



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS  
INSTITUTO DE FÍSICA

Potencial de 3 dobletes de Higgs bajo la  
simetría  $S_3$

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA),

PRESENTA:

**ADRIANA PÉREZ MARTÍNEZ**

TUTOR PRINCIPAL:

Dra. MYRIAM MONDRAGÓN CEBALLOS.  
(INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM.)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:

Dr. GENARO TOLEDO SÁNCHEZ  
(INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM.)

Dr. ALEXIS ARMANDO AGUILAR ARÉVALO  
(INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM.)

Ciudad Universitaria, CD. MX., Enero 2017



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# Agradecimientos

Agradezco a mis padres Andrés Pérez Gregorio y Noemí Martínez Castro, porque gracias a sus esfuerzos y cuidados es que pude llegar a convertirme en una mujer dedicada y trabajadora. En especial quiero agradecerle a mi papá que aunque ya no se encuentre a mi lado siempre fue un motor que me alentaba a superarme cada día, ojalá estés orgulloso de mi donde sea que se encuentre tu espíritu. También quiero agradecerle de forma especial a mi mamita hermosa por todo su apoyo que me ha brindado y su gran amor, eres una mujer maravillosa y espero nuevamente te sientas muy orgullosa de mi. Agradezco a mis hermanos Andrés, Nohemí y Eduardo su apoyo, su amor y su cariño.

Agradezco a mi esposo, Marxil Sánchez García, porque hace casi tres años comenzamos esta aventura juntos y sin tu apoyo, compañía y amor todo habría sido tan difícil, siempre has creído en mi y yo en ti. Juntos estamos logrando nuestras metas y nuestros sueños.

Agradezco a la Dra. Myriam Mondragón Ceballos por permitirme trabajar a su lado, por compartirme sus conocimientos, por apoyarme, por su dedicación y tiempo proporcionado para la realización de esta tesis y por alentarme a conocer lo fascinante que es la física de partículas, en cada uno de sus cursos y seminarios.

Agradezco a la Dra. Melina Gómez Bock por todos sus asesoramientos y ayuda, ya que sin ella este proyecto de tesis no habría podido concluirse.

Agradezco al Dr. Genaro Toledo Sánchez y al Dr. Alexis A. Aguilar Arévalo por formar parte de mi Comité Tutorial, por su apoyo y por siempre estar al pendiente de mi avance a los largo de mi maestría.

Agradezco a todos los profesores con los que tuve la oportunidad de tomar clases a lo largo de mi maestría, los cuales compartieron sus conocimientos y a veces grandes consejos y que definitivamente hicieron que me enamorará más y entendiera más la física.

Agradezco a todos los sinodales por haber aceptado ser parte de mi Comité de Jurado, los cuales nombro a continuación: Dr. Peter Otto Hess Bechstedt, Dra. María Catalina Espinoza Hernández, Dr. Francisco Vicente Flores Baéz, Dra. Melina Gómez Bock y a la Dra. Myriam Mondragón Ceballos, por su tiempo para leer mi tesis y por sus valiosas correcciones realizadas en este trabajo de tesis.

Agradezco a las secretarías del posgrado por toda su ayuda proporcionada en los trámites a lo largo de la maestría, siempre han sido muy amables. Aprovecho también para agradecerle a las bibliotecarias de la biblioteca Juan B. de Oyarzábal, siempre tan carismáticas y serviciales.

Agradezco al Posgrado en Ciencias Físicas por haberme permitido entrar a la maestría y poder formar de esta importante comunidad de trabajo que es la UNAM. Además por sus apoyos económicos brindados a lo largo de la maestría.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca proporcionada para que pudiera estudiar mi maestría, sin este gran apoyo no habría sido posible realizar este sueño. También agradezco el apoyo económico proporcionado por el proyecto PAPIIT-IN111115, ya que me ayudaron en la conclusión de esta tesis.



# Resumen

En esta tesis se trabajó en el Potencial de 3 dobletes de Higgs bajo la simetría del sabor  $S_3$ . Se tomaron los tres valores de expectación del vacío, que se obtienen al calcular el mínimo del potencial,  $v_1, v_2$  y  $v_3$  diferentes de cero y reales, reescribimos los valores de expectación del vacío en coordenadas esféricas de la siguiente forma  $v_1 = v \sin \theta \cos \varphi$ ,  $v_2 = v \sin \theta \sin \varphi$ ,  $v_3 = v \cos \theta$  para expresar la masa de los bosones de Higgs en término de estas nuevas variables y así poder estudiar como cambian las expresiones de las masas dependiendo en que cuadrante se encuentren los valores de expectación del vacío. Además se calcularon los auto-acoplamientos trilineales de los Higgs neutros, así como los auto-acoplamientos trilineales de los Higgs cargados con los Higgs neutros.

Se hizo un barrido en el espacio de parámetros, imponiendo las condiciones de estabilidad del potencial y unitariedad, para poder hallar los valores de las masas para los tres campos de Higgs escalares  $h_0, H_1$  y  $H_2$ , los dos campos de Higgs pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$  y los 4 campos de Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  en el límite de desacoplamiento, ya que impusimos dos condiciones, la primera que el Higgs más ligero que corresponde al del Modelo Estándar fuera  $h_0$  y la segunda que correspondiera a  $H_2$ , de esta manera se hallaron un conjunto de valores para los parámetros del potencial que satisfacen dichas condiciones, además se tomó en cuenta en que cuadrante se encontraban los valores de expectación, para poder determinar las masas de los bosones de Higgs. Al analizar las masas que resultan de todas esas condiciones impuestas, hallamos que hay un conjunto de parámetros que satisfacen dichas condiciones además de estar de acuerdo con las cotas que existen experimentalmente para los bosones de Higgs adicionales del modelo.



# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>III</b>
<b>Resumen</b>	<b>V</b>
<b>Introducción</b>	<b>IX</b>
<b>1. El Modelo Estándar</b>	<b>1</b>
1.1. Densidad Lagrangiana del Modelo Estándar	1
1.1.1. El sector de norma	2
1.1.2. El sector fermiónico	2
1.1.3. El sector de Higgs	4
1.1.4. El sector de Yukawa	4
1.2. Rompimiento espontáneo de la simetría	5
1.2.1. Mecanismo de Higgs	6
1.3. La lagrangiana en la norma unitaria después del RES	7
<b>2. Modelo de Multi-dobletes de Higgs</b>	<b>11</b>
2.1. El modelo de N-dobletes de Higgs (NHDM)	11
2.1.1. Simetrías discretas en los modelos de N-dobletes de Higgs	13
2.2. El modelo de 2-dobletes de Higgs	14
2.2.1. Límites que acotan por debajo	14
2.2.2. El rompimiento espontáneo de la simetría	15
2.3. El modelo de 3-dobletes de Higgs	15
2.3.1. Simetrías discretas en el Modelo de 3-dobletes de Higgs	16
<b>3. El modelo de 3 dobletes de Higgs bajo la simetría del sabor <math>S_3</math></b>	<b>19</b>
3.1. El Potencial de Higgs bajo la simetría $S_3$	19
3.2. Matriz de masa de los campos de Higgs	23
3.3. Condiciones de estabilidad del potencial	26
3.3.1. Constricciones de unitariedad	28
3.4. Auto-Acoplamientos trilineales de los bosones de Higgs	29
<b>4. Análisis numérico del potencial de 3 dobletes de Higgs</b>	<b>33</b>
4.1. Análisis numérico en el espacio de parámetros	33
4.1.1. Análisis para $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$	34
4.1.2. Análisis para $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$	42
4.2. Análisis de los Acoplamientos trilineales	51
<b>5. Conclusiones</b>	<b>61</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>63</b>



# Introducción

El Modelo Estándar (ME) es una teoría cuántica de campos renormalizable, el cual acepta teorías de norma, dicho modelo describe las interacciones fuerte y electrodébil [1]. Se sabe que las interacciones fundamentales son establecidas mediante el principio de invariancia de norma, el cual requiere la presencia de campos de norma de espín 1 [2]. De acuerdo con esta simetría, los campos de norma se manifiestan mediante partículas bosónicas sin masa, ya que la presencia de un término de masa violaría de manera explícita esta simetría. Pero como sabemos los bosones de norma relacionados con la fuerza débil son masivos de acuerdo con los experimentos. De esta manera el escocés Peter Ware Higgs encontró un método para dotar de masa a estas partículas (en realidad a todas las partículas que predice el ME), sin romper la simetría local con la que cuenta la teoría de norma, dicho mecanismo se conoce como el mecanismo de Higgs, el cual requiere del rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil, caracterizada por el grupo de norma  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ , a la simetría electromagnética, la cual es gobernada por el grupo  $U_e(1)$  [3]. De esta manera el bosón de Higgs es una parte fundamental del Modelo Estándar ya que dota de masa a los bosones de norma y a los fermiones mediante el rompimiento espontáneo de la simetría.

A pesar del gran éxito que tiene el ME, aún quedan muchas preguntas sin contestar como lo son: el problema de la bariogénesis, el por qué solo hay tres generaciones de familias de fermiones, el problema de la jerarquía, qué es la materia oscura, el por qué la masa de los fermiones es tan diferente, la existencia de la masa de los neutrinos como muchas otras preguntas que aún están sin contestar [4]. De esta manera se proponen teorías más allá del Modelo Estándar para poder responder alguna de estas interrogantes sin contestar. Uno de estos modelo más allá del ME, son el modelo de N-dobletes de Higgs, el cual está motivado por teorías de supersimetría [5]. Sin embargo al incluir más dobles de  $SU(2)$  en el sector de Higgs, implica la introducción de más parámetros libres, pero si se imponen simetrías discretas o continuas en dichos modelos se puede reducir el número de parámetros libres [6].

Por otro lado en el ME cada familia de fermiones entra completamente independiente, una forma de entender más este sector es mediante la intriducción de simetrías del sabor, en particular se han hecho trabajos introduciendo la simetría del sabor  $S_3$  [7–9]. Utilizando esta misma simetría pero extendiendo el sector de Higgs, para imponer la simetría del sabor como una simetría fundamental en el sector de materia, se han obtenido muy buenos resultados ya que se reprodujeron las matrices de mezcla CKM y PMNS para los quarks y los neutrinos, respectivamente, además se halló que las corrientes neutras que cambian el sabor, estan suprimidas [10–13]. Incluir esta simetría en el sector férmionico como dije anteriormente implica que para que el sector de Higgs también se extienda a la simetría del sabor impuesta deben incluirse tres dobles de  $SU(2)$  en el sector de Higgs, además nada prohíbe el poder extender el sector de Higgs. Por lo tanto el modelo de de 3-dobletes de Higgs bajo la simetría  $S_3$  se ha discutido en varios trabajos [14–22], donde se han hecho suposiciones para poder extraer su fenomenología.

Concerniente a los recientes resultados observados en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC por sus siglas en inglés Large Hadron Collider), ajusta muy bien la descripción del Higgs escalar en el ME, con una masa de  $m_h = 125 GeV$  [23, 24]. Al tener este dato experimental, impone restricciones en los modelos más allá del ME, ya que deben de satisfacer dichas condiciones si el modelo es viable. El objetivo central de esta tesis de maestría es obtener cotas para los parámetros del potencial del modelo de 3-dobletes de Higgs, bajo la si metría del sabor  $S_3$  que permitan tener a uno de los bosones de Higgs escalares como el bosón de Higgs del ME, imponiendo condiciones de estabilidad en el potencial y unitariedad, además de tomar en cuenta cada uno de los cuadrantes

---

en los que se encuentran los valores de expectación del potencial, esto nos podría ayudar a ver la viabilidad del modelo, esto si se encuentran conjuntos de valores para los parámetros del potencial que satisfagan todas las condiciones impuestas.

De esta manera el contenido de la tesis se ha organizado de la siguiente manera. En el Capítulo 1 se presenta una breve descripción del Modelo Estándar, hablando brevemente de cada uno de los sectores y centrándonos en el sector de Higgs ya que será justo en este sector donde se dará la contribución de este trabajo de tesis y se detalla el rompimiento espontáneo de la simetría. En el Capítulo 2 hablamos del modelo de N-dobletes de Higgs, se da el ejemplo del modelo más simple de N-dobletes, el modelo de 2-dobletes de Higgs, discutimos el modelo de 3-dobletes de Higgs brevemente y las simetrías discretas que se pueden imponer en el modelo de 3-dobletes de Higgs, ya que esto nos ayuda a disminuir el número de parámetros libres que tiene el modelo. En el Capítulo 3 presentamos el potencial de Higgs de 3-dobletes bajo la simetría del sabor  $S_3$ , donde presentamos las condiciones de minimización, y hallamos los valores de expectación de vacío que se expresaron en coordenadas esféricas, hallamos las expresiones de las masas de los bosones de Higgs y se expresaron en términos del cuadrante en que se encuentren los valores de expectación, presentamos además las condiciones de estabilidad del potencial y las condiciones de unitariedad presentadas en el artículo de Das y Dey [19], finalmente mostramos las expresiones de los auto-acoplamientos trilineales de los Higgs cargados de diferente familia con los Higgs neutros y los auto-acoplamientos trilineales de los Higgs neutros. En el Capítulo 4 presentamos el análisis numérico que se realizó en el espacio de parámetros del potencial como en el ángulo  $\theta$  del que dependen los valores de expectación del vacío, imponiendo las condiciones de estabilidad y unitariedad, todo este análisis se hizo en el límite de desacoplamiento, donde se tomaron dos de los Higgs escalares como candidatos del Higgs más ligero el del ME, dicho análisis se hizo tomando en cuenta el cuadrante donde se encontraban los  $v_{ev}$ 's. Finalmente en el Capítulo 5 presentamos las conclusiones de este trabajo y damos una perspectiva del trabajo a seguir.

# Capítulo 1

## El Modelo Estándar

Como sabemos uno de los más grandes logros en la física de los últimos años ha sido la creación del Modelo Estándar (ME), ya que describe como son las interacciones de las partículas elementales, es decir, como interactúan los quarks y los leptones mediante el intercambio de bosones de norma, por lo tanto el ME es una teoría cuántica de campos renormalizable que describe las interacciones: electrodébil y fuerte [4]. En este capítulo presentaremos un breve descripción del ME, incluyendo cada uno de los sectores que conforman la densidad lagrangiana, además mostraremos el rompimiento espontáneo de la simetría y sus consecuencias en el sector escalar. Nos centraremos en el sector escalar y rompimiento espontáneo de la simetría, ya que será en este sector donde se dará la aportación de este trabajo.

### 1.1. Densidad Lagrangiana del Modelo Estándar

El ME es la combinación del modelo de Glashow-Winberg-Salam (GWS), de la interacción electrodébil, con el modelo de QCD (Cromodinámica Cuántica) de la interacción fuerte. El grupo de norma en el que está basado es [3]

$$G \equiv SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1) \tag{1.1}$$

donde el grupo  $SU_c(3)$  es el grupo de la interacción fuerte y  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  es el grupo electrodébil, los subíndices no tiene ningún significado en teoría de grupos, pero hacen referencia a la aplicación física, es decir,  $c$  se refiere al color,  $L$  se refiere a la naturaleza de la quiralidad izquierda de los acoplamientos de  $SU(2)$  y  $Y$  se refiere al número cuántico de hipercarga.

Como se dijo arriba  $SU_c(3)$  es el grupo de la interacción fuerte, el cual tiene un acoplamiento de norma denotado como  $g_s$  y 8 bosones de norma llamados gluones y suelen denotarse por  $G^i$ ,  $i=1,\dots,8$ . La interacción fuerte no es una teoría quiral, por lo que el índice de color actúa en los quarks, tanto izquierdos ( $L$ ) como derechos ( $R$ ),  $q_{r\alpha}$  donde  $\alpha = 1,2,3$  hace referencia al color y  $r$  al sabor. Como sabemos el modelo de QCD no está espontáneamente roto y por lo tanto los gluones no tiene masa.

En contraste con QCD, el grupo electrodébil  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  es quiral, es decir, que distingue entre los estados de helicidad de los leptones y los quarks. Como consecuencia, esta interacción viola paridad. El grupo  $SU_L(2)$  tiene un acoplamiento de norma denotado como  $g$  y 3 bosones de norma que suelen denotarse por  $W^i$ ,  $i=1,2,3$ , los cuales solo actúan en los índices de sabor de los fermiones quirales izquierdos ( $L$ ). Por otro lado el grupo abeliano  $U_Y(1)$  también llamado grupo de hipercarga tiene un acoplamiento de norma denotado como  $g'$  y un bosón de gauge  $B$ . El grupo  $U_Y(1)$  también es quiral al actuar en ambos fermiones  $L$  y  $R$ , pero con diferentes cargas. Como sabemos los bosones de norma correspondientes a la teoría débil son masivos, así después del rompimiento espontáneo de la simetría,  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  se rompe a un singlete de  $U_e(1)$ , incorporando la Electrodinámica Cuántica (QED) con el fotón el cual es una combinación lineal de los campos  $W^3$  y  $B$ , mientras que los campos  $Z$  y  $W^\pm$  adquieren masa.

---

La lagrangiana invariante de norma de  $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$  se puede dividir en dos partes, una que contiene a los campos bosónicos y otra que contiene fermiones y bosones. La parte bosónica se divide a su vez en los sectores de Higgs y de norma, mientras que el sector de fermiones y bosones se divide en los sectores de Yukawa y fermiónico. Por lo tanto, la lagrangiana de la teoría electrodébil se puede dividir en cuatro sectores como sigue:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{norma}} + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_Y \quad (1.2)$$

Se procede ahora a presentar una breve descripción de las características principales de cada uno de estos sectores.

### 1.1.1. El sector de norma

En los años 50's Yang y Mills consideraron extender la invariancia local de norma para incluir las transformaciones no-abelianas bajo  $SU(2)$ . De esta forma al incluir los campos vectoriales, se debe agregar el término de propagación de los campos, también denominado el término cinético, el cual debe de ser invariante de norma [25]. El termino de norma es:

$$\mathcal{L}_{\text{norma}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^i G^{\mu\nu i} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{\mu\nu i} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (1.3)$$

donde los campos para  $SU(3)$ ,  $SU(2)$ , y  $U(1)$  son:

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i - g_s f_{ijk} G_\mu^j G_\nu^k, \quad i, j, k = 1 \dots 8 \\ W_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \quad i, j, k = 1 \dots 3 \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \end{aligned}$$

Estos incluyen los términos cinéticos de los bosones de norma así como los términos trilineales y cuárticos de auto-interacción de los campos  $G^i$  y  $W^i$ , el término del bosón abeliano  $U(1)$  no tiene términos de auto-interacción.

### 1.1.2. El sector fermiónico

La parte fermiónica del Modelo Estándar involucra F=3 familias de quarks y leptones. Cada familia tiene la siguiente representación:

$$\text{1era. Familia} = \begin{pmatrix} u^0 \\ d^0 \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_e^0 \\ e^{-0} \end{pmatrix}_L, u_R^0, d_R^0, e_R^{-0} \quad (1.4)$$

$$\text{2da. Familia} = \begin{pmatrix} c^0 \\ s^0 \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu^0 \\ \mu^{-0} \end{pmatrix}_L, c_R^0, s_R^0, \mu_R^{-0} \quad (1.5)$$

$$\text{3ra. Familia} = \begin{pmatrix} t^0 \\ b^0 \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau^0 \\ \tau^{-0} \end{pmatrix}_L, t_R^0, b_R^0, \tau_R^{-0} \quad (1.6)$$

Resumidos de la siguiente manera

$$\text{L-dobletes :} \quad q_{mL}^0 = \begin{pmatrix} u_m^0 \\ d_m^0 \end{pmatrix}_L, \quad \ell_{mL}^0 = \begin{pmatrix} \nu_m^0 \\ e_m^{-0} \end{pmatrix}_L \quad (1.7)$$

$$\text{R-singlete :} \quad u_{mR}^0, d_{mR}^0, e_{mR}^{-0} \quad (1.8)$$

## CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR

### 1.1. DENSIDAD LAGRANGIANA DEL MODELO ESTÁNDAR

en donde los campos quirales izquierdos (L) son dobletes de  $SU(2)$  y los campos quirales derechos (R) son singletes, llevando al rompimiento de paridad en  $SU(2)$ . El superíndice  $0$  se refiere al hecho de que estos campos son eigenestados débiles, y el subíndice  $m = 1, 2, 3$  son etiquetas para cada familia. Después del rompimiento espontáneo de la simetría (RES) estos se convierten en mezclas de los eigenestados de masa. Los  $u^0$  y  $d^0$  son quarks que después del RES serán identificados por tener carga eléctrica  $2/3$  y  $-1/3$ , respectivamente. Hay 6 sabores de quarks cada uno lleva un índice de color de la siguiente manera  $u_{mL,R\alpha}^0$  y  $d_{mL,R\alpha}^0$ , el cual ha sido suprimido de la notación, ya que los grupos  $SU(3)$  y  $SU(2)$  conmutan, por lo que las interacciones de QCD no cambian el sabor y viceversa. Por otro lado  $\nu^0$  y  $e^{-0}$  son leptones, estos son singletes de color y tienen carga eléctrica  $0$  y  $-1$ , respectivamente.

Todos estos campos tienen hipercarga débil  $Y$ , la cual se define como:

$$Y = Q - T_L^3, \quad (1.9)$$

donde  $T_L^3$  es el tercer generador de  $SU(2)_L$  y  $Q$  es la carga eléctrica. El grupo  $U(1)_Y$  conmuta con los grupos  $SU(3)_c$  y  $SU(2)_L$ , por lo que tiene el mismo valor para todos los miembros de los multipletes de  $SU(3) \times SU(2)$ . Los eigenvalores de  $Y$  son  $y = q - t_L^3 = \frac{1}{6}, \frac{2}{3},$  y  $\frac{-1}{3}$  para  $q_{mL}^0, u_{mR}^0$  y  $d_{mR}^0$ , respectivamente, para los leptones  $y = \frac{-1}{2}$  y  $-1$  para  $\ell_{mL}^0$  y  $e_{mR}^{-0}$ .

Las representaciones se pueden resumir en los siguientes símbolos  $\{n_3, n_2, y\}_\psi$  para un fermión  $\psi$ , donde  $n_3$  y  $n_2$  son representaciones de  $SU(3)_c$  y  $SU(2)_L$  y  $y$  es su hipercarga. Por lo tanto los campos de cada familia transforman como:  $\{3, 2, \frac{1}{6}\}_{q_{mL}^0}$ ,  $\{1, 2, -\frac{1}{2}\}_{\ell_{mL}^0}$ ,  $\{3, 1, \frac{2}{3}\}_{u_{mR}^0}$ ,  $\{3, 1, -\frac{1}{3}\}_{d_{mR}^0}$  y  $\{1, 1, -1\}_{e_{mR}^{-0}}$ .

Las representaciones  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$  son quirales, por lo que no están permitidos términos de masa fermiónicos. Por lo tanto la densidad lagrangiana fermiónica es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f = & \sum_{m=1}^3 (\bar{q}_{mL}^0 i \not{D} q_{mL}^0 + \bar{\ell}_{mL}^0 i \not{D} \ell_{mL}^0 \\ & + \bar{u}_{mR}^0 i \not{D} u_{mR}^0 + \bar{d}_{mR}^0 i \not{D} d_{mR}^0 + \bar{e}_{mR}^0 i \not{D} e_{mR}^0) \end{aligned} \quad (1.10)$$

El primer término de 1.10 esta definido como:

$$\begin{aligned} \bar{q}_{mL}^0 i \not{D} q_{mL}^0 = & i \sum_{\alpha, \beta=1}^3 (\bar{u}_{mL}^{0\alpha} \bar{d}_{mL}^{0\alpha}) \gamma^\mu \\ & \times \left[ \left( \partial_\mu \mathbf{1} + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{6} \mathbf{1} B_\mu \right) \delta_{\alpha\beta} + \frac{ig_s}{2} \vec{\lambda}_{\alpha\beta} \cdot \vec{G}_\mu \mathbf{1} \right] \begin{pmatrix} u_{mL\beta}^0 \\ d_{mL\beta}^0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

donde  $\mathbf{1}$  es la matriz identidad de  $2 \times 2$  de  $SU(2)$ . Como ya habíamos dicho los grupos  $SU(3)_c$  y  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  conmutan, por lo que se puede suprimir el índice de color en el campo de los quarks, entonces la derivada covariante de la norma fermiónica es:

$$\begin{aligned} D_\mu q_{mL}^0 = & \left( \partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{6} B_\mu \right) q_{mL}^0, & D_\mu u_{mR}^0 = & \left( \partial_\mu + \frac{2ig'}{3} B_\mu \right) u_{mR}^0 \\ D_\mu \ell_{mL}^0 = & \left( \partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu - \frac{ig'}{2} B_\mu \right) \ell_{mL}^0, & D_\mu d_{mR}^0 = & \left( \partial_\mu - \frac{ig'}{3} B_\mu \right) d_{mR}^0 \\ & & D_\mu e_{mR}^0 = & (\partial_\mu - ig' B_\mu) e_{mR}^0 \end{aligned}$$

Como podemos ver este sector determina los términos cinéticos de los leptones y quarks, así como sus interacciones con los bosones de norma, al sustituir la derivada covariante asociada al

---

grupo electrodébil, lo que da lugar a la presencia de términos de interacción. Las interacciones de los fermiones con los bosones de norma da lugar a lo que se conoce como corrientes cargadas y neutras. En términos de los eigenestados de masa, este sector conserva el sabor de familias aún entre miembros de la misma familia en el caso de corrientes neutras.

### 1.1.3. El sector de Higgs

Este sector permite dotar de masa a los bosones débiles y al bosón de Higgs, además genera la dinámica entre estas partículas. Para dotar de masa a los fermiones y bosones de norma, necesitamos del rompimiento espontáneo de la invariancia de norma, ya que nosotros vivimos en el mundo simétrico  $U_e(1)$ , con un fotón sin masa. De esta forma debemos tener el siguiente rompimiento espontáneo  $SU_L(2) \times U_Y(1) \rightarrow U_e(1)$ . Para realizar este rompimiento espontáneo de simetría, se introduce el campo escalar, llamado el campo de Higgs. Como se tienen cuatro campos de norma (tres asociados con  $SU_L(2)$  y uno con  $U_Y(1)$ ), y se quiere terminar con un fotón si masa asociado con  $U_e(1)$ , se necesitan de al menos cuatro grados de libertad. De esta manera se introduce un doblete escalar de  $SU(2)$ , con hipercarga  $Y_\phi = \frac{1}{2}$ , definido como:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

el cual transforma de la siguiente manera  $\{1, 2, \frac{1}{2}\}_\phi$ . Mientras que su adjunto se define como  $\phi^\dagger = \begin{pmatrix} \phi^- \\ \phi^{0\dagger} \end{pmatrix}$  y transforma así  $\{1, 2^*, -\frac{1}{2}\}_\phi^\dagger$ .

La lagrangiana renormalizable del sector de Higgs es:

$$\mathcal{L}_H = (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - V(\phi), \quad (1.13)$$

donde el primer término corresponde al término cinético, cuya derivada covariante está definida:

$$D_\mu \phi = \left( \partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{2} B_\mu \right) \phi, \quad (1.14)$$

de la cual surgen las masas de los bosones de norma, así como sus interacciones con el bosón de Higgs. El cuadrado de la derivada covariante tiene términos de interacción trilineales y cuárticos entre los campos de norma y el campo de Higgs.

Por otra parte,  $V$  es el potencial de Higgs, cuya combinación invariante y renormalizable de  $SU(2) \times U(1)$  restringe a  $V$  de la forma:

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.15)$$

con  $\mu$  un parámetro con unidades de masa y  $\lambda$  adimensional, para asegurar que el vacío sea estable  $\lambda > 0$ . Para  $\mu^2 < 0$  habrá un rompimiento espontáneo de la simetría, y el valor esperado del vacío de  $\langle 0 | \phi^0 | 0 \rangle$  generará las masas de  $H$ ,  $W$  y  $Z$ . Finalmente el término  $\lambda$  describe un autoacoplamiento cuártico entre el campo de Higgs.

### 1.1.4. El sector de Yukawa

Como ya hemos mencionado la simetría electrodébil no permite la introducción explícita de términos de masa para ningún tipo de partícula, y en particular para los leptones y quarks. El sector de Yukawa tiene como propósito generar las masas para los fermiones quirales vía el mecanismo de Higgs. Las invariantes de este sector se construyen como producto de eigenestados de campos de norma que vinculan fermiones de diferente helicidad acoplados al doblete de Higgs.

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
**1.2. ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE LA SIMETRÍA**

---

Como sabemos, la teoría electrodébil no define los estados de helicidad derechos para los neutrinos, por lo que no pueden tener ninguna manifestación física en este sector.

El sector de Yukawa corresponde a invariantes electrodébiles de dimensión cuatro que se pueden construir con los dobletes izquierdos de los fermiones, los singletes derechos y el doblete de Higgs. Así para 3 familias de fermiones la lagrangiana del sector de Yukawa tiene la forma:

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{m,n=1}^3 \left[ \Gamma_{mn}^u \bar{q}_{mL}^0 \tilde{\phi} u_{nR}^0 + \Gamma_{mn}^d \bar{q}_{mL}^0 \phi d_{nR}^0 + \Gamma_{mn}^e \bar{\ell}_{mn}^0 \phi e_{nR}^0 \right] + \text{h.c.}, \quad (1.16)$$

donde

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\phi} \equiv i\tau^2 \phi^\dagger = \begin{pmatrix} \phi^{0\dagger} \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

son el doblete de Higgs y su conjugado, respectivamente. Las  $\Gamma_{mn}^u, \Gamma_{mn}^d$  y  $\Gamma_{mn}^e$  son componentes de matrices arbitrarias de  $3 \times 3$ , llamadas las constantes de Yukawa, las cuales son adimensionales. Dichas matrices determinan las masas de los fermiones y sus mezclas. Estas matrices no tienen porque ser hermitianas, simétricas, diagonales o reales (la hermiticidad de  $\mathcal{L}_Y$  está asegurada por los términos agregados en el hermitico conjugado).

## 1.2. Rompimiento espontáneo de la simetría

Desde el punto de vista cuántico, el campo de norma se manifiesta mediante partículas bosónicas sin masa, y es precisamente en esta parte donde la teoría no concuerda con la realidad, ya que como sabemos las partículas mediadoras de la interacción débil son partículas masivas. Por lo tanto, se necesita un mecanismo en el cual se pueda dotar de masa a estas partículas, pero sin destruir la simetría de la lagrangiana [26]. Al tratar de dar solución a este problema, en 1964 el escocés Peter Ware Higgs encontró un método para dotar de masa a estas partículas sin romper la simetría local con la que cuenta la teoría de norma. Dicho rompimiento permite obtener la masa de las partículas sin que ocurra un rompimiento explícito de la simetría de norma.

En teorías de norma, no podemos definir el término de masa de un campo de norma, el cual está definido por:

$$\frac{1}{2} m^2 A_\mu^a A_\mu^a, \quad (1.18)$$

ya que no es invariante bajo transformaciones de norma.

El rompimiento espontáneo de una simetría permite definir la masa para algunos o todos los campos de norma  $A_\mu^a(x)$  mediante el así llamado mecanismo de Higgs.

Sea  $G$  un grupo de Lie (ortogonal o unitario) y  $H$  un subgrupo. Luego sea  $\phi(x)$  un multiplete de campos escalares en alguna representación de  $G$ . El rompimiento espontáneo de  $G$  en  $H$ , denotado por  $G \rightarrow H$ , consiste en la elección de una dirección particular  $\phi_0 = \text{cte}$  (no depende de las coordenadas) en el espacio de configuración tal que  $H \subset G$  tiene por elementos  $U(g)$ , que dejan invariante  $\phi_0$ , es decir,

$$U(g)\phi_0 = \phi_0. \quad (1.19)$$

Note que existirán  $U(g) \in G$ , pero  $U(g) \notin H$ , tales que

$$U(g)\phi_0 \neq \phi_0.$$

Así el rompimiento espontáneo consiste en elegir una dirección especial en el espacio en el que aparece la representación del grupo, en este caso el grupo electrodébil, dada por los campos

---

escalares que no es invariante bajo el grupo completo, sino solo por un subgrupo de éste, el grupo electromagnético en el caso que nos ocupa.

El teorema de Goldstone sintetiza lo que ocurre cuando se rompe espontáneamente una simetría continua global, es decir, que no depende de los puntos de espacio-tiempo. El teorema de Goldstone dice que por cada generador roto aparece un bosón de Goldstone, el cual es un campo escalar sin masa. Mientras que el mecanismo de Higgs caracteriza este mismo fenómeno pero cuando el rompimiento espontáneo se realiza en una teoría local, esto es, en una teoría de norma. Así en el mecanismo de Higgs ocurre que los bosones de Goldstone se incorporan a los campos de norma asociados con los generadores rotos para formar el estado de polarización longitudinal del campo de norma en consideración.

Por lo tanto la masa efectiva puede ser generada por el rompimiento espontáneo de la simetría. Así su componente neutra  $\phi^0$  adquiere un valor de expectación en el vacío diferente de cero, lo que rompe  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  a  $U(1)_Q$ , el grupo electromagnético. Debido al mecanismo de Higgs los bosones de Goldstone se absorben y se convierten en la componente longitudinal de los bosones masivos  $W^\pm$  y  $Z$ .

### 1.2.1. Mecanismo de Higgs

Para comenzar consideremos el doblete complejo que se reescribe en la base hermitiana como:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (\phi_1 + i\phi_2) \\ (\phi_3 + i\phi_4) \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

donde  $\phi_i = \phi_i^\dagger$  representa cuatro campos hermitianos. En esta nueva base el potencial de Higgs se escribe de la siguiente manera:

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2 \left( \sum_{i=1}^4 \phi_i^2 \right) + \frac{1}{4}\lambda \left( \sum_{i=1}^4 \phi_i^2 \right)^2 \quad (1.21)$$

La condición del mínimo es dada por:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_i^\dagger} = 0 \Rightarrow [\mu^2 + 2\lambda(\phi^\dagger \phi)]\phi = 0, \quad (1.22)$$

pero esta mínima energía es degenerada, ya que

$$\phi^\dagger \phi = \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2) = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}. \quad (1.23)$$

Haciendo la siguiente elección en este espacio cuatridimensional, tal que  $\langle 0|\phi_i|0\rangle = 0$ , para  $i=1,2,4$  y  $\langle 0|\phi_3|0\rangle = v \geq 0$ , es decir, sea  $\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$  la dirección en la que se hace el rompimiento. Luego para el caso de  $\mu^2 < 0$  el punto  $v = 0$  es inestable, y el mínimo ocurre para  $v \neq 0$ , rompiendo la simetría  $SU(2) \times U(1)$ . Como se puede ver en la ec. [1.23](#)

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \quad (1.24)$$

Por otro lado los generadores correspondientes al rompimiento espontáneo son  $T^1, T^2, T^3$  y  $Y$ , donde  $T^i$  son los generadores de  $SU(2)_L$ , mientras que  $Y$  es el generador de  $U(1)_Y$ . Dichos generadores actúan sobre  $\phi_0$  de la siguiente manera:

$$T^i \phi_0 = \frac{\tau^i}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \neq 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad Y \phi_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \neq 0. \quad (1.25)$$

Sin embargo, el vacío no tiene carga eléctrica así se tiene  $Q\phi^0 \equiv (T^3 + Y)\phi^0 = 0$ , de esta manera el grupo  $U(1)_Q$  del electromagnetismo no está roto y  $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ . Por lo que al estar eligiendo un  $\phi_0$ , ya estamos rompiendo el grupo. De esta forma la teoría tiene un mínimo en  $\phi_0$ .

En consecuencia de los 4 generadores, queremos romper 3 para que corresponda al grupo electromagnético, como se ha dicho anteriormente. Según el teorema de Goldstone, por cada generador roto hay un escalar de masa cero llamado bosón de Goldstone, en este caso hay tres bosones de Goldstone que se convertirán en la componente longitudinal de los bosones débiles. Así esperamos que el fotón  $A_\mu$ , asociado con el generador no roto  $Q \equiv T^3 + Y$ , así como los gluones, permanezcan sin masa, mientras que  $W^\pm = (W^1 \mp iW^2)/\sqrt{2}$  y  $Z_\mu$ , asociado con  $T^1, T^2$  y  $T^3 - Y$ , se vuelvan masivos.

### 1.3. La lagrangiana en la norma unitaria después del RES

Cuantizando alrededor del vacío clásico, es decir, escribiendo  $\phi = \phi_0 + \phi'$  donde  $\phi'$  es un campo cuántico con valor de expectación igual a cero. Por otra parte, los pseudobosones de Goldstone pueden ser removidos de la teoría mediante una transformación de norma particular, conocida con el nombre de norma unitaria. Esta norma corresponde a una transformación de norma para la cual los nuevos pseudobosones de Goldstone son exactamente cero. Este caso corresponde a fijar la norma con respecto a los generadores rotos de  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ , pero no respecto al generador no roto. En la norma unitaria se tiene,

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.26)$$

así el término cinético es de la forma

$$(D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \left[ \frac{g}{2} \tau^i W_\mu^i + \frac{g'}{2} B_\mu \right]^2 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \text{términos de H.} \quad (1.27)$$

Centrándonos en la parte que depende solo de  $v$ , en la ec. 1.27 se pueden reescribir los términos de los bosones  $W'$ s de la siguiente manera:

$$\tau^i W^i = \tau^3 W^3 + \sqrt{2} \tau^+ W^+ + \sqrt{2} \tau^- W^-, \quad (1.28)$$

donde

$$W^\pm = \frac{W^1 \mp iW^2}{\sqrt{2}}, \quad \tau^\pm = \frac{\tau^1 \pm i\tau^2}{2}, \quad (1.29)$$

para obtener

$$\frac{g^2 v^2}{4} W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{1}{8} v^2 (g^2 W_\mu^3 W^{3\mu} - 2gg' W_\mu^3 B^\mu + g'^2 B_\mu B^\mu). \quad (1.30)$$

El término  $\frac{g^2}{4} v^2 W_\mu^- W^{+\mu}$  es el término de masa para los campos de norma  $W^\pm$  el cual es un bosón de norma complejo y cargado el cual mediará las interacciones de corrientes cargadas. En lo

---

que respecta a los términos de masa asociados a los campos de norma  $W_\mu^3$  y  $B_\mu$ , notemos que en la ecuación 1.30 el segundo término se puede escribir como

$$\frac{1}{8}v^2(W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

donde se definió el llamado ángulo débil como  $\tan \theta_w = \frac{g'}{g}$ . Por lo tanto,  $\cos \theta_w = c_w = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}$  y  $\sin \theta_w = s_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}$ . De la expresión anterior, vemos que los términos de masa para los campos  $W_\mu^3$  y  $B_\mu$  están encriptados en la matriz que depende de  $g$  y  $g'$ , la cual puede ser diagonalizada de la siguiente manera y obtenerse

$$\frac{1}{8}v^2(Z_\mu, A_\mu) \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{8}v^2(g^2 + g'^2)Z_\mu Z^\mu, \quad (1.32)$$

usando la transformación ortogonal

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_w & s_w \\ -s_w & c_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

se tiene finalmente que

$$Z_\mu \equiv \frac{-g'B_\mu + gW_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = -\sin \theta_w B_\mu + \cos \theta_w W_\mu^3 \quad (1.34)$$

es un bosón vectorial masivo y hermitiano que mediará las interacciones de corrientes neutras predichas por  $SU(2) \times U(1)$ . Mientras que la combinación de  $B$  y  $W^3$  ortogonal a  $Z$  corresponde al fotón ( $\gamma$ )

$$A_\mu = \cos \theta_w B_\mu + \sin \theta_w W_\mu^3, \quad (1.35)$$

el cual permanece sin masa, como debe ser.

Por lo tanto la masa (a nivel árbol) de los bosones de norma son las siguientes:

$$M_W = \frac{gv}{2}, \quad M_Z = \frac{gzv}{2} = \frac{M_W}{\cos \theta_w}, \quad M_A = 0, \quad (1.36)$$

lo que implica

$$\sin^2 \theta_w = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}. \quad (1.37)$$

Finalmente la lagrangiana completa del sector de Higgs es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\phi &= (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - V(\phi) \\ &= M_W^2 W^{\mu+} W_\mu^- \left(1 + \frac{H}{v}\right)^2 + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \left(1 + \frac{H}{v}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} (\partial_\mu H)^2 - V(\phi), \end{aligned} \quad (1.38)$$

donde en la norma unitaria, el potencial de Higgs se escribe de la siguiente manera:

$$V(\phi) \rightarrow -\frac{\mu^4}{4\lambda} - \mu^2 H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4. \quad (1.39)$$


---

## CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR

### 1.3. LA LAGRANGIANA EN LA NORMA UNITARIA DESPUÉS DEL RES

---

la segunda línea de 1.38 describe las interacciones  $ZZH^2, W^+W^-H^2$ . Por otro lado el primer término del potencial de Higgs es una constante,  $\langle 0|V(\phi_0)|0\rangle = -\mu^4/4\lambda$ . El segundo término en  $V$  representa la masa (a nivel árbol)

$$M_H = \sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2\lambda v} \quad (1.40)$$

para el bosón de Higgs. Mientras que los últimos dos términos representan los auto-acoplamientos trilineales y cuárticos del Higgs, tomando en cuenta los factores de combinatoria en las reglas de Feynman, el valor del acoplamiento trilineal del ME es: [27, 28]

$$\lambda_{HHH} = \frac{3m_H^2}{v} \quad (1.41)$$

el digrama de Feynman que representa el auto-acoplamiento trilineal se respresenta de la siguiente manera:

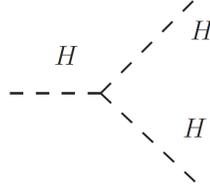


Figura 1.1: Acoplamiento trilineal del Higgs

Como se ha visto el ME es una teoría altamente predictiva, sin embargo tiene que ser parte de una teoría mucho más fundamental, ya que aún quedan muchas preguntas sin contestar, por lo tanto en el siguiente capítulo presentaremos un modelo más allá del ME, que intenta dar respuesta a alguna de las preguntas sin contestar que existen actualmente.



## Capítulo 2

# Modelo de Multi-dobletes de Higgs

Como sabemos el ME proporciona una exitosa descripción de la interacción electrodébil, sin embargo hay aún muchas preguntas sin contestar, como el problema de la jerarquía el cual afecta seriamente a la masa del bosón de Higgs, el problema de la bariogénesis, el por qué solo hay tres generaciones de familias, así como el saber qué es la materia oscura y cómo interactúa con las partículas del ME. De esta manera una alternativa más allá del ME que podría dar respuesta a alguna de estas preguntas sin contestar, es el modelo de Multi-dobletes de Higgs en el cual se introducen dobletes de  $SU(2)$  en el sector de Higgs, ya que no hay ninguna razón que pudiera restringir a un solo doblete al sector de Higgs [29]. Además hay muchas indicaciones como en teorías de gran unificación en las cuales es necesario agregar multipletes de Higgs. Por lo tanto en este capítulo daremos una breve descripción del Modelo de N-doblete de Higgs abreviado de la siguiente manera NHDM por sus siglas en inglés (N Higgs Doublet Models), además se dará un breve descripción del modelo de 2-dobletes de Higgs, ya que es el modelo más simple del modelo de N dobletes de Higgs y nos proporciona una guía para poder abordar el problema de 3-dobletes de Higgs, finalmente se hablará del modelo de 3-dobletes de Higgs de manera muy general y nos centraremos en el tema de las simetrías que se pueden incluir en un modelo de 3-dobletes de Higgs, ya que el modelo que trabajaremos en esta tesis será el potencial de 3 dobletes de Higgs bajo la simetría  $S_3$ .

### 2.1. El modelo de N-dobletes de Higgs (NHDM)

El sector escalar del ME consiste de solo un doblete con hipercarga  $Y = 1/2$ . Muchas extensiones del ME incluyen una extensión al sector de Higgs [5]. Hay Muchas motivaciones teóricas para extender el sector escalar de la teoría electrodébil, aún si solo se consideran extensiones de aquellas teorías basadas en el grupo de norma  $SU(3)_1 \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  [30, 31]. Entre las motivaciones más importantes teóricamente hablando se pueden incluir:

- **Supersimetría:** en una extensión supersimétrica del ME, un mínimo de 2-dobletes de Higgs, con hipercarga  $Y = 1/2$  y  $Y = -1/2$ , son necesarios. Se hace de esta manera, ya que en primer lugar se necesita dotar de masa a ambos tipos de quarks up y down, por otro lado porque se necesitan eliminar la anomalías de norma generadas por los compañeros supersimétricos fermiónicos de los escalares.
- **Bariogénesis:** una de las características más excitantes de la teoría electrodébil es el hecho de que tiene todos los ingredientes necesarios para generar una asimétrica bariónica en el universo temprano como violación de número bariónico, violación de C y CP. Sin embargo, hasta ahora es claro que el ME no puede proveer toda la asimétrica bariónica observada. Además los efectos de violación de CP que provienen del mecanismo de Kobayashi-Maskawa en las tres generaciones de familias del ME es muy pequeña. Por lo tanto la necesidad de tener fuentes de violación de CP que pudieran llevar a una exitosa bariogénesis es una importante motivación para considerar física más allá del ME. De esta manera la extensión del sector

---

de Higgs es una de las maneras más simples de tener nuevas fuentes de violación de CP más allá del mecanismo de Kobayashi- Maskawa.

- Simetrías del sabor: Incluir simetrías del sabor en el sector de Yukawa, puede ayudar a explicar la masa de los fermiones y sus mezclas. Se han hecho estudios extendiendo el sector de Yukawa bajo la simetría  $S_3$  pero sin extender el sector de Higgs [7–9]. Sin embargo si se impone dicha simetría como una simetría fundamental del sector de materia debe extenderse necesariamente el concepto de sabor en el sector de Higgs agregando tres dobletes o más. Se han realizado trabajos extendiendo el sector de Yukawa bajo la simetría  $S_3$  entendiendo también el sector de Higgs y se han hallado resultados muy interesantes [10–13]. Los resultados encontrados reproducen muy bien las matrices de masas y mezcla de los quarks y leptones, reproduce la matriz de mezcla de los neutrinos  $V_{PMNS}$  como la de los quarks  $V_{CKM}$ . Además a través de la expresión explícita de las matrices de Yukawa calcularon las corrientes neutras que cambian el sabor ó FCNC por sus siglas en inglés (Flavour Changing Neutral Currents) las cuales están suprimidas, algo realmente importante ya que se requiere justamente que estas FCNC estén suprimidas en cualquier modelo.

De todos los tipos de multipletes escalares que se podrían pensar en agregar al ME, hay dos opciones destacadas, una de ellas son dobletes de  $SU(2)$  con hipercarga  $Y = 1/2$  y singletes de  $SU(2)$  con hipercarga  $Y = 0$ . Ambos tipos de multipletes tienen la ventaja de que pueden tener acoplamientos de Yukawa con los fermiones usuales, permitiendo tener efectos interesantes.

Los modelos de  $N$ -dobletes de Higgs tienen el grupo de norma  $SU(2) \times U(1)$ . El sector de Higgs consiste de  $N > 1$  dobletes  $\phi_a (a = 1, 2, \dots, N)$  con hipercarga  $Y = 1/2$ . Así,

$$\phi_a = \begin{pmatrix} \varphi_a^+ \\ \varphi_a^0 \\ \varphi_a^- \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

entonces,

$$\bar{\phi}_a \equiv i\tau_2 \phi_a^{\dagger T} = \begin{pmatrix} \varphi_a^{0\dagger} \\ -\varphi_a^- \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

son dobletes de  $SU(2)$  con  $Y = -1/2$ .

Por lo tanto el potencial escalar es:

$$V = Y_{ab} \phi_a^\dagger \phi_b + Z_{abcd} (\phi_a^\dagger \phi_b) (\phi_c^\dagger \phi_d). \quad (2.3)$$

donde  $a, b, c = 1, \dots, N$ . Los coeficientes  $Y_{ab}$  tienen dimensiones de masa al cuadrado, y los coeficientes  $Z_{abcd}$  son adimensionales [6]. Se supone

$$Z_{abcd} = Z_{cdab} \quad (2.4)$$

sin perder generalidad. Mientras que la hermiticidad de  $V$  implica

$$\begin{aligned} Y_{ab} &= Y_{ab}^*, \\ Z_{abcd} &= Z_{badc}^*. \end{aligned} \quad (2.5)$$

El número de parámetros independientes del potencial de Higgs se muestra en el siguiente cuadro 2.1:

**CAPÍTULO 2. MODELO DE MULTI-DOBLETES DE HIGGS**  
**2.1. EL MODELO DE N-DOBLETES DE HIGGS (NHDM)**

---

	parámetros	fases
Y	$N^2$	$\frac{N(N-1)}{2}$
Z	$\frac{N^2(N^2+1)}{2}$	$\frac{N^2(N^2-1)}{4}$
Y y Z	$\frac{N^2(N^2+3)}{2}$	$\frac{N^4+N^2-2N}{4}$

Cuadro 2.1: Número de parámetros en los coeficientes Y y Z del potencial de Higgs.

Por lo tanto el número de parámetros reales es: [32]

$$N_{\text{tot}} = \frac{1}{2}N^2(N^2 + 3)$$

De esta manera para  $N = 1$  nos da los 2 parámetros del Modelo Estándar ( $\mu^2$  y  $\lambda$ ). Para  $N=2$  da los 14 parámetros del modelo de 2 dobletes de Higgs (2HDM). Hay 54 parámetros para  $N=3$  y 153 parámetros para  $N=4$ .

Por otro lado el número de escalares cargados, neutros y seudoescalares para el modelo con N-dobletes,  $\phi_a$  ( $a = 1, \dots, N$ ), está dado en el siguiente cuadro 2.2:

Escalares cargados	$\chi_i^\pm$	N-1
Seudoescalares	$\chi_i^0$	N-1
Escalares neutro	$\phi_i$	N

Cuadro 2.2: Número de bosones de Higgs para el modelo con N-dobletes.

### 2.1.1. Simetrías discretas en los modelos de N-dobletes de Higgs

Como hemos visto se ha construido un modelo de N-dobletes de Higgs, pero como se pudo apreciar en la sección anterior el número de parámetros crece muy rápido con N [6]. De esta forma el número de parámetros se puede reducir si la teoría tiene una simetría, discreta o continua, relacionada a varios campos del Higgs, las cuales se denotarán por simetrías de las familias de Higgs o simetrías HF. Además de reducir los parámetros, estas simetrías también pueden ser características deseables de la teoría para poder excluir FCNC o explicar relaciones entre diferentes observables.

Por otro lado cualquier modelo con el sector escalar extendido, específicamente el de N-dobletes de Higgs, se pueden especificar cuantos escalares interactúan con los fermiones, con el fin de completar y reclamar su relevancia en el experimento, como se dijo en la sección anterior [33]. Por lo que los acoplamientos genéricos de Yukawa con diferentes dobletes escalares y fermiones, podrían llevar a FCNC y violar la precisión electrodébil y constricciones de la física del sabor. Una forma natural de suprimir estas FCNC es imponiendo simetrías discretas del sabor, no solo en el sector escalar de la teoría sino también en el sector de Yukawa. Otro de los motivos para imponer simetrías de sabor es que en el ME, antes del rompimiento de la simetría de norma no hay diferencia entre las tres generaciones y una simetría del sabor podría dar una explicación natural de esto. El modelo de 2-dobletes de Higgs tiene cuatro tipos de la simetría  $\mathbb{Z}_2$  en el sector de Yukawa, el cual es un buen ejemplo de la interacción entre el sector escalar y observables del sabor mediante simetrías discretas. Entonces con muchos dobletes de Higgs, se tiene mucha más libertad al imponer simetrías discretas tanto en el sector escalar como en el sector de Yukawa.

---

## 2.2. El modelo de 2-dobletes de Higgs.

El ejemplo más simple del Modelo de N-Dobletes de Higgs es el de 2-dobletes de Higgs (2HDM por sus siglas en inglés 2-Higgs doublet model), en el cual solamente se han introducido dos dobletes escalares,  $\phi_1$  y  $\phi_2$  [34]. El potencial escalar renormalizable más general invariante bajo  $SU(2) \times U(1)$  es:

$$\begin{aligned}
V = & m_{11}^2 \phi_1^\dagger \phi_1 + m_{22}^2 \phi_2^\dagger \phi_2 + (m_{12}^2 \phi_1^\dagger \phi_2 + \text{H.c.}) \\
& + \frac{1}{2} \lambda_1 (\phi_1^\dagger \phi_1)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 (\phi_2^\dagger \phi_2)^2 + \lambda_3 (\phi_1^\dagger \phi_1) (\phi_2^\dagger \phi_2) + \lambda_4 (\phi_1^\dagger \phi_2) (\phi_2^\dagger \phi_1) \\
& + \left[ \frac{1}{2} \lambda_5 (\phi_1^\dagger \phi_2)^2 + \lambda_6 (\phi_1^\dagger \phi_1) (\phi_1^\dagger \phi_2) + \lambda_7 (\phi_2^\dagger \phi_2) (\phi_1^\dagger \phi_2) + \text{H.c.} \right]. \quad (2.6)
\end{aligned}$$

Los parámetros  $m_{11}^2, m_{22}^2$  y  $\lambda_{1,2,3,4}$  son reales. En general,  $m_{12}^2$  y  $\lambda_{5,6,7}$  son complejos. Por lo tanto el potencial de Higgs depende de seis parámetros reales y de 4 parámetros complejos, lo que da un total de 14 grados de libertad.

En el lenguaje de la sección anterior  $Y_{ab}$  y  $Z_{abcd}$  están dadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
Y_{11} &= m_{11}^2, & Y_{12} &= -m_{12}^2, \\
Y_{21} &= -m_{12}^{2*}, & Y_{22} &= m_{22}^2; \\
Z_{1111} &= \lambda_1, & Z_{2222} &= \lambda_2, \\
Z_{1122} = Z_{2211} &= \lambda_3, & Z_{1221} = Z_{2112} &= \lambda_4, \\
Z_{1212} &= \lambda_5, & Z_{2121} &= \lambda_5^*, \\
Z_{1112} = Z_{1211} &= \lambda_6, & Z_{1112} = Z_{2111} &= \lambda_6^*, \\
Z_{2212} = Z_{1222} &= \lambda_7, & Z_{2221} = Z_{2122} &= \lambda_7^*.
\end{aligned}$$

### 2.2.1. Límites que acotan por debajo

La estabilidad en el potencial de 2HDM requiere que este acotado por abajo, es decir, que no haya alguna dirección en el campo a lo largo de la cual el potencial tienda hacia menos infinito. Este es un requerimiento básico para cualquier teoría física, la existencia de un mínimo estable, alrededor del cual se puedan hacer cálculos perturbativos, la cual esta lograda en el potencial escalar del ME a través de la condición trivial de que  $\lambda > 0$ , donde  $\lambda$  es el acoplamiento cuártico del potencial del ME.

El potencial escalar de 2HDM es mucho más complicado que el del ME, y asegurar su estabilidad requiere que se estudien todas las posibles direcciones a lo largo de las cuales los campos  $\phi_1$  y  $\phi_2$  (o mejor dicho sus ocho campos que lo conforman) tiendan a valores arbitrariamente grandes. En general, la existencia de un mínimo no trivial, lo que significa que los campos  $\phi_i$  adquieren un valor de expectación del vacío diferente de cero, implica dos condiciones en los parámetros del potencial. Tienen que ser tal que: la parte cuártica del potencial escalar  $V_4$  sea positiva para valores arbitrariamente grandes para las componentes de los campos, pero la parte cuadrática del potencial escalar  $V_2$  puede tomar valores negativos para al menos uno de los campos.

Las restricciones para la parte cuártica  $V_4$  necesita ser tomada cuidadosamente. Ya que se pide que  $V_4 > 0$  para todos los  $\phi_i \rightarrow \infty$  es un requerimiento fuerte de estabilidad. Pero también se puede pedir una estabilidad en sentido marginal, pidiendo que  $V_4 \geq 0$ , para alguna dirección en el espacio de los campos tendiendo a infinito.

La igualdad en la cota de la estabilidad marginal tiene un requerimiento adicional, y es que si existe alguna dirección en el espacio de los campos talque  $V_4 \rightarrow 0$ , es necesario exigir que, a lo largo de esa específica dirección, se tenga  $V_2 \geq 0$ .

Así para el modelo de 2HDM las condiciones de estabilidad para los parámetros cuárticos del potencial son las siguientes: [35]

$$\begin{aligned} \lambda_1 &\geq 0, & \lambda_2 &\geq 0, \\ \lambda_3 &\geq -\sqrt{\lambda_1\lambda_2}, & \lambda_3 + \lambda_4 - |\lambda_5| &\geq -\sqrt{\lambda_1\lambda_2}, \end{aligned}$$

donde se ha tomado  $\lambda_5$  real, y  $\lambda_6 = \lambda_7 = 0$ , estas son de hecho las condiciones necesarias y suficientes para asegurar que los términos del potencial cuárticos son positivos en cualquier dirección.

### 2.2.2. El rompimiento espontáneo de la simetría

Si el potencial escalar de 2HDM esta acotado por abajo, siendo una función polinomial cuártica, seguramente tendrá un mínimo global en algún lugar. Estos mismo argumentos se aplican en el ME, pero ahí solo se tienen dos clases de mínimo el trivial, para el cual el Higgs adquiere un vev igual a cero, y el usual en el cual la simetría electrodébil se rompe, lejos del origen, para  $\langle\phi\rangle = v/\sqrt{2}$ . En particular, el vacío que rompe conservación de carga eléctrica y CP son imposibles en el ME.

En el modelo de 2HDM la estructura del vacío es mas rica, se pueden tener tres tipos de vacío además del caso trivial ( $\langle\phi_1\rangle = \langle\phi_2\rangle = 0$ ).

El vacío normal se tiene cuando los vev's no tiene ninguna fase compleja relativa y estos trivialmente pueden ser reales

$$\langle\phi_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \langle\phi_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

donde  $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 246\text{GeV}$  y se puede definir  $\tan\beta = v_2/v_1$ . Esta solución es la equivalente al vacío del ME. Podemos distinguir un caso especial aquí, en la cual la condición del mínimo permite para alguno de los vev's  $v_1, v_2$  ser cero, los cuales son llamados "modelos inertes".

El vacío que rompe CP, es donde los vev's tiene una fase compleja relativa, esto es

$$\langle\phi_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_1}{\sqrt{2}}e^{i\theta} \end{pmatrix}, \langle\phi_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

con  $v_1$  y  $v_2$  real y positivo por definición.

El vacío con rompimiento de carga, se tiene cuando uno de los vev's lleva carga eléctrica, esto es:

$$\langle\phi_1\rangle = \begin{pmatrix} \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \\ v_1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \langle\phi_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

donde  $v_1, v_2, \alpha$  son números reales. Debido a la presencia de un vev distinto de cero en la componente de arriba (cargada) de los campos, este vacío rompe conservación de carga eléctrica, causando que el fotón adquiriera masa. Por lo que estos tipos de vacío deben ser evitados a toda costa.

## 2.3. El modelo de 3-dobletes de Higgs.

El siguiente ejemplo del Modelo de N-Dobletes de Higgs es el de 3-dobletes de Higgs (3HDM por sus siglas en inglés 3-Higgs doublet model), en el cual se han introducido tres dobletes escalares,  $\phi_1, \phi_2$  y  $\phi_3$ .

La forma más general del potencial del Modelo de 3-dobletes de Higgs, es bastante complicado, ya que como dijimos en la sección anterior el número de parámetros independientes son 54, lo que hace bastante complicado el extraer su fenomenología. Una forma de restringir el número de parámetros es imponiendo la condición de estabilidad del potencial. Sin embargo se pueden

---

restringir aún más imponiendo algunas condiciones como pedir que se preserve CP explícitamente, imponer simetrías continuas, sin embargo dichas simetrías podrían generar bosones de Goldstone sin masa después del rompimiento de la simetría electrodébil, otra posibilidad es quitar términos a mano, ó imponer simetrías discretas que es las que nos centraremos en la siguiente sección.

### 2.3.1. Simetrías discretas en el Modelo de 3-dobletes de Higgs

Centremos en las simetrías discretas que se pueden imponer en un modelo de 3-dobletes de Higgs. Varios autores han reportado las simetrías discretas que se pueden imponer en el 3HDM las cuales listare enseguida: [36, 37]

$$G = \mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_3, \mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2, S_3, D_4, A_4, S_4, \Lambda(54)/\mathbb{Z}_3, \Sigma(36) \quad (2.10)$$

Donde a diferencia del 2HDM, ciertos grupos finitos no llevan automáticamente a una conservación explícita de CP, y estos grupos son  $\mathbb{Z}_2$ ,  $\mathbb{Z}_3$ ,  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ ,  $S_3$  y  $\Lambda(54)/\mathbb{Z}_3$ , por lo que el 3HDM basado en estos grupos puede conservar CP ó violar CP. Sin embargo, la presencia de las simetrías  $\mathbb{Z}_4$  o  $A_4$  inevitablemente llevan a la conservación explícita de CP.

#### Simetría de sabor $S_3$

Nos centraremos en este grupo de simetría, ya que será justamente esta simetría del sabor bajo la cual estará el potencial de Higgs del cual hablaré en el siguiente capítulo. Por qué usar  $S_3$ , una de las razones es que antes de la introducción del bosón de Higgs y de los términos de Yukawa, la lagrangiana es quiral e invariante con respecto a cualquier permutación de los campos fermiónicos derechos e izquierdos. Otra de las razones es la expuesta al principio de este capítulo referente a los trabajos realizados por M. Mondragón et al. De esta forma si se impone  $S_3$  como una simetría fundamental del sector de materia, necesariamente debe extender el sector de Higgs para que la simetría no este rota a la escala de Fermi. Así el sector de Higgs en la representación irreducible de  $S_3$  se agrega un doblete de  $SU(2)$  en un singleto de  $S_3$  y dos dobletes de  $SU(2)$  que son las componentes de la representación de un doblete de  $S_3$ .

El grupo cuyos elementos son las seis permutaciones posibles de tres objetos  $(f_1, f_2, f_3)$  es el grupo  $S_3$ . El grupo  $S_3$  es un grupo discreto no abeliano con el número más pequeño de elementos, cuya representación irreducible son dos singletes y un doblete. Las representaciones reales, tridimensionales de  $S_3$  no son irreducibles. Se puede descomponer en la suma directa de dos representaciones irreducibles, un doblete  $\mathbf{f}_D$  y un singleto  $\mathbf{f}_S$ , donde [18]

$$\mathbf{f}_S = \frac{1}{\sqrt{3}}(f_1 + f_2 + f_3), \quad \mathbf{f}_D^T = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(f_1 - f_2), \frac{1}{\sqrt{6}}(f_1 + f_2 - 2f_3) \right). \quad (2.11)$$

La representación matricial de dos dimensiones,  $D_i$  de  $S_3$  se puede obtener de

$$D_+(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D_-(\theta) = \begin{pmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

con  $\theta = 0, \pm 2\pi/3$ , donde  $D_\pm = \pm 1$ , Los ángulos  $\theta$ 's corresponden a la simetría de un triangulo equilátero. El producto directo de dos dobletes,  $\mathbf{p}_D^T = (p_{D1}, p_{D2})$  y  $\mathbf{q}_D = (q_{D1}, q_{D2})$ , contienen dos singletes,  $\mathbf{r}_S$  y  $\mathbf{r}_{S'}$  y un doblete  $\mathbf{r}_D = (r_{D1}, r_{D2})$  donde

$$\mathbf{r}_S = p_{D1}q_{D1} + p_{D2}q_{D2}, \quad \mathbf{r}_{S'} = p_{D1}q_{D2} - p_{D2}q_{D1} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{r}_D^T = (r_{D1}, r_{D2}) = (p_{D1}q_{D2} + p_{D2}q_{D1}, p_{D1}q_{D1} - p_{D2}q_{D2}) \quad (2.14)$$


---

## CAPÍTULO 2. MODELO DE MULTI-DOBLETES DE HIGGS

### 2.3. EL MODELO DE 3-DOBLETES DE HIGGS.

---

se puede ver que el singlete antisimétrico  $\mathbf{r}_{S'}$  no es invariante bajo  $S_3$ .

Por lo tanto el ME solo puede tener un doblete de Higgs  $SU(2)$  el cual solo puede ser un singlete de  $S_3$ . En el siguiente capítulo presentaremos el potencial de Higgs con tres dobletes de  $SU(2)$  bajo la simetría  $S_3$ .



## Capítulo 3

# El modelo de 3 dobletes de Higgs bajo la simetría del sabor $S_3$

El modelo de tres dobletes de Higgs se ha tomado en cuenta, debido a que puede dar alguna explicación de la jerarquía de las masas y mezcla de los fermiones. Sin embargo el potencial más general del modelo de 3 dobletes de Higgs tiene 54 parámetros libres, lo que hace extremadamente complicado el poder extraer su fenomenología, y estos parámetros solo están constreñidos por principios generales como el imponer la estabilidad del potencial. Sin embargo si se imponen simetrías discretas se pueden constreñir considerablemente el número de parámetros del potencial. De esta manera varios autores han intentado implementar una simetría del sabor  $S_3$  motivados por el deseo de modelar las generaciones de los fermiones.

En este capítulo presentaremos el potencial de Higgs bajo la simetría del sabor  $S_3$ , hallaremos la condición del mínimo del potencial donde se hallan ciertas restricciones que deben de cumplir los valores de expectación del vacío, posteriormente hallaremos las matrices de masa de los bosones de Higgs, donde hallamos las masas de los bosones de Higgs. Se presentan las condiciones de estabilidad del potencial y las condiciones de unitariedad. Finalmente hallamos las expresiones algebraicas de los auto-acoplamientos trilineales de los bosones de Higgs.

### 3.1. El Potencial de Higgs bajo la simetría $S_3$

Como mostramos en el capítulo anterior el grupo no abeliano  $S_3$  tiene tres representaciones irreducibles; dos representaciones irreducibles uno-dimensionales  $\mathbf{1}_A$  y  $\mathbf{1}_S$ , los cuales son singletes antisimétrico y simétrico, respectivamente y una representación irreducible dos-dimensional  $\mathbf{2}$  el cual es un doblete [38].

En el sector escalar extendido de 3 campos de Higgs, dobletes de  $SU(2)$ ,  $\Phi_a$ ,  $\Phi_b$  y  $\Phi_c$ , se pueden poner en la representación reducible tridimensional de  $S_3$  como

$$\Phi \rightarrow H = (\Phi_a, \Phi_b, \Phi_c)^T. \quad (3.1)$$

La representación tridimensional  $\mathbf{3}$  de  $S_3$  se puede descomponer en la suma directa de las representaciones irreducibles  $\mathbf{1}_S$  y  $\mathbf{2}$ , Por lo que los tres campos de Higgs se pueden escribir de la siguiente manera

$$H_s = \frac{1}{\sqrt{3}}(\Phi_a + \Phi_b + \Phi_c) \quad (3.2)$$

$$\begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\Phi_a - \Phi_b) \\ -\frac{1}{6}(\Phi_a + \Phi_b - 2\Phi_c) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

todos los campos en esta extensión tienen tres sabores y pertenecen a la representación irreducible  $\mathbf{1} \oplus \mathbf{2}$  de  $S_3$ .

La lagrangiana del sector de Higgs bajo la simetría  $S_3$  esta dada de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_\phi = [D_\mu H_s]^2 + [D_\mu H_1]^2 + [D_\mu H_2]^2 - V(H_1, H_2, H_s), \quad (3.4)$$

donde  $D_\mu$  es la derivada covariante usual. El potencial  $V(H_1, H_2, H_s)$  más general para el modelo de tres dobletes de Higgs invariante bajo  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times S_3$  es el siguiente

$$\begin{aligned} V = & \mu_1^2 (H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2) + \mu_0^2 (H_s^\dagger H_s) + a (H_s^\dagger H_s)^2 + b (H_s^\dagger H_s) (H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2) \\ & + c (H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2)^2 + d (H_1^\dagger H_2 - H_2^\dagger H_1)^2 + e f_{ijk} \left( (H_s^\dagger H_i) (H_j^\dagger H_k) + h.c. \right) \\ & + f \left\{ (H_s^\dagger H_1) (H_1^\dagger H_s) + (H_s^\dagger H_2) (H_2^\dagger H_s) \right\} + g \left\{ (H_1^\dagger H_1 - H_2^\dagger H_2)^2 + (H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1)^2 \right\} \\ & + h \left\{ (H_s^\dagger H_1) (H_s^\dagger H_1) + (H_s^\dagger H_2) (H_s^\dagger H_2) + (H_1^\dagger H_s) (H_1^\dagger H_s) + (H_2^\dagger H_s) (H_2^\dagger H_s) \right\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde  $f_{112} = f_{121} = f_{211} = -f_{222} = 1$  y los subíndices 1, 2 corresponde al doblete de Higgs de  $SU(2)_L$  con indice de sabor 1, 2.  $\mu_1^2$  y  $\mu_0^2$  tienen dimensiones de masa al cuadrado, mientras que los parámetros  $a, b, \dots, h$  son parámetros adimensionales. En general  $e$  y  $h$  pueden ser complejos, pero los supondremos reales a fin de que CP no este rota explícitamente. Por otro lado los parámetros  $a, c, d, g, h$  tienen incluido un factor de  $\frac{1}{2}$  debido a los factores de simetría del potencial, por el momento mantendremos expresado de esa manera al potencial, pero en el siguiente capítulo cuando hagamos el análisis numérico tendremos que tomarlos en cuenta.

Los tres dobletes de Higgs de  $SU(2)$   $H_1, H_2$  y  $H_s$  se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_4 \\ \phi_7 + i\phi_{10} \end{pmatrix}, & H_2 &= \begin{pmatrix} \phi_2 + i\phi_5 \\ \phi_8 + i\phi_{11} \end{pmatrix} \\ H_s &= \begin{pmatrix} \phi_3 + i\phi_6 \\ \phi_9 + i\phi_{12} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde  $s$  es el índice de de sabor para el singlete de Higgs bajo  $S_3$ . Siguiendo la notación de la ref. [39], se introducen las siguientes variables

$$\begin{aligned} x_1 &= H_1^\dagger H_1, & x_4 &= Re(H_1^\dagger H_2), & x_7 &= Im(H_1^\dagger H_2), \\ x_2 &= H_2^\dagger H_2, & x_5 &= Re(H_1^\dagger H_s), & x_8 &= Im(H_1^\dagger H_s), \\ x_3 &= H_s^\dagger H_s, & x_6 &= Re(H_2^\dagger H_s), & x_9 &= Im(H_2^\dagger H_s). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Por lo tanto la ec. 3.5, se puede reescribir en término de las variables anteriores de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} V = & \mu_1^2 (x_1 + x_2) + \mu_0^2 x_3 + a x_3^2 + b (x_1 + x_2) x_3 + c (x_1 + x_2)^2 \\ & - 4d x_7^2 + 2e [(x_1 - x_2) x_6 + 2x_4 x_5] + f (x_5^2 + x_6^2 + x_8^2 + x_9^2) \\ & + g [(x_1 - x_2)^2 + 4x_4^2] + 2h (x_5^2 + x_6^2 - x_8^2 - x_9^2) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Supondremos que no se rompe carga eléctrica ni CP, cuando  $H_1, H_2, H_s$  adquiere un valor de expectación en el vacío (vev) diferente de cero, ya que este potencial tiene tres tipos de mínimos o puntos estacionarios [40]. Nosotros trabajaremos con el mínimo normal cuya configuración de los campos es la siguiente:

$$\phi_7 = v_1, \phi_8 = v_2, \phi_9 = v_3, \phi_i = 0, \quad i \neq 7, 8, 9. \quad (3.9)$$

### CAPÍTULO 3. EL MODELO DE 3 DOBLETES DE HIGGS BAJO LA SIMETRÍA DEL SABOR $S_3$

#### 3.1. EL POTENCIAL DE HIGGS BAJO LA SIMETRÍA $S_3$

donde se satisface que  $\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} = v = 246\text{GeV}$ , estamos tomando a los  $v_i$ 's reales suponiendo que la simetría de CP no esta espontáneamente rota.

Ahora de la relación entre  $\phi_i$ 's y  $x_i$ 's, se obtiene que  $\langle x_l \rangle = v_l^2$  para  $l = 1, 2, 3$ ,  $\langle x_4 \rangle = v_1 v_2$ ,  $\langle x_5 \rangle = v_1 v_3$ ,  $\langle x_6 \rangle = v_2 v_3$ , y  $\langle x_8 \rangle = \langle x_7 \rangle = \langle x_9 \rangle = 0$ . Se puede escribir la condición del mínimo como:

$$\frac{\partial V}{\partial v_i} = 0 \longleftrightarrow \frac{\partial V}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial v_i} = 0 \quad (3.10)$$

donde  $i = 1, 2, 3$ ;  $j = 1, 2, \dots, 9$ . Esto da las siguientes ecuaciones acopladas

$$0 = [\mu_1^2 + (b + f + 2h)v_3^2 + 2(c + g)(v_1^2 + v_2^2)]v_1 + 6ev_1 v_2 v_3 \quad (3.11)$$

$$0 = [\mu_1^2 + (b + f + 2h)v_3^2 + 2(c + g)(v_1^2 + v_2^2)]v_2 + 3e(v_1^2 - v_2^2)v_3 \quad (3.12)$$

$$0 = [\mu_0^2 + (b + f + 2h)(v_1^2 + v_2^2) + 2av_3^2]2v_3 + 2e(3v_1^2 - v_2^2)v_2 \quad (3.13)$$

Hasta el momento el potencial de Higgs tiene 10 parámetros libres, más 3 adicionales debido los valores de expectación en el vacío lo que da un total de 13 parámetros libres, sin embargo las ec. 3.11 y 3.13 restringen 3 de ellos, ya que de la ec. 3.11 y 3.12 se halla que:

$$v_1^2 = 3v_2^2 \quad (3.14)$$

también existe otro posible condición, que satisface estas ecuaciones y es que  $e=0$ , dicho escenario no será tomado en cuenta en este trabajo, solo cabe mencionar que dicha condición implica la aparición de un bosón de Goldstone sin masa.

Sustituyendo la ec. 3.14 en las ecs. 3.12 y 3.13 se obtiene:

$$\mu_1^2 + (b + f + 2h)v_3^2 + 8(c + g)v_2^2 + 6ev_2 v_3 = 0 \quad (3.15)$$

$$2av_3^3 + [4(b + f + 2h)v_2^2 + \mu_0^2]v_3 + 8ev_2^3 = 0 \quad (3.16)$$

Resolviendo la ecuación cuadrática para  $v_2$  de la ec. 3.15 se hallan las siguientes soluciones

$$v_2^{(1)} = \frac{-3ev_3 + \sqrt{9e^2 v_3^2 - 8(c + g)\mu_1^2 - 8(c + g)(b + f + 2h)v_3^2}}{8(c + g)}$$

$$v_2^{(2)} = \frac{-3ev_3 - \sqrt{9e^2 v_3^2 - 8(c + g)\mu_1^2 - 8(c + g)(b + f + 2h)v_3^2}}{8(c + g)}$$

Al sustituir cualquiera de las soluciones halladas dentro de la ec. 3.16 se halla una ecuación de grado seis para  $v_3$  de la siguiente forma  $l_1 v_3^6 + l_2 v_3^4 + l_3 v_3^2 + l_4 = 0$  cuyos coeficientes son los siguientes:

$$l_1 = 2 \left( -(b + f + 2h)e^2 [(b + f + 2h)^2 - 36a(c + g)] + (c + g) [(b + f + 2h)^2 - 4a(c + g)]^2 - 27ae^4 \right),$$

$$l_2 = -3\mu_1^2 e^2 [(b + f + 2h)^2 - 12a(c + g)] + 4\mu_1^2 (b + f + 2h)(c + g) [(b + f + 2h)^2 - 4a(c + g)] + f [-8(c + g)^2 ((b + f + 2h)^2 - 4a(c + g)) + 36(c + f + 2h)(c + g)e^2 - 27e^4],$$

$$l_3 = 2(c + g) (\mu_1^4 (b + f + 2h)^2 + \mu_1^2 \mu_0^2 (9e^2 - 4(b + f + 2h)(c + g)) + 4(c + g)^2 \mu_0^4),$$

$$l_4 = \mu_1^6 e^2.$$

Por otro lado podemos escribir en coordenadas esféricas cada uno de los vev's de la siguiente manera:  $v_1 = v \sin \theta \cos \varphi$ ,  $v_2 = v \sin \theta \sin \varphi$  y  $v_3 = v \cos \theta$ , donde  $\theta \in (0, \pi)$  y  $\varphi \in (0, 2\pi)$ . Sin embargo de la relación hallada en 3.14 se obtiene que

$$\tan^2 \varphi = \frac{1}{3} \quad (3.17)$$

entonces  $\tan \varphi = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ , lo que restringe los valores que puede tomar  $\varphi$ , los cuales son:  $\varphi = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ .

Sustituyendo la ec. 3.17 así como la definición de los vev's en coordenadas esféricas dentro de las ec. 3.15 y 3.16 se obtiene:

$$\begin{aligned} \mu_1^2 + (b + f + 2h)v^2 \cos^2 \theta + 8(c + g)v^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \\ + 6ev^2 \sin \theta \cos \theta \sin \varphi = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} 2av^2 \cos^3 \theta + [4(b + f + 2h)v^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \mu_0^2] \cos \theta \\ + 8ev^2 \sin^3 \theta \sin^3 \varphi = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Para  $\varphi = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ , se tiene  $\sin \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$  sustituyendo en las ec.s 3.18 y 3.19 hallamos

$$\begin{aligned} \mu_1^2 + (b + f + 2h)v^2 \cos^2 \theta + 2(c + g)v^2 \sin^2 \theta + 3ev^2 \sin \theta \cos \theta = 0 \\ 2av^2 \cos^3 \theta + [(b + f + 2h)v^2 \sin^2 \theta + \mu_0^2] \cos \theta + ev^2 \sin^3 \theta = 0 \end{aligned}$$

Multiplicando la primera ecuación por  $(\frac{1}{\cos^2 \theta})$  y la segunda ecuación por  $(\frac{1}{\cos^3 \theta})$  se tiene:

$$\begin{aligned} \mu_1^2(1 + \tan^2 \theta) + (b + f + 2h)v^2 + 2(c + g)v^2 \tan^2 \theta + 3ev^2 \tan \theta = 0 \\ 2av^2 + (b + f + 2h)v^2 \tan^2 \theta + \mu_0^2(1 + \tan^2 \theta) + ev^2 \tan^3 \theta = 0 \end{aligned}$$

de la primera ecuación se halla que

$$v^2 = \frac{-\mu_1^2(1 + \tan^2 \theta)}{(b + f + 2h) + 2(c + g) \tan^2 \theta + 3e \tan \theta}$$

sustituyendo en la segunda ecuación se tiene una ecuación de quinto grado para  $\tan \theta$  de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 0 = e\mu_1^2 \tan^5 \theta + [(b + f + 2h)\mu_1^2 - 2\mu_0^2(c + g)] \tan^4 \theta + [e\mu_1^2 - 3e\mu_0^2] \tan^3 \theta \\ + [\mu_1^2(2a + (b + f + 2h)) - \mu_0^2(2(c + g) + (b + f + 2h))] \tan^2 \theta - 3e\mu_0^2 \tan \theta - \mu_0^2(b + f + 2h) + 2a\mu_1^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Ahora tomando  $\varphi = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ , se tiene  $\sin \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$  y se obtiene

$$\begin{aligned} \mu_1^2 + (b + f + 2h)v^2 \cos^2 \theta + 2(c + g)v^2 \sin^2 \theta - 3ev^2 \sin \theta \cos \theta = 0 \\ 2av^2 \cos^3 \theta + [(b + f + 2h)v^2 \sin^2 \theta + \mu_0^2] \cos \theta - ev^2 \sin^3 \theta = 0 \end{aligned}$$

Multiplicando la primera ecuación por  $(\frac{1}{\cos^2 \theta})$  y la segunda ecuación por  $(\frac{1}{\cos^3 \theta})$  se tiene:

$$\begin{aligned} \mu_1^2(1 + \tan^2 \theta) + (b + f + 2h)v^2 + 2(c + g)v^2 \tan^2 \theta - 3ev^2 \tan \theta = 0 \\ 2av^2 + (b + f + 2h)v^2 \tan^2 \theta + \mu_0^2(1 + \tan^2 \theta) - ev^2 \tan^3 \theta = 0 \end{aligned}$$

de la primera ecuación se halla que

$$v^2 = \frac{-\mu_1^2(1 + \tan^2 \theta)}{(b + f + 2h) + 2(c + g) \tan^2 \theta - 3e \tan \theta}$$

sustituyendo en la segunda ecuación se tiene una ecuación de quinto grado para  $\tan \theta$  de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 0 = -e\mu_1^2 \tan^5 \theta + [(b + f + 2h)\mu_1^2 - 2\mu_0^2(c + g)] \tan^4 \theta + [3e\mu_0^2 - e\mu_1^2] \tan^3 \theta \\ + [\mu_1^2(2a + (b + f + 2h)) - \mu_0^2(2(c + g) + (b + f + 2h))] \tan^2 \theta + 3e\mu_0^2 \tan \theta - \mu_0^2(b + f + 2h) + 2a\mu_1^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

todas estas expresiones presentadas se trabajaron para poder determinar si pudiesen darnos alguna restricción adicional a los parámetros, sin embargo no se obtuvo información adicional.

### 3.2. Matriz de masa de los campos de Higgs

Para hallar la masa de los bosones de Higgs se debe diagonalizar la matriz de  $12 \times 12$  dada por la siguiente expresión:

$$(\mathcal{M}_H^2)_{ij} = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{\min} \quad (3.22)$$

con  $i, j = 1, \dots, 12$ . Haciendo el calculo explicito de la ec. 3.22, se obtienen 4 bloques diagonales de matrices de  $3 \times 3$ , hermitianas y simétricas. Los primeros dos bloques denotados por  $\mathbf{M}_C^2$ , contiene las masas de los escalares cargados, el siguiente bloque denotado por  $\mathbf{M}_S^2$  contiene las masas de los escalares neutros y el último bloque  $\mathbf{M}_A^2$  contiene la masa de los pseudoescalares.

$$\mathcal{M}_H^2 = \text{diag}(\mathbf{M}_C^2, \mathbf{M}_C^2, \mathbf{M}_S^2, \mathbf{M}_A^2) \quad (3.23)$$

A continuación presentamos cada uno de los bloques que conforman a la matriz  $\mathcal{M}_H^2$

$$\mathbf{M}_C^2 = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

donde

$$\begin{aligned} c_{11} &= -v_3[4ev_2 + v_3(f + 2h)] - 4gv_2^2 \\ c_{12} &= 2\sqrt{3}v_2(ev_3 + 2gv_2) \\ c_{13} &= \sqrt{3}v_2[2ev_2 + v_3(f + 2h)] \\ c_{22} &= -v_3[8ev_2 + v_3(f + 2h)] - 12gv_2^2 \\ c_{23} &= v_2[2ev_2 + (f + 2h)v_3] \\ c_{33} &= -\frac{4v_2^2[2ev_2 + v_3(f + 2h)]}{v_3} \end{aligned}$$

$$\mathbf{M}_S^2 = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

donde

$$\begin{aligned} s_{11} &= 12v_2^2(c + g) \\ s_{12} &= 2\sqrt{3}v_2[2v_2(c + g) + 3ev_3] \\ s_{13} &= 2\sqrt{3}v_2[v_3(b + f + 2h) + 3ev_2] \\ s_{22} &= 4v_2[v_2(c + g) - 3ev_3] \\ s_{23} &= 2v_2[3ev_2 + (b + f + 2h)v_3] \\ s_{33} &= \frac{4(av_3^3 - 2ev_2^3)}{v_3} \end{aligned}$$

$$\mathbf{M}_A^2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

donde

$$\begin{aligned}
a_{11} &= -4(v_2^2(d+g) + ev_2v_3 + hv_3^2) \\
a_{12} &= 2\sqrt{3}v_2(2v_2(d+g) + ev_3) \\
a_{13} &= 2\sqrt{3}v_2(ev_2 + 2hv_3) \\
a_{22} &= -12v_2^2(d+g) - 8ev_2v_3 - 4hv_3^2 \\
a_{23} &= 2v_2(ev_2 + 2hv_3) \\
a_{33} &= -\frac{8v_2^2(ev_2 + 2hv_3)}{v_3}
\end{aligned}$$

Recordemos que el modelo de 3HDM tiene 12 grados de libertad, que son los 12 campos escalares  $\phi_1, \dots, \phi_{12}$ , de los cuales 4 de esos grados de libertad se identificaran con los escalares cargados  $H_1^\pm$  y  $H_2^\pm$ , 2 de ellos serán los pseudoescalares  $H_{A_1}$  y  $H_{A_2}$  y 3 serán los escalares neutros  $h_0, H_1$  y  $H_2$ , por lo tanto hay 9 bosones de Higgs, así que sobran tres grados de libertad que corresponden a los bosones de Goldstone que serán las componentes longitudinales de los campos de norma  $W^\pm$  y  $Z$ . Los apropiados bosones de Higgs y Goldstone se hallan al diagonalizar la matriz dada en la ec. 3.23, tomando la siguiente convención tenemos:

$$[\mathcal{M}_{diag}^2]_i = R_i^T \mathcal{M}_i^2 R_i \quad i = s, a, c. \quad (3.27)$$

los subíndices  $s, a, c$  hacen referencia a escalar, pseudoescalar y cargado, respectivamente. La matriz de rotación  $R$  que diagonaliza a  $\mathcal{M}_A^2$  y  $\mathcal{M}_C^2$  es la misma y es la siguiente:

$$R_{a,c} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}v_2}{v} & -\frac{\sqrt{3}v_3}{2v} & -\frac{1}{2} \\ \frac{v_2}{v} & -\frac{v_3}{2v} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{v_3}{v} & \frac{2v_2}{v} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

mientras que la matriz de rotación  $R$  que diagonaliza a  $\mathcal{M}_S^2$  es la siguiente:

$$R_s = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}(M_a^2 - M_c^2 - \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2})}{2\sqrt{(M_b^2)^2 + (M_a^2 - M_c^2 - \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2})^2}} & \frac{\sqrt{3}(M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2})}{2\sqrt{(M_b^2)^2 + (M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2})^2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{M_a^2 - M_c^2 - \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2}}{2\sqrt{(M_b^2)^2 + (M_a^2 - M_c^2 - \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2})^2}} & \frac{M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2}}{2\sqrt{(M_b^2)^2 + (M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2})^2}} \\ 0 & \frac{M_b^2}{\sqrt{(M_b^2)^2 + (M_a^2 - M_c^2 - \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2})^2}} & \frac{M_b^2}{\sqrt{(M_b^2)^2 + (M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2})^2}} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

donde siguiendo la notación de la ref. [20]

$$M_a^2 = v_2 [8(c+g)v_2 + 3ev_3]$$

$$M_b^2 = 4v_2 [3ev_2 + (b+f+2h)v_3]$$

$$M_c^2 = 2av_3^2 - \frac{4ev_2^3}{v_3}$$

Finalmente los eigenvalores ó las masas de los bosones de Higgs neutros son:

$$m_{h_0}^2 = -18ev_2v_3 \quad (3.30)$$

$$m_{H_1, H_2}^2 = (M_a^2 + M_c^2) \pm \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \quad (3.31)$$

**CAPÍTULO 3. EL MODELO DE 3 DOBLETES DE HIGGS BAJO LA SIMETRÍA  
DEL SABOR  $S_3$**

3.2. MATRIZ DE MASA DE LOS CAMPOS DE HIGGS

---

las masas de los bosones de Higgs pseudoescalares son:

$$m_{A_1}^2 = -16(d+g)v_2^2 - 10ev_2v_3 - 4hv_3^2 \quad (3.32)$$

$$m_{A_2}^2 = -\frac{2(ev_2 + 2hv_3)(4v_2^2 + v_3^2)}{v_3} \quad (3.33)$$

y las masas de los bosones de Higgs cargados son:

$$m_{H_1^\pm}^2 = -[10ev_2 + (f+2h)v_3]v_3 - 16gv_2^2 \quad (3.34)$$

$$m_{H_2^\pm}^2 = -\frac{4v_2^2 + v_3^2}{v_3} [2ev_2 + (f+2h)v_3] \quad (3.35)$$

Como dijimos anteriormente  $v_1 = v \sin \theta \cos \varphi$ ,  $v_2 = v \sin \theta \sin \varphi$  y  $v_3 = v \cos \theta$  pero  $\tan \varphi = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ . De las ecuaciones 3.30 a 3.35 podemos ver que las masas de los bosones de Higgs solo dependen de  $v_2$  y  $v_3$  por lo tanto si tomamos  $\tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$  entonces  $\varphi = \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$  lo que implica que  $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$  y  $\sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ . Mientras que  $\tan \varphi = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  entonces  $\varphi = \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$  lo que implica que  $\sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$  y  $\sin \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ .

Por lo tanto tomando  $\varphi = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$  se tiene  $\sin(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}) = \frac{1}{2}$ . Así los valores de expectación son  $v_2 = \frac{1}{2}v \sin \theta$  y  $v_3 = v \cos \theta$ . Entonces las masas de los bosones de Higgs se pueden reescribir de la siguiente manera:

$$m_{h_0}^2 = -9ev^2 \sin \theta \cos \theta \quad (3.36)$$

$$m_{H_1, H_2}^2 = (M_a^2 + M_c^2) \pm \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \quad (3.37)$$

$$M_a^2 = \left[ 2(c+g)v^2 \sin^2 \theta + \frac{3}{2}ev^2 \sin \theta \cos \theta \right]$$

$$M_b^2 = [3ev^2 \sin^2 \theta + 2(b+f+2h)v^2 \sin \theta \cos \theta]$$

$$M_c^2 = 2av^2 \cos^2 \theta - \frac{ev^2 \tan \theta \sin^2 \theta}{2}$$

$$m_{A_1}^2 = -4(d+g)v^2 \sin^2 \theta - 5ev^2 \sin \theta \cos \theta - 4hv^2 \cos^2 \theta \quad (3.38)$$

$$m_{A_2}^2 = -v^2(e \tan \theta + 4h) \quad (3.39)$$

$$m_{H_1^\pm}^2 = -[5ev^2 \sin \theta \cos \theta + (f+2h)v^2 \cos^2 \theta] - 4gv^2 \sin^2 \theta \quad (3.40)$$

$$m_{H_2^\pm}^2 = -v^2[e \tan \theta + (f+2h)] \quad (3.41)$$

Ahora tomando  $\varphi = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$  entonces  $\sin(\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$ . Los valores de expectación son  $v_2 = -\frac{1}{2}v \sin \theta$  y  $v_3 = v \cos \theta$ . Las masas de los bosones son:

$$m_{h_0}^2 = 9ev^2 \sin \theta \cos \theta \quad (3.42)$$

$$m_{H_1, H_2}^2 = (M_a^2 + M_c^2) \pm \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \quad (3.43)$$

$$M_a^2 = \left[ 2(c+g)v^2 \sin^2 \theta - \frac{3}{2}ev^2 \sin \theta \cos \theta \right]$$


---

---


$$M_b^2 = [3ev^2 \sin^2 \theta - 2(b + f + 2h)v^2 \sin \theta \cos \theta]$$

$$M_c^2 = 2av^2 \cos^2 \theta + \frac{ev^2 \tan \theta \sin^2 \theta}{2}$$

$$m_{A_1}^2 = -4(d + g)v^2 \sin^2 \theta + 5ev^2 \sin \theta \cos \theta - 4hv^2 \cos^2 \theta \quad (3.44)$$

$$m_{A_2}^2 = -v^2(-e \tan \theta + 4h) \quad (3.45)$$

$$m_{H_1^\pm}^2 = -[-5ev^2 \sin \theta \cos \theta + (f + 2h)v^2 \cos^2 \theta] - 4gv^2 \sin^2 \theta \quad (3.46)$$

$$m_{H_2^\pm}^2 = -v^2[-e \tan \theta + (f + 2h)] \quad (3.47)$$

De las expresiones halladas para los vev's podemos notar que cuando  $\theta = \pi/2$  el valor de expectación  $v_3$  se vuelve cero, pero queremos que los vev's sean diferentes de cero por lo tanto el valor de  $\pi/2$  para  $\theta$  lo evitaremos al igual que cuando  $\theta = 0$  ya que en este caso  $v_1$  y  $v_2$  serían cero. Tomando estas expresiones para las masas y considerando en que cuadrante se encuentren los valores de expectación del vacío, se hará un barrido en el espacio de parámetros para poder hallar las posibles valores de las masas de los bosones de Higgs en el siguiente capítulo.

### 3.3. Condiciones de estabilidad del potencial

Las condiciones para que el potencial este acotado por abajo, es decir, que no haya alguna dirección en los campos a lo largo de la cual el potencial tienda hacia menos infinito, debe de cumplir que lo parte cuártica del potencial sea mayor que cero cuando alguno de los campos o todos los campos tienden a infinito. El requerimiento de que el potencial este acotado por debajo impone ciertas cotas en los parámetros correspondientes a los términos cuárticos del potencial.

De esta manera analizando los términos cuárticos del potencial, impondremos que sea mayor que cero para poder acortar el potencial por debajo. Las cotas se obtienen estudiando direcciones en particular de los campos  $\phi_i, i = 1, \dots, 12$  e imponiendo que los términos cuárticos estén limitados a que cuando los campos tiendan a infinito estos sean positivos.

De la ec. 3.8 podemos ver que el potencial esta dado de la siguiente forma  $V = V_2 + V_4$  donde

$$V_2 = \mu_1^2(x_1 + x_2) + \mu_0^2 x_3 \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} V_4 = & ax_3^2 + b(x_1 + x_2)x_3 + c(x_1 + x_2)^2 - 4dx_7^2 + 2e[(x_1 - x_2)x_6 + 2x_4x_5] \\ & + f(x_5^2 + x_6^2 + x_8^2 + x_9^2) + g[(x_1 - x_2)^2 + 4x_4^2] \\ & + 2h(x_5^2 + x_6^2 - x_8^2 - x_9^2) \end{aligned} \quad (3.49)$$

donde  $V_2$  es el término cuadrático del potencial y  $V_4$  es el término cuártico del potencial, de esta manera nos centraremos solo en  $V_4$  para obtener las condiciones de estabilidad.

Para poder hacer el análisis expresaremos explícitamente el valor de las  $x$ 's en término de los campos  $\phi$ 's,

$$\begin{aligned} x_1 &= \phi_1^2 + \phi_4^2 + \phi_7^2 + \phi_{10}^2 \\ x_2 &= \phi_2^2 + \phi_5^2 + \phi_8^2 + \phi_{11}^2 \\ x_3 &= \phi_3^2 + \phi_6^2 + \phi_9^2 + \phi_{12}^2 \end{aligned}$$


---

**CAPÍTULO 3. EL MODELO DE 3 DOBLETES DE HIGGS BAJO LA SIMETRÍA  
DEL SABOR  $S_3$**

**3.3. CONDICIONES DE ESTABILIDAD DEL POTENCIAL**

---

$$\begin{aligned}
 x_4 &= \phi_1\phi_2 + \phi_4\phi_5 + \phi_7\phi_8 + \phi_{10}\phi_{11} \\
 x_5 &= \phi_1\phi_3 + \phi_4\phi_6 + \phi_7\phi_9 + \phi_{10}\phi_{12} \\
 x_6 &= \phi_2\phi_3 + \phi_5\phi_6 + \phi_8\phi_9 + \phi_{11}\phi_{12} \\
 x_7 &= \phi_1\phi_5 - \phi_2\phi_4 + \phi_7\phi_{11} - \phi_8\phi_{10} \\
 x_8 &= \phi_1\phi_6 - \phi_3\phi_4 + \phi_7\phi_{12} - \phi_9\phi_{10} \\
 x_9 &= \phi_2\phi_6 - \phi_3\phi_5 + \phi_8\phi_{12} - \phi_9\phi_{11}
 \end{aligned}$$

Se requiere que cuando los campos tiendan a infinito el término cuártico del potencial sea positivo. Comencemos tomando direcciones en particular. Supongamos que las  $x$ 's son cero excepto  $x_1$  y  $x_1 \rightarrow \infty$  escogiendo que  $\phi_1 \rightarrow \infty$  y todos los demás campos sean cero. Entonces a lo largo de esta dirección el potencial va hacia infinito de la forma  $(c + g)\phi_1^4 > 0$  entonces si queremos que en este límite el potencial sea positivo debemos pedir que

$$(c + g) > 0. \quad (3.50)$$

Si ahora todas las  $x$ 's son cero excepto  $x_3$  y  $x_3 \rightarrow \infty$ , escogiendo  $\phi_9 \rightarrow \infty$  y todos los demás campos son cero se obtiene que a lo largo de esta dirección el potencial va hacia infinito de la forma  $a\phi_9^4 > 0$  entonces pidiendo que en este límite el potencial sea positivo se requiere que

$$a > 0. \quad (3.51)$$

Ahora tomando las direcciones  $\phi_1, \phi_9 \rightarrow \infty$  y todos los demás cero. Solo  $x_1$  y  $x_3$  no son cero, el potencial se reduce a los siguientes términos  $(c + g)\phi_1^4 + b\phi_1^2\phi_9^2 + a\phi_9^4 > 0$ . Reescribiendo en coordenadas polares tal que  $\phi_1^2 = r \cos \theta$  y  $\phi_9^2 = r \sin \theta$  claramente  $r > 0$  y  $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$  así completando el cuadrado tenemos

$$[\sqrt{c + g}\phi_1^2 - \sqrt{a}\phi_9^2]^2 + 2\sqrt{a(c + g)}\phi_1^2\phi_9^2 + b\phi_1^2\phi_9^2 > 0$$

entonces pidiendo que en este límite el potencial sea positivo se requiere que

$$b + 2\sqrt{a(c + g)} > 0. \quad (3.52)$$

Para las direcciones de  $\phi_5, \phi_6 \rightarrow \infty$  y todos los demás campos igual a cero, el potencial se reduce a  $(c + g)\phi_5^4 - 2e\phi_5^3\phi_6 + (b + f + 2h)\phi_5^2\phi_6^2 + a\phi_6^4 > 0$ . Elijiendo coordenadas polares tal que  $\phi_5 = r \cos \theta$  y  $\phi_6 = r \sin \theta$  se puede reescribir el potencial como

$$(c + g) \cos^4 - 2e \cos^3 \theta \sin + (b + f + 2h) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + a \sin^4 \theta > 0$$

, no hay restricción para  $\theta$ , de esta manera la expresión de arriba es válida para cualquier valor, en especial para  $\theta \rightarrow -\theta$ , por lo que se tiene la siguiente expresión

$$(c + g) \cos^4 + 2e \cos^3 \theta \sin + (b + f + 2h) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + a \sin^4 \theta > 0$$

, usando ambos resultados llegamos a la siguiente expresión

$$2|e \cos^3 \theta \sin \theta| < (c + g) \cos^4 \theta + (b + f + 2h) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + a \sin^4 \theta$$

, tomando  $\theta = \pi/4$  se puede obtener un límite más manejable.

$$2|e| < (c + g) + (b + f + 2h) + a. \quad (3.53)$$

Tomando las direcciones  $\phi_1, \phi_3 \rightarrow \infty$  y todos los demás campos igual a cero, el potencial se reduce a  $(c + g)\phi_1^4 + (b + f + 2h)\phi_1^2\phi_3^2 + a\phi_3^4 > 0$ : Nuevamente reescribiendo en coordenadas polares se halla finalmente que para que el potencial sea positivo se requiere que

$$b + f + 2h > -2\sqrt{a(c + g)}.$$


---

---

Por otro lado si tomamos  $\phi_1, \phi_6 \rightarrow \infty$  y todos los demás campos igual a cero, el potencial se reduce a  $(c + g)\phi_1^4 + (b + f - 2h)\phi_1^2\phi_6^2 + a\phi_6^4 > 0$ : Nuevamente reescribiendo en coordenadas polares se halla finalmente que para que el potencial sea positivo se requiere que

$$b + f - 2h > -2\sqrt{a(c + g)}.$$

Finalmente de ambas expresiones se halla que la condición que deben satisfacer los parámetros es la siguiente

$$b + f + 2\sqrt{a(c + g)} > 2|h|. \quad (3.54)$$

Para las direcciones  $\phi_1, \phi_5 \rightarrow \infty$  y todos los demás campos igual a cero, el potencial se reduce a  $(c + g)\phi_1^4 + (2c - 4d - 2g)\phi_1^2\phi_5^2 + (c + g)\phi_5^4 > 0$ . Tomando coordenadas polares se obtiene que el potencial debe satisfacer  $c - 2d - g > -c - g$ , usando la condición de que  $c + g > 0$ , tenemos la siguiente condición

$$2c + (g - d) > |d + g|. \quad (3.55)$$

Ahora para las direcciones  $\phi_1, \phi_8 \rightarrow \infty$  y todos los demás campos igual a cero, el potencial se reduce  $(c + g)\phi_1^4 + 2(c - g)\phi_1^2\phi_8^2 + (c + g)\phi_8^4$ . Nuevamente tomando coordenadas polares se obtiene que el potencial debe de satisfacer

$$c > 0. \quad (3.56)$$

Todas estas expresiones halladas son las condiciones suficientes para que se satisfaga la estabilidad en el potencial.

### 3.3.1. Constricciones de unitariedad

Del trabajo reportado en el artículo de Das y Dey [19], se encuentran las condiciones de unitariedad para el potencial de 3HDM. Ellos hacen un análisis exhaustivo de dichas condiciones y aquí presentaremos sus resultados, las cuales serán de ayuda para costreñir el espacio de parámetros del potencial, y poder determinar la masa de los bosones de Higgs. De esta manera dichas condiciones de unitariedad satisfacen:

---


$$|a_i^\pm|, |b_i| \leq 16\pi, \text{ para } i = 1, 2, \dots, 6 \quad (3.57)$$

**CAPÍTULO 3. EL MODELO DE 3 DOBLETES DE HIGGS BAJO LA SIMETRÍA  
DEL SABOR  $S_3$**

**3.4. AUTO-ACOPLAMIENTOS TRILINEALES DE LOS BOSONES DE HIGGS**

donde

$$a_1^\pm = \left( c - d + \frac{b+f}{2} \right) \pm \sqrt{\left( c - d + \frac{b+f}{2} \right)^2 - 4 \left[ (c-d) \left( \frac{b+f}{2} \right) - e^2 \right]} \quad (3.58)$$

$$a_2^\pm = (c + d + 2g + a) \pm \sqrt{(c + d + 2g + a)^2 - 4[a(c + d + 2g) - 2h^2]} \quad (3.59)$$

$$a_3^\pm = (c - d + 2g + a) \pm \sqrt{(c - d + 2g + a)^2 - 4 \left[ a(c - d + 2g) - \frac{f^2}{2} \right]} \quad (3.60)$$

$$a_4^\pm = \left( c + d + \frac{b}{2} + h \right) \pm \sqrt{\left( c + d + \frac{b}{2} + h \right)^2 - 4 \left[ (c + d) \left( \frac{b}{2} + h \right) - e^2 \right]} \quad (3.61)$$

$$a_5^\pm = (5c - d + 2g + 3a) \pm \sqrt{(5c - d + 2g + 3a)^2 - 4 \left[ 3a(5c - d + 2g) - \frac{1}{2}(2b + f)^2 \right]} \quad (3.62)$$

$$a_6^\pm = \left( c + d + 4g + \frac{b}{2} + f + 3h \right) \pm \sqrt{\left( c + d + 4g + \frac{b}{2} + f + 3h \right)^2 - 4 \left[ (c + d + 4g) \left( \frac{b}{2} + f + 3h \right) - 9e^2 \right]} \quad (3.63)$$

$$b_1 = b + 2f - 6h, \quad (3.64)$$

$$b_2 = b - 2h, \quad (3.65)$$

$$b_3 = 2(c - 5d - 2g), \quad (3.66)$$

$$b_4 = 2(c - d - 2g), \quad (3.67)$$

$$b_5 = 2(c + d - 2g), \quad (3.68)$$

$$b_6 = b - f. \quad (3.69)$$

### 3.4. Auto-Acoplamientos trilineales de los bosones de Higgs

Recientemente se han reportado los acoplamientos trilineales para los escalares neutros [20], nosotros presentamos los acoplamientos trilineales entre los Higgs cargados con los escalares y también algunos de los auto-acoplamientos entre los escalares neutros de la misma familia. Los acoplamientos trilineales de los bosones de Higgs se definen

$$\lambda_{ijk} = \frac{-i\partial^3 V}{\partial H_i \partial H_j \partial H_k}. \quad (3.70)$$

Utilizando la fórmula reportada en los artículos de varios autores [41–43] y tomando nuestras convenciones con respecto a la digonalización de las matrices de masas para hallar las masas de los bosones de Higgs tenemos

$$\lambda_{ijk} = \sum_{m \leq n \leq o = 1, 2, 3}^* R_{mi'} R_{nj'} R_{ok'} \frac{-i\partial^3 V}{\partial \phi_m \partial \phi_n \partial \phi_o}, \quad (3.71)$$

donde  $m, n, o$  hacen referencia a la base débil de los campos, el símbolo  $*$  denota una suma sobre permutaciones  $P \{i', j', k'\} = P \{i, j, k\}$ , que da un factor de  $n!$  para  $n$  campos idénticos.

Sin embargo para los acoplamientos de los Higgs cargado-cargado-neutro cambio un poco la estructura debido a que se tienen que usar diferentes matrices de rotación, ya que como vimos hay una matriz de rotación para los bosones cargados y pseudoescalares y otra matriz de rotación para los bosones escalares neutros.

De las matrices de rotación ec. 3.28 y 3.29 se tiene que  $H = R^T \phi$  y que  $\phi = RH$  en término de componentes tenemos  $H_i = R_{ji} \phi_j$  y  $\phi_i = R_{ij} H_j$ , es decir,

$$\begin{pmatrix} \phi_7 \\ \phi_8 \\ \phi_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{s77} & R_{s78} & R_{s79} \\ R_{s87} & R_{s88} & R_{s89} \\ R_{s97} & R_{s98} & R_{s99} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0 \\ H_2 \\ H_1 \end{pmatrix} \quad (3.72)$$

el subíndice  $s$  se refiere a la matriz de rotación de los campos escalares, los subíndices 7, 8, 9 hacen referencia a los campos débiles. Para los campos cargados tenemos

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{c11} & R_{c12} & R_{c13} \\ R_{c21} & R_{c22} & R_{c23} \\ R_{c31} & R_{c32} & R_{c33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^\pm \\ H_2^\pm \\ H_1^\pm \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

Los acoplamientos que vamos a calcular son:  $h_0 h_0 h_0, H_1 H_1 H_1, H_2 H_2 H_2, h_0 H_1^+ H_2^-, H_1 H_1^+ H_2^-$  y  $H_2 H_1^+ H_2^-$ . Comencemos con  $h_0 h_0 h_0$  de la ec. 3.72 los términos de  $h_0$  se identifican con la columna 7 de la matriz de rotación, así

$$\lambda_{777} = 3! \sum_{m \leq n \leq o = 7,8,9} R_{sm7} R_{sn7} R_{so7} a_{mno}, \quad (3.74)$$

donde  $a_{mno} = \frac{\partial^3 V}{\partial \phi_m \partial \phi_n \partial \phi_o}$ , entonces

$$\begin{aligned} \lambda_{777} &= 3! [R_{s77} (R_{s77}^2 a_{777} + R_{s77} R_{s87} a_{778} + R_{s87}^2 a_{788}) + R_{s87}^3 a_{888} \\ &\quad + R_{s97} (R_{s77}^2 a_{779} + R_{s77} R_{s87} a_{789}) + R_{s87}^2 R_{s97} a_{889} \\ &\quad + R_{s97}^2 (R_{s77} a_{799} + R_{s87} a_{899}) + R_{s97}^3 a_{999}], \end{aligned} \quad (3.75)$$

Haciendo el cálculo explícito tenemos que

$$\lambda_{h_0 h_0 h_0} = 6\sqrt{3} [4(c+g)v_2 - 3ev_3]. \quad (3.76)$$

Mientras que el acoplamiento trilineal  $H_2 H_2 H_2$  es

$$\begin{aligned} \lambda_{888} &= 3! [R_{s78} (R_{s78}^2 a_{777} + R_{s78} R_{s88} a_{778} + R_{s88}^2 a_{788}) + R_{s88}^3 a_{888} \\ &\quad + R_{s98} (R_{s78}^2 a_{779} + R_{s78} R_{s88} a_{789}) + R_{s88}^2 R_{s98} a_{889} \\ &\quad + R_{s98}^2 (R_{s78} a_{799} + R_{s88} a_{899}) + R_{s98}^3 a_{999}], \end{aligned} \quad (3.77)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{H_2 H_2 H_2} &= 3(-16(b+f+2h)(M_b^2)^2 M(M_a^2, M_b^2, M_c^2) v_2 + 48a(M_b^2)^3 v_3 \\ &\quad - 3M(M_a^2, M_b^2, M_c^2)^3 (2(c+g)v_2 - ev_3) - 3M(M_a^2, M_b^2, M_c^2)^3 (22(c+g)v_2 + 3ev_3) \\ &\quad + 2M_b^2 M(M_a^2, M_b^2, M_c^2)^2 (15ev_2 + 4(b+f+2h)v_3)) * \\ &\quad \frac{1}{(2\sqrt{2}((M_b^2)^2 - (M_a^2 - M_c^2)M(M_a^2, M_b^2, M_c^2))^{3/2})}, \end{aligned} \quad (3.78)$$

donde  $M(M_a^2, M_b^2, M_c^2) = -M_a^2 + M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2}$ .

El acoplamiento trilineal  $H_1 H_1 H_1$  es

$$\begin{aligned} \lambda_{H_1 H_1 H_1} &= 3(64(b+f+2h)(M_b^2)^2 M1(M_a^2, M_b^2, M_c^2) v_2 + 192a(M_b^2)^3 v_3 \\ &\quad + M1(M_a^2, M_b^2, M_c^2)^3 (24(c+g)v_2 - 12ev_3) + 12M1(M_a^2, M_b^2, M_c^2)^3 (22(c+g)v_2 + 3ev_3) \\ &\quad + 8M_b^2 M1(M_a^2, M_b^2, M_c^2)^2 (15ev_2 + 4(b+f+2h)v_3)) * \\ &\quad \frac{1}{(8\sqrt{2}((M_b^2)^2 + (M_a^2 - M_c^2)M1(M_a^2, M_b^2, M_c^2))^{3/2})}, \end{aligned} \quad (3.79)$$

donde  $M1(M_a^2, M_b^2, M_c^2) = M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2}$ .

Continuemos con el acoplamiento trilineal  $h_0 H_1^+ H_2^-$ , de las ec. 3.72 y 3.73 notemos que  $h_0$  sus términos se identifican con la columna 7 de la matriz de rotación escalar, mientras que  $H_1^\pm$  se identifica con la columna 3 de la matriz de rotación cargada y  $H_2^\pm$  se identifica con la columna 2 de la misma matriz. Por lo tanto

$$\lambda_{h_0 H_1^+ H_2^-} = \sum_{m=7,8,9} R_{sm7} \left[ \sum_{n \leq o=1,2,3} (R_{cn2} R_{co3} a_{mno} + R_{cn3} R_{co2} a_{mno}) \right], \quad (3.80)$$

**CAPÍTULO 3. EL MODELO DE 3 DOBLETES DE HIGGS BAJO LA SIMETRÍA  
DEL SABOR  $S_3$**   
3.4. AUTO-ACOPLAMIENTOS TRILINEALES DE LOS BOSONES DE HIGGS

---

entonces

$$\begin{aligned} \lambda_{h_0 H_1^+ H_2^-} &= \sum_{m=7,8,9} R_{sm7} [2R_{c12}R_{c13}a_{m11} + 2R_{c23}R_{c22}a_{m22} + 2R_{c32}R_{c33}a_{m33} + (R_{c12}R_{c23} + R_{c13}R_{c22})a_{m12} \\ &\quad + (R_{c12}R_{c33} + R_{c13}R_{c32})a_{m13} + (R_{c22}R_{c33} + R_{c23}R_{c32})a_{m23}]. \end{aligned} \quad (3.81)$$

Simplificando la notación llamemos

$$\begin{aligned} l_m &= 2R_{c12}R_{c13}a_{m11} + 2R_{c23}R_{c22}a_{m22} + 2R_{c32}R_{c33}a_{m33} + (R_{c12}R_{c23} + R_{c13}R_{c22})a_{m12} \\ &\quad + (R_{c12}R_{c33} + R_{c13}R_{c32})a_{m13} + (R_{c22}R_{c33} + R_{c23}R_{c32})a_{m23} \end{aligned}$$

de esta manera tenemos

$$\lambda_{h_0 H_1^+ H_2^-} = \sum_{m=7,8,9} R_{sm7} l_m. \quad (3.82)$$

Haciendo el cálculo explícito tenemos que

$$\begin{aligned} l_7 &= -\frac{2[f + 2(h - 5g)]v_2v_3 + 2e(v_3^2 - 4v_2^2)}{v}, \\ l_8 &= \frac{2\sqrt{3}[(f - 6g + 2h)v_2v_3 + 2e(v_3^2 - 2v_2^2)]}{v}, \\ l_9 &= \frac{2\sqrt{3}ev_2v_3}{v}. \end{aligned}$$

Por lo tanto el acoplamiento trilineal  $h_0 H_1^+ H_2^-$  es

$$\begin{aligned} \lambda_{h_0 H_1^+ H_2^-} &= \sum_{m=7,8,9} R_{sm7} l_m \\ &= \frac{-16ev_2^2 + 7ev_3^2 + 4v_2v_3(f - 7g + 2h)}{v}. \end{aligned} \quad (3.83)$$

Mientras que el acoplamiento trilineal  $H_1 H_1^+ H_2^-$  es

$$\begin{aligned} \lambda_{H_1 H_1^+ H_2^-} &= \sum_{m=7,8,9} R_{sm9} l_m \\ &= \frac{\sqrt{24}gv_2v_3 \left( M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \right)}{v \sqrt{(M_a^2 - M_c^2) \left( M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \right) + (M_b^2)^2}} \\ &\quad + \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}ev_3 \left[ 2M_b^2v_2 + \left( M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \right) v_3 \right]}{v \sqrt{(M_a^2 - M_c^2) \left( M_a^2 - M_c^2 + \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \right) + (M_b^2)^2}}. \end{aligned} \quad (3.84)$$

Finalmente el acoplamiento trilineal  $H_2 H_1^+ H_2^-$  es

$$\begin{aligned} \lambda_{H_2 H_1^+ H_2^-} &= \sum_{m=7,8,9} R_{sm8} l_m \\ &= \frac{\sqrt{24}gv_2v_3 \left( M_a^2 - M_c^2 - \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \right)}{v \sqrt{(M_b^2)^2 + (M_a^2 - M_c^2) \left( M_a^2 - M_c^2 - \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \right)}} \\ &\quad + \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}ev_3 \left[ 2M_b^2v_2 + \left( M_a^2 - M_c^2 - \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \right) v_3 \right]}{v \sqrt{(M_b^2)^2 + (M_a^2 - M_c^2) \left( M_a^2 - M_c^2 - \sqrt{(M_a^2 - M_c^2)^2 + (M_b^2)^2} \right)}}. \end{aligned} \quad (3.85)$$

Con esto concluimos el análisis del potencial en el modelo de 3 dobletes de Higgs, donde hemos calculado sus matrices de masa, así como sus auto-acoplamientos trilineales entre los bosones de Higgs neutro-neutro y cargado-cargado-neutro. En el siguiente capítulo realizaremos el cálculo numérico para obtener las masas de los bosones de Higgs.



## Capítulo 4

# Análisis numérico del potencial de 3 dobles de Higgs

El objetivo de este capítulo es verificar si las expresiones halladas en el capítulo 3, para las masas de los bosones de Higgs ec. 3.36 a 3.47, existe algún conjunto de valores para los parámetros del potencial y el ángulo  $\theta$  en los que se satisfaga que uno de los bosones escalares neutros corresponda al bosón más ligero de Higgs del ME, y los demás bosones tengan valores apropiados de acuerdo con las cotas experimentales.

Por lo tanto en este capítulo presentaremos el análisis numérico para hallar la masa de los bosones de Higgs, ya que haremos un barrido en el espacio de parámetros, imponiendo las condiciones de estabilidad (ec. 3.50 a 3.56) en primer lugar y luego imponiendo las condiciones de unitariedad (ec. 3.58 a 3.69), de tal manera que den valores adecuados para las masas de los bosones de Higgs. Dicho análisis, se hizo tomando en cuenta cada uno de los cuadrantes en los que pueden encontrarse los valores de expectación  $v_2$  y  $v_3$ , cuando tomamos coordenadas esféricas para describirlos. También se presenta el análisis numérico de alguno de los acoplamientos trilineales presentados en el capítulo anterior y se analiza cual de estos acoplamientos trilineales puede existir a nivel árbol o solo a nivel de lazo.

### 4.1. Análisis numérico en el espacio de parámetros

Las expresiones para las condiciones de unitariedad (3.58 a 3.69) y estabilidad (3.50 a 3.56) del potencial, imponen cotas en los posibles valores que pueden tomar los parámetros del potencial, como se puede ver en las ecs. 3.51 y 3.56 los valores de los parámetros  $c$  y  $a$  tienen que ser positivos forzosamente, mientras que los demás parámetros pueden tomar valores positivos o negativos siempre y cuando satisfagan las condiciones en conjunto.

Por otro lado nosotros trabajaremos en el límite de desacoplamiento, es decir, de los tres bosones escalares neutros que hay en el modelo tomaremos uno de ellos como el Higgs más ligero del ME, cuya masa es de 125GeV, mientras que los otros dos deberán tener masas mayores a 500GeV, que será nuestro límite de desacoplamiento que impondremos. De esta manera de los tres bosones de Higgs neutros, se tomarán solo dos de ellos como candidatos a ser el bosón del ME, el primer candidato será  $h_0$  y el segundo candidato será  $H_2$ . De esta manera se hará el análisis en el espacio de parámetros para poder determinarlo, no se toma  $H_1$  ya que como la expresión para su masa dada en la ec. 3.31 tiene una suma suponemos su masa naturalmente será grande.

Ahora de las ecs. 3.36 a 3.47 tenemos las expresiones de las masas de los bosones de Higgs en término de los ocho parámetros  $a, \dots, h$  y los valores de expectación  $v_2$  y  $v_3$ , sin embargo como vimos en el capítulo anterior sabemos que  $v_2$  y  $v_3$ , en coordenadas esféricas dependen de  $v$  y  $\theta$ , pero sabemos que  $v^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = (246\text{GeV})^2$  un valor determinado físicamente, entonces  $v_2$  y  $v_3$  solo depende del ángulo  $\theta$ .

Hicimos un programa en el lenguaje de programación de Fortran donde se pidió que se generaran números aleatorios para las siguientes variables  $a, \dots, h$  y  $\theta$ . Se incluyeron las condiciones de estabilidad y unitariedad, se impuso que si se satisficieran dichas condiciones y se calcularon las masas de los bosones de Higgs tomando en cuenta si  $\theta \in (0, \pi/2)$  ó si  $\theta \in (\pi/2, \pi)$ , sin tomar nunca el valor de  $\pi$  ya que las expresiones de las masas lo prohíben ya que dependen de  $\tan \theta$ .

Luego como vimos en el capítulo anterior los valores de expectación pueden ser  $v_2 = \frac{v}{2} \sin \theta$ ,  $v_3 = v \cos \theta$  para  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$  con  $\theta \in (0, \pi)$  y  $v_2 = -\frac{v}{2} \sin \theta$ ,  $v_3 = v \cos \theta$  para  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$  con

$\theta \in (0, \pi)$ . De esta manera se hará el análisis tomando también en cuenta si  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$  ó si  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$ .

#### 4.1.1. Análisis para $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$

Comenzaremos con el análisis numérico tomando en cuenta los cuadrantes que tienen  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$ , por lo tanto trabajaremos con las expresiones para las masas de Higgs de las ecs. 3.36 a 3.41. Para hacer el análisis numérico en el espacio de parámetros se deben tomar en cuentas los factores de  $1/2$  con los que cuentan los parámetros  $a, c, d, g, h$  como se dijo en el capítulo 3.

Como se dijo líneas arriba no debemos no debemos tomar el valor de  $\pi$  en los posibles valores que podría tomar  $\theta$  ya que alguna de las masas de los bosones de Higgs tendera a infinito, para asegurar que no ocurra eso en lugar de generar números aleatorios para  $\theta$  generemos números aleatorios para  $\tan \theta$ . Por lo tanto comenzamos generando veinte mil números aleatorios para cada uno de los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan \theta\}$  variando los valores para  $\tan \theta$  de  $-2$  a  $2$  y variando los parámetros entre  $-4$  y  $4$  y se impusieron las condiciones de estabilidad del potencial como las condiciones de unitariedad. Se hallaron los siguientes puntos que satisfacen dichas condiciones y cumplen que la masa al cuadrado de los bosones de Higgs sea positiva, los cuales se presentan en la figura 4.1.

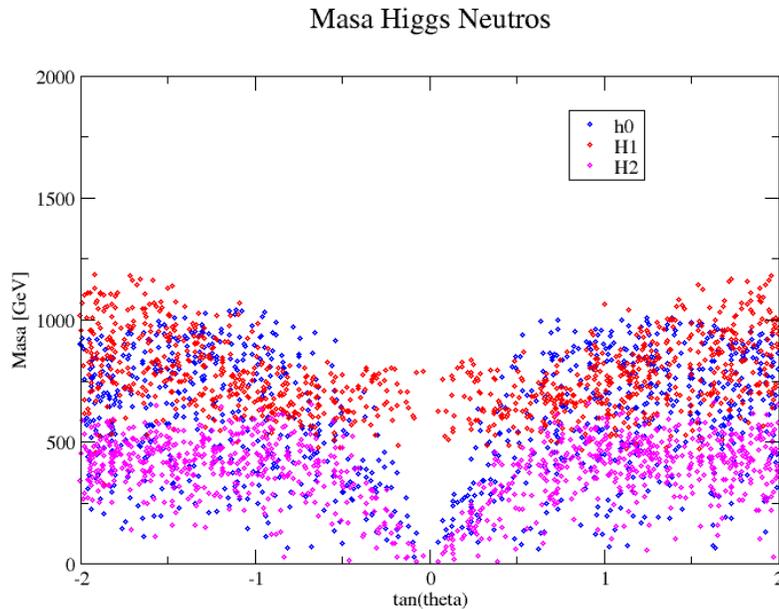


Figura 4.1: Masa de los bosones de Higgs neutros para valores de  $\tan \theta \in (-2, 2)$ , cuyas masas satisfacen las condiciones de estabilidad y unitariedad, los puntos azules representa la masa del Higgs neutro  $h_0$ , los puntos rojos representan la masa del Higgs neutro  $H_1$  y los magenta la masa del Higgs neutro  $H_2$ .

Para valores de  $\tan \theta$  variando de  $-100$  a  $100$ , se generaron veinte mil números aleatorios para cada uno de los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan \theta\}$ , y variando el valor de los parámetros en el mismo rango de  $-4$  a  $4$ . Se hallaron los siguientes puntos que satisfacen las condiciones de unitariedad, estabilidad y que el cuadrado de la masa de los bosones de Higgs sea positivo y se presentan en la figura 4.2.

De la fig. 4.1 notamos que para los valores de  $\tan \theta \in (-2, 2)$  los valores de las masas de los bosones escalares que satisfacen las condiciones de unitariedad y estabilidad están muy mezclados entre si, más los Higgs neutros  $h_0$  y  $H_2$ , donde vemos que  $h_0$  puede tener valores que corresponde a  $125\text{GeV}$  (puntos de color azul), al igual que  $H_2$  puede tener valores que correspondan a  $125\text{GeV}$  (puntos en color magenta), de esta manera cualquiera de los dos Higgs es candidato a tomarse como el Higgs más ligero del ME. Mientras

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE HIGGS

### 4.1. ANÁLISIS NUMÉRICO EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS

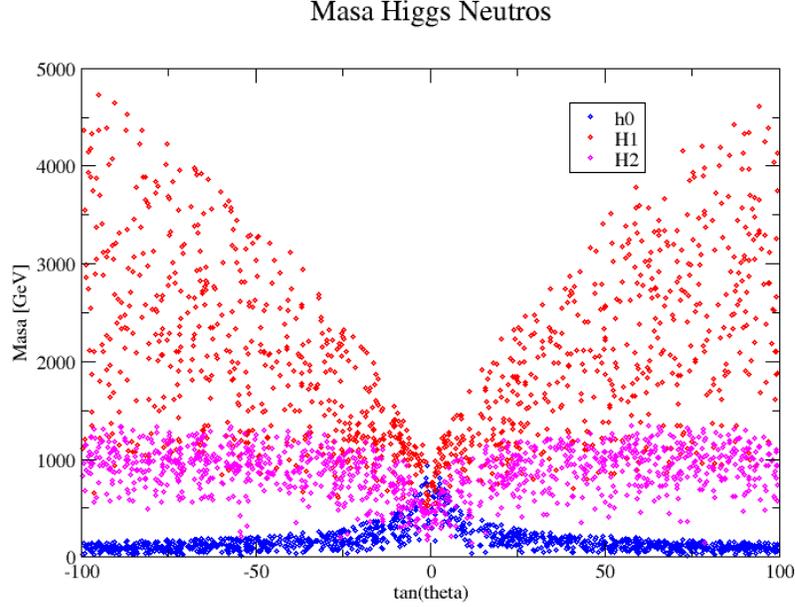


Figura 4.2: Masa de los bosones de Higgs neutros para valores de  $\tan \theta \in (-100, 100)$ , cuyas masas satisfacen las condiciones de estabilidad y unitariedad, los puntos azules representa la masa del Higgs neutro  $h_0$ , los puntos rojos representan la masa del Higgs neutro  $H_1$  y los magenta la masa del Higgs neutro  $H_2$ .

que el Higgs neutro  $H_1$  está desacoplado naturalmente del valor de la masa del Higgs del ME, por lo tanto es adecuado no tomar este Higgs neutro como candidato a ser el Higgs del ME.

Mientras que de la fig. 4.2 notamos que para valores de  $\tan \theta \in (25, 100)$  los valores de las masas de los bosones de Higgs neutros se desacoplan naturalmente, ya que se puede ver que el Higgs neutro  $h_0$  (puntos de color azul) predomina más como posible candidato a ser el Higgs del ME, porque los valores de las masas de este Higgs están por debajo de los 250 GeV. Entre tanto para los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  (puntos de color rojo y magenta, respectivamente) toman valores más allá de los 500 GeV. Por otro lado para valores de  $\tan \theta \in (0, 10)$  se sigue teniendo una mezcla muy clara entre las masas de los tres Higgs neutros. Mientras que para valores de  $\tan \theta \in (10, 25)$  se encuentran menos mezcladas las masas de los tres Higgs neutros.

Para continuar el análisis tomaremos uno de los Higgs neutros como el Higgs del ME y se impondrán límites de desacoplamiento para las masas de los Higgs neutros restantes. De esta manera se generaron cincuenta millones de números aleatorios para cada uno de los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan \theta\}$  variando  $\tan \theta$  de -2 a 2 y los parámetros de -4 a 4, se impusieron las condiciones de estabilidad y unitariedad. Comencemos este análisis imponiendo que la masa del Higgs neutro  $h_0 \in (122, 128) \text{ GeV}$  y que las masas de los Higgs neutros  $H_2, H_1 \geq 500 \text{ GeV}$ , además imponemos que las masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$  tengan valores mayores o iguales a 80 GeV, dichos valores son las cotas experimentales reportadas en la siguiente referencia [44]. A continuación presento las gráficas de la masas de los bosones de Higgs escalares que satisfacen dichas condiciones fig 4.3, 4.4, así como las gráficas de las masas de los bosones de Higgs cargados y pseudoescalares fig 4.5.

De las figuras 4.3, 4.4, 4.5 notamos que para ángulos entre  $\pi/6$  a  $\pi/3$  y ángulos entre  $5\pi/6$  a  $2\pi/3$  se encuentran valores que satisfacen la condición de que  $h_0$  corresponda al Higgs del ME y los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  tomen valores mayores a 500 GeV, por lo tanto existe un conjunto de valores para los parámetros  $a, \dots, h, \theta$  que satisfacen dichas condiciones, lo que implica que para ese intervalo de valores de  $\theta$  se puede tomar a  $h_0$  como el Higgs del ME. Además de la fig. 4.5 vemos que se satisfacen las condiciones impuestas por las cotas experimentales para la masas de los Higgs cargados y pseudoescalares.

A continuación presentamos los rangos en los que varían los parámetros  $a, \dots, h$  después de imponer

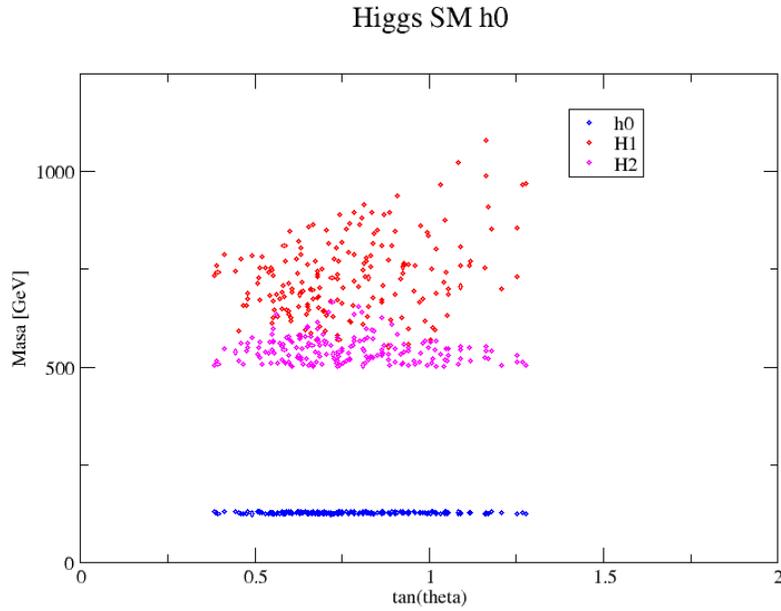


Figura 4.3: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $h_0$  como el Higgs del ME (puntos de color azul) para  $\tan\theta \in (0, 2)$ , es decir, para  $\theta \in (0, \pi/2)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  (puntos de color rojo y magenta, respectivamente) a tener masas mayores que 500GeV.

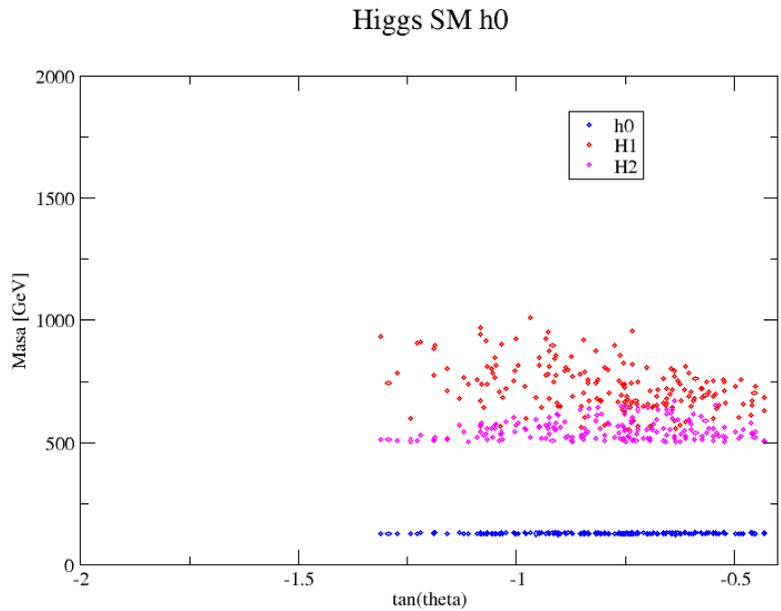


Figura 4.4: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $h_0$  como el Higgs del ME (puntos de color azul) para  $\tan\theta \in (-2, 0)$ , es decir, para  $\theta \in (\pi/2, \pi)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  (puntos de color rojo y magenta, respectivamente) a tener masas mayores que 500GeV.

---

# CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE HIGGS

## 4.1. ANÁLISIS NUMÉRICO EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS

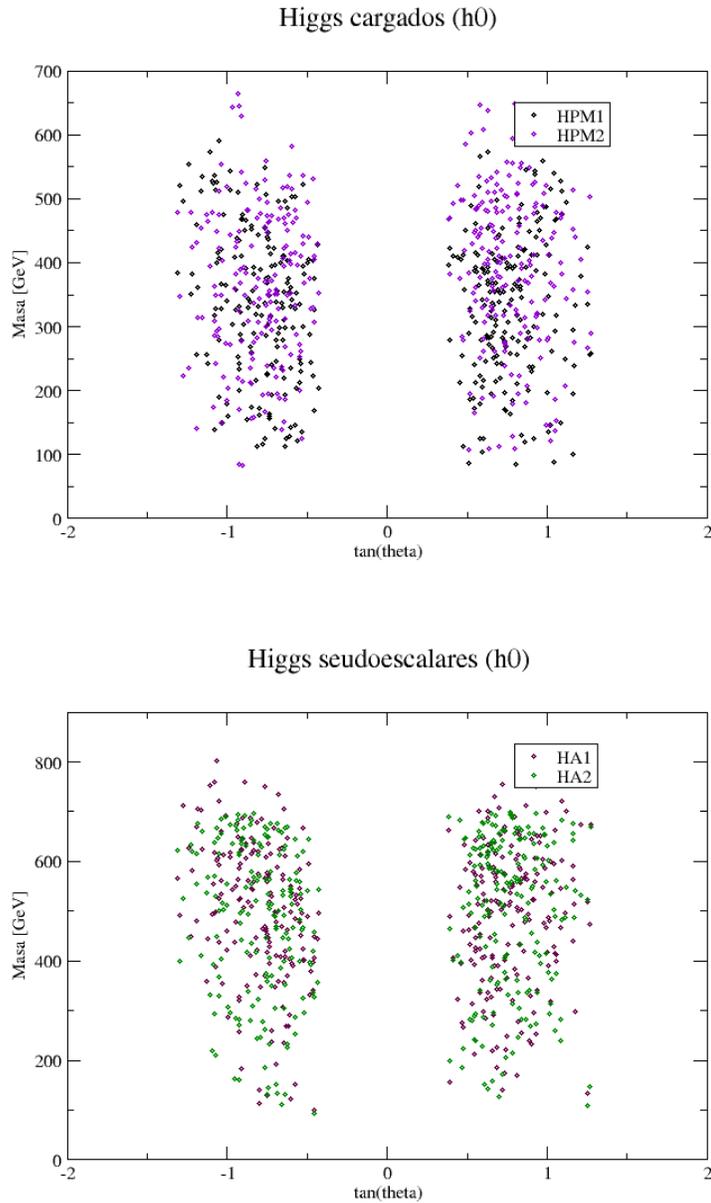


Figura 4.5: Masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$ , imponiendo que sus masas sean mayores a 80GeV y tomando al Higgs neutro  $h_0$  como el Higgs que corresponde al del ME, para valores de  $\tan \theta \in (-2, 2)$ .

todas las condiciones mencionadas arriba, en el cuadro 4.1

parámetro	a	b	c	d	e	f	g	h
intervalo	(3,6)	(-3,4)	(2,6)	(-4,4)	(-0.08,-0.05)	(-4,2.5)	(-4,4)	(-4,4)

Cuadro 4.1: Intervalo de valores para los parámetros del potencial que satisfacen la condición de que el Higgs neutro  $h_0$  corresponda al Higgs del ME, para  $\tan \theta \in (0, 2)$ , es decir, para  $\theta \in (0, \pi/2)$ .

Del cuadro 4.1 podemos ver que para que se satisfagan las condiciones impuestas, el valor del parámetro  $e$  debe ser muy pequeño, comparado con los demás parámetros que varían en todo el rango permitido. Tomando un ejemplo en concreto tenemos los siguientes valores. Para

$$a = 3.3842, b = 1.5786, c = 5.8639, d = -1.9620, e = -0.06630, f = -2.3428, g = -0.1475,$$

$$h = -0.2403, \tan \theta = 0.5314$$

se tiene los siguientes valores para las masas de los bosones de Higgs

$$m_{h_0} = 122.33 GeV, m_{H_1} = 627.66 GeV, m_{H_2} = 530.94 GeV, m_{H_1^\pm} = 366.25 GeV, m_{H_2^\pm} = 398.06 GeV,$$

$$m_{A_1} = 295.34 GeV, m_{A_2} = 176.68 GeV$$

Haciendo el mismo análisis presentado arriba, es decir, variando  $\tan \theta$  de -2 a 2 y los parámetros de -4 a 4, pero ahora imponiendo que la masa del Higgs neutro  $H_2 \in (122, 128) GeV$  y que las masas de los Higgs neutros  $h_0, H_1 \geq 500 GeV$ , lo que impone un límite de desacoplamiento de los otros bosones escalares nuevamente, además imponemos que las masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$  tengan valores mayores o iguales a 80 GeV. A continuación presentamos las gráficas de las masas de los bosones de Higgs escalares que satisfacen dichas condiciones fig.4.6,4.7, así como las gráficas de las masas de los bosones de Higgs cargados y pseudoescalares fig.4.8.

De las figuras 4.6, 4.7, 4.8 notamos que para valores de  $\tan \theta \in (.25, 2)$  y para valores de  $\tan \theta \in (-2, -.25)$  se encuentran valores que satisfacen la condición de que  $H_2$  corresponda al Higgs del ME y los Higgs neutros  $H_1$  y  $h_0$  tomen valores mayores a 500 GeV, por lo tanto existe un conjunto de valores para los parámetros  $a, \dots, h, \theta$  que satisfacen dichas condiciones, este intervalo tiene un rango mucho más amplio para el mismo numero de puntos aleatorios generados comparado con el caso cuando se impone a  $h_0$  como el Higgs del ME en el mismo intervalo. Además de la fig. 4.8 vemos que se satisfacen las condiciones impuestas por las cotas experimentales para la masas de los Higgs cargados y pseudoescalares.

A continuación presentamos los rangos en los que varían los parámetros  $a, \dots, h$  después de imponer todas las condiciones mencionadas arriba, en el cuadro 4.2

parámetro	a	b	c	d	e	f	g	h
intervalo	(2,6)	(-1,4)	(2,6)	(-4,4)	(-4,-1)	(-4,4)	(-4,4)	(-4,2)

Cuadro 4.2: Intervalo de valores para los parámetros del potencial que satisfacen la condición de que el Higgs neutro  $H_2$  corresponda al Higgs del ME. para  $\tan \theta \in (0, 2)$ , es decir, para  $\theta \in (0, \pi/2)$

Del cuadro 4.2 podemos ver que para que se satisfagan las condiciones impuestas, el valor del parámetro  $e$  ya puede tomar valores menos restrictivos comparado con el caso anterior donde se imponía  $h_0$  como el Higgs del ME. Tomando un ejemplo en concreto tenemos los siguientes valores. Para

$$a = 4.6000, b = 3.0372, c = 3.1233, d = 3.0895, e = -2.0004, f = 3.1662, g = -0.3243,$$

$$h = -2.8767, \tan \theta = 1.1494$$

se tiene los siguientes valores para las masas de los bosones de Higgs

$$m_{h_0} = 734.51 GeV, m_{H_1} = 565.00 GeV, m_{H_2} = 123.03 GeV, m_{H_1^\pm} = 560.82 GeV, m_{H_2^\pm} = 348.75 GeV,$$

$$m_{A_1} = 509.14 GeV, m_{A_2} = 698.08 GeV$$

# CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE HIGGS

## 4.1. ANÁLISIS NUMÉRICO EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS

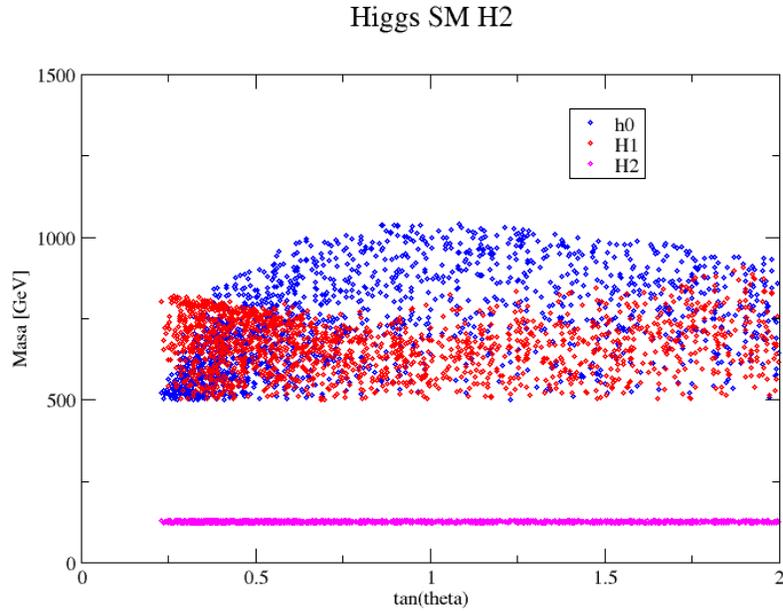


Figura 4.6: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $H_2$  como el Higgs del ME (puntos de color magenta) para  $\tan\theta \in (0, 2)$ , es decir, para  $\theta \in (0, \pi/2)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $h_0$  (puntos de color rojo y azul, respectivamente) a tener masas mayores que 500GeV.

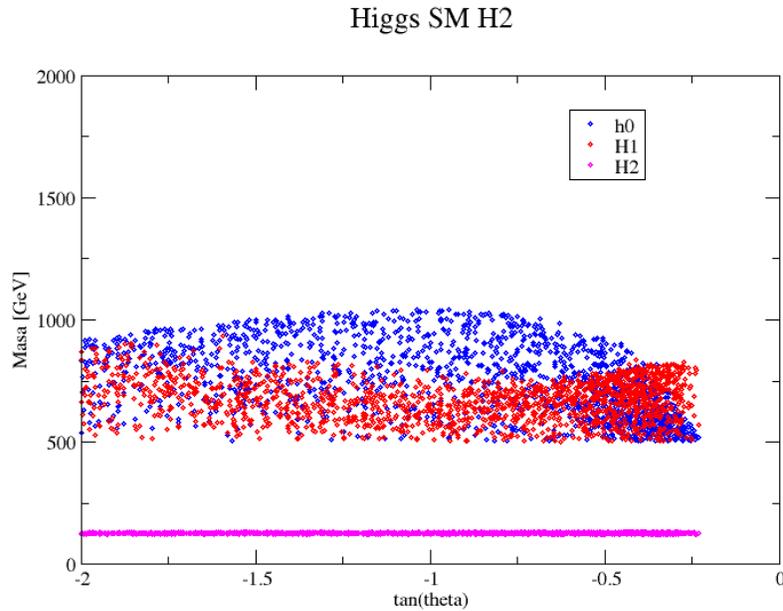


Figura 4.7: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $H_2$  como el Higgs del ME (puntos de color magenta) para  $\tan\theta \in (-2, 0)$ , es decir, para  $\theta \in (\pi/2, \pi)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $h_0$  (puntos de color rojo y azul, respectivamente) a tener masas mayores que 500GeV.

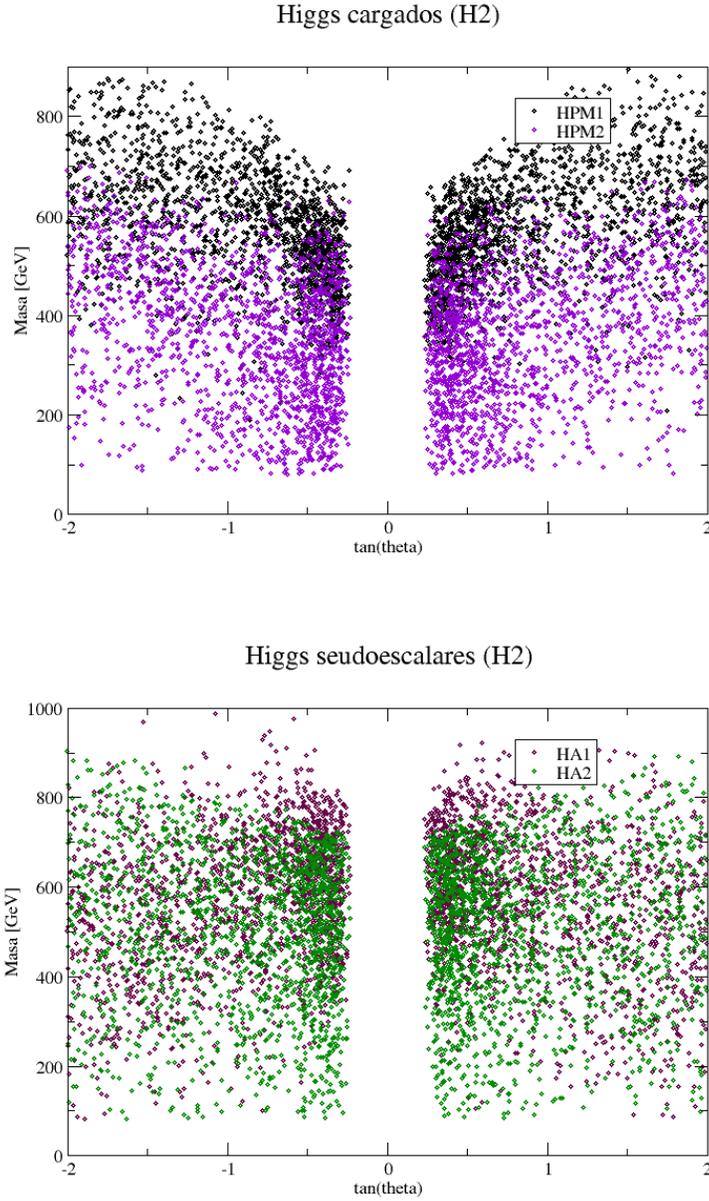


Figura 4.8: Masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$ , imponiendo que sus masas sean mayores a 80GeV y tomando al Higgs neutro  $H_2$  como el Higgs que corresponde al del ME, para valores de  $\tan \theta \in (-2, 2)$ .

**CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE HIGGS**  
**4.1. ANÁLISIS NUMÉRICO EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS**

---

Para continuar con el análisis de las masas de los bosones de Higgs, haremos el mismo procedimiento presentado arriba, pero ahora tomando valores para la  $\tan\theta$  entre -100 a 100. Así se generaron dos millones de números aleatorios para los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan\theta\}$  variando los parámetros de -4 a 4. Se impusieron las condiciones de unitariedad y estabilidad para hallar la masa de los bosones de Higgs y se impuso la condición de que la masa del Higgs neutro  $h_0 \in (122, 128)GeV$  y que las masas de los Higgs neutros  $H_2, H_1 \geq 500.00$ , nuevamente se impone que las masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$  tengan valores mayores o iguales a 80GeV. A continuación presentamos las gráficas de las masas de los bosones de Higgs escalares que satisfacen dichas condiciones fig.4.9,4.10, así como las gráficas de las masas de los bosones de Higgs cargados y pseudoescalares fig.4.11.

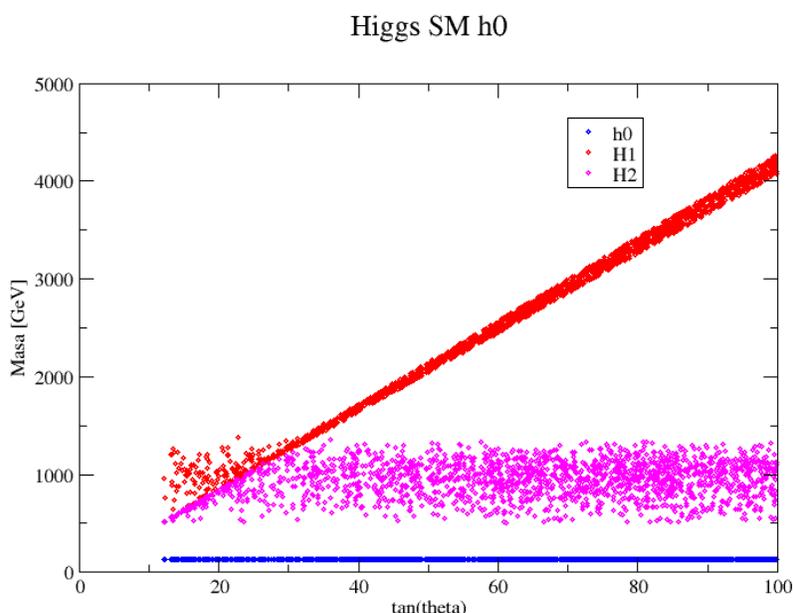


Figura 4.9: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $h_0$  como el Higgs del ME (puntos de color azul) para  $\tan\theta \in (0, 100)$ , es decir, para  $\theta \in (0, \pi/2)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  (puntos de color rojo y magenta, respectivamente) a tener masas mayores que 500GeV.

De las figuras 4.9, 4.10, 4.11 notamos que para valores de  $\tan\theta$  mayores a 10, se encuentran valores para la masa del Higgs neutro  $h_0$  que satisfacen la condición de que sea el Higgs del ME y que los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  tomen valores para sus masas mayores a 500GeV, lo que implica que existe el conjunto de parámetros que satisfacen dichas condiciones, como podemos ver se generan bastantes puntos que satisfacen dicha condición debido al desacoplamiento natural que se observó en la fig.4.2 donde aun no se habían impuesto ningún tipo de condiciones de desacoplamiento. De la fig.4.11 nuevamente notamos que existen valores para los Higgs cargados y pseudoescalares que satisfacen las condiciones impuestas. De esta manera para valores de  $\tan\theta$  grandes, claramente el candidato más apropiado a ser el Higgs del ME, es el Higgs neutro  $h_0$ .

Ahora imponiendo al Higgs neutro  $H_2$  a ser el Higgs del ME, para  $\tan\theta \in (-100, 100)$ . Para este caso se generaron cincuenta millones de números aleatorios para los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan\theta\}$  variando  $\tan\theta$  de -100 a 100 y los parámetros de 4 a -4. Imponiendo condiciones de unitariedad y estabilidad para hallar la masa de los bosones de Higgs. Se impuso ahora la condición de que la masa del Higgs neutro  $H_2 \in (122, 128)GeV$  y la masa de los Higgs neutros  $h_0, H_1 \geq 500GeV$ . Las gráficas que satisfacen dichas condiciones se muestran en la fig.s 4.12 y 4.13.

De las figuras 4.12, 4.13 notamos que solo para  $\tan\theta$  de -10 a 10 se encuentran valores que satisfacen la condición de que  $H_2$  corresponda al Higgs del ME y que los Higgs neutros  $H_1$  y  $h_0$  tomen valores para

### Higgs SM h0

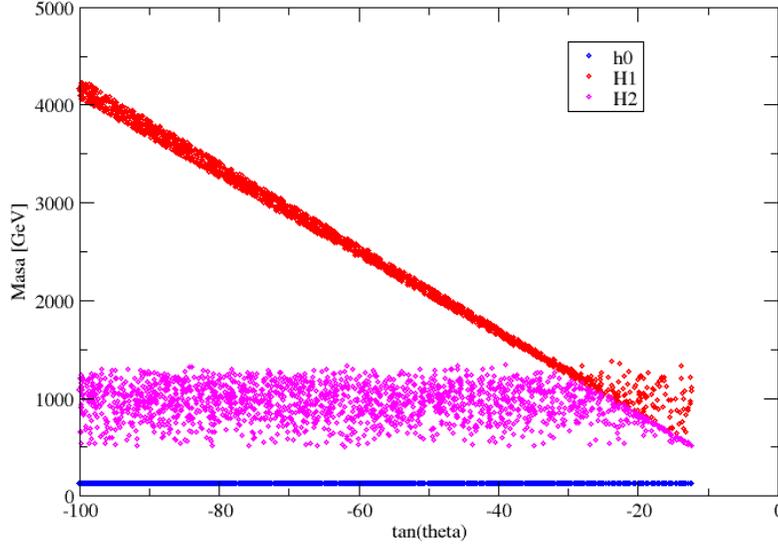


Figura 4.10: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $h_0$  como el Higgs del ME (puntos de color azul) para  $\tan\theta \in (-100, 0)$ , es decir, para  $\theta \in (\pi/2, \pi)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  (puntos de color rojo y magenta, respectivamente) a tener masas mayores que 500GeV.

sus masas mayores a 500GeV, lo que implica que existe un conjunto de parámetros que satisfacen dichas condiciones, pero no para todos los valores de  $\tan\theta$  que impusimos, esto se podía predecir ya que como vimos para valores de  $\tan\theta$  grandes existe un desacoplamiento natural que favorece al Higgs neutro  $h_0$  ser el Higgs del ME, mientras que  $H_2$  toma valores por arriba de 250GeV.

Por lo tanto podemos concluir que para los cuadrantes que tiene  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$ , se hallaron un conjunto de valores para los parámetros del potencial que satisface la condición de que alguno de los Higgs neutros, ya sea  $h_0$  ó  $H_2$ , corresponda al Higgs del ME, imponiendo un límite de desacoplamiento para los Higgs neutros restantes, además de que se satisfacen las condiciones impuestas para los bosones de Higgs cargados y seudoescales impuestas por las cotas experimentales. Dependerá del valor de la  $\tan\theta$  la que dicte cual de los dos Higgs neutros propuestos como candidatos a ser el Higgs del ME, sea más adecuado.

#### 4.1.2. Análisis para $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$

Consideremos el caso cuando  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$ , para este caso las ecuaciones de las masas cambian como lo indican las ecs. 3.42 a 3.47. Al igual que en la sección anterior, haremos el analisis cuando el Higgs neutro  $h_0$  o  $H_2$  corresponden al Higgs del ME, tomando  $\tan\theta \in (-2, 2)$  y  $\tan\theta \in (-100, 100)$  y determinar si se da algún cambio en la distribución de las masas comparado con la sección anterior. Nuevamente generamos veinte mil números aleatorios para los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan\theta\}$  comencemos tomando el caso cuando  $\tan\theta$  varia de -2 a 2 y los parámetros de -4 a 4. De esta manera se hallaron los siguientes puntos que satisfacen las condiciones de estabilidad así como las condiciones de unitariedad y además cumplen que las masas al cuadrado de los bosones de Higgs sean positivas presentados en las fig.s 4.14.

Para  $\tan\theta$  variando de -100 a 100, se generaron veinte mil números aleatorios para los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan\theta\}$ . Se hallaron los siguientes puntos que satisfacen las condiciones de unitariedad y estabilidad, para la masa de los Higgs neutros presentados en la fig. 4.15.

De la fig. 4.14 notamos que para los valores de  $\tan\theta \in (-2, 2)$  los valores de las masas de los bosones escalares que satisfacen las condiciones de unitariedad y estabilidad están muy mezclados entre si, más los

# CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE HIGGS

## 4.1. ANÁLISIS NUMÉRICO EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS

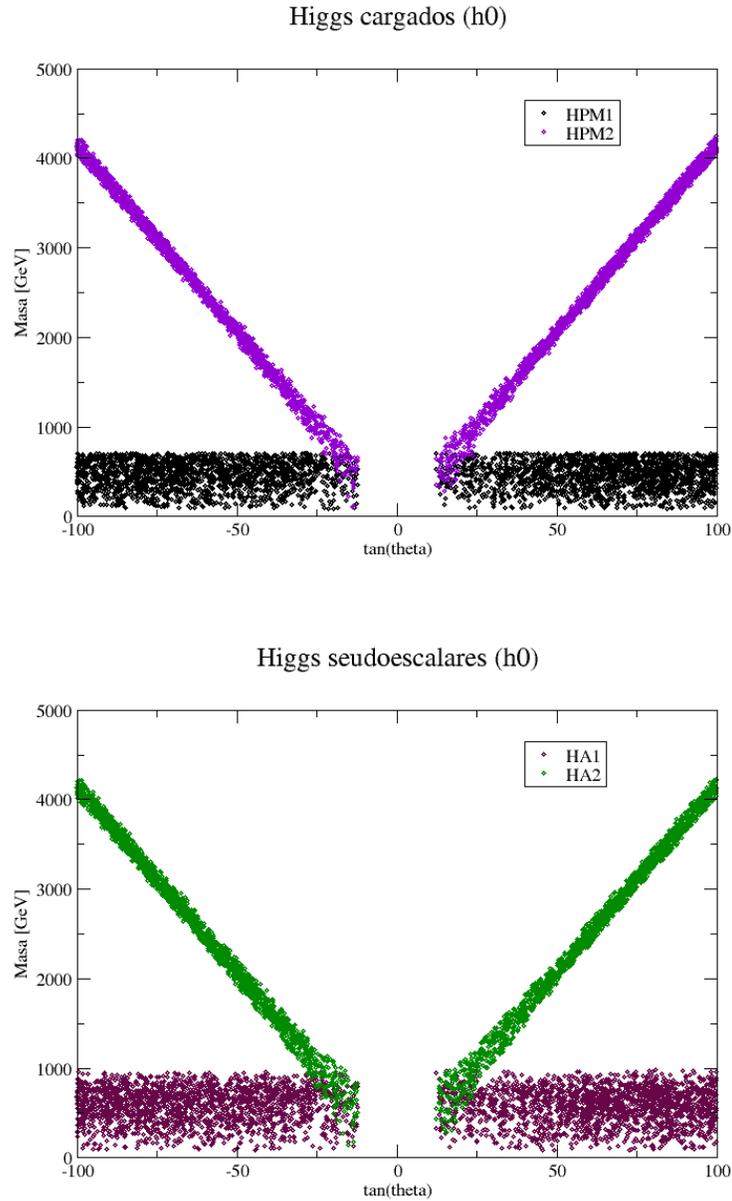


Figura 4.11: Masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$ , imponiendo que sus masas sean mayores a 80GeV y tomando al Higgs neutro  $h_0$  como el Higgs que corresponde al del ME, para valores de  $\tan \theta \in (-100, 100)$ .

## Higgs SM H2

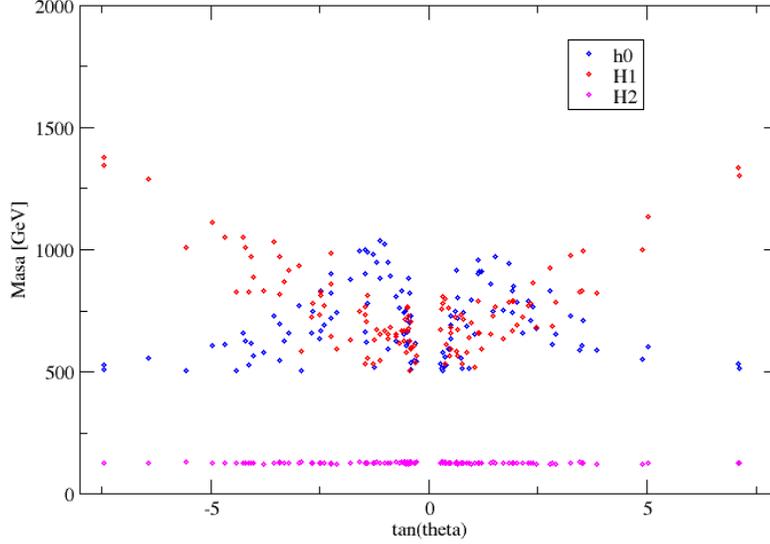


Figura 4.12: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $H_2$  como el Higgs del ME (puntos de color magenta) para  $\tan \theta \in (-100, 100)$ , es decir, para  $\theta \in (0, \pi/2)$  y  $\theta \in (\pi/2, \pi)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $h_0$  (puntos de color rojo y azul, respectivamente) a tener masas mayores que 500GeV.

Higgs neutros  $h_0$  y  $H_2$ , donde vemos que  $h_0$  puede tener valores que corresponde a 125GeV (puntos de color azul), al igual que  $H_2$  puede tener valores que correspondan a 125GeV (puntos en color magenta), de esta manera cualquiera de los dos Higgs es candidato a tomarse como el Higgs más ligero del ME. Mientras que el Higgs neutro  $H_1$  está desacoplado naturalmente del valor de la masa del Higgs del ME, por lo tanto es adecuado no tomar este Higgs neutro como candidato a ser el Higgs del ME. Vemos que la gráfica es similar al caso de  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$ .

Mientras que de la fig. 4.15 notamos que para valores de  $\tan \theta \in (25, 100)$  los valores de las masas de los bosones de Higgs neutros se desacoplan naturalmente, ya que se puede ver que el Higgs neutro  $h_0$  (puntos de color azul) predomina más como posible candidato a ser el Higgs del ME, porque los valores de las masas de este Higgs están por debajo de los 250GeV. Entre tanto para los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  (puntos de color rojo y magenta, respectivamente) toman valores más allá de los 500GeV. Por otro lado para valores de  $\tan \theta \in (0, 25)$  se sigue teniendo una mezcla muy clara entre las masas de los tres Higgs neutros.

Nuevamente imponiendo el límite de desacoplamiento, se generaron cincuenta millones de números aleatorios para los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan \theta\}$  variando  $\tan \theta$  de -2 a 2 y los parámetros de -4 a 4. Se impusieron las condiciones de estabilidad, unitariedad y se impuso que la masa de  $h_0 \in (122, 128)GeV$  y las masas de  $H_2, H_1 \geq 500GeV$ , así como la condición de que la masa de los Higgs cargados y seudoescalesares se mayor a 80GeV. A continuación se presentan las gráficas de la masas de los bosones de Higgs neutros que satisfacen dichas condiciones fig. 4.16, así como las gráficas de las masas de los bosones de Higgs cargados y seudoescalesares fig.4.17.

De las figuras 4.16 y 4.17 notamos que para ángulos entre  $\pi/6$  a  $\pi/3$  y ángulos entre  $5\pi/6$  a  $2\pi/3$  se encuentran valores que satisfacen la condición de que  $h_0$  corresponda al Higgs del ME y los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  tomen valores mayores a 500GeV, por lo tanto existe un conjunto de valores para los parámetros  $a, \dots, h, \theta$  que satisfacen dichas condiciones.

A continuación presentamos los rangos en los que varían los parámetros  $a, \dots, h$  después de imponer todas las condiciones mencionadas arriba, en el cuadro 4.3

Comparando estos valores con los del cuadro 4.1, notamos que el parámetro  $e$  nuevamente debe tener

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE HIGGS

4.1. ANÁLISIS NUMÉRICO EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS

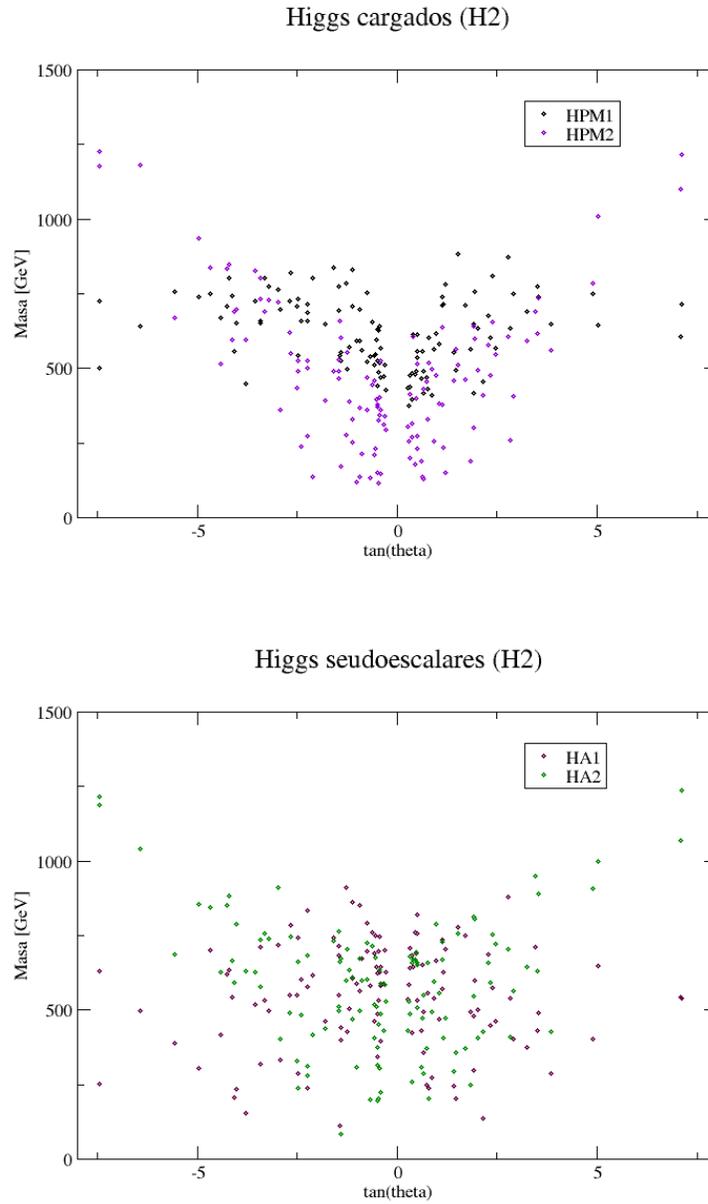


Figura 4.13: Masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y seudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$ , imponiendo que sus masas sean mayores a 80GeV y tomando al Higgs neutro  $H_2$  como el Higgs que corresponde al del ME, para valores de  $\tan \theta \in (-100, 100)$ .

parámetro	a	b	c	d	e	f	g	h
intervalo	(3,6)	(-1,4)	(2,6)	(-4,4)	(0.05,0.08)	(-4,3)	(-4,4)	(-4,0)

Cuadro 4.3: Intervalo de valores para los parámetros del potencial que satisfacen la condición de que el Higgs neutro  $h_0$  corresponda al Higgs del ME, para  $\tan \theta \in (0, 2)$ , es decir, para  $\theta \in (0, \pi/2)$ .

---

Masa Higgs Neutros

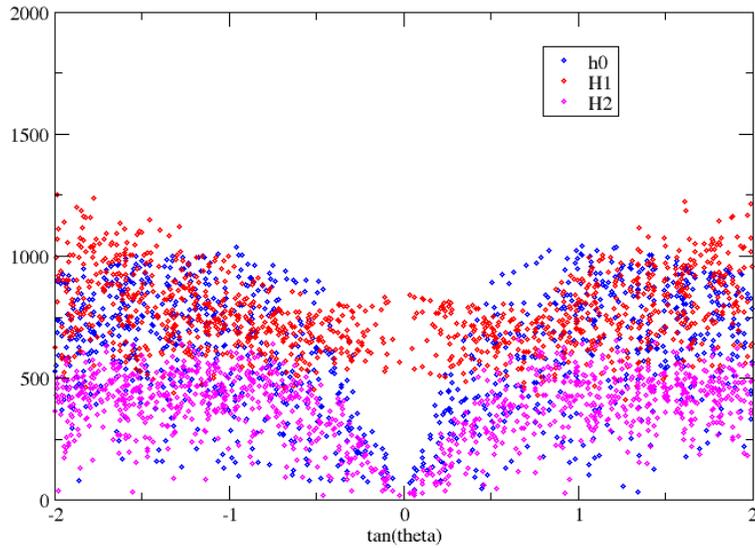


Figura 4.14: Masa de los bosones de Higgs neutros para valores de  $\tan \theta \in (-2, 2)$ , cuyas masas satisfacen las condiciones de estabilidad y unitariedad, los puntos azules representa la masa del Higgs neutro  $h_0$ , los puntos rojos representan la masa del Higgs neutro  $H_1$  y los magenta la masa del Higgs neutro  $H_2$ .

Masa Higgs Neutros

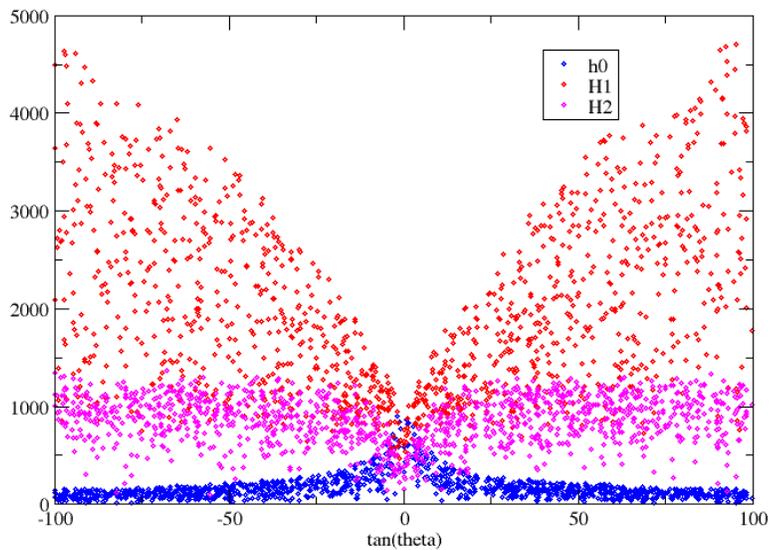


Figura 4.15: Masa de los bosones de Higgs neutros para valores de  $\tan \theta \in (-100, 100)$ , cuyas masas satisfacen las condiciones de estabilidad y unitariedad, los puntos azules representa la masa del Higgs neutro  $h_0$ , los puntos rojos representan la masa del Higgs neutro  $H_1$  y los magenta la masa del Higgs neutro  $H_2$ .

---

**CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE HIGGS**  
**4.1. ANÁLISIS NUMÉRICO EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS**

---

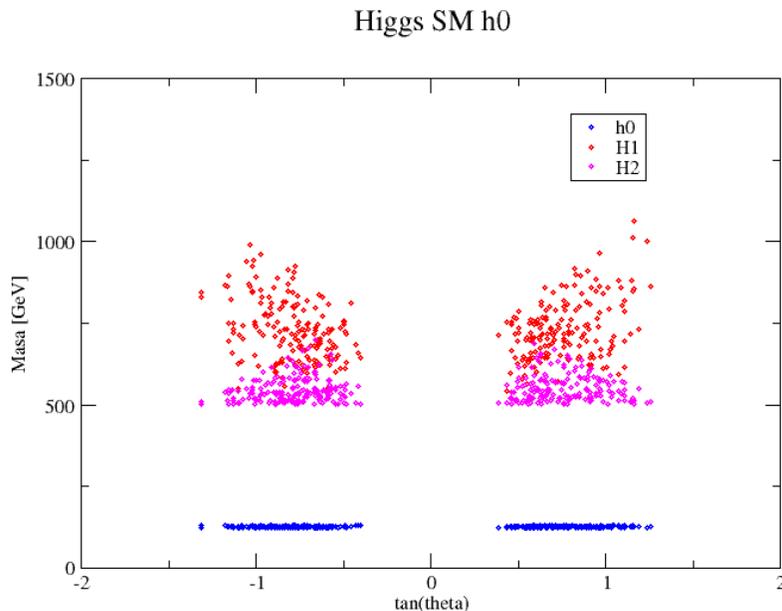


Figura 4.16: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $h_0$  como el Higgs del ME (puntos de color azul) para  $\tan \theta \in (-2, 2)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $H_2$  (puntos de color rojo y magenta, respectivamente) a tener masas mayores que 500GeV.

valores pequeños, sin embargo en este caso los valores permitido para el parámetro son positivos. Tomando un ejemplo en concreto tenemos los siguientes valores .Para

$$a = 5.3021, b = 2.0763, c = 4.3969, d = -0.3231, e = 0.0607, f = -3.1889, g = 2.9829,$$

$$h = -2.1580, \tan \theta = 0.6082$$

se tiene los siguientes valores para las masas de los bosones de Higgs

$$m_{h_0} = 122.05 GeV, m_{H_1} = 786.32 GeV, m_{H_2} = 501.83 GeV, m_{H_{\pm}^1} = 371.76 GeV, m_{H_{\pm}^2} = 570.86 GeV,$$

$$m_{A_1} = 323.31 GeV, m_{A_2} = 513.32 GeV$$

Haciendo el mismo análisis, pero ahora imponiendo que la masa de  $H_2 \in (122, 128) GeV$  y las masas de  $h_0, H_1 \geq 500 GeV$ , variando  $\tan \theta$  de -2 a 2, e imponiendo las condiciones de unitariedad y estabilidad. Se obtienen las gráficas de la masas de los bosones de Higgs neutras que satisfacen las condiciones impuestas fig.4.18, así como las gráficas de las masas de los bosones de Higgs cargados y pseudoescalares fig.4.19.

Los resultados obtenidos en la fig.s 4.18 y 4.19, es similar al caso de  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$  donde para este intervalo de de valores de  $\tan \theta$  se tiene que  $H_2$  satisface mejor el ser candidato a ser el Higgs del ME.

Los rangos en los que varían los parámetros  $a, \dots, h$  para que se cumplan las condiciones expuestas se presentan en el cuadro 4.4

parámetro	a	b	c	d	e	f	g	h
intervalo	(2,6)	(-2.5,4)	(2,6)	(-4,4)	(1, 4)	(-4,4)	(-4,4)	(-4,2)

Cuadro 4.4: Intervalo de valores para los parámetros del potencial que satisfacen la condición de que el Higgs neutro  $H_2$  corresponda al Higgs del ME, para  $\tan \theta \in (0, 2)$ , es decir, para  $\theta \in (0, \pi/2)$ .

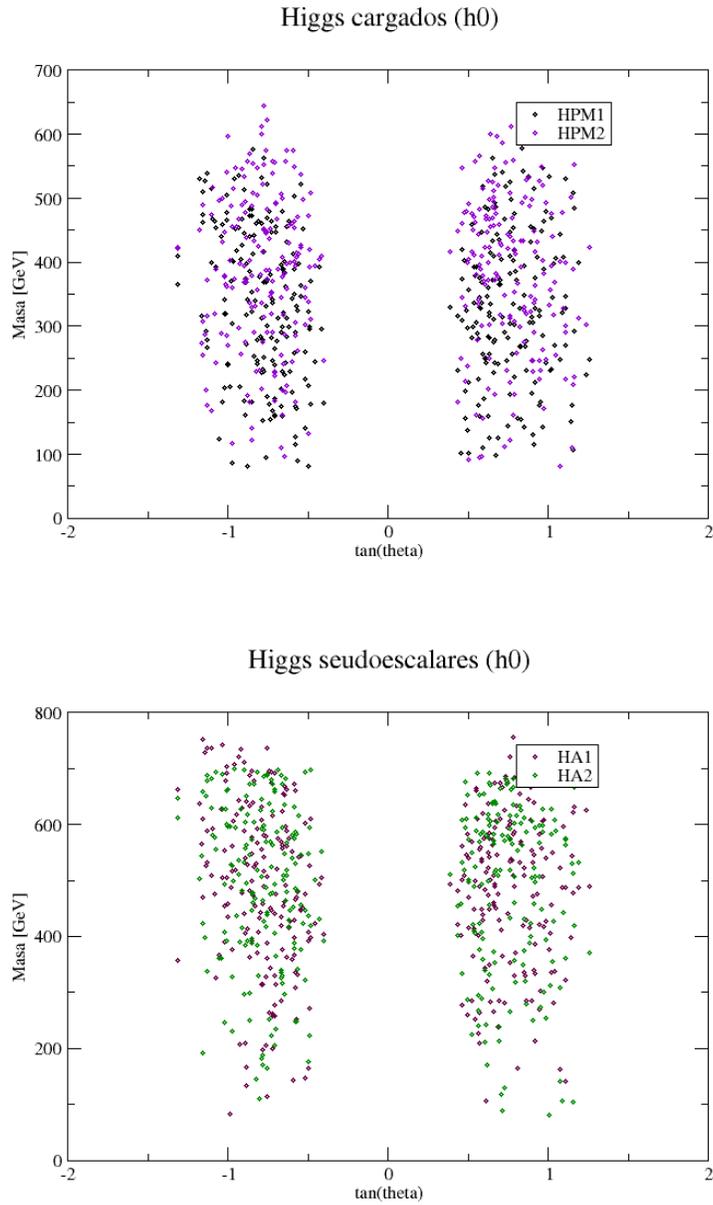


Figura 4.17: Masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$ , imponiendo que sus masas sean mayores a 80GeV y tomando al Higgs neutro  $h_0$  como el Higgs que corresponde al del ME, para valores de  $\tan \theta \in (-2, 2)$ .

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE HIGGS

### 4.1. ANÁLISIS NUMÉRICO EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS

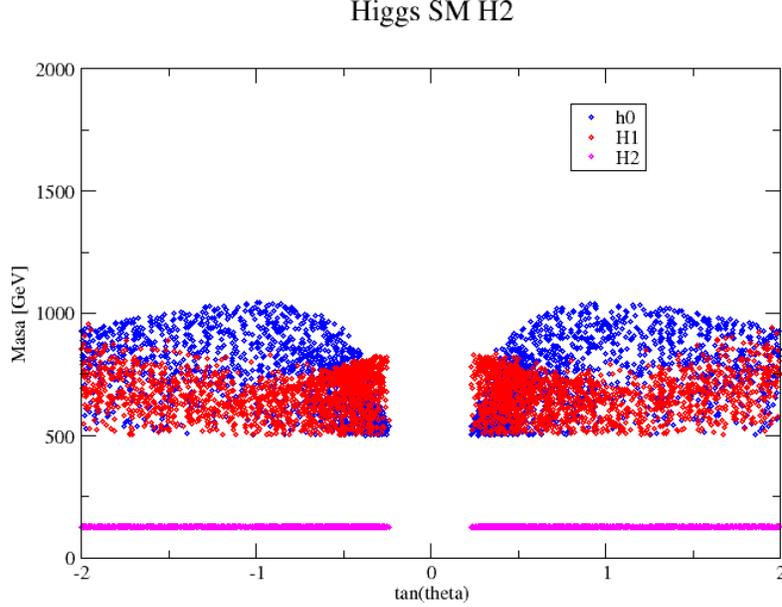


Figura 4.18: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $H_2$  como el Higgs del ME (puntos de color magenta) para  $\tan \theta \in (-2, 2)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $h_0$  (puntos de color rojo y azul, respectivamente) a tener masas mayores que  $500\text{GeV}$ .

Nuevamente podemos ver que para este intervalo de valores para el parámetro  $e$  sus valores que debe de tomar deben ser positivos, caso contrario para  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$  donde deben ser negativos, y esto tiene que ver con la expresión de la masa del Higgs neutro  $h_0$  para este cuadrante la cual restringe al parámetro  $e$  a ser positivo. Tomando un ejemplo en concreto tenemos los siguientes valores. Para

$$a = 2.3950, b = 2.7798, c = 4.3099, d = 3.9636, e = 1.8931, f = 2.8947, g = 3.5387,$$

$$h = -3.4561, \tan \theta = 0.4163$$

se tiene que las masas de los bosones de Higgs son

$$m_{h_0} = 604.88\text{GeV}, m_{H_1} = 512.27\text{GeV}, m_{H_2} = 127.48\text{GeV}, m_{H_1^\pm} = 411.02\text{GeV}, m_{H_2^\pm} = 285.78\text{GeV},$$

$$m_{A_1} = 652.39\text{GeV}, m_{A_2} = 682.64\text{GeV}$$

Finalmente presentamos el análisis para el caso de  $\tan \theta \in (-100, 100)$ . Se generaron dos millones de números aleatorios para los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan \theta\}$  variando  $\tan \theta$  entre -100 a 100 y los parámetros de 4 a -4. Se hallaron los siguientes puntos que satisfacen las condiciones de unitariedad y estabilidad para la masa de los bosones de Higgs donde se impuso la condición de que la masa del Higgs neutro  $h_0 \in (122, 128)\text{GeV}$  y las masas de los Higgs neutros  $H_2, H_1 \geq 500\text{GeV}$  fig. 4.20 y que las masas de los Higgs cargados y pseudoescalares fuera mayor a  $80\text{GeV}$  fig. 4.21.

De las figuras 4.20, 4.21 notamos que para  $\tan \theta$  mayores a 10 se encuentran valores que satisfacen la condición de que  $h_0$  sea el Higgs del ME y las masas de los Higgs neutros restantes sea mayor a  $500\text{GeV}$ , lo que implica que existe el conjunto de parámetros que satisfacen dichas condiciones, como vemos dicha condición se cumple bastante bien en todo intervalo, debido al desacoplamiento naturaleza que tienen las masas de los Higgs neutros como de vio en la fig. 4.15.

Para el análisis último análisis se generaron cincuenta millones de números aleatorios para los elementos del conjunto  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \tan \theta\}$  variando  $\tan \theta$  de -100 a 100 y los parámetros de -4 a 4. Se hallaron los siguientes puntos que satisfacen las condiciones de unitariedad y estabilidad para las masas de los Higgs neutros, en este caso se impuso la condición de que la masa de  $H_2 \in (122, 128)\text{GeV}$  y las masas de los

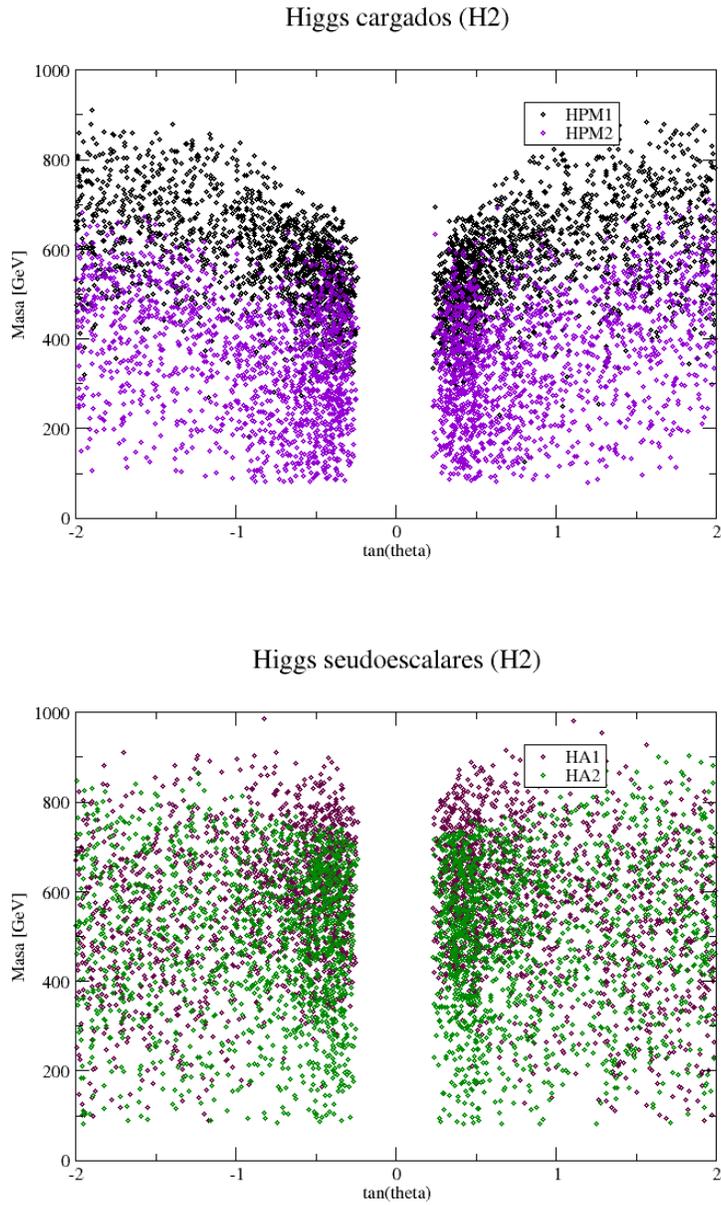


Figura 4.19: Masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$ , imponiendo que sus masas sean mayores a 80GeV y tomando al Higgs neutro  $H_2$  como el Higgs que corresponde al del ME, para valores de  $\tan \theta \in (-2, 2)$ .

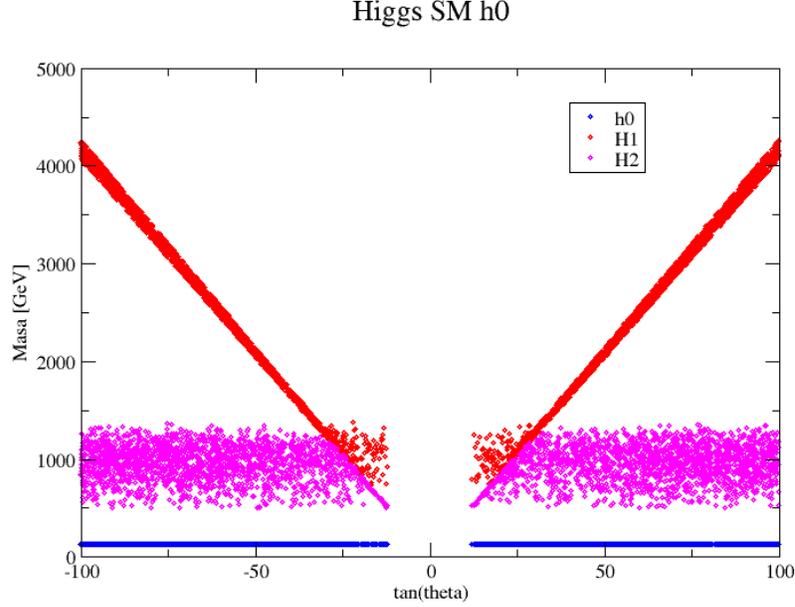


Figura 4.20: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $h_0$  como el Higgs del ME (puntos de color azul) para  $\tan \theta \in (-100, 100)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $h_0$  (puntos de color rojo y magenta, respectivamente) a tener masas mayores que  $500\text{GeV}$ .

Higgs neutros  $h_0, H_1 \geq 500\text{GeV}$  fig. 4.22 y las masas de los Higgs cargados y pseudoescalares fuera mayor a  $80\text{GeV}$ , fig. 4.23.

Como se puede ver de las figuras 4.22, 4.23 notamos que solo para  $\tan \theta$  de -8 a 8 se encuentran valores que satisfacen la condición de que  $H_2$  sea el Higgs del ME, lo que implica que existe el conjunto de parámetros que satisfacen dichas condiciones, pero no para todos los valores de  $\tan \theta$  que impusimos, y nuevamente esto es de esperarse debido al desacoplamiento natural que se tiene para los valores de las masas de los Higgs neutros en el intervalo donde  $\tan \theta \in (-100, 100)$ .

Por lo tanto podemos concluir que para los cuadrantes que tiene  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$ , se hallaron un conjunto de valores para los parámetros del potencial que satisfacen la condición de que alguno de los Higgs neutros, ya sea  $h_0$  ó  $H_2$ , corresponda al Higgs del ME, imponiendo un límite de desacoplamiento para los Higgs neutros restantes, además de que se satisfacen las condiciones impuestas para los bosones de Higgs cargados y pseudoescalares impuestas por las cotas experimentales. Dependerá del valor de la  $\tan \theta$  la que dicte cual de los dos Higgs neutros propuestos como candidatos a ser el Higgs del ME, sea más adecuado, comparando con los resultados hallados para los cuadrantes con  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$  arrojan comportamientos similares para las masas de los bosones de Higgs tomando los mismo intervalos para  $\tan \theta$ , únicamente lo que si cambia es el signo del parámetro  $e$  dependiendo en que cuadrante estemos.

## 4.2. Análisis de los Acoplamientos trilineales

Finalmente para esta parte del análisis, presentamos los valores de los acoplamientos que se obtuvieron para cada caso que presentamos en el capítulo 3.

Presentaremos solamente los acoplamiento trilineales correspondientes a  $h_0 H_1^+ H_2^-$  que lo identificaremos en las gráficas como  $l723$ , dicha notación corresponde a lo presentado en el capítulo 3 respecto las matrices de rotación, luego el acoplamiento  $h_0 h_0 h_0$  identificado en las gráficas como  $l777$  y el acoplamiento  $H_2 H_2 H_2$  en las gráficas como  $l888$ , incluyo estos acoplamientos ya que el primero se podría dar una aportación en el cálculo del ancho de decaimiento del proceso  $h \rightarrow \gamma\gamma$  y los siguientes dos acoplamientos

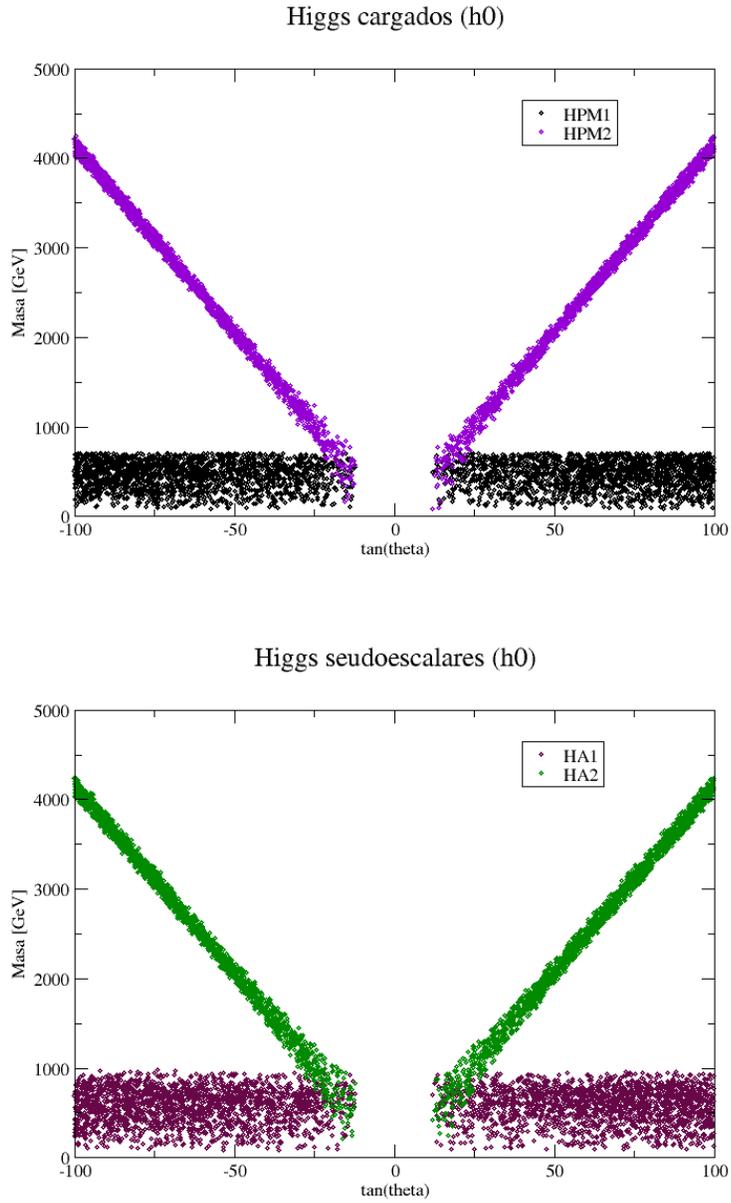


Figura 4.21: Masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$ , imponiendo que sus masas sean mayores a 80GeV y tomando al Higgs neutro  $h_0$  como el Higgs que corresponde al del ME, para valores de  $\tan \theta \in (-100, 100)$ .

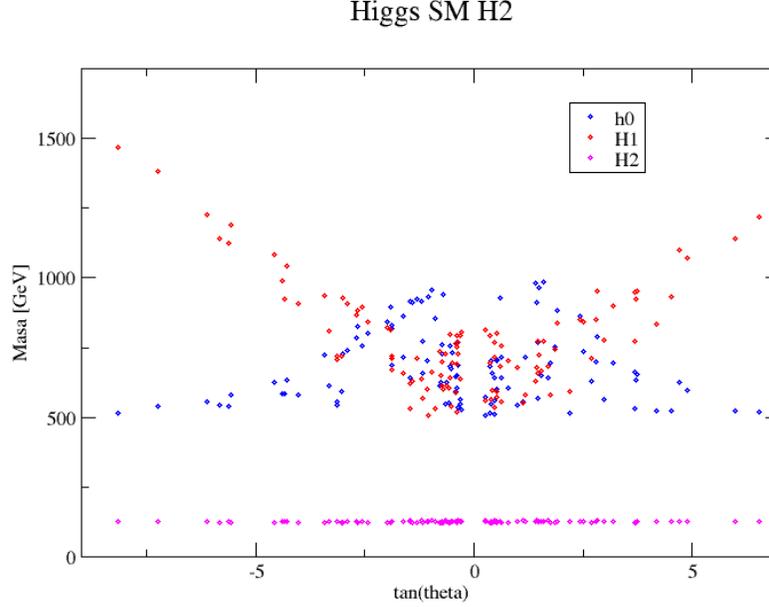


Figura 4.22: Masas de los Higgs neutros, imponiendo  $H_2$  como el Higgs del ME (puntos de color magenta) para  $\tan \theta \in (-100, 100)$ , y desacoplando los Higgs neutros  $H_1$  y  $h_0$  (puntos de color rojo y azul, respectivamente) a tener masas mayores que 500GeV.

porque como vimos en la sección anterior estamos intentando determinar cual de los dos Higgs neutros  $h_0$  ó  $H_2$  corresponde a la del ME. De esta manera incluimos las gráficas de cada uno de los casos impuestos para  $h_0$  y  $H_2$  en las dos secciones anteriores.

Tomaremos  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$  y  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$  a la par. De esta manera en la fig. 4.24 se muestra el valor de los acoplamientos trilineales para el caso donde  $h_0$  corresponde al Higgs del ME, cuando  $\tan \theta \in (-2, 2)$ . En la fig. 4.25 se muestra los acoplamientos trilineales para el caso donde  $H_2$  corresponde al Higgs del ME, cuando  $\tan \theta \in (-2, 2)$ .

Tomando nuevamente  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$  y  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$  a la par pero ahora para el caso de  $\tan \theta \in (-100, 100)$ . De esta manera en la fig. 4.26 se muestra el valor de los acoplamientos trilineales para el caso donde  $h_0$  corresponde al Higgs del ME, cuando  $\tan \theta \in (-100, 100)$ . En la fig. 4.27 se muestra los acoplamientos trilineales para el caso donde  $H_2$  corresponde al Higgs del ME, cuando  $\tan \theta \in (-100, 100)$ .

Como se puede ver en la fig.s 4.24, 4.25, 4.26 y 4.27 donde muestran los puntos de los acoplamientos trilineales, sin embargo no se puede concluir por el momento nada sustancial hasta que no se decida cual elija uno de los Higgs neutros ser el ME, a partir de ahí se podría hacer una análisis más completo de cuales son los valores que debían tomar los acoplamientos trilineales.

Por el momento solo podemos decir cual de estos acoplamientos presentados podrían existir a nivel árbol y cuales solo a nivel de lazo, con ayuda de los diagramas de Feynman presentados en las fig.s 4.28 y 4.29, y de acuerdo a los resultados hallados para las masas de los bosones de Higgs encontrados en las dos secciones anteriores podemos decir lo siguiente, para el caso cuando  $h_0$  corresponda con el Higgs del ME, ninguno de los diagramas presentados en la fig. 4.28 pueden existir a nivel árbol, ya que la cinemática lo prohíbe porque la masa de los Higgs cargados tiene que ser mayor a 80GeV, por lo tanto si  $h_0$  corresponde al Higgs del ME, no tiene la energía suficiente para poder crear dos Higgs cargados ya que no cumple la condición de que  $m_{h_0}^2 > (m_{H_i^\pm} + m_{H_j^\pm})^2$ , mientras que para los diagramas de la fig. 4.29 podrían existir a nivel árbol para el caso cuando  $h_0$  corresponde al Higgs del ME. ya que se impone la masa de  $H_2$  se mayor a 500GeV, por lo tanto podrían existir valores para las masas de los Higgs cargados que satisfagan la cinemática del proceso.

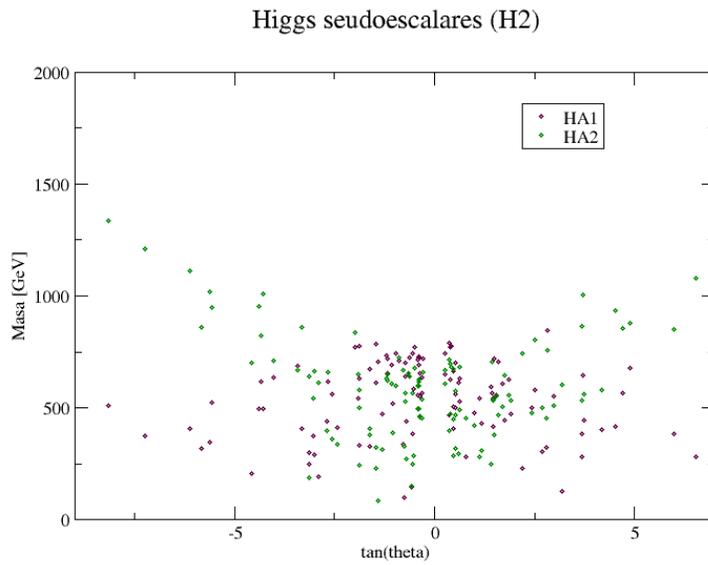
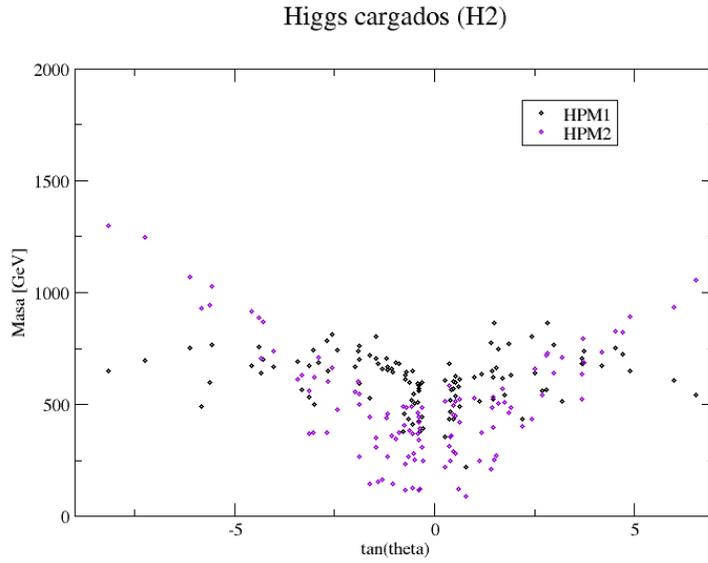


Figura 4.23: Masas de los Higgs cargados  $H_1^\pm, H_2^\pm$  y pseudoescalares  $H_{A1}, H_{A2}$ , imponiendo que sus masas sean mayores a 80GeV y tomando al Higgs neutro  $H_2$  como el Higgs que corresponde al del ME, para valores de  $\tan \theta \in (-100, 100)$ .

**CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE HIGGS**  
**4.2. ANÁLISIS DE LOS ACOPLAMIENTOS TRILINEALES**

---

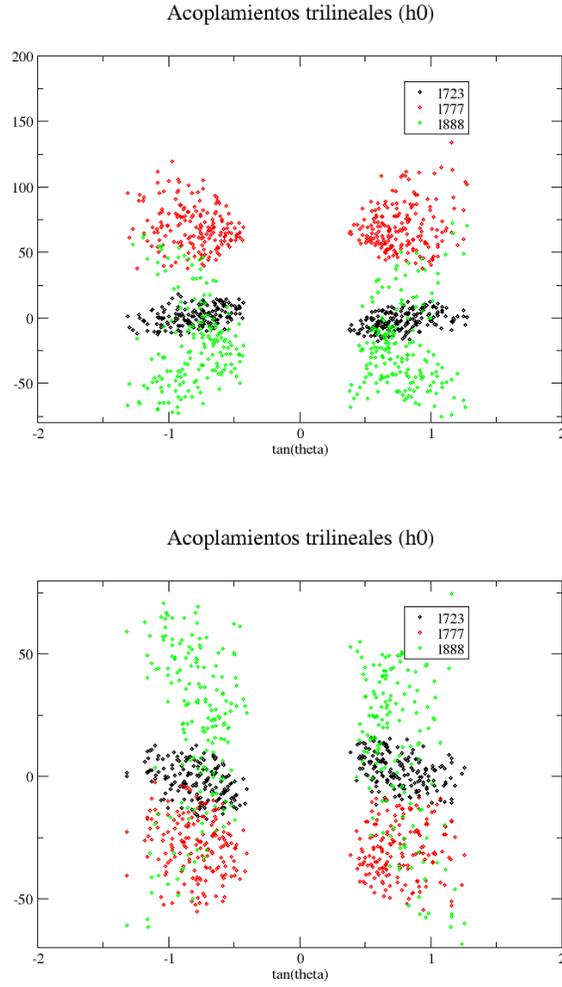


Figura 4.24: Acoplamiento trilineales tomando  $h_0$  como el Higgs del ME, para  $\tan \theta \in (-2, 2)$ , donde 1723 corresponde con el acoplamiento trilineal  $h_0 H_1^+ H_2^-$ , 1777 corresponde al acoplamiento trilineal  $h_0 h_0 h_0$  y 1888 corresponde al acoplamiento trilineal  $H_2 H_2 H_2$ . La gráfica del lado izquierdo corresponde al caso cuando  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$ , mientras que la gráfica del lado derecho corresponde al caso cuando  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$ .

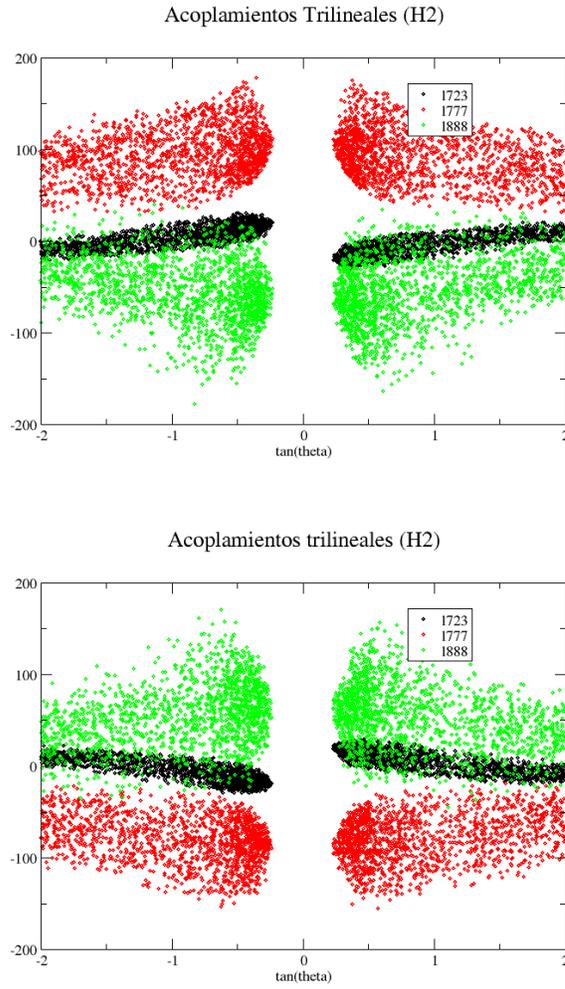


Figura 4.25: Acoplamiento trilineales tomando  $H_2$  como el Higgs del ME, para  $\tan \theta \in (-2, 2)$ , donde 1723 corresponde con el acoplamiento trilineal  $h_0 H_1^+ H_2^-$ , 1777 corresponde al acoplamiento trilineal  $h_0 h_0 h_0$  y 1888 corresponde al acoplamiento trilineal  $H_2 H_2 H_2$ . La gráfica del lado izquierdo corresponde al caso cuando  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$ , mientras que la gráfica del lado derecho corresponde al caso cuando  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$ .

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL POTENCIAL DE 3 DOBLETES DE  
**HIGGS**  
 4.2. ANÁLISIS DE LOS ACOPLAMIENTOS TRILINEALES

---

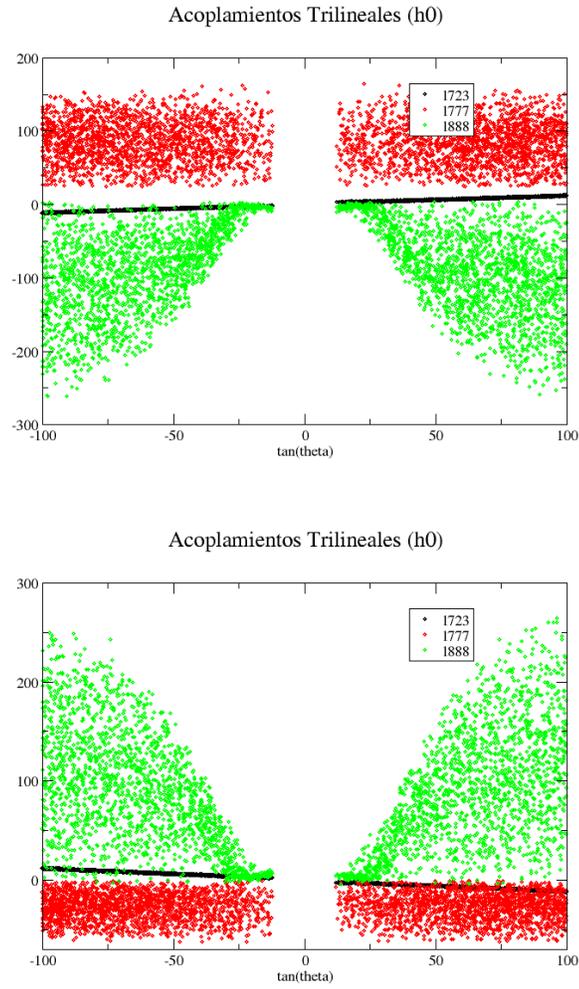


Figura 4.26: Acoplamiento trilineales tomando  $h_0$  como el Higgs del ME, para  $\tan\theta \in (-100, 100)$ , donde  $l723$  corresponde con el acoplamiento trilineal  $h_0 H_1^+ H_2^-$ ,  $l777$  corresponde al acoplamiento trilineal  $h_0 h_0 h_0$  y  $l888$  corresponde al acoplamiento trilineal  $H_2 H_2 H_2$ . La gráfica del lado izquierdo corresponde al caso cuando  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$ , mientras que la gráfica del lado derecho corresponde al caso cuando  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$ .

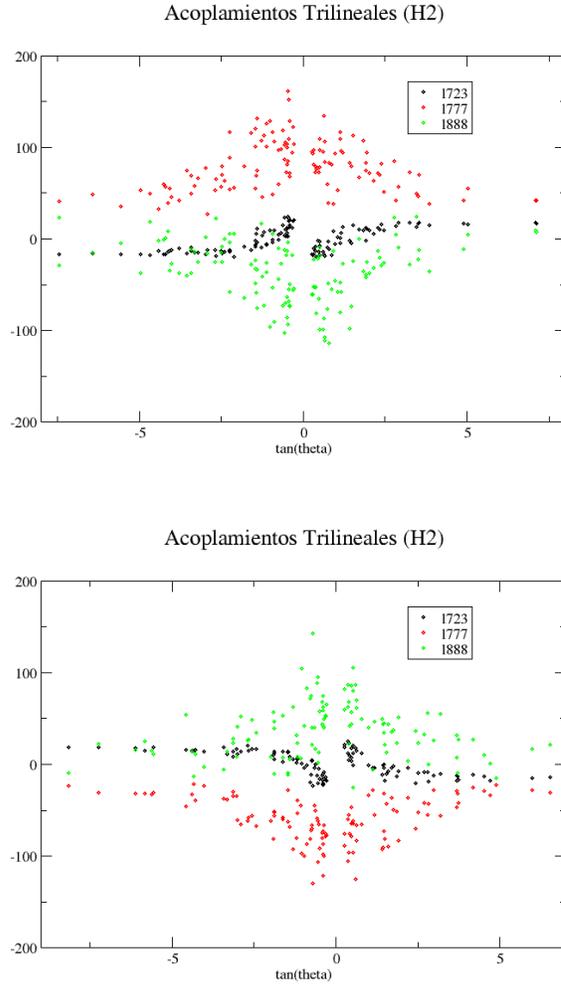


Figura 4.27: Acoplamiento trilineales tomando  $H_2$  como el Higgs del ME, para  $\tan\theta \in (-100, 100)$ , donde 1723 corresponde con el acoplamiento trilineal  $h_0 H_1^+ H_2^-$ , 1777 corresponde al acoplamiento trilineal  $h_0 h_0 h_0$  y 1888 corresponde al acoplamiento trilineal  $H_2 H_2 H_2$ . La gráfica del lado izquierdo corresponde al caso cuando  $\sin(\pi/6, 5\pi/6) = 1/2$ , mientras que la gráfica del lado derecho corresponde al caso cuando  $\sin(7\pi/6, 11\pi/6) = -1/2$ .

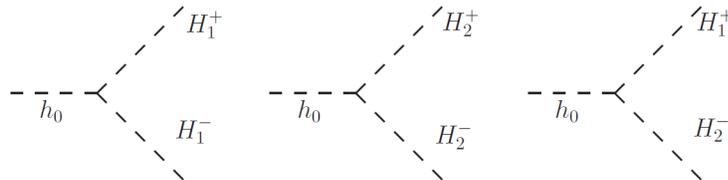


Figura 4.28: Diagramas de Feynman para los acoplamiento trilineales que puede tener el Higgs neutro  $h_0$  con los Higgs cargados  $H_1^\pm$  y  $H_2^\pm$ .

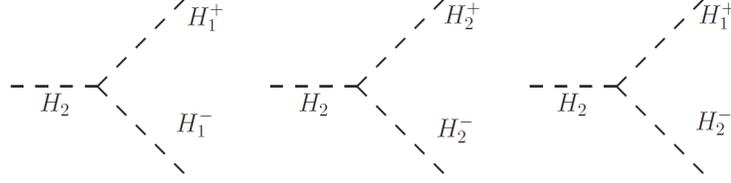


Figura 4.29: Diagramas de Feynman para los acoplamiento trilineales que puede tener el Higgs neutro  $H_2$  con los Higgs cargados  $H_1^\pm$  y  $H_2^\pm$ .

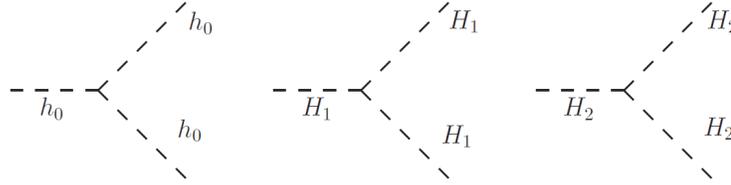


Figura 4.30: Diagramas de Feynman para los auto-acoplamiento trilineales que puede tener los tres Higgs neutros  $h_0$ ,  $H_1$  y  $H_2$  entre ellos mismos.

Para el caso cuando  $H_2$  corresponda con el Higgs del ME, ninguno de los diagramas presentados en la fig. 4.29 pueden existir a nivel árbol, ya que la cinemática lo prohíbe porque la masa de los Higgs cargados tiene que ser mayor a 80Gev, por lo tanto si  $H_2$  corresponde al Higgs del ME, no tiene la energía suficiente para poder crear dos Higgs cargados ya que no cumple la condición de que  $m_{h_0}^2 > (m_{H_i^\pm} + m_{H_j^\pm})^2$ , mientras que para los diagramas de la fig. 4.28 podrían existir a nivel árbol para el caso cuando  $H_2$  corresponde al Higgs del ME, ya que se impone la masa de  $h_0$  se mayor a 500GeV, por lo tanto podrían existir valores para las masas de los Higgs cargados que satisfagan la cinemática del proceso.

Finalmente los diagramas de Feynman para los auto-acoplamiento trilineales de los Higgs neutros pueden existir a nivel árbol, como el auto-acoplamiento trilineal del ME. Por lo tanto podemos concluir que una vez que se determine para que valores de  $\theta$  se quiere hacer el análisis de las masas de los bosones de Higgs, y se escoja a  $h_0$  ó  $H_2$  ser el Higgs del ME, se puede analizar los valores de los acoplamiento obtenidos y poder acotar de mejor manera los valores que pueden tomar los parámetros del potencial. Todo el análisis realizado a lo largo de esta tesis ha sido a nivel árbol, falta aún calcular correcciones radiativas tanto para las masas de los Higgs como de los acoplamiento trilineales.



# Capítulo 5

## Conclusiones

En este trabajo de tesis se presento en el primer capítulo una breve descripción del Modelo Estándar, presentando brevemente cada uno de los sector que lo conforman, centrándonos en el sector de Higgs ya que es en dicho sector donde se realiza la contribución de esta tesis. También se revisó en detalle el rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil. En el capítulo dos se hab'lo un poco del modelo de N-dobletes de Higgs, se presentó el modelo de 2-dobletes de Higgs, el cual es el modelo más simple del modelo de N-dobletes, finalmente en este capítulo se presentó el modelo de 3-dobletes de Higgs y las simetrías discretas que se pueden imponer, centrándonos el la simetría del sabor  $S_3$ .

La contribución de este trabajo de tesis se centro en el capítulo tres y cuatro. En el capítulo tres se presentó el potencial de 3-dobletes de Higgs bajo la simetría del sabor  $S_3$ . Los valores de expectación del vacío  $v_1, v_2, v_3$  se tomaron diferentes de cero, reales y se reescribieron en coordenadas esféricas de la siguiente manera  $v_1 = v \sin \theta \cos \varphi, v_2 = v \sin \theta \sin \varphi, v_3 = v \cos \theta$ . De la condición del mínimo se halló que  $\tan \varphi = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ , lo que implicaba que para  $\varphi = \pi/6, 5\pi/6$   $\tan \varphi = 1/\sqrt{3}$  y para  $\varphi = 7\pi/6, 11\pi/6$   $\tan \varphi = -1/\sqrt{3}$ . De esta manera se tomaron en cuenta cada una de estas soluciones, se hallaron las expresiones para las masas de los bosones de Higgs, y se expresaron en término del valor que tuviera  $\varphi$ . Se obtuvieron las expresiones de los auto-acoplamiento trilineales de los Higgs neutros de la misma familia y también se calcularon las expresiones para los auto-acoplamiento trilineales de los Higgs cargados de diferente familia con cada uno de los Higgs neutros.

Finalmente en el capítulo cuatro se presentó el análisis numérico que se realizó en el espacio de parámetros del potencial de Higgs del modelo de 3-dobletes, así como en el ángulo  $\theta$ , ya que al final de todo el análisis, estos son los parámetros libres que determinan las masas de los bosones de Higgs escalares neutros, pseudoescalares y cargados, así como los auto-acoplamiento trilineales. En el análisis numérico se tomo el límite de desacoplamiento, ya que se impuso que  $h_0$  correspondiera con el Higgs más ligero del ME y los otros dos Higgs neutros fueran su masas mayor a 500GeV, se impuso la misma condición para  $H_2$ . En ambos límites se impusieron las condiciones de estabilidad del potencial y de unitariedad. El resultado de todo este análisis fue positivo, ya que se encontraron un conjunto de valores para los parámetros del potencial como para el ángulo  $\theta$  que satisficieran estas condiciones, lo que nos habla de la viabilidad del modelo. Además se pudo determinar que acoplamiento trilineales están permitidos a nivel árbol y cuales solo existen a nivel de lazo.

De todo lo dicho anteriormente, se puede ver que el modelo de 3-dobletes de Higgs bajo la simetría del sabor  $S_3$ , debe seguir estudiándose, ya que todos los resultados presentados hasta ahora, muestran que el modelo tiene una fenomenología muy rica, además de que dichos resultados solo han sido calculados a nivel árbol. Entonces las perspectivas a futuro de este trabajo son calcular las correcciones radiativas que darán correcciones para los valores de las masas y los acoplamiento trilineales, lo que podría restringir aún más el espacio de parámetros, mientras que con las expresiones que hallamos para los acoplamiento trilineales se calcularán anchos de decaimientos de diferentes procesos, que podrían ayudarnos a restringir aún más el espacio de parámetros del modelo. Finalmente otra de la perspectivas adicionales del trabajo es incluir el sector de Yukawa tomando en cuenta los trabajos realizados en este sector y estudiar ambos sectores en conjunto, introduciendo la información hallada en este trabajo de tesis, para poder determinar las contribución del sector de Higgs en el sector de Yukawa.



# Bibliografía

- [1] Ling-Fong Li Ta-Pei Cheng. *Gauge theory of elementary particle physics*. Clarendon Press • Oxford, oup edition, 1988.
- [2] M.D. Schwartz. *Quantum Field Theory and the Standard Model*. Quantum Field Theory and the Standard Model. Cambridge University Press, illustrated edition, 2013.
- [3] Langacker P. *The Standard Model and Beyond*. Series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation. Taylor and Francis, 2009.
- [4] Paul Langacker. Grand Unified Theories and Proton Decay. *Phys. Rept.*, 72:185, 1981.
- [5] Celso C. Nishi. The Structure of potentials with N Higgs doublets. *Phys. Rev.*, D76:055013, 2007.
- [6] P. M. Ferreira and Joao P. Silva. Discrete and continuous symmetries in multi-Higgs-doublet models. *Phys. Rev.*, D78:116007, 2008.
- [7] Emanuel Derman and Hung-Sheng Tsao. SU(2) X U(1) X S( $n$ ) Flavor Dynamics and a Bound on the Number of Flavours. *Phys. Rev.*, D20:1207, 1979.
- [8] Sandip Pakvasa and Hirotaka Sugawara. Discrete Symmetry and Cabibbo Angle. *Phys. Lett.*, B73:61–64, 1978.
- [9] Sandip Pakvasa and Hirotaka Sugawara. Mass of the t Quark in SU(2) x U(1). *Phys. Lett.*, B82:105–107, 1979.
- [10] A. Mondragon, M. Mondragon, and E. Peinado. S(3)-flavour symmetry as realized in lepton flavour violating processes. *J. Phys.*, A41:304035, 2008.
- [11] A. Mondragon, M. Mondragon, and E. Peinado. Lepton masses, mixings and FCNC in a minimal S(3)-invariant extension of the Standard Model. *Phys. Rev.*, D76:076003, 2007.
- [12] A. Mondragon, M. Mondragon, and E. Peinado. Nearly tri-bimaximal mixing in the S(3) flavour symmetry. *AIP Conf. Proc.*, 1026:164–169, 2008.
- [13] F. González Canales, A. Mondragón, M. Mondragón, U. J. Saldaña Salazar, and L. Velasco-Sevilla. Quark sector of S3 models: classification and comparison with experimental data. *Phys. Rev.*, D88:096004, 2013.
- [14] R. Yahalom. Horizontal Permutation Symmetry, Fermion Masses and Pseudogoldstone Bosons in SU(2)<sub>L</sub> × U(1). *Phys. Rev.*, D29:536, 1984.
- [15] Tadayuki Teshima. Higgs potential in S3 invariant model for quarklepton mass and mixing. *Phys. Rev.*, D85:105013, 2012.
- [16] Jisuke Kubo, Hiroshi Okada, and Fumiaki Sakamaki. Higgs potential in minimal S(3) invariant extension of the standard model. *Phys. Rev.*, D70:036007, 2004.
- [17] James D. Wells. Lectures on Higgs Boson Physics in the Standard Model and Beyond. In *39th British Universities Summer School in Theoretical Elementary Particle Physics (BUSSTEPP 2009) Liverpool, United Kingdom, August 24-September 4, 2009*, 2009.
- [18] J. Kubo, A. Mondragon, M. Mondragon, and E. Rodriguez-Jauregui. The Flavor symmetry. *Prog. Theor. Phys.*, 109:795–807, 2003. [Erratum: Prog. Theor. Phys.114,287(2005)].
- [19] Dipankar Das and Ujjal Kumar Dey. Analysis of an extended scalar sector with S<sub>3</sub> symmetry. *Phys. Rev.*, D89(9):095025, 2014. [Erratum: Phys. Rev.D91,no.3,039905(2015)].

- 
- [20] E. Barradas-Guevara, O. Félix-Beltrán, and E. Rodríguez-Jáuregui. Trilinear self-couplings in an  $S(3)$  flavored Higgs model. *Phys. Rev.*, D90(9):095001, 2014.
- [21] O. Felix-Beltran, F. González Canales, A. Mondragón, and M. Mondragón.  $S_3$  flavour symmetry and the reactor mixing angle. *J. Phys. Conf. Ser.*, 485:012046, 2014.
- [22] Gautam Bhattacharyya, Philipp Leser, and Heinrich Pas. Exotic Higgs boson decay modes as a harbinger of  $S_3$  flavor symmetry. *Phys. Rev.*, D83:011701, 2011.
- [23] Serguei Chatrchyan et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys. Lett.*, B716:30–61, 2012.
- [24] Georges Aad et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys. Lett.*, B716:1–29, 2012.
- [25] S. N. Mukherjee T. Morii, C. S. Lim. *The physics of the standard model and beyond*. World Scientific Publishing Company, ws edition, 2002.
- [26] L. B. Okun. *Leptons and quarks*. Elsevier Science Pub Co, elsevier edition, 1985.
- [27] S. Heinemeyer. Higgs Physics. 2014.
- [28] Marcela Carena and Howard E. Haber. Higgs boson theory and phenomenology. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 50:63–152, 2003.
- [29] Ricardo A. Flores and Marc Sher. Higgs Masses in the Standard, Multi-Higgs and Supersymmetric Models. *Annals Phys.*, 148:95, 1983.
- [30] Joao Paulo Silva Gustavo Castelo Branco, Luís Lavoura. *Cp Violation*. International Series of Monographs on Physics. Oxford University Press, USA, 1st edition, 1999.
- [31] Gordon kane John F. Gunion, Howard E. Haber and Sally Dawson. *The Higgs Hunter's Guide*. Frontiers in Physics, 80. Westview Press, 2000.
- [32] K. Olausen, P. Osland, and M. Aa. Solberg. Symmetry and Mass Degeneration in Multi-Higgs-Doublet Models. *JHEP*, 07:020, 2011.
- [33] I. P. Ivanov and C. C. Nishi. Symmetry breaking patterns in 3HDM. *JHEP*, 01:021, 2015.
- [34] G. C. Branco, P. M. Ferreira, L. Lavoura, M. N. Rebelo, Marc Sher, and Joao P. Silva. Theory and phenomenology of two-Higgs-doublet models. *Phys. Rept.*, 516:1–102, 2012.
- [35] P. M. Ferreira, R. Santos, and A. Barroso. Stability of the tree-level vacuum in two Higgs doublet models against charge or CP spontaneous violation. *Phys. Lett.*, B603:219–229, 2004. [Erratum: *Phys. Lett.* B629,114(2005)].
- [36] I. P. Ivanov. Towards systematic exploration of multi-Higgs-doublet models. In *2nd Toyama International Workshop on Higgs as a Probe of New Physics (HPNP2015) Toyama, Japan, February 11-15, 2015*, 2015.
- [37] I. P. Ivanov and E. Vdovin. Symmetries in multi-Higgs-doublet models. In *Proceedings, International Conference on Heavy Ion Collisions in the LHC Era: Quy Nhon, Vietnam, July 16–20 2012*, 2012.
- [38] O. Felix Beltran, M. Mondragon, and E. Rodriguez-Jauregui. Conditions for vacuum stability in an  $S(3)$  extension of the standard model. *J. Phys. Conf. Ser.*, 171:012028, 2009.
- [39] A. Barroso, P. M. Ferreira, and R. Santos. Charge and CP symmetry breaking in two Higgs doublet models. *Phys. Lett.*, B632:684–687, 2006.
- [40] D. Emmanuel-Costa, O. Felix-Beltran, M. Mondragon, and E. Rodriguez-Jauregui. Stability of the tree-level vacuum in a minimal  $S(3)$  extension of the standard model. *AIP Conf. Proc.*, 917:390–393, 2007. [390(2007)].
- [41] Per Osland, P. N. Pandita, and Levent Selbuz. Trilinear Higgs couplings in the two Higgs doublet model with CP violation. *Phys. Rev.*, D78:015003, 2008.
- [42] John F. Gunion and Howard E. Haber. The CP conserving two Higgs doublet model: The Approach to the decoupling limit. *Phys. Rev.*, D67:075019, 2003.
- [43] Marcela Carena, John R. Ellis, S. Mrenna, A. Pilaftsis, and C. E. M. Wagner. Collider probes of the MSSM Higgs sector with explicit CP violation. *Nucl. Phys.*, B659:145–178, 2003.
- [44] K. A. Olive et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C38:090001, 2014.
-