



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
INSTITUTO DE FÍSICA

“MOMENTO ANAPOLAR DEL NEUTRALINO MÁS LIGERO EN EL CMSSM”

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
ESTEBAN ALEJANDRO REYES PÉREZ MONTAÑEZ

TUTOR PRINCIPAL
MYRIAM MONDRAGÓN CEBALLOS
INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, ENERO DE 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

Estudiamos el momento anapolar del neutralino más ligero en el marco del Modelo Estándar Mínimo Supersimétrico constreñido (cMSSM). El momento anapolar es el único factor de forma electromagnético para fermiones de Majorana, como el neutralino. Dado que el neutralino es la partícula supersimétrica más ligera en varias versiones del MSMM y, por tanto, un candidato a materia oscura, su caracterización a través de sus propiedades electromagnéticas es importante tanto para la física de partículas como para la cosmología. Calculamos las contribuciones al momento anapolar de todos los diagramas de Feynman al nivel de un lazo para el vértice $\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \gamma$. Posteriormente, llevamos a cabo un barrido en el espacio de parámetros del cMSSM y encontramos que el momento anapolar es diferente de cero, aunque muy pequeño. Combinado con otras constricciones experimentales, como la masa del Higgs y la densidad reliquia de la materia oscura, la región permitida del espacio de parámetros se encuentra en los límites del alcance de futuros experimentos de detección directa de materia oscura. Así, el momento anapolar puede ser usado como una restricción complementaria cuando se estudia el espacio de parámetros del cMSSM y otros modelos similares.

Abstract

We studied the anapole moment of the lightest neutralino in the constrained Minimal Supersymmetric Model (cMSSM). The anapole moment is the only allowed electromagnetic form factor for Majorana fermions, such as the neutralino. Since the neutralino is the lightest supersymmetric particle in many versions of the MSSM and therefore a candidate to be dark matter, its characterization through its electromagnetic properties is important for both particle physics and cosmology. We calculated the contributions to the anapole moment of every single Feynman diagram at the one-loop level for the vertex $\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \gamma$. Afterwards, we performed a scan in the parameter space of the cMSSM and found that the anapole moment is different from zero albeit very small. Combined with experimental constraints, like the Higgs mass and the dark matter relic density, the allowed region of the parameter space lies within the reach of future direct dark matter searches. Thus, the anapole moment could be used as a complementary constraint when studying the parameter space of the cMSSM and other similar models.

*A la clase obrera internacional,
cuyo potencial revolucionario
es nuestra única esperanza.*

Agradecimientos

A mis tutores (oficial y no oficial) Myriam Mondragón y Luis Cabral por su apoyo, conocimiento e infinita paciencia. Como investigadores son increíbles, como personas son mejores. Ustedes son los verdaderos artífices de esto. Sé que esto ha sido tan difícil para ustedes como para mí. Lamento no haber sido el estudiante que merecían.

A los miembros del jurado, Eric Vázquez, Peter Hess, Eugenio Ley-Koo, Octavio Valenzuela y Tonatiuh Matos, por sus valiosos comentarios.

A mis padres, Teresa y Reynaldo, y mis hermanos, Aldo y Francisco. Para bien o para mal, por ustedes soy quien soy. No pude haber tenido mejor familia. Nunca lo digo, pero los amo.

A los Miaus, esos amigos entrañables que han dotado de alegría y locura los últimos 16 años de mi vida. En particular a Checo, Chepi, Olga, Salva, Compa, Mago, Abraham, Danok, Chucho y Rufino: ustedes son lo más valioso que saqué de esta universidad.

A Bety, a pesar de la lejanía.

A mis camaradas en lucha. Mi confianza en ustedes es tan grande como nuestras metas.

Y finalmente, pero no menos importante, a mi familia: Tula y Bruno. Tula, sería imposible expresar lo que significas para mí. Eres mi compañera, mi mejor amiga, mi amante, mi inspiración, mi sostén, la luz en mis momentos más oscuros. Tú me haces mejor persona. Esta tesis sería imposible sin tí, no sólo por el invaluable apoyo moral, sino por las horas de ayuda técnica que dedicaste. Te amo con todo mi ser. Y Bruno..., fuiste amor a primera vista. Me haces feliz, mi hijo adorado, aunque me muerdas.

* * *

Agradezco al Instituto de Física y al Posgrado en Ciencias Físicas de la UNAM. Agradezco el apoyo económico de DGAPA-UNAM (PAPIIT IN111609, IN113412 y IN111115) y CONACyT (51554-F, 82291 y 132059) para la realización de esta tesis.

Índice general

Resumen	I
Abstract	III
Agradecimientos	VII
Índice general	IX
Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XV
I. Introducción	1
II. Supersimetría	3
§1. Partículas del MSSM	3
§2. Lagrangiano del MSSM	6
Supermultipletes quirales	6
Supermultipletes de norma	9
Paridad R	11
§3. Rompimiento de la supersimetría. El MSSM constreñido	12
§4. Espectro de masas en el MSSM	17
Higgs	17
Neutralinos, charginos y gluinos	19
Squarks y sleptones	20

III	Materia oscura	21
§1.	Antecedentes históricos	21
§2.	Propiedades de la materia oscura	24
§3.	Neutralino como candidato a materia oscura	25
§4.	Regiones del espacio de parámetros permitidas por las constricciones a la densidad reliquia	27
	Región de coaniquilación de $\tilde{\tau}$	28
	Región del Higgs <i>funnel</i>	29
	Región del <i>focus point</i>	30
IV	Momento anapolar	33
§1.	Vértice electromagnético	33
§2.	Factores de forma de una partícula de Majorana	34
§3.	Momento dipolar toroidal	35
§4.	Medición experimental	38
V	Cálculo del momento anapolar a un lazo	43
§1.	Diagramas que contribuyen al momento anapolar del neutralino	43
§2.	Evaluación del momento anapolar	46
§3.	Combinación con otras constricciones al espacio de parámetros	52
VI	Conclusiones	61
A.	Función escalar de P-V de tres puntos.	63
	Bibliografía	65

Índice de figuras

III.1. Curva de rotación para la galaxia NGC 6503. Los datos con barras de error son las velocidades observadas. Se muestran las contribuciones del disco de estrellas (línea cortada) y el gas (línea punteada). El resto se atribuye a un halo oscuro invisible y extendido [Freese (2009)].	23
III.2. Región permitida por WMAP (verde). La región azul está excluida por límites directos de LEP sobre spartículas. La región roja está excluida por la constricción cosmológica de que la LSP sea neutra. (Figura modificada de [Allanach et al. (2004)].)	29
III.3. Región permitida por WMAP (verde). La región roja está excluida por la constricción cosmológica de que la LSP sea neutra. (Figura modificada de [Allanach et al. (2004)].)	30
III.4. Región permitida por WMAP (verde). La región amarilla está excluida por la constricción de no haber rompimiento de la simetría electrodébil. (Figura modificada de [Allanach et al. (2004)].)	31
IV.1. Configuración de una corriente que tiene un momento dipolar toroidal. Las flechas sobre el toro indican la dirección de la corriente, y el TDM está dirigido a lo largo del eje de simetría del toro.	37
IV.2. Diagrama de Feynman para dispersión materia oscura-núcleo.	39
IV.3. Esta figura, tomada de [Kopp et al. (2014)], muestra los límites al momento anapolar a un nivel de confianza del 90 por ciento para los experimentos XENON100 y LUX.	41
V.1. Correcciones al vértice que aparecen a un lazo para el proceso $\gamma \rightarrow \chi_1^0 \chi_1^0$	44

V.2. Autoenergías que aparecen a un lazo para el proceso $\gamma \rightarrow \chi_1^0 \chi_1^0$	45
V.3. Dos de los cuatro diagramas de Feynman dominantes para el cálculo del momento anapolar del neutralino. Los otros dos son iguales pero con las flechas internas yendo contra las manecillas del reloj.	48
V.4. Dependencia del momento anapolar (por unidad de magnetón nuclear) con los cocientes $m_\tau/m_{\tilde{\chi}_1^0}$ (rojo) y $m_0/m_{1/2}$ (azul) para $\tan \beta = 50$. Mostramos sólo los valores para los que el LSP es el neutralino más ligero y no el stau. La dependencia para $\tan \beta = 10$ es similar.	49
V.5. Momento anapolar para $\tan \beta = 10$, $\text{signo}(\mu) = +$ y $A_0 = -1000$ (arriba), 0 (centro) y 1000 (abajo) GeV	50
V.6. Momento anapolar para $\tan \beta = 50$, $\text{signo}(\mu) = +$ y $A_0 = -1000$ (arriba), 0 (centro) y 1000 (abajo) GeV	51
V.7. Momento anapolar para $\tan \beta = 10$, $\text{signo}(\mu) = -$ y $A_0 = -1000$ (arriba), 0 (centro) y 1000 (abajo) GeV	53
V.8. Momento anapolar para $\tan \beta = 10$, $A_0 = 0$ GeV, $\text{signo}(\mu) = +$ (rojo) y $\text{signo}(\mu) = -$ (verde).	54
V.9. Momento anapolar como función de m_0 y $m_{1/2}$ ($A_0 = 0$ y $\text{signo}(\mu) > 0$) para $\tan \beta = 50$ (azul) y $\tan \beta = 10$ (verde). El panel superior muestra una proyección en el plano $m_0 - \alpha$, mientras que el panel inferior muestra el plano $m_{1/2} - \alpha$. La línea sólida da el valor máximo del momento anapolar para esa $\tan \beta$ en particular.	55
V.10. Valor del momento anapolar en el plano $(m_0, m_{1/2})$ en el cMSSM para $\tan \beta = 10$ (arriba) y $\tan \beta = 50$ (abajo), asumiendo que $A_0 = 0$ y $\mu > 0$. Otras constricciones experimentales también se muestran y su explicación se encuentra en el texto.	56
V.11. Las gráficas muestran la dependencia del momento anapolar (por unidad de magnetón nuclear) con la masa del neutralino para $\tan \beta = 10$ y 50. Las regiones arriba de las líneas sólidas corresponden a las regiones excluidas por XENON y LUX, y aquéllas por arriba de las líneas discontinuas corresponden al alcance proyectado de XENON1T y LZ.	58

-
- A.1. Comparación entre la $C_0(q^2, x^2, x^2, z^2, z^2, y^2)$ numérica (línea roja) y la aproximada (línea azul), con $x = 97.7$ GeV, $y = 415.4$ GeV and $z = 80.43$ GeV. 64

Índice de tablas

II.1. Supermultipletes quirales en el MSSM	6
II.2. Supermultipletes de norma en el MSSM	6
IV.1. Propiedades C, P y T del espín, el campo magnético, el campo eléctrico y sus interacciones.	35

Capítulo I

Introducción

Una de las extensiones (todavía) mejor motivadas al Modelo Estándar de partículas elementales es el Modelo Estándar Mínimo Supersimétrico, ya que además de dar solución al problema de la jerarquía (entre otros) nos provee de un buen candidato para materia oscura fría: el neutralino más ligero.

Son varios los experimentos que actualmente (o en un futuro cercano) trabajan en la búsqueda de una señal directa o indirecta de materia oscura. En caso de que sea detectada, será necesario diferenciar entre los diversos candidatos, caracterizándolos tanto como sea posible. En los últimos años hemos visto un intenso trabajo con relación a las propiedades electrodébiles de la materia oscura que pueden ser relevantes para el cálculo de decaimientos y aniquilaciones [Pospelov & ter Veldhuis (2000); Sigurdson et al. (2004); Gardner (2009); Ciafaloni et al. (2011a); Ciafaloni & Urbano (2010); Ciafaloni et al. (2011b); Bell et al. (2011c,b,a); Dent et al. (2008); Kachelriess et al. (2009); Heo (2009, 2010); Liebler & Porod (2011); Barger et al. (2011)]. Hasta hace poco, el interés en los factores de forma electromagnéticos había estado concentrado en los momentos dipolares eléctrico y magnético.

Motivados por esto, desde 2009 hemos estudiado el momento anapolar (relacionado íntimamente con el momento dipolar toroidal) de partículas de Majorana, una de las propiedades electromagnéticas menos estudiadas [Cabral-Rosetti et al. (2011, 2012, 2014)] A partir de entonces, ha habido un brote de interés en el estudio de momentos anapolares, tanto desde el punto de vista astrofísico como del de física de partículas [por ejemplo,

Fitzpatrick & Zurek (2010); Ho & Scherrer (2013); Gao et al. (2014); Kopp et al. (2014); Ibarra et al. (2016)]. Discutido por vez primera por Zel'dovich en 1957 [Zeldovich (1957)], el momento anapolar corresponde a una interacción T-invariante que no es C- y P-invariante.

Las contribuciones al momento anapolar del neutralino surgen exclusivamente de correcciones radiativas al vértice $\chi\bar{\chi}\gamma$. El propósito de este proyecto de tesis doctoral era calcular el momento anapolar del neutralino más ligero al nivel de un lazo en el marco del Modelo Estándar Mínimo Supersimétrico constreñido, haciendo un barrido en el espacio de parámetros del modelo y comparando los resultados con los límites experimentales. En nuestro análisis también tomamos en cuenta otras constricciones experimentales, como la densidad reliquia de la materia oscura, la masa del Higgs y los decaimientos $b \rightarrow s\gamma$ y $B \rightarrow \mu^+\mu^-$, con el fin de encontrar las regiones viables del espacio de parámetros. Encontramos que, aunque el momento anapolar es en general muy pequeño, es posible utilizarlo para distinguir entre las diferentes regiones del espacio de parámetros, lo que lo hace una propiedad importante para caracterizar la materia oscura.

Esta tesis está organizada de la forma siguiente: en el capítulo II introducimos las características del modelo supersimétrico que utilizamos para el cálculo; en el capítulo III explicamos el problema de la materia oscura y presentamos al neutralino como candidato para ser componente de ésta; en el capítulo IV revisamos el vértice electromagnético de una partícula e introducimos el momento anapolar; el capítulo V expone la metodología utilizada para el cálculo del momento anapolar del neutralino, así como los resultados obtenidos; finalmente, presentamos nuestras conclusiones.

Capítulo II

Supersimetría

El Modelo Estándar (ME) de partículas elementales constituye una descripción muy exitosa de las partículas componentes de la materia “ordinaria” y de sus interacciones (con excepción de la gravitacional). Su capacidad predictiva ha sido puesta a prueba en numerosas ocasiones, casi siempre con resultados favorables. Sin embargo, el descubrimiento de que los neutrinos tienen masa ha sido fundamental para buscar extensiones del modelo. Existen otras razones para plantear la necesidad de una teoría fundamental que incluya las predicciones y logros del ME y que además resuelva algunos problemas que de éste surgen. Una de ellas es el llamado problema de la jerarquía. Los modelos supersimétricos resuelven de manera elegante este problema al proponer la existencia de esta nueva simetría en la naturaleza. En las siguientes secciones hablaré del Modelo Estándar Mínimo Supersimétrico (MSSM, por sus siglas en inglés), la extensión supersimétrica mínima al ME (ver Martin (1997); Aitchison (2005)).

§1. Partículas del MSSM

La Supersimetría es una simetría espacio-temporal adicional a las ya conocidas. Las transformaciones supersimétricas se generan a través de operadores cuánticos \hat{Q} que cambian estados fermiónicos en bosónicos y viceversa:

$$\hat{Q}|\text{Fermión}\rangle = |\text{Bosón}\rangle, \quad \hat{Q}|\text{Bosón}\rangle = |\text{Fermión}\rangle. \quad (1.1)$$

Los detalles específicos sobre el operador \hat{Q} y cómo actúa sobre los estados fermiónicos y bosónicos dependen del modelo supersimétrico particular. Genéricamente, una predicción básica de la Supersimetría, en un modelo realista que incluya al ME, es que por cada partícula conocida existe otra, su “superpareja”, cuyo espín difiere en $1/2$.

Los campos cuánticos de una teoría supersimétrica se acomodan en bloques llamados supermultipletes. Cada supermultiplete contiene ambos estados fermiónicos y bosónicos relacionados entre sí y se les llama “supercompañeros”. Las partículas asociadas a estos campos que se encuentran en el mismo supermultiplete tienen la misma masa, carga eléctrica, isoespín débil y color. Se encuentra también que cada supermultiplete contiene igual número de grados de libertad fermiónico y bosónico:

$$n_B = n_F; \quad (1.2)$$

donde n_B y n_F se refieren a los diferentes estados de helicidad de una partícula dada.

La posibilidad más simple para que se cumpla la ecuación 1.2 consiste en un fermión con dos estados de helicidad ($n_F = 2$), que puede ser convenientemente descrito por un espinor de Weyl, y dos campos escalares reales, cada uno con $n_B = 1$. Para la formulación del álgebra supersimétrica, es más cómodo asignar estos dos escalares reales a un solo campo escalar complejo. Esta combinación es llamada supermultiplete quirral o de materia.

La siguiente posibilidad que cumple con la ecuación 1.2 contiene un bosón vectorial de espín 1, que debe ser un bosón de norma y sin masa (para que la teoría sea renormalizable). Un bosón de estas características tiene dos estados de helicidad ($n_B = 2$). Su superpareja es por tanto un fermión de Weyl sin masa con espín $1/2$. A estos supercompañeros de los bosones de norma se les llama genéricamente gauginos. A la combinación de estos bosones de norma de espín 1 con los gauginos de espín $1/2$ se le llama supermultiplete de norma o vectorial.

Los supermultipletes quirral y de norma forman los bloques del contenido de partículas del MSSM. En esta teoría, cada una de las partículas fundamentales del ME debe estar localizada en uno de estos bloques teniendo además asociada una supercompañera que difiere en su espín por $1/2$. Una observación importante es que sólo los supermultipletes quirales pueden contener fermiones cuyas componentes izquierdas se transformen diferente bajo el grupo de norma que las componentes derechas; todos los fermiones del ME (leptones y

quarks) tienen esta propiedad y por tanto deben pertenecer a supermultipletes quirales. Los nombres de los supercompañeros de espín 0 (asociados a campos escalares) de quarks y leptones se denotan anteponiendo una 's' (que viene de *scalar*) al nombre del quark o leptón correspondiente. Son por tanto llamados de manera genérica squarks y sleptones. Así pues, las componentes izquierdas y derechas de los quarks y los leptones del Modelo Estándar son fermiones de Weyl con dos componentes separadas con propiedades diferentes bajo transformaciones de norma. Cada una tiene su propia superpareja asociada a un campo escalar complejo. Los símbolos para los squarks y sleptones son los mismos que para los quarks y leptones correspondientes pero con una tilde (\sim); por ejemplo, los supercompañeros del electrón derecho e_R e izquierdos e_L se denotan como \tilde{e}_R y \tilde{e}_L , respectivamente. En este caso, los subíndices R y L no se refieren a la helicidad de los selectrones, pues son partículas de espín cero, sino a la de sus supercompañeros electrones. Las interacciones de norma de los campos asociados a los squarks y sleptones son las mismas a las del fermión correspondiente en el ME.

Dado que el bosón escalar de Higgs del ME es de espín 0, entonces debe estar en un supermultiplete quiral. De hecho, dada la estructura de la teoría supersimétrica un solo campo escalar de Higgs no es suficiente. Se necesitan dos campos complejos escalares para que la teoría sea consistente, llamados H_d y H_u (los subíndices se deben a que el primero es responsable de dar masa a los quarks tipo down [down, strange y bottom] y el segundo a los tipo up [up, charm y top]). Las dos componentes de H_u tienen cargas eléctricas +1 y 0 (H_u^+ , H_u^0) y las componentes de H_d tienen cargas eléctricas 0 y -1 (H_d^0 , H_d^-). La manera genérica de denominar a un supercompañero de espín 1/2 asociada a una partícula del ME es agregar la terminación 'ino' al nombre de este último. Así, los supercompañeros de los escalares de Higgs de la teoría supersimétrica son llamados higgsinos.

Los bosones vectoriales del Modelo Estándar se encuentran en supermultipletes de norma, el gluón que media las interacciones fuertes tiene como supercompañero de espín 1/2 al gluino. La simetría de norma electrodébil está asociada a los bosones W^+ , W^0 y W^- , con supercompañeros \tilde{W}^+ , \tilde{W}^0 y \tilde{W}^- llamados genéricamente winos, y al bosón \tilde{B}^0 , con el bino como supercompañero.

Una característica fundamental de la teoría es que ninguna de las superparejas de las partículas del MSSM ha sido observada aún, lo cual significa que la Supersimetría (en caso de existir) tiene que ser una simetría rota. Una característica más del MSSM es que las

Nombre	espín 0	espín 1/2	Símbolo
squarks, quarks	$(\tilde{u}_L \tilde{d}_L)_i$	$(u_L d_L)_i$	Q_i
	\tilde{u}_{iR}^*	u_{iR}^\dagger	\bar{u}_i
	\tilde{d}_{iR}^*	d_{iR}^\dagger	\bar{d}_i
sleptones, leptones	$(\tilde{\nu}_L \tilde{e}_L)_i$	$(\nu e_L)_i$	L_i
	\tilde{e}_{iR}^*	e_{iR}^\dagger	\bar{e}_i
Higgs, higgsinos	$(H_u^+ H_u^0)$	$(\tilde{H}_u^+ \tilde{H}_u^0)$	H_u
	$(H_d^0 H_d^-)$	$(\tilde{H}_d^0 \tilde{H}_d^-)$	H_d

Tabla II.1: Supermultipletes quirales en el MSSM

Nombre	espín 1/2	espín 1
gluino, gluón	\tilde{g}	g
winos, bosones W	$\tilde{W}^\pm \tilde{W}^0$	$W^\pm W^0$
bino, bosón B	\tilde{B}^0	B^0

Tabla II.2: Supermultipletes de norma en el MSSM

partículas supercompañeras no son necesariamente los eigenestados de masa del modelo (es decir, las partículas físicas con masa). Después de los rompimientos electrodébil y supersimétrico pueden aparecer mezclas entre los diferentes gauginos y los higgsinos, y entre los varios conjuntos de squarks, sleptones y escalares de Higgs que tengan la misma carga eléctrica.

§2. Lagrangiano del MSSM

Supermultipletes quirales

Con la nomenclatura descrita podemos empezar a escribir la densidad lagrangiana (\mathcal{L}) de la teoría supersimétrica. La combinación más sencilla de campos en un supermultiplete quiral es un fermión de Weyl (ψ) y un campo escalar complejo (ϕ). Los términos cinéticos o libres que aparecen en \mathcal{L} son:

$$\mathcal{L}_{\text{cin}} = -i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi - \partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi . \quad (2.1)$$

La ecuación corresponde al llamado modelo Wess-Zumino no masivo y no interactuante.

Para poder introducir la Supersimetría se necesita relacionar de alguna manera al campo escalar con el campo fermiónico. Una transformación supersimétrica, asociada al operador, hace posible la relación que se busca. Dicha transformación debe ser tal que las ecuaciones de movimiento permanezcan invariantes bajo la transformación supersimétrica, es decir

$$\partial\psi_\alpha = \int dx^4 \delta\mathcal{L} = \int dx^4 \delta\mathcal{L}^\epsilon = 0, \quad (2.2)$$

donde ϵ es un parámetro que representa la transformación supersimétrica: $\phi = D_\psi(\epsilon)\psi$, $\psi = D_\phi(\epsilon)\phi$. No se mencionará la forma precisa de esta transformación, sin embargo, la variación de los campos es la siguiente:

$$\begin{aligned} \delta\phi &= \epsilon^\alpha \psi_\alpha & , & & \delta\phi^* &= (\epsilon^\dagger)^{\dot{\alpha}} \psi_\alpha^\dagger & , \\ \delta\psi &= i(\sigma^\mu \epsilon^\dagger)_\alpha \partial_\mu \phi + \epsilon_\alpha F & , & & \delta\psi_\alpha^\dagger &= -i(\epsilon \sigma^\mu)_{\dot{\alpha}} \partial_\mu \phi^* + \epsilon_{\dot{\alpha}} F^* & , \\ \delta F &= i\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi & , & & \delta F^* &= -i\partial_\mu \psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \epsilon. \end{aligned} \quad (2.3)$$

$\sigma^{\mu\nu} = (\mathbf{I}, -\sigma^i)$, ϵ^α está asociado a la transformación supersimétrica y de hecho es un objeto con la estructura de los espinores de Weyl, y F es un campo escalar complejo auxiliar que carece de término cinético y cuya densidad lagrangiana es

$$\mathcal{L}_{\text{aux}} = F^* F. \quad (2.4)$$

El campo escalar F se introduce para que el álgebra supersimétrica sea cerrada, lo que significa que el conmutador de dos transformaciones supersimétricas debe ser también una simetría de la teoría. Otra forma de darse cuenta de la necesidad del campo F es contando los grados de libertad fermiónicos de ψ , que al ser un objeto complejo de dos componentes, tiene entonces $n_F = 4$ mientras que ϕ sólo tiene $n_B = 2$ grados bosónicos. De acuerdo a la ecuación 1.2 se debe cumplir que $n_F = n_B$, por lo que se necesita un campo escalar complejo más. Entonces, la forma general de la densidad lagrangiana “libre” de la teoría supersimétrica es

$$\mathcal{L}_{\text{libre}} = -\partial^\mu \phi^{*i} \partial_\mu \phi_i - i\psi_i^\dagger \bar{\sigma}^\mu \psi_i + F^{*i} F_i & , \quad (2.5)$$

donde el índice i corre sobre todos los posibles supermultipletes quirales de la teoría.

Una vez construida la densidad lagrangiana libre más general de la teoría supersimétrica, necesitamos ahora los términos de interacción entre las partículas quirales. La única posibilidad para que la densidad lagrangiana de interacción sea invariante bajo la transformación supersimétrica es que sea de la forma

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{1}{2}(W^{ij}\psi_i\psi_j + W_{ij}^*\psi^{\dagger i}\psi^{\dagger j} + W^i F_i + W_i^* F^{*i}), \quad (2.6)$$

donde W^{ij} y W^i son polinomios de orden 1 y 2 en los campos escalares ϕ_i . Las formas específicas de W^{ij} y W^i se encuentran calculando la variación de la densidad lagrangiana respecto a las transformaciones supersimétricas:

$$W^{ij} = M^{ij} + y^{ijk}\phi_k, \quad W^i = M^{ij}\phi_j + \frac{1}{2}y^{ijk}\phi_i\phi_j, \quad (2.7)$$

donde M^{ij} es una matriz simétrica de masa para los campos fermiónicos, y^{ijk} es el acoplamiento de Yukawa de un campo escalar ϕ_k y dos campos fermiónicos $\psi_i\psi_j$.

Con la introducción de la densidad lagrangiana de interacción, las ecuaciones de movimiento para los campos F_i se modifican: $F_i = -W_i^*$ y $F^{*i} = -W^i$. De este modo, los campos auxiliares pueden expresarse en términos del resto de los campos. Con todas estas consideraciones tenemos que la densidad lagrangiana libre y de interacción para los supermultipletes quirales es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{quiral}} = & -\partial^\mu\phi^{*i}\partial_\mu\phi_i - V(\phi_i, \phi^{*i}) - \psi^{\dagger i}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_i \\ & -\frac{1}{2}(M^{ij}\psi_i\psi_j - M_{ij}^*\psi^{\dagger i}\psi^{\dagger j} - y^{ijk}\phi_i\psi_j\psi_k - y_{ijk}^*\phi^{*i}\psi^{\dagger j}\psi^{\dagger k}), \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde el potencial escalar $V(\phi_i, \phi^{*i})$ está dado por:

$$\begin{aligned} V(\phi_i, \phi^{*i}) = & W^k W_k^* = F^{*k} F_k = M_{ij}^* M^{kj} \phi^{*i} \phi_j \\ & + \frac{1}{2}(M^{in} y_{jkn}^* \phi_i \phi^{*j} \phi^{*k} + M_{in}^* y^{jkn} \phi_i \phi_j \phi_k) + \frac{1}{4} y^{ijn} y_{kln}^* \phi_i \phi_j \phi^{*k} \phi^{*l}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Supermultipletes de norma

Cada supermultiplete de norma consiste en un bosón de norma de espín 1 (A_μ^a) y un fermión de Weyl de dos componentes llamado genéricamente gaugino (λ^a), ambos no masivos. El índice a distingue al grupo de norma asociado a las interacciones fuertes, débiles y electromagnéticas. De igual manera que en el caso de los supermultipletes quirales, es necesaria la introducción de un campo auxiliar D^a para mantener la igualdad entre grados de libertad bosónicos y fermiónicos entre los miembros del supermultiplete de norma. En este caso los gauginos λ_α^a , al ser fermiones de Weyl con dos componentes complejas, tienen 4 grados de libertad fermiónicos mientras que los bosones de norma A_μ^a sólo tienen 3 grados de libertad bosónicos. De este modo, D^a debe tener solo 1 grado de libertad bosónico. Al igual que con los campos F_i , los campos auxiliares D^a no tienen un término cinético. Por tanto, la densidad lagrangiana para los supermultipletes de norma es

$$\mathcal{L}_{\text{norma}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - i\lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda^a + \frac{1}{2}D^a D^a, \quad (2.10)$$

donde

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad D_\mu \lambda^a = \partial_\mu \lambda^a + gf^{abc} A_\mu^b \lambda^c, \quad (2.11)$$

f^{abc} son constantes de estructura completamente antisimétricas del grupo de norma correspondiente, y D_μ es la derivada covariante.

Se encuentra que las variaciones de los campos en los supermultipletes de norma bajo la transformación supersimétrica tienen que ser de la forma:

$$\begin{aligned} \delta A_\mu^a &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon^\dagger \bar{\sigma}_\mu \lambda^a + \lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}_\mu \epsilon), \\ \delta \lambda_\alpha^a &= \frac{i}{2\sqrt{2}}(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu \epsilon)_\alpha F_{\mu\nu}^a + \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_\alpha D^a, \\ \delta D^a &= \frac{i}{\sqrt{2}}(\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda^a - D_\mu \lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}^\mu \epsilon). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Con lo cual $\mathcal{L}_{\text{norma}}$ es invariante y además el álgebra supersimétrica es cerrada también.

Finalmente, consideremos los acoplamientos de los campos en los supermultipletes quirales con los campos en los supermultipletes de norma. Para los acoplamientos con los bosones vectoriales A_μ^a , sustituimos las derivadas parciales por derivadas covariantes en la ecuación 2.8, de modo que

$$\partial_\mu X^i \rightarrow D_\mu X_i = \partial_\mu X_i - ig_a A_\mu^a T^a X_i , \quad (2.13)$$

donde $X_i = \phi_i$ o ψ_i , g_a representa las constantes de acoplamiento asociadas a los campos A_μ^a . T^a está asociado a los generadores del grupo de norma que cumplen la regla de conmutación $[T^a, T^b] = if^{abc} T^c$.

Ahora sólo falta considerar las interacciones de los campos quirales con los gauginos λ^a y los campos D^a . Tales interacciones tienen que ser aquéllas permitidas por la invariancia de norma. La forma precisa de las interacciones se logra al pedir una vez más que la densidad lagrangiana total sea invariante bajo la transformación supersimétrica; para lograrlo, se intercambia la derivada parcial por la derivada covariante en las variaciones de los campos quirales. Es necesario además agregar un término extra a la variación de los campos F_i .

Finalmente podemos ya escribir la densidad lagrangiana total para la teoría supersimétrica:

$$\mathcal{L}_{\text{Total}} = \mathcal{L}'_{\text{quiral}} + \mathcal{L}_{\text{norma}} - \sqrt{2}g_a(\phi^* T^a \psi)\lambda^a - \sqrt{2}g_a \lambda^{\dagger a}(\psi^\dagger T^a \phi), \quad (2.14)$$

donde $\mathcal{L}'_{\text{quiral}}$ es el término descrito en la ecuación 2.8 sustituyendo las derivadas parciales por derivadas covariantes, y al potencial escalar se le agrega un término asociado a los campos D^a :

$$V'(\phi, \phi^*) = F^{*i} F_i + \frac{1}{2} D^a D^a = W_i^* W^i + \frac{1}{2} g_a^2 (\psi^\dagger T^a \phi). \quad (2.15)$$

El último término se obtiene al encontrar la ecuación de movimiento para D^a .

Aunque la densidad lagrangiana descrita en la ecuación 2.14 puede ser ya traducida al contenido de partículas del MSSM, es usual describir las interacciones de los campos quirales entre sí en términos de la cantidad llamada superpotencial,

$$W = \frac{1}{2} M^{ij} \phi_i \phi_j + \frac{1}{6} y^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k , \quad (2.16)$$

que no es un potencial escalar en el sentido ordinario, sino una función analítica de los campos complejos ϕ_i que permite calcular W^{ij} y W^i de la siguiente manera:

$$W^{ij} = \frac{\delta^2 W}{\delta \phi_i \phi_j} , \quad W^i = \frac{\delta W}{\delta \phi_i} . \quad (2.17)$$

De manera específica, el superpotencial del MSSM es

$$W_{\text{MSSM}} = \bar{u}_i y_u Q_i H_u - \bar{d}_i y_d Q_i H_d - \bar{e}_i y_e L_i H_d + \mu H_u H_d , \quad (2.18)$$

donde Q_i , \bar{u}_i , \bar{d}_i , \bar{e}_i y L_i representan a los campos en cada supermultiplete, también llamados supercampos; μ es llamado el parámetro de masa de los Higgsinos, asociado a M_{ij} en la ecuación 2.16 cuando los campos escalares son H_u y H_d , y puede también ser interpretado como la versión supersimétrica de la masa del bosón de Higgs del ME; y_u , y_d y y_e son matrices 3×3 que representan los acoplamientos de Yukawa de la ecuación 2.16. De esta manera, la determinación del superpotencial junto con el grupo de norma, sus propiedades de transformación y el contenido de partículas son los elementos suficientes para la construcción del MSSM.

Paridad R

El superpotencial del MSSM (ecuación 2.18), es mínimo en cuanto a que es suficiente para producir un modelo fenomenológicamente viable. Se pueden agregar términos al superpotencial que no violen ninguna de las condiciones impuestas hasta ahora. Sin embargo, tales términos no forman parte del modelo MSSM pues violan la conservación del número leptónico L y/o del número bosónico B, lo cual no ha sido observado experimentalmente.

Para eliminar de manera formal la posibilidad de violación de L y/o B en el superpotencial del MSSM, se introduce una nueva simetría llamada paridad R (P_R) o equivalentemente la llamada paridad de materia (P_M). La paridad P_M es un nuevo número cuántico conservado, definido para cada partícula en el MSSM como:

$$P_M = (-1)^{3(B-L)} . \quad (2.19)$$

El principio de esta simetría consiste en que los únicos términos permitidos en el superpotencial son aquellos tales que el producto de P_M para todos los campos sea +1.

La paridad P_R , definida como

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2s} , \quad (2.20)$$

donde s es el espín de la partícula, resulta más conveniente desde un punto de vista fenomenológico pues todas las partículas del ME junto con los bosones de Higgs tienen $P_R = +1$ mientras que todas las partículas supersimétricas tienen $P_R = -1$. La conservación de paridad R implica que no puede haber mezcla entre las partículas supersimétricas y las partículas del ME, lo cual tiene al menos una importante consecuencia: la partícula supersimétrica más ligera (llamada usualmente LSP por sus siglas en inglés), con $P_R = -1$, debe ser estable. Si además es neutra, entonces sólo interactúa débilmente con la materia ordinaria, características que la colocan como un buen candidato para ser la materia oscura. Otra consecuencia de interés es que el resto de las partículas supersimétricas debe decaer eventualmente a estados finales que contengan a la LSP.

§3. Rompimiento de la supersimetría. El MSSM constreñido

Como se mencionó antes, la Supersimetría tiene que ser una simetría rota, de lo contrario, las masas de las partículas supersimétricas serían las mismas que las de sus parejas en el ME y ya habrían sido observadas. Sea cual sea la naturaleza exacta de este rompimiento, la propiedad central que debe prevalecer es que la teoría siga siendo una solución al problema de la jerarquía. Esta característica lleva a proponer lo que se conoce como rompimiento suave de la Supersimetría, el cual implica la introducción de un término extra a la densidad lagrangiana de la teoría, $\mathcal{L}_{\text{Final}} = \mathcal{L}_{\text{Total}} + \mathcal{L}_S$. $\mathcal{L}_{\text{Total}}$ está descrito en la ecuación 2.14 y es invariante bajo las transformaciones supersimétricas. \mathcal{L}_S es el término que viola esta invariancia y produce la diferencia de masas entre partículas y superpartículas, necesaria para un modelo viable.

Si se asocia una escala superior de masa para los términos presentes en \mathcal{L}_S , al que llamaremos m_S , entonces se encuentra que las correcciones adicionales a la masa del Higgs debidas a estos términos no supersimétricos contribuyen de manera tal que para obtener el orden de magnitud medido para m_H^2 es necesario que las masas de las superpartículas no sean excesivamente grandes en comparación con las masas del ME. De hecho se encuentra

que m_S , y por tanto al menos las partículas supersimétricas más ligeras, son del orden de 1 TeV.

Desde una perspectiva teórica, se espera que la Supersimetría sea una simetría que se rompe espontáneamente, es decir, una teoría cuya densidad lagrangiana es invariante bajo transformaciones supersimétricas pero con un estado de vacío que no lo es, una situación similar a lo que sucede en el ME. No hay un consenso en la manera precisa en que este rompimiento espontáneo debe darse. Sin embargo, se puede escribir la forma general de \mathcal{L}_S , que en el caso del MSSM queda dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_S = & -\frac{1}{2}(M_3\tilde{g}\tilde{g} + M_2\tilde{W}\tilde{W} + M_1\tilde{B}\tilde{B} + \text{c.c.}) - (\tilde{u}\alpha_u\tilde{Q}H_u - \tilde{d}\alpha_d\tilde{Q}H_d - \tilde{e}\alpha_e\tilde{Q}H_e + \text{c.c.}) \\ & -\tilde{Q}^\dagger m_{\tilde{Q}}^2 \tilde{Q} - \tilde{L}^\dagger m_{\tilde{L}}^2 \tilde{L} - \tilde{u}m_{\tilde{u}}^2 \tilde{u}^\dagger - \tilde{d}m_{\tilde{d}}^2 \tilde{d}^\dagger - \tilde{e}m_{\tilde{e}}^2 \tilde{e}^\dagger - m_{H_u}^2 H_u^* H_u - m_{H_d}^2 H_d^* H_d - (bH_u H_d + \text{c.c.}), \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde M_3 , M_2 y M_1 son los términos de masa para el gluino, los winos y el bino; α_u , α_d y α_e son matrices complejas de 3×3 que acoplan a los escalares en los supermultipletes quirales, análogas a los acoplamientos de Yukawa que aparecen en el superpotencial; $m_{\tilde{Q}}^2$, $m_{\tilde{u}}^2$, $m_{\tilde{d}}^2$, $m_{\tilde{L}}^2$ y $m_{\tilde{e}}^2$ son matrices complejas de 3×3 que representan los términos de masa de los sleptones y squarks; $m_{H_u}^2$ y $m_{H_d}^2$ son los términos de masa de los Higgs, y b es un acoplamiento entre H_u y H_d .

La Supersimetría queda rota en \mathcal{L}_S pues sólo contiene los escalares y gauginos del MSSM y no sus respectivas superparejas. Los términos que aparecen en \mathcal{L}_S son los permitidos por la invariancia de norma en la teoría. Como se mencionó al principio de la sección, todos estos términos de masa y acoplamientos están delimitados por la escala máxima m_S . La introducción de \mathcal{L}_S a la densidad lagrangiana final del MSSM introduce una gran cantidad de parámetros que son desde luego desconocidos. Se trata de un total de 110 parámetros nuevos en la densidad lagrangiana general del MSSM. Esta cantidad de parámetros se reduce notablemente al considerar evidencia experimental que prohíbe muchos de los términos en \mathcal{L}_S . La introducción de un modelo específico de rompimiento de Supersimetría reduce aún más tal cantidad. Para evitar mezcla de sabor y violaciones no permitidas es necesario que se cumplan las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}
m_{\tilde{Q}}^2 = m_{\tilde{Q}} \mathbf{I} , \quad m_{\tilde{u}}^2 = m_{\tilde{u}} \mathbf{I} , \quad m_{\tilde{d}}^2 = m_{\tilde{d}} \mathbf{I} , \quad m_{\tilde{L}}^2 = m_{\tilde{L}} \mathbf{I} , \quad m_{\tilde{e}}^2 = m_{\tilde{e}} \mathbf{I} , \\
\mathbf{a}_{\tilde{u}}^2 = A_{u0} \mathbf{y}_u , \quad \mathbf{a}_{\tilde{d}}^2 = A_{d0} \mathbf{y}_d , \quad \mathbf{a}_{\tilde{e}}^2 = A_{e0} \mathbf{y}_e , \quad (3.2)
\end{aligned}$$

además de que se toman las fases de $M_1, M_2, M_3, A_{u0}, A_{d0}$ y A_{e0} iguales a 0 o a π .

Con estas consideraciones se obtiene que el modelo MSSM contiene, además de los parámetros libres del ME, 15 parámetros nuevos: las 3 masas de los gauginos, 5 masas para los squarks y sleptones, 3 constantes de acoplamiento y 4 parámetros de masa para los Higgs (m_{H_u}, m_{H_d}, μ, b). Es importante señalar que estas condiciones, llamadas de universalidad, son estrictamente válidas sólo para una escala de energía muy alta. A bajas energías no son del todo válidas, pero se espera que las correcciones a ellas sean despreciables o en todo caso aún no medibles en experimentos actuales.

El rompimiento espontáneo implica un estado de vacío $|0\rangle$ que no es invariante bajo transformaciones supersimétricas, lo cual puede ser traducido en que el estado de vacío tiene energía positiva $\langle 0|H|0\rangle > 0$. De la densidad lagrangiana planteada para la teoría supersimétrica, esto implica que $\langle 0|V|0\rangle > 0$, donde V es el potencial escalar que aparece en la ecuación 2.9. Esto nos dice de manera directa que los campos auxiliares F_i y D^a no pueden tener ambos valores de expectación en el vacío iguales a cero.

Del resultado previo se concluye entonces que existen dos posibles alternativas para lograr el rompimiento espontáneo de la Supersimetría. El mecanismo que se refiere a $\langle 0|D^a|0\rangle \neq 0$ es llamado mecanismo de Fayet-Iliopoulos. Sin entrar en detalles, se ha encontrado que este mecanismo no es el favorecido para ser el factor dominante en el rompimiento de la simetría. La otra posibilidad se refiere al campo auxiliar F_i ($\langle 0|F^i|0\rangle \neq 0$), y se les conoce como modelos O'Raifeartaigh. Esta última alternativa es más favorecida y se basa en tomar el conjunto de supermultipletes quirales y el superpotencial W de la teoría de manera tal que las ecuaciones $F^i = -\delta W^*/\delta \phi_i^*$ no tengan solución simultánea para todos los campos F^i . De esta manera $\langle 0|V|0\rangle = \langle 0|\sum_i |F^i|^2|0\rangle \neq 0$, que es lo que se busca. Aunque este tipo de modelos son prometedores, los supermultipletes quirales del MSSM no son compatibles con el superpotencial necesario para obtener un valor de expectación del potencial en el vacío diferente de cero.

Dadas estas complicaciones, es necesario encontrar una manera alternativa que dé so-

lución a tal problema. La sugerencia está en plantear la posibilidad de que los términos en \mathcal{L}_S aparezcan de forma indirecta. La hipótesis es que el rompimiento de Supersimetría ocurre en un sector oculto de partículas que prácticamente no interactúan de manera directa con los supermultipletes del MSSM, el sector visible. Sin embargo, ambos sectores sí interactúan de alguna manera tal que se transmite el rompimiento de Supersimetría del sector oculto al sector visible produciendo exactamente los términos que se necesitan en \mathcal{L}_S .

Existen dos propuestas fundamentales que se refieren a que tipo de interacciones median entre ambos sectores. La primera de estas propuestas, que es a la que se seguirá aquí, plantea que la interacción responsable es la gravitacional; es una propuesta asociada a la nueva física que se espera ocurra a la escala de Planck donde la gravedad tiene un rol relevante. La segunda propuesta plantea que son las conocidas interacciones electrodébiles y fuertes las responsables; en este escenario, los términos en \mathcal{L}_S surgen a través de diagramas de lazos que contienen partículas “mensajeras” pertenecientes a nuevos supermultipletes quirales.

El modelo de Supergravedad puede resolver el problema del rompimiento de la Supersimetría. El punto de partida está en llevar la Supersimetría de una simetría global a una simetría local. Esto significa que el espinor ϵ^α asociado a las transformaciones supersimétricas no es una constante sino que puede variar en el espacio-tiempo, $\epsilon^\alpha = \epsilon^\alpha(x^\mu)$. El requerimiento se vuelve en este caso la invariancia de la densidad lagrangiana bajo transformaciones supersimétricas locales, lo cual introduce nuevos grados de libertad. La situación es análoga a lo que sucede cuando se pide invariancia bajo transformaciones de norma en una teoría dada; el resultado general es que es necesario introducir un campo de norma para poder mantener la densidad lagrangiana invariante. En el caso donde el objeto asociado a la transformación ϵ es un escalar entonces A^μ es un campo vectorial de espín 1. De modo que para mantener la invariancia de \mathcal{L}_S bajo Supersimetría local es necesario introducir un campo de norma, pero dado que ϵ^α es un objeto espinorial, entonces este campo de norma es un vector espinorial Ψ_α^μ llamado gravitino que tiene paridad $P_R = -1$.

El gravitino necesariamente tiene que estar acompañado de un campo bosónico de acuerdo al postulado básico de la Supersimetría; este campo es además necesario pues la sola introducción de Ψ_α^μ no es suficiente para obtener la invariancia completa de \mathcal{L}_S . Es necesario introducir un campo tensorial $g_{\mu\nu}$ para lograrlo. La estructura de este campo y sus propiedades coinciden con la esperada para la partícula que se suele asociar a la

interacción gravitacional, el gravitón. De modo que el supercompañero del gravitino es el gravitón, que es una partícula con espín 2. La descripción anterior establece, de manera muy breve, la predicción básica de la teoría de Supergravedad que es la existencia de un nuevo supermultiplete formado por el gravitino y el gravitón, y que la exigencia de invariancia bajo transformaciones supersimétricas locales está íntimamente relacionada con la gravedad. Cabe señalar que, dado que la gravedad está asociada a una teoría de campo que es no renormalizable, aparecerán términos no renormalizables en la densidad lagrangiana final de la teoría. La suposición que se hace es que tal problema sólo es importante a escalas cercanas a la de Planck y que los efectos a bajas energías no son relevantes.

El rompimiento de la Supersimetría se logra a través del llamado mecanismo de super-Higgs, análogo al mecanismo de Higgs en el ME. La idea es la siguiente: en el caso del rompimiento global de la Supersimetría, cuando uno de los campos auxiliares, digamos F^i , adquiere un valor de expectación en el vacío diferente de cero, se crea un fermión de Weyl neutro no masivo llamado goldstino, nombrado así pues se forma por un mecanismo análogo a como se forman los bosones de Goldstone en el caso ordinario de rompimiento espontáneo de simetría. Cuando se promueve la Supersimetría a una simetría local, sucede que al pedir la condición $\langle 0 | F^i | 0 \rangle \neq 0$ el goldstino no masivo se combina con el gravitino, aún no masivo también, para formar una partícula masiva de espín 3/2. Se dice entonces que el gravitino adquiere masa al absorber al goldstino. La masa del gravitino se simboliza como $m_{3/2}$ y para el modelo de rompimiento de O’Raifeartaigh se estima que

$$m_{3/2} \sim \frac{\langle 0 | F^i | 0 \rangle}{M_p} \sim m_S . \quad (3.3)$$

De aquí que $m_{3/2}$ se espera que sea del orden de 1 TeV. La adquisición de masa del gravitino representa de manera concreta el rompimiento de la Supersimetría, al menos en el supermultiplete de gravedad pues el gravitón permanece sin masa. Este es un efecto que permea a todas las partículas del modelo produciendo diferencia de masas entre las superparejas.

Los términos no renormalizables de la densidad lagrangiana de la teoría de Supergravedad están conectados en última instancia con los que aparecen en \mathcal{L}_S . La forma más económica de la teoría, conocida como MSSM constreñido (cMSSM), se reduce a fin de cuentas a sólo 4 parámetros que determinan totalmente a los términos que aparecen en \mathcal{L}_S .

Estos parámetros son: $m_{1/2}$, que es la masa universal de los gauginos; m_0 , que es la masa universal de los escalares; el acoplamiento trilineal A_0 ; y el acoplamiento bilineal B_0 , todos ellos definidos a la escala de Planck. Los nombres vienen de que a esta misma escala los parámetros que aparecen en \mathcal{L}_S quedan dados por:

$$\begin{aligned} m_{1/2} &= M_1 = M_2 = M_3 \quad , \\ m_0^2 \mathbf{I} &= b f m_{\tilde{Q}}^2 = b f m_{\tilde{u}}^2 = b f m_{\tilde{d}}^2 = b f m_{\tilde{L}}^2 = b f m_{\tilde{e}}^2 \quad , \quad m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2 = m_0^2 \quad , \quad (3.4) \\ \mathbf{a}_u &= A_0 \mathbf{y}_u \quad , \quad \mathbf{a}_d = A_0 \mathbf{y}_d \quad , \quad \mathbf{a}_e = A_0 \mathbf{y}_e \quad , \quad b = B_0 \mu \quad . \end{aligned}$$

Estos 4 parámetros más el término de masa de los higgsinos (μ) son suficientes para completar la teoría a altas energías. Para hacer la conexión a bajas energías y poder hacer predicciones que estén al alcance de los experimentos se utilizan las ecuaciones del grupo de renormalización cuya evolución permite encontrar todo el espectro de masas del MSSM con sólo 5 parámetros.

La obtención del espectro de masas produce ciertas constricciones en los valores de expectación del vacío de los campos de Higgs en el MSSM, que pueden ser utilizadas para eliminar μ como parámetro libre a excepción de su signo, además puede cambiarse el parámetro B_0 por uno alternativo: $\tan \beta = \langle 0 | H_u | 0 \rangle / \langle 0 | H_d | 0 \rangle \neq 0$. De modo que, con las ecuaciones del grupo de renormalización y los parámetros m_0 , $m_{1/2}$, A_0 , $\tan \beta$ y $\text{signo}(\mu)$, el cMSSM queda descrito totalmente, agregando desde luego los parámetros libres del ME.

§4. Espectro de masas en el MSSM

Higgs

En el MSSM el rompimiento de la simetría débil se vuelve más complejo que en el caso del ME pues se tienen dos dobletes de Higgs complejos, $H_u = (H_u^+, H_u^0)$ y $H_d = (H_d^0, H_d^-)$. Al demandar que en el mínimo del potencial escalar del MSSM para los campos de Higgs se rompa la simetría electrodébil, se encuentran dos condiciones necesarias entre los parámetros de masa de los Higgs y los parámetros μ y b ,

$$2b < 2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2, \quad b^2 > (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|\mu|^2 + m_{H_d}^2), \quad (4.1)$$

las cuales no pueden cumplirse simultáneamente si $m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2$. Revisando la ecuación 3.4 vemos que esta última es una condición que ocurre en el modelo cMSSM para altas energías. Sin embargo, a la escala del rompimiento electrodébil, la evolución de las ecuaciones del grupo de renormalización hace posible que $m_{H_u}^2 < m_{H_d}^2$, con lo cual puede cumplirse el par de ecuaciones 4.1. En estos modelos, el rompimiento de la simetría electrodébil se da gracias a las correcciones radiativas y es por eso que en la literatura se le conoce como rompimiento radiativo de la simetría electrodébil (EWSB, por sus siglas en inglés).

Se definen $v_u = \langle 0 | H_u^0 | 0 \rangle$ y $v_d = \langle 0 | H_d^0 | 0 \rangle$, cuyos valores están necesariamente relacionados con la masa del bosón Z^0 y las constantes de acoplamiento electrodébil g y g' : $v_u^2 + v_d^2 = v^2 = 2m_Z^2/(g^2 + g'^2) \approx (174 \text{ GeV})^2$. A la razón de los valores de expectación del vacío de la parte neutra de los campos de Higgs se le define como:

$$\tan \beta = \frac{v_u}{v_d}, \quad (4.2)$$

cantidad que aún no está fijada por los experimentos. La inclusión de este parámetro y su relación con m_Z permiten sustituir los parámetros b y $|\mu|$ por $\tan \beta$ al encontrar las condiciones para que el potencial escalar de los Higgs tenga un mínimo. La fase de μ sin embargo, queda indeterminada. Los campos escalares de los Higgs del MSSM consisten en 8 grados de libertad reales (4 complejos). Cuando se lleva a cabo el rompimiento de simetría electrodébil, 3 de estos grados de libertad quedan asociados a los bosones de Goldstone que finalmente dan masa a los bosones vectoriales Z^0 , W^+ y W^- . Los 5 eigenestados de masa restantes corresponden a dos escalares neutros h^0 y H^0 (con CP par), un escalar neutro A^0 (con CP impar) y dos escalares con carga $+1$ y -1 , H^+ y H^- respectivamente; por convención, h^0 se escoge de forma tal que es el más ligero de todos. Las masas de A^0 , H^0 y H^\pm pueden ser, en principio, arbitrariamente grandes. Sin embargo, una predicción general del MSSM es que al menos uno de los Higgs será ligero a la escala electrodébil, lo que es compatible con el Higgs encontrado en el LHC.

Neutralinos, charginos y gluinos

Los higgsinos y los gauginos asociados a la interacción electrodébil se mezclan al darse el rompimiento de simetría electrodébil. Los Higgsinos neutros (\tilde{H}_u^0 y \tilde{H}_d^0) y los gauginos neutros (\tilde{W}^0 y \tilde{B}^0) se combinan para formar cuatro eigenestados de masa neutros llamados neutralinos, χ_i^0 ($i = 1, \dots, 4$). Los higgsinos (\tilde{H}_u^+ y \tilde{H}_d^-) y los winos (\tilde{W}^+ y \tilde{W}^-) cargados se combinan para formar dos estados de masa con carga ± 1 , llamados charginos, χ_i^\pm ($i = 1, 2$). En los modelos supersimétricos χ_1^0 es usualmente la partícula supersimétrica más ligera (LSP).

En la base original $\psi = (\tilde{B}^0, \tilde{W}^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0)$ el término de masa proveniente de la densidad lagrangiana va como: $\mathcal{L}_\chi = -1/2(\psi^0)^\top \mathbf{M}_\chi \psi^0 + c.c.$. La matriz de mezcla \mathbf{M}_χ asociada a los neutralinos puede ser escrita como

$$\mathbf{M}_\chi = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_Z \sin \theta_W \cos \beta & m_Z \sin \theta_W \sin \beta \\ 0 & M_2 & m_Z \cos \theta_W \cos \beta & -m_Z \cos \theta_W \sin \beta \\ -m_Z \sin \theta_W \cos \beta & m_Z \cos \theta_W \cos \beta & 0 & -\mu \\ m_Z \sin \theta_W \sin \beta & -m_Z \cos \theta_W \sin \beta & -\mu & 0 \end{pmatrix}$$

donde las entradas M_1 y M_2 provienen directamente de la parte de \mathcal{L}_S asociada a \tilde{B}^0 y \tilde{W}^0 , las entradas en donde aparece μ provienen del término de masa de los higgsinos neutros, el resto de los términos provienen de la parte extra que aparece en la densidad lagrangiana total (ecuación 2.14), y los términos proporcionales a g_a están asociados al acoplamiento Higgs-higgsino-gaugino. Esta matriz de mezcla se diagonaliza usualmente a través de una matriz unitaria real N para obtener los eigenestados de masa:

$$\mathbf{M}_{\chi^0}^{\text{diag}} = N^* \mathbf{M}_\chi N^{-1} \quad , \quad (4.3)$$

donde $\mathbf{M}_{\chi^0}^{\text{diag}}$ es una matriz diagonal cuyas entradas diferentes de cero dan las masas absolutas de los cuatro neutralinos. Las masas de los neutralinos están entonces determinadas por sólo cuatro parámetros: M_1 , M_2 , μ y $\tan \beta$.

Los charginos pueden ser analizados en una forma análoga. La densidad lagrangiana, en la base $\psi^\pm = (\tilde{W}^+, \tilde{H}_u^+, \tilde{W}^-, \tilde{H}_d^-)$, va como: $\mathcal{L}_{\chi^\pm} = -1/2(\psi^\pm)^\top \mathbf{M}_{\chi^\pm} \psi^\pm + c.c.$, donde

$$\mathbf{M}_{\chi^\pm} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{X}^T \\ \mathbf{X} & 0 \end{pmatrix},$$

con

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2} \sin \beta m_W \\ \sqrt{2} \cos \beta m_W & \mu \end{pmatrix}.$$

La matriz de masa de los charginos es diagonalizada por dos matrices unitarias \mathbf{U} y \mathbf{V} :

$$M_{\chi^\pm}^{\text{diag}} = \mathbf{U}^* \mathbf{X} \mathbf{V}^{-1}. \quad (4.4)$$

Las entradas de esta matriz dan las masas de los charginos.

El gluino es un fermión de color de modo que no puede mezclarse con ninguna otra partícula del MSSM. Dentro del modelo cMSSM, el parámetro de masa del gluino (M_3) está relacionado con los parámetros de masa M_2 de los winos y M_1 del bino. Con la evolución de las ecuaciones del grupo de renormalización, se obtiene la predicción $M_3 : M_2 : M_1 \approx 6 : 2 : 1$ para la razón de masas de los gauginos a una escala energética de 1 TeV. De modo que el gluino es de manera genérica más pesado que los neutralinos y charginos.

Squarks y sleptones

Los eigenestados de masa de los squarks y sleptones del MSSM se obtienen al diagonalizar tres matices de 6×6 , correspondientes a $(\tilde{u}_L, \tilde{c}_L, \tilde{t}_L, \tilde{u}_R, \tilde{c}_R, \tilde{t}_R)$, $(\tilde{d}_L, \tilde{s}_L, \tilde{b}_L, \tilde{d}_R, \tilde{s}_R, \tilde{b}_R)$ y $(\tilde{e}_L, \tilde{\mu}_L, \tilde{\tau}_L, \tilde{e}_R, \tilde{\mu}_R, \tilde{\tau}_R)$ y una matriz más de 3×3 asociada a los neutrinos $(\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu, \tilde{\nu}_\tau)$. De manera genérica, en modelos como el cMSSM, los squarks son más pesados que los sleptones.

Capítulo III

Materia oscura

Existe una enorme discrepancia entre la masa estimada debido a la dinámica de un sistema de objetos astronómicos y aquella asociada a los objetos luminosos que lo constituyen. Esta diferencia es evidente en estudios dinámicos de objetos en galaxias, cúmulos de galaxias y el Universo entero. Una solución propuesta para explicar esta discrepancia es suponer que existe materia adicional, distinta a la bariónica, carente de carga eléctrica, que interactúa muy débilmente en el Universo, casi únicamente a través de la fuerza gravitacional.

§1. Antecedentes históricos

La existencia de materia oscura fue propuesta por primera vez en la década de 1930 por Fritz Zwicky [Zwicky (1933, 1937)], quien la sugirió a partir de sus estudios sobre la dinámica observada para cúmulos de galaxias. De acuerdo con su análisis, debía existir una forma no visible de materia para poder explicar la dinámica observada en la materia visible. Pasaron cerca de 40 años para que el desarrollo de las técnicas observacionales permitiera el análisis dinámico de sistemas galácticos, los cuales se convertirían en una de las bases más sólidas de la hipótesis de materia oscura. A mediados de la década de 1970, los trabajos de Vera Rubin y sus colaboradores [Rubin et al. (1980)] fueron los primeros en evidenciar una característica peculiar de las curvas de rotación de las galaxias espirales que sería confirmada por múltiples estudios posteriores: la velocidad de rotación observada para el gas y las estrellas en las regiones externas de la galaxia es aproximadamente constante

en un intervalo considerable de distancia respecto al centro galáctico.

En la década de 1980, el desarrollo de las técnicas de observación permitió obtener mejores datos, a partir de los cuales podían obtenerse perfiles radiales de brillo superficial de buena precisión (con los que se tiene una buena medida de la distribución espacial de la materia visible en la galaxia). La combinación de dichos perfiles junto con la suposición de un cociente masa/luminosidad constante a nivel estelar (es decir, la hipótesis de que la luminosidad de cualquier población estelar y su masa están relacionadas en la misma proporción, independientemente de su distancia radial al centro de la galaxia y sin importar a qué galaxia en particular pertenece), se traduce en una curva de rotación esperada para el disco galáctico que presenta un decaimiento exponencial en la parte externa. La comparación entre estas curvas y las obtenidas observacionalmente dio una noción cuantitativa de la cantidad de materia que debía estar en forma de materia oscura y la distribución radial que debería tener. La curva de rotación típica observada se aplanaba después de alcanzar un máximo, continuando con este comportamiento hasta las regiones observadas más externas; este comportamiento es totalmente inexplicable únicamente con la componente luminosa que forma el disco. Aun la inclusión del gas presente en las galaxias y otras componentes menos significativas no pueden explicar tal exceso de materia en las regiones exteriores. Es necesario agregar una componente significativa de materia no visible, que genéricamente se denomina halo oscuro, para poder explicar la curva de rotación observada.

A escalas mayores, la presencia de materia oscura parece también incontrovertible. Los cúmulos de galaxias son los objetos autogravitantes más masivos en el Universo. Estudios sobre la masa contenida en estas estructuras muestran que el medio contenido entre las galaxias pertenecientes al cúmulo, principalmente gas caliente, representa apenas un décimo de la masa total del cúmulo y es alrededor de seis veces más grande que la masa asociada a las estrellas pertenecientes a todas las galaxias que contiene. La mayor cantidad de masa en los cúmulos está asociada por tanto a la materia oscura. Los análisis hechos para inferir estos resultados son de naturaleza variada. Análisis precisos sobre las velocidades de los miembros del cúmulo y estudios sobre el perfil radial de emisión en rayos X (que es un trazador de la distribución del gas caliente en los cúmulos) son algunos de los más comunes. Otra fuente de análisis fundamental es el estudio de lentes gravitacionales; las imágenes distorsionadas de las galaxias de fondo producidas por la desviación que sufre la luz al pasar por los cúmulos de galaxias revela la presencia de materia oscura en estos sistemas.

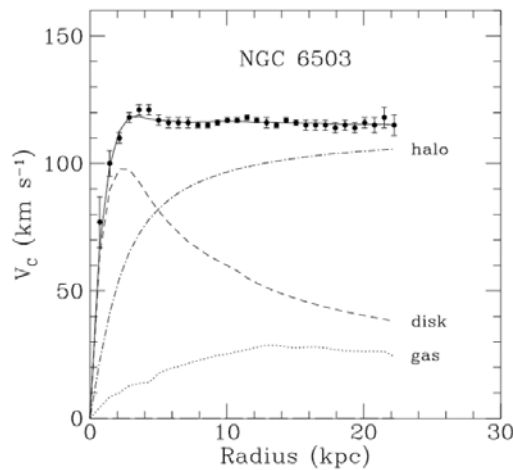


Figura III.1: Curva de rotación para la galaxia NGC 6503. Los datos con barras de error son las velocidades observadas. Se muestran las contribuciones del disco de estrellas (línea cortada) y el gas (línea punteada). El resto se atribuye a un halo oscuro invisible y extendido [Freese (2009)].

La geometría e intensidad de la distorsión puede ser usada para determinar la masa del sistema que la causa.

La evidencia se extiende a escalas aún mayores: la radiación cósmica de fondo de microondas (CMBR) descubierta por Penzias y Wilson en 1965 (predicha por Gamow en 1948 como remanente del Universo temprano) es en la actualidad una fuente observacional fundamental a escalas cosmológicas. La CMBR ha sido medida cada vez con mayor exactitud con el satélite COBE (Cosmic Background Explorer) a principios de la década de 1990, después con WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), y más recientemente con la misión Planck. El análisis del espectro de potencias obtenido por Planck es de profundo interés para la cosmología y de suma importancia como verificación experimental cuando se plantea un modelo cosmológico dado. Uno de los parámetros necesarios para realizar el ajuste teórico al espectro de potencias es la densidad total de materia oscura en el Universo. De los datos más recientes de Planck, el valor que se obtiene para ésta es [Planck Collaboration et al. (2014)]:

$$\Omega_{\text{DM}}h^2 = 0.1199 \pm 0.0027, \quad (1.1)$$

donde h es el parámetro adimensional de Hubble al día de hoy ($H_0 = 100hkms^{-1}Mpc^{-1}$), y la densidad total de materia oscura ($\rho_{DM,0}$) se ha escrito en términos de la densidad crítica al día de hoy $\rho_{c,0}$:

$$\Omega_{DM,0} \equiv \frac{\rho_{DM,0}}{\rho_{c,0}} = \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_{DM,0}. \quad (1.2)$$

Observaciones más recientes se agregan a la creciente lista de evidencia sobre la existencia de materia oscura. A mediados del 2006 se presentó un sistema particular que de acuerdo a los autores del análisis se trata de una prueba empírica directa de la existencia de materia oscura. Se trata de observaciones del llamado Cúmulo Bala que representa en realidad dos cúmulos de galaxias colisionando. La materia bariónica perteneciente a cada cúmulo interacciona fuertemente entre sí causando choques que claramente frenan el movimiento en direcciones opuestas de cada componente bariónica, la materia oscura, sin embargo, no sufre esta interacción y por tanto las componentes oscuras asociadas a cada cúmulo se atraviesan. La observación parece indicar la existencia de dos tipos de materia, la ordinaria, que produce emisión de rayos X, y otro tipo que tiene todas las propiedades propuestas para la materia oscura.

§2. Propiedades de la materia oscura

La materia oscura necesita tener una naturaleza tal que cumpla con ciertos requisitos para poder explicar las evidencias observacionales que de ella se tienen. Sus propiedades ayudan a identificar posibles candidatos provenientes de teorías muy diversas [Taoso et al. (2008)]. Las principales características que debe satisfacer un candidato a materia oscura son:

- *Ópticamente oscura.* La principal característica de la materia oscura es que no produce radiación electromagnética significativamente observable. Con esta propiedad la materia oscura no disipa energía a través de procesos radiativos, volviéndola esencialmente diferente a la materia bariónica en el proceso de formación de sistemas galácticos.

- *La gravedad es la interacción dominante con la materia ordinaria.* Además de no ser radiativa, la materia oscura no puede tener interacciones importantes con la materia ordinaria además de la gravitacional, de lo contrario sus efectos habrían sido descubiertos ya en experimentos microscópicos.
- *Prácticamente no colisional.* Esto quiere decir prácticamente transparente consigo misma. La autointeracción debe ser poco significativa, de lo contrario afectaría la formación de galaxias y cúmulos de galaxias con consecuencias observables.
- *Compatible con las estructuras astronómicas actuales y con observaciones cosmológicas como la CMBR.* Las propiedades intrínsecas de la materia oscura, como su masa e interacción con el resto de materia en el Universo y consigo misma, deben ser tales que produzcan un escenario de formación y evolución de las estructuras cósmicas que sea compatible con los análisis observacionales con los que contamos.

La composición de la materia oscura es un misterio. La hipótesis más aceptada sobre la naturaleza de la materia oscura es que está compuesta de partículas masivas débilmente interactuantes (WIMP, por sus siglas en inglés), que interactúan sólo a través de la gravedad y la fuerza débil.

§3. Neutralino como candidato a materia oscura

La sección eficaz promediada térmicamente multiplicada por la rapidez relativa de la partícula que compone a la materia oscura, que se necesita para obtener la densidad reliquia en (1.1), es [Jungman et al. (1996); Olive (2003); Feng (2010)]:

$$\langle \sigma v \rangle \propto g_{\text{débil}}^4 / 16\pi^2 m_{\chi}^2. \quad (3.1)$$

Actualmente, el candidato a WIMP mejor motivado es la partícula supersimétrica más ligera (LSP) de los modelos supersimétricos. Sin embargo, candidatos como el axión, los sneutrinos o los gravitinos no están descartados.

La LSP candidato a WIMP tiene que ser una partícula eléctricamente neutra y sin interacciones fuertes. La LSP es estable en los modelos supersimétricos en que se conserva la paridad R, y esta condición es parte del llamado Modelo Mínimo Supersimétrico (MSSM),

en el que se espera que la LSP sea el neutralino más ligero. Esto es particularmente cierto cuando uno restringe los términos de masa de rompimiento suave de la supersimetría, $m_{1/2}$ y m_0 , para que sean universales a la escala de una Teoría de Gran Unificación (GUT), lo cual resulta en el MSSM constreñido (cMSSM).

La densidad reliquia de un candidato a LSP como el neutralino se calcula resolviendo la ecuación de Boltzmann para la densidad de las LSP en un universo en expansión (Ellis & Olive (2010)),

$$\frac{dn}{dt} = -3\frac{\dot{R}}{R}n - \langle\sigma v\rangle (n^2 - n_0^2), \quad (3.2)$$

donde n_0 es la densidad numérica de equilibrio de neutralinos. Definiendo la cantidad $f \equiv n/T^3$, reescribimos esta ecuación en términos de la temperatura reducida $x \equiv T/m_\chi$,

$$\frac{df}{dx} = m_\chi \left(\frac{8\pi^3}{90} GN \right)^{-1/2} \langle\sigma v\rangle (f^2 - f_0^2), \quad (3.3)$$

donde G es la constante de Newton y N es el número de grados de libertad relativistas a una temperatura dada. La solución a esta ecuación a tiempos tardíos y temperaturas bajas, y por tanto a x pequeñas, da un valor constante para f , así que $n \propto T^3$.

La sección eficaz de aniquilación y la densidad reliquia del neutralino dependen de parámetros adicionales a M_1 , M_2 , μ y $\tan\beta$ en el MSSM, incluyendo las masas de los sfermiones y la masa del bosón de Higgs pseudoescalar. En gran parte del espacio de parámetros de interés la LSP es bino y la aniquilación se lleva a cabo principalmente a través del canal transversal de intercambio de sfermiones. Dado que el neutralino es un fermión de Majorana, la aniquilación ocurre principalmente a través de la onda-p, la cual está suprimida porque las LSP que se aniquilan son no relativistas a bajas temperaturas. Así, la sección eficaz de aniquilación se puede aproximar incorporando un término proporcional a la temperatura si los neutralinos están en equilibrio térmico: $\sigma v = a + bx + \dots$, donde los coeficientes de expansión a y b son dependientes del modelo.

Las aniquilaciones en el Universo temprano continúan hasta que la tasa de aniquilaciones $\Gamma = \sigma v n_\chi$ cae por debajo de la tasa de expansión, después de lo cual es una buena aproximación suponer que las aniquilaciones son despreciables (*freeze-out*). La densidad reliquia final del neutralino puede escribirse como

$$\Omega_\chi h^2 \simeq 1.9 \times 10^{-11} \left(\frac{T_\chi}{T_\gamma} \right)^3 N_f^{1/2} \left(\frac{\text{GeV}}{ax_f + \frac{1}{2}bx_f^2} \right), \quad (3.4)$$

donde $(T_\chi/T_\gamma)^3$ da cuenta del recalentamiento subsecuente de la temperatura del fotón con respecto a χ , debido a las aniquilaciones de partículas con masa $m < x_f m_\chi$, y $x_f = T_f/x_\chi$ es proporcional a la temperatura del *freeze-out* T_f . La ecuación (3.4) da una muy buena aproximación a la densidad reliquia excepto cerca de los polos de aniquilación directos del canal-s y en regiones donde la LSP es casi degenerada con la siguiente partícula supersimétrica más ligera.

Si el universo está poblado en su mayoría de neutralinos, debe ser posible detectar su presencia tanto directamente (vía colisiones inelásticas con nucleones) como indirectamente (observando los pares fermión-antifermión que resultan cuando los neutralinos se aniquilan). Las secciones eficaces esperadas para tales interacciones están determinadas por las regiones permitidas en el espacio de parámetros del modelo de SUSY que sea utilizado.

§4. Regiones del espacio de parámetros permitidas por las constricciones a la densidad reliquia

Existen varios barridos del cMSSM y otros modelos tipo MSSM usando diferentes criterios para revisar su viabilidad. Algunos de éstos son bayesianos (e.g. Roszkowski et al. (2014); Fowlie (2014); Balazs et al. (2013); Strege et al. (2013); Cabrera et al. (2013)) o frecuentistas (e.g. Buchmueller et al. (2012); Bechtle et al. (2014); Bagnaschi et al. (2015)), o ambos (Bechtle et al. (2012); Strege et al. (2012)). Pero también hay varios estudios que usan otras técnicas o constricciones para llevar a cabo un análisis (e.g. Abdallah & Khalil (2015); Cabrera-Catalan et al. (2015); Ellis et al. (2015); Allanach et al. (2013, 2014)). En el cMSSM se supone que la materia oscura está compuesta de un solo tipo de partícula, la LSP, que usualmente se supone es el neutralino. Por tanto, la mayoría de los estudios buscan regiones de probabilidad con diferentes condiciones de frontera a la escala de gran unificación, es decir, valores para m_0 , $m_{1/2}$, $\tan \beta$, μ y A_0 , además de constricciones fenomenológicas a bajas energías, que incluyen una combinación de las siguientes: las tasas de ramificación (*branching ratios*) de $b \rightarrow s\gamma$ y $B \rightarrow \mu^+\mu^-$, la densidad reliquia de la materia oscura, el requerimiento de un rompimiento radiativo de la simetría electrodébil, la masa

del Higgs, y una solución al problema de $g - 2$ (aunque no se consideren todas estas constricciones juntas para cada análisis), y constricciones provenientes de búsquedas directas e indirectas de materia oscura. De estos diversos barridos, es claro que el cMSSM está altamente desafiado, aunque siguen existiendo regiones permitidas del espacio de parámetros, dependiendo de qué constricciones se estén usando para bajas energías. En general, para satisfacer la mayoría de las constricciones mencionadas, se espera un espectro supersimétrico pesado, con $A_0 \neq 0$ y $\tan \beta$ grande. (Para una revisión reciente de las constricciones al cMSSM y otros modelos supersimétricos, ver por ejemplo Buchmueller et al. (2012, 2014); Bagnaschi et al. (2015); Ellis (2015).)

Antes de WMAP (por no mencionar Planck), el cMSSM era compatible con el límite $\Omega_{DM,0}h^2 \sim 0.1 - 0.3$ y con otros datos directos e indirectos a bajas energías y de colisionadores en una gran región del espacio de parámetros llamada la región del bulto (*bulk*). Después de la restricción hecha por WMAP a $\Omega_{DM,0}h^2$, sin embargo, y dados los límites inferiores a las masas de las partículas, esta gran región del bulto en $m_0 - m_{1/2}$ ya no es viable. Sucede, además, que en el cMSSM el neutralino LSP es, para prácticamente todos los casos, un estado casi puramente bino que se aniquila más eficientemente en leptones a través de sleptones derechos por su mayor asignación de hipercarga. Sin embargo, este mecanismo no es suficientemente eficiente. Todavía quedan tres escenarios favorecidos que requieren algunas relaciones accidentales muy específicas entre algunos parámetros a la escala electrodébil.

Región de coaniquilación de $\tilde{\tau}$

En el cMSSM a m_0 baja, existe una región donde $\tilde{\tau}$ y $\tilde{\chi}_1^0$ son casi degenerados. En este caso la población de estas dos partículas son casi las mismas, haciendo al $\tilde{\tau}$ (la siguiente partícula supersimétrica más ligera) accesible térmicamente. $\Delta M = m_{\tilde{\tau}} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$ es la diferencia de masas que controla el cociente de poblaciones de estas dos especies a través del factor de Boltzmann $\exp(-\Delta M/T_f)$. Es por tanto un parámetro muy sensible que entra en el cálculo de la densidad reliquia. Cuando tiene lugar la coaniquilación, a través de la participación de $\tilde{\tau}$ en procesos como $\tilde{\tau}_1 \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tau \gamma$ o incluso $\tilde{\tau}_1 \tilde{\tau}_1 \rightarrow \tau \tilde{\tau}$, la densidad reliquia puede reducirse en comparación con el caso del escenario del *bulk*.

En esta región el neutralino LSP es mayoritariamente bino con una masa establecida

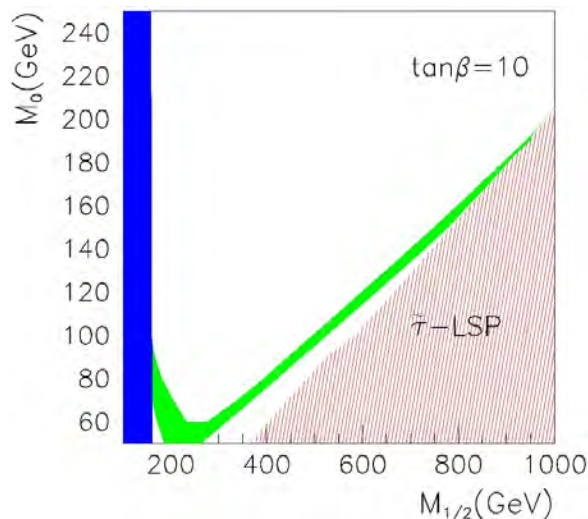


Figura III.2: Región permitida por WMAP (verde). La región azul está excluida por límites directos de LEP sobre spartículas. La región roja está excluida por la restricción cosmológica de que la LSP sea neutra. (Figura modificada de [Allanach et al. (2004)].)

esencialmente por M_1 hasta correcciones de orden M_Z^2/μ (μ es grande). La fórmula aproximada para la masa del neutralino y la masa del $\tilde{\tau}_1$ sugiere que la degeneración ocurre para $m_0 \sim 0.145m_{1/2}$. En la fig. III.2 se muestra la región compatible con la restricción $0.094 < \Omega_{\text{DM}}h^2 < 0.129$, obtenida con datos de WMAP, para $\tan \beta = 10$, $A_0 = 0$ y $\mu > 0$. (Como mencioné anteriormente, el experimento Planck ha incrementado la precisión de esta restricción [$0.1172 < \Omega_{\text{DM}}h^2 < 0.1226$]. Sin embargo, el efecto de esto es simplemente encoger [un poco más] la región compatible, y para propósitos demostrativos las figs. III.2, III.3 y III.4 son suficientes.)

Región del Higgs *funnel*

Un incremento repentino en el mecanismo usual de aniquilación para reducir la densidad reliquia se puede dar si $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ está cerca de un polo. Una aniquilación rápida y eficiente puede ocurrir a través de la resonancia del Higgs. Dada la naturaleza de Majorana del neutralino, el *enhancement* resonante se obtiene sólo vía el bosón pseudoescalar de Higgs. El Higgs CP-par más pesado, que podría tener una masa equivalente, se encuentra totalmente enterrado

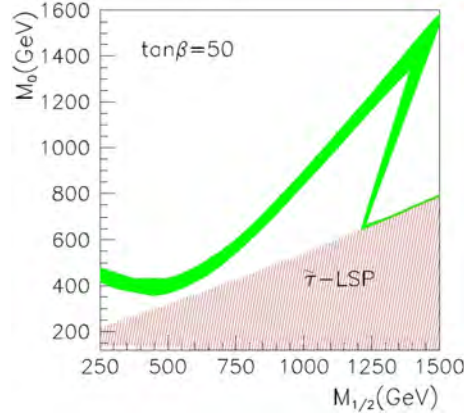


Figura III.3: Región permitida por WMAP (verde). La región roja está excluida por la restricción cosmológica de que la LSP sea neutra. (Figura modificada de [Allanach et al. (2004)].)

por la supresión de la onda-P. Las constricciones de colisionadores a la LSP en el cMSSM permiten el Higgs *funnel* pesado, donde $\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow A \rightarrow b\bar{b}/\tau\bar{\tau}$, que ocurre para tan β grande. Los parámetros importantes en este escenario son la cantidad $2m_{\tilde{\chi}_1^0} - m_A$ y la amplitud del pseudoescalar, ya que éstos definen el perfil de resonancia del A .

En la fig. III.3 se muestra la región compatible con la restricción $0.094 < \Omega_{DM} h^2 < 0.129$, obtenida con datos de WMAP, para $\tan \beta = 50$, $A_0 = 0$ y $\mu > 0$. Es importante señalar que la región del *funnel* tiene un espectro de masas bastante pesado.

Región del *focus point*

La mayor parte del tiempo en el cMSSM, μ es bastante grande. Sin embargo, puede ocurrir excepcionalmente que $\mu \sim M_1$, en cuyo caso la aniquilación es mucho más eficiente a través de reacciones como $\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow WW/ZZ/Zh/t\bar{t}$. Esto ocurre en la llamada región del *focus point* donde m_0 es muy grande.

La región del *focus point* corresponde a valores grandes de m_0 cerca de la frontera del rompimiento viable de la simetría electrodébil, donde el valor de μ cae rápidamente. Cuando $\mu \sim M_1, M_2$, la LSP tiene una fracción significativa de higgsino, además las partículas más ligeras siguientes ($\tilde{\chi}_2^0$ o $\tilde{\chi}_1^\pm$) también tienen un componente significativo de higgsino y no son mucho más pesados que la LSP. Así, los canales de coaniquilación están

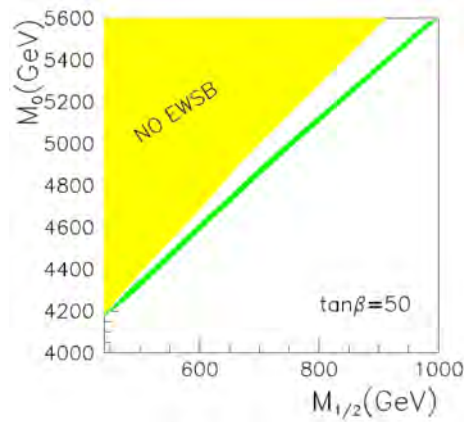


Figura III.4: Región permitida por WMAP (verde). La región amarilla está excluida por la restricción de no haber rompimiento de la simetría electrodébil. (Figura modificada de [Allanach et al. (2004)].)

favorecidos. Sin embargo, la coaniquilación no debe ser muy eficiente, o de otra forma la densidad reliquia sería menor a lo que se mide.

En la fig. III.4 se muestra la región compatible con la restricción $0.094 < \Omega_{DM} h^2 < 0.129$, obtenida con datos de WMAP, para $\tan \beta = 50, A_0 = 0, \mu > 0$ y con $m_{1/2}$ en el rango de 440-1000 GeV. En este escenario, todos los sfermiones son muy pesados (más de 4 TeV) como para estar accesibles a alguno de los colisionadores planeados. La masa de la LSP va desde cerca de 150 a 350 GeV con los neutralinos tipo higgsino siendo 100 a 50 GeV más pesados. Desde el punto de vista de un colisionador lineal, se necesita una energía mayor a 800 GeV para revelar algunas de las propiedades de este escenario. El pseudoescalar tendría una masa mayor a 1 TeV y muy probablemente no será encontrado directamente en el LHC.

Capítulo IV

Momento anapolar

Recientemente, varios autores han explorado la posibilidad de que la materia oscura pueda interactuar electromagnéticamente con materia ordinaria [Sigurdson et al. (2004); Ciafaloni et al. (2011a); Ciafaloni & Urbano (2010); Ciafaloni et al. (2011b); Bell et al. (2011c,b,a); Dent et al. (2008); Kachelriess et al. (2009); Heo (2009, 2010); Liebler & Porod (2011); Barger et al. (2011)], por ejemplo vía el momento dipolar eléctrico o el magnético. Los experimentos de detección directa constriñen fuertemente tales momentos dipolares para partículas con masas $\gtrsim 10$ GeV. En particular, los momentos dipolares eléctrico y magnético suficientemente pequeños para evadir los límites de detección directa no pueden proveer la abundancia térmica reliquia para materia oscura a menos que $m \lesssim 10$ GeV.

Aunque la mayor parte del interés en los factores de forma electromagnéticos se ha concentrado en los momentos dipolares eléctrico y magnético, Pospelov y ter Veldhuis [Pospelov & ter Veldhuis (2000)] consideraron varias otras formas de acoplamiento electromagnético con la materia oscura, incluyendo el momento cuadrupolar eléctrico y el momento anapolar. Es este último el que consideramos en este trabajo.

§1. Vértice electromagnético

El vértice electromagnético $\Gamma_\mu(q^2)$, el cual caracteriza la interacción de una partícula con el campo electromagnético, se puede expresar mediante un conjunto de factores de forma electromagnéticos. Es bien conocido que las propiedades electromagnéticas de una partícula con espín j pueden ser descritas con $2(2j + 1)$ factores de forma. Por ende, para partículas

con espín 1/2 existen numerosas parametrizaciones de la corriente electromagnética que tienen cuatro factores de forma independientes. Una forma popular de definir la estructura Lorentz de $\Gamma_\mu(q)$ es la siguiente:

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu(q) = & f_Q(q^2)\gamma_\mu + f_M(q^2)i\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma_5 \\ & -f_E(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu + f_A(q^2)(q^2\gamma_\mu - \not{q}q_\mu)\gamma_5, \end{aligned} \quad (1.1)$$

donde $f_Q(q^2)$, $f_M(q^2)$, $f_E(q^2)$ y $f_A(q^2)$ son los llamados factores de forma de carga, dipolar magnético, dipolar eléctrico y anapolar, respectivamente; $q_\mu = p'_\mu - p_\mu$ es el tetramomento transferido; y $\sigma_{\mu\nu} = (i/2)[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$. Estos factores de forma son observables físicos cuando $q^2 \rightarrow 0$, y sus combinaciones definen los bien conocidos momentos dipolares magnético (μ), eléctrico (d) y anapolar (α). En el límite no relativista la energía de interacción con un campo electromagnético externo es de la forma

$$\mathcal{H}_{\text{int}} \propto -\mu(\sigma \cdot B) - d(\sigma \cdot E) - \alpha(\sigma \cdot \nabla \times B), \quad (1.2)$$

donde B y E son las intensidades de los campos magnético y eléctrico.

§2. Factores de forma de una partícula de Majorana

Las partículas de Majorana son muy especiales en el sentido de que son idénticas a sus antipartículas. Muchas investigaciones se han dedicado al estudio de las propiedades electromagnéticas de la partícula de Majorana de espín 1/2. Estos estudios han recurrido exitosamente a las transformaciones bajo C , CP y CPT del campo de Majorana con el resultado de que sin importar si la partícula es o no masiva, sólo puede tener un momento que viola P , el momento anapolar (aunque momentos dipolares de transición eléctrico y magnético son posibles), a diferencia de una partícula de Dirac, que puede tener carga y momento magnético y dipolar eléctrico, además del anapolar.

La conclusión anterior se obtiene al suponer invariancia CPT . Supongamos que una partícula de Majorana tiene un momento dipolar magnético μ y un momento dipolar eléctrico d . Entonces, cuando está en reposo, su energía de interacción en una combinación de campos magnético y eléctrico uniformes y estáticos es de la forma $-\mu(\sigma \cdot B) - d(\sigma \cdot E)$.

En el estado que se obtiene tras aplicar CPT, los campos B y E no cambian. Sin embargo, el efecto de CPT sobre una partícula de Majorana en reposo es simplemente revertir su espín (además de una fase). Así, la energía de interacción cambia de signo cuando nos vamos al estado que obtenemos tras una transformación CPT, de tal manera que si la invariancia CPT se mantiene μ y d deben ser cero.

	σ	B	E	$\nabla \times B$	$\sigma \cdot B$	$\sigma \cdot E$	$\sigma \cdot \nabla \times B$
C	+	-	-	-	-	-	-
P	+	+	-	-	+	-	-
T	-	-	+	-	+	-	+

Tabla IV.1: Propiedades C, P y T del espín, el campo magnético, el campo eléctrico y sus interacciones.

El momento anapolar fue introducido por Zel'dovich para una interacción T-invariante que no conserva paridad-P y -C individualmente [Zeldovich (1957)]. Pero, el momento anapolar no tiene un análogo clásico simple, ya que $f_A(q^2)$ no corresponde a una distribución multipolar, y, por tanto, se propuso una característica más conveniente para describir este tipo de interacción: el momento dipolar toroidal (TDM) [Dubovik & Cheshkov (1975)].

§3. Momento dipolar toroidal

Como puede verse de la descomposición covariante de la corriente electromagnética de una partícula de Majorana, todos los factores de forma pueden escribirse en la siguiente estructura:

$$J_\mu^{\text{anapolar}} = q_\mu q \cdot S - q^2 S_\mu, \tag{3.1}$$

donde S representa un vector que caracteriza a la partícula de Majorana y que puede expresarse como un funcional del campo de Majorana y su momento.

La estructura anterior lleva a una interacción de contacto ya que la parte con q_μ no contribuye debido a conservación de la corriente, mientras que q^2 se cancela con el q^2 del propagador del fotón. Una manera de ver lo peculiar acerca de este tipo de momento es notar que no interactúa con campos externos (i.e., $F^{\mu\nu}$ o $\tilde{F}^{\mu\nu}$) sino sólo con la corriente

externa. El lagrangiano representa la interacción de la “corriente anapolar” con el campo electromagnético y puede escribirse como:

$$\mathcal{L}_A^{efe} = J_\mu^{\text{anapolar}} A^\mu = S^\mu \partial^\nu F_{\mu\nu}. \quad (3.2)$$

Sin embargo, de las ecuaciones de Maxwell se tiene que

$$\mathcal{L}_A^{efe} = S \cdot \mathcal{J}^{\text{ext}}, \quad (3.3)$$

donde \mathcal{J}^{ext} es la corriente externa. Existen algunas similitudes con el radio de carga. Sin embargo, una partícula verdaderamente neutra como una partícula de Majorana no tiene ninguna distribución de carga o radio de carga asociado a ella.

La corriente anapolar rompe simetrías discretas fundamentales (P y C), y lleva a una interacción de contacto. Éstas son las principales razones de que difícilmente se halle alguna discusión acerca de este momento en los libros de texto. Sin embargo, para ver que tales momentos pueden surgir, consideremos la expansión del potencial vectorial $\mathbf{A}(\mathbf{R})$ generado por una densidad de corriente localizada \mathbf{j} de un sistema estacionario a una distancia grande R de la fuente:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{R}) &= \int d^3r \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r})}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|} \\ &= \frac{1}{R} \int d^3r \mathbf{j}(\mathbf{r}) + \partial_k \frac{1}{R} \int d^3r r_k \mathbf{j}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \partial_k \partial_l \frac{1}{R} \int d^3r r_k r_l \mathbf{j}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Es bien sabido que el primer término desaparece debido a la condición de continuidad mientras que el segundo da lugar a un momento magnético. El último término induce tanto un momento magnético cuadrupolar como un momento anapolar. Éste proviene de la contribución vectorial que surge del caso $k = l$ y lleva a un potencial vectorial que induce un anapolo

$$\mathbf{A}_{\text{anapolar}} = \frac{1}{2} \nabla^2 \frac{1}{R} \int d^3r r_k r_k \mathbf{j}(\mathbf{r}) = \mathbf{T} \delta(\mathbf{R}) \quad (3.5)$$

con

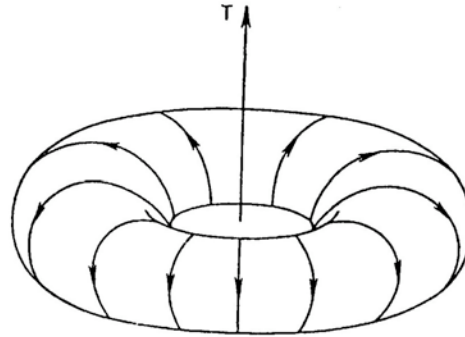


Figura IV.1: Configuración de una corriente que tiene un momento dipolar toroidal. Las flechas sobre el toro indican la dirección de la corriente, y el TDM está dirigido a lo largo del eje de simetría del toro.

$$\mathbf{T} = -2\pi \int d^3r r_k \mathbf{j}(r). \quad (3.6)$$

La presencia de la función delta $\delta(R)$ es otra vez una manifestación de una interacción de contacto.

Como señaló por primera vez Zeldovich, un modelo clásico del anapolo puede visualizarse pictóricamente con una corriente fluyendo a través de un cable helicoidal enrollado alrededor de un toro (fig. IV.1). El momento anapolar es un momento toroidal dirigido a lo largo del eje del toro (i.e., el eje de simetría del sistema). La densidad de carga ρ para este sistema es cero, al igual que el momento dipolar magnético. La interacción con una partícula de prueba sólo puede tener lugar, sin embargo, si la partícula penetra el toro.

La corriente anapolar es un vector polar, pero para una partícula en reposo sólo se tiene el espín S , que es un vector axial. Esto refleja el hecho de que se viola C . Esta violación es responsable de una depolarización vía la precesión del espín, lo que lleva a una estructura helicoidal del espín en analogía con la corriente alrededor del toro.

El TDM es un caso general del anapolar; coincide con el anapolar sólo en el límite en que $m_i = m_f$, donde $m_{i,f}$ son las masas de los estados inicial y final de la partícula bajo consideración. Para ver la relación entre el momento anapolar y el dipolar toroidal, reescribimos la parte axial del vértice electromagnético en la parametrización

$$\Gamma_{\mu}(q) \propto \left\{ i\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P^{\nu} q^{\lambda} \gamma^{\sigma} \gamma_5 T(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q^{\nu} D(\Delta m^2) - \frac{q^2 P_{\mu} - (q \cdot P) q_{\mu}}{q^2 - \Delta m^2} [D(q^2) - D(\Delta m^2)] \right\} \gamma_5, \quad (3.7)$$

donde $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$ es el tensor unitario antisimétrico de Levi-Civita, $P^{\nu} = p'_{\nu} + p_{\nu}$, $\Delta m = m_i - m_f$ y $D(\Delta m^2)$, $D(q^2)$ y $T(q^2)$ son los factores de forma de momento dipolar, dipolar de carga y dipolar toroidal, respectivamente. En esta parametrización, existe una correspondencia uno a uno en la definición de los momentos multipolares por sus factores de forma. Así el TDM está definido enteramente por $T(q^2)$. Usando algunas identidades es posible obtener la siguiente conexión entre los factores de forma anapolar y dipolar toroidal:

$$f_A(q^2) = T(q^2) + \frac{m_i^2 - m_f^2}{q^2 - \Delta m^2} [D(q^2) - D(\Delta m^2)]. \quad (3.8)$$

Como se puede ver, coinciden sólo en el límite diagonal ($m_i = m_f$), que es, de hecho, el que nos interesa. La definición del momento anapolar por dos factores de forma independientes, $T(q^2)$ y $D(q^2)$, lleva a confusión en el límite clásico. El momento dipolar toroidal, que sólo se define por un factor de forma, evita este problema. El TDM tiene un análogo clásico simple y representa el primer término de la tercera familia multipolar independiente, los momentos toroidales, de manera similar a los bien conocidos momentos dipolares magnético y eléctrico. Este tipo de momentos multipolares estáticos no producen ningún campo electromagnético externo en el vacío, pero generan un potencial de campo libre (invariante de norma), que es responsable de efectos topológicos como el efecto Aharonov-Bohm [Dubovik & Kuznetsov (1998)]. (Para una revisión comprehensiva sobre las expansiones multipolares electromagnéticas completas, incluyendo las toroidales, ver [Gongora & Ley-Koo (2006)]).

§4. Medición experimental

Para medir el momento anapolar de la materia oscura se necesita detección directa. El diagrama de Feynman para este proceso de dispersión se muestra en la fig. IV.2.

La sección eficaz diferencial para la dispersión materia oscura-núcleo a través de una

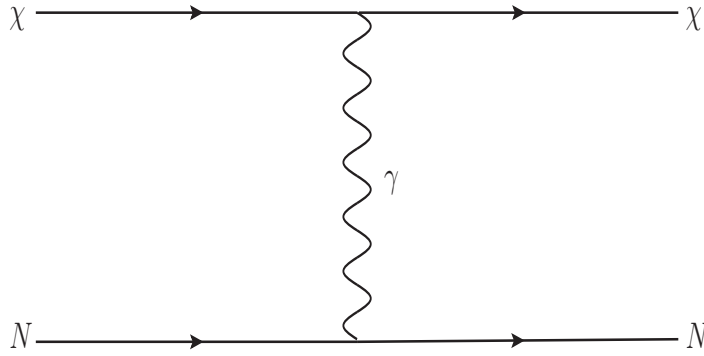


Figura IV.2: Diagrama de Feynman para dispersión materia oscura-núcleo.

interacción anapolar está dada por [Kopp et al. (2014)]:

$$\frac{d\sigma_{\chi N}^{\text{anapolar}}}{dE_r} = 4\alpha_{em}a^2Z^2|F_Z(E_r)|^2 \left[2m_N - \left(1 + \frac{m_N}{m_\chi}\right)^2 \frac{E_r}{v^2} \right] + 4a^2d_A^2|F_s(E_r)|^2 \left(\frac{J+1}{3J} \right) \frac{2E_r m_N^2}{\pi v^2}. \quad (4.1)$$

La primera línea corresponde a la dispersión sobre la carga nuclear Z , mientras que la segunda describe la dispersión con el momento dipolar nuclear d_A . La masa nuclear se denota por m_N , y v es la velocidad de la partícula de materia oscura incidente. Se incluyen también el factor de forma nuclear de carga $F_Z(E_r)$ y el factor de forma de espín $F_s(E_r)$. Se puede parametrizar $F_Z(E_r)$ como

$$F_Z(E_r) = 3e^{k^2s^2/2} [\sin(kr) - kr \cos(kr)] / (kr)^3, \quad (4.2)$$

donde $k = \sqrt{2m_N E_r}$, $s = 1$ fm, $r = \sqrt{R^2 - 5s^2}$ y $R = 1.2A^{1/3}$ fm (A es el número másico). Para $F_s(E_r)$ tenemos que

$$F_s(E_r) = \sin(kR_s)/(qR_s) \quad (4.3)$$

para $kR_s < 2.55$ y $kR_s > 4.5$, y $F_s(E_r) = 0.217$ en cualquier otro caso. Aquí $R_s = A^{1/3}$. Es importante notar que los momentos dipolares nucleares son subdominantes en muchos materiales que conforman el blanco de un experimento, incluyendo al xenón. En cambio, la contribución para el momento dipolar nuclear puede ser comparable con la contribución de la carga nuclear en flúor, sodio y yodo.

La tasa diferencial de dispersión materia oscura-núcleo por unidad de masa del blanco está dada por

$$\frac{dR}{dE_r} = \frac{\rho_\chi}{m_\chi m_N} \int_{v_{\min}}^{\infty} d^3v f(v) v \frac{d\sigma}{dE_r}, \quad (4.4)$$

donde $\rho_\chi \sim 0.3 \text{ GeV/cm}^3$ es la densidad local de materia oscura, $v_{\min} = \sqrt{m_N E_r / 2} / M_{\chi N}$ es la mínima velocidad de la materia oscura requerida para producir una energía de retroceso E_r , $M_{\chi N} = m_\chi m_N / (m_\chi + m_N)$ es la masa reducida del sistema χ -núcleo y $f(v)$ es la distribución de velocidades de la materia oscura respecto al sistema de referencia del detector. Esta distribución de velocidades se obtiene haciendo una transformación galileana de la distribución de velocidades de la materia oscura con respecto al sistema de referencia de la Vía Láctea, f_{VL} . Para ésta, a su vez, suponemos una forma convencional de Maxwell-Boltzmann con un corte suave, $f_{VL} \propto \exp(-v^2/v_0^2) - \exp(-v_{\text{esc}}^2/v_0^2)$, con una velocidad de dispersión $v_0 = 220 \text{ km/s}$ y una velocidad de escape $v_{\text{esc}} = 550 \text{ km/s}$.

El primer límite superior para el momento anapolar de la materia oscura fue calculado en [Pospelov & ter Veldhuis (2000)], usando datos de la colaboración DAMA/LIBRA [Bernabei et al. (1996)] y del detector de Ge de la colaboración CDMS [Abusaidi et al. (2000)]

$$\sim 4 \times 10^{-2} \text{ fm} \quad (4.5)$$

para un WIMP con masa de unos GeV (3 para el detector de Ge y 4 para el de NaI).

Más recientemente, Kopp, Michaels y Smirnov [Kopp et al. (2014)] derivaron una restricción al momento anapolar de la materia oscura para los datos de 85.3 días de LUX [Akerib et al. (2014)] y para los datos de 225 días de XENON100 [Aprile et al. (2012)] (ver fig. IV.3). Aunque el momento anapolar es una cantidad muy pequeña, se espera que

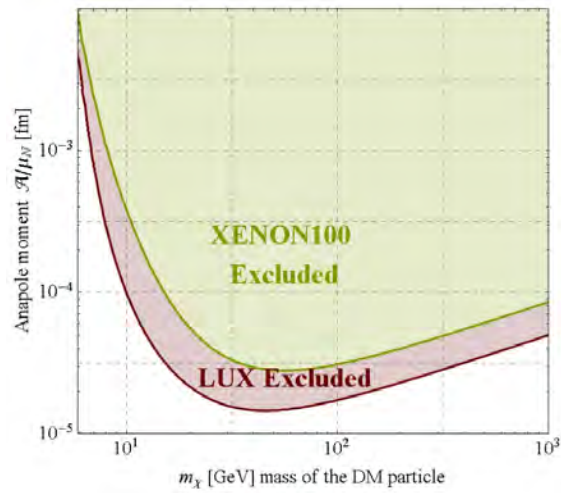


Figura IV.3: Esta figura, tomada de [Kopp et al. (2014)], muestra los límites al momento anapolar a un nivel de confianza del 90 por ciento para los experimentos XENON100 y LUX.

el mejoramiento de la sensibilidad de futuros experimentos de detección directa pongan límites más estrictos a su valor. A este respecto, conocer de manera precisa los contenidos de espín de neutrones y protones en núcleos relevantes es importante para la interpretación correcta de los datos (ver por ejemplo [Stadnik & Flambaum (2015); Roberts et al. (2014); Gresham & Zurek (2014)], y las referencias ahí citadas). Se espera que tanto XENON1T [Davide (2015)] como LUX-ZEPLIN (LZ) [Akerib et al. (2015)] mejorarán varias veces la medición de la sección eficaz WIMP-nucleón. En el caso de XENON1T se espera que la sensibilidad sea $2 \times 10^{-47} \text{ cm}^2$ para una masa del WIMP de $40 \sim 50 \text{ GeV}$ [Kessler (2014); Davide (2015)], mientras que LZ proyecta una sensibilidad de 10^{-48} cm^2 para al total de mil días de exposición [Dobson (2014); Akerib et al. (2015)].

Capítulo V

Cálculo del momento anapolar a un lazo

§1. Diagramas que contribuyen al momento anapolar del neutralino

El momento anapolar del neutralino puede definirse en la aproximación a un lazo en el cMSSM a partir de los diagramas de Feynman que se muestran en las figs. V.1 y V.2, donde f representa a los fermiones cargados del ME. Si tomamos cada familia fermiónica por separado, obtenemos que son 94 diagramas en total: 28 correcciones al vértice y 66 autoenergías (incluyendo diagramas tipo seagle).

Como se puede ver en la fig. V.1, los diagramas de triángulo (correcciones al vértice) pueden clasificarse según el tipo de partícula que tienen en su lazo. Existen con dos vectores (bosón W) y un fermión (chargino). Están también los de tipo vector (bosón W)-escalar (Goldstone cargado)-fermión (chargino). Tenemos diagramas con dos fermiones (fermiones del ME/charginos) y un escalar (sfermión/Higgs o Goldstone cargado). Los hay con dos escalares (sfermiones, Higgses o Goldstones cargados) y un fermión (chargino). Finalmente, tenemos del tipo dos fermiones (charginos) y un vector (bosón W).

Las autoenergías (ver fig. V.2) pueden ser de tipo fotón-escalar (Higgs neutros, Goldstone neutro), fotón-seudoescalar (A^0) y fotón-vector (Z). Las de tipo $\gamma - h^0$, $\gamma - H^0$ y $\gamma - Z$ pueden tener en el lazo dos fermiones (fermiones del ME o charginos), dos escalares (Higgs cargados, Goldstone cargados, sfermiones o fantasmas), dos vectores (bosones W), o un vector (bosón W) y un escalar (Goldstone cargado). Las de tipo $\gamma - G^0$ pueden tener en el

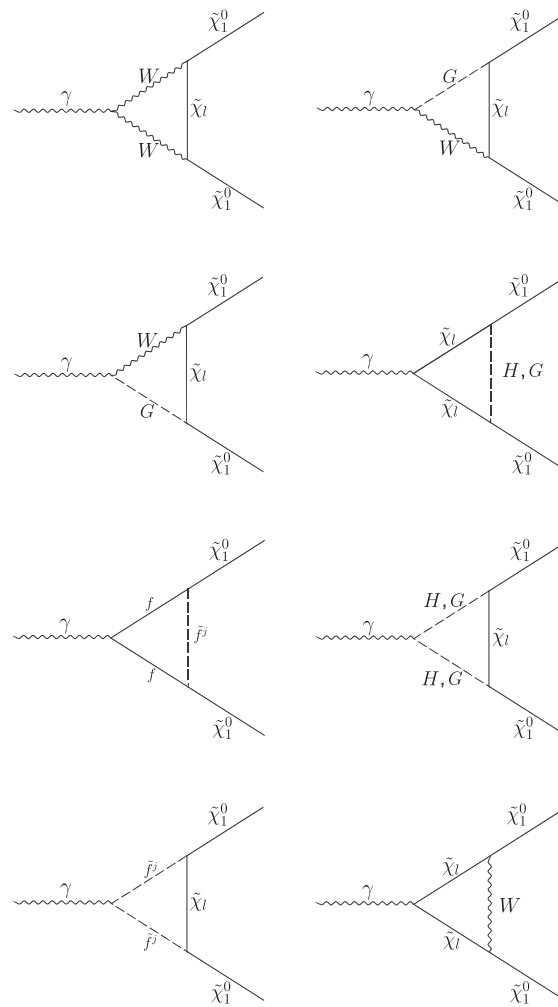


Figura V.1: Correcciones al vértice que aparecen a un lazo para el proceso $\gamma \rightarrow \chi_1^0 \chi_1^0$.

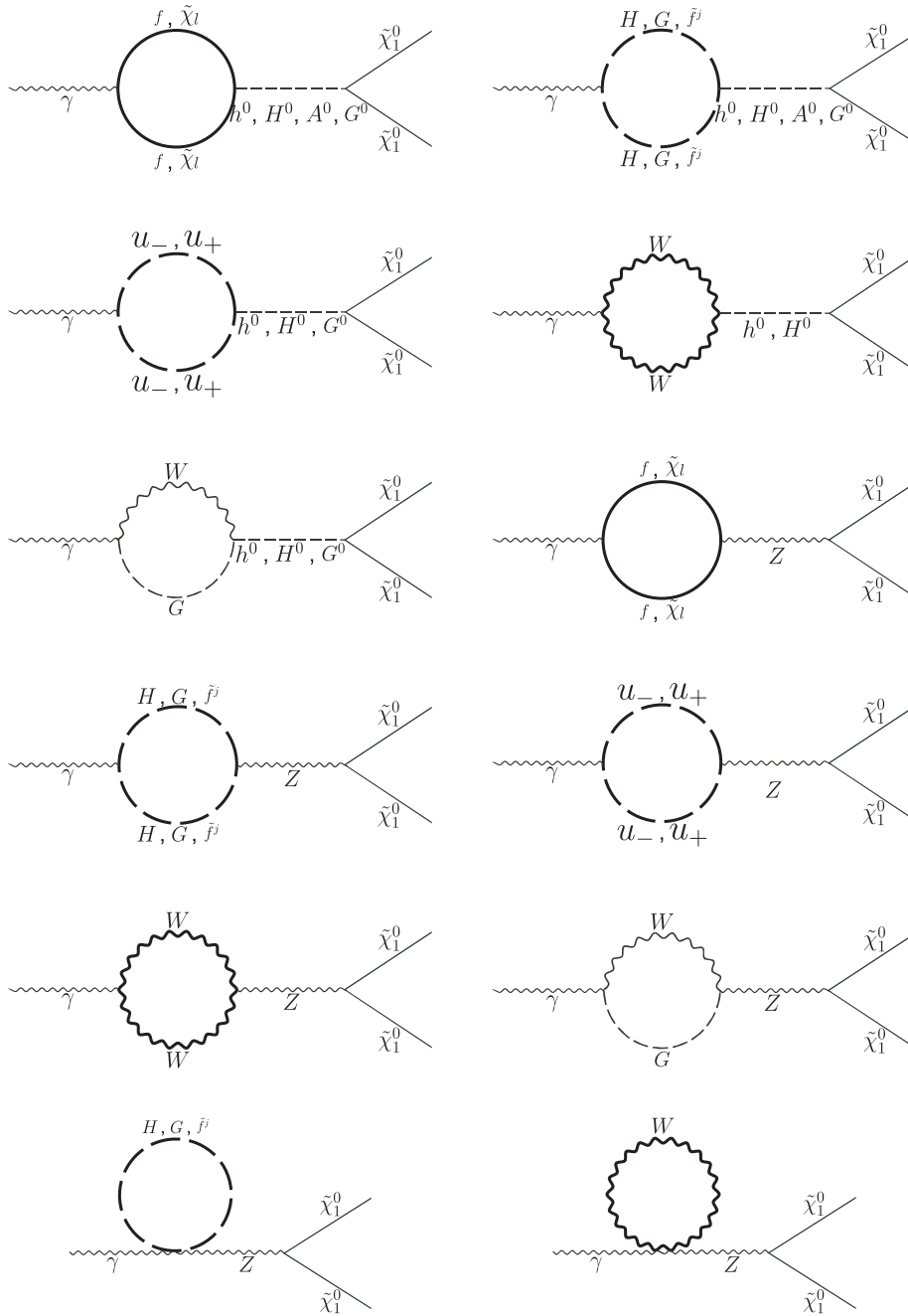


Figura V.2: Autoenergías que aparecen a un lazo para el proceso $\gamma \rightarrow \chi_1^0 \chi_1^0$.

lazo dos fermiones (fermiones del ME o charginos), dos escalares (Higgs cargados, Goldstone cargados, sfermiones o fantasmas), o un vector (bosón W) y un escalar (Goldstone cargado). Las de tipo $\gamma - A^0$ pueden tener en el lazo dos fermiones (fermiones del ME o charginos), dos escalares (Higgs cargados, Goldstone cargados o sfermiones), dos vectores (bosones W), o un vector (bosón W) y un escalar (Goldstone cargado). Los diagramas tipo seagle son siempre $\gamma - Z$ y pueden tener en el lazo un escalar (Higgs cargado, Goldstone cargado o sfermión) o un vector (bosón W).

§2. Evaluación del momento anapolar

Usamos *FeynCalc* [Mertig et al. (1991)] para calcular la amplitud de estos diagramas. Dado que sólo estamos interesados en los términos que contribuyen al factor de forma anapolar, aislamos aquéllos que tienen la estructura Lorentz $\gamma_\mu\gamma_5$. Uno de los primeros resultados que obtenemos es que las autoenergías γH^0 , γh^0 , γA^0 y γG^0 no contribuyen al cálculo. Esto quiere decir que todos los términos con estructura $\gamma_\mu\gamma_5$ que aparecen en estos diagramas se terminan cancelando algebraicamente.

Si llamamos Ξ_i a los coeficientes que multiplican a $\gamma_\mu\gamma_5$ para el *iésimo* diagrama, tenemos entonces que

$$\sum_i \Xi_i = f_\Lambda(q^2)q^2. \quad (2.1)$$

Para obtener el momento anapolar $\alpha = f_\Lambda(0)$ usamos la regla de l'Hopital, y encontramos que

$$\alpha = f_\Lambda(0) = \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{\sum_i \Xi_i}{q^2} = \frac{\partial \sum_i \Xi_i}{\partial q^2} \Big|_{q^2 \rightarrow 0}. \quad (2.2)$$

Al efectuar el cálculo de cada diagrama, aparecen funciones escalares Passarino-Veltman de dos y tres puntos. La función escalar de PV de dos puntos se define como

$$B_0(q^2; m_1^2, m_2^2) \equiv \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \frac{d^D k}{[k^2 - m_1^2][(k+q)^2 - m_2^2]}, \quad (2.3)$$

mientras que la función escalar de PV de tres puntos se define como

$$C_0(A, B, C; m_1^2, m_2^2, m_3^2) \equiv \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \frac{d^D k}{[k^2 - m_1^2][(k + p_1)^2 - m_2^2][(k + p_2)^2 - m_3^2]}, \quad (2.4)$$

donde $A = p_1^2$, $B = (p_1 - p_2)^2$ y $C = p_2^2$. Las autoenergías contienen funciones escalares de Passarino-Veltman de dos puntos del tipo $B_0(q^2, x^2, x^2)$ y $B_0(0, x^2, x^2)$. De igual forma, las contribuciones a las correcciones al vértice presentan funciones escalares de dos y tres puntos, del tipo $B_0(q^2, x^2, x^2)$, $B_0(m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, y^2, x^2)$ y $C_0(q^2, m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, x^2, x^2, y^2)$. En ambos casos x y y representan las masas de las partículas en el lazo.

Al resolver la ecuación 2.2, aparecen derivadas de las funciones Passarino-Veltman. Para evaluar las B_0 s, así como sus derivadas, usamos *LoopTools* [Hahn & Perez-Victoria (1999)]. Para evaluar las C_0 s y sus derivadas, las expandimos en una serie de potencias alrededor de $q^2 = 0$. De esta forma es posible encontrar una aproximación analítica que coincide con la expresión completa en el límite $q^2 = 0$, simplificando enormemente el cálculo (ver apéndice).

En todas las regiones del espacio de parámetros (excepto para $m_{1/2} \gg m_0$, que está excluido por constricciones cosmológicas dado que la LSP está cargada) se observó que los cuatro diagramas que involucran al $\tilde{\tau}$ en el lazo son casi por completo dominantes. (La fig. V.3 muestra dos de estos diagramas. Los otros son iguales, pero con las líneas yendo en contra de la dirección de las manecillas del reloj, debido a la naturaleza Majorana del neutralino.) Las expresiones analíticas para las contribuciones de estos diagramas son

$$\Xi_1 \approx \frac{-k}{q^2 - 4m_{\tilde{\chi}_1^0}^2} \left\{ (q^2 - 2m_{\tilde{\tau}}^2 + 2m_{\tilde{\chi}_1^0}^2) B_0(q^2, m_{\tilde{\tau}}^2, m_{\tilde{\tau}}^2) + 2(3m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2) B_0(m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, m_{\tilde{\tau}}^2, m_{\tilde{\tau}}^2) \right. \\ \left. + 2 \left[(m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2)^2 - q^2 m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 \right] C_0(q^2, m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, m_{\tilde{\tau}}^2, m_{\tilde{\tau}}^2, m_{\tilde{\tau}}^2) - (q^2 - 4m_{\tilde{\chi}_1^0}^2) \right\} \quad (2.5)$$

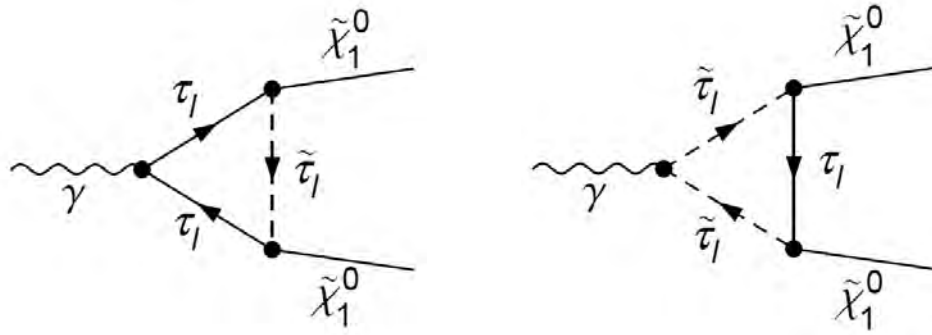


Figura V.3: Dos de los cuatro diagramas de Feynman dominantes para el cálculo del momento anapolar del neutralino. Los otros dos son iguales pero con las flechas internas yendo contra las manecillas del reloj.

y

$$\Xi_2 \approx \frac{k}{q^2 - 4m_{\tilde{\chi}_1^0}^2} \left\{ (q^2 - 2m_{\tilde{\tau}}^2 - 2m_{\tilde{\chi}_1^0}^2) B_0(q^2, m_{\tilde{\tau}}^2, m_{\tilde{\tau}}^2) + 2(m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2) B_0(m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, m_{\tilde{\tau}}^2, m_{\tilde{\tau}}^2) \right. \\ \left. - 2(m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2)^2 C_0(q^2, m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, m_{\tilde{\tau}}^2, m_{\tilde{\tau}}^2, m_{\tilde{\tau}}^2) + (q^2 - 4m_{\tilde{\chi}_1^0}^2) \right\}, \quad (2.6)$$

donde k está dada por

$$k = \frac{e^3 [N_{11}(N_{21} + N_{12}) \cos \theta_W \sin \theta_W + N_{21} N_{12} \cos^2 \theta_W - 3N_{11}^2 \sin^2 \theta_W] \cos 2\theta_{\tilde{\tau}}}{128\pi^2 \cos^2 \theta_W \sin^2 \theta_W (q^2 - 4m_{\tilde{\chi}_1^0}^2)}. \quad (2.7)$$

Estas expresiones dependen de las masas de las partículas involucradas; los elementos de la matriz de mezcla para el neutralino, N_{ij} ; el ángulo de mezcla del $\tilde{\tau}$, $\theta_{\tilde{\tau}}$; así como el ángulo electrodébil, θ_W .

Evaluamos el momento anapolar en el cMSSM usando *Suspect* [Djouadi et al. (2007)], fijando los valores de A_0 , $\tan \beta$ y $\text{signo}(\mu)$, y barriendo valores para los otros dos parámetros, m_0 y $m_{1/2}$. Después variamos A_0 , $\tan \beta$ y $\text{signo}(\mu)$, y repetimos el procedimiento. Estos valores son introducidos en nuestro código, que incluye todos los diagramas que contribuyen, para calcular el momento anapolar. No consideramos en nuestro análisis la región donde $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ y $m_{\tilde{\tau}}$ son degenerados o casi degenerados, dado que ésta corresponde a un polo en la función del momento anapolar. Otros métodos diferentes deben ser utilizados para

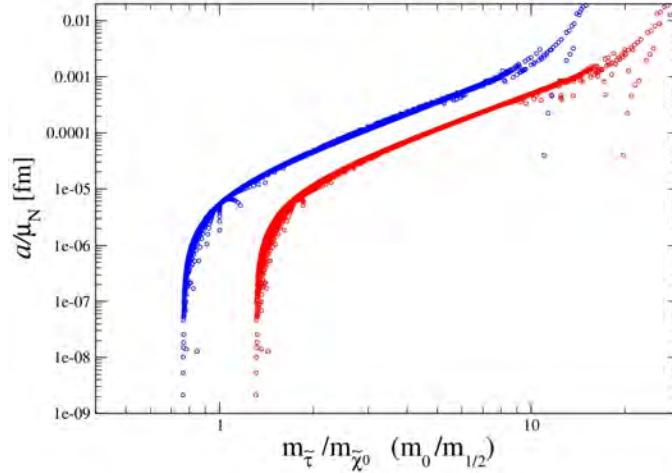


Figura V.4: Dependencia del momento anapolar (por unidad de magnetón nuclear) con los cocientes $m_{\tau}/m_{\tilde{\chi}_1^0}$ (rojo) y $m_0/m_{1/2}$ (azul) para $\tan\beta = 50$. Mostramos sólo los valores para los que el LSP es el neutralino más ligero y no el stau. La dependencia para $\tan\beta = 10$ es similar.

analizar esta región.

Aunque la expresión completa para el momento anapolar es una función complicada de los varios parámetros, depende principalmente de los valores relativos de $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ y m_{τ} , que a su vez dependen del cociente $m_0/m_{1/2}$, como puede verse en la fig. V.4.

La fig. V.5 muestra el momento anapolar del neutralino para $\tan\beta = 10$, $\mu > 0$, y tres diferentes valores de A_0 , -1000 , 0 y 1000 GeV (de arriba a abajo). Comparando las tres gráficas, no se observa dependencia alguna de A_0 . De manera similar, la fig. V.6 muestra los resultados para $\tan\beta = 50$, $\mu > 0$, y los mismos tres valores de A_0 , -1000 , 0 y 1000 GeV (de arriba a abajo).

De manera ejemplifica, la fig. V.7 muestra el momento anapolar tomando $\mu < 0$. A pesar del hecho de que $\mu > 0$ puede resolver el problema de la discrepancia entre los valores medidos de $g - 2$ del muón y el predicho por el ME, esto no significa que el signo(μ) negativo esté descartado, dado que este problema podría ser resuelto a través de otros mecanismos. Por lo tanto, $\mu < 0$ también debería de ser tomado en consideración. La

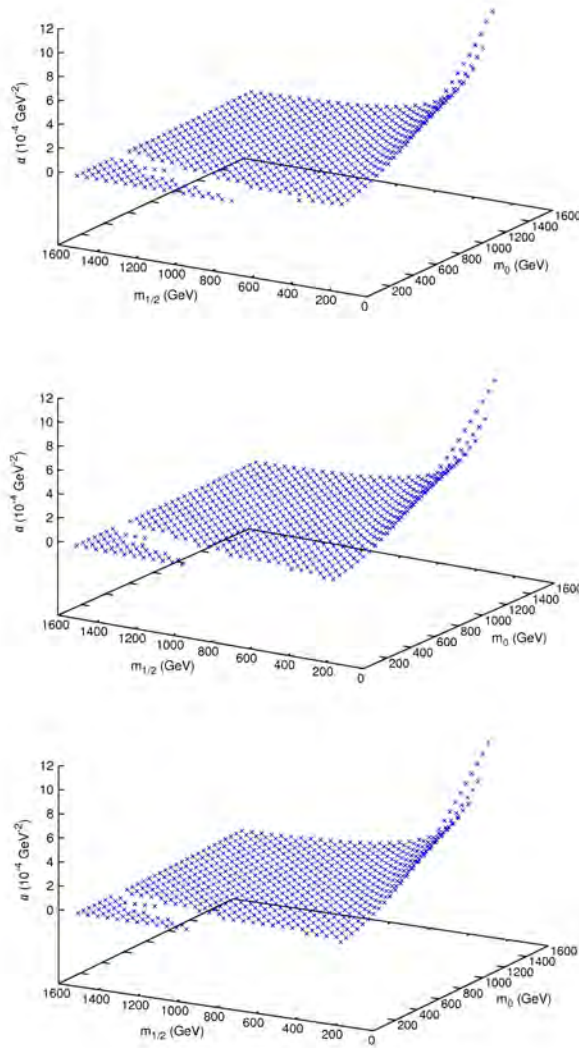


Figura V.5: Momento anapolar para $\tan \beta = 10$, $\text{signo}(\mu) = +$ y $A_0 = -1000$ (arriba), 0 (centro) y 1000 (abajo) GeV

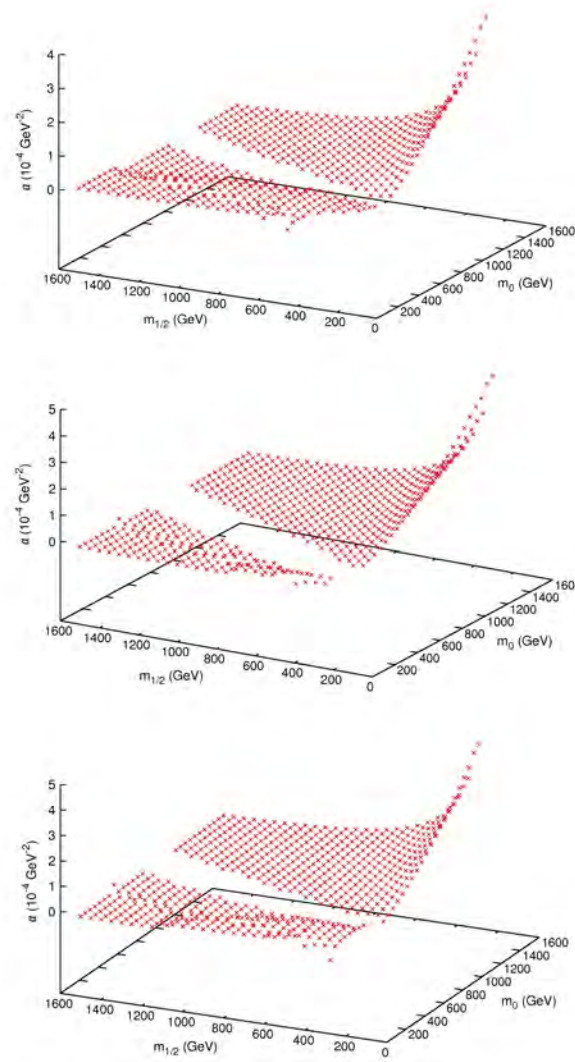


Figura V.6: Momento anapolar para $\tan \beta = 50$, $\text{signo}(\mu) = +$ y $A_0 = -1000$ (arriba), 0 (centro) y 1000 (abajo) GeV

fig. V.8 es una comparación de dos gráficas para diferente $\text{signo}(\mu)$ pero misma $\tan\beta$ y A_0 . Esta fig. no muestra dependencia alguna del momento anapolar con respecto a $\text{signo}(\mu)$.

Sin embargo, el momento anapolar sí depende ligeramente de $\tan\beta$ como puede verse en la fig. V.9.

§3. Combinación con otras constricciones al espacio de parámetros

Las constricciones cosmológicas y experimentales han reducido las regiones permitidas del espacio de parámetros del cMSSM. La más reciente de estas constricciones viene de las colaboraciones CMS y ATLAS y es la masa del bosón de Higgs más ligero $m_{h_1} = 125.8 \pm 0.6$ GeV [Aad et al. (2012); ATLAS (2013); Chatrchyan et al. (2012, 2013)]. En nuestro cálculo tomamos un rango para la masa del Higgs más relajado, $m_{h_1} = 126 \pm 3$.

Existe también una nueva medición para

$$\text{BR}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) = (2.8_{-0.10}^{+0.09}) \times 10^{-9}, \quad (3.1)$$

obtenida de un análisis combinado de datos de las colaboraciones LHCb y CMS [CMS Collaboration et al. (2015)]. Las incertidumbres incluyen tanto fuentes estadísticas como sistemáticas, contribuyendo estas últimas al 35 por ciento de la incertidumbre total. La región excluida debido a esta restricción en el cMSSM ya ha sido determinada (usando valores anteriores) en Arbey et al. (2013). La región excluida no resulta relevante, ya que también se encuentra excluida por otras constricciones, como el rompimiento de la simetría electrodébil.

También impusimos la restricción derivada del branching ratio de $b \rightarrow s\gamma$, cuyo valor es [Beringer et al. (2012)]

$$\text{BR}(b \rightarrow s\gamma) = (3.53 \pm 0.24) \times 10^{-4}. \quad (3.2)$$

La región constreñida puede determinarse directamente usando *Suspect*.

Más aún, si asumimos que los neutralinos componen toda la materia oscura del universo, el valor para la abundancia reliquia de la materia oscura pone todavía constricciones

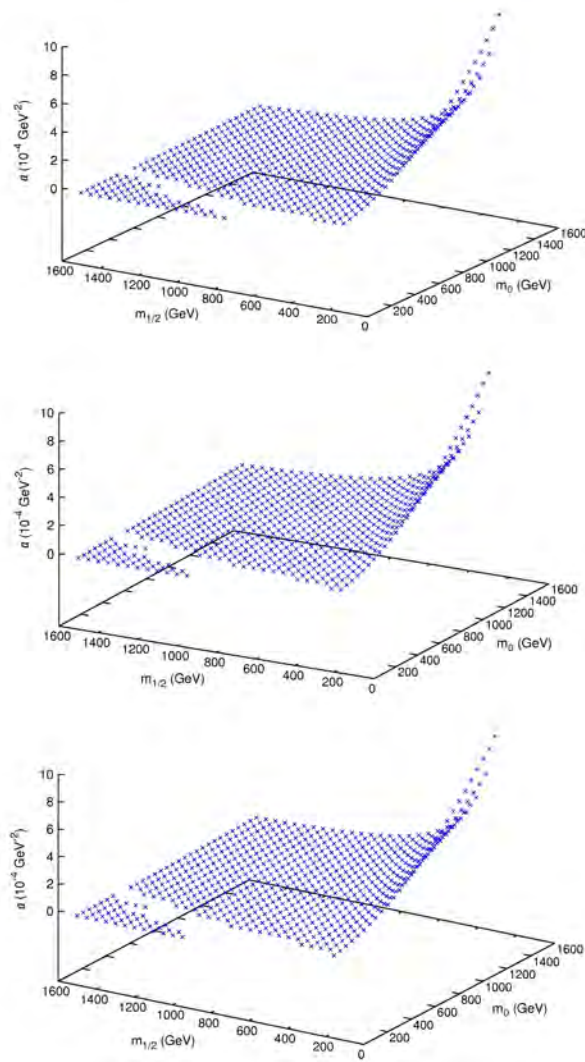


Figura V.7: Momento anapolar para $\tan \beta = 10$, $\text{signo}(\mu) = -$ y $A_0 = -1000$ (arriba), 0 (centro) y 1000 (abajo) GeV

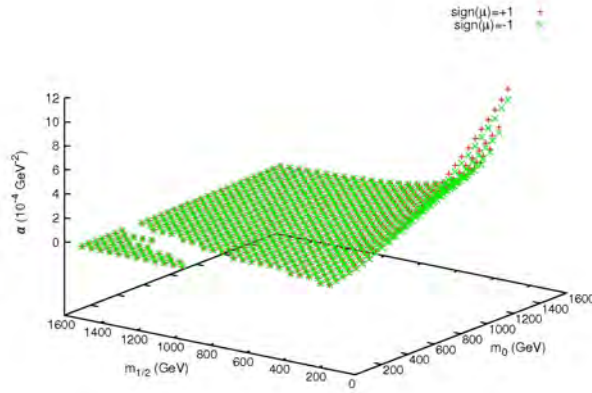


Figura V.8: Momento anapolar para $\tan\beta = 10$, $A_0 = 0$ GeV, $\text{signo}(\mu) = +$ (rojo) y $\text{signo}(\mu) = -$ (verde).

más estrictas. Calculamos el valor de la densidad reliquia haciendo un barrido en el espacio de parámetros usando micrOMEGAs [Belanger et al. (2007)], y delimitamos la región permitida usando los datos de WMAP ($\Omega_\chi h^2 = 0.1109 \pm 0.0056$ [Larson et al. (2011)]), aunque desde entonces los datos de Planck han hecho mucho más precisa esta medición. En general, las regiones “sobrevivientes” tienen un valor muy pequeño para el momento anapolar del neutralino más ligero (10^{-6} - 10^{-7} GeV^{-2}), el cual es consistente con los resultados de [Ho & Scherrer (2013)].

En la gráfica superior de la fig. V.10 mostramos los valores del momento anapolar para las diferentes regiones del espacio de parámetros en el plano $(m_0, m_{1/2})$ en el cMSSM para $\tan\beta = 10$. Arriba y alrededor de la línea de punto-y-rayo (rosa) las masas del stau y el neutralino son degeneradas, y no calculamos el momento anapolar en esta región. El programa de graficación extrapola entre los valores en ambos lados de la línea, aunque en realidad existe un hueco en los datos ahí.

Las diferentes constricciones fenomenológicas se muestran como sigue: la región arriba de la línea discontinua roja es donde la masa del Higgs es $m_h = 126 \pm 3$ GeV, a la izquierda de la línea de punto-y-rayo rosa la LSP es cargada, bajo la línea punteada azul está la región excluida por el valor de $b \rightarrow s\gamma$, mientras que la región bajo la línea punteada verde está excluida porque no cumple con el requerimiento del rompimiento radiativo de la simetría

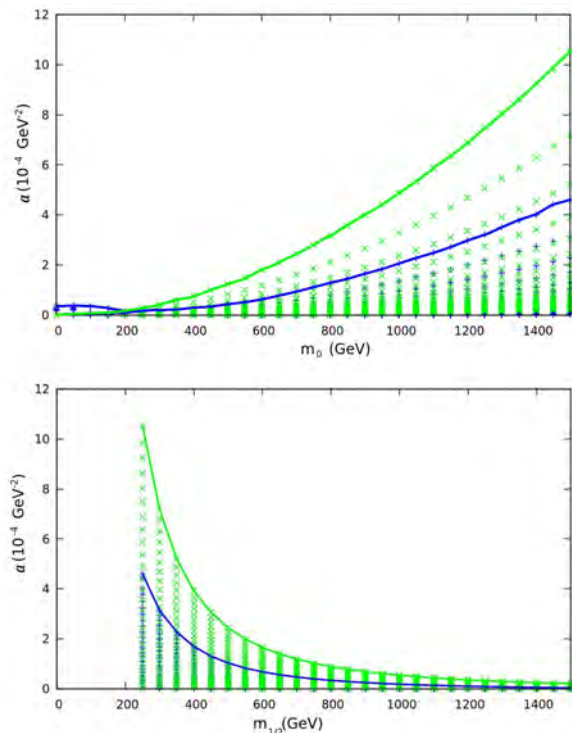


Figura V.9: Momento anapolar como función de m_0 y $m_{1/2}$ ($A_0 = 0$ y $\text{signo}(\mu) > 0$) para $\tan \beta = 50$ (azul) y $\tan \beta = 10$ (verde). El panel superior muestra una proyección en el plano $m_0 - a$, mientras que el panel inferior muestra el plano $m_{1/2} - a$. La línea sólida da el valor máximo del momento anapolar para esa $\tan \beta$ en particular.

electrodébil. La región donde la densidad reliquia de la LSP cae dentro del rango permitido por WMAP está marcada con una línea negra, mientras que una restricción más laxa, $\Omega_\chi h^2 < 0.12$, asumiendo que la LSP no es la única componente de la materia oscura fría, está delimitada por una línea blanca. La gráfica inferior muestra las mismas regiones pero para $\tan \beta = 50$.

En las dos gráficas podemos ver que el momento anapolar es $\lesssim \mathcal{O}(10^{-4}) \text{ GeV}^{-2}$ para cada región del espacio de parámetros. Ése es el caso del bulto, (m_0 bajo y $m_{1/2}$ bajo), ya excluida por otras restricciones. Esto es también cierto para la región de coaniquilación (m_0 bajo y $m_{1/2}$ más alto), donde las masas del $\tilde{\chi}_1^0$ y el $\tilde{\tau}$ son casi degeneradas. Parece existir un mecanismo, el cual es función de $m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2$, que suprime las contribuciones de esta región. Como puede verse de las fórmulas aproximadas, existe una dependencia

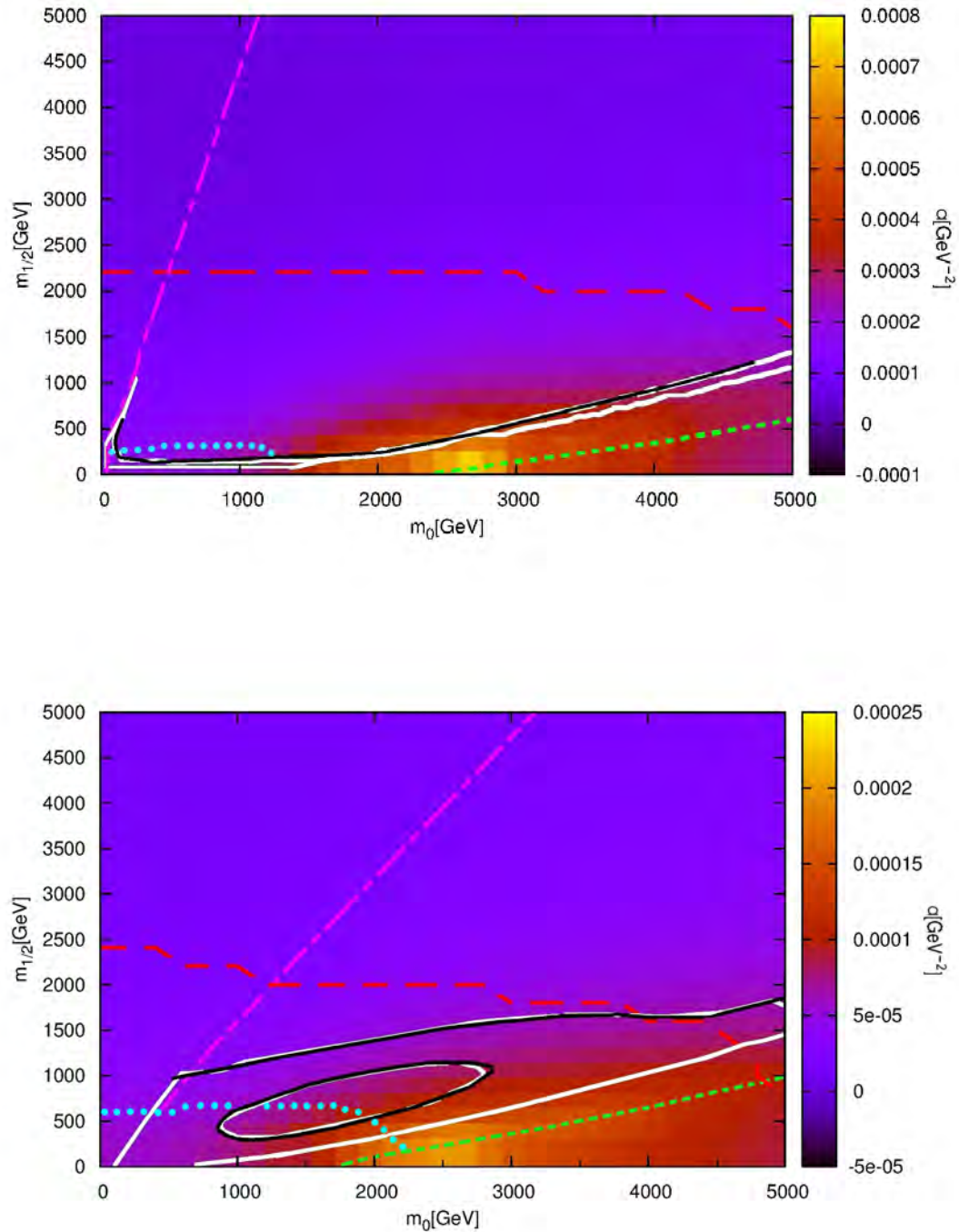


Figura V.10: Valor del momento anapolar en el plano $(m_0, m_{1/2})$ en el cMSSM para $\tan\beta = 10$ (arriba) y $\tan\beta = 50$ (abajo), asumiendo que $A_0 = 0$ y $\mu > 0$. Otras restricciones experimentales también se muestran y su explicación se encuentra en el texto.

de la diferencia de masas entre el stau y el neutralino tanto en el numerador como en el denominador. Debemos recordar, sin embargo, que el momento anapolar depende de las derivadas de estas expresiones, lo cual oscurece la naturaleza del mecanismo. El momento anapolar se vuelve relativamente grande en la región del *focus point*, que corresponde a m_0 alto y $m_{1/2}$ bajo, cerca de la frontera de rompimiento de supersimetría electrodébil viable (línea punteada verde). El mismo comportamiento se puede observar para diferente $\tan \beta$, aunque las regiones puedan diferir en posición y tamaño.

En la fig. V.11 mostramos la dependencia del momento anapolar con la masa del neutralino, y las curvas de exclusión de XENON y LUX [Kopp et al. (2014)], además del alcance proyectado para XENON1T y LZ [Ibarra et al. (2016)]. (Los resultados completos de LUX mejoraron unas cuatro veces la sensibilidad para masas grandes de WIMP respecto a los resultados usados por Kopp *et al.* Combinando todos los datos, la sección eficaz independiente de espín para la dispersión WIMP-nucleón arriba de $1.1 \times 10^{-46} \text{ cm}^2$ se encuentra excluida a un 90 por ciento de nivel de confianza, para una masa de WIMP de $50 \text{ GeV } c^2$ [Akerib et al. (2016)].) Las regiones por arriba de las líneas de LUX y XENON son valores ya excluidos por la no observación de materia oscura. Los puntos naranjas son todos aquéllos donde el neutralino es la LSP, los cafés son aquéllos que cumplen con la restricción laxa para la densidad reliquia, y los verdes cumplen con el rango de valores que tomamos para la masa del Higgs. Como puede verse de las gráficas, la región en el espacio de parámetros que cumple con la restricción está en la frontera del alcance de LUX y XENON, pero dentro del alcance de LZ y XENON1T. Para $\tan \beta = 10$ prácticamente no existe una región donde haya un traslape entre la restricción de la abundancia reliquia laxa y la de la masa del Higgs, así que esta región está básicamente excluida por las tres restricciones (abundancia reliquia, masa del Higgs y falta de observación de la materia oscura). Para $\tan \beta = 50$ existe una pequeña región de traslape entre las restricciones a la masa del Higgs y la densidad reliquia. Esta región se encuentra en la frontera de la región de exclusión de LUX y XENON, pero dentro del alcance proyectado de LZ y XENON1T. Si en el futuro es posible medir el momento anapolar de un candidato a materia oscura, esto nos daría información adicional sobre el espacio de parámetros permitido del $m\text{SSM}$. El $m\text{SSM}$ puede estar demasiado constreñido para ser realista. Sin embargo, al usarlo como un modelo de prueba, podemos ver que el momento anapolar es, de hecho, diferente para las varias regiones del espacio de parámetros, además de estar dentro del

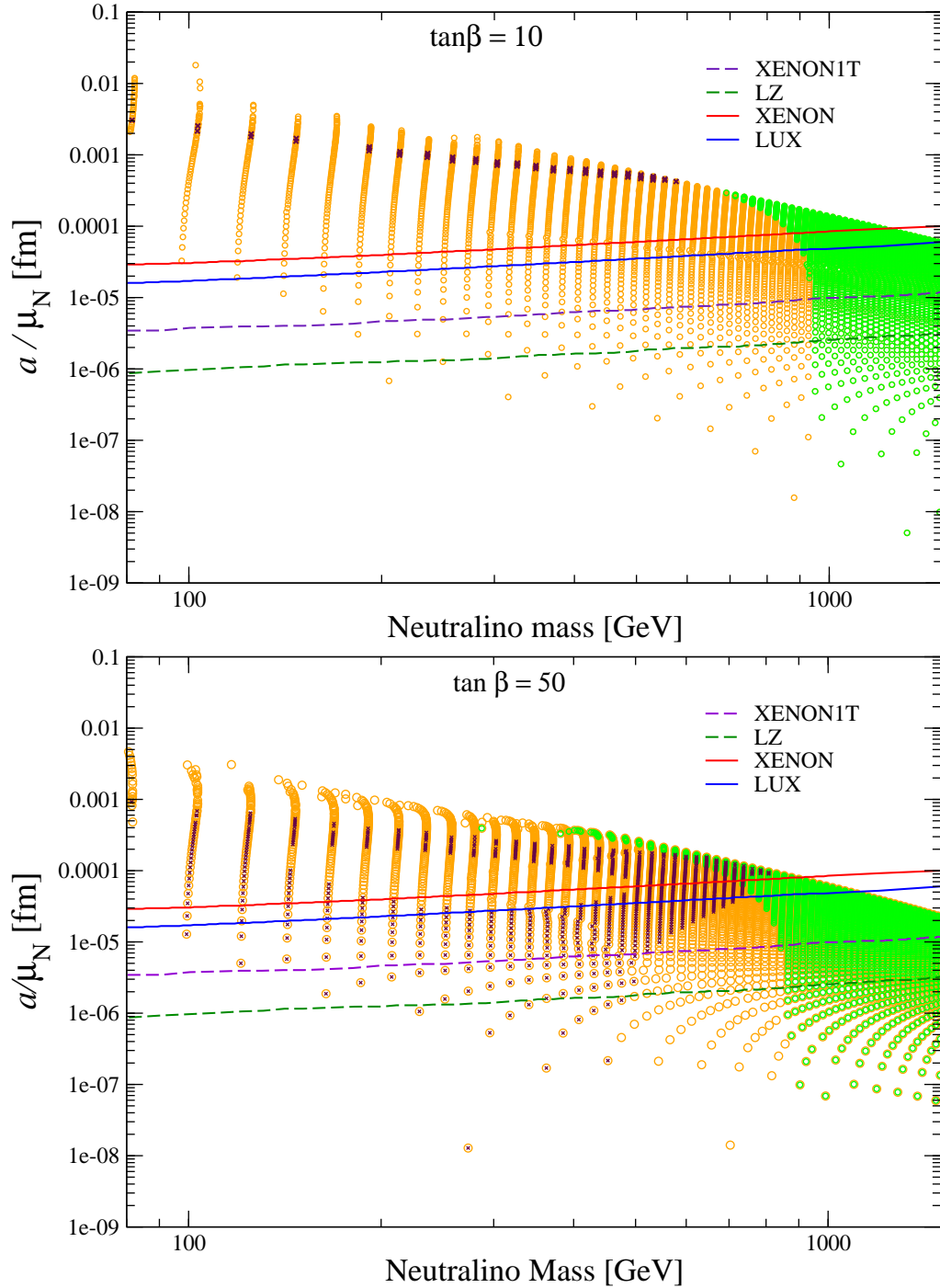


Figura V.11: Las gráficas muestran la dependencia del momento anapolar (por unidad de magnetón nuclear) con la masa del neutralino para $\tan\beta = 10$ y 50 . Las regiones arriba de las líneas sólidas corresponden a las regiones excluidas por XENON y LUX, y aquellas por arriba de las líneas discontinuas corresponden al alcance proyectado de XENON1T y LZ.

alcance de experimentos futuros. Así, el análisis anapolar puede ser usado como otro criterio para estudiar el espacio de parámetros. Aunque el momento anapolar es insensible a A_0 y $\text{signo}(\mu)$, otras observables, como la masa del Higgs y algunos decaimientos, no lo son [Strege et al. (2013); Fowlie et al. (2012); Roszkowski et al. (2014); Buchmueller et al. (2012, 2014); Bagnaschi et al. (2015)]. Esto daría diferentes regiones excluidas para diferentes valores de los parámetros del cMSSM.

Capítulo VI

Conclusiones

En esta tesis doctoral calculamos el momento anapolar del neutralino más ligero en el marco del Modelo Estándar Mínimo Supersimétrico constreñido (cMSSM). En este modelo las contribuciones de rompimiento suave de la supersimetría a las masas de los escalares (m_0), las masas de los gauginos ($m_{1/2}$) y los acoplamientos escalares trilineales (A_0) se suponen universales. Esto nos permite reducir los parámetros libres del modelo a 5, además de los del modelo estándar. Sin embargo, este modelo hace suposiciones adicionales que podrían no ser válidas, y actualmente su espacio de parámetros se encuentra muy constreñido por las observaciones. Aún así, la relativa simplicidad del modelo lo convierte en un buen campo de estudio y es importante someterlo a todas las pruebas posibles. El neutralino es la LSP en la mayoría de los modelos supersimétricos (incluyendo el cMSSM) y, por ende, uno de los candidatos más favorecidos a ser la partícula (o una de las partículas) que compone la materia oscura fría. La caracterización de sus propiedades electromagnéticas es, por tanto, importante tanto para la física de partículas como para la cosmología. Como expliqué en el capítulo III, las propiedades electromagnéticas de una partícula de Majorana, como lo es el neutralino, se describen sólo a través de su factor de forma anapolar.

El factor de forma anapolar es inducido a través de correcciones radiativas al vértice electromagnético. Nuestros cálculos fueron hechos en la aproximación de un lazo, lo cual nos dio un total de 94 diagramas de Feynman a considerar. Encontramos que el momento anapolar del neutralino es sensible a tres de los parámetros del modelo, m_0 , $m_{1/2}$ y $\tan \beta$, pero no a A_0 y $\text{signo}(\mu)$. Encontramos también que son sólo cuatro diagramas (dos diferen-

tes debido a la naturaleza Majorana del neutralino) los que contribuyen significativamente al cálculo: las correcciones al vértice que involucran al $\tilde{\tau}$ (que en gran parte del espacio de parámetros es la segunda partícula supersimétrica más ligera). El espacio de parámetros que barrimos da lugar a un momento anapolar que es consistente con el límite superior experimental obtenido por Pospelov y ter Veldhuis [Pospelov & ter Veldhuis (2000)] para WIMPs que interactúan con núcleos pesados, usando datos de los experimentos CDMS y DAMA/LIBRA. Las constricciones experimentales (masa del Higgs, densidad reliquia de materia oscura fría, etc.) favorecen escenarios con $\tan\beta$ grande. (Otros criterios también favorecen $\tan\beta$ grande. Ver por ejemplo [Cabral-Rosetti et al. (2007)].) Para $\tan\beta = 50$ encontramos que el momento anapolar del neutralino más ligero del cMSSM tiene un valor de $\mathcal{O}(10^{-5} - 10^{-4}) \text{ fm } \mu_N$, que lo ubica en el límite de sensibilidad de búsquedas experimentales actuales y dentro del alcance de experimentos futuros, como XENON1T y LZ.

El mismo tipo de cálculo puede llevarse a cabo en el contexto de otros modelos más complejos. Por ejemplo, uno podría considerar modelos con uno o dos parámetros no-universales para la masa del Higgs (NUHM1,2), o considerar modelos en que no se hacen suposiciones acerca de los parámetros de rompimiento suave de la supersimetría, los cuales son tratados como parámetros puramente fenomenológicos (pMSSM). Esto puede ser extremadamente valioso para discriminar entre las diversas regiones interesantes de los diferentes modelos.

Apéndice A

Función escalar de P-V de tres puntos.

En esta sección analizamos $C_0(q^2, x^2, x^2, z^2, z^2, y^2)$, la función escalar de Passarino-Veltman de tres puntos que aparece en el cálculo del momento anapolar. q^2 denota el 4-momento transferido del fotón, x es la masa del neutralino, y y y z son las masas de las partículas que aparecen en el lazo.

La gráfica correspondiente para esta función C_0 puede verse en la fig. A.1. La línea roja muestra la solución numérica y la línea azul representa la solución aproximada, i.e., la expansión de Taylor alrededor de $q^2 = 0$, la cual puede escribirse de la siguiente manera:

$$C_0(q^2, x^2, x^2, z^2, z^2, y^2) = \alpha_0 + \alpha_1 q^2 + \mathcal{O}(q^4). \quad (0.1)$$

Los coeficientes α_i son funciones de las masas:

$$\alpha_0 = \frac{\log\left(\frac{y^2}{z^2}\right)}{2x^2} + a \log \omega, \quad (0.2)$$

$$\alpha_1 = \frac{x^4 - y^2 x^2 - 2z^2 x^2 + z^4 - y^2 z^2}{6x^2 z^2 (-x + y - z)(x + y - z)(-x + y + z)(x + y + z)} + \frac{\log\left(\frac{y^2}{z^2}\right)}{12x^4} + b \log \omega, \quad (0.3)$$

donde

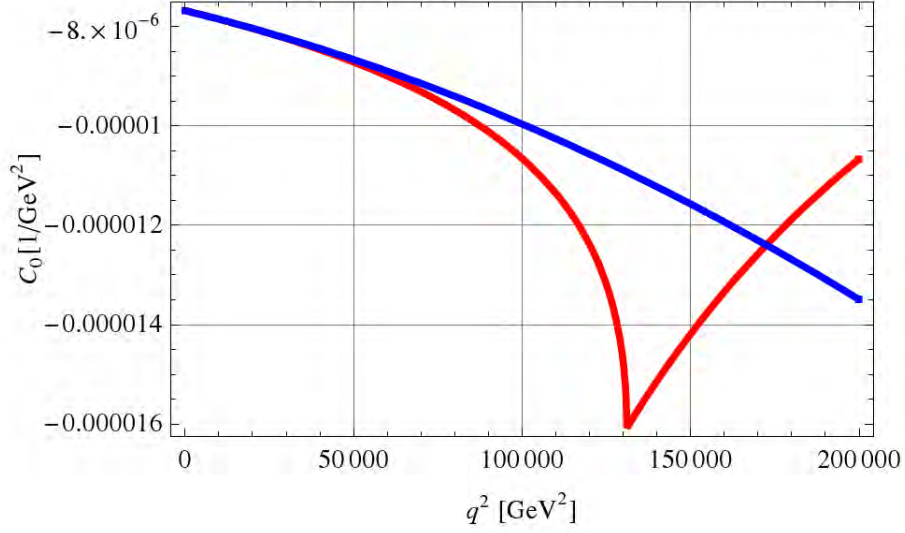


Figura A.1: Comparación entre la $C_0(q^2, x^2, x^2, z^2, z^2, y^2)$ numérica (línea roja) y la aproximada (línea azul), con $x = 97.7$ GeV, $y = 415.4$ GeV and $z = 80.43$ GeV.

$$\omega = \frac{\left(ix^2 + iy^2 - iz^2 + \sqrt{-y^4 + 2(x^2 + z^2)y^2 - (z^2 - x^2)} \right) \left(ix^2 - iy^2 + iz^2 + \sqrt{-y^4 + 2(x^2 + z^2)y^2 - (z^2 - x^2)} \right)}{\left(-ix^2 + iy^2 - iz^2 + \sqrt{-y^4 + 2(x^2 + z^2)y^2 - (z^2 - x^2)} \right) \left(-ix^2 - iy^2 + iz^2 + \sqrt{-y^4 + 2(x^2 + z^2)y^2 - (z^2 - x^2)} \right)}, \quad (0.4)$$

$$a = \frac{i(x^2 + y^2 - z^2)}{2x^2 \sqrt{-x^4 + 2y^2x^2 + 2z^2x^2 - y^4 - z^4 + 2y^2z^2}} \quad (0.5)$$

y

$$b = \frac{i(x^2 + y^2 - z^2)(x^4 - 4y^2x^2 - 2z^2x^2 + y^4 + z^4 - 2y^2z^2)}{12x^4(-x + y - z)(x + y - z)(-x + y + z)(x + y + z) \sqrt{-x^4 + 2y^2x^2 + 2z^2x^2 - y^4 - z^4 + 2y^2z^2}}. \quad (0.6)$$

Bibliografía

2013. Combined measurements of the mass and signal strength of the Higgs-like boson with the ATLAS detector using up to 25 fb^{-1} of proton-proton collision data.
- AAD, G. ET AL., 2012. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys.Lett.*, **B716**, 1–29.
- ABDALLAH, W. & KHALIL, S., 2015. MSSM Dark Matter in Light of Higgs and LUX Results.
- ABUSAIDI, R. ET AL., 2000. Exclusion limits on the WIMP nucleon cross-section from the Cryogenic Dark Matter Search. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 5699–5703.
- AITCHISON, I. J., 2005. Supersymmetry and the MSSM: An Elementary introduction. Notes of Lectures for Graduate Students in Particle Physics Oxford, 2004 and 2005.
- AKERIB, D. S., ALSUM, S., ARAÚJO, H. M., BAI, X., BAILEY, A. J. ET AL., 2016. Results from a search for dark matter in the complete LUX exposure. *ArXiv e-prints*.
- AKERIB, D. S. ET AL., 2014. First results from the LUX dark matter experiment at the Sanford Underground Research Facility. *Phys. Rev. Lett.*, **112**, 091303.
- AKERIB, D. S. ET AL., 2015. LUX-ZEPLIN (LZ) Conceptual Design Report.
- ALLANACH, B. C., BELANGER, G., BOUDJEMA, F. & PUKHOV, A., 2004. Requirements on collider data to match the precision of WMAP on supersymmetric dark matter. *Journal of High Energy Physics*, **12**, 020.

- ALLANACH, B. C., GEORGE, D. P. & GRIPAIOS, B., 2013. The dark side of the μ : on multiple solutions to renormalisation group equations, and why the CMSSM is not necessarily being ruled out. *JHEP*, **07**, 098.
- ALLANACH, B. C., GEORGE, D. P. & NACHMAN, B., 2014. Investigating Multiple Solutions in the Constrained Minimal Supersymmetric Standard Model. *JHEP*, **02**, 031.
- APRILE, E. ET AL., 2012. Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data. *Phys. Rev. Lett.*, **109**, 181301.
- ARBEY, A., BATTAGLIA, M., MAHMOUDI, F. & MARTÍNEZ SANTOS, D., 2013. Supersymmetry confronts $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$: Present and future status. *Physical Review D*, **87**(3), 035026.
- BAGNASCHI, E. A. ET AL., 2015. Supersymmetric Dark Matter after LHC Run 1. *Eur. Phys. J.*, **C75**(10), 500.
- BALAZS, C., BUCKLEY, A., CARTER, D., FARMER, B. & WHITE, M., 2013. Should we still believe in constrained supersymmetry? *Eur. Phys. J.*, **C73**, 2563.
- BARGER, V., KEUNG, W.-Y. & MARFATIA, D., 2011. Electromagnetic properties of dark matter: Dipole moments and charge form factor. *Phys.Lett.*, **B696**, 74–78.
- BECHTLE, P. ET AL., 2012. Constrained Supersymmetry after two years of LHC data: a global view with Fittino. *JHEP*, **06**, 098.
- BECHTLE, P. ET AL., 2014. How alive is constrained SUSY really? In *37th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2014) Valencia, Spain, July 2-9, 2014*. URL <https://inspirehep.net/record/1323294/files/arXiv:1410.6035.pdf>.
- BELANGER, G., BOUDJEMA, F., PUKHOV, A. & SEMENOV, A., 2007. MicrOMEGAs 2.0: A Program to calculate the relic density of dark matter in a generic model. *Comput. Phys. Commun.*, **176**, 367–382.
- BELL, N. F., DENT, J. B., GALEA, A. J., JACQUES, T. D., KRAUSS, L. M. ET AL., 2011a. W/Z Bremsstrahlung as the Dominant Annihilation Channel for Dark Matter, Revisited.

- BELL, N. F., DENT, J. B., JACQUES, T. D. & WEILER, T. J., 2011b. Dark Matter Annihilation Signatures from Electroweak Bremsstrahlung.
- BELL, N. F., DENT, J. B., JACQUES, T. D. & WEILER, T. J., 2011c. W/Z Bremsstrahlung as the Dominant Annihilation Channel for Dark Matter. *Phys.Rev.*, **D83**, 013001.
- BERINGER, J., ARGUIN, J. F., BARNETT, R. M., COPIC, K., DAHL, O. ET AL., 2012. Review of Particle Physics*. *Phys. Rev. D*, **86**, 010001. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.86.010001>.
- BERNABEI, R. ET AL., 1996. New limits on WIMP search with large-mass low- radioactivity NaI(Tl) set-up at Gran Sasso. *Phys. Lett.*, **B389**, 757–766.
- BUCHMUELLER, O. ET AL., 2012. The CMSSM and NUHM1 in Light of 7 TeV LHC, $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ and XENON100 Data. *Eur. Phys. J.*, **C72**, 2243.
- BUCHMUELLER, O. ET AL., 2014. Implications of Improved Higgs Mass Calculations for Supersymmetric Models. *Eur. Phys. J.*, **C74(3)**, 2809.
- CABRAL-ROSETTI, L., MONDRAGON, M. & REYES PEREZ, E., 2011. Toroidal dipole moment of the lightest neutralino in the MSSM. *J.Phys.Conf.Ser.*, **315**, 012007.
- CABRAL-ROSETTI, L., MONDRAGON, M. & REYES PEREZ, E., 2014. Toroidal dipole moment of the LSP in the cMSSM. *J.Phys.Conf.Ser.*, **485**, 012019.
- CABRAL-ROSETTI, L. G., MONDRAGON, M., NELLEN, L., NUNEZ, D., SUSSMAN, R. & ZAVALA, J., 2007. Constraints on mSUGRA through entropy and abundance criteria. *ArXiv e-prints*.
- CABRAL-ROSETTI, L. G., MONDRAGON, M. & REYES-PEREZ, E., 2012. Toroidal Dipole Moment of the Lightest Neutralino in the cMSSM.
- CABRERA, M. E., CASAS, J. A. & DE AUSTRI, R. R., 2013. The health of SUSY after the Higgs discovery and the XENON100 data. *JHEP*, **07**, 182.

- CABRERA-CATALAN, M. E., ANDO, S., WENIGER, C. & ZANDANEL, F., 2015. Indirect and direct detection prospect for TeV dark matter in the nine parameter MSSM. *Phys. Rev.*, **D92**(3), 035018.
- CHATRCHYAN, S. ET AL., 2012. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys.Lett.*, **B716**, 30–61.
- CHATRCHYAN, S. ET AL., 2013. Observation of a new boson with mass near 125 GeV in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV.
- CIAFALONI, P., COMELLI, D., RIOTTO, A., SALA, F., STRUMIA, A. ET AL., 2011a. Weak Corrections are Relevant for Dark Matter Indirect Detection. *JCAP*, **1103**, 019.
- CIAFALONI, P. & URBANO, A., 2010. TeV scale Dark Matter and electroweak radiative corrections. *Phys.Rev.*, **D82**, 043512.
- CIAFALONI, P. ET AL., 2011b. On the Importance of Electroweak Corrections for Majorana Dark Matter Indirect Detection.
- CMS COLLABORATION, KHACHATRYAN, V., SIRUNYAN, A. M., TUMASYAN, A., ADAM, W., BERGAUER, T., DRAGICEVIC, M., ERÖ, J., FRIEDL, M., FRÜHWIRTH, R. & ET AL., 2015. Observation of the rare $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ decay from the combined analysis of CMS and LHCb data. *Nature*, **522**, 68–72.
- DAVIDE, F. A., 2015. Direct WIMP searches with XENON100 and XENON1T. *EPJ Web Conf.*, **95**, 04019.
- DENT, J. B., SCHERRER, R. J. & WEILER, T. J., 2008. Toward a Minimum Branching Fraction for Dark Matter Annihilation into Electromagnetic Final States. *Phys.Rev.*, **D78**, 063509.
- DJOUADI, A., KNEUR, J.-L. & MOULTAKA, G., 2007. SuSpect: A Fortran code for the supersymmetric and Higgs particle spectrum in the MSSM. *Comput. Phys. Commun.*, **176**, 426–455.
- DOBSON, J. E. Y., 2014. Searching for Dark Matter with the LUX experiment. In *Proceedings, 20th International Conference on Particles and Nuclei (PANIC 14)*, 373–377. URL <http://inspirehep.net/record/1375599/files/95.pdf>.

- DUBOVİK, V. & CHESHKOV, A., 1975. Multipole expansion in classical and quantum field theory and radiation. *Sov. J. Particles Nucl.*, **5**, 318–337.
- DUBOVİK, V. M. & KUZNETSOV, V. E., 1998. The toroid moment of Majorana neutrino. (Revised version). *Int. J. Mod. Phys.*, **A13**, 5257–5278.
- ELLIS, J., 2015. Prospects for Supersymmetry at the LHC & Beyond. In *18th International Conference From the Planck Scale to the Electroweak Scale (Planck 2015) Ioannina, Greece, May 25-29, 2015*. URL <https://inspirehep.net/record/1399192/files/arXiv:1510.06204.pdf>.
- ELLIS, J., EVANS, J. L., LUO, F., NAGATA, N., OLIVE, K. A. & SANDICK, P., 2015. Beyond the CMSSM without an Accelerator: Proton Decay and Direct Dark Matter Detection.
- ELLIS, J. & OLIVE, K. A., 2010. *Supersymmetric dark matter candidates*, 142. Cambridge University Press.
- FENG, J. L., 2010. Dark Matter Candidates from Particle Physics and Methods of Detection. *Ann.Rev.Astron.Astrophys.*, **48**, 495.
- FITZPATRICK, A. L. & ZUREK, K. M., 2010. Dark moments and the DAMA-CoGeNT puzzle. *Physical Review D*, **82**(7), 075004.
- FOWLIE, A., 2014. Is the CNMSSM more credible than the CMSSM? *Eur. Phys. J.*, **C74**(10), 3105.
- FOWLIE, A., KAZANA, M., KOWALSKA, K., MUNIR, S., ROSZKOWSKI, L., SESSOLO, E. M., TROJANOWSKI, S. & TSAI, Y.-L. S., 2012. The CMSSM Favoring New Territories: The Impact of New LHC Limits and a 125 GeV Higgs. *Phys. Rev.*, **D86**, 075010.
- FREESE, K., 2009. Review of Observational Evidence for Dark Matter in the Universe and in upcoming searches for Dark Stars. *EAS Publ. Ser.*, **36**, 113–126.
- GAO, Y., HO, C. M. & SCHERRER, R. J., 2014. Anapole Dark Matter at the LHC. *Phys. Rev.*, **D89**(4), 045006.

- GARDNER, S., 2009. Shedding light on dark matter: A Faraday rotation experiment to limit a dark magnetic moment. *Physical Review D*, **79**(5), 055007.
- GONGORA, A. & LEY-KOO, E., 2006. Complete electromagnetic multipole expansion including toroidal moments. *Rev. Mex. Fis. E*, **52**, 188–197.
- GRESHAM, M. I. & ZUREK, K. M., 2014. Effect of nuclear response functions in dark matter direct detection. *Phys. Rev.*, **D89**(12), 123521.
- HAHN, T. & PEREZ-VICTORIA, M., 1999. Automatized one-loop calculations in four and D dimensions. *Comput. Phys. Commun.*, **118**, 153–165.
- HEO, J. H., 2009. Electric Dipole Moment of Dirac Fermionic Dark Matter.
- HEO, J. H., 2010. Minimal Dirac Fermionic Dark Matter with Nonzero Magnetic Dipole Moment. *Phys.Lett.*, **B693**, 255–258.
- HO, C. M. & SCHERRER, R. J., 2013. Anapole Dark Matter. *Phys.Lett.*, **B722**, 341–346.
- IBARRA, A., YAGUNA, C. E. & ZAPATA, O., 2016. Direct Detection of Fermion Dark Matter in the Radiative Seesaw Model. *Phys. Rev.*, **D93**(3), 035012.
- JUNGMAN, G., KAMIONKOWSKI, M. & GRIEST, K., 1996. Supersymmetric dark matter. *Phys.Rept.*, **267**, 195–373.
- KACHELRIESS, M., SERPICO, P. & SOLBERG, M., 2009. On the role of electroweak bremsstrahlung for indirect dark matter signatures. *Phys.Rev.*, **D80**, 123533.
- KESSLER, G., 2014. XENON100 and XENON1T Dark Matter Search with Liquid Xenon. In *Proceedings, 20th International Conference on Particles and Nuclei (PANIC 14)*, 357–360. URL <https://inspirehep.net/record/1375617/files/109.pdf>.
- KOPP, J., MICHAELS, L. & SMIRNOV, J., 2014. Loopy Constraints on Leptophilic Dark Matter and Internal Bremsstrahlung. *JCAP*, **1404**, 022.
- LARSON, D., DUNKLEY, J., HINSHAW, G., KOMATSU, E., NOLTA, M. ET AL., 2011. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Power Spectra and WMAP-Derived Parameters. *Astrophys.J.Suppl.*, **192**, 16.

- LIEBLER, S. & POROD, W., 2011. Electroweak corrections to Neutralino and Chargino decays into a W -boson in the (N)MSSM. *Nucl.Phys.*, **B849**, 213–249. * Temporary entry *.
- MARTIN, S. P., 1997. A Supersymmetry Primer.
- MERTIG, R., BOHM, M. & DENNER, A., 1991. FEYN CALC: Computer algebraic calculation of Feynman amplitudes. *Comput.Phys.Commun.*, **64**, 345–359.
- OLIVE, K. A., 2003. TASI lectures on dark matter. 797–851.
- PLANCK COLLABORATION, ADE, P. A. R., AGHANIM, N., ARMITAGE-CAPLAN, C., ARNAUD, M., ASHDOWN, M., ATRIO-BARANDELA, F., AUMONT, J., BACCIGALUPI, C., BANDAY, A. J. & ET AL., 2014. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. *Astronomy and Astrophysics*, **571**, A16.
- POSPELOV, M. & TER VELDHUIS, T., 2000. Direct and indirect limits on the electromagnetic form factors of WIMPs. *Phys. Lett.*, **B480**, 181–186.
- ROBERTS, B. M., STADNIK, Y. V., DZUBA, V. A., FLAMBAUM, V. V., LEEFER, N. & BUDKER, D., 2014. Parity-violating interactions of cosmic fields with atoms, molecules, and nuclei: Concepts and calculations for laboratory searches and extracting limits. *Phys. Rev.*, **D90**(9), 096005.
- ROSZKOWSKI, L., SESSOLO, E. M. & WILLIAMS, A. J., 2014. What next for the CMSSM and the NUHM: Improved prospects for superpartner and dark matter detection. *JHEP*, **08**, 067.
- RUBIN, V. C., FORD, W. K. J. & THONNARD, N., 1980. Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 / $R = 4\text{kpc}$ / to UGC 2885 / $R = 122\text{ kpc}$ /. *ApJ*, **238**, 471–487.
- SIGURDSON, K., DORAN, M., KURYLOV, A., CALDWELL, R. R. & KAMIONKOWSKI, M., 2004. Dark-matter electric and magnetic dipole moments. *Phys.Rev.*, **D70**, 083501.
- STADNIK, Y. V. & FLAMBAUM, V. V., 2015. Nuclear spin-dependent interactions: Searches for WIMP, Axion and Topological Defect Dark Matter, and Tests of Fundamental Symmetries. *Eur. Phys. J.*, **C75**(3), 110.

- STREGE, C., BERTONE, G., CERDENO, D. G., FORNASE, M., RUIZ DE AUSTRI, R. & TROTTA, R., 2012. Updated global fits of the cMSSM including the latest LHC SUSY and Higgs searches and XENON100 data. *JCAP*, **1203**, 030.
- STREGE, C., BERTONE, G., FERROZ, F., FORNASE, M., RUIZ DE AUSTRI, R. & TROTTA, R., 2013. Global Fits of the cMSSM and NUHM including the LHC Higgs discovery and new XENON100 constraints. *JCAP*, **1304**, 013.
- TAOSO, M., BERTONE, G. & MASIERO, A., 2008. Dark Matter Candidates: A Ten-Point Test. *JCAP*, **0803**, 022.
- ZELDOVICH, Y., 1957. *Zh. Eksp. Teor. Fiz*, **33**, 1531.
- ZWICKY, F., 1933. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, **6**, 110–127.
- ZWICKY, F., 1937. On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae. *ApJ*, **86**, 217.