



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Aplicación de la Teoría de Redes en el Análisis de un
Bono de Tasa Fija

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
ACTUARIA

P R E S E N T A :
JESSICA IVONNE ALVARADO HERNÁNDEZ



DIRECTOR DE TESIS:
DRA. BIBIANA OBREGON QUINTANA

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del Alumno.

Alvarado

Hernández

Jessica Ivonne

58 46 88 59

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Actuaría

30904345-6

2. Datos del Asesor.

Dra.

Bibiana

Obregón

Quintana

3. Datos del Sinodal 1.

M. en C.

Jorge Huberto

Del Castillo

Spíndola

4. Datos del Sinodal 2.

Act.

José Angel

Cruz

Muñoz

5. Datos del Sinodal 3.

Lic. en Eco.

Guillermo José Roberto

Sanchez

Paz

6. Datos del Sinodal 4.

Act.

Claudia

Villegas

Azcorra

7. Datos de la Tesis.

Aplicación de la Teoría de Redes en el Análisis de un Bono de Tasa Fija.

128 páginas

2017

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE REDES EN EL ANÁLISIS DE UN BONO DE TASA FIJA.

“Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber.”

Albert Einstein

“El éxito no es la clave de la felicidad. La felicidad es la clave del éxito. Si amas lo que estas haciendo, tendrás éxito.”

Hernan Cain

“Las personas que no son capaces de hacerlo, te diran que tú tampoco puedes.”

Will Smith, En busca de la felicidad.

“No permitas que nadie te diga que eres incapaz de hacer algo... si tienes un sueño, debes conservarlo. Si quieres algo, sal a buscarlo y punto.”

Will Smith, En busca de la felicidad.

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mis padres y mi hermana que gracias a su apoyo puede concluir mi carrera y con su confianza cumplir mis objetivos como persona y estudiante.

A mi padre Crescencio Alvarado Torres por brindarme los recursos necesarios y estar a mi lado apoyandome y aconsejandome siempre. A mi madre María Hernández Cruz por hacer de mi una mejor persona a través de sus consejos, enseñanzas y amor. A mi hermana Jovis por estar siempre presente y acompañandome. De manera muy especial para mi abuelito Pancho (q.e.p.d.), porque gracias a su partida tuve confianza en mi y me sentí capaz de escribir este trabajo.

Los amo mucho.

JESSICA

Agradecimientos

De forma especial y sincera quiero agradecer a la Dra. Bibiana Obregón Quintana, su esfuerzo y dedicación. Sus conocimientos, sus orientaciones, su paciencia y su motivación han sido fundamentales para el desarrollo de este trabajo. Muchas gracias.

Al jurado por tomarse el tiempo de leer, revisar y corregir mi trabajo, especialmente al M. en C. Jorge Humberto del Castillo Spíndola, Act. José Ángel Cruz Muñoz, Lic. en Economía Guillermo José Roberto Sanchez Paz y Act. Claudia Villegas Azcorra. A Oscar Curz Guzmán, quien tuvo la confianza de transmitirme sus diversos conocimientos, especialmente en el campo laboral y de los temas que corresponden a nuestra profesión.

También agradezco a mi pequeña familia, que son mi orgullo y motivación, y por quienes seguiré superándome día con día. A toda la familia Flores Medina por sus consejos y apoyo incondicional durante toda mi vida. Especialmente a mi madrina Lucy a quien quiero como a mi madre, por compartir momentos significativos conmigo y por siempre estar dispuesta a escucharme y ayudarme en cualquier momento.

Y a todos mis compañeros de formación académica, que gracias a su apoyo y conocimientos hicieron de esta experiencia una de las más especiales.

Índice general

Índice de figuras	VI
Índice de tablas	X
Introducción	1
1. Teoría de Redes	5
1.1. Antecedentes Históricos	6
1.2. Conceptos y Definiciones	10
1.3. Redes Complejas	19
2. Mercado de Deuda y Bonos Gubernamentales de Tasa Fija	33
2.1. Mercado de Deuda en México	33
2.2. Bonos Gubernamentales de Tasa Fija	41
3. Metodología	51
4. Análisis de Resultados	59
Conclusiones	69
Anexos	74
Glosario	77
Ejemplo del cálculo del precio de un bono.	80
Redes mensuales, gráficas e histogramas.	82

Figuras y Tablas	95
Códigos R	97
Bibliografía	103

Índice de figuras

1.1. Puentes de Königsberg	6
1.2. Circuito Eléctrico	7
1.3. Modelo de Watts y Strogatz	10
1.4. Red	11
1.5. Red Simple y Múltiple	12
1.6. Red Bipartita	12
1.7. Caminos	15
1.8. Matriz de Adyacencia	16
1.9. Distribución Binomial vs. Poisson	22
1.10. Construcción de la red de mundo pequeño.	24
1.11. Fenómeno Mundo Pequeño	25
1.12. Relación de L y C en la red de mundo pequeño	26
1.13. Distribución Poisson vs. Ley de Potencias.	28
3.1. Construcción Red Bipartita	57
4.1. Rendimiento del bono M 241205	64
4.2. Red bipartita: Rendimiento y Tenencia	65
4.3. Tasa de Rendimiento vs. Tenencia de las Siefres	68
4.4. Tasa de Rendimiento vs. Tenencia de los Extranjeros	69
C1. Mercado de Deuda Mexicano	72
C2. Red conclusión	72

A3.1.	Negociaciones Enero	82
A3.2.	Distribución de grado de la red de enero.	82
A3.3.	Histograma de la distribución del grado de la red de enero.	83
A3.4.	Negociaciones Febrero	83
A3.5.	Distribución de grado de la red de febrero.	83
A3.6.	Histograma de la distribución del grado de la red de febrero.	84
A3.7.	Negociaciones Marzo	84
A3.8.	Distribución de grado de la red de marzo.	84
A3.9.	Histograma de la distribución del grado de la red de marzo.	85
A3.10.	Negociaciones Abril	85
A3.11.	Distribución de grado de la red de abril.	85
A3.12.	Histograma de la distribución del grado de la red de abril.	86
A3.13.	Negociaciones Mayo	86
A3.14.	Distribución de grado de la red de mayo.	86
A3.15.	Histograma de la distribución del grado de la red de mayo.	87
A3.16.	Negociaciones Junio	87
A3.17.	Distribución de grado de la red de junio.	87
A3.18.	Histograma de la distribución del grado de la red de junio.	88
A3.19.	Negociaciones Julio	88
A3.20.	Distribución de grado de la red de julio.	89
A3.21.	Histograma de la distribución del grado de la red de julio.	89
A3.22.	Negociaciones Agosto	89
A3.23.	Distribución de grado de la red de agosto.	90
A3.24.	Histograma de la distribución del grado de la red de agosto.	90
A3.25.	Negociaciones Septiembre	90
A3.26.	Distribución de grado de la red de septiembre.	91
A3.27.	Histograma de la distribución del grado de la red de septiembre.	91
A3.28.	Negociaciones Octubre	91
A3.29.	Distribución de grado de la red de octubre.	92

A3.30.	Histograma de la distribución del grado de la red de octubre. . . .	92
A3.31.	Negociaciones Noviembre	92
A3.32.	Distribución de grado de la red de noviembre.	93
A3.33.	Histograma de la distribución del grado de la red de noviembre. . .	93
A3.34.	Negociaciones Diciembre	93
A3.35.	Distribución de grado de la red de diciembre.	94
A3.36.	Histograma de la distribución del grado de la red de diciembre. . .	94
A4.1.	Tasa de Rendimiento vs. Tenencia de las Aseguradoras y Afianzadoras	96
A4.2.	Tasa de Rendimiento vs. Tenencias del Sector Bancario	96
A4.3.	Tasa de Rendimiento vs. Tenencia de las Sociedades de Inversión .	97
A4.4.	Tasa de Rendimiento vs. Tenencia del sector Otros Residentes . . .	97

Índice de tablas

2.1. Cetes	46
2.2. Bondes D	46
2.3. Bonos	47
2.4. Udibonos	47
2.5. BPAG 28	48
2.6. BPAG 91	49
2.7. BPA 182	49
3.1. Operación bonos 0-3 años	52
3.2. Operación bonos 3-5 años	52
3.3. Operación bonos 5-10 años	52
3.4. Operación bonos +10 años	53
3.5. Continuación Operación bonos +10 años	53
3.6. Intervalos de la tasa de rendimiento.	55
3.7. Intervalos de la tenencia de las Siefores.	56
3.8. Intervalos de la tenencia de los Extranjeros.	56
4.1. Resultados de los cálculos de Clustering	60
4.2. Resultados de los cálculos de Centralidad Intermedia	61
4.3. Datos de Asortatividad y Distancia Media	62
4.4. Correlación entre la tasa de rendimiento y la tenencia de los sectores	63
4.5. Tabla que muestra los cálculos de las propiedades de la red bipartita	66

4.6. Montos y Porcentajes de tenencia de cada sector	69
7. Resultados de Asortatividad	95
8. Datos con base en la red resultado, figura4.2	98

Introducción

A mediados del siglo XIX el Sistema Financiero Mexicano dio sus primeros pasos, fue parte de momentos históricos, como la Revolución Mexicana y el surgimiento de grupos financieros, cuando aún no existían leyes que los regularan. En el año de 1824 inicia la banca en México con el establecimiento, en la Ciudad de México, de la sucursal del banco británico *The Bank of London, Mexico and South America*; es en 1894 cuando nace la Bolsa Nacional y en 1895 un grupo de corredores crean la Bolsa de México, la cual se consolidaría en 1975 como la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) e incorporaría a las bolsas de Monterrey y Guadalajara. En 1925 se funda el Banco de México (Banxico); para 1933 se aprueban los estatutos de la Bolsa de Valores de México S.A. y en 1970 se reconocen legalmente los grupos financieros en México. Al final del siglo también se presentaron acontecimientos importantes, tales como la devaluación del peso mexicano, en diciembre de 1994, y en 1999 el mercado de la BMV se vuelve electrónico, lo que finaliza con las operaciones realizadas de viva voz. En los últimos 15 años los cambios no han sido en gran cantidad, pero no quiere decir que son de menor importancia, como que en 2001 Citigrup, fue la primera extranjera en listarse a la BMV; en 2014 la BMV entra al Mercado Integrado Latinoamericano (MILA)¹, en el que participan las bolsas de Perú, Chile, y Colombia.

Actualmente, el sistema financiero está integrado por entidades normativas y reguladoras, como la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), el Banco de México (Banxico) o la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los

¹Integración bursátil transnacional de las bolsas de valores de los mercados de Chile, Colombia, México y Perú, con el propósito de crear un patrimonio único de los cuatro países.

Usuarios de Servicios Financieros (Condusef); entidades operativas, entre las que se encuentran los intermediarios y grupos financieros; y las de apoyo, como la Academia Mexicana de Derecho Financiero Bursátil o las calificadoras de valores.

La principal función del sistema financiero es intermediar entre quienes tienen y necesitan dinero, y con esto empatar los deseos y necesidades de los ahorradores, con las necesidades de los deudores. Un sistema financiero está integrado por diversos intermediarios, siendo los más conocidos e indispensables, los bancos; otros intermediarios son las aseguradoras, afianzadoras, arrendadoras, casas de bolsa y las administradoras de fondos de inversión (afores). Los mercados financieros son los que permiten a los participantes realizar sus operaciones de inversión, financiamiento y cobertura, a través de diferentes intermediarios; los mercados financieros que integran el sistema financiero en México son: el mercado de deuda, el mercado accionario, mercado de derivados y mercado cambiario.

Por otro lado, la Teoría de Redes, iniciada en el siglo XVIII con el problema de los puentes de Königsberg; es la teoría que mediante técnicas matemáticas ha aportado una ayuda eficaz en el tratamiento de los problemas del sistema financiero. En la actualidad se han resuelto muchos problemas asociados al área financiera, con ayuda de los modelos de redes y técnicas de análisis de redes. Entre los adelantos en el campo de la investigación de operaciones puede decirse, que la teoría de redes se encuentra entre las más sencillas y elegantes, además de poseer una amplia variedad de aplicaciones.

La estructura topológica de las redes puede ser representada por una gráfica con nodos y arcos; por ejemplo, en una red del sistema financiero mexicano los nodos corresponderían a las instituciones que lo forman y los arcos representan las relaciones entre estas instituciones. Un concepto clave en los modelos de redes, es que aunque la estructura de las redes sea idéntica, el análisis de las relaciones definidas con los arcos, puede ser diferente para modelos diferentes, de ahí que los resultados de un análisis sean distintos.

Con el conocimiento de la estructura y funcionamiento del sistema financiero me-

xicano, y con ayuda de la teoría de redes, fue como se planteo el **objetivo principal** del trabajo; el cual consiste en realizar un análisis de la tenencia sectorial² de un bono de tasa fija, instrumento negociado en el mercado de deuda mexicano por sectores como el bancario, siefores, sociedades de inversión, aseguradoras y afianzadoras, entre otros.

Con ayuda de la teoría de redes se construirán las redes correspondientes a las operaciones realizadas en el mercado secundario; tomando a los sectores como nodos y los arcos nos representaran las negociaciones de compra-venta del bono elegido, y gracias a las propiedades de las redes, podremos determinar algunos de los movimientos que presenta la tenencia.

El trabajo se ha dividido en los siguientes capítulos:

Capítulo 1. Teoría de Redes. En este capítulo se mencionan los antecedentes históricos de la teoría de redes, así como las características necesarias de las redes, las cuales son primordiales en el trabajo.

Capítulo 2. Mercado de Deuda y Bonos Gubernamentales. Se describe el funcionamiento y las características principales del mercado de deuda mexicano; así como las características de los valores gubernamentales negociados actualmente. Además se mencionan de manera detallada las propiedades de los bonos de tasa fija, instrumento protagonista en el trabajo; la metodología para realizar una valuación de éste y el cálculo de su precio.

Capítulo 3. Metodología. En este capítulo se enlistan paso a paso los procedimientos seguidos en la realización del trabajo; desde la manera en que se descarga la información, los filtros aplicados a los datos, y la forma de construir las redes que nos auxiliarán en el análisis. También se mencionan los software utilizados en la construcción de las redes y cálculo de algunas propiedades.

Capítulo 4. Resultados. En este capítulo se muestran los resultados obtenidos con

²Monto de valores en posesión de los participantes del mercado.

el análisis: las redes construidas y tablas, cuyo contenido corresponde a los cálculos de las propiedades de las redes. Además se encuentran las conclusiones del análisis y las recomendaciones que de acuerdo al resultado, arrojado por las redes, nos harían obtener mayores ganancias.

Conclusiones. En esta parte del trabajo, se encuentran todas las conclusiones que resultaron de la interpretación de los resultados, con base en la aplicación de la teoría estudiada y la metodología.

Anexos. En este apartado se encuentra un ejemplo del cálculo del precio de un bono; la tabla con los datos obtenidos de manera semanal, así como las negociaciones semanales; las redes semanales y el código empleado en el software *R*.

Capítulo 1

Teoría de Redes

La *Teoría de Redes* se encarga del estudio de sistemas que interactúan entre sí y se pueden representar en forma de gráficas. Esta teoría, que se constituye mediante una técnica matemática, que ha aportado una ayuda eficaz a la solución de problemas del mundo real. La modelación de las redes, ha permitido la solución de problemas de programación matemática, mediante la implementación de algoritmos creados para tal fin. Se han resuelto de manera exitosa problemas de diseño del sistema financiero, sistemas de información, sistemas tecnológicos y sistemas biológicos.

Entre los adelantos en el campo de la Investigación de Operaciones, podemos decir que la Teoría de Redes se encuentra entre las áreas de mayor crecimiento, ya que posee una amplia variedad de aplicaciones reales, y la estructura topológica de las redes puede ser representada por una gráfica con nodos y arcos. Por ejemplo, en una red del sistema bancario, los nodos representarían a los bancos y los arcos las transacciones entre los mismos.

Existen problemas fundamentales en la Teoría de Redes, de los cuales se desprenden una infinidad de aplicaciones:

1. Problema del árbol de expansión.
2. Problema de la ruta más corta.
3. Problema de flujo máximo.

En cada caso, se define una función entre los arcos de la red, sin embargo, los cálculos algebraicos y la manipulación de las redes son distintas entre cada modelo. Una observación importante, es que, aunque las estructuras de algunas redes sean idénticas, el análisis de las relaciones que existen sobre cada red, puede ser diferente.

En el presente capítulo se definirán los conceptos necesarios, para el conocimiento de las redes, empezando con un breve recorrido por la historia de éstas. Además de las definiciones básicas, se mencionan algunos de los diferentes tipos de redes y sus características principales.

Al final del capítulo se brinda una breve introducción a las redes complejas, como: Red Aleatoria, Red de Mundo Pequeño, Red Libre de Escala y Redes Multicapa.

1.1. Antecedentes Históricos

En el año de 1736, se planteó al matemático Leonard Euler el *Problema de los puentes de Königsberg* (*Kaliningrado*), ciudad formada por las riberas y dos islas del Río Pregel, Prusia (Rusia). Ambas islas estaban comunicadas entre sí y con ambas riberas por medio de puentes como se muestra en la Figura 1.1.

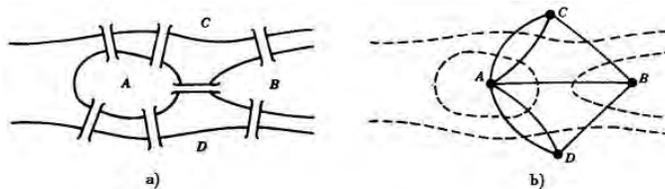


Figura 1.1: Puentes de Königsberg. a) Río Pregel con puentes de Königsberg 1736. b) Representación gráfica del modelo solución propuesto por Euler.

El problema consistía en encontrar un paseo que iniciaba y terminaba en el mismo sitio, después de atravesar los siete puentes de la ciudad sin pasar dos veces por ninguno de ellos. Euler realizó un modelo del problema, representando tanto las riberas del río como las islas, por un punto y, cada puente por una línea continua, ver Figura 1.1(b). Este fue el primer indicio del uso de una red para la solución de

problemas reales.

En el año 1847, el físico prusiano Gustav Kirchhoff, estudió las gráficas conexas con el objetivo de desarrollar un análisis de las redes eléctricas, mediante el estudio de la intensidad y la diferencia de potencial de un circuito eléctrico.

Kirchhoff planteó que la suma algebraica de las intensidades o corrientes, asociadas a los arcos incidentes a un nodo dado es 0, no se acumula intensidad en ningún punto o nodo de la red; también se planteó que la suma algebraica de los voltajes asociados a los arcos de cualquier ciclo es 0, es decir, la diferencia de potencial es 0. Mediante dichos planteamientos, para cada uno de los nodos y ciclos de la gráfica que modela la red eléctrica, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales a resolver. El trabajo de Kirchhoff consistió en determinar un sistema equivalente y reducido de dichas ecuaciones, trabajo que realizó con ayuda de la moderación de un circuito eléctrico simple, ver Figura 1.2.

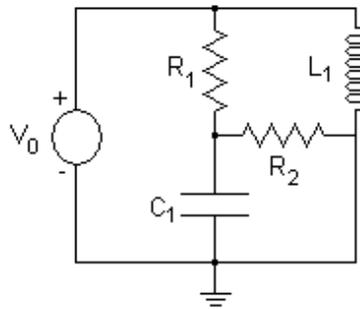


Figura 1.2: Circuito Eléctrico. Esquema de un Circuito Eléctrico Simple, que da origen a una red.

Durante 1929, el escritor Frigyes Karinthy publicó un volumen de cuentos titulado *Everything is Different*. Entre las piezas de esta colección, se encontraba un cuento titulado *Chains*, en el que Karinthy se planteó, en un contexto ficticio, preguntas relacionadas a la teoría de redes. En *Chains*, Karinthy argumenta que el mundo es cada vez más pequeño y propone, para demostrar su tesis, un argumento social, afirmando que la gente está cada vez más conectada entre sí, a través de sus conocidos, y que la densa red de amistad que rodea a cada persona lleva a un mundo interconectado

en el que todos, en la Tierra, tiene como máximo cinco conocidos de distancia de cualquier otra persona; surgiendo así, la *Teoría de los Seis Grados de Separación*. La teoría afirma que cualquier persona del planeta está conectada con otra, a través de una cadena de conocidos, con no más de seis eslabones o puntos de unión.

A finales de 1950, casi al mismo tiempo que Erdős y Rényi comenzaban su trabajo en redes aleatorias, la comunidad sociológica empezó a desarrollar un interés en las aplicaciones de la teoría de redes. El politólogo Ithiel de Sola Pool y el matemático Manfred Kochen abordaron por primera vez muchas preguntas en el campo de las redes de mundo pequeño, sin embargo, consideraron que el estudio no se había concluido de manera satisfactoria y decidieron no publicar sus trabajos. Fue casi treinta años después, en 1978, que los autores dieron su consentimiento para publicar sus trabajos en la revista *Social Networks*. El trabajo de Pool y Kochen proporcionó inspiración para, entre otras cosas, el famoso experimento de mundo pequeño, llevado a cabo en 1969 por Stanley Milgram.

En 1951 Anatol Rapoport y Ray Solomonoff presentan el primer estudio, de lo que hoy conocemos como una red aleatoria. El estudio es importante, pues introduce el concepto de red aleatoria por primera vez y demuestra una de las propiedades más importantes del modelo: a medida que aumenta la relación entre el número de arcos a los nodos de la red, la red llega a un punto en el que se somete a un cambio brusco, una colección de nodos separados pasa a un estado de unión, cambio que en la actualidad se conoce como, componente gigante. El estudio de Rapoport y Solomonoff comienza considerando una red compuesta por una colección de nodos enlazados al azar entre sí por arcos. Los autores discuten tres sistemas naturales en los que podrían aparecer este tipo de redes: redes neuronales, redes sociales de contactos físicos que son responsables de la propagación de enfermedades epidémicas, y un problema de red arraigada en la genética.

A pesar de las primeras contribuciones de Salomonoff y Rapoport, la teoría de redes aleatorias realmente no despegó hasta finales de 1950 y comienzos de 1960,

cuando en 1959 Paul Erdős y Alfred Rényi propusieron un modelo de redes aleatorias, redes en las que los enlaces aparecen de manera aleatoria. En este modelo, cada par de los N puntos de una red, conocidos como nodos, está enlazado por una línea, llamada arista, con probabilidad p , de manera independiente. El modelo de Erdős y Rényi es uno de los más estudiados, además posee la ventaja de ser solucionable. Este modelo, se diferencia de las redes reales en dos propiedades importantes: carece de la propiedad de agrupación de la red o la propiedad de clustering, y tiene una distribución de grado tipo Poisson. Las redes aleatorias sirven como modelo en varios campos de investigación y son fundamentales en el estudio de redes sociales, biológicas, de comunicación y de infraestructura.

En 1967, el sociólogo Stanley Milgram desarrolló un experimento, el *Fenómeno del Mundo Pequeño*, con el fin de atestiguar la teoría de los seis grados de separación. Al azar, eligió 296 ciudadanos americanos, con el fin de entregar un envío a un desconocido a cientos de kilómetros de distancia, de Nebraska a Boston, la única información que se tenía era el nombre, la ubicación genérica (sin direcciones concretas) y la ocupación del destinatario. Con esta información, el objetivo para los remitentes era entregar el envío a quien ellos creyeran que podría estar ligado al destinatario de manera directa, y con la idea general de que el primer eslabón tuviera más probabilidades de conectar al destinatario de un modo u otro, los receptores debían hacer lo mismo, y la cadena seguiría hasta que el destinatario fuera alcanzado. El número de los conocidos intermedios entre la fuente y de destino varió de 1 a 11, siendo la mediana 5.2; cinco conocidos intermedios significa que hubo seis pasos a lo largo de la cadena, resultado que probó de manera social la popular Teoría de los seis grados de separación. Es apropiado mencionar que los trabajos de Pool y Kochen surgieron antes de trabajo de Milgram, aunque Milgram publica su estudio años antes.

Para 1998, el físico y sociólogo Duncan Watts y el matemático Steven Strogatz realizaron una investigación publicada en la revista Nature[11], llamada *Collective dynamics of 'small-world' networks*, en la cual, de manera general se explica el algo-

ritmo de generación de redes aleatorias. El algoritmo de construcción propuesto por Watts y Strogatz establece una red inicial unidimensional con n nodos, en forma de anillo, de tal forma que cada uno de los nodos se une a $2k$ nodos, la probabilidad de conectar un nodo con otro cualquiera es p .

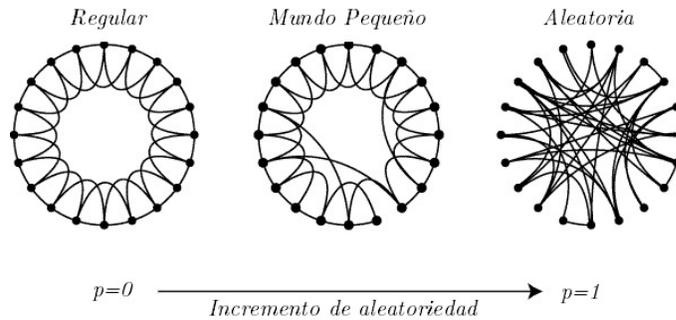


Figura 1.3: Modelo de Watts y Strogatz. La figura muestra la construcción de las redes regulares, redes de mundo pequeño y redes aleatorias, con respecto a la probabilidad de enlace entre nodos.

Otra de las investigaciones importantes en el área de redes, es la realizada en 1999 por Albert-László Barabási y Réka Albert en su artículo *Emergence of scaling in random networks*[1], donde se habla de las redes libre de escala, redes que presentan nodos altamente enlazados, es decir, que poseen un gran número de enlaces a otros nodos.

1.2. Conceptos y Definiciones

A continuación se menciona una serie de definiciones que nos permitirán familiarizarnos con la terminología y notación empleada en la teoría de redes.

Podemos definir una *red*, como un conjunto de puntos unidos par a par, a través de líneas. De manera formal, una red G es una pareja ordenada de conjuntos disjuntos (V, A) , tal que A es un subconjunto de V^2 , pares no ordenados de V . En una red G , entonces $V = V(G)$ es el conjunto de nodos de G , y $A = A(G)$ es el conjunto de arcos. Un arco (x, y) surge de la unión de los nodos x y y , además si $(x, y) \in A(G)$,

entonces x y y son *adyacentes* o *vecinos* en G . El conjunto de nodos adyacentes a un nodo x , es llamado *vecindad* de x .

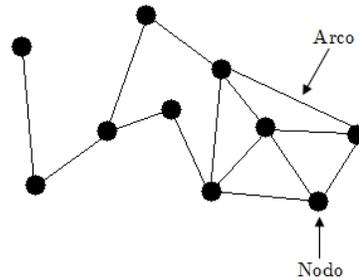


Figura 1.4: Red. La figura muestra una pequeña red con 10 nodos y 14 arcos.

A lo largo del trabajo denotaremos el número de nodos de la red por $|V(G)|$, a lo que llamaremos *orden* y el *tamaño* de la red corresponde al número de arcos $L = |A(G)|$. En una red de N nodos el número de arcos puede variar entre $L = 0$ y L_{max} , donde

$$L_{max} = \binom{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2} \quad (1.1)$$

Una red de orden N y tamaño $\binom{N}{2}$, es llamada *red completa*, red en la que existe un arco entre cada par de nodos. La red con $N = 1$ y $L = 0$, es llamada *red vacía* o *trivial*. En algunos casos, cuando no puede haber un único arco entre el mismo par de nodos nos referimos al conjunto de arcos como un arco múltiple. Ninguna de las redes que estudiaremos presentaran arcos que conectan los nodos a sí mismos, estos arcos son llamados *rizos*. Podemos definir entonces, *red simple* como la red que no presenta arcos múltiples ni rizos y una *red regular* es aquella en la que todos los nodos tienen el mismo número de arcos.

Una *red dirigida* es aquella en la que sus arcos o enlaces tienen dirección, es decir, cada uno de los arcos se une a un par ordenado de nodos. De acuerdo con lo anterior, el arco dirigido $v_i v_j$ es distinto al arco $v_j v_i$. Por otro lado, en una red no dirigida, ninguno de los arcos tiene dirección.

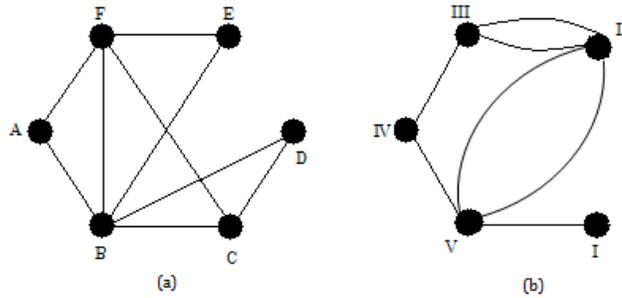


Figura 1.5: Red Simple y Múltiple. (a) Red simple, con $n=6$ y $L=9$. La vecindad del nodo B, es el conjunto A, C, D, E, F. (b) Red con arcos múltiples, $n=5$ y $L=7$. La vecindad del nodo IV es el conjunto III, V

Definimos *red bipartita*, como la red en la que los nodos están agrupados en dos conjuntos disjuntos U y V , tal que cada arco de la red conecta un nodo de U con un nodo de V . En la teoría de redes nos encontramos con numerosas redes bipartitas. Por ejemplo en un mercado de deuda, el conjunto de compradores se enlaza únicamente al conjunto de vendedores.

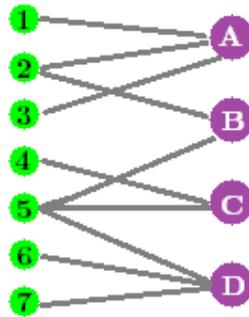


Figura 1.6: Red Bipartita. Red bipartita con los conjuntos de nodos, $U=1,2,3,4,5,6,7$ y $V=A,B,C,D$. Los nodos del conjunto U se enlazan sólo a los nodos de V .

Una propiedad fundamental de los nodos es el *grado*, éste representa el número de enlaces que tiene cada nodo hacia otros nodos. El grado puede representar el número de operaciones que realizan los bancos con el resto de los formadores, en el mercado de deuda mexicano. Denotamos con k_i el grado del nodo i -ésimo en la red. Por ejemplo, para la red no dirigida mostrada en la figura 1.5(a) tenemos $k_A = 2$,

$k_B = 5$, $k_C = 3$, $k_D = 2$, $k_E = 2$, $k_F = 4$.

En una red no dirigida el número total de arcos, L , se puede expresar como la suma de los grados del nodo:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \quad (1.2)$$

aquí, el factor $\frac{1}{2}$ corrige el hecho de que en la ecuación 1.2, cada arco se cuenta dos veces. Por ejemplo, el arco entre los nodos F y C de la figura 1.5(a) se contará una vez en el grado del nodo F y una vez en el grado de nodo C.

El *grado medio* de un nodo, que no es más que un promedio simple del grado de todos los nodos, se calcula mediante la siguiente ecuación para una red no dirigida:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2L}{N} \quad N > 0 \quad (1.3)$$

En las redes dirigidas distinguimos entre el *grado interno*, k_i^{int} , que representa el número de arcos dirigidos al nodo i , y el *grado externo*, k_i^{ext} , que representa el número de enlaces que se dirigen desde el nodo i hacia otros nodos. Por último, el *grado total* de un nodo, k_i , está dado por:

$$k_i = k_i^{int} + k_i^{ext} \quad (1.4)$$

El número total de arcos en una red dirigida es:

$$L = \sum_{i=1}^N k_i^{int} = \sum_{i=1}^N k_i^{ext} \quad (1.5)$$

Por tanto el grado medio de una red dirigida es:

$$\langle k^{int} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{int} = \langle k^{ext} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{ext} = \frac{L}{N} \quad (1.6)$$

La *distribución del grado*, p_k , proporciona la probabilidad de que un nodo seleccionado al azar en la red tenga grado k . Al ser p_k una probabilidad, debe cumplir:

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1$$

Para una red con N nodos la distribución de grado está dado por:

$$p_k = \frac{N_k}{N} \quad (1.7)$$

donde N_k es el número de nodos de grado k . Por lo tanto, el número de nodos con grado k puede obtenerse a partir de la distribución de grado como $N_k = Np_k$.

Dentro de una red estamos interesados en trasladarnos de un punto (nodo) a otro, por ello es necesario conocer conceptos que nos permitan definir los diferentes patrones de traslado dentro de las redes. Sea $G = (V, A)$ una red, con $V = v_0, \dots, v_n$ y $A = a_0, \dots, a_{n-1}$, un *camino* en G es una sucesión alternada de nodos y arcos $v_0, a_0, v_1, a_1, v_2, a_2, \dots, a_{n-1}, v_n$, donde cada arco a_i , tiene por extremos a los nodos v_i, v_{i+1} para $i = 1, 2, \dots, n$.

Un concepto importante es *ruta*, la cual, es un camino que no repite nodos; una ruta cuyos extremos son iguales se llama *ciclo*. Un camino en el que no se repiten arcos se llama *trayectoria*; y una trayectoria cuyos extremos son iguales se llama *circuito*.

En general, un camino P entre los nodos i_0 e i_n , es una lista ordenada de n arcos, $P = (i_0, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_{n-1}, i_n)$. Se define la *longitud* o *distancia* de un camino, d , como el número de arcos que éste contiene; por tanto, la longitud de P es n . La distancia que existe entre cualesquiera nodos i, j de una red, se denota por d_{ij} , y al igual que en un camino, es el número de arcos entre los nodos. (Figura 1.7)

El *diámetro* de una red, denotado por d_{max} , es la ruta más larga del conjunto de las rutas más cortas en la red. La *distancia media* de un camino; $\langle d \rangle$, es el promedio de los caminos más cortos entre todo par de nodos. Para una red dirigida con N nodos, la expresión para $\langle d \rangle$ es:

$$d = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{\substack{i,j=1,N \\ i \neq j}} d_{ij} \quad (1.8)$$

Una descripción completa de una red nos permite realizar un seguimiento de sus enlaces. La forma más sencilla de lograr esto es proporcionar una lista completa de

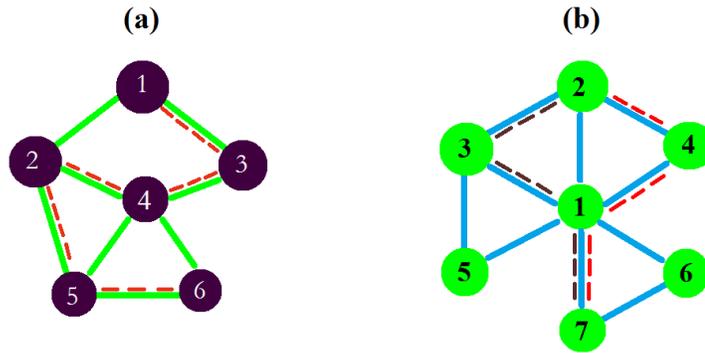


Figura 1.7: Caminos. (a) El camino que se muestra en color naranja sigue la ruta $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6$, cuya longitud es $n = 5$. (b) Los caminos más cortos entre los nodos 2 y 7, o la distancia d_{27} , corresponde al menor número de arcos que enlazan a los nodos 2 y 7. Notemos que es posible tener múltiples caminos de la misma longitud, por ejemplo los que se muestran en color café y rojo.

los arcos, cabe mencionar que esta representación es posible en redes muy pequeñas. Por ejemplo, la red de la figura 1.7a se describe por medio del listado de sus enlaces: $\{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 6)\}$.

Definimos *adyacencia* como la propiedad que presentan dos nodos al estar unidos por una relación, es decir, enlazados por un arco. También definimos el concepto de *incidencia* como la unión dirigida entre un arco y un nodo, es decir, un arco es incidente a un nodo, si el arco llega al nodo.

La *matriz de adyacencia* de una red dirigida con N nodos, es de dimensión $N \times N$ y sus elementos son:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si existe un arco del nodo } i \text{ al nodo } j, \\ 0 & \text{si los nodos } i \text{ y } j \text{ no estan conectados.} \end{cases}$$

La matriz de adyacencia de una red no dirigida es simétrica, porque cada arco debe tomarse en ambas direcciones, por ejemplo, el arco $(1, 2)$ se representa como $A_{12} = A_{21} = 1$, es decir, $A_{ij} = A_{ji}$ (ver Figura 1.8). De hecho, un arco no dirigido que conecta los nodos i y j aparece en dos entradas: $A_{ij} = 1$, un arco apuntando desde el nodo i al nodo j , y $A_{ji} = 1$, un enlace apuntando de j a i .

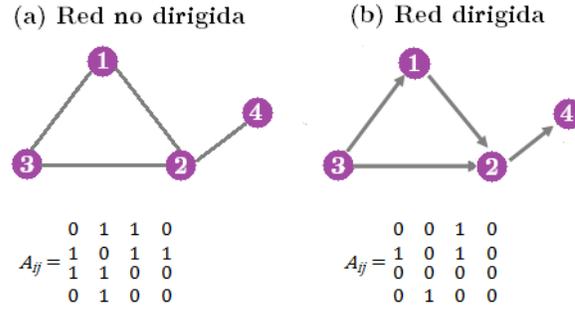


Figura 1.8: Matriz de adyacencia. a) Red no dirigida de $N = L = 4$ y su correspondiente matriz de adyacencia. (b) Red dirigida con su matriz de adyacencia.

El grado k_i del nodo i se puede obtener directamente a partir de los elementos de la matriz de adyacencia. Para redes no dirigidas el grado de un nodo es una suma sobre las filas o las columnas de la matriz, es decir,

$$k_i = \sum_{i=0}^N A_{ij} = \sum_{j=1}^N A_{ij} \quad (1.9)$$

Para las redes dirigidas, la suma de filas y columnas de la matriz proporcionan los grados exterior e interior, respectivamente

$$k_i^{int} = \sum_{i=1}^N A_{ij} \quad k_i^{ext} = \sum_{j=1}^N A_{ij} \quad (1.10)$$

Teniendo en cuenta que en una red no dirigida el número de arcos salientes es igual al número de arcos entrantes, tenemos

$$2L = \sum_{i=1}^N k_i^{int} = \sum_{i=1}^N k_i^{ext} = \sum_{ij} A_{ij} \quad (1.11)$$

1.2.1. Principales Métricas

En una red, se cumple que las vecindades de los nodos no son conjuntos disjuntos, es decir, algunos nodos comparten vecinos, esta propiedad se refiere a la aglomeración de la red. El *coeficiente de agrupación* (o clustering en inglés), se encarga de medir la agrupación que presenta una red; y para poder dar una buena definición del clustering

es necesario recordar dos conceptos importantes: un vecino del nodo i es el nodo j , tal que j se encuentra a un arco de distancia de i ; y la *vecindad* del nodo i , es el conjunto de todos sus vecinos. Teniendo en cuenta las dos definiciones anteriores, podemos definir C_i , como el coeficiente que mide el nivel de agrupación en torno a un nodo. Para un nodo i con grado k_i , se define como:

$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (1.12)$$

donde L_i representa el número de arcos entre los k_i vecinos del nodo i . El valor de C_i se encuentra en el intervalo $[0, 1]$, $C_i = 0$ si ninguno de los vecinos del nodo i se enlaza entre sí, y $C_i = 1$ si los vecinos del nodo i forman una red completa. Notemos que C_i es la probabilidad de que dos vecinos de un nodo se enlacen.

El coeficiente de agrupación total de una red, $\langle C \rangle$, es igual al promedio de todas las C_i 's

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad (1.13)$$

desde el punto de vista probabilístico, $\langle C \rangle$, es la probabilidad de que dos vecinos de un nodo, seleccionado de manera aleatoria, estén enlazados entre sí.

Otra de las características de una red, que es de gran utilidad en este trabajo es la *centralidad media*, la cual mide la importancia de un nodo con respecto a otros nodos de la red; es decir, la frecuencia en que un nodo i aparecerá en los caminos geodésicos¹ de una red, comparando ésta con la del resto de los nodos.

Matemáticamente, la centralidad media se define como:

$$x_i = \sum_{st} \frac{n_{st}^i}{g_{st}} \quad (1.14)$$

donde, n_{st}^i representa el número de caminos geodésicos que existen entre los nodos s y t de una red, y que además pasan por i ; y g_{st} representa el número total de caminos geodésicos de s a t . Además, $\frac{n_{st}^i}{g_{st}} = 0$ si $n_{st}^i = g_{st} = 0$.

¹Camino de longitud menor entre todos los posibles que unen dos nodos en una red.

También podemos decir que x_i es proporcional a la velocidad media a la que fluye la información a través de un nodo i .

El valor máximo posible para la centralidad de un nodo, se considera cuando el nodo se encuentra en un camino geodésico entre cualquier otro nodo de la red, en este caso la centralidad media equivale al valor de $n^2 - n + 1$, con n el número de nodos de la red. Por otro lado, el valor mínimo en una red es $2n - 1$, ya que, como mínimo, cada nodo se encuentra en una ruta, camino que empieza y termina en el mismo.

En algunas redes, es común observar que los nodos presentan enlaces especiales; por ejemplo, preferencias de enlace a un nodo específico o un conjunto de ellos. En otros casos, se da, que nodos con alto grado se enlazan con nodos que también tienen alto grado, o viceversa, nodos con grado bajo se enlazan con nodos de bajo grado; a esta característica de las redes se le conoce como *asortatividad*. En otras palabras, la asortatividad se define como la tendencia de los nodos a conectarse con otros nodos de grado similar al suyo, también se puede presentar una *disortatividad* la cual representa el comportamiento de los nodos a conectarse a otros nodos con grados muy diferentes.

La asortatividad puede ser calculada por medio de la siguiente fórmula:

$$r = \frac{S_1 S_e - S_2^2}{S_1 S_3 - S_2^2} \quad (1.15)$$

con

$$S_e = \sum_{ij} A_{ij} k_i k_j = 2 \sum_{\text{arco}(i,j)} k_i k_j$$

$$S_1 = \sum_i k_i \quad S_2 = \sum_i k_i^2 \quad S_3 = \sum_i k_i^3$$

donde A_{ij} es la matriz de adyacencia.

1.3. Redes Complejas

En los últimos años hemos sido testigos de una explosión en el estudio de las propiedades estructurales y dinámicas de las redes complejas, durante este tiempo se han publicado cientos de artículos sobre este tema en revistas de investigación científica, internacionales y de diferentes disciplinas, que abarcan áreas como la física, biología, finanzas, sociología, neurología y medicina, por mencionar algunas.

El interés en las redes complejas, radica en que dichas redes abundan en la naturaleza y son parte de nuestra vida diaria, por ejemplo, algunas redes biológicas, a nivel microscópico, son las redes de regulación genética, redes neuronales y metabólicas. Por otro lado, encontramos redes financieras, como la red de los sistemas financieros en el mundo, redes de mercados financieros y redes bancarias.

Es un hecho sobresaliente el que todas estas redes, tan diferentes en naturaleza y tamaño, presenten propiedades estructurales similares, este hecho, hace posible que podamos crear modelos matemáticos para entender y explicar las propiedades de las redes complejas. A continuación se mencionan las características más importantes de algunas redes complejas.

1.3.1. Red Aleatoria

Construir una red puede ser una tarea sencilla, pues sólo consta de nodos y arcos, el verdadero desafío radica en la manera en la que se colocan los arcos entre los nodos. En este sentido, suponemos que la construcción de una red aleatoria se logra mediante la colocación de los arcos al azar entre los nodos, lo que nos lleva a la definición de una red aleatoria: una *red aleatoria* consiste en N nodos enlazados par a par con probabilidad p . Los dos modelos, de red aleatoria, más comúnmente usados son:

- Modelo $G(N, p)$

En este modelo cada par de los N nodos, está enlazado con probabilidad p ; modelo introducido en 1959 por Gilbert[5].

- Modelo $G(N, L)$

Este modelo esta formado por N nodos, enlazados con L arcos colocados al azar. Este modelo de red aleatoria fue descrito y utilizado en 1959 por Erdős y Rényi.

Notemos, que el modelo $G(N, p)$ fija la probabilidad p de que dos nodos estén conectados y el modelo $G(N, L)$ fija el número total de arcos en la red.

Cada red aleatoria generada con los parámetros N y p tiene estructura diferente, por otro lado, para determinar el número de arcos en la red, nos resulta muy útil mantener fijos los valores de N y p .

La probabilidad de que una red aleatoria con $\frac{N(N-1)}{2}$ pares de nodos, contenga exactamente L arcos, esta dada por la siguiente expresión:

$$p_L = \binom{\frac{N(N-1)}{2}}{L} p^L (1-p)^{\frac{N(N-1)}{2} - L}$$

donde, $\binom{\frac{N(N-1)}{2}}{L}$ cuenta el número de formas diferentes en que se pueden colocar los L arcos entre los $\frac{N(N-1)}{2}$ pares de nodos; p^L representa la probabilidad de que L sea el número de arcos y $(1-p)^{\frac{N(N-1)}{2} - L}$ es la probabilidad de que los $\frac{N(N-1)}{2} - L$ arcos restantes no estén en la red.

En resumen, el número total de enlaces en una red aleatoria varía entre cada construcción y su valor esperado está determinado por N y p . Si aumentamos el valor de p , la red se vuelve más densa, es decir, el número de arcos aumenta de manera lineal desde $\langle L \rangle = 0$ a L_{max} y el grado medio de un nodo aumenta a $\langle k \rangle = N - 1$.

En la construcción de una red el valor de N puede tomar un valor pequeño o muy grande, este valor nos permite proponer dos distribuciones distintas para p : si N es pequeña, podemos suponer que p sigue una distribución binomial; si N es grande, se puede suponer que p se distribuye Poisson.

Si la probabilidad p siguiera una distribución binomial, el número esperado de arcos en una red aleatoria sería:

$$\langle L \rangle = \sum_{L=0}^{\frac{N(N-1)}{2}} L p_L = p \frac{N(N-1)}{2} \quad (1.16)$$

entonces, $\langle L \rangle$ resulta ser el producto de la probabilidad p de que los nodos estén enlazados y el número máximo de arcos en la red, que es $L_{max} = \frac{N(N-1)}{2}$

Usando la ecuación 1.16, obtenemos la siguiente expresión para el grado medio de una red aleatoria:

$$\langle k \rangle = \frac{\langle 2 \rangle}{N} = p(N-1) \quad (1.17)$$

por tanto, el grado medio de una red aleatoria está dado por el producto de la probabilidad p , de que los nodos estén enlazados y $(N-1)$, que es el número máximo de enlaces que puede tener un nodo en una red de orden N .

En una red aleatoria la probabilidad de que el nodo i tenga exactamente k arcos es:

$$p_k = \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{N-1-k} \quad (1.18)$$

donde, p^k es la probabilidad de que la red contenga k arcos, $\binom{N-1}{k}$ representa el número de formas en que podemos seleccionar los k arcos de los $N-1$ posibles y $(1-p)^{N-1-k}$ es la probabilidad de que los $(N-1-k)$ arcos restantes no estén en la red. Notemos, que la distribución de grado sigue una distribución Binomial, la cual nos permite calcular el grado medio $\langle k \rangle$ con la ecuación 1.17.

La gran mayoría de las redes reales son de orden N , con N grande, y es en estos casos, que el grado de distribución está bien aproximado por la distribución Poisson:

$$p_k = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!} \quad (1.19)$$

expresión, que frecuentemente es llamada *distribución de grado* de una red aleatoria.

Una ventaja de la distribución Poisson es que la expresión de la distribución tiene una forma mucho más sencilla, y depende únicamente del parámetro $\langle k \rangle$.

Las distribuciones Binomial y Poisson tienen propiedades similares, como se muestra en la Figura 1.9, por ejemplo, ambas distribuciones tienen valor máximo en $\langle k \rangle$ y si aumentamos el valor de p la red se vuelve más densa y $\langle k \rangle$ aumenta, moviendo el máximo a la derecha. La dispersión de la distribución depende de p o $\langle k \rangle$. Mientras más densa sea la red, más amplia es la distribución, y la diferencia entre los grados es mayor.

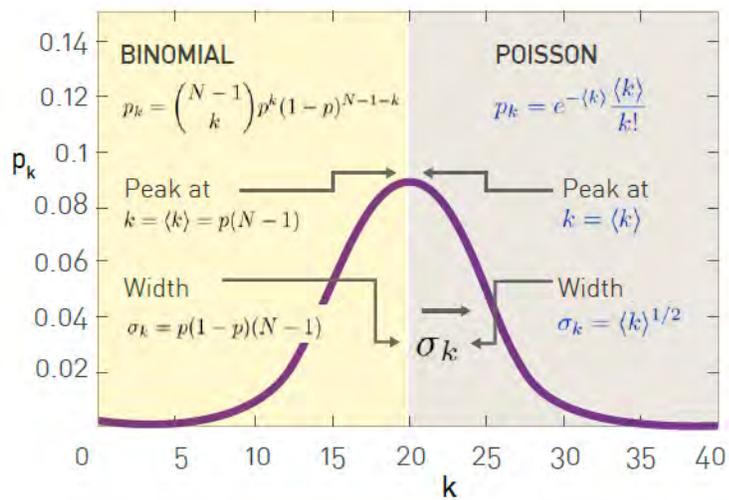


Figura 1.9: Distribución Binomial vs. Poisson. La forma exacta de la distribución de grado de una red aleatoria con N pequeña es la distribución binomial (izquierda). Para N grande, es bien aproximada por una distribución Poisson (derecha). Como ambas fórmulas describen una misma distribución, tienen propiedades muy similares, pero están expresadas en términos de parámetros diferentes: La distribución binomial depende de p y N , mientras que la distribución Poisson tiene sólo un parámetro, $\langle k \rangle$. Fuente: [?]

En resumen, la distribución Poisson es sólo una aproximación a la distribución del grado de una red aleatoria, pero, facilita los cálculos del valor p_k , ya que sus propiedades son independientes del tamaño de la red y dependen de un solo parámetro, el grado medio $\langle k \rangle$.

1.3.2. Red de Mundo Pequeño

En muchas redes reales se observa que la distancia media entre los nodos es pequeña, como sucede en las redes aleatorias, y la tendencia a formar triángulos es alta, como en las redes regulares. Con base en lo anterior, en 1998 Watts y Strogatz proponen un modelo de red dependiente del parámetro p , modelo que interpola entre una red aleatoria y una red regular; que además, es la forma más sencilla de construir una red de mundo pequeño.

Las propiedades estructurales de las redes de mundo pequeño están dadas por la longitud $L(p)$ y el coeficiente de agrupación $C(p)$; $L(p)$ mide la separación entre cualesquiera dos nodos de la red (propiedad global), mientras que $C(p)$ mide la agrupación de la vecindad más cercana a cada nodo (propiedad local). Para poder hablar de las redes de mundo pequeño, es necesario recordar el concepto de coeficiente de agrupación, una definición alternativa a la dada al principio del capítulo es:

$$C = \frac{3 * \text{Número de triángulos}}{\text{Número de enlaces triples}}$$

aquí, el factor 3 surge porque cada triángulo consta de tres arcos y los enlaces triples siempre están formados por tres nodos. Una red completa, en la que cada par de nodos está enlazado por un arco y con nodos $N \geq 3$ produce el valor máximo posible de $C = 1$; por otro lado, el valor mínimo del coeficiente de agrupación es $C = 0$, el que se produce cuando en la red no existe ningún triángulo.

Para obtener una red de mundo pequeño, es necesario interpolar entre redes regulares y aleatorias, es por ello que consideramos el siguiente procedimiento aleatorio (Figura 1.10), para la construcción de una red: a partir de un anillo con n nodos y k arcos por nodo, se reasigna cada arco de forma aleatoria con probabilidad p .

Esta construcción nos permite “afinar” la red entre la regularidad cuando $p = 0$ y el desorden cuando $p = 1$.

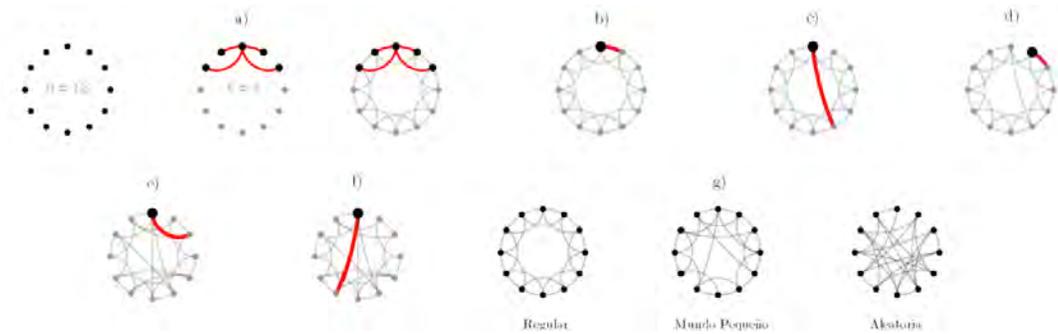


Figura 1.10: Construcción de la red de mundo pequeño. a) Empezamos con un anillo de n nodos, donde cada nodo está conectado a sus k vecinos más cercanos. b) Elegimos un nodo, y el arco de su vecino en sentido horario más cercano. c) Con probabilidad p , volvemos a conectar este arco a un nodo elegido uniformemente al azar en todo el anillo, cuidando de no duplicar arcos, de lo contrario dejamos el arco en su lugar. d) Repetimos este proceso en el sentido de las agujas del reloj alrededor del anillo, para cada nodo, hasta que se complete una vuelta. e) A continuación, tomamos en cuenta los arcos que enlazan los nodos de su segunda vecindad. f) Como lo hicimos antes, reconectamos al azar cada uno de estos bordes con probabilidad p . Continuamos este proceso, alrededor del anillo y procedemos hacia el exterior para los vecinos más distantes después de cada vuelta, hasta que cada arco original haya sido considerado. Como hay $nk/2$ arcos en toda la red, el proceso de reasignación se detiene después de $k/2$ vueltas. g) Para $p = 0$, el anillo es sin cambios, una red regular; como p aumenta, la red se vuelve cada vez más desordenada, dando como resultado una red de mundo pequeño; en $p = 1$, todos los arcos son aleatorios, resultando la red aleatoria.

La red regular de la Figura 1.10g, es un mundo grande, ya que sólo se pueden dar pasos lentos “locales” para viajar entre un par de nodos y tiene un coeficiente de agrupación C distinto de cero ya que $L \geq 2$. El otro extremo del modelo Watts-Stogatz (WS) es una red aleatoria del tipo Erdős-Rényi (ER), en la que cada par de nodos tiene una probabilidad uniforme e independiente de ser enlazados entre sí; sin embargo, el coeficiente de agrupación $C \rightarrow 0$ cuando el número de nodos $N \rightarrow \infty$.

En particular, se dice que una red es una red de mundo pequeño, si satisface la propiedad de mundo pequeño (Figura 1.11), es decir, cumple que la distancia media

más corta entre cualesquiera pares de nodos es pequeña, en relación con el número total de nodos en la red. Por lo general, se requiere que la longitud $L(p)$ no crezca más rápido que el logaritmo del número de nodos, cuando este tiende a infinito. Eso es $L(p) = O(\log N)$ cuando $N \rightarrow \infty$.



Figura 1.11: Fenómeno Mundo Pequeño. De acuerdo con el fenómeno de mundo pequeño, dos personas en cualquier parte del mundo, se pueden enlazar a través de una cadena, de muy pocos conocidos en promedio. Por tanto, la llamada propiedad de mundo pequeño, significa que la distancia entre dos nodos en una red es inesperadamente pequeña y equivalente a $\frac{\ln N}{\ln(k)}$.

Recordemos que el modelo WS, está parametrizado por $p \in (0, 1)$, y se presentan dos características importantes, una fuerte agrupación y la propiedad del mundo pequeño. Cuando $p = 0$, obtenemos una red regular en la que cada nodo está enlazado a sus $c = 2k$ vecinos más cercanos y L crece línealmente con N ; cuando $p = 1$, obtenemos una red aleatoria ER y L crece logarítmicamente con N .

Una de las propiedades de red que tenemos que calcular es el coeficiente de agrupamiento. Para $p = 0$, el coeficiente de agrupamiento es [9] :

$$C = \frac{3(c-2)}{4(c-1)}$$

que, es independiente del número de nodos y oscila entre $C = 0$ para $c = 2$, $C \rightarrow 3/4$ para $c \rightarrow \infty$. Para $c > 2$, obtenemos una familia de redes que tienen dos distancias medias cortas ι (es decir, son pequeños mundos) y la agrupación significativa para

un gran rango de probabilidades p .

La Figura 1.12 muestra el comportamiento de $L(p)$ y $C(p)$ en un amplio intervalo de p , para una red de mundo pequeño, mostrando que a nivel local la transición a una red de mundo pequeño es casi indetectable.

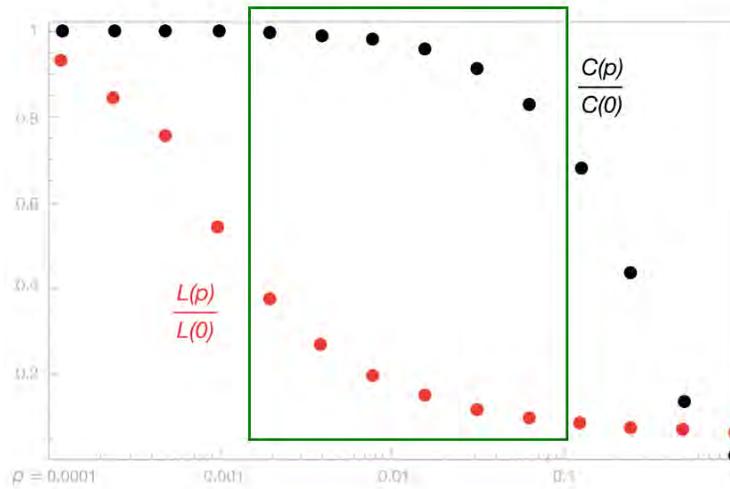


Figura 1.12: Relación de L y C en la red de mundo pequeño. La curva $\frac{L(p)}{L(0)}$ muestra el comportamiento de la longitud de las rutas entre cualesquiera par de nodos, mientras que la curva $\frac{C(p)}{C(0)}$, muestra el comportamiento del coeficiente de agrupación. Notemos que la red regular (lado izquierdo del recuadro), presenta un alto coeficiente de agrupación, pero la longitud de las rutas también es grande, aunque decrece linealmente. Por otro lado, la red aleatoria (lado derecho del recuadro), presenta una longitud de rutas pequeña, pero un coeficiente de agrupación que también es pequeño conforme $p \rightarrow 1$. El comportamiento de $L(p)$ y $C(p)$, para una red de mundo pequeño se encuentra localizado dentro del recuadro verde, notemos que el coeficiente de agrupación presenta valores altos y muy cercanos a 1, mientras que la distancia media entre los nodos decrece.

En conclusión una red de mundo pequeño es un tipo de red, en la que la mayoría de los nodos son vecinos entre sí y pueden ser alcanzados desde cualquier nodo origen a través de un número relativamente corto de pasos entre ellos.

1.3.3. Red Libre de Escala

En la vida cotidiana es muy común encontrar redes en las que algunos nodos están altamente enlazados, es decir, tienen un gran número de arcos a otros nodos, aunque el grado del resto de los nodos es bastante bajo; estas redes son conocidas como *Redes Libre de Escala*. Algunos ejemplos de redes libres de escala son: redes de internet, redes de citas textuales y la World Wide Web, por mencionar algunas.

Las redes libres de escala tienen una distribución de grado, $P(k)$, que para valores grandes, se puede aproximar por:

$$P(k) \cong Ck^{-\psi} \quad (1.20)$$

con $\psi \in (2, 3]$.

Por otra parte, las redes libres de escala presentan dos características principales:

1. Crecimiento: La gran variedad de redes libres de escala están en constante crecimiento, es decir, el número de nodos N aumenta de acuerdo a la dinámica del tiempo.
2. Preferencia de enlace: En muchas de estas redes los nuevos enlaces no están asociados al azar, sino que siguen el llamado apego preferencial, es decir, los nodos más antiguos están más propensos a adquirir nodos nuevos.

La principal diferencia entre una red aleatoria y una libre de escala, se encuentra en la cola de la distribución de grado. Para ilustrar esto, en la Figura 1.13 se compara una ley de potencia con la función Poisson; en la comparación encontramos que para un valor pequeño de k , la ley de potencia está por encima de la función Poisson, es decir, una red libre de escala tiene un gran número de nodos con grado pequeño, la mayoría de los cuales están ausentes en una red aleatoria. Para un valor de k , cercano a $\langle k \rangle$, la distribución Poisson está por encima de la ley de potencia, lo que significa que en una red aleatoria hay un exceso de nodos con grado $k \approx \langle k \rangle$. Para valores grandes de k , la ley de potencia se encuentra de nuevo por encima de la curva

de distribución Poisson, la diferencia es claramente visible si mostramos una gráfica log-log (Figura 1.13b), lo que indica que la probabilidad de observar un nodo de alto grado, o *hub*, es mayor en una red libre de escala que en una red aleatoria; además un hub, en una red libre de escala siempre tendrá un grado promedio mayor que uno en una red aleatoria.

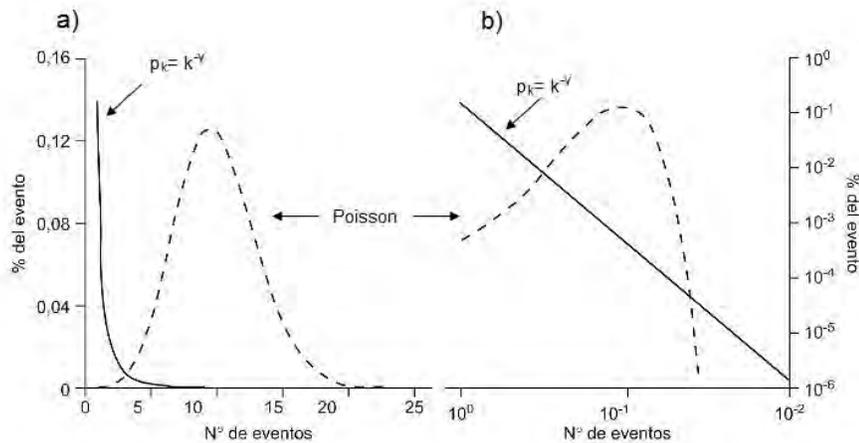


Figura 1.13: Distribución Poisson vs. Ley de Potencias. (a) Comparación de una función Poisson con una función de ley de potencia en una gráfica lineal. (b) Las mismas curvas de (a), pero muestran una gráfica log-log, lo que nos permite notar la diferencia entre las dos funciones.

Otra característica interesante del grado de distribución se da al usar las escalas logarítmicas, es decir, cuando en una gráfica de la distribución de grado los dos ejes están expresados en logaritmo. Cuando se toma este tipo de gráficas, la distribución de grado, de manera general, sigue una línea recta; esto es, en términos matemáticos, el logaritmo de la distribución $P(k)$ es una función lineal de grado k :

$$\ln p_k = -\alpha \ln k + c$$

donde α y c son constantes.

Para las redes de libre escala el grado del exponente ψ toma un valor real entre 2 y 3, para estas redes, cuando $N \rightarrow \infty$ se cumple que $\langle k \rangle$ es finito, pero $\langle k^2 \rangle$ y $\langle k^3 \rangle$ divergen. Esta divergencia nos ayuda a entender el origen de la expresión “libre de

escala”. Si los grados siguen una distribución normal, entonces el grado de un nodo elegido al azar se encuentra en el intervalo:

$$k = \langle k \rangle \pm \sigma_k$$

Sin embargo, el grado medio $\langle k \rangle$ y la desviación estándar σ_k toman valores diferentes en las redes aleatorias y libres de escala. Para una red aleatoria con una distribución Poisson $\sigma_k = \langle k \rangle^{\frac{1}{2}}$, el grado es siempre menor que $\langle k \rangle$, de ahí que los nodos de la red tengan grados en el rango de $k = \langle k \rangle \pm \langle k \rangle^{\frac{1}{2}}$, en otras palabras, los nodos en una red aleatoria tienen grados comparables y el grado medio $\langle k \rangle$ sirve como “escala”. Para una red con grado de distribución de ley de potencia y $\psi < 3$, se cumple que el primer momento es finito, pero el segundo momento es infinito; la divergencia de $\langle k^2 \rangle$, y por tanto la de σ_k , para un valor grande de N , indica que las variaciones en torno a la media pueden ser grandes, esto significa que cuando elegimos al azar un nodo, el grado del nodo seleccionado podría ser muy grande, de ahí que las redes con $\psi < 3$ no tienen una escala significativa, es decir, son “redes libre escala”.

En resumen el nombre libre escala encierra la falta de una escala interna, una consecuencia de que los nodos con grados diferentes conviven en la misma red. Esta característica, distingue a las redes libres de escala de las regulares, en las que todos los nodos tienen exactamente el mismo grado, $\sigma = 0$, o de las redes aleatorias, cuyos grados varían en un rango estrecho, $\sigma = \langle k \rangle^{\frac{1}{2}}$.

1.3.4. Redes Multicapa

Si observamos los fenómenos que ocurren a nuestro alrededor, como las relaciones sociales, la transformación de nuestro entorno y hasta nuestro propio funcionamiento biológico, podríamos darnos cuenta que todos los sucesos a los que estamos expuestos no son más que el resultado de una organización dinámica de diversos sistemas que, a su vez, implican una multitud de componentes básicos que interactúan entre sí.

A finales del siglo XX, la publicación del trabajo realizado por Watts y Strogatz fue un detonante para el surgimiento de un movimiento en la ciencia, el estudio de las redes complejas, con el objetivo de entender la representación de los sistemas complejos y sus mecanismos. Las redes multidimensionales, multinivel, multiplex, de interacción, interdependientes, y muchas otras son resultado de ver que las redes no trabajan solas o aisladas, si no que lo hacen de manera conjunta.

A continuación se describen de manera general las características de las redes con capas múltiples, extendiendo los conceptos y modelos de redes con una sola capa o monocapa, a las redes multicapa.

Las redes multicapa son pares ordenados $\mu = (g, C)$, donde

$$g = \{G_\alpha; \alpha \in \{1, 2, \dots, M\}\}$$

es, una familia de redes dirigidas o no dirigidas, con peso o sin peso; la red $G_\alpha = (V_\alpha, A_\alpha)$ es llamada capa de μ y

$$C = \{V_{\alpha\beta} \subseteq V_\alpha \times V_\beta; \alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, M\}, \alpha \neq \beta\}$$

es, el conjunto de interconexiones entre los nodos de las diferentes capas G_α y G_β con $\alpha \neq \beta$. Los elementos de C son llamados capas cruzadas, y los elementos de cada V_α son los arcos dentro de la capa G_α , en contraste con los elementos de cada $V_{\alpha\beta}$, que son los enlaces entre las capas G_α y G_β .

El conjunto de nodos de la capa G_α se denota por $V_\alpha = \{v_1^\alpha, v_2^\alpha, \dots, v_{n_\alpha}^\alpha\}$ y la matriz de adyacencia de cada capa G_α se denota por $A^{[\alpha]} = a_{ij}^\alpha \in \mathbb{R}^{n_\alpha} \times \mathbb{R}^{n_\alpha}$, donde:

$$A^{[\alpha]} = a_{ij}^\alpha = \begin{cases} 1 & \text{si } (v_i^\alpha, v_j^\alpha) \in V_\alpha, \\ 0 & \text{otro caso.} \end{cases}$$

para, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ y $1 \leq \alpha \leq M$. La matriz de adyacencia correspondiente a la interconexión de las capas G_α y G_β , $A_{\alpha\beta}$, es la matriz $A^{[\alpha,\beta]} = a_{ij}^{\alpha,\beta} \in \mathbb{R}^{n_\alpha} \times \mathbb{R}^{n_\beta}$, donde:

$$A^{[\alpha,\beta]} = a_{ij}^{\alpha,\beta} = \begin{cases} 1 & \text{si } (v_i^\alpha, v_j^\beta) \in V_{\alpha\beta}, \\ 0 & \text{otro caso.} \end{cases}$$

Es importante destacar que el concepto de red multicapa es la base para otros modelos matemáticos, que por sus características específicas puede ser llamada de manera diferente, por ejemplo:

- *Redes Multiplex*. Red con M capas, donde cada capa (dirigida o no dirigida, ponderada o no ponderada), es una red.
- *Redes interconectadas*. Familia de redes que interactúan entre sí, donde las capas están formadas por redes y los arcos corresponden a las interacciones entre dichas redes.
- *Redes Interdependientes*. Colección de diferentes redes, o capas, cuyos nodos son interdependientes entre sí. En la práctica, los nodos de una capa de la red dependen de nodos en una capa diferente. En este tipo de representación, las dependencias son arcos adicionales que conectan las diferentes capas, esta estructura, entre las capas de red, a menudo se llama *mesoestructura*.

Un ejemplo claro de una red multicapa en el área de finanzas, es la interacción entre las bolsas de valores del mundo, donde cada bolsa de valores representa una capa de la red y los arcos entre las capas están dados por las emisoras que cotizan en distintas bolsas. Por ejemplo, la emisora América Móvil (AMX) de la BMV también realiza cotizaciones en la Bolsa de Valores de Nueva York.

En conclusión, las propiedades de las redes multicapa, son una extensión de las propiedades de las redes monocapa, y dependerá de las características especiales que presente la red múltiple, para nombrarla de manera distinta y elegir la que sea más útil para la modelación de nuestro problema.

Para mayor información de las redes multicapa, se pueden consultar [3] y [6].

Capítulo 2

Mercado de Deuda y Bonos Gubernamentales de Tasa Fija

En el presente capítulo, se describe de manera breve la estructura y funcionamiento del mercado de deuda en México, al inicio del capítulo se mencionan las características del mercado; posteriormente, se hace referencia a los diferentes valores gubernamentales, características principales, tipo de colocación y la manera en que se negocian. El tema con más importancia del capítulo, son los Bonos Gubernamentales de Tasa Fija, es por ello que al final del capítulo se describen, de manera detallada, sus propiedades y la metodología necesaria para el cálculo de su precio.

2.1. Mercado de Deuda en México

El Gobierno Federal, los gobiernos estatales y las empresas privadas o paraestatales pueden llegar a necesitar financiamiento, ya sea para la realización de un proyecto de inversión o para mantener el curso de sus actividades; estas entidades pueden conseguir los recursos a través de un préstamo, solicitando un crédito a una entidad del sector bancario o a través de la **emisión**¹ de un instrumento o valor de

¹Las palabras resaltadas en negritas se encuentran definidas en el Glosario, el cual se encuentra en los anexos.

deuda, el cual es negociado en el mercado de deuda.

El mercado de deuda en México tiene sus orígenes en el año de 1978, año en el que el Gobierno Federal emite los primeros *Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes)*; previo a los Cetes, la principal fuente de financiamiento para el público inversionista eran los créditos bancarios. En 1977 se emiten por primera vez los *petrobonos*, cuyo rendimiento era determinado por el precio del petróleo; durante los años ochenta nacieron las primeras casas de bolsa, ofreciendo a los intermediarios nuevas formas de financiamiento. En los noventa, la liberación de las tasas de interés y la decisión del Gobierno Federal de financiar todo su **déficit presupuestal** con emisiones de deuda, permitió una mayor participación de los intermediarios en este mercado; en esta década surgen los **pagafes**, cuyo rendimiento estuvo ligado al tipo de cambio peso-dólar. En 1989, se publica en el Diario Oficial de la Federación el decreto por el cual la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) obtiene la autorización para emitir los **tesobonos**, que sustituyeron a los pagafes; para 1991 los **ajustabonos**, que pagaban una tasa de rendimiento ajustada a la inflación, eran los mayor plazo (3 y 5 años) y con el paso del tiempo fueron reemplazados por los *Udibonos* y los *Bondes*, que pagan una tasa revisable cada 28 y 91 días. En enero del año 2000, y para impulsar el desarrollo del mercado de deuda a través de instrumentos de mayor plazo, el Gobierno Federal emitió los primeros bonos a tasa fija, de los que actualmente existen referencias de 3, 5, 10, 20 y 30 años.

El mercado de deuda es el foro, espacio físico o virtual, y el conjunto de reglas que permiten a los inversionistas, emisores e intermediarios negociar los instrumentos de deuda inscritos en el **Registro Nacional de Valores**. El mercado de deuda puede conocerse con otros nombres, dependiendo del tipo de instrumento de deuda que se negocie, por ejemplo, si en el mercado se negocian principalmente instrumentos de deuda que pagan una tasa fija, entonces se denomina mercado de renta fija. Los instrumentos de deuda son títulos, es decir documentos necesarios para hacer válidos los derechos de una transacción financiera, que representan el compromiso por parte del emisor (en nuestro caso el Gobierno Federal) de pagar los recursos prestados, más

un interés pactado o establecido previamente, al poseedor del título (o inversionista), en la fecha de vencimiento pactada. Estos instrumentos del mercado de deuda son clasificados según su cotización, su colocación, tipo de tasa o riesgo del emisor.

La clasificación por tipo de *cotización* se refiere a la forma en que se hacen públicos los precios de los títulos; los diferentes instrumentos del mercado de deuda se dividen en los que se cotizan a *descuento* y los que se cotizan a *precio*. Los valores a descuento se refieren a los instrumentos de deuda que no pagan intereses de manera periódica, es decir no tiene pago de *cupones*²; el rendimiento que obtiene el inversionista proviene de la compra a descuento, es decir, a un precio menor a la cantidad que se debiera pagar al momento del vencimiento del título, precio conocido como *valor nominal* del título o *principal*. Los valores cotizados a precio son los que presentan pago de cupones, y el precio del instrumento es el resultado de la suma del pago de intereses futuros y el valor presente del principal; en este caso, el rendimiento es el resultado de la diferencia entre el precio y el valor nominal del título.

De acuerdo a la forma de colocación hay dos maneras de clasificar los instrumentos de deuda al público inversionista: colocación *pública* y *privada*. Mediante la colocación pública, la oferta de los instrumentos se realiza a través de un medio masivo de comunicación como son los periódicos o boletines de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), para el caso de valores gubernamentales, colocados por el Banco de México (Banxico), la publicación se realiza en el portal de Banxico en el periodo correspondiente a la colocación; bajo esta modalidad, la asignación se realiza por medio de **subastas**. En una colocación privada, por lo general, la oferta va dirigida a una persona o grupo de inversionistas determinado; la diferencia entre la colocación pública y privada radica en que la oferta no se hace del conocimiento de todos los participantes del mercado.

El tipo de tasa se refiere al pago de intereses, pactados de manera previa, que pagará el instrumento de deuda; esta tasa puede ser *fija*, *variable* o *indizada* (ligada a la inflación o al tipo de cambio). Los valores que pagan una tasa de interés fija, son

²Cupón: Interés periódico que paga un bono.

aquellos que establecen la tasa al inicio de la vida del instrumento y la mantienen sin cambios a lo largo de esta; cuando los valores pagan una tasa variable, la tasa de interés cambia de manera periódica y, cuando pagan una tasa de interés indizada, ésta cambia de acuerdo a la referencia a la que se haya indizado.

La clasificación por riesgo del emisor se refiere a la capacidad de pago del emisor, normalmente, son las **agencias calificadoras** las que asignan una calificación a los emisores de instrumentos de deuda, de acuerdo a su capacidad de pago.

De manera general, para que una persona física o inversionista pueda comprar o vender títulos de deuda es necesario que acuda a un banco o casa de bolsa, para que dichas instituciones puedan realizar las transacciones necesarias en nombre de esta persona. Una vez que el inversionista indique el tipo de negociación que desee realizar, la institución determinará si negociará los títulos por medio del mercado primario o del mercado secundario. El *mercado primario* de valores gubernamentales es el mercado en el que se cumple que las emisiones del Gobierno Federal son colocadas por el mismo, a través de Banxico, dichas colocaciones se realizan por medio de ofertas públicas primarias donde se exponen las características del instrumento en las convocatorias publicadas en portal de dicho banco, y de esta manera los inversionistas interesados solicitan la adquisición de dichos instrumentos con el fin de obtener los mayores rendimientos; y al mismo tiempo la institución emisora de los valores, obtiene financiamiento para sus proyectos o requerimientos.

El *mercado secundario* es el mercado en el que se ofertan y demandan libremente los títulos que ya fueron colocados previamente en el mercado primario, el objetivo de dicho mercado es crear precios más justos que reflejen las condiciones que los inversionistas perciben en el mismo. El mercado secundario se divide en dos importantes bloques: interbancario y mercado con la clientela³. En el *mercado interbancario* participan la banca comercial, la banca de desarrollo y las casas de bolsa; las operaciones entre estas instituciones pueden realizarse por medio de llamadas telefónicas o algún mecanismo de negociación que pone en contacto a vendedores y compradores, como

³Término establecido por el Banco de México

las **casas de corretaje**. En las negociaciones dentro del *mercado con la clientela* una de las contrapartes pertenece al sector interbancario y la otra pertenece a alguno de los siguientes clientes: arrendadoras financieras, aseguradoras, fondos de inversión, intermediarios del exterior, personas físicas y morales nacionales, y extranjeras, sociedades de inversión, siefores, tesorerías de corporativos, estados y paraestatales; al igual que en el mercado interbancario las operaciones se llevan a cabo vía telefónica o por algún otro mecanismo de negociación y para realizar operaciones entre dos clientes, siempre debe haber una institución del sector interbancario involucrada que funja como intermediario entre ambas contrapartes.

Dentro del mercado secundario, los sectores que realizan operaciones con los instrumentos que se negocian en el mercado de deuda son:

- Sector Bancario: Sector cuyo objetivo principal es captar los recursos dispersos en la economía del país, conjuntarlo y canalizarlo en forma de financiamiento hacia individuos o instituciones con proyectos de inversión viables, que generen valor agregado en la economía. Dentro de este sector se encuentra la banca múltiple y la banca de desarrollo.
 - Banca Múltiple: Instituciones Financieras que siguiendo los lineamientos fijados por la ley, están autorizadas para llevar a cabo todas aquellas operaciones realizadas por entidades financieras, por ejemplo: bancos comerciales, de inversión, hipotecarios, fondos de mercados monetarios, entre otros. Se incluyen bancos como Banamex, BBVA Bancomer, Banorte, ScotiaBank, etc.
 - Banca de Desarrollo: Sector integrado por las sociedades nacionales de crédito, cuyo objetivo es facilitar el acceso al financiamiento a personas físicas y morales. Se incluye a Bancomext, Banobras, Nafin, Sociedad Hipotecaria Federal, etc.
- Siefores (Sociedad de Inversión Especializada en Fondos para el Retiro): Fondos de inversión en los cuales las Afores invierten los recursos de los trabajadores

para generar rendimientos. Al inicio del 2016, existen 5 diferentes Siefores, clasificadas de acuerdo a la edad del trabajador:

- SB0 para personas mayores de 60 años, que estén muy próximos al retiro.
 - SB1 para personas de 60 años y más.
 - SB2 para personas entre 46 y 59 años.
 - SB3 para personas entre 37 y 45 años.
 - SB4 para personas de 36 años y menores.
-
- Sociedades de Inversión: Entidad que concentra el dinero de los inversionistas para su inversión en una amplia gama de instrumentos financieros como valores de deuda, acciones u otros títulos de capital y valores de deuda de empresas privadas o valores bancarios; con la finalidad de ofrecer un rendimiento adecuado a sus inversionistas.
 - Aseguradoras y Afianzadoras: Instituciones que ofrecen cobertura sobre probables siniestros, accidentes personales o corporativos que pueden generar pérdidas eventuales. Además, el sector de seguros puede funcionar como institución fiduciaria para terceros y en otros casos como custodia de ahorro adicional de los asegurados que puede provenir de pagos de siniestros, depósitos voluntarios, etc.⁴
 - Otros Residentes: Instituciones que no forman parte de las clasificaciones de institución de crédito, casa de bolsa, sector bancario, sector bursátil; pero que son integrantes del sistema financiero mexicano, con residencia en el país.
 - Extranjeros: Instituciones que forman parte del sistema financiero, con registro de residencia fuera de México.

⁴AMAI (Asociación Mexicana de Asesores Independientes de Inversiones, A.C.).
<http://www.amaii.com.mx/AMAI/Portal/>

2.1.1. Características de los principales instrumentos de deuda

En general, los instrumentos de deuda son considerados instrumentos de alta liquidez y de bajo riesgo, pues algunos son emitidos o garantizados por el propio Gobierno Federal, pero también otras entidades emiten y colocan “valores gubernamentales”.

Actualmente el Gobierno Federal coloca cuatro instrumentos de deuda distintos, éstos son los Cetes, Bonos, Bondes D y Udibonos. Por su parte, el Instituto para la Protección al Ahorro Bancario (IPAB) coloca los *Bonos de Protección al Ahorro (BPAS)*, instrumentos que son emitidos por el referido instituto, pero que cuentan con una garantía de crédito del Gobierno Federal y es Banxico, la institución que funge como agente financiero colocador de estos valores. En los párrafos siguientes se presenta una breve descripción de los principales títulos, y al final del capítulo encontramos unas tablas con el resumen de las características de los valores gubernamentales que son subastados por Banxico.

Los *Cetes* son instrumentos emitidos por el Gobierno Federal con un valor nominal de 10 pesos; estos títulos pertenecen a la familia de bonos cupón cero, es decir, se comercializan a descuento, no pagan intereses en el transcurso de su vida y liquidan su valor nominal en la fecha de vencimiento. El plazo de los Cetes normalmente es de 28, 91, 182 y 364 días, sin embargo, se pueden emitir a cualquier plazo.

Los *Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal (Bondes D)* son instrumentos gubernamentales con valor nominal de 100 pesos y tasa variable, lo que significa que pagan intereses y revisan la tasa de interés en plazos de 28 días; en la actualidad, estos instrumentos son subastados a plazos de 3, 5 y 7 años. La tasa de interés que pagan estos títulos se determina mediante la composición diaria de la tasa a la cual las instituciones de crédito y casas de bolsa realizan sus operaciones de compraventa a plazo de un día hábil con títulos bancarios, conocida como *Tasa Ponderada de*

*Fondeo Bancario (TPFB)*⁵.

Los *Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal con Tasa de Interés Fija (Bonos)* son instrumentos emitidos por el Gobierno Federal y colocados a plazos de 1, 3, 5, 10, 20 y 30 años, y valor nominal de 100 pesos; pagan intereses cada seis meses, su tasa de interés se determina al momento de la emisión del título y se mantiene sin movimientos durante la vida del mismo. Los bonos pueden **segregarse**, esto es, que pueden separarse los pagos de interés del valor nominal del título, generando **cupones** segregados; una vez segregados pueden reconstituirse los cupones, los intereses por pagar y el valor nominal correspondiente, regresando al formato originalmente emitido.

Los *Udibonos* o *Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal denominados en Unidades de Inversión (udi)*, son instrumentos con valor nominal de 100 **udis**, que cuentan con una protección contra inflación para el inversionista; actualmente se emiten y colocan a plazos de 3, 10 y 30 años, pagan intereses cada seis meses en función de la tasa de interés fija, la cual se determina al momento de la emisión del título. Los udibonos retribuyen intereses en udis, pagaderos en pesos.

El IPAB emite BPAs, utilizando para ello a Banxico como agente colocador, estos títulos son emitidos en plazos de 3, 5 y 7 años, los cuales pagan intereses, en pesos y con plazos iguales a los de los Cetes. Al instrumento que paga intereses cada 28 días se le identifica como *BPAG28*, al que paga cada 91 días se le nombre *BPAG91* y al que realiza los pagos cada 182 días de le conoce como *BPA182*.

Los *Swaps* de tasa de interés (*IRS* por sus siglas en inglés), son acuerdos entre dos intermediarios del mercado, que realizan un intercambio de flujos de dinero provenientes de una inversión a tasa fija y flujos de dinero que provienen de una inversión a tasa variable sobre un monto definido, un plazo acordado y a una frecuencia establecida; de forma simple, los flujos provenientes de este intercambio se

⁵Expresada en términos porcentuales con redondeo a dos decimales, a la cual las instituciones de crédito y casas de bolsa realizan operaciones de compraventa a plazo de un día hábil con títulos bancarios

denominan en la misma moneda, aunque existen variaciones que utilizan diferentes tipos de cambio.

Un *Certificado Bursátil* es un instrumento del mercado de deuda que es emitido por la BMV y que da flexibilidad a las empresas que cotizan en la bolsa para que las mismas determinen el plazo de la deuda, el monto y las condiciones generales de pago y de tasa que requieran. La deuda emitida por medio de certificados bursátiles puede estar respaldada por activos no productivos de la empresa, por ejemplo las cuentas por cobrar.

Otro instrumento negociado en el mercado de deuda es el *Bono respaldado por Hipotecas*, los cuales tienen como objetivo impulsar el desarrollo del sector de vivienda; para que puedan emitirse este tipo de bonos debe haberse establecido un **fideicomiso** cuyo patrimonio esté constituido por una cartera de créditos hipotecarios, es decir, los pagos que se realizan sobre los créditos hipotecarios constituyen el patrimonio del fideicomiso y son tomados para el pago de intereses y valor nominal de los bonos emitidos.

2.2. Bonos Gubernamentales de Tasa Fija

Un *bono* es un certificado de deuda, es decir, una promesa de pago a futuro, documentada en un papel con monto determinado, plazo, moneda y periodicidad de pagos. Cuando un inversionista adquiere un bono, la acción básica que realiza, es prestar su dinero a una entidad gubernamental, agencia del estado, compañía, o simplemente a un prestamista, y como respuesta al préstamo, el emisor promete realizar el pago de intereses durante la vida del bono para que el capital invertido a una tasa de interés, fijada al momento de la emisión del título, sea liquidado a la fecha de vencimiento.

Los *Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal con Tasa de Interés Fija (Bonos)* son la familia de valores gubernamentales más reciente y que se encuentran a disposición del público inversionista; estos instrumentos son emitidos y colocados a plazos

mayores a un año, pagan intereses cada seis meses y, a diferencia de otros instrumentos, la tasa de interés se determina al momento de la emisión de los títulos y se mantiene fija a lo largo de toda la vida del instrumento. El valor nominal del instrumento es de 100 pesos (cien pesos) y se pueden emitir a cualquier plazo siempre que se cumpla que sea múltiplo de 182 días, sin embargo, a la fecha estos títulos se han emitido a plazos de entre 3, 5, 10, 20 y 30 años.

Los Bonos pagan intereses en pesos cada seis meses, esto es, cada 182 días o al plazo que Banxico determine en caso de días inhábiles. La tasa de interés que pagan estos títulos es fijada por el Gobierno Federal en la emisión de la **serie** y es dada a conocer al público inversionista en la convocatoria a la Subasta de Valores Gubernamentales y en los anuncios que se publican en los principales diarios cada vez que se emite una nueva serie. Los intereses pagaderos cada semestre, se calculan considerando los días efectivamente transcurridos entre las fechas de pago de los mismos, tomando como base años de 360 días, y se liquidan al finalizar cada uno de los períodos de interés, basándonos en la siguiente fórmula:

$$I_J = VN * \frac{N_J * TC}{360}$$

donde: I_J = Intereses por pagar al final del periodo J. TC = Tasa de interés anual del cupón. VN = Valor nominal del título en pesos. N_J = Plazo en días del cupón J.

Los títulos son colocados al mercado mediante una subasta, en la cual los participantes presentan sus posturas por el monto que desean adquirir y el precio que están dispuestos a pagar; es importante mencionar que las subastas se rigen bajo ciertas reglas, las cuales están descritas en la Circular 5/2012 de Banxico y las cuales van dirigidas a las instituciones de crédito, casas de bolsa, sociedades de inversión, siefos y a la Financiera Rural.

En muchas ocasiones el Gobierno Federal ofrece en las subastas títulos emitidos antes de la fecha de colocación, en estos casos, las subastas se realizan a *precio limpio*,

es decir, sin tomar en cuenta los intereses devengados, por tanto, para liquidar estos títulos se tiene que sumar al precio de asignación resultante en la subasta, los intereses devengados del cupón vigente de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$I_{devJ} = VN * \frac{d * TC}{360}$$

donde:

I_{devJ} = Intereses devengados durante le periodo J, redondeados a 12 decimales.

d = Días transcurridos entre la fecha de emisión o último pago de intereses $J - 1$, según corresponda y la fecha de valuación.

Cada serie de títulos, tiene asignada una tasa de interés fija desde su emisión hasta la fecha de vencimiento, es por ello que los Bonos no pueden ser fungibles entre sí, a menos que pagaran exactamente la misma tasa de interés; es por ello que a cada serie emitida, se le asigna una clave de identificación constituida por ocho caracteres: el primero es un letra que nos permite identificar el tipo de título, "M", el segundo es un espacio en blanco y los restantes 6 caracteres indican la fecha de vencimiento, con el formato aammdd. Por ejemplo, la clave de identificación de un Bono que se emite el 30 de diciembre de 2004 a plazo de 20 años (7,280 días) y que vence el 05 de diciembre de 2024 es : M 241205.

2.2.1. Metodología general para valorar un bono

La fórmula general para valorar los Bonos es la siguiente:

$$P = \sum_{j=1}^K (C_j * F_j) + (F_K * VN) - (C_1 * \frac{d}{N_1}) \quad (2.1)$$

donde: P = Precio limpio del Bono, redondeado a 5 decimales. VN = Valor nominal del título. K = Número de cupones por liquidar, incluyendo el vigente. d = Número de días transcurridos del cupón vigente. N_j = Plazo en días del cupón j . C_j = Cupón j , el cual se obtiene de la siguiente manera:

$$C_j = VN * \frac{N_j * TC}{360}$$

TC = Tasa de interés anual del cupón. F_j = Factor de descuento para el flujo de efectivo j . Se obtiene con la fórmula:

$$F_j = \frac{1}{\left(1 + r_j * \frac{N_j}{360}\right)^{j - \frac{d}{N_1}}}$$

r_j = Tasa de interés relevante para descontar el cupón j .

De la fórmula 2.1 obtenemos que el precio de los Bonos, está compuesto por tres elementos diferentes: el valor presente de los cupones, el valor presente del valor nominal y los intereses devengados del cupón vigente; también podemos observar que cada uno de los cupones, así como el principal están descontados por una tasa de interés diferente, por lo que es necesario conocer o poder estimar una tasa de interés para cada factor de descuento.

2.2.2. Cálculo del precio limpio de un Bono

El rendimiento a vencimiento de un Bono se puede definir como el rendimiento que el inversionista obtendría si decidiera conservar el título hasta la fecha de vencimiento; para determinar el precio de un Bono, una vez conocido el rendimiento a vencimiento, es necesario descontar con la misma tasa r_j todos los flujos de efectivo del instrumento, cupones y principal.

Si se conoce el rendimiento a fecha de vencimiento del título, la fórmula general se simplifica, debido a que las tasas r_j , para descontar los diferentes flujos a valor presente pasan a ser la misma en todos los factores de descuento; por tanto, una vez conocido el rendimiento a vencimiento del título y suponiendo que el plazo en días de todos los cupones es el mismo, la fórmula general se expresa de manera siguiente:

$$P = \left(\frac{C + C * \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R * (1+R)^{K-1}} \right] + \frac{VN}{(1+R)^{K-1}}}{[1 + R]^{(1 - \frac{d}{182})}} \right) - C * \frac{d}{182} \quad (2.2)$$

donde:

$$C = VN * \frac{182 * TC}{360}$$

$$R = r * \frac{182}{360}$$

con r = Rendimiento a vencimiento anual.

Un ejemplo práctico del cálculo del precio de un bono, se encuentra en el Anexo A.

Una propiedad fundamental de los bonos, independientemente de su plazo, es que el precio de éste cambia en dirección opuesta a los movimientos de la tasa de interés. Esto es debido a que el precio del bono corresponde al valor presente del mismo y por tanto, al aumentar las tasas de descuento requeridas, el valor presente disminuye y en consecuencia el precio también.

Tabla 2.1: Cetes

Instrumento	Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes)
Emisor	Gobierno Federal
Primera emisión	19 de enero de 1978
Valor Nominal	10 pesos
Plazo	Min. 7 días , Máx. 728 días
Plazo común	28 y 91 días, cercanos a 6 meses y 1 año.
Periodo de Interés	Cupón cero
Tasa de Interés	Tasa de Rendimiento referenciada a Descuento
Id. de los títulos	BIAAMMDD ^a

^aLos primeros dos caracteres se refieren al tipo de valor y AAMMDD a la fecha de vencimiento de la serie, con el formato AA(año), MM(mes) y DD(día).

Tabla 2.2: Bondes D

Instrumento	Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal (Bondes D)
Emisor	Gobierno Federal
Primera emisión	17 de agosto de 2006
Valor Nominal	100 pesos
Plazo	Múltiplo de 28 días
Plazo común	1, 3 y 5 años.
Periodo de Interés	28 días
Tasa de Interés	TPFB
Id. de los títulos	LDAAMMDD

Tabla 2.3: Bonos

Instrumento	Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal con Tasa de Interés Fija(Bonos)
Emisor	Gobierno Federal
Primera emisión	27 de enero del 2000
Valor Nominal	100 pesos
Plazo	Múltiplo de 182 días
Plazo común	3, 5, 10, 20 y 30 años
Periodo de Interés	182 días
Tasa de Interés	Fijada por el Gobierno Federal en la emisión.
Id. de los títulos	M AAMMDD

Tabla 2.4: Udibonos

Instrumento	Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal Denominados en UDIs (Udibonos)
Emisor	Gobierno Federal
Primera emisión	30 de mayo de 1996
Valor Nominal	100 udis
Plazo	Múltiplo de 182 días
Plazo común	3, 10 y 30 años.
Periodo de Interés	182 días
Tasa de Interés	Fijada por el Gobierno Federal en la emisión.
Id. de los títulos	S AAMMDD

Tabla 2.5: BPAG 28

Instrumento	Bonos de Protección al Ahorro con pago mensual de intereses y tasa de interés de referencia adicional. (BPAG 28)
Emisor	IPAB
Primera emisión	26 de abril del 2012
Valor Nominal	100 pesos
Plazo	Múltiplo de 28 días
Plazo común	3 años
Periodo de Interés	Plazo de Cetes a un mes, emitidos en subasta primaria o plazo más cercano a 28 días
Tasa de Interés	Máx [Cetes a un mes de plazo ^a , TPF ^b]
Id. de los títulos	IMAAMMDD

^aTasa de rendimiento anual, equivalente a la de CETES a un mes de plazo colocados en el mercado primario en la fecha de inicio de cada periodo de interés.

^bTasa Ponderada de Fondo Gubernamental, a la cual las instituciones de crédito y casas de bolsa realizan las operaciones de reporto a plazo de un día con títulos de deuda gubernamental, calculada y dada a conocer por Banxico el mismo día de la subasta primaria de valores gubernamentales

Tabla 2.6: BPAG 91

Instrumento	Bonos de Protección al Ahorro con pago trimestral de intereses y tasa de interés de referencia adicional. (BPAG 91)
Emisor	IPAB
Primera emisión	26 de abril del 2012
Valor Nominal	100 pesos
Plazo	Múltiplo de 91 días
Plazo común	5 años
Periodo de Interés	Plazo de Cetes a tres meses, colocados en subasta primaria o plazo más cercano a 91 días
Tasa de Interés	Máx [Cetes a tres meses de plazo ^a , TPF _G]
Id. de los títulos	IQAAMMDD

^aTasa de rendimiento anual, equivalente a la de CETES a tres meses de plazo colocados en el mercado primario en la fecha de inicio de cada periodo de interés.

Tabla 2.7: BPA 182

Instrumento	Bonos de Protección al Ahorro con pago semestral de intereses y protección contra inflación. (BPA 182)
Emisor	IPAB
Primera emisión	29 de abril de 2004
Valor Nominal	100 pesos
Plazo	Múltiplo de 182 días
Plazo común	5 y 7 años
Periodo de Interés	Plazo de Cetes a seis meses, emitidos en subasta primaria o plazo que sustituya a éste en caso de días inhábiles.
Tasa de Interés	Máx [Cetes a 182 días, Inflación en udis del período del cupón]
Id. de los títulos	ISAAMMDD

Capítulo 3

Metodología

El presente capítulo describe la metodología empleada en la investigación, se menciona la manera en la que se obtuvo la información y las fuentes empleadas. Después se describen los cálculos, manejo de la información y filtros aplicados, para poder realizar el análisis.

A continuación se mencionan los pasos que se siguieron en el trabajo.

1. La información histórica semanal de la tenencia de los bonos, que se encontraban en circulación en el año 2014¹, clasificada de acuerdo a los formadores del mercado, se obtuvo de la página de Banco de México; en el apartado de Mercado de Valores, sección Valores en Circulación. En la subsección Información Histórica se solicitaron los datos del rango de fechas comprendido entre el 01-Enero al 31-Diciembre. La información obtenida en este punto, tiene como formadores del mercado a los Reportos con Banxico, Garantías Recibidas por Banxico, Sector Bancario, Siefores, Sociedades de Inversión, Aseguradoras y Afianzadoras, Otros Residentes y Extranjeros.

(<http://www.banxico.org.mx/index.html>)

¹La base se obtuvo del año 2014 porque al inicio del trabajo, era el año del que se tenía información completa.

2. La información se filtró para elegir la serie sobre la que se trabajaría, el criterio fue el monto operado de los bonos, en todo el año; se consideró la operación vía casas de corretaje y vía sistemas de negociación con la clientela, correspondiente a la clasificación del banco central, que está dada por los intervalos de duración: 0-3 años, 3-5 años, 5-10 años, 10-20 años y +20 años. En nuestro caso se redefinieron los intervalos de acuerdo a la manera en la que se clasifican en la práctica, resultando los intervalos: 0-3 años, 3-5 años, 5-10 años y +10 años. Con los datos de operación se realizó una suma simple, teniendo así, el monto anual (expresado en millones de pesos), se obtuvieron las siguientes cifras:

Tabla 3.1: Operación bonos 0-3 años

Bono 0-3 años						
Serie	160616	161215	170615	171214	180614	181213
Monto	109,453	132,664	169,216	302,258	394,386	230,593

Tabla 3.2: Operación bonos 3-5 años

Bono 3-5 años			
Serie	191211	200611	200910
Monto	37,375	187,622	0

Tabla 3.3: Operación bonos 5-10 años

Bono 5-10 años				
Serie	210610	220609	231207	241205
Monto	165,050	179,132	181,882	1,343,897

Las series más operadas durante el 2014, de acuerdo a las cantidades obtenidas, fueron: 180614, 200611, 241205 y 421113 para los intervalos 0-3 años, 3-5 años, 5-10 años y +10 años, respectivamente. De manera general, la serie con mayor

Tabla 3.4: Operación bonos +10 años

Bono +10 años					
Serie	260305	270603	290531	310529	341123
Monto	0	88,202	81,413	384,675	103,870

Tabla 3.5: Continuación Operación bonos +10 años

Bono +10 años				
Serie	361120	381118	421113	461108
Monto	59,840	167,250	441,959	0

operación en el año fue la 241205, por tal motivo fue elegida para realizar el análisis.

- Se aplicó un segundo filtro a la información, esta ocasión a los formadores del mercado, para tener únicamente los pertenecientes al mercado secundario. El criterio utilizado fueron las operaciones en directo², la información se obtuvo de Banxico, sección valores operados. Con esta acción el listado de los formadores del mercado secundario se redujo al Sector Bancario, Siefors, Sociedades de Inversión, Aseguradoras y Afianzadoras, Otros Residentes y Extranjeros.
- La información al momento corresponde a los montos operados por cada formador, semanalmente durante el 2014; por lo que fue necesario modificar los datos para poder encontrar relación entre los formadores. Se realizó una resta de los montos semanales de cada formador, con esta operación y bajo los supuestos de que un resultado negativo en la resta corresponde a un formador vendedor de títulos, y un resultado positivo indica que el formador compró títulos, tenemos dos conjuntos de formadores del mercado, los compradores y los vendedores. Se muestra la tabla con los datos en el Anexo B.

²Operación del mercado secundario, a través de la cual el cliente solicita el monto de títulos, el plazo deseado para la operación y la fecha de liquidación.

5. Armamos una base mensual con los datos de las diferencias semanales, únicamente tomando las semanas correspondientes a cada mes del año; por ejemplo las diferencias semanales 02-09 enero, 09-16 enero, 16-23 enero y 23-30 enero forman la base mensual de enero.
6. Con la información recabada se procedió a construir las redes que nos permitirían realizar el análisis; las redes se construyeron con la ayuda del software R Studio, tomando como nodos a los formadores del mercado y los arcos surgieron de la relación entre compradores y vendedores. También se realizaron las gráficas del grado de distribución y el histograma del grado de distribución.
7. Con base en las redes construidas, y con ayuda de R Studio, se hizo el cálculo del clustering, asortatividad y centralidad intermedia con paquetería de R (igraph).
8. Del proveedor de precios Valmer, plataforma de información perteneciente a la BMV, se sustrajeron los datos correspondientes a la tasa de rendimiento del bono M 241205, del año 2014.
9. Con los datos de la tasa de rendimiento del bono y los montos de cada tenedor se hizo el cálculo del Coeficiente de Correlación de Pearson.
10. Al final del trabajo, se construyó una red bipartita que representa la relación entre la tasa de rendimiento del bono y la tenencia de los dos sectores con mayor correlación. En esta red, los nodos R_1 , R_2 , R_3 , R_4 y R_5 se interpretan como los intervalos en los que se distribuyó la tasa de rendimiento; los nodos S_1 , S_2 , S_3 , S_4 , S_5 , S_6 , S_7 , S_8 , E_1 , E_2 , E_3 , E_4 , E_5 , E_6 , E_7 y E_8 son los intervalos correspondientes a la tenencia de los dos sectores.

Los intervalos se construyeron mediante el método estadístico de construcción de clases, el cual requiere de conocer el rango de los datos y con ello determinar el ancho del intervalo:

$$Rango = Valor_{max} - Valor_{min}$$

$$K = \text{Ancho del intervalo} = 1 + 3,322 * \log(N)$$

donde N es el número de datos; por tanto, sabiendo que para la tenencia de los dos sectores y la tasa de rendimiento $N = 53$, tenemos que $K \approx 7$. Con ésto, los intervalos quedan de la siguiente manera:

Tabla 3.6: Intervalos de la tasa de rendimiento.

<i>Rendimiento</i>
$R_1 = [5,50 - 5,67)$
$R_2 = [5,67 - 5,84)$
$R_3 = [5,84 - 6,01)$
$R_4 = [6,01 - 6,18)$
$R_5 = [6,18 - 6,35)$
$R_6 = [6,35 - 6,52)$
$R_7 = [6,52 - 6,70]$

Tabla 3.7: Intervalos de la tenencia de las Siefores.

<i>Siefores</i>
$S_1 = [26, 977 - 30, 610)$
$S_2 = [30, 610 - 34, 243)$
$S_3 = [34, 243 - 37, 876)$
$S_4 = [37, 876 - 41, 509)$
$S_5 = [41, 509 - 45, 142)$
$S_6 = [45, 142 - 48, 775)$
$S_7 = [48, 775 - 52, 405]$

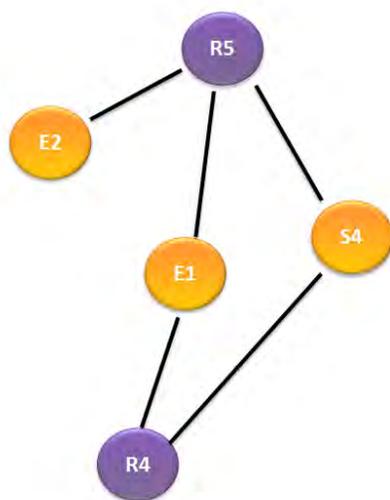
Tabla 3.8: Intervalos de la tenencia de los Extranjeros.

<i>Extranjeros</i>
$E_1 = [48, 691 - 57, 427)$
$E_2 = [57, 427 - 66, 163)$
$E_3 = [66, 163 - 74, 899)$
$E_4 = [74, 899 - 83, 635)$
$E_5 = [83, 635 - 92, 371)$
$E_6 = [92, 371 - 101, 107)$
$E_7 = [101, 107 - 109, 844]$

Con los intervalos se procedió a construir la red bipartita que relaciona por fechas el valor de la tasa de rendimiento del bono con la tenencia de los sectores. La relación se estableció de acuerdo a los valores de tasa y tenencia por fecha, es decir, para los datos semanales de tenencia se asignó el valor de la tasa de rendimiento del bono correspondiente al cierre de ese día.

Por ejemplo, al 24 de julio la tasa de rendimiento tenía un nivel de 5.64%,

correspondiente al intervalo R_1 ; la tenencia de las siefores era de 43,389.09 millones de pesos la cual se encuentra en el intervalo S_5 y la tenencia de los extranjeros de 78,796.15 millones de pesos dentro del intervalo E_4 . Por tanto, para el 24 de julio el nodo R_1 tiene un enlace con S_5 y E_4 (ver figura)



Fecha	Rendimiento	Ten. Siefores	Ten. Extranjeros
10/07/2014	5.70%	41,656.09	80,070.51
17/07/2014	5.65%	43,306.09	79,037.17
24/07/2014	5.64%	43,389.09	78,796.15
31/07/2014	5.82%	43,729.09	78,973.56
07/08/2014	5.77%	40,309.29	78,864.03

Figura 3.1: Construcción Red Bipartita. Ejemplo de la construcción de la red bipartita, considerando el periodo del 10 de julio al 07 de agosto. La tabla muestra los datos correspondientes al periodo mencionado.

Capítulo 4

Análisis de Resultados

En el presente capítulo se muestran los resultados de los cálculos realizados con base en las redes construidas con ayuda del paquete *igraph* del software *R*.

Las primeras construcciones fueron las redes mensuales, las gráficas de la distribución de grado y el histograma con escalas logarítmicas, las cuales se encuentran en el Anexo “Redes mensuales, gráficas e histogramas”. También se calcularon propiedades como el clustering y centralidad de los nodos, además de la asortatividad y la distancia media de cada una de las redes.

Los resultados de los cálculos del clustering, obtenidos de las redes mensuales, se muestran en la Tabla 4.1. Al realizar un análisis mes a mes, el nodo que presentó mayores enlaces entre sus vecinos, fue el 2-Siefores, ya que en los meses de enero, marzo, julio, agosto, septiembre y octubre obtuvo los valores de clustering más altos con respecto al resto de los nodos; por tanto, en esos meses fue el sector con el mayor número de negociaciones en el mercado. Otro sector que también presentó valores destacados en clustering, es el 6-Extranjeros, resaltando que en los meses de abril y diciembre tiene un valor de 1; es decir, en esos meses realizó negociaciones con todos los sectores de la red.

Tabla 4.1: Resultados de los cálculos de Clustering

Mes	1	2	3	4	5	6
Enero	0.1556	0.5000	0.4667	0.5000	0.5000	0.4667
Febrero	0.3000	0.1944	0.3333	0.3000	0.3000	0.1944
Marzo	0.3571	0.4762	0.2778	0.4762	0.2778	0.3571
Abril	0.90000	0.60000	0.286	0.6000	1.0000	1.0000
Mayo	0.2778	0.2778	0.2778	0.2778	0.3571	0.2222
Junio	0.8000	0.2381	0.2381	0.3810	0.3333	0.3333
Julio	0.2778	0.3571	0.2778	0.3571	0.3571	0.3571
Agosto	0.3214	0.6000	0.4286	0.4000	0.4000	0.4286
Septiembre	0.1071	0.1333	0.1071	0.1333	0.1333	0.1333
Octubre	0.2143	0.2857	0.2500	0.2000	0.2500	0.2500
Noviembre	1.0000	0.6000	0.6000	0.6000	0.6000	0.9000
Diciembre	0.4762	0.4762	0.2778	0.2778	0.4762	1.0000

Los datos de la centralidad intermedia, se muestran en la Tabla 4.2; con los resultados se puede ver que en el mes de enero el único sector que mostró gran importancia en la compra-venta fue el 2-Siefores, con un valor de 13. Durante el mes de febrero, también se presentaron números "altos" en la centralidad, pues los nodos 2-Siefores y 6-Extranjeros muestran un valor de 4.5, convirtiéndose en los sectores centrales en las negociaciones del mes. Otro mes que sobresalió por los valores de centralidad fue agosto, en el que los sectores 1-Bancario y 6-Extranjeros tuvieron valores de 7.00 y 4.00 unidades en centralidad, respectivamente, siendo los sectores más importantes para las negociaciones del mes. Durante septiembre y noviembre el valor de centralidad más alto fue 2.5, y lo presentó el sector 2-Siefores en ambos meses.

Tabla 4.2: Resultados de los cálculos de Centralidad Intermedia

Mes	1	2	3	4	5	6
Enero	0.0000	13.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Febrero	0.2500	4.5000	0.2500	0.2500	2.5000	4.5000
Marzo	1.0000	0.0000	2.5000	0.3333	1.8333	0.3333
Abril	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000
Mayo	0.2500	0.6667	0.6667	0.2500	0.2500	0.9167
Junio	0.0000	2.0000	2.0000	0.6667	0.6667	0.6667
Julio	1.3333	0.8333	1.3333	0.3333	0.8333	0.3333
Agosto	7.0000	0.0000	1.0000	1.5000	1.5000	4.0000
Septiembre	2.0000	2.5000	2.0000	0.5000	0.5000	0.5000
Octubre	0.2500	0.2500	0.9167	1.1667	0.9167	0.5000
Noviembre	0.0000	2.5000	0.0000	0.5000	2.0000	0.0000
Diciembre	0.0000	0.0000	1.2000	1.2000	0.0000	0.0000

Otras propiedades importantes que se calcularon fueron asortatividad y distancia media, cuyos resultados se muestran en la Tabla 4.3. En el caso de la asortatividad se realizaron los cálculos por dos métodos distintos, el primero fue utilizando R y el segundo con la fórmula 1.15 de la subsección *Principales Métricas* del capítulo 1. Nótese que los dos resultados presentan una diferencia muy pequeña y esto se debe a que las redes que utilizamos tienen un número pequeño de nodos, $n = 6$, sin embargo en redes con un número grande de nodos, los resultados del cálculo de cualquier métrica tienden a ser iguales al usar distintos métodos. Los dos resultados de asortatividad reflejan que en los meses de enero, febrero y septiembre las redes tendieron a ser disortativas, es decir, en estos meses los sectores presentaron menor tendencia a realizar negociaciones con sectores de características semejantes. El resto de los meses, por los valores resultantes de la métrica, las negociaciones fueron

Tabla 4.3: Datos de Asortatividad y Distancia Media

Mes	Asortatividad (con R)	Asortatividad (con ec. 1.15)	Distancia Media
Enero	-0.6852	-0.5164	1.4333
Febrero	-0.5078	-0.6781	1.3333
Marzo	-0.1529	-0.2632	1.2000
Abril	-0.2258	-0.2145	3.2000
Mayo	-0.0491	-0.2273	1.1000
Junio	-0.0556	-0.2459	2.0333
Julio	0.0698	-0.2153	1.1667
Agosto	-0.2652	-0.3617	1.5000
Septiembre	-0.5068	-0.5068	1.2667
Octubre	-0.1845	-0.3416	1.1333
Noviembre	-0.0578	-0.2598	2.6667
Diciembre	-0.2904	-0.2005	1.9333

neutrales, es decir, los sectores no presentaron preferencia por sectores similares o distintos.

Con respecto a la distancia media, la que indica la longitud promedio de los caminos más cortos en la red, podemos notar que en el mes de mayo la distancia media fue la más pequeña con un valor de 1.10 pasos entre cualesquiera sectores del mercado; el mes que secundó la menor distancia fue octubre con 1.13 pasos. En general, las redes mensuales no mostraron distancias medias tan grandes, el promedio del año fue 1.34 pasos entre cualesquiera sectores; por otro lado, los valores más grandes se presentaron en abril, noviembre y junio con 3.20, 2.66 y 2.03 pasos respectivamente.

Por otra parte, se calculó el coeficiente de correlación entre la tasa de rendimiento del bono (Figura 4.1) y la tenencia que tiene los diferentes sectores, con ayuda de

R , obteniendo como resultado la Tabla 4.4. Los resultados de correlación que se obtuvieron mostraron que los dos sectores con mayor relación son 2-Siefores y 6-Extranjeros, además, la correlación que existe entre la tasa de rendimiento y la tenencia es inversa, es decir, cuando la tasa sube se esperaría que la tenencia presente un decremento.

Tabla 4.4: Correlación entre la tasa de rendimiento y la tenencia de los sectores

Sector	Correlación
Sector Bancario	0.2787
Siefores	-0.6935
Sociedades de Inversión	-0.2414
Aseguradoras y Afianzadoras	-0.3566
Otros Residentes	0.0070
Extranjeros	-0.6692

Para el análisis de la tasa del bono, nos centraremos en los dos sectores con mayor correlación, Siefores y Extranjeros. Si observamos la Figura 4.1, correspondiente al rendimiento del bono, se pueden destacar algunos periodos en los que la tasa sigue una tendencia al alza o a la baja por al menos tres semanas. En el periodo del 30 de enero al 13 de febrero, la tasa presenta una caída de 30 pb¹; durante las primeras tres semanas del mes de mayo, la tasa disminuyó en 35 pb, al iniciar el mes con un nivel del 6.20% y, el día 15 un nivel de 5.85%.

Durante el mes de julio la tasa presentó una disminución de 19 pb, al pasar del nivel de 5.76% al de 5.64%; el 28 de agosto comenzó una tendencia alcista que se mantuvo hasta el 25 de septiembre, en ese periodo la tasa aumentó 29 pb al pasar

¹Un punto base (denotado como pb) es la centésima parte de un punto porcentual, es decir 1 pb = 0.01%, de manera que se necesitan 100 puntos base para un punto porcentual. Por ejemplo, una diferencia de 0.10% es equivalente a un cambio de 10 puntos base.

de 5.71% a 6.00%. Un movimiento inmediato a la alza mencionada, fue una caída de 18 pb, la cual se dio del 02 al 16 de octubre, pues la tasa cayó de 6.00% a 5.82%.

Unos de los últimos movimientos que se presentó en el año fue un alza de 30 pb en el periodo del 27 de noviembre al 11 de diciembre, al pasar de un nivel de 5.78% a 6.08%; este movimiento fue secundado por una caída de 14 pb en el periodo del 18 al 31 de diciembre, pues la tasa pasó de 5.96% a 5.82%.

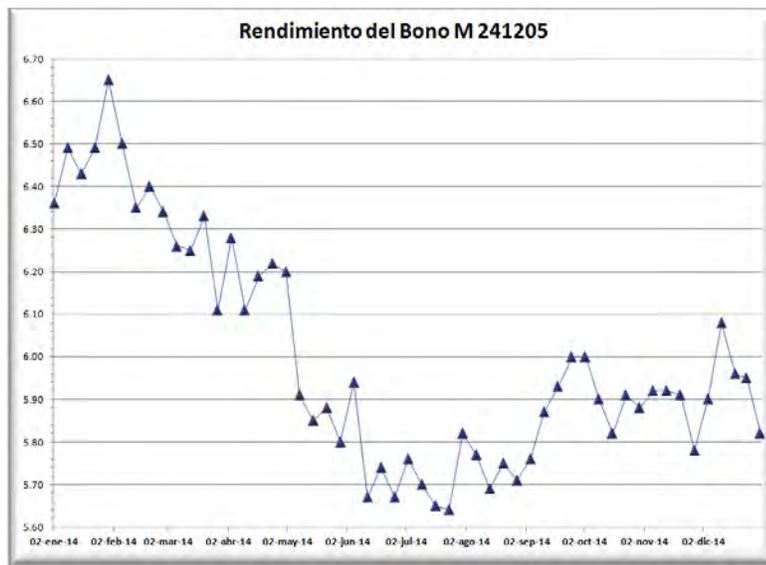


Figura 4.1: Rendimiento. Comportamiento de la tasa de rendimiento del bono M 241205 durante el año 2014.

Para poder analizar el impacto de los movimientos de la tasa de rendimiento en los sectores con mayor correlación, se construyó una red bipartita que relaciona por medio de intervalos la tasa de rendimiento del bono y la tenencia de los sectores; los intervalos se muestran en la Tabla ??, en el capítulo *Metodología*.

La red construida con la tasa de rendimiento del bono M 241205 y la tenencia de los sectores 2-Siefors y 6-Extranjeros, se muestra en la Figura 4.2; de esta red se puede verificar el cumplimiento de la propiedad fundamental del precio de un bono: a menor tasa, mayor precio. Esta propiedad nos permite entender que la tenencia de los sectores baje cuando se tiene un decremento de la tasa, pues al incrementarse

el precio es conveniente vender títulos, ya que de esta manera pueden obtenerse mayores ingresos. Dicho comportamiento se ve claramente reflejado en los arcos de la red, pues los nodos correspondientes a los menores niveles en la tasa de rendimiento, están enlazados a los nodos de tenencia con los niveles más altos. Por ejemplo, el nodo S_1 se enlaza a los nodos R_7 , R_6 y R_5 , correspondientes a los intervalos de la tasa de rendimiento con los niveles más altos; de la misma manera, el nodo E_1 se relaciona con los nodos R_7 , R_6 y R_5 . Por otro lado, los nodos S_7 y S_6 presentan un único arco hacia R_3 , intervalo que oscila entre el 5.54% y 6.01%, valores pequeños de la tasa de rendimiento; el nodo E_7 esta enlazado a los nodos R_2 , R_3 y R_4 , concernientes a los valores más pequeños en la tasa. Por último, el nodo E_6 presenta relación con las tasas de R_2 y R_3 ; y S_6 se enlaza con R_2 .

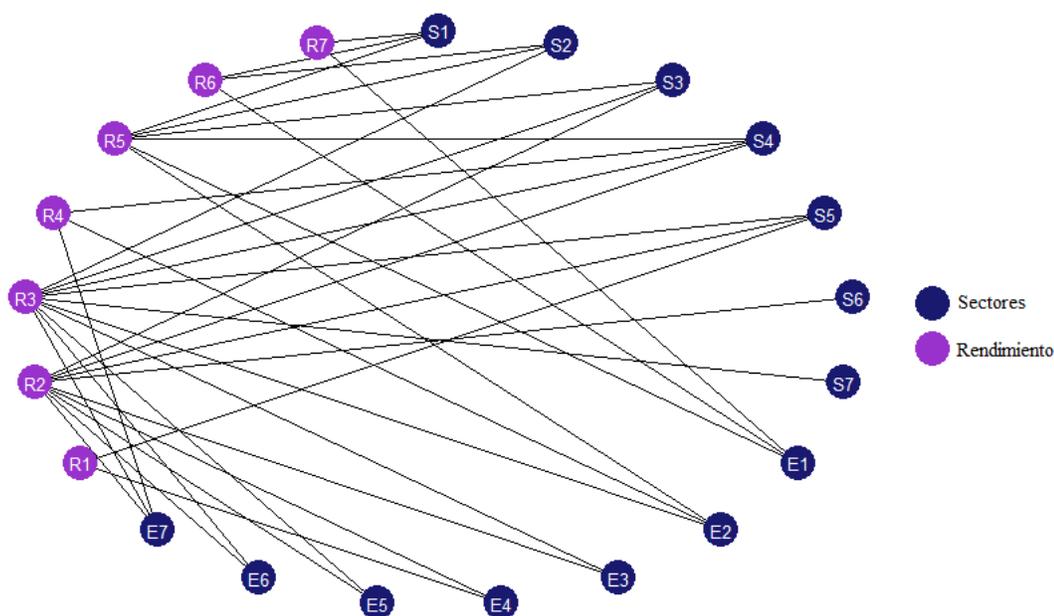


Figura 4.2: Relación entre el rendimiento y la tenencia de Siefiores y Extranjeros

Con base en los datos de clustering de la Tabla 4.5, podemos observar que los nodos que presentan mayor relación entre sus nodos vecinos son: R_1 , R_4 y R_7 , nodos que representan los valores más bajos, medios y más altos de la tasa de rendimiento, respectivamente. Por otro lado, los nodos más centrales de la red son R_2 , R_3 y R_5 ,

pues en esta propiedad de centralidad tienen valores de 52.5040, 70.2660 y 41.3736, respectivamente.

Tabla 4.5: Tabla que muestra los cálculos de las propiedades de la red bipartita

Nodo	Clustering	Centralidad
R_1	1.00	0.93
R_2	0.69	52.50
R_3	0.71	70.27
R_4	1.00	2.39
R_5	0.40	41.37
R_6	0.50	4.20
R_7	1.00	0.33
S_1	0.38	5.96
S_2	0.34	17.23
S_3	0.22	13.49
S_4	0.28	21.57
S_5	0.18	13.38
S_6	NaN	0.00
S_7	NaN	0.00
E_1	0.38	5.96
E_2	0.48	8.87
E_3	0.15	1.49
E_4	0.86	3.54
E_5	0.15	1.49
E_6	0.15	1.49
E_7	0.29	6.54

Por otra parte, la tendencia que presentan los enlaces de la red 4.2, puede ser explicada mediante la propiedad de asortatividad; el resultado de ésta en la red bipartita es de $-0,5371102$, valor que nos indica que los nodos presentan enlaces con nodos de características distintas, es decir, los sectores con tenencia alta se relacionan con los intervalos de tasa de rendimiento que representan los niveles más pequeños. Este resultado nos refleja la relación que existe entre la tenencia de los sectores y la tasa de rendimiento, pues para nuestro bono M 241205, se cumple que para valores pequeños de rendimiento, la tenencia de ambos sectores corresponde a los mayores niveles.

En resumen, el trabajo inició eligiendo el bono más operado del 2014 de entre los bonos vigentes, resultando el M 241205; es importante mencionar que durante el 2014 este bono era referencia del plazo de 10 años para las subastas realizadas por Banxico. Con los datos de la tenencia sectorizada se construyeron redes mensuales, las cuales nos ayudaron a concluir que los sectores más importantes en las negociaciones del bono fueron las siefores y los extranjeros. Para determinar el comportamiento que presentó la tasa de rendimiento y la tenencia, se construyó una red que relaciona intervalos de la tasa con intervalos de la tenencia; al igual que en las redes mensuales se calcularon propiedades como clustering, centralidad intermedia y asortatividad. Con base en todos estos datos se pudo precisar que cuando la tasa de rendimiento tiene una tendencia de baja el movimiento esperado para la tenencia de las siefores y los extranjeros es una alza, y cuando la tasa sube la tenencia debiera bajar; estos movimientos son claramente visibles en las figuras 4.3 y 4.4.

En la figura 4.3 se muestra el comportamiento de la tasa de rendimiento del bono y la tenencia del sector siefores. Es notorio que en el periodo de enero a abril, la tasa de rendimiento del bono se encuentra en sus niveles más altos mientras que la tenencia del sector está situada en los niveles más pequeños del año, con lo cual se confirma que para valores altos de tasa de rendimiento la tenencia tiene valores bajos. En la parte media y larga del año, el comportamiento fue el contrario: la tasa de rendimiento se mantuvo fluctuando en los niveles más bajos, entretanto la tenencia

de las siefores se mantuvo con una tendencia alcista.

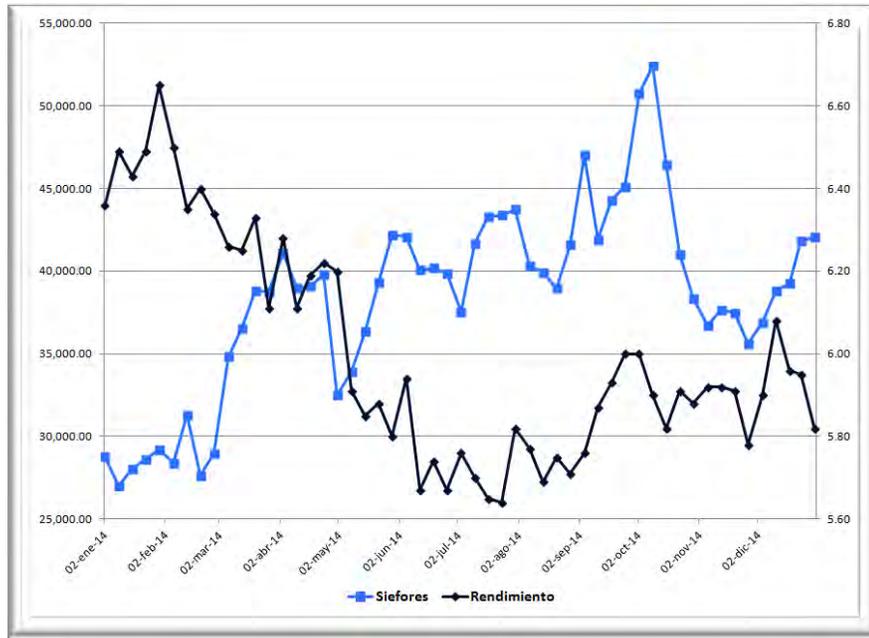


Figura 4.3: Tasa de Rendimiento vs. Tenencia de las Siefores.

El comportamiento del rendimiento del bono y la tenencia de los extranjeros, se muestra en la figura 4.4; es visible que en el periodo de enero a mayo la tasa de rendimiento mantuvo una tendencia a la baja mientras la tenencia se mantuvo a la alza. Fue a partir del 28 de mayo que la tasa de rendimiento estuvo fluctuando en los intervalos de valor más bajo, mientras la tenencia de los extranjeros no dejó de prolongar su tendencia alcista durante el resto del año, presentando una ligera caída en diciembre como consecuencia de un alza pronunciada en el rendimiento.

Es importante no dejar de lado el porcentaje de tenencia de cada sector, éste se obtiene mediante el cociente del monto en tenencia de cada sector entre el monto total que existe en el mercado e indica el porcentaje en posesión de cada sector con respecto al total en circulación. Al 31 de diciembre de 2014 el monto total del bono

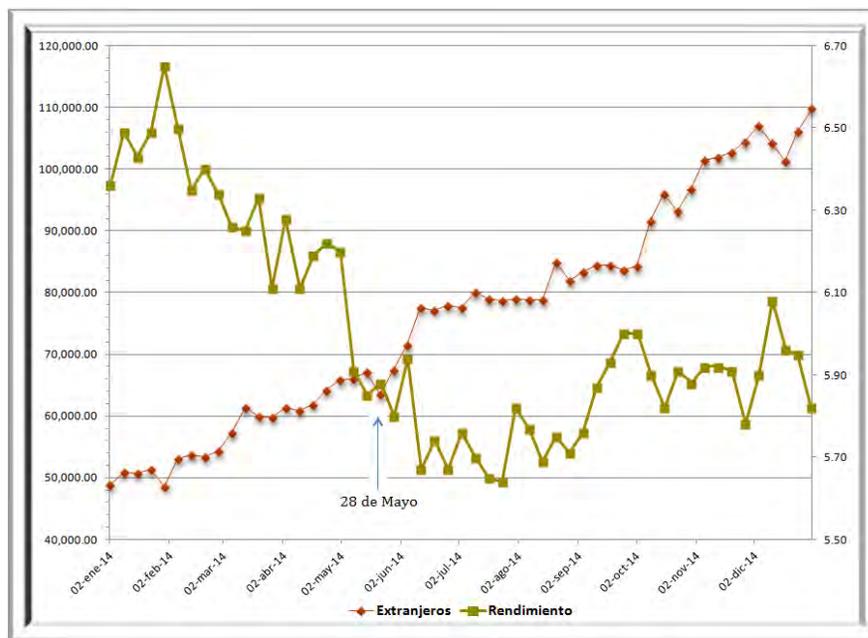


Figura 4.4: Tasa de Rendimiento vs. Tenencia de los Extranjeros.

en el mercado era de 185,861.10 millones de pesos (mdp), el monto en posesión de cada sector y el porcentaje de tenencia se muestran en la tabla 4.6.

Tabla 4.6: Montos y Porcentajes de tenencia de cada sector

Sector	Monto	Porcentaje
Bancario	2,616.04	1.41%
Siefores	42,042.86	22.62%
Sociedades de Inversión	3,293.05	1.77%
Aseguradoras y Afianzadoras	2,645.93	1.42%
Otros Residentes	20,187.26	10.86%
Extranjeros	109,843.24	59.10%

Notemos que los dos sectores con mayor porcentaje de tenencia son las siefores y los extranjeros, lo que reafirma la conclusión de que son estos sectores los más importantes en la negociación del bono elegido.

Conclusiones

A partir del año 2000 el mercado de deuda mexicano ha sido sobresaliente, en los últimos años se ha multiplicado, a finales del 2013 se negociaba un monto de 5,775,573.50 mdp en instrumentos gubernamentales y del IPAB. Para el 2014 se presentó un incremento de 11.79%, pues al 31 de diciembre el monto total era de 6,456,638.20 mdp. Si bien el tamaño del mercado de deuda es aún pequeño como porcentaje de la economía del país, el crecimiento mencionado nos permite dimensionar el gran potencial de financiamiento a través de instrumentos de deuda. Para el año 2015 el mercado de deuda presentó un incremento de 4.61% anual, alcanzando los 6,754,233.10 mdp, estos incrementos se muestran en la figura C1. Es notorio que el instrumento más operado en el mercado de deuda mexicano es el bono de tasa fija, razón por la cual se realizó el trabajo con este instrumento.

Recordemos que el objetivo principal de esta tesis fue realizar un análisis del movimiento que presenta la tenencia sectorizada de un bono del mercado de deuda, como consecuencia de la fluctuación de la tasa de rendimiento del bono M 241205. La aportación principal de este trabajo fue mostrar que con ayuda de la teoría de redes se puede llegar a las mismas conclusiones que si aplicamos teoría financiera.

El resultado más importante surge cuando el análisis de las redes deriva en que a los sectores que más les influye el movimiento de la tasa de rendimiento son las siefores y los extranjeros. La influencia de la tasa se da en la tenencia de los sectores, pues cuando la tasa de rendimiento del bono más operado en el mercado mexicano presenta un movimiento de alza, la reacción esperada de la tenencia muestra un movimiento de baja; y viceversa, cuando la tasa de rendimiento del bono baja la reacción de la tenencia es un movimiento de alza. La figura C2 muestra este comportamiento.

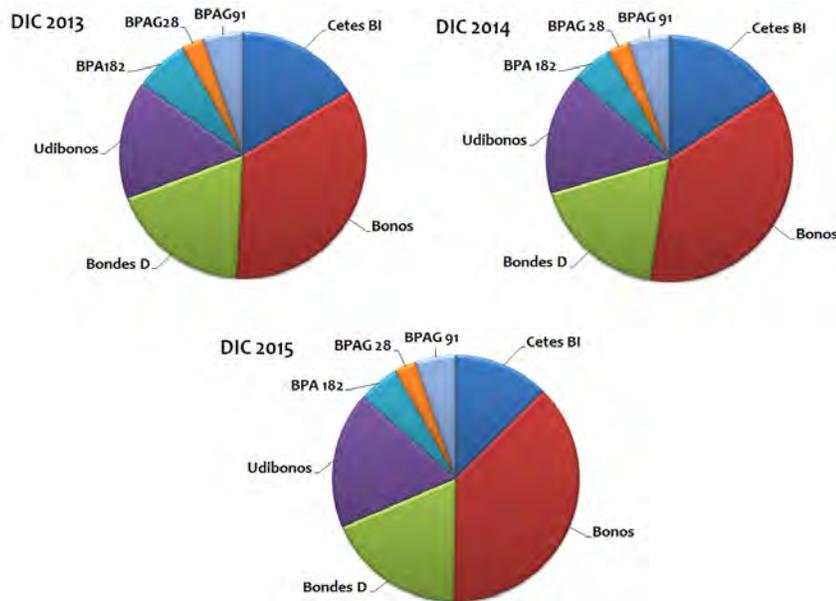


Figura C1: Mercado de Deuda Mexicano. La gráfica muestra el monto en circulación de los instrumentos de deuda negociados en el mercado durante el 2013 al 2015.

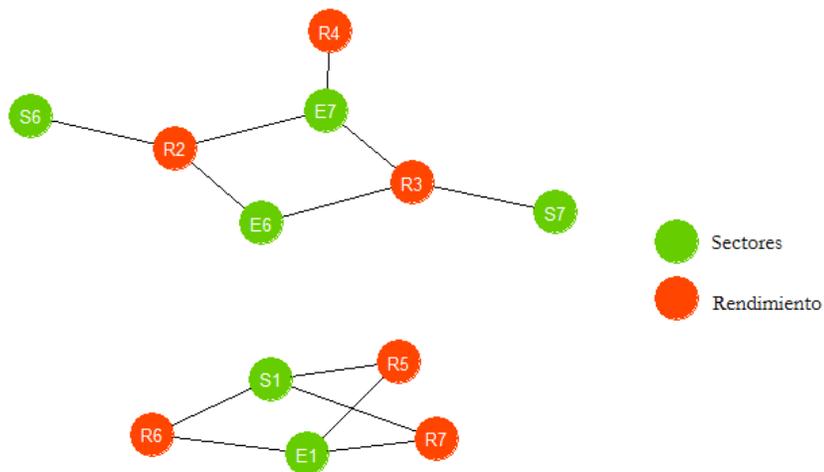


Figura C2: Red conclusión. La red muestra la conclusión principal del trabajo, con base a las relaciones que presentan los nodos se puede observar que para los valores más pequeños de la tasa de rendimiento (R_2 , R_3 y R_4) los enlaces se presentan hacia los valores de tenencia más grandes (S_6 , S_7 , E_6 y E_7) y viceversa.

Recordemos que el análisis realizado fue retrospectivo, por lo que no se pretende dar recomendaciones de inversión a los sectores. Para poder dar una visión futura de los movimientos que debieran realizar los sectores es necesario conocer características como periodo de inversión, monto de efectivo disponible y su aversión al riesgo; es por ello que se propone continuar el trabajo bajo un análisis más específico de los sectores. Otra propuesta de desarrollo es realizar el mismo estudio con bonos de características distintas como tasa variable, menor operatividad o años con factores externos influyentes en el mercado. También se podría realizar el trabajo con cualquier otro instrumento del mercado de deuda como los Cetes, LDs, Udibonos o instrumentos del IPAB.

Finalmente, con los resultados obtenidos podemos afirmar que la teoría de redes puede usarse de forma multidisciplinaria y sin restricción no solo en áreas de estudio clásicas como el transporte y las ciencias biológicas, además se pueden confirmar resultados obtenidos mediante otro tipo de cálculos o mejorar o incrementar el análisis de los sistemas estudiados.

Anexos

Glosario

En el siguiente apartado se muestra el significado de las palabras en negritas, las cuales se encuentran en la parte teórica del trabajo.

Agencia Calificadora Institución especializada en la evaluación del riesgo de crédito de valores emitidos por instituciones financieras, empresas y gobiernos. La calificación crediticia analiza la capacidad financiera del emisor para cumplir con sus obligaciones.

Ajustabonos Bonos Ajustables del Gobierno Federal fueron títulos de crédito denominados en moneda nacional, negociables y a cargo del Gobierno Federal. Durante la vigencia de los títulos, su valor se ajustaba periódicamente, incrementándose o disminuyéndose la suma correspondiente a su valor nominal en la misma proporción en que aumente o disminuya el nivel del Índice Nacional de Precios al Consumidor(INPC) publicado por el Banco de México.

Casa de Bolsa Sociedad anónima, autorizada por la Bolsa Mexicana de Valores, inscrita en el Registro del Mercado de Valores y Mercancías; se dedica a la intermediación en la compra y venta de valores, mercancías y otros negocios relacionados con los mismos actuando en representación de inversionistas y de empresas que necesitan financiarse a través de la bolsa.

Déficit Presupuestal Cantidad en la que los gastos reales superan a los gastos previstos.

Emisión Conjunto de valores que se cotizan públicamente en la BMV, enmarcando las características generales de las series.

Emisor Persona jurídica que realiza una oferta pública de valores en Bolsa, cumpliendo todos los requisitos reglamentarios establecidos por la Bolsa y por el Registro Nacional de Valores.

Fideicomiso Operación mercantil mediante la cual una persona (física o moral) llamada fideicomitente, destina ciertos bienes a la realización de un fin lícito determinado, encomendando ésta a una Institución de Crédito.

INPC Índice Nacional de Precios al Consumidor, Indicador económico global cuya finalidad es medir, a través del tiempo, la variación de los precios de una canasta de bienes y servicios representativa del consumo de los hogares mexicanos urbanos.

Pagafes Pagarés de la Tesorería de la Federación, fueron títulos de crédito denominados en dólares.

Registro Nacional de Valores Archivo que se encuentra a cargo de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) , el cual tiene la característica de ser público y donde se inscriben los valores objeto de oferta pública e intermediación en el mercado de valores.

Sobretasa Costo adicional a la tasa de interés que se paga por un crédito. Su nivel depende del costo de fondeo para el banco otorgante, pero también refleja el riesgo que para éste representa el acreditado.

Subasta Venta o compra pública en la cual los participantes presentan sus posturas pero no tienen la posibilidad de ver las ofertas de los demás postores hasta que se difunden los resultados de la subasta.

Subasta Interactiva Venta o compra pública al mejor postor, en la que los participantes tienen la posibilidad de ver las ofertas de los demás postores durante la subasta y así poder mejorar la oferta. En las subastas interactivas del Banco de México los postores presentan sus posturas conociendo en todo momento el *precio marginal* de asignación de la subasta, es decir la postura que tienen que mejorar para recibir asignación.

Tesobonos Títulos de crédito negociables denominados en moneda extranjera y pagaderos en moneda nacional.

UDI Las Unidades de Inversión, son unidades de valor que se basan en el incremento de los precios y son usadas para solventar las obligaciones de créditos hipotecarios o cualquier acto mercantil. Se crearon en 1995 con el fin de proteger a los bancos y se enfocaron principalmente en los créditos hipotecarios.

Ejemplo del cálculo del precio de un bono.

El 30 de diciembre del 2004 el Gobierno Federal emite Bonos con las siguientes características:

- Valor Nominal : 100 pesos
- Fecha de Colocación: 30 de diciembre del 2004
- Fecha de Vencimiento: 05 de diciembre del 2024
- Plazo del título: 7,280 días
- Plazo de cupón: 182 días

El día 14 de abril del 2016 el Gobierno Federal decide subastar el bono M 241205; en esta fecha de liquidación, a los títulos les faltarán 3,157 días para vencimiento y los días transcurridos del cupón vigente serán 119. El título se subastará de la misma manera en que fue colocado cuando se emitió, es decir a precio limpio (sin considerar los intereses devengados), por lo que los intereses devengados del cupón deberán sumarse al precio de asignación, obteniendo así el precio sucio, cantidad que el inversionista deberá pagar por cada título.

Por ejemplo, supongamos que un inversionista quiere participar en la subasta de estos títulos presentando una postura que equivalga a un rendimiento anual de 5.75% y tasa del cupón del 10.00%. Para encontrar el precio limpio correspondiente aplicamos 2.2 de la subsección “Cálculo del precio limpio de un Bono”, con:

$$C = \frac{100 * 182 * 10.00}{360} = 5.05$$

$$R = \frac{5.75 * 182}{360} = 0.02906$$

$$K = 18$$

$$d = 119$$

Entonces,

$$P = \left(\frac{5.05 + 5.05 * \left[\frac{1}{0.02906} - \frac{1}{0.02906 * (1.02906)^{17}} \right] + \frac{100}{(1.02906)^{17}}}{(1.02906)^{\frac{119}{182}}} \right) - \frac{5.05 * 119}{182} = \$128.93379$$

El precio de \$128.93379 será la postura que el inversionista presente en su solicitud por cada título que esté dispuesto a comprar. Suponiendo que recibe asignación a dicha postura, el 14 de abril el inversionista tendrá que pagar por cada título:

$$\begin{aligned} P_{socio} &= \$128.93379 + I_{dev} \\ &= \$128.93379 + \left(\frac{100 * 119 * 10.00}{360} \right) \\ &= \$128.93379 + \$3.305555556 \\ P_{socio} &= \$132.23935 \end{aligned}$$

Redes mensuales, gráficas e histogramas.

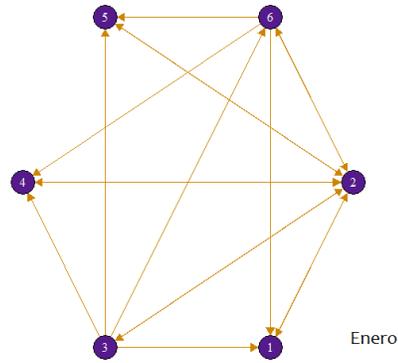


Figura A3.1: Negociaciones Enero. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de enero, en el mercado secundario.

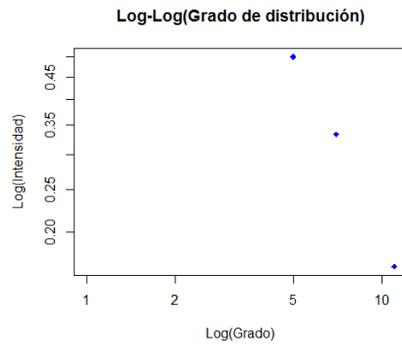


Figura A3.2: Distribución de grado de la red de enero.

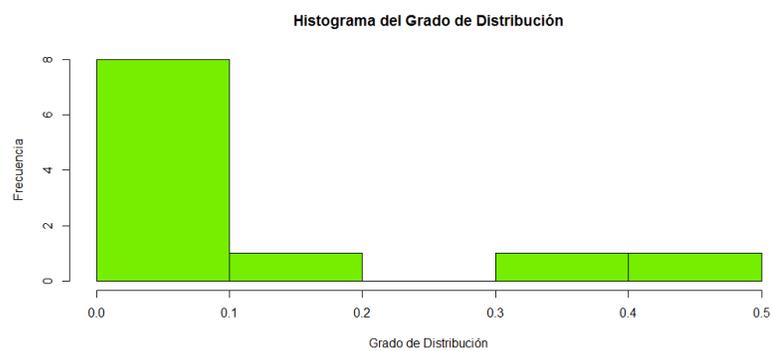


Figura A3.3: Histograma de la distribución del grado de la red de enero.

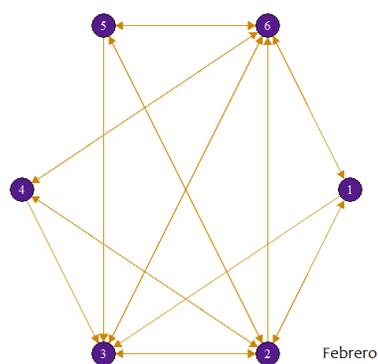


Figura A3.4: Negociaciones Febrero. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de febrero, en el mercado secundario.

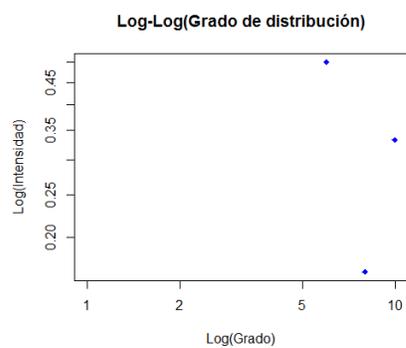


Figura A3.5: Distribución de grado de la red de febrero.

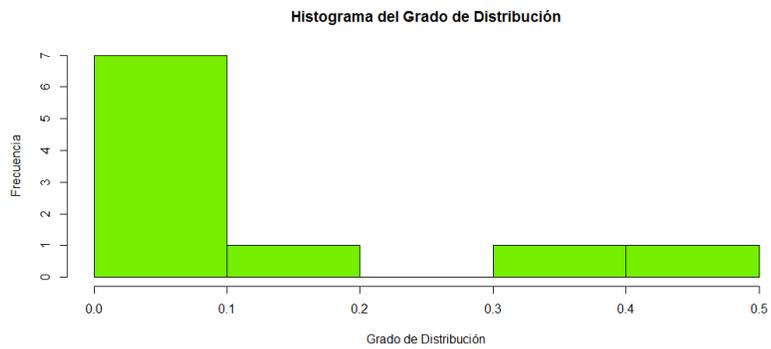


Figura A3.6: Histograma de la distribución del grado de la red de febrero.

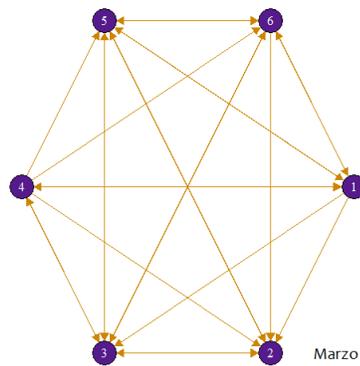


Figura A3.7: Negociaciones Marzo. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de marzo, en el mercado secundario.

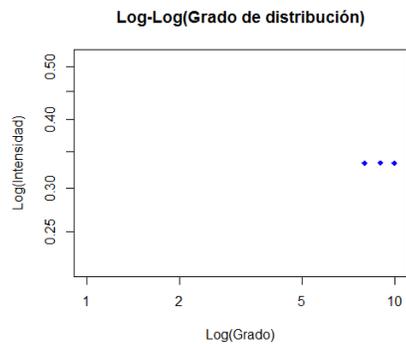


Figura A3.8: Distribución de grado de la red de marzo.

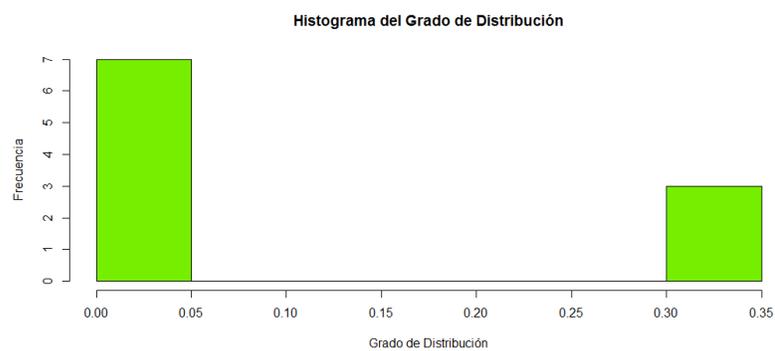


Figura A3.9: Histograma de la distribución del grado de la red de marzo.

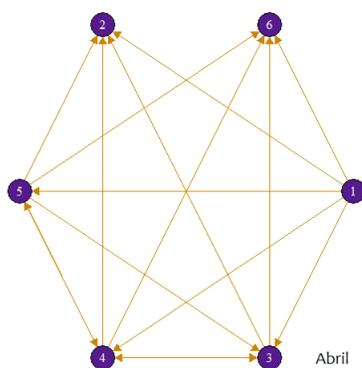


Figura A3.10: Negociaciones Abril. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de abril, en el mercado secundario.

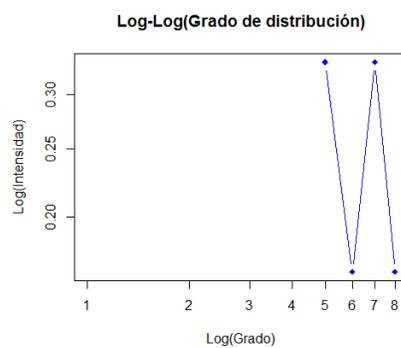


Figura A3.11: Distribución de grado de la red de abril.

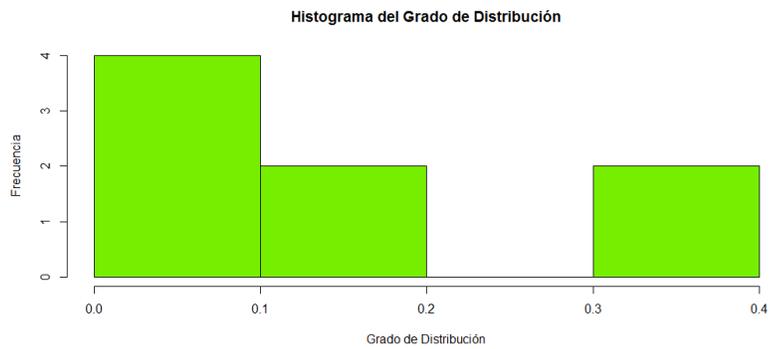


Figura A3.12: Histograma de la distribución del grado de la red de abril.

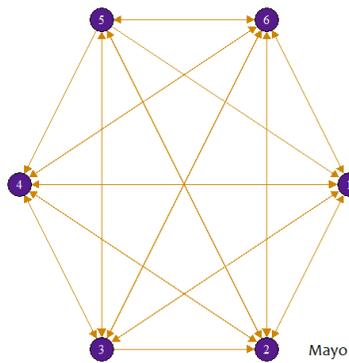


Figura A3.13: Negociaciones Mayo. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de mayo, en el mercado secundario.

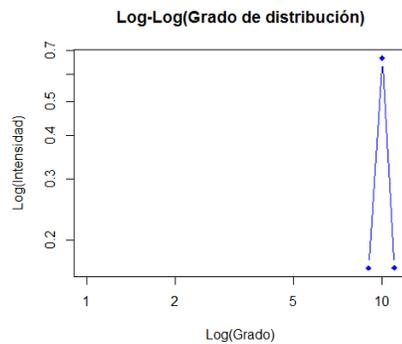


Figura A3.14: Distribución de grado de la red de mayo.

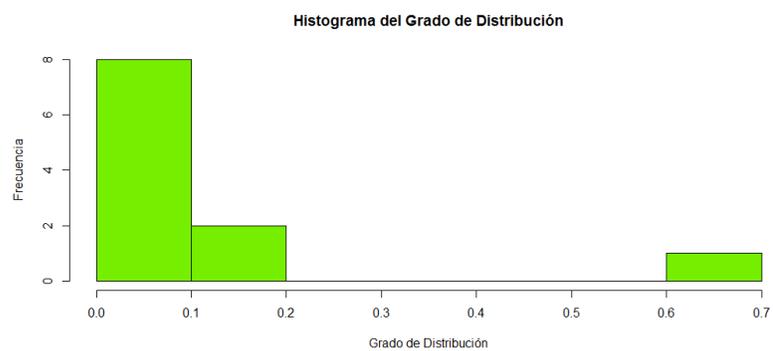


Figura A3.15: Histograma de la distribución del grado de la red de mayo.

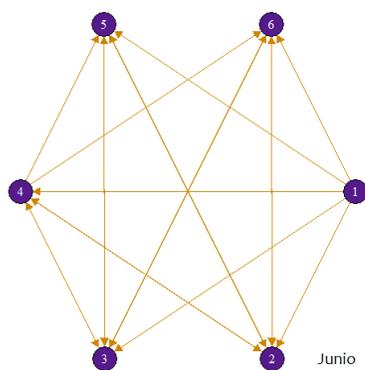


Figura A3.16: Negociaciones Junio. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de junio, en el mercado secundario.

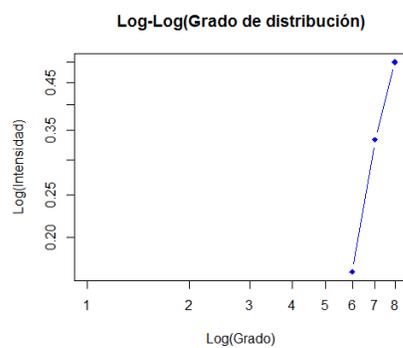


Figura A3.17: Distribución de grado de la red de junio.

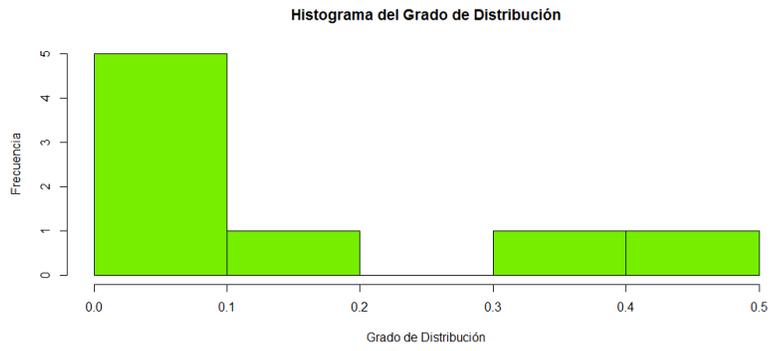


Figura A3.18: Histograma de la distribución del grado de la red de junio.

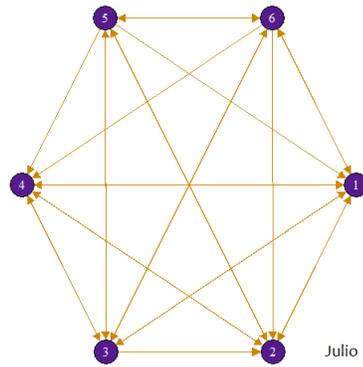


Figura A3.19: Negociaciones Julio. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de julio, en el mercado secundario.

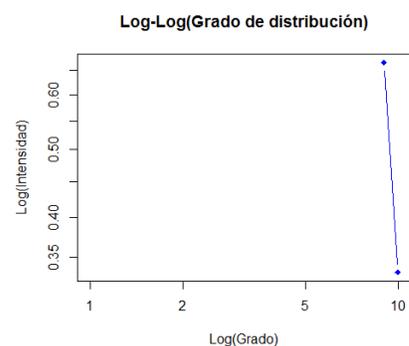


Figura A3.20: Distribución de grado de la red de julio.

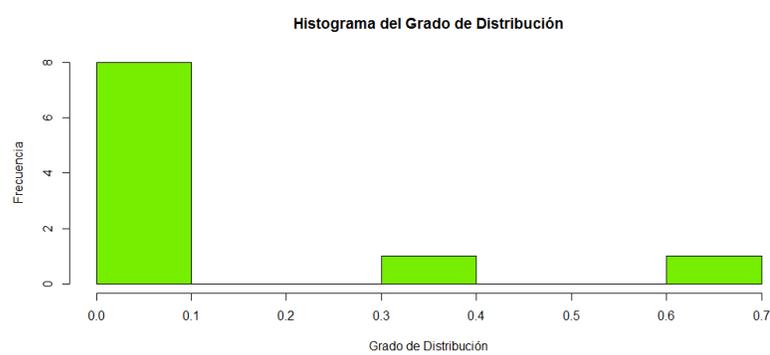


Figura A3.21: Histograma de la distribución del grado de la red de julio.

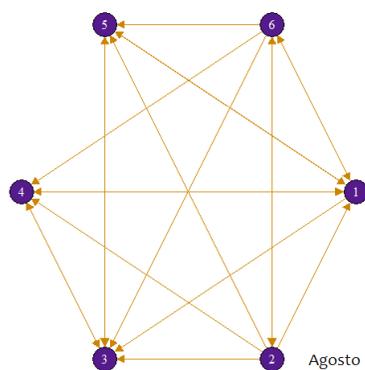


Figura A3.22: Negociaciones Agosto. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de Agosto, en el mercado secundario.

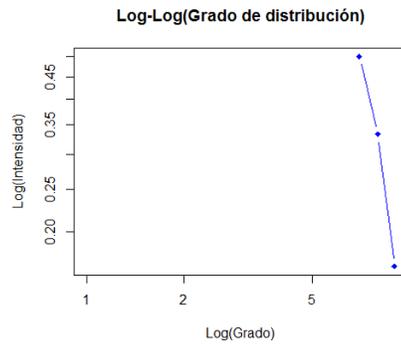


Figura A3.23: Distribución de grado de la red de agosto.

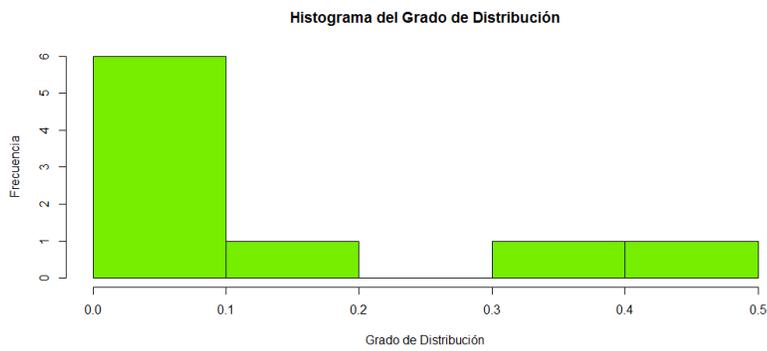


Figura A3.24: Histograma de la distribución del grado de la red de agosto.

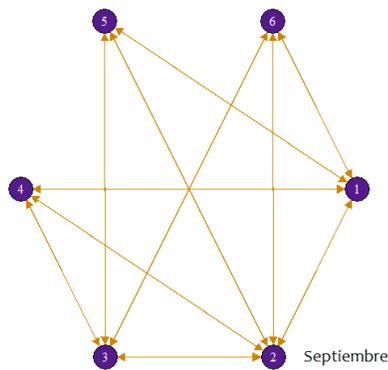


Figura A3.25: Negociaciones Septiembre. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de septiembre, en el mercado secundario.

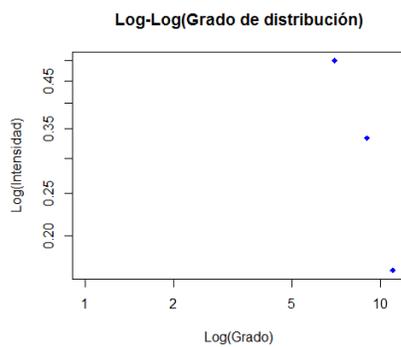


Figura A3.26: Distribución de grado de la red de septiembre.

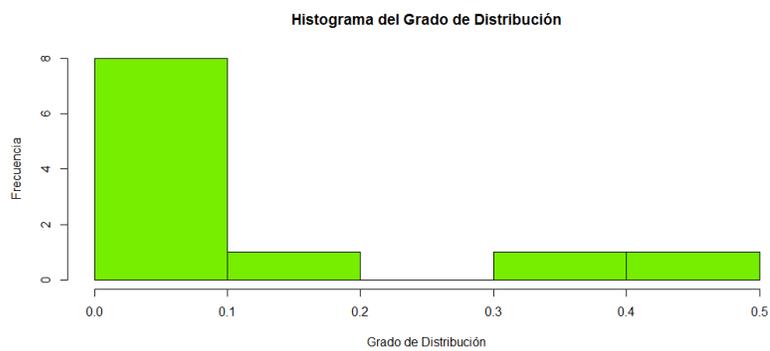


Figura A3.27: Histograma de la distribución del grado de la red de septiembre.

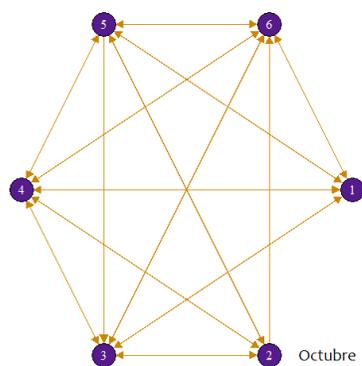


Figura A3.28: Negociaciones Octubre. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de octubre, en el mercado secundario.

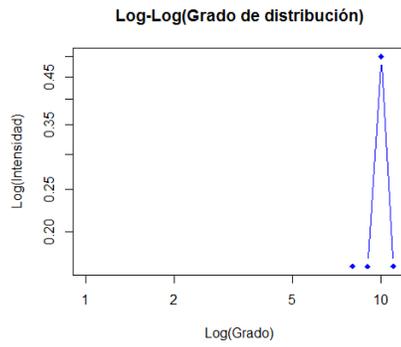


Figura A3.29: Distribución de grado de la red de Octubre.

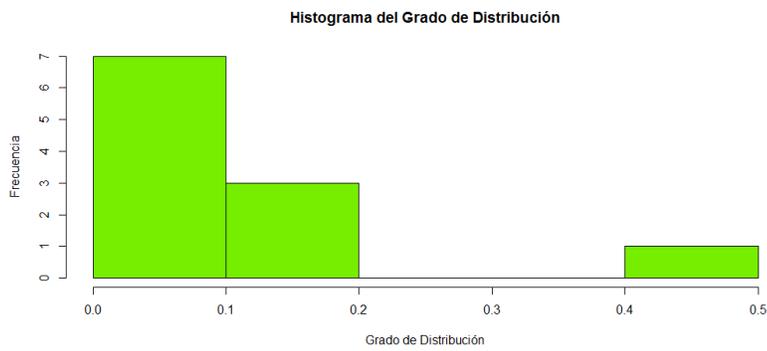


Figura A3.30: Histograma de la distribución del grado de la red de octubre.

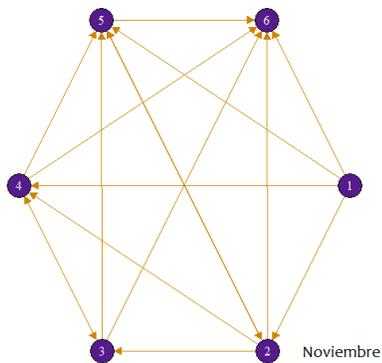


Figura A3.31: Negociaciones Noviembre. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de noviembre, en el mercado secundario.

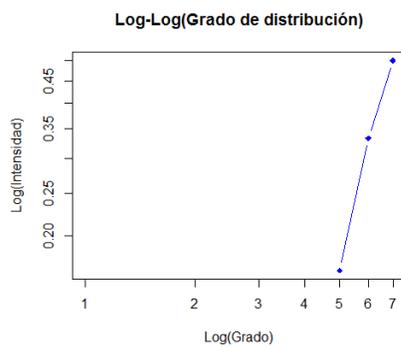


Figura A3.32: Distribución de grado de la red de noviembre.

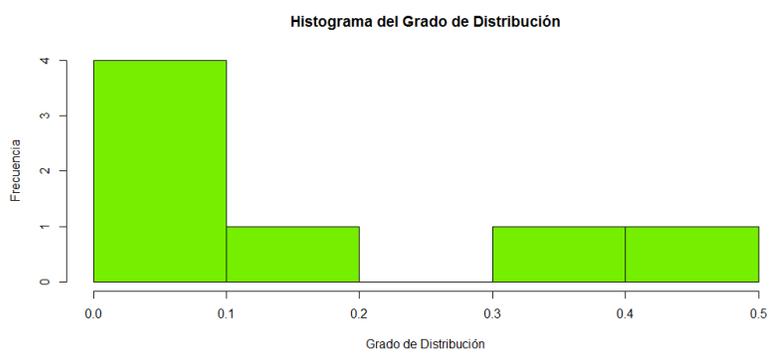


Figura A3.33: Histograma de la distribución del grado de la red de noviembre.

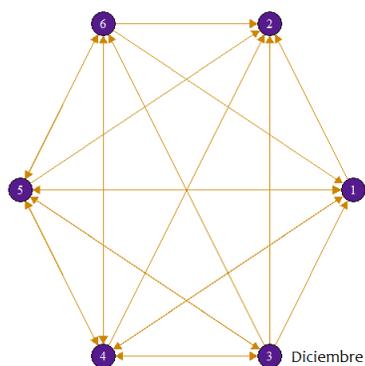


Figura A3.34: Negociaciones Diciembre. Red correspondiente a las negociaciones realizadas en el mes de diciembre, en el mercado secundario.

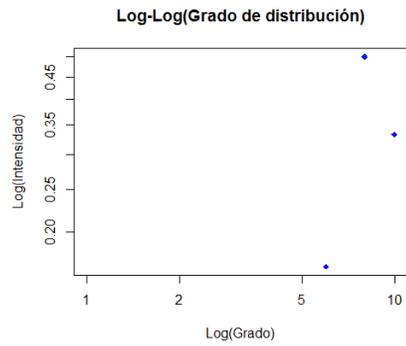


Figura A3.35: Distribución de grado de la red de diciembre.

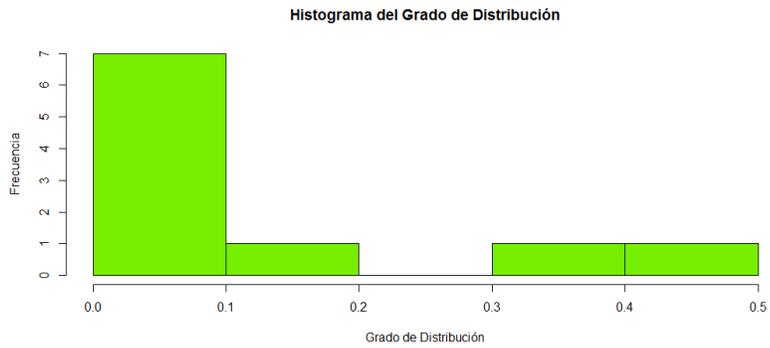


Figura A3.36: Histograma de la distribución del grado de la red de diciembre.

Figuras y Tablas

Tabla con los resultados del cálculo de la asortatividad con base en la ecuación:

$$r = \frac{S_1 S_e - S_2^2}{S_1 S_3 - S_2^2}$$

Tabla 7: Resultados de Asortatividad

Mes	S_e	S_1	S_2	S_3	Coficiente de Asortatividad
Enero	1,320	34	220	1,624	-0.5164319
Febrero	1,956	40	286	2,176	-0.6781083
Marzo	3,128	48	388	3,168	-0.2631579
Abril	982	32	178	1,028	-0.2145215
Mayo	4,406	54	488	4,428	-0.2272727
Junio	1,562	38	244	1,586	-0.2459016
Julio	3,492	50	418	3,506	-0.2152778
Agosto	1,814	40	270	1,846	-0.3617021
Septiembre	2,512	44	336	2,672	-0.5068493
Octubre	3,984	52	456	4,042	-0.3416370
Noviembre	942	32	174	962	-0.2598425
Diciembre	2,520	44	334	2,612	-0.2004745

Gráficas correspondientes a la comparación entre la tasa de rendimiento del bono M 241205 y los sectores que no presentaron nivel de correlación significativo.

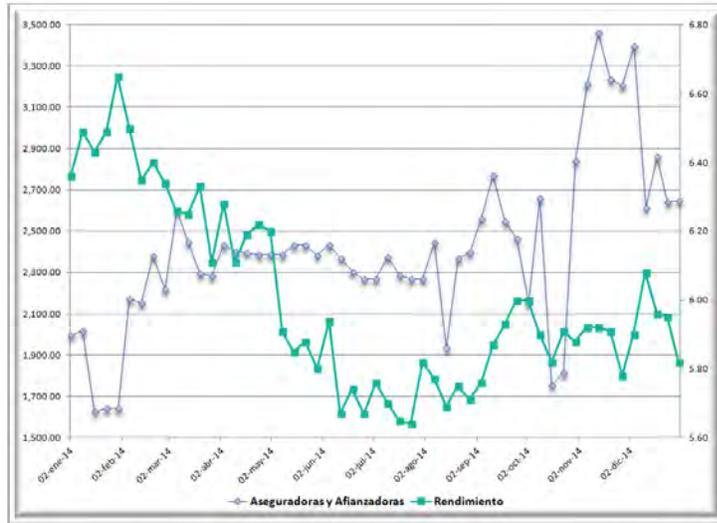


Figura A4.1: Tasa de Rendimiento vs. Tenencia de las Aseguradoras y Afianzadoras.

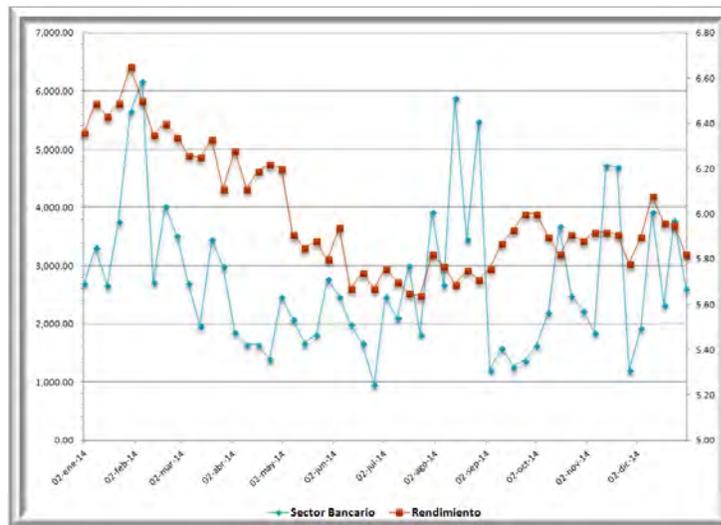


Figura A4.2: Tasa de Rendimiento vs. Tenencias del Sector Bancario.

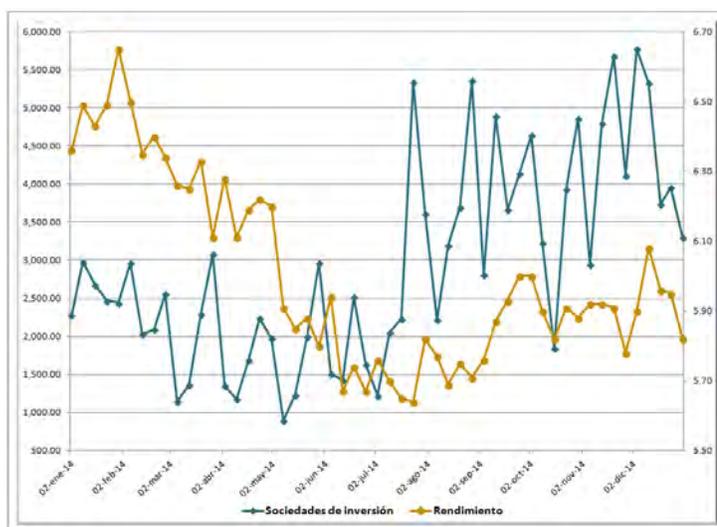


Figura A4.3: Tasa de Rendimiento vs. Tenencia de las Sociedades de Inversión.

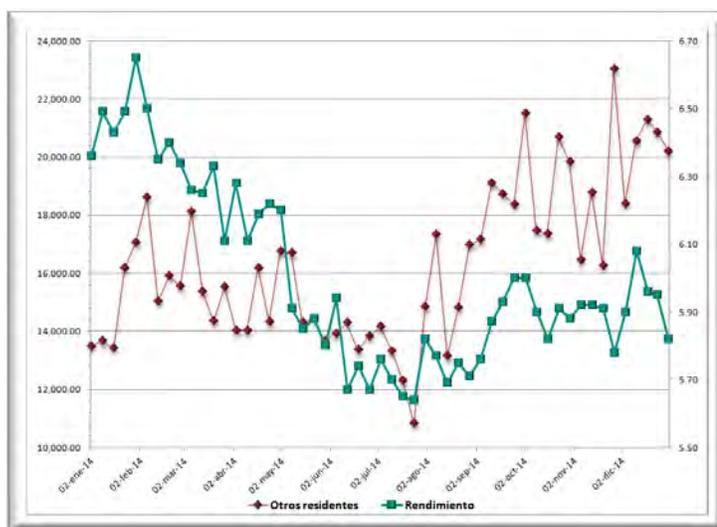


Figura A4.4: Tasa de Rendimiento vs. Tenencia del sector Otros Residentes.

Códigos R

En este anexo se muestran los códigos usados en el software R, y con los cuáles se realizaron los cálculos y las gráficas.

Tabla 8: Datos con base en la red resultado, figura4.2

Distancia Media	2.55
Asortatividad	-0.54
Clustering Global R-S	0.62
Clustering Global S-R	0.26

Características de redes y gráficas mensuales.

```

library(igraph) #Carga la paqueteria de igraph
library(tnet) #Carga la paqueteria de tnet

#Nos situamos en la carpeta que contiene las bases
setwd("C:/Users/User/Documents/TESIS/OperacionBonos/M241205/BASE")

# cargamos la base
semBono1 <- read.csv("DICIEMBRE.csv", sep = ",", header = TRUE)

#Creamos una red
g <- graph.data.frame(semBono1, directed = TRUE)

# Gráfico dinámico
tkplot(g, vertex.color="purple4", vertex.label.color="white", edge.color="orange3")

#Clustering
transitivity(g)
transitivity(g, type="local")
transitivity(g, type="average")

```

```
#Centralidad intermedia
betweenness(g)

#Asortatividad
assortativity.degree(g, directed=TRUE)

#Distancia media
mean_distance(g, directed = TRUE, unconnected = FALSE)

# Distribución del grado
gd <- degree_distribution(g) gd

# Dibujamos la gráfica de la distribución del grado
plot(gd, log="xy", col="blue", xlab="Log(Grado)", ylab="Log(Intensidad)",
main = "Log-Log(Grado de distribución)", type = "b",pch=18)

# Histograma de la distribución del grado
hist(gd, xlab="Grado de Distribución", ylab="Frecuencia", main= "Histograma
del Grado de Distribución", col="chartreuse2")
```

Características y gráfica de la red bipartita

```
library(igraph) # Carga la paquetería de igraph
library(tnet) # Carga la paquetería de tnet
library(bipartite) # Carga la paquetería de bipartite
library(network) # Carga la paquetería de network
library(sna) # Carga la paquetería de sna
library(ggplot2) # Carga la paquetería de ggplot2
library(GGally) # Carga la paquetería de GGally

# Nos situamos en la carpeta que contiene las bases
setwd("C: /Users/User/Documents/TESIS/OperacionBonos/M241205")

# cargamos la base
base<- read.csv("RedBipartita.csv", sep = ",", header = TRUE)

#Creamos una red
g <- graph.data.frame(base, directed = FALSE)

# Renombramos a los nodos
V(g)$type <- V(g)$name %in% base[,1]
is.bipartite(g) # verificamos si la red es bipartita

#Distancia media
mean_distance(g, directed = FALSE, unconnected = FALSE)

# Clustering Nodos de Rendimiento
base2<-read.csv("ClusRendimiento.csv", sep = ",", header = TRUE)
cg<-as.tnet(base2, type= "binary two - mode tnet")
```

```
clustering_tm(cg)
clustering_local_tm(cg)

# Clustering Nodos de Sectores
base3<-read.csv("ClusSectores.csv", sep = ",", header = TRUE)
clustering_tm(cg)
clustering_local_tm(cg)

#Centralidad intermedia
estimate_betweenness(g, vids = V(g), directed = FALSE, cutoff=4)

#Asortatividad
assortativity.degree(g, directed=FALSE)

# Correlación
cor(base2$Rendimiento, base2$Sector, use= "everything", method="pearson")

# Grado de distribución
gd<-degree_distribution(g) gd

# Dibujamos la gráfica de la distribución del grado
plot(gd, log="xy", col="blue", xlab="Log(Grado)", ylab="Log(Intensidad)",
main = "Log-Log(Grado de distribución)", type = "b",pch=18)

# Histograma del grado de distribución
hist(gd, xlab="Grado de Distribución", ylab="Frecuencia", main= "Histograma
del Grado de Distribución", col="chartreuse2")
```

```

# Red bipartita
bip =data.frame(R1 = c(0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,1,0,0,0),
R2 = c(0,0,1,1,1,1,0,0,0,1,1,1,1,1),
R3 = c(0,1,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,1),
R4 = c(0,0,0,1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1),
R5 = c(1,1,1,1,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0),
R6 = c(1,1,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0),
R7 = c(1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0),
row.names = c("S1","S2","S3","S4","S5","S6",
"S7","E1","E2","E3","E4","E5","E6","E7"))

bip = network(bip, matrix.type = "bipartite",
ignore.eval = FALSE,
names.eval = "weights")

#Pintamos la red
# Colores para cada conjunto
col = c("Sectores" = "midnightblue", "Rendimiento" = "darkorchid") ggnet2(bip,
size = 12,color = "mode", palette = col, label = TRUE, label.color = "white",mode
= "circle",edge.color = "black")

# Bipartita Conclusión bipC =data.frame(R1 = c(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0),
R2 = c(0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1,1),
R3 = c(0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,1,1),
R4 = c(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1),
R5 = c(1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0),
R6 = c(1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0),
R7 = c(1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0),
row.names = c("S1","S2","S3","S4","S5","S6",

```

```
"S7","E1","E2","E3","E4","E5","E6","E7"))

bipC= network(bipC, matrix.type = "bipartite",
ignore.eval = FALSE,
names.eval = "weights")

#Pintamos la red
# Colores para cada conjunto
col = c("actor"= "chartreuse3", "event"= "orangered1") ggnet2(bipC, size =
15,color = "mode", palette = col, label = TRUE, label.color = "white",mode =
"circle",edge.color ="black")
```


Bibliografía

- [1] BARABÁSI, A-L y REKA, A, (1999). Emergence of Scaling in Random Networks, *Science*, **286**, págs. 509-212.
- [2] BARABÁSI, A-L, *Network Science*, edición en línea. Consultado en <http://barabasi.com/networksciencebook/>.
- [3] BOCCALETTI, S., BIANCONI, G., CRIADO, R., DEL GENIO, C.I., GÓMEZ-GARDEÑESI, J., ROMANCE, M., SENDIÑA-NADAL, I. y WANGK, Z., (2014), The structure and dynamics of multilayer networks, *Elsevier*.
- [4] BOLLOBÁS, B., FULTON, W., KATOK, A., KIRWAN, F., SARNAK, P., SIMON, B. y TOTARO, B., (2001). *Random Graphs*, Cambridge University Press.
- [5] GILBERT, E.N., (1959). Random Graphs, *Annals of Mathematical Statistics*, **30**, págs. 1141-1144.
- [6] KIVELÄ, M., ARENAS, A., BARTHELEMY, M., GLEESON, J. P., MORENO, Y, PORTER, M. A. (2014). Multilayer networks, *Journal of Complex Networks*, **2** **30**, págs. 203-2071.
- [7] BANCO DE MÉXICO, *Sistema Financiero*, edición en línea. Consultado en <http://www.banxico.org.mx/divulgacion/sistema-financiero/sistema-financiero.html>
- [8] NEWMAN, M.E.J., (2002). Random Graphs as Models of Network, *eprint arXiv:cond-mat/0202208*, 35 págs.

- [9] NEWMAN, M.E.J., (2010). *Networks: An Introduction*, Oxford University Press.
- [10] BOLSA MEXICANA DE VALORES, (2005). *Mercado de Capitales I y II y Títulos de Deuda I y II*, BMV - Educación.
- [11] WATSS, D. J., STROGATZ, S. H., (1998). Collective dynamics of 'small-world' networks, *Nature*, **393**, págs. 440-442.