al espacio o la variación de la velocidad por deformación (lineal y angular) y rotación,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $u_i$  es la velocidad del fluido en la  $i$ -ésima dirección,  $p$  es la presión,  $g$  es la aceleración gravitacional en las  $i$ -ésimas direcciones,  $\tau_{ij}$  es el tensor de fuerzas viscosas (de segundo orden), y  $f_i$  es la fuerza aplicada al sistema del fluido por unidad de masa en la  $i$ -ésima dirección, generalmente compuesta por: presión, cuerpo (gravedad) y viscosa (fricción).

Para fluidos Newtonianos el esfuerzo es linealmente proporcional a la variación de la deformación (por cortante) de la partícula y la constante de proporcionalidad es la viscosidad molecular del fluido ( $\mu$ ), con  $\tau_{ij} = 2\mu\sigma_{ij}$  donde:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.2)$$

### 3.2.2. Ecuación de continuidad

Basado en la mecánica clásica y el teorema de transporte de Reynolds que afirman que la masa de un sistema de fluido no se modifica independientemente de su movimiento y por lo tanto expresa conservación de masa del fluido en el espacio contenido

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.3)$$

y se complementa con la ecuación idealizada de estado que relaciona la presión local con la densidad local, las cuales se consideran prácticamente constantes

$$\frac{p}{p_0} = (B + 1) \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - B \quad (3.4)$$

donde el subíndice cero indica la presión y densidad de referencia; generalmente son valores atmosféricos estándar. Los coeficientes adimensionales son  $B$  y  $n$ , que están relacionados con las propiedades de los fluidos y los estados termodinámicos.

El módulo de elasticidad es una propiedad del fluido, el cual define el nivel de dilatación o compresión bajo la acción de fuerzas normales. Al considerar que el volumen del flujo sigue siendo el mismo, es decir, es incompresible, la densidad de la partícula del fluido permanece constante, por lo que la derivada total de la densidad es cero

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial\rho}{\partial x_i} = 0 \quad (3.5)$$

por tanto la ecuación de continuidad (3.3) para un fluido incompresible se reduce a

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.6)$$

La ec 3.6 resulta de sustituir 3.5 en 3.3, imponiendo la condición de densidad constante, lo que restringe la variación de la densidad en tiempo y espacio, es decir,  $\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{\partial\rho}{\partial x_i} = 0$ . Otra condición es, si se considera un flujo incompresible,  $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial x_i} = 0$ , lo que indica que la variación temporal y espacial es distinta de cero (al despejar de la ecuación anterior), lo que significa que se tienen gradientes de densidad como un flujo estratificado.

Si se considera viscosidad constante, el último término de la ec 3.1 (fuerzas viscosas aplicadas al sistema del fluido),  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j}$ , se sustituye por  $\nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}$ , en el cual los términos de difusión del tensor de segundo orden,  $\tau_{ij}$ , se simplifican y se relacionan mediante la viscosidad cinemática, con lo que se tiene la ecuación de *Momentum*:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (3.7)$$

La ecuación anterior se reescribe mediante operadores vectoriales: nabla ( $\nabla$ ), divergencia ( $\nabla \cdot \mathbf{u}$ ), y el laplaciano ( $\nabla^2$ ). Además, es necesario adicionar las fuerzas virtuales a la ecuación.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (3.9)$$

Una descripción detallada se encuentra en Warsi (2005).

Lo anterior corresponde a las ecuaciones de Navier-Stokes, con las consideraciones indicadas. En estas ecuaciones las hipótesis de Boussinesq son válidas al considerar la densidad constante en todos los términos, a excepción de la gravedad. Por la complejidad matemática, es necesario aplicar otras consideraciones que permitan encontrar una solución. Su estudio lleva a las ecuaciones de Reynolds y la deducción de las ecuaciones de aguas someras. Estas últimas son resueltas por el sistema Telemac, que se presentan en el Capítulo 4.

### 3.3. Clasificación de ondas

Existen distintas clasificaciones de ondas. Desde el punto de vista físico se cuenta con dos tipos: las oscilatorias y las de traslación; en la primera no existe transporte de masa o de fluido y en la segunda sí. En hidrodinámica las teorías de ondas de agua son generalmente clasificadas en dos grandes familias: la teoría de pequeña amplitud (onda pequeña) y la teoría de gran amplitud (onda larga) (Le Méhauté, 1976).

Otra clasificación es por la forma de transmisión y propagación, en la cual también existen dos categorías principales de ondas: de cuerpo y superficiales. Las primeras pueden viajar en un solo medio, a consecuencia de perturbaciones como la presión en el caso de la onda de sonido,

o las ondas sísmicas debidas a fuerzas de compresión, dilatación o tensión. Las segundas se presentan en la interface entre dos medios diferentes, donde actúan fuerzas de restauración que inducen a un estado de equilibrio, o incluso a la configuración inicial, éstas pueden ser entre un sólido y un fluido (onda sísmica tipo Rayleigh), entre fluidos de diferente propiedad (como la densidad) y entre la interface aire-agua (olas) como en los océanos (Lin, 2008).

Este trabajo se centra en las ondas producidas en la superficie del agua, generadas por el movimiento del deslizamiento, que son denominadas de impulso. Por ello, se presenta una breve introducción conceptual al fenómeno de ondas. Las teorías se recopilaron de las siguientes fuentes: Wiegel (1964), Le Méhauté (1976), Mader (2004), Lin (2008), por lo que se recomienda su consulta.

En general, la solución a problemas de ondas en agua depende de la importancia de los términos convectivos (aceleraciones de la partícula), si son tomados en cuenta o no por la teoría empleada. Además, resulta más conveniente relacionar estos términos con parámetros más accesibles, que tratarlos directamente, como:

- la altura de onda,  $H$
- la longitud de onda,  $L$
- la profundidad,  $D$

Estos parámetros se consideran conocidos. La relación con los términos convectivos no es simple aunque los valores relativos facilitan la clasificación de las ondas.

En la teoría lineal se desprecian los términos convectivos, lo que permite linealizar las ecuaciones y establecer los parámetros relativos:

$$\frac{H}{L}, \frac{H}{D} \text{ y } \frac{L}{D}$$

La teoría es válida cuando estos parámetros son pequeños. Se considera que si la elevación de la superficie libre disminuye, también lo harán las velocidades de las partículas y pueden despreciarse los términos mencionados.

En aguas profundas el parámetro más importante es  $\frac{H}{L}$  y los otros dos se suponen pequeños; esta relación es conocida como pendiente de onda. En aguas someras el parámetro más significativo es  $\frac{H}{D}$ , denominado como altura relativa y en aguas intermedias es necesario implementar el parámetro de Ursell (1953), aplicable en los tres casos:

$$\mathbf{U}_R = \frac{H}{L} \left( \frac{L}{D} \right)^3 = \frac{L^2 H}{D^3} = \frac{H}{D} \left( \frac{L}{D} \right)^2 \quad (3.10)$$

El parámetro  $\mathbf{U}_R$  es esencialmente la altura relativa (efectos no lineales) y la relación del cuadrado de la longitud de onda con la profundidad (efectos dispersivos), representa una idea simple aunque no suficiente para definir la importancia de los efectos no lineales (Lin, 2008).

### 3.3.1. Onda lineal

La teoría describe solamente ondas oscilatorias, mientras que teorías de alto orden muestran que para ondas de amplitud finita existe transporte de masa en dirección de avance de la

onda, Wiegel (1964) indica que Stokes (1880) señala que la teoría lineal es válida cuando la pendiente de onda y la relación  $L^2H/2D^3$  es pequeña. Las consideraciones principales son:

- Las fuerzas que actúan se deben principalmente a la acción de la gravedad
- El fluido es incompresible
- El flujo es irrotacional, implica que se define un potencial de velocidades
- Satisface la ecuación de Laplace
- Supone que el movimiento tridimensional, puede ser representado por uno bidimensional vertical
- El fondo es impermeable, horizontal y constante
- Los efectos viscosos de la capa límite en el fondo son pequeños y se pueden omitir
- Se desprecia la tensión superficial y el efecto de Coriolis
- No existen pérdida de energía
- La solución se puede linealizar al despreciar términos de alto orden
- El  $\mathbf{F}_{rd}$  se convierte en la relación de la velocidad de perturbación sobre la superficie ( $c = \sqrt{gh}$ )
- La condición dinámica en la superficie se expresa mediante la ecuación de Bernoulli

### 3.3.2. Ondas oscilatorias

Se considera una onda como una perturbación o desplazamiento de la superficie libre,  $\eta(x, t)$ , a partir de un nivel de referencia (N.E), que viaja a lo largo del eje  $X$  a una velocidad  $c$  constante. Si un observador viajará paralelo con la onda, ésta se expresa en función de  $(x - Ct)$  obteniendo un perfil en estado permanente; este tipo de onda se denomina oscilatoria y pueden ser progresiva o permanente, su representación se muestra en la fig 3.1.

La distancia entre las crestas de la onda, se denomina longitud de onda  $L$ ,  $L = cT$ , donde  $T$  es el periodo de la onda, la amplitud es la mitad de la altura de la onda,  $a = H/2$ , y  $t$  es el tiempo, el número de onda es  $k = 2\pi/L$ , la frecuencia es  $f = 2\pi/T$ . La onda se mueve como una función armónica de izquierda a derecha, sin cambios en su forma.

$$\eta = \frac{H}{2} \sin 2\pi \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \quad ; \quad \eta = \frac{H}{2} \cos 2\pi \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \quad (3.11)$$

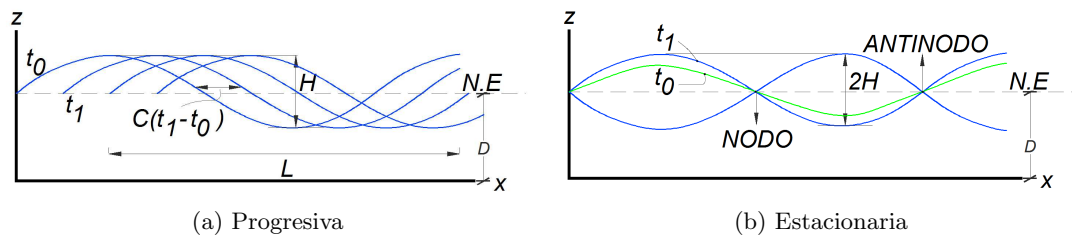


Fig 3.1. Ondas oscilatorias

Fuente: Modificada de Le Méhauté (1976)

En estas ondas, la partícula de agua se mueve de adelante hacia atrás al pasar la onda. La onda permanente (o estacionaria) se compone por dos funciones independientes en el tiempo y espacio

$$\phi = H \operatorname{sen} 2\pi \frac{x}{L} \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T} = \phi_1(x) \cdot \phi_2(t) \quad (3.12)$$

Las ondas viajan en dirección opuesta y presentan la misma amplitud y periodo. Si los términos convectivos son insignificantes, el movimiento se define por una adición lineal de las ecuaciones para las dos ondas progresivas.

$$\frac{H}{2} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{L}(x - Ct) + \frac{H}{2} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{L}(x + Ct) = H \operatorname{sen} \frac{2\pi}{L} x \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (3.13)$$

### 3.3.3. Ondas de traslación

En éstas existe transporte de agua en la dirección que se propaga la onda. Algunos ejemplos son: salto hidráulico, rotura de presa, oleaje en costas, onda solitaria, ondas de avenidas en ríos, ondas de marea, etc. En ocasiones las ondas oscilatorias y de traslación resultan ser muy parecidas y son tratadas con los mismos métodos.

### 3.3.4. Ondas no lineales

A medida en que la amplitud de onda se incrementa, los términos de alto orden pueden volverse importantes (despreciados en la derivación de la teoría lineal). Por ello, esta teoría toma en consideración parcialmente los términos convectivos, con lo que se pueden describir grandes ondas.

#### *Ondas cortas*

Es definida también como una teoría lineal debido a que los términos convectivos son muy pequeños; el parámetro  $U_{\mathbf{R}}$  la define como lineal si es menor a 1 y no lineal si es menor a 10. En la primera no existe transporte de masa y su solución es exacta, mientras que en la segunda existe un pequeño transporte de masa y su solución es mediante series de potencias en relación a  $H/L$ . Presenta un comportamiento asintótico debido a la función tangencial hiperbólica en la ecuación de dispersión ( $\sigma^2 = gk \tanh(kh)$ ), donde  $k$  es el número de onda, la celeridad o velocidad de fase se calcula con  $c = L/T = \sigma/k$ .

Una característica es que el número de onda no depende del tirante local, es decir,  $k = \sigma^2/g$  (ver la ecuación de dispersión anterior), por lo que para un periodo de onda dado, la profundidad perderá los efectos de la onda sobre la superficie después de un cierto límite; las ondas cortas se clasifican con la relación  $kD \gg 1$  y son inducidas por las propiedades del flujo.

#### *Ondas largas*

La ecuación de dispersión se reduce a una velocidad de fase (celeridad de onda) que depende únicamente de la profundidad local ( $c = \sqrt{gh}$ ), comúnmente empleada en canales abiertos. La velocidad horizontal, aceleración y presión dinámica son uniformes a través de las aguas profundas; la velocidad y la aceleración vertical decaen linealmente de la superficie del agua al fondo, donde se pueden omitir. Se caracteriza por que el movimiento horizontal es predominante sobre el vertical. Su clasificación se refieren a ondas con  $kD \ll 1$ .

### ***Onda solitaria***

La onda solitaria es considerada como una onda de traslación, es difícil que se forme aunque es bastante sencilla de emplearla como aproximación. Se genera totalmente sobre la superficie del nivel original, es decir, teóricamente no presenta valle, aunque experimentalmente se han visualizado pequeños valles, que pueden omitirse; por ello, se dice que su periodo es infinito. Su generación es ocasionada con objetos en caída vertical, pero también se puede generar dejando caer un cuerpo dentro del agua, empujando hacia adelante y hacia atrás un contenedor de agua, aunque otros tipos de ondas se pueden formar por el mismo medio. Además, presenta un seguimiento de pequeñas ondas dispersivas, por ello es relacionada con tsunamis, los cuales viajan grandes distancias manteniendo la forma de la onda y su energía, hasta impactar en la costa.

### ***Ondas de impulso***

El análisis de este tipo de fenómenos se basa principalmente en estudios de tsunamis, asociados a grandes movimientos sísmicos, explosiones, erupciones volcánicas; todos ellos submarinos. La onda solitaria es relacionada con estos fenómenos por las características descritas anteriormente.

Las ondas generadas por deslizamientos son ocasionadas por el movimiento de masas rocosas denominado *mecanismo de generación* (Enet y Grilli, 2007). El movimiento del deslizamiento transfiere la energía al fluido, ocasionando un desplazamiento vertical del agua que se propaga rápidamente en todas las direcciones del medio. Por un lado, la fuerza de gravedad acelera el bloque y por el otro, actúa como fuerza restauradora al disipar la onda. La onda tendría una apariencia de tsunami (Wiegel, 1964) como la generada en la naturaleza, aunque muchos experimentos han confirmado la presencia de otros tipos de onda.

El mecanismo de generación de ondas, puede modelarse de distintas maneras, sin embargo, la caracterización y aproximación del movimiento resulta ser una tarea compleja, por la cantidad de variables que intervienen. La escasez de información obliga a realizar estudios físicos, aunque se pueden hacer estimaciones rigurosas mediante el análisis de eventos documentados o la aplicación de soluciones numéricas sin validación, pero los resultados serían controvertidos; además, las soluciones analíticas se ven limitadas a ciertos casos, debido a que no se conocen las características de la onda *a priori*.

Una revisión de la literatura sobre los tipos de onda de impulso (generalmente no lineales) que se presentan comúnmente en los estudios sobre deslizamientos son: onda cnoidal, solitaria, transitoria, oscilatoria, Stokes y de marea. Heller y Hager (2011), presentan una clasificación detallada y proporcionan secuencias de imágenes en la formación de cada onda, así como un registro en el tiempo del comportamiento de la superficie libre.

## **3.4. Técnicas de estudio de ondas en agua**

### **3.4.1. Modelación analítica de onda**

La naturaleza del sistema físico de ondas resulta ser complicado; sin embargo, con ciertas simplificaciones y un modelo teórico que contenga las características más importantes, es posible aplicar la teoría lineal o no lineal (teoría de Stokes, cnoidal, etc.), que retiene algunos

términos de alto orden.

En la mayoría de las ocasiones, el sistema se expresa por ecuaciones matemáticas en forma de Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDP) o Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) denominadas como de gobierno.

Los modelos encontrados en la literatura presentan una rigurosa derivación matemática concisa y clara, que considera la física del fenómeno en laboratorio, con lo cual se obtienen soluciones particulares establecidas por las condiciones específicas de cada evento. Aunque, como se ha mencionado, no se conocen de antemano las características de la onda ocasionadas por un deslizamiento, por ello, la modelación analítica se ve limitada en gran medida.

### 3.4.2. Modelación física de onda

La modelación física tiene sus orígenes en la formulación empírica, la cual bajo una expresión matemática simple, describe el comportamiento del sistema considerando la esencia del problema. En ingeniería es bien aceptada y ha permanecido debido a que permite entender la física del fenómeno, su comprobación (numérica o analítica) ha cobrado veracidad en muchos problemas documentados a lo largo del tiempo e incluso en una cantidad importante de experimentos, aunque, se ve limitada a ciertos rangos de validez; cuando se estudia otro fenómeno similar o se tiene otra consideración ya no resulta tan adecuada.

Lo anterior ha permitido el desarrollo de la experimentación, conocer el comportamiento de un fenómeno en particular; como el tratado en este texto. Dependiendo del interés del fenómeno, se puede construir un pequeño modelo físico a escala en laboratorio, donde se controlan algunas características del sistema, respetando una cierta ley de escalas, lo que permite estimar algunas otras.

La información obtenida puede ser extrapolada con base en estas leyes y estimar las características en el sistema real (sistema prototipo). Esta aproximación es llamada modelación física de onda. Permite visualizar el fenómeno y entender los procesos físicos importantes del mismo. Sin embargo, un modelo físico que satisfaga todas las leyes de escala importantes, basado en diseño y construcción, es poco probable.

Otro enfoque, es el funcionamiento bajo ciertas circunstancias (escenarios), que permite modificar las variables de interés y observar cómo se comporta el sistema, aunque se traduce en altos costos y una demanda más tiempo.

### 3.4.3. Modelación numérica de onda

La modelación numérica de ondas, es una combinación de la representación matemática y técnicas numéricas, con base en la aproximación del problema físico, a diferencia de la modelación analítica, ésta consiste en cómo determinar la solución de las ecuaciones de gobierno. Además, se debe tener en cuenta, los diferentes niveles de aproximación que se consideren, por ejemplo, la abstracción matemática del fenómeno.

Existen diferentes modelos de ecuaciones de onda entre los que destacan: los espectrales, de pendiente suave, de Boussinesq, de aguas someras, quasi-tridimensional de presión hidrostática, de Navier-Stokes, etc. Sin embargo, se describen en el siguiente apartado solo los considerados



como adecuados para el problema de deslizamientos en embalses.

## 3.5. Modelos de ecuaciones de onda

Los primeros dos modelos de onda (Subsección 3.5.1 y Subsección 3.5.2) operan en dos dimensiones (2D) horizontal debido a la integración vertical. Para simular flujos con variaciones en la profundidad es aconsejable emplear modelos propuestos en la Subsección 3.5.3.

### 3.5.1. Modelos de ecuaciones de onda de Boussinesq

Empleado comúnmente en zonas cercanas a la costa donde predomina una alta no linealidad de la onda. Es una ecuación promediada en la profundidad que considera términos parciales de dispersión, los cuales representan los efectos de aceleración vertical del fluido.

Su rango de validez es en aguas intermedias y someras, antes de la ruptura de la onda, aunque en las aplicaciones en ingeniería se ha extendido más allá del punto de ruptura, hasta la zona de ascenso de la onda. Presenta la particularidad de que no asume una periodicidad del flujo y por tanto es recomendado en ondas inducidas por acciones de impulso como: solitarias, por deslizamientos, por tsunamis, no permanentes en canales abiertos, entre otras.

### 3.5.2. Modelos de ecuaciones de onda en aguas poco profundas

Las ecuaciones de aguas someras (SWE<sup>1</sup>) se consideran aceptables en la modelación de tsunamis o grandes ondas. Comparado con el modelo de Boussinesq, resulta ser más simple debido a que supone un flujo uniforme en la profundidad y se omiten los efectos dispersivos de la onda. Las aplicaciones se extienden a mareas y flujos en ríos, por lo que han adquirido mayor relevancia en los últimos años. La característica principal es que la escala horizontal del flujo es mucho mayor que la escala vertical.

### 3.5.3. Modelos de ecuaciones de onda quasi-tridimensional y tridimensional

Los modelos tridimensionales (3D) se basan en las ecuaciones de Navier-Stokes fundamentadas en el principio general de masa y conservación del *Momentum*. Además, se incluyen algunos modelos para considerar los efectos de turbulencia, lo que permite describir cualquier tipo de flujo de fluido incluyendo las ondas, con casi ninguna limitación estos modelos son bastante costosos en tiempos computacionales y son limitados a resolver fenómenos locales cercanos a la zona de interés.

Los modelos quasi-tridimensionales generalmente asumen una presión hidrostática; al no considerarse la turbulencia se reduce al flujo potencial (Ecuación de Laplace), que no produce efectos de ruptura de onda (por el supuesto de flujo irrotacional), con aplicaciones en aguas someras a profundas.

---

<sup>1</sup>Shallow Water Ecuations, por sus siglas en inglés

---

## MODELACIÓN MATEMÁTICA CON TELEMAC-2D

---

### 4.1. Introducción

Actualmente la computación es una herramienta complementaria de los modelos físicos. La evolución impresionante de los métodos numéricos y algoritmos ha permitido reproducir algunos fenómenos cada vez con más detalle. La aplicación numérica dentro de la ingeniería permite presentar escenarios bajo condiciones de interés y con ello tomar decisiones para evitar catástrofes como lo puede ser la propagación de ondas en embalses. La tendencia es validar el modelo numérico mediante experimentos de laboratorio.

El sistema Telemac-Mascaret 2D (EDF-R&D, 2014a) se basa esencialmente en la técnica de elementos finitos, aunque no es única. Su principal virtud reside en la caracterización de magnitudes hidráulicas dependientes de la geometría, la cual es una representación del terreno y se discretiza mediante mallas no estructuradas de elementos triangulares, el cálculo se realiza en cada nodo de la malla y pueden definirse zonas de mayor importancia.

El sistema ofrece resultados confiables y de calidad para el análisis hidráulico, los cuales permiten la comprensión de fenómenos hidráulicos, aunque es recomendable tener el conocimiento del fenómeno analizado. Su principal aplicación, es el cálculo de la superficie libre, en la hidráulica fluvial y marítima. Algunos de los fenómenos que pueden estudiarse son flujos críticos y supercríticos, propagación de ondas, turbulencia, sedimentos, calidad del agua, análisis de flujos con estructuras como presas, diques, alcantarillas, etc.

En la mayoría de los problemas es necesario realizar ciertas consideraciones para determinar la solución, esto es común en métodos computacionales, donde la abstracción matemática del fenómeno físico puede llegar a ser compleja. Por ello, algunos componentes pueden no ser consideradas, ya sea porque son pequeñas aportaciones, se consideran insignificantes o su formulación no ha sido comprendida por completo, como es el caso del fenómeno de la turbulencia. Además, la representación codificada en un lenguaje máquina, está limitada por: la precisión, la capacidad de memoria, la velocidad y otras características de los equipos de cómputo.

El sistema se desarrolló en Fortran 90, que es un código científico con una serie de

comandos de forma secuencial y estructurada, el usuario debe preparar los archivos de trabajo (pre-proceso), con lo cual el programa realiza el cálculo y proporciona los resultados (post-proceso), mediante la interfaz con Blue Kenue (2011). Lo anterior define el proceso general de solución a problemas de flujo a superficie libre.

#### 4.1.1. Objetivo de la modelación

Simular el movimiento de una ladera (bloque de laboratorio) sobre un embalse (tanque experimental) y estimar el comportamiento de las ondas provocados por el mismo, presentar los resultados del modelo numérico comparados con las mediciones experimentales de laboratorio.

La aplicación sobre un posible deslizamiento en el embalse de la Yesca es con el objetivo de revisar el comportamiento hidrodinámico del embalse perturbado por el movimiento de la geometría real del deslizamiento, así como determinar los alcances de la simulación numérica mostrando la complejidad del fenómeno, por lo que se discuten sus resultados.

## 4.2. Modelo hidrodinámico TELEMAC-2D

El modelo Telemac-2D permite resolver las ecuaciones de flujo a superficie libre promediado en la profundidad, atribuidas a Barré de Saint-Venant (1871). Las principales variables de interés son el tirante y los componentes de la velocidad. El sistema resuelve las siguientes ecuaciones hidrodinámicas en 2D, en coordenadas cartesianas, ver EDF-R&D (2014b):

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(h) + h \operatorname{div}(\mathbf{u}) = S_h \quad (4.1)$$

Ecuación de *Momentum* a lo largo de los ejes  $x, y$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(u) = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + F_x + \frac{1}{h} \operatorname{div}(h \nu_t \nabla u) \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(v) = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + F_y + \frac{1}{h} \operatorname{div}(h \nu_t \nabla v) \quad (4.3)$$

Conservación de especies

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(T) = F_T + \frac{1}{h} \operatorname{div}(h \nu_T \nabla T) \quad (4.4)$$

donde:

$h$	tirante de agua o profundidad, en m
$S_h$	fuelle o sumidero del fluido, en m/s
$u(x, y, t); v(x, y, t)$	componentes horizontales de la velocidad en dirección $x, y$ , en m/s
$\eta(x, y, t)$	elevación de la superficie libre, en m
$F_x, F_y$	términos de fuerzas (fricción, etc.) o fuente en las ecuaciones dinámicas
$t$	tiempo, en s
$\nu_t; \nu_T$	coeficientes de viscosidad turbulenta o de difusión
$T$	indicador pasivo (no flotante), en g/l o °C
$x, y$	coordenadas espaciales horizontales, en m

Generalmente  $F_x$  y  $F_y$  (N m/s<sup>2</sup>) son términos que representan el viento o la fuerza de Coriolis (para grandes dominios), la fricción de fondo, una fuente o sumidero dentro del dominio. Las variables pueden ser advectadas por separado y la viscosidad turbulenta se puede imponer o ser determinada por un modelo que simula el transporte de cantidades turbulentas como energía cinética ( $\kappa$ ) y la disipación ( $\varepsilon$ ), las ecuaciones son:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(\kappa) = \frac{1}{h} \text{div} \left( h \frac{\nu_t}{\sigma_k} \nabla \kappa \right) + P - \varepsilon + P_{\kappa v} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(\varepsilon) = \frac{1}{h} \text{div} \left( h \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{\kappa} (c_{1\varepsilon} P - c_{2\varepsilon} \varepsilon) + P_{\varepsilon v} \quad (4.6)$$

Los términos del lado derecho de las ecuaciones (4.5) y (4.6) representan la producción y destrucción de cantidades turbulentas (energía y disipación).

La ecuación de Boussinesq en el sistema Telemac se define con la adición de los términos indicados en la siguiente ecuación, a la derecha de la ecuación de *Momentum*. Son términos que consideran que la distribución de presión es no hidrostática y que pueden tomar importancia dependiendo del tipo de flujo a analizar (Hervouet, 2007).

$$\frac{H_o^2}{6} \nabla \left[ \nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) \right] + \frac{H_o}{2} \nabla \left[ \nabla \cdot \left( H_o \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) \right] \quad (4.7)$$

La descripción del algoritmo en dos dimensiones (promediado en la profundidad) para la propagación de ondas dispersivas no lineales descritas por Boussinesq es presentada por Do Carmo *et al.* (1993), quien propone la aproximación a tales ecuaciones.

### 4.3. Descripción geométrica

Se ha definido el dominio de estudio como  $\Omega$ , en un sistema de referencia  $(x, y, z)$ . El dominio es limitado por el fondo ( $Z_f(x, y, t)$ ), la superficie libre ( $Z_s(x, y, t)$ ) y la frontera ( $\Gamma$ ), ver fig 4.1. El  $\Omega 2D$  se establece por la proyección horizontal sobre el plano  $xy$ .

$$\Omega = \{(x, y, z) \in R^3 : (x, y) \in \Omega 2D\} \quad y \quad Z_f(x, y, t) \leq z \leq Z_s(x, y, t) \quad (4.8)$$

La columna de agua es denotada por  $h$  y se define desde el fondo hasta la superficie libre,  $h = Z_s - Z_f$ . El fondo (geometría) casi siempre es un dato conocido. La superficie libre  $Z_s(x, y, t)$  adquiere la forma de  $\eta = Z_s(x, y, t)$ , donde  $t$  denota el tiempo y puede ser reescrita como  $\Phi(x, y, z, t) = 0$ ; se tiene que

$$\Phi(x, y, z, t) = \eta - Z_s(x, y, z) \quad (4.9)$$

El vector de superficie libre se representa por el gradiente en las dos direcciones,  $\mathbf{n} = \nabla(\Phi)$ , que representa el volumen de agua contenida dentro del  $\Omega 2D$ , por lo que los componentes del vector de superficie y el fondo no normalizados son

$$\mathbf{n}_s = \left( -\frac{\partial \eta}{\partial x}, -\frac{\partial \eta}{\partial y}, 1 \right) \quad ; \quad \mathbf{n}_f = \left( \frac{\partial \eta}{\partial x}, \frac{\partial \eta}{\partial y}, -1 \right) \quad (4.10)$$

Se aprecia que los signos representan el significado del volumen contenido dentro del dominio, debido al sistema de referencia.

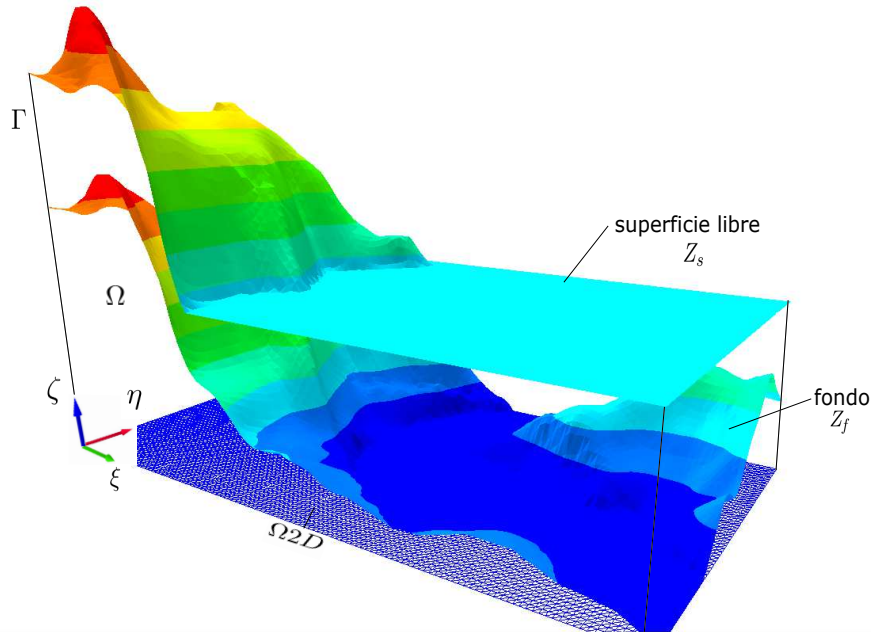


Fig 4.1. Dominio de cálculo

#### 4.4. Condiciones iniciales y de frontera

En problemas transitorios sobre un  $\Omega_{2D}$ , se deben de especificar condiciones iniciales y de frontera, esto con el fin de obtener una solución única al problema establecido. El número de condiciones de frontera necesarias, es igual al mayor orden de derivadas en el espacio y las ecuaciones de gobierno para cada coordenada en el mismo. Generalmente se especifican tres tipos de condiciones de frontera: condición de Dirichlet (se asigna un escalar a la variable), Neumann (se proporciona un gradiente o derivada de la variable) y mixta (se proporciona la combinación de las dos anteriores), es decir:

$$\phi = f_1 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = f_2 \quad (4.12)$$

$$a\phi + b\frac{\partial \phi}{\partial n} = f_3 \quad (4.13)$$

El sistema permite representar geometrías complejas, sobre las cuales se simulan flujos a superficie libre; limitadas por las características presentadas en la sección anterior. El proceso de las condiciones de fronteras es establecido en el siguiente orden: fondo, superficie libre, muros y fronteras abiertas.

#### 4.5. Condición CFL

La propagación correcta de la información depende de la relación del incremento de malla ( $\Delta x$ ) y el incremento de tiempo ( $\Delta t$ ); si esta relación no es adecuada se podrán presentar inestabilidades. Por tanto, la condición que se debe cumplir, es que el número de Courant (CFL<sup>1</sup>) sea menor que la unidad y  $u$  representa la velocidad de propagación. Sin embargo, en

<sup>1</sup>En honor a Courant, Friedrichs y Levy

ocasiones puede ser superado sin afectar los resultados

$$C = u \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (4.14)$$

## 4.6. Discretización

La solución a ecuaciones diferenciales parciales mediante técnicas numéricas conlleva a discretizar el dominio, es decir, dividirlo en pequeños elementos geométricos para aproximar el *continuo* en tiempo y espacio, obteniendo así una malla sobre la cual se desarrolla el cálculo.

El diseño de la malla juega un papel importante, ya que condicionará el tiempo de cálculo (horas maquina), para dar solución al sistema de ecuaciones empleado, el cual representa el problema físico. Por ello, determinar la configuración que ofrezca una mejor aproximación en tiempo de cómputo menor también forma parte del problema. Además, es necesario cumplir las condiciones de precisión y estabilidad numérica. A medida que el flujo es más turbulento las características anteriores toman importancia.

La generación de la malla se llevó a cabo mediante la herramienta Blue Kenue (2011), la cual permite realizar el pre-proceso y post-proceso del análisis hidráulico, para mayor información se recomienda consultar CHC (2011).

### 4.6.1. Pre-proceso del modelo numérico experimental

Las características geométricas del tanque se muestran en la fig 4.2. Se aprecian cuatro líneas que parten del eje de simetría (1 a 6, 7 a 12, 13 a 18 y 19 a 24) con ángulos de:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ . Cada una de ellas cuenta con seis puntos de medición, dando un total de 24. La localización de cada uno de estos puntos es a partir del nivel de agua marcado sobre la rampa para cada experimento, por lo que no son fijos. Las características del bloque se presentaron en la Subsección 2.4.1.

La geometría completa del modelo matemático del tanque se elaboró con doce mallas anidada (fig 4.3). La primera corresponde a la rampa y contiene los elementos que simulan la cinemática del bloque durante el tiempo de cálculo. Ésta será provista por la solución de la ec 2.3 tratada en el Capítulo 5. La malla es estructurada con elementos triangulares, donde dos elementos generan un cuadrado. Las subsecuentes mallas se generan de forma concéntrica, como no estructuradas.

Los correspondientes incrementos espaciales son: 1, 1, 1.25, 1.50, 1.75, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7 y 10 cm. Además, se desarrollan dos zonas de transición, localizadas a los costados de la rampa, debido al cambio abrupto de la profundidad; ya que durante la reproducción numérica de los experimentos se presentaban problemas de propagación en esa zona.

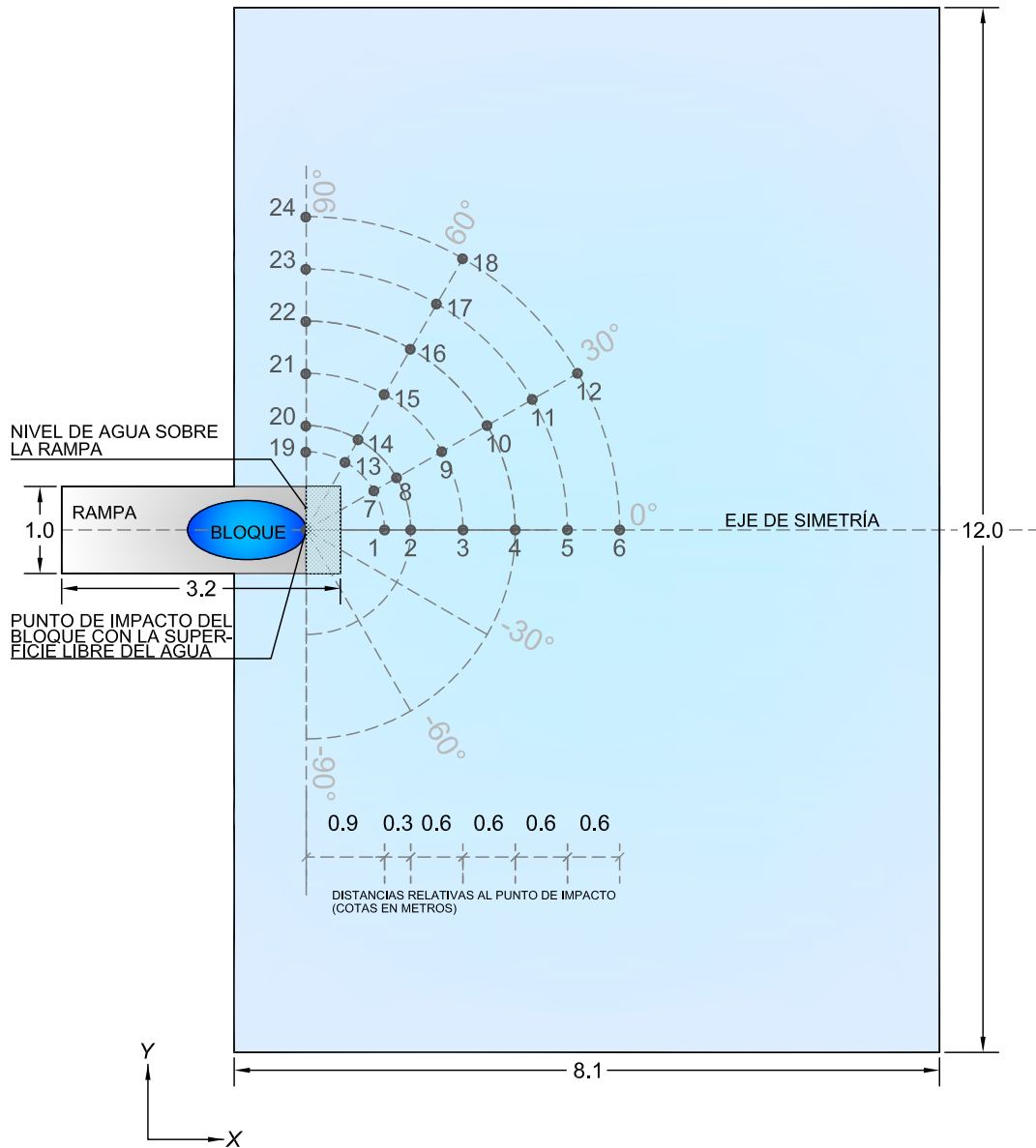
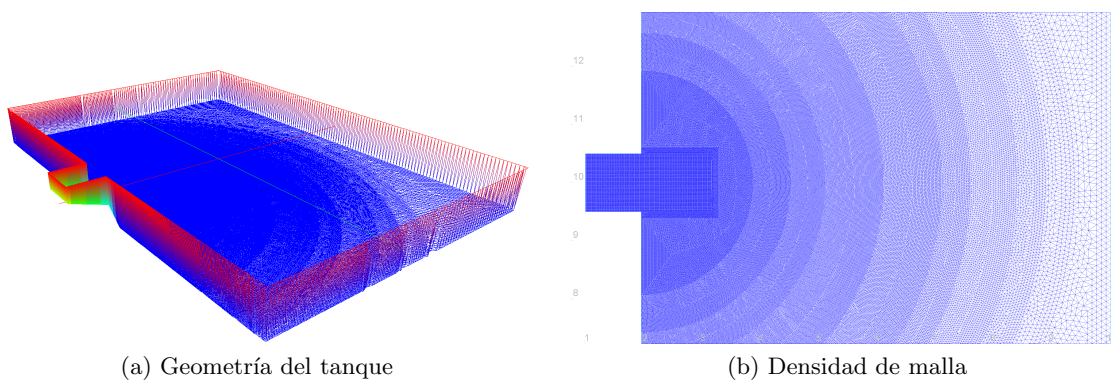


Fig 4.2. Dispositivo experimental y puntos de medición



(a) Geometría del tanque

(b) Densidad de malla

Fig 4.3. Modelo geométrico experimental

#### 4.6.2. Pre-proceso del modelo numérico del embalse la Yesca

La geometría del embalse se obtuvo del Modelo Digital de Elevaciones (MDE) de INEGI (2016) correspondientes a las cartas: F13D33, F13D34, F13D35, F13D43, F13D44, F13D45, F13D53, F13D54 y F13D55, con una resolución de 15 m. A partir de éste se generaron las curvas de nivel y se propuso como frontera superior la cota 700 msnm.

Se establece un sistema local en las coordenadas  $x = 590000$ ,  $y = 2300000$  y  $z = 420$ , debido a la peculiar manera de elaboración de la malla en Blue Kenue (2011) y por algunos problemas en el movimiento de los elementos, se giró el sistema  $+25.6797^\circ$  (en sentido de las manecillas del reloj) para orientarlo al norte, con punto de giro en  $x = 6826.980$ ,  $y = 42303.732$  y  $z = 0$  del sistema local; este punto también corresponde al nodo inicial de la malla móvil. La cota 420 msnm es el nivel más bajo en el embalse y se propuso como corrección al MDE debido a que no se cuenta con información en algunas zonas dentro del cauce, fig 4.4.

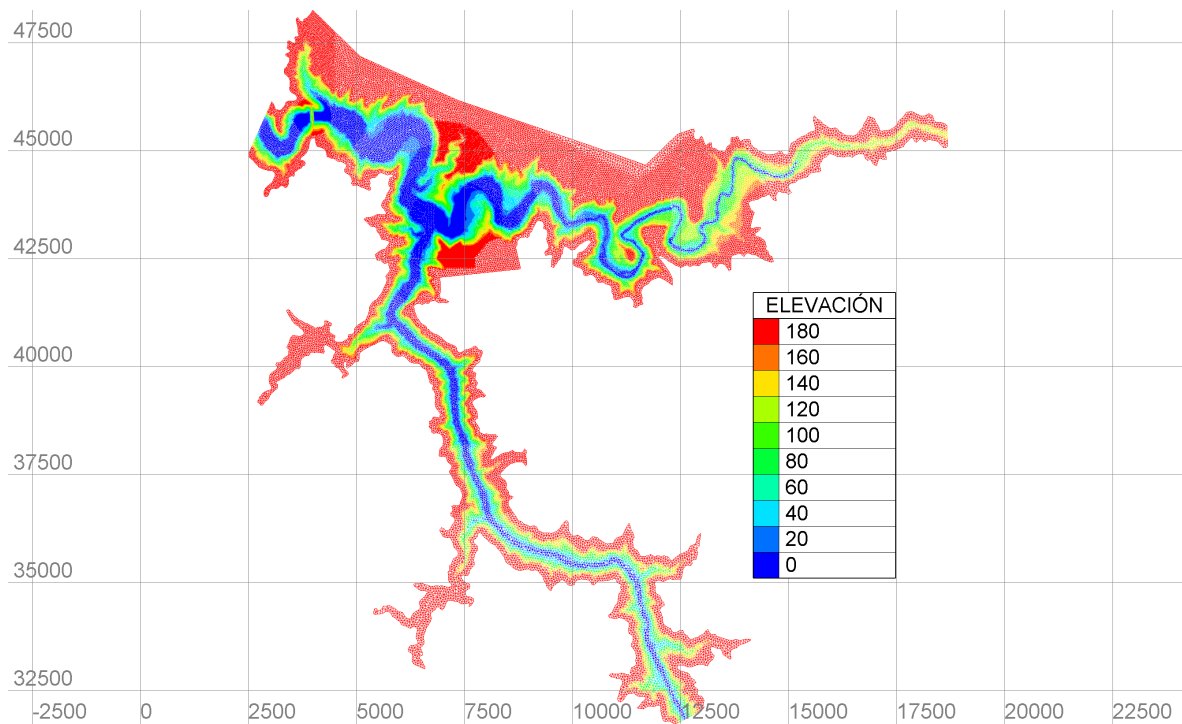


Fig 4.4. Embalse, sistema local

La construcción de la malla se realizó concéntricamente a partir de la zona de impacto con elementos de 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 80 y 100 m. Además, es necesario refinar zonas para tener una adecuada caracterización, como: la cortina ( $x = 4000$ ,  $y = 45800$ , en la fig 4.6 se muestra el cauce con la cortina), la ladera localizada frente al posible deslizamiento ( $x = 7500$ ,  $y = 45200$ ) y la zona cercana al impacto ( $x = 7200$ ,  $y = 43200$ ).

El primer límite corresponde a la cota 600 msnm, posterior a ella se incrementan los elementos desde 45 m dentro de los primeros 5 km de la zona de impacto y en las colas del embalse, elementos de 80 y 100 m, fig 4.5.



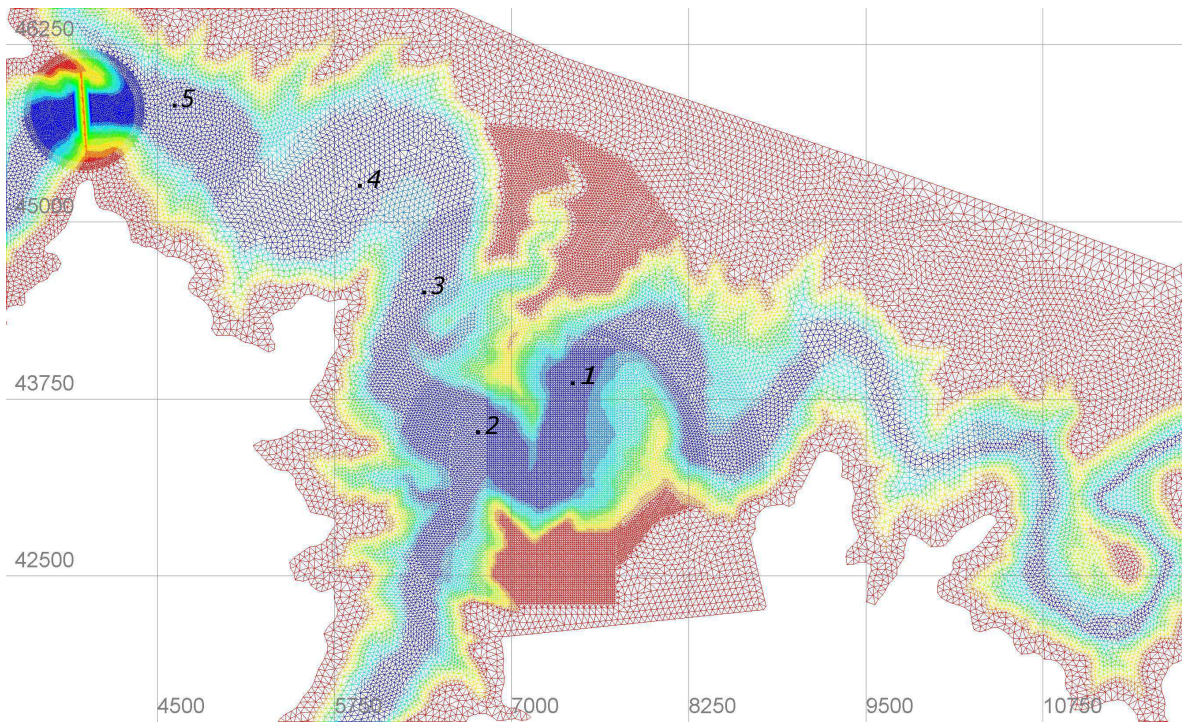


Fig 4.5. Puntos de medición y densidad de malla

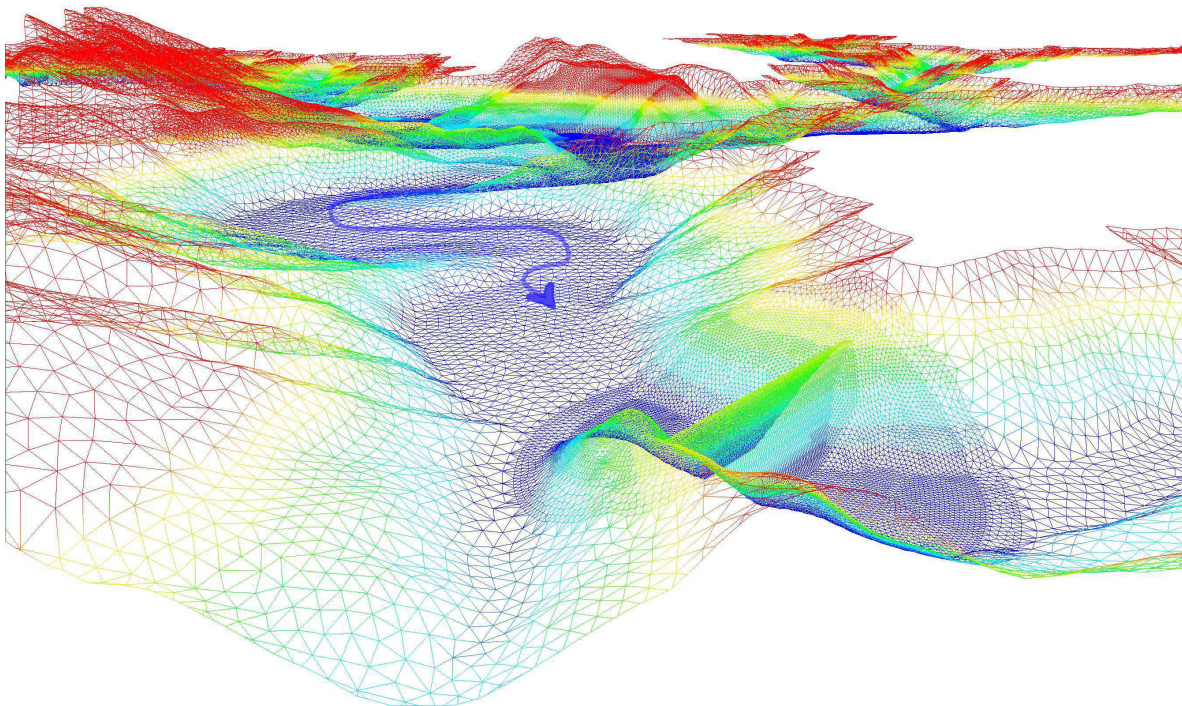


Fig 4.6. Zona de la cortina

## 4.7. Descripción adicional

Existe una serie de archivos que son obligatorios en el proceso como la geometría, las condiciones de contorno y frontera, así como especificar archivos de salida que

corresponden a los resultados. Adicionalmente se puede complementar información con archivos de programación específica (Fortran o Python), fronteras líquidas, curva nivel-caudal (hidrograma o descarga), continuar un cálculo previo, etc.

#### 4.7.1. Archivo de geometría

Este archivo contiene toda la información de la malla, número de nodos (puntos), número de elementos, coordenadas  $(X, Y)$ , tabla de conectividad, información topográfica (asociación de elevaciones en cada nodo), coeficientes de fricción, etc. La información es suministrada en la etapa de pre-proceso.

#### 4.7.2. Archivo de resultados

En este archivo se almacena la información del cálculo en formato binario, propio del sistema Telemac, denominado *selafin*. Los archivos binarios son gestionados al interior del sistema, el formato de precisión simple puede ser leído por las herramientas de post-proceso.

#### 4.7.3. Archivo de condiciones de frontera

Cada línea de este archivo es dedicado a un nodo contenido en el límite de la malla (frontera), la numeración de los nodos corresponde a una línea sobre el archivo, también es asociado a la numeración general de los nodos de la malla. En cada columna se especifica la condición de la frontera, si es abierta o cerrada. En todos los casos aquí presentados la condición corresponde a una frontera cerrada.

#### 4.7.4. Archivo controlador

Contiene toda la información sobre las palabras clave (en francés o inglés) que son especificadas por el usuario, para el modelo de interés. Se especifican los archivos de geometría, condiciones de frontera, de resultados (salida) y adicionales. También se indican las variables a calcular (velocidades, presión, fondo, tirante, celeridad, superficie libre, Courant, Froude, etc), las condiciones iniciales del flujo (estado inicial de simulación), las condiciones de frontera, parámetros numéricos y parámetros físicos, entre otros. En el caso de continuación de un cálculo, las condiciones iniciales corresponden al último instante del cálculo previo (se debe de conservar la misma malla) y en algunos casos el sistema vuelve a calcular algunas variables.

#### 4.7.5. Subrutinas

En ocasiones es necesario programar funciones particulares sobre un módulo del sistema debido a que no están previstas en la versión estándar, esto se realiza mediante el uso de subrutinas específicas disponibles. Al identificar ésta (archivo Fortran) se modifica y acopla a las necesidades del modelo a reproducir, se copia en el directorio de trabajo y se especifica en el archivo controlador.

La modificación de niveles de fondo (topografía) pueden ser aplicados al comienzo del cálculo con la subrutina *CORFON*, que es llamada una vez, lo que permite que el valor de la variable *ZF* sea modificada en cada nodo de malla o únicamente en ciertos elementos. Para este fin, una serie de variables tales como las coordenadas del punto, los valores del área de los elementos, la tabla de conectividad, etc., se proporcionan en la subrutina.

El archivo Fortran debe contener todas las subrutinas de Telemac-2D modificadas por el usuario y las que han sido especialmente desarrolladas para el cálculo. Este archivo se compila y se enlaza con el fin de generar el programa ejecutable para la simulación. Se dispone de dos archivos de datos binarios especificados por las palabras clave *BINARY DATA FILE 1* y *BINARY DATA FILE 2*, que están disponibles para proporcionar información adicional al modelo y deben ser especificadas por el usuario; la lectura dentro del programa Fortran corresponden a las unidades lógicas 24 y 25. Lo referente a programación en el sistema Telemac se encuentra en EDF-R&D (2010).

---

## ESTUDIO NUMÉRICO - EXPERIMENTAL

---

### 5.1. Análisis experimental

Las metodologías para estimar las características de las ondas por deslizamientos en embalses son limitadas y su estudio es complicado. Por ello, es necesaria la modelación física del fenómeno y su reproducción mediante experimentos en laboratorio.

Con el fin de obtener información sobre el tema, Gómez (2015) estudia las ondas ocasionadas por deslizamientos y presenta un estudio físico de laboratorio. En el análisis describe el proceso de sus experimentos, los cuales presentan variación de parámetros como la masa, densidad, posición espacial, etc., y son ensayados a distintas profundidades; reporta un registro en el tiempo del comportamiento de la superficie libre del agua. También presentó imágenes de alta velocidad a fin de apreciar el fenómeno debido a que el ojo humano no es capaz de seguirlo por el breve instante del tiempo en el que ocurre.

Estos experimentos se describieron brevemente en la Subsección 2.4.1 y son empleados en este trabajo con el objetivo de contrastar los resultados numéricos y determinar los alcances del modelo bidimensional.

En lo correspondiente a los resultados experimentales del embalse la Yesca, éstos se obtuvieron de las referencias mencionadas, al igual que los parámetros de la ladera inestable y las condiciones iniciales. Además, algunas características fueron inferidas para desarrollar la simulación numérica. La descripción del modelo físico se presentó en la Subsección 2.4.2.

### 5.2. Análisis numérico

Los escenarios numéricos pueden ser reproducidos por los procesos descritos en los capítulos anteriores. Para ello fue necesario desarrollar algunos códigos de programación elaborados en MATLAB (2014), que proporcionan la solución del movimiento del deslizamiento, por lo que se requieren las variables y parámetros presentados en la tabla 5.1.

La solución al movimiento del deslizamiento además proporciona la variación en la vertical de los nodos que conforman el mismo, en cada instante de tiempo, sobre el  $\Omega 2D$ , con lo que

es posible modelar numéricamente la hidrodinámica en el embalse.

Tabla 5.1. Parámetros del modelo

Parámetro	Unidad	Descripción
$l$	m	longitud del bloque
$b$	m	ancho del bloque
$\varepsilon$		parámetro geométrico
$T_b$	m	altura máxima
$\xi$	m	longitud de la malla móvil
$\eta$	m	ancho de la malla móvil
$\Delta\xi, \Delta\eta$	m	incremento espacial horizontal en la dirección $\xi$ y $\eta$
$\alpha$	°	ángulo de inclinación del plano de falla
$C_f$		coeficiente de fricción dinámica
$C_d$		coeficiente total de arrastre en el agua
$\Delta t$	s	incremento de tiempo
$t_f$	s	tiempo final de cálculo
$C_m$		coeficiente de masa añadida del sistema completo
$X_{rh}$	m	distancia relativa al nivel de agua (- fuera, + dentro)
$\gamma$		densidad relativa del bloque
$h$	m	nivel de agua en el tanque
$X_{PF}$	m	longitud del plano de falla

En la solución de la hidrodinámica en el embalse, es necesario especificar la información general del problema (en el archivo controlador), descrito en el Capítulo 4.

### 5.3. Solución numérica de la cinemática del deslizamiento

El análisis del movimiento del bloque parte de la cinemática. Para ello, es necesario determinar las variables que actúan sobre el deslizamiento y que se han presentado en la Sección 2.1.

Una parte del problema radica en determinar las magnitudes de los parámetros que interactúan en el movimiento. La aplicación numérica queda condicionada con la confiabilidad de éstos y por ello es necesario integrar un equipo multidisciplinario, para reducir en lo posible la incertidumbre de los mismos. Determinados los parámetros y con las consideraciones realizadas, lo siguiente es calcular la solución de la ec 2.3. Esta solución es obtenida con un marco de referencia Lagrangiano que permite determinar el movimiento del deslizamiento, mediante una malla móvil, la cual se resume, en la variación de la elevación del fondo de los nodos de la malla empleada en el cálculo de la hidrodinámica (enfoque Euleriano), para cada instante de tiempo.

La solución a la ecuación diferencial (2.3), se obtiene con la aplicación de métodos numéricos, aquí se emplea el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Así, en la solución numérica de problemas con condiciones iniciales, se tiene la posibilidad de transformar la ec 2.3 en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden. Con el cual es posible estimar la aceleración, velocidad y posición del bloque.

Para cada aproximación, el método corrige con una ponderación de cuatro estimaciones necesarias, reduciendo con ello el error. Se integra en dos ocasiones para calcular la velocidad y la posición del objeto, en cada instante de tiempo; con lo que resulta un total de ocho ecuaciones en cada aproximación. La solución por Runge-Kutta de cuarto orden de manera compacta es:

$$k_{1,i} = \Delta t f_i(t_j, x_{1,j}, x_{2,j}) \quad (5.1)$$

$$k_{2,i} = \Delta t f_i\left(t_j + \frac{\Delta t}{2}, x_{1,j} + \frac{1}{2}k_{1,1}, x_{2,j} + \frac{1}{2}k_{1,2}\right) \quad (5.2)$$

$$k_{3,i} = \Delta t f_i\left(t_j + \frac{\Delta t}{2}, x_{1,j} + \frac{1}{2}k_{2,1}, x_{2,j} + \frac{1}{2}k_{2,2}\right) \quad (5.3)$$

$$k_{4,i} = \Delta t f_i(t_j + \Delta t, x_{1,j} + k_{3,1}, x_{2,j} + k_{3,2}) \quad (5.4)$$

la aproximación es:

$$x_{i,j+1} = x_{i,j} + \frac{1}{6} [k_{1,i} + 2(k_{2,i} + k_{3,i}) + k_{4,i}] \quad (5.5)$$

donde  $x_{i,j}$  aproxima la  $i$ -ésima solución a la ecuación, en el  $j$ -ésimo punto de cálculo; definiendo el número de instantes,  $n = (t_o - t_f)/\Delta t$ . Que significa la aproximación de la posición o desplazamiento ( $x_{1,j}$ ) y la velocidad ( $x_{2,j}$ ) del bloque, y se deduce a partir de establecer los valores iniciales ( $x_0, v_0$  y  $t_0$ ), por lo que se considera que parte del reposo.

La representación gráfica del método numérico se muestra en la fig 5.1, donde  $\Delta t$ , representa el *paso de tiempo*, incremento o tiempo de integración (numérica) para cada  $i$ , las variables  $k$  representan la pendiente de las líneas  $L$ , que sustituyen la tangente en ese punto, por una pendiente media y ponderando al final para disminuir el error.

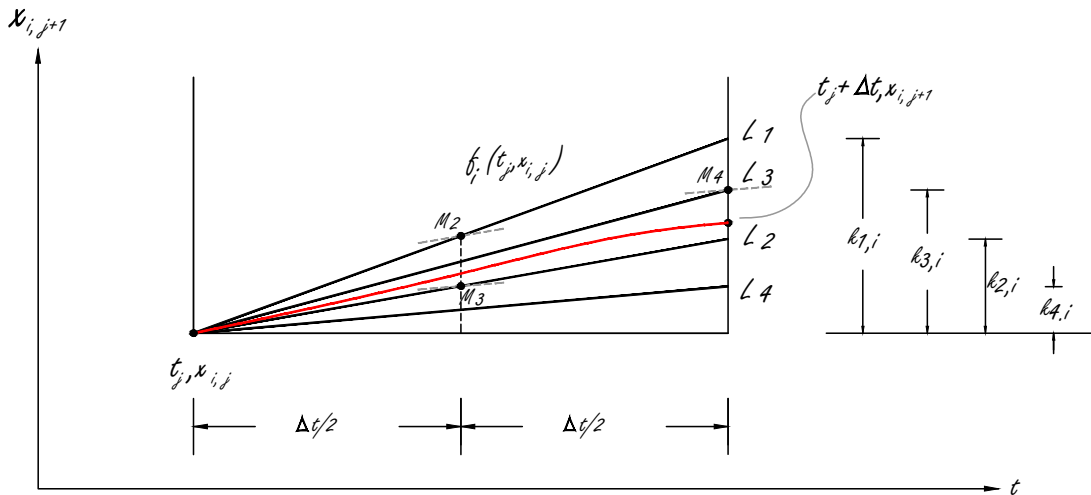


Fig 5.1. Método de Runge-Kutta, interpretación gráfica



## 5.4. Análisis de la geometría

De las observaciones de laboratorio se deduce que el movimiento es en la dirección del mayor gradiente; por tanto, el desplazamiento (del bloque) se considera en una sola dirección y con un decremento en la dirección  $z$  (se omiten deformaciones) a partir de la configuración de referencia. En laboratorio el bloque se coloca en la posición deseada con referencia al nivel del agua; por tanto, es necesario adicionar esta condición en el cálculo.

Se establece un sistema de referencia ortogonal y positivo  $(O, \xi, \eta, \zeta, t)$ , sobre el que se desplaza el bloque en dirección principal  $\xi$ , es decir un movimiento horizontal. Determinados los desplazamientos del bloque, al final se realiza un giro en el punto donde la rampa toca el fondo del tanque, para cada trayectoria y a todos los instantes de tiempo que describen el movimiento.

### 5.4.1. Generación de malla móvil para cálculo de la hidrodinámica

Se genera una malla (rectangular,  $R$ ) con los parámetros  $\xi$  y  $\eta$  definidos en la tabla 5.1, con un incremento espacial  $\Delta a$  (ec 5.7). Dividido el dominio en sub-elementos se evalúa la ec 2.1 (que representa la geometría del bloque, pág 8) en cada nodo de la malla,  $\zeta = f(\xi, \eta)$ . La elevación queda definida en cada nodo y la máxima se localiza en el centro de masas que también corresponde con el centro geométrico ya que la geometría es simétrica en todas direcciones a partir de este punto. De manera general se integra la región  $D$  contenida en  $R$ , por lo que la función con dominio  $R$  es:

$$\zeta(\xi, \eta) = \begin{cases} f(\xi, \eta) & \text{si } (\xi, \eta) \text{ está dentro de } D \\ 0 & \text{si } (\xi, \eta) \text{ está dentro de } R \text{ pero no en } D \end{cases} \quad (5.6)$$

la representación gráfica se muestra en la fig 2.1 (pág 8) y su vista en planta se presenta en la siguiente fig.

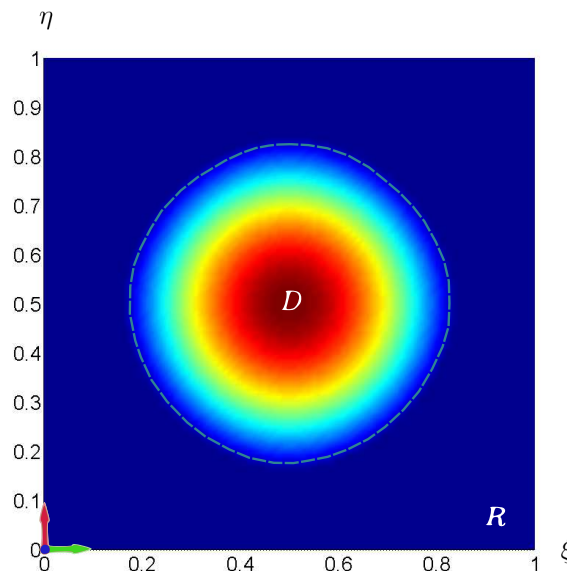


Fig 5.2. Malla móvil

Se calcula el  $Vol_T$  del bloque en la configuración inicial, y el  $A_b$ , con las ecs 5.8 y 5.9. Para ello, es necesario determinar los parámetros geométricos  $C$ ,  $kb$ , y  $kl$ , con las ecuaciones del Capítulo 2, (pág 8).

$$\Delta a = \Delta\xi\Delta\eta = (\xi_{i+1} - \xi_i)(\eta_{j+1} - \eta_j) \quad (5.7)$$

Tomando un punto material  $(\xi_{i+1}, \eta_{j+1})$ , el  $Vol_T$  se aproxima numéricamente como la columna sobre el  $\Delta a$ , definido por la ec 5.8.

$$Vol_T = \iint_R \zeta(\xi, \eta) da = \lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m f(\xi_{i,j}, \eta_{i,j}) \Delta a \quad (5.8)$$

la aproximación mejora cuando  $n$  y  $m$  crecen o cuando  $\Delta a \rightarrow 0$ .

La sección de mayor área ( $A_b$ ) es la proyectada sobre el plano  $(\eta, \zeta)$ , por tanto queda definida por una integral de línea (ec 5.9) y corresponde a la curva generada sobre la superficie.

$$A_b = \int_C f(\eta, \zeta(\xi, \eta)) ds = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=2}^n f(\eta_{i,j}, f(\xi_{i,j}, \eta_{i,j})) \Delta \eta_{i,j} \quad (5.9)$$

donde  $\Delta \eta_{i,j}$  es la longitud de arco que se aproxima por la línea recta entre dos elementos. Evaluado todas las integrales (sobre  $\xi$ ) se toma el valor máximo.

Para calcular el  $A_b$  y el  $Vol_R$ , en las configuraciones siguientes, resulta sencillo mantener el bloque fijo y mover el plano que corresponde al nivel de agua; para ello, se toma en cuenta la distancia relativa al plano  $s(t)$  a partir del pie de bloque ( $X_0$ ):

$$s(t) = X_0 - X_{rh} \quad (5.10)$$

con la ecuación anterior es posible definir la posición del bloque relativa a la superficie libre del agua, es decir, si  $s(t) < 0$  el bloque está afuera, el  $Vol_R = 0$  y  $A_b = 0$ ; el caso en transición implica determinar el volumen del bloque dentro del agua. Aplicando la ecuación del plano:

$$A(\xi_{i,j} - X_0) + B(\eta_{i,j} - Y_0) + C(f(\xi_{i,j}, \eta_{i,j})_{PNA} - Z_0) = 0 \quad (5.11)$$

Si se realiza una rotación al plano horizontal original, en el punto que representa la distancia relativa del pie del bloque con respecto al nivel de la superficie libre (posición), se obtienen los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  para generar una normal ( $\mathbf{n}$ ) al plano, con la operación  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  y con ello obtener la elevación correspondiente del plano del nivel de agua evaluado en el mismo dominio inicial,  $f(\xi, \eta)_{PNA}$ , fig 5.3.

Esto es necesario porque la proyección de la rotación del plano original sobre  $\Omega 2D$  no corresponde con los nodos de la malla al evaluar la parte del bloque que está sumergida; existe una variación (desfase de las coordenadas), pero aporta los vectores necesarios ( $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ ), para determinar la  $\mathbf{n}$ . El punto ( $Z_0$ ) está contenido dentro del  $PNA$  y sus componentes son  $X_0$ ,  $Y_0$  y  $Z_0$ , los números directores de  $\mathbf{n}$  son  $A$ ,  $B$  y  $C$ .



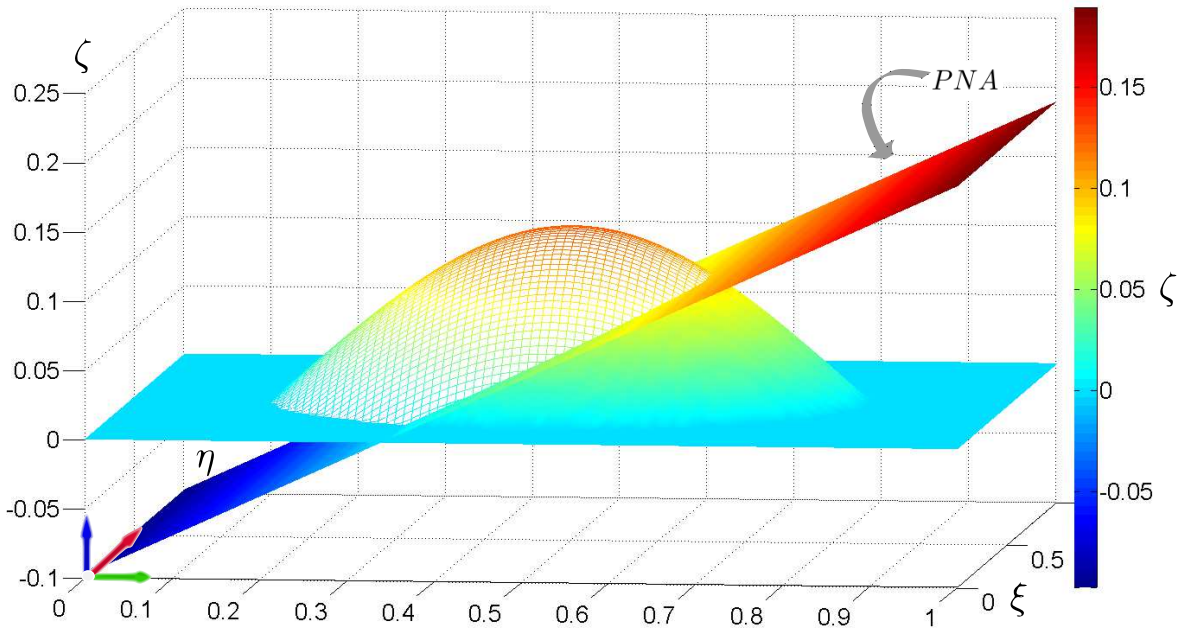


Fig 5.3. Bloque y Plano de Nivel del Agua

Por tanto, la función que representa el bloque sumergido, adquiere la siguiente forma:

$$\zeta_S = F(\xi, \eta)_{sumergido} = \begin{cases} f(\xi, \eta) & \leq f(\xi, \eta)_{PNA} \\ 0 & \text{si } f(\xi, \eta)_{PNA} < 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

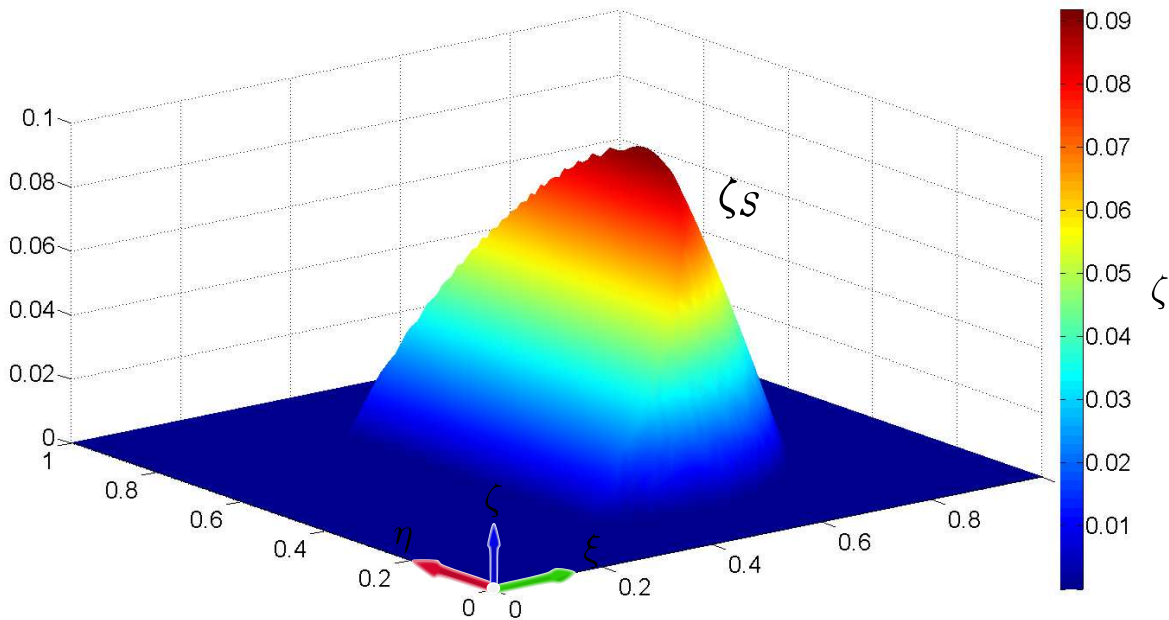


Fig 5.4. Volumen de bloque sumergido

Para obtener el  $Vol_R$  y el  $Ab$ , necesarios para la solución numérica de la ec 2.3, explicados en el Sección 2.1 (pág 10), se aplican la ecs 5.8 y 5.9, pero sustituyendo  $\zeta$  por  $\zeta_S$ . En cada instante de tiempo es necesario repetir el cálculo hasta el  $t_f$ , y en cinco ocasiones para cada

aproximación. La solución por Runge-kutta proporciona la aceleración, velocidad y posición del bloque.

El siguiente paso consiste en obtener el movimiento sobre el  $\Omega 2D$ , que al finalizar permite crear una animación que lo reproduzca.

Es conveniente emplear un enfoque Lagrangiano para determinar la posición del bloque, teniendo presente la consideración de que la trayectoria es conocida y que el bloque es rígido. Así, la posición queda definida por la ec 2.8; desde que se opera punto por punto, es sencillo desplazar una partícula y posteriormente extenderlo a todo el conjunto de puntos.

Lo que significa que el viaje de la partícula es a la misma velocidad por trayectorias de igual forma, ya que son curvas congruentes, cuya ventaja ofrece igualdad en todo el sistema excepto en la posición en el espacio, en este caso, todas son paralelas indicando una traslación, fig 5.5.

Obtenidas las posiciones para cada tiempo, cada configuración sufrirá una rotación, la cual es aplicada en el fondo de la rampa y el tanque, con lo que se establece la configuración real (similar a los experimentos reproducidos en el laboratorio, que corresponde al plano de falla y el objeto deslizándose).

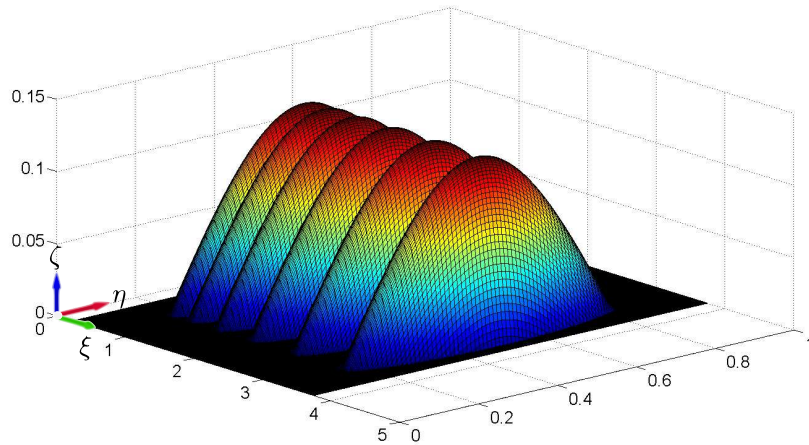
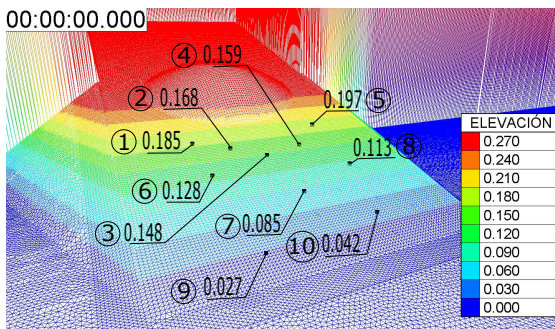
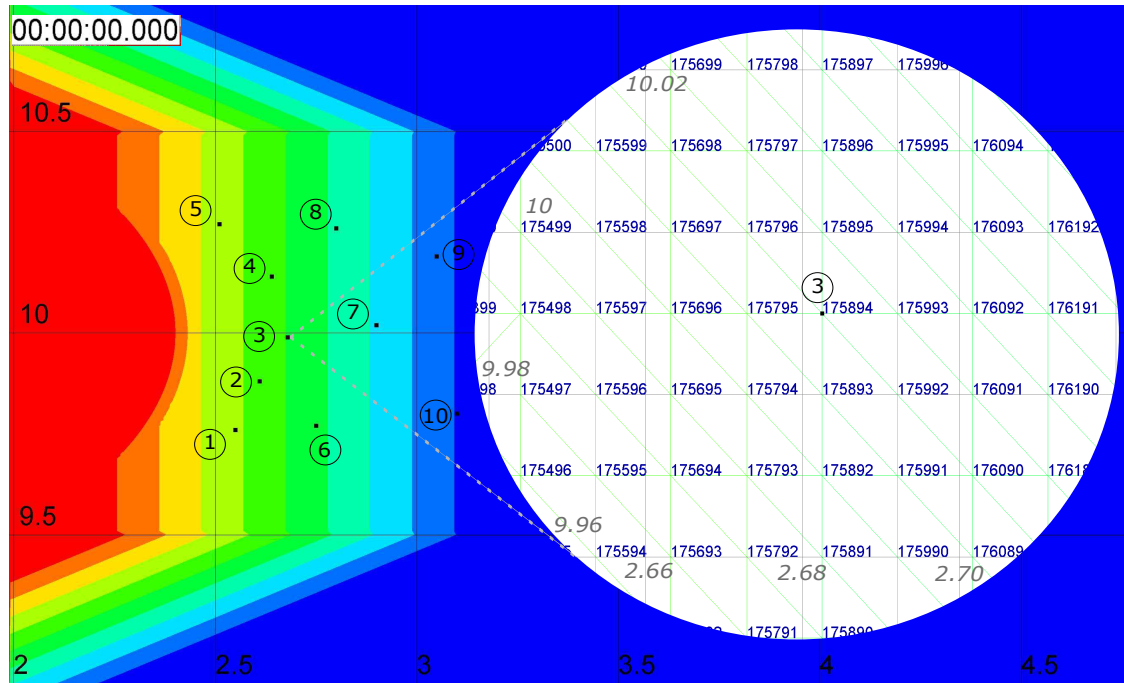


Fig 5.5. Desplazamiento de la malla móvil

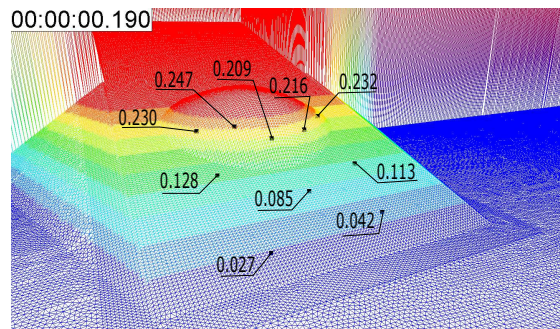
Debido al enfoque Lagrangiano empleado, el sistema móvil toma posiciones infinitesimales; a fin de cuentas existe una función continua. Es necesario restringir el movimiento en un sistema Euleriano que corresponda en los nodos de la malla empleada en la solución de la hidrodinámica del embalse. El objetivo es variar la elevación en los nodos en la malla, con el fin de que reproduzca el movimiento. En la fig 5.6 se ilustra el comportamiento de la elevación de los nodos de la malla empleada en la solución de la hidrodinámica en cuatro instantes de tiempo y en la fig 5.7 se muestra el registro en el tiempo del comportamiento de los diez nodos mostrados.

Empleando las restricciones de la ec 5.6, se tienen las etiquetas de los nodos contenidos dentro de la región D. Para pasar del enfoque Lagrangiano al Euleriano se hacen aproximaciones por interpolaciones compuestas y dinámicas. Interpolación lineal en el plano o elementos fuera de la región D, y empleando aproximaciones polinomiales fragmentarias de los denominados

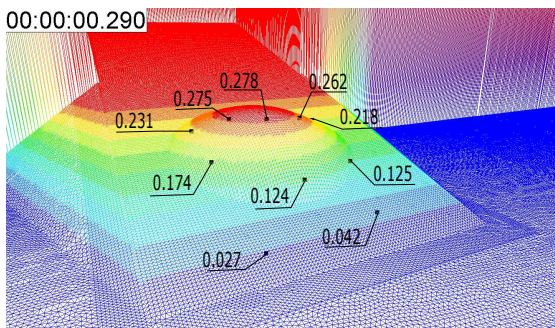
*splines cúbicos* dentro de la región para cada trayectoria de la partícula en cada instante de tiempo.



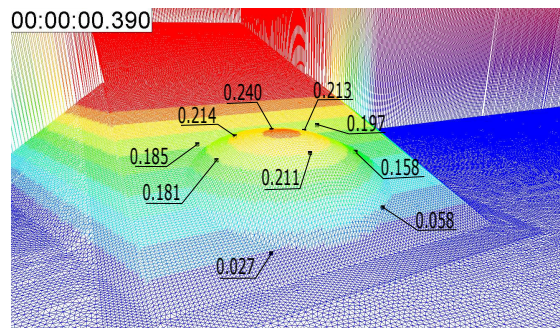
(b)



(c)



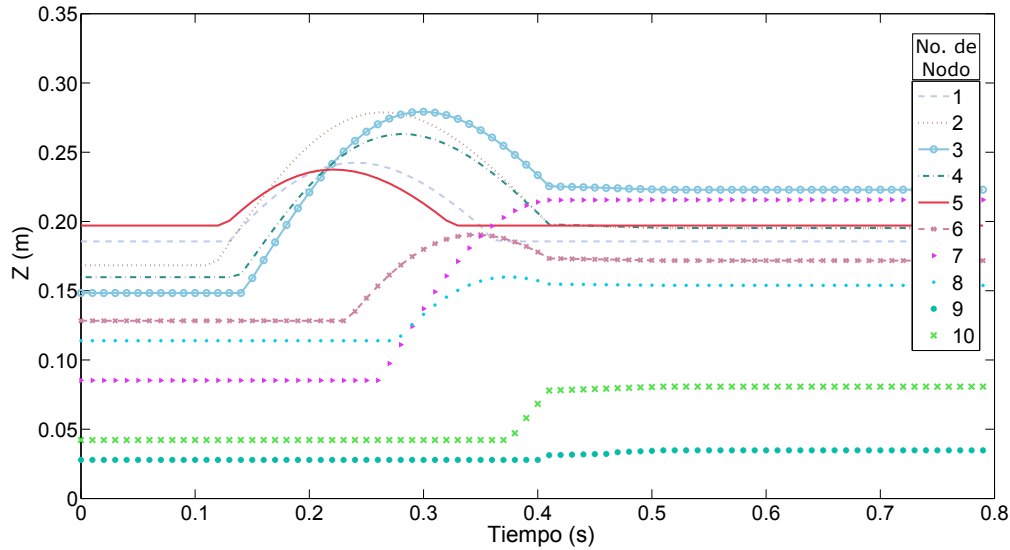
(d)



(e)

Fig 5.6. Variación temporal de la elevación en nodos de la malla

Así es como se obtiene la configuración para cada  $\Delta t$  que describe el movimiento del bloque sobre una malla fija, lo cual permite estimar el comportamiento de la superficie libre del agua en el embalse implementando en el sistema Telemac 2D.



(a)

Fig 5.7. Evolución de la elevación de los nodos de la malla en el tiempo

Lo anterior describe la solución sobre un plano de falla y se puede extender a varios planos de falla.

## 5.5. Descripción de solución sobre varios planos

Cuando el deslizamiento ocurre sobre varios planos de falla, la solución anterior ya no es válida debido a que el objeto sufrirá un cambio (rotación) a medida que se desplaza sobre la superficie de falla. De hecho se asumen deformaciones parciales en la zona de transición, donde el deslizamiento pasa de un plano a otro, condicionada a una continuidad del transporte de masa. Esta descripción es empleada en el caso de la Presa Hidroeléctrica la Yesca.

De la información recopilada de INEGI, se toma un recuadro de la topografía (Región R) orientada en la dirección principal del deslizamiento ( $\xi$ ); los parámetros de entrada son:  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\Delta\xi$  o  $\Delta\eta$ ,  $C_d$ ,  $\Delta t$ ,  $t_f$ ,  $C_m$ ,  $N$ ,  $\gamma_r$ ,  $Fo$ ,  $Po$ , además de los planos de falla y dos archivos con información de la topografía, también las etiquetas de los nodos que corresponden a la condición 5.6.

La información de los planos de falla corresponde a la distancia<sup>1</sup> de cada plano, el ángulo de inclinación con respecto a la horizontal ( $\alpha$ ) y el ángulo de fricción interna ( $\psi$ ). La variable  $Fo$  corresponde a la cota mínima o fondo y la variable  $Po$  al pie de bloque.

Los planos de falla se determinan con información de la elevación del nodo inferior izquierdo, el ángulo de inclinación ( $\alpha$ ) y la distancia de cada plano (ver fig 2.6, pág 19), con esta información se puede generar la superficie de falla. Indirectamente los archivos de texto proporcionan la configuración del bloque y con ellos se determina el  $Vol_T$  al hacer la

<sup>1</sup>En un prisma rectangular, en donde la primera distancia en la fig 2.6 corresponde al plano T3, en caso de que la topografía proporcionada sea mayor a la longitud del bloque, se tiene que proyectar el plano hasta que corte con el eje.



diferencia entre la topografía, los planos de falla y las etiquetas, implementando la ec 5.8.

Para determinar el  $A_b$  es necesario generar el plano correspondiente al nivel del agua (PNA), se evalúan las condiciones 5.12 y se obtiene el  $Vol_R$  con la ec 5.8, sustituyendo  $\zeta$  por  $\zeta_S$ . A partir del plano de falla, se obtiene una  $\mathbf{n}$  unitaria, se lleva a la superficie  $\zeta_S$ , se invierte la dirección y se obtiene la proyección mediante el producto interno de la normal unitaria y la diferencia de elevaciones entre el plano y la superficie, junto con las etiquetas de los nodos. Se integran la secciones ortogonales al movimiento con la ec 5.9 y se toma el valor máximo.

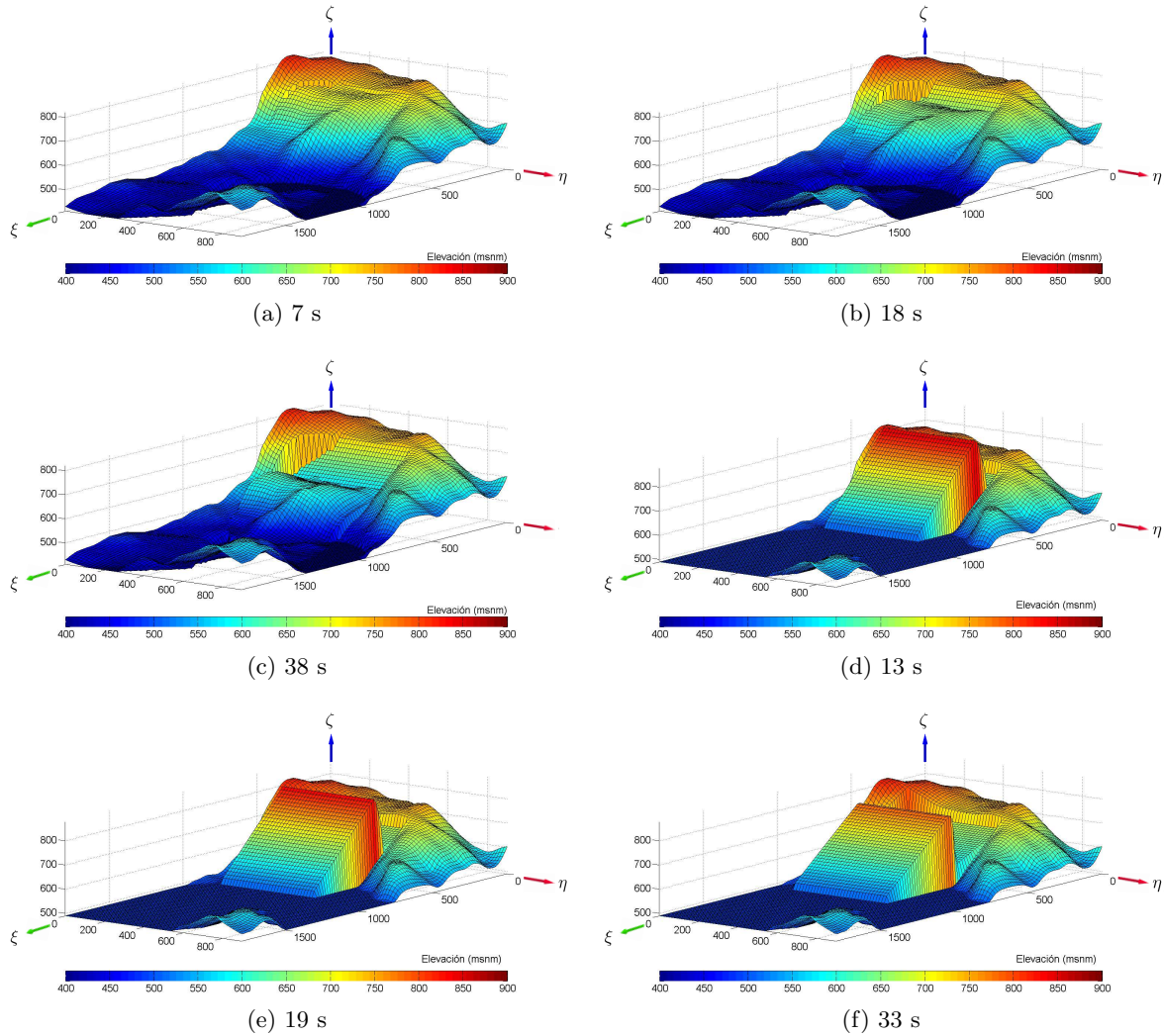


Fig 5.8. Deslizamiento sobre varios planos

Se determina el centro de masas ( $\xi_{cm}, \eta_{cm}$ ) y centro geométrico ( $\xi_{cg}, \eta_{cg}$ ). La integración por Runge-kuta (Sección 5.4) es al centro de masas de bloque, debido a que es el lugar donde están actuando todas las fuerzas. De la superficie de falla, se obtienen vectores unitarios en la dirección principal del desplazamiento, la partícula se desplazará sobre la trayectoria definida por estos vectores, que resulta también en una traslación, lo que asegura continuidad. Las etiquetas permiten identificar el movimiento de las partículas y el cálculo del  $Vol_R$  y el  $A_b$  es el mismo procedimiento que ya se indicó. El proceso de interpolación corresponde al expuesto en la Sección 5.4.

Los modelos no presentan condiciones de frontera, por tanto son cerradas y las condiciones iniciales corresponden a los niveles de cada escenario (Dirichlet), coeficientes de fricción y la viscosidad turbulenta; esta última necesaria en el modelo de turbulencia que se impone de viscosidad constante en todos los escenarios.

Debido a que los resultados por Saint-Venant no resultan adecuados, ya que tiende a exagerar la altura de onda considerablemente y no captura el fenómeno de estudio, se emplea el modelo de Boussinesq que ofrece resultados del orden de las magnitudes registradas en laboratorio. Además, considera parcialmente términos relacionados con las aceleraciones verticales, los cuales se han despreciado en Saint-Venant al hacer el promedio en la vertical.

Se probaron dos geometrías en el caso de aplicación; la primera es definida por la topografía (fig 5.8 a, b, c) y la segunda es la cuña del laboratorio (fig 5.8 d, f, g); sin embargo, los resultados de esta última geometría resultaron en ondas de mayor amplitud y no son acordes con las mediciones de laboratorio, por ello, solo se presentan los resultados obtenidos con la geometría real.

## 5.6. Simulación numérica de los experimentos

La discretización numérica del tanque experimental se muestra en la Subsección 4.6.1, diseñada con base a las necesidades de la simulación, consiste en mallas anidadas de forma concéntrica a la zona de impacto, los elementos aumentan a medida que se alejan de la zona cercana a la perturbación.

### 5.6.1. Escenario 1

La simulación corresponde al tratamiento cuatro, mostrado en la tabla 2.4, localizada en la pág 18. Las condiciones iniciales del movimiento del bloque se muestran en la tabla 5.2 y la solución del desplazamiento, velocidad y la aceleración del bloque en la fig 5.9. El  $Vol_T$  del bloque es de  $0.02 \text{ m}^3$  y el  $A_b$  completamente sumergido es  $0.054 \text{ m}^2$ , para este escenario el  $Vol_R$  correspondiente al último instante es de  $0.92$  y el  $A_b = 0.054 \text{ m}^2$ .

En lo referente al movimiento del bloque se tiene que:

La velocidad de impacto en la superficie obtenida en laboratorio es de  $1.59 \text{ m/s}$  en el instante  $0.82 \text{ s}$  y la calculada es de  $1.67 \text{ m/s}$  en el mismo tiempo, con un error del  $5.1\%$ ; la velocidad de impacto en el fondo obtenida en laboratorio es de  $1.68 \text{ m/s}$  en un tiempo de  $1.2 \text{ s}$ , se calcula  $1.89 \text{ m/s}$  con un error de  $12.1\%$  en el mismo instante, este error se debe a que el impacto en el fondo no se identifica con una precisión adecuada en las mediciones experimentales, puesto que la velocidad es inferida de la posición. La aceleración permanece constante en  $2.04 \text{ m/s}^2$  hasta antes del impacto en la superficie, posterior a ello, empieza a desacelerar. La distancia de recorrido es de  $1.38 \text{ m}$ . En la fig 5.9 se comparan las mediciones experimentales y las calculadas con el modelo numérico de la posición y la velocidad del deslizamiento (bloque).

Para ahorrar tiempo computacional de cálculo se recortó  $0.79 \text{ s}$  en la simulación en Telemac, que corresponde a instantes cuando el bloque se encuentra fuera del agua (subaéreo), por tanto, la simulación parte de este tiempo, es decir,  $0.03 \text{ s}$  antes de que se desarrolle el impacto con el agua, así que los siguientes resultados son relativos a la simulación, como puede verse

en las figuras del campo de velocidades y la superficie libre.

En la comparación de la fig 5.12 se adiciona el tiempo recortado de la simulación.

Tabla 5.2. Condiciones escenario 1

Parámetro	Unidad	Magnitud
$l$	m	0.68
$b$	m	0.68
$\varepsilon_b$		0.717
$T_b$	m	0.126
$\xi$	m	1
$\eta$	m	1
$\Delta\xi, \Delta\eta$	m	0.01
$\alpha$	°	16
$C_f$		0.07
$C_d$		0.60
$\Delta t$	s	0.01
$t_f$	s	1.20
$C_m$		0.45
$X_{rh}$	m	0.68
$\gamma$		1.566
$h$	m	0.20
$X_{PF}$	m	3.2
$\nu_t$	m	0.02

En lo referente a la hidrodinámica se presentan las velocidades medias promediadas en la profundidad y se tiene que:

Cuando el bloque impacta en el fondo, en el instante 0.42 s, las velocidades máximas del flujo se presentan en los costados del bloque con 0.57 m/s, mientras que en la dirección principal es de 0.52 m/s, fig 5.10 (b). A partir de este instante, la onda empieza a disminuir. La altura máxima del agua es de 0.32 m, fig 5.11 (c) ( $x = 2.98, y = 10$ ).

En 0.58 s las velocidades son máximas detrás del bloque y en dirección ortogonal a la principal; la velocidad en la dirección principal es de 0.56 m/s, fig 5.10 (c) ( $x = 3.07, y = 10$ ). La altura máxima alcanzada es de 0.26 m, fig 5.11 (d) ( $x = 3.2, y = 10$ ).

En 0.82 s la velocidad del flujo es de 0.20 m/s, fig 5.10 (d) ( $x = 3.45, y = 10$ ) y la elevación máxima es de 0.23 m en el mismo punto. Se forma el primer valle detrás de la primera onda. La celeridad de la onda es de 1.17 m/s.

En el instante de 1.20 s la velocidad del flujo en la onda es de 0.11 m/s, fig 5.10 (f) ( $x = 3.99, y = 10$ ), disminuyendo hasta en un 40 % en un ángulo de 90° en ambas sentidos, incluso disminuye aún más al superar este ángulo. La altura máxima del agua en la primera onda es de 0.22 m en el mismo punto y en el valle de 0.17 m, fig 5.11 (g) ( $x = 3.40, y = 10$ ). La celeridad de la onda es de 1.29 m/s.

En 1.5 s la velocidad del flujo en la onda es de 0.08 m/s, fig 5.10 (g) ( $x = 4.39, y = 10$ ). La

elevación de la superficie libre del agua es de 0.21 m en el mismo punto y la del valle de 0.18 m, ( $x = 3.722$ ,  $y = 10$ ). Se empieza a formar la segunda onda. La celeridad de la primera onda es de 1.29 m/s.

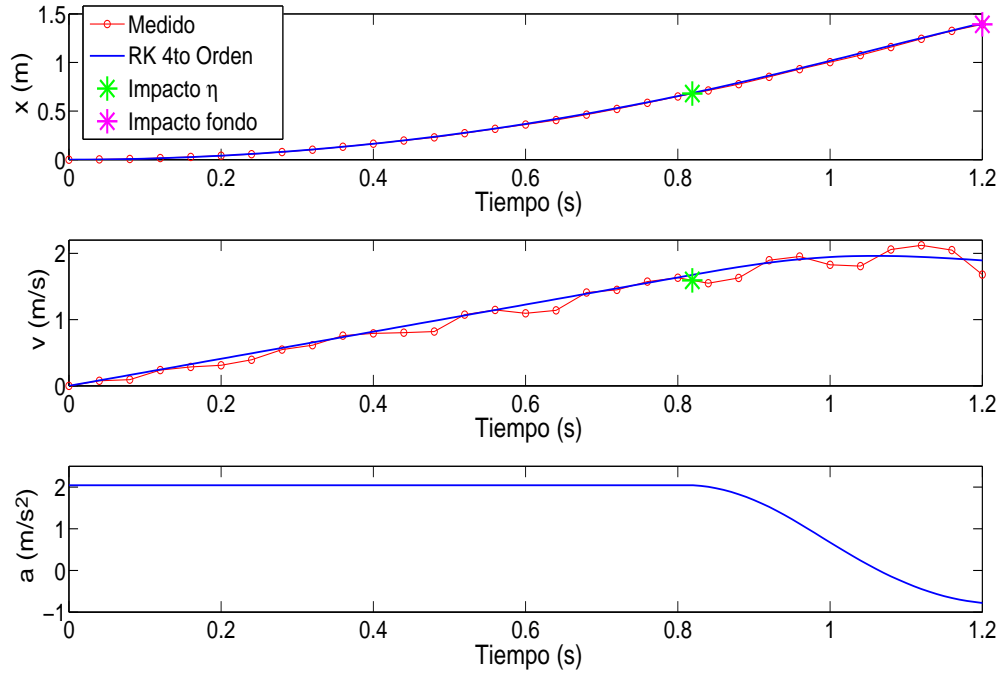


Fig 5.9. Comparación experimental y numérica, Escenario 1

En 2 s la velocidad del flujo en la onda es de 0.05 m/s, fig 5.10 (h) ( $x = 5.01$ ,  $y = 10$ ); las velocidades máximas se presentan sobre el bloque. La elevación del agua es de 0.21 m y la del valle de 0.18 m, ( $x = 4.28$ ,  $y = 10$ ). La velocidad del flujo en la segunda onda es de 0.08 m/s ( $x = 3.76$ ,  $y = 10$ ); se visualiza la formación de la tercera onda. La elevación de la segunda onda es de 0.21 m, fig 5.11 (i). La celeridad de la primera onda es de 1.28 m/s.

En 2.5 s la velocidad del flujo en la primera onda es de 0.04 m/s, ( $x = 5.81$ ,  $y = 10$ ), en la segunda de 0.06 m/s ( $x = 4.28$ ,  $y = 10$ ) y la tercera onda de 0.04 m/s ( $x = 3.64$ ,  $y = 10$ ); posteriormente, se forman una serie de ondas dispersivas de menor amplitud. La elevación de la superficie del agua en la primera onda es de 0.210 m (fig 5.11 (j)) y en el valle es de 0.18 m ( $x = 4.88$ ,  $y = 10$ ); la segunda onda de 0.21 m y en el valle de 0.19 m ( $x = 3.91$ ,  $y = 10$ ). El máximo CFL es de 0.95 y se presenta en la parte frontal del bloque. El tiempo total de simulación es de 6 s.

En la secuencia de imágenes de las figs 5.10 y 5.11, la última indica una escala diferente que permite ver los resultados. Se muestra la comparación de las mediciones experimentales y los resultados numéricos, en la fig 5.12; donde:  $T = t\sqrt{g/h}$ , representa el tiempo adimensional y  $H/h$ , es el desplazamiento de la superficie libre relativo a la profundidad. Las cuatro gráficas corresponden a las direcciones principales de medición, cada una con seis puntos indicados en la fig 4.2, localizada en la pág 35.



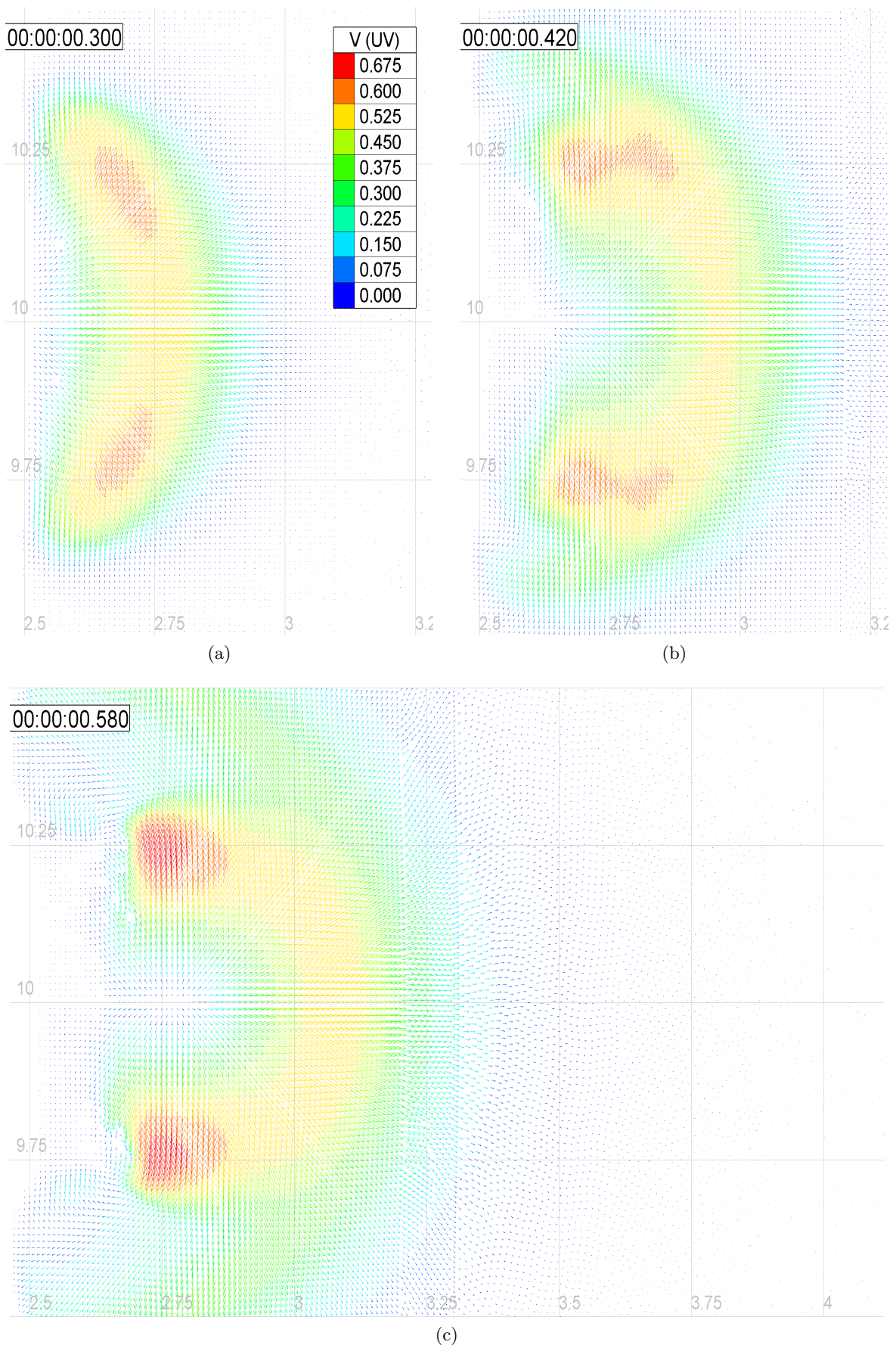
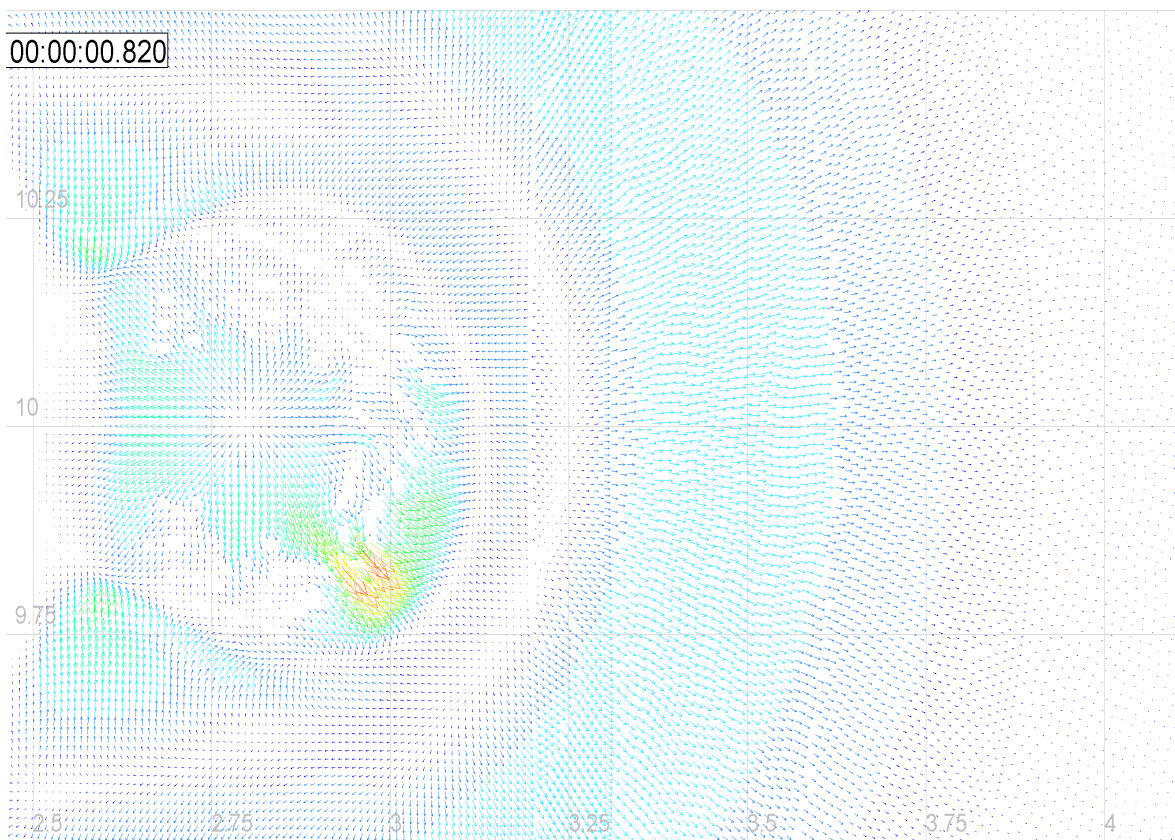
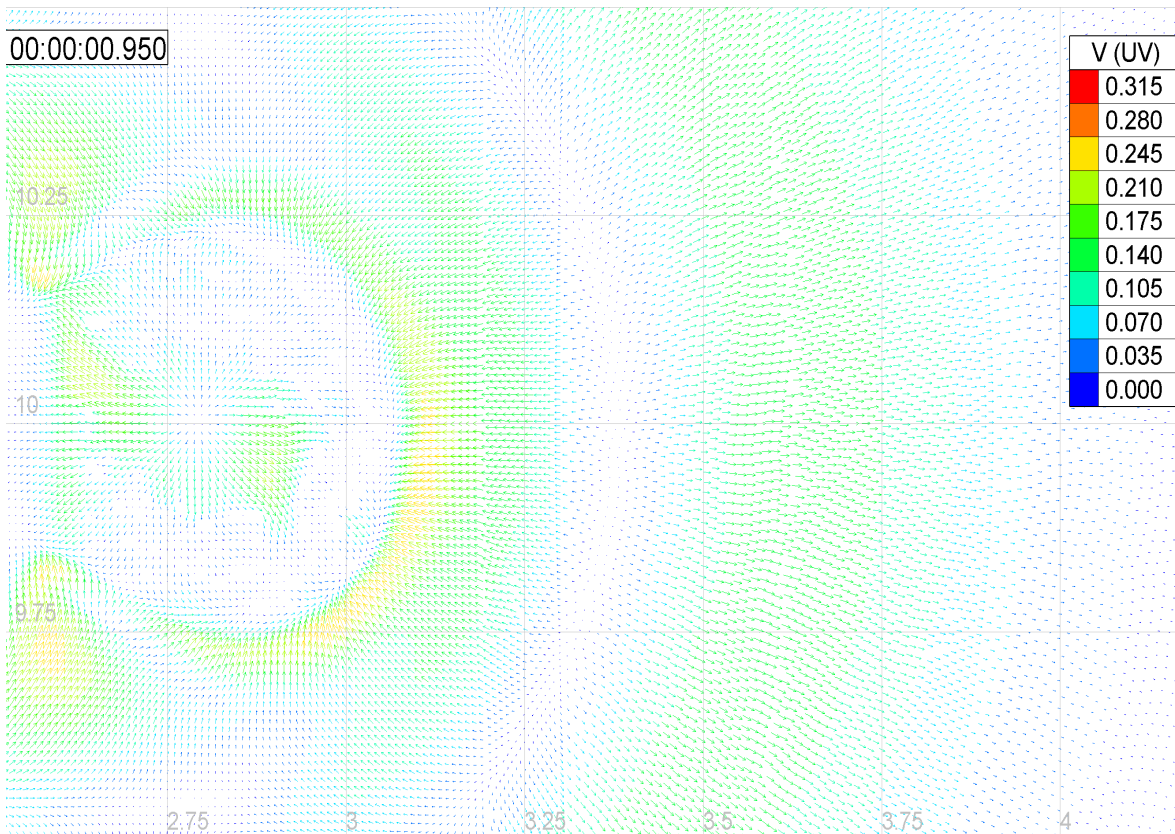


Fig 5.10. Secuencia del campo de velocidades, escenario 1



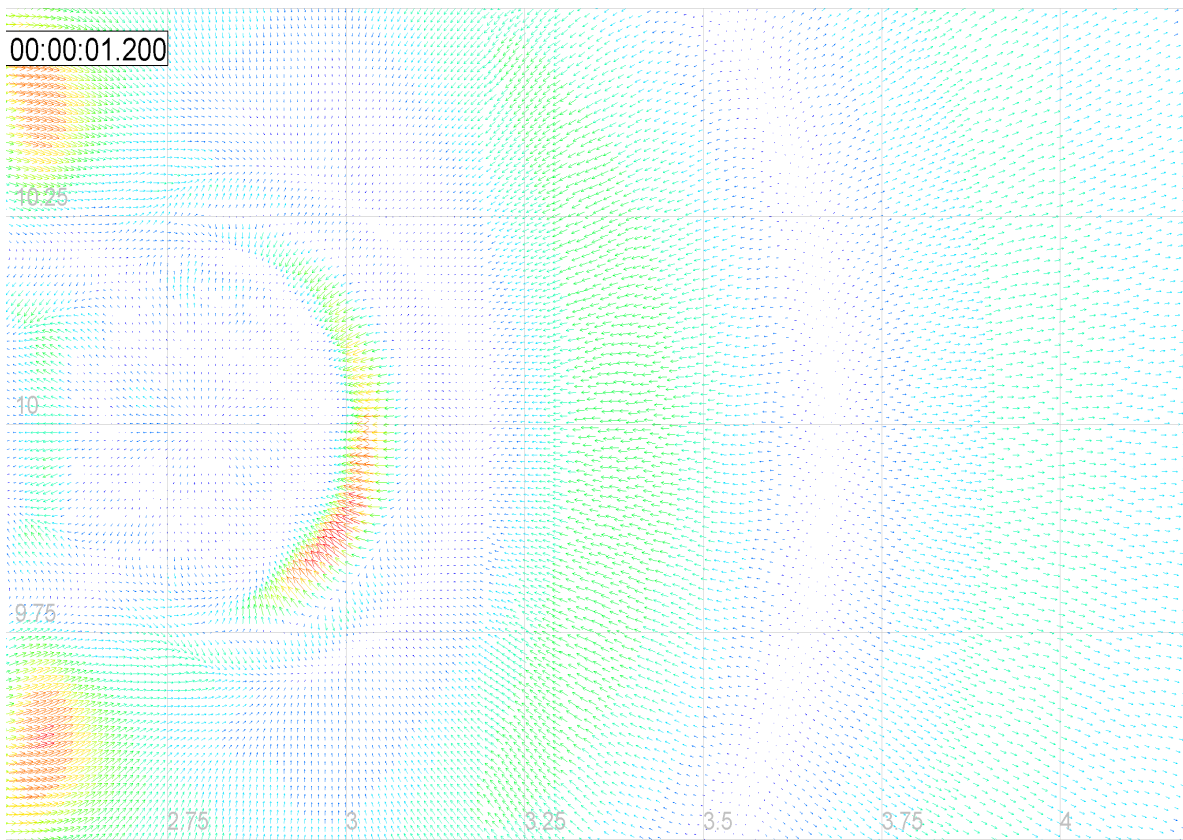
(d)



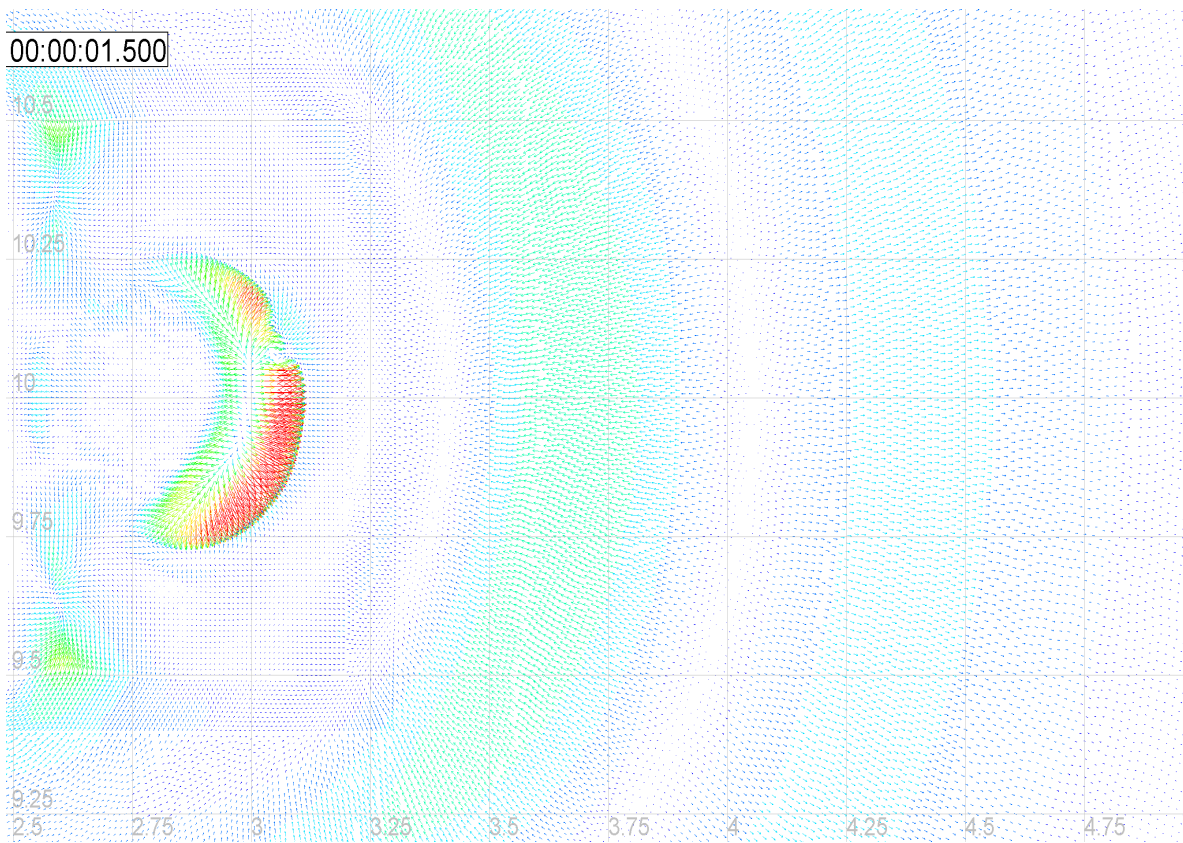
(e)

Fig 5.10. Secuencia del campo de velocidades, escenario 1



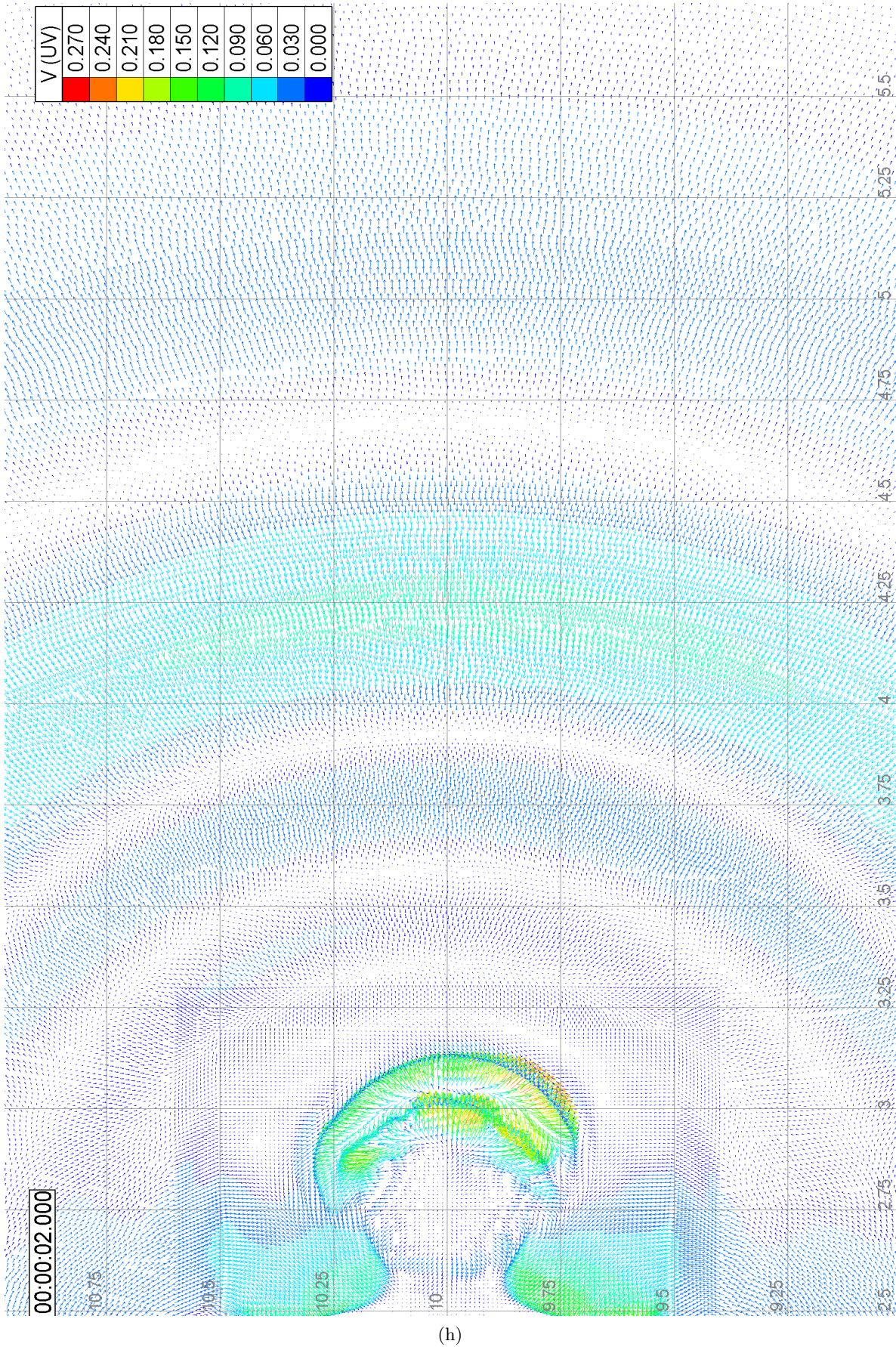


(f)



(g)

Fig 5.10. Secuencia del campo de velocidades, escenario 1



(h)

Fig 5.10. Secuencia del campo de velocidades, escenario 1



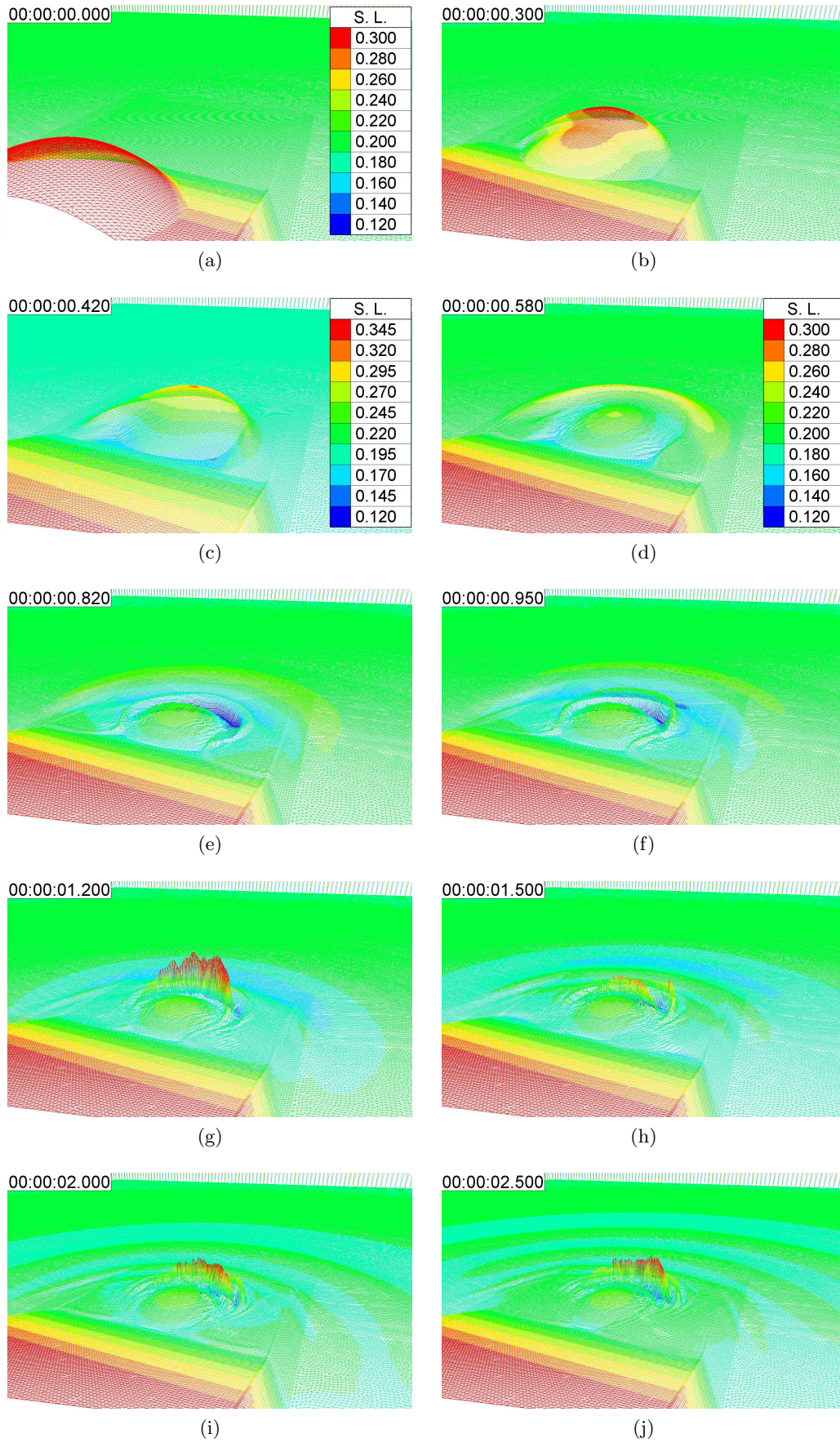
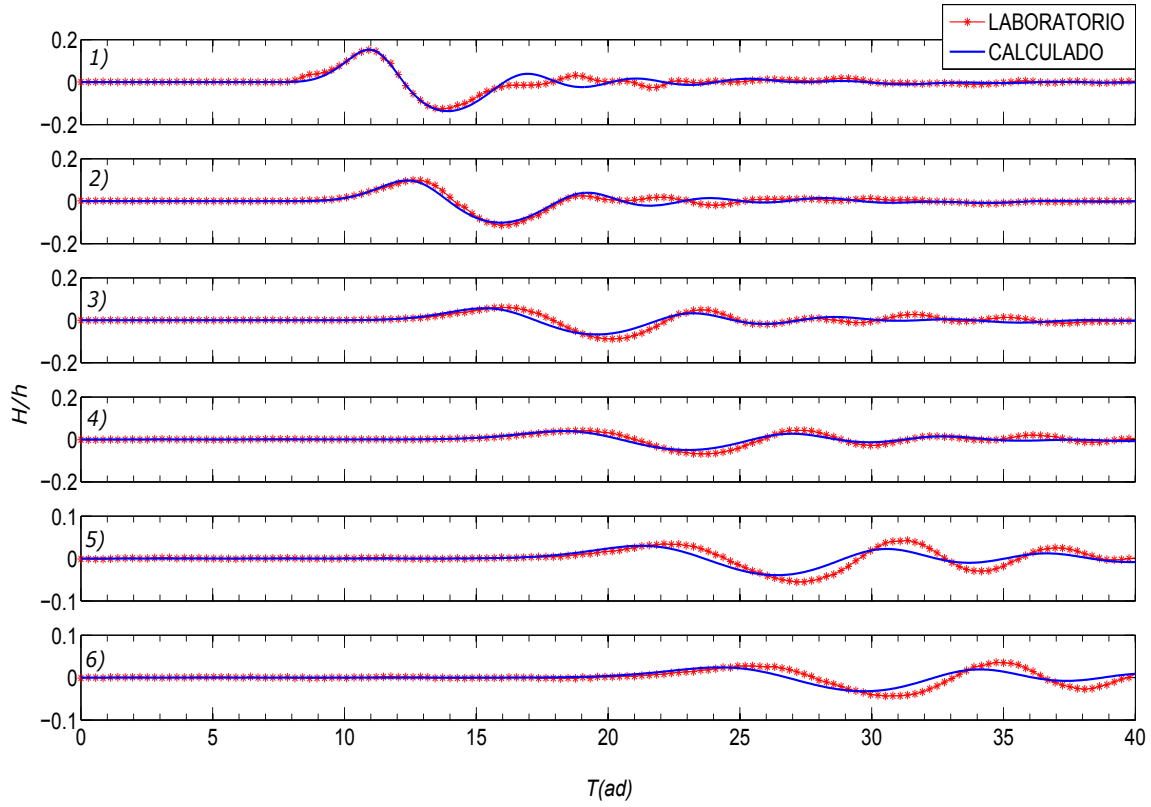
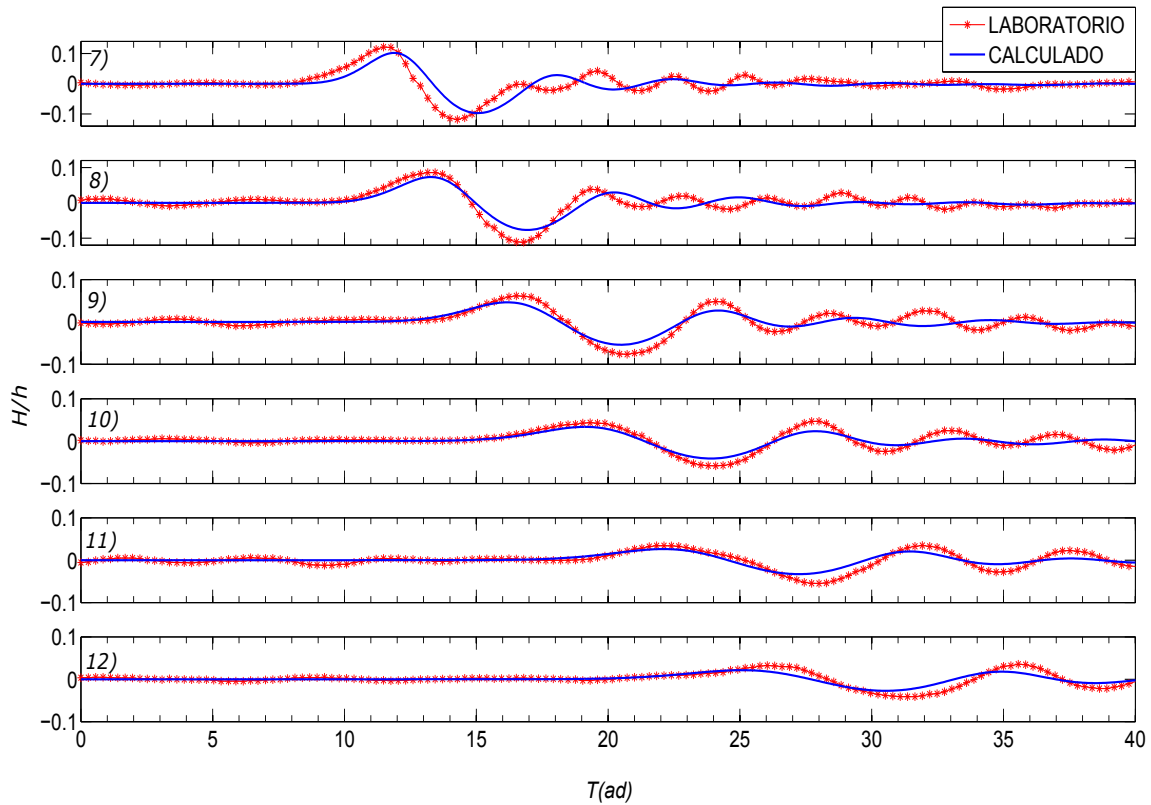


Fig 5.11. Evolución de la superficie libre, escenario 1

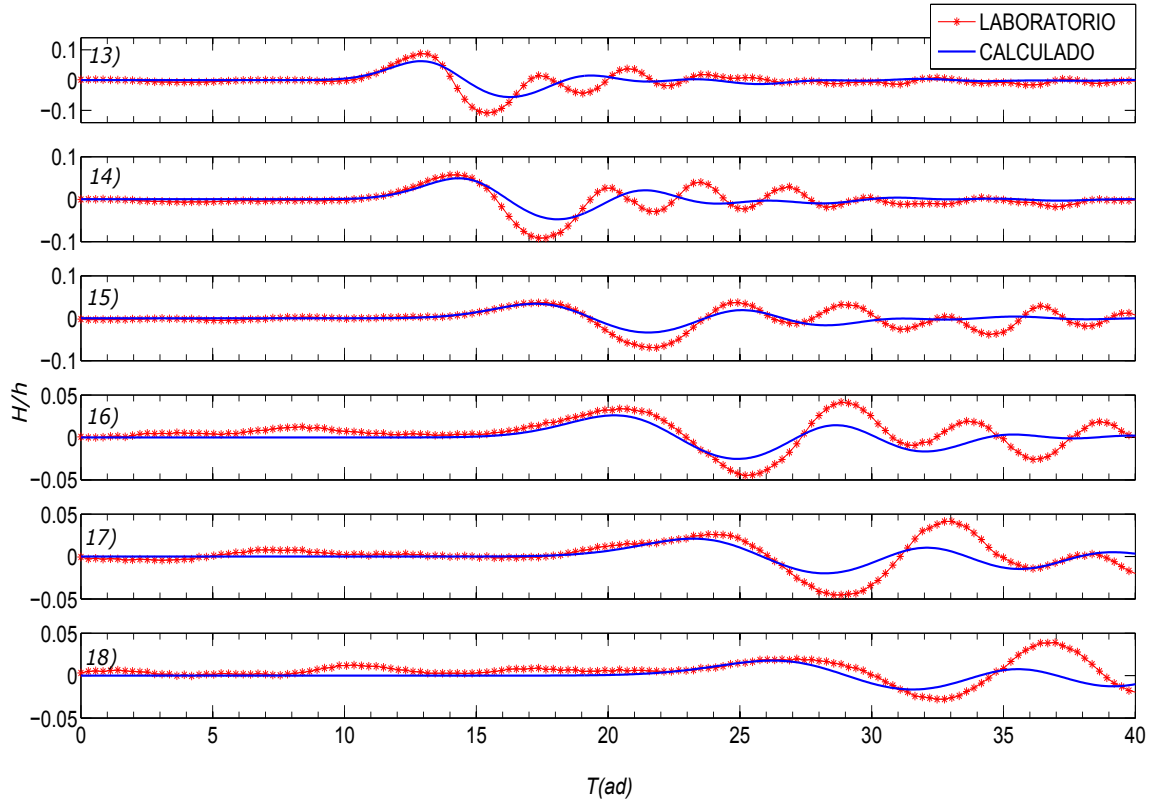


(a) Dirección 0°

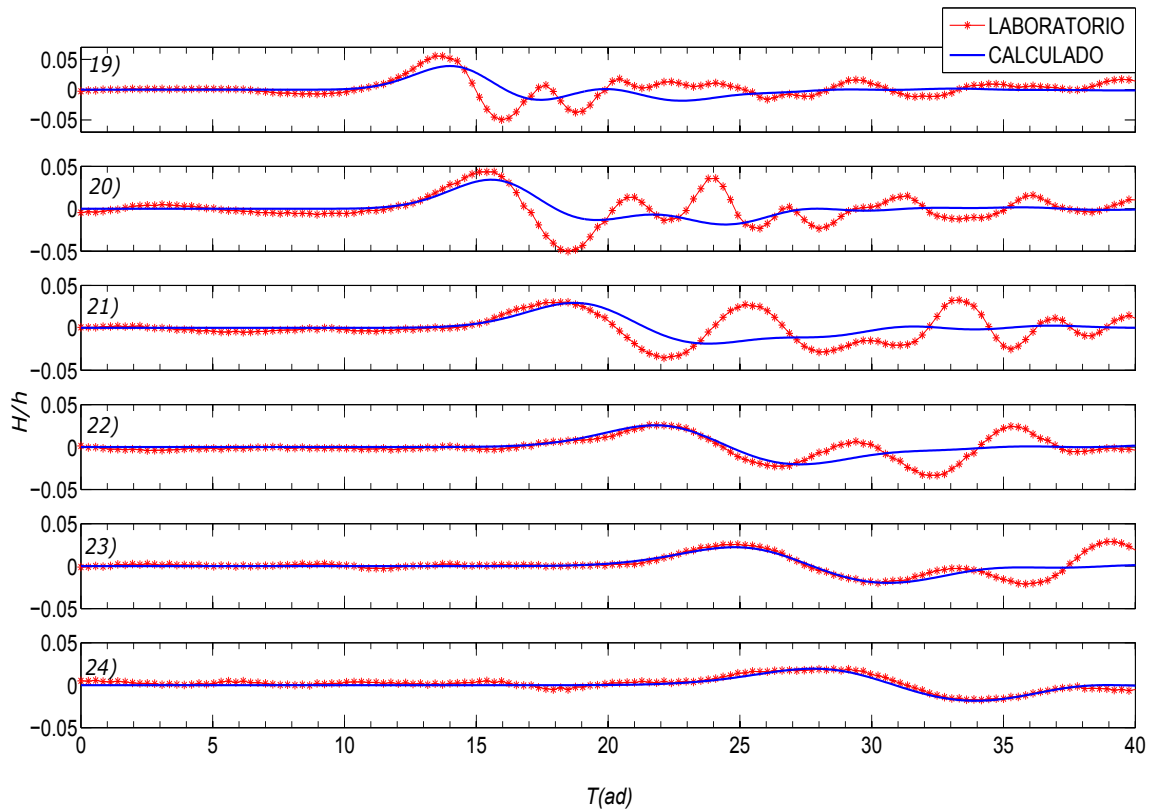


(b) Dirección 30°

Fig 5.12. Comparación de la superficie libre, experimental y numérico, escenario 1



(c) Dirección 60°



(d) Dirección 90°

Fig 5.12. Comparación de la superficie libre, experimental y numérico, escenario 1

En cuanto a la comparación de las mediciones experimentales y los resultados numéricos se tiene que:

En la dirección principal del movimiento del deslizamiento, que corresponde a  $0^\circ$  (fig 5.12, a), la onda calcula es muy parecida a la medida en laboratorio; los efectos dispersivos son inapreciables. Los decaimientos de la onda principal (1) son 34, 60, 71, 77 y 82%, correspondiente a los puntos 2 a 6. De igual manera, la aproximación se considera aceptable a los  $30^\circ$  (fig 5.12, b), aunque los efectos dispersivos después de la primera onda comienzan a visualizarse. Los decaimientos de la onda principal (1) en esta dirección son 20, 44, 60, 72, 78 y 79%, correspondiente a los puntos de medición 7 a 12. Empieza a visualizarse que el valle calculado resulta ser menor al determinado en laboratorio.

En las direcciones de  $60^\circ$  y  $90^\circ$ , en los primeros tres puntos de medición se estima correctamente la altura de la onda; sin embargo, el valle calculado es siempre menor al determinado en laboratorio y la aproximación mejora conforme se aleja de la zona de impacto. Las ondas medidas son más pronunciadas que las calculadas en estas dos direcciones. En  $60^\circ$  (fig 5.12, c) la onda inicial (1) se amortigua en 43, 62, 76, 78, 83, 87% correspondiente a los puntos de medición 13 a 18. En  $90^\circ$  (fig 5.12, d) la onda inicial (1) se amortigua en 64, 71, 80, 83, 83 y 88% que corresponde a los puntos de medición 19 a 24. Las frecuencias de las ondas medidas son menores que las calculadas.

Se determina que la segunda onda es ligeramente mayor que la primera en los puntos de medición 5, 6, 10-12, 16-18 y 23. La cresta de la segunda onda en el punto de medición 15, alcanza la misma elevación que la primera. En el punto de medición 22, el segundo valle es ligeramente inferior que el primero, fenómeno que no se había presentado en ningún punto.

En general, en los puntos más cercanos a la zona de impacto del deslizamiento, la primera onda estimada se considera con buena aproximación y en las direcciones  $60^\circ$  y  $90^\circ$  aparecen ondas de altas frecuencias después de ésta.



### 5.6.2. Escenario 2

La simulación corresponde al tratamiento ocho, mostrado en la tabla 2.4, localizada en la pág 18. Las condiciones iniciales para el movimiento del bloque se muestran en la tabla 5.3 y la solución del desplazamiento, velocidad y la aceleración en la fig 5.13. En este escenario el  $Vol_T$  del bloque es de  $0.02 \text{ m}^3$ , el  $Vol_R$  correspondiente al último instante es la unidad y el  $A_b$  completamente sumergido es  $0.054 \text{ m}^2$ .

Comparado con las condiciones del escenario uno, las variables que cambian son el coeficiente de fricción ( $C_f$ ), la distancia relativa a la superficie del agua ( $X_{rh}$ ) y la profundidad en el tanque ( $h$ ).

Tabla 5.3. Condiciones escenario 2

Parámetro	Unidad	Magnitud
$l$	m	0.68
$b$	m	0.68
$\varepsilon_b$		0.717
$T_b$	m	0.126
$\xi$	m	1
$\eta$	m	1
$\Delta\xi, \Delta\eta$	m	0.01
$\alpha$	°	16
$C_f$		0.05
$C_d$		0.60
$\Delta t$	s	0.01
$t_f$	s	1.20
$C_m$		0.45
$X_{rh}$	m	0.34
$\gamma$		1.5658
$h$	m	0.30
$X_{PF}$	m	3.2
$\nu_t$	m	0.02

En lo referente al movimiento del bloque se tiene que:

La velocidad de impacto en la superficie obtenida en laboratorio es de  $1.25 \text{ m/s}$  en  $0.55 \text{ s}$ , y la estimada es de  $1.24 \text{ m/s}$  en el mismo tiempo, con un error del  $1.5\%$ ; la velocidad de impacto en el fondo obtenida en laboratorio es de  $1.65 \text{ m/s}$  en un tiempo de  $1.2 \text{ s}$ , se calcula  $1.61 \text{ m/s}$  con un error de  $-2.4\%$  en el mismo instante. La aceleración permanece constante en  $2.24 \text{ m/s}^2$  hasta antes del impacto en la superficie; posterior a ello, empieza a desacelerar. La distancia de recorrido es de  $1.42 \text{ m}$ . En la fig 5.13 se comparan las mediciones experimentales y las calculadas en el modelo numérico.

El tiempo de cálculo se recortó  $0.47 \text{ s}$  en la simulación, correspondiente al estado subaéreo del bloque, la simulación parte de este tiempo, es decir,  $0.08 \text{ s}$  antes de que se desarrolle el impacto con el agua; por tanto, los siguientes resultados son relativos a la simulación, como puede verse en las figuras del campo de velocidades y la superficie libre. En las comparaciones de la fig 5.16 se adiciona el tiempo recortado de la simulación.

En lo referente a la hidrodinámica se presentan las velocidades medias promediadas en la

profundidad y se tiene que:

En 0.73 s el bloque impacta en el fondo, las velocidades máximas del flujo se presentan ligeramente fuera del frente del bloque con 0.46 m/s y 0.44 m/s en la dirección principal, fig 5.14 (b) ( $x = 2.98, y = 10$ ). A partir de este punto la onda comienza a disminuir. La elevación del agua llega a los 0.40 m, fig 5.15 (b). En 0.91 s la elevación del agua en la primera onda disminuye a 0.35 m, fig 5.15 (c) ( $x = 3.21, y = 10$ ), el valle detrás del bloque se estrecha por la entrada de los flujos laterales, la elevación del agua más baja es de 0.20 m ( $x = 2.55, y = 10$ ). La velocidad del flujo en la primera onda es de 0.34 m/s, fig 5.14 (c). La celeridad de la onda es de 1.3 m/s.

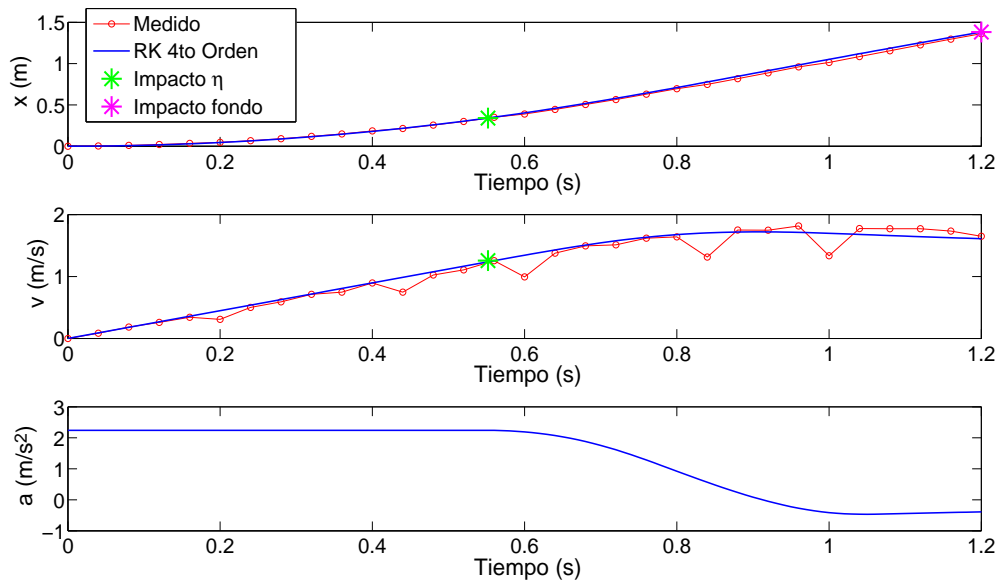


Fig 5.13. Comparación experimental y numérica, Escenario 2

En 1.40 s la elevación de la primera onda es de 0.31 m, fig 5.15 (e) ( $x = 3.95, y = 10$ ) y la velocidad del flujo es 0.093 m/s, fig 5.14 (e). Se forma el primer valle llegando a una elevación de 0.25 m, ( $x = 3.22, y = 10$ ), que va detrás de la primera onda; la celeridad de ésta es de 1.44 m/s. En 2 s la velocidad del flujo en la primera onda es de 0.048 m/s, fig 5.14 (g) ( $x = 5.00, y = 10$ ); la elevación del agua llega a 0.31 m, fig 5.15 (g), en el mismo punto; y la elevación del primer valle es de 0.275 m, ( $x = 3.95, y = 10$ ). Se ha formado la segunda onda. La celeridad de la primera onda es de 1.59 m/s.

En 2.5 s la elevación del agua en la primera onda es de 0.306 m ( $x = 5.83, y = 10$ ), en la segunda de 0.316 m ( $x = 3.91, y = 10$ ) y se aprecia la formación en la tercera, fig 5.15 (h). La celeridad de la primera onda es de 1.61 m/s. En 2.7 s, la primera onda ha decaído casi por completo, llegando al nivel original. La elevación del agua en el primer valle llega a 0.28 m ( $x = 4.95, y = 10$ ) y la segunda onda a una elevación de 0.31 m ( $x = 4.13, y = 10$ ). El máximo CFL es de 0.87 y se presenta en la parte frontal del bloque en 0.44 s. El tiempo total de simulación es de 6 s. La comparación de la superficie libre se muestra en la fig 5.16.

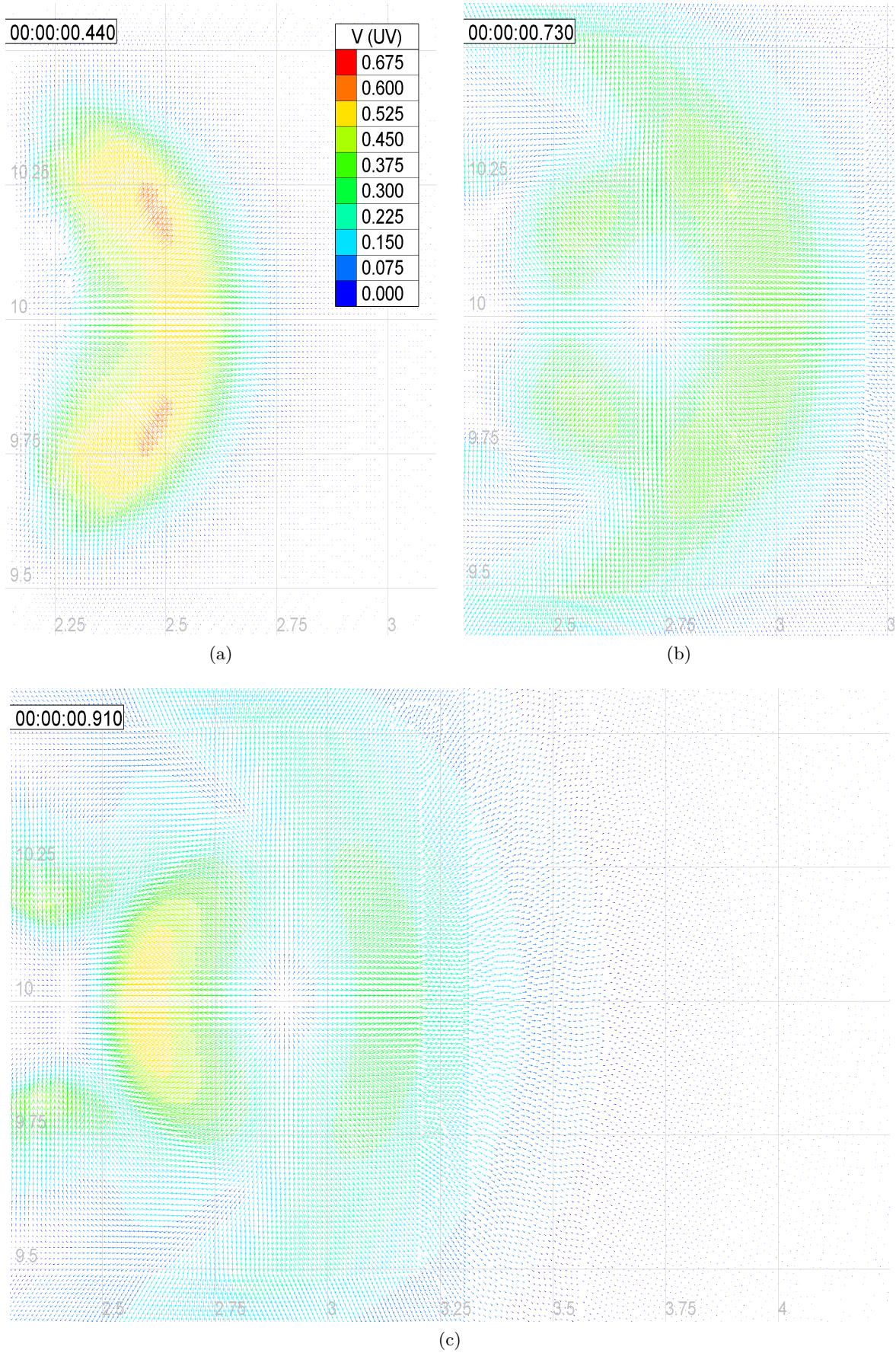
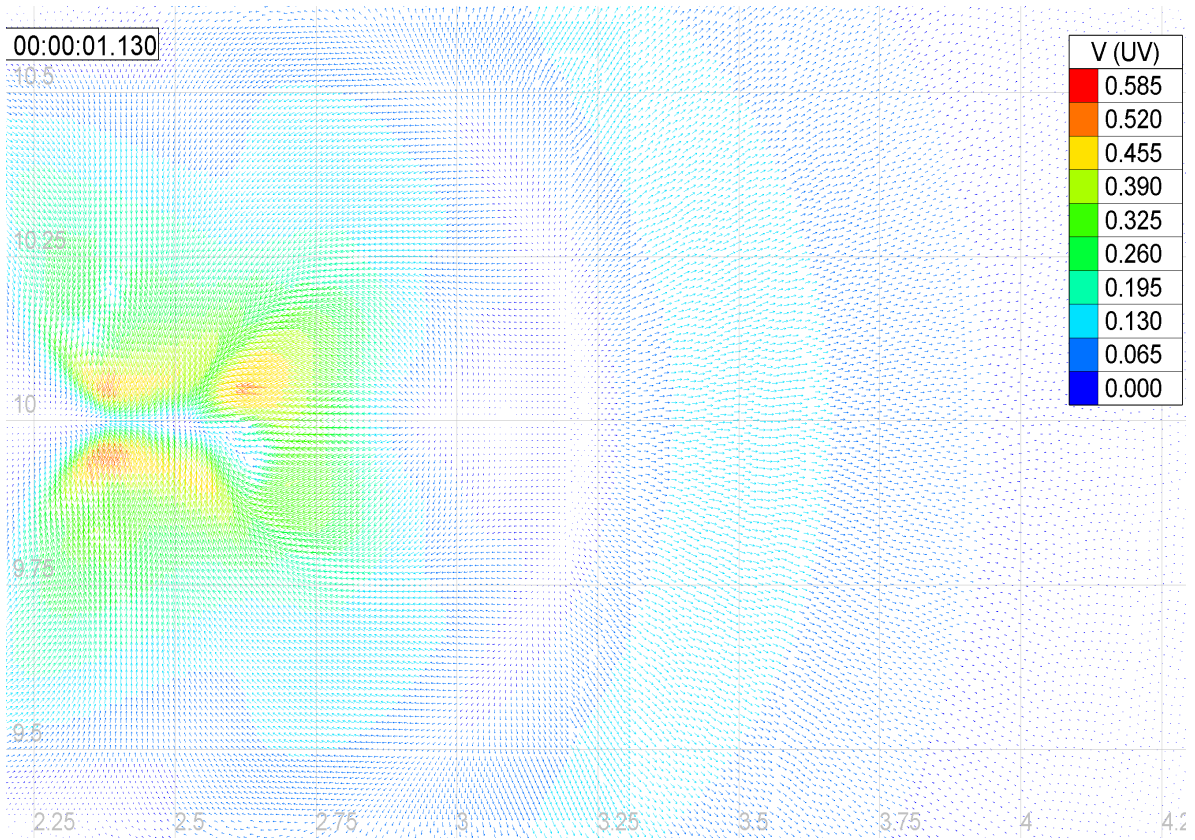
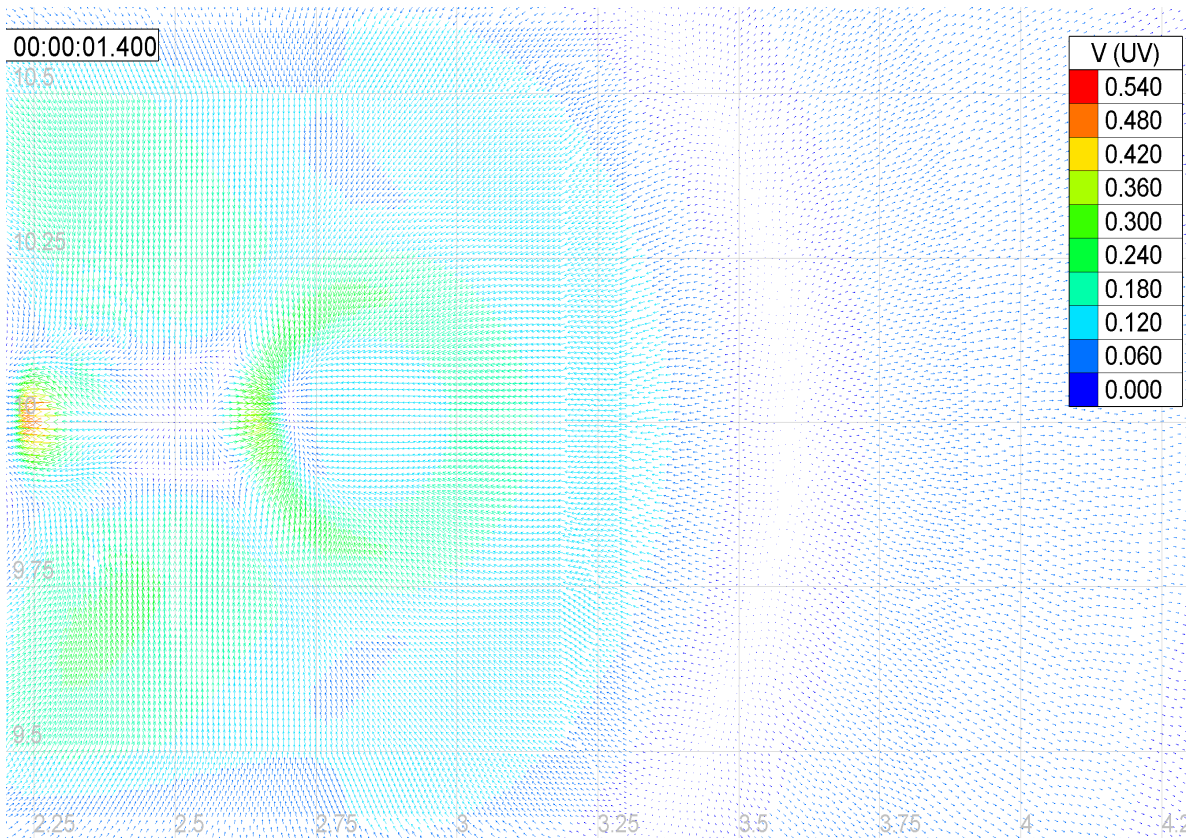


Fig 5.14. Secuencia del campo de velocidades, escenario 2





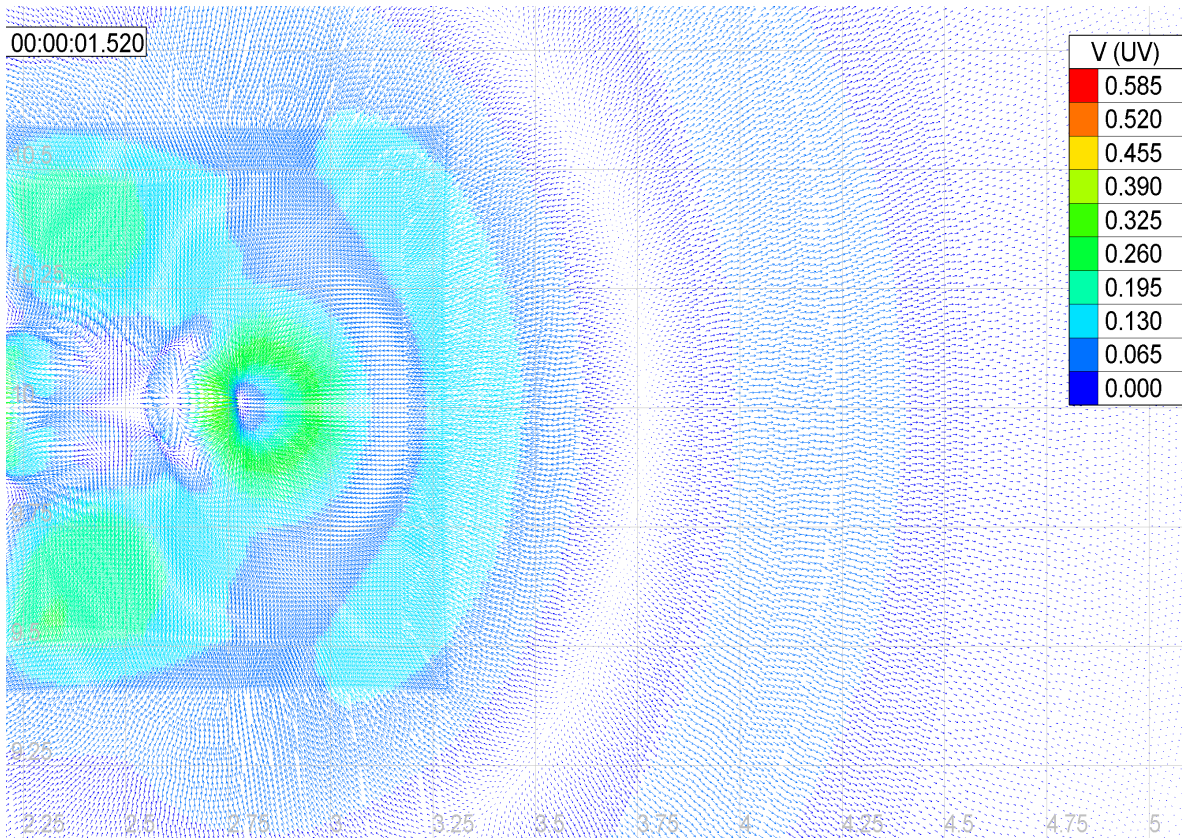
(d)



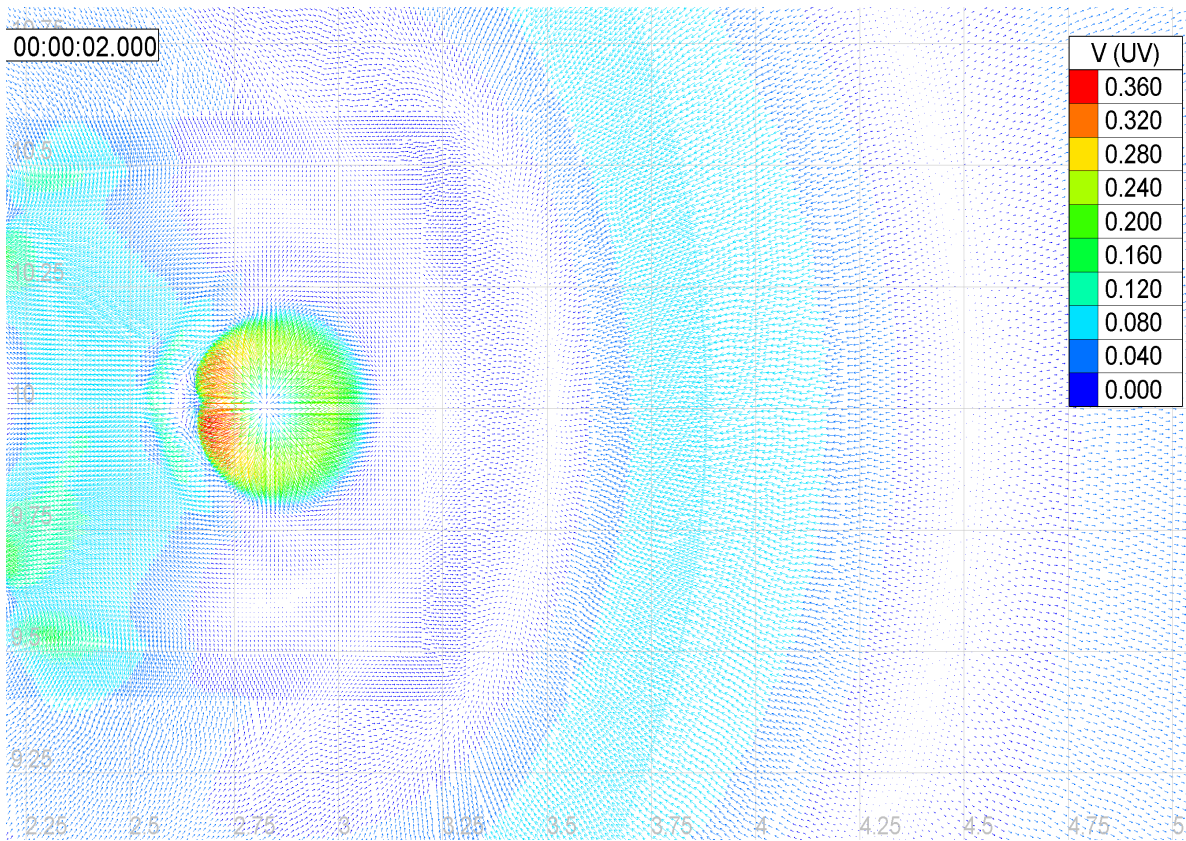
(e)

Fig 5.14. Secuencia del campo de velocidades, escenario 2





(f)



(g)

Fig 5.14. Secuencia del campo de velocidades, escenario 2

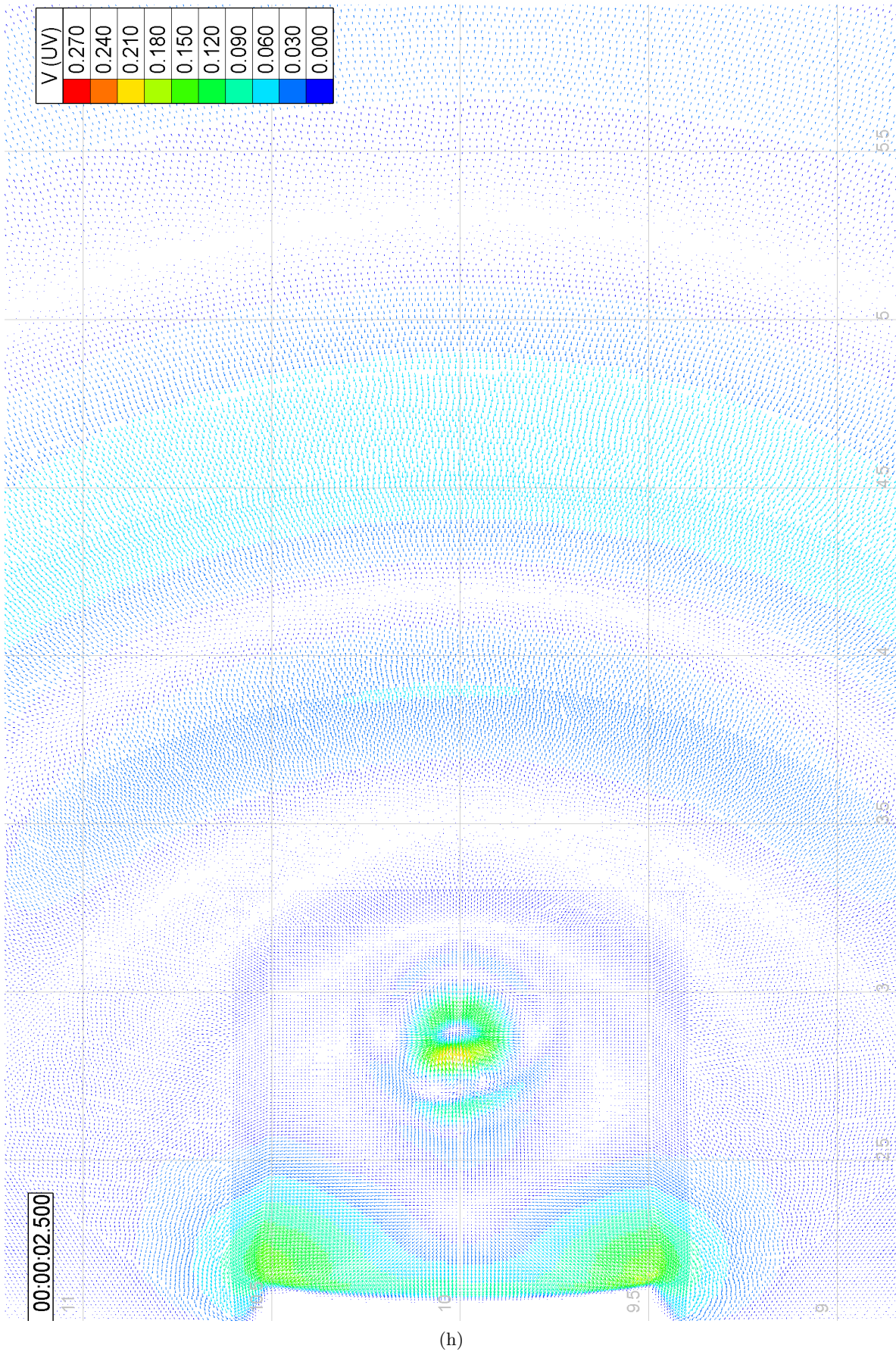


Fig 5.14. Secuencia del campo de velocidades, escenario 2



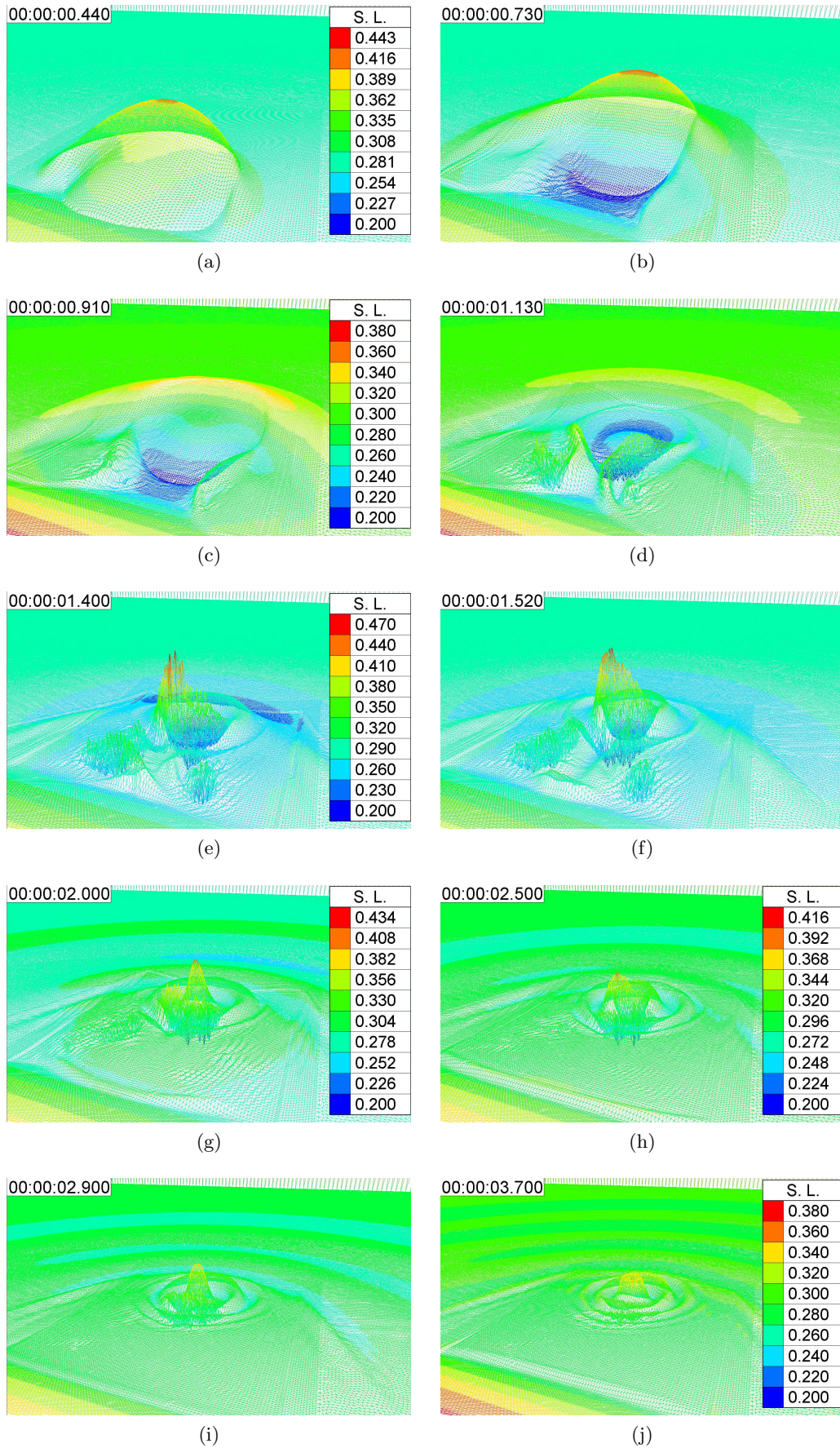
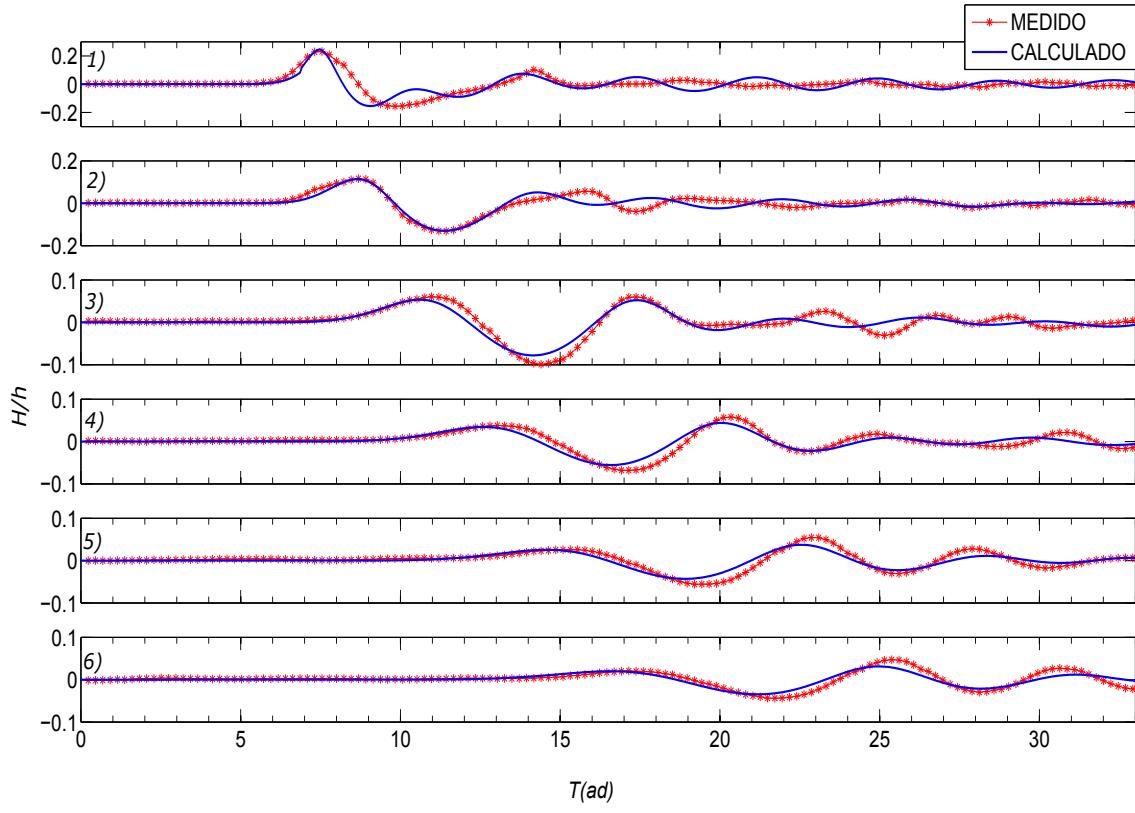
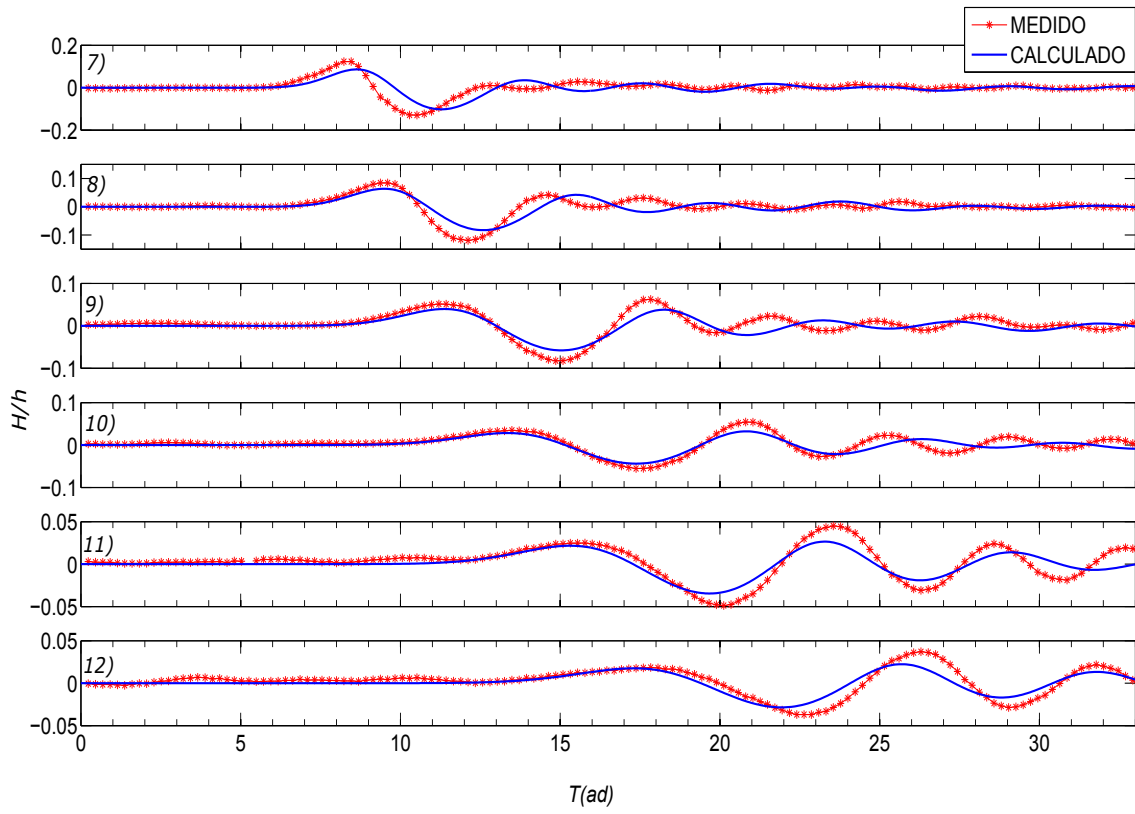


Fig 5.15. Evolución de la superficie libre, escenario 2



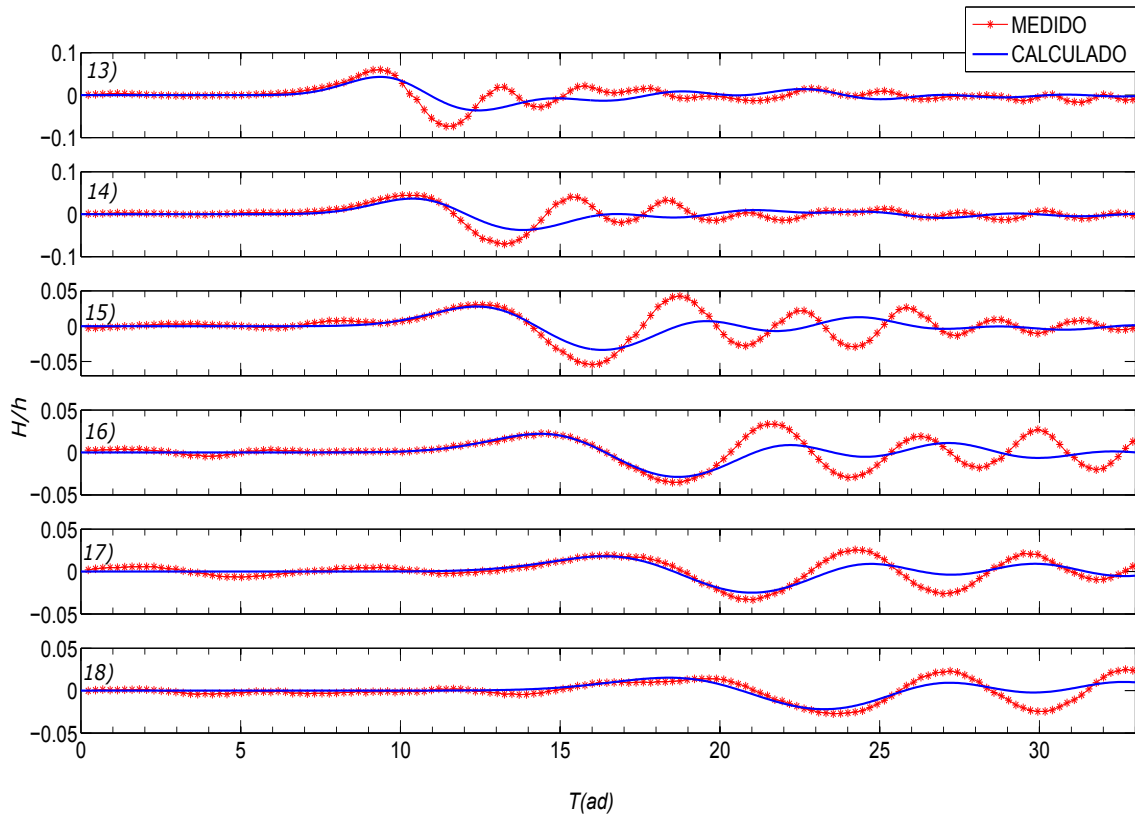
(a) Dirección  $0^\circ$



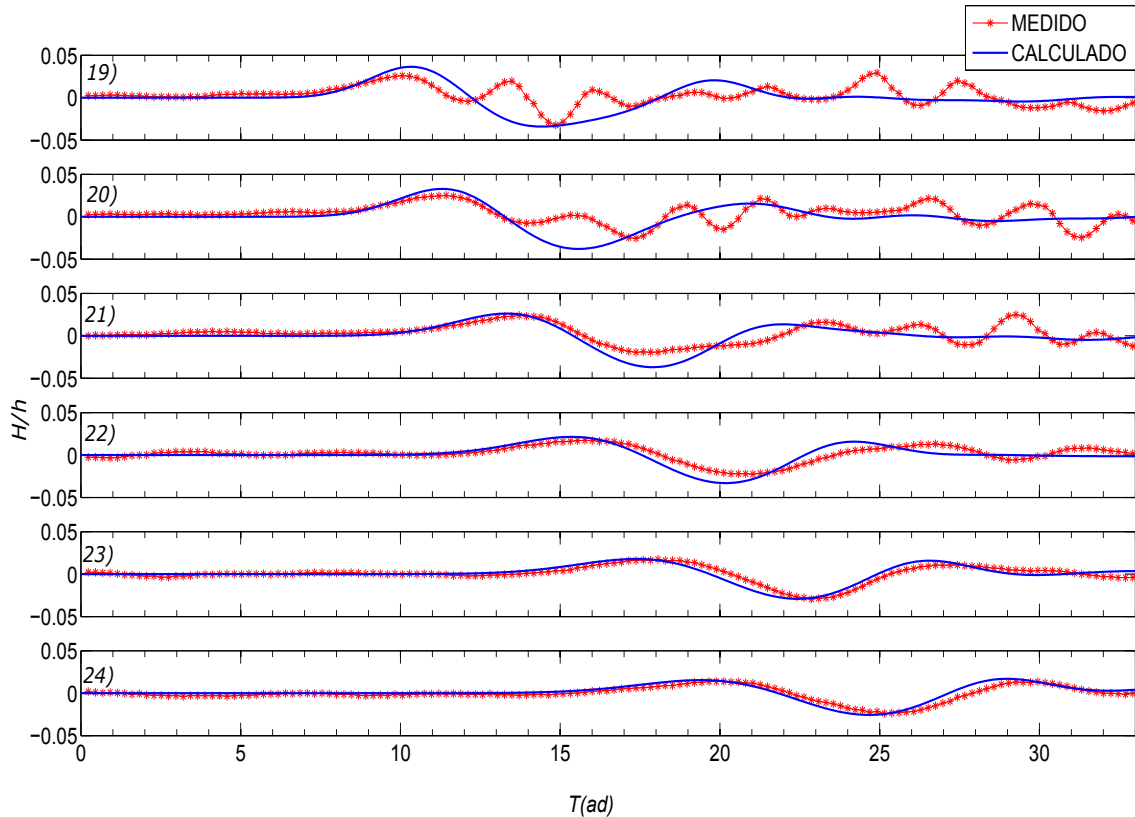
(b) Dirección  $30^\circ$

Fig 5.16. Comparación de la superficie libre, experimental y numérico, escenario 2





(c) Dirección 60°



(d) Dirección 90°

Fig 5.16. Comparación de la superficie libre, experimental y numérico, escenario 2

En cuanto a la comparación de las mediciones experimentales y los resultados numéricos se tiene que:

En la dirección principal del movimiento del deslizamiento, que corresponde a  $0^\circ$  (fig 5.16, a), la onda calculada es similar a la determinada en laboratorio, los efectos dispersivos son poco apreciables y el ascenso del valle tiene una pendiente suave que dará lugar a dos ondas en los siguientes puntos de medición. Los decaimientos de la onda principal (1) son 50, 74, 84, 89 y 91 % correspondiente a los puntos 2 a 6. En la dirección  $30^\circ$  las ondas calculadas se consideran reproducidas acertadamente (fig 5.16, b); los efectos dispersivos después de la primera onda comienzan a visualizarse. Los decaimientos de la onda principal (1) son 50, 74, 84, 89 y 91 % correspondiente a los puntos 7 a 12.

En la dirección de  $60^\circ$  (fig 5.16, c), se estima correctamente la altura de la onda, sin embargo, el valle calculado subestima los valores medidos, aunque la aproximación mejora conforme se aleja de la zona de impacto; las ondas dispersivas se visualizan después de la primera onda y cuya tendencia se reproduce en el modelo numérico. La onda principal (1) se amortigua en 47, 64, 78, 85, 89 y 92 % correspondiente a los puntos de medición 13 a 18.

En la dirección de  $90^\circ$  (fig 5.16, d) se estima adecuadamente la altura de la onda, sin embargo, en el valle se presentan complicaciones al sobrestimar la superficie libre, mejorando la aproximación conforme se aleja de la zona de impacto (puntos 22-24); las ondas determinadas en laboratorio son dispersivas después de la primera onda, en los puntos 19-21 y se reproducen con tendencia por el modelo numérico. La onda principal (1) se amortigua en 88, 89, 89, 92, 92 y 94 % correspondiente a los puntos 19 a 24.

La segunda onda es ligeramente mayor que la primera en los puntos 4-6, 9-12, 15-18 y 23. Únicamente en el punto 12, la aproximación de la segunda onda es mayor que la primera. En el punto 3 la segunda onda presenta la misma elevación que la primera. Los periodos de las ondas calculadas son mayores que los medidos. En general, la primera onda se considera aproximada adecuadamente y en las direcciones  $60^\circ$  y  $90^\circ$  se presentan complicaciones después de ésta.

### 5.6.3. Escenario 3

La simulación corresponde al tratamiento 14, mostrado en la tabla 2.4, localizada en la pág 18. Las condiciones iniciales para el movimiento del bloque se indican en la tabla 5.4 y la solución del desplazamiento, la velocidad y aceleración del bloque se muestran en la fig 5.17. En este escenario el  $Vol_T$  del bloque es de  $0.02 \text{ m}^3$ , el  $Vol_R$  correspondiente al último instante es la unidad y el  $A_b$  completamente sumergido es  $0.054 \text{ m}^2$ .

En lo referente al movimiento del bloque se tiene que:

La velocidad de impacto en la superficie es nula debido a que el bloque está en contacto con ella, mientras que la velocidad de impacto en el fondo obtenida en laboratorio es de  $0.29 \text{ m/s}$  en un tiempo de  $1.52 \text{ s}$ , el cálculo indica  $0.3 \text{ m/s}$ , es decir, un error de  $2.4 \%$ . La comparación de lo experimental y lo numérico se presenta en la fig 5.17.

Comparado con las condiciones del escenario 2 las variables que cambian son el coeficiente de fricción ( $C_f$ ), el coeficiente de arrastre ( $C_d$ ), el coeficiente de masa adicional ( $C_m$ ), la distancia relativa a la superficie del agua ( $X_{rh}$ ), la profundidad del agua en el tanque ( $h$ ) y el tiempo de cálculo ( $t_f$ ).

Tabla 5.4. Condiciones escenario 3

Parámetro	Unidad	Magnitud
$l$	m	0.68
$b$	m	0.68
$\varepsilon_b$		0.717
$T_b$	m	0.126
$\xi$	m	1
$\eta$	m	1
$\Delta\xi, \Delta\eta$	m	0.01
$\alpha$	°	16
$C_f$		0.06
$C_d$		0.90
$\Delta t$	s	0.01
$t_f$	s	1.52
$C_m$		0.40
$X_{rh}$	m	0
$\gamma$		1.566
$h$	m	0.40
$X_{PF}$	m	3.2
$\nu_t$	m	0.02

En lo referente a la hidrodinámica se presentan velocidades medias promediadas en la profundidad, se tiene que:

En  $0.86 \text{ s}$  el bloque ha rebasado totalmente el límite marcado por el nivel inicial del agua sobre la rampa ( $x = 2.258, y = 10$ ), aunque no ha sido envuelto del todo por el fluido. La elevación de la onda de agua sobre el bloque llega a los  $0.52 \text{ m}$ , fig 5.19 (a) ( $x = 2.796, y = 10$ ), con una velocidad del flujo de  $0.57 \text{ m/s}$  en la dirección principal, fig 5.18 (a), en el mismo

punto.

En 1 s, se aprecian las dos entradas de flujo detrás del bloque donde se registran las máximas velocidades. El bloque presenta un avance de 0.86 m, la onda permanece en la misma elevación de 0.52 m, ( $x = 2.95$ ,  $y = 10$ ). La celeridad de la onda es de 2.65 m/s.

En 1.2 s, una parte del flujo localizado sobre el bloque se desliza hacia la parte trasera del mismo, fig 5.18 (b) ( $x = 2.65$  a  $3.11$ ,  $y = 10$ ). La altura de la onda de agua permanece en 0.52 m, fig 5.19 (b) ( $x = 3.181$ ,  $y = 10$ ). La velocidad del flujo en la onda es de 0.42 m/s. La celeridad de la onda es de 1.76 m/s.

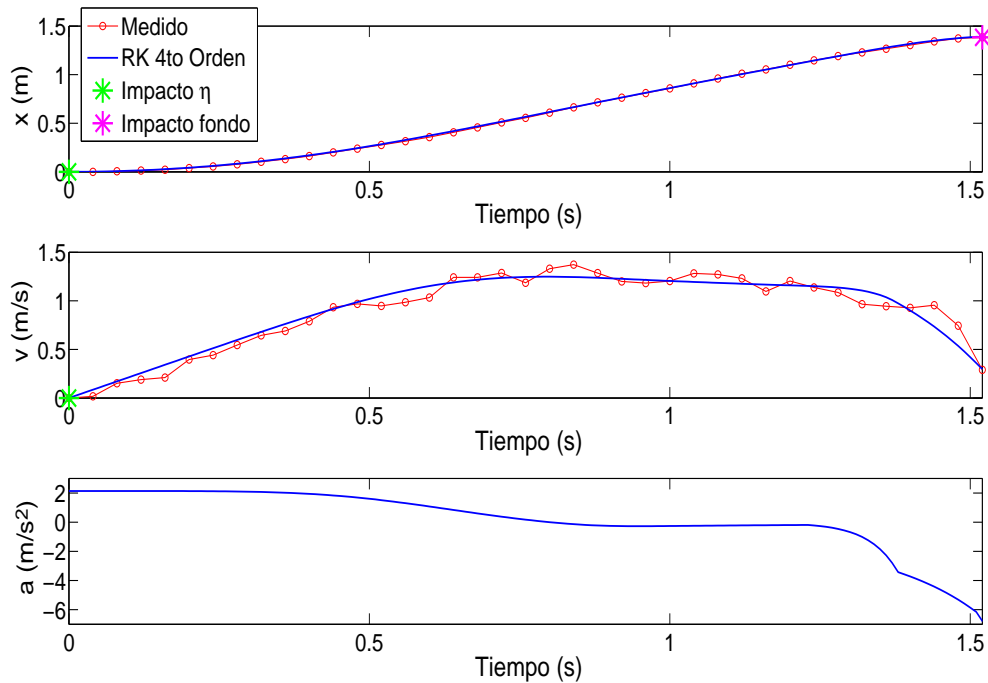


Fig 5.17. Comparación experimental y numérica, escenario 3

En el instante 1.3 s, la velocidad del flujo de la onda principal es de 0.37 m/s, fig 5.18 (c) ( $x = 3.296$ ,  $y = 10$ ) y la elevación de la onda es de 0.51 m en el mismo punto, fig 5.19 (c). La elevación del agua más baja es de 0.27 m, ( $x = 2.761$ ,  $y = 10$ ). La celeridad de la onda es de 1.63 m/s.

En 1.41 s, la elevación de la onda de agua es de 0.51 m, fig 5.19 (d) ( $x = 3.402$ ,  $y = 10$ ). La elevación del agua en del primer valle es de 0.25 m, ( $x = 2.873$ ,  $y = 10$ ). La velocidad del flujo en la onda principal es de 0.37 m/s, fig 5.18 (d).

En 1.52 s, el bloque impacta en el fondo, la elevación de la onda de agua es de 0.48 m, fig 5.19 (e) ( $x = 3.498$ ,  $y = 10$ ). La velocidad del flujo en este punto es de 0.10 m/s y aumenta en la dirección principal hasta 0.14 m/s, fig 5.18 (e) ( $x = 3.70$ ,  $y = 10$ ). La elevación mínima es de 0.25 m detrás del bloque ( $x = 2.95$ ,  $y = 10$ ). La celeridad de la onda es de 1.39 m/s.

En 1.71 s, la elevación de la onda de agua es de 0.42 m, fig 5.19 (f) ( $x = 3.870, y = 10$ ). La velocidad del flujo en este punto es de 0.04 m/s y aumenta en la dirección principal hasta 0.09 m/s, fig 5.18 (f) ( $x = 4.11, y = 10$ ). La elevación mínima del agua es de 0.25 m en el primer valle, ( $x = 2.93, y = 10$ ). La celeridad de la onda es de 1.52 m/s.

En 1.85 s, la elevación de la onda de agua es de 0.42 m, fig 5.19 (g) ( $x = 4.20, y = 10$ ). La velocidad del flujo en este punto es de 0.05 m/s y aumenta en la dirección principal hasta 0.07 m/s, fig 5.18 (g) ( $x = 4.52, y = 10$ ). La elevación mínima del agua es de 0.29 m en el primer valle localizado frente al bloque ( $x = 3.104, y = 10$ ). La celeridad de la onda es de 1.63 m/s.

En 2 s, la elevación de la onda de agua es de 0.41 m, fig 5.19 (h) ( $x = 4.52, y = 10$ ). La velocidad del flujo en este punto es de 0.04 m/s y aumenta en la dirección principal hasta 0.06 m/s, fig 5.18 (h) ( $x = 4.85, y = 10$ ). La elevación mínima es de 0.33 m en el valle detrás de la primera onda, ( $x = 3.594, y = 10$ ). La celeridad de la onda es de 1.70 m/s.

En 2.46 s, la primera onda ha decaído muy cerca al nivel original.

En la secuencia de imágenes de las fig 5.18 y 5.19, la última muestra una escala diferente que permite ver los resultados. Se muestra la comparación de las mediciones experimentales y los resultados numéricos, en la fig 5.20; donde  $T = t\sqrt{g/h}$ , representa el tiempo adimensional y  $H/h$ , es el desplazamiento de la superficie libre relativo a la profundidad. Las cuatro gráficas corresponden a las direcciones principales de medición, cada una con seis puntos indicados en la fig 4.2, localizada en la pág 35.

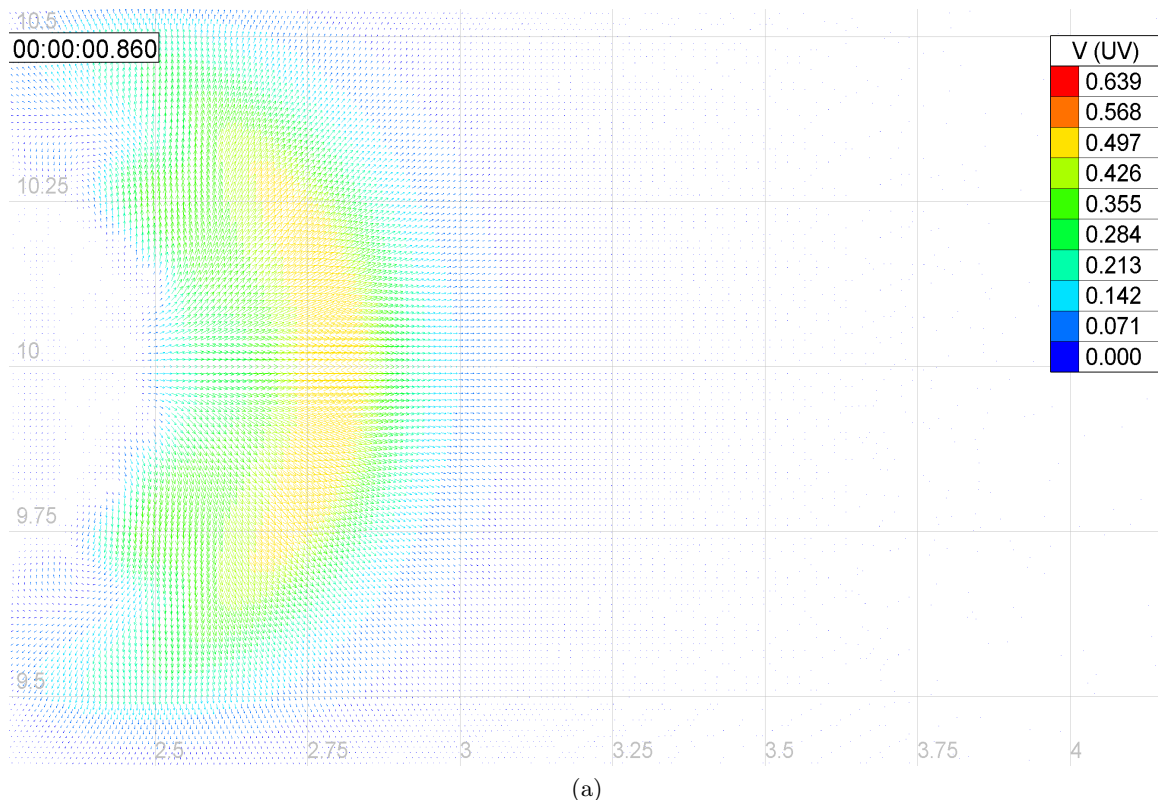
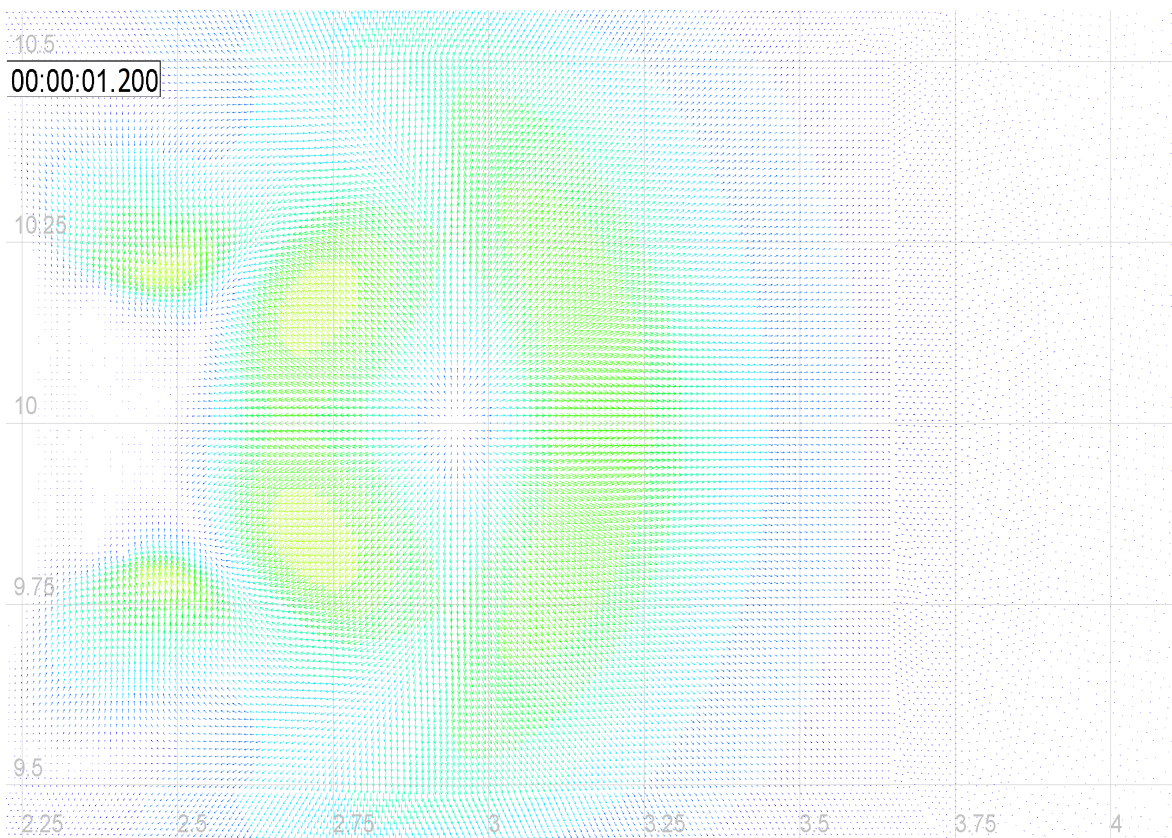
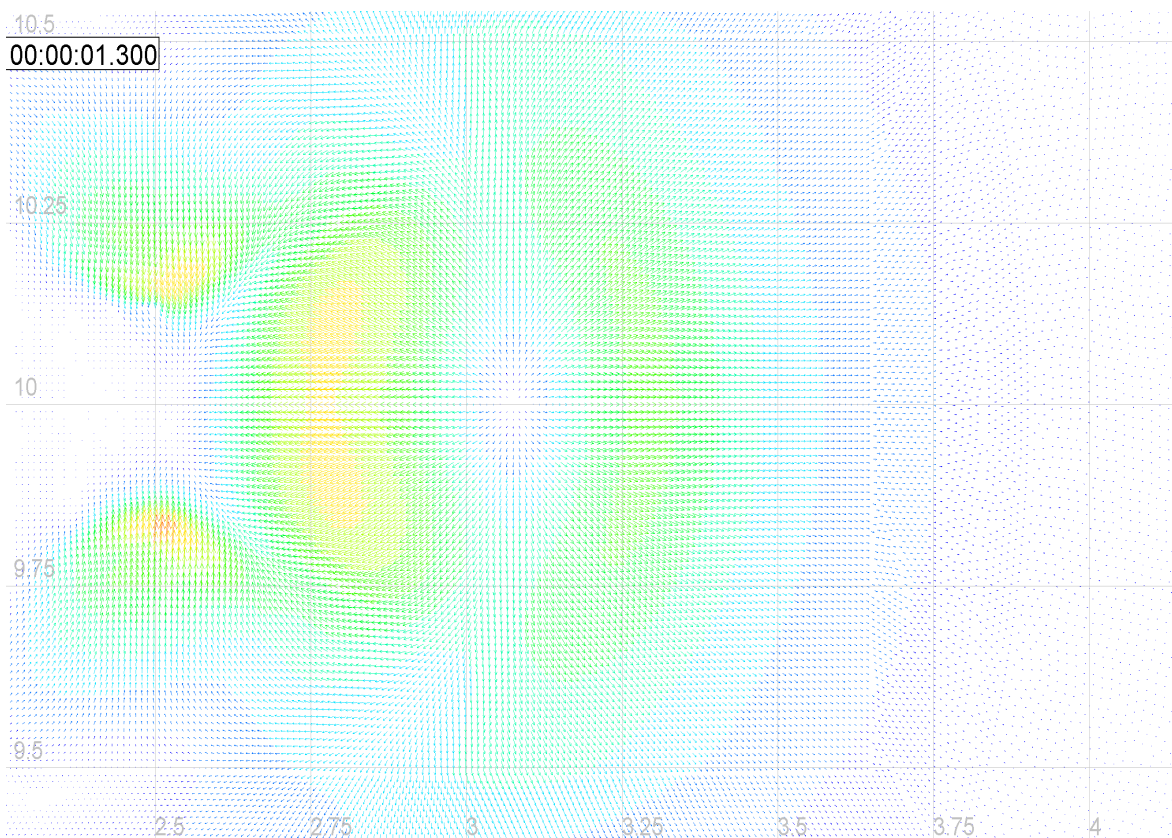


Fig 5.18. Secuencia del campo de velocidades, escenario 3



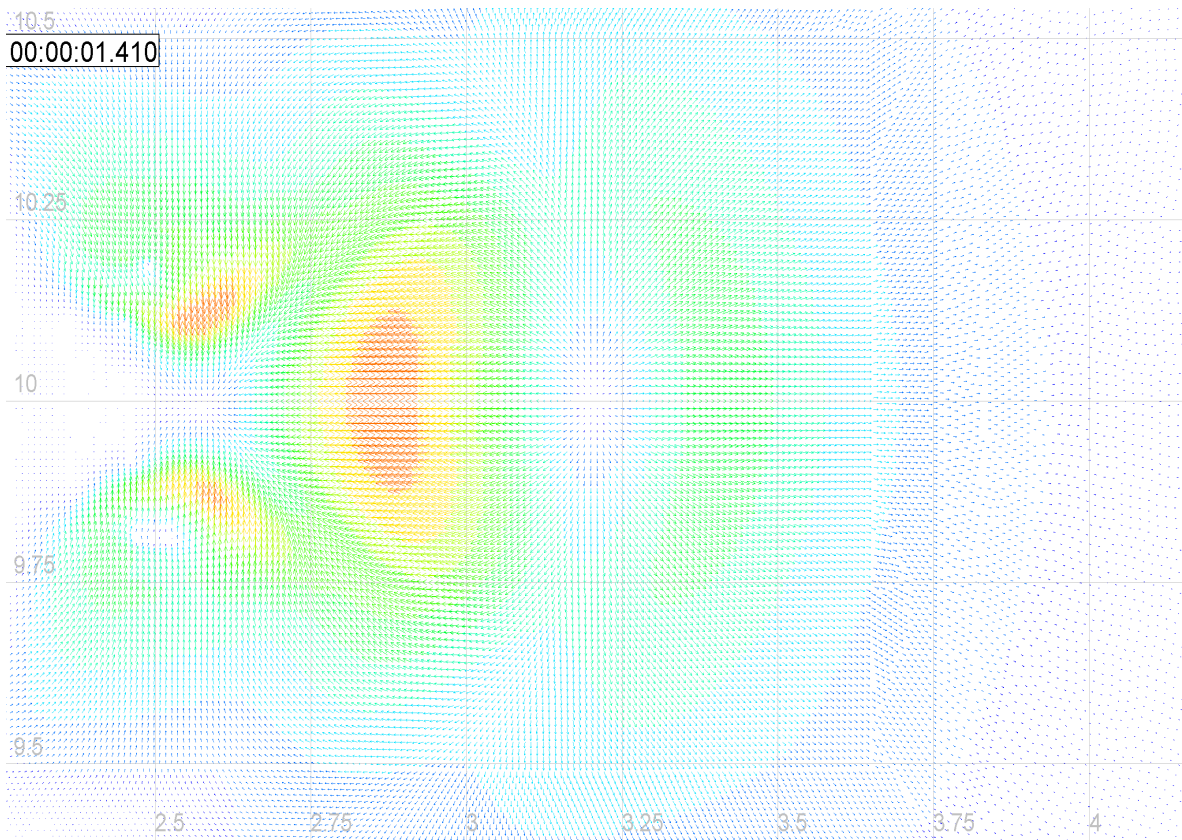
(b)



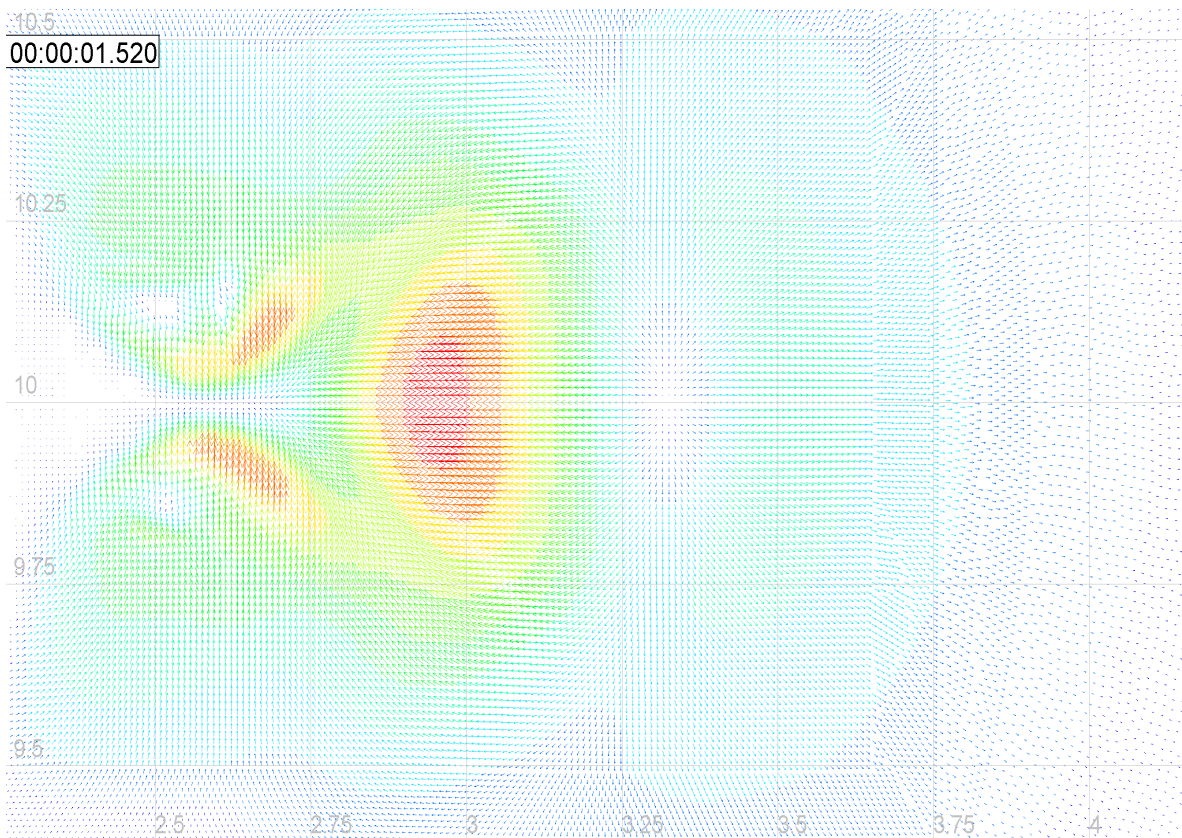
(c)

Fig 5.18. Secuencia del campo de velocidades, escenario 3





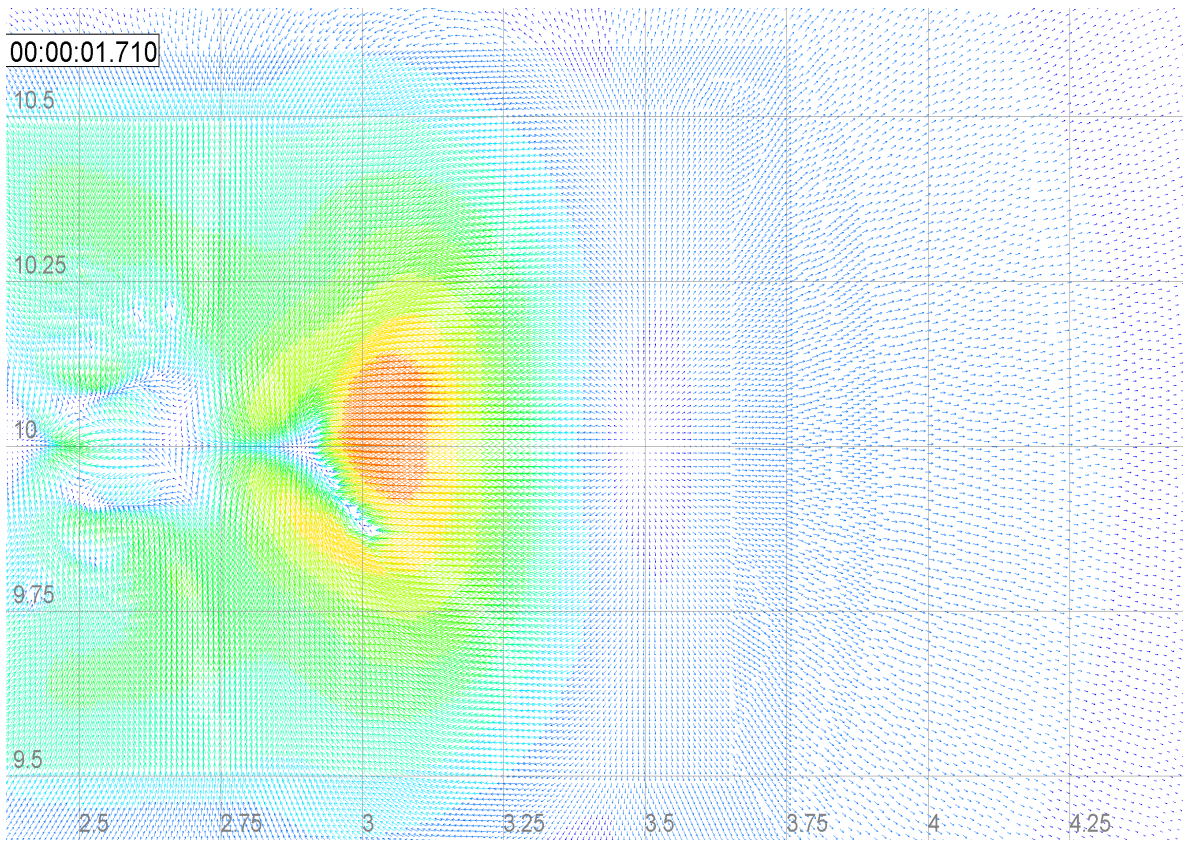
(d)



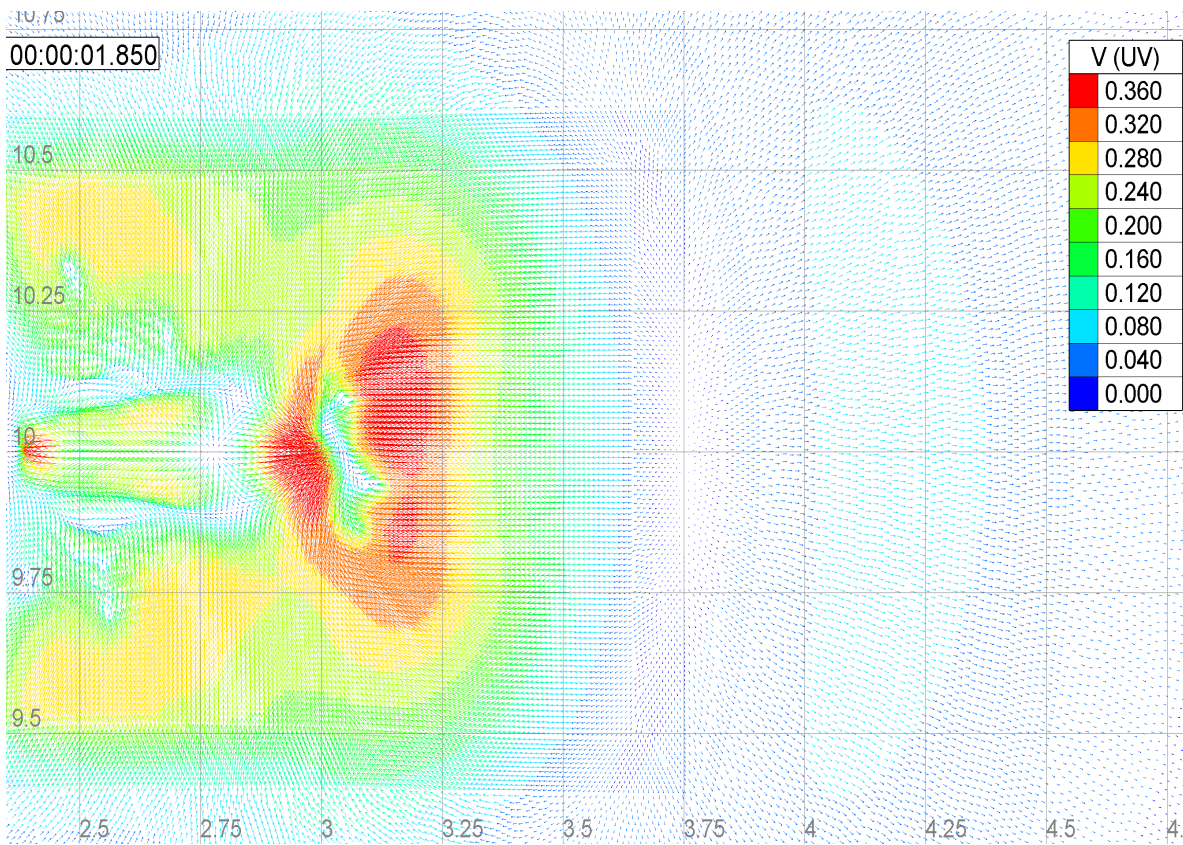
(e)

Fig 5.18. Secuencia del campo de velocidades, escenario 3





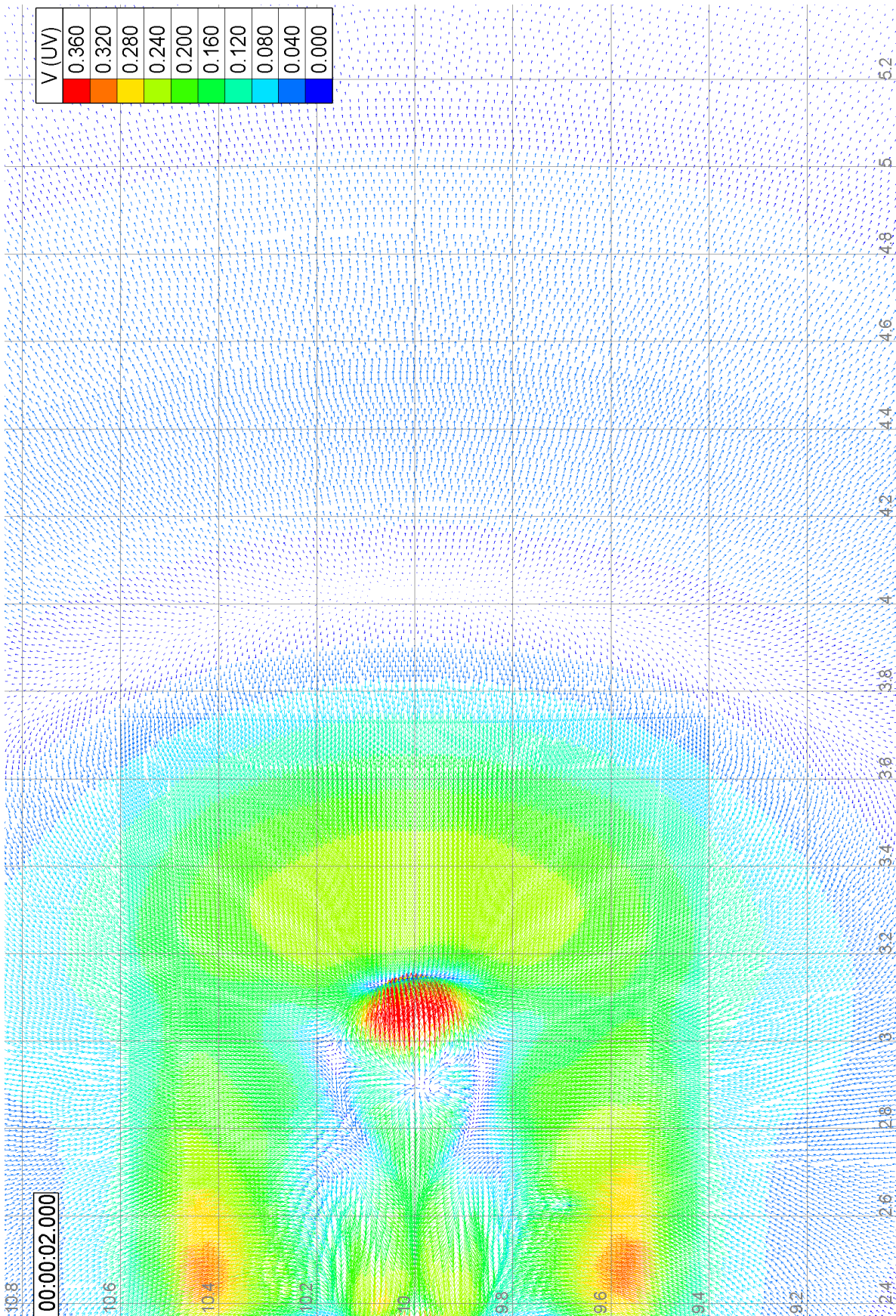
(f)



(g)

Fig 5.18. Secuencia del campo de velocidades, escenario 3





(h)

Fig 5.18. Secuencia del campo de velocidades, escenario 3



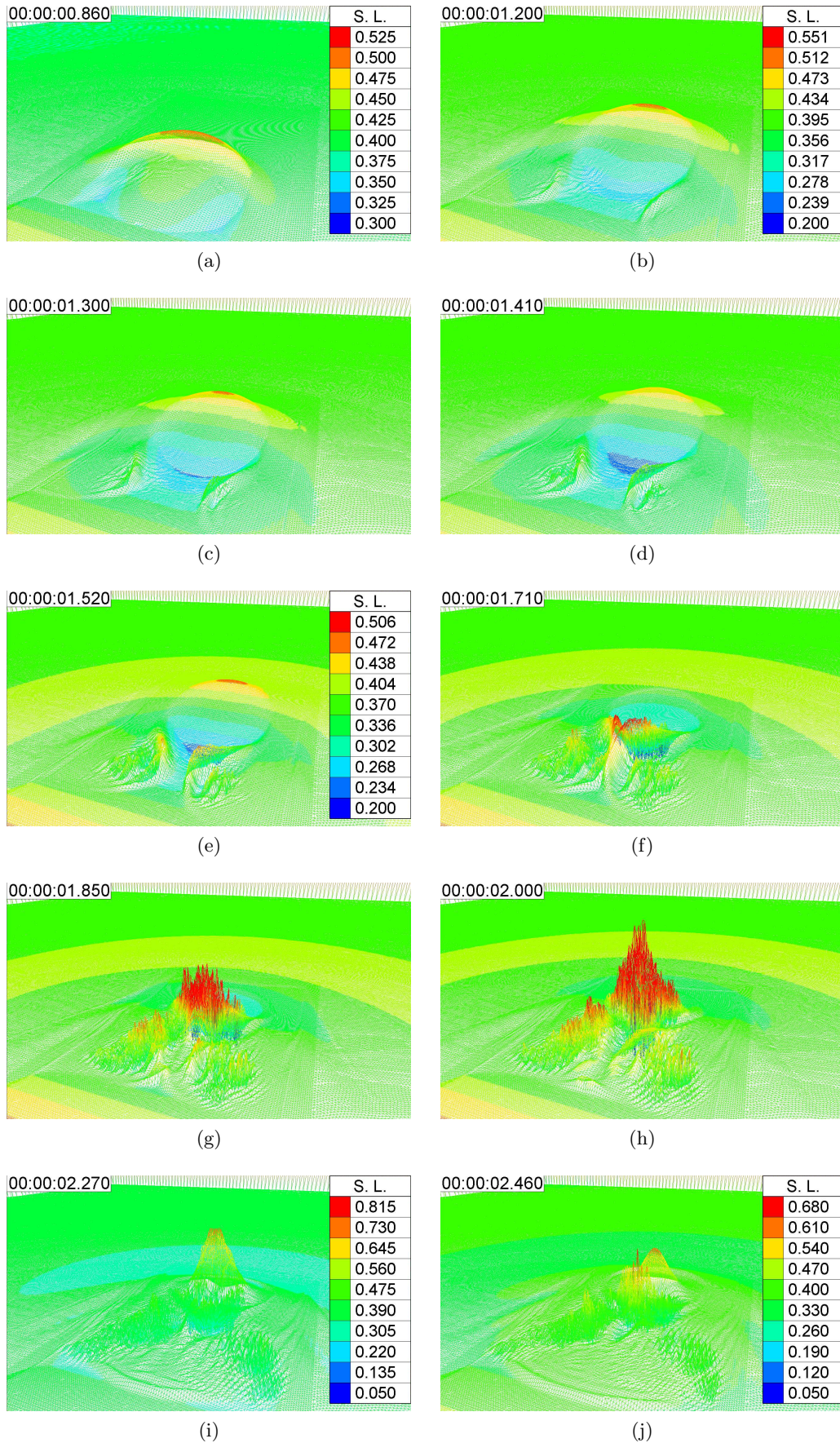
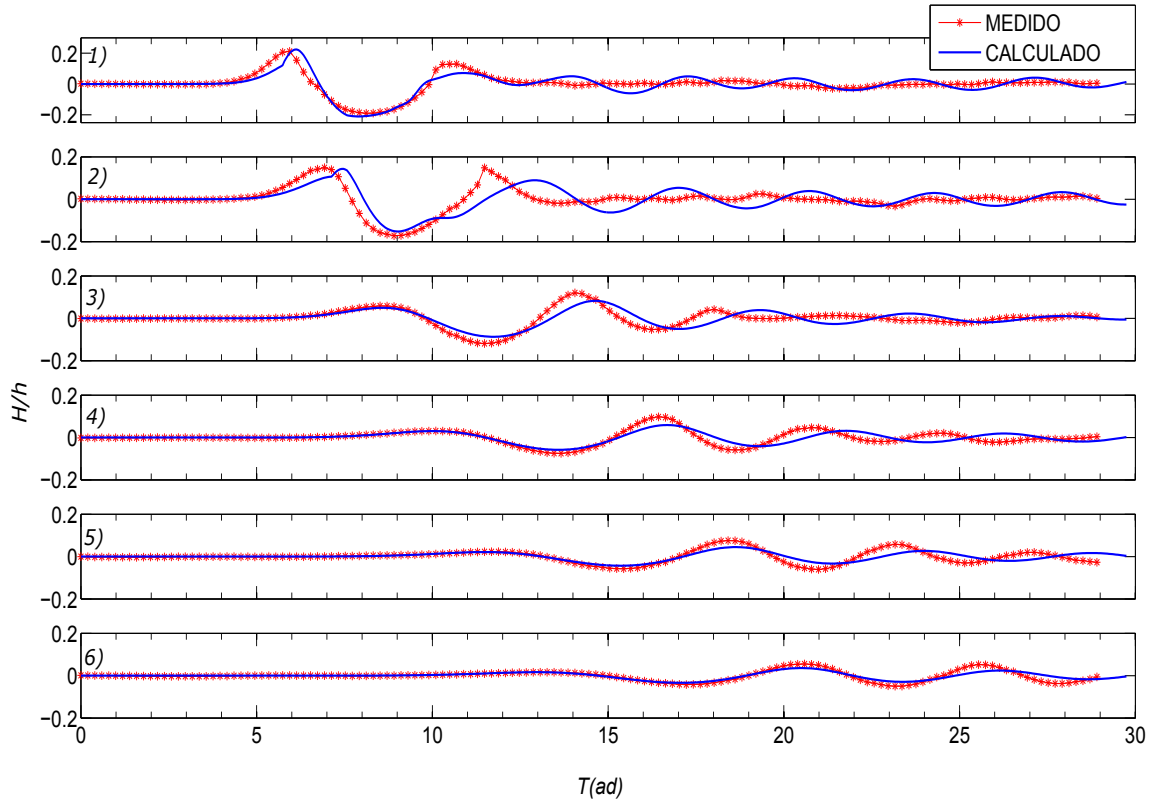
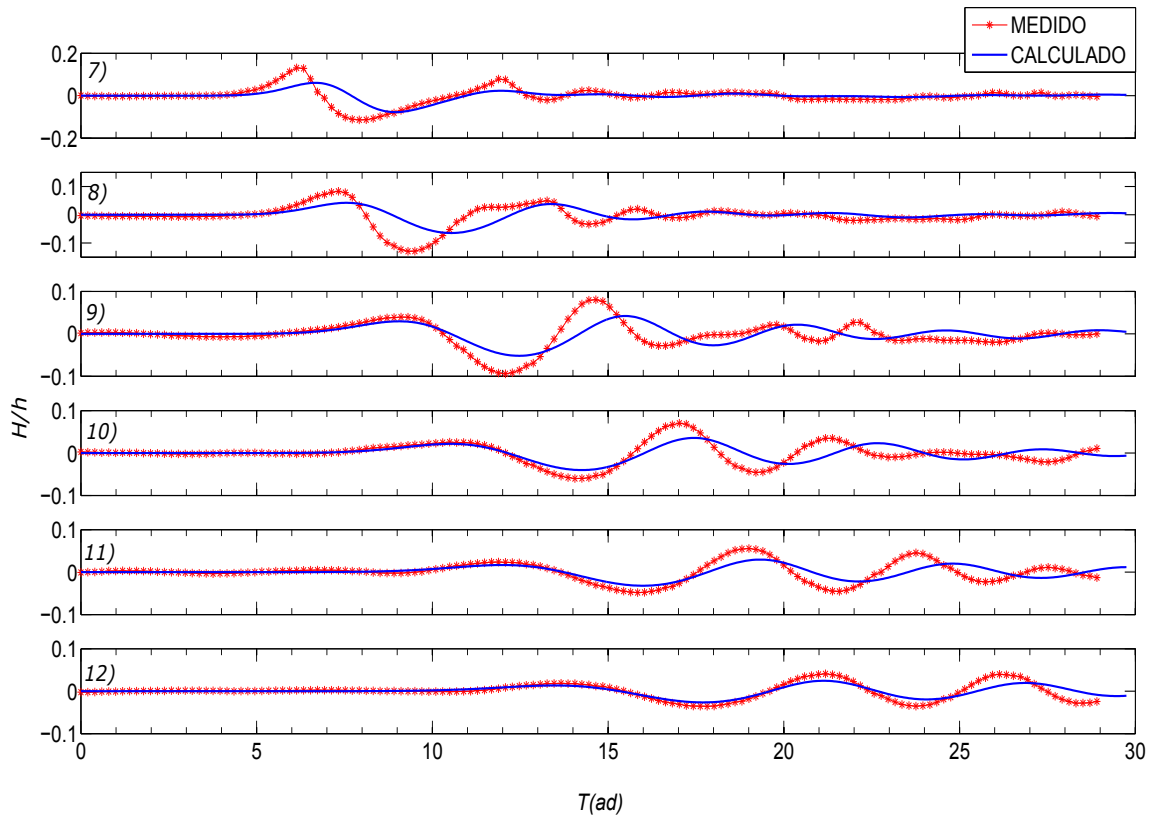


Fig 5.19. Evolución de la superficie libre, escenario 3

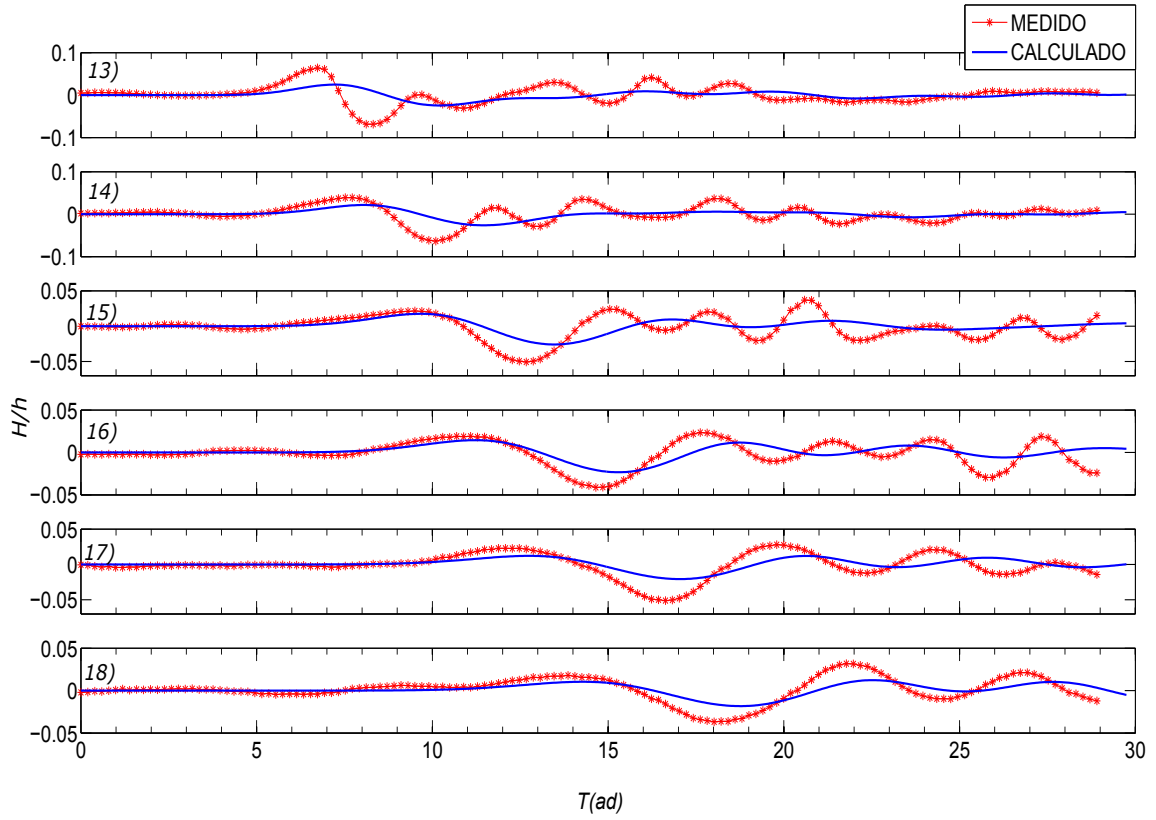


(a) Dirección  $0^\circ$

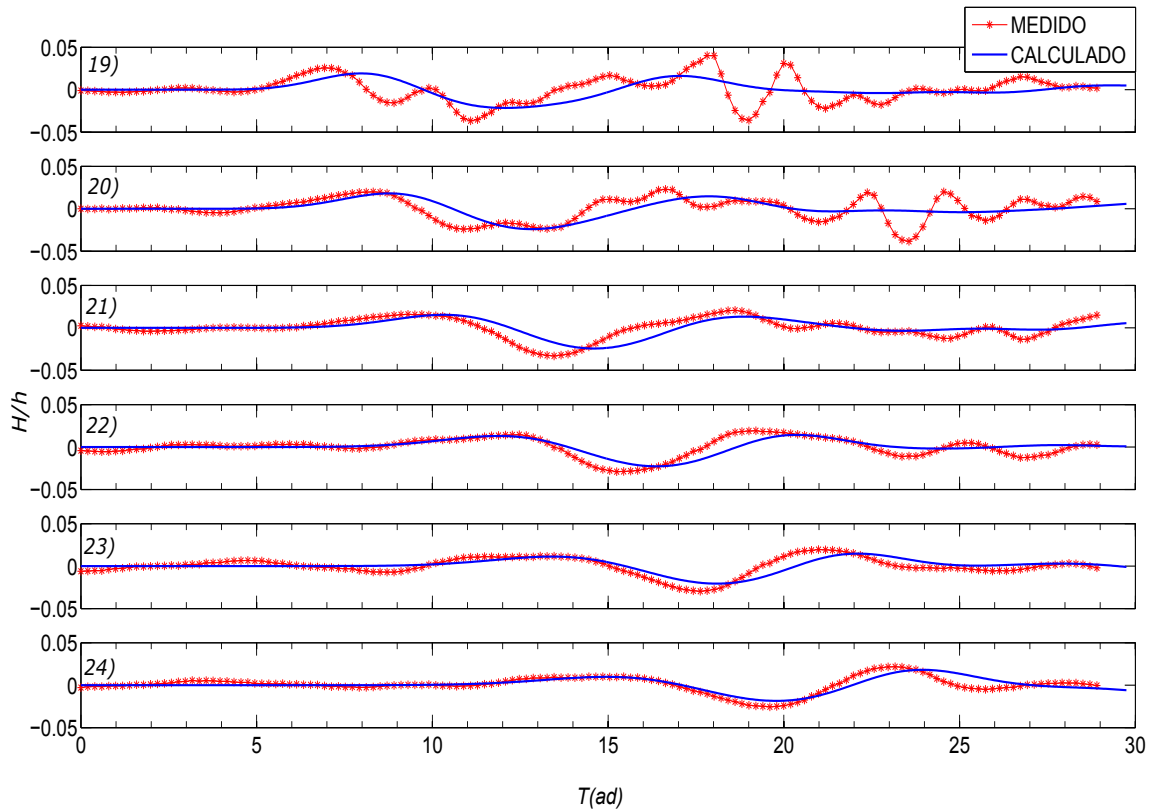


(b) Dirección  $30^\circ$

Fig 5.20. Comparación de la superficie libre, experimental y numérico, escenario 3



(c) Dirección  $60^\circ$



(d) Dirección  $90^\circ$

Fig 5.20. Comparación de superficie libre, experimental y numérico, escenario 3

En cuanto a la comparación de las mediciones experimentales y los resultados numéricos se tiene que:

En la dirección principal del movimiento del deslizamiento, que corresponde a  $0^\circ$  (fig 5.20, a), la onda calcula es similar a la determinada en laboratorio y los efectos dispersivos son poco apreciables; el primer valle es más profundo que en los escenario anteriores. Los decaimientos de la onda principal (1) son 29, 72, 85, 89 y 92 % correspondiente a los puntos de medición 2 a 6. En la dirección  $30^\circ$  (fig 5.20, b), la altura de la onda se considera reproducida adecuadamente en los puntos 9 a 12, mientras que en los puntos 7 y 8 se subestima la cresta. Por su parte el valle es subestimado en los puntos 7 a 9. Se aprecia la formación de la segunda onda con una pendiente suave hasta formar una curva (7-12). Los efectos dispersivos comienzan a visualizarse. El decaimiento de la onda principal (1) es 38, 60, 81, 87, 88, 91 % correspondiente a los puntos 7 a 12.

En la dirección de  $60^\circ$  (fig 5.20, c) se estima correctamente la altura de la onda en los puntos 15 a 18, mientras que en los puntos 13 y 14 se subestima. Las ondas dispersivas son más notorias y el valle es subestimado en todos los puntos de esta dirección. La onda principal (1) se amortigua en 69, 81, 89, 91, 89 y 91 % correspondiente a los puntos de medición 13 a 18.

En la dirección de  $90^\circ$  (fig 5.20, d) se estima correctamente la altura de la onda en los puntos 20 a 24, mientras que en el punto 19 la cresta de la onda se subestima. Sobre los valles aparecen perturbaciones de la superficie libre y presentan una pendiente suave hacia el ascenso de la onda, además son subestimados en esta dirección. La onda principal (1) se amortigua en 87, 90, 92, 93, 94 y 95 % correspondiente a los puntos 19 a 24.

Se determina que la segunda onda es ligeramente mayor que la primera en los puntos 3-6, 9-12, 15-18 y 21-24. Los periodos de las ondas calculadas son ligeramente mayores que los medidos. En general la primera onda se considera con una aproximación adecuada y en las direcciones  $60^\circ$  y  $90^\circ$  se aprecian complicaciones después de ésta.

## 5.7. Simulación numérica del embalse la Yesca

En esencia el modelo sigue la descripción general del movimiento. La solución es la provista en la Sección 5.3, el análisis de la geometría presentado en la Sección 5.4 así como la descripción del movimiento sobre varios planos de falla, presentado en la Sección 5.5.

La discretización del embalse se muestra en la Subsección 4.6.2, la cual ha pasado por una serie de procesos que se han adecuado a las necesidades de la simulación, su elaboración es similar a los experimentos, donde la malla se fue anidando, cuidando la adaptación en las fronteras en cada paso con la siguiente malla. Además, pasa por un proceso gradual que también es descrita en la sección antes indicada y se refina en la zona cercana a la perturbación, los elementos aumentan a medida que se alejan. La cortina también es de importancia y en esa zona es necesario caracterizar adecuadamente la estructura. Las condiciones iniciales para la solución al movimiento del bloque se muestran en la tabla 5.5 y los resultados en la fig 5.21.

Tabla 5.5. Condiciones del embalse la Yesca

Parámetro	Unidad	Magnitud
$\xi$	m	1800
$\eta$	m	900
$\Delta\xi, \Delta\eta$	m	15
$C_d$		0.96
$\Delta t$	s	0.05
$t_f$	s	40
$C_m$		0.45
$\gamma$		1.911
$h(NAME)$	m	578
$Fo$	m	420
$Po$	m	795
$\nu_t$	m	0.5
Tramo 3, $\alpha$	°	47
Tramo 2, $\alpha$	°	38
Tramo 1, $\alpha$	°	15
Tramo 4, $\alpha$	°	0
Tramo 3, $\psi$	°	5.71
Tramo 2, $\psi$	°	5.71
Tramo 1, $\psi$	°	4.7
Tramo 4, $\psi$	°	3.8

Se hace notar que el ángulo  $\psi$  del tramo 1, indicado en la referencia, corresponde a  $21.8^\circ$  y se ha reducido a  $4.7^\circ$ , mientras que el ángulo  $\psi$  del tramo 4 corresponda a  $26.56^\circ$  y se ha reducido a  $3.8^\circ$ ; indicados anteriormente en la tabla 2.6 (pág 20). Esto se debe a que con estos coeficientes iniciales determinar el movimiento del bloque con la ec 2.3, no es posible; es sencillo notarlo al ver que son mayores que los ángulos de inclinación de los planos de falla (se ha comentado en la Sección 2.1, pág 10). Por ello se realizó un proceso de calibración con lo cual se llegó a los coeficientes indicados en la tabla 5.5.



En lo referente al movimiento del bloque se tiene que:

Los experimentos de laboratorio se desarrollaron con la geometría de una cuña, como idealización del deslizamiento. Con base en las mediciones en laboratorio, se obtiene que la distancia de recorrido total es de 326.5 m en un tiempo de 40 s. La velocidad máxima alcanzada es de 14.7 m/s a los 68.1 m en 8.5 s, aunque la máxima teórica es de 23 m/s según la GEIC.

Se comentó que en la simulación numérica se emplea el movimiento de la geometría real, debido a que la geometría idealizada presentaba ondas de mayor magnitud. El estado inicial del bloque es parcialmente sumergido con un  $V_R$  de 44 %, el área máxima que presenta el bloque es de 56,718 m<sup>2</sup>.

El desplazamiento calculado a los 8.5 s es de 59.6 m con un error de -12.4 %, a una velocidad máxima de 13.6 m/s con un error de -7.3 %, el desplazamiento total es de 329.5 m con un error de 0.9 %; aunque se obtuvieron resultados con menor error a los 8.5 s la curva se despega posterior a este tiempo y después caía cerca del tiempo final, mostrando un error mayor de desplazamiento entre los instantes 15 y 35 s. Se considera que el ajuste presentado concuerda más con los resultados medidos en laboratorio.

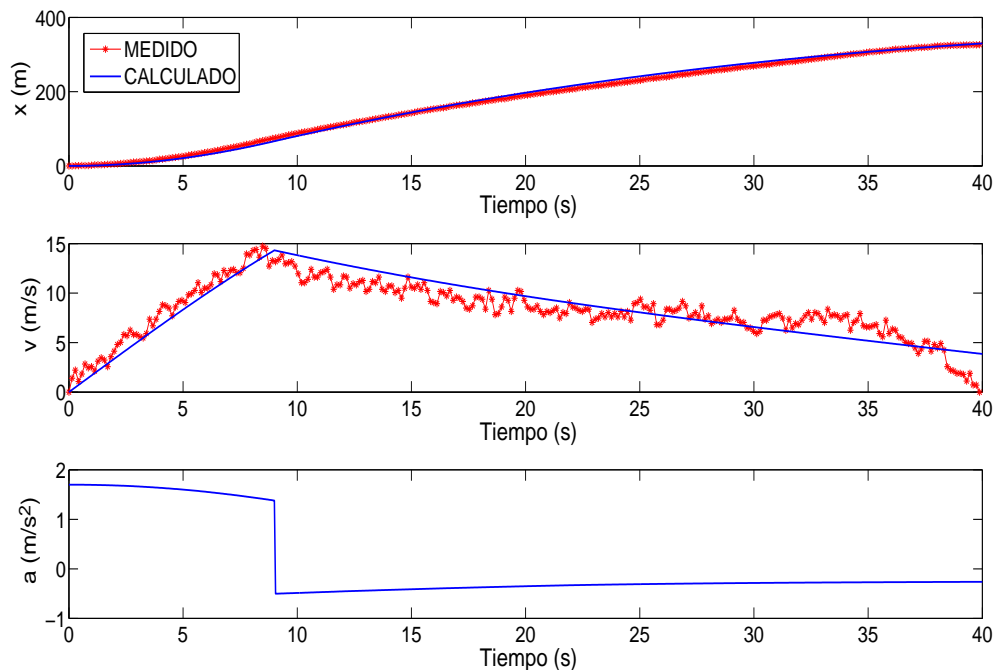


Fig 5.21. Comparación experimental y numérica del embalse la Yesca

El bloque se desacelera ligeramente hasta que alcanza la velocidad máxima donde decae rápidamente, lo que indica un cambio de coeficiente de fricción y el ángulo del plano de falla; posteriormente, se acelera ligeramente hasta el instante final. Se muestra la comparación entre lo experimental y numérico en la fig 5.21.

Se emplea el sistema de referencia local indicado en la Subsección 4.6.2, las características del embalse se definen en la tabla 2.5 de la Subsección 2.4.2. El tiempo total de simulación es de 5 minutos, con lo cual la onda ya ha llegado a la cortina.

Se considera que el bloque parte del reposo y por tanto no existe impacto en la superficie libre, debido a que está semisumergido. La frontera en la simulación numérica es cerrada. El nivel inicial del embalse corresponde al NAME (578 msnm -420 msnm = 158 m). La rugosidad con una  $n$  de manning de  $0.031 \text{ s/m}^{1/3}$  y una viscosidad turbulenta constante de  $0.5 \text{ m}^2/\text{s}$ .

En las figs 5.22 y 5.23 puede verse la secuencia del campo de velocidades y de la superficie libre del agua calculada; las elevaciones aquí presentadas de la simulación numérica corresponden al NAME en msnm y al sistema local establecido.

Con respecto a la hidrodinámica se presentan velocidades medias promediadas en la profundidad, observando:

En 8.5 s, cuando el bloque alcanza su máxima velocidad ( $14.7 \text{ m/s}$ ), el flujo se desarrolla en la dirección principal del movimiento. Sobre la zona perturbada la velocidad máxima del flujo es de  $8.3 \text{ m/s}$  cercana al bloque, ( $x = 7,427$   $y = 42,934$ ).

En 16 s, la elevación de la superficie del agua frente al bloque es de  $592.5 \text{ msnm}$ , fig 5.23 (c) ( $x = 7,292$ ,  $y = 43,219$ ), mientras que el lado derecho el agua alcanza una elevación de  $600 \text{ msnm}$  ( $x = 7,532$ ,  $y = 42,994$ ) debido al impulso del bloque. La velocidad máxima se localiza hacia la derecha del impacto, cercano al punto indicado, fig 5.22 (b). Las velocidades del flujo se orientan en forma radial, son de entre  $5$  y  $10 \text{ m/s}$  y decaen a medida que se alejan de la zona. Detrás del bloque queda al descubierto el plano de falla y se presenta un flujo hacia esa dirección.

En 20.5 s, frente al bloque del lado izquierdo, se forma una depresión que llega a la elevación de  $565 \text{ msnm}$  ( $x = 7,292$ ,  $y = 43,219$ ), ocasionado una circulación alrededor de ella, la cual es producto de la inmersión del bloque. La elevación de la onda principal alcanza los  $590 \text{ msnm}$  del lado izquierdo y del lado derecho alcanza los  $594 \text{ msnm}$ , fig 5.23 (d) ( $x = 7,292$ ,  $y = 43,219$ ). Las velocidades del flujo son del orden de  $6$  a  $9 \text{ m/s}$ , fig 5.22 (c) (orientadas radialmente).

En 28 s, la superficie del agua sobre el bloque es muy irregular. La elevación de la superficie del agua oscila entre  $591$  y  $593 \text{ msnm}$  del lado izquierdo, fig 5.23 (e), mientras que del lado derecho es de  $592$  a  $595 \text{ msnm}$ . Las velocidades del flujo son de  $3 \text{ m/s}$  y la onda del lado derecho presenta un ligero avance comparada con la del lado izquierdo, con una velocidad del flujo de aproximadamente  $5 \text{ m/s}$ , fig 5.22 (d).

En 33.5 s la onda se ha desplazado  $1.3 \text{ km}$  aproximadamente a partir de la zona de impacto, es decir, una celeridad de  $38.8 \text{ m/s}$ . La onda del lado izquierdo alcanza la parte baja de la ladera de enfrente con velocidades del flujo de  $7 \text{ m/s}$ , ( $x = 6,976$ ,  $y = 43,878$ ) y elevación máxima de  $594 \text{ msnm}$ , fig 5.23 (f). En la dirección principal la velocidad del flujo es de  $3.3 \text{ m/s}$  con elevación máxima de  $588 \text{ msnm}$  y aumenta hacia la derecha registrándose magnitudes de  $5$  a  $11 \text{ m/s}$ , fig 5.22 (e), con elevación máxima de  $592 \text{ msnm}$ .

En 40 s la onda alcanza la margen izquierda, sobre la confluencia con el río Santiago, con una



velocidad del flujo de 4 m/s; ha rebasado poco más de 1.5 km, es decir, una celeridad de 37.5 m/s. En este instante el bloque choca con el fondo y a partir de aquí permanece en reposo. La velocidad del flujo en la onda en la dirección principal es de 2 a 3 m/s, mientras que a la derecha, en dirección aguas arriba del río Bolaños es de 10 a 13 m/s, debido a que fluye sobre el pie de la ladera, fig 5.22 (f, g) ( $x = 8,052$ ,  $y = 43,453$ ). La velocidad del flujo del lado derecho en dirección a la cortina es de 1.7 m/s, ( $x = 6,400$ ,  $y = 43,800$ ). El valle alcanza una longitud de 700 msnm en la dirección principal y se reduce a 500 msnm en los costados (como una elipse) con elevación mínima de 569 msnm delante del bloque. La elevación de la onda del lado izquierdo es de 585 msnm y la del lado derecho es de 587 a los 595 msnm; por el contacto con la parte baja de la ladera.

En 50 s, la onda supera los 2 km de desplazamiento del lado izquierdo mientras que del lado derecho supera 1.8 km, con celeridades de 40 y 36 m/s, respectivamente. La onda de lado izquierdo sobre el río Bolaños presenta una elevación de 583 msnm, aunque empieza a amortiguarse, fig 5.23 (h).

En la margen izquierda se desarrolla el impacto de la onda con la ladera, mientras que en la dirección principal, la onda ha chocado con la ladera ( $x = 7,500$ ,  $y = 44,500$ ) y su altura es de 590 msnm. Del lado derecho la onda alcanza una elevación de 585 msnm con una velocidad del flujo de hasta 15 m/s, fig 5.22 (h).

En 1 min, se presenta reflexión de la onda en la ladera frente a la zona de impacto ( $x = 7,500$ ,  $y = 44,500$ ), por lo que se invierte el flujo en dirección a la zona perturbada, fig 5.22 (h, i). El valle alcanza 1.25 km, con una elevación de 572 msnm enfrente del bloque, 564 msnm en la parte derecha y 555 msnm detrás del bloque, fig 5.23 (i). Las velocidades del flujo hacia aguas arriba del río Bolaños son de 2 a 3 m/s con elevaciones de 583 a 585 msnm, del lado izquierdo la onda tiene una elevación de 582.5 msnm con velocidades del flujo de entre 1.5 y 2 m/s. El avance de la onda hacia aguas arriba del río Santiago es de 580 msnm con velocidades del flujo de 1 m/s.

En 1.15 min, las velocidades del flujo en dirección aguas arriba del río Bolaños son de 1.7 m/s con elevaciones de 582 msnm ( $x = 9,200$ ,  $y = 44,000$ ). En dirección a la cortina la velocidad del flujo es de 1.4 m/s con la misma elevación (582 msnm) y sobre el río Santiago de 1 m/s con elevación de 580 msnm. El valle alcanza la ladera de enfrente ( $x = 7,400$ ,  $y = 44,400$ ), con elevaciones de 468 msnm cerca de las laderas y aumentando hasta 576.5 msnm al centro (entre el deslizamiento y la ladera de enfrente), fig 5.23 (j). La reflexión del impacto con las laderas (enfrente y laterales) ocasionan que el flujo se dirija a la zona de impacto.

En 1.40 min, las velocidades del flujo en dirección aguas arriba del río Bolaños son de 1 m/s con elevaciones de 580.5 msnm. En dirección a la cortina la velocidad del flujo es de 1.4 m/s con elevación de 579.5 msnm y sobre el río Santiago es de 1 m/s con elevación de 580 msnm, fig 5.24 (f). El valle se localiza sobre la ladera de enfrente con elevaciones de 568 m cercana a ladera y aumentando a medida que se aleja de la zona ( $x = 7,400$ ,  $y = 43,500$ ); se aprecia la depresión del valle hasta la confluencia de los ríos y detrás de la onda que se dirige a la cortina. Existe presencia de grandes remolinos. La celeridad de la onda que se dirige a la cortina es de 28.76 m/s.

En 2.07 min, empiezan a llegar las primeras ondas a la cortina con elevaciones de 578.7 msnm y velocidades del flujo de 0.2 m/s, fig 5.24 (a, g). La onda ha sufrido una serie de rebotes debido al impacto en las laderas. Sobre el río Santiago la velocidad del flujo sobre la onda

es de 0.75 m/s, ( $x = 5,900$ ,  $y = 40,500$ ), mientras que aguas arriba del Bolaños es de 1 m/s con alturas de 580 msnm, ( $x = 10,600$ ,  $y = 43,400$ ). La celeridad de la onda en dirección a la cortina es de 31.5 m/s y aguas arriba del río Santiago es de 23.62 m/s y en dirección aguas arriba del río Bolaños es de 26.77 m/s.

En 2.23 min, empieza el vertido sobre la cortina, la onda ha ascendido inicialmente sobre las laderas, las velocidades sobre la cortina son de 0.1 m/s, del lado izquierdo las cargas son de 0.6 m disminuyendo hacia la derecha. El vertido dura hasta los 3.05 minutos, donde se presenta el primer valle detrás de la onda, fig 5.24 (b, c, h, i).

El vertido máximo es entre 2.34 y 2.41 minutos, con velocidades del flujo de 3 a 5.5 m/s, inclusive algunas alcanzan los 8 m/s. La altura máxima es de 581.7 msnm. El primer valle sobre la cortina inicia en 3.26 hasta 3.57 min, en ese instante recupera el nivel de 158 m (NAME) e inicia la segunda onda. En 3.38 min el nivel cercano a la cortina es de 577 msnm y disminuye hacia los extremos bajando 1 m más, con velocidades del flujo del orden de 0.1 m/s.

La primera onda se desplazó hacia la derecha de la cortina, ( $x = 4,000$ ,  $y = 46,400$ ), donde existe un pequeño cañón que la amortigua. Sin embargo, después del primer valle en la cortina, el flujo regresa nuevamente hacia esta zona. En la entrada al cañón se generan una serie de vórtices debido a los flujos encontrados. La segunda onda inicia su vertido en 4.44 min, asciende por la ladera izquierda y alcanza la elevación de 580.4 m en los extremos, mientras que al centro apenas llega a los 0.20 m de rebase. En 4.57 min, ha disminuido la onda acercándose el segundo valle. En 5 min, la altura de onda sobre el río Santiago es de 579.4 msnm; mientras que en el río Bolaños, hacia aguas arriba es de 579.2 msnm, fig 5.24 (c, d, e, h, i, j).

Del análisis se determina que el Courant máximo es de 0.12. Los resultados del campo de velocidades y la evolución de la superficie libre del agua se muestran en las figs 5.22 y 5.23. Además, se presentan las mismas variables en la zona de la cortina, en la fig 5.24. Por último, se muestra la comparación de las mediciones de laboratorio y los resultados numéricos en la fig 5.25, la cual muestra cinco gráficas correspondientes a los puntos de medición indicados en la fig 4.5, en la pág 37.

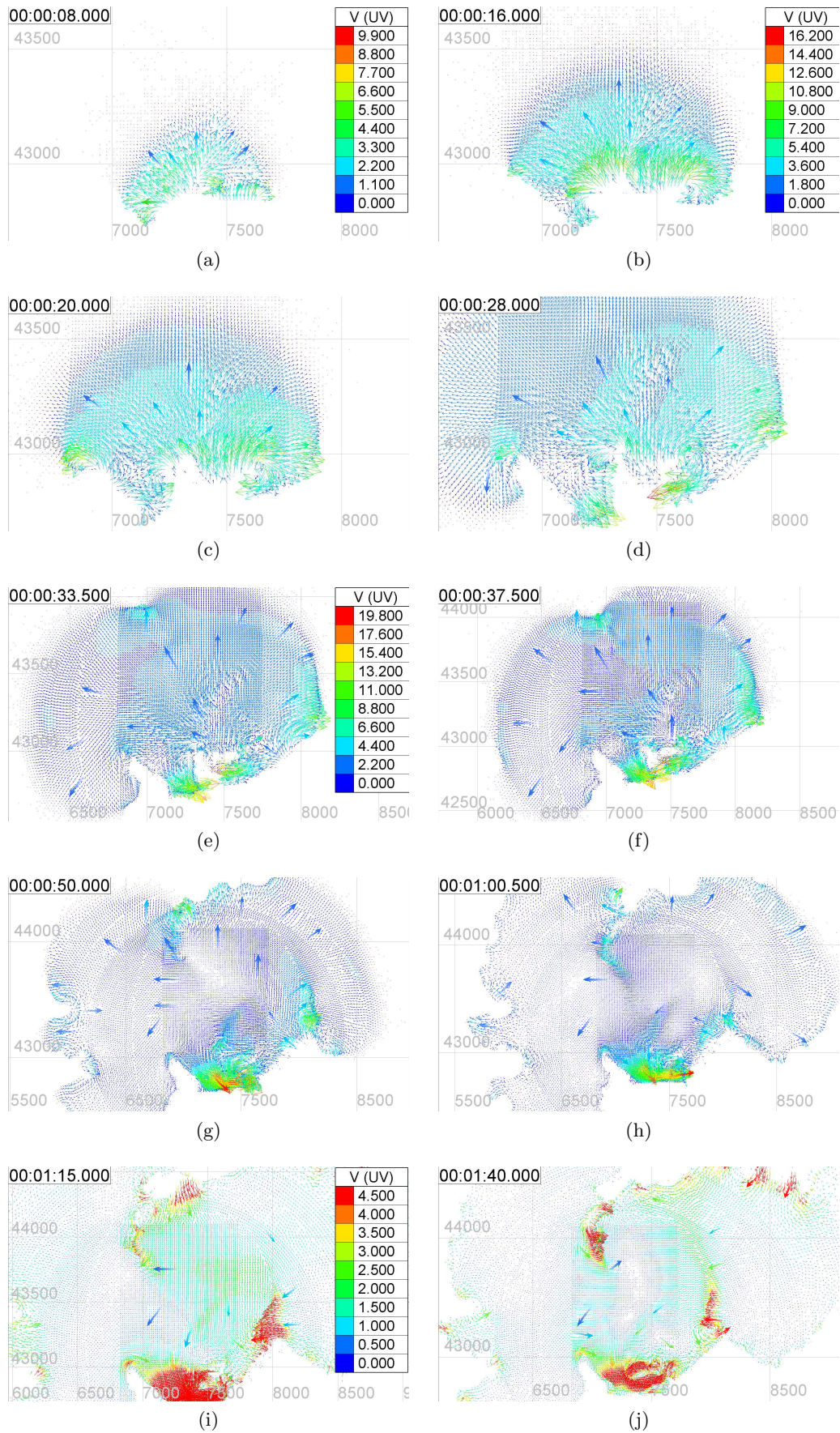


Fig 5.22. Secuencia del campo de velocidades del embalse la Yesca

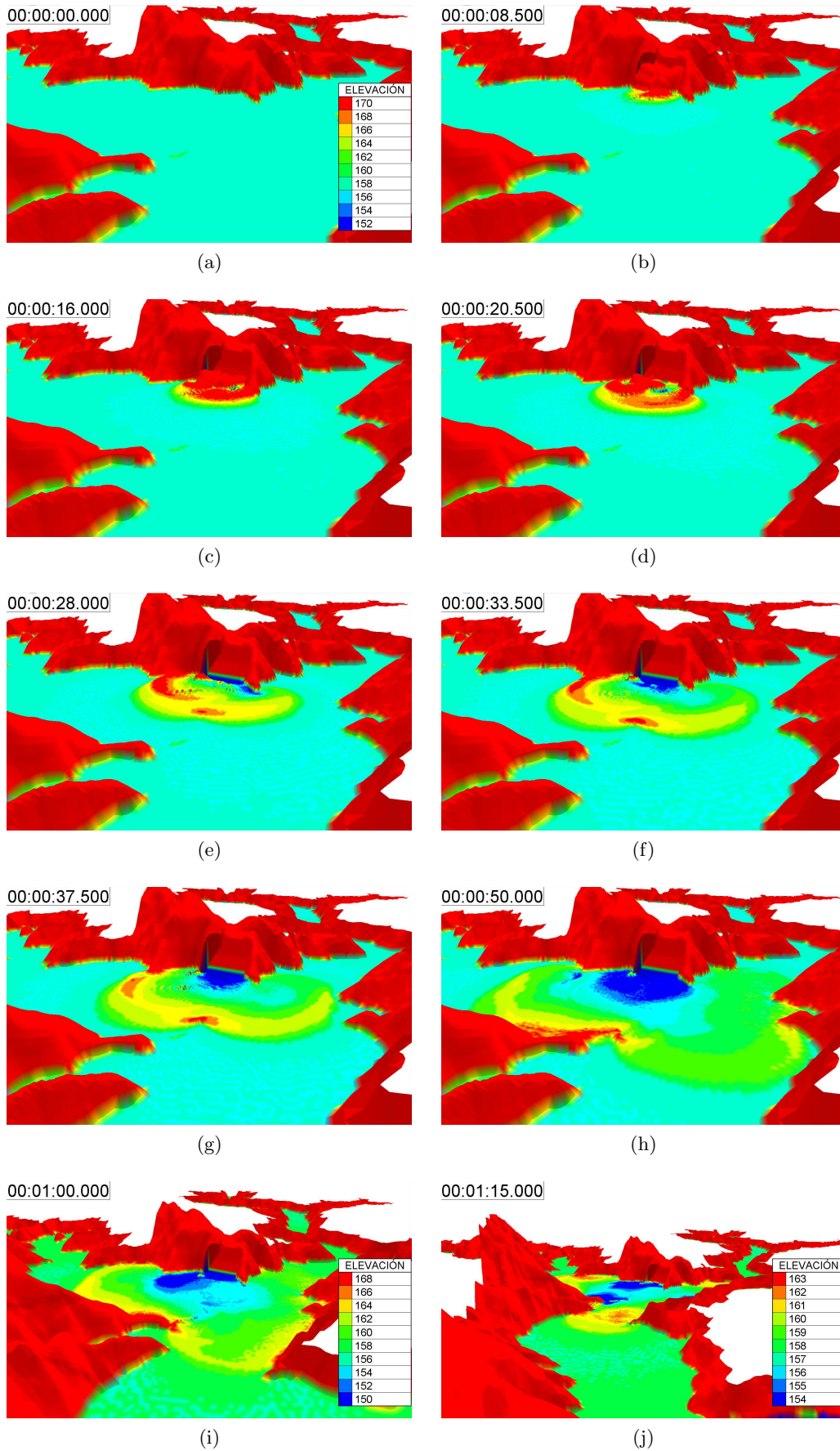


Fig 5.23. Evolución de la superficie libre del embalse la Yesca



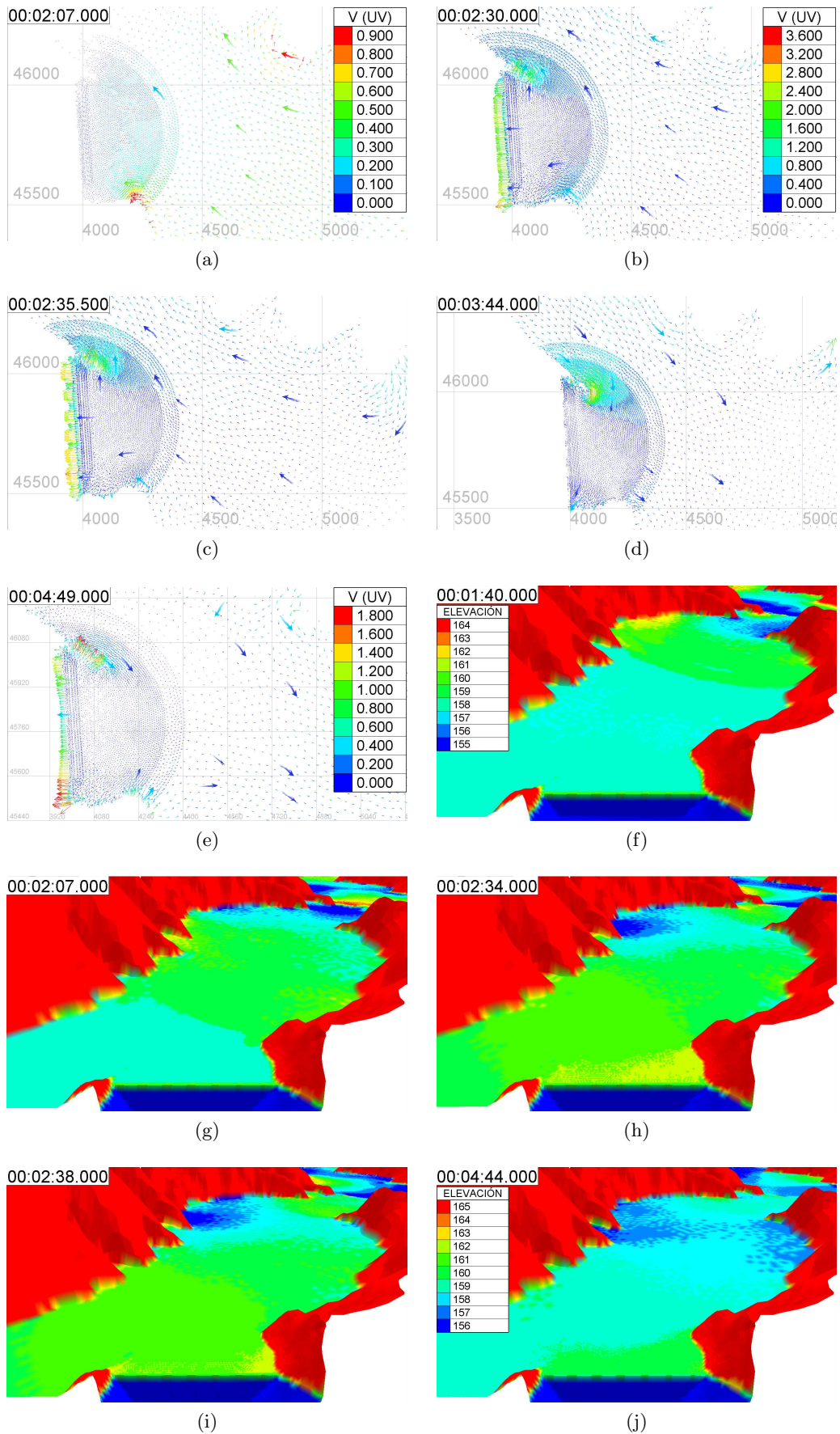


Fig 5.24. Secuencia del campo de velocidades y evolución de la superficie libre, Cortina

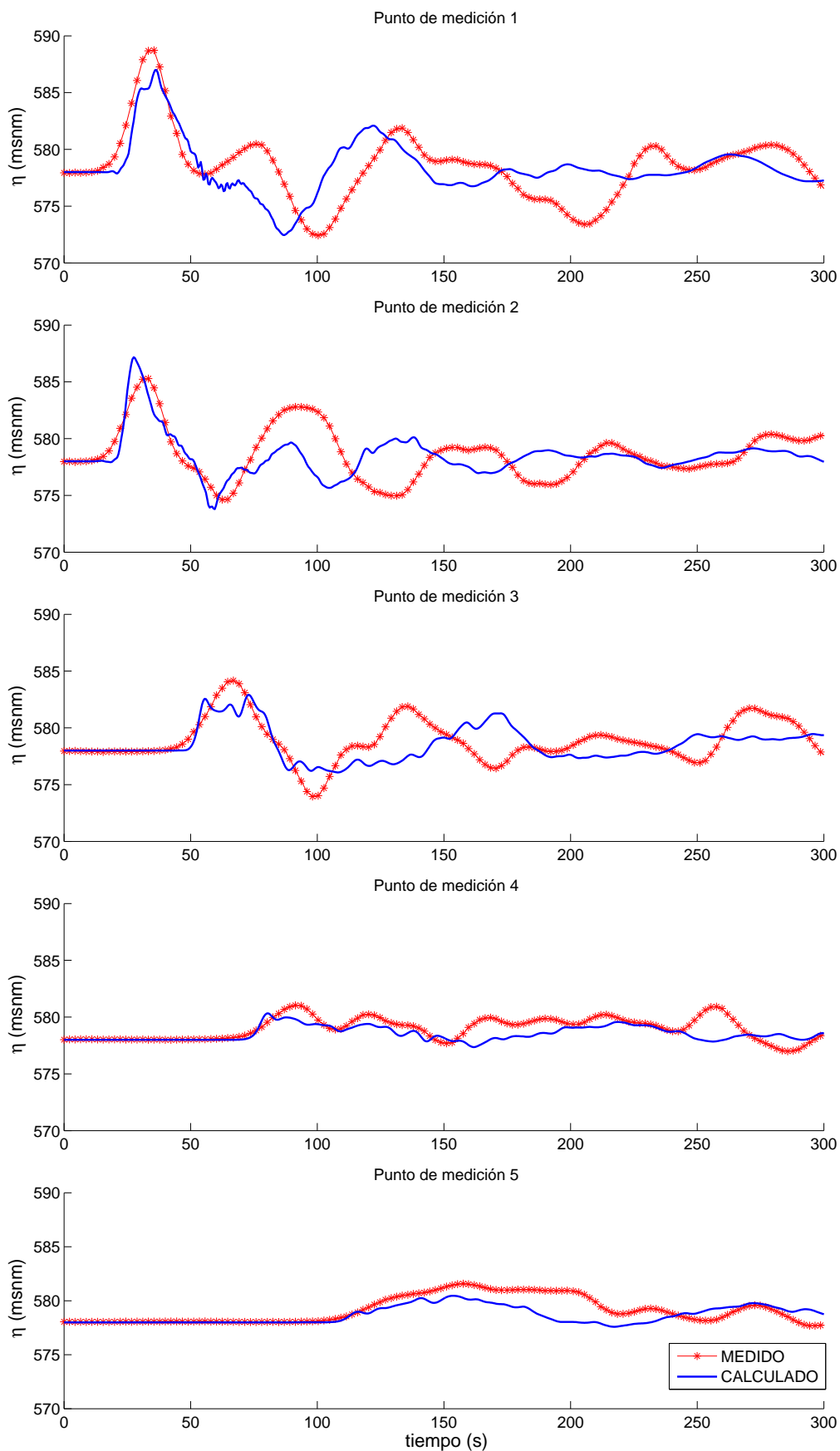


Fig 5.25. Comparación de Superficie libre, experimental y numérico del embalse la Yesca



Vale la pena remarcar que existen varias diferencias entre el modelo físico y el modelo numérico. En el modelo físico el deslizamiento se reproduce como una cuña que se mueve sobre dos pendientes (aunque el movimiento relativo corresponde a una curva). En el modelo numérico se considera la topografía obtenida a partir del modelo digital de elevaciones, y se desliza sobre los planos de falla de la fig 2.6; por otro lado, en el modelo numérico se reproduce todo el embalse, mientras que por razones de espacio, el modelo físico considera una zona más pequeña. Todo esto debe tenerse en cuenta en la discusión siguiente sobre la comparación de las mediciones experimentales y los resultados obtenidos numéricamente:

En el punto de medición 1, que queda frente al deslizamiento, la primera onda permanece casi por completo por encima del nivel de referencia, lo cual no se observa en los otros puntos de medición. Se estima que a partir de los 60 s la onda llega a la ladera de enfrente por lo que hay efectos de reflexión y de *runup* en las laderas, lo que altera las ondas. La aproximación numérica se considera aceptable en la primera onda y se subestima la segunda cresta entre los 50 a 70 s. Además, la tercera onda viaja un poco más rápido que la medida.

En el punto 2, la primera onda presenta buen ajuste aunque sobrestima ligeramente la cresta; la segunda onda determinada en laboratorio se observa más abultada que la primera y los efectos de las ondas subsecuentes son del mismo orden que los calculados.

En el punto 3, se aprecia un efecto de dispersión numérica en la primera onda sobre la cresta; además, la segunda onda medida ha viajado más rápido que la calculada, y se aprecia un abultamiento entre la segunda y tercera cresta. El ascenso en el primer valle de la onda calculada presenta una pendiente suave que no se aprecia en los otros puntos de medición.

En el punto 4, se observa una onda amortiguada comparada con la registrada en el punto 1 y con cierta pendiente al caer sobre el valle, la aproximación resulta adecuada.

En el punto 5, se observa prácticamente una sola onda amortiguada, pero de mayor duración que todas las anteriores y es la que impacta sobre la cortina, además, rebasa la elevación de la misma. La aproximación resulta menor que la onda determinada en laboratorio.

Se concluye que la aproximación es buena y del mismo orden que las obtenidas en laboratorio; la primera cresta se reproduce adecuadamente aunque los efectos posteriores (en los que influyen muchos factores) no lo son en algunos puntos.

---

### CONCLUSIONES

---

En este trabajo se presenta una metodología para obtener el comportamiento del flujo que provocan los deslizamientos en embalses. La solución de la cinemática del bloque es con la aplicación del método de Runge-Kutta de cuarto orden, el cual proporciona la posición, velocidad y aceleración del objeto. Además, es necesario determinar las posiciones de todo el sistema y el uso de los dos enfoques del movimiento facilitan el cálculo.

En cuanto a la hidrodinámica, se implementa un proceso de acoplamiento de los modelos. Para ello, es necesario describir el movimiento del objeto sobre una malla (planos de falla) y después conformar todo el dominio de cálculo (mallas anidadas). También, es posible discretizar los dominios irregulares mediante diferentes tipos de malla, como lo son: estructuradas, no estructuradas y compuestas. Con ello se asignan zonas de importancia mediante la densidad de los elementos. El proceso requiere hacer una interpolación espacial para acotar la variación de elevación de los nodos que conforman el deslizamiento sobre la configuración inicial.

Aunque la mayoría de los autores han trabajado con modelos físicos e implementado ecuaciones para tratar de estimar la altura y la velocidad de la onda que llegaría a la cortina; las cuales generalmente son las de mayor interés. Pocos han presentado resultados numérico-experimentales precisamente por la complejidad del fenómeno. Además, pasar del laboratorio a la aplicación, conlleva un cierto grado de dificultad adicional, debido a que algunos parámetros no son controlados del todo y se presentan otros fenómenos. Sin duda alguna, el proceso de simulación del movimiento del bloque es complejo tanto físico (en laboratorio) como numérico.

Respecto a la modelación de los experimentos. En el escenario uno el bloque no queda sumergido por completo, presenta una altura relativa máxima de onda de 0.152 y en el valle de -0.127, la celeridad máxima de la onda es de 1.36 m/s. En los escenarios dos y tres el bloque queda completamente sumergido, la altura relativa máxima es de 0.231 y de 0.212, en el valle es de -0.156 y -0.190, la celeridad máxima de la onda es de 1.61 m/s y 2.65 m/s, respectivamente, se aprecia que esta última se localiza en los primeros instantes y en los dos escenarios anteriores es al final. Por tanto, las amplitudes son mayores hacia arriba que hacia abajo en todos los casos y no son simétricas. Los casos dos y tres presentan una disminución de la velocidad del bloque, al final del movimiento casi antes del impacto con el fondo y es prácticamente donde se alcanza la amplitud máxima dentro de la simulación, por lo que es

necesario incrementar el coeficiente de fricción en dichos instantes. El proceso de calibración consiste en ajustar la primera onda correspondiente al punto uno en todos los casos, ya que es el más cercano a la zona de impacto, aunque los efectos dispersivos son más notorios en el primer punto de medición, lo que complica la calibración.

Las comparaciones de la superficie libre con respecto a los modelos experimentales se asumen adecuados, aunque las mayores diferencias son para los ángulos de medición de  $60^\circ$  y  $90^\circ$  (puntos 13 al 24). Estas diferencias son más evidentes en los primeros instantes, posterior a ello se ajustan. Esto posiblemente se debe a que físicamente la rampa se corta verticalmente en su extremo izquierdo y derecho, mientras que el modelo matemático requirió suavizar la pendiente para evitar altos gradientes verticales de las cotas del fondo. Hasta donde se ha probado el sistema Telemac presenta inestabilidades por estos gradientes verticales altos.

En la simulación de la Yesca, la altura máxima del agua referida al NAME es de 10.7 m, mientras que en el valle disminuye 5.6 m, con base en las mediciones experimentales. Los resultados correspondientes al cálculo en el embalse presentan un buen ajuste de la magnitud de la primera onda, aunque los efectos subsecuentes son más imprecisos, esto posiblemente se debe a que en los experimentos físicos, se emplea una geometría idealizada en forma de cuña, mientras que en los escenarios numéricos, la geometría empleada es la real. En el punto cinco de medición, que es prácticamente frente a la cortina, la onda es menor (entre 150 y 250 s), por tanto, es de esperar que el flujo que vierta sobre ella sea mayor que el aquí presentado. Sin embargo, se hace notar que la información recopilada se obtuvo de la literatura indicada y algunas características fueron inferidas en la simulación. La altura alcanzada puede ser mayor así como las velocidades bajo las técnicas descritas, pero carecen de demostración física y por tanto no son discutidas en este trabajo.

Con respecto a las comparaciones del caso de aplicación, se observa que la primera onda (10.7 m) presenta un amortiguamiento de 32, 42, 71 y 66 % en los puntos de medición 2 al 5. El punto 1 se localiza en la dirección principal al movimiento y hacia aguas arriba del río Bolaños, mientras que el punto 2 se localiza fuera de la dirección principal al movimiento y hacia la cortina, considerando el movimiento registrado en laboratorio, se observa que la segunda onda es diferente entre los instantes 90 y 100 s, es decir existe un efecto de la idealización de la geometría del bloque, lo que infiere que la onda no es uniforme a partir del punto de impacto. El punto de medición 3 muestra dispersión numérica en la cresta de la primera onda. En los puntos 4 y 5 la onda se amortigua en más de un 65 %, y en éste último se observa la onda que llega a la cortina.

La abstracción de la geometría del deslizamiento juega un papel importante en la generación de las ondas, así el movimiento del deslizamiento localizado en el embalse la Yesca, presentado en este trabajo, se considera que se acerca un poco más a la realidad que el movimiento idealizado de la cuña. Las comparaciones mostradas de la superficie libre del agua indican que las ondas registradas en laboratorio son ligeramente mayores que las obtenidas numéricamente. Además, el movimiento con la geometría real muestra dos ondas a partir del punto de impacto y no una, como la observada en laboratorio. El modelo numérico presenta complicaciones en altos gradientes de la geometría y los efectos debidos a las aceleraciones verticales de las partículas no son reproducidos adecuadamente. Los resultados numéricos son del orden y se consideran como una aproximación aceptable.

En general la cinemática del bloque es representada adecuadamente en todos los escenarios. El flujo transita por distintos estados y se vuelve totalmente turbulento, que sin lugar a duda

---

sigue siendo uno de los problemas más complicados de la física de los fluidos. La validación de los resultados experimentales con el movimiento de las geometrías idealizadas resultan ser bastante apropiados, no obstante la hidrodinámica en el tanque o el embalse es más compleja.

El modelo de Boussinesq resulta ser el más adecuado en el rango de las variables aquí estudiadas, aunque se ve afectado porque la transferencia de energía del bloque a la masa de agua es excesiva y el modelo no tiene con que disipar tal energía, por lo que en algunas ocasiones se presentan inestabilidades en la simulación. Por otro lado, la continuación del cálculo modifica la historia de la superficie libre y debe ser tratado como continuo y no en particiones, ya que la linealización de las ecuaciones en el sistema Telemac no toma del todo estas características previas del cálculo. Además, permite tratar grandes dominios. El tren de ondas formadas después de la primera, se denominan como dispersivas y son ocasionadas por aceleraciones verticales de la partícula, que son omitidas en los supuestos de Saint-Venant, pero son consideradas en los de Boussinesq.

En la validación del modelo numérico es necesario emplear experimentos con buena precisión, debido a que la hidrodinámica en el tanque es sumamente sensible a la mayoría de los parámetros. En laboratorio se descuidan ciertos parámetros que parecen no ser tan importantes, pero en la reproducción numérica saltan a la vista, como: las posiciones iniciales, las longitudes de recorrido, la posición de donde se inició la medición del bloque, elevaciones, frecuencia de medición, posición donde se detiene el bloque, etc.

Un aspecto importante son los coeficientes de fricción dinámica, que sin duda, representan el eslabón más débil y puede ser una de las decisiones que conlleve al éxito o fracaso de toda la simulación, ya que determinará la distancia de recorrido de todo el sistema, la transición de un plano a otro no es tan compleja, pero sí lo es con el plano horizontal, debido a que en éste, el coeficiente restringe completamente el movimiento sobre el plano, donde necesariamente el bloque presenta una inercia por caída propia.

La geometría indica que la máxima amplitud de la onda es en la dirección del mayor gradiente, el cual decrece hasta encontrar el mínimo (parte trasera del bloque), ahí se desarrollan una serie de eventos como la entrada de flujo y se presentan las mayores velocidades en todo el fenómeno. Entre más somero sea el nivel en el embalse, la formación de ondas dispersivas es menor. A medida que se empieza a profundizar, el flujo se vuelve más turbulento y numéricamente el modelo no tiene con qué disipar la energía generada, por lo que puede conducir a inestabilidades, de hecho en algunas pruebas el modelo falla por completo.

Las comparaciones de las ondas presentadas permiten concluir que se puede caracterizar la primera onda y su propagación de manera adecuada, sin embargo, debido a la no linealidad de las ondas se debe mejorar el cálculo de la propagación de las mismas, es decir, considerar efectos de aceleraciones verticales de las partículas, los cuales no se reproducen satisfactoriamente. Por tanto, es necesario adicionar estas consideraciones para la convección correcta de la onda y los efectos menores. Los resultados permiten estimar el comportamiento del fenómeno tratado en este texto. Para futuras investigaciones se recomienda tratar de mejorar el comportamiento de la hidrodinámica en el embalse mediante Boussinesq de alto orden o de Vries en 2D, o bien implementar un modelo tridimensional. Con la consideración de que la hidrodinámica del embalse es resuelta con un nivel de precisión adecuado, el siguiente paso es determinar las deformaciones del bloque, para el caso 3D se puede implementar el método de elementos discretos en las partículas; en consecuencia es necesario desarrollar más experimentos para la validación.

---

## Agradecimientos

*Al Dr. Moisés Berezowsky Verduzco quien a través de sus cursos de métodos numéricos y flujo no permanente, me brindó el conocimiento y las herramientas para realizar este trabajo, además de su amistad y confianza.*

*De manera muy especial al Dr. Amado Abel Jiménez Castañeda por las acaloradas discusiones sobre el tema que sin duda enriquecieron esta investigación, por los consejos sobre programación y por la gran amistad que hemos construido.*

*Al Dr. José Luis Aragón Hernández por sus cursos de modelación numérica en hidráulica, los cuales me motivaron a iniciarme en estos temas.*

*Al Dr. Óscar Arturo Fuentes Mariles por sus excelentes clases de métodos matemáticos, por compartir su conocimiento dentro y fuera del aula.*

*Al Dr. Ramón Domínguez Mora por sus sugerencias y comentarios sobre la investigación.*

*Al Dr. Jersain Gómez Núñez por sus consejos sobre el tema, por proporcionar los datos experimentales de los modelos físicos y permitirme participar en algunos experimentos.*

*A la Lic. Josefina Elizabeth Plata García de la unidad de servicios de información del Instituto de Ingeniería de la UNAM y todo su equipo de trabajo, por el apoyo en conseguir las investigaciones previas incluidas en las referencias que enriquecen el material presentado.*

*A los M.I. Víctor Omar Alcalá Ordaz y José Luis Fajardo Calzada con quienes compartí un sinnúmero de aventuras, por su sincera amistad.*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México  
por permitirme formar parte de la máxima casa de estudios del país.*

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)  
por los recursos económicos otorgados durante este tiempo.*

*Al Instituto de Ingeniería de la UNAM  
por brindarme un espacio de trabajo para desarrollar la investigación.*

---

## ***Bibliografía***

---

- Barret, O. (1972). *Elementos de geometría diferencial*. Editorial Limusa-Wiley S.A.
- Benítez, R. (2002). *Geometría vectorial/ Vectorial Geography*. Editorial Trillas S.A. de C.V.
- Carvalho, R. y Antunes, d. C. J. (2006). “Numerical and experimental modelling of the generation and propagation of waves caused by landslides into reservoirs and their effects on dams.” *Proceedings of the River Flow 2006 conference, Lisbon (LNEC)*, 06–08.
- Chaudhry, M. H., Mercer, A. G. y Cass, D. (1983). “Modeling of slide-generated waves in a reservoir.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 109(11), 1505–1520.
- CHC (2011). *Blue Kenue Reference Manual*. National Research Council, Ottawa, Ontario, Canadá.
- Chivers, I. y Sleightholme, J. (2015). *Introduction to Programming with Fortran: With Coverage of Fortran 90, 95, 2003, 2008 and 77*. Springer Publishing Company, Incorporated, 3ra ed.
- Cruden, D. (1991). “A simple definition of a landslide.” *Bulletin of the International Association of Engineering Geology - Bulletin de l'Association Internationale de Géologie de l'Ingénieur*, 43(1), 27–29.
- Cruden, D. y Varnes, D. (1996). “Landslides types and processes.” *Transportation Research Board, National Research Council, Washington DC*, 1(247), 36 – 65, reporte especial.
- Cruickshank, C. (1969). “Derrumbes en embalses.” *Informe técnico, Instituto de ingeniería, UNAM, México, D.F.*
- Cui, P., Han, Y., Chao, D. y Chen, X. (2011). *Formation and Treatment of Landslide Dams Emplaced During the 2008 Wenchuan Earthquake, Sichuan, China*, 295–321. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Do Carmo, J. S. A., Santos, F. J. S. y Barthélemy, E. (1993). “Surface waves propagation in shallow water: A finite element model.” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 16(6), 447–459.
- EDF-R&D (2010). *Telemac Modelling System, 2D hydrodynamics, User Manual, Guide to programming in the Telemac system version 6.0*. Consortium-TELEMAC-MASCARET.
- EDF-R&D (2014a). *Software Telemac-Mascaret 2D. Versión v7p0*.
- EDF-R&D (2014b). *Telemac Modelling System, 2D hydrodynamics, User Manual, Release 7.0*. Consortium-TELEMAC-MASCARET.



- Enet, F. y Grilli, S. (2007). "Experimental study of tsunami generation by three-dimensional rigid underwater landslides." *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 133(6), 442–454.
- Fritz, H. M. (2002). *Initial phase of landslide generated impulse waves*. Tesis Doctoral, Swiss Federal Institute of Technology Zürich, (ETH Zürich).
- Fritz, H. M., Hager, W. H. y Minor, H. E. (2003). "Landslide generated impulse waves. 1. Instantaneous flow fields." *Experiments in Fluids*, 35(6), 505–519.
- Gómez, J. (2015). *Caracterización experimental de las ondas generadas por deslizamientos de laderas en embalses*. Tesis Doctoral, UNAM.
- Gómez, J., Berezowsky, M., Lara, A. y González, E. (2016). "Prediction of the water waves generated by a potential semisubmerged landslide in La Yesca reservoir, México." *Landslides*, 1–10.
- Grilli, S. T., Guyenne, P. y Dias, F. (2001). "A fully non-linear model for three-dimensional overturning waves over an arbitrary bottom." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 35(7), 829–867.
- Grilli, S. T., Vogelmann, S. y Watts, P. (2002). "Development of a 3D numerical wave tank for modeling tsunami generation by underwater landslides." *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 26(4), 301 – 313.
- Harbitz, C. (1992). "Model simulations of tsunamis generated by the storegga slides." *Marine Geology*, 105(1), 1 – 21.
- Heinrich, P. (1992). "Nonlinear water waves generated by submarine and aerial landslides." *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 118(3), 249–266.
- Heller, V. (2008). "Landslide generated impulse waves: Prediction of near field characteristics." *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zurich*, (204), 1–212.
- Heller, V. y Hager, W. (2011). "Wave types of landslide generated impulse waves." *Ocean Engineering*, 38(4), 630 – 640.
- Hervouet, J.-M. (2007). *Hydrodynamics of Free Surface Flows: Modelling with the Finite Element Method*. John Wiley & Sons.
- Hervouet, J.-M., Couche, P. y Guesmia, M. (1999). "Solving Boussinesq equations in finite elements." *WIT Transactions on The Built Environment*, 43.
- Hinojosa, A., Rodríguez, V. M., Munguía, L. y Meillón, O. (2011). "El deslizamiento de ladera de noviembre 2007 y generación de una presa natural en el río Grijalva, Chiapas, México." *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 63(1), 15–38.
- IGME (2009). "Trabajos relacionados con los movimientos de ladera." *Documento 1, Anexo B, A. T, 1, 1 – 94*.
- INEGI (2016). *Datos de relieve. Continental. Continuo de Elevaciones Mexicano 3.0. (CEM 3.0)-descarga*.
- Kamphuis, J. y Bowering, R. (1970). "Impulse waves generated by landslides." *Coastal Engineering Proceedings*, 1(12).

- Kenue, B. (2011). *Software*. Canadian Hydraulics Centre, National Research Council: Ottawa, Ontario, Canadá.
- Khoolosi, V., Kabdaşlı, S. y Farrokhpour, S. (2015). *Modeling and Comparison of Water Waves Caused by Landslides into Reservoirs*, Cap. 7, 72–78.
- Kilinc, I., Hayir, A. y Cigizoglu, H. (2009). “Wave dispersion study for tsunami propagation in the sea of Marmara.” *Coastal Engineering*, 56(9), 982 – 991.
- Le Méhauté, B. (1976). *An introduction to hydrodynamics and water waves*. Springer-Verlag New York Inc.
- Lin, P. (2008). *Numerical Modeling of Water Waves*. CRC Press.
- Mader, C. (2004). *Numerical Modeling of Water Waves*. CRC Press, 2da ed.
- Mase, G. E. (1977). *Mecánica del medio continuo*. McGraw-Hill de México S.A. de C.V.
- Mase, G. T. y Mase, G. E. (1999). *Continuum Mechanics for Engineers*. CRC Press LLC.
- MATLAB (2014). *Versión 8.3.0.532 (R2014a)*. The MathWorks Inc.
- Miller, D. J. (1960). “Giant waves in Lituya Bay, Alaska.” *USGS Numbered Series*, 354 C.
- Moglen, G. (2015). *Watershed Management 2015*. Reston, VA: American Society of Civil Engineers.
- Noda, E. (1970). “Water waves generated by landslides.” *Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division*, 96(4), 835–855.
- Olivella, X. y Saracibar, C. d. (2002). *Mecánica de medios continuos para ingenieros*. Politext, Universidad Politécnica de Cataluña.
- Pelinovsky, E. y Poplavsky, A. (1996). “Simplified model of tsunami generation by submarine landslides.” *Physics and Chemistry of the Earth*, 21(1), 13–17.
- Serrano, A., Murillo, J. y García, P. (2009). “A finite volume method for the simulation of the waves generated by landslides.” *Journal of Hydrology*, 373(3-4), 273 – 289.
- Spiegel, M. R. (2002). *Mecánica Teórica*. Editorial Trillas, S.A de C.V.
- Ursell, F. (1953). “The long-wave paradox in the theory of gravity waves.” *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 49, 685–694.
- Warsi, Z. U. (2005). *Fluid Dynamics: Theoretical and Computational Approaches*. CRC press.
- Watts, P. (1998). “Wavemaker curves for tsunamis generated by underwater landslides.” *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 124(3), 127–137.
- Watts, P. y Grilli, S. T. (2003). “Underwater landslide shape, motion, deformation, and tsunami generation.” *In The Thirteenth International Offshore and Polar Engineering Conference, International Society of Offshore and Polar Engineers*.
- Watts, P., Grilli, S. T., Tappin, D. R. y Fryer, G. J. (2005). “Tsunami generation by submarine mass failure. ii: Predictive equations and case studies.” *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, 131(6), 298–310.

- Wiegel, R. L. (1955). "Laboratory studies of gravity waves generated by the movement of a submerged body." *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 36(5), 759–774.
- Wiegel, R. L. (1964). *Oceanographical Engineering. Series in Theoretical and Applied Mechanics*, Prentice-Hall inc. / Englewood Cliffs, N.J.
- Yavari, S. y Ataie, B. (2016). "Numerical modeling of subaerial and submarine landslide-generated tsunami waves-recent advances and future challenges." *Landslides*, 13(6), 1325–1368.